Approche intégrée en planification et ordonnancement de la production

Cathy Wolosewicz

▶ **To cite this version:**

Cathy Wolosewicz. Approche intégrée en planification et ordonnancement de la production. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 2008. Français. NNT : . tel-00470748

HAL Id: tel-00470748
https://theses.hal.science/tel-00470748

Submitted on 7 Apr 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 460 GI

THÈSE

présentée par

Cathy WOLOSEWICZ

Pour obtenir le grade de Docteur
de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne

Spécialité : Génie Industriel

Approche intégrée en planification et ordonnancement de la production

soutenue à Gardanne le 22 avril 2008

Membres du jury

Président	Jean Bernard Lasserre	Directeur de Recherche, LAAS-CNRS
Rapporteurs	Michel Gourgand	Professeur, Université Blaise Pascal
	Luk N. Van Wassenhove	Professeur, INSEAD
	Yves Dallery	Professeur, École Centrale de Paris
Examinateurs	Claude Le Pape	Docteur, Schneider Electric
Directeur de thèse	Stéphane Dauzére-Pérès	Professeur, École des Mines de Saint Étienne
Encadrant	Riad Aggoune	Docteur, Université du Luxembourg

Spécialités doctorales :	**Responsables :**
SCIENCES ET GENIE DES MATERIAUX	J. DRIVER Directeur de recherche - Centre SMS
MECANIQUE ET INGENIERIE	A. VAUTRIN Professeur - Centre SMS
GENIE DES PROCEDES	G. THOMAS Professeur - Centre SPIN
SCIENCES DE LA TERRE	B. GUY Maitre de recherche - Centre SPIN
SCIENCES ET GENIE DE L'ENVIRONNEMENT	J. BOURGOIS Professeur - Centre SITE
MATHEMATIQUES APPLIQUEES	E. TOUBOUL Ingénieur - Centre G2I
INFORMATIQUE	O. BOISSIER Professeur - Centre G2I
IMAGE, VISION, SIGNAL	JC. PINOLI Professeur - Centre CIS
GENIE INDUSTRIEL	P. BURLAT Professeur - Centre G2I
MICROELECTRONIQUE	Ph. COLLOT Professeur - Centre CMP

Enseignants-chercheurs et chercheurs autorisés à diriger des thèses de doctorat (titulaires d'un doctorat d'Etat ou d'une HDR)

AVRIL	Stéphane	MA	Mécanique & Ingénierie	CIS
BATTON-HUBERT	Mireille	MA	Sciences & Génie de l'Environnement	SITE
BENABEN	Patrick	PR 2	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
BERNACHE-ASSOLANT	Didier	PR 1	Génie des Procédés	CIS
BIGOT	Jean-Pierre	MR	Génie des Procédés	SPIN
BILAL	Essaïd	DR	Sciences de la Terre	SPIN
BOISSIER	Olivier	PR 2	Informatique	G2I
BOUCHER	Xavier	MA	Génie Industriel	G2I
BOUDAREL	Marie-Reine	MA	Sciences de l'inform. & com.	DF
BOURGOIS	Jacques	PR 1	Sciences & Génie de l'Environnement	SITE
BRODHAG	Christian	MR	Sciences & Génie de l'Environnement	SITE
BURLAT	Patrick	PR 2	Génie industriel	G2I
CARRARO	Laurent	PR 1	Mathématiques Appliquées	G2I
COLLOT	Philippe	PR 1	Microélectronique	CMP
COURNIL	Michel	PR 1	Génie des Procédés	SPIN
DAUZERE-PERES	Stéphane	PR 1	Génie industriel	CMP
DARRIEULAT	Michel	ICM	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
DECHOMETS	Roland	PR 1	Sciences & Génie de l'Environnement	SITE
DESRAYAUD	Christophe	MA	Mécanique & Ingénierie	SMS
DELAFOSSE	David	PR 2	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
DOLGUI	Alexandre	PR 1	Génie Industriel	G2I
DRAPIER	Sylvain	PR 2	Mécanique & Ingénierie	CIS
DRIVER	Julian	DR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
FOREST	Bernard	PR 1	Sciences & Génie des Matériaux	CIS
FORMISYN	Pascal	PR 1	Sciences & Génie de l'Environnement	SITE
FORTUNIER	Roland	PR 1	Sciences & Génie des Matériaux	CMP
FRACZKIEWICZ	Anna	MR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
GARCIA	Daniel	CR	Génie des Procédés	SPIN
GIRARDOT	Jean-Jacques	MR	Informatique	G2I
GOEURIOT	Dominique	MR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
GOEURIOT	Patrice	MR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
GRAILLOT	Didier	DR	Sciences & Génie de l'Environnement	SITE
GROSSEAU	Philippe	MR	Génie des Procédés	SPIN
GRUY	Frédéric	MR	Génie des Procédés	SPIN
GUILHOT	Bernard	DR	Génie des Procédés	CIS
GUY	Bernard	MR	Sciences de la Terre	SPIN
GUYONNET	René	DR	Génie des Procédés	SPIN
HERRI	Jean-Michel	PR 2	Génie des Procédés	SPIN
KLÖCKER	Helmut	MR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
LAFOREST	Valérie	CR	Sciences & Génie de l'Environnement	SITE
LI	Jean-Michel	EC (CCI MP)	Microélectronique	CMP
LONDICHE	Henry	MR	Sciences & Génie de l'Environnement	SITE
MOLIMARD	Jérôme	MA	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
MONTHEILLET	Frank	DR 1	CNRS Sciences & Génie des Matériaux	SMS
PERIER-CAMBY	Laurent	PR1	Génie des Procédés	SPIN
PIJOLAT	Christophe	PR 1	Génie des Procédés	SPIN
PIJOLAT	Michèle	PR 1	Génie des Procédés	SPIN
PINOLI	Jean-Charles	PR 1	Image, Vision, Signal	CIS
STOLARZ	Jacques	CR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
SZAFNICKI	Konrad	CR	Sciences de la Terre	SITE
THOMAS	Gérard	PR 1	Génie des Procédés	SPIN
VALDIVIESO	François	MA	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
VAUTRIN	Alain	PR 1	Mécanique & Ingénierie	SMS
VIRICELLE	Jean-Paul	MR	Génie des procédés	SPIN
WOLSKI	Krzysztof	CR	Sciences & Génie des Matériaux	SMS
XIE	Xiaolan	PR 1	Génie industriel	CIS

Glossaire :		**Centres :**	
PR 1	Professeur 1ère catégorie	SMS	Sciences des Matériaux et des Structures
PR 2	Professeur 2ème catégorie	SPIN	Sciences des Processus Industriels et Naturels
MA(MDC)	Maître assistant	SITE	Sciences Information et Technologies pour l'Environnement
DR (DR1)	Directeur de recherche		G2I Génie Industriel et Informatique
Ing.	Ingénieur	CMP	Centre de Microélectronique de Provence
MR(DR2)	Maître de recherche	CIS	Centre Ingénierie et Santé
CR	Chargé de recherche		
EC	Enseignant-chercheur		
ICM	Ingénieur en chef des mines		

Ça sonne au loin comme une musique militaire, le rythme des pas qui progressent, ce n'est pas le glas mais les trompes de demain, une brise qui souffle sur le soir ; qui appelle à changer le monde et dessiner notre futur.

MK.

Remerciements

Longue est la liste de personnes ayant contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ces travaux, que ce soit par leur aide, leur soutien ou même des moments de détente bienfaisants. Je voudrais remercier quelques personnes, qui ont permis d'une manière ou d'une autre, l'existence de ce travail.

Pour la préparation de ma thèse j'ai bénéficié d'une bourse de formation recherche attribuée par le ministère de la culture, de l'enseignement supérieur et de la recherche du Luxembourg. Je remercie Pascal Bouvry pour son accueil au sein de l'université du Luxembourg.

Mes remerciements les plus chaleureux et ma reconnaissance vont au Professeur Stéphane Dauzère-Pérès qui a accepté de diriger ma thèse et a suivi avec attention mon travail. Les conseils et l'aide qu'il m'a accordée ont été précieux. Je remercie aussi le Docteur Riad Aggoune pour m'avoir encadré et apporté son soutien tout au long de cette thèse.

Je remercie Yves Dallery, Professeur à l'Ecole Centrale de Paris, Michel Gourgand, Professeur à l'Université Blaise Pascal et Luk Van Wassenhove, Professeur à INSEAD qui ont accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Je remercie aussi les examinateurs Jean-Bernard Lasserre, Directeur de Recherche au LAAS-CNRS et Claude Le Pape, Vice Président projet de recherche à Schneider Electric pour leur participation au jury de la thèse.

J'ai eu le privilège de vivre cette aventure avec l'équipe SFL, j'ai une pensée affectueuse pour chaque membre de cette équipe (en particuliers Agnès, Ariane, Barbara, Claude, Nabil). Je n'oublie pas de remercier tout particulièrement Alexandre pour sa gentillesse et son aide.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à l'ensemble du personnel du CMP (particulièrement Denis, Jean-Baptiste) et aussi aux anciens (Georges). Merci en parti-

culier à Véronique et Stéphane pour leur accueil lors de mon arrivée et leur présence tout au long de ma thèse.

Mes remerciements vont aux doctorants pour leur compagnie au cours de mes années de thèse (Aysegul, Djaffar, Grégoire, Jean-Etienne, Jairo, Mamadou, Sadia), et tous ceux que j'ai rencontré durant ces années. Un spécial remerciement pour Nader qui m'a fait tant rire, ce fut très sympathique !

Merci à mes amis d'avoir été présents pendant cette thèse, notamment lors de conférences. Comment ne pas remercier Nathalie et Marie pour l'amitié et les encouragements qu'elles m'ont témoignés. Merci les filles ...

De nouveau, je remercie Stéphane Dauzère-Pérès pour ses conseils, ses idées, sa patience, sa confiance et sa bonne humeur. J'ai eu énormément de plaisir à travailler avec lui tout au long de ces années.

Durant cette thèse, j'ai eu la chance de rencontrer Moustafa. Je le remercie pour ses conseils avisés, son soutien quotidien et son écoute attentive. Simplement merci ...

Enfin, je remercie mes parents pour leur soutien, leur courage et leur sacrifice.

Table des matières

Introduction générale **1**

1 État de l'art **5**

1.1 Introduction 5

1.2 Gestion de la production 6

1.2.1 Classification des décisions 6

1.2.2 Principaux modes d'organisation de la production 8

1.3 Planification de la production 10

1.3.1 Problématique 10

1.3.2 Techniques de planification 11

1.4 Etat de l'art sur les problèmes de dimensionnement de lots 14

1.4.1 Classification 14

1.4.2 Problèmes à courtes périodes 16

1.4.3 Problèmes à longues périodes 18

1.5 Ordonnancement de la production 31

1.5.1 Différents types de problèmes 31

1.5.2 Représentations d'un ordonnancement 33

1.6 Cohérence des décisions en planification et ordonnancement 33

1.7 État de l'art sur les approches intégrées en planification et ordonnancement 36

1.7.1 Solutions logicielles 36
1.7.2 Modèles de dimensionnement de lots 37
1.7.3 Approches intégrées 38
1.8 Conclusion 41

2 Un modèle intégré en planification et ordonnancement 43
2.1 Introduction 43
2.2 Description de la problématique et notations 44
2.2.1 Problème de planification 44
2.2.2 Ordonnancement multi-périodes 47
2.3 Présentation du modèle intégré de Dauzère -Pérès et Lasserre 50
2.4 Comparaison avec les modèles classiques de la littérature 53
2.4.1 Modèle de dimensionnement de lots à un niveau 53
2.4.2 Modèle de dimensionnement de lots à plusieurs niveaux 55
2.4.3 Modèle de Tempelmeier et Derstroff 57
2.5 Nouvelle modélisation du problème intégré 59
2.5.1 Principe de la nouvelle formulation 59
2.5.2 Modélisation des contraintes 60
2.5.3 Modèle mathématique 68
2.6 Conclusion 70

3 Résolution du problème de planification avec ordonnancement fixé 73
3.1 Introduction 73
3.2 Modèle intégré dans le cas d'une nomenclature à un niveau 74
3.3 Principe de la relaxation Lagrangienne 75
3.3.1 Lagrangien et fonction duale 75
3.3.2 Questions clés 76
3.3.3 Résolution du problème dual 77

3.4 Application de la relaxation Lagrangienne pour des problèmes à un niveau 78
3.4.1 Le problème relaxé 79
3.4.2 Mise à jour des multiplicateurs Lagrangiens 81
3.5 Heuristiques pour la construction d'une solution réalisable 83
3.5.1 Heuristique de lissage avant et arrière 84
3.5.2 Heuristique de lissage sur tout le graphe 89
3.6 Validation de la méthode 92
3.6.1 Génération des données aléatoires 92
3.6.2 Interprétation des résultats 94
3.6.3 Comparaison des différentes heuristiques pour la construction d'une solution réalisable 95
3.6.4 Variation des différents paramètres 98
3.7 Conclusion 113

4 Résolution du problème intégré 115

4.1 Introduction 115
4.2 Procédure intégrée 116
4.2.1 Procédure issue de la littérature 116
4.2.2 Principe de notre approche 117
4.3 Résolution du problème d'ordonnancement par un recuit simulé . . . 118
4.3.1 Principe du recuit simulé 118
4.3.2 Application au problème d'ordonnancement 120
4.3.3 Validation de la méthode 123
4.4 Résolution du problème d'ordonnancement par une recherche taboue 142
4.4.1 Principe de la recherche taboue 142
4.4.2 Application de la méthode 144
4.4.3 Validation de la méthode 146

4.5 Résolution par une heuristique d'ordonnancement 151
4.5.1 Principe de l'heuristique 152
4.5.2 Application de la méthode 152
4.5.3 Résultats numériques 153
4.6 Comparaison des trois méthodes de résolution 156
4.7 Conclusion 160

Conclusion générale **163**

A Résultats numérique de la procédure de construction d'une solution réalisable **167**

B Résultats de l'application du recuit simulé pendant 5 minutes **175**

C Extension aux problèmes à plusieurs niveaux **179**
C.1 Modélisation du problème 180
C.2 Méthode de résolution 183

Bibliographie **199**

Liste des tableaux

3.1 Valeurs par défaut des paramètres 94

3.2 Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 dans le cas du job-shop 6x6 96

3.3 Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 dans le cas du job-shop 10x10 97

3.4 Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 dans le cas du job-shop 20x5 98

3.5 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque la demande varie pour les cas des job-shop 6x6 et 10x10 99

3.6 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque la demande varie pour le cas du job-shop 20x5 100

3.7 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 minutes d'exécution) lorsque la demande varie 101

3.8 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 heures d'exécution) lorsque la demande varie 102

3.9 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque le coût de lancement varie pour les cas des job-shop 6x6 et 10x10 103

3.10 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque le coût de lancement varie pour le cas du job-shop 20x5 104

3.11 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 minutes d'exécution) lorsque le coût de lancement varie . . . 106

3.12 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 heures d'exécution) lorsque le coût de lancement varie 107

3.13 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque la capacité varie pour les cas des job-shop 6x6 et 10x10 108

3.14 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque la capacité varie pour le cas du job-shop 20x5 109

3.15 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 minutes d'exécution) lorsque la capacité varie 111

3.16 Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 heures d'exécution) lorsque la capacité varie 112

4.1 Valeurs de l'instance *défaut* 124

4.2 Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch} dans le cas du job-shop 6x6 127

4.3 Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch} dans le cas du job-shop 10x10 128

4.4 Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch} dans le cas du job-shop 20x5 129

4.5 Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ml} dans le cas du job-shop 6x6 131

4.6 Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ml} dans le cas du job-shop 10x10 132

4.7 Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ml} dans le cas du job-shop 20x5 . . . 133
4.8 Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch+ml} dans le cas du job-shop 6x6 . . . 134
4.9 Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch+ml} dans le cas du job-shop 10x10 . . . 135
4.10 Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch+ml} dans le cas du job-shop 20x5 . . . 136
4.11 Comparaison des voisinages du recuit simulé dans le cas du job-shop 6x6 . . . 138
4.12 Comparaison des voisinages du recuit simulé dans le cas du job-shop 10x10 . . . 139
4.13 Comparaison des voisinages du recuit simulé dans le cas du job-shop 20x5 . . . 140
4.14 Analyse des trois voisinages du recuit simulé . . . 141
4.15 Résultats de la recherche taboue dans le cas du job-shop 6x6 . . . 149
4.16 Résultats de la recherche taboue dans le cas du job-shop 10x10 . . . 150
4.17 Résultats de la recherche taboue dans le cas du job-shop 20x5 . . . 151
4.18 Résultats de l'heuristique d'ordonnancement dans le cas du job-shop 6x6 . . . 154
4.19 Résultats de l'heuristique d'ordonnancement dans le cas du job-shop 10x10 . . . 155
4.20 Résultats de l'heuristique d'ordonnancement dans le cas du job-shop 20x5 . . . 156
4.21 Analyse des trois méthodes de résolution . . . 157
4.22 Comparaison des trois méthodes pour résoudre le problème intégré dans le cas du job-shop 6x6 . . . 158
4.23 Comparaison des trois méthodes pour résoudre le problème intégré dans le cas du job-shop 10x10 . . . 159

4.24 Comparaison des trois méthodes pour résoudre le problème intégré dans le cas du job-shop 20x5 160

A.1 Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 6x6 168

A.2 Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 6x6 (suite) 169

A.3 Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 10x10 170

A.4 Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 10x10 (suite) 171

A.5 Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 20x5 172

A.6 Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 20x5 (suite) 173

B.1 Application du recuit simulé (temps maximal : 300 secondes) dans le cas du job-shop 6x6 176

B.2 Application du recuit simulé (temps maximal : 300 secondes) dans le cas du job-shop 10x10 177

B.3 Application du recuit simulé (temps maximal : 300 secondes) dans le cas du job-shop 20x5 178

Table des figures

1.1 Exemple de classification des modèles de dimensionnement de lots . . 17
1.2 Schémas de nomenclature 27
1.3 Graphe disjonctif 34
1.4 Méthode de résolution intégrée 39

2.1 Graphe disjonctif avec 3 produits et 3 machines 49
2.2 Graphe conjonctif associé 49
2.3 Ordonnancement multi-périodes 50
2.4 Autre ordonnancement multi-périodes 51
2.5 Exemple d'un graphe conjonctif avec deux ordres de fabrication . . . 62
2.6 Représentation des contraintes *C1* 63
2.7 Représentation des contraintes *C2* 64
2.8 Représentation des contraintes *C3* 65
2.9 Représentation des contraintes *C4* 65
2.10 Représentation du chemin $Ch1$ 68
2.11 Représentation du chemin $Ch2$ 69

3.1 Représentation du chemin violé et définition du produit critique pour la période 3 86
3.2 Définition de la période cible et calcul des quantités transférées 87
3.3 Représentation du chemin violé, du produit critique pour le période 2 et de la période cible 88

3.4 Définition du produit critique du graphe et des périodes cibles 91
3.5 Représentation de la période cible 92

4.1 Méthode de résolution d'un problème intégré 117

Introduction générale

Dans le contexte économique actuel, les problèmes liés à la gestion de production sont cruciaux pour les entreprises. En effet, l'évolution rapide des techniques de production, les exigences de la part des clients et le nouveau contexte compétitif, renforcé par la mondialisation, engendrent de nombreux problèmes.

Les décisions en gestion de production sont traditionnellement regroupées selon l'horizon de temps sur lesquelles elles s'appliquent : long terme (décisions stratégiques), moyen terme (décisions tactiques) et court terme (décisions opérationnelles). Cette décomposition permet de simplifier le processus décisionnel. Les décisions prises à un niveau deviennent des contraintes à satisfaire ou des objectifs à atteindre pour les niveaux inférieurs.

La planification de la production est une décision importante au niveau tactique. L'objectif est de déterminer un plan de la production, des approvisionnements et de la distribution à partir des demandes et en tenant compte des contraintes sur le processus de production et sur les ressources. Les décisions prises à ce niveau sont ensuite transmises au niveau ordonnancement, lequel met en œuvre les moyens de l'atelier pour suivre au mieux le plan de production.

Cependant, les décisions entre les niveaux tactique et opérationnel sont souvent prises de façon indépendante. Que ce soit dans la pratique ou dans la littérature, la planification et l'ordonnancement sont deux modules traités habituellement indépendamment l'un de l'autre. Les modèles de planification tiennent compte des contraintes de capacité de l'atelier de façon trop agrégée et ne garantissent pas que

le plan de production proposé soit réalisable lorsqu'il est transmis au niveau inférieur, c'est-à-dire que les quantités prévues puissent être réalisées dans les délais. Une conséquence de ces incohérences entre les décisions des niveaux différents est le non respect des délais. Or dans un contexte compétitif où la différence sur les coûts n'est plus ou pas toujours suffisante, le respect des délais devient une attente de plus en plus forte de la part des clients.

L'objectif de cette thèse est donc de répondre aux problèmes d'incohérence entre les décisions des niveaux planification et ordonnancement. Dans ce travail, nous développons des méthodes de résolution efficaces pour une approche intégrée de planification et d'ordonnancement.

Le manuscrit est ainsi organisé de la manière suivante. Le **premier chapitre** définit le contexte de notre étude et introduit la problématique générale à laquelle nous nous sommes intéressés. Nous décrivons les problématiques liées à la planification de la production, nous présentons succinctement quelques approches hiérarchisées classiques et nous dressons un état de l'art sur les problèmes de dimensionnement de lots. Nous abordons brièvement ensuite les différents types de problèmes en ordonnancement. Et enfin, nous présentons l'importance et les difficultés d'une cohérence entre les décisions en planification et ordonnancement et, un état de l'art est proposé sur les approches visant à intégrer ces deux décisions.

Le **second chapitre** est consacré à la description d'un nouveau modèle intégré de planification et d'ordonnancement qui permet de proposer un plan de production réalisable c'est-à-dire tel qu'il existe au moins un ordonnancement à ce plan. Le modèle que nous proposons considère d'une part les contraintes habituelles de planification mais aussi des contraintes d'ordonnancement garantissant la faisabilité du plan.

Une approche basée sur la relaxation lagrangienne est proposée dans un **troisième chapitre** afin de résoudre le modèle intégré de planification et d'ordonnancement. Étant donnée la difficulté du problème, nous nous consacrons dans ce chapitre à déterminer un plan de production dans le cas où le problème d'ordonnancement

est fixé. Des résultats numériques montrant la performance de l'heuristique sur les différentes variantes du problème sont présentés.

Le **dernier chapitre** de la thèse est dédié à la résolution du problème global de planification et d'ordonnancement. Nous décrivons trois approches de résolution, recuit simulé, recherche tabou et une heuristique d'ordonnancement permettant de déterminer le meilleur plan de production associé à la meilleure séquence. Des expériences numériques permettant de valider les résultats des méthodes heuristiques et comparer les différentes approches proposées sont ensuite décrites.

Chapitre 1

État de l'art

1.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de rappeler les principales notions en planification et ordonnancement de la production, et de présenter un état de l'art de plusieurs problématiques à ce niveau.

Dans une première partie, nous introduisons le contexte de notre travail. Les principaux concepts et modes d'organisation en gestion de production sont présentés.

La seconde partie est consacrée aux décisions en planification de production. Nous commençons par décrire la problématique à ce niveau puis nous présentons les solutions logicielles et leurs fonctionnalités permettant de traiter ce problème.

Les modélisations et les résolutions issues de la littérature pour le problème de planification sont abordées dans une troisième partie. Nous décrivons une classe importante de problèmes au niveau de la planification : les problèmes de dimensionnement de lots. Nous proposons une classification des différents problèmes, et une étude détaillée de chaque problème.

La quatrième partie de ce chapitre aborde la problématique de l'ordonnancement dans les ateliers de production. Nous commençons par décrire les modèles classiques d'ateliers, et nous présentons les différentes représentations d'un ordonnancement.

Le manque de cohérence entre les niveaux planification et ordonnancement est décrit dans une cinquième partie.

La dernière partie de ce chapitre est consacrée à la description des approches proposées dans la littérature pour traiter ces deux problèmes simultanément. Nous mettons notamment en évidence les limites des méthodes et outils existants.

1.2 Gestion de la production

La gestion de production regroupe un ensemble de décisions qui permettent une organisation efficace des moyens de production dans une entreprise. Elle s'appuie sur un ensemble d'outils d'analyse et de méthodes de résolution de problèmes qui visent à limiter les ressources nécessaires à l'obtention d'une production dont les caractéristiques techniques et commerciales sont connues.

1.2.1 Classification des décisions

Pour mieux situer les différents problèmes en gestion de production, les décisions sont habituellement séparées selon trois niveaux : le niveau stratégique, le niveau tactique et le niveau opérationnel (Anthony [8]).

- Niveau stratégique.

  Les décisions prises à ce niveau se traduisent par une formulation à long terme de la politique de l'entreprise (vision sur plusieurs années). Ces décisions concernent la mise au point des installations de production (par exemple, la taille et l'emplacement de nouvelles usines, l'acquisition de nouveaux équipements ...), les prévisions en matière d'effectifs (embauche, licenciement, pré-retraite...) et les informations (gammes de produits, nomenclatures ...).

- Niveau tactique.

  Les décisions tactiques concernent l'organisation des produits et des ressources en fonction des prévisions commerciales et correspondent à un ensemble de

décisions à moyen terme. On y retrouve notamment la **planification** de la production qui vise à calculer un plan de production et dont l'horizon de temps peut varier de six à dix-huit mois. Dans ce plan, les quantités à produire par période (une période de planification varie principalement entre une semaine et un mois) sont calculées de façon à répondre aux demandes au moindre coût. Ces décisions s'inscrivent dans un cadre logique dessiné par les décisions stratégiques.

- Niveau opérationnel.
  Les décisions opérationnelles consistent à gérer le fonctionnement quotidien de l'entreprise. Elles organisent les ressources pour produire les quantités fixées au niveau supérieur. Parmi ces décisions, on trouve en particulier celles qui assurent le contrôle des matières (gestion des stocks) et celui de la main d'œuvre et des équipements (**ordonnancement**, plan de transport).

Chaque niveau décisionnel est caractérisé par un horizon de temps, un niveau de détail des informations traitées, des modèles et méthodes de résolution propres à son niveau. Plus le niveau de décisions est élevé, plus les modèles associés sont agrégés et l'horizon de temps est long. Le niveau d'agrégation représente le niveau de détail des décisions prises quant aux productions à effectuer et aux moyens à mettre en œuvre. Par exemple, au niveau tactique, on travaillera sur des familles de produits et par centaines d'heures de travail, tandis qu'au niveau opérationnel, les décisions portent sur les produits détaillés et sur l'utilisation sur quelques minutes des postes de travail.

Une des raisons principales motivant cette approche hiérarchisée est qu'elle permet de simplifier le processus global de décisions. En effet, chaque niveau de décisions correspond souvent à différents décideurs dans les entreprises. Cependant, le découpage des décisions en plusieurs niveaux pose de multiples problèmes. La nécessité d'une forte cohésion entre les acteurs des différents niveaux devient de plus en plus indispensable. Les décisions prises à un niveau deviennent des contraintes à satisfaire ou des objectifs à atteindre pour les niveaux inférieurs. Il faut donc s'assurer que,

lorsque des décisions sont transmises au niveau inférieur, elles soient cohérentes avec les contraintes de ce niveau, c'est-à-dire qu'il soit possible de mettre effectivement en œuvre ces décisions. En planification de la production, cela correspond à déterminer des quantités à produire en essayant de garantir que les contraintes de capacités soient respectées.

Nous avons présenté les différentes décisions en gestion de production, mais il est nécessaire de préciser la variété des systèmes productifs rencontrés puisque la nature et l'importance des décisions varient largement selon les cas de figure rencontrés.

1.2.2 Principaux modes d'organisation de la production

Il existe dans la littérature deux typologies qui permettent de classer les systèmes de production ([47]). La première typologie est axée sur le fait qu'une production peut être réalisée soit à la suite d'une commande soit pour alimenter un stock.

- Production à la commande.
  Ces systèmes concernent principalement les entreprises proposant une grande variété de produits dont la demande est très aléatoire, ou celles qui définissent leurs produits uniquement à partir des demandes clients précises.

- Production pour stock.
  Ce type de système est envisagé pour des produits dont la gamme est peu évolutive, et lorsque la demande pour chaque produit est suffisamment importante et prévisible. Le choix d'une production par stock est justifié dans le cas d'un cycle de production long.

La seconde typologie est déterminée par quatre grands modes d'organisation de la production :

- Organisation de type « série unitaire ».
  La production mobilise l'essentiel des ressources de l'entreprise sur une période assez longue pour réaliser un nombre très limité de projets de production. Les

exemples classiquement donnés concernent les travaux publics (construction d'un ouvrage d'art, par exemple) ou la construction navale.

- Organisation en ateliers spécialisés.

  Ce mode d'organisation intervient lorsque tous les équipements assurant une même fonction technique sont réunis en un même lieu. Ce mode est généralement la conséquence d'une production relativement diversifiée de produits finis ou de composants, chacun d'eux faisant l'objet d'une production limitée. D'une manière générale, la production de prestations de services s'effectue avec ce type d'organisation.

- Organisation en ligne de production ou d'assemblage.

  Un système productif est organisé en ligne de production (ou chaîne de production) lorsque les équipements sont agencés pour permettre à un flux de transiter systématiquement par la même séquence de postes de travail. De telles structures sont couramment trouvées dans la production de masse (l'industrie automobile par exemple).

- Les industries de process.

  Ce dernier mode d'organisation se retrouve dans les industries lourdes de transformation de matières premières (sidérurgie, pétrochimie, ...). Ce type d'organisation se caractérise par un flux important et régulier de matières premières arrivant dans le système productif pour y être transformées en une (ou plusieurs) matières premières « élaborées ».

Après avoir donné un aperçu des différents types de systèmes de production et des différentes décisions en gestion de production, nous nous intéressons plus particulièrement dans cette thèse aux problèmes de cohérence des décisions entre les niveaux tactique et opérationnel. Nous étudions donc dans la suite de ce chapitre les problématiques liées à la planification de la production puis celles liées à l'ordonnancement de la production et nous montrons qu'il est essentiel de traiter simultanément ces deux niveaux de décisions.

1.3 Planification de la production

1.3.1 Problématique

La planification est une décision tactique qui constitue un lien entre les décisions stratégiques du long terme et les décisions opérationnelles du court terme. Les questions qui se posent à ce niveau portent sur l'utilisation optimale des moyens de production dans le but de satisfaire les demandes aux moindres coûts.

La planification part des informations suivantes :
- les demandes (connues ou estimées),
- la capacité de production (par unité de temps, atelier ou machine),
- le volume de main d'œuvre et qualifications disponibles,
- les informations sur le produit (nomenclature, spécifications techniques de production, délai d'obtention ...),
- les différents coûts (production, lancement, non satisfaction des demandes, stockage, rupture de stocks ...),
- ...

Ces informations sont rassemblées et analysées pour définir des **plans de production** qui déterminent pour chaque période de l'horizon de planification :
- les quantités à produire pour chaque produit,
- les niveaux de stocks nécessaires en produits finis et composants,
- l'utilisation des ressources humaines et matérielles,
- les plans de sous-traitance.

A ce niveau de décision, il est courant de planifier dans les grandes lignes c'est-à-dire de ne pas prendre en compte certains détails qui complexifient trop la prise de décision. Ainsi, un ensemble de variables possédant des caractéristiques communes sont remplacées par une variable agrégée. Par exemple, les produits sont agrégés par familles, les ressources en grandes catégories .... L'agrégation des décisions permet de simplifier considérablement la formulation et la résolution des problèmes. Le plan de production ainsi obtenu est appelé plan agrégé. Cependant, ce plan doit être calculé de manière à être réalisable. Or, nous verrons dans la suite du manuscrit

que ce n'est pas toujours le cas.

Les problèmes de planification ont été et sont encore largement étudiés dans la littérature. Une attention particulière est portée sur les problèmes de dimensionnement de lots (« lot sizing ») qui visent à déterminer la taille optimale des lots de production. Nous allons donc proposer un état de l'art de cette problématique dans le paragraphe 1.4. Des solutions logicielles permettent de traiter aussi ces problématiques, nous allons présenter leur fonctionnalité dans la suite.

1.3.2 Techniques de planification

L'évolution des structures de planification a été accompagnée par celle des progiciels de gestion associés à la planification de la GPAO (systèmes de gestion de production assistée par ordinateur) aux APS (Advanced Planning Systems). Les logiciels GPAO ont été adaptés aux besoins et aux spécificités de chaque entreprise.

Les approches les plus classiques utilisées sont MRP (Material Requirements Planning) qui permet de calculer les besoins en composants sans capacité et MRP II (Manufacturing Resource Planning) qui intègre un système ajustant les niveaux de capacité. Cependant, les logiciels basés sur cette approche ne permettaient pas une gestion efficace lorsque l'organisation dispose de multiples unités de production dispersées. La gestion de la chaîne logistique implique de pouvoir intégrer l'ensemble des informations nécessaires à une planification globale.

Plusieurs inconvénients de ces systèmes ont été résolus par la mise en place des ERP (Enterprise Resource Planning ou encore PGI en français pour Progiciels de Gestion Intégrée). Ces logiciels intègrent les principales fonctions nécessaires à la gestion des flux et des procédures de l'entreprise (comptabilité, finances, ressources humaines ...). Ils se substituent aux systèmes de GPAO en répondant à la problématique d'intégrité et de synchronisation des informations de l'entreprise. Cependant, ces outils s'avèrent insuffisants puisqu'ils exploitent toujours le principe classique MRP II. L'inconvénient de tels systèmes réside dans la prise en compte séquentielle des besoins puis des capacités des ressources.

Pour répondre à ces enjeux, de nouveaux systèmes de planification, les APS (Ad-

vanced Planning Systems) visent à fournir une optimisation globale du fonctionnement de la chaîne logistique d'une entreprise. Ces logiciels optimisent la planification et synchronisent les flux de la chaîne logistique en tenant compte d'un grand nombre de contraintes. Nous présentons dans la suite les approches de type MRP-MRP II et les logiciels de type ERP et APS.

L'approche MRP

Cette méthode, décrit par Orlicky [98] dans les années soixante, est la plus ancienne en matière de solution proposée aux industriels. Le principe consiste à établir une programmation de la production sans se poser le problème des capacités de production effectivement disponibles. Le MRP met en œuvre une séquence de plans :

- *Le plan Industriel et Commercial (PIC).*
  Le PIC est établi conjointement par la direction générale, la direction de la production et la direction commerciale à partir du carnet de commandes et des prévisions commerciales. Il définit les volumes de vente, les niveaux de stocks, les besoins en équipements et en ressources.

- *Le plan Directeur de Production (PDP).*
  Ce plan a pour objectif de définir les types et les volumes de produits finis à fabriquer en tenant compte des prévisions, des commandes, de l'état des stocks et des données économiques. Le plan directeur de production ainsi établi est ensuite validé pour se transformer en plan de production de produits et constitue un point de départ pour le calcul des besoins en composants.

- *Planification des besoins.*
  Les quantités de composants, de matières premières et de produits semi-finis nécessaires à la fabrication des produits prévus par le *PDP* sont définies pour chaque période de l'horizon de temps.

- *Suivi de production.*
  Il concerne le lancement et le suivi des ordres d'achat et de fabrication, l'ordonnancement, le suivi de fabrication ....

Cette approche présente néanmoins certaines limites relatives aux méthodes de calcul des besoins. L'absence de contrôle de capacité suffisante peut provoquer des problèmes de types retards de livraison ou stocks d'en-cours.

L'approche MRP II

L'approche MRP II ([126], [127]) va plus loin que la précédente en cherchant à ajuster la charge souhaitée et la capacité disponible pour chaque centre de production. Les avantages offerts par l'utilisation de cette méthode sont multiples : plus grande réactivité et meilleure maîtrise de contrôle de production, diminution des immobilisations en stock ....

Cette méthode résout donc un certain nombre de problèmes évoqués dans le paragraphe précèdent. Cependant, ce système prend en compte des contraintes de capacité agrégées ne permettant pas de garantir la faisabilité du plan de production au niveau ordonnancement.

L'approche ERP

Les ERP ([96], [126]) , développés dans les années 80, sont des progiciels de gestion intégrée s'adaptant facilement à une très grande variété d'entreprises, contrairement aux systèmes MRP réservés aux industries de manufacture. Ils proposent une architecture modulaire permettant de composer à la carte un système sur mesure en s'appuyant sur une base de données unique et commune.

L'approche APS

Les APS ont été développés pour améliorer les fonctionnalités de planification des ERP. En effet, ceux-ci comportent des limites au niveau de l'établissement de planning, par leur capacité à prendre en compte un nombre important de contraintes, ou lorsque des contraintes impondérables (pannes, modification de la demande ...) surviennent. Les solutions logicielles APS permettent de résoudre des problèmes de planification complexes en appliquant des techniques d'optimisation.

Le succès de ces outils est lié à la capacité de synchroniser l'ensemble des res-

sources pour aboutir à une planification dite « optimale ». Néanmoins les outils utilisés pour élaborer les plans de production posent le problème de la robustesse de cette planification.

1.4 Etat de l'art sur les problèmes de dimensionnement de lots

Un problème important au niveau planification concerne les décisions de dimensionnement de lot (*lot sizing*) qui cherchent à déterminer la taille optimale des lots de production. Il est souvent trop coûteux de produire un article à chaque période puisqu'il existe des coûts ou des temps de lancement associés à chaque produit. A l'inverse, produire un grand nombre d'articles dans une période engendre des coûts d'inventaire importants. L'objectif des problèmes de dimensionnement de lot est donc de trouver un compromis entre les différents coûts afin de calculer une taille de production optimale.

1.4.1 Classification

Différents critères interviennent dans la classification des problèmes de dimensionnement de lot, notamment :

- l'échelle de temps.

  La planification peut être effectuée soit sur des périodes discrètes soit sur un horizon de temps continu. Dans le premier cas, la longueur des périodes peut être soit de petite taille (*Small time buckets*) correspondant à des heures ou jours, soit de grande taille (*Big time buckets*) correspondant à des jours ou semaines, soit de très grande taille (*Very big time buckets*) correspondant à des mois ou trimestres. Un des plus anciens modèles à temps continu est le modèle *Economic Order Quantity (EOQ)* établi par Harris [60]. Par la suite, ce modèle a été étendu au modèle *Economic Lot Scheduling Problem (ELSP)* ([107],[37]) en considérant une capacité limitée.

- Le nombre de niveaux.

  Dans le cas où seules les demandes venant de l'extérieur du système sont considérées, on parle de problèmes à un niveau. Un état de l'art sur ce type de problème est proposé par Karimi *et al.* [71]. Lorsqu'il existe une relation entre les produits, on considère des problèmes à plusieurs niveaux. Ce dernier type de problèmes se retrouve fréquemment dans l'industrie.

- Le nombre de produits.

  Dans le cas où il n'y a pas de dépendance entre les produits, en particulier, s'il n'y a pas d'utilisation commune de la capacité, nous considérons des problèmes à un seul produit. Dans le cas inverse, on parle de problèmes à plusieurs produits. Un état de l'art sur les problèmes à un produit est proposé par Brahimi *et al.* [16].

- Les contraintes de capacité.

  Les contraintes de capacité incluent le nombre d'employés, la capacité des machines, la capacité de stockage .... Lorsque les contraintes de capacité sont introduites dans le modèle, elles rendent le problème plus difficile à résoudre, puisqu'elles lient les produits entre eux.

- Les demandes.

  Il existe plusieurs types de demandes qui peuvent être réparties selon trois groupes :
  - Demandes *constantes*, les valeurs des demandes ne changent pas sur l'horizon de temps, ou demandes *dynamiques*, les valeurs varient au cours du temps.
  - Demandes *certaines*, les valeurs sont connues à l'avance, ou demandes *stochastiques*, les valeurs sont basées sur des probabilités.
  - Demandes *indépendantes*, lorsqu'un produit n'a pas besoin d'autres produits comme composants, ou demandes *dépendantes*, lorsqu'il existe une relation entre les produits.

- Les coûts et temps de lancement ou préparation (setup).

  Une ressource peut exécuter des produits de type différents. Ainsi il est parfois

nécessaire de reconfigurer celle-ci à chaque changement de produits. Les coûts et temps induits par le lancement de la ressource sont souvent importants car élevés et longs.

La diversité des problèmes de dimensionnement de lots a incité les chercheurs à établir une classification de ces problèmes. Belvaux et Wolsey [13] ont proposé une classification selon la longueur des périodes de temps pour des problèmes à un niveau. Rota et Martel [108] ont proposé une classification de ces modèles en fonction du niveau de nomenclature, de la prise en compte des contraintes de ressources et de la nature des demandes. D'autres classifications sont proposées dans la littérature, nous pouvons citer les travaux de Drexl et Kimms [35], Staggemeier et Clark [117], Grames [55] et Kuik *et al.* [82]. Un exemple de classification est donné par la figure 1.1.

La complexité des problèmes de dimensionnement de lots varie fortement sous l'influence des différents facteurs comme le nombre de produits, le nombre de niveaux, les contraintes de capacité .... Nous avons choisi dans cette étude de décrire les problèmes de dimensionnement de lots selon la longueur de la période de l'horizon de temps. Nous allons donc nous intéresser aux problèmes à courtes et longues périodes. Les problèmes à très longues périodes étant considérés comme des problèmes de planification agrégée, nous ne les détaillerons pas ici, Bitran et Tiraputi [14] propose une introduction sur ces problèmes.

1.4.2 Problèmes à courtes périodes

Ces problèmes (*Small time bucket problems*) sont caractérisés par des périodes de l'ordre de quelques heures, et la séquence des lots lors de la production est prise en compte. Quatre types de problèmes sont étudiés dans la littérature. Pour une étude détaillée de tous ces problèmes, nous pourrons nous référer à Drexl and Kimms [35].

Discrete lot-sizing and scheduling problem

Ce problème noté DLSP, est initialement formulé par Fleischmann [43]. La prin-

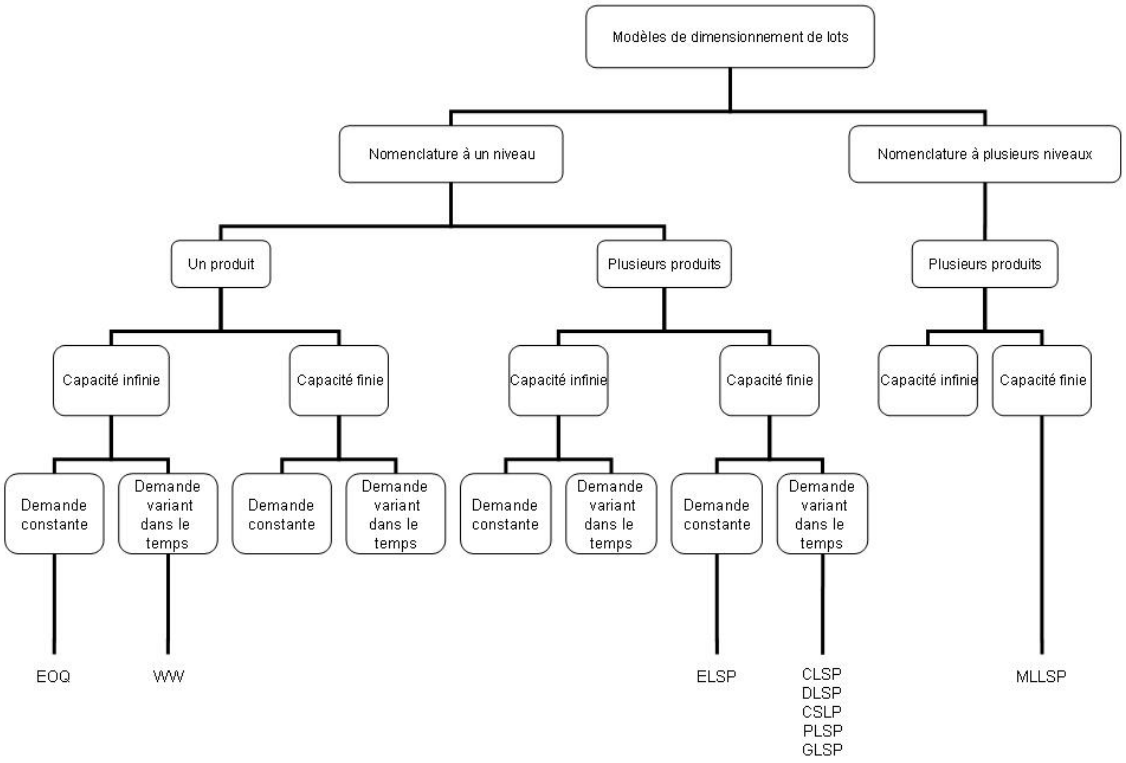

FIG. 1.1 – Exemple de classification des modèles de dimensionnement de lots

cipale hypothèse de ce problème est qu'au plus un article peut être produit par période. Si un article est fabriqué sur une période, alors toute la capacité disponible sur cette période sera utilisée. Généralement, les coûts de lancement sont pris en compte seulement lorsqu'un nouveau lot commence et non à chaque période.

Ces problèmes sont connus pour être NP-difficiles (Salomon *et al.* [110]). Salomon *et al.* [112] étudient ce problème en incluant des coûts et temps de lancement dépendant de la séquence des lots.

Continuous setup lot-sizing problem

Ce problème noté CSLP est similaire au précédent problème. La différence réside

dans le fait que lorsqu'un article est produit sur une période, on utilise la capacité nécessaire pour produire cet article et non la capacité entière comme pour le problème précèdent. Karmarkar *et al.* [72] ont étudié ce problème dans le cas d'une nomenclature à un niveau.

Proportional lot-sizing and scheduling problem

Dans ce problème, que l'on notera PSLP, la capacité restante pour une période donnée est réutilisée pour produire un second article. Ce problème a été étudié par Drexl et Haase [34] et Kimms et Drexl [78]. Il existe des extensions pour ce problème, par exemple, le cas à plusieurs niveaux et plusieurs machines. Dans [76], Kimms propose de calculer des bornes inférieures, et il résout ce problème à l'aide d'un algorithme génétique dans [77].

General lot-sizing and scheduling problem

Ce problème noté GLSP, est plus général que les problèmes précédents, puisque le nombre d'articles à produire par période n'est pas restrictif. Il est étudié par Fleischmann et Meyr [44]. Il existe des extensions de ce problème, par exemple en intégrant des temps de lancement de production dépendant de la séquence des lots à produire ([93]).

1.4.3 Problèmes à longues périodes

Les problèmes à longues périodes *(Big time bucket problems)* sont basés sur des horizons de l'ordre de quelques jours à quelques semaines et sont caractérisés par le fait que plus d'un produit peut être fabriqué par période.

Nous proposons dans cette section, une étude détaillée de ces problèmes. Ce paragraphe est organisé comme suit : nous présentons dans un premier temps les problèmes de dimensionnement de lots à un niveau et un produit, puis les problèmes de dimensionnement de lots à un niveau et à plusieurs produits et enfin les problèmes de dimensionnement de lots à plusieurs niveaux. Nous détaillons pour chaque type de

problématique la formulation mathématique, la complexité et les principaux travaux sur les aspects de résolution issus de la littérature.

1.4.3.1 Les problèmes à un niveau et un produit

Ces problèmes ne correspondent pas vraiment à la réalité mais reçoivent beaucoup d'attention et d'intérêt puisque les méthodes mises en œuvre pour les résoudre sont généralisées dans le cas des problématiques à plusieurs niveaux.

Les premiers travaux sur cette problématique ont été conduits par Manne [90] et Wagner et Whitin [129]. Leur méthode de résolution est utilisée dans plusieurs concepts pour résoudre des problèmes plus complexes. Brahimi *et al.* [16] ont proposé un état de l'art sur ces problématiques.

Modélisation

Les paramètres utilisés dans la modélisation sont les suivants :

T : nombre de période de l'horizon de planification.
d_t : demande à la période t.
c_t^p : coût unitaire de production à la période t.
c_t^{inv} : coût unitaire de stockage en fin de période t.
c_t^s : coût de lancement s'il y a un lancement dans la période t.

Les variables de décisions correspondent à :

X_t : quantité à produire à la période t.
I_t : niveau de stock à la fin de la période t.
Y_t : variable de lancement qui est égale à 1 si $X_t > 0$ et 0 sinon.

Le problème que l'on notera USILSP se modélise de la façon suivante :

$$\text{Minimiser} \sum_{t=1}^{T}(c_t^s Y_t + c_t^p X_t + c_t^{inv} I_t) \tag{1.1}$$

Sous les contraintes :

$$I_{t-1} + X_t = d_t + I_t \qquad \forall t \tag{1.2}$$

$$X_t \leq \sum_{k=t}^{T} d_k Y_t \qquad \forall t \tag{1.3}$$

$$Y_t = 0 \text{ ou } 1 \qquad \forall t \tag{1.4}$$

$$I_t,\, X_t \geq 0 \qquad \forall t \tag{1.5}$$

L'objectif (1.1) est de minimiser l'ensemble des coûts de production, de stockage et de lancement sur l'ensemble des périodes de l'horizon de planification. Les contraintes (1.2) représentent l'équation d'équilibrage des stocks. Ces équations indiquent que le stock à la fin de la période t est égale au stock de la période précédente plus la quantité produite à la période t moins la demande à la période t. Les contraintes (1.3) relient les variables continues X_t aux variables binaires Y_t.

Le problème avec contraintes de capacité

Dans la majorité des unités de production, il n'est pas réaliste de supposer une capacité infinie. Ainsi, la capacité est estimée par le nombre d'employés, la capacité des machines, la capacité de stockage .... Le problème de dimensionnement avec contraintes de capacité est donc une extension du problème USILSP auquel les contraintes de capacité de production sont ajoutées. Le nouveau modèle est obtenu en remplaçant les contraintes (1.3) par :

$$X_t \leq C_t Y_t \qquad \forall t \tag{1.6}$$

Où C_t représente la capacité de production à la période t.

Complexité

Wagner et Whitin [129] proposent un algorithme polynomial pour le problème sans capacité qui fournit une solution optimale en $O(T^2)$. La complexité de cet algorithme a été ensuite améliorée en $O(T \log T)$ par Aggarwal et Park [6], Federgruen et Tzur [40] et Wagelmans *et al.* [128]. Lorsque les contraintes de capacité sont prises en compte, le problème devient NP-difficile ([45], [15]). Chen *et al.* [20] ont prouvé que le problème n'était pas NP-difficile au sens fort en proposant un algorithme pseudo-polynomial pour le résoudre.

Méthodes de résolution

La méthode de résolution la plus utilisée est certainement la programmation dynamique [130]. Plusieurs auteurs ont utilisés cette méthode pour résoudre le problème de dimensionnement de lots sans contrainte de capacité ([7], [84], [87], [91], [125]) et pour résoudre le problème avec contraintes de capacité ([115], [22]).

Un autre type de méthodes utilisées pour résoudre ce problème est basée sur la procédure par séparation et évaluation, ou Branch and Bound ([130]). Cette méthode consiste à déterminer une solution optimale à travers un arbre d'énumération par séparation et énumération progressive. Baker *et al.* [10] ont été les premiers à appliquer ces procédures.

1.4.3.2 Les problèmes à un niveau et plusieurs produits

Le problème de dimensionnement de lots avec contraintes de capacité est considéré comme un problème complexe puisque la contrainte de capacité engendre un lien entre les différents produits. Dans le cas où la capacité est considérée comme infinie, le problème de dimensionnement de lots à N produits est réductible à N problèmes à un produit et sans capacité, chacun solvable en temps polynomial.

Modélisation

Afin de décrire le modèle mathématique, nous définissons les paramètres du problème comme suit :

N	:	nombre de produits.
T	:	nombre de période de l'horizon de planification.
d_{it}	:	demande à la période t pour le produit i.
c_{it}^{p}	:	coût unitaire de production du produit i à la période t.
c_{it}^{inv}	:	coût unitaire de stockage du produit i en fin de période t.
c_{it}^{s}	:	coût de lancement si le produit i est lancée à la période t.
u_i	:	durée d'exécution par unité de produit i

Puis les variables de décisions :

X_{it}	:	quantité à produire du produit i à la période t.
I_{it}	:	niveau de stock du produit i à la fin de la période t.
Y_{it}	:	variable de lancement qui est égale à 1 si $X_{it} > 0$ et 0 sinon.

Le problème qui prend en compte les contraintes de capacité, noté CMILSP se

modélise de la façon suivante :

$$\text{Minimiser} \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(c_{it}^{s}Y_{it} + c_{it}^{p}X_{it} + c_{it}^{inv}I_{it}) \tag{1.7}$$

Sous les contraintes :

$$I_{it-1} + X_{it} = d_{it} + I_{it} \qquad \forall i,t \tag{1.8}$$

$$X_{it} \leq \sum_{k=t}^{T} d_{ik}Y_{it} \qquad \forall i,t \tag{1.9}$$

$$\sum_{i=1}^{N} u_i X_{it} \leq C_t \qquad \forall t \tag{1.10}$$

$$Y_{it} = 0 \text{ ou } 1 \qquad \forall i,t \tag{1.11}$$

$$I_{it},\ X_{it} \geq 0 \qquad \forall i,t \tag{1.12}$$

L'objectif (1.7) est de minimiser l'ensemble des coûts de production, de stockage et de lancement pour tous les produits et pour toutes les périodes de l'horizon de planification. Les contraintes (1.8) représentent l'équation d'équilibrage des stocks. Les contraintes (1.9) correspondent aux contraintes de capacités. Les contraintes (1.10) relient les variables continues X_{it} aux variables binaires Y_{it}.

Complexité

Le problème *CMILSP* a été démontré NP-difficile au sens fort par Chen et Thizy [21]. Le problème de décision associé a été prouvé NP-complet par Maes *et al.* [89].

Méthodes de résolution

Pour résoudre cette problématique, des méthodes exactes et approximatives ont été proposées. Parmi les méthodes exactes, nous pouvons citer les travaux de Haase et Kimms [58] qui ont proposé un algorithme de branch-and-bound dans le cas où le coût de lancement est dépendant de la séquence. Les variables de lancement ainsi que

la séquence sont fixées durant le parcours de l'arbre de recherche. Belvaux et Wolsey [13] ont proposé une méthode de branch-and-cut pour une variété de problèmes de dimensionnement de lots. Absi et Kedad-Sidhoum [2] ont notamment appliqué la méthode de branch-and-cut en considérant le cas de demandes perdues (les clients ne tolèrent aucun retard dans les livraisons, si c'est le cas, les commandes sont annulées et les demandes sont perdues). Kang *et al.* [70] ont appliqué la méthode de génération de colonnes ([49] et [50]) pour résoudre ce problème avec le coût de lancement dépendant de la séquence.

Étant donné la complexité du problème, la communauté scientifique c'est intéressée plus particulièrement aux méthodes approximatives. L'une des méthodes les plus efficaces est la **relaxation Lagrangienne** [95]. Puisque nous allons appliquer la relaxation Lagrangienne comme méthode de résolution pour notre problème, nous proposons dans ce qui suit, une étude détaillée de l'application de cette méthode aux problèmes de dimensionnement de lots.

Cette méthode permet de déterminer des bornes inférieures (pour le problème de minimisation). L'idée de base de cette méthode est de relaxer un ensemble de contraintes qui sont introduites dans la fonction objectif en leur affectant des multiplicateurs Lagrangiens. La solution optimale du problème relaxé est une borne inférieure de la solution optimale du problème initial. Dans de nombreux cas, les contraintes de capacités sont relaxées et la relaxation Lagrangienne qui en résulte consiste en un sous-ensemble de problèmes de dimensionnement de lots à un produit et sans capacité qui peuvent être résolus en $O(TlogT)$ ([128]). La solution obtenue est alors utilisée pour construire une solution réalisable du problème initiale. En comparaison avec la relaxation linéaire, il est connu que les bornes inférieures obtenues par la relaxation Lagrangienne sont au moins aussi bonnes que celles obtenues par la relaxation linéaire. Cette approche étant appliquée à notre problématique, nous présenterons cette méthode plus en détails dans le chapitre 3.

Plusieurs auteurs ont appliqué la relaxation Lagrangienne pour obtenir une borne inférieure et proposer des heuristiques pour déterminer une borne supérieure. Thizy

et Van Wassenhove [120] ont construit une borne supérieure en fixant les variables de lancement à partir de la solution des sous-problèmes de Wagner et Whitin, et en résolvant des problèmes de flot à coût minimum afin de trouver les quantités à produire. Trigeiro *et al.* [124] proposent une heuristique de lissage en déplaçant les quantités produites vers d'autres périodes afin d'éliminer les dépassements des capacités. Chen et Thizy [21] ont proposé une comparaison entre la programmation linéaire, la relaxation Lagrangienne et la génération de colonnes pour ce problème sans tenir compte des coûts et temps de lancement. Dans leur étude, la génération de colonnes a donné de meilleurs résultats. Diaby *et al.* [33] ont pris en compte des capacités supplémentaires avec un coût associé dans la fonction objectif. Absi [1] a appliqué cette méthode sur la problématique de dimensionnement de lots avec prise en compte des coûts de ruptures sur la demande et des coûts de déficits sur le stock de sécurité. Toledo et Armentano [122] ont traité le cas des machines parallèles à capacité constante. Brahimi *et al.* [16] ont traité le cas des demandes à satisfaire dans une fenêtre de temps dans la modélisation de leur problème. Les auteurs ont relaxé les contraintes de capacité et certaines contraintes de fenêtre de temps. Du Merle *et al.* [36] ont proposé d'utiliser une méthode du point intérieur et des plans sécants au lieu d'utiliser la méthode classique du sous-gradient pour résoudre le problème dual.

Une famille d'heuristiques appliquées dans la littérature correspond aux heuristiques période par période. Elles permettent de partir d'une solution (non réalisable dans la plupart des cas) et de l'améliorer afin de construire une solution réalisable. Nous pouvons citer les travaux de Trigiero [123].

Quelques auteurs ont proposé d'appliquer des méta-heuristiques pour résoudre le problème. Jans et Degraeve [68] ont proposé un état de l'art sur l'application des méta-heuristiques pour les problèmes de dimensionnement de lots. Nous pouvons citer notamment Hindi [63], Gopalakrishman [54] et Hung *et al.* [65] pour la recherche taboue.

1.4.3.3 Les problèmes à plusieurs niveaux

Ces problèmes sont caractérisés par le fait que les produits finis sont fabriqués à partir de produits intermédiaires. Ainsi, les demandes dépendantes (i.e. les demandes entre les produits) et les demandes indépendantes (i.e. les demandes arrivant de l'extérieur) sont prises en compte dans ce type de problème.

Les problèmes à plusieurs niveaux imposent d'introduire une nomenclature pour chacun des produits fabriqués, qui permet de prendre en compte les différentes arborescences possibles de composition des produits. Dans la littérature, il existe trois schémas de nomenclature :

- les structures en séries : chaque produit a un seul successeur et un seul prédécesseur (figure 1.2 (a)).
- les structures d'assemblage : chaque produit a au plus un successeur (figure 1.2 (b)).
- les structures générales : le nombre de successeurs et prédécesseurs n'est pas limité (figure 1.2 (c)).

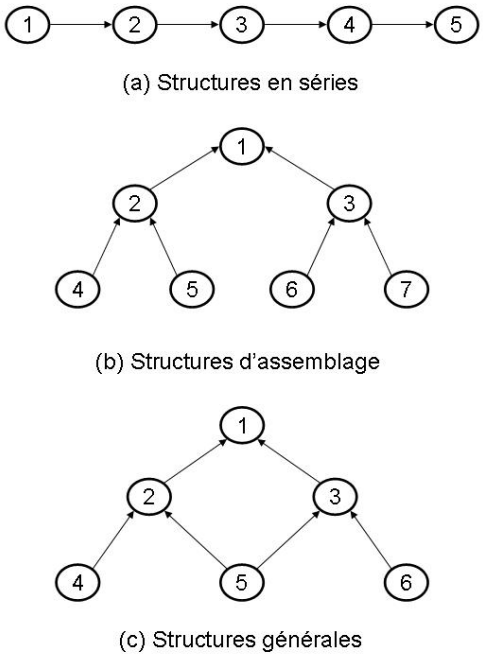

FIG. 1.2 – Schémas de nomenclature

Dans la suite, une formulation du problème de dimensionnement de lots à plusieurs niveaux est décrite puis les différentes travaux issus de la littérature relatif à la résolution de ce problème sont présentés

Modélisation

Avant de présenter le modèle mathématique, les notations suivantes sont introduites :

K	:	nombre de ressource.
$S(i)$	:	ensemble des successeurs de l'article i dans la nomenclature.
$R(k)$	:	ensemble des produits qui nécessitent la ressource k pour être fabriqués.
g_{ij}	:	nombre d'unités du produit i requis pour produire un unité du produit j.
tp_{it}	:	temps d'exécution du produit i à la période t.
ts_{it}	:	temps de lancement du produit i à la période t.
c_{kt}	:	capacité disponible de la ressource k à la période t.

Le problème de dimensionnement de lots à plusieurs niveaux est modélisé comme suit :

$$\text{Minimise } \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(c_{it}^{s}Y_{it} + c_{it}^{p}X_{it} + c_{it}^{inv}I_{it}) \tag{1.13}$$

Sous les contraintes

$$I_{it-1} + X_{it} = d_{it} + I_{it} + \sum_{j\in S(i)} g_{ij}X_{jt} \qquad \forall t, i \tag{1.14}$$

$$\sum_{i\in R(k)} (tp_{it}Y_{it} + ts_{it}X_{it}) \leq c_{kt} \qquad \forall k, t \tag{1.15}$$

$$X_{it} \leq (\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(d_{it}))Y_{it} \qquad \forall t, i \tag{1.16}$$

$$Y_{it} = 0 \text{ ou } 1 \qquad \forall t, i \tag{1.17}$$

$$I_{it},\ X_{it} \geq 0 \qquad \forall t, i \tag{1.18}$$

L'objectif (1.13) est de minimiser l'ensemble des coûts de production, de stockage et de lancement pour tous les produits et pour toutes les périodes de l'horizon de planification. Les contraintes (1.14) expriment les contraintes de flux faisant intervenir la production, les demandes dépendantes et indépendantes et le stock. Les

contraintes (1.15) correspondent aux contraintes de capacités. Les contraintes (1.16) relient les variables continues X_{it} aux variables binaires Y_{it}.

Méthodes de résolution

Le problème à capacité infinie

Ce problème est NP-difficile ([9]). Des approches basées sur la résolution niveau par niveau ([26]), ou période par période ([3]) sont proposées. Plusieurs méta-heuristiques sont également proposées : l'application d'un recuit simulé ([81]) ou d'un algorithme génétique ([32]). La résolution de ce problème est exploitée pour obtenir une première solution du problème avec capacité qui est modifiée ensuite pour être réalisable.

Le problème à capacité finie

Le problème de dimensionnement de lot à plusieurs niveaux et avec contraintes de capacité se résout difficilement de façon optimale. Quelques auteurs ont proposés des méthodes exactes ([113], [23] et [103]).

Plusieurs recherches basées sur des méthodes approchées sont proposées pour résoudre ce problème. Tempelmeier et Derstroff ([119]) ont appliqué une heuristique Lagrangienne : les contraintes de capacité et les équations d'équilibrage des stocks sont relaxées. La construction d'une solution réalisable se fait d'une part niveau par niveau, pour satisfaire les contraintes entre les produits, et d'autre part, en déplaçant la production d'avant en arrière pour satisfaire les contraintes de capacités. Dans leur modélisation, le délai d'obtention (temps nécessaire pour terminer un lot d'un produit donné) est pris en compte, mais il est supposé nul dans la résolution. Ôzdamar et Barbarosoglu ([100]) ont proposé une approche combinant la relaxation Lagrangienne et recuit simulé pour résoudre le problème. A chaque itération de la relaxation Lagrangienne, le recuit simulé améliore la solution du problème relaxé en déplaçant la production des lots.

Plusieurs autres heuristiques ont été proposées dans la littérature. Harrison *et*

al. [61] proposent une heuristique d'approximation des variables binaires de lancement de la production dans le cas de problèmes à structures en séries. Les auteurs comparent leurs résultats aux solutions obtenues par le logiciel standart OSL (*Optimization System Library*). Katok *et al.* [73] ont étendu les travaux de Harrison *et al.* [61] dans le cas de problèmes à structures générales et en prenant en compte les coûts de lancement. Une heuristique basée sur la génération de colonnes est proposée par Cattrysse *et al.* [19]. Maes *et al.* [89] ont proposé une heuristique basée sur la programmation linéaire pour résoudre le problème de dimensionnement de lots à capacité finie et à plusieurs niveaux de production. Les auteurs ont utilisé la formulation basée sur le problème de localisation [80]. Certains auteurs ([46], [103], [24]) ont proposé une formulation basée sur *l'echelon stock* ([133]) pour le problème de dimensionnement de lots à plusieurs niveaux.

Parmi les méta-heuristiques utilisées pour résoudre ce problème, nous pouvons citer les travaux suivants. Barbarosoglu and Ozdamar [11] ont appliqué un recuit simulé et ont analysé différents types de voisinages basés sur la relaxation de différentes contraintes (contraintes de capacité et équations d'équilibre des stocks), lesquelles ont permis de définir différents espaces de recherches. Salomon *et al.* [111] ont proposé des algorithmes basés sur la recherche taboue et le recuit simulé. Kuik *et al.* [83] ont comparé des heuristiques basées sur la programmation linéaire avec des approches basées sur le recuit simulé et la recherche taboue. Les algorithmes génétiques ont été appliqués par Xie and Dong [131], Gutérrez et al [57] et Dellaert *et al.* [32]. Pour un état de l'art sur l'application des méta-heuristiques aux problèmes de dimensionnement de lots, le lecteur peut se référer à Jans et Degraeve [68].

Nous venons de proposer une étude détaillée sur les problématiques en planification, en particulier sur les problèmes de dimensionnement de lots. Dans la section suivante, nous n'étudions pas en détail la problématique d'ordonnancement comme nous l'avons fait en planification, nous introduisons les définitions et nous présentons les éléments de base de ces problèmes.

1.5 Ordonnancement de la production

Au niveau opérationnel, il s'agira de suivre le plan de production déterminé au niveau tactique, c'est-à-dire produire les quantités (ou lots) fixées dans ce plan, dans les délais. Ces lots, appelés ordre de fabrication dans l'atelier (ou job), doivent traverser celui-ci en subissant diverses opérations, dans un ordre fixe ou non afin d'obtenir des produits finis. Une opération (ou tâche) correspond au traitement d'un ordre de fabrication par une ressource. Un ordonnancement consiste à déterminer d'une part l'affectation des différentes opérations sur les ressources et d'autre part, les dates d'exécution de ces opérations. Résoudre un problème d'ordonnancement revient à déterminer les séquences des opérations sur les ressources en minimisant un critère donné.

Les problèmes d'ordonnancement sont des problèmes largement étudiés dans la littérature (Brucker [17], Carlier et Chretienne [18], Esquirol et Lopez [38] et Pinedo [102]). Ils sont caractérisés par un ensemble de spécificités tels que les ordres de fabrication, les ressources, les contraintes et les fonctions objectifs. Les ordres de fabrication peuvent être caractérisés par une durée d'exécution et peuvent être soit réalisés sans interruption (on parle dans ce cas d'ordres de fabrication non préemptifs), soit réalisés par morceaux (d'ordres de fabrication préemptifs). Des contraintes peuvent intervenir sur les ordres de fabrication, on peut rencontrer des contraintes de précédence qui définissent l'ordre d'exécution des ordres de fabrication, ou des contraintes sur la date de fin d'exécution des ordres de fabrication. Les contraintes relatives aux ressources portent sur l'utilisation et la disponibilité de chacune d'entre elles. Les fonctions objectifs sont les critères à optimiser tel que la date de fin de fabrication d'un ordre de fabrication ou de l'ensemble des ordres de fabrication (makespan), le retard algébrique par rapport à la date de fabrication souhaitée ....

1.5.1 Différents types de problèmes

Dans ce qui suit, nous décrivons une classification très répandue des problèmes d'ordonnancement, basée sur les différentes configurations d'ateliers :

- Machine unique

L'ensemble des ordres de fabrication à réaliser est fait par une seule machine. Les ordres de fabrication sont alors composés d'une seule opération qui nécessite la même machine. Ces problèmes sont étudiés dans le cas d'un système de production comprenant une machine, appelée goulot d'étranglement, où se concentrent des conflits et des attentes. La résolution de problèmes à une machine permet de développer des méthodes pour la résolution de problèmes plus complexes à plusieurs machines.

- Machines parallèles
  Un ensemble de machines identiques est disponible pour réaliser les ordres de fabrication. Les ordres de fabrication se composent d'une seule opération et un job exige une seule machine. L'ordonnancement s'effectue en deux étapes : la première consiste à affecter les ordres de fabrication aux machines et la seconde étape consiste à établir la séquence d'exécution sur chaque machine.

- Les ateliers à cheminement unique (Flow shop)
  Ce type de problème est caractérisé par le passage des produits sur les machines toujours dans le même ordre.

- Les ateliers à cheminement multiples (Job shop)
  Le problème d'atelier de type job shop est une généralisation du problème de flow shop. Chaque produit a une série d'opérations à exécuter dans un ordre fixe (gamme) mais éventuellement différent d'un produit à l'autre. Ce problème est sans aucun doute le plus étudié dans la littérature ([67]).

- Les ateliers à cheminement libres (Open shop)
  Chaque produit doit effectuer un ensemble d'opérations mais dans un ordre totalement libre. Ce type de problème est peu étudié dans la littérature puisque ses applications sont assez réduites dans les entreprises.

- Les ateliers flexibles
  Ces ateliers sont caractérisés par un niveau d'automatisation élevé, cherchant par là un compromis entre flexibilité et productivité. Ils sont à la base des ateliers à cheminement multiples où les principales tâches (stockage, traitement

de pièces, manutention ...) sont automatisées.

Dans cette thèse, nous considérons le problème général d'ordonnancement dans les différents types d'ateliers présentés, nous avons en particulier validé nos méthodes sur le problème de type job shop.

1.5.2 Représentations d'un ordonnancement

Les deux manières de représenter les solutions d'un problème d'ordonnancement sont le diagramme de Gantt, permettant de visualiser dans le temps les diverses tâches, et le graphe disjonctif, permettant de modéliser le problème. La modélisation de notre problème se basant sur le graphe disjonctif, nous décrivons le principe de ce graphe dans ce qui suit.
Le graphe disjonctif a été proposé par Roy et Sussman [109] en 1964 pour représenter, en particulier, le problème du job shop. Les sommets du graphe représentent les différentes opérations d'un job, auxquels s'ajoutent deux sommets fictifs correspondant respectivement au début et à la fin des ordres de fabrication. Deux types d'arcs sont différenciés : les arcs conjonctifs représentant les contraintes fixes de séquencement des opérations de chaque job, et les arcs disjonctifs liant les opérations qui doivent être effectuées sur la même machine. Une solution est obtenue en choisissant, pour chaque arc disjonctif, une orientation telle que le graphe soit acyclique. La figure 1.3 présente un exemple de graphe disjonctif avec 3 produits et 4 machines.

1.6 Cohérence des décisions en planification et ordonnancement

Nous avons présenté précédemment l'approche hiérarchisée qui est la plus classique en gestion de production. Une des raisons principales motivant cette approche hiérarchisée est qu'elle permet de simplifier le processus global de décision. En particulier, la prise de décisions à un niveau n'a pas à considérer les « détails » inutiles à ce niveau et, de plus, seules les variables de décision pertinentes sont nécessaires. Bien

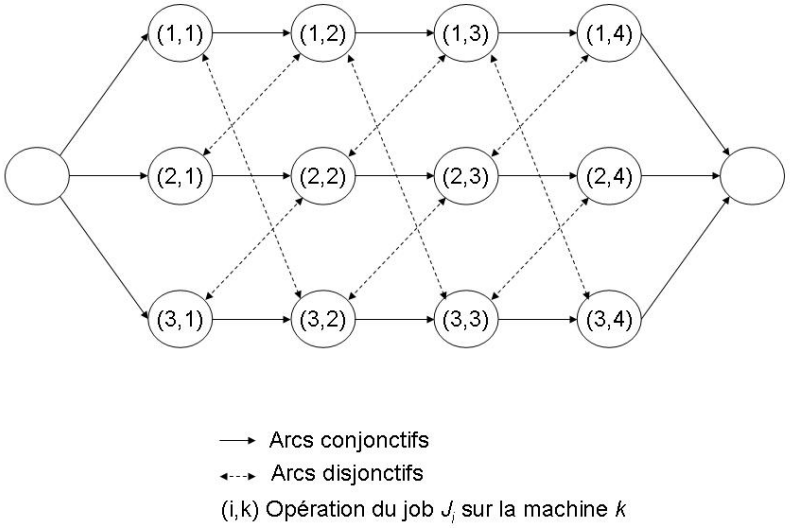

FIG. 1.3 – Graphe disjonctif

sûr, pour que le processus global de décision soit cohérent, les décisions prises à un niveau doivent être réalistes. Quand elles sont transmises au niveau inférieur comme des contraintes à satisfaire ou des objectifs à atteindre, il est important de s'assurer que ces décisions soient cohérentes avec les contraintes des niveaux inférieurs, c'est-à-dire qu'il soit possible de mettre effectivement en oeuvre ces décisions. En planification de la production, cela correspond à déterminer des quantités à produire en essayant de garantir que les contraintes de capacité soient respectées.

Cependant, dans de très nombreux cas, cette procédure hiérarchisée n'est souvent pas cohérente. En effet la planification et l'ordonnancement sont deux modules traités indépendamment l'un de l'autre. Les modèles de planification tiennent compte des contraintes de capacité de façon trop agrégée et ne garantissent pas que le plan de production proposé soit réalisable lorsqu'il est transmis au niveau inférieur. Les contraintes de capacité modélisées dans le plan ne représentent pas la réalité en terme de disponibilité des ressources dans les ateliers. Donc le temps de production

estimé pour un article est souvent différent du temps réel de sa production, ce qui est source de retards de livraison et/ou d'en-cours important. Or dans un contexte compétitif où la différence sur les coûts n'est plus ou pas toujours suffisante, le respect des délais est une attente de plus en plus forte de la part des clients. Il devient par conséquent essentiel de pouvoir garantir la satisfaction des délais au moindre coût, en évitant par exemple des stocks ou des augmentations de capacité inutiles.

Par conséquent, le niveau ordonnancement ne peut pas simplement être considéré comme un niveau inférieur au niveau planification. Ceci est particulièrement vrai quand la production se fait par lots, ce qui est souvent le cas. La qualité de la politique d'ordonnancement est tout aussi importante dans la capacité de production que la vitesse ou la disponibilité des ressources. Il est connu que des procédures efficaces d'ordonnancement permettent de réduire de 20 % ou plus, les délais de fabrication des lots. Par exemple, si l'ordonnancement est effectué manuellement, un expert sera beaucoup plus à même de garantir la satisfaction des délais que quelqu'un d'inexpérimenté. Il faudrait pouvoir intégrer cela dans la détermination du plan de production. En d'autres termes, et au moins dans un contexte de production par lots, les décisions de séquencement peuvent difficilement être considérées comme « moins importantes » que les décisions sur les quantités de production, dont on ne peut s'occuper que quand les tailles des lots sont connues. Dauzère-Pérès et Lasserre [29] [30] et Ouenniche *et al.* [99] ont étudié l'impact des décisions de séquencement des opérations pour le problème de dimensionnement de lots, de séquencement des opérations et d'ordonnancement de type flow shop.

Il s'agit donc de traiter les deux modules de planification et d'ordonnancement simultanément. Cependant, il faut noter qu'une des principales difficultés dans la résolution de problèmes intégrés est la nature même des variables de décisions. En planification, l'objectif est de déterminer des quantités de production qui sont modélisées habituellement sous la forme de variables continues, alors que la modélisation des problèmes d'ordonnancement ne nécessite généralement que des variables discrètes. On obtient ainsi des problèmes d'optimisation en variables mixtes, qui sont

connus pour être les plus complexes en optimisation combinatoire.

Nous présentons, maintenant, une étude des différents modèles et méthodes de résolution existants pour mettre en relation les décisions des niveaux planification et ordonnancement.

1.7 État de l'art sur les approches intégrées en planification et ordonnancement

1.7.1 Solutions logicielles

Les différentes techniques de planification en matière de logiciels ont été présentées dans la section 1.3.2. Cependant, ces solutions ne constituent pas une réponse au problème posé. En effet, les approches de type MRP fonctionnent à capacité infinie et les approches MRP II restent souvent limitatives dans la façon dont elles intègrent la capacité.

Quand aux outils de type APS, ils utilisent des moteurs de résolution puissants mais dont les délais d'exécutions sont de plusieurs minutes ou heures pour des problèmes dont le nombre de données est restreint.De plus, les approches APS considèrent les problèmes de planification et d'ordonnancement indépendamment, puisque résolus dans deux modules différents. Les contraintes appartenant à la planification et à l'ordonnancement ne sont pas prises en compte de la même manière dans les deux modules. Ainsi, un plan de production réalisable (au niveau planification) ne mène pas forcement à un ordonnancement réalisable. Dans ses travaux de thèse [106], Robert a étudié la coordination entre la planification et l'ordonnancement dans le système *APS* d'ILOG (société de développement de logiciels d'optimisation pour les entreprises). L'auteur s'est intéressé au problème de dimensionnement de lots de production intervenant entre les deux niveaux, ce problème étant résolu de manière heuristique par les APS du marché. Un niveau intermédiaire de décisions entre les deux niveaux est défini. Un algorithme de programmation dynamique a été proposé pour résoudre le cas particulier d'une machine et d'un produit et un

programme linéaire en nombres entiers à été formulé pour des cas plus généraux.

Cossard [28] propose un environnement logiciel de modélisation et d'optimisation pour la planification de la production de la chaîne logistique. L'outil intègre à la fois un modèle de simulation, des modèles d'optimisation, une interface de modélisation et un système d'informations. Dans la modélisation du problème, les contraintes sont peu agrégées et les contraintes opérationnelles sont prises en compte. L'outil a été testé sur des problèmes de l'industrie. Cependant, son approche reste encore séquentielle.

1.7.2 Modèles de dimensionnement de lots

Nous avons présenté dans le paragraphe 1.4 les différentes modélisations existantes pour les problèmes de dimensionnement de lots. Nous avons classifié ces problèmes selon la longueur des périodes de l'horizon de temps et nous avons détaillé les problèmes à courtes et longues périodes.

Les problèmes à courtes périodes sont caractérisés par des périodes de l'ordre de quelques heures, et la séquence des lots lors de la production est considérée. Cependant, comme nous l'avons indiqué, la plupart de ces problèmes ont des limitations importantes, par exemple le nombre d'articles produit par période comme dans le problème DLSP où un seul produit est considéré. Ainsi ces modèles ne prennent pas vraiment en compte les contraintes réelles. Une extension de ces modèles en considérant les coûts et/ou temps de lancement dépendant de la séquence des opérations est développée dans [58], [93], [56] et [39]. La principale limitation de ces modèles est qu'une seule ressource est considérée.

La limitation des problèmes à longues périodes se situe au niveau de la modélisation des contraintes de capacités. Les contraintes sont agrégées et ne tiennent pas compte des contraintes réelles de l'atelier.

Ainsi, les méthodes issues de la littérature ne permettent pas de résoudre les problématiques de la réalité. En effet, toutes les contraintes ne sont pas prises en compte

ou bien elles sont modélisées de façon trop agrégée et dans ce cas ne permettent pas de déterminer un plan de production réalisable.

1.7.3 Approches intégrées

Étant donné la complexité d'intégrer la planification et l'ordonnancement, peu de recherches ont été faites dans ce domaine. Dans ce qui suit, nous présentons les diverses approches proposées par type de résolution.

Résolution intégrée

Dauzère-Pérès et Lasserre [29] et [30] ont été les premiers à développer un modèle et une méthode de résolution pour le problème global de planification et d'ordonnancement. Dans le modèle, les contraintes de capacité sont modélisées par des contraintes de séquencement des opérations et ce modèle prend en compte simultanément les contraintes au niveau planification et au niveau ordonnancement. A cause des contraintes disjonctives établies dans leur modèle, il est difficile de résoudre le modèle précèdent, même pour des instances de petite taille. Cependant, pour une séquence fixée des opérations sur les ressources, ces contraintes se simplifient et se réduisent à des contraintes linéaires. A partir de cette remarque, les auteurs ont proposé une procédure de résolution itérative entre deux modules planification et ordonnancement (voir figure 1.4).

Le module planification résout le modèle pour une séquence fixée des opérations, un plan de production optimal est alors calculé pour cette séquence. Quand les coûts et temps de lancement de la production sont ignorés, le modèle mathématique est résolu par un logiciel standard de programmation (CPLEX, XPRESS-MP, ...). Dans le module ordonnancement, le plan de production étant fixé, le « meilleur » ordonnancement est ainsi calculé. Cependant, la méthode utilisée présente jusqu'à maintenant quelques limites, en particulier dans le module planification. Les coûts et temps de lancement rendent le modèle de planification très difficile à résoudre par un logiciel standard. Néanmoins, Trigeiro *et al.* [124] ont montré les effets du temps de lancement de la production dans les problèmes de dimensionnement de lots.

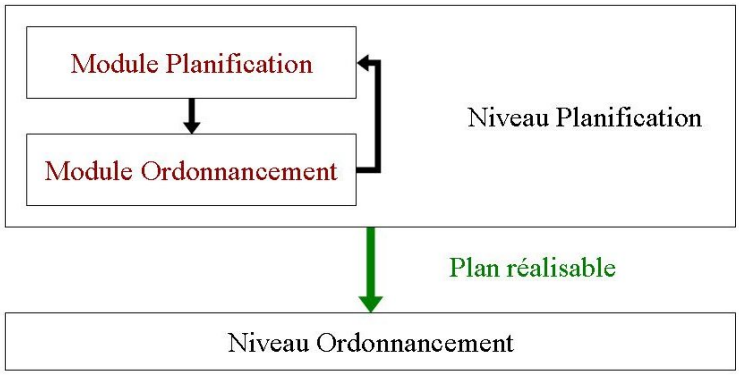

FIG. 1.4 – Méthode de résolution intégrée

Giglio et Minciardi [48] proposent une formulation pour intégrer la planification du moyen terme et l'ordonnancement du court terme. Leur modèle est composé de deux types de variables de décisions : les variables continues pour le problème de dimensionnement de lots et les variables binaires pour la séquence des opérations sur les ressources. Cependant, leur méthode de résolution fixe toutes les variables binaires et ainsi leur modèle est résolu à l'aide d'un outil standard.

Résolution période par période

Sikora *et al.* [116] décrivent une approche intégrée où les décisions sur le dimensionnement des lots et l'ordonnancement sont prises séparément. Leur approche résout le problème période par période, de la première jusqu'à la dernière période de l'horizon de temps. A chaque période, la procédure itère entre le problème de séquencer des opérations sur les ressources et déterminer la taille des lots pour une machine goulot en utilisant une heuristique modifiée de Silver-Meal jusqu'au moment où la capacité est utilisée au maximum. A l'inverse, l'approche que nous proposons permet de résoudre le problème globalement, les interactions entre les différentes périodes sont permises.

Timpe [121] traite du problème de dimensionnement de lots, de l'affectation et du séquencement de ces lots. L'auteur propose un programme linéaire en variables mixtes pour un problème de dimensionnement de lots en tenant compte du lan-

cement de la production et le résout en appliquant une procédure par séparation et évaluation. La programmation par contraintes est utilisée pour le problème de séquencement. A une itération i de la procédure par séparation et évaluation, les produits sont affectés aux machines pour la période courante et le problème de séquencement est résolu. Les informations relatives au lancement de production sont transmises au programme linéaire pour la résolution des périodes suivantes.

Résolution par méta-heuristiques

Kim *et al.* [74] proposent un algorithme génétique pour résoudre simultanément les problèmes de planification et d'ordonnancement dans le cas d'un problème de job shop flexible. Le problème traité n'est en réalité pas un problème de planification puisque l'objectif est d'équilibrer les charges de travail sur chaque machine. Zhang et Yan [132] ont appliqué un algorithme génétique pour le problème de planification et d'ordonnancement dans le cas du job-shop et lorsque la séquence des opérations sur les machines est donnée. Leur modèle diffère de la formulation que nous proposons sur plusieurs aspects, en particulier les périodes sont indépendantes. De plus, leur algorithme n'est pas comparé à une méthode exacte, et est seulement testé sur un petit ensemble d'instances. Kimms [77] présente un algorithme génétique pour résoudre le problème du PLSP (proportional lot sizing and scheduling problem) avec plusieurs machines et dans le cas d'une nomenclature à plusieurs niveaux. Il montre que l'approche proposée améliore l'approche MRP II.

Autres modélisations

Jodlbauer [69] propose une approche intégrée basée sur une propriété spécifique de la fonction du coût de lancement qui permet de remplacer la formulation en nombres entiers par le nombre d'activités de lancement de la production dans le modèle mathématique. Cependant, les ruptures de stocks ne sont pas permises dans leur modèle et seulement une machine est considérée. Bartak [12] analyse trois modèles d'approches intégrées de planification et d'ordonnancement dans un milieu industriel spécialisé.

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, les problèmes de planification et d'ordonnancement de la production ont été présentés. Nous avons décrit les différentes modélisations et méthodes de résolution issues de la littérature et les solutions logicielles pour formuler et résoudre ces problèmes, et nous avons notamment proposé un état de l'art sur un problème important en planification : le problème de dimensionnement de lots. Nous nous sommes ensuite intéressés à la coordination des niveaux de décisions en planification et ordonnancement. Nous avons mis en évidence le manque de cohérence entre ces deux niveaux et nous avons proposé une étude. Dans les chapitres suivants, nous proposons donc une nouvelle formulation et méthode de résolution afin de traiter simultanément ces deux problèmes.

Chapitre 2

Un modèle intégré en planification et ordonnancement

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons montré l'importance et la difficulté de traiter simultanément les décisions des niveaux planification et ordonnancement. Nous avons présenté les limites des approches proposées dans la littérature pour résoudre ce problème intégré, notamment dans la modélisation souvent agrégée des contraintes de capacités . L'objectif de ce chapitre est donc de proposer une nouvelle modélisation cohérente et efficace de planification et d'ordonnancement.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description des différentes caractéristiques du problème traité tout au long du manuscrit et l'introduction des notations utilisées dans les modèles mathématiques.

Dans une seconde partie, nous présentons un modèle intégré proposé par Dauzère-Pérès et Lasserre, sur lequel se base notre formulation. Nous présentons la structure de leur modèle mathématique et détaillons l'ensemble des contraintes du modèle.

Nous démontrons dans une troisième partie que ce modèle est une généralisation de plusieurs autres modèles de la littérature. Pour cela, nous établissons des hypothèses sur leur modèle et nous démontrons que le modèle obtenu correspond à

différents modèles existants de dimensionnement de lots.

La quatrième et dernière partie de ce chapitre porte sur la nouvelle formulation originale que nous proposons. Celle-ci consiste à déterminer un plan de production dans le cas où l'ordonnancement est fixé. Les contraintes du modèle sont modélisées à partir de l'ensemble des chemins du graphe conjonctif associés à la séquence des opérations afin de prendre en compte les contraintes de l'ordonnancement.

2.2 Description de la problématique et notations

Ce paragraphe est consacré à la description formelle des problèmes de planification et d'ordonnancement que nous cherchons à résoudre. Nous introduisons l'ensemble des notations mathématiques employées dans la suite du manuscrit.

2.2.1 Problème de planification

Nous considérons un problème dans lequel nous cherchons à planifier la production de N produits différents sur un horizon de planification composé de T périodes.

Les demandes des clients pour chaque produit et pour chaque période sont connues. Nous n'abordons pas dans ces travaux, les aspects liés à l'incertitude des demandes.

Nous considérons un ensemble de coût fixe associé à chaque produit :

- Coût de lancement de la production.
  Une machine peut posséder différents états de configuration et ainsi, selon le produit qu'elle doit exécuter, une paramétrisation de la machine est nécessaire. Cette mise au point a un certain coût.
- Coût de stockage.
  Ces coûts sont engendrés si un produit est gardé en stock pendant une ou plusieurs périodes. Sans perte de généralité, nous considérons ici que les niveaux de stocks en début et en fin de l'horizon sont nuls.

- Coût de rupture de stock.
  Ces coûts sont engendrés si un produit n'a pas pu être fourni pour répondre à la demande. Dans ce cas, soit la demande est satisfaite après, c'est le cas que nous considérons ici, soit les commandes sont annulées et on parle de perte partielle ou totale de la demande.
- Coût de production.
  Ces coûts doivent être payés pour chaque produit exécuté.

Nous considérons que chaque coût peut varier entre les produits et les périodes.

Dans la modélisation du problème, nous considérons une nomenclature des produits à plusieurs niveaux, c'est-à-dire que nous considérons une relation parent-composant entre les produits. Dans le chapitre 3 c'est-à-dire dans la résolution du problème, nous formulons l'hypothèse d'une nomenclature des produits à un niveau.

Les temps de lancement sont pris en compte dans la modélisation. Ces temps sont associés au temps de reconfiguration d'une machine lorsque celle-ci doit fabriquer des produits de types différents. Rappelons, que les coûts et temps de lancement sont très importants dans beaucoup d'industries.

Nous considérons des délais d'obtention par produit dans la formulation du problème. Ces délais, exprimés en nombre de périodes de l'horizon de temps, correspondent au délai maximal nécessaire pour fabriquer un lot d'un produit.

Concernant la capacité de l'atelier, nous disposons d'un ensemble d'unités de temps associés à chaque période de l'horizon pour la fabrication des différents produits.

L'objectif est de proposer un plan de production **réalisable**. Rappelons qu'un plan correspond à un ensemble de quantités de produits devant être disponibles à la fin de chaque période et ces quantités correspondent à des ordres de fabrication (ou jobs) à lancer dans l'atelier. Un plan de production est réalisable s'il existe au moins un ordonnancement des ordres de fabrication permettant effectivement de fabriquer les quantités aux périodes prévues. Le plan de production doit satisfaire les demandes des clients tout en respectant les contraintes de capacités et minimiser l'ensemble des coûts.

Les notations utilisées et communes aux différents modèles mathématiques sont les suivantes :

Variables de décisions :

X_{il} : quantité à produire de l'article i à la période l.
Y_{il} : variable de lancement qui est égale à 1 si le produit i est fabriqué à la période l ($X_{il} > 0$), 0 sinon.
I_{il}^{+} : niveau de stock positif du produit i à la fin de la période l.
I_{il}^{-} : niveau de stock négatif (rupture de stock) du produit i à la fin de la période l.

Coûts pris en compte :

c_i^p : coût de production par unité de produit i.
c_i^{inv} : coût de stockage par unité de produit i.
c_i^{back} : coût de rupture de stock par unité de produit i.
c_i^s : coût de lancement par unité de produit i.

Paramètres pour le multi-niveau :

$\mathcal{DS}$(i) : ensemble des successeurs directs du produit i dans la nomenclature.
$\mathcal{DP}$(i) : ensemble des prédécesseurs immédiats du produit i dans la nomenclature.
g_{ij} : nombre d'unités du produit i requis pour produire une unité du produit j ($g_{ij} = 0$ si j $\notin \mathcal{DS}$(i)).

Autres paramètres :

D_{il} : demande du produit i à la période l.
$capa_l$: longueur de la période l (capacité disponible).
L_i : délai d'obtention du produit i.

2.2.2 Ordonnancement multi-périodes

Le plan de production déterminé au niveau planification est transmis au niveau opérationnel. Les quantités fixées dans ce plan, correspondant à des ordres de fabrication dans l'atelier, doivent traverser celui-ci en subissant diverses opérations, dans un ordre fixe ou non afin d'obtenir des produits finis. Une opération correspond au traitement d'un ordre de fabrication par une ressource. Une gamme correspond à la suite des machines par lesquelles doit passer un ordre de fabrication. La gamme peut varier d'un ordre de fabrication à l'autre. Nous ne considérons pas la préemption c'est-à-dire il n'est pas possible d'interrompre une opération pour en passer une autre avant de la reprendre plus tard.

Un ordonnancement consiste à déterminer l'affectation des différentes opérations sur les ressources et les dates d'exécution de ces opérations. Résoudre un problème d'ordonnancement revient à déterminer les séquences des opérations sur les ressources en minimisant un critère donné.

Nous utilisons les notations suivantes :

J_{il}	:	ordre de fabrication associé au produit i à la période t.
$\mathcal{O}$	:	ensemble des opérations.
$o_{i,m,t}$	:	opération du produit i à fabriquer sur la ressource m à la période t.
$i(o)$	:	produit associé à l'opération o.
$l(o)$	:	période associée à l'opération o.
$\mathcal{E}$	:	ensemble des paires d'opérations qui doivent être produites sur une même ressource.
$\mathcal{S}$(y)	:	ensemble des opérations associées à la séquence y. (o, o')$\in \mathcal{S}$(y) signifie que l'opération o précède l'opération o' dans la séquence d'une ressource.
M	:	nombre de ressources.

Paramètres liés à la gamme :

$\mathcal{A}$: ensemble des paires d'opérations se succédant dans les gammes de fabrication. (o,o') $\in \mathcal{A}$ signifie que l'opération o précède l'opération o' dans une gamme.

$\mathcal{L}$: ensemble des dernières opérations des gammes.

$\mathcal{F}$: ensemble des premières opérations des gammes.

Paramètres liés au temps :

p_o^u : durée opératoire de l'opération o par unité de produit $i(o)$.

s_o : temps de lancement de l'opération o.

Variable de décision :

t_o : date de début de l'opération o de l'ordre de fabrication $J_{i(o),l(o)}$.

Comme on l'a vu au chapitre 1, ce problème peut être représenté sous la forme d'un graphe disjonctif $G = (S, C, D)$ ([109]). Les sommets du graphe S représentent les différentes opérations d'un ordre de fabrication, auxquels s'ajoutent deux sommets fictifs correspondant respectivement au début et à la fin des ordres de fabrication. Deux types d'arcs sont différenciés : les arcs conjonctifs C représentant les contraintes fixes de séquencement des opérations de chaque ordre de fabrication, et les arcs disjonctifs D liant les opérations qui doivent être effectuées sur la même machine. La figure 2.1 correspond à un exemple de graphe disjonctif avec 3 produits et 3 machines.

On peut séparer l'ensemble D en sous-ensemble D_m correspondant à l'ensemble des arcs disjonctifs associés à la machine m, $D = \cup_{m \in M} D_m$. Une sélection S_m dans D_m correspond au choix d'un sens de chaque arc disjonctif dans D_m. Une sélection est dite acyclique si elle ne contient aucun cycle. Une sélection complète D est constituée d'une union de sélections S_m pour chaque machine m dans M.

Ainsi **séquencer** les ordres de fabrications sur les machines est équivalent à

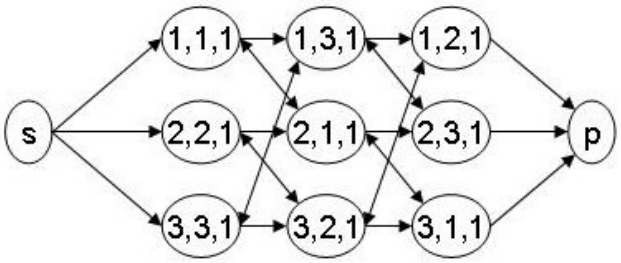

FIG. 2.1 – Graphe disjonctif avec 3 produits et 3 machines

choisir une sélection complète acyclique. Le nouveau graphe associé à ce choix est appelé **graphe conjonctif**. La figure 2.2 présente le choix d'une sélection complète à partir du graphe de la figure 2.1.

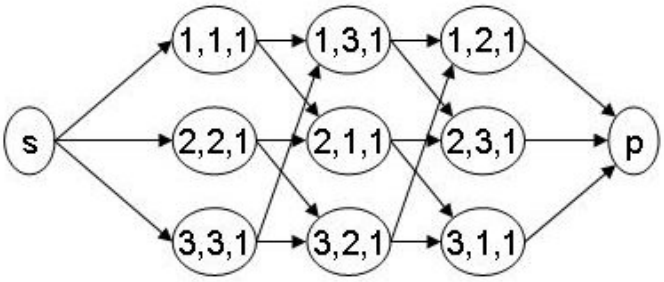

FIG. 2.2 – Graphe conjonctif associé

L'atelier ainsi présenté est défini pour une période de l'horizon de temps. Puisque le plan de production est composée de T périodes, l'atelier est dupliqué sur les T périodes de l'horizon de temps. Le graphe de la figure 2.3 montre le problème de la figure 2.1 dupliqué sur trois périodes. Nous avons supposé dans ce graphe que toutes les opérations sont produites sur une période. Puisque le délai d'obtention est pris en compte dans la formulation du problème, nous avons représenté dans un second graphe, voir figure 2.4, un atelier où deux produits (le produit 2 de la deuxième période et le produit 3 de la troisième période) ont un délai d'obtention égal à 2.

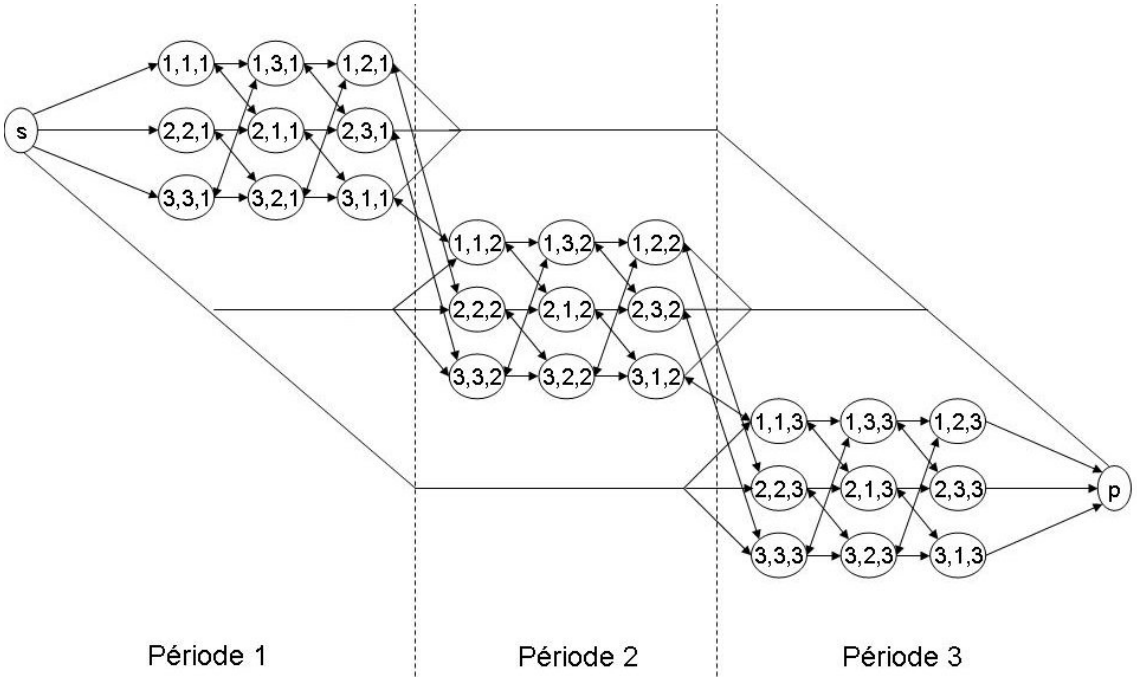

FIG. 2.3 – Ordonnancement multi-périodes

2.3 Présentation du modèle intégré de Dauzère - Pérès et Lasserre

Quelques formulations, décrites au chapitre 1, sont proposées dans la littérature pour modéliser le problème présenté précédemment. Une approche cohérente et pertinente est proposée par Dauzère-Pérès et Lasserre dans [29] et [30]. Nous nous intéressons donc à leur modélisation dans cette section.

Ces auteurs proposent de déterminer un plan de production au niveau planification mais, contrairement aux approches traditionnelles, ce plan est réalisable au niveau opérationnel, c'est-à-dire qu'il existe au moins un ordonnancement compatible avec ce plan. Les contraintes de capacité habituellement utilisées dans les modèles classiques sont remplacées par des contraintes qui modélisent la capacité exacte de l'atelier. Plus précisément, les contraintes de capacité sont modélisées par les contraintes de séquencement des opérations.

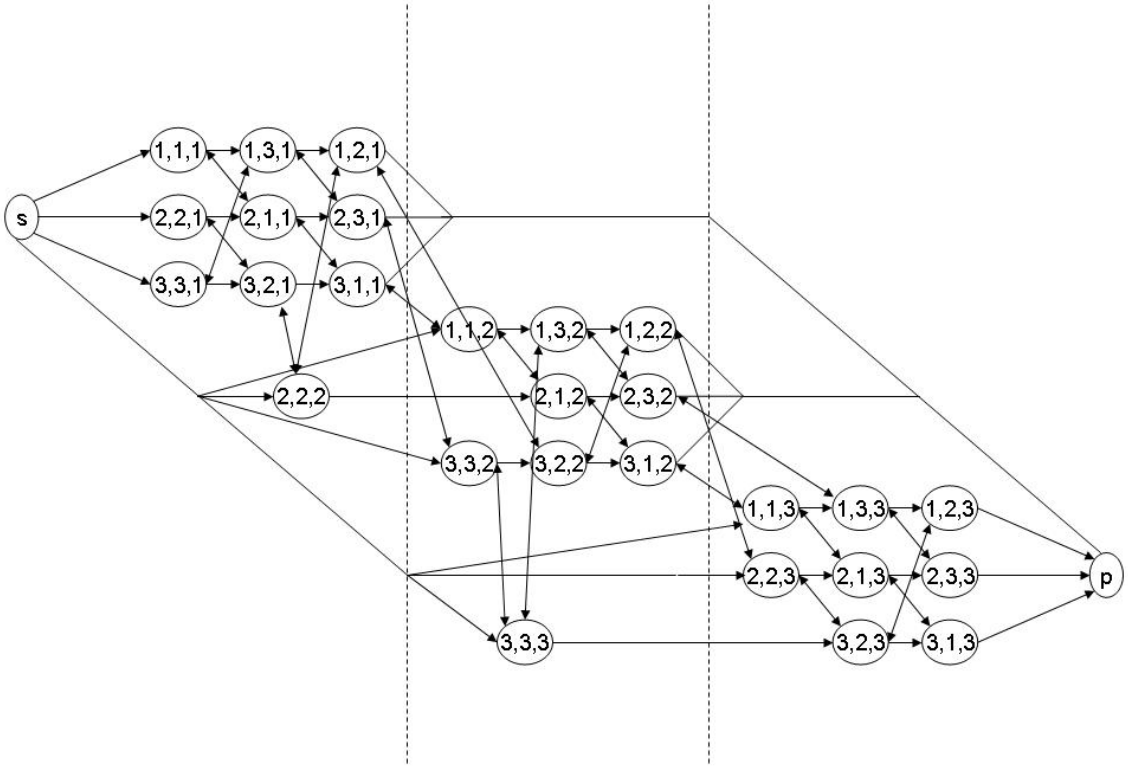

FIG. 2.4 – Autre ordonnancement multi-périodes

Dans leur modèle mathématique, nous trouvons donc deux types de contraintes : les contraintes provenant de la planification et celles tenant compte de l'ordonnancement des opérations. Les contraintes de planification correspondent aux équations d'équilibre des stocks et suivant le type de problèmes, elles peuvent aussi modéliser d'autres contraintes telle que la sous-traitance ou des stocks de sécurité. Les contraintes d'ordonnancement concernent la fabrication détaillée des ordres de fabrication, c'est-à-dire l'ensemble des contraintes de gammes, d'affectation et de séquencement sur les ressources.

Le modèle intégré proposé par Dauzère-Pérès et Lasserre, que l'on notera M_{DPL},

est le suivant :

$$\text{Minimiser} \sum_{i,l} c_i^p X_{il} + \sum_{i,l} (c_i^{inv} I_{il}^+ + c_i^{back} I_{il}^-) + \sum_{i,l} c_i^s Y_{il} \tag{2.1}$$

Sous les contraintes :

$$I_{il}^+ - I_{il}^- = I_{il-1}^+ - I_{il-1}^- + X_{il} - \sum_{j \in \mathscr{DS}(i)} g_{ij} X_{jl+L_j} - D_{il} \quad \forall i, l \tag{2.2}$$

$$t_{o'} \geq t_o + p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)} \quad \forall (o, o') \in \mathscr{A} \tag{2.3}$$

$$t_{o'} \geq t_o + p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)}$$

$$ou$$

$$t_o \geq t_{o'} + p_{o'}^u X_{i(o')l(o')} + s_{o'} Y_{i(o')l(o')} \quad \forall (o, o') \in \mathscr{E} \tag{2.4}$$

$$t_o + p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)} \leq \sum_{l=1}^{l(o)} capa_l \quad \forall o \in \mathscr{L} \tag{2.5}$$

$$t_o + p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)} \geq \sum_{l=1}^{l(o)-1} capa_l \quad \forall o \in \mathscr{L} \tag{2.6}$$

$$t_o \geq \sum_{l=1}^{l(o)-L_{i(o)}} capa_l \quad \forall o \in \mathscr{F} \, et \, L_{i(o)} > 0 \tag{2.7}$$

$$X_{il} \leq (\sum_{k=l}^{T} D_{ik}) Y_{il} \quad \forall i, l \tag{2.8}$$

$$X_{il},\ I_{il}^-,\ I_{il}^+ \geq 0 \quad \forall i, l \tag{2.9}$$

$$Y_{il} \in \{0, 1\} \quad \forall i, l \tag{2.10}$$

$$t_o \geq 0 \quad \forall o \tag{2.11}$$

L'objectif (2.1) est de minimiser l'ensemble des coûts de production, de stockage et de rupture de stock pour tous les produits et toutes les périodes. Les contraintes (2.2) représentent l'équation d'équilibre des stocks. Les contraintes (2.3) correspondent aux contraintes conjonctives usuelles entre les opérations sur les gammes,

et les contraintes (2.4) aux contraintes disjonctives entre les opérations à séquencer sur les ressources. Les contraintes (2.5) assurent que la dernière opération de l'ordre de fabrication J_{il} (ordre de fabrication associé à la quantité de production X_{il}) se termine avant la fin de la période l et les contraintes (2.6) garantissent qu'elle commence à la période *l-1*. Lorsque le délai d'obtention L_i pour un produit i est strictement positif, les contraintes (2.7) assurent que la quantité X_{il} est produite entre les périodes $l - L_i$ et l (la première opération de l'ordre de fabrication J_{il} ne peut pas débuter avant la période $l - L_i$). Les contraintes de lancement de production (2.8) forcent la variable binaire Y à 1 s'il y a un changement de production et à 0 sinon. Les contraintes (2.9), (2.10) et (2.11) définissent les domaines des variables de décisions. Les contraintes (2.9) signifient que les variables X_{il}, I_{il}^- et I_{il}^+ sont continues et non négatives pour tous les produits et toutes les périodes. Les contraintes (2.10) imposent que Y_{il} soit une variable binaire pour tous les produits et toutes les périodes. Les dernières contraintes (2.11) signifient que les variables t_o sont continues non négatives pour toutes les opérations.

2.4 Comparaison avec les modèles classiques de la littérature

Dans cette section, nous démontrons que le modèle M_{DPL} est une généralisation des modèles connus de dimensionnement de lots. Pour cela, nous établissons différentes hypothèses sur M_{DPL}, et nous démontrons dans chaque cas que celui-ci correspond à un modèle classique de la littérature.

2.4.1 Modèle de dimensionnement de lots à un niveau

Proposition 2.1. *Etant donné un problème de planification et d'ordonnancement à un niveau. Supposons que chaque ordre de fabrication comporte une opération et que le délai d'obtention soit égal à 1 pour tous les produits.*
Alors, le modèle M_{DPL} correspond au modèle classique du problème de dimensionnement de lots avec contraintes de capacité à un niveau.

Preuve. Considérons l'ensemble des hypothèses suivantes,

1. Chaque ordre de fabrication comporte une seule opération, i.e. :

$$\mathcal{A} = \oslash$$

2. Les nomenclatures n'ont qu'un seul niveau, i.e. :

$$g_{ij} = 0 \qquad \forall i, j$$

3. Le délai d'obtention pour chaque produit est égal à 1, i.e. :

$$L_i = 1 \qquad \forall i$$

Les contraintes du modèle M_{DPL} sont modifiées de la manière suivante.

La première hypothèse implique la suppression des contraintes (2.3) puisqu'elles correspondent à une relation de précédence entre deux opérations d'un même ordre de fabrication.

D'après la seconde hypothèse, le terme $\sum_{j \in \mathscr{D}\mathscr{S}(i)} g_{ij} X_{jl+L_j}$ des équations d'équilibrage des stocks (2.2) devient nul et, par conséquent, ces contraintes (2.2) s'écrivent de la façon suivante :

$$I_{il}^{+} - I_{il}^{-} = I_{il-1}^{+} - I_{il-1}^{-} + X_{il} - D_{il} \qquad \forall i, l$$

La troisième hypothèse permet de supprimer les contraintes (2.6) puisqu'elles sont redondantes avec les contraintes (2.7).

La fonction objectif (2.1), les contraintes liant les variables continues et les variables binaires (2.8), les contraintes continues non négatives (2.9) et (2.11) et les contraintes binaires (2.10) ne sont pas modifiées.

Les contraintes de séquencement (2.4) et les contraintes sur les dates de début des opérations (2.5) et (2.7) se regroupent pour donner l'équation suivante :

$$\sum_{o} (t_o + p_o^u X_{i(o)l(o)}) \leq c_l \ \forall l.$$

En tenant compte des modifications précédentes, le modèle M_{DPL} s'écrit de la manière suivante :

$$\text{Minimiser} \sum_{i,l} c_i^p X_{il} + \sum_{i,l} (c_i^{inv} I_{il}^+ + c_i^{back} I_{il}^-) + \sum_{i,l} c_i^s Y_{il}$$

Sous les contraintes

$$I_{il}^+ - I_{il}^- = I_{il-1}^+ - I_{il-1}^- + X_{il} \qquad \forall i, l$$

$$\sum_o (t_o + p_o^u X_{i(o)l(o)}) \leq c_l \qquad \forall l$$

$$X_{il} \leq (\sum_{k=1}^{T} D_{ik}) Y_{il} \qquad \forall i, l$$

$$X_{il},\ I_{il}^-,\ I_{il}^+ \geq 0 \qquad Y_{il} \in \{0,1\} \qquad \forall i, l$$

$$t_o \geq 0 \qquad \forall o$$

Ce modèle correspond au modèle classique du problème de dimensionnement de lots avec contraintes de capacité et un niveau (voir chapitre 1).

□

2.4.2 Modèle de dimensionnement de lots à plusieurs niveaux

Proposition 2.2. *Etant donné un problème de planification et d'ordonnancement multi-niveaux. Supposons que chaque ordre de fabrication comporte une opération et que le délai d'obtention est égal à 1 pour tous les produits.*
Alors, le modèle M_{DPL} correspond au modèle classique du problème de dimensionnement de lots multi-niveaux avec contraintes de capacité.

Preuve. Considérons les nouvelles hypothèses suivantes :

1. une nomenclature à plusieurs niveaux,
2. chaque ordre de fabrication comporte une seule opération, i.e. :

$$\mathcal{A} = \oslash$$

3. le délai d'obtention pour chaque produit est égal à 1, i.e. :

$$L_i = 1 \qquad \forall i$$

Les contraintes du modèle M_{DPL} sont modifiées de la façon suivante.

La seconde hypothèse implique la suppression des contraintes (2.3) puisqu'elles correspondent à une relation de précédence entre deux opérations d'un même ordre de fabrication.

La troisième hypothèse permet de supprimer les contraintes (2.6) puisqu'elles sont redondantes avec les contraintes (2.7).

La fonction objectif (2.1), l'équation d'équilibre des stocks (2.2), les contraintes liant les variables continues et les variables binaires (2.8), les contraintes continues non négatives (2.9) et (2.11) et les contraintes binaires (2.10) ne sont pas modifiées.

Les contraintes de séquencement (2.4) et les contraintes sur les dates de début des opérations (2.5) et (2.7) se regroupent pour donner l'équation suivante :

$$\sum_{o}(t_o + p_o^u X_{i(o)l(o)}) \leq c_l \ \forall l.$$

En tenant compte des hypothèses, le modèle M_{DPL} s'écrit de la façon suivante :

$$\text{Minimiser} \sum_{i,l} c_i^p X_{il} + \sum_{i,l} (c_i^{inv} I_{il}^+ + c_i^{back} I_{il}^-) + \sum_{i,l} c_i^s Y_{il}$$

Sous les contraintes

$$I_{il}^+ - I_{il}^- = I_{il-1}^+ - I_{il-1}^- + X_{il} - \sum_{j \in \mathscr{D}\mathscr{S}(i)} g_{ij} X_{jl+L_j} - D_{il} \qquad \forall i, l$$

$$\sum_o (t_o + p_o^u X_{i(o)l(o)}) \leq c_l \qquad \forall l$$

$$X_{il} \leq (\sum_{k=1}^{T} D_{ik}) Y_{il} \qquad \forall i, l$$

$$X_{il},\ I_{il}^-,\ I_{il}^+ \geq 0 \qquad Y_{il} \in \{0, 1\} \qquad \forall i, l$$

$$t_o \geq 0 \qquad \forall o$$

Dans ce cas, le modèle M_{DPL} correspond au modèle du problème de dimensionnement de lots avec contraintes de capacité pour des problèmes à plusieurs niveaux.

□

2.4.3 Modèle de Tempelmeier et Derstroff

Une troisième comparaison est établie avec le modèle proposé par Tempelmeier et Derstroff ([119]). Les auteurs traitent du problème de dimensionnement de lots à capacité finie avec plusieurs produits, plusieurs niveaux et en prenant en compte le délai d'obtention et les temps de lancement. Nous décrivons dans un premier temps leur modèle mathématique afin de pouvoir le comparer au modèle M_{DPL}. Nous montrons ensuite certaines limites dans leur modélisation.

Le modèle proposé, que l'on notera M_{TD}, est le suivant :

$$\text{Minimiser} \sum_{l=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} (c_i^p \cdot X_{il} + c_i^{inv} \cdot I_{il}^+ + c_i^s \cdot Y_{il}) \tag{2.12}$$

Sous les contraintes

$$I_{i,l-1}^+ + X_{i,l-L(i)} - \sum_{j \in \mathcal{DS}_i} g_{ij} \cdot X_{jl} - I_{il}^+ = D_{il} \qquad \forall i, l \tag{2.13}$$

$$\sum_{i \in k_j} (s_i \cdot Y_{il} + p_i^u \cdot X_{il}) \leq capa_{jl} \qquad \forall j, l \tag{2.14}$$

$$X_{il} - M \cdot Y_{il} \leq 0 \qquad \forall i, l \tag{2.15}$$

$$X_{il} \geq 0 \qquad \forall i, l \tag{2.16}$$

$$I_{il}^+ \geq 0 \qquad \forall i, l \tag{2.17}$$

$$Y_{il} \in \{0, 1\} \qquad \forall i, l \tag{2.18}$$

Avec :

J : nombre de ressources.

M : majorant.

K_j : ensemble des produits utilisant la ressource j.

Nous pouvons constater que le modèle de Dauzère-Pérès et Lasserre M_{DPL} est proche du modèle de Tempelmeier et Derstroff M_{TD}. En effet, dans chaque modèle mathématique, nous retrouvons le même type de fonction objectif, de contraintes d'équilibre des stocks et de contraintes de capacité.

Cependant, le modèle M_{TD} comporte certaines incohérences. Une première incohérence se situe au niveau de la capacité lorsqu'un article a un délai d'obtention non nul. Soit i un article à produire avant la fin de la période t et dont le délai d'obtention est égal à l périodes. Dans le modèle M_{TD}, la contrainte (2.14) correspond à la contraintes de capacité, celle-ci indique que la capacité pour produire cette article est d'une période. Cependant, à cause du délai d'obtention, elle devrait être composée de l périodes. Dans le modèle M_{DPL}, la contrainte (2.5) permet de commencer

la production de i à partir de $t - l$ et la contrainte (2.7) oblige la production de i à se terminer à t.

Une deuxième incohérence se pose lorsque les délais d'obtention sont nuls. Soit deux articles i et j à produire avant la période t et dont les délais d'obtention sont nuls. On suppose que j doit être produit avant i. Dans le modèle M_{TD}, aucune contrainte n'assure cette hypothèse, alors que dans le modèle M_{DPL} ceci est assurée par la contrainte (2.3).

En conclusion, cette section a permis de montrer que le modèle proposé par Dauzère-Pérès et Lasserre est une généralisation des modèles classiques de la littérature. De plus, ces derniers modèles montrent des limites dans la modélisation des caractéristiques du problème (au niveau des délais d'obtention par exemple) et qui sont pris en compte dans le modèle M_{DPL}.

Tout ceci justifie l'utilisation de M_{DPL} comme modèle de départ à notre étude.

2.5 Nouvelle modélisation du problème intégré

De par les variables binaires et les contraintes disjonctives entre les opérations à séquencer sur les ressources (contraintes 2.4), la résolution du modèle M_{DPL} présenté en section 2.3 se complique énormément. Dans cette section, nous proposons une nouvelle formulation pour le problème intégré de planification et d'ordonnancement. Nous décrivons dans une première partie, l'idée sur laquelle repose notre formulation. Dans une seconde partie, nous décrivons la modélisation des différentes contraintes et nous terminons par présenter le nouveau modèle mathématique obtenu.

2.5.1 Principe de la nouvelle formulation

Nous avons indiqué dans le chapitre précèdent les difficultés de définir un plan de production cohérent lorsque l'on ne tient pas compte de la capacité exacte de l'atelier. Les modèles classiques de la littérature considèrent la charge globale des machines et ne tiennent pas compte du détail de séquencement des opérations. Pourtant le

problème du séquencement des opérations n'est pas un détail que l'on peut ignorer car il a un impact décisif sur la faisabilité du plan de production.

Nous avons présenté précédemment l'approche cohérente proposée par Dauzère-Pérès et Lasserre qui permet de déterminer un plan de production et une séquence des opérations associée à ce plan. Cependant, à cause des contraintes disjonctives (2.4), il est difficile de résoudre ce modèle, même pour des instances de petite taille. Les auteurs ont basé leur méthode de résolution sur la remarque suivante : pour une séquence fixée des opérations, les contraintes (2.4) se simplifient et se réduisent à des contraintes linéaires. Ainsi, pour une séquence fixée, le modèle M_{DPL} est résolu à l'aide d'un logiciel standard de programmation mathématique (CPLEX, XPRESS-MP, ...). Cependant, lorsque l'on souhaite intégrer des variables binaires associées aux coûts et temps de lancement, il devient difficile de résoudre le problème en maintenant des temps de calcul acceptables.

Nous allons donc proposer un nouveau modèle et une nouvelle approche pour ce problème. Nous modélisons les contraintes habituelles en planification : contraintes d'équilibre des stocks, contraintes liant les variables de production et les variables de lancement, minimisation de l'ensemble des coûts ect. Concernant la modélisation des contraintes d'ordonnancement, nous supposons que la séquence des opérations est fixée (le graphe conjonctif associé est connu) ce qui nous permet de modéliser des contraintes de séquencement et d'ordonnancement. Nous décrivons en détails dans la suite les différentes contraintes prises en compte. Le nouveau modèle ainsi obtenu permet de calculer un plan de production pour une séquence des opérations fixée. Nous montrons de plus dans la suite qu'il est équivalent au modèle M_{DPL}. La résolution de ce modèle est décrit dans le chapitre 3 et nous proposons dans le chapitre 4 une méthode permettant d'améliorer la séquence et ainsi de résoudre le problème intégré.

2.5.2 Modélisation des contraintes

Fonction objectif

Dans la modélisation de notre problème, nous cherchons à minimiser l'ensemble

des coûts de production, de stockage, de rupture de stock et de lancement. La fonction objectif s'écrit de la manière suivante :

$$\text{Minimiser} \sum_{i,l} c_i^p X_{il} + \sum_{i,l} (c_i^{inv} I_{il}^+ + c_i^{back} I_{il}^-) + \sum_{i,l} c_i^s Y_{il}$$

Équations d'équilibre des stocks

Les équations d'équilibre des stocks s'écrit comme suit :

$$I_{il}^+ - I_{il}^- = I_{il-1}^+ - I_{il-1}^- + X_{il} - D_{il} - \sum_{j \in \mathcal{DS}(i)} g_{ij} X_{jl+L_j} \qquad \forall i, l$$

Contraintes de lancement

Les contraintes liant les variables continues et binaires sont les suivantes :

$$X_{il} \leq (\sum_{k=1}^{T} D_{ik}) Y_{il} \qquad \forall i, l$$

Contraintes de capacité

Dans la modélisation des contraintes de capacité, nous choisissons de prendre en compte des contraintes provenant de l'ordonnancement. L'idée consiste à modéliser les chemins du graphe conjonctif, ce graphe étant une manière de représenter un ordonnancement. Ainsi, en modélisant les chemins du graphe conjonctif, nous modélisons l'ensemble de contraintes d'ordonnancement.

Exemple 2.1. *Nous allons appuyer nos propos par un exemple avec trois périodes, deux machines, deux ordres de fabrication et deux opérations par produits. Le graphe conjonctif associé à cet exemple est donné par la figure 2.5.*

Définitions des contraintes :

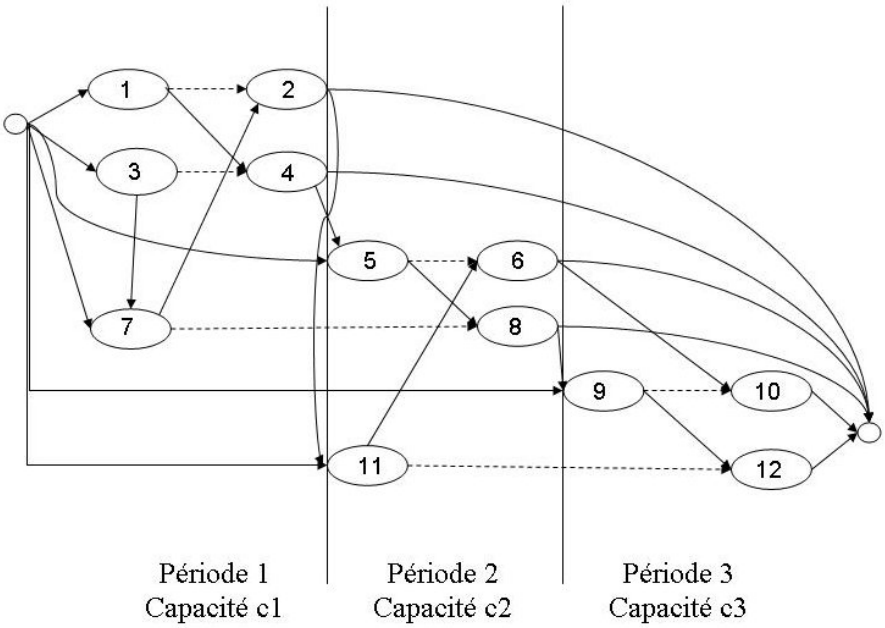

FIG. 2.5 – Exemple d'un graphe conjonctif avec deux ordres de fabrication

Dans le graphe conjonctif, un certain nombre de contraintes doivent être respectées :

- *Contraintes C1 :* les opérations appartenant à l'ensemble $\mathcal{L}$ des dernières opérations des gammes doivent être terminées avant une date due. Ces conditions expriment l'obligation de fabriquer les quantités aux périodes prévues. La figure 2.6 illustre ces contraintes sur l'exemple de la figure 2.5.

- *Contraintes C2 :* ce sont les contraintes sur les opérations appartenant à l'ensemble $\mathcal{F}$ des premières opérations des gammes. Rappelons que le délai d'obtention, c'est-à-dire le nombre de périodes pour fabriquer un produit, est pris en compte dans la formulation du problème. La date de démarrage pour fabriquer un produit, correspondant à la date due moins le délai d'obtention du produit, est donc connue. Pour la modéliser, on impose aux opérations appartenant à $\mathcal{F}$ de ne pas commencer avant cette date. Dans l'exemple 2.5, le délai d'obtention est supposé égal à 1 pour chaque produit, et les opérations 5 et 11 ne doivent pas commencer avant la période 2 (voir figure 2.7).

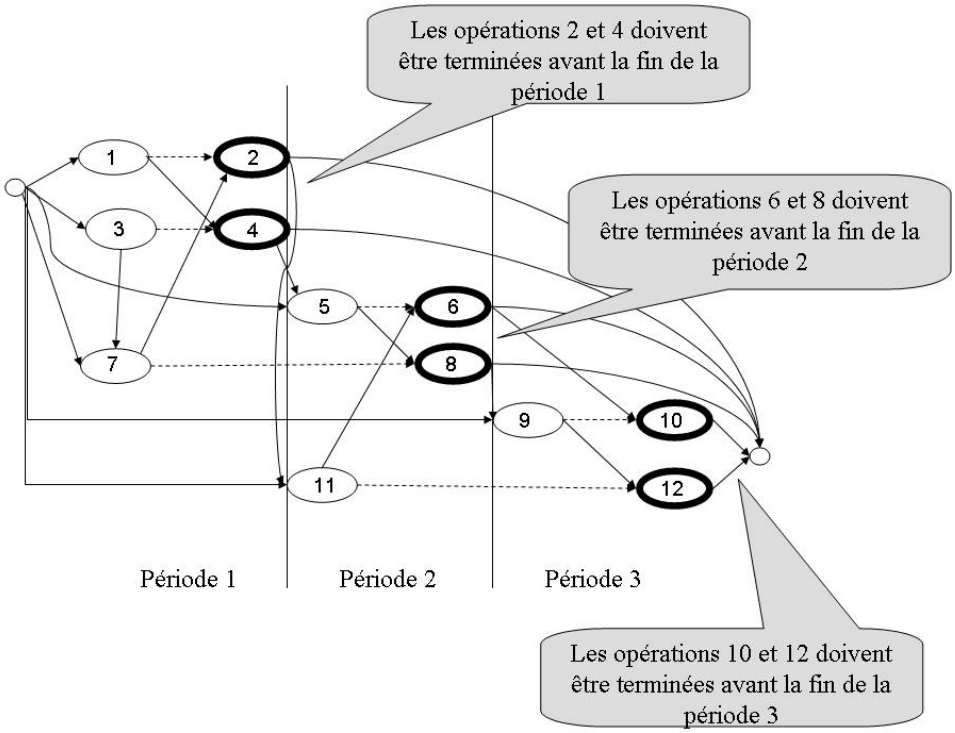

FIG. 2.6 – Représentation des contraintes *C1*

- *Contraintes C3 :* les opérations appartenant à une même gamme doivent être produites selon un ordre précis, par définition d'une gamme (voir figure 2.8).
- *Contraintes C4 :* les opérations produites sur une même machine doivent être produites selon un ordre précis, puisque la séquence des opérations est fixée (voir figure 2.9).

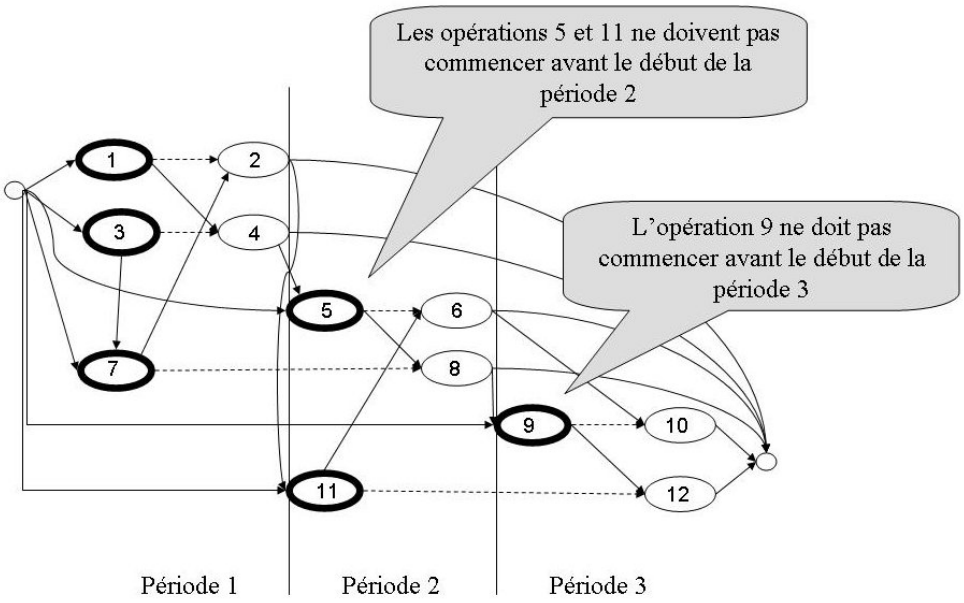

FIG. 2.7 – Représentation des contraintes *C2*

- *Contraintes C5 :* les opérations appartenant à l'ensemble $\mathcal{L}$ des dernières opérations des gammes ne doivent pas être produites avant une date fixée. Nous établissons cette hypothèse afin de ne pas engendrer de coûts de stockage supplémentaires. En effet, soit o la dernière opération d'une gamme telle que $l(o) = t$. Si cette opération est terminée avant la fin de la période $t-1$, alors un coût de stockage doit être comptabilisé durant la période t. Dans le graphe conjonctif, nous ajoutons donc des arcs qui lient le sommet source aux opérations appartenant à $\mathcal{L}$. Cependant, par souci de clarté, ils ne figurent pas dans le schéma.

- *Contraintes C6 :* afin de respecter les délais, il est nécessaire que toutes les opérations soient produites avant la fin de l'horizon de temps T. Plus précisément, la durée totale d'exécution et de lancement des opérations sur chaque machine ne doit pas dépasser la fin de l'horizon de temps.

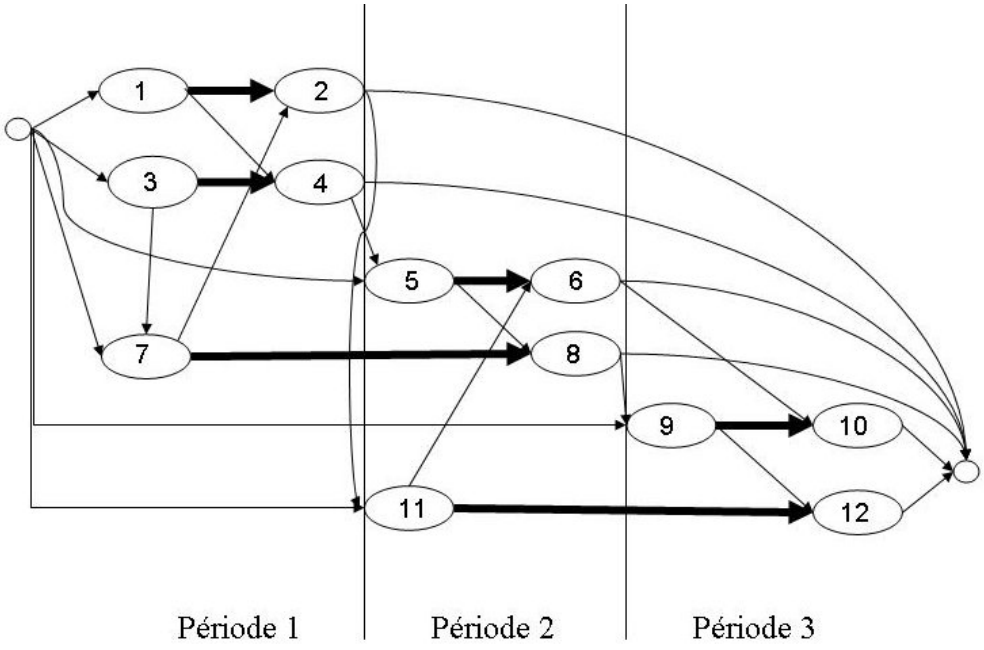

FIG. 2.8 – Représentation des contraintes *C3*

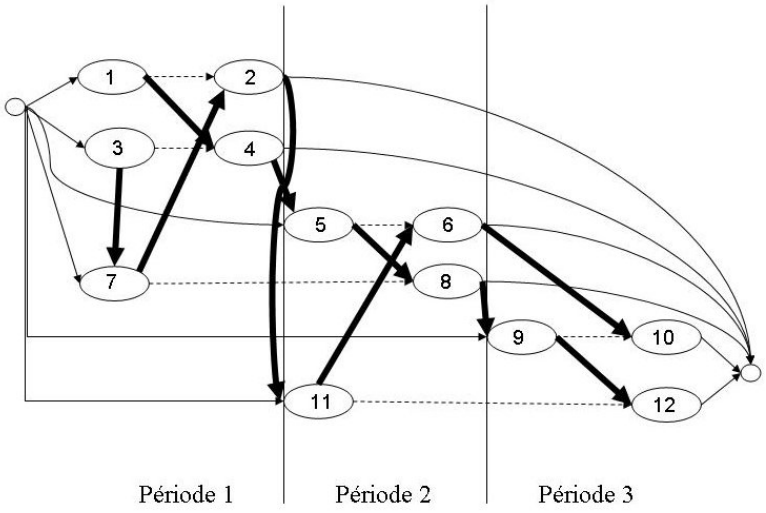

FIG. 2.9 – Représentation des contraintes *C4*

Interprétation :

Les contraintes *C3* et *C4* sont garanties dans la définition des chemins du graphe. Pour modéliser les contraintes *C1*, *C2* et *C5* nous associons à chaque opération o une variable $r(o)$. Cette variable peut être vue comme la date de début de l'opération o. Elle est définie de la façon suivante :

$$r(o) = \sum_{l=1}^{l(o)-L_{i(o)}} capa_l \qquad \forall o \in \mathcal{F} \tag{2.19}$$

$$r(o) = \sum_{l=1}^{l(o)-1} capa_l \qquad \forall o \in \mathcal{L} \tag{2.20}$$

$$r(o) = \max\left(\sum_{l=1}^{l(o)-L_{i(o)}} capa_l, \sum_{l=1}^{l(o)-1} capa_l\right) \qquad \forall o \in \mathcal{F} \cap \mathcal{L} \tag{2.21}$$

$$r(o) = 0 \qquad \forall o \notin \mathcal{F} \cup \mathcal{L} \tag{2.22}$$

Afin d'assurer la contrainte *C6*, nous définissons la nouvelle contrainte suivante :

$$r(o_c^f) + \sum_{o \in c} (p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)}) \leq \sum_{l=1}^{l(o_c^l)} capa_l \qquad \forall c \in C(y) \tag{2.23}$$

Avec :

$C(y)$	:	ensemble des chemins du graphe associé à la séquence y.
o_c^f	:	première opération du chemin c.
o_c^l	:	dernière opération du chemin c.

Cette contrainte indique que la somme des durées d'exécution et de lancement des opérations sur un chemin doit être inférieure à la date de fin au plus tard de la dernière opération du chemin. Elle modélise tous les chemins du graphe conjonctif et permet ainsi de modéliser toutes les contraintes *C1* à *C6*.

Application :

L'exemple précédent permet à nouveau d'illustrer ce travail. Deux chemins particuliers ont été choisi pour montrer la prise en compte des contraintes d'ordonnancement.

Un premier chemin, que l'on notera $Ch1$, passe par les deux opérations 1 et 2 (voir figure 2.10). Dans ce cas, la contrainte (2.23) associée au chemin $Ch1$ s'écrit comme suit :

$$p_1^u X_{i(1)l(1)} + s_1 Y_{i(1)l(1)} + p_2^u X_{i(2)l(2)} + s_2 Y_{i(2)l(2)} \leq capa_1$$

avec $r(o_c^f) = 0$ car $o_c^f = 1$.

Ainsi, les opérations 1 et 2 doivent être terminées avant la fin de la période 1, et les contraintes *C1*, *C3* et *C6* sont respectées.

Le deuxième chemin que nous avons choisi est noté $Ch2$ (figure 2.11). Nous considérons dans ce cas que le délai d'obtention de l'opération *5* est égal à 1. La première opération du chemin $Ch2$ étant l'opération 5, $r(o_c^f) = r(5) = capa_1$ par la formule (2.19). La contrainte (2.23) associé au chemin $Ch2$ s'écrit comme suit :

$$capa_1 + p_5^u X_{i(5)l(5)} + s_5 Y_{i(5)l(5)} + p_6^u X_{i(6)l(6)} + s_6 Y_{i(6)l(6)} + p_{10}^u X_{i(10)l(10)} + s_{10} Y_{i(10)l(10)}$$

$$\leq capa_1 + capa_2 + capa_3$$

Ainsi, l'opération 5 ne commence pas avant le début de la deuxième période et les opérations 5, 6 et 10 doivent être terminées avant la fin de la période 3. Les

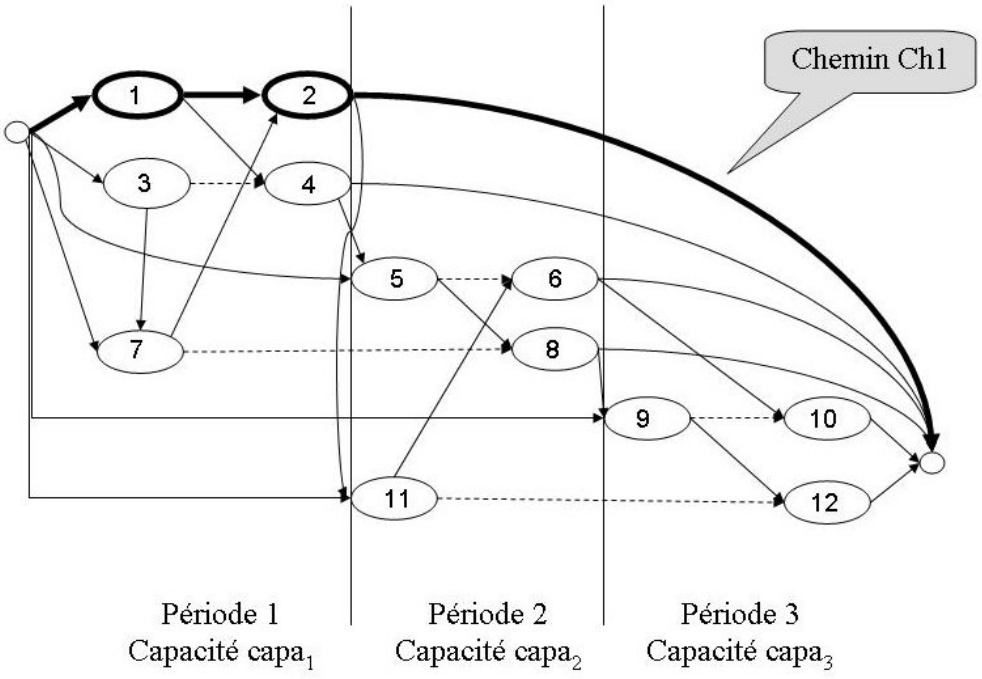

FIG. 2.10 – Représentation du chemin $Ch1$

contraintes *C2*, *C3*, *C4* et *C6* sont respectées.

2.5.3 Modèle mathématique

Le nouveau modèle mathématique, que l'on notera M_{CG}, est le suivant :

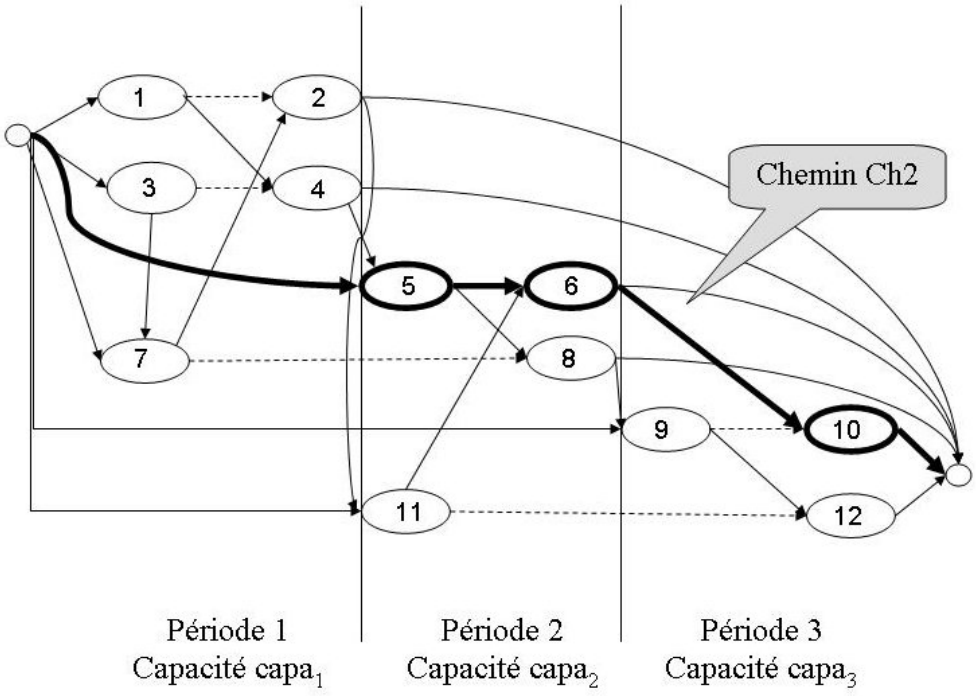

FIG. 2.11 – Représentation du chemin $Ch2$

$$\text{Minimiser} \sum_{i,l} c_i^p X_{il} + \sum_{i,l} (c_i^{inv} I_{il}^+ + c_i^{back} I_{il}^-) + \sum_{i,l} c_i^s Y_{il} \tag{2.24}$$

Sous les contraintes

$$I_{il}^+ - I_{il}^- = I_{il-1}^+ - I_{il-1}^- + X_{il} - D_{il} - \sum_{j \in \mathcal{DS}(i)} g_{ij} X_{jl+L_j} \quad \forall i, l \tag{2.25}$$

$$r(o_c^f) + \sum_{o \in c} (p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)}) \leq \sum_{l=1}^{l(o_c^l)} capa_l \quad \forall c \in C(y) \tag{2.26}$$

$$X_{il} \leq (\sum_{k=1}^{T} D_{ik}) Y_{il} \quad \forall i, l \tag{2.27}$$

$$X_{il},\ I_{il}^-,\ I_{il}^+ \geq 0 \quad \forall i, l \tag{2.28}$$

$$Y_{il} \in \{0, 1\} \quad \forall i, l \tag{2.29}$$

Ce modèle est analogue au modèle M_{DPL}. En effet, les contraintes (2.1), (2.2), (2.8), (2.9) et (2.10) restent inchangées. Les contraintes (2.3) et (2.4) sont garanties dans la définition des chemins. Les contraintes (2.5) sont remplacées par les contraintes (2.26). Les contraintes (2.6) et (2.7) sont garanties par le choix des valeurs de *r(o)*, les contraintes (2.6) étant garanties par (2.20), et les contraintes (2.7) par (2.19).

La seule différence se situe au niveau des dates d'exécution des opérations appartenant à $\mathcal{L}$. Dans notre modèle, nous avons supposé que les opérations appartenant à $\mathcal{L}$ commencent et se terminent durant une période t alors que dans le modèle M_{DPL}, ces opérations se terminent avant la fin de la période t mais peuvent commencer durant les périodes précédant t.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une formulation mathématique pour le problème intégrée de planification et d'ordonnancement. Nous avons cherché à considérer dans un seul modèle les contraintes induites de la planification et celles de l'ordonnancement.

Dans la littérature, une approche cohérente pour la planification et l'ordonnancement a été proposé par Dauzère-Pérès et Lasserre. Nous avons décrit dans ce chapitre leur modèle et nous l'avons comparé aux modèles classiques de la littérature (modèle du dimensionnement de lots avec contraintes de capacité et plusieurs niveaux, ...). Nous avons démontré que leur modèle est une généralisation de ces modèles classiques et nous avons ainsi montré la pertinence d'utiliser leur modèle comme modèle de départ pour notre étude.

Le modèle que nous avons formulé prend en compte d'une part, les contraintes classiques de planification (contraintes d'équilibre des stocks, contraintes liant les variables de production et les variables de lancement, minimisation de l'ensemble des coûts) et d'autre part, pour modéliser les contraintes correspondant à l'ordon-

nancement, nous fixons la séquence des opérations sur les machines, ce qui permet de déterminer le graphe conjonctif associé. Les contraintes de capacité sont alors modélisées par les chemins du graphe conjonctif. Ainsi, le modèle mathématique obtenu prend bien en compte les contraintes des niveaux planification et ordonnancement.

Dans le chapitre suivant, nous allons proposé une méthode afin de résoudre ce modèle intégré.

Chapitre 3

Résolution du problème de planification avec ordonnancement fixé

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté un modèle intégré de planification et d'ordonnancement qui permet de déterminer un plan de production pour un ordonnancement fixé. Ce chapitre est consacré à la résolution de ce modèle.

Nous appliquons une heuristique Lagrangienne pour résoudre notre problème. Une borne inférieure du problème est calculée par la relaxation Lagrangienne ([85]) et nous proposons une nouvelle heuristique de lissage de la production pour construire une solution réalisable et ainsi obtenir une borne supérieure.

Cette approche de résolution est originale à double titre. La première originalité concerne la mise à jour des multiplicateurs Lagrangien. Nous proposons une procédure qui met à jour un sous-ensemble de multiplicateurs et non plus tous les multiplicateurs comme dans les procédure classiques. La seconde originalité réside dans la procédure de construction d'une solution réalisable qui diffère totalement des procédures classiques de lissage de la production. La difficulté majeure dans notre

méthode de résolution se situe à ce niveau.

Dans une première partie, nous exposons les principes de la relaxation Lagrangienne. Nous décrivons dans une seconde partie le modèle intégré dans le cas d'une nomenclature à un niveau. Deux points clés de la relaxation Lagrangienne, la résolution des sous-problèmes engendrés et la mise à jour des multiplicateurs Lagrangiens, sont traités dans une troisième partie. La quatrième partie de ce chapitre est consacrée à la description des procédures pour la construction d'une solution réalisable.

3.2 Modèle intégré dans le cas d'une nomenclature à un niveau

Dans la section 2.5, nous avons présenté un modèle intégré original de planification et d'ordonnancement dans le cas général avec une nomenclature à plusieurs niveaux. Dans ce chapitre, puisque nous considérons une nomenclature à un niveau, les demandes entre les produits ne sont plus à considérer. Dans cette section, nous modifions le modèle M_{CG} afin de tenir compte de l'hypothèse précédente.

Seules les contraintes d'équilibre des stocks (2.25) du modèle M_{CG} sont modifiées puisqu'elles modélisent les demandes dépendantes. Le paramètre g_{ij} représentant le nombre d'unités du produit i requis pour produire une unité du produit j est nul et les contraintes d'équilibre des stocks s'écrivent de la manière suivante :

$$I_{il}^{+} - I_{il}^{-} = I_{il-1}^{+} - I_{il-1}^{-} + X_{il} - D_{il} \qquad \forall i, l$$

Le modèle intégré de planification et d'ordonnancement dans le cas d'une nomenclature à un niveau, noté M_{SLCG}, s'écrit comme suit :

$$\text{Minimiser} \sum_{i,l} c_i^p X_{il} + \sum_{i,l} (c_i^{inv} I_{il}^+ + c_i^{back} I_{il}^-) + \sum_{i,l} c_i^s Y_{il} \tag{3.1}$$

Sous les contraintes

$$I_{il}^+ - I_{il}^- = I_{il-1}^+ - I_{il-1}^- + X_{il} - D_{il} \qquad \forall i, l \tag{3.2}$$

$$r(o_c^f) + \sum_{o \in c} (p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)}) \leq \sum_{l=1}^{l(o_c^l)} capa_l \qquad \forall c \in C(y) \tag{3.3}$$

$$X_{il} \leq (\sum_{k=1}^{T} D_{ik}) Y_{il} \qquad \forall i, l \tag{3.4}$$

$$X_{il},\ I_{il}^-,\ I_{il}^+ \geq 0 \qquad \forall i, l \tag{3.5}$$

$$Y_{il} \in \{0, 1\} \qquad \forall i, l \tag{3.6}$$

3.3 Principe de la relaxation Lagrangienne

La relaxation Lagrangienne ([85], [95], [114], [42]) est une méthode de résolution applicable à un grand ensemble de problèmes en programmation mathématique. L'idée consiste à relaxer un ensemble de contraintes difficiles (souvent couplant des variables) qui sont introduites dans la fonction objectif sous la forme d'une pénalité. La dualisation des contraintes difficiles dans la fonction objectif résulte en un *problème Lagrangien* plus facile à résoudre.

3.3.1 Lagrangien et fonction duale

Considérons le problème d'optimisation *(P)* suivant :

$$\text{Minimiser} \qquad F = cx \tag{3.7}$$

$$\text{Sous les contraintes :} \qquad Ax \geq b \tag{3.8}$$

$$Bx \geq d \tag{3.9}$$

$$x \geq 0 \text{ et entiers} \tag{3.10}$$

Nous associons un vecteur u dit *vecteur Lagrangien* à l'ensemble des contraintes $Bx \geq d$. La *fonction Lagrangienne* associée au problème *(P)* est :

$$L(x, u) = cx + u(d - Bx)$$

On définit par *(S)* l'ensemble des solutions x qui satisfont les contraintes (3.8) et (3.10). La fonction duale *w(u)* est défini pour tout $u \geq 0$ par :

$$w(u) = \min_{x \in S} L(x, u)$$

Pour tout $u \geq 0$ on définit le *problème Lagrangien* par le programme linéaire suivant :

$$\min_{x \in S} L(x, u)$$

w(u) définit une borne inférieure au problème *(P)*. Ainsi, le but est de rechercher le vecteur u^* qui maximise la fonction *w(u)*. Ceci est obtenu en résolvant le *problème dual Lagrangien (D)* suivant :

$$\max_{u \geq 0} w(u)$$

3.3.2 Questions clés

Deux questions se posent pour définir une approche de relaxation Lagrangienne :

- **Quelles contraintes doit-on relâcher ?**
  La relaxation des contraintes permet d'obtenir des problèmes plus simples à résoudre. Cependant, on ne peut pas générer des problèmes trop faciles puisque dans ce cas la borne inférieure sera de mauvaise qualité. De plus, en pratique, il est important de préserver une taille raisonnable au vecteur des multiplicateurs, le nombre de contraintes relâchées doit être limité.

- **Comment résoudre le problème du dual Lagrangien ?**
  Cette question peut être reformulée ainsi : comment trouver de bonnes valeurs des multiplicateurs Lagrangiens ? Il existe des méthodes heuristiques permettant de mettre à jour les multiplicateurs Lagrangiens : méthodes des plans de coupes de Kelley et Cheney-Goldstein, du sous-gradient ([101]) et des faisceaux ([86] et [64]). Dans ce qui suit, nous présentons seulement la méthode du sous-gradient, qui est la plus fréquemment utilisée.

3.3.3 Résolution du problème dual

Les méthodes de sous-gradient sont proposées pour résoudre des fonctions concaves non nécessairement différentiables pour lesquelles il est relativement aisé de déterminer un sous-gradient en un point.

L'idée de cette méthode pour trouver la solution optimale u^* de *(D)* est de commencer à un point initial u^0 et de l'améliorer itérativement dans la direction du sous-gradient avec un certain pas de déplacement. A chaque étape k, le vecteur Lagrangien est déterminé comme suit :

$$u^{k+1} = u^k + \lambda_k \frac{s^k}{\|s^k\|}$$

Où s^k est le sous-gradient de w^u à l'itération k et $\left\|s^k\right\|$ sa norme. Le scalaire λ_k est appelé pas de déplacement.

Polyak ([104]) a montré que la suite u^k converge vers la solution optimale w^* sous les conditions suivantes :

$$\lim_{k \to +\infty} \lambda_k = 0 \qquad \text{et} \qquad \sum \lambda_k = +\infty$$

Une formule ayant montré une grande efficacité pour calculer le pas de déplacement est la suivante :

$$\lambda_k = \delta_k \frac{(\overline{w}) - w(u^k)}{\|s^k\|}$$

Où $\overline{w}$ correspond à la meilleure solution obtenue pour *(P)* et δ_k est appelé coefficient de relaxation et est choisi entre 0 et 2 $\forall$ k. Polak ([105]) a montré que la convergence est alors géométrique. Souvent, δ_0 est initialisé à 2, et δ_k est réduit par un facteur de 2 toutes les x (paramètre fixé à l'avance) itérations ([62]).

La méthode de sous-gradient est résumée dans l'algorithme (1).

L'algorithme du sous-gradient s'arrête si l'une des conditions suivante est vérifiée :

- un nombre maximal d'itération est atteint ;
- $\overline{w}$ - BI $< \epsilon$ ($\epsilon > 0$)
- $\left\|u^{k+1} - u^k\right\| < \epsilon (\epsilon > 0)$

3.4 Application de la relaxation Lagrangienne pour des problèmes à un niveau

Nous utilisons la méthode de relaxation Lagrangienne afin de calculer une borne inférieure au problème M_{SLCG}.

Plusieurs auteurs ont proposé de relaxer les contraintes de capacité dans les problèmes de dimensionnement de lots à plusieurs produits et un niveau ([120], [124], [33]). En relaxant ces contraintes, le problème se décompose ainsi en N sous-problèmes de dimensionnement de lots à un produit et sans capacité, chacun résolu en *O(T log T)* ([6], [40], [128]). Dans notre modèle, la relaxation des contraintes de capacité (3.3) décompose le problème en N sous-problèmes à un produit et sans capacité.

Algorithme 1 Algorithme du sous-gradient

Initialisation des multiplicateurs $u^0 \geq 0$;
Initialisation de la meilleure borne inférieure BI := - ∞ ;
δ_0 := 2 ;
k := 1 ;
tant que le critère d'arrêt n'est pas atteint **faire**
  $w(u^k) := \min_{x \in S} L(x, u^k)$
  si ($Bx^k \geq$ d) et ($u^k(d - Bx^k)$=0) **alors**
    x^j est solution optimale de (P)
    ARRETER
  fin si
  si BI $< w(u^k)$ **alors**
    BI := $w(u^k)$
  fin si
  s^k := d-Bx^k
  $\lambda_k = \delta_k \frac{\overline{w} - w(u^k)}{\|s^k\|}$
  $u^{k+1} := \max(0, u^k + \lambda_k \frac{s^k}{\|s^k\|})$
  si aucune amélioration après x itérations **alors**
    $\delta_{k+1} := \delta_{k+1}$ / 2
  sinon
    $\delta_{k+1} := \delta_{k+1}$
  fin si
  k := k+1
fin tant que

Dans la suite du paragraphe, nous nous intéressons au problème relaxé et plus particulièrement à la résolution de ce problème, puis à la procédure de mise à jour des multiplicateurs Lagrangiens qui différent des procédures classiques puisque nous ne mettons pas à jour tous les multiplicateurs.

3.4.1 Le problème relaxé

Les contraintes de capacité (3.3) du modèle M_{SLCG} sont relâchées et introduites dans la fonction objectif (3.1) en leur affectant un multiplicateur Lagrangien $u_c \ \forall \ c \in C(y)$.

La fonction objectif F_{PR} du problème relaxé est la suivante :

$$
\begin{aligned}
F_{PR} &= \sum_{i,l} c_i^p X_{il} + \sum_{i,l} (c_i^{inv} I_{il}^+ + c_i^{back} I_{il}^-) + \sum_{i,l} c_i^s Y_{il} \\
&\quad + \sum_{c \in C(y)} \mathbf{u_c} (r(o_c^f) + \sum_{o \in c} (p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)}) - \sum_{l=1}^{l(o_c^l)} capa_l) \\
&= \sum_{i,l} c_i^p X_{il} + \sum_{c \in C(y)} u_c \sum_{o \in c} p_o^u X_{i(o)l(o)} + \sum_{i,l} c_i^s Y_{il} + \sum_{c \in C(y)} u_c \sum_{o \in c} s_o Y_{i(o)l(o)} \\
&\quad + \sum_{i,l} (c_i^{inv} I_{il}^+ + c_i^{back} I_{il}^-) + C \\
&\quad avec \qquad C = \sum_{c \in C(y)} (u_c r(o_c^f) - u_c \sum_{l=1}^{l(o_c^l)} capa_l) \\
&= \sum_{i,l} (c_i^p + \sum_{c \in C(y)} \sum_{\substack{o \in c; \\ j(o)=i \\ t(o)=l}} u_c p_o^u) X_{il} + \sum_{i,l} (c_i^s + \sum_{c \in C(y)} \sum_{\substack{o \in c; \\ j(o)=i \\ t(o)=l}} u_c s_o) Y_{il} \\
&\quad + \sum_{i,l} (c_i^{inv} I_{il}^+ + c_i^{back} I_{il}^-) + C
\end{aligned}
$$

Le problème relaxé se décompose en N sous problèmes M_{USLCG} sans contraintes de capacité et à un seul produit. La modélisation d'un problème M_{USLCG} correspondant à un produit i est défini comme suit :

$$\text{Minimiser} \sum_{i,l}(c_i^p + \sum_{c\in C(y)} \sum_{\substack{o\in c;\\ j(o)=i\\ t(o)=l}} u_c p_o^u)X_{il} + \sum_{i,l}(c_i^s + \sum_{c\in C(y)} \sum_{\substack{o\in c;\\ j(o)=i\\ t(o)=l}} u_c s_o)Y_{il}$$
$$+ \sum_{i,l}(c_i^{inv} I_{il}^+ + c_i^{back} I_{il}^-) + C \tag{3.11}$$

Sous les contraintes

$$I_{il}^+ - I_{il}^- = I_{il-1}^+ - I_{il-1}^- + X_{il} - D_{il} \qquad \forall l \tag{3.12}$$

$$X_{il} \leq (\sum_{k=1}^{T} D_{ik})Y_{il} \qquad \forall l \tag{3.13}$$

$$X_{il},\ I_{il}^-,\ I_{il}^+ \geq 0 \qquad \forall l \tag{3.14}$$

$$Y_{il} \in \{0,1\} \qquad \forall l \tag{3.15}$$

Chaque sous-problème M_{USLCG} est résolu par l'algorithme de Wagner and Whitin [129] dont la complexité est de $O(T^2)$ (T étant le nombre de périodes). Cette complexité a été améliorée à $O(T \log T)$ indépendamment par Aggarwal and Park [6], Federgruen and Tzur [40] et Wagelmans *et al.* [128].

Nous avons choisi d'appliquer l'algorithme de Wagelmans *et al.* [128] puisque rapide et simple à implémenter mais les coûts de rupture de stocks ne sont pas pris en compte dans la modélisation des problèmes. Notons qu'il existe dans la littérature ([6], [41]) des méthodes qui les prennent en considération mais qui sont plus complexes à implémenter.

3.4.2 Mise à jour des multiplicateurs Lagrangiens

La mise à jour des multiplicateurs Lagrangiens se fait en utilisant la méthode des sous-gradients [95]. Cette méthode est simple à implémenter et ne dépend pas du problème à résoudre.

Puisque le nombre de contraintes relâchées est exponentiel, nous ne mettons pas

à jour tous les multiplicateurs Lagrangiens. En effet, il serait laborieux de les mettre tous à jour même pour des problèmes de taille moyenne. Il est donc plus cohérent de gérer un nombre raisonnable de contraintes et surtout de choisir ces contraintes telles qu'elles soient pertinentes pour la résolution du modèle relaxé, c'est-à-dire, prendre en compte les contraintes associées aux chemins les plus violés dans le graphe.

Définition 3.1. *Un chemin $c \in C(y)$ est dit violé si la contrainte (3.3) associée à ce chemin est violée.*

Soit $\mathcal{CH}$ l'ensemble des chemins violés.

La procédure de mise à jours des multiplicateurs Lagrangiens est ainsi la suivante :

- Initialiser tous les multiplicateurs Lagrangiens à 0 et $\mathcal{CH} = \varnothing$.
- A chaque itération :

  1. Rechercher le chemin le plus violé dans le graphe c'est-à-dire le chemin cv qui maximise :

$$\max_{c \in C(y)} (r(o_c^f) + \sum_{o \in c} (p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)}) - \sum_{l=1}^{l(o_c^l)} capa_l)$$

  2. Si $cv \notin \mathcal{CH}$ alors $\mathcal{CH} = \mathcal{CH} \cup \{cv\}$.

  3. Mettre à jour tous les multiplicateurs Lagrangiens associés aux chemins appartenant à $\mathcal{CH}$.

Ainsi, à la fin de l'algorithme, le nombre de multiplicateurs mis à jour n'est pas excessif. Dans les tests expérimentaux, présentés dans la dernière section de ce chapitre, nous avons compté le nombre de chemin violés lors de l'exécution de la relaxation Lagrangienne et il n'excède pas 43 pour l'ensemble des instances traité, sachant que le taille maximale des problèmes correspond à 20 produits, 50 périodes et 5000 opérations.

3.5 Heuristiques pour la construction d'une solution réalisable

Lors de la résolution du problème Lagrangien, la solution obtenue est souvent non réalisable. En effet, comme les contraintes de capacité sont relaxées, les quantités à produire peuvent dépasser la capacité disponible. Pour construire une solution réalisable, les contraintes violées dans la résolution du modèle relaxé sont identifiées et la solution du problème relaxé est modifiée afin de satisfaire ces contraintes.

Dans les problèmes classiques de dimensionnement de lots, augmenter ou diminuer la taille d'un lot sur une période n'a pas d'impact sur la consommation de la capacité des autres périodes. Ainsi, la plupart des heuristiques de lissage de la production, dans les approches de relaxation Lagrangienne proposées dans la littérature, détectent les périodes où la production dépasse la capacité et déplacent, le surplus vers d'autres périodes jusqu'à trouver une solution réalisable. Trigeiro *et al.* [124] ont proposé une procédure de lissage d'avant en arrière sur l'horizon de temps pour le problème de dimensionnement de lots avec temps de lancement. La procédure est composée de deux étapes. La première consiste à débuter le lissage à la dernière période de l'horizon de temps et, pour le produit sélectionné à déplacer sa production vers le début de l'horizon de temps afin d'éliminer les heures supplémentaires à la période en cours. La deuxième étape débute au début de l'horizon de temps et déplace la production qui suit celle en cours. La procédure s'arrête soit dans le cas où toutes les contraintes sont satisfaites, soit après quatre itérations.

Dans les procédures classiques de lissage, seul l'impact entre les périodes de transfert de la production a besoin d'être considéré. Dans notre problème intégré, augmenter ou diminuer la taille des lots sur une période peut influencer la faisabilité de la solution sur les périodes successives puisque l'ordonnancement considère les lots sur tout l'horizon de temps. Ainsi, il est nécessaire de développer des heuristiques de lissage différentes et plus complexes.

Rappelons qu'une solution est réalisable si les contraintes de capacité (3.3) sont satisfaites, c'est à dire s'il n'existe pas de chemin violé dans le graphe.

Définition 3.2. *Une opération o est dite violée si cette opération appartient à un chemin violé.*

Rappelons qu'un chemin est violé si la longueur du chemin est strictement plus grande que la somme des capacités allant de la première période à la période associée à la dernière opération du chemin. Réduire seulement la taille d'un lot de production ayant au moins une opération violée peut aider à satisfaire les contraintes non satisfaites.

Ainsi, nous commençons par rechercher les chemins violés dans le graphe afin de déterminer les produits potentiels à transférer et les périodes de transfert. Pour chaque sommet du graphe (ou opération), nous calculons une date au plus tôt (début au plus tôt de l'exécution de l'opération), une date au plus tard et la marge (qui est égale à la date au plus tard moins la date au plus tôt). Un chemin violé correspond à un chemin dont les opérations sur ce chemin ont des marges nulles.

Nous proposons deux heuristiques pour déterminer le produit dont on va déplacer la production, la période sur laquelle effectuer le transfert, et la quantité à transférer.

Nous introduisons les définitions suivantes :

Définition 3.3. *Un produit critique sera défini comme étant le produit à déplacer.*

Définition 3.4. *La période initialement associée au produit critique sera appelée période initiale.*

Définition 3.5. *La période sur laquelle la production est transférée sera appelée période cible.*

Et les notations suivantes :

Soit $\mathcal{O}_c$ l'ensemble des opérations violées et $\mathcal{PR}_c$ l'ensemble des combinaisons de produits et périodes violés i.e. (p,t) tel que $\exists o \in \mathcal{O}_c$ avec $i(o) = p$ et $l(o) = t$.

3.5.1 Heuristique de lissage avant et arrière

La première heuristique, noté *CSR1*, que nous avons développée pour construire une solution réalisable consiste à lisser la production d'avant en arrière sur l'horizon de temps. La procédure est la suivante :

- Rechercher les chemins violés dans le graphe et mettre à jour les ensembles $\mathcal{O}_c$ et $\mathcal{PR}_c$.
- Tant qu'il existe des contraintes violées :
  - *Lissage arrière.* Pour chaque période $t \in \mathrm{T} \ldots 1$, déterminer le produit critique et déplacer sa production vers le début de l'horizon de temps.

    Pour une période initiale to donnée, le produit critique, la période cible et la quantité à transférer sont déterminés de la façon suivante :

    1. *Choix du produit critique.* Le produit critique correspond au produit dont la somme des durées d'exécutions des opérations critiques est la plus grande sur la période to c'est-à-dire le produit critique pc et la période initial to qui maximisent :

$$\max_{(p,t)\in\mathcal{PR}_c} \sum_{\substack{o\in\mathcal{O}_c;\\ i(o)=p \text{ et } l(o)=t}} (p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)}).$$

       S'il n'existe pas de produit critique alors la procédure est arrêtée sinon $\mathcal{PR}_c = \mathcal{PR}_c - \{(pc, to)\}$

    2. *Choix de la période cible.* Nous sélectionnons la période td ($td \neq to$) ne possédant pas d'opérations critiques pour le produit pc.

    3. *Calcul de la quantité à transférer.* La quantité à transférer correspond au $\min\{X_{pc,to}, Q_s(pc, td)\}$ (il n'est pas possible de transférer plus que la quantité de production à la période to) où $Q_s(pc, td)$ est la quantité maximale de produit pc qui peut être transférée à la période td.

    4. Rechercher les chemins violés dans le graphe et mettre à jour les ensembles $\mathcal{O}_c$ et $\mathcal{PR}_c$.

  - *Lissage avant.* Pour chaque période $t \in 1 \ldots \mathrm{T}$, déterminer le produit critique et déplacer sa quantité vers la fin de l'horizon de temps. Le choix du produit critique et celle de la période cible sont déterminés comme précédemment.

L'algorithme s'arrête lorsqu'il n'existe plus de produit critique ou si après quatre passages aucun produit n'est déplacé. Dans ce dernier cas, l'algorithme renvoie qu'aucune solution réalisable n'a été trouvée.

Appliquons cette procédure sur l'exemple 2.1 décrit dans le chapitre 2. Rappelons que l'horizon de temps est composé de trois périodes et que l'on a considéré deux produits comportant chacune deux opérations.

La première étape consiste à déterminer le chemin violé, il est représenté en gras dans la figure 3.1.

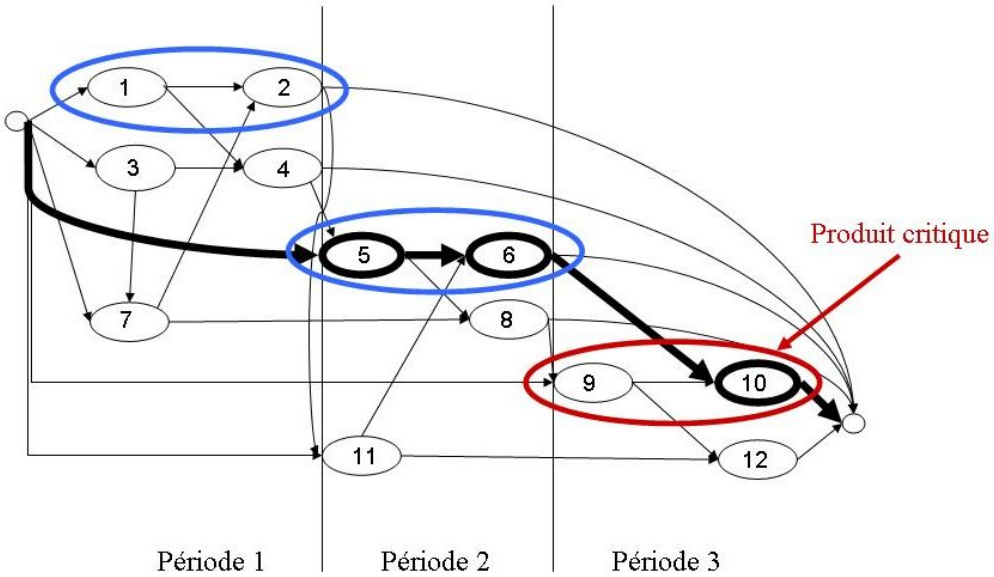

FIG. 3.1 – Représentation du chemin violé et définition du produit critique pour la période 3

L'algorithme commence par un lissage arrière, on se positionne donc à la dernière période de l'horizon de temps c'est à dire à la période 3 et le produit critique et la période cible sont recherchés. Dans l'exemple, le produit critique correspond au produit associé aux opérations 9 et 10 (voir figure 3.1) car l'opération 10 est violée. Puisque le lissage se fait vers l'arrière, le choix de déplacer le produit critique se fait soit vers la période 1 soit vers la période 2 (voir figure 3.1).

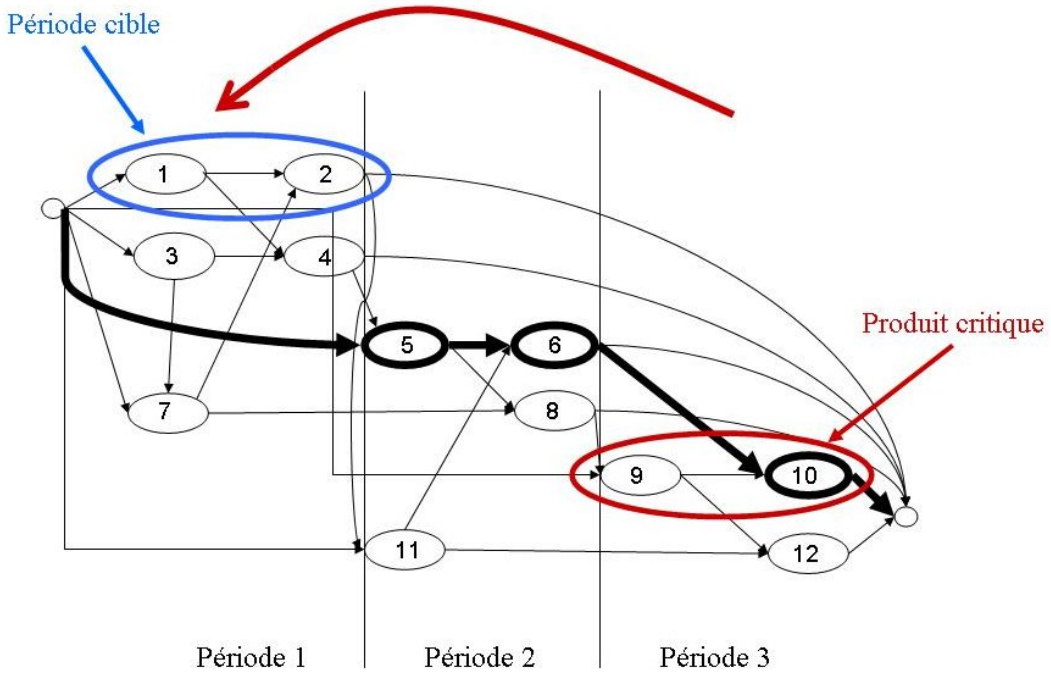

FIG. 3.2 – Définition de la période cible et calcul des quantités transférées

Cependant, les opérations 5 et 6 du produit critique sur la période 2 sont violées, le produit critique est déplacé vers la période 1 (voir figure 3.2). Un chemin violé est de nouveau déterminé (figure 3.3).

Il n'existe plus d'opérations violées à la période 3, la période 2 est maintenant analysée. Le produit critique correspond au produit associé aux opérations 5 et 6 puisqu'elles sont toutes les deux violées. Il n'existe qu'une seule période, la période 1, où l'on peut déplacer la production puisqu'on lisse vers l'arrière. Les opérations 1 et 2 du produit critique n'étant pas violées, cette période est la période cible (figure 3.3). Un nouveau chemin violé est déterminé soit il existe des opérations violées à la période 2, un produit critique et une période cible sont alors déterminés, soit on se positionne à la période 1 et un lissage avant est effectué.

Remarque : l'algorithme proposé favorise le déplacement d'un produit critique vers une période où il y a déjà de la production afin de ne pas engendrer de coût

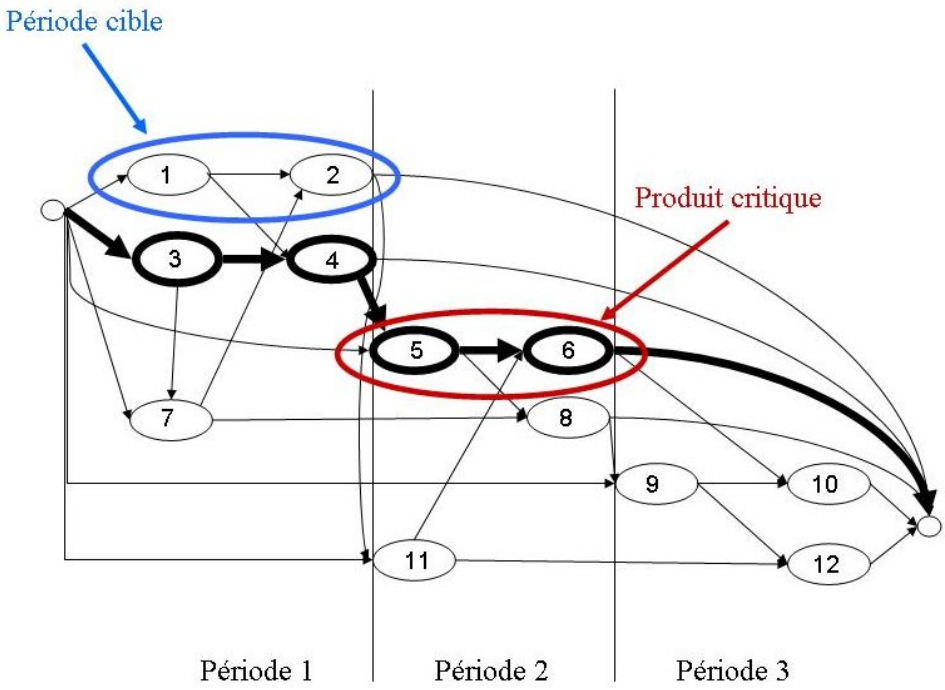

FIG. 3.3 – Représentation du chemin violé, du produit critique pour le période 2 et de la période cible

de lancement supplémentaire et éviter de changer complètement la solution obtenue par la relaxation Lagrangienne. Cependant, il n'est pas toujours possible de déplacer la production vers d'autres périodes où il y a déjà de la production, soit parce que les périodes sont saturées, soit parce que la demande ne serait plus satisfaite et, dans ce cas, l'algorithme déplace la production vers la période suivant la période initiale et génère un coût de lancement supplémentaire. Il est donc possible d'engendrer de nombreux coûts de lancement supplémentaires et ainsi obtenir une borne supérieure éloigné de la borne inférieure déterminée par la relaxation Lagrangienne.

Au regard de cette dernière remarque, nous proposons deux approches modifiant la procédure *CSR1*, une première permettant de déplacer les produits seulement vers des périodes sans production (contrairement à *CSR1* qui peut déplacer la production vers toutes les périodes) et une seconde modifiant la recherche du produit critique.

Modification de CSR1 : déplacement d'un produit vers des périodes sans production

L'idée de la première approche consiste à déplacer la production vers des périodes où il n'y a pas de production. Pour une période donnée, la procédure sélectionne le produit le plus critique mais déplace sa production seulement vers une période où il y a déjà de la production. Si le déplacement n'est pas possible, alors on recherche un autre produit critique. Quand on arrive à la fin des itérations de recherche du produit critique et déplacement de la production pour cette période, deux cas peuvent se produire. Dans le premier cas, il n'existe plus de produit critique et dans ce cas l'algorithme passe à la période suivante. Dans le second cas, il existe des produits critiques ne pouvant pas être déplacées sans engendrer des coûts de lancement supplémentaires et alors l'algorithme permet le déplacement vers des périodes sans production.

La deuxième approche que nous avons proposée repose sur l'idée d'effectuer deux lissages en avant et arrière sans déplacer un produit critique vers une période sans production. A la fin des deux passages, s'il existe encore des produits critiques, nous ré-appliquons l'algorithme en permettant cette fois-ci le déplacement vers des périodes sans production.

Modification de CSR1 : recherche du produit critique sur plusieurs périodes

La procédure *CSR1* recherche le produit critique sur une période. Nous proposons d'étendre la recherche sur un plus grand nombre de périodes c'est-à-dire nous recherchons le produit critique sur un sous-ensemble de trois périodes. Cette procédure nous a incité à développer une nouvelle procédure décrite ci-dessous donnant de meilleurs résultats que les précédentes.

3.5.2 Heuristique de lissage sur tout le graphe

La seconde procédure, que l'on notera *CSR2*, consiste à rechercher le produit critique dans tout le graphe et non plus à chaque période comme précédemment.

Nous cherchons de plus à déplacer le produit critique vers une période destination ne contenant pas d'opérations critiques et permettant de minimiser la fonction objectif.

La procédure est la suivante :

- Tant que les contraintes de capacités ne sont pas satisfaites ou $\mathcal{PR}_c = \varnothing$:
  1. Rechercher les chemins violés et mettre à jour les ensembles $\mathcal{O}_c$ et $\mathcal{PR}_c$.
  2. *Choix du produit critique et de la période initiale.* Le produit critique correspond au produit dont la somme des durées d'exécutions des opérations critiques est la plus grande sur tout le graphe c'est-à-dire le produit critique pc et la période initiale to qui maximisent :

$$\max_{(p,t)\in\mathcal{PR}_c} \sum_{\substack{o\in\mathcal{O}_c;\\ i(o)=p \text{ et } l(o)=t}} (p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o Y_{i(o)l(o)}).$$

     S'il n'existe pas de produit critique alors la procédure est arrêtée sinon $\mathcal{PR}_c = \mathcal{PR}_c - \{(pc, to)\}$
  3. *Choix de la période cible.* Nous sélectionnons la période td ($td \neq to$) ne possédant pas d'opérations critiques pour le produit pc et pour lequel le transfert améliore le plus la fonction objectif, i.e. celui qui maximise le gain du transfert par unité de produit $G(pc, to, t)$ défini comme suit :

$$G(pc, to, t) = \frac{\text{coût}_{\text{avant}} - \text{coût}_{\text{après}}}{Q_s(pc, t)}$$

     Où $Q_s(pc, t)$ est la quantité maximale du produit pc qui peut être transféré à la période t, $\text{coût}_{\text{avant}}$ est le coût total avant le transfert et $\text{coût}_{\text{après}}$ est le coût total après le transfert de $Q_s(pc, t)$ de to à t.

     Si toutes les périodes contiennent des opérations violées pour le produit pc, i.e. il n'existe pas de période td, alors, allez à l'étape 2.
  4. *Calcul de la quantité à transférer.* La quantité à transférer correspond au $\min\{X_{pc,to}, Q_s(pc, td)\}$ (il n'est pas possible de transférer plus que la quantité de production à la période to).

La procédure s'arrête lorsqu'il n'y a plus de chemin violé ou bien lorsqu'on ne peut plus trouver de produit à déplacer. Dans ce dernier cas, la procédure renvoie qu'il n'y a pas de solution réalisable.

Appliquons cette nouvelle procédure sur l'exemple 2.1. Nous considérons le même chemin violé que celui considéré au départ de la procédure CSR1 i.e. le chemin en gras dans la figure 3.4, le produit critique correspond au produit associé aux opérations 5 et 6 de la période 2 puisque c'est le seul produit ayant deux opérations violées (voir figure 3.4).

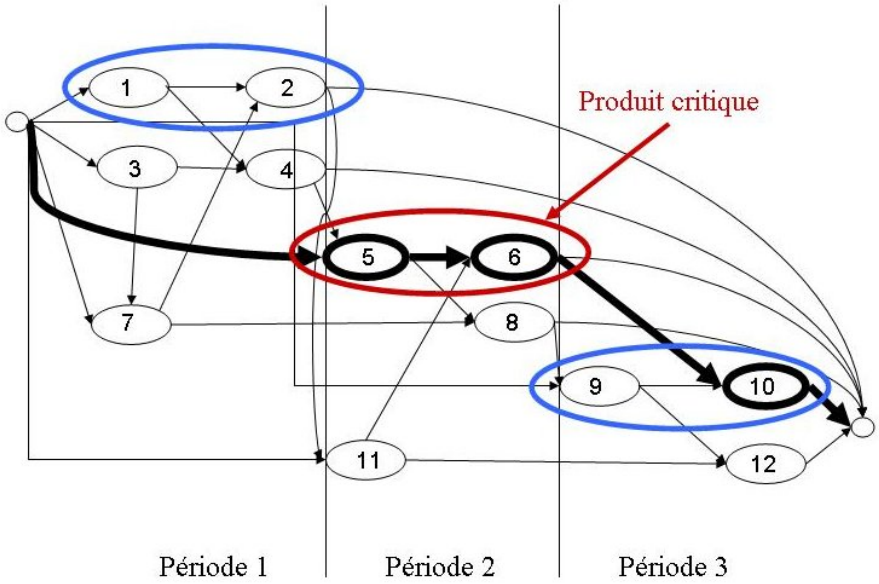

FIG. 3.4 – Définition du produit critique du graphe et des périodes cibles

Contrairement à la procédure *CSR1*, nous pouvons déplacer le produit critique soit vers l'avant soit vers l'arrière (dans le cas où les demandes restent satisfaites) (voir figure 3.4).

La période cible correspond à la période 1 puisque les opérations 1 et 2 ne sont pas violées (voir figure 3.5). Nous appliquons cette procédure tant qu'il existe des opérations critiques.

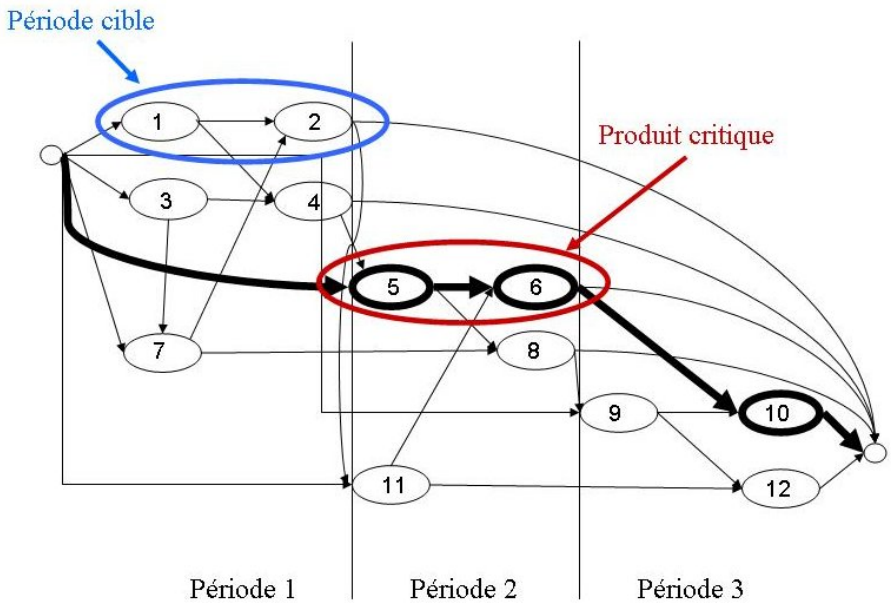

FIG. 3.5 – Représentation de la période cible

3.6 Validation de la méthode

La performance de notre méthode de résolution appliquée à notre nouvelle formulation mathématique est évaluée sur un ensemble d'instances. Tous les tests numériques ont été effectués sur un ordinateur équipé du processeur Xeon 3.4 Ghz. Les algorithmes ont été implémentés en utilisant Visual Studio .net 2003. Le logiciel d'optimisation Xpress-MP [97] version 2006A a été utilisé pour trouver, lorsque cela a été possible, des solutions optimales.

3.6.1 Génération des données aléatoires

Afin de tester la qualité de notre méthode de résolution appliquée à notre nouvelle formulation mathématique, nous avons généré aléatoirement de façon uniforme, des problèmes et nous avons fait varier différents paramètres : la demande, la capacité, le coût de lancement et le délai d'obtention.

La performance de notre algorithme a été testée avec les paramètres suivants :

Nombre de produits (N). Des instances avec N = 6, 10 et 20 produits ont été générées.

Longueur de l'horizon de temps (T). Des instances avec T = 5, 10 et 20 ont été générées pour analyser la qualité de l'heuristique, et des instances avec T = 30 et 50 périodes ont été générées pour analyser les temps de calcul.

Variabilité des demandes. Les valeurs des demandes ont été prises dans les intervalles suivants : [4 ;8], [5 ;15], [5 ;30], [10 ;50], [10 ;80] et [10 ;100]. Nous avons ainsi testé des demandes ayant de petites valeurs telles que 4 ou inversement ayant de plus grande valeurs comme par exemple 100. Nous avons aussi testé l'homogénéité des intervalles en prenant des intervalles où la demande varie peu comme [4 ;8] et inversement des grands intervalles telles que [10 ;100].

Capacité. Nous calculons pour chaque période la capacité moyenne à partir des durées opératoires, des temps de lancement et des demandes. Ensuite, cette valeur est multipliée (identiquement sur les périodes) par 0.7 (capacité large), 0.5 (capacité normale) et par 0.45 (capacité serrée).

Coût de production et stockage. La valeur de ces coûts est identique pour chaque produit. Nous avons testé nos instances avec un coût de production égal à 4 et un coût de stockage égal à 1.

Coût de lancement. Ce paramètre influence de beaucoup la taille des lots, nous avons considéré différentes valeurs entre 10 et 100.

Délai d'obtention (L). Nous prenons en compte le délai d'obtention et nous l'initialisons à 1.

Paramètres de l'ordonnancement. Nous avons choisi de considérer le problème d'ordonnancement de type job shop ([67]) puisque c'est l'un des problèmes les plus étudiés. Nous avons appliqué nos tests sur des problèmes de taille 6x6 (6 jobs et 6 ressources), 10x10 (10 jobs et 10 ressources) et 20x5 (20 jobs et 5 ressources). Notre méthode peut être appliquée dans d'autre cas que celui du job-shop.

Pendant la génération des données, nous avons fixé tous les paramètres à une certaine valeur par défaut et fait varier d'autres. Le tableau 3.1 présente les valeurs par défaut.

Paramètres	Valeur par défaut
Coût de lancement	15
Capacité	0.55
Demandes	[5,15]
Délai d'obtention	1

TAB. 3.1 – Valeurs par défaut des paramètres

Le nombre total d'instances générées est 240.

3.6.2 Interprétation des résultats

Les valeurs propres à la relaxation Lagrangienne sont choisis empiriquement. Le pas initial de déplacement est fixé à 3 et est divisé par 2 si la borne inférieure n'a pas été améliorée pendant 5 itérations. L'algorithme est arrêté après au plus 400 itérations.

Pour chaque instance, nous présentons la valeur de la borne inférieure LB et la valeur de la borne supérieure UB de l'heuristique. La qualité de la solution est évaluée en calculant l'écart entre la borne inférieure et la borne supérieure de la façon suivante ([94]) :

$$Ecart = 200 \times \frac{\text{UB-LB}}{\text{UB+LB}}$$

La qualité des solutions est analysée en comparant nos résultats avec le logiciel d'optimisation Xpress-MP. Nous avons exécuté Xpress-MP pendant un temps de calcul maximal de 10 secondes afin de comparer les résultats par rapport au temps puisque le temps d'éxécution de l'heuristique Lagrangienne est de l'ordre de quelques secondes. Nous avons aussi exécuté Xpress-MP pendant un temps de calcul maximal

de 10 minutes et pendant un temps de calcul maximal de 10 heures pour montrer la difficulté des problèmes. Notons que si Xpress-MP commence une itération juste avant la fin des 10 secondes, il continue le calcul jusqu'à la fin de l'itération, c'est pour cela que dans certains cas, le temps de calcul dépasse les 10 secondes. Nous présentons la borne inférieure et la meilleure solution obtenues par Xpress-MP. Lorsque les deux bornes sont égales, la solution optimale a été trouvée.

Pour chaque instance traitée, nous comparons donc les bornes inférieures, les bornes supérieures, l'écart entre les bornes et le temps de calcul de l'heuristique Lagrangienne et de Xpress-MP. Lorsqu'une borne est dominante ou équivalente à l'autre borne, celle-ci est mise en gras, et si la solution optimale est trouvée, elle est indiquée par une étoile *.

3.6.3 Comparaison des différentes heuristiques pour la construction d'une solution réalisable

Dans ce paragraphe, nous comparons les deux procédures de construction d'une solution réalisable *CSR1* et *CSR2* décrites précédemment. Pour chaque instance traité, nous appliquons l'heuristique Lagrangienne avec chaque procédure et nous comparons les valeurs des bornes supérieures et des temps d'exécution de *CSR1* et *CSR2*. La différence entre les deux bornes supérieures est calculée. *CSR1* est meilleure lorsque la différence est négative, et inversement, *CSR2* est meilleure quand la différence est positive.

Les deux procédures sont testées sur toutes les instances. Pour une question de visibilité, nous présentons un sous-ensemble de résultats (voir les tableaux 3.2, 3.3 et 3.4), i.e. nous présentons pour chaque type de job-shop, les résultats pour 2 ou 3 types de périodes T. Tous les résultats sont présentés dans l'annexe A.

Job Shop	T	Parametre	Valeur	CSR 1 UB	CSR 1 Temps	CSR 2 UB	CSR 2 Temps	Différence entre les UB
			0.45	**3158**	0,3	3163	0,3	-5,0
			0.50	3184	0,2	**3114**	0,1	70,0
		Capacité	0.55	**3111**	0,1	3113	0,1	-2,0
			0.60	3117	0,2	**3107**	0,1	10,0
			0.70	3119	0,2	**3100**	0,1	19,0
			5	2668	0,0	2668	0,0	0,0
	T=10	Coût de lancement	20	3288	0,1	**3283**	0,1	5,0
			50	4383	0,3	**4208**	0,5	175,0
			100	6310	0,3	**5749**	0,6	561,0
			[4,8]	2162	0,2	**2151**	0,2	11,0
			[5,30]	4800	0,0	4800	0,0	0,0
		Demande	[10,50]	7694	0,0	7694	0,0	0,0
			[10,80]	11928	0,0	11928	0,0	0,0
			[10,100]	11994	0,0	11994	0,0	0,0
			0.45	6483	1,2	**6417**	0,5	66,0
			0.50	6407	0,6	**6364**	0,3	43,0
		Capacité	0.55	6369	0,8	**6339**	0,3	30,0
			0.60	6338	0,3	**6323**	0,2	15,0
			0.70	6338	0,3	**6317**	0,0	21,0
			5	5460	0,0	5460	0,0	0,0
6x6	T=20	Coût de lancement	20	6747	1,4	**6692**	0,5	55,0
			50	9186	1,3	**8791**	4,4	395,0
			100	13246	1,5	**11494**	1,6	1752,0
			[4,8]	4157	0,7	**4125**	0,3	32,0
			[5,30]	10032	2,6	**9819**	0,6	213,0
		Demande	[10,50]	16076	0,0	16076	0,0	0,0
			[10,80]	22481	0,0	22481	0,0	0,0
			[10,100]	29418	0,0	29418	0,0	0,0
			0.45	16845	20,8	**16353**	7,0	492,0
			0.50	16559	12,3	**16221**	4,8	338,0
		Capacité	0.55	16521	11,3	**16051**	2,1	470,0
			0.60	16322	10,4	**15963**	1,2	359,0
			0.70	15931	0,0	15931	0,0	0,0
			5	13816	0,0	13816	0,0	0,0
	T=50	Coût de lancement	20	17875	15,3	**16950**	3,8	925,0
			50	23721	20,6	**22098**	14,6	1623,0
			100	33835	31,1	**29078**	15,2	4757,0
			[4,8]	10767	10,3	**10510**	2,2	257,0
			[5,30]	24189	10,7	**24122**	0,1	67,0
		Demande	[10,50]	39090	0,0	39090	0,0	0,0
			[10,80]	57720	0,0	57720	0,0	0,0
			[10,100]	70999	0,0	70999	0,0	0,0

TAB. 3.2 – Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 dans le cas du job-shop 6x6

Le tableau 3.2 présente les résultats pour le cas du job-shop 6x6 et nous avons choisi de décrire les résultats des instances avec $T = 10$, 20 et 50. La procédure *CSR1* est meilleure que *CSR2* dans seulement 2 cas ($T = 10$ pour la capacité) tandis que la borne supérieure de la procédure *CSR2* est meilleure dans 26 cas. Nous constatons de plus de très grandes améliorations, par exemple le cas $T = 50$ avec coûts de lancement = 100, la valeur de la borne supérieure de *CSR1* est égal à 33835 obtenue en 31 secondes, et celle de *CSR2* est 29078 obtenue en 15 secondes, ce qui correspond à une amélioration de 4757. Cette importante différence vient du fait

que la procédure *CSR1*, comme expliqué dans la description de la méthode, génère de nombreux coûts de lancement et donc augmente le coût de la fonction objectif.

Job Shop	T	Parametre	Valeur	CSR 1 UB	CSR 1 Temps	CSR 2 UB	CSR 2 Temps	Différence entre les UB
10x10	T=10	Capacité	0.45	-	0,3	**5365**	0,0	-
			0.50	5362	0,0	5362	0,0	0,0
			0.55	5362	0,0	5362	0,0	0,0
			0.60	5362	0,0	5362	0,0	0,0
			0.70	5362	0,0	5362	0,0	0,0
		Coût de lancement	5	4624	0,0	4624	0,0	0,0
			20	5622	0,0	5622	0,0	0,0
			50	-	0,2	**7140**	0,6	-
			100	-	0,3	**8870**	0,6	-
		Demande	[4,8]	3408	0,0	3408	0,0	0,0
			[5,30]	8209	0,0	8209	0,0	0,0
			[10,50]	13570	0,0	13570	0,0	0,0
			[10,80]	17688	0,0	17688	0,0	0,0
			[10,100]	23898	0,0	23898	0,0	0,0
	T=30	Capacité	0.45	-	0,9	**16364**	0,1	-
			0.50	16358	0,0	16358	0,0	0,0
			0.55	16358	0,0	16358	0,0	0,0
			0.60	16358	0,0	16358	0,1	0,0
			0.70	16358	0,0	16358	0,0	0,0
		Coût de lancement	5	14172	0,0	14172	0,1	0,0
			20	-	1,5	**17133**	0,0	-
			50	-	1,5	**21057**	4,3	-
			100	-	1,9	**26668**	17,1	-
		Demande	[4,8]	-	0,9	**10152**	0,0	-
			[5,30]	24206	0,0	24206	0,0	0,0
			[10,50]	38952	0,0	38952	0,0	0,0
			[10,80]	58636	0,0	58636	0,0	0,0
			[10,100]	69125	0,0	69125	0,0	0,0

TAB. 3.3 – Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 dans le cas du job-shop 10x10

Dans le cas du job-shop 10x10 (voir tableau 3.3), nous constatons que les résultats de la procédure *CSR2* sont encore meilleurs que ceux de *CSR1*. Tout d'abord au niveau du nombre d'instances résolues : la procédure *CSR1* n'a pas construit de solution réalisable pour 8 instances sur 28, tandis que toutes les solutions réalisables ont été trouvées par la procédure *CSR2*. Ceci montre bien que le choix des produits à déplacer pour lisser la production sur l'horizon de temps est important, il est donc plus intéressant de donner la priorité au produit étant le plus violé pour déplacer la production associée sur tout l'horizon de temps que de regarder période par période quel est le produit le plus violé.

Remarquons qu'il n'y a pas d'améliorations pour les 20 autres instances puisque celles-ci correspondent à des solutions optimales (voir tableaux 3.9, 3.5 et 3.13). Ces

résultats sont validés par les résultats obtenus dans le cas du job-shop 20x5 (voir (3.4)).

Job Shop	T	Parametre	Valeur	CSR 1		CSR 2		Différence entre les UB
				UB	Temps	UB	Temps	
20x5	T=5	Capacité	0.45	5389	0,2	**5383**	0,0	6,0
			0.50	5382	0,0	5382	0,0	0,0
			0.55	5382	0,0	5382	0,0	0,0
			0.60	5382	0,0	5382	0,0	0,0
			0.70	5382	0,0	5382	0,0	0,0
		Coût de lancement	5	4624	0,0	4624	0,0	0,0
			20	5658	0,0	5658	0,0	0,0
			50	7106	0,2	**7076**	0,3	30,0
			100	9345	0,5	**9104**	0,6	241,0
		Demande	[4,8]	3494	0,2	**3493**	0,2	1,0
			[5,30]	8338	0,0	8338	0,0	0,0
			[10,50]	13801	0,0	13801	0,0	0,0
			[10,80]	19588	0,0	19588	0,0	0,0
			[10,100]	25063	0,0	25063	0,0	0,0
	T=30	Capacité	0.45	-	1,7	**31353**	0,1	-
			0.50	31335	0,0	31335	0,1	0,0
			0.55	31335	0,0	31335	0,0	0,0
			0.60	31335	0,0	31335	0,0	0,0
			0.70	31335	0,0	31335	0,0	0,0
		Coût de lancement	5	27104	0,0	27104	0,0	0,0
			20	32821	0,0	32821	0,0	0,0
			50	-	1,8	**39862**	3,4	-
			100	-	2,2	**48853**	8,0	-
		Demande	[4,8]	**20441**	0,9	20447	0,1	-6,0
			[5,30]	51038	0,0	51038	0,1	0,0
			[10,50]	79618	0,0	79618	0,1	0,0
			[10,80]	118020	0,0	118020	0,0	0,0
			[10,100]	135978	0,0	135978	0,1	0,0

TAB. 3.4 – Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 dans le cas du job-shop 20x5

3.6.4 Variation des différents paramètres

Variation de la demande

Job	T	Demande	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP exécuté pendant 10 secondes			
shop			LB	UB	Ecart	Temps	LB	UB	Ecart	Temps
6x6	5	[4,8]	1116,3	1122	0,5	0,1	**1119,0**	**1119***	0,0	0,3
		[5,15]	1730,4	**1731***	0,0	0,1	**1731,0**	**1731***	0,0	0,3
		[5,30]	**2624,0**	**2624***	0,0	0,0	**2624,0**	**2624***	0,0	0,1
		[10,50]	**4110,0**	**4110***	0,0	0,0	**4110,0**	**4110***	0,0	0,1
		[10,80]	**5652,0**	**5652***	0,0	0,0	**5652,0**	**5652***	0,0	0,1
		[10,100]	**6919,0**	**6919***	0,0	0,0	**6919,0**	**6919***	0,0	0,1
	10	[4,8]	2130,8	2151	0,9	0,2	**2139,5**	**2147**	0,3	10,7
		[5,15]	3095,6	3113	0,6	0,1	**3102,0**	**3102***	0,0	2,1
		[5,30]	**4800,0**	**4800***	0,0	0,0	**4800,0**	**4800***	0,0	0,5
		[10,50]	**7694,0**	**7694***	0,0	0,0	**7694,0**	**7694***	0,0	0,2
		[10,80]	**11928,0**	**11928***	0,0	0,0	**11928,0**	**11928***	0,0	0,2
		[10,100]	**11994,0**	**11994***	0,0	0,0	**11994,0**	**11994***	0,0	0,2
	20	[4,8]	**4049,0**	4125	1,9	0,3	3905,6	**4108**	5,1	10,6
		[5,15]	**6312,0**	6339	0,4	0,3	6307,2	**6328**	0,3	10,8
		[5,30]	9725,0	9819	1,0	0,6	**9789,0**	**9789***	0,0	1,5
		[10,50]	**16076,0**	**16076***	0,0	0,0	**16076,0**	**16076***	0,0	0,5
		[10,80]	**22481,0**	**22481***	0,0	0,0	**22481,0**	**22481***	0,0	0,3
		[10,100]	**29418,0**	**29418***	0,0	0,0	**29418,0**	**29418***	0,0	0,3
	30	[4,8]	**6149,7**	**6326**	2,9	2,1	5741,1	6341	9,9	10,6
		[5,15]	**9408,0**	9491	0,9	0,7	9310,7	**9451**	1,5	10,7
		[5,30]	14660,0	14676	0,1	0,4	**14667,0**	**14667***	0,0	2,2
		[10,50]	**23373,0**	**23373***	0,0	0,0	**23373,0**	**23373***	0,0	0,9
		[10,80]	**35933,0**	**35933***	0,0	0,0	**35933,0**	**35933***	0,0	0,8
		[10,100]	41217,0	41633	1,0	0,6	**41460,0**	**41460***	0,0	1,3
	50	[4,8]	**10343,0**	**10510**	1,6	2,2	9530,9	11726	20,7	10,5
		[5,15]	**15931,0**	**16051**	0,8	2,1	15794,5	16128	2,1	10,6
		[5,30]	24107,0	24122	0,1	0,1	**24110,0**	**24110***	0,0	3,8
		[10,50]	**39090,0**	**39090***	0,0	0,0	**39090,0**	**39090***	0,0	1,7
		[10,80]	**57720,0**	**57720***	0,0	0,0	**57720,0**	**57720***	0,0	1,1
		[10,100]	**70999,0**	**70999***	0,0	0,0	**70999,0**	**70999***	0,0	1,6
10x10	5	[4,8]	1716,1	**1717***	0,1	0,1	**1717,0**	**1717***	0,0	0,6
		[5,15]	**2794,0**	**2794***	0,0	0,0	**2794,0**	**2794***	0,0	0,5
		[5,30]	**4466,0**	**4466***	0,0	0,0	**4466,0**	**4466***	0,0	0,3
		[10,50]	**7067,0**	**7067***	0,0	0,0	**7067,0**	**7067***	0,0	0,2
		[10,80]	**9476,0**	**9476***	0,0	0,0	**9476,0**	**9476***	0,0	0,2
		[10,100]	**11830,0**	**11830***	0,0	0,0	**11830,0**	**11830***	0,0	0,2
	10	[4,8]	**3408,0**	**3408***	0,0	0,0	**3408,0**	**3408***	0,0	5,2
		[5,15]	**5362,0**	**5362***	0,0	0,0	**5362,0**	**5362***	0,0	2,4
		[5,30]	**8209,0**	**8209***	0,0	0,0	**8209,0**	**8209***	0,0	0,9
		[10,50]	**13570,0**	**13570***	0,0	0,0	**13570,0**	**13570***	0,0	0,4
		[10,80]	**17688,0**	**17688***	0,0	0,0	**17688,0**	**17688***	0,0	0,7
		[10,100]	**23898,0**	**23898***	0,0	0,0	**23898,0**	**23898***	0,0	0,4
	20	[4,8]	**6841,0**	**6844**	0,0	0,0	6540,1	6932	5,8	10,8
		[5,15]	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10860,1	10914	0,5	10,8
		[5,30]	**16653,0**	**16653***	0,0	0,0	**16653,0**	**16653***	0,0	2,8
		[10,50]	**25689,0**	**25689***	0,0	0,0	**25689,0**	**25689***	0,0	2,5
		[10,80]	**39607,0**	**39607***	0,0	0,0	**39607,0**	**39607***	0,0	1,2
		[10,100]	**44621,0**	**44621***	0,0	0,0	**44621,0**	**44621***	0,0	1,2
	30	[4,8]	**10149,0**	**10152**	0,0	0,0	9465,0	11539	19,7	10,7
		[5,15]	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16219,4	16372	0,9	10,9
		[5,30]	**24206,0**	**24206***	0,0	0,0	**24206,0**	**24206***	0,0	4,7
		[10,50]	**38952,0**	**38952***	0,0	0,0	**38952,0**	**38952***	0,0	2,8
		[10,80]	**58636,0**	**58636***	0,0	0,0	**58636,0**	**58636***	0,0	1,3
		[10,100]	**69125,0**	**69125***	0,0	0,0	**69125,0**	**69125***	0,0	2,4
	50	[4,8]	**17033,0**	**17042**	0,1	0,2	15406,6	19384	22,9	11,4
		[5,15]	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,3	27413	7,6	11,3
		[5,30]	**42493,0**	**42493***	0,0	0,1	**42493,0**	**42493***	0,0	5,3
		[10,50]	**65950,0**	**65950***	0,0	0,1	**65950,0**	**65950***	0,0	3,4
		[10,80]	**95420,0**	**95420***	0,0	0,1	**95420,0**	**95420***	0,0	4,6
		[10,100]	**112648,0**	**112648***	0,0	0,1	**112648,0**	**112648***	0,0	4,7

TAB. 3.5 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque la demande varie pour les cas des job-shop 6x6 et 10x10

Job	T	Demande	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP exécuté pendant 10 secondes			
shop			LB	UB	Ecart	Temps	LB	UB	Gap	Temps
		[4,8]	3478,3	3493	0,4	0,2	**3485,0**	**3485***	0,0	2,4
		[5,15]	**5382,0**	**5382***	0,0	0,0	**5382,0**	**5382***	0,0	0,8
	5	[5,30]	**8338,0**	**8338***	0,0	0,0	**8338,0**	**8338***	0,0	0,4
		[10,50]	**13801,0**	**13801***	0,0	0,0	**13801,0**	**13801***	0,0	0,2
		[10,80]	**19588,0**	**19588***	0,0	0,0	**19588,0**	**19588***	0,0	0,2
		[10,100]	**25063,0**	**25063***	0,0	0,0	**25063,0**	**25063***	0,0	0,2
		[4,8]	**6870,5**	6883	0,2	0,3	6866,7	**6877**	0,1	10,4
		[5,15]	**10524,0**	**10524***	0,0	0,0	**10524,0**	**10524***	0,0	2,2
	10	[5,30]	**16899,0**	**16899***	0,0	0,0	**16899,0**	**16899***	0,0	1,2
		[10,50]	**26880,0**	**26880***	0,0	0,0	**26880,0**	**26880***	0,0	0,7
		[10,80]	**38379,0**	**38379***	0,0	0,0	**38379,0**	**38379***	0,0	0,7
		[10,100]	**47267,0**	**47267***	0,0	0,0	**47267,0**	**47267***	0,0	0,5
		[4,8]	**13601,8**	**13624**	0,2	1,6	13078,3	15361	16,1	10,5
		[5,15]	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,0	21483	0,6	10,8
20x5	20	[5,30]	**32759,0**	**32759***	0,0	0,0	**32759,0**	**32759***	0,0	3,3
		[10,50]	**52896,0**	**52896***	0,0	0,0	**52896,0**	**52896***	0,0	1,6
		[10,80]	**77600,0**	**77600***	0,0	0,0	**77600,0**	**77600***	0,0	2,0
		[10,100]	**91103,0**	**91103***	0,0	0,0	**91103,0**	**91103***	0,0	1,8
		[4,8]	**20430,0**	**20447**	0,1	0,1	18717,8	23157	21,2	10,6
		[5,15]	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30866,0	33052	6,8	10,6
	30	[5,30]	**51038,0**	**51038***	0,0	0,1	**51038,0**	**51038***	0,0	6,4
		[10,50]	**79618,0**	**79618***	0,0	0,1	**79618,0**	**79618***	0,0	3,3
		[10,80]	**118020,0**	**118020***	0,0	0,0	**118020,0**	**118020***	0,0	3,3
		[10,100]	**135978,0**	**135978***	0,0	0,1	**135978,0**	**135978***	0,0	3,3
		[4,8]	**34006,0**	**34032**	0,1	0,2	30623,5	38620	23,1	11,9
		[5,15]	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51801,1	55700	7,3	11,4
	50	[5,30]	**84118,0**	**84118***	0,0	0,1	**84118,0**	**84118***	0,0	7,9
		[10,50]	**134795,0**	**134795***	0,0	0,1	**134795,0**	**134795***	0,0	6,0
		[10,80]	**196090,0**	**196090***	0,0	0,1	**196090,0**	**196090***	0,0	5,5
		[10,100]	**234973,0**	**234973***	0,0	0,1	**234973,0**	**234973***	0,0	4,1

TAB. 3.6 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque la demande varie pour le cas du job-shop 20x5

Nous avons fait varier la demande selon différents intervalles [4 ;8], [5 ;15], [5 ;30], [10 ;50], [10 ;80] et [10 ;100]. Le tableau 3.5 présente et compare les résultats obtenus entre l'heuristique Lagrangienne et le logiciel standard (exécuté pendant 10 secondes). Nous pouvons remarquer que 69 instances sur 90 sont résolues de façon optimale par l'heuristique et 70 instances par le logiciel standard. En observant la colonne du temps d'exécution, dans le cas des solutions optimales trouvées par l'heuristique et le logiciel standard, notre approche est plus rapide que le logiciel standard et les temps de calcul de l'heuristique ne dépassent pas 0,1 secondes.

Pour le reste des instances, lorsque l'horizon de temps est petit (5 ou 10 périodes), le logiciel standard donne de meilleurs résultats mais notre approche améliore considérablement les résultats dans le cas des demandes variant dans l'intervalle [4 ;8] et [5 ;15]. En effet, l'écart entre les bornes inférieure et supérieure de l'heuristique ne dépasse pas 2,9% tandis que, pour certaines instances, l'écart donné par le logiciel

standard atteint 23,1%.

D'autre part, nous pouvons remarquer que lorsque la demande est faible (cas des demandes variant entre l'intervalle [4 ;8]) la solution optimale n'est pas trouvée contrairement aux autres cas ([5 ;15] à [10 ;100]). Ceci s'explique par le calcul de la capacité qui tient compte de la demande, donc quand cette demande est petite, la capacité est aussi petite et donc il devient plus difficile de satisfaire les contraintes de capacité.

Job	T	Demande	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP (après 10 sec.)			Xpress-MP exécuté pendant 10 min.			
shop			LB	UB	Ecart	Temps	LB	UB	Ecart	LB	UB	Ecart	Temps
	10	[4,8]	2130,8	2151	0,9	0,2	2139,5	2147	0,3	**2147,0**	**2147***	0,0	15,0
	20	[4,8]	**4049,0**	4125	1,9	0,3	3905,6	4108	5,1	3959,9	**4082**	3,0	644,6
		[5,15]	6312,0	6339	0,4	0,3	6307,2	6328	0,3	**6322,0**	**6322***	0,0	30,5
6x6	30	[4,8]	**6149,7**	6326	2,9	2,1	5741,1	6341	9,9	5795,7	**6271**	7,9	660,6
		[5,15]	**9408,0**	9491	0,9	0,7	9310,7	9451	1,5	9354,5	**9435**	0,9	660,9
	50	[4,8]	**10343,0**	**10510**	1,6	2,2	9530,9	11726	20,7	9576,4	10533	9,5	665,8
		[5,15]	**15931,0**	16051	0,8	2,1	15794,5	16128	2,1	15846,9	**15982**	0,8	664,9
	20	[4,8]	**6841,0**	**6844**	0,0	0,0	6540,1	6932	5,8	6598,3	6868	4,0	659,7
		[5,15]	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10860,1	10914	0,5	**10909,0**	**10909***	0,0	142,2
10x10	30	[4,8]	**10149,0**	**10152**	0,0	0,0	9465,0	11539	19,7	9516,9	10214	7,1	648,2
		[5,15]	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16219,4	16372	0,9	16272,7	16359	0,5	653,8
	50	[4,8]	**17033,0**	**17042**	0,1	0,2	15406,6	19384	22,9	15458,6	17203	10,7	639,3
		[5,15]	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,3	27413	7,6	25467,6	25953	1,9	640,8
	10	[4,8]	6870,5	6883	0,2	0,3	6866,7	6877	0,1	**6872,0**	**6872***	0,0	23,2
	20	[4,8]	**13601,8**	**13624**	0,2	1,6	13078,3	15361	16,1	13139,8	13662	3,9	662,7
		[5,15]	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,0	21483	0,6	21422,6	21478	0,3	692,4
20x5	30	[4,8]	**20430,0**	**20447**	0,1	0,1	18717,8	23157	21,2	18767,3	20621	9,4	650,0
		[5,15]	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30866,0	33052	6,8	30920,9	31366	1,4	653,1
	50	[4,8]	**34006,0**	**34032**	0,1	0,2	30623,5	38620	23,1	30650,5	34371	11,4	645,4
		[5,15]	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51801,1	55700	7,3	51839,5	52813	1,9	636,1

TAB. 3.7 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 minutes d'exécution) lorsque la demande varie

Le tableau 3.7 compare les résultats expérimentaux entre les résultats de l'heuristique Lagrangienne et le logiciel standard lorsque celui-ci est exécuté pendant 10 minutes. Les résultats montrent que la borne inférieure de l'approche est meilleure que celle obtenue par le logiciel standard. La borne inférieure de l'heuristique devient meilleure lorsque l'horizon de temps est grand (à partir de T=20 pour les cas des job shop 10x10 et 20x5).

Job	T	Demande	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP (10 sec.)			Xpress-MP (10 min.)			Xpress-MP (après 10 heures)			
shop			LB	UB	Ecart	Temps	LB	UB	Ecart	LB	UB	Ecart	LB	UB	Ecart	Temps
	20	[4,8]	**4049,0**	4125	1,9	0,3	3905,6	4108	5,1	3959,9	4082	3,0	4006,5	**4080**	1,8	42799
	30	[4,8]	**6149,7**	6326	2,9	2,1	5741,1	6341	9,9	5795,7	6271	7,9	5842,7	**6230**	6,4	41586
6x6		[5,15]	**9408,0**	9491	0,9	0,7	9310,7	9451	1,5	9354,5	9435	0,9	9388,1	**9434**	0,5	44576
	50	[4,8]	**10343,0**	**10510**	1,6	2,2	9530,9	11726	20,7	9576,4	10533	9,5	9622,1	10497	8,7	40514
		[5,15]	**15931,0**	16051	0,8	2,1	15794,5	16128	2,1	15846,9	15982	0,8	15880,0	**15976**	0,6	41228
	20	[4,8]	**6841,0**	**6844**	0,0	0,0	6540,1	6932	5,8	6598,3	6868	4,0	6641,9	6859	3,2	40923
	30	[4,8]	**10149,0**	**10152**	0,0	0,0	9465,0	11539	19,7	9516,9	10214	7,1	9558,5	10206	6,6	39884
10x10		[5,15]	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16219,4	16372	0,9	16272,7	16359	0,5	16309,9	**16358**	0,3	41338
	50	[4,8]	**17033,0**	**17042**	0,1	0,2	15406,6	19384	22,9	15458,6	17203	10,7	15513,4	17191	10,3	39015
		[5,15]	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,3	27413	7,6	25467,6	25953	1,9	25513,7	25940	1,7	39271
	20	[4,8]	**13601,8**	**13624**	0,2	1,6	13078,3	15361	16,1	13139,8	13662	3,9	13180,2	13648	3,5	40825
		[5,15]	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,0	21483	0,6	21422,6	21478	0,3	21456,1	21476	0,1	44451
20x5	30	[4,8]	**20430,0**	**20447**	0,1	0,1	18717,8	23157	21,2	18767,3	20621	9,4	18813,0	20595	9,0	39673
		[5,15]	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30866,0	33052	6,8	30920,9	31366	1,4	30964,9	31354	1,2	40396
	50	[4,8]	**34006,0**	**34032**	0,1	0,2	30623,5	38620	23,1	30650,5	34371	11,4	30691,3	34371	11,3	39087
		[5,15]	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51801,1	55700	7,3	51839,5	52813	1,9	51884,8	52809	1,8	39017

TAB. 3.8 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 heures d'exécution) lorsque la demande varie

Pour donner une idée de la difficulté des problèmes, le logiciel standard a été exécuté pendant 10 heures. Les résultats données par le tableau 3.8 montrent que l'écart entre les bornes données par le logiciel standard n'a presque pas diminué en les comparant aux écarts du tableau 3.7. Pour les cas de job shop 10x10 et 20x5, lorsque T= 50 et les demandes varient dans l'intervalles [4 ;8], l'écart entre les bornes pour le logiciel standard est globalement de 10% après 10 heures d'exécution tandis que notre écart est globalement de 0,1% obtenu en moins de 0.2 secondes.

Variation du coût de lancement

Job	T	Coût de	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP exécuté pendant 10 secondes			
shop		lancement	LB	UB	Ecart	Temps	LB	UB	Ecart	Temps
		5	**1498,0**	**1498***	0,0	0,0	**1498,0**	**1498***	0,0	0,1
		15	1730,4	**1731***	0,0	0,1	**1731,0**	**1731***	0,0	0,3
	5	20	1816,1	1825	0,5	0,1	**1821,0**	**1821***	0,0	0,3
		50	2210,6	2323	5,0	0,5	**2275,0**	**2275***	0,0	0,7
		100	2791,7	3052	8,9	0,7	**2975,0**	**2975***	0,0	1,2
		5	**2668,0**	**2668***	0,0	0,0	**2668,0**	**2668***	0,0	0,2
		15	3095,0	3113	0,6	0,1	**3102,0**	**3102***	0,0	2,1
	10	20	3252,0	3283	1,0	0,1	**3268,0**	**3268***	0,0	9,3
		50	**3985,8**	4208	5,4	0,5	3980,5	**4136**	3,8	10,4
		100	4852,7	5749	16,9	0,6	**4936,2**	**5553**	11,8	10,7
		5	**5460,0**	**5460***	0,0	0,0	**5460,0**	**5460***	0,0	0,3
		15	**6312,0**	6339	0,4	0,3	6307,2	**6328**	0,3	10,8
6x6	20	20	**6625,0**	6692	1,0	0,5	6472,6	**6682**	3,2	10,7
		50	**7966,0**	8791	9,9	4,4	7447,5	**8451**	12,6	10,6
		100	**9533,0**	**11494**	18,7	1,6	8569,0	15065	55,0	10,5
		5	**8120,0**	**8120***	0,0	0,0	**8120,0**	**8120***	0,0	0,5
		15	**9408,0**	9491	0,9	0,7	9310,7	**9451**	1,5	10,7
	30	20	**9866,0**	10035	1,7	1,1	9465,0	**10029**	5,8	10,8
		50	**11868,0**	**13111**	10,0	4,1	10437,8	15747	40,6	10,6
		100	**14176,0**	**17381**	20,3	6,0	11722,7	24302	69,8	10,7
		5	**13816,0**	**13816***	0,0	0,0	**13816,0**	**13816***	0,0	0,8
		15	**15931,0**	**16051**	0,8	2,1	15794,5	16128	2,1	10,6
	50	20	**16670,0**	**16950**	1,7	3,8	15852,7	18249	14,1	10,7
		50	**20104,0**	**22098**	9,5	14,6	17174,8	27023	44,6	10,6
		100	**23935,0**	**29078**	19,4	15,2	19153,7	41475	73,6	11,3
		5	**2406,0**	**2406***	0,0	0,0	**2406,0**	**2406***	0,0	0,2
		15	**2794,0**	**2794***	0,0	0,0	**2794,0**	**2794***	0,0	0,5
	5	20	**2934,0**	**2934***	0,0	0,0	**2934,0**	**2934***	0,0	0,6
		50	3565,8	3618	1,5	0,2	**3577,0**	**3577***	0,0	1,2
		100	4493,7	4646	3,3	0,4	**4577,0**	**4577***	0,0	3,8
		5	**4624,0**	**4624***	0,0	0,0	**4624,0**	**4624***	0,0	0,4
		15	**5362,0**	**5362***	0,0	0,0	**5362,0**	**5362***	0,0	2,4
	10	20	**5622,0**	**5622***	0,0	0,0	**5622,0**	**5622***	0,0	4,0
		50	**6785,0**	7140	5,1	0,6	6721,8	**6881**	2,3	10,4
		100	**8324,7**	8870	6,3	0,6	7950,8	**8726**	9,3	10,6
		5	**9440,0**	**9440***	0,0	0,0	**9440,0**	**9440***	0,0	0,9
		15	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10860,1	10914	0,5	10,8
10x10	20	20	**11407,0**	**11407***	0,0	0,0	11129,0	11439	2,7	11,0
		50	**13733,0**	**14076**	2,5	1,4	12515,2	14107	12,0	11,0
		100	**16361,0**	**17920**	9,1	2,9	14113,5	24744	54,7	10,6
		5	**14172,0**	**14172***	0,0	0,1	**14172,0**	**14172***	0,0	1,3
		15	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16219,4	16372	0,9	10,9
	30	20	**17132,0**	**17133**	0,0	0,0	16452,2	18644	12,5	10,6
		50	**20582,3**	**21057**	2,3	4,3	18208,2	27284	39,9	10,7
		100	**24764,8**	**26668**	7,4	17,1	19781,2	40320	68,3	10,8
		5	**22436,0**	**22436***	0,0	0,1	**22436,0**	**22436***	0,0	2,5
		15	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,3	27413	7,6	11,3
	50	20	**27166,0**	**27186**	0,1	0,3	25403,6	29869	16,2	10,9
		50	**32723,0**	**33849**	3,4	20,2	26837,8	44477	49,5	11,5
		100	**39307,2**	**42690**	8,3	146,6	29084,2	68270	80,5	11,5

TAB. 3.9 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque le coût de lancement varie pour les cas des job-shop 6x6 et 10x10

Le tableau 3.9 présente les résultats lorsque le coût de lancement varie entre 5 et 100 et la période de l'horizon de temps varie de 5 à 50. L'analyse de ce tableau

Job shop	T	Coût de lancement	Heuristique Lagrangienne LB	UB	Ecart	Temps	Xpress-MP exécuté pendant 10 secondes LB	UB	Ecart	Temps
20x5	5	5	**4624,0**	**4624***	0,0	0,0	**4624,0**	**4624***	0,0	0,2
		15	**5382,0**	**5382***	0,0	0,0	**5382,0**	**5382***	0,0	0,8
		20	**5658,0**	**5658***	0,0	0,0	**5658,0**	**5658***	0,0	0,6
		50	6927,8	7076	2,1	0,3	**6967,0**	**6967***	0,0	5,0
		100	8869,2	9104	2,6	0,6	**8918,0**	**8941**	0,3	10,4
	10	5	**9084,0**	**9084***	0,0	0,0	**9084,0**	**9084***	0,0	0,4
		15	**10524,0**	**10524***	0,0	0,0	**10524,0**	**10524***	0,0	2,2
		20	**11050,0**	**11050***	0,0	0,0	**11050,0**	**11050***	0,0	5,0
		50	**13537,8**	**13584**	0,3	1,4	13418,5	13639	1,6	10,5
		100	**15982,0**	17204	7,4	1,2	16178,0	**17147**	5,8	10,4
	20	5	**18580,0**	**18580***	0,0	0,0	**18580,0**	**18580***	0,0	0,9
		15	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,0	21483	0,6	10,8
		20	**22490,0**	**22490***	0,0	0,0	21924,8	24375	10,6	11,2
		50	**27166,2**	**27397**	0,9	1,8	25051,6	34975	33,1	11,5
		100	**32715,0**	**33783**	3,2	3,2	29050,9	48601	50,4	11,0
	30	5	**27104,0**	**27104***	0,0	0,0	**27104,0**	**27104***	0,0	1,7
		15	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30866,0	33052	6,8	10,6
		20	**32821,0**	**32821***	0,0	0,0	30959,8	36002	15,1	10,7
		50	**39684,6**	**39862**	0,5	3,4	33384,2	52646	44,8	10,6
		100	**47739,6**	**48853**	2,3	8,0	37255,8	80659	73,6	10,8
	50	5	**45700,0**	**45700***	0,0	0,1	**45700,0**	**45700***	0,0	2,9
		15	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51801,1	55700	7,3	11,4
		20	**55258,0**	**55289**	0,1	0,2	51787,5	60635	15,7	11,4
		50	**66641,8**	**66805**	0,2	26,8	54705,3	89854	48,6	11,7
		100	**79757,2**	**81906**	2,7	25,7	59366,1	133979	77,2	11,8

TAB. 3.10 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque le coût de lancement varie pour le cas du job-shop 20x5

conduit aux observations suivantes : plus le coût de lancement augmente, plus l'écart entre les bornes inférieure et supérieure de l'heuristique et celles données par le logiciel standard augmentent. L'explication vient du fait que lorsque le coût de lancement augmente, la taille des lots augmente aussi (puisqu'il est plus intéressant de rassembler la production sur un minimum de périodes afin de minimiser ce coût). Cependant, plus la taille des lots est importante, moins les contraintes de capacité sont respectées. Ainsi, il devient plus difficile de trouver une solution sans violer les contraintes de capacité, d'où l'écart important lorsque le coût de lancement est grand. Cependant, si nous comparons les écarts entre les bornes de l'heuristique et du logiciel standard, nous pouvons constater que, dans la plupart des cas, l'écart de l'heuristique est beaucoup plus petit que celui obtenu par le logiciel standard, notamment lorsque le coût de lancement est égal à 100 (par exemple le cas du job shop 20x5 avec T=50, l'écart de l'heuristique est de 2,7% tandis que l'écart obtenu par le logiciel standard est de 77,2 %). Mais l'écart de l'heuristique reste important

pour certaines instances (supérieure à 20% dans le cas du job shop 6x6 pour T=50). Ce dernier écart peut s'expliquer comme suit : la solution donnée par la relaxation Lagrangienne regroupe la production sur un minimum de périodes (puisque toutes les contraintes de capacités sont relâchées). Afin de respecter la capacité, la procédure de construction d'une solution réalisable va créer de la production à des périodes où il n'y en avait pas avant. De ce fait, le nombre de périodes avec production augmente, le nombre de coûts de lancement augmente et ainsi le coût final, d'où l'écart important de l'heuristique.

Job	T	Coût de	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP (après 10 sec.)			Xpress-MP exécuté pendant 10 min.			
shop		lancement	LB	UB	Ecart	Temps	LB	UB	Ecart	LB	UB	Ecart	Temps
	10	50	3985,8	4208	5,4	0,5	3980,5	4136	3,8	**4105,0**	**4105***	0,0	474,3
		100	4852,7	5749	16,9	0,6	4936,2	5553	11,8	**5223,4**	**5329**	2,0	622,5
	20	15	6312,0	6339	0,4	0,3	6307,2	6328	0,3	**6322,0**	**6322***	0,0	30,5
		20	**6625,0**	6692	1,0	0,5	6472,6	6682	3,2	6538,5	**6661**	1,9	658,8
		50	**7966,0**	8791	9,9	4,4	7447,5	8451	12,6	7670,5	**8375**	8,8	639,0
		100	**9533,0**	11494	18,7	1,6	8569,0	15065	55,0	8973,8	**11339**	23,3	624,9
6x6	30	15	**9408,0**	9491	0,9	0,7	9310,7	9451	1,5	9354,5	**9435**	0,9	660,9
		20	**9866,0**	10035	1,7	1,1	9465,0	10029	5,8	9535,9	**9979**	4,5	672,5
		50	**11868,0**	**13111**	10,0	4,1	10437,8	15747	40,6	10669,7	**12909**	19,0	653,9
		100	**14176,0**	**17381**	20,3	6,0	11722,7	24302	69,8	12162,4	**17063**	33,5	641,6
	50	15	**15931,0**	16051	0,8	2,1	15794,5	16128	2,1	15846,9	**15982**	0,8	664,9
		20	**16670,0**	16950	1,7	3,8	15852,7	18249	14,1	15909,1	**16886**	6,0	663,5
		50	**20104,0**	**22098**	9,5	14,6	17174,8	27023	44,6	17372,2	21955	23,3	650,5
		100	**23935,0**	**29078**	19,4	15,2	19153,7	41475	73,6	19458,5	41475	72,3	635,7
	10	50	**6785,0**	7140	5,1	0,6	6721,8	6881	2,3	6776,7	**6863**	1,3	637,3
		100	**8324,7**	8870	6,3	0,6	7950,8	8726	9,3	8239,3	**8612**	4,4	620,2
	20	15	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10860,1	10914	0,5	**10909,0**	**10909***	0,0	142,2
		20	**11407,0**	**11407***	0,0	0,0	11129,0	11439	2,7	11200,5	11422	2,0	646,0
		50	**13733,0**	14076	2,5	1,4	12515,2	14107	12,0	12709,9	**13972**	9,5	644,7
		100	**16361,0**	17920	9,1	2,9	14113,5	24744	54,7	14427,2	**17512**	19,3	632,6
10x10	30	15	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16219,4	16372	0,9	16272,7	16359	0,5	653,8
		20	**17132,0**	**17133**	0,0	0,0	16452,2	18644	12,5	16524,8	17159	3,8	658,0
		50	**20582,3**	**21057**	2,3	4,3	18208,2	27284	39,9	18372,5	21210	14,3	639,0
		100	**24764,8**	**26668**	7,4	17,1	19781,2	40320	68,3	20112,8	26776	28,4	640,4
	50	15	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,3	27413	7,6	25467,6	25953	1,9	640,8
		20	**27166,0**	**27186**	0,1	0,3	25403,6	29869	16,2	25461,2	27361	7,2	640,1
		50	**32723,0**	**33849**	3,4	20,2	26837,8	44477	49,5	26946,0	34090	23,4	634,7
		100	**39307,2**	**42690**	8,3	146,6	29084,2	68270	80,5	29235,7	68270	80,1	635,5
	5	100	8869,2	9104	2,6	0,6	8918,0	8941	0,3	**8937,0**	**8937***	0,0	22,5
	20	50	**13537,8**	13584	0,3	1,4	13418,5	13639	1,6	13467,0	**13575**	0,8	659,5
		100	**15982,0**	17204	7,4	1,2	16178,0	17147	5,8	16375,4	**16887**	3,1	623,2
		15	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,0	21483	0,6	21422,6	21478	0,3	692,4
		20	**22490,0**	**22490***	0,0	0,0	21924,8	24375	10,6	22007,9	22517	2,3	673,3
		50	**27166,2**	**27397**	0,9	1,8	25051,6	34975	33,1	25220,6	27588	9,0	655,1
		100	**32715,0**	**33783**	3,2	3,2	29050,9	48601	50,4	29367,8	33794	14,0	626,3
20x5	30	15	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30866,0	33052	6,8	30920,9	31366	1,4	653,1
		20	**32821,0**	**32821***	0,0	0,0	30959,8	36002	15,1	31022,9	32999	6,2	655,8
		50	**39684,6**	**39862**	0,5	3,4	33384,2	52646	44,8	33594,4	40742	19,2	648,1
		100	**47739,6**	**48853**	2,3	8,0	37255,8	80659	73,6	37481,0	49942	28,5	647,0
	50	15	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51801,1	55700	7,3	51839,5	52813	1,9	636,1
		20	**55258,0**	**55289**	0,1	0,2	51787,5	60635	15,7	51826,0	55562	7,0	639,6
		50	**66641,8**	**66805**	0,2	26,8	54705,3	89854	48,6	54790,5	68801	22,7	648,1
		100	**79757,2**	**81906**	2,7	25,7	59366,1	133979	77,2	59494,5	85695	36,1	640,6

TAB. 3.11 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 minutes d'exécution) lorsque le coût de lancement varie

Job	T	Coût de	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP (10 sec.)			Xpress-MP (10 min.)			Xpress-MP (après 10 heures)			
shop		lancement	LB	UB	Ecart	Temps	LB	UB	Ecart	LB	UB	Ecart	LB	UB	Ecart	Temps
	10	100	4852,7	5749	16,9	0,6	4936,2	5553	11,8	5223,4	5329	2,0	**5313,0**	**5313***	0,0	1365
	20	20	**6625,0**	6692	1,0	0,5	6472,6	6682	3,2	6538,5	6661	1,9	6594,0	**6653**	0,9	40813
		50	**7966,0**	8791	9,9	4,4	7447,5	8451	12,6	7670,5	8375	8,8	7842,6	**8335**	6,1	39047
		100	**9533,0**	11494	18,7	1,6	8569,0	15065	55,0	8973,8	11339	23,3	9278,1	**11049**	17,4	38816
6x6	30	15	**9408,0**	9491	0,9	0,7	9310,7	9451	1,5	9354,5	9435	0,9	9388,1	**9434**	0,5	44576
		20	**9866,0**	10035	1,7	1,1	9465,0	10029	5,8	9535,9	9979	4,5	9595,2	**9954**	3,7	41678
		50	**11868,0**	13111	10,0	4,1	10437,8	15747	40,6	10669,7	12909	19,0	10845,0	**12648**	15,3	40351
		100	**14176,0**	17381	20,3	6,0	11722,7	24302	69,8	12162,4	17063	33,5	12532,2	**16987**	30,2	39015
	50	15	**15931,0**	16051	0,8	2,1	15794,5	16128	2,1	15846,9	15982	0,8	15880,0	**15976**	0,6	41228
		20	**16670,0**	16950	1,7	3,8	15852,7	18249	14,1	15909,1	16886	6,0	15965,5	**16856**	5,4	40416
		50	**20104,0**	22098	9,5	14,6	17174,8	27023	44,6	17372,2	21955	23,3	17535,1	**21563**	20,6	39285
		100	**23935,0**	**29078**	19,4	15,2	19153,7	41475	73,6	19458,5	41475	72,3	19781,5	41475	70,8	38549
	10	50	**6785,0**	7140	5,1	0,6	6721,8	6881	2,3	6776,7	6863	1,3	6845,0	**6845**	0,0	23907
		100	**8324,7**	8870	6,3	0,6	7950,8	8726	9,3	8239,3	8612	4,4	8484,0	**8484**	0,0	31898
	20	20	**11407,0**	**11407***	0,0	0,0	11129,0	11439	2,7	11200,5	11422	2,0	11257,4	11413	1,4	41027
		50	**13733,0**	14076	2,5	1,4	12515,2	14107	12,0	12709,9	13972	9,5	12854,4	**13938**	8,1	39699
		100	**16361,0**	17920	9,1	2,9	14113,5	24744	54,7	14427,2	17512	19,3	14709,8	**17371**	16,6	38570
10x10	30	15	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16219,4	16372	0,9	16272,7	16359	0,5	16309,9	**16358**	0,3	41338
		20	**17132,0**	**17133**	0,0	0,0	16452,2	18644	12,5	16524,8	17159	3,8	16578,5	17150	3,4	40196
		50	**20582,3**	21057	2,3	4,3	18208,2	27284	39,9	18372,5	21210	14,3	18520,9	**21056**	12,8	38947
		100	**24764,8**	26668	7,4	17,1	19781,2	40320	68,3	20112,8	26776	28,4	20402,1	**26246**	25,1	39050
	50	15	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,3	27413	7,6	25467,6	25953	1,9	25513,7	25940	1,7	39271
		20	**27166,0**	**27186**	0,1	0,3	25403,6	29869	16,2	25461,2	27361	7,2	25527,3	27340	6,9	39175
		50	**32723,0**	**33849**	3,4	20,2	26837,8	44477	49,5	26946,0	34090	23,4	27088,9	33960	22,5	38913
		100	**39307,2**	**42690**	8,3	146,6	29084,2	68270	80,5	29235,7	68270	80,1	29517,4	42661	36,4	38528
	10	50	**13537,8**	13584	0,3	1,4	13418,5	13639	1,6	13467,0	13575	0,8	13502,5	**13558**	0,4	43579
		100	**15982,0**	17204	7,4	1,2	16178,0	17147	5,8	16375,4	16887	3,1	16494,2	**16802**	1,8	38319
	20	15	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,0	21483	0,6	21422,6	21478	0,3	21456,1	21476	0,1	44451
20x5		20	**22490,0**	**22490***	0,0	0,0	21924,8	24375	10,6	22007,9	22517	2,3	22063,1	22512	2,0	40702
		50	**27166,2**	**27397**	0,9	1,8	25051,6	34975	33,1	25220,6	27588	9,0	25362,7	27515	8,1	39925
		100	**32715,0**	**33783**	3,2	3,2	29050,9	48601	50,4	29367,8	33794	14,0	29647,3	33567	12,4	37783
	30	15	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30866,0	33052	6,8	30920,9	31366	1,4	30964,9	31354	1,2	40396
		20	**32821,0**	**32821***	0,0	0,0	30959,8	36002	15,1	31022,9	32999	6,2	31080,8	32988	6,0	39888
		50	**39684,6**	**39862**	0,5	3,4	33384,2	52646	44,8	33594,4	40742	19,2	33742,7	40613	18,5	39685
		100	**47739,6**	**48853**	2,3	8,0	37255,8	80659	73,6	37481,0	49942	28,5	37726,2	49455	26,9	39774
	50	15	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51801,1	55700	7,3	51839,5	52813	1,9	51884,8	52809	1,8	39017
		20	**55258,0**	**55289**	0,1	0,2	51787,5	60635	15,7	51826,0	55562	7,0	51882,7	55522	6,8	39134
		50	**66641,8**	**66805**	0,2	26,8	54705,3	89854	48,6	54790,5	68801	22,7	54972,4	68655	22,1	39064
		100	**79757,2**	**81906**	2,7	25,7	59366,1	133979	77,2	59494,5	85695	36,1	59851,5	83595	33,1	39116

TAB. 3.12 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 heures d'exécution) lorsque le coût de lancement varie

Si nous observons les écarts lorsque Xpress-MP est exécuté pendant 10 minutes (voir tableau 3.11) et pendant 10 heures (voir tableau 3.12), l'écart reste toujours important, par exemple 70,8% pour le cas du job shop 10x10 avec T=100. Ainsi, globalement, le logiciel standard à des difficultés pour résoudre ces instances tandis que notre approche trouve une solution avec un écart inférieur à 9%. Dans les deux tableaux, les résultats obtenus par notre approche sont globalement meilleurs (surtout pour la borne inférieure) que ceux obtenus par le logiciel standard.

Variation de la capacité

Job	T	Capacité	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP exécuté pendant 10 secondes			
shop			LB	UB	Ecart	Temps	LB	UB	Ecart	Temps
		0,45	1732,4	1746	0,8	0,1	**1745,0**	**1745***	0,0	0,5
		0,50	1731,0	**1732**	0,1	0,1	**1732,0**	**1732***	0,0	0,3
	5	0,55	1730,4	**1731***	0,0	0,1	**1731,0**	**1731***	0,0	0,3
		0,60	**1730,0**	**1730***	0,0	0,0	**1730,0**	**1730***	0,0	0,2
		0,70	**1730,0**	**1730***	0,0	0,0	**1730,0**	**1730***	0,0	0,2
		0,45	3095,0	3163	2,2	0,3	**3112,0**	**3112***	0,0	8,9
		0,50	3095,0	3114	0,6	0,1	**3101,0**	**3101***	0,0	1,2
	10	0,55	3095,0	3113	0,6	0,1	**3102,0**	**3102***	0,0	2,1
		0,60	3095,0	3107	0,4	0,1	**3098,0**	**3098***	0,0	1,0
		0,70	3095,0	3100	0,2	0,1	**3097,0**	**3097***	0,0	1,1
		0,45	**6312,0**	6417	1,7	0,5	6298,1	**6364**	1,0	10,6
		0,50	**6312,0**	6364	0,8	0,3	6285,3	**6343**	0,9	10,6
6x6	20	0,55	**6312,0**	6339	0,4	0,3	6307,2	**6328**	0,3	10,8
		0,60	**6312,0**	6323	0,2	0,2	6305,8	**6318**	0,2	10,8
		0,70	6312,0	6317	0,1	0,0	**6314,0**	**6314***	0,0	4,5
		0,45	**9408,0**	-	-	1,4	9335,2	**9596**	2,8	10,7
		0,50	**9408,0**	9564	1,6	1,4	9337,1	**9514**	1,9	10,7
	30	0,55	**9408,0**	9491	0,9	0,7	9310,7	**9451**	1,5	10,7
		0,60	**9408,0**	9447	0,4	0,5	9330,0	**9426**	1,0	10,7
		0,70	**9408,0**	9418	0,1	0,3	9326,7	**9414**	0,9	10,7
		0,45	**15931,0**	**16353**	2,6	7,0	15801,5	16797	6,1	10,8
		0,50	**15931,0**	**16221**	1,8	4,8	15787,9	16783	6,1	11,0
	50	0,55	**15931,0**	**16051**	0,8	2,1	15794,5	16128	2,1	10,6
		0,60	**15931,0**	**15963**	0,2	1,2	15774,9	16003	1,4	10,6
		0,70	**15931,0**	**15931***	0,0	0,0	15768,8	15934	1,0	10,7
		0,45	**2794,0**	**2794***	0,0	0,0	**2794,0**	**2794***	0,0	0,5
		0,50	**2794,0**	**2794***	0,0	0,0	**2794,0**	**2794***	0,0	0,5
	5	0,55	**2794,0**	**2794***	0,0	0,0	**2794,0**	**2794***	0,0	0,5
		0,60	**2794,0**	**2794***	0,0	0,0	**2794,0**	**2794***	0,0	0,4
		0,70	**2794,0**	**2794***	0,0	0,0	**2794,0**	**2794***	0,0	0,5
		0,45	**5362,0**	5365	0,1	0,0	**5362,0**	**5362***	0,0	2,8
		0,50	**5362,0**	**5362***	0,0	0,0	**5362,0**	**5362***	0,0	3,2
	10	0,55	**5362,0**	**5362***	0,0	0,0	**5362,0**	**5362***	0,0	2,4
		0,60	**5362,0**	**5362***	0,0	0,0	**5362,0**	**5362***	0,0	2,8
		0,70	**5362,0**	**5362***	0,0	0,0	**5362,0**	**5362***	0,0	2,4
		0,45	**10909,0**	**10912**	0,0	0,1	10867,8	**10912**	0,4	10,8
		0,50	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10855,8	10917	0,6	10,8
10x10	20	0,55	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10860,1	10914	0,5	10,8
		0,60	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10864,3	10913	0,4	10,8
		0,70	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10869,9	10914	0,4	10,7
		0,45	**16358,0**	**16364**	0,0	0,1	16210,3	17154	5,7	10,8
		0,50	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16230,0	16378	0,9	10,8
	30	0,55	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16219,4	16372	0,9	10,9
		0,60	**16358,0**	**16358***	0,0	0,1	16223,7	16568	2,1	10,8
		0,70	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16227,1	16420	1,2	11,0
		0,45	**25923,0**	**25932**	0,0	0,2	25424,5	27413	7,5	11,4
		0,50	**25923,0**	**25924**	0,0	0,1	25418,8	27413	7,5	11,3
	50	0,55	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,3	27413	7,6	11,3
		0,60	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,7	27413	7,6	11,3
		0,70	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25420,7	27413	7,5	11,4

TAB. 3.13 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque la capacité varie pour les cas des job-shop 6x6 et 10x10

Job	T	Capacité	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP exécuté pendant 10 secondes			
shop			LB	UB	Ecart	Temps	LB	UB	Gap	Temps
		0,45	5382,0	**5383**	0,0	0,0	**5383,0**	**5383***	0,0	0,8
		0,50	**5382,0**	**5382***	0,0	0,0	**5382,0**	**5382***	0,0	0,8
	5	0,55	**5382,0**	**5382***	0,0	0,0	**5382,0**	**5382***	0,0	0,8
		0,60	**5382,0**	**5382***	0,0	0,0	**5382,0**	**5382***	0,0	0,7
		0,70	**5382,0**	**5382***	0,0	0,0	**5382,0**	**5382***	0,0	0,8
		0,45	10524,0	10530	0,1	0,0	**10529,0**	**10529***	0,0	4,0
		0,50	**10524,0**	**10524***	0,0	0,0	**10524,0**	**10524***	0,0	2,3
	10	0,55	**10524,0**	**10524***	0,0	0,0	**10524,0**	**10524***	0,0	2,2
		0,60	**10524,0**	**10524***	0,0	0,0	**10524,0**	**10524***	0,0	2,3
		0,70	**10524,0**	**10524***	0,0	0,0	**10524,0**	**10524***	0,0	1,8
		0,45	**21475,0**	**21493**	0,1	0,1	21355,4	21651	1,4	10,7
		0,50	**21475,0**	**21481**	0,0	0,0	21359,8	21500	0,7	10,7
20x5	20	0,55	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,0	21483	0,6	10,8
		0,60	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21353,5	21502	0,7	10,7
		0,70	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,8	21518	0,7	10,9
		0,45	**31335,0**	**31353**	0,1	0,1	30865,4	33052	6,8	10,7
		0,50	**31335,0**	**31335***	0,0	0,1	30850,3	33052	6,9	10,7
	30	0,55	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30866,0	33052	6,8	10,6
		0,60	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30863,1	33052	6,8	10,7
		0,70	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30847,7	33052	6,9	10,7
		0,45	**52754,0**	**52772**	0,0	0,3	51817,0	55700	7,2	11,5
		0,50	**52754,0**	**52756***	0,0	0,1	51803,8	55700	7,2	11,3
	50	0,55	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51801,1	55700	7,3	11,4
		0,60	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51787,9	55700	7,3	11,2
		0,70	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51777,7	55700	7,3	11,1

TAB. 3.14 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 secondes d'exécution) lorsque la capacité varie pour le cas du job-shop 20x5

Le tableau 3.13 présente les résultats lorsque la capacité varie de 0.45 (correspondant à une capacité serrée) à 0.70 (correspondant à une capacité large). L'heuristique a résolu de façon optimale 43 instances sur 75 et le logiciel standard 31 instances. Dans le cas des jobs shop 10x10 et 20x5, sur 50 instances, 39 instances ont été résolues de façon optimale par l'heuristique tandis que le logiciel standard a trouvé la solution optimale pour 20 instances. Nous avons une instance (cas du job shop 6x6 et T= 50) où notre approche ne trouve pas de solution réalisable.

Nous pouvons constater que les résultats de l'heuristique Lagrangienne sont meilleurs que ceux obtenus par le logiciel standard lorsque les instances sont de taille importante. En effet, dans les cas des job shop 10x10 et 20x5, pour T=20 à 50, les bornes inférieures et supérieures de l'heuristique sont meilleures tandis que dans le cas du job shop 6x6 pour T=5 à 20, c'est l'inverse.

Concernant les temps d'exécution, notre approche ne dépasse pas les 7 secondes pour trouver une solution. Nous pouvons remarquer que, plus la capacité est serrée,

plus l'écart de l'heuristique augmente, ce qui s'explique par le fait qu'il y a plus de contraintes violées lorsque la capacité diminue. Cette observation est aussi valable pour l'écart obtenu par le logiciel standard dans les cas des job shop 6x6 et job shop 10x10 lorsque T= 20. Pour les cas du job shop 10x10 pour T= 30 et 50 et du job shop 20x5 pour T= 20 à 50, l'écart du logiciel standard est stable, ce qui signifie que même si la capacité est large, les problèmes sont difficiles à résoudre. Cette dernière remarque est vérifiée par les résultats du tableau 3.15. En effet, le logiciel standard, exécuté pendant 10 minutes, a résolu de façon optimale 6 instances sur un total de 43 instances. Les résultats obtenus par notre approche sont toujours meilleurs que ceux obtenus par le logiciel standard. Cependant, nous pouvons remarquer que pour beaucoup d'instances du job shop 6x6, la borne supérieure du logiciel standard est meilleure que celle de l'heuristique Lagrangienne. Dans quelques cas, notamment lorsque la capacité est serrée, la valeur de notre borne supérieure est éloignée de la valeur de la borne supérieure obtenue par le logiciel standard, par exemple pour le cas du job shop 6x6 pour T= 20 où la valeur de la borne supérieure de l'approche a pour valeur 6417 et la borne supérieure obtenue par le logiciel standard est égale à 6364. Des améliorations peuvent encore être apportées dans la procédure de construction d'une solution réalisable.

Job	T	Capacité	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP (après 10 sec.)			Xpress-MP exécuté pendant 10 min.			
shop			LB	UB	Gap	Temps	LB	UB	Ecart	LB	UB	Ecart	Temps
		0,45	6312,0	6417	1,7	0,5	6298,1	6364	1,0	**6326,5**	**6345**	0,3	649,6
		0,50	6312,0	6364	0,8	0,3	6285,3	6343	0,9	**6325,9**	**6337**	0,2	666,2
	20	0,55	6312,0	6339	0,4	0,3	6307,2	6328	0,3	**6322,0**	**6322**	0,0	30,5
		0,60	6312,0	6323	0,2	0,2	6305,8	6318	0,2	**6318,0**	**6318***	0,0	17,8
		0,45	**9408,0**	-	-	1,4	9335,2	9596	2,8	9376,0	**9564**	2,0	652,0
		0,50	**9408,0**	9564	1,6	1,4	9337,1	9514	1,9	9382,8	**9467**	0,9	652,3
6x6	30	0,55	**9408,0**	9491	0,9	0,7	9310,7	9451	1,5	9354,5	**9435**	0,9	660,9
		0,60	**9408,0**	9447	0,4	0,5	9330,0	9426	1,0	9377,2	**9419**	0,4	666,1
		0,70	**9408,0**	9418	0,1	0,3	9326,7	9414	0,9	9379,6	**9410**	0,3	667,0
		0,45	**15931,0**	**16353**	2,6	7,0	15801,5	16797	6,1	15841,2	**16151**	1,9	656,3
		0,50	**15931,0**	**16221**	1,8	4,8	15787,9	16783	6,1	15829,7	**16062**	1,5	656,3
	50	0,55	**15931,0**	**16051**	0,8	2,1	15794,5	16128	2,1	15846,9	**15982**	0,8	664,9
		0,60	**15931,0**	**15963**	0,2	1,2	15774,9	16003	1,4	15824,9	**15963**	0,9	672,3
		0,70	**15931,0**	**15931***	0,0	0,0	15768,8	15934	1,0	15830,0	15934	0,7	663,4
		0,45	10909,0	10912	0,0	0,1	10867,8	10912	0,4	**10911,0**	**10911***	0,0	90,3
		0,50	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10855,8	10917	0,6	**10909,0**	**10909***	0,0	208,8
	20	0,55	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10860,1	10914	0,5	**10909,0**	**10909***	0,0	142,2
		0,60	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10864,3	10913	0,4	**10909,0**	**10909***	0,0	127,1
		0,70	**10909,0**	**10909***	0,0	0,0	10869,9	10914	0,4	**10909,0**	**10909***	0,0	74,3
		0,45	**16358,0**	16364	0,0	0,1	16210,3	17154	5,7	16272,9	**16361**	0,5	641,6
		0,50	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16230,0	16378	0,9	16280,1	16359	0,5	650,3
10x10	30	0,55	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16219,4	16372	0,9	16272,7	16359	0,5	653,8
		0,60	**16358,0**	**16358***	0,0	0,1	16223,7	16568	2,1	16278,0	16359	0,5	660,0
		0,70	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16227,1	16420	1,2	16277,3	16359	0,5	645,5
		0,45	**25923,0**	**25932**	0,0	0,2	25424,5	27413	7,5	25471,6	25956	1,9	633,8
		0,50	**25923,0**	**25924**	0,0	0,1	25418,8	27413	7,5	25464,5	25961	1,9	644,8
	50	0,55	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,3	27413	7,6	25467,6	25953	1,9	640,8
		0,60	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,7	27413	7,6	25469,7	25955	1,9	642,7
		0,70	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25420,7	27413	7,5	25472,4	25951	1,9	639,2
		0,45	**21475,0**	21493	0,1	0,1	21355,4	21651	1,4	21414,6	**21481**	0,3	675,4
		0,50	**21475,0**	21481	0,0	0,0	21359,8	21500	0,7	21420,3	**21477**	0,3	689,3
	20	0,55	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,0	21483	0,6	21422,6	21478	0,3	692,4
		0,60	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21353,5	21502	0,7	21417,7	21479	0,3	686,2
		0,70	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,8	21518	0,7	21421,2	21477	0,3	707,9
		0,45	**31335,0**	**31353**	0,1	0,1	30865,4	33052	6,8	30915,7	31366	1,4	653,7
		0,50	**31335,0**	**31335***	0,0	0,1	30850,3	33052	6,9	30903,4	31360	1,5	657,1
20x5	30	0,55	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30866,0	33052	6,8	30920,9	31366	1,4	653,1
		0,60	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30863,1	33052	6,8	30920,3	31364	1,4	659,1
		0,70	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30847,7	33052	6,9	30902,0	31374	1,5	650,6
		0,45	**52754,0**	**52772**	0,0	0,3	51817,0	55700	7,2	51849,6	52827	1,9	632,6
		0,50	**52754,0**	**52756***	0,0	0,1	51803,8	55700	7,2	51847,9	52822	1,9	633,2
	50	0,55	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51801,1	55700	7,3	51839,5	52813	1,9	636,1
		0,60	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51787,9	55700	7,3	51822,9	52824	1,9	632,0
		0,70	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51777,7	55700	7,3	51819,9	52826	1,9	633,0

TAB. 3.15 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 minutes d'exécution) lorsque la capacité varie

Job	T	Capacité	Heuristique Lagrangienne				Xpress-MP (10 sec.)			Xpress-MP (10 min.)			Xpress-MP (après 10 heures)			
shop			LB	UB	Ecart	Temps	LB	UB	Ecart	LB	UB	Ecart	LB	UB	Ecart	Temps
	20	0,45	6312,0	6417	1,7	0,5	6298,1	6364	1,0	6326,5	6345	0,3	**6343,0**	**6343***	0,0	5535
		0,50	6312,0	6364	0,8	0,3	6285,3	6343	0,9	6325,9	6337	0,2	**6336,0**	**6336***	0,0	1707
		0,45	9408,0	-	-	1,4	9335,2	9596	2,8	9376,0	9564	2,0	**9415,2**	**9551**	1,4	40329
		0,50	9408,0	9564	1,6	1,4	9337,1	9514	1,9	9382,8	9467	0,9	**9411,0**	**9467**	0,6	41877
6x6	30	0,55	9408,0	9491	0,9	0,7	9310,7	9451	1,5	9354,5	9435	0,9	**9388,1**	**9434**	0,5	44576
		0,60	9408,0	9447	0,4	0,5	9330,0	9426	1,0	9377,2	9419	0,4	**9408,9**	**9419**	0,1	49198
		0,70	9408,0	9418	0,1	0,3	9326,7	9414	0,9	9379,6	9410	0,3	**9409,0**	**9409***	0,0	10540
		0,45	**15931,0**	16353	2,6	7,0	15801,5	16797	6,1	15841,2	16151	1,9	15879,0	**16143**	1,6	40156
		0,50	**15931,0**	16221	1,8	4,8	15787,9	16783	6,1	15829,7	16062	1,5	15868,4	**16053**	1,2	40641
	50	0,55	**15931,0**	16051	0,8	2,1	15794,5	16128	2,1	15846,9	15982	0,8	15880,0	**15976**	0,6	41228
		0,60	**15931,0**	15963	0,2	1,2	15774,9	16003	1,4	15824,9	15963	0,9	15864,1	**15957**	0,6	45441
		0,70	**15931,0**	**15931***	0,0	0,0	15768,8	15934	1,0	15830,0	15934	0,7	15868,8	15932	0,4	43225
		0,45	**16358,0**	16364	0,0	0,1	16210,3	17154	5,7	16272,9	16361	0,5	16311,9	**16359**	0,3	41179
		0,50	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16230,0	16378	0,9	16280,1	16359	0,5	16318,2	**16358**	0,2	41206
10x10	30	0,55	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16219,4	16372	0,9	16272,7	16359	0,5	16309,9	**16358**	0,3	41338
		0,60	**16358,0**	**16358***	0,0	0,1	16223,7	16568	2,1	16278,0	16359	0,5	16314,6	**16358**	0,3	41231
		0,70	**16358,0**	**16358***	0,0	0,0	16227,1	16420	1,2	16277,3	16359	0,5	16315,7	**16358**	0,3	40792
		0,45	**25923,0**	**25932**	0,0	0,2	25424,5	27413	7,5	25471,6	25956	1,9	25517,7	25945	1,7	38936
		0,50	**25923,0**	**25924**	0,0	0,1	25418,8	27413	7,5	25464,5	25961	1,9	25509,9	25949	1,7	39294
	50	0,55	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,3	27413	7,6	25467,6	25953	1,9	25513,7	25940	1,7	39271
		0,60	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25417,7	27413	7,6	25469,7	25955	1,9	25513,3	25942	1,7	39280
		0,70	**25923,0**	**25923***	0,0	0,1	25420,7	27413	7,5	25472,4	25951	1,9	25515,3	25946	1,7	39152
		0,45	**21475,0**	21493	0,1	0,1	21355,4	21651	1,4	21414,6	21481	0,3	21448,3	**21481**	0,2	40516
		0,50	**21475,0**	21481	0,0	0,0	21359,8	21500	0,7	21420,3	21477	0,3	21455,0	**21476**	0,1	44180
	20	0,55	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,0	21483	0,6	21422,6	21478	0,3	21456,1	21476	0,1	44451
		0,60	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21353,5	21502	0,7	21417,7	21479	0,3	21452,8	21477	0,1	44350
		0,70	**21475,0**	**21475***	0,0	0,0	21361,8	21518	0,7	21421,2	21477	0,3	21455,8	**21475**	0,1	45073
		0,45	**31335,0**	**31353**	0,1	0,1	30865,4	33052	6,8	30915,7	31366	1,4	30961,8	31356	1,3	40127
		0,50	**31335,0**	**31335***	0,0	0,1	30850,3	33052	6,9	30903,4	31360	1,5	30947,4	31347	1,3	40168
20x5	30	0,55	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30866,0	33052	6,8	30920,9	31366	1,4	30964,9	31354	1,2	40396
		0,60	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30863,1	33052	6,8	30920,3	31364	1,4	30964,5	31356	1,3	40528
		0,70	**31335,0**	**31335***	0,0	0,0	30847,7	33052	6,9	30902,0	31374	1,5	30945,7	31364	1,3	40412
		0,45	**52754,0**	**52772**	0,0	0,3	51817,0	55700	7,2	51849,6	52827	1,9	51901,6	52820	1,8	38858
		0,50	**52754,0**	**52756***	0,0	0,1	51803,8	55700	7,2	51847,9	52822	1,9	51898,6	52815	1,8	38987
	50	0,55	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51801,1	55700	7,3	51839,5	52813	1,9	51884,8	52809	1,8	39017
		0,60	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51787,9	55700	7,3	51822,9	52824	1,9	51870,5	52812	1,8	39035
		0,70	**52754,0**	**52754***	0,0	0,1	51777,7	55700	7,3	51819,9	52826	1,9	51868,6	52826	1,8	39297

TAB. 3.16 – Résultats et comparaison de l'heuristique Lagrangienne et XPRESS-MP (10 heures d'exécution) lorsque la capacité varie

Les bons résultats que nous obtenons sont vérifiés par les résultats du tableau 3.16. En effet, après 10 heures d'exécution du logiciel standard, les bornes inférieures de notre approche sont meilleures pour la majorité des instances et les bornes supérieures sont meilleures pour les cas des jobs shop 10x10 et 20x5. Remarquons que l'écart du logiciel standard lorsque celui-ci est exécuté pendant 10 minutes et 10 heures n'a pas beaucoup diminué, ce qui signifie qu'il ne trouve pas facilement de meilleures solutions à chaque étape.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une heuristique Lagrangienne pour résoudre le problème présenté au chapitre 2. Dans un premier temps, une borne inférieure du problème est obtenue par la relaxation Lagrangienne des contraintes de capacité et une nouvelle méthode est appliquée pour mettre à jour les multiplicateurs Lagrangiens. Ensuite, une borne supérieure est déterminée par une nouvelle procédure de lissage de la production.

La méthode des sous gradients a été utilisée pour mettre à jour les multiplicateurs Lagrangiens. Néanmoins, étant donné le nombre important de contraintes de capacité modélisées dans la formulation du problème (chapitre 2), nous avons mis à jour les multiplicateurs associés aux contraintes les plus violées. Cette approche nous a ainsi permis d'obtenir rapidement une borne inférieure.

Pour construire une solution réalisable et ainsi déterminer une borne supérieure, nous avons montré que les heuristiques classiques de lissage ne sont pas applicables, puisque les périodes sont liées entre elles dans notre modélisation. Nous avons donc développées des heuristiques basées sur différents critères pour la recherche du produit critique et différentes sélections des périodes initiales et cibles. L'analyse des différentes approches a montré que la méthode déterminant le produit critique sur l'ensemble de l'horizon de temps donne de meilleurs résultats par rapport au lissage période par période.

Afin d'évaluer la procédure de résolution, un ensemble de jeux de données a été élaboré et ces instances ont permis de tester la performance de la procédure pour différents paramètres (capacité, coûts de lancement ...) du problème. La comparaison des solutions obtenues par l'heuristique Lagrangienne à celles obtenues par un logiciel standard d'optimisation a montré que la qualité des résultats de notre approche est très satisfaisante.

Dans ce chapitre, nous avons résolu le problème de planification pour une séquence des opérations fixée. Or la qualité du plan de production dépend de la séquence proposée en paramètres. Dans le chapitre suivant, nous proposons plusieurs heuristiques afin de résoudre le problème intégré.

Chapitre 4

Résolution du problème intégré

4.1 Introduction

Ce chapitre est dédié aux méthodes que nous avons appliquées pour résoudre le problème intégré de planification et d'ordonnancement. Nous avons proposé dans le chapitre précèdent, une méthode qui permet le calcul d'un plan de production dans le cas d'une séquence fixée des opérations sur les ressources. Cependant, la qualité du plan dépend de la séquence donnée en paramètres. Nous allons donc proposer ici différentes méthodes pour améliorer l'ordonnancement et ainsi résoudre le problème dans sa globalité en essayant de trouver le meilleur plan associé au meilleur ordonnancement.

Dans une première partie, nous présentons une procédure de résolution issue de la littérature, permettant de résoudre simultanément un problème de planification et d'ordonnancement, le principe de cette méthode étant utilisée dans notre méthode de résolution. Nous présentons ensuite l'idée sur laquelle repose notre approche de résolution.

Nous décrivons ensuite trois approches de résolution, recuit simulé, recherche taboue et heuristique, appliquées pour résoudre le problème intégré décrit au chapitre 2. Pour chaque approche, nous exposons le principe de la méthode, puis nous décrivons l'application de la méthode à notre problématique et enfin les résultats

numériques sont présentés et analysés.

La dernière partie du chapitre est consacrée à la comparaison des trois approches proposées. Des résultats numériques permettent de comparer les performances des différentes approches de résolution.

4.2 Procédure intégrée

4.2.1 Procédure issue de la littérature

Dans cette section, nous présentons une méthode de résolution originale qui permet de traiter de façon simultanée la planification et l'ordonnancement. Dans leurs travaux ([29], [30]), Dauzères-Pérès et Lasserre ont observé qu'avec une séquence fixée des opérations sur les machines, les contraintes de capacité en fonction des quantités à produire peuvent s'exprimer de façon plus simple.

Cette remarque est utilisée dans une approche itérative qui alterne entre deux procédures :

1. Une procédure de résolution d'un problème de planification dans le cas d'un ordonnancement fixé. Ce problème est résolu par l'heuristique Lagrangienne présentée dans le chapitre précédent. Le plan de production ainsi calculé est réalisable, c'est-à-dire qu'il existe au moins un ordonnancement pour ce plan (par exemple celui utilisant la séquence fixé de départ). Ces procédures de résolution se retrouvent dans le *module planification* de la figure 4.1.

2. Une procédure de résolution d'un problème d'ordonnancement pour un plan de production fixé. Nous cherchons à déterminer une meilleure séquence pour ce plan que la séquence qui a permis de le calculer. Les heuristiques que nous proposons d'appliquer sont décrites dans ce chapitre. Ces méthodes de résolution sont intégrées dans le *module ordonnancement* de la figure 4.1.

Cette procédure itérative est arrêtée après un certain nombre d'itérations ou lorsque qu'aucune amélioration de la séquence n'est possible.

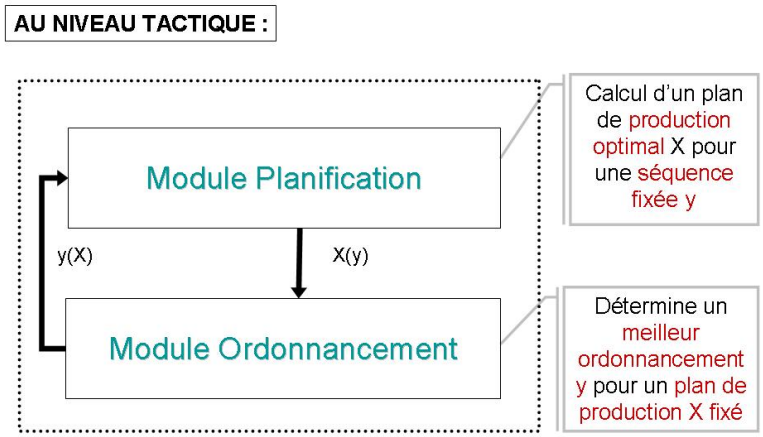

FIG. 4.1 – Méthode de résolution d'un problème intégré

Dans la suite de la section, nous allons décrire l'idée de base sur laquelle repose notre méthode pour résoudre le problème intégré.

4.2.2 Principe de notre approche

L'idée de notre approche de résolution du problème intégré est la suivante. Pour déterminer un plan de production, nous fixons la séquence des opérations et nous appliquons l'heuristique Lagrangienne décrite au chapitre 3. Pour déterminer une nouvelle séquence, nous fixons le plan de production associé et nous changeons l'ordre de certaines opérations de la séquence initiale. Ainsi, nous pouvons déterminer le meilleur plan associé à la meilleure séquence. Nous présentons dans la suite les trois approches de résolution : recuit simulé, recherche taboue et heuristique.

4.3 Résolution du problème d'ordonnancement par un recuit simulé

La méthode de recuit simulé a été introduite par Kirkpatrick *et al.* en 1983 ([79]) pour résoudre des problèmes complexes d'optimisation. Cette méthode est basée sur les travaux de Metropolis *et al.* ([92]). L'idée de cette méthode repose sur un modèle métallurgique appelé processus du recuit. La technique du recuit consiste à chauffer préalablement un matériau à haute température jusqu'à fusion. La phase de refroidissement conduit la matière liquide à retrouver sa forme solide par une diminution progressive de la température. Chaque niveau de température est maintenu jusqu'à obtention d'un équilibre thermodynamique.

La méthode du recuit simulé transpose le procédé du recuit à la résolution d'un problème d'optimisation : une solution est associée à un état du métal, son équilibre thermodynamique est la valeur de la fonction objectif de cette solution. Passer d'un état du métal à un autre correspond à passer d'une solution à une solution voisine.

Nous présentons dans cette section le principe de cette méthode plus en détail, l'algorithme du recuit appliqué à notre problématique et enfin les résultats expérimentaux obtenus.

Plusieurs recherches ont été faites concernant l'application du recuit simulé, comme méthode de résolution, pour résoudre le problème de dimensionnement de lots à plusieurs niveaux avec contraintes de capacité ([81], [83], [11], [100], [118]). Cependant, l'objectif dans ce type de problème est de calculer un plan de production. Dans notre cas, nous appliquons un recuit simulé pour déterminer simultanément un plan de production et une séquence des opérations.

4.3.1 Principe du recuit simulé

Le processus de recuit simulé répète une procédure itérative qui cherche des solutions de coûts plus faibles tout en acceptant de manière contrôlée des solutions qui dégradent la fonction objectif. A chaque itération, une nouvelle solution s' est choisie parmi l'ensemble des voisins *N(s)* de la solution courante s. Les nouvelles solutions

sont toujours acceptées si le coût de la fonction objectif diminue i.e. si *f(s)* $\leq f'(s)$ avec *f(s)* le coût de la fonction objectif associée à la solution s. Dans le cas contraire, la solution s' est acceptée ou rejetée selon la probabilité de Métropolis ([92]). Soit Δf = $f'(s)$ - *f(s)* la différence entre les fonctions objectifs de la solution courante *f(s)* et de la nouvelle solution $f'(s)$. L'acceptation d'une solution est déterminée de la façon suivante : un nombre réel γ compris entre 0 et 1 est tiré aléatoirement, si

$$\gamma \leq p(\Delta f, T) = exp(\frac{-\Delta f}{kT})$$

où k est la constante dite de Boltzmann, la nouvelle solution est acceptée.

Cette probabilité dépend essentiellement de deux paramètres : l'importance de la dégradation (les dégradations faibles sont plus facilement acceptées) et du paramètre de la température (une température élevée correspond à une probabilité plus grande d'accepter des dégradations). L'acceptation de solutions moins bonnes permet à l'algorithme de sortir d'optima locaux. Cette procédure est répétée pendant un nombre spécifié de cycles jusqu'à atteindre un quasi équilibre. La température est ensuite diminuée et une nouvelle itération est exécutée. En pratique, l'algorithme s'arrête lorsque soit la température atteint la valeur zéro, soit lorsque aucune configuration voisine n'a été acceptée pendant un certain nombre d'itérations à une température.

La difficulté principale rencontrée dans la procédure de recuit simulé correspond au schéma de refroidissement c'est-à-dire la fonction qui spécifie l'évolution de la température. La valeur de la température est un paramètre important dans l'algorithme du recuit. La température doit être initialisée à une valeur suffisamment élevée pour permettre d'explorer l'espace de recherche sans être piégé par des optima locaux. La vitesse de décroissance de la température détermine la vitesse à laquelle le recuit « converge » vers une solution. Les schémas de refroidissement connus sont généralement classés en trois catégories :

- réduction par paliers : la température est maintenue égale pendant un certain nombre d'itérations et décroît ainsi par palier,
- la réduction continue ([88]) : la température est réduite à chaque itération,
- la réduction non monotone ([27]) : des augmentations de température sont

possibles.

4.3.2 Application au problème d'ordonnancement

Dans cette section, les différentes étapes de l'algorithme du recuit simulé (définition du voisinage, de la fonction de coûts ...) appliqué à notre problème sont présentées.

Avant d'appliquer le recuit simulé, nous appliquons l'heuristique Lagrangienne décrite dans le chapitre 3 afin d'obtenir un plan de production qui est considéré comme une entrée pour l'algorithme du recuit. Les données d'entrées de l'algorithme correspondent donc à un plan de production c'est-à-dire à l'ensemble des quantités à produire par période et par produit, à une séquence des opérations sur les ressources notée y et à l'ensemble des résultats de l'heuristique Lagrangienne (ensemble des chemins critiques durant l'exécution, valeurs des multiplicateurs Lagrangiens ...). Le but de la méthode proposée est de trouver une nouvelle séquence telle que le coût global du plan de production diminue. Ainsi, en sortie de l'algorithme, une nouvelle séquence et un nouveau plan de production sont obtenus.

La solution initiale de l'algorithme est donc donnée par la séquence y. L'algorithme s'arrête lorsque la température est descendue en dessous d'un certain seuil donné ou si aucune amélioration ne peut être apportée sur la séquence.

Une nouvelle séquence est construite de la façon suivante. Rappelons qu'une séquence des opérations sur les ressources correspond aux chemins conjonctifs dans le graphe. Une nouvelle séquence est obtenue en changeant l'orientation d'un arc dans le graphe, dans la mesure où le changement n'implique pas de circuits. Ainsi, nous définissons le voisinage d'une solution courante par un ensemble d'arcs dont il est possible de changer leurs orientations sans créer de circuits et n'appartenant pas aux arcs de précédences entre deux opérations d'un même job. Nous proposons trois voisinages :

- *Voisinage des chemins violés V_{ch}.*
  Pendant l'exécution de la relaxation Lagrangienne, les chemins violés sont déterminés et ainsi l'ensemble des arcs violés est identifié. Ces arcs sont classés

par ordre croissant en fonction du nombre de passages d'un chemin violé. Le voisinage d'une solution courante est donc défini par l'ensemble des arcs violés classés selon un ordre précis.

- *Voisinage des multiplicateurs Lagrangiens* V_{ml}.
  Une entrée de notre problème correspond aux valeurs des multiplicateurs Lagrangiens. Le voisinage d'une solution courante est composé de l'ensemble des arcs du chemin associé au multiplicateur Lagrangien le plus élevé.

- *Voisinage des chemins violés et des multiplicateurs Lagrangiens* V_{ch+ml}.
  Dans ce dernier cas, le voisinage d'une solution correspond aux arcs appartenant au voisinage des chemins et au voisinage des multiplicateurs Lagrangiens.

L'étape suivante consiste à déterminer si la nouvelle séquence obtenue est meilleure que la séquence courante. L'objectif étant de faire diminuer le coût global du plan de production, l'heuristique Lagrangienne est appliquée avec en entrée la nouvelle séquence obtenue. Si le coût du plan de production diminue alors la séquence améliore le plan de production et cette séquence est meilleure que la précédente. La fonction de coût correspond donc à la fonction objectif (3.1) du modèle M_{SLCG}.

Il faut noter cependant que le coût du plan de production correspond à la borne supérieure de la relaxation Lagrangienne. Or calculer la valeur de la borne supérieure à chaque itération du recuit simulé augmente considérablement le temps d'exécution de la procédure. De ce fait, nous définissons une deuxième fonction de coût qui correspond à la fonction objectif F_{PR} du problème relaxé. L'objectif avec cette nouvelle fonction est de diminuer la valeur de la borne inférieure.

Ainsi, l'évaluation d'une nouvelle séquence est déterminée dans un premier temps par la valeur de la borne inférieure calculée par la relaxation Lagrangienne. Si celle-ci a diminuée par rapport à la valeur de la borne inférieure associée à la séquence courante alors nous calculons dans un second temps la valeur de la borne supérieure (si celle-ci à diminuer alors la nouvelle séquence est acceptée). Sinon le recuit simulé est exécuté pour déterminer une autre séquence.

L'algorithme du recuit est donné en (2).

Algorithme 2 Algorithme du recuit simulé

Initialisation de la séquence initiale y de borne inférieure $BI(y)$ et de la borne supérieure $BS(y)$
Initialisation de la température T et d'une température minimum T_{min} ;
tant que ($T \geq T_{min}$) **faire**
  pour (i de 1 à M) **faire**
    si Recherche de contraintes violés **alors**
      Construction du voisinage S_y de y
      Choisir aléatoirement un nouvelle séquence y'
      Calcul de ΔBI = $BI(s') - BI(s)$
      si ΔBI ≥ 0 **alors**
        Calcul de ΔBS = $BS(s') - BS(s)$
        si ΔBS ≤ 0 **alors**
          Accepter la séquence y'
        sinon
          Générer un nombre aléatoire p entre 0 et 1
          si $p \leq \exp(-\Delta BS/T)$ **alors**
            Accepter la séquence y'
          sinon
            Refuser la séquence y'
          fin si
        fin si
      sinon
        Générer un nombre aléatoire p entre 0 et 1 ;
        si $p \leq \exp(-\Delta BS/T)$ **alors**
          Accepter la séquence y'
        sinon
          Refuser la séquence y'
        fin si
      fin si
    fin si
  fin pour
  $i \leftarrow i + 1$
fin tant que

4.3.3 Validation de la méthode

4.3.3.1 Génération des données aléatoires

A notre connaissance, il n'existe pas dans la littérature de jeux de données générées pour ce problème. Nous avons donc généré aléatoirement un ensemble de jeux de données. La performance de notre algorithme a été testée avec les différents paramètres suivants :

Nombre de produits (N). Des instances avec N = 6, 10 et 20 produits ont été générées.

Longueur de l'horizon de temps (T). Des instances avec T = 5 et 10 ont ont été générées pour analyser la qualité de l'heuristique, et des instances avec T = 20 périodes ont été générées pour analyser les temps de calcul.

Paramètres de l'ordonnancement. Nous avons choisi de considérer le problème d'ordonnancement de type job shop. Nous avons appliqué nos tests sur des problèmes de type 6x6 (6 jobs et 6 ressources), 10x10 (10 jobs et 10 ressources) et 20x5 (20 jobs et 5 ressources).

Pour chaque type de problème d'ordonnancement et pour chaque période, nous avons généré une instance nommée *défaut* dans laquelle tous les paramètres sont fixés et des instances dans lesquelles nous avons fait variés trois paramètres : la capacité, le coût de lancement et la demande.

Les valeurs de l'instance *défaut* sont présentées dans le tableau 4.1.

Paramètres	Valeur par défaut
Coût de lancement	30
Capacité	0.46
Demandes	[4,8]
Délai d'obtention	3
Coût de production	4
Coût de stockage	1

TAB. 4.1 – Valeurs de l'instance *défaut*

Les paramètres variés sont les suivants :

Capacité. Nous calculons pour chaque période la capacité moyenne à partir des durées opératoires, des temps de lancement et des demandes. Ensuite, cette valeur est multipliée (identiquement sur les périodes) par différents coefficients compris entre 0.4 et 0.5 correspondant à une capacité serrée.

Coût de lancement. Ce paramètre influence beaucoup la taille des lots, nous avons considéré différentes valeurs entre 50 et 200.

Variabilité des demandes. Nous avons choisi de tester notre approche sur différents intervalles dont les demandes varient entre 1 et 10.

Nous expliquons dans la suite du manuscrit le choix de faire varier les paramètres selon une capacité serrée, un coût de lancement important et des demandes dont les valeurs sont petites.

Le nombre total généré est de 136 instances.

4.3.3.2 Interprétation des résultats

Pour chaque problème posé, l'heuristique Lagrangienne (présentée au chapitre 3) est appliquée afin d'obtenir une borne inférieure et une borne supérieure du problème. Ces données correspondent à des données d'entrées pour la procédure du recuit simulé. Ensuite, l'algorithme du recuit est appliqué et nous présentons la meilleure borne inférieure et la borne supérieure associée.

Pour chaque problème posé, nous présentons donc les différents résultats suivants :

- la valeur des bornes inférieure LB(a) et supérieure UB(a) avant l'application du recuit simulé, ces bornes étant obtenues par l'application de l'heuristique Lagrangienne pour une séquence initiale fixée ;
- la valeur de la meilleure borne inférieure LB(b) et la borne supérieure associé UB(b) après avoir exécuté le recuit simulé pendant une durée maximum de 60 secondes. Notons que si l'algorithme commence une itération juste avant la fin des 60 secondes, il continue le calcul jusqu'à la fin de l'itération. C'est pour cette raison que dans certains cas, le temps de calcul peut dépasser les 60 secondes ;
- la valeur d'une borne inférieure au modèle M_{SLDL} que l'on nommera borne inférieure absolue LBA. Cette borne est calculée sans tenir compte de la capacité. Elle indique donc la valeur minimale que la borne inférieure LB(b) peut prendre ;
- nous comparons la diminution entre les bornes inférieures LB(a) et LB(b), ainsi que les bornes supérieures UB(a) et UB(b) ;
- les bornes inférieures LB(a) et LB(b) sont comparées à la borne inférieure absolue LBA.

Afin de montrer l'efficacité de l'approche proposée, nous avons cherché à générer des instances critiques i.e. des instances où l'écart entre la borne inférieure LB(a) et la borne supérieure UB(a) avant l'application du recuit simulé soit suffisamment important. Ceci se produit, comme nous l'avons montré dans la partie résultats numériques du chapitre 3, lorsque la capacité est serrée, les coûts de lancement sont importants où les demandes sont petites. Comme nous allons le montrer dans la suite, ces instances montrent de façon significative l'amélioration du plan de production par l'amélioration de la séquence des opérations sur les ressources.

Les valeurs propres à la relaxation Lagrangienne et au recuit simulé sont choisis empiriquement. Le pas initial de déplacement pour la relaxation Lagrangienne est

fixé à 3 et est divisé par 1,5 si la borne inférieure n'a pas été améliorée pendant 9 itérations. Le nombre maximal d'itération est fixé à 200 itérations. Les paramètres dans l'application d'un recuit simulé sont les suivants : la valeur initiale de la température est de 0,1, le nombre d'itération à chaque valeur de température est fixé à 10, le facteur de réduction de la température est de 0,5. L'algorithme du recuit s'arrête soit lorsque le temps d'exécution maximal est écoulé, soit lorsque la solution optimale est trouvée.

Les résultats du recuit simulé indiqués par un tiret « - » correspondent au cas où la procédure n'a pas pu améliorer la séquence des opérations, c'est-à-dire diminuer la borne inférieure et la borne supérieure de la solution initiale.

Nous avons proposé trois types de voisinages pour l'application du recuit simulé, nous présentons donc les résultats obtenus pour chacun des voisinages.

4.3.3.3 Application du recuit simulé avec le voisinage V_{ch}

Les tableaux 4.2, 4.3 et 4.4 présentent les résultats de l'application du recuit simulé avec le voisinage V_{ch}. Ces premiers résultats montrent l'efficacité de l'approche proposée pour résoudre le problème intégré puisque nous obtenons une diminution importante du coût du plan de production, jusqu'à 14%. Ces tests valident de plus le choix d'évaluer une nouvelle séquence par la valeur de la borne inférieure puis, par celle de la borne supérieure puisque, pour chaque cas nous obtenons une diminution de deux bornes.

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	1190	1246,64	1300	1204,17	1207	5,89	**3,41**	**7,15**	**4,54**	**1,18**
		Capacité	1190	1250,08	1307	1190,00	1265	11,90	**4,81**	**3,21**	**4,81**	**0,00**
			1190	1263,63	1356	1208,24	1214	7,24	**4,38**	**10,47**	**5,83**	**1,51**
			1190	1236,43	1279	1210,55	1224	2,45	**2,09**	**4,30**	**3,76**	**1,70**
			1190	1229,62	1271	1204,36	1223	0,86	**2,05**	**3,78**	**3,22**	**1,19**
	5	Coût de lancement	1529	1893,52	2063	1789,31	1895	8,39	**5,50**	**8,14**	**19,25**	**14,55**
			1649	2148,70	2363	2016,15	2075	21,27	**6,17**	**12,19**	**23,26**	**18,21**
			1769	2392,57	2736	2160,86	2421	33,23	**9,68**	**11,51**	**26,06**	**18,13**
			1889	2649,44	2963	2424,93	2671	15,34	**8,47**	**9,85**	**28,70**	**22,10**
			2129	3140,74	3696	2789,51	3361	21,53	**11,18**	**9,06**	**32,21**	**23,68**
			2249	3400,41	4020	3099,69	3456	31,44	**8,84**	**14,03**	**33,86**	**27,44**
			2369	3655,30	4163	3234,27	3711	19,34	**11,52**	**10,86**	**35,19**	**26,75**
		Demande	696	937,38	-	762,67	786	19,54	**18,64**	-	**25,75**	**8,74**
			906	1022,21	1118	941,06	1015	43,56	**7,94**	**9,21**	**11,37**	**3,73**
			1202	1437,09	-	1231,38	1293	11,28	**14,31**	-	**16,36**	**2,39**
			2233	2254,84	2296	2247,80	2276	1,50	**0,31**	**0,87**	**0,97**	**0,66**
			1760	1799,01	1860	1787,88	1800	14,81	**0,62**	**3,23**	**2,17**	**1,56**
		Défaut	2347	2394,43	2433	2358,42	2368	21,73	**1,50**	**2,67**	**1,98**	**0,48**
		Capacité	2347	2376,98	2490	2366,83	2432	61,24	**0,43**	**2,33**	**1,26**	**0,84**
			2347	2367,37	2501	2364,31	2403	60,36	**0,13**	**3,92**	**0,86**	**0,73**
			2347	2403,49	2459	2371,15	2388	20,58	**1,35**	**2,89**	**2,35**	**1,02**
			2347	2398,44	2450	2366,39	2393	4,50	**1,34**	**2,33**	**2,14**	**0,82**
6x6	10	Coût de lancement	3038	3223,17	3711	3161,67	3323	62,13	**1,91**	**10,46**	**5,74**	**3,91**
			3278	3541,21	4048	3423,51	3799	60,05	**3,32**	**6,15**	**7,43**	**4,25**
			3518	3874,03	4533	3701,99	4047	60,89	**4,44**	**10,72**	**9,19**	**4,97**
			3730	4184,19	5198	3830,03	4488	62,83	**8,46**	**13,66**	**10,85**	**2,61**
			4005	4802,29	5828	4399,20	5218	62,41	**8,39**	**10,47**	**16,60**	**8,96**
			4125	5113,59	6267	4740,73	5538	61,67	**7,29**	**11,63**	**19,33**	**12,99**
			4245	5342,90	6716	4857,45	5832	60,27	**9,09**	**13,16**	**20,55**	**12,61**
		Demande	1426	1502,64	1589	1488,20	1528	5,61	**0,96**	**3,84**	**5,10**	**4,18**
			2331	2380,51	2441	2352,88	2381	30,42	**1,16**	**2,46**	**2,08**	**0,93**
			2403	2429,94	2468	2424,95	2467	4,83	**0,21**	**0,04**	**1,11**	**0,91**
			4227	4261,81	4269	-	-	-	-	-	**0,82**	-
			3591	3621,52	3628	3620,87	3622	0,27	**0,02**	**0,17**	**0,84**	**0,82**
		Défaut	3136	3186,59	3261	3181,22	3197	66,69	**0,17**	**1,96**	**1,59**	**1,42**
		Capacité	3136	3205,39	3514	3172,75	3363	61,62	**1,02**	**4,30**	**2,16**	**1,16**
			3136	3236,04	3337	3196,02	3245	61,39	**1,24**	**2,76**	**3,09**	**1,88**
			3136	3182,66	3233	3179,06	3186	65,02	**0,11**	**1,45**	**1,47**	**1,35**
			3136	3201,93	3259	3179,64	3189	47,44	**0,70**	**2,15**	**2,06**	**1,37**
	20	Coût de lancement	3385	3463,86	3632	3457,09	3606	57,14	**0,20**	**0,72**	**2,28**	**2,09**
			3624	3720,24	3878	3694,57	3870	56,09	**0,69**	**0,21**	**2,59**	**1,91**
			3943	4088,34	4476	4042,26	4343	61,83	**1,13**	**2,97**	**3,55**	**2,46**
			4213	4405,20	4909	4326,11	4803	63,25	**1,80**	**2,16**	**4,36**	**2,61**
			4393	4586,89	5231	4586,30	5156	63,48	**0,01**	**1,43**	**4,23**	**4,21**
			4564	4826,93	5567	4729,04	5350	64,00	**2,03**	**3,90**	**5,45**	**3,49**
			4875	5160,90	6445	5120,95	6155	65,37	**0,77**	**4,50**	**5,54**	**4,80**
		Demande	2734	2772,89	2924	2742,93	2831	56,79	**1,08**	**3,18**	**1,40**	**0,33**
			4048	4098,68	4187	4079,92	4105	62,74	**0,46**	**1,96**	**1,24**	**0,78**
			4946	4958,11	5000	-	-	-	-	-	**0,24**	-
			8601	9322,68	-	-	-	-	-	-	**7,74**	-
			7231	7278,71	7340	7254,10	7322	11,75	**0,34**	**0,25**	**0,66**	**0,32**

TAB. 4.2 – Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch} dans le cas du job-shop 6x6

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	1961	1986,19	2013	-	-	-	-	-	**1,27**	-
		Capacité	1961	1998,20	2023	1992,86	1999	2,75	**0,27**	**1,19**	**1,86**	**1,60**
			1961	1998,16	2032	1981,71	2005	7,59	**0,82**	**1,33**	**1,86**	**1,05**
			1961	1985,17	1993	1977,27	1985	4,42	**0,40**	**0,40**	**1,22**	**0,82**
			1961	1977,09	2002	-	-	-	-	-	**0,81**	-
	5	Coût de lancement	2525	2698,57	3181	-	-	-	-	-	**6,43**	-
			2725	3143,19	3592	-	-	-	-	-	**13,30**	-
			2925	3469,49	4058	3450,57	3831	63,52	**0,55**	**5,59**	**15,69**	**15,23**
			3125	3806,12	4472	3795,40	4116	61,60	**0,28**	**7,96**	**17,90**	**17,66**
			3525	4433,93	5352	4431,66	5034	60,73	**0,05**	**5,94**	**20,50**	**20,46**
			3725	4814,58	5603	4766,87	5436	60,69	**0,99**	**2,98**	**22,63**	**21,86**
			3925	5175,03	6232	5106,85	5653	60,84	**1,32**	**9,29**	**24,16**	**23,14**
		Demande	1194	1288,32	1350	1275,29	1323	7,33	**1,01**	**2,00**	**7,32**	**6,37**
			1623	1657,41	1677	1654,97	1656	6,19	**0,15**	**1,25**	**2,08**	**1,93**
			1216	1261,29	1355	-	-	-	-	-	**3,59**	-
			750	869,94	1022	858,93	948	61,86	**1,27**	**7,24**	**13,79**	**12,68**
			3154	3173,59	3246	3159,48	3187	14,34	**0,44**	**1,82**	**0,62**	**0,17**
		Défaut	3867	3915,05	3960	3899,63	3920	25,44	**0,39**	**1,01**	**1,23**	**0,84**
		Capacité	3867	3919,62	4057	3907,18	3930	71,97	**0,32**	**3,13**	**1,34**	**1,03**
			3867	3934,28	4014	3912,53	3948	65,55	**0,55**	**1,64**	**1,71**	**1,16**
			3867	3918,32	3982	3907,96	3947	19,30	**0,26**	**0,88**	**1,31**	**1,05**
			3867	3927,45	3962	3906,57	3924	25,42	**0,53**	**0,96**	**1,54**	**1,01**
10x10	10	Coût de lancement	5035	5297,76	5690	-	-	-	-	-	**4,96**	-
			5635	5966,64	6478	-	-	-	-	-	**5,56**	-
			6033	6379,54	7325	6203,22	7123	63,80	**2,76**	**2,76**	**5,43**	**2,74**
			6353	6760,17	7980	6755,10	7793	72,35	**0,07**	**2,34**	**6,02**	**5,95**
			6685	7328,39	9278	7133,38	8839	61,94	**2,66**	**4,73**	**8,78**	**6,29**
			6885	7680,11	9618	7679,00	9356	63,89	**0,01**	**2,72**	**10,35**	**10,34**
			7085	8016,48	10064	-	-	-	-	-	**11,62**	-
		Demande	2215	2255,00	2489	2240,82	2447	65,33	**0,63**	**1,69**	**1,77**	**1,15**
			1982	2020,21	-	-	-	-	-	-	**1,89**	-
			1428	1485,92	1712	1484,26	1678	63,36	**0,11**	**1,99**	**3,90**	**3,79**
			1285	1301,57	1357	1299,23	1305	66,97	**0,18**	**3,83**	**1,27**	**1,10**
			5764	5779,54	5820	-	-	-	-	-	**0,27**	-
		Défaut	4769	4786,74	4799	-	-	-	-	-	**0,37**	-
		Capacité	4769	4809,60	4905	4804,15	4869	74,25	**0,11**	**0,73**	**0,84**	**0,73**
			4769	4799,98	4852	4796,97	4809	64,36	**0,06**	**0,89**	**0,65**	**0,58**
			4769	4799,90	4852	4797,15	4813	76,55	**0,06**	**0,80**	**0,64**	**0,59**
			4769	4795,09	4846	4791,70	4811	61,67	**0,07**	**0,72**	**0,54**	**0,47**
	20	Coût de lancement	5701	5822,10	5950	5820,40	5940	65,11	**0,03**	**0,17**	**2,08**	**2,05**
			6293	6476,06	6687	6469,08	6632	81,89	**0,11**	**0,82**	**2,83**	**2,72**
			7102	7441,32	7858	7418,75	7827	69,20	**0,30**	**0,39**	**4,56**	**4,27**
			7402	7796,96	8349	7762,58	8219	67,33	**0,44**	**1,56**	**5,07**	**4,65**
			7693	8059,51	8874	-	-	-	-	-	**4,55**	-
			8213	8600,10	9861	-	-	-	-	-	**4,50**	-
			8333	8723,12	-	-	-	-	-	-	**4,47**	-
		Demande	2379	2411,30	2443	2405,50	2413	60,14	**0,24**	**1,23**	**1,34**	**1,10**
			5498	5527,74	5581	5527,26	5554	67,81	**0,01**	**0,48**	**0,54**	**0,53**
			3535	3545,13	3658	3542,82	3629	80,01	**0,07**	**0,79**	**0,29**	**0,22**
			5762	5788,33	5886	-	-	-	-	-	**0,45**	-
			7047	7089,72	7224	7086,83	7193	71,28	**0,04**	**0,43**	**0,60**	**0,56**

TAB. 4.3 – Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch} dans le cas du job-shop 10x10

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	3921	4021,00	4035	-	-	-	-	-	**2,49**	-
		Capacité	3921	4035,50	4047	-	-	-	-	-	**2,84**	-
			3921	4021,00	4035	4012,79	4030	13,22	**0,20**	**0,12**	**2,49**	**2,29**
			3921	4007,58	4044	4006,87	4012	2,53	**0,02**	**0,79**	**2,16**	**2,14**
			3921	4000,68	4025	3996,44	4009	2,72	**0,11**	**0,40**	**1,99**	**1,89**
	5	Coût de lancement	5055	5842,43	6501	5707,28	6396	64,11	**2,31**	**1,62**	**13,48**	**11,43**
			5455	6546,78	7397	-	-	-	-	-	**16,68**	-
			5855	7385,09	7850	7373,25	7787	64,93	**0,16**	**0,80**	**20,72**	**20,59**
			6255	8072,21	9016	8061,96	8967	60,81	**0,13**	**0,54**	**22,51**	**22,41**
			7055	9434,29	11092	-	-	-	-	-	**25,22**	-
			7455	10162,99	11629	-	-	-	-	-	**26,65**	-
			7855	11107,30	12487	10961,15	11639	63,30	**1,32**	**6,79**	**29,28**	**28,34**
20x5		Demande	2413	2663,08	2809	-	-	-	-	-	**9,39**	-
			4056	4147,64	4187	4147,27	4171	60,92	**0,01**	**0,38**	**2,21**	**2,20**
			4057	4108,22	4334	4091,52	4329	63,05	**0,41**	**0,12**	**1,25**	**0,84**
			7153	7200,36	7244	-	-	-	-	-	**0,66**	-
			6230	6314,01	6349	-	-	-	-	-	**1,33**	-
		Défaut	7614	7751,04	7776	-	-	-	-	-	**1,77**	-
		Capacité	7614	7776,68	7854	7764,74	7840	75,53	**0,15**	**0,18**	**2,09**	**1,94**
			7614	7736,41	7874	-	-	-	-	-	**1,58**	-
			7614	7758,32	7855	7747,72	7797	30,95	**0,14**	**0,74**	**1,86**	**1,73**
			7614	7751,04	7776	-	-	-	-	-	**1,77**	-
	10	Coût de lancement	9968	10364,90	11407	-	-	-	-	-	**3,83**	-
			10768	11599,56	12342	11514,38	12269	71,30	**0,73**	**0,59**	**7,17**	**6,48**
			11568	12366,18	13843	11568,00	13675	6,84	**6,45**	**1,21**	**6,45**	**0,00**
			12566	12716,99	15719	-	-	-	-	-	**1,19**	-
			13233	15129,19	17879	13233,00	17559	4,98	**12,53**	**1,79**	**12,53**	**0,00**
			13633	14447,56	18943	-	-	-	-	-	**5,64**	-
			14033	14943,63	20508	-	-	-	-	-	**6,09**	-
		Demande	4692	4855,25	4975	4848,33	4943	64,25	**0,14**	**0,64**	**3,36**	**3,22**
			7393	7482,99	7583	7477,27	7546	66,17	**0,08**	**0,49**	**1,20**	**1,13**
			7926	8034,34	8101	-	-	-	-	-	**1,35**	-
			14363	14422,57	14431	-	-	-	-	-	**0,41**	-
			11951	11974,47	11985	-	-	-	-	-	**0,20**	-

TAB. 4.4 – Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch} dans le cas du job-shop 20x5

4.3.3.4 Application du recuit simulé avec le voisinageV_{ml}

Les résultats de l'application du recuit simulé avec le voisinage V_{ml} sont présentés dans les tableaux 4.5, 4.6 et 4.7. Les résultats obtenus sont moins bons comparés à l'application du recuit simulé avec le voisinage V_{ch}. Ceci s'explique par le fait que le voisinage V_{ml} d'une séquence contient des arcs non pertinents pour l'amélioration de la séquence. En effet, rappelons que le voisinage d'une séquence est défini par un ensemble d'arcs. Avec le voisinage V_{ml} nous prenons en compte le chemin dont le multiplicateur Lagrangien associé est le plus élevé, le voisinage d'une séquence est alors défini par l'ensemble des arcs de ce chemin. Cependant, rappelons qu'un chemin

devient violé à partir d'une période t. Ainsi les arcs appartenant aux périodes 1 à $t-1$ ne sont pas violés mais ils sont pris quand même en compte dans le voisinage V_{ml} puisqu'il appartiennent au chemin violé. En choisissant ces arcs, nous générons de nouvelles séquences qui ne sont pas pertinentes pour l'amélioration de la séquence.

Cependant, les multiplicateurs Lagrangiens sont importants dans la construction du voisinage puisqu'ils apportent des informations pour la borne inférieure. De ce fait, nous proposons un troisième voisinage ou les informations sur les chemins critiques et les multiplicateurs Lagrangiens sont pris en compte dans la construction du voisinage d'une séquence.

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	1190	1246,64	1300	1214,14	1225	5,44	**2,61**	**5,77**	**4,54**	**1,99**
		Capacité	1190	1250,08	1307	1210,78	1245	60,08	**3,14**	**4,74**	**4,81**	**1,72**
			1190	1263,63	1356	1215,44	1227	23,48	**3,81**	**9,51**	**5,83**	**2,09**
			1190	1236,43	1279	1211,89	1229	4,01	**1,98**	**3,91**	**3,76**	**1,81**
			1190	1229,62	1271	1197,52	1198	5,00	**2,61**	**5,74**	**3,22**	**0,63**
	5	Coût de lancement	1529	1893,52	2063	1748,92	1870	60,19	**7,64**	**9,36**	**19,25**	**12,57**
			1649	2148,70	2363	1962,79	2133	60,39	**8,65**	**9,73**	**23,26**	**15,99**
			1769	2392,57	2736	2163,11	2317	60,44	**9,59**	**15,31**	**26,06**	**18,22**
			1889	2649,44	2963	2377,52	2551	60,19	**10,26**	**13,90**	**28,70**	**20,55**
			2129	3140,74	3696	2864,58	3030	60,39	**8,79**	**18,02**	**32,21**	**25,68**
			2249	3400,41	4020	3036,96	3440	60,67	**10,69**	**14,43**	**33,86**	**25,95**
			2369	3655,30	4163	3268,68	3513	60,58	**10,58**	**15,61**	**35,19**	**27,52**
		Demande	696	937,38	-	754,70	806	60,25	**19,49**	-	**25,75**	**7,78**
			906	1022,21	1118	931,30	997	60,58	**8,89**	**10,82**	**11,37**	**2,72**
			1202	1437,09	-	1202,00	1301	60,22	**16,36**	-	**16,36**	**0,00**
			2233	2254,84	2296	2248,91	2276	0,50	**0,26**	**0,87**	**0,97**	**0,71**
			1760	1799,01	1860	1786,18	1818	22,45	**0,71**	**2,26**	**2,17**	**1,47**
		Défaut	2347	2394,43	2433	2358,62	2389	60,31	**1,50**	**1,81**	**1,98**	**0,49**
		Capacité	2347	2376,98	2490	2364,43	2441	60,70	**0,53**	**1,97**	**1,26**	**0,74**
			2347	2367,37	2501	2347,00	2441	61,19	**0,86**	**2,40**	**0,86**	**0,00**
			2347	2403,49	2459	2362,51	2399	60,77	**1,71**	**2,44**	**2,35**	**0,66**
			2347	2398,44	2450	2361,84	2385	60,26	**1,53**	**2,65**	**2,14**	**0,63**
6x6	10	Coût de lancement	3038	3223,17	3711	3164,34	3331	60,80	**1,83**	**10,24**	**5,74**	**3,99**
			3278	3541,21	4048	3379,12	3739	60,50	**4,58**	**7,63**	**7,43**	**2,99**
			3518	3874,03	4533	3635,39	4078	61,17	**6,16**	**10,04**	**9,19**	**3,23**
			3730	4184,19	5198	3818,35	4474	61,03	**8,74**	**13,93**	**10,85**	**2,31**
			4005	4802,29	5828	4493,81	5202	62,86	**6,42**	**10,74**	**16,60**	**10,88**
			4125	5113,59	6267	4588,02	5528	60,83	**10,28**	**11,79**	**19,33**	**10,09**
			4245	5342,90	6716	4903,25	5904	60,95	**8,23**	**12,09**	**20,55**	**13,42**
		Demande	1426	1502,64	1589	1472,81	1524	60,69	**1,99**	**4,09**	**5,10**	**3,18**
			2331	2380,51	2441	2350,27	2362	60,67	**1,27**	**3,24**	**2,08**	**0,82**
			2403	2429,94	2468	2426,33	2456	5,34	**0,15**	**0,49**	**1,11**	**0,96**
			4227	4261,81	4269	-	-	-	-	-	**0,82**	-
			3591	3621,52	3628	3620,65	3622	0,22	**0,02**	**0,17**	**0,84**	**0,82**
		Défaut	3136	3186,59	3261	3178,64	3236	61,06	**0,25**	**0,77**	**1,59**	**1,34**
		Capacité	3136	3205,39	3514	3150,03	3364	61,94	**1,73**	**4,27**	**2,16**	**0,45**
			3136	3236,04	3337	3189,65	3262	63,53	**1,43**	**2,25**	**3,09**	**1,68**
			3136	3182,66	3233	3178,75	3202	60,03	**0,12**	**0,96**	**1,47**	**1,34**
			3136	3201,93	3259	3182,90	3234	62,20	**0,59**	**0,77**	**2,06**	**1,47**
	20	Coût de lancement	3385	3463,86	3632	3451,35	3599	63,67	**0,36**	**0,91**	**2,28**	**1,92**
			3624	3720,24	3878	-	-	-	-	-	**2,59**	-
			3943	4088,34	4476	4043,59	4421	60,13	**1,09**	**1,23**	**3,55**	**2,49**
			4213	4405,20	4909	4304,32	4841	61,33	**2,29**	**1,39**	**4,36**	**2,12**
			4393	4586,89	5231	4546,97	5160	61,45	**0,87**	**1,36**	**4,23**	**3,39**
			4564	4826,93	5567	4826,48	5417	61,60	**0,01**	**2,69**	**5,45**	**5,44**
			4875	5160,90	6445	5046,28	5884	60,98	**2,22**	**8,70**	**5,54**	**3,39**
		Demande	2734	2772,89	2924	2748,17	2847	61,56	**0,89**	**2,63**	**1,40**	**0,52**
			4048	4098,68	4187	4077,78	4121	62,08	**0,51**	**1,58**	**1,24**	**0,73**
			4946	4958,11	5000	-	-	-	-	-	**0,24**	-
			8601	9322,68	-	-	-	-	-	-	**7,74**	-
			7231	7278,71	7340	7239,51	7263	60,76	**0,54**	**1,05**	**0,66**	**0,12**

TAB. 4.5 – Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ml} dans le cas du job-shop 6x6

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	1961	1986,19	2013	1976,91	1995	26,67	**0,47**	**0,89**	**1,27**	**0,80**
		Capacité	1961	1998,20	2023	1992,86	1999	3,55	**0,27**	**1,19**	**1,86**	**1,60**
			1961	1998,16	2032	1975,96	1984	59,14	**1,11**	**2,36**	**1,86**	**0,76**
			1961	1985,17	1993	1977,90	1983	20,07	**0,37**	**0,50**	**1,22**	**0,85**
			1961	1977,09	2002	1974,70	1999	2,75	**0,12**	**0,15**	**0,81**	**0,69**
	5	Coût de lancement	2525	2698,57	3181	2618,04	3143	60,50	**2,98**	**1,19**	**6,43**	**3,55**
			2725	3143,19	3592	3118,94	3550	61,59	**0,77**	**1,17**	**13,30**	**12,63**
			2925	3469,49	4058	-	-	-	-	-	**15,69**	-
			3125	3806,12	4472	3752,35	4256	17,27	**1,41**	**4,83**	**17,90**	**16,72**
			3525	4433,93	5352	-	-	-	-	-	**20,50**	-
			3725	4814,58	5603	4753,53	5234	61,42	**1,27**	**6,59**	**22,63**	**21,64**
			3925	5175,03	6232	5059,47	5640	61,25	**2,23**	**9,50**	**24,16**	**22,42**
		Demande	1194	1288,32	1350	1278,69	1314	61,58	**0,75**	**2,67**	**7,32**	**6,62**
			1623	1657,41	1677	1649,74	1654	6,72	**0,46**	**1,37**	**2,08**	**1,62**
			1216	1261,29	1355	-	-	-	-	-	**3,59**	-
			750	869,94	1022	859,52	994	61,20	**1,20**	**2,74**	**13,79**	**12,74**
			3154	3173,59	3246	3165,46	3189	7,94	**0,26**	**1,76**	**0,62**	**0,36**
		Défaut	3867	3915,05	3960	-	-	-	-	-	**1,23**	-
		Capacité	3867	3919,62	4057	3907,67	3999	61,05	**0,30**	**1,43**	**1,34**	**1,04**
			3867	3934,28	4014	3923,26	3972	61,25	**0,28**	**1,05**	**1,71**	**1,43**
			3867	3918,32	3982	3911,61	3932	60,83	**0,17**	**1,26**	**1,31**	**1,14**
			3867	3927,45	3962	3919,12	3951	7,75	**0,21**	**0,28**	**1,54**	**1,33**
10x10	10	Coût de lancement	5035	5297,76	5690	-	-	-	-	-	**4,96**	-
			5635	5966,64	6478	-	-	-	-	-	**5,56**	-
			6033	6379,54	7325	6255,70	7246	61,13	**1,94**	**1,08**	**5,43**	**3,56**
			6353	6760,17	7980	6642,06	7743	64,44	**1,75**	**2,97**	**6,02**	**4,35**
			6685	7328,39	9278	7317,44	8912	62,31	**0,15**	**3,94**	**8,78**	**8,64**
			6885	7680,11	9618	7678,88	9279	65,52	**0,02**	**3,52**	**10,35**	**10,34**
			7085	8016,48	10064	-	-	-	-	-	**11,62**	-
		Demande	2215	2255,00	2489	-	-	-	-	-	**1,77**	-
			1982	2020,21	-	-	-	-	-	-	**1,89**	-
			1428	1485,92	1712	1476,07	1684	65,27	**0,66**	**1,64**	**3,90**	**3,26**
			1285	1301,57	1357	1301,11	1336	60,55	**0,04**	**1,55**	**1,27**	**1,24**
			5764	5779,54	5820	5776,34	5780	9,13	**0,06**	**0,69**	**0,27**	**0,21**
		Défaut	4769	4786,74	4799	-	-	-	-	-	**0,37**	-
		Capacité	4769	4809,60	4905	4808,96	4865	60,84	**0,01**	**0,82**	**0,84**	**0,83**
			4769	4799,98	4852	4799,17	4839	61,80	**0,02**	**0,27**	**0,65**	**0,63**
			4769	4799,90	4852	4798,50	4824	61,58	**0,03**	**0,58**	**0,64**	**0,61**
			4769	4795,09	4846	4794,31	4825	70,31	**0,02**	**0,43**	**0,54**	**0,53**
	20	Coût de lancement	5701	5822,10	5950	5822,00	5947	68,39	**0,00**	**0,05**	**2,08**	**2,08**
			6293	6476,06	6687	6455,21	6653	63,50	**0,32**	**0,51**	**2,83**	**2,51**
			7102	7441,32	7858	7423,21	7834	63,91	**0,24**	**0,31**	**4,56**	**4,33**
			7402	7796,96	8349	7761,58	8248	72,78	**0,45**	**1,21**	**5,07**	**4,63**
			7693	8059,51	8874	-	-	-	-	-	**4,55**	-
			8213	8600,10	9861	-	-	-	-	-	**4,50**	-
			8333	8723,12	-	-	-	-	-	-	**4,47**	-
		Demande	2379	2411,30	2443	2409,83	2430	15,17	**0,06**	**0,53**	**1,34**	**1,28**
			5498	5527,74	5581	5526,29	5564	62,14	**0,03**	**0,30**	**0,54**	**0,51**
			3535	3545,13	3658	3542,73	3643	62,19	**0,07**	**0,41**	**0,29**	**0,22**
			5762	5788,33	5886	5786,88	5881	63,25	**0,03**	**0,08**	**0,45**	**0,43**
			7047	7089,72	7224	7087,86	7207	78,08	**0,03**	**0,24**	**0,60**	**0,58**

TAB. 4.6 – Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ml} dans le cas du job-shop 10x10

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	3921	4021,00	4035	4020,36	4029	3,38	**0,02**	**0,15**	**2,49**	**2,47**
		Capacité	3921	4035,50	4047	-	-	-	-	-	**2,84**	-
			3921	4021,00	4035	3999,63	4016	60,73	**0,53**	**0,47**	**2,49**	**1,97**
			3921	4007,58	4044	-	-	-	-	-	**2,16**	-
			3921	4000,68	4025	-	-	-	-	-	**1,99**	-
	5	Coût de lancement	5055	5842,43	6501	5609,97	6485	60,36	**3,98**	**0,25**	**13,48**	**9,89**
			5455	6546,78	7397	-	-	-	-	-	**16,68**	-
			5855	7385,09	7850	7342,92	7769	60,91	**0,57**	**1,03**	**20,72**	**20,26**
			6255	8072,21	9016	8036,04	8836	60,44	**0,45**	**2,00**	**22,51**	**22,16**
			7055	9434,29	11092	-	-	-	-	-	**25,22**	-
			7455	10162,99	11629	-	-	-	-	-	**26,65**	-
			7855	11107,30	12487	10944,44	12056	60,67	**1,47**	**3,45**	**29,28**	**28,23**
20x5		Demande	2413	2663,08	2809	-	-	-	-	-	**9,39**	-
			4056	4147,64	4187	-	-	-	-	-	**2,21**	-
			4057	4108,22	4334	-	-	-	-	-	**1,25**	-
			7153	7200,36	7244	-	-	-	-	-	**0,66**	-
			6230	6314,01	6349	-	-	-	-	-	**1,33**	-
		Défaut	7614	7751,04	7776	-	-	-	-	-	**1,77**	-
		Capacité	7614	7776,68	7854	7768,94	7851	62,67	**0,10**	**0,04**	**2,09**	**1,99**
			7614	7736,41	7874	7733,29	7804	61,58	**0,04**	**0,89**	**1,58**	**1,54**
			7614	7758,32	7855	7742,04	7797	62,90	**0,21**	**0,74**	**1,86**	**1,65**
			7614	7751,04	7776	-	-	-	-	-	**1,77**	-
	10	Coût de lancement	9968	10364,90	11407	-	-	-	-	-	**3,83**	-
			10768	11599,56	12342	11527,21	12268	65,36	**0,62**	**0,60**	**7,17**	**6,59**
			11568	12366,18	13843	12346,91	13582	60,96	**0,16**	**1,89**	**6,45**	**6,31**
			12566	12716,99	15719	12695,91	15447	65,61	**0,17**	**1,73**	**1,19**	**1,02**
			13233	15129,19	17879	13233,00	17854	62,66	**12,53**	**0,14**	**12,53**	**0,00**
			13633	14447,56	18943	13994,68	18878	65,86	**3,13**	**0,34**	**5,64**	**2,58**
			14033	14943,63	20508	-	-	-	-	-	**6,09**	-
		Demande	4692	4855,25	4975	-	-	-	-	-	**3,36**	-
			7393	7482,99	7583	7482,98	7567	61,97	**0,00**	**0,21**	**1,20**	**1,20**
			7926	8034,34	8101	-	-	-	-	-	**1,35**	-
			14363	14422,57	14431	-	-	-	-	-	**0,41**	-
			11951	11974,47	11985	-	-	-	-	-	**0,20**	-

TAB. 4.7 – Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ml} dans le cas du job-shop 20x5

4.3.3.5 Application du recuit simulé avec le voisinage V_{ch+ml}

Les résultats obtenus en tenant compte des informations des chemins violés et des multiplicateurs Lagrangiens pour sélectionner les arcs dans le voisinage d'une séquence sont meilleurs que précédemment. Les tableaux 4.8, 4.9 et 4.10 pour chaque type de job-shop (6x6, 10x10 et 20x5) présentent les résultats de l'application du recuit simulé avec le voisinage V_{ch+ml}. Nous pouvons constater que le meilleur pourcentage d'amélioration de la borne supérieure est de 19,23 %, comparé à 18,02 % pour le voisinage V_{ml} et 14,03 % pour le voisinage V_{ch}. Une comparaison des trois voisinages est établie par la suite.

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	1190	1246,64	1300	1204,42	1207	15,79	**3,39**	**7,15**	**4,54**	**1,20**
		Capacité	1190	1250,08	1307	1210,75	1247	60,09	**3,15**	**4,59**	**4,81**	**1,71**
			1190	1263,63	1356	1204,78	1224	21,09	**4,66**	**9,73**	**5,83**	**1,23**
			1190	1236,43	1279	1201,29	1204	6,91	**2,84**	**5,86**	**3,76**	**0,94**
			1190	1229,62	1271	1197,90	1198	4,08	**2,58**	**5,74**	**3,22**	**0,66**
	5	Coût de lancement	1529	1893,52	2063	1743,88	1873	60,14	**7,90**	**9,21**	**19,25**	**12,32**
			1649	2148,70	2363	1891,21	2136	61,03	**11,98**	**9,61**	**23,26**	**12,81**
			1769	2392,57	2736	2160,50	2390	60,79	**9,70**	**12,65**	**26,06**	**18,12**
			1889	2649,44	2963	2362,08	2531	60,53	**10,85**	**14,58**	**28,70**	**20,03**
			2129	3140,74	3696	2784,73	3177	60,04	**11,34**	**14,04**	**32,21**	**23,55**
			2249	3400,41	4020	2982,36	3247	61,17	**12,29**	**19,23**	**33,86**	**24,59**
			2369	3655,30	4163	3092,29	3695	63,64	**15,40**	**11,24**	**35,19**	**23,39**
		Demande	696	937,38	-	752,61	806	60,46	**19,71**	-	**25,75**	**7,52**
			906	1022,21	1118	931,55	984	60,90	**8,87**	**11,99**	**11,37**	**2,74**
			1202	1437,09	-	1202,00	1306	3,91	**16,36**	-	**16,36**	**0,00**
			2233	2254,84	2296	2241,12	2263	60,84	**0,61**	**1,44**	**0,97**	**0,36**
			1760	1799,01	1860	1776,51	1818	60,08	**1,25**	**2,26**	**2,17**	**0,93**
		Défaut	2347	2394,43	2433	2359,67	2385	48,98	**1,45**	**1,97**	**1,98**	**0,54**
		Capacité	2347	2376,98	2490	2347,00	2438	36,94	**1,26**	**2,09**	**1,26**	**0,00**
			2347	2367,37	2501	2352,23	2437	60,01	**0,64**	**2,56**	**0,86**	**0,22**
			2347	2403,49	2459	2356,81	2390	61,09	**1,94**	**2,81**	**2,35**	**0,42**
			2347	2398,44	2450	2364,90	2393	8,22	**1,40**	**2,33**	**2,14**	**0,76**
6x6	10	Coût de lancement	3038	3223,17	3711	3196,12	3323	65,04	**0,84**	**10,46**	**5,74**	**4,95**
			3278	3541,21	4048	3412,63	3767	60,80	**3,63**	**6,94**	**7,43**	**3,95**
			3518	3874,03	4533	3617,12	4151	62,25	**6,63**	**8,43**	**9,19**	**2,74**
			3730	4184,19	5198	3883,90	4684	60,18	**7,18**	**9,89**	**10,85**	**3,96**
			4005	4802,29	5828	4423,18	5150	66,59	**7,89**	**11,63**	**16,60**	**9,45**
			4125	5113,59	6267	4591,79	5572	61,22	**10,20**	**11,09**	**19,33**	**10,17**
			4245	5342,90	6716	4846,77	5895	62,61	**9,29**	**12,22**	**20,55**	**12,42**
		Demande	1426	1502,64	1589	1466,04	1487	62,03	**2,44**	**6,42**	**5,10**	**2,73**
			2331	2380,51	2441	2338,47	2363	71,11	**1,77**	**3,20**	**2,08**	**0,32**
			2403	2429,94	2468	2418,86	2442	61,44	**0,46**	**1,05**	**1,11**	**0,66**
			4227	4261,81	4269	-	-	-	-	-	**0,82**	-
			3591	3621,52	3628	3620,20	3622	0,28	**0,04**	**0,17**	**0,84**	**0,81**
		Défaut	3136	3186,59	3261	3177,86	3228	62,64	**0,27**	**1,01**	**1,59**	**1,32**
		Capacité	3136	3205,39	3514	3136,00	3388	8,00	**2,16**	**3,59**	**2,16**	**0,00**
			3136	3236,04	3337	3180,69	3276	63,59	**1,71**	**1,83**	**3,09**	**1,41**
			3136	3182,66	3233	3178,64	3215	63,33	**0,13**	**0,56**	**1,47**	**1,34**
			3136	3201,93	3259	3177,94	3225	63,48	**0,75**	**1,04**	**2,06**	**1,32**
	20	Coût de lancement	3385	3463,86	3632	3455,83	3595	60,05	**0,23**	**1,02**	**2,28**	**2,05**
			3624	3720,24	3878	3697,37	3869	61,89	**0,61**	**0,23**	**2,59**	**1,98**
			3943	4088,34	4476	4074,28	4412	64,99	**0,34**	**1,43**	**3,55**	**3,22**
			4213	4405,20	4909	4352,18	4825	64,42	**1,20**	**1,71**	**4,36**	**3,20**
			4393	4586,89	5231	4555,21	5058	61,59	**0,69**	**3,31**	**4,23**	**3,56**
			4564	4826,93	5567	4751,28	5484	62,53	**1,57**	**1,49**	**5,45**	**3,94**
			4875	5160,90	6445	5052,98	6065	63,61	**2,09**	**5,90**	**5,54**	**3,52**
		Demande	2734	2772,89	2924	2748,00	2847	62,50	**0,90**	**2,63**	**1,40**	**0,51**
			4048	4098,68	4187	4086,49	4122	65,73	**0,30**	**1,55**	**1,24**	**0,94**
			4946	4958,11	5000	4956,76	4991	61,30	**0,03**	**0,18**	**0,24**	**0,22**
			8601	9322,68	-	-	-	-	-	-	**7,74**	-
			7231	7278,71	7340	7236,06	7253	64,61	**0,59**	**1,19**	**0,66**	**0,07**

TAB. 4.8 – Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch+ml} dans le cas du job-shop 6x6

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	1961	1986,19	2013	1979,37	1995	61,19	**0,34**	**0,89**	**1,27**	**0,93**
		Capacité	1961	1998,20	2023	1977,72	1994	63,09	**1,02**	**1,43**	**1,86**	**0,85**
			1961	1998,16	2032	1988,30	2023	3,52	**0,49**	**0,44**	**1,86**	**1,37**
			1961	1985,17	1993	1975,19	1981	63,23	**0,50**	**0,60**	**1,22**	**0,72**
			1961	1977,09	2002	1974,21	1985	0,73	**0,15**	**0,85**	**0,81**	**0,67**
	5	Coût de lancement	2525	2698,57	3181	-	-	-	-	-	**6,43**	-
			2725	3143,19	3592	-	-	-	-	-	**13,30**	-
			2925	3469,49	4058	-	-	-	-	-	**15,69**	-
			3125	3806,12	4472	3794,95	4374	12,59	**0,29**	**2,19**	**17,90**	**17,65**
			3525	4433,93	5352	4016,19	5205	45,72	**9,42**	**2,75**	**20,50**	**12,23**
			3725	4814,58	5603	4742,73	5450	62,53	**1,49**	**2,73**	**22,63**	**21,46**
			3925	5175,03	6232	5121,08	5630	63,09	**1,04**	**9,66**	**24,16**	**23,36**
		Demande	1194	1288,32	1350	1276,66	1309	60,01	**0,91**	**3,04**	**7,32**	**6,47**
			1623	1657,41	1677	1657,17	1664	7,47	**0,01**	**0,78**	**2,08**	**2,06**
			1216	1261,29	1355	-	-	-	-	-	**3,59**	-
			750	869,94	1022	824,59	993	62,27	**5,21**	**2,84**	**13,79**	**9,05**
			3154	3173,59	3246	3159,04	3161	29,63	**0,46**	**2,62**	**0,62**	**0,16**
		Défaut	3867	3915,05	3960	3906,10	3918	12,08	**0,23**	**1,06**	**1,23**	**1,00**
		Capacité	3867	3919,62	4057	3900,50	3997	64,62	**0,49**	**1,48**	**1,34**	**0,86**
			3867	3934,28	4014	3913,12	3942	61,66	**0,54**	**1,79**	**1,71**	**1,18**
			3867	3918,32	3982	3904,21	3932	61,45	**0,36**	**1,26**	**1,31**	**0,95**
			3867	3927,45	3962	3899,84	3911	63,41	**0,70**	**1,29**	**1,54**	**0,84**
10x10	10	Coût de lancement	5035	5297,76	5690	5287,17	5556	81,53	**0,20**	**2,36**	**4,96**	**4,77**
			5635	5966,64	6478	-	-	-	-	-	**5,56**	-
			6033	6379,54	7325	6196,91	7103	68,28	**2,86**	**3,03**	**5,43**	**2,65**
			6353	6760,17	7980	6618,20	7819	74,32	**2,10**	**2,02**	**6,02**	**4,01**
			6685	7328,39	9278	7278,40	8596	66,70	**0,68**	**7,35**	**8,78**	**8,15**
			6885	7680,11	9618	7604,74	9181	64,89	**0,98**	**4,54**	**10,35**	**9,46**
			7085	8016,48	10064	-	-	-	-	-	**11,62**	-
		Demande	2215	2255,00	2489	2247,03	2479	65,58	**0,35**	**0,40**	**1,77**	**1,43**
			1982	2020,21	-	-	-	-	-	-	**1,89**	-
			1428	1485,92	1712	1473,79	1657	70,24	**0,82**	**3,21**	**3,90**	**3,11**
			1285	1301,57	1357	1300,24	1347	62,00	**0,10**	**0,74**	**1,27**	**1,17**
			5764	5779,54	5820	-	-	-	-	-	**0,27**	-
		Défaut	4769	4786,74	4799	4783,71	4794	12,31	**0,06**	**0,10**	**0,37**	**0,31**
		Capacité	4769	4809,60	4905	4806,79	4895	66,25	**0,06**	**0,20**	**0,84**	**0,79**
			4769	4799,98	4852	4799,11	4822	61,22	**0,02**	**0,62**	**0,65**	**0,63**
			4769	4799,90	4852	4796,05	4819	67,47	**0,08**	**0,68**	**0,64**	**0,56**
			4769	4795,09	4846	4794,65	4836	75,89	**0,01**	**0,21**	**0,54**	**0,53**
	20	Coût de lancement	5701	5822,10	5950	5818,65	5946	92,47	**0,06**	**0,07**	**2,08**	**2,02**
			6293	6476,06	6687	6467,75	6661	62,75	**0,13**	**0,39**	**2,83**	**2,70**
			7102	7441,32	7858	7393,50	7768	61,08	**0,64**	**1,15**	**4,56**	**3,94**
			7402	7796,96	8349	7747,85	8175	101,97	**0,63**	**2,08**	**5,07**	**4,46**
			7693	8059,51	8874	8038,28	8821	87,53	**0,26**	**0,60**	**4,55**	**4,30**
			8213	8600,10	9861	8469,18	9736	66,75	**1,52**	**1,27**	**4,50**	**3,02**
			8333	8723,12	-	-	-	-	-	-	**4,47**	-
		Demande	2379	2411,30	2443	2402,99	2409	85,22	**0,34**	**1,39**	**1,34**	**1,00**
			5498	5527,74	5581	-	-	-	-	-	**0,54**	-
			3535	3545,13	3658	3542,83	3617	84,95	**0,06**	**1,12**	**0,29**	**0,22**
			5762	5788,33	5886	-	-	-	-	-	**0,45**	-
			7047	7089,72	7224	7047,00	7212	6,28	**0,60**	**0,17**	**0,60**	**0,00**

TAB. 4.9 – Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch+ml} dans le cas du job-shop 10x10

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	3921	4021,00	4035	-	-	-	-	-	**2,49**	-
		Capacité	3921	4035,50	4047	4022,04	4029	54,70	**0,33**	**0,44**	**2,84**	**2,51**
			3921	4021,00	4035	-	-	-	-	-	**2,49**	-
			3921	4007,58	4044	-	-	-	-	-	**2,16**	-
			3921	4000,68	4025	-	-	-	-	-	**1,99**	-
	5	Coût de lancement	5055	5842,43	6501	5835,81	6211	60,44	**0,11**	**4,46**	**13,48**	**13,38**
			5455	6546,78	7397	6452,07	7136	63,39	**1,45**	**3,53**	**16,68**	**15,45**
			5855	7385,09	7850	7303,39	7745	19,99	**1,11**	**1,34**	**20,72**	**19,83**
			6255	8072,21	9016	7997,34	8570	62,19	**0,93**	**4,95**	**22,51**	**21,79**
			7055	9434,29	11092	9419,05	10530	58,11	**0,16**	**5,07**	**25,22**	**25,10**
			7455	10162,99	11629	-	-	-	-	-	**26,65**	-
			7855	11107,30	12487	10902,63	11705	61,58	**1,84**	**6,26**	**29,28**	**27,95**
20x5		Demande	2413	2663,08	2809	2562,80	2785	63,41	**3,77**	**0,85**	**9,39**	**5,85**
			4056	4147,64	4187	4134,54	4164	53,72	**0,32**	**0,55**	**2,21**	**1,90**
			4057	4108,22	4334	-	-	-	-	-	**1,25**	-
			7153	7200,36	7244	-	-	-	-	-	**0,66**	-
			6230	6314,01	6349	-	-	-	-	-	**1,33**	-
		Défaut	7614	7751,04	7776	-	-	-	-	-	**1,77**	-
		Capacité	7614	7776,68	7854	7756,21	7825	78,89	**0,26**	**0,37**	**2,09**	**1,83**
			7614	7736,41	7874	7729,91	7807	64,03	**0,08**	**0,85**	**1,58**	**1,50**
			7614	7758,32	7855	7731,07	7767	67,72	**0,35**	**1,12**	**1,86**	**1,51**
			7614	7751,04	7776	-	-	-	-	-	**1,77**	-
	10	Coût de lancement	9968	10364,90	11407	10048,09	11284	62,73	**3,06**	**1,08**	**3,83**	**0,80**
			10768	11599,56	12342	11576,78	12308	80,72	**0,20**	**0,28**	**7,17**	**6,99**
			11568	12366,18	13843	11696,44	13690	66,47	**5,42**	**1,11**	**6,45**	**1,10**
			12566	12716,99	15719	-	-	-	-	-	**1,19**	-
			13233	15129,19	17879	14735,99	17236	64,06	**2,60**	**3,60**	**12,53**	**10,20**
			13633	14447,56	18943	14424,67	18284	60,92	**0,16**	**3,48**	**5,64**	**5,49**
			14033	14943,63	20508	-	-	-	-	-	**6,09**	-
		Demande	4692	4855,25	4975	4851,51	4911	67,20	**0,08**	**1,29**	**3,36**	**3,29**
			7393	7482,99	7583	7475,55	7554	60,50	**0,10**	**0,38**	**1,20**	**1,10**
			7926	8034,34	8101	-	-	-	-	-	**1,35**	-
			14363	14422,57	14431	-	-	-	-	-	**0,41**	-
			11951	11974,47	11985	-	-	-	-	-	**0,20**	-

TAB. 4.10 – Résultats du recuit simulé avec le voisinage V_{ch+ml} dans le cas du job-shop 20x5

4.3.3.6 Comparaison des différents voisinages

Nous avons présenté et analysé les résultats de l'algorithme du recuit simulé pour chaque type de voisinage. Nous comparons maintenant les résultats des trois voisinages du recuit simulé (voir tableaux 4.11, 4.12 et 4.13) en présentant pour chaque instance traitée :

- la valeur de la borne supérieure obtenue par chaque voisinage ;
- la différence entre les bornes inférieure et la borne absolue LBA.

Le meilleur voisinage du recuit simulé correspond à celui ayant obtenu d'une part, la valeur borne supérieure UB(b) la plus faible, puisque que l'objectif est de réduire le coût du plan de production et d'autre part, dont la différence entre la borne inférieure LB(b) et LBA est la plus petite, puisque il s'agit de se rapprocher au mieux de la borne inférieure absolue.

Job shop	T	Parametre	Bornes supérieures pour chaque voisinage			Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%)			
						pour la solution initiale	pour chaque voisinge		
			V_{ch}	V_{ml}	V_{ch+ml}		V_{ch}	V_{ml}	V_{ch+ml}
		Défaut	**1207**	1225	**1207**	4,54	**1,18**	1,99	1,20
		Capacité	1265	**1245**	1247	4,81	**0,00**	1,72	1,71
			1214	1227	1224	5,83	**1,51**	2,09	1,23
			1224	1229	**1204**	3,76	1,70	1,81	**0,94**
			1223	**1198**	**1198**	3,22	1,19	**0,63**	0,66
	5	Coût de lancement	1895	**1870**	1873	19,25	14,55	12,57	**12,32**
			2075	2133	2136	23,26	18,21	15,99	**12,81**
			2421	**2317**	2390	26,06	18,13	18,22	**18,12**
			2671	2551	**2531**	28,70	22,10	20,55	**20,03**
			3361	**3030**	3177	32,21	23,68	25,68	**23,55**
			3456	3440	**3247**	33,86	27,44	25,95	**24,59**
			3711	**3513**	3695	35,19	26,75	27,52	**23,39**
		Demande	786	**806**	**806**	25,75	8,74	7,78	**7,52**
			1015	997	**984**	11,37	3,73	**2,72**	2,74
			1293	1301	1306	16,36	2,39	**0,00**	**0,00**
			2276	2276	**2263**	0,97	0,66	0,71	**0,36**
			1800	1818	1818	2,17	1,56	1,47	**0,93**
		Défaut	**2368**	2389	2385	1,98	**0,48**	0,49	0,54
		Capacité	**2432**	2441	2438	1,26	0,84	0,74	**0,00**
			2403	2441	2437	0,86	0,73	**0,00**	0,22
			2388	2399	2390	2,35	1,02	0,66	**0,42**
			2393	**2385**	2393	2,14	0,82	**0,63**	0,76
6x6	10	Coût de lancement	**3323**	3331	**3323**	5,74	**3,91**	3,99	4,95
			3799	**3739**	3767	7,43	4,25	**2,99**	3,95
			4047	4078	4151	9,19	4,97	3,23	**2,74**
			4488	**4474**	4684	10,85	2,61	**2,31**	3,96
			5218	5202	**5150**	16,60	**8,96**	10,88	9,45
			5538	**5528**	5572	19,33	12,99	**10,09**	10,17
			5832	5904	5895	20,55	12,61	13,42	**12,42**
		Demande	1528	1524	**1487**	5,10	4,18	3,18	**2,73**
			2381	**2362**	2363	2,08	0,93	0,82	**0,32**
			2467	2456	**2442**	1,11	0,91	0,96	**0,66**
			-	-	-	0,82	-	-	-
			3622	**3622**	**3622**	0,84	0,82	0,82	**0,81**
		Défaut	**3197**	3236	3228	1,59	1,42	1,34	**1,32**
		Capacité	**3363**	3364	3388	2,16	1,16	0,45	**0,00**
			3245	3262	3276	3,09	1,88	1,68	**1,41**
			3186	3202	3215	1,47	1,35	**1,34**	**1,34**
			3189	3234	3225	2,06	1,37	1,47	**1,32**
	20	Coût de lancement	3606	3599	**3595**	2,28	2,09	**1,92**	2,05
			3870	-	**3869**	2,59	**1,91**	-	1,98
			4343	4421	4412	3,55	**2,46**	2,49	3,22
			4803	4841	4825	4,36	2,61	**2,12**	3,20
			5156	5160	**5058**	4,23	4,21	**3,39**	3,56
			5350	5417	5484	5,45	**3,49**	5,44	3,94
			6155	**5884**	6065	5,54	4,80	**3,39**	3,52
		Demande	**2831**	2847	2847	1,40	**0,33**	0,52	0,51
			4105	4121	4122	1,24	0,78	**0,73**	0,94
			-	-	**4991**	0,24	-	-	**0,22**
			-	-	-	7,74	-	-	-
			7322	7263	**7253**	0,66	0,32	0,12	**0,07**

TAB. 4.11 – Comparaison des voisinages du recuit simulé dans le cas du job-shop 6x6

Job shop	T	Parametre varié	Bornes supérieures pour chaque voisinage			Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%)			
						pour la solution initiale	pour chaque voisinge		
			V_{ch}	V_{ml}	V_{ch+ml}		V_{ch}	V_{ml}	V_{ch+ml}
		Défaut	-	**1995**	**1995**	1,27	-	**0,80**	0,93
		Capacité	1999	1999	**1994**	1,86	1,60	1,60	**0,85**
			2005	**1984**	2023	1,86	1,05	**0,76**	1,37
			1985	1983	**1981**	1,22	0,82	0,85	**0,72**
			-	1999	**1985**	0,81	-	0,69	**0,67**
	5	Coût de lancement	-	**3143**	-	6,43	-	**3,55**	-
			-	**3550**	-	13,30	-	**12,63**	-
			3831	-	-	15,69	**15,23**	-	-
			4116	4256	4374	17,90	17,66	**16,72**	17,65
			5034	-	5205	20,50	20,46	-	**12,23**
			5436	**5234**	5450	22,63	21,86	21,64	**21,46**
			5653	**5640**	5630	24,16	23,14	**22,42**	23,36
		Demande	1323	1314	**1309**	7,32	**6,37**	6,62	6,47
			1656	**1654**	1664	2,08	1,93	**1,62**	2,06
			-	-	-	3,59	-	-	-
			948	994	993	13,79	12,68	12,74	**9,05**
			3187	3189	**3161**	0,62	0,17	0,36	**0,16**
		Défaut	3920	-	**3918**	1,23	**0,84**	-	1,00
		Capacité	**3930**	3999	3997	1,34	1,03	1,04	**0,86**
			3948	3972	**3942**	1,71	**1,16**	1,43	1,18
			3947	**3932**	**3932**	1,31	1,05	1,14	**0,95**
			3924	3951	**3911**	1,54	1,01	1,33	**0,84**
10x10	10	Coût de lancement	-	-	**5556**	4,96	-	-	**4,77**
			-	-	-	5,56	-	-	-
			7123	7246	**7103**	5,43	2,74	3,56	**2,65**
			7793	**7743**	7819	6,02	5,95	4,35	**4,01**
			8839	8912	**8596**	8,78	**6,29**	8,64	8,15
			9356	9279	**9181**	10,35	10,34	10,34	**9,46**
			-	-	-	11,62	-	-	-
		Demande	**2447**	-	2479	1,77	**1,15**	-	1,43
			-	-	-	1,89	-	-	-
			1678	1684	**1657**	3,90	3,79	3,26	**3,11**
			1305	1336	1347	1,27	**1,10**	1,24	1,17
			-	**5780**	-	0,27	-	**0,21**	-
		Défaut	-	-	**4794**	0,37	-	-	**0,31**
		Capacité	4869	**4865**	4895	0,84	**0,73**	0,83	0,79
			4809	4839	4822	0,65	**0,58**	0,63	0,63
			4813	4824	4819	0,64	0,59	0,61	**0,56**
			4811	4825	4836	0,54	0,47	**0,53**	**0,53**
	20	Coût de lancement	**5940**	5947	5946	2,08	2,05	2,08	**2,02**
			6632	6653	6661	2,83	2,72	**2,51**	2,70
			7827	7834	7768	4,56	4,27	4,33	**3,94**
			8219	8248	**8175**	5,07	4,65	4,63	**4,46**
			-	-	**8821**	4,55	-	-	**4,30**
			-	-	**9736**	4,50	-	-	**3,02**
			-	-	-	4,47	-	-	-
		Demande	2413	2430	**2409**	1,34	1,10	1,28	**1,00**
			5554	5564	-	0,54	0,53	**0,51**	-
			3629	3643	**3617**	0,29	**0,22**	**0,22**	**0,22**
			-	**5881**	-	0,45	-	**0,43**	-
			7193	7207	7212	0,60	0,56	0,58	**0,00**

TAB. 4.12 – Comparaison des voisinages du recuit simulé dans le cas du job-shop 10x10

Job shop	T	Parametre varié	Bornes supérieures pour chaque voisinage			Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%)			
						pour la solution initiale	pour chaque voisinge		
			V_{ch}	V_{ml}	V_{ch+ml}		V_{ch}	V_{ml}	V_{ch+ml}
		Défaut	-	4029	-	2,49	-	**2,47**	-
		Capacité	-	-	**4029**	2,84	-	-	**2,51**
			4030	**4016**	-	2,49	2,29	**1,97**	-
			4012	-	-	2,16	**2,14**	-	-
			4009	-	-	1,99	**1,89**	-	-
	5	Coût de lancement	6396	6485	**6211**	13,48	11,43	**9,89**	13,38
			-	-	**7136**	16,68	-	-	**15,45**
			7787	7769	**7745**	20,72	20,59	20,26	**19,83**
			8967	8836	**8570**	22,51	22,41	22,16	**21,79**
			-	-	**10530**	25,22	-	-	**25,10**
			-	-	-	26,65	-	-	-
			11639	12056	11705	29,28	28,34	28,23	**27,95**
20x5		Demande	-	-	**2785**	9,39	-	-	**5,85**
			4171	-	**4164**	2,21	2,20	-	**1,90**
			4329	-	-	1,25	**0,84**	-	-
			-	-	-	0,66	-	-	-
			-	-	-	1,33	-	-	-
		Défaut	-	-	-	1,77	-	-	-
		Capacité	7840	7851	**7825**	2,09	1,94	1,99	**1,83**
			-	**7804**	7807	1,58	-	1,54	**1,50**
			7797	7797	**7767**	1,86	1,73	1,65	**1,51**
			-	-	-	1,77	-	-	-
	10	Coût de lancement	-	-	**11284**	3,83	-	-	**0,80**
			12269	**12268**	12308	7,17	**6,48**	6,59	6,99
			13675	**13582**	13690	6,45	**0,00**	6,31	1,10
			-	**15447**	-	1,19	-	1,02	-
			17559	17854	**17236**	12,53	**0,00**	**0,00**	10,20
			-	18878	**18284**	5,64	-	**2,58**	5,49
			-	-	-	6,09	-	-	-
		Demande	4943	-	**4911**	3,36	**3,22**	-	3,29
			7546	7567	7554	1,20	1,13	1,20	**1,10**
			-	-	-	1,35	-	-	-
			-	-	-	0,41	-	-	-
			-	-	-	0,20	-	-	-

TAB. 4.13 – Comparaison des voisinages du recuit simulé dans le cas du job-shop 20x5

Nous avons calculé pour chaque voisinage, le nombre total d'instances dont la valeur de la borne supérieure est meilleure, dont la distance entre la borne inférieure et la borne absolue est la plus petite et le nombre d'instances non améliorées. Ces résultats sont présentés dans le tableau 4.14.

Les tableaux 4.11, 4.12, 4.13 et 4.14 montrent que le voisinage V_{ch+ml} prenant en compte les chemins critiques et les multiplicateurs dans la construction du voisinage donne de meilleurs résultats. En effet, concernant la valeur de la borne supérieure, le recuit simulé avec le voisinage V_{ch+ml} donne de meilleurs résultats pour 51 instances par rapport au voisinage V_{ch} qui donne de meilleurs résultats pour 43 instances, et au voisinage V_{ml} améliorant 30 instances. Pour certaines instances, la valeur de la borne

	V_{ch}	V_{ml}	V_{ch+ml}
Nombre de cas où la borne supérieure est la meilleure	43	30	51
Nombre de cas où la différence entre la borne inférieure et la borne absolue est la plus petite	27	30	78
Nombre de cas où il n'y a pas d'amélioration	35	35	26

TAB. 4.14 – Analyse des trois voisinages du recuit simulé

supérieure obtenue par V_{ch+ml} est bien meilleure que les deux autres voisinages. En prenant l'exemple d'une instance du job-shop 10x10, avec $T = 10$ et avec le coût de lancement comme paramètres variés, la valeur de la borne supérieure obtenue par V_{ch+ml} est égal à 8592 tandis que celle obtenue par V_{ch} est de 8839 et par V_{ml} est égal à 8912. Concernant la distance entre la borne inférieure et la borne absolue, V_{ch+ml} fournit de bien meilleurs résultats que les deux autres voisinages puisque 79 instances donne de meilleurs résultats par rapport à 27 instances pour V_{ch} et 30 instances pour V_{ml}. De plus, le recuit simulé appliqué avec le voisinage V_{ch+ml} permet d'améliorer la séquence pour 9 instances de plus que pour le recuit simulé appliqué avec les voisinages V_{ch} et V_{ml}.

L'idée étant d'obtenir une solution rapidement, nous avons exécuté nos procédures pendant un maximum de 60 secondes. Néanmoins, nous avons exécuté ces procédures pendant 5 minutes, les résultats sont présentés dans l'annexe B.

En conclusion, il est donc plus pertinent de prendre en compte les arcs provenant de chemins violés et dont le multiplicateur Lagrangien associé à ce chemin soit le plus élevé pour le voisinage d'une séquence. Nous proposons dans la suite du manuscrit, deux autres méthodes pour résoudre ce problème.

4.4 Résolution du problème d'ordonnancement par une recherche taboue

Une seconde méta-heuristique, la recherche taboue, est appliquée pour résoudre le problème intégré. Cette méthode permet comme le recuit simulé de résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire par améliorations successives d'une solution. Contrairement au recuit simulé qui génère une solution aléatoirement dans le voisinage de la solution courante, la méthode taboue trouve la meilleure solution dans le voisinage de la solution courante et, afin d'éviter de cycler, une liste taboue est tenue à jour et interdit de revenir à des solutions déjà explorées.

Quelques auteurs se sont intéressés à l'application de la recherche taboue comme méthode de résolution pour résoudre le problème de dimensionnement de lots avec contraintes de capacité dans la cas de problème à un niveau ([63], [54]), [65] et dans la cas de problème à plusieurs niveaux ([75], [83], [66]). Cependant, l'objectif dans ce type de problème est seulement de calculer un plan de production.

4.4.1 Principe de la recherche taboue

Les prémisses de cette méthode ont été proposées pour la première fois dans les années soixante-dix par Glover ([51]). Mais la forme et le terme de recherche taboue, tel qu'il est appliqué actuellement, ont été développés au milieu des années 80 par Glover ([52]) et indépendamment par Hansen ([59]).

La première étape de la recherche taboue consiste à générer une solution initiale. Cette solution peut être construite par une heuristique ou être générée aléatoirement.

La solution de départ est améliorée progressivement. La procédure s'arrête lorsqu'une la condition d'arrêt est satisfaite, généralement après un nombre fixé d'itérations ou encore après un nombre d'itérations sans amélioration de la solution.

A chaque itération, la procédure de modification d'une solution se définit comme suit. La première étape consiste à définir le voisinage associé à la solution courante. Celui-ci correspond à une région de l'espace des solutions et est constitué de toutes les solutions obtenues par application d'une opération appelée mouvement. Ensuite, le meilleur mouvement, c'est-à-dire la meilleure solution du voisinage, est sélectionné pour construire une solution.

Afin d'éviter de sélectionner des solutions dans le voisinage de la solution courante déjà visitées dans le passé, les attributs de ce mouvement sont mémorisés dans des listes dites *listes taboues*. Les informations données par la liste taboue sont utilisées pour établir une *restriction* qui permet de classer certains mouvements comme étant interdits. La durée pendant lesquels ces attributs restent interdits est appelée *taille de la liste* ou *tenure* ([53]). Les listes taboues peuvent être explicites ou attributives suivant les restrictions utilisées. Il a été montré de manière empirique que la taille de liste donnant de bons résultats augmentait avec la taille du problème. Lorsque la taille de la liste est petite, le risque de cyclage augmente tandis qu'une taille de liste assez grande peut faire diminuer la qualité de la solution.

Les interdictions engendrées par la liste taboue peuvent s'avérer trop fortes et restreindre l'ensemble des solutions admises à chaque itération de manière jugée trop brutale. Afin de pallier ce problème, un mécanisme appelée *aspiration* est mis en place. Ce mécanisme permet de lever le statut de taboue d'une configuration, sans pour autant introduire un risque de cycles dans le processus de recherche. La fonction d'aspiration la plus simple consiste à révoquer le statut de taboue d'un mouvement si ce dernier permet d'atteindre une solution de qualité supérieure à celle de la meilleure solution trouvée jusqu'alors.

Les paramètres cités précédemment sont considérés de façon différentes selon le type de mémoire : *mémoire court terme* ou *mémoire long terme*. La mémoire court terme sauvegarde les attributs des solutions déjà visitées dans un passé récent. A l'inverse, la mémoire à long terme enregistre les attributs visitées dans un passé lointain, ce qui permet d'éviter de rester dans une seule région de l'espace de recherche.

Deux principales techniques existent pour améliorer la puissance de la recherche taboue : *l'intensification* et *la diversification*. Ces deux techniques se basent sur l'utilisation d'une mémoire à long terme et se différencient selon la façon d'exploiter les informations de cette mémoire. La stratégie d'intensification mémorise les éléments faisant parties des meilleures solutions trouvées et les favorise au cours de la recherche. Ainsi, cette technique consiste à influencer la recherche dans des régions de l'espace jugées prometteuses. A l'opposé, la stratégie de diversification cherche à diriger la recherche vers des zones inexplorées.

4.4.2 Application de la méthode

Les principales étapes de la recherche taboue pour déterminer le meilleur plan associé à la meilleure séquence sont décrites ci-dessous (voir l'algorithme 3).

Les données d'entrées de l'algorithme sont identiques à celles de la procédure du recuit simulé à savoir un plan de production, une séquence des opérations sur les ressources notée y et l'ensemble des résultats de l'heuristique Lagrangienne. Comme précédemment, le but de la méthode proposée est de trouver une nouvelle séquence telle que le coût global du plan de production a diminué. Ainsi, en sortie de l'algorithme, une nouvelle séquence et un nouveau plan de production sont obtenus.

La solution initiale de l'algorithme est donc donnée par la séquence y. La condition d'arrêt est donnée par le temps d'exécution de l'algorithme.

Comme dans le cas du recuit simulé, une nouvelle séquence est obtenue en changeant l'orientation d'un arc dans le graphe (dans la mesure où le changement n'implique pas de cycles). Ainsi, nous définissons le voisinage d'une solution courante par un ensemble d'arcs dont il est possible de changer l'orientation sans créer de cycles et n'appartenant pas aux arcs de précédences entre deux opérations d'un même job. Nous considérons le voisinage des chemins violés et des multiplicateurs Lagrangiens décrit dans la section précédente.

La liste taboue contient les arcs dont le changement d'orientation a permis d'obte-

nir une meilleure séquence. La mémoire correspondant dans notre cas à une mémoire long terme puisque tous les arcs impliquant une meilleure séquence sont gardés en mémoire.

Dans la procédure de recherche taboue, tous les voisins d'une solution sont évalués. Dans notre cas, évaluer tous les voisins prendrait un temps très important puisque l'évaluation d'une solution passe par l'application d'une heuristique Lagrangienne. Ainsi, il n'y a pas d'évaluation des voisins de la solution. Nous déterminons l'arc le plus violé appartenant au voisinage de la solution courante et n'appartenant pas à la liste taboue, son orientation est ensuite changée. Une nouvelle séquence est ainsi obtenue.

Deux fonctions de coûts sont établies pour évaluer une séquence comme dans la procédure du recuit simulé : une fonction pour évaluer la borne inférieure de la solution (correspondant à la fonction objectif F_{PR} du problème relaxé) et une seconde pour évaluer la borne supérieure (correspondant à la fonction objectif (3.1) du modèle M_{SLCG}). Si la valeur de la borne inférieure a diminué, la borne supérieure est alors calculé, si cette dernière a diminué, la nouvelle séquence est acceptée.

Algorithme 3 Algorithme de recherche taboue

```
Initialisation de la séquence initial y de borne inférieure BI(y) et de borne supérieure BS(y)
Initialisation d'une liste taboue list = ∅
tant que le critère d'arrêt n'est pas satisfait faire
    pour (i de 1 à M) faire
        si Recherche de contraintes violés alors
            Construction du voisinage S_y de y
            Recherche de l'arc ac le plus critique
            Changement de l'orientation de ac
            Calcul de ΔBI = BI(s') − BI(s)
            si ΔBI ≥ 0 alors
                Calcul de ΔBS = BS(s') − BS(s)
                si ΔBS ≤ 0 alors
                    Accepter la séquence y'
                    list = list ∪ ac
                sinon
                    Refuser la séquence y'
                fin si
            sinon
                Refuser la séquence y'
            fin si
        fin si
    fin pour
fin tant que
```

4.4.3 Validation de la méthode

Nous présentons dans ce qui suit les résultats de l'application d'une recherche taboue combiné à une heuristique Lagrangienne. Les instances utilisées sont similaires à celles utilisées précédemment (paragraphe 4.3.3) afin de pouvoir comparer les performances des différentes méthodes proposées. Pour chaque instance traitée, nous présentons les même résultats que ceux de l'approche précédente, à savoir :

- la valeur des bornes inférieure LB(a) et supérieure UB(a) avant l'application d'une recherche taboue ;
- la valeur de la meilleure borne inférieure LB(b) et la borne supérieure associé UB(b) après avoir exécuté la recherche taboue pendant une durée maximum

de 60 secondes ;

- la valeur de la borne inférieure absolue LBA ;
- et nous comparons la diminution entre les bornes inférieures LB(a) et (LB(b) ainsi que les bornes supérieures UB(a) et UB(b) ;
- les bornes inférieures LB(a) et LB(b) sont comparées à la borne inférieure absolue LBA.

Les valeurs propres à la relaxation Lagrangienne sont identiques à celles décrites précédemment (voir (4.3.3)). L'algorithme de la recherche taboue s'arrête soit lorsque le temps d'exécution maximal est écoulé, soit lorsque la solution optimale est trouvée, ou soit lorsque il n'existe plus d'arc dans le voisinage n'appartenant pas à la liste taboue.

Les tableaux 4.15, 4.16, 4.17 présentent les résultats de l'application de la recherche taboue pour chaque type de job-shop (6x6, 10x10 et 20x5). La recherche taboue a amélioré la séquence des opérations et ainsi diminué le coût du plan de production pour 124 instances sur les 136 instances traitées. Nous constatons de manière générale que le coût du plan de production a diminué et de manière significatif pour certains problèmes jusqu'à 14%.

Pour certaines instances, nous pouvons constater que la borne inférieure a diminué de façon importante : par exemple dans le cas du job-shop 6x6 avec $T = 10$ et avec le coût de lancement comme paramètre varié, la borne inférieure de la solution initiale a pour valeur 5342,90 et la valeur de la meilleure borne calculé par la recherche taboue est de 4683,64 soit une diminution de 12,34%. La valeur de la borne inférieure absolue LBA est de 4245, l'écart entre les bornes inférieures et LBA est donc passé de 20,55% à 9,37%. En diminuant la borne inférieure, la borne supérieure a elle aussi diminué de 14,53% pour cet exemple.

Nous pouvons remarquer de plus que, pour 5 instances, l'heuristique Lagrangienne appliquée à la solution initiale n'a pas trouvé de solution réalisable (la valeur de la borne supérieure étant représentée par un tiret « - »). L'application de la recherche taboue a permis d'améliorer considérablement la solution pour certains cas.

En effet, considérons un instance du cas job-shop 6x6 avec $T = 5$ et avec la demande comme paramètre varié. La borne inférieure de la solution initiale a pour valeur 1437,09 et la borne supérieure n'a pas été trouvé. Après l'application de la recherche taboue, la borne inférieure de la meilleure solution trouvée est de 1224,39 soit une diminution importante de 14,80 % par rapport à la borne inférieure de la solution initiale, et la valeur de la borne supérieure est 1270. Lorsque les bornes inférieures avant et après l'application de la recherche taboue sont comparées à la borne inférieure absolue LBA, l'écart passe de 16,36% à 1,38%.

De manière générale, la recherche taboue donne de meilleurs résultats que le recuit simulé que ce soit sur le nombre d'instances améliorées ou sur la diminution du coût du plan de production. Les deux méthodes sont comparées plus explicitement dans la suite du manuscrit.

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application de la recherche taboue		Apres l'application de la recherche tabou			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	1190	1246,64	1300	1204,08	1207	4.44	**3,41**	**7,15**	**4,54**	**1,17**
		Capacité	1190	1250,08	1307	1210,82	1263	8.89	**3,14**	**3,37**	**4,81**	**1,72**
			1190	1263,63	1356	1201,55	1227	5.91	**4,91**	**9,51**	**5,83**	**0,96**
			1190	1236,43	1279	1212,51	1248	0.58	**1,93**	**2,42**	**3,76**	**1,86**
			1190	1229,62	1271	1209,39	1215	0.69	**1,65**	**4,41**	**3,22**	**1,60**
	5	Coût de lancement	1529	1893,52	2063	1731,34	1880	7.47	**8,57**	**8,87**	**19,25**	**11,69**
			1649	2148,7	2363	1755,83	2324	4.28	**18,28**	**1,65**	**23,26**	**6,08**
			1769	2392,57	2736	2134,35	2410	17.21	**10,79**	**11,92**	**26,06**	**17,12**
			1889	2649,44	2963	2327,04	2667	15.99	**12,17**	**9,99**	**28,70**	**18,82**
			2129	3140,74	3696	2705,73	3187	8.22	**13,85**	**13,77**	**32,21**	**21,32**
			2249	3400,41	4020	2831,82	3653	6.97	**16,72**	**9,13**	**33,86**	**20,58**
			2369	3655,3	4163	3263,22	3717	12.82	**10,73**	**10,71**	**35,19**	**27,40**
		Demande	696	937,38	-	760,88	832	9.44	**18,83**	-	**25,75**	**8,53**
			906	1022,21	1118	928,51	1009	9.04	**9,17**	**9,75**	**11,37**	**2,42**
			1202	1437,09	-	1224,39	1270	19.80	**14,80**	-	**16,36**	**1,83**
			2233	2254,84	2296	2248,84	2268	1.05	**0,27**	**1,22**	**0,97**	**0,70**
			1760	1799,01	1860	1781,44	1800	4.58	**0,98**	**3,23**	**2,17**	**1,20**
		Défaut	2347	2394,43	2433	2363,8	2382	11.47	**1,28**	**2,10**	**1,98**	**0,71**
		Capacité	2347	2376,98	2490	2362,77	2410	62.72	**0,60**	**3,21**	**1,26**	**0,67**
			2347	2367,37	2501	2366,25	2412	31.17	**0,05**	**3,56**	**0,86**	**0,81**
			2347	2403,49	2459	2364	2404	13.64	**1,64**	**2,24**	**2,35**	**0,72**
			2347	2398,44	2450	2364,85	2372	2.61	**1,40**	**3,18**	**2,14**	**0,75**
6x6	10	Coût de lancement	3038	3223,17	3711	3124,5	3465	33.28	**3,06**	**6,63**	**5,74**	**2,77**
			3278	3541,21	4048	3411,71	3639	31.03	**3,66**	**10,10**	**7,43**	**3,92**
			3518	3874,03	4533	3645,15	4037	48.95	**5,91**	**10,94**	**9,19**	**3,49**
			3730	4184,19	5198	3843,95	4540	60.99	**8,13**	**12,66**	**10,85**	**2,96**
			4005	4802,29	5828	4434,91	5063	62.16	**7,65**	**13,13**	**16,60**	**9,69**
			4125	5113,59	6267	4518,68	5693	44.59	**11,63**	**9,16**	**19,33**	**8,71**
			4245	5342,9	6716	4683,64	5740	45.64	**12,34**	**14,53**	**20,55**	**9,37**
		Demande	1426	1502,64	1589	1458,91	1537	9.84	**2,91**	**3,27**	**5,10**	**2,26**
			2331	2380,51	2441	2357,32	2379	4.31	**0,97**	**2,54**	**2,08**	**1,12**
			2403	2429,94	2468	2422,97	2444	13.90	**0,29**	**0,97**	**1,11**	**0,82**
			4227	4261,81	4269	-	-	-	-	-	**0,82**	-
			3591	3621,52	3628	3620,65	3622	0.45	**0,02**	**0,17**	**0,84**	**0,82**
		Défaut	3136	3186,59	3261	3180,63	3223	23.80	**0,19**	**1,17**	**1,59**	**1,40**
		Capacité	3136	3205,39	3514	3136	3369	46.22	**2,16**	**4,13**	**2,16**	**0,00**
			3136	3236,04	3337	3176,93	3221	59.61	**1,83**	**3,48**	**3,09**	**1,29**
			3136	3182,66	3233	3175,02	3204	21.97	**0,24**	**0,90**	**1,47**	**1,23**
			3136	3201,93	3259	3183,85	3217	52.00	**0,56**	**1,29**	**2,06**	**1,50**
	20	Coût de lancement	3385	3463,86	3632	3403,25	3575	43.50	**1,75**	**1,57**	**2,28**	**0,54**
			3624	3720,24	3878	3667,68	3850	59.43	**1,41**	**0,72**	**2,59**	**1,19**
			3943	4088,34	4476	3959,8	4334	62.78	**3,14**	**3,17**	**3,55**	**0,42**
			4213	4405,2	4909	4327,2	4825	64.73	**1,77**	**1,71**	**4,36**	**2,64**
			4393	4586,89	5231	4513,2	5050	64.18	**1,61**	**3,46**	**4,23**	**2,66**
			4564	4826,93	5567	4744,58	5408	60.95	**1,71**	**2,86**	**5,45**	**3,81**
			4875	5160,9	6445	5138,89	6010	66.88	**0,43**	**6,75**	**5,54**	**5,14**
		Demande	2734	2772,89	2924	2741,07	2849	41.48	**1,15**	**2,56**	**1,40**	**0,26**
			4048	4098,68	4187	4074,93	4096	48.75	**0,58**	**2,17**	**1,24**	**0,66**
			4946	4958,11	5000	4955,35	4974	21.78	**0,06**	**0,52**	**0,24**	**0,19**
			8601	9322,68	-	-	-	-	-	-	**7,74**	-
			7231	7278,71	7340	7242,69	7268	8.86	**0,49**	**0,98**	**0,66**	**0,16**

TAB. 4.15 – Résultats de la recherche taboue dans le cas du job-shop 6x6

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application de la recherche taboue		Apres l'application de la recherche tabou			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	1961	1986,19	2013	1983,67	2002	7.70	**0,13**	**0,55**	**1,27**	**1,14**
		Capacité	1961	1998,2	2023	1986,08	1999	2.39	**0,61**	**1,19**	**1,86**	**1,26**
			1961	1998,16	2032	1966,87	2000	3.13	**1,57**	**1,57**	**1,86**	**0,30**
			1961	1985,17	1993	1982,4	1988	0.75	**0,14**	**0,25**	**1,22**	**1,08**
			1961	1977,09	2002	1974,66	1981	0.33	**0,12**	**1,05**	**0,81**	**0,69**
	5	Coût de lancement	2525	2698,57	3181	2655,67	3140	5.50	**1,59**	**1,29**	**6,43**	**4,92**
			2725	3143,19	3592	3036,45	3503	18.84	**3,40**	**2,48**	**13,30**	**10,26**
			2925	3469,49	4058	3366,48	3730	12.75	**2,97**	**8,08**	**15,69**	**13,11**
			3125	3806,12	4472	3393,05	4243	60.36	**10,85**	**5,12**	**17,90**	**7,90**
			3525	4433,93	5352	4230,44	5037	23.70	**4,59**	**5,89**	**20,50**	**16,68**
			3725	4814,58	5603	4683,49	5284	60.53	**2,72**	**5,69**	**22,63**	**20,47**
			3925	5175,03	6232	4846,91	5644	62.02	**6,34**	**9,44**	**24,16**	**19,02**
		Demande	1194	1288,32	1350	1262,92	1313	10.49	**1,97**	**2,74**	**7,32**	**5,46**
			1623	1657,41	1677	1649,93	1656	5.09	**0,45**	**1,25**	**2,08**	**1,63**
			1216	1261,29	1355	-	-	-	-	-	**3,59**	-
			750	869,94	1022	800,74	992	45.58	**7,95**	**2,94**	**13,79**	**6,34**
			3154	3173,59	3246	3155,26	3201	11.55	**0,58**	**1,39**	**0,62**	**0,04**
		Défaut	3867	3915,05	3960	-	-	-	-	-	**1,23**	-
		Capacité	3867	3919,62	4057	3867	3949	60.45	**1,34**	**2,66**	**1,34**	**0,00**
			3867	3934,28	4014	3906,84	3928	19.69	**0,70**	**2,14**	**1,71**	**1,02**
			3867	3918,32	3982	3907,51	3924	28.03	**0,28**	**1,46**	**1,31**	**1,04**
			3867	3927,45	3962	3921,28	3955	2.11	**0,16**	**0,18**	**1,54**	**1,38**
10x10	10	Coût de lancement	5035	5297,76	5690	5218,74	5591	61.31	**1,49**	**1,74**	**4,96**	**3,52**
			5635	5966,64	6478	5915,06	6443	61.98	**0,86**	**0,54**	**5,56**	**4,73**
			6033	6379,54	7325	6070,32	7110	69.75	**4,85**	**2,94**	**5,43**	**0,61**
			6353	6760,17	7980	6463,77	7728	63.65	**4,38**	**3,16**	**6,02**	**1,71**
			6685	7328,39	9278	6836,26	8581	60.59	**6,72**	**7,51**	**8,78**	**2,21**
			6885	7680,11	9618	7190,32	9196	60.86	**6,38**	**4,39**	**10,35**	**4,25**
			7085	8016,48	10064	7749,92	9668	62.19	**3,33**	**3,93**	**11,62**	**8,58**
		Demande	2215	2255	2489	2223,54	2423	69.86	**1,40**	**2,65**	**1,77**	**0,38**
			1982	2020,21	-	-	-	-	-	-	**1,89**	-
			1428	1485,92	1712	1465,69	1636	64.37	**1,36**	**4,44**	**3,90**	**2,57**
			1285	1301,57	1357	1285	1341	61.28	**1,27**	**1,18**	**1,27**	**0,00**
			5764	5779,54	5820	5774,05	5790	1.61	**0,09**	**0,52**	**0,27**	**0,17**
		Défaut	4769	4786,74	4799	4785,68	4792	2.03	**0,02**	**0,15**	**0,37**	**0,35**
		Capacité	4769	4809,6	4905	4804,71	4899	65.80	**0,10**	**0,12**	**0,84**	**0,74**
			4769	4799,98	4852	4795,36	4812	15.75	**0,10**	**0,82**	**0,65**	**0,55**
			4769	4799,9	4852	4793	4830	12.92	**0,14**	**0,45**	**0,64**	**0,50**
			4769	4795,09	4846	4788,36	4821	28.11	**0,14**	**0,52**	**0,54**	**0,40**
	20	Coût de lancement	5701	5822,1	5950	5735,29	5931	61.22	**1,49**	**0,32**	**2,08**	**0,60**
			6293	6476,06	6687	6452,45	6629	99.72	**0,36**	**0,87**	**2,83**	**2,47**
			7102	7441,32	7858	7382,15	7770	104.57	**0,80**	**1,12**	**4,56**	**3,79**
			7402	7796,96	8349	7785,51	8223	97.21	**0,15**	**1,51**	**5,07**	**4,93**
			7693	8059,51	8874	7929,21	8737	61.61	**1,62**	**1,54**	**4,55**	**2,98**
			8213	8600,1	9861	8586,25	9808	70.31	**0,16**	**0,54**	**4,50**	**4,35**
			8333	8723,12	-	8718,56	9879	66.44	**0,05**	-	**4,47**	**4,42**
		Demande	2379	2411,3	2443	2398,8	2416	63.62	**0,52**	**1,11**	**1,34**	**0,83**
			5498	5527,74	5581	5508,32	5565	64.95	**0,35**	**0,29**	**0,54**	**0,19**
			3535	3545,13	3658	3535	3631	87.81	**0,29**	**0,74**	**0,29**	**0,00**
			5762	5788,33	5886	5762	5876	61.30	**0,45**	**0,17**	**0,45**	**0,00**
			7047	7089,72	7224	7047	7187	37.86	**0,60**	**0,51**	**0,60**	**0,00**

TAB. 4.16 – Résultats de la recherche taboue dans le cas du job-shop 10x10

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application de la recherche taboue		Apres l'application de la recherche tabou			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	3921	4021	4035	3998,99	4026	32.25	**0,55**	**0,22**	**2,49**	**1,95**
		Capacité	3921	4035,5	4047	-	-	-	-	-	**2,84**	-
			3921	4021	4035	3998,99	4026	32.30	**0,55**	**0,22**	**2,49**	**1,95**
			3921	4007,58	4044	3994,61	4031	5.05	**0,32**	**0,32**	**2,16**	**1,84**
			3921	4000,68	4025	3994,64	4011	0.56	**0,15**	**0,35**	**1,99**	**1,84**
	5	Coût de lancement	5055	5842,43	6501	5637,93	6179	60.26	**3,50**	**4,95**	**13,48**	**10,34**
			5455	6546,78	7397	6335,8	7035	60.32	**3,22**	**4,89**	**16,68**	**13,90**
			5855	7385,09	7850	7252,01	7809	61.40	**1,80**	**0,52**	**20,72**	**19,26**
			6255	8072,21	9016	7100,9	8727	60.42	**12,03**	**3,21**	**22,51**	**11,91**
			7055	9434,29	11092	8204,78	10434	61.13	**13,03**	**5,93**	**25,22**	**14,01**
			7455	10162,99	11629	7985,43	11109	60.34	**21,43**	**4,47**	**26,65**	**6,64**
			7855	11107,3	12487	10480,54	11868	63.11	**5,64**	**4,96**	**29,28**	**25,05**
20x5		Demande	2413	2663,08	2809	-	-	-	-	-	**9,39**	-
			4056	4147,64	4187	4112,82	4171	61.21	**0,84**	**0,38**	**2,21**	**1,38**
			4057	4108,22	4334	4057	4310	62.47	**1,25**	**0,55**	**1,25**	**0,00**
			7153	7200,36	7244	7198,21	7222	2.37	**0,03**	**0,30**	**0,66**	**0,63**
			6230	6314,01	6349	-	-	-	-	-	**1,33**	-
		Défaut	7614	7751,04	7776	-	-	-	-	-	**1,77**	-
		Capacité	7614	7776,68	7854	7704,45	7837	61.50	**0,93**	**0,22**	**2,09**	**1,17**
			7614	7736,41	7874	7707,4	7806	66.06	**0,37**	**0,86**	**1,58**	**1,21**
			7614	7758,32	7855	7730,21	7793	60.63	**0,36**	**0,79**	**1,86**	**1,50**
			7614	7751,04	7776	-	-	-	-	-	**1,77**	-
	10	Coût de lancement	9968	10364,9	11407	10273,92	11167	65.14	**0,88**	**2,10**	**3,83**	**2,98**
			10768	11599,56	12342	11349,11	12286	65.86	**2,16**	**0,45**	**7,17**	**5,12**
			11568	12366,18	13843	11568	13755	31.64	**6,45**	**0,64**	**6,45**	**0,00**
			12566	12716,99	15719	12645,47	15501	69.01	**0,56**	**1,39**	**1,19**	**0,63**
			13233	15129,19	17879	14545,32	17249	63.72	**3,86**	**3,52**	**12,53**	**9,02**
			13633	14447,56	18943	13633	18638	61.51	**5,64**	**1,61**	**5,64**	**0,00**
			14033	14943,63	20508	14033	20132	60.34	**6,09**	**1,83**	**6,09**	**0,00**
		Demande	4692	4855,25	4975	4783,96	4897	38.84	**1,47**	**1,57**	**3,36**	**1,92**
			7393	7482,99	7583	7434,51	7555	62.33	**0,65**	**0,37**	**1,20**	**0,56**
			7926	8034,34	8101	7989,82	8080	64.95	**0,55**	**0,26**	**1,35**	**0,80**
			14363	14422,57	14431	-	-	-	-	-	**0,41**	-
			11951	11974,47	11985	-	-	-	-	-	**0,20**	-

TAB. 4.17 – Résultats de la recherche taboue dans le cas du job-shop 20x5

4.5 Résolution par une heuristique d'ordonnancement

Dans leurs travaux ([29], [30]), Dauzères-Pérès et Lasserre ont appliqué une heuristique pour résoudre le module ordonnancement, module décrit dans le paragraphe 4.2, c'est-à-dire pour déterminer une séquence des opérations sur les ressources à partir d'un plan de production. Afin de comparer l'efficacité des méta-heuristiques présentées dans les paragraphes précédents, nous proposons d'appliquer cette heuristique pour résoudre le problème intégré.

Cette section est organisée comme suit. Nous présentons le principe de cette heuristique, puis nous décrivons comment l'heuristique est appliquée dans la résolution de notre problème et enfin nous présentons les résultats expérimentaux obtenus.

4.5.1 Principe de l'heuristique

L'heuristique d'ordonnancement proposée pour résoudre notre problème est décrite dans [31]. Elle correspond à une méthode d'ordonnancement flexible multi-ressource.

4.5.2 Application de la méthode

Comme pour les méthodes précédentes, le but de cette approche est de trouver une nouvelle séquence telle que le coût global du plan de production associé à la séquence ait diminué.

Les principales étapes de l'approche combiné de l'heuristique d'ordonnancement et de l'heuristique Lagrangienne sont décrites ci-dessous et présentées dans l'algorithme 4.

Comme précédemment, une solution initiale correspond à un plan de production déterminé en appliquant l'heuristique Lagrangienne pour une séquence fixée des opérations sur les ressources. Les quantités calculées par produit et par période sont utilisées par l'heuristique d'ordonnancement afin de déterminer une nouvelle séquence. A partir de cette nouvelle séquence, l'heuristique Lagrangienne est appliquée pour déterminer un nouveau plan de production. Les deux procédures s'exécutent jusqu'à la condition d'arrêt qui est donnée par un temps d'exécution maximal.

Algorithme 4 Algorithme de l'heuristique d'ordonnancement

1: Initialisation de la séquence initial y de borne inférieure $BI(y)$ et de borne supérieure $BS(y)$
2: **tant que** le critère d'arrêt n'est pas satisfait **faire**
3: Application de l'heuristique d'ordonnancement
4: Application de l'heuristique Lagrangienne
5: **fin tant que**

4.5.3 Résultats numériques

Nous présentons dans ce paragraphe, les résultats de l'application d'une heuristique d'ordonnancement combinée à une heuristique Lagrangienne. Les instances utilisées sont similaires à celles utilisées précédemment (paragraphe (4.3.3)) et nous présentons les différents résultats suivant :

- la valeur des bornes inférieure LB(a) et supérieure UB(a) avant l'application de l'heuristique d'ordonnancement ;
- la valeur de la meilleure borne inférieure LB(b) et la borne supérieure associé UB(b) après avoir exécuté l'heuristique pendant une durée maximum de 60 secondes ;
- la valeur de la borne inférieure absolue LBA ;
- nous comparons la diminution entre les bornes inférieures LB(a) et LB(b), ainsi que les bornes supérieures UB(a) et UB(b) et les bornes inférieures LB(a) et LB(b) sont comparées à la borne inférieure absolue LBA.

Les résultats de l'heuristique d'ordonnancement pour les trois types de job-shop 6x6, 10x10 et 20x5 sont présentés respectivement dans les tableaux 4.18, 4.19 et 4.20. Le nombre de problèmes dont le plan de production est amélioré correspond à 97 sur un total de 136 problèmes. Les instances où aucune amélioration n'est possible correspondent souvent aux instances où le nombre de périodes est élevé ($T = 20$ pour les cas des job-shop 6x6 et 10x10 et $T = 10$ pour le cas du job-shop 20x5).

Nous constatons que pour certaines instances traitées, l'amélioration de la séquence par l'heuristique a permis de diminuer de façon importante le coût du plan de production, jusqu'à 15%.

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application de l'heuristique		Apres l'application de l'heuristique			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	1190	1246,64	1300	1211,52	1251	60,30	**2,82**	**3,77**	**4,54**	**1,78**
		Capacité	1190	1250,08	1307	1226,88	1306	60,13	**1,86**	**0,08**	**4,81**	**3,01**
			1190	1263,63	1356	1206,40	1253	60,03	**4,53**	**7,60**	**5,83**	**1,36**
			1190	1236,43	1279	1202,64	1245	60,92	**2,73**	**2,66**	**3,76**	**1,05**
			1190	1229,62	1271	1201,52	1203	60,09	**2,29**	**5,35**	**3,22**	**0,96**
	5	Coût de lancement	1529	1893,52	2063	1741,39	1957	60,52	**8,03**	**5,14**	**19,25**	**12,20**
			1649	2148,70	2363	2020,20	2309	60,33	**5,98**	**2,29**	**23,26**	**18,37**
			1769	2392,57	2736	2098,50	2431	60,10	**12,29**	**11,15**	**26,06**	**15,70**
			1889	2649,44	2963	2489,84	2909	60,38	**6,02**	**1,82**	**28,70**	**24,13**
			2129	3140,74	3696	2708,52	3372	60,51	**13,76**	**8,77**	**32,21**	**21,40**
			2249	3400,41	4020	3086,09	3803	60,12	**9,24**	**5,40**	**33,86**	**27,12**
			2369	3655,30	4163	3368,43	4121	60,28	**7,85**	**1,01**	**35,19**	**29,67**
		Demande	696	937,38	-	748,01	785	60,16	**20,20**	-	**25,75**	**6,95**
			906	1022,21	1118	975,57	1048	60,45	**4,56**	**6,26**	**11,37**	**7,13**
			1202	1437,09	-	1222,06	1261	60,63	**14,96**	-	**16,36**	**1,64**
			2233	2254,84	2296	-	-	-	-	-	**0,97**	-
			1760	1799,01	1860	-	-	-	-	-	**2,17**	-
		Défaut	2347	2394,43	2433	2359,38	2391	61,31	**1,46**	**1,73**	**1,98**	**0,52**
		Capacité	2347	2376,98	2490	-	-	-	-	-	**1,26**	-
			2347	2367,37	2501	2364,19	2418	61,23	**0,13**	**3,32**	**0,86**	**0,73**
			2347	2403,49	2459	2371,53	2390	60,45	**1,33**	**2,81**	**2,35**	**1,03**
			2347	2398,44	2450	2360,10	2383	61,47	**1,60**	**2,73**	**2,14**	**0,56**
6x6	10	Coût de lancement	3038	3223,17	3711	3159,15	3427	60,89	**1,99**	**7,65**	**5,74**	**3,83**
			3278	3541,21	4048	3422,52	3679	60,44	**3,35**	**9,12**	**7,43**	**4,22**
			3518	3874,03	4533	3710,26	4046	60,13	**4,23**	**10,74**	**9,19**	**5,18**
			3730	4184,19	5198	3930,70	4381	60,56	**6,06**	**15,72**	**10,85**	**5,11**
			4005	4802,29	5828	4412,95	4915	61,27	**8,11**	**15,67**	**16,60**	**9,24**
			4125	5113,59	6267	4629,13	5339	60,81	**9,47**	**14,81**	**19,33**	**10,89**
			4245	5342,90	6716	4916,17	5930	60,70	**7,99**	**11,70**	**20,55**	**13,65**
		Demande	1426	1502,64	1589	1467,04	1523	60,97	**2,37**	**4,15**	**5,10**	**2,80**
			2331	2380,51	2441	2353,15	2356	60,64	**1,15**	**3,48**	**2,08**	**0,94**
			2403	2429,94	2468	2428,36	2463	60,38	**0,07**	**0,20**	**1,11**	**1,04**
			4227	4261,81	4269	4232,69	4241	60,34	**0,68**	**0,66**	**0,82**	**0,13**
			3591	3621,52	3628	3611,96	3620	61,03	**0,26**	**0,22**	**0,84**	**0,58**
		Défaut	3136	3186,59	3261	3178,60	3210	70,40	**0,25**	**1,56**	**1,59**	**1,34**
		Capacité	3136	3205,39	3514	3185,82	3245	79,91	**0,61**	**7,66**	**2,16**	**1,56**
			3136	3236,04	3337	3180,94	3194	77,58	**1,70**	**4,29**	**3,09**	**1,41**
			3136	3182,66	3233	-	-	-	-	-	**1,47**	-
			3136	3201,93	3259	3174,17	3186	74,77	**0,87**	**2,24**	**2,06**	**1,20**
	20	Coût de lancement	3385	3463,86	3632	3429,91	3609	67,01	**0,98**	**0,63**	**2,28**	**1,31**
			3624	3720,24	3878	-	-	-	-	-	**2,59**	-
			3943	4088,34	4476	4081,92	4305	71,26	**0,16**	**3,82**	**3,55**	**3,40**
			4213	4405,20	4909	-	-	-	-	-	**4,36**	-
			4393	4586,89	5231	-	-	-	-	-	**4,23**	-
			4564	4826,93	5567	-	-	-	-	-	**5,45**	-
			4875	5160,90	6445	-	-	-	-	-	**5,54**	-
		Demande	2734	2772,89	2924	2765,03	2816	72,39	**0,28**	**3,69**	**1,40**	**1,12**
			4048	4098,68	4187	-	-	-	-	-	**1,24**	-
			4946	4958,11	5000	4957,09	4993	78,20	**0,02**	**0,14**	**0,24**	**0,22**
			8601	9322,68	-	8601,00	8605	77,95	**7,74**	-	**7,74**	**0,00**
			7231	7278,71	7340	7244,08	7254	70,84	**0,48**	**1,17**	**0,66**	**0,18**

TAB. 4.18 – Résultats de l'heuristique d'ordonnancement dans le cas du job-shop 6x6

Job / Shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application de l'heuristique		Apres l'application de l'heuristique			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	1961	1986,19	2013	1967,94	1977	61,45	**0,92**	**1,79**	**1,27**	**0,35**
		Capacité	1961	1998,20	2023	1975,25	1978	61,59	**1,15**	**2,22**	**1,86**	**0,72**
			1961	1998,16	2032	1971,43	1977	62,13	**1,34**	**2,71**	**1,86**	**0,53**
			1961	1985,17	1993	1969,55	1975	61,41	**0,79**	**0,90**	**1,22**	**0,43**
			1961	1977,09	2002	1968,09	1974	61,89	**0,46**	**1,40**	**0,81**	**0,36**
	5	Coût de lancement	2525	2698,57	3181	-	-	-	-	-	**6,43**	-
			2725	3143,19	3592	2913,37	3412	61,66	**7,31**	**5,01**	**13,30**	**6,47**
			2925	3469,49	4058	3427,84	3734	65,30	**1,20**	**7,98**	**15,69**	**14,67**
			3125	3806,12	4472	3723,31	4110	61,92	**2,18**	**8,09**	**17,90**	**16,07**
			3525	4433,93	5352	4407,72	4860	62,67	**0,59**	**9,19**	**20,50**	**20,03**
			3725	4814,58	5603	-	-	-	-	-	**22,63**	-
			3925	5175,03	6232	4927,90	5644	62,51	**4,78**	**9,44**	**24,16**	**20,35**
		Demande	1194	1288,32	1350	1268,79	1329	60,97	**1,52**	**1,56**	**7,32**	**5,89**
			1623	1657,41	1677	1652,24	1656	61,31	**0,31**	**1,25**	**2,08**	**1,77**
			1216	1261,29	1355	-	-	-	-	-	**3,59**	-
			750	869,94	1022	-	-	-	-	-	**13,79**	-
			3154	3173,59	3246	3163,66	3181	60,92	**0,31**	**2,00**	**0,62**	**0,31**
		Défaut	3867	3915,05	3960	3882,33	3911	61,55	**0,84**	**1,24**	**1,23**	**0,39**
		Capacité	3867	3919,62	4057	3890,63	3925	71,28	**0,74**	**3,25**	**1,34**	**0,61**
			3867	3934,28	4014	3893,54	3936	66,25	**1,04**	**1,94**	**1,71**	**0,68**
			3867	3918,32	3982	3893,86	3934	72,83	**0,62**	**1,21**	**1,31**	**0,69**
			3867	3927,45	3962	3895,44	3912	74,89	**0,82**	**1,26**	**1,54**	**0,73**
10x10	10	Coût de lancement	5035	5297,76	5690	5214,73	5506	62,94	**1,57**	**3,23**	**4,96**	**3,45**
			5635	5966,64	6478	-	-	-	-	-	**5,56**	-
			6033	6379,54	7325	6206,41	7188	72,53	**2,71**	**1,87**	**5,43**	**2,79**
			6353	6760,17	7980	6535,15	7815	64,16	**3,33**	**2,07**	**6,02**	**2,79**
			6685	7328,39	9278	7127,02	8490	78,22	**2,75**	**8,49**	**8,78**	**6,20**
			6885	7680,11	9618	7555,20	8755	74,84	**1,63**	**8,97**	**10,35**	**8,87**
			7085	8016,48	10064	7899,46	9764	68,36	**1,46**	**2,98**	**11,62**	**10,31**
		Demande	2215	2255,00	2489	-	-	-	-	-	**1,77**	-
			1982	2020,21	-	1987,20	2010	63,45	**1,63**	-	**1,89**	**0,26**
			1428	1485,92	1712	1482,26	1607	63,92	**0,25**	**6,13**	**3,90**	**3,66**
			1285	1301,57	1357	1299,87	1306	73,41	**0,13**	**3,76**	**1,27**	**1,14**
			5764	5779,54	5820	5766,08	5767	77,36	**0,23**	**0,91**	**0,27**	**0,04**
		Défaut	4769	4786,74	4799	-	-	-	-	-	**0,37**	-
		Capacité	4769	4809,60	4905	-	-	-	-	-	**0,84**	-
			4769	4799,98	4852	4789,36	4805	91,50	**0,22**	**0,97**	**0,65**	**0,43**
			4769	4799,90	4852	-	-	-	-	-	**0,64**	-
			4769	4795,09	4846	-	-	-	-	-	**0,54**	-
	20	Coût de lancement	5701	5822,10	5950	-	-	-	-	-	**2,08**	-
			6293	6476,06	6687	-	-	-	-	-	**2,83**	-
			7102	7441,32	7858	-	-	-	-	-	**4,56**	-
			7402	7796,96	8349	7721,05	8165	92,38	**0,97**	**2,20**	**5,07**	**4,13**
			7693	8059,51	8874	-	-	-	-	-	**4,55**	-
			8213	8600,10	9861	-	-	-	-	-	**4,50**	-
			8333	8723,12	-	-	-	-	-	-	**4,47**	-
		Demande	2379	2411,30	2443	-	-	-	-	-	**1,34**	-
			5498	5527,74	5581	-	-	-	-	-	**0,54**	-
			3535	3545,13	3658	-	-	-	-	-	**0,29**	-
			5762	5788,33	5886	-	-	-	-	-	**0,45**	-
			7047	7089,72	7224	-	-	-	-	-	**0,60**	-

TAB. 4.19 – Résultats de l'heuristique d'ordonnancement dans le cas du job-shop 10x10

Job Shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application de l'heuristique		Apres l'application de l'heuristique			Comparaison des bornes (%) inférieures LB(a) et LB(b)	supérieures UB(a) et UB(b)	Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%) LB(a) et LBA	LB(b) et LBA
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps				
		Défaut	3921	4021,00	4035	3995,80	4029	62,94	**0,63**	**0,15**	**2,49**	**1,87**
		Capacité	3921	4035,50	4047	3993,05	4031	63,05	**1,05**	**0,40**	**2,84**	**1,80**
			3921	4021,00	4035	3995,80	4029	62,91	**0,63**	**0,15**	**2,49**	**1,87**
			3921	4007,58	4044	3980,42	3992	60,58	**0,68**	**1,29**	**2,16**	**1,49**
			3921	4000,68	4025	3978,40	3999	62,67	**0,56**	**0,65**	**1,99**	**1,44**
	5	Coût de lancement	5055	5842,43	6501	5807,59	6058	62,25	**0,60**	**6,81**	**13,48**	**12,96**
			5455	6546,78	7397	6435,86	7253	60,64	**1,69**	**1,95**	**16,68**	**15,24**
			5855	7385,09	7850	7159,54	7739	61,14	**3,05**	**1,41**	**20,72**	**18,22**
			6255	8072,21	9016	7894,73	8947	61,02	**2,20**	**0,77**	**22,51**	**20,77**
			7055	9434,29	11092	9240,85	10253	61,45	**2,05**	**7,56**	**25,22**	**23,65**
			7455	10162,99	11629	9910,54	11089	63,23	**2,48**	**4,64**	**26,65**	**24,78**
			7855	11107,30	12487	10545,84	12287	61,97	**5,05**	**1,60**	**29,28**	**25,52**
20x5		Demande	2413	2663,08	2809	2537,93	2773	62,11	**4,70**	**1,28**	**9,39**	**4,92**
			4056	4147,64	4187	4124,14	4141	61,34	**0,57**	**1,10**	**2,21**	**1,65**
			4057	4108,22	4334	-	-	-	-	-	**1,25**	-
			7153	7200,36	7244	7192,30	7210	62,78	**0,11**	**0,47**	**0,66**	**0,55**
			6230	6314,01	6349	6277,21	6307	62,52	**0,58**	**0,66**	**1,33**	**0,75**
		Défaut	7614	7751,04	7776	7714,60	7752	79,92	**0,47**	**0,31**	**1,77**	**1,30**
		Capacité	7614	7776,68	7854	7736,89	7746	72,44	**0,51**	**1,38**	**2,09**	**1,59**
			7614	7736,41	7874	7712,38	7731	68,70	**0,31**	**1,82**	**1,58**	**1,28**
			7614	7758,32	7855	7707,64	7741	72,67	**0,65**	**1,45**	**1,86**	**1,21**
			7614	7751,04	7776	7714,60	7752	81,08	**0,47**	**0,31**	**1,77**	**1,30**
	10	Coût de lancement	9968	10364,90	11407	-	-	-	-	-	**3,83**	-
			10768	11599,56	12342	-	-	-	-	-	**7,17**	-
			11568	12366,18	13843	11986,54	13405	112,47	**3,07**	**3,16**	**6,45**	**3,49**
			12566	12716,99	15719	-	-	-	-	-	**1,19**	-
			13233	15129,19	17879	-	-	-	-	-	**12,53**	-
			13633	14447,56	18943	13633,00	18805	70,48	**5,64**	**0,73**	**5,64**	**0,00**
			14033	14943,63	20508	-	-	-	-	-	**6,09**	-
		Demande	4692	4855,25	4975	4854,02	4952	62,61	**0,03**	**0,46**	**3,36**	**3,34**
			7393	7482,99	7583	7434,45	7570	70,48	**0,65**	**0,17**	**1,20**	**0,56**
			7926	8034,34	8101	-	-	-	-	-	**1,35**	-
			14363	14422,57	14431	14373,79	14396	74,83	**0,34**	**0,24**	**0,41**	**0,08**
			11951	11974,47	11985	-	-	-	-	-	**0,20**	-

TAB. 4.20 – Résultats de l'heuristique d'ordonnancement dans le cas du job-shop 20x5

4.6 Comparaison des trois méthodes de résolution

Nous avons présenté et analysé les résultats des trois méthodes proposée : recuit simulé, recherche taboue et heuristique d'ordonnancement pour résoudre le problème intégré de planification et d'ordonnancement. Nous comparons dans cette section, les résultats des trois méthodes en présentant pour chaque instance traitée :

- la valeur de la borne supérieure obtenue par chaque méthode ;
- la différence entre les bornes inférieures et la borne absolue LBA.

La meilleure méthode de résolution correspond à celle ayant obtenue la borne supérieure la plus faible, puisque l'objectif est de réduire le coût du plan de production et dont la différence entre la borne inférieure et LBA est la plus petite, puisque il s'agit de se rapprocher au mieux de la borne inférieure absolue.

Nous avons calculé, pour chaque méthode, le nombre total d'instances dont la valeur de la borne supérieure est meilleure, dont la distance entre la borne inférieure et la borne absolue est la plus petite et, le nombre d'instances non améliorées. Ces résultats sont présentés dans le tableau 4.21.

	Recuit simulé	Recherche taboue	Heuristique
Nombre de cas où la borne supérieure est la meilleure	37	47	54
Nombre de cas où la différence entre la borne inférieure et la borne absolue est la plus petite	23	76	35
Nombre de cas où il n'y a pas d'amélioration	28	12	39

TAB. 4.21 – Analyse des trois méthodes de résolution

Les meilleurs résultats sont obtenus par la méthode de recherche taboue. En effet, même si le nombre d'instances ayant donné une meilleure borne supérieure est obtenu par l'heuristique, le nombre d'instance où la distance entre la borne inférieure et la borne absolue est la plus petite est de 76 instances sur les 136 traitées, c'est deux fois le nombre d'instances de l'heuristique. De plus, 12 instances non pas été améliorées par la méthode de recherche taboue tandis que l'heuristique n'a pas amélioré 39 instances, soit 3 fois plus d'instances. Les résultats détaillés des comparaisons des trois méthodes pour chaque type de job-shop sont présentées dans les tableaux 4.22, 4.23 et 4.24.

Job shop	T	Parametre varié	Bornes supérieures			Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%)			
			Recuit simulé	Recherche taboue	Heuristique	solution initiale	Recuit simulé	Recherche tabou	Heuristique
		Défaut	**1207**	**1207**	1251	4,54	1,20	**1,17**	1,78
		Capacité	**1247**	1263	1306	4,81	**1,71**	1,72	3,01
			1224	1227	1253	5,83	1,23	**0,96**	1,36
			1204	1248	1245	3,76	**0,94**	1,86	1,05
			1198	1215	1203	3,22	**0,66**	1,60	0,96
	5	Coût de lancement	**1873**	1880	1957	19,25	12,32	**11,69**	12,20
			2136	2324	2309	23,26	12,81	**6,08**	18,37
			2390	2410	2431	26,06	18,12	17,12	**15,70**
			2531	2667	2909	28,70	20,03	**18,82**	24,13
			3177	3187	3372	32,21	23,55	**21,32**	21,40
			3247	3653	3803	33,86	24,59	**20,58**	27,12
			3695	3717	4121	35,19	**23,39**	27,40	29,67
		Demande	**806**	832	785	25,75	7,52	8,53	**6,95**
			984	1009	1048	11,37	2,74	**2,42**	7,13
			1306	1270	**1261**	16,36	**0,00**	1,83	1,64
			2263	2268	-	0,97	**0,36**	0,70	-
			1818	**1800**	-	2,17	**0,93**	1,20	-
		Défaut	2385	**2382**	2391	1,98	**0,54**	0,71	0,52
		Capacité	2438	**2410**	-	1,26	**0,00**	0,67	-
			2437	**2412**	2418	0,86	**0,22**	0,81	0,73
			2390	2404	**2390**	2,35	**0,42**	0,72	1,03
			2393	**2372**	2383	2,14	0,76	0,75	**0,56**
6x6	10	Coût de lancement	**3323**	3465	3427	5,74	4,95	**2,77**	3,83
			3767	**3639**	3679	7,43	3,95	**3,92**	4,22
			4151	**4037**	4046	9,19	**2,74**	3,49	5,18
			4684	4540	**4381**	10,85	3,96	**2,96**	5,11
			5150	5063	**4915**	16,60	9,45	9,69	**9,24**
			5572	5693	**5339**	19,33	10,17	**8,71**	10,89
			5895	**5740**	5930	20,55	12,42	**9,37**	13,65
		Demande	**1487**	1537	1523	5,10	2,73	**2,26**	2,80
			2363	2379	**2356**	2,08	**0,32**	1,12	0,94
			2442	2444	2463	1,11	**0,66**	0,82	1,04
			-	-	**4241**	0,82	-	-	**0,13**
			3622	3622	**3620**	0,84	**0,81**	0,82	0,58
		Défaut	3228	3223	**3210**	1,59	**1,32**	1,40	1,34
		Capacité	3388	3369	**3245**	2,16	**0,00**	**0,00**	1,56
			3276	3221	**3194**	3,09	1,41	**1,29**	1,41
			3215	**3204**	-	1,47	1,34	**1,23**	-
			3225	3217	**3186**	2,06	1,32	1,50	**1,20**
	20	Coût de lancement	3595	**3575**	3609	2,28	2,05	**0,54**	1,31
			3869	**3850**	-	2,59	1,98	**1,19**	-
			4412	4334	**4305**	3,55	3,22	**0,42**	3,40
			4825	**4825**	-	4,36	3,20	**2,64**	-
			5058	**5050**	-	4,23	3,56	**2,66**	-
			5484	**5408**	-	5,45	3,94	**3,81**	-
			6065	**6010**	-	5,54	**3,52**	5,14	-
		Demande	2847	2849	**2816**	1,40	0,51	**0,26**	1,12
			4122	**4096**	-	1,24	0,94	**0,66**	-
			4991	4974	4993	0,24	0,22	**0,19**	0,22
			-	-	**8605**	7,74	-	-	**0,00**
			7253	7268	7254	0,66	**0,07**	0,16	0,18

TAB. 4.22 – Comparaison des trois méthodes pour résoudre le problème intégré dans le cas du job-shop 6x6

Job shop	T	Parametre varié	Bornes supérieures			Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%)			
			Recuit simulé	Recherche taboue	Heuristique	solution initiale	Recuit simulé	Recherche tabou	Heuristique
		Défaut	1995	2002	**1977**	1,27	0,93	1,14	**0,35**
		Capacité	1994	1999	**1978**	1,86	0,85	1,26	**0,72**
			2023	2000	**1977**	1,86	1,37	**0,30**	0,53
			1981	1988	**1975**	1,22	0,72	1,08	**0,43**
			1985	1981	**1974**	0,81	0,67	0,69	**0,36**
	5	Coût de lancement	-	**3140**	-	6,43	-	**4,92**	-
			-	3503	**3412**	13,30	-	10,26	**6,47**
			-	**3730**	3734	15,69	-	**13,11**	14,67
			4374	4243	**4110**	17,90	17,65	**7,90**	16,07
			5205	5037	**4860**	20,50	**12,23**	16,68	20,03
			5450	**5284**	-	22,63	21,46	**20,47**	-
			5630	5644	5644	24,16	23,36	**19,02**	20,35
		Demande	**1309**	1313	1329	7,32	6,47	**5,46**	5,89
			1664	**1656**	**1656**	2,08	2,06	**1,63**	1,77
			-	-	-	3,59	-	-	-
			993	**992**	-	13,79	9,05	**6,34**	-
			3161	3201	3181	0,62	0,16	**0,04**	0,31
		Défaut	3918	-	**3911**	1,23	1,00	-	**0,39**
		Capacité	3997	3949	**3925**	1,34	0,86	**0,00**	0,61
			3942	**3928**	3936	1,71	1,18	1,02	**0,68**
			3932	**3924**	3934	1,31	0,95	1,04	**0,69**
			3911	3955	**3912**	1,54	0,84	1,38	**0,73**
10x10	10	Coût de lancement	5556	5591	**5506**	4,96	4,77	3,52	**3,45**
			-	**6443**	-	5,56	-	**4,73**	-
			7103	7110	7188	5,43	2,65	**0,61**	2,79
			7819	**7728**	7815	6,02	4,01	**1,71**	2,79
			8596	8581	**8490**	8,78	8,15	**2,21**	6,20
			9181	9196	**8755**	10,35	9,46	**4,25**	8,87
			-	**9668**	9764	11,62	-	**8,58**	10,31
		Demande	2479	**2423**	-	1,77	1,43	**0,38**	-
			-	-	**2010**	1,89	-	-	**0,26**
			1657	1636	**1607**	3,90	3,11	**2,57**	3,66
			1347	1341	**1306**	1,27	1,17	**0,00**	1,14
			-	5790	**5767**	0,27	-	0,17	**0,04**
		Défaut	4794	**4792**	-	0,37	**0,31**	0,35	-
		Capacité	**4895**	4899	-	0,84	0,79	**0,74**	-
			4822	4812	**4805**	0,65	0,63	0,55	**0,43**
			4819	4830	-	0,64	0,56	**0,50**	-
			4836	**4821**	-	0,54	0,53	**0,40**	-
	20	Coût de lancement	5946	**5931**	-	2,08	2,02	**0,60**	-
			6661	**6629**	-	2,83	2,70	**2,47**	-
			7768	7770	-	4,56	3,94	**3,79**	-
			8175	8223	**8165**	5,07	4,46	4,93	**4,13**
			8821	**8737**	-	4,55	4,30	**2,98**	-
			9736	9808	-	4,50	**3,02**	4,35	-
			-	**9879**	-	4,47	-	**4,42**	-
		Demande	**2409**	2416	-	1,34	1,00	**0,83**	-
			-	**5565**	-	0,54	-	**0,19**	-
			3617	3631	-	0,29	0,22	**0,00**	-
			-	**5876**	-	0,45	-	**0,00**	-
			7212	**7187**	-	0,60	**0,00**	**0,00**	-

TAB. 4.23 – Comparaison des trois méthodes pour résoudre le problème intégré dans le cas du job-shop 10x10

Job shop	T	Parametre varié	Bornes supérieures			Comparaison des bornes inférieures avec LBA (%)			
			Recuit simulé	Recherche taboue	Heuristique	solution initiale	Recuit simulé	Recherche tabou	Heuristique
		Défaut	-	**4026**	4029	2,49	-	1,95	**1,87**
		Capacité	**4029**	-	4031	2,84	2,51	-	**1,80**
			-	**4026**	4029	2,49	-	1,95	**1,87**
			-	4031	**3992**	2,16	-	1,84	**1,49**
			-	4011	**3999**	1,99	-	1,84	**1,44**
	5	Coût de lancement	6211	6179	**6058**	13,48	13,38	**10,34**	12,96
			7136	**7035**	7253	16,68	15,45	**13,90**	15,24
			7745	7809	**7739**	20,72	19,83	19,26	**18,22**
			8570	8727	8947	22,51	21,79	**11,91**	20,77
			10530	10434	**10253**	25,22	25,10	**14,01**	23,65
			-	11109	**11089**	26,65	-	**6,64**	24,78
			11705	11868	12287	29,28	27,95	**25,05**	25,52
20x5		Demande	2785	-	**2773**	9,39	5,85	-	**4,92**
			4164	4171	**4141**	2,21	1,90	**1,38**	1,65
			-	**4310**	-	1,25	-	**0,00**	-
			-	7222	**7210**	0,66	-	0,63	**0,55**
			-	-	**6307**	1,33	-	-	**0,75**
		Défaut	-	-	**7752**	1,77	-	-	**1,30**
		Capacité	7825	7837	**7746**	2,09	1,83	**1,17**	1,59
			7807	7806	**7731**	1,58	1,50	**1,21**	1,28
			7767	7793	**7741**	1,86	1,51	1,50	**1,21**
			-	-	**7752**	1,77	-	-	**1,30**
	10	Coût de lancement	11284	**11167**	-	3,83	**0,80**	2,98	-
			12308	**12286**	-	7,17	6,99	**5,12**	-
			13690	13755	**13405**	6,45	1,10	**0,00**	3,49
			-	**15501**	-	1,19	-	**0,63**	-
			17236	17249	-	12,53	10,20	**9,02**	-
			18284	18638	**18805**	5,64	5,49	**0,00**	0,00
			-	**20132**	-	6,09	-	**0,00**	-
		Demande	4911	**4897**	4952	3,36	3,29	**1,92**	3,34
			7554	7555	7570	1,20	1,10	**0,56**	**0,56**
			-	**8080**	-	1,35	-	**0,80**	-
			-	-	**14396**	0,41	-	-	**0,08**
			-	-	-	0,20	-	-	-

TAB. 4.24 – Comparaison des trois méthodes pour résoudre le problème intégré dans le cas du job-shop 20x5

4.7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre plusieurs approches afin de résoudre le problème intégré de planification et d'ordonnancement. Ces méthodes permettent d'obtenir un plan de production réalisable et une séquence associée des opérations sur les ressources.

Trois approches de résolution ont été développés : le recuit simulé, la recherche tabou et une heuristique. Les résultats des différentes approches sont satisfaisants puisque d'une part, dans tous les cas le coût du plan de production (donné en

entrée) a diminué, et d'autre part pour certains problèmes, cette diminution a été très importante (jusqu' 14%).

Parmi ces approches, la méthode de la recherche taboue a obtenue de meilleurs résultats. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet de trouver une séquence proche de la séquence initiale sans changer de manière significative la solution courante.

Conclusion générale

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés aux problèmes d'incohérences entre les décisions des niveaux tactique et opérationnel. Nous avons développé des approches permettant de déterminer un plan de production faisable, c'est-à-dire pour lequel il existe un ordonnancement.

Après avoir présenté les problèmes en planification et ordonnancement de la production, nous avons décrit les différentes modélisations et méthodes de résolution issues de la littérature et les solutions logicielles pour formuler et résoudre ces problèmes. Nous avons accordé une attention particulière aux problèmes de dimensionnement de lots et nous avons proposé une classification des approches par type de problèmes : un niveau, plusieurs niveaux, sans capacité et avec capacité. Nous avons ensuite mis en évidence le manque de cohérence entre les décisions des niveaux tactique et opérationnel et, nous avons mené une étude bibliographique sur les approches proposées pour intégrer ces deux décisions.

Une approche cohérente proposée dans la littérature [29] et [30] a été décrite. Nous avons comparé le modèle proposé aux approches classiques (modèle du dimensionnement de lots avec contraintes de capacité et plusieurs niveaux, ...) et nous avons démontré qu'il est généralisé. Ensuite, nous avons développé un modèle mathématique, basé sur le modèle [29] et [30], qui tient compte des contraintes des niveaux planification et ordonnancement. Les contraintes classiques de planification (contraintes d'équilibre des stocks, contraintes liant les variables de production et les variables de lancement, minimisation de l'ensemble des coûts) sont considérées et, pour modéliser les contraintes correspondant à l'ordonnancement, nous fixons la

séquence des opérations sur les machines, ce qui permet de déterminer le graphe conjonctif associé. Les contraintes de capacité sont alors modélisées par les chemins du graphe conjonctif.

Nous avons émis dans un premier temps, l'hypothèse que la séquence des opérations sur les ressources est fixée et nous avons appliquée une heuristique Lagrangienne pour déterminer un plan de production. Une borne inférieure est obtenue en relaxant les contraintes de capacité et une nouvelle procédure de lissage de la production est appliquée pour déterminer une borne supérieure. Nous avons montré que les heuristiques classiques de lissage pour construire une solution réalisable ne sont pas applicables, puisque les périodes sont liées entre elles dans notre modélisation. Nous avons donc développé des heuristiques basées sur différents critères pour la recherche du produit critique et différentes sélections des périodes initiales et cibles. Un ensemble de jeux de données a été généré et ces instances ont permis de tester la performance de la procédure pour différents paramètres (capacité, coûts de lancement ...) du problème. La comparaison des solutions obtenues par l'heuristique Lagrangienne à celles obtenues par un logiciel standard d'optimisation a montré que la qualité des résultats de notre approche est très satisfaisante.

Trois approches de résolution ont été développés pour résoudre le problème intégré de planification et d'ordonnancement. Elle utilise respectivement le recuit simulé, la recherche taboue et une heuristique d'ordonnancement. Ces méthodes permettent d'obtenir un plan de production réalisable et une séquence associée des opérations sur les ressources. Les résultats des différentes approches sont satisfaisants puisque d'une part, dans tous les cas le coût du plan de production a diminué, et d'autre part pour certains problèmes, cette diminution a été très importante. Parmi ces approches, la recherche taboue a permis d'obtenir de meilleurs résultats.

Plusieurs perspectives de recherche ont émergé de cette étude. Une première perspective concerne la mise à jour des multiplicateurs Lagrangiens dans la méthode de relaxation Lagrangienne. Nous avons appliqué la méthode des sous gradient pour mettre à jour les multiplicateurs mais nous pouvons envisager d'améliorer le temps de calcul en appliquant la méthode des faisceaux pour résoudre le problème dual.

Les coûts de rupture de stock ont été pris en compte dans la modélisation du problème intégré de planification et d'ordonnancement (chapitre 2) mais non dans la résolution de ce problème (chapitre 3 et 4). En effet, nous avons utilisé l'algorithme de Walgelmans *et al.* [128] pour la résolution du modèle relaxé qui ne tient pas compte des coûts de rupture de stocks. Il existe dans la littérature ([6], [41] et [125]) des méthodes qui prennent en compte ces coûts. Nous avons choisi d'implémenter la procédure proposée par Van Hoesel ([125]), cependant cette procédure doit être encore validée par des tests numériques.

Une autre perspective consiste à étendre cette méthode dans le cas des problèmes à plusieurs niveaux, ces problèmes étant plus difficiles à résoudre puisqu'il existe une relation entre les produits en dehors des contraintes de capacité. Certains auteurs ([119]) ont appliqué la relaxation Lagrangienne pour le problème de dimensionnement de lots avec contraintes de capacité et plusieurs niveaux, en relaxant les contraintes d'équilibre des stocks et les contraintes de capacité. Cependant, nous ne pouvons pas appliquer la relaxation Lagrangienne dans notre cas car la partie construction d'une solution réalisable serait très complexe à mettre en place. Nous proposons de reformuler notre modèle en utilisant la notion *d'echelon stock* (introduite par Clark et Scart [25]) qui permet d'obtenir une formulation qui contient explicitement des sous-problèmes indépendants. En fait, les variables de stock sont remplacées par des variables *d'echelon stock* qui représentent le stock total du composant d'un article dans le système de production. Nous avons commencée à développer le modèle mathématique et la méthode de résolution associée, qui sont présentés dans l'annexe C, mais plusieurs parties de l'approche doivent être approfondies.

Annexe A

Résultats numérique de la procédure de construction d'une solution réalisable

Job Shop	T	Parametre varié	Valeur	CSR 1 UB	CSR 1 Temps	CSR 2 UB	CSR 2 Temps	Différence entre les UB
6x6	T=5	Capacité	0.45	1757	0,1	**1746**	0,1	11,0
			0.50	1732	0,1	1732	0,1	0,0
			0.55	1731	0,1	1731	0,1	0,0
			0.60	1730	0,0	1730	0,0	0,0
			0.70	1730	0,0	1730	0,0	0,0
		Coût de lancement	5	1498	0,0	1498	0,0	0,0
			20	1854	0,1	**1825**	0,1	29,0
			50	2388	0,4	**2323**	0,5	65,0
			100	3238	0,5	**3052**	0,7	186,0
		Demande	[4,8]	1126	0,1	**1122**	0,1	4,0
			[5,30]	2624	0,0	2624	0,0	0,0
			[10,50]	4110	0,0	4110	0,0	0,0
			[10,80]	5652	0,0	5652	0,0	0,0
			[10,100]	6919	0,0	6919	0,0	0,0
	T=10	Capacité	0.45	**3158**	0,3	3163	0,3	-5,0
			0.50	3184	0,2	**3114**	0,1	70,0
			0.55	**3111**	0,1	3113	0,1	-2,0
			0.60	3117	0,2	**3107**	0,1	10,0
			0.70	3119	0,2	**3100**	0,1	19,0
		Coût de lancement	5	2668	0,0	2668	0,0	0,0
			20	3288	0,1	**3283**	0,1	5,0
			50	4383	0,3	**4208**	0,5	175,0
			100	6310	0,3	**5749**	0,6	561,0
		Demande	[4,8]	2162	0,2	**2151**	0,2	11,0
			[5,30]	4800	0,0	4800	0,0	0,0
			[10,50]	7694	0,0	7694	0,0	0,0
			[10,80]	11928	0,0	11928	0,0	0,0
			[10,100]	11994	0,0	11994	0,0	0,0
	T=20	Capacité	0.45	6483	1,2	**6417**	0,5	66,0
			0.50	6407	0,6	**6364**	0,3	43,0
			0.55	6369	0,8	**6339**	0,3	30,0
			0.60	6338	0,3	**6323**	0,2	15,0
			0.70	6338	0,3	**6317**	0,0	21,0
		Coût de lancement	5	5460	0,0	5460	0,0	0,0
			20	6747	1,4	**6692**	0,5	55,0
			50	9186	1,3	**8791**	4,4	395,0
			100	13246	1,5	**11494**	1,6	1752,0
		Demande	[4,8]	4157	0,7	**4125**	0,3	32,0
			[5,30]	10032	2,6	**9819**	0,6	213,0
			[10,50]	16076	0,0	16076	0,0	0,0
			[10,80]	22481	0,0	22481	0,0	0,0
			[10,100]	29418	0,0	29418	0,0	0,0

TAB. A.1 – Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 6x6

Job Shop	T	Parametre varié	Valeur	CSR 1 UB	CSR 1 Temps	CSR 2 UB	CSR 2 Temps	Différence entre les UB
6x6	T=30	Capacité	0.45	**9812**	4,5	-	1,4	-
			0.50	9696	4,6	**9564**	1,4	132,0
			0.55	9573	3,2	**9491**	0,7	82,0
			0.60	9480	1,0	**9447**	0,5	33,0
			0.70	9428	0,4	**9418**	0,3	10,0
		Coût de lancement	5	8120	0,0	8120	0,0	0,0
			20	10311	4,2	**10035**	1,1	276,0
			50	14406	5,1	**13111**	4,1	1295,0
			100	20629	6,8	**17381**	6,0	3248,0
		Demande	[4,8]	6393	5,9	**6326**	2,1	67,0
			[5,30]	14713	0,9	**14676**	0,4	37,0
			[10,50]	23373	0,0	23373	0,0	0,0
			[10,80]	35933	0,0	35933	0,0	0,0
			[10,100]	42464	7,2	**41633**	0,6	831,0
	T=50	Capacité	0.45	16845	20,8	**16353**	7,0	492,0
			0.50	16559	12,3	**16221**	4,8	338,0
			0.55	16521	11,3	**16051**	2,1	470,0
			0.60	16322	10,4	**15963**	1,2	359,0
			0.70	15931	0,0	15931	0,0	0,0
		Coût de lancement	5	13816	0,0	13816	0,0	0,0
			20	17875	15,3	**16950**	3,8	925,0
			50	23721	20,6	**22098**	14,6	1623,0
			100	33835	31,1	**29078**	15,2	4757,0
		Demande	[4,8]	10767	10,3	**10510**	2,2	257,0
			[5,30]	24189	10,7	**24122**	0,1	67,0
			[10,50]	39090	0,0	39090	0,0	0,0
			[10,80]	57720	0,0	57720	0,0	0,0
			[10,100]	70999	0,0	70999	0,0	0,0

TAB. A.2 – Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 6x6 (suite)

Job Shop	T	Parametre varié	Valeur	CSR 1 UB	CSR 1 Temps	CSR 2 UB	CSR 2 Temps	Différence entre les UB
10x10	T=5	Capacité	0.45	2794	0,0	2794	0,0	0,0
			0.50	2794	0,0	2794	0,0	0,0
			0.55	2794	0,0	2794	0,0	0,0
			0.60	2794	0,0	2794	0,0	0,0
			0.70	2794	0,0	2794	0,0	0,0
		Coût de lancement	5	2406	0,0	2406	0,0	0,0
			20	2934	0,0	2934	0,0	0,0
			50	3645	0,2	**3618**	0,2	27,0
			100	4791	0,4	**4646**	0,4	145,0
		Demande	[4,8]	1717	0,1	1717	0,1	0,0
			[5,30]	4466	0,0	4466	0,0	0,0
			[10,50]	7067	0,0	7067	0,0	0,0
			[10,80]	9476	0,0	9476	0,0	0,0
			[10,100]	11830	0,0	11830	0,0	0,0
	T=10	Capacité	0.45	-	0,3	**5365**	0,0	-
			0.50	5362	0,0	5362	0,0	0,0
			0.55	5362	0,0	5362	0,0	0,0
			0.60	5362	0,0	5362	0,0	0,0
			0.70	5362	0,0	5362	0,0	0,0
		Coût de lancement	5	4624	0,0	4624	0,0	0,0
			20	5622	0,0	5622	0,0	0,0
			50	-	0,2	**7140**	0,6	-
			100	-	0,3	**8870**	0,6	-
		Demande	[4,8]	3408	0,0	3408	0,0	0,0
			[5,30]	8209	0,0	8209	0,0	0,0
			[10,50]	13570	0,0	13570	0,0	0,0
			[10,80]	17688	0,0	17688	0,0	0,0
			[10,100]	23898	0,0	23898	0,0	0,0
	T=20	Capacité	0.45	10916	0,0	**10912**	0,1	4,0
			0.50	10909	0,0	10909	0,0	0,0
			0.55	10909	0,0	10909	0,0	0,0
			0.60	10909	0,0	10909	0,0	0,0
			0.70	10909	0,0	10909	0,0	0,0
		Coût de lancement	5	9440	0,0	9440	0,0	0,0
			20	11407	0,0	11407	0,0	0,0
			50	-	0,6	**14076**	1,4	-
			100	-	0,5	**17920**	2,9	-
		Demande	[4,8]	-	0,9	**6844**	0,0	-
			[5,30]	16653	0,0	16653	0,0	0,0
			[10,50]	25689	0,0	25689	0,0	0,0
			[10,80]	39607	0,0	39607	0,0	0,0
			[10,100]	44621	0,0	44621	0,0	0,0

TAB. A.3 – Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 10x10

Job Shop	T	Parametre varié	Valeur	CSR 1 UB	CSR 1 Temps	CSR 2 UB	CSR 2 Temps	Différence entre les UB
10x10	T=30	Capacité	0.45	-	0,9	**16364**	0,1	-
			0.50	16358	0,0	16358	0,0	0,0
			0.55	16358	0,0	16358	0,0	0,0
			0.60	16358	0,0	16358	0,1	0,0
			0.70	16358	0,0	16358	0,0	0,0
		Coût de lancement	5	14172	0,0	14172	0,1	0,0
			20	-	1,5	**17133**	0,0	-
			50	-	1,5	**21057**	4,3	-
			100	-	1,9	**26668**	17,1	-
		Demande	[4,8]	-	0,9	**10152**	0,0	-
			[5,30]	24206	0,0	24206	0,0	0,0
			[10,50]	38952	0,0	38952	0,0	0,0
			[10,80]	58636	0,0	58636	0,0	0,0
			[10,100]	69125	0,0	69125	0,0	0,0
	T=50	Capacité	0.45	-	2,3	**25932**	0,2	-
			0.50	26023	12,3	**25924**	0,1	99,0
			0.55	25923	0,1	25923	0,1	0,0
			0.60	25923	0,1	25923	0,1	0,0
			0.70	25923	0,1	25923	0,1	0,0
		Coût de lancement	5	22436	0,1	22436	0,1	0,0
			20	-	2,3	**27186**	0,3	-
			50	-	2,6	**33849**	20,2	-
			100	-	8,8	**42690**	146,6	-
		Demande	[4,8]	-	3,0	**17042**	0,2	-
			[5,30]	42493	0,1	42493	0,1	0,0
			[10,50]	65950	0,1	65950	0,1	0,0
			[10,80]	95420	0,1	95420	0,1	0,0
			[10,100]	112648	0,1	112648	0,1	0,0

TAB. A.4 – Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 10x10 (suite)

Job Shop	T	Parametre varié	Valeur	CSR 1 UB	CSR 1 Temps	CSR 2 UB	CSR 2 Temps	Différence entre les UB
			0.45	5389	0,2	**5383**	0,0	6,0
			0.50	5382	0,0	5382	0,0	0,0
		Capacité	0.55	5382	0,0	5382	0,0	0,0
			0.60	5382	0,0	5382	0,0	0,0
			0.70	5382	0,0	5382	0,0	0,0
			5	4624	0,0	4624	0,0	0,0
		Coût de lancement	20	5658	0,0	5658	0,0	0,0
	T=5		50	7106	0,2	**7076**	0,3	30,0
			100	9345	0,5	**9104**	0,6	241,0
			[4,8]	3494	0,2	**3493**	0,2	1,0
		Demande	[5,30]	8338	0,0	8338	0,0	0,0
			[10,50]	13801	0,0	13801	0,0	0,0
			[10,80]	19588	0,0	19588	0,0	0,0
			[10,100]	25063	0,0	25063	0,0	0,0
			0.45	10530	0,0	10530	0,0	0,0
			0.50	10524	0,0	10524	0,0	0,0
		Capacité	0.55	10524	0,0	10524	0,0	0,0
			0.60	10524	0,0	10524	0,0	0,0
			0.70	10524	0,0	10524	0,0	0,0
20x5			5	9084	0,0	9084	0,0	0,0
		Coût de lancement	20	11050	0,0	11050	0,0	0,0
	T=10		50	13650	1,2	**13584**	1,4	66,0
			100	-	0,5	**17204**	1,2	-
			[4,8]	6883	0,3	6883	0,3	0,0
		Demande	[5,30]	16899	0,0	16899	0,0	0,0
			[10,50]	26880	0,0	26880	0,0	0,0
			[10,80]	38379	0,0	38379	0,0	0,0
			[10,100]	47267	0,0	47267	0,0	0,0
			0.45	-	0,8	**21493**	0,1	-
			0.50	21520	1,0	**21481**	0,0	39,0
		Capacité	0.55	21475	0,0	21475	0,0	0,0
			0.60	21475	0,0	21475	0,0	0,0
			0.70	21475	0,0	21475	0,0	0,0
			5	18580	0,0	18580	0,0	0,0
		Coût de lancement	20	22490	0,0	22490	0,0	0,0
	T=20		50	-	1,0	**27397**	1,8	-
			100	-	0,8	**33783**	3,2	-
			[4,8]	13627	1,2	**13624**	1,6	3,0
		Demande	[5,30]	32759	0,0	32759	0,0	0,0
			[10,50]	52896	0,0	52896	0,0	0,0
			[10,80]	77600	0,0	77600	0,0	0,0
			[10,100]	91103	0,0	91103	0,0	0,0

TAB. A.5 – Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 20x5

Job Shop	T	Parametre varié	Valeur	**CSR 1** UB	Temps	**CSR 2** UB	Temps	Différence entre les UB
			0.45	-	1,7	**31353**	0,1	-
			0.50	31335	0,0	31335	0,1	0,0
		Capacité	0.55	31335	0,0	31335	0,0	0,0
			0.60	31335	0,0	31335	0,0	0,0
			0.70	31335	0,0	31335	0,0	0,0
			5	27104	0,0	27104	0,0	0,0
		Coût de lancement	20	32821	0,0	32821	0,0	0,0
	T=30		50	-	1,8	**39862**	3,4	-
			100	-	2,2	**48853**	8,0	-
			[4,8]	**20441**	0,9	20447	0,1	-6,0
		Demande	[5,30]	51038	0,0	51038	0,1	0,0
			[10,50]	79618	0,0	79618	0,1	0,0
20x5			[10,80]	118020	0,0	118020	0,0	0,0
			[10,100]	135978	0,0	135978	0,1	0,0
			0.45	-	3,1	**52772**	0,3	-
			0.50	53130	55,4	**52756**	0,1	374,0
		Capacité	0.55	52754	0,1	52754	0,1	0,0
			0.60	52754	0,1	52754	0,1	0,0
			0.70	52754	0,1	52754	0,1	0,0
			5	45700	0,1	45700	0,1	0,0
		Coût de lancement	20	55289	0,2	55289	0,2	0,0
	T=50		50	-	13,8	**66805**	26,8	-
			100	-	5,6	**81906**	25,7	-
			[4,8]	34042	2,9	**34032**	0,2	10,0
		Demande	[5,30]	84118	0,1	84118	0,1	0,0
			[10,50]	134795	0,1	134795	0,1	0,0
			[10,80]	196090	0,1	196090	0,1	0,0
			[10,100]	234973	0,1	234973	0,1	0,0

TAB. A.6 – Comparaison des procédures CSR1 et CSR2 pour la construction d'une solution dans le cas du job-shop 20x5 (suite)

Annexe B

Résultats de l'application du recuit simulé pendant 5 minutes

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit		
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps
		Défaut	1190.00	1246.64	1300.00	1213.27	1221.00	4.67
		Capacité	1190.00	1250.08	1307.00	1204.36	1261.00	109.81
			1190.00	1263.63	1356.00	1202.18	1207.00	59.64
			1190.00	1236.43	1279.00	1200.93	1207.00	14.22
			1190.00	1229.62	1271.00	1200.09	1201.00	5.03
	5	Coût de lancement	1529.00	1893.52	2063.00	1570.78	1896.00	301.21
			1649.00	2148.70	2363.00	1932.01	2130.00	300.72
			1769.00	2392.57	2736.00	2158.55	2310.00	300.21
			1889.00	2649.44	2963.00	2199.91	2535.00	159.63
			2129.00	3140.74	3696.00	2582.96	3022.00	300.75
			2249.00	3400.41	4020.00	2897.12	3446.00	300.64
			2369.00	3655.30	4163.00	3180.95	3487.00	300.63
		Demande	696.00	937.38	-	739.57	806.00	300.42
			906.00	1022.21	1118.00	935.28	971.00	300.54
			1202.00	1437.09	-	1218.83	1264.00	300.58
			2233.00	2254.84	2296.00	2241.92	2263.00	300.09
			1760.00	1799.01	1860.00	1781.86	1801.00	300.40
		Défaut	2347.00	2394.43	2433.00	2356.58	2380.00	114.17
		Capacité	2347.00	2376.98	2490.00	2364.67	2414.00	301.02
			2347.00	2367.37	2501.00	2347.00	2453.00	167.27
			2347.00	2403.49	2459.00	2360.24	2385.00	301.34
			2347.00	2398.44	2450.00	2360.30	2369.00	301.77
6x6	10	Coût de lancement	3038.00	3223.17	3711.00	3144.83	3315.00	301.06
			3278.00	3541.21	4048.00	3356.31	3725.00	300.24
			3518.00	3874.03	4533.00	3644.14	4020.00	301.39
			3730.00	4184.19	5198.00	3806.12	4433.00	302.04
			4005.00	4802.29	5828.00	4377.46	5027.00	303.64
			4125.00	5113.59	6267.00	4497.39	5530.00	303.15
			4245.00	5342.90	6716.00	4850.15	5891.00	300.54
		Demande	1426.00	1502.64	1589.00	1462.03	1487.00	300.97
			2331.00	2380.51	2441.00	2344.52	2356.00	60.14
			2403.00	2429.94	2468.00	2411.09	2447.00	45.10
			4227.00	4261.81	4269.00	-	-	-
			3591.00	3621.52	3628.00	3620.87	3622.00	0.28
		Défaut	3136.00	3186.59	3261.00	3177.68	3228.00	302.27
		Capacité	3136.00	3205.39	3514.00	3136.00	3368.00	22.45
			3136.00	3236.04	3337.00	3179.06	3260.00	303.92
			3136.00	3182.66	3233.00	3177.55	3198.00	300.35
			3136.00	3201.93	3259.00	3176.87	3220.00	303.13
	20	Coût de lancement	3385.00	3463.86	3632.00	3450.57	3578.00	300.17
			3624.00	3720.24	3878.00	3699.64	3852.00	302.14
			3943.00	4088.34	4476.00	4074.07	4362.00	306.03
			4213.00	4405.20	4909.00	4370.05	4791.00	303.71
			4393.00	4586.89	5231.00	4538.14	5084.00	301.81
			4564.00	4826.93	5567.00	4744.13	5309.00	302.72
			4875.00	5160.90	6445.00	5061.11	6049.00	300.69
		Demande	2734.00	2772.89	2924.00	2744.99	2844.00	300.67
			4048.00	4098.68	4187.00	4083.88	4103.00	179.97
			4946.00	4958.11	5000.00	4956.54	4993.00	300.36
			8601.00	9322.68	-	8602.56	8701.00	305.42
			7231.00	7278.71	7340.00	7231.01	7233.00	124.56

TAB. B.1 – Application du recuit simulé (temps maximal : 300 secondes) dans le cas du job-shop 6x6

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit		
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps
		Défaut	1961.00	1986.19	2013.00	1977.51	1998.00	301.36
		Capacité	1961.00	1998.20	2023.00	1978.48	1984.00	117.07
			1961.00	1998.16	2032.00	1973.23	1984.00	17.36
			1961.00	1985.17	1993.00	1974.80	1984.00	53.00
			1961.00	1977.09	2002.00	1975.71	1984.00	4.92
	5	Coût de lancement	2525.00	2698.57	3181.00	-	-	-
			2725.00	3143.19	3592.00	3131.09	3441.00	303.13
			2925.00	3469.49	4058.00	3451.64	3727.00	301.16
			3125.00	3806.12	4472.00	3546.26	4395.00	13.36
			3525.00	4433.93	5352.00	4362.06	4879.00	47.30
			3725.00	4814.58	5603.00	4752.55	5248.00	302.48
			3925.00	5175.03	6232.00	5005.55	5636.00	300.56
		Demande	1194.00	1288.32	1350.00	1271.86	1309.00	103.71
			1623.00	1657.41	1677.00	1657.17	1664.00	2.33
			1216.00	1261.29	1355.00	-	-	-
			750.00	869.94	1022.00	859.99	944.00	304.65
			3154.00	3173.59	3246.00	3158.53	3161.00	42.83
		Défaut	3867.00	3915.05	3960.00	3904.14	3926.00	43.92
		Capacité	3867.00	3919.62	4057.00	3896.16	3987.00	307.30
			3867.00	3934.28	4014.00	3904.03	3932.00	304.59
			3867.00	3918.32	3982.00	3894.28	3922.00	301.28
			3867.00	3927.45	3962.00	3918.65	3943.00	5.73
10x10	10	Coût de lancement	5035.00	5297.76	5690.00	5233.30	5517.00	300.00
			5635.00	5966.64	6478.00	5958.85	6356.00	316.85
			6033.00	6379.54	7325.00	6090.67	7160.00	306.41
			6353.00	6760.17	7980.00	6499.92	7613.00	306.66
			6685.00	7328.39	9278.00	7159.20	8468.00	301.30
			6885.00	7680.11	9618.00	7589.07	8985.00	305.56
			7085.00	8016.48	10064.00	7966.52	9857.00	305.62
		Demande	2215.00	2255.00	2489.00	2235.40	2443.00	302.41
			1982.00	2020.21	-	-	-	-
			1428.00	1485.92	1712.00	1477.06	1659.00	303.90
			1285.00	1301.57	1357.00	1300.84	1337.00	318.16
			5764.00	5779.54	5820.00	-	-	-
		Défaut	4769.00	4786.74	4799.00	4783.69	4794.00	8.75
		Capacité	4769.00	4809.60	4905.00	4806.26	4892.00	308.49
			4769.00	4799.98	4852.00	4796.28	4821.00	311.66
			4769.00	4799.90	4852.00	4796.74	4821.00	302.92
			4769.00	4795.09	4846.00	4788.40	4822.00	303.70
	20	Coût de lancement	5701.00	5822.10	5950.00	5807.55	5905.00	301.69
			6293.00	6476.06	6687.00	6468.65	6661.00	313.50
			7102.00	7441.32	7858.00	7418.63	7714.00	331.92
			7402.00	7796.96	8349.00	7729.75	8227.00	320.38
			7693.00	8059.51	8874.00	8038.85	8777.00	318.73
			8213.00	8600.10	9861.00	8569.07	9624.00	312.80
			8333.00	8723.12	-	-	309.186	-
		Demande	2379.00	2411.30	2443.00	2403.39	2419.00	100.00
			5498.00	5527.74	5581.00	5527.62	5564.00	300.91
			3535.00	3545.13	3658.00	3537.88	3624.00	317.08
			5762.00	5788.33	5886.00	-	-	-
			7047.00	7089.72	7224.00	7083.22	7215.00	312.01

TAB. B.2 – Application du recuit simulé (temps maximal : 300 secondes) dans le cas du job-shop 10x10

Job shop	T	Parametre varié	LBA	Avant l'application du recuit		Apres l'application du recuit		
				LB (a)	UB (a)	LB (b)	UB (b)	Temps
		Défaut	3921.00	4021.00	4035.00	-	-	-
		Capacité	3921.00	4035.50	4047.00	4029.70	4043.00	48.84
			3921.00	4021.00	4035.00	4017.80	4029.00	7.78
			3921.00	4007.58	4044.00	4006.77	4033.00	4.31
			3921.00	4000.68	4025.00	3998.36	4012.00	1.59
	5	Coût de lancement	5055.00	5842.43	6501.00	5832.58	6209.00	300.36
			5455.00	6546.78	7397.00	6408.54	7150.00	302.09
			5855.00	7385.09	7850.00	7359.10	7588.00	288.97
			6255.00	8072.21	9016.00	7951.82	8450.00	300.50
			7055.00	9434.29	11092.00	9429.55	10242.00	301.06
			7455.00	10162.99	11629.00	10031.46	11219.00	270.48
			7855.00	11107.30	12487.00	10848.58	11471.00	302.12
20x5		Demande	2413.00	2663.08	2809.00	2657.16	2759.00	300.41
			4056.00	4147.64	4187.00	4130.78	4164.00	48.41
			4057.00	4108.22	4334.00	4086.67	4279.00	300.88
			7153.00	7200.36	7244.00	-	-	-
			6230.00	6314.01	6349.00	-	-	-
		Défaut	7614.00	7751.04	7776.00	-	-	-
		Capacité	7614.00	7776.68	7854.00	-	-	-
			7614.00	7736.41	7874.00	7726.21	7769.00	301.10
			7614.00	7758.32	7855.00	7734.98	7749.00	116.67
			7614.00	7751.04	7776.00	-	-	-
	10	Coût de lancement	9968.00	10364.90	11407.00	-	-	-
			10768.00	11599.56	12342.00	11482.37	12244.00	306.56
			11568.00	12366.18	13843.00	11768.95	13780.00	308.72
			12566.00	12716.99	15719.00	12703.93	15550.00	308.95
			13233.00	15129.19	17879.00	14461.00	17324.00	308.59
			13633.00	14447.56	18943.00	-	-	-
			14033.00	14943.63	20508.00	-	-	-
		Demande	4692.00	4855.25	4975.00	4852.87	4919.00	306.55
			7393.00	7482.99	7583.00	7481.00	7524.00	304.77
			7926.00	8034.34	8101.00	-	-	-
			14363.00	14422.57	14431.00	-	-	-
			11951.00	11974.47	11985.00	-	-	-

TAB. B.3 – Application du recuit simulé (temps maximal : 300 secondes) dans le cas du job-shop 20x5

Annexe C

Extension aux problèmes à plusieurs niveaux

Les problèmes à plusieurs niveaux sont des problèmes plus difficiles à résoudre puisqu'il existe une relation entre les produits en dehors des contraintes de capacité. On ne considère plus seulement les demandes externes provenant des clients mais aussi les demandes internes (demandes dépendantes) générées par la fabrication d'autres produits. Cette relation intervient dans l'équation d'équilibrage des stocks. A cause de cette contrainte, il est difficile d'appliquer une heuristique Lagrangienne en relaxant seulement les contraintes de capacité puisque nous n'obtenons pas un sous-ensemble de problème indépendants.

Clark et Scart [25] ont introduit la notion *d'echelon stock* qui permet d'obtenir une formulation qui contient explicitement des sous-problèmes indépendants. En fait, les variables de stock sont remplacées par des variables *d'echelon stock* qui représentent le stock total du composant d'un article dans le système de production. Pour plus de détails sur ce concept, le lecteur peut se référer aussi au livre de Zipkin ([133]). Afin de pouvoir étendre la méthode de résolution proposée dans le chapitre 3, nous allons donc reformuler notre modèle $M_{CG}(y)$ en utilisant la notion *d'echelon stock*.

Afentakis et al. [5] ont résolu le problème multi-niveaux sans contrainte de capacité en le reformulant avec la notion d'échelon stock. Afentakis et Gavish [4] ont montré des résultats expérimentaux sur des problèmes de dimensionnement de lots à plusieurs étapes de production et à capacité finie. De façon similaire, ces résultats ont été obtenus en reformulant les problèmes en se basant sur la notion de d'echelon stock, et en les résolvant en utilisant la relaxation lagrangienne et des méthodes de programmation linéaire mixte.

C.1 Modélisation du problème

Certains auteurs ([46], [103], [4]) ont proposé une formulation basée sur *l'echelon stock* pour le problème de dimmensionnement de lots à plusieurs niveaux. Cependant le délai d'obtention n'est pas considéré dans la modélisation du problème. Clark and Armentano [24] ont proposé une formulation en prenant en compte le délai d'obtention pour le même problème, nous allons donc nous baser sur leur définition.

Les auteurs définissent *l'echelon stock* E_{il} d'un produit i à la fin de la période l et le coût *d'echelon stock* de la manière suivante :

$$E_{il} = I_{i,l+L(i)} + \sum_{j \in \mathcal{DS}(i)} \sum_{n=1}^{n_{ij}} p_{ij}^{n} I_{j,l+L(j)+K^{n}(i,j)}$$

avec :

$$p_{ij}^{n} = \prod_{k \in P^{n}(i,j)-j} g_{k,s(k)}$$

et :

$$e_i = c_i^{inv} - \sum_{j \in \mathcal{DP}(i)} g_{ji} c_j^{inv}$$

avec les notations suivantes :

n_{ij}	:	nombre de chemins distinct du produit i au produit j.
$P^{n}(i,j)$	:	$n^{i/'eme}$ chemin du produit i au produit j, n=1,..., n_{ij}.
$K^{n}(i,j)$	:	somme des délais d'obtention sur le chemin $P^{n}(i,j)$.

La formulation *echelon stock*, que l'on notera $M_{CGES}(y)$, du modèle $M_{CG}(y)$ est la suivante :

$$\text{Minimiser} \sum_{i=1}^{N} \sum_{l=T(i)+1}^{T(i)+T} [c_i^s Y_{il} + c_i^p X_{il} + e_i E_{il}] + \sum_{i|\mathcal{DP}(i)\neq\oslash} \sum_{l=1}^{T(i)} e_i E_{il} \tag{C.1}$$

Sous les contraintes :

$$E_{i,l-1} + X_{il} - E_{i,l} = \sum_{j\in\mathcal{DP}(i)\cup i} \sum_{n=1}^{n_{ij}} p_{ij}^n d_{j,l+L(j)+K^n(i,j)}$$

$$\forall i = 1, ..., N;$$

$$\forall l = T(1)+1, ..., T(1)+T \tag{C.2}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{DS}(i)} g_{ij} E_{j,L(i)+l} - E_{il} \leq 0$$

$$\forall i = 1, ..., N$$

$$\forall l = T(1)+1, ..., T(1)+T \tag{C.3}$$

$$r(o_c^f) + \sum_{o\in c} (p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o^t Y_{i(o)l(o)}) \leq \sum_{l=1}^{l(o_c^l)} c_l$$

$$\forall c \in C(y) \tag{C.4}$$

$$r(o_c^f) + \sum_{o\in c} (p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o^t Y_{i(o)l(o)}) \leq \sum_{l=1}^{l(o_c^l)} c_l$$

$$\forall c \in C(y) \tag{C.5}$$

$$X_{il} \leq (\sum_{k=1}^{T} D_{ik}) Y_{il}$$

$$\forall i = 1, ..., N$$

$$\forall l = T(i)+1, ..., T(i)+T \tag{C.6}$$

$$X_{il} \geq 0, E_{il} \geq 0$$

$$\forall i = 1, ..., N$$

$$\forall l = T(i)+1, ..., T(i)+T \tag{C.7}$$

$$Y_{il} = 0 \; ou \; 1$$

$$\forall i = 1, ..., N$$

$$\forall l = T(i)+1, ..., T(i)+T \tag{C.8}$$

Cette formulation nous permet ainsi d'étendre la méthode de résolution appliquée aux problèmes à un niveau décrite au chapitre 3 aux problèmes à plusieurs niveaux. Les principales étapes et les modifications apportées à l'heuristique Lagrangienne sont décrites dans la section suivante.

C.2 Méthode de résolution

Une relaxation Lagrangienne est appliquée afin d'obtenir une borne inférieure du problème $M_{CGES}(y)$. Nous allons relâcher les contraintes de capacités du modèle (C.4) (comme pour le cas du problème à un niveau) et les contraintes (C.3) afin d'obtenir un ensemble de sous-problèmes sans contrainte de capacité et à un produit résolus par l'algorithme de Wagner et Within [129]. Comme pour les problèmes à un niveau, nous initialisons les multiplicateurs Lagrangiens associés aux contraintes de capacité (C.4) à zéro et nous ne mettons à jour qu'un sous-ensemble de multiplicateurs (puisqu'il existe toujours un nombre exponentiel de contraintes), tandis que tous les multiplicateurs Lagrangiens associés aux contraintes (C.3) sont mises à jour à chaque itération.

Résolution du problème relaxé

Les contraintes (C.3) et (C.4) de M_{CGES} sont relâchées et introduites dans la fonction objectif (C.1) en leur affectant respectivement les multiplicateurs Lagrangiens μ_c et ν_{il}.

La fonction Lagrangienne est la suivante :

$$F = Min \sum_{i=1}^{N} \sum_{l=T(i)+1}^{T(i)+T} [c_i^s Y_{il} + c_i^p X_{il} + e_i E_{il}] + \sum_{i|\mathcal{DP}(i)\neq\oslash} \sum_{l=1}^{T(i)} e_i E_{il}$$
$$+ \sum_{i=1}^{N} \sum_{l=T(i)+1}^{T(i)+T} \nu_{il} * [\sum_{j\in\mathcal{DS}(i)} g_{ij} E_{j,L(i)+l} - E_{il}]$$
$$+ \sum_{c\in C(y)} \mu_c * [r(o_c^f) + \sum_{o\in c} (p_o^u X_{i(o)l(o)} + s_o^t Y_{i(o)l(o)}) - \sum_{l=1}^{l(o_c^l)} c_l]$$

En simplifiant cette équation, nous obtenons :

$$F = Min \sum_{i=1}^{N} \sum_{l=T(i)+1}^{T(i)+T} [c_i^s + \sum_{c\in C(y)} \mu_c \sum_{\substack{o\in c;\\ j(o)=i\\ t(o)=l}} s_o^t] Y_{il}$$
$$+ \sum_{i=1}^{N} \sum_{l=T(i)+1}^{T(i)+T} [c_i^p + \sum_{c\in C(y)} \mu_c \sum_{\substack{o\in c;\\ j(o)=i\\ t(o)=l}} p_o^u] X_{il}$$
$$+ \sum_{i=1}^{N} [\sum_{l=T(i)+1}^{T(i)+T} (e_i - \nu_{il}) E_{il} + \sum_{j\in\mathcal{DP}(i)} \sum_{l'=T(i)+L(j)+1}^{T(i)+L(j)+T} \nu_{i,l'-L(j)} g_{ji} E_{i,l'} + \sum_{l=1}^{T(i)} e_i E_{il} P_i]$$
$$+ \sum_{c\in C(y)} \mu_c [r(o_c^f) - \sum_{l=1}^{l(o_c^l)} c_l] \qquad \text{(C.9)}$$

Une nouvelle variable P_i est définie de la façon suivante :

$$P_i = \begin{cases} 1 & \text{si DP(i)} \neq \oslash \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le modèle relaxé est composé de la fonction objectif (C.9) et des contraintes de

(C.2), (C.5) à (C.7). Le modèle se décompose en N sous-problèmes sans contrainte de capacité et à un produit résolus en $O(T\ log\ T)$ par l'algorithme de Wagelmans *et al.* [128].

Mise à jour des multiplicateurs Lagrangiens

La mise à jour des multiplicateurs Lagrangiens se fait en utilisant la méthode des sous gradients. A chaque itération, tous les multiplicateurs Lagrangiens associés aux contraintes (C.3) sont mis à jour, tandis que les multiplicateurs Lagrangiens associés aux contraintes (C.4) sont initialisés à zéro et que seul un sous-ensemble de multiplicateurs sont mis à jour. La partie relative à la mise à jour des multiplicateurs Lagrangiens associés aux contraintes de capacité (C.4) reste identique à la procédure pour les problèmes à un niveau (voir chapitre 3) et l'algorithme du sous gradient est décrit dans la chapitre 3.

Nous avons donc développé une méthode qui permet de déterminer une borne inférieure du problème intégré de planification et d'ordonnancement dans le cas de problèmes à plusieurs niveaux. Nous avons implémenté cette procédure, néanmoins il reste à valider cette approche par des tests numériques. Un autre objectif consiste à déterminer une solution réalisable au problème. En effet, la solution obtenue par la relaxation Lagrangienne n'est pas toujours réalisable, il est donc souvent nécessaire de lisser la production. L'idée de résoudre ce problème niveau par niveau en appliquant nos procédures pour calculer un plan de production à chaque niveau, peut être utilisée.

Bibliographie

[1] Absi, N. *Modélisation et résolution de problèmes de lot-sizing à capacité finie.* PhD thesis, Université P. et M. Curie, Paris, 2005.

[2] Absi, N., and Kedad-Sidhoum, S. The multi-item capacitated lot-sizing problem with setup times and shortage costs. *In press* (2006).

[3] Afentakis, P. Parallel heuristic algorithm for lot-sizing in multi-stage productions systems. *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers) 19*, 1 (1987), 34–42.

[4] Afentakis, P., and Gavish, B. Optimal lot-sizing algorithms for complex product structures. *Operations Research 34*, 2 (1986), 237 – 249.

[5] Afentakis, P., Gavish, B., and Karmarkar, U. Computationally efficient optimal solutions to the lot sizing problem in multi-stage assemby systems. *Management Science 30*, 2 (1984), 222–239.

[6] Aggarwal, A., and Park, J. Improved algorithms for economic lot-size problems. *Operations Research 41*, 3 (1993), 549–571.

[7] Aksen, D., Altinkemer, K., and Chand, S. The single-item lot-sizing problem with immediate lost sales. *European Journal of Operational Research 147*, 3 (2003), 558–566.

[8] Anthony, R. *Planning and Control Systems : A Framework for Analysis.* Division of Research, Graduate School of Business Administration, Harvard University, 1965.

[9] Arkin, E., Joneja, D., and Roundy, R. Computational complexity of uncapacitated multi-echelon production planning problems. *Operations Research Letters 8* (1989), 61–66.

[10] Baker, K., Dixon, P., Magazine, M., and Silver, E. An algorithm for the dynamic lot-size problem with time-varying production capacity constraints. *Management Science 24* (1978), 1710–1720.

[11] Barbarosoglu, G., and Ozdama, L. Analysis of solution space-dependent performance of simulated annealing : The case of the multi-level capacitated lot sizing problem. *Computers and Operations Research 27*, 9 (2000), 895–903.

[12] Bartak, R. On the boundary of planning and scheduling : a study. Proceedings of the Eighteenth Workshop of the UK Planning and Scheduling Special Interest Group, Manchester, UK.

[13] Belvaux, G., and Wolsey, L. Bc - prod : a specialized branch-and-cut system for lot-sizing problems. *Management Science 46*, 5 (2000), 724–738.

[14] Bitran, G., and Tirupati, D. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, vol. 4, Logistics of Prod. Elsevier Science, 1993.

[15] Bitran, G., and Yanasse, H. Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science 28*, 10 (1982), 1174–1186.

[16] Brahimi, N., Dauzère-Pérès, S., Najid, N., and Nordli, A. Single item lot sizing problems. *European Journal of Operational Research 168*, 1 (2006), 1–16.

[17] Brucker, P. *Scheduling Algorithms*, springer ed. 1998.

[18] Carlier, J. et Chrétienne, P. *Problèmes d'ordonnancement : modélisation, complexité, algorithmes*, masson ed. 1988.

[19] Cattrysse, D., Maes, J., and Van Wassenhove, L. Set partitioning and column generation heuristics for capacitated dynamic lotsizing. *European Journal of Operational Research 46*, 1 (1990), 38–47.

[20] Chen, H., Hearn, D., and Lee, C. A new dynamic programming algorithm for the single item capacitated dynamic lot size model. *Journal of Global Optimization 4* (1994), 285–300.

[21] Chen, W., and Thizy, J. Analysis of relaxations for the multi-item capacitated lot-sizing problem. *Annals of Operations Research 26* (1990), 29–72.

[22] Chung, C., Flynn, J., and Lin, C. An effective algorithm for the capacitated single item lot size problem. *European Journal of Operational Research 75*, 2 (1994), 427–440.

[23] Clark, A., and Armentano, V. Application of valid inequalities to the multi-stage lot-sizing problem. *Computers and Operations Research 22*, 7 (1995), 669 – 680.

[24] Clark, A. R., and Armentano, V. A. Echelon stock formulations for multistage lotsizing with lead times. *International Journal of Systems Science 24*, 9 (1993), 1759–1775.

[25] Clark, A. R., and Scarf, H. Optimal policies for a multi-echelon inventory problem. *Management Science 6*, 4 (1960), 475–490.

[26] Coleman, B., and McKnew, M. An improved heuristic for multilevel lot sizing in material requirements planning. *Decision Sciences 22* (1991), 136–156.

[27] Connolly, D. An improved annealing scheme for the qap. *European Journal of Operational Research 46*, 1 (1990), 93–100.

[28] Cossard, N. *Optimisation d'une Chaine Logistique sur un Site Industriel Réparti*. PhD thesis, Université de Clermont-Ferrand, France, 2005.

[29] Dauzère-Pérès, S., and Lasserre, J. Integration of lotsizing and scheduling decisions in a job-shop. *European Journal of Operational Research 75*, 2 (1994), 413–426.

[30] Dauzère-Pérès, S., and Lasserre, J. On the importance of sequencing decisions in production planning and scheduling. *International Transactions in Operational Research 9*, 6 (2002), 779–793.

[31] Dauzère-Pérès, S., Roux, W., and Lasserre, J. Multi-resource shop scheduling with resource flexibility. *Dauzère-Pérès, S. and Lasserre, J.B. 107* (1998), 289–305.

[32] Dellaert, N., Jeunet, J., and Jonard, N. Genetic algorithm to solve the general multi-level lot-sizing problem with time-varying costs. *International Journal of Production Economics 68*, 3 (2000), 241–257.

[33] Diaby, M., Bahl, H., Karwan, M., and Zionts, S. Capacitated lot-sizing and scheduling by lagrangean relaxation. *European Journal of Operational Research 59*, 3 (1992), 444–458.

[34] Drexl, A., and Haase, K. Proportional lotsizing and scheduling. *International Journal of Production Economics 40*, 1 (1995), 73–87.

[35] Drexl, A., and Kimms, A. Lot sizing and scheduling - survey and extensions. *European Journal of Operational Research 99*, 2 (1997), 221–235.

[36] Du Merle, O., Goffin, J., Trouiller, C., and Vial, J. A lagrangian relaxation of the capacitated multi-item lot sizing problem solved with an interior point cutting plane algorithm. Tech. rep., Logilab Technical Report 97.5, Department of Management Studies, University of Geneva, Switzerland, 1997.

[37] Elmaghraby, S. The economic lot scheduling problem (ELSP) : Review and extensions. *Management Science 24*, 6 (1978), 587–598.

[38] Esquirol, P., and Lopez, P. *L'ordonnancement*, economica ed. 1999.

[39] Fandel, G., and Stammen-Hegene, C. Simultaneous lot sizing and scheduling for multi-product multi-level production. *International journal of Production Economics 104*, 2 (2006), 308–316.

[40] Federgruen, A., and Tzur, M. Simple forward algorithm to solve general dynamic lot sizing models with n periods in 0(n log n) or 0(n) time. *Management Science 37*, 8 (1991), 909–925.

[41] Federgruen, A., and Tzur, M. The dynamic lot-sizing model with backlogging : A simple 0(n log n) algorithm and minimal forecast horizon procedure. *Naval Research Logistics 40*, 4 (1993), 459–478.

[42] Fisher, M. L. The lagrangian relaxation method of solving integer programming problems. *Management Science 27*, 1 (1981), 1–18.

[43] Fleischmann, B. The discrete lot-sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research 44*, 3 (1990), 337–348.

[44] Fleischmann, B., and Meyr, H. The general lotsizing and scheduling problem. *OR Spektrum 19*, 1 (1997), 11–21.

[45] Florian, M., Lenstra, J., and Rinnooy Kan, H. Deterministic production planning : Algorithms and complexity. *Management Science 26*, 7 (1980), 669–679.

[46] Franca, P., Armentano, V., Berretta, R., and Clark, A. Heuristic method for lot-sizing in multi-stage systems. *Computers and Operations Research 24*, 9 (1997), 861–874.

[47] Giard, V. *Gestion de la production et des flux 3e édition*, gestion, economica ed. 2003.

[48] Giglio, D., and Minciardi, R. Integration of production planning and scheduling in manufacturing systems. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics* (2002), vol. 5.

[49] Gilmore, P., and Gomory, R. A linear programming approach to the cutting stock problem. *Operations Research 9* (1961), 849–859.

[50] Gilmore, P., and Gomory, R. A linear programming approach to the cutting stock problem–part ii. *Operations Research 14* (1963), 94–120.

[51] Glover, F. Heuristics for integer programming using surrogate constraints. *Decision Sciences 8*, 1 (1977), 156–166.

[52] Glover, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research 13* (1986), 533–549.

[53] Glover, F. Tabu search fundamentals and uses. Tech. rep., Revised and Expanded, Technical Report, Graduate School of Business, University of Colorado, Bolder, CO, 1995.

[54] Gopalakrishnan, M., Ding, K., Bourjolly, J., and Mohan, S. A tabu-search heuristic for the capacitated lot-sizing problem with set-up carryover. *Management Science 47*, 6 (2001), 851–863.

[55] Grames, S. Manufacturing planning and control. *http ://web.mit.edu/sgraves/www/ProdPlanCh.PDF* (1999).

[56] Gupta, D., and Magnusson, T. The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependant setup costs and setup times. *Computers and Operations Research 32*, 4 (2005), 727–747.

[57] Gutiérrez, E., Hernandez, W., and Suer, G. Genetic algorithms in capacitated lot sizing decisions. *Computer Research Conference* (2001).

[58] Haase, K., and Kimms, A. Lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities. *International Journal Production Economics 66*, 2 (2000), 159–169.

[59] Hansen, P. The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming. Presented at the Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization, Capri, Italy.

[60] Harris, F. How many parts to make at once. *The Magazine of Management 10*, 2 (1913), 135–136.

[61] Harrison, T., and Lewis, H. Lot sizing in serial assembly systems with multiple constrained resources. *Management Science 42*, 1 (1996), 19–36.

[62] Held, M., Wolfe, P., and Crowder, H. Validation of subgradient optimization. *Mathematical Programming 6* (1974), 62–88.

[63] Hindi, K. Solving the clsp by a tabu search heuristic. *Journal of the Operational Research Society 47* (1996), 151–161.

[64] Hiriart-Urruty, J., and Lemaréchal, C. *Convex Analysis and Minimization Algorithms II*, grundlehren der mathematischen wissenschaften ed., vol. 306. Berlin, Heidelberg, Springer, 1993.

[65] Hung, Y., Chen, C., Shih, C., and Hung, M. Using tabu search with ranking candidate list to solve production planning problems with setups. *Computers and Industrial Engineering 45*, 5 (2003), 615–634.

[66] Hung, Y.-F., and Chien, K.-L. A multi-class multi-level capacitated lot sizing model. *Journal of the Operational Research Society 51*, 11 (2000), 1309–1318.

[67] Jain, A., and Meeran, S. Deterministic job shop scheduling : past present and future. *European Journal of Operational Research 113*, 2 (1999), 390–434.

[68] Jans, R., and Degraeve, Z. Meta-heuristics for dynamic lot sizing : A review and comparison of solution approaches. *European Journal of Operational Research 177*, 3 (2007), 1855–1875.

[69] Jodlbauer, H. An approach for integrated scheduling and lot-sizing. *European Journal of Operational Research 172*, 2 (2006), 386–400.

[70] Kang, S., Malik, K., and Thomas, L. Lotsizing and scheduling on parellel machines with sequence-dependent setup costs. *Management Science 45*, 2 (1999), 273–289.

[71] Karimi, B., Fatemi Ghomi, S., and Wilson, J. The capacitated lot sizing problem : a review of models and algorithms. *Omega 31*, 5 (2003), 365–378.

[72] Karmarka, U., Kekre, S., and Kekre, S. Dynamic lot-sizing problem with startup and reservation costs. *Operations Research 35*, 3 (1987), 389–398.

[73] Katok, E., Lewis, H., and Harrison, T. Lot sizing in general assembly systems with setup costs, setup times, and multiple constrained resources. *Management Science 44*, 6 (1998), 859–877.

[74] Kim, Y., Park, K., and Ko, J. A symbiotic evolutionary algorithm fo the integration of process planning and job shop scheduling. *Computers and Operations research 30*, 8 (2003), 1151–1171.

[75] Kimms, A. Competitive methods for multi-level lot sizing and scheduling : Tabu search and randomized regrets. *International Journal of Production Research 38*, 8 (1996), 2279–2298.

[76] Kimms, A. Improved lower bounds for the proportional lot sizing and scheduling problem. *Working Paper No. 414, University of Kiel* (1996).

[77] Kimms, A. Genetic algorithm for multi-level, multi-machine lot sizing and scheduling. *Computers and Operations Research 26*, 8 (1999), 829–848.

[78] Kimms, A., and Drexl, A. Proportional lotsizing and scheduling : Some extensions. *Networks 32*, 2 (1998), 85–101.

[79] Kirkpatrick, S., Gelatt, J., and Vecchi, M. Optimization by simulated annealing. *Science 200* (1983), 671–680.

[80] Krarup, J., and Bilde, O. Plant location, set covering and economic lot sizes : An o(mn) algorithm for structured problems, in optimierung bei graphentheoretischen and ganzzahligen probleme. *L. COLLATZ et al. (eds), Birkhauser Verlag, Basel* (1977), 155–180.

[81] Kuik, R., and Salomon, M. Multi-level lot-sizing problem : Evaluation of a simulated annealing heuristic. *European Journal of Operational Research 45(1)* (1990), 25–37.

[82] Kuik, R., Solomon, M., and Van Wassenhove, L. Batching decisions : Structure and models. *European Journal of Operational Research 75*, 2 (1994), 243–263.

[83] Kuik, R., van Wassenhove, L., and Maes, J. Linear programming, simulated annealing and tabu search heuristic for lotsizing in bottleneck assembly systems. *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers) 25*, 1 (1993), 62–72.

[84] Lee, C., Cetinkaya, S., and Wagelmans, A. A dynamic lot-sizing model with demand time windows. *Management Science 47*, 10 (2001), 1384–1395. Compilation and indexing terms, Copyright 2004 Elsevier Engineering Information, Inc.

[85] Lemaréchal, C. Lagrangian relaxation. Tech. rep., 2000.

[86] Lemaréchal, C., and Sagastizabal, C. Variable metric bundle methods : from conceptual to implementable forms. *Mathematical Programming 76*, 3 (1997), 393–410.

[87] Loparic, M., Pochet, Y., and Wolsey, L. The uncapacitated lot-sizing problem with sales and safety stocks. *Mathematical Programming 89*, 3 (2001), 487–504.

[88] Lundy, S., and Mees, A. Convergence of an annealing algorithm. *Mathematical programming 34*, 1 (1978), 111–124.

[89] Maes, J., McClain, J., and Wassenhove, L. Multilevel capacitated lot-sizing complexity and lp-based heuristics. *European Journal of Operational Research 53*, 2 (1991).

[90] Manne, A. Programming of economic lot sizes. *Management Science 4* (1958), 115–135.

[91] Martel, A., and Gascon, A. Dynamic lot-sizing with price changes and price-dependent holding costs. *European Journal of Operational Research 111*, 1 (1998), 114–128. Compilation and indexing terms, Copyright 2004 Elsevier Engineering Information, Inc.

[92] Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., and Teller, E. Equation of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemical Physics 21*, 6 (1953), 1087–1092.

[93] Meyr, H. Simultaneous lotsizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization. *European Journal of Operational Research 120*, 2 (2000), 311–326.

[94] Millar, H., and Yang, M. Lagrangian heuristics for the capacitated multi-item lot-sizing problem with backordering. *International Journal of Production Economics 34*, 1 (1994), 1–15.

[95] Minoux, M. *Programmation mathématique*. Dunod France, 1983.

[96] Monk, E. *Concepts in Entreprise Resource Planning*. Course Technology 2nd ed., 2005.

[97] Optimization, D. Xpress-mp. Web : http ://www.dashoptimization.com, 2006.

[98] Orlicky, J. *Material Requirement Planning*. McGraw-Hill, 1975.

[99] Ouenniche, J., Boctor, F., and Martel, A. The impact of sequencing decisions on multi-item lot sizing and scheduling in flow shops. *International Journal Production Research 37*, 10 (1999), 2253–2270.

[100] Ozdamar, L., and Barbarosoglu, G. An integrated lagrangean relaxation-simulated annealing approach to the multi-level multi-item capa-

citated lot sizing problem. *International Journal of Production Economics 68*, 3 (2000), 319–331.

[101] Parker, R.G.and Rardin, R. *Discrete optimization*. Academic Press, San Diego, 1988.

[102] Pinedo, M. *Scheduling : Theory, Algorithms and Systems*, prentice-hall ed. 2001.

[103] Pochet, Y., and Wolsey, L. Solving multi–item lot–sizing problems using strong cutting planes. *Management Science 37*, 1 (1991), 53–67.

[104] Polyak, B. Minimization of unsmooth functionals. *Soviet Mathematics 8* (1967), 593–597.

[105] Polyak, B. Minimization of unsmooth functionals. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics 9* (1969), 14–29.

[106] Robert, A. *Optimisation des batches de production*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, France, 2007.

[107] Rogers, J. A computational approach to the economic lot scheduling problem. *Management Science 4*, 3 (1958), 264–291.

[108] Rota, N., and Martel, A. Supply chain flow planning methods : a review of the lot-sizing literature. Working Paper DT-2001-AM-1, Université Laval, QC, Canada, G1K7P4, 2001.

[109] Roy, B., and Sussman, B. Les problèmes d'ordonnancement avec contraintes disjonctives. *Rapport technique DS n9, SEMA, France* (1964).

[110] Salomon, M., Kroon, L., Kuik, R., and van Wassenhove, L. Some extensions of the discrete lotsizing and scheduling problem. *Management Science 37*, 7 (1991), 801–812.

[111] Salomon, M., Kuik, R., and Wassenhove, L. V. Statistical search methods for lotsizing problems. *Annals of Operations Research 41* (1993), 453–468.

[112] Salomon, M., Solomon, M., van Wassenhove, L., Dumas, Y., and Dauzère-Pérès, S. Solving the discrete lotsizing and scheduling problem

with sequence dependent set-up costs and set-up times using the traveling salesman problem with time windows. *European Journal of Operational Research 100*, 3 (1997), 494–513.

[113] Segerstedt, A. A capacity-constrained multi-level inventory and production control problem. *International Journal of Production Economics 45*, 1 (1996), 449–461.

[114] Shapiro, J. *Mathematical Programming : Structures and Algorithms*. 1979.

[115] Shaw, D., and Wagelmans, A. Algorithm for single-item capacitated economic lot sizing with piecewise linear production costs and general holding costs. *Management Science 44*, 6 (1998), 831–838.

[116] Sikora, R., Chhajed, D., and Shaw, M. Integrating the lot-sizing and sequencing decisions for scheduling a capacitated flow line. *Computers and Industrial Engineering 30*, 4 (1996), 659–679.

[117] Staggemeier, A., and Clark, A. A survey of lot-sizing and scheduling models. In *23rd Annual Symposium of the Brazilian Operational Research Society (SOBRAPO) in Proceedings of XXXIII Simposio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO* (2001), anonymous, Ed.

[118] Tang, O. Simulated annealing in lot sizing problems. *International Journal of Production Economics 88* (2004), 173–181.

[119] Tempelmeier, H., and Derstroff, M. Lagrangean-based heuristic for dynamic multi-level multi-item constrained lotsizing with setup times. *Management Science 42*, 5 (1996), 738–757.

[120] Thizy, J.-M., and Van Wassenhove, L. Lagrangean relaxation for the multi-item capacitated lot-sizing problem : A heuristic implementation. *IIE Transactions 17*, 4 (1985), 308–313.

[121] Timpe, C. Solving planning and scheduling problems with combined integer and constraint programming. *OR Spectrum 24*, 4 (2004), 431–448.

[122] Toledo, F., and Armentano, V. A lagrangian-based heuristic for the capacitated lot-sizing problem in parallel machines. *European Journal of Operational Research 175*, 2 (2006), 1070–1083.

[123] Trigeiro, W. A simple heuristic for the capacitated lot sizing problem. *IIE Transactions 19* (1989), 67–72.

[124] Trigeiro, W., Thomas, L., and McClain, J. Capacitated lot sizing with set-up times. *Management Science 35*, 3 (1989), 353–366.

[125] Van Hoesel, C. *Models and algorithms for single item Lot-sizing problems.* PhD thesis, Erasmus University Rotterdam, Rotterdam, The Netherlands, 1991.

[126] Vob, S., and Woodruff, D. L. *Introduction to Computational Optimization Models for Production Planning in a Supply Chain.* 2nd ed. Springer, 2006.

[127] Vollmann, T., Berry, W., and Whybark, D. *Manufacturing Planning and Control Systems.* McGraw-Hill 4 edition.

[128] Wagelmans, A., van Hoesel, S., and Kolen, A. Economic lot sizing an o(n log n) algorithm that runs in linear time in the wagner-whitin case. *Operations Research 40* (1992).

[129] Wagner, H., and Whitin, T. Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science 5*, 1 (1958), 89–96.

[130] Wolsey, L. *Integer programming.* Wiley, New York, 1998.

[131] Xie, J., and Dong, J. Heuristic genetic algorithms for general capacitated lot-sizing problems. *Computers and Mathematics with Applications 44*, 1-2 (2002), 263–276.

[132] Zhang, X.-D., and Yan, S.-S. Integrated optimization of production planning and scheduling for a kind of job-shop. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology 26* (2005), 876–886.

[133] Zipkin, P. *Foundations of Inventory Management.* McGraw-Hill, 2000.

Ecole Nationale Supérieure des Mines
de Saint-Etienne

N° d'ordre : 476 GI

Cathy Wolosewicz

An approach for a integrated planning and scheduling problem

Industrial Engineering

Subject classifications : Production Planning, Lot Sizing, Scheduling, Modeling, Lagrangian Relaxation, Simulated Annealing, Tabu Search.

Abstract : In this thesis, we address the problem of integrating planning (tactical) and scheduling (operational) decision levels. In practice and in theory, planning and scheduling decisions are still most often taken sequentially. The proposed production quantities are often inconsistent with the actual capacity constraints of the workshop.

This thesis we propose approaches for solving integrated production planning and scheduling problems. We develop a new mathematical model which takes into account in a novel way the sequence of operations on the machines thus guaranteeing the feasibility of the production plan. We propose a Lagrangian heuristic to solve this model for a fixed sequence of operations. The originality of our approach is twofold. First, only Lagrangian multipliers related to the most violated constraints are explicitly updated (since there exist an exponential number of capacity constraints) and, second, the procedure used to construct a feasible solution is significantly different than the classical smoothing heuristics used in previous Lagrangian heuristics for lot sizing problems. We develop two approaches based on Simulated annealing and Tabu search to improve the sequence of operations and to search an optimal production plan associated to a feasible sequence. Numerous Experimental results have been conducted and validate the efficiency of the approaches.

Ecole Nationale Supérieure des Mines
de Saint-Etienne

N° d'ordre : 476 GI

Cathy Wolosewicz

Approche intégrée en planification et ordonnancement de la production

Spécialité : Génie industriel

Mots Clés : Planification de la production, lot-sizing, ordonnancement de la production, modélisation, relaxation lagrangienne, recuit simulé, recherche taboue.

Résumé : Dans cette thèse, nous traitons des problèmes d'intégration des décisions prises aux niveaux planification (tactique) et ordonnancement (opérationnel). Que ce soit en théorie ou en pratique, ces deux niveaux sont habituellement traités indépendamment l'un de l'autre. Ainsi, les objectifs de production à réaliser sont souvent incohérents avec la capacité réelle de l'atelier.

Cette thèse propose des méthodes de résolution pour des problèmes intégrés de planification et d'ordonnancement. Nous développons un nouveau modèle mathématique qui prend en compte de manière originale les contraintes de séquencement des opérations sur les machines, garantissant ainsi la faisabilité du plan de production. Ce modèle est résolu à l'aide d'une heuristique Lagrangienne pour une séquence des opérations fixée. Notre approche est originale à double titre : dans la mise à jour des multiplicateurs Lagrangiens (puisque il existe un nombre exponentiel de contraintes de capacité dans notre modèle), et par la proposition d'une nouvelle procédure de lissage pour la construction d'une solution réalisable. Nous développons ensuite deux approches, basées sur le recuit simulé et la recherche taboue, qui permettent d'améliorer la séquence des opérations sur les ressources et ainsi de chercher un plan de production optimal associé à une séquence réalisable. De nombreux résultats expérimentaux ont été effectués et valident l'efficacité de nos approches.