Soutenance de Thèse de Doctorat 14 Février 2004

Identification des lois de comportement élastoplastiques par essais inhomogènes et simulations numériques

Ali KHALFALLAH

Directeur de Thèse: A.Dogui

Co-Encadrement: H. Bel Hadj Salah

Laboratoire de Génie Mécanique

École Nationale d'Ingénieurs de Monastir Faculté des Sciences de Tunis



Plan de l'exposé

- Objectif
- Position du problème
- Modèles de comportement considérés
 - Modèle isotrope transverse
 - Modèle quadratique orthotrope de Hill
 - Modèle non quadratique de Barlat
- Algorithme d'identification des modèles
 - Méthode numérique de calcul direct (MEF)
 - Procédure d'optimisation
 - **Base de données expérimentales**
- Stratégies d'identification des modèles

(Résultats numériques)

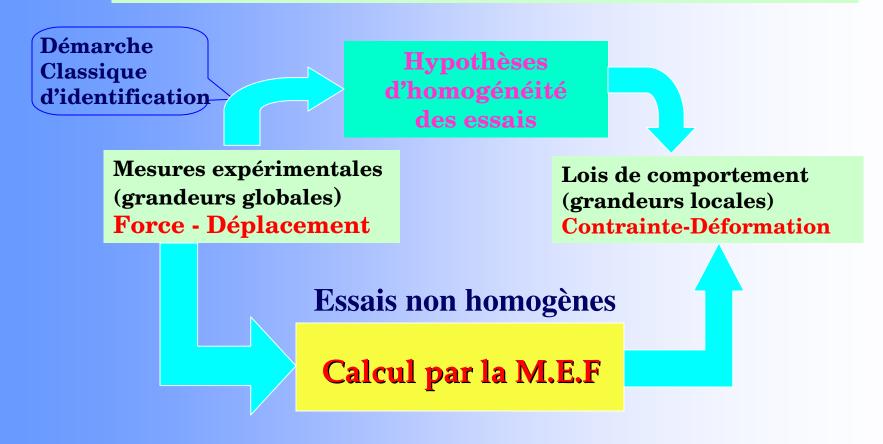
- Analyse de sensibilité
 - Méthode de calcul
 - Indicateur de sensibilité
- Conclusions & perspectives

Objectif

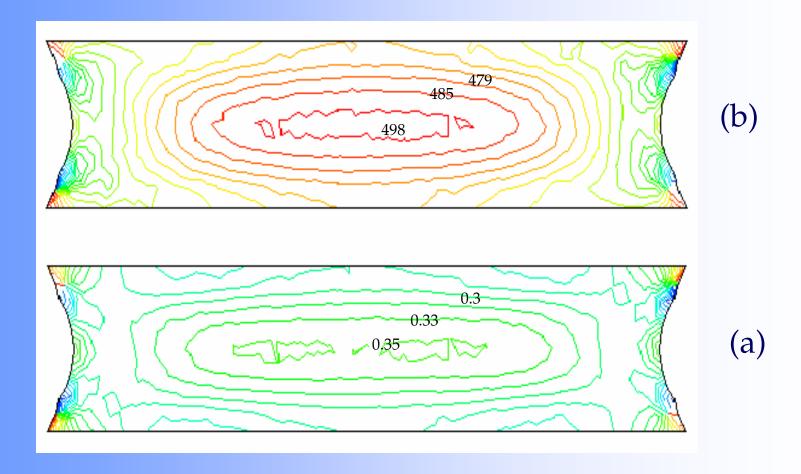
- Établir une stratégie d'identification des paramètres des lois de comportement élastoplastiques de tôles destinées à l'emboutissage à partir :
 - <u>d'essais expérimentaux (non homogènes)</u>
 - <u>méthode numérique d'identification (Expérience-Calcul).</u>
- Une analyse de sensibilité permettant :
 - <u>d'étudier l'influence de la fluctuation des paramètres</u> <u>sur la réponse simulée</u>
 - <u>de choisir l'essai dont la réponse est la plus sensible</u>
 <u>par rapport aux paramètres identifiés.</u>

Position du problème

Identification des paramètres de lois comportement élastoplastiques à partir des essais expérimentaux réalisés au laboratoire.



Traction Plane est un essai inhomogène [Gaaloul,93; Genevois,92]



Les contours d'isovaleurs du champs de contraintes(b) et déformations(a) (Nos simulations)

Modèles de comportement

Modèles de comportement considérés

Lois de comportement élastoplastiques en HPP

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^e + \mathcal{E}^p$$

$$f(\sigma,\alpha) = \overline{\sigma}(\sigma) - \sigma_s(\alpha) \le 0$$

 $\rightarrow \overline{\sigma}(\sigma)$ Contrainte équivalente

$$\rightarrow \sigma_s(\alpha)$$
 Fonction d'écrouissage

$$\sigma = A(\varepsilon - \varepsilon^p)$$

$$\dot{\varepsilon}^{p} = \dot{\alpha} \frac{\partial g(\sigma, \alpha)}{\partial \sigma}$$

$$\dot{\alpha} \ge 0$$
, $\dot{\alpha}f = 0$, $\dot{\alpha}\dot{f} = 0$

Loi élastique

Loi d'évolution plastique g : fonction potentiel plastique

Décomposition de la déformation

Fonction de charge (seuil)

Variable interne d'écrouissage

(État de contraintes planes)

- Modèle isotrope transverse de Hill
- Critère de Plasticité

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{r}{1+r} (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \frac{1}{1+r} (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2) + 2\frac{1+2r}{1+r} \sigma_{12}^2 \qquad \text{et} \qquad r = \frac{\dot{\mathcal{E}}_{22}^p}{\dot{\mathcal{E}}_{33}^p}$$

- Modèle quadratique orthotrope de Hill
- Critère de Plasticité

$$\overline{\sigma}^2 = (G+H)\sigma_{11}^2 - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + (F+H)\sigma_{22}^2 + 2N\sigma_{12}^2$$

- Modèle non quadratique de Barlat Yld96
- Critère de Plasticité

$$2\overline{\sigma}^{m} = \alpha_{1}|s_{2} - s_{3}|^{m} + \alpha_{2}|s_{3} - s_{1}|^{m} + \alpha_{3}|s_{1} - s_{2}|^{m}$$

S_i(i=1,2,3): les valeurs propres de
$$[s] = [L] \sigma^D$$

$$[s] = \begin{bmatrix} c_3(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + c_2\sigma_{11} & c_6\sigma_{12} & 0\\ 3 & c_6\sigma_{12} & \frac{c_1\sigma_{22} - c_3(\sigma_{11} - \sigma_{22})}{3} & 0\\ 0 & 0 & -s_{xx} - s_{yy} \end{bmatrix}$$

s : tenseur de contraintes modifié par l'opérateur linéaire [L] pour un état de contraintes planes

Les coefficients d'anisotropie sont:

$$\alpha_{i}(i=1..3)$$

$$c_{1}, c_{2}, c_{3} \text{ et } c_{6}$$

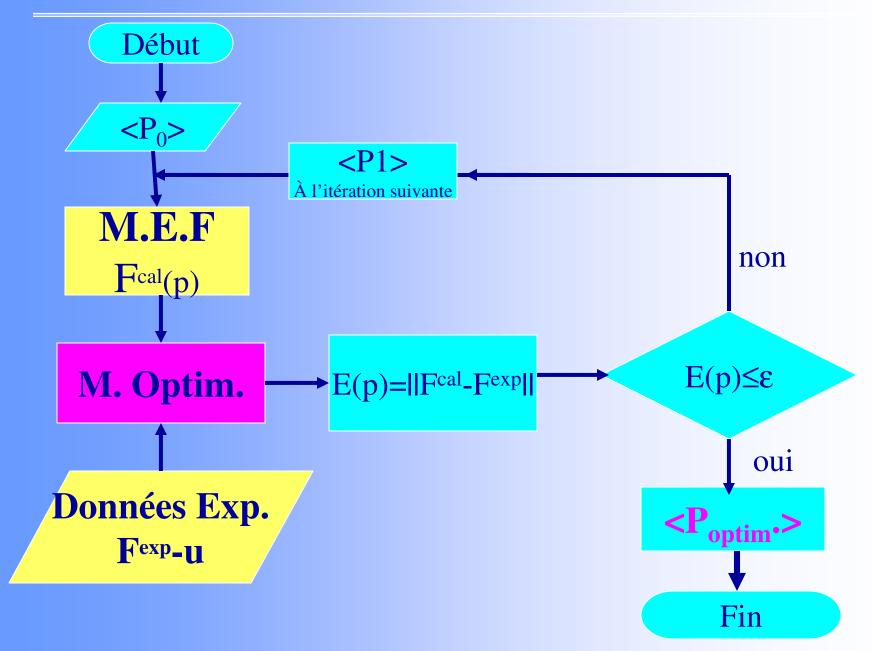
$$\alpha_{i}=1$$

$$c_{1}=c_{2}, c_{3} \text{ et } c_{6}$$

m : coefficient de forme du critère

Algorithme d'identification

Algorithme d'identification des modèles



Méthode de calcul direct(MEF) (H. BEL HADJ SALAH)

$$\operatorname{div} \, \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \operatorname{sur} \, \Omega$$

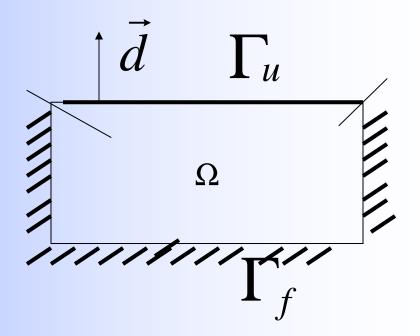
$$\sigma \cdot \vec{n} = 0$$
 sur Γ_f

$$\vec{u} = \vec{U}^d$$
 sur $\Gamma_{\rm u}$

$$\vec{U}^{d}(t) = \overline{U}(t).\vec{d}$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T)$$

Calcul direct



$$f(\sigma,\alpha) \leq 0$$

$$\dot{\varepsilon}^{p} = \dot{\alpha} \frac{\partial f(\sigma,\alpha)}{\partial \sigma}$$

Loi de comportement

Solution du problème (H. BEL HADJ SALAH)

$$\overrightarrow{u}(x,t) = \overrightarrow{U}\chi(x) + \overrightarrow{w}(x,t) \qquad \text{et déplacements:}$$

$$\sigma = \overline{U}s(x) + \sigma_r(x,t)$$

Champs de contraintes

problème élastique

$$\overline{U} = 1, \varepsilon^p = 0$$

champs de cont et déplacement: $\sigma_r(x,t)$; $\vec{w}(x,t)$; Solution

Champs de contraintes

du problème élastique

 \overline{U} =0; ε^{p} donnée

- Discrétisation par MEF
- Formulation appropriée

$$d\sigma^a = dU\sigma^e + \sum_b S^{ab} d\varepsilon^{pb}$$

: dépend seulement de la géométrie de la structure et de ses propriétés élastiques

La réponse calculée : Courbe (force, déplacement)

$$\mathbf{PPV} \Longrightarrow F = \frac{1}{\overline{\dot{U}}} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \, d\Omega$$

F: module de la réaction suivant la direction d correspondant au déplacement imposé U^d

Procédure d'optimisation (Méthode du simplexe)

Propriétés principales

- Méthode d'optimisation directe (pas de gradient à calculer).
- Convergence vers le minimum global.
- Le simplexe est bien adapté pour l'optimisation des structures où le nombre de paramètres n'est pas élevé.
- Méthode relativement lente

Base de données expérimentales

Trois tôles anisotropes

Tôle 1 : D280 acier à haute limite élastique

Tôle 2: IF acier sans interstitiels

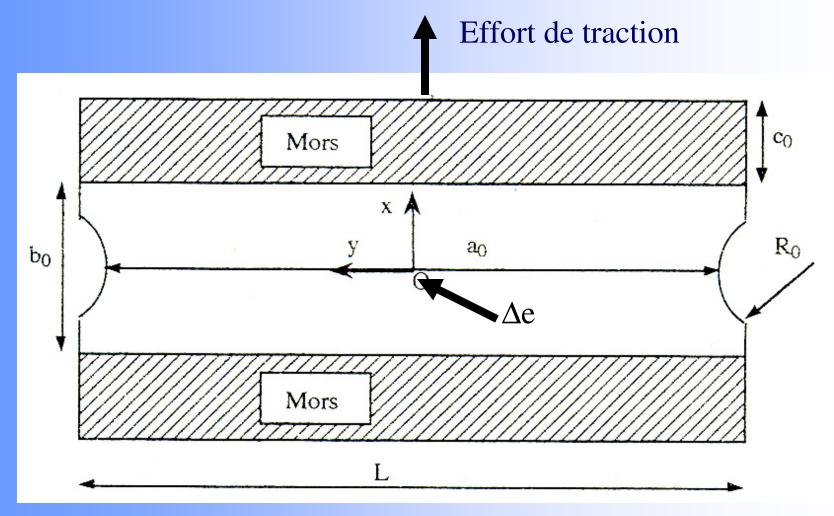
Tôle 3: ES acier extra doux

Des essais de traction Hors-axes : $\sigma_{\psi}(\mathcal{E}_{\psi})$

Les coefficients de Lankford $r_{\psi} = \frac{\mathcal{E}_{22}(\psi)}{\dot{\mathcal{E}}_{33}(\psi)}$

Essais de traction plane : Courbe (effort de traction, Δe)

Eprouvette de traction plane



L=295 mm; b₀=50 mm a₀=285 mm; c₀=30 mm

 $R_0 = 25 \text{ mm}$

Stratégies d'identification

Stratégies d'identification des modèles de comportement

On dispose des essais expérimentaux

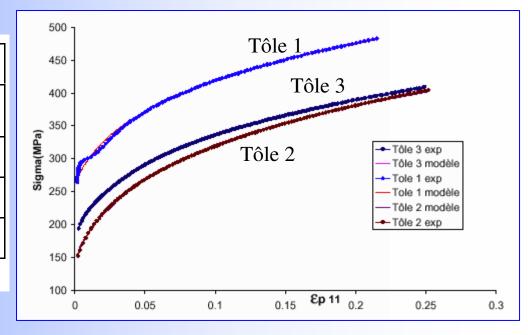
TS
$$\mapsto (\sigma_{\psi}, \varepsilon_{\psi})$$
 et r_{ψ}
TP $\mapsto (F, \Delta e)$

- ► Identification à partir des coefficients d'anisotropie expérimentaux
- ► Identification à partir des courbes d'écrouissage (F,u)

- Identification de la fonction d'écrouissage $\sigma_s(\alpha)$
- Identification des coefficients du critère de plasticité
- Identification des coefficients de la fonction potentiel plastique

Fonction d'écrouissage $\sigma_s(\alpha) = K(\epsilon_0 + \alpha)^n$

	Coef. de Swift			
Tôle	K[MPa]	\mathcal{E}_0	n	
Tôle 1	643	0,01	0,19	
Tôle 2	580	0,004	0,26	
Tôle 3	557	0,007	0,23	



Identification des coefficients de la fonction d'écrouissage de Swift

Identification des courbes d'écrouissage pour les tôles 1,2 & 3

Modèle isotrope transverse de Hill (plasticité associée)

- Identification d'une fonction d'écrouissage: σ_s (α)
- Identification du coefficient d'anisotropie: r

• Identification homogène

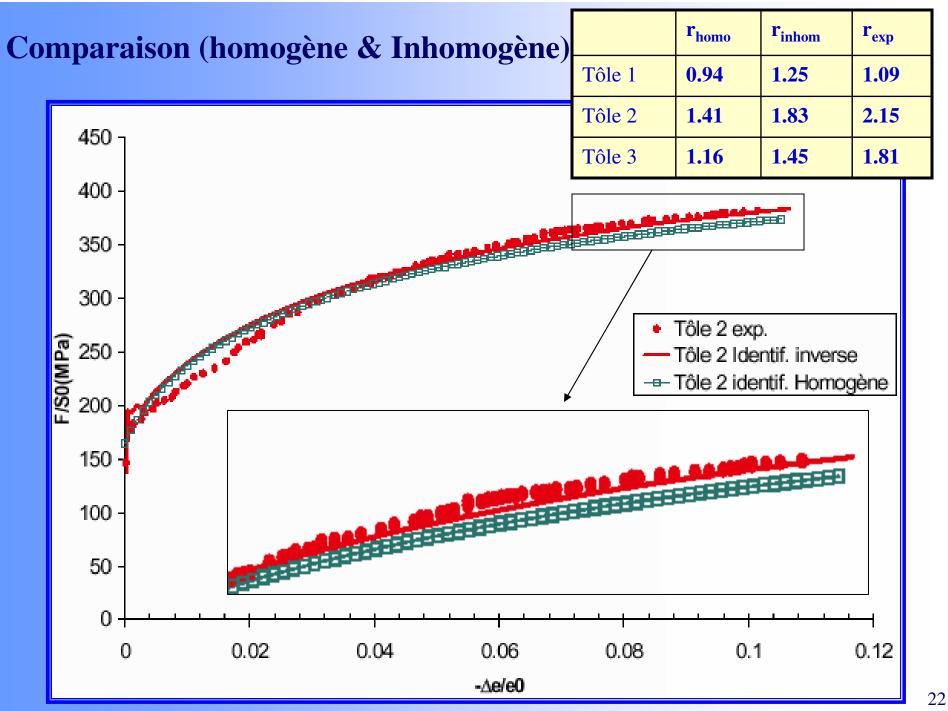
Essai de traction plane homogène

$$\sigma_c = rac{\sqrt{(1+2r)}}{1+r} \sigma_{TP}$$

$$arepsilon_c = rac{1+r}{\sqrt{(1+2r)}} arepsilon_{TP}$$

- Identification inhomogène
 - = Minimiser l'erreur entre la courbe de <u>TP simulée (MEF)</u> et la <u>courbe expérimentale (F/S0, Δ e/e0)</u>

$$E(p) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{F_i^{cal}(p) - F_i^{exp}}{F_i^{exp}} \right)^2}$$



Modèle isotrope transverse de Hill (plasticité non associée)

- Identification d'une fonction d'écrouissage: σ_s (α)
- Identification du coefficient d'anisotropie r du critère plastique
- Identification du coefficient d'anisotropie r' du potentiel plastique $r' = r_{exp}$

 Identification homogène
 Essai de traction plane homogène

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{(1+2r)}}{1+r} \sigma_{TP}$$

$$\varepsilon_c = \frac{1+r'}{\sqrt{(1+2r')}} \varepsilon_{TP}$$

• Identification inhomogène

Essai de traction plane inhomogène

= Minimiser l'erreur entre la courbe de <u>TP simulée (MEF)</u>
 et la <u>courbe expérimentale (F/S0,Δe/e0)</u>

Modèle isotrope transverse de Hill (plasticité non associée)

Résultats obtenus

Tôles	r_inhomog	r'	r_homog	r'
Tôle 1	1.21	1.09	0.93	1.09
Tôle 2	1.71	2.15	1.25	2.15
Tôle 3	1.19	1.81	1.05	1.81

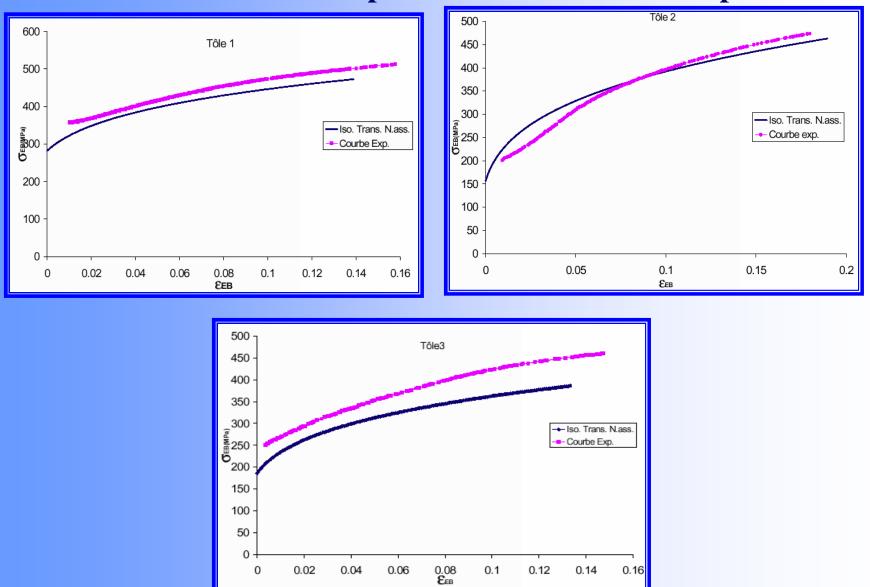
Identification inhomogène

Identification homogène



Ce modèle permet de décrire l'anisotropie de la loi d'évolution plastique et l'anisotropie du critère de plasticité

Validation du modèle isotrope transverse non associé par l'essai EB



La validation du modèle ITNA ne donne pas de bons résultats

Identification du modèle quadratique ortho. de Hill (plasticité associée)

- Identification d'une fonction d'écrouissage: σ_s (α)
- Identification des coefficients d'anisotropie (F,G,H et N)

$$\overline{\sigma} = \sigma_{11} \mapsto (G+H=1)$$

trois coefficients indépendants
 (a_1, a_2, a_3) à identifier

$$\begin{cases} a_1 = \frac{F + G + 4H - 2N}{4(G+H)} \\ a_2 = \frac{F - G}{2(G+H)} \\ a_3 = \frac{G - H}{2(G+H)} \end{cases}$$

(Comment?)

Stratégies d'identification du modèle de Hill associé

$$\sigma_{\psi} = rac{\sigma_s}{a(\psi)}$$
 $arepsilon_{\psi} = lpha.a(\psi)$

Essais de traction Hors axes
$$\sigma_{\psi} = \frac{\sigma_s}{a(\psi)}$$

$$\varepsilon_{\psi} = \alpha.a(\psi)$$

$$r(\psi) = \frac{1 - 2a_3 - 2a_1\sin^2(2\psi)}{1 + 2a_3 + 4a_2\sin^2(\psi)}$$

$$a(\psi)=\sqrt{1+2a_2\sin^2(\psi)-a_1\sin^2(2\psi)}$$

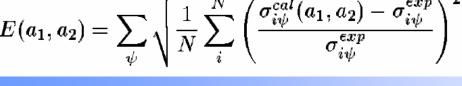
Identifier

a1,a2, a3 à partir des coefficients de Lankford expérimentaux

- Identifier
- * a₁,a₂ à partir des courbes d'écrouissage en traction Hors-axes
- * a₃ à partir des coefficients de Lankford expérimentaux
- Identifier
- * a₁,a₂ à partir des courbes d'écrouissage en traction Hors-axes
- d'un autre essai (courbe d'écrouissage en TP) $* \mathbf{a}_3$

Identification homogène

$$E(a_1, a_2) = \sum_{\psi} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i}^{N} \left(\frac{\sigma_{i\psi}^{cal}(a_1, a_2) - \sigma_{i\psi}^{exp}}{\sigma_{i\psi}^{exp}} \right)^2}$$



$$arepsilon_c = rac{1}{\sqrt{1-rac{(1-2a_3)^2}{4(1+2a_2)}}}arepsilon_{TP}$$

 $\sigma_c = \sqrt{1 - rac{(1-2a_3)^2}{4(1+2a_2)}} \sigma_{TP}$

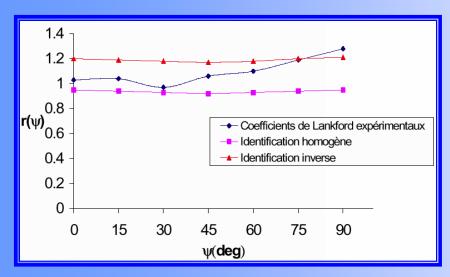


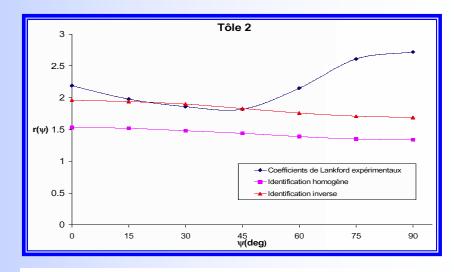
Identification inhomogène

$$E(a_3) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{F_i^{cal}(a_3) - F_i^{exp}}{F_i^{exp}} \right)^2}$$



Résultats Obtenus





2.5			Tôle	3			
2 -				/			
1.5 - r(ψ)							
1 -		•					
0.5 -			-	- Coefficier - Identifica - Identifica	tion homo	-	nentaux
0 -				Idontinoa	1	<u> </u>	
C	15	30	45	60	75	90	
ψ(deg)							

Tôles	$Er_{Homogne}$	$Er_{Inverse}$
Tôle 1	0.16	0.11
Tôle 2	0.38	0.24
Tôle 3	0.40	0.27

$$E_r = rac{\sqrt{\displaystyle\sum_{\psi}(r_{\psi}^{cal}-r_{\psi}^{exp})^2}}{\sqrt{\displaystyle\sum_{\psi}(r_{\psi}^{exp})^2}}$$

L'identification inhomogène prévoit mieux les coefficients d'anisotropie

Identification du modèle quadratique orthotrope de Hill non associé

- Identification d'une fonction d'écrouissage: σ_s (α)
- Identification des coefficients d'anisotropie du critère (a₁,a₂ & a₃)
- Identifier des coefficients d'anisotropie du potentiel plastique (a'₁, a'₂ & a'₃)

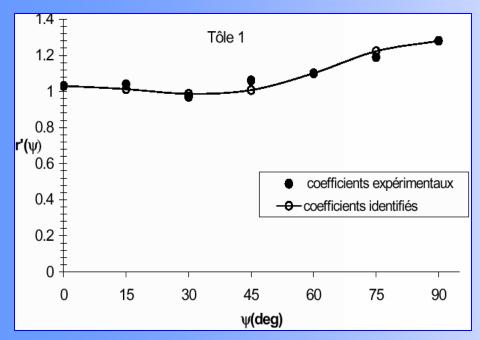
Comment?

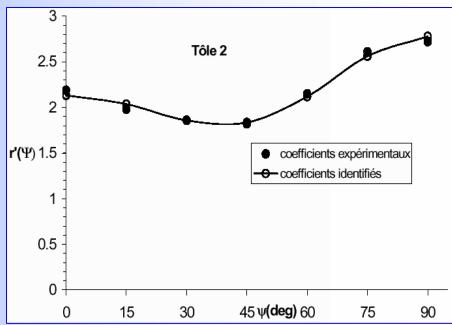
- Stratégies d'identification du modèle de Hill non associé
- · Identification des coefficients d'anisotropie du critère

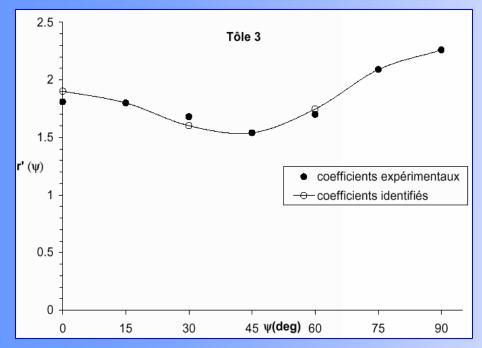
* a₁,a₂ à partir des courbes d'écrouissage en traction Hors-axes
 * a₃ d'un autre essai (courbe d'écrouissage en TP)

- · Identification des coefficients d'anisotropie du potentiel
- * a'₁,a'₂ a'₃ à partir des coefficients d'anisotropie expérimentaux r'(ψ)

$$r'(\psi) = \frac{1 - 2a_3' - 2a_1'\sin^2(2\psi)}{1 + 2a_3' + 4a_2'\sin^2(\psi)}$$
 a'₁, a'₂, a'₃







Evolution des coefficients expérimentaux et ceux identifiés de Lankford en fonction de l'angle ψ

Une fonction « potentiel plastique » de <u>forme quadratique</u> est suffisante pour d'écrire l'évolution des déformations plastiques pour les 3 tôles

Identification homogène

$$\sigma_{\psi} = rac{1}{a(\psi)} K \left(arepsilon_0 + rac{arepsilon_{\psi}}{a'(\psi)}
ight)^n$$

$$a_1$$
 et a_2

$$\sigma_c = \sqrt{1 - \frac{(1 - 2a_3)^2}{4(1 + 2a_2)}} \sigma_{TP}$$

$$\sigma_c = \sqrt{1 - \frac{(1 - 2a_3)^2}{4(1 + 2a_2)}} \sigma_{TP}$$

$$\varepsilon_c = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(1 - 2a_3')^2}{4(1 + 2a_2')}}} \varepsilon_{TP}$$



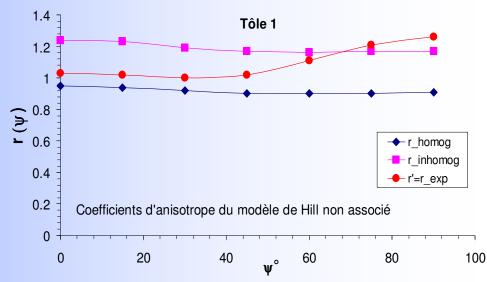
Identification inhomogène

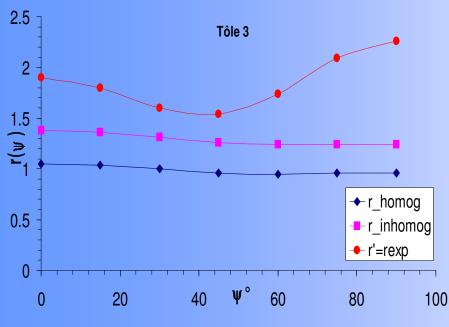
$$E(a_3) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{F_i^{cal}(a_3) - F_i^{exp}}{F_i^{exp}} \right)^2}$$

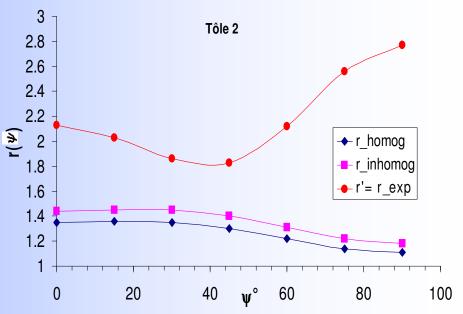


Résultats Obtenus

Identification des coefficients d'anisotropie du modèle de Hill non associée pour les trois tôles







Modèle non quadratique de Barlat Yld'96

(Etat de contraintes planes)

- Identification d'une fonction d'écrouissage: $\sigma_s(\alpha) \leftarrow TS_{00}$
- Identification des coefficients C₁,C₂, C₃, C₆ et m

A partir des courbes d'écrouissage en traction plane

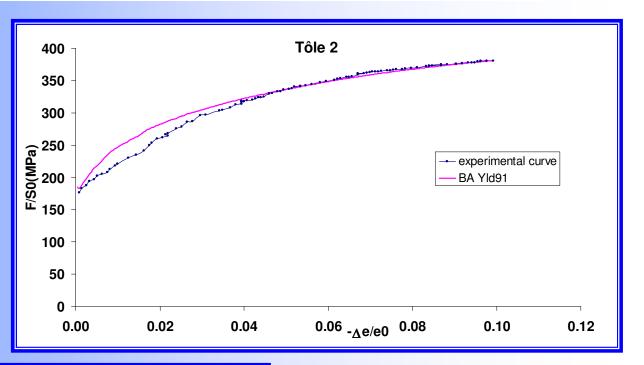
Résultats obtenus

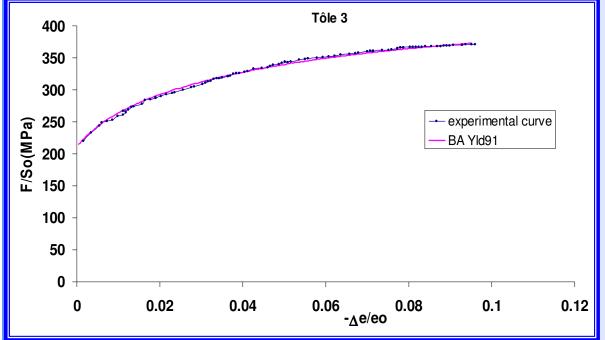
Tôles	\mathbf{c}_1	c_2	c_3	c_6	m	r	$\mathbf{r}_{\mathrm{exp}}$
Tôle 2	0.798	0.798	1.189	1.058	8	2.14	2.15
Tôle 3	0.837	0.837	1.153	1.048	8	1.85	1.81



Ce modèle tient compte de l'anisotropie la loi d'évolution des déformations plastiques.

Identification inverse du modèle de Barlat





Ce modèle tient compte de l'anisotropie du critère

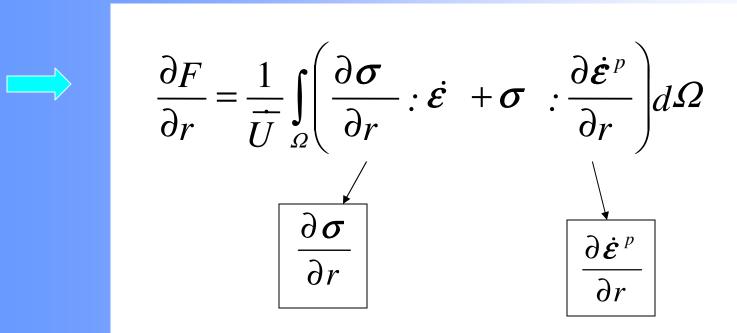
Analyse de sensibilité

Analyse de sensibilité

• Analyse de sensibilité paramétrique

Analyser la sensibilité de la réponse du modèle par rapport aux paramètres :

Calcul de la variation de F par rapport aux paramètres



Méthode de Calcul

$$d\sigma^{a} = d\overline{U}\sigma^{e} + \sum_{b} S^{ab} d\varepsilon^{pb} \Longrightarrow \left| \frac{\partial (d\sigma)}{\partial r} \right| = \sum_{b} S^{ab} : \frac{\partial (d\varepsilon^{pb})}{\partial r}$$

$$\frac{d\boldsymbol{\varepsilon}^{p} = d\boldsymbol{\alpha}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \xrightarrow{\partial \boldsymbol{f}} \frac{\partial (d\boldsymbol{\varepsilon}^{p})}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} (d\boldsymbol{\alpha}) \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + d\boldsymbol{\alpha} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)$$

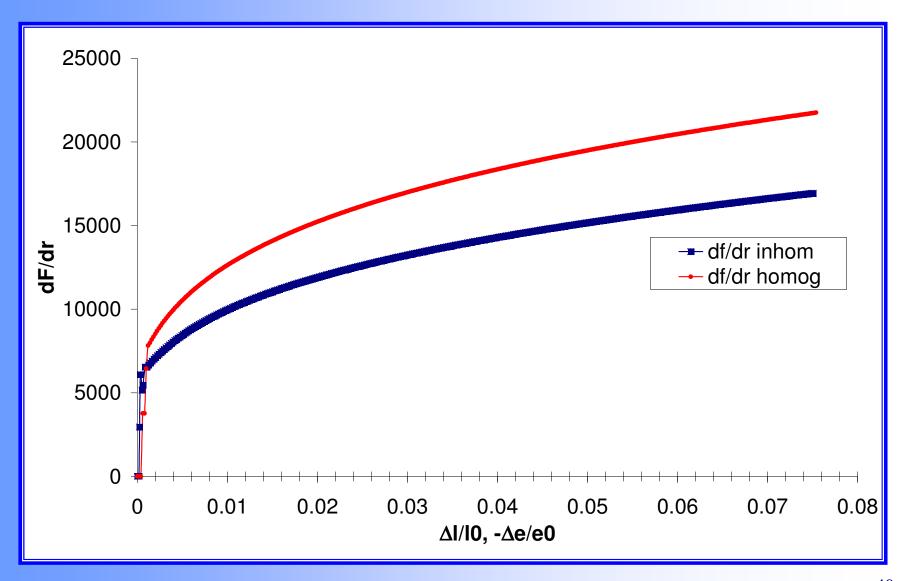
$$\frac{\partial}{\partial r}(d\alpha) = \left[A:\left(\frac{\partial\sigma}{\partial r} + \frac{\partial(d\sigma)}{\partial r}\right)b - \frac{\partial\alpha}{\partial r}\right]$$

Système d'équations linéaires à résoudre:

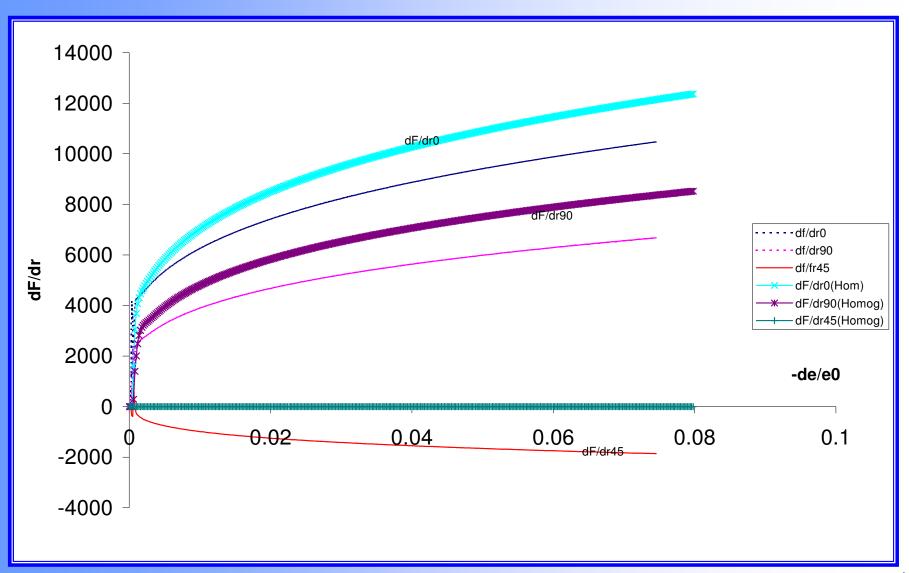
$$\sum_{b} M_{ab} \frac{\partial}{\partial r} (d\sigma^{a}) = N_{a}$$

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial r}\right)_{1} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial r}\right)_{0} + \frac{\partial (d\boldsymbol{\sigma})}{\partial r}$$
 Calcul incrémental

Sensibilité de la réponse en TP (Homo& Inhomo.) / « r »



Sensibilité de la réponse en TP (Homo.& Inhomo) « ry »



2 Analyse de sensibilité des essais/paramètres

Indicateur de Sensibilité

Pour exprimer la capacité d'un essai pour mieux identifier les coefficients d'anisotropie d'un matériau par rapport à un autre essai

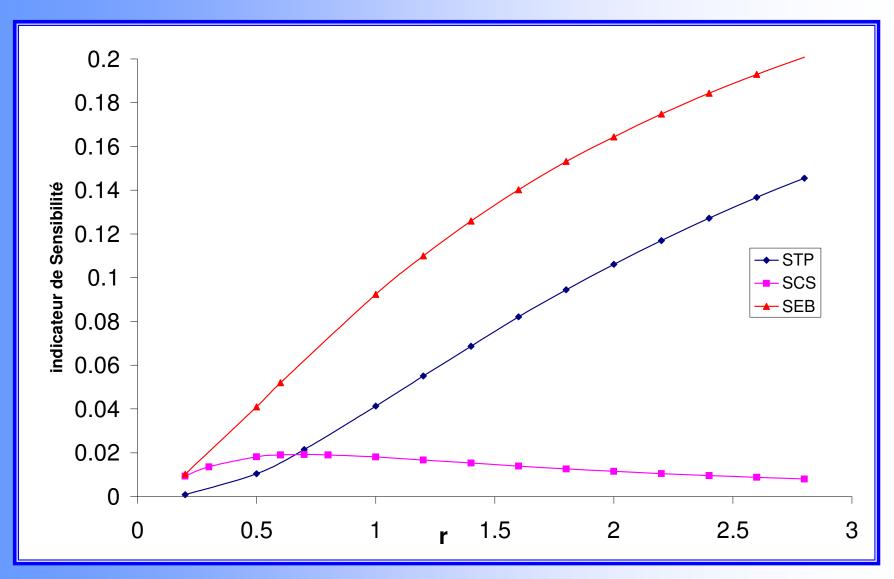
$$\mathbf{S} = \sum \left(\frac{dF}{dr}\right)^2 / \sum \left(\frac{F}{r}\right)^2$$
 Indicateur de sensibilité

Traction plane

Expansion Equibiaxiale

Cisaillement Simple

Sensibilité des essais (TP,EB,CS) / au coef. d'anisotropie « r »



Conclusions & perspectives

- Définition et mise en œuvre des stratégies d'identification des lois de comportement des tôles anisotropes à partir d'essais inhomogènes.
 - Une meilleure prédiction des coefficients d'anisotropie
 - Une utilisation des essais expérimentaux sans hypothèses supplémentaires
- Une méthode quasi-analytique de calcul de sensibilité est présentée:
 - analyse de sensibilité paramétrique des différents essais aux différents paramètres de la loi de comportement
- Développer ces stratégies d'identification pour des modèles de Comportement formulés en grandes transformations
- Rendre plus systématique la stratégie d'identification et l'étendre à l'optimisation des procédés de mise en forme.

