



**HAL**  
open science

# Modélisation et évaluation de la fiabilité des systèmes mécatroniques : application sur système embarqué

Alin Gabriel Mihalache

► **To cite this version:**

Alin Gabriel Mihalache. Modélisation et évaluation de la fiabilité des systèmes mécatroniques : application sur système embarqué. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université d'Angers, 2007. Français. NNT : . tel-00467950

**HAL Id: tel-00467950**

**<https://theses.hal.science/tel-00467950>**

Submitted on 29 Mar 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**MODELISATION ET EVALUATION DE LA FIABILITE  
DES SYSTEMES MECATRONIQUES :  
APPLICATION SUR SYSTEME EMBARQUE**

**THÈSE DE DOCTORAT**

Spécialité : Sciences de l'ingénieur

**ÉCOLE DOCTORALE D'ANGERS**

Présentée et soutenue publiquement

Le 17 décembre 2007

À l'Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur d'Angers

Par **Alin Gabriel MIHALACHE**

Devant le jury ci-dessous :

<b>Zohra CHERFI</b>	Président	Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne
<b>Jean-François AUBRY</b>	Rapporteur	Professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine
<b>Yves DUTUIT</b>	Rapporteur	Professeur à l'Université de Bordeaux 1
<b>Fabrice GUERIN</b>	Examineur	Professeur à l'Université d'Angers
<b>Ioan BACIVAROV</b>	Examineur	Professeur à l'Université Polytechnique de Bucarest
<b>Mihaela BARREAU</b>	Examineur	Maître de conférences à l'Université d'Angers
<b>Alexis TODOSKOFF</b>	Examineur	Maître de conférences à l'Université d'Angers
<b>Patrice KAHN</b>	Invité	Professeur associé à l'Université d'Angers

Directeurs de thèse : **Fabrice GUERIN et Ioan BACIVAROV**

Co-encadrants : **Mihaela BARREAU et Alexis TODOSKOFF**

Laboratoire : **Laboratoire en Sécurité de fonctionnement, Qualité et Organisation  
62, avenue Notre Dame du Lac  
49000 ANGERS**

# Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué dans le cadre d'une convention de cotutelle de thèse entre le Laboratoire en Sûreté de Fonctionnement, Qualité et Organisation (LASQUO) de l'Université d'Angers et le Laboratoire en Qualité, Fiabilité et Techniques Informatiques (EUROQUALROM) de l'Université Polytechnique de Bucarest.

Je souhaite exprimer toute ma gratitude à M. Fabrice GUERIN, Professeur à l'Université d'Angers, pour sa grande disponibilité dans la direction de cette thèse. Il a éclairé ce travail de ses conseils judicieux, il m'a prodigué ses encouragements tout au long de la thèse et il a su me faire partager ses nombreuses connaissances, sa vision toujours claire et synthétique.

Je tiens à remercier vivement à M. Ioan BACIVAROV, Professeur à l'Université Polytechnique de Bucarest, co-directeur de cette thèse, pour ses conseils, son optimisme et pour la confiance accordée au cours de ces années. Grâce à ses collaborations fructueuses avec plusieurs laboratoires, il m'a permis de postuler pour cette thèse, de découvrir et de m'investir dans le monde de la recherche.

J'adresse tout particulièrement ma reconnaissance à Mme Mihaela BARREAU, Maître de conférences à l'Université d'Angers, pour l'encadrement de cette thèse, pour ses conseils avisés, sa grande compétence, son enthousiasme, sa disponibilité et ses encouragements permanents. Le témoignage de sa confiance et son caractère chaleureux m'ont été très précieux tout au long de cette thèse.

Je suis extrêmement reconnaissant à M. Alexis TODOSKOFF, Maître de conférences à l'Université d'Angers, pour l'encadrement de cette thèse, particulièrement pour son exigence constructive, ses conseils toujours pertinents et attentifs, son dynamisme, sa disponibilité et son soutien pendant la thèse. J'ai beaucoup appris à son contact.

Je remercie sincèrement M. Jean-François AUBRY et M. Yves DUTUIT, Professeurs des universités respectivement à l'Institut National Polytechnique de Lorraine et à l'Université de Bordeaux I, pour avoir accepté d'étudier mes travaux avec beaucoup d'intérêt, pour les remarques constructives et intéressantes et d'être les rapporteurs de ma thèse. C'est pour moi un grand honneur.

Merci également à Mme Zohra CHERFI, Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne, pour avoir accepté d'examiner mon travail. Je suis profondément reconnaissant de sa participation à ce jury de thèse.

Mes remerciements vont aussi à M. Patrice KAHN, Professeur associé à l'Université d'Angers, pour avoir accepté l'invitation de participer à mon jury de thèse. Je suis extrêmement touché de sa présence à ce jury de thèse.

Je remercie chacun des membres du Laboratoire LASQUO pour leur soutien et leur disponibilité. Je remercie tout particulièrement M. Bernard DUMON et M. Abdessamad KOBI, Professeurs des universités, directeurs successifs du Laboratoire LASQUO, pour leur aide et de m'avoir accueilli au sein de leur équipe.

Mon amicale reconnaissance s'adresse à tous mes camarades thésards pour l'ambiance très sympathique et le climat d'entraide qu'ils ont su créer au sein du Laboratoire. Je pense à Razvan, Sorin, Florina, Sylvain, Amel, Radouane, Nasra, Pascal et Daniel.

Je voudrais rendre hommage à tous ceux qui, plus ou moins récemment, de près ou de loin, à leur manière m'ont aidé à mener à bien cette thèse.

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I Sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques</b>	<b>4</b>
I.1 Introduction . . . . .	4
I.2 Système mécatronique . . . . .	5
I.2.1 Définition . . . . .	6
I.2.2 Ingénierie concourante . . . . .	7
I.2.3 Cycle de développement . . . . .	9
I.2.3.1 Analyse/Spécification . . . . .	10
I.2.3.2 Conception . . . . .	10
I.2.3.3 Réalisation . . . . .	10
I.2.3.4 Vérification . . . . .	11
I.2.3.5 Validation . . . . .	11
I.3 Sûreté de fonctionnement des systèmes . . . . .	12
I.3.1 Eléments constitutifs de la sûreté de fonctionnement . . . . .	12
I.3.1.1 Fiabilité . . . . .	13
I.3.1.2 Disponibilité . . . . .	14
I.3.1.3 Maintenabilité . . . . .	14
I.3.1.4 Sécurité . . . . .	14
I.3.2 Etude bibliographique . . . . .	15
I.3.2.1 Travaux de Christian Ziegler . . . . .	15
I.3.2.2 Travaux de Gilles Moncelet . . . . .	15
I.3.2.3 Travaux de Sarhane Khalfaoui . . . . .	15
I.3.2.4 Travaux de Raphaël Schoenig . . . . .	16
I.3.2.5 Avantages et inconvénients . . . . .	16
I.3.3 Méthodes d'analyse de la fiabilité d'un système complexe . . . . .	17

---

I.3.3.1	Analyse Préliminaire des Risques (APR) . . . . .	20
I.3.3.2	Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leurs Criticités (AMDEC) . . . . .	21
I.3.3.3	Arbre de Défaillance (AdD) . . . . .	23
I.3.3.4	Diagramme de Fiabilité (DF) . . . . .	25
I.3.3.5	Méthode de l'Espace des Etats (MEE) . . . . .	26
I.3.3.6	Réseaux de Petri (RdP) . . . . .	28
I.3.4	Comparaison des méthodes d'analyse . . . . .	29
I.3.5	Utilisation des méthodes dans le cycle de développement . . . . .	31
I.3.5.1	Impact des méthodes dans les activités de Construction . . . . .	31
a.	Phase d'Analyse/Spécification . . . . .	31
b.	Phase de conception . . . . .	33
I.3.5.2	Impact des méthodes dans les activités de Vérification et Validation (V&V) . . . . .	35
a.	Phase de vérification . . . . .	35
b.	Phase de validation . . . . .	36
I.4	Conclusion . . . . .	37
<b>II</b>	<b>Fiabilité de systèmes mécatroniques</b>	<b>39</b>
II.1	Introduction . . . . .	39
II.2	Les fondements de la fiabilité . . . . .	40
II.2.1	Les mesures associées à la fiabilité . . . . .	41
II.2.1.1	Fonction de répartition, Densité de probabilité . . . . .	41
II.2.1.2	Taux de défaillance instantané . . . . .	42
II.2.1.3	Métriques de SdF . . . . .	43
II.2.2	Les mécanismes de défaillance . . . . .	44
II.2.2.1	Les composants mécaniques . . . . .	45
II.2.2.2	Les composants électroniques . . . . .	46
II.2.2.3	Les composants logiciels . . . . .	47
II.2.3	Les principales lois . . . . .	48
II.2.3.1	Loi exponentielle . . . . .	48
II.2.3.2	Loi de Weibull . . . . .	49
II.2.3.3	Loi normale . . . . .	49
II.2.3.4	Loi lognormale . . . . .	50
II.2.3.5	Loi Gamma . . . . .	50

---

II.2.3.6	Loi Bêta . . . . .	51
II.2.3.7	Loi uniforme . . . . .	51
II.2.3.8	Autres lois . . . . .	51
II.3	Déploiement et estimation de la fiabilité . . . . .	52
II.3.1	Les grandes phases . . . . .	52
II.3.2	Les moyens de la fiabilité prévisionnelle . . . . .	54
II.3.2.1	Les réseaux de Petri . . . . .	54
II.3.2.2	Utilisation de recueils des données de fiabilité . . . . .	56
II.3.2.3	Données de fiabilité disponibles pour des composants élec- troniques . . . . .	57
II.3.2.4	Données de fiabilité pour des composants mécaniques . . . . .	57
II.3.2.5	Modèle de fiabilité prévisionnelle pour les composants élec- troniques : FIDES . . . . .	58
II.3.2.6	Modèle de fiabilité prévisionnelle pour les composants lo- giciel . . . . .	59
a.	Modèle de temps d'exécution de Musa . . . . .	59
b.	Modèle de Putnam . . . . .	59
c.	Autres modèles de fiabilité prévisionnelle logiciel . . . . .	60
II.3.3	Les moyens de la fiabilité expérimentale et opérationnelle . . . . .	60
II.3.3.1	Données des essais de fiabilité . . . . .	60
II.3.3.2	Données du retour d'expériences (REX) . . . . .	62
II.3.3.3	Représentation des données des essais et du REX . . . . .	63
II.3.3.4	Modèle de croissance de fiabilité mécanique et électro- nique : Modèle de Duane . . . . .	63
II.3.3.5	Modèle de croissance de fiabilité logiciel . . . . .	65
a.	Modèle de Jelinski-Moranda . . . . .	65
b.	Modèle de Littlewood . . . . .	66
c.	Modèle de Littlewood-Verall . . . . .	67
d.	Autres modèles de croissance de la fiabilité logiciel . . . . .	68
II.3.3.6	La méthode du maximum de vraisemblance . . . . .	69
a.	MV avec échantillon complet . . . . .	69
b.	MV avec échantillon incomplet . . . . .	71
c.	Estimation des intervalles de confiance . . . . .	71
d.	Application de la méthode MV . . . . .	72

---

II.3.4	Proposition d'une méthodologie globale . . . . .	77
II.4	Conclusion . . . . .	78
<b>III</b>	<b>Méthode d'estimation de la fiabilité prévisionnelle d'un système méca-</b>	
	<b>tronique</b>	<b>80</b>
III.1	Introduction . . . . .	81
III.2	Méthodologie proposée pour la construction et l'évaluation de la fiabilité prévisionnelle . . . . .	81
III.2.1	Modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle . . . . .	83
III.2.2	Modélisation stochastique - choix des distributions attachées aux transitions . . . . .	87
III.2.2.1	Définition des lois pour le modèle dysfonctionnel . . . . .	87
III.2.3	Conditions de simulation . . . . .	91
III.2.4	Méthode d'estimation de la fiabilité des composants et de la fiabilité du système . . . . .	94
III.2.4.1	Méthode employée - MV . . . . .	94
III.2.4.2	Etude de la sensibilité . . . . .	97
III.3	Application . . . . .	97
III.3.1	Présentation de l'exemple . . . . .	97
III.3.2	Modèle fonctionnel et dysfonctionnel . . . . .	98
III.3.3	Choix des lois de franchissement attachées aux transitions . . . . .	101
III.3.4	Simulation et analyse . . . . .	104
III.4	Conclusion . . . . .	108
<b>IV</b>	<b>Méthode d'estimation de la fiabilité expérimentale et opérationnelle</b>	
	<b>d'un système mécatronique</b>	<b>110</b>
IV.1	Introduction . . . . .	111
IV.2	Amélioration des estimations dans le cas des échantillons fortement censurés	111
IV.2.1	Présentation des méthodes d'amélioration des estimations . . . . .	112
IV.2.1.1	Stochastic Expectation Maximization (SEM) . . . . .	113
IV.2.1.2	Bootstrap . . . . .	114
IV.2.1.3	Bayesian Restoration Maximization (BRM) . . . . .	115
IV.2.2	Exemples . . . . .	116
IV.2.2.1	Conditions de simulation . . . . .	116
IV.2.2.2	Résultats obtenus . . . . .	118

---

IV.2.3 Analyse et comparaison . . . . .	119
IV.3 Méthodologie proposée . . . . .	131
IV.3.1 Construction de la loi a priori . . . . .	133
IV.3.2 Estimation des fiabilités des composants et de la fiabilité du système	134
IV.4 Exemple d'application . . . . .	134
IV.4.1 Construction de l'a priori et simulation des données des essais et du REX . . . . .	135
IV.4.2 Simulation . . . . .	135
IV.5 Conclusion . . . . .	142
<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>143</b>
<b>A Méthodes et outils pour évaluer la fiabilité d'un système complexe</b>	<b>146</b>
A.1 Arbre d'événement (AE) . . . . .	146
A.2 Méthode des Combinaisons de Pannes Résumées (MCPR) . . . . .	147
A.3 Méthode Diagramme Causes-Conséquences (MDCC) . . . . .	149
A.4 Table de Vérité (TV) . . . . .	150
<b>B Résultats des simulations par ML, SEM, BOOTSTRAP et BRM</b>	<b>152</b>
<b>C Distributions associées</b>	<b>174</b>
<b>D Principes et propriétés des RdP</b>	<b>178</b>
D.1 Définition formelle des RdP . . . . .	178
D.1.1 Règles de franchissement . . . . .	179
D.1.2 Séquence de franchissements et vecteur caractéristique . . . . .	180
D.1.3 Matrice d'incidence . . . . .	181
D.1.4 Equation fondamentale . . . . .	182
D.2 Propriétés comportementales des RdP . . . . .	183
D.2.1 RdP borné . . . . .	184
D.2.2 RdP vivant . . . . .	184
D.2.3 RdP pseudo-vivant . . . . .	184
D.2.4 RdP réinitialisable . . . . .	184
D.2.5 Conflits structurel et effectif . . . . .	185
D.2.6 Exclusion mutuelle . . . . .	185
D.3 RdP stochastiques . . . . .	185



---

D.3.1	RdP stochastiques classiques . . . . .	185
D.3.2	RdP stochastiques généralisés . . . . .	186
D.3.3	RdP stochastiques déterministes . . . . .	186
<b>E</b>	<b>Méthode des fractiles</b>	<b>187</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>188</b>

# Introduction générale

Aujourd'hui, l'industrie automobile s'est engagée dans une voie novatrice. En effet, les constructeurs proposent maintenant des solutions électroniques embarquées qui permettent de créer des véhicules intelligents, qui " pensent " et agissent pour leurs conducteurs et passagers. Dans beaucoup d'équipements automobiles, l'électronique est de plus en plus présente et intégrée. Elle permet le pilotage et le contrôle de nombreuses fonctions d'un véhicule, contribue à l'amélioration du confort et de la sécurité des passagers et à la réduction de la consommation de carburant et de la pollution.

Certains équipements se sont déjà imposés depuis plusieurs années ; citons l'antiblocage des roues (ABS), le contrôle de stabilité du véhicule (VSC), la direction assistée électrique (EPS), la suspension variable adaptative (AVS), parmi les plus importants. Cette tendance se poursuit et s'accélère, d'autres équipements tels que l'affichage tête haute, la vision de nuit, l'alerte anti-collision, les assistances à la conduite sont à l'étude ou en cours de développement.

Dans cette évolution, l'électronique ne peut plus être juxtaposée à un ensemble mécanique qu'elle doit commander, mais, au contraire, elle doit s'insérer, s'intégrer et se distribuer au cœur même de cet ensemble mécanique. Ainsi est née la mécatronique. La mécatronique est à la confluence de plusieurs technologies, la mécanique, l'électronique et l'informatique. L'utilisation simultanée de plusieurs technologies augmente les risques de dysfonctionnement des systèmes mécatroniques.

Afin d'obtenir des systèmes mécatroniques dans lesquels les utilisateurs placent une grande confiance, des études de sûreté de fonctionnement, et en particulier de fiabilité, doivent être menées tout au long du cycle de développement ou de vie du système : de la spécification jusqu'à la validation et à la mise en exploitation.

L'objectif de la thèse est de développer une méthodologie globale permettant d'évaluer et d'estimer la fiabilité des systèmes mécatroniques. Cette méthodologie propose un outil d'aide à la décision dans les différentes phases du cycle de développement et de vie du produit, pour une évaluation quantitative de la fiabilité prévisionnelle, expérimentale et opérationnelle. La méthodologie développée permet de :

- 
- modéliser et simuler les comportements fonctionnels et dysfonctionnels des systèmes ;
  - estimer la fiabilité (estimateur ponctuel et intervalle de confiance) par simulation ;
  - réaliser des études de sensibilité afin de connaître la contribution de chaque composant à la fiabilité du système ;
  - capitaliser la connaissance sur le produit au cours des différentes phases d'évaluation du produit (prévisionnelle, expérimentale et opérationnelle) pour affiner les estimations de fiabilité.

Le mémoire comporte quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, nous montrons que les systèmes mécatroniques doivent être conçus et développés de manière collaborative pour obtenir des systèmes sûrs de fonctionnement. Les activités de chaque phase du cycle de développement sont décrites. Les éléments constitutifs de la sûreté de fonctionnement sont présentés et une étude bibliographique montre que la maîtrise de la fiabilité est indispensable dans le développement des systèmes mécatroniques. L'analyse de la fiabilité tout au long du cycle de développement s'effectue par des méthodes et des outils adaptés à chaque étape. Une analyse comparative montre que les réseaux de Petri sont un outil approprié pour l'évaluation de la fiabilité du système mécatronique.

Le deuxième chapitre décrit les principaux mécanismes de défaillance et les lois de fiabilité associées pour les différents types de composants : mécaniques, électroniques, logiciels. Le processus de fiabilité est décomposé selon trois grandes phases, qui se déroulent tout au long du cycle de développement du système. Pour chaque phase, nous définissons les moyens et les outils à utiliser. La méthode du maximum de vraisemblance a été retenue pour l'estimation ponctuelle des paramètres des lois de fiabilité et leur intervalle de confiance.

Le troisième chapitre présente la méthode d'estimation de la fiabilité prévisionnelle d'un système mécatronique que nous avons développée. La méthode fait appel à la modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle du système mécatronique à l'aide des réseaux de Petri. Une analyse de sensibilité a été faite, afin de connaître la contribution de chaque composant dans la fiabilité du système complet. La méthode a été appliquée sur le système mécatronique de l'ABS.

Le dernier chapitre porte sur la méthode d'estimation de la fiabilité expérimentale et opérationnelle d'un système mécatronique que nous avons aussi développée. Après une courte présentation des types de données de fiabilité utilisées, une analyse comparative des principales méthodes d'amélioration d'estimateur des paramètres de loi de fiabilité dans le cas de données fortement censurées est faite. L'approche bayésienne s'impose et notam-

---

ment la méthode Bayesian Restoration Maximisation, qui est utilisée pour capitaliser la connaissance sur le système, afin d'évaluer la fiabilité expérimentale et opérationnelle. De même, une analyse de sensibilité est faite et finalement un exemple d'application sur le système mécatronique de l'ABS pour illustrer la méthode.

Dans une dernière partie une conclusion générale précise les apports de la méthodologie globale développée et des perspectives de recherche sont proposées.

# Chapitre I

## Sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques

### Sommaire

---

<b>I.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>I.2</b>	<b>Système mécatronique</b>	<b>5</b>
I.2.1	Définition	6
I.2.2	Ingénierie concourante	7
I.2.3	Cycle de développement	9
<b>I.3</b>	<b>Sûreté de fonctionnement des systèmes</b>	<b>12</b>
I.3.1	Éléments constitutifs de la sûreté de fonctionnement	12
I.3.2	Etude bibliographique	15
I.3.3	Méthodes d'analyse de la fiabilité d'un système complexe	17
I.3.4	Comparaison des méthodes d'analyse	29
I.3.5	Utilisation des méthodes dans le cycle de développement	31
<b>I.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>37</b>

---

### I.1 Introduction

Pour illustrer les notions de système mécatronique et de sûreté de fonctionnement, examinons un exemple issu du secteur automobile. Aujourd'hui mieux rouler c'est aussi, paradoxalement, mieux freiner. Dans ce but, les constructeurs proposent des systèmes d'antiblocage des freins qui permettent d'éviter le blocage d'une ou plusieurs roues pendant le freinage et de maintenir la stabilité du véhicule. Cet exemple traduit bien l'évo-

lution technologique de ces dernières années c'est à dire la construction de systèmes qui doivent réaliser à la fois plusieurs fonctionnalités et intégrer plusieurs technologies. Ainsi, des composants mécaniques sont pilotés par des composants électroniques et/ou par des logiciels embarqués. L'association des *différentes technologies* (la mécanique, l'électronique, le logiciel) sur un même système a donné naissance à la mécatronique.

Dans un contexte de fortes exigences pour des systèmes de plus en plus fiables et sûrs, et de durées de garanties croissantes, il est impératif de vérifier le plus tôt possible que les performances des systèmes sont conformes au cahier des charges. Cependant l'augmentation de la complexité (au sens d'intégration des différentes technologies) n'est pas sans conséquence sur la sûreté de fonctionnement et implicitement sur la fiabilité de ces systèmes. De nombreux auteurs ont démontré cette corrélation [Rieuneau, 1993], [DesJardin, 1996], [Ziegler, 1996], [Moncelet, 1998], [Borner et al., 2002], [Rzevski, 2003], [Demmou et al., 2004], [Schoenig, 2004], [Siemers et al., 2005].

Dans les différents secteurs de l'industrie, de nombreuses méthodes d'analyse de la fiabilité ont été développées séparément et certaines plus spécifiquement pour une phase de développement. La maîtrise de la sûreté de fonctionnement d'un système mécatronique nécessite de prendre en compte simultanément les différentes technologies et méthodes d'analyse sur la fiabilité du cycle de développement.

Dans ce premier chapitre, nous effectuons une étude comparative des méthodes d'analyse de la fiabilité actuellement utilisées afin d'esquisser les prémices d'une méthodologie globale.

## I.2 Système mécatronique

L'apparition des systèmes mécatroniques est une révolution pour le monde industriel, il affecte de plus en plus le monde du transport et en particulier le secteur automobile. L'utilisation des ces systèmes se généralise rapidement et influence maintenant tous les secteurs de l'industrie.

La mécatronique a bouleversé la conception et la fabrication des systèmes complexes. En particulier, son introduction dans le secteur automobile a profondément modifié les processus de développement et de fabrication.

Ainsi, la voiture n'est plus conçue comme un dispositif mécanique qui porte quelques commandes électroniques, mais comme un système mécatronique [Bertram et al., 2003], où les composants des différentes technologies sont entièrement intégrés [DesJardin, 1996].

### I.2.1 Définition

Le terme mécatronique (mechatronics en anglais) a été proposé la première fois par un ingénieur de Yaskawa Electric Co. du Japon en 1969 pour désigner le contrôle des moteurs électriques par ordinateur [Yaskawa-Electric, 1969]. Ce terme a par la suite évolué.

La mécatronique est « la combinaison synergique de l'ingénierie mécanique de précision, de la commande électronique et du système informatique dans la conception des produits et des processus de fabrication » (définition officielle par le Comité Consultatif de Recherche Industrielle et de Développement de la Communauté Européenne - Industrial Research and Development Advisory Committee of the European Community) [Comerford, 1994], [Grimheden et Hanson, 2001]. Cette définition établit le caractère multidisciplinaire de la mécatronique qui associe dans la conception et la fabrication d'un produit plusieurs secteurs d'activité de technologies différentes.

Le mot-clé ici est « synergique », pris dans le même sens que dans la définition du génie mécanique, qui est perçue comme la combinaison synergique de la dynamique des fluides, de la mécanique des solides, de la thermodynamique et de la science des matériaux [Hewit, 1996].

La mécatronique n'est pas intrinsèquement une science ou une technologie, elle doit être considérée comme une attitude, une manière fondamentale de regarder et de faire des choses, et, par sa nature, elle exige une approche unifiée [Millbank, 1993]. Ashley et Alciatore proposent également d'autres définitions pour la mécatronique [Ashley, 1997], [Alciatore, 2006].

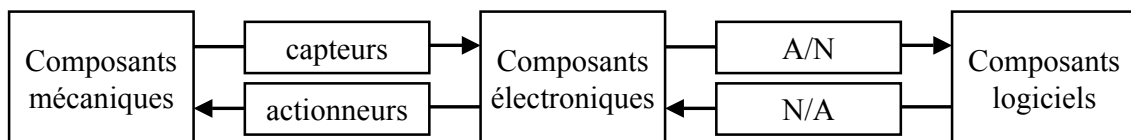


FIG. I.1 – Système mécatronique [Shetty et Kolk, 1997].

Le système mécatronique de la figure I.1 intègre de la mécanique, de l'électronique et du logiciel, mais également des systèmes hydrauliques, pneumatiques et des systèmes thermiques. Cet exemple montre qu'il est important que le système soit conçu comme un ensemble autant que possible [Breedveld, 2004]. La synergie induite par les systèmes mécatroniques conduit à une combinaison intelligente de technologies. Cette synergie mène alors à des solutions et à des performances supérieures, qui ne pourraient pas être obtenues par des applications séparées.

L'avènement des systèmes mécatroniques dans l'industrie (en particulier l'industrie automobile) a entraîné de nouvelles contraintes, telles que :

- l’assimilation de plusieurs technologies ;
- les interactions entre les différentes entités fonctionnelles ;
- la prise en compte de la dynamique du système (le fonctionnement en temps réel, événementiel et l’intégration des nombreux états possibles) ;
- l’impossibilité de réaliser des tests exhaustifs.

Malgré ces contraintes, la mécatronique apporte des avantages indéniables comme : la baisse des coûts, la satisfaction client par les solutions innovantes proposées, la réponse positive à des exigences sociétales de plus en plus importantes - pollution, consommation, sécurité des passagers et piétons [Thesame, 2003], [Saviuc, 2006], [Rzevski, 2003], [Grimheden et Hanson, 2001], [Hewit, 1996], [Isermann, 2007], [Millbank, 1993], [Kortum et al., 1998], [Ollero et al., 2006].

Par essence, la mécatronique est une conjugaison de technologies différentes, elle requiert pour son développement des équipes pluridisciplinaires avec des langages et des méthodes très différentes entre eux. Cette nouvelle approche génère des risques supplémentaires. La garantie de sûreté de fonctionnement, de fiabilité, devient alors essentielle dans le développement des systèmes mécatroniques [Rieuneau, 1993], [DesJardin, 1996], [Borner et al., 2002], [Demmou et al., 2004], [Schoenig, 2004], [Siemers et al., 2005].

Aujourd’hui, pour répondre aux enjeux qualité/coûts/délais imposés par le marché, une nouvelle approche de conception des systèmes est nécessaire pour permettre l’intégration des différentes technologies sûres de fonctionnement dès la première phase de développement. L’ingénierie concourante apparaît comme la méthodologie la plus adaptée au développement des systèmes mécatroniques.

### **I.2.2 Ingénierie concourante**

Dans un environnement industriel concurrentiel, la méthode traditionnelle qui consistait à enchaîner séquentiellement les métiers disciplinaires (mécanique, électronique, ...), de la conception, de la fabrication, de l’assemblage, de la distribution n’est plus adaptée. En effet, ce processus séquentiel est trop coûteux du fait de la définition sectorielle et séquentielle des paramètres inhérents à chaque métier et entraîne, de plus, des délais importants dans la réalisation. La séquentialité des activités programmées et correctrices entraîne également une mauvaise localisation temporelle de certaines décisions.

Face aux enjeux économiques actuels, il devient essentiel de développer des passerelles visant à rendre inter-opérables les outils et les métiers, propres à chaque discipline, de manière à réduire les temps de développement, donc les coûts, et de rendre l’entreprise plus réactive dans un contexte concurrentiel [Guillemot et al., 2002].



Ainsi, lors de la conception de nouveaux systèmes, les projets revêtent aujourd'hui un caractère pluridisciplinaire. De plus en plus, les systèmes sont aujourd'hui co-produits par des équipes projets réparties dans plusieurs services de l'entreprise ou associant plusieurs entreprises sur un projet commun. En utilisant un processus efficace de développement de produits, dans un environnement d'équipes multifonctionnelles performantes et créatives, il est possible de développer rapidement des produits de qualité à des coûts compétitifs [Gomes et al., 1999].

D'une manière générale, la nouvelle stratégie de décision nécessite une parallélisation d'un certain nombre d'activités de conception appelé ingénierie concourante.

L'ingénierie concourante est une approche globale multi-métiers, un processus qui consiste à engager en parallèle les activités et les tâches, les services et les métiers nécessaires au développement du système.

L'ingénierie concourante permet d'optimiser la démarche de conception de projets collaboratifs, et d'assurer la meilleure coordination entre les parties prenantes du projet. L'apport de l'ingénierie concourante est avant tout un gain de qualité et de temps. Ainsi l'enchaînement optimal des tâches assure le suivi du cheminement le plus court et permet d'anticiper les problèmes du fait du partage général de l'information entre les membres de l'équipe.

L'ingénierie concourante fait intervenir des éléments similaires à ceux des systèmes mécatroniques, tels que [Tollenaere, 1998] :

- le caractère temporel du processus de développement - cycle de développement (décomposition en phases : spécification, conception, fabrication, vérification, validation) ;
- l'aspect métier - différents corps de métiers interviennent dans le développement : les mécaniciens, les électroniciens, les automaticiens,... ;
- l'aspect multi-disciplinaire - mécanique, électronique, logiciel,... ;
- le caractère systémique - système économique, système d'information, système de production, système de distribution ;

Du fait de sa complexité, un système mécatronique ne peut pas être créé par une personne ; par contre, il peut être conçu par un grand nombre de personnes avec différentes spécialisations à condition que ces personnes constituent une équipe [Hewit, 1996].

Nous observons donc une grande analogie entre l'ingénierie concourante et la conception des systèmes mécatroniques.

L'ingénierie concourante permet de faire face plus facilement et plus rapidement aux modifications dans le processus de développement du système. Ce processus fait intervenir des étapes qui s'enchaînent logiquement selon un cycle et qui sont bien adaptées au

développement des systèmes mécatroniques.

### I.2.3 Cycle de développement

Les systèmes industriels complexes se caractérisent par le fait qu'ils résultent d'une combinaison de sous-systèmes de technologies différentes.

Le cycle en V (figure I.2) a d'abord été utilisé comme modèle de développement dans les différentes technologies : la mécanique [Tollenaere, 1998], l'électronique [Molla et al., 2004] ou le logiciel [Gaudel et al., 1996], [Plögert, 1996].

Le cycle en V a été ensuite généralisé au développement des systèmes complexes, en particulier des systèmes mécatroniques, afin d'avoir une terminologie commune et de proposer une méthodologie globale, avec des étapes communes aux différents technologies. Plusieurs auteurs ont montré l'intérêt du cycle en V [Thesame, 2003], [Rieuneau, 1993], [DesJardin, 1996], [Isermann, 2007], [Dieterle, 2005], [Pohl, 2005], [Sell et Tamre, 2005], [Fan et al., 2005], [Cazals et Meizel, 2005], [Piwonka, 2001].

Il existe d'autres types de cycles de développement, les plus connus étant les cycles en cascade ou en spirale.

Le modèle de développement selon le cycle en V positionne les différentes phases de développement, depuis la spécification jusqu'à la validation produit (fig. I.2) [DesJardin, 1996], [Isermann, 2007].

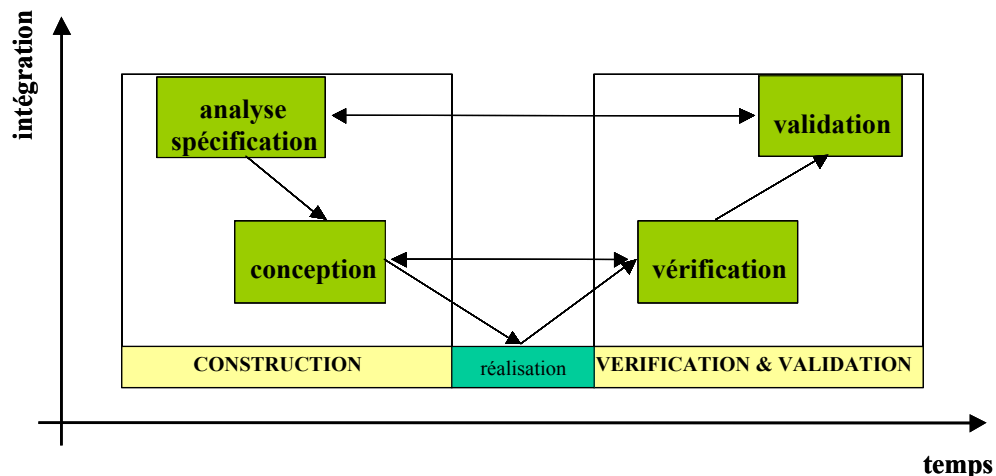


FIG. I.2 – Cycle en V.

Le cycle en V, se caractérise par un axe horizontal représentant le temps et par un axe vertical représentant le niveau d'intégration du système. Le développement commence par le bloc de Construction du système, la partie descendante du cycle en V, où le système est

graduellement décomposé en ses divers sous-systèmes et modules jusqu'au niveau composant. La partie montante du cycle en V comprend le bloc de Vérification & Validation (V & V) du système où les composants une fois réalisés sont intégrés dans des ensembles et des sous-systèmes graduellement plus grands, jusqu'à ce que le système complet soit construit.

Le cycle en V peut être décrit comme la succession des 5 phases : analyse/spécification, conception, réalisation, vérification et validation.

### **I.2.3.1 Analyse/Spécification**

La première phase de développement d'un système consiste dans la réalisation de l'analyse des besoins et des spécifications. Cette phase propose la définition des fonctionnalités, des interfaces, des contraintes et des exigences du système, la préparation du plan qualité, du plan de validation, de l'étude de faisabilité, la définition du niveau de la fiabilité souhaité du système.

Pour un système mécatronique la difficulté majeure est la traduction de la spécification système en spécifications particulières pour chaque composant selon les différentes technologies [DesJardin, 1996], [Thesame, 2003], [Rieuneau, 1993], [Sell et Tamre, 2005], [Fan et al., 2005].

### **I.2.3.2 Conception**

Suite à l'analyse/spécification, la deuxième phase de développement d'un système est la conception, qui débute par la définition de l'architecture du système, puis des sous-systèmes et de leur fonctionnement, du plan de tests et d'essais et de l'analyse des risques.

Dans le cas des systèmes mécatroniques, une simulation du futur système englobant toutes les technologies est effectuée. La complexité du système, l'interprétation des spécifications par les différentes équipes, sont des points sensibles à prendre particulièrement en considération dans la phase de conception [DesJardin, 1996], [Thesame, 2003], [Rieuneau, 1993], [Sell et Tamre, 2005], [Fan et al., 2005].

### **I.2.3.3 Réalisation**

Cette phase de développement consiste à passer du résultat de la conception à un ensemble d'activités d'industrialisation permettant la fabrication et l'assemblage des composants.

Même si techniquement les spécifications des composants pour le système mécatronique sont précises, un fournisseur ou un fabricant des composants est toujours sus-

ceptible d'interpréter les spécifications légèrement différemment et, en conséquence, de livrer des composants qui ne sont pas conformes aux spécifications [DesJardin, 1996], [Thesame, 2003], [Rieuneau, 1993], [Sell et Tamre, 2005], [Fan et al., 2005].

#### I.2.3.4 Vérification

Dans cette phase tous les modules ou sous-systèmes sont vérifiés, testés par rapport à la conception. La vérification est complémentaire avec l'assemblage des modules et des sous-systèmes jusqu'au système final.

Dans cette phase, il est difficile de tester la synchronisation des différents modules ou sous-systèmes du système mécatronique. De plus, des ambiguïtés par rapport à la conception peuvent accroître cette difficulté de synchronisation. En même temps, il est extrêmement difficile de détecter des changements de conception (modules ou sous-systèmes non conformes à la conception) tant que le système mécatronique n'est pas entièrement construit pour exécuter des essais avec le système complet [DesJardin, 1996], [Thesame, 2003], [Rieuneau, 1993], [Sell et Tamre, 2005], [Fan et al., 2005].

#### I.2.3.5 Validation

La deuxième phase de V&V est la validation du système final. Il s'agit d'une validation fonctionnelle, une phase importante, où sont constatées les fonctionnalités et le niveau de qualité par rapport aux spécification/analyse de besoins.

Pour un système mécatronique, la validation est un point sensible dû à la combinaison, à la synchronisation et à l'interaction des différentes technologies. Ces contraintes rendent plus difficiles le diagnostic et l'entretien du système mécatronique [DesJardin, 1996], [Thesame, 2003], [Rieuneau, 1993], [Sell et Tamre, 2005], [Fan et al., 2005].

Lors du développement d'un système, le constructeur spécifie non seulement les fonctionnalités, mais aussi les objectifs à atteindre en termes de sûreté de fonctionnement. Ainsi, il est de plus en plus nécessaire d'intégrer la sûreté de fonctionnement dans l'approche système, très en amont dans les projets, dès la première phase du cycle de développement [DesJardin, 1996]. Cette intégration conduit non seulement à démultiplier les études de fiabilité, de disponibilité, de maintenabilité et de sécurité, mais aussi à mettre en place une méthodologie transversale qui favorise leur prise en compte dans les projets et à travers les différents métiers liés au développement du système mécatronique [Müllerburg, 1999].

La spécification des objectifs de sûreté de fonctionnement est accompagnée d'une procédure de validation pour vérifier que ces objectifs ont été atteints. Tout au long du développement du système mécatronique, des méthodes et des techniques spécifiques de la sûreté de fonctionnement devront être appliquées pour atteindre les objectifs exigés.

## I.3 Sûreté de fonctionnement des systèmes

Dans un contexte international extrêmement concurrentiel, les entreprises doivent maîtriser les différents outils qui leur permettent de rester compétitives et doivent s'engager dans des actions d'amélioration à tous les niveaux. La complexité croissante des systèmes, la réduction de leurs coûts de conception et d'exploitation, leur utilisation de plus en plus importante dans la vie quotidienne font que la sûreté de fonctionnement est devenue incontournable dans le développement de tout système industriel.

La sûreté de fonctionnement (SdF) fait partie des enjeux majeurs de ces dernières années et des années à venir. Cette notion désigne à la fois un ensemble de moyens et un ensemble de résultats produits par ces moyens [Mortureux, 2001] :

- des méthodes et des outils pour caractériser et maîtriser les effets des aléas, des pannes et des erreurs [Villemeur, 1988], [Pagès et Gondran, 1980], [O'Connor, 2002];
- la quantification des caractéristiques des systèmes pour exprimer la conformité dans le temps de leurs comportements et de leurs actions [Pagès et Gondran, 1980], [Procaccia et Morilhat, 1996], [Pham, 2003].

### I.3.1 Éléments constitutifs de la sûreté de fonctionnement

La démarche et le raisonnement de la sûreté de fonctionnement s'appuient sur des grandeurs qui seront précisées dans cette partie. Le lecteur peut trouver plus de détails dans les ouvrages suivants : [Villemeur, 1988], [Pagès et Gondran, 1980], [Procaccia et Morilhat, 1996], [Ayyub et McCuen, 1997], [Pham, 2003], [Zwingelstein, 1996], [O'Connor, 2002].

Différents auteurs définissent la SdF comme :

- la fiabilité, la disponibilité, la maintenabilité et la sécurité [Fournier, 1993];
- la science des défaillances [Villemeur, 1988];
- la confiance justifiée dans le service délivré [Laprie et al., 1995];
- la maintien de la qualité dans le temps [Mortureux, 2001].

La définition « Fiabilité, Disponibilité, Maintenabilité et Sécurité » qu'on retrouve

dans l'acronyme FDMS (RAMS en anglais), fait référence aux définitions de ces termes et met en avant leur complémentarité. Si la fiabilité, la maintenabilité, la disponibilité ou la sécurité sont aussi des performances d'un système, la SdF ne se réduit pas uniquement à une des ces performances, elle se construit à travers toutes ces performances [Fournier, 1993].

La définition « science des défaillances » suppose la connaissance, l'évaluation, la prévision, la mesure et la maîtrise des défaillances. Ainsi la sûreté de fonctionnement apparaît davantage comme l'aptitude d'une entité à satisfaire une ou plusieurs fonctions requises dans des conditions données [Villemeur, 1988].

La définition « confiance justifiée dans le service délivré » dépend principalement de la perception des utilisateurs. Le service délivré par un système est son comportement perçu par son, ou ses utilisateurs, sachant qu'un utilisateur est un autre système (humain ou physique) qui interagit avec le système considéré [Laprie et al., 1995].

La définition « maintien de la qualité dans le temps » prend en compte la conformité aux exigences (explicites ou non). Elle présente le défaut de laisser supposer qu'une activité SdF se conduit nécessairement dans le cadre d'une démarche qualité, ce qui est insuffisant [Mortureux, 2001].

La définition de la SdF sera considérée globalement comme la conjugaison de ces quatre définitions. L'ensemble de ces définitions est cohérent et fournit une image plus complète de la SdF prise selon plusieurs points de vue.

Dans ce mémoire, les principales grandeurs de la SdF examinées sont la fiabilité, la disponibilité, la maintenabilité et la sécurité. D'autres grandeurs, moins utilisées, comme la durabilité, la continuabilité, la serviabilité [Villemeur, 1988] ne seront pas étudiés.

### I.3.1.1 **Fiabilité**

La fiabilité (Reliability en anglais) est l'aptitude d'une entité à accomplir les fonctions requises dans des conditions données pendant une durée donnée. Elle est caractérisée par la probabilité  $R(t)$  que l'entité  $E$  accomplisse ces fonctions, dans les conditions données pendant l'intervalle de temps  $[0, t]$ , sachant que l'entité n'est pas en panne à l'instant 0.

$$R(t) = P [E \text{ non défaillante sur } [0, t]] \quad (\text{I.1})$$

Nous admettrons par la suite que le temps est la variable principale dont dépend la fiabilité. Pour certains appareils, il peut être plus judicieux de prendre une autre variable : nombre de cycles d'ouverture-fermeture pour un relais, nombre de tours pour un moteur,

nombre de kilomètres pour une voiture, etc.

### I.3.1.2 Disponibilité

La disponibilité (Availability en anglais) est l'aptitude d'une entité à être en état d'accomplir les fonctions requises dans les conditions données et à un instant donné. Elle est caractérisée par la probabilité  $A(t)$  que l'entité  $E$  soit en état, à l'instant  $t$ , d'accomplir les fonctions requises dans des conditions données.

$$A(t) = P[E \text{ non défaillante à l'instant } t] \quad (\text{I.2})$$

### I.3.1.3 Maintenabilité

La maintenabilité (Maintainability en anglais) est l'aptitude d'une entité à être maintenue ou rétablie dans un état dans lequel elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est réalisée dans des conditions données avec des procédures et des moyens prescrits. Elle est caractérisée par la probabilité  $M(t)$  que l'entité  $E$  soit en état, à l'instant  $t$ , d'accomplir ses fonctions, sachant que l'entité était en panne à l'instant 0.

$$M(t) = P[E \text{ est réparée sur } [0, t]] \quad (\text{I.3})$$

### I.3.1.4 Sécurité

La sécurité (Safety en anglais) est l'aptitude d'une entité à éviter de faire apparaître, dans des conditions données, des événements critiques ou catastrophiques. Elle est caractérisée par la probabilité  $S(t)$  que l'entité  $E$  ne laisse pas apparaître dans des conditions données, des événements critiques ou catastrophiques.

$$S(t) = P[E \text{ évite des événements critiques ou catastrophiques sur } [0, t]] \quad (\text{I.4})$$

Il est à noter que dans le domaine de l'informatique la sécurité a souvent deux facettes : la sécurité-innocuité (Safety en anglais) qui vise à se protéger des défaillances catastrophiques et la sécurité-confidentialité (Security en anglais) qui correspond à la prévention d'accès ou de manipulations non autorisées de l'information et concerne la lutte contre les fautes intentionnelles [Fournier, 1993].

## **I.3.2 Etude bibliographique**

Plusieurs auteurs se sont déjà intéressés à l'évaluation de la sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques, sans toutefois accorder une place importante à la fiabilité.

### **I.3.2.1 Travaux de Christian Ziegler**

Les travaux de la thèse de Christian Ziegler [Ziegler, 1996] proposent une approche globale de la conception des systèmes embarqués en étudiant plusieurs architectures. La comparaison des architectures, au niveau de la sûreté de fonctionnement, est basée sur une méthode quantitative qui fait appel à une modélisation par des réseaux de Petri stochastiques généralisés. Cette étude concerne des systèmes embarqués dans l'automobile et se déroule dans les phases de spécification et de conception de systèmes embarqués pour l'automobile. L'originalité des travaux consiste dans la description des aspects fonctionnels indépendamment de l'architecture du système. La méthode est appliquée sur deux équipements de l'automobile, le coussin gonflable (Airbag) et la direction électrique, et permet la simplification du choix de l'architecture.

### **I.3.2.2 Travaux de Gilles Moncelet**

Les travaux de la thèse de Gilles Moncelet [Moncelet, 1998] traitent de l'évaluation qualitative et quantitative de la sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques. Il propose une méthode pour déterminer les séquences d'événements redoutés et pour estimer leurs probabilités d'occurrence à l'aide de la simulation de Monte Carlo. La modélisation dynamique et l'analyse qualitative du système mécatronique sont réalisées avec le formalisme des réseaux de Petri colorés qui génère le graphe d'occurrence nécessaire pour identifier et caractériser tous les chemins menant vers un état redouté. La simulation de Monte Carlo du modèle du système permet d'estimer la probabilité d'occurrence de ces scénarios redoutés. L'originalité des travaux provient de ces deux types de modélisation. La simulation de Monte Carlo du modèle nécessite cependant un temps de calcul prohibitif. La méthode est appliquée dans le domaine de l'automobile sur le dispositif de contrôle de pression et sur la suspension active.

### **I.3.2.3 Travaux de Sarhane Khalfaoui**

Les travaux de la thèse de Sarhane Khalfaoui [Khalifaoui, 2003] sont centrés sur l'analyse qualitative de la sécurité des systèmes mécatroniques en vue de l'obtention des scénarios redoutés. Il a développé une méthode de recherche de scénarios redoutés basée sur la logique linéaire et le formalisme de réseau de Petri à prédicats et transitions différentielles



stochastiques, afin d'évaluer les probabilités d'occurrence pour les scénarios et d'orienter le choix des concepteurs. La méthode permet de revenir en arrière à travers la chaîne des relations de cause à effet, en partant de l'état redouté vers l'état initial de fonctionnement normal, et d'extraire tous les scénarios possibles menant vers cet état. L'originalité des travaux consiste dans l'extraction des scénarios directement à partir d'un modèle RdP du système sans passer par le graphe d'accessibilité et en s'appuyant sur les arbres de preuves en logique linéaire qui permettent de gérer les ordres partiels. La méthode est appliquée dans le domaine de l'automobile sur le conjoncteur-disjoncteur électromécanique et le système des réservoirs.

#### **I.3.2.4 Travaux de Raphaël Schoenig**

Les travaux de la thèse de Raphaël Schoenig [Schoenig, 2004] traitent de la sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques. Il a défini une méthodologie de conception des systèmes de contrôle-commande pour intégrer les activités de conception. La méthodologie s'appuie sur les réseaux de Petri interprétés, orientés vers la méthode graphique et analytique, les graphes de Markov, qui apportent une garantie sur la qualité des systèmes développés, en tenant compte des contraintes de coût et de temps. Le graphe de Markov permet de modéliser les différents modes de fonctionnement existant (modes nominaux, dégradés, états redoutés). L'originalité des travaux consiste dans la représentation et l'évaluation de la fiabilité des systèmes dynamiques hybrides. Les principales étapes consistent à découpler la dynamique du système et la dynamique du processus de défaillance grâce à la théorie des perturbations singulières, puis d'identifier et d'estimer les grandeurs du système influençant la dynamique des défaillances. La méthode est appliquée sur le système de réservoir contenant du liquide.

#### **I.3.2.5 Avantages et inconvénients**

Notre étude a pris en compte les avantages et les inconvénients des travaux précédemment présentés.

Les avantages de la méthode proposée par Christian Ziegler consistent dans la modélisation des systèmes dynamiques, dans l'analyse comparative qualitative des architectures des systèmes ou dans le fait de décrire les aspects fonctionnels indépendamment de l'architecture du système.

L'hypothèse d'un taux de défaillance/réparation constant pour les composants du système constitue le principal inconvénient. La méthode ne couvre pas toutes les étapes du cycle de développement et privilégie davantage les aspects de sécurité et de disponibilité.

La méthode proposée par Gilles Moncelet prend en compte l'aspect dynamique des systèmes mécatroniques. Elle sépare les études de sécurité des systèmes mécatroniques en deux parties - une analyse qualitative suivie d'une analyse quantitative.

L'explosion combinatoire du nombre d'états du graphe pour l'analyse qualitative et les temps de simulation prohibitifs pour l'analyse quantitative constituent les principaux inconvénients de la méthode. La méthode se déroule uniquement dans la phase de conception et ne concerne que la sécurité du système.

Les avantages de la méthode proposée par Sarhane Khalfaoui consistent dans la modélisation des systèmes dynamiques (mécatroniques) et dans l'extraction des tous les scénarios possibles menant vers l'état redouté.

Les inconvénients de la méthode résident dans la multitude des scénarios possibles conduisant à l'état redouté. La méthode privilégie la sécurité en phase de conception.

Les avantages de la méthode proposée par Raphaël Schoenig proviennent de la modélisation des systèmes de contrôle-commande, de la transparence des modèles, de la capacité à faciliter la vérification de propriétés par des analyses algébriques, de la possibilité de représenter des défaillances grâce aux transitions stochastiques, de la capacité à éliminer les fautes de conception par les méthodes formelles telles que le model-checking.

Les inconvénients de la méthode résident dans le choix d'une valeur constante des taux de défaillance des composants du système. La méthode se déroule en phase de conception et couvre plus particulièrement de la fiabilité du système.

Cette étude comparative montre que la SdF est peu étudiée sur l'ensemble du cycle de développement et que la fiabilité est relativement peu abordée. L'ensemble des travaux ont montré la nécessité de disposer d'une modélisation dynamique du système. Les réseaux de Petri apparaissent comme l'outil le plus adapté à cette modélisation.

### **I.3.3 Méthodes d'analyse de la fiabilité d'un système complexe**

Dans le processus de développement de systèmes complexes, la fiabilité est devenue une caractéristique essentielle [Mortureux, 2001]. Ainsi, afin d'optimiser le développement de ces systèmes, il est impératif de disposer de méthodes permettant d'évaluer la fiabilité en cours de développement.

Les méthodes d'analyse de la fiabilité d'un système complexe sont nombreuses et le lecteur peut trouver plus de détails dans les ouvrages suivants : [Villemeur, 1988], [Pagès et Gondran, 1980], [O'Connor, 2002], [Mortureux, 2001].

Dans le tableau I.1, nous avons caractérisé chaque démarche ou méthode étudiée selon trois critères [Mortureux, 2001] :

- méthode inductive ou déductive ;
- méthode quantitative ou qualitative ;
- les objectifs recherchés.

Démarches/ Méthodes	Inductive/ déductive	Quantitative/ qualitative	Objectifs visés
Analyse préliminaire de risques (APR)	Inductive	Qualitative	Repérer a priori les risques à étudier
Analyse des modes de défaillance de leurs effets et de leurs criticités (AMDEC)	Inductive	Qualitative	Évaluer les conséquences des défaillances
Arbre de défaillances (AdD)	Déductive	Quantitative	Évaluer les scénarios d'un événement redouté
Diagramme de Fiabilité (DF)	Déductive	Quantitative	Représenter un modèle du système à partir de la fiabilité des composants
Méthode de l'Espace des Etats (MEE)	Inductive	Quantitative	Repérer le passage par les états de défaillance sur le fonctionnement du système
Réseaux de Petri (RdP)	Inductive	Quantitative	Repérer le passage par les états de défaillance sur le fonctionnement du système
Arbre d'événement (AE)	Inductive	Quantitative	Évaluer les conséquences possibles d'un événement
Méthode des Combinaisons de Pannes Résumées (MCPR)	Inductive	Qualitative	Déterminer les combi- naisons de défaillances
Méthode de Diagramme Causes-Conséquences (MDCC)	Inductive/ déductive	Quantitative	Analyse d'un événement initiateur
Table de Vérité (TV)	Inductive	Quantitative	Recenser toutes les combinaisons d'états

TAB. I.1: Principales démarches et méthodes de fiabilité.

Les méthodes qui partent des causes pour en déduire les conséquences sont appelées

inductives et celles qui partent des conséquences pour en déduire les causes sont appelées déductives.

Nous avons qualifié de quantitatives les méthodes qui offraient une possibilité importante de quantification et de qualitatives les méthodes qui l'excluaient, ou dans lesquelles cet aspect est marginal.

Ces méthodes ont été appliquées à un exemple industriel, celui du système électronique embarqué automobile - Anti-Lock Brake System (ABS) de la figure I.3. Il optimise l'efficacité de freinage, en commandant le couple de freinage. Pour ce faire, des éléments mécaniques ou/et hydrauliques sont commandés par les résultats des calculs sur l'information reçue des capteurs. Ils sont associés à la sécurité du véhicule. La défaillance du système complet peut être provoquée par une ou plusieurs défaillances de ses composants.

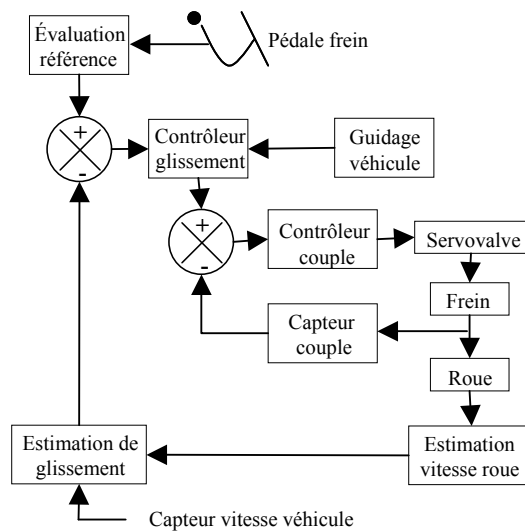


FIG. I.3 – Principe de fonctionnement de l'ABS [Gissinger et al., 2003], [Lee et Park, 1999].

Lorsque l'on actionne la pédale de frein, les capteurs sur les roues détectent une roue bloquée ou une différence entre la vitesse du véhicule et la vitesse de la roue. Si une telle situation se produit, les actionneurs hydrauliques diminuent la pression du liquide de freinage, jusqu'à ce que la roue commence à tourner ou jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de différence de vitesse mesurée. Ceci assure une bonne stabilité du véhicule et diminue le risque de glissement, particulièrement en cas de freinage d'urgence ou de freinage sur des surfaces de faible adhérence.

Les méthodes les plus utilisées, APR, AMDEC, AdD, DF, MEE, RdP, sont présentées dans les paragraphes suivants. Dans l'annexe A, nous retrouvons la description des autres méthodes, AE, MCPR, MDCC, TV.

### **I.3.3.1 Analyse Préliminaire des Risques (APR)**

L'Analyse Préliminaire des Risques (APR) est une méthode générale couramment utilisée pour l'identification d'une part des risques d'un système complexe et d'autre part pour l'évaluation de la gravité des conséquences liées aux risques [Villemeur, 1988], [Zwingelstein, 1996], [Morel et al., 1992]. Il est recommandé de commencer l'APR dès les premières phases de la conception en utilisant toutes les données alors disponibles et de continuer à compléter cette analyse jusqu'à la fin de vie du système [Villemeur, 1988].

L'APR a pour objectifs :

- l'identification des dangers et de leurs causes (entités dangereuses, situations dangereuses, accidents potentiels,...) ;
- l'évaluation et l'acceptation des risques permettant une hiérarchisation ;
- la proposition de mesures propres à réduire et à contenir les risques à des niveaux acceptables.

Cette démarche APR, ou la variante analyse préliminaire des dangers (APD), est généralement une première étape indispensable lorsque des questions de sécurité sont posées. Elle l'est beaucoup moins s'il n'est question que de la fiabilité, maintenabilité ou disponibilité. Quand elle est réalisée dès le début du projet, dès la première phase de développement du système, elle sert de référence tout au long du projet.

Le principal avantage de l'Analyse Préliminaire des Risques est de permettre un examen relativement rapide des situations dangereuses dans des systèmes complexes. Par rapport aux autres méthodes présentées ci-après, elle apparaît comme relativement économique en termes de temps passé et ne nécessite pas un niveau très détaillé de description du système étudié.

En revanche, l'APR ne permet pas de caractériser l'enchaînement des événements susceptibles de conduire à un accident majeur pour des systèmes complexes. Elle permet d'identifier des points critiques devant faire l'objet d'études plus détaillées.

La méthode APR est basée sur la liste des éléments qui peuvent se conjuguer pour provoquer un accident : entités dangereuses, situations dangereuses, accidents potentiels,... Cette liste est établie par des experts.

Les résultats de l'analyse sont présentés dans un tableau à l'aide de la liste des éléments dangereux. Par exemple, dans le tableau I.2 nous avons présenté une partie d'une APR sur l'électrovanne de l'ABS.

Système ou fonction	Phase	Entités dangereuses	Evénement causant une situation dangereuse	Situation dangereuse
Système freinage	ABS	Electrovanne	Court- circuit	Défaillance ABS
Evénement causant un accident potentiel	Accident potentiel	Effets ou conséquences	Classification par gravité	Mesures préventives
Grandes températures	Accident routier	Dommages matériels et humains	Très grave	Vérifier l'intensité sur la bobine

TAB. I.2 – Application de l'APR sur l'électrovanne de l'ABS.

### I.3.3.2 Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leurs Criticités (AMDEC)

L'Analyse des Modes de défaillance, de leurs Effets (AMDE) est une méthode qui nécessite la connaissance de tous les modes de défaillance du système complexe [Villemeur, 1988], [Garin, 1994]. En effet, l'efficacité de l'AMDE repose sur la représentativité de ces modes de défaillance et la exhaustivité de cette liste.

L'AMDE est une méthode qui permet :

- d'évaluer les effets de chaque mode de défaillance des composants d'un système sur les diverses fonctions de ce système ;
- de déterminer l'importance de chaque mode de défaillance sur le fonctionnement normal du système et d'en évaluer l'impact sur la fiabilité du système considéré ;
- de hiérarchiser les modes de défaillances connus suivant la facilité de détection et de traitement.

L'AMDE est établie à partir des définitions suivantes :

- une défaillance est la cessation de l'aptitude d'un élément ou d'un système à accomplir une fonction requise ;
- un mode de défaillance est l'effet par lequel une défaillance est observée sur un élément du système ;
- une cause de défaillance est constitué par les événements qui conduisent aux défaillances ;

- l'effet d'un mode de défaillance regroupe les conséquences associées à la perte de l'aptitude d'un élément à remplir une fonction requise ;
- les moyens de détection représentent les actions permettant de mettre en évidence le mode de défaillance (les tests périodiques, les inspections, les alarmes,...).

Pour évaluer la criticité d'une défaillance, l'Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leurs Criticités (AMDEC) [Villemeur, 1988], [Garin, 1994] apparaît comme une suite logique à l'AMDE. La criticité évalue, pour chaque mode de défaillance, le triplet probabilité d'occurrence - gravité - risque de la non-détection. La gravité associe, pour chaque mode de défaillance, une classe des effets : mineurs, significatifs, critiques ou catastrophiques. Le risque de non-détection est d'autant plus grand qu'aucune barrière matérielle ou logicielle n'est prévue pour éviter la défaillance. La criticité d'une défaillance est égale au produit de la probabilité d'occurrence, de la gravité et du risque de non-détection. L'AMDEC reprend en effet les principales étapes de l'AMDE et ajoute une évaluation quantitative de la criticité. Dans les projets où il est difficile d'évaluer la criticité, car les choix technologiques ne sont pas définis, on utilise uniquement l'AMDE. Il est à noter qu'une version dérivée de l'AMDEC, adaptée uniquement au développement de logiciels, est la méthode de l'Analyse des Effets des Erreurs de Logiciel (AEEL). L'objectif principal de l'AEEL est d'identifier les défaillances potentielles et les erreurs de conception et de programmation afin d'analyser leurs effets internes et externes.

Il existe plusieurs types d'AMDEC : AMDEC produit, AMDEC processus, AMDEC projet, AMDEC service ou administrative, AMDEC sécurité, ...

Le principal avantage de l'AMDEC est son aptitude à détecter les défaillances des éléments conduisant à la défaillance globale du système. Elle constitue un outil précieux pour l'identification de défaillances potentielles et les moyens d'en limiter les effets ou d'en prévenir l'occurrence.

Par contre, dans le cas de systèmes particulièrement complexes comptant un grand nombre de composants et d'interactions, l'AMDEC est très difficile à maîtriser, compte tenu du volume important d'informations à traiter et l'impossibilité de décrire des défaillances multiples.

Bien entendu, cette analyse cause/conséquence n'a d'intérêt que si l'on en tire des suites. Aussi, les divers documents sur l'AMDEC comprennent des prolongements relatifs à l'exploitation du système.

Dans le tableau I.3 on présente l'application de la méthode AMDE sur une partie de l'ABS.

Système Elémentaire	Modes de défaillance	Causes possibles	Effets sur le système	Moyens de détection	
électrovanne	électrovanne ne s'ouvre pas	problèmes de tension sur la bobine	ABS défaillant	mesurer la tension sur la bobine	
		la pression à l'entrée est trop haute	ABS défaillant	mesurer la pression à l'entrée	
		bobine en court-circuit	ABS défaillant	contrôler la bobine	
	électrovanne ne se ferme pas	la bobine est encore sous tension	ABS défaillant	vérifier le circuit électrique	
		mauvais sens du courant	ABS défaillant	vérifier si l'électrovanne est montée dans le bon sens	
		électrovanne reste bloquée en position	la pression à l'entrée est trop petite	ABS défaillant	mesurer la pression à l'entrée
			le joint, la membrane, le siège de l'électrovanne ou le ressort du noyau sont grippées	ABS défaillant	contrôler les composants d'électrovanne

TAB. I.3 – Méthode AMDE appliquée sur l'électrovanne de l'ABS.

### I.3.3.3 Arbre de Défaillance (AdD)

L'analyse par un Arbre de Défaillances (AdD) est une méthode qui permet, à partir d'un événement redouté, recensé à l'aide d'une APR, de déterminer les enchaînements d'évènements ou combinaisons d'évènements pouvant conduire à cet événement redouté [Limnios, 1991], [Pagès et Gondran, 1980], [Villemeur, 1988], [Cocozza-Thivent, 1997], [Birolini, 1997]. Cette analyse permet de descendre de cause en cause jusqu'aux évène-



ments de base susceptibles d'être à l'origine de l'événement redouté.

L'analyse par un arbre des défaillances est fondée sur les principes suivants :

- un événement est une combinaison d'événements de base non décomposables ;
- les événements de base sont indépendants ;
- la probabilité d'occurrence des événements de base peut être évaluée.

Les liens entre les différents événements sont réalisés grâce à des opérateurs logiques (ET, OU, ...). Cette méthode utilise une représentation graphique qui permet de présenter les résultats dans une structure arborescente.

Deux sortes d'analyses peuvent être menées sur l'AdD. L'analyse qualitative consiste à simplifier l'arbre originel à l'aide de l'algèbre de Boole ou toute autre méthode comme les binaires [Dutuit et Rauzy, 2005], [Dutuit et Rauzy, 2001] afin d'obtenir les coupes minimales. Une coupe est un ensemble d'événements entraînant l'occurrence de l'événement redouté. Une coupe est minimale lorsque le retrait d'un événement de la coupe n'entraîne plus l'occurrence de l'événement redouté (un arbre de défaillance a un nombre fini de coupes minimales). La représentation sera possible si le système est cohérent :

- lorsque le système est en panne, aucune défaillance ne rétablit le bon état du système ;
- la panne de tous les éléments induit la panne du système ;
- la bonne marche de tous les éléments entraîne la bonne marche du système.

L'interprétation des coupes minimales donne un certain nombre de résultats qualitatifs comme les points faibles du système, les fausses redondances, l'influence d'un élément donné sur la fiabilité du système [Pagès et Gondran, 1980]. L'ordre d'une coupe minimale est le nombre d'événements la constituant. Il est important alors de mettre en évidence les coupes minimales d'ordre minimal, car elles représentent les maillons faibles du système. Par exemple, les coupes d'ordre 1 représentent les défaillances d'éléments de base qui provoquent à elles seules l'apparition de l'événement redouté : nous appellerons ces défaillances points de panne unique ou défaillances simples.

Le principal avantage de l'AdD est qu'il permet de considérer des combinaisons d'événements pouvant conduire à l'événement redouté et en associant des probabilités d'occurrence aux événements de base (si les paramètres de fiabilité de chaque composant sont connus) il permet d'évaluer la probabilité d'occurrence d'événement redouté (analyse quantitative) afin de disposer de critères pour déterminer les priorités pour la prévention d'accidents potentiels.

En même temps, l'AdD a ses limites ; il est difficile de prendre en compte les aspects temporels pour des systèmes complexes.

Dans [Mihalache et al., 2002], [Guerin et al., 2002], nous avons réalisé une analyse de

l'ABS à travers l'AdD. La fig. I.4 présente une partie de l'AdD sur l'électrovanne de l'ABS.

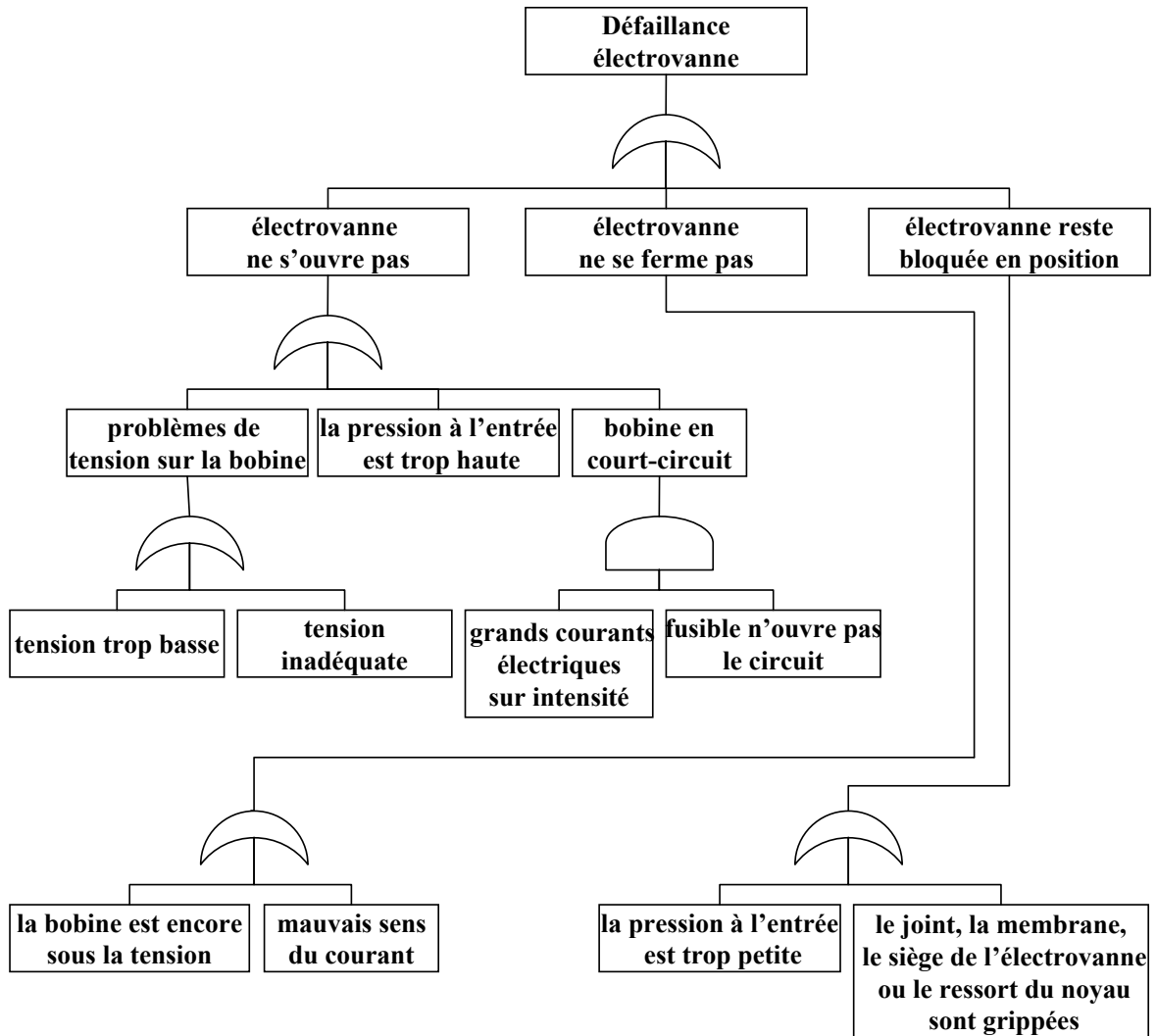


FIG. I.4 – Méthode des arbres de défaillance appliquée sur l'électrovanne de l'ABS.

### I.3.3.4 Diagramme de Fiabilité (DF)

La Méthode du Diagramme de Fiabilité (DF) est utilisée pour analyser et calculer la fiabilité des systèmes [Pagès et Gondran, 1980], [Cocozza-Thivent, 1997], [Villemeur, 1988], [Biolini, 1997], [Frankel, 1988]. Elle est aussi dénommée Méthode du Diagramme de Succès. L'analyse par DF a pour but de représenter l'architecture du système. Pour cette modélisation, des blocs représentent généralement des composants, des sous-systèmes ou des fonctions. La modélisation consiste à rechercher les liens entre ces blocs [Darricau et al., 1999].

Un bloc est considéré comme un interrupteur fermé lorsque l'entité est en état de

fonctionnement ou un interrupteur ouvert lorsque l'entité est en état de panne. Le système est déclaré en état de fonctionnement si le "signal" qui entre dans le diagramme est récupéré à la sortie, sinon le système est en panne.

D'une part, le DF permet une analyse qualitative en déterminant les chemins qui conduisent à la réussite de la mission du système et la recherche des composants apparaissant dans le plus grand nombre de ces chemins et les scénarios qui conduisent à l'échec de la mission, pour éviter les incidents.

D'autre part, le DF permet une analyse quantitative qui a pour objectif en particulier de définir la probabilité de bon fonctionnement du système. Les calculs reposent sur les probabilités de réussite des missions des constituants du système.

La méthode a ses limites d'application : il faut s'assurer de l'indépendance entre les blocs et ne permet pas de modéliser des systèmes dynamiques.

La figure I.5 présente un exemple simplifié d'application de la méthode DF sur l'électrovanne de l'ABS. Les défaillances envisagées sont exposées dans le tableau I.4.

Composant	Description
$C_1$	Bobine
$C_2$	Joint
$C_3$	Membrane
$C_4$	Ressort du noyau

TAB. I.4 – Liste de composants pour l'application de la méthode DF sur l'électrovanne de l'ABS.

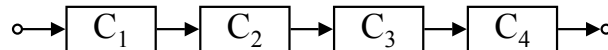


FIG. I.5 – Méthode DF appliquée sur l'électrovanne de l'ABS.

### I.3.3.5 Méthode de l'Espace des Etats (MEE)

La Méthode de l'Espace des Etats (MEE) (ou processus de Markov) permet l'analyse de fiabilité des systèmes réparables [Villemeur, 1988], [Pagès et Gondran, 1980], [Schoenig et al., 2006], [Bon, 1995], [Biolini, 1997], [Frankel, 1988].

Supposons un système constitué par des composants, chaque composant ayant un nombre fini d'états de fonctionnement et de panne; on construira un graphe dont les sommets correspondront aux différents états du système et les arcs correspondront aux transitions (panne et réparation) entre états. Pour un système à  $n$  composants, si chaque composant a deux états (fonctionnement et panne), le nombre maximum d'états est  $2^n$ .

Le calcul de la fiabilité est réalisé à partir de différents états du système.

Le principal avantage de cette méthode est de permettre la modélisation de systèmes réparables.

La méthode est souvent difficile à appliquer pour des systèmes de grande taille caractérisés par une explosion des états.

Dans [Mihalache et al., 2002], [Guerin et al., 2002], nous avons réalisé une analyse de l'ABS à travers de la méthode MEE. La figure I.6 propose un exemple d'application de la méthode MEE à l'électrovanne de l'ABS, pour les différentes défaillances présente dans le tableau I.5.

Défaillance	Description
$A$	Bobine défaillante
$B$	Joint défaillant
$C$	Membrane défaillante
$D$	Ressort du noyau défaillant

TAB. I.5 – Liste de défaillances pour l'application de la méthode MEE à l'électrovanne de l'ABS.

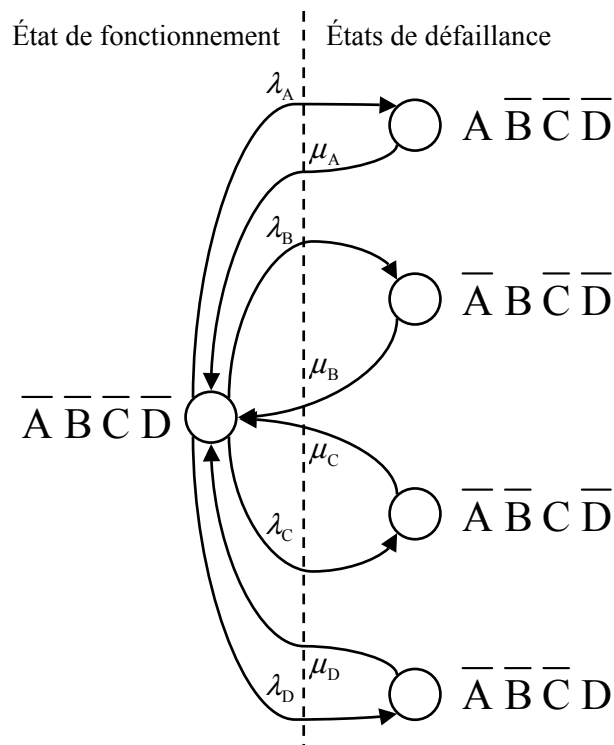


FIG. I.6 – Méthode MEE appliquée sur l'électrovanne de l'ABS.

### I.3.3.6 Réseaux de Petri (RdP)

Un réseau de Petri est un graphe orienté constitué de places, de transitions et d'arcs [Ladet, 1989], [Dutuit et al., 1997], [Aubry, 1987], [Moncelet, 1998], [Daniel, 1995], [Valette, 2002], [Ziegler, 1996] :

- les places sont représentées graphiquement par des cercles et peuvent être marquées par une ou plusieurs marques appelées jetons. L'ensemble des jetons associés aux différentes places constitue le marquage de réseau et correspond à un état du système modélisé ;
- les transitions sont représentées par des rectangles et agissent, sous certaines conditions, sur le marquage du réseau,
- les arcs sont représentés par de flèches qui lient une place à une transition (arc amont) ou inversement une transition à une place (arc aval). Un poids (entier positif) peut leur être affecté. Par défaut, il est égal à 1.

L'ensemble des places, transitions et arcs constitue la structure du réseau de Petri (partie statique). L'évolution du réseau (partie dynamique) est obtenue par des franchissements de transition qui affectent son marquage. Dans le modèle réseau de Petri d'un système, le marquage du réseau représente l'état du système. Le comportement du système est simulé par les franchissements de transitions qui changent l'état du système.

Pour qu'une transition soit franchie, il faut qu'elle soit valide ou sensibilisée, c'est à dire que toutes les places amont de la transition doivent posséder un nombre de jetons au moins égal au poids de l'arc qui les relie à la transition. Elle peut alors être franchie et ce franchissement consiste à retirer un nombre de jetons égal au poids de l'arc amont de chacune des places amont associées et à ajouter un nombre de jetons égal au poids de l'arc aval dans chacune des places aval associées. Le nouveau marquage du réseau correspond au nouvel état atteint par le système.

Le principal avantage des RdP est la possibilité d'analyser le comportement d'un système en présence de défaillances. Cette modélisation dynamique permet d'obtenir des mesures en termes de fiabilité, en assignant des valeurs numériques aux paramètres du modèle. Un RdP permet de modéliser d'une part le fonctionnement normal d'un système et d'autre part les occurrences de défaillances.

Dans [Mihalache et al., 2002], [Guerin et al., 2002], nous avons réalisé une analyse de l'ABS à travers les RdP. La fig. I.7 présente un modèle de RdP sur l'électrovanne de l'ABS :

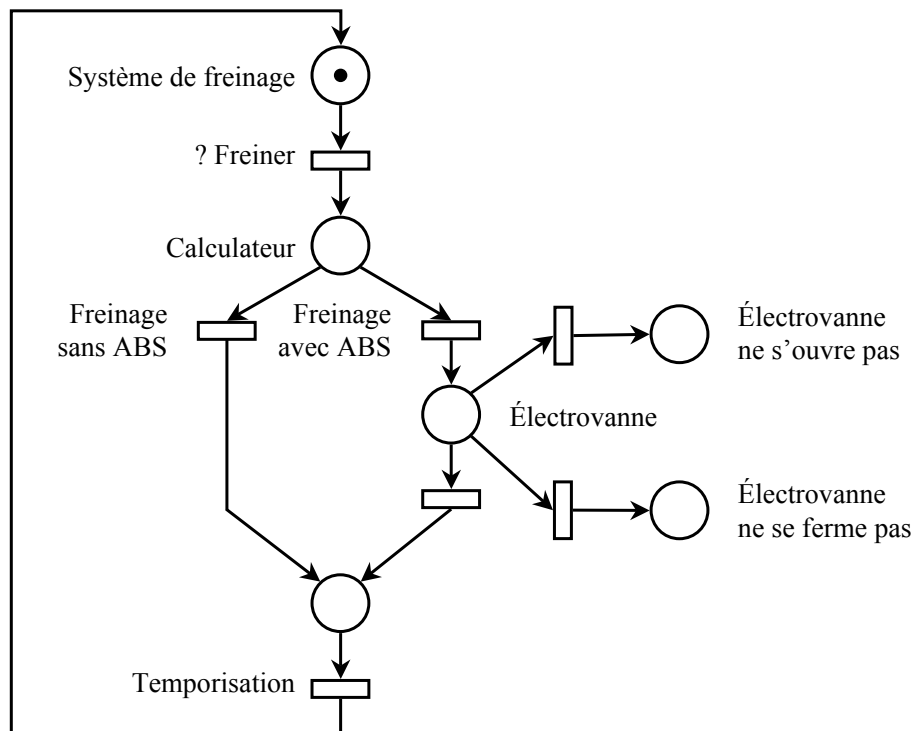


FIG. I.7 – Modèle RdP sur l'électrovanne de l'ABS.

### I.3.4 Comparaison des méthodes d'analyse

Pour identifier la meilleure méthode pour fiabiliser un système mécatronique, nous comparons les principales caractéristiques des méthodes. Nous excluons de cette comparaison l'APR considérée plutôt comme une méthode préliminaire et la TV qui devient vite inutilisable par l'explosion de combinaisons possibles pour plusieurs états de fonctionnement et de panne des composants.

La comparaison a été faite sur un ensemble de critères caractérisant la fiabilité d'un système mécatronique. Nous avons retenu les critères suivants :

- moyens de représentation associés à la méthode (moyens spécifiques de représentation du système mécatronique) ;
- système mécatronique irréparable (pour un tel système, tous les composants sont considérés comme irréparables) ;
- système mécatronique réparable (pour un tel système, tous les composants sont considérés comme réparables) ;
- système statique ;
- système dynamique ;
- comportement dysfonctionnel d'un système mécatronique ;

- comportement fonctionnel d’un système mécatronique ;
- modélisation par niveau du système.

Dans le tableau I.6, nous désignons par un ‘+’ le fait que la méthode possède la caractéristique et par un ‘-’ le contraire.

Méth.	AMDEC	AdD	DF	MEE	RdP	AE	MCPR	MDCC
Caract.								
Système irréparable	+	+	+	-	+	+	+	+
Système réparable	+	+	+	+	+	+	+	+
Système statique	+	+	+	+	+	+	+	+
Système dynamique	-	-	-	-	+	-	-	-
Comportement fonctionnel du système	-	-	-	+	+	-	-	-
Comportement dysfonctionnel du système	+	+	+	+	+	+	+	+
Modélisation par niveau du système	+	+	+	+	+	+	+	+

TAB. I.6 – Comparaison des méthodes.

La comparaison montre à nouveau que la méthode RdP présente beaucoup d’avantages, elle est la seule qui est utilisable aussi bien pour des systèmes mécatroniques irréparables que réparables. Elle prend en compte, d’une part, des stratégies complexes de réparation, et, d’autre part, permet de considérer à la fois le comportement dysfonctionnel et fonctionnel des systèmes mécatroniques. La modélisation du système par niveau est relativement simple. De plus, les RdP sont la seule méthode qui permet d’englober l’aspect dynamique, qui est essentiel dans les systèmes mécatroniques.

Les méthodes étudiées précédemment pour fiabiliser le développement d’un système complexe présentent une utilité variable selon la phase du cycle de développement.

### I.3.5 Utilisation des méthodes dans le cycle de développement

L'impact des méthodes présentées précédemment sur la fiabilité du système dépend de la phase du cycle de développement dans laquelle elles sont utilisées. Cet impact a été déterminé à partir d'une étude qualitative sur l'utilisation des méthodes dans le processus de développement, à travers des références bibliographiques.

Pour chaque méthode, nous avons évalué la fréquence d'utilisation dans les domaines du logiciel (Log.), de l'électronique (Elec.), de la mécanique (Méc.) et de la mécatronique (Méca) et sa fréquence d'application dans les domaines de la recherche et de l'industrie. La fréquence est notée de 1 à 4, 4 représentant la fréquence la plus élevée.

#### I.3.5.1 Impact des méthodes dans les activités de Construction

Pendant les activités de construction d'un système, correspondant aux phases descendantes du cycle en V, certaines ont directement un impact sur la fiabilité du système. L'efficacité des méthodes dépend de la connaissance du système et des exigences de fiabilité préalablement définies.

**a. Phase d'Analyse/Spécification** Cette phase commence par l'analyse fonctionnelle, une démarche qui consiste à rechercher, ordonner, caractériser, hiérarchiser et/ou valoriser les fonctions du système attendues par l'utilisateur [AFNOR, 1991].

L'analyse fonctionnelle est la base de l'élaboration d'un cahier des charges fonctionnelles (CdCF), représentant l'expression des besoins.

Un CdCF est, par définition, un document dans lequel le demandeur exprime son besoin en termes de fonctions de service et de contraintes. Pour chacune des fonctions, des critères d'appréciation et leurs niveaux sont définis. Chacun de ces niveaux est assorti d'une tolérance [AFNOR, 1991].

L'analyse des besoins qui est l'activité essentielle au début du processus de développement donne lieu à l'élaboration de plusieurs documents :

- un recueil d'informations pertinentes sur toutes les phases de la vie du produit envisagé ;
- une analyse systématique et aussi exhaustive que possible du besoin et sa traduction en termes de fonctions ;
- une réflexion approfondie sur l'importance relative des fonctions ;
- une définition pertinente des critères d'appréciation de chaque fonction ;
- une évaluation des niveaux estimés nécessaires pour chaque critère d'appréciation (qualité, performances, etc.) [AFNOR, 1991].



Les spécifications du système ont pour but d'établir une première description du futur système. Pour la réalisation des spécifications, le constructeur système doit disposer comme données d'entrées des résultats de l'analyse des besoins et des considérations techniques et de faisabilité. En phase de spécification, il est nécessaire de recenser toutes les exigences liées à la fiabilité du système :

1. exigences qualitatives :
  - listes d'événements redoutés, classification des défaillances ;
  - définition des modes dégradés et des conditions de passage entre modes, comportement dans chacun des modes ;
  - type de fautes à considérer et stratégie de tolérances aux fautes ;
  - méthodes à employer et normes à respecter ;
2. exigences quantitatives :
  - probabilité de bon fonctionnement ;
  - durée de fonctionnement ;
  - MTTF (ou MTBF) ;
  - taux de défaillance ;
  - taux de réparation.

Les principales méthodes utilisées et les fréquences d'application associées pour fiabiliser un système, dès la phase de l'analyse/spécification du cycle de développement, sont présentées dans le tableau I.7.

Méthodes	Technologies				Domaine d'application	
	Log.	Elec.	Méc.	Méca.	Rech.	Ind.
APR	3	3	3	3	3	3
AMDE	4	4	4	4	4	4
AMDEC	4	4	4	4	4	4
AdD	4	4	4	4	4	4
DF	1	1	2	2	3	1
MEE	2	1	1	2	2	2
RdP	3	2	2	3	3	3
AE	2	2	2	2	2	2
MCPR	2	2	2	2	2	2

TAB. I.7 – Méthodes appliquées dans la phase analyse/spécification.

Le tableau comparatif montre que les méthodes sont peu sensibles aux technologies et au domaine d'application. L'étude qualitative de la fréquence d'application montre que les

méthodes AMDE/AMDEC AdD, APR sont les plus utilisées quelle que soit la technologie et aussi quel que soit le domaine.

**b. Phase de conception** Dans cette phase, la démarche SdF commence par une analyse préliminaire de risques du système, afin d'identifier les fonctions et les composants à risque. Cette analyse permettra de prendre en compte les nécessités d'isoler les parties à risques dans le choix de l'architecture.

La démarche repose essentiellement sur une analyse prévisionnelle des risques. Le but de l'analyse prévisionnelle des risques est d'identifier les parties critiques du système complexe et les actions pour réduire les risques associés.

L'analyse de risques peut être réalisée au moyen d'une analyse inductive ou d'une analyse déductive. L'analyse inductive correspond à une approche montante, où l'on identifie toutes les combinaisons d'événements élémentaires possibles qui entraînent la réalisation d'un événement unique indésirable. Pour l'analyse déductive la démarche est inversée, puisque l'on part de l'événement indésirable et l'on recherche ensuite par une approche descendante toutes les causes possibles [Zwingelstein, 1996]. Ces analyses qui s'appuient sur la description du système sont dites techniques d'analyse statique [Darricau et al., 1999]. Des techniques d'analyse dynamique sont également utilisées en complément.

Ces analyses se déroulent en parallèle et en liaison étroite avec les activités d'analyse/spécification et de conception, de manière continue et itérative.

L'analyse statique nécessite de disposer en entrée :

- des événements redoutés pour le système ;
- d'une description du système (au niveau de spécifications, puis au niveau de l'architecture, afin de comprendre les interactions entre les différents sous-systèmes).

Ces analyses mettent en évidence les scénarios susceptibles de conduire à la réalisation d'un événement redouté. A partir de ces scénarios, des actions de réduction des risques sont ensuite identifiées, telles que :

- la spécification des modes de fonctionnement dégradé pour supprimer ou diminuer la gravité des conséquences du dysfonctionnement considéré. La spécification de ces modes de fonctionnement dégradé doit être cohérente avec les exigences de tolérance aux fautes ;
- les études complémentaires spécifiques visant à démontrer l'improbabilité du risque (modélisation, simulation) ;
- l'identification d'essais de validation spécifiques visant à démontrer que le scénario ne va pas se produire ;
- les contraintes sur l'architecture matérielle et logicielle ;

- les contraintes sur la testabilité et l’observabilité en opération ;
- l’implantation de mécanismes de détection et de traitement de défauts ;
- le choix de conception minimisant les risques (choix d’architecture, de structures de données, ...)
- l’identification de tests permettant de démontrer l’efficacité des mécanismes implémentés.

Une analyse dynamique du comportement d’un système, la modélisation dynamique permet de vérifier des propriétés supplémentaires de cohérence, de complétude, ... Elle permet aussi de tester les modes dégradés du système et l’efficacité des techniques de tolérance aux fautes. Les analyses dynamiques ou de performances permettent de mettre en évidence des problèmes de :

- définition incorrecte ou incomplète des modes de fonctionnement ou des transitions entre modes et donc des spécifications ;
- dimensionnement et de partage de ressources ;
- synchronisation des traitements et des entrées / sorties ;
- ordonnancement des tâches ;
- protocole de communication.

Ce type de modélisation est surtout utile pour aider ou valider le choix entre plusieurs développements possibles.

Les principales méthodes utilisées et les fréquences d’application associées pour fiabiliser un système, dès la phase de la conception du cycle de développement, sont présentées dans le tableau I.8.

Méthodes	Technologies				Domaine d’application	
	Log.	Elec.	Méc.	Méca.	Rech.	Ind.
APR	4	4	4	4	4	4
AMDE	3	3	3	3	3	3
AMDEC	4	4	4	4	4	4
AdD	4	4	4	4	4	4
DF	2	1	1	1	2	1
MEE	3	3	3	3	3	2
RdP	4	4	4	4	4	3
AE	2	1	1	2	2	2
MCPR	2	2	2	2	3	1
MDCC	2	2	2	2	2	2

TAB. I.8 – Méthodes appliquées dans la phase conception.

Le tableau montre qu'en phase de conception les méthodes restent peu sensibles aux technologies et au domaine d'application. L'étude qualitative de la fréquence d'application montre que les méthodes AMDE/AMDEC AdD, APR, RdP, MEE sont les plus utilisées quelles que soient les technologies et quel que soit le domaine.

### **I.3.5.2 Impact des méthodes dans les activités de Vérification et Validation (V&V)**

Les activités de V&V sont des activités continues mises en place dès le début du projet, afin de détecter au plus tôt les risques de non fiabilité et s'assurer que les dispositions prises et les analyses effectuées répondent aux exigences définies.

Un manque de fiabilité constaté en phase finale du développement peut être irrémédiable pour le système.

Pendant les activités de V&V d'un système, effectuées dans les étapes montantes du cycle en V, la fiabilité a un impact sur :

- la confirmation des choix effectués lors des activités de construction dans les étapes analyse/spécification et conception ;
- la vérification de l'efficacité des dispositions prises, par des actions spécifiques, notamment lors des étapes de validation du système complexe ;
- la finalisation des principes liés à l'exploitation opérationnelle du système en s'assurant de l'efficacité des moyens et procédures mis en place pour le diagnostic et/ou les reconfigurations.

**a. Phase de vérification** La vérification exhaustive du comportement du système est souvent impossible, car elle se heurte aux limites des outils existants.

La vérification consiste en des essais et des tests au niveau module (unitaire) et au niveau système (intégration).

La vérification au niveau module (unitaire) entraîne :

- l'exécution de l'ensemble des tests unitaires définis et la vérification de la conformité des résultats obtenus aux objectifs ;
- l'exécution des tests des mécanismes relatifs à la fiabilité ;
- l'évaluation de la robustesse des modules système.

La vérification au niveau module système (intégration) entraîne :

- l'exécution de l'ensemble des tests d'intégration définis et la vérification de la conformité des résultats obtenus aux résultats attendus ;
- l'exécution des tests des mécanismes inter-modules relatifs à la fiabilité ;
- l'évaluation de la robustesse des interfaces entre modules système.

Dans cette phase, les méthodes d'évaluation de la fiabilité sont peu nombreuses (tableau I.9).

Méthodes	Technologies				Domaine d'application	
	Log.	Elec.	Méc.	Méca.	Rech.	Ind.
MEE	3	3	3	3	3	2
RdP	4	4	4	4	4	4
TV	1	1	2	1	2	1

TAB. I.9 – Méthodes appliquées dans la phase vérification.

L'étude qualitative de la fréquence d'application montre que les méthodes RdP et MEE sont les plus utilisées quelles que soient les technologies et quelque soit le domaine.

**b. Phase de validation** La validation du système est prononcée à la suite de :

- l'exécution de l'ensemble de tests de validation définis et la vérification de la conformité des résultats obtenus aux résultats attendus ;
- l'évaluation du taux de couverture fonctionnelle ;
- l'exécution des tests de robustesse du système (incluant les cas de fonctionnement dégradé du système) ;
- la conformité aux exigences de fiabilité du système ;
- l'évaluation de la robustesse du système et du niveau de fiabilité atteint.

L'évaluation de la fiabilité d'un système vis-à-vis des fautes physiques affecte ses composants matériels en phase opérationnelle. Cette évaluation repose sur une analyse basée sur la structure du système, de l'influence des probabilités de défaillance de ses composants sur la probabilité de défaillance globale du système.

La démarche consiste alors à observer le comportement du système considéré et à effectuer les traitements statistiques sur les données relatives aux défaillances observées.

La collecte des données de défaillance est déterminante dans une telle démarche et elle doit être prévue dès le début du projet.

Pour que ces relevés de défaillance puissent être utiles, il est important que l'utilisation du système soit la plus représentative possible des conditions de sollicitation réelle du système dans son environnement opérationnel. L'objectif principal de cette observation est d'évaluer le niveau de fiabilité du système dans les conditions d'utilisation prévues.

Pour obtenir une bonne étude statistique, il est nécessaire de recueillir un nombre suffisant de données, afin d'en déduire la ou les lois de modélisation les plus proches de ce que l'on a pu constater pendant la période de temps considérée.

Le tableau I.10 récapitule les méthodes d'évaluation de la fiabilité utilisées dans cette phase.

Méthodes	Technologies				Domaine d'application	
	Log.	Elec.	Méc.	Méca.	Rech.	Ind.
MEE	3	3	3	3	3	2
RdP	4	4	4	4	4	4
TV	1	1	2	1	2	1

TAB. I.10 – Méthodes appliquées dans la phase validation.

L'étude qualitative de la fréquence d'application montre que les méthodes RdP et MEE sont les plus utilisées quelles soient les technologies et quelque soit le domaine.

Une vue globale sur les méthodes utilisées sur un cycle de développement montre que dans les premières phases du cycle les méthodes AMDE/AMDEC, AdD et APR sont préférées pour déterminer les éléments redoutés et que dans les dernières phases du cycle les méthodes RdP et MEE sont utilisées pour maîtriser le comportement fonctionnel/dysfonctionnel (RdP et MEE) ou l'aspect dynamique du système (RdP).

## I.4 Conclusion

Les systèmes mécatroniques sont de plus en plus utilisés dans l'industrie. Tous les secteurs sont concernés : l'automobile, l'aéronautique, le nucléaire, le spatial et même des domaines comme le bancaire ou le médical. Le développement d'un système mécatronique est envisagé selon l'approche de l'ingénierie concourante dans le cadre d'un cycle de développement.

La complexité importante de systèmes mécatroniques et la réduction des coûts de conception et d'exploitation incitent les industriels à maîtriser davantage la sûreté de fonctionnement.

Afin d'optimiser le développement des systèmes complexes, des méthodes sont utilisées dans chaque étape du cycle de développement pour analyser la fiabilité. L'ensemble de ces méthodes constitue un processus à part entière : le processus de fiabilité.

Les principales méthodes d'analyse de la fiabilité ont été comparées entre elles.

Une classification de ces méthodes par rapport à chaque phase du cycle en V a montré que les méthodes utilisées dans les étapes descendantes du cycle de développement sont plutôt qualitatives, alors que dans les étapes montantes elles sont, en plus, quantitatives.

Les RdP sont la méthode qui peut être utilisée dans toutes les phases d'un cycle de développement d'un système complexe, elle est la plus adaptée pour évaluer la fiabilité d'un système mécatronique, car elle répond, d'une part, aux principales contraintes liées à la fiabilité d'un système mécatronique et, d'autre part, elle est utilisable dans chaque étape du cycle de développement. En outre, la méthode RdP est la seule qui permet d'analyser le comportement fonctionnel/dysfonctionnel et l'aspect dynamique du système.

# Chapitre II

## Fiabilité de systèmes mécatroniques

### Sommaire

---

<b>II.1 Introduction</b>	<b>39</b>
<b>II.2 Les fondements de la fiabilité</b>	<b>40</b>
II.2.1 Les mesures associées à la fiabilité	41
II.2.2 Les mécanismes de défaillance	44
II.2.3 Les principales lois	48
<b>II.3 Déploiement et estimation de la fiabilité</b>	<b>52</b>
II.3.1 Les grandes phases	52
II.3.2 Les moyens de la fiabilité prévisionnelle	54
II.3.3 Les moyens de la fiabilité expérimentale et opérationnelle	60
II.3.4 Proposition d'une méthodologie globale	77
<b>II.4 Conclusion</b>	<b>78</b>

---

### II.1 Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons montré la nécessité d'associer la fiabilité à la réalisation des systèmes mécatroniques. De nombreuses entreprises se sont aperçues que la fiabilité est un facteur important de leur compétitivité. Les concepteurs et les utilisateurs des systèmes complexes montrent un grand intérêt pour des évaluations de la fiabilité du système global, des parties matérielle, logicielle et des interactions entre les différentes parties du système. Jusqu'alors, la modélisation de la fiabilité du matériel et celle du logiciel ont pris des orientations différentes et sont souvent conduites séparément [Borrel, 1996]. Parmi les différentes techniques utilisées pour le matériel, certaines ne peuvent pas être



appliquées sur le logiciel [Littlewood, 1980]. Ces modélisations séparées ne permettent pas de tenir compte des interactions entre le matériel et le logiciel [Borrel, 1996]. La différence fondamentale réside dans la nature de la défaillance. Pour les composants matériels, les défaillances ont à la base une dégradation physique, tandis que pour les composants logiciels les fautes sont toujours résidentes. Pendant la correction d'un composant logiciel il est possible d'introduire d'autres fautes ; par contre, dans la plupart de cas, le remplacement d'un composant matériel reste sans conséquences sur le système [Ledoux, 1993].

Cette différenciation n'est plus acceptable dans la conception d'un système mécatronique. En effet, les différentes technologies sont intimement liées. Une nouvelle approche doit être utilisée pour évaluer globalement la fiabilité d'un système mécatronique, ainsi que celle de ses sous-systèmes et de ses interactions.

Notre étude met davantage l'accent sur l'estimation de la fiabilité des systèmes mécatroniques.

Dans cette perspective, les principaux mécanismes de défaillance et les lois de distribution associées sont présentés pour chaque technologie intégrée dans un système mécatronique.

Le processus de fiabilité est ensuite déployé tout au long du cycle de développement. Ce processus est décomposé en trois grandes phases : la fiabilité prévisionnelle, la fiabilité expérimentale et la fiabilité opérationnelle. Pour chacune des étapes, les moyens et les techniques utilisées sont développées.

En fin de chapitre, une méthodologie globale pour l'estimation de la fiabilité des systèmes mécatroniques est proposée.

## II.2 Les fondements de la fiabilité

Très tôt, de grandes entreprises ont montré un grand intérêt pour la fiabilité : General Motors, depuis les années 1940, la NASA, le Department of Defense au Etats-Unis, depuis les années 1950, Airbus, Air Force, Bell Telephone Laboratoires, depuis les années 1960, Thomson, Philips, Kodak, Citroën, ... depuis les années 1970 [Villemeur, 1988].

La recherche de la diminution du coût des défaillances en exploitation a entraîné une augmentation des exigences de fiabilité sur les systèmes. Ainsi, en 1995, General Electric a estimé que les coûts de non-fiabilité représentaient de 8 à 12 milliards dollars [Pyzdek, 2001] et a décidé d'augmenter le niveau de qualité de ses produits dans le cadre de la politique Six Sigma. La société Renault, quant à elle, estime qu'une modification effectuée au démarrage d'une série coûte de 10 à 100 fois plus cher que ce qu'elle aurait coûté deux ans ou 15 mois auparavant [Rieuneau, 1993].

La maîtrise de la fiabilité d'un système représente un enjeu économique important pour toute entreprise. La mesure de cette grandeur est un premier pas indispensable vers sa maîtrise [DeMarco, 1982].

La fiabilité recouvre de multiples aspects : l'analyse de défaillance des systèmes, la fiabilité prévisionnelle, les banques de données de fiabilité, les essais de fiabilité, la fiabilité opérationnelle, les méthodes prévisionnelles de fiabilité et de sécurité, l'assurance de la fiabilité et de la qualité [Villemeur, 1988].

## II.2.1 Les mesures associées à la fiabilité

La "qualité" du matériel, du point de vue de la fiabilité, est donnée par un certain nombre d'indicateurs ou mesures de la performance qui sont présentés dans ce paragraphe.

### II.2.1.1 Fonction de répartition, Densité de probabilité

On considère un système (une carte électronique, un moteur, une voiture, un avion,...) pouvant se trouver dans différents états. Cet ensemble d'états, noté  $\mathbb{E}$ , se décompose en deux sous ensembles formant une partition : le sous-ensemble  $\mathbb{M}$  des états de marche et le sous-ensemble  $\mathbb{D}$  des états de défaillance.

Considérons  $T$  la variable aléatoire qui représente le temps écoulé entre la mise en service d'une entité et la première défaillance observée. La fiabilité à l'instant  $t$  est la probabilité qu'une entité  $E$  soit non défaillante sur la durée  $[0; t]$ .

On appelle également fiabilité, la probabilité associée  $R(t)$  définie par :

$$R(t) = P(t < T) \quad (\text{II.1})$$

La figure II.1 ci-dessous présente une allure de la fonction  $R(t)$  en fonction du temps.

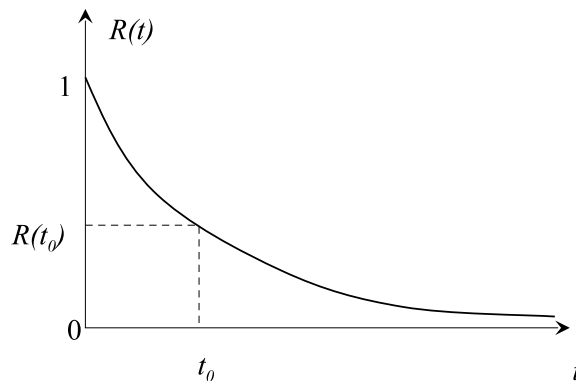


FIG. II.1 – Courbe de survie ou de fiabilité.

Pour compléter l'approche théorique de la notion de fiabilité, il est nécessaire de définir aussi les notions suivantes, qui sont issues de la théorie des probabilités.

La fonction  $F(t)$  (II.2) représente la fonction de répartition de la variable aléatoire  $T$ . C'est la "défiabilité"  $\overline{R(t)}$  (la probabilité de défaillance du système) ou la probabilité complémentaire à 1 de la fiabilité  $R(t)$  définie par :

$$F(t) = P(t \geq T) = 1 - R(t) \quad (\text{II.2})$$

La fonction  $f(t)$  (II.3) désigne la densité de probabilité de  $t$  et elle est donnée par :

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (\text{II.3})$$

La fonction de répartition  $F(t)$  et la fonction de fiabilité  $R(t)$  sont exprimées à partir de la fonction de densité  $f(t)$  dans les relations suivantes (II.4) :

$$\begin{aligned} F(t) &= \int_0^t f(u)du \\ R(t) = 1 - F(t) &= 1 - \int_0^t f(u)du = \int_t^{\infty} f(u)du \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

### II.2.1.2 Taux de défaillance instantané

Le taux instantané de défaillance,  $\lambda(t)$ , est une des mesures caractéristiques de la fiabilité. La valeur  $\lambda(t)dt$  représente la probabilité conditionnelle d'avoir une défaillance dans l'intervalle de temps  $[t; t + dt]$ , sachant qu'il n'y a pas eu de défaillance dans l'intervalle de temps  $[0; t]$ .

Ainsi, en appliquant le théorème des probabilités conditionnelles, puis le théorème des probabilités totales,  $\lambda(t)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \lambda(t)dt &= \frac{\text{Prob(défaillant sur } [t; t + dt] \text{ sans défaillance sur } [0; t])}{\text{Prob(non défaillant sur } [0; t])} \\ \lambda(t)dt &= \frac{\text{Prob(défaillant sur } [0; t + dt]) - \text{Prob(défaillant sur } [0; t])}{\text{Prob(non défaillant sur } [0; t])} \\ \lambda(t) &= \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt} \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

On en déduit que :

$$R(t) = \exp \left[ - \int_0^t \lambda(u) du \right] \quad (\text{II.6})$$

### II.2.1.3 Métriques de SdF

Des grandeurs associées à la SdF peuvent être calculées à partir des mesures de probabilités. Contrairement aux précédentes, qui sont fonction du temps, les grandeurs suivantes caractérisent des durées moyennes [Villemeur, 1988] :

- MTTF : Durée moyenne de fonctionnement d'une entité avant la première défaillance (anglais Mean Time To Failure)

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (\text{II.7})$$

- MTTR : Durée moyenne de réparation (anglais Mean Time To Repair)

$$MTTR = \int_0^{\infty} [1 - M(t)] dt \quad (\text{II.8})$$

- MUT : Durée moyenne de fonctionnement après réparation (anglais Mean Up Time)
- MDT : Durée moyenne d'indisponibilité après défaillance (anglais Mean Down Time)
- MTBF : Durée moyenne entre deux défaillances (anglais Mean Time Between Failure)

$$MTBF = MDT + MUT \quad (\text{II.9})$$

Ces durées sont représentées dans la fig. II.2 :

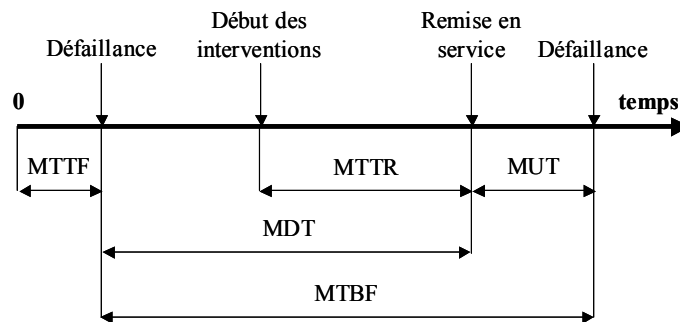


FIG. II.2 – Durées moyennes associées à la SdF.

## II.2.2 Les mécanismes de défaillance

Au début du développement d'un système mécatronique, le concepteur doit choisir l'architecture matérielle et logicielle satisfaisant à des critères de performances et de fiabilité exprimés dans les spécifications.

Tout système matériel/logiciel contient inévitablement des fautes qui se manifesteront potentiellement par l'apparition de défaillances au cours de la vie opérationnelle du système.

Il est donc important de connaître les mécanismes de défaillance pour déterminer l'architecture optimale d'un système mécatronique et pour évaluer sa fiabilité.

La fiabilité des systèmes, des sous-ensembles et des composants est souvent décrite par la courbe caractéristique dite en "baignoire" (figure II.3). Elle décrit l'évolution du taux de défaillance  $\lambda(t)$  en fonction du temps  $t$  et permet de mettre en évidence, de manière empirique, trois phases de la vie du produit. Le taux de défaillance est élevé au début de la vie du système. Ensuite, il diminue assez rapidement avec le temps (taux de défaillance décroissant), cette phase de vie est appelée période de jeunesse. Après, il se stabilise à une valeur qu'on souhaite aussi basse que possible pendant une période appelée période de vie utile (taux de défaillance constant). A la fin, il remonte lorsque l'usure et le vieillissement font sentir leurs effets, c'est la période de vieillissement (taux de défaillance croissant).

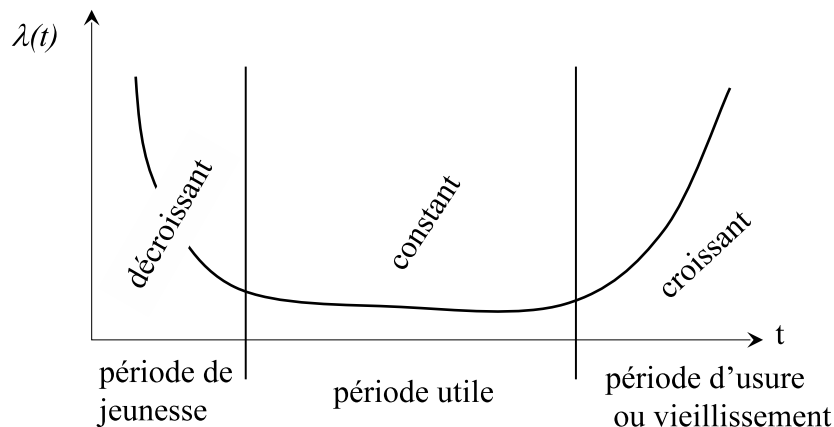


FIG. II.3 – Courbe en baignoire.

La période de jeunesse concerne les défaillances précoces dues à des problèmes de conception (mauvais dimensionnement d'un composant, ...) ou de production (dérive d'un process de fabrication,...),

La période utile, plus ou moins importante selon le type de matériel (plus pour l'électronique et moins pour la mécanique), est caractéristique des défaillances aléatoires,

La période d'usure ou de vieillissement correspond aux défaillances dues à des phénomènes d'usure, de vieillissement, ...

Les technologies utilisées pour réaliser les différents composants qui constituent le système sont de nature différente : mécanique, électronique, logiciel,... Néanmoins, leurs défaillances sont toutes caractérisées plus ou moins par la courbe en baignoire, en tenant compte de leurs spécificités.

### II.2.2.1 Les composants mécaniques

Les composants mécaniques sont soumis, dès le début de leur vie, au phénomène d'usure ou de vieillissement. Si on trace la courbe du taux de défaillance, en fonction du temps, on obtient une courbe qui ne présente pas le plateau de la figure II.3 ; la période de vie utile (taux de défaillance constant) n'existe pas ou elle est réduite.

- La première phase définit la période de mortalité infantile. C'est une durée de vie en principe très courte. Elle est décrite par une décroissance progressive du taux de défaillance avec le temps dû à une amélioration des caractéristiques internes (caractéristiques de défauts) et des interfaces, par un rodage préalable des pièces. Parmi les distributions de probabilité pour ces conditions, la loi de Weibull ( $\beta < 1$ ) et loi lognormale ( $\sigma > 1$ ) sont les plus utilisées.
- La dernière phase définit la période de vieillissement qui recouvre la majeure partie de la vie du dispositif. Elle est caractérisée par une augmentation progressive du taux de défaillance. Les pièces mécaniques sont soumises à des phénomènes de vieillissement multiples qui peuvent agir en combinaison : corrosion, usure, fluage, fatigue, et finalement rupture. Les distributions de probabilité utilisées pour ces conditions sont la loi de Weibull ( $\beta > 1$ ) et la loi lognormale ( $\sigma < 1$ ).

Les composants mécaniques sont caractérisés par des mécanismes de dégradation souvent complexes, d'origines variées (fatigue, fluage, fissuration, usure, corrosion/oxydation, désagrégation) [Doyle, 1991], [Lalanne, 1999], [Grünling et al., 1987].

La **fatigue** consiste dans la dégradation ou la modification des propriétés mécaniques des matériaux, suite à l'application répétée d'un chargement cyclique ou d'une vibration, conduisant à une rupture. La fatigue est la plus importante source de défaillance pour les composants mécaniques comme, par exemple, les roulements à billes.

Le **fluage** est un mécanisme de dégradation lié au chargement et à la température conduisant à une déformation du matériau (allongement ou élongation). Ce mécanisme devient prépondérant dès que la température du matériau dépasse une certaine valeur (environ 400 ° C pour les aciers).

L'**usure** est liée au frottement entre deux pièces mécaniques provoquant l'augmentation du jeu entre elles (élimination de matière). Ex : les pneus, les roulements.

La plupart des métaux sont détériorés par l'interaction avec l'oxygène (la **corrosion** ou l'**oxydation**).

Ces modes de dégradation font intervenir plusieurs paramètres :

- les caractéristiques matériaux (limite élastique, limite à la rupture, limite d'endurance, limite de fatigue, ténacité, dureté,...),
- les caractéristiques dimensionnelles (géométrie,...),
- les sollicitations extérieures (température, chargement, pression, ...).
- la forte interaction entre le composant et son environnement (contrainte chimique comme l'oxydation, vibration,...)

### II.2.2.2 Les composants électroniques

Pour les composants électroniques la courbe, représentant le taux de défaillance, a la même allure que la courbe en baignoire (figure II.3). Elle est donc composée de trois phases nettement distinctes :

- La première phase définit la période de jeunesse, caractérisée par une décroissance rapide du taux de défaillance. Pour un composant électronique cette décroissance s'explique par l'élimination progressive des défauts dus aux processus de conception ou de fabrication mal maîtrisé ou à un lot de composants défectueux. Aujourd'hui, cette période est réduite, compte tenu de la grande qualité des composants. Les distributions de probabilité utilisées pour ces conditions sont la loi de Weibull ( $\beta < 1$ ) et la loi lognormale ( $\sigma > 1$ ).
- La deuxième phase définit la période de vie utile généralement très longue. Le taux de défaillance est approximativement constant. Les pannes sont dites aléatoires, leur apparition n'est pas liée à l'âge du composant mais à d'autres mécanismes d'endommagement. Le choix de la loi exponentielle est tout à fait satisfaisant dans cette phase.
- La dernière phase est la période de vieillissement, elle est caractérisée par une augmentation progressive du taux de défaillance avec l'âge du système. Cette augmentation est due aux phénomènes de vieillissement tels que l'usure, l'érosion, etc. Cette période est très nettement au-delà de la durée de vie réelle d'un composant électronique. Les distributions de probabilité utilisées pour ces conditions sont la loi de Weibull ( $\beta > 1$ ) et la loi lognormale ( $\sigma < 1$ ).

Les composants électroniques présentent des mécanismes de dégradation complexes telles que les charges de surface, la polarisation, le décollement de fils de connexion,

la migration métallique, l'électromigration, le défaut de silicium, ... [Nelson, 1990], [Ye et al., 2003], [Bechou et al., 2007].

Les **charges de surface** représentent la présence de charges en surface des oxydes de grille. Ce mécanisme intervient dans la dérive de la tension de seuil.

La **polarisation** suppose la présence de molécules polarisables dans l'oxyde de grille. Elle entraîne la dérive de la tension de seuil.

Le **décollement de fils de connexion** est lié directement au processus d'assemblage et provoque souvent des court-circuits.

La **migration métallique** est le déplacement des atomes du métal dans le silicium et entraîne des court-circuits ou des circuits ouverts.

L'**électromigration** représente le déplacement des atomes dans les couches métalliques et provoque des court-circuits.

Un **défaut de silicium** est provoqué par des impuretés, des défauts de structure ou bien par des états de surface et entraîne des court-circuits.

Ces modes de défaillances agissent principalement sur les caractéristiques suivantes du composant :

- la tension de seuil (dérive provoquée par surcharge, perte ou inversion de charge, polarisation, ...),
- les circuits (ouverture/fermeture par impureté, défaut de structure dans le matériel, oxydation, ...).

### II.2.2.3 Les composants logiciels

La courbe en baignoire ne s'applique pas strictement au logiciel. Cependant, le cycle de développement du logiciel peut être comparé avec le cycle de vie du matériel. Ainsi, pendant la période du cycle de développement, le taux de défaillance logiciel est caractérisé par la courbe en baignoire.

- La première phase commence avec les tests et est considérée comme la phase de correction. Les erreurs de programmation ou les opérations non conformes aux spécifications sont identifiées et corrigées [MIL-HDBK-338B, 1998] ;
- La deuxième phase représente la période de vie utile du logiciel dans laquelle le taux de défaillance est constant. La distribution utilisée lors de cette phase est la loi exponentielle [MIL-HDBK-338B, 1998] ;
- La dernière phase commence à la fin de la vie utile. La plupart des erreurs observées pendant cette période sont dues à l'incapacité du logiciel à satisfaire des nouveaux besoins du client, sans modification des spécifications initiales. Nous pouvons considérer ce phénomène comme l'"usure" du logiciel. Les "défauts" observés pendant



cette période peuvent servir comme base pour un nouveau logiciel. En plus, il y a le phénomène de vieillissement du logiciel, comme notamment les problèmes liés aux systèmes d'exploitation [MIL-HDBK-338B, 1998].

Les composants logiciels sont caractérisés par une typologie particulière de dégradation (défaillance, erreur, faute) [Laprie, 1995], [Fournier, 1993]. Notons que pour les composants logiciels il existe une chaîne causale entre la faute, l'erreur et la défaillance.

La **défaillance** est l'événement qui survient lorsque le service délivré dévie du service correct, soit parce qu'il n'est plus conforme à la spécification, soit parce que la spécification ne décrit pas de manière adéquate la fonction du système.

L'**erreur** est la partie de l'état du système qui est susceptible d'entraîner une défaillance.

La **faute** est la cause adjugée ou supposée d'une erreur.

Ces modes de dégradation agissent principalement sur les caractéristiques suivantes :

- La valeur de l'information délivrée (accomplissement de la fonction du composant logiciel),
- Le service délivré (correctitude, cohérence perçue par tous les systèmes/utilisateurs, conséquence vis-à-vis d'autres systèmes/environnement).

Les différentes technologies sont caractérisées par des mécanismes de défaillance distincts, décrits par des lois de distribution de probabilité. Ces lois sont présentées dans les paragraphes suivants.

### II.2.3 Les principales lois

La fiabilité est, de plus en plus fréquemment, une grandeur quantitative et nécessite la connaissance des distributions de durée de vie afin de l'estimer. Dans le cadre du système mécatronique, ces distributions doivent absolument tenir compte de tous les mécanismes de défaillance associés aux différentes technologies.

Nous présentons dans cette section les lois et les modèles de fiabilité susceptibles, selon l'expérience, de représenter des distributions de durée de vie qui interviennent le plus fréquemment dans l'analyse de la fiabilité mécatronique. Nous rappelons les principales propriétés de ces lois, les fonctions de fiabilité associées, les densités de probabilité ainsi que les taux de défaillance [Marcovici et Ligeron, 1974].

#### II.2.3.1 Loi exponentielle

Cette loi a de nombreuses applications dans plusieurs domaines. Elle décrit la vie des matériels qui subissent des défaillances brutales. La loi exponentielle est la plus couram-

ment utilisée en fiabilité électronique pour décrire la période durant laquelle le taux de défaillance des équipements est considéré comme constant (défaillance aléatoire). Elle décrit le temps écoulé jusqu'à une défaillance, ou l'intervalle de temps entre deux défaillances. Elle est définie par un seul paramètre, le taux de défaillance,  $\lambda$ .

Elle est caractérisée par :

– la fiabilité

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (\text{II.10})$$

– la densité de probabilité

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (\text{II.11})$$

– le taux de défaillance

$$\lambda(t) = \lambda \quad (\text{II.12})$$

### II.2.3.2 Loi de Weibull

La loi de Weibull, est souvent utilisée en mécanique ; elle caractérise bien le comportement du produit dans les trois phases de vie selon la valeur du paramètre de forme  $\beta$  : période de jeunesse ( $\beta < 1$ ), période de vie utile ( $\beta = 1$ ) et période d'usure ou vieillissement ( $\beta > 1$ ). La loi de Weibull est définie par deux paramètres  $\eta$  et  $\beta$ .

Elle est caractérisée par :

– la fiabilité

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (\text{II.13})$$

– la densité de probabilité

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (\text{II.14})$$

– le taux de défaillance

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (\text{II.15})$$

### II.2.3.3 Loi normale

La loi normale est très répandue parmi les lois de probabilité car elle s'applique à de nombreux phénomènes. La loi normale est définie par la moyenne  $\mu$  et l'écart type  $\sigma$  :

– la fonction de répartition

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \quad (\text{II.16})$$

– la densité de probabilité

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{II.17})$$

Si  $t$  suit une loi normale Normale( $\mu, \sigma$ ),  $u = \frac{t-\mu}{\sigma}$  suit une loi normale centrée réduite dont la fonction de répartition, notée  $\Phi$ , est donnée par :

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{1}{2}x^2} dx \quad (\text{II.18})$$

#### II.2.3.4 Loi lognormale

Une variable aléatoire continue et positive  $t$  est distribuée selon une loi lognormale si son logarithme est distribué suivant une loi normale. Cette distribution est utilisée en fiabilité pour modéliser les défaillance par fatigue. La loi lognormale a deux paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  :

- la fiabilité

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma}\right) \quad (\text{II.19})$$

- la densité de probabilité

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(t)-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{II.20})$$

- le taux de défaillance

$$\lambda(t) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(t)-\mu}{\sigma}\right)^2}}{t \int_0^{\infty} \sigma\sqrt{2\pi}f(t)dt} \quad (\text{II.21})$$

#### II.2.3.5 Loi Gamma

Elle représente la loi de probabilité d'occurrence de  $a$  événements dans un processus poissonien. Par exemple si  $t_i$  est le temps entre les défaillances successives d'un système, et que  $t_i$  suit une distribution exponentielle, le temps cumulé d'apparition de  $a$  défaillances suit une loi Gamma :

- la densité de probabilité

$$f(t) = \frac{t^{a-1} e^{-\frac{t}{b}}}{b^a \Gamma(a)} \quad (\text{II.22})$$

- le taux de défaillance

$$\lambda(t) = \frac{t^{a-1} e^{-\frac{t}{b}}}{b^a \int_t^{\infty} \Gamma(a) f(u) du} \quad (\text{II.23})$$

### II.2.3.6 Loi Bêta

Cette loi représente, en particulier, la probabilité pour qu'un matériel survive jusqu'à un instant  $t$ , quand on essaie  $n$  matériels. D'où son intérêt dans l'évaluation de la durée des essais de fiabilité. La loi Bêta a deux paramètres  $a$  et  $b$  :

- la densité de probabilité

$$f(t) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} t^{a-1} \cdot (1-t)^{b-1} \quad (\text{II.24})$$

### II.2.3.7 Loi uniforme

La loi uniforme est souvent utilisée en fiabilité pour les essais bayésiens en l'absence de connaissances pour construire l'information a priori. Cette loi peut prendre toute valeur dans un intervalle  $(a, b)$  avec une densité de probabilité constante.

- la fonction de répartition

$$F(t) = \frac{t-a}{b-a} \quad (\text{II.25})$$

- la densité de probabilité

$$f(t) = \frac{1}{b-a} \quad (\text{II.26})$$

### II.2.3.8 Autres lois

Il existe d'autres lois de probabilité comme : la loi binômiale, la loi de Poisson, la loi hypergéométrique,...

Les mécanismes de défaillance et les distributions de durée de vie constituent les briques de base du déploiement de la fiabilité tout au long du développement du système mécatronique.

## II.3 Déploiement et estimation de la fiabilité

Dans cette section, nous présentons le déploiement de la fiabilité à travers les différentes phases du cycle de vie et l'estimation des paramètres des lois de fiabilité.

### II.3.1 Les grandes phases

Le développement d'un système mécatronique s'effectue selon une suite séquentielle d'étapes (figure II.4). Toutes les étapes sont conditionnées par les précédentes. Les études de fiabilité s'inscrivent dans cette suite et forment le processus de fiabilité.

Avant toute étude de fiabilité, il est indispensable de disposer des analyses fonctionnelles interne et externe du système. Ces deux analyses sont complémentaires, elles sont utilisées à des moments et avec des buts différents :

- l'analyse fonctionnelle externe est indépendante de toute solution et permet de fixer des objectifs de performances (des limites matérielles du système, les fonctions et les opérations réalisées par le système, les configurations d'exploitation) et d'exprimer les attentes des utilisateurs.
- l'analyse fonctionnelle interne porte sur la définition générale du système et sur la détermination du cheminement des fonctions techniques des différents composants dans le système.

A chaque étape du cycle de développement simplifié, nous avons associé les méthodes d'analyse de la fiabilité (en italique les méthodes moins utilisées - voir le paragraphe I.3.5). Sur la figure II.4, nous avons ajouté d'autres approches qui contribuent également à l'évaluation de la fiabilité du système au cours de son développement :

- le recueil des données est un ensemble de données validées et/ou élaborées après un long processus d'expertise et de traitement, relatif à un domaine de connaissance et organisé pour être offert aux consultations d'utilisateurs ;
- les essais de fiabilité sont destinés à vérifier ou compléter les données de fiabilité existantes ou à les élaborer lorsqu'elles ne sont pas disponibles, et ceci en procédant à des tests sur un certain nombre de systèmes. Ils s'appliquent sur les modèles d'étude ou prototypes et sur les systèmes de présérie. Il existe plusieurs types d'essais de fiabilité dont les plus connues sont les essais de déverminage, les essais aggravés, les essais accélérés et les essais bayésiens.
- le retour d'expériences (REX) a pour objectif d'élaborer une base de connaissances à partir d'une analyse du système pendant toute la durée de vie du système, de sa mise en service jusqu'à sa désintégration.

Le processus de fiabilité comporte trois phases : la fiabilité prévisionnelle, la fiabilité

expérimentale et la fiabilité opérationnelle dans lesquelles on utilise plusieurs méthodes et outils. Plus on agit en amont (fiabilité prévisionnelle et expérimentale), plus on obtient des systèmes suffisamment robustes dès les premières étapes de la spécification.

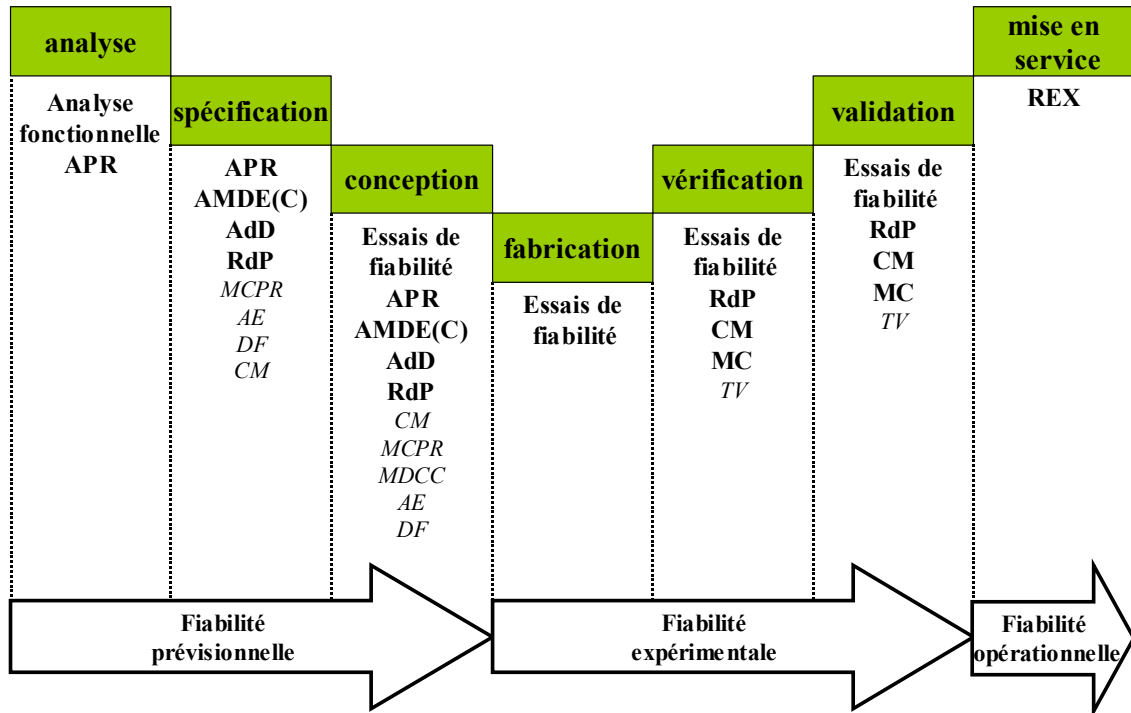


FIG. II.4 – Les méthodes d'évaluation pendant les trois différents niveaux de l'évaluation de la fiabilité tout au long du cycle de développement.

- **Evaluation prévisionnelle de la fiabilité** : cette phase consiste dès le début du projet à étudier la fiabilité à travers des analyses qualitatives (APR, AMDEC, ...) et quantitatives (Add, DF, ...), en intégrant les différents recueils de données. Pour des systèmes complexes, il est possible de modéliser la fiabilité par des RdP ou MEE. La fiabilité prévisionnelle permet de prendre des orientations optimales en matière de conception.
- **Evaluation expérimentale de la fiabilité** : cette phase intervient dès que le développement du produit est suffisamment avancé et que l'on dispose des premiers prototypes, il est possible de réaliser des essais de robustesse (appelés également essais aggravés) afin de connaître les faiblesses et les marges de conception. Une fois que le produit est mature (marges suffisantes), une campagne d'essais peut être menée pour estimer la fiabilité. Lors de la production, l'élimination des défauts de jeunesse (dérive process, composant faible, ...) est opérée par des essais de déverminage.

- **Evaluation opérationnelle de la fiabilité** : une fois que le produit est en exploitation, une estimation de la fiabilité est réalisée à partir des données de REX. Elle se pratique dès les premières mises en service et permet ainsi de corriger des défauts de conception et de fabrication/réalisation.

## II.3.2 Les moyens de la fiabilité prévisionnelle

Dans la fiabilité prévisionnelle, l'estimation des paramètres des lois de fiabilité est nécessaire pour réagir le plus tôt possible sur la conception du système. Cette estimation s'effectue à partir de modèles et de données appropriés à chaque technologie du système mécatronique.

### II.3.2.1 Les réseaux de Petri

Les réseaux de Petri [Petri, 1962] sont utilisés pour décrire les processus de commande séquentielle dynamique. Ils sont issus de l'automatisme.

Les RdP offrent l'avantage d'une construction modulaire des modèles. Ils permettent de construire progressivement les modèles de systèmes complexes, à condition toutefois de suivre une démarche adaptée et rigoureuse [Borrel, 1996].

Les RdP sont le seul ensemble d'outils qui permet à la fois la modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle.

Une de leurs caractéristiques essentielles est qu'ils possèdent deux représentations distinctes.

La première représentation est proche de l'utilisateur car elle est graphique. A l'aide de deux types d'objets seulement, les places et les transitions reliées par des arcs, il est possible de modéliser toutes les contraintes associées aux systèmes discrets : synchronisation, parallélisme et concurrence. L'ensemble des places permet de représenter les états du système tandis que l'ensemble des transitions représente l'ensemble des événements dont l'occurrence provoque la modification de l'état du système. Celui-ci est alors associé à un marquage représentant le nombre de marques contenu dans chaque place. L'évolution du système (l'évolution du marquage) se fait par le franchissement des transitions, suivant des règles simples.

Les RdP décrivent des systèmes dynamiques et se distinguent de ce fait des graphes conventionnels [Morel et al., 2002].

La deuxième représentation des RdP repose sur une définition mathématique qui fournit une loi de construction de l'espace d'état atteignable. Cette formalisation permet la validation du système modélisé, d'une part par l'étude de cet espace et d'autre part par

l'analyse structurelle du modèle à travers les propriétés de la matrice d'incidence qui lui est associée.

L'algèbre linéaire permet en effet de déterminer des propriétés portant sur l'état du système et qui restent vraies quelle que soit son évolution. Ce point est certainement l'un des aspects les plus originaux des RdP, qu'on ne retrouve dans aucun autre formalisme [Morel et al., 2002].

Plusieurs auteurs ont montré que les RdP permettaient [Barger et al., 2002], [Chu, 1995], [Barreau et al., 2002], [Morel et al., 2002] :

- de représenter une structure statique et une structure dynamique du système ;
- d'associer le temps au modèle, d'où la possibilité d'introduire des propriétés temporelles ;
- d'associer un taux de franchissement aux transitions ;
- de modéliser les relations de précédence des événements ;
- d'intégrer des événements stochastiques, parallèles et asynchrones ;
- de maîtriser les conflits dans le système ;
- de détecter les éventuels blocages dans le système ;
- de simuler à l'aide de la méthode de Monte Carlo ;
- d'assurer le dialogue entre les différents acteurs du système.

Les principes des RdP et les principales propriétés comportementales sont donnés dans l'annexe D. Parmi les nombreux formalismes des RdP, les RdP Stochastiques Déterministes (RdPSD) sont bien adaptés à l'évaluation de la fiabilité.

Les études de fiabilité des systèmes mécatroniques nécessitent la prise en compte de l'aspect fonctionnel et de l'aspect dysfonctionnel. Or, le taux de transition d'un composant du système entre l'état de bon fonctionnement et l'état de défaillance n'est pas toujours constant. Par exemple, le taux de défaillance d'un composant mécanique évolue selon une loi de Weibull, qui dépend du temps. Afin d'estimer la fiabilité d'un système mécatronique avec des composants des plusieurs technologies (mécanique, électronique, logiciel, ...), nous avons choisi le formalisme RdPSD pour sa propriété d'associer des transitions temporisées (des taux de franchissement), suivant des lois de distribution et des transitions immédiates.

Un RdPSD est représenté par un octuple  $DSPN = (P, T, I, O, \Pi, M_0, \mathcal{D}, \mathcal{W})$ .

- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$  est l'ensemble fini des places. Chaque place contient un nombre fini de jetons. Un marquage  $M$  est un vecteur qui représente le nombre des jetons dans chaque place  $p_i \in P$  ;
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  est l'ensemble fini des transitions. Les transitions sont de trois types exponentielles, immédiates et déterministes  $T = T_{exp} \cup T_{im} \cup T_{det}$  ;
- $I$  et  $O$  sont des fonctions d'incidence avant de type  $P \times T \rightarrow N$  et respectivement



- arrière de type  $T \times P \rightarrow N$ ;
- $\Pi$  est la fonction de priorité de franchissement de type  $T_{im} \rightarrow N$ ;
- $M_0$  est le marquage initial;
- $\mathcal{D}$  est la fonction délais pour les transitions temporisées de type  $(T_{exp} \cup T_{det}) \rightarrow (0, \infty)$ ;
- $\mathcal{W}$  est la fonction poids pour les transitions immédiate de type  $T_{im} \rightarrow (0, \infty)$ ;

Notons que les définitions pour le RdPS et pour le RdPSG peuvent être obtenues à partir de la définition du RdPSD :  $T_{im} = \emptyset$  et  $T_{det} = \emptyset$  et respectivement  $T_{det} = \emptyset$ . Le lecteur trouvera une présentation plus précise de RdPSG dans [Lindemann, 1998].

Afin de caractériser les aspects fonctionnels et dysfonctionnels d'un système mécatronique, les RdPSD nécessitent la définition des taux de franchissement des transitions par des distributions statistiques.

### II.3.2.2 Utilisation de recueils des données de fiabilité

Lorsqu'une équipe de conception développe un nouveau système, elle doit disposer d'un certain nombre de recommandations ou de règles, issues du savoir-faire (de l'expérience) qui sont indispensables à une conception sûre de fonctionnement. Les recueils des données sont des outils incontournables et indispensables (voir la définition dans le paragraphe II.3.1).

En électronique, un domaine où le calcul de la fiabilité est pratiqué depuis de nombreuses années, les bases de données de fiabilité sont disponibles et nombreuses. En mécanique l'utilisation des recueils de données est plus récente. Il y a une certaine difficulté à constituer ces recueils, compte tenu de la complexité des composants. Néanmoins, ils sont de plus en plus utilisés. Pour le logiciel il existe peu des recueils de données du fait de la difficulté de réutiliser les mêmes lignes de code.

En pratique, on utilise souvent des bases de données connues ou, mieux encore, quand cela est possible, les données issues de retours d'expériences auprès des fabricants des composants. Pour les composants mécaniques ces données sont difficiles à obtenir parce qu'elles ne sont pas communiquées ou publiées et, dans la plupart des cas, elles sont exploitées confidentiellement.

Les recueils de données de fiabilité les plus connus pour des dispositifs électroniques et mécaniques sont présentés dans les tableaux II.1 et II.2 des paragraphes suivants.

Ces recueils sont mis à jour régulièrement pour tenir compte des évolutions technologiques. En électronique, la durée de vie des données fournies par les recueils est relativement courte (de 3 à 6 ans) ; elle est plus longue en mécanique (de 30 à 40 ans).

**II.3.2.3 Données de fiabilité disponibles pour des composants électroniques**

Dans ce paragraphe nous indiquons les bases de données les plus utilisées pour des composants électroniques, elles sont regroupées dans le tableau suivant (tableau II.1).

Source	Titre	Editeur	Dernière version
FIDES	Méthodologie de fiabilité pour les systèmes électroniques	DGA-DM/STTC/CO/477	2004
IEEE STD	IEEE Guide to the Collection and Presentation of Electrical, Electronic Sensing Component and Mechanical Equipment Reliability Data for Nuclear Power Generating Stations.	Institution of Electrical and Electronic Engineers, New York, USA.	IEEE STD500,1984.
MIL-HDBK-217	Military Handbook-Reliability Prediction of Electronic Equipment.	United States Department Of Defense.	MIL-HDBK-217F, notice 2, 28 Février 1995.
BT-HRD	Handbook for Reliability Data.	BritishTelecommunic ations.	HRD 5,1995.
EPRD	Electronic Parts Reliability Data.	Reliability Analysis Center, RAC,NEW YORK, USA.	EPRD 97, 1997.
GJB	Chinese Military Standard.	Beijing Yuntong Forever Sci.-Tech.	GJB/Z229B,1998.
RDF (CNET)	Recueil de Données de Fiabilité.	Centre National d'Etudes des Télécommunications, UTE, Paris, France.	RDF 2000-UTE. C80-810, Juillet 2000.
Telcordia/Bellcore	Reliability Prediction Procedure for Electronic Equipment.	Telcordia Technologies, New Jersey, USA.	Telcordia SR-332 Issue1, Mai 2001.

TAB. II.1 – Recueils de données de fiabilité en électronique.

**II.3.2.4 Données de fiabilité pour des composants mécaniques**

Les principales bases de données de fiabilité en mécanique sont présentées dans le tableau suivant (tableau II.2) :

Source	Titre	Éditeur	Dernière version
AVCO	"Failure Rates".	D.R.Earles&M.F.Eddins AVCO Corporation, USA.	Avril 1962.
NPRD	Nonelectronic Parts Reliability Data.	Reliability Analysis Center, RAC, New York, USA.	NPRD 97, 1997.
NSWC	Handbook of Reliability Prediction Procedures for Mechanical Equipment.	Carderock Division, Naval Surface Warfare Center, United States Navy.	NSWC-98/LE1, 1998.
EIREDA	European Reliability Industry Data Handbook	European Commission and Electricité de France CRETE UNIVERSITY PRESS	1998
FARADA	Failure Rate Data	GIDEP-Government Industry Data Exchange Program (USA)	Mil-STD-1556 B, 24 février 1986

TAB. II.2 – Recueils de données de fiabilité en mécanique.

Dans la majorité des recueils, les informations disponibles sont la dénomination du composant, la moyenne des temps de bon fonctionnement (MTTF), le taux de défaillance moyen ou calculé avec l'hypothèse qu'il est constant, l'intervalle de confiance associé et un coefficient multiplicateur du taux de défaillance dépendant de l'environnement.

En électronique, les recueils des données sont souvent exhaustifs sachant que les composants suivent une loi exponentielle. En mécanique, l'hypothèse du taux de défaillance constant est rarement justifiée.

Dans le domaine du logiciel il y a peu de recueils de données. Les erreurs sont introduites lors de la conception ou bien lors de la programmation. Microsoft a estimé un programmeur introduisant environ 6 défaillances sur 1000 lignes de code [Lyonnet, 2006], [MIL-HDBK-338B, 1998].

Les données collectées permettent d'établir des modèles de fiabilité prévisionnelle pour les composants mécaniques, électroniques et logiciel.

### II.3.2.5 Modèle de fiabilité prévisionnelle pour les composants électroniques : FIDES

On trouvera dans ce paragraphe un modèle de fiabilité prévisionnelle pour les composants électroniques.

#### Modèle FIDES général

L'expression du taux de défaillance dépend de plusieurs facteurs dont la technologie de conception, la technologie de fabrication et l'environnement de fonctionnement du composant [FIDES, 2004]. Ainsi, le taux de défaillance dépend d'un taux de défaillance de

base, pondéré par des facteurs de technologie, de conception, de fabrication, d'utilisation, d'environnement,...

- taux de défaillance

$$\lambda = \lambda_{Physique} \Pi_{Part-manufacturing} \Pi_{Process} \quad (II.27)$$

où  $\lambda_{Physique}$  - contribution physique à la défaillance ;

$\Pi_{Part-manufacturing}$  - contribution qualité et maîtrise de la fabrication ;

$\Pi_{Process}$  - contribution développement, conception et utilisation du produit.

### II.3.2.6 Modèle de fiabilité prévisionnelle pour les composants logiciel

On trouvera dans ce paragraphe des modèles de fiabilité logiciel [MIL-HDBK-338B, 1998].

**a. Modèle de temps d'exécution de Musa** Le modèle de temps d'exécution de Musa [Musa et al., 1987] est un des premiers modèles de fiabilité logiciel. Il estime le taux de défaillance initiale  $\lambda_0$  du logiciel, à partir de la loi exponentielle, au début des tests.

où  $t$  mesure le temps d'exécution du logiciel.

- taux de défaillance

$$\lambda = kpN_0 \quad (II.28)$$

où  $k$  - constante qui dépend de la structure dynamique du programme et de la machine sur laquelle il est installé ( $k = 4, 2E - 7$ ) ;

$p$  - nombre d'exécutions par unité de temps ( $p = r/SLOC/ER$ ) ;

$r$  - taux d'exécution d'instruction ( $r$  - constante) ;

$SLOC$  - lignes de source de code (ne comprenant pas le code réutilisé) ;

$ER$  - rapport d'expansion, une constante sur le langage de programmation ( $ER = 1$  pour Assembleur ;  $ER = 1,5$  pour Macro Assembleur ;  $ER = 2,5$  pour C ;  $ER = 3$  pour COBAL, FORTRAN ;  $ER = 4,5$  pour Ada) ;

$N_0$  - évaluation du nombre initial de défauts dans le programme ;

**b. Modèle de Putnam** Putnam [Putnam et Meyers, 1991] a affecté la distribution de Rayleigh pour décrire la fiabilité observée du logiciel, où  $k$  et  $a$  sont des constantes estimées à partir des données et  $t$  est le temps (exprimé en mois) :

- la fiabilité

$$R(t) = ke^{-at^2} \quad (II.29)$$

où  $N_0$  - nombre initial de défauts ( $k = N_0$ ) ;

$t_D$  - base de référence ( $a = 3/t_D^2$ ).

- la densité de probabilité

$$f(t) = (6N_0/t_D^2) te^{-3t^2/t_D^2} \quad (\text{II.30})$$

**c. Autres modèles de fiabilité prévisionnelle logiciel** Il existe d'autres modèles de fiabilité prévisionnelle logiciel comme les modèles de prévision de laboratoire de Rome TR-92-52 et TR-92-15 [MIL-HDBK-338B, 1998],...

### II.3.3 Les moyens de la fiabilité expérimentale et opérationnelle

L'estimation des paramètres des lois de fiabilité expérimentale et opérationnelle s'appuie sur deux types de données de fiabilité : les données des essais de fiabilité (pour la fiabilité expérimentale) et les données du retour d'expérience (pour la fiabilité opérationnelle).

#### II.3.3.1 Données des essais de fiabilité

Les principaux types d'essais de fiabilité effectués dans le développement d'un système sont les essais de robustesse (HALT - Highly Accelerated Life Test), les essais d'estimation (ALT - Accelerated Life Test) et les essais de déverminage (HASS - Highly Accelerated Stress Screen).

Dès que le développement du système est suffisamment avancé et que l'on dispose des premiers prototypes, il est possible de réaliser des essais de robustesse afin de connaître les faiblesses et les marges de conception. Après modification et une fois que le produit est mature (marges suffisantes), une campagne d'essais peut être menée pour estimer la fiabilité. Enfin, lors de la production, l'élimination des défauts de jeunesse (dérive process, composant faible, ...) est effectuée par des essais de déverminage.

La méthodologie d'estimation des paramètres de la fiabilité expérimentale s'appuie sur des données issues des essais de fiabilité. Ces données sont obtenues seulement par des essais d'estimation qui permettent de connaître les temps de défaillance en conditions nominales d'exploitation du système.

Ces essais sont réalisés durant la phase de fabrication du système. Pour les composants type logiciel, les données de fiabilité (essais ou REX) sont plutôt des corrections et des mises à jours.

La détermination des paramètres d'une loi de fiabilité pour un système nécessite la connaissance des temps de défaillance d'un échantillon de  $n$  de systèmes. Or dans le cas d'un système très fiable, il sera nécessaire d'attendre très longtemps pour obtenir un nombre suffisant de temps de défaillance. Dans une application industrielle, il est inconcevable d'avoir une durée d'essai aussi importante. Les essais accélérés et bayésiens permettent de contourner cette difficulté.

Les essais classiques d'estimation, **les essais de détermination et de démonstration** ([Pagès et Gondran, 1980], [Bon, 1995], [ASTE, 1993], [Biolini, 1997], [AFNOR, 1988]) consistent à vérifier que les objectifs de fiabilité sont respectés en reproduisant les conditions d'utilisation du produit (cycle de marche/arrêt, température, humidité, ...).

**Les essais accélérés** ([Nelson, 1990], [O'Connor, 2002], [Caruso et Dasgupta, 1998], [Vassilious et Mettas, 2001], [Guerin et al., 2004a]) sont utilisés pour réduire la durée d'essai. Les essais accélérés consistent à soumettre le système à des sollicitations d'utilisation ou d'environnement amplifiées par rapport aux valeurs attendues en utilisation opérationnelle afin d'estimer des caractéristiques comportementales (loi de fiabilité, performances opérationnelles, ...) du système dans les conditions normales d'utilisation à partir des conditions accélérées d'utilisation et cela dans des délais compatibles avec les contraintes calendaires associées à la phase de développement. Les conditions accélérées (ou sévères) modifient la durée de vie d'un système. Le passage s'effectue à l'aide d'une loi appelée loi d'accélération.

**Les essais bayésiens** ([Robert, 1992], [Ringler, 1979], [Procaccia et al., 1992], [Guerin et al., 2003b]) sont utilisés pour réduire la taille d'échantillon des essais d'estimation et pour améliorer l'estimation des paramètres de la fiabilité du produit par l'intégration du passé (données disponibles sur le produit concerné). Dans un plan d'essai bayésien, les résultats d'essais réalisés au cours du cycle de développement sont combinés avec un modèle de fiabilité a priori, pour obtenir un modèle a posteriori, par le biais du théorème de Bayes.

Les essais sont appliqués sur quelques prototypes du système final. Ces prototypes sont soumis à des conditions connues, maîtrisées et semblables avec les conditions d'exploitation. Les tests durent soit jusqu'à la défaillance des prototypes, soit jusqu'à une date limite, fixée par avance (temps de censure). Dans ces conditions, la taille de l'échantillon des données (dates de défaillance et de censure) est réduite.

### II.3.3.2 Données du retour d'expériences (REX)

La méthodologie d'estimation de la fiabilité opérationnelle s'appuie sur les données obtenues par retour d'expériences (REX).

Le REX vise une meilleure connaissance du comportement des composants, de leurs modes de dégradation, de dysfonctionnement ou d'endommagement. Il est basé sur la collecte et la gestion des faits techniques, observés pendant toute la durée de vie du système, de sa mise en service jusqu'à sa désintégration. Dans ce contexte, la constitution d'un échantillon correct de données pour l'estimation d'un modèle de vie d'un système passe par la reconstruction de l'histoire complète d'exploitation de ce système, pour une période d'observation déterminée.

Plusieurs précisions sont à définir sur les données à collecter en exploitation :

- les systèmes qui font l'objet de cette collecte,
- les informations à collecter pour ces systèmes,
- la structure de données adoptée,
- le niveau de qualité souhaitable pour la collecte.

L'exploitation des données du REX suppose trois phases :

- la sélection, parmi les systèmes suivis, d'un échantillon pertinent,
- la reconstruction de l'histoire de chaque matériel pris en compte,
- le calcul des temps jusqu'à la défaillance ou jusqu'à censure pour l'échantillon choisi.

La fonction de vraisemblance nécessite l'accès à des données de défaillances issues des banques de données de REX. Elle permet ainsi de déterminer la loi de fiabilité observée du système à partir des observations de défaillance.

En même temps, l'objectif du REX est l'amélioration de la qualité et de la fiabilité des systèmes et pour cet objectif le traitement de données brutes sera indispensable. La qualification et la validation de données du REX sont nécessaires avant tout calcul. Ces deux étapes représentent la tâche la plus difficile et la plus critique du REX, mais elles sont indispensables pour obtenir des résultats crédibles.

Les données nécessaires pour établir un échantillon pour construire la vraisemblance sont :

- la date de la mise en service du système,
- les dates de défaillances du système,
- les dates de censure, la fin d'observation des essais.

Toutes les banques de données du REX doivent permettre l'extraction de ces données.

La construction d'un échantillon des données collectées par le REX pour estimer le modèle de vie associé au système passe par la valorisation de l'exploitation du système pendant une durée d'observation. Cette durée est plutôt courte afin de permettre le calcul

de la fiabilité opérationnelle le plus vite possible. Contrairement aux données d'essais, la taille d'échantillon est souvent importante pour les données issues du REX.

### II.3.3.3 Représentation des données des essais et du REX

Nous considérons que les données des essais et du REX sont observées jusqu'à un temps fixé de censure  $\tau_c$  (fig. II.5). Les données fournissent la défaillance ou la censure du composant considéré. La taille de l'échantillon des essais est beaucoup plus petite que de celle du REX et le nombre des données censurées dans les essais est beaucoup plus important que pour le REX.

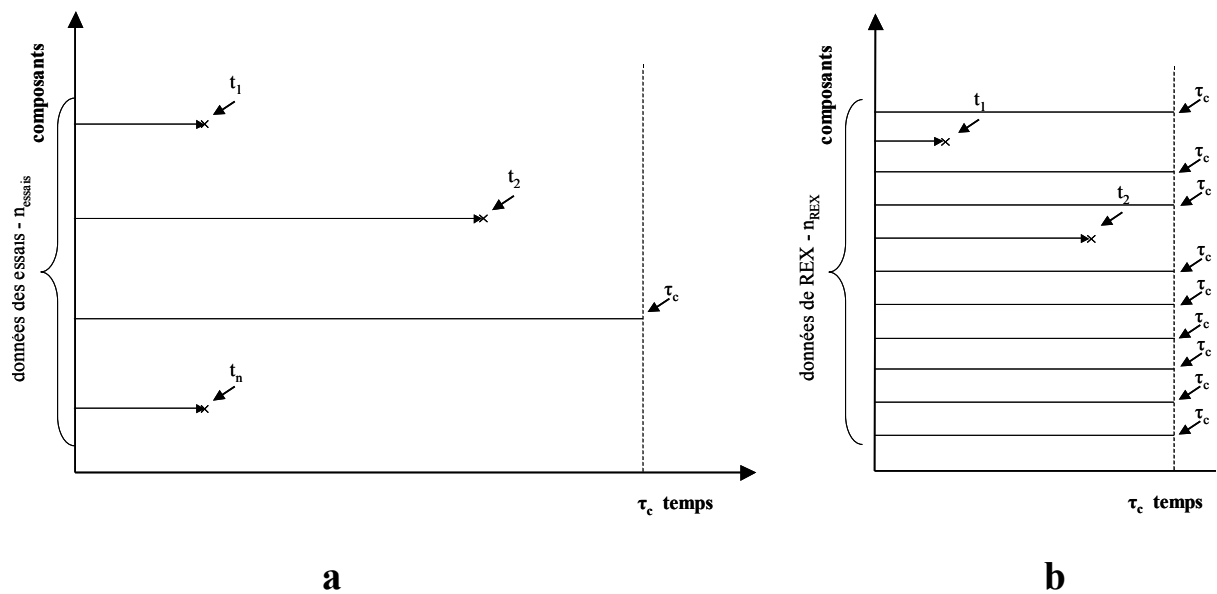


FIG. II.5 – Représentation des données : a) essais, b) REX.

Lorsque les données de fiabilité sont collectées, le choix de la distribution adaptée au mécanisme de défaillance (exponentielle, weibull,...) doit être fait pour estimer la fiabilité d'un composant. Cette fiabilité augmentera si les causes des défaillances observées sont corrigées sans introduire de nouvelles défaillances ; c'est le phénomène de croissance de la fiabilité.

### II.3.3.4 Modèle de croissance de fiabilité mécanique et électronique : Modèle de Duane

On trouvera dans ce paragraphe un modèle de croissance de la fiabilité mécanique et électronique.



### Modèle de Duane

Un des premiers modèles de croissance de fiabilité mécanique et électronique est le modèle de Duane [Duane, 1964]. Le modèle réside dans la description d'une fonction représentant le taux de défaillance cumulé. Ainsi, le taux de défaillance cumulé diminue linéairement avec le temps cumulé (des essais ou des données de REX), en utilisant un diagramme log-log de représentation.

– taux de défaillance cumulé

$$\Lambda_c = KT_c^{-\alpha} \quad (\text{II.31})$$

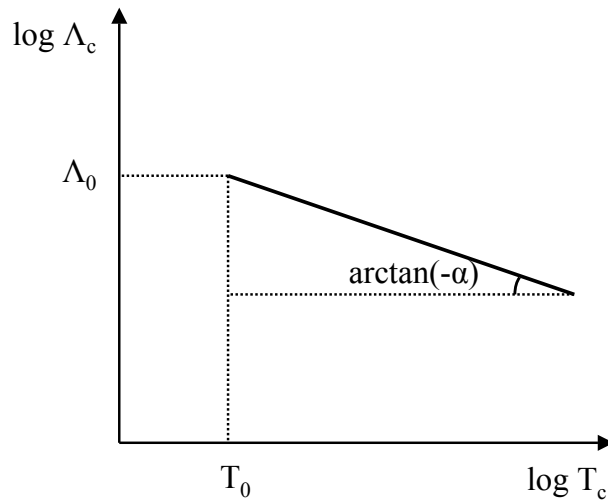


FIG. II.6 – Taux de défaillance cumulé.

où  $\alpha$  - paramètre de croissance ;

$K$  - coefficient constant ;

$T_c$  - temps cumulé observé de développement.

Or,

$$\Lambda_c = \frac{n}{T_c} \quad (\text{II.32})$$

où  $n$  - est le nombre de défaillances.

Ainsi, le taux de défaillance instantané

$$\lambda(T_c) = (1 - \alpha) KT_c^{-\alpha} \quad (\text{II.33})$$

### II.3.3.5 Modèle de croissance de fiabilité logiciel

On trouvera dans ce paragraphe des modèles de croissance de la fiabilité logiciel [Rook, 1990], [Villemeur, 1988].

**a. Modèle de Jelinski-Moranda** A partir de la loi exponentielle, [Jelinski et Moranda, 1972] ont proposé un modèle de croissance de la fiabilité utilisé surtout pour évaluer la fiabilité des logiciels. En particulier, il est mathématiquement équivalent avec le modèle de croissance de la fiabilité du Musa. Il représente le modèle de plus bas niveau [Ledoux, 1993]. Les hypothèses du modèle sont les suivantes :

- les défauts sont détectés indépendamment les uns des autres et de manière aléatoire ;
- le taux de défaillance est constant entre deux défaillances consécutives ;
- les défauts sont corrigés immédiatement après leur détection ;
- la correction d'un défaut n'introduit pas d'autre défaut ;
- le taux de défaillance est proportionnel au nombre de défauts résiduels [Villemeur, 1988].

Le modèle est caractérisé par :

- la fiabilité (figure II.7)

$$R_i(t) = e^{-\int_0^t \lambda_i dt} \quad (\text{II.34})$$

avec  $t_{i-1} \leq t < t_i$  et  $t_0 = 0$ .

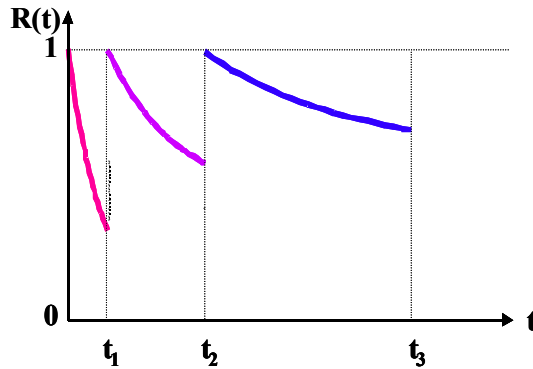


FIG. II.7 – La courbe de fiabilité pour le modèle de Jelinski-Moranda.

- la densité de probabilité

$$f_i(t) = \lambda_i e^{-\lambda_i t} \quad (\text{II.35})$$

avec  $t_{i-1} \leq t < t_i$  et  $t_0 = 0$ .

- le taux de défaillance (figure II.8)

$$\lambda_i = \phi(N_0 - i + 1) \quad (\text{II.36})$$

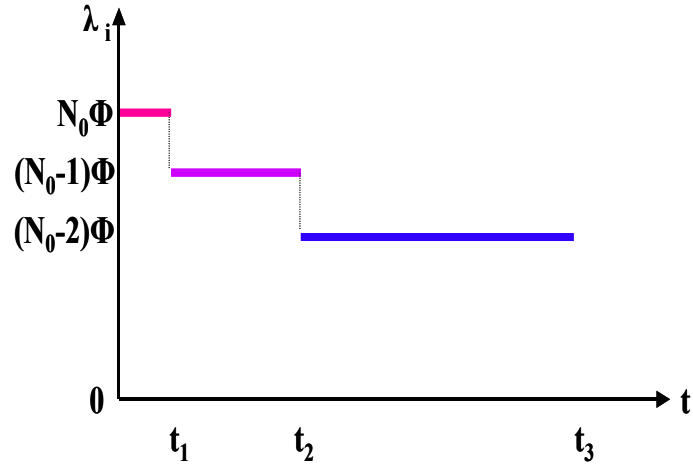


FIG. II.8 – Le taux de défaillance pour le modèle de Jelinski-Moranda.

où :

- $t_i$  : durée entre les défaillances numéro  $i - 1$  et  $i$  ;
- $N_0$  : nombre de défauts initiaux ;
- $\phi$  : coefficient de proportionnalité.

Nous avons réalisé un outil, un site Internet dynamique, qui permet d'estimer la fiabilité opérationnelle des composants logiciels en utilisant, entre autre, le modèle de croissance de la fiabilité Jelinski-Moranda [Mihalache et Bacivarov, 2001], [Bacivarov et Mihalache, 2001].

**b. Modèle de Littlewood** Le modèle de croissance de la fiabilité proposé par Littlewood [Littlewood, 1980] diffère du modèle de Jelinski-Moranda selon laquelle chaque correction a le même effet sur la fiabilité du logiciel. En effet, le modèle Littlewood suppose que dans un programme certaines fautes ont un taux d'occurrence beaucoup plus important que d'autre. Les fautes avec un fort taux de manifestation seront détectées et corrigées en premier et auront une influence plus importante sur la fiabilité que les dernières corrections du logiciel. Il y a  $N_0$  fautes dans le programme et la distribution conditionnelle du temps entre la  $(i - 1)$ -ème et  $i$ -ème défaillance est exponentielle de paramètre  $\lambda_i$ .

$$f(t_i | \lambda_i) = \lambda_i e^{-\lambda_i t_i} \quad (\text{II.37})$$

Soient  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{N_0}$  les taux d'occurrence des  $N_0$  défauts que contient le logiciel.  $\lambda_i$  est le taux de défaillance du logiciel après que le défaut  $i - 1$  a été corrigé :

$$\lambda_i = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_{N_0 - i + 1} \quad (\text{II.38})$$

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{N_0}$  sont indépendants et distribués suivant une loi Gamma( $\alpha, \beta$ ). Après un temps  $\tau$  d'exécution du logiciel la distribution du  $i$ -ème intervalle est obtenue par la combinaison de la loi exponentielle (II.37) et de la loi Gamma( $(N - i + 1)\alpha, \beta + \tau$ ) relative aux taux restants. Ainsi, il résulte une distribution Pareto :

– la densité de probabilité

$$f(t_i) = \frac{(N_0 - i + 1)\alpha(\beta + \tau)^{(N_0 - i + 1)\alpha}}{(\beta + \tau + t_i)^{(N_0 - i + 1)\alpha + 1}} \quad (\text{II.39})$$

– le taux de défaillance (figure II.9)

$$\lambda_i(t) = \frac{(N_0 - i + 1)\alpha}{\beta + \tau + t} \quad (\text{II.40})$$

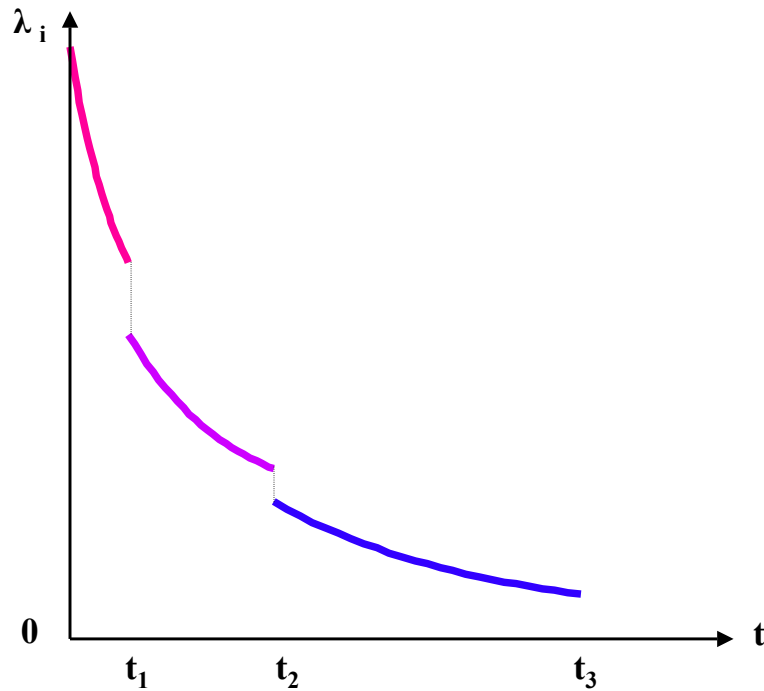


FIG. II.9 – Le taux de défaillance pour le modèle de Littlewood.

– la fiabilité

$$R_i(t) = \left( \frac{\beta + \tau}{\beta + \tau + t} \right)^{(N_0 - i + 1)\alpha} \quad (\text{II.41})$$

**c. Modèle de Littlewood-Verall** Le modèle de fiabilité logiciel Littlewood-Verall [Rook, 1990], [Villemeur, 1988] rejete l'hypothèse qu'aucune faute n'est introduite lors d'une correction. La densité de probabilité des durées s'écoulant entre la  $(i - 1)$ -ème et

$i$ -ème défaillance est exponentielle de paramètre  $\lambda_i$  (II.37).

Les  $\lambda_i$  sont supposés indépendants les uns des autres et distribués selon une loi Gamma( $\alpha, \psi(i)$ ). Ainsi, il résulte une distribution Pareto :

– la densité de probabilité

$$f(t_i) = \frac{\alpha \psi(i)^\alpha}{(t_i + \psi(i))^{\alpha+1}} \quad (\text{II.42})$$

Dans le cas où  $\psi$  est linéaire en  $i$ , on obtient alors les mesures de la fiabilité suivantes :

– le taux de défaillance (figure II.10)

$$\lambda_i(t) = \frac{\alpha}{t + \psi(i)} \quad (\text{II.43})$$

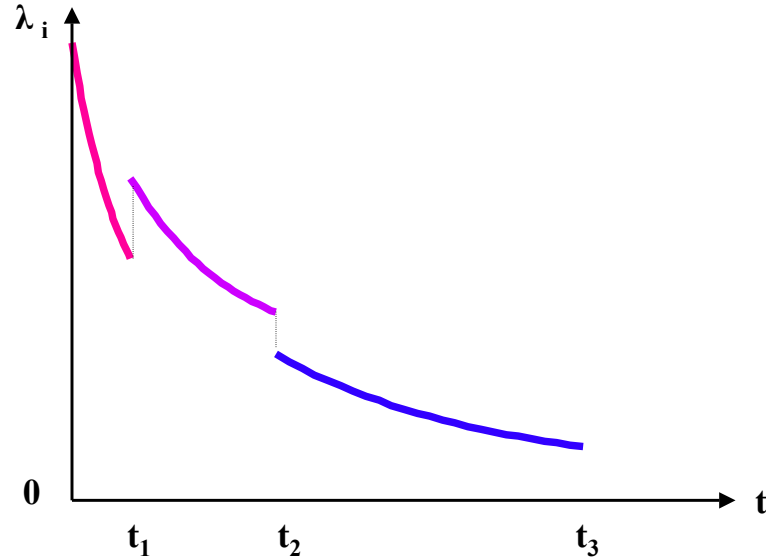


FIG. II.10 – Le taux de défaillance pour le modèle de Littlewood-Verall.

– la fiabilité

$$R_i(t) = \left( \frac{\psi(i)}{t + \psi(i)} \right)^\alpha \quad (\text{II.44})$$

Notons aussi que si :

- $\psi(i)$  est une fonction croissante, nous assistons à la croissance de la fiabilité du logiciel ;
- $\psi(i)$  est une fonction décroissante, nous assistons à la décroissance de la fiabilité du logiciel.

**d. Autres modèles de croissance de la fiabilité logiciel** Il existe d'autres modèles de croissance de la fiabilité logiciel comme les modèles Schick-Wolverton, Lipow,

Littlewood-Sofer, Goel-Okumoto, Musa-Okumoto [Rook, 1990], [Villemeur, 1988],...

### II.3.3.6 La méthode du maximum de vraisemblance

Une fois que le type de distribution de durée de vie (exponentielle, Weibull, croissance de fiabilité, par exemple le modèle de Jelinski-Moranda, ... ) d'un composant d'un système mécatronique et que les temps de défaillance pour ce composant sont connus, il est nécessaire d'estimer les paramètres associés à la distribution. La méthode du maximum de vraisemblance (MV) est une des plus utilisées pour effectuer le calcul des paramètres [Birolini, 1997].

D'autres méthodes d'estimation existent également. Ainsi la méthode des moindres carrés est une méthode fondamentalement géométrique, qui n'utilise aucune caractéristique probabiliste [Whitman, 2003]. La méthode des moments, également utilisée, conduit généralement à des estimateurs ayant moins de propriétés statistiques (biais) que ceux de la méthode du maximum de vraisemblance [Pagès et Gondran, 1980].

Rappelons plusieurs critères, le plus souvent liés au bon sens qui aide à la comparaison des estimateurs.

- le biais suppose que l'estimation ne soit pas systématiquement décalée par rapport à la valeur vraie ;
- l'efficacité ou la précision consiste à obtenir une estimation cohérente, avec une faible variation d'un échantillon à l'autre ;
- la convergence montre que la valeur de l'estimation obtenue doit être la valeur vraie du paramètre si l'on peut estimer la valeur du paramètre sur tout l'échantillon ;
- la robustesse admet que l'estimation ne soit pas sensible à la présence de perturbations, de valeurs aberrantes.

La MV est généralement préférée aux autres méthodes car l'estimateur obtenu est sans biais, efficace, convergent et robuste [Lannoy et Procaccia, 1994].

La MV a été développée par Fisher en 1922 [Fisher, 1922].

Si les données de survie sont non censurées, la méthode MV est avec échantillon complet et si les données de survie sont censurées, la MV est avec échantillon incomplet.

**a. MV avec échantillon complet** Nous observons les durées successives de fonctionnement de  $n$  matériels identiques. Soient  $t = (t_1...t_n)$  les temps des défaillances observés, dont la densité de probabilité est  $f(t, \theta)$ , la fonction de vraisemblance  $L(t, \theta)$  est :

$$L(t, \theta) = L(t_1...t_n, \theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \theta) \quad (\text{II.45})$$

avec  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r)$ , le vecteur des paramètres recherchés.

Si  $L(t, \theta)$  est dérivable et si le maximum de la fonction de vraisemblance existe en  $\hat{\theta}$ , alors il satisfait l'équation suivante :

$$\left. \frac{\partial L(t_1 \dots t_n, \theta_1 \dots \theta_r)}{\partial \theta_i} \right|_{\theta_i = \hat{\theta}_i} = 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (\text{II.46})$$

ou

$$\left. \frac{\partial \ln(L(t_1 \dots t_n, \theta_1 \dots \theta_r))}{\partial \theta_i} \right|_{\theta_i = \hat{\theta}_i} = 0 \quad i = 1, \dots, r \quad (\text{II.47})$$

Pour calculer la variance de  $\hat{\theta}$ ,  $\hat{V}ar(\hat{\theta})$ , la fonction de vraisemblance  $L$  doit être dérivable d'ordre deux. Ensuite, nous construirons la matrice symétrique de Fisher notée  $\hat{I}$  (II.48) :

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_1^2} & -\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} & \dots & -\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_1 \partial \theta_r} \\ -\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_2 \partial \theta_1} & -\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_2^2} & \dots & -\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_2 \partial \theta_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_r \partial \theta_1} & -\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_r \partial \theta_2} & \dots & -\frac{\partial^2 L}{\partial \theta_r^2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.48})$$

La matrice inverse  $\hat{I}^{-1}$  de Fisher représente la matrice estimée de variance - covariance notée  $\hat{\Sigma}$  (II.49).

$$\hat{\Sigma} = \hat{I}^{-1} \quad (\text{II.49})$$

où

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{V}ar(\hat{\theta}_1) & \hat{C}ov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) & \dots & \hat{C}ov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_r) \\ \hat{C}ov(\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_1) & \hat{V}ar(\hat{\theta}_2) & \dots & \hat{C}ov(\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_r) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{C}ov(\hat{\theta}_r, \hat{\theta}_1) & \hat{C}ov(\hat{\theta}_r, \hat{\theta}_2) & \dots & \hat{V}ar(\hat{\theta}_r) \end{bmatrix} \quad (\text{II.50})$$

Cette matrice sera utilisée pour estimer les intervalles de confiance de  $\hat{\theta}$ .

**b. MV avec échantillon incomplet** Lorsque nous décidons d'arrêter les observations pour  $n$  matériels identiques, nous fixons des limites pour chaque matériel. Soient  $\tau = (\tau_1 \dots \tau_n)$  les limites d'arrêt. Alors, nous n'observons pas l'instant de défaillance des matériels qui sont encore en fonctionnement à l'instant  $\tau$ , nous connaissons seulement les temps de défaillance antérieurs à  $\tau$ . C'est ce que nous appelons une censure (à droite). L'échantillon incomplet ainsi obtenu est  $s = (\min(t_1, \tau_1), \min(t_2, \tau_2) \dots \min(t_n, \tau_n))$ . Pour faciliter l'analyse, par la suite, nous pouvons reindexer les matériels de telle manière à ordonner d'après les temps des défaillances et les temps de censure. Nous obtenons  $s = (t_1 \dots t_m, \tau_{m+1} \dots \tau_n)$ . La fonction de vraisemblance  $L(s, \theta)$  est :

$$L(s, \theta) = \prod_{i=1}^m f(s_i, \theta) \prod_{i=m+1}^n R(s_i, \theta) \quad (\text{II.51})$$

avec

- $m$  le nombre des matériels non censurés (ou le nombre de défaillances) et  $n - m$  le nombre des matériels censurés ;
- $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r)$ .

Si  $L(s, \theta)$  est dérivable et si le maximum de la fonction de vraisemblance existe en  $\hat{\theta}$ , alors il satisfait l'équation suivante :

$$\left. \frac{\partial L(s, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = 0 \quad (\text{II.52})$$

ou

$$\left. \frac{\partial \ln(L(s, \theta))}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = 0 \quad (\text{II.53})$$

Pour calculer la variance de  $\hat{\theta}$ ,  $\hat{V}ar(\hat{\theta})$ , la fonction de vraisemblance  $L$  doit être dérivable d'ordre deux. La démarche est identique à celle du paragraphe précédent (équations II.48, II.49, II.50) pour  $L(s, \theta)$ .

**c. Estimation des intervalles de confiance** Bien souvent, le fiabiliste ne se satisfait pas d'associer uniquement une loi de probabilité aux données mesurées, il cherche également à établir l'ensemble des lois susceptibles de correspondre aux valeurs obtenues.

Dans ce but, il détermine un intervalle de confiance associé au paramètre estimé, afin d'enrichir son estimation, pour avoir une image plus réaliste sur lui.

Chaque intervalle de confiance est accompagné d'un niveau de confiance  $100\gamma\%$  (niveau de confiance compris entre 0% et 100%).

L'intervalle de confiance du paramètre estimé  $\hat{\theta}_i$  est calculé selon une loi normale. Il



dépend des limites du paramètre (c'est à dire de son domaine de définition). Trois cas sont considérés :

- Intervalle illimité du paramètre  $(-\infty, +\infty)$  - l'estimateur  $\hat{\theta}_i$  est distribué approximativement selon une loi normale.

$$\text{Limite inférieure : } \theta_{\text{inf}} = \hat{\theta}_i - u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\theta}_i)}$$

$$\text{Limite supérieure : } \theta_{\text{sup}} = \hat{\theta}_i + u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\theta}_i)}$$

où  $u_\gamma$  représente l'inverse de la fonction de répartition de la loi normale standard.

- Intervalle positif du paramètre  $(0, +\infty)$  - la distribution du  $\ln(\hat{\theta}_i)$  est approximativement normale.

$$\text{Limite inférieure : } \theta_{\text{inf}} = \hat{\theta}_i \exp\left(-u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\theta}_i)/\hat{\theta}_i}\right)$$

$$\text{Limite supérieure : } \theta_{\text{sup}} = \hat{\theta}_i \exp\left(u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\theta}_i)/\hat{\theta}_i}\right)$$

- Intervalle avec les limites en  $(0, 1)$  - la distribution du  $\ln(\hat{\theta}_i/(1 - \hat{\theta}_i))$  est approximativement normale.

$$\text{Limite inférieure : } \theta_{\text{inf}} = \hat{\theta}_i / \left( \hat{\theta}_i + (1 - \hat{\theta}_i) \exp\left(u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\theta}_i) / (\hat{\theta}_i (1 - \hat{\theta}_i))}\right) \right)$$

$$\text{Limite supérieure : } \theta_{\text{sup}} = \hat{\theta}_i / \left( \hat{\theta}_i + (1 - \hat{\theta}_i) \exp\left(-u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\theta}_i) / (\hat{\theta}_i (1 - \hat{\theta}_i))}\right) \right)$$

**d. Application de la méthode MV Loi exponentielle** La fonction de vraisemblance pour la loi exponentielle et pour un échantillon censuré (II.54), en supposant que  $\theta = \lambda$ , s'écrit :

$$\begin{aligned} L(s, \lambda) &= \prod_{i=1}^m f(s_i, \lambda) \prod_{i=m+1}^n R(s_i, \lambda) \\ &= \prod_{i=1}^m \lambda e^{-\lambda t_i} \prod_{i=m+1}^n e^{-\lambda \tau_i} \end{aligned} \quad (\text{II.54})$$

où  $s = (t_1 \dots t_m, \tau_{m+1} \dots \tau_n)$ ,  $m$  défaillances,  $n - m$  censures.

La ln-vraisemblance s'écrit :

$$\begin{aligned} \ln(L(s, \lambda)) &= m \ln \lambda - \lambda \left( \sum_{i=1}^m t_i + \sum_{i=m+1}^n \tau_i \right) \\ &= m \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n s_i \end{aligned} \quad (\text{II.55})$$

L'estimateur  $\hat{\lambda}$  du maximum de vraisemblance (II.56) est donné par la solution de l'équation (II.53) :

$$\hat{\lambda} = \frac{m}{\sum_{i=1}^n s_i} \quad (\text{II.56})$$

La matrice  $\hat{I}$  de Fisher s'écrit (II.57) :

$$\hat{I} = \left[ -\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \right] = \left[ \frac{m}{\hat{\lambda}^2} \right] \quad (\text{II.57})$$

La matrice  $\hat{\Sigma}$  (II.58) de variance - covariance :

$$\hat{\Sigma} = \left[ \hat{V}ar(\hat{\lambda}) \right] \quad (\text{II.58})$$

La variance de  $\hat{\lambda}$  (II.59) par la formule (II.49) est :

$$\hat{V}ar(\hat{\lambda}) = \frac{\hat{\lambda}^2}{m} = \frac{m}{\left( \sum_{i=1}^n s_i \right)^2} \quad (\text{II.59})$$

L'intervalle de confiance pour le paramètre  $\hat{\lambda}$  est :

$$\hat{\lambda} \exp \left( -u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\lambda})/\hat{\lambda}} \right) \leq \hat{\lambda} \leq \hat{\lambda} \exp \left( u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\lambda})/\hat{\lambda}} \right) \quad (\text{II.60})$$

qui reste cohérent avec l'intervalle de confiance par la relation classique :

$$\frac{\chi_\gamma^2(2m)}{2 \sum_{i=1}^n s_i} \leq \hat{\lambda} \leq \frac{\chi_{1-\gamma}^2(2m+2)}{2 \sum_{i=1}^n s_i} \quad (\text{II.61})$$

**Loi de Weibull** La fonction de vraisemblance pour la loi de Weibull et pour un échantillon censuré (II.62), en supposant que  $\theta = (\eta, \beta)$ , s'écrit :

$$\begin{aligned}
 L(s, \eta, \beta) &= \prod_{i=1}^m f(s_i, \eta, \beta) \prod_{i=m+1}^n R(s_i, \eta, \beta) \\
 &= \prod_{i=1}^m \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t_i}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t_i}{\eta}\right)^\beta} \prod_{i=m+1}^n e^{-\left(\frac{\tau_i}{\eta}\right)^\beta}
 \end{aligned} \tag{II.62}$$

ou  $s = (t_1 \dots t_m, \tau_{m+1} \dots \tau_n)$ ,  $m$  défaillances,  $n - m$  censures.

La ln-vraisemblance s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \ln(L(s, \eta, \beta)) &= m \ln \beta - \beta m \ln \eta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^m \ln t_i - \sum_{i=1}^m \left(\frac{t_i}{\eta}\right)^\beta - \sum_{i=m+1}^n \left(\frac{\tau_i}{\eta}\right)^\beta \\
 &= m \ln \beta - \beta m \ln \eta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^m \ln t_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{s_i}{\eta}\right)^\beta
 \end{aligned} \tag{II.63}$$

Les estimateurs  $\hat{\eta}$ ,  $\hat{\beta}$  du maximum de vraisemblance vérifient (II.64) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\eta} = \left( \frac{\sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}}}{m} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \\ \frac{m}{\hat{\beta}} - \frac{m \sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}} \ln s_i}{\sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}}} + \sum_{i=1}^m \ln t_i = 0 \end{array} \right. \tag{II.64}$$

La matrice  $\hat{I}$  de Fisher s'écrit (II.65) :

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial L^2}{\partial^2 \eta} & -\frac{\partial L^2}{\partial \eta \partial \beta} \\ -\frac{\partial L^2}{\partial \beta \partial \eta} & -\frac{\partial L^2}{\partial^2 \beta} \end{bmatrix} = \tag{II.65}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\hat{\beta}}{\hat{\eta}^2} \left( \left( \hat{\beta} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \left( \frac{s_i}{\hat{\eta}} \right)^{\hat{\beta}} - m \right) & \frac{m}{\hat{\eta}} - \frac{1 - \hat{\beta} \ln \hat{\eta}}{\hat{\eta}^{\hat{\beta}+1}} \sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}} - \frac{\hat{\beta}}{\hat{\eta}^{\hat{\beta}+1}} \sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}} \ln s_i \\ \frac{m}{\hat{\eta}} - \frac{1 - \hat{\beta} \ln \hat{\eta}}{\hat{\eta}^{\hat{\beta}+1}} \sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}} - \frac{\hat{\beta}}{\hat{\eta}^{\hat{\beta}+1}} \sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}} \ln s_i & \frac{m}{\hat{\beta}^2} + \frac{\ln \hat{\eta}}{\hat{\eta}^{\hat{\beta}}} \left( \frac{\sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}} (\ln s_i)^2}{\ln \hat{\eta}} - 2 \sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}} \ln s_i + \sum_{i=1}^n s_i^{\hat{\beta}} \ln \hat{\eta} \right) \end{bmatrix}$$

La matrice  $\hat{\Sigma}$  (II.66) de variance - covariance :

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{V}ar(\hat{\eta}) & \hat{C}ov(\hat{\eta}, \hat{\beta}) \\ \hat{C}ov(\hat{\beta}, \hat{\eta}) & \hat{V}ar(\hat{\beta}) \end{bmatrix} = \hat{I}^{-1} \quad (\text{II.66})$$

L'intervalle de confiance pour le paramètre  $\hat{\eta}$  est :

$$\hat{\eta} \exp\left(-u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\eta})/\hat{\eta}}\right) \leq \hat{\eta} \leq \hat{\eta} \exp\left(u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\eta})/\hat{\eta}}\right) \quad (\text{II.67})$$

L'intervalle de confiance pour le paramètre  $\hat{\beta}$  est :

$$\hat{\beta} \exp\left(-u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\beta})/\hat{\beta}}\right) \leq \hat{\beta} \leq \hat{\beta} \exp\left(u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\beta})/\hat{\beta}}\right) \quad (\text{II.68})$$

### Modèle de Jelinski-Moranda

Pour établir la fonction de vraisemblance pour le modèle de Jelinski Moranda, nous considérons  $N$  systèmes. Pour chaque système, nous observons toutes les défaillances jusqu'à un temps de censure cumulé  $T_c$ . Sachant qu'après une défaillance le système est réparé immédiatement, le nombre des défaillances initiales ( $N_0$ ) est réduit d'une unité après chaque réparation. Soit  $d = (d_1, \dots, d_N)$  la suite des défaillances observées pour chaque système et  $m$  la somme de l'ensemble de défaillances  $m = \sum_{i=1}^N d_i$ , ( $n > N$ ). Pour le système  $i$ , la somme des temps de défaillance est inférieure au temps de censure cumulé  $T_c$  ( $\sum_{j=1}^{d_i} t_{i,j} < T_c$ ) et la différence entre le temps de censure cumulé et la somme des temps de défaillances est le temps de censure ( $\tau_{i,d_i+1} = T_c - \sum_{j=1}^{d_i} t_{i,j}$ ).

En conséquence, la fonction de vraisemblance s'écrit :

$$L = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^{d_i} \lambda_j e^{-\lambda_j t_{i,j}} \prod_{i=1}^N e^{-\lambda_{d_i+1} \tau_{i,d_i+1}} \quad (\text{II.69})$$

où

$$\lambda_i = \phi(N_0 - i + 1) \quad (\text{II.70})$$

La ln-vraisemblance s'écrit :

$$\ln L = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i} \ln \lambda_j - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i+1} \lambda_j s_{i,j} \quad (\text{II.71})$$

En utilisant II.36, la ln-vraisemblance devient :

$$\ln L = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i} \ln (\phi (N_0 - j + 1)) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i+1} \phi (N_0 - j + 1) s_{i,j} \quad (\text{II.72})$$

Les estimateurs  $\hat{N}_0$ ,  $\hat{\phi}$  du maximum de vraisemblance vérifient (II.73), la solution donnée par les équations (II.53) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\phi} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i} \frac{1}{N_0 - j + 1}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i+1} s_{i,j}} \\ \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i} \frac{1}{N_0 - j + 1} \right) \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i+1} (N_0 - j + 1) s_{i,j} \right) - m \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i+1} s_{i,j} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.73})$$

La matrice  $\hat{I}$  de Fisher s'écrit (II.74) :

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} \frac{m}{\hat{\phi}^2} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i+1} s_{i,j} \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i+1} s_{i,j} & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{d_i} \frac{1}{(\hat{N}_0 - j + 1)^2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.74})$$

La matrice  $\hat{\Sigma}$  (II.75) de variance - covariance :

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{V}ar(\hat{\phi}) & \hat{C}ov(\hat{\phi}, \hat{N}_0) \\ \hat{C}ov(\hat{N}_0, \hat{\phi}) & \hat{V}ar(\hat{N}_0) \end{bmatrix} = \hat{I}^{-1} \quad (\text{II.75})$$

L'intervalle de confiance pour le paramètre  $\hat{\phi}$  est :

$$\hat{\phi} \exp \left( -u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\phi})/\hat{\phi}} \right) \leq \hat{\phi} \leq \hat{\phi} \exp \left( u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{\phi})/\hat{\phi}} \right) \quad (\text{II.76})$$

L'intervalle de confiance pour le paramètre  $\hat{N}_0$  est :

$$\hat{N}_0 \exp \left( -u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{N}_0)/\hat{N}_0} \right) \leq \hat{N}_0 \leq \hat{N}_0 \exp \left( u_\gamma \sqrt{\hat{V}ar(\hat{N}_0)/\hat{N}_0} \right) \quad (\text{II.77})$$

### II.3.4 Proposition d'une méthodologie globale

Pour maîtriser entièrement la fiabilité d'un système mécatronique, les trois phases du processus de fiabilité doivent être intégrées dans une méthodologie globale.

La méthodologie proposée se déroule sur la totalité du cycle de développement. Elle permet de consolider toutes les informations collectées au cours du processus de fiabilisation.

En phase de fiabilité prévisionnelle, l'évaluation de la fiabilité du système est déduite de celle des composants.

La fiabilité expérimentale et la fiabilité opérationnelle sont estimée par une méthode bayésienne commune. Les connaissances acquises dans une phase sont capitalisées dans la suivante.

A chaque phase et si les objectifs de fiabilité système ne sont pas atteints, une étude de sensibilité détecte les composants responsables de la non conformité et permet de rétroagir sur la conception.

La figure II.11 donne le synoptique de la méthodologie globale proposée.

La fiabilité prévisionnelle est calculée à partir du RdPSD attaché au système mécatronique qui prend en considération d'une part les différents modes des défaillances des composants déterminées à l'aide d'une analyse AMDE, AD, ... et d'autre part des recueils des données sur ces composants.

La fiabilité expérimentale est déterminée à l'aide de la méthode BRM (méthode d'estimation bayésienne) avec l'a priori constitué par la fiabilité prévisionnelle et avec les données obtenues suite aux différents types d'essais de fiabilité.

La fiabilité opérationnelle est également obtenue, à l'aide de la méthode BRM, où l'a priori est la fiabilité expérimentale et les données parviennent du retour de l'expérience (REX).

La validation de passage d'une phase de la fiabilité à la suivante porte principalement sur l'analyse des facteurs de sensibilité des composants.

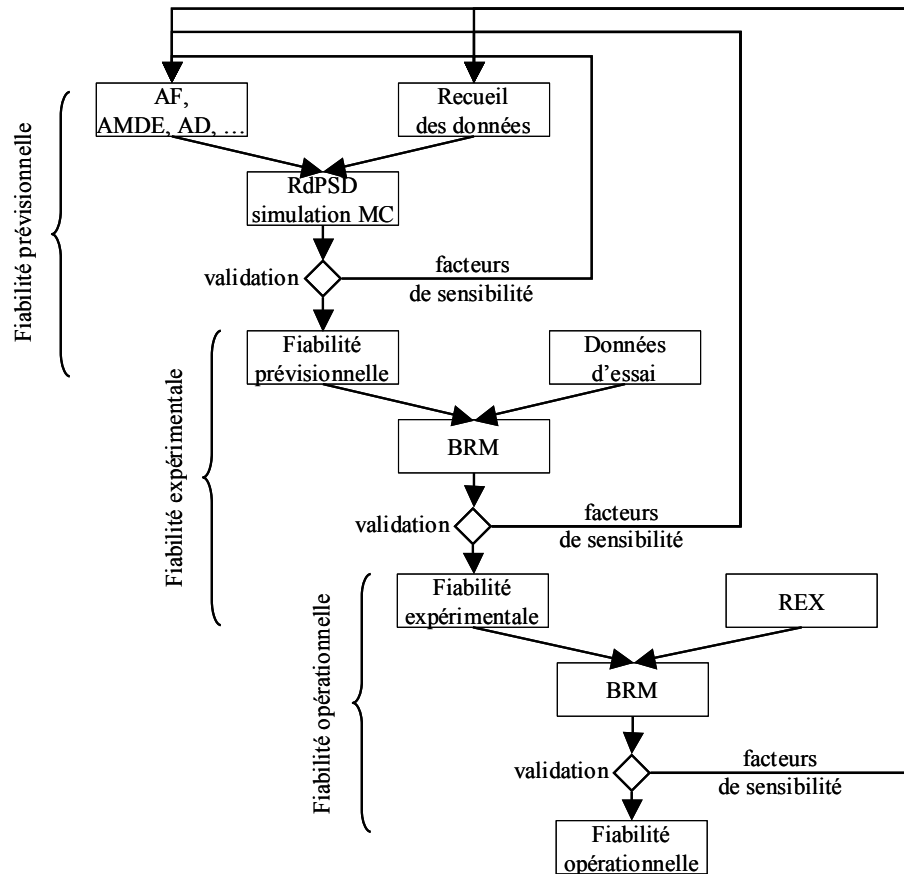


FIG. II.11 – Démarche globale de fiabilité.

## II.4 Conclusion

La fiabilité d'un système mécatronique se construit, s'analyse et s'évalue tout au long du cycle de développement du système. Les méthodes et les outils utilisés à chaque étape du développement du système s'inscrivent dans une méthodologie globale qui fait intervenir trois grandes phases : la fiabilité prévisionnelle, la fiabilité expérimentale et la fiabilité opérationnelle.

La capitalisation et la consolidation des connaissances tout au long du cycle de développement du système constitue le principe fondateur de la méthodologie. La modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle du système, indispensable à toute maîtrise de la fiabilité, est réalisée par réseaux de Petri.

La fiabilité prévisionnelle nécessite la connaissance de tous les mécanismes de dé-

faillance des composants pour chaque technologie intégrée dans le système et des lois de fiabilité associées.

La fiabilité expérimentale et la fiabilité opérationnelle sont évaluées par une méthode bayésienne qui associe et traite des données issues de plusieurs sources. La méthode du maximum de vraisemblance est appliquée pour estimer les paramètres des lois de fiabilité et de leur intervalle de confiance.

A chaque phase, la méthodologie permet de revenir sur des éléments de conception du système si les objectifs de fiabilité ne sont pas atteints.



# Chapitre III

## Méthode d'estimation de la fiabilité prévisionnelle d'un système mécatronique

### Sommaire

---

<b>III.1 Introduction</b> . . . . .	<b>81</b>
<b>III.2 Méthodologie proposée pour la construction et l'évaluation de la fiabilité prévisionnelle</b> . . . . .	<b>81</b>
III.2.1 Modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle . . . . .	83
III.2.2 Modélisation stochastique - choix des distributions attachées aux transitions . . . . .	87
III.2.3 Conditions de simulation . . . . .	91
III.2.4 Méthode d'estimation de la fiabilité des composants et de la fiabilité du système . . . . .	94
<b>III.3 Application</b> . . . . .	<b>97</b>
III.3.1 Présentation de l'exemple . . . . .	97
III.3.2 Modèle fonctionnel et dysfonctionnel . . . . .	98
III.3.3 Choix des lois de franchissement attachées aux transitions . . . . .	101
III.3.4 Simulation et analyse . . . . .	104
<b>III.4 Conclusion</b> . . . . .	<b>108</b>

---

## III.1 Introduction

L'estimation de la fiabilité prévisionnelle est la première étape de la méthodologie globale présentée dans le chapitre précédent.

Cette estimation suit une démarche qui prend en compte les caractéristiques spécifiques des systèmes mécatroniques.

La quantification de la fiabilité prévisionnelle d'un système n'est possible que si son comportement fonctionnel et dysfonctionnel peut être décrit par un formalisme adopté.

Les réseaux de Petri stochastiques conduisent à des modèles qui peuvent être facilement simulés. Pour chaque composant, les temps de défaillance obtenus par simulation permettent de déterminer, par la méthode du maximum de vraisemblance, les paramètres des lois de fiabilité associées.

La connaissance de la fiabilité prévisionnelle de chaque composant permet d'identifier au plus tôt le composant " fragile " et d'apporter des modifications à la conception du système.

## III.2 Méthodologie proposée pour la construction et l'évaluation de la fiabilité prévisionnelle

L'évaluation de la fiabilité prévisionnelle s'effectue pendant les phases de spécification et de conception du système. La fiabilité prévisionnelle représente un outil de décision pour le choix de l'architecture et des composants, afin de garantir le comportement fonctionnel dans la suite du développement du système.

Les systèmes mécatroniques sont caractérisés par une architecture dynamique qui décrit les différentes fonctions assurées par le système. Afin de construire la fiabilité d'un système mécatronique, il est nécessaire de disposer d'une méthode d'évaluation de la fiabilité qui tient compte de l'architecture dynamique du système, des états possibles de fonctionnement ou de dysfonctionnement, des informations sur les recueils des données pour chaque composant, des différentes technologies des composants et de la possibilité de simulation de fonctionnement et de dysfonctionnement. Notre méthode qui utilise le modèle RdPSD permet de répondre à toutes ces contraintes. La fiabilité prévisionnelle du système mécatronique est estimée en utilisant les RdPSD, qui ont fait l'objet de plusieurs travaux [Barreau et al., 2003], [Barreau et al., 2004], [Mihalache et al., 2006a],

[Mihalache et al., 2006b], [Mihalache et al., 2006c], [Mihalache et al., 2006d].

L'évaluation de la fiabilité (fig. III.1) est obtenue par simulation des états de fonctionnement et de dysfonctionnement, connaissant l'architecture du système et ses composants.

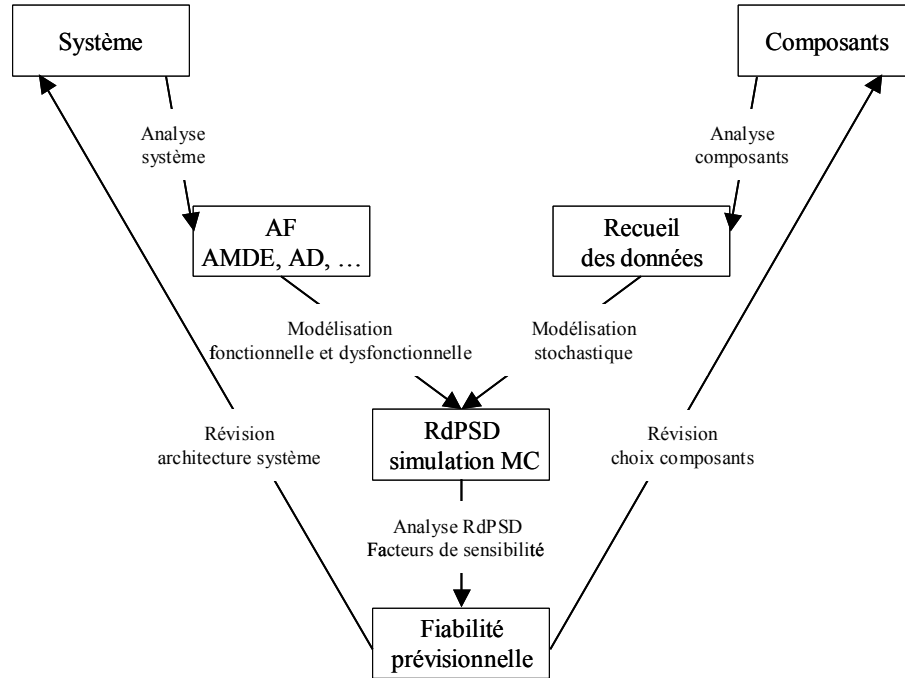


FIG. III.1 – Démarche de la fiabilité prévisionnelle.

L'architecture du système, définie lors de l'analyse fonctionnelle et de la conception (choix de composants pour chaque fonction) est complétée par une étude du comportement dysfonctionnel. Cette étude s'appuie sur les méthodes qualitatives de la SdF, telles que l'AF, l'AMDE et l'AD. Elles sont utilisées dans les étapes descendantes du cycle de développement en V (voir les tableaux I.7 et I.8) et fournissent les modes de défaillance et leur causes. Suite à cette étude, une liste des défaillances est établie ; ces défaillances sont classées par rapport au type de défaillance, au type de composant et aux modes de défaillance.

Pour chaque composant du système, une recherche de données de fiabilité est effectuée, soit à l'aide de bases de données existantes, soit selon l'avis des experts sur les composants pour lesquels on n'a aucune information précise.

La modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle et la modélisation stochastique, obtenue en associant les paramètres de fiabilité à chaque composant, constituent les entrées pour le modèle RdPSD.

Par simulation, nous évaluons la fiabilité de chaque composant, exprimée en temps de fonctionnement du système mécatronique, et la fiabilité globale du système. Si la fiabilité

estimée est conforme aux spécifications du système nous passons à l'étape suivante du cycle de développement, sinon des modifications devront être apportées sur l'architecture du système et sur les choix des composants jusqu'à répondre aux exigences.

### III.2.1 Modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle

La modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle prend en compte respectivement l'architecture du système mécatronique et les états défectueux des composants.

La modélisation fonctionnelle suppose la description temporelle et événementielle du fonctionnement du système (sous l'aspect continu et discret).

La modélisation fonctionnelle du système mécatronique fait apparaître un certain nombre de fonctions qui peuvent être sollicités soit en parallèle, soit indépendamment. Ces fonctions font appel à des composants qui peuvent avoir des temps de fonctionnement différents (solicitation permanente ou épisodique).

Dans l'exemple du chronogramme de la figure III.2 a. (l'échelon "1" correspond à la sollicitation de la fonction ou du composant et "0" au cas contraire), la fonction F1 fait appel à deux composants : le composant 1 est sollicité en permanence et le composant 2 est sollicité avec une certaine fréquence. Pour la fonction F2, le composant 3 est sollicité aléatoirement et le composant 2 est sollicité de la même manière que pour la fonction F1.

La modélisation dysfonctionnelle suppose la défaillance des composants. Dans le chronogramme de la figure III.2 b. les défaillances sont signalées par des petites croix.

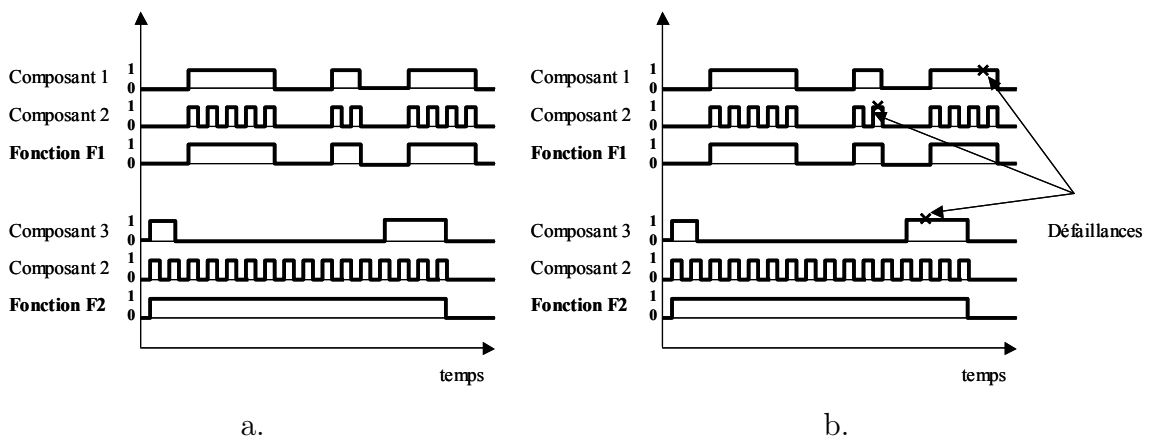


FIG. III.2 – a. Modélisation fonctionnelle ; b. Modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle

La modélisation dysfonctionnelle du système fait intervenir le ou les modes de défaillance du composant. Cet aspect est bien mis en évidence sur un petit exemple de

RdPSD dans la figure III.3. Nous observons bien le lien entre les modélisations fonctionnelle et dysfonctionnelle, la modélisation dysfonctionnelle se superpose à la modélisation fonctionnelle.

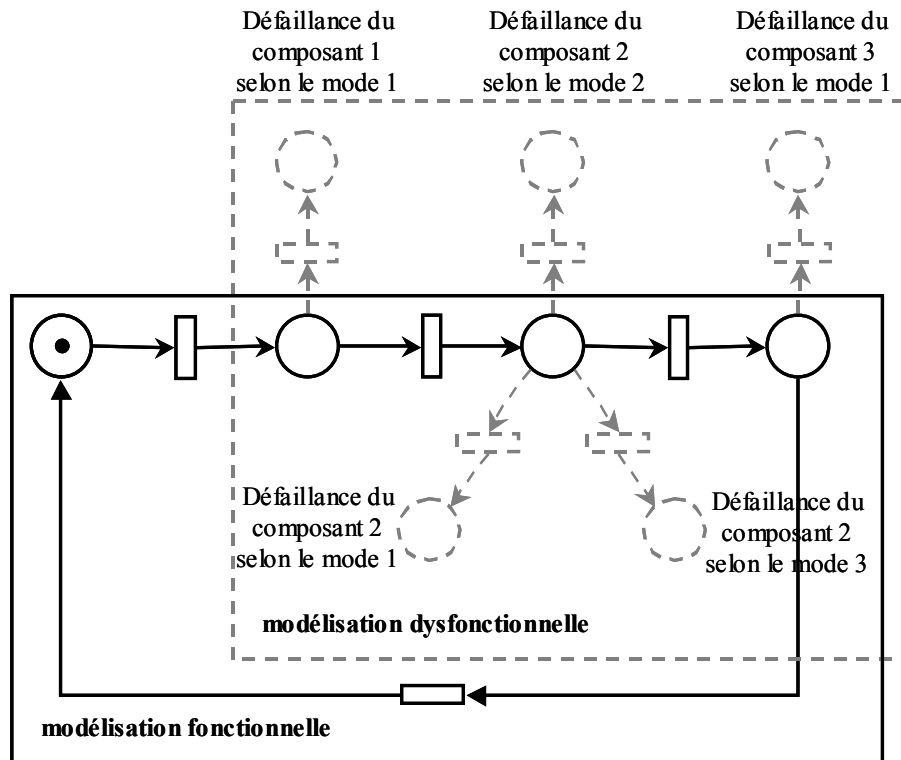


FIG. III.3 – RdP - Modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle.

Dans la modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle, le système mécatronique est décrit par plusieurs blocs élémentaires du RdPSD [Mihalache et al., 2006b] :

- Les blocs composants, de nature mécanique, électronique, logiciel,... contribuent à la réalisation d'une fonction. Un bloc composant contient une place de bon fonctionnement, une ou plusieurs places de défaillance (selon les types de défaillance du composant) et autant de transitions que de places de défaillance (une transition relie une place de bon fonctionnement à la place de défaillance) (fig. III.4 a et b) ;
- Les blocs optionnels sont associés aux fonctions optionnelles du système, dont l'exécution dépend des données d'entrée du système. Par exemple, dans le système de freinage d'un véhicule, l'ABS est une fonction optionnelle ;
- Les blocs communs sont associés aux fonctions communes, indispensables au fonctionnement du système. Ainsi, dans le système de freinage d'un véhicule, la partie mécanique doit fonctionner lors du freinage.

Les blocs optionnels et communs contiennent un ou plusieurs blocs composants (fig.

III.4 c) ;

- Le bloc parallèle apparaît si deux ou plusieurs composants sont sollicités à la fois (fig. III.4 d).
- Le bloc commutateur sélectionne le bloc optionnel adéquat selon les données d'entrée associées aux transitions du bloc. Un bloc commutateur contient une place et plusieurs transitions correspondantes aux fonctions optionnelles (fig. III.4 e) ;
- Le bloc de jonction utilise le même ensemble commun pour les différentes entrées ou ensembles optionnels (fig. III.4 f).

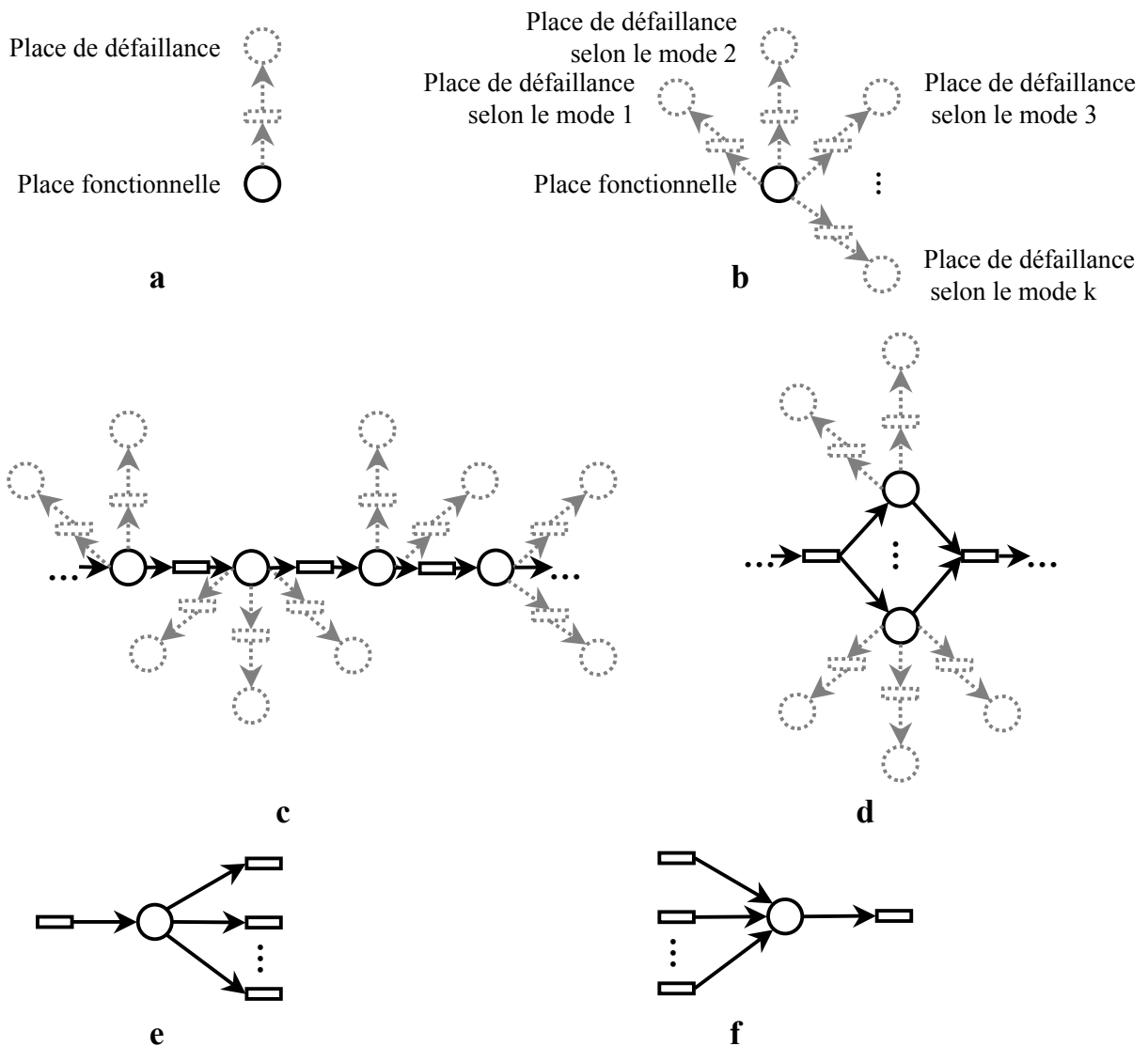


FIG. III.4 – Différents blocs des réseaux de Petri : a) Bloc composant avec un mode de défaillance, b) Bloc composant avec k modes de défaillance, c) Fonctions optionnelles et communes, d) Bloc parallèle, e) Bloc commutateur, f) Bloc de jonction.

A partir de ces blocs élémentaires, nous construisons, de manière générale, le RdPSD attaché au système mécatronique par la combinaison des différents blocs, en tenant compte de la modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle du système. Un modèle général est donné dans la figure III.5.

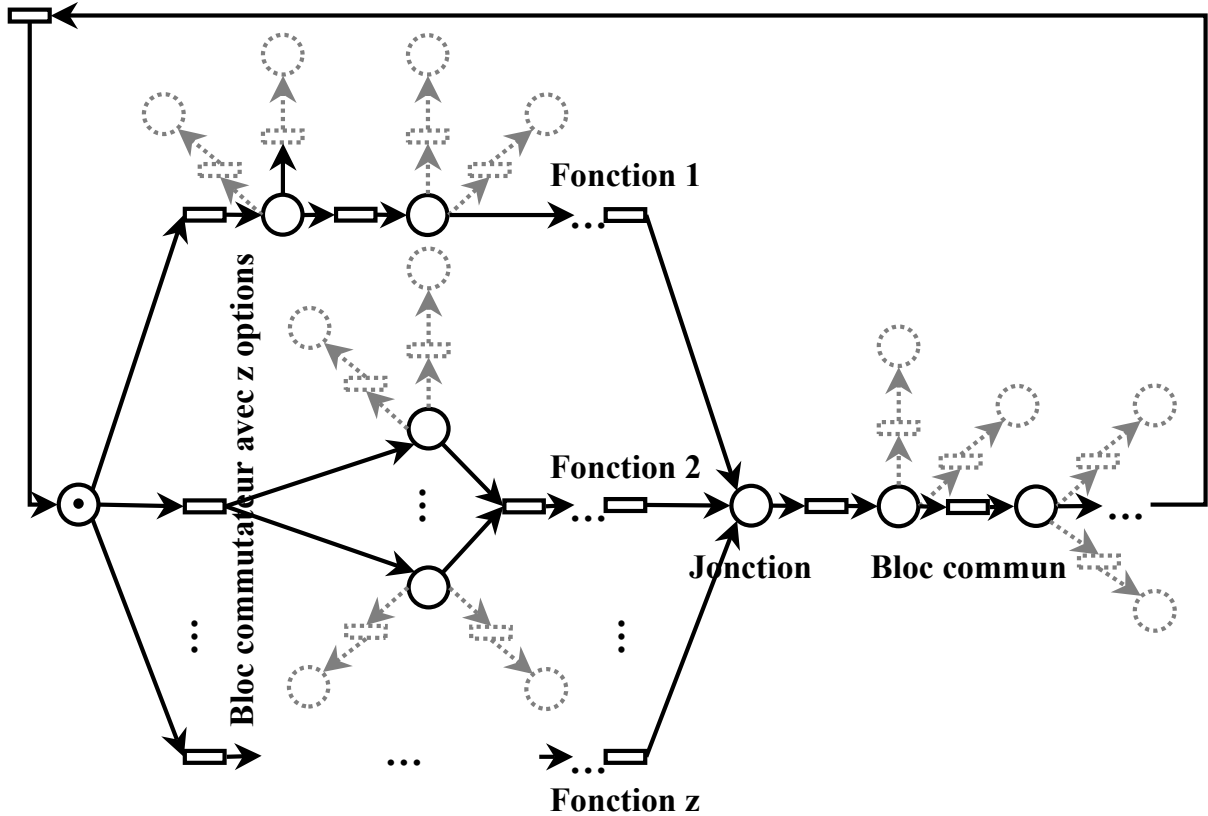


FIG. III.5 – Modèle RdPSD pour un système mécatronique.

Dans cet exemple, le modèle comprend un nombre  $z$  blocs optionnels, un bloc commutateur avec  $z$  transitions qui permet de choisir un parmi les  $z$  bloc optionnels, un bloc de jonctions qui réunit les  $z$  blocs optionnels afin de commencer le bloc commun. Remarquons que le premier bloc optionnel a des composants avec plusieurs types de défaillances et le deuxième bloc optionnel a plusieurs composants sollicités (en cours de fonctionnement) en même temps.

Cette structuration facilite la construction de la fiabilité prévisionnelle.

### **III.2.2 Modélisation stochastique - choix des distributions attachées aux transitions**

Les RdPSD permettent de modéliser le fonctionnement et le dysfonctionnement du système mécatronique. Dans ce but, il est nécessaire de choisir une structure de RdPSD adaptée et de compléter le modèle par le choix des transitions caractérisant le comportement du système (continu, discret, aléatoire, ...). Ces transitions peuvent être classées en trois familles :

- transition fonctionnelle : elle permet de définir le temps d'exécution d'une fonction d'un composant (définie par une place). Le temps de franchissement peut être déterministe ou aléatoire. Il est directement lié à l'architecture du système, au profil de mission de chaque composant. Plusieurs types de lois sont adaptées pour définir les transitions aléatoires : Lognormale, Exponentielle, Weibull, ... La détermination des paramètres de ces distributions "fonctionnelles" fait appel aux opinions des experts sur le système et sur les composants ;
- transition dysfonctionnelle : elle permet de définir le franchissement d'un état de bon fonctionnement à celui de dysfonctionnement. Par la nature même du phénomène cette transition est modélisée par des lois statistiques. Le choix des lois dépend du type de défaillance que l'on souhaite décrire (mécanique, électronique, logiciel, ...). Il est d'usage en fiabilité [Marcovici et Ligeron, 1974] d'utiliser les lois Exponentielle, Weibull pour un composant électronique et les lois de Weibull, Lognormale, Normale, Gamma pour un composant mécanique. Pour le composant logiciel et selon [MIL-HDBK-338B, 1998], il est possible d'utiliser le modèle de temps d'exécution de Musa et le modèle de Putnam.
- transitions immédiates : les transitions qui sortent du bloc commutateur ou du bloc de jonction sont franchies dès la validation.

Le choix des lois est laissé à l'appréciation du fiabiliste qui peut choisir d'autres lois que celles citées précédemment pour caractériser au mieux le comportement des composants. Pour guider ce choix, le fiabiliste peut s'appuyer sur les recueils de données (tables de taux de défaillance) et l'AMDEC (définition des modes de défaillance).

#### **III.2.2.1 Définition des lois pour le modèle dysfonctionnel**

Le modèle dysfonctionnel est basé sur les différentes lois de fiabilité associées aux composants, dont les paramètres sont définis à partir de multiples sources d'informations et en particulier les recueils de données. Comme nous l'avons précisé dans le chapitre II, les taux de défaillance donnés dans les recueils sont des valeurs moyennes obtenues à l'aide



d'échantillons plus ou moins importants. Pour les systèmes électroniques, pour lesquels l'hypothèse des taux de défaillance constants est admise, l'utilisation de valeurs moyennes ne pose pas de problème. Par contre, pour les systèmes mécaniques, cette hypothèse peut engendrer une estimation grossière de la fiabilité.

Ceci est illustré par la figure III.6 obtenue à l'aide d'une simulation de Monte Carlo. Dans cette simulation, nous avons tiré 1000 valeurs aléatoires d'instant de défaillance selon une loi de Weibull ( $\beta = 1,5$ ;  $\eta = 1000$  h) (loi caractéristique des composants mécaniques). A partir des instants de défaillance, nous avons estimé les paramètres de Weibull et la valeur moyenne du taux de défaillance. Ces estimations sont ensuite utilisées pour représenter les lois de fiabilité selon la loi de Weibull et la loi exponentielle (avec le taux de défaillance moyen).

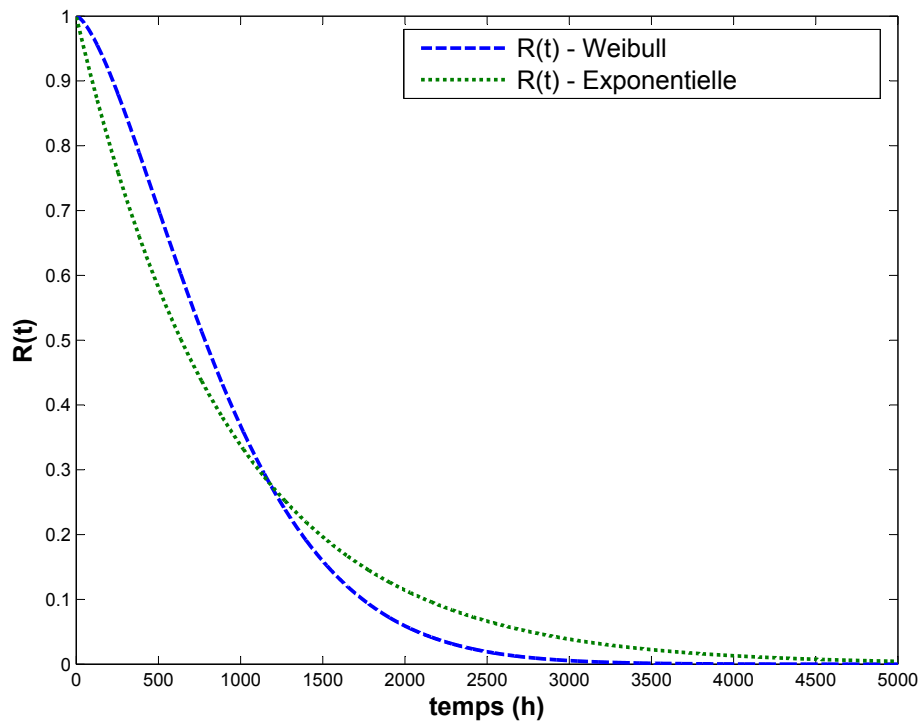


FIG. III.6 – Comparaison des lois de Weibull et Exponentielle.

La figure III.6 montre l'écart entre les deux lois.

Pour contourner cette difficulté, nous proposons, pour les composants habituellement décrits par une loi de Weibull, de définir les paramètres à l'aide des recueils de données et de l'AMDEC. En effet, le taux de défaillance moyen donne une information sur le paramètre d'échelle  $\eta$  et l'AMDEC sur le paramètre de forme  $\beta$  qui est associé au mode de défaillance. Pour ce dernier, nous utilisons la correspondance suivante entre les valeurs de  $\beta$  et modes de défaillance [Lannoy, 1996] :

Mode de défaillance	Valeurs de $\beta$
Fatigue	$\beta \in [1, 5 ; 2, 5]$
Usure, corrosion	$\beta \in [3 ; 4]$

TAB. III.1: Valeurs du paramètre de forme  $\beta$  associées aux modes de défaillance.

Le paramètre d'échelle  $\eta$  est estimé en considérant le taux de défaillance moyen qui est l'inverse du *MTTF* :

$$\eta = \frac{1}{\lambda_{moy} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} \quad (III.1)$$

En reprenant l'exemple de la figure III.6 nous obtenons une loi de Weibull estimée correcte (Figure III.7).

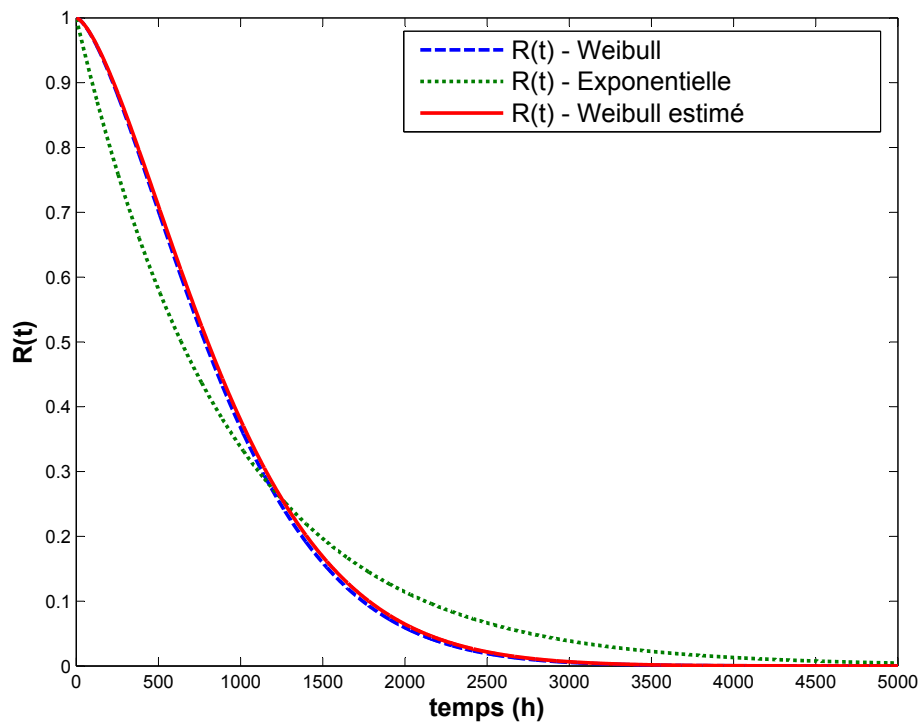


FIG. III.7 – Comparaison des lois de Weibull, Exponentielle et Weibull estimé.

Pour compléter cette analyse, il est nécessaire de considérer les incertitudes sur les différents paramètres de loi que nous allons utiliser dans le RdPSD. Ceci permet d'étudier la robustesse de la conception vis à vis des fiabilités des composants employés.

Les incertitudes sont généralement fournies dans les recueils. Le tableau III.2 est un extrait d'un tableau du recueil NPRD-3 [NPRD-3, 1985] avec les données suivantes sur

les composants : le taux de défaillance (caractérisé par les valeurs minimale, moyenne et maximale), le nombre des défaillances et les temps cumulés d'exécution. Ainsi dans le tableau III.2, nous observons que le nombre de défaillances est directement lié à l'intervalle de confiance, un faible nombre de défaillances implique un grand intervalle de confiance et vice-versa.

Composant	Taux de défaillance / million d'heures			Nombre de défaillances	Temps cumulé (heures x 10 <sup>6</sup> )
	$\lambda_{moy}$	Limite inf. $\gamma = 20\%$	Limite sup. $\gamma = 80\%$		
Valve	214,286	109,372	396,948	3	0,014
Capteur	672,367	651,597	693,921	747	1,111
Actionneur	1111,11	1053,916	1171,927	270	0,243
Led	0,267	0,264	0,289	363	1312,883

TAB. III.2 – Extrait du recueil NPRD-3.

L'intervalle de confiance est donné pour un niveau de confiance de 60% dans la plupart des recueils. Dans notre méthodologie, nous proposons d'intégrer ces incertitudes afin d'étudier la robustesse de la conception. Pour ce faire, nous allons répéter les simulations en tirant aléatoirement des valeurs de paramètres de loi de fiabilité. Le choix des lois de simulation des paramètres de loi de fiabilité est laissé à l'appréciation du fiabiliste. Par exemple, sur un paramètre de forme de Weibull pour un composant mécanique soumis à l'usure il peut choisir une loi uniforme définie sur l'intervalle [3, 4] (tableau III.1).

Dans le cas où le taux de défaillance est défini par les valeurs minimale, moyenne et maximale il est possible d'associer une loi Gamma (utilisée couramment en bayésien pour définir un taux de défaillance [Usureau, 2001]). Pour déterminer les paramètres de la loi Gamma, on peut utiliser la méthode des fractiles (Annexe E). Pour l'exemple du tableau III.2, pour la valve, les paramètres de la loi Gamma sont :

- $a = 2,002075257$
- $b = 0,000132446$

La figure III.8 représente la fonction de répartition de la loi Gamma avec les paramètres déterminés ci-dessus, pour la valve en respectant la limite inférieure et la limite supérieure de l'intervalle de confiance du taux de défaillance moyen.

Pour conclure, nous disposons pour chaque composant du système d'une ou plusieurs lois de fiabilité (dans le cas de plusieurs modes de défaillance). Les paramètres des lois et leurs incertitudes sont définis à partir de plusieurs sources d'informations. Cet ensemble permet d'alimenter le modèle stochastique du RdPSD.

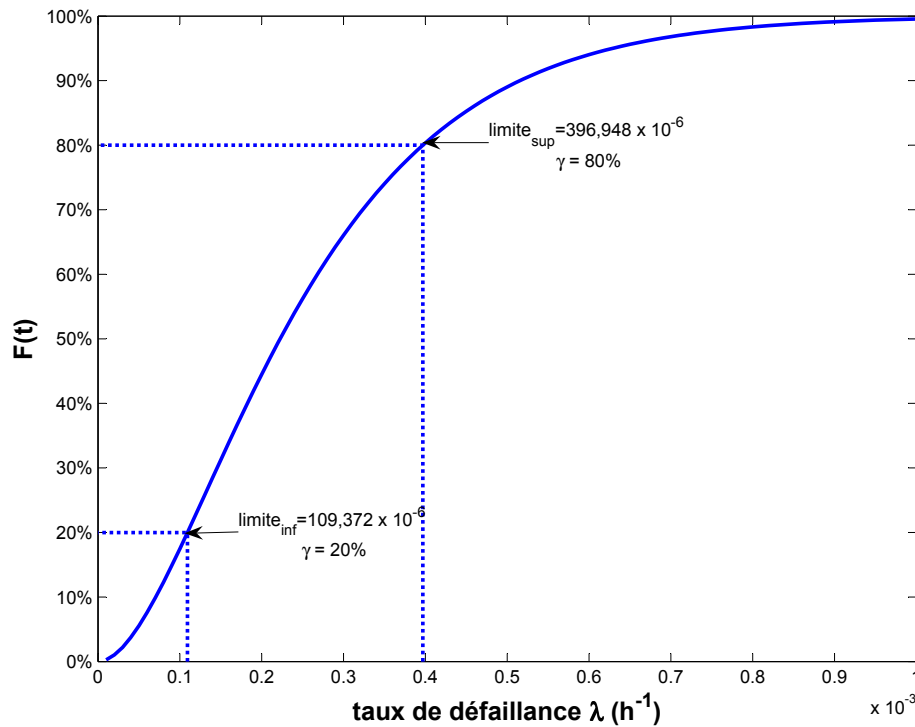


FIG. III.8 – Loi Gamma estimée pour la valve.

### III.2.3 Conditions de simulation

A partir du modèle RdPSD du système mécatronique, nous pouvons évaluer la fiabilité prévisionnelle par simulation.

La durée de franchissement pour la transition qui sort d'un bloc composant (transition qui sort de la place de bon fonctionnement) représente le temps de sollicitation du composant dans le système. Ce temps suit une distribution "fonctionnelle" associé au composant.

Les durées de franchissement associées aux transitions de chaque bloc composant sont données par les distributions "dysfonctionnelles" appropriées au composant.

Nous considérons l'hypothèse que la durée de franchissement pour les transitions sortantes pour le bloc commutateur et pour le bloc de jonction est nulle, le franchissement des transitions est immédiat.

Le modèle "fonctionnel" RdPSD (contenant uniquement les places fonctionnelles, la place du bloc commutateur et la place du bloc de jonction) associé au système mécatronique (fig. III.5) respecte les caractéristiques suivantes de RdP :

- RdP borné - le nombre des jetons dans chaque place est inférieur a une borne ;
- RdP vivant - l'absence de blocage dans le système et sans branche morte dans la

représentation graphique ;

- RdP réinitialisable - le système a un fonctionnement répétitif qui conduit à la notion du cycle de fonctionnement.

Ainsi le cycle de fonctionnement représente l'ensemble de composants sollicités entre deux passages successifs par la place du bloc commutateur. La figure III.9 met en évidence deux exemples de cycles qui sollicitent les éléments suivants du système :

- le bloc commutateur, la première fonction (sélection par le bloc commutateur), le bloc de jonction et le bloc commun ;
- le bloc commutateur, la deuxième fonction (sélection par le bloc commutateur), le bloc de jonction et le bloc commun.

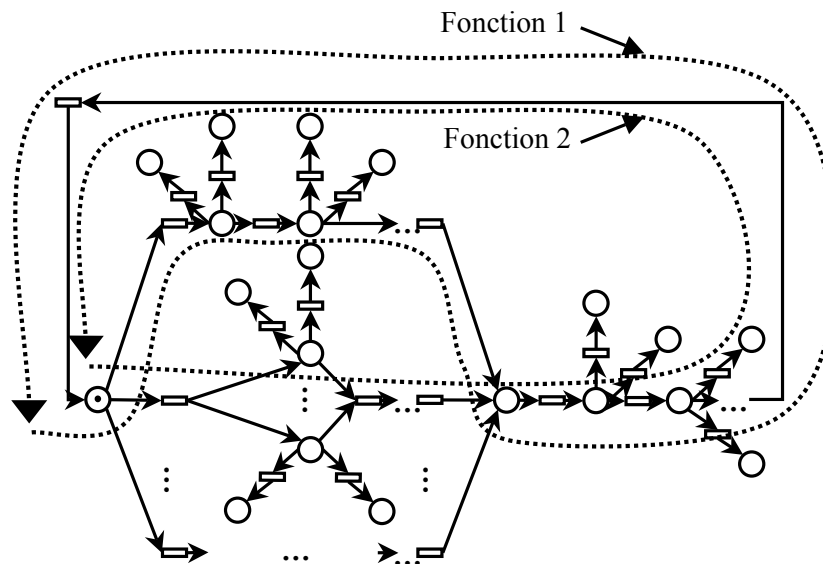


FIG. III.9 – Différents types des cycles pour un système mécatronique.

Le modèle suppose que seulement une partie des composants soit sollicitée à un moment donné.

Afin de pouvoir simuler le modèle, deux conditions supplémentaires doivent être définies, pour éviter des conflits structurels :

- a) Entre les transitions sortantes du bloc commutateur - une probabilité de franchissement est associée à chaque transition, de telle façon que la somme des probabilités soit égale à 1 ;

$$P_{\text{bloc optionnel } 1} + P_{\text{bloc optionnel } 2} + \dots + P_{\text{bloc optionnel } z} = 1$$

- b) Entre les transitions sortantes de la place fonctionnelle du bloc composant - il y a deux types de transitions : une transition fonctionnelle dont la durée de franchissement représente la durée de sollicitation du composant et une ou plusieurs transitions

de défaillance dont les durées de franchissement associées représentent les temps de défaillance des composants en sollicitation continue. La transition fonctionnelle est franchie si la somme cumulée des temps associés à la transition fonctionnelle est inférieure au plus petit temps associé aux transitions de défaillance, sinon la transition de défaillance qui a le plus petit temps associé sera franchie.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^s t_i^f < t_{\min}^d \quad \text{franchissement de la transition fonctionnelle} \\ \sum_{i=1}^s t_i^f \geq t_{\min}^d \quad \text{franchissement de la transition de défaillance} \end{array} \right.$$

où  $s$  - le nombre des sollicitations du composant ;

$t_i^f$  - la durée associée à la transition fonctionnelle pour la sollicitation  $i$  ;

$t_{\min}^d = \min_{j=1 \dots k} (t_j^d)$  - la plus petite durée de défaillance associée au composant ;

$t_j^d$  - la durée associée à la transition de défaillance de type  $j$  ;

$k$  - le nombre des types de défaillance par composant.

Par simulation de  $n$  systèmes mécatroniques jusqu'à un temps de censure  $\tau_c$ , nous pouvons obtenir la situation décrite dans la figure III.10. Dans cet exemple, le 3<sup>ème</sup> système mécatronique est défaillant après 3 cycles suite à la défaillance du composant 1 avec le mode de défaillance de mode 1 ; le 4<sup>ème</sup> système mécatronique n'est pas défaillant. Ensuite les  $n$  données sont regroupées par composant et par mode de défaillance. Pour un composant et un mode de défaillance, il y a  $m_{comp. et mode déf.}$  temps de défaillance et  $n - m_{comp. et mode déf.}$  temps de censure.

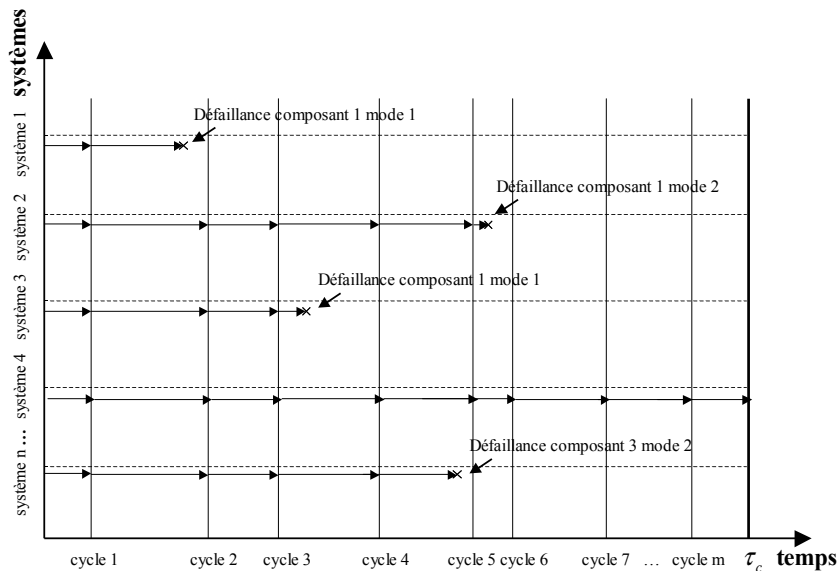


FIG. III.10 –  $n$  systèmes observés par mode de défaillance d'un composant.

Ensuite, les résultats sont analysés selon la méthode présentée dans le paragraphe suivant.

### **III.2.4 Méthode d'estimation de la fiabilité des composants et de la fiabilité du système**

Un composant intégré dans un système n'est pas sollicité en permanence et son temps de fonctionnement est différent du temps de fonctionnement du système. Les paramètres des lois de fiabilité des composants fournis par les recueils de données doivent être corrigés pour tenir compte de ce décalage entre les temps de fonctionnement.

Les nouvelles valeurs des paramètres des lois de fiabilité des composants exprimés en fonction du temps de fonctionnement du système sont obtenues suite à la modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle et par la simulation du modèle RdPSD du système mécatronique.

#### **III.2.4.1 Méthode employée - MV**

A l'issue de la simulation, nous obtenons une série des instants de défaillance et des temps de censure pour chacun des modes de défaillance d'un composant. Ces temps sont exprimés en temps système et non par rapport au temps de fonctionnement du composant. Ce changement est important car le fiabiliste doit apporter la preuve du respect des exigences de fiabilité du système par rapport à son utilisation globale.

Chaque série d'instants de défaillance et de temps de censure fait l'objet d'une analyse statistique complète. L'estimation des paramètres des lois s'effectue par la méthode du maximum de vraisemblance. Dans le cas où nous pouvons simuler  $n$  produits en parallèle, la méthode MV est efficace (cet aspect sera discuté dans le chapitre suivant).

Dans le paragraphe III.2.2, nous avons montré que chaque loi de fiabilité était également caractérisée par l'incertitude des paramètres. Pour calculer ces incertitudes sur les paramètres au niveau du système, nous répétons la simulation  $r$  fois et à chaque fin de simulation une estimation des paramètres de loi est réalisée. Ainsi, à l'issue des  $r$  répétitions, nous obtenons  $r$  valeurs pour chaque paramètre de loi. Ces séries de valeurs sont analysées et un estimateur ponctuel et un intervalle de confiance sont calculés pour chaque paramètre. Chaque paramètre de loi est caractérisé par une distribution statistique donnée qui capitalise toute la connaissance dont on dispose sur le composant. Ce sont ces distributions qui serviront dans l'analyse bayésienne, proposée dans le chapitre suivant, comme a priori.

Pour un composant caractérisé par la loi de Weibull, nous pouvons obtenir les distributions suivantes sur les paramètres de loi (fig. III.11).

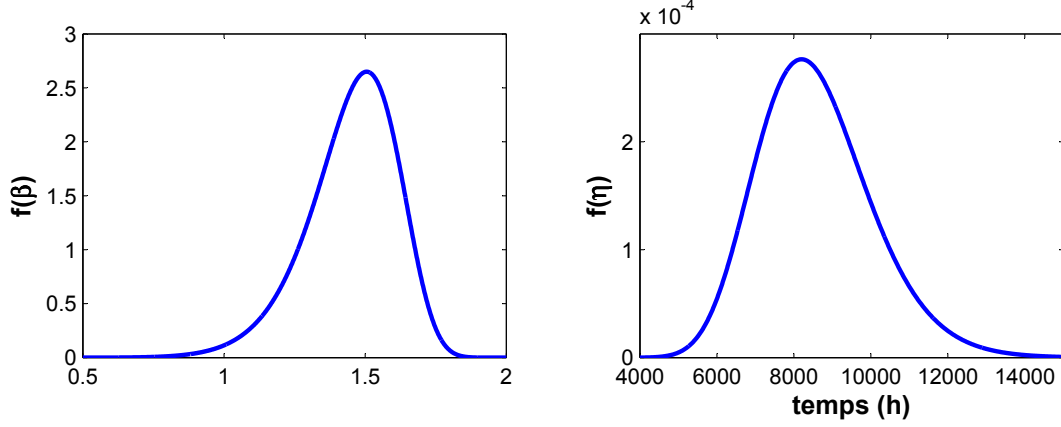


FIG. III.11 – Les distributions sur les paramètres de loi  $\beta$  et  $\eta$  pour un composant caractérisé par la loi de Weibull.

Connaissant tous les instants de défaillance, il est possible de faire une estimation de la fiabilité au niveau :

- du système ;
- de chaque fonction ;
- de chaque composant en fonction du temps système.

Une fois que les lois de fiabilité sont connues, il est possible d'estimer la fiabilité du système en considérant sa structure. Le diagramme série correspond au cas le plus pessimiste du calcul de la fiabilité.

$$R_{syst}(t) = \prod_{i=1}^c \prod_{j=1}^{k_i} R_{ij}(t) \quad (III.2)$$

où  $c$  - le nombre des composants ;

$k_i$  - le nombre des modes de défaillance pour le composant  $i$ .

La loi de fiabilité pour une fonction est donné par la relation III.3 :

$$R_{fonction}(t) = \prod_{i=1}^c \prod_{j=1}^{k_i} R_{ij}(t)^{\Psi(i)} \quad (III.3)$$



où  $c$  - le nombre des composants ;

$k_i$  - le nombre des modes de défaillance pour le composant  $i$ .

$$\Psi(i) = \begin{cases} = 1 & \text{si le composant } i \text{ participe à la fonction} \\ = 0 & \text{dans le cas contraire} \end{cases}$$

Il est possible également d'estimer les courbes d'intervalle de confiance sur la fonction de fiabilité. Pour ce faire, nous avons employé la méthode suivante.

Les intervalles de confiance pour la fiabilité sont obtenus par simulation (fig. III.12). Nous considérons  $\hat{t}_i$ ,  $i = 1..x$  valeurs de temps équidistantes et pour chaque valeur nous construisons un histogramme de la fiabilité du système, sachant que les paramètres de loi de fiabilité du composant sont tirés aléatoirement sur les lois des distributions associées (Annexe C, tableau C.1). Ensuite chaque histogramme est approximé par la distribution Beta correspondante. A partir des ces  $x$  distributions Beta nous calculons deux suites de valeurs de la fiabilité : une suite avec les limites inférieures calculées par l'inverse de la fonction de répartition de beta pour la probabilité  $p = (1 - \gamma)/2$  et une suite avec les limites supérieures calculées par l'inverse de la fonction de répartition de beta pour la probabilité  $p = (1 + \gamma)/2$ , où  $\gamma$  est le niveau de l'intervalle de confiance. Dans notre exemple nous avons considéré  $x = 500$  valeurs de temps et le niveau  $\gamma = 0,90$  pour l'intervalle de confiance.

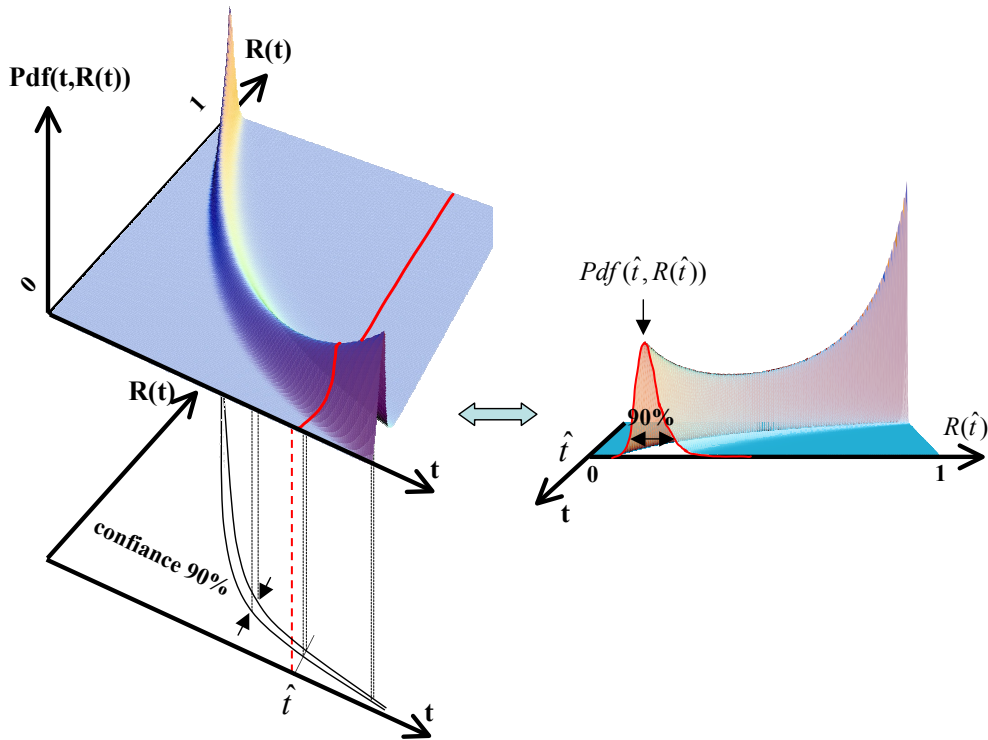


FIG. III.12 – Intervalles de confiance de la fiabilité du système.

### III.2.4.2 Etude de la sensibilité

L'étude de la sensibilité permet d'observer le comportement de la fiabilité du système en fonction de la fiabilité de chaque composant. Autrement dit, il quantifie l'impact des incertitudes affectant les variables d'entrées (les fiabilités des composants) sur le résultat final (la fiabilité du système). L'étude de la sensibilité permet d'identifier les composants critiques du système. Cette étude peut être considérée comme un outil d'aide à la décision sur le choix des composants et sur l'architecture du système.

Cette méthode permet d'évaluer la variation d'une valeur cible vis-à-vis de paramètres d'entrée. Si  $R_{syst}$  est la valeur cible et  $R_{ij_i}$  la fiabilité d'un composant, la sensibilité de  $R_{syst}$  par rapport à  $R_{ij_i}$  est donnée par la relation III.4. Dans le calcul numérique de la dérivée partielle nous avons considéré un pas  $h = 10^{-4}$ .

$$mes(R_{ij}) = \frac{1}{R_{syst}} \frac{\partial R_{syst}}{\partial R_{ij}} \quad (\text{III.4})$$

$$\text{où } \frac{\partial R_{syst}}{\partial R_{ij}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{R_{syst}(R_{11}, \dots, R_{ij}+h, \dots, R_{ck}) - R_{syst}(R_{11}, \dots, R_{ij}, \dots, R_{ck})}{h}$$

La mesure de la sensibilité associée à un composant est dépendante du temps. Ainsi, elle permet au fiabiliste d'observer à chaque instant l'impact de la fiabilité des composants sur la fiabilité du système. Plus la sensibilité est grande et plus l'impact est important, plus la fiabilité du composant est faible.

## III.3 Application

La méthode de construction et d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle est appliquée sur le système mécatronique constitué par l'ABS.

### III.3.1 Présentation de l'exemple

Lors d'un freinage, une roue bloquée fait courir au conducteur un danger qui est d'autant plus grand que la vitesse du véhicule est élevée. L'ABS est un système qui empêche le blocage d'une ou de plusieurs roues, la perte de la stabilité ou de la maniabilité du véhicule. L'ABS se substitue efficacement au conducteur (voir aussi la description de l'ABS paragraphe I.3.3).

Le système de freinage décrit dans la figure III.13 est une variante simplifiée de l'ABS. Seules les roues avant sont asservies à l'aide d'un capteur de vitesse et d'un contrôleur. Selon les informations reçues, l'ordinateur actionne la valve du circuit de freinage.

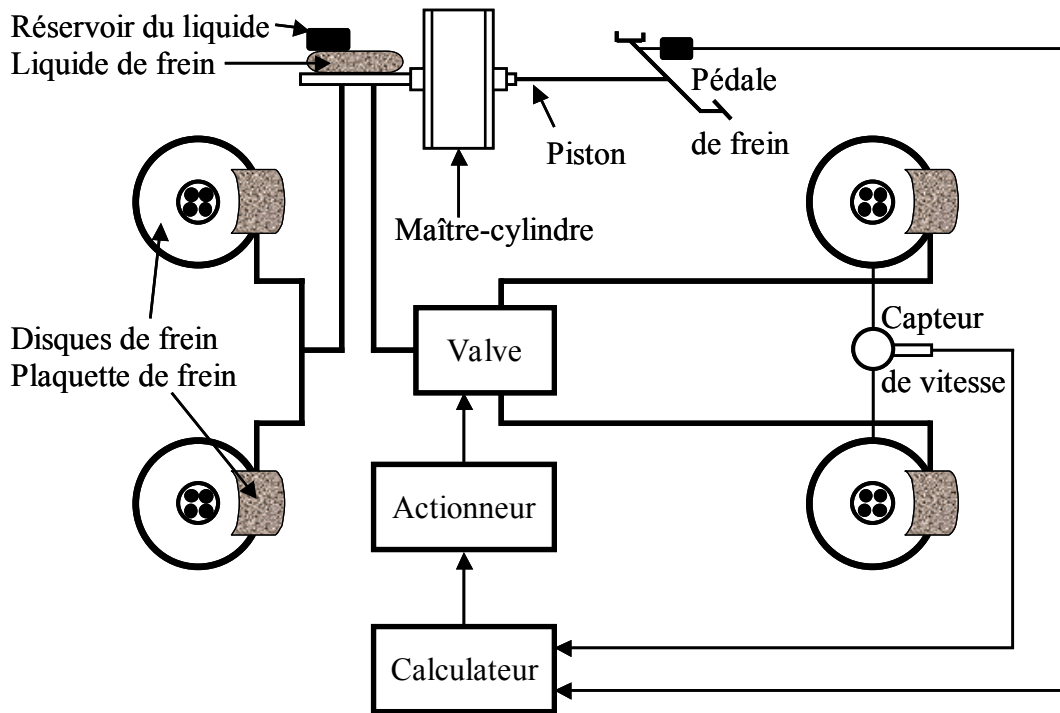


FIG. III.13 – Système ABS avec un circuit.

### III.3.2 Modèle fonctionnel et dysfonctionnel

L'estimation de la fiabilité prévisionnelle de l'ABS est basée sur l'architecture du système et sur ses composants. Dans [Mihalache et al., 2005], nous avons identifié et analysé la fiabilité d'un certain nombre des composants de l'ABS. Suite à une analyse de la fiabilité prévisionnelle en utilisant les méthodes classiques (AMDE, AD, ... - voir le chapitre I) du système ABS, nous avons identifié une liste des défaillances possibles de l'ABS (tableau III.3), classées par rapport au système élémentaire (composant) et aux modes de défaillance.

	Défaillances sous-système	Type	Système élémentaire	Modes de défaillance
1	Mécanique		Pédale de frein	Rupture mécanique
2	Mécanique		Piston	Grippage
3	Mécanique	1	Liquide de frein	Problèmes de fluidité
4	Mécanique	2	Liquide de frein	Problèmes de lubrification
5	Mécanique		Réservoir du liquide	Fissuration du réservoir
6	Mécanique		Maître-cylindre	Grippage
7	Electronique		Capteur	Rupture du fil de liaison
8	Logiciel	1	Logiciel	Données aberrantes
9	Logiciel	2	Logiciel	Problèmes entrée/sortie
10	Logiciel	3	Logiciel	Défaillance système d'opération
11	Electrique		Actionneur	Court circuit de la bobine
12	Mécanique	1	Valve	Grippage
13	Mécanique	2	Valve	Fuite
14	Mécanique		Plaquette de frein	Usure des plaquettes
15	Mécanique		Disques de frein	Vitrification des disques de frein

TAB. III.3: Liste de défaillance de l'ABS.

La modélisation fonctionnelle, dysfonctionnelle et stochastique du système ABS est réalisée à travers un RdPSD (fig. III.14). L'ABS simplifié comporte deux modes de freinage possibles : freinage sans utiliser l'ABS ou freinage en utilisant l'ABS. A partir de ces modes de freinage, le modèle RdPSD de l'ABS comporte deux blocs optionnels, un bloc commutateur qui permet de choisir entre les deux blocs optionnels, un bloc de jonction qui joint les deux blocs optionnels pour lesquels nous attachons un bloc commun.

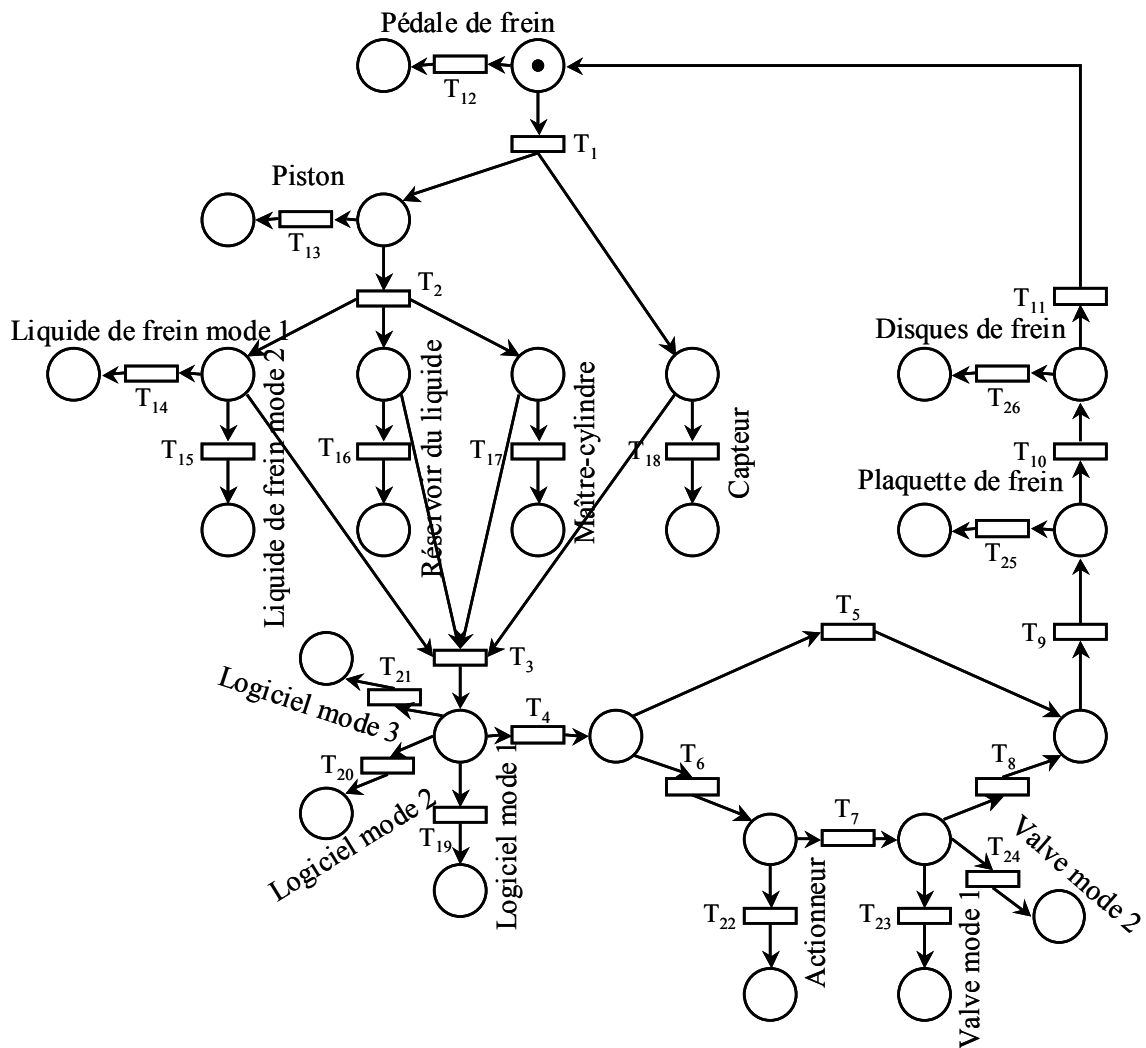


FIG. III.14 – RdPSD de l'ABS.

Le bloc commun comporte l'ensemble des composants suivants : la pédale de frein, le piston, le liquide de frein, le réservoir du liquide, le maître-cylindre, le capteur de vitesse, le calculateur (avec le logiciel), les plaquettes de frein et les disques de frein. Le freinage commence par une action sur la pédale. Simultanément, le propulseur envoie le liquide de frein dans le circuit et le capteur mesure la vitesse du véhicule. Selon les informations reçues, relatives à la pression du circuit et à la vitesse de véhicule, et traitées par le logiciel, l'ABS est (ou n'est pas) actionné afin que les plaquettes agissent au mieux sur les disques de frein.

Le bloc optionnel qui fait intervenir l'ABS comprend le composant actionneur et la valve. Il se manifeste dans le fonctionnement du système par la fermeture du circuit de freinage par la valve. L'actionneur, commandé par l'ordinateur, empêche la pression d'augmenter dans le circuit. Le bloc optionnel qui ne fait pas intervenir l'ABS, c'est-à-dire

le freinage traditionnel, n'agit pas sur des composants supplémentaires, l'actionneur n'est pas alimenté et le circuit de freinage reste ouvert.

### III.3.3 Choix des lois de franchissement attachées aux transitions

Les données de fiabilité, issues des bases de données ou de l'avis des experts sont regroupées dans le tableau qui comporte les distributions "fonctionnelles" (tableau III.4) associées aux composants (le temps de sollicitation des composants) et les distributions de fiabilité (tableau III.6) pour chaque mode de défaillance des composants. Nous précisons que les données sont fournies à titre d'exemple, sans être réellement fidèle à la réalité, le but de cette partie est d'appliquer la méthodologie d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle et d'examiner ses performances.

Chaque transition est caractérisée par une durée de franchissement, issue du recueil des données ou de l'avis des experts (tableaux III.4, III.5 et III.6).

Dans le tableau III.4, nous présentons les lois fonctionnelles associées aux composants du système.

T	Composant	Distribution "fonctionnelles"	Paramètres de simulation	
$T_1$	Pédale de frein	Lognormale	$\mu$	2,3
			$\sigma$	0,05
$T_2$	Piston	Lognormale	$\mu$	2,3
			$\sigma$	0,05
$T_3$	Liquide de frein, Réservoir du liquide Maître-cylindre, Capteur	Lognormale	$\mu$	2,3
			$\sigma$	0,05
$T_4$	Logiciel	Lognormale	$\mu$	2,3
			$\sigma$	0,05
$T_7$	Actionneur	Lognormale	$\mu$	2,3
			$\sigma$	0,05
$T_8$	Valve	Lognormale	$\mu$	3
			$\sigma$	0,05
$T_{10}$	Plaquette de frein	Lognormale	$\mu$	3
			$\sigma$	0,05
$T_{11}$	Disques de frein	Lognormale	$\mu$	3
			$\sigma$	0,05

TAB. III.4: Paramètres des distributions du modèle fonctionnel.

Les durées de franchissement associées au bloc commutateur et au bloc de jonction sont immédiates (tableau III.5).

T	Bloc	Durée de franchissement
$T_5$	Commutateur - branche avec l'ABS	0
$T_6$	Commutateur - branche sans l'ABS	0
$T_9$	Jonction	0

TAB. III.5: Durée de franchissement - bloc commutateur et bloc de jonction.

Dans le tableau III.6, nous présentons les distributions "dysfonctionnelles" associées aux composants. Nous avons choisi la distribution de Weibull pour les composants mécaniques, la distribution exponentielle pour les composants électroniques et le modèle exponentiel de temps d'exécution de Musa pour les composants logiciels. Pour le modèle de temps d'exécution de Musa (où  $\lambda = kpN_0$  et  $p = r/SLOC/ER$ ), nous considérons  $N_0 = 10$  défaillances pour  $SLOC = 1667$  lignes de source de code en Assembleur ( $ER = 1$ ). Le taux d'exécution d'instruction est  $r = 2 \times 10^5$  et la constante qui dépend de la structure dynamique du programme est  $k = 4,2 \times 10^{-7}$ .

T	Composant	Distribution de fiabilité	Valeur moyenne des paramètres	
$T_{12}$	Pédale de frein	Weibull	$\eta$	1000
			$\beta$	1,5
$T_{13}$	Piston	Weibull	$\eta$	1000
			$\beta$	1,5
$T_{14}$	Défaillance Liquide type 1	Weibull	$\eta$	1000
			$\beta$	1,5
$T_{15}$	Défaillance Liquide type 2	Weibull	$\eta$	1000
			$\beta$	1,5
$T_{16}$	Réservoir du liquide	Weibull	$\eta$	1000
			$\beta$	1,5
$T_{17}$	Maître-cylindre	Weibull	$\eta$	1000
			$\beta$	1,5
$T_{18}$	Capteur	Exponentielle	$\lambda$	$3 \times 10^{-4}$
$T_{19}$	Défaillance Logiciel type 1	Exponentielle - Musa	$\lambda$	$5,04 \times 10^{-4}$
			$N_0$	10
$T_{20}$	Défaillance Logiciel type 2	Exponentielle - Musa	$\lambda$	$5,04 \times 10^{-4}$
			$N_0$	10
$T_{21}$	Défaillance Logiciel type 3	Exponentielle - Musa	$\lambda$	$5,04 \times 10^{-4}$
			$N_0$	10
$T_{22}$	Défaillance Actionneur	Exponentielle	$\lambda$	$7,5 \times 10^{-3}$
$T_{23}$	Défaillance Valve type 1	Weibull	$\eta$	100
			$\beta$	1,5
$T_{24}$	Défaillance Valve type 2	Weibull	$\eta$	100
			$\beta$	1,5
$T_{25}$	Plaquette de frein	Weibull	$\eta$	1900
			$\beta$	1,5
$T_{26}$	Disques de frein	Weibull	$\eta$	1900
			$\beta$	1,5

TAB. III.6: Valeur moyenne des paramètres pour les distributions de fiabilité.



### III.3.4 Simulation et analyse

La fiabilité prévisionnelle pour chaque composant du système ABS est évaluée par la simulation du modèle RdPSD (fig. III.14). Pour simplifier la simulation, nous avons considéré que les incertitudes sur tous les paramètres de loi de fiabilité étaient de  $\mp 5\%$ . Ainsi, à chaque répétition de la simulation de nouvelles valeurs de paramètres de loi sont obtenues par un tirage aléatoire selon une loi uniforme de  $\mp 5\%$ . Figure III.15 représente la loi uniforme associée pour le paramètre de loi de fiabilité  $\hat{\theta} = 1$ .

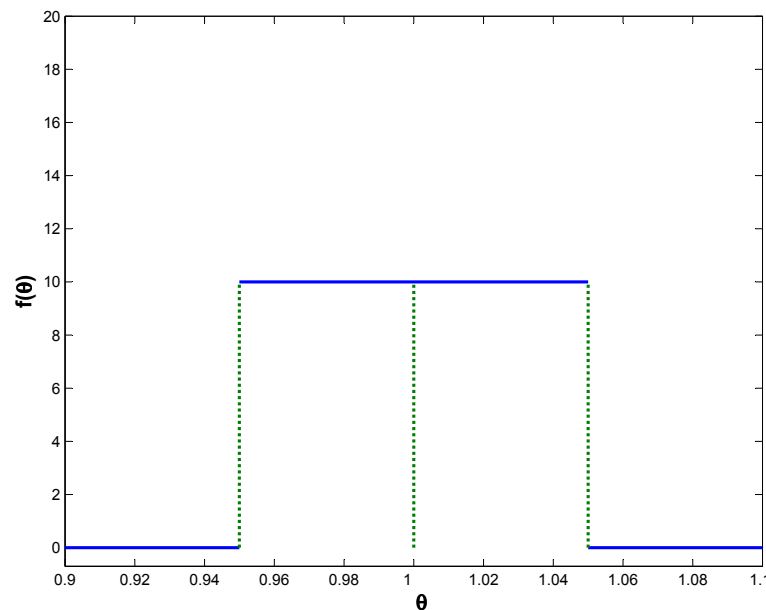


FIG. III.15 – Loi uniforme associée pour le paramètre de loi de fiabilité  $\hat{\theta} = 1$ .

Les conditions de simulation sont :

- la probabilité de sollicitation de l'ABS -  $P_{bloc\ optionnel\ avec\ ABS} = 0,05$  ;
- la probabilité de freinage normal -  $P_{bloc\ optionnel\ sans\ ABS} = 0,95$  ;
- le nombre des répétitions de la simulation -  $r = 250$  ;
- les paramètres des lois de fiabilité sont uniformément distribués sur l'intervalle [valeur moyenne  $\mp 5\%$  de la valeur moyenne] (ex. le paramètre  $\eta$  du composant  $T_{12}$  est uniformément distribué sur l'intervalle [950, 1050])
- le nombre de systèmes ABS -  $n = 1000$  ;
- $\tau_c$  suffisant grand pour que tous les systèmes soient défaillants.

Suite à la simulation nous obtenons des temps de défaillance pour chaque système ABS (fig. III.16).

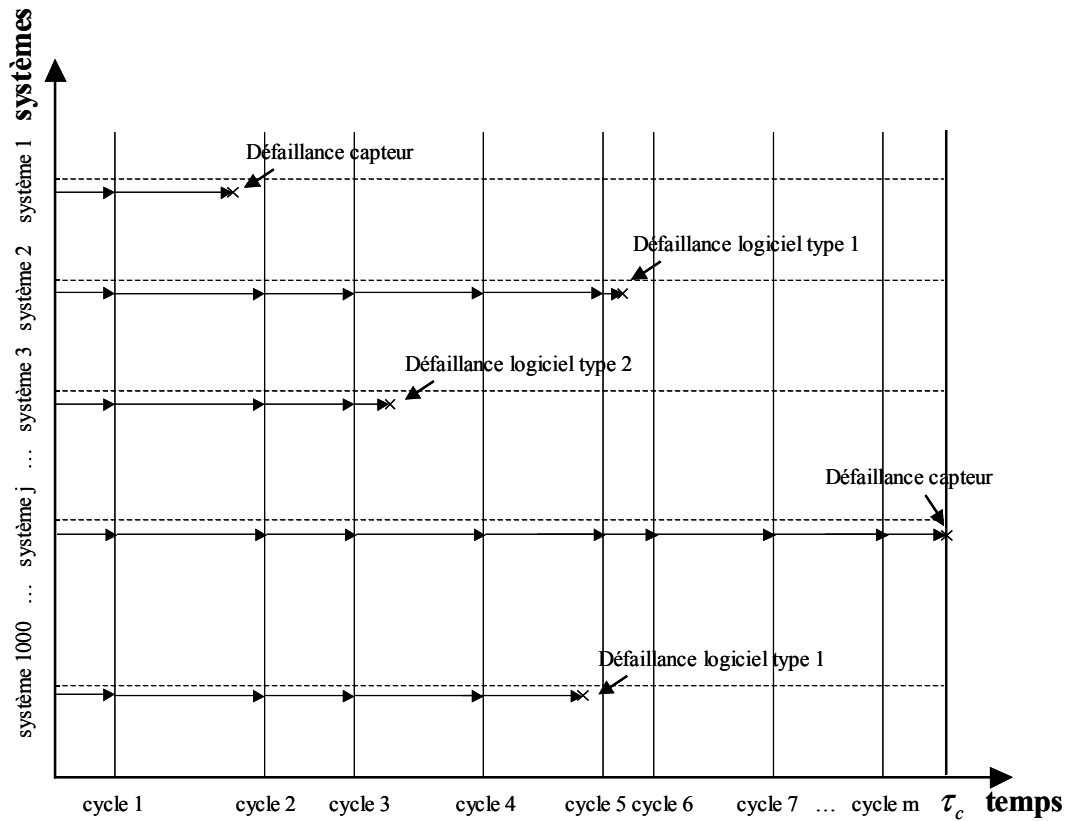


FIG. III.16 – 1000 systèmes de l'ABS observés par type défaillance d'un composant.

A l'aide de la méthode MV, nous déduisons les paramètres de distribution de la fiabilité des composants par rapport au temps de sollicitation dans le système ABS. Par la répétition de la simulation, nous avons obtenu une série de valeurs pour chaque paramètre. Nous avons déterminé l'estimation ponctuelle du paramètre, son intervalle de confiance pour un niveau de confiance de 90% (tableau III.7) ainsi qu'une distribution appropriée pour les paramètres (Annexe C, tableau C.1).

Afin d'obtenir de bons estimateurs et pour vérifier l'efficacité de la méthode, avec un minimum de systèmes, nous avons calculé la valeur théorique de référence. Elle est obtenue à nouveau par simulation en considérant un nombre plus important de systèmes ( $n = 10000$ ) et avec des paramètres de fiabilité qui ne sont pas uniformément distribués dans l'intervalle de confiance, comme dans le cas précédent (tableau III.6). Nous observons une différence faible entre la valeur théorique et la valeur estimée.

T	Distribution de fiabilité		Valeur théorique	Estimation ponctuelle	Intervalle de confiance $\gamma = 0, 90$	
$T_{12}$	Weibull	$\eta$	9,1362E+03	8,9102E+03	6,5980E+03	1,2527E+04
		$\beta$	1,4034E+00	1,4213E+00	1,1754E+00	1,7418E+00
$T_{13}$	Weibull	$\eta$	8,4336E+03	8,2552E+03	6,2712E+03	1,1344E+04
		$\beta$	1,4460E+00	1,4452E+00	1,2101E+00	1,7315E+00
$T_{14}$	Weibull	$\eta$	8,3108E+03	8,0869E+03	6,2387E+03	1,0796E+04
		$\beta$	1,4672E+00	1,4819E+00	1,2661E+00	1,7609E+00
$T_{15}$	Weibull	$\eta$	8,2993E+03	8,1642E+03	6,1305E+03	1,0691E+04
		$\beta$	1,4361E+00	1,4520E+00	1,2380E+00	1,7485E+00
$T_{16}$	Weibull	$\eta$	8,5267E+03	8,4005E+03	6,2101E+03	1,1574E+04
		$\beta$	1,4444E+00	1,4347E+00	1,2375E+00	1,6998E+00
$T_{17}$	Weibull	$\eta$	8,9627E+03	8,6350E+03	6,5483E+03	1,1868E+04
		$\beta$	1,4711E+00	1,4569E+00	1,2377E+00	1,7390E+00
$T_{18}$	Exponentielle	$\lambda$	7,5304E-05	7,5443E-05	6,2536E-05	9,0484E-05
$T_{19}$	Exponentielle - Musa	$\lambda$	6,1746E-05	6,2472E-05	5,1058E-05	7,5567E-05
		$N_0$	1,2251E+00	1,2395E+00	1,0131E+00	1,4993E+00
$T_{20}$	Exponentielle - Musa	$\lambda$	6,1105E-05	6,0823E-05	4,9919E-05	7,4898E-05
		$N_0$	1,2124E+00	1,2068E+00	9,9047E-01	1,4861E+00
$T_{21}$	Exponentielle - Musa	$\lambda$	6,1569E-05	6,2974E-05	5,2305E-05	7,6095E-05
		$N_0$	1,2216E+00	1,2495E+00	1,0378E+00	1,5098E+00
$T_{22}$	Exponentielle	$\lambda$	4,3498E-05	4,2996E-05	3,3811E-05	5,4929E-05
$T_{23}$	Weibull	$\eta$	1,1841E+04	1,1545E+04	8,0726E+03	1,7237E+04
		$\beta$	1,1875E+00	1,1854E+00	1,0043E+00	1,4106E+00
$T_{24}$	Weibull	$\eta$	1,2047E+04	1,1675E+04	8,4677E+03	1,6790E+04
		$\beta$	1,1935E+00	1,1931E+00	1,0370E+00	1,3891E+00
$T_{25}$	Weibull	$\eta$	7,6591E+03	7,6556E+03	6,1641E+03	9,6415E+03
		$\beta$	1,4901E+00	1,5090E+00	1,3121E+00	1,7735E+00
$T_{26}$	Weibull	$\eta$	7,4327E+03	7,5268E+03	5,9902E+03	9,3411E+03
		$\beta$	1,5188E+00	1,5608E+00	1,3591E+00	1,8039E+00

TAB. III.7: Valeur moyenne des paramètres pour les distributions de fiabilité prévisionnelle des composants.

La fiabilité prévisionnelle pour le système de l'ABS (fig. III.17) est déterminée à partir du produit entre les fiabilités des composants. Nous avons calculé la fiabilité du système

ABS en utilisant les estimateurs ponctuels des paramètres de fiabilité prévisionnelle des composants.

Pour l'exemple considéré, nous avons mis en évidence l'intervalle de confiance de la loi de fiabilité (niveau de confiance  $\gamma = 0,90$ ). Par exemple, pour  $t = 918$  heures, la fiabilité prévisionnelle est  $R(t) \approx 0,5$  et l'intervalle de confiance est  $[0,4452; 0,5373]$ .

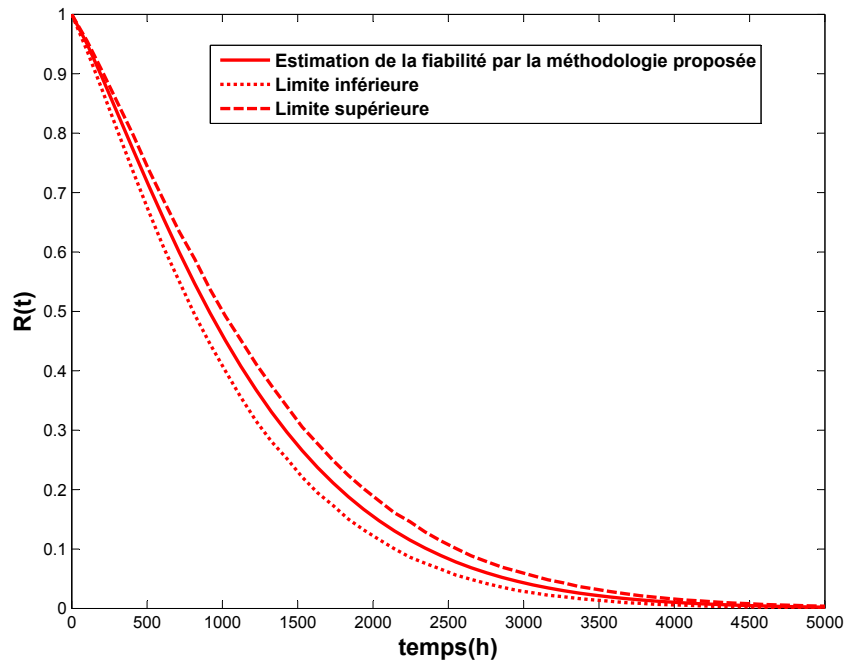


FIG. III.17 – Fiabilité prévisionnelle pour le système ABS.

Ensuite, pour compléter l'analyse, nous avons procédé à l'analyse de la sensibilité. Nous avons observé la contribution de chaque composant à la fiabilité globale du système. Dans notre exemple, l'ensemble des composants contribue de la même manière à la défaillance du système. Une analyse plus détaillée de la sensibilité peut détecter, par exemple, le composant le plus "fragile" ou bien le composant le plus "robuste".

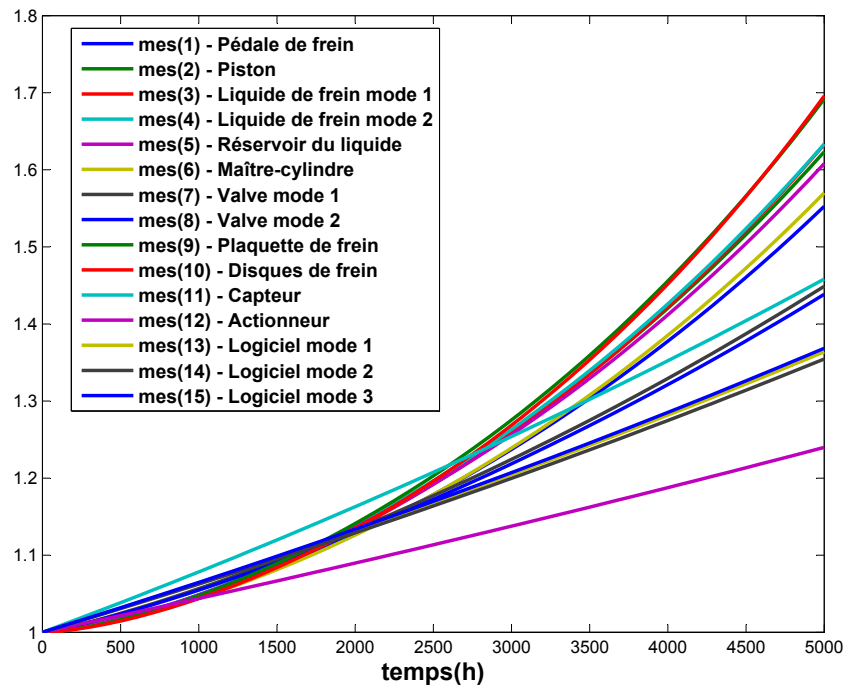


FIG. III.18 – Etude de la sensibilité prévisionnelle.

Dans la figure III.18 la mesure  $mes(R_{10})$  qui est la plus grande signifie que le composant "Disques de frein" est peu fiable et la  $mes(R_{12})$  qui est la plus petite, signifie que le composant "Actionneur" est le plus robuste, à  $t = 5000$  heures.

### III.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une démarche pour l'estimation de la fiabilité prévisionnelle d'un système mécatronique.

La démarche est structurée autour des réseaux de Petri stochastiques déterministes qui permettent de modéliser le comportement fonctionnel et dysfonctionnel du système.

Les données du modèle, issues des recueils de données ou de l'avis des experts sont injectées dans le RdPSD pour obtenir le modèle stochastique.

La simulation de  $n$  systèmes mécatroniques permet d'obtenir les temps de défaillance des composants du système et de calculer par la méthode du maximum de vraisemblance les paramètres des lois de fiabilité de chaque composant.

L'impact de chaque composant sur la fiabilité du système a été étudié et constitue une aide à la décision. En effet, dans le cas d'une non-conformité du système en termes de fiabilité, des modifications de conception sont effectuées sur les composants peu fiables.

L'application de la démarche sur un exemple industriel (ABS) montre qu'elle est efficace et que les prévisions sont réalistes.

Cette première partie de la méthodologie globale proposée permet de valider la conception et les choix de composants répondant aux objectifs de fiabilité prévisionnelle.

Par la suite, l'estimation de la fiabilité expérimentale (basée sur les résultats d'essais sur les prototypes) et de la fiabilité opérationnelle (basée sur le retour d'expérience) sera effectuée.

Dans le chapitre IV, nous présentons la deuxième partie de la méthodologie globale pour l'estimation de la fiabilité expérimentale et opérationnelle.

# Chapitre IV

## Méthode d'estimation de la fiabilité expérimentale et opérationnelle d'un système mécatronique

### Sommaire

---

<b>IV.1 Introduction</b> . . . . .	<b>111</b>
<b>IV.2 Amélioration des estimations dans le cas des échantillons fortement censurés</b> . . . . .	<b>111</b>
IV.2.1 Présentation des méthodes d'amélioration des estimations . . .	112
IV.2.2 Exemples . . . . .	116
IV.2.3 Analyse et comparaison . . . . .	119
<b>IV.3 Méthodologie proposée</b> . . . . .	<b>131</b>
IV.3.1 Construction de la loi a priori . . . . .	133
IV.3.2 Estimation des fiabilités des composants et de la fiabilité du système . . . . .	134
<b>IV.4 Exemple d'application</b> . . . . .	<b>134</b>
IV.4.1 Construction de l'a priori et simulation des données des essais et du REX . . . . .	135
IV.4.2 Simulation . . . . .	135
<b>IV.5 Conclusion</b> . . . . .	<b>142</b>

---

## IV.1 Introduction

L'estimation de la fiabilité peut être réalisée à partir de données réelles. Deux sources de données sont possibles :

- résultats d'essais de fiabilité ;
- retours d'exploitation du système.

Le fiabiliste est confronté à deux situations. Dans le cas d'essais, la taille d'échantillon est en général faible et le taux de censure est important. Dans le cas de retours d'exploitation, la taille d'échantillon est importante et le taux de censure est faible. Ainsi, quelle que soit la situation, il est très difficile de faire des estimations précises avec des méthodes classiques. Une démarche bayésienne intégrant toute la connaissance disponible sur le système peut permettre d'améliorer les estimations. Un des points essentiels de la démarche bayésienne est la définition de l'a priori. Nous proposons de construire l'a priori à l'aide des résultats de la simulation présentée dans le chapitre précédent.

Dans une première partie nous effectuons une analyse comparative des méthodes d'estimation de la loi de fiabilité dans le cas le plus défavorable : taille d'échantillon faible et de fort taux de censure.

Ensuite, nous présentons la méthode bayésienne utilisée pour estimer la fiabilité d'un système intégrant la connaissance a priori (résultat de la simulation RdPSD) et les données réelles (résultats d'essais ou REX).

L'application de la démarche sur un exemple industriel (ABS) permet d'illustrer la méthodologie.

## IV.2 Amélioration des estimations dans le cas des échantillons fortement censurés

Les données obtenues lors des essais et celles issues du REX sont les éléments de base incontournables pour l'analyse de la fiabilité expérimentale et opérationnelle. La qualité de l'information fournie par ces données dépend de la taille de l'échantillon et du niveau de censure, le cas le moins favorable étant un échantillon de petite taille et fortement censuré. En général, les données de fiabilité sont classées en fonction de la taille de l'échantillon et du taux de censure (le taux de censure est défini par la figure IV.1) :



$$\text{taux de censure} = \frac{\text{nombre de défaillances observées}}{\text{taille d'échantillon}} \quad (\text{IV.1})$$

Les données des essais sont caractérisées par une petite taille d'échantillon et les données du REX sont fortement censurées (fig. IV.1).

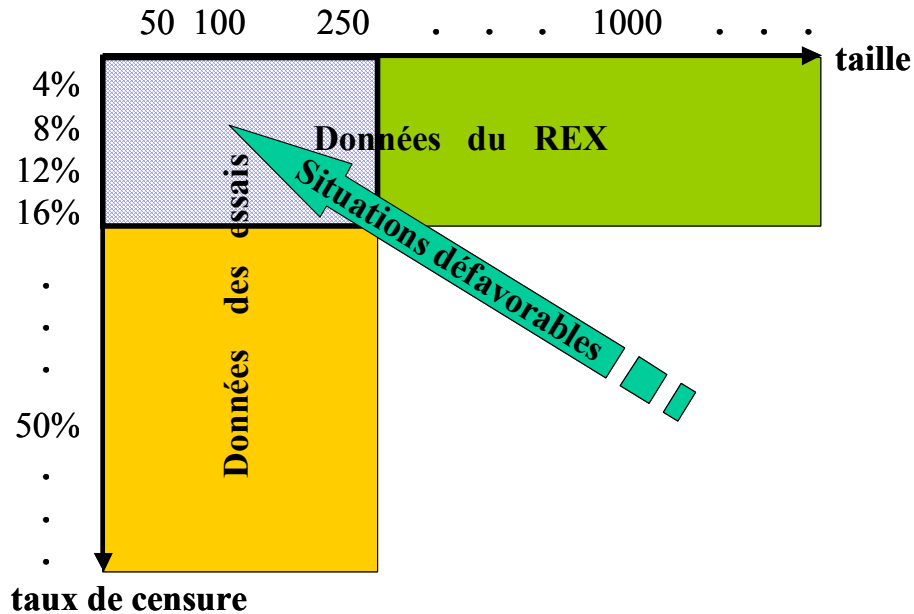


FIG. IV.1 – Répartition des données des fiabilité.

Les limites du cas le plus défavorable (taille et niveau de censure) ne sont pas précisément définies. Ces limites, qui peuvent être définies par l'utilisateur, ne modifient pas la méthodologie d'analyse présentée par la suite. Nous considérons comme limites une taille d'échantillon 250 et un taux de censure de 16% (40 défaillances et 210 censures).

Le traitement statistique de données censurées par la méthode MV peut conduire à une grande imprécision sur les estimations des paramètres des lois de distribution [Bacha et al., 1998]. Il est nécessaire d'utiliser d'autres méthodes pour l'amélioration des estimations.

### IV.2.1 Présentation des méthodes d'amélioration des estimations

Cette partie présente différentes approches pour améliorer l'estimation des paramètres dans le cas de petits échantillons fortement censurés. Trois algorithmes seront présentés : Stochastic Expectation Maximization (SEM), Bootstrap et Bayesian Restoration Maximization (BRM).

#### IV.2.1.1 Stochastic Expectation Maximization (SEM)

L'algorithme SEM a été proposé par [Celeux et Diebolt, 1993] comme une version stochastique de l'algorithme Expectation Maximization (EM). L'algorithme EM [Dempster et al., 1977] consiste à maximiser l'espérance conditionnelle de la vraisemblance des échantillons complets, connaissant les échantillons des défaillances et une valeur courante des paramètres [Bacha et al., 1998]. Il existe aussi d'autres variantes pour l'algorithme EM : expectation maximization Censored Mixtures Algorithm (EMcm) [Chauveau, 1995], Stochastic Approximation Expectation Maximization (SAEM) [Delyon et al., 1999].

L'algorithme SEM comprend deux étapes. Par rapport aux EMcm ou SAEM, l'algorithme SEM résout la principale difficulté de l'EM, le calcul explicite de l'espérance conditionnelle (Etape E dans la méthode EM). L'étape E est remplacée par l'étape stochastique S où les données censurées sont remplacées par des données de défaillance, fournies par un simple tirage de la distribution conditionnelle. Ainsi, un échantillon non-censuré est obtenu par :

$s' = (t_1 \dots t_j, F^{-1}(F(\tau_{j+1}) + alea \cdot (1 - F(\tau_{j+1}))) \dots F^{-1}(F(\tau_n) + alea \cdot (1 - F(\tau_n))))$ , où  $alea$  est une valeur aléatoire entre 0 et 1 et  $F$  est la fonction de répartition associée à la loi de fiabilité choisie. Dans l'étape M, nous calculons l'estimateur de maximum de vraisemblance sur l'échantillon pseudo-complet  $s'$ . L'estimation des paramètres  $\theta$  de la loi de probabilité, en utilisant l'algorithme SEM, est faite à l'issue de  $M$  répétitions des étapes S et M :

- Dans l'étape S : remplacement des données censurées par des valeurs plus grandes, simulées selon la loi de probabilité choisie pour les paramètres  $\theta^{i-1}$  ( $\theta^0$  donnés par l'utilisateur) ;
- Dans l'étape M : calcul de  $\theta^i$  avec la méthode du maximum de vraisemblance avec l'échantillon complet (m défaillances observées et n-m défaillances simulées),  $i = (1 \dots M)$ .

Le résultat de l'algorithme SEM est un vecteur  $\theta = (\theta^1, \dots, \theta^M)$ . L'estimateur du paramètre de la loi de probabilité est donné par la moyenne arithmétique des  $\theta^i$ ,  $i = (1 \dots M)$  sur les dernières  $L$  itérations (IV.2) :

$$\hat{\theta} = \frac{1}{L} \sum_{i=M-L+1}^M \theta^i \quad (\text{IV.2})$$

La variance sur l'estimation est donnée par :

$$\hat{Var}(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{i=M-L+1}^M (\theta_i - \hat{\theta})^2}{L-1} \quad (\text{IV.3})$$

On peut trouver des exemples d'application de la méthodologie SEM pour estimer la fiabilité du système mécatronique avec une application sur l'ABS dans [Mihalache et al., 2004b], [Mihalache et al., 2004a], [Mihalache et al., 2005].

### IV.2.1.2 Bootstrap

La méthode bootstrap est un outil d'estimation basé sur des rééchantillonnages sur les données observées (censurées ou non-censurées). Les paramètres des lois à estimer, en utilisant la méthode bootstrap, prennent les propriétés statistiques des échantillons de données, représentatives pour toute la population [Heiermann et al., 2005].

La méthode est décrite par deux mondes, le monde réel où nous disposons de toutes les données (censurées ou pas) et le monde bootstrap où nous faisons une inférence statistique [Efron et Tibshirani, 1993]. Pour le monde réel nous utilisons la méthode MV pour le calcul de l'estimateur sur l'échantillon incomplet  $s = (t_1 \dots t_i, \tau_{i+1} \dots \tau_n)$ . Pour le monde bootstrap nous générons à partir de l'échantillon incomplet un autre échantillon de même taille  $n$  par tirage aléatoire avec remise, ayant comme probabilité de tirage  $1/n$  pour chaque donnée. Sur ce nouvel échantillon, la méthode MV est utilisée pour obtenir une nouvelle valeur de l'estimateur. L'algorithme bootstrap consiste à répéter cette procédure ( $M$  répétitions). Il contient deux étapes R et M :

- Dans l'étape R : tirage aléatoire avec remise sur  $s = (t_1 \dots t_i, \tau_{i+1} \dots \tau_n)$ , obtenant  $s_i^* = (t_1^* \dots t_j^*, \tau_{j+1}^* \dots \tau_n^*)$  de même taille  $n$  ( $j$  peut avoir des valeurs différentes à chaque itération) ;
- Dans l'étape M : calcul des  $\theta_i^*$ ,  $i = (1 \dots M)$  par la méthode du maximum de vraisemblance.

Le résultat de l'algorithme bootstrap est l'échantillon  $\theta^* = (\theta_1^*, \dots, \theta_M^*)$ ,  $i = (1 \dots M)$ . L'estimateur du paramètre de la loi de probabilité est la moyenne arithmétique des  $\theta_i^*$  (IV.4) :

$$\hat{\theta}^* = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \theta_i^* \quad (\text{IV.4})$$

La variance sur l'estimation est donnée par :

$$\hat{Var}(\hat{\theta}^*) = \frac{\sum_{i=1}^M (\theta_i^* - \hat{\theta}^*)^2}{M-1} \quad (\text{IV.5})$$

### IV.2.1.3 Bayesian Restoration Maximization (BRM)

L'estimation bayésienne suppose que l'on dispose d'une information a priori pour les paramètres inconnus de distribution. En fiabilité, cette information peut être construite soit à partir des résultats de conception ou de tests, soit à partir de l'opinion des experts ou suite à des retours d'expérience sur des matériels similaires. Le but de l'estimation bayésienne est d'établir la loi a posteriori par assimilation de l'information a priori et des données de défaillances. Plusieurs auteurs se sont intéressés au calcul de la loi a posteriori par intégration numérique [Erto et Giorgio, 2002], par l'approximation de Laplace [Singpurewalla et Song, 1988], par la méthode Markov Chain Monte Carlo (MCMC) [Gilks et al., 1996], [Celeux et al., 2006] et par la méthode Bayesian Restoration Maximization (BRM) [Bacha et al., 1998].

Par rapport aux autres méthodes, la méthode BRM donne de bons résultats dans le contexte des petits échantillons fortement censurés [Bacha et al., 1998].

La méthode BRM permet de construire la loi a posteriori  $\rho(\theta)$  à partir des données observées (défaillances) et de la loi a priori  $g(\theta)$ . Elle suppose le remplacement des données censurées par des données simulées sur le même type de loi (exponentielle, Weibull,...) que les données observées, par tirage des paramètres  $\dot{\theta}$  sur la loi a priori et d'obtenir l'estimateur par la maximisation de la vraisemblance sur l'échantillon pseudo-complet. L'algorithme BRM contient trois étapes B, R et M :

- Dans l'étape B : tirage aléatoire  $\dot{\theta}$  selon la loi a priori  $g(\theta)$  ;
- Dans l'étape R : remplacement des données censurées par des valeurs plus grandes  $s'$ , simulées selon la loi de probabilité conditionnelle en utilisant la valeur du paramètre  $\dot{\theta}$  à obtenir dans l'étape précédente.  
 $s' = (t_1 \dots t_j, F^{-1}(F(\tau_{j+1}) + alea \cdot (1 - F(\tau_{j+1}))) \dots F^{-1}(F(\tau_n) + alea \cdot (1 - F(\tau_n))))$ ,  
 où  $alea$  est une valeur aléatoire entre 0 et 1 et  $F$  est la fonction de répartition. ;
- Dans l'étape M : calcul des  $\theta^i$  avec la méthode du maximum de vraisemblance avec échantillon complet (m défaillances observées et n-m défaillances simulées),  $i = (1 \dots M)$ .

La loi a posteriori  $\rho(\theta)$  est construite pour caractériser la distribution de l'échantillon  $\theta = (\theta^1, \dots, \theta^M)$ ,  $i = (1 \dots M)$ . Pour cela, nous utilisons la méthode de lissage maximum [Terrell, 1990].

L'estimateur du paramètre de la loi de probabilité est la moyenne arithmétique pondérée par le rapport a priori/a posteriori :

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^M w_i \theta^i}{\sum_{i=1}^M w_i} \quad (\text{IV.6})$$

avec  $w_i = \frac{g(\theta^i)}{\rho(\theta^i)}$ .

La variance sur l'estimation est donnée par :

$$\hat{V}ar(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{i=1}^M w_i (\theta^i - \hat{\theta})^2}{\sum_{i=1}^M w_i} \quad (\text{IV.7})$$

## IV.2.2 Exemples

Afin de guider l'utilisateur sur le choix de la méthode permettant d'améliorer l'estimation la plus adaptée, nous avons comparé les méthodes utilisant une simulation MC. Plusieurs configurations de taille et de taux de censure ont été considéré pour étudier le comportement des méthodes.

### IV.2.2.1 Conditions de simulation

Nous avons considéré des échantillons de taille  $n = 50, 100$  et  $250$ , avec un taux de censure  $4\%, 8\%, 12\%$  et  $16\%$ . De plus, pour observer l'évolution des paramètres et de leurs variances, nous avons aussi examiné des cas avec une grande taille d'échantillon et/ou un taux important de censure :  $n=1000, m=50\%$ ;  $n=1000, m=4\%$  et  $n=50, m=50\%$ . (Par exemple, considérons le cas où la taille  $n = 50$  et le taux de censure de  $12\%$  alors, il y a théoriquement  $m = 6$  défaillances et  $n - m = 44$  censures.) Pour chaque combinaison de taille et de taux de censure, une estimation des paramètres de loi (estimateur ponctuel et la variance) est réalisée. Pour diminuer l'effet aléatoire de la simulation, 100 répétitions de la simulation ont été prévues pour chaque cas (taille - taux de censure), afin de calculer la moyenne des résultats pour chaque estimateur (ou variance). La simulation sera appliquée sur :

- La loi exponentielle, avec le paramètre théorique  $\lambda_t = 10^{-4}$  (Annexe B tableau B.1) ;
- La loi de Weibull, avec les paramètres théoriques  $\eta_t = 1000$  et  $\beta_t = 1,5$  (Annexe B tableau B.2) ;

- Le modèle de Jelinski-Moranda, avec les paramètres théoriques  $N_{0t}=10$  et  $\phi_t = 10^{-4}$  (Annexe B tableau B.3);

Le tableau IV.1 donne les temps de censure utilisés dans les simulations en fonction des lois (ou modèles) et du taux de censure, selon l'équation suivante :

$$t_{censure} = F^{-1}(\text{taux de censure}) \quad (\text{IV.8})$$

Ainsi, les temps de censure sont identiques pour les différentes tailles d'échantillon.

Loi	Taux de censure			
	4%	8%	12%	16%
Exponentielle	408	833	1278	1743
Weibull	118	190	253	312
Jelinski-Moranda	40	83	127	174

TAB. IV.1 – Temps de censure ( $t_{censure}$ ).

Quatre méthodes d'estimation ont été employées :

- Méthode MV ;
- Algorithme BOOTSTRAP avec  $M = 500$  itérations générées ;
- Algorithme SEM pour lequel l'estimateur est la moyenne des 200 dernières itérations (paramètre  $L$ ) sur 500 générées (paramètre  $M$ ) et les valeurs initiales sont les valeurs théoriques ;
- Algorithme BRM avec  $M = 500$  itérations générées et les lois a priori utilisées, données dans le tableau IV.2.

Loi	A priori						
	Distrib.	Paramètres	Valeur théorique	Estimation ponctuelle	Intervalle de confiance $\gamma = 0,90$		
Exp.	$\lambda$	Logn. $\mu = -9,22 \sigma = 0,10$	1E-4	9,9039E-5	8,4018E-5	1,1675E-4	
Weibull	$\eta$	Gamma $a = 400 \ b = 2,5$	1E+4	9,9916E+3	9,1920E+3	1,0836E+4	
	$\beta$	Logn. $\mu = 0,42 \sigma = 0,07$	1,5	1,522	1,3564	1,7077	
Jelinski-	$\phi$	Logn. $\mu = -9,20 \sigma = 0,10$	1E-4	1,0104E-4	8,5715E-5	1,191E-4	
Moranda	$N_0$	Logn. $\mu = 2,3 \sigma = 0,07$	10	9,9742	8,8894	11,1913	

TAB. IV.2 – A priori pour l'algorithme BRM.

### IV.2.2.2 Résultats obtenus

Pour chaque combinaison de "taille d'échantillon" et de "taux de censure", une répétition de 100 simulations est réalisée avec, à l'issue de chaque simulation, des estimations de l'estimateur ponctuel  $\hat{\lambda}$  et de la variance par les 4 méthodes.

La figure IV.2 présente l'évolution des estimateurs  $\hat{\lambda}$  (figure IV.2 a.) et  $\hat{Var}(\hat{\lambda})$  (figure IV.2 b.), en fonction des répétitions et pour une taille d'échantillon de 250 et un taux de censure de 16%.

A l'aide des 100 estimations  $\hat{\lambda}$ , une distribution statistique a été recherchée pour exprimer la précision sur l'estimation.

La figure IV.2 a montre la variabilité de l'estimation ponctuelle  $\hat{\lambda}$  au cours des répétitions des simulations. La variabilité de l'estimation par les méthodes BRM et SEM est faible par rapport aux méthodes MV et Bootstrap. Les résultats montrent que les distributions des estimations obtenues par les répétitions des simulations sont plus resserrées pour les méthodes BRM et SEM que pour les autres. On peut constater que les 4 distributions sont centrées sur la valeur théorique. La figure IV.2 montre la variabilité de l'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\lambda})$  pour les 4 méthodes. La valeur moyenne sur les 100 répétitions pour la méthode BRM est plus faible que les autres méthodes. Les résultats de la simulation sont détaillés dans l'annexe B.

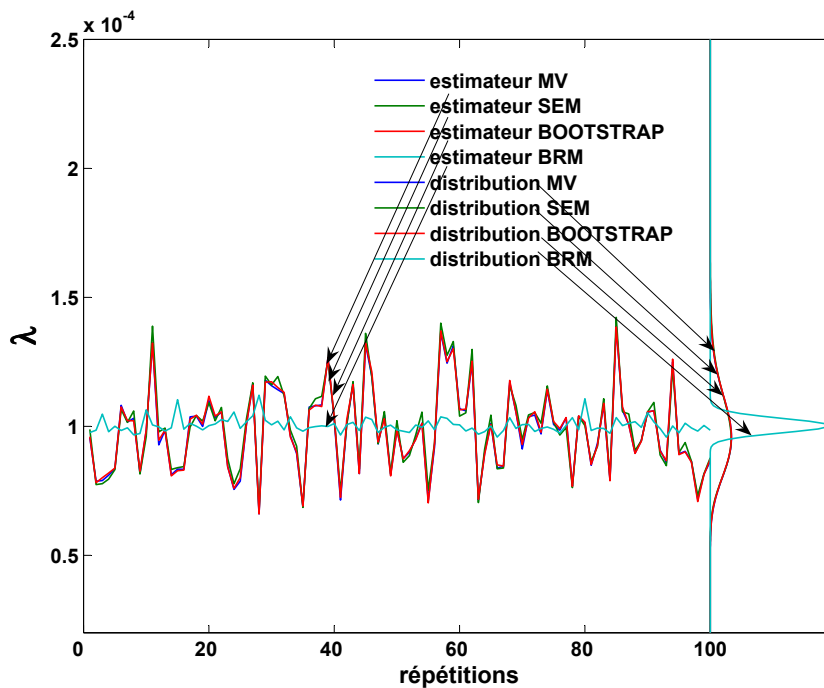


FIG. IV.2 – a. Estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\lambda}$  de la loi exponentielle pour  $n = 250$  et taux de censure = 16% selon les méthodes MV, SEM, BOOTSTRAP et BRM.

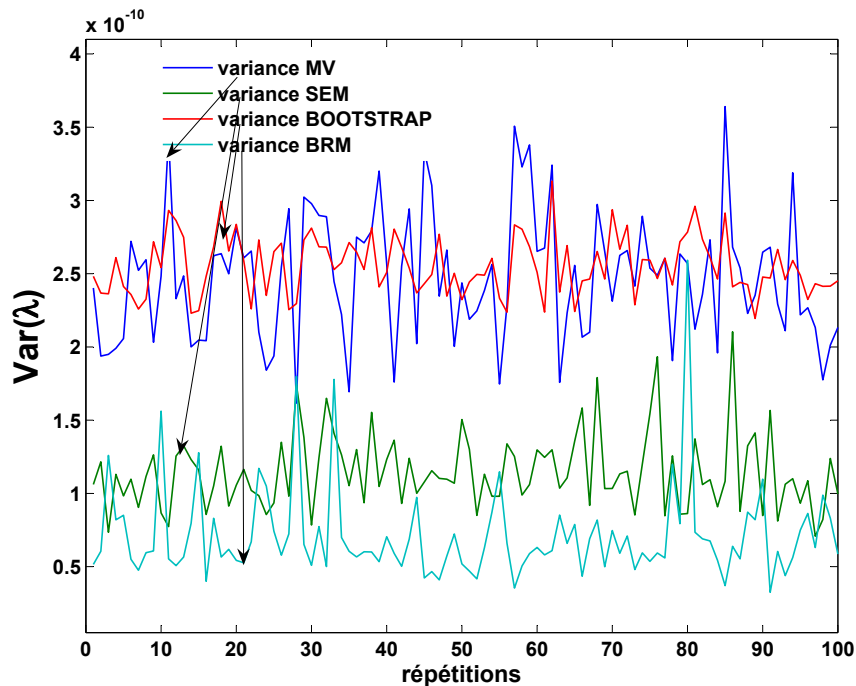


FIG. IV.2 – b. Variance du paramètre  $\hat{\lambda}$  de la loi exponentielle pour  $n = 250$  et taux de défaillance = 16% selon les méthodes MV, SEM, BOOTSTRAP et BRM.

Ainsi, ce premier exemple montre que la méthode BRM est la plus "efficace". Ce résultat est confirmé par les exemples réalisés pour la loi de Weibull et le modèle Jelinski-Moranda (Annexe B).

Pour compléter l'étude, nous proposons dans le paragraphe suivant de tester les 4 méthodes pour plusieurs combinaisons de taille d'échantillon et de taux de censure.

### IV.2.3 Analyse et comparaison

Ces méthodes sont difficilement comparables. Selon le point de vue adopté, elles présentent toutes des avantages et des inconvénients. Cependant, nous faisons par la suite une analyse comparative de ces quatre méthodes suivant les résultats des simulations, en fonction des tailles de l'échantillon et du taux de censure, afin de déterminer la méthode la plus adaptée à chaque cas. Les figures IV.3 et IV.4 montrent les résultats des simulations pour le paramètre  $\lambda$  de la loi exponentielle. Une étude semblable pour la loi de Weibull et le modèle Jelinski-Moranda est décrite dans l'annexe B.



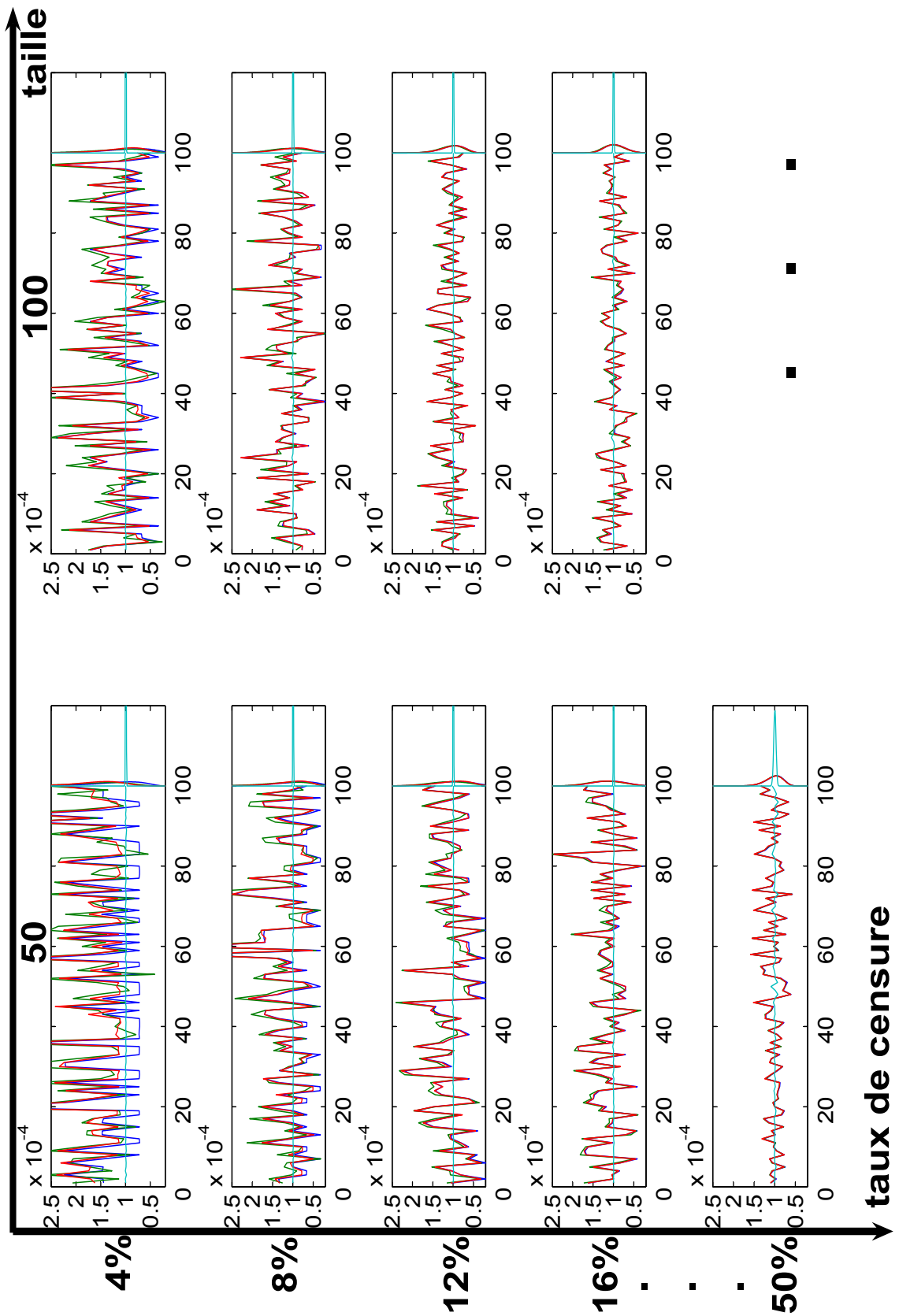


FIG. IV.3 – a. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\lambda}$  pour la loi exponentielle.

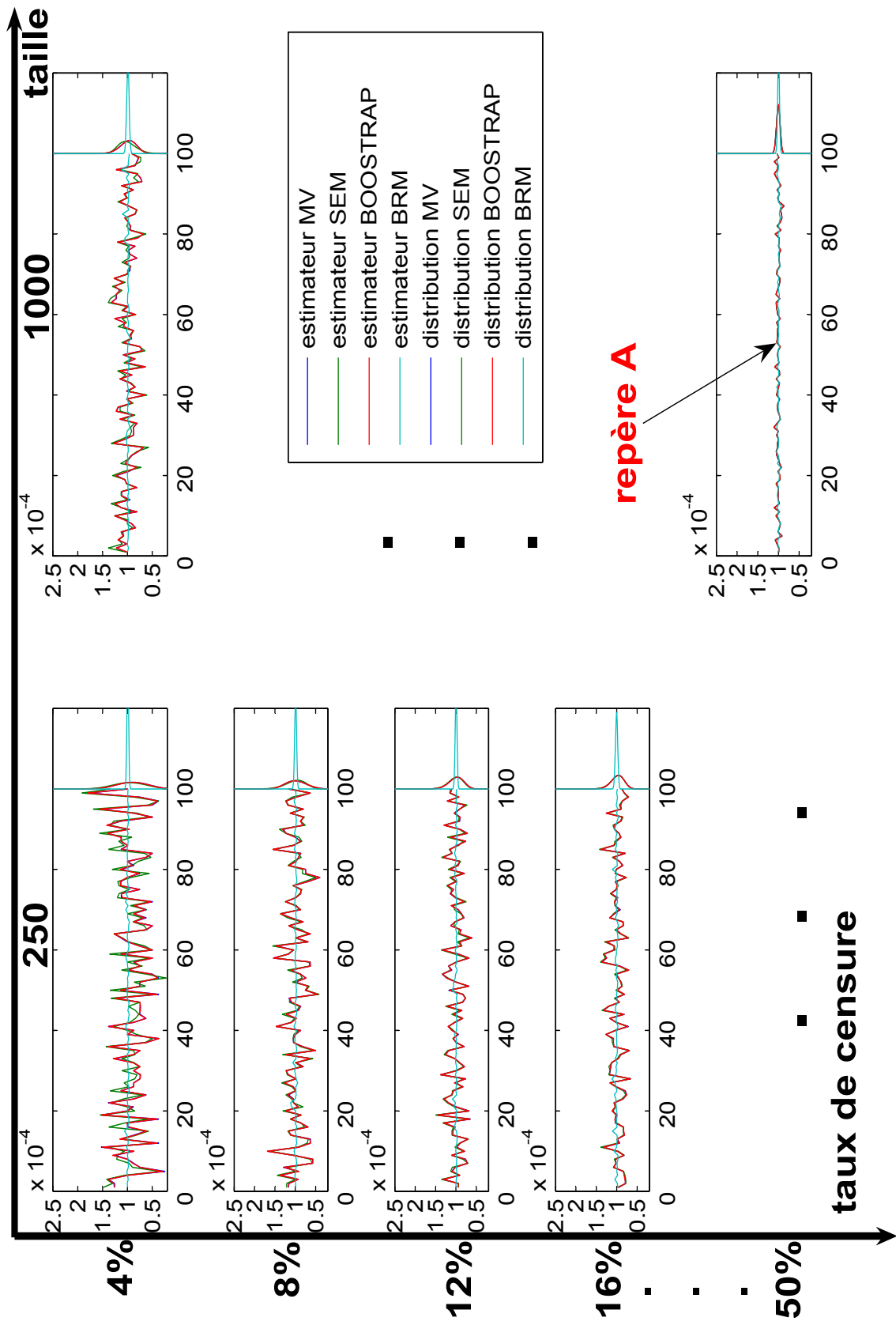


FIG. IV.3 – b. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\lambda}$  pour la loi exponentielle.

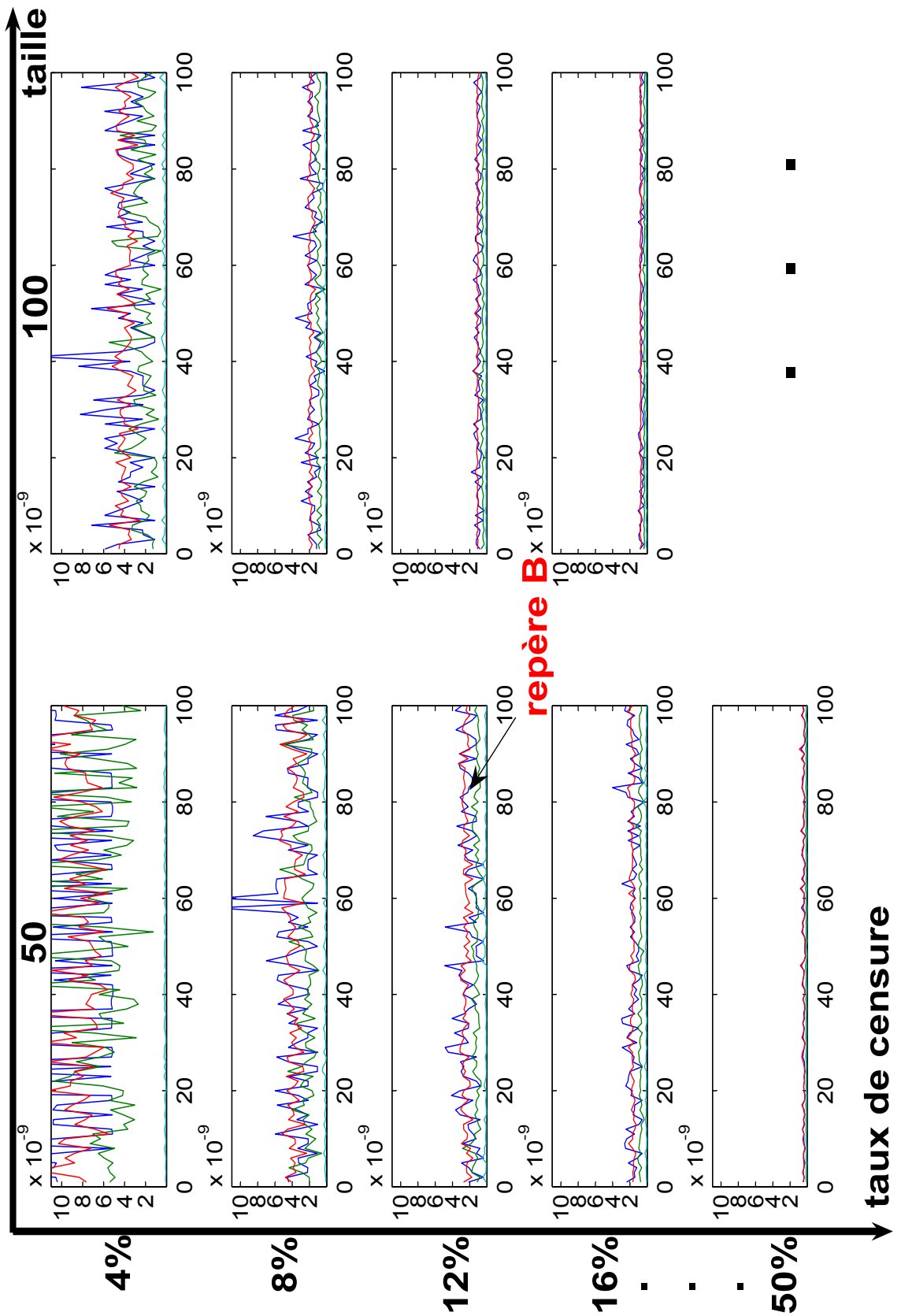


FIG. IV.4 – a. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\lambda})$  du paramètre  $\hat{\lambda}$  pour la loi exponentielle.

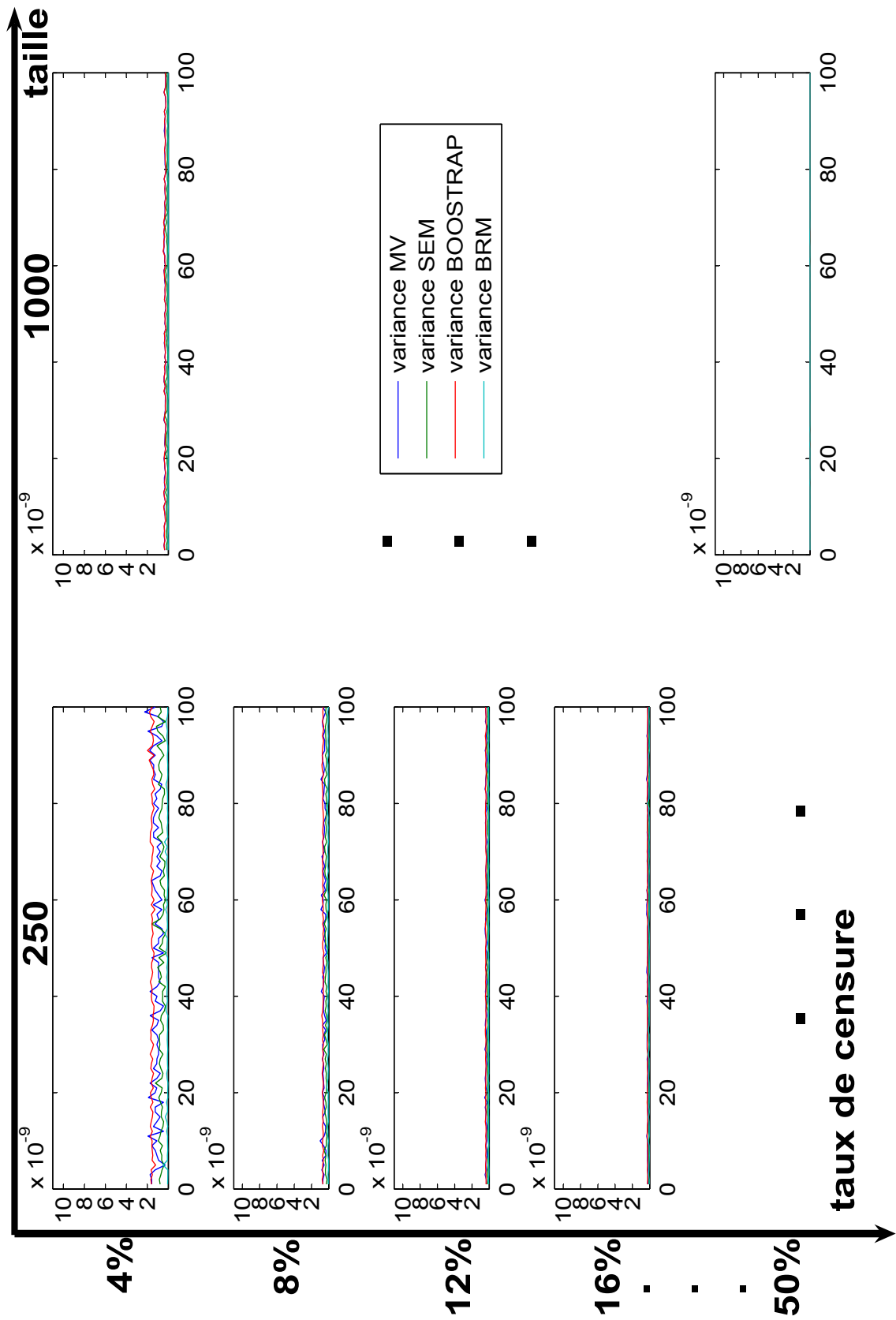


FIG. IV.4 – b. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\lambda})$  du paramètre  $\hat{\lambda}$  pour la loi exponentielle.

D'une manière générale, la méthode MV donne de bonnes estimations pour des échantillons de taille importante avec un nombre suffisant de défaillances (fig. IV.3 repère A). Dans ces conditions, la méthode MV est à préférer aux autres, car, elle ne nécessite pas de répétitions de simulation, ni d'informations supplémentaires sur les paramètres des lois a priori.

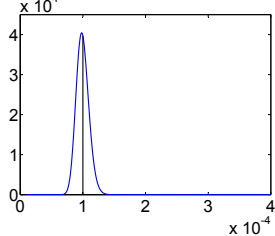
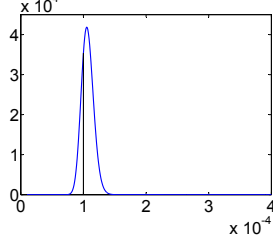
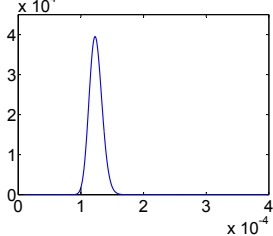
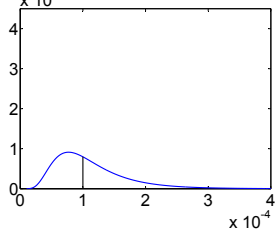
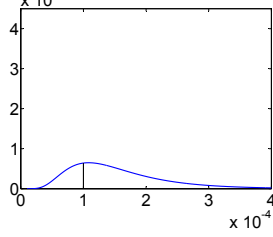
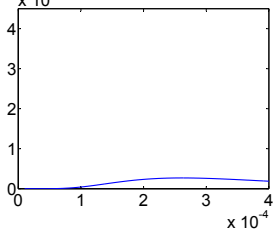
L'algorithme BOOTSTRAP fournit, en général, une faible réduction de la variance par rapport à la méthode MV (fig. IV.4 repère B). Il nécessite un nombre important de simulations pouvant engendrer des temps de calcul conséquents.

L'algorithme SEM conduit à une variance plus faible que celles trouvées par la méthode MV ou BOOTSTRAP (sur les graphiques de la figure IV.4, la courbe SEM est toujours en moyenne en dessous de la MV ou de la BOOTSTRAP). La précision des estimateurs ponctuels obtenus est correcte (sur les graphiques de la figure IV.3, l'estimation ponctuelle par la méthode SEM est quasiment identique avec celle de la méthode MV ou BOOTSTRAP). L'algorithme SEM donne de bons estimateurs pour des échantillons de taille suffisante avec une forte censure, si la valeur initiale est bien choisie.

L'algorithme BRM donne des bons estimateurs (graphiques de la figure IV.3), proches de la valeur théorique, avec une faible variance (graphiques de la figure IV.4) même pour de petits échantillons fortement censurés. Cet algorithme est facile à utiliser, il est applicable pour tout type de distribution/modèle et pour tout type de loi a priori (Voir Annexe B). En revanche, il est indispensable de disposer de l'information pour construire la loi a priori, ce qui n'est pas nécessaire pour les autres méthodes.

Dans le cas d'une taille importante d'échantillon et d'un grand nombre de défaillances observées, toutes les méthodes donnent des résultats corrects et nous conseillons MV ou BOOTSTRAP. Au contraire, pour de petits échantillons fortement censurés, l'algorithme BOOTSTRAP donne une amélioration de la variance par rapport au MV, mais les deux méthodes fournissent des estimateurs peu précis ou sont inapplicables. Le cas de zéro défaillance peut être traité uniquement par BRM ou SEM. Pour des échantillons de taille suffisante et avec peu de défaillances, l'algorithme SEM donne de bons estimateurs et des variances faibles. Pour de petits échantillons fortement censurés et si l'information sur les paramètres des lois ou des modèles pour construire une loi a priori est disponible, l'algorithme BRM donne les meilleurs résultats.

Pour les simulations précédentes, la méthode BRM a été étudiée en considérant un a priori très informatif (variance faible) et cohérent (centré sur la valeur théorique). Par la suite, nous faisons une analyse comparative des estimateurs, de la méthode BRM à travers plusieurs a priori classés par l'informativité et par la cohérence (tableau IV.3).

A priori	Cohérent		Partiellement cohérent		Incohérent	
Très informatif	Distrib.	Param.	Distrib.	Param.	Distrib.	Param.
	Logn.	$\mu = -9,22 \quad \sigma = 0,1$	Logn.	$\mu = -9,15 \quad \sigma = 0,09$	Logn.	$\mu = -9 \quad \sigma = 0,082$
						
Peu informatif	Distrib.	Param.	Distrib.	Param.	Distrib.	Param.
	Logn.	$\mu = -9,22 \quad \sigma = 0,5$	Logn.	$\mu = -8,88 \quad \sigma = 0,5$	Logn.	$\mu = -8 \quad \sigma = 0,5$
						

TAB. IV.3 – 6 types des a priori pour l’algorithme BRM.

Les figures IV.5 et IV.6 montrent les résultats des simulations pour le paramètre  $\lambda$  de la loi exponentielle, avec la valeur théorique de  $\lambda_t = 10^{-4}h^{-1}$ .

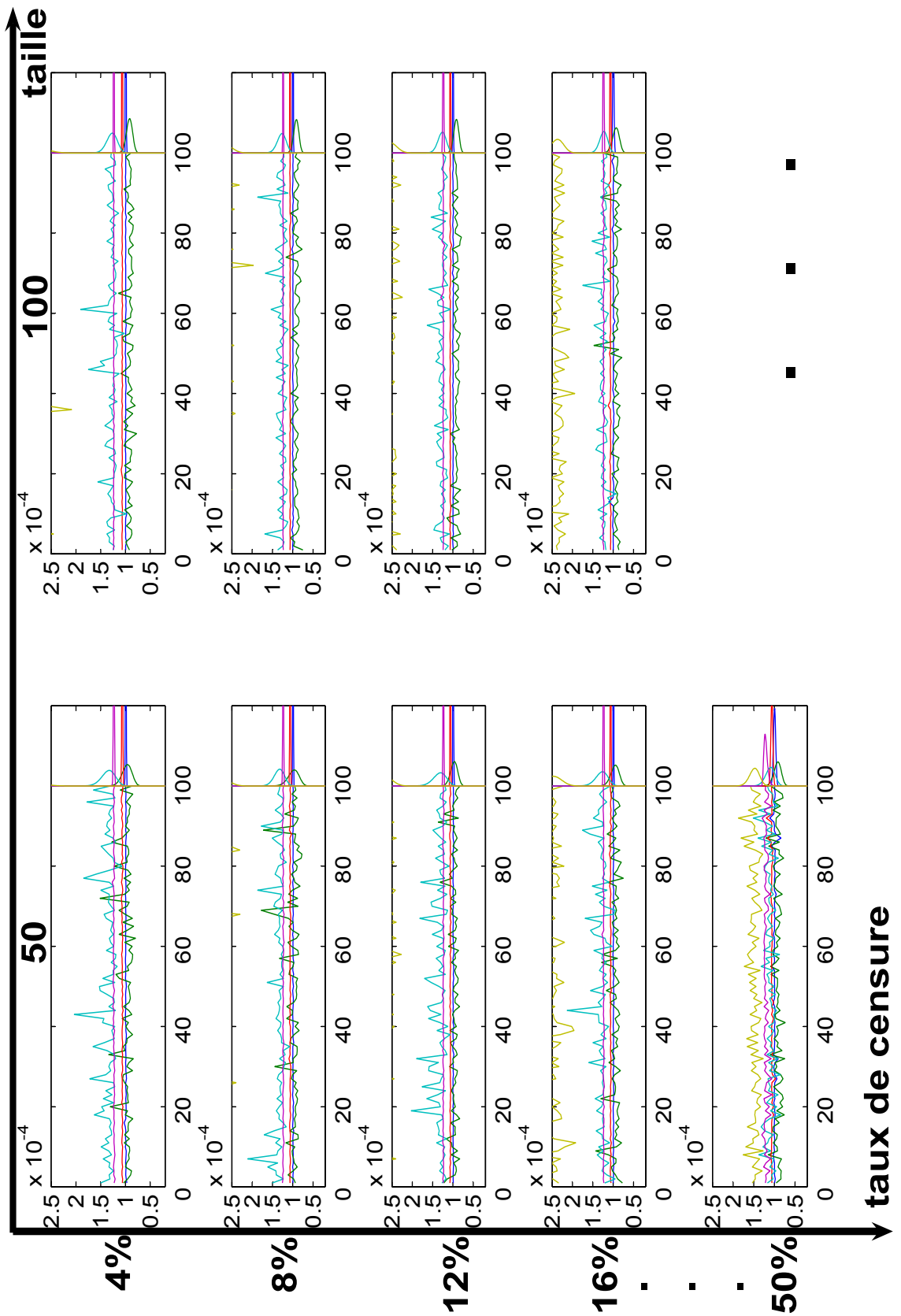


FIG. IV.5 – a. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\lambda}$  pour la loi exponentielle avec la méthode BRM sur 6 types de lois a priori.

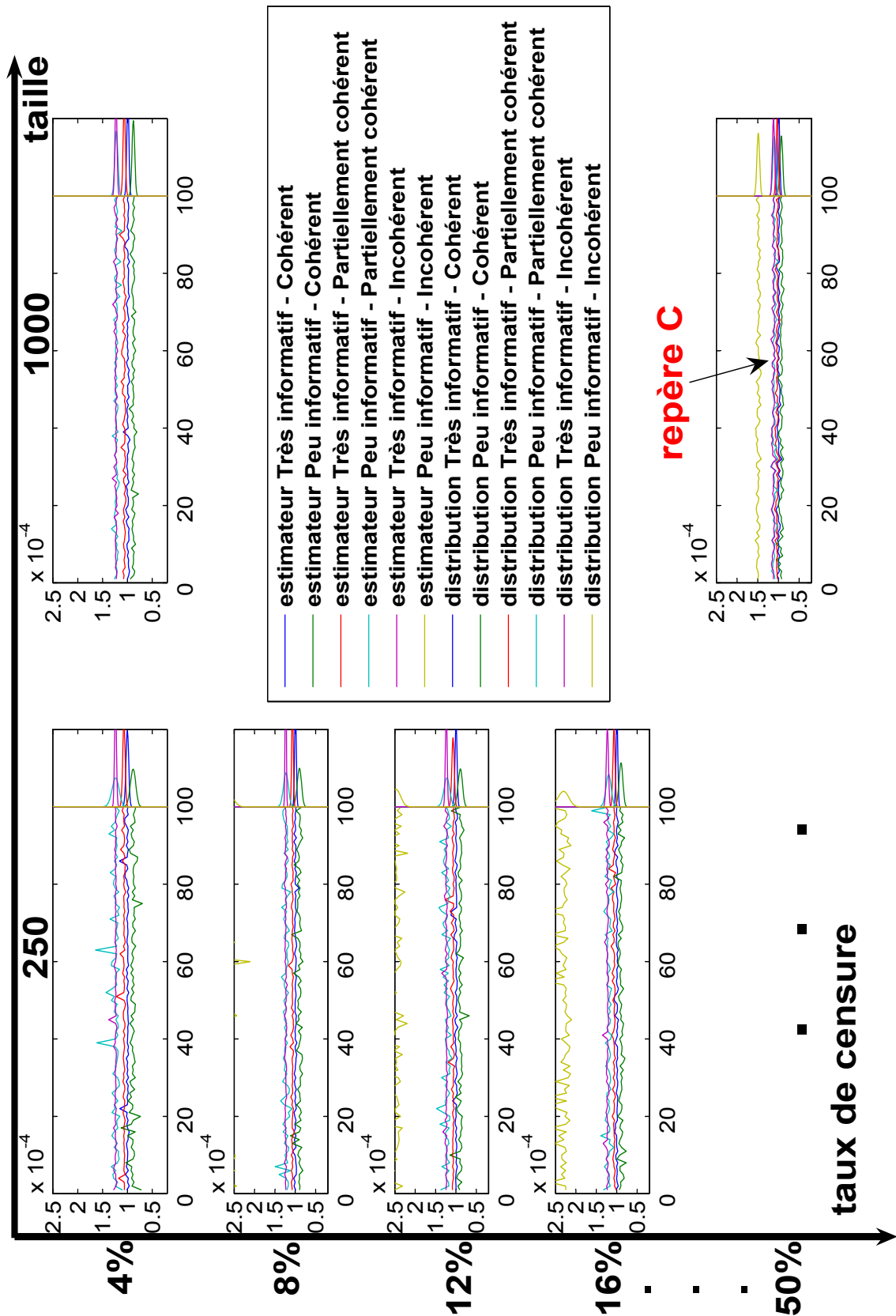


FIG. IV.5 – b. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\lambda}$  pour la loi exponentielle avec la méthode BRM sur 6 types de lois a priori.



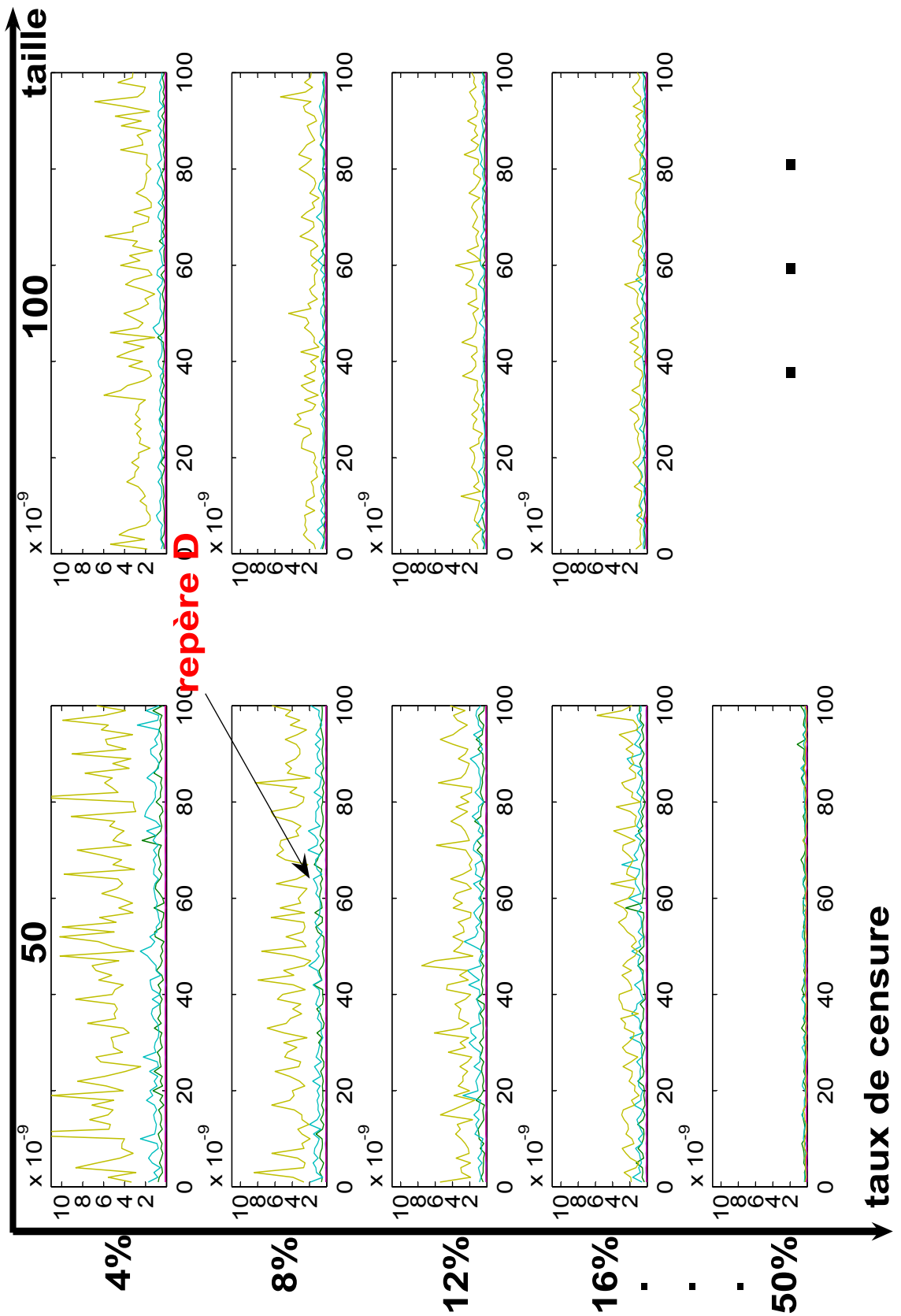


FIG. IV.6 – a. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\lambda})$  du paramètre  $\hat{\lambda}$  pour la loi exponentielle avec la méthode BRM sur 6 types de lois a priori.

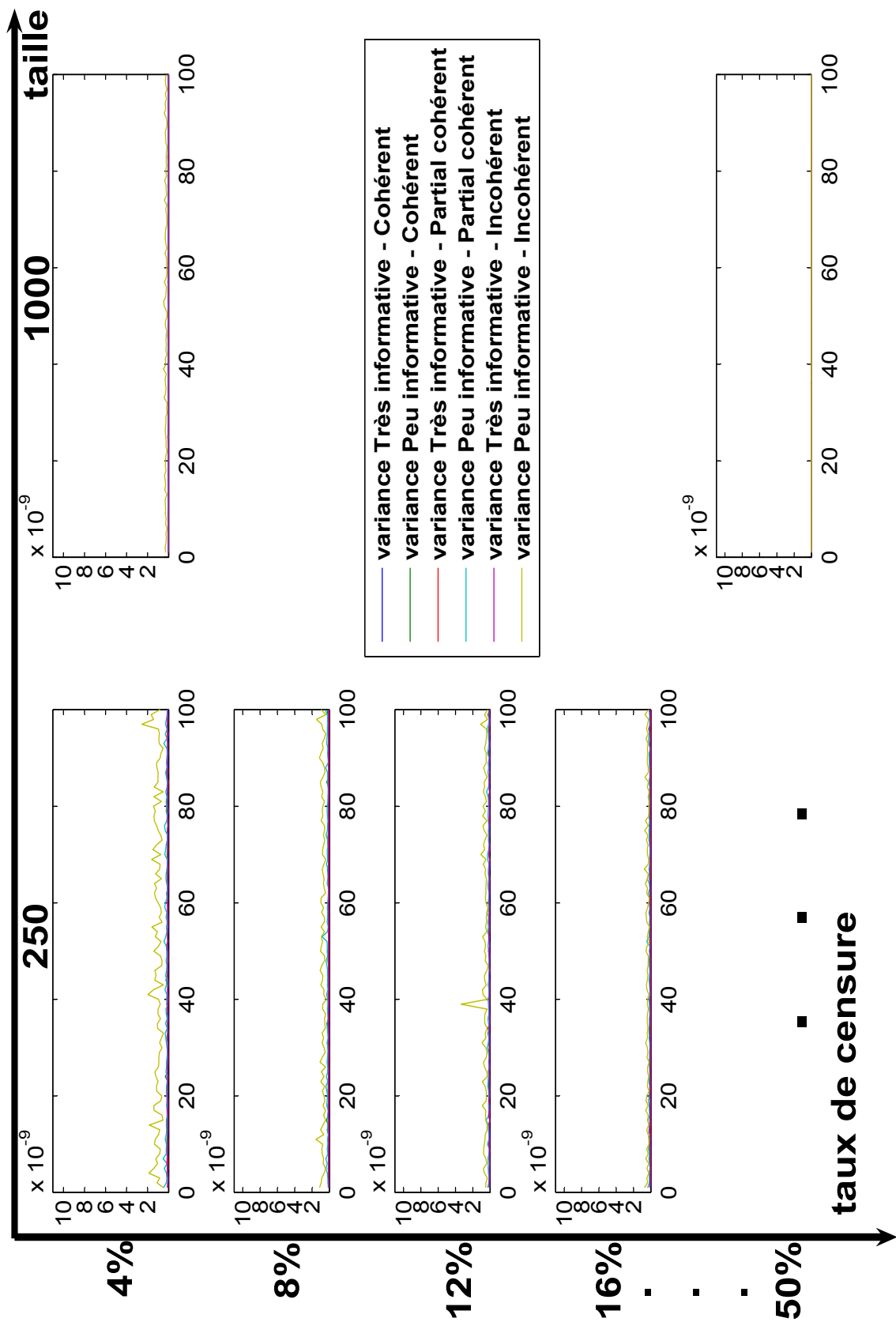


FIG. IV.6 – b. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\lambda})$  du paramètre  $\hat{\lambda}$  pour la loi exponentielle avec la méthode BRM sur 6 types de lois a priori.

A l'issue de la simulation, nous constatons que la méthode BRM donne de très bonnes estimations pour un a priori cohérent (très informatif ou peu informatif) et pour un a priori partiellement cohérent et peu informatif.

Pour les autres cas (a priori incohérent ou a priori partiellement cohérent et très informatif) l'estimation est plus mauvaise. On peut constater que dans ces cas, a priori très informatif et incohérent ou partiellement incohérent avec une vraisemblance peu informative (taille faible) engendrent une erreur d'estimation importante. Cette erreur diminue dès que l'on apporte de l'information objective : taille d'échantillon importante et taux de censure important (fig. IV.5 repère C). La variance pour un a priori très informatif est faible et pour un a priori peu informatif est plus importante (fig. IV.6 repère D).

Evidemment, il est difficile dans la réalité de statuer si un a priori est incohérent ou non. Pour ce faire, il est possible d'utiliser le facteur de pondération proposé par E. Usureau [Usureau, 2001], [Guerin et al., 2004b], [Guerin et al., 2003a]. Cet indicateur permet de statuer sur la compatibilité entre les distributions a priori et vraisemblance (cohérence ou non) et de diminuer le poids de l'a priori (le rendre moins informatif) en pondérant celui-ci dans l'inférence bayésienne. Ainsi, la loi a priori "corrigée" rend possible l'utilisation de la méthode BRM dans toute les configurations.

Nous proposons un choix des méthodes d'estimation à utiliser en fonction de la taille d'échantillon et du taux de censure (tableau IV.4). Le choix entre les méthodes est basé sur les simulations.

Taux de censure \ Taille	50	100	250	1000
4%	BRM	BRM	BRM	BRM MV
8%	BRM	BRM SEM	BRM MV	BRM MV
12%	BRM SEM	BRM SEM	MV BRM BOOTSTRAP	MV BRM BOOTSTRAP
16%	BRM SEM	BRM SEM MV BOOTSTRAP	MV BRM BOOTSTRAP	MV BRM BOOTSTRAP
50%	BRM SEM	BRM SEM	BRM MV	MV BRM

TAB. IV.4 – Choix des méthodes à utiliser en fonction de la taille d'échantillon et du taux de censure.

### IV.3 Méthodologie proposée

Le tableau IV.4 montre que la méthode BRM est la plus efficace pour l'estimation de paramètres de loi de fiabilité. Aussi, nous proposons d'utiliser cette méthode pour réaliser les estimations dans le cas où nous disposons des résultats d'essais ou des données d'exploitation (REX) [Mihalache et al., 2006a], [Mihalache et al., 2006c], [Mihalache et al., 2006d].

Le point essentiel de la méthode est la construction de la distribution a priori. Plus cette distribution est informative et plus les estimations seront précises. Nous proposons d'utiliser les résultats de la simulation RdPSD (chapitre III) pour définir les distributions a priori. Ensuite, la méthode BRM peut être utilisée pour analyser les résultats d'essais ou de données de REX.

La démarche bayésienne a deux intérêts :

- traiter les données avec "0" défaillance ;
- pouvoir utiliser l'inférence bayésienne pour capitaliser la connaissance disponible sur le système.

Ce dernier point peut être important dans la démarche globale de fiabilisation. En effet, lorsqu'une analyse de fiabilité est réalisée à l'issue d'un essai, nous obtenons une estimation des paramètres de loi à l'aide des distributions a posteriori obtenues par la méthode BRM. Ces dernières peuvent être utilisées comme a priori pour l'analyse de données d'exploitation. Ainsi, notre démarche globale peut être synthétisée par le schéma suivant.

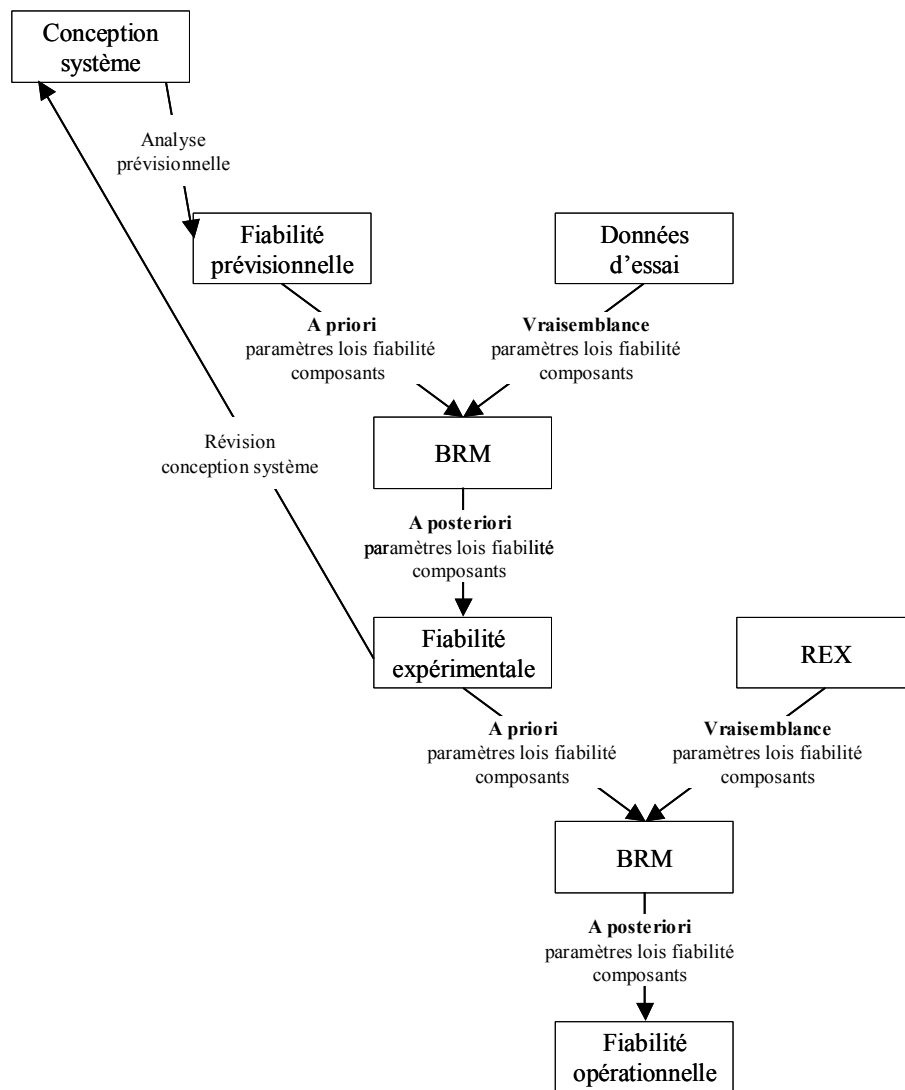


FIG. IV.7 – Démarche de la fiabilité expérimentale et opérationnelle.

La méthodologie (fig. IV.7) de construction et d'évaluation de la fiabilité expérimentale et opérationnelle est fondée sur la technique bayésienne.

Ainsi, après une analyse de la fiabilité prévisionnelle du système (chapitre III) nous obtenons les paramètres des lois de fiabilité des composants du système sous la forme des distributions de probabilité. Ces distributions sont les a priori pour l'estimation de la fiabilité expérimentale. La méthode BRM est appliquée sur les données issues des essais sur les prototypes du système. Le résultat est la distribution a posteriori de tous les paramètres des lois de fiabilité des composants du système. Ensuite, la fiabilité expérimentale est estimée, afin de vérifier l'atteinte de l'objectif de fiabilité prévu dans les spécifications. Dans le cas où le niveau de fiabilité expérimentale n'est pas atteint, une révision de la conception est proposée.

Une fois que la fiabilité expérimentale est acceptable, la fabrication en série du système sera lancée. Pour l'estimation de la fiabilité opérationnelle par la méthode BRM, l'a priori est donné par la distribution a posteriori obtenue de l'estimation expérimentale (fig. IV.7). Suite à l'application de la méthode BRM, nous identifions la distribution a posteriori de tous les paramètres des lois de fiabilité des composants du système et au final nous obtenons la fiabilité opérationnelle du système.

Deux manières de traitement des données sont envisageables pour de composants du système :

- associer une loi de distribution de fiabilité appropriée (la défaillance n'est pas corrigée) ;
- associer un modèle de croissance de la fiabilité (la défaillance est corrigée).

### IV.3.1 Construction de la loi a priori

Le choix d'une distribution a priori est une démarche complexe et peut laisser la part à l'appréciation subjective. Ce choix dépend principalement de la connaissance préalable, de la qualité des informations disponibles sur le paramètre étudié. Pour des raisons de calcul purement théorique, la distribution a priori dépend de la famille mathématique de la fonction de vraisemblance ; cette dernière condition n'est pas obligatoire pour une résolution numérique à l'aide de l'ordinateur.

La distribution a priori doit intégrer, d'une part, toute la connaissance disponible sur le paramètre étudié et, d'autre part, toute l'incertitude liée à ce paramètre. En fonction de la connaissance disponible, nous pouvons définir les principales distributions susceptibles de caractériser la distribution a priori.

Si la connaissance initiale est faible, l'a priori sera une distribution simple, peu informative. Tout paramètre cherché a la même probabilité d'être choisi, l'a priori suit une distribution uniforme.

Si la connaissance initiale est solide, l'a priori sera une distribution plus sophistiquée. Nous distinguons alors plusieurs cas :

- les experts sont en mesure d'estimer une valeur moyenne et un écart-type d'un paramètre cherché - l'a priori suit une distribution normale ou lognormale ;
- pour des raisons de simplicité, l'a priori est choisi dans la même famille que la vraisemblance et, dans ces conditions, l'a posteriori appartient à cette même famille. En pratique, pour la vraisemblance de type exponentielle ou Gamma, l'a priori et l'a posteriori sont des distributions Gamma, pour la vraisemblance de type binomial, l'a priori et l'a posteriori sont des distributions Bêta. Malheureusement, il n'existe

pas toujours une distribution conjuguée à la vraisemblance étudiée (exemple pour la loi de Weibull) ;

- l'a priori peut être n'importe quelle distribution, dans ce cas la résolution numérique s'impose.

Pour analyser les résultats d'essais à l'aide de la méthode BRM, nous utilisons les résultats de l'évaluation prévisionnelle de la fiabilité (chapitre III) pour construire les distributions a priori (voir Annexe C). Ensuite, les résultats de cette première analyse peuvent être utilisés comme a priori pour étudier les données d'exploitation. Cet enchaînement est l'application de l'inférence bayésienne permettant de capitaliser la connaissance disponible sur le système tout au long de sa vie.

### IV.3.2 Estimation des fiabilités des composants et de la fiabilité du système

Dans le cadre de la fiabilité expérimentale et opérationnelle, la méthode employée pour l'estimation des fiabilités des composants, est la méthode BRM. Nous pouvons utiliser cette méthode, car nous disposons des informations a priori : la fiabilité prévisionnelle pour le calcul de la fiabilité expérimentale et la fiabilité expérimentale pour le calcul de la fiabilité opérationnelle.

Les intervalles de confiance pour les paramètres des lois de fiabilité des composants sont déterminés à partir des distributions a posteriori, par la méthode BRM.

La fiabilité expérimentale et opérationnelle du système sont calculées de la même manière que la fiabilité prévisionnelle (à partir de l'équation III.2). Le calcul de l'intervalle de confiance de la fiabilité expérimentale et opérationnelle est identique à celui de la fiabilité prévisionnelle (méthode présentée dans le paragraphe III.2.4.1).

Ensuite, une étude de la sensibilité permet de déceler les composants peu fiables.

La méthodologie d'évaluation de la fiabilité expérimentale et opérationnelle est appliquée sur le système mécatronique de l'ABS.

## IV.4 Exemple d'application

Nous proposons d'appliquer la méthodologie sur le système mécatronique ABS (voir la liste des composants - tableau III.3).

### IV.4.1 Construction de l'a priori et simulation des données des essais et du REX

Pour la fiabilité expérimentale, les conditions de simulation sont les suivantes :

- l'a priori est donné pour chaque paramètre de fiabilité des composants du système ABS par les distributions obtenues suite à l'estimation de la fiabilité prévisionnelle des composants (tableau III.7) ;
- les données d'essais de fiabilité sont obtenues par simulation, du fait que nous ne disposons pas de données réelles. Les temps de défaillance sont obtenus en utilisant le modèle RdPSD développé dans le chapitre III. Les paramètres des lois de fiabilité sont tirés aléatoirement selon des lois uniformes définies à partir des intervalles  $\mp 10\%$  centrés (sans répétition) sur les estimateurs théoriques (tableau III.6) ;
- le nombre des systèmes est  $n = 150$ , le temps de censure  $\tau_c = 900$  heures, pour un taux de censure de 44,67% ;
- l'a posteriori expérimental est obtenu par l'application de l'algorithme BRM avec  $M=250$  itérations.

Pour la fiabilité opérationnelle, les conditions de simulation sont les suivantes :

- l'a priori opérationnel est constitué par les distributions a posteriori expérimentales ;
- les données du REX sont obtenues par simulation (pas de données réelles sur les REX). La seule différence est le choix de l'intervalle pour les paramètres des lois de fiabilité, où l'incertitude retenue est plus grande [valeur moyenne  $\mp 15\%$ ] (sans répétition) ;
- le nombre des systèmes est  $n = 1000$ , le temps de censure  $\tau_c = 200$  heures, pour un taux de censure de 10,60% ;
- l'a posteriori opérationnel est obtenu par l'application de la méthode BRM avec  $M=250$  itérations.

### IV.4.2 Simulation

Dans notre exemple, nous avons choisi la loi exponentielle pour les composants électroniques, la loi du Weibull pour les composants mécaniques et le modèle de croissance de fiabilité Jelinski-Moranda pour les composants logiciels. Nous avons calculé l'estimation ponctuelle du paramètre, ainsi que son intervalle de confiance avec le niveau de 90% obtenus par la méthode BRM (tableaux IV.5 et respectivement IV.6 avec la Valeur théorique calculée dans le chapitre III - tableau III.7) et une distribution appropriée pour les paramètres (Annexe C, tableaux C.2 et respectivement C.3).



T	Distribution de fiabilité		Valeur théorique	Estimation ponctuelle par BRM	Intervalle de confiance $\gamma = 0,90$ par BRM	
$T_{12}$	Weibull	$\eta$	9,1362E+03	9,3782E+03	8,4428E+03	1,0379E+04
		$\beta$	1,4034E+00	1,3806E+00	1,2558E+00	1,5207E+00
$T_{13}$	Weibull	$\eta$	8,4336E+03	8,6064E+03	7,8584E+03	9,4720E+03
		$\beta$	1,4460E+00	1,3962E+00	1,2673E+00	1,5459E+00
$T_{14}$	Weibull	$\eta$	8,3108E+03	8,5046E+03	7,7390E+03	9,3724E+03
		$\beta$	1,4672E+00	1,5127E+00	1,3658E+00	1,6834E+00
$T_{15}$	Weibull	$\eta$	8,2993E+03	8,2151E+03	7,4832E+03	8,9851E+03
		$\beta$	1,4361E+00	1,3915E+00	1,2722E+00	1,5336E+00
$T_{16}$	Weibull	$\eta$	8,5267E+03	8,5544E+03	7,8816E+03	9,3409E+03
		$\beta$	1,4444E+00	1,3891E+00	1,2755E+00	1,5165E+00
$T_{17}$	Weibull	$\eta$	8,9627E+03	9,0010E+03	8,1885E+03	9,9134E+03
		$\beta$	1,4711E+00	1,4291E+00	1,3055E+00	1,5756E+00
$T_{18}$	Exponentielle	$\lambda$	7,5304E-05	7,6135E-05	6,6177E-05	8,7893E-05
$T_{19}$	J.-Moranda	$\Phi$	5,0400E-05	4,9520E-05	4,6338E-05	5,3150E-05
		$N_0$	1,2251E+00	1,2258E+00	1,1471E+00	1,3157E+00
$T_{20}$	J.-Moranda	$\Phi$	5,0400E-05	4,9588E-05	4,6350E-05	5,3030E-05
		$N_0$	1,2124E+00	1,1899E+00	1,1122E+00	1,2725E+00
$T_{21}$	J.-Moranda	$\Phi$	5,0400E-05	4,9804E-05	4,6711E-05	5,3190E-05
		$N_0$	1,2216E+00	1,2393E+00	1,1623E+00	1,3235E+00
$T_{22}$	Exponentielle	$\lambda$	4,3498E-05	4,2020E-05	3,6498E-05	4,8508E-05
$T_{23}$	Weibull	$\eta$	1,1841E+04	1,2028E+04	1,0692E+04	1,3435E+04
		$\beta$	1,1875E+00	1,1412E+00	1,0406E+00	1,2524E+00
$T_{24}$	Weibull	$\eta$	1,2047E+04	1,2012E+04	1,0680E+04	1,3536E+04
		$\beta$	1,1935E+00	1,1740E+00	1,0715E+00	1,2901E+00
$T_{25}$	Weibull	$\eta$	7,6591E+03	7,6220E+03	6,9474E+03	8,3986E+03
		$\beta$	1,4901E+00	1,4571E+00	1,3282E+00	1,6007E+00
$T_{26}$	Weibull	$\eta$	7,4327E+03	7,4019E+03	6,7771E+03	8,0511E+03
		$\beta$	1,5188E+00	1,4710E+00	1,3521E+00	1,6049E+00

TAB. IV.5: Valeur moyenne des paramètres pour les distributions de fiabilité expérimentale.

T	Distribution de fiabilité	Valeur théorique	Estimation ponctuelle par BRM	Intervalle de confiance $\gamma = 0,90$ par BRM		
$T_{12}$	Weibull	$\eta$	9,1362E+03	9,3777E+03	9,0067E+03	9,7567E+03
		$\beta$	1,4034E+00	1,3627E+00	1,3136E+00	1,4147E+00
$T_{13}$	Weibull	$\eta$	8,4336E+03	8,7032E+03	8,3524E+03	9,0512E+03
		$\beta$	1,4460E+00	1,4107E+00	1,3552E+00	1,4677E+00
$T_{14}$	Weibull	$\eta$	8,3108E+03	8,3955E+03	8,0980E+03	8,7067E+03
		$\beta$	1,4672E+00	1,4539E+00	1,4026E+00	1,5088E+00
$T_{15}$	Weibull	$\eta$	8,2993E+03	8,2332E+03	7,9204E+03	8,5517E+03
		$\beta$	1,4361E+00	1,3946E+00	1,3379E+00	1,4527E+00
$T_{16}$	Weibull	$\eta$	8,5267E+03	8,6492E+03	8,3095E+03	9,0092E+03
		$\beta$	1,4444E+00	1,4037E+00	1,3488E+00	1,4598E+00
$T_{17}$	Weibull	$\eta$	8,9627E+03	9,0445E+03	8,7159E+03	9,4012E+03
		$\beta$	1,4711E+00	1,4378E+00	1,3841E+00	1,4959E+00
$T_{18}$	Exponentielle	$\lambda$	7,5304E-05	7,6515E-05	7,2336E-05	8,0970E-05
$T_{19}$	J.-Moranda	$\Phi$	5,0400E-05	4,9665E-05	4,8435E-05	5,0901E-05
		$N_0$	1,2251E+00	1,2294E+00	1,1990E+00	1,2600E+00
$T_{20}$	J.-Moranda	$\Phi$	5,0400E-05	4,9561E-05	4,8245E-05	5,0931E-05
		$N_0$	1,2124E+00	1,1893E+00	1,1577E+00	1,2222E+00
$T_{21}$	J.-Moranda	$\Phi$	5,0400E-05	4,9839E-05	4,8534E-05	5,1162E-05
		$N_0$	1,2216E+00	1,2401E+00	1,2077E+00	1,2731E+00
$T_{22}$	Exponentielle	$\lambda$	4,3498E-05	4,1992E-05	3,9757E-05	4,4327E-05
$T_{23}$	Weibull	$\eta$	1,1841E+04	1,2081E+04	1,1542E+04	1,2645E+04
		$\beta$	1,1875E+00	1,1444E+00	1,0989E+00	1,1937E+00
$T_{24}$	Weibull	$\eta$	1,2047E+04	1,2257E+04	1,1714E+04	1,2816E+04
		$\beta$	1,1935E+00	1,1883E+00	1,1457E+00	1,2341E+00
$T_{25}$	Weibull	$\eta$	7,6591E+03	7,6960E+03	7,4112E+03	7,9793E+03
		$\beta$	1,4901E+00	1,4585E+00	1,4104E+00	1,5096E+00
$T_{26}$	Weibull	$\eta$	7,4327E+03	7,4276E+03	7,1559E+03	7,7076E+03
		$\beta$	1,5188E+00	1,4773E+00	1,4246E+00	1,5347E+00

TAB. IV.6: Valeur moyenne des paramètres pour les distributions de fiabilité opérationnelle.

Considérons le cas de la transition  $T_{12}$  (premières lignes dans les tableaux III.7, IV.5 et IV.6, voir aussi Annexe C).

Les figures IV.8 et IV.9 présentent les différentes distributions du paramètre  $\eta$  et du paramètre  $\beta$  pour la loi du Weibull associée au composant "pédale de frein" ( $T_{12}$ )

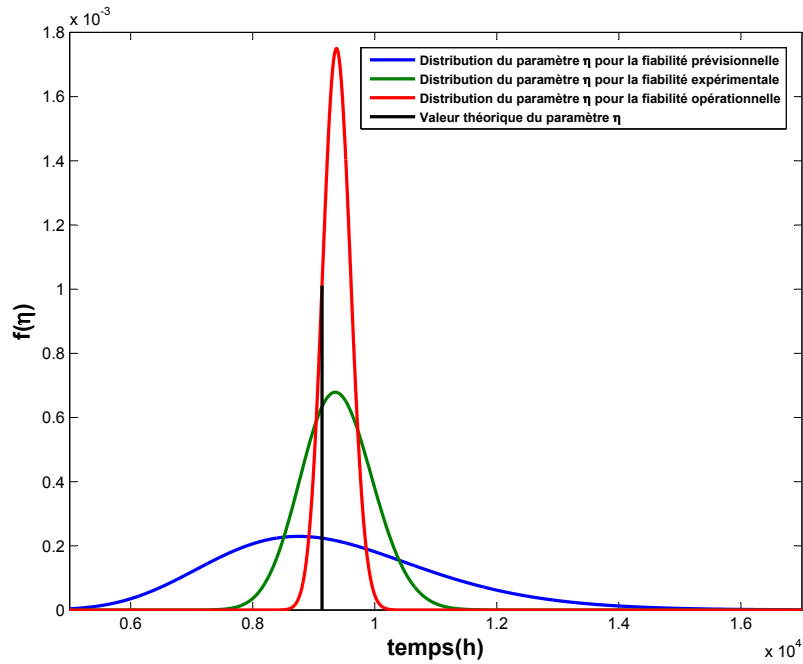


FIG. IV.8 – Les distributions du paramètre  $\eta$  pour le composant "pédale de frein" -  $T_{12}$ .

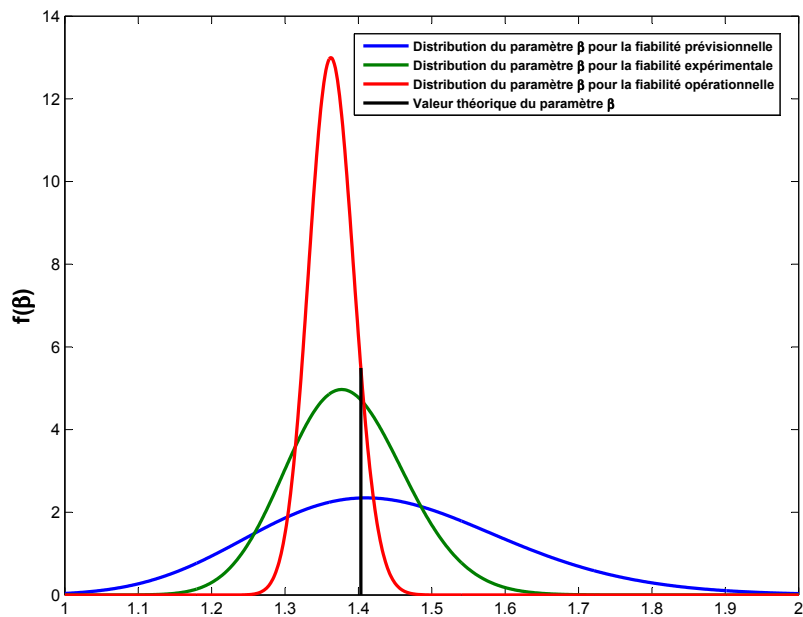


FIG. IV.9 – Les distributions du paramètre  $\beta$  pour le composant "pédale de frein" -  $T_{12}$ .

Ces figures illustrent la capitalisation de l'information et l'efficacité de la méthodologie. Les distributions deviennent de plus en plus informatives et sont proches de la valeur théorique du paramètre.

La fiabilité expérimentale et opérationnelle pour le système ABS (fig. IV.10 et IV.11) représente le produit entre les fiabilités des composants. Nous avons calculé la fiabilité expérimentale et opérationnelle du système ABS en utilisant les estimateurs ponctuels des paramètres de fiabilité prévisionnelle des composants.

$$R_{syst}(t) = \prod_{i=1}^c \prod_{j=1}^{k_i} R_{ij}(t) \quad (IV.9)$$

où  $c$  - le nombre des composants ;

$k_i$  - le nombre des modes de défaillance pour le composant  $i$ .

La loi de fiabilité pour une fonction est donné par la relation III.3 :

$$R_{fonction}(t) = \prod_{i=1}^c \prod_{j=1}^{k_i} R_{ij}(t)^{\Psi(i)} \quad (IV.10)$$

où  $c$  - le nombre des composants ;

$k_i$  - le nombre des modes de défaillance pour le composant  $i$ .

$$\Psi(i) = \begin{cases} = 1 & \text{si le composant } i \text{ participe à la fonction} \\ = 0 & \text{dans le cas contraire} \end{cases}$$

Les figures IV.10 et IV.11 représentent les lois de fiabilité avec les intervalles de confiance au niveau  $\gamma = 90\%$ . Les résultats de la méthodologie proposée sont comparés avec l'estimation de la fiabilité par la loi de Weibull obtenue par l'application de la méthode MV sur les données globales (résultats d'essai ou de REX) et avec l'estimation non paramétrique Kaplan-Meier [Nelson, 1990].

Nous remarquons que les résultats obtenus par notre méthode sont plus précis que les estimations par la loi du Weibull (la variance est plus faible).

Par exemple, pour  $t = 892$  heures, la fiabilité expérimentale est  $R(t) \approx 0,5$ , l'intervalle de confiance est  $[0,4757; 0,5199]$  pour notre méthode et, pour  $t = 1013$  heures, la fiabilité expérimentale est  $R(t) \approx 0,5$ , l'intervalle de confiance est  $[0,4319; 0,5752]$  pour la loi de Weibull.

Pour  $t = 895$  heures, la fiabilité opérationnelle est  $R(t) \approx 0,5$ , l'intervalle de confiance est  $[0,4903; 0,5090]$  pour notre méthode et, pour  $t = 888$  heures, la fiabilité opérationnelle est  $R(t) \approx 0,5$ , l'intervalle de confiance est  $[0,3817; 0,6091]$  pour la loi de Weibull.

L'estimation non-paramétrique Kaplan-Meier n'offre pas des informations sur la fiabi-

lité expérimentale ou opérationnelle pour  $R(t) \approx 0,5$ , puisque l'on est au-delà du temps de censure.

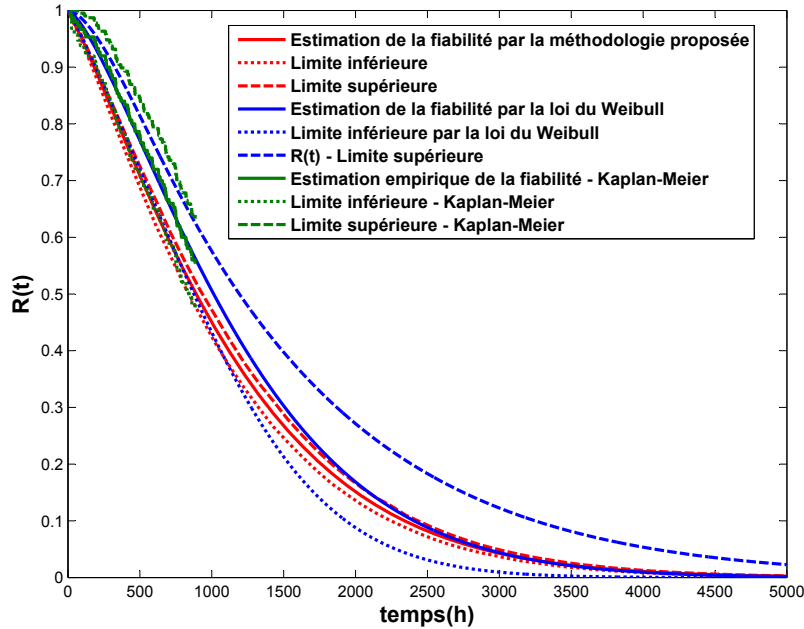


FIG. IV.10 – Fiabilité expérimentale pour le système ABS.

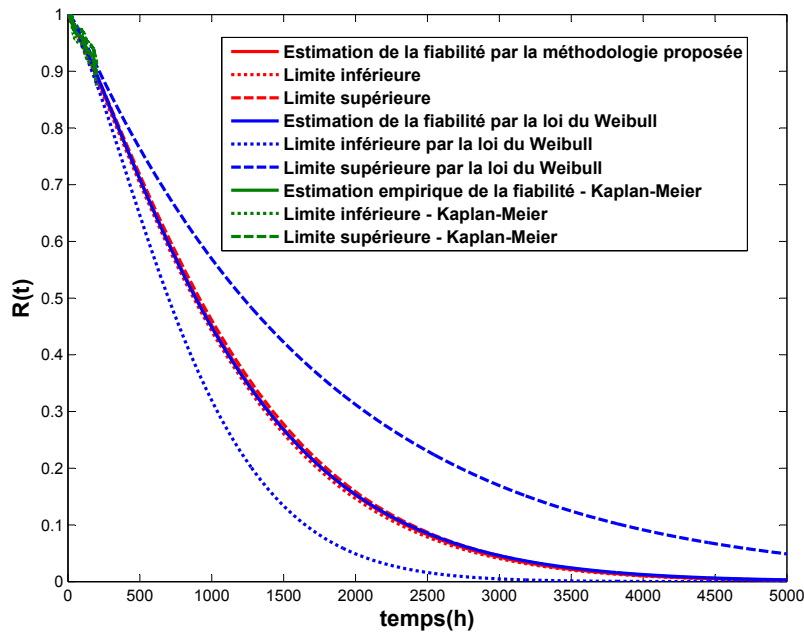


FIG. IV.11 – Fiabilité opérationnelle pour le système ABS.

Ensuite, nous avons réalisé l'analyse de la sensibilité pour mettre en évidence l'influence de chaque composant sur la fiabilité globale du système. Dans notre exemple, l'ensemble

des composants contribue de la même manière à la fiabilité du système. Une analyse détaillée de la sensibilité peut confirmer, par exemple, le composant le plus faible ou bien le composant le plus fiable.

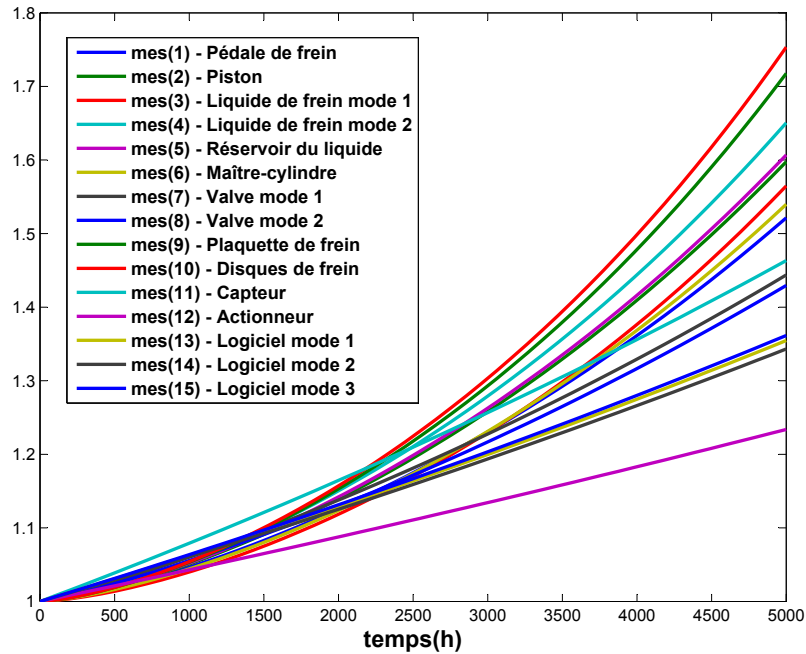


FIG. IV.12 – Etude de la sensibilité expérimentale.

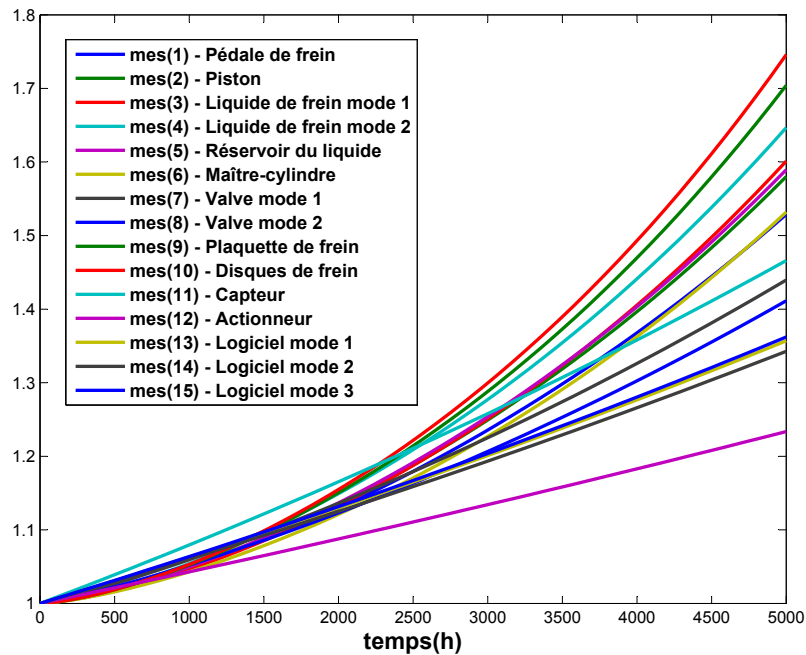


FIG. IV.13 – Etude de la sensibilité opérationnelle.

Suite à l'étude de la sensibilité pour la fiabilité expérimentale et opérationnelle (fig. IV.12 et IV.13), nous constatons des résultats cohérents avec ceux obtenus dans l'étude de la sensibilité prévisionnelle. Pour les deux types des fiabilités, la mesure  $mes(R_{10})$  qui est la plus grande, signifie que le composant "Disques de frein" est le moins fiable et la mesure  $mes(R_{12})$  qui est la plus petite, signifie que le composant "Actionneur" est le plus robuste.

## IV.5 Conclusion

Ce chapitre présente une méthode d'estimation de la fiabilité expérimentale et opérationnelle des systèmes mécatroniques à partir des fiabilités des composants.

La fiabilité expérimentale et opérationnelle sont calculées à partir des données obtenues lors des essais et issues du REX.

Ces données, insuffisamment informatives (petite taille d'échantillon ou/et fort taux de censure) nécessitent l'utilisation de méthodes performantes d'estimation des paramètres de fiabilité.

L'étude comparative basée sur des simulations numériques entre des méthodes d'amélioration des estimateurs SEM, BOOTSTRAP, BRM et MV, a montré que l'algorithme BRM donne des estimateurs précis, proches de la valeur théorique, avec une faible variance même pour des petits échantillons fortement censurés.

Pour estimer la fiabilité expérimentale et opérationnelle, nous avons utilisé la méthode BRM, qui permet d'intégrer l'a priori des paramètres de fiabilité des composants et la vraisemblance obtenue à partir des données d'essais ou du REX, afin de calculer l'a posteriori pour les paramètres de fiabilité des composants. Les résultats de l'étude de fiabilité prévisionnelle constituent l'a priori pour l'estimation de la fiabilité expérimentale, dont les résultats représentent l'a priori pour la fiabilité opérationnelle.

Un exemple d'application sur le système ABS illustre cette méthode. Nous avons simulé des données d'essais de fiabilité pour la fiabilité expérimentale et des données du REX pour la fiabilité opérationnelle.

La fiabilité expérimentale et opérationnelle du système ABS a été calculée à partir de la fiabilité des composants.

Les résultats obtenus pour la fiabilité expérimentale et opérationnelle sont des estimations plus précises que l'estimation de la fiabilité du système par la loi du Weibull ou l'estimation non-paramétrique de la fiabilité proposée par Kaplan-Meier.

L'étude de sensibilité expérimentale et opérationnelle confirme les résultats obtenus lors de l'étude de sensibilité prévisionnelle.

# Conclusions et perspectives

Nous avons développé, dans cette thèse, une méthodologie d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle, expérimentale et opérationnelle pour permettre aux industriels de mieux appréhender les principes d'estimation de la fiabilité tout au long du cycle de vie des systèmes mécatroniques.

Les systèmes mécatroniques étant des systèmes dynamiques, nous avons proposé, suite à une étude comparative sur les principales méthodes classiques d'évaluation de la fiabilité à travers le cycle de développement, de les représenter par les Réseaux de Petri Stochastiques Déterministes (RdPSD). Quatre raisons principales justifient ce choix. En effet, les RdPSD permettent :

- la modélisation d'un système mécatronique intégrant différents technologies ;
- l'utilisation dans chaque étape du cycle de développement ;
- l'analyse du comportement fonctionnel et dysfonctionnel ;
- la prise en compte de l'aspect dynamique du système.

La méthodologie d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle s'appuie sur :

- une modélisation fonctionnelle (permettant de donner les temps de fonctionnement) ;
- une modélisation dysfonctionnelle (donnant les instants de défaillance) du système mécatronique ;
- les recueils des données pour chaque composant ;

Nous avons appliqué la méthodologie d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle sur un système mécatronique, l'ABS mettant en évidence la faisabilité de notre méthodologie sur un cas réel mais aussi sa prédominance par rapport aux autres méthodes. Cette méthodologie est complétée par une analyse de sensibilité afin de connaître la contribution de chaque composant à la fiabilité prévisionnelle du système. Sur notre exemple (ABS), nous avons identifié le composant le plus fiable ainsi que le composant le moins fiable.

Les données des essais de fiabilité et les données des retours d'expériences sont utilisées dans la méthodologie proposée pour l'estimation de la fiabilité expérimentale et opérationnelle.



---

Les différents types de données de fiabilité (essai ou retours d'expériences) sont caractérisés, en général, par une petite taille et par une censure importante. Face à ces contraintes, la méthode du maximum de vraisemblance peut donner parfois des estimations médiocres. Nous avons constaté, sur une analyse comparative des méthodes d'amélioration d'estimation de la fiabilité et la méthode du maximum de vraisemblance, que la méthode basée sur l'approche bayésienne, Bayesian Restoration Maximization, offre les meilleurs estimateurs pour les paramètres de lois de fiabilité.

La méthode Bayesian Restoration Maximization permet de capitaliser les informations sur les paramètres des lois, à partir de l'a priori et de la vraisemblance (données de fiabilité), sous forme de l'a posteriori. La méthodologie proposée pour l'évaluation de la fiabilité expérimentale combine l'a priori sur les paramètres des lois de fiabilité prévisionnelle et la vraisemblance sur les données des essais. Pour la fiabilité opérationnelle, l'a priori est constitué par les résultats obtenus lors de l'estimation de la fiabilité expérimentale et la vraisemblance sur les données des retours des expériences. Une analyse de sensibilité a été réalisée dans les phases expérimentales et opérationnelles de la fiabilité du système, afin d'examiner la contribution de chaque composant à la fiabilité du système. Les deux mêmes composants identifiés lors de l'évaluation de la fiabilité prévisionnelle (composant le plus fiable et le moins fiable), sur notre exemple (ABS), sont également mis en évidence.

Grâce à notre méthodologie, nous avons constaté une nette amélioration des estimateurs et une réduction importante de l'intervalle de confiance pour la fiabilité expérimentale et opérationnelle par rapport aux estimateurs et aux intervalles de confiance obtenus par la loi de Weibull ou par la méthode non-paramétrique Kaplan-Meier.

Pour faciliter l'utilisation future de notre méthodologie dans un contexte industriel, il est nécessaire de concevoir un outil informatique automatisant les calculs.

Un autre aspect à améliorer dans notre méthodologie est le développement d'une nouvelle approche de définition du modèle fonctionnel stochastique. En effet, dans notre étude, ce modèle est constitué uniquement par des distributions associées aux différentes transitions fonctionnelles. La définition de ces lois n'est pas aisée. Il serait intéressant d'intégrer à notre méthodologie d'autres approches pour traiter différemment l'aspect fonctionnel du système.

Une particularité des modes de défaillances des systèmes mécatroniques concerne les défaillances liées aux interactions entre les différentes technologies. Cet aspect est peu étudié et constitue un verrou technologique. En effet, l'analyse de la fiabilité de chaque composant du système n'est pas suffisante. Il devient nécessaire d'étudier aussi bien le

---

système dans son ensemble, les composants du système, que les interactions entre les différents composants et d'intégrer ces aspects dans notre méthodologie d'estimation de la fiabilité. Ces derniers aspects font l'objet de deux thèses en cours dans notre laboratoire.

Sur la méthodologie bayésienne d'estimation de la fiabilité expérimentale et opérationnelle, il reste à quantifier et à vérifier si un a priori est incohérent ou non. Pour ce faire, il est possible d'utiliser le facteur de pondération proposé par E. Usureau [Usureau, 2001], [Guerin et al., 2004b], [Guerin et al., 2003a]. Cet indicateur permet de statuer sur la bonne compatibilité entre les distributions a priori et les essais réels symbolisés par la vraisemblance (cohérence ou non) et de diminuer le poids de l'a priori (le rendre moins informatif) en pondérant celui-ci dans l'inférence bayésienne. Ainsi, la loi a priori "corrigée" rend possible l'utilisation de la méthode BRM dans toute les configurations.

# Annexe A

## Méthodes et outils pour évaluer la fiabilité d'un système complexe

### A.1 Arbre d'événement (AE)

L'analyse par Arbre d'Evènements (AE) permet de déterminer les évènements qui découlent suite à une défaillance d'un composant ou d'une partie du système. La méthode de l'AE permet également d'étudier les conséquences de la défaillance des dispositifs de détection, d'alarme,...

La méthode AE comporte quatre étapes :

- définition de l'événement initiateur ;
- identification des fonctions de sécurité prévues ;
- construction de l'arbre ;
- description et exploitation des séquences d'évènements identifiées.

Le principal avantage de l'AE est de permettre l'examen, à partir d'un événement initiateur, de l'enchaînement des évènements pouvant conduire ou non à un accident potentiel.

Cependant, cette méthode peut s'avérer rapidement lourde à mettre en œuvre. En effet, il faut définir avec discernement l'événement initiateur qui fera l'objet de cette analyse.

La fig. A.1 présente pour exemple une partie de l'arbre d'événement de l'électrovanne de l'ABS.

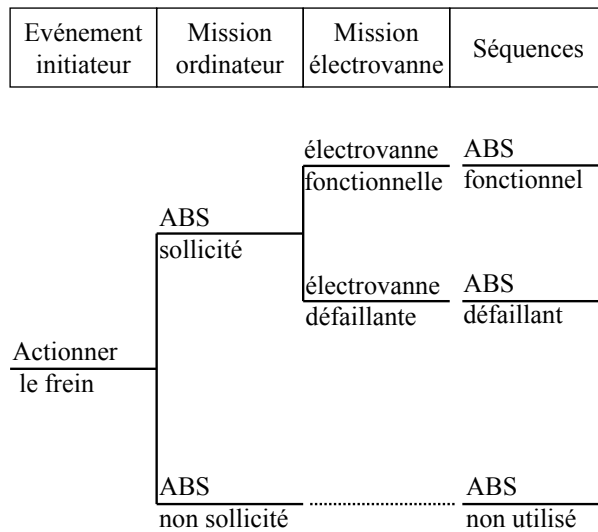


FIG. A.1 – Arbre d'événement de l'électrovanne de l'ABS.

## A.2 Méthode des Combinaisons de Pannes Résumées (MCPR)

La Méthode des Combinaisons de Pannes Résumées (MCPR) [Villemeur, 1988], [Zwingelstein, 1996] permet de déterminer de manière inductive des combinaisons de défaillances qui aboutissent à des événements indésirables, après réalisation de l'AMDE.

L'ensemble des fonctionnements anormaux - ou modes de défaillance - d'un système ou d'un ensemble de systèmes élémentaires est alors obtenu.

Après la réalisation de l'AMDE, la MCPR peut être utilisée pour l'analyse d'un système ou pour l'analyse d'un ensemble de systèmes élémentaires en interaction. La MCPR peut être appliquée simultanément à tous les systèmes élémentaires (thermohydraulique, électrique, mécanique...). Les principales caractéristiques de la méthode sont le regroupement des pannes ayant les mêmes effets et les critères de sélection des combinaisons de pannes.

On distingue quatre principales étapes dans l'application de la méthode :

- décomposition du système élémentaire en composants ;
- élaboration des «pannes résumées internes» ;
- élaboration des «pannes résumées externes» ;
- élaboration des «pannes résumées globales» [Villemeur, 1988].

Le principal avantage de cette méthode est qu'elle se prête à des analyses systématiques, sur les composants du système.

Néanmoins, cette méthode est lourde à appliquer sur des systèmes complexes. Les tableaux A.1 et A.2 présentent l'exemple de l'électrovanne de l'ABS.

Système Elémentaire	Modes de défaillance	Causes possibles	Effets sur le système
électrovanne	électrovanne ne s'ouvre pas	problèmes de tension sur la bobine	ABS défaillant
		la pression à l'entrée est trop haute	ABS défaillant
		bobine en court-circuit	ABS défaillant
	électrovanne ne se ferme pas	la bobine est encore sous tension	ABS défaillant
		mauvais sens du courant	ABS défaillant
		la pression à l'entrée est trop petite	ABS défaillant
électrovanne reste bloquée en position	le joint, la membrane, le siège de l'électrovanne ou le ressort du noyau sont grippées	ABS défaillant	

TAB. A.1 – Liste de défaillances pour l'application de la méthode des Combinaisons de Pannes Résumées sur l'électrovanne de l'ABS.

<b>Pannes résumées internes</b>	<b>Pannes résumées externes</b>	<b>Pannes résumées globales</b>
<b>I1 : Défaillances d'électrovanne</b>	<b>I2 : Défaillances d'électrovanne</b>	<b>G1 : Défaillances d'électrovanne</b>
l'électrovanne ne s'ouvre pas ou l'électrovanne ne se ferme pas ou l'électrovanne reste bloquée en position	tension ou courant sur la bobine et la pression à l'entrée et le grippage	<b>G1=I1+I2</b>

TAB. A.2: Application de la méthode des Combinaisons de Pannes Résumées sur l'électrovanne de l'ABS.

### A.3 Méthode Diagramme Causes-Conséquences (MDCC)

La méthode du Diagramme Causes-Conséquences (MDCC) [Villemeur, 1988], [Zwingelstein, 1996] est destinée à l'analyse déductive des causes et des conséquences d'un événement initiateur que l'on redoute de voir survenir dans un système.

L'analyse par Diagramme Causes-Conséquences est une combinaison, d'une part, de l'analyse déductive de l'AD et, d'autre part, de l'analyse inductive de l'AE. La représentation de l'analyse utilise les symboles de l'arbre des causes, ainsi que des symboles spécifiques à cette méthode. On distingue généralement deux parties dans une MDCC :

- une partie 'causes' représentant les causes d'un ou de plusieurs événements 'sommets' des AD inacceptables dans certaines conditions ;
- une partie 'conséquences' représentant l'étendue des conséquences envisageables lorsque se réalisent les événements 'sommets', en tenant compte des diverses conditions de fonctionnement ou de défaillance de composants, ou de sous-systèmes [Villemeur, 1988].

Le principal avantage de cette méthode est qu'elle est intéressante pour l'analyse des systèmes où l'ordre dans lequel surviennent les défaillances est important.

La méthode est difficile à utiliser pour l'analyse de systèmes trop complexes.

La fig. A.2 présente la Méthode Diagramme Causes-Conséquences sur l'électrovanne de l'ABS :

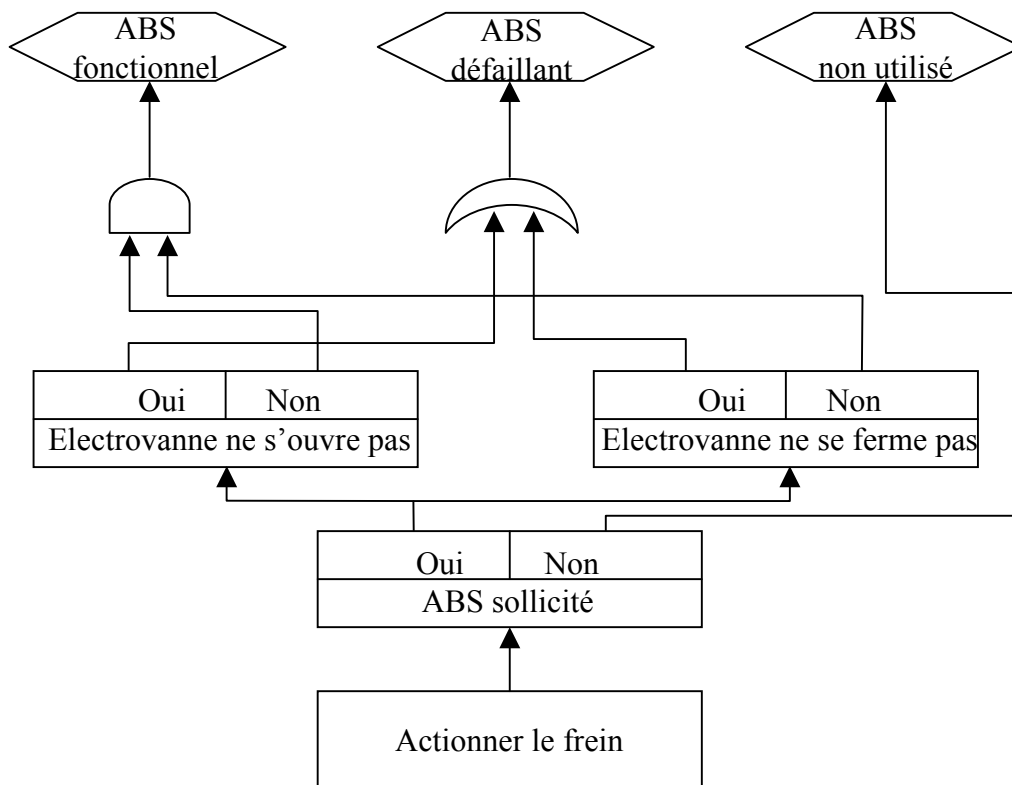


FIG. A.2 – Application de la méthode Diagramme Causes-Conséquences sur l'électrovanne de l'ABS.

## A.4 Table de Vérité (TV)

La méthode consiste à recenser toutes les combinaisons d'états (états de fonctionnement, états de panne) des composants, les unes après les autres et à en étudier les effets [Villemeur, 1988].

La méthode de la Table de Vérité nécessite l'étude de toutes les combinaisons d'états de fonctionnement et de panne des composants.

Elle n'est plus applicable dès que le nombre de composants est grand, étant donné le nombre alors très important de combinaisons à considérer.

Après la décomposition du système, il est nécessaire d'examiner les modes de défaillance des composants et les états de panne. Chaque composant est caractérisé par un état de fonctionnement et par un état de panne. Un vecteur des états est une combinaison d'états des composants, chaque composant étant représenté par son état de fonctionnement ou son état de panne.

Etablir la table de vérité du système consiste à analyser les effets de tous les vecteurs des états des composants ; l'étude de ces effets permet de recenser tous les fonctionnements

anormaux du système.

Les résultats sont présentés sous forme d'un tableau où 0 est l'état de fonctionnement et est 1 l'état de panne.

Le principal avantage de cette méthode est la rigueur. Pourtant, la méthode se révèle rapidement inutilisable pour l'analyse manuelle de grands systèmes.

Le tableau A.4 propose un exemple d'application de la Table de Vérité sur l'électrovanne de l'ABS, pour les différents composants présentés dans le tableau A.3.

Composant	Description	Etat	
		de fonctionnement	de défaillance
A	Bobine	0	1
B	Joint	0	1
C	Membrane	0	1
D	Ressort du noyau	0	1

TAB. A.3 – Liste de défaillances pour l'application de la Table de Vérité sur l'électrovanne de l'ABS.

A	B	C	D	Electrovanne
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

TAB. A.4 – Table de Vérité sur l'électrovanne de l'ABS.



## Annexe B

# Résultats des simulations par ML, SEM, BOOTSTRAP et BRM

Les tableaux B.1, B.2 et B.3 regroupent les résultats des simulations numériques. Ils donnent les valeurs moyennes des paramètres des lois de fiabilité qui ont été simulées et leurs variances. Les conditions de simulation sont les suivantes :

- 4 méthodes d'estimation des paramètres : MV, SEM, BOOTSTRAP et BRM ;
- 4 taux de censure : 4%, 8%, 12%, 16% ;
- 3 tailles d'échantillon : 50, 100 et 250.

Les figures B.1, B.2, B.3, B.4, B.5, B.6, B.7 et B.8 montrent les variations des paramètres de la loi de Weibull et du modèle Jelinski-Moranda en fonction des  $r=100$  répétitions.

Méthode	Taille	Estimateurs	4%	8%	12%	16%
ML	50	$\hat{\lambda}$	1,0207E-04	8,8940E-05	9,7454E-05	1,1167E-04
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	7,3999E-09	2,8051E-09	2,0040E-09	1,6127E-09
	100	$\hat{\lambda}$	1,4608E-04	1,0878E-04	1,0881E-04	1,1879E-04
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	5,4032E-09	2,1976E-09	1,1841E-09	7,6806E-10
	250	$\hat{\lambda}$	8,9117E-05	1,0167E-04	9,8651E-05	9,6050E-05
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	3,0075E-09	1,5666E-09	9,4527E-10	6,5918E-10
SEM	50	$\hat{\lambda}$	1,0727E-04	1,0917E-04	1,0361E-04	9,9165E-05
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	1,9502E-09	8,9048E-10	4,9324E-10	3,2286E-10
	100	$\hat{\lambda}$	8,9139E-05	9,8718E-05	9,8566E-05	9,7066E-05
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	1,1127E-09	5,5935E-10	3,5930E-10	2,4259E-10
	250	$\hat{\lambda}$	9,4927E-05	9,8252E-05	1,0021E-04	9,7555E-05
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	6,2545E-10	3,0496E-10	1,7633E-10	1,0961E-10
BOOTSTRAP	50	$\hat{\lambda}$	1,4249E-04	9,6146E-05	9,6286E-05	1,1308E-04
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	8,0666E-09	4,0467E-09	2,5441E-09	1,6816E-09
	100	$\hat{\lambda}$	9,9275E-05	9,9362E-05	9,9386E-05	9,9532E-05
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	1,3027E-10	1,2757E-10	1,1835E-10	1,0029E-10
	250	$\hat{\lambda}$	9,6753E-05	9,9879E-05	9,8933E-05	9,6492E-05
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	3,9689E-09	1,8983E-09	1,1026E-09	7,5610E-10
BRM	50	$\hat{\lambda}$	9,9491E-05	9,9529E-05	9,9521E-05	9,9541E-05
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	1,2802E-10	1,1317E-10	1,0789E-10	1,1015E-10
	100	$\hat{\lambda}$	8,9204E-05	9,8799E-05	9,8635E-05	9,7268E-05
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	1,5527E-09	6,7569E-10	3,9936E-10	2,5325E-10
	250	$\hat{\lambda}$	9,9218E-05	9,8919E-05	9,9355E-05	9,9936E-05
		$\hat{V}ar(\hat{\lambda})$	8,8206E-11	7,8376E-11	7,1434E-11	6,2287E-11

TAB. B.1: Loi exponentielle - estimateur  $\hat{\lambda}$  et sa variance pour les méthodes ML, SEM, BOOTSTRAP et BRM.

Méthode	Taille	Estimateurs	4%	8%	12%	16%
ML	50	$\hat{\eta}$	4,6056E+02	5,9643E+02	9,1531E+02	8,5351E+02
		$\hat{Var}(\hat{\eta})$	4,6434E+02	4,4231E+04	9,2299E+04	6,3992E+04
		$\hat{\beta}$	1,6746E+00	1,6114E+00	1,4493E+00	1,5633E+00
		$\hat{Var}(\hat{\beta})$	8,3046E-01	4,3724E-01	3,1093E-01	2,5955E-01
	100	$\hat{\eta}$	5,9643E+02	8,5522E+02	9,6057E+02	9,6045E+02
		$\hat{Var}(\hat{\eta})$	4,4231E+04	1,0216E+05	1,1482E+05	6,8562E+04
		$\hat{\beta}$	1,6114E+00	1,4915E+00	1,5430E+00	1,5056E+00
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	4,3724E-01	2,4469E-01	2,0044E-01	1,3066E-01
	250	$\hat{\eta}$	8,3506E+02	9,4721E+02	1,0206E+03	9,9633E+02
		$\hat{Var}(\hat{\eta})$	1,4596E+05	1,0266E+05	6,9780E+04	3,9199E+04
		$\hat{\beta}$	1,5283E+00	1,4937E+00	1,4635E+00	1,5016E+00
		$\hat{Var}(\hat{\beta})$	2,1163E-01	1,0117E-01	6,8468E-02	5,3686E-02
SEM	50	$\hat{\eta}$	2,6156E+02	3,9846E+02	6,1763E+02	6,7904E+02
		$\hat{Var}(\hat{\eta})$	1,3008E+03	2,8681E+03	7,9826E+03	7,5474E+03
		$\hat{\beta}$	3,8158E+00	2,4718E+00	2,1701E+00	2,0870E+00
		$\hat{Var}(\hat{\beta})$	4,2841E-01	1,1619E-01	1,3247E-01	1,1107E-01
	100	$\hat{\eta}$	3,9846E+02	5,9284E+02	7,4353E+02	8,3872E+02
		$\hat{Var}(\hat{\eta})$	2,8681E+03	5,5743E+03	1,2147E+04	1,2514E+04
		$\hat{\beta}$	2,4718E+00	2,0197E+00	1,9560E+00	1,7465E+00
		$\hat{Var}(\hat{\beta})$	1,1619E-01	7,0402E-02	6,6280E-02	4,4914E-02
	250	$\hat{\eta}$	6,2692E+02	8,1754E+02	8,9529E+02	9,2929E+02
		$\hat{Var}(\hat{\eta})$	6,5261E+03	1,1404E+04	1,1584E+04	9,9164E+03
		$\hat{\beta}$	1,9112E+00	1,6770E+00	1,6331E+00	1,6038E+00
		$\hat{Var}(\hat{\beta})$	3,1127E-02	2,2908E-02	1,9335E-02	1,7959E-02
BOOT STRAP	50	$\hat{\eta}$	5,1148E+02	7,6621E+02	1,2270E+03	9,9788E+02
		$\hat{Var}(\hat{\eta})$	1,6921E+00	2,6257E+04	6,2683E+04	1,2596E+05
		$\hat{\beta}$	2,0576E+00	2,1044E+00	1,7628E+00	1,8572E+00
		$\hat{Var}(\hat{\beta})$	4,9880E-04	2,7112E-02	3,5321E-01	3,7509E-01
	100	$\hat{\eta}$	7,6621E+02	1,0873E+03	1,1201E+03	1,0467E+03
		$\hat{Var}(\hat{\eta})$	2,6257E+04	1,9024E+05	1,9428E+05	1,0174E+05
		$\hat{\beta}$	2,1044E+00	1,7129E+00	1,7239E+00	1,6057E+00

Suite page suivante

TAB. B.2: Loi Weibull - estimateurs  $\hat{\eta}$  et  $\hat{\beta}$  et leurs variances pour les méthodes ML, SEM, BOOTSTRAP et BRM.

Méthode	Taille	Estimateurs	4%	8%	12%	16%
		$\hat{V}ar(\hat{\beta})$	2,7112E-02	3,1881E-01	2,5736E-01	1,4515E-01
	250	$\hat{\eta}$	1,0599E+03	1,0578E+03	1,0796E+03	1,0277E+03
		$\hat{V}ar(\hat{\eta})$	2,0566E+05	1,6600E+05	9,1880E+04	4,8401E+04
		$\hat{\beta}$	1,7062E+00	1,5688E+00	1,5119E+00	1,5397E+00
		$\hat{V}ar(\hat{\beta})$	2,8316E-01	1,1362E-01	7,3061E-02	5,5281E-02
BRM	50	$\hat{\eta}$	1,0007E+03	9,9990E+02	9,9930E+02	1,0012E+03
		$\hat{V}ar(\hat{\eta})$	2,5953E+03	2,5320E+03	2,4552E+03	2,4537E+03
		$\hat{\beta}$	1,5235E+00	1,5269E+00	1,5254E+00	1,5266E+00
		$\hat{V}ar(\hat{\beta})$	1,0913E-02	1,0377E-02	9,7255E-03	9,0648E-03
	100	$\hat{\eta}$	9,9990E+02	9,9992E+02	9,9977E+02	9,9973E+02
		$\hat{V}ar(\hat{\eta})$	2,5320E+03	2,4565E+03	2,4405E+03	2,4280E+03
		$\hat{\beta}$	1,5269E+00	1,5248E+00	1,5297E+00	1,5297E+00
		$\hat{V}ar(\hat{\beta})$	1,0377E-02	9,5253E-03	9,2006E-03	8,0869E-03
	250	$\hat{\eta}$	9,9959E+02	1,0000E+03	1,0005E+03	1,0004E+03
		$\hat{V}ar(\hat{\eta})$	2,1176E+03	2,0167E+03	1,8845E+03	1,7579E+03
		$\hat{\beta}$	1,5294E+00	1,5228E+00	1,5188E+00	1,5266E+00
		$\hat{V}ar(\hat{\beta})$	6,5277E-03	5,5715E-03	4,8980E-03	4,8063E-03

TAB. B.2: Loi Weibull - estimateurs  $\hat{\eta}$  et  $\hat{\beta}$  et leurs variances pour les méthodes ML, SEM, BOOTSTRAP et BRM.

Méthode	Taille	Estimateurs	4%	8%	12%	16%
ML	50	$\hat{\phi}$	2,4827E-04	2,4869E-04	2,2640E-04	5,9195E-05
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	8,9390E-01	2,8714E-01	2,5480E-01	1,0181E-06
		$\hat{N}_0$	4,3807E+00	3,7632E+00	4,0622E+00	1,3112E+01
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	7,2442E+07	3,2779E+07	3,4796E+07	9,8867E+03
	100	$\hat{\phi}$	4,3841E-04	2,6663E-04	7,5862E-05	2,4858E-04
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	4,8684E-01	2,0417E-01	9,1261E-07	6,3057E-07
		$\hat{N}_0$	2,9669E+00	3,5002E+00	1,1051E+01	4,0247E+00
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	1,9133E+07	2,1811E+07	4,2337E+03	1,1325E+02
	250	$\hat{\phi}$	3,5367E-04	5,6546E-05	8,2297E-05	1,9455E-04
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	1,3914E-01	9,5041E-07	4,2653E-07	2,3313E-07
		$\hat{N}_0$	3,4930E+00	1,5706E+01	9,4182E+00	4,9718E+00
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	6,5851E+06	2,4149E+04	1,0599E+03	7,6170E+01
SEM	50	$\hat{\phi}$	4,1300E-04	2,5468E-04	2,3053E-04	1,6835E-04
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	8,8769E-08	2,3928E-08	2,1733E-08	9,3970E-09
		$\hat{N}_0$	6,5308E+00	7,3716E+00	7,7288E+00	9,7196E+00
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	4,6617E+01	5,2920E+01	5,9878E+01	6,4056E+01
	100	$\hat{\phi}$	4,0871E-04	2,4271E-04	1,6842E-04	1,6045E-04
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	6,2505E-08	1,9753E-08	8,5399E-09	7,7622E-09
		$\hat{N}_0$	6,5833E+00	7,1674E+00	9,4181E+00	9,6924E+00
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	5,1230E+01	4,6876E+01	6,4809E+01	6,8992E+01
	250	$\hat{\phi}$	3,5296E-04	1,6351E-04	1,5503E-04	1,4893E-04
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	4,1765E-08	7,5657E-09	6,3946E-09	5,7050E-09
		$\hat{N}_0$	6,6229E+00	9,5462E+00	9,7249E+00	1,0012E+01
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	4,4555E+01	6,4400E+01	6,3439E+01	6,3796E+01
BOOT STRAP	50	$\hat{\phi}$	1,3545E-04	1,5326E-04	2,2231E-04	1,9818E-04
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	7,8294E-09	1,6889E-08	2,6474E-08	2,0822E-08
		$\hat{N}_0$	1,1493E+01	8,6707E+00	6,7802E+00	9,7453E+00
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	1,3554E+01	1,7794E+01	3,0337E+01	7,4887E+01
100	$\hat{\phi}$	1,7151E-04	2,4708E-04	2,0910E-04	2,1526E-04	
	$\hat{Var}(\hat{\phi})$	2,4924E-08	2,4964E-08	2,1741E-08	1,9786E-08	

Suite page suivante

TAB. B.3: Modele Jelinski-Moranda - estimateurs  $\hat{\phi}$  et  $\hat{N}_0$  et leurs variances pour les méthodes ML, SEM, BOOTSTRAP et BRM.

Méthode	Taille	Estimateurs	4%	8%	12%	16%
		$\hat{N}_0$	9,7527E+00	6,1487E+00	9,1345E+00	8,1805E+00
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	1,8011E+01	2,7419E+01	6,7937E+01	5,9590E+01
	250	$\hat{\phi}$	2,5900E-04	1,9601E-04	1,8820E-04	1,8321E-04
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	3,6358E-08	1,6406E-08	1,2527E-08	1,0570E-08
		$\hat{N}_0$	7,2384E+00	9,4572E+00	8,8532E+00	8,8556E+00
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	2,0455E+01	7,2355E+01	6,7500E+01	6,3895E+01
BRM	50	$\hat{\phi}$	1,5381E-04	1,6310E-04	1,1873E-04	1,1501E-04
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	3,5982E-09	3,0051E-10	6,9086E-10	9,5442E-10
		$\hat{N}_0$	4,2278E+00	5,1111E+00	5,5237E+00	7,3102E+00
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	6,5015E+00	8,7938E+00	1,1370E+01	1,5272E+01
	100	$\hat{\phi}$	2,3613E-04	1,4533E-04	1,1249E-04	1,1764E-04
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	6,8346E-11	2,3887E-09	7,4833E-10	5,4532E-10
		$\hat{N}_0$	4,4886E+00	5,4521E+00	7,3445E+00	7,4876E+00
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	7,4783E+00	9,6537E+00	1,4691E+01	1,5964E+01
	250	$\hat{\phi}$	1,5532E-04	1,0804E-04	9,6696E-05	1,1571E-04
		$\hat{Var}(\hat{\phi})$	1,6352E-09	1,1723E-10	6,5201E-11	1,0557E-09
		$\hat{N}_0$	5,1317E+00	7,5563E+00	8,2392E+00	8,3049E+00
		$\hat{Var}(\hat{N}_0)$	9,4245E+00	1,5624E+01	1,7586E+01	1,6899E+01

TAB. B.3: Modele Jelinski-Moranda - estimateurs  $\hat{\phi}$  et  $\hat{N}_0$  et leurs variances pour les méthodes ML, SEM, BOOTSTRAP et BRM.

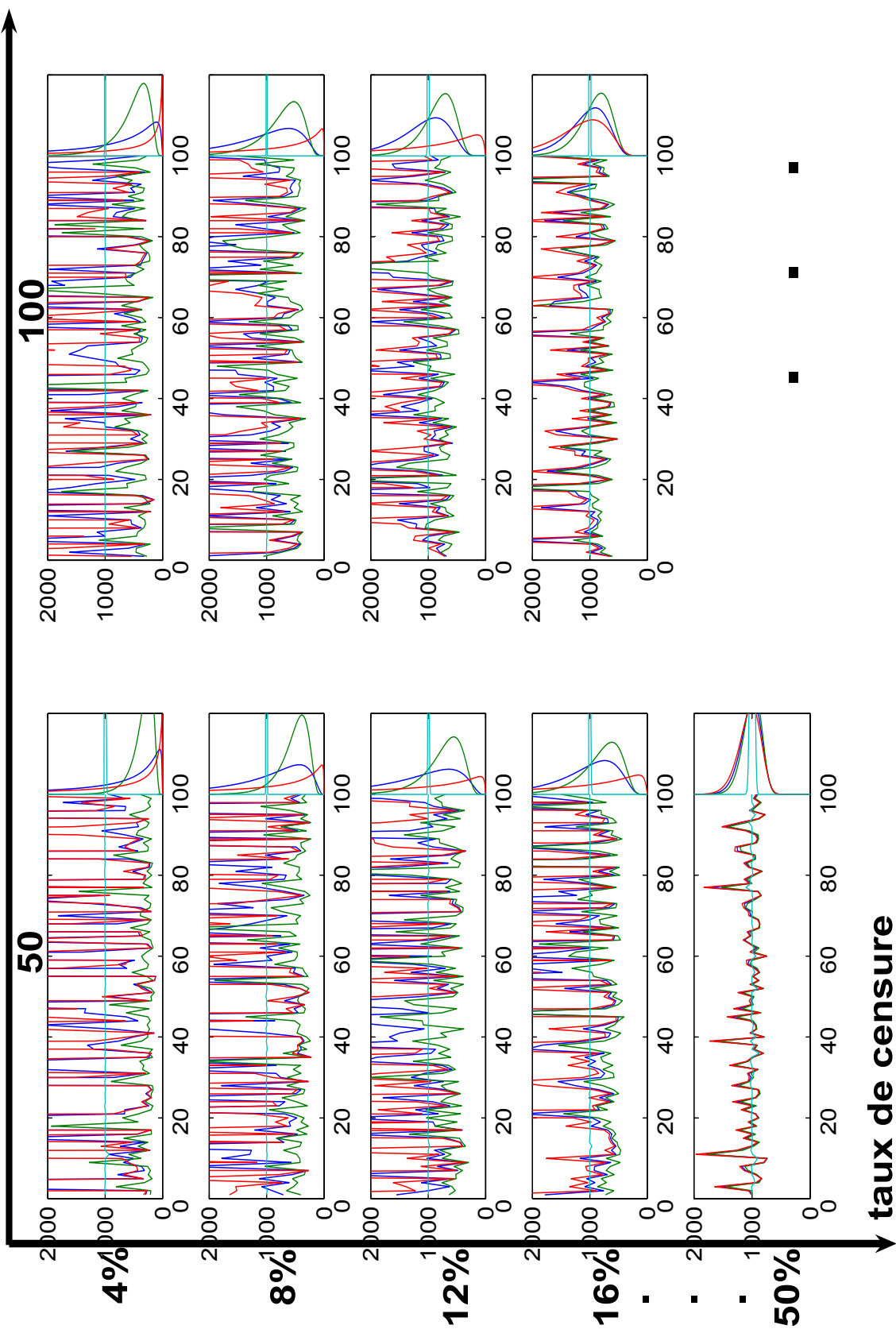


FIG. B.1 – a. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\eta}$  pour la loi de Weibull.

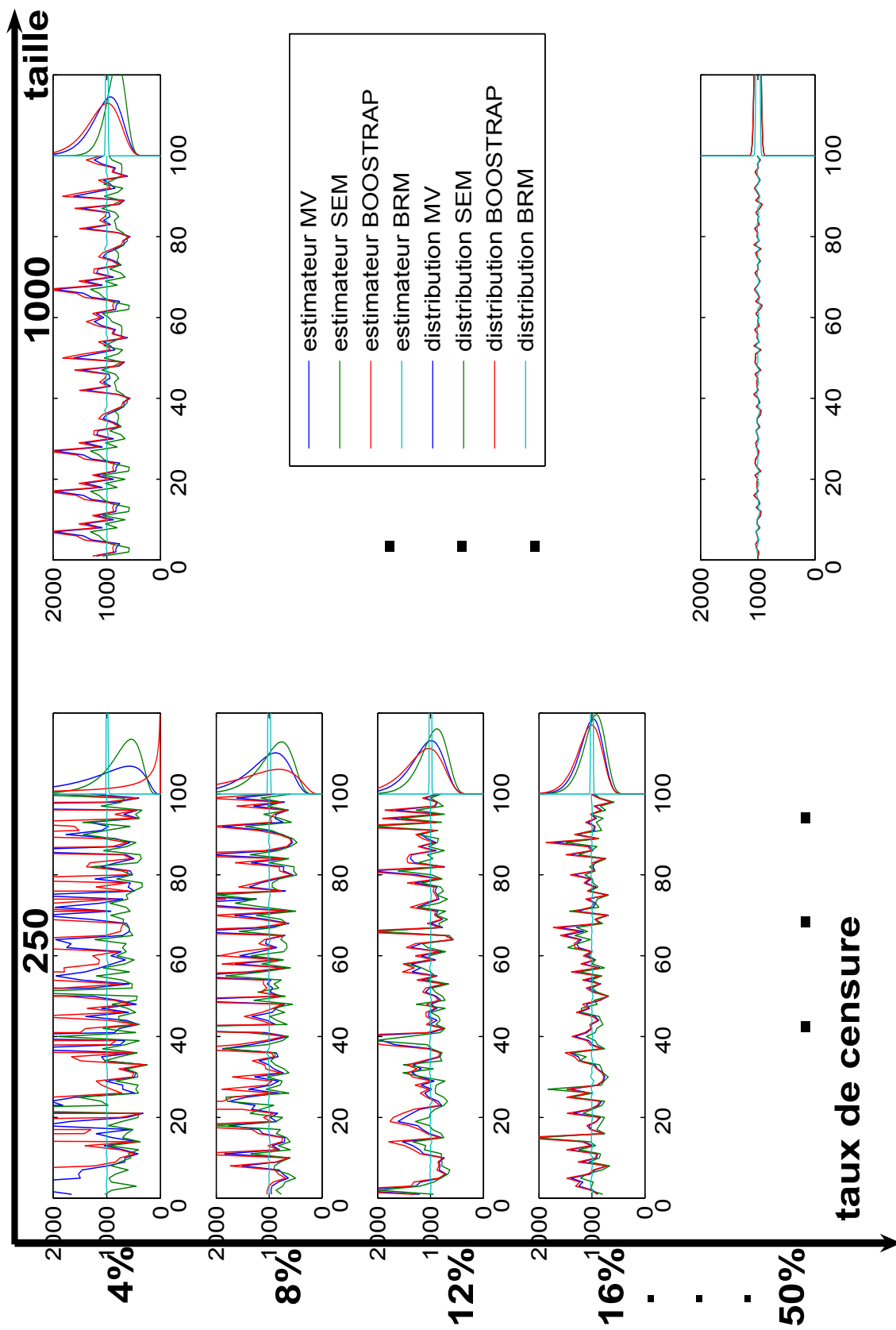


FIG. B.1 – b. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\eta}$  pour la loi de Weibull.



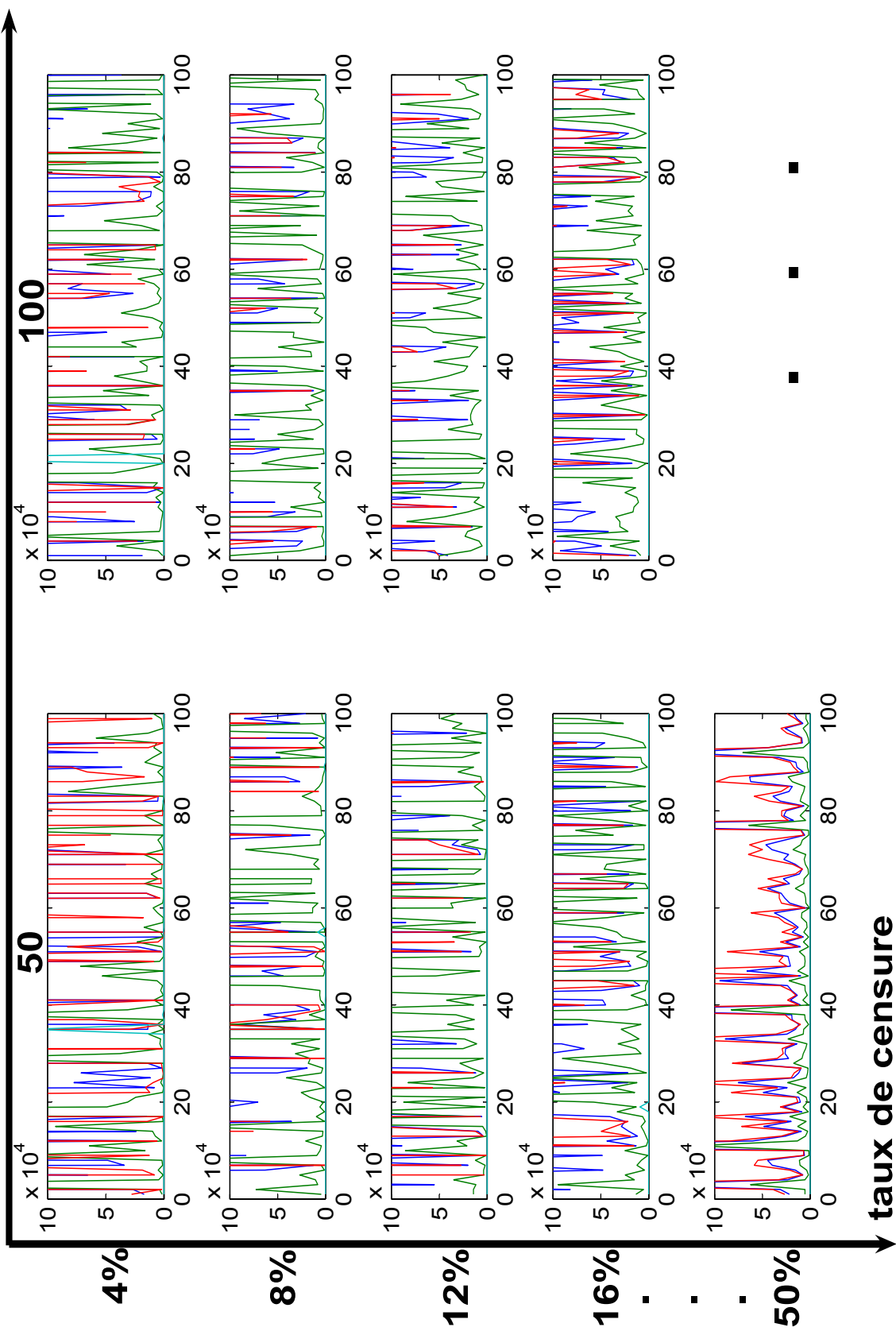


FIG. B.2 – a. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\eta})$  du paramètre  $\hat{\eta}$  pour la loi de Weibull.

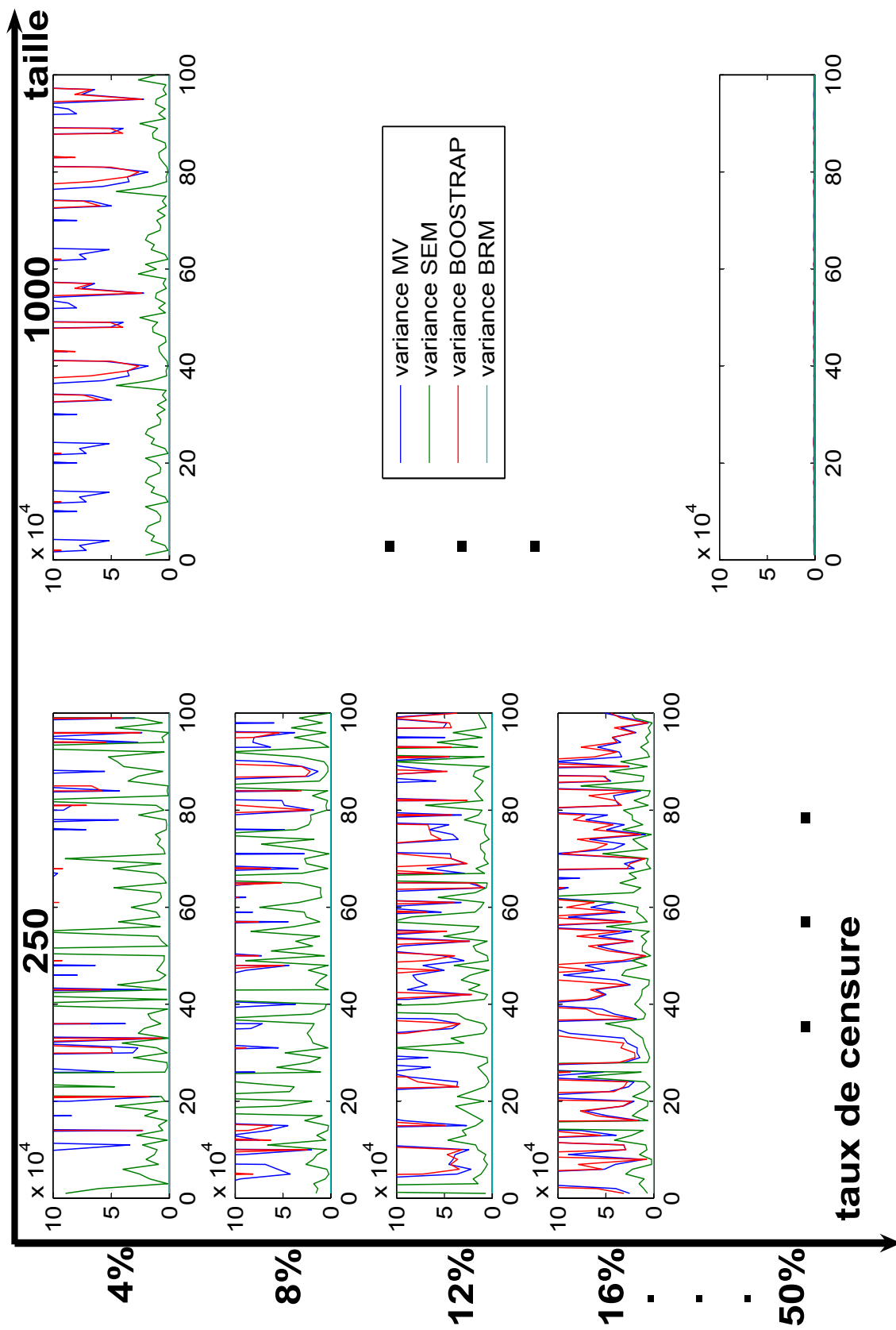


FIG. B.2 – b. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\eta})$  du paramètre  $\hat{\eta}$  pour la loi de Weibull.

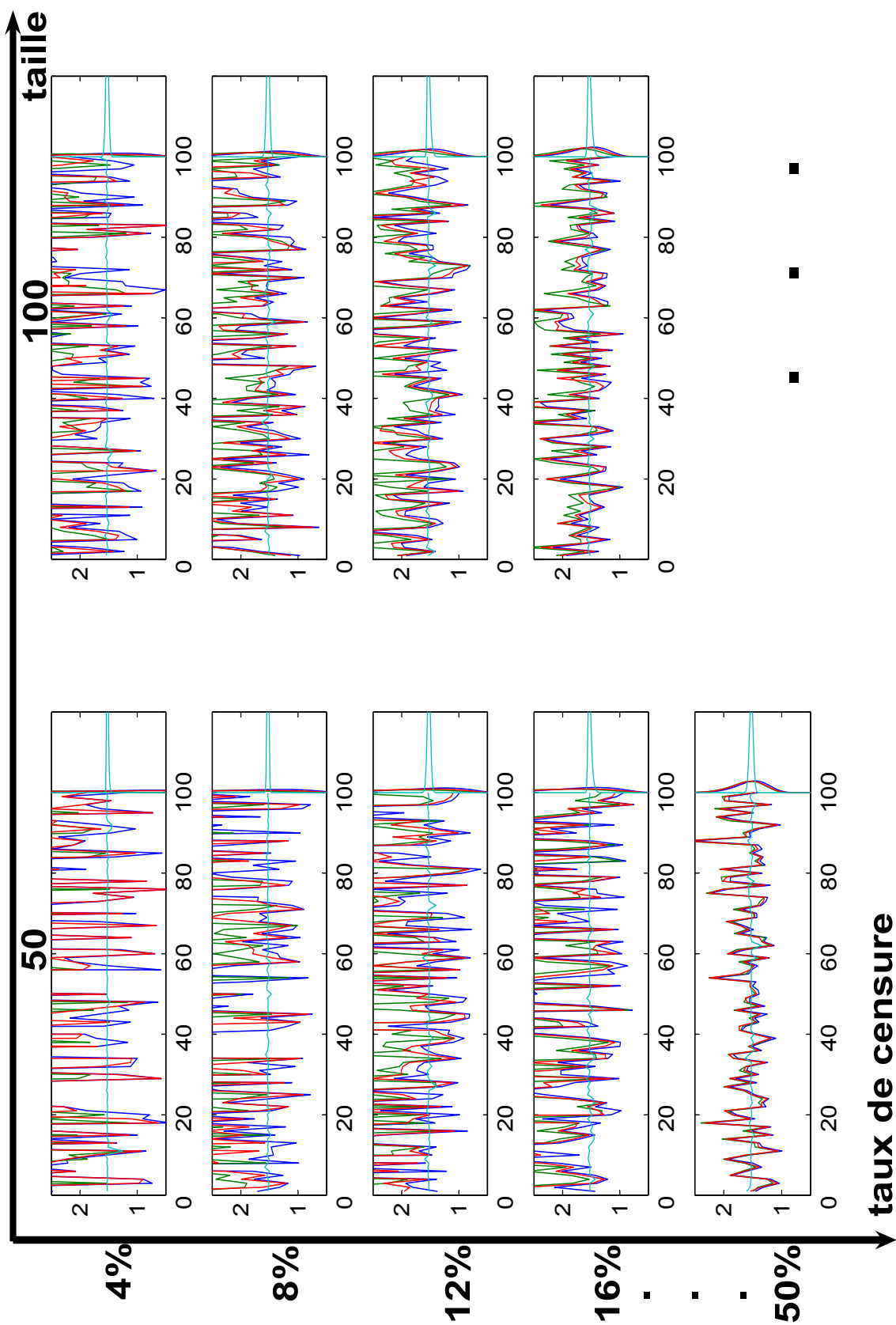


FIG. B.3 – a. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\beta}$  pour la loi de Weibull.

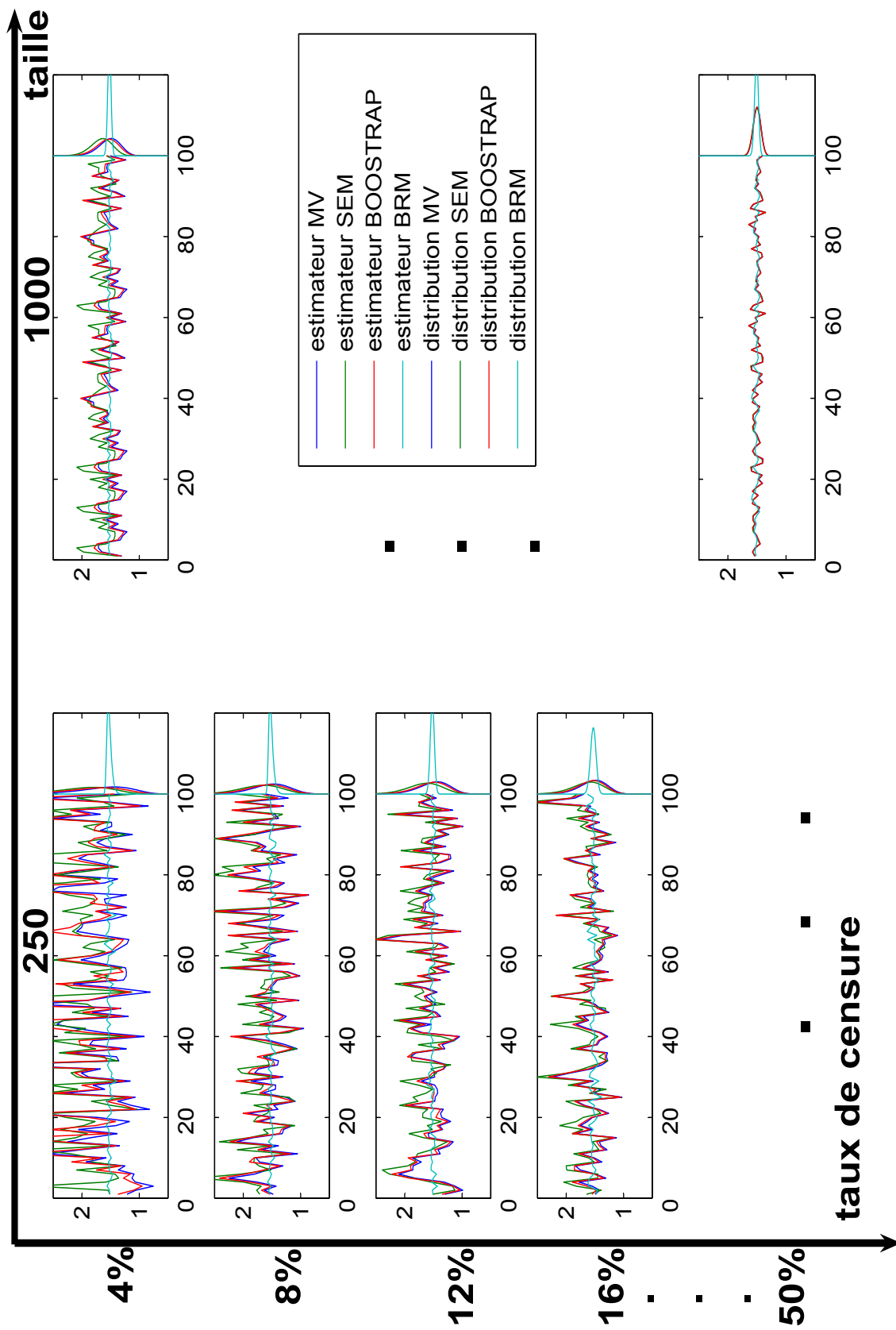


FIG. B.3 – b. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\beta}$  pour la loi de Weibull.

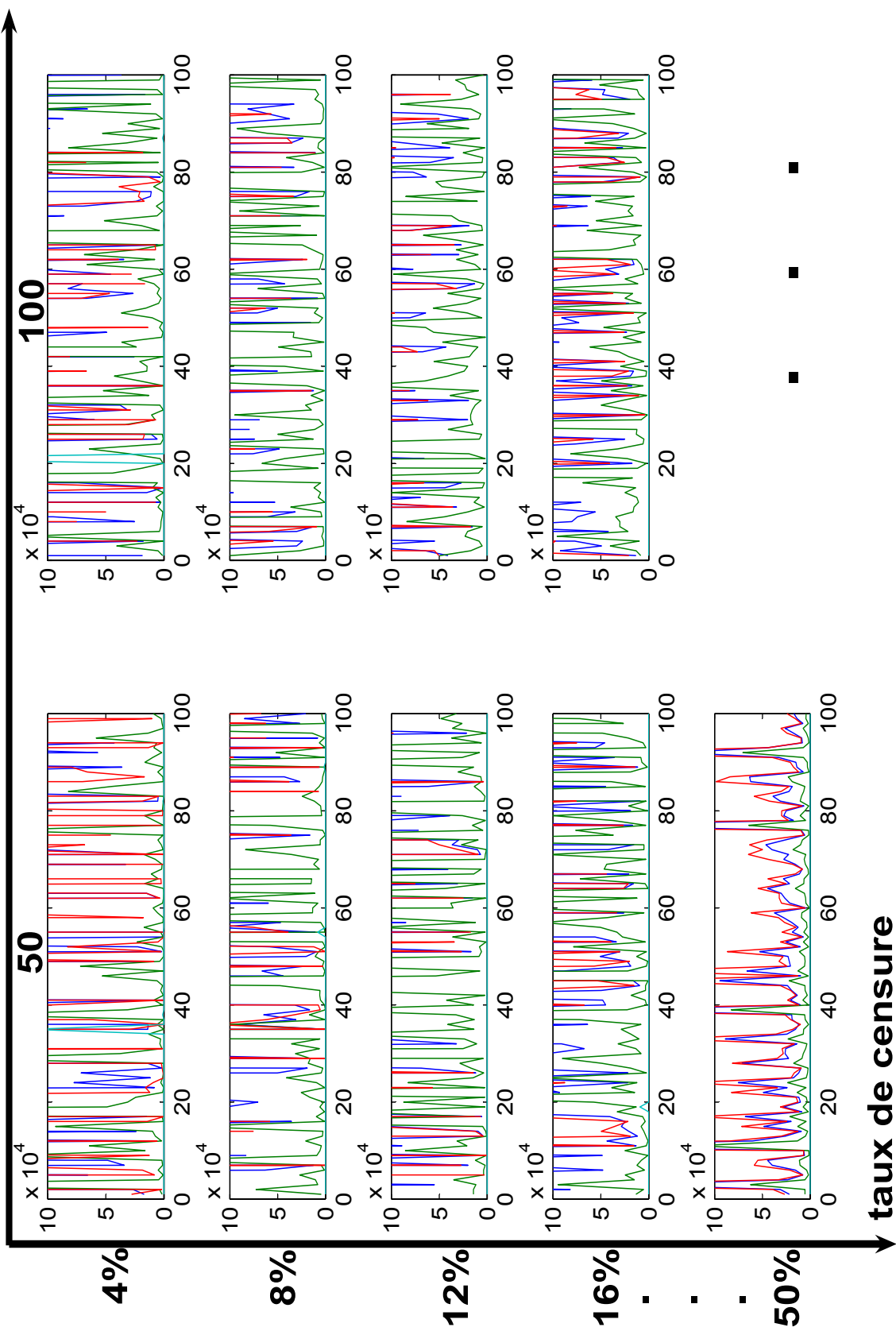


FIG. B.2 – a. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\beta})$  du paramètre  $\hat{\beta}$  pour la loi de Weibull.

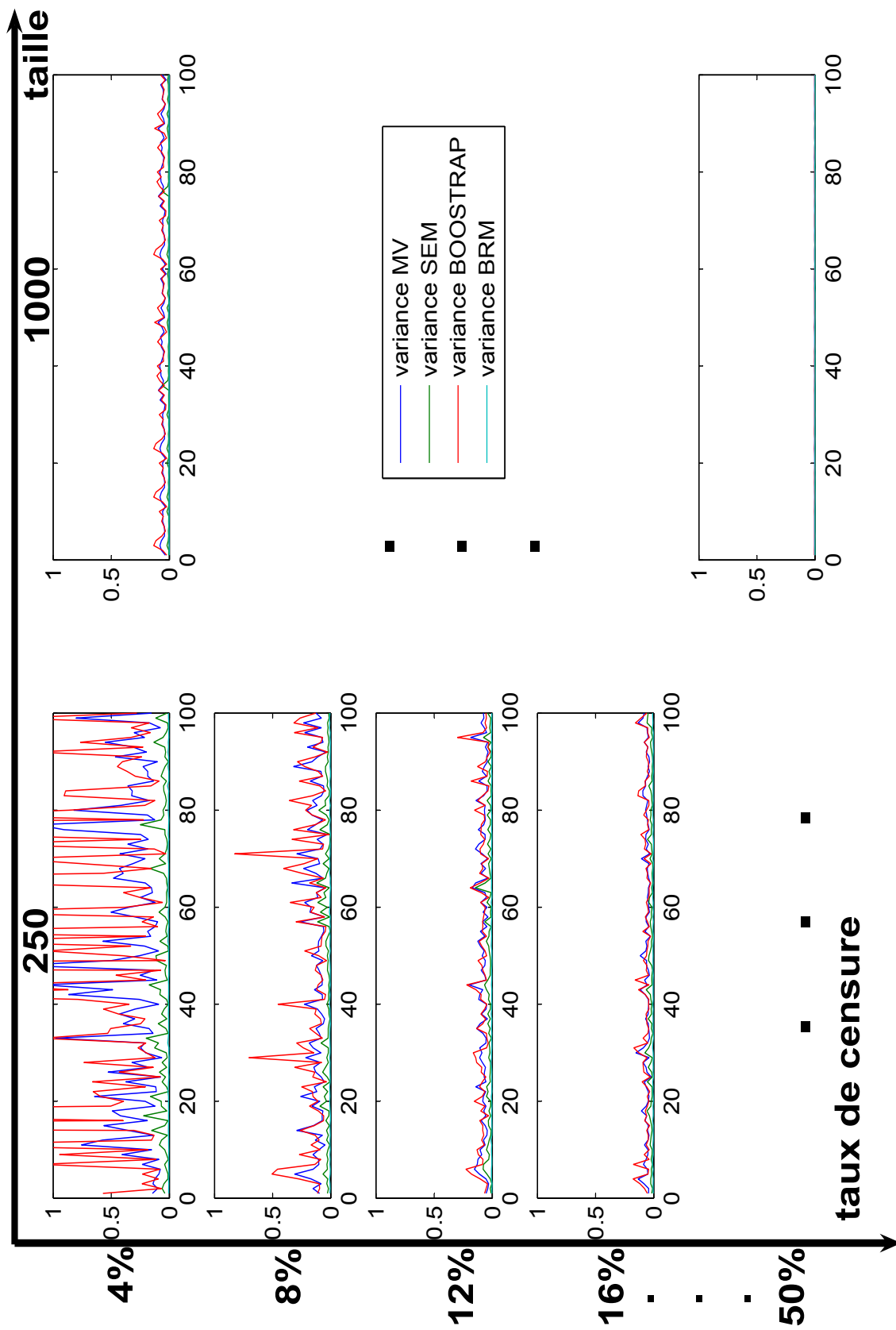


FIG. B.4 – b. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\beta})$  du paramètre  $\hat{\beta}$  pour la loi de Weibull.

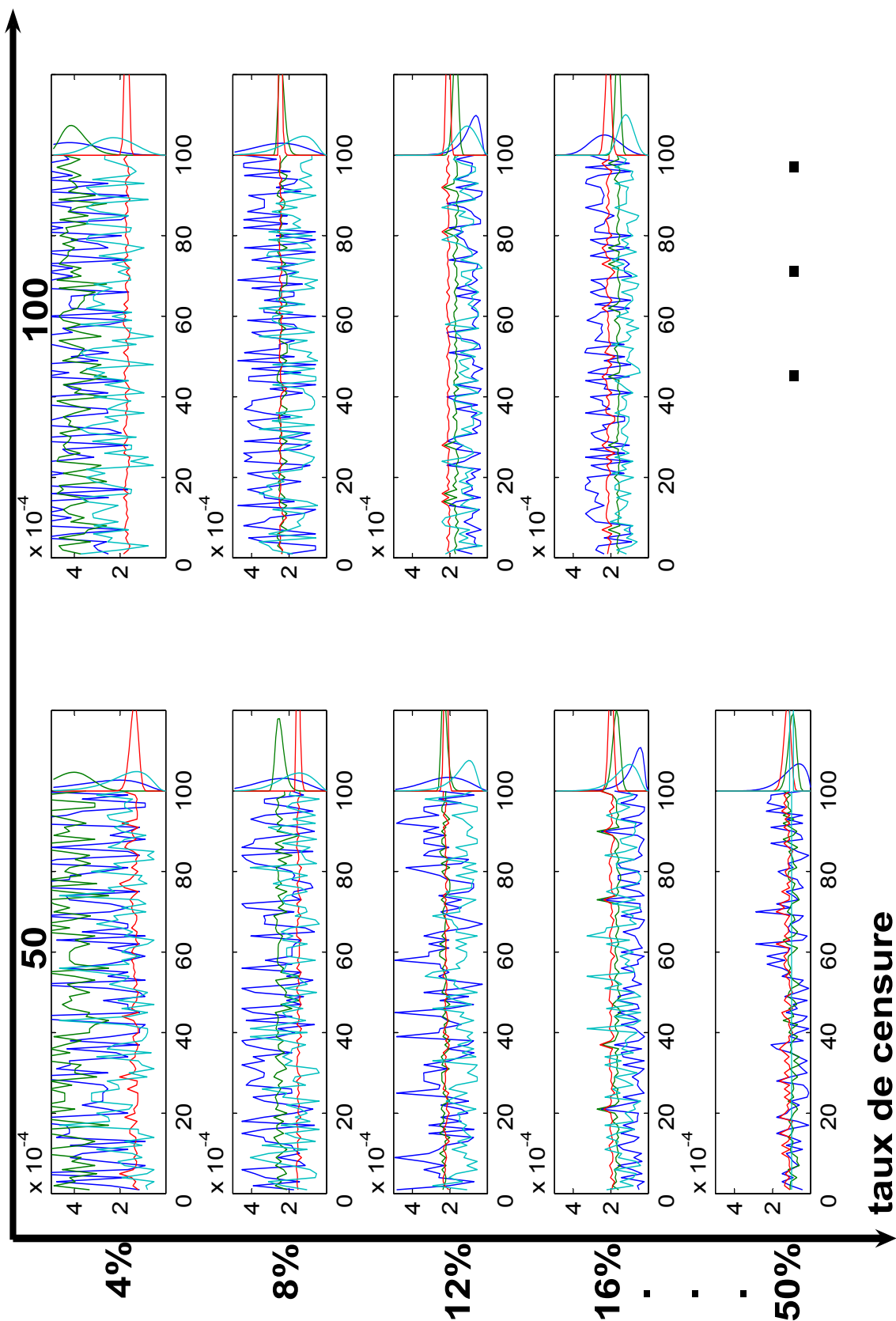


FIG. B.5 – a. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\phi}$  pour le modèle Jelinski - Moranda.

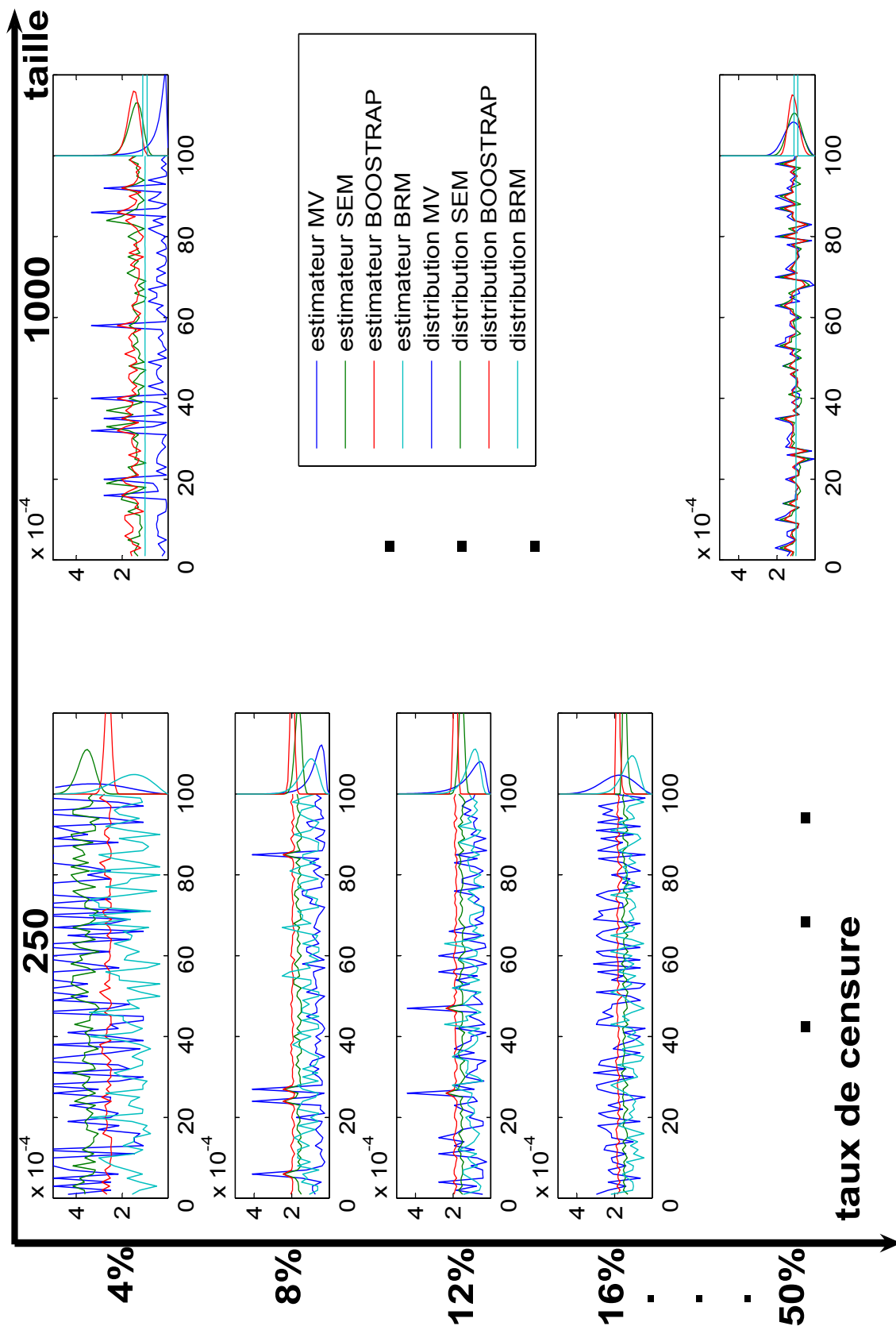


FIG. B.5 – b. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{\phi}$  pour le modèle Jelinski - Moranda.



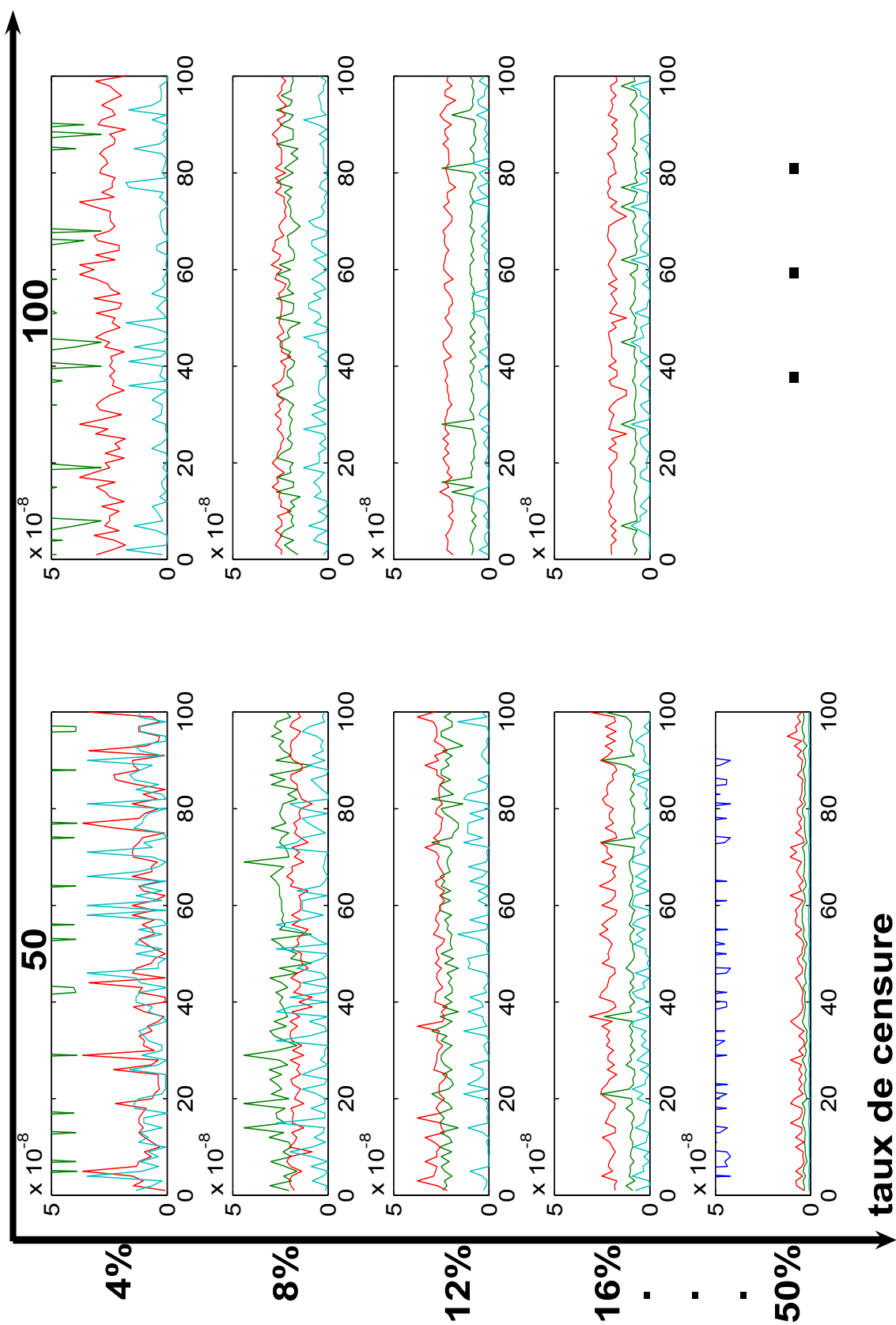


FIG. B.6 – a. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\phi})$  du paramètre  $\hat{\phi}$  pour le modèle Jelinski - Moranda

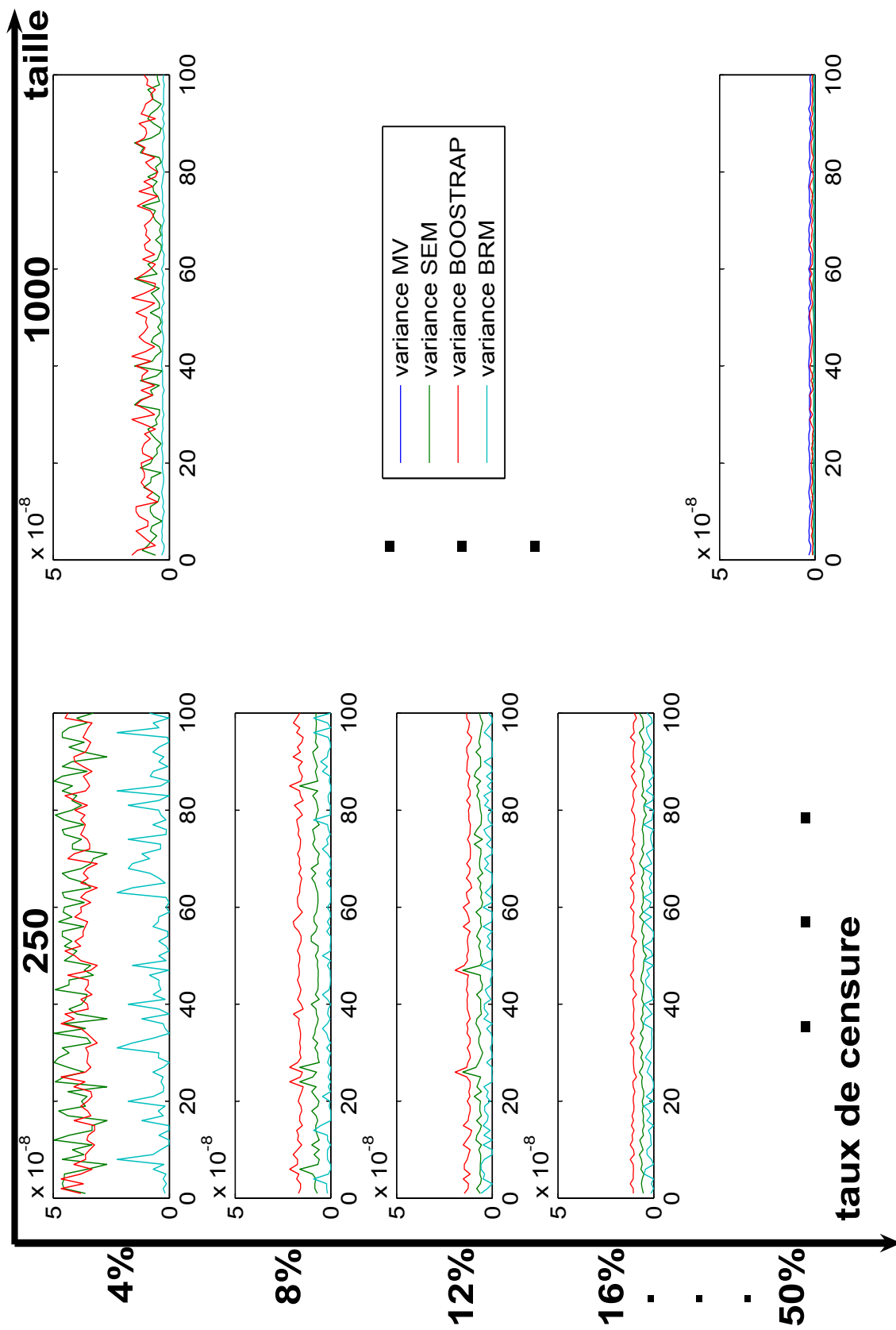


FIG. B.6 – b. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{\phi})$  du paramètre  $\hat{\phi}$  pour le modèle Jelinski - Moranda.

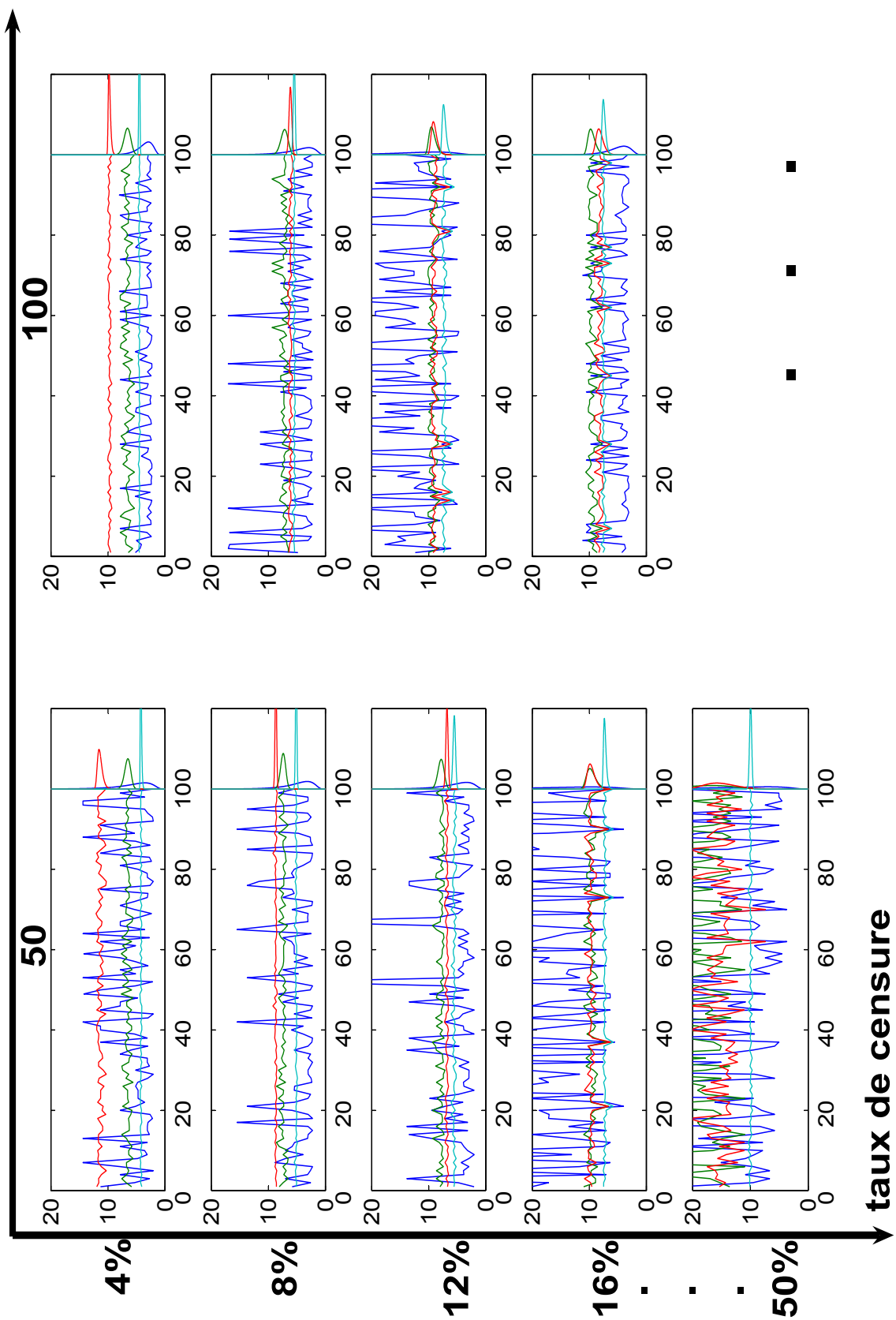


FIG. B.7 – a. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{N}_0$  pour le modèle Jelinski - Moranda.

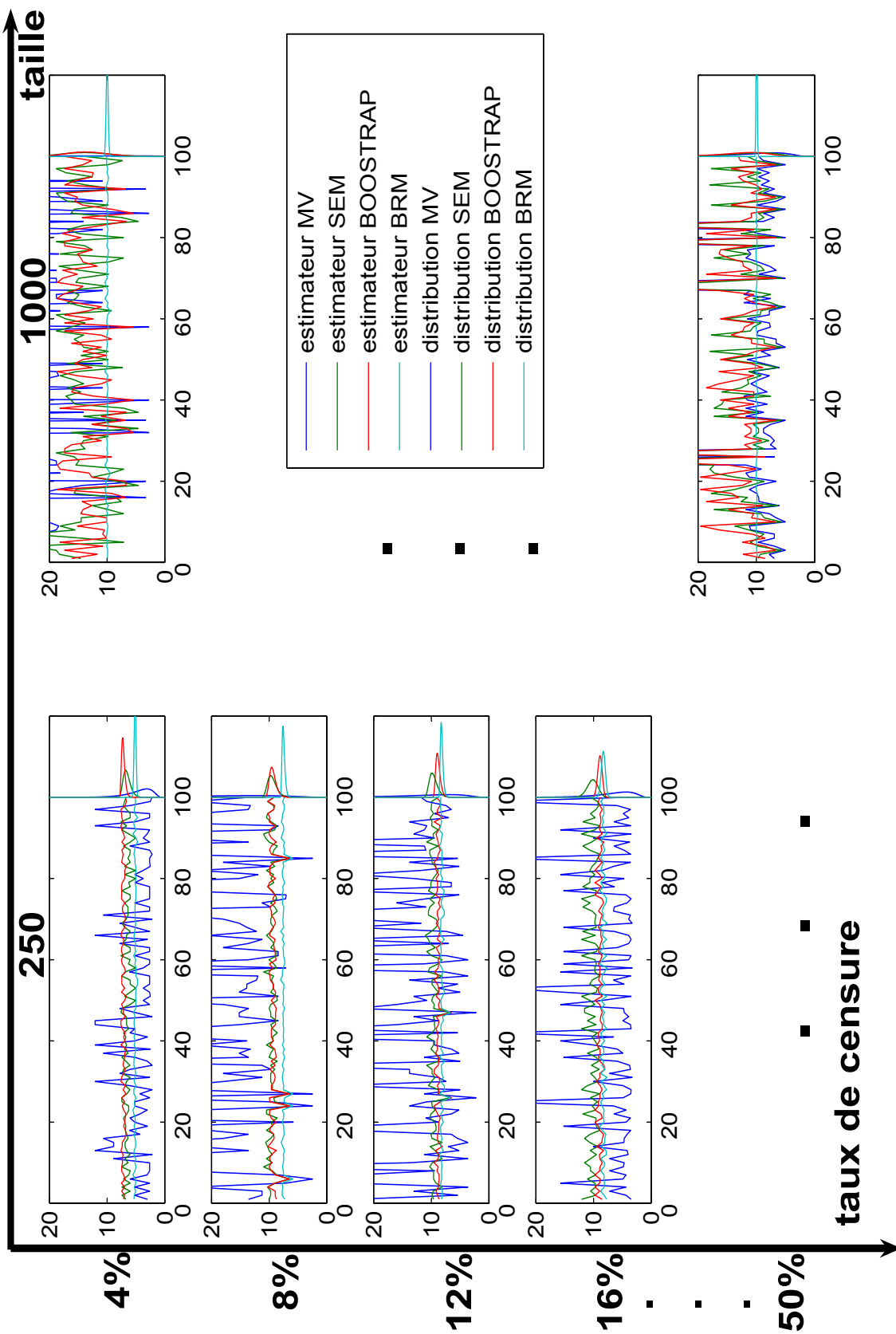


FIG. B.7 – b. L'estimation ponctuelle du paramètre  $\hat{N}_0$  pour le modèle Jelinski - Moranda.

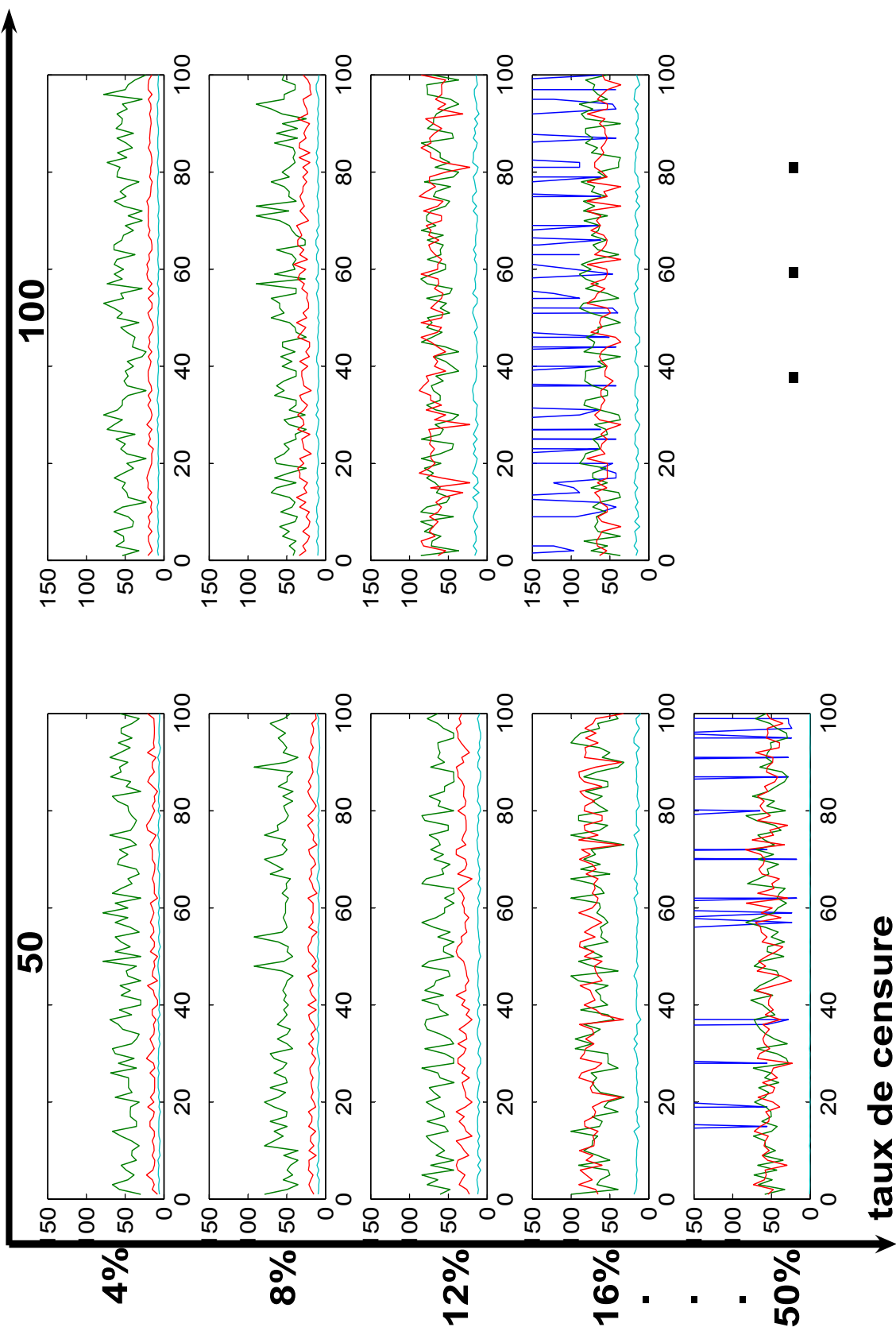


FIG. B.8 – a. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{N}_0)$  du paramètre  $\hat{N}_0$  pour le modèle Jelinski - Moranda

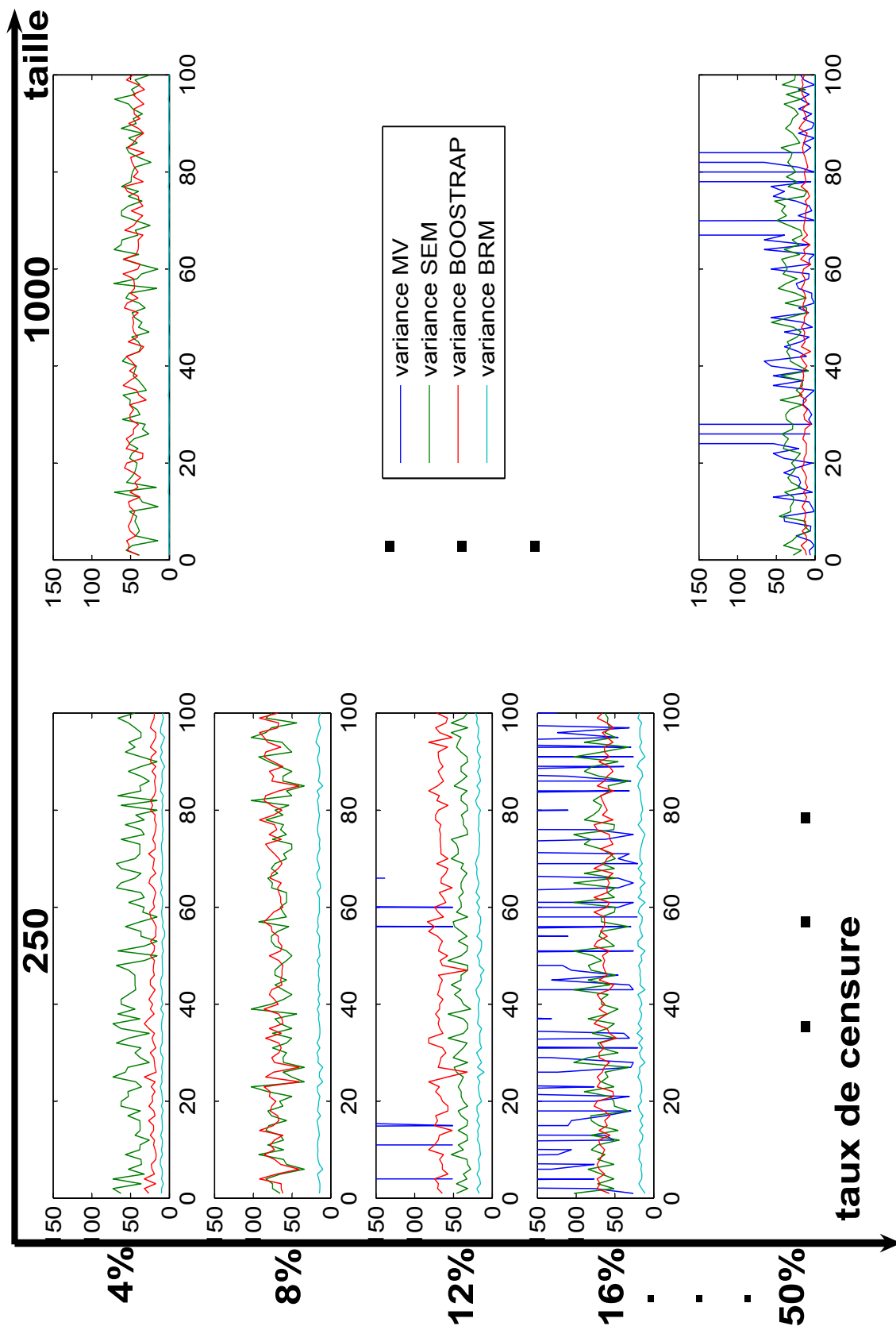


FIG. B.8 – b. L'estimation de la variance  $\hat{Var}(\hat{N}_0)$  du paramètre  $\hat{N}_0$  pour le modèle Jelinski - Moranda.

# Annexe C

## Distributions associées

T	Distribution de fiabilité		Loi de prob. associée		Paramètre 1		Paramètre 2
$T_{12}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,1151E+00	$\sigma$	1,9488E-01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,5825E-01	$\sigma$	1,1956E-01
$T_{13}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,0401E+00	$\sigma$	1,8018E-01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,6984E-01	$\sigma$	1,0893E-01
$T_{14}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,0127E+00	$\sigma$	1,6671E-01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	4,0088E-01	$\sigma$	1,0027E-01
$T_{15}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	3,5423E+01	b	2,3369E+02
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,8614E-01	$\sigma$	1,0494E-01
$T_{16}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,0452E+00	$\sigma$	1,8926E-01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,7179E-01	$\sigma$	9,6484E-02
$T_{17}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,0843E+00	$\sigma$	1,8076E-01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,8328E-01	$\sigma$	1,0336E-01
$T_{18}$	Exponentielle	$\lambda$	Gamma	a	7,9725E+01	b	9,5288E-07
$T_{19}$	Exponentielle - Musa	$\lambda$	Gamma	a	7,0833E+01	b	8,8671E-07
		$N_0$	Gamma	a	7,0833E+01	b	1,7593E-02
$T_{20}$	Exponentielle - Musa	$\lambda$	Lognormale	$\mu$	-9,7022E+00	$\sigma$	1,2333E-01
		$N_0$	Lognormale	$\mu$	1,9328E-01	$\sigma$	1,2333E-01
$T_{21}$	Exponentielle - Musa	$\lambda$	Lognormale	$\mu$	-9,6710E+00	$\sigma$	1,1396E-01
		$N_0$	Lognormale	$\mu$	2,2454E-01	$\sigma$	1,1396E-01
$T_{22}$	Exponentielle	$\lambda$	Lognormale	$\mu$	-1,0052E+01	$\sigma$	1,4750E-01
$T_{23}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,3755E+00	$\sigma$	2,3060E-01

Suite page suivante

TAB. C.1: Les distributions de fiabilité prévisionnelle des composants.

T	Distribution de fiabilité		Loi de prob. associée		Paramètre 1		Paramètre 2
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	1,7417E-01	$\sigma$	1,0326E-01
$T_{24}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,3863E+00	$\sigma$	2,0808E-01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	1,8250E-01	$\sigma$	8,8872E-02
$T_{25}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	8,9502E+00	$\sigma$	1,3598E-01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	4,2229E-01	$\sigma$	9,1586E-02
$T_{26}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	5,5250E+01	b	1,3733E+02
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	4,4836E-01	$\sigma$	8,6068E-02

TAB. C.1: Les distributions de fiabilité prévisionnelle des composants.



T	Distribution de fiabilité		Loi de prob. associée		Paramètre 1		Paramètre 2
$T_{12}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	2,5437E+02	b	3,6914E+01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,2349E-01	$\sigma$	5,8181E-02
$T_{13}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,0627E+00	$\sigma$	5,6770E-02
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,3624E-01	$\sigma$	6,0420E-02
$T_{14}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,0498E+00	$\sigma$	5,8210E-02
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	4,1631E-01	$\sigma$	6,3552E-02
$T_{15}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	3,2393E+02	b	2,5375E+01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,3420E-01	$\sigma$	5,6801E-02
$T_{16}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,0572E+00	$\sigma$	5,1636E-02
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,2988E-01	$\sigma$	5,2598E-02
$T_{17}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,1061E+00	$\sigma$	5,8109E-02
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,6060E-01	$\sigma$	5,7151E-02
$T_{18}$	Exponentielle	$\lambda$	Lognormale	$\mu$	-9,4813E+00	$\sigma$	8,6265E-02
$T_{19}$	J.-Moranda	$\Phi$	Lognormale	$\mu$	-9,9110E+00	$\sigma$	4,1693E-02
		$N_0$	Lognormale	$\mu$	2,0578E-01	$\sigma$	4,1693E-02
$T_{20}$	J.-Moranda	$\Phi$	Gamma	a	5,9741E+02	b	8,3097E-08
		$N_0$	Gamma	a	5,9743E+02	b	1,9940E-03
$T_{21}$	J.-Moranda	$\Phi$	Lognormale	$\mu$	-9,9066E+00	$\sigma$	3,9483E-02
		$N_0$	Lognormale	$\mu$	2,1536E-01	$\sigma$	3,9482E-02
$T_{22}$	Exponentielle	$\lambda$	Lognormale	$\mu$	-1,0076E+01	$\sigma$	8,6470E-02
$T_{23}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	2,0785E+02	b	5,7881E+01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	1,3247E-01	$\sigma$	5,6312E-02
$T_{24}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,3946E+00	$\sigma$	7,2053E-02
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	1,6190E-01	$\sigma$	5,6444E-02
$T_{25}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	8,9410E+00	$\sigma$	5,7664E-02
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,7715E-01	$\sigma$	5,6731E-02
$T_{26}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	3,6515E+02	b	2,0273E+01
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,8734E-01	$\sigma$	5,2095E-02

TAB. C.2: Les distributions de fiabilité expérimentale des composants.

T	Distribution de fiabilité		Loi de prob. associée		Paramètre 1		Paramètre 2
$T_{12}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	1,6920E+03	b	5,5427E+00
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,0985E-01	$\sigma$	2,2519E-02
$T_{13}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	1,6765E+03	b	5,1888E+00
		$\beta$	Gamma	a	1,7030E+03	b	8,2853E-04
$T_{14}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	2,0608E+03	b	4,0761E+00
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,7483E-01	$\sigma$	2,2193E-02
$T_{15}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	1,8407E+03	b	4,4730E+00
		$\beta$	Gamma	a	1,5961E+03	b	8,7388E-04
$T_{16}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,0656E+00	$\sigma$	2,4576E-02
		$\beta$	Gamma	a	1,7310E+03	b	8,1099E-04
$T_{17}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,1107E+00	$\sigma$	2,3007E-02
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,6390E-01	$\sigma$	2,3614E-02
$T_{18}$	Exponentielle	$\lambda$	Lognormale	$\mu$	-9,4778E+00	$\sigma$	3,4276E-02
$T_{19}$	J.-Moranda	$\Phi$	Gamma	a	4,3902E+03	b	1,1312E-08
		$N_0$	Gamma	a	4,3911E+03	b	2,7996E-04
$T_{20}$	J.-Moranda	$\Phi$	Lognormale	$\mu$	-9,9121E+00	$\sigma$	1,6467E-02
		$N_0$	Lognormale	$\mu$	1,7353E-01	$\sigma$	1,6468E-02
$T_{21}$	J.-Moranda	$\Phi$	Lognormale	$\mu$	-9,9069E+00	$\sigma$	1,6026E-02
		$N_0$	Lognormale	$\mu$	2,1507E-01	$\sigma$	1,6027E-02
$T_{22}$	Exponentielle	$\lambda$	Gamma	a	9,1432E+02	b	4,5953E-08
$T_{23}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	1,2989E+03	b	9,3063E+00
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	1,3570E-01	$\sigma$	2,5142E-02
$T_{24}$	Weibull	$\eta$	Lognormale	$\mu$	9,4135E+00	$\sigma$	2,7342E-02
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	1,7320E-01	$\sigma$	2,2597E-02
$T_{25}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	1,9841E+03	b	3,8773E+00
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,7786E-01	$\sigma$	2,0657E-02
$T_{26}$	Weibull	$\eta$	Gamma	a	1,9625E+03	b	3,7858E+00
		$\beta$	Lognormale	$\mu$	3,9112E-01	$\sigma$	2,2642E-02

TAB. C.3: Les distributions de fiabilité opérationnelle des composants.

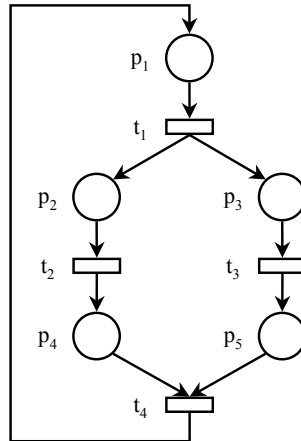
# Annexe D

## Principes et propriétés des RdP

### D.1 Définition formelle des RdP

Un RdP  $N$  est un graphe biparti orienté et valué, dont les nœuds sont des places et des transitions, et dans lequel les arcs relient les places aux transitions ou les transitions aux places. Un RdP est souvent représenté par un quadruple  $N = (P, T, I, O)$ , où :

- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$  est l'ensemble fini des places ;
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  est l'ensemble fini des transitions ;
- $I$  est une fonction d'incidence avant, de type  $P \times T \rightarrow N$  correspondant aux arcs allant d'une place à une transition.  $I(p, t) > 0$  signifie qu'il y a un arc allant de la place  $p$  vers la transition  $t$ , avec le poids  $I(p, t)$  ;  $I(p, t) = 0$  signifie qu'un tel arc n'existe pas ;
- $O$  est une fonction d'incidence arrière, de type  $T \times P \rightarrow N$  correspondant aux arcs allant d'une transition à une place.  $O(t, p) > 0$  signifie qu'il y a un arc allant de la transition  $t$  vers la place  $p$ , avec le poids  $O(t, p)$  ;  $O(t, p) = 0$  signifie qu'un tel arc n'existe pas.

FIG. D.1 – RdP  $N$ .

La fig. D.1 présente un exemple de réseau de Petri  $N$ . Dans cet exemple, nous avons  $m = 5$  et  $n = 4$ .  $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$  est l'ensemble des places et  $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$  est l'ensemble des transitions. Les relations entre ces deux ensembles sont représentées par les fonctions  $I$  et  $O$ . Par exemple  $I(p_1, t_1) = 1$ ,  $O(t_1, p_1) = 0$ ,  $I(p_5, t_3) = 0$ ,  $O(t_3, p_5) = 1$ .

La structure d'un RdP est définie par ses places, ses transitions et ses fonctions d'incidence avant et arrière. Comme nous le verrons plus loin, cette structure peut être facilement exprimée sous forme mathématique à l'aide de la matrice d'incidence.

Un RdP marqué  $G = \langle N, M \rangle$  est un RdP  $N$  dans lequel on associe un nombre entier de jetons (marquage) à chacune des places.  $M(p)$  est le marquage de la place  $p$ .  $M_0$  désignera souvent le marquage initial d'un RdP.

### D.1.1 Règles de franchissement

Le nombre et la distribution des jetons dans un réseau de Petri peuvent changer au cours de l'évolution du système. Ce changement est réalisé par des franchissements de transitions. Ces franchissements se font en accord avec des règles que nous présentons plus loin. Avant de présenter ces règles, nous définissons quelques termes en relation avec les fonctions avant et arrière d'une transition ou d'une place.

Si  $O(t, p) \neq 0$  (respectivement  $I(p, t) \neq 0$ ), on dit que  $p$  est une place de sortie (respectivement place d'entrée) de la transition  $t$ , et que  $t$  est une transition d'entrée (respectivement transition de sortie) de la place  $p$ . On utilisera les notations suivantes :

- places d'entrée d'une transition. On note  $\bullet t = \{p \mid I(p, t) > 0\}$  l'ensemble des places d'entrée de la transition  $t$  ;
- places de sortie d'une transition. On note  $t \bullet = \{p \mid O(t, p) > 0\}$  l'ensemble des places de sortie de la transition  $t$  ;

- transitions d'entrée d'une place. On note  $\bullet p = \{t \mid O(t, p) > 0\}$  l'ensemble des transitions d'entrée de la place  $p$ ;
- transitions de sortie d'une place. On note  $p\bullet = \{t \mid I(p, t) > 0\}$  l'ensemble des transitions de sortie de la place  $p$ .

Les règles de franchissement se définissent ainsi :

- une transition  $t$  est dite franchissable pour un marquage  $M$  donné si le nombre de jetons dans chacune de ses places d'entrée  $p \in \bullet t$  est supérieur ou égal à la valuation de l'arc  $(p, t)$ , i. e.  $\forall p \in \bullet t, M(p) \geq I(p, t)$ ;
- le fait qu'une transition soit franchissable n'implique pas qu'elle soit franchie immédiatement ;
- il n'y a pas plus d'un franchissement à un instant donné pour une même transition ;
- le franchissement de la transition  $t$  retire  $I(p, t)$  jetons de chaque place d'entrée  $p$  de la transition  $t$ , et ajoute  $O(t, p)$  jetons dans chaque place de sortie  $p$  de la transition  $t$ .

### D.1.2 Séquence de franchissements et vecteur caractéristique

Si une série de transitions est franchie à partir d'un marquage  $M_0$ , nous aboutissons à un marquage  $M$ . Nous désignons cette séquence de franchissements par  $S$ , et nous écrivons  $M_0 \xrightarrow{S} M$ .

On désigne par  $V_S$  le vecteur caractéristique (ou vecteur de comptage) de la séquence de franchissements  $S$ . Sa  $j^{\text{ème}}$  composante représente le nombre d'occurrences de la transition  $t_j$  dans  $S$ .

Il faut souligner qu'un vecteur caractéristique peut correspondre à plusieurs séquences de franchissements, mais que ces séquences ne sont pas toutes franchissables. Le vecteur caractéristique contient une information partielle du fait qu'il ne contient pas l'ordre de franchissement des transitions. Ceci est illustré par l'exemple suivant :

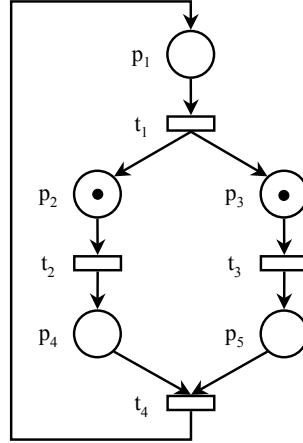


FIG. D.2 – RdP marqué.

Dans la fig. D.2, nous représentons un réseau de Petri dont le marquage initial est  $M_0 = [0, 1, 1, 0, 0]$ . Après la séquence de franchissements  $S = \{t_2, t_3, t_4, t_1, t_3\}$ , nous obtenons un marquage  $M = [0, 1, 0, 0, 1]$ . Le vecteur caractéristique correspondant à  $S$  est  $V_S = [1, 1, 2, 1]$ . La séquence  $S_2 = \{t_4, t_3, t_2, t_1, t_3\}$ , de même vecteur caractéristique, n'est pas franchissable.

### D.1.3 Matrice d'incidence

La matrice d'incidence  $C_{m \times n}$  d'un réseau de Petri  $N$ , où  $m$  est le nombre des places et  $n$  le nombre des transitions, est définie de la manière suivante :

$$C = [c_{i,j}] \quad (\text{D.1})$$

avec

$$c_{i,j} = \begin{cases} +O(t_j, p_i) & \text{si } t_j \in \bullet p_i \\ -I(p_i, t_j) & \text{si } t_j \in p_i \bullet \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

où  $i = 1, 2, \dots, m$  et  $j = 1, 2, \dots, n$ .

Nous pouvons également définir la matrice d'incidence avant  $C^+ = [c_{i,j}^+]$  et la matrice d'incidence arrière  $C^- = [c_{i,j}^-]$  de la manière suivante :

$$c_{i,j}^+ = \begin{cases} +O(t_j, p_i) & \text{si } t_j \in \bullet p_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{D.3})$$

et

$$c_{i,j}^- = \begin{cases} -I(p_i, t_j) & \text{si } t_j \in p_i \bullet \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{D.4})$$

Par définition, nous avons :  $C = C^+ - C^-$ .

A l'aide de la matrice d'incidence, nous pouvons vérifier des propriétés structurelles, comme par exemple la bornitude structurelle, la répétitivité, la consistance ou la conservation.

Comme nous pouvons le constater, à partir des règles de franchissement des transitions, seul le marquage d'un réseau de Petri caractérise la possibilité ou l'impossibilité de franchissement des transitions. Après une séquence de franchissements de transitions, nous arrivons à un autre marquage. Ce marquage peut être déterminé par l'équation fondamentale.

#### D.1.4 Equation fondamentale

$$M = M_0 + CV_S \quad (\text{D.5})$$

Elle donne le marquage  $M$  obtenu à partir de  $M_0$  si l'on franchit les transitions de  $S$ , en supposant que  $S$  soit franchissable. Comme nous l'avons souligné plus haut,  $V_S$  peut correspondre à plusieurs séquence de franchissements, dont certaines ne sont pas franchissables.

Pour le réseau de Petri dans la figure 2.2, la matrice avant, la matrice arrière et la matrice d'incidence s'écrivent respectivement comme suit :

$$C^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.6})$$

et

$$C^- = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.7})$$

et

$$C = C^+ - C^- = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.8})$$

Chaque colonne de la matrice  $C$  correspond à la modification du marquage apportée par le franchissement de la transition correspondante. Par exemple, la deuxième colonne de la matrice d'incidence  $C$  indique que le franchissement de la transition  $t_2$  consiste à retirer un jeton de la place  $p_2$  et à ajouter un jeton dans la place  $p_4$ . Mais la matrice d'incidence n'indique pas si le franchissement en question est possible, car cette matrice est indépendante du marquage.

Si nous franchissons la série de transitions  $S = \{t_2, t_3, t_4, t_1, t_3\}$  de l'exemple de fig.2.2, l'équation fondamentale s'écrit :

$$M = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = M_0 + CV_S \quad (\text{D.9})$$

## D.2 Propriétés comportementales des RdP

L'analyse d'une fonction ou d'un système séquentiel passe par l'étude des propriétés du RdP qui le représente. Parmi ces propriétés, nous citerons celles qui permettent d'affirmer que les spécifications incluses dans le modèle RdP sont correctes. C'est ainsi que nous pourrions démontrer que le nombre d'états pouvant être atteints est fini (RdP borné) ou qu'un réseau (donc le système représenté) est sans blocage (RdP pseudo-vivant, RdP vivant, RdP propre). On mettra également en évidence les conflits entre plusieurs évolutions possibles (et qui sont autant d'ambiguïtés à lever) (Conflits structurel et effectif), ou encore la gestion du partage des ressources (Exclusion mutuelle) [Ladet, 1989].



### D.2.1 RdP borné

Un RdP est borné pour un marquage initial donné si, quel que soit le marquage accessible atteint  $M$  et quelle que soit la place  $p$  considérée, le nombre de jetons contenus dans cette place est inférieur à une borne  $k$  :

$$\forall M \text{ et } \forall p : M(p) \leq k$$

On dira également que le nombre d'états accessibles à partir de l'état initial est fini, le graphe d'états équivalent peut donc être construit.

Interprétation : un système physique présente toujours un nombre d'états fini ; il en est ainsi, par exemple, d'un stock dont la capacité est toujours limitée. Toute spécification d'un système réel par RdP doit présenter un graphe borné. Lorsque la borne est égale à 1, on dit que le RdP est sauf ou binaire.

### D.2.2 RdP vivant

Un RdP est vivant pour un marquage initial donné si, pour tout marquage  $M$  accessible à partir du marquage initial, il existe une transition  $t$ , il existe une séquence  $S$  de franchissements qui inclut la transition  $t$  :

$$\forall M \text{ et } \forall p \in P, \exists S : M \xrightarrow{S} M' \text{ tel que } t \in S$$

Interprétation : la vivacité indique que le système représenté est sans blocage, mais également qu'il n'existe pas de branche morte dans le modèle graphique, donc de spécification incomplète.

### D.2.3 RdP pseudo-vivant

Un RdP est pseudo-vivant pour un marquage initial donné si, pour tout marquage  $M$  accessible à partir du marquage initial, il existe une transition  $t$  sensibilisée :

$$\forall M \text{ et } \forall p \in P, \exists t \in T : M(p) \geq I(p, t)$$

Interprétation : cette propriété traduit l'absence de blocage total dans le système spécifié.

### D.2.4 RdP réinitialisable

Un RdP est réinitialisable si, pour tout marquage  $M$  accessible à partir du marquage initial, il existe une séquence  $S$  de franchissements qui ramène au marquage initial :

$$\forall M, \exists S : M \xrightarrow{S} M_0$$

Interprétation : la plupart des processus industriels ont un fonctionnement répétitif. Il est donc très important de vérifier si les RdP qui les représentent sont réinitialisables.

### D.2.5 Conflits structurel et effectif

Deux transitions sont en conflit structurel lorsqu'elles possèdent une place d'entrée commune.

Le conflit devient effectif si le marquage de la place commune sensibilise les deux transitions. Dans ce cas, le franchissement d'une transition empêche le franchissement de l'autre. Une seule transition sera franchie, mais rien dans le réseau ne permet de prévoir laquelle.

Interprétation : un conflit effectif signifie qu'il y a non-déterminisme du réseau, donc que l'évolution du système décrit présente une partie aléatoire.

### D.2.6 Exclusion mutuelle

Deux places sont en exclusion mutuelle ou mutuellement exclusives si pour un marquage initial  $M_0$  donné, elles ne peuvent être simultanément marquées quel que soit le marquage  $M$  atteint à partir de  $M_0$ .

Interprétation : on rencontre l'exclusion mutuelle dans tout système comprenant un partage de ressource.

## D.3 RdP stochastiques

Dans le cas des RdP stochastiques, les délais associés aux transitions sont aléatoires. Formellement, un RdP stochastique est un RdP T-temporisé dont les temporisations suivent des lois de distribution de probabilité. Trois classes des RdP stochastiques sont définies : RdP stochastiques, RdP stochastiques généralisés et RdP stochastiques déterministes.

### D.3.1 RdP stochastiques classiques

Dans les RdP stochastiques (RdPS) [Symons, 1978], [Natkin, 1980], [Molloy, 1982], les délais associés à chaque transition sont des variables aléatoires qui suivent des lois de distribution exponentielle. Un RdP stochastique vivant et borné est un processus markovien homogène, donc on peut associer au réseau une chaîne de Markov équivalente. Le graphe de Markov est obtenu directement à partir du graphe d'accessibilité du RdP en étiquetant chaque arc par un taux de transition (ou de passage) d'un marquage à un autre. Le taux de transition est le paramètre de la loi exponentielle qui détermine le délai de franchissement

de la transition respective. Pour les différents états, le calcul de probabilités instantanées est obtenu à partir du graphe de Markov.

### D.3.2 RdP stochastiques généralisés

Dans les RdP stochastiques généralisés (RdPSG) [Marsan et al., 1984], les délais associés aux transitions temporisées suivent des lois de distribution exponentielle et certaines transitions sont immédiates (franchies dès la validation). Un RdP stochastique généralisé comprend deux types d'états : les états tangibles, pour lesquelles toutes les transitions sensibilisées sont temporisées et les états virtuels pour lesquelles il existe une transition immédiate sensibilisée. Une fois que les états virtuels sont éliminés, l'évaluation du marquage reste un processus markovien homogène.

### D.3.3 RdP stochastiques déterministes

Dans les RdP stochastiques déterministes (RdPSD) [Marsan et Chiola, 1987], les délais associés aux transitions temporisées suivent des lois de distribution exponentielle ou autre et certaines transitions sont immédiates. Pour ce type de RdP stochastiques, l'évaluation statistique est obtenue, généralement, à l'aide des simulations Monte Carlo (MC), afin de déterminer les probabilités des différents états : il n'existe pas d'expression analytique dans le cas général.

Le principe de la méthode MC est de développer un modèle analytique basé sur des tirages aléatoires. Le modèle est évalué en utilisant des données sur le système, pour prévoir son comportement, habituellement pour des multiples simulations. Chaque évaluation (ou simulation d'un cycle) est basée sur des conditions aléatoires pour les paramètres d'entrée. Les étapes de réalisation de la méthode MC sont les suivantes [Ayyub et McCuen, 1997], [Fishman, 1996], [Villemeur, 1988] :

- définition du système en utilisant un modèle ;
- génération des numéros aléatoires ;
- génération des variables aléatoires ;
- évaluation du modèle ;
- analyse statistique des résultats ;
- étude de l'efficacité et de la convergence de la simulation ;

Malheureusement, pour affiner l'évaluation des résultats, il faut augmenter le nombre des simulations et avec ceux-ci le temps de simulation.

# Annexe E

## Méthode des fractiles

Examinons le recueil des données, par exemple NPRD-3 [NPRD-3, 1985], sur la limite inférieure et la limite supérieure du taux de défaillance. Il propose un intervalle  $\lambda_{moy} \in [\lambda_{inf}, \lambda_{sup}]$ . Cet intervalle est fourni pour un niveau de confiance donné  $\gamma$  (par exemple  $\gamma = 60\%$  pour NPRD-3).

Ainsi, il est possible d'écrire les deux relations suivantes :

$$\frac{1 - \gamma}{2} = \int_0^{\lambda_{inf}} \frac{\int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt - \int_{\frac{x}{b}}^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt}{\int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt} dx \quad (\text{E.1})$$

$$\frac{1 + \gamma}{2} = \int_0^{\lambda_{sup}} \frac{\int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt - \int_{\frac{x}{b}}^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt}{\int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt} dx \quad (\text{E.2})$$

A partir de ces deux expressions, il est possible de déduire les valeurs  $a$  et  $b$  de la loi Gamma a priori connaissant  $\gamma$ ,  $\lambda_{inf}$  et  $\lambda_{sup}$ . Pour cela, il est possible d'utiliser une méthode d'optimisation mathématique telle que les méthodes de Newton ou de Gradient. Le problème d'optimisation à résoudre est de rechercher les valeurs  $a$  et  $b$  telles que l'erreur quadratique totale de l'expression suivante soit minimale :

$$\left( \frac{1 - \gamma}{2} - \int_0^{\lambda_{inf}} \frac{\int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt - \int_{\frac{x}{b}}^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt}{\int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt} dx \right)^2 + \left( \frac{1 + \gamma}{2} - \int_0^{\lambda_{sup}} \frac{\int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt - \int_{\frac{x}{b}}^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt}{\int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt} dx \right)^2 \quad (\text{E.3})$$

# Bibliographie

- [AFNOR, 1988] AFNOR (1988). *Recueil de normes françaises : Fiabilité, Maintenabilité et Disponibilité*. Afnor-Ute.
- [AFNOR, 1991] AFNOR (1991). X 50 - 151 analyse de la valeur, analyse fonctionnelle. expression fonctionnelle du besoin et cahier des charges fonctionnel.
- [Alciatore, 2006] Alciatore, D. (2006). Definitions of mechatronics. <http://www.engr.colostate.edu/~dga/mechatronics/definitions.html>.
- [Ashley, 1997] Ashley, S. (1997). Getting a hold on mechatronics. *Mechanical Engineering*.
- [ASTE, 1993] ASTE (1993). *Le rôle des essais dans la maîtrise de la fiabilité*. ASTE.
- [Aubry, 1987] Aubry, J.-F. (1987). *Conception des systèmes de commande numériques des convertisseurs électromécaniques : vers une méthodologie intégrant la sûreté de fonctionnement*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine.
- [Ayyub et McCuen, 1997] Ayyub, B. et McCuen, R. (1997). *Probability, Statistics & Reliability for Engineers*. CRC Press, New York.
- [Bacha et al., 1998] Bacha, M., Celeux, G., Idée, E., Lannoy, A., et Vasseur, D. (1998). *Estimation de modèles de vie fortement censurées*. Eyrolles, Paris.
- [Bacivarov et Mihalache, 2001] Bacivarov, I. et Mihalache, A. (2001). Qualité et fiabilité du logiciel. In *7th International Symposium for Design and Technology for Electronic Modules (SIITME)*, Bucarest, Romania.
- [Barger et al., 2002] Barger, P., Thiriet, J.-M., et Robert, M. (2002). Performance and dependability evaluation of distributed dynamical systems. In *ESREL*, Nancy.
- [Barreau et al., 2002] Barreau, M., Morel, J.-Y., et Todoskoff, A. (2002). State-of-the-art information on petri nets applied to software quality. In *Quality Week Europe*, Bruxelles, Belgique.
- [Barreau et al., 2004] Barreau, M., Todoskoff, A., Mihalache, A., Guerin, F., et Dumon, B. (2004). Dependability assessment for mechatronic systems : Electronic stability program (esp) analysis. In *International Conference on Advances in Vehicle Control and Safety - AVCS 2004*, Genoa, Italy.

- 
- [Barreau et al., 2003] Barreau, M., Todoskoff, A., Morel, J.-Y., Guerin, F., et Mihalache, A. (2003). Dependability analysis of complex mechatronic systems. In *5th IFAC Symposium Fault Detection, Supervision and Safety, Safeprocess2003*, Washington, USA.
- [Bechou et al., 2007] Bechou, L., Danto, Y., Deletage, J., et Verdier, F. (2007). Nouvelles approches d'évaluation de la fiabilité : Perspectives pour les nanotechnologies. In *Journées scientifiques du CNFRS "NANOSCIENCES ET RADIOÉLECTRICITÉ"*, Paris.
- [Bertram et al., 2003] Bertram, T., Bekes, F., Greul, R., Hanke, O., Hab, C., Hilgert, J., Hiller, M., Ottgen, O., Opgen-Rhein, P., Torlo, M., et Ward, D. (2003). Modelling and simulation for mechatronic design in automotive systems. *Control Engineering Practice*, 11 :179–190.
- [Birolini, 1997] Birolini, A. (1997). *Quality and Reliability of Technical Systems*. Springer, Berlin.
- [Bon, 1995] Bon, J.-L. (1995). *Fiabilité des systèmes - Méthodes mathématiques*. Masson, Paris.
- [Borner et al., 2002] Borner, M., Straky, H., Weispfenning, T., et Isermann, R. (2002). Model based fault detection of vehicle suspension and hydraulic brake systems. *Mechatronics*, 12(8) :999–1010.
- [Borrel, 1996] Borrel, M. (1996). *Interactions entre composants matériel et logiciel de systèmes tolérants aux fautes*. PhD thesis, LAAS, Toulouse.
- [Breedveld, 2004] Breedveld, P. C. (2004). Port-based modeling of mechatronic systems. *Mathematics and Computers in Simulation*, 66 :99–127.
- [Caruso et Dasgupta, 1998] Caruso, H. et Dasgupta, A. (1998). A fundamental overview of accelerated testing analytical models. In *In IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, Tutorial notes*, USA.
- [Cazals et Meizel, 2005] Cazals, F. et Meizel, D. (2005). Projects in the pedagogy of mechatronics in engineering education. In *The 6th International Workshop on Research and Education in Mechatronics REM 2005*, pages 453–458, France.
- [Celeux et Diebolt, 1993] Celeux, G. et Diebolt, J. (1993). Asymptotic properties of a stochastic em algorithm for estimating mixing propositions. *Commun. Statist. Stochastic Models*, 9 :599–613.
- [Celeux et al., 2006] Celeux, G., Marin, J.-M., et Robert, C. P. (2006). Iterated importance sampling in missing data problems. *Computational Statistics & Data Analysis*, 50 :3386–3404.

- 
- [Chauveau, 1995] Chauveau, D. (1995). A stochastic em algorithm for mixtures with censored data. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 46 :1–25.
- [Chu, 1995] Chu, F. (1995). *Conception des systèmes de production à l'aide des réseaux de Petri : vérification incrémentale des propriétés qualitatives*. PhD thesis, Faculté des Sciences UFR Mathématiques, Informatique, Mécanique, Université de Metz.
- [Cocozza-Thivent, 1997] Cocozza-Thivent, C. (1997). *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*. Springer-Verlag, Berlin.
- [Comerford, 1994] Comerford, R. (1994). Mecha...what? *IEEE Spectrum*, pages 46–49.
- [Daniel, 1995] Daniel, O. (1995). *Les réseaux de petri stochastiques pour l'évaluation des attributs de la sureté de fonctionnement des systèmes manufacturiers*. PhD thesis, LAG, Grenoble.
- [Darricau et al., 1999] Darricau, Hourtolle, Mazuet, Raad, Andre, Cloup, Grenie, Grenier, Kahn, Leclerc, Menager, Moreau, Salmon, et Vernos (1999). Guide démarche et méthodes de sûreté de fonctionnement des logiciels.
- [Delyon et al., 1999] Delyon, B., Lavielle, M., et Moulines, E. (1999). Convergence of a stochastic approximation version of the em algorithm. *Ann. Statist.*, 27 :94–128.
- [DeMarco, 1982] DeMarco, T. (1982). *Controlling Software Projects : Management, Measurement and Estimation*. Prentice Hall PTR.
- [Demmou et al., 2004] Demmou, H., Khalfaoui, S., Guilhem, E., et Valette, R. (2004). Critical scenarios derivation methodology for mechatronic systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 84(1) :33–44.
- [Dempster et al., 1977] Dempster, A. P., Laird, N., et Rubin, D. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *J. R. Statist. Soc. Ser.*, B 39 :1–38.
- [DesJardin, 1996] DesJardin, L. (1996). A day in the life of mechatronic engineers 10 years from now. In *SAE International Congress and Exposition*, number SAE96C038, Detroit/Michigan, USA.
- [Dieterle, 2005] Dieterle, W. (2005). Mechatronic systems : Automotive applications and modern design methodologies. *Annual Reviews in Control*, 29(2) :273–277.
- [Doyle, 1991] Doyle, R. (1991). Mechanical reliability. In *RAMS Tutorial Notes*, USA.
- [Duane, 1964] Duane, J. (1964). Learning curve approach to reliability monitoring. *IEEE Trans. on Aerospace*, 2 :563–566.
- [Dutuit et al., 1997] Dutuit, Y., Châtelet, E., Signoret, J.-P., et Thomas, P. (1997). Dependability modelling and evaluation by using stochastic petri nets : Application to two test cases. *Reliability Engineering & System Safety*, 55(2) :117–124.

- 
- [Dutuit et Rauzy, 2001] Dutuit, Y. et Rauzy, A. (2001). Efficient algorithms to assess component and gate importance in fault tree analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 72(2) :213–222.
- [Dutuit et Rauzy, 2005] Dutuit, Y. et Rauzy, A. (2005). Approximate estimation of system reliability via fault trees. *Reliability Engineering & System Safety*, 87(2) :163–172.
- [Efron et Tibshirani, 1993] Efron, B. et Tibshirani, R. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, USA.
- [Erto et Giorgio, 2002] Erto, P. et Giorgio, M. (2002). Assessing high reliability via bayesian approach and accelerated tests. *Reliability Engineering & System Safety*, 76(3) :301–310.
- [Fan et al., 2005] Fan, Z., Sørensen, T., Conrad, F., Andreasen, M., Christensen, G., et Hein, L. (2005). Mechatronics education : Conceptual prototype vs. physical realization. In *The 6th International Workshop on Research and Education in Mechatronics REM 2005*, pages 397–402, France.
- [FIDES, 2004] FIDES (2004). Méthodologie de fiabilité pour les systèmes électroniques. DGA-DM/STTC/CO/477.
- [Fisher, 1922] Fisher, R. (1922). On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Philosophical Trans. of the Royal Society of London*, A 222 :309–368.
- [Fishman, 1996] Fishman, G. S. (1996). *Monte Carlo - Concepts, Algorithms and Application*. Springer, New York.
- [Fournier, 1993] Fournier, J. (1993). *Fiabilité du logiciel*. Hermes, Paris.
- [Frankel, 1988] Frankel, E. G. (1988). *Systems reliability and risk analysis*. Kluwer Academic, Dordrecht, Netherlands.
- [Garin, 1994] Garin, H. (1994). *AMDEC/AMDE/AEEL L'essentiel de la méthode*. AFNOR, Paris.
- [Gaudel et al., 1996] Gaudel, M.-C., Marre, B., Schlienger, F., et Bernot, G. (1996). *Précis de génie logiciel*. Masson, Paris.
- [Gilks et al., 1996] Gilks, W., Richardson, S., et Spiegelhalter, D. (1996). *Markov Chain Monte Carlo in Practice (Interdisciplinary Statistics)*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, USA.
- [Gissinger et al., 2003] Gissinger, G., Menard, C., et Constans, A. (2003). A mechatronic conception of a new intelligent braking system. *Control Engineering Practice 02-03*, 11(2) :163–170.



- 
- [Gomes et al., 1999] Gomes, S., Sagot, J., Koukam, A., et Leroy, N. (1999). Manercos, a new tool providing ergonomics in a concurrent engineering design life cycle. In *4th Annual Scientific Conference on Web Technology, New Media, Communications and Telematics - Theory, Methods, Tools and Applications, EUROMEDIA 99*, pages 237–241, Munich.
- [Grimheden et Hanson, 2001] Grimheden, M. et Hanson, M. (2001). What is mechatronics? proposing a didactical approach to mechatronics. In *1st Baltic Sea Workshop on Education in Mechatronics*, Kiel, Germany.
- [Grünling et al., 1987] Grünling, H. W., Schneider, K., et Singheiser, L. (1987). Mechanical properties of coated systems. *Materials Science and Engineering*, 88 :177–189.
- [Guerin et al., 2004a] Guerin, F., Dumon, B., et Lantieri, P. (2004a). Accelerated life testing on repairable systems. In *Annual Reliability and Maintainability Symposium - 2004 Proceedings : International Symposium on Product Quality and Integrity*, pages 340–345, Los Angeles, CA.
- [Guerin et al., 2003a] Guerin, F., Dumon, B., et Usureau, E. (2003a). New methodology of weighting of prior distribution used bayesian approach applied to reliability estimation. In *Probability Method Conference*, Los Angeles and USA.
- [Guerin et al., 2003b] Guerin, F., Dumon, B., et Usureau, E. (2003b). Reliability estimation by bayesian method : Definition of prior distribution using dependability study. *Reliability Engineering & System Safety*, 82(3) :299–306.
- [Guerin et al., 2004b] Guerin, F., Dumon, B., et Usureau, E. (2004b). Compatibility between prior and likelihood distributions and weighting approach applied to reliability. *Progresses In Quality and Dependability*.
- [Guerin et al., 2002] Guerin, F., Todoskoff, A., Barreau, M., Morel, J.-Y., Mihalache, A., et Dumon, B. (2002). Reliability analysis for complex industrial real-time systems : application on an antilock brake system. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Hammamet, Tunisia.
- [Guillemot et al., 2002] Guillemot, M., Noterman, D., Bideaux, E., Louail, G., et Favrel, J. (2002). Ingénierie concourante interdisciplinaire ou inter-métier. In *4th International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, Clermond-Ferrand, France.
- [Heiermann et al., 2005] Heiermann, K., Riesch-Oppermann, H., et Huber, N. (2005). Reliability confidence intervals for ceramic components as obtained from bootstrap methods and neuronal networks. *Computational Materials Science*, 34 :1–13.

- 
- [Hewit, 1996] Hewit, J. (1996). Mechatronics design - the key to performance enhancement. *Robotics and Autonomous Systems*, 19 :135–142.
- [Isermann, 2007] Isermann, R. (2007). Mechatronic systems - innovative products with embedded control. *Control Engineering Practice*, 10 :16.
- [Jelinski et Moranda, 1972] Jelinski, Z. et Moranda, P. (1972). *Software Reliability Research*. Statistical Computer Performance Evaluation.
- [Khalifaoui, 2003] Khalifaoui, S. (2003). *Méthode de recherche des scénarios redoutés pour l'évaluation de la sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques du monde automobile*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [Kortum et al., 1998] Kortum, W., Goodall, R. M., et Hedrick, J. K. (1998). Mechatronics in ground transportation-current trends and future possibilities. *Annual Reviews in Control*, 22 :133–144.
- [Ladet, 1989] Ladet, P. (1989). Réseaux de petri. *Techniques de l'Ingénieur*, R 7252 :1–17.
- [Lalanne, 1999] Lalanne, C. (1999). *Vibrations et chocs mécaniques, Tome 4 : Dommage par fatigue*. Hermes Science Publications, Paris.
- [Lannoy, 1996] Lannoy, A. (1996). *Analyse quantitative et utilité du retour d'expérience pour la maintenance des matériels et la sécurité*. Eyrolles.
- [Lannoy et Procaccia, 1994] Lannoy, A. et Procaccia, H. (1994). *Méthodes avancées d'analyse des bases de données du retour d'expérience industriel*. Eyrolles.
- [Laprie, 1995] Laprie, J. C. (1995). Dependable computing : concepts, limits, challenges. In *25th International Symposium on Fault-Tolerant Computing (FTCS-25) Special Issue*, pages 42–54, Pasadena - USA.
- [Laprie et al., 1995] Laprie, J. C., Arlat, J., Blanquart, J. P., Costes, A., Crouzet, Y., Deswarte, Y., Fabre, J. C., Guillermain, H., Kaâniche, M., Kanoun, K., Mazet, C., Powell, D., Rabéjac, C., et Thévenod, P. (1995). Guide de la sûreté de fonctionnement. Cépadués, Toulouse.
- [Ledoux, 1993] Ledoux, J. (1993). *Modèles markoviens : sur la caractérisation de l'agrégation faible et sur les modèles structurels pour l'évaluation de la sûreté de fonctionnement du logiciel*. PhD thesis, Université de Rennes I.
- [Lee et Park, 1999] Lee, K. et Park, K. (1999). Optimal robust control of a contactless brake system using an eddy current. *Mechatronics*, 9 :615–631.
- [Limnios, 1991] Limnios, N. (1991). *Arbres de défaillance*. Hermes, Paris.
- [Lindemann, 1998] Lindemann, C. (1998). *Performance Modelling with Deterministic and Stochastic Petri Nets*. Wiley.

- 
- [Littlewood, 1980] Littlewood, B. (1980). Theories of software reliability : How good are they and how can they be improved? *IEEE Trans. Software Eng.*, 6(5) :489–500.
- [Lyonnet, 2006] Lyonnet, P. (2006). *Ingénierie de la fiabilité*. Lavoisier.
- [Marcovici et Ligeron, 1974] Marcovici, C. et Ligeron, J.-C. (1974). *Utilisation des techniques de fiabilité en mécanique*. Technique et documentation.
- [Marsan et al., 1984] Marsan, M. A., Balbo, G., et Conte, G. (1984). A class of generalized stochastic petri nets for the performance evaluation of multiprocessor systems. *ACM Trans. Comput. Syst.*, 2 :93–122.
- [Marsan et Chiola, 1987] Marsan, M. A. et Chiola, G. (1987). On petri nets with deterministic and exponentially distributed firing times. *Lecture Notes In Computer Science Advances in Petri Nets 1987 G. Rozenberg (Ed.) Springer-Verlang*, 266 :132–145.
- [Mihalache et Bacivarov, 2001] Mihalache, A. et Bacivarov, I. (2001). Un site pour l’analyse des systèmes informatiques. *Assurance Qualité*, VII(27) :9–17. Bucarest, Romania.
- [Mihalache et al., 2002] Mihalache, A., Bacivarov, I., Todoskoff, A., Barreau, M., Guerin, F., et Morel, J.-Y. (2002). Reliability evaluation of a complex mechatronic system : antilock brake system (abs). *Assurance Qualité*, VIII(32). Bucarest, Romania.
- [Mihalache et al., 2006a] Mihalache, A., Guerin, F., Barreau, M., et Todoskoff, A. (2006a). Combination of brm and spn methods for mechatronic systems reliability estimation. In *ALT 2006, International Conference on Degradation, Fatigue and Accelerated Life Models in Reliability Testing*, pages 287–292, Angers.
- [Mihalache et al., 2006b] Mihalache, A., Guerin, F., Barreau, M., et Todoskoff, A. (2006b). Reliability analysis of mechatronic systems using cesored data and petri nets : Application on an antilock brake system. In *IEEE Reliability and Maintainability Symposium, RAMS 2006*, pages 140–145, California, USA. ISBN 1-4244-0008-2.
- [Mihalache et al., 2006c] Mihalache, A., Guerin, F., Barreau, M., et Todoskoff, A. (2006c). Reliability estimation from field data : coupling brm and spn methods. In *REM 2006, Research and Education in Mechatronics*, KTH, Stockholm, Suède.
- [Mihalache et al., 2004a] Mihalache, A., Guerin, F., Barreau, M., Todoskoff, A., et Bacivarov, I. (2004a). Reliability estimation using censored data. In *Proceedings of the 9th International Conference on Quality and Dependability, CCF 2004, Mediarex 21*, pages 115–120, Sinaia, Roumanie. ISBN 973-85626-8-6.
- [Mihalache et al., 2006d] Mihalache, A., Guerin, F., Barreau, M., Todoskoff, A., et Bacivarov, I. (2006d). Reliability building of mechatronic systems. In *Proceedings of the IEEE 10th International Conference on Quality and Dependability, CCF 2006, Mediarex 21*, pages 315–321, Sinaia, Roumanie. ISSN 1842-3566.

- 
- [Mihalache et al., 2004b] Mihalache, A., Guerin, F., Barreau, M., Todoskoff, A., et Dumon, B. (2004b). Reliability assessment of mechatronic systems :operating field data analysis. In *IEEE International Conference on Industrial Technology 2004*, Hammamet, Tunisia.
- [Mihalache et al., 2005] Mihalache, A., Guerin, F., Barreau, M., Todoskoff, A., et Dumon, B. (2005). Reliability estimation of embedded mechatronic systems. In *IEEE The 6 International Workshop on Research and Education in Mechatronics REM 2005*, pages 208–213, Annecy, France. ISBN 2-9516453-6-8.
- [MIL-HDBK-338B, 1998] MIL-HDBK-338B (1998). Military handbook electronic reliability design handbook.
- [Millbank, 1993] Millbank, J. (1993). Mecha-what! *Mechatronics Forum Newsletter*, 6.
- [Molla et al., 2004] Molla, J., Jacobsa, J., Kustersb, R., et Trienekens, J. (2004). Defect detection oriented lifecycle modeling in complex product development. *Information and Software Technology*, 46 :665–675.
- [Molloy, 1982] Molloy, M. K. (1982). Performance analysis using stochastic petri nets. *IEEE Trans. Comp.*, 9 :913–917.
- [Moncelet, 1998] Moncelet, G. (1998). *Application des RdP à l'évaluation de la sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques du monde automobile*. PhD thesis, LAAS, Toulouse.
- [Morel et al., 1992] Morel, J., Sourisse, C., et Merlaude, C. (1992). *La sûreté des machines et installations automatisées*. Sadave-CITEF, Paris.
- [Morel et al., 2002] Morel, J.-Y., Barreau, M., et Todoskoff, A. (2002). Petri nets : a tool adapted to computer system dependability and safety. In *IEEE ESREL*, Lyon.
- [Mortureux, 2001] Mortureux, Y. (2001). La sûreté de fonctionnement : méthodes pour maîtriser les risques. *Techniques de l'Ingénieur*, AG4670 :1–17.
- [Müllerburg, 1999] Müllerburg, M. (1999). Software intensive embedded systems. *Information and Software Technology*, 41 :978–984.
- [Musa et al., 1987] Musa, J., Iannino, A., et Okumoto, K. (1987). *Software Reliability : Measurement, Prediction, Application*. McGraw-Hill, New York and USA.
- [Natkin, 1980] Natkin, S. (1980). *Reseaux de Petri stochastiques*. PhD thesis, CNAM-Paris.
- [Nelson, 1990] Nelson, W. (1990). *Accelerated Testing : Statistical Models, Test Plans and Data Analyses*. John Wiley & Sons.

- 
- [NPRD-3, 1985] NPRD-3 (1985). Nonelectronic parts reliability data.
- [O'Connor, 2002] O'Connor, P. D. T. (2002). *Practical Reliability Engineering Fourth Edition*. Wiley.
- [Ollero et al., 2006] Ollero, A., Boverie, S., Goodall, R., Sasiadek, J., Erbe, H., et Zuehlke, D. (2006). Mechatronics, robotics and components for automation and control : Ifac milestone report. *Annual Reviews in Control*, 30(1) :41–54.
- [Pagès et Gondran, 1980] Pagès, A. et Gondran, M. (1980). *Fiabilité des systèmes*. Eyrolles, Paris.
- [Petri, 1962] Petri, C. A. (1962). *Commnication with Automatas*. PhD thesis, Universitat Bonn.
- [Pham, 2003] Pham, H. (2003). *Reliability Engineering*. Springer-Verlang, New York, USA.
- [Piwonka, 2001] Piwonka, F. (2001). Mechatronic systems engineering - from methodology to education. In *1st Baltic Sea Workshop on Education in Mechatronics : A new Approach to Engineering Education*.
- [Plögert, 1996] Plögert, K. (1996). The tailoring process in the german v-model. *Journal of Systems Architecture*, 42 :601–609.
- [Pohl, 2005] Pohl, M. (2005). A motion seat using pneumatic membran actuators in a hexapod system structur. In *The 6th International Workshop on Research and Education in Mechatronics REM 2005*, pages 183–188, France.
- [Procaccia et al., 1992] Procaccia, H., C., L. P., et Clarotti (1992). *Fiabilité des équipements et théorie de la décision statistique fréquentielle et bayésienne*. Eyrolles.
- [Procaccia et Morilhat, 1996] Procaccia, H. et Morilhat, P. (1996). *Fiabilité des structures des installations industrielles*. Eyrolles, Paris.
- [Putnam et Meyers, 1991] Putnam, L. et Meyers, W. (1991). *Measures For Excellence : Reliable Software On Time, Within Budget*. Prentice Hall PTR.
- [Pyzdek, 2001] Pyzdek, T. (2001). *The Six Sigma handbook. A complete guide for greenbelts, blackbelts, & managers at all levels*. McGraw-Hill.
- [Rieuneau, 1993] Rieuneau, F. (1993). Sûreté de fonctionnement en phase de développement des systèmes embarqués automobiles. In *Integrated Logistics & Concurrent Engineering*, Montpellier.
- [Ringler, 1979] Ringler, J. (1979). Utilisation des techniques bayésienne dans le cas de système complexe. *Statistique Appliquée*, XXVII(2).

- 
- [Robert, 1992] Robert, C. (1992). *L'analyse statistique bayésienne*. Economica.
- [Rook, 1990] Rook, P. (1990). *Software Reliability Handbook*. Springer.
- [Rzevski, 2003] Rzevski, G. (2003). On conceptual design of intelligent mechatronic systems. *Mechatronics*, 13(10) :1029–1044.
- [Saviuc, 2006] Saviuc, V. (2006). La mécatronique intelligente. *Jitec*.
- [Schoenig, 2004] Schoenig, R. (2004). *Définition d'une méthodologie de conception des systèmes mécatroniques sûrs de fonctionnement*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine.
- [Schoenig et al., 2006] Schoenig, R., Aubry, J.-F., Cambois, T., et Hutinet, T. (2006). An aggregation method of markov graphs for the reliability analysis of hybrid systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(2) :137–148.
- [Sell et Tamre, 2005] Sell, R. et Tamre, M. (2005). Integration of v-model and sysml for advanced mechatronics system design. In *The 6th International Workshop on Research and Education in Mechatronics REM 2005*, pages 276–280, France.
- [Shetty et Kolk, 1997] Shetty, D. et Kolk, R. (1997). *Mechatronics System Design*. PWS Publishing Company, USA.
- [Siemers et al., 2005] Siemers, C., Falsett, R., Seyer, R., et Ecker, K. (2005). Reliable event-triggered systems for mechatronic applications. *Journal of Systems and Software*, 77(1) :17–26.
- [Singpurewalla et Song, 1988] Singpurewalla, N. et Song, M. (1988). Reliability analysis using weibull lifetime data and expert opinion. *Reliability, IEEE Transactions on*, 37(3) :340–347.
- [Symons, 1978] Symons, F. J. W. (1978). *Modeling and analysis of communication protocols using numerical Petri nets*. PhD thesis, Univ. of Essex, Great Britain.
- [Terrell, 1990] Terrell, G. (1990). The maximal smoothing principle in density estimation. *American Statistical Association*, 85(410) :470–477.
- [Thesame, 2003] Thesame (2003). La mécatronique à l'épreuve du marché. *Jitec*.
- [Tollenaere, 1998] Tollenaere, M. (1998). *Conception de produits mécaniques*. Hermes, Paris.
- [Usureau, 2001] Usureau, E. (2001). *Application des méthodes bayésiennes pour l'optimisation des coûts de développement des produits nouveaux*. PhD thesis, ISTIA, Université d'Angers.
- [Valette, 2002] Valette, R. (2002). *Moyens de la sûreté de fonctionnement*. LAAS, Toulouse.

- 
- [Vassilious et Mettas, 2001] Vassilious, A. et Mettas, A. (2001). Understanding accelerated lifetesting analysis. In *In IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, Tutorial notes*, USA.
- [Villemeur, 1988] Villemeur, A. (1988). *Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels : fiabilité, facteurs humains, informatisation*. Eyrolles, Paris.
- [Whitman, 2003] Whitman, C. S. (2003). Accelerated life test calculations using the method of maximum likelihood : an improvement over least squares. *Microelectronics Reliability*, 43 :859–864.
- [Yaskawa-Electric, 1969] Yaskawa-Electric, C. (1969). [http ://www.yaskawa.co.jp/en/company/rekisi.htm](http://www.yaskawa.co.jp/en/company/rekisi.htm).
- [Ye et al., 2003] Ye, H., Basaran, C., et Hopkins, D. C. (2003). Mechanical degradation of microelectronics solder joints under current stressing. *International Journal of Solids and Structures*, 40 :7269–7284.
- [Ziegler, 1996] Ziegler, C. (1996). *Sûreté de fonctionnement d’architectures informatiques embarquées sur automobile*. PhD thesis, LAAS, Toulouse.
- [Zwingelstein, 1996] Zwingelstein, G. (1996). *La maintenance basée sur la fiabilité*. Hermes, Paris.

# Résumé

La mécatronique est définie par l'utilisation simultanée et en étroite symbiose de la mécanique, de l'électronique, de l'informatique,... pour concevoir et produire de produits toujours plus innovants.

Cette approche doit s'accompagner aujourd'hui de la garantie de sûreté de fonctionnement (SdF) des systèmes conçus. Or, la fiabilité, élément déterminant de la SdF, est relativement peu maîtrisée dans le développement des systèmes mécatroniques.

Nous avons développé une méthodologie globale permettant de modéliser et d'évaluer la fiabilité prévisionnelle, expérimentale et opérationnelle des systèmes mécatroniques. C'est un outil d'aide à la décision dans les différentes phases des cycles de développement et de vie du système mécatronique, en valorisant l'évaluation quantitative de la fiabilité.

La fiabilité prévisionnelle est calculée à partir du modèle Réseaux de Petri Stochastiques Déterministes (RdPSD) du système mécatronique, qui prend en considération la modélisation fonctionnelle, la modélisation dysfonctionnelle (à l'aide d'une analyse AMDE, AD,...) et les recueils des données pour chaque composant.

Les fiabilités expérimentale et opérationnelle sont déterminées à l'aide de la méthode d'estimation bayésienne BRM qui tient compte des données obtenues lors des essais et issues du REX.

Un exemple d'application sur l'antiblocage des roues (ABS) illustre cette méthodologie globale d'estimation de la fiabilité.

**Mots-clés:** sûreté de fonctionnement, système à événements discrets, fiabilité, estimation, modélisation, statistique bayésienne, mécatronique.

# Abstract

Mechatronics is defined as the integration of mechanical engineering, electronics, computer control,... in the design and manufacture of increasingly innovative products.

This approach must be accompanied today by the guarantee of dependability of the developed systems. However, reliability, one factor key defining the to the dependability, is not sufficiently evaluated in the development of mechatronic systems.

We have developed a complete methodology in order to design and evaluate the reliability of mechatronic systems. Our methodology is a tool for decision-making at different stages of the development and life cycles for mechatronic systems, based on the estimation of their reliability.

The reliability estimation at the stage of the product conception is done from the Stochastic and Déterministes Petri nets model of mechatronic systems which takes into account the functional modeling, the dysfunctional modeling (with the Failure Mode and Effects Analysis (FMEA) and the Fault Tree Analysis (FTA),...) and different reliability data bases for each component.

The experimental and the operational reliability are determined using the Bayesian estimation method BRM, which takes into account the data, obtained during the tests and from the experience feedback.

A sample application on the Anti-lock Brake System (ABS) illustrates this methodology for reliability estimation.

**Keywords:** dependability, discrete event system, reliability, estimation, modeling, Bayesian statistics, mechatronics.