



HAL
open science

Simulation et quantification tridimensionnelle des défauts générés par un processus de fabrication

Badreddine Ayadi

► **To cite this version:**

Badreddine Ayadi. Simulation et quantification tridimensionnelle des défauts générés par un processus de fabrication. Mécanique [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2009. Français. NNT: . tel-00466985

HAL Id: tel-00466985

<https://theses.hal.science/tel-00466985>

Submitted on 25 Mar 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**DOCTORAT DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE DES
SCIENCES ET TECHNIQUES DE TUNIS
ET
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

SPÉCIALITÉ : GÉNIE MÉCANIQUE

THÈSE

**PRÉSENTÉE PAR
Badreddine AYADI**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

**DOCTEUR DE DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE DES SCIENCES ET
TECHNIQUES DE TUNIS
ET DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN FRANCE**

**SIMULATION ET QUANTIFICATION
TRIDIMENSIONNELLE DES DÉFAUTS GÉNÉRÉS
PAR UN PROCESSUS DE FABRICATION**

Soutenue le 27 juin 2009 devant le jury composé de :

Monsieur Nabil BEN FREJ

Président

Monsieur Mohamed HADDAR

Rapporteur

Monsieur François VILLENEUVE

Rapporteur

Monsieur Ali ZGHAL

Directeur de thèse en Tunisie

Monsieur Bernard ANSELMETTI

Directeur de thèse en France

Monsieur Zoubeir BOUAZIZ

Co-encadreur en Tunisie

Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse sont réalisés dans le cadre d'un projet d'action intégrée Franco-tunisienne CMCU «05G1107», entre l'École Supérieure des Sciences et Techniques de TUNIS et l'École Normale Supérieure de CACHAN. Ce travail a été réalisé, en cotutelle, au sein de l'Unité de Recherche de Mécanique, des Solides des Structures et de Développement Technologique (URM2SDT) de l'ESSTT en TUNISIE et au Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée (LURPA) de l'ENS de CACHAN en FRANCE.

J'adresse tout d'abord mes plus vifs remerciements à Monsieur **Bernard ANSELMETTI**, Professeur des universités à l'IUT de Cachan, Université Paris Sud 11, et Monsieur **Ali ZGHAL**, Professeur à l'ESSTT, Université de Tunis, pour la qualité de leur encadrement et leur soutien permanent pour la réalisation de ce travail.

J'exprime ma gratitude à Monsieur **Zoubeir BOUAZIZ**, Maître de Conférences à l'ENIS, pour ses conseils judicieux et les encouragements qu'il a su me prodiguer.

Je remercie Messieurs **François VILLENEUVE**, Professeur des universités à l'Institut National Polytechnique de Grenoble, Université Joseph Fourier, FRANCE, et **Mohamed HADDAR**, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax, TUNISIE, d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté à ce travail et le soit qu'ils ont porté à la relecture du manuscrit.

Je remercie également Monsieur **Nabil BEN FREJ**, Maître de Conférences à l'École Supérieure des Sciences et Techniques de TUNIS, pour avoir accepté de présider ce jury.

Mes derniers remerciements iront à l'ensemble des thésards de l'équipe **LURPA** ainsi que ceux de l'équipe **URM2SDT** pour leur aide et la bonne ambiance qu'ils ont instauré tout au long des années de préparation de cette thèse.

Table des matières

Introduction	1
CHAPITRE 1 : État de l'art	5
1. Les différentes approches de la cotation de fabrication	7
1.1. Approches unidirectionnelles et bidimensionnelles.....	7
1.2. Approches tridimensionnelles.....	9
2. Formulation du modèle de tolérancement avec les TPDs	18
2.1. Hypothèses.....	18
2.2. Types de variables pour les défauts.....	19
2.3. Les torseurs de petits déplacements du modèle.....	20
2.3.1. Torseur d'écart.....	20
2.3.2. Torseur de défaut.....	21
2.3.3. Torseur Jeu.....	21
2.3.4. Torseur de petits déplacements de chaque pièce.....	22
3. Conclusion	22
CHAPITRE 2 : Etude de la position du nominal pièce	23
1. Écart des surfaces obtenues	25
2. Construction du système de références	27
3. Calcul des composantes du torseur $\tau_{r/P}$	29
3.1. Appui primaire.....	29
3.2. Appui secondaire.....	29
3.3. Appui tertiaire.....	31
4. Écart de la surface tolérancée	32
5. Conclusion	33
CHAPITRE 3 : Modélisation tridimensionnelle des tolérances de fabrication (Modèle TMT)	35
1. Présentation du nouveau modèle	35
1.1. Genèse et contexte retenu.....	35
1.2. Proposition du nouveau modèle TMT.....	36
1.3. Application étudiée.....	37
2. Définition des repères	38
2.1. Principe de construction des repères.....	38
2.2. Repère pièce.....	39
2.3. Repère machine.....	40
2.4. Repère montage.....	41
3. Notations	41
3.1. Désignations des surfaces nominales.....	41
3.2. Désignations des surfaces réelles (brutes et usinées).....	42

3.3. Désignations des surfaces nominales machines.....	43
3.4. Désignations des surfaces nominales montage d'usinage	43
3.5. Désignation des Torseurs de Petits Déplacement (TPD).....	44
3.6. Retournement de la pièce.....	45
4. Quelques Définitions.....	46
4.1. Surfaces fonctionnelles de l'exigence	46
4.2. Surfaces actives de la phase.....	46
4.3. Spécifications fabriquées	46
4.4. Surfaces courantes	46
5. Méthodologie du transfert avec TMT	47
5.1. Association du nominal à la pièce réelle	47
5.2. Analyse des écarts	48
5.3. Exigences directes.....	50
5.4. Exigences à transférer.....	51
5.5. Principe du transfert de E_3	52
6. Méthodologie de calcul du transfert de cotes	53
6.1. Objectif	53
6.2. Analyse de l'exigence.....	53
6.3. Recherche ascendante des écarts influents	54
6.4. Analyse du transfert	55
7. Conclusion	56

CHAPITRE 4 : Analyse de tolérance..... 57

1. Introduction.....	57
2. Analyse de l'exigence	59
3. Etude de la phase 40	60
3.1. Mise en position de la pièce.....	60
3.2. Influence des défauts d'usinage dans la phase 40.....	60
3.3. Influence des défauts du montage d'usinage dans la phase 40	62
3.4. Influence des défauts de la pièce	65
3.5. Influence des dispersions	67
3.6. Synthèse de la phase 40	70
4. Etude de la phase 30	71
4.1. Mise en position de la pièce.....	71
4.2. Influence des défauts d'usinage dans la phase 30.....	72
4.3. Influence des défauts du montage d'usinage dans la phase 30	72
4.4. Influence des dispersions	73
5. Résumé des résultats.....	74
6. Conclusion	75

CHAPITRE 5 : Synthèse de tolérance..... 77

1. Introduction.....	77
2. Analyse qualitative des transferts	79
3. Relations données par l'analyse de tolérance.....	80
4. Principe de la synthèse de tolérance.....	82
4.1. Analyse des termes des équations.....	82
4.2. Optimisation de la tolérance d'usinage	83

4.3. Optimisation de la précision des montages	85
5. Ecriture des cotes fabriquées	85
6. Conclusion	88
CHAPITRE 6 : Etude expérimentale	89
1. Introduction	89
2. Définition précise des repères	90
2.1. Construction des repères	91
2.1.1. Repère machine	91
2.1.2. Repère Montage d'usinage (Holder)	95
3. Mesures des écarts entre le repère machine et montage	97
3.1. Description du montage d'usinage	97
3.2. Mesure des angles α_H , β_H et γ_H	98
3.3. Calcul des composantes de translation u_H , v_H et w_H	101
4. Essai	102
4.1. Etude de la phase d'usinage des surfaces C et D (Phase 10)	104
4.1.1. Construction des repères	104
4.1.2. Mesures des écarts entre les repères	109
4.1.3. Vérification des déformations de la pièce et du montage	111
4.1.4. Mesures après usinage	112
4.2. Etude de la phase d'usinage de deux encoches (Phase 20)	115
4.2.1. Vérification des déformations de la pièce et du montage	115
4.2.2. Mesures après usinage	116
5. Conclusion	118
Conclusion	119
Bibliographie	121
Annexe	127
1. Exemple d'une pièce avec plan incliné	127
1.1. Etude de la phase 40	129
1.1.1. Influence des défauts dus à l'usinage	129
1.1.2. Influence des défauts du montage d'usinage	130
1.1.3. Influence des défauts de la pièce	135
1.1.4. Influence des dispersions	137
1.2. Etude de la phase 30	143
1.2.1. Influence des défauts dus à l'usinage dans la phase 30	143
1.2.2. Influence des défauts du montage d'usinage dans la phase 30	144
1.2.3. Influence des dispersions dans la phase 30	144
2. Exemple d'une pièce avec rainure droite	146
2.1. Choix du modèle nominal pièce	147
2.2. Etude de l'exigence E_1	147
2.2.1. Mise en œuvre de la démarche ascendante	148
2.2.2. Etude de la phase 40	148
2.2.3. Etude de la phase 30	159

2.2.4. Résultat	164
2.3. Etude de l'exigence E ₂	165
2.3.1. Etude de la phase 40	166
2.3.2. Etude de la phase 30	172
2.3.3. Etude de la phase 20	174
2.3.4. Résultat	178
2.4. Etude de l'exigence E ₃	178
2.5. Etude de l'exigence E ₄	179
2.5.1. Etude de la phase 30	179
2.6. Etude de l'exigence E ₅	180

Introduction

Le tolérancement des pièces mécaniques, appliqué dans les étapes de conception et de fabrication, représente un facteur déterminant pour réussir le bon fonctionnement d'un mécanisme. Les effets induits par ce facteur ont une influence sur la qualité fonctionnelle ainsi que le coût du produit fini. La maîtrise des défauts géométriques au cours de la fabrication des pièces mécaniques permet de garantir la qualité finale du produit.

Dans tout système manufacturier, la phase de préparation du travail pose, durant l'étude d'une pièce à usiner, un énorme problème ayant pour origine le respect des spécifications fonctionnelles. En effet, le bon fonctionnement d'une pièce est conditionné par les contraintes d'ordre dimensionnel et géométrique.

C'est dans cet environnement que nous inscrivons nos travaux sur la cotation de fabrication des pièces mécaniques.

La cotation de fabrication a pour but de déterminer l'état géométrique et dimensionnel intermédiaire de la pièce tout au long de son processus de fabrication. Pour respecter, d'une part, les exigences fonctionnelles données par le dessin de définition et, d'autre part, les contraintes de fabrication (précision de la machine, surépaisseurs minimales d'usinage, ...).

Les outils de simulation et de transfert de fabrication, utilisés dans les entreprises, sont généralement unidirectionnels (chaînes de cotes, méthode ΔI [BOU 73]). Ces outils ne prennent pas en compte les petits écarts angulaires entre les phases d'usinage, car tout est projeté sur un seul repère. C'est le problème qui incite les chercheurs dans ce domaine à développer des modèles de tolérancement tridimensionnels.

Les approches tridimensionnelles ont pour but de gérer les écarts angulaires entre les différentes phases d'usinage. Des approches, développées dans ce domaine, s'appuient directement sur une interprétation tridimensionnelle des spécifications géométriques [CLE 97] [CLE 98], des outils matriciels inspirés de la robotique [DES 97] ou des modélisations tensorielles [WHI 94] pour simuler le cumul des défauts. La méthode de tolérancement TZT (Transfert de Zone de Tolérance) [ANS 05], développée par Anselmetti et *al.*, traite successivement chaque exigence fonctionnelle et chaque exigence de fabrication par une analyse ascendante et un transfert basé sur des règles purement topologiques. Les spécifications de fabrication sont établies directement avec les normes ISO de cotation.

Pierre Bourdet, Eric Ballot et François Thiebaut [BOU 95] [BAL 96] [THI 01] ont développé la méthode ΔTol de tolérancement tridimensionnelle. Cette méthode modélise les déviations des surfaces et les interactions entre pièces d'un mécanisme par des torseurs de petits déplacements.

Face à la complexité des équations obtenues avec la méthode ΔTol nous développons, dans cette présentation, un modèle de tolérancement 3D "TMT" (Three-dimensional Manufacturing Tolerancing). Ce modèle reprend les concepts de la méthode ΔTol et vise à simplifier au maximum les calculs en supprimant les variables inutiles. Dans ce modèle nous proposons un ensemble des innovations, telles que :

- Le développement d'un modèle par exigence fonctionnelle ou de fabrication.
- Le choix d'un nominal pièce construit sur le système de références de l'exigence à traiter.
- L'utilisation d'une méthode de transfert ascendante.
- La définition des repères à partir de la méthode de réglage des machines.
- La détection des variables inutilisées dans les calculs notées F (libre).

Ainsi, nous proposons un modèle d'analyse de tolérance qui permet de vérifier les exigences fonctionnelles ou de fabrication. Ce modèle est basé sur la détermination de l'influence des différents défauts donnés par le processus de fabrication. Ce modèle d'analyse sera validé par une étude expérimentale qui permet de définir précisément les différents repères (repère montage d'usinage et repère machine) et de mesurer les différents défauts pour déterminer les torseurs du modèle.

Ce mémoire est organisé en six chapitres, dont le premier est consacré pour l'état de l'art. Dans ce chapitre, en rappelant quelques notions générales sur la cotation de fabrication, nous présentons un état de l'art concernant les modèles de tolérancement unidirectionnels et tridimensionnels.

Dans le second chapitre, nous justifions le choix du nominal pièce porté par le système de références de l'exigence fonctionnelle étudiée. En effet, une étude de la position du nominal pièce est appliquée sur un exemple de spécification géométrique conforme à la norme ISO en utilisant le concept du torseur de petits déplacements.

Le troisième chapitre présente le modèle de tolérancement 3D "TMT" (Three-dimensional Manufacturing Tolerancing). Avec ce modèle, nous déterminons tous les informations nécessaires à l'analyse et la synthèse de tolérance. Ce modèle est appliqué sur un exemple de spécifications géométriques qui permet de localiser une surface inclinée par rapport à un système de références.

Dans le quatrième chapitre, nous exploitons les résultats trouvés par le modèle TMT en développant un modèle d'analyse des tolérances. Ce modèle permet d'identifier l'influence des différents défauts du processus de fabrication sur l'écart de la surface tolérancée. Avec le cumul de ces défauts, il sera possible de vérifier la faisabilité de la spécification étudiée.

Dans le chapitre 5, nous présentons la synthèse de tolérance. Nous proposons donc une méthode de répartitions des tolérances dans les différentes phases de réalisation de la pièce.

Le dernier chapitre est consacré pour l'étude expérimentale. Cette étude permet de valider les résultats trouvés par l'analyse des tolérances.

CHAPITRE 1

État de l'art

L'étude de fabrication fait partie de l'étape de fabrication dans le cycle de vie d'un produit mécanique (figure 1.1). Elle consiste à déterminer le processus de réalisation des pièces. La génération des gammes de fabrication consiste à grouper les opérations d'usinage phase par phase en précisant les méthodes et les procédés utilisés. Pour chaque phase, il faut définir les caractéristiques géométriques de la pièce dans son état intermédiaire. C'est le but de la cotation de fabrication. La simulation géométrique d'usinage est un outil de la cotation de fabrication qui permet d'estimer la précision que l'on peut espérer du processus étudié.

La cotation de fabrication décrit l'état géométrique et dimensionnel intermédiaire de la pièce tout au long de son processus de fabrication. Elle est fonction des choix effectués lors de l'Avant-projet d'Etudes de Fabrication (APEF). Cette étude permet de respecter les exigences fonctionnelles de la pièce dans son mécanisme, ainsi les exigences de fabrication qui ponctuent les difficultés de réalisation de la pièce (conditions de fabrication, de conditionnement, d'assemblage, de manutention, ...).

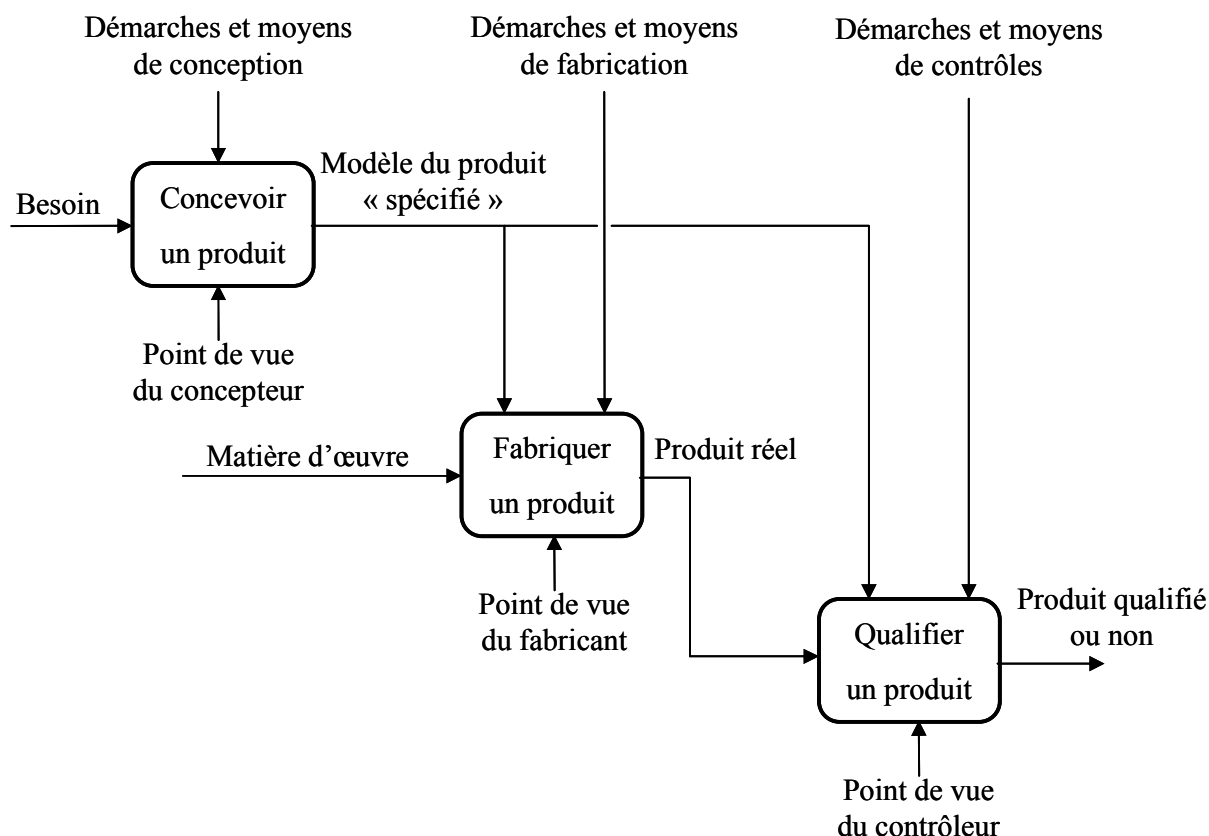


Figure 1.1. Cycle de vie d'un produit au point de vue GPS

La démarche de cotation s'appuie sur le métier des experts qui connaissent la qualité des moyens mis en œuvre, généralement à travers des indicateurs de capacité.

La simulation d'usinage consiste à utiliser une modélisation géométrique des défauts de fabrication afin de recenser l'ensemble des sources d'écarts qui ont un effet sur les conditions fonctionnelles et de fabrication. Elle se fonde sur la prédiction de l'influence des défauts.

La simulation permet d'analyser un avant-projet d'études de fabrication en identifiant et en classant les défauts susceptibles d'être générés tout le long du processus de fabrication. Ceci permet de valider la gamme de fabrication prévisionnelle.

La simulation permet également la synthèse d'un avant-projet d'études de fabrication. En optimisant les tolérances de fabrication, elle aide au choix des procédés les plus adaptés en fonction des exigences à respecter.

1. Les différentes approches de la cotation de fabrication

La cotation de fabrication consiste à déterminer les spécifications des pièces dans leur état intermédiaire. Il s'agit de définir le type de spécification et de quantifier la tolérance associée.

La simulation géométrique d'usinage met en situation selon un modèle donné, l'ensemble des défauts géométriques qui apparaissent au cours de la gamme de production envisagée. Elle contribue à la cotation de fabrication en détaillant les effets des défauts de fabrication sur les exigences à respecter.

Plusieurs modèles de simulation sont utilisés dans la cotation de fabrication, des modèles unidirectionnels, bidimensionnels et tridimensionnels. Nous citons par la suite quelques exemples de ces modèles.

1.1. Approches unidirectionnelles et bidimensionnelles

La méthode unidirectionnelle des Δl [BOU 73], élaborée par Pierre Bourdet, est exploitée dans certaines entreprises. Les cotes de fabrication d'une pièce sont déterminées, suivant une direction choisie, avec des tolérances optimales en cherchant le trajet le plus court qui lie les deux surfaces de la condition. Cette méthode repose sur la suite des étapes suivantes :

- Identification des éléments géométriques, pouvant être traités dans la direction choisie, par numérotation de gauche à droite (figure 1.2).
- Simulation des données dans un tableau contenant pour chaque phase : les surfaces usinées qui doivent se trouver dans une zone de largeur Δl_i , les surfaces de reprise qui doivent se trouver dans une zone de largeur Δl_j^1 , avec i étant le numéro de surface et j le numéro de phase d'usinage.

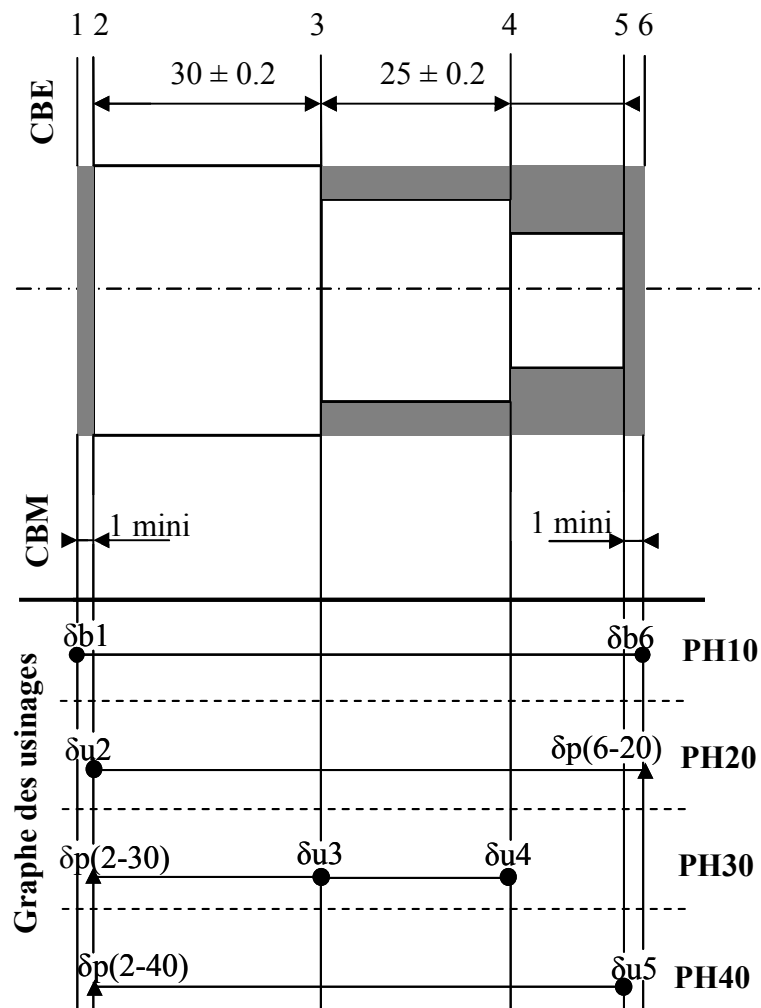


Figure 1.2. Croquis de la pièce avec les CBE, les CBM
et le graphe des usinages [Bourdet]

- Traitement des spécifications fonctionnelles en les décomposant en spécifications de fabrication.
- Formulation des inéquations à partir des tableaux déjà réalisés.
- Résolution des inéquations à fin d'obtenir tous les cotes et les tolérances de fabrication, par un algorithme de calcul

L'approche multidirectionnelle [ANS 93] permet d'étudier la combinaison des défauts sur des pentes ou des cônes. Cette approche introduit les liens entre les surfaces usinées par un même outil en commande numérique (les erreurs de jauges d'outil n'interviennent pas sur certaines cotes fabriquées).

B. Anselmetti a complété cette approche pour définir les règles de cotation avec les normes ISO dans chaque phase [ANS 03].

La méthode de simulation statistique 2D [CHE 99] permet de répartir des zones de tolérances géométriques différentes de forme carrée, rectangulaire ou circulaire en tenant compte de la capacité des moyens de production. La méthode de répartition présentée est basée sur une décomposition surfacique de la zone de tolérance de la spécification géométrique en tenant compte de la cotation ISO des contrats de phases. Cette approche permet également d'appliquer des lois de distributions différentes sur chaque maillon et de faire un calcul statistique connaissant les capacités des moyens.

Cependant, les approches unidirectionnelles et bidimensionnelles ne prennent pas en compte l'influence des défauts de forme et d'orientation des surfaces, car tout est projeté sur un seul repère. De nombreux travaux de recherche se penchent sur des modèles de tolérancement tridimensionnels.

1.2. Approches tridimensionnelles

Vu la nécessité d'étudier et de prendre en compte l'influence des défauts de forme et d'orientation des surfaces du système de références, il fallait trouver des outils permettant de remédier aux limites des approches 1D et 2D. Les outils de simulation tridimensionnels ont pour but de gérer les écarts angulaires entre les différentes phases d'usinage. Ces méthodes se différencient par les outils de modélisations utilisés.

Clément *et al.* [CLE 96] proposent le tenseur d'incertitude qui permet d'établir la modélisation tridimensionnelle des procédés de fabrication et la cotation de fabrication par l'intermédiaire des SATT. Cette approche simule le déplacement de points de la pièce en fonction de l'incertitude des points de contact théoriques de mise en position mais ne considère pas les dispersions d'usinage. L'hypothèse du contact entre la pièce et le porte-pièce localisé par des points nécessite d'être vérifiée.

La modélisation cinématique des défauts de fabrication proposée par Bénéa [BEN 01] permet de simuler la fabrication d'une pièce. La modélisation est basée sur une représentation des défauts de fabrication par matrices Jacobéennes. Cette approche donne des résultats d'analyse des tolérances fabriquées, mais elle permet de faire une étude de sensibilité des tolérances fonctionnelles par rapport aux sources de défauts de production.

En revanche, aucune expérimentation n'est faite sur cette approche et l'origine des défauts fabriqués simulés dans le modèle est inconnue.

Bennis et *al.* [BEN 97] [BEN 98] proposent une méthode algébrique de transfert de tolérances géométrique pour la fabrication.

Spiewak [SPI 94] propose une simulation géométrique d'une phase de fraisage à partir des travaux de Denavitt et Hartenberg [DEN 55] sur la modélisation des manipulateurs. Sa modélisation détaille les différents phénomènes caractéristiques de fraisage (battements et excentration d'outil, inclinaison de broche, erreurs de mouvement et de trajectoires, déformation pièce et outil,...). L'étude très détaillée mais elle ne concerne que la phase, elle ne permet pas d'étudier un avant-projet d'étude de fabrication en cumulant une succession de phases. Cette approche nécessite de connaître les différents ordres de grandeur des défauts pris en compte, ces valeurs sont, pour l'instant, issues de modèles et peu d'expérimentations.

La méthode de tolérancement TZT (Transfert de Zone de Tolérance) [ANS 05], développée par Anselmetti et *al.*, traite successivement chaque exigence fonctionnelle et chaque exigence de fabrication par une analyse ascendante et un transfert basé sur des règles purement topologiques. Les spécifications de fabrication sont établies directement avec les normes ISO de cotation.

Cette méthode utilise les tableaux de mise en position, un tableau de chaînes de cotes 3D et 6 règles pour effectuer la synthèse qualitative de tolérancement (figure 1.3).

Position		Orientation	
Plane 	Surface z 	Plane 	Plane
axis D 	according to comments 	Cylinder 	Cylinder
Point F 	s 	Surface t 	Surface according to comments
Form 		according to comments 	

Figure 1.3. Représentation vectorielle des zones de tolérance [ANS 05]

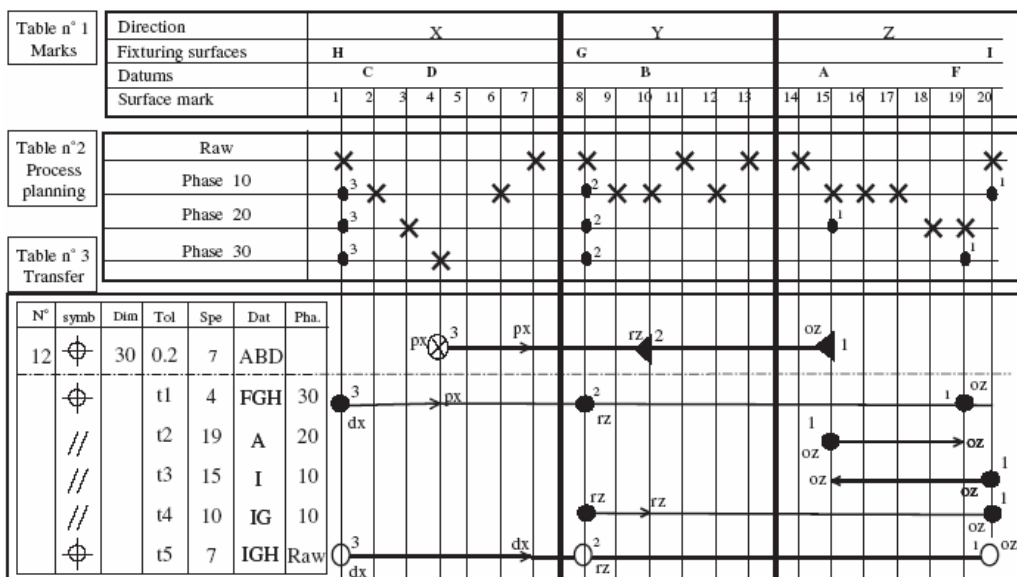


Figure 1.4. Tableaux de transfert de fabrication [ANS 05]

La méthode de tolérancement 3D TZT fait donc les transferts en analysant les degrés de liberté des surfaces tolérancées et des surfaces de références à l'aide d'une représentation vectorielle des zones de tolérances.

Cette approche manuelle génère les spécifications de fabrication justes nécessaires pour garantir le respect de cette condition. Cependant, le calcul 3D de la résultante est en cours de développement sur la base d'un calcul analytique.

D'autre part, Mathieu et al. [MAT 98] présentent un examen compréhensif, en termes de modelage, représentation et normes de tolérances, sur une base théorique concrète.

Dong Z. [DON 97] a développé une méthode de synthèse de tolérance en fabrication avec optimisation de coût.

D'autres chercheurs adoptent la théorie de matrices au modèle des zones de tolérance (représentation matricielle de tolérances). Desrochers et Clément [DES 94] ont développé un modèle d'assistance de dimensionnement et de tolérancement pour les systèmes de CAO/FAO. Desrochers et Rivière [DES 97] ont présenté cette théorie. Ils ont montré mathématiquement que la position d'un élément géométrique, concernant un cadre de référence global, peut être changée par un déplacement invariable. Par exemple, une surface cylindrique est invariable dans la rotation et la translation le long de son axe propre. Donc le déplacement non-invariable pour un cylindre nécessite de fixer quatre degrés de liberté (figure 1.5) qui peuvent être représentés sous forme d'une matrice de transformation homogène :

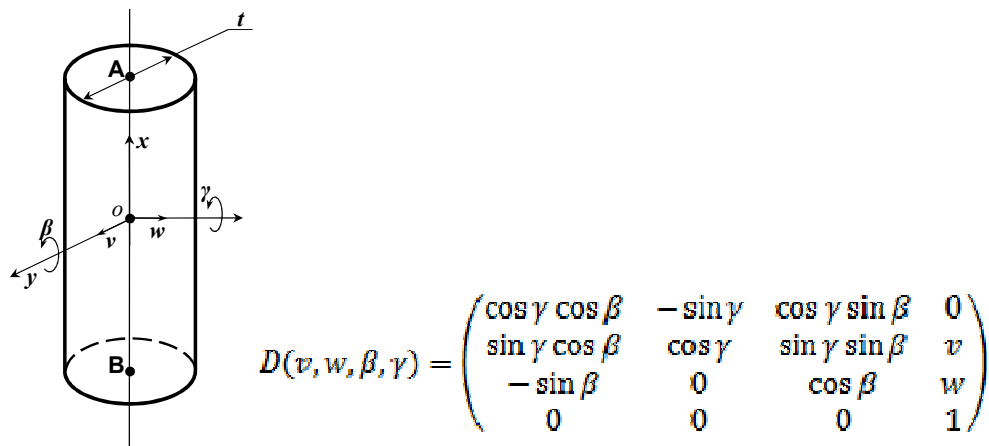


Figure 1.5. Zone de tolérance cylindrique pour une représentation matricielle [DES 97]

Cette représentation matricielle est complétée par un jeu d'inégalités définissant les limites de la zone de tolérance. Dans cette méthode, la propagation de tolérances dans une chaîne est traitée par une transformation de coordonnées habituelles, qui est aussi représentée par une matrice. Salomons et *al.* [SAL 96a] [SAL 96b] montrent quelques applications de cette méthode dans les problèmes d'analyse de tolérance. D'autres méthodes utilisant la représentation matricielle de tolérances peuvent aussi être trouvées dans Whitney et *al.* [WHI 94] et Cardewhall et *al.* [CAR 93].

Puisqu'il est très intuitif de représenter une chaîne de cotes et des tolérances comme une liaison de vecteurs, quelques approches ont été annoncées qui utilisent le tolérancement vectoriel (Wirtz et *al.* [WIR 91], [WIR 93]) pour l'analyse de tolérance 3D. Radouani et *al.* [RAD 00] présentent une nouvelle approche pour des chaînes minimales dans le tolérancement 3D, qui est basé sur la matrice de transformation homogène et l'utilisation de tolérancement vectoriel. Ils donnent aussi une comparaison de GD&T et des méthodes d'analyse de tolérance VD&T.

Kanaï et *al.* [KAN 95] ont présenté une méthode de synthèse de tolérance optimale avec l'algorithme génétique.

Une méthode statistique de synthèse de tolérance présentée par Zhang et *al.* [ZHA 99] en utilisant la distribution des zones fonctionnelle. Ainsi l'analyse de tolérance dans la gamme d'usinage est présentée par Huang et *al.* [HUA 96] [HUA 97].

Desrochers et Verheul [DES 99] ont proposé une méthode de transfert de tolérance 3D en décrivant les déviations des surfaces par un torseur des petits déplacements dont les déplacements invariants (SATT) sont nuls.

Bourdet et Ballot [BOU 95], ont développé la méthode de tolérancement ΔTol avec le concept du torseur des petits déplacements (TPD) pour décrire l'écart entre les surfaces usinées et les surfaces de la pièce nominale. Ils proposent un modèle qui utilise différents types de torseurs : torseur défaut, torseur d'écart, torseur jeu et torseur de petits déplacements par pièce. Deux opérateurs, intersection et l'union, sont aussi définis, qui dictent les règles de la propagation de tolérance 3D. Cette démarche est applicable en tolérancement fonctionnel, en métrologie [BOU 96] et en tolérancement de fabrication [BAL 96] [BAL 97].

Dans cette méthode les auteurs mesurent la déviation des surfaces du modèle idéal associé par rapport au modèle nominal. Ils utilisent pour décrire cette déviation un torseur des petits déplacements tel que représenté figure 1.6.

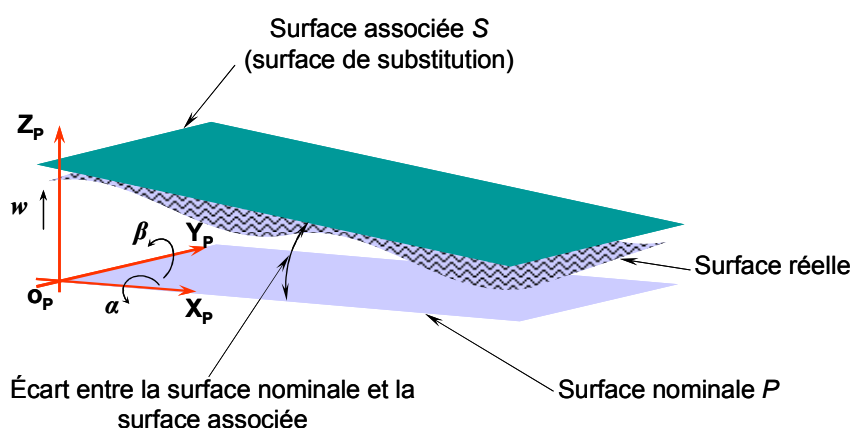


Figure 1.6. Torseur de petits déplacements d'un plan [Bourdet et al.]

Les composantes de ce torseur représentent soit une déviation soit des invariances en fonction de la classe de la surface.

$$\tau_{S/P} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha & ind(tx) \\ \beta & ind(ty) \\ ind(rz) & w \end{array} \right\}_{(O_P, R_P)}$$

R_p : la base du repère R_p .

Les torseurs décrivent, pour une liaison élémentaire, la position de la pièce B (figure 1.7) par rapport à sa position nominale fonction de la position de la pièce A par rapport à sa position nominale, des défauts des surfaces 1/A et 2/B et du lien 1/2 en utilisant l'équation suivante :

$$T_{B/R} = T_{A/R} + T_{1/A} - T_{2/B} + T_{1/2}$$

Ils écrivent ensuite que la position d'une pièce dépend de l'unification des positions obtenues par chacune des liaisons élémentaires.

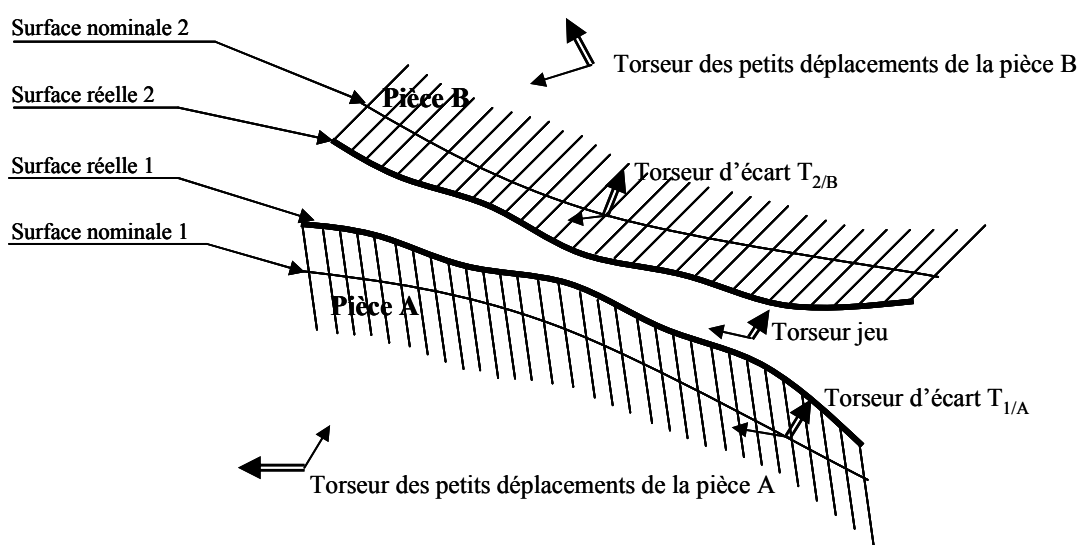


Figure 1.7. Les torseurs de petits déplacements d'une liaison [BOU 95]

Dans la méthode ΔTol les auteurs ont défini un modèle nominal pièce en position quelconque au cœur de la matière. Ce choix nécessite la construction d'un second nominal associé au système de références de l'exigence. Les équations obtenues sont alors particulièrement complexes, ce qui rend difficile l'étape de recherche de la situation la plus défavorable et l'optimisation.

Le torseur des petits déplacements était largement l'outil le plus utilisé pour traiter les effets 3D dans la cotation de fabrication.

Cette méthode de tolérancement est raffinée dans [BAL 96] [BAL 98] [BAL 01], où les méthodes d'accumulation des écarts sont formalisées. François Thiebaut [THI 01], a appliqué le concept du torseur des petits déplacements dans l'analyse et la synthèse de spécifications fonctionnelle.

Louati et *al.* [LOU 06] ont appliqué le concept du torseur des petits déplacements pour optimiser la mise en position d'une équerre et représenter l'influence des défauts de la pièce sur la surface tolérancée.

Ce concept du torseur de petits déplacements est aussi utilisé par Giordano et *al.* [GIO 93] [GIO 99] [GIO 01] qui définit les liaisons entre pièces sous forme de torseurs jeu.

Les contacts sont pris en compte sous forme de limites sur les paramètres de ces torseurs exprimés par les domaines jeu (figure 1.8). Le jeu « résiduel » résulte de la combinaison des écarts des surfaces en vis à vis et du jeu « spécifié » (jeu entre les surfaces nominales).

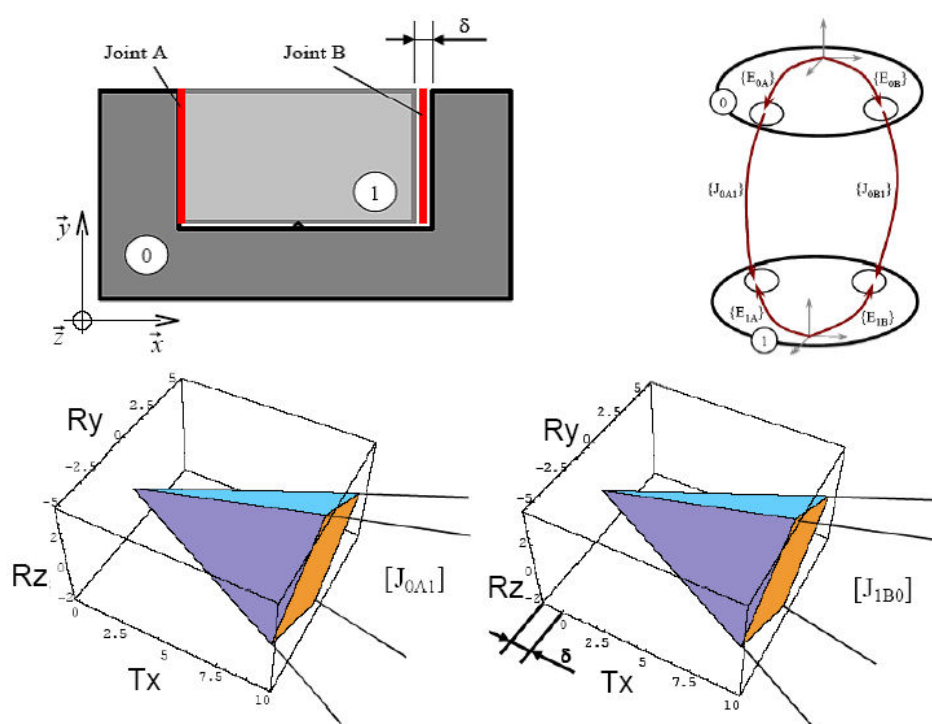


Figure 1.8. Représentation des défauts géométriques de liaison
Par des domaines jeux et écart [Giordano et *al.*]

L'approche basée sur le concept SDT a été avancée par Teissandier et *al.* [TEI 97] [TEI 98] [TEI 99], en utilisant le concept de PACV (proportioned assembly clearance volume). Par le modelage de la surface tolérancée, il est possible de calculer les limites des petits déplacements d'une surface tolérancée à l'intérieur d'une zone de tolérance. Ils ont montré comment PACV pourrait être associé en série ou en parallèle entre deux surfaces, qui forme une base pour la chaîne de tolérance 3D.

Villeneuve et Legoff [LEG 99] [VIL 01] ont modélisé les défauts géométriques de fabrication avec les torseurs de petits déplacements. En considérant chaque phase comme un mécanisme et l'enchaînement des phases comme des changements de configuration, un premier modèle de simulation de la gamme de fabrication a permis d'exprimer les conditions géométriques à respecter sous la forme de torseurs en fonction de défauts de fabrication. Des mesures de quantification des torseurs défauts sur une série de pièces fabriquées ont permis de caractériser le cumul des dispersions 3D d'usinage et de mise en position.

Ces travaux sont poursuivis notamment pour l'aide à la cotation de fabrication et de transfert des tolérances de fabrication [VIL 03] [VIG 03].

Vignat [VIG 05] a développé un modèle de la pièce fabriquée "MMP" (Model of Manufactured Part) qui est une association du modèle nominal et du modèle idéal associé à la pièce fabriquée (figure 1.9).

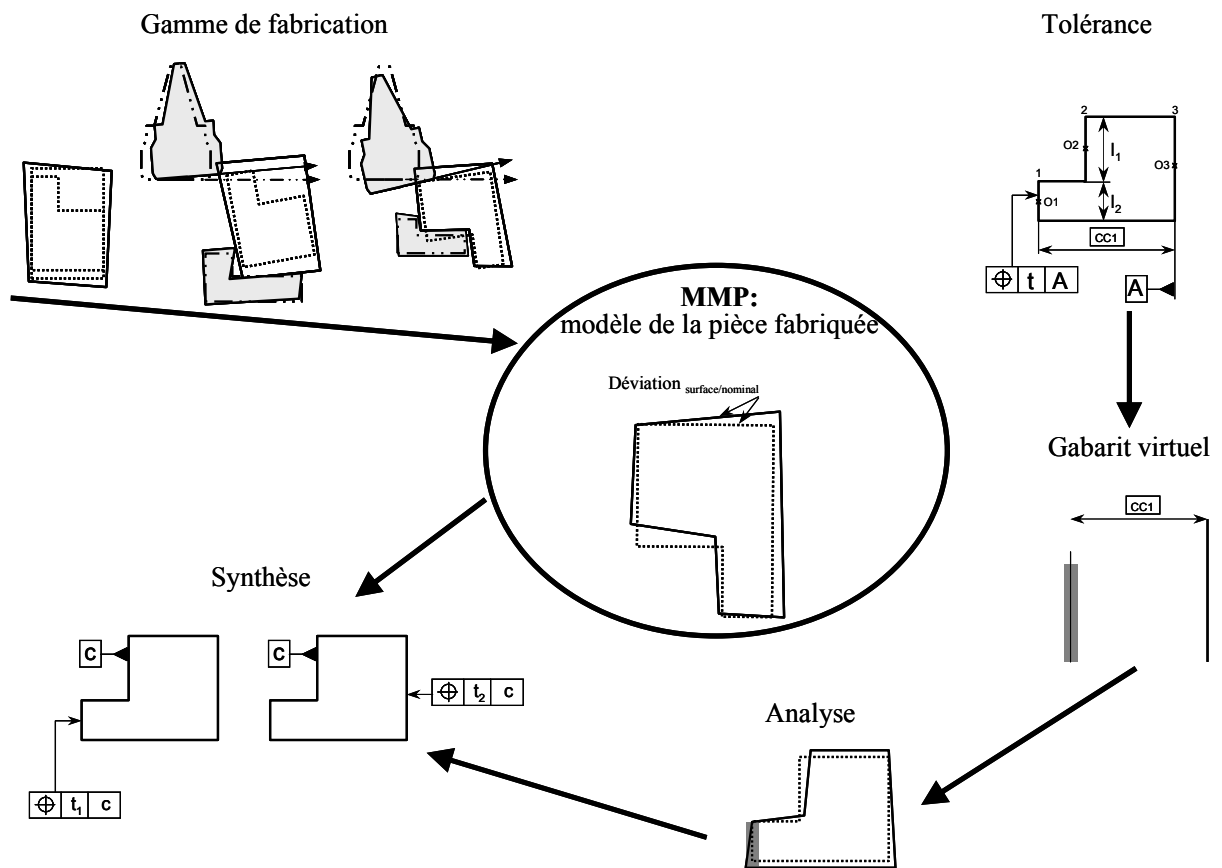


Figure 1.9. Vue générale de la méthode MMP [VIG 05]

Les surfaces du modèle idéal sont associées avec les surfaces réelles en utilisant des critères à optimiser (par exemple critère des moindres carrés).

Les déviations des surfaces fabriquées par rapport au modèle nominal sont déterminées par simulation du processus de fabrication. Le modèle MMP permet de collecter les défauts générés pendant un processus virtuel de fabrication. Ce modèle est aussi utilisé pour effectuer l'analyse des spécifications fonctionnelles. Ces spécifications sont modélisées par des gabarits virtuels qui possèdent des propriétés intrinsèques et d'assemblage avec le MMP conformément à la norme. Le modèle MMP permet également la détermination des spécifications de fabrication sous la forme d'inéquations ou, après une étape supplémentaire, sous la forme de spécification ISO.

Desrochers *et al.* [DES 03] modélisent les liens par des torseurs des petits déplacements et les contacts de la même manière qu'ils modélisent les limites de variation des surfaces spécifiées. Ils modélisent par exemple un contact cylindre/cylindre avec jeu par une coaxialité de tolérance la valeur du jeu. Ceci leur permet de modéliser l'ensemble liaisons, limites données par les conditions de non pénétration par des SDTI (Small Displacement Torsor with Interval).

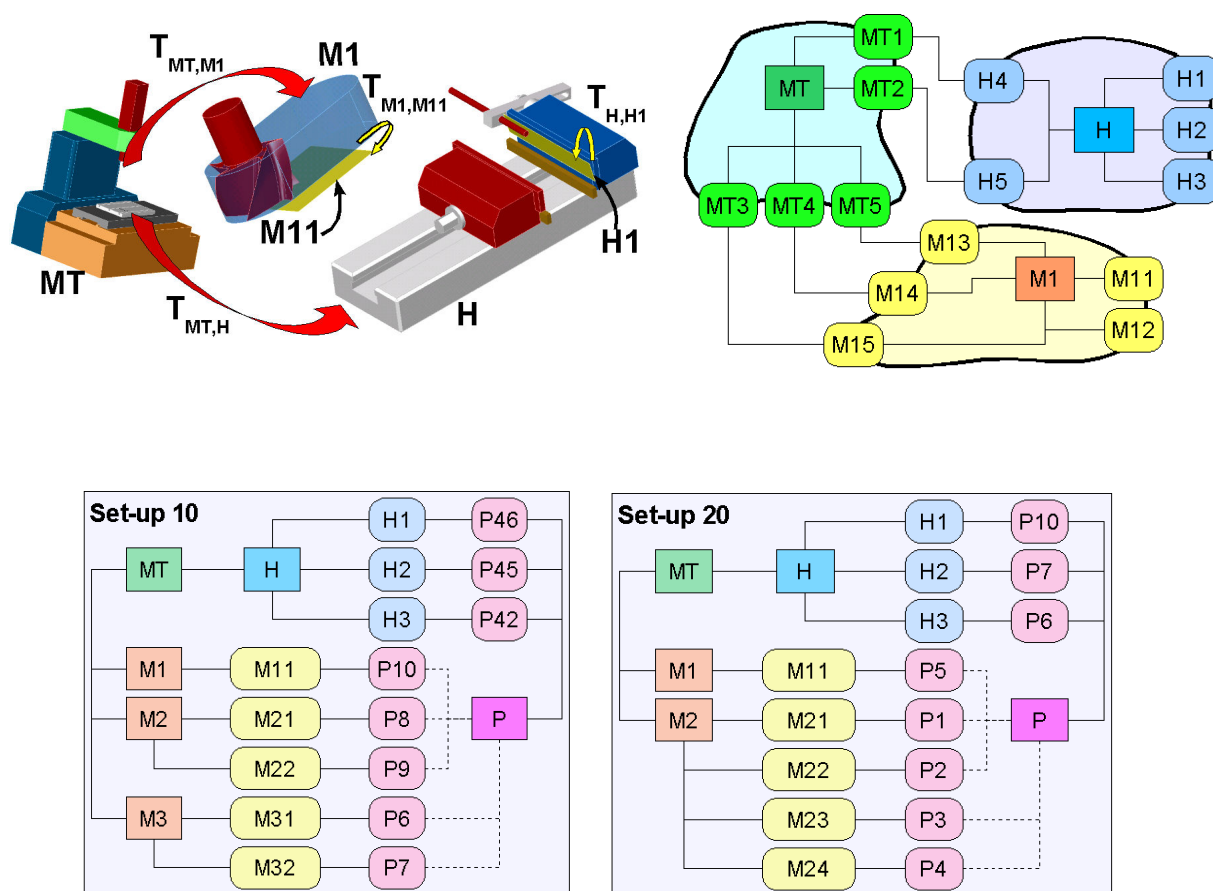


Figure 1.10. Représentation graphique du processus de fabrication [TIC 05].

Tichadou et *al.* [TIC 04] [TIC 05] proposent une représentation sous forme de graphe du processus de fabrication (figure 1.10). On retrouve dans ce graphe les phases successives et pour chaque phase les surfaces de mise en position et leur hiérarchie et les surfaces usinées. Ils proposent ensuite deux méthodes d'analyse. La première utilise un modèle torseur des petits déplacements. La deuxième se base sur l'utilisation d'un outil de CFAO dans lequel ils modélisent un processus de fabrication avec défaut. Ils mesurent ensuite virtuellement la pièce réalisée et vérifient ainsi sa conformité.

Le modèle de tolérancement élaboré dans cette thèse, repose sur le concept du torseur de petits déplacements (TPD). Nous décrivons donc, par la suite, la formulation du modèle de tolérancement tridimensionnel avec ce concept. Cette formulation nous permet d'avoir une idée claire sur les torseurs de petits déplacements, pour pouvoir les manipuler dans notre modèle de tolérancement (TMT).

2. Formulation du modèle de tolérancement avec les TPDs

2.1. Hypothèses

La méthode ΔTol développée par Bourdet et *al.*, repose sur ces différentes hypothèses :

- Conservation de la typologie de la surface nominale pour modéliser la surface réelle. Une surface réelle nominale plane sera donc représentée par un plan.
- La surface « parfaite » représentant la surface réelle sera tangente et extérieure à la matière par rapport à la surface réelle de la pièce. Cette surface est appelée « surface de substitution » (figure 1.11).

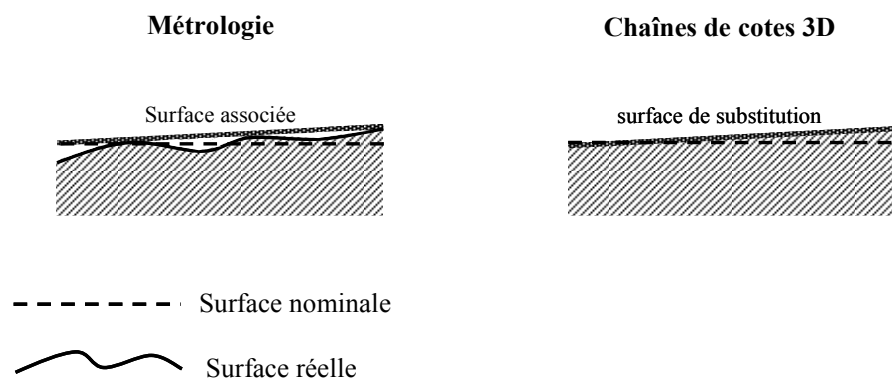


Figure 1.11. modélisations de la surface réelle [BOU 95]

- La faible amplitude des défauts par rapport aux dimensions nominales des pièces permet de modéliser la transformation, qui associe à la surface nominale la surface modèle du réel, par un torseur de petits déplacements.
- Le déplacement des pièces sous l'effet de leur défauts et lui aussi un déplacement de faible amplitude et peut-être modélisé par un torseur de petits déplacements.

2.2. Types de variables pour les défauts

Le déplacement nécessaire pour obtenir la superposition de la surface nominale avec la surface de substitution, du fait des invariances possibles par déplacement de la surface nominale, peut être réalisé par une infinité d'invariances de transformations. En effet, les surfaces utilisées dans les liaisons mécaniques possèdent des propriétés d'invariance par translations ou rotation particulières.

Le torseur qui modélise le petit déplacement qui relie une surface de substitution à sa surface nominale est exprimé, dans un repère orthonormé qui contient la normale au plan nominal, sous la forme canonique suivante :

$${}_{\mathbf{o}}\{T_{\text{Substitution / Nominale}}\}_{R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{Bmatrix} \alpha & \mathbf{u} \\ \beta & \mathbf{v} \\ \gamma & \mathbf{w} \end{Bmatrix}_{R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Soit le torseur des petits déplacements d'un élément au point \mathbf{o}_i exprimé dans le repère R_i :

$${}_{\mathbf{o}_i}\{T\}_{R_i} = \begin{Bmatrix} \mathbf{\Omega} \\ D_{\mathbf{o}_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha x + \beta y + \gamma z \\ ux + vy + wz \end{Bmatrix}$$

L'expression de ce TPD au point \mathbf{o} , dans le repère R est donnée par la relation suivante :

$${}_{\mathbf{o}}\{T\}_R = \begin{Bmatrix} R_{\mathbf{o},i} \cdot \mathbf{\Omega} \\ R_{\mathbf{o},i} \cdot (D_{\mathbf{o}_i} + (R_{\mathbf{o},i}^T \cdot \mathbf{oo}_i) \wedge \mathbf{\Omega}) \end{Bmatrix}$$

avec $R_{\mathbf{o},i}$ la matrice de rotation de R à R_i et \mathbf{oo}_i le vecteur de translation de R à R_i exprimé dans R .

Si l'on considère un torseur de petit déplacement entre une surface théorique et sa surface de substitution associée. On a alors pour le torseur associé à ce déplacement un ensemble de composantes d'invariance que l'on qualifiera d'indéterminées.

Pour illustrer cette distinction, nous considérons un plan, représenté par la figure 1.12, pour lequel on a représenté les composantes de déplacement indéterminées et que l'on notera $i(kl)$ où l'indice k est le type de déplacement (r ou t) et l'indice l la direction (x, y ou z).

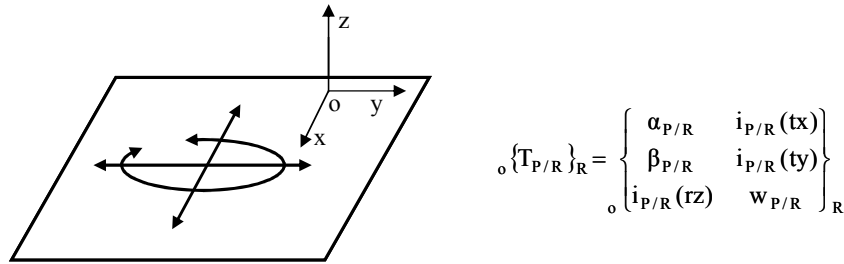


Figure 1.12. Composantes de déplacement indéterminées d'un plan [BOU 95]

Ces Composantes de petits déplacements étant toujours indéterminées, dans le repère associé à la surface et par rapport à la surface considérée, cela signifie que l'on a pour ces composantes les propriétés suivantes :

$$\forall a \in \mathfrak{R} ; a + i(kl) = i(kl)$$

et

$$\forall a, b \in \mathfrak{R}^2 ; a \cdot i(kl) + b \cdot i(kl) = i(kl)$$

2.3. Les torseurs de petits déplacements du modèle

Dans un mécanisme les défauts des pièces, les jeux interpièces ainsi que les petits déplacements des pièces, sont modélisés par un ensemble de torseurs de petits déplacements que nous allons définir.

2.3.1. Torseur d'écart

- Un torseur d'écart exprime l'écart entre une surface nominale et une surface de substitution (figure 1.5).
- Un torseur d'écart est associé à une surface de la même manière que l'on associe une dispersion Δl à chaque surface d'une pièce.

- Le torseur d'écart est construit par la composition de deux torseurs. Un torseur de petit déplacement de la surface et un torseur de variation des caractéristiques intrinsèques à la surface.

Exemple : cas d'un arbre de direction z.

$${}_o\{T_{Sub / Nom}\} = \begin{Bmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \\ i(rz) & i(tz) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 & dr \cos \theta \\ 0 & dr \sin \theta \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha & u + dr \cos \theta \\ \beta & v + dr \sin \theta \\ i(rz) & i(tz) \end{Bmatrix}$$

p est un point de la surface paramétré par θ

- Les torseurs d'écart modélisent ainsi les défauts de position, d'orientation et intrinsèques à chaque surface d'une pièce.

2.3.2. Torseur de défaut

Un torseur de défaut exprime le défaut relatif entre deux ou plusieurs surfaces réelles d'une pièce. Dans le cas où on exprime le défaut entre deux surfaces, le torseur de défaut peut être calculé par la composition des deux torseurs d'écart de chaque surface.

Exemple : torseur de défaut entre deux plans nominalement non parallèles.

$$\{T_{Plan 1 / Plan 2}\} = \{T_{Plan 1 / Pièce}\} - \{T_{Plan 2 / Pièce}\} = \begin{Bmatrix} \alpha_{1/2} & i_{1/2}(tx) \\ i_{1/2}(ry) & i_{1/2}(ty) \\ i_{1/2}(rz) & i_{1/2}(tz) \end{Bmatrix}$$

2.3.3. Torseur Jeu

Un torseur jeu exprime le jeu entre deux surfaces de pièces différentes et nominalement en contact. On trouvera donc un torseur jeu associé à chaque couple de surfaces d'un mécanisme formant une liaison. Le torseur jeu concerne donc uniquement deux surfaces appartenant à des pièces différentes.

En effet, la pièce considérée ici est une cale immatérielle qui formalise le jeu entre les deux pièces. L'opérateur de recherche du domaine d'intersection des écarts est appliqué sur cette pièce virtuelle composée uniquement de deux surfaces.

Exemple : torseur jeu d'un cylindre d'axe x en contact avec un plan de normale portée par z.

$$\{T_{Plan / Cylindre}\} = \begin{Bmatrix} J(rx) & Ind(tx) \\ Ind(ry) & Ind(ty) \\ Ind(rz) & J(tz) \end{Bmatrix}$$

Où le symbole **J** représente les composantes du jeu de la liaison et **Ind** les composantes indéterminées de la liaison.

2.3.4. Torseur de petits déplacements de chaque pièce

Le torseur de petit déplacement associé à chaque pièce joue un rôle central dans ce modèle. Ce torseur établit, à travers les différentes chaînes de composition des divers petits déplacements, le lien entre tous les écarts d'une pièce.

$${}_o\{T_{p/R}\}_R = \begin{Bmatrix} \alpha_{p/R} & u_{p/R} \\ \beta_{p/R} & v_{p/R} \\ \gamma_{p/R} & w_{p/R} \end{Bmatrix}_R$$

3. Conclusion

Dans ce chapitre 1 nous avons analysé des travaux déjà réalisés dans le domaine de cotation fabrication. Cette analyse montre la nécessité d'un modèle tridimensionnelle et d'une méthode générique de synthèse et d'analyse des spécifications de fabrication. Le modèle 3D de simulation de fabrication permet de tenir compte des défauts de forme et d'orientation des surfaces.

Dans ce travail nous choisissons le concept du torseur de petits déplacements, développé par P. Bourdet *et al.*, pour représenter les écarts géométriques de fabrication. Ce travail est donc une variante de la méthode ΔTol avec un modèle nominal pièce porté par le système de références de l'exigence fonctionnelle à analyser et une définition précise des systèmes de références dans chaque phase en corrélation avec le processus de réglage des machines.

CHAPITRE 2

Etude de la position du nominal pièce

La méthode de simulation ΔTol [BOU 95], proposée par P. BOURDET, permet de calculer les écarts des surfaces «réelles» par rapport à un modèle nominal pièce. Ces écarts peuvent être déterminés à partir des écarts des montages d'usinage et des surfaces usinées. BOURDET et *al.* proposent de considérer un nominal en position quelconque au cœur de la matière.

Le modèle nominal de la pièce est défini par le modèle CAO (surfaces parfaites en positions parfaites). Il est complété par toutes les surfaces nominales brutes et les surfaces nominales intermédiaires en production (surfaces parfaites). A chaque surface S_i ou B_i correspond donc une surface nominale P_i (figure 2.1).

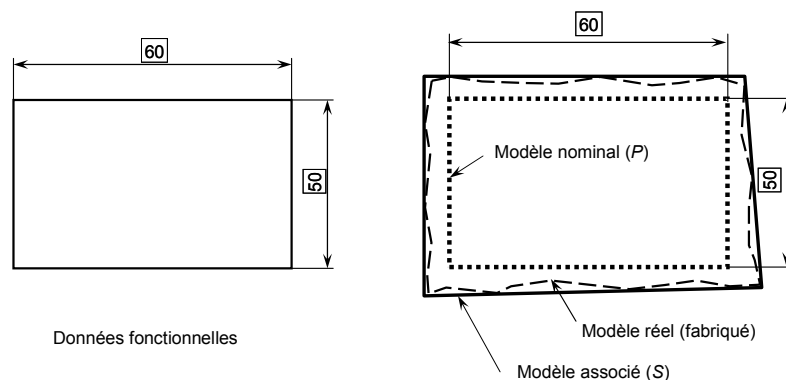


Figure 2.1. Construction du nominal

Dans ce chapitre, il s'agit de voir comment on vérifie une spécification géométrique conforme à la norme ISO en utilisant le concept du torseur de petits déplacements. Cette norme impose de construire un autre modèle nominal sur le système de références (AB dans le cas de la figure 2.2).

La difficulté majeure porte sur la définition de la référence secondaire B qui doit être perpendiculaire à A et minimax à la surface B. Le problème est donc de déterminer où se trouve le contact entre la référence et la surface réelle.

La pièce à étudier est définie par un dessin de définition figure 2.2, qui comporte seulement une exigence fonctionnelle objet de cette étude. La surface inclinée d'un angle θ est spécifiée par la localisation par rapport aux surfaces A et B.

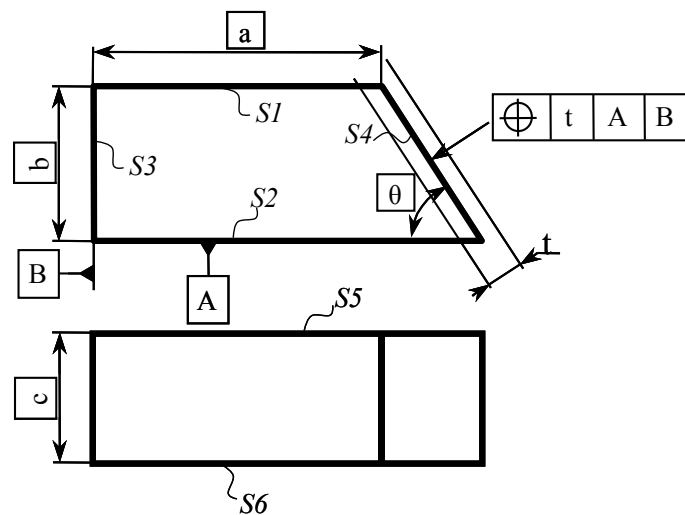


Figure 2.2. Dessin de définition

Le nominal de la pièce est défini par la figure 2.3.

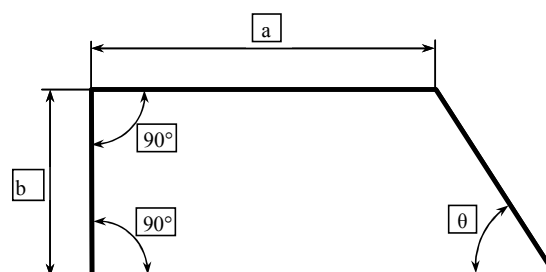


Figure 2.3. Données nominales

1. Écarts des surfaces obtenues

Pour présenter les différents torseurs, exprimant les écarts entre les surfaces réelles qui sont représentées par leur surface de substitution et les surfaces nominales, P. Bourdet propose de choisir une position quelconque du nominal pièce à l'intérieur du solide (figure 2.4).

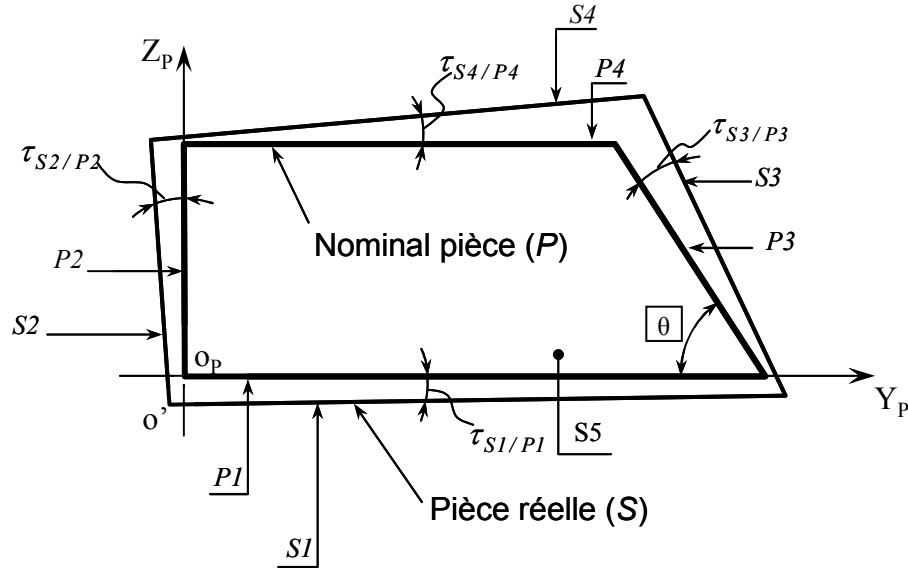


Figure 2.4. Désignation des torseurs des écarts

avec :

$R_P (o_p, \vec{X}_p, \vec{Y}_p, \vec{Z}_p)$: Repère porté par le nominal pièce (P).

L'écart entre chaque surface réelle et sa surface nominale correspondante est exprimé par un torseur de petits déplacements.

τ_{S_i/P_i} : Torseur d'écarts de la surface réelle (S_i) par rapport à sa surface nominale (P_i).

Les différents torseurs d'écarts des surfaces dans le repère R_P au point o_p sont :

$$\tau_{S1/P1} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ \beta_1 & 0 \\ 0 & w_1 \end{Bmatrix}_{(o_p, R_P)} \quad \text{et} \quad \tau_{S2/P2} = \begin{Bmatrix} \alpha_2 & 0 \\ 0 & v_2 \\ \gamma_2 & 0 \end{Bmatrix}_{(o_p, R_P)}$$

Il s'agit ici de l'écart entre deux surfaces planes. Il est inutile de chercher les valeurs des écarts laissant le plan invariant, on laisse ces valeurs à $\mathbf{0}$. Certains auteurs utilisent une notation \mathbf{U} ou indéterminée, qui n'est pas utile pour ce calcul.

Pour le torseur d'écarts de la surface (S_3) par rapport à la surface (P_3), on commence par l'écriture de ce torseur dans le repère local R_3 au point o_3 centre de la face (figure 2. 5). Ensuite, avec un changement de base et l'application de la relation de changement du point de réduction, ce torseur d'écarts est écrit dans le repère R_P au point o_P .

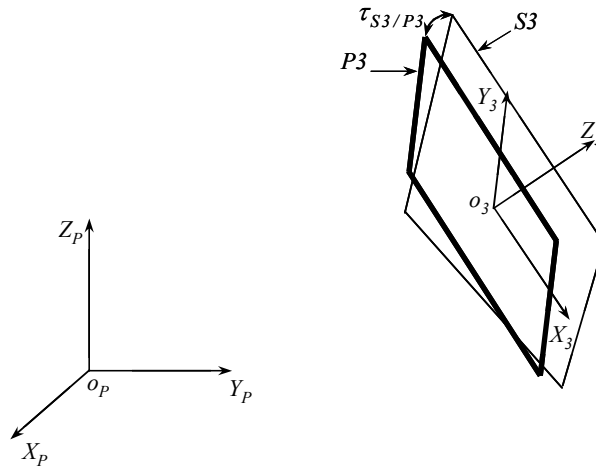


Figure 2.5. Paramétrage du torseur d'écart de la surface S_3

Le torseur d'écarts τ_{S_3/P_3} dans le repère local R_3 au point o_3 est donné par la forme suivante :

$$\tau_{S_3/P_3} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_3 & 0 \\ \beta_3 & 0 \\ 0 & w_3 \end{array} \right\}_{(o_3, R_3)}$$

Avec un changement de repère, ce torseur dans le repère R_P au point o_3 est défini par la forme suivante :

$$\tau_{S_3/P_3} = \left\{ \begin{array}{cc} -\beta_3 & 0 \\ \alpha_3 \cos\theta & w_3 \sin\theta \\ -\alpha_3 \sin\theta & w_3 \cos\theta \end{array} \right\}_{(o_3, R_P)}$$

En appliquant la relation de changement du point de réduction suivante :

$$\overrightarrow{do_p} = \overrightarrow{do_3} + \overrightarrow{o_p o_3} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S_3/P_3}} \quad \text{avec :} \quad \overrightarrow{o_p o_3} = x_3 \overrightarrow{X_P} + y_3 \overrightarrow{Y_P} + z_3 \overrightarrow{Z_P}$$

On aura le torseur d'écart τ_{S_3/P_3} dans le repère R_P au point o_p :

$$\tau_{S_3/P_3} = \left\{ \begin{array}{cc} -\beta_3 & -y_3 \alpha_3 \sin \theta - z_3 \alpha_3 \cos \theta \\ \alpha_3 \cos \theta & w_3 \sin \theta + x_3 \alpha_3 \sin \theta - z_3 \beta_3 \\ -\alpha_3 \sin \theta & w_3 \cos \theta + x_3 \alpha_3 \cos \theta + y_3 \beta_3 \end{array} \right\}_{(o_p, R_P)}$$

2. Construction du système de références

Il s'agit maintenant d'identifier le système de référence A B, décrit figure 2.1, au sens des normes ISO de cotation.

Ce système de référence permet de construire le repère $R_r (o_r, \overrightarrow{X_r}, \overrightarrow{Y_r}, \overrightarrow{Z_r})$ (figure 2. 6) de la façon suivante :

- Le plan $(\overrightarrow{X_r}, \overrightarrow{Y_r})$ est porté par la référence primaire A, qui est le plan tangent à la surface réelle $S1$, en minimisant la distance maxi (critère minimax).
- Le plan $(\overrightarrow{X_r}, \overrightarrow{Z_r})$, porté par la référence secondaire B, est perpendiculaire à A et minimax à la surface réelle $S2$ à l'extérieur de la matière.
- Le plan $(\overrightarrow{Y_r}, \overrightarrow{Z_r})$, porté par la référence tertiaire C, est perpendiculaire à A et B et tangent à la surface réelle $S5$ à l'extérieur de la matière.

Cette définition montre que le critère de substitution de la surface réelle primaire est le critère minimax, toutefois, avec cette construction, le plan secondaire est tangent à la surface secondaire de substitution et pas à la surface réelle.

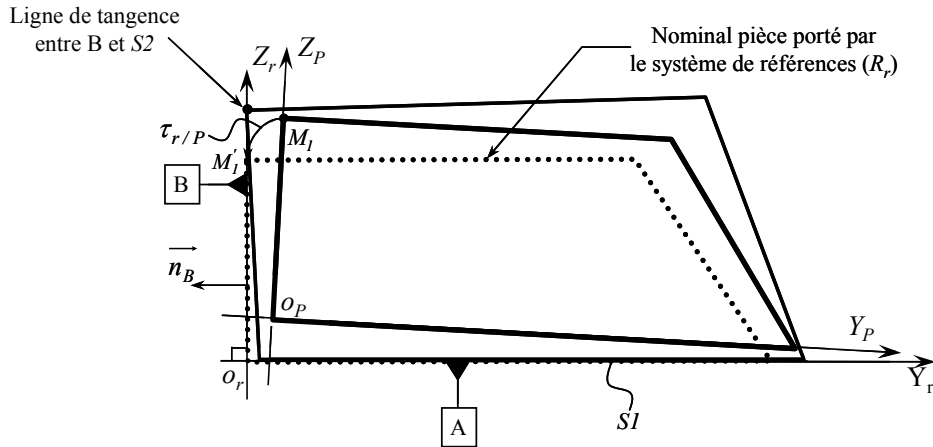


Figure 2.6. Construction du système de références

La normale au plan de référence (B) est $\vec{n}_B = -\vec{Y}_r$.

De point de vue des normes ISO de cotation, le modèle nominal de la pièce est en appui sur le système de références R_r . On note R , ce nominal collé au système de références. R est représenté en pointillés sur la figure 2.6.

On a donc deux nominaux, un dans le repère R_P (au cœur de la pièce), l'autre dans le repère R_r , collé aux références.

$\tau_{r/P}$: Torseur de petits déplacements qui exprime l'écart entre la position du nominal pièce (R_P) et le nominal collé sur le système de références (R_r).

Ce torseur est exprimé dans le repère R_P au point O_P par la forme suivante :

$$\tau_{r/P} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_r & u_r \\ \beta_r & v_r \\ \gamma_r & w_r \end{array} \right\}_{(O_P, R_P)}$$

Il convient donc, de déterminer les composantes de ce torseur afin de calculer l'écart entre la surface tolérancée ($S3$) et sa position nominale (R_r), portée par le système de références.

3. Calcul des composantes du torseur $\tau_{r/P}$

Le torseur $\tau_{r/P}$ est donné par les différentes liaisons (appui primaire, secondaire et tertiaire).

Il faut donc étudier ces liaisons pour déterminer les composantes de ce torseur.

3.1. Appui primaire

Par hypothèse, le plan (\vec{X}_r, \vec{Y}_r) est confondu avec (S_1) (figure 2.6). Leurs déplacements par rapport au nominal (P) sont donc identiques, ce qui justifie les égalités entre ces différents paramètres :

$$\alpha_r = \alpha_1; \beta_r = \beta_1; w_r = w_1$$

3.2. Appui secondaire

L'appui secondaire est donné par le contact entre le plan (\vec{X}_r, \vec{Z}_r) et la surface réelle S_2 . On suppose que le contact entre la surface réelle et la référence B se fait sur deux points au bord de la pièce (sur les arêtes d'intersection avec les surfaces S_5 et S_6).

Il existe deux cas de contact (figure 2.7), soit en haut de la surface ou en bas.

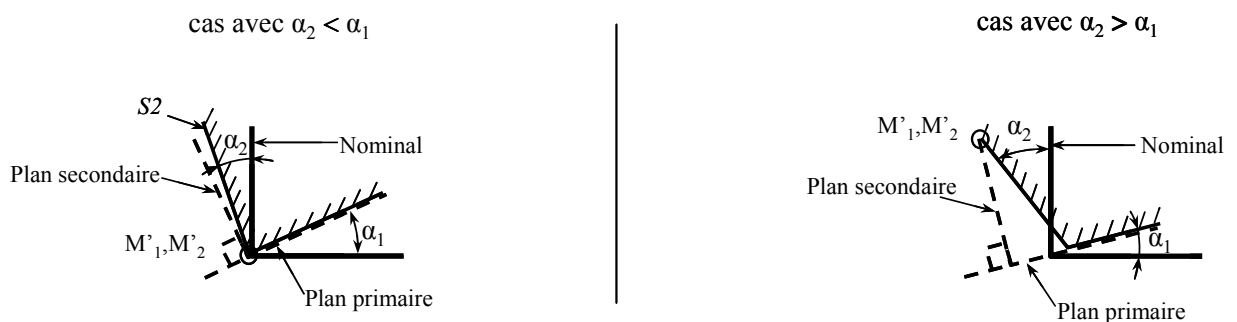


Figure 2.7. Cas de contacts entre (\vec{X}_r, \vec{Z}_r) et S_2

Soient M'_1 et M'_2 deux points de la droite qui définissent cet appui secondaire.

$M_1(0,0,Z_{M_1})$ et $M_2(X_{M_2},0,Z_{M_2})$ les points correspondants appartenant au nominal pièce (R_P) .

Pour déterminer les termes v_r et γ_r du torseur $\vec{\tau}_{r/P}$, il convient d'écrire les deux égalités suivantes :

$$\overrightarrow{o_r M_1} \cdot \vec{n}_B = 0 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{o_r M_2} \cdot \vec{n}_B = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{o_r M_1}$ et $\overrightarrow{o_r M_2}$ sont donnés par les relations suivantes :

$$\overrightarrow{o_r M_1} = \overrightarrow{o_r o_P} + \overrightarrow{o_P M_1} = -\overrightarrow{o_P o_r} + \overrightarrow{o_P M_1} + dM_1$$

et

$$\overrightarrow{o_r M_2} = \overrightarrow{o_r o_P} + \overrightarrow{o_P M_2} = -\overrightarrow{o_P o_r} + \overrightarrow{o_P M_2} + dM_2$$

Avec (dans R_P) :

$$\overrightarrow{o_P M_1} = \begin{vmatrix} -u_r \\ -v_r \\ -w_r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_{M_1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ v_2 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha_2 \\ 0 \\ \gamma_2 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_{M_1} \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{o_P M_1} = \begin{vmatrix} -u_r \\ v_2 - \alpha_2 Z_{M_1} - v_r \\ Z_{M_1} - w_r \end{vmatrix}$$

et

$$\overrightarrow{o_P M_2} = \begin{vmatrix} -u_r \\ -v_r \\ -w_r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_{M_2} \\ 0 \\ Z_{M_2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ v_2 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha_2 \\ 0 \\ \gamma_2 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} X_{M_2} \\ 0 \\ Z_{M_2} \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{o_P M_2} = \begin{vmatrix} X_{M_2} - u_r \\ v_2 + \gamma_2 X_{M_2} - \alpha_2 Z_{M_2} - v_r \\ Z_{M_1} - w_r \end{vmatrix}$$

La normale au plan (B) est $\vec{n}_B = -\vec{Y}_r$ dans le repère R_r .

Dans le repère R_P
$$\vec{n}_B = \begin{vmatrix} \gamma_r \\ -1 \\ -\alpha_r \end{vmatrix}$$

D'où le déplacement du point M_1 suivant la normal \vec{n}_B :

$$\overrightarrow{o_r M_1} \cdot \vec{n}_B = \begin{vmatrix} -u_r \\ v_2 - \alpha_2 Z_{M_1} - v_r \\ Z_{M_1} - w_r \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \gamma_r \\ -1 \\ -\alpha_r \end{vmatrix} = -(u_r \cdot \gamma_r) - (v_2 - \alpha_2 Z_{M_1} - v_r) - (Z_{M_1} - w_r) \cdot \alpha_r = 0$$

et le déplacement du point M_2' suivant la normal \vec{n}_B :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{o_r M_2' n_B} &= \begin{vmatrix} X_{M_2} - u_r & \gamma_r \\ v_2 + \gamma_2 X_{M_2} - \alpha_2 Z_{M_2} - v_r & -1 \\ Z_{M_1} - w_r & -\alpha_r \end{vmatrix} \\ &= (X_{M_2} - u_r) \cdot \gamma_r - (v_2 + \gamma_2 X_{M_2} - \alpha_2 Z_{M_2} - v_r) \cdot (-1) - (Z_{M_1} - w_r) \cdot (-\alpha_r) = 0 \end{aligned}$$

En négligeant les termes de second ordre, nous aurons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} -v_2 + \alpha_2 Z_{M_1} + v_r - \alpha_r Z_{M_1} = 0 \\ \gamma_r X_{M_2} - v_2 - \gamma_2 X_{M_2} + \alpha_2 Z_{M_2} + v_r - \alpha_r Z_{M_1} = 0 \end{cases}$$

En résolvant ce système, connaissant $\alpha_r, \beta_r, w_r, \alpha_2$ et v_2 , nous aurons :

$$v_r = v_2 + \alpha_r Z_{M_1} - \alpha_2 Z_{M_1} \text{ avec } \alpha_r = \alpha_1$$

$$\Rightarrow \boxed{v_r = v_2 + \alpha_1 Z_{M_1} - \alpha_2 Z_{M_1}}$$

et

$$\begin{aligned} \gamma_r X_{M_2} - v_2 - \gamma_2 X_{M_2} + \alpha_2 Z_{M_2} + v_r - \alpha_r Z_{M_1} &= 0 \\ \Rightarrow \gamma_r X_{M_2} - \gamma_2 X_{M_2} + \alpha_2 Z_{M_2} - \alpha_2 Z_{M_1} &= 0 \\ \Rightarrow \gamma_r X_{M_2} = \gamma_2 X_{M_2} + \alpha_2 (Z_{M_1} - Z_{M_2}) \end{aligned}$$

D'où :

$$\boxed{\gamma_r = \gamma_2 + \alpha_2 \frac{(Z_{M_1} - Z_{M_2})}{X_{M_2}}}$$

Dans le cas où les angles α_1 et α_2 sont définis, les points M_1' et M_2' seront connus (en « haut » ou en « bas » de la face secondaire). Donc on peut calculer v_r et γ_r .

3.3. Appui tertiaire

Dans notre cas, nous ne nous intéressons pas au déplacement du nominal suivant l'axe \vec{X}_p .

Donc on fait un choix de $u_r = F$ (Free : composante libre n'intervient pas dans le calcul).

Nous aurons finalement le torseur dans le repère R_P au point o_P de la forme suivante :

$$\tau_{r/P} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_1 & F \\ \beta_1 & v_2 + \alpha_1 Z_{M_1} - \alpha_2 Z_{M_1} \\ \gamma_2 + \alpha_2 \frac{(Z_{M_1} - Z_{M_2})}{X_{M_2}} & w_1 \end{array} \right\}_{(o_P, R_P)}$$

Pour déterminer la valeur de u_r , il conviendrait de déterminer le point de contact M_i entre la référence tertiaire et la surface $S5$ en fonction des angles β_1 et β_5 , γ_2 et γ_5 .

4. Écart de la surface tolérancée

L'écart de la surface tolérancée $S3$ avec le nominal pièce, confondu avec le système de références R_r , est donné par la relation suivante :

$$\tau_{S_3/R_3} = \tau_{S_3/P_3} + \tau_{r/P}$$

Avec :

- τ_{S_3/P_3} donné par rapport à la première position du nominal pièce dans R_P .
- τ_{S_3/R_3} donné par rapport au nominal pièce dans R_r (référence).

D'où :

$$\tau_{S_3/R_3} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_1 - \beta_3 & -y_3 \alpha_3 \sin\theta - z_3 \alpha_3 \cos\theta \\ \beta_1 + \alpha_3 \cos\theta & v_2 + \alpha_1 Z_{M_1} - \alpha_2 Z_{M_1} + w_3 \sin\theta + x_3 \alpha_3 \sin\theta - z_3 \beta_3 \\ \gamma_2 + \alpha_2 \frac{(Z_{M_1} - Z_{M_2})}{X_{M_2}} & \alpha_3 \sin\theta \quad w_1 + w_3 \cos\theta + x_3 \alpha_3 \cos\theta + y_3 \beta_3 \end{array} \right\}_{(o_P, R_P)}$$

Pour vérifier le respect de la spécification géométrique, il faut que tous les points M_i de la surface tolérancée soient dans la zone de tolérance de largeur t (figure 2.2). Il faut donc que l'écart en tout point M_i en valeur absolue soit inférieur à $t/2$.

En pratique, si la surface tolérancée est limitée par un polygone convexe, il suffit de vérifier cet écart pour tous les sommets du polygone.

Le déplacement du point M_i est défini par la relation suivante :

$$\overrightarrow{dM_i} = \overrightarrow{do_P} + \overrightarrow{\Omega_{S_3/P_3}} \wedge \overrightarrow{o_P M_i}$$

Nous vérifions donc la condition suivante :

$$\left| \overrightarrow{dM_i} \cdot \vec{n}_3 \right| \leq \frac{t}{2}$$

En conclusion, si on connaît les valeurs numériques des torseurs d'écarts de chaque surface, on peut vérifier le respect ou non de la spécification géométrique.

5. Conclusion

Dans ce travail, nous avons montré qu'il était possible de vérifier une condition fonctionnelle exprimée avec un système de références, avec un nominal pièce P situé au cœur de la matière, en position quelconque.

Cependant, on voit que l'on est obligé de construire un second nominal R associé au système de références. On peut donc s'interroger sur la possibilité de prendre directement le nominal pièce sur le système de références.

On dispose donc de deux solutions :

- Solution 1 avec le repère pièce R_P en position quelconque. Les calculs donnent le torseur $\tau_{r/P}$ puis les écarts. Avec cette solution, nous avons un seul calcul des torseurs d'écarts pour toutes les spécifications par rapport au nominal pièce et un calcul de torseur $\tau_{r/P}$ pour chaque système de références, en tenant compte de la position des contacts au niveau de l'appui secondaire.
- Solution 2 avec le repère pièce R_P directement construit sur le système de références de l'exigence étudiée. Avec cette solution, il faut faire le calcul des transferts pour chaque système de références.

Avec une cotation fonctionnelle bien conçue, il y a peu de systèmes de références. De même, avec une gamme d'usinage bien conçue, il y a peu de transferts au sein d'un même système de références.

Notre proposition est donc de prendre comme nominal pièce, le repère défini par le système de références de la spécification fonctionnelle à utiliser.

CHAPITRE 3

Modélisation tridimensionnelle des tolérances de fabrication (Modèle TMT)

1. Présentation du nouveau modèle

1.1. Genèse et contexte retenu

Dans le chapitre 1, nous avons montré que la méthode de simulation Δtol [BOU 95], proposée par P. BOURDET, a pour résultats des équations complexes. Une des raisons de cette complexité est le choix d'un nominal en position quelconque au cœur de la matière, ce qui impose de déterminer les six composantes d'un torseur d'écart pour chaque surface réelle par rapport à la surface nominale correspondante. Cette démarche impose de déterminer les équations de compatibilité et de résoudre toutes les variables indéterminées, pour enfin pouvoir estimer l'influence de certains défauts sur l'exigence étudiée.

Face à cette complexité, ce chapitre présente notre nouveau modèle de tolérancement TMT (Three-dimensional Manufacturing Tolerancing) qui reprend les concepts de la méthode ΔTol et vise à simplifier au maximum les calculs en supprimant les variables inutiles.

Le dessin de définition de la pièce est parfaitement connu. Les spécifications fonctionnelles sont exprimées avec les normes ISO de cotation. Le processus d'usinage est parfaitement connu avec, notamment, la position précise des points d'isostatisme et le processus choisi pour prendre les origines machines de MOCN.

Chaque spécification est une exigence fonctionnelle à étudier pour définir les spécifications de fabrication de chaque phase.

Les transferts sont obtenus par une modélisation du cumul des écarts constatés en usinage.

La pièce est supposée parfaitement rigide et non déformable, même en cas de traitement thermique.

1.2. Proposition du nouveau modèle TMT

Comme dans le modèle Δtol , ce nouveau modèle exprime l'écart entre une surface réelle tolérancée et une surface nominale correspondante par un torseur de petits déplacements.

L'approche consiste à étudier l'une après l'autre chaque exigence fonctionnelle définie sur le dessin de définition, indépendamment des autres exigences pour élaborer une relation entre les écarts dus aux défauts d'usinage et la tolérance de l'exigence.

La première originalité de l'approche est de définir le modèle nominal sur le système de références de l'exigence à transférer. Ceci supprime certains écarts et facilite le positionnement de la zone de tolérance au sens des normes ISO de cotation. Par contre, pour chaque système de références rencontré dans les diverses exigences, le nominal est différent.

La seconde originalité porte sur la démarche ascendante qui consiste à partir de la dernière phase d'usinage pour remonter phase par phase éventuellement jusqu'au brut. La tolérance étudiée est donc exprimée en fonction des écarts dans cette dernière phase et des écarts influents présents sur la pièce au moment de son arrivée sur la machine. Chacun de ces derniers écarts est donc dû à des défauts des phases antérieures. Par itérations successives, tous les défauts influents sont détectés, ce qui donne une relation de transfert qui ne comporte que les écarts influents.

Cette approche ne nécessite donc pas de calculer les paramètres non influents (notamment les indéterminés de la méthode des Δtol).

La troisième originalité porte sur la séparation des différents écarts en écarts a priori mesurables sur la machine. Cette mesurabilité sera démontrée dans le chapitre 6 qui porte sur une vérification expérimentale du transfert.

Dans ce chapitre, ce modèle est appliqué sur l'exemple simple d'une position d'une surface inclinée par rapport au système de références AB (figure 3.1). Cet exemple présentera les notations, les hypothèses et les règles de calcul.

Les différentes phases de fabrication nécessaires pour la réalisation de cette spécification sont imposées dans la méthode proposée (figure 3.2). Le processus d'usinage proposé ne génère pas de transferts complexes. La difficulté étudiée porte sur la différence entre le système de références de l'exigence et le système de références partielles défini par les appuis ponctuels du montage d'usinage en phase 40. En particulier, le plan secondaire de l'exigence perpendiculaire au plan primaire est tangent à la face et ne passe pas par l'appui dans cette phase, ce qui impose un transfert angulaire.

Afin de simplifier les explications, nous supposons que la machine comporte une table fixe sur laquelle sont posés le montage d'usinage et la pièce. L'outil se déplace donc par rapport à la pièce fixe selon les 3 axes de translation de la machine (X , Y , Z). Dans un premier temps, nous supposerons que les axes machines sont parfaits (rectitude, perpendicularité et précision des déplacements), au regard des autres défauts.

1.3. Application étudiée

La pièce à étudier est définie par un dessin de définition. La figure 3.1 ne représente que l'exigence fonctionnelle objet de cette étude. La surface inclinée d'un angle θ est spécifiée par la localisation par rapport aux références A et B.

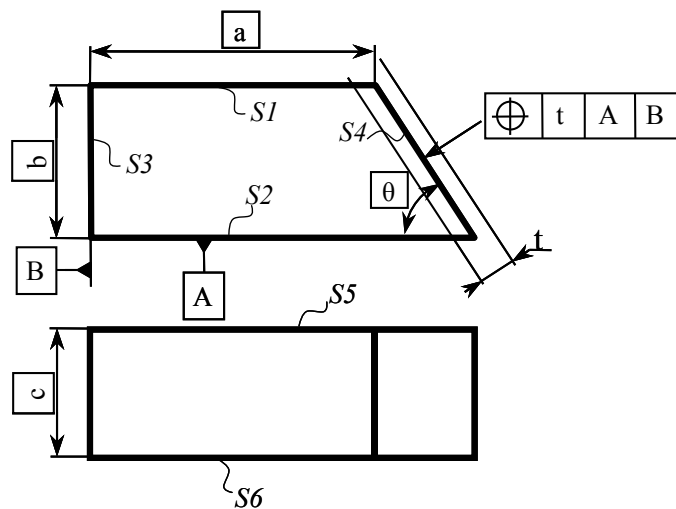


Figure 3.1. Dessin de définition

La figure 3.2 représente les quatre phases nécessaires pour réaliser le système de références et la surface tolérancée.

Dans chaque montage d'usinage, les points d'appuis sont notés A_i . Par exemple, l'appui plan primaire est formé par les appuis A_1 , A_2 et A_3 . La linéique secondaire est définie par les points A_4 et A_5 . La ponctuelle tertiaire est définie par le point A_6 .

Les surfaces usinées sont notées S_i .

Les surfaces brutes sont notées B_i .

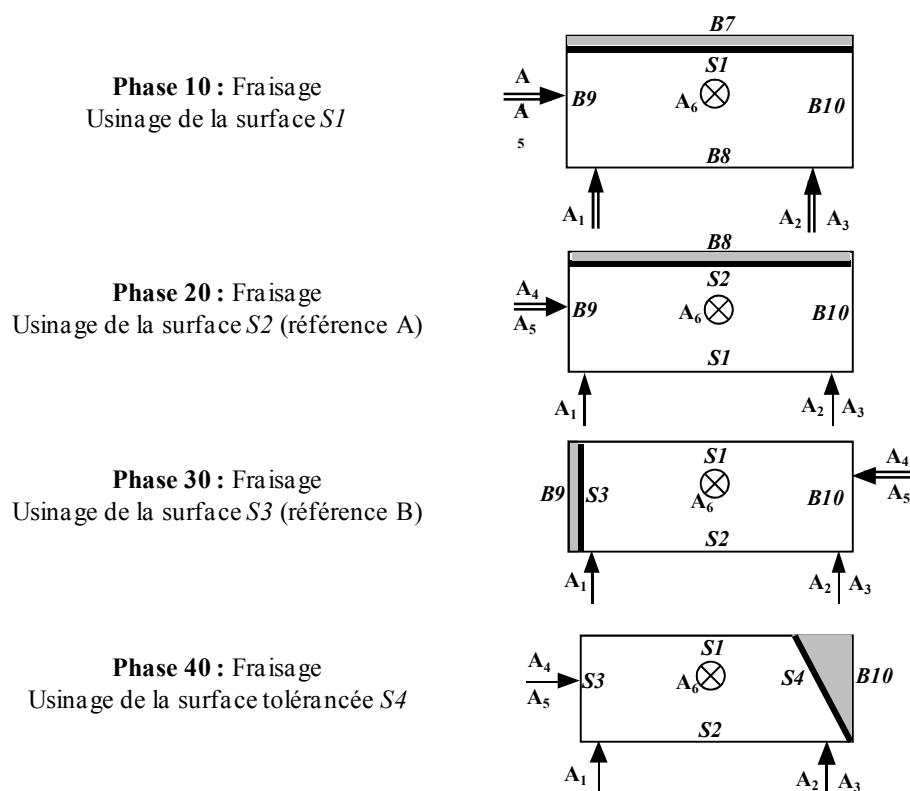


Figure 3.2. Projet de gamme

2. Définition des repères

2.1. Principe de construction des repères

Tous les repères sont orthonormés directs.

Le repère pièce est attaché au modèle nominal de la pièce. Il est unique et se déplace de phase en phase sur les machines au cours de l'usinage. C'est ce repère pièce unique qui permet de faire le lien entre les phases pour faire les transferts.

Les repères machine et montage d'usinage permettent de positionner la pièce sur chaque machine en cours d'usinage. Il y a donc un repère machine et un repère montage pour chaque phase.

Les repères machine et montage seront construits de la même façon dans toutes les phases.

2.2. Repère pièce

Le système de références de l'exigence étudiée est A B (figure 3.3).

A : Plan minimax à S2.

B : Plan perpendiculaire à A et minimax à S3.

C : Plan perpendiculaire à A et B et minimax à S5.

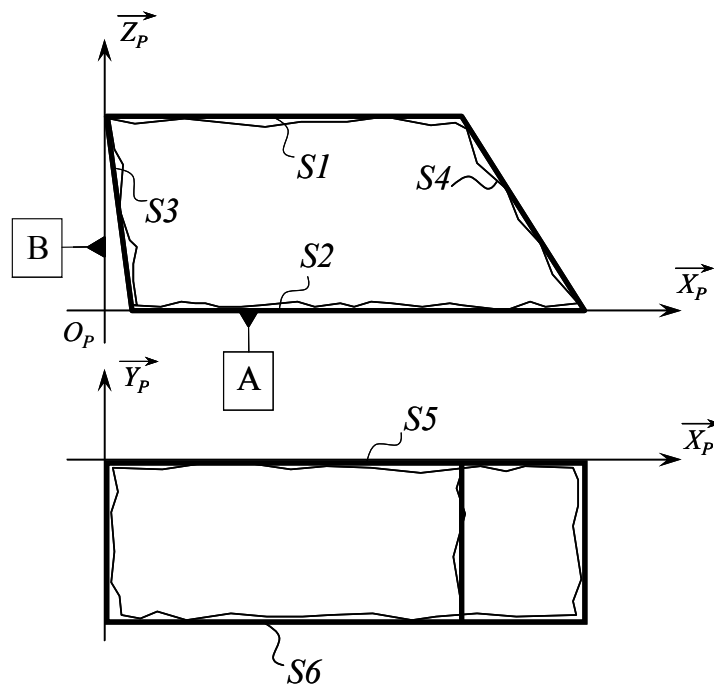


Figure 3.3. Repère pièce

• $R_P (O_P, \vec{X}_P, \vec{Y}_P, \vec{Z}_P)$: Repère pièce définie sur les surfaces de références. Il est indépendant de la phase.

- (\vec{X}_P, \vec{Y}_P) : Plan de référence primaire A,

- (\vec{Y}_p, \vec{Z}_p) : Plan de référence secondaire B (par définition perpendiculaire à A),
- (\vec{X}_p, \vec{Z}_p) : Plan de référence tertiaire C (par définition perpendiculaire à A et à B).

L'origine O_p est à l'intersection de ces trois plans.

Cet exemple montre un cas où l'exigence ne fait appel qu'à un système de références incomplet. Le choix du plan tertiaire n'a donc aucune importance. Il suffit par exemple de définir un plan tertiaire sur une des faces latérales du modèle nominal ou sur un plan médian.

2.3. Repère machine

- $R_{MP_h} (O_{MP_h}, \vec{X}_{MP_h}, \vec{Y}_{MP_h}, \vec{Z}_{MP_h})$: Repère machine (M) dans la phase Ph. Le repère machine est défini par les axes de déplacements de la machine, réputés parfaitement rectilignes et perpendiculaires entre eux et sans défauts de déplacement. L'origine de ce repère est définie à partir du mode de réglage effectif de la machine outils. L'origine correspond à l'origine programme, c'est-à-dire le "0" des axes de la machine à commande numérique.

L'origine programme est par exemple identifiable par un palpeur à contact en palpant les points d'appui ou un calibre de réglage.

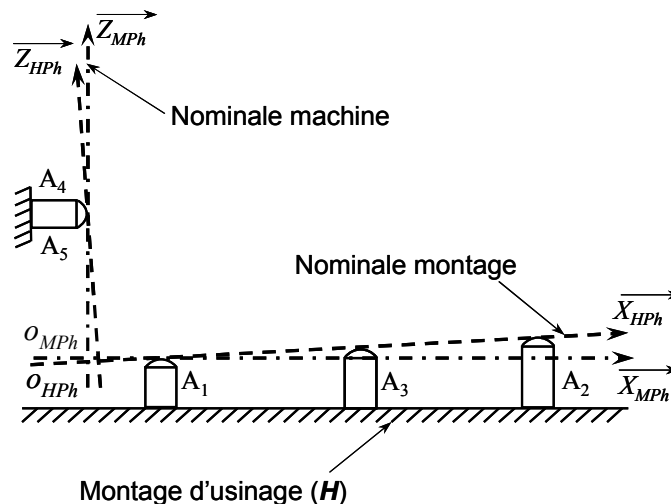


Figure 3.4. Construction des repères machine et montage en phase ph

Dans le cas de l'exemple, en phase 40, la prise d'origine est effectuée en prenant le "0" en Z sur A_1 , le "0" en X sur A_4 et le "0" en Y sur A_6 (figure 3.4).

Les différents plans de ce repère sont construits de la façon suivante :

- $(\overrightarrow{X_{MP_h}}, \overrightarrow{Y_{MP_h}})$: passe par l'appui A_1 de la liaison primaire et parallèle au mouvement de l'outil suivant les axes \overrightarrow{X} et \overrightarrow{Y} de la machine.

- $(\overrightarrow{Y_{MP_h}}, \overrightarrow{Z_{MP_h}})$: passe par l'appui A_4 de la liaison secondaire et perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{X_{MP_h}}, \overrightarrow{Y_{MP_h}})$. L'axe $\overrightarrow{Y_{MP_h}}$ est parallèle au mouvement transversal de l'outil.

- $(\overrightarrow{X_{MP_h}}, \overrightarrow{Z_{MP_h}})$: passe par l'appui A_6 de la liaison tertiaire et perpendiculaire aux plans $(\overrightarrow{X_{MP_h}}, \overrightarrow{Y_{MP_h}})$ et $(\overrightarrow{Y_{MP_h}}, \overrightarrow{Z_{MP_h}})$.

Par exemple, en phase 40, le repère est $(O_{M40}, X_{M40}, Y_{M40}, Z_{M40})$.

2.4. Repère montage

- $R_{HP_h} (O_{HP_h}, \overrightarrow{X_{HP_h}}, \overrightarrow{Y_{HP_h}}, \overrightarrow{Z_{HP_h}})$: Repère lié au montage d'usinage (H=holder) dans la phase Ph. Ce repère correspond à la position d'une pièce parfaite posée sans dispersion dans le montage d'usinage. Il est donc défini par les points d'appui du montage (figure 3.4).

- $(\overrightarrow{X_{HP_h}}, \overrightarrow{Y_{HP_h}})$: Plan de référence tangent aux trois appuis (A_1, A_2 et A_3),

- $(\overrightarrow{Y_{HP_h}}, \overrightarrow{Z_{HP_h}})$: Plan perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{X_{HP_h}}, \overrightarrow{Y_{HP_h}})$ et tangent aux appuis (A_4 et A_5).

- $(\overrightarrow{X_{HP_h}}, \overrightarrow{Z_{HP_h}})$: Plan perpendiculaire aux plans $(\overrightarrow{X_{HP_h}}, \overrightarrow{Y_{HP_h}})$ et $(\overrightarrow{Y_{HP_h}}, \overrightarrow{Z_{HP_h}})$, tangent à l'appui (A_6).

Par exemple, en phase 40, le repère est $(O_{H40}, X_{H40}, Y_{H40}, Z_{H40})$.

3. Notations

3.1. Désignations des surfaces nominales

La pièce nominale finie est par exemple définie par le modèle CAO. Le brut a également une forme nominale. Éventuellement, des surfaces d'ébauche peuvent aussi être définies.

Toutes les surfaces ont des numéros différents (figure 3.5).

P_i : Surface nominale de la pièce finie ($i = 1, 2, \dots, 6$).

I_j : Surface nominale intermédiaire du brut, de l'ébauche ou de demi finition ($j = 7, 8, \dots, 12$).

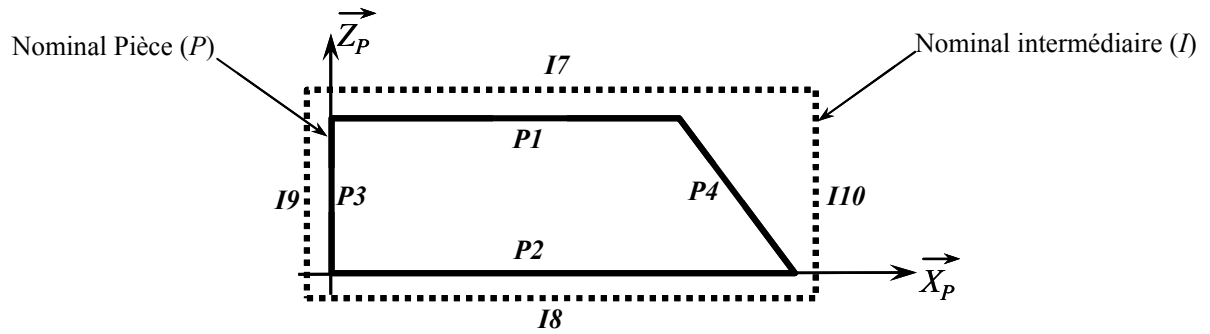


Figure 3.5. Désignations des surfaces nominales

Les surfaces nominales sont des plans ou des cylindres (diamètre nominal), en positions parfaites par rapport au repère nominal de la pièce X_p, Y_p, Z_p qui est défini sur le système de références de l'exigence étudiée.

3.2. Désignations des surfaces réelles (brutes et usinées)

A chaque surface nominale correspond une surface réelle brute ou usinée (figure 3.6).

$P_i \rightarrow S_i$: Surface réelle usinée ($i = 1, 2, \dots, 6$).

$I_j \rightarrow B_j$: Surface réelle brute ou intermédiaire ($j = 7, 8, \dots, 12$).

La numérotation est en correspondance avec les surfaces nominales.

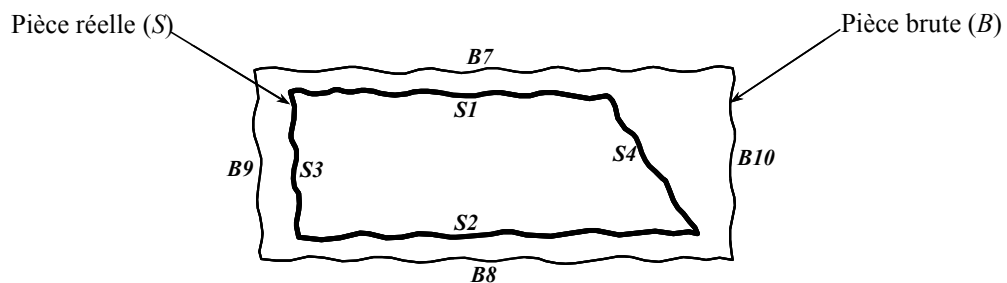


Figure 3.6. Désignations des surfaces réelles

Les surfaces réelles ont des défauts de forme. Toutefois pour permettre les calculs, elles sont modélisées par des surfaces « parfaites » tangentes et extérieures à la matière. Ces surfaces sont appelées « surfaces de substitution », comme dans le modèle Δtol . Pour un cylindre, le diamètre peut avoir une valeur différente de la valeur nominale.

3.3. Désignations des surfaces nominales machines

Les surfaces nominales machines sont les surfaces théoriques programmées pour l'usinage dans le repère commande numérique et les surfaces d'appuis théoriques appartenant à la pièce en contact avec le montage d'usinage.

Les surfaces nominales machine ont les mêmes numéros que les surfaces usinées et brutes. Le numéro de la phase d'usinage est ajouté en exposant (figure 3.7).

M_k^{Ph} : Surface nominale machine programmée ($k = i$ ou j et $Ph = 00, 10, 20, \dots$)

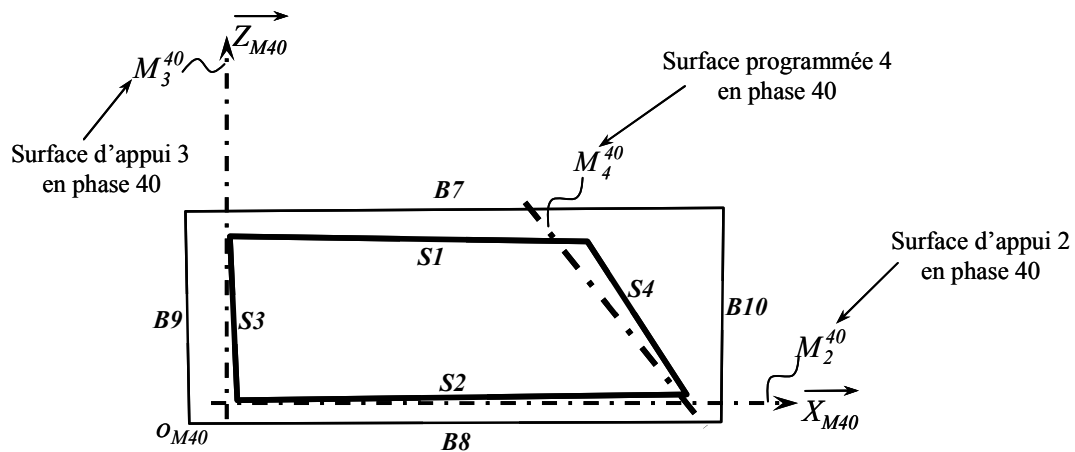


Figure 3.7. Désignations des surfaces programmées en phase 40

Les surfaces nominales machines sont en positions parfaites par rapport au repère machine de la phase correspondante. Ce repère est caractérisé par les axes de déplacement de la machine supposés parfaits.

3.4. Désignations des surfaces nominales montage d'usinage

Les surfaces nominales montage ont aussi les mêmes numéros que les surfaces réelles en contact avec le montage avec en exposant le numéro de la phase d'usinage (figure 3.8).

H_k^{Ph} : Surface nominale montage d'usinage ($k = i$ ou j et $Ph = 00, 10, 20, \dots$)

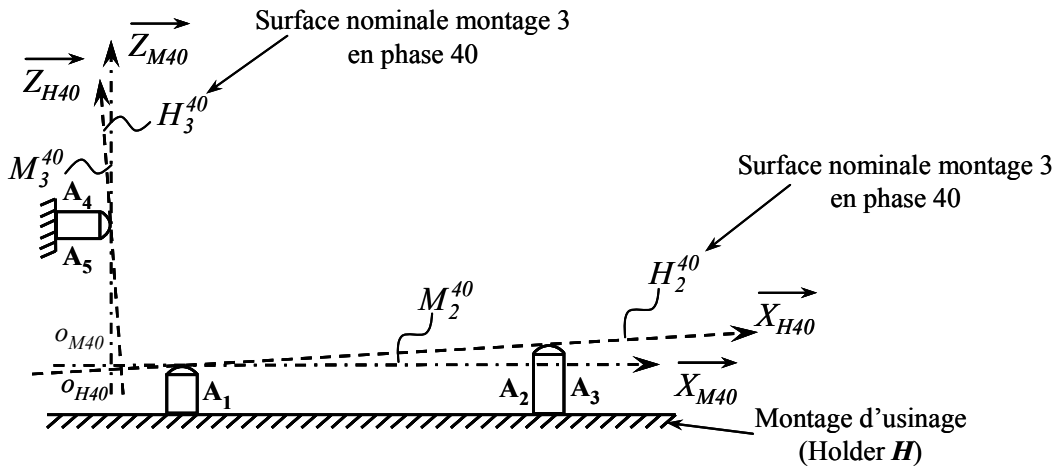


Figure 3.8. Désignations des surfaces nominales montage en phase 40

Les surfaces nominales montage sont en positions parfaites par rapport au repère montage de la phase correspondante.

3.5. Désignation des Torseurs de Petits Déplacements (TPD)

Pour chaque phase, les défauts de la pièce, les défauts entre la pièce et le montage d'usinage et les défauts entre le montage et la machine sont décrits par des Torseurs de Petits Déplacements (TPD). Il faut distinguer les écarts entre les repères et les écarts entre les surfaces.

$\tau_{Si/Pi}$: Torseur d'écart entre la surface usinée Si et la surface nominale Pi .

$\tau_{Si/M_i^{Ph}}$: Torseur d'écart entre la surface usinée Si et la surface nominale machine M_i^{Ph} .

$\tau_{Pi/M_i^{Ph}}$: Torseur d'écart entre la surface nominale Pi et la surface nominale machine M_i^{Ph} .

$\tau_{Bj/Ij}$: Torseur d'écart entre la surface brute Bj et la surface nominale intermédiaire Ij .

$\tau_{H_k^{Ph}/M_k^{Ph}}$: Torseur d'écart entre la surface nominale montage H_k^{Ph} et la surface Nominale machine M_k^{Ph} (surface d'appui).

$\tau_{B_j / H_j^{Ph}}$: Torseur d'écart entre la surface brute B_j et la surface nominale montage H_j^{Ph} .

$\tau_{S_i / H_i^{Ph}}$: Torseur d'écart entre la surface usinée S_i et la surface nominale montage H_i^{Ph} .

$\tau_{P/M}^{Ph}$: Torseur d'écart entre le nominal pièce P et le nominal machine M (exprime l'écart entre le repère pièce R_P et le repère machine R_M).

$\tau_{P/H}^{Ph}$: Torseur d'écart entre le nominal pièce P et le nominal montage H (exprime l'écart entre le repère pièce R_P et le repère montage R_H).

$\tau_{H/M}^{Ph}$: Torseur d'écart entre le nominal montage H et le nominal machine M dans la phase Ph (exprime l'écart entre le repère montage R_H et le repère machine R_M).

S'il n'y a aucun défaut en usinage, les différentes surfaces sont confondues. Les torseurs d'écarts sont nuls. Les torseurs décrivent bien des petits déplacements.

3.6. Retournement de la pièce

La pièce peut être retournée (exemple dans la phase 20), le repère R_P est donc inversé par rapport aux repères R_H et R_M (figure 3.9). L'écart, au sens des petits déplacements, doit être exprimé en tenant compte des sens opposés des vecteurs.

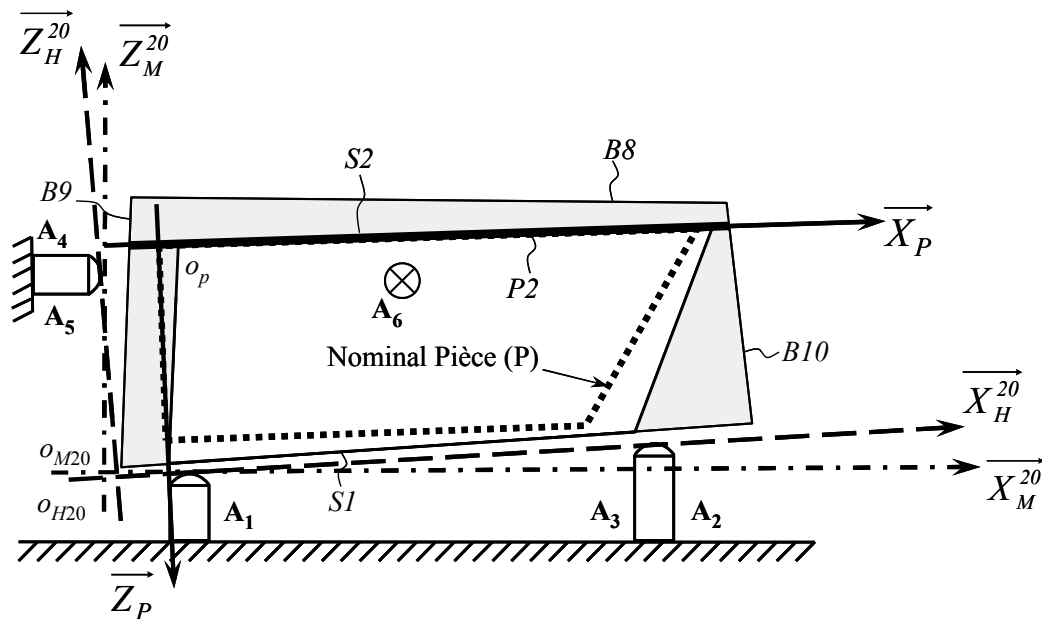


Figure 3.9. Position de la pièce sur le montage en phase 20

4. Quelques Définitions

4.1. Surfaces fonctionnelles de l'exigence

Chaque spécification du dessin de définition est étudiée tour à tour, une seule à la fois. La spécification étudiée à un instant donné est appelée l'exigence.

Cette exigence porte sur une ou plusieurs surfaces tolérancées (éventuellement en zone commune) par rapport à un système de références comportant 1 ou plusieurs références.

Ces surfaces sont appelées les surfaces fonctionnelles de l'exigence.

4.2. Surfaces actives de la phase

Les surfaces actives d'une phase sont les surfaces réelles usinées dans cette phase et les surfaces réelles d'appui dans cette phase appartenant à pièce.

Du point de vue formel, les surfaces d'appui sont des surfaces définies sur les références partielles correspondant aux points d'appui dans les montages d'usinage.

Remarque : Le cas des surfaces de références obtenues par palpée d'une surface ne sera pas considéré pour simplifier les différentes explications.

4.3. Spécifications fabriquées

Spécification(s) portées sur un dessin de phase. Toutes les pièces produites doivent être conformes aux spécifications fabriquées de la phase après chaque phase.

Les spécifications fabriquées ne peuvent relier que des surfaces actives de la phase pour que le régleur responsable de la machine puisse effectivement maîtriser ces spécifications indépendamment des phases précédentes et suivantes.

4.4. Surfaces courantes

Le processus de transfert de cotes 3D consiste à définir des spécifications fabriquées dans une phase et à remplacer certaines surfaces fonctionnelles de l'exigence par exemple par les surfaces d'appui dans la phase. Les surfaces ainsi obtenues sont appelées les surfaces courantes (en cours de transfert).

5. Méthodologie du transfert avec TMT

5.1. Association du nominal à la pièce réelle

Le modèle nominal de la pièce est défini par le modèle CAO (surfaces de la pièce finie parfaites en positions parfaites). Il est complété par toutes les surfaces nominales brutes et les surfaces nominales intermédiaires en production (surfaces parfaites).

Les cotes nominales des surépaisseurs nominales définissent la position nominale de ces surfaces (figure 3.10).

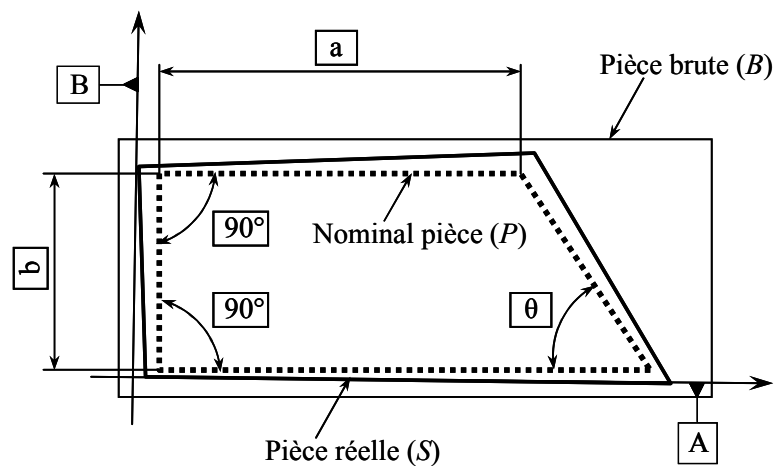


Figure 3.10. Données nominales (méthode ΔTol)

Dans le modèle Δtol , P. Bourdet place le nominal en position quelconque au cœur de la matière.

Dans notre approche TMT, nous proposons de définir le nominal pièce sur le repère défini par le système de références de l'exigence étudiée (figure 3.11).

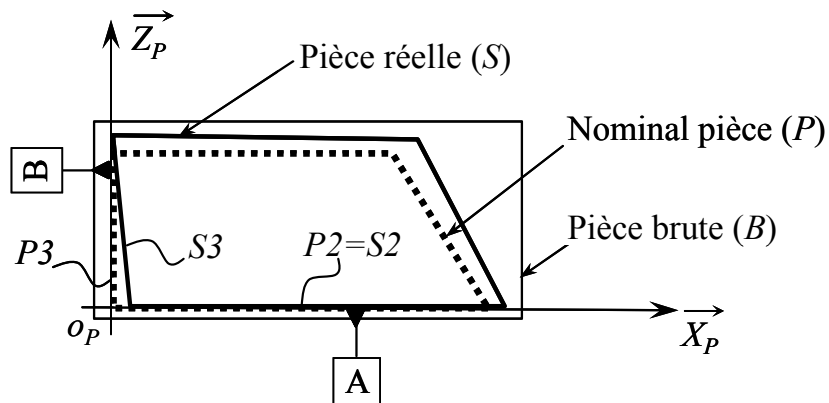


Figure 3.11. Repère du nominal pièce (R_P)

Le plan $P2$ est défini sur la référence A qui est confondue avec $S2$ car $S2$ est la surface de substitution associée à la surface réelle selon le critère minimax.

Le plan $P3$ est défini sur la référence B. B est le plan perpendiculaire à A tangent à la surface $S3$.

Ces deux plans permettent de redéfinir le repère R_P sur les surfaces réelles :

• $R_P (\mathbf{o}_P, \overrightarrow{X}_P, \overrightarrow{Y}_P, \overrightarrow{Z}_P)$: Repère pièce attaché à la pièce (P). Il est indépendant de la phase.

- $(\overrightarrow{X}_P, \overrightarrow{Y}_P)$: Plan de référence primaire associé à la surface primaire de la pièce (plan minimax).

- $(\overrightarrow{Y}_P, \overrightarrow{Z}_P)$: Plan de référence secondaire, perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{X}_P, \overrightarrow{Y}_P)$, et Minimax à la surface réelle secondaire de la pièce.

- $(\overrightarrow{X}_P, \overrightarrow{Z}_P)$: Plan de référence tertiaire perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{X}_P, \overrightarrow{Y}_P)$ et au plan $(\overrightarrow{Y}_P, \overrightarrow{Z}_P)$, et tangent à la surface réelle tertiaire de la pièce.

5.2. Analyse des écarts

Dans chaque phase, l'écart entre la surface usinée S_u et la surface nominale correspondante P_u est donné par la relation suivante :

$$\tau_{S_u / P_u} = \tau_{S_u / M_u^{Ph}} - \tau_{P_u / M_u^{Ph}}$$

avec :

$\tau_{S_u / M_u^{Ph}}$: Écart entre la surface usinée et la surface nominale machine (fig. 3.12).

Cet écart est notamment dû à la flexion de la fraise et aux erreurs de réglage des jauges d'outils.

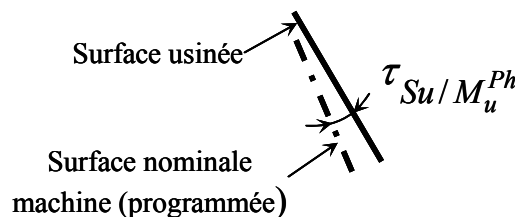


Figure 3.12. Écart entre la surface usinée et la surface nominale machine

τ_{Pu/M_u}^{Ph} : Écart entre la surface nominale pièce et la surface nominale machine de la phase.

L'ensemble des surfaces nominales pièce étant en position relative parfaite et l'ensemble des surfaces nominales machine étant en position parfaite $\tau_{Pu/M_u}^{Ph} = \tau_{P/M}^{Ph}$.

Cet écart est donné par la relation suivante :

$$\tau_{P/M}^{Ph} = \tau_{P/H}^{Ph} + \tau_{H/M}^{Ph}$$

avec :

$\tau_{H/M}^{Ph}$: Écart entre le nominal montage d'usinage et le nominal machine de la phase (figure 3.13).

Cet écart est dû aux défauts de réalisation du montage d'usinage et d'installation du montage d'usinage sur la machine.

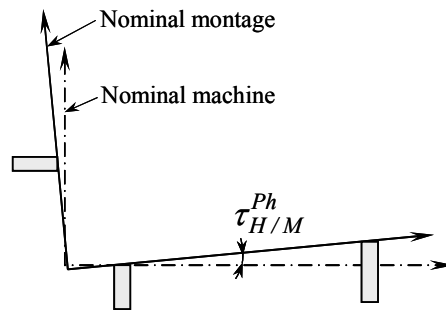


Figure 3.13. Écart entre le nominal montage et le nominal machine

$\tau_{P/H_{Ph}}$: Écart entre le nominal pièce et le nominal montage d'usinage (fig. 3.14). Cet écart est dû aux défauts de la pièce obtenue par les phases précédentes ainsi qu'aux dispersions de mise en position de la pièce dans son montage.

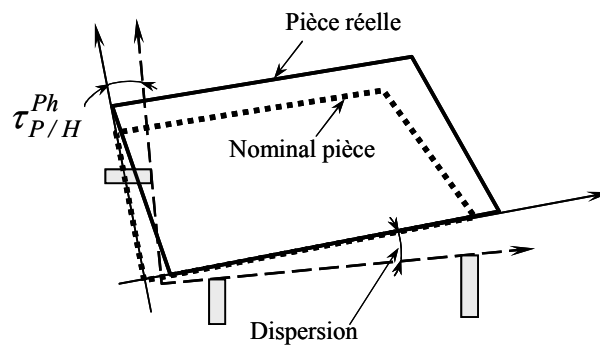


Figure 3.14. Écart entre le nominal pièce et le nominal montage

Tous ces écarts sont propres à la phase de réalisation de la surface usinée étudiée sauf l'écart de la pièce dû aux phases précédentes. Cette propriété permet donc d'isoler uniquement les écarts utiles à déterminer dans les phases précédentes, ce qui permet de simplifier considérablement les calculs.

5.3. Exigences directes

Une exigence est directement une spécification fabriquée si toutes les surfaces fonctionnelles de l'exigence sont actives dans la même phase.

Dans ce cas, il n'y a pas de transfert. L'exigence est simplement recopiée sur le dessin de phase. Le régleur doit s'assurer que l'exigence est bien vérifiée.

Exemple :

Pour cette pièce décrite partiellement par son dessin de définition (figure 3.15), la phase 30 consiste à réaliser le plan 1 et la rainure (figure 3.16).

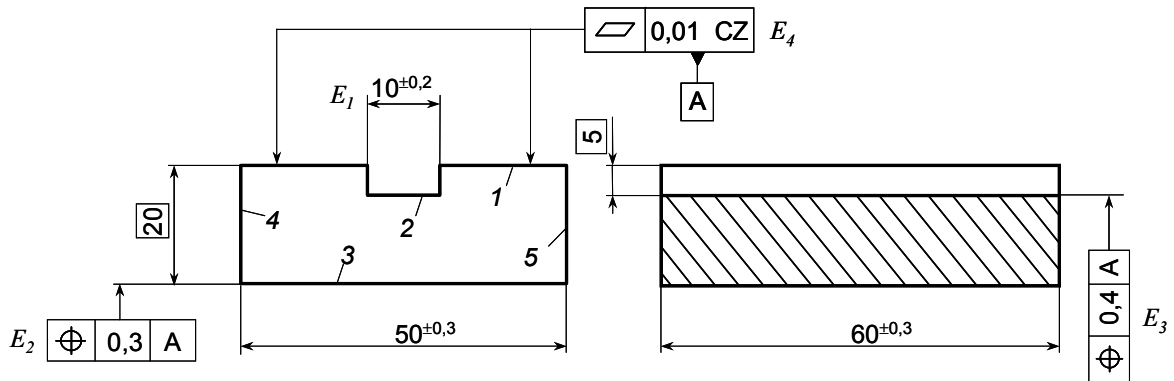


Figure 3.15. Dessin de définition

- Phase 30 : usinage de la surface 1 et de la rainure

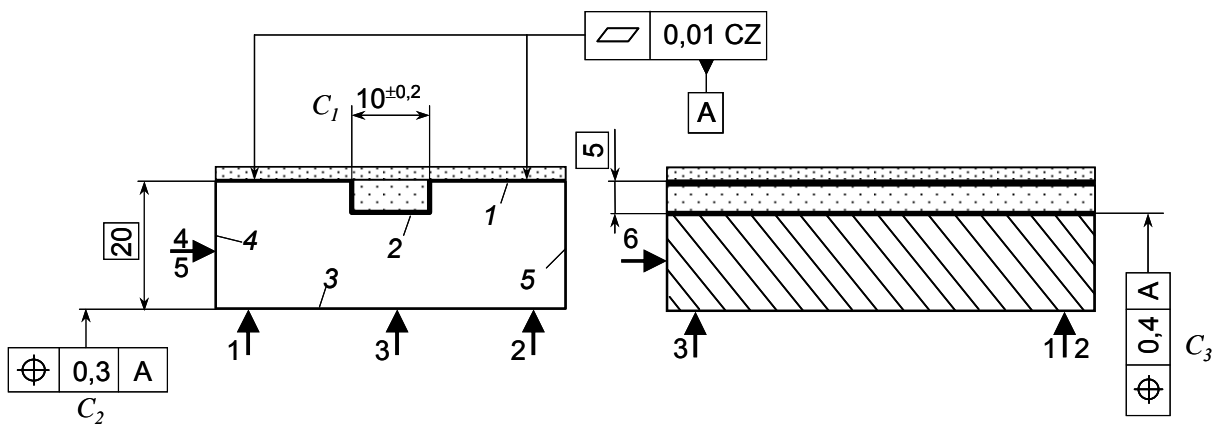


Figure 3.16. Exemple d'exigences directes

Les figures 3.15 et 3.16 montrent :

$E_1 = C_1$: une exigence directe de largeur de la rainure entre deux surfaces réalisées dans la même phase par un seul outil (cote intrinsèque à un outil),

$E_2 = C_2$: une exigence directe de hauteur de la pièce entre une surface réalisée dans une phase par rapport à la surface d'appui dans cette phase,

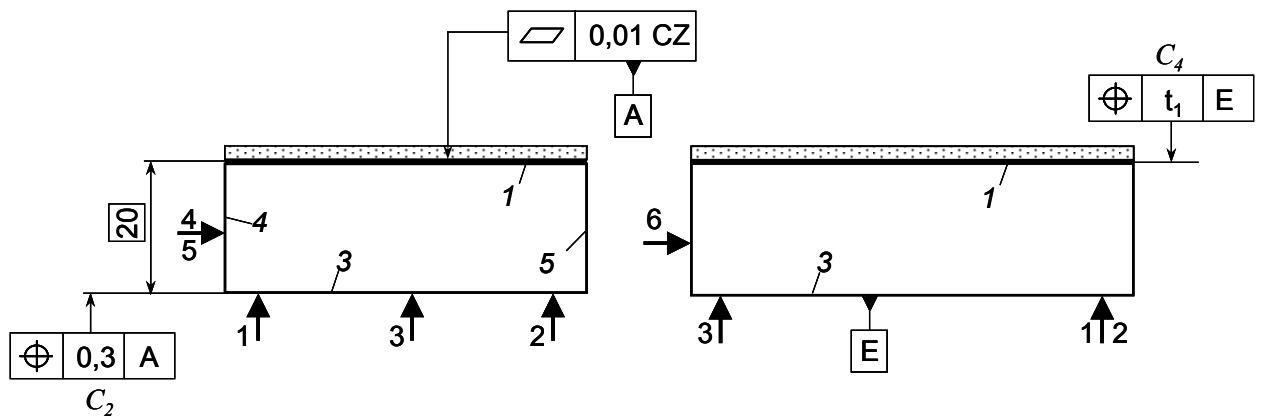
$E_3 = C_3$: une exigence directe de profondeur de la rainure entre deux surfaces réalisées dans la même phase par deux outils différents.

5.4. Exigences à transférer

Une exigence doit être transférée lorsque toutes les surfaces fonctionnelles de l'exigence ne sont actives dans la même phase.

La figure 3.17 représente une nouvelle gamme pour la même pièce figure 3.15.

- **Phase 30** : usinage de la surface 1



- **Phase 40** : usinage de la rainure

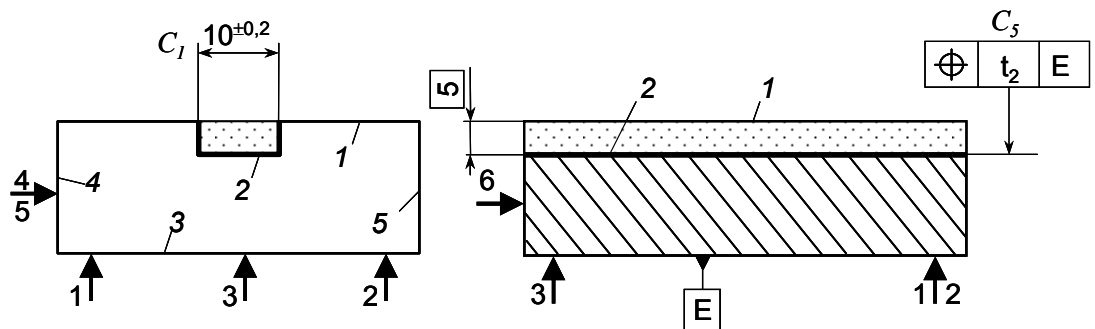


Figure 3.17. Exemple d'une exigence avec transfert

La surface 1 est obtenue en phase 30 et la surface 2 en phase 40.

Les figures 3.15 et 3.17 montrent :

$E_1 = C_1$: une exigence directe de largeur de la rainure entre deux surfaces réalisées dans la même phase 40 par un seul outil (cote intrinsèque à un outil),

$E_2 = C_2$: une exigence directe de hauteur de la pièce entre une surface réalisée dans la phase 30 par rapport à la surface d'appui dans cette phase,

$E_3 = C_4 \oplus C_5$: une exigence non directe de profondeur de la rainure entre deux surfaces non actives dans la même phase.

Les spécifications C_2 et C_4 relient les surfaces 1 et 3, mais le sens est inversé.

5.5. Principe du transfert de E_3

Les surfaces fonctionnelles sont les surfaces 1 (référence) et le fond de la rainure 2 (surface spécifiée) qui sont donc les surfaces courantes initiales. La condition est notée C_{12} .

La démarche ascendante consiste à chercher la surface réalisée en dernier, qui est le fond de la rainure 2 en phase 40.

La surface d'appui dans cette phase 40 est le plan inférieur 3.

Il faut donc générer une spécification de fabrication en phase 40 avec une référence E sur la surface d'appui 3 et une localisation de la surface 2 de tolérance t_2 (Cf_{32}^{40}).

La surface courante 2 est remplacée par la surface d'appui 3.

$$C_{12} = C_{12} \oplus Cf_{32}^{40}$$

Le premier transfert est terminé, il faut donc recommencer avec les nouvelles surfaces courantes 1 et 3.

Les surfaces courantes 1 et 3 sont actives dans la même phase 30.

Il faut générer une spécification de fabrication en phase 30 avec une référence sur E (issue du transfert) et une localisation de la surface 1 avec une tolérance t_1 (Cf_{13}^{30}).

Les surfaces courantes étant actives dans la même phase 30, le transfert s'arrête.

Le transfert global est donc $C_{12} = Cf_{13}^{30} \oplus Cf_{32}^{40}$

Les surfaces E en phase 30 et E en phase 40 étant identiques (même points d'appui).

La relation à vérifier est donc $t_1 + t_2 \leq 0,4$.

Une solution simple est $t_1 = t_2 = 0,2$.

La cote fabriquée $C_4 = Cf_{13}^{30}$ obtenue par transfert a pour tolérance 0,2.

La cote fabriquée C_2 directement issue de l'exigence E_2 a pour tolérance 0,3.

Ces deux conditions peuvent théoriquement être reportées sur le dessin de phase (la pièce fabriquée doit respecter les deux cotes fabriquées).

En pratique, C_4 étant plus sévère, il est possible de supprimer C_2 .

Le problème 3D consiste donc à reproduire ce mécanisme de transfert en analysant phase par phase toutes les écarts influents.

6. Méthodologie de calcul du transfert de cotes

6.1. Objectif

Le problème posé consiste à assurer le respect d'une exigence fonctionnelle donnée par un dessin de définition pour une pièce réalisée avec une gamme d'usinage imposée. Le moyen utilisé dans cette démarche TMT consiste à identifier les écarts influents en production pour vérifier la faisabilité et répartir les tolérances sur les différents écarts influents.

Les écarts influents seront déterminés par une démarche ascendante.

6.2. Analyse de l'exigence

L'exigence étudiée relie une ou plusieurs surfaces tolérancées par rapport à une ou plusieurs références. Le nominal de la pièce est collé sur le système de références. La surface réelle tolérancée a un écart par rapport à la surface nominale correspondante. La première étape consiste donc à exprimer la définition de l'exigence en fonction de l'écart de la surface tolérancée.

Pour vérifier la spécification fonctionnelle de localisation de la figure 3.1, il faut vérifier que tous les points de la surface tolérancée sont dans la zone de tolérance (figure 3.18). Cette zone de tolérance de largeur "t" est centrée sur la surface P_4 du nominal pièce.

En pratique, il suffit de vérifier que les quatre points aux sommets de la face sont dans la surface. On note T_i^N les quatre sommets de la face nominale P_4 et T_i^S la position de ses points sur la surface réelle S_4 , compte tenu des écarts de fabrication.

Par définition de la zone de tolérance d'une localisation, l'exigence est vérifiée si

$$\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^S} \cdot \vec{n}_4 \right| \leq \frac{t}{2}.$$

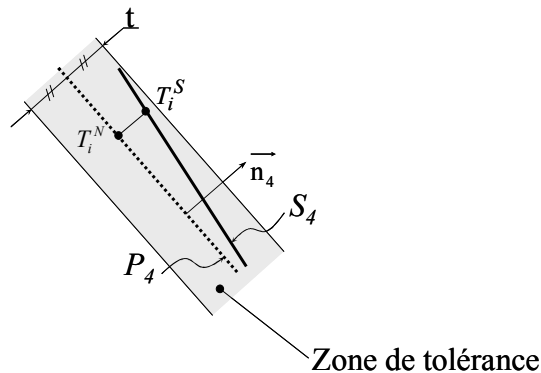


Figure 3.18. L'écart entre la surface tolérancée et le nominal pièce

Pour calculer cet écart, il faut étudier le cumul des écarts dans les différentes phases de fabrication de la pièce. Les paramètres des écarts influents doivent pouvoir être mesurés ou estimés pour pouvoir valider le processus d'usinage et répartir les tolérances sur différentes phases.

6.3. Recherche ascendante des écarts influents

La démarche ascendante consiste à chercher la surface réalisée en dernier, pour analyser les écarts dans la phase correspondante.

Pour cela, l'exigence donne les surfaces fonctionnelles qui constituent un premier ensemble de surfaces dites "courantes". Il suffit d'identifier à l'aide de la gamme d'usinage, le numéro de la phase dans laquelle est réalisée chaque surface courante. La surface qui est réalisée en dernier est facilement identifiable par son numéro de phase le plus grand. Il y a alors 3 cas :

- une seule surface est réalisée en dernier,
- toutes les surfaces sont réalisées dans la même phase,
- plusieurs surfaces sont réalisées dans cette dernière phase.

Pour ce premier exemple, traité dans le chapitre 3, seul le premier cas sera étudié.

L'analyse des écarts influents dans cette dernière phase va détecter des écarts propres à la phase considérée, mais aussi des défauts géométriques particuliers de la pièce qui arrive sur machine. Ces défauts proviennent des phases précédentes. Par la même méthode, chaque type de ces défauts sera exprimé en fonction des écarts de la phase correspondante.

Le processus s'arrêtera sur les défauts de la pièce brute ou si aucun défaut de la pièce montée sur la machine n'intervient dans les écarts cherchés, ce qui arrive lorsque le maillon de la phase est direct.

6.4. Analyse du transfert

L'exigence étudiée est une localisation de la surface $S4$ par rapport à la surface $S2$ (A) et à la surface $S3$ (B). Ces surfaces sont respectivement réalisées dans les phases 40 ($S4$), 30 ($S3$) et 20 ($S2$). Les surfaces ne sont pas réalisées dans la même phase. La surface réalisée en dernier est la surface $S4$ en phase 40. La mise en position en phase 40 est effectuée par rapport à $S2$ (primaire) et $S3$ (secondaire).

On pourrait penser que l'exigence est directe car les surfaces de références de la condition sont aussi les surfaces d'appui en phase 40. Cela n'est pas exact, car en phase 40, la référence est une référence partielle et sur le dessin de définition, la référence est une référence spécifiée tangente à la surface (figure 3.19).

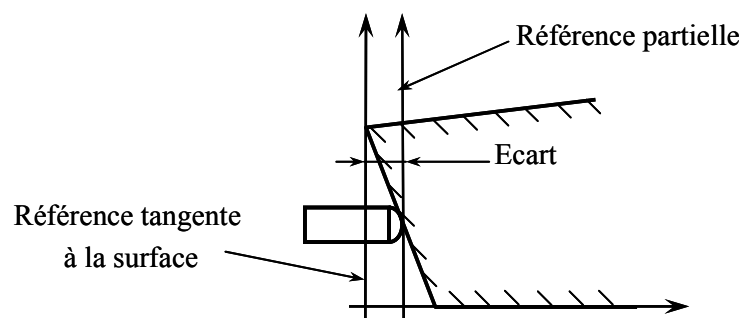


Figure 3.19. L'écart entre la référence partielle et la référence tangente

Cette différence impose de faire un transfert car elle dépend de l'écart de perpendicularité de $S3/S2$, deux surfaces obtenues dans des phases antérieures à la phase 40.

7. Conclusion

La méthode TMT doit permettre d'exprimer l'exigence en fonction des écarts influents de la pièce. Par contre, comme la méthode Δtol , elle ne génère pas directement les spécifications de fabrication à porter sur les dessins de phase. La validation des productions doit donc se faire en s'assurant que les écarts observés sont bien conformes aux limites fixées dans la simulation.

Le problème étant assez complexe avec des notations parfois assez lourdes, le chapitre 4 se limite au traitement de l'exigence de la figure 3.1, avec un transfert très simple.

CHAPITRE 4

Analyse de tolérance

1. Introduction

La méthode de tolérancement TMT, proposée dans le chapitre 2, permet de traiter les spécifications des dessins de définition exprimées par les normes ISO de cotation.

Les innovations apportées par cette méthode, par rapport à la méthode ΔTol , simplifient considérablement les calculs. Ces innovations sont un nominal pièce construit sur le système de références de l'exigence, un transfert par une approche ascendante et des repères identifiés directement selon la méthode de réglage des machines.

L'étude est appliquée successivement sur chaque exigence à respecter (il y a autant de calculs que d'exigences).

Ce chapitre exploite le modèle TMT en traitant l'exigence de la figure 4.1 avec la gamme de la figure 4.2.

Le but est d'établir une relation donnant la résultante, relation qui sera exploitée au chapitre 5 pour faire la répartition des tolérances (synthèse de tolérance).

La section 6.2 du chapitre 3 a montré que par définition de la zone de tolérance d'une localisation (figure 3.18), l'exigence est vérifiée si :

$$\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^S} \cdot \vec{n}_4 \right| \leq \frac{t}{2} \quad (1)$$

- Les points T_i^N appartiennent à la surface nominale $P4$,
- Les points T_i^S appartiennent à la surface réelle $S4$, compte tenu des écarts de fabrication.

Cette étude consiste à écrire le déplacement du chaque point T_i^S de la surface tolérancée par rapport au point T_i^N correspondant sur le modèle nominal pièce, en fonction des différents défauts du processus de fabrication.

$$(\overrightarrow{dT_i} \cdot \vec{n}_4) = f(E_M, E_U, E_D, E_P)$$

E_M : Défauts du montage d'usinage,

E_U : Défauts dus à l'usinage,

E_D : Défauts dus aux dispersions,

E_P : Défauts de la pièce.

Il s'agit de déterminer l'influence des défauts dus à l'usinage, des défauts du montage d'usinage et des dispersions sur le déplacement des points T_i^S en étudiant les phases correspondantes.

2. Analyse de l'exigence

L'exigence étudiée est une localisation de la surface $S4$ par rapport à la surface $S2$ (A) et à la surface $S3$ (B). Ces surfaces sont respectivement réalisées dans les phases 40 ($S4$), 30 ($S3$) et 20 ($S2$). Les surfaces ne sont pas réalisées dans la même phase. La surface réalisée en dernier est la surface $S4$ en phase 40. La mise en position en phase 40 est effectuée par rapport à $S2$ (primaire) et $S3$ (secondaire).

3. Etude de la phase 40

3.1. Mise en position de la pièce

La pièce est posée sur le montage d'usinage (figure 4.3) par :

- un appui primaire (A_1^{40} , A_2^{40} et A_3^{40}) sur la surface S_2 ,
- un appui secondaire (A_4^{40} et A_5^{40}) sur la surface S_3 ,
- un appui tertiaire (A_6^{40}) sur la surface brute $B11$.

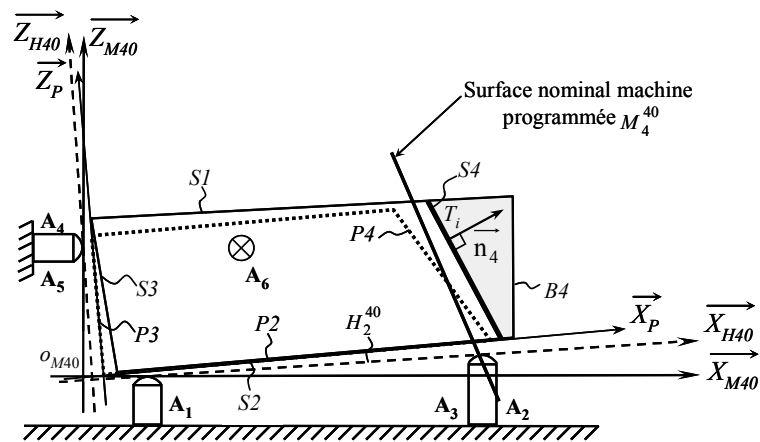


Figure 4.3. Position de la pièce sur le montage en phase 40

P_2 n'est pas confondu avec le plan H_2^{40} à cause des dispersions de mise en position.

La définition de chaque repère du modèle (repère machine, repère montage d'usinage et repère pièce) est donnée dans la section 2. du chapitre 3.

3.2. Influence des défauts d'usinage dans la phase 40

Le but est donc d'étudier la localisation de la surface S_4 par rapport au système de références A (P_2) et B (P_3), donc par rapport à la surface nominale correspondante P_4 (figure 4.4).

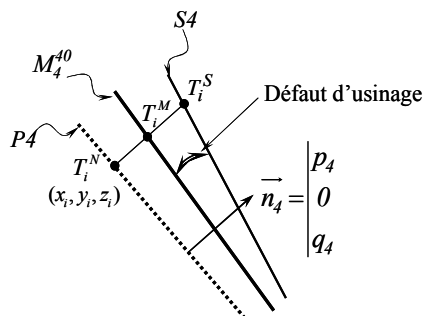


Figure 4.4. L'écart dû à l'usinage

L'écart entre le point T_i^S et la surface nominale $P4$ est dû à deux écarts :

$$\overrightarrow{T_i^N T_i^S} \cdot \vec{n}_4 = \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_4 + \overrightarrow{T_i^M T_i^S} \cdot \vec{n}_4 \quad (2)$$

$\overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_4$: L'écart entre la surface nominale pièce $P4$ et la surface nominale machine M_4^{40} .

$\overrightarrow{T_i^M T_i^S} \cdot \vec{n}_4$: La déviation de la surface fraisée $S4$ par rapport à la surface nominale machine M_4^{40} (surface programmée). Les défauts causés par l'opération d'usinage sont dus aux défauts de l'outil (forme et l'usure de l'outil) et de l'erreur de réglage, par exemple au banc de préréglage. En effet, l'influence de ces défauts est directement sur la position de la surface usinée $S4$ par rapport à M_4^{40} . Cet écart peut être mesuré directement sur la machine avec un palpeur Renishaw par exemple en tous les points T_i (les défauts machine sont négligeables).

On peut majorer cet écart par une valeur μ_4^{40} à fixer ultérieurement.

Pour les points T_i la relation à vérifier devient :

$$\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_4 \right| \leq \frac{t}{2} - \mu_4^{40} \quad (3)$$

$\overrightarrow{T_i^N T_i^M}$ est le déplacement du point T_i^N calculable avec le torseur :

$$\tau_{P/M}^{40} = \tau_{P/H}^{40} + \tau_{H/M}^{40} \quad (4)$$

avec :

$\tau_{P/H}^{40}$: Position du nominal pièce par rapport au nominal montage d'usinage. Cet écart est dû aux dispersions de mise en position et aux défauts de la pièce.

$\tau_{H/M}^{40}$: Position du nominal montage d'usinage par rapport au nominal machine. Cet écart est dû aux défauts de réalisation et d'installation du montage d'usinage.

Le torseur $\tau_{P/M}^{40}$ cherché est de la forme suivante :

$$\tau_{P/M}^{40} = \begin{Bmatrix} \alpha_{P/M}^{40} & u_{P/M}^{40} \\ \beta_{P/M}^{40} & v_{P/M}^{40} \\ \gamma_{P/M}^{40} & w_{P/M}^{40} \end{Bmatrix}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

La relation qui donne le déplacement des points $T_i (x_i, y_i, z_i)$ est :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_4 &= \overrightarrow{dT_i^N} \cdot \vec{n}_4 \\ &= u_{P/M}^{40} \cdot p_4 + w_{P/M}^{40} \cdot q_4 + (\beta_{P/M}^{40} \cdot z_i - \gamma_{P/M}^{40} \cdot y_i) p_4 + (\alpha_{P/M}^{40} \cdot y_i - \beta_{P/M}^{40} \cdot x_i) q_4 \end{aligned} \quad (5)$$

La relation (5) donne l'écart de la surface $P4$ par rapport à M_4^{40} en fonction des paramètres influents du torseur $\tau_{P/M}^{40}$.

La composante $v_{P/M}^{40}$ n'apparaît pas dans cette relation. Cette composante sera simplement notée F (Free) dans le torseur car elle est libre. Il est inutile de la calculer. Le fait d'identifier les composantes libres (F) permet de simplifier considérablement les calculs suivants.

On cherche donc le torseur $\tau_{P/M}^{40}$ avec 5 composantes utiles :

$$\tau_{P/M}^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{P/M}^{40} & u_{P/M}^{40} \\ \beta_{P/M}^{40} & F \\ \gamma_{P/M}^{40} & w_{P/M}^{40} \end{array} \right\}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

Avec cette approche ascendante, il est nécessaire de déterminer les valeurs de ces paramètres influents en fonction des défauts obtenus dans cette phase et défauts influents de la pièce obtenue dans les phases précédentes. D'autre part, il est inutile de calculer les composantes des torseurs identifiées par F qui n'apparaissent pas dans la relation (5).

La notation F est radicalement différente des composantes notées U dans la méthode ΔTol , qui indiquent des composantes indéterminées pour une liaison élémentaire, mais qui doivent être calculées pour déterminer toutes les composantes de tous les torseurs.

3.3. Influence des défauts du montage d'usinage dans la phase 40

Le repère machine et le repère montage d'usinage sont définis dans la section 2. du chapitre 3.

Un montage d'usinage sans défauts de fabrication (montage parfait) donne un repère montage R_H confondu avec le repère machine R_M . Les défauts du montage d'usinage sont exprimés par l'écart entre ces deux repères (figure 4.5).

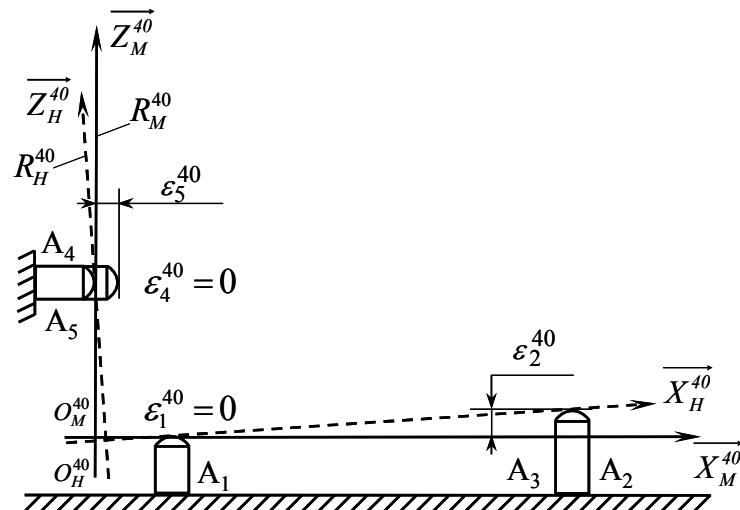


Figure 4.5. Les écarts du montage d'usinage en phase 40

Les défauts du montage d'usinage influent sur la position de la surface nominale $P4$ par rapport à M_4^{40} . Cet écart dépend directement du processus de prise d'origine sur la machine, d'où l'importance de la définition du repère machine.

Le but est donc d'exprimer le déplacement de la surface nominale $P4$, dû aux défauts du montage, en fonction des écarts imposés sur les appuis.

Compte tenu de la procédure de prise d'origine sur un seul appui par direction, l'écart entre le nominal montage et le nominal machine est dû au décalage des appuis par rapport au repère machine (figure 4.5). L'écart ε de chaque appui par rapport au repère machine peut être mesurés directement sur la machine avec un palpeur à contact ou avec un comparateur.

Par définition du processus de prise d'origine sur les points A_1 , A_4 et A_6 $\varepsilon_1^{40} = \varepsilon_4^{40} = \varepsilon_6^{40} = 0$.

Le torseur qui exprime cet écart est :

$$\tau_{H/M}^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{H/M}^{40} & u_{H/M}^{40} \\ \beta_{H/M}^{40} & v_{H/M}^{40} \\ \gamma_{H/M}^{40} & w_{H/M}^{40} \end{array} \right\}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

Les composantes du torseur $\tau_{H/M}^{40}$ sont exprimées en fonction des écarts du montage d'usinage et les positions des différents appuis dans le repère machine en utilisant les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{dA_1^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_M^{40}} = 0 \\ \overrightarrow{dA_2^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_M^{40}} = \varepsilon_2^{40} \\ \overrightarrow{dA_3^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_M^{40}} = \varepsilon_3^{40} \\ \overrightarrow{dA_4^{40}} \cdot \overrightarrow{X_M^{40}} = 0 \\ \overrightarrow{dA_5^{40}} \cdot \overrightarrow{X_M^{40}} = \varepsilon_5^{40} \\ \overrightarrow{dA_6^{40}} \cdot \overrightarrow{Y_M^{40}} = 0 \end{array} \right. \quad (6) \quad \text{avec : } \overrightarrow{dA_i^{40}} = \overrightarrow{dO_H^{40}} + \overrightarrow{\Omega_{H/M}^{40}} \wedge \overrightarrow{O_H^{40} A_i^{40}}$$

Les coordonnées des points A_i^{40} sont $(a_i^{40}, b_i^{40}, c_i^{40})$.

Les incertitudes de mesure sont négligées ici. En fait le calcul de l'influence des incertitudes est similaire à celui des dispersions de mise en position qui sera étudié en 3.5. Il est aussi possible d'inclure les incertitudes de mesure dans l'évaluation des dispersions.

Nous écrivons donc le système d'équations (6) par ces conditions :

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_1^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot a_1^{40} = 0 \\ w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_2^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot a_2^{40} = \varepsilon_2^{40} \\ w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_3^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot a_3^{40} = \varepsilon_3^{40} \\ u_{H/M}^{40} + \beta_{H/M}^{40} \cdot c_4^{40} - \gamma_{H/M}^{40} \cdot b_4^{40} = 0 \\ u_{H/M}^{40} + \beta_{H/M}^{40} \cdot c_5^{40} - \gamma_{H/M}^{40} \cdot b_5^{40} = \varepsilon_5^{40} \\ v_{H/M}^{40} - \alpha_{H/M}^{40} \cdot c_6^{40} + \gamma_{H/M}^{40} \cdot a_6^{40} = 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

Compte tenu de la position particulière des points d'appui dans le montage, la résolution de ce système donne les composantes du torseur $\tau_{H/M}^{40}$ avec les formes suivantes (voir les calculs dans l'annexe A1) :

$$\alpha_{H/M}^{40} = k_1^{40} (\varepsilon_2^{40} - \varepsilon_3^{40}) ; \quad \beta_{H/M}^{40} = k_2^{40} \varepsilon_2^{40} + k_3^{40} \varepsilon_3^{40} ; \quad \gamma_{H/M}^{40} = k_6^{40} \varepsilon_5^{40} + k_7^{40} \varepsilon_2^{40} + k_8^{40} \varepsilon_3^{40} ;$$

$$u_{H/M}^{40} = k_9^{40} \varepsilon_5^{40} + k_{10}^{40} \varepsilon_2^{40} + k_{11}^{40} \varepsilon_3^{40} ; \quad w_{H/M}^{40} = k_4^{40} \varepsilon_2^{40} + k_5^{40} \varepsilon_3^{40} ; \quad (v \text{ est inutile}).$$

La mesure des écarts ε sur un montage donne donc toutes les composantes recherchées. On en déduit l'influence de ces défauts de ce montage sur le déplacement du point T_i :

$$\eta_i^{40} = u_{H/M}^{40} \cdot p_4 + w_{H/M}^{40} \cdot q_4 + \alpha_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot q_4 + \beta_{H/M}^{40} \cdot (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) - \gamma_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot p_4 \quad (8)$$

3.4. Influence des défauts de la pièce

Les dispersions de mise en position et les défauts de planéité des surfaces $S2$ et $S3$ sont négligés dans cette section.

Le torseur à déterminer est le suivant :

$$\tau_{P/H}^{40} = \begin{Bmatrix} \alpha_{P/H}^{40} & u_{P/H}^{40} \\ \beta_{P/H}^{40} & F \\ \gamma_{P/H}^{40} & w_{P/H}^{40} \end{Bmatrix}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

Si $S2$ a un défaut de planéité négligeable, $P2$ et $S2$ sont confondus car $S2$ est la surface réelle, A est la référence primaire associée à $S2$ par le critère minimax et $P2$ est confondu par définition avec A .

Le plan H_2^{40} passe par les trois points d'appui A_1^{40} , A_2^{40} et A_3^{40} . En négligeant les dispersions, la surface $S2$ est en appui sur les trois points du montage. H_2^{40} , $S2$ et $P2$ sont confondus.

Certaines composantes du torseur $\tau_{P/H}^{40}$ sont donc nulles :

$$\alpha_{P/H}^{40} = 0 \quad ; \quad \beta_{P/H}^{40} = 0 \quad ; \quad w_{P/H}^{40} = 0.$$

La référence secondaire, confondue avec $P3$, est le plan perpendiculaire à $P2$ tangent à $S3$. $P3$ est un rectangle, avec une arête supérieure parallèle à $P2$. D'autre part, les appuis secondaires A_4^{40} et A_5^{40} sont situés à la même hauteur par rapport à $P2$.

La figure 4.6 montre les deux cas possibles.

Si $\beta_{S3/P3} > 0$, la tangence se fait sur l'arête inférieure (droite d'intersection de $S3$ avec $S2$) (figure 4.6a).

Si $\beta_{S3/P3} < 0$, la tangence se fait sur l'arête supérieure (droite d'intersection de $S3$ avec $S1$ parallèle à $P2$) (figure 4.6b).

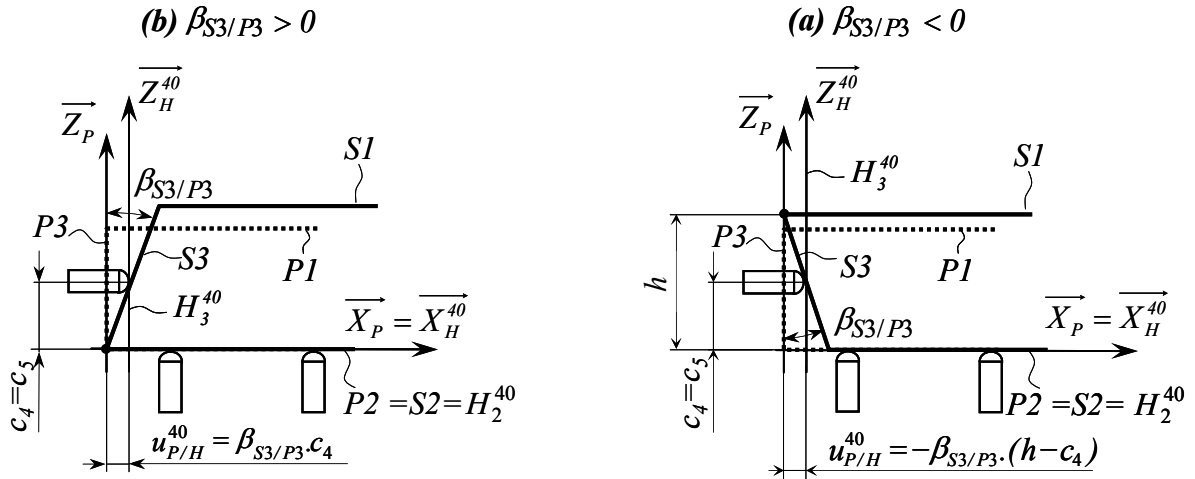


Figure 4.6. Les écarts du montage d'usinage en phase 40

Dans la figure 4.6a, les points d'appuis A_4^{40} et A_5^{40} sont à la même hauteur par rapport à $P2$ ($c_4 = c_5$). Donc H_3^{40} est parallèle à $P3$, mais ils sont distants de $u_{P/H}^{40} = \beta_{S3/P3} \cdot c_4$ et $\gamma_{P/H}^{40} = 0$.

Le torseur $\tau_{P/H}^{40}$ s'écrit, dans ce cas, avec cette forme :

$$\tau_{P/H}^{40} = \begin{Bmatrix} 0 & \beta_{S3/P3} \cdot c_4 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(O_H^{40}, R_H^{40})}$$

Dans la figure 4.6b, les points d'appuis A_4^{40} et A_5^{40} étant à la même hauteur par rapport à $P2$ ($c_4 = c_5$) et $P1$ parallèle à $P2$. Donc H_3^{40} est parallèle à $P3$, mais ils sont distants de

$$u_{P/H}^{40} = -\beta_{S3/P3} \cdot (h - c_4).$$

Le torseur $\tau_{P/H}^{40}$ s'écrit, dans ce cas, avec cette forme :

$$\tau_{P/H}^{40} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad -\beta_{S3/P3}(h-c_4) \\ 0 \quad F \\ 0 \quad 0 \end{array} \right\}_{(O_H^{40}, R_H^{40})}$$

La contribution des déplacements peut être fusionnée dans une formule commune :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{dT_i} \cdot \vec{n}_4 &= \overrightarrow{dO} + \overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{OT_i} \\ &= \beta_{S3/P3} \cdot C \end{aligned}$$

avec :

$$C = c_4 \cdot p_4 \text{ si } \beta_{S3/P3} > 0,$$

$$C = (h - c_4) \cdot p_4 \text{ si } \beta_{S3/P3} < 0.$$

3.5. Influence des dispersions

Les dispersions ont pour effet de décaler le repère pièce par rapport au repère montage. Il faut donc étudier l'influence des dispersions sur chaque point T_i^S de la surface terminale, en considérant une dispersion δ sur chaque appui du montage en phase d'étude. Ceci signifie qu'en chaque point d'appui A_i^{40} , la surface de la pièce S_i n'est pas rigoureusement en contact avec l'appui. La distance est δ_i^{40} .

Il faut donc exprimer les composantes du torseur dispersion τ_D^{40} (torseur jeux entre la pièce et le montage d'usinage) en fonction des dispersions considérées.

Nous considérons dans cette phase les écarts suivants (figure 4.7) :

- δ_1^{40} , δ_2^{40} et δ_3^{40} : Les écarts respectivement sur les appuis de la primaire A_1^{40} , A_2^{40} et A_3^{40} .
- δ_4^{40} et δ_5^{40} : Les écarts respectivement sur les appuis de la secondaire A_4^{40} et A_5^{40} .
- δ_6^{40} : Ecart sur l'appui de la tertiaire A_6^{40} .

L'écart est défini entre la surface S_i et les appuis du montage, sachant que les surfaces H_i^{40} passent par ces appuis.

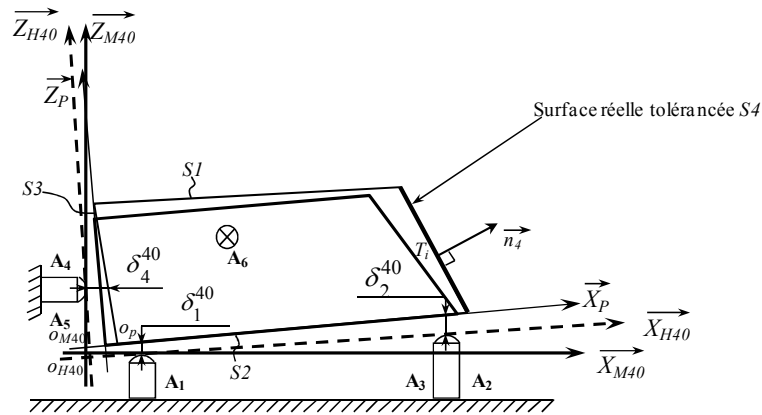


Figure 4.7. Ecart observable sur chaque appui en phase 40

Le tenseur dispersion τ_D^{40} s'écrit avec la forme suivante :

$$\tau_D^{40} = \begin{Bmatrix} \alpha_D^{40} & u_D^{40} \\ \beta_D^{40} & v_D^{40} \\ \gamma_D^{40} & w_D^{40} \end{Bmatrix}_{(O_H^{40}, R_H^{40})}$$

Ce tenseur exprime le déplacement de la pièce par rapport au montage. Le déplacement de la pièce est défini par les surfaces $S2$, $S3$ et $S5$. Comme R_P est construit sur ces trois surfaces, c'est aussi le déplacement de R_P .

La surface $S4$ reste au même endroit car elle est usinée. Il faut donc maintenant étudier l'influence des dispersions sur la position de la surface $P4$ (figure 4.8).

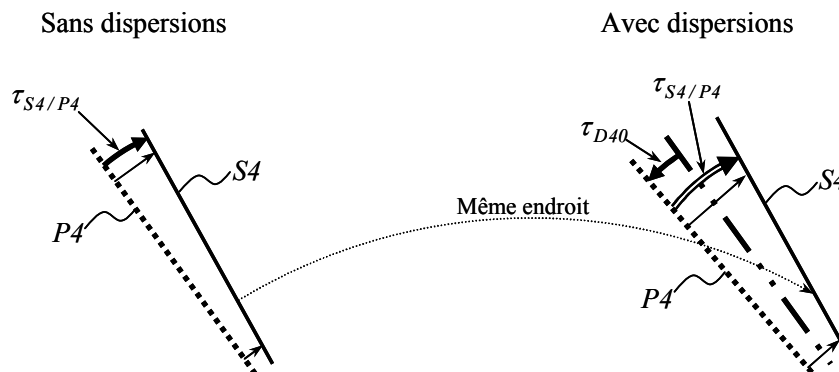


Figure 4.8. Influence des dispersions sur l'écart entre $S4$ et $P4$ en phase 40

Le but, de cette étude, est de déterminer le déplacement de la surface nominale $P4$ en fonction des écarts imposés par les dispersions.

Le déplacement de chaque point appartenant à la pièce est égal à l'écart correspondant.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{dA_1^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = \delta_1^{40} \\ \overrightarrow{dA_2^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = \delta_2^{40} \\ \overrightarrow{dA_3^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = \delta_3^{40} \\ \overrightarrow{dA_4^{40}} \cdot \overrightarrow{X_H^{40}} = \delta_4^{40} \\ \overrightarrow{dA_5^{40}} \cdot \overrightarrow{X_H^{40}} = \delta_5^{40} \\ \overrightarrow{dA_6^{40}} \cdot \overrightarrow{Y_H^{40}} = \delta_6^{40} \end{array} \right. \quad \text{Avec :} \quad \overrightarrow{dA_i^{40}} = \overrightarrow{dO_H^{40}} + \overrightarrow{\Omega_D^{40}} \wedge \overrightarrow{O_H^{40} A_i^{40}}$$

Le système d'équations est donné par ces 6 conditions :

$$\left\{ \begin{array}{l} w_D^{40} + \alpha_D^{40} . b_1^{40} - \beta_D^{40} . a_1^{40} = \delta_1^{40} \\ w_D^{40} + \alpha_D^{40} . b_2^{40} - \beta_D^{40} . a_2^{40} = \delta_2^{40} \\ w_D^{40} + \alpha_D^{40} . b_3^{40} - \beta_D^{40} . a_3^{40} = \delta_3^{40} \\ u_D^{40} + \beta_D^{40} . c_4^{40} - \gamma_D^{40} . b_4^{40} = \delta_4^{40} \\ u_D^{40} + \beta_D^{40} . c_5^{40} - \gamma_D^{40} . b_5^{40} = \delta_5^{40} \\ v_D^{40} - \alpha_D^{40} . c_6^{40} + \gamma_D^{40} . a_6^{40} = \delta_6^{40} \end{array} \right. \quad (9)$$

La résolution de ce système d'équations, détaillée dans l'annexe A2, donne les composantes du torseur dispersion en fonction des écarts imposés :

$$\alpha_D^{40} = k_{12}^{40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40});$$

$$\beta_D^{40} = k_{13}^{40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{14}^{40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40});$$

$$\gamma_D^{40} = k_{15}^{40} (\delta_4^{40} - \delta_5^{40}) + k_{16}^{40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{17}^{40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40});$$

$$u_D^{40} = \delta_4^{40} + k_{18}^{40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{19}^{40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40}) + k_{20}^{40} (\delta_4^{40} - \delta_5^{40});$$

$$v_D^{40} = \delta_6^{40} + k_{21}^{40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{22}^{40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40}) + k_{23}^{40} (\delta_4^{40} - \delta_5^{40}) \text{ (inutile);}$$

$$w_D^{40} = \delta_3^{40} + k_{24}^{40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{25}^{40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40}).$$

Ceci signifie qu'il est possible de calculer l'influence des écarts de dispersions sur tous les points T_i de la surface tolérancée.

$\overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_4}$ est une fonction de α, β, γ, u et w donc des 6 écarts δ .

Il faut chercher la valeur maximale de $\overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_4}$ pour tous les points T_i , en respectant

$$-\Delta/2 \leq \delta \leq \Delta/2.$$

La formule étant linéaire, elle peut s'écrire sous la forme :

$$\overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_4} = k_{1i} \cdot \delta_1^{40} + k_{2i} \cdot \delta_2^{40} + k_{3i} \cdot \delta_3^{40} + k_{4i} \cdot \delta_4^{40} + k_{5i} \cdot \delta_5^{40} \quad (10)$$

Ce qui donne la valeur ξ_i^{40} maximale au point T_i , en fonction des dispersions estimées Δ_i .

$$\xi_i^{40} = (\overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_4})_{maxi} = |k_{1i}| \frac{\Delta_1}{2} + |k_{2i}| \frac{\Delta_2}{2} + |k_{3i}| \frac{\Delta_3}{2} + |k_{4i}| \frac{\Delta_4}{2} + |k_{5i}| \frac{\Delta_5}{2} \quad (11)$$

3.6. Synthèse de la phase 40

Le résultat de l'étude des différents défauts est :

$$\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_4} \right| \leq \frac{t}{2} - \mu_4^{40}$$

avec :

$$\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_4} \right| = \left| \eta_i^{40} + \beta_{S3/P3} \cdot C \right| + \xi_i^{40} \quad (12)$$

* $C = (c_4 - h) \cdot p_4$, si $\beta_{S3/P3} < 0$,

* $C = c_4 \cdot p_4$, si $\beta_{S3/P3} > 0$,

* μ_4^{40} : Décalage de la surface usinée, mesurable sur la machine

* η_i^{40} : Influence des défauts du montage d'usinage

$$\eta_i^{40} = u_{H/M}^{40} \cdot p_4 + w_{H/M}^{40} \cdot q_4 + \alpha_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot q_4 + \beta_{H/M}^{40} \cdot (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) - \gamma_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot p_4$$

avec $u_{H/M}^{40}$, $w_{H/M}^{40}$, $\alpha_{H/M}^{40}$, $\beta_{H/M}^{40}$ et $\gamma_{H/M}^{40}$ calculés à partir des mesures ε_i du montage d'usinage.

* ξ_i^{40} : Influence des dispersions

$$\xi_i^{40} = \left| k_{D1i}^{40} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D2i}^{40} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D3i}^{40} \right| \frac{\Delta_3}{2} + \left| k_{D4i}^{40} \right| \frac{\Delta_4}{2} + \left| k_{D5i}^{40} \right| \frac{\Delta_5}{2} + \left| k_{D6i}^{40} \right| \frac{\Delta_6}{2}$$

Pour cette spécification, nous observons que seul le paramètre $\beta_{S3/P3}$ ne dépend pas de la phase 40. $\beta_{S3/P3}$ est le défaut de perpendicularité de la surface $S3$, usinée en phase 30, par rapport à $S2$ utilisée comme appui plan dans cette phase. $S2$ est usinée en phase 20.

Selon la démarche ascendante, il faut donc rechercher maintenant uniquement la valeur de cette grandeur $\beta_{S3/P3}$ dans la phase 30.

4. Etude de la phase 30

4.1. Mise en position de la pièce

La pièce est posée sur le montage d'usinage (figure 4.9) par :

- un appui primaire (A_1^{40} , A_2^{40} et A_3^{40}) sur la surface usinée $S2$,
- un appui secondaire (A_4^{40} et A_5^{40}) sur la surface brute $B10$,
- un appui tertiaire (A_6^{40}) sur la surface brute $B11$.

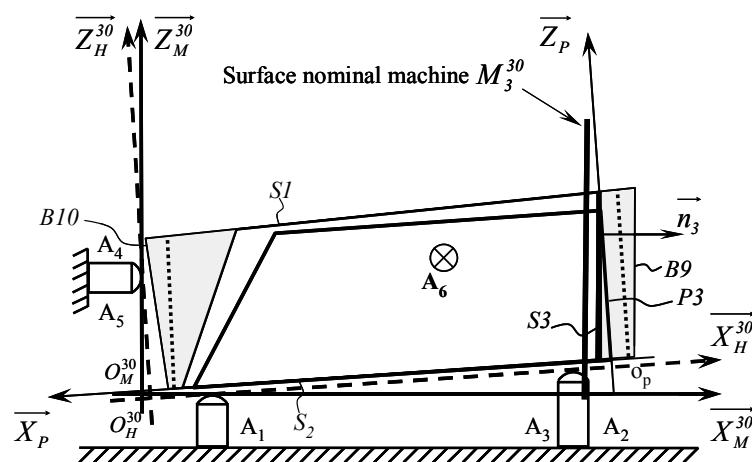


Figure 4.9. Position de la pièce sur le montage en phase 30

Le but de cette étude est de déterminer le paramètre $\beta_{S3/P3}$. Les autres composantes sont libres.

Remarque : Cette figure montre que le repère R_P peut être très éloignés des autres repères R_M et R_H .

4.2. Influence des défauts d'usinage dans la phase 30

Les défauts de flexion ou de réglage d'outils provoquent un écart entre la surface usinée $S3$ par rapport à la surface nominale machine M_3^{30} (figure 4.10).

L'écart cherché est l'angle $\beta_{S3/M3}^{30}$, qui est mesurable directement sur la machine à l'aide d'un comparateur ou d'un palpeur à contact.

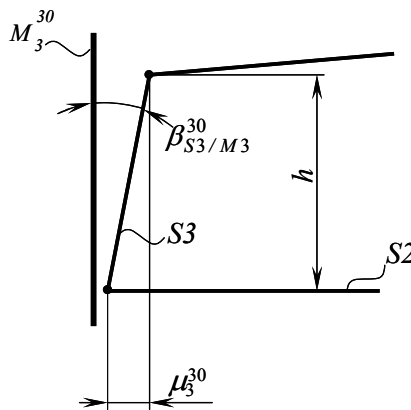


Figure 4.10. Écart d'usinage en phase 30

$$\beta_{S3/M3}^{30} = \frac{\mu_3^{30}}{h} \text{ (le signe de } \mu_3^{30} \text{ est important)} \quad (13)$$

4.3. Influence des défauts du montage d'usinage dans la phase 30

L'écart entre le nominal montage et le nominal machine est exprimé en fonction des écarts de fabrication ε_i^{30} mesurés sur les appuis A_i^{30} (a_i^{30} , b_i^{30} , c_i^{30}).

Donc la composante $\beta_{H/M}^{30}$ s'écrit :

$$\beta_{H/M}^{30} = k_1^{30} \varepsilon_2^{30} + k_2^{30} \varepsilon_3^{30} \quad (14)$$

avec :

$$k_1^{30} = \frac{1}{(a_1^{30} - a_2^{30})} + \frac{b_1^{30} - b_2^{30}}{(a_1^{30} - a_2^{30})(b_2^{30} - b_3^{30})} ;$$

$$k_2^{30} = \frac{b_1^{30} - b_2^{30}}{(a_2^{30} - a_1^{30})(b_2^{30} - b_3^{30})} ;$$

4.4. Influence des dispersions

Le torseur dispersion τ_D^{30} est exprimé en fonction des dispersions considérées δ_i^{30} sur les appuis correspondants A_i^{30} .

La composante β_D^{30} s'écrit :

$$\beta_D^{30} = \frac{\delta_1^{30} - \delta_2^{30}}{a_2^{30} - a_1^{30}} - \frac{(\delta_2^{30} - \delta_3^{30})(b_1^{30} - b_2^{30})}{(a_2^{30} - a_1^{30})(b_2^{30} - b_3^{30})}$$

$$\beta_D^{30} = k_{D1}^{30}(\delta_1^{30} - \delta_2^{30}) + k_{D2}^{30}(\delta_2^{30} - \delta_3^{30})$$

Donc l'estimation de la dispersion devient :

$$\xi_{30} = \left| k_{D1}^{30} \right| \cdot \frac{A_1}{2} + \left| k_{D2}^{30} - k_{D1}^{30} \right| \cdot \frac{A_2}{2} + \left| k_{D2}^{30} \right| \cdot \frac{A_3}{2} \quad (15)$$

Suivant le cas, la dispersion s'ajoute ou se retranche aux autres défauts pour trouver la situation la plus défavorable.

La composante du torseur $\tau_{S3/P3}$ influente dans la phase 40 est donc :

$$\beta_{S3/P3} = \beta_{S3/M3}^{30} + \beta_{H/M}^{30} \pm \xi_{30} \quad (16)$$

La composante utile $\beta_{S3/P3}$ ne dépend pas des autres phases. Donc le calcul des paramètres utilisés pour la vérification de la spécification, s'arrête à ce niveau.

5. Résumé des résultats

Cette méthode TMT permet de déterminer la relation permettant de vérifier la localisation de la surface $S4$ par rapport au système de références (AB). Cette relation est donnée par une étude ascendante de la phase 40 puis de la phase 30 (deux phases de réalisation de l'exigence fonctionnelle).

La relation globale est déduite de la relation (12) :

$$\boxed{\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_4 \right| = \left| \eta_i^{40} + \beta_{S3/P3} \cdot C \right| \leq \frac{t}{2} - \mu_4^{40} - \xi_i^{40}} \quad (17)$$

μ_4^{40} : Déplacement de la surface usinée, mesurable sur la machine.

$$\eta_i^{40} = u_{H/M}^{40} \cdot p_4 + w_{H/M}^{40} \cdot q_4 + \alpha_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot q_4 + \beta_{H/M}^{40} \cdot (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) - \gamma_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot p_4$$

Calculable à partir de la mesure des défauts des appuis ε_i en phase 40.

$$\xi_i^{40} = \left| k_{D1}^{40} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D2}^{40} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D3}^{40} \right| \frac{\Delta_3}{2} + \left| k_{D4}^{40} \right| \frac{\Delta_4}{2} + \left| k_{D5}^{40} \right| \frac{\Delta_5}{2} + \left| k_{D6}^{40} \right| \frac{\Delta_6}{2}$$

Calculable à partir des estimations des dispersions Δ_i sur chaque appui.

$\beta_{S3/M3}^{30}$: Angle de la surface usinée par rapport à la surface nominale machine, mesurable sur la machine.

$$\beta_{H/M}^{30} = k_2^{30} \varepsilon_2^{30} + k_3^{30} \varepsilon_3^{30}$$

Calculable à partir de la mesure des défauts des appuis ε_i en phase 30.

- Si $\beta_{S3/M3}^{30} + \beta_{H/M}^{30} < 0$, la dispersion la plus défavorable donne la relation suivante :

$$\beta_{S3/P3} = \beta_{S3/M3}^{30} + \beta_{H/M}^{30} - \xi_{30}$$

et $C = (c_4 - h) \cdot p_4$.

- Si $\beta_{S3/M3}^{30} + \beta_{H/M}^{30} > 0$ la dispersion la plus défavorable donne la relation :

$$\beta_{S3/P3} = \beta_{S3/M3}^{30} + \beta_{H/M}^{30} + \xi_{30}$$

et $C = c_4 \cdot p_4$.

Cette relation (17) présente le cumul des défauts observés dans la phase 40 et la phase 30.

Elle permet l'analyse des tolérances, c'est-à-dire la validation de la production après avoir mesuré les défauts sur les montages et d'usinage sur la première pièce. Elle permet également de vérifier la faisabilité d'une production en fonction des défauts estimés.

6. Conclusion

L'étude de ce transfert simple, avec la méthode TMT, montre la relative simplicité des calculs et des relations trouvées. Cette simplicité est donnée par les innovations apportées par ce modèle, notamment avec un nominal pièce construit sur le système de références de l'exigence, un transfert par une approche ascendante et des repères identifiés directement selon la méthode de réglage des machines.

Les relations finales sont assez simples, ce qui permet l'analyse des tolérances. Avec cette approche, le traitement des surfaces inclinées ou cylindrique ne pose pas de problème particulier, étant donné que la surface tolérancée est discrétisée. Il est ainsi possible d'étudier la faisabilité d'une seule exigence critique par exemple.

Avec cette approche, on ne recherche que les variables influentes sur les exigences, les autres sont notées F (Free). Toutes les grandeurs manipulées sont théoriquement parfaitement identifiables sur les machines.

Ce modèle d'analyse est validé par une étude expérimentale qui consiste à mesurer les différents défauts de chaque phase et à vérifier que les défauts obtenus sur la pièce en fin de phase sont bien conformes au modèle. Ce travail fait l'objet du chapitre 6.

Le traitement de toutes les exigences du dessin de définition donne un système global d'équations. Cela permet la synthèse de tolérance, c'est-à-dire la distribution de tolérances sur de différentes phases de réalisation de la pièce.

CHAPITRE 5

Synthèse de tolérance

1. Introduction

Dans la préparation à la fabrication, l'étude des tolérances est effectuée en deux étapes. La première est l'analyse de tolérances, développée dans le chapitre 4, qui consiste à vérifier la faisabilité du processus de fabrication proposé. Les relations trouvées par cette analyse seront les données de la deuxième étape de synthèse des tolérances.

Ce chapitre développe une démarche de synthèse des tolérances pour permettre la répartition des tolérances des spécifications fonctionnelles, sur les différentes phases concernées et à partir des relations trouvées par l'analyse de tolérances.

Dans le chapitre 4, pour l'exemple de la pièce avec un plan incliné figure 4.1, l'analyse donne une relation de transfert qui exprime le déplacement des points T_i de la surface tolérancée S_4 :

$$\overrightarrow{(dT_i^S \cdot \vec{n}_4)} = \underbrace{\eta_i^{40} + \mu_4^{40} + \xi_i^{40}}_{Ph40} + \underbrace{\left(\frac{\mu_3^{30}}{h} + \eta_{30} \pm \xi_{30}\right)}_{Ph30} \cdot C$$

η : influence des défauts du montage, ξ : influence des dispersions et μ : écart de la surface usinée.

Cette relation est bien représentative, car elle montre que le déplacement du point T_i est une fonction des défauts de position de la phase 40 et des défauts d'orientation de la phase 30. La tolérance doit donc être répartie sur ces deux phases.

Pour la répartition de tolérances, trois situations peuvent être envisagées, suivant que le montage d'usinage est connu ou non.

Si les montages d'usinage sont connus et installés sur les machines, les défauts des montages peuvent être identifiés par mesure dans chaque phase. L'influence de ces défauts η seront donc connus dans l'inéquation. Ceci permet de faire la vérification de l'exigence fonctionnelle en estimant les autres défauts (influences des dispersions ξ et défauts dus à l'usinage μ) ou d'allouer une tolérance maxi aux écarts d'usinage μ .

Si un montage d'usinage n'est pas connu, on estime la valeur maximale du défaut sur le montage (ε_{\max}) comme on estime les autres défauts. Ensuite, comme précédemment, le cumul des défauts est comparé à l'exigence imposée.

Inversement, la troisième méthode consiste à estimer μ et ξ pour allouer la tolérance ε la plus grande possible sur les montages d'usinage.

Pour développer cette méthode de synthèse, nous proposons d'étudier l'exemple défini en cotation ISO par la figure 5.1.

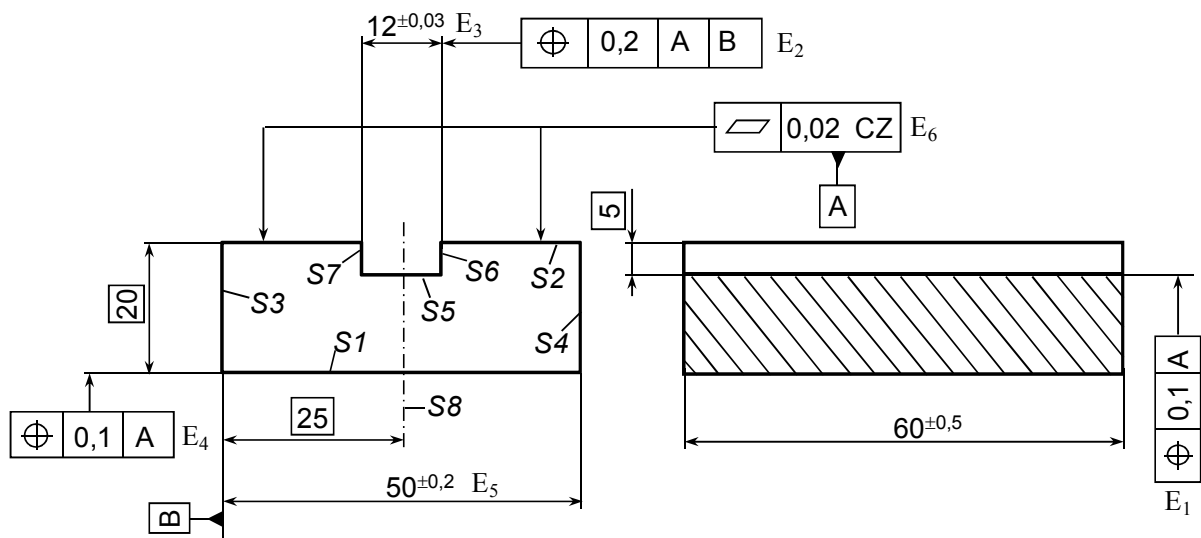


Figure 5.1. Dessin de définition fonctionnel

La réalisation de cette pièce est décrite par le projet de gamme (figure 5.2) :

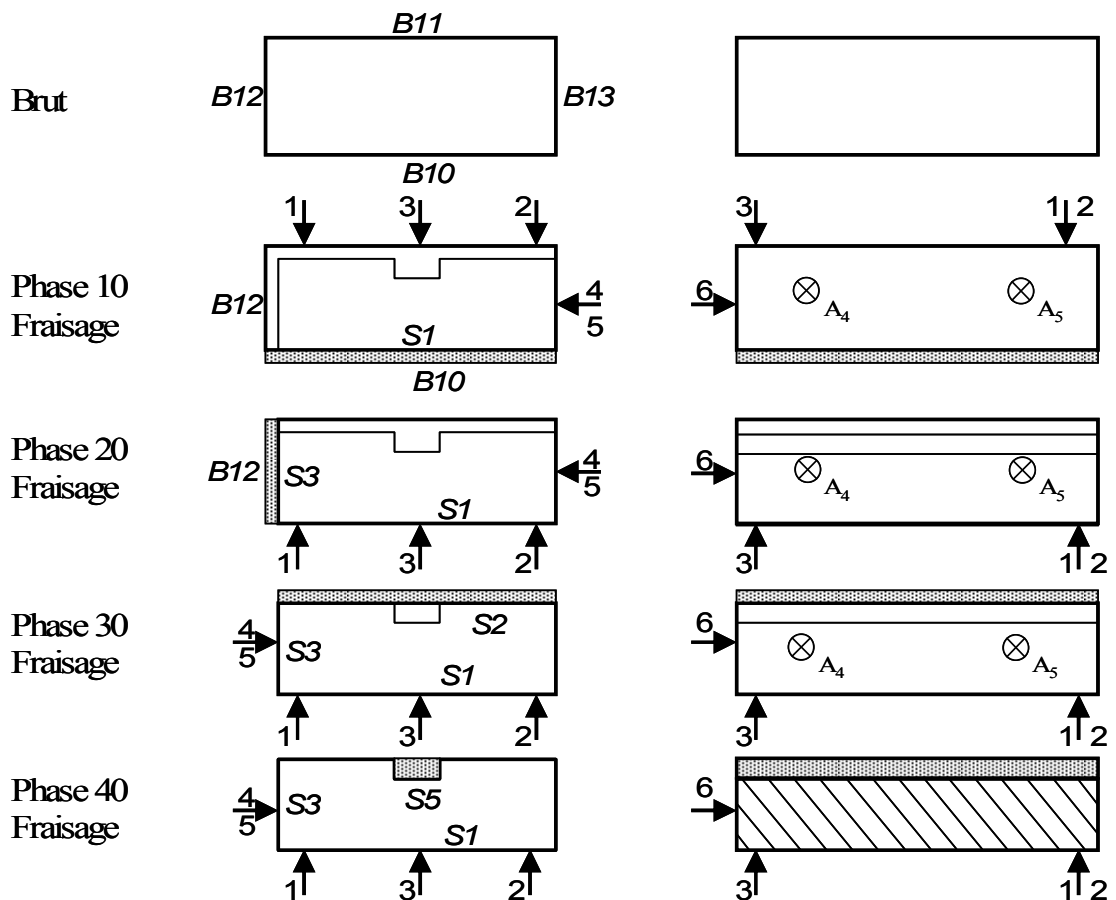


Figure 5.2. Projet de gamme

L'analyse de tolérance de cet exemple est traitée dans l'annexe (page 147).

2. Analyse qualitative des transferts

Chaque exigence fonctionnelle ou de fabrication peut être directe ou doit faire l'objet d'un transfert. Pour dire si l'exigence est directe ou non, il faut identifier les surfaces actives de la phase qui sont :

- Les surfaces usinées dans la phase n;
- Les surfaces qui sont utilisées pour la mise en position dans la phase n.

L'exigence est directe dans la phase n si toutes les surfaces de l'exigence (surface spécifiée et surfaces de références) sont des surfaces actives de cette phase n.

A partir de cette règle, l'analyse de chaque exigence donne les résultats suivants:

- Chaque exigence non directe sera décomposée en spécifications fabriquées qui seront portées sur les dessins de phases concernés.
- Les exigences directes seront des spécifications fabriquées à porter directement sur les dessins de phase, éventuellement avec une réduction de l'intervalle de tolérance si la cote fabriquée est contrainte par un transfert.

3. Relations données par l'analyse de tolérance

L'analyse de tolérance détaillée en annexe est appliquée sur chaque exigence fonctionnelle ou de fabrication E_j à respecter (il y a autant de calculs que d'exigences). Cette étude donne un système global d'inéquations relatives aux différentes spécifications géométriques. Ce système permet la synthèse de tolérances en distribuant les tolérances sur les différentes phases de réalisation de la pièce.

E_1 : une exigence non directe de profondeur de la rainure entre la surface $S2$ et la surface $S5$ non actives dans la même phase. Il y a donc transfert.

$$\left(\overrightarrow{dT_i^{S5}} \cdot \overrightarrow{n_5} \right) : \left| \mu_5^{40} + \eta_{5i}^{40} + \xi_{5i}^{40} + \mu_5^{30} + \eta_{5i}^{30} + \xi_{5i}^{30} \right| \leq \frac{0,1}{2}$$

μ_5^{40} : Décalage de la surface usinée $S5$ par rapport au repère machine en phase 40.

μ_5^{30} : Influence du décalage de la surface usinée $S2$ par rapport au repère machine en phase 30, sur les points de la surface $S5$.

η_{5i}^{40} : Influence des défauts du montage d'usinage en phase 40 sur les points T_i de la surface $S5$ (calculable à partir de la mesure des défauts des appuis \mathcal{E}_i).

η_{5i}^{30} : Influence des défauts du montage d'usinage en phase 30 sur les points T_i de la surface $S5$ (calculable à partir de la mesure des défauts des appuis \mathcal{E}_i).

ξ_{5i}^{40} : Influence des dispersions, en phase 40, sur les points T_i de la surface $S5$ (calculable à partir des estimations des dispersions Δ_i sur chaque appui du montage).

ξ_{5i}^{30} : Influence des dispersions, en phase 30, sur les points T_i de la surface $S5$ (calculable à partir des estimations des dispersions Δ_i sur chaque appui du montage).

E_2 : une exigence non directe de position du plan médian de la rainure par rapport à la surface $S2$ (primaire) et $S3$ (secondaire), qui ne sont pas actives dans la même phase. Il y a donc transfert sur les 3 phases :

$$(\overrightarrow{dT_i^{S8}} \cdot \overrightarrow{n_8}) : \left| \mu_8^{40} + \eta_{8i}^{40} + \xi_{8i}^{40} + \mu_8^{30} + \eta_{8i}^{30} + \xi_{8i}^{30} + \mu_8^{20} + \eta_{8i}^{20} + \xi_{8i}^{20} \right| \leq \frac{0,2}{2}$$

E_3 : une exigence directe de largeur de la rainure entre deux surfaces réalisées dans la même phase 40 par un seul outil. Cette cote outil ne dépend pas des défauts du montage d'usinage.

$$(\overrightarrow{dT_i^{S6}} \cdot \overrightarrow{n_6}) : \left| \mu_6^{40} + \mu_7^{40} \right| \leq \frac{0,06}{2}$$

E_4 : une exigence directe de hauteur de la pièce entre la surface $S2$ réalisée en phase 30 par rapport à $S1$. Il n'y a pas de transfert.

$$(\overrightarrow{dT_i^{S1}} \cdot \overrightarrow{n_1}) : \left| \mu_1^{30} + \eta_{1i}^{30} + \xi_{1i}^{30} \right| \leq \frac{0,1}{2}$$

E_5 : une exigence directe de largeur de la pièce entre la surface $S3$ réalisée dans la phase 20 et la surface d'appui dans cette phase $S4$.

$$(\overrightarrow{dT_i^{S3}} \cdot \overrightarrow{n_3}) : \left| \mu_3^{20} + \eta_{3i}^{20} + \xi_{3i}^{20} \right| \leq \frac{0,4}{2}$$

E_6 : une exigence directe de forme qui ne concernant qu'une seule surface réalisée dans la phase 20. Il n'y a aucune influence du montage d'usinage, mais il faut que la planéité de la surface usinée soit satisfaisante.

Remarque : cette condition ne donne pas d'équation, car le seul écart étudié sur la surface $S2$ est μ_2^{20} qui est un écart de position par rapport à la surface nominal et pas l'écart de forme.

4. Principe de la synthèse de tolérance

4.1. Analyse des termes des équations

Les exigences E_1 et E_4 donnent la forme typique des inéquations à respecter.

$$\text{Sans transfert (E}_4\text{)} : (\overrightarrow{dT_i^{S1}} \cdot \overrightarrow{n_1}) : \left| \mu_1^{30} + \eta_{1i}^{30} + \xi_{1i}^{30} \right| \leq \frac{0,1}{2}$$

$$\text{Avec transfert (E}_1\text{)} : (\overrightarrow{dT_i^{S5}} \cdot \overrightarrow{n_5}) : \left| \mu_5^{40} + \eta_{5i}^{40} + \xi_{5i}^{40} + \mu_5^{30} + \eta_{5i}^{30} + \xi_{5i}^{30} \right| \leq \frac{0,1}{2}$$

En fait, ces conditions doivent être respectées aux 4 coins T_i de la face plane et dans les deux sens de la normale à la face. Ceci donne en fait 8 inéquations par exigence :

Ces relations comportent l'écart sur la surface usinée μ , l'influence des défauts du montage d'usinage η et l'influence des dispersions de mise en position ξ .

Dans cette étude, nous avons des montages d'usinage isostatique classiques composés de 6 appuis. Un appui plan primaire formé par les appuis A_1 , A_2 et A_3 , une linéique secondaire définie par les points A_4 et A_5 et un appui ponctuel tertiaire défini par le point A_6 .

En section, 4.3, nous avons trouvé l'équation 8 qui illustre bien la forme générale de η pour calculer l'influence des défauts du montage d'usinage:

$$\eta_i^{40} = u_{H/M}^{40} \cdot p_4 + w_{H/M}^{40} \cdot q_4 + \alpha_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot q_4 + \beta_{H/M}^{40} \cdot (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) - \gamma_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot p_4 \quad (8)$$

Avec :

$$\alpha_{H/M}^{40} = k_1^{40} (\varepsilon_2^{40} - \varepsilon_3^{40}) ; \quad \beta_{H/M}^{40} = k_2^{40} \varepsilon_2^{40} + k_3^{40} \varepsilon_3^{40} ; \quad \gamma_{H/M}^{40} = k_6^{40} \varepsilon_5^{40} + k_7^{40} \varepsilon_2^{40} + k_8^{40} \varepsilon_3^{40} ;$$

$$u_{H/M}^{40} = k_9^{40} \varepsilon_5^{40} + k_{10}^{40} \varepsilon_2^{40} + k_{11}^{40} \varepsilon_3^{40} ; \quad w_{H/M}^{40} = k_4^{40} \varepsilon_2^{40} + k_5^{40} \varepsilon_3^{40} .$$

Les coefficients k dépendent de la position des points d'appui du montage d'usinage. Les coefficients p , q , r sont les composantes des normales aux surfaces. Les coordonnées x_i , y_i , z_i dépendent du point T_i où est exprimé l'exigence à respecter.

4.2. Optimisation de la tolérance d'usinage μ

Dans l'étude expérimentale, au chapitre 6, nous allons montrer une méthode d'identification des écarts ε_i^{Ph} sur les appuis du montage d'usinage par mesure.

Si le montage est en place, on pourra donc calculer l'influence η_i en chaque point T_i , des écarts ε_j^{Ph} du montage d'usinage. Cette influence η_i peut être calculée en chaque point T_i .

En prévisionnel, il est possible d'allouer un intervalle de tolérance sur chaque point d'appui $\varepsilon_j^{Ph} \leq \varepsilon_{maxi}$, ce qui permet de déterminer l'influence maxi avec une relation du type :

$$\eta_{i_{maxi}} = \lambda_i \cdot \varepsilon_{maxi}$$

Il est donc possible de retirer l'influence des défauts du montage d'usinage de chaque équation.

De la même façon, l'équation 11 de la section 4.5 est la suivante :

$$\xi_i^{40} = (\overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_4})_{maxi} = |k_1| \frac{\Delta_1}{2} + |k_2| \frac{\Delta_2}{2} + |k_3| \frac{\Delta_3}{2} + |k_4| \frac{\Delta_4}{2} + |k_5| \frac{\Delta_5}{2} + |k_6| \frac{\Delta_6}{2} \quad (11)$$

Δ est la dispersion estimée sur chaque point d'appui.

Les coefficients k sont connus et dépendent du point T_i étudié et des caractéristiques géométriques du montage et de la pièce. Si on estime la valeur maxi de Δ , il est possible de calculer l'écart ξ_i^{40} en chaque point T_i sous la forme $\xi_i = k_i \cdot \Delta$

Le dernier terme est l'écart μ à optimiser qui est l'écart entre la surface usinée et la surface nominale. Cet écart est unique, quel que soit le point T_i étudié.

S'il n'y a pas de transfert, les 8 inéquations sont du type :

$$\mu_1^{30} + \eta_{1i}^{30} + \xi_{1i}^{30} \leq \frac{0,1}{2}$$

On a donc 8 inéquations correspondant aux 4 points T_i et aux deux orientations de la normale n_i et $-n_i$.

Si le montage d'usinage est connu, on peut donc calculer les 8 valeurs de η_i qui sont donc toutes différentes. Si le montage d'usinage n'est pas connu, on peut estimer la valeur maxi de ε , pour déterminer les 8 valeurs maxi de η_i .

En estimant la dispersion Δ sur chaque point d'appui, on va également avoir les 8 influences des dispersions notées ξ_i .

Dans les 8 inéquations, on va donc pouvoir retirer les 8 valeurs connues η_i et ξ_i , ce qui va donner 8 inéquations plus simples

$$\mu_1^{30} \leq \frac{0,1}{2} - \eta_{1i}^{30} - \xi_{1i}^{30}$$

Chaque inéquation donne donc une simple valeur maxi pour l'écart sur la surface usinée μ , ce qui permet d'allouer la plus grande tolérance possible pour cet usinage.

S'il y a un transfert, les 8 inéquations par exigences sont du type :

$$\mu_5^{40} + \eta_{5i}^{40} + \xi_{5i}^{40} + \mu_5^{30} + \eta_{5i}^{30} + \xi_{5i}^{30} \leq \frac{0,1}{2}$$

Après avoir retiré les influences des défauts des montages d'usinage et des dispersions, les relations sont du type :

$$\mu_5^{40} + \mu_5^{30} \leq \frac{0,1}{2} - \eta_{5i}^{40} - \xi_{5i}^{40} - \eta_{5i}^{30} - \xi_{5i}^{30}$$

Il faut alors constituer le système complet qui comporte 8 inéquations par exigence à traiter. Généralement, les inconnues μ sont différentes, sauf si l'exigence porte sur la même surface. Ces inéquations peuvent facilement être résolues par une méthode itérative avec une répartition uniforme ou en tenant compte de la difficulté de faire l'une où l'autre des opérations (répartition iso-capabilité).

4.3. Optimisation de la précision des montages ε

En prévisionnel, le montage n'est pas connu. Si l'on peut estimer la précision réalisable en usinage, on peut fixer la valeur μ . En estimant Δ , on peut calculer les valeurs ξ_i .

Dans ce cas les 8 inéquations deviennent :

$$\eta_{2i}^{30} \leq \frac{0,1}{2} - \mu_2^{30} - \xi_{2i}^{30}$$

$$\text{Avec } \eta_{2i}^{30} = \lambda_i \cdot \varepsilon_{maxi}^{30}$$

On aura donc 8 inéquations de la forme :

$$\varepsilon_{maxi}^{30} \leq \frac{\frac{0,1}{2} - \mu_2^{30} - \xi_{2i}^{30}}{\lambda_i}$$

Ces 8 inéquations vont donc donner la valeur maxi du défaut admissible sur le montage d'usinage de chaque phase (le nombre d'inconnues ε^{ph} est égal au nombre de phases).

Ceci va permettre de donner la cotation du montage d'usinage pour l'outillage et va permettre de qualifier le montage d'usinage. Cette fois, les écarts ε sont identiques dans de nombreuses inéquations, car il n'y a qu'une valeur par phase.

5. Ecriture des cotes fabriquées

Les spécifications de fabrication à porter sur les dessins de phase indiquent a priori les limites acceptables sur les pièces. Traditionnellement, on utilise pour cela le langage ISO.

Ce point n'a pas été étudié dans le cadre de cette thèse. Les grandes idées qui peuvent être développées sont les suivantes :

- les spécifications sans transfert sont recopiées directement sur le dessin de phase correspondant.
- Pour chaque phase d'usinage, on peut construire un système de références sur les surfaces de mise en position de la phase en respectant l'ordre de prépondérance primaire, secondaire et tertiaire. Il est préférable d'utiliser des références partielles ou des références sur des zones restreintes pour représenter au mieux les zones de contact réelles entre les pièces et les montages d'usinage.

- Chaque transfert généré par la méthode ascendante sera transcrit en une spécification par rapport au système de références de mise en position dans la phase : On aura une localisation si la relation de transfert comporte un terme de translation (u , v ou w) ou une orientation s'il y a uniquement des termes de rotation (α , β ou γ).

La dernière étape du transfert peut générer une spécification par rapport à la référence de l'exigence ou une spécification plus complexe, dont la règle de choix est plus difficile à exprimer (localisation en zone commune, position de surfaces complexes construites sur les surfaces issues du transfert...).

Dans le cas de cette pièce, voici la cotation de fabrication attendue figure 5.3 : (La méthode TZT [ANS 05] donne des règles précises de transfert à partir des spécifications ISO du dessin de définition, uniquement à partir des caractéristiques géométriques).

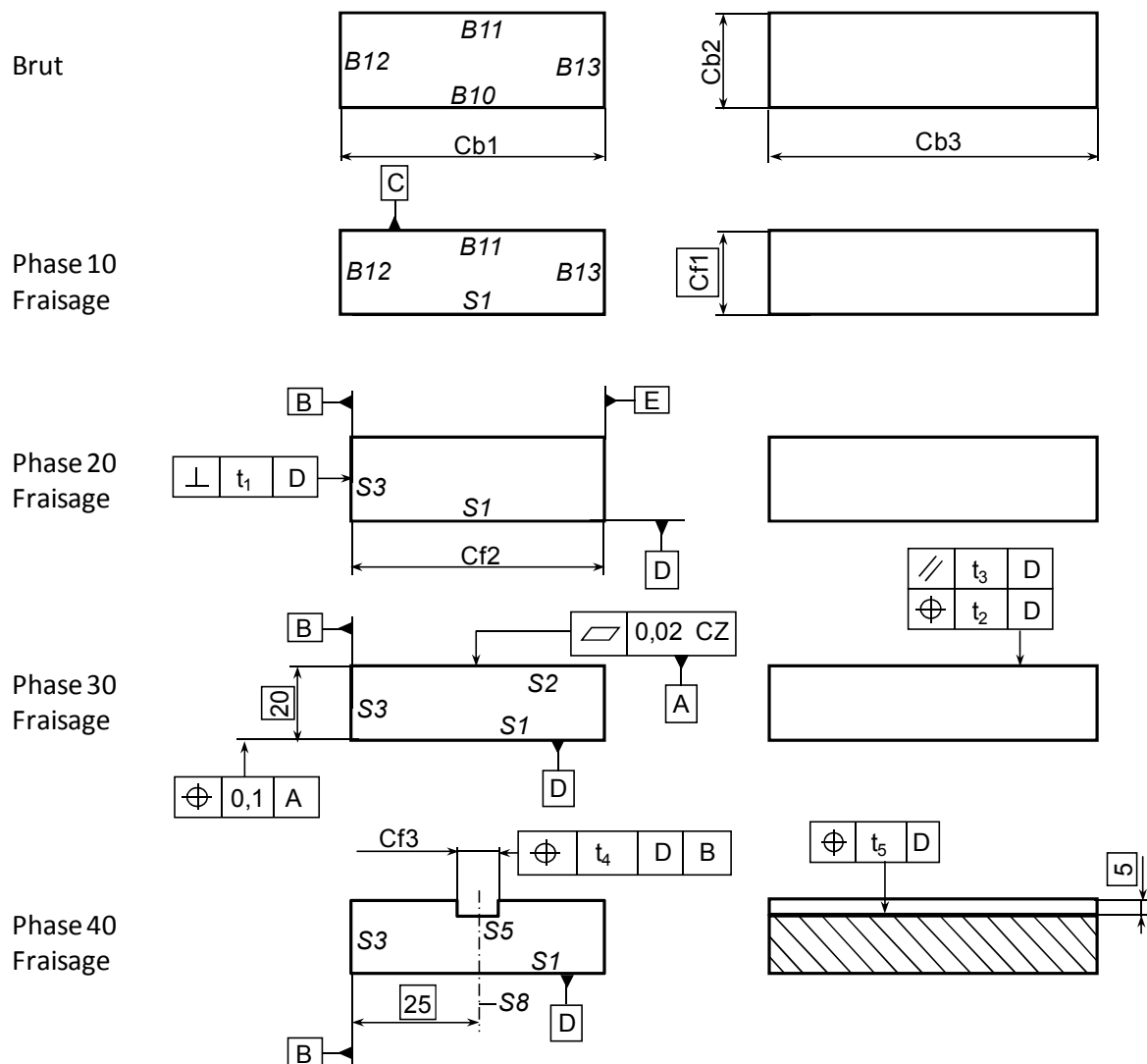


Figure 5.3. Dessins de phase

Le second aspect du problème est la quantification des valeurs à partir de notre méthode.

Les équations de transfert sont de la forme suivante (8 relations par exigence) :

$$\underbrace{\mu_5^{40} + \eta_{5i}^{40} + \xi_{5i}^{40}}_{Phase\ 40} + \underbrace{\mu_5^{30} + \eta_{5i}^{30} + \xi_{5i}^{30}}_{Phase\ 30} \leq \frac{0,1}{2}$$

Tous les termes sont maintenant connus. En première approximation, on reconnaît facilement l'influence globale de la phase 30 et l'influence de la phase 40, sauf que le calcul est différent en chaque point, ce qui ne permet pas de mettre une valeur unique pour la tolérance sur la cote fabriquée correspondante. De plus, les termes donnent les 8 influences aux points T_i de la surface terminale de l'exigence, qui n'appartient pas à la surface usinée. Ceci correspond à une généralisation en 3D de la notion de tolérance projetée. Il est donc très difficile de relier ce calcul à la notion classique de tolérance de fabrication en ISO.

Donner une tolérance au sens où toute pièce fabriquée qui respecte la tolérance est acceptable, n'a pas de sens ici, car cela ne permet pas d'assurer que les petits déplacements prévus dans le modèle de calcul sont bien respectés.

En fait notre modèle fait le cumul des défauts angulaires et des translations possibles dans chaque phase. Ceci impose donc de mesurer les composantes du torseur d'écart de la surface usinée par rapport à la surface nominale et de calculer l'influence aux différents points fonctionnels, avec des relations de transfert du type :

$$\left| u^{40} \cdot p_4 + w^{40} \cdot q_4 + \alpha^{40} \cdot y_i \cdot q_4 + \beta^{40} \cdot (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) - \gamma^{40} \cdot y_i \cdot p_4 \right| \leq V_j^{40}$$

Pour chaque spécification de fabrication, il y a 8 inéquations à respecter pour chaque exigence dans laquelle cette cote fabriquée intervient (avec des coefficients et des coordonnées de points différents et des valeurs maxi différents).

Il s'agit là d'une nouvelle approche du tolérancement de fabrication qui paraît aujourd'hui encore très difficile à diffuser en milieu industriel, du moins tant que des logiciels complètement intégrés à la CAO et à la mesure ne sont pas disponibles, ce qui reste malgré tout très optimiste, compte tenu de la nécessité de pouvoir faire du contrôle au pied des machines avec des moyens de mesure léger.

6. Conclusion

Chaque inéquation formelle, donnée par l'analyse de tolérance d'une exigence fonctionnelle, montrent le cumul des défauts générés par le processus de fabrication dans les différentes phases de réalisation de cette exigence (défauts du montage, des dispersions et d'usinage). Il est possible donc de faire une synthèse des tolérances en traitant ces défauts.

Dans ce chapitre, nous avons proposé une démarche de synthèse des tolérances. Cette démarche se déroule en deux étapes dont la première est une répartition des tolérances sur les différentes phases de réalisation de chaque exigence. Cette répartition des tolérances est appliquée dans le cas des montages d'usinage connus et le cas des montages d'usinage inconnus.

La deuxième étape de synthèse des tolérances est une étape de proposition des spécifications fabriquées ISO dans les différentes phases de réalisation de la pièce.

CHAPITRE 6

Etude expérimentale

1. Introduction

Nous avons élaboré, dans le chapitre 3, le modèle théorique de tolérancement tridimensionnel (TMT) avec le concept des torseurs de petits déplacements. Les résultats, trouvés avec ce modèle, sont exploités dans le chapitre 4 par une étude d'analyse de tolérance. Cette étude permet d'identifier les défauts influents dans les phases de réalisation de la spécification fonctionnelle étudiée.

Le but de ce chapitre est donc de valider ce modèle d'analyse de tolérance par une étude expérimentale.

Les objectifs de cette étude sont :

- Définition rigoureuse, par mesures, des repères utilisés dans ce modèle (repère montage d'usinage et repère machine).
- Mesure des différents défauts influents dans chaque phase :
 - Défauts d'usinage
 - Défauts de mise en position
 - Défauts des montages d'usinage.

- La mesure de la pièce réalisée après chaque phase.
- Vérification d'une spécification directe (en une seule phase).
- Vérification d'un transfert (spécification réalisée en deux phases).

Nous proposons dans ce travail un protocole d'essais, dans lequel nous précisons les différentes mesures à effectuer dans chaque phase. Pour illustrer avec précision ce modèle, nous avons supposé travailler sur une fraiseuse à commande numérique 3 axes à table fixe et outil mobile selon les trois axes. Nous supposons donc que les autres configurations de machines 3 axes sont équivalentes, le problème des plateaux tournants ou broche orientable n'est pas traité (4 axes et 5 axes).

2. Définition précise des repères

Dans ce paragraphe, nous montrons les techniques de mesure pour construire les différents repères (repère machine et repère montage d'usinage). Ainsi la méthode de détermination de décalage entre ces deux repères par mesure.

Nous utilisons dans cette expérience un montage d'usinage isostatique avec 6 appuis (figure 6.1).

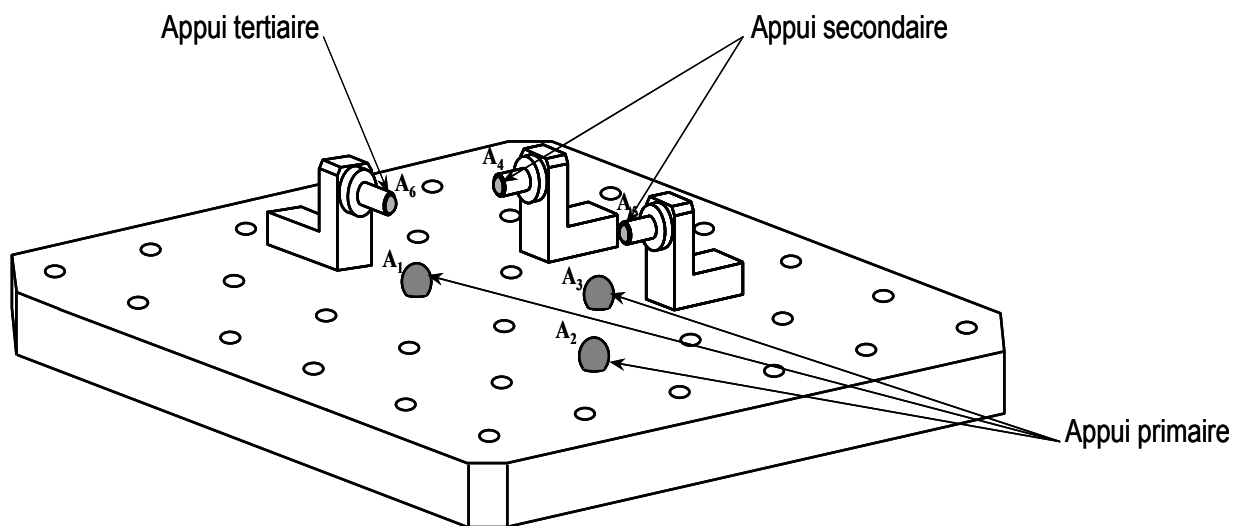
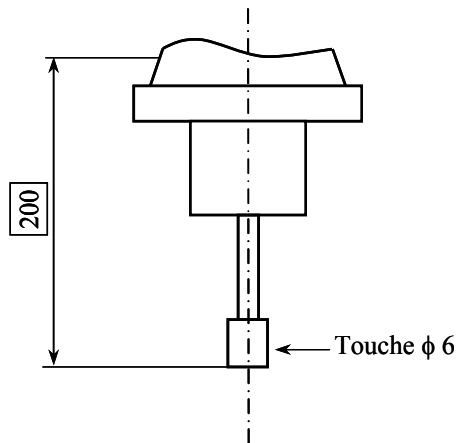


Figure 6.1. Montage d'usinage

Les prises des origines et les mesures peuvent être effectuées avec un palpeur à contact tridimensionnel de type Nikken (figure 6.2), ayant les propriétés suivantes :



- La touche du palpeur est parfaitement coaxiale au cône du porte outil.
- La jauge a une longueur connue (200 mm).
- La longueur de ce palpeur correspond à la longueur «moyenne» des différents outils utilisés sur la machine.

Figure 6.2. Palpeur NIKKEN

Ce palpeur est également utilisé pour étalonner le banc de pré réglage des outils, ce qui élimine l'incertitude sur la définition de l'origine axiale sur le cône.

Dans un premier temps nous proposons de négliger les défauts de rectitude du déplacement de l'outil.

2.1. Construction des repères

2.1.1. Repère machine

Le repère machine représente le repère dans lequel se déplace l'outil compte tenu des déplacements programmés dans le programme CN. Son origine est fixée sur le montage d'usinage en concordance avec le processus de prise d'origine, lors de la mise en route de la production.

Le repère machine est donc lié aux trois mouvements des trois chariots (longitudinal, transversal et vertical).

Ce repère est construit par les plans suivants :

Nous supposons que l'appui A_1 a été choisi pour faire l'origine en \vec{Z} du repère programme de la commande numérique.

- Le plan (\vec{X}_m, \vec{Y}_m) passe donc par l'appui A_1 de la liaison primaire et est parallèle au mouvement de l'outil suivant les axes \vec{X} et \vec{Y} de la machine (figure 6.3).

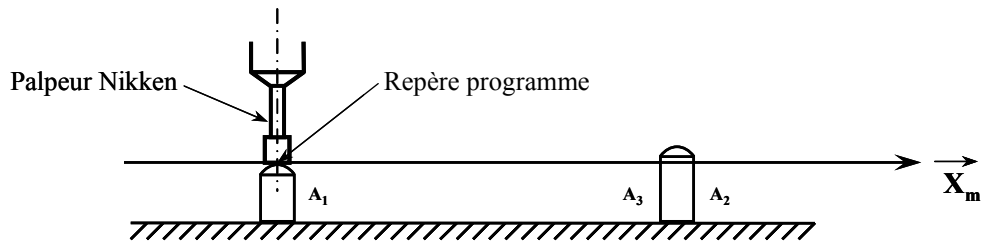


Figure 6.3. Construction du plan (\vec{X}_m, \vec{Y}_m)

Le plan « horizontal » est donc le plan dans lequel se déplace la pointe du palpeur en \vec{X} et \vec{Y} suivant les guidages de la machine.

Compte tenu des défauts de rectitude des déplacements, ce plan n'est pas parfait. Toutefois pour les besoins de ce modèle, on néglige le défaut de planéité de ce plan (figure 6.4).

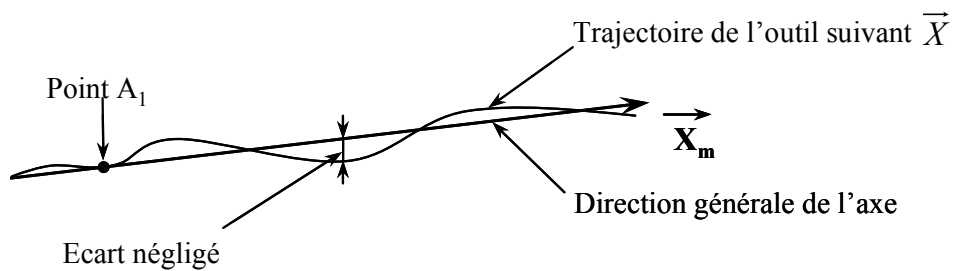


Figure 6.4. Construction de l'axe \vec{X}_m

Nous choisissons l'appui A_4 pour faire l'origine en \vec{X} du repère programme de la commande numérique.

- Le plan (\vec{Y}_m, \vec{Z}_m) passe donc par l'appui A_4 de la liaison secondaire et est perpendiculaire au plan (\vec{X}_m, \vec{Y}_m) . L'axe \vec{Y}_m est parallèle au mouvement transversal de l'outil.

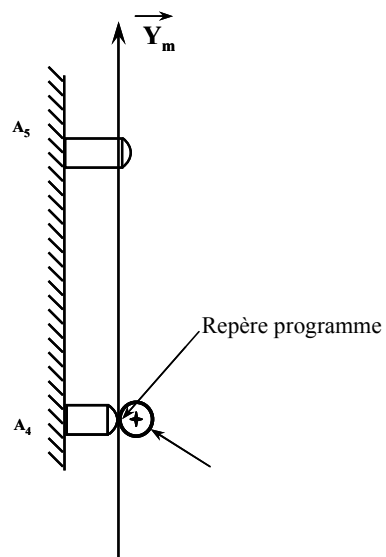


Figure 6.5. Construction du plan (\vec{Y}_m, \vec{Z}_m)

- Le plan (\vec{X}_m, \vec{Z}_m) passe par l'appui A_6 (point servant à l'origine en \vec{Y} pour la CN) de la liaison tertiaire et est perpendiculaire aux plans (\vec{X}_m, \vec{Y}_m) et (\vec{Y}_m, \vec{Z}_m) .

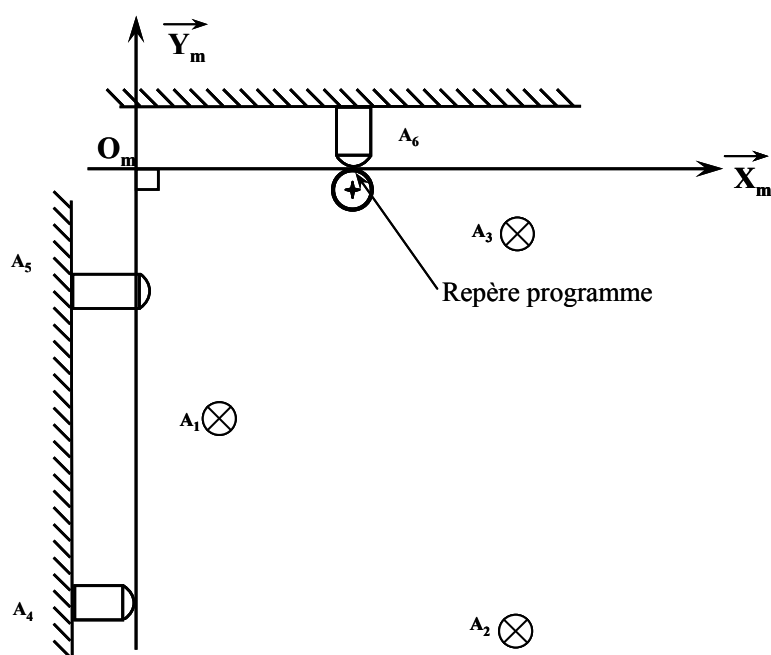
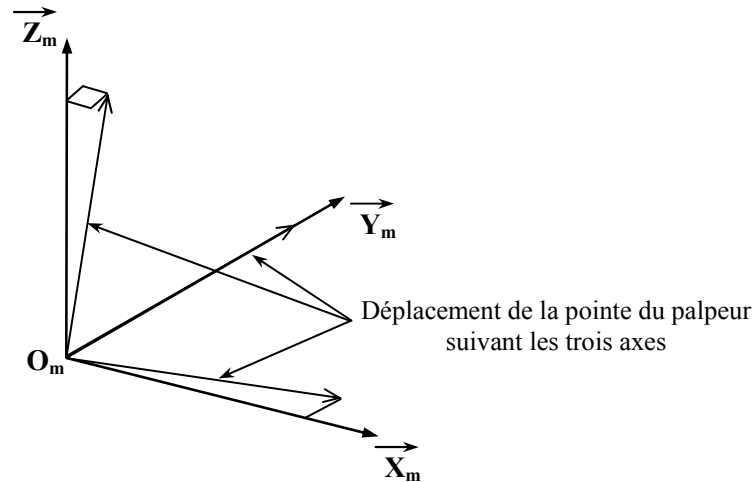


Figure 6.6. Construction du plan (\vec{X}_m, \vec{Z}_m)

\vec{Z}_m est l'axe normal à \vec{X}_m et \vec{Y}_m . Il est sensiblement vertical et parallèle à l'axe de la broche et à l'axe Z de déplacement, au défaut de perpendicularité des axes machines près.

O_m est l'origine du repère machine, donné par l'intersection des trois plans (\vec{X}_m, \vec{Y}_m) , (\vec{Y}_m, \vec{Z}_m) et (\vec{X}_m, \vec{Z}_m) . Il est donc confondu avec l'origine programme utilisé pour les déplacements de la machine à commande numérique.



Compte tenu des défauts de perpendicularité des axes de la machine, en négligeant les défauts de rectitude des déplacements, seul l'axe \vec{Y} « réel » est confondu avec l'axe \vec{Y}_m du repère.

L'axe \vec{X} « réel » est dans le plan (\vec{X}_m, \vec{Y}_m) .

L'axe \vec{Z} « réel » n'est pas confondu avec \vec{Z}_m .

D'autre part suivant la position de l'outil dans l'espace, la trajectoire change compte tenu des défauts de lacet. Ces changements dépendent de la structure machine (figure 6.7 et 6.8).

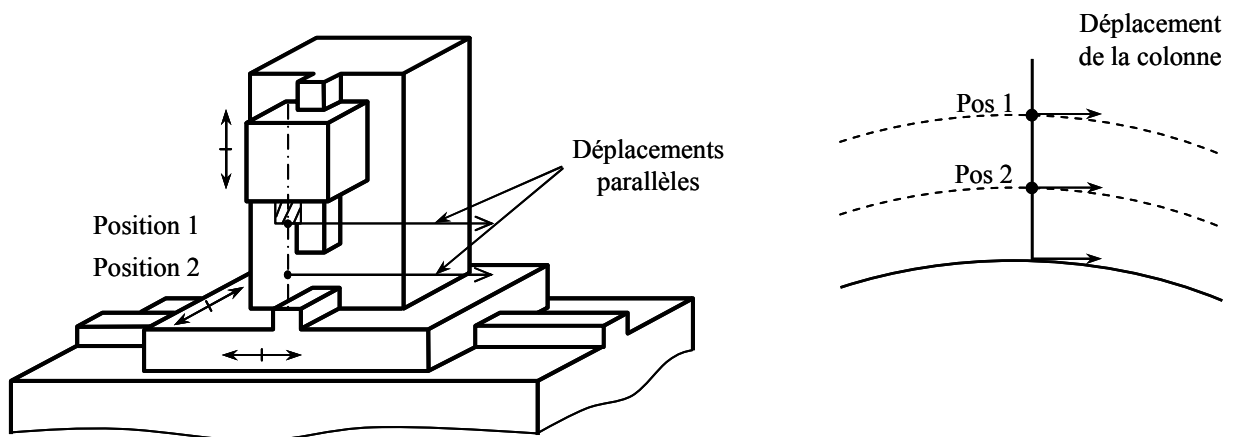


Figure 6.7. Exemple 1 de structure machine

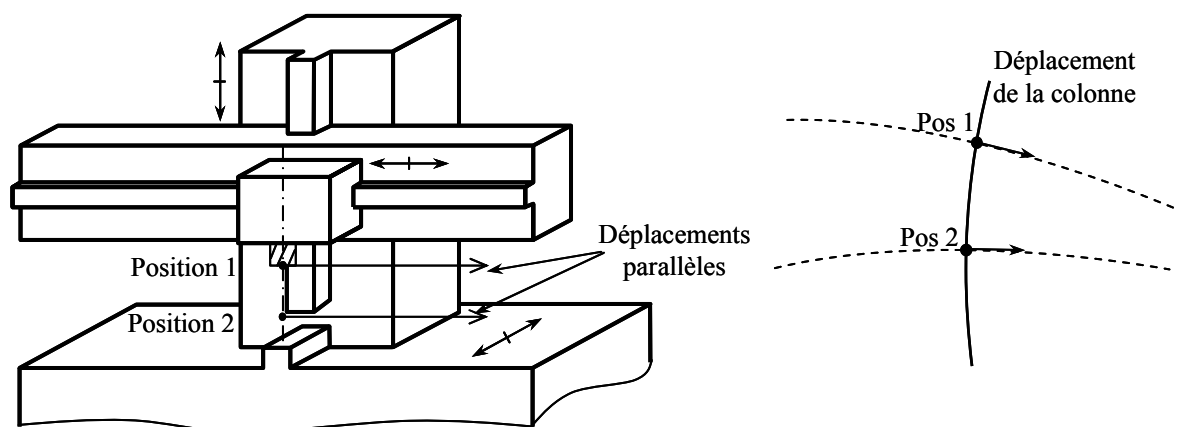


Figure 6.8. Exemple 2 de structure machine

Face à cette complexité, nous devons faire des hypothèses simplificatrices et fixer la longueur de l'outil. Nous appelons O_m, X_m, Y_m, Z_m le repère défini en considérant la trajectoire correspondant à la pointe du palpeur Nikken de longueur 200mm.

Les écarts dus à la différence de longueur entre l'outil utilisé et le palpeur de référence seront a priori intégrés dans les torseurs d'écarts des surfaces usinées.

2.1.2. Repère Montage d'usinage (Holder)

Il s'agit ici de définir un repère correspondant aux surfaces réelles du montage d'usinage.

Ce repère est composé par :

- Le plan (\vec{X}_H, \vec{Y}_H) est tangent aux appuis A_1, A_2 et A_3 de la liaison primaire (figure 6.9).

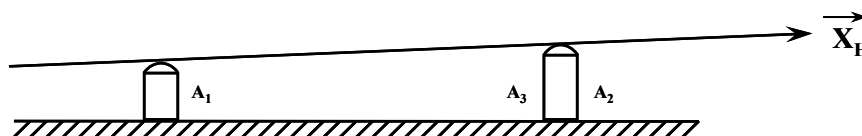


Figure 6.9. Construction du plan (\vec{X}_H, \vec{Y}_H)

- Le plan (\vec{Y}_H, \vec{Z}_H) est tangent aux appuis A_4 , et A_5 de la liaison secondaire et est perpendiculaire au plan (\vec{X}_H, \vec{Y}_H) .

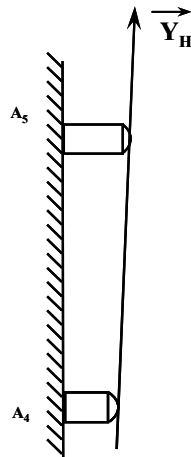


Figure 6.10. Construction du plan (\vec{Y}_H, \vec{Z}_H)

- Le plan (\vec{X}_H, \vec{Z}_H) est tangent à l'appui A_6 de la liaison tertiaire et est perpendiculaire aux plans (\vec{X}_H, \vec{Y}_H) et (\vec{Y}_H, \vec{Z}_H) .

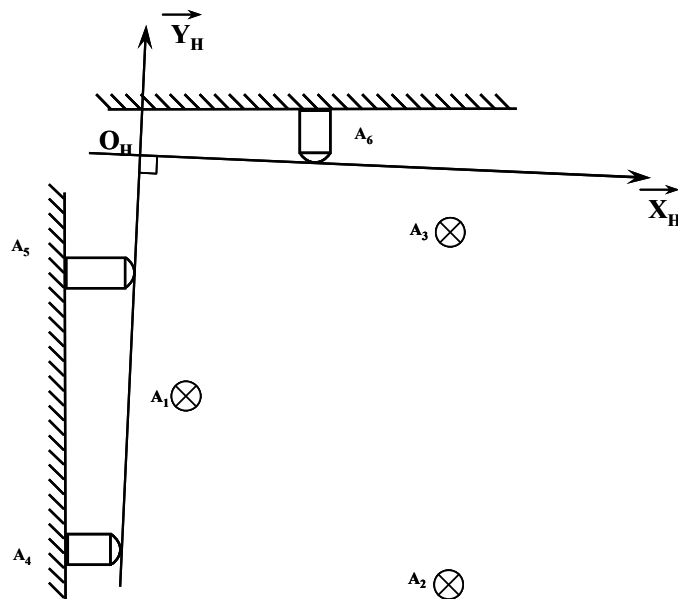


Figure 6.11. Construction du plan (\vec{X}_r, \vec{Z}_r)

On définit O_H , l'origine du repère montage d'usinage à l'intersection des trois plans (\vec{X}_H, \vec{Y}_H) , (\vec{Y}_H, \vec{Z}_H) et (\vec{X}_H, \vec{Z}_H) .

3. Mesures des écarts entre le repère machine et montage

Compte tenu des défauts du montage d'usinage, les repères « machine » $(O_m, \vec{X}_m, \vec{Y}_m, \vec{Z}_m)$ et « montage » $(O_H, \vec{X}_H, \vec{Y}_H, \vec{Z}_H)$ ne sont pas confondus. L'écart entre ces repères va être défini par un torseur de petits déplacements de la forme suivante :

$$\tau_{R_H/R_m} = \begin{Bmatrix} \alpha_H & u_H \\ \beta_H & v_H \\ \gamma_H & w_H \end{Bmatrix}_{(O_m, R_m)}$$

Le vecteur $\vec{O_m O_H} = u_H \vec{X}_m + v_H \vec{Y}_m + w_H \vec{Z}_m$

Ayant réalisé le montage d'usinage, celui est mis en place sur la machine. On se propose de définir un protocole de mesure des 6 composantes du torseur.

3.1. Description du montage d'usinage

Le montage d'usinage, utilisé dans cette expérience, est isostatique avec 6 appuis bombés. Ces appuis sont localisés selon le dessin ci-dessous (figure 6. 12).

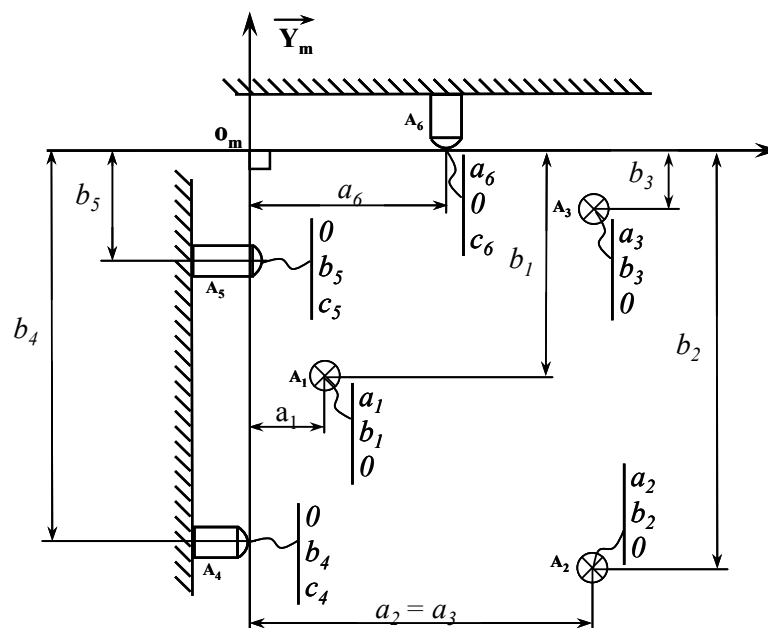


Figure 6.12. Localisation des appuis du montage

Les altitudes des points A_4 , A_5 et A_6 sont respectivement C_4 , C_5 et C_6 .

3.2. Mesure des angles α_H , β_H et γ_H

Pour déterminer les angles de petites rotations α_H , β_H et γ_H , nous utilisons une cale avec 6 surfaces rectifiées supposées parfaitement planes, et sensiblement parallèles et perpendiculaires.

Nous plaçons cette cale contre les 6 appuis avec un effort de bridage très réduit pour éviter toute déformation de la pièce et du montage (figure 6.13).

Pour éliminer l'effet des défauts angulaires de la cale, les mesures seront effectuées deux fois avec retournement de la cale.

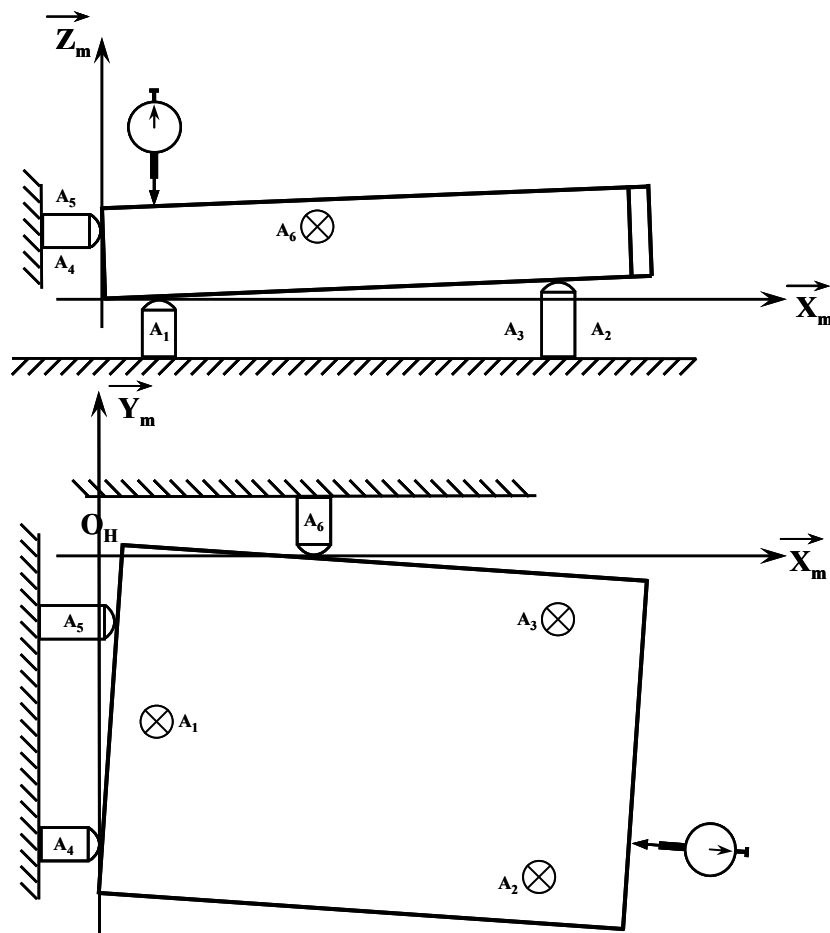
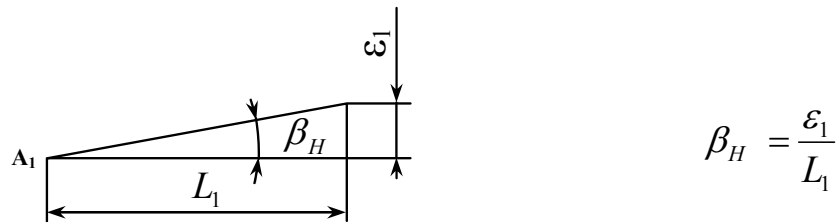


Figure 6.13. Mesure des angles α_H , β_H et γ_H

Ces angles sont mesurés indirectement, en réglant le comparateur à 0 au niveau du point A_1 et on déplace le chariot suivant la direction \vec{X}_m d'une distance L_1 .

La valeur de déviation donnée par le comparateur est ε_1 .

Donc l'angle β_H autour de l'axe \vec{Y}_m est donné par la formule suivante :



Compte tenu de l'hypothèse de planéité parfaite de la cale, le point de départ et la longueur L n'ont théoriquement pas d'influence sur le résultat.

En pratique, si L augmente on diminue l'incertitude sur l'angle. En plaçant la mesure au centre de la pièce, on représente au mieux la cinématique machine dans la zone de travail. En pratique, pour éliminer l'effet d'un défaut de parallélisme de la cale, il faut faire deux mesures en retournant la cale (figure 6.14).

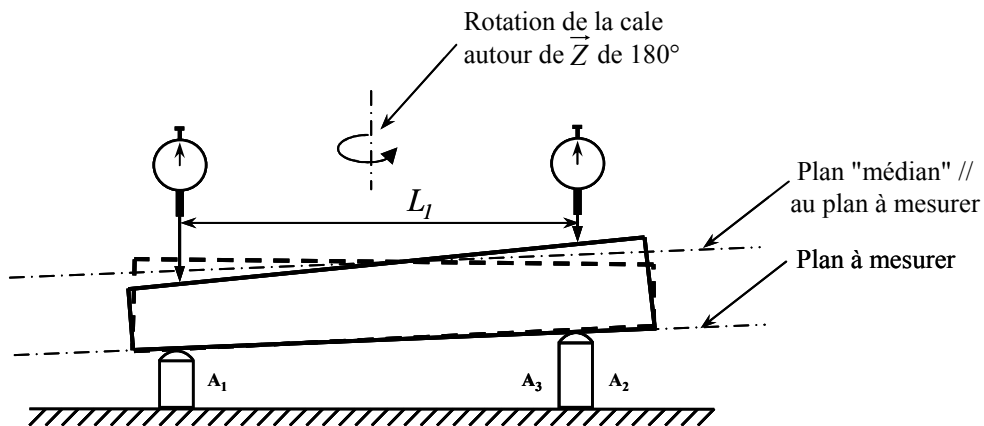


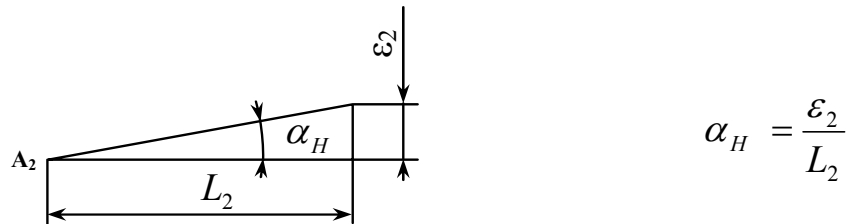
Figure 6.14. Mesures avec retournement de la cale

Nous retiendrons
$$\beta_H = \frac{\beta_H^1 + \beta_H^2}{2}$$

Pour mesurer l'angle α_H autour de \vec{X}_m nous réglons le comparateur à 0 au niveau du point A_2 et on déplace le chariot suivant la direction \vec{Y}_m d'une distance L_2 .

La valeur de déviation donnée par le comparateur est ε_2 .

Donc l'angle α_H autour de l'axe \vec{X}_m est donné par la formule suivante :



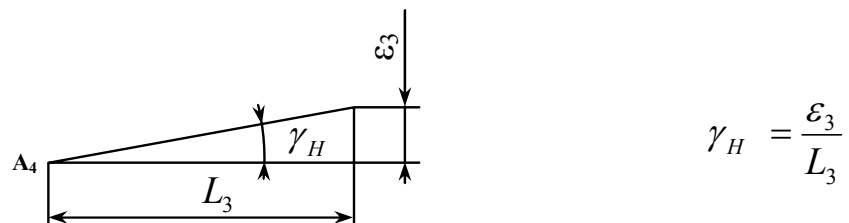
De même, on fait deux mesures en tournant la cale de 180° autour de \vec{Z} .

$$\alpha_H = \frac{\alpha_H^1 + \alpha_H^2}{2}$$

Pour mesurer l'angle γ_H autour de \vec{Z}_m nous plaçons le comparateur sur la surface parallèle à l'appui secondaire. On le règle à 0 au niveau du point A_4 et on déplace le chariot suivant la direction \vec{Y}_m d'une distance L_3 .

La valeur de déviation donnée par le comparateur est ε_3 .

Donc l'angle γ_H autour de l'axe \vec{Z}_m est donné par la formule suivante :



De même, on fait deux mesures en tournant la cale de 180° autour de \vec{X} .

$$\gamma_H = \frac{\gamma_H^1 + \gamma_H^2}{2}$$

3.3. Calcul des composantes de translation u_H , v_H et w_H

Pour calculer le vecteur translation $\overrightarrow{O_m O_H}$, on va dire que les écarts au niveau des points d'appui A_1 , A_4 et A_6 sont nuls entre les deux repères (machine et montage).

Donc on peut écrire les relations suivantes :

$$\begin{cases} \overrightarrow{dA_1} \cdot \overrightarrow{Z_m} = 0 \\ \overrightarrow{dA_4} \cdot \overrightarrow{X_m} = 0 \\ \overrightarrow{dA_6} \cdot \overrightarrow{Y_m} = 0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{dA} = \overrightarrow{dO} + \overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{OA}$$

$$\overrightarrow{dA_1} = \begin{vmatrix} u_H & \alpha_H & X_{A_1} \\ v_H & \beta_H & Y_{A_1} \\ w_H & \gamma_H & Z_{A_1} \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} X_{A_1} \\ Y_{A_1} \\ Z_{A_1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_H + \beta_H Z_{A_1} - \gamma_H Y_{A_1} \\ v_H - \alpha_H Z_{A_1} + \gamma_H X_{A_1} \\ w_H + \alpha_H Y_{A_1} - \beta_H X_{A_1} \end{vmatrix}$$

On déduit $\overrightarrow{dA_1} \cdot \overrightarrow{Z_m} = w_H + \alpha_H Y_{A_1} - \beta_H X_{A_1} = 0$

d'où

$$\boxed{w_H = \beta_H X_{A_1} - \alpha_H Y_{A_1}}$$

En appliquant le même calcul aux points A_4 et A_6 , on déduit les autres composantes de translation :

$$\boxed{u_H = \gamma_H Y_{A_4} - \beta_H Z_{A_4}}$$

et

$$\boxed{v_H = \alpha_H Z_{A_6} - \gamma_H X_{A_6}}$$

Nous aurons donc le torseur d'écart du montage mesuré :

$$\tau_{R_H / R_m} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_H & \gamma_H Y_{A_4} - \beta_H Z_{A_4} \\ \beta_H & \alpha_H Z_{A_1} - \gamma_H X_{A_1} \\ \gamma_H & \beta_H X_{A_1} - \alpha_H Y_{A_1} \end{array} \right\}_{(O_m, R_m)}$$

$$\text{avec : } \alpha_H = \frac{\alpha_H^1 + \alpha_H^2}{2}; \beta_H = \frac{\beta_H^1 + \beta_H^2}{2}; \gamma_H = \frac{\gamma_H^1 + \gamma_H^2}{2}$$

On peut appliquer cette technique pour les montages d'usinage de chaque phase.

On mettra donc en indice le numéro de la phase.

On notera ainsi pour la phase 10 :

$$\tau_{R_{H_{10}}/R_{m_{10}}} = \begin{Bmatrix} \alpha_{H_{10}} & \gamma_{H_{10}} Y_{A_4} - \beta_{H_{10}} Z_{A_4} \\ \beta_{H_{10}} & \alpha_{H_{10}} Z_{A_1} - \gamma_{H_{10}} X_{A_1} \\ \gamma_{H_{10}} & \beta_{H_{10}} X_{A_1} - \alpha_{H_{10}} Y_{A_1} \end{Bmatrix}_{(o_{m_{10}}, R_{m_{10}})}$$

Ce protocole de mesure néglige les défauts de lacet des axes. Pour minimiser cet effet, il faut positionner le comparateur avec une différence de longueur par rapport au palpeur Nikken égale à l'épaisseur de la cale.

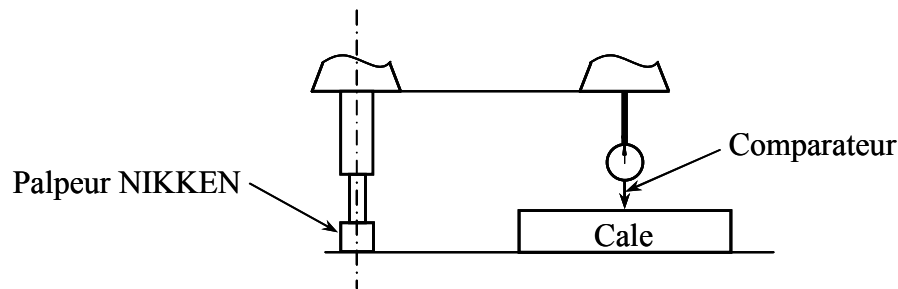


Figure 6.15. Positionnement du comparateur

4. Essai

Afin de valider, expérimentalement, la méthode de construction des repères (repère machine et repère montage) et d'effectuer les mesures en vue de calculer les composantes des différents torseurs d'écarts du modèle, nous avons été amenés à réaliser un essai d'usinage et de mesure.

La pièce « test » à usiner est en aluminium. Ces données fonctionnelles sont données par la figure 6.16. Trois opérations sont étudiées dans cet essai (usinage de la surface D, de la surface C et des deux encoches).

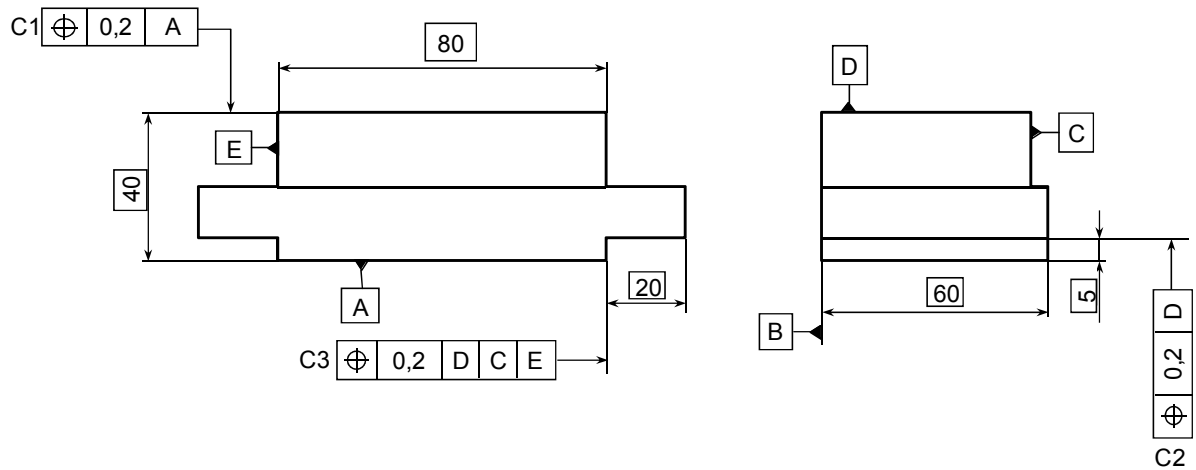
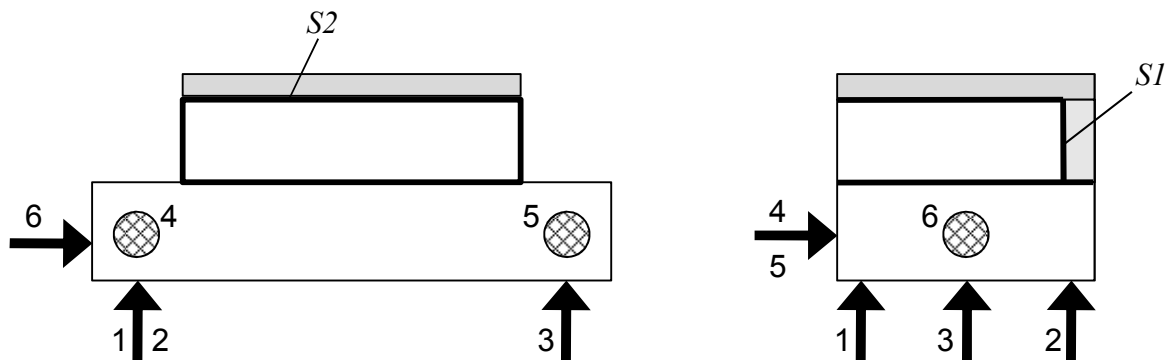


Figure 6.16. Données fonctionnelles

La figure 6.17 représente les deux phases à effectuer dans cet essai.

Phase 10 : Fraisage

Usinage des surfaces *S1* (C) et *S2* (D)



Phase 20 : Fraisage

Usinage de deux encoches (*S3*, *S4*, *S5* et *S6*)

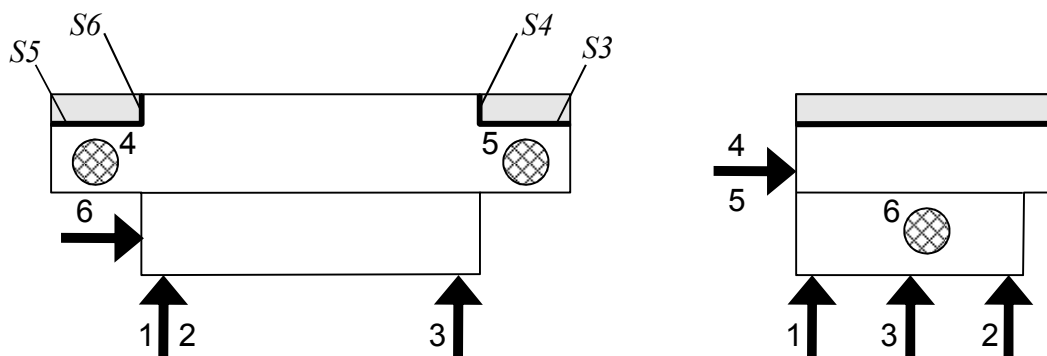


Figure 6.17. Projet de gamme

Dans cette pièce nous avons un exemple de réalisation d'une spécification directe C1, usinage de la surface D en appui sur A. De même nous avons un exemple de transfert, avec la réalisation de la spécification C2.

La fraiseuse à commande numérique 3 axes utilisées, comporte une table fixe. L'outil est mobile selon les trois axes. La structure de cette machine est donnée par la figure 6.7.

Nous utilisons dans cet essai un montage d'usinage isostatique (figure 6.18). L'appui principal (liaison appui plan) est réalisé par trois appuis (A_1 , A_2 et A_3). L'appui secondaire (liaison linéaire rectiligne) est réalisé par deux appuis (A_4 et A_5). L'appui tertiaire (liaison ponctuelle) est obtenu par l'appui A_6 .

Le serrage de la pièce est assuré par deux brides qui sont situées à l'aplomb des appuis plan.

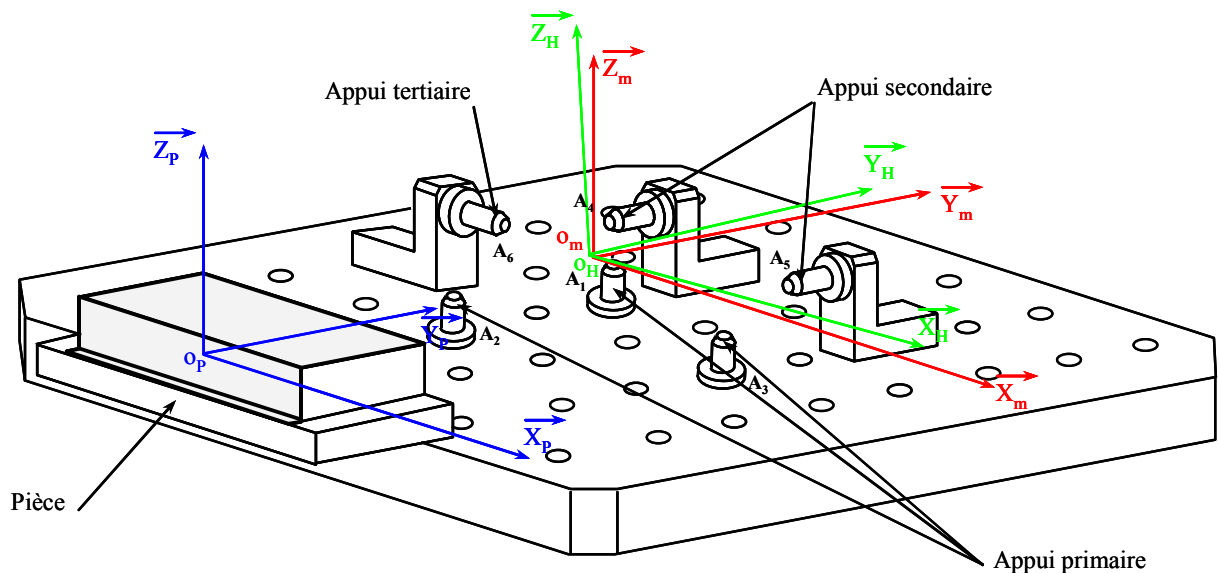


Figure 6.18. Montage d'usinage – pièce

4.1. Etude de la phase d'usinage des surfaces C et D (Phase 10)

4.1.1. Construction des repères

- Repère machine « R_M^{10} »

Le repère machine est lié aux trois mouvements des trois chariots (longitudinal, transversal et vertical).

Nous choisissons l'appui A_1 pour faire l'origine en \vec{Z} du repère programme de la commande numérique, l'appui A_4 pour faire l'origine en \vec{Y} et l'appui A_6 pour faire l'origine en \vec{X} .

Nous effectuons les mesures, avec un comparateur $1\mu\text{m}$, par rapport à un point de référence installé sur la table de la machine (figure 6.19).



Figure 6.19. Mesure avec un comparateur $1\mu\text{m}$

* Origine en \vec{Z}

Le plan $(\vec{X}_M^{10}, \vec{Y}_M^{10})$ passe par l'appui A_1 de la liaison primaire et est parallèle au mouvement de l'outil suivant les axes \vec{X} et \vec{Y} de la machine (figure 6.20).

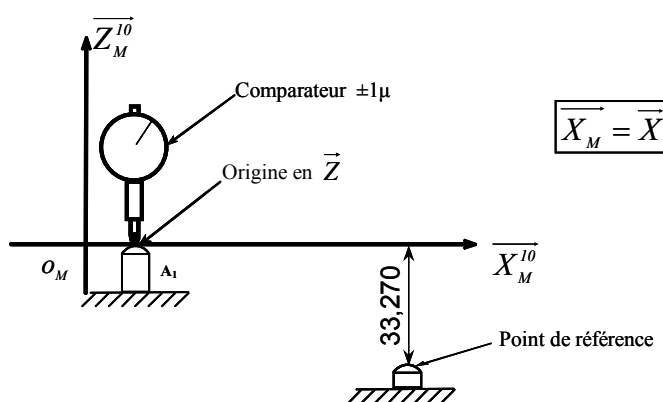


Figure 6.20. Construction de l'origine en \vec{Z}

* Origine en \vec{Y}

Le plan $(\vec{X}_M^{10}, \vec{Z}_M^{10})$ passe par l'appui A_4 de la liaison secondaire et est perpendiculaire au plan $(\vec{X}_M^{10}, \vec{Y}_M^{10})$. L'axe \vec{Y} est parallèle au mouvement transversal de l'outil (figure 6.21).

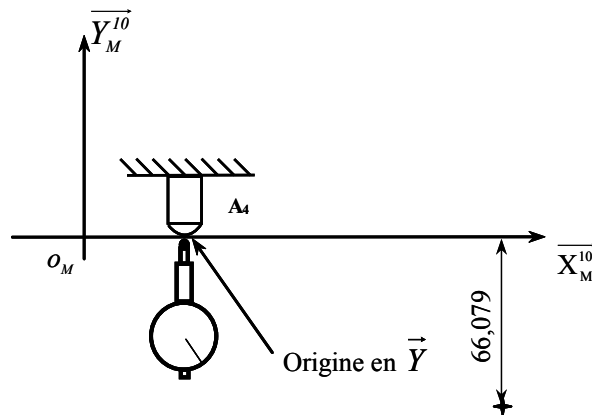


Figure 6.21. Construction de l'origine en \vec{Y}

* Origine en \vec{X}

Le plan $(\vec{Y}_M^{10}, \vec{Z}_M^{10})$ passe par l'appui A_6 (point servant à l'origine en \vec{X} pour la CN) de la liaison tertiaire et est perpendiculaire aux plans $(\vec{X}_M^{10}, \vec{Y}_M^{10})$ et $(\vec{X}_M^{10}, \vec{Z}_M^{10})$ (figure 6.22).

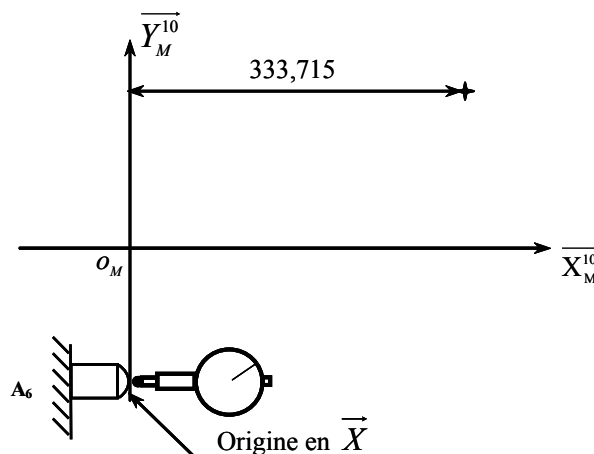


Figure 6.22. Construction de l'origine en \vec{X}

Les plans du repère machine sont donc les plans dans lesquels se déplace la pointe du palpeur en \vec{X} , \vec{Y} et \vec{Z} suivant les guidages de la machine.

Compte tenu des défauts de rectitude des déplacements, ce plan n'est pas parfait. Toutefois pour les besoins de ce modèle, on néglige le défaut de planéité de ce plan (figure 6.23).

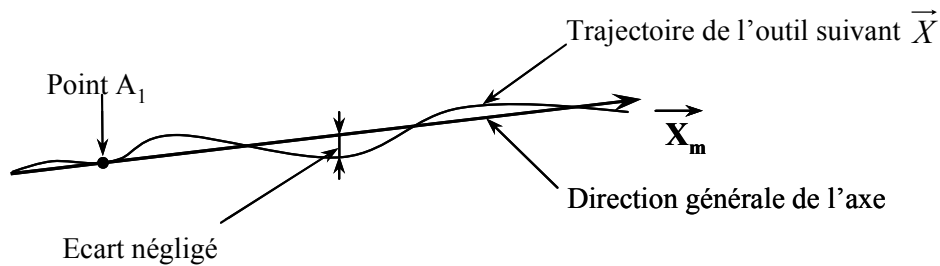


Figure 6.23. Construction de l'axe \vec{X}_m

* Contrôle des axes \vec{X} et \vec{Y}

Pour vérifier les défauts de planéité des axes de la machine, nous utilisons un marbre avec des faces supposées parfaites (défauts de planéité négligeable).

Le principe est donc de fixer le marbre sur la table de la machine. Ensuite et avec le comparateur $1\mu\text{m}$, nous palpons un ensemble des points suivant la direction de l'axe à contrôler en déplaçant le chariot correspondant (figure 6.24).

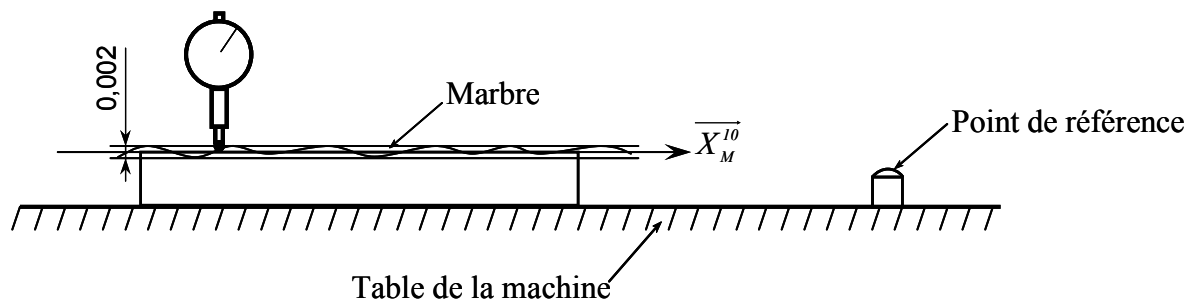


Figure 6.24. Contrôle de l'axe \vec{X}_m

Suivant l'axe \vec{X}_m sur une longueur de 200 mm, le défaut maximum donné par le comparateur est $2\mu\text{m}$.

Suivant l'axe \vec{Y}_m sur une longueur de 200 mm, le défaut maximum donné par le comparateur est $6\mu\text{m}$.

• **Repère Montage d'usinage (Holder) « R_H^{10} »**

Le repère montage d'usinage est défini par ces surfaces réelles (figure 6.25). Il est composé par :

- Le plan $(\overrightarrow{X_H^{10}}, \overrightarrow{Y_H^{10}})$ est tangent aux appuis A_1, A_2 et A_3 de la liaison primaire.
- Le plan $(\overrightarrow{Y_H^{10}}, \overrightarrow{Z_H^{10}})$ est tangent aux appuis A_4 , et A_5 de la liaison secondaire et est perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{X_H^{10}}, \overrightarrow{Y_H^{10}})$.
- Le plan $(\overrightarrow{X_H^{10}}, \overrightarrow{Z_H^{10}})$ est tangent à l'appui A_6 de la liaison tertiaire et est perpendiculaire aux plans $(\overrightarrow{X_H^{10}}, \overrightarrow{Y_H^{10}})$ et $(\overrightarrow{Y_H^{10}}, \overrightarrow{Z_H^{10}})$.

On définit O_{H10} , l'origine du repère montage d'usinage à l'intersection des trois plans $(\overrightarrow{X_H^{10}}, \overrightarrow{Y_H^{10}})$, $(\overrightarrow{Y_H^{10}}, \overrightarrow{Z_H^{10}})$ et $(\overrightarrow{X_H^{10}}, \overrightarrow{Z_H^{10}})$.

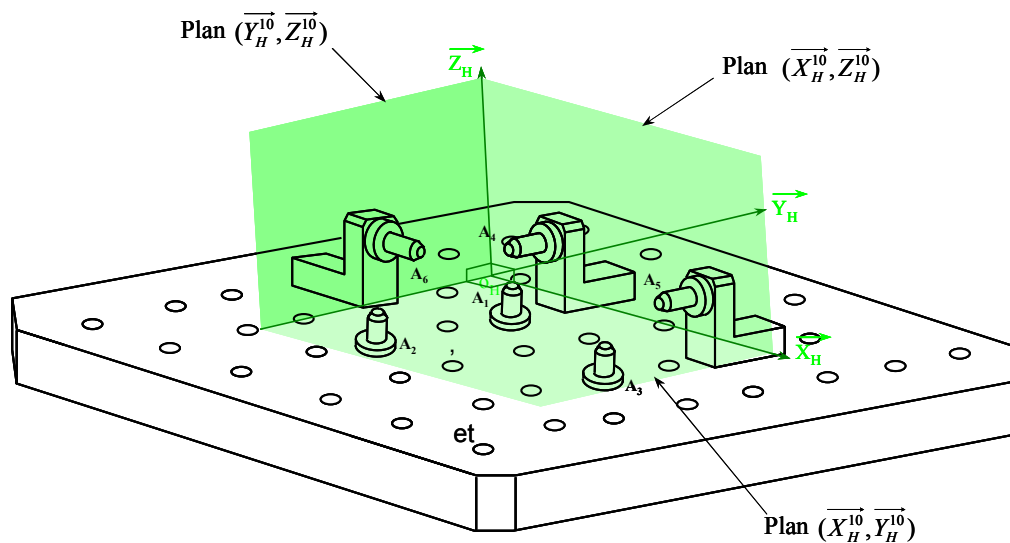


Figure 6.25. Construction du Repère montage d'usinage

Pour mesurer les écarts entre le repère machine et le repère montage d'usinage, nous utilisons une cale avec 6 faces rectifiées supposées parfaitement planes, et sensiblement parallèles et perpendiculaires (figure 6. 13).

4.1.2. Mesures des écarts entre les repères

L'écart entre le repère machine et le repère montage d'usinage est défini par un torseur de petits déplacements de la forme suivante :

$$\tau_{R_H^{10}/R_M^{10}} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_H^{10} & u_H^{10} \\ \beta_H^{10} & v_H^{10} \\ \gamma_H^{10} & w_H^{10} \end{array} \right\}_{(O_M^{10}, R_M^{10})}$$

Le vecteur $\overrightarrow{O_M^{10}O_H^{10}} = u_H^{10} \overrightarrow{X_M^{10}} + v_H^{10} \overrightarrow{Y_M^{10}} + w_H^{10} \overrightarrow{Z_M^{10}}$

- *Positions des différents appuis dans le repère machine*

Avec le comparateur 1µm, nous déterminons les positions des 6 appuis du montage d'usinage (mesure directe sur les points d'appui par rapport au point de référence du montage):

* Appui primaire

$$A_1 = \begin{vmatrix} 31,510 \\ -6,623 \\ \mathbf{0} \end{vmatrix} \quad ; \quad A_2 = \begin{vmatrix} 31,452 \\ -54,832 \\ \mathbf{0,013} \end{vmatrix} \quad ; \quad A_3 = \begin{vmatrix} 81,630 \\ -31,739 \\ \mathbf{0,006} \end{vmatrix}$$

* Appui secondaire

$$A_4 = \begin{vmatrix} 31,829 \\ \mathbf{0} \\ 12,823 \end{vmatrix} \quad ; \quad A_5 = \begin{vmatrix} 80,734 \\ \mathbf{0,018} \\ 12,809 \end{vmatrix}$$

* Appui tertiaire

$$A_6 = \begin{vmatrix} \mathbf{0} \\ -31,641 \\ 9,292 \end{vmatrix}$$

• **Mesure des angles α_H^{10} , β_H^{10} et γ_H^{10}**

Les mesures de ces angles sont effectuées sur une cale parallèle rectifiée, posée sur les points d'appui. La technique utilisée, pour ces mesures, est avec retournement de la cale (figure 6.11).

Les angles trouvés par ces mesures sont :

$$\alpha_H^{10} = -0,00028 \text{ rd} ;$$

$$\beta_H^{10} = 0,000142 \text{ rd} ;$$

$$\gamma_H^{10} = 0,000192 \text{ rd} .$$

• **Calcul des composantes de translation $u_{H_{10}}$, $v_{H_{10}}$ et $w_{H_{10}}$**

Ces composantes sont données par les relations suivantes :

$$u_H^{10} = \gamma_H^{10} b_4 - \beta_H^{10} c_4 ; \quad v_H^{10} = \alpha_H^{10} c_1 - \gamma_H^{10} a_1 ; \quad w_H^{10} = \beta_H^{10} a_1 - \alpha_H^{10} b_1$$

Donc :

$$u_H^{10} = 0,000192 \times 0 - 0,000142 \times 12,809 \quad \Rightarrow \quad u_H^{10} = -0,002 \text{ mm} ;$$

$$v_H^{10} = (-0,00028) \times 0 - 0,000192 \times 31,510 \quad \Rightarrow \quad v_H^{10} = -0,006 \text{ mm} ;$$

$$w_H^{10} = 0,000142 \times 31,510 - (-0,00028) \times (-6,623) \quad \Rightarrow \quad w_H^{10} = 0,003 \text{ mm} .$$

D'où le torseur d'écart entre R_M^{10} et R_H^{10} dans le repère R_M^{10} au point O_M^{10} :

$$\tau_{R_H^{10}/R_M^{10}} = \left\{ \begin{array}{cc} -0,00028 & -0,002 \\ 0,000142 & -0,006 \\ 0,000192 & 0,003 \end{array} \right\}_{(O_M^{10}, R_M^{10})}$$

4.1.3. Vérification des déformations de la pièce et du montage

Pour vérifier si la pièce et le montage se déforment, sous l'effet du serrage dans les conditions d'usinage, nous mesurons 4 points **Q** sur les plans latéraux de bridage (rebords de la pièce) ainsi que 3 points **F** sur le plan supérieur en face des points d'appui A_1 , A_2 et A_3 , et 2 points **G** sur le plan en face des points d'appui A_4 et A_5 dans une zone qui ne sera pas usinée en fraisage de profil (figure 6.26).

Ces mesures seront effectuées avec serrage faible pour assurer le contact puis avec serrage fort (dans les conditions d'usinage).

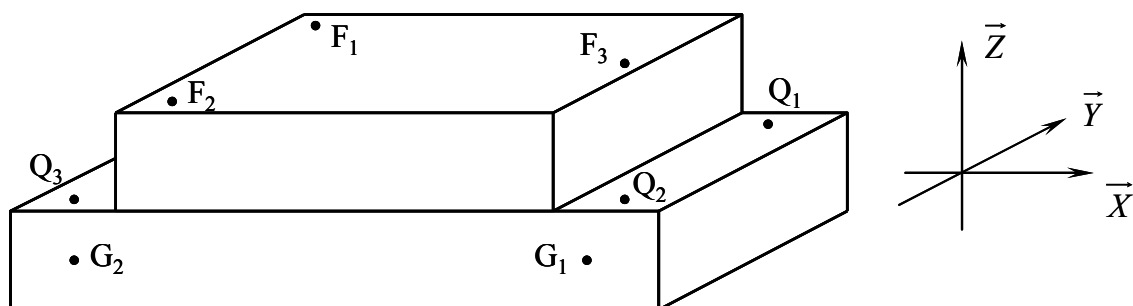


Figure 6.26. Points à contrôler sur la pièce avant usinage (Phase 10)

Les mesures, données par la répétabilité de mise en position de la pièce (voir Annexe), montre le comportement de la pièce causé par le serrage fort. Le calcul de la moyenne de déplacement de chaque point nous donne une idée sur ce comportement.

- En Q_1 la moyenne de déplacement est $dQ_1 = 0,0127$ mm
- En Q_2 la moyenne de déplacement est $dQ_2 = 0,0120$ mm
- En Q_3 la moyenne de déplacement est $dQ_3 = 0,0164$ mm
- En Q_4 la moyenne de déplacement est $dQ_4 = 0,0157$ mm

Les moyennes des déplacements des points Q_i montrent les déformations de la pièce au niveau des brides de fixation.

- En F_1 la moyenne de déplacement est $dF_1 = 0,0153$ mm
- En F_2 la moyenne de déplacement est $dF_2 = 0,0149$ mm
- En F_3 la moyenne de déplacement est $dF_3 = 0,0131$ mm

Les déplacements des points F_i montrent qu'il y a un écrasement de matière sur la pièce, au niveau de chaque appui de la primaire.

- En G_1 la moyenne de déplacement est $dG_1 = -0,0015$ mm
- En G_2 la moyenne de déplacement est $dG_2 = -0,0029$ mm

Ces déplacements montrent l'existence des jeux entre la pièce et les deux appuis de la secondaire. Ces jeux sont dus au décollement de la pièce avec le serrage.

Pour chaque essai, les déplacements des points F_1 , F_2 et F_3 permettent de calculer un torseur de petits déplacements dû à l'écrasement des points d'appui. Ce déplacement génère donc naturellement le déplacement des points Q noté dQ_i^* . La déformation propre à la pièce n'est donc que $dQ_i - dQ_i^*$.

4.1.4. Mesures après usinage

Après usinage des deux surfaces $S1$ et $S2$ et sans démontage de la pièce, nous effectuons des mesures sur les mêmes positions des points Q_i , F_i , et G_i (figure 6.27). En comparant ces mesures par celles trouvées avant usinage, nous vérifions le déplacement de la pièce et la déformation de la fraise.

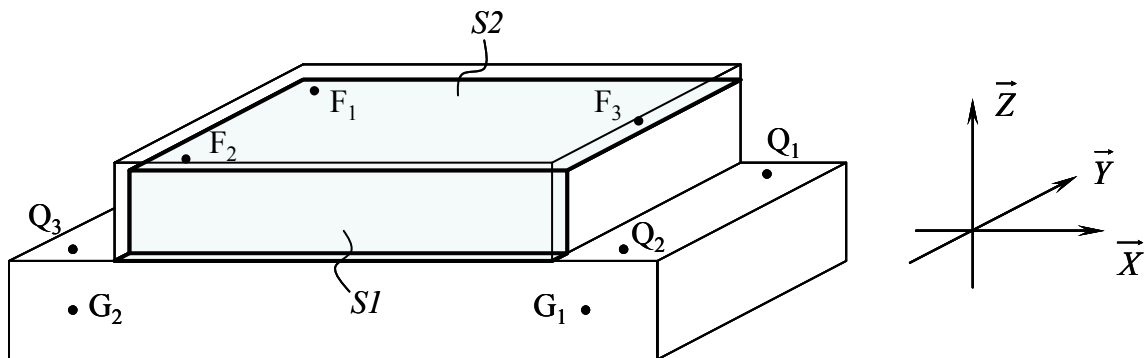


Figure 6.27. Points à contrôler sur la pièce après usinage (Phase 10)

- *Vérification du déplacement de la pièce*

* Coordonnées des points Q_i

$$Q_1 = \begin{vmatrix} 110,610 \\ -5,038 \\ 19,938 \end{vmatrix} \quad ; \quad Q_2 = \begin{vmatrix} 110,610 \\ -50,038 \\ 19,949 \end{vmatrix} \quad ; \quad Q_3 = \begin{vmatrix} 5,610 \\ -50,038 \\ 19,891 \end{vmatrix} \quad ; \quad Q_4 = \begin{vmatrix} 5,610 \\ -5,038 \\ 19,890 \end{vmatrix}$$

* Coordonnées des points G

$$G_1 = \begin{vmatrix} 100,610 \\ -60,186 \\ 15,224 \end{vmatrix} \quad ; \quad G_2 = \begin{vmatrix} 15,610 \\ -60,155 \\ 15,224 \end{vmatrix}$$

En comparant ces valeurs par celles mesurées avant usinage, nous constatons que la pièce a légèrement bougé.

• *Vérification de la déformation de la fraise*

* Coordonnées des points F_i

$$F_1 = \begin{vmatrix} 25,610 \\ -5,038 \\ 39,008 \end{vmatrix} \quad ; \quad F_2 = \begin{vmatrix} 25,610 \\ -50,038 \\ 39,011 \end{vmatrix} \quad ; \quad F_3 = \begin{vmatrix} 85,610 \\ -27,538 \\ 39,014 \end{vmatrix}$$

Les écarts dus à la déformation de la fraise sont donnés par la différence entre les valeurs mesurées après usinage et la position de la surface nominale machine $M2$. Cette surface est programmée à 39 mm par rapport au plan $(\vec{X}_M^{10}, \vec{Y}_M^{10})$ du repère machine.

$\mu_1 = 0,008$ mm : écart au point F_1

$\mu_2 = 0,011$ mm : écart au point F_2

$\mu_3 = 0,014$ mm : écart au point F_3

• *Contrôle des surfaces usinées (sur la machine)*

* Contrôle de la surface SI (C)

La surface nominale machine $M1$ est programmée à 47 mm par rapport au plan $(\vec{X}_M^{10}, \vec{Z}_M^{10})$ du repère machine. Nous contrôlons la surface SI en mesurant les écarts aux points T_{Ci} par rapport à la surface nominale $M1$ (figure 6.28).

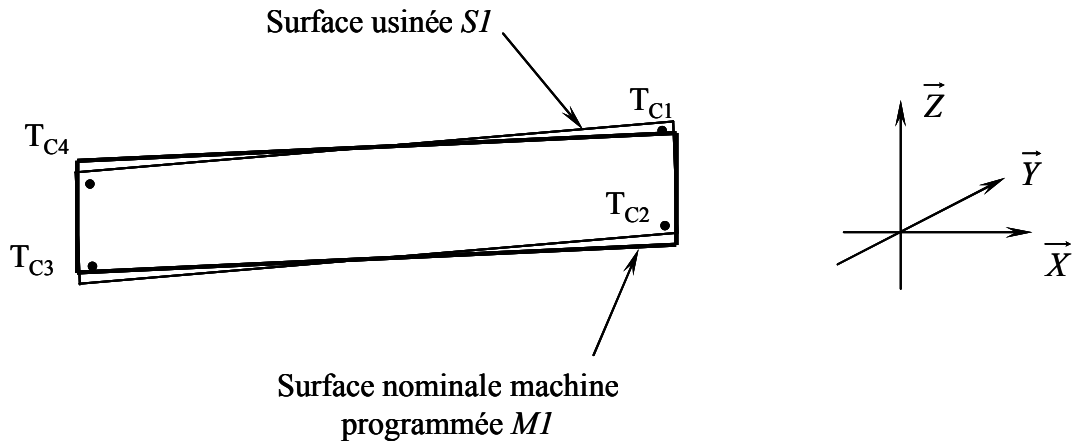


Figure 6.28. Points à contrôler sur la surface usinée S1

Les écarts dus à l'usinage sont :

en $T_{C1} \Rightarrow \mu_{C1}^{10} = 0,009 \text{ mm} ;$

en $T_{C2} \Rightarrow \mu_{C2}^{10} = -0,007 \text{ mm} ;$

en $T_{C3} \Rightarrow \mu_{C3}^{10} = 0,007 \text{ mm} ;$

en $T_{C4} \Rightarrow \mu_{C4}^{10} = 0,011 \text{ mm} .$

* Contrôle de la surface S2 (D)

La surface nominale machine M2 est programmée à 39 mm par rapport au plan $(\overline{X}_M^{10}, \overline{Y}_M^{10})$ du repère machine (figure 6.29).

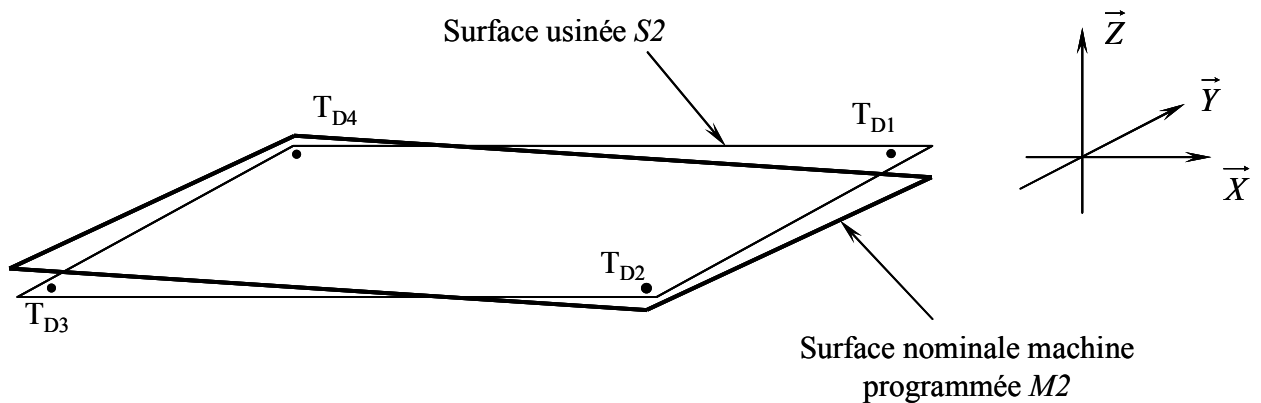


Figure 6.29. Points à contrôler sur la surface usinée S2

Les écarts dus à l'usinage sont :

$$\text{en } T_{D1} \Rightarrow \mu_{D1}^{10} = 0,016 \text{ mm} ;$$

$$\text{en } T_{D2} \Rightarrow \mu_{D2}^{10} = -0,008 \text{ mm} ;$$

$$\text{en } T_{D3} \Rightarrow \mu_{D3}^{10} = -0,012 \text{ mm} ;$$

$$\text{en } T_{D4} \Rightarrow \mu_{D4}^{10} = 0,008 \text{ mm} .$$

4.2. Etude de la phase d'usinage de deux encoches (Phase 20)

Dans cette phase nous gardons le même montage d'usinage, utilisé dans la phase précédente, avec la même position sur la table de la machine. Donc nous gardons les positions des repères machine et montage d'usinage et l'écart entre ces deux repères R_M^{20} et R_H^{20} sera exprimé par le torseur $\tau_{R_H^{20}/R_M^{20}}$ dans le repère R_M^{20} au point O_M^{20} :

$$\tau_{R_H^{20}/R_M^{20}} = \tau_{R_H^{10}/R_M^{10}} = \begin{Bmatrix} -0,00028 & -0,002 \\ 0,000142 & -0,006 \\ 0,000192 & 0,003 \end{Bmatrix}_{(O_M^{20}, R_M^{20})}$$

4.2.1. Vérification des déformations de la pièce et du montage

Par le même principe de mesure appliqué dans la phase précédente, nous mesurons les points Q_i , F_i et G_i avec une répétabilité de mise en position de la pièce (figure 6.30). Dans chaque mise en position nous prenons les mesures dans le cas de serrage faible de la pièce, ensuite dans le cas de serrage fort.

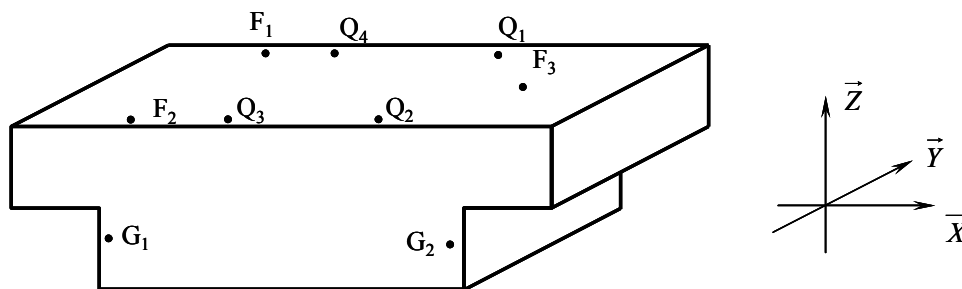


Figure 6.30. Points à contrôler sur la pièce avant usinage (Phase 20)

Nous aurons donc la moyenne de déplacement de chaque point causée par le serrage fort :

- En Q_1 la moyenne de déplacement est $dQ_1 = 0,0108$ mm
 - En Q_2 la moyenne de déplacement est $dQ_2 = 0,0117$ mm
 - En Q_3 la moyenne de déplacement est $dQ_3 = 0,0125$ mm
 - En Q_4 la moyenne de déplacement est $dQ_4 = 0,0134$ mm
 - En F_1 la moyenne de déplacement est $dF_1 = 0,0135$ mm
 - En F_2 la moyenne de déplacement est $dF_2 = 0,0132$ mm
 - En F_3 la moyenne de déplacement est $dF_3 = 0,0128$ mm
 - En G_1 la moyenne de déplacement est $dG_1 = - 0,0016$ mm
 - En G_2 la moyenne de déplacement est $dG_2 = - 0,0027$ mm
- Les déplacements des points Q_i justifient la déformation de la pièce, causé par le serrage fort, au niveau des brides de fixation.
 - Les déplacements des points F_i montrent qu'il y a un écrasement de matière au niveau de chaque appui de la primaire. Cet écrasement est dû au serrage fort.
 - Les déplacements des points G_i montrent l'existence d'un jeu entre la pièce et les deux appuis de la secondaire.

4.2.2. Mesures après usinage

Avec la même technique de mesure appliquée dans la phase 10, nous contrôlons les surfaces usinées $S3$, $S4$, $S5$ et $S6$ (figure 6.31).

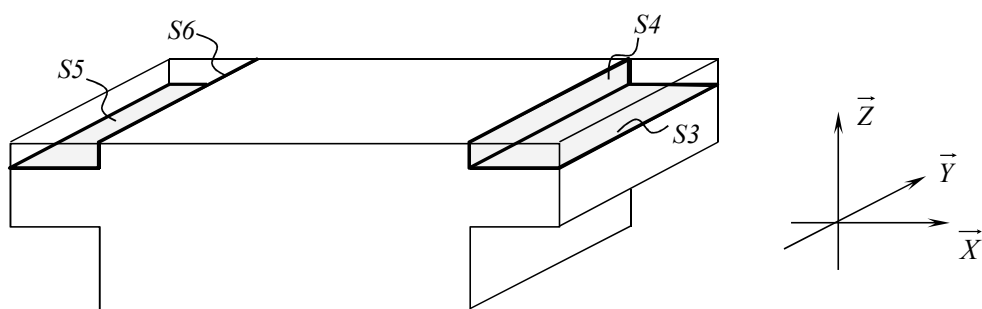


Figure 6.31. Points à contrôler sur la pièce après usinage (Phase 20)

• **Contrôle de la surface S3**

La surface nominale machine $M3$ est programmée à 34 mm par rapport au plan $(\overline{X}_M^{20}, \overline{Y}_M^{20})$ du repère machine (figure 6.32).

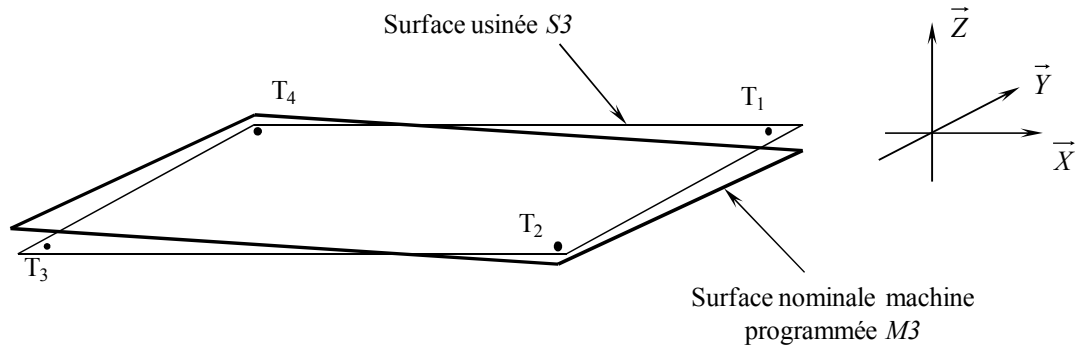


Figure 6.32. Points à contrôler sur la surface usinée S3

Les écarts dus à l'usinage sont :

en $T_1 \Rightarrow \mu_{D1} = 0,016 \text{ mm} ;$

en $T_2 \Rightarrow \mu_{D2} = -0,008 \text{ mm} ;$

en $T_3 \Rightarrow \mu_{D3} = -0,012 \text{ mm} ;$

en $T_4 \Rightarrow \mu_{D4} = 0,008 \text{ mm} .$

• **Contrôle de la surface S4**

La surface nominale machine $M4$ est programmée à 80 mm par rapport au plan $(\overline{Y}_M^{20}, \overline{Z}_M^{20})$ du repère machine (figure 6.32).

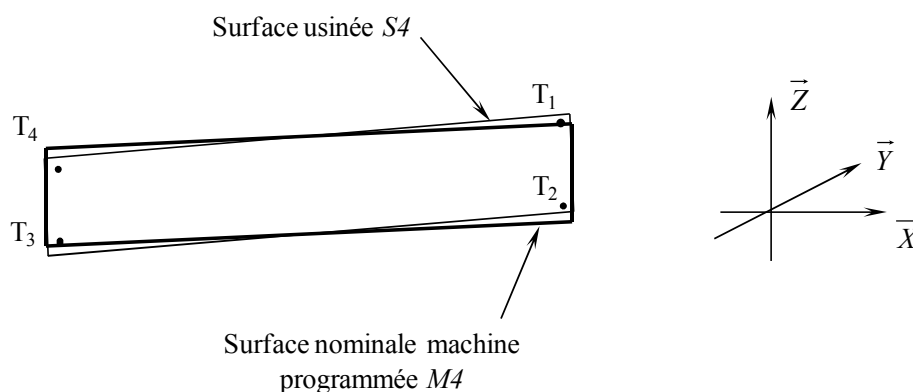


Figure 6.32. Points à contrôler sur la surface usinée S4

Les écarts dus à l'usinage sont :

en $T_1 \Rightarrow \mu_{C1} = 0,009 \text{ mm} ;$

en $T_2 \Rightarrow \mu_{C2} = -0,007 \text{ mm}$;

en $T_3 \Rightarrow \mu_{C3} = 0,007 \text{ mm}$;

en $T_4 \Rightarrow \mu_{C4} = 0,011 \text{ mm}$.

5. Conclusion

Grâce à l'analyse de tolérance, sous forme d'inéquation formelle, il est possible d'identifier les différents défauts cumulés de manière expérimentale. Avec cette quantification des défauts, il sera possible de vérifier la spécification fonctionnelle étudiée.

Dans ce chapitre, nous avons développé la première partie de l'étude expérimentale. Cette partie commence par un protocole de mesure, dans lequel nous avons montré la méthode de construction des différents repères (repère machine et repère montage d'usinage). Ensuite, nous avons défini les différentes mesures pour quantifier les défauts dans chaque phase. Pour valider ce protocole de mesures, nous avons effectué un essai avec deux phases (réalisation d'une spécification fonctionnelle directe et un transfert). Cet essai montre que les écarts sont bien définis puisqu'il a été possible de les mesurer.

Par contre, cet essai n'a pas complètement abouti en raison des déformations de la pièce ou du montage qui ont été constatées lors des essais. Il n'a donc pas été possible de confirmer le modèle de cumul des défauts et de transfert.

Cette observation montre qu'il faut raffiner le modèle et le protocole de mesure pour tenir compte de ces déformations du montage et de la pièce.

Pour le modèle de calcul prévisionnel, une solution sera peut-être d'inclure l'effet des déformations dans les dispersions.

On s'est longtemps interrogé sur la précision des mesures avec nos appareils. Notre protocole tentait de faire "au mieux" par une double mesure systématique (en recommençant si la mesure n'était pas confirmée). Nos appareils "au micron" semblent aujourd'hui acceptables au regard des écarts observées (de l'ordre de 0,01).

Par contre, le même protocole pourrait être repris pour plus de facilité avec un bras de mesure de bonne précision (type "FARO") fixé directement sur la table de la machine.

Conclusion

La finalité des travaux présentés dans ce mémoire est de contribuer à la simulation géométrique tridimensionnelle d'usinage. Pour y parvenir nous avons présenté les problématiques de la cotation de fabrication et les différentes approches dans ce domaine. La plupart de ces approches sont confrontées au problème de détermination des surfaces et des phases concernées par le respect d'une spécification fonctionnelle.

Nous avons choisi, dans ce travail, de représenter les écarts géométriques de fabrication par les torseurs de petits déplacements qui sont déjà utilisés dans la modélisation des défauts dans les mécanismes.

Dans ce mémoire, nous avons développé un modèle tridimensionnel des tolérances de fabrication "TMT" (Three-dimensional Manufacturing Tolerancing). Ce modèle permet de traiter les spécifications des dessins de définition exprimées par les normes ISO de cotation.

Le but est donc de définir le cumul des défauts influents sur la spécification fonctionnelle étudiée. Ce cumul est exprimé par un torseur de petits déplacements qui décrit l'écart entre la surface tolérancée et la surface nominale correspondante. Les calculs sont considérablement simplifiés par un nominal pièce construit sur le système de références, un transfert par une approche ascendante et des repères identifiés directement selon la méthode de réglage des

machines. Seules les variables influentes sur les exigences sont recherchées, les autres sont notées F (composantes inutiles dans les calculs).

Les résultats trouvés par ce modèle TMT permettent l'analyse et la synthèse de tolérance de fabrication au pire des cas en 3D. La méthode d'analyse, présentée dans ce travail, permet de déterminer l'influence des différents défauts sur l'écart de la surface tolérancée. Cette influence est exprimée par une inéquation formelle permettant de vérifier la spécification fonctionnelle étudiée. Chaque grandeur manipulée, dans ce modèle, est parfaitement identifiable sur les machines. L'étude de l'analyse de tolérance est appliquée sur chaque exigence.

Le système d'inéquations, donné par l'analyse de tolérance, est utilisé dans la synthèse de tolérance. La démarche de synthèse, proposée dans ce travail, se déroule en deux étapes dont la première est la répartition des tolérances sur les différentes phases de réalisations des spécifications étudiées. Cette répartition est effectuée selon que les montages d'usinage connus ou non connus. La deuxième étape est de proposer les spécifications de fabrication en norme ISO.

Pour quantifier les défauts trouvés avec ce modèle de tolérancement, nous avons proposé une étude expérimentale. Dans cette étude, nous avons proposé une méthode de construction des repères (repère machine et repère montage). Ainsi, nous avons montré que les défauts géométriques de fabrication sont chiffrables sur la machine. Un essai est effectué avec transfert (réalisation d'une spécification fonctionnelle avec plusieurs phases). Cet essai nous permet de quantifier les défauts de fabrication générés par le processus de fabrication.

Ce travail propose donc une formulation générique d'analyse et de synthèse de tolérance de fabrication. Quelques points restent à approfondir :

- Analyse et synthèse de tolérance d'un point de vue statistique : nous avons développé la formulation du problème pour une analyse et synthèse de tolérance au pire des cas, une approche statistique permettrait de résoudre plus finement les problèmes posés par la production en très grande série.
- Modèle TMT généralisé : nous avons présenté notre modèle de tolérancement TMT en traitant des pièces prismatiques simples et en utilisant des montages d'usinages isostatiques à 6 appuis, une étude de généralisation serait à développer avec des pièces plus complexes et des autres types de montages.

Bibliographie

- [ANS 93] Anselmetti B., Simulation d'usinage bidimensionnelle sur un exemple en tournage en commande numérique, *Mécanique Matériaux Electricité* (1983) 398.
- [ANS 03] Anselmetti B., Cotation de fabrication et métrologie, Edition Hermès Lavoisier (2003).
- [ANS 05] Anselmetti B., Louati H., Generation of manufacturing tolerancing with ISO standards, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, August 2005, p. 1124-1131.
- [BAL 96] Ballot E., Bourdet P., Présentation à partir d'un exemple du calcul des chaînes de cotes 3D, *Revue Technologies et Formations*, n°68, Paris, 1996/5, pages 23-27.
- [BAL 97] Ballot E., Bourdet P., "Détermination mathématique des spécifications à partir d'un modèle formel de chaînes 3D de défauts" In : Colloque PRIMECA la Plagne ; 1997.
- [BAL 98] Ballot E., Bourdet P., A computation method for the consequences of geometric errors in mechanisms. In H. A. ElMaraghy (ed.), *Geometric Design Tolerancing: Theories, Standards and Applications*, pp. 197-207, presented at the 5th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, Toronto, Canada, 1998.

- [BAL 01] Ballu A., Mathieu L., Dantan J.Y., "3Global view of geometrical specifications", Geometric Product Specification and Verification, Proceedings of 7th CIRP International Seminar on CAT, Cachan, France, pp. 13-24, Kluwer, 2001.
- [BEN 97] Bennis F., Pino L. and Fortin C., Transfert de tolérances géométrique pour la fabrication par une méthode algébrique (Geometric tolerance transfer for manufacturing by an algebraic method). RAIRO, Automatique-Productique Informatique Industrielle (Automatic Control Production Systems), 31, 1339-1357, 1997, in French.
- [BEN 98] Bennis F., Pino L. and Fortin C., Geometric tolerance transfer for manufacturing by an algebraic method. Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering'98: Proceedings of the 2nd IDMME Conference (Compiègne, France), pp. 373-380, 1998.
- [BEN 01] Benea R., Cloutier G., Fortin C., "Process plan validation including process deviations and machine tools errors", Proceedings of the 7th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing, pp. 191-200, Cachan 2001.
- [BOU 73] Bourdet P., Chaînes de cotes de fabrication : première partie Modèles, L'ingénieur et le Technicien ce l'Enseignement Technique, décembre 1973.
- [BOU 95] Bourdet P., Ballot E., Équations formelles et tridimensionnelles des chaînes de dimensions dans les mécanismes, 4th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing, University of Tokyo 5-6 April 1995.
- [BOU 96] Bourdet P., Mathieu L., Lartigue C., Ballu A., "The concept of small displacement torsor in metrology", In: Advanced mathematiccal tool in metrology II in series on advances in mathematics for applied sciences, World Scientific, Vol. 40, 1996.
- [CAR 93] Cardew-Hall M. J., Labans T., West G. and Dench P., A method of representing dimensions and tolerances on solid based freeform surfaces. Robotics & Computer-Integrated Manufacturing, 10, pp. 223-234, 1993.
- [CLE 96] Clément A., Le Pivert P., Rivière A., Modélisation des procédés d'usinage Simulation 3D réaliste, IDMME'96, Nantes, France, pp. 355-364.
- [CLE 97] Clément A., Valade C. and Rivière A., The TTRSs: 13 oriented constraints for dimensioning, tolerancing and inspection. In P. Ciarlini, M. G. Cox, F. Pavese, and D. Ritcher (eds.), Advanced Mathematical Tools in Metrology III (World Scientific Publishing Company), pp. 24-42, 1997.
- [CLE 98] Clément A., Rivière A., Serre P., Valade C., "The TTRS : 13 constraints for dimensioning and tolerancing", In Geometric design tolerancing theories: theories, standard and applications, Chapman et Hall, pp. 122-129, 1998.

-
- [CHE 99] Chep A., "Une méthode statistique de répartition 2D des tolérances géométriques", CPI 99, Tanger Maroc, pp. 25-26 novembre 1999.
- [DEN 55] Denavit J., Hartenberg R.S., A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices, 1955, Journal of Applied Mechanics, Vol. 22, pages 215-221.
- [DES 94] Desrochers A. and Clément A., Dimensioning and tolerancing assistance model for CAD/CAM systems. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 9, pp. 352-361, 1994.
- [DES 97] Desrochers A., Rivière A., A matrix approach to the representation of tolerance zones and clearances. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, V13, pp. 630-636, 1997.
- [DES 99] Desrochers A. and Verheul S., A three dimensional tolerance transfer methodology. In F. van Houten, and H. Kals (eds.), Global Consistency of Tolerances, presented at the 6th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing, pp. 83-92, 1999, University of Twente, Enschede, The Netherlands.
- [DES 03] Desrochers A., Ghie W., Laperrière L., "Application of a unified Jacobian – Torsor model for tolerance analysis", International Journal of Computing and Information Science in Engineering, Vol. 3, pp 2-14, 2003.
- [DON 97] Dong Z., Tolerance synthesis by manufacturing cost modeling and design optimization. In H. C. Zhang (ed.), Advanced Tolerancing Techniques (Wiley), pp. 233-260, 1997.
- [GIO 93] Giordano M. and Duret D., Clearance space and deviation space: Application to three-dimensional chain of dimensions and positions. In Proceedings of the 3rd CIRP Design Seminar on Computer-Aided Tolerancing, pp. 179-196, 1993.
- [GIO 99] Giordano M., Pairel E. and Samper S., Mathematical representation of tolerance zones. In F. van Houten and H. Kals (eds.), Global Consistency of Tolerances, pp. 177-186, 1999, presented at the 6th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, Enschede, The Netherlands.
- [GIO 01] Giordano M., Kataya B., Pairel E., "Tolerance analysis and synthesis by means of clearance and deviation spaces", In Geometric Product Specification and Verification, Proceedings of 7th CIRP Int'l Seminar on CAT, Ecole Norm. Supérieure, Cachan, France, April 24-25, (eds. P. Bourdet and L. Mathieu), pp. 145-154, 2001, Kluwer.
- [HUA 96] Huang S. H. and Zhang H. C., Tolerance analysis in setup planning for rotational parts. Journal of Manufacturing Systems, 15, 340-350, 1996.

- [HUA 97] Huang S. H., Zhang H. C. and Oldham, W. J. B., Tolerance analysis for setup planning: a graph theoretic approach. *International Journal of Production Research*, 35, pp. 1107-1124, 1997.
- [KAN 95] Kanaï S., Onozuka M., Takahashi H., Optimal Tolerance Synthesis by Genetic Algorithm under the Machining and Assembling Constraints, 4th CIRP CAT Seminar, Tokyo, Japan, pp. 263-282, 1995.
- [LEG 99] Legoff O., Villeneuve F. and Bourdet P., Geometrical tolerancing in process planning: a tridimensional approach. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Journal of Engineering Manufacture, Proceedings Part B*, 213, pp. 635-640, 1999.
- [LOU 06] Louati J., Ayadi B., Bouaziz Z., Haddar M., Three-dimensional modelling of geometric defaults to optimize a manufactured part setting, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 2006, Vol. 29, No 3-4 , pp. 342–348.
- [MAT 98] Mathieu L., Clément A. and Bourdet P., Modeling, representation, processing and inspection of tolerances: a survey. In H. A. ElMaraghy (ed.), *Geometric Design Tolerancing: Theories, Standards and Applications*, pp. 1-33, 1998, presented at the 5th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, Toronto, Canada.
- [RAD 00] Radouani M., Saka A. and Carrard M., Le dimensionnement et le tolérancement vectoriels VD&T: outil de CAO étude comparative entre GD&T et VD&T analyse des tolérance (Vectorial dimensioning and tolerancing VD&T: CAD tool comparative study between GD&T and VD&T tolerance analysis). *RAIRO, Automatique-Productique Informatique Industrielle (Automatic Control Production Systems)*, 34, pp. 293-304, in French, 2000.
- [SAL 96a] Salomons O. W., Poerink H. J. J., Haalboom F. J., van Slooten F., vanHouten F. J. A. M. and Kals H. J. J., A computer aided tolerancing tool I: tolerance specification. *Computers in Industry*, 31, pp. 161-174, 1996a.
- [SAL 96b] Salomons, O. W., Poerink, H. J. J., Haalboom, F. J., van Slooten, F., vanHouten, F. J.A. M. and Kals, H. J. J., A computer aided tolerancing tool II: tolerance analysis. *Computers in Industry*, 31, pp. 175-186, 1996b.
- [SPI 94] Spiewak S. A., "Analytical modelling of cutting point trajectories in milling", *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 116, pp. 440-448, 1994.
- [THI 01] Thiebaut F., Contribution à la définition d'un moyen unifié de gestion de la géométrie réaliste basé sur le calculs des lois de comportement des mécanismes, 2001, Thèse de doctorat, ENS de Cachan LURPA.
- [TIC 04] Tichadou S., Legoff O., Hascoët J., Process planning geometrical simulation: compared approaches between integrated CAD/CAM system and Small displacement torsor model, Bath, UK, April 5-7, IDMME, 2004.

- [TIC 05] Tichadou S., "Modélisation et quantification tridimensionnelle des écarts de fabrication pour la simulation d'usinage", Mémoire de thèse de l'école centrale de Nante, 2005.
- [TEI 97] Teissandier D., Couétard Y., Gérard A., Three-dimensional Functional Tolerancing with Proportionnel Assemblies Clerance Volume (U.P.E.L.), application to setup planning, 5th CIRP CAT Seminar, Toronto, Canada, 1997, pp.113-124.
- [TEI 98] Teissandier D., Couétard Y. and Gérard, A., Three-dimensional functional tolerancing with proportioned assemblies clearance volume (U.P.E.L: Unions pondérées d'espaces de liberté): application to setup planning. In H. A. ElMaraghy (ed.), Geometric Design Tolerancing: Theories, Standards and Applications, pp. 171-182, 1998, presented at the 5th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, Toronto, Canada.
- [TEI 99] Teissandier D., Delos V. and Couétard Y., Operations on polytopes: application to tolerance analysis. In F. van Houten, and H. Kals (eds.), Global Consistency of Tolerances, pp. 425-434, 1999, presented at the 6th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing, University of Twente, Enschede, The Netherlands.
- [VIG 03] Vignat F., Villeneuve F., "3D transfer of tlerances using a SDT approach: application to turning process", International Journal of Computing and Information Science in Engineering, Vol. 3, pp 45-53, 2003.
- [VIG 05] Vignat F., Contribution à l'élaboration d'un modèle 3D de simulation de fabrication pour l'analyse et la synthèse des tolérances, le modèle MMP, Mémoire de thèse de l'institut national polytechnique de Grenoble, 2005.
- [VIL 01] Villeneuve F., Legoff O., Landon Y., Tolerancing for manufacturing a three-dimensional model, INT. J. PROD. RES., 2001, VOL. 39, No. 8, pp. 1625-1648.
- [VIL 03] Villeneuve F., Vignat F., 3D synthesis of manufacturing tolerances using a SDT approach, The 8th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing, pp. 28-29 April 2003, Charlotte, North Carolina, USA.
- [WHI 94] Whitney D. E., Gilbert O. L. and Jastrzebski M., Representation of geometric variations using matrix transforms for statistical tolerance analysis in assemblies. Research in Engineering Design, 6, pp. 191-210, 1994.
- [WIR 91] Wirtz A., Vectorial tolerancing: a basic element for quality control. In Computer-Aided Tolerancing: Proceedings of CIRP Seminars (Penn State, USA), pp. 115-127, 1991.
- [WIR 93] Wirtz A., Gächter C. and Wipf D., From unambiguously defined geometry to the perfect quality control loop. Annals of the CIRP, 42/1, pp. 615-618, 1993.

- [ZHA 99] Zhang C., Luo J. and Wang B., Statistical tolerance synthesis using distribution function zones. *International Journal of Production Research*, 37(17), pp. 3995-4006, 1999.

Annexe

1. Exemple d'une pièce avec plan incliné

Dans cet exemple nous appliquons le modèle TMT en analysant l'exigence de localisation du plan incliné, figure A.1, avec la gamme de la figure A.2.

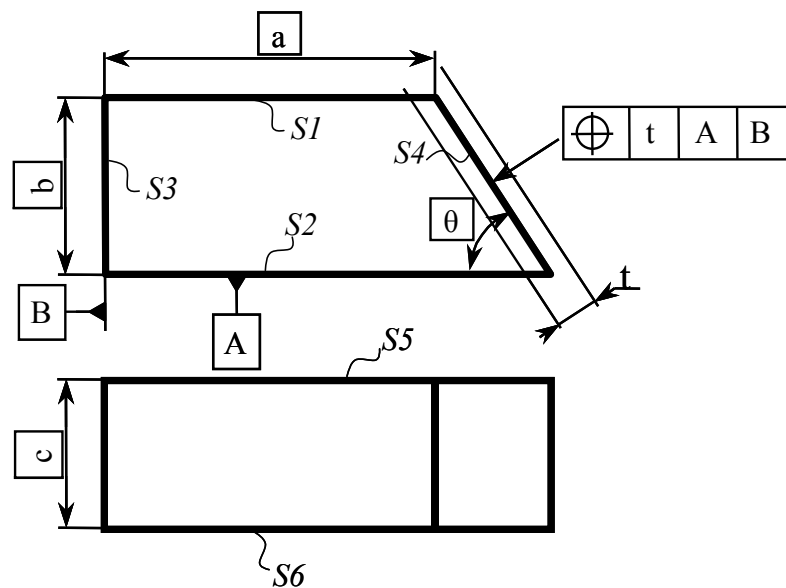


Figure A.1. Dessin de définition

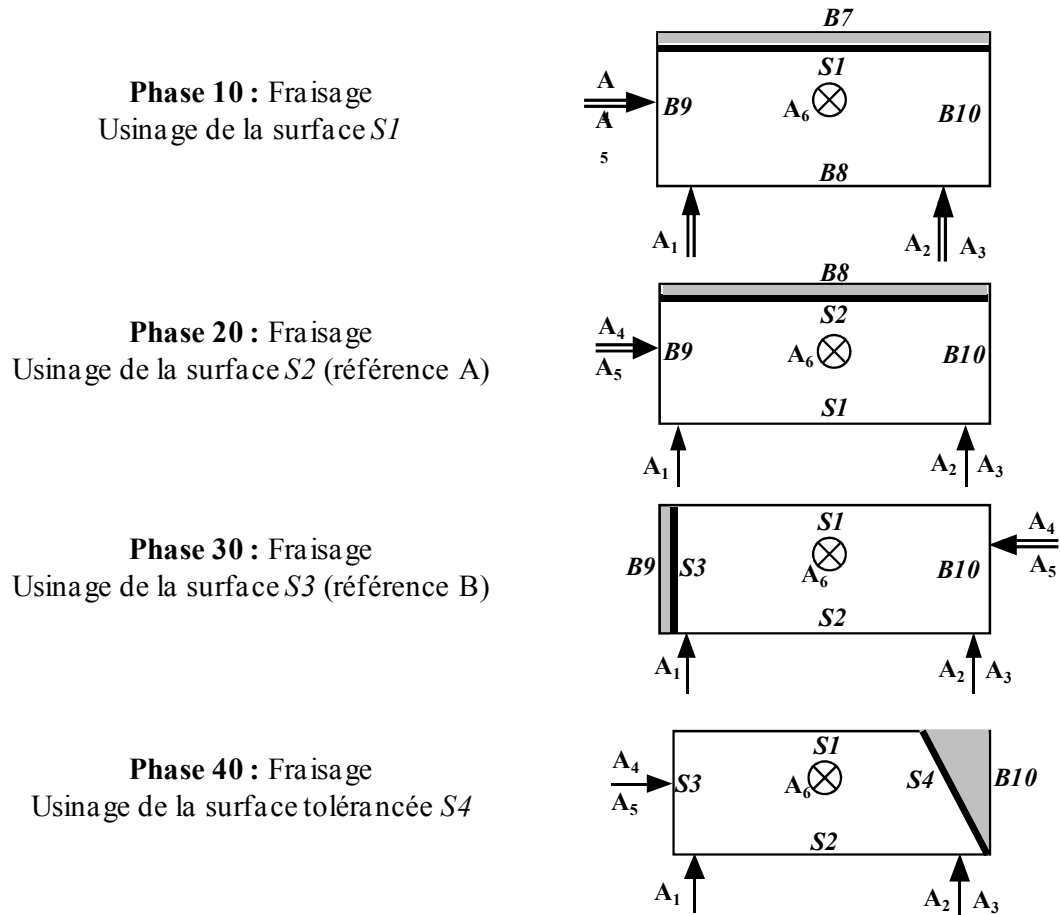
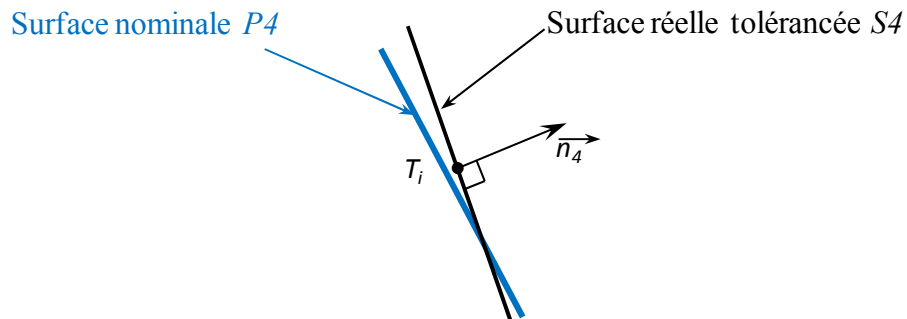


Figure A.2. Projet de gamme

Cette analyse consiste à vérifier que les défauts géométriques générés par le processus de fabrication respectent la spécification imposée, en vérifiant la condition suivante :

$$\left| \vec{dT}_i \cdot \vec{n}_4 \right| \leq \frac{t}{2} \quad (1)$$



Le but, de cette étude, est donc d'écrire le déplacement du chaque point T_i de la surface tolérancée par rapport à la surface nominale, en fonction de ces défauts.

$$(\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_4}) = f(E_M, E_U, E_D, E_P)$$

E_M : Défauts du montage d'usinage,

E_U : Défauts dus à l'usinage,

E_D : Défauts dus aux dispersions,

E_P : Défauts de la pièce.

Il s'agit donc de déterminer l'influence de chaque type des défauts, en phase 40 et en phase 30, sur le déplacement des point T_i .

1.1. Etude de la phase 40

1.1.1. Influence des défauts dus à l'usinage

Les défauts causés par l'opération de l'usinage sont dus au réglage de l'outil, défauts de l'outil (flexion de la fraise) et l'usure de l'outil. En effet, l'influence de ces défauts est sur la position de la surface usinée $S4$ par rapport à la surface nominale machine M_4^{40} (figure A.3).

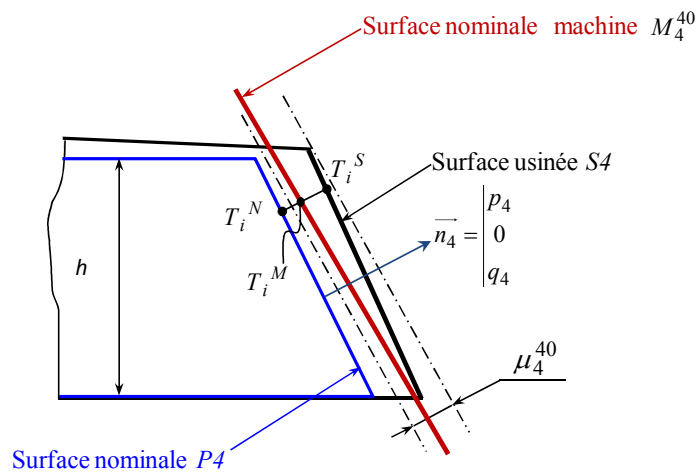


Figure A.3. Écart d'usinage en phase 40

Soit la relation à vérifier :

$$\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^S} \cdot \overrightarrow{n_4} \right| \leq \frac{t}{2} \quad (2)$$

Avec

$$\overrightarrow{T_i^N T_i^S} \cdot \overrightarrow{n_4} = \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_4} + \overrightarrow{T_i^M T_i^S} \cdot \overrightarrow{n_4}$$

- $\overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_4}$: L'écart entre la surface nominale pièce $P4$ et la surface nominale machine.

- $\overrightarrow{T_i^M T_i^S} \cdot \vec{n}_4$: La déviation de la surface fraisée S_4 par rapport à la surface nominale machine (surface programmée). Cet écart peut être mesuré directement sur la machine avec un palpeur Renishaw par exemple en tous les points T_i (les défauts machine sont négligeables).

On peut majorer cet écart par une valeur μ_i^{40} .

Donc pour les points T_i la relation à vérifier devient :

$$\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_4 \right| \leq \frac{t}{2} - \mu_i^{40} \quad (3)$$

$\overrightarrow{T_i^N T_i^M}$ est le déplacement du point T_i^N calculable avec le torseur :

$$\tau_{P/M}^{40} = \tau_{P/H}^{40} + \tau_{H/M}^{40} \quad (4)$$

1.1.2. Influence des défauts du montage d'usinage

Les défauts du montage d'usinage sont exprimés par l'écart entre le repère montage R_H et le repère machine R_M (figure A.4).

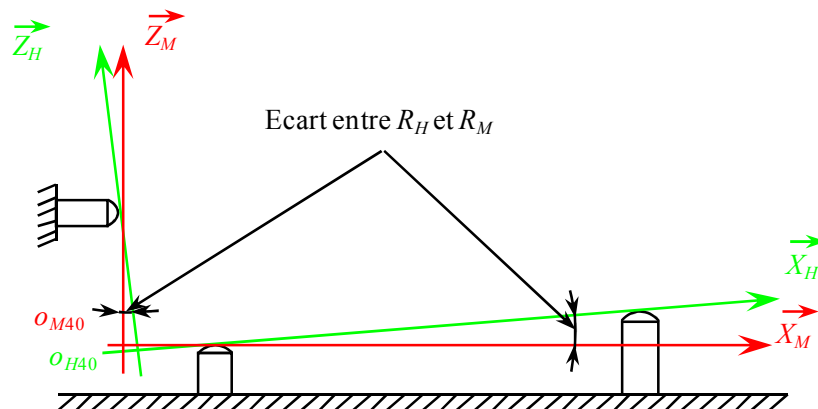


Figure A.4. Défauts du montage d'usinage

Soit le torseur d'écart entre le repère montage et le repère machine :

$$\tau_{H/M}^{40} = \begin{Bmatrix} \alpha_{H/M}^{40} & u_{H/M}^{40} \\ \beta_{H/M}^{40} & v_{H/M}^{40} \\ \gamma_{H/M}^{40} & w_{H/M}^{40} \end{Bmatrix}_{(O_M^40, R_M^40)}$$

Le déplacement du point T_i suivant la normale \vec{n}_4 , causé par les défauts du montage d'usinage dans la phase 40, est décrit par la relation suivante :

$$(\vec{dT}_i \cdot \vec{n}_4)_{H40} = (\overline{dO_M^{40}} + \overline{\Omega_H^{40}} \wedge \overline{O_M^{40}T_i}) \cdot \vec{n}_4$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} u_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} x_i \\ v_{H/M}^{40} + \beta_{H/M}^{40} y_i \\ w_{H/M}^{40} + \gamma_{H/M}^{40} z_i \end{array} \right\} \cdot \begin{array}{l} p_4 \\ 0 \\ q_4 \end{array}$$

\Rightarrow

$$(\vec{dT}_i \cdot \vec{n}_4)_{H40} = (u_{H/M}^{40} + \beta_{H/M}^{40} z_i - \gamma_{H/M}^{40} y_i) \cdot p_4 + (w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} y_i - \beta_{H/M}^{40} x_i) \cdot p_4$$

\Rightarrow

$$\begin{aligned} (\vec{dT}_i \cdot \vec{n}_4)_{H40} &= u_{H/M}^{40} \cdot p_4 + w_{H/M}^{40} \cdot q_4 + \alpha_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot q_4 \\ &+ \beta_{H/M}^{40} (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) - \gamma_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot p_4 \end{aligned} \quad (5)$$

- **Expression de déplacement du point T_i en fonction des écarts mesurés sur les appuis**

Soient ε_i^{40} les écarts mesurés sur les appuis du montage d'usinage de la phase 40 (figure A.5).

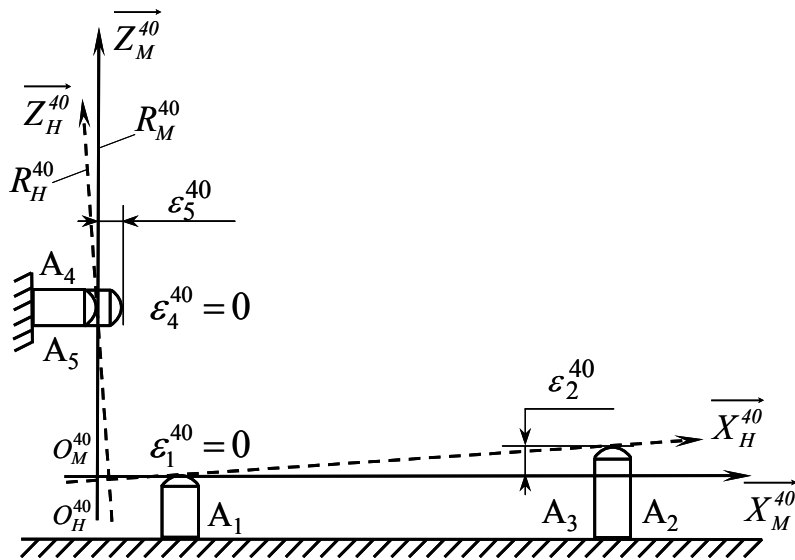


Figure A.5. Les écarts du montage d'usinage en phase 40

Il faut donc, exprimer les composantes du torseur $\tau_{H/M}^{40}$ en fonction de ces écarts mesurés en utilisant les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{dA_1^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_m} = 0 \\ \overrightarrow{dA_2^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_m} = \varepsilon_{P_2}^{40} \\ \overrightarrow{dA_3^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_m} = \varepsilon_{P_3}^{40} \\ \overrightarrow{dA_4^{40}} \cdot \overrightarrow{X_m} = 0 \\ \overrightarrow{dA_5^{40}} \cdot \overrightarrow{X_m} = \varepsilon_S^{40} \\ \overrightarrow{dA_6^{40}} \cdot \overrightarrow{Y_m} = 0 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{dA_i^{40}} = \overrightarrow{dO_{H40}} + \overrightarrow{\Omega_{H/M}^{40}} \wedge \overrightarrow{O_{H40}A_i^{40}}$$

$$\overrightarrow{dA_i^{40}} = \begin{vmatrix} u_{H/M}^{40} \\ v_{H/M}^{40} \\ w_{H/M}^{40} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha_{H/M}^{40} \\ \beta_{H/M}^{40} \\ \gamma_{H/M}^{40} \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} a_i^{40} \\ b_i^{40} \\ c_i^{40} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_{H/M}^{40} + \beta_{H/M}^{40} \cdot c_i^{40} - \gamma_{H/M}^{40} \cdot b_i^{40} \\ v_{H/M}^{40} - \alpha_{H/M}^{40} \cdot c_i^{40} + \gamma_{H/M}^{40} \cdot a_i^{40} \\ w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_i^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot a_i^{40} \end{vmatrix}$$

On déduit :

$$\overrightarrow{dA_1^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_m} = w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_1^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot c_1^{40} = 0$$

De même pour les autres points. Donc on aura un système de 6 équations à 6 inconnus.

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} \quad w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_1^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot c_1^{40} = 0 \\ \textcircled{2} \quad w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_2^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot c_2^{40} = \varepsilon_2^{40} \\ \textcircled{3} \quad w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_3^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot c_3^{40} = \varepsilon_3^{40} \\ \textcircled{4} \quad u_{H/M}^{40} + \beta_{H/M}^{40} \cdot c_4^{40} - \gamma_{H/M}^{40} \cdot b_4^{40} = 0 \\ \textcircled{5} \quad u_{H/M}^{40} + \beta_{H/M}^{40} \cdot c_5^{40} - \gamma_{H/M}^{40} \cdot b_5^{40} = \varepsilon_5^{40} \\ \textcircled{6} \quad v_{H/M}^{40} - \alpha_{H/M}^{40} \cdot c_6^{40} + \gamma_{H/M}^{40} \cdot a_6^{40} = 0 \end{array} \right.$$

Le but est d'exprimer les 6 composantes du torseur en fonction des ε_i^{40} . Pour cela, il suffi de résoudre ce système.

Pour donner une forme analytique simple, le calcul va être exécuté sur le cas particulier du montage expérimental.

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \Rightarrow \alpha_{H/M}^{40}(b_1^{40} - b_2^{40}) + \beta_{H/M}^{40}(a_2^{40} - a_1^{40}) = -\varepsilon_2^{40}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{3} \Rightarrow \alpha_{H/M}^{40}(b_2^{40} - b_3^{40}) + \beta_{H/M}^{40}(a_3^{40} - a_2^{40}) = \varepsilon_2^{40} - \varepsilon_3^{40}$$

Dans notre cas du montage, les deux appuis A_2^{40} et A_3^{40} sont situés au même niveau suivant l'axe \vec{X} :

$$a_2^{40} = a_3^{40}$$

D'où les composantes $\alpha_{H/M}^{40}$, $\beta_{H/M}^{40}$ et $w_{H/M}^{40}$ trouvées par la résolution des trois premières équations :

$$\alpha_{H/M}^{40} = \frac{\varepsilon_2^{40} - \varepsilon_3^{40}}{b_2^{40} - b_3^{40}}$$

$$\text{Soit } \alpha_{H/M}^{40} = k_{\alpha}^{H40}(\varepsilon_2^{40} - \varepsilon_3^{40})$$

$$\beta_{H/M}^{40} = \left[\frac{1 + k_{\alpha}^{H40}(b_1^{40} - b_2^{40})}{a_1^{40} - a_2^{40}} \right] \varepsilon_2^{40} + \frac{k_{\alpha}^{H40}(b_1^{40} - b_2^{40})}{a_2^{40} - a_1^{40}} \varepsilon_3^{40}$$

$$\text{Soit } \beta_{H/M}^{40} = k_{\beta_1}^{H40} \varepsilon_2^{40} + k_{\beta_2}^{H40} \varepsilon_3^{40}$$

$$w_{H/M}^{40} = (k_{\beta_1}^{H40} \cdot a_1^{40} - k_{\alpha}^{H40} b_1^{40}) \varepsilon_2^{40} + (k_{\beta_2}^{H40} \cdot a_1^{40} + k_{\alpha}^{H40} \cdot b_1^{40}) \varepsilon_3^{40}$$

$$\text{Soit } w_{H/M}^{40} = k_{w_1}^{H40} \varepsilon_2^{40} + k_{w_2}^{H40} \varepsilon_3^{40}$$

Les équations ④ et ⑤ donnent les composantes $u_{H/M}^{40}$ et $\gamma_{H/M}^{40}$:

$$\gamma_{H/M}^{40} = \frac{\varepsilon_5^{40}}{b_4^{40} - b_5^{40}} + \frac{k_{\beta_1}^{H40} (c_4^{40} - c_5^{40})}{b_4^{40} - b_5^{40}} \varepsilon_2^{40} + \frac{k_{\beta_2}^{H40} (c_4^{40} - c_5^{40})}{b_4^{40} - b_5^{40}} \varepsilon_3^{40}$$

$$\text{Soit } \gamma_{H/M}^{40} = k_{\gamma_1}^{H40} \varepsilon_5^{40} + k_{\gamma_2}^{H40} \varepsilon_2^{40} + k_{\gamma_3}^{H40} \varepsilon_3^{40}$$

$$u_{H/M}^{40} = k_{\gamma_1}^{H40} \cdot b_4^{40} \varepsilon_5^{40} + (k_{\gamma_2}^{H40} \cdot b_4^{40} - k_{\beta_1}^{H40} \cdot c_4^{40}) \varepsilon_2^{40} + (k_{\gamma_3}^{H40} \cdot b_4^{40} - k_{\beta_2}^{H40} \cdot c_4^{40}) \varepsilon_3^{40}$$

$$\text{Soit } u_{H/M}^{40} = k_{u_1}^{H40} \varepsilon_5^{40} + k_{u_2}^{H40} \varepsilon_2^{40} + k_{u_3}^{H40} \varepsilon_3^{40}$$

Avec la relation (5) nous écrivons le déplacement du point T_i , dû aux défauts du montage d'usinage en phase 40, en fonction des écarts mesurés :

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_4})_{H40} &= \left[k_{\gamma_2}^{H40} \cdot y_i \cdot p_4 - k_{u_2}^{H40} \cdot p_4 - k_{w_1}^{H40} \cdot q_4 - k_{\alpha}^{H40} \cdot y_i \cdot q_4 - k_{\beta_1}^{H40} (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) \right] \varepsilon_2^{40} \\ &+ \left[k_{\alpha}^{H40} \cdot y_i \cdot q_4 - k_{u_3}^{H40} \cdot p_4 - k_{w_2}^{H40} \cdot q_4 - k_{\beta_2}^{H40} (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) + k_{\gamma_3}^{H40} \cdot y_i \cdot p_4 \right] \varepsilon_3^{40} \\ &+ (k_{\gamma_1}^{H40} \cdot y_i \cdot p_4 - k_{u_1}^{H40} \cdot p_4) \varepsilon_5^{40} \end{aligned}$$

$$\text{Soit } \boxed{(\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_4})_{H40} = \eta_i^{40} = k_{H1}^{40} \varepsilon_2^{40} + k_{H2}^{40} \varepsilon_3^{40} + k_{H3}^{40} \varepsilon_5^{40}}$$

Si nous proposons une valeur minimale et une valeur maximale pour les écarts des appuis du montage :

$$-\frac{\Delta_H^{40}}{2} \leq \varepsilon_h^{40} \leq \frac{\Delta_H^{40}}{2}$$

Nous aurons donc :

$$\text{Max}(\eta_i^{40}) = (|k_{H1}^{40}| + |k_{H2}^{40}| + |k_{H3}^{40}|) \frac{\Delta_H^{40}}{2}$$

et

$$\text{Min}(\eta_i^{40}) = -(|k_{H1}^{40}| + |k_{H2}^{40}| + |k_{H3}^{40}|) \frac{\Delta_H^{40}}{2}$$

1.1.3. Influence des défauts de la pièce

Les défauts entre la pièce et le montage d'usinage dépendent de deux types de défauts :

- les défauts de perpendicularité entre les trois surfaces de références de la pièce.
- la qualité des appuis, des surfaces et du serrage. Donc ces défauts sont aléatoires.

Pour simplifier le problème, nous proposons dans un premier temps de négliger les dispersions aléatoires et les défauts de planéité des surfaces $S2$ et $S3$.

Les composantes à déterminer sont les suivantes :

$$\tau_{P/H}^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{P/H}^{40} & u_{P/H}^{40} \\ \beta_{P/H}^{40} & F \\ \gamma_{P/H}^{40} & w_{P/H}^{40} \end{array} \right\}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

Avec cette hypothèse, $P2$ et $S2$ sont confondus, car $S2$ est la surface réelle, A est la référence primaire associée à $S2$ par le critère minimax et $P2$ est confondu par définition avec A . Si $S2$ a un défaut de planéité négligeable, $P2$ et $S2$ sont confondus.

Le plan H_2^{40} passe par les trois points d'appui A_1 , A_2 et A_3 . En négligeant les dispersions, la surface $S2$ est en appui sur les trois points du montage. H_2^{40} , $S2$ et $P2$ sont confondus.

Certaines composantes du torseur $\tau_{P/H}^{40}$ sont donc nulles :

$$\alpha_{P/H}^{40} = 0; \beta_{P/H}^{40} = 0; w_{P/H}^{40} = 0.$$

Pour la référence secondaire, comme $P1$ est parallèle à $P2$, la surface $P3$ est un rectangle. D'autre part, les appuis secondaires A_4^{40} et A_5^{40} sont situés à la même hauteur par rapport à $P2$. La référence secondaire, confondue avec $P3$, est le plan perpendiculaire à $P2$ tangent à $S3$.

La figure A.6 montre les deux cas possibles. Si $\beta_{S3/P3} < 0$, la tangence se fait sur l'arête supérieure (droite d'intersection de $S3$ avec $S1$ parallèle à $P2$). Si $\beta_{S3/P3} > 0$, la tangence se fait sur l'arête inférieure (droite d'intersection de $S3$ avec $S2$).

La contribution des déplacements peut être fusionnée dans une formule commune :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_4} &= \overrightarrow{dO} + \overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{OT_i} \\ &= \beta_{S3/P3} \cdot C\end{aligned}$$

Avec :

$$C = c_4 \cdot p_4 \text{ si } \beta_{S3/P3} > 0,$$

$$C = (h - c_4) \cdot p_4 \text{ si } \beta_{S3/P3} < 0.$$

1.1.4. Influence des dispersions

Pour étudier l'influence des dispersions sur chaque point T_i de la surface terminale, nous considérons une dispersion δ sur chaque point d'appui (figure A.7).

Soient :

- δ_1^{40} , δ_2^{40} et δ_3^{40} : Les écarts respectivement sur les appuis de la primaire A_1^{40} , A_2^{40} et A_3^{40} .

- δ_4^{40} et δ_5^{40} : Les écarts respectivement sur les appuis de la secondaire A_4^{40} et A_5^{40} .

- δ_6^{40} : Ecart sur l'appui de la tertiaire A_6^{40}

L'écart est défini entre la surface S_i et les appuis du montage, sachant que les surfaces H_i passent par ces appuis.

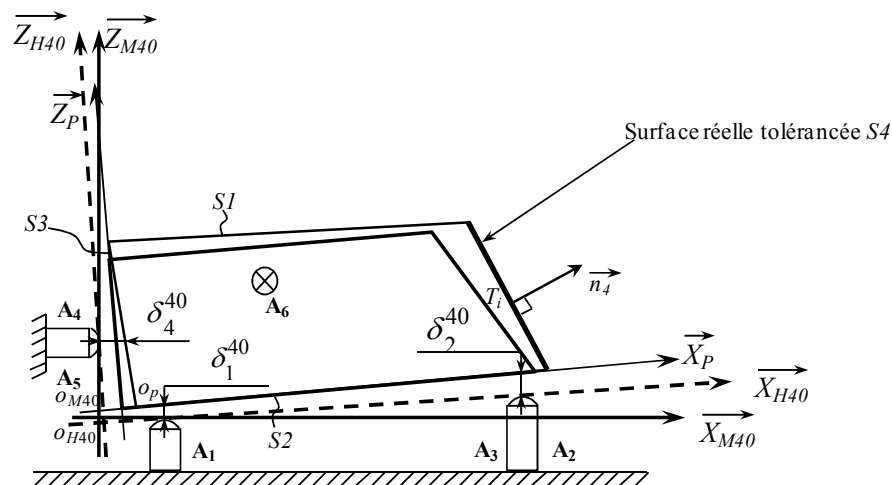


Figure A.7. Ecart observable sur chaque appui en phase 40

Le torseur dispersion dans la phase 40, est donné par la forme suivante :

$$\tau_D^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_D^{40} & u_D^{40} \\ \beta_D^{40} & v_D^{40} \\ \gamma_D^{40} & w_D^{40} \end{array} \right\}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

Le déplacement du point T_i suivant la normale \vec{n}_4 , causé par les dispersions dans la phase 40, est décrit par la relation suivante :

$$(\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_4})_{D40} = (\overrightarrow{dO_M^{40}} + \overrightarrow{\Omega_D^{40}} \wedge \overrightarrow{O_M^{40}T_i}) \cdot \overrightarrow{n_4}$$

$$= \left\{ \begin{array}{c} u_D^{40} \\ v_D^{40} \\ w_D^{40} \end{array} + \left\{ \begin{array}{c} \alpha_D^{40} \\ \beta_D^{40} \\ \gamma_D^{40} \end{array} \wedge \left\{ \begin{array}{c} x_i \\ y_i \\ z_i \end{array} \right\} \right\} \cdot \left\{ \begin{array}{c} p_4 \\ 0 \\ q_4 \end{array} \right\}$$

$$= (u_D^{40} + \beta_D^{40} \cdot z_i - \gamma_D^{40} \cdot y_i) \cdot p_4 + (w_D^{40} + \alpha_D^{40} \cdot y_i - \beta_D^{40} \cdot x_i) \cdot q_4$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_4})_{D40} = u_D^{40} \cdot p_4 + w_D^{40} \cdot q_4 + \alpha_D^{40} \cdot y_i \cdot q_4 + \beta_D^{40} (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) - \gamma_D^{40} \cdot y_i \cdot p_4 \quad (6)$$

- **Expression de déplacement du point T_i en fonction des dispersions imposées sur les appuis**

Pour exprimer les composantes du torseur dispersion τ_D^{40} en fonction des écarts imposés, nous utilisons la condition telle que le déplacement de chaque point d'appui est égale à l'écart correspondant.

Donc nous pouvons écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{dA_1^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = \delta_1^{40} \\ \overrightarrow{dA_2^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = \delta_2^{40} \\ \overrightarrow{dA_3^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = \delta_3^{40} \\ \overrightarrow{dA_4^{40}} \cdot \overrightarrow{X_H^{40}} = \delta_4^{40} \\ \overrightarrow{dA_5^{40}} \cdot \overrightarrow{X_H^{40}} = \delta_5^{40} \\ \overrightarrow{dA_6^{40}} \cdot \overrightarrow{Y_H^{40}} = \delta_6^{40} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{dA_i^{40}} = \overrightarrow{dO_H^{40}} + \overrightarrow{\Omega_D^{40}} \wedge \overrightarrow{O_H^{40}A_i^{40}}$$

$$\overrightarrow{dA_1^{40}} = \begin{vmatrix} u_D^{40} \\ v_D^{40} \\ w_D^{40} \end{vmatrix} + \beta_D^{40} \wedge \begin{vmatrix} \alpha_D^{40} \\ \gamma_D^{40} \\ c_1^{40} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_1^{40} \\ b_1^{40} \\ c_1^{40} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_D^{40} + \beta_D^{40} c_1^{40} - \gamma_D^{40} b_1^{40} \\ v_D^{40} - \alpha_D^{40} c_1^{40} + \gamma_D^{40} a_1^{40} \\ w_D^{40} + \alpha_D^{40} b_1^{40} - \beta_D^{40} a_1^{40} \end{vmatrix}$$

On déduit :

$$\overrightarrow{dA_1^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = w_D^{40} + \alpha_D^{40} b_1^{40} - \beta_D^{40} a_1^{40} = \delta_1^{40}$$

De même pour les autres points. Donc on aura un système de 6 équations à 6 inconnus.

$$\begin{cases} \textcircled{1} & w_D^{40} + \alpha_D^{40} b_1^{40} - \beta_D^{40} a_1^{40} = \delta_1^{40} \\ \textcircled{2} & w_D^{40} + \alpha_D^{40} b_2^{40} - \beta_D^{40} a_2^{40} = \delta_2^{40} \\ \textcircled{3} & w_D^{40} + \alpha_D^{40} b_3^{40} - \beta_D^{40} a_3^{40} = \delta_3^{40} \\ \textcircled{4} & u_D^{40} + \beta_D^{40} c_4^{40} - \gamma_D^{40} b_4^{40} = \delta_4^{40} \\ \textcircled{5} & u_D^{40} + \beta_D^{40} c_5^{40} - \gamma_D^{40} b_5^{40} = \delta_5^{40} \\ \textcircled{6} & v_D^{40} - \alpha_D^{40} c_6^{40} + \gamma_D^{40} a_6^{40} = \delta_6^{40} \end{cases}$$

Le but est d'exprimer les 6 composantes du torseur en fonction des δ . Pour cela, il suffi de résoudre ce système (par méthode matricielle par exemple).

Pour donner une forme analytique simple, le calcul va être exécuté sur le cas particulier du montage expérimental.

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \Rightarrow \alpha_D^{40} (b_1^{40} - b_2^{40}) + \beta_D^{40} (a_2^{40} - a_1^{40}) = \delta_1^{40} - \delta_2^{40}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{3} \Rightarrow \alpha_D^{40} (b_2^{40} - b_3^{40}) + \beta_D^{40} (a_3^{40} - a_2^{40}) = \delta_2^{40} - \delta_3^{40}$$

Dans notre cas du montage, les deux appuis A_2^{40} et A_3^{40} sont situés au même niveau suivant l'axe \overrightarrow{X} :

$$a_2^{40} = a_3^{40}$$

D'où les composantes α_D^{40} , β_D^{40} et w_D^{40} trouvées par la résolution des trois premières équations :

$$\alpha_D^{40} = \frac{\delta_2^{40} - \delta_3^{40}}{b_2^{40} - b_3^{40}}$$

$$\beta_D^{40} = \frac{\delta_1^{40} - \delta_2^{40}}{a_2^{40} - a_1^{40}} - \frac{(\delta_2^{40} - \delta_3^{40})(b_1^{40} - b_2^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_2^{40} - b_3^{40})}$$

$$w_D^{40} = \delta_3^{40} + \frac{\delta_1^{40} - \delta_2^{40}}{a_2^{40} - a_1^{40}} \cdot a_3^{40} - \frac{\delta_2^{40} - \delta_3^{40}}{b_3^{40} - b_2^{40}} \left[b_3^{40} + \frac{(b_1^{40} - b_2^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})} \cdot a_3^{40} \right]$$

Les équations ④ et ⑤ donnent les composantes u_D^{40} et γ_D^{40} :

$$\gamma_D^{40} = \frac{\delta_4^{40} - \delta_5^{40}}{b_5^{40} - b_4^{40}} - \frac{(\delta_1^{40} - \delta_2^{40})(c_4^{40} - c_5^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_5^{40} - b_4^{40})} + \frac{(\delta_2^{40} - \delta_3^{40})(b_1^{40} - b_2^{40})(c_4^{40} - c_5^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_2^{40} - b_3^{40})(b_5^{40} - b_4^{40})}$$

$$u_D^{40} = \delta_4^{40} - \frac{\delta_1^{40} - \delta_2^{40}}{a_2^{40} - a_1^{40}} \cdot c_4^{40} + \frac{(\delta_2^{40} - \delta_3^{40})(b_1^{40} - b_2^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_2^{40} - b_3^{40})} \cdot c_4^{40} + \frac{\delta_4^{40} - \delta_5^{40}}{b_5^{40} - b_4^{40}} \cdot b_4^{40} \\ - \frac{(\delta_1^{40} - \delta_2^{40})(c_4^{40} - c_5^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_5^{40} - b_4^{40})} \cdot b_4^{40} + \frac{(\delta_2^{40} - \delta_3^{40})(b_1^{40} - b_2^{40})(c_4^{40} - c_5^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_2^{40} - b_3^{40})(b_5^{40} - b_4^{40})} \cdot b_4^{40}$$

L'équation ⑥ donne la composante v_D^{40} :

$$v_D^{40} = \delta_6^{40} - \frac{(\delta_1^{40} - \delta_2^{40})(c_4^{40} - c_5^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_5^{40} - b_4^{40})} \cdot a_6^{40} + \frac{\delta_2^{40} - \delta_3^{40}}{b_2^{40} - b_3^{40}} \left[Z_{A_6} + \frac{(b_1^{40} - b_2^{40})(c_4^{40} - c_5^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_5^{40} - b_4^{40})} \cdot X_{A_6} \right] \\ + \frac{\delta_4^{40} - \delta_5^{40}}{b_5^{40} - b_4^{40}} \cdot a_6^{40}$$

Pour simplifier l'écriture de ces composantes, nous écrivons ces relations en fonction des dispersions et des constants (k).

$$\alpha_D^{40} = k_{12}^{40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40});$$

$$\beta_D^{40} = k_{13}^{40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{14}^{40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40});$$

$$\gamma_D^{40} = k_{15}^{40}(\delta_4^{40} - \delta_5^{40}) + k_{16}^{40}(\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{17}^{40}(\delta_2^{40} - \delta_3^{40});$$

$$u_D^{40} = \delta_4^{40} + k_{18}^{40}(\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{19}^{40}(\delta_2^{40} - \delta_3^{40}) + k_{20}^{40}(\delta_4^{40} - \delta_5^{40});$$

$$v_D^{40} = \delta_6^{40} + k_{21}^{40}(\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{22}^{40}(\delta_2^{40} - \delta_3^{40}) + k_{23}^{40}(\delta_4^{40} - \delta_5^{40}) \text{ (Inutile) ;}$$

$$w_D^{40} = \delta_3^{40} + k_{24}^{40}(\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{25}^{40}(\delta_2^{40} - \delta_3^{40}).$$

Avec la relation (6) nous écrivons alors les défauts dus aux dispersions, dans la phase 40, en fonction des écarts imposés :

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{dT}_i, \overrightarrow{n}_4)_{D40} = & \left[\delta_4^{40} + k_{18}^{40}(\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{19}^{40}(\delta_2^{40} - \delta_3^{40}) + k_{20}^{40}(\delta_4^{40} - \delta_5^{40}) \right] \cdot p_4 \\ & + \left[\delta_3^{40} + k_{24}^{40}(\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{25}^{40}(\delta_2^{40} - \delta_3^{40}) \right] \cdot q_4 \\ & + \left[k_{13}^{40}(\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{14}^{40}(\delta_2^{40} - \delta_3^{40}) \right] (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) \\ & - \left[k_{15}^{40}(\delta_4^{40} - \delta_5^{40}) + k_{16}^{40}(\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{17}^{40}(\delta_2^{40} - \delta_3^{40}) \right] \cdot y_i \cdot p_4 + k_{12}^{40}(\delta_2^{40} - \delta_3^{40}) y_i \cdot q_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{dT}_i, \overrightarrow{n}_4)_{D40} = & \left[k_{18}^{40} \cdot p_4 + k_{24}^{40} \cdot q_4 + k_{14}^{40}(z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) - k_{16}^{40} \cdot y_i \cdot p_4 \right] \delta_1^{40} \\ & + \left[(k_{19}^{40} - k_{18}^{40}) \cdot p_4 + (k_{25}^{40} - k_{24}^{40}) \cdot q_4 + (k_{14}^{40} - k_{13}^{40})(z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) \right. \\ & \left. + (k_{16}^{40} - k_{17}^{40}) y_i \cdot p_4 + k_{12}^{40} \cdot y_i \cdot q_4 \right] \delta_2^{40} \\ & + \left[q_4 - k_{19}^{40} \cdot p_4 - k_{25}^{40} \cdot q_4 - k_{14}^{40}(z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) + k_{17}^{40} \cdot y_i \cdot p_4 - k_{12}^{40} y_i \cdot q_4 \right] \delta_3^{40} \\ & + \left[p_4 + k_{20}^{40} \cdot p_4 - k_{15}^{40} \cdot y_i \cdot p_4 \right] \delta_4^{40} \\ & + \left[-k_{20}^{40} \cdot p_4 + k_{15}^{40} \cdot y_i \cdot p_4 \right] \delta_5^{40} \end{aligned}$$

$$\text{Soit } \boxed{(\overrightarrow{dT}_i, \overrightarrow{n}_4)_{D40} = \xi_i^{40} = k_{D1}^{40} \cdot \delta_1^{40} + k_{D2}^{40} \cdot \delta_2^{40} + k_{D3}^{40} \cdot \delta_3^{40} + k_{D4}^{40} \cdot \delta_4^{40} + k_{D5}^{40} \cdot \delta_5^{40}}$$

Les écarts δ_i étant supposés indépendants, si on impose une valeur minimale et une valeur maximale pour chaque écart comme suite :

$$-\frac{\Delta_1}{2} \leq \delta_1^{40} \leq \frac{\Delta_1}{2} \quad ; \quad -\frac{\Delta_2}{2} \leq \delta_2^{40} \leq \frac{\Delta_2}{2} \quad ; \quad -\frac{\Delta_3}{2} \leq \delta_3^{40} \leq \frac{\Delta_3}{2}$$

$$-\frac{\Delta_4}{2} \leq \delta_4^{40} \leq \frac{\Delta_4}{2} \quad ; \quad -\frac{\Delta_5}{2} \leq \delta_5^{40} \leq \frac{\Delta_5}{2}$$

La valeur maximale de ξ_i^{40} sera :

$$Max(\xi_i^{40}) = |k_{D1}^{40}| \frac{\Delta_1}{2} + |k_{D2}^{40}| \frac{\Delta_2}{2} + |k_{D3}^{40}| \frac{\Delta_3}{2} + |k_{D4}^{40}| \frac{\Delta_4}{2} + |k_{D5}^{40}| \frac{\Delta_5}{2} + |k_{D6}^{40}| \frac{\Delta_6}{2}$$

et la valeur minimale sera :

$$Min(\xi_i^{40}) = -|k_{D1}^{40}| \frac{\Delta_1}{2} - |k_{D2}^{40}| \frac{\Delta_2}{2} - |k_{D3}^{40}| \frac{\Delta_3}{2} - |k_{D4}^{40}| \frac{\Delta_4}{2} - |k_{D5}^{40}| \frac{\Delta_5}{2} - |k_{D6}^{40}| \frac{\Delta_6}{2}$$

Si on impose une même valeur minimale et une même valeur maximale pour tous les écarts soit :

$$-\frac{\Delta_{D40}}{2} \leq \delta_i^{40} \leq \frac{\Delta_{D40}}{2}$$

Nous aurons donc :

$$Max(\xi_i^{40}) = (|k_{D1}^{40}| + |k_{D2}^{40}| + |k_{D3}^{40}| + |k_{D4}^{40}| + |k_{D5}^{40}| + |k_{D6}^{40}|) \frac{\Delta_{D40}}{2}$$

et

$$Min(\xi_i^{40}) = -(|k_{D1}^{40}| + |k_{D2}^{40}| + |k_{D3}^{40}| + |k_{D4}^{40}| + |k_{D5}^{40}| + |k_{D6}^{40}|) \frac{\Delta_{D40}}{2}$$

La relation qui permet de vérifier l'exigence fonctionnelle, donnée par l'étude de la phase 40, sera donc avec la forme suivante :

$$\boxed{| \eta_i^{40} + \beta_{S3/P3} \cdot C | + \xi_i^{40} \leq \frac{t}{2} - \mu_4^{40}} \quad (7)$$

avec :

* $C = (c_4 - h) \cdot p_4$, si $\beta_{S3/P3} < 0$,

* $C = c_4 \cdot p_4$, si $\beta_{S3/P3} > 0$,

* μ_4^{40} : Décalage de la surface usinée, mesurable sur la machine

* η_i^{40} : Influence des défauts du montage d'usinage

$$\eta_i^{40} = u_{H/M}^{40} \cdot p_4 + w_{H/M}^{40} \cdot q_4 + \alpha_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot q_4 + \beta_{H/M}^{40} \cdot (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) - \gamma_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot p_4$$

avec $u_{H/M}^{40}$, $w_{H/M}^{40}$, $\alpha_{H/M}^{40}$, $\beta_{H/M}^{40}$ et $\gamma_{H/M}^{40}$ calculés à partir des mesures ε_j du montage d'usinage.

* ξ_i^{40} : Influence des dispersions

$$\xi_i^{40} = |k_{D1}^{40}| \frac{\Delta_1}{2} + |k_{D2}^{40}| \frac{\Delta_2}{2} + |k_{D3}^{40}| \frac{\Delta_3}{2} + |k_{D4}^{40}| \frac{\Delta_4}{2} + |k_{D5}^{40}| \frac{\Delta_5}{2} + |k_{D6}^{40}| \frac{\Delta_6}{2}$$

La relation (7) montre que seul le paramètre $\beta_{S3/P3}$ ne dépend pas de la phase 40.

$\beta_{S3/P3}$: Défaut de perpendicularité de la surface S3, usinée en phase 30, par rapport à S2.

Donc selon la démarche ascendante, il faut passer à l'étude de la phase 30 pour rechercher maintenant uniquement la valeur de cette grandeur $\beta_{S3/P3}$.

1.2. Etude de la phase 30

1.2.1. Influence des défauts dus à l'usinage dans la phase 30

Les défauts de flexion ou de réglage d'outils provoquent un écart entre la surface usinée S3 par rapport à la surface nominale machine M_3^{30} (figure A.8).

L'écart cherché est l'angle $\beta_{S3/M_3^{30}}$, qui est mesurable directement sur la machine à l'aide d'un comparateur ou d'un palpeur à contact.

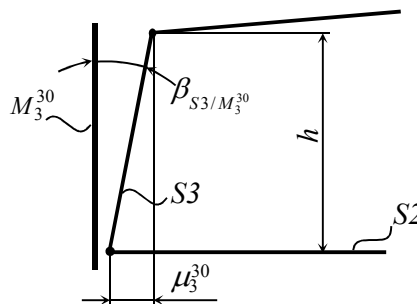


Figure 4.10. Écart d'usinage en phase 30

$$\beta_{S3/M3}^{30} = \frac{\mu_3^{30}}{h} \text{ (le signe de } \mu_3^{30} \text{ est important)}$$

1.2.2. Influence des défauts du montage d'usinage dans la phase 30

L'écart entre le nominal montage et le nominal machine est exprimé en fonction des écarts de fabrication ε_i^{30} mesurés sur les appuis A_i^{30} (a_i^{30} , b_i^{30} , c_i^{30}).

Donc la composante $\beta_{H/M}^{30}$ s'écrit :

$$\beta_{H/M}^{30} = \left[\frac{1 + k_{\alpha}^{H30}(b_1^{30} - b_2^{30})}{a_1^{30} - a_2^{30}} \right] \varepsilon_2^{30} + \frac{k_{\alpha}^{H30}(b_1^{30} - b_2^{30})}{a_2^{30} - a_1^{30}} \varepsilon_3^{30}$$

$$\text{Soit} \quad \beta_{H/M}^{30} = k_1^{30} \varepsilon_2^{30} + k_2^{30} \varepsilon_3^{30}$$

1.2.3. Influence des dispersions dans la phase 30

Le torseur dispersion τ_D^{30} est exprimé en fonction des dispersions considérées δ_i^{30} sur les appuis correspondants A_i^{30} .

La composante β_D^{30} s'écrit :

$$\beta_D^{30} = \frac{\delta_1^{30} - \delta_2^{30}}{a_2^{30} - a_1^{30}} - \frac{(\delta_2^{30} - \delta_3^{30})(b_1^{30} - b_2^{30})}{(a_2^{30} - a_1^{30})(b_2^{30} - b_3^{30})}$$

$$\beta_D^{30} = k_{D1}^{30}(\delta_1^{30} - \delta_2^{30}) + k_{D2}^{30}(\delta_2^{30} - \delta_3^{30})$$

Donc l'estimation de la dispersion devient :

$$\xi_{30} = \left| k_{D1}^{30} \right| \cdot \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D2}^{30} - k_{D1}^{30} \right| \cdot \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D2}^{30} \right| \cdot \frac{\Delta_3}{2}$$

Suivant le cas, la dispersion s'ajoute ou se retranche aux autres défauts pour trouver la situation la plus défavorable.

La composante du torseur $\tau_{S3/P3}$ influente dans la phase 40 est donc :

$$\beta_{S3/P3} = \beta_{S3/M3}^{30} + \beta_{H/M}^{30} \pm \xi_{30}$$

La composante utile $\beta_{S3/P3}$ ne dépend pas des autres phases. Donc le calcul des paramètres utilisés pour la vérification de la spécification, s'arrête à ce niveau.

La relation globale est déduite de la relation (7) :

$$\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_4} \right| = \left| \eta_i^{40} + \beta_{S3/P3} \cdot C \right| \leq \frac{t}{2} - \mu_4^{40} - \xi_i^{40} \quad (8)$$

Avec :

μ_4^{40} : Déplacement de la surface usinée, mesurable sur la machine.

$$\eta_i^{40} = u_{H/M}^{40} \cdot p_4 + w_{H/M}^{40} \cdot q_4 + \alpha_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot q_4 + \beta_{H/M}^{40} \cdot (z_i \cdot p_4 - x_i \cdot q_4) - \gamma_{H/M}^{40} \cdot y_i \cdot p_4$$

Calculable à partir de la mesure des défauts des appuis ε_j en phase 40.

$$\xi_i^{40} = \left| k_{D1}^{40} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D2}^{40} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D3}^{40} \right| \frac{\Delta_3}{2} + \left| k_{D4}^{40} \right| \frac{\Delta_4}{2} + \left| k_{D5}^{40} \right| \frac{\Delta_5}{2} + \left| k_{D6}^{40} \right| \frac{\Delta_6}{2}$$

Calculable à partir des estimations des dispersions Δ_i sur chaque appui.

$\beta_{S3/M3}^{30}$: Angle de la surface usinée par rapport à la surface nominale machine, mesurable sur la machine.

$$\beta_{H/M}^{30} = k_2^{30} \varepsilon_2^{30} + k_3^{30} \varepsilon_3^{30}$$

Calculable à partir de la mesure des défauts des appuis ε_j en phase 30.

- Si $\beta_{S3/M3}^{30} + \beta_{H/M}^{30} < 0$, la dispersion la plus défavorable donne la relation suivante :

$$\beta_{S3/P3} = \beta_{S3/M3}^{30} + \beta_{H/M}^{30} - \xi_{30}$$

et $C = (c_4 - h) \cdot p_4$.

- Si $\beta_{S3/M3}^{30} + \beta_{H/M}^{30} > 0$ la dispersion la plus défavorable donne la relation :

$$\beta_{S3/P3} = \beta_{S3/M3}^{30} + \beta_{H/M}^{30} + \xi_{30}$$

et $C = c_4 \cdot p_4$.

2. Exemple d'une pièce avec rainure droite

La pièce à étudier est définie par un dessin de définition spécifié avec les normes ISO de cotation (figure A.9). Les exigences sont principalement des localisations ou des orientations par rapports à des systèmes de références.

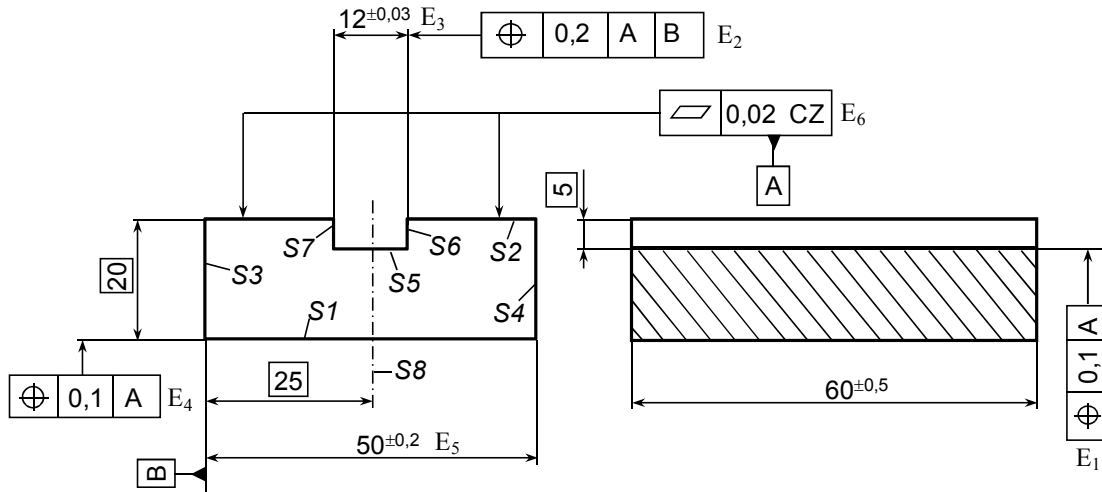


Figure A.9. Dessin de définition en norme ISO

La réalisation de cette pièce est décrite par la gamme d'usinage (figure A.10).

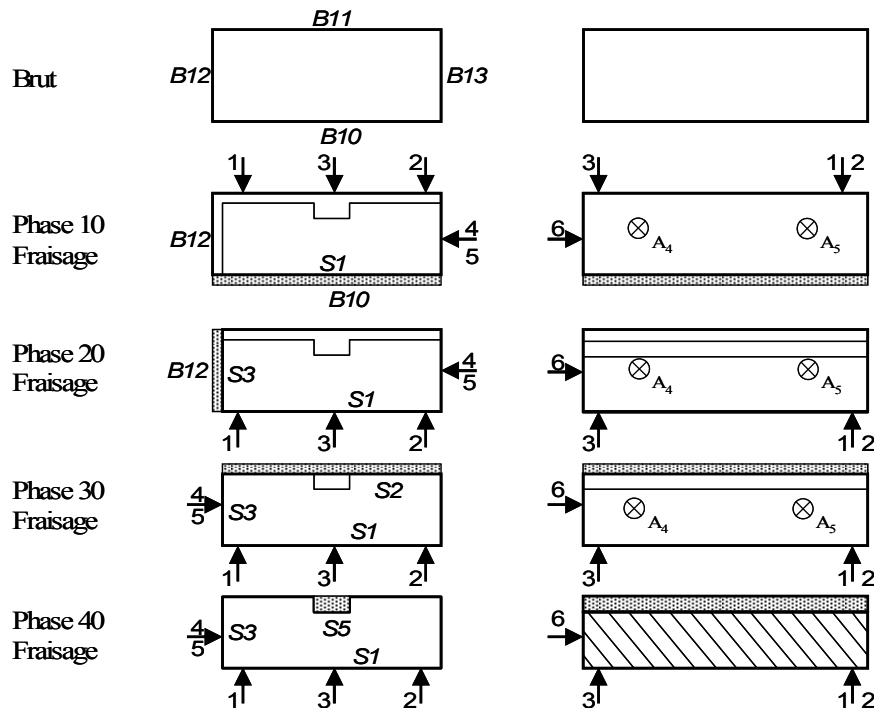


Figure A.10. Projet de gamme

Les surfaces usinées sont notées S_i , les surfaces brutes sont notées B_i . Les points d'appuis dans les montages d'usinage sont notés A_i .

2.1. Choix du modèle nominal pièce

Le modèle nominal de la pièce est défini par le modèle CAO (surfaces parfaites en positions parfaites). Il est complété par toutes les surfaces nominales brutes et les surfaces nominales intermédiaires en production (surfaces parfaites).

A chaque surface S_i ou B_i correspond donc une surface nominale P_i .

Pour chaque exigence, le repère de la pièce nominale est porté par le système de références de l'exigence étudiée. Toutefois, les systèmes de références sont souvent communs à plusieurs exigences, ce qui évite la multiplication des calculs.

Le nominal pièce est défini sur le système de références imposé par les exigences étudiées (figure A.11).

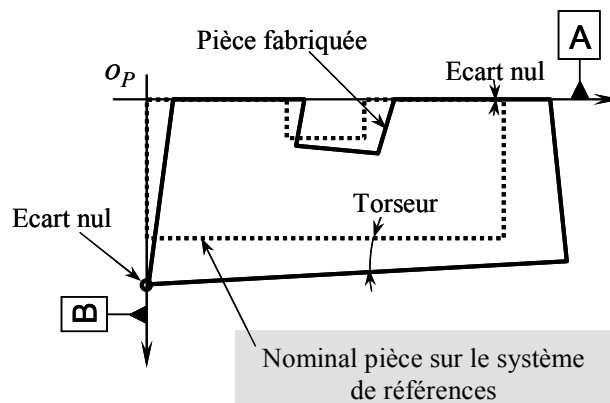


Figure A.11. Nominal pièce associé au système de références

2.2. Etude de l'exigence E_1

Le problème est d'étudier la faisabilité de la localisation E_1 (figure A.9).

Pour cela, il faut déterminer l'écart entre la surface réelle tolérancée S_5 et la surface nominale correspondante P_5 en fonction des différents défauts influents du processus de fabrication. Cet écart doit être validé pour tous les points T_i de la surface nominale P_5 . En pratique, il suffit de faire l'étude aux quatre sommets du rectangle qui limite la surface P_5 .

Cet écart est défini par le déplacement du point T_i^S de la surface tolérancée par rapport au point T_i^N correspondant sur le modèle nominal pièce, car ce nominal pièce est positionné sur le système de références de l'exigence.

Pour vérifier la spécification fonctionnelle de localisation, il faut vérifier que tous les points T_i^S de la surface tolérancée sont dans la zone de tolérance (figure A.12). Cette zone de tolérance de largeur "0,1" est centrée sur la surface $P5$ du nominal pièce.

Il faut donc vérifier que $\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^S} \cdot \vec{n}_5 \right| \leq \frac{0,1}{2}$.

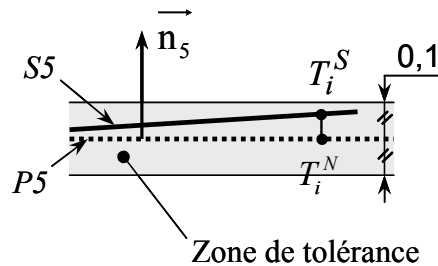


Figure A.12. L'écart entre la surface tolérancée et le nominal pièce

2.2.1. Mise en œuvre de la démarche ascendante

L'exigence est une localisation de la surface $S5$ par rapport à la surface $S2$ (A). Ces deux surfaces sont respectivement réalisées dans les phases 40 ($S5$) et 30 ($S2$). Les surfaces ne sont pas réalisées dans la même phase. La surface réalisée en dernier est la surface $S5$ en phase 40.

La mise en position en phase 40 est effectuée par rapport à $S1$ (primaire) et $S3$ (secondaire). La surface de référence $S2$ (A) n'est pas une surface d'appuis en phase 40. Ce qui impose de faire un transfert.

La méthode ascendante consiste donc à étudier les écarts de réalisation de la surface réalisée en dernier. Il s'agit donc de la surface $S5$ réalisée en phase 40. L'analyse de la dernière phase va faire intervenir des écarts de cette phase et des écarts des phases antérieures, qu'il faudrait analyser à leur tour. Cette méthode permet de n'étudier que les écarts influents.

2.2.2. Etude de la phase 40

- *Mise en position de la pièce*

La pièce est posée sur le montage d'usinage, par un appui primaire (A_1 , A_2 et A_3) sur la surface usinée $S1$, un appui secondaire (A_4 et A_5) sur la surface $S3$ et un appui tertiaire (A_6) sur la surface brute $B14$ (figure A.13).

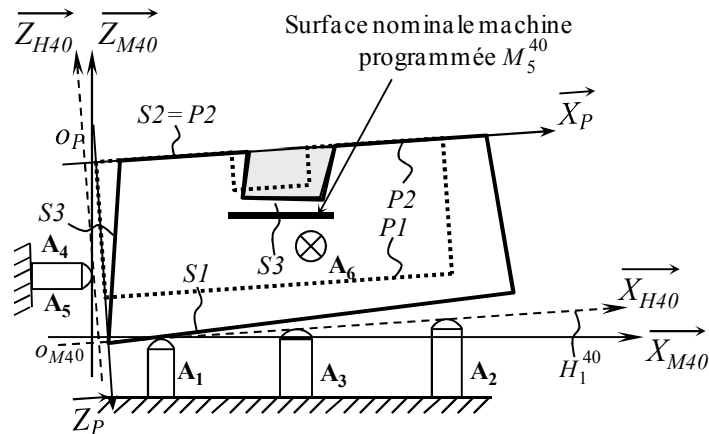


Figure A.13. Position de la pièce sur le montage en phase 40

- Influence des défauts d'usinage

Le but est d'étudier la localisation de la surface $S5$ par rapport au système de références A ($P2$) et B ($P3$), donc par rapport à la surface nominale correspondante $P5$ (figure A.14).

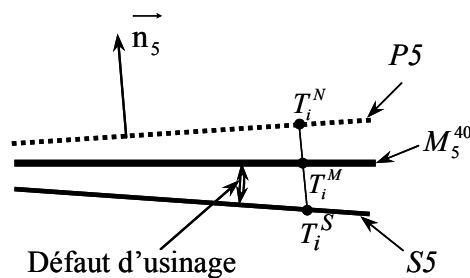


Figure A.14. L'écart dû à l'usinage

\vec{n}_5 : Normale de la surface terminale $S5$ ($\vec{n}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ n_{5z} \end{pmatrix}$).

L'écart entre $P5$ et $S5$ peut être décomposé en un écart entre $P5$ et M_5^{40} et un écart entre M_5^{40} et $S5$. Au niveau du point T_i étudié, la relation à vérifier devient :

$$\overrightarrow{T_i^N T_i^S} \cdot \vec{n}_5 = \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_5 + \underbrace{\overrightarrow{T_i^M T_i^S} \cdot \vec{n}_5}_{\text{Directement mesurable sur la machine}}$$

L'écart entre le point T_i^S et la surface nominale $P5$ est dû à deux écarts :

- La déviation de la surface fraisée $S5$ par rapport à la surface nominale machine M_5^{40} (surface programmée). Cet écart peut être mesuré directement sur la machine avec un palpeur Renishaw par exemple en tout les points T_i . On peut majorer cet écart par une μ_5^{40} valeur à fixer ultérieurement.

- L'écart entre la surface nominale pièce $P5$ et la surface nominale machine M_5^{40} qu'il faut donc calculer pour respecter la nouvelle relation :

$$\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_5 \right| \leq \frac{0,1}{2} - \mu_5^{40}$$

$\overrightarrow{T_i^N T_i^M}$: Déplacement du point T_i^N calculable avec le torseur :

$$\tau_{P/M}^{40} = \tau_{P/H}^{40} + \tau_{H/M}^{40} \quad (1)$$

avec :

$\tau_{P/H}^{40}$: Position du nominal pièce par rapport au nominal montage d'usinage. Cet écart est dû aux dispersions de mise en position et aux défauts de la pièce.

$\tau_{H/M}^{40}$: Position du nominal montage d'usinage par rapport au nominal machine. Cet écart est dû aux défauts de réalisation et d'installation du montage d'usinage.

Remarque : il y a 4 points T_i aux 4 coins de la face plane. Il y a deux côtés à la zone de tolérance, ce qui donne en fait 8 inéquations à respecter, en prenant \vec{n}_5 et $-\vec{n}_5$.

Le torseur $\tau_{P/M}^{40}$ cherché est de la forme suivante :

$$\tau_{P/M}^{40} = \begin{Bmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \\ \gamma & w \end{Bmatrix}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

La relation à vérifier est donc :

$$\overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_5 = w \cdot n_{5z} + (\alpha y_i - \beta x_i) n_{5z} \quad (2)$$

Cette relation (2) montre que les composantes u , v et γ n'interviennent pas. Ces composantes seront notées F (Free) car elles sont libres.

Le déplacement du point T_i suivant la normale $\overline{n_5}$, causé par les défauts du montage d'usinage dans la phase 40, est décrit par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_5})_{H40} &= (\overline{dO_M^{40}} + \overline{\Omega_H^{40}} \wedge \overline{O_M^{40}T_i}) \cdot \overline{n_5} \\
 &= \left\{ \begin{array}{l} F \\ F \\ w_{H/M}^{40} \end{array} + \left| \begin{array}{l} \alpha_{H/M}^{40} \\ \beta_{H/M}^{40} \\ F \end{array} \wedge \left| \begin{array}{l} x_i \\ y_i \\ z_i \end{array} \right. \right| \cdot \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ n_{5z} \end{array} \right\} \\
 \Rightarrow (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_5})_{H40} &= w_{H/M}^{40} \cdot n_{5z} + \alpha_{H/M}^{40} y_i \cdot n_{5z} - \beta_{H/M}^{40} x_i \cdot n_{5z} \quad (3)
 \end{aligned}$$

Les composantes du torseur $\tau_{H/M}^{40}$ sont exprimées en fonction des écarts du montage d'usinage et les positions des différents appuis dans le repère machine. La mesure des écarts \mathcal{E}_j donne donc toutes les composantes recherchées.

Il faut donc, exprimer les composantes du torseur $\tau_{H/M}^{40}$ en fonction de ces écarts mesurés en utilisant les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{dA_1^{40}} \cdot \overline{Z_m} = 0 \\ \overline{dA_2^{40}} \cdot \overline{Z_m} = \mathcal{E}_{P_2}^{40} \\ \overline{dA_3^{40}} \cdot \overline{Z_m} = \mathcal{E}_{P_3}^{40} \\ \overline{dA_4^{40}} \cdot \overline{X_m} = 0 \\ \overline{dA_5^{40}} \cdot \overline{X_m} = \mathcal{E}_S^{40} \\ \overline{dA_6^{40}} \cdot \overline{Y_m} = 0 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \overline{dA_j^{40}} = \overline{dO_{H40}} + \overline{\Omega_{H/M}^{40}} \wedge \overline{O_{H40}A_j^{40}}$$

$$\overline{dA_i^{40}} = \left| \begin{array}{l} F \\ F \\ w_{H/M}^{40} \end{array} + \left| \begin{array}{l} \alpha_{H/M}^{40} \\ \beta_{H/M}^{40} \\ F \end{array} \wedge \left| \begin{array}{l} a_i^{40} \\ b_i^{40} \\ c_i^{40} \end{array} \right. \right| = \left| \begin{array}{l} F \\ F \\ w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_i^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot a_i^{40} \end{array} \right.$$

$$\text{On déduit : } \overline{dA_1^{40}} \cdot \overline{Z_m} = w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_1^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot a_1^{40} = 0$$

De même pour les autres points. Donc on aura un système de 3 équations à 3 inconnus.

$$\begin{cases} \textcircled{1} & w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_1^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot a_1^{40} = 0 \\ \textcircled{2} & w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_2^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot a_2^{40} = \varepsilon_2^{40} \\ \textcircled{3} & w_{H/M}^{40} + \alpha_{H/M}^{40} \cdot b_3^{40} - \beta_{H/M}^{40} \cdot a_3^{40} = \varepsilon_3^{40} \end{cases}$$

Le but est d'exprimer les 3 composantes du torseur en fonction des ε_j^{40} . Pour cela, il suffi de résoudre ce système.

Pour donner une forme analytique simple, le calcul va être exécuté sur le cas particulier du montage expérimental.

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \Rightarrow \alpha_{H/M}^{40}(b_1^{40} - b_2^{40}) + \beta_{H/M}^{40}(a_2^{40} - a_1^{40}) = -\varepsilon_2^{40}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{3} \Rightarrow \alpha_{H/M}^{40}(b_2^{40} - b_3^{40}) + \beta_{H/M}^{40}(a_3^{40} - a_2^{40}) = \varepsilon_2^{40} - \varepsilon_3^{40}$$

Dans notre cas du montage, les deux appuis A_2^{40} et A_3^{40} sont situés au même niveau suivant l'axe \vec{X} :

$$a_2^{40} = a_3^{40}$$

D'où les composantes $\alpha_{H/M}^{40}$, $\beta_{H/M}^{40}$ et $w_{H/M}^{40}$ trouvées par la résolution des trois équations :

$$\alpha_{H/M}^{40} = \frac{\varepsilon_2^{40} - \varepsilon_3^{40}}{b_2^{40} - b_3^{40}}$$

$$\text{Soit } \alpha_{H/M}^{40} = k_{\alpha}^{H40}(\varepsilon_2^{40} - \varepsilon_3^{40})$$

$$\beta_{H/M}^{40} = \left[\frac{1 + k_{\alpha}^{H40}(b_1^{40} - b_2^{40})}{a_1^{40} - a_2^{40}} \right] \varepsilon_2^{40} + \frac{k_{\alpha}^{H40}(b_1^{40} - b_2^{40})}{a_2^{40} - a_1^{40}} \varepsilon_3^{40}$$

$$\text{Soit } \beta_{H/M}^{40} = k_{\beta_1}^{H40} \varepsilon_2^{40} + k_{\beta_2}^{H40} \varepsilon_3^{40}$$

$$w_{H/M}^{40} = (k_{\beta_1}^{H40} \cdot a_1^{40} - k_{\alpha}^{H40} \cdot b_1^{40}) \varepsilon_2^{40} + (k_{\beta_2}^{H40} \cdot a_1^{40} + k_{\alpha}^{H40} \cdot b_1^{40}) \varepsilon_3^{40}$$

$$\text{Soit } w_{H/M}^{40} = k_{w_1}^{H40} \varepsilon_2^{40} + k_{w_2}^{H40} \varepsilon_3^{40}$$

Avec la relation (3) nous écrivons le déplacement du point T_i , dû aux défauts du montage d'usinage en phase 40, en fonction des écarts mesurés :

$$\begin{aligned} (\overline{dT_i \cdot \overline{n_4}})_{H40} &= (k_{w1}^{40} \cdot n_{5z} + k_{\alpha}^{40} \cdot y_i \cdot n_{5z} - k_{\beta1}^{40} \cdot x_i \cdot n_{5z}) \varepsilon_2^{40} \\ &\quad + (k_{w2}^{40} \cdot n_{5z} - k_{\alpha}^{40} \cdot y_i \cdot n_{5z} + k_{\beta2}^{40} \cdot x_i \cdot n_{5z}) \varepsilon_3^{40} \end{aligned}$$

$$\text{Soit } \boxed{(\overline{dT_i \cdot \overline{n_5}})_{H40} = \eta_{5i}^{40} = k_{H1i}^{40} \varepsilon_2^{40} + k_{H2i}^{40} \varepsilon_3^{40}}$$

- **Influence des défauts de la pièce**

Les dispersions de mise en position et les défauts de planéité des surfaces $S1$ et $S3$ seront négligés dans cette section.

Les composantes à déterminer sont les suivantes :

$$\tau_{P/H}^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{P/H}^{40} & F \\ \beta_{P/H}^{40} & F \\ F & w_{P/H40} \end{array} \right\}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

Le plan H_1^{40} passe par les trois points d'appui A_1 , A_2 et A_3 . En négligeant les dispersions, la surface $S1$ est en appui sur les trois points du montage. H_1^{40} et $S1$ sont confondus, donc l'écart entre la surface nominal pièce $P1$ et le plan H_1^{40} est celui de la surface réelle $S1$ par rapport $P1$. Cet écart est donné par la réalisation de la surface $S1$ en phase 10.

Les composantes du torseur $\tau_{P/H}^{40}$ sont donc :

$$\alpha_{P/H}^{40} = \alpha_{P1/H_1^{40}} = \alpha_{S1/P1},$$

$$\beta_{P/H}^{40} = \beta_{P1/H_1^{40}} = \beta_{S1/P1},$$

$$w_{P/H}^{40} = w_{P1/H_1^{40}} = w_{S1/P1}.$$

On en déduit l'influence de ces défauts sur le déplacement du point T_i :

$$(\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_5})_{P40} = (\overrightarrow{dO_M^{40}} + \overrightarrow{\Omega_{P/H}^{40}} \wedge \overrightarrow{O_M^{40}T_i}) \cdot \overrightarrow{n_5}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} F \\ F \\ w_{S1/P1} \end{array} + \left| \begin{array}{l} \alpha_{S1/P1} \\ \beta_{S1/P1} \\ F \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} x_i \\ y_i \\ z_i \end{array} \right| \right\} \cdot \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ n_{5z} \end{array}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_5})_{P40} = \rho_{5i}^{40} = w_{S1/P1} \cdot n_{5z} + \alpha_{S1/P1} y_i \cdot n_{5z} - \beta_{S1/P1} x_i \cdot n_{5z}$$

• Influence des dispersions

Les dispersions ont pour effet de décaler le repère pièce par rapport au repère montage. Il faut donc étudier l'influence des dispersions sur chaque point T_i^S de la surface terminale, en considérant une dispersion Δ sur chaque appui du montage. Ceci signifie qu'en chaque point d'appui A, la surface de la pièce S_i n'est pas rigoureusement en contact avec l'appui. La distance est $0 \pm \Delta/2$.

Il faut donc exprimer les composantes du torseur dispersion τ_D^{40} (torseur jeux entre la pièce et le montage d'usinage) en fonction des dispersions considérées.

Ce torseur τ_D^{40} est recherché dans le repère R_M^{40} au point o_M^{40} par la forme suivante :

$$\tau_D^{40} = \left\{ \begin{array}{ll} \alpha_D^{40} & F \\ \beta_D^{40} & F \\ F & w_D^{40} \end{array} \right\}_{(o_M^{40}, R_M^{40})}$$

Les écarts sur les points d'appuis sont les suivants :

- δ_1^{40} , δ_2^{40} et δ_3^{40} : Les écarts respectivement sur les appuis de la primaire A_1^{40} , A_2^{40} et A_3^{40} .
- δ_4^{40} et δ_5^{40} : Les écarts respectivement sur les appuis de la secondaire A_4^{40} et A_5^{40} .
- δ_6^{40} : Ecart sur l'appui de la tertiaire A_6^{40} .

Il est possible donc de calculer l'influence des écarts de dispersions sur tous les points T_i de la surface tolérancée.

$\overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_5}$ est une fonction des 3 écarts δ de la primaire. Il faut chercher la valeur maximale de $\overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \overrightarrow{n_5}$ pour tous les points T_i , en respectant :

$$-\Delta/2 \leq \delta \leq \Delta/2$$

Le déplacement du point T_i suivant la normale $\overrightarrow{n_5}$, causé par les dispersion dans la phase 40, est décrit par la relation suivante :

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_5})_{D40} &= (\overrightarrow{dO_M^{40}} + \overrightarrow{\Omega_D^{40}} \wedge \overrightarrow{O_M^{40} T_i}) \cdot \overrightarrow{n_5} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} F \\ F \\ w_D^{40} \end{array} \middle| \begin{array}{l} \alpha_D^{40} \\ \beta_D^{40} \\ F \end{array} \wedge \begin{array}{l} x_i \\ y_i \\ z_i \end{array} \right\} \cdot \overrightarrow{n_{5z}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_5})_{D40} = w_D^{40} \cdot n_{5z} + \alpha_D^{40} y_i \cdot n_{5z} - \beta_D^{40} x_i \cdot n_{5z} \quad (4)$$

Pour exprimer les composantes du torseur dispersion τ_D^{40} en fonction des écarts imposés, nous utilisons la condition telle que le déplacement de chaque point d'appui est égal à l'écart correspondant.

Donc nous pouvons écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{dA_1^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = \delta_1^{40} \\ \overrightarrow{dA_2^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = \delta_2^{40} \\ \overrightarrow{dA_3^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = \delta_3^{40} \\ \overrightarrow{dA_4^{40}} \cdot \overrightarrow{X_H^{40}} = \delta_4^{40} \\ \overrightarrow{dA_5^{40}} \cdot \overrightarrow{X_H^{40}} = \delta_5^{40} \\ \overrightarrow{dA_6^{40}} \cdot \overrightarrow{Y_H^{40}} = \delta_6^{40} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{dA_i^{40}} = \overrightarrow{dO_H^{40}} + \overrightarrow{\Omega_D^{40}} \wedge \overrightarrow{O_H^{40} A_i^{40}}$$

$$\overrightarrow{dA_1^{40}} = \left\{ \begin{array}{l} F \\ F \\ w_D^{40} \end{array} \middle| \begin{array}{l} \alpha_D^{40} \\ \beta_D^{40} \\ F \end{array} \wedge \begin{array}{l} a_1^{40} \\ b_1^{40} \\ c_1^{40} \end{array} \right\} = \begin{array}{l} F \\ F \\ w_D^{40} + \alpha_D^{40} \cdot b_1^{40} - \beta_D^{40} \cdot a_1^{40} \end{array}$$

On déduit :

$$\overrightarrow{dA_1^{40}} \cdot \overrightarrow{Z_H^{40}} = w_D^{40} + \alpha_D^{40} \cdot b_1^{40} - \beta_D^{40} \cdot a_1^{40} = \delta_1^{40}$$

De même pour les autres points. Donc on aura un système de 3 équations à 3 inconnus.

$$\begin{cases} \textcircled{1} & w_D^{40} + \alpha_D^{40} \cdot b_1^{40} - \beta_D^{40} \cdot a_1^{40} = \delta_1^{40} \\ \textcircled{2} & w_D^{40} + \alpha_D^{40} \cdot b_2^{40} - \beta_D^{40} \cdot a_2^{40} = \delta_2^{40} \\ \textcircled{3} & w_D^{40} + \alpha_D^{40} \cdot b_3^{40} - \beta_D^{40} \cdot a_3^{40} = \delta_3^{40} \end{cases}$$

Le but est d'exprimer les 3 composantes du torseur en fonction des δ . Pour cela,

Pour donner une forme analytique simple, le calcul va être exécuté sur le cas particulier du montage expérimental.

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \Rightarrow \alpha_D^{40} (b_1^{40} - b_2^{40}) + \beta_D^{40} (a_2^{40} - a_1^{40}) = \delta_1^{40} - \delta_2^{40}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{3} \Rightarrow \alpha_D^{40} (b_2^{40} - b_3^{40}) + \beta_D^{40} (a_3^{40} - a_2^{40}) = \delta_2^{40} - \delta_3^{40}$$

Dans notre cas du montage, les deux appuis A_2^{40} et A_3^{40} sont situés au même niveau suivant l'axe \vec{X} :

$$a_2^{40} = a_3^{40}$$

D'où les composantes α_D^{40} , β_D^{40} et w_D^{40} trouvées par la résolution des trois premières équations :

$$\alpha_D^{40} = \frac{\delta_2^{40} - \delta_3^{40}}{b_2^{40} - b_3^{40}}$$

$$\beta_D^{40} = \frac{\delta_1^{40} - \delta_2^{40}}{a_2^{40} - a_1^{40}} - \frac{(\delta_2^{40} - \delta_3^{40})(b_1^{40} - b_2^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_2^{40} - b_3^{40})}$$

$$w_D^{40} = \delta_3^{40} + \frac{\delta_1^{40} - \delta_2^{40}}{a_2^{40} - a_1^{40}} \cdot a_3^{40} - \frac{\delta_2^{40} - \delta_3^{40}}{b_3^{40} - b_2^{40}} \left[b_3^{40} + \frac{(b_1^{40} - b_2^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})} \cdot a_3^{40} \right]$$

Pour simplifier l'écriture de ces composantes, nous écrivons ces relations en fonction des dispersions et des constants (k).

$$\begin{aligned}\alpha_D^{40} &= k_\alpha^{D40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40}); \\ \beta_D^{40} &= k_{\beta 1}^{D40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{\beta 2}^{D40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40}); \\ w_D^{40} &= \delta_3^{40} + k_{w1}^{D40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{w2}^{D40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40}).\end{aligned}$$

Avec la relation (4) nous écrivons alors les défauts dus aux dispersions, dans la phase 40, en fonction des écarts imposés :

$$\begin{aligned}(\overline{dT_i \cdot n_5})_{D40} &= [k_{w1}^{D40} \cdot n_{5z} - k_{\beta 1}^{D40} \cdot x_i \cdot n_{5z}] \delta_1^{40} \\ &\quad [k_\alpha^{D40} \cdot y_i \cdot n_{5z} + k_{\beta 1}^{D40} \cdot x_i \cdot n_{5z} - k_{\beta 2}^{D40} \cdot x_i \cdot n_{5z} + k_{w2}^{D40} \cdot n_{5z} - k_{w1}^{D40} \cdot n_{5z}] \delta_2^{40} \\ &\quad [k_{\beta 2}^{D40} \cdot x_i \cdot n_{5z} + n_{5z} - k_\alpha^{D40} \cdot y_i \cdot n_{5z} - k_{w2}^{D40} \cdot n_{5z}] \delta_3^{40}\end{aligned}$$

Soit
$$\boxed{(\overline{dT_i \cdot n_5})_{D40} = \xi_{5i}^{40} = k_{D1i}^{40} \cdot \delta_1^{40} + k_{D2i}^{40} \cdot \delta_2^{40} + k_{D3i}^{40} \cdot \delta_3^{40}}$$

La valeur ξ_{5i}^{40} maximale au point T_i , en fonction des dispersions estimées Δ_i sera donc avec la forme suivante :

$$\xi_{5i}^{40} \text{ max}_i = \left| k_{D1i}^{40} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D2i}^{40} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D3i}^{40} \right| \frac{\Delta_3}{2}$$

- **Synthèse de la phase 40**

Avec le cumul des différents défauts étudiés, la relation (2) s'écrit :

$$\overline{T_i^N T_i^S} \cdot \overline{n_5} = \mu_5^{40} + \eta_{5i}^{40} + \rho_{5i}^{40} + \xi_{5i}^{40} \quad (5)$$

Avec :

μ_5^{40} : Décalage de la surface usinée, mesurable sur la machine.

$$\begin{aligned}\eta_{5i}^{40} &= w_{H/M}^{40} \cdot n_{5z} + \alpha_{H/M}^{40} y_i \cdot n_{5z} - \beta_{H/M}^{40} x_i \cdot n_{5z} \\ \xi_{5i}^{40} &= \left| k_{D1i}^{40} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D2i}^{40} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D3i}^{40} \right| \frac{\Delta_3}{2}\end{aligned}$$

$$\overline{dT_i \cdot n_5} = \rho_{5i}^{40} = w_{S1/P1} \cdot n_{5z} + \alpha_{S1/P1} y_i \cdot n_{5z} - \beta_{S1/P1} x_i \cdot n_{5z}$$

Pour cette spécification, nous observons que les paramètres $\alpha_{S1/P1}$, $\beta_{S1/P1}$ et $w_{S1/P1}$ ne dépendent pas de la phase 40. Ces paramètres sont les défauts de la surface $S1$, usinée en phase 10 par rapport à $P1$. $P1$ est défini par rapport au repère pièce qui est construit sur les surfaces $S2$ et $S3$ réalisées respectivement en phase 30 et 20.

Selon la démarche ascendante, il faut donc rechercher maintenant uniquement les valeurs des grandeurs $\alpha_{S1/P1}$, $\beta_{S1/P1}$ et $w_{S1/P1}$ dans la phase 30 pour calculer $(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_5})$ qui est l'influence de ces défauts aux 4 points Ti dans la direction $\pm \overline{n_5}$.

2.2.3. Etude de la phase 30

- *Mise en position de la pièce*

La pièce est posée sur le montage d'usinage, par un appui primaire (A_1 , A_2 et A_3) sur la surface usinée $S1$, un appui secondaire (A_4 et A_5) sur la surface usinée $S3$ et un appui tertiaire (A_6) sur la surface brute $B14$ (figure A.16).

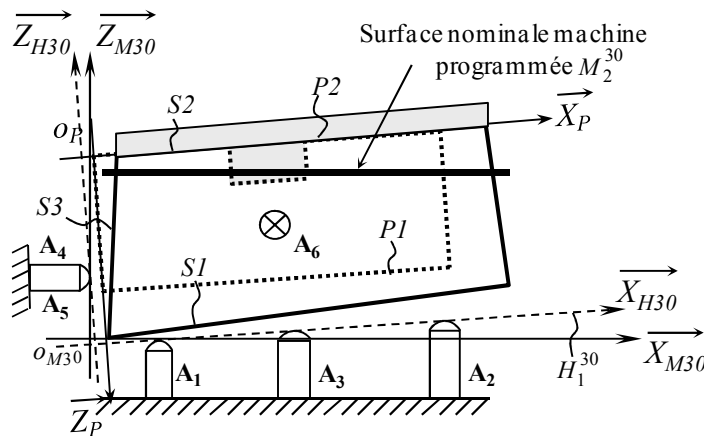


Figure A.16. Position de la pièce sur le montage en phase 30

Le but de cette étude est de déterminer le torseur d'écart entre $S1$ et $P1$ et uniquement

les paramètres $\alpha_{S1/P1}$, $\beta_{S1/P1}$ et $w_{S1/P1}$. Les autres composantes sont libres :

$$\tau_{S1/P1} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{S1/P1} & F \\ \beta_{S1/P1} & F \\ F & w_{S1/P1} \end{array} \right\}_{(o_M^30, R_M^30)}$$

L'influence sera calculée aux 4 points T_i dans la direction $\pm \overline{n_5}$.

Dans cette phase $S2$ est la surface usinée. A est la référence associée à $S2$ par le critère minimax et par définition, la surface nominale $P2$ est confondue avec A . Donc, en négligeant le défaut de planéité de la surface réelle $S2$, $P2$ et $S2$ sont identiques (figure A.16).

La surface $S2$ est obtenue par rapport à $S1$ (appui plan). $S2$ et $P2$ sont confondus, $P1$ et $P2$ sont parfaitement parallèles donc l'écart entre la surface usinée $S2$ et la surface nominale machine correspondante M_2^{30} est égale à l'écart entre la surface nominale $P1$ et la surface nominale machine M_1^{30} (figure A.16).

Les défauts de la surface $S1$ par rapport à la surface nominale $P1$ peuvent être maîtrisés dans cette phase. Ces défauts sont déterminés en fonction des défauts d'usinage de la surface $S2$, des défauts du montage et des dispersions.

- **Prise en compte des défauts d'usinage**

Les défauts de flexion ou de réglage d'outils provoquent un écart entre la surface usinée $S2$ par rapport à la surface nominale machine M_2^{30} (figure A.17). Les écarts recherchés sont $\alpha_{S2/M_2^{30}}$, $\beta_{S2/M_2^{30}}$ et $w_{S2/M_2^{30}}$ mesurables directement sur la machine à l'aide d'un comparateur ou d'un palpeur à contact.

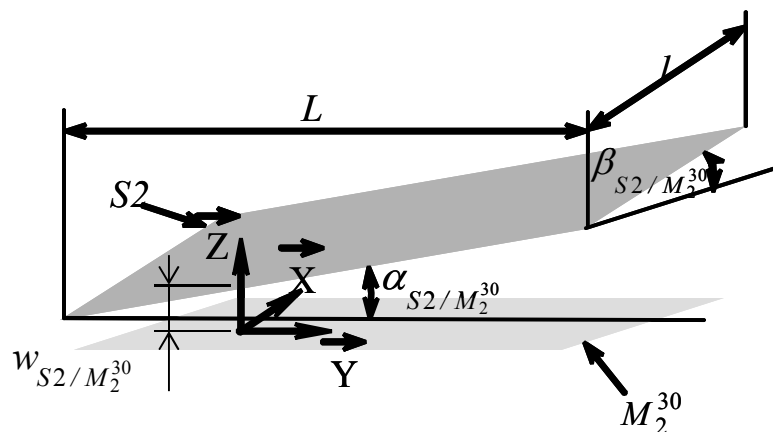


Figure A.17. Écart d'usinage en phase 30

Les défauts d'usinage entre $S2$ et $M2$ sont caractérisés par $\alpha_{S2/M_2^{30}}$, $\beta_{S2/M_2^{30}}$ et $w_{S2/M_2^{30}}$.

L'influence aux 4 points T_i de la surface $S5$ est:

$$\overline{(dT_i \cdot n_5)} = w_{S2/M_2}^{30} \cdot n_{5z} + \alpha_{S2/M_2}^{30} y_i \cdot n_{5z} - \beta_{S2/M_2}^{30} x_i \cdot n_{5z}$$

On peut borner cette influence par une valeur maxi notée μ_5^{30} .

En production, on pourra mesurer les écarts α_{S2/M_2}^{30} , β_{S2/M_2}^{30} et w_{S2/M_2}^{30} et vérifier la relation :

$$w_{S2/M_2}^{30} \cdot n_{5z} + \alpha_{S2/M_2}^{30} y_i \cdot n_{5z} - \beta_{S2/M_2}^{30} x_i \cdot n_{5z} \leq \mu_5^{30}$$

- **Prise en compte des défauts du montage d'usinage**

L'écart entre le nominal montage et le nominal machine, dans la phase 30, est exprimé par le torseur suivant :

$$\tau_{H/M}^{30} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{H/M}^{30} & F \\ \beta_{H/M}^{30} & F \\ F & w_{H/M}^{30} \end{array} \right\}_{(O_M^{30}, R_M^{30})}$$

Le déplacement du point T_i suivant la normale $\overline{n_5}$, causé par les défauts du montage d'usinage dans la phase 30, est décrit par la relation suivante :

$$\overline{(dT_i \cdot n_5)}_{H30} = (\overline{dO_M^{30}} + \overline{\Omega_H^{30}} \wedge \overline{O_M^{30}T_i}) \cdot \overline{n_5} \quad \text{avec} \quad \overline{n_5} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ n_{5z} \end{vmatrix}$$

$$= \left\{ \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} F \\ F \\ w_{H/M}^{30} \end{array} + \left| \begin{array}{c} \alpha_{H/M}^{30} \\ \beta_{H/M}^{30} \\ F \end{array} \wedge \left| \begin{array}{c} x_i \\ y_i \\ z_i \end{array} \right. \right| \right| \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ n_{5z} \end{vmatrix} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \overline{(dT_i \cdot n_5)}_{H30} = w_{H/M}^{30} \cdot n_{5z} + \alpha_{H/M}^{30} y_i \cdot n_{5z} - \beta_{H/M}^{30} x_i \cdot n_{5z} \quad (6)$$

Avec même démarche de calcul effectué en phase 40, nous exprimons les composantes du torseur $\tau_{H/M}^{30}$ en fonction de ces écarts mesurés ε_i^{30} :

$$\alpha_{H/M}^{30} = \frac{\varepsilon_2^{30} - \varepsilon_3^{30}}{b_2^{30} - b_3^{30}}$$

$$\text{Soit } \alpha_{H/M}^{30} = k_{\alpha}^{H30} (\varepsilon_2^{30} - \varepsilon_3^{30})$$

$$\beta_{H/M}^{30} = \left[\frac{1 + k_{\alpha}^{H30} (b_1^{30} - b_2^{30})}{a_1^{30} - a_2^{30}} \right] \varepsilon_2^{30} + \frac{k_{\alpha}^{H30} (b_1^{30} - b_2^{30})}{a_2^{30} - a_1^{30}} \varepsilon_3^{30}$$

$$\text{Soit } \beta_{H/M}^{30} = k_{\beta_1}^{H30} \varepsilon_2^{30} + k_{\beta_2}^{H30} \varepsilon_3^{30}$$

$$w_{H/M}^{30} = (k_{\beta_1}^{H30} \cdot a_1^{30} - k_{\alpha}^{H30} \cdot b_1^{30}) \varepsilon_2^{30} + (k_{\beta_2}^{H30} \cdot a_1^{30} + k_{\alpha}^{H30} \cdot b_1^{30}) \varepsilon_3^{30}$$

$$\text{Soit } w_{H/M}^{30} = k_{w_1}^{H30} \varepsilon_2^{30} + k_{w_2}^{H30} \varepsilon_3^{30}$$

La relation (6) permet d'écrire le déplacement du point T_i , dû aux défauts du montage d'usinage en phase 30, en fonction des écarts mesurés :

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_5})_{H30} &= (k_{w_1}^{H30} \cdot n_{5z} + k_{\alpha}^{H30} \cdot y_i \cdot n_{5z} - k_{\beta_1}^{H30} \cdot x_i \cdot n_{5z}) \varepsilon_2^{30} \\ &\quad + (k_{w_2}^{H30} \cdot n_{5z} - k_{\alpha}^{H30} \cdot y_i \cdot n_{5z} + k_{\beta_2}^{H30} \cdot x_i \cdot n_{5z}) \varepsilon_3^{30} \end{aligned}$$

$$\text{Soit } \boxed{(\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_5})_{H30} = \eta_{5i}^{30} = k_{H1i}^{30} \varepsilon_2^{30} + k_{H2i}^{30} \varepsilon_3^{30}}$$

- **Prise en compte des dispersions**

Le torseur dispersion τ_D^{30} est exprimé en fonction des dispersions considérées :

- δ_1^{30} , δ_2^{30} et δ_3^{30} : Les écarts respectivement sur les appuis de la primaire A_1^{30} , A_2^{30} et A_3^{30} .

- δ_4^{30} et δ_5^{30} : Les écarts respectivement sur les appuis de la secondaire A_4^{30} et A_5^{30} .

- δ_6^{30} : Ecart sur l'appui de la tertiaire A_6^{30} .

Le déplacement du point T_i suivant la normale $\overline{n_5}$, causé par les dispersions dans la phase 30, est décrit par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_5})_{D30} &= (\overline{dO_M^{30}} + \overline{\Omega_D^{30}} \wedge \overline{O_M^{30}T_i}) \cdot \overline{n_5} \quad \text{avec} \quad \overline{n_5} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ n_{5z} \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} F & \alpha_D^{30} & x_i \\ F & \beta_D^{30} & y_i \\ w_D^{30} & F & z_i \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ n_{5z} \end{vmatrix} \\
 (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_5})_{D30} &= w_D^{30} \cdot n_{5z} + \alpha_D^{30} y_i \cdot n_{5z} - \beta_D^{30} x_i \cdot n_{5z} \quad (7)
 \end{aligned}$$

Les composantes du torseur τ_D^{30} peuvent être calculées en fonction des écarts de dispersions δ_i^{30} :

$$\begin{aligned}
 \alpha_D^{30} &= \frac{\delta_2^{30} - \delta_3^{30}}{b_2^{30} - b_3^{30}} \\
 \beta_D^{30} &= \frac{\delta_1^{30} - \delta_2^{30}}{a_2^{30} - a_1^{30}} - \frac{(\delta_2^{30} - \delta_3^{30})(b_1^{30} - b_2^{30})}{(a_2^{30} - a_1^{30})(b_2^{30} - b_3^{30})} \\
 w_D^{30} &= \delta_3^{30} + \frac{\delta_1^{30} - \delta_2^{30}}{a_2^{30} - a_1^{30}} \cdot a_3^{30} - \frac{\delta_2^{30} - \delta_3^{30}}{b_3^{30} - b_2^{30}} \left[b_3^{30} + \frac{(b_1^{30} - b_2^{30})}{(a_2^{30} - a_1^{30})} \cdot a_3^{30} \right]
 \end{aligned}$$

Pour simplifier l'écriture de ces composantes, nous écrivons ces relations en fonction des dispersions et des constants (k).

$$\begin{aligned}
 \alpha_D^{30} &= k_{\alpha}^{D30} (\delta_2^{30} - \delta_3^{30}); \\
 \beta_D^{30} &= k_{\beta 1}^{D30} (\delta_1^{30} - \delta_2^{30}) + k_{\beta 2}^{D30} (\delta_2^{30} - \delta_3^{30}); \\
 w_D^{30} &= \delta_3^{30} + k_{w 1}^{D30} (\delta_1^{30} - \delta_2^{30}) + k_{w 2}^{D30} (\delta_2^{30} - \delta_3^{30}).
 \end{aligned}$$

La relation (7) permet d'écrire le déplacement du point T_i , dû aux défauts du montage d'usinage en phase 30, en fonction des écarts mesurés :

$$\begin{aligned}
(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_5})_{D30} &= (k_{w1}^{D30} \cdot n_{5z} - k_{\beta 1}^{D30} \cdot n_{5z}) \delta_1^{30} \\
&+ (+k_{\alpha}^{D30} \cdot y_i \cdot n_{5z} - k_{w1}^{D30} \cdot n_{5z} + k_{w2}^{D30} \cdot n_{5z} + k_{\beta 1}^{D30} \cdot n_{5z} + k_{\beta 2}^{D30} \cdot n_{5z}) \delta_2^{30} \\
&+ (n_{5z} - k_{w2}^{D30} \cdot n_{5z} - k_{\alpha}^{D30} \cdot y_i \cdot n_{5z} - k_{\beta 2}^{D30} \cdot n_{5z}) \delta_3^{30}
\end{aligned}$$

Soit
$$\boxed{(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_5})_{D30} = \xi_{5i}^{30} = k_{D1i}^{30} \cdot \delta_1^{30} + k_{D2i}^{30} \cdot \delta_2^{30} + k_{D3i}^{30} \cdot \delta_3^{30}}$$

La valeur ξ_{5i}^{30} maximale au point T_i , en fonction des dispersions estimées Δ_i sera donc avec la forme suivante :

$$\xi_{5i}^{30 \text{ max } i} = \left| k_{D1i}^{30} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D2i}^{30} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D3i}^{30} \right| \frac{\Delta_3}{2}$$

Le terme relatif aux phases précédentes était :

$$\rho_{5i}^{40} = w_{S1/P1} \cdot n_{5z} + \alpha_{S1/P1} y_i \cdot n_{5z} - \beta_{S1/P1} x_i \cdot n_{5z}$$

$$\rho_{5i}^{40} = \mu_5^{30} + \xi_{5i}^{30} + \left| \eta_{5i}^{30} \right|$$

Les composantes utiles du torseur $\tau_{S1/P1}$ ne dépendent pas des autres phases. Donc le calcul des paramètres utilisés pour la vérification de la spécification, s'arrête à ce niveau.

2.2.4. Résultat

La relation globale, permettant de vérifier l'exigence E1, est déduite de la relation (5).

$$\overline{T_i^N T_i^S} \cdot \overline{n_5} = \mu_5^{40} + \eta_{5i}^{40} + \xi_{5i}^{40} + \mu_5^{30} + \eta_{5i}^{30} + \xi_{5i}^{30} \leq \frac{0,1}{2} \quad (8)$$

* μ_5^{40} : Décalage de la surface usinée, mesurable et contrôlable sur la machine

$$* (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_5})_{H40} = \eta_{5i}^{40} = k_{H1i}^{40} \varepsilon_2^{40} + k_{H2i}^{40} \varepsilon_3^{40}$$

$$(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_5})_{H30} = \eta_{5i}^{30} = k_{H1i}^{30} \varepsilon_2^{30} + k_{H2i}^{30} \varepsilon_3^{30}$$

Calculables à partir de la mesure des défauts des appuis ε_j en phases 30 et 40.

$$* \xi_{5i}^{40} = \left| k_{D1i}^{40} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D2i}^{40} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D3i}^{40} \right| \frac{\Delta_3}{2}$$

$$\xi_{5i}^{30} = \left| k_{D1i}^{30} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D2i}^{30} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D3i}^{30} \right| \frac{\Delta_3}{2}$$

Calculable à partir des estimations des dispersions Δi sur chaque appui.

Cette relation présente le cumul des défauts observés dans la phase 40 et dans la phase 30. Elle permet l'analyse des tolérances, c'est-à-dire la validation de la production après avoir mesuré les défauts sur les montages d'usinage sur la première pièce. Elle permet également de vérifier la faisabilité d'une production en fonction des défauts estimés.

2.3. Etude de l'exigence E_2

Pour vérifier la spécification fonctionnelle de localisation E_2 , il faut vérifier que tous les points T_i^S du plan de symétrie de la rainure $S8$ sont dans la zone de tolérance (figure A.18). Cette zone de tolérance de largeur "0,2" est centrée sur le plan de symétrie $P5$ du nominal pièce.

Il faut donc vérifier que $\left| \overline{T_i^N T_i^S} \cdot n_8 \right| \leq \frac{0,2}{2}$.

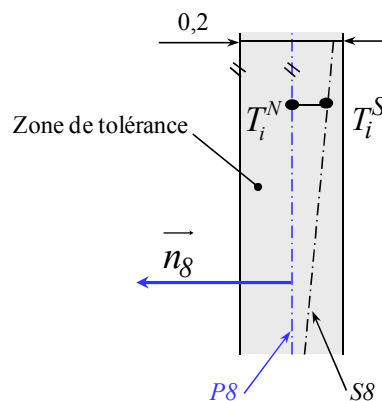


Figure A.18. L'écart entre le plan de symétrie tolérancé
et le nominal pièce

L'exigence est une localisation du plan de symétrie de la rainure $S8$ par rapport à la surface $S2$ (A) et la surface $S3$ (B). Le plan de symétrie et les deux surfaces sont respectivement réalisés dans les phases 40 ($P8$), 30 ($S2$) et 20 ($S3$). Le plan et les deux surfaces ne sont pas réalisés dans la même phase.

La mise en position en phase 40 est effectuée par rapport à $S1$ (primaire) et $S3$ (secondaire). La surface de référence $S2$ (A) n'est pas une surface d'appuis en phase 40. Ce qui impose de faire un transfert.

2.3.1. Etude de la phase 40

- *Influence des défauts d'usinage*

L'écart entre $P8$ et $S8$ peut être décomposé en un écart entre $P8$ et M_8^{40} et un écart entre M_8^{40} et $S8$. Au niveau du point T_i étudié, la relation à vérifier devient (figure A.19) :

$$\overrightarrow{T_i^N T_i^S} \cdot \vec{n}_8 = \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_8 + \underbrace{\overrightarrow{T_i^M T_i^S}}_{\mu_8^{40}} \cdot \vec{n}_8 \quad \text{avec} \quad \vec{n}_8 : \begin{pmatrix} n_{8x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

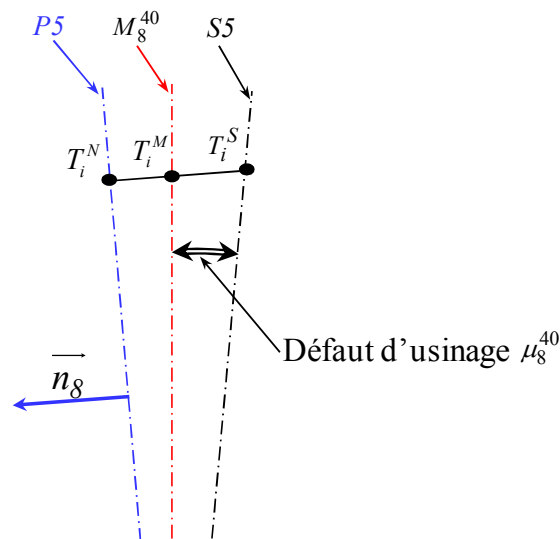


Figure A.19. L'écart dû à l'usinage

La nouvelle relation à vérifier sera donc :

$$\left| \overrightarrow{T_i^N T_i^M} \cdot \vec{n}_8 \right| \leq \frac{0,2}{2} - \mu_8^{40}$$

$\overrightarrow{T_i^N T_i^M}$: Déplacement du point T_i^N calculable avec le torseur :

$$\tau_{P/M}^{40} = \tau_{P/H}^{40} + \tau_{H/M}^{40} \quad (9)$$

Le torseur $\tau_{P/M}^{40}$ cherché est de la forme suivante :

$$\tau_{P/M}^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} F & u \\ \beta & F \\ \gamma & F \end{array} \right\}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

• **Influence des défauts du montage d'usinage**

Le torseur qui exprime cet écart est cherché dans le repère R_{M40} au point O_{M40} par la forme suivante :

$$\tau_{H/M}^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} F & u_{H/M}^{40} \\ \beta_{H/M}^{40} & F \\ \gamma_{H/M}^{40} & F \end{array} \right\}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

Le déplacement du point T_i suivant la normale $\overline{n_8}$, causé par les défauts du montage d'usinage dans la phase 40, est décrit par la relation suivante :

$$(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{H40} = (\overline{dO_M^{40}} + \overline{\Omega_H^{40}} \wedge \overline{O_M^{40}T_i}) \cdot \overline{n_8}$$

$$= \left\{ \begin{array}{c} u_{H/M}^{40} \\ F \\ F \end{array} + \left\{ \begin{array}{c} F \\ \beta_{H/M}^{40} \\ \gamma_{H/M}^{40} \end{array} \wedge \left\{ \begin{array}{c} x_i \\ y_i \\ z_i \end{array} \right\} \right\} \cdot \begin{array}{c} n_{8x} \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{H40} = u_{H/M}^{40} \cdot n_{8x} + \beta_{H/M}^{40} z_i \cdot n_{8x} - \gamma_{H/M}^{40} y_i \cdot n_{8x} \quad (10)$$

Les composantes du torseur $\tau_{H/M}^{40}$ sont exprimées, dans la section (2.2.2), en fonction des écarts du montage d'usinage et les positions des différents appuis dans le repère machine :

$$\beta_{H/M}^{40} = k_{\beta_1}^{H40} \varepsilon_2^{40} + k_{\beta_2}^{H40} \varepsilon_3^{40};$$

$$\gamma_{H/M}^{40} = k_{\gamma_1}^{H40} \varepsilon_5^{40} + k_{\gamma_2}^{H40} \varepsilon_2^{40} + k_{\gamma_3}^{H40} \varepsilon_3^{40};$$

$$u_{H/M}^{40} = k_{u_1}^{H40} \varepsilon_5^{40} + k_{u_2}^{H40} \varepsilon_2^{40} + k_{u_3}^{H40} \varepsilon_3^{40}.$$

Avec la relation (9) nous écrivons le déplacement du point T_i , dû aux défauts du montage d'usinage en phase 40, en fonction des écarts mesurés :

$$\begin{aligned}
(\overline{dT_i \cdot n_8})_{H40} &= (k_{u_2}^{H40} \cdot n_{8x} + k_{\beta_1}^{H40} \cdot z_i \cdot n_{8x} - k_{\gamma_2}^{H40} \cdot y_i \cdot n_{8x}) \varepsilon_2^{40} \\
&\quad + (k_{u_3}^{H40} \cdot n_{8x} + k_{\beta_2}^{H40} \cdot z_i \cdot n_{8x} - k_{\gamma_3}^{H40} \cdot y_i \cdot n_{8x}) \varepsilon_3^{40} \\
&\quad + (k_{u_1}^{H40} \cdot n_{8x} - k_{\gamma_1}^{H40} \cdot y_i \cdot n_{8x}) \varepsilon_5^{40}
\end{aligned}$$

$$\text{Soit } \boxed{(\overline{dT_i \cdot n_8})_{H40} = \eta_{8i}^{40} = k_{H3i}^{40} \varepsilon_2^{40} + k_{H4i}^{40} \varepsilon_3^{40} + k_{H5i}^{40} \varepsilon_5^{40}}$$

- **Influence des défauts de la pièce**

Les dispersions de mise en position et les défauts de planéité des surfaces $S1$ et $S3$ seront négligés dans cette section.

Les composantes à déterminer sont les suivantes :

$$\tau_{P/H}^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{P/H}^{40} & u_{P/H40} \\ \beta_{P/H}^{40} & F \\ \gamma_{P/H}^{40} & w_{P/H}^{40} \end{array} \right\}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

Pour la primaire le plan H_1^{40} passe par les trois points d'appui A_1 , A_2 et A_3 . En négligeant les dispersions, la surface $S1$ est en appui sur les trois points du montage. H_1^{40} et $S1$ sont confondus, donc l'écart entre la surface nominal pièce $P1$ et le plan H_1^{40} est celui de la surface réelle $S1$ par rapport $P1$. Cet écart est donné par la réalisation de la surface $S1$ en phase 10.

Les composantes du torseur $\tau_{P/H}^{40}$, données par cet écart, sont donc :

$$\alpha_{P/H}^{40} = \alpha_{P1/H_1^{40}} = \alpha_{S1/P1},$$

$$\beta_{P/H}^{40} = \beta_{P1/H_1^{40}} = \beta_{S1/P1},$$

$$w_{P/H}^{40} = w_{P1/H_1^{40}} = w_{S1/P1}.$$

Pour la référence secondaire, comme $P1$ est parallèle à $P2$, la surface $P3$ est un rectangle. D'autre part, les appuis secondaires A_4^{40} et A_5^{40} sont situés à la même hauteur par rapport à $P1$. La référence secondaire, confondue avec $P3$, est le plan perpendiculaire à $P2$ tangent à $S3$ (figure A.16).

$$\text{Donc } \gamma_{P/H}^{40} = \gamma_{S3/P3}.$$

Avec la même discussion de la section (1.1.3), nous déterminons la composante $u_{P/H}^{40}$ dans les deux cas possibles de la secondaire :

* Cas $\beta_{S3/P3} < 0$

$$u_{P/H}^{40} = -\beta_{S3/P3}(h-c_4)$$

* Cas $\beta_{S3/P3} > 0$

$$u_{P/H}^{40} = \beta_{S3/P3}.c_4$$

Avec : h est la hauteur de la pièce et c_4 est la hauteur des appuis secondaires A_4^{40} et A_5^{40} par rapport à $P1$.

Le torseur $\tau_{P/H}^{40}$ s'écrit donc avec la forme suivante :

* Cas $\beta_{S3/P3} < 0$

$$\tau_{P/H}^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{S1/P1} & -\beta_{S3/P3}(h-c_4) \\ \beta_{S1/P1} & F \\ \gamma_{S3/P3} & w_{S1/P1} \end{array} \right\}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

* Cas $\beta_{S3/P3} > 0$

$$\tau_{P/H}^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} \alpha_{S1/P1} & \beta_{S3/P3}.c_4 \\ \beta_{S1/P1} & F \\ \gamma_{S3/P3} & w_{S1/P1} \end{array} \right\}_{(O_M^{40}, R_M^{40})}$$

On en déduit l'influence de ces défauts sur le déplacement du point T_i :

$$(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{P40} = (\overline{dO_M^{40}} + \overline{\Omega_{P/H}^{40}} \wedge \overline{O_M^{40}T_i}) \cdot \overline{n_8}$$

* Cas $\beta_{S3/P3} < 0$

$$(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{P40} = \left\{ \begin{array}{c} -\beta_{S3/P3}(h-c_4) \\ F \\ w_{S1/P1} \end{array} + \left| \begin{array}{c} \alpha_{S1/P1} \\ \beta_{S1/P1} \\ \gamma_{S3/P3} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} x_i \\ y_i \\ z_i \end{array} \right| \right\} \cdot \left| \begin{array}{c} n_{8x} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{P40} = \rho_{8i}^{40} = -\beta_{S3/P3}(h-c_4).n_{8x} + \beta_{S1/P1}.z_i.n_{8x} - \gamma_{S3/P3}.y_i.n_{8x}$$

* Cas $\beta_{S3/P3} > 0$

$$(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{P40} = \rho_{8i}^{40} = \beta_{S3/P3}.c_4.n_{8x} + \beta_{S1/P1}.z_i.n_{8x} - \gamma_{S3/P3}.y_i.n_{8x}$$

• **Influence des dispersions**

Le torseur τ_D^{40} est recherché dans le repère R_M^{40} au point o_M^{40} par la forme suivante :

$$\tau_D^{40} = \left\{ \begin{array}{cc} F & u_D^{40} \\ \beta_D^{40} & F \\ \gamma_D^{40} & F \end{array} \right\}_{(o_M^{40}, R_M^{40})}$$

Le déplacement du point T_i suivant la normale $\overline{n_8}$, causé par les dispersion dans la phase 40, est décrit par la relation suivante :

$$\begin{aligned} (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{D40} &= (\overline{dO_M^{40}} + \overline{\Omega_D^{40}} \wedge \overline{O_M^{40}T_i}) \cdot \overline{n_8} \\ &= \left\{ \begin{array}{c} u_D^{40} \\ F + \beta_D^{40} \wedge y_i \\ F \\ \gamma_D^{40} \\ z_i \end{array} \right\} \cdot \overline{n_{8x}} \\ &\Rightarrow (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{D40} = u_D^{40} \cdot n_{8x} + \beta_D^{40} z_i \cdot n_{8x} - \gamma_D^{40} y_i \cdot n_{8x} \end{aligned} \quad (11)$$

Les composantes du torseur dispersion τ_D^{40} sont exprimées en fonction des écarts imposés (voir section 2.2.2) :

$$\begin{aligned} \beta_D^{40} &= \frac{\delta_1^{40} - \delta_2^{40}}{a_2^{40} - a_1^{40}} - \frac{(\delta_2^{40} - \delta_3^{40})(b_1^{40} - b_2^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_2^{40} - b_3^{40})}; \\ \gamma_D^{40} &= \frac{\delta_4^{40} - \delta_5^{40}}{b_5^{40} - b_4^{40}} - \frac{(\delta_1^{40} - \delta_2^{40})(c_4^{40} - c_5^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_5^{40} - b_4^{40})} + \frac{(\delta_2^{40} - \delta_3^{40})(b_1^{40} - b_2^{40})(c_4^{40} - c_5^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_2^{40} - b_3^{40})(b_5^{40} - b_4^{40})}; \\ u_D^{40} &= \delta_4^{40} - \frac{\delta_1^{40} - \delta_2^{40}}{a_2^{40} - a_1^{40}} \cdot c_4^{40} + \frac{(\delta_2^{40} - \delta_3^{40})(b_1^{40} - b_2^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_2^{40} - b_3^{40})} \cdot c_4^{40} + \frac{\delta_4^{40} - \delta_5^{40}}{b_5^{40} - b_4^{40}} \cdot b_4^{40} \\ &\quad - \frac{(\delta_1^{40} - \delta_2^{40})(c_4^{40} - c_5^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_5^{40} - b_4^{40})} \cdot b_4^{40} + \frac{(\delta_2^{40} - \delta_3^{40})(b_1^{40} - b_2^{40})(c_4^{40} - c_5^{40})}{(a_2^{40} - a_1^{40})(b_2^{40} - b_3^{40})(b_5^{40} - b_4^{40})} \cdot b_4^{40} \end{aligned}$$

Pour simplifier l'écriture de ces composantes, nous écrivons ces relations en fonction des dispersions et des constants (k).

$$\beta_D^{40} = k_{\beta 1}^{D40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{\beta 2}^{D40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40});$$

$$\gamma_D^{40} = k_{\gamma 1}^{40} (\delta_4^{40} - \delta_5^{40}) + k_{\gamma 2}^{40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{\gamma 3}^{40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40});$$

$$u_D^{40} = \delta_4^{40} + k_{u 1}^{40} (\delta_1^{40} - \delta_2^{40}) + k_{u 2}^{40} (\delta_2^{40} - \delta_3^{40}) + k_{u 3}^{40} (\delta_4^{40} - \delta_5^{40});$$

Avec la relation (11) nous écrivons alors les défauts dus aux dispersions, dans la phase 40, en fonction des écarts imposés :

$$\begin{aligned} (\overline{dT_i \cdot \overline{n_8}})_{D40} &= (k_{u 1}^{40} \cdot n_{8x} + k_{\beta 1}^{D40} \cdot z_i \cdot n_{8x} - k_{\gamma 2}^{40} \cdot y_i \cdot n_{8x}) \delta_1^{40} \\ &\quad + (k_{u 2}^{40} \cdot n_{8x} - k_{u 1}^{40} \cdot n_{8x} + k_{\beta 2}^{D40} \cdot z_i \cdot n_{8x} - k_{\beta 1}^{D40} \cdot z_i \cdot n_{8x} + k_{\gamma 2}^{40} \cdot y_i \cdot n_{8x} + k_{\gamma 3}^{40} \cdot y_i \cdot n_{8x}) \delta_2^{40} \\ &\quad + (k_{\gamma 3}^{40} \cdot y_i \cdot n_{8x} - k_{u 2}^{40} \cdot n_{8x} - k_{\beta 2}^{D40} \cdot z_i \cdot n_{8x}) \delta_3^{40} \\ &\quad + (n_{8x} + k_{u 3}^{40} \cdot n_{8x} - k_{\gamma 1}^{40} \cdot y_i \cdot n_{8x}) \delta_4^{40} \\ &\quad + (-k_{u 3}^{40} \cdot n_{8x} + k_{\gamma 1}^{40} \cdot y_i \cdot n_{8x}) \delta_5^{40} \end{aligned}$$

$$\text{Soit : } \boxed{(\overline{dT_i \cdot \overline{n_8}})_{D40} = \xi_{8i}^{40} = k_{D4i}^{40} \cdot \delta_1^{40} + k_{D5i}^{40} \cdot \delta_2^{40} + k_{D6i}^{40} \cdot \delta_3^{40} + k_{D7i}^{40} \cdot \delta_4^{40} + k_{D8i}^{40} \cdot \delta_5^{40}}$$

La valeur ξ_{8i}^{40} maximale au point T_i , en fonction des dispersions estimées Δ_i sera donc avec la forme suivante :

$$\xi_{8i}^{40 \text{ maxi}} = \left| k_{D4i}^{40} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D5i}^{40} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D6i}^{40} \right| \frac{\Delta_3}{2} + \left| k_{D7i}^{40} \right| \frac{\Delta_4}{2} + \left| k_{D8i}^{40} \right| \frac{\Delta_5}{2}$$

- **Synthèse de la phase 40**

Avec le cumul des différents défauts étudiés, la relation à vérifier s'écrit :

$$\overline{T_i^N T_i^S} \cdot \overline{n_8} = \mu_8^{40} + \eta_{8i}^{40} + \rho_{8i}^{40} + \xi_{8i}^{40} \quad (12)$$

Avec :

μ_8^{40} : Décalage de la surface usinée, mesurable et contrôlable sur la machine.

$$\eta_{8i}^{40} = k_{H3i}^{40} \varepsilon_2^{40} + k_{H4i}^{40} \varepsilon_3^{40} + k_{H5i}^{40} \varepsilon_5^{40}$$

$$\rho_{8i}^{40} = \beta_{S3/P3} C + \beta_{S1/P1} z_i \cdot n_{8x} - \gamma_{S3/P3} y_i \cdot n_{8x}$$

$$* C = (c_4 - h) \cdot n_{8x}, \text{ si } \beta_{S3/P3} < 0,$$

$$* C = c_4 \cdot n_{8x}, \text{ si } \beta_{S3/P3} > 0,$$

$$\xi_{8i}^{40} = \left| k_{D4i}^{40} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D5i}^{40} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D6i}^{40} \right| \frac{\Delta_3}{2} + \left| k_{D7i}^{40} \right| \frac{\Delta_4}{2} + \left| k_{D8i}^{40} \right| \frac{\Delta_5}{2}$$

Pour cette spécification, nous observons que les paramètres $\beta_{S1/P1}$, $\beta_{S3/P3}$ et $\gamma_{S3/P3}$ ne dépendent pas de la phase 40. $\beta_{S1/P1}$ est le défaut de la surface $S1$, usinée en phase 10 par rapport à $P1$. $P1$ est défini par rapport au repère pièce qui est construit sur les surfaces $S2$ et $S3$ réalisées respectivement en phase 30 et 20. $\beta_{S3/P3}$ et $\gamma_{S3/P3}$ sont les défauts de la surface $S3$, usinée en phase 20 par rapport à $P3$.

Selon la démarche ascendante, il faut donc rechercher maintenant uniquement les valeurs des grandeurs $\beta_{S1/P1}$, $\beta_{S3/P3}$ et $\gamma_{S3/P3}$ dans la phase 30 et la phase 20.

2.3.2. Etude de la phase 30

Le but de cette étude est de déterminer le paramètre $\beta_{S1/P1}$. Les autres composantes sont libres :

$$\tau_{S1/P1} = \begin{Bmatrix} F & F \\ \beta_{S1/P1} & F \\ F & F \end{Bmatrix}_{(o_M^{30}, R_M^{30})}$$

L'influence sera calculée aux 4 points T_i dans la direction $\pm \overline{n_8}$.

- **Prise en compte des défauts d'usinage**

Les défauts d'usinage entre $S2$ et $M2$ sont caractérisés par $\alpha_{S2/M2}^{30}$, $\beta_{S2/M2}^{30}$ et $w_{S2/M2}^{30}$.

L'influence aux 4 points T_i de la surface $S8$ suivant la normale $\overline{n_8}$ est :

$$(\overrightarrow{dT_i} \cdot \overline{n_8}) = \beta_{S2/M2}^{30} z_i \cdot n_{8x}$$

On peut borner cette influence par une valeur maxi notée μ_8^{30} .

En production, on pourra mesurer l'écart $\beta_{S2/M2}^{30}$ et vérifier la relation :

$$\beta_{S2/M2}^{30} z_i \cdot n_{8z} \leq \mu_8^{30}$$

- **Prise en compte des défauts du montage d'usinage**

Le déplacement du point T_i suivant la normale $\overline{n_8}$, causé par les défauts du montage d'usinage dans la phase 30, est décrit par la relation suivante :

$$(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{H30} = \beta_{H/M}^{30} z_i \cdot n_{8x} \quad (13)$$

$$\text{Avec : } \beta_{H/M}^{30} = \left[\frac{1 + k_{\alpha}^{H30} (b_1^{30} - b_2^{30})}{a_1^{30} - a_2^{30}} \right] \varepsilon_2^{30} + \frac{k_{\alpha}^{H30} (b_1^{30} - b_2^{30})}{a_2^{30} - a_1^{30}} \varepsilon_3^{30}$$

$$\text{Soit } \beta_{H/M}^{30} = k_{\beta_1}^{H30} \varepsilon_2^{30} + k_{\beta_2}^{H30} \varepsilon_3^{30}$$

La relation (13) permet d'écrire le déplacement du point T_i suivant la normale $\overline{n_8}$, dû aux défauts du montage d'usinage en phase 30, en fonction des écarts mesurés :

$$(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{H30} = (k_{\beta_1}^{H30} \cdot z_i \cdot n_{8x}) \varepsilon_2^{30} + (k_{\beta_2}^{H30} \cdot z_i \cdot n_{8x}) \varepsilon_3^{30}$$

$$\text{Soit } \boxed{(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{H30} = \eta_{8i}^{30} = k_{H3i}^{30} \varepsilon_2^{30} + k_{H4i}^{30} \varepsilon_3^{30}}$$

- **Prise en compte des dispersions**

Le déplacement du point T_i suivant la normale $\overline{n_8}$, causé par les dispersions dans la phase 30, est décrit par la relation suivante :

$$(\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{D30} = \beta_D^{30} z_i \cdot n_{8z} \quad (14)$$

$$\text{Avec : } \beta_D^{30} = \frac{\delta_1^{30} - \delta_2^{30}}{a_2^{30} - a_1^{30}} - \frac{(\delta_2^{30} - \delta_3^{30})(b_1^{30} - b_2^{30})}{(a_2^{30} - a_1^{30})(b_2^{30} - b_3^{30})}$$

$$\text{Soit } \beta_D^{30} = k_{\beta_1}^{D30} (\delta_1^{30} - \delta_2^{30}) + k_{\beta_2}^{D30} (\delta_2^{30} - \delta_3^{30})$$

Donc avec la relation (14) le déplacement du point T_i suivant la normale $\overline{n_8}$ est décrit par la relation suivante :

$$\boxed{(\overrightarrow{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{D30} = \xi_{8i}^{30} = k_{D4i}^{30} \cdot \delta_1^{30} + k_{D5i}^{30} \cdot \delta_2^{30} + k_{D6i}^{30} \cdot \delta_3^{30}}$$

La valeur ξ_{8i}^{30} maximale au point T_i , en fonction des dispersions estimées Δ_i sera donc avec la forme suivante :

$$\xi_{8i}^{30} \max_i = \left| k_{D4i}^{30} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D5i}^{30} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D6i}^{30} \right| \frac{\Delta_3}{2}$$

2.3.3. Etude de la phase 20

- *Mise en position de la pièce*

La pièce est posée sur le montage d'usinage, par un appui primaire (A_1 , A_2 et A_3) sur la surface usinée $S1$, un appui secondaire (A_4 et A_5) sur la surface $S4$ et un appui tertiaire (A_6) sur la surface brute $B15$ (figure A.20).

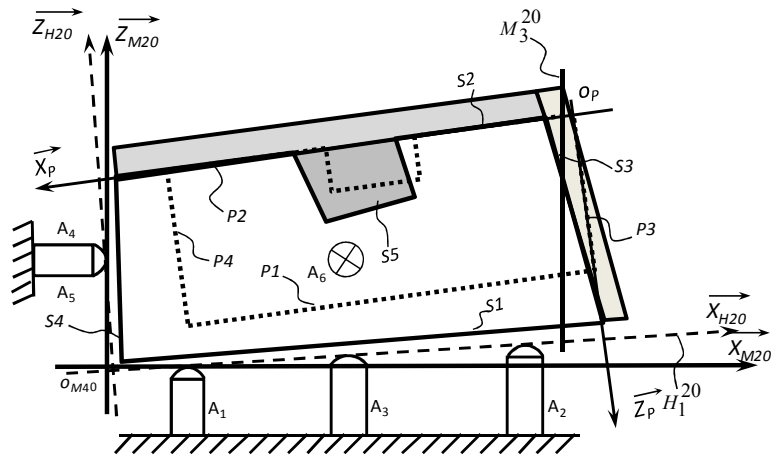


Figure A.20. Position de la pièce sur le montage en phase 20

Le but de cette étude est de déterminer les paramètres $\beta_{S3/P3}$ et $\gamma_{S3/P3}$. Les autres composantes sont libres :

$$\tau_{S3/P3} = \left\{ \begin{array}{l} F \\ \beta_{S3/P3} \\ \gamma_{S3/P3} \end{array} \right\}_{(o_M^{30}, R_M^{30})}$$

- **Prise en compte des défauts d'usinage**

Les défauts de flexion ou de réglage d'outils provoquent un écart entre la surface usinée $S3$ par rapport à la surface nominale machine M_3^{20} (figure A.20). Les écarts recherchés sont $\beta_{S3/M_3^{20}}$ et $\gamma_{S3/M_3^{20}}$ mesurables directement sur la machine à l'aide d'un comparateur ou d'un palpeur à contact.

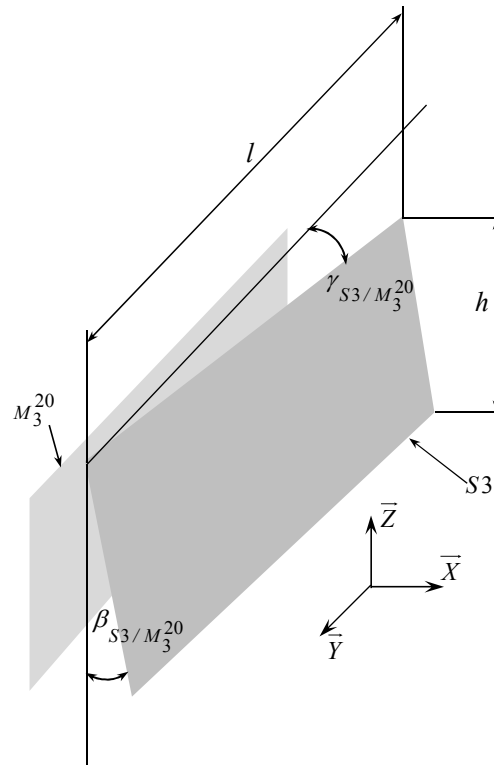


Figure A.20. Écart d'usinage en phase 20

L'influence aux 4 points T_i de la surface $S8$ suivant la normale \bar{n}_8 est :

$$(\overline{dT_i} \cdot \bar{n}_8) = \beta_{S3/M_3^{20}} z_i \cdot n_{8x} - \gamma_{S3/M_3^{20}} y_i \cdot n_{8x}$$

On peut borner cette influence par une valeur maxi notée μ_8^{20} .

En production, on pourra mesurer les écarts $\beta_{S3/M_3^{20}}$ et $\gamma_{S3/M_3^{20}}$ et vérifier la relation :

$$\beta_{S3/M_3^{20}} z_i \cdot n_{8x} - \gamma_{S3/M_3^{20}} y_i \cdot n_{8x} \leq \mu_8^{20}$$

- **Prise en compte des défauts du montage d'usinage**

L'écart entre le nominal montage et le nominal machine, dans la phase 20, est exprimé par le torseur suivant :

$$\tau_{H/M}^{20} = \left\{ \begin{array}{cc} F & u_{H/M}^{20} \\ \beta_{H/M}^{20} & F \\ \gamma_{H/M}^{20} & F \end{array} \right\}_{(O_M^{20}, R_M^{20})}$$

Le déplacement du point T_i suivant la normale $\overline{n_8}$, causé par les défauts du montage d'usinage dans la phase 20, est décrit par la relation suivante :

$$\begin{aligned} (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{H20} &= (\overline{dO_M^{20}} + \overline{\Omega_H^{20}} \wedge \overline{O_M^{20}T_i}) \cdot \overline{n_8} \quad \text{avec} \quad \overline{n_8} = \begin{vmatrix} n_{8x} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ &= \left\{ \begin{array}{c} u_{H/M}^{20} \\ F \\ F \end{array} + \left\{ \begin{array}{c} F \\ \beta_{H/M}^{20} \\ \gamma_{H/M}^{20} \end{array} \wedge \left\{ \begin{array}{c} x_i \\ y_i \\ z_i \end{array} \right\} \right\} \cdot \begin{vmatrix} n_{8x} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ \Rightarrow (\overline{dT_i} \cdot \overline{n_8})_{H20} &= u_{H/M}^{20} \cdot n_{8x} + \beta_{H/M}^{20} z_i \cdot n_{8x} - \gamma_{H/M}^{20} y_i \cdot n_{8x} \end{aligned} \quad (15)$$

Les composantes du torseur $\tau_{H/M}^{20}$ sont exprimées en fonction des écarts mesurés ε_i^{20} :

$$\beta_{H/M}^{20} = \left[\frac{1 + k_{\alpha}^{H20} (b_1^{20} - b_2^{20})}{a_1^{20} - a_2^{20}} \right] \varepsilon_2^{20} + \frac{k_{\alpha}^{H20} (b_1^{20} - b_2^{20})}{a_2^{20} - a_1^{20}} \varepsilon_3^{20}$$

$$\text{Soit} \quad \beta_{H/M}^{20} = k_{\beta_1}^{H20} \varepsilon_2^{20} + k_{\beta_2}^{H20} \varepsilon_3^{20}$$

$$\gamma_{H/M}^{20} = \frac{\varepsilon_5^{20}}{b_4^{20} - b_5^{20}} + \frac{k_{\beta_1}^{H20} (c_4^{20} - c_5^{20})}{b_4^{20} - b_5^{20}} \varepsilon_2^{20} + \frac{k_{\beta_2}^{H20} (c_4^{20} - c_5^{20})}{b_4^{20} - b_5^{20}} \varepsilon_3^{20}$$

$$\text{Soit} \quad \gamma_{H/M}^{20} = k_{\gamma_1}^{H20} \varepsilon_5^{20} + k_{\gamma_2}^{H20} \varepsilon_2^{20} + k_{\gamma_3}^{H20} \varepsilon_3^{20}$$

$$u_{H/M}^{20} = k_{\gamma_1}^{H20} \cdot b_4^{20} \varepsilon_5^{20} + (k_{\gamma_2}^{H20} \cdot b_4^{20} - k_{\beta_1}^{H20} \cdot c_4^{20}) \varepsilon_2^{20} + (k_{\gamma_3}^{H20} \cdot b_4^{20} - k_{\beta_2}^{H20} \cdot c_4^{20}) \varepsilon_3^{20}$$

$$\text{Soit} \quad u_{H/M}^{20} = k_{u_1}^{H20} \varepsilon_5^{20} + k_{u_2}^{H20} \varepsilon_2^{20} + k_{u_3}^{H20} \varepsilon_3^{20}$$

La relation (15) permet d'écrire le déplacement du point T_i , dû aux défauts du montage d'usinage en phase 20, en fonction des écarts mesurés :

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_8})_{H20} = & +(k_{u2}^{H20} \cdot n_{8x} + k_{\beta_1}^{H20} \cdot z_i \cdot n_{8x} + k_{\gamma_2}^{H20} \cdot y_i \cdot n_{8x}) \varepsilon_2^{20} \\ & + (k_{u3}^{H20} \cdot n_{8x} + k_{\beta_2}^{H20} \cdot z_i \cdot n_{8x} + k_{\gamma_3}^{H20} \cdot y_i \cdot n_{8x}) \varepsilon_3^{20} \\ & + (k_{u1}^{H20} \cdot n_{8x} - k_{\gamma_1}^{H20} \cdot y_i \cdot n_{8x}) \varepsilon_5^{20} \end{aligned}$$

Soit
$$\boxed{(\overrightarrow{dT_i} \cdot \overrightarrow{n_8})_{H20} = \eta_{8i}^{20} = k_{H1i}^{20} \varepsilon_2^{20} + k_{H2i}^{20} \varepsilon_3^{20} + k_{H3i}^{20} \varepsilon_5^{20}}$$

• **Prise en compte des dispersions**

Le torseur τ_D^{20} est recherché dans le repère R_M^{20} au point o_M^{20} par la forme suivante :

$$\tau_D^{20} = \left\{ \begin{array}{cc} F & F \\ \beta_D^{20} & F \\ \gamma_D^{20} & F \end{array} \right\}_{(o_M^{20}, R_M^{20})}$$

Les composantes de ce torseur sont exprimées en fonction des dispersions considérées :

- δ_1^{20} , δ_2^{20} et δ_3^{20} : Les écarts respectivement sur les appuis de la primaire A_1^{20} , A_2^{20} et A_3^{20} .
- δ_4^{20} et δ_5^{20} : Les écarts respectivement sur les appuis de la secondaire A_4^{20} et A_5^{20} .
- δ_6^{20} : Ecart sur l'appui de la tertiaire A_6^{20} .

Les composantes du torseur τ_D^{20} peuvent être calculées en fonction des écarts de dispersions

δ_i^{20} :

$$\begin{aligned} \beta_D^{20} &= \frac{\delta_1^{20} - \delta_2^{20}}{a_2^{20} - a_1^{20}} - \frac{(\delta_2^{20} - \delta_3^{20})(b_1^{20} - b_2^{20})}{(a_2^{20} - a_1^{20})(b_2^{20} - b_3^{20})} \\ \gamma_D^{20} &= \frac{\delta_4^{20} - \delta_5^{20}}{b_5^{20} - b_4^{20}} - \frac{(\delta_1^{20} - \delta_2^{20})(c_4^{20} - c_5^{20})}{(a_2^{20} - a_1^{20})(b_5^{20} - b_4^{20})} + \frac{(\delta_2^{20} - \delta_3^{20})(b_1^{20} - b_2^{20})(c_4^{20} - c_5^{20})}{(a_2^{20} - a_1^{20})(b_2^{20} - b_3^{20})(b_5^{20} - b_4^{20})} \end{aligned}$$

Pour simplifier l'écriture de ces composantes, nous écrivons ces relations en fonction des dispersions et des constants (k).

$$\begin{aligned} \beta_D^{20} &= k_{\beta_1}^{D20} (\delta_1^{20} - \delta_2^{20}) + k_{\beta_2}^{D20} (\delta_2^{20} - \delta_3^{20}); \\ \gamma_D^{20} &= k_{\gamma_1}^{D20} (\delta_4^{20} - \delta_5^{20}) + k_{\gamma_2}^{D20} (\delta_1^{20} - \delta_2^{20}) + k_{\gamma_3}^{D20} (\delta_2^{20} - \delta_3^{20}). \end{aligned}$$

Le déplacement du point T_i suivant la normale $\overrightarrow{n_8}$, causé par les dispersions dans la phase 20, est décrit par la relation suivante :

$$(\overline{dT_i \cdot n_8})_{D20} = \beta_D^{20} z_i \cdot n_{8x} - \gamma_D^{20} y_i \cdot n_{8x} \quad (16)$$

$$\Rightarrow \boxed{(\overline{dT_i \cdot n_8})_{D20} = \xi_{8i}^{20} = k_{D1i}^{20} \cdot \delta_1^{20} + k_{D2i}^{20} \cdot \delta_2^{20} + k_{D3i}^{20} \cdot \delta_3^{20}}$$

La valeur ξ_{8i}^{20} maximale au point T_i , en fonction des dispersions estimées Δ_i sera donc avec la forme suivante :

$$\xi_{8i}^{20} \text{ max } i = \left| k_{D1i}^{20} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D2i}^{20} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D3i}^{20} \right| \frac{\Delta_3}{2}$$

Le terme relatif aux phases précédentes était :

$$\begin{aligned} \rho_{8i}^{40} &= \beta_{S3/P3} C + \beta_{S1/P1} \cdot z_i \cdot n_{8x} - \gamma_{S3/P3} \cdot y_i \cdot n_{8x} \\ \rho_{8i}^{40} &= \mu_8^{30} + \xi_{8i}^{30} + \left| \eta_{8i}^{30} \right| + \mu_8^{20} + \xi_{8i}^{20} + \left| \eta_{8i}^{20} \right| \end{aligned}$$

Les composantes utiles des torseurs $\tau_{S3/P3}$ et $\tau_{S1/P1}$ ne dépendent pas des autres phases. Donc le calcul des paramètres utilisés pour la vérification de la spécification, s'arrête à ce niveau.

2.3.4. Résultat

La relation globale, permettant de vérifier l'exigence E_2 , est déduite de la relation (12).

$$\overline{T_i^N T_i^S} \cdot \overline{n_8} = \mu_8^{40} + \eta_{8i}^{40} + \xi_{8i}^{40} + \mu_8^{30} + \eta_{8i}^{30} + \xi_{8i}^{30} + \mu_8^{20} + \eta_{8i}^{20} + \xi_{8i}^{20} \leq \frac{0,2}{2} \quad (17)$$

Cette relation présente le cumul des défauts observés dans la phase 40, dans la phase 30 et la dans phase 20.

2.4. Etude de l'exigence E_3

L'exigence E_3 est une exigence directe de largeur de la rainure entre les deux surfaces $S6$ et $S7$. Ces deux surfaces sont réalisées dans la même phase 40 par un seul outil (cote intrinsèque à un outil).

Donc seuls les défauts causés par l'opération de l'usinage qui influent sur l'exigence E_3 . Ces défauts sont dus au réglage de l'outil, défauts de l'outil (flexion de la fraise) et l'usure de l'outil. En effet, l'influence de ces défauts est sur les positions des surfaces usinées $S6$ et $S7$ par rapport aux surfaces nominales machine M_6^{40} et M_7^{40} (figure A.21).

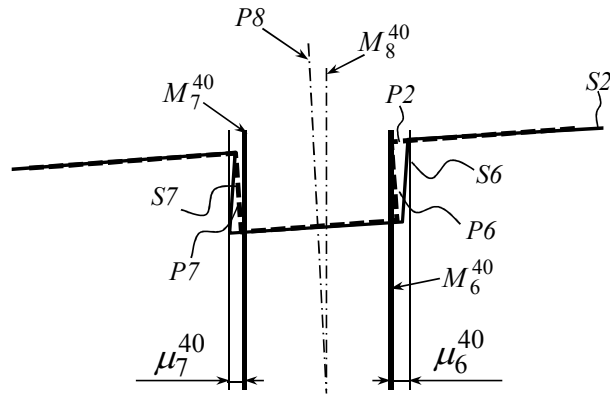


Figure A.21. L'écart dû à l'usinage

La relation globale, permettant de vérifier l'exigence E_3 , sera donc avec la forme suivante :

$$\overrightarrow{T_i^N T_i^S} \cdot \vec{n}_6 = \mu_6^{40} + \mu_7^{40} \leq \frac{0,06}{2} \quad (18)$$

2.5. Etude de l'exigence E_4

L'exigence E_4 est une localisation de la surface $S1$ par rapport à la surface de référence A ($S2$). $S2$ est une surface réalisée en phase 30 et $S1$, réalisée en phase 10, est une surface d'appui dans la phase 30.

La dernière phase de réalisation de cette exigence est la phase 30. Donc l'étude commence par cette phase.

2.5.1. Etude de la phase 30

L'étude de la phase 30 est effectuée dans la section 2.2.3. Cette étude a montré que les défauts de la surface $S1$ par rapport à la surface nominale $P1$ peuvent être maîtrisés dans cette phase. Ces défauts sont déterminés en fonction des défauts d'usinage de la surface $S2$, des défauts du montage et des dispersions.

La relation globale, permettant de vérifier l'exigence E_1 , donnée par l'étude de la phase 30 est de la forme suivante :

$$\overrightarrow{T_i^N T_i^S} \cdot \vec{n}_2 = \mu_2^{30} + \eta_{2i}^{30} + \xi_{2i}^{30} \leq \frac{0,1}{2} \quad (19)$$

* μ_2^{30} : Décalage de la surface usinée $S2$ par rapport à la surface nominale machine M_2^{30} .

$$* \eta_{2i}^{30} = k_{H5i}^{30} \varepsilon_2^{30} + k_{H6i}^{30} \varepsilon_3^{30}$$

Calculable à partir de la mesure des défauts des appuis ε_j en phase 30.

$$* \xi_{2i}^{30} = \left| k_{D7i}^{30} \right| \frac{\Delta_1}{2} + \left| k_{D8i}^{30} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D9i}^{30} \right| \frac{\Delta_3}{2}$$

Calculable à partir des estimations des dispersions Δ_i sur chaque appui.

Les défauts influents, trouvés par cette étude, ne dépendent pas des autres phases. Donc le calcul des paramètres utilisés pour la vérification de la spécification, s'arrête à ce niveau.

L'exigence E_4 est donc une exigence directe réalisée dans la phase 30.

2.6. Etude de l'exigence E_5

L'exigence E_5 est une exigence de largeur de la pièce entre la surface $S3$ réalisée dans la phase 20 et la surface d'appui dans cette phase $S4$. L'étude de cette exigence commence par la phase 20.

La phase 20 est étudiée dans la section 2.3.3. La relation, permettant de vérifier l'exigence E_5 est donnée par la forme suivante :

$$\overline{T_i^N T_i^S} \cdot \overline{n_3} = \mu_3^{20} + \eta_{3i}^{20} + \xi_{3i}^{20} \leq \frac{0,4}{2} \quad (20)$$

* μ_3^{20} : Décalage de la surface usinée $S3$ par rapport à la surface nominale machine M_3^{20} .

$$* \eta_{3i}^{20} = k_{H4i}^{20} \varepsilon_2^{20} + k_{H5i}^{20} \varepsilon_3^{20} + k_{H6i}^{20} \varepsilon_5^{20}$$

Calculable à partir de la mesure des défauts des appuis ε_j en phase 20.

$$* \xi_{3i}^{20} = \left| k_{D4i}^{20} \right| \frac{\Delta_2}{2} + \left| k_{D5i}^{20} \right| \frac{\Delta_3}{2} + \left| k_{D6i}^{20} \right| \frac{\Delta_5}{2}$$

Calculable à partir des estimations des dispersions Δ_i sur chaque appui.

Les défauts influents, trouvés par cette étude, ne dépendent pas des autres phases. Donc le calcul des paramètres utilisés pour la vérification de la spécification, s'arrête à ce niveau.

L'exigence E_5 est donc une exigence directe réalisée dans la phase 20.