## Soutenance de Thèse de Doctorat 14 Février 2004

# Identification des lois de comportement élastoplastiques par essais inhomogènes et simulations numériques

# Ali KHALFALLAH

Directeur de Thèse: A.Dogui Co-Encadrement : H. Bel Hadj Salah Laboratoire de Génie Mécanique

École Nationale d'Ingénieurs de Monastir Faculté des Sciences de Tunis

# Plan de l'exposé

- Objectif
- Position du problème

#### Modèles de comportement considérés

- **Modèle isotrope transverse**
- Modèle quadratique orthotrope de Hill
- Modèle non quadratique de Barlat

#### Algorithme d'identification des modèles

- Méthode numérique de calcul direct (MEF)
- Procédure d'optimisation
- Base de données expérimentales

#### Stratégies d'identification des modèles

(Résultats numériques)

#### Analyse de sensibilité

- Méthode de calcul
- Indicateur de sensibilité

#### Conclusions & perspectives



- Établir une stratégie d'identification des paramètres des lois de comportement élastoplastiques de tôles destinées à l'emboutissage à partir :
  - <u>d'essais expérimentaux ( non homogènes)</u>
  - <u>a méthode numérique d'identification (Expérience-Calcul).</u>
- Une analyse de sensibilité permettant :
  - <u>d'étudier l'influence de la fluctuation des paramètres</u>
     <u>sur la réponse simulée</u>
  - <u>de choisir l'essai dont la réponse est la plus sensible</u>
     <u>par rapport aux paramètres identifiés.</u>

# Position du problème

Identification des paramètres de lois comportement élastoplastiques à partir des essais expérimentaux réalisés au laboratoire.



#### **Traction Plane est un essai inhomogène** [Gaaloul,93; Genevois,92]



Les contours d'isovaleurs du champs de contraintes(b) et déformations(a) (*Nos simulations*)

# Modèles de comportement

## Modèles de comportement considérés

#### Lois de comportement élastoplastiques en HPP

 $\mathcal{E} = \mathcal{E}^{P}$ Décomposition de la déformation $f(\sigma, \alpha) = \overline{\sigma}(\sigma) - \sigma_s(\alpha) \le 0$ Fonction de charge (seuil) $\overline{\sigma}(\sigma)$ Contrain $\overline{\sigma}(\sigma)$ équivalente $\overline{\sigma}(\alpha)$ Fonctiond'écrouissage

 $\sigma = A(\mathcal{E} - \mathcal{E}^p)$ 

#### Loi élastique

 $\dot{\varepsilon}_{=}^{p} = \dot{\alpha} \frac{\partial g(\sigma, \alpha)}{\partial \sigma}$ 

$$\dot{\alpha} \ge 0, \quad \dot{\alpha}f = 0, \quad \dot{\alpha}\dot{f} = 0$$

Loi d'évolution plastique g : fonction potentiel plastique

Variable interne d'écrouissage

#### (État de contraintes planes)

# Modèle isotrope transverse de Hill Critère de Plasticité

$$\overline{\sigma}^{2} = \frac{r}{1+r} (\sigma_{11} - \sigma_{22})^{2} + \frac{1}{1+r} (\sigma_{11}^{2} + \sigma_{22}^{2}) + 2\frac{1+2r}{1+r} \sigma_{12}^{2} \quad \text{et} \quad r = \frac{\dot{\mathcal{E}}_{22}^{p}}{\dot{\mathcal{E}}_{33}^{p}}$$

Modèle quadratique orthotrope de Hill

**Q** Critère de Plasticité

$$\overline{\sigma}^2 = (G+H)\sigma_{11}^2 - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + (F+H)\sigma_{22}^2 + 2N\sigma_{12}^2$$

Modèle non quadratique de Barlat Yld96

Critère de Plasticité

$$2\overline{\sigma}^{m} = \alpha_{1}|s_{2}-s_{3}|^{m} + \alpha_{2}|s_{3}-s_{1}|^{m} + \alpha_{3}|s_{1}-s_{2}|^{m}$$



s : tenseur de contraintes modifié par l'opérateur linéaire [L] pour **un état de contraintes planes** 

Les coefficients d'anisotropie sont:  $\alpha_i(i=1..3)$   $c_1, c_2, c_3 \text{ et } c_6$ m : coefficient de forme du critère

$$\begin{array}{c} \alpha_i = 1 \\ c_1 = c_2, c_3 \text{ et } c_6 \end{array}$$

# Algorithme d'identification



### Méthode de calcul direct(MEF) (H. BEL HADJ SALAH)

div 
$$\sigma = 0$$
 sur  $\Omega$   
 $\sigma.\vec{n} = 0$  sur  $\Gamma_f$   
 $\vec{u} = \vec{U}^d$  sur  $\Gamma_u$   
 $\vec{U}^d(t) = \vec{U}(t).\vec{d}$   
 $\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)$ 



$$f(\sigma,\alpha) \leq 0$$
$$\dot{\varepsilon}_{=}^{p} = \dot{\alpha} \frac{\partial f(\sigma,\alpha)}{\partial \sigma}$$

Loi de

comportement

#### Solution du problème (H. BEL HADJ SALAH)

$$\vec{u}(x,t) = \vec{U}\vec{\chi}(x) + \vec{w}(x,t)$$
 | s et

 $\boldsymbol{\sigma} = Us(x) + \boldsymbol{\sigma}_r(x,t)$ 

Champs de contraintes  
et déplacements:  
$$\vec{\chi}$$
 Solution du  
problème élastique  
 $\overline{U} = 1, \varepsilon^p = 0$ 

 $\sigma_r(x,t); \ \vec{w}(x,t); \ Champs de contraintes$ et déplacement:Solutiondu problème élastique $<math>\overline{U}=0; \mathcal{E}^p$  donnée

Discrétisation par MEFFormulation appropriée

$$d\sigma^{a} = dU\sigma^{e} + \sum_{b} S^{ab} d\varepsilon^{pb}$$

 $S^{ab}$  : dépend seulement de la géométrie de la structure

et de ses propriétés élastiques

## La réponse calculée : Courbe (force, déplacement)

**PPV** 
$$\Longrightarrow$$
  $F = \frac{1}{\overline{U}} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \, d\Omega$ 

**F** : module de la réaction suivant la direction  $\vec{d}$  correspondant au déplacement imposé U<sup>d</sup>

## Procédure d'optimisation (Méthode du simplexe)

#### Propriétés principales

- Méthode d'optimisation directe (pas de gradient à calculer).
- Convergence vers le minimum global.
- Le simplexe est bien adapté pour l'optimisation des structures où le nombre de paramètres n'est pas élevé.
- Méthode relativement lente

## **Base de données expérimentales**

#### **Trois tôles anisotropes**

Tôle 1 : D280 acier à haute limite élastique Tôle 2 : IF acier sans interstitiels Tôle 3 : ES acier extra doux

Des essais de traction Hors-axes :

$$\sigma_{arphi}(\mathcal{E}_{arphi})$$

Les coefficients de Lankford

$$r_{\psi} = \frac{\dot{\mathcal{E}}_{22}(\psi)}{\dot{\mathcal{E}}_{33}(\psi)}$$

Essais de traction plane : Courbe (effort de traction,  $\Delta e$ )

#### Eprouvette de traction plane



# Stratégies d'identification

#### Stratégies d'identification des modèles de comportement

**On dispose des essais expérimentaux** 

TS  $\mapsto (\sigma_{\psi}, \varepsilon_{\psi})$  et  $r_{\psi}$ TP  $\mapsto (F, \Delta e)$ 

Identification à partir des coefficients d'anisotropie expérimentaux
 Identification à partir des courbes d'écrouissage (F,u)

- Identification de la fonction d'écrouissage  $\sigma_s(\alpha)$
- Identification des coefficients du critère de plasticité
- Identification des coefficients de la fonction potentiel plastique

# Fonction d'écrouissage $\sigma_s(\alpha) = K(\varepsilon_0 + \alpha)^n$

	Coef. de Swift			
Tôle	<i>K</i> [MPa]	$\mathcal{E}_0$	п	
Tôle 1	643	0,01	0,19	
Tôle 2	580	0,004	0,26	
Tôle 3	557	0,007	0,23	



Identification des coefficients de la fonction d 'écrouissage de Swift Identification des courbes d'écrouissage pour les tôles 1,2 & 3

#### **G** Modèle isotrope transverse de Hill (plasticité associée)

- Identification d'une fonction d'écrouissage:  $\sigma_{s}(\alpha)$ 

- Identification du coefficient d'anisotropie: r

Identification homogène

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{(1+2r)}}{1+r} \sigma_{TP}$$

Essai de traction plane homogène

$$\varepsilon_c = \frac{1+r}{\sqrt{(1+2r)}} \varepsilon_{TP}$$

#### Identification inhomogène

= Minimiser l'erreur entre la courbe de <u>TP simulée (MEF)</u>

et la <u>courbe expérimentale (F/S0,∆e/e0)</u>

$$E(p) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left( \frac{F_i^{cal}(p) - F_i^{exp}}{F_i^{exp}} \right)^2}$$



#### **G** Modèle isotrope transverse de Hill (plasticité non associée)

- Identification d'une fonction d'écrouissage:  $\sigma_{s}(\alpha)$
- Identification du coefficient d'anisotropie r du critère plastique
- Identification du coefficient d'anisotropie r' du potentiel plastique  $r' = r_{exp}$

• Identification homogène

Essai de traction plane homogène

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{(1+2r)}}{1+r} \sigma_{TP}$$
$$\varepsilon_c = \frac{1+r'}{\sqrt{(1+2r')}} \varepsilon_{TP}$$

- Identification inhomogène
  - Essai de traction plane inhomogène
- = Minimiser l'erreur entre la courbe de <u>TP simulée (MEF)</u>
  - et la <u>courbe expérimentale (F/S0,∆e/e0)</u>

### **Modèle isotrope transverse de Hill (plasticité non associée)**

#### **Résultats obtenus**

Tôles	r_inhomog	r'	r_homog	r'
Tôle 1	1.21	1.09	0.93	1.09
Tôle 2	1.71	2.15	1.25	2.15
Tôle 3	1.19	1.81	1.05	1.81

Identification inhomogène

Identification homogène



Ce modèle permet de décrire l'anisotropie de la loi d'évolution plastique et l'anisotropie du critère de plasticité

#### Validation du modèle isotrope transverse non associé par l'essai EB





La validation du modèle ITNA ne donne pas de bons résultats

#### **G** Identification du modèle quadratique ortho. de Hill (plasticité associée)

- Identification d'une fonction d'écrouissage:  $\sigma_s(\alpha)$
- Identification des coefficients d'anisotropie (F,G,H et N)



(Comment ?)

## Stratégies d'identification du modèle de Hill associé

 $r(\psi) = \frac{1 - 2a_3 - 2a_1\sin^2(2\psi)}{1 + 2a_3 + 4a_2\sin^2(\psi)}$ 

Essais de traction Hors axes

$$\sigma_{\psi} = \frac{\sigma_s}{a(\psi)}$$
$$\varepsilon_{\psi} = \alpha . a(\psi)$$

$$a(\psi)=\sqrt{1+2a_2\sin^2(\psi)-a_1\sin^2(2\psi)}$$

• Identifier

a1,a2, a3 à partir des coefficients de Lankford expérimentaux

- Identifier
- \* a<sub>1</sub>,a<sub>2</sub> à partir des courbes d'écrouissage en traction Hors-axes
- \* a<sub>3</sub> à partir des coefficients de Lankford expérimentaux

#### • Identifier

\* a<sub>1</sub>,a<sub>2</sub> à partir des courbes d'écrouissage en traction Hors-axes

\* a<sub>3</sub> d'un autre essai (courbe d'écrouissage en TP)

#### Identification homogène

$$E(a_{1}, a_{2}) = \sum_{\psi} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i}^{N} \left(\frac{\sigma_{i\psi}^{cal}(a_{1}, a_{2}) - \sigma_{i\psi}^{exp}}{\sigma_{i\psi}^{exp}}\right)^{2}} \qquad a_{1} \text{ et } a_{2}$$
$$\sigma_{c} = \sqrt{1 - \frac{(1 - 2a_{3})^{2}}{4(1 + 2a_{2})}} \sigma_{TP}$$
$$\varepsilon_{c} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(1 - 2a_{3})^{2}}{4(1 + 2a_{2})}}} \varepsilon_{TP}$$

• Identification inhomogène

$$E(a_3) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{F_i^{cal}(a_3) - F_i^{exp}}{F_i^{exp}}\right)^2}$$

#### **Résultats Obtenus**







Tôles	$Er_{Homogne}$	$Er_{Inverse}$		
Tôle 1	0.16	0.11		
Tôle 2	0.38	0.24		
Tôle 3	0.40	0.27		



L'identification inhomogène prévoit mieux les coefficients d'anisotropie

#### Identification du modèle quadratique orthotrope de Hill non associé

- Identification d'une fonction d'écrouissage:  $\sigma_{s}(\alpha)$
- Identification des coefficients d'anisotropie du critère (a<sub>1</sub>,a<sub>2</sub> & a<sub>3</sub>)
- Identifier des coefficients d'anisotropie du potentiel plastique (a'<sub>1</sub>, a'<sub>2</sub> & a'<sub>3</sub>)

#### **Comment** ?

- Stratégies d'identification du modèle de Hill non associé
- Identification des coefficients d'anisotropie du critère
- \* a<sub>1</sub>,a<sub>2</sub> à partir des courbes d 'écrouissage en traction Hors-axes
  \* a<sub>3</sub> d 'un autre essai (courbe d 'écrouissage en TP)

- Identification des coefficients d'anisotropie du potentiel
- \* a'<sub>1</sub>,a'<sub>2</sub> a'<sub>3</sub> à partir des coefficients d'anisotropie expérimentaux r'( $\psi$ )





 3
 2.5

 2
 0

 2
 0

 1
 0.5

 0
 15

 30
 45 ψ(deg) 60

Evolution des coefficients expérimentaux et ceux identifiés de Lankford en fonction de l'angle  $\Psi$ 

Une fonction « potentiel plastique » de **forme quadratique** est suffisante pour d'écrire l'évolution des déformations plastiques pour les 3 tôles

• Identification homogène  

$$\sigma_{\psi} = \frac{1}{a(\psi)} K \left( \varepsilon_{0} + \frac{\varepsilon_{\psi}}{a'(\psi)} \right)^{n}$$

$$\sigma_{c} = \sqrt{1 - \frac{(1 - 2a_{3})^{2}}{4(1 + 2a_{2})}} \sigma_{TP}$$

$$\varepsilon_{c} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(1 - 2a'_{3})^{2}}{4(1 + 2a'_{2})}}} \varepsilon_{TP}$$
a  
• Identification inhomogène  

$$E(a_{3}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left( \frac{F_{i}^{cal}(a_{3}) - F_{i}^{exp}}{F_{i}^{exp}} \right)^{2}}$$

### **Résultats Obtenus**



#### Modèle non quadratique de Barlat Yld'96 (Etat de contraintes planes)

- Identification d'une fonction d'écrouissage:  $\sigma_s(\alpha) \leftarrow TS_{00}$
- Identification des coefficients  $C_1, C_2, C_3, C_6$  et m

A partir des courbes d'écrouissage en traction plane

Tôles	<b>c</b> <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>6</sub>	m	r	<b>r</b> <sub>exp</sub>
Tôle 2	0.798	0.798	1.189	1.058	8	2.14	2.15
Tôle 3	0.837	0.837	1.153	1.048	8	1.85	1.81

## **Résultats obtenus**



Ce modèle tient compte de l'anisotropie la loi d'évolution des déformations plastiques.



# Analyse de sensibilité

## Analyse de sensibilité

#### **O** Analyse de sensibilité paramétrique

Analyser la sensibilité de la réponse du modèle par rapport aux paramètres :

Calcul de la variation de F par rapport aux paramètres

$$\frac{\partial F}{\partial r} = \frac{1}{\vec{U}} \int_{\Omega} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial r} : \dot{\varepsilon} + \sigma : \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{p}}{\partial r} \right) d\Omega$$

$$\int_{\Omega} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial r} : \dot{\varepsilon} + \sigma : \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{p}}{\partial r} \right) d\Omega$$

$$\int_{\Omega} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial r} : \dot{\varepsilon} - \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{p}}{\partial r} \right)$$

#### Méthode de Calcul

$$d\sigma^{a} = d\overline{U}\sigma^{e} + \sum_{b} S^{ab} d\mathcal{E}^{pb} \implies \left| \frac{\partial(d\sigma)}{\partial r} \right| = \sum_{b} S^{ab} : \frac{\partial(d\mathcal{E}^{pb})}{\partial r}$$
$$d\mathcal{E}^{p} = d\alpha \frac{\partial f}{\partial \sigma} \implies \left| \frac{\partial(d\mathcal{E}^{p})}{\partial r} \right| = \frac{\partial}{\partial r} (d\alpha) \frac{\partial f}{\partial \sigma} + d\alpha \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(d\alpha) = \left[A:\left(\frac{\partial\sigma}{\partial r} + \frac{\partial(d\sigma)}{\partial r}\right)b - \frac{\partial\alpha}{\partial r}\right]$$

Système d'équations linéaires à résoudre:

$$\sum_{b} M_{ab} \frac{\partial}{\partial r} (d\sigma^{a}) = N_{a}$$
$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial r}\right)_{1} = \left(\frac{\partial\sigma}{\partial r}\right)_{0} + \frac{\partial(d\sigma)}{\partial r} \quad \text{Calcul incrémental}$$

#### Sensibilité de la réponse en TP (Homo& Inhomo.) / « r »



#### Sensibilité de la réponse en TP (Homo.& Inhomo) « r\vee »



#### **2** Analyse de sensibilité des essais/paramètres

#### **Indicateur de Sensibilité**

Pour exprimer la capacité d'un essai pour mieux identifier les coefficients d'anisotropie d'un matériau par rapport à un autre essai

$$\mathbf{S} = \sum \left(\frac{dF}{dr}\right)^2 / \sum \left(\frac{F}{r}\right)^2 \quad \text{Indicateur de sensibilité}$$

Traction planeExpansion EquibiaxialeCisaillement Simple

#### Sensibilité des essais (TP,EB,CS) / au coef. d'anisotropie « r »



# Conclusions & perspectives

- Définition et mise en œuvre des stratégies d'identification des lois de comportement des tôles anisotropes à partir d'essais inhomogènes.
  - Une meilleure prédiction des coefficients d'anisotropie
  - Une utilisation des essais expérimentaux sans hypothèses supplémentaires
- Une méthode quasi-analytique de calcul de sensibilité est présentée:
   analyse de sensibilité paramétrique des différents essais aux différents paramètres de la loi de comportement
- Développer ces stratégies d'identification pour des modèles de Comportement formulés en grandes transformations
- Rendre plus systématique la stratégie d'identification et l'étendre à l'optimisation des procédés de mise en forme.

