



**HAL**  
open science

# Évaluation du potentiel de performances micro-accéléromètres inertiels vibrants en silicium

Baptiste Le Foulgoc

► **To cite this version:**

Baptiste Le Foulgoc. Évaluation du potentiel de performances micro-accéléromètres inertiels vibrants en silicium. Autre. Université Paris-Est, 2008. Français. NNT : 2008PEST0243 . tel-00473800v2

**HAL Id: tel-00473800**

**<https://theses.hal.science/tel-00473800v2>**

Submitted on 7 May 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT**

*Présentée*  
*à l'Université Paris-Est*  
*pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITE PARIS-EST**

Spécialité : Electronique et Systèmes de l'information

Ecole Doctorale : ICMS

*par*

**Baptiste LE FOULGOC**

*Soutenue publiquement le 23 octobre 2008*

---

**Evaluation du potentiel de performance de micro-accéléromètres  
inertiels vibrants en silicium**

---

Directeur de thèse : Tarik BOUROUINA

JURY

|                   |                   |                                                  |
|-------------------|-------------------|--------------------------------------------------|
| <i>Président</i>  | Alain Bosseboeuf  | Directeur de recherche CNRS, IEF                 |
| <i>Rapporteur</i> | Daniel Hauden     | Professeur, université de Besançon               |
| <i>Rapporteur</i> | Lionel Buchaillot | Directeur de recherche CNRS, IEMN                |
| <i>Examineur</i>  | Pierre Touboul    | Directeur département mesures physiques, ONERA   |
| <i>Examineur</i>  | Alain Riondet     | Responsable département guidage-navigation, DGA  |
| <i>Examineur</i>  | Tarik Bourouina   | Professeur, ESIEE                                |
| <i>Examineur</i>  | Olivier Le Traon  | Chef unité capteurs et micro-technologies, ONERA |



# Remerciements

Un peu de gratitude et de reconnaissance envers les personnes qui m'ont soutenu, supporté, guidé, écouté (des fois), conseillé au cours de ces trois années, enfin bref tous ceux qui font qu'un travail de thèse est avant tout un travail d'équipe.

Je remercie Pierre TOUBOUL de m'avoir accueilli au sein de son département (Département de Mesures Physiques, DMPH) et François DEYZAC au sein de son unité (Capteurs et Micro-Technologies, CMT) avant de céder aux appels de la qualité. Je remercie vivement Olivier LE TRAON pour m'avoir ouvert au monde des capteurs inertiels au sein de son équipe. Merci pour tous tes conseils avisés et pour toutes ces discussions jusqu'à pas d'heure. Je t'en suis très reconnaissant. Ce fut un grand plaisir de travailler avec mon directeur de thèse Tarik BOUROUINA qui s'est toujours assuré du bon déroulement de la thèse. Merci pour m'avoir ouvert les portes des microtechnologies à l'ESIEE. Je remercie très sincèrement les membres de mon jury pour avoir accepté et pris le temps d'évaluer mes travaux : Lionel BUCHAILLOT et Daniel HAUDEN pour leur travail de rapporteurs, Alain BOSSEBOEUF pour la présidence de ce jury, Alain RIONDET, Pierre TOUBOUL, Tarik BOUROUINA et Olivier LE TRAON pour leur travail d'examineurs.

Mais ce travail est avant tout le fruit de la collaboration de trois laboratoires et de nombre de personnes motivées, enthousiastes et attachantes. Je remercie en premier lieu l'ensemble de l'équipe Capteurs et Micro-Technologies pour leur soutien, leur bonne humeur et leur intérêt dans mes travaux. Un grand merci à Denis JANIAUD pour sa patience et son support. Merci surtout pour toutes ces longues heures de relecture de manuscrit au crayon rouge et pour les conseils avisés sur comment réaliser un bon pot de thèse.. Merci à Serge MULLER de ne pas trop râler alors qu'il ne retrouvait pas ses outils, à Claude CHARTIER pour m'avoir fait découvrir les joies de taper dans une petite balle blanche, à Stève MASSON pour ses vocalises qui restent dans le bocal, à Raphael LEVY toujours aussi optimiste (surtout après le gouter), mais aussi à Jean GUERARD, Marc PERNICE et Bruno EISENBEIS. Un grand merci à Arnaud PARENT, spécialiste des micro-siestes et serial-basketteur, mon colloque de bureau pendant ces trois années. Merci également pour la bonne humeur apportée par les stagiaires : Julie LEDOGAR et Yvan LESIK. Et bon vent et bon courage aux nouveaux thésards : Mélanie DESCHARLES et Iannis ROLAND. Merci également à Pierre LESEUR pour sa disponibilité et sa patience face à mes croquis faits maison. Je remercie également l'ensemble de l'équipe ESYCOM de l'ESIEE : Frédéric MARTY, expert DRIE, et toujours aussi ouvert et passionné par de nouveaux challenges. Merci également à Lio-



nel ROUSSEAU et Bruno MERCIER pour vos précieux conseils en salle blanche même si je n'ai pas eu l'occasion de casser grand chose. Un grand merci à Lionel BABADJIAN pour m'avoir initié aux plaisirs de l'enseignement. Je remercie l'ensemble de l'équipe MINASYS de l'IEF qui à toujours été prompte à répondre à mes besoins. Un grand merci à Alain BOSSEBOEUF, toujours très disponible quand il est là et toujours partant pour une nouvelle expérience, merci de m'avoir accueilli si souvent à l'IEF. Merci également à Fabien PARRAIN, Hervé MATHIAS, Cédric BRELUZEAU, Jean-Paul GILLES et Souhil MEGHERBI pour toutes ces discussions scientifiques très intéressantes.

Un remerciement spécial aux équipes administratives qui m'ont rendu la vie bien plus simple pendant ces trois années : Sylvie NICOLLE-DOUET, Hélène MELER, Claire LAROCHE, Jean-Paul AUBERT, Joel PIGERE et Marie-Agnès RAOUL pour l'ONERA, Martine ELICHABE pour l'ESIEE et Sylvie CACH pour l'université Paris Est.

Evidemment je remercie très chaleureusement l'ensemble des personnes qui n'ont jamais rien compris à ce que je faisais mais qui pourtant ont toujours été là pour me pousser à aller plus loin : Un grand merci à Flora et à l'ensemble de la team flag Sentinel : Lulu, Marc, Krys, Nadia, Tof, Mimi, Boomer, Nath, Sabine, Seb,... à Coco from the states ! Fred et Pat, dédicace aux couples breizh-espana and co : Fanch, Laura, Cédric, Esti, Alfredo, Nath, Tati, Arnaud, ainsi qu'aux gars de Lorient : Richard et Benoit sans oublier la Lothoré Family qui sont venus pimenter la fin de la rédaction avec leur petit Louis : Bon vent mon gars ! Un grand merci à tous et s'il y a des gens que j'ai oublié, je vous remercie aussi...

Un merci tout particulier pour Stéphanie qui a égayé ces trois années de son sourire, sa bonne humeur, son exemple, et les discussions du petit déjeuner ! Merci tout simplement pour ton amitié et pour avoir toujours été là.

Un énorme merci à la famille et aux parents qui sont à l'origine de tout ça : ca y est maman, je l'ai fini mon 'truc' !

# Table des matières

|           |                                                                                  |          |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>I</b>  | <b>Introduction</b>                                                              | <b>1</b> |
| <b>II</b> | <b>Etat de l'art et approche théorique : Accéléromètres et micro-résonateurs</b> | <b>7</b> |
| <b>1</b>  | <b>Navigation inertielle et accélérométrie</b>                                   | <b>9</b> |
| 1.1       | Navigation et centrales inertielles . . . . .                                    | 10       |
| 1.1.1     | Accélération . . . . .                                                           | 10       |
| 1.1.2     | Vitesse de rotation . . . . .                                                    | 12       |
| 1.1.3     | Conditions initiales et propagation d'erreur . . . . .                           | 13       |
| 1.1.4     | Ordres de grandeur des exigences en précision . . . . .                          | 14       |
| 1.1.4.1   | Conditions portant sur la vitesse initiale . . . . .                             | 14       |
| 1.1.4.2   | Conditions portant sur les accéléromètres . . . . .                              | 15       |
| 1.1.4.3   | Conditions portant sur les gyromètres . . . . .                                  | 17       |
| 1.1.4.4   | Conclusion . . . . .                                                             | 17       |
| 1.2       | Gyroscopes / Gyromètres . . . . .                                                | 18       |
| 1.2.1     | Conservation du moment cinétique : gyroscope à toupie . . . . .                  | 18       |
| 1.2.2     | Effet Sagnac : gyromètre optique . . . . .                                       | 19       |
| 1.2.3     | Effet Coriolis : gyromètre vibrant . . . . .                                     | 20       |
| 1.2.3.1   | Exemples de gyromètres vibrants . . . . .                                        | 21       |
| 1.2.3.2   | Le micro-gyromètre VIG (Vibrating Integrated Gyro) . . . . .                     | 23       |
| 1.3       | Accéléromètres . . . . .                                                         | 24       |
| 1.3.1     | Principe de la mesure d'accélération . . . . .                                   | 24       |
| 1.3.2     | Accéléromètres asservis . . . . .                                                | 25       |
| 1.3.3     | Accéléromètres à lame vibrante . . . . .                                         | 27       |
| 1.3.3.1   | Exemples d'accéléromètres vibrants . . . . .                                     | 28       |
| 1.3.3.2   | L'accéléromètre à lame vibrante VIA . . . . .                                    | 30       |
| 1.3.4     | Nouveaux principes d'accéléromètres . . . . .                                    | 32       |
| 1.3.4.1   | Accéléromètres optiques . . . . .                                                | 32       |
| 1.3.4.2   | Accéléromètres thermiques . . . . .                                              | 33       |
| 1.3.4.3   | Accéléromètres à ondes de matière . . . . .                                      | 35       |
| 1.4       | Miniaturisation et performance . . . . .                                         | 36       |

|          |                                                                              |           |
|----------|------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>2</b> | <b>Accéléromètre à lame vibrante : miniaturisation et performance</b>        | <b>39</b> |
| 2.1      | Fonctionnement de l'accéléromètre à lame vibrante                            | 40        |
| 2.1.1    | Méthode de Rayleigh                                                          | 41        |
| 2.1.2    | Expression de la fréquence de résonance                                      | 41        |
| 2.2      | Etendue de mesure                                                            | 44        |
| 2.3      | Sensibilité thermique                                                        | 45        |
| 2.4      | Oscillateur et stabilité                                                     | 47        |
| 2.5      | Stabilité de fréquence à long terme : stabilité de biais                     | 47        |
| 2.6      | Stabilité de fréquence à court terme : résolution                            | 50        |
| 2.6.1    | Stabilité de fréquence                                                       | 51        |
| 2.6.1.1  | Densité spectrale de bruit de phase                                          | 51        |
| 2.6.1.2  | Variance d'Allan                                                             | 52        |
| 2.6.2    | Bruit de l'amplificateur                                                     | 54        |
| 2.6.3    | Bruit de phase de l'oscillateur : effet Leeson                               | 55        |
| 2.7      | Limites de la miniaturisation : non-linéarités mécaniques                    | 59        |
| 2.7.1    | Non-linéarité mécanique due aux flexions fortes                              | 59        |
| 2.7.2    | Résonance dans les oscillations non-linéaires : oscillateur anharmonique     | 60        |
| 2.7.3    | Amplitude de vibration critique pour un micro-résonateur                     | 62        |
| 2.8      | Expression de la résolution de micro-accéléromètres                          | 64        |
| 2.9      | Conclusion                                                                   | 65        |
| <b>3</b> | <b>Mécanismes de dissipation dans les micro-résonateurs</b>                  | <b>67</b> |
| 3.1      | Définition du facteur de qualité                                             | 68        |
| 3.2      | Pertes extrinsèques                                                          | 69        |
| 3.2.1    | Pertes par le support                                                        | 69        |
| 3.2.2    | Etat de surface                                                              | 71        |
| 3.2.3    | Amortissement gazeux                                                         | 72        |
| 3.2.3.1  | Influence de la pression                                                     | 72        |
| 3.2.3.2  | Amortissement gazeux dans le cas de faibles gaps                             | 74        |
| 3.2.3.3  | Estimation du niveau de vide nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque | 76        |
| 3.2.3.4  | Conclusion sur l'amortissement gazeux                                        | 77        |
| 3.3      | Pertes intrinsèques                                                          | 78        |
| 3.3.1    | Défauts                                                                      | 78        |
| 3.3.2    | Viscosité intrinsèque du matériau                                            | 78        |
| 3.3.3    | Dissipation par relaxation de phonons                                        | 79        |
| 3.3.4    | Effet thermoélastique                                                        | 80        |
| 3.3.4.1  | Phénomène                                                                    | 80        |
| 3.3.4.2  | Modèle de Zener                                                              | 81        |
| 3.3.5    | Intérêt du silicium par rapport au quartz                                    | 83        |

|            |                                                                                      |            |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.4        | Conclusion                                                                           | 86         |
| <br>       |                                                                                      |            |
| <b>III</b> | <b>Approche expérimentale : micro-résonateurs en silicium et facteurs de qualité</b> | <b>87</b>  |
| <b>4</b>   | <b>Mise en place expérimentale</b>                                                   | <b>89</b>  |
| 4.1        | Définition des structures de test                                                    | 90         |
| 4.1.1      | Suspension filtrante                                                                 | 90         |
| 4.1.2      | Structures de test                                                                   | 91         |
| 4.1.3      | Simulations par éléments finis                                                       | 92         |
| 4.2        | Réalisation des structures                                                           | 93         |
| 4.2.1      | Réalisation par gravure "tout DRIE"                                                  | 93         |
| 4.2.1.1    | Les limites de la gravure RIE "conventionnelle"                                      | 93         |
| 4.2.1.2    | La gravure DRIE                                                                      | 94         |
| 4.2.1.3    | Réalisation des structures de test "tout DRIE"                                       | 95         |
| 4.2.2      | Réalisation par combinaison de gravure "DRIE/KOH"                                    | 97         |
| 4.3        | Méthode ex-situ de caractérisation dynamique des résonateurs                         | 99         |
| 4.3.1      | Systèmes expérimentaux                                                               | 100        |
| 4.3.1.1    | Excitation des vibrations                                                            | 100        |
| 4.3.1.2    | Enceintes de mesure                                                                  | 100        |
| 4.3.1.3    | Systèmes optiques                                                                    | 101        |
| 4.3.2      | Méthodes de mesure                                                                   | 101        |
| 4.3.2.1    | Microscopie optique avec traitement d'images                                         | 101        |
| 4.3.2.2    | Mesure de la vibration dans le plan par la technique du focaultage                   | 105        |
| 4.3.2.3    | Mesure de vibrations hors plan par vibrométrie laser Doppler                         | 106        |
| 4.3.2.4    | Microscopie à balayage électronique                                                  | 107        |
| <b>5</b>   | <b>Mesure du facteur de qualité de micro-résonateurs en silicium</b>                 | <b>109</b> |
| 5.1        | Evolution du facteur de qualité en fonction des dimensions du résonateur             | 110        |
| 5.1.1      | Structures DRIE                                                                      | 110        |
| 5.1.1.1    | Vibrations dans le plan                                                              | 110        |
| 5.1.1.2    | Vibrations hors plan                                                                 | 117        |
| 5.1.2      | Structures DRIE/KOH                                                                  | 121        |
| 5.2        | Influence de la pression résiduelle sur le facteur de qualité                        | 122        |
| 5.3        | Influence du dopage sur le facteur de qualité                                        | 124        |
| 5.4        | Influence de la température                                                          | 125        |
| 5.5        | Résonateurs de type "pont"                                                           | 127        |
| 5.5.1      | Mesures du facteur de qualité sur les structures de type "pont"                      | 127        |
| 5.5.2      | Mesure de non-linéarités mécaniques                                                  | 128        |
| 5.6        | Conclusion                                                                           | 131        |

|           |                                                                                       |            |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>IV</b> | <b>Etude d'une structure d'accéléromètre vibrant en silicium</b>                      | <b>133</b> |
| <b>6</b>  | <b>Etude d'une structure d'accéléromètre vibrant miniature en silicium : ISA</b>      | <b>135</b> |
| 6.1       | Estimation des performances d'accéléromètres à lame vibrante miniatures en silicium . | 136        |
| 6.2       | Critères de dimensionnement . . . . .                                                 | 138        |
| 6.3       | Choix du système d'excitation et de détection des vibrations . . . . .                | 139        |
| 6.3.1     | Excitation électrostatique . . . . .                                                  | 139        |
| 6.3.2     | Détection capacitive . . . . .                                                        | 141        |
| 6.3.3     | Limitations des transducteurs électrostatiques . . . . .                              | 141        |
| 6.4       | Définition des structures d'accéléromètres ISA . . . . .                              | 143        |
| 6.4.1     | Concept . . . . .                                                                     | 143        |
| 6.4.2     | Dimensionnement . . . . .                                                             | 145        |
| 6.4.3     | Modélisation du matériau troué . . . . .                                              | 146        |
| 6.4.4     | Résultats de simulations du transducteur . . . . .                                    | 147        |
| 6.4.4.1   | Comportement en accélération . . . . .                                                | 147        |
| 6.4.4.2   | Analyse dynamique du transducteur . . . . .                                           | 148        |
| 6.4.4.3   | Sensibilité aux contraintes d'origine thermique . . . . .                             | 149        |
| 6.4.5     | Implémentation d'un système d'excitation/détection électrostatique . . . . .          | 150        |
| 6.4.5.1   | Disposition des électrodes . . . . .                                                  | 150        |
| 6.4.5.2   | Estimation des performances . . . . .                                                 | 152        |
| 6.5       | Conclusion . . . . .                                                                  | 153        |
| <b>V</b>  | <b>Conclusion</b>                                                                     | <b>155</b> |
| <b>VI</b> | <b>Annexes</b>                                                                        | <b>159</b> |
| <b>A</b>  | <b>Développement du modèle masse-ressort</b>                                          | <b>161</b> |
| <b>B</b>  | <b>Méthode de Rayleigh : termes énergétiques</b>                                      | <b>165</b> |
| B.1       | Energie potentielle . . . . .                                                         | 165        |
| B.1.1     | Energie potentielle de flexion . . . . .                                              | 165        |
| B.1.2     | Energie potentielle de tension . . . . .                                              | 166        |
| B.1.3     | Energie potentielle de non-linéarité mécanique . . . . .                              | 167        |
| B.2       | Energie cinétique . . . . .                                                           | 168        |
| <b>C</b>  | <b>Modes de vibrations et déformées</b>                                               | <b>169</b> |
| C.1       | Poutre encastrée à ses deux extrémités . . . . .                                      | 169        |
| C.2       | Poutre encastrée libre . . . . .                                                      | 170        |

|                                                                  |            |
|------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>D Bruit de phase</b>                                          | <b>171</b> |
| D.1 Lien entre domaine temporel et domaine fréquentiel . . . . . | 171        |
| D.2 Effet leeson : expression de la variance d'Allan . . . . .   | 172        |
| <b>E Equivalence entre résonateur et système masse-ressort</b>   | <b>175</b> |
| <b>F Matrice d'élasticité silicium troué</b>                     | <b>177</b> |



**Première partie**

**Introduction**





**Contexte** Dans les domaines aéronautiques, spatiaux, maritimes et terrestres, la navigation d'engins civils et militaires nécessite de connaître précisément et en temps réel leur position et leur vitesse. Les deux principales approches pour ces applications sont :

- la radio-navigation qui repose sur les systèmes de positionnement par satellites (GPS, GLONASS, GALILEO, COMPASS) : la position du mobile est ainsi déterminée par triangulation. Le succès du GPS, notamment pour les applications "grand public", s'explique par le coût relativement faible et les performances remarquables des récepteurs actuels. Ce constat est néanmoins à nuancer dès lors que l'on s'intéresse aux domaines précédemment cités pour lesquels le besoin de précision s'accompagne d'un besoin de fiabilité maximale. En effet le GPS est susceptible de mauvaise réception, voir de brouillage en cas de conflit.
- la navigation inertielle qui repose sur l'utilisation d'unités de mesure inertielle (UMI) généralement composées de trois accéléromètres et trois gyromètres. Les accélérations et vitesses de rotation mesurées par ces capteurs permettent, à partir des conditions initiales, de calculer la position et la vitesse du véhicule à chaque instant. L'intérêt de ces UMI réside donc dans leur autonomie et leur discrétion, mais leur dérive, intégrée sur le temps de la mission, constitue leur principale limitation.

En pratique, la complémentarité de ces systèmes est très intéressante pour certaines applications (la navigation inertielle palie les insuffisances de réception du GPS). Les UMI sont en outre parfaitement adaptées au guidage-pilotage car elles peuvent fournir les cap, roulis et tangage du véhicule ainsi que ses vitesses et accélérations. Ceci est exploité par exemple dans le cas des drones qui sont des avions sans pilote capables de mener des missions de surveillance aussi bien militaires (reconnaissance de terrains,...) que civiles (incendies, avalanches, trafic routier,...).

Or les développements technologiques dans le domaine de la miniaturisation des composants permettent aujourd'hui de concevoir pour le court ou moyen terme des drones de taille très réduite. On parle alors de drone miniature si son envergure n'excède pas 50 *cm* et de micro-drone si elle est inférieure à 15 *cm* (pour un poids d'une centaine de grammes). La portée de ces appareils devra être d'une dizaine de kilomètres pour une durée de mission de quelques dizaines de minutes, leur vitesse devra donc atteindre quelques dizaines de *km/h*. La navigation et le guidage-pilotage constitueront les fonctions clés pour assurer la maîtrise du vol en espace restreint, telle qu'une zone urbaine ou l'intérieur d'un bâtiment. Ces drones miniatures seront portables et pourront ainsi être mis en oeuvre par un seul homme. En milieu urbain, ces appareils permettront à terme d'accroître les capacités d'observation et de contrôle en temps réel d'une zone définie.

Compte tenu des spécificités de cette application en milieu confiné et en présence de nombreux obstacles (impossibilité de s'appuyer sur un moyen de radio-navigation par satellite dont les signaux sont fortement perturbés par la présence des murs des bâtiments), cette fonction de navigation devra avoir re-

cours à des solutions originales faisant appel à des concepts de reconstruction d'environnement à partir d'analyse d'image ou de détection sonar ou laser. Cependant, pour assurer la stabilisation du véhicule et contribuer à son positionnement, le recours aux UMI semble nécessaire mais nécessite un important effort de recherche pour parvenir à une réduction suffisante de leur encombrement, notamment pour les capteurs qui composent ces UMI (accéléromètres et gyromètres).

Cet effort de recherche s'appuie sur une nouvelle génération de senseurs inertiels, les capteurs vibrants, qui offrent par leur principe et leur technologie de réalisation associée (usinage par lot de micro-structures), des perspectives tout à fait intéressantes en terme de miniaturisation / performance / coût. Ainsi l'ONERA développe depuis quelques années un micro-accéléromètre à lame vibrante VIA (Vibrating Inertial Accelerometer) et un micro-gyromètre vibrant VIG (Vibrating Integrated Gyro), mais la réalisation d'UMI pour micro-drones lance un nouveau défi puisqu'il s'agit de gagner un à deux ordres de grandeur sur l'encombrement sans trop altérer la précision des capteurs.

L'une des particularités des capteurs inertiels développés à l'ONERA réside dans l'emploi du matériau quartz pour la réalisation des éléments sensibles. Le choix du quartz offre deux intérêts majeurs : d'une part, ce matériau présente une excellente stabilité intrinsèque de ses propriétés physiques, ce qui est favorable à la performance, et d'autre part, le caractère piézoélectrique du quartz permet une excitation et une détection aisées et efficaces des vibrations utiles. Cependant, si le quartz apparaît particulièrement adapté pour la réalisation d'UMI compactes et performantes, il ne pourra plus convenir lorsqu'une miniaturisation extrême sera nécessaire pour les applications de type micro-drone. En effet, il apparaît qu'une miniaturisation poussée des éléments sensibles en quartz dégraderait de manière rédhibitoire la qualité des vibrations (de flexion) mises en jeu (cf. paragraphe 3.3.5) et donc la performance des capteurs.

**Objectif de la thèse** Pour une miniaturisation poussée des UMI, il est donc nécessaire de considérer un autre matériau que le quartz. Le silicium apparaît être un candidat prometteur car les technologies de réalisation qui lui sont associées ont déjà démontré la faisabilité de structures mécaniques de très petites dimensions. De plus, le silicium offre à terme des possibilités d'intégration forte des électroniques et des structures mécaniques sur le même substrat. Le silicium semble donc être un matériau de choix lorsqu'une miniaturisation extrême des dispositifs est recherchée. Mais ceci n'est pas suffisant car il reste en suspens la question primordiale de la performance du capteur ainsi miniaturisé.

L'objectif de ce travail de thèse est donc d'évaluer le potentiel de performances de micro-capteurs inertiels vibrants en silicium. Dans le cadre de cette étude, le travail portera plus particulièrement sur un accéléromètre à lame vibrante et est basé sur trois principaux objectifs :

- établir les limitations ultimes théoriques liées à la miniaturisation du concept d'accéléromètre vibrant, et en particulier déterminer l'influence du facteur de qualité du résonateur.

- approfondir les connaissances théoriques et expérimentales concernant les mécanismes de dissipation limitant le facteur de qualité de micro-résonateurs en silicium afin d'estimer les performances de l'accéléromètre vibrant en silicium en fonction de ses dimensions.
- proposer une première architecture d'accéléromètre vibrant miniature en silicium et évaluer les performances attendues.

**Organisation du mémoire** Ce document s'organise en six chapitres. Dans le premier chapitre, nous rappellerons les principes généraux de la navigation inertielle et nous évaluerons les implications en terme de performances nécessaires pour les accéléromètres. Nous étudierons alors les différentes technologies qui répondent à ces exigences afin de déterminer quelles sont les solutions adaptées à une miniaturisation poussée du capteur.

Le fonctionnement des accéléromètres à lame vibrante sera étudié dans le deuxième chapitre afin d'évaluer l'influence des différents paramètres du résonateur, notamment celui du facteur de qualité sur la stabilité de biais du capteur mais également sa résolution. Nous déterminerons alors plus précisément l'impact de la miniaturisation sur la performance globale de l'accéléromètre à lame vibrante.

Dans le troisième chapitre, nous étudierons théoriquement les différents mécanismes de dissipation pouvant intervenir dans les micro-résonateurs en silicium vibrant en flexion afin d'obtenir une connaissance précise des lois d'évolution du facteur de qualité de la lame en fonction de ses dimensions. Cette étude théorique sera complétée par une étude expérimentale du facteur de qualité en fonction de différents paramètres (dimensions, dopage, pression, température). Les moyens mis en oeuvre pour cette étude en terme de définition de structures de test, techniques de réalisation et caractérisations seront présentés dans le quatrième chapitre et les résultats expérimentaux seront synthétisés dans le cinquième chapitre. Ces résultats expérimentaux nous permettront de dresser une estimation des performances attendues pour des accéléromètres miniatures.

Enfin dans le dernier chapitre, une première architecture d'accéléromètre à lame vibrante en silicium sera définie intégrant l'excitation/détection des vibrations.



## **Deuxième partie**

# **Etat de l'art et approche théorique : Accéléromètres et micro-résonateurs**



# Chapitre 1

## Navigation inertielle et accélérométrie

### Sommaire

---

|            |                                                       |           |
|------------|-------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1.1</b> | <b>Navigation et centrales inertielles</b>            | <b>10</b> |
| 1.1.1      | Accélération                                          | 10        |
| 1.1.2      | Vitesse de rotation                                   | 12        |
| 1.1.3      | Conditions initiales et propagation d'erreur          | 13        |
| 1.1.4      | Ordres de grandeur des exigences en précision         | 14        |
| <b>1.2</b> | <b>Gyroscopes / Gyromètres</b>                        | <b>18</b> |
| 1.2.1      | Conservation du moment cinétique : gyroscope à toupie | 18        |
| 1.2.2      | Effet Sagnac : gyromètre optique                      | 19        |
| 1.2.3      | Effet Coriolis : gyromètre vibrant                    | 20        |
| <b>1.3</b> | <b>Accéléromètres</b>                                 | <b>24</b> |
| 1.3.1      | Principe de la mesure d'accélération                  | 24        |
| 1.3.2      | Accéléromètres asservis                               | 25        |
| 1.3.3      | Accéléromètres à lame vibrante                        | 27        |
| 1.3.4      | Nouveaux principes d'accéléromètres                   | 32        |
| <b>1.4</b> | <b>Miniaturisation et performance</b>                 | <b>36</b> |

---

Dans ce chapitre, nous allons rappeler les principes généraux de la navigation inertielle et nous évaluerons les implications en terme de performances nécessaires pour les accéléromètres. Nous étudierons alors les différentes technologies qui répondent à ces exigences afin de déterminer quelles sont les solutions adaptées à une miniaturisation poussée du capteur.



## 1.1 Navigation et centrales inertielles

La navigation est l'ensemble des techniques qui permettent de trouver les meilleures conditions cinématiques (vitesse et accélération, angulaires et linéaires) permettant à un véhicule de remplir à bien sa mission, c'est à dire de calculer ou mesurer la direction à suivre pour rejoindre un point de coordonnées connues. Cet objectif est réalisé en mettant en oeuvre diverses techniques [1] :

- de localisation, permettant de savoir où se trouve le véhicule.
- de tachymétrie, permettant de connaître sa vitesse par rapport à une référence donnée.
- de pilotage, permettant d'assurer un comportement correct du véhicule, à court terme.
- de guidage, permettant d'assurer un comportement correct du véhicule, à long terme.

Ces opérations, parfois effectuées par des appareillages ou membres d'équipage, peuvent aussi être fortement intégrées dans un système centralisé et relativement complexe [2]. C'est le cas des unités de mesures inertielles (UMI), comme par exemple les systèmes développés par les sociétés SAGEM (SIGMA 95L [3]), IXSEA (MARINS [4]) et THALES Avionics (TOTEM 3000 [5]), qui permettent d'élaborer à tout instant la position, la vitesse et l'orientation du véhicule sur sa trajectoire. Ces informations sont calculées à partir des mesures issues de capteurs formant la centrale, généralement des accéléromètres et des gyroscopes / gyromètres. Ces capteurs mettent en oeuvre les propriétés inertielles de la matière d'où le terme de navigation inertielle.

L'intérêt de cette technique de navigation est lié à son autonomie et discrétion en comparaison des autres procédés de navigation. En effet un système inertielle n'est pas tributaire d'une infrastructure extérieure telle que peut l'être la radio-navigation par satellites où la position du mobile est déterminée par triangulation comme par exemple le système américain GPS (Global Positioning System) ou le futur système européen GALILEO. Cette particularité a très vite été considérée comme essentielle en ce qui concerne les applications militaires. Elle fut également appréciée par la suite pour la sécurité des avions de ligne. Ainsi, par exemple, tous les avions long-courriers utilisent les informations de trois UMI redondantes pour le guidage-pilotage [6].

### 1.1.1 Accélération

L'accéléromètre est un appareil qui mesure la force spécifique non gravitationnelle subie par sa masse sismique. Cette mesure est appelée "lecture accélérométrique" [7] :

$$\vec{A}(\vec{M}) = \left[ \frac{d^2 \vec{M}}{dt^2} \right] - \vec{\varphi}(\vec{M}) = \vec{\gamma}_a - \vec{\varphi}(\vec{M}) = \frac{\sum \vec{F}_{\neq \varphi}}{\sum m} \quad (1.1)$$

Où  $\vec{A}(\vec{M})$  représente la mesure d'accélération de la masse d'épreuve M assimilée à un point matériel M de masse m,  $\vec{\gamma}_a$  l'accélération absolue du véhicule et  $\vec{\varphi}(\vec{M})$  le champ de gravitation local. Cette relation exprime ainsi la mesure d'accélération comme le quotient de la résultante des forces non gravitationnelles appliquées à M par sa masse m. Pour s'en persuader il suffit de considérer le cas particulier d'un accéléromètre constitué d'un simple système masse-ressort (figure 1.1 à gauche). A l'équilibre, la

masse est soumise à son propre poids  $\vec{P} = m\vec{\varphi}$  et à la force de rappel du ressort telle que  $\vec{F} = -\vec{P}$ . Ainsi d'après la relation précédente, l'accéléromètre mesure le champ de gravitation local alors que le système global est au repos. De même si le véhicule est en chute libre, la valeur mesurée par l'accéléromètre est nulle. C'est le principe utilisé lors des vols paraboliques effectués par l'airbus "Zéro G" [8] (figure 1.1 à droite). L'avion effectue une trajectoire parabolique afin de rentrer en phase de chute libre. Ses passagers et le matériel embarqué se retrouvent ainsi en impesanteur pendant une trentaine de secondes.

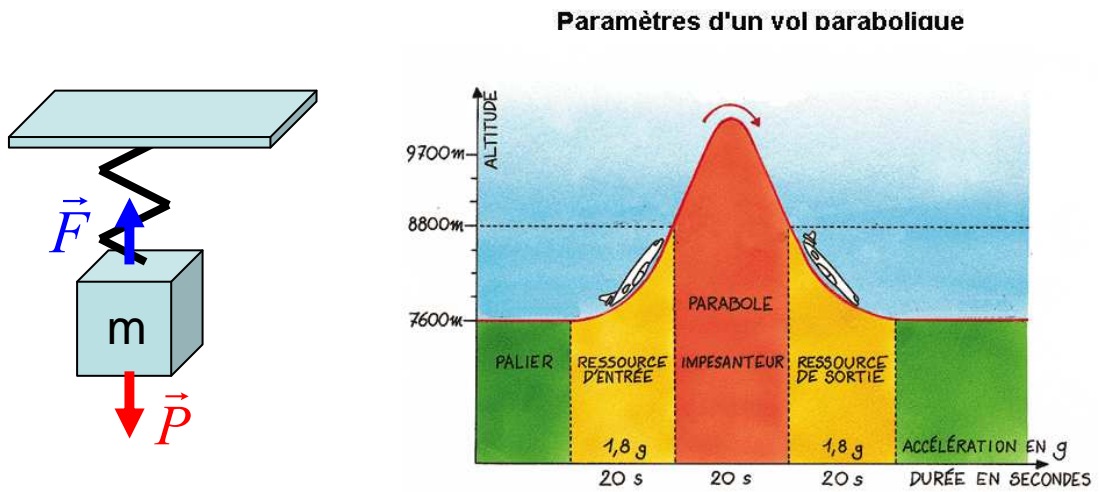


FIG. 1.1 – A gauche : modèle d'un système masse-ressort à l'équilibre. La masse  $M$  est soumise à son propre poids  $\vec{P}$  et à la force de rappel  $\vec{F}$ . A l'équilibre l'accélération vue par le capteur ne sera pas nulle mais correspondra au champ de gravitation. A droite : paramètres d'un vol parabolique effectué par l'airbus "Zéro G". Lors de son entrée en phase de chute libre, ses passagers se retrouvent en impesanteur [8].

La relation 1.1 exprime donc la possibilité d'estimer l'accélération absolue d'un véhicule à condition d'effectuer la correction du champ de gravitation. Cette contrainte est fondamentale puisqu'elle implique la connaissance du champ de gravitation en fonction de la position  $M$  du véhicule et introduit donc une source d'erreur supplémentaire.

Un trièdre formé de trois accéléromètres liés au véhicule permettrait de mesurer les trois composantes de l'accélération et ainsi de remonter à sa position dans l'espace dans le cas particulier où le véhicule ne subirait aucun changement de direction (simple translation du trièdre). Cependant comme le montre la trajectoire de l'airbus "Zéro G" (figure 1.1 à droite), un véhicule est amené à changer de cap. Cela implique une rotation du trièdre d'accélération en plus de sa translation. Afin de calculer la position du véhicule, la centrale inertielle nécessite donc de connaître également la rotation du trièdre dans l'espace. Cette information supplémentaire est mesurée par trois gyroscopes / gyromètres.

### 1.1.2 Vitesse de rotation

Le gyroscope est un appareil qui mesure l'écart d'angle par rapport à une direction de référence dans un référentiel inertiel tandis que le gyromètre mesure la vitesse angulaire qu'il subit. En fonction des applications, l'information délivrée par le capteur peut être dérivée ou intégrée par rapport au temps afin d'obtenir une information supplémentaire ; par exemple le contrôle d'attitude d'un mobile (orientation dans un repère) nécessite généralement de connaître à la fois son angle d'attitude et sa vitesse de rotation.

Les premiers systèmes de navigation inertielle se nomment plates-formes inertielles [9] (figure 1.2) : ils utilisent des gyroscopes mécaniques afin de conserver l'orientation du trièdre d'accélération. Leur attitude est ainsi fixe dans le temps et le positionnement se fait simplement par double intégration des accélérations. Pour conserver une attitude fixe dans le temps, deux solutions sont possibles. La première se base sur l'effet gyroscopique d'une masse en mouvement. Celle-ci va permettre le maintien d'une direction fixe. Une autre solution est de compenser, par une rotation inverse effectuée par un moteur, les mouvements de rotations détectés par des gyroscopes. Ces systèmes mécaniques sont malheureusement complexes, coûteux et encombrants.

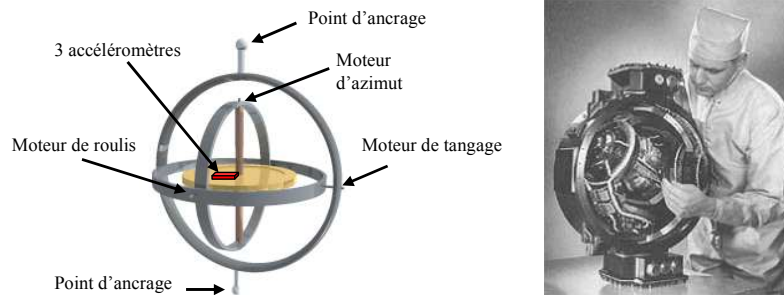


FIG. 1.2 – A gauche : schéma de principe d'une plate-forme inertielle. A droite : plate-forme inertielle ST-124-M installée sur le lanceur Saturn V (1970). Elle a un diamètre de 53 cm et une masse de 52 kg. Photo prise pendant un contrôle technique.

Les progrès technologiques ont donné naissance à un autre type de système de navigation inertielle : les systèmes à composants liés ou "strapdown". Les accéléromètres et les gyromètres sont fixés rigidement au véhicule en mouvement. L'attitude et la position se calculent à partir des informations gyrométriques et accélérométriques. Les cardans des plates-formes sont en quelques sorte remplacés par un calculateur qui effectue le calcul des composantes de l'accélération dans le repère inertiel.

L'intérêt principal des plates-formes inertielles réside dans une meilleure précision inhérente. En effet la position dans l'espace du véhicule est simplement calculée à partir du trièdre accélérométrique alors que dans le cas des systèmes à composants liés, les composantes de l'accélération doivent être recalculées à partir des données gyrométriques et donc sujets à des erreurs supplémentaires. Mais les systèmes strapdown sont des structures plus simples et plus résistantes aux chocs, et sont fortement

avantageux en terme de coût et d'encombrement.

Comme précisé précédemment, les accélérations et vitesses de rotation mesurées par ces capteurs permettent, à partir des conditions initiales, de calculer la position et la vitesse du véhicule à chaque instant, mais leur dérive, intégrée sur le temps de la mission, constitue leur principale limitation.

### 1.1.3 Conditions initiales et propagation d'erreur

Prenons le cas de la plate-forme inertielle, c'est à dire que l'on considère le cas simple du trièdre accélérométrique dont la rotation instantanée absolue est nulle. Une première intégration de ce trièdre, portant sur l'accélération absolue  $\vec{\gamma}_a$  fournit une estimation de la vitesse absolue :

$$\vec{V}_a(t) = \vec{V}_a(t_0) + \int_0^t \vec{\gamma}_a(t) dt \quad (1.2)$$

Une seconde intégration dans ce même trièdre, portant cette fois sur  $\vec{V}_a$ , fournit la position absolue estimée :

$$\vec{M}_a(t) = \vec{M}_a(t_0) + \int_0^t \vec{V}_a(t) dt \quad (1.3)$$

Ces équations mettent en évidence l'importance des conditions initiales ( $\vec{V}_a(t_0), \vec{M}_a(t_0)$ ) qui doivent obligatoirement être connues avec précision afin de pouvoir déterminer correctement la trajectoire du véhicule. La navigation inertielle calcule donc la position du mobile relativement à son point initial. Ces équations mettent également en évidence le rôle joué par deux intégrations successives et la propagation d'erreur sur la mesure d'accélération. Prenons par exemple le cas simple d'un avion de ligne qui possède un mouvement rectiligne uniforme de vitesse  $V_0=1000 \text{ km/h}$  et de position initiale  $M_0=0$ . L'accélération absolue mesurée suivant la direction considérée sera donc nulle à une erreur constante  $\delta\gamma_a$  près. Cette imprécision sur la mesure est également appelée erreur de biais pour un capteur accélérométrique puisqu'il s'agit de la sortie du capteur en absence d'accélération.

Cette erreur de biais va entraîner via la première intégration, une erreur à l'instant T sur la vitesse absolue de l'avion, telle que :

$$V_t = V_0 + \int_0^T \delta\gamma_a dt = V_0 + \delta\gamma_a T \quad (1.4)$$

De même, la seconde intégration va propager cette erreur de biais sur le calcul de sa position absolue :

$$M_t = M_0 + \int_0^T (V_0 + \delta\gamma_a T) dt = V_0 T + \frac{\delta\gamma_a T^2}{2} \quad (1.5)$$

Ainsi l'erreur de biais va se propager de manière quadratique avec le temps pour conduire à une erreur de position. Une erreur de biais accélérométrique de l'ordre de  $1 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$  induira donc une erreur de position de l'avion de ligne de 1,8 m au bout d'une minute, 180 m au bout de 10 minutes et

6,5 km en une heure de trajet.

Ces deux résultats concernant l'importance des conditions initiales et de la propagation des erreurs de mesure soulignent les principaux inconvénients de la navigation inertielle : la position d'un véhicule est calculée relativement à ses conditions initiales via une double intégration de l'accélération et de son erreur qui bien que très faible mène à une forte dérive. Ainsi cette technique ne sera performante que sur de courtes missions (typiquement quelques dizaines de minutes). Au delà, il est usuel de faire appel à des systèmes dits hybrides composés d'un système inertielle et d'un système de radio-navigation (GPS), autrement dit combiner la précision court terme avec celle à plus long terme.

## 1.1.4 Ordres de grandeur des exigences en précision

### 1.1.4.1 Conditions portant sur la vitesse initiale

Afin de fixer les idées, nous allons considérer la trajectoire balistique d'un mobile se déplaçant dans un champ de gravitation constant, de module égal à  $g=10 \text{ m.s}^{-2}$ . Les conditions initiales, traduites sur la figure (1.3), sont les suivantes :  $M_0=0$ ,  $|\vec{V}_0|=V_0$  et  $\text{arg}(\vec{V}_0)=\alpha$ .

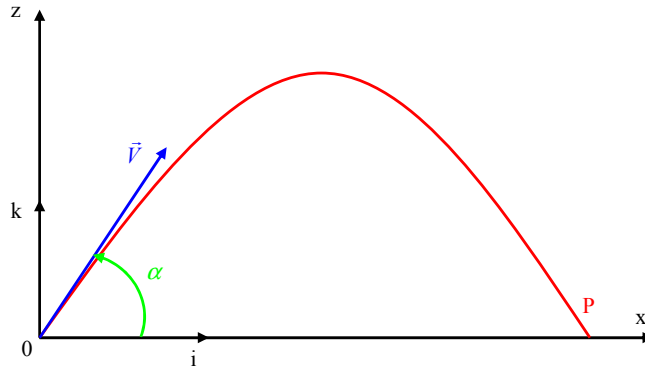


FIG. 1.3 – Trajectoire balistique d'un véhicule de vitesse initiale  $\vec{V}_0$

Les équations cinématiques du mouvement du véhicule sont :

$$x = (V_0 \cos \alpha) t \quad \text{et} \quad z = (V_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1.6)$$

La portée de la trajectoire est définie par :

$$OP = x(t_{z=0}) = \frac{V_0^2}{g} \sin 2\alpha \quad (1.7)$$

De cette expression, l'erreur de portée s'exprime suivant un écart  $\Delta \vec{V}_0$  sur  $\vec{V}_0$  :

– un écart  $\Delta V_0$  sur le module  $V_0$  conduit à :

$$\left( \frac{\Delta P}{P} \right)_{\Delta V_0} = 2 \frac{\Delta V_0}{V_0} \quad (1.8)$$

– un écart  $\Delta\alpha$  sur l'orientation de  $V_0$  conduit à :

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_{\Delta\alpha} = 2(\Delta\alpha)\cotan(2\alpha) \quad (1.9)$$

Si  $\alpha$  est choisi de telle sorte d'avoir la portée maximale ( $\alpha \approx 45^\circ$ ), le module  $V_0$  étant fixé, nous obtenons les relations :

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_{\Delta V_0} = 2\frac{\Delta V_0}{V_0} \quad (1.10)$$

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_{\Delta\alpha} \approx 0 \quad (1.11)$$

Dans le cas où la portée est maximale, l'erreur due à une désorientation  $\Delta\alpha$  est donc nulle au premier ordre. L'expression de l'erreur relative totale sur la portée devient :

$$\frac{\Delta P}{P} = 2\frac{\Delta V_0}{V_0} \quad (1.12)$$

Examinons maintenant les ordres de grandeur numériques. Nous considérons une trajectoire dont la portée est 3000 km. D'après l'équation 1.7 le module de la vitesse est :

$$V_0 = \sqrt{gP} = \sqrt{10 \text{ m/s}^2 \times 3\,000\,000 \text{ m}} \approx 5\,500 \text{ m/s} \quad (1.13)$$

d'après l'équation 1.6 la durée de vol est :

$$t = \frac{2V_0 \sin(\alpha)}{g} = 770 \text{ s} \approx 13 \text{ mn} \quad (1.14)$$

Une condition d'erreur inférieure à 1 km sur la portée impose la condition suivante sur l'erreur relative de vitesse d'après l'équation 1.12 :

$$\frac{2\Delta V_0}{V_0} < \frac{1}{3000} \quad (1.15)$$

d'où :

$$\Delta V_0 < \frac{5500 \text{ m/s}}{2 \times 3000} \approx 0,9 \text{ m/s} \quad (1.16)$$

Afin de pouvoir effectuer le guidage d'un engin balistique, sa vitesse doit être déterminée à mieux que 1 m/s près. Cette condition implique une mesure de  $V_0$  (5500 m/s) avec une précision relative de l'ordre de  $10^{-4}$ , ce qui exige de chacun des capteurs de la centrale une précision de l'ordre de  $10^{-5}$ .

#### 1.1.4.2 Conditions portant sur les accéléromètres

Tout capteur présente des erreurs de mesure qui sont des écarts entre la valeur mesurée et la valeur réelle de la grandeur d'entrée. Les erreurs de mesure les plus communes sont représentées sur la figure 1.4 : il s'agit des erreurs de biais (ou de zéro), de facteur d'échelle et de linéarité. La mesure de l'accéléromètre peut ainsi s'exprimer de la façon suivante :

$$\gamma_{sortie} = (K_0 + \Delta K_0) + (1 + \Delta K_1)\gamma_{entrée} + K_2\gamma_{entrée}^2 \quad (1.17)$$

Où  $\gamma_{sortie}$  est la donnée en sortie de l'accéléromètre en  $g$ .

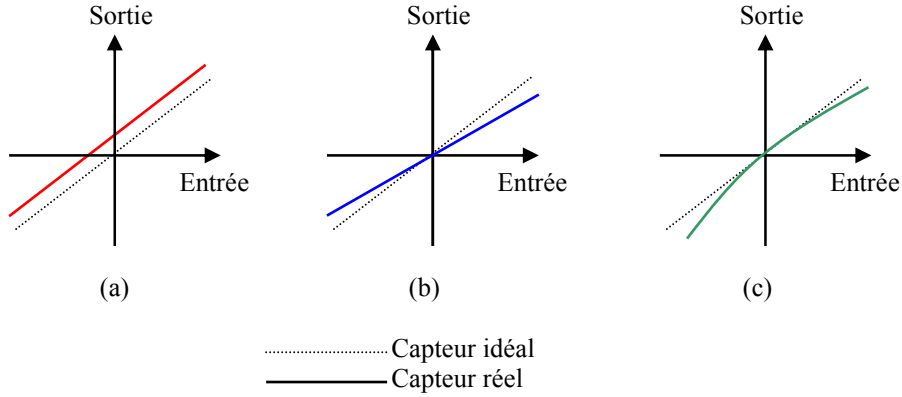


FIG. 1.4 – Erreurs typiques de mesure : (a) erreur de biais ; (b) erreur de facteur d'échelle et (c) erreur de linéarité

- Le biais  $K_0 + \Delta K_0$  est la valeur mesurée en l'absence de grandeur d'entrée. L'instabilité de ce biais représentée par  $\Delta K_0$  au cours du temps et en fonction des éléments extérieurs (température, ...) constitue, du moins en ce qui concerne sa partie non modélisable, une des principales sources d'erreurs de mesure. Cette erreur s'exprime usuellement en  $mg$  ou en  $\mu g$ .
- L'erreur de facteur d'échelle  $\Delta K_1$ , qui s'exprime généralement en  $ppm$ , conduit à une erreur de mesure proportionnelle à l'accélération en entrée.
- L'erreur de linéarité modélisée par le facteur  $K_2$  varie quadratiquement avec l'accélération d'entrée. Cette erreur s'exprime en  $\mu g/g^2$ .

Il existe d'autres erreurs dans la sortie d'un accéléromètre, mais ces trois erreurs-types sont particulièrement adaptées pour estimer les ordres de grandeur de performance recherchée. Ainsi en référence à l'équation 1.2, si l'on considère un accéléromètre affecté d'une erreur de mesure  $\Delta\gamma$ , une mesure durant  $T$  secondes avec cet appareil peut entraîner une erreur sur la vitesse :

$$(\Delta V) = T(\Delta\gamma) \quad (1.18)$$

A titre d'exemple, considérons un engin balistique dont la propulsion produit une accélération égale à  $5g$ , conduisant à la vitesse de  $5500 \text{ m/s}$  au bout de 110 secondes. Les relations 1.16 et 1.18 se traduisent alors par une condition sur l'erreur de mesure d'accélération  $\Delta\gamma$  :

$$(\Delta\gamma) < \frac{(\Delta V)}{T} = \frac{0,9 \text{ m/s}}{110 \text{ s}} \approx 8,1 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 \quad (1.19)$$

Comme expliqué précédemment les causes de l'erreur globale sont multiples et chacune doit être réduite autant que possible, ce qui nous conduit à l'ordre de grandeur :

$$\Delta\gamma = \sum_i \Delta\gamma_i \quad (1.20)$$

$$\Delta\gamma_i < 10^{-3} \text{ m/s}^2 \approx 10^{-4} g \quad (1.21)$$

Ainsi pour cet exemple d'engin balistique, les sources d'erreurs ne doivent pas excéder  $10^{-4} g$ . Dans le cas de la navigation inertielle, ces exigences sont encore plus élevées.

#### 1.1.4.3 Conditions portant sur les gyromètres

Considérons le cas le plus simple, où ces appareils sont utilisés pour stabiliser l'orientation d'une plate-forme. Si la plate-forme s'écarte d'un angle  $\theta$  très petit de la position prévue, il en résulte sur l'évaluation de l'accélération  $\gamma$  une erreur  $\Delta\gamma$  de l'ordre de  $\theta\gamma$ . Par suite, à une vitesse de dérive  $\Delta\Omega$  (*rad/s*), correspond une erreur en accélération :

$$\Delta\gamma = \theta\gamma = \Delta\Omega t\gamma \quad (1.22)$$

et une erreur en vitesse :

$$\Delta V = \int_0^t \Delta\gamma dt = \int_0^t \Delta\Omega t\gamma dt \quad (1.23)$$

Ainsi dans le cas le plus favorable où  $\Delta\Omega$  et  $\gamma$  sont constantes :

$$\Delta V = \Delta\Omega\gamma \int_0^t t dt = \Delta\Omega\gamma \frac{t^2}{2} \quad (1.24)$$

Ainsi en reprenant l'exemple de l'engin balistique précédent (accélération de  $5 g$ , vitesse de  $5500 \text{ m/s}$  au bout de  $110$  secondes), la condition (1.16) qui exprime une précision relative de la vitesse de l'ordre de  $10^{-4}$  se traduit alors par une condition sur la dérive de la vitesse angulaire telle que :

$$\Delta\Omega < \frac{2\Delta V}{\gamma T^2} \approx \frac{2 \times 1.10^{-4} \times 5500 \text{ m/s}}{50 \text{ m/s}^2 \times (110 \text{ s})^2} \approx 2.10^{-6} \text{ rad/s} \approx 0,4 \text{ }^\circ/\text{h} \quad (1.25)$$

et impose donc de fortes contraintes sur la stabilité de biais du gyromètre.

#### 1.1.4.4 Conclusion

Cette étude préliminaire permet de se rendre compte des exigences sur la précision des accéléromètres et gyromètres en fonction des applications recherchées. Dans la pratique et compte tenu des erreurs liées à la mesure accélérométrique, les performances de l'accéléromètre nécessaires pour répondre aux besoins de la navigation inertielle se traduisent par : une stabilité de biais  $\Delta K_0$  de quelques dizaines de  $\mu g$ , une erreur de facteur d'échelle  $\Delta K_1$  de quelques ppm et une erreur de linéarité  $K_2$  plus faible que le  $\mu g$  par  $g^2$ . Cette classe de performance correspond aux applications hautes performances ("classe inertielle").

Pour pouvoir prétendre à cette classification et ainsi permettre la navigation autonome d'engins, la vitesse de dérive  $\Delta\Omega$  d'un gyromètre ne doit pas excéder  $0,1 \text{ }^\circ/\text{h}$ . Des performances un peu moins élevées (moyenne performance :  $0,1 \text{ }^\circ/\text{s} - 0,1 \text{ }^\circ/\text{h}$ ) permettent toutefois la navigation hybridée avec des systèmes de radionavigation (GPS), le guidage-pilotage, et le contrôle d'attitude des micro-drones tandis



que de plus basses performances ( $> 0,1^\circ/s$ ) sont essentiellement utilisées dans le secteur automobile (contrôle dynamique), mais aussi pour la stabilisation de lignes de visée (caméras, ...). Les paragraphes suivants dressent un état de l'art des techniques accélérométriques et gyrométriques.

## 1.2 Gyroscopes / Gyromètres

D'une manière générale, un gyroscope est un appareil permettant de mesurer l'angle de rotation de son boîtier vis-à-vis du référentiel stellaire. Un gyromètre permet de mesurer la vitesse de rotation de son boîtier. Ces appareils mettent en jeu divers phénomènes physiques tels que l'inertie de la matière (conservation du moment cinétique, effet Coriolis) et la propagation de la lumière (effet Sagnac).

### 1.2.1 Conservation du moment cinétique : gyroscope à toupie

Le gyroscope à toupie fut inventé en 1852 par Léon Foucault et repose sur le principe de la conservation du moment cinétique d'un corps en mouvement autour d'un axe. Ainsi, si ce corps est libre, la direction de son axe de rotation restera invariante dans le repère stellaire. Un gyroscope à toupie se compose d'une toupie pouvant tourner autour d'un axe monté dans une structure à double cardan (figure 1.5 à gauche). Lorsque la toupie est mise en rotation, sa direction semble évoluer pour décrire un cône. En réalité son axe de rotation reste fixe dans le repère stellaire et c'est la terre qui imprime son mouvement de rotation au support de la toupie (figure 1.5 à droite). L'expérience de Léon Foucault ne durait pas plus que quelques minutes car les frottements du dispositif finissaient par stopper la toupie qui perdait alors sa capacité à rester pointée dans la même direction.

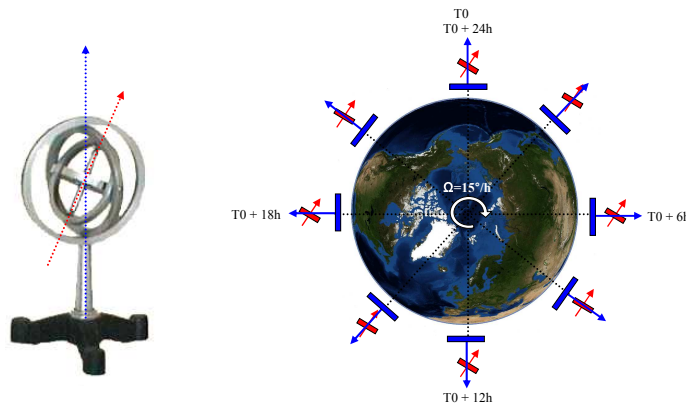


FIG. 1.5 – A gauche : modèle de gyroscope à toupie. La toupie est montée dans une structure à double cardan. La flèche rouge représente le vecteur rotation de la toupie, la bleue l'axe perpendiculaire au plan de pose du gyroscope. A droite : lors d'une révolution complète de la terre autour de son axe, la direction de la toupie (rouge) observée dans le référentiel terrestre va évoluer pour retrouver sa position initiale au bout de 24 h. En réalité tout au long de la rotation de la terre, la toupie a gardé la même direction dans le référentiel absolu.

Cette invention fut à l'origine de toute une série d'applications pour la navigation inertielle : compas gyroscopique, stabilisateur de plate-formes inertielles, etc. Ces appareils possèdent une très grande

précision pouvant atteindre  $10^{-3}$  à  $10^{-4}$  °/h. Cela implique qu'à la différence du gyroscope de Foucault, les forces de frottements sont extrêmement faibles. Cependant leur réalisation et leur maintenance restent complexes et coûteuses.

### 1.2.2 Effet Sagnac : gyromètre optique

Le principe des gyromètres optiques est basé sur l'effet Sagnac découvert en 1913 (figure 1.6 à gauche) : deux faisceaux optiques (1) et (2) issus de la même source sont introduits via une lamelle séparatrice dans l'interféromètre et suivent le même chemin mais en sens inverse. A la sortie, les faisceaux (1) et (2) produisent des motifs d'interférences qui se décalent en présence d'une rotation  $\Omega$  autour d'un axe perpendiculaire au chemin optique.

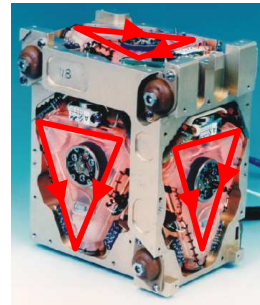
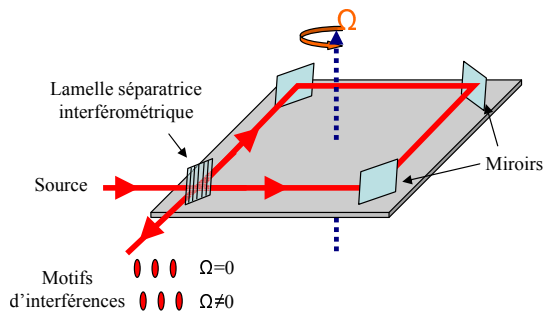


FIG. 1.6 – A gauche : schéma de principe du gyromètre optique. A droite : exemple de trièdre gyrométrique laser (Marconi FIN3110) [9].

La longueur effective du chemin d'un des faisceaux augmente tandis que l'autre diminue. La différence de chemin optique entre les deux ondes lumineuses s'écrit [10] :

$$\Delta L = c\Delta t = \frac{4A\Omega}{c} \quad (1.26)$$

Où  $A$  représente l'aire interne au chemin optique et  $c$  la vitesse de la lumière. Cette relation montre que la forme du chemin optique n'a pas d'influence sur le décalage temporel et d'après cette équation, il apparaît qu'un interféromètre optique classique n'est pas un appareil très sensible pour cette application : pour une aire  $A=1 \text{ m}^2$  et une vitesse de rotation  $\Omega=10 \text{ °/h}$ , la différence de chemin optique correspondante entre les deux faisceaux est  $\Delta L \approx 7 \cdot 10^{-13} \text{ m}$ . Il a fallu attendre le développement des lasers et des fibres optiques pour rendre ces appareils très performants avec l'apparition des gyromètres laser et à fibre optique.

- Le gyromètre laser (RLG pour "Ring Laser Gyro") est un oscillateur double mettant en oeuvre un laser à gaz. Sa cavité résonnante, triangulaire ou carrée, et dont les sommets sont matérialisés par des miroirs, contient un plasma hélium-néon [11]. Trois électrodes (deux anodes et une cathode)

excitent ce milieu et provoquent l'émission de deux ondes dont la longueur d'onde est un sous-multiple du chemin optique et qui parcourent la cavité selon le même trajet, mais en sens contraire. La mesure est effectuée à l'aide un prisme qui restitue une onde correspondant à la différence de fréquence des deux ondes dans la cavité. Lorsque la cavité résonnante est soumise à une vitesse de rotation  $\Omega$ , l'effet Sagnac crée une différence de chemin optique entre les 2 ondes, et donc une différence de fréquence proportionnelle à la vitesse de rotation appliquée. Les recherches sur les gyromètres laser ont débuté dans les années 1960 – 1970 et les différents développements industriels (Honeywell [12], Kearfoot [13], Sagem [14], Thales [5]) ont permis d'exploiter les pleines possibilités de cette technique : les stabilités à long terme atteintes actuellement sont de l'ordre de  $10^{-3} \text{ }^\circ/h$ . Un exemple de trièdre gyrométrique laser est montré sur la figure 1.6 à droite.

- Le gyromètre à fibre optique (FOG pour "Fiber Optic Gyro") repose sur les développements technologiques réalisés en fibre optique qui ont permis d'augmenter considérablement la longueur du chemin optique tout en réduisant l'encombrement du dispositif grâce à un enroulement de la fibre optique. Ainsi des chemins optiques de plusieurs kilomètres sur 10 000 tours peuvent être réalisés. De plus, les miroirs sont supprimés, ce qui accroît la robustesse du dispositif. Les performances des gyromètres à fibre optique industriels (Honeywell [15], Northrop Grumman [16], IXSEA [17]) peuvent atteindre aujourd'hui  $10^{-3} \text{ }^\circ/h$ .

### 1.2.3 Effet Coriolis : gyromètre vibrant

En mécanique newtonienne, la force de Coriolis est qualifiée de force inertielle, en vertu du fait qu'elle n'existe que parce que l'observateur se trouve dans un référentiel en rotation alors qu'aucune force ne s'exerce pour un observateur au repos ou en mouvement rectiligne uniforme. Ce principe est schématisé sur la figure 1.7 à gauche. Soit une balle qui est lancée à l'instant  $T_0$  en direction du centre du plateau immobile. Son mouvement est perçu de la même façon par les observateurs (1) (au dessus du plateau) et (2) (sur le plateau) : c'est à dire comme une trajectoire rectiligne. Maintenant le plateau tourne à la vitesse  $\Omega$  et l'expérience est renouvelée. Les résultats sont cette fois différents. Ainsi pour l'observateur (1), il n'y a pas de modification dans la trajectoire de la balle qui reste rectiligne. Par contre pour l'observateur (2), la balle semble déviée de sa trajectoire initiale vers la droite par une force. En effet la balle a toujours parcouru la même trajectoire (1) mais l'observateur aura tourné autour de cette trajectoire, ce qu'il voit correspond alors à la trajectoire (2).

Dans son référentiel, la balle est soumise à une force qui la dévie de sa trajectoire : c'est la force de Coriolis introduite la première fois par Gustave-Gaspard Coriolis en 1835. La terre étant un référentiel tournant, tous les corps se déplaçant à sa surface sont de notre point de vue déviés par cette force. L'établissement de cette force découle de la loi de composition des vitesses et s'exprime [18] :

$$\vec{F}_c = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v} \quad (1.27)$$

Où  $m$  et  $\vec{v}$  sont respectivement la masse et la vitesse du mobile en mouvement dans le référentiel tournant à la vitesse  $\vec{\Omega}$  par rapport à un référentiel inertiel. D'après cette expression, la force de Coriolis est proportionnelle à la vitesse de rotation. Si un capteur peut mesurer cette déviation, alors il pourra déterminer la vitesse de rotation appliquée : c'est un gyromètre. Soit une masse  $m$  pouvant osciller selon deux axes de vibration orthogonaux  $\vec{O}x$  et  $\vec{O}y$  (figure 1.7 à droite). Lorsque cette masse oscille suivant l'axe  $\vec{O}x$  (mode pilote) alors toute rotation du repère  $(\vec{O}x, \vec{O}y)$  autour de l'axe  $\vec{O}z$  entraîne une vibration de la masse  $m$  suivant l'axe  $\vec{O}y$  (mode détecteur) par le biais de la force de Coriolis. L'amplitude de cette vibration induite est proportionnelle à la vitesse de rotation.

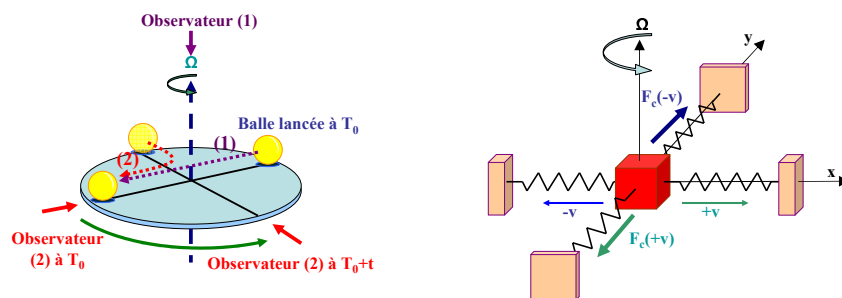


FIG. 1.7 – A gauche : illustration de la force de Coriolis. Une balle est lancée à l'instant  $T_0$  en direction du centre d'un plateau tournant à la vitesse  $\Omega$ . L'observateur (1) détaché du plateau verra une trajectoire rectiligne tandis que l'observateur (2) lié au plateau verra la trajectoire de la balle se courber vers la droite. A droite : schéma de principe du gyromètre vibrant.

### 1.2.3.1 Exemples de gyromètres vibrants

Ce principe a été largement exploité depuis quelques dizaines d'années pour la réalisation de gyromètres vibrants (figure 1.8). Les laboratoires et industriels ont ainsi fait preuve d'ingéniosité pour mettre au point différentes structures telles que :

- Le gyromètre à cloche (HRG : Hemispherical Resonator Gyro) [19] est une coque en silice hémisphérique tenue par un pied en son centre. Le mode pilote correspond à une vibration elliptique de la coque, et sous une rotation  $\Omega$ , les forces de Coriolis excitent une seconde vibration elliptique dont l'axe est décalé de  $45^\circ$  par rapport au mode pilote. La précision de ces gyromètres peut atteindre  $10^{-3} \text{ }^\circ/h$  [20].
- Le gyromètre en anneau en silicium développé par l'Université de Berkeley et BAE systems [22] est une structure micromécanique (ou MEMS pour "Micro-Electro-Mechanical System") qui repose sur le même principe de fonctionnement que le HRG. Le gyromètre en anneau est en réalité une "tranche" du gyromètre à cloche. De part son point de fixation, le découplage des vibrations vis-à-vis du support est moins efficace et les résolutions atteintes sont de l'ordre de  $1 \text{ }^\circ/h$  [23]. L'amplitude du mode de détection est mesurée de manière capacitive [24].

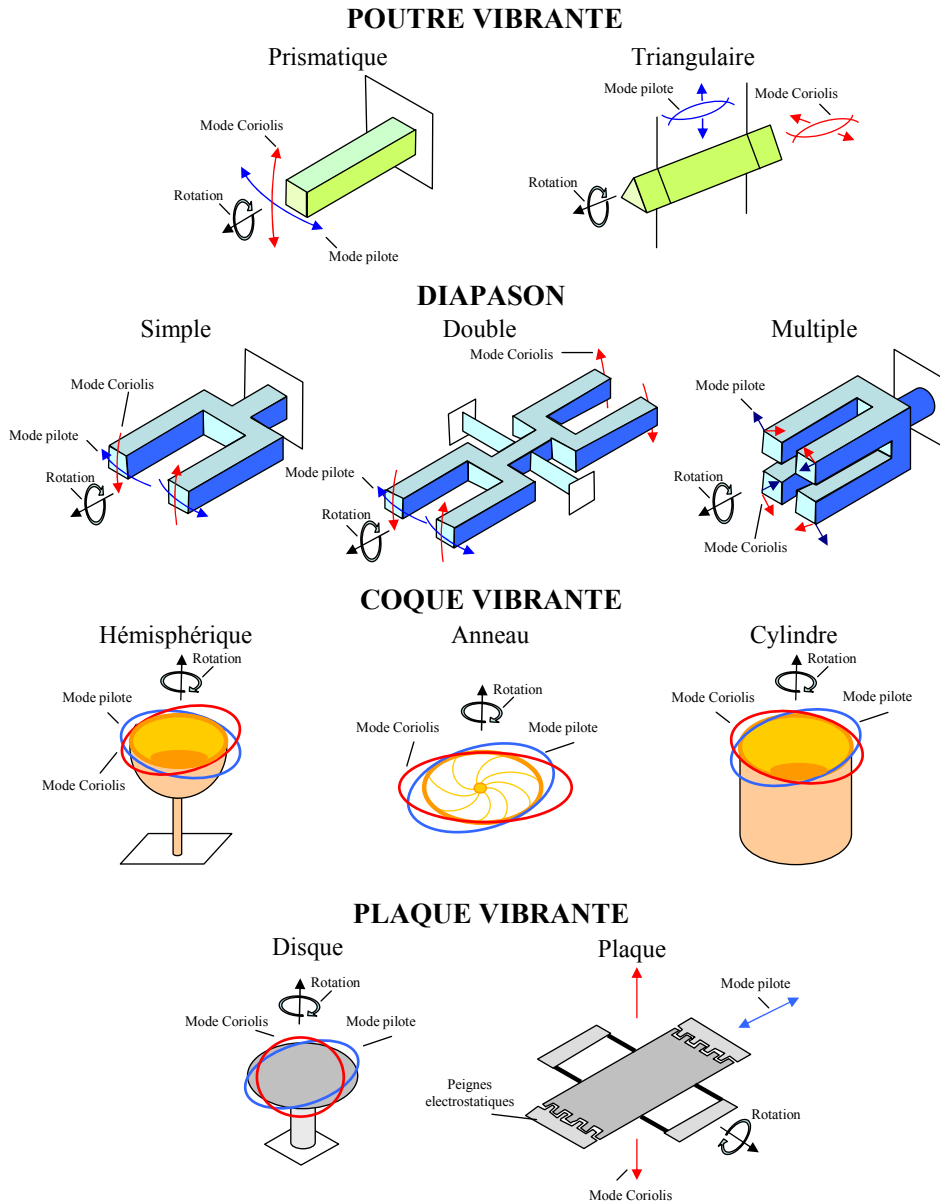


FIG. 1.8 – Différents types de gyromètres vibrants [21]

- Le gyrostar de Murata [25] est constitué d'une poutre de section triangulaire en métal (élinvar), ce qui permet l'égalité des fréquences propres de flexion dans toutes les directions, notamment pour les deux axes orthogonaux pilote et détection. La poutre est libre à ses deux extrémités et est tenue par des fils métalliques au niveau des noeuds de vibration. Le mode pilote est excité à l'aide de céramiques piézoélectriques collées en surface de la poutre. La précision atteinte est  $5^\circ/h$ .

- Le QRS de BEI Systron Donner [26] est composé d'un double diapason en quartz. Le mode pilote est la vibration de flexion d'un des deux diapasons, excitée par le biais d'électrodes situées sur ses lames (grâce à la piézoélectricité du quartz). La force de Coriolis induit une vibration transverse sur ce diapason et par couplage mécanique également sur le second diapason où elle est détectée. La précision de cet appareil est de  $0,01 \text{ }^\circ/s$  [27].
- Le Quapason [18] de Sagem en métal est composé de quatre branches (diapason multiple sur la figure 1.8). La structure vibrante de ce gyromètre tire son avantage de la symétrie complète des modes de vibration pilote et détection, dont les moments fléchissants et les efforts tranchants des quatre poutres vibrant en flexion se compensent dans le volume du socle. Une paire d'électrodes en céramique PZT est collée sur chaque poutre pour exciter le mode pilote et détecter la vibration Coriolis. La réalisation des quatre poutres est effectuée par électroérosion à fil. Sa précision est environ  $0,01 \text{ }^\circ/s$  [28].

### 1.2.3.2 Le micro-gyromètre VIG (Vibrating Integrated Gyro)

La structure vibrante du VIG [29] en cours de développement à l'ONERA met en oeuvre un diapason en quartz représenté sur la figure 1.9. Le mode pilote (mode de flexion) du diapason est maintenu à la résonance par effet piézoélectrique au moyen d'électrodes et d'un circuit électronique oscillateur ; lorsque le diapason tourne avec une vitesse de rotation  $\Omega$  autour de son axe longitudinal, la force de Coriolis entraîne une vibration forcée (mode détecteur) à la fréquence du mode pilote, et l'amplitude  $Y$  de cette vibration est proportionnelle à  $\Omega$ , définissant un facteur d'échelle égal à :  $X/\Delta\omega$  où  $X$  est l'amplitude du mode pilote et  $\Delta\omega$  l'écart de fréquence propre entre les modes pilote et détecteur. L'amplitude du mode détecteur est détectée par effet piézoélectrique.

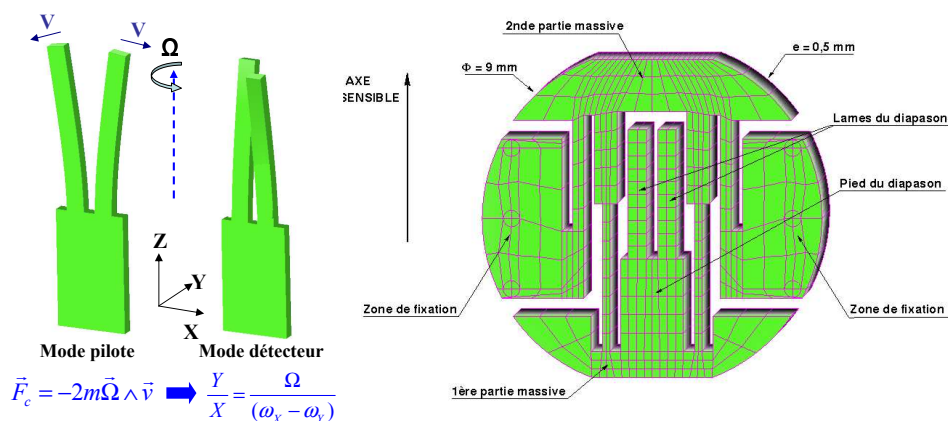


FIG. 1.9 – Modes pilote et détecteur de la structure VIG développée à l'ONERA [29]

La structure du VIG bénéficie d'un matériau, le quartz, possédant un coefficient de qualité intrinsèque élevé et dont le caractère piézoélectrique autorise une excitation/détection aisée des vibrations utiles. Dans le but d'obtenir un excellent découplage des vibrations du mode détecteur, un dispositif de découplage original présenté sur la figure 1.9 a été breveté par l'ONERA en 1999 [30]. L'élément vibrant est le diapason situé au centre de la structure ; le pied de ce diapason est solidaire d'une première partie massive reliée à une seconde au moyen de deux bras souples. Cette seconde partie massive est elle-même reliée au support au moyen de deux autres bras souples. Chaque ensemble (partie massive + bras souples) constitue un dispositif de type suspension filtrante, qui contribue à réduire les fuites de l'énergie vibratoire du diapason vers les zones de fixation. Ce dispositif permet de réduire théoriquement les fuites d'énergie à  $10^{-6}$  fois l'énergie vibratoire du mode détecteur. Dans ces conditions, la qualité de la vibration n'est pratiquement pas altérée par la fixation de la structure sur son support. Concernant le mode pilote, les suspensions filtrantes complètent le découplage inhérent au diapason et permettent ainsi de limiter les pertes d'énergie à seulement  $10^{-8}$  fois l'énergie contenue dans le résonateur. La résolution de mesure du VIG est actuellement de l'ordre de  $0,05^\circ/s$  dans la bande passante de  $100\text{ Hz}$ .

## 1.3 Accéléromètres

### 1.3.1 Principe de la mesure d'accélération

Les accéléromètres classiques peuvent être généralement être assimilés à un système masse-ressort de masse  $m$  et de raideur  $K$ . Une accélération absolue  $\gamma_a$  en référence à la relation 1.1 entraîne un déplacement  $x$  de la masse d'épreuve créant une force de rappel  $\vec{F}_{\neq\varphi} = -Kx.\vec{i}$  exercée par le ressort. Ainsi le principe fondamental de la dynamique appliqué à cette masse, assimilée à un point M de masse  $m$ , s'écrit :

$$m\vec{\gamma}_a = \vec{F}_{\neq\varphi} + m\vec{\varphi} \quad (1.28)$$

La mesure est donc effectuée par la connaissance du déplacement  $x$  :

$$\vec{F}_{\neq\varphi} = -Kx.\vec{i} = m(\vec{\gamma}_a - \vec{\varphi}) = m\vec{A}(\vec{M}) \quad (1.29)$$

où  $\vec{A}(\vec{M})$  est la "lecture accélérométrique" (équation 1.1) directement liée au déplacement  $x$  de la masse d'épreuve :

$$\vec{A}(\vec{M}) = \frac{\vec{F}_{\neq\varphi}}{m} = \frac{-Kx.\vec{i}}{m} \quad (1.30)$$

Les techniques de détection mises en oeuvre pour mesurer ce déplacement sont multiples, les plus courants sont la détection capacitive, piézorésistive ou piézoélectrique. La grandeur de sortie proportionnelle à l'accélération est dans ce cas analogique (tension ou intensité électrique). La sensibilité d'un accéléromètre en boucle ouverte est d'autant plus grande que la raideur  $K$  du ressort est faible, ce qui malheureusement s'obtient au détriment de sa fréquence propre  $\omega_p$  et donc de sa bande passante. Un compromis doit donc être trouvé entre sensibilité et bande passante. La masse d'épreuve se déplace

selon les cas en translation ou en rotation. Dans ce dernier cas, les accéléromètres sont nommés pendulaires. Une masse d'épreuve en forme de plaque, ou pendule, est fixée à un bâti par l'intermédiaire de charnières. Sous l'action d'une accélération suivant l'axe sensible, le pendule tourne d'un angle  $\alpha$  proportionnel à l'accélération appliquée. Les exemples industriels de ces accéléromètres sont nombreux (Endevco, Sensorex, Sagem, etc) mais leur précision reste trop faible ( $> 0,1\%$  de la pleine échelle) pour prétendre à la navigation inertielle. Leurs applications restent plutôt orientées vers la mesure de vibrations, de chocs, etc.

Comme il a été précisé précédemment, les accéléromètres destinés à la navigation inertielle ou au guidage-pilotage doivent répondre à des exigences particulières de précision, stabilité et linéarité. Les accéléromètres qui aujourd'hui répondent à ces besoins sont :

- Les accéléromètres analogiques asservis qui maintiennent la masse d'épreuve autour d'une position dite "zéro" ce qui permet d'obtenir des capteurs à plus hautes performances en terme de stabilité de biais et de réduire les non-linéarités.
- Les accéléromètres à lame vibrante qui constituent une classe à part puisque par leur principe de fonctionnement, ils mesurent directement la force inertielle (et non le déplacement) appliquée à la masse d'épreuve grâce la variation de fréquence induite sur la fréquence de résonance d'un résonateur. Ces accéléromètres parviennent à égaler les meilleurs accéléromètres pendulaires asservis, notamment en terme de facteur d'échelle.

Les caractéristiques de ces deux catégories d'accéléromètres seront détaillées par la suite afin de déterminer quelles sont les solutions adaptées à une miniaturisation poussée du capteur. De plus certains accéléromètres en cours de développement méritent de par leur originalité et les performances attendues une analyse spécifique : ce sont les accéléromètres optiques, thermiques et à ondes de matière.

### 1.3.2 Accéléromètres asservis

Dans les accéléromètres pendulaires asservis, la force inertielle à laquelle est soumise la masse sismique est compensée par une force égale et opposée créée par un système moteur dont la commande constitue la mesure de l'accélération. Le gain de la boucle électronique liant le détecteur à l'actionneur conditionne la fréquence propre (et donc la bande passante) ainsi que la sensibilité du capteur. Le réglage du gain peut donc permettre d'adapter les caractéristiques du capteur au besoin de l'utilisateur, notamment en terme de dynamique (ou étendue de mesure).

Le détecteur de position peut être capacitif ou inductif, de même le système moteur peut être électrostatique ou électromagnétique. L'accéléromètre asservi présente beaucoup moins de non-linéarité que l'accéléromètre non-asservi puisque la masse d'épreuve reste quasi-immobile. Il présente également l'avantage de moins solliciter la charnière, ce qui est favorable à la stabilité du biais ainsi qu'à la fiabilité. Enfin les problèmes liés aux couplages d'axes (influence de l'accélération appliquée sur les axes



transverses à l'axe sensible) sont quasiment éliminés.

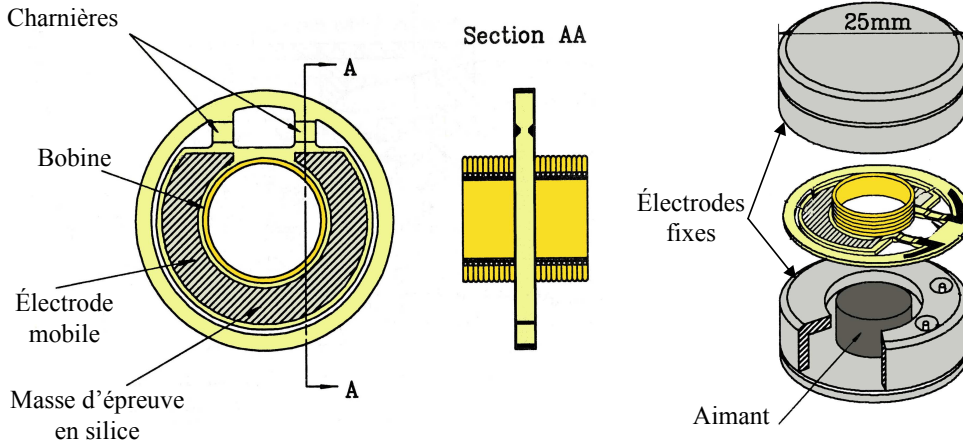


FIG. 1.10 – Schéma de l'accéléromètre pendulaire asservi QA2000 de chez Honeywell [31]

En termes de performances, l'accéléromètre pendulaire asservi QA2000 Q-Flex (ou aujourd'hui sa dernière évolution le QA3000) développé par Sunstrand et aujourd'hui produit par Honeywell [32] est aujourd'hui une référence dans le domaine de la navigation inertielle commerciale et militaire. Son excellente stabilité de biais à long terme et sa fiabilité en font probablement le meilleur accéléromètre pendulaire disponible sur le marché actuellement.

La figure 1.10 présente le schéma de ce dispositif : la structure charnières / pendule est constituée d'une seule pièce en silice, matériau très stable d'un point de vue temporel et thermique ( $\alpha = 0, 6.10^{-6}$ ). Un soin tout particulier a été porté à la réalisation des charnières qui comporte des cycles successifs d'usinages mécaniques, chimiques et de traitements thermiques. Deux bobines situées de part et d'autre du pendule forment la partie mobile du système moteur. Le courant qui traverse ces bobines interagit avec le champ magnétique issu de deux aimants placés en vis-à-vis afin de créer une force de Laplace de contre-réaction :

$$F_{Laplace} = \pi B i N d \quad (1.31)$$

Où  $F_{Laplace}$  est la force de contre réaction générée,  $B$  est le champ magnétique,  $i$  le courant dans la bobine,  $N$  le nombre de spires et  $d$  le diamètre de la bobine.

Une partie du pendule est métallisée et est disposée entre deux électrodes fixes pour former le système de détection capacitif. Lorsque le pendule est en position zéro, les deux capacités sont égales. Lorsqu'une accélération est appliquée au pendule, une capacité augmente tandis que la seconde décroît. Ce signal de sortie va ainsi piloter le système moteur qui va générer dans les bobines un courant proportionnel à la variation de capacité. Le QA3000 est décliné en trois versions ; leurs performances sont

présentées dans le tableau 1.1.

| Performance                                | QA3000-030 | QA3000-20 | QA3000-10 |
|--------------------------------------------|------------|-----------|-----------|
| Diamètre ( <i>mm</i> )                     | 25         | 25        | 25        |
| Hauteur ( <i>mm</i> )                      | 15         | 15        | 15        |
| Poids (grammes)                            | 70         | 70        | 70        |
| Domaine de mesure ( <i>g</i> )             | $\pm 25$   | $\pm 25$  | $\pm 25$  |
| Biais ( <i>mg</i> )                        | <4         | <4        | <4        |
| stabilité de biais sur un an ( $\mu g$ )   | <40        | <80       | <180      |
| sensibilité thermique ( $\mu g/^\circ C$ ) | <15        | <15       | <25       |
| Bande passante ( <i>Hz</i> )               | >300       | >300      | >300      |

TAB. 1.1 – Dimensions et performances des différents modèles de la gamme QA3000 [33]

En France, des accéléromètres de ce type ont été développés par Sagem (accéléromètre A 305 [34]) et Thalès (accéléromètre Mical [34]). Leurs performances sont présentées dans le tableau 1.2.

| Performance                                             | A 305    | Mical |
|---------------------------------------------------------|----------|-------|
| Diamètre ( <i>mm</i> )                                  | 25       | 38    |
| Hauteur ( <i>mm</i> )                                   | 24       | 25    |
| Poids (grammes)                                         | 55       | -     |
| Domaine de mesure ( <i>g</i> )                          | $\pm 80$ | -     |
| stabilité de biais sur un an ( $\mu g$ )                | <300     | <100  |
| stabilité du facteur d'échelle sur un an ( <i>ppm</i> ) | <150     | <100  |

TAB. 1.2 – Dimensions et performances des accéléromètres A 305 (Sagem) et Mical (Thalès).

### 1.3.3 Accéléromètres à lame vibrante

Lorsqu'une corde de guitare est plus ou moins tendue, la note produite s'en trouve plus ou moins aiguë. C'est sur cette idée simple que repose le principe des accéléromètres à lame vibrante. Considérons une poutre (ou lame) maintenue en vibration à sa fréquence propre par des circuits électroniques associés et encastrée d'un côté à un support fixe et de l'autre à une masse d'épreuve (figure 1.11). L'accélération subie par la masse d'épreuve crée alors une force axiale de compression ou d'extension dans le résonateur en vibration, directement convertie en variation de la fréquence de résonance. C'est la fréquence de la lame qui constitue le signal de sortie de l'accéléromètre vibrant et ses variations sont représentatives de l'accélération appliquée.

Les avantages de ces capteurs sont nombreux : ils présentent tout d'abord une très bonne définition du facteur d'échelle (quelques *ppm*) à condition d'utiliser un matériau d'excellente qualité mécanique (ex : quartz ou silicium). Ceci est dû à la traduction directe de l'accélération en une variation de fréquence qui ne fait intervenir que les dimensions de la poutre et les caractéristiques du matériau constitutif. De plus, bien que la masse d'épreuve n'est pas asservie en position, ses déplacements sont limités

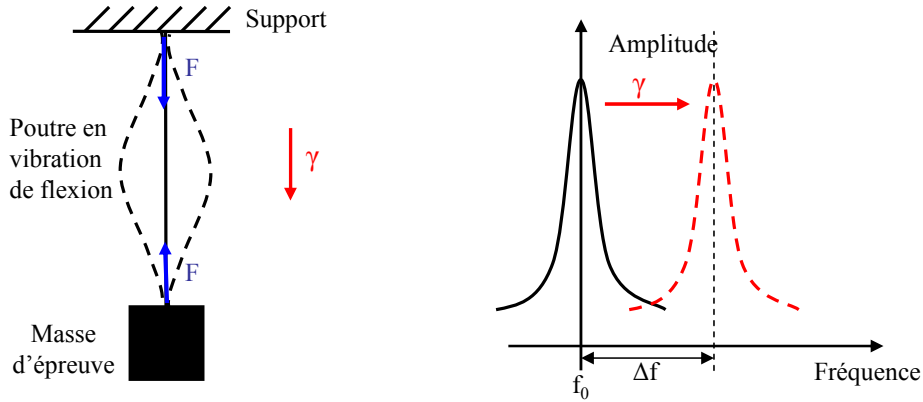


FIG. 1.11 – Schéma du principe de l'accéléromètre à poutre vibrante.

du fait de la forte raideur axiale de la poutre, ce qui réduit les problèmes de non-linéarité et de couplages d'axes.

### 1.3.3.1 Exemples d'accéléromètres vibrants

La performance des accéléromètres vibrants est directement liée à la stabilité de fréquence intrinsèque du résonateur puisque toute variation de fréquence sera assimilée à une mesure d'accélération. En général une configuration différentielle à deux résonateurs, identiques mais soumis à des forces axiales opposées, est utilisée (figure 1.12). Ce principe d'accéléromètre (développé par Kearfott [35]) présente deux résonateurs à poutre unique et deux masses d'épreuves distinctes. Ainsi sous l'effet d'une accélération  $\gamma$ , la fréquence  $f_1$  d'un résonateur diminue tandis que la fréquence  $f_2$  du second augmente (l'un des deux "voit"  $+\gamma$  et l'autre  $-\gamma$ ), autrement dit, l'un est tendu et l'autre est comprimé. Ceci a pour intérêt premier de réduire l'influence des grandeurs physiques parasites agissant en mode commun sur les deux résonateurs, comme la température et la pression (pour simplifier la présentation, la sortie de l'accéléromètre sera désormais exprimée comme une fréquence et non plus comme une accélération) :

$$f_1 = f_{1_0} + K_1\gamma + K_2\gamma^2 + h(T, P, ..) \quad (1.32)$$

$$f_2 = f_{2_0} - K_1\gamma + K_2\gamma^2 + h(T, P, ..) \quad (1.33)$$

$$\Rightarrow (f_1 - f_2) \approx (f_{1_0} - f_{2_0}) + 2K_1\gamma \quad (1.34)$$

L'utilisation du quartz monocristallin a ouvert la voie aux premiers prototypes performants [36]. En effet ce matériau est particulièrement intéressant de part l'excellente stabilité de ses propriétés physiques couplée à son caractère piézoélectrique qui permet une excitation/détection aisée des vibrations utiles. Ainsi l'accéléromètre Accelerex RBA500 à lame vibrante développé par Sundstrand et produit aujourd'hui par Honeywell utilise le quartz [37, 38]. Sa configuration est illustrée sur la figure 1.13.

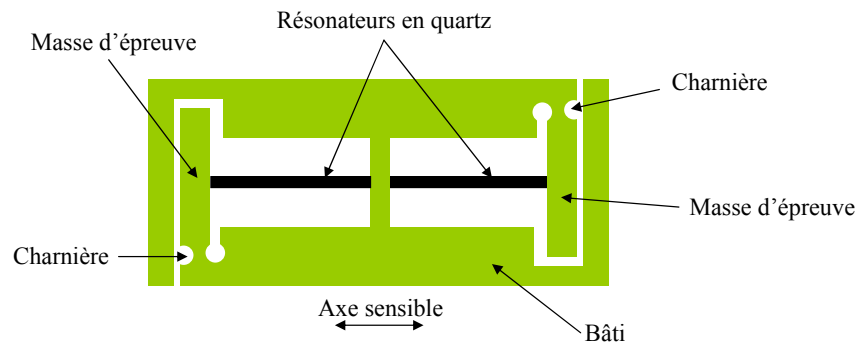


FIG. 1.12 – Schéma de principe de l'accéléromètre vibrant en configuration différentielle.

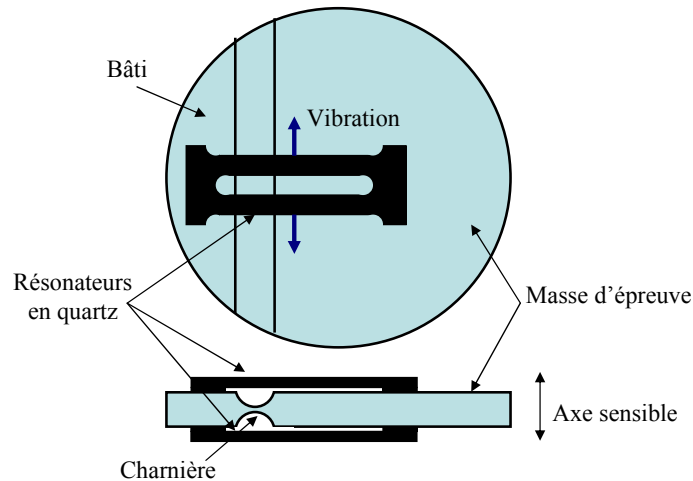


FIG. 1.13 – Schéma de principe de l'accéléromètre Accelrex RBA500 de Honeywell [39].

Cet accéléromètre, de type pendulaire, est constitué de deux résonateurs en quartz solidaires d'une masse d'épreuve unique et d'un bâti métalliques. La masse d'épreuve est reliée au bâti au moyen d'une charnière. Ainsi sous l'application d'une accélération, l'inertie de la masse crée une force de compression dans l'un des résonateurs et une force d'extension dans le second. Chaque résonateur se présente sous la forme d'un diapason d'environ  $7\text{ mm}$  de long et l'ensemble du capteur s'inscrit dans un cercle de diamètre  $15\text{ mm}$ . Les fréquences propres de chaque résonateur sont environ  $35\text{ kHz}$  et l'étendue de mesure vaut  $\pm 100\text{ g}$ . Leur facteur de qualité est de l'ordre de  $35\ 000$  et le facteur d'échelle de  $35\text{ Hz/g}$ . La stabilité de biais à long terme est donnée à  $5\text{ mg}$ .

La configuration diapason présente l'avantage de confiner l'énergie vibratoire dans le résonateur car les efforts alternatifs exercés à leurs encastremets par les deux poutres, qui vibrent dans des directions opposées, s'équilibrent entre eux. Cela permet de coller les diapasons sur le bâti et sur la masse d'épreuve du capteur tout en conservant la qualité de la vibration du résonateur. Cependant la stabilité

mécanique de cette colle conditionne la stabilité du biais de l'accéléromètre. Les performances de cet accéléromètre à lame vibrante sont résumées dans le tableau suivant :

| Performance                                             | RBA500   |
|---------------------------------------------------------|----------|
| Diamètre ( <i>mm</i> )                                  | 21       |
| Hauteur ( <i>mm</i> )                                   | 11       |
| Poids (grammes)                                         | 12       |
| Domaine de mesure ( <i>g</i> )                          | $\pm 70$ |
| Stabilité de biais sur un an ( <i>mg</i> )              | $< 4$    |
| Stabilité du facteur d'échelle sur un an ( <i>ppm</i> ) | $< 450$  |

TAB. 1.3 – Dimensions et performances de l'accéléromètre à lame vibrante RBA500 de Honeywell [40]

### 1.3.3.2 L'accéléromètre à lame vibrante VIA

A la fin des années 1980, l'ONERA décida de réaliser ce type de capteur de manière monolithique, c'est-à-dire obtenir tout le capteur à partir d'un même substrat de quartz afin d'éviter les assemblages limitatifs des performances et de permettre une miniaturisation plus aisée. Ces études ont débouché sur le concept du VIA (Vibrating Inertial Accelerometer) présenté sur la figure 1.14, breveté en 1995 [41].

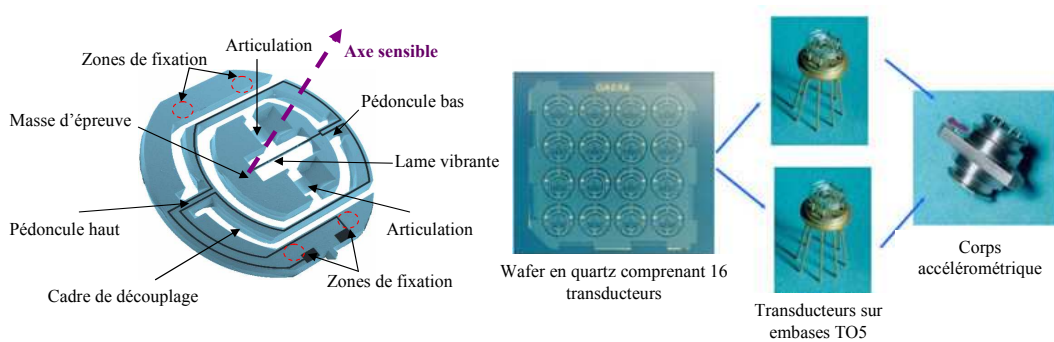


FIG. 1.14 – A gauche : transducteur en quartz. A droite : corps mécanique de l'accéléromètre VIA composé de 2 transducteurs montés en configuration différentielle.

La partie active du transducteur d'accélération, constituée de la lame vibrante, de la masse d'épreuve et de ses deux articulations, est reliée aux zones de fixation par l'intermédiaire d'un cadre de découplage [42]. Ce cadre permet d'isoler très efficacement les vibrations utiles de la lame et ainsi de tirer le meilleur profit des excellentes propriétés mécaniques du quartz. Cela permet d'obtenir une excellente stabilité de la fréquence intrinsèque de la lame (le biais) et un très bon comportement du capteur en température. L'accéléromètre complet est constitué de deux transducteurs en quartz VIA assemblés dans un boîtier en configuration différentielle. Les performances de l'accéléromètre VIA ainsi sont présentées dans le tableau 1.4.

| Performance                                        | VIA       |
|----------------------------------------------------|-----------|
| Diamètre ( $mm$ )                                  | 12        |
| Hauteur ( $mm$ )                                   | 10        |
| Bande passante ( $Hz$ )                            | < 1000    |
| Domaine de mesure ( $g$ )                          | $\pm 100$ |
| Résolution ( $\mu g/\sqrt{Hz}$ )                   | 10        |
| Stabilité de biais sur une semaine ( $\mu g$ )     | < 300     |
| Stabilité du facteur d'échelle sur un an ( $ppm$ ) | < 20      |

TAB. 1.4 – Dimensions et performances de l'accéléromètre à lame vibrante VIA développé à l'ONERA [42].

Chaque résonateur (poutre) a une épaisseur  $e$  (dimension de la section de la poutre dans le sens de la vibration) de  $60 \mu m$ , une largeur  $l$  de  $30 \mu m$  et une longueur  $L$  de  $2 mm$ . Le diamètre de chaque transducteur VIA est de  $6 mm$  et son épaisseur  $400 \mu m$ .

Plus récemment, un nouveau développement du VIA a concerné la réalisation de la structure différentielle de l'accéléromètre sur un même substrat de quartz : le DIVA (Differential Inertial Vibrating Accelerometer) [43] (figure 1.15).

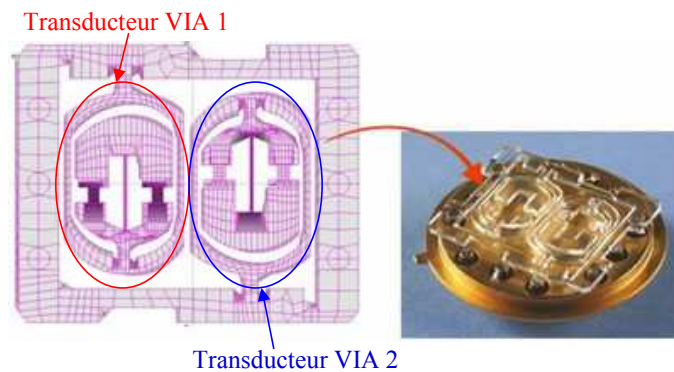


FIG. 1.15 – Structure mécanique de l'accéléromètre monolithique en quartz DIVA (Differential Inertial Vibrating Accelerometer).

La configuration de ce capteur permet d'obtenir sur un même substrat deux lames vibrantes à des fréquences très proches et parfaitement découplées mécaniquement l'une de l'autre. Un découplage insuffisant entre les deux lames aurait en effet des conséquences néfastes sur le fonctionnement de l'accéléromètre puisqu'il conduirait à une non-linéarité importante de la relation fréquence-accélération au voisinage du croisement des fréquences des lames, allant jusqu'à un "accrochage" de leurs fréquences (lock-in). On parle alors de zone aveugle pour l'accéléromètre. Cette configuration originale a fait l'objet d'un brevet déposé en 2004 [44], et les résultats expérimentaux obtenus sur des prototypes d'accéléromètres complets ont montré la validité du concept avec des mesures de zone aveugle très faible, de

l'ordre de  $300 \mu g$ . Les dimensions de la structure DIVA sont  $12 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 0,5 \text{ mm}$ .

Un autre développement du VIA, actuellement en cours, vise à obtenir un accroissement des performances d'environ un ordre de grandeur, afin d'atteindre la classe inertielle nécessaire à la navigation autonome de véhicules.

### 1.3.4 Nouveaux principes d'accéléromètres

#### 1.3.4.1 Accéléromètres optiques

Il existe de nombreux capteurs accélérométriques utilisant un système optique pour la détection. En particulier les avancées dans le domaine des lasers et fibres optiques ont eu un impact déterminant dans le développement de configurations originales (figure 1.16). Ces dispositifs reposent sur le principe des accéléromètres non-asservis : le déplacement d'une masse d'épreuve est mesuré par un phénomène physique proportionnel comme une variation d'intensité, de fréquence, de phase, de longueur d'onde ou de polarisation de l'onde lumineuse dans la fibre optique [45]. Au stade actuel, les développements industriels restent principalement limités à la mesure de vibrations mais certaines mises en oeuvre semblent potentiellement pouvoir convenir à la classe inertielle (hautes performances). Les développements les plus prometteurs sont :

- *La fibre optique à réseau de Bragg photo-imprimé (FBG)*. Les réseaux de Bragg sont des structures périodiques photo-imprimées directement au coeur de la fibre optique [46, 47]. De telles structures consistent en une variation périodique sur quelques millimètres de l'indice de réfraction au sein de la fibre. Le pas  $\Lambda$  de ce réseau est environ  $0.5 \mu m$ . Ainsi chaque FBG réfléchit une longueur d'onde  $\lambda_B$  selon l'indice de réfraction effectif  $n_{eff}$  et le pas du réseau  $\Lambda$  tels que :

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda \quad (1.35)$$

$n_{eff}$  et  $\Lambda$  sont fonction de la déformation de la fibre optique, ainsi lorsque celle-ci subit une déformation exercée par la masse d'épreuve, la longueur d'onde réfléchie change. Ce principe permet de réaliser un système très peu encombrant aux performances relativement bonnes. Cependant les paramètres du réseau sont très sensibles à la température et les performances en sont altérées. Pour atténuer ce problème, un deuxième réseau est monté en configuration différentielle. Les résolutions annoncées sont de l'ordre de 0,1% à 0,01% de la pleine échelle pour des gammes de température de  $-30$  à  $70 \text{ }^\circ C$  et des accélérations allant jusqu'à  $50 g$  [48].

- *L'interférométrie optique à cavité Fabry-Perot* [46]. Parmi les configurations interférométriques, la cavité Fabry-Perot à l'avantage de n'être composée que de l'espace formé entre 2 miroirs parallèles. Ces miroirs sont usuellement réalisés à l'aide de fibres à réseau de Bragg [49]. Ainsi ce dispositif ne nécessite ni bras de référence, ni stabilisation sophistiquée contrairement aux interféromètres Mach-Zehnder et Michelson. L'un des deux miroirs est fixe tandis que le second est suspendu et peut se déplacer selon l'accélération appliquée. La distance  $d$  entre les miroirs fixe

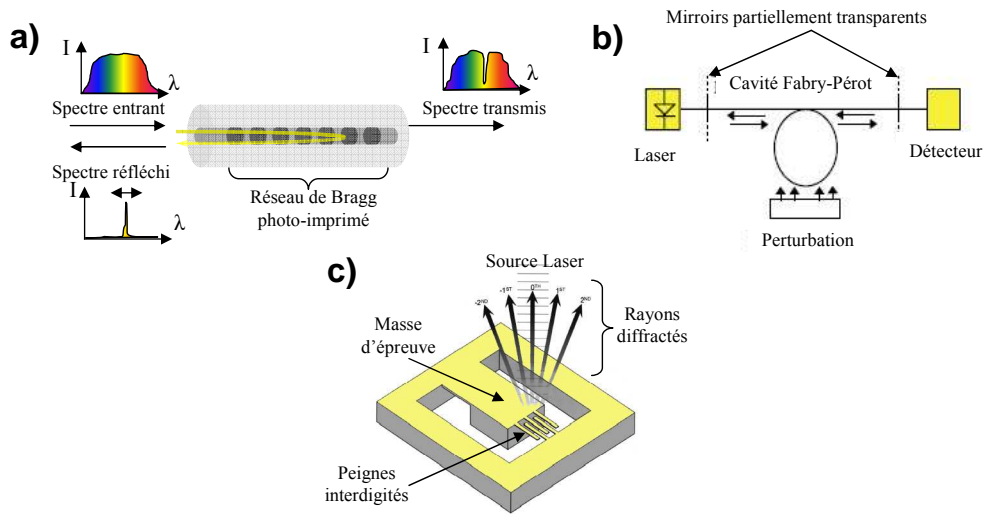


FIG. 1.16 – Principe des accéléromètres optiques : a) à réseau de Bragg ; b) à cavité Fabry-Pérot ; c) à diffraction

la longueur d'onde de résonance de la cavité et toute variation est directement mesurée en sortie de la cavité par un décalage de la longueur d'onde transmise. Ce type de dispositif conduit à une stabilité de biais meilleure que  $50 \mu g$  [50]. Cependant le problème de stabilité en température de la source laser reste important. Pour compenser les variations de température, l'accéléromètre peut-être asservi.

- *Le réseau de diffraction.* La mise en oeuvre d'un système basé sur un réseau de diffraction est relativement simple. Une diode laser illumine une rangée de peignes interdigités, alternativement liés à la masse d'épreuve et au bâti, et génère une série de faisceaux diffractés. Sous l'effet de l'accélération, les déplacements de la masse d'épreuve vont modifier l'intensité lumineuse du premier mode diffracté et vont ainsi pouvoir être mesurés. Ces systèmes sont aussi performants que les systèmes interférométriques tout en étant beaucoup moins complexes. Ils sont capables de mesurer des déplacements de la masse d'épreuve de quelques dizaines de picomètres. Dans une étude menée au MIT, un accéléromètre a démontré une résolution de  $2 \mu g / \sqrt{Hz}$  [51].

#### 1.3.4.2 Accéléromètres thermiques

L'accéléromètre thermique fonctionne en détectant les mouvements d'une masse de gaz chaud sous l'effet de l'accélération. Cette détection est basée sur le principe de sédimentation gazeuse dans un champ de gravité. L'accéléromètre est composé d'une résistance chauffante et de thermistances placées de part et d'autre, l'ensemble se trouvant dans une cavité. Lorsqu'un volume de gaz est chauffé localement par la résistance chauffante, il apparaît un gradient de température dans le volume de gaz considéré. Cette différence de température entraîne une différence de densité du gaz entre les zones



chaudes et les zones froides (figure 1.17). En l'absence de dissymétrie du système, la température vue par les détecteurs est identique. Lorsqu'une accélération agit selon l'axe sensible du système, la distribution du gradient de température n'est plus symétrique et aboutit à une différence de température  $\Delta T$  mesurée entre les deux détecteurs. Il est alors possible d'en déduire l'intensité de l'accélération appliquée.

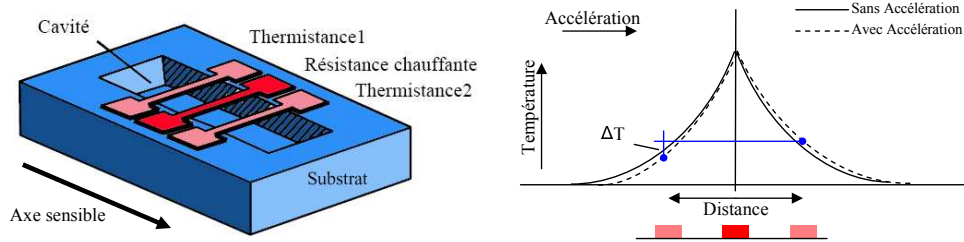


FIG. 1.17 – Schéma de l'accéléromètre thermique : la résistance chauffante crée une distribution symétrique de la température. L'application d'une accélération dissymétrise cette distribution et la différence de température, mesurée par les deux thermistances, est proportionnelle à cette accélération.

La cavité permet d'isoler thermiquement la résistance chauffante, occasionnant ainsi une diminution de l'énergie consommée [52]. La mesure du gradient de température n'est possible que lorsque les détecteurs sont suffisamment proches de la résistance chauffante, mais pas trop cependant pour éviter une baisse de la sensibilité du capteur (la sensibilité est proportionnelle à  $\Delta T/T$ ). La position optimale se situe à mi-distance entre la résistance chauffante et le bord de la cavité. La différence de température mesurée  $\Delta T$  est proportionnelle au nombre de Grashof  $G_r$  qui en dynamique des fluides est une quantité sans dimension qui mesure le rapport des forces de gravité aux forces de viscosité agissant sur un fluide. Ainsi pour une accélération  $\gamma$  donnée, cette différence de température peut s'exprimer [53] comme :

$$\Delta T = S.G_r \text{ avec } G_r = \frac{\gamma \rho^2 l^3 \beta T_H}{\mu^2} \quad (1.36)$$

Où  $S$  ( $K$ ) est un coefficient du facteur d'échelle de l'accéléromètre,  $\rho$  ( $kg.m^{-3}$ ) la densité du fluide,  $\beta$  ( $K^{-1}$ ) le coefficient d'expansion thermique du fluide,  $\mu$  ( $kg.m^{-1}.s^{-1}$ ) la viscosité du fluide,  $l$  ( $m$ ) un paramètre dimensionnel lié à la forme et au volume de la cavité et  $T_H$  ( $K$ ) la température de la résistance chauffante. La sensibilité d'un accéléromètre thermique s'en trouve proportionnelle à la puissance de chauffe et au carré de la pression du fluide dans la cavité, permettant ainsi d'approcher des résolutions meilleures que  $0,5 mg$  [54].

Du fait de l'absence de masse mécanique solide, les accéléromètres thermiques montrent une résistance mécanique très importante, permettant de les destiner à des applications très exigeantes en termes de robustesse ( $> 50\,000g$ ), c'est à dire au-delà du choc pyrotechnique. La bande passante de ces accéléromètres convectifs peut atteindre quelques centaines de hertz [55] mais est souvent qualifiée à  $100 Hz$ . Pour augmenter cette bande passante qui dépend de la constante thermique du milieu ambiant, il faut réduire les dimensions de la cavité, augmenter la pression et changer la nature du gaz [56].

### 1.3.4.3 Accéléromètres à ondes de matière

Comme les photons, les atomes sont associés à des ondes, mais par contre ils possèdent une masse qui les rendent sensibles aux forces inertielles. Les capteurs inertiels à onde de matière font ainsi référence à la nature ondulatoire de la matière, prévue par Louis de Broglie, et observée pour la première fois lors de la diffraction d'électrons par un cristal en 1927. Cette propriété associée au développement de nombreux composants tels que miroirs, séparatrices, réseaux de diffraction, etc, ont ouvert la possibilité à de nombreuses applications liées à l'interférométrie atomique dont la principale reste encore la réalisation d'horloges atomiques. Un interféromètre atomique similaire à l'interféromètre optique de Mach-Zender est schématisé sur la figure 1.18 à gauche. Trois interactions électromagnétiques permettent de former l'interféromètre. La première sépare l'onde atomique en créant une superposition de deux états d'impulsions moyennes différentes, la seconde agit comme un miroir qui dévie les paquets d'onde, et la troisième recombine les deux états de la fonction atomique pour les faire interférer. En sortie, le nombre d'atomes détectés sur chaque port dépend du déphasage entre les deux bras de l'interféromètre et donc du champ inertiel auquel ont été soumis les atomes entre les deux séparatrices (appelée zone d'interrogation) [57].

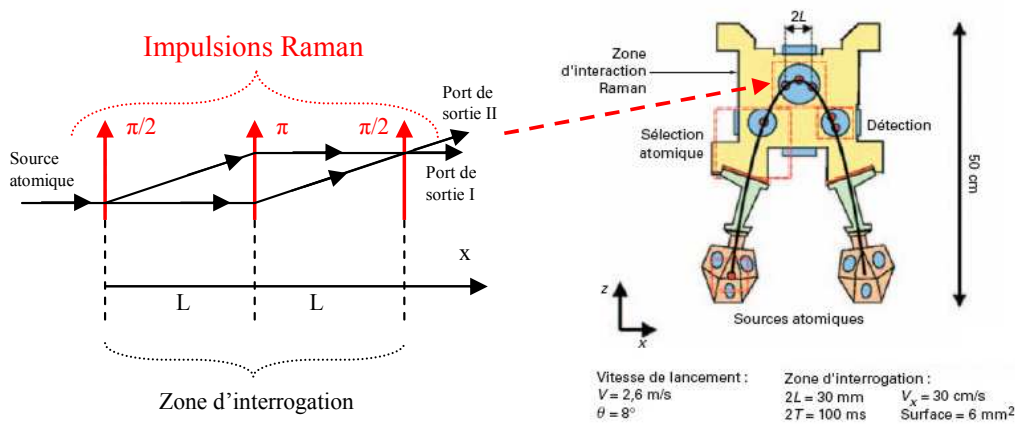


FIG. 1.18 – À droite : Schéma d'un gyromètre - accéléromètre à atomes froids développé à l'Observatoire de Paris [58]

Depuis les premiers interféromètres réalisés en 1991, différents types de configurations et différents types de séparatrices ont été utilisés. Mais les expériences ayant donné les meilleurs résultats sont basées sur l'utilisation des techniques de refroidissement des atomes à l'aide de pièges magnéto-optiques et de séparatrices réalisées à l'aide de transitions Raman stimulées. L'intérêt dans l'utilisation d'atomes froids tient à la fois dans leur refroidissement (plus faible dispersion de vitesse) et dans leur ralentissement (vitesse moyenne réduite) [59]. La réduction de la vitesse moyenne des atomes induit un accroissement de la durée d'interaction entre les atomes et la grandeur physique à mesurer (accélération, rotation). Le refroidissement des atomes autorise une augmentation du contraste des franges d'interférences (signal sur bruit). Enfin, la très bonne définition de la vitesse atomique et sa faible dispersion permettent également d'obtenir un facteur d'échelle très bien maîtrisé et très stable. La figure 1.18 à droite représente

un gyromètre-accéléromètre à onde de matière inertielle développé à l'Observatoire de Paris. Les atomes, préparés dans deux pièges magnéto-optiques, sont lancés sur deux trajectoires paraboliques en sens opposés. Ils interagissent avec les mêmes faisceaux laser Raman avant d'arriver dans la zone de détection. Les signaux issus des deux interféromètres permettent d'avoir accès à l'accélération et à la rotation suivant un axe. Les capteurs inertiels à onde de matière les plus performants présentent des précisions de l'ordre de  $1.10^{-4} \text{ }^\circ/h$  en 1 seconde d'intégration pour les gyromètres et  $2.10^{-8} g$  pour les gravimètres.

Les capteurs inertiels à ondes de matière sont actuellement l'objet de nombreux travaux d'étude, notamment à l'ONERA [60], car ils présentent un potentiel de performances qui les place bien au-delà de tous les autres principes connus aujourd'hui. De plus ce sont des appareils absolus sans dérive et ne nécessitant pas d'étalonnage. Il est cependant important de noter que même si la partie sensible (zone d'interrogation) d'un capteur à ondes de matière reste petite (quelques  $mm^2$  en surface), le volume total du capteur est dimensionné par les parties optiques et électroniques et ne permet pas à court terme d'envisager une miniaturisation importante de ce type de dispositif.

## 1.4 Miniaturisation et performance

Depuis 1960 et l'apparition des premiers capteurs intégrés (démonstration du premier capteur de pression en silicium par Kulite), les micro-technologies n'ont cessé d'évoluer afin de répondre aux besoins des industriels (réduction de la taille et du poids, réduction de la consommation énergétique, production collective de composants, réduction des coûts) en phase avec la motivation des laboratoires d'explorer des objets de plus en plus petits. Les applications se sont ainsi au fur et à mesure élargies à la micro-mécanique, micro-optique, micro-fluidique, micro-thermique pour aboutir à de véritables micro-systèmes. Dans le domaine des capteurs inertiels, l'introduction des micro-technologies a suivi la même dynamique et les premiers essais ont rapidement donné lieu à de véritables succès commerciaux, certes avec des niveaux de performances modestes, mais correspondant à des besoins "grand public". Il suffit pour cela de regarder autour de nous afin de se rendre compte de leurs avancées : camescope (stabilisation d'image), automobile (détecteur de chocs pour le contrôle des airbags, contrôle de la suspension active, etc), console de jeux (détecteur de mouvements).

Les performances de ces micro-capteurs se sont par la suite améliorées, d'abord pour les accéléromètres puis pour les gyromètres, conduisant à la réflexion sur l'opportunité de leur utilisation pour de nouvelles applications plus haut de gamme et imposant une miniaturisation des Unités de Mesure Inertielle (UMI). A l'heure actuelle, les développements récents ont permis l'émergence d'UMI de faible volume :  $< 500 \text{ cm}^3$  et les recherches sont toujours actives pour l'obtention d'UMI performantes encore plus miniaturisées pour répondre à de nouveaux besoins tels que les micro-drones.

Dans le domaine des accéléromètres monolithiques miniaturisés, la majorité des développements effectués concernent les accéléromètres asservis à sortie analogique. De nombreux travaux de recherche ont notamment abouti à des produits commerciaux principalement en silicium, qui offre la maîtrise de

la réalisation technologique (gravure, dépôt, dopage,...) [61] et l'intégration de l'électronique associée (cf les accéléromètres ADXL produits par la société Analog Devices).

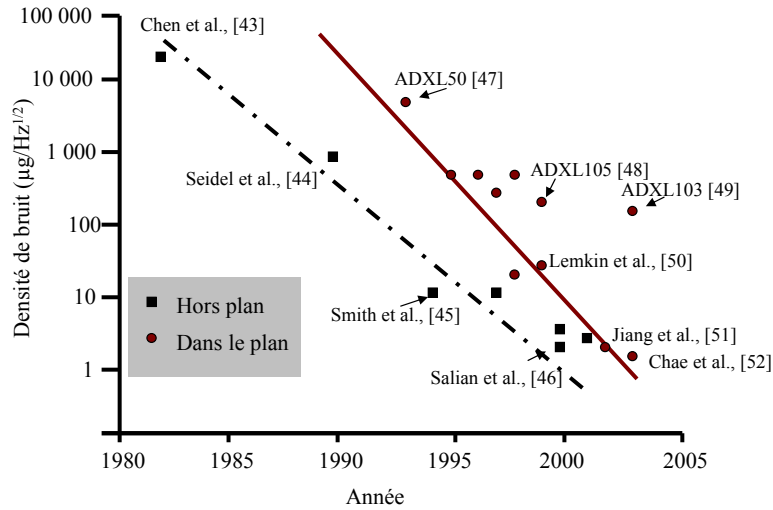


FIG. 1.19 – Améliorations de la résolution des micro-accéléromètres asservis [62].

La figure 1.19 résume l'évolution des performances de ces accéléromètres en terme de résolution pour des fonctionnements hors-plan et dans le plan du substrat. Dans la majorité des cas, le principe de détection utilisé est capacitif. On note une nette amélioration dans les performances atteintes mais il n'est généralement pas fait mention des limitations principales à savoir l'étendue de mesure ainsi que la stabilité de biais et du facteur d'échelle, de même que le comportement en température. Le tableau 1.5 présente les accéléromètres asservis commerciaux les plus pertinents. On remarque d'après les performances annoncées qu'une augmentation de l'étendue de mesure paraît s'obtenir au détriment de la stabilité de biais.

| Accéléromètre                        | Colibrys [72]<br>MS8100 | Sagem [34]<br>ACSIL | LITEF [73]<br>B290 | Colibrys [74]<br>MS7010 |
|--------------------------------------|-------------------------|---------------------|--------------------|-------------------------|
| Dimensions (mm)                      | 14 × 14 × 4             | -                   | -                  | 14 × 14 × 4             |
| Stabilité de biais (mg)              | 200                     | 2                   | 3                  | 25                      |
| Stabilité du facteur d'échelle (ppm) | 300                     | 300                 | 3000               | -                       |
| Etendue de mesure (g)                | ±100                    | ±20                 | ±10                | ±10                     |

TAB. 1.5 – Comparaison des accéléromètres commerciaux asservis à sortie analogique.

Les communications sur le développement d'accéléromètres à lame vibrante miniature monolithique sont plus rares et plus récentes que celles des accéléromètres asservis [75]. Les résolutions annoncées atteignent actuellement quelques dizaines de  $\mu g$  [76] à quelques  $\mu g$  [77, 78] pour des lames de quelques  $\mu$  d'épaisseur. Mais les stabilités de biais et de facteur d'échelle ainsi que les comportements en température ne sont souvent pas mentionnés. Pour des dimensions plus importantes, l'un des seuls accéléromètres à lame vibrante monolithique industriellement référencé est le SiMMA SA500 [79] en silicium

de Honeywell qui utilise la même configuration en diapason que l'Accelerex RBA500 en quartz présenté auparavant. Ses performances sont présentées dans le tableau 1.6 en comparaison de celles de l'accéléromètre DIVA en quartz.

| Accéléromètre                                 | Honeywell [80]<br>SiMMA SA500 | ONERA<br>DIVA            |
|-----------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| Dimensions ( <i>mm</i> )                      | $40 \times 25 \times 8$       | $16 \times 16 \times 10$ |
| Stabilité de biais ( <i>mg</i> )              | 4                             | 0,3                      |
| Stabilité du facteur d'échelle ( <i>ppm</i> ) | 360                           | 20                       |
| Etendue de mesure ( <i>g</i> )                | $\pm 80$                      | $\pm 100$                |

TAB. 1.6 – Performances des accéléromètres à lame vibrante SiMMA SA500 de Honeywell en silicium et DIVA de l'ONERA en quartz.

En comparant les micro-capteurs en silicium présentés sur les tableaux 1.5 et 1.6, il apparaît que le seul instrument disponible avec une plage de  $\pm 100 g$  et une stabilité de quelques *mg* est de type vibrant. Sur des plages de fonctionnement plus réduites, les performances des capteurs asservis deviennent comparables à celles des capteurs vibrants.

Les accéléromètres monolithiques à lame vibrante présentent de nombreux intérêts et les performances atteintes actuellement trouvent déjà des applications aussi bien dans le domaine de la stabilisation et du contrôle dynamique de véhicules que dans les systèmes de navigation inertielle hybridée. Leur concept semble par ailleurs adapté à une miniaturisation poussée mais il existe très peu de travaux publiés dans ce domaine, et les performances actuelles ne sont pas encore suffisantes pour répondre à certains besoins spécifiques (type micro-drone). Les travaux de ce mémoire s'inscrivent donc dans cette démarche afin d'étudier le potentiel de performances des structures de micro-accéléromètres vibrants.

## Chapitre 2

# Accéléromètre à lame vibrante : miniaturisation et performance

### Sommaire

---

|                                                                                          |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>2.1 Fonctionnement de l'accéléromètre à lame vibrante</b> . . . . .                   | <b>40</b> |
| 2.1.1 Méthode de Rayleigh . . . . .                                                      | 41        |
| 2.1.2 Expression de la fréquence de résonance . . . . .                                  | 41        |
| <b>2.2 Etendue de mesure</b> . . . . .                                                   | <b>44</b> |
| <b>2.3 Sensibilité thermique</b> . . . . .                                               | <b>45</b> |
| <b>2.4 Oscillateur et stabilité</b> . . . . .                                            | <b>47</b> |
| <b>2.5 Stabilité de fréquence à long terme : stabilité de biais</b> . . . . .            | <b>47</b> |
| <b>2.6 Stabilité de fréquence à court terme : résolution</b> . . . . .                   | <b>50</b> |
| 2.6.1 Stabilité de fréquence . . . . .                                                   | 51        |
| 2.6.2 Bruit de l'amplificateur . . . . .                                                 | 54        |
| 2.6.3 Bruit de phase de l'oscillateur : effet Leeson . . . . .                           | 55        |
| <b>2.7 Limites de la miniaturisation : non-linéarités mécaniques</b> . . . . .           | <b>59</b> |
| 2.7.1 Non-linéarité mécanique due aux flexions fortes . . . . .                          | 59        |
| 2.7.2 Résonance dans les oscillations non-linéaires : oscillateur anharmonique . . . . . | 60        |
| 2.7.3 Amplitude de vibration critique pour un micro-résonateur . . . . .                 | 62        |
| <b>2.8 Expression de la résolution de micro-accéléromètres</b> . . . . .                 | <b>64</b> |
| <b>2.9 Conclusion</b> . . . . .                                                          | <b>65</b> |

---

Dans ce chapitre, nous allons décrire le fonctionnement des accéléromètres à lame vibrante d'un point de vue fréquence, facteur d'échelle, étendue de mesure, stabilité de biais et résolution afin d'exprimer l'influence de la miniaturisation du capteur sur sa performance.

## 2.1 Fonctionnement de l'accéléromètre à lame vibrante

L'étude de l'influence de la miniaturisation sur la performance des accéléromètres à lame vibrante nécessite au préalable de définir les paramètres caractéristiques du résonateur mécanique ainsi que d'établir les expressions analytiques représentatives de son fonctionnement.

En préalable, il est à noter que ces travaux concernent exclusivement les résonateurs en vibration de flexion. En effet il est tout à fait possible d'utiliser d'autres types de vibrations (torsion, extension-compression, cisaillement) mais des considérations (qui ne seront pas abordées ici) sur les sensibilités, facteurs de qualité et fréquences de résonance tendent à montrer que la poutre vibrant en flexion constitue le résonateur le mieux adapté à l'application visée.

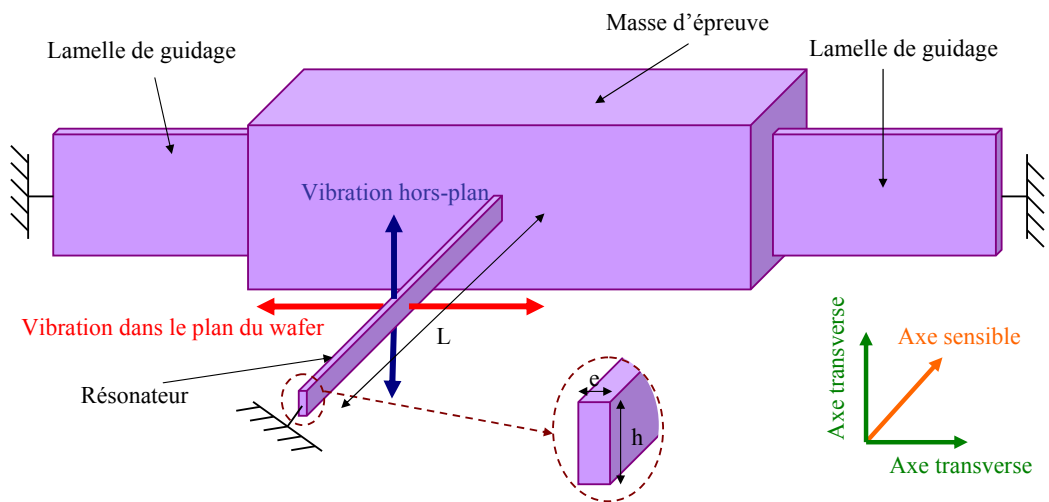


FIG. 2.1 – Schéma de principe de l'accéléromètre vibrant.

Un accéléromètre à poutre vibrante est constitué d'une masse d'épreuve, d'une poutre vibrant à sa fréquence de résonance et de lamelles de guidage comme présenté sur la figure 2.1. Les dimensions de la poutre sont une épaisseur  $e$  dans le plan du substrat, une hauteur  $h$  et une longueur  $L$ . Les capteurs micro-usinés sont généralement réalisés collectivement dans un substrat de quartz ou de silicium. Nous parlerons ainsi de vibration du résonateur dans le plan du substrat ou hors-plan. Le transducteur est généralement caractérisé par un axe sensible et deux axes transverses formant un trièdre direct. Selon la configuration du transducteur, l'axe sensible n'est pas toujours coïncidant avec l'axe de la poutre (exemple du transducteur VIA). L'accélération subie par la masse d'épreuve crée alors une force axiale dans le résonateur, ce qui entraîne une variation de sa fréquence de résonance. Cette relation est établie au moyen de la méthode de Rayleigh.

Certaines configurations d'accéléromètres à lame vibrante, de type pendulaire (type VIA) ou intégrant un mécanisme de bras de levier spécifique, permettent d'amplifier par un facteur multiplicatif  $k$

l'effet de l'accélération  $\gamma$  subie par la masse d'épreuve  $M$  de telle manière que l'effort axial  $T$  imposé au résonateur s'écrit :

$$T = kM\gamma \quad (2.1)$$

Pour cette étude, nous ne considérerons que des accéléromètres à lame vibrante sans mécanisme d'amplification ( $k = 1$ ).

### 2.1.1 Méthode de Rayleigh

La fréquence de résonance  $f_r$  d'une lame (ou poutre) vibrant en flexion se calcule à partir de ses dimensions, des propriétés du matériau, des conditions d'encastrement, et du mode fondamental ou partiel de vibration considéré. Il en est de même du facteur d'échelle  $K_1$ .

Pour déterminer les caractéristiques de vibration d'un résonateur en flexion, la méthode énergétique de Rayleigh est d'usage pratique car elle permet d'intégrer l'effet d'une tension axiale [81].

Les étapes de base de la méthode de Rayleigh sont les suivantes :

1. considérer une faible déformée de la poutre en vibration (hypothèse de faibles amplitudes)
2. considérer un mouvement harmonique
3. déterminer puis égaliser le maximum d'énergie potentielle du système vibrant avec son maximum d'énergie cinétique
4. exprimer la fréquence de résonance incluse dans le terme d'énergie cinétique (mouvement harmonique) en fonction des autres paramètres.

Cette méthode permet d'obtenir une bonne approximation des fréquences de résonance des premiers modes [82]. Cependant certaines hypothèses simplificatrices (élancement de la poutre,...) limitent rapidement la précision de l'approximation obtenue pour les modes élevés.

### 2.1.2 Expression de la fréquence de résonance

L'expression des différents termes énergétiques décrivant la vibration de flexion d'une poutre est développée en annexe B. Ainsi l'énergie cinétique de la poutre est donnée par :

$$E_c = \frac{\omega_n^2 \rho e h}{2} \int_0^L Y_n^2(x) dx \quad (2.2)$$

où  $\omega_n$  représente la pulsation ( $rad/s$ ) du mode de vibration d'ordre  $n$  dont la déformée est représentée par  $Y_n(x)$ ,  $\rho$  est la densité du matériau et  $e$ ,  $h$  et  $L$  sont les dimensions de la poutre. L'énergie potentielle  $E_p$  liée à la flexion ( $E_{p_{flexion}}$ ) et à la force axiale  $T$  ( $E_{p_{axiale}}$ ) est donnée par :

$$E_p = E_{p_{flexion}} + E_{p_{axiale}} \quad (2.3)$$



$$E_{p_{flexion}} = \frac{1}{2}EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.4)$$

$$E_{p_{axiale}} = \frac{T}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial Y_n(x)}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2.5)$$

Comme indiqué précédemment, la fréquence de résonance de la poutre est déterminée en égalisant le maximum d'énergie cinétique au maximum d'énergie potentielle :

$$E_c = E_{p_{flexion}} + E_{p_{axiale}} \quad (2.6)$$

Ainsi en remplaçant par les expressions associées :

$$\frac{\omega_n^2 \rho e h}{2} \int_0^L Y_n^2(x) dx = \frac{1}{2}EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{T}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial Y_n(x)}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2.7)$$

La fréquence de résonance de la vibration de flexion s'écrit donc :

$$f_{n_r} = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx + T \int_0^L \left( \frac{\partial Y_n(x)}{\partial x} \right)^2 dx}{\rho e h \int_0^L Y_n^2(x) dx} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.8)$$

La fréquence propre  $f_{n_0}$  du résonateur correspond à une force axiale nulle ( $T = 0$ ) :

$$f_{n_0} = \frac{\omega_{n_0}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx}{\rho h e \int_0^L Y_n^2(x) dx} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

Avec le moment d'inertie de la poutre  $I = h e^3 / 12$  pour la vibration de flexion dans le plan du substrat :

$$f_{n_0} = \frac{\omega_{n_0}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{E e^2 \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx}{12 \rho \int_0^L Y_n^2(x) dx} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{a_0}{2\pi} \frac{e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.10)$$

$$\text{avec } a_0 = L^2 \sqrt{\frac{\int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx}{12 \int_0^L Y_n^2(x) dx}} \quad (2.11)$$

Le coefficient  $a_0$  nécessite de connaître la déformée  $Y_n$  du mode  $n$  de la poutre et dépend donc également des conditions aux limites (annexe C). La fréquence de résonance de la vibration peut ainsi s'exprimer en fonction de la fréquence propre  $f_{n_0}$  et de la force axiale  $T$  :

$$f_{n_r} = f_{n_0} \left[ 1 + \frac{T}{4\pi f_{n_0}^2 \rho h e} \frac{\int_0^L \left( \frac{\partial Y_n(x)}{\partial x} \right)^2 dx}{\int_0^L Y_n^2(x) dx} \right]^{\frac{1}{2}} = f_{n_0} \left[ 1 + \frac{a_1 T}{4\pi f_{n_0}^2 \rho h e L^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

$$\text{avec } a_1 = L^2 \frac{\int_0^L \left( \frac{\partial Y_n(x)}{\partial x} \right)^2 dx}{\int_0^L Y_n^2(x) dx} \quad (2.13)$$

Un développement limité permet enfin d'exprimer la fréquence de résonance en fonction de l'accélération appliquée ( $T = M\gamma$ ) :

$$f_{n_r} \approx f_{n_0} + \frac{f_{n_0} \gamma}{2} \left[ \frac{a_1 M}{4\pi f_{n_0}^2 \rho h e L^2} \right] - \frac{f_{n_0} \gamma^2}{8} \left[ \frac{a_1 M}{4\pi f_{n_0}^2 \rho h e L^2} \right]^2 + \frac{f_{n_0} \gamma^3}{16} \left[ \frac{a_1 M}{4\pi f_{n_0}^2 \rho h e L^2} \right]^3 \dots \quad (2.14)$$

$$f_{n_r} \approx f_{n_0} + K_1 \gamma + K_2 \gamma^2 + K_3 \gamma^3 \dots \quad (2.15)$$

où  $K_1$  est le facteur d'échelle du résonateur et s'exprime en fonction des dimensions de la lame, des propriétés du matériau considéré et de la masse d'épreuve :

$$K_1 = \frac{a_1}{4a_0} \frac{1}{h e^2} \frac{M}{\sqrt{E\rho}} \quad (2.16)$$

$K_2$  et  $K_3$  sont les facteurs de non linéarité d'ordre 2 et 3 et s'expriment en fonction du facteur d'échelle  $K_1$  et de la fréquence de résonance  $f_{n_0}$  :

$$K_2 = -\frac{1}{2} \frac{K_1^2}{f_{n_0}} \quad \text{et} \quad K_3 = \frac{1}{2} \frac{K_1^3}{f_{n_0}^2} \quad (2.17)$$

D'après ces résultats, il apparaît que pour une configuration différentielle, il est important que les fréquences de résonance des deux transducteurs soient appariées ainsi que leur facteur d'échelle afin d'éliminer efficacement les termes non linéaires (équation 1.34). L'avantage des structures monolithiques différentielles tel que l'accéléromètre DIVA réside dans l'usinage collectif puisque les deux transducteurs, de par leur proximité sur le substrat, auront sensiblement les mêmes dimensions et donc les mêmes caractéristiques.

L'expression de la fréquence propre et du facteur d'échelle pour une poutre encastree à ses deux extrémités est présentée dans le tableau 2.1 pour les trois premiers modes de vibration de flexion (le calcul des intégrales pour établir les coefficients  $a_0$  et  $a_1$  en fonction du mode de vibration est effectué dans l'annexe C).

| Mode de vibration        | 1                                              | 2                                              | 3                                              |
|--------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| Fréquence propre (Hz)    | $1,028 \frac{e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$    | $2,834 \frac{e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$    | $5,555 \frac{e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$    |
| Facteur d'échelle (Hz/g) | $0,152 \frac{1}{h e^2} \frac{M}{\sqrt{E\rho}}$ | $0,206 \frac{1}{h e^2} \frac{M}{\sqrt{E\rho}}$ | $0,226 \frac{1}{h e^2} \frac{M}{\sqrt{E\rho}}$ |

TAB. 2.1 – Fréquence propre et facteur d'échelle pour les trois premiers modes de vibration de flexion pour une poutre encastree à ses deux extrémités.

Le facteur d'échelle du transducteur est un paramètre très important puisqu'une valeur élevée assure une sensibilité importante de l'accéléromètre à l'accélération appliquée. Ce paramètre est proportionnel à la grandeur  $M/he^2$ . Cela signifie que dans le cas d'une miniaturisation globale de l'accéléromètre à lame vibrante, c'est à dire avec une réduction homothétique de ses dimensions (masse d'épreuve et lame), le facteur d'échelle est conservé mais la fréquence de résonance augmente. Par contre dans le cas d'une miniaturisation plus importante de la lame vis-à-vis de la masse d'épreuve, une faible section de lame permet d'obtenir des facteurs d'échelle plus élevés.

## 2.2 Etendue de mesure

L'étendue de mesure d'un accéléromètre à lame vibrante est déterminé en compression par le flambage  $T_{flambage}$  du résonateur et en traction par sa rupture  $T_{rupture}$ . La limite de rupture mesurée sur des micro-résonateurs en silicium est très élevée : de l'ordre du *GPa* [83], si bien que la limitation de l'étendue de mesure de l'accéléromètre est généralement fixée par le flambage du résonateur.

Le flambage est un phénomène d'instabilité qui traduit la tendance d'une poutre sollicitée en compression à fléchir et à se déformer perpendiculairement à la force appliquée. Il est donc important dans le cas des accéléromètres d'établir l'expression de la charge de flambage, et donc de l'accélération de flambage, déterminant l'apparition de ce phénomène. Pour cela, L'équation 2.12 peut s'écrire sous la forme :

$$\omega_{n_r} = \omega_{n_0} \left[ 1 + \frac{T}{\omega_{n_0}^2 \rho h e} \frac{\int_0^L \left( \frac{\partial Y_n(x)}{\partial x} \right)^2 dx}{\int_0^L Y_n^2(x) dx} \right]^{\frac{1}{2}} = \omega_{n_0} \left[ 1 + \frac{T}{T_{n_f}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.18)$$

$$\text{avec } T_{n_f} = \omega_{n_0}^2 \rho h e \frac{\int_0^L Y_n^2 dx}{\int_0^L \left( \frac{\partial Y_n}{\partial x} \right)^2 dx} \quad (2.19)$$

Le développement limité effectué précédemment (équation 2.14) reste donc valable tant que la force axiale  $T$  appliquée reste nettement inférieure à cette force  $T_{n_f}$  qui dépend du mode de vibration considéré (annexe B) et vaut dans le cas du premier mode de flexion :

$$T_{0_f} = 39,5 \frac{EI}{L^2} = 3,3 \frac{Ehe^3}{L^2} \quad (2.20)$$

Cette force correspond en réalité à la formule d'Euler de la charge critique  $T_{flambage}$  déterminant l'apparition du flambage définie dans le cas d'une poutre encastree-encastree comme :

$$T_{flambage} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 Ehe^3}{3L^2} \quad (2.21)$$

Cette charge critique peut également s'exprimer dans notre cas sous la forme d'une accélération critique  $\gamma_{flambage}$  à ne pas dépasser et qui fixe l'étendue de mesure de l'accéléromètre :

$$T_{flambage} = M\gamma_c \Rightarrow \gamma_{flambage} = \frac{T_{flambage}}{M} = \frac{\pi^2 Ehe^3}{3L^2 M} \quad (2.22)$$

Il apparaît d'après cette relation, qu'une miniaturisation globale (masse d'épreuve + lame) de l'accéléromètre à lame vibrante est favorable à une plus grande étendue de mesure du capteur, puisque l'accélération critique de flambage est équivalente à une relation en  $1/D$  où  $D$  représente une dimension caractéristique du transducteur.

Cependant, une première limitation à la miniaturisation apparaît au vu des relations 2.16 et 2.22. En effet, si l'on considère une fréquence de résonance  $f_r$  constante avec la miniaturisation, cela revient, d'après l'équation 2.10, à considérer le rapport  $L^2/e$  constant. Ainsi l'accélération de flambage 2.22 devient proportionnelle au rapport :

$$\gamma_c \propto \frac{he^3}{L^2M} \propto \frac{he^2}{M} \quad (2.23)$$

Tandis que le facteur d'échelle  $K_1$  y est inversement proportionnel (équation 2.16) :

$$K_1 \propto \frac{M}{he^2} \quad (2.24)$$

$$\Rightarrow \gamma_c \propto \frac{1}{K_1} \quad (2.25)$$

Lors de la miniaturisation, un compromis doit donc être trouvé entre la fréquence, la sensibilité et l'étendue de mesure de l'accéléromètre.

## 2.3 Sensibilité thermique

Une modification de la température du transducteur entraîne une modification de la fréquence du résonateur du fait de la sensibilité thermique des paramètres du matériau et de la dilatation naturelle de la poutre, et doivent donc être compensés car ils sont source d'erreur pour la mesure d'accélération. Nous allons estimer l'influence des variations des propriétés du matériau constituant le résonateur (sensibilité en température intrinsèque). Dans cette partie, on considère qu'il n'y a pas de contraintes induites dans la lame dues au comportement thermique de l'ensemble du système. Ceci sera traité dans le chapitre 6. La gamme de température définie pour cette étude est :  $\pm 100$  °C.

L'influence intrinsèque de la température sur la fréquence propre est issue de la variation thermique du module d'Young  $E$  ( $N/m^2$ ) du matériau, de sa densité  $\rho$  ( $kg/m^3$ ) et de son coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  ( $^{\circ}C^{-1}$ ). En première approximation dans le cas d'un matériau isotrope, la fréquence propre d'une lame encastrée à ses extrémités s'écrit (équation 2.10) :

$$f_0 \propto \frac{e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.26)$$

La sensibilité de la fréquence avec la température s'exprime donc de la manière suivante :

$$\frac{1}{f_0} \frac{\partial f_0}{\partial T} = \frac{1}{2E} \frac{\partial E}{\partial T} - \frac{1}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} + \frac{1}{e} \frac{\partial e}{\partial T} - \frac{2}{L} \frac{\partial L}{\partial T} = \frac{1}{2E} \frac{\partial E}{\partial T} - \frac{1}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} - \alpha \quad (2.27)$$

$$\text{avec } \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} = -\frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial T} - \frac{1}{e} \frac{\partial e}{\partial T} - \frac{1}{L} \frac{\partial L}{\partial T} = -3\alpha \quad \left( \rho = \frac{M}{heL} \right) \quad (2.28)$$

d'où :

$$\frac{1}{f_0} \frac{\partial f_0}{\partial T} = \frac{1}{2E} \frac{\partial E}{\partial T} + \frac{1}{2}\alpha \quad (2.29)$$

avec dans le cas du silicium :  $\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial T} \approx -75.10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  [84] et  $\alpha \approx 2,6.10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  [85] :

$$\left( \frac{1}{f_0} \frac{\partial f_0}{\partial T} \right)_{\text{silicium}} \approx -35 \text{ ppm}/^\circ\text{C} \quad (2.30)$$

Considérons un accéléromètre à lame vibrante ayant une fréquence propre de 25 kHz et un facteur d'échelle  $K_1$  de 25 Hz/g. La sensibilité thermique est de  $-35 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$  soit dans ce cas  $-0,875 \text{ Hz}/^\circ\text{C}$ , ce qui est équivalent à un décalage de la mesure de  $-0,035 \text{ g}/^\circ\text{C}$  (7 g au total sur une gamme de température de  $\pm 100 \text{ } ^\circ\text{C}$ ).

Dans le cas du quartz, plus stable thermiquement, la fréquence propre est moins sensible aux variations de température :

$$\left( \frac{1}{f_0} \frac{\partial f_0}{\partial T} \right)_{\text{quartz}} \approx 4 \text{ ppm}/^\circ\text{C} \quad (2.31)$$

Ainsi si l'on reprend l'exemple précédent et en conservant les mêmes paramètres, cela correspond à une sensibilité thermique de  $0,1 \text{ Hz}/^\circ\text{C}$  et à un décalage de la mesure de  $0,004 \text{ g}/^\circ\text{C}$  (0,8 g au total sur une gamme de température de  $\pm 100 \text{ } ^\circ\text{C}$ ). Le quartz présente, de par sa stabilité thermique intrinsèque, un avantage important vis-à-vis du silicium pour la conception d'accéléromètres à lame vibrante.

La connaissance de la température au plus proche du résonateur est donc essentielle pour garantir la précision de l'accéléromètre. Pour effectuer cette mesure, trois principes peuvent être envisagés :

- L'utilisation d'une sonde de température au plus proche du résonateur.
- La mesure de la variation de fréquence d'un deuxième mode de vibration du même résonateur (par exemple un mode de torsion sensible à la température et très peu à l'accélération) ou mesure de la fréquence de vibration d'une seconde poutre en vibration de flexion et encastree à l'une de ses extrémités [86].
- L'auto-compensation des effets thermiques des résonateurs grâce à des structures géométriques bien choisies [87].

Enfin il est important de rappeler que la configuration différentielle permet d'éliminer en partie cette erreur de mesure due à la température (équation 1.34).

D'après l'équation 2.27, il apparaît que les variations de fréquence due aux variations thermiques du résonateur dépendent directement de sa fréquence propre  $f_0$ . Ainsi, pour atténuer cette erreur, nous privilégierons, dans cette étude, des résonateurs dont la fréquence, relativement basse, se situe dans la gamme 25 – 250 kHz.

## 2.4 Oscillateur et stabilité

Tel que nous l'avons étudié précédemment, l'élément sensible de l'accéléromètre vibrant est le résonateur dont la fréquence de résonance  $f_r$  varie en fonction de l'accélération appliquée. Ce résonateur est en permanence excité par une force harmonique externe capable de suivre les évolutions de fréquence du résonateur. Il doit donc être associé à un circuit oscillateur capable de générer le signal périodique nécessaire à l'entretien de la résonance (oscillateur auto-entretenu).

Le principe de l'oscillateur auto-entretenu, dont un schéma bloc est présenté sur la figure 2.2, est de compenser par un système bouclé les pertes présentes au sein du résonateur de manière à maintenir le signal à l'identique après chaque passage dans la boucle. Le résonateur est l'élément fixant la fréquence  $f_r$  d'oscillation. A cette fréquence, le système doit respecter les conditions de Barkhausen : l'amplitude et la phase du signal en entrée et en sortie de la boucle doivent être identiques. Ceci se traduit par des contraintes sur le gain et le déphasage de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H(j\omega)$  :

$$|H(j\omega)| = 1 \quad (2.32)$$

$$\text{Arg}[H(j\omega)] [2\pi] = 0 \quad (2.33)$$

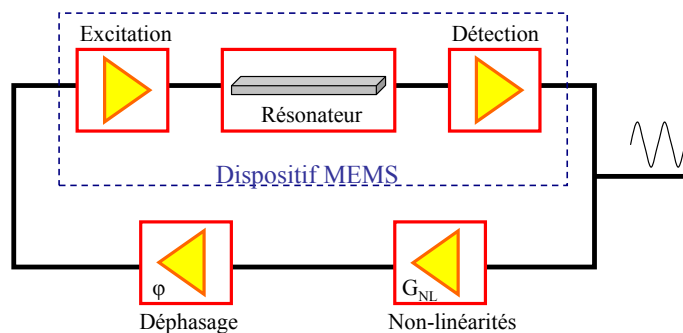


FIG. 2.2 – Schéma bloc d'un oscillateur auto-entretenu.

La stabilité de la fréquence est une caractéristique inhérente à l'oscillateur et est donc de grande importance pour la performance des accéléromètres à lame vibrante. Selon la durée d'observation, nous parlerons de stabilité de fréquence à long terme qui correspond à la stabilité de biais de l'accéléromètre et de stabilité de fréquence à court terme qui correspond à la résolution du capteur.

## 2.5 Stabilité de fréquence à long terme : stabilité de biais

On peut distinguer trois causes distinctes d'instabilité à long terme de l'oscillateur :

- *La sensibilité du résonateur aux variations de paramètres extérieurs.* Comme il a été présenté dans le chapitre 1, un bon moyen pour éliminer certaines instabilités, est d'utiliser les capteurs en mode

différentiel. Outre l'avantage de doubler la sensibilité à l'accélération du capteur, cette configuration présente surtout l'intérêt d'éliminer les instabilités communes aux deux résonateurs telles que la température.

- *La stabilité mécanique intrinsèque du résonateur.* L'utilisation abondante du silicium en tant que matériau de base pour la réalisation de circuits intégrés a abouti à des substrats de silicium monocristallin d'une extrême pureté avec de très faibles concentrations de défauts et dislocations assurant des propriétés mécaniques très stables [61, 88]. La stabilité mécanique intrinsèque du résonateur est donc très élevée.
- *la sensibilité de la fréquence de l'oscillateur aux évolutions des composants électroniques.* En effet l'évolution de la phase dans la boucle oscillatrice provoque une évolution de la fréquence délivrée par l'oscillateur. Cette variation de phase dans la boucle peut-être due à l'évolution dans le temps des composants du circuit ou à l'évolution des capacités parasites par exemple. C'est une grandeur spécifique du circuit électronique utilisé et il apparaît dans l'état de l'art actuel possible de maintenir des stabilités de phase meilleures que le *mrad*.

La contribution de l'évolution dans le temps de la phase  $\Delta\varphi$  dans la boucle oscillatrice provoque une variation de fréquence  $\Delta f$  par la relation suivante établie d'après la figure 2.3 :

$$\Delta f = \frac{\Delta\varphi \cdot f_r}{2Q} \quad (2.34)$$

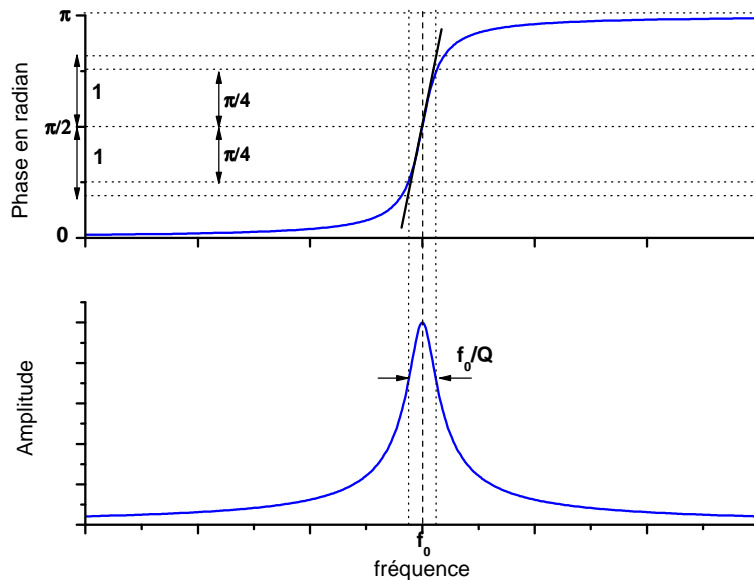


FIG. 2.3 – Evolution de la fréquence d'un résonateur en fonction de la phase. La variation de la fréquence de résonance  $f_r$  aux évolutions de phase  $\Delta\varphi$  de l'électronique sera d'autant plus importante que le facteur de qualité  $Q$  sera faible.

Où  $Q$  est le facteur de qualité du résonateur. Il s'agit d'une grandeur sans dimensions inversement proportionnelle à la dissipation d'énergie dans la lame au cours de la résonance (annexe A). Plus ce paramètre est élevé, plus le de résonance est élevé (figure 2.4) et plus les variations de fréquence dues aux évolutions de la phase dans la boucle oscillatrice sont faibles.

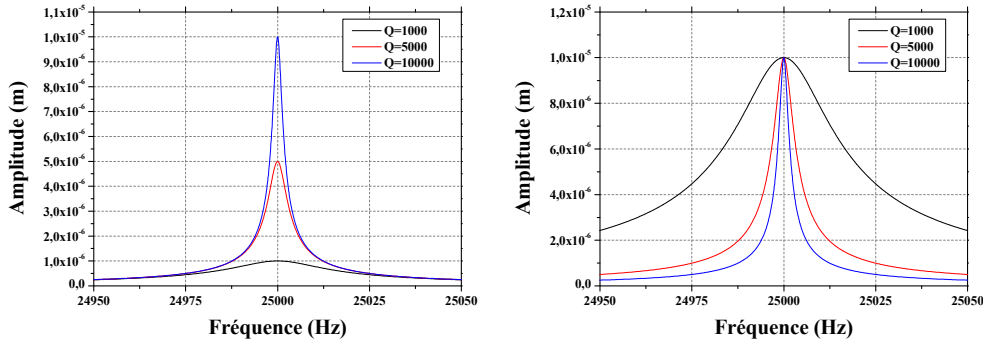


FIG. 2.4 – Courbes de résonance en fonction du facteur de qualité  $Q$  du résonateur : avec une force d'excitation constante (gauche) et une amplitude de vibration constante (droite). Ce second cas est représentatif des conditions de fonctionnement choisies pour les développements ultérieurs.

Traduite en accélération, la relation 2.34 s'écrit :

$$\frac{\Delta f}{2S_f T_g} = \frac{\Delta \varphi f_r}{4Q S_f T_g} \quad (2.35)$$

avec  $S_f$ , la sensibilité aux forces ( $Hz/N$ ) du résonateur et  $T_g$  ( $N/g$ ) l'effort axiale dans le résonateur. Cela donne l'évolution en  $g$  de chacune des fréquences des deux résonateurs de l'accéléromètre. Pour ce qui concerne la stabilité du biais due à ces évolutions, l'effet différentiel n'est pas évident dans ce cas. Nous optons donc pour une moyenne quadratique de l'évolution des deux fréquences. Cette stabilité est exprimée en accélération ( $g$ ) :

$$Stab_{\Delta \varphi} = \frac{\Delta \varphi f_r}{2\sqrt{2}Q S_f T_g} \text{ et } S_f \cdot T_g = K_1 \quad (2.36)$$

$$Stab_{\Delta \varphi} = \frac{\Delta \varphi f_r}{2\sqrt{2}Q K_1} \quad (2.37)$$

Ainsi pour garantir la meilleure stabilité vis à vis des évolutions de la phase dans la boucle oscillatrice, il faut avoir le rapport  $QK_1/f_r$  le plus grand possible. La miniaturisation du dispositif devra donc chercher des configurations permettant de limiter la fréquence de résonance  $f_r$  de la lame et augmenter le facteur d'échelle  $K_1$  tout en conservant des facteurs de qualité  $Q$  élevés, pour garantir une très bonne stabilité de biais de l'accéléromètre.

Pour exemple, l'accéléromètre VIA présente les caractéristiques suivantes : une fréquence de résonance  $f_r$  d'environ  $60 \text{ kHz}$ , un facteur d'échelle  $K_1$  de  $25 \text{ Hz/g}$  et un facteur de qualité  $Q$  d'environ 12 000. Ainsi une évolution de la phase  $\Delta \varphi$  dans la boucle oscillatrice de l'ordre du  $mrad$  implique



une variation du biais de  $100 \mu g$ . Toutes choses égales par ailleurs, un facteur de qualité plus grand améliorerait d'autant la contribution du résonateur à la stabilité de fréquence de l'oscillateur.

## 2.6 Stabilité de fréquence à court terme : résolution

La résolution représente la plus petite variation de la grandeur à mesurer que le capteur est capable de détecter. Dans le cas des accéléromètres à lame vibrante, il s'agit donc des plus petites variations de fréquence mesurables. La résolution de ce type d'accéléromètre est donc directement limitée par la stabilité de la fréquence de résonance  $f_r$ .

L'estimation de la fréquence d'un signal sinusoïdal s'obtient en pratique par comptage des passages à zéro sur une durée donnée (comptage direct) ou par mesure précise de la durée d'un nombre entier de passages à zéro du signal (comptage réciproque). Dans les deux cas, on utilise une référence précise et stable pour évaluer les durées. La présence de bruit d'amplitude ou de phase sur le signal vient décaler en avance ou en retard le passage à zéro (jitter : figure 2.5) et donc affecter d'autant l'estimation de la fréquence.

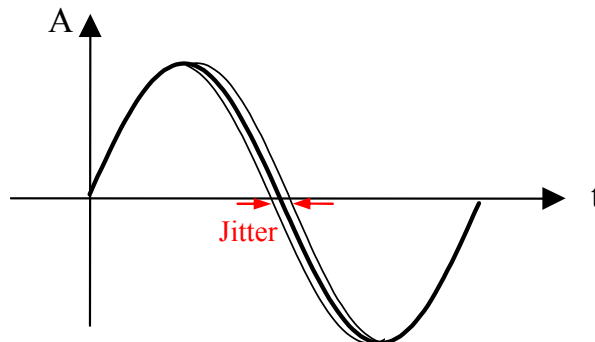


FIG. 2.5 – Signal bruité et jitter correspondant.

C'est cette instabilité qui fixe les limites de résolution de l'accéléromètre. Pour exemple, dans le cas de l'accéléromètre VIA, une résolution de  $10 \mu g$  signifie que la fréquence  $f_r$  doit être stable à mieux que  $\Delta f$  avec :

$$\Delta f = \Delta K_0 \times K_1 = 1.10^{-5} (g) \times 25 (Hz/g) = 2,5.10^{-4} (Hz) \quad (2.38)$$

Ce qui est équivalent à une variation relative de fréquence de :

$$\frac{\Delta f}{f_r} = \frac{2,5.10^{-4} (Hz)}{6.10^4 (Hz)} = 4,2.10^{-9} \quad (2.39)$$

Les exigences sur la stabilité de fréquence sont donc très importantes et il est nécessaire d'évaluer les limitations théoriques à cette résolution.

### 2.6.1 Stabilité de fréquence

Le signal  $V(t)$  délivré par un oscillateur idéal conserve en permanence la même fréquence  $f_r$  et la même amplitude  $V_0$ . On a alors :

$$V(t) = V_0[\cos(2\pi f_r t)] \quad (2.40)$$

Dans le domaine fréquentiel, le signal délivré par un oscillateur idéal est donc constitué d'un seul pic de Dirac à la fréquence  $f_r$ . Dans la réalité, différents phénomènes déterministes ou aléatoires modifient la phase et l'amplitude du signal d'une oscillation à l'autre [89]. Le signal réel  $V(t)$  s'écrit alors sous la forme :

$$V(t) = V_0(1 + \alpha(t))[\cos(2\pi f_r t + \varphi(t))] \quad (2.41)$$

avec  $\alpha(t)$  et  $\varphi(t)$  représentant respectivement la modulation d'amplitude et de phase du signal. Dans la plupart des cas, les fluctuations d'amplitude sont négligeables par rapport aux fluctuations de phase. A cause de cet étalement du spectre autour de la fréquence  $f_r$ , une imprécision existe sur la fréquence de fonctionnement de l'oscillateur : c'est ce que l'on appelle le bruit de phase. Il est le facteur déterminant pour la résolution des capteurs basés sur une sortie fréquentielle. L'origine de ce bruit est à la fois mécanique (résonateur) et électronique (actionnement, détection, amplification). La caractérisation des fluctuations de fréquence du signal peut-être réalisée soit dans le domaine temporel soit dans le domaine fréquentiel. La grandeur  $\dot{\varphi}(t)$  caractérise les fluctuations de la fréquence instantanée :

$$f(t) = f_r + \frac{\dot{\varphi}(t)}{2\pi} \quad (2.42)$$

Nous définissons également la grandeur sans dimension  $y(t)$  qui représente la fluctuation relative de fréquence :

$$y(t) = \frac{f(t) - f_r}{f_r} = \frac{\dot{\varphi}(t)}{2\pi f_r} \quad (2.43)$$

Cette variable  $y(t)$  permet de comparer les oscillateurs de fréquences différentes.

#### 2.6.1.1 Densité spectrale de bruit de phase

Les fluctuations de phase, de fréquence et de fréquence angulaire :  $\varphi(t)$ ,  $\Delta f(t)$ ,  $\dot{\varphi}(t)$  sont des processus stochastiques qui peuvent être exprimés par certains paramètres statistiques, tels que la densité spectrale ou la fonction d'auto-corrélation. Si l'on considère que  $r(t)$  est un processus stochastique, stationnaire, ergodique et de moyenne nulle, sa densité spectrale de puissance bilatérale  $S_r^{BL}$  est définie comme la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation  $R_r(\tau)$  [90] :

$$S_r^{BL}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} R_r(\Omega) e^{-2j\pi\nu\Omega} d\Omega \quad (2.44)$$

avec

$$R_r(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} r(t)r(t - \tau) dt \quad (2.45)$$

où  $\nu$  représente la fréquence de Fourier. Cette fonction d'auto-corrélation  $R_r(\tau)$  est en quelque sorte représentative de la manière dont un signal se répète sur une échelle de temps de l'ordre de  $\tau$ . La transformée de Fourier de cette fonction représente la répartition de la puissance sur l'axe des fréquences. Ainsi dans le domaine fréquentiel, la densité spectrale de puissance  $S_\varphi(\nu)$  caractérise la répartition fréquentielle de  $\varphi(t)$ . Les constructeurs spécifient régulièrement le bruit de phase d'une source par la quantité  $L(\nu)$ , aussi appelée "pureté spectrale" telle que [91] :

$$L(\nu) = \frac{1}{2}S_\varphi(\nu) \quad (2.46)$$

La modulation de phase du signal par le bruit provoque un étalement de la puissance du signal sur une bande de fréquence autour de la fréquence centrale  $f_r$ . La pureté spectrale peut alors être caractérisée pour chaque fréquence  $\nu$  à une distance  $f - f_r$  de la porteuse par la puissance disponible  $P_\omega$  sur la puissance de la porteuse  $P_0$ . En présence du seul bruit de phase, on a alors [90] :

$$S_\varphi(\nu) = 10 \log \left( \frac{2P_\omega}{P_0} \right) \quad (2.47)$$

On peut aussi faire l'analyse du signal  $y(t)$ . Il caractérise les fluctuations relatives de fréquence. Le spectre correspondant est noté  $S_y(\nu)$ . Les signaux  $\varphi(t)$  et  $y(t)$  correspondent par dérivation (équation 2.43). Les spectres sont donc dans un rapport  $j2\pi\nu$  par transformée de Fourier. Il en résulte que leurs densités spectrales sont liées par :

$$S_y(\nu) = \frac{-\nu^2}{f_r^2} S_\varphi(\nu) \quad (2.48)$$

La densité spectrale de puissance du bruit de phase  $S_\varphi(\nu)$  permet de "mesurer" la stabilité la fréquence de l'oscillateur qui détermine la résolution du capteur. Les mesures du spectre  $S_\varphi(\nu)$  constituent à elles seules un domaine de la métrologie. Par la suite nous allons déterminer qualitativement l'influence des paramètres fondamentaux de l'oscillateur sur sa stabilité. Pour cela, nous allons étudier la caractérisation de ces instabilités dans le domaine des temps en utilisant la variance d'Allan.

### 2.6.1.2 Variance d'Allan

Aux sections précédentes, nous avons traité de fluctuations de fréquence instantanée. En pratique, on mesure la fréquence moyenne pendant un intervalle de temps fini noté  $\tau$  :

$$\langle f_k \rangle_\tau = f_r + \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} \Delta f(t) dt \quad (2.49)$$

La caractérisation des instabilités de fréquence dans le domaine temporel fait appel à des méthodes statistiques. Le principe est de répéter la mesure de la fréquence moyenne du signal un grand nombre de fois de façon à obtenir un tableau de valeur  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_N$ . Une première solution est de calculer la moyenne globale  $\langle f \rangle$  sur N mesures :

$$\langle f \rangle_\tau = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \langle f_k \rangle_\tau \quad (2.50)$$

la variance est donnée par :

$$\sigma_f^2(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\langle f_k \rangle_\tau - \langle f \rangle_\tau)^2 = \langle f_k^2 \rangle_\tau - \langle f \rangle_\tau^2 \quad (2.51)$$

De la même manière, on introduit la variance vraie des variations relatives de fréquence :

$$y_k = \langle f_k \rangle_\tau - \langle f \rangle_\tau / \langle f \rangle_\tau \quad (2.52)$$

mais pour des problèmes de convergence liés à certains types de bruit (marche aléatoire ou scintillement de fréquence), le sous-comité de l'IEEE pour la stabilité de fréquence a suggéré l'emploi de la variance d'Allan [92]. Cette méthode repose sur le calcul d'une variance approximée à deux échantillons. On considère alors deux comptages successifs (sans temps morts) d'une durée  $\tau$ , démarrant respectivement aux temps  $t_k$  et  $t_{k+1}$  et permettant d'obtenir  $y_k$  et  $y_{k+1}$ . La variance d'Allan  $\sigma_y^2(\tau)$  est alors donnée par [93] :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{k=1}^N (\langle y_{k+1}(\tau) \rangle - \langle y_k(\tau) \rangle)^2 \quad (2.53)$$

En pratique, la variance d'Allan  $\sigma_y^2(\tau)$  est donc utilisée pour caractériser la stabilité relative de fréquence de l'oscillateur. Il est possible de lier les résultats de l'analyse temporelle avec ceux de l'analyse fréquentielle. Le modèle classiquement utilisé pour décrire le spectre de bruit de phase d'un oscillateur est celui dit de la loi en puissance (annexe D).

La variance d'Allan est une grandeur sans unité mais pour les accéléromètres, il est d'usage de l'exprimer en terme d'accélération ( $g^2$  ou  $(m.s^{-2})^2$ ) à partir du facteur d'échelle  $K_1$  du résonateur. Une courbe type de la variance d'Allan pour un accéléromètre de type VIA est présentée sur la figure 2.6. Cette courbe peut-être décomposée selon cinq droites de pentes différentes :

$$d_{-2} \approx 4, 4.10^{-16} (s^2) \quad d_{-1} \approx 2, 8.10^{-17} (s) \quad d_0 \approx 6, 3.10^{-20} \quad (2.54)$$

$$d_1 \approx 8, 1.10^{-22} (s^{-1}) \quad d_2 \approx 3, 0.10^{-26} (s^{-2}) \quad (2.55)$$

Pour de faibles temps d'intégration  $\tau$  (jusqu'à 1000 secondes dans ce cas), la variance d'Allan est dominée par le bruit dans l'oscillateur (droites en  $d_{-2}\tau^{-2}$  et  $d_{-1}\tau^{-1}$ ). Plus le temps d'intégration est important et plus ce bruit est moyenné aboutissant à une diminution de la variance jusqu'au palier Flicker qui correspond à la résolution maximale du capteur  $d_0$ . Lorsque  $\tau$  continue à augmenter, la variance recommence à augmenter due à une dérive globale de la fréquence de l'oscillateur (marche aléatoire de fréquence ou random walk puis dérive). Pour cette étude, nous définissons les résolutions  $R_0$ ,  $R_{-1}$  et  $R_2$  de l'accéléromètre à lame vibrante, associées aux paramètres  $d_0$ ,  $d_{-1}$  et  $d_{-2}$  :

$$R_0 = \frac{f_r}{K_1} \sqrt{d_0} (g) \quad R_{-1} = \frac{f_r}{K_1} \sqrt{d_{-1}} (g \cdot \sqrt{s}) \quad R_{-2} = \frac{f_r}{K_1} \sqrt{d_{-2}} (g/s) \quad (2.56)$$

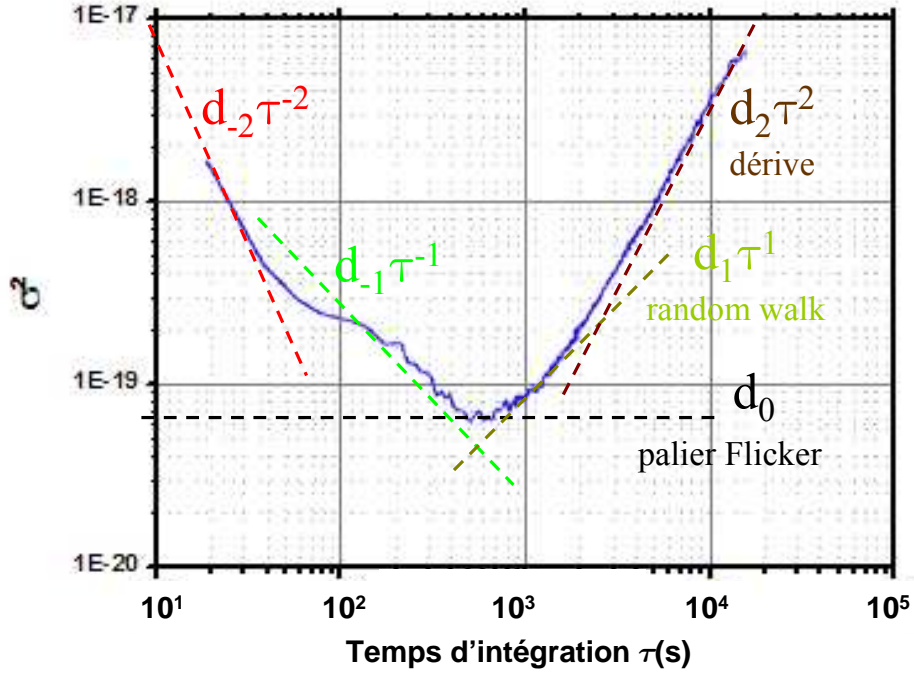


FIG. 2.6 – Variance d'Allan d'un accéléromètre de type VIA.

Travaillant dans le domaine des temps, ces résolutions s'expriment par rapport à la seconde, ainsi dans le cas de l'accéléromètre VIA ( $f_r \approx 60 \text{ kHz}$  et  $K_1 = 15 \text{ Hz/g}$ ) :

$$R_0 \approx 1.10^{-6}(g) \quad R_{-1} \approx 20.10^{-5}(g.\sqrt{s}) \quad R_{-2} \approx 85.10^{-5}(g.s) \quad (2.57)$$

### 2.6.2 Bruit de l'amplificateur

La limitation principale de la stabilité de fréquence d'un oscillateur sur le court terme provient du bruit de l'amplificateur. Loin de la porteuse, le bruit de phase de l'oscillateur est fixé par le palier de bruit thermique de l'amplificateur égal à  $Fk_B T/P_0$  où  $F$  est le facteur de bruit en régime linéaire de l'amplificateur,  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $T$  la température et  $P_0$  la puissance de porteuse en entrée de l'amplificateur. Pour des fréquences proches de la porteuse, le bruit de l'amplificateur est caractérisé par une pente en  $\nu^{-1}$  correspondant au bruit flicker.

La densité spectrale de puissance des fluctuations de phase du signal de sortie de l'amplificateur est alors :

$$S_{\Delta\theta}(\nu) = \left(1 + \frac{\nu_c}{\nu}\right) \frac{Fk_B T}{P_0} = b_0 + \frac{b_{-1}}{\nu} \quad (2.58)$$

où  $\nu_c$  est une fréquence (dite fréquence de coin) dépendant de la technologie de l'amplificateur et de la puissance de la porteuse  $P_0$  en entrée de l'amplificateur comme l'illustre la figure 2.7.

$$\text{avec } b_0 = \frac{b_{-1}}{\nu_c} \quad (2.59)$$

Plus cette puissance est importante (haut signal sur bruit à la détection) et plus le plancher de bruit thermique de l'amplificateur est faible.

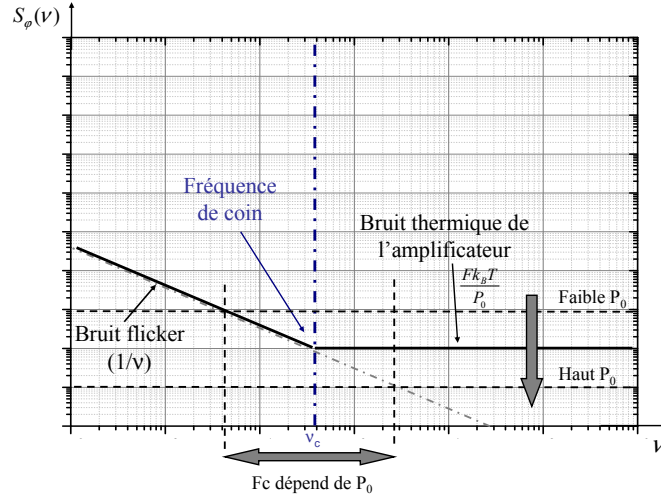


FIG. 2.7 – Densité spectrale de puissance du bruit de phase de l'amplificateur.

Nous allons à présent étudier l'influence de cette perturbation de phase  $\Delta\theta$  due à l'amplificateur sur le bruit de phase de l'oscillateur.

### 2.6.3 Bruit de phase de l'oscillateur : effet Leeson

Une conséquence très importante de la condition de phase de Barkhausen est que toute perturbation de phase  $\Delta\theta$  dans la boucle est compensée directement par une variation de phase  $\Delta\theta$  dans le résonateur provoquant une variation de la fréquence du signal de sortie de l'oscillateur telle que (figure 2.3) :

$$\frac{\Delta f}{f_r} = \frac{\Delta\theta}{2Q} \quad (2.60)$$

qui en terme de densité de puissance s'écrit :

$$S_{\Delta f} = \left(\frac{f_r}{2Q}\right)^2 S_{\Delta\theta} \quad (2.61)$$

On considère désormais que  $\Delta\theta$  (à la fréquence  $\nu$ ) est la composante principale du bruit de phase de l'oscillateur. Si  $\nu$  est inférieure à la bande passante du résonateur  $f_r/2Q$  (fluctuations lentes de  $\Delta\theta$ ), la relation précédente prend effet. La densité spectrale de puissance des fluctuations de phase du signal généré par l'oscillateur est alors d'après les équations 2.48 et 2.61 :

$$S_{\varphi}(\nu) = \left(\frac{f_r}{\nu}\right)^2 S_y(\nu) = \frac{1}{\nu^2} S_{\Delta f}(\nu) = \left(\frac{f_r}{2Q}\right)^2 \frac{1}{\nu^2} S_{\Delta\theta}(\nu) \text{ pour } \nu < \frac{f_r}{2Q} \quad (2.62)$$

Par contre, les fluctuations rapides de  $\Delta\theta$  sont filtrées par le résonateur. Il n'y a donc aucune compensation et on retrouve :

$$S_\varphi(\nu) = S_{\Delta\theta}(\nu) \text{ pour } \nu > \frac{f_r}{2Q} \quad (2.63)$$

Les deux conditions précédentes peuvent être résumées par l'expression suivante dite formule de Leeson [94].

$$S_\varphi(\nu) = S_{\Delta\theta}(\nu) \left[ 1 + \left( \frac{f_r}{2Q} \right)^2 \frac{1}{\nu^2} \right] = S_{\Delta\theta}(\nu) \left( 1 + \left( \frac{\nu_L}{\nu} \right)^2 \right) \quad (2.64)$$

et d'après l'équation 2.58 :

$$S_\varphi(\nu) = \frac{Fk_b T}{P_0} \left( 1 + \frac{\nu_c}{\nu} \right) \left( 1 + \left( \frac{\nu_L}{\nu} \right)^2 \right) \quad (2.65)$$

où  $\nu_L = f_r/2Q$  est dite fréquence de Leeson. D'après la formule de Leeson, le bruit de phase de l'oscillateur est donc caractérisé par une pente en  $\nu^{-3}$  pour des fréquences de Fourier proches de la porteuse ( $\nu < \nu_c$ ). La figure 2.8 décrit les deux spectres de bruit de phase d'oscillateurs possibles. Pour résumer, le bruit de phase de l'oscillateur est obtenu en multipliant le bruit de phase de l'amplificateur par  $\nu^{-2}$  pour les fréquences de Fourier inférieures à  $f_r/2Q$  [95].

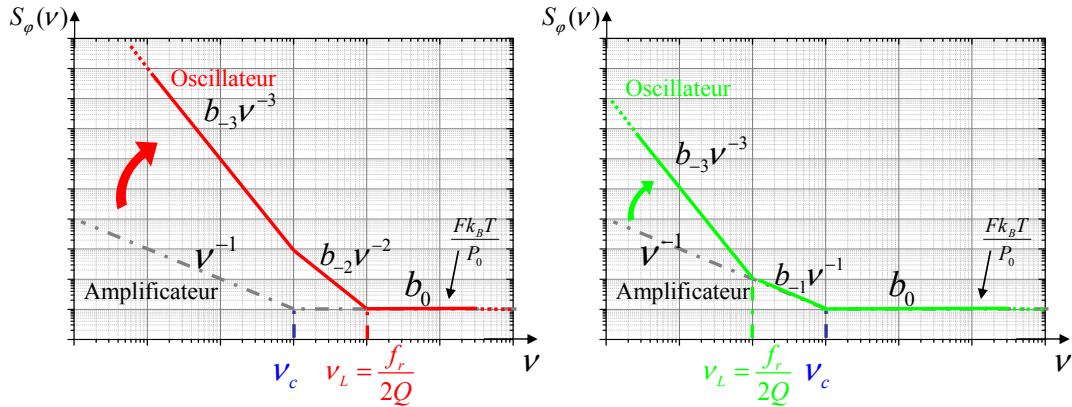


FIG. 2.8 – Bruit de phase de l'oscillateur obtenu par effet Leeson à partir du bruit de phase de l'amplificateur avec  $\nu_c < \nu_L$  (à gauche) et  $\nu_c > \nu_L$  (à droite).

A partir de cette expression de la densité spectrale de puissance de bruit de phase de l'oscillateur, il est possible d'exprimer la variance d'Allan associée afin de déterminer la résolution ultime de l'accéléromètre vibrant en fonction de ses paramètres. Ce développement est effectué en annexe D seulement pour le cas où  $\nu_L < \nu_c$ . En effet parmi les deux possibilités représentées sur la figure 2.8, celle de gauche (pour  $\nu_L > \nu_c$ ) correspond au cas où le bruit de l'amplificateur (électronique) est négligeable vis-à-vis du bruit propre du résonateur. A l'inverse, le graphique de droite (pour  $\nu_L < \nu_c$ ) correspond au cas où la densité spectrale de puissance de bruit de phase de l'oscillateur est directement limitée par le bruit de

l'amplificateur (pente en  $1/\nu$ ). Or nous considérons, pour notre application, que la limitation principale de la stabilité de fréquence de l'oscillateur est liée au bruit de l'amplificateur, c'est pourquoi, n'est développé que le calcul de la variance d'Allan dans le cas où  $f_L < f_c$ .

L'expression de la variance d'Allan  $\sigma_y^2(\tau)$  est alors la suivante :

$$\sigma_y^2(\tau) = \left( \frac{3f_h F k_B T}{P_0} + b_{-1} \right) \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 \tau^2} + \frac{3\ln(2)\pi f_h b_{-1}}{4\pi^2 f_r^2} \frac{1}{\tau} + \frac{2\ln(2)b_{-1}}{4Q^2} \quad (2.66)$$

$$= d_{-2}\tau^{-2} + d_{-1}\tau^{-1} + d_0 \quad (2.67)$$

avec :

$$d_0 = \frac{2\ln(2)b_{-1}}{4Q^2} \quad d_{-1} = \frac{3\ln(2)\pi f_h b_{-1}}{4\pi^2 f_r^2} \quad d_{-2} = \left( \frac{3f_h F k_B T}{P_0} + b_{-1} \right) \frac{1}{4\pi^2 f_r^2} \quad (2.68)$$

Cette expression de la variance d'Allan est représentée sur la figure 2.9 : il apparaît donc qu'à circuit électronique et à puissance de porteuse équivalents, la variance d'Allan présente un plancher flicker d'autant plus bas que le facteur de qualité de l'oscillateur (et donc du résonateur) est élevé.

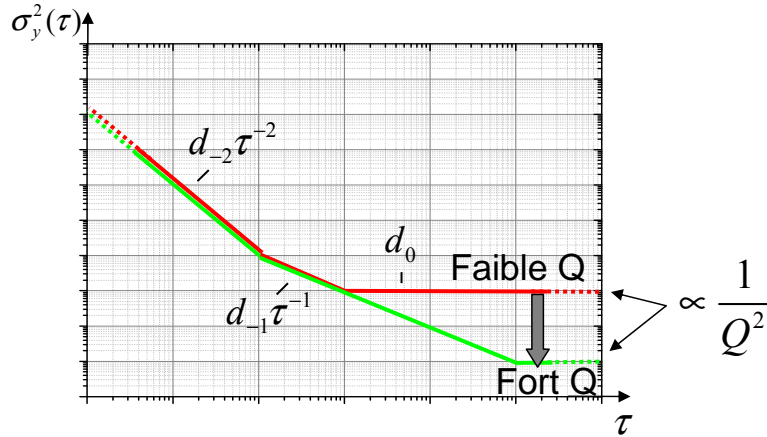


FIG. 2.9 – Variance d'Allan et plancher Flicker en fonction du facteur de qualité de la boucle oscillatrice.

$d_0$  représente le niveau du plancher flicker (figure 2.9) et fixe donc la résolution ultime de l'accéléromètre  $R_0$  (en  $g$ ) tel que :

$$R_0 = \frac{f_r}{K_1} \sqrt{d_0} = \frac{f_r}{K_1} \sqrt{\frac{2\ln(2)b_{-1}}{4Q^2}} = \frac{f_r}{2QK_1} \sqrt{2\ln(2)b_{-1}} \quad (2.69)$$

Il apparaît donc d'après cette équation que la résolution ultime  $R_0$  de l'accéléromètre à lame vibrante est directement proportionnelle au rapport  $f_r/QK_1$ . Les conclusions pour garantir une très bonne résolution ultime sont donc identiques à celles pour la stabilité de biais (équation 2.37) : la fréquence de



résonance  $f_r$  ainsi que le facteur d'échelle  $K_1$  du transducteur sont des données qui dépendent directement des dimensions considérées mais qui ne sont pas particulièrement influencées par la miniaturisation de l'accéléromètre. Il est donc tout à fait possible de les dimensionner de façon à limiter la fréquence et à augmenter le facteur d'échelle. De plus, un facteur de qualité  $Q$  élevé est tout particulièrement avantageux pour garantir la résolution ultime de l'accéléromètre. Enfin,  $b_{-1}$  représente le niveau du bruit en  $1/f$  propre à l'amplificateur (équation 2.58) de la boucle oscillatrice qui devra donc être choisi de manière à minimiser cette contribution. Pour un amplificateur classique,  $b_{-1}$  est de l'ordre de  $1.10^{-10}$  [96]. Ainsi dans le cas de l'accéléromètre VIA, la résolution ultime théorique est :

$$R_{0_{VIA}} = \frac{f_r}{2QK_1} \sqrt{2\ln(2)b_{-1}} \quad (2.70)$$

$$= \frac{6.10^4}{2 \times 12\,000 \times 15} \sqrt{2\ln(2) \times 1.10^{-10}} = 1,9 \mu g \quad (2.71)$$

Ce résultat est cohérent avec les mesures expérimentales de la variance d'Allan (figure 2.6) qui donnent une résolution ultime de l'ordre du  $\mu g$ . Un facteur de qualité 10 fois plus élevé permettrait d'atteindre des résolutions 10 fois meilleures.

Le paramètre  $d_{-1}$  représente le niveau du bruit flicker de phase (figure D.1) et dépend directement de l'amplificateur de la boucle oscillatrice (bruit en  $1/f$ ). La résolution associée  $R_{-1}$ , exprimée en  $g \cdot \sqrt{s}$  (ou  $g/\sqrt{Hz}$ ), s'écrit :

$$R_{-1} = \frac{f_r}{K_1} \sqrt{d_{-1}} = \frac{f_r}{K_1} \sqrt{\frac{3\ln(2)\pi f_h b_{-1}}{4\pi^2 f_r^2}} = \frac{\sqrt{3\ln(2)\pi f_h b_{-1}}}{2\pi K_1} \quad (2.72)$$

$$= \frac{\sqrt{3\ln(2)\pi \times 1000 \times 1.10^{-10}}}{2\pi \times 15} \approx 10 \mu g \cdot \sqrt{s} \quad (2.73)$$

Ce résultat est légèrement inférieur aux mesures expérimentales de l'accéléromètre VIA (figure 2.6). Il montre surtout que la miniaturisation de l'accéléromètre à lame vibrante n'aura aucun effet sur cette résolution.

$d_{-2}$  représente le niveau du bruit blanc de phase (figure 2.9) et fixe la résolution  $R_{-2}$  de l'accéléromètre exprimée en  $g \cdot s$  tel que :

$$R_{-2} = \frac{f_r}{K_1} \sqrt{d_{-2}} = \frac{f_r}{K_1} \sqrt{\left(\frac{3f_h F k_B T}{P_0} + b_{-1}\right) \frac{1}{4\pi^2 f_r^2}} \quad (2.74)$$

$$= \frac{1}{2\pi K_1} \sqrt{\frac{3f_h F k_B T}{P_0} + b_{-1}} \quad (2.75)$$

$$\approx \frac{1}{2\pi K_1} \sqrt{\frac{3f_h F k_B T}{P_0}} \text{ avec } \frac{3f_h F k_B T}{P_0} \gg b_{-1} \quad (2.76)$$

La résolution  $R_{-2}$  de l'accéléromètre à lame vibrante est donc, d'après l'équation 2.76, fonction principalement du facteur de bruit en régime linéaire  $F$  de l'amplificateur et de la puissance de porteuse

$P_0$  en entrée de l'amplificateur.

Selon les applications visées, comme les fonctions de pilotage par exemple, il est nécessaire de connaître les variations rapides de l'accélération, ce qui implique des temps d'intégrations très courts. La résolution  $R_{-2}$  du capteur est donc essentielle et doit être aussi basse que possible. Cela implique de réduire le plancher de bruit thermique de l'amplificateur  $Fk_B T/P_0$ , en augmentant le rapport "signal sur bruit" et la puissance de porteuse  $P_0$ . Pour cela, il faut maximiser l'amplitude de vibration du résonateur jusqu'à la limite fixée par les non-linéarités géométriques. Nous allons donc dans le paragraphe suivant étudier ce phénomène de non-linéarité afin de déterminer les amplitudes maximales de vibration en fonction des dimensions du résonateur et ainsi expliciter l'influence de la miniaturisation sur la résolution d'un accéléromètre à lame vibrante.

## 2.7 Limites de la miniaturisation : non-linéarités mécaniques

Dans le domaine des senseurs vibrants, la non-linéarité élastique due aux flexions fortes est un phénomène qui peut se traduire par une dépendance de la fréquence du résonateur à son amplitude de vibration et peut donc s'avérer particulièrement limitant en termes de résolution et de précision. Il est nécessaire d'étudier ce phénomène afin d'en ressortir les critères dimensionnels nécessaires au bon fonctionnement du résonateur.

### 2.7.1 Non-linéarité mécanique due aux flexions fortes

Lorsque l'amplitude de vibration du résonateur devient trop importante (régime de flexion forte), on sort du cadre de l'élasticité linéaire ; il apparaît aux encastremets une force de tension axiale alternative qui intervient comme un terme supplémentaire dans la raideur du résonateur. Cela entraîne une augmentation de la fréquence de résonance qui dépend de l'amplitude de la vibration [97, 98, 99, 100]. Ce phénomène est connu dans la littérature sous le nom de "hard-spring effect" car il correspond à un durcissement de la raideur du résonateur avec l'amplitude.

Pour quantifier l'influence de cet effet sur la vibration de flexion, nous pouvons utiliser à nouveau la méthode de Rayleigh (annexe B). Dans ce cas nous ne prendrons pas en compte l'énergie potentielle due à la force axiale liée à l'accélération puisqu'elle n'intervient pas sur la non-linéarité étudiée.

Les termes d'énergies cinétique et potentielle s'écrivent respectivement :

$$E_c = \frac{\omega_n^2 \rho e h}{2} \int_0^L Y_n^2(x) dx \quad (2.77)$$

$$E_p = E_{p_{flexion}} + E_{p_{non-linéarité}} \quad (2.78)$$

où  $E_{p_{flexion}}$  correspond à l'énergie potentielle de flexion :

$$E_{p_{flexion}} = \frac{1}{2}EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.79)$$

et où  $E_{p_{non-linéarité}}$  correspond à l'énergie potentielle due à la non-linéarité mécanique (annexe B) :

$$E_{p_{non-linéarité}} = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{Ehe}{4} \left( \frac{\partial Y_n(x)}{\partial x} \right)^4 dx \quad (2.80)$$

En résolvant l'équation obtenue en égalisant les énergies cinétique  $E_c$  et potentielle  $E_p$ , on obtient l'expression suivante pour les pulsations de résonance :

$$\omega_{n_r} = \left[ \frac{EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_0^L \frac{Ehe}{4} \left( \frac{\partial Y_n(x)}{\partial x} \right)^4 dx}{\rho eh \int_0^L Y_n^2(x) dx} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.81)$$

$$\omega_{n_r} = \omega_{n_0} \left[ 1 + \frac{3 \int_0^L \frac{Ehe}{4} \left( \frac{\partial Y_n(x)}{\partial x} \right)^4 dx}{e^2 \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx} \right]^{\frac{1}{2}} = \omega_{n_0} \left[ 1 + \frac{\beta_n}{e^2} A_{max}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.82)$$

où  $\omega_{n_0}$  représente les pulsations propres du résonateur pour de petites amplitudes de vibrations et  $A_{max}$  l'amplitude maximale de la déformée  $Y_n$ . Le coefficient sans dimensions  $\beta_n$  est calculé en fonction du mode de vibration (mode fondamental ou partiel) et des conditions d'encastrement. Cette expression montre bien l'influence des fortes amplitudes sur la fréquence de résonance. Cela est équivalent à considérer la raideur du résonateur comme fonction de l'amplitude de vibration :

$$\omega_{n_r}^2 = \omega_{n_0}^2 \left[ 1 + \beta_n \left( \frac{A_{max}}{e^2} \right)^2 \right] = \frac{K_0}{M} \left[ 1 + \beta_n \left( \frac{A_{max}}{e^2} \right)^2 \right] = \frac{K}{M} \quad (2.83)$$

$$\text{avec } K = K_0 \left[ 1 + \beta_n \left( \frac{A_{max}}{e^2} \right)^2 \right] \quad (2.84)$$

Ce cas est celui d'un système masse-ressort ayant une raideur qui dépend de l'amplitude de vibration :

$$K = K_0(1 + \kappa A^2) \quad (2.85)$$

C'est ce cas de système masse-ressort que nous allons traiter afin d'étudier l'évolution de la résonance avec l'amplitude de vibration.

## 2.7.2 Résonance dans les oscillations non-linéaires : oscillateur anharmonique

Si l'on reprend les développements effectués dans le cas d'un système masse-ressort linéaire (annexe A), l'expression A.7 exprime l'amplitude du mouvement de la masse  $M$  en fonction de la force d'excitation  $F_\omega = F_0 e^{i\omega t}$ . Si l'on considère désormais le domaine au voisinage de la résonance  $\omega_{n_0}$  tel que  $\epsilon = |\omega - \omega_{n_0}|$ , l'amplitude de vibration  $A(\epsilon)$  est telle que (annexe A) :

$$A^2(\epsilon) = \frac{F_0^2}{4M^2\omega_{n_0}^2(\epsilon^2 + \frac{\omega_{n_0}^2}{4Q^2})} = \frac{F_0^2}{4MK_0(\epsilon^2 + \frac{K_0}{4Q^2M})} \quad (2.86)$$

Cette solution est l'expression classique du pic de résonance d'un oscillateur mécanique linéaire. Le caractère non-linéaire des oscillations conduit à une relation entre la raideur et l'amplitude de vibration (équation 2.85). Dans ce cas l'expression de l'amplitude de vibration autour de la fréquence de résonance, décrivant le comportement du résonateur anharmonique, peut s'écrire [99] :

$$A^2(\epsilon) = \frac{F_0^2}{4MK_0(1 + \kappa A^2(\epsilon))(\epsilon^2 + \frac{K_0(1 + \kappa A^2(\epsilon))}{4Q^2M})} \quad (2.87)$$

Cette équation est du troisième degré par rapport à  $A^2(\epsilon)$  et ses racines réelles déterminent l'amplitude des oscillations forcées. Pour des valeurs suffisamment petites du niveau d'excitation  $F_0$ , l'amplitude  $A$  est également petite, de sorte que dans l'expression précédente on peut négliger les degrés de  $A$  supérieurs à deux, ce qui nous ramène à la fonction  $A(\epsilon)$  de l'équation 2.86 représentée par une courbe symétrique ayant son maximum au point  $\epsilon = 0$ . A mesure que l'excitation  $F_0$  croît, la courbe se déforme en conservant d'abord son caractère bijectif ; ce maximum se déplace (pour  $\kappa > 0$ ) dans le sens des  $\omega$  positifs. Des trois racines de l'équation une seule est ici réelle. Cependant à partir d'une valeur déterminée  $F_0 = F_c$ , le caractère de la courbe change. Pour chaque valeur de  $F_0 > F_c$  il existe un domaine de fréquences déterminé dans lequel l'équation à trois racines réelles ; à ce domaine correspond la partie BCDE de la courbe sur la figure 2.10.

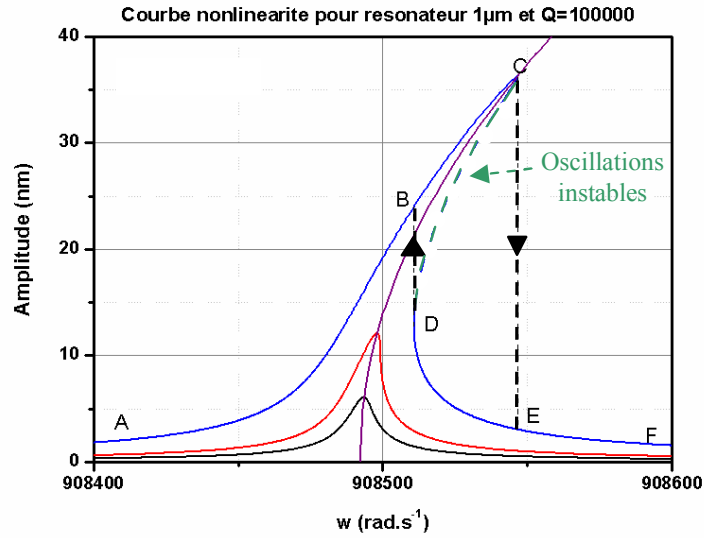


FIG. 2.10 – Courbes de résonance avec apparition du phénomène non-linéaire en fonction de l'amplitude de vibration

Des trois racines réelles de l'équation 2.87, la racine intermédiaire (c'est-à-dire située dans la partie CD de la courbe sur la figure 2.10) correspond à des oscillations instables du système : toute action sur

un système se trouvant dans cet état conduirait à un régime oscillatoire correspondant à la racine maximum ou à la racine minimum (c'est-à-dire aux parties BC ou DE de la courbe). De la sorte, seules les branches ABC et DEF correspondent à des oscillations réelles du système. Ainsi, et cela a été observé expérimentalement, lorsque la fréquence de la force d'excitation augmente graduellement, l'amplitude des oscillations forcées croît suivant la courbe ABC. Au point C il se produit une " rupture " de l'amplitude qui tombe brusquement à la valeur correspondant au point E, puis varie le long de la courbe EF (lorsque la fréquence continue à augmenter). Si maintenant on diminue la fréquence de la force d'excitation, l'amplitude des oscillations forcées varie suivant la courbe FD, saute du point D au point B, puis décroît suivant BA.

On comprend donc que les non-linéarités puissent être une limite au fonctionnement du senseur vibrant. D'une part, pour une excitation modérée ( $F_0 = F_c$ ), l'amplitude de vibration peut modifier la fréquence et donc induire une erreur de mesure. D'autre part, pour une excitation  $F_0 > F_c$ , la rupture brutale dans la courbe de résonance risque d'être une source d'instabilité majeure vis-à-vis d'un éventuel déphasage dans la boucle oscillatrice. Il est donc important de toujours travailler dans le domaine linéaire, du moins conserver une amplitude de vibration inférieure à une amplitude critique qu'il est nécessaire de préciser.

### 2.7.3 Amplitude de vibration critique pour un micro-résonateur

L'amplitude critique du résonateur est définie comme l'amplitude pour laquelle les points C, D et E coïncident. Ainsi pour  $F_0 = F_c$ , toute la partie CDE se réduit à un point d'inflexion (figure 2.11).

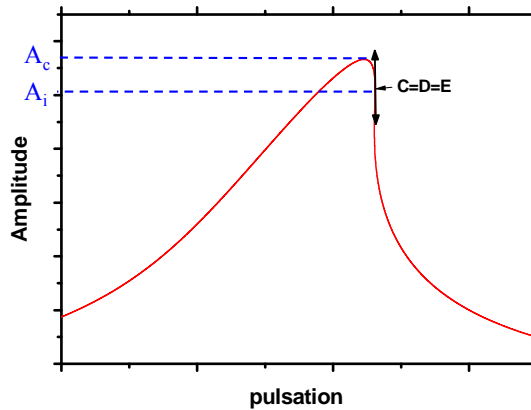


FIG. 2.11 – Courbe de résonance lorsque le résonateur vibre à son amplitude critique. Dans ce cas, les points C, D et E coïncident et la partie CDE se réduit à un point d'inflexion.

Cette condition sur l'amplitude critique s'exprime par une dérivée de l'amplitude infinie en un seul point de la courbe :  $\frac{\partial A(\epsilon)}{\partial \epsilon} = \infty$ . La résolution de l'équation 2.87 dans ce cas n'est pas simple. Afin d'estimer aisément l'amplitude critique de vibration de micro-résonateurs, il est nécessaire d'effectuer certaines approximations. Ainsi le caractère non-linéaire des oscillations conduit à une relation entre leur fréquence de résonance et leur amplitude en référence à l'équation 2.83 :

$$\omega_{n_r} = \omega_{n_0} \left[ 1 + \frac{\beta_n}{e^2} A_{max}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.88)$$

$$\approx \omega_{n_0} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\beta_n}{e^2} A_{max}^2 \right] = \omega_{n_0} \left[ 1 + \frac{\kappa}{2} A_{max}^2 \right] = \omega_{n_0} + \kappa_{\omega} A_{max}^2 \quad (2.89)$$

$$\text{avec } \kappa_{\omega} = \omega_{n_0} \kappa = \frac{\omega_{n_0} \beta_n}{2 e^2} \quad (2.90)$$

De plus, dans l'équation 2.86, la petite différence  $(\omega - \omega_{n_0})$  s'exprime alors par  $\epsilon - \kappa_{\omega} A^2(\epsilon)$  :

$$A^2(\epsilon) = \frac{F_0^2}{4M^2\omega_{n_0}^2 \left( (\epsilon - \kappa_{\omega} A^2(\epsilon))^2 + \frac{\omega_{n_0}^2}{4Q^2} \right)} \quad (2.91)$$

En dérivant cette équation par rapport à  $\epsilon$ , nous obtenons :

$$\frac{\partial A(\epsilon)}{\partial \epsilon} = \frac{-\epsilon A(\epsilon) + \kappa_{\omega} A^3(\epsilon)}{\epsilon^2 - 4\kappa_{\omega} \epsilon A^2(\epsilon) + 3\kappa_{\omega}^2 A^4(\epsilon) + \frac{\omega_{n_0}^2}{4Q^2}} \quad (2.92)$$

La position des points C et D ( $\frac{\partial A(\epsilon)}{\partial \epsilon} = \infty$ ) est déterminée en résolvant simultanément l'équation 2.91 et l'équation suivante :

$$\epsilon^2 - 4\kappa_{\omega} \epsilon A^2(\epsilon) + 3\kappa_{\omega}^2 A^4(\epsilon) + \frac{\omega_{n_0}^2}{4Q^2} = 0 \quad (2.93)$$

Pour calculer la valeur de la force d'excitation critique  $F_c$  pour laquelle les deux racines de l'équation du second degré par rapport à  $A^2$  précédente coïncident (toute la partie CDE se réduit à un point d'inflexion), il faut évaluer à 0 son déterminant. Nous obtenons ainsi les coordonnées  $(A_i; \epsilon_i)$  du point d'inflexion :

$$\epsilon_i = \frac{\sqrt{3} \omega_{n_0}}{2 Q} \text{ et } A_i = \sqrt{\frac{\omega_{n_0}}{\sqrt{3} \kappa_{\omega} Q}} = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{3} \kappa_{\omega} Q}} \quad (2.94)$$

D'après l'équation 2.91, la force d'excitation critique  $F_c$  s'écrit donc :

$$F_c = \frac{2M\omega_{n_0}^2}{\sqrt{3\sqrt{3}Q^3\kappa}} \quad (2.95)$$

L'amplitude critique  $A_c$  est légèrement supérieure à l'amplitude du point d'inflexion  $A_i$  (figure 2.11). Les équations 2.91 et 2.92 ( $\frac{\partial A(\epsilon)}{\partial \epsilon} = 0$ ) permettent d'exprimer l'amplitude maximale de la vibration :

$$A_{max} = \frac{F_0 Q}{M\omega_{n_0}^2} \quad (2.96)$$

L'amplitude critique s'écrit finalement :

$$A_c = \frac{F_c Q}{M\omega_{n_0}^2} = \frac{2}{\sqrt{3\sqrt{3}\kappa Q}} \quad (2.97)$$

Et si l'on fait un parallèle avec la méthode de Rayleigh développée précédemment (équation 2.90), cette amplitude critique s'exprime en fonction des dimensions du résonateur et de ses conditions d'encastrement :

$$A_c = \frac{2\sqrt{2}e}{\sqrt{3\sqrt{3}\beta_n Q}} \approx 1,24 \frac{e}{\sqrt{\beta_n Q}} \quad (2.98)$$

Avec  $\beta_n$ , un coefficient calculé en fonction du mode de vibration (mode fondamental ou partiel) et des conditions d'encastrement. Dans le cas d'une poutre encastree à ses deux extrémités et vibrant en mode fondamental de flexion,  $\beta_1 = 0.528$  (le calcul des intégrales en fonction du mode de vibration est effectué dans l'annexe C). On remarque donc que l'amplitude critique est directement dépendante de l'épaisseur du résonateur et de son facteur de qualité, cela signifie que des microrésonateurs à haut facteur de qualité seront grandement sensible à ce phénomène. Le tableau 2.2 présente une application numérique de cette amplitude critique en fonction du résonateur considéré :

|                | Q=5000  | Q=10 000 | Q=30 000 | Q=50 000 | Q=100 000 | Q=500 000 |
|----------------|---------|----------|----------|----------|-----------|-----------|
| $e = 60 \mu m$ | 1448 nm | 1024 nm  | 591 nm   | 458 nm   | 324 nm    | 145 nm    |
| $e = 30 \mu m$ | 724 nm  | 512 nm   | 295 nm   | 229 nm   | 161 nm    | 72 nm     |
| $e = 10 \mu m$ | 241 nm  | 170 nm   | 98 nm    | 76 nm    | 53 nm     | 24 nm     |
| $e = 5 \mu m$  | 120 nm  | 85 nm    | 49 nm    | 38 nm    | 26 nm     | 12 nm     |
| $e = 2 \mu m$  | 48 nm   | 34 nm    | 19 nm    | 15 nm    | 10 nm     | 4 nm      |
| $e = 1 \mu m$  | 24 nm   | 17 nm    | 9 nm     | 7 nm     | 5 nm      | 2 nm      |

TAB. 2.2 – Comparaison des amplitudes critiques (avant apparition des non-linéarités) en fonction de l'épaisseur  $e$  et du facteur de qualité  $Q$  du résonateur.

Ces considérations théoriques nous indiquent donc les limitations en amplitude des résonateurs considérés. Dans certains cas un facteur de qualité trop important peut donc s'avérer pénalisant. Ces amplitudes critiques permettent de fixer les limitations de la puissance de porteuse  $P_0$  en entrée de l'amplificateur et donc déterminer les résolutions ultimes des accéléromètres à lame vibrante miniatures.

## 2.8 Expression de la résolution de micro-accéléromètres

Il apparaît à l'issue de cette étude des non-linéarités mécaniques que l'amplitude de vibration maximale (amplitude critique) dépend des dimensions du résonateur ainsi que de son facteur de qualité :

$$A_c = \frac{2\sqrt{2}e}{\sqrt{3\sqrt{3}\beta_n Q}} \quad (2.99)$$

La puissance de porteuse  $P_{0_{lim}}$  limite (en  $W$ ) en entrée de l'amplificateur est donc proportionnelle à cette amplitude critique au carré tel que :

$$P_{0_{lim}} = G.A_c^2 = G \frac{8}{3\sqrt{3}\beta_n} \frac{e^2}{Q} = G' \frac{e^2}{Q} \quad (2.100)$$

Où  $G$  est un paramètre qui dépend du système de détection utilisé ainsi que de l'électronique associée pour mesurer les amplitudes de vibrations du résonateur. L'expression de la limite de résolution  $R_{-2}$  d'un accéléromètre à lame vibrante peut donc, à partir de l'équation 2.76, s'écrire :

$$R_{-2} = \frac{1}{K_1} \sqrt{\frac{3f_h Fk_B T}{4\pi^2 P_{0_{lim}}}} = \frac{\sqrt{Q}}{eK_1} \sqrt{\frac{3f_h Fk_B T}{4\pi^2 G'}} \quad (2.101)$$

Cette relation exprime ainsi le fait que la résolution de l'accéléromètre est directement limitée par les dimensions de son résonateur (épaisseur  $e$ ) ainsi que de son facteur de qualité  $Q$ . Cela signifie qu'une miniaturisation de l'accéléromètre à lame vibrante est synonyme de dégradation de la résolution.

Dans le cas des micro-accéléromètres vibrants, on se retrouve donc confronté à un compromis : un fort facteur de qualité  $Q$  favorise le plancher Flicker (résolution ultime) mais par la même occasion limite l'amplitude de vibration et donc dégrade la résolution  $R_{-2}$  de l'accéléromètre (figure 2.12).

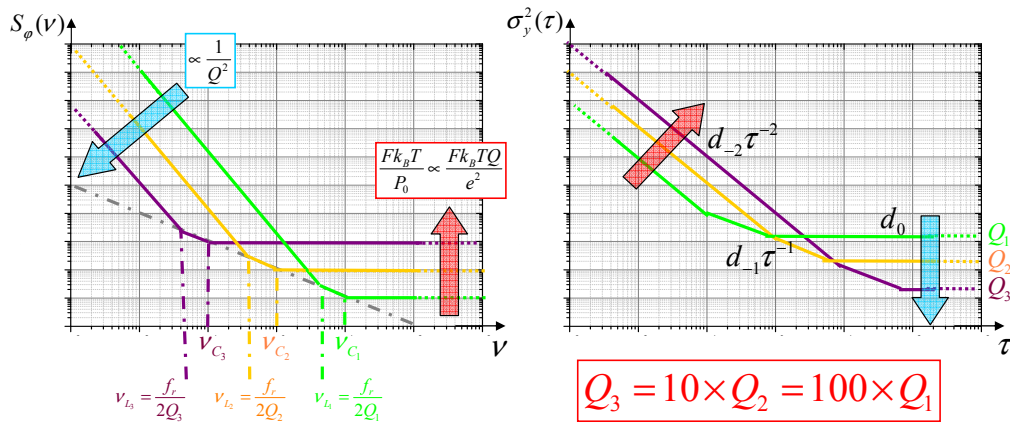


FIG. 2.12 – Bruit de phase et variance d'Allan lorsque le facteur de qualité  $Q_i$  du résonateur augmente. Un fort facteur de qualité favorise la résolution ultime du capteur mais limite la résolution à court terme.

## 2.9 Conclusion

Nous avons établi dans ce chapitre les relations qui établissent la performance d'un accéléromètre à lame vibrante. Ces expressions sont résumées dans le tableau 2.3 :

La fréquence propre  $f_r$  ainsi que le facteur d'échelle  $K_1$  sont des paramètres qui globalement ne sont pas affectés par une miniaturisation de l'accéléromètre à lame vibrante, un dimensionnement adapté entre la masse d'épreuve et le résonateur permettant d'obtenir les valeurs désirées. Pour la stabilité de biais et le plancher Flicker, il paraît important de privilégier une fréquence propre relativement basse et un facteur d'échelle le plus élevé possible. Cependant un compromis doit être trouvé entre sensibilité à



| Performance            | Unité | Expression                                                                                    | Equation |
|------------------------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Fréquence propre       | Hz    | $f_r \propto \frac{e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$                                             | (2.10)   |
| Facteur d'échelle      | Hz/g  | $K_1 \propto \frac{1}{\sqrt{E\rho}} \frac{M}{he^2}$                                           | (2.16)   |
| Etendue de mesure      | g     | $\gamma_c \propto \frac{E}{M} \frac{he^3}{L^2} \propto \frac{f_r}{K_1} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ | (2.22)   |
| Stabilité de biais     | g     | $Stab_{\Delta\varphi} \propto \frac{f_r}{QK_1}$                                               | (2.37)   |
| Plancher Flicker $R_0$ | g     | $R_0 \propto \frac{f_r}{QK_1}$                                                                | (2.69)   |
| Résolution $R_{-2}$    | g.s   | $R_{-2} \propto \frac{\sqrt{Q}}{eK_1}$                                                        | (2.101)  |

TAB. 2.3 – Expressions des performances de l'accéléromètre à lame vibrante.

l'accélération et étendue de mesure.

La miniaturisation est particulièrement néfaste à la résolution de l'accéléromètre puisque ce paramètre est directement dépendant de l'amplitude de vibration du résonateur et donc de son épaisseur. Ainsi la résolution de résonateurs de quelques microns d'épaisseur semble limitée à quelques centaines de  $\mu g.s$  (jusqu'au  $mg.s$ ). Cependant des techniques de détection permettant de garantir des seuils de détection plus faibles permettraient ainsi d'améliorer le rapport "signal-sur-bruit" (à amplitude équivalente) et donc la résolution du capteur.

Le facteur déterminant pour garantir la performance des accéléromètres à lame vibrante est le facteur de qualité  $Q$  du résonateur. En effet de la même façon qu'un facteur de qualité élevé favorise le plancher Flicker du capteur, il garantit une meilleure stabilité de biais à long terme en limitant les dérives de la fréquence. C'est également ce paramètre qui, pour une épaisseur de résonateur fixée, déterminera l'amplitude critique de vibration et donc la résolution du capteur. Il apparaît donc important à l'issue de cette étude de pouvoir quantifier théoriquement et expérimentalement le facteur de qualité de lames micrométriques afin d'estimer les performances des accéléromètres à lame vibrante miniaturisés et permettre de proposer un premier dimensionnement d'architecture. Pour cela, il est nécessaire d'étudier les mécanismes de dissipation qui interviennent pour des micro-résonateurs en flexion. C'est l'objet du prochain chapitre.

## Chapitre 3

# Mécanismes de dissipation dans les micro-résonateurs

### Sommaire

---

|                                                           |           |
|-----------------------------------------------------------|-----------|
| <b>3.1 Définition du facteur de qualité</b> . . . . .     | <b>68</b> |
| <b>3.2 Pertes extrinsèques</b> . . . . .                  | <b>69</b> |
| 3.2.1 Pertes par le support . . . . .                     | 69        |
| 3.2.2 Etat de surface . . . . .                           | 71        |
| 3.2.3 Amortissement gazeux . . . . .                      | 72        |
| <b>3.3 Pertes intrinsèques</b> . . . . .                  | <b>78</b> |
| 3.3.1 Défauts . . . . .                                   | 78        |
| 3.3.2 Viscosité intrinsèque du matériau . . . . .         | 78        |
| 3.3.3 Dissipation par relaxation de phonons . . . . .     | 79        |
| 3.3.4 Effet thermoélastique . . . . .                     | 80        |
| 3.3.5 Intérêt du silicium par rapport au quartz . . . . . | 83        |
| <b>3.4 Conclusion</b> . . . . .                           | <b>86</b> |

---

Dans ce chapitre, nous allons étudier théoriquement les différents mécanismes de dissipation pouvant intervenir dans les micro-résonateurs en silicium vibrant en flexion afin d'obtenir une connaissance précise des lois d'évolution du facteur de qualité en fonction des paramètres dimensionnels de la lame.

### 3.1 Définition du facteur de qualité

Le facteur de qualité  $Q$  d'un résonateur représente sa capacité à conserver son énergie mécanique au cours de la vibration. Plus  $Q$  est faible et plus l'énergie dissipée par période est grande. On définit ce paramètre par :

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W} \quad (3.1)$$

où  $W$  est l'énergie totale emmagasinée dans le résonateur et  $\Delta W$  l'énergie dissipée par période de vibration. Le facteur de qualité est donc une grandeur sans unité. L'énergie dissipée peut-être liée à différents mécanismes et s'écrit d'une manière générale :

$$\Delta W = \sum_i \Delta W_i \quad (3.2)$$

Ce qui revient à considérer le facteur de qualité  $Q$  du résonateur comme la résultante de ces différentes sources de dissipation, chaque mécanisme de dissipation étant associé à un facteur de qualité propre  $Q_i$  :

$$\frac{1}{Q} = \frac{\Delta W}{2\pi W} = \frac{\sum \Delta W_i}{2\pi W} = \sum_i \frac{1}{Q_i} \quad (3.3)$$

$$Q^{-1} = \sum_i Q_i^{-1} \quad (3.4)$$

D'après cette équation, il apparaît que la valeur du facteur de qualité  $Q$  ne pourra pas excéder la plus petite valeur des  $Q_i$ . Pour pouvoir maximiser le facteur de qualité, il est donc important de dégager et comprendre chacun de ces mécanismes de dissipation afin de pouvoir s'approcher de la limite théorique qui correspond aux limitations intrinsèques du matériau. De la littérature [88, 100], il ressort plusieurs mécanismes à l'origine de dissipations énergétiques, mais il est particulièrement intéressant de les classer selon deux catégories :

- *les mécanismes de dissipation extrinsèques* qui sont dépendants des conditions d'utilisation du transducteur. Parmi ces mécanismes, on peut citer principalement les pertes dans le support et les pertes de surface ( $Q_{support}$  et  $Q_{surface}$ ), ces dernières comprenant l'amortissement lié à l'environnement gazeux ainsi que toutes les pertes d'énergies liées à l'état de surface (rugosité, adsorption/désorption, ...).
- *Les mécanismes de dissipation intrinsèques* qui fixent la limite ultime du facteur de qualité  $Q$ . Ces mécanismes sont propres au matériau utilisé (présence de défauts ( $Q_{défauts}$ ) et viscosité interne du matériau ( $Q_{viscosité}$ )), ainsi qu'à la vibration considérée (pertes par relaxation de phonons ( $Q_{phonon}$ ) et effet thermoélastique ( $Q_{thermo}$ )).

L'équation 3.4 peut ainsi s'écrire :

$$Q^{-1} = \underbrace{Q_{support}^{-1} + Q_{surface}^{-1}}_{\text{pertes extrinsèques}} + \underbrace{Q_{défauts}^{-1} + Q_{viscosité}^{-1} + Q_{phonon}^{-1} + Q_{thermoélastique}^{-1}}_{\text{pertes intrinsèques}} \quad (3.5)$$

La démarche choisie dans ce mémoire pour l'étude de ces différents mécanismes de dissipation consiste à considérer, dans un premier temps, les pertes liées aux mécanismes extrinsèques afin de définir les conditions d'utilisation optimales. Dans un second temps, les mécanismes de dissipation intrinsèques sont décrits et analysés afin de déterminer la principale limitation dans le cas de micro-résonateurs en silicium vibrant en flexion.

## 3.2 Pertes extrinsèques

### 3.2.1 Pertes par le support

Le transducteur est généralement fixé par collage sur un support (embase de boîtier). Il en résulte que l'énergie vibratoire n'est plus seulement concentrée dans le résonateur et une faible (mais pas toujours négligeable) proportion d'énergie est transmise au support. De par le comportement viscoélastique de la colle, une partie de cette énergie transmise va être dissipée et donc aura pour conséquence directe de diminuer le facteur de qualité du résonateur.

Pour estimer ces pertes, nous faisons l'hypothèse d'un joint de colle de hauteur  $H$  et de surface  $S$  travaillant en traction/compression. La loi de comportement d'un matériau viscoélastique s'écrit dans le cas général :

$$\sigma = E\epsilon + \eta\dot{\epsilon} \quad (3.6)$$

où  $\sigma$  ( $N.m^{-2}$ ) est la contrainte dans le matériau,  $E$  ( $N.m^{-2}$ ) le module d'Young,  $\epsilon$  la déformation du matériau,  $\eta$  ( $N.s.m^{-2}$ ) sa viscosité et  $\dot{\epsilon}$  ( $s^{-1}$ ) la vitesse de déformation. Ainsi dans le cas d'une excitation (déformation) harmonique impliquant une déformation de la forme  $\epsilon = \epsilon_0 e^{j\omega t}$ , on peut écrire l'amplitude de la contrainte dans le matériau de la façon suivante :

$$\sigma_0 = (E + j\eta\omega)\epsilon_0 \quad (3.7)$$

Le déphasage entre la sollicitation et la réponse s'exprime alors par :

$$\tan(\delta) = \frac{\eta\omega}{E} \quad (3.8)$$

d'après l'équation 3.6, la contrainte dans le matériau s'écrit :

$$\sigma = E\epsilon + \frac{E \cdot \tan(\delta)}{\omega} \dot{\epsilon} \quad (3.9)$$

Si l'on considère un cylindre de colle de surface  $S$  et de hauteur  $H$  et en écrivant  $\epsilon = \frac{x}{H}$ , on en déduit la force  $F$  appliquée sur cette surface par le résonateur :

$$\sigma = E \frac{x}{H} + \frac{E \cdot \tan(\delta)}{\omega} \frac{\dot{x}}{H} \quad (3.10)$$

$$F = ES \frac{x}{H} + \frac{E \cdot \tan(\delta)}{\omega} S \frac{\dot{x}}{H} \quad (3.11)$$

En considérant le formalisme du modèle masse-ressort amorti, cette force s'écrit alors :

$$F = K_{colle} X + \lambda_{colle} \dot{X} \quad (3.12)$$

avec  $X = x$  le déplacement,  $K_{colle} = \frac{ES}{H}$  la raideur et  $\lambda_{colle} = \frac{K_{colle} \tan(\delta)}{\omega_0}$  le coefficient de dissipation (figure 3.1). Le résonateur vibrant à sa fréquence de résonance  $\omega_0$  exerce une excitation représentée par un déplacement  $X = X_0 \cos(\omega_0 t)$  appliqué au collage, ce qui génère une force de dissipation telle que :

$$F_{diss} = \lambda_{colle} \dot{X} \quad (3.13)$$

Il est à noter que le facteur de qualité d'un tel système s'écrit (annexe A) :

$$Q_{colle} = \frac{\omega_0 M}{\lambda_{colle}} = \frac{1}{\tan(\delta)} \quad (3.14)$$

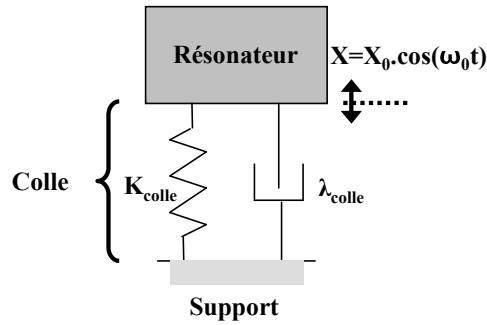


FIG. 3.1 – Modèle masse-ressort pour simuler le comportement viscoélastique de la colle.

L'énergie dissipée par période  $E_{diss}$  par ce mécanisme est donnée par le produit de la force de dissipation par la vitesse de vibration du résonateur :

$$E_{diss} = \int_0^T F_{diss} \dot{X} dt = \int_0^T \lambda_{colle} \dot{X}^2 dt \quad (3.15)$$

$$E_{diss} = \frac{1}{2} \lambda_{colle} \omega_0^2 X_0^2 T = \pi \lambda_{colle} \omega_0 X_0^2 \quad (3.16)$$

avec  $T = 2\pi/\omega_0$  la période de vibration du résonateur. Avec  $\lambda_{colle} = \frac{K_{colle} \tan(\delta)}{\omega_0}$ , nous obtenons pour l'expression de l'énergie dissipée par période :

$$E_{diss} = \pi \tan(\delta) K_{colle} X_0^2 = 2\pi \tan(\delta) E_{colle} \text{ avec } E_{colle} = \frac{1}{2} K_{colle} X_0^2 \quad (3.17)$$

Cette relation exprime le fait que la sollicitation  $X_0$  appliquée par le résonateur sur le collage doit être la plus faible possible afin de minimiser l'énergie transmise  $E_{colle}$ . En écrivant  $E_{colle}$  et  $E_{résonateur}$  respectivement l'énergie stockée dans le collage et dans le résonateur, le facteur de qualité propre à ce phénomène  $Q_{support}$  s'exprime alors de la façon suivante :

$$Q_{support} = 2\pi \frac{E_{résonateur}}{E_{diss}} = \frac{1}{\tan(\delta)} \frac{E_{résonateur}}{E_{colle}} = Q_{colle} \frac{E_{résonateur}}{E_{colle}} \quad (3.18)$$

Les pertes vers le support sont liées à la fixation de la structure au moyen d'un collage, source de dissipation. Afin de diminuer cette contribution, il est nécessaire de définir le transducteur de telle sorte que l'excitation exercée sur ce collage soit réduite.

Comme précisé précédemment, ce développement est basé sur le fait que le transducteur est collé (fixé) sur un support et ne considère donc que les pertes d'énergies vers l'extérieur de la structure. Dans la littérature, il existe des modèles qui tentent à exprimer les pertes d'énergies au sein même du transducteur. L'un de ces modèles est basé sur la théorie des ondes élastiques en 2 dimensions [101] et donne une expression du facteur de qualité correspondant. Cependant ce modèle n'est pas réaliste car il considère toute l'énergie de déformation hors poutre comme dissipée. Or en réalité, le résonateur n'est pas simplement constitué de la poutre mais de l'ensemble de la structure monolithique. Nous avons par ailleurs démontré expérimentalement que ce modèle était pessimiste [102].

### 3.2.2 Etat de surface

La miniaturisation des résonateurs augmente le rapport surface/volume de telle sorte que les mécanismes de dissipation liés à l'état de surface de la lame peuvent devenir non négligeables. Il s'agit essentiellement d'observations expérimentales et les pertes liées à l'état de surface sont principalement dues aux contraintes de surface dont les origines sont diverses :

- présence d'une fine couche d'oxide natif à la surface du résonateur en silicium [103].
- présence d'électrodes ou implantation de dopants pour des techniques de détection (piézorésistivité, galvanique) propres au silicium.
- adsorption de contaminants [104].
- rugosité [105].

Il n'existe pas aujourd'hui de modèle permettant de quantifier les dissipations d'énergie pour un résonateur en fonction de son état de surface et de ses dimensions. Il a cependant été montré que des traitements par recuits thermiques permettent d'augmenter le facteur de qualité par élimination des défauts cristallins en surface et par désorption [106]. Mais ces phases de recuit semblent toujours suivies d'une phase de décroissance du facteur de qualité certainement liée à une ré-adsorption de contaminants [107]. Ces phénomènes semblent tout particulièrement importants dans le cas de résonateurs de taille

nanométrique [108, 103]. Dans le cas de micro-résonateurs (épaisseur de quelques micromètres), nous montrerons leur contribution à la limitation du facteur de qualité.

### 3.2.3 Amortissement gazeux

Lorsqu'une poutre vibre, ses parois interagissent avec le gaz environnant entraînant une perte d'énergie supplémentaire pour le résonateur. Les mécanismes à l'origine de cette dissipation sont différents selon la pression ambiante [109].

#### 3.2.3.1 Influence de la pression

D'un point de vue théorique et expérimental, trois zones liées à des mécanismes de dissipation distincts sont observables (figure 3.2) :

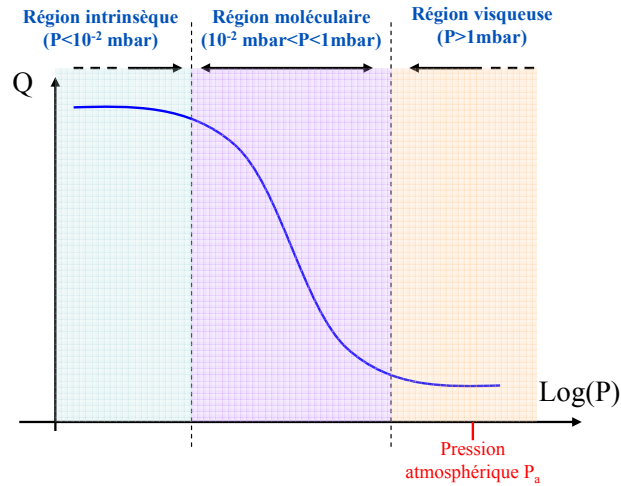


FIG. 3.2 – Evolution du facteur de qualité d'un résonateur en fonction de la pression.

**La région visqueuse ( $P > 1$  mbar) :** dans cette région, le gaz se comporte comme un fluide visqueux. Le chemin de libre parcours des molécules de gaz est inférieur à la dimension caractéristique de la poutre. L'air se comporte désormais comme un fluide visqueux et les calculs sont menés en considérant la mécanique des fluides. Puisque la vitesse de vibration de la poutre est toujours inférieure à la vitesse du son dans le milieu, celui-ci est considéré comme incompressible, c'est à dire que son volume demeure constant sous l'action de la pression exercée par le résonateur.

Pour le champ de vitesse  $\vec{u}(x, y, z, t)$  d'un fluide visqueux incompressible, l'équation de Navier-Stokes et l'équation de continuité du fluide s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{grad}) \vec{u} = -\frac{1}{\rho_0} \vec{grad} p + \frac{\eta}{\rho_0} \Delta \vec{u} \quad \text{et} \quad \text{div} \vec{u} = 0 \quad (3.19)$$

avec  $\rho_0$  et  $\eta$  respectivement la densité ( $kg.m^{-3}$ ) et la viscosité dynamique ( $N.s.m^{-2}$ ) du fluide.

Cependant le calcul du champ de vitesse exact autour de la poutre vibrante est complexe mais peut être résolu en modélisant la poutre par une chaîne de sphères qui vibrent indépendamment [110]. L'expression analytique du facteur de qualité  $Q_{visqueux}$  dans la région visqueuse pour une poutre encastree à ses deux extrémités s'écrit alors [109] :

$$Q_{visqueux} = \frac{1.5^2 \pi h e^2}{6 L^2 \eta R \left(1 + \frac{R}{\delta}\right)} \sqrt{\frac{\rho E}{12}} \quad (3.20)$$

où  $R$  représente le rayon des sphères qui modélisent la poutre, et dont la valeur est le plus souvent prise égale à l'épaisseur de la poutre. Le paramètre  $\delta$  désigne l'épaisseur d'une couche en surface du résonateur. Il correspond à l'épaisseur de pénétration de l'onde latérale et dépend de la pression de gaz :

$$\delta = \sqrt{\frac{2\eta R_0 T}{M_{gaz} P \omega}} \quad (3.21)$$

où  $M_{gaz}$  est la masse moléculaire du gaz (28,964 g/mol pour l'air),  $R_0$  est la constante des gaz parfaits (8,314 J.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>),  $T$  la température absolue,  $P$  la pression et  $\omega$  la pulsation du résonateur.

Ainsi en fonction des deux paramètres  $R$  et  $\delta$ , il est possible de différencier deux zones :

- Pour  $R/\delta \ll 1$ ,  $Q_{visqueux}$  est alors indépendant de la pression du gaz et fixe la valeur minimale du facteur de qualité.
- Pour  $R/\delta \gg 1$ ,  $Q_{visqueux}$  est alors proportionnel à  $P^{-1/2}$ .

**La région moléculaire** ( $10^{-2} \text{ mbar} < P < 1 \text{ mbar}$ ) : dans cette région, l'amortissement est dû aux collisions indépendantes des molécules de gaz avec la surface vibrante du résonateur. Ce mécanisme d'amortissement domine lorsque le libre parcours moyen des molécules de gaz est grand par rapport à la dimension caractéristique de la poutre. La force de frottement est alors définie en considérant la théorie cinétique des gaz et le calcul de la quantité de mouvement perdue ou donnée par la poutre lors de ces différents chocs. Dans cette zone, le facteur de qualité est alors inversement proportionnel à la pression ambiante. Pour le premier mode de flexion d'un résonateur, il s'exprime de la façon suivante [111, 112, 113] :

$$Q_{moléculaire} = \frac{3}{8\sqrt{6}} \frac{(1,5\pi)^2 e^2}{P L^2} \sqrt{\frac{\pi E \rho R_0 T}{M_{gaz}}} \quad (3.22)$$

où  $M_{gaz}$  est la masse moléculaire du gaz (28,964 g/mol pour l'air),  $R_0$  est la constante des gaz parfaits (8,314 J.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>),  $E$  et  $\rho$  respectivement le module d'Young et la densité du matériau constituant le résonateur,  $T$  la température absolue et  $P$  la pression du gaz. Cette relation est donc proportionnelle au rapport  $\frac{e^2}{L^2}$  où  $e$  et  $L$  sont respectivement l'épaisseur et la longueur du résonateur. Dans le cas d'une miniaturisation du transducteur et en maintenant la fréquence constante, c'est-à-dire avec un rapport  $\frac{e}{L^2}$  constant, il apparaît que  $Q_{moléculaire}$  devient proportionnel à  $e$ . Ceci est représenté sur



la figure 3.3. De la même façon qu'un facteur de qualité  $Q_{max}$  important nécessite un bon niveau de vide pour atteindre la région intrinsèque, une miniaturisation du résonateur accentue cet effet. A l'inverse, pour une épaisseur  $e$  donnée du résonateur, il apparaît d'après l'équation 3.22 que l'utilisation de fréquences plus élevées (rapport  $\frac{e^2}{L^2}$  plus grand) permet d'obtenir des niveaux de pression  $P_{intrinsèque}$  plus élevés.

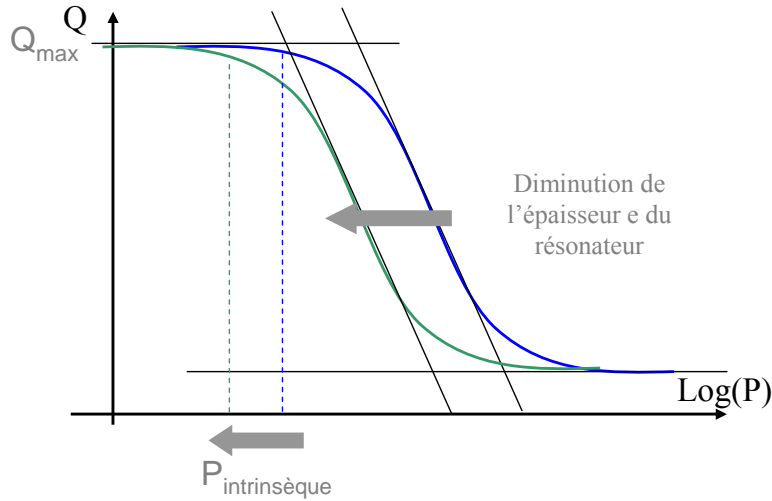


FIG. 3.3 – Evolution du facteur de qualité dans la région moléculaire et estimation du vide nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque en fonction des dimensions du résonateur.

**la région intrinsèque ( $P < 10^{-2}$  mbar) :** dans cette région la pression est tellement faible que l'amortissement qui en découle est négligé. On n'observe quasiment aucune variation du facteur de qualité ni de la fréquence de résonance pour cette gamme de pression. Il est important de noter que la région intrinsèque est la plus adaptée au fonctionnement des résonateurs pour l'accéléromètre vibrant. En effet le facteur de qualité  $Q$  est maximal et de plus il n'est pas dépendant d'une petite remontée en pression comme cela serait le cas dans la région moléculaire. Il est donc important à ce stade de l'étude de déterminer la façon dont le niveau de pression nécessaire  $P_{intrinsèque}$  évolue avec les dimensions du résonateur et son facteur de qualité maximal  $Q_{max}$  dans cette région.  $Q_{max}$  prend en compte tous les phénomènes de dissipation à l'exception de l'amortissement gazeux. Il s'agit essentiellement d'une notion expérimentale. D'après la figure 3.4, il apparaît que plus  $Q_{max}$  est important et plus le niveau de pression  $P_{intrinsèque}$  nécessaire pour atteindre la région intrinsèque est bas.

### 3.2.3.2 Amortissement gazeux dans le cas de faibles gaps

Dans le cas de la région moléculaire, c'est à dire pour des pressions relativement faibles de gaz, il peut apparaître un autre phénomène d'amortissement lorsqu'un résonateur se trouve proche d'une surface, comme dans le cas d'une détection capacitive par exemple. Ceci est illustré sur la figure 3.5 à

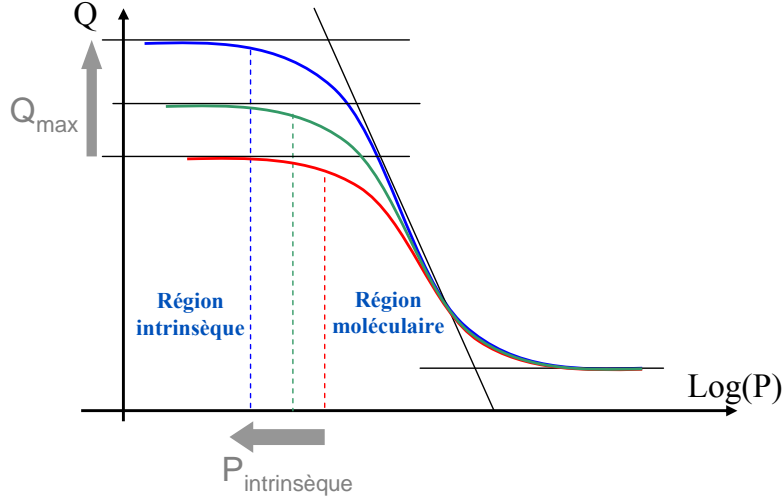


FIG. 3.4 – Evolution du vide nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque en fonction du facteur de qualité intrinsèque du résonateur.

droite. Les molécules de gaz qui pénètrent dans cette espace défini entre les deux plaques se retrouvent dans une configuration telle que le gap entre les deux plaques est plus petit que leur libre parcours moyen. Le nombre de collisions avec le résonateur (figure 3.5 à gauche) est donc plus important, ce qui est équivalent à une augmentation locale de la pression. Ce phénomène est connu sous le nom de "squeeze-film damping".

Les calculs pour évaluer l'amortissement dû à ces collisions supplémentaires entre les molécules et le résonateur s'effectuent en considérant la théorie cinétique des gaz [111]. La perte d'énergie totale dépend des dimensions des surfaces ( $h$  et  $L$ ) en vis-à-vis ainsi que de la dimension du gap  $g$ . Le facteur de qualité  $Q_{squeeze}$  s'exprime dans ce cas de la façon suivante [114] :

$$Q_{squeeze} = (2\pi)^{\frac{3}{2}} \rho e \omega_r \left( \frac{g}{2(L+h)} \right) \sqrt{\frac{R_0 T}{M_{gaz}}} \frac{1}{P} \quad (3.23)$$

où  $M_{gaz}$  est la masse moléculaire du gaz (28,964 g/mol pour l'air),  $R_0$  est la constante des gaz parfaits (8,314 J.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>),  $T$  la température absolue,  $P$  la pression du gaz dans l'enceinte,  $\rho$  la densité volumique du matériau (silicium) et  $\omega_r$  la pulsation du résonateur.  $L$ ,  $h$ ,  $e$  sont les dimensions du résonateur et  $g$  représente la dimension du gap de gaz.

Dans le cas d'un résonateur encastré à ses deux extrémités et vibrant en mode fondamental de flexion, on rappelle l'expression de la pulsation de résonance  $\omega_r$  (tableau 2.1) :

$$\omega_r = 2\pi(1,028) \frac{e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.24)$$

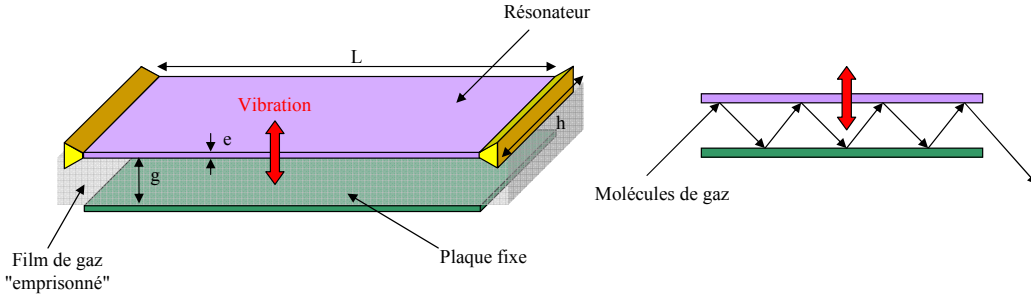


FIG. 3.5 – Illustration du phénomène d'amortissement "squeeze-film damping" lorsque le résonateur se trouve à proximité d'autres surfaces.

Dans ce cas, le facteur de qualité  $Q_{squeeze}$  s'écrit à partir des relations 3.23 et 3.24 :

$$Q_{squeeze} = \frac{28,7}{P} \frac{g}{(L+h)} \frac{e^2}{L^2} \sqrt{\frac{\pi E \rho R_0 T}{M_{gaz}}} \quad (3.25)$$

Ainsi en considérant l'expression du facteur de qualité  $Q_{moléculaire}$  (équation 3.22), le rapport  $Q_{squeeze}/Q_{moléculaire}$  s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{Q_{squeeze}}{Q_{moléculaire}} = 8,4 \left( \frac{g}{L+h} \right) \approx 10 \frac{g}{L} \quad (3.26)$$

Il apparaît d'après cette expression que ce phénomène de squeeze film damping  $Q_{squeeze}$  devient prépondérant vis-à-vis de l'amortissement moléculaire classique  $Q_{moléculaire}$  dès lors que le gap d'air  $g$  est inférieur au dixième de la longueur  $L$  du résonateur.

### 3.2.3.3 Estimation du niveau de vide nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque

Il est intéressant, pour situer les exigences sur le packaging, de déterminer la valeur du vide  $P_{intrinsèque}$  nécessaire pour garantir un facteur de qualité élevé et stable. Pour cela il faut s'intéresser à la transition entre le régime moléculaire et intrinsèque (figure 3.2). Dans cette zone, le facteur de qualité  $Q$  peut s'écrire comme :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{max}} + \frac{1}{Q_{moléculaire}} + \frac{1}{Q_{squeeze}} \quad (3.27)$$

et d'après l'équation 3.26 :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{max}} + \frac{1}{Q_{moléculaire}} \left( 1 + \frac{L}{10g} \right) = \frac{1}{Q_{max}} + \frac{1}{Q_{gaz}} \quad (3.28)$$

Si l'on considère arbitrairement que la région intrinsèque est atteinte lorsque  $Q = \frac{9}{10} Q_{max}$  (soit encore  $Q_{gaz} = 9Q_{max}$ ), alors  $P_{intrinsèque}$  s'exprime à l'aide de l'équation 3.22 en fonction de  $Q_{max}$  et de l'épaisseur  $e$  du résonateur (pour simplifier le calcul, les résonateurs ont tous la même fréquence de résonance  $f_r$  en mode fondamental de flexion) :

$$P_{intrinsèque} = \left( \frac{10g}{10g + L} \right) \frac{e}{Q_{max}} \frac{1}{24\sqrt{6}} (1, 5\pi)^2 \frac{f_r \rho}{1, 028} \sqrt{\frac{\pi R_0 T}{M_{gaz}}} \quad (3.29)$$

Dans le cas où le gap de gaz  $g$  autour du résonateur est grand ( $10g \gg L$ ), les valeurs de  $P_{intrinsèque}$  en fonction de  $Q_{max}$  et de l'épaisseur  $e$  du résonateur sont établies dans le tableau 3.1. La fréquence de résonance choisie est  $25 \text{ kHz}$ . Il apparaît au vu de ces résultats que les contraintes en terme de packaging pour la réalisation d'un micro-accéléromètre vibrant sont d'autant plus importantes que le transducteur est miniaturisé et qu'il possède un facteur de qualité élevé. En particulier un vide de quelques  $10^{-4} \text{ mbar}$  semble difficile à obtenir au vu des solutions de packaging disponibles aujourd'hui qui assurent des niveaux de vide plutôt de l'ordre de quelques  $10^{-2} \text{ mbar}$ .

| $P_{intrinsèque}$    | $e = 1\mu m$                | $e = 5\mu m$                | $e = 10\mu m$               | $e = 20\mu m$               |
|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $Q_{max} = 10\ 000$  | $1, 1.10^{-2} \text{ mbar}$ | $5, 6.10^{-2} \text{ mbar}$ | $1, 1.10^{-1} \text{ mbar}$ | $2, 2.10^{-1} \text{ mbar}$ |
| $Q_{max} = 50\ 000$  | $2, 2.10^{-3} \text{ mbar}$ | $1, 1.10^{-2} \text{ mbar}$ | $2, 2.10^{-2} \text{ mbar}$ | $4, 4.10^{-2} \text{ mbar}$ |
| $Q_{max} = 100\ 000$ | $1, 1.10^{-3} \text{ mbar}$ | $5, 6.10^{-3} \text{ mbar}$ | $1, 1.10^{-2} \text{ mbar}$ | $2, 2.10^{-2} \text{ mbar}$ |
| $Q_{max} = 500\ 000$ | $2, 2.10^{-4} \text{ mbar}$ | $1, 1.10^{-3} \text{ mbar}$ | $2, 2.10^{-3} \text{ mbar}$ | $4, 4.10^{-3} \text{ mbar}$ |

TAB. 3.1 – Estimation du niveau de pression nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque en fonction de l'épaisseur du résonateur et du facteur de qualité  $Q_{max}$  (la fréquence  $f_r$  est fixée à  $25 \text{ kHz}$ ) dans le cas où le gap de gaz est important ( $10g \gg L$ ).

Ce constat est encore accentué lorsque l'effet du gap de gaz n'est plus négligeable (pour  $g < L/10$ ), l'évolution de  $P_{intrinsèque}$  en fonction de la valeur de  $g$  et de l'épaisseur  $e$  du résonateur est représentée sur la figure 3.6. La fréquence de résonance choisie est  $25 \text{ kHz}$  et le facteur de qualité  $Q_{max}$  est fixé à  $1.10^5$ . Dans le cas, par exemple, d'une excitation électrostatique et d'une détection capacitive des vibrations du résonateur, des gaps inter-électrodes de quelques  $\mu m$  sont classiquement utilisés, ce qui signifie que les niveaux de vide nécessaires sont alors de l'ordre de quelques  $10^{-5} \text{ mbar}$ .

### 3.2.3.4 Conclusion sur l'amortissement gazeux

L'amortissement gazeux est un phénomène susceptible d'être limitant pour le facteur de qualité de micro-résonateurs. Il est donc nécessaire que le transducteur fonctionne sous vide poussé afin d'assurer un facteur de qualité élevé et ne dépendant pas d'éventuelles remontées de pression dans l'enceinte : c'est le cas dans la région intrinsèque. Le niveau de vide nécessaire pour atteindre ce palier dépend à la fois du facteur de qualité intrinsèque du résonateur ainsi que de ses dimensions. Dans le cas de résonateurs de  $1 \mu m$  d'épaisseur avec un facteur de qualité supérieur à  $10^5$ , le vide nécessaire est de l'ordre de quelques  $10^{-4} \text{ mbar}$ , ce qui est difficilement réalisable avec les solutions de packaging actuelles. Si le résonateur se trouve trop proche d'autres surfaces (électrodes par exemple), l'amortissement gazeux s'en trouve amplifié et le niveau de vide requis est plus contraignant (jusqu'à  $10^{-5} \text{ mbar}$ ).

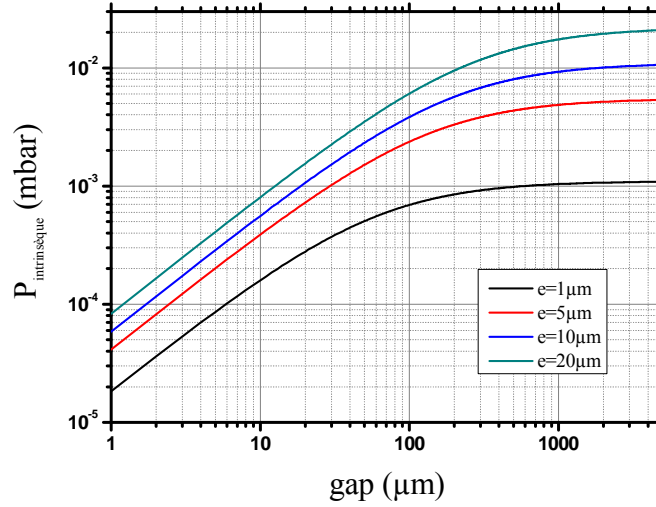


FIG. 3.6 – Estimation du niveau de pression nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque en fonction de l'épaisseur du résonateur et du gap de gaz autour du résonateur (la fréquence  $f_r$  est fixée à 25 kHz et le facteur de qualité à  $1.10^5$ ).

### 3.3 Pertes intrinsèques

#### 3.3.1 Défauts

Dans les matériaux cristallins, les défauts du réseau, en particulier les dislocations ou les impuretés, peuvent être des sources d'amortissement des ondes élastiques par transformation de l'énergie mécanique en chaleur [115]. Il n'existe pas à notre connaissance de théorie pour calculer analytiquement les pertes liées à ces mécanismes. Mais d'une manière générale, nous considérerons que dans le cas du silicium dont l'élaboration est parfaitement maîtrisée, ces pertes soient négligeables par rapport aux autres phénomènes de dissipation. Ceci correspond à considérer le matériau cristallin comme parfait ( $Q_{\text{défaut}}$  infini).

#### 3.3.2 Viscosité intrinsèque du matériau

Comme son nom l'indique, ce mécanisme représente les pertes d'énergies pendant la vibration dues à la viscosité intrinsèque du matériau. Pour exprimer ce phénomène, nous reprenons le comportement d'un matériau viscoélastique tel que défini précédemment. Ainsi la loi de comportement d'un tel matériau s'écrit dans le cas général :

$$\{\sigma\} = [C] \{\epsilon\} + [\eta] \{\dot{\epsilon}\} \quad (3.30)$$

avec  $\{\sigma\}$  ( $N.m^{-2}$ ) le tenseur des contraintes,  $[C]$  ( $N.m^{-2}$ ) le tenseur des coefficients élastiques,  $\{\epsilon\}$  le tenseur des déformations,  $[\eta]$  ( $N.s.m^{-2}$ ) le tenseur des viscosités et  $\{\dot{\epsilon}\}$  ( $s^{-1}$ ) le tenseur des vitesses de déformations.

En référence aux équations 3.8 et 3.14, le facteur de qualité  $Q_{\text{viscosité}}$  s'écrit :

$$Q_{viscosité} = \frac{1}{\tan(\delta)} = \frac{E}{\eta\omega_0} \quad (3.31)$$

où  $E$  et  $\eta$  sont respectivement le module d'Young et la viscosité du matériau, et  $\omega_0$  la pulsation propre du résonateur. Dans le cas du silicium, le tenseur de viscosité du silicium s'écrit [116] :

$$(\eta) = \begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \eta_{12} & \eta_{11} & \eta_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \eta_{12} & \eta_{12} & \eta_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_{44} \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

avec  $\eta_{11} = 1,505 \cdot 10^{-3} \text{ N.s.m}^{-2}$ ;  $\eta_{12} = -0,532 \cdot 10^{-3} \text{ N.s.m}^{-2}$  et  $\eta_{44} = 0,553 \cdot 10^{-3} \text{ N.s.m}^{-2}$ .

On en déduit les viscosités en fonction du type d'onde et de sa direction de propagation (tableau 3.2) :

| Direction | Mode          | Expression de $\eta$                               | $\eta \text{ (N.s.m}^{-2}\text{)}$ |
|-----------|---------------|----------------------------------------------------|------------------------------------|
| 100       | Longitudinale | $\eta_{11}$                                        | $1,5 \cdot 10^{-3}$                |
| 100       | Cisaillement  | $\eta_{44}$                                        | $0,5 \cdot 10^{-3}$                |
| 111       | Longitudinal  | $\frac{1}{3}(\eta_{11} + 2\eta_{12} + 4\eta_{44})$ | $0,9 \cdot 10^{-3}$                |
| 111       | Cisaillement  | $\frac{1}{3}(\eta_{11} + \eta_{12} - \eta_{44})$   | $0,2 \cdot 10^{-3}$                |
| 110       | Longitudinal  | $\frac{1}{3}(\eta_{11} + \eta_{12} + \eta_{44})$   | $0,5 \cdot 10^{-3}$                |

TAB. 3.2 – Expression de la viscosité du silicium en fonction de la direction de vibration.

Dans le cas d'une poutre en silicium orientée selon la direction (100) en vibration de flexion, le facteur de qualité  $Q_{viscosité}$  s'exprime alors :

$$Q_{viscosité} = \frac{E_{11}}{\eta_{11}\omega_0} = \frac{1,68 \cdot 10^{11} \text{ N.m}^{-2}}{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ N.s.m}^{-2} \times 2\pi \times f_0} \cong \frac{1,8 \cdot 10^{13}}{f_0} \quad (3.33)$$

Ainsi pour une poutre vibrant à  $100 \text{ kHz}$ ,  $Q_{viscosité} \approx 1,8 \cdot 10^8$ , ce qui est très élevé. La dissipation due à la viscosité intrinsèque du silicium apparaît donc négligeable dans la gamme de fréquence considérée (de  $10$  à  $200 \text{ kHz}$ ).

### 3.3.3 Dissipation par relaxation de phonons

Une autre source de dissipation pouvant intervenir pour la limitation du facteur de qualité de micro-résonateurs résulte de l'interaction entre le champ de déformation et les vibrations thermiques du cristal qui sont quantifiées par la notion de phonon thermique. On parle alors d'interaction phonon-phonon [117] ou d'effet Akhiezer [19]. Le phonon désigne le quantum de vibration dans un solide cristallin. Il s'agit d'une notion de mécanique quantique faisant appel au concept de dualité onde-corpuscule : selon le contexte expérimental il peut se manifester soit comme une onde, soit comme un paquet élémentaire de vibration  $h\nu$  ( $h$  étant la constante de Planck et  $\nu$  la fréquence du mode de vibration du cristal).

Ainsi à la différence de l'effet thermoélastique qui représente l'interaction entre le champ de déformation et les phonons thermiques générés par cette déformation, l'interaction phonon-phonon considère seulement les phonons thermiques déjà présents dans le cristal avant déformation. L'application d'une contrainte modifie alors localement la distribution des fréquences de vibration thermique, ce qui conduit, similairement à l'effet thermoélastique, à une dissipation par relaxation vers un état stationnaire. Les expressions pour décrire ce phénomène ont été introduites par Akhiezer [118]. L'expression la plus simple de ce processus de relaxation est la suivante [119, 120] :

$$Q_{ph} = \frac{v_D^2}{C_p T_0 \hat{\gamma}^2} \frac{1 + (\omega_r \tau_{ph})^2}{\omega_r \tau_{ph}} \quad (3.34)$$

où  $C_p$  ( $J.Kg^{-1}.m^{-3}$ ) est la chaleur spécifique à pression constante,  $T_0$  ( $K^{-1}$ ) est la température de référence,  $\hat{\gamma}$  est la constante de Grüneisen qui caractérise les anharmonicités dans le réseau cristallin en vibration,  $v_D$  ( $m.s^{-1}$ ) est la vitesse de propagation de l'onde sonore dans le milieu,  $\omega_r$  ( $s^{-1}$ ) est la pulsation du résonateur et  $\tau_{ph}$  ( $s^{-1}$ ) représente le temps de relaxation des phonons. Ce paramètre est relié à la conductivité thermique [121] :

$$\tau_{ph} = \frac{\rho C_p v_D^2}{3\kappa} \quad (3.35)$$

avec  $\kappa$  ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ ) la conductivité thermique,  $\rho$  ( $kg.m^{-3}$ ) la masse volumique. La vitesse moyenne de Debye de propagation de l'onde sonore  $v_D$  ( $m.s^{-1}$ ) s'exprime comme [19] :

$$\frac{3}{v_D^3} = \frac{1}{v_l^3} + \frac{2}{v_t^3} \quad (3.36)$$

où  $v_t$  et  $v_l$  sont les vitesses de propagation des ondes longitudinales et transverses dans le milieu.

Etant donné l'ordre de grandeur du temps de relaxation mis en jeu ( $\tau_{ph} \approx 10^{-12}$  s), ce mécanisme entraîne une atténuation notable ( $Q_{ph}$  inférieur à  $10^7$ ) dans le cas des ondes de fréquence supérieure au  $GHz$ , ou à très faible température. Aux fréquences considérées ( $10 - 100$   $kHz$ ) et à température proche de l'ambiante,  $Q_{ph}$  reste très élevé si bien que cette source de dissipation n'est pas prédominante pour notre application.

### 3.3.4 Effet thermoélastique

#### 3.3.4.1 Phénomène

L'amortissement thermoélastique représente les pertes d'énergie causées par le couplage entre les champs thermique et de déformation au sein d'un résonateur. En effet, pour les matériaux isotropes ayant un coefficient de dilation thermique positif, une augmentation de température locale induit une dilatation locale du matériau tandis qu'une baisse de température induit une compression du matériau. Inversement, une compression locale du matériau induit une augmentation locale de température et une dilatation induit une baisse de température. Par exemple, si l'on considère une poutre vibrant en flexion, les fibres extérieures subissent au cours de la vibration des déformations opposées (figure 3.7). Quand une face est en compression (et par conséquent sa température augmente), l'autre face est en extension

(sa température décroît). Ainsi lorsqu'un solide thermoélastique est en mouvement, il se trouve en déséquilibre thermique [122] et le couplage entre la déformation et les gradients de température dans le matériau est à l'origine d'un mécanisme de dissipation d'énergie qui incite le système à se relaxer pour retrouver son état d'équilibre. Cette relaxation s'établit par un flux irréversible de chaleur mené par les gradients locaux de température générés par les déformations dynamiques du solide [123].

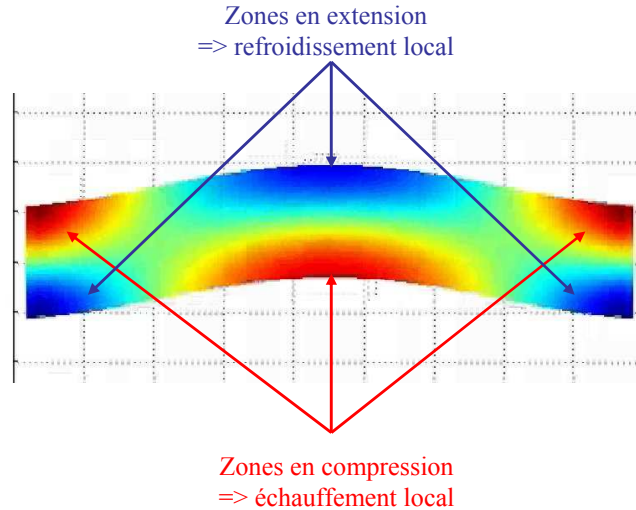


FIG. 3.7 – Etablissement des gradients thermiques lors de la déformation d'une poutre vibrante en flexion. Les zones comprimées s'échauffent tandis que les zones tendues se refroidissent [123].

Cette dissipation n'a pas toujours une influence mesurable. En effet, lorsque la période de vibration  $f_r$  est supérieure au temps de relaxation alors le solide se trouve en permanence en équilibre thermique et les vibrations sont alors qualifiées d'"isothermes". A l'inverse, lorsque la période de vibration est inférieure au temps de relaxation alors le solide n'a pas le temps de s'équilibrer thermiquement. Les vibrations sont alors qualifiées d'"adiabatiques". Dans ces deux cas, la dissipation d'énergie est quasi nulle. C'est seulement lorsque l'on se situe entre ces deux extrêmes que les pertes énergétiques deviennent importantes.

### 3.3.4.2 Modèle de Zener

Les expressions pour décrire ce phénomène ont été développées par Clarence Zener dans le cas de poutres rectangulaires en vibration de flexion [122, 124]. Sa théorie est basée sur une extension de la loi de Hooke impliquant la contrainte  $\sigma$  ( $N.m^{-2}$ ), la déformation  $\epsilon$ , ainsi que leurs dérivées temporelles respectives  $\dot{\sigma}$  ( $N.s^{-1}.m^{-2}$ ) et  $\dot{\epsilon}$  ( $s^{-1}$ ) :

$$\sigma + \tau_\epsilon \dot{\sigma} = E_R(\epsilon + \tau_\sigma \dot{\epsilon}) \quad (3.37)$$

Le paramètre  $\tau_\epsilon$  représente le temps de relaxation de la contrainte à déformation constante, le paramètre  $\tau_\sigma$  représente le temps de relaxation de la déformation à contrainte constante et  $E_R$  est le module d'Young après relaxation. La figure 3.8 présente le modèle mécanique équivalent à cette équation. Ce



modèle consiste en un ressort de raideur  $k_2$  en série avec un module d'amortissement  $\lambda$  ( $N.s.m^{-2}$ ), l'ensemble étant disposé en parallèle d'un second ressort de raideur  $k_1$  ( $k_1$  et  $k_2$  sont dans ce cas des raideurs linéiques en  $N.m^{-2}$ ).

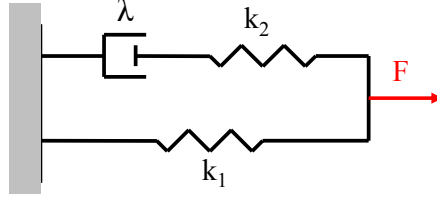


FIG. 3.8 – Modèle mécanique du phénomène thermoélastique.

Les paramètres du modèle sont reliés à  $\tau_\epsilon$ ,  $\tau_\sigma$  et  $E_R$  de la façon suivante :

$$E_R = k_1 \quad \tau_\epsilon = \frac{\lambda}{k_2} \quad \tau_\sigma = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \lambda \quad (3.38)$$

Les variations de la déformation et de la contrainte sont considérées harmoniques :

$$\sigma = \sigma_0 e^{j\omega t} \quad \text{et} \quad \epsilon = \epsilon_0 e^{j\omega t} \quad (3.39)$$

L'expression 3.37 peut ainsi s'écrire :

$$\sigma_0(1 + j\omega\tau_\epsilon) = \epsilon_0 E_R(1 + j\omega\tau_\sigma) \quad (3.40)$$

Les amplitudes de contrainte  $\sigma_0$  et de déformation  $\epsilon_0$  sont donc reliées par un module d'Young complexe ce qui signifie que l'évolution de la déformation est déphasée vis-à-vis de la contrainte appliquée :

$$E_0(\omega) = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} = E_R \frac{1 + j\omega\tau_\sigma}{1 + j\omega\tau_\epsilon} \quad (3.41)$$

$$= E_R \frac{1 + \omega^2\tau_\sigma\tau_\epsilon + j\omega(\tau_\sigma - \tau_\epsilon)}{1 + \omega^2\tau_\epsilon^2} \quad (3.42)$$

Cette partie complexe du module d'Young  $E_0(\omega)$  exprime la partie dissipée de l'énergie. Ainsi puisque le facteur de qualité s'exprime comme le rapport de l'énergie totale sur l'énergie dissipée par période, le facteur de qualité thermoélastique  $Q_{thermo}$  s'exprime alors comme le rapport entre les parties réelles et imaginaires de ce module d'Young complexe à la pulsation propre  $\omega_0$  :

$$Q_{thermo} = \frac{1}{\Delta E} \frac{1 + (\omega_0\tau)^2}{\omega_0\tau} \quad (3.43)$$

où  $\Delta E = \sqrt{\frac{\tau_\sigma}{\tau_\epsilon}} - \sqrt{\frac{\tau_\epsilon}{\tau_\sigma}}$  et  $\tau = \sqrt{\tau_\sigma\tau_\epsilon}$  est le temps de relaxation effectif. D'après cette expression,  $Q_{thermo}$  est fonction de  $\omega_0\tau$  et présente un minimum lorsque  $\omega_0\tau = 1$ . Ceci est en accord avec la présentation qualitative du phénomène. En effet, lorsque la fréquence est proche de l'inverse du temps de relaxation ( $\omega_0\tau \ll 1$ ), les pertes thermoélastiques sont négligeables puisque la vibration est isotherme et le facteur de qualité  $Q_{thermo}$  est alors très élevé. De la même manière, lorsque la vibration

est adiabatique ( $\omega_0\tau \gg 1$ ), les pertes sont également négligeables et  $Q_{thermo}$  est très élevé. Les pertes thermoélastiques prennent seulement leur importance lorsque la fréquence est proche du temps de relaxation ( $\omega_0\tau \approx 1$ ).

Afin de déterminer les paramètres  $\tau$  et  $\Delta_E$ , il est nécessaire de considérer la contribution de la dilatation thermique sur la déformation dans la loi de Hooke :

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha T \quad (3.44)$$

ainsi que l'équation de la conduction thermique :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\kappa}{\rho C_p} \nabla^2 T - \frac{E\alpha T_0}{\rho C_p} \frac{d\epsilon}{dt} \quad (3.45)$$

où  $\alpha$  ( $K^{-1}$ ) est le coefficient de dilatation thermique,  $\kappa$  ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ ) est le coefficient de dilatation thermique,  $C_p$  ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ ) représente la chaleur spécifique à pression constante,  $\rho$  ( $kg.m^{-3}$ ) la masse volumique et  $T_0$  ( $K$ ) est la température de référence. La résolution de ce système d'équations permet d'aboutir à l'expression du facteur de qualité thermoélastique dans le cas d'un matériau isotrope selon la théorie de Zener :

$$Q_{thermo} = \frac{\rho C_p}{\alpha^2 T_0 E} \frac{f_r^2 + f_t^2}{f_r f_t} \text{ avec } f_t = \frac{\pi}{2} \frac{\kappa}{\rho C_p e^2} \quad (3.46)$$

Pour rappel,  $e$  est l'épaisseur du résonateur dans la direction de vibration et  $f_r$  est sa fréquence de résonance. La fréquence  $f_t$  correspond à la fréquence de transition entre les échanges de type isotherme ( $f_r \ll f_t$ ) et ceux de type adiabatique ( $f_r \gg f_t$ ). C'est à cette fréquence que les pertes thermoélastiques sont les plus importantes (figure 3.9). On remarque d'ailleurs sur cette courbe que la remontée du facteur de qualité est beaucoup plus prononcée dans le domaine isotherme que pour le domaine adiabatique.

Nous pouvons désormais appliquer l'équation 3.46 aux dimensions de micro-résonateurs afin d'estimer la valeur du facteur de qualité correspondante.

### 3.3.5 Intérêt du silicium par rapport au quartz

Les pertes thermoélastiques sont souvent référencées comme le facteur limitant dans le cas de micro-résonateurs [125, 126, 127, 128]. En particulier concernant l'accéléromètre VIA, le facteur de qualité  $Q = 12000$  est directement limité par ce phénomène. Le facteur de qualité  $Q_{thermo}$  d'un résonateur est minimum lorsque sa fréquence de résonance  $f_r$  est égale à la fréquence de transition  $f_t$ . Dans ce cas,  $Q_{thermo_{min}}$  vaut :

$$Q_{thermo_{min}} = \frac{2\rho C_p}{\alpha^2 T_0 E} \quad (3.47)$$

Il est intéressant d'appliquer ce résultat au silicium mais également au quartz qui est le matériau actuellement utilisé pour l'accéléromètre VIA. La théorie de Zener s'applique cependant à des matériaux

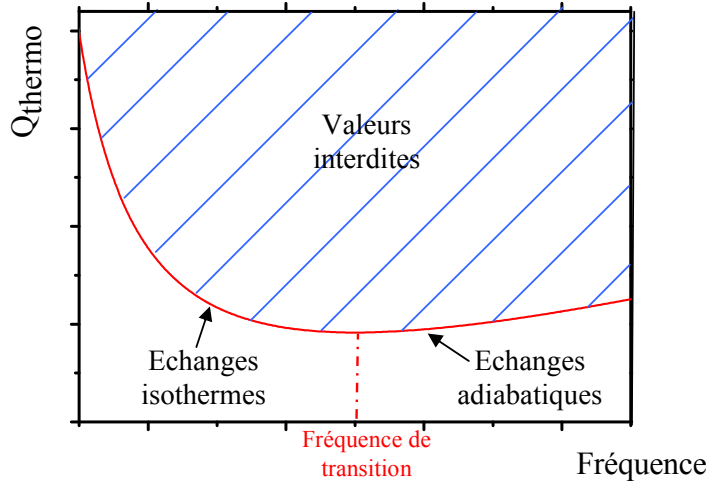


FIG. 3.9 – Evolution du facteur de qualité thermoélastique en fonction de la fréquence de vibration. La dissipation maximale est obtenue lorsqu'elle est égale à la fréquence de transition.

isotropes, ce qui n'est pas le cas de ces deux matériaux.

Nous allons donc considérer des valeurs équivalentes dans les directions de vibration considérées (direction (110) pour le silicium). Les valeurs choisies sont présentées dans le tableau 3.3.

| Propriétés                                                           | Silicium       | Quartz         |
|----------------------------------------------------------------------|----------------|----------------|
| Masse volumique $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )                               | 2330           | 2650           |
| Chaleur spécifique à pression constante $C_p$ ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ ) | 700            | 750            |
| Coefficient de dilatation thermique $\alpha$ ( $K^{-1}$ )            | $2,6.10^{-6}$  | $13,7.10^{-6}$ |
| Module d'Young $E$ ( $N.m^{-2}$ )                                    | $1,68.10^{11}$ | $7,82.10^{10}$ |
| Conductivité thermique $\kappa$ ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )                | 148            | 6,7            |

TAB. 3.3 – Valeurs des coefficients choisis pour établir le facteur de qualité thermoélastique pour le silicium et le quartz.

Cette valeur minimale  $Q_{thermo_{min}}$  est d'environ 10000 pour le silicium et 900 dans le cas du quartz. Cela signifie que l'effet thermoélastique peut être particulièrement limitant à la réalisation d'accéléromètres vibrants.

Pour se donner une idée des limitations attendues, l'accéléromètre VIA en quartz intègre un résonateur dont la fréquence de résonance est de 60 kHz pour une épaisseur  $e$  de 60  $\mu m$ . L'objectif de miniaturisation de cette étude se limite principalement à des résonateurs avec une épaisseur plus fine tout en fonctionnant dans la même gamme de fréquence (20 – 200 kHz). Or il apparaît sur la figure 3.10 que pour des résonateurs de cette taille, la dissipation obtenue pour une poutre en quartz est maximale. Les limitations technologiques mises à part, il n'est donc pas envisageable de miniaturiser le concept

de l'accéléromètre vibrant en conservant le matériau quartz. Le silicium par contre présente pour cette gamme de résonateurs des facteurs de qualité thermoélastiques très élevés. Pour ce matériau, on se situe dans le régime isotherme, partie de la courbe où  $Q_{thermo}$  est d'autant plus grand que l'épaisseur du résonateur est petite. Il est à noter que d'un point de vue caractéristique matériau, la principale différence entre le quartz et le silicium concerne la conductibilité thermique. En effet, avec une excellent conductibilité thermique, le silicium est nettement plus conducteur que le quartz.

Cet augmentation du facteur de qualité avec la réduction des dimensions du résonateur en silicium offre un avantage très important dans le cas des accéléromètres vibrants puisqu'il est ainsi possible d'augmenter à la fois  $Q$  et la sensibilité aux forces du résonateur  $K_1$  qui est inversement proportionnelle à l'épaisseur vibrante au carré du résonateur (équation 2.16). Dans le cas du quartz, il était nécessaire de trouver le meilleur compromis entre le coefficient de qualité et la sensibilité aux forces du résonateur pour maximiser la grandeur  $QK_1/f_r$  représentative de la stabilité du capteur (équation 2.37). Ce n'est donc plus le cas avec le silicium et ce matériau ouvre ainsi des perspectives très intéressantes pour la réalisation d'accéléromètre miniaturisé de haute performance.

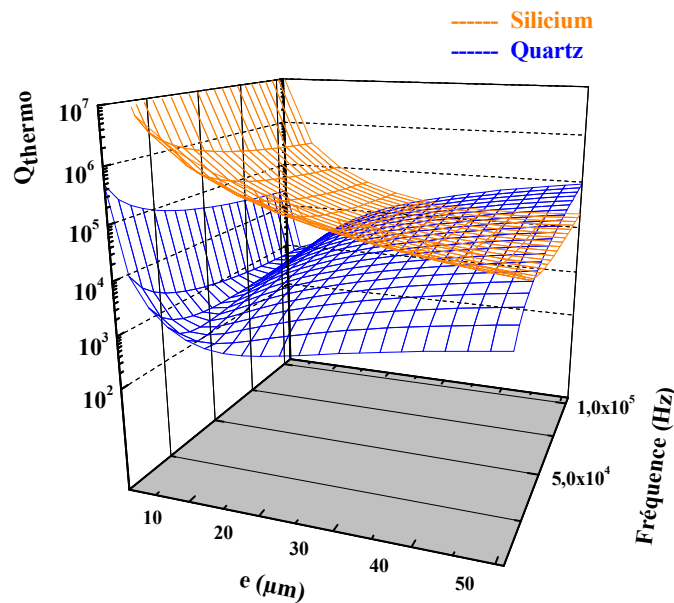


FIG. 3.10 – Comparaison des facteurs de qualité thermoélastiques d'une lame en silicium et d'une lame en quartz en fonction de l'épaisseur  $e$  et de la fréquence. La lame en silicium présente des  $Q_{thermo}$  plus importants que le quartz pour les résonateurs de très petites dimensions.

### 3.4 Conclusion

L'étude des mécanismes de dissipation intervenant dans le cas de micro-résonateurs a permis d'identifier trois limitations principales pour notre application :

- Les pertes vers le support  $Q_{support}$  dues à la fixation du transducteur sur un support. Il a été montré que pour minimiser ces pertes, il est nécessaire de diminuer les sollicitations de la structure sur la fixation. Les configurations de type diapason sont particulièrement bien adaptées car les efforts tranchants et les moments fléchissants se compensent dans le volume du socle. Nous verrons que d'autres solutions sont envisageables dont l'intégration au résonateur d'une structure de découplage.
- Les pertes dues à l'amortissement gazeux  $Q_{moléculaire}$  sont dues aux interactions entre les faces du résonateur et le milieu ambiant. Il est nécessaire d'atteindre la région intrinsèque afin que le facteur de qualité ne soit plus affecté par la pression dans l'enceinte et ne soit pas sensible à une éventuelle remontée de pression dans le packaging. Le niveau de vide nécessaire pour atteindre cette région dépend à la fois des dimensions du résonateur, de son facteur de qualité intrinsèque et du gap inter-électrodes.
- Les pertes thermoélastiques  $Q_{thermo}$  sont dues au couplage entre le transfert de chaleur au sein d'un résonateur et sa déformation. Dans le cas du silicium et dans les dimensions de résonateurs inférieures à  $30 \mu m$ , ces pertes diminuent avec l'épaisseur du résonateur. Une miniaturisation du transducteur en silicium est donc d'un point de vue thermoélastique favorable à la performance du capteur.

Compte tenu de l'importance du facteur de qualité dans la performance du capteur, une expérimentation a été mise en place afin de vérifier quantitativement les prédictions théoriques et d'étudier l'influence éventuelle d'autres facteurs (pertes de surface liées à la technologie de réalisation, influence du dopage, influence du substrat). Cette expérimentation est décrite dans le chapitre suivant.

## **Troisième partie**

# **Approche expérimentale : micro-résonateurs en silicium et facteurs de qualité**



# Chapitre 4

## Mise en place expérimentale

### Sommaire

---

|                                                                                   |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>4.1 Définition des structures de test</b> . . . . .                            | <b>90</b> |
| 4.1.1 Suspension filtrante . . . . .                                              | 90        |
| 4.1.2 Structures de test . . . . .                                                | 91        |
| 4.1.3 Simulations par éléments finis . . . . .                                    | 92        |
| <b>4.2 Réalisation des structures</b> . . . . .                                   | <b>93</b> |
| 4.2.1 Réalisation par gravure "tout DRIE" . . . . .                               | 93        |
| 4.2.2 Réalisation par combinaison de gravure "DRIE/KOH" . . . . .                 | 97        |
| <b>4.3 Méthode ex-situ de caractérisation dynamique des résonateurs</b> . . . . . | <b>99</b> |
| 4.3.1 Systèmes expérimentaux . . . . .                                            | 100       |
| 4.3.2 Méthodes de mesure . . . . .                                                | 101       |

---

Dans ce chapitre nous allons présenter les moyens mis en oeuvre en terme de structures, techniques de réalisation et caractérisation afin de pouvoir mesurer les facteurs de qualités intrinsèques de micro-résonateurs en silicium.



## 4.1 Définition des structures de test

### 4.1.1 Suspension filtrante

A l'issue de l'étude théorique concernant l'identification des mécanismes de dissipation intervenant dans les micro-résonateurs en silicium, il a été entrepris une expérimentation visant à mesurer les facteurs de qualités intrinsèques de ces résonateurs. Dans cette optique, il est essentiel de s'affranchir de toutes les pertes extrinsèques au résonateur. La première de ces limitations concerne les pertes d'énergie vers le support  $Q_{support}$ . Il a été montré dans le chapitre 3 que lorsque le résonateur vibre à sa pulsation de résonance  $\omega_r$ , la structure entière ainsi que le support(collage) sont sollicités dynamiquement. Ainsi afin de limiter les pertes d'énergie dans le support et préserver le facteur de qualité intrinsèque du résonateur, il est nécessaire de réduire l'énergie transmise dans les fixations. Une suspension filtrante permet d'atteindre cet objectif : le principe de cette suspension est illustré à l'aide d'un système masse-ressort sur la figure 4.1 :

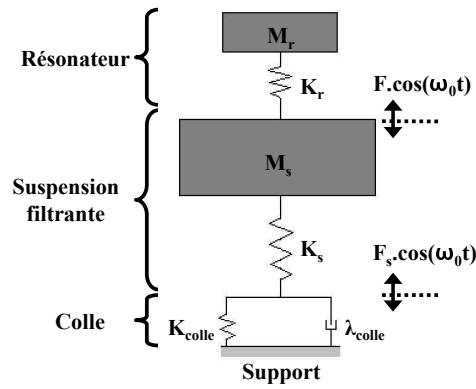


FIG. 4.1 – Système masse-ressort illustrant le principe de la suspension filtrante pour diminuer la force transmise au support.

Comparativement au cas de la figure 3.1 qui illustre l'origine des pertes vers le collage, on remarque que dans ce cas, un étage intermédiaire va permettre d'atténuer le rapport entre la force alternative  $F \cos(\omega_0 t)$  appliquée par le résonateur sur la structure et la force  $F_s \cos(\omega_0 t)$  transmise aux fixations. Les calculs dynamiques aboutissent au rapport suivant :

$$\frac{F}{F_s} = \frac{\omega_0^2}{\omega_s^2} \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{K_r}{M_r}} \text{ et } \omega_s = \sqrt{\frac{K_s}{M_s}} \quad (4.1)$$

Ainsi en écrivant  $E_{colle}$  et  $E_{résonateur}$  comme

$$E_{colle} = \frac{1}{2} \frac{F_s^2}{K_{colle}} \quad (4.2)$$

$$E_{résonateur} = \frac{1}{2} \frac{F^2}{K_r} \quad (4.3)$$

et en considérant les équations 4.1, 4.2 et 4.3 dans l'équation 3.18,  $Q_{support}$  s'exprime alors de la manière suivante :

$$Q_{support} = Q_{colle} \frac{K_{colle}}{K_{résonateur}} \left( \frac{\omega_0}{\omega_s} \right)^4 \quad (4.4)$$

Dans cette expression, le rapport entre les raideurs généralisées de la colle et du résonateur est typiquement supérieur à  $2.10^3$  et en considérant des valeurs classiques d'environ 10 pour  $Q_{colle}$ , cela amène à la condition suivante sur  $Q_{support}$  :

$$Q_{support} > 2.10^4 \left( \frac{\omega_0}{\omega_s} \right)^4 \quad (4.5)$$

Cette expression désigne un critère d'efficacité pour la structure filtrante : le rapport entre la pulsation de résonance du résonateur et celle du premier mode de la structure filtrante doit être le plus élevé possible afin de garantir une valeur de  $Q_{support}$  très élevée. Le but de cette étude est de mesurer les facteurs de qualité intrinsèques des résonateurs ( $Q > 10^5$ ), ainsi ces considérations concernant les pertes dans le support indiquent la nécessité d'utiliser des structures de découplage compatibles avec des valeurs de  $Q_{support} > 10^7$ .

#### 4.1.2 Structures de test

La structure de découplage qui joue le rôle de suspension filtrante a été développée dans le cadre de travaux précédents à l'ONERA (VIA et VIG) et adaptée à la réalisation de structures de test pour des résonateurs encastré-libre et encastré-encastré en silicium (figure 4.2). La structure "encastrée-libre" présente un réseau de 10 lames vibrantes encastrées à une de leurs extrémités sur une masse commune, elle-même reliée aux zones de fixation de la structure par un cadre de découplage. Pour la structure "encastrée-encastrée", une seule lame vibrante est définie et encastrée à ses deux extrémités sur une masse commune. Entre le résonateur mécanique et les points de fixation, un cadre et deux pédoncules permettent le confinement de l'énergie vibratoire dans le résonateur et constituent un système de découplage efficace, en préservant les hauts facteurs de qualité des résonateurs. Les  $Q_{support}$  obtenus pour chacune des lames sont supérieurs à  $10^7$ .

Les structures ont été définies et optimisées par éléments finis (code Samcef) afin d'éviter les couplages mécaniques entre les modes de vibrations des poutres et ceux de la structure. Typiquement une fenêtre d'environ 20 kHz sans aucun mode de structure est défini autour de la fréquence de résonance de la poutre. En référence à l'équation 4.5, le mode fondamentale de la structure se situe aux environs de 3 – 4 kHz tandis que les fréquences de résonance des poutres se situent dans la gamme 25 – 500 kHz. Une validation expérimentale a effectivement permis de démontrer que dans la plupart des résonateurs aucun mode de structure ne pollue le spectre autour du mode fondamental de la poutre.

Au total quatorze structures de type " encastré-libre " et cinquante " encastré-encastré " ont été définies et optimisées par éléments finis. Les découplages des vibrations des lames obtenus sont tous

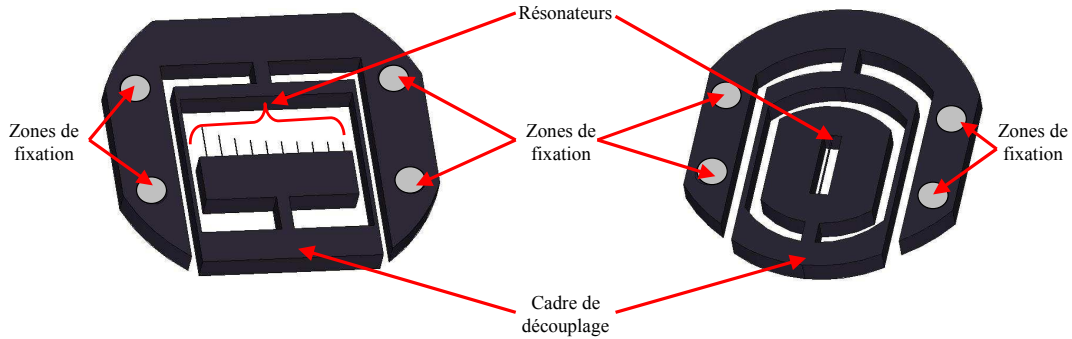


FIG. 4.2 – A gauche : Structure de type "encastré-libre". A droite : Structure de type "encastré-encastré".

excellents et donc compatibles avec la mesure de facteurs de qualité intrinsèques très élevés (l'application de la formule montre qu'un  $Q_{support}$  de  $10^7$  et un  $Q_{intrinsèque}$  de  $10^6$  donne un  $Q_{résultant}$  de 910 000, ce qui n'altère que de 10% le coefficient de qualité intrinsèque de la lame). Le diamètre des structures est de l'ordre de 7 mm pour une épaisseur de  $500 \mu m$ . Un exemple de réalisation (gravure DRIE) est présenté sur la figure 4.3.

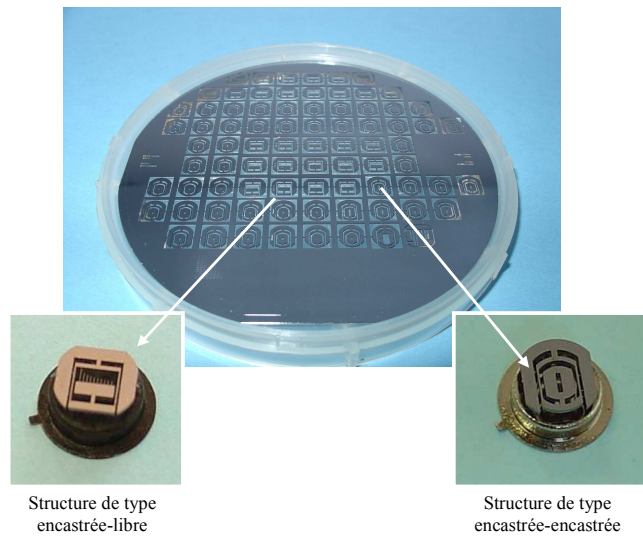


FIG. 4.3 – Structures de test : gamme de fréquence entre 25 et 250 kHz, épaisseur  $e$  entre 2 et  $30 \mu m$ , 2 types de structures (encastrée-libre et encastrée-encastrée).

### 4.1.3 Simulations par éléments finis

Des simulations par éléments finis ont été effectuées afin de valider le comportement en trois dimensions de la suspension filtrante détaillée précédemment. En référence à l'équation 3.18, l'amortissement lié aux pertes dans le support (collage) dépend du rapport  $E_{résonateur}/E_{colle}$ , un moyen efficace pour

déterminer le facteur de qualité du découplage vibratoire consiste donc à observer l'énergie de déformation dans le support lorsque la poutre vibre à sa fréquence de résonance. Ces observations ont été réalisées à l'aide de simulations par éléments finis (figure 4.4). Le maximum d'énergie vibratoire est concentrée dans les encastremets de la poutre (figure 4.4 à gauche). La figure à droite représente la même énergie vibratoire mais avec une échelle d'observation divisée par  $10^7$ . L'énergie de déformation dans les zones de fixation est  $10^7$  fois plus faible que celle observée dans la poutre, et les pertes d'énergie par le support sont donc très faibles.

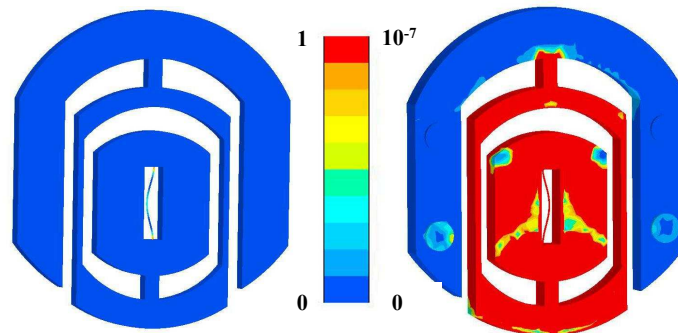


FIG. 4.4 – A gauche : Energie de déformation. A droite : Energie de déformation avec une échelle d'observation divisée par  $10^7$ . Les zones rouges sont hors échelle.

## 4.2 Réalisation des structures

Deux jeux de masques photolithographiques ont été conçus afin de pouvoir réaliser ces structures, soit par DRIE, soit par usinage mixte DRIE et usinage chimique KOH, et permettre ainsi d'étudier l'influence du procédé de réalisation sur les coefficients de qualité des lames vibrantes.

### 4.2.1 Réalisation par gravure "tout DRIE"

#### 4.2.1.1 Les limites de la gravure RIE "conventionnelle"

Les gravures conventionnelles de type RIE (Reactive Ion Etching ou Gravure Ionique Reactive) sont effectuées dans des plasmas résultant d'un couplage capacitif avec une source radiofréquence (RF). Ce procédé technologique a été introduit pour des applications en microélectronique dont les besoins se limitent à la gravure de matériaux en couches minces (au plus de l'ordre du micromètre). Le principal intérêt de cette gravure par rapport à la gravure chimique provient de son anisotropie liée au caractère directionnel de la gravure ionique, imposé par un champ électrique. Aussi, bénéficie-t-on avec ce procédé de profils verticaux. La gravure est ainsi adaptée aux motifs de petite dimension, sans perte de côte ou presque.

Pour les applications de micromécanique, les besoins sont tout autres. On recherche en effet à réaliser des microstructures qui requièrent une gravure sur des profondeurs de quelques centaines de microns. La RIE conventionnelle ne convient plus à ce type d'applications puisqu'elle souffre d'une vitesse de gravure lente et d'une sélectivité relativement mauvaise, inadaptée aux gravures profondes. En outre les facteurs d'aspect recherchés pour les microstructures ne peuvent pas être atteints.

#### 4.2.1.2 La gravure DRIE

Depuis une dizaine d'années, la gravure "sèche" ou "plasma" du silicium a connu une importante évolution pour donner naissance à la DRIE (Deep Reactive Ion Etching, appelée communément "Gravure Profonde") (figure 4.5). Cette évolution est due en grande partie à l'introduction de sources de type ICP (Inductively Coupled Plasma ou plasma à couplage inductif).



FIG. 4.5 – Equipement de gravure profonde de type " Deep Reactive Ion Etching" (DRIE). Système ALCATEL 601E.

Les principales nouveautés technologiques qui ont accompagné cette évolution sont les suivantes :

- Des sources RF plus puissantes ( $> kW$ ) dans des sources ICP, permettant la génération de plasmas de très hautes densités, jusqu'à  $10^{12} \text{ ions/cm}^3$ .
- Une séparation du plasma principal de la chambre dans laquelle se trouve le substrat à graver. Ceci à pour effet de contrôler de façon indépendante la densité du plasma et l'énergie des ions incidents sur le substrat.
- Des nouvelles chimies et des nouveaux procédés de gravure : un premier procédé, à des températures cryogéniques (azote liquide) et un second procédé qui est aujourd'hui beaucoup plus répandu, le procédé dit "Bosch". Ce dernier est basé sur l'alternance de cycles de passivation et de gravure, dans des ambiances  $SF_6$  et  $C_4F_8$  respectivement (figure 4.6).
- L'introduction de sources basses fréquences pulsées pour la polarisation du substrat afin de diminuer un effet parasite le "notching", mais aussi pour améliorer certaines caractéristiques de la gravure.

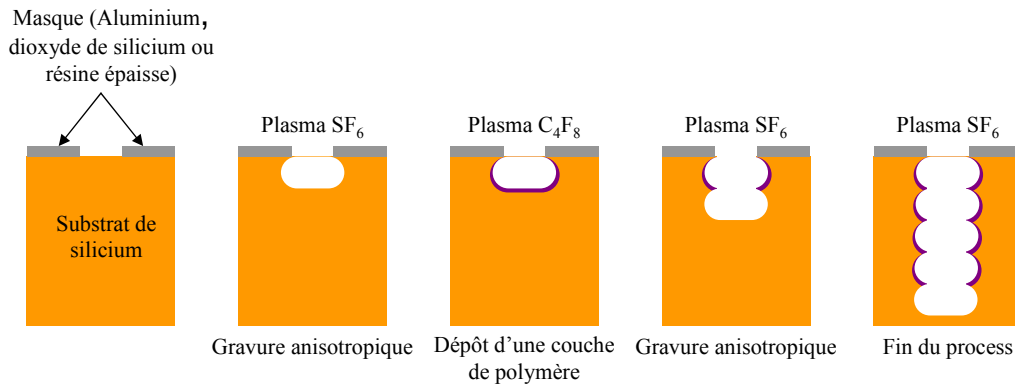


FIG. 4.6 – Principe de la gravure ionique réactive profonde (DRIE).

Les améliorations matérielles et expérimentales listées ci-dessus se sont traduites par des améliorations des caractéristiques de la gravure, principalement :

- Une plus grande sélectivité par rapport aux matériaux en couches minces utilisés comme masque à la gravure (jusqu'à 1 : 1000), ce qui facilite la gravure profonde.
- D'importants facteurs d'aspect (jusqu'à 1 : 100), définis comme le rapport entre la profondeur gravée sur la taille de l'ouverture.
- Une importante vitesse de gravure (jusqu'à 30  $\mu m/min$ ).

L'ESIEE a participé au développement des tous premiers procédés de gravure DRIE dès l'introduction de ces équipements par la société ALCATEL en 1997. De par son antériorité sur cette technologie, l'ESIEE possède aujourd'hui une grande expertise de la DRIE, reconnue au niveau international [129]. Dotée de deux réacteurs de gravure DRIE, la centrale technologique de l'ESIEE fait également partie des laboratoires français les mieux équipés pour cette technologie. Tous les travaux expérimentaux sur la DRIE effectués dans le cadre de cette étude ont été réalisés à l'ESIEE sur un équipement Alcatel de type 601E. Seul le procédé "Bosch" a été mis en oeuvre.

#### 4.2.1.3 Réalisation des structures de test "tout DRIE"

La gravure est effectuée sur substrat SOI permettant de définir avec une très grande précision l'épaisseur finale de la lame vibrante à savoir 15  $\mu m$  dans notre cas. Ce substrat est composé d'un silicium épais (500  $\mu m$ ), d'un oxyde intermédiaire de 1  $\mu m$  et d'un niveau de silicium aminci (15  $\mu m$ ). Afin de définir les zones de gravure, deux niveaux de masques sont nécessaires : un premier niveau comportant le cadre de découplage et un deuxième niveau comportant le cadre de découplage ainsi que les structures vibrantes. La gravure se déroule ainsi en deux temps : gravure de la structure de découplage sur une profondeur de 500  $\mu m$  et arrêt sur la couche de  $SiO_2$  enterrée puis gravure des lames vibrantes

ainsi que la structure de découplage sur une profondeur de  $15\ \mu\text{m}$ .

Le détail du procédé de fabrication, incluant les étapes de masquage se décompose comme suit :

1. Dépôt d'aluminium sur la face arrière
2. Photolithographie et gravure Aluminium face arrière
3. Photolithographie face avant
4. Gravure DRIE face arrière
5. Gravure DRIE face avant
6. Retrait résine
7. Gravure Aluminium
8. Desoxydation BHF
9. Nettoyage  $\text{HNO}_3$  fumant
10. Nettoyage  $\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2$

Une attention particulière a été apportée à la réalisation de la gravure des lames vibrantes. En effet, à ce stade du procédé, l'ensemble de la structure est particulièrement fragile ; la gravure profonde du cadre de découplage a été réalisée et seule demeure l'épaisseur de  $15\ \mu\text{m}$  de silicium restant à graver autour des lames. La figure 4.7 montrent les contraintes mécaniques dans la couche de  $\text{SiO}_2$ .

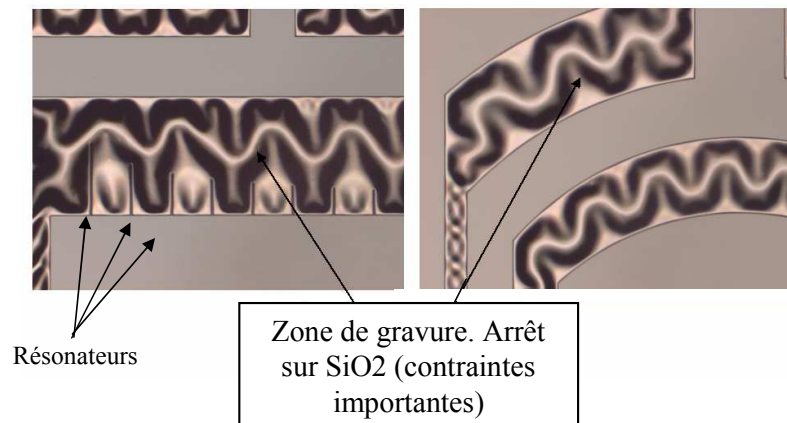


FIG. 4.7 – Photographies prises après la fin de gravure de la face avant du substrat SOI. Les ondulations sont la conséquence d'un flambement mécanique de la couche de  $\text{SiO}_2$ , du fait de la présence de fortes contraintes compressives. A ce stade du procédé, les micropoutres sont supportées par cet oxyde.

La gravure a pu néanmoins être réalisée avec succès. Comme en témoigne les photographies prises au microscope à balayage électronique de la figure 4.8, l'oxyde ainsi que les couches de masquage ont pu être retirés par attaque chimique sans dégradation des structures vibrantes.



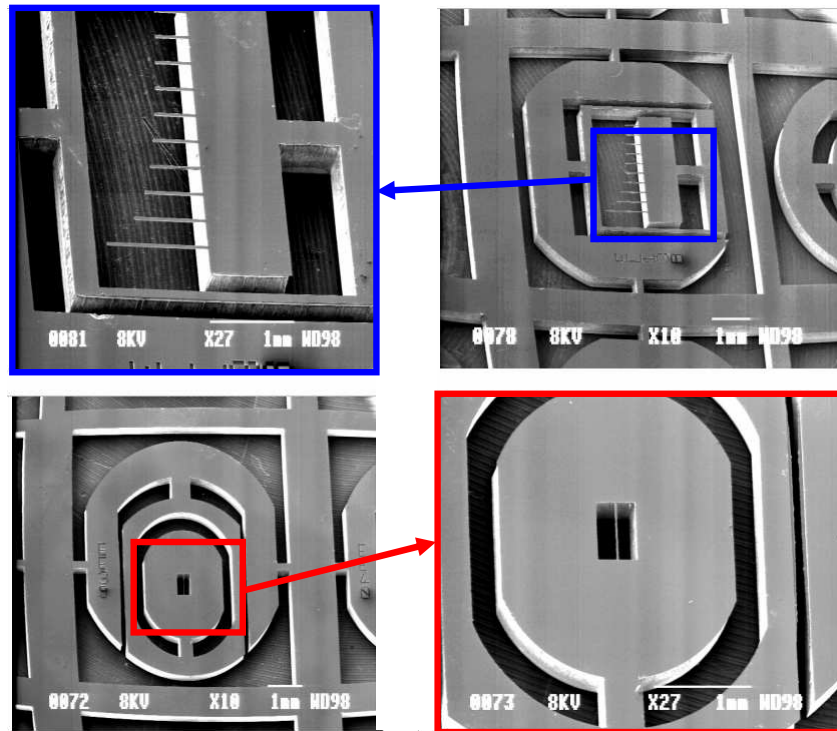


FIG. 4.8 – Photographies prises au microscope électronique à balayage. En haut, dispositif à 10 micropoutres sur structure de découplage. En bas, dispositif à pont unique sur structure de découplage.

#### 4.2.2 Réalisation par combinaison de gravure "DRIE/KOH"

Pour cette deuxième version le procédé de fabrication est sensiblement modifié. En effet, la gravure KOH qui est utilisée pour graver les lames vibrantes impose l'utilisation d'une couche de masquage des zones non-gravées qui doit présenter une bonne sélectivité par rapport à la gravure du silicium. Nous ne pouvons continuer à utiliser les matériaux de masquage usuels (Aluminium et résine utilisés pour la première version "tout DRIE"). La solution proposée repose sur l'utilisation du nitrure de silicium ( $Si_3N_4$ ) déposé par LPCVD (Low pressure Chemical Vapor Deposition). A noter que cette méthode de dépôt conduit en général à des couches faiblement contraintes. Le choix du nitrure est lié au fait que la sélectivité  $Si_3N_4/Si$  lors d'une gravure KOH est supérieure à 5000. L'épaisseur du dépôt de  $Si_3N_4$  est fixée à 110 nm. Contrairement au procédé DRIE pour lequel des substrats SOI ont été utilisés, nous avons utilisé ici des substrats classiques de silicium massif. Cette différence est à noter car nous ne connaissons pas, à priori, l'influence de la couche d'oxyde des substrats SOI, sur les coefficients de qualité des résonateurs.

Le procédé de fabrication complet, incluant les étapes de masquage se décompose comme suit :

1. Dépôt de  $Si_3N_4$  (LPCVD)
2. Dépôt d'aluminium face arrière



3. Photolithographie face arrière
4. Gravure Aluminium face arrière
5. Gravure  $Si_3N_4$  face arrière
6. Photolithographie Face avant
7. gravure  $Si_3N_4$  face avant
8. DRIE partielle Face arrière
9. Retrait Aluminium
10. Gravure KOH
11. Retrait  $Si_3N_4$

Le substrat de silicium initial a une épaisseur de  $400 \mu m$ . La gravure DRIE est réalisée sur une profondeur de  $310 \mu m$  de façon à laisser  $90 \mu m$  de silicium pour la gravure KOH. La figure 4.9 montre des détails de poutres après l'étape 6 de photolithographie. A gauche de la figure, se trouvent les motifs des lames pour DRIE seule, et à droite les motifs des lames pour usinage mixte DRIE/KOH. Dans ce cas les motifs sont plus larges pour tenir compte de la sous-gravure importante générée par l'usinage chimique KOH.

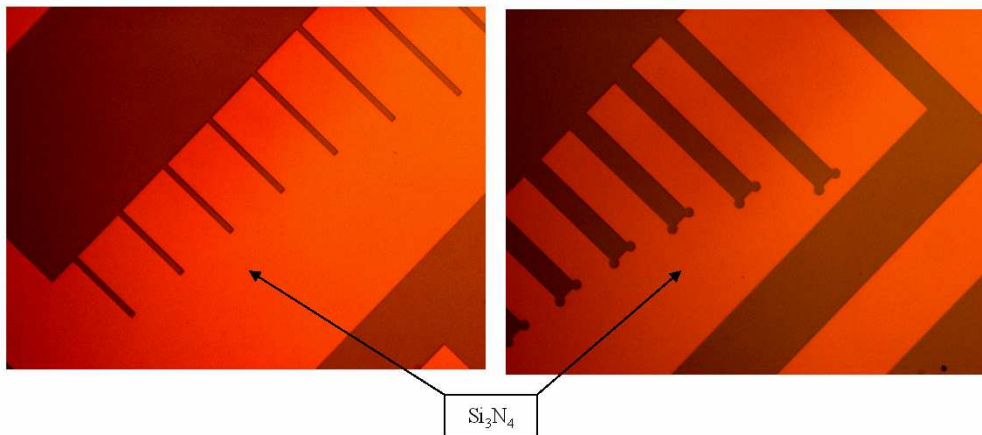


FIG. 4.9 – Observation au microscope optique après la gravure du  $Si_3N_4$ .

Après l'étape de gravure par DRIE, les structures ont subi dans un premier temps un nettoyage acide ( $H_2SO_4/H_2O_2$  3/1vol) pour éliminer les dépôts de polymère formés pendant la gravure DRIE, puis un nettoyage organique complet (trichloéthylène, acétone, éthanol). Par la suite la gravure humide KOH a été réalisée. Les conditions de gravure sont les suivantes : solution KOH à 20% en masse à  $80^\circ C$ . Le temps de gravure nécessaire pour libérer les structures est de 40 minutes. L'arrêt de la gravure est obtenu par trempage dans une solution acide ( $H_2SO_4/H_2O_2$  3/1vol). La figure 4.10 montre une vue d'ensemble d'une structure et un détail d'une poutre après gravure KOH. La poutre en silicium est observée en transparence du masque de nitrure de silicium encore présent.

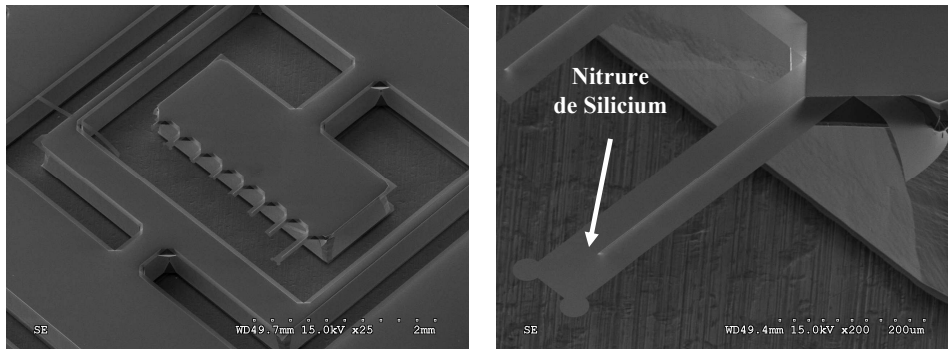


FIG. 4.10 – Observation par Microscopie Electronique d’une structure et d’une poutre isolée après la gravure KOH.

Par la suite, ce masque de nitrure de silicium a été gravé par voie humide (HF 50%). La figure 4.11 présente une structure après gravure du masque de nitrure. La vue de détail permet de mettre en évidence la verticalité des flancs des poutres en silicium.

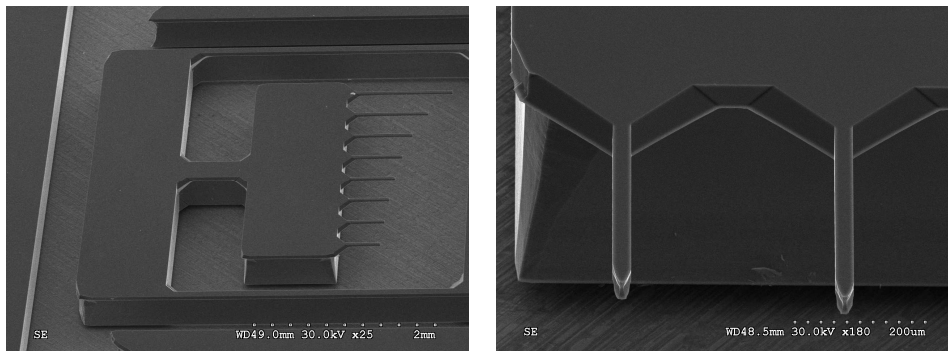


FIG. 4.11 – Observation par Microscopie Electronique d’une structure finie et détail des lames obtenues. Les flancs des lames sont verticaux et présentent un excellent état de surface.

### 4.3 Méthode ex-situ de caractérisation dynamique des résonateurs

Pour pouvoir caractériser des résonateurs en silicium nus (sans moyen d’excitation et de détection intégrés), il est nécessaire de disposer de techniques permettant une caractérisation directe et sans contact, de leur comportement vibratoire. Ce sont typiquement des méthodes optiques.

Pour la caractérisation des vibrations hors plan (verticales) de microrésonateurs, plusieurs méthodes sont applicables, les plus courantes étant la déflexion laser, la vibrométrie laser Doppler et différentes autres techniques interférométriques. En revanche, il existe très peu de méthodes disponibles pour la

caractérisation des vibrations dans le plan de microrésonateurs [130]. En effet, les méthodes de vibrométrie optiques usuelles à l'échelle macroscopique pour la mesure de vibrations dans le plan comme la vibrométrie laser à 2 faisceaux, les techniques holographiques et les techniques de granulométrie laser (speckle) ne sont généralement pas applicables aux microrésonateurs car elles nécessitent une surface diffusante (rugueuse). Des méthodes spécifiques ont donc été développées ces dernières années dans différents laboratoires et en particulier à l'IEF.

La méthode qui a été utilisée pour la plupart des caractérisations des résonances en flexion dans le plan des microrésonateurs en silicium de ce projet est la microscopie stroboscopique associée à un traitement d'images subpixel. Quelques mesures ont aussi été réalisées par une autre technique originale qui a été développée en 2006 à l'IEF : la technique de couteau laser (knife-edge) en réflexion. Des mesures du coefficient de qualité de résonances en flexion hors du plan cette fois-ci ont également été réalisées avec un vibromètre laser Doppler de l'ESIEE qui a été temporairement installé sur un microscope de l'IEF. Enfin des essais de mesures de vibration ont été réalisés par microscopie à balayage électronique.

### 4.3.1 Systèmes expérimentaux

#### 4.3.1.1 Excitation des vibrations

Les résonateurs, après montage sur embases TO5, ont été excités sinusoïdalement par la base à l'aide de céramiques piézoélectriques alimentées en alternatif par un générateur de fonction. Pour les vibrations dans le plan, des plaques simples en céramiques PZT, métallisées sur les 2 faces, ou des actionneurs à base d'empilements piézoélectriques ont été utilisés. Dans les 2 cas les matériaux piézoélectriques sont exploités en mode de cisaillement (shear). Dans le premier cas l'amplitude nominale d'excitation est d'environ  $0.15 \text{ nm/V}$  et la bande passante de quelques  $\text{MHz}$  et dans le second cas de  $12 \text{ nm/V}$  et la bande passante de  $250 \text{ kHz}$ . Pour l'excitation des vibrations hors plan, des disques en PZT fonctionnant en mode épaisseur ont été utilisés (amplitude nominale d'environ  $0.3 - 0.4 \text{ nm/V}$  jusqu'à quelques  $\text{MHz}$ ).

#### 4.3.1.2 Enceintes de mesure

La plupart des mesures ont été effectuées à travers le hublot d'une enceinte sous vide miniature équipée de connections électriques (figure 4.12 à gauche) et reliée à un groupe de pompage primaire et turbomoléculaire. La gamme de pression réglable s'étend de  $\approx 2 \times 10^{-4} \text{ mbar}$  à la pression atmosphérique ( $\approx 1013 \text{ mbar}$ ). Cette enceinte permet des mesures non interférométriques avec des objectifs de microscope de grossissement  $\times 5$  à  $\times 40$  et des mesures interférométriques avec un objectif interférométrique de grossissement  $\times 5$ .

En parallèle, une seconde enceinte de grand diamètre a été développée par la société Fogale Nanotech en collaboration avec l'IEF (figure 4.12 à droite). Cette enceinte comprend des translateurs XYZ sous vide, différents passages électriques sous vide et un système de chauffage-refroidissement

de l'échantillon dans la gamme  $-30^{\circ}\text{C}$  à  $+120^{\circ}\text{C}$  avec une résolution de  $0.1^{\circ}\text{C}$ . Le vide limite de cette enceinte, non encore optimisé, est limité autour de  $5 \times 10^{-5}$  mbar. Cette enceinte est utilisable sur le profilomètre-vibromètre Zoomsurf de la société Fogale Nanotech disponible à l'IEF. Avec cette enceinte, des mesures non interférométriques sont réalisables jusqu'à un grossissement  $\times 24$  et des mesures interférométriques avec un grossissement dans la gamme  $\times 7$ - $\times 24$  en utilisant un objectif interférométrique Mirau compensé.

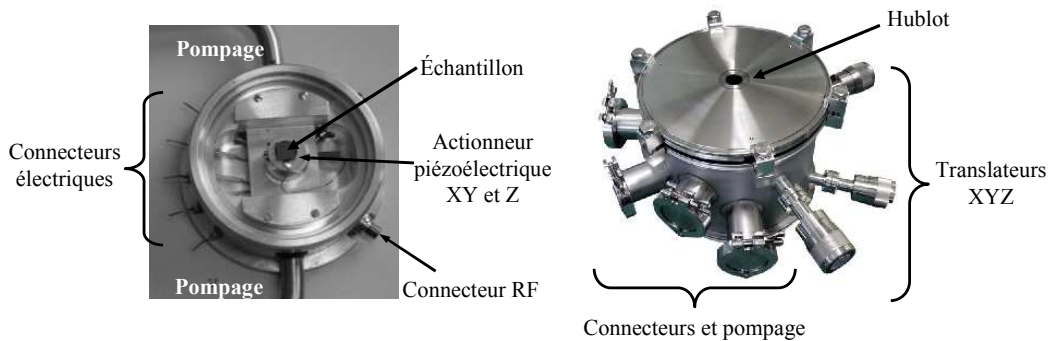


FIG. 4.12 – A gauche : enceinte de mesure miniature. A droite : enceinte de grand diamètre Fogale Nanotech

### 4.3.1.3 Systèmes optiques

Les mesures ont été essentiellement effectuées avec le système optique de la figure 4.13 à gauche. Ce système est un microscope optique avec un éclairage continu ou stroboscopique en lumière blanche ou quasi-monochromatique. Il est également équipé d'un système d'excitation ou de détection ponctuelle des vibrations avec un faisceau laser focalisé sur l'échantillon ( $\lambda=640\text{ nm}$ , taille du spot entre 2 et  $10\ \mu\text{m}$ ). Ce système a également été utilisé pour les mesures avec le vibromètre laser Doppler de l'ESIEE. Pour les mesures de vibrations dans le plan en fonction de la température, le profilomètre-vibromètre (interférométrique) Zoomsurf 3D de la société Fogale nanotech et développé en partenariat avec l'IEF, a été utilisé (figure 4.13 à droite).

## 4.3.2 Méthodes de mesure

### 4.3.2.1 Microscopie optique avec traitement d'images

Pour la caractérisation des vibrations dans le plan de microrésonateurs, la méthode aujourd'hui la plus répandue est la microscopie optique stroboscopique combinée avec un traitement d'images exploitant des algorithmes dits de flux optique issus du domaine de la vision. Cette méthode repose sur l'hypothèse classique que les variations d'intensité entre 2 images acquises avec un éclairage stroboscopique (pulsé et synchronisé avec la vibration) sont uniquement dues au déplacement d'un motif entre celles-ci. Des travaux précédents à l'IEF ont permis de mettre au point un algorithme de traitement subpixel d'images qui permet de détecter à la cadence vidéo, le mouvement d'objets selon 2 directions

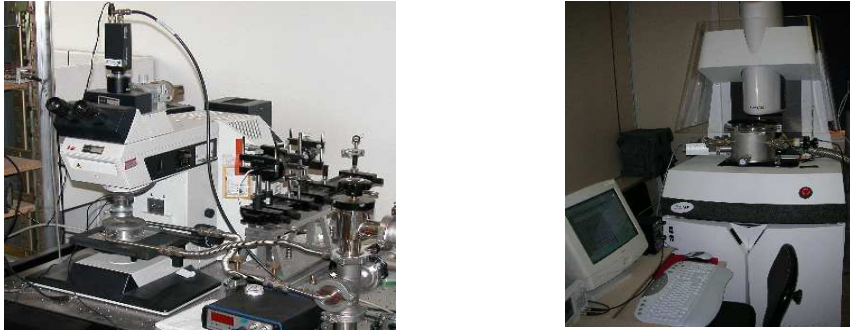


FIG. 4.13 – A gauche : microscope stroboscopique avec enceinte de mesure sous vide miniature et excitation/détection ponctuelle avec un faisceau laser. A droite : profilomètre-vibromètre (interférométrique) Zoomsurf 3D (Fogale Nanotech) avec enceinte de mesure sous vide.

dans une séquence d'images [131]. La limite de détection est  $\leq 10^{-3}$  pixel dans le cas d'images de micro-systèmes (soit une amplitude de vibration  $< 1 \text{ nm}$  avec un objectif 40x et la caméra utilisée). Cet algorithme inclut différentes techniques de moyennage, d'extrapolation subpixel et de filtrage spatial et temporel. Il est intégré en partie dans le logiciel de profilométrie-vibrométrie de la société Fogale Nanotech.

L'application de cet algorithme à une séquence d'images de microscopie stroboscopique enregistrée avec une désynchronisation de l'ordre du  $Hz$  entre la fréquence de vibration et le taux de répétition des impulsions lumineuses (fréquence du mouvement apparent), permet de déterminer le champ des vecteurs de déplacement lors de la vibration dans le plan d'une microstructure. A titre d'exemple, la figure 4.14 présente le champ de déplacement mesuré sous vide à la résonance d'une portion de poutre en silicium de  $10 \mu\text{m}$  d'épaisseur. On retrouve bien la forme attendue du 1er mode de vibration en flexion d'une poutre encastree-libre. Pour la caractérisation des résonateurs silicium, il a été développé à l'IEF à partir de l'algorithme cité ci-dessus, une nouvelle méthode de mesure du coefficient de qualité de vibrations dans le plan :

- le signal d'excitation en vibration du dispositif est balayé en fréquence autour de la résonance que l'on veut caractériser. La fréquence des impulsions lumineuses de l'éclairage stroboscopique est également balayée avec la même vitesse mais avec un faible décalage en fréquence  $\Delta f$  (typiquement  $\Delta f = 1 \text{ Hz}$ ). Ceci revient à moduler linéairement la phase entre la vibration du dispositif et les impulsions lumineuses. En conséquence, le mouvement apparent enregistré avec la caméra reflète les variations d'amplitude de vibration autour de la résonance avec un échantillonnage de  $f_{video}/\Delta f$  images par cycle de vibration pour une cadence video  $f_{video}$ . En appliquant l'algorithme de traitement d'images décrit ci-dessus et en moyennant l'amplitude des vecteurs de déplacement selon X ou Y dans une zone d'observation souhaitée, on obtient l'allure des oscillations du dispositif en fonction de la fréquence. Ceci est illustré sur la figure 4.15 pour la poutre en silicium précédente.

- La moyenne des déplacements mesurés en fraction de pixel est convertie en déplacements réels du dispositif à partir de la connaissance de la taille des pixels ramenée au niveau de l'échantillon ( $800\text{ nm}$  dans le cas de la figure 4.15) et de la forme du mode de vibration mesurée.

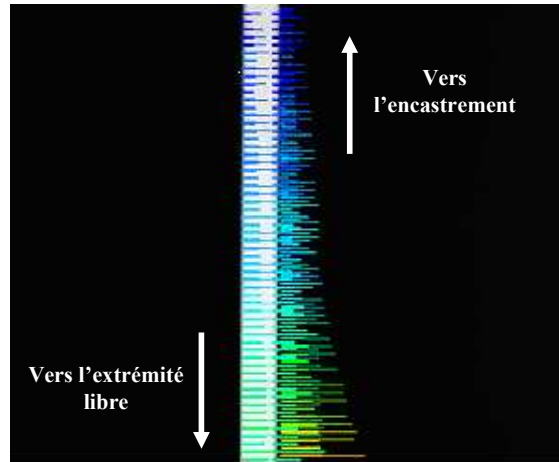


FIG. 4.14 – Champ de vecteurs illustrant la variation d'amplitude de vibration à la résonance le long d'une poutre de silicium monocristallin. Mesure par microscopie stroboscopique avec un objectif 20X. Maximum de l'amplitude de vibration  $\approx 100\text{nm}$ .

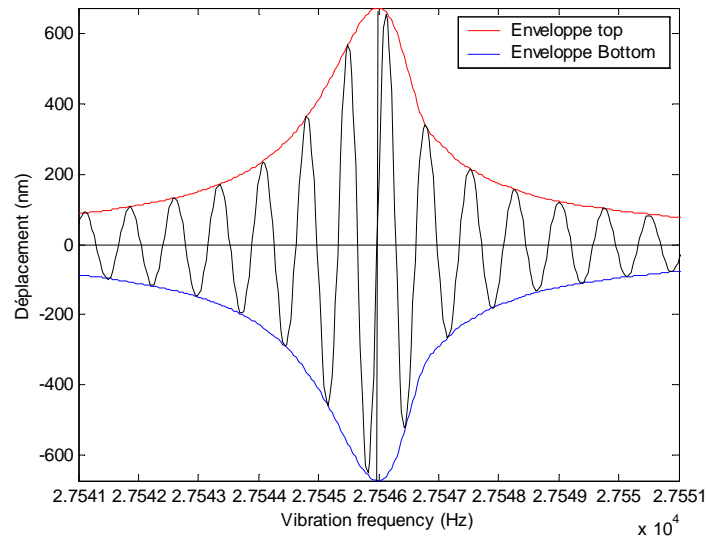


FIG. 4.15 – Oscillations autour du premier mode de résonance en flexion dans le plan d'une poutre en silicium de  $10\ \mu\text{m}$  de largeur mesurées sous vide ( $P = 5 \times 10^{-4}\text{ mbar}$ ) par microscopie optique stroboscopique.

- Pour déterminer le facteur de qualité, l'enveloppe et/ou la phase des oscillations sont déterminées en effectuant une démodulation du signal par transformée de Fourier. En pratique, pour améliorer la précision de ce traitement un balayage en fréquence étendu est réalisé (comme celui de la figure 4.16). Le résultat d'une telle démodulation est illustré pour ce signal par la figure 4.17.

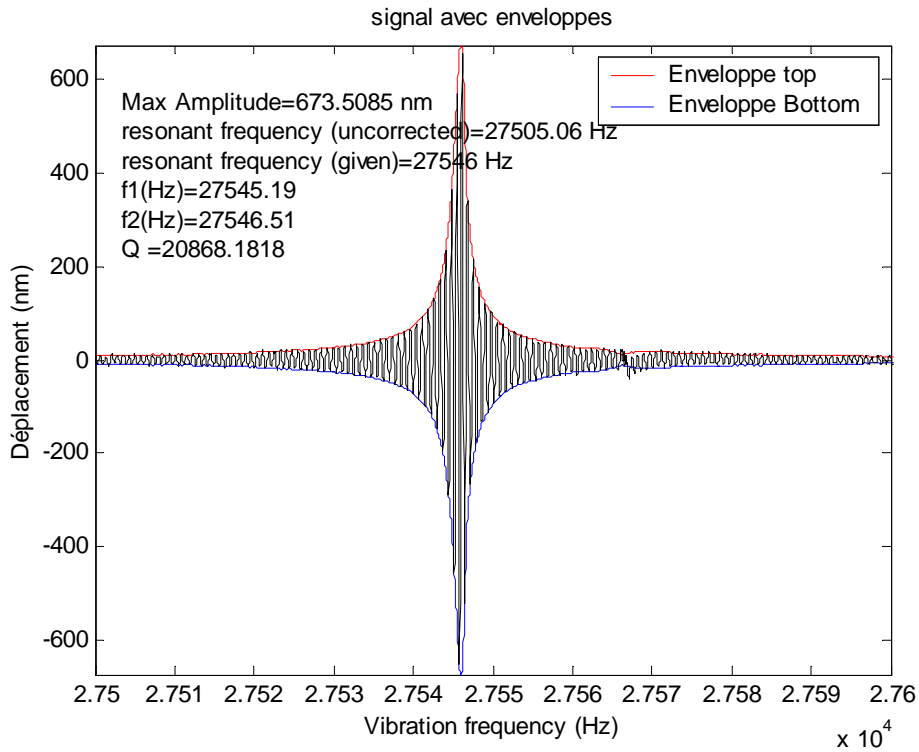


FIG. 4.16 – Oscillations autour du premier mode de résonance en flexion dans le plan d'une poutre en silicium de  $10\mu\text{m}$  de largeur mesurées par microscopie optique stroboscopique avec un balayage en fréquence étendu.

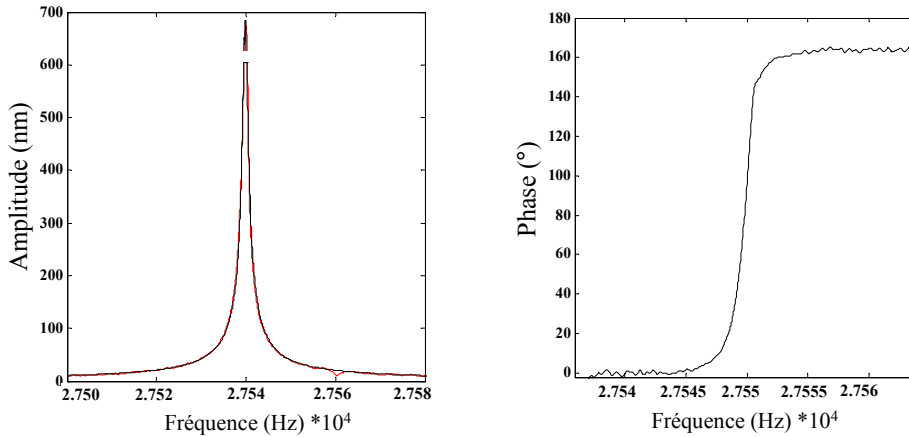


FIG. 4.17 – A droite : pic de résonance obtenu après démodulation par FFT des oscillations de la figure 4.16 (en rouge) et résultat de l'ajustement par l'équation d'un oscillateur harmonique forcé amorti (en noir). A gauche : Variation de phase autour de la résonance obtenue après démodulation par FFT des oscillations de la figure 4.16.

- Enfin, pour extraire le facteur de qualité, le pic de résonance est ajusté par l'équation des vibrations forcées d'un oscillateur amorti (annexe A). D'une manière générale, un très bon ajustement des courbes d'amplitude a été obtenu comme pour la figure 4.17 à gauche. Les courbes de phase



ont en général donné des résultats moins satisfaisants avec des excursions de phase plus faibles que celles escomptées (par exemple  $160^\circ$  au lieu de  $180^\circ$  sur la figure 4.17 à droite). L'ensemble des tests réalisés montre que les courbes d'amplitude sont en général de bien meilleure qualité que les courbes de phase.

Il convient de souligner que la démodulation par FFT permet de filtrer très efficacement l'effet des vibrations induites par le système de pompage ce qui permet des mesures de très faibles amplitudes de vibrations. Cet effet de filtrage est illustré dans la figure 4.18 qui présente le résultat d'une mesure avant (en vert clair) et après filtrage par transformée de Fourier (en noir). Ce résultat montre par ailleurs qu'une limite de détection  $<1\text{nm}$  peut être atteinte. La contrepartie est un temps de mesure important (typiquement 2 à 10 minutes selon le rapport signal sur bruit).

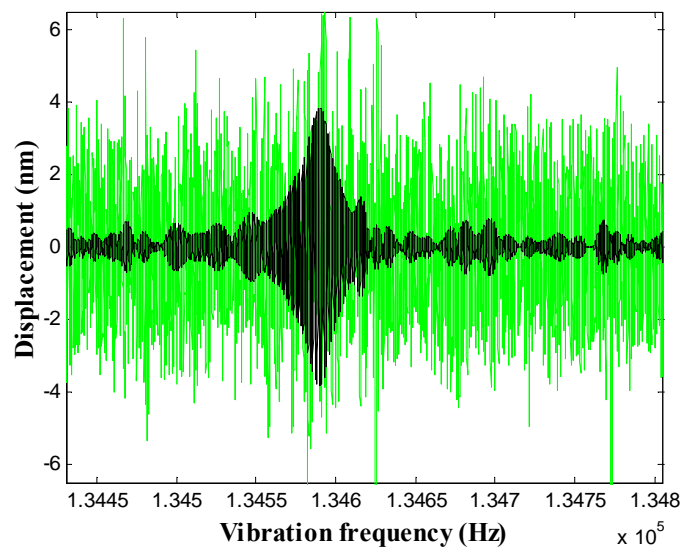


FIG. 4.18 – Exemple de signal brut (en vert clair) et de signal filtré par FFT (en noir)

Cette méthode de mesure est applicable à des résonateurs de dimensions latérales supérieures au  $\mu\text{m}$  et de fréquence de résonance inférieure à quelques  $MHz$ . La dynamique d'amplitudes de vibration mesurable est de l'ordre de  $10^3$ .

#### 4.3.2.2 Mesure de la vibration dans le plan par la technique du focaultage

Le principe de la mesure de déplacements dans le plan par la technique du couteau (knife-edge) en réflexion est présenté sur la figure 4.19. Un faisceau incident (généralement un faisceau laser) est focalisé sur le bord de la microstructure mobile et l'intensité réfléchiée est mesurée à l'aide d'un photodétecteur. Les vibrations du dispositif se traduisent par une modulation du signal qui est mesurée par détection synchrone.



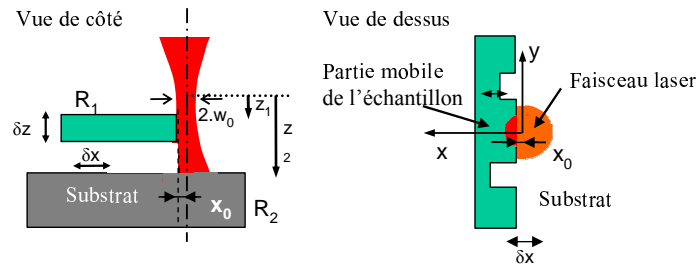


FIG. 4.19 – Principe de la mesure des vibrations dans le plan par la technique du couteau en réflexion

Une analyse théorique assez complète de cette technique de mesure [132] montre que la valeur absolue de la modulation de l'intensité mesurée dépend d'un grand nombre de paramètres optiques (réflectivités  $R_1$  et  $R_2$  du dispositif et du substrat, diamètre et défocalisation du faisceau) et géométriques (position du faisceau et écart de hauteur dispositif-substrat). Néanmoins ceci n'est pas gênant pour la mesure du coefficient de qualité qui ne nécessite que des valeurs relatives du signal. Le résultat d'une mesure manuelle avec un spot laser ( $\lambda = 640 \text{ nm}$ ) de  $2 \mu\text{m}$  de diamètre sur une des micropoutres en silicium de  $10 \mu\text{m}$  d'épaisseur est présenté sur la figure 4.20.

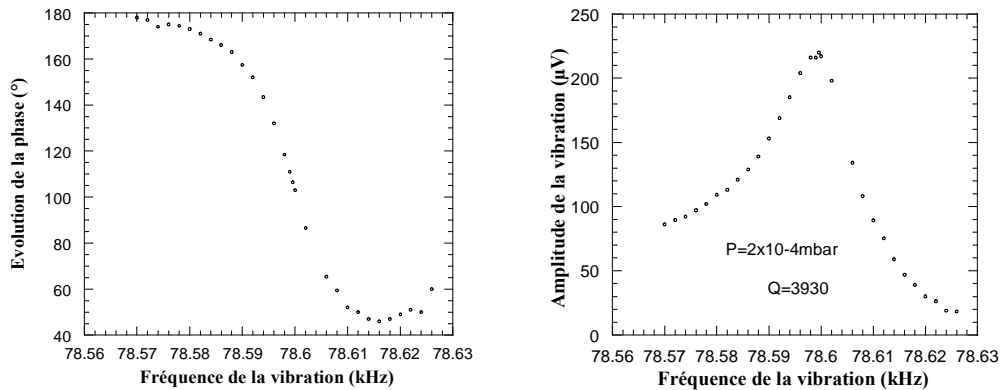


FIG. 4.20 – A gauche : mesure de la phase du signal réfléchi. La phase décroît de  $180^\circ$  lors du passage par la fréquence de résonance (ici :  $78,5 \text{ kHz}$ ). A droite : mesure de l'amplitude. L'amplitude présente un maximum à la fréquence de résonance.

#### 4.3.2.3 Mesure de vibrations hors plan par vibrométrie laser Doppler

La vibrométrie laser doppler est une technique qui repose sur la mesure de la variation de fréquence d'un faisceau lumineux lorsqu'il est réfléchi sur une surface vibrante. La variation très faible de fréquence est mesurée à l'aide d'un interféromètre hétérodyne (interféromètre où les faisceaux de référence et objet sont décalés en fréquence). La démodulation du signal permet d'obtenir la valeur instantanée de la vitesse hors plan de l'objet puis par intégration, du déplacement correspondant. En effectuant un balayage en fréquence et une analyse du signal résultant par Transformée de Fourier, par

détection synchrone ou avec un analyseur de spectre, le spectre de vibration est obtenu. Cette technique est ponctuelle mais très sensible. En effet des amplitudes de vibrations inférieures à  $10\text{ pm}$  peuvent être détectées jusqu'à des fréquences de quelques (dizaines) de  $MHz$ . Les mesures ont été effectuées avec un vibromètre de la société Polytec et un analyseur de spectre.

#### 4.3.2.4 Microscopie à balayage électronique

De nouvelles techniques vibrométriques sont en voie d'exploration pour répondre aux besoins des micro- et nanosystèmes notamment en terme de résolution et d'adaptabilité à des dispositifs de plus en plus miniaturisés. C'est le cas de la vibrométrie par microscopie électronique à balayage qui présente l'avantage de ne plus utiliser un faisceau optique comme faisceau incident mais un faisceau d'électrons bien plus fin que le spot laser et donc particulièrement adapté à l'analyse de dispositifs nanométriques.

La microscopie électronique à balayage (MEB) est une technique de microscopie basée sur le principe des interactions électrons-matière (figure 4.21 à gauche). Un faisceau d'électrons à relativement hautes énergies (5-35keV) est focalisé sur le dispositif à analyser et balaie sa surface qui, en réponse, va réémettre certaines particules (électrons secondaires, électrons rétrodiffusés, électrons Auger, Rayons X) plus ou moins sensibles à la topographie de l'échantillon selon leur énergie.

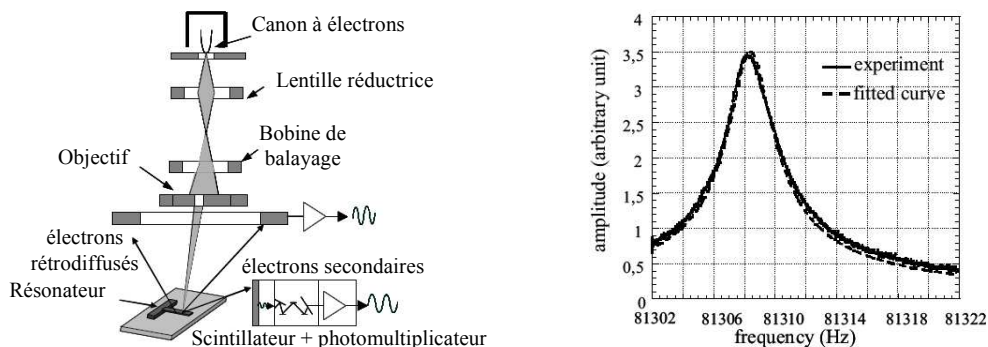


FIG. 4.21 – A gauche : schéma du microscope à balayage électronique. A droite : mesure de l'amplitude. Courbe de résonance expérimentale par microscopie électronique ( $f_r = 80,3\text{ kHz}$ ,  $Q = 24\,920$ ,  $P = 10^{-5}\text{ mbar}$ ).

Cette technique de microscopie a récemment été adaptée à la vibrométrie à l'IEF [133] sur le principe de la technique du focaultage en réflexion. Ainsi le faisceau d'électrons est cette fois-ci focalisé en statique et non en balayage sur le flanc de la poutre. La quantité d'électrons secondaires émis est mesurée à l'aide d'un scintillateur associé à un photomultiplicateur. Les vibrations du dispositif se traduisent ainsi par une modulation du signal qui est mesurée par détection synchrone. Cette technique permet la mesure de facteurs de qualité sur des microrésonateurs ayant de faibles amplitudes de vibration aussi bien par la méthode de largeur de bande (4.21 à droite) que par la méthode de décroissance. De plus les niveaux de vide requis pour ce type d'appareillage ( $\approx 10^{-6} - 10^{-5}\text{ mbar}$ ) sont particulièrement intéressants pour l'étude des mécanismes de dissipation intrinsèques.



## Chapitre 5

# Mesure du facteur de qualité de micro-résonateurs en silicium

### Sommaire

---

|                                                                                               |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>5.1 Evolution du facteur de qualité en fonction des dimensions du résonateur . . . . .</b> | <b>110</b> |
| 5.1.1 Structures DRIE . . . . .                                                               | 110        |
| 5.1.2 Structures DRIE/KOH . . . . .                                                           | 121        |
| <b>5.2 Influence de la pression résiduelle sur le facteur de qualité . . . . .</b>            | <b>122</b> |
| <b>5.3 Influence du dopage sur le facteur de qualité . . . . .</b>                            | <b>124</b> |
| <b>5.4 Influence de la température . . . . .</b>                                              | <b>125</b> |
| <b>5.5 Résonateurs de type "pont" . . . . .</b>                                               | <b>127</b> |
| 5.5.1 Mesures du facteur de qualité sur les structures de type "pont" . . . . .               | 127        |
| 5.5.2 Mesure de non-linéarités mécaniques . . . . .                                           | 128        |
| <b>5.6 Conclusion . . . . .</b>                                                               | <b>131</b> |

---

Ce chapitre synthétise les résultats expérimentaux obtenus sur les structures de test de type "encastré-libre" et "encastré-encastré", réalisées par procédé DRIE sur substrat SOI ou par procédé mixte DRIE / KOH sur substrat silicium, en fonction du dopage (type P) - faiblement dopé (résistivité entre 14 et 22  $\Omega.cm$ ) et fortement dopé (résistivité entre 0,01 et 0,02  $\Omega.cm$ ), de la température et de la pression résiduelle. A partir de ces résultats, nous déterminerons alors les performances escomptées d'accéléromètres à lame vibrante miniaturisés en silicium.

## 5.1 Evolution du facteur de qualité en fonction des dimensions du résonateur

### 5.1.1 Structures DRIE

La définition et la réalisation des structures de test à permis d'obtenir une large gamme de résonateurs en ce qui concerne l'épaisseur (de 2 à 30  $\mu m$ ), la fréquence propre (de 25 à 500  $kHz$ ), et les conditions d'encastresments (structures de type "encastrées-libres" et de type "encastrée-encastrée" (pont)). La majorité des résultats qui suivent ont été réalisés sur des structures de type "encastrées-libres", car comme le montre la figure 5.1, elles présentent l'avantage de contenir chacune dix résonateurs alors que dans le cas des structures de type pont, chaque cellule ne contient qu'un seul résonateur. Toutefois il est à noter qu'il n'existe pas de différence fondamentale en ce qui concerne le facteur de qualité entre ces deux types de résonateurs. Seul le phénomène de non-linéarité géométrique est propre aux résonateurs de type pont, c'est-à-dire pour les résonateurs dans la configuration de l'accéléromètre. Les mesures concernant ces structures sont présentées dans une seconde partie.

Nous remarquons sur la photo de droite présentée en figure 5.1 qu'il y a une sous-gravure près de l'encastrement de la poutre obtenue par DRIE. Ceci se traduit par la formation d'une structure mince parasite à proximité de la zone d'encastrement idéal, qui est de surcroît, commune à toutes les poutres voisines, réalisées sur la même puce.

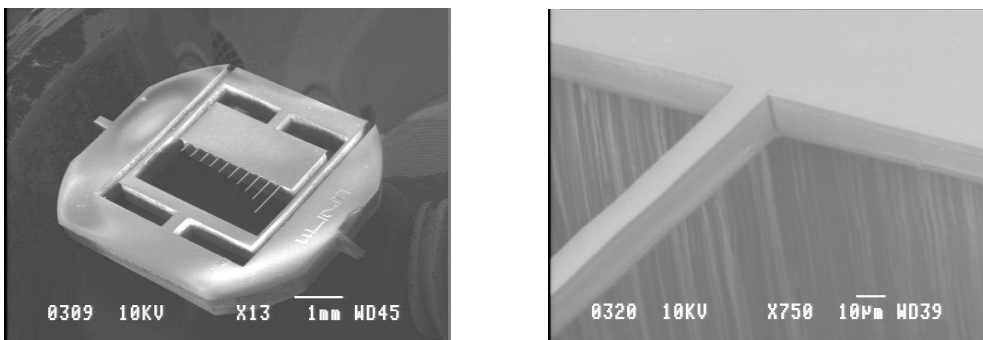


FIG. 5.1 – Images MEB de structures de test réalisées par gravure DRIE.

#### 5.1.1.1 Vibrations dans le plan

Lors de l'étude présentée au chapitre 3 des différents mécanismes de dissipation pouvant limiter le facteur de qualité global du résonateur, nous avons identifié quatre limitations principales pour notre application :

- Les pertes dans le support ( $Q_{support}$ ) dues à la présence d'énergie vibratoire à l'extérieur du transducteur. Pour s'affranchir de ce phénomène, les structures de test intègrent un cadre de dé-

couplage qui isole efficacement l'énergie vibratoire dans le transducteur.

- *Les pertes dues à l'amortissement gazeux* ( $Q_{moléculaire}$  ou  $Q_{squeeze}$  selon la configuration). Pour l'ensemble des mesures présentées dans ce chapitre, la pression dans l'enceinte de mesure est environ  $1.10^{-4}$  mbar, ce qui dans la majorité des cas est suffisant pour atteindre la région intrinsèque. L'étude de l'influence de la pression sur le facteur de qualité est présentée par la suite.
- *Les pertes thermoélastiques* ( $Q_{thermo}$ ). Au vu de l'étude théorique, il s'agit de la limite intrinsèque pour des micro-résonateurs en silicium et en vibration de flexion.
- *Les pertes de surface* ( $Q_{surface}$ ). Ces pertes semblent tout particulièrement importantes dans le cas de résonateurs de taille nanométrique. Dans le cas de micro-résonateurs, nous montrerons leur contribution à la limitation du facteur de qualité.

L'objectif de ces mesures de facteur de qualité est donc de mettre en évidence cette limitation intrinsèque que représente l'effet thermoélastique. En effet, c'est ce mécanisme de dissipation qui a motivé cette étude puisqu'il apparaît théoriquement que pour le silicium et dans les gammes de dimensions considérées (épaisseur de 30 à 1  $\mu m$  et fréquence de résonance de 200 à 20  $kHz$ ),  $Q_{thermo}$  croît lorsque l'on miniaturise le résonateur et permet ainsi d'envisager de très bonnes stabilités de fréquence pour l'oscillateur. Pour cela une étude du facteur de qualité en fonction des dimensions du résonateur apparaît tout à fait pertinente puisque au vu de l'équation 3.46, le facteur de qualité dépend des paramètres du matériau considéré (silicium) ainsi que de l'épaisseur  $e$  du résonateur et de sa fréquence de résonance  $f_r$ . La fréquence  $f_t$  correspond à la fréquence de transition entre les échanges de type isotherme ( $f_r \ll f_t$ ) et ceux de type adiabatique ( $f_r \gg f_t$ ). C'est à cette fréquence que les pertes thermoélastiques sont les plus importantes (figure 3.9). Toujours d'après l'équation 3.46, cette fréquence de transition est inversement proportionnel à  $e^2$ .

Pour pouvoir comparer les mesures à la limite théorique thermoélastique, il est important de connaître certaines propriétés du matériau qui sont présentées dans le tableau 5.1 [85]. La valeur du module d'Young  $E$  considéré n'est pas indiquée dans ce tableau car, comme nous le verrons par la suite, elle diffère selon le type de vibration (dans le plan ou hors plan). Le silicium étant un matériau anisotrope, ses paramètres sont dépendants de la direction cristalline et ceci est particulièrement vrai dans le cas du module d'Young (figure 5.2) [134].

Or la modélisation thermoélastique, telle qu'elle a été présentée dans le chapitre 3, fait référence à un matériau isotrope et nécessite donc une valeur équivalente du module d'Young pour la vibration de flexion considérée. Cette valeur a été déterminée sur la base de l'équation 2.10, à partir de la mesure expérimentale de la fréquence du résonateur. Pour les vibrations de flexion dans le plan, cette valeur est estimée à 149,2  $GPa$  (figure 5.3) alors qu'on devrait avoir  $\approx 170$   $GPa$  (valeur pour la direction [110]). A noter que l'équation 2.10 correspond à une modélisation 1D de la poutre, qui par conséquent ne prend

| Propriétés                                                           | Silicium      |
|----------------------------------------------------------------------|---------------|
| Masse volumique $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )                               | 2330          |
| Chaleur spécifique à pression constante $C_p$ ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ ) | 700           |
| Coefficient de dilatation thermique $\alpha$ ( $K^{-1}$ )            | $2,6.10^{-6}$ |
| Conductivité thermique $\kappa$ ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )                | 148(*)        |

TAB. 5.1 – Valeurs des coefficients choisis pour établir le facteur de qualité thermoélastique pour le silicium [85].(\*) valeur pour le silicium non dopé.

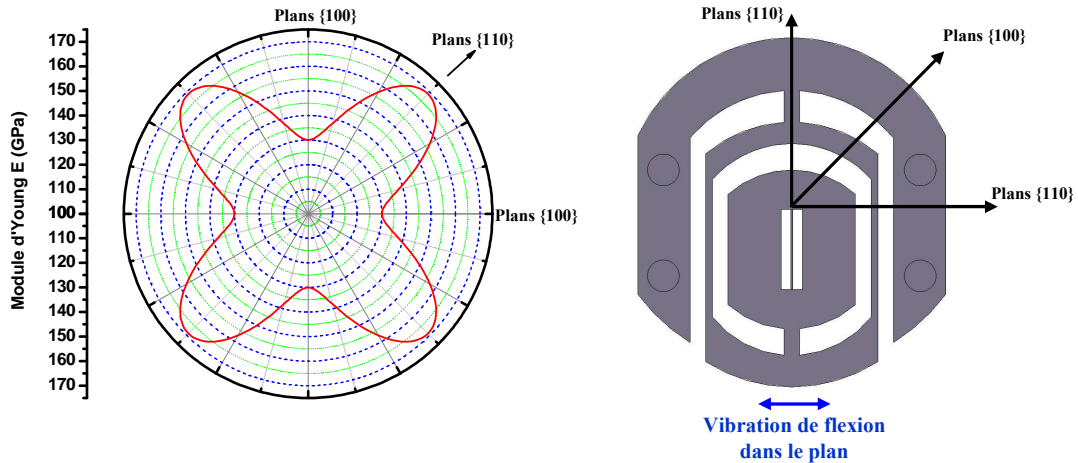


FIG. 5.2 – A gauche : évolution du module d'Young dans le plan (100) du silicium. A droite : orientation cristalline des structures de test [134].

pas en compte le coefficient de Poisson. Ceci pourrait expliquer l'écart de 12% observé sur les valeurs du module d'Young. Une autre explication possible pour cet écart est l'erreur faite sur l'appréciation des épaisseurs réelles des poutres. En effet, une erreur de  $1 \mu m$  sur l'épaisseur de  $30 \mu m$  se traduit en effet par une erreur de 7% sur la valeur du module d'Young ( $\Delta E/E = 2 * \Delta e/e$ ). Les mesures de facteur de qualité vont être présentées par la suite pour des gammes de résonateurs présentant la même épaisseur  $e$  mais des fréquences de résonance  $f_r$  différentes et seront comparées aux valeurs théoriques issues du modèle de Zener (équation 3.46). Seuls les résultats des premiers modes de flexion sont présentés.

Les premières mesures concernent des résonateurs d'épaisseur  $30 \mu m$  qui ne sont donc pas beaucoup plus petits que les résonateurs de l'accéléromètre VIA en quartz dont les lames ont une épaisseur de  $60 \mu m$ . Dans ce cas, la fréquence de transition vaut environ  $160 kHz$ . La comparaison des mesures pour ces résonateurs avec la limite thermoélastique est présentée sur la figure 5.4. Nous observons que les facteurs de qualité mesurés correspondent de manière remarquable à ceux attendus par la théorie thermoélastique. En particulier, la transition entre les pertes de type adiabatique (à gauche du point d'inversion) et de type isotherme (à droite) est parfaitement caractérisée. Dans ce cas, la valeur minimale mesurée est d'environ  $9.10^3$  (à la fréquence de transition située autour de  $130 kHz$ ) et la valeur maximale mesurée vaut  $28.10^3$  (à  $25 kHz$ ). Il est à noter que pour des épaisseurs deux fois plus petites,

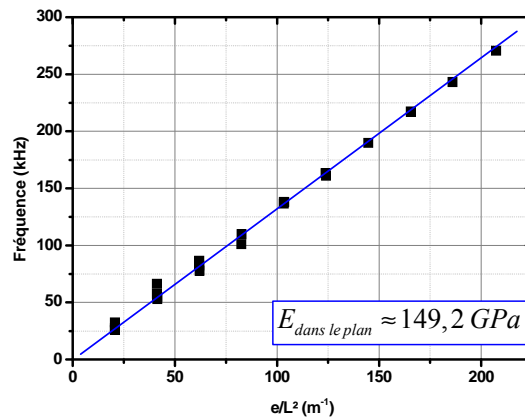
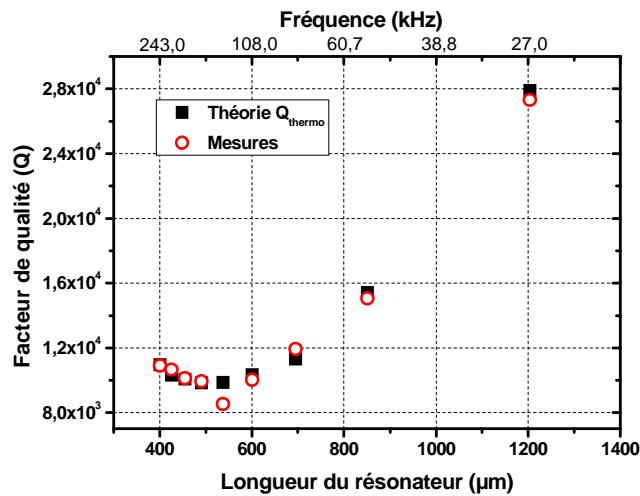


FIG. 5.3 – Evaluation expérimentale du module d'Young pour les vibrations dans le plan.

les facteurs de qualité pour le silicium sont déjà supérieurs à ceux de l'accéléromètre VIA en quartz ( $\approx 12 \cdot 10^3$  à  $60 \text{ kHz}$ ).

FIG. 5.4 – Comparaison de la limite intrinsèque thermoélastique avec l'expérimentation pour des résonateurs d'épaisseur  $30 \mu\text{m}$ .

Ces mesures mettent donc en lumière l'effet thermoélastique comme source de dissipation limitative dans le cas de micro-résonateurs d'épaisseur  $30 \mu\text{m}$  en silicium. D'après cette théorie, diminuer l'épaisseur  $e$  du résonateur permet d'obtenir des facteurs de qualité plus élevés. La figure 5.5 présente la comparaison théorie-expérience des facteurs de qualité pour des résonateurs de  $20 \mu\text{m}$  d'épaisseur. Dans ce cas la fréquence de transition est plus élevée et vaut environ  $360 \text{ kHz}$ . Nous observons que les facteurs de qualité mesurés suivent, également pour cette épaisseur, l'évolution théorique dans le domaine des pertes de type isotherme. La valeur minimale mesurée est d'environ  $10 \cdot 10^3$  (à  $300 \text{ kHz}$ , proche de la fréquence de transition). Nous notons cependant un écart sensible avec la courbe théorique



pour la valeur de facteur de qualité la plus élevée ( $48.10^3$  (à  $25\text{ kHz}$ ) au lieu des  $63.10^3$  attendus).

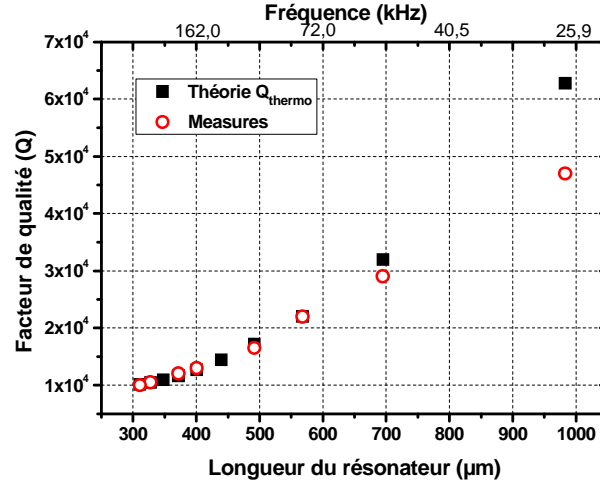


FIG. 5.5 – Comparaison de la limite intrinsèque thermoélastique avec l'expérimentation pour des résonateurs d'épaisseur  $20\ \mu m$ .

Dans le cas de micro-résonateurs en silicium ayant des épaisseurs relativement épaisses ( $20\text{-}30\ \mu m$ ) et des facteurs de qualité modérément élevés (de  $1.10^4$  à  $5.10^4$ ), l'effet thermoélastique est donc démontré comme étant le mécanisme de dissipation prédominant. Pour des épaisseurs de résonateurs encore plus petites, la théorie thermoélastique prévoit des valeurs de facteur de qualité encore plus élevées : de  $1.10^5$  à quelques  $1.10^6$ . Sur les figures 5.6 et 5.7, sont présentées les comparaisons des facteurs de qualité mesurés avec ceux de la théorie thermoélastique respectivement pour des résonateurs de  $10$  et  $5\ \mu m$  d'épaisseur.

Les résultats obtenus avec les résonateurs de  $10\ \mu m$  d'épaisseur (figure 5.6), montrent clairement l'existence d'une limitation autre que l'effet thermoélastique lorsque les valeurs théoriques sont très élevées ( $> 1.10^5$ ). La courbe des facteurs de qualités expérimentaux semble tendre vers une asymptote horizontale. La valeur maximale mesurée dans ce cas est environ  $1.10^5$  (à  $25\text{ kHz}$ ) et la plus faible vaut  $4,5.10^4$  (à  $150\text{ kHz}$ ). Cette limitation est encore plus marquée pour les résonateurs de  $5\ \mu m$  (figure 5.7) qui présentent des facteurs de qualité théoriques allant jusqu'à  $1.10^6$ . Dans ce cas les valeurs mesurées dépendent très peu de la longueur  $L$  du résonateur. La valeur maximale mesurée est  $1,3.10^5$  pour une fréquence de résonance de  $25\text{ kHz}$ .

Il apparaît donc au vu de ces deux dernières figures que l'effet thermoélastique n'est plus le mécanisme limitant lorsque les valeurs deviennent relativement élevées ( $> 1.10^5$ ) et qu'une autre source de dissipation vient altérer le facteur de qualité des résonateurs. Afin de mieux comprendre l'origine de cette nouvelle source de limitation, il est rassemblé sur la figure 5.8 l'ensemble des valeurs de facteurs de qualité mesurés et présentés précédemment mais également les mesures dans le cas de résonateurs

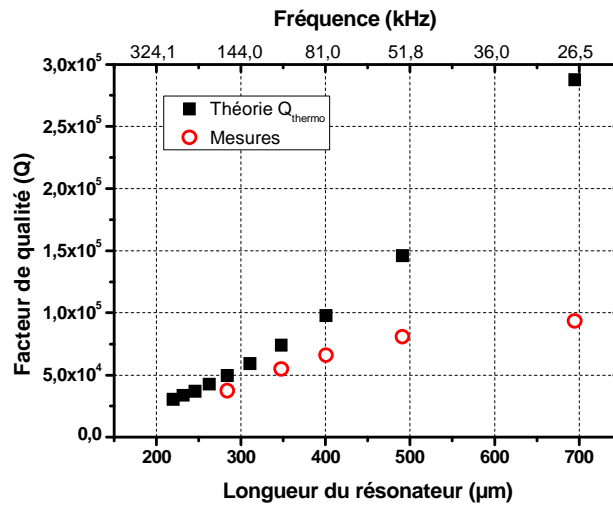


FIG. 5.6 – Comparaison de la limite intrinsèque thermoélastique avec l'expérimentation pour des résonateurs d'épaisseur  $10 \mu\text{m}$ .

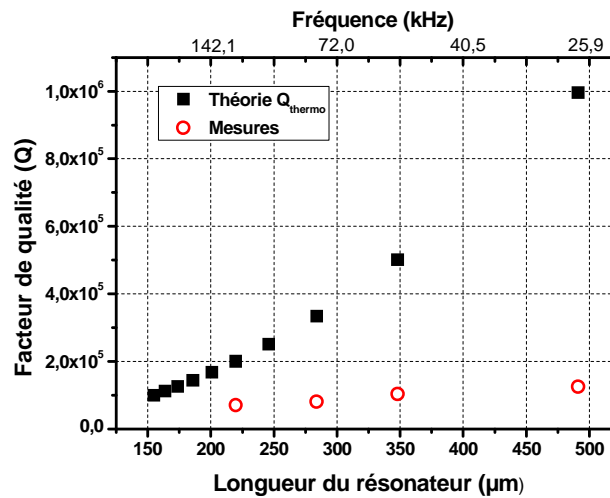


FIG. 5.7 – Comparaison de la limite intrinsèque thermoélastique avec l'expérimentation pour des résonateurs d'épaisseur  $5 \mu\text{m}$ .

de  $2 \mu\text{m}$  d'épaisseur. Sur cette figure, les facteurs de qualité ne sont plus représentés en fonction de la longueur de la lame mais en fonction de la fréquence de résonance  $f_r$ .

On observe tout d'abord nettement sur cette figure l'influence de la fréquence de résonance pour une épaisseur  $e$  donnée. En effet, pour chaque épaisseur (de  $2$  à  $30 \mu\text{m}$ ), les valeurs les plus élevées de facteurs de qualité se situent toujours pour les fréquences de résonance les plus basses, dans notre cas  $25 \text{ kHz}$  (domaine isotherme). De plus il apparaît que lorsque l'on diminue cette épaisseur  $e$ , les facteurs de qualité augmentent ce qui est conforme à la théorie thermoélastique, jusqu'à atteindre  $1,3 \cdot 10^5$  pour l'épaisseur  $5 \mu\text{m}$ , valeur cependant nettement en retrait par rapport à la valeur attendue ( $> 1 \cdot 10^6$ ).

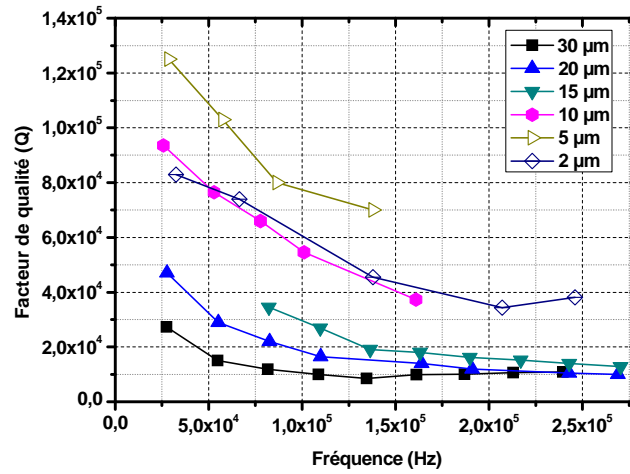


FIG. 5.8 – Facteurs de qualité mesurés pour des poutres d'épaisseurs de 30 à 2  $\mu m$ .

Pour des épaisseurs très faibles ( $e = 2 \mu m$ ), on constate une diminution du facteur de qualité (80 000 à 25 kHz), ce qui fait apparaître que les pertes de surface (chapitre 3) ne sont pas négligeables dans le cas de micro-résonateurs en silicium présentant de forts facteurs de qualité théoriques.

Une hypothèse est proposée pour tenter d'expliquer l'origine de ces pertes de surface : il s'agit du polymère de passivation déposé sur les flancs de la lame au fur et à mesure de la gravure DRIE (figure 4.6). Ce polymère, dont l'épaisseur estimée est de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres, est très difficile à enlever et est présent sur les structures de test évaluées. Il est possible que, du fait de la viscosité probablement très forte du polymère, une partie de l'énergie vibratoire de la poutre soit dissipée dans ce matériau, cette énergie dissipée étant d'autant plus grande, en proportion, que la poutre est mince. La figure 5.9 représente les flancs du résonateur après un procédé de gravure DRIE qui n'était pas initialement optimisé : nous observons les billes de polymère qui se forment après une étape de nettoyage du dispositif. Sur cette même figure, la rugosité est relativement forte et on peut de la même manière imaginer son influence sur des résonateurs de plus en plus minces. Cette figure alerte donc sur l'importance de bien maîtriser les procédés de gravure afin d'optimiser la qualité du résonateur et par la suite les performances du micro-accéléromètre.

Il existe des techniques de recuit qui permettent d'améliorer la qualité des flancs du résonateur par élimination des défauts cristallins en surface et désorption. Il a été montré que ces traitements induisent une nette amélioration du facteur de qualité [106], mais que ces phases de recuit semblent toujours suivies d'une phase de décroissance sur plusieurs jours du facteur de qualité certainement liée à une ré-adsorption de contaminants [107]. Bien qu'elle ait été appliquée à des nanorésonateurs (d'épaisseur sub-micronique) pour lesquels les effets sont plus marqués, cette solution ne paraît donc pas pouvoir convenir à notre exigence de stabilité du facteur de qualité, importante pour la performance de l'accéléromètre vibrant.

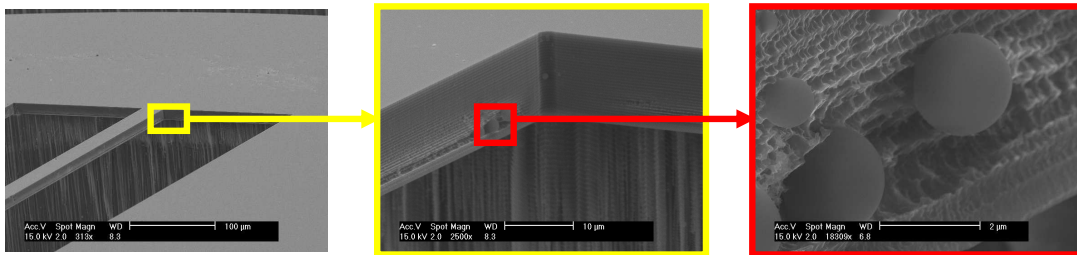


FIG. 5.9 – Exemples de problèmes de rugosité et de formation de billes de polymères après nettoyage sur des poutres réalisées par procédé DRIE.

Afin de confirmer ou non l’hypothèse des pertes de surface et plus particulièrement d’étudier plus en détail l’influence du polymère issu du procédé DRIE comme source de dissipation principale dans le cas des micro-résonateurs, deux expériences ont été menées. La première consiste à étudier les facteurs de qualité pour ces mêmes résonateurs mais en vibration hors plan (les surfaces tendues et comprimées sont ainsi exemptes de polymère), tandis que la seconde vise à déterminer l’impact de la technologie de réalisation en utilisant la gravure humide pour réaliser les structures de test. Les résultats de ces deux expérimentations sont donnés dans les paragraphes suivants.

### 5.1.1.2 Vibrations hors plan

Le polymère issu du procédé de gravure DRIE n’est déposé que sur les flancs du résonateur perpendiculaires au plan du substrat, c’est-à-dire sur les flancs qui participent essentiellement à la vibration de flexion dans le plan du résonateur. Pour la vibration de flexion hors plan, les flancs qui subissent les déformations principales sont ceux définis par la surface du substrat et l’interface entre la partie active du silicium et la couche d’oxyde (substrat SOI). Il a donc été entrepris de mesurer les facteurs de qualité pour les mêmes résonateurs que précédemment mais vibrant cette fois hors plan. Dans ce cas, la valeur du module d’Young équivalente est estimée à  $135,4 \text{ GPa}$  (figure 5.10), ce qui confirme la valeur tabulée pour la direction perpendiculaire au plan du substrat, c’est-à-dire la direction [100] (figure 5.2 à gauche).

Les résonateurs de chaque structure de test possèdent la même épaisseur pour la vibration hors plan puisque celle-ci correspond à l’épaisseur de la partie active de silicium du substrat SOI, à savoir  $15 \mu\text{m}$ . Les mesures ont été réalisées par vibrométrie laser doppler. Les résultats de cette expérimentation sont représentés sur la figure 5.11 en comparaison avec la théorie thermoélastique.

Les observations restent les mêmes que pour la vibration dans le plan du substrat : c’est-à-dire que pour des facteurs de qualité modérément élevés, la limitation thermoélastique est prépondérante, mais pour des valeurs plus élevées, une autre limitation apparaît. Afin de vérifier si les limitations sur le facteur de qualité, hors plan et dans le plan, sont du même ordre, nous avons, à partir de l’équation 3.5, intégré un terme supplémentaire  $Q_{limitation}$  afin de représenter le phénomène qui limite le facteur de qualité (équation 3.5) :

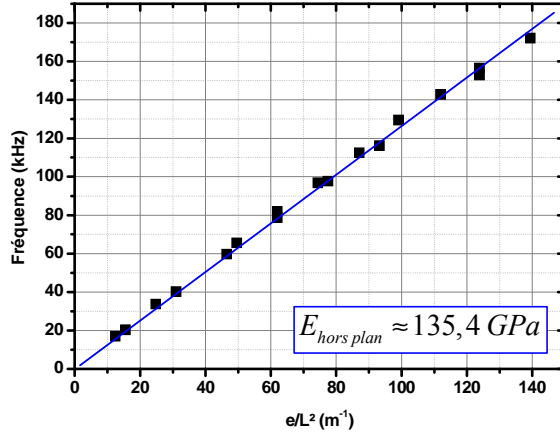
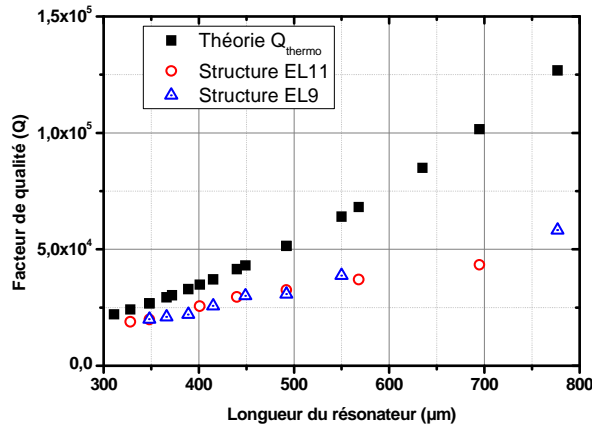


FIG. 5.10 – Evaluation expérimentale du module d'Young pour les vibrations hors plan.

FIG. 5.11 – Comparaison de la limite intrinsèque thermoélastique avec l'expérimentation pour des résonateurs en vibration de flexion hors plan (épaisseur  $e = 15\ \mu m$ ).

$$\frac{1}{Q_{exp}} = \frac{1}{Q_{thermo}} + \frac{1}{Q_{limitation}} \quad (5.1)$$

Ainsi à partir des valeurs théoriques attendues  $Q_{thermo}$  et des mesures expérimentales  $Q_{exp}$ , il est possible de déterminer  $Q_{limitation}$  :  $\approx 8.10^4$  pour les vibrations hors plan et  $\approx 1,8.10^5$  pour les vibrations dans le plan. Cette limitation apparaît donc plus importante dans le cas des vibrations hors plan, paraissant ainsi infirmer l'hypothèse de l'amortissement par le polymère. Nous avons alors proposé une autre hypothèse : l'amortissement dû à la couche d'oxyde de silicium du substrat SOI, présente à l'encastrement des résonateurs (figure 5.12).

Il a été établi par éléments finis que la proportion d'énergie de déformation dans cette couche est plus importante dans le cas de vibrations hors plan que pour les vibrations dans le plan (tableau 5.2).

Ce résultat paraissant cohérent avec les valeurs de  $Q_{limitation}$  déterminées précédemment ( $\approx 8.10^4$  pour la vibration hors plan et  $\approx 1,8.10^5$  pour la vibration dans le plan), il a été entrepris de surgraver

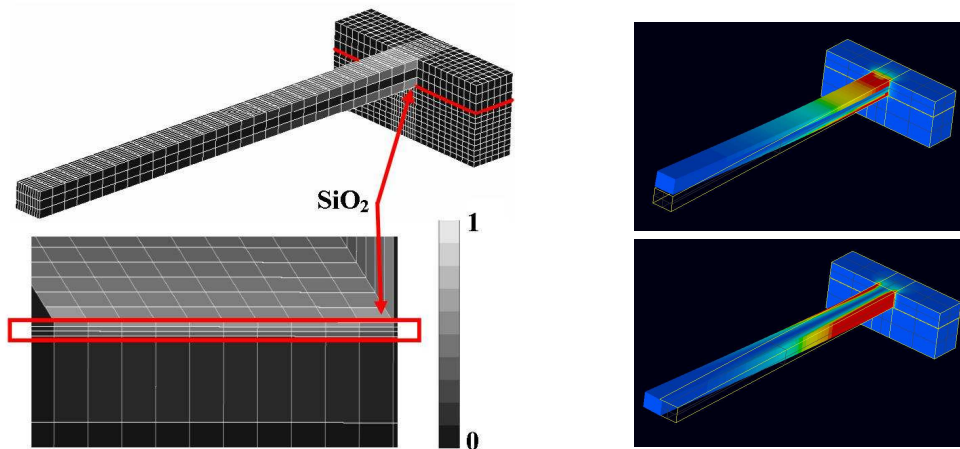


FIG. 5.12 – A gauche : modèle éléments finis de la couche d'oxyde du substrat SOI à l'encastrement des résonateurs. A droite : vibration hors plan et dans le plan du résonateur et étude de la proportion d'énergie de déformation dans la couche d'oxyde.

| Mode                             | 1         | 2            |
|----------------------------------|-----------|--------------|
| fréquence $kHz$                  | 208,5     | 275,2        |
| type                             | hors plan | dans le plan |
| % énergie dans la couche d'oxyde | 9,6%      | 3,9%         |

TAB. 5.2 – Proportion d'énergie de déformation dans la couche d'oxyde à l'encastrement du résonateur selon le mode de vibration de flexion.

l'oxyde de silicium (sur environ  $10 \mu m$ ) à l'encastrement et de comparer les nouvelles valeurs de facteur de qualité avec celles obtenues précédemment. Ces résultats sont présentés dans le tableau 5.3 pour quelques résonateurs.

| Résonateur (épaisseur $20 \mu m$ ) | 1      | 2       | 3       |
|------------------------------------|--------|---------|---------|
| Fréquence de résonance ( $Hz$ )    | 27 786 | 109 172 | 162 996 |
| Q avant surgravure                 | 49 733 | 16 339  | 12 976  |
| Q après surgravure                 | 47 210 | 16 553  | 12 224  |

TAB. 5.3 – Comparaison des valeurs de facteur de qualité avec et sans surgravure de l'oxyde de silicium pour des modes de vibrations hors plan.

Il apparaît que ces mesures n'ont pas donné les résultats escomptés puisqu'aucune différence significative n'a été relevée. Cependant cette étude permet d'affirmer que la couche d'oxyde de silicium du substrat SOI n'a pas d'influence sur le facteur de qualité des résonateurs.

Nous sommes alors revenus sur l'hypothèse du polymère en proposant une simulation par éléments finis du comportement d'une poutre "prise en sandwich" entre deux fines couches d'un matériau très souple et visqueux, de type colle (module d'Young  $E \approx 6 MPa$ ; densité  $\rho \approx 2 000 kg/m^3$ ) (figure 5.13). Ces fines couches ont pour but de représenter un phénomène de surface tel que le polymère de passivation ou une couche de contaminants adsorbés par exemple.

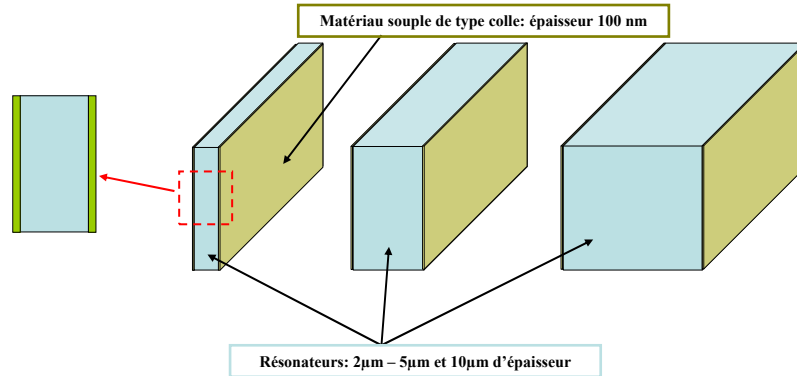


FIG. 5.13 – Simulation de fines couches (100 nm) de matériau en surface des résonateurs.

La courbe 5.14 représente la proportion d'énergie de déformation dans ces couches superficielles en fonction de l'épaisseur du résonateur pour des vibrations dans le plan. Il apparaît clairement que plus les résonateurs sont fins et plus les phénomènes de surface deviennent importants. Cette évolution est exponentielle avec la réduction de l'épaisseur des résonateurs. Cela peut expliquer pourquoi il est difficile de mesurer des facteurs de qualité élevés pour les plus poutres les plus fines (poutres de 2  $\mu\text{m}$  sur la figure 5.8).

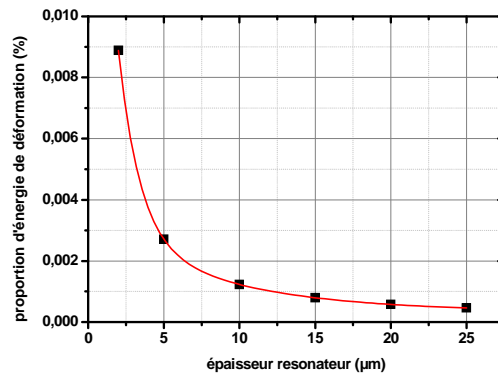


FIG. 5.14 – Modélisation de la proportion d'énergie de déformation dans les couches superficielles (100 nm) en fonction de l'épaisseur du résonateur pour des vibrations de flexion dans le plan.

Les résultats de cette simulation ont montré que dans la majorité des configurations, la proportion d'énergie de déformation dans la couche superficielle (énergie dissipée) est nettement supérieure pour les vibrations dans le plan que pour les vibrations hors plan. Cependant une configuration particulière a permis de visualiser le phénomène inverse, similairement aux résultats expérimentaux, et contrairement à l'intuition initiale. Ceci est représenté sur la figure 5.15 qui montre la proportion d'énergie de déformation dans les couches superficielles, pour des vibrations hors plan et dans le plan, en fonction de la longueur du résonateur (épaisseur constante). Il apparaît en effet que ces couches superficielles possèdent

un mode de cisaillement dont la fréquence est plus ou moins proche (selon son épaisseur) de celle du mode de flexion hors plan des résonateurs. Dans ce cas, il se crée un couplage entre ces deux vibrations et une part importante de l'énergie de vibration du résonateur est "transférée" à la couche surfacique.

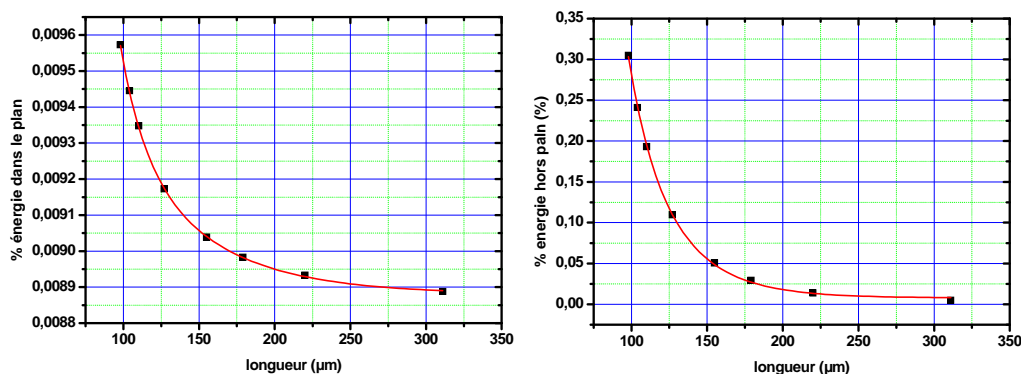


FIG. 5.15 – Modélisation de la proportion d'énergie de déformation dans les couches surfaciques (100 nm) en fonction de la longueur du résonateur (épaisseur constante). A gauche : pour des vibrations dans le plan. A droite : pour des vibrations hors plan.

Nous n'avons donc pas pu à ce stade de l'étude identifier de façon formelle les sources de dissipation limitant les facteurs de qualité de micro-résonateurs en silicium en vibration de flexion, cependant afin de confirmer nos soupçons sur la couche de passivation de la DRIE, nous avons décidé de réaliser des résonateurs par gravure chimique, ce qui assure, a priori, une meilleure qualité des flancs : rugosité moindre (si le processus est correctement maîtrisé) et absence de polymère de passivation.

### 5.1.2 Structures DRIE/KOH

Dans le but d'étudier l'influence de la technologie de réalisation sur le facteur de qualité, des lames vibrantes obtenues par usinage chimique ont été réalisées. Les substrats utilisés pour cette expérience ne sont plus de type SOI mais de type Si bulk (épaisseur 400 μm). Compte tenu de cette épaisseur importante, la technologie retenue (décrite au chapitre 4) met en oeuvre une double gravure : l'usinage en premier lieu de la structure en face arrière sur 310 μm par DRIE, puis la finition et la réalisation des lames vibrantes par gravure chimique (KOH) sur 90 μm (figure 5.16). Les premières mesures de facteur de qualité sur ces structures sont présentées dans le tableau 5.4.

| Résonateur | 3 μm/ 25 kHz | 3 μm/ 81 kHz | 8 μm/ 24 kHz |
|------------|--------------|--------------|--------------|
| $Q_{exp}$  | 240 000      | 165 000      | 134 500      |

TAB. 5.4 – Mesures obtenues sur structures de test réalisées par gravure KOH.

Ces premiers résultats, très encourageants, ont permis d'obtenir les plus hauts facteurs de qualité mesurés au cours de cette étude (240 000 mesuré sur des micro-résonateurs de 3 μm d'épaisseur). Contrairement aux structures obtenues par DRIE, ce sont les résonateurs de plus faibles épaisseurs vibrantes qui donnent les meilleurs facteurs de qualité, conformément à la théorie thermoélastique, même



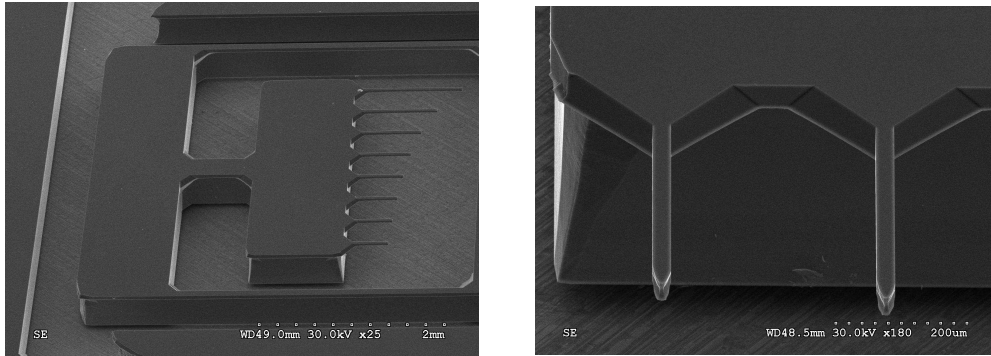


FIG. 5.16 – Images MEB de structures de test réalisées par procédé mixte de gravure DRIE/KOH.

si ce constat doit être modéré par l'écart important entre les valeurs mesurées et celles, nettement plus élevées, obtenues par simulations thermoélastiques ( $> 10^6$  pour les poutres de  $3 \mu\text{m}$  d'épaisseur). Ces résultats montrent néanmoins l'importance de la technologie de réalisation sur les aspects de dissipation, et des expérimentations complémentaires seraient nécessaires pour mieux appréhender ces limitations, notamment en ce qui concerne la qualité du vide. Il est également important de rappeler que les substrats utilisés pour comparer les deux technologies de réalisation ne sont pas identiques (substrat SOI pour procédé DRIE et substrat massif pour procédé mixte DRIE/KOH).

## 5.2 Influence de la pression résiduelle sur le facteur de qualité

La figure 5.17 montre l'évolution du facteur de qualité de différents résonateurs, réalisés par gravure DRIE, en fonction de la pression dans l'enceinte. Pour les trois résonateurs étudiés, on distingue les trois zones caractéristiques de l'amortissement gazeux (chapitre 3) :

- la région visqueuse (entre  $10^5$  et  $10^1$  Pa, fonction des dimensions du résonateur) : le gaz se comporte comme un fluide visqueux.
- la région moléculaire (entre  $10^1$  et  $10^{-1}$  Pa) : l'amortissement dépend de la collision des molécules de gaz sur la surface du résonateur et est décrit par la théorie de la cinétique des gaz.
- la région intrinsèque ( $< 10^{-1}$  Pa), pour lequel la pression résiduelle n'induit plus d'amortissement.

Pour rappel, il est nécessaire de fonctionner dans la région intrinsèque afin de garantir un facteur de qualité élevé mais surtout ne dépendant pas d'une éventuelle petite remontée en pression dans l'enceinte après scellement du packaging. Comme le prévoit la théorie (chapitre 3), plus le facteur de qualité intrinsèque du résonateur est élevé et plus les exigences sur le niveau de vide nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque sont importantes (figure 5.17). Ce niveau de vide est de l'ordre de  $10^{-1}$  mbar pour des facteurs de qualité  $Q_{max}$  d'environ  $3.10^4$  alors qu'il est plutôt de l'ordre de  $10^{-4}$  mbar pour le résonateur présentant un facteur de qualité maximal de  $1, 3.10^5$ . Concernant les résultats précédents sur

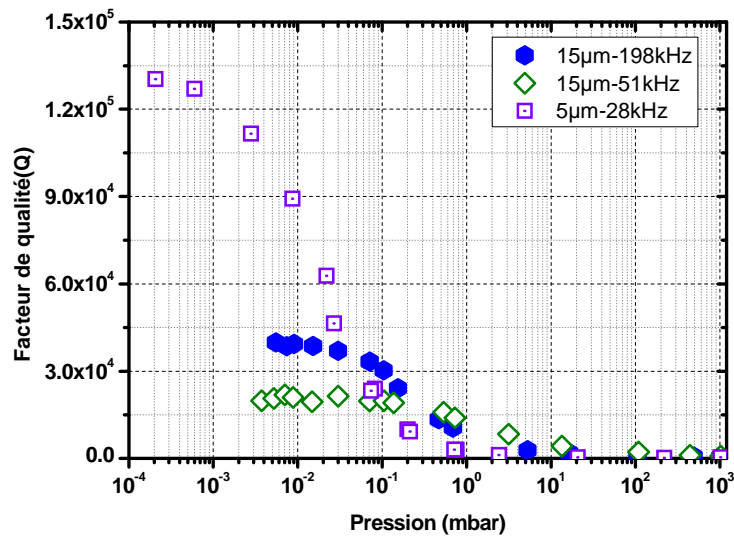


FIG. 5.17 – Facteurs de qualité en fonction de la pression résiduelle (structure DRIE).

les structures de type "DRIE/KOH", les facteurs de qualité mesurés ( $\approx 2.10^5$ ) nécessitent un niveau de vide de l'ordre de  $10^{-5}$  mbar, ce qui correspond aux limites des moyens mis en place. Il est intéressant de remarquer que ces résultats expérimentaux sont très proches des prévisions théoriques concernant le niveau de vide nécessaire dans l'enceinte pour atteindre le régime intrinsèque en fonction de l'épaisseur du résonateur et de son facteur de qualité intrinsèque (tableau 3.1).

Avec l'enceinte à vide utilisée au cours de ces expérimentations, le niveau de vide atteignable pendant les mesures est d'environ  $10^{-4}$  mbar, ce qui peut constituer une limitation pour la mesure de facteurs de qualité très élevés et met donc en évidence la problématique liée aux solutions de packaging disponibles actuellement. Parmi celles-ci, nous pouvons citer l'encapsulation multi-tranches qui consiste à réaliser la cavité par gravure (DRIE ou chimique en phase liquide) au sein d'un substrat de verre, de quartz ou de silicium qui sera par la suite scellé sur le substrat de silicium portant le MEMS. Le scellement des deux substrats peut être réalisé par diverses méthodes : soudure directe, anodique, par joint métallique, par joint polymère, eutectique [135], ... Cependant, même si l'utilisation de *getter* [136], (usuellement une couche de titane déposée dans la cavité) permet de limiter par chimisorption la remontée en pression due au dégazage (notamment eau et oxygène) des surfaces internes après soudure et à la présence de micro-fuites, les niveaux de vide garantis pour la réalisation de micro-systèmes, dans les meilleures configurations, sont de l'ordre de  $10^{-2}$  mbar.

A partir de cette donnée et des valeurs expérimentales de facteurs de qualité, il est alors possible de définir les limites actuelles de la miniaturisation d'accéléromètres à lame vibrante liées aux limitations technologiques de packaging, le critère étant d'être dans la région intrinsèque de l'amortissement gazeux afin de ne pas être sensible à une éventuelle petite remontée en pression. Le tableau 5.5 présente

ces résultats à partir de l'équation 3.29 et de la figure 5.8 (la fréquence de résonance est  $25\text{ kHz}$  pour chaque résonateur) :

| Epaisseur ( $\mu\text{m}$ ) | 2                   | 5                   | 10                  | 20                  | 30                  |
|-----------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $Q_{exp}$                   | 82 000              | 127 000             | 94 000              | 48 000              | 28 000              |
| $P_{intrinsèque}$ (mbar)    | $2,7 \cdot 10^{-3}$ | $4,3 \cdot 10^{-3}$ | $1,2 \cdot 10^{-2}$ | $4,6 \cdot 10^{-2}$ | $1,2 \cdot 10^{-1}$ |

TAB. 5.5 – Estimation du niveau de pression nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque à partir des mesures expérimentales de facteurs de qualité pour des résonateurs de fréquence  $25\text{ kHz}$ .

A partir des valeurs expérimentales de facteur de qualité, il apparaît donc qu'il n'est pas possible, avec les technologies de packaging sous vide actuelles, d'atteindre la région intrinsèque de l'amortissement gazeux pour des épaisseurs de résonateur inférieures à  $10\ \mu\text{m}$ . Cependant, on peut penser que les développements technologiques de scellement sous vide permettront d'atteindre de meilleurs niveaux de vide. C'est pourquoi nous présenterons plus loin les performances d'accéléromètres à lame vibrante en précisant les niveaux de vide requis.

### 5.3 Influence du dopage sur le facteur de qualité

Deux niveaux de dopage différents ont été étudiés, le type P faiblement dopé (résistivité entre  $14$  et  $22\ \Omega \cdot \text{cm}$ ) et le type P fortement dopé (résistivité entre  $0,01$  et  $0,02\ \Omega \cdot \text{cm}$ ). La figure 5.18 compare l'évolution du facteur de qualité en fonction de la fréquence de lames d'épaisseur vibrante  $30\ \mu\text{m}$  en silicium faiblement et fortement dopé.

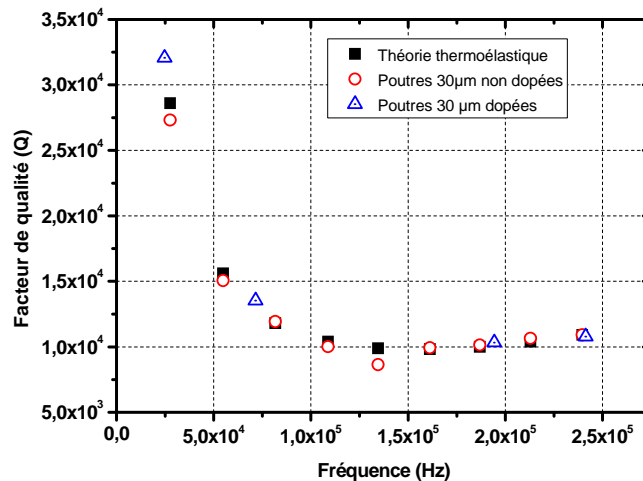


FIG. 5.18 – Evolution du facteur de qualité en fonction de la fréquence pour des lames vibrantes (C.L. encastées-libres et usinage DRIE) d'épaisseur  $30\ \mu\text{m}$  pour deux dopages de type P : faible (rouge - résistivité entre  $14$  et  $22\ \Omega \cdot \text{cm}$ ) et fort (bleu - résistivité entre  $0,01$  et  $0,02\ \Omega \cdot \text{cm}$ ). Les évolutions obtenues sont identiques pour les deux types de dopage et suivent parfaitement les évolutions prévues par la théorie de la limitation thermoélastique.

Nous observons que les facteurs de qualité obtenus sont identiques pour les deux types de dopage et correspondent de manière remarquable à ceux attendus par la théorie thermoélastique : pour cette épaisseur vibrante, la théorie thermoélastique prévoit en effet une fréquence d'atténuation maximale à environ  $160\text{ kHz}$  avec un facteur de qualité d'environ  $1.10^4$ , ce qui est constaté expérimentalement. Les mesures obtenues de l'évolution du facteur de qualité de part et d'autre de cette fréquence d'atténuation suivent aussi parfaitement l'évolution théorique. Le dopage n'apparaît donc pas comme un paramètre influent sur la valeur du facteur de qualité, du moins pour l'épaisseur vibrante de  $30\ \mu\text{m}$ .

Il faut noter qu'il est surprenant de ne pas observer d'effet du dopage alors que la conductibilité thermique du silicium en dépend et que ce paramètre joue un rôle important dans l'expression de la fréquence de transition des pertes thermoélastiques (équation 3.46).

## 5.4 Influence de la température

**Fréquence de résonance :** l'évolution de la fréquence des résonateurs en fonction de la température est illustrée sur la figure 5.19 à gauche pour un résonateur en silicium faiblement dopé (entre 14 et 22  $\Omega\cdot\text{cm}$ ), et sur la figure 5.19 à droite, pour un résonateur en silicium fortement dopé (entre 0,01 et 0,02  $\Omega\cdot\text{cm}$ ).

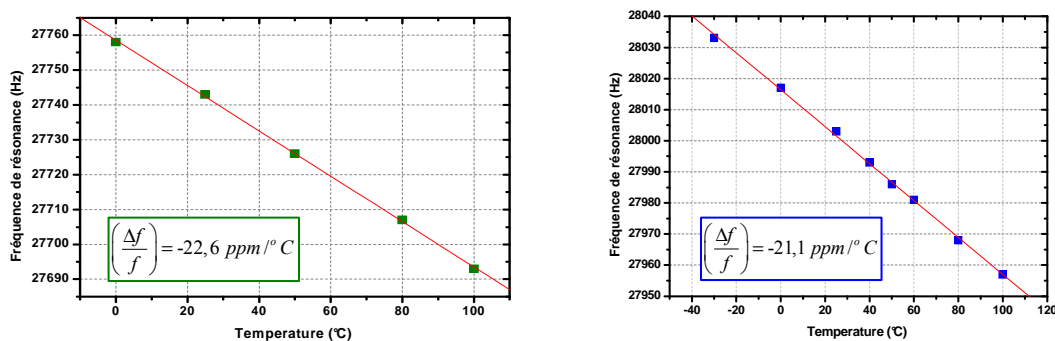


FIG. 5.19 – Evolution de la fréquence des résonateurs en fonction de la température (lames vibrantes "encastrées-libres" DRIE d'épaisseur  $30\ \mu\text{m}$ , en silicium faiblement dopé à gauche et fortement dopé à droite).

Les variations relatives de fréquence en fonction de la température sont de l'ordre de  $23\ \text{ppm}/^\circ\text{C}$  pour le silicium faiblement dopé et sont très légèrement plus faibles, environ  $21\ \text{ppm}/^\circ\text{C}$ , pour le silicium fortement dopé. Les propriétés physiques du matériau intervenant dans la fréquence, notamment la dilatation thermique  $\alpha$  et le module d'Young  $E$ , semblent donc très faiblement dépendantes du taux de dopage du matériau (pour le dopage de type P, au bore). Cette sensibilité de la fréquence de résonance est un des principaux inconvénients du silicium vis-à-vis du quartz (outre le fait qu'il ne soit pas piézo-électrique). En effet dans le cas de l'accéléromètre VIA en quartz, la sensibilité de la fréquence avec la température est de l'ordre de quelques  $\text{ppm}/^\circ\text{C}$  (chapitre 2). Ceci nécessite de connaître très précisément

ment la température dans l'enceinte afin de pouvoir corriger par modèle les variations de fréquence qui en découlent.

**Facteur de qualité :** nous avons observé précédemment que pour des valeurs théoriques de  $Q$  relativement faibles, l'effet thermoélastique est remarquablement vérifié par les valeurs expérimentales ( $Q \approx 3 \cdot 10^4$ ). Par contre, pour des valeurs plus élevées, les facteurs de qualité mesurés sont inférieurs à la limite thermoélastique et sont donc limités par un autre phénomène. Nous avons alors souhaité observer l'évolution de cette limitation avec la température (de  $-30$  à  $+100$  °C). La figure 5.20 présente les mesures de facteur de qualité en fonction de la température pour deux résonateurs d'épaisseur  $20 \mu m$ , vibrant respectivement à  $28 kHz$  et  $57 kHz$  (il s'agit des deux points à droite de la figure 5.5 d'épaisseur de  $20 \mu m$  et de longueur :  $\approx 700$  et  $\approx 1000$  respectivement).

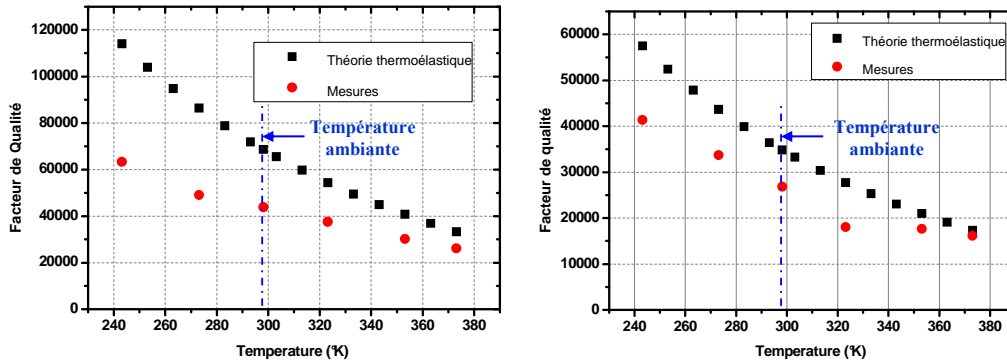


FIG. 5.20 – Influence de la température sur le facteur de qualité pour des résonateurs d'épaisseur  $20 \mu m$ , vibrant respectivement à  $28 kHz$  (gauche) et  $57 kHz$  (droite).

Par rapport à la théorie thermoélastique (équation 3.46), qui prévoit, toutes choses égales par ailleurs, une évolution du facteur de qualité inversement à la température  $T$ , les courbes théoriques tracées dans ce cas tiennent compte de l'évolution des propriétés physiques du matériau (module d'Young, dilatation thermique, conductivité thermique, chaleur spécifique) avec la température [85, 137]. Il apparaît que la différence entre les mesures et la théorie à température ambiante s'atténue pour les températures les plus élevées (facteurs de qualité les plus bas) et se renforce pour les températures les plus basses (facteurs de qualité les plus élevés). La dépendance du facteur de qualité expérimental avec la température est relativement important, puisque sa variation est de  $\pm 50\%$  (par rapport à la température ambiante) sur cette gamme de température pour les deux résonateurs.

A partir de l'équation 5.1, il est alors possible d'étudier l'évolution de la limitation du facteur de qualité  $Q_{limitation}$  avec la température. Ceci est représenté sur la courbe 5.21. Sur cette figure, il semble donc que  $Q_{limitation}$ , qui regroupe plusieurs termes dont la pression et le polymère, soit très peu dépendant de la température mais nous n'avons pas à ce jour d'interprétation de ce résultat.

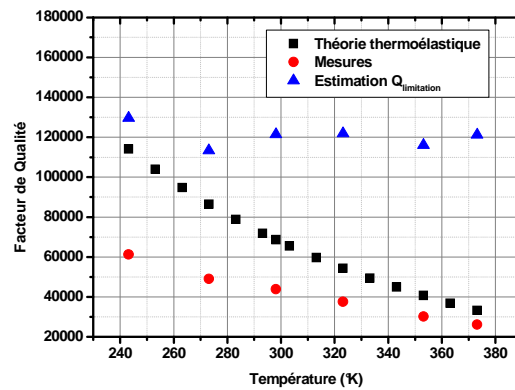


FIG. 5.21 – Influence de la température sur le facteur de qualité  $Q_{limitation}$  pour un résonateur d'épaisseur  $20 \mu m$  ( $28 kHz$ ).

## 5.5 Résonateurs de type "pont"

Les mesures du facteurs de qualité ont également été réalisées pour des résonateurs de type "pont" (encastés aux deux extrémités). Cette configuration du résonateur correspond à son utilisation pour un accéléromètre vibrant. Les résultats sont présentés dans les sections suivantes.

### 5.5.1 Mesures du facteur de qualité sur les structures de type "pont"

Les figures 5.22 et 5.23 représentent l'évolution du facteur de qualité en fonction de la longueur de la lame pour deux épaisseurs vibrantes,  $30 \mu m$  et  $5 \mu m$ . Nous observons les mêmes résultats que dans le cas des lames "encastrée-libre". C'est-à-dire que pour les faibles valeurs de facteurs de qualité, la loi thermoélastique est bien représentée par l'expérience. Mais lorsque les valeurs théoriques attendues sont plus élevées, il apparaît alors le même type de limitation que les poutres "encastré-libre".

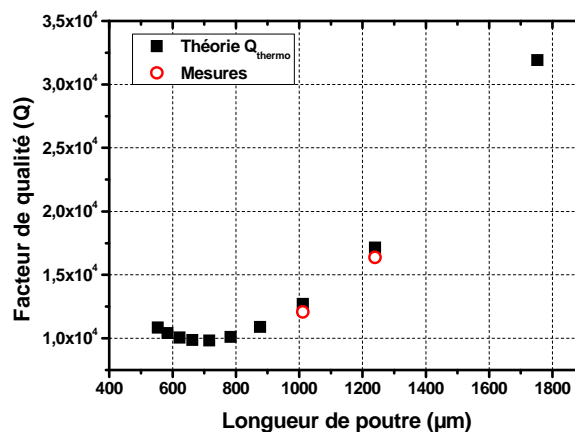


FIG. 5.22 – Comparaison de la limite intrinsèque thermoélastique avec l'expérimentation pour des résonateurs de type "pont" de  $30 \mu m$  d'épaisseur.

Les valeurs de facteurs de qualité les plus élevées mesurées pour ce type de résonateurs sont de l'ordre de  $1.10^5$  pour une épaisseur  $e$  de  $5 \mu m$  et une fréquence de résonance de l'ordre de  $25 kHz$ . Ce résultat est particulièrement encourageant quant au potentiel de performances de micro-accéléromètres vibrants en silicium. En effet, comparativement au facteur de qualité ( $1, 2.10^4$ ) de l'accéléromètre VIA en quartz et dont la stabilité de biais est de l'ordre de  $300 \mu g$ , ces mesures sur ces micro-résonateurs permettent d'espérer des stabilités de fréquence au moins aussi bonnes. Cependant ces micro-résonateurs à facteur de qualité élevé présentent le désavantage d'être particulièrement sensibles aux non-linéarités mécaniques. Ceci est présenté dans la section suivante.

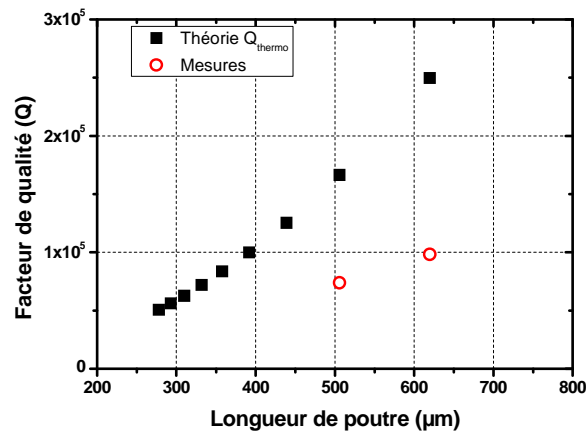


FIG. 5.23 – Comparaison de la limite intrinsèque thermoélastique avec l'expérimentation pour des résonateurs de type "pont" de  $5 \mu m$  d'épaisseur.

### 5.5.2 Mesure de non-linéarités mécaniques

Les considérations théoriques menées sur les non-linéarités mécaniques dans le chapitre 2 ont été étayées par des validations expérimentales. La figure 5.24 représente une courbe de résonance typiquement non-linéaire comparée à la courbe théorique pour un résonateur d'épaisseur vibrante  $5 \mu m$  avec un facteur de qualité mesuré à  $1, 3.10^5$ . Lorsque le balayage en fréquence commence pour des valeurs inférieures à la fréquence de résonance, l'amplitude de vibration augmente pour atteindre son maximum à  $f_r$  (environ  $144\,594 kHz$ ) et à  $f_r + \epsilon$ , donc légèrement supérieure à  $f_r$ , l'amplitude de vibration chute brutalement à un niveau inférieur comme le prédit la courbe théorique. Dans ce cas l'amplitude maximale est mesurée autour de  $30 nm$  et le décalage de la fréquence de résonance est d'environ  $3 Hz$  par rapport au régime linéaire.

Lorsque l'on augmente à présent le niveau d'excitation de la poutre, le pic de résonance se décale vers les fréquences supérieures et la courbe de résonance présente un comportement non-linéaire extrêmement marqué. Ceci est représenté sur la figure 5.25. Sur cette figure, différents niveaux d'excitation ont été testés impliquant à chaque fois une nouvelle fréquence de quasi-résonance, correspondant à des maxima de l'amplitude ( $60 nm - 144, 64 kHz$ ;  $102 nm - 144, 76 kHz$ ;  $174 nm - 145, 08 kHz$ ;  $242$

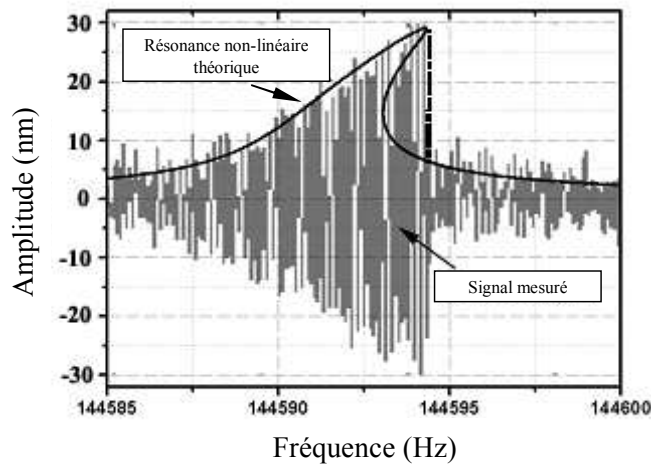


FIG. 5.24 – Courbe de résonance non-linéaire obtenue par microscopie optique pour une amplitude de vibration inférieure à 30 nm.

nm - 145,51 kHz). Les résultats ont révélé un comportement non-linéaire important avec des décalages de la fréquence de résonance supérieurs au kHz.

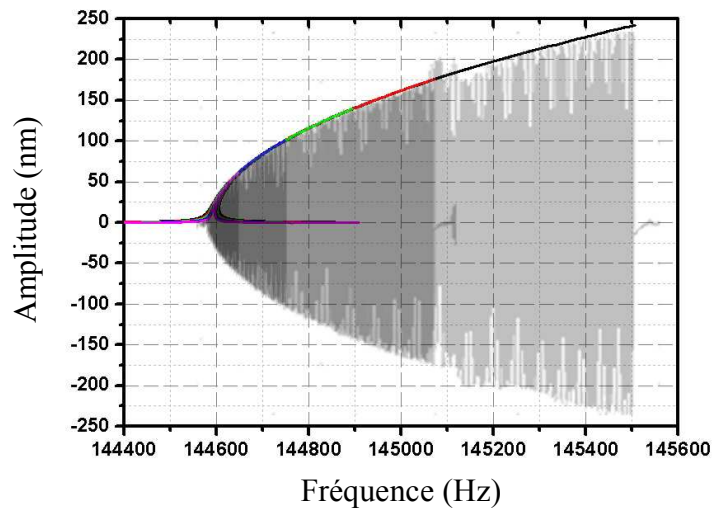


FIG. 5.25 – Amplitudes de vibration et fréquences de résonance non-linéaires pour différents niveaux d'excitation.

Afin de vérifier l'influence du facteur de qualité sur l'amplitude critique (chapitre 2) du résonateur, la technique la plus simple est de faire varier la pression dans l'enceinte. En effet, comme il a été présenté sur la figure 5.17 et comme il est rappelé sur la figure 5.26, le facteur de qualité est fonction de la pression résiduelle selon trois régions distinctes : visqueuse, moléculaire et intrinsèque. En modifiant cette pression, nous pouvons donc mesurer le comportement non-linéaire de ce résonateur pour différentes



valeurs de  $Q$  ( $Q_A = 1,3 \cdot 10^5$ ;  $Q_B = 9,1 \cdot 10^4$ ;  $Q_C = 6,3 \cdot 10^4$ ;  $Q_D = 4,7 \cdot 10^4$  et  $Q_E = 2,2 \cdot 10^4$ ). Pour chacune de ces valeurs du facteurs de qualité, l'amplitude critique a été déterminée expérimentalement. L'évolution de l'amplitude critique du résonateur en fonction de son facteur de qualité est représentée sur la figure 5.26. On reconnaît l'évolution en  $1/\sqrt{Q}$  prédit par l'analyse théorique (équation 2.98). Plus le facteur de qualité est important et plus le phénomène de non-linéarités sur la courbe de résonance (hystérisis) apparaît pour des amplitudes de plus en plus faibles.

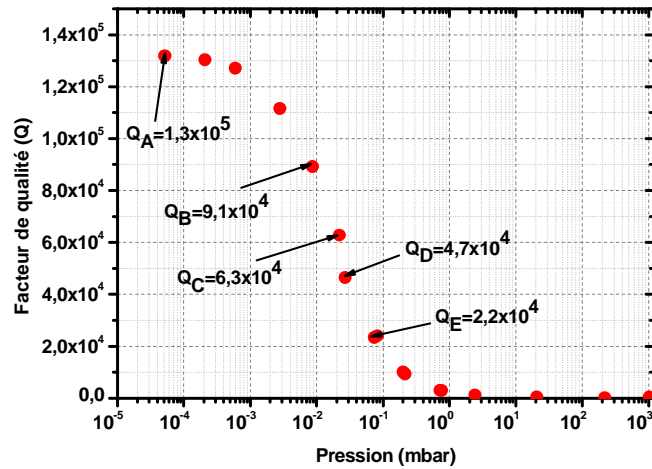


FIG. 5.26 – Facteur de qualité en fonction de la pression pour un résonateur de  $5 \mu m$  ( $150 kHz$ ).

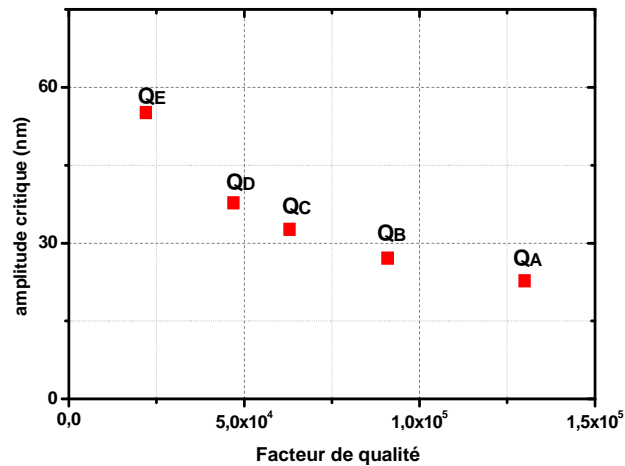


FIG. 5.27 – Evolution de l'amplitude critique en fonction du facteur de qualité pour un résonateur de  $5 \mu m$  ( $150 kHz$ ).

L'analyse théorique des non-linéarités mécaniques exprime la fréquence de résonance comme une fonction de l'amplitude de vibration (équations 2.89 et 2.90) :

$$\omega_{n_r} \approx \omega_{n_0} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\beta_n}{e^2} A_{max}^2 \right] = \omega_{n_0} \left[ 1 + \frac{\kappa}{2} A_{max}^2 \right] \quad (5.2)$$

$$\text{avec } \kappa = \frac{1}{2} \frac{\beta_n}{e^2} \quad (5.3)$$

où  $e$  est l'épaisseur du résonateur et  $\beta_n$  est un coefficient qui dépend des conditions d'encastrement du résonateur et du mode de vibration considéré. Ce paramètre  $\kappa$  a été mesuré pour différents résonateurs et n'a pas montré d'influence du facteur de qualité (figure 5.28).

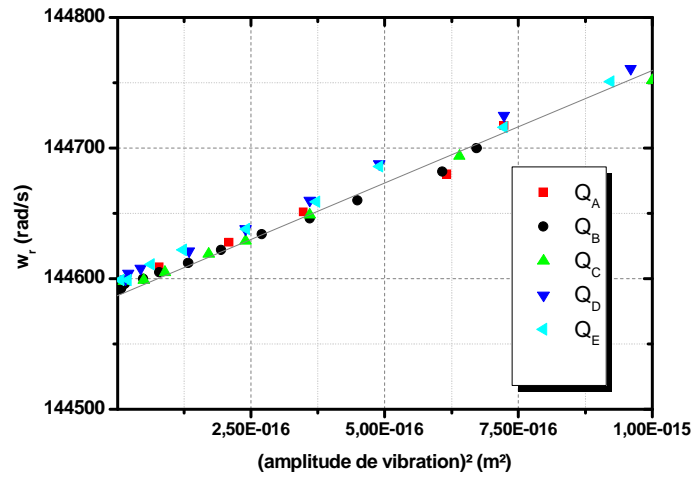


FIG. 5.28 – Détermination expérimentale du facteur de non-linéarité  $\kappa$ .

En utilisant une approximation linéaire, la figure donne une valeur expérimentale pour  $\kappa$  de  $1,7 \cdot 10^{10} m^{-2}$  à comparer avec la valeur théorique attendue de  $1,1 \cdot 10^{10} m^{-2}$  pour un résonateur de  $5 \mu m$  d'épaisseur. Cette valeur expérimentale est légèrement supérieure à la valeur théorique attendue à cause d'une erreur sur l'estimation de l'amplitude critique et de l'épaisseur réelle des ponts, mais la théorie des non-linéarités mécaniques est toutefois validée.

Les limitations d'utilisation de micro-résonateurs de type "pont" liées aux non-linéarités mécaniques sont validées expérimentalement. Des résonateurs miniatures avec un facteur de qualité très élevé ont des amplitudes critiques de vibration très faibles de l'ordre de quelques nanomètres, ce qui pose, comme l'a souligné l'étude du chapitre 2 des limitations pour la résolution.

## 5.6 Conclusion

Les travaux dédiés à l'étude théorique et expérimentale du facteur de qualité de micro-résonateurs en silicium ont été riches en enseignements :

- Les mesures effectuées ont montré la validité de la théorie thermoélastique pour les faibles facteurs de qualité.
- Des sources de dissipation (non identifiées de façon formelle) se sont manifestées pour les forts facteurs de qualité. L'impact de la technologie de réalisation sur les pertes a aussi été mis en évidence.
- Le niveau de dopage (type P) ne semble pas être un facteur d'optimisation déterminant en ce qui concerne la qualité de la vibration et son comportement thermique.
- La qualité du vide est un paramètre déterminant, surtout à l'échelle micro : un niveau de vide de  $10^{-2}$  mbar est nécessaire pour des facteurs de qualité de  $1.10^5$ . De meilleurs facteurs de qualité nécessiteraient un niveau de vide encore meilleur.
- Des coefficients de qualité jusqu'à  $2,4.10^5$  ont été mesurés sur des micro-résonateurs de type poutre et jusqu'à  $1.10^5$  sur des micro-résonateurs de type pont ; ces derniers étant exploitables pour la réalisation d'accéléromètres vibrants.

Ainsi les résultats obtenus au cours de cette étude permettent d'envisager la suite de l'étude sur des bases très intéressantes : il est d'ores et déjà prouvé qu'il est possible de mettre en oeuvre des résonateurs de petites tailles avec des coefficients de qualité dix fois supérieurs à ceux de l'accéléromètre en quartz VIA. Les prochains travaux consistent à définir une structure miniaturisée d'accéléromètre vibrant en silicium.

## **Quatrième partie**

# **Etude d'une structure d'accéléromètre vibrant en silicium**



## Chapitre 6

# Etude d'une structure d'accéléromètre vibrant miniature en silicium : ISA

### Sommaire

---

|                                                                                                          |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>6.1 Estimation des performances d'accéléromètres à lame vibrante miniatures en silicium</b> . . . . . | <b>136</b> |
| <b>6.2 Critères de dimensionnement</b> . . . . .                                                         | <b>138</b> |
| <b>6.3 Choix du système d'excitation et de détection des vibrations</b> . . . . .                        | <b>139</b> |
| 6.3.1 Excitation électrostatique . . . . .                                                               | 139        |
| 6.3.2 Détection capacitive . . . . .                                                                     | 141        |
| 6.3.3 Limitations des transducteurs électrostatiques . . . . .                                           | 141        |
| <b>6.4 Définition des structures d'accéléromètres ISA</b> . . . . .                                      | <b>143</b> |
| 6.4.1 Concept . . . . .                                                                                  | 143        |
| 6.4.2 Dimensionnement . . . . .                                                                          | 145        |
| 6.4.3 Modélisation du matériau troué . . . . .                                                           | 146        |
| 6.4.4 Résultats de simulations du transducteur . . . . .                                                 | 147        |
| 6.4.5 Implémentation d'un système d'excitation/détection électrostatique . . . . .                       | 150        |
| <b>6.5 Conclusion</b> . . . . .                                                                          | <b>153</b> |

---

Les chapitres précédents ont permis de montrer l'intérêt du silicium en ce qui concerne la miniaturisation des accéléromètres à lame vibrante. En particulier il a été prouvé dans le chapitre précédent, la possibilité de mettre en oeuvre des résonateurs de petites tailles avec des facteurs de qualité dix fois supérieurs à ceux de l'accéléromètre VIA développé à l'ONERA. Dans le même temps, il a été montré que la miniaturisation de telles structures n'était pas favorable à cause de la faiblesse du signal de détection. Ces considérations sont prises en compte dans ce chapitre afin de définir une première architecture d'accéléromètre à lame vibrante miniature en silicium.

## 6.1 Estimation des performances d'accéléromètres à lame vibrante miniatures en silicium

A partir de l'ensemble des mesures expérimentales de facteurs de qualité de micro-résonateurs en silicium présentées dans le chapitre 5 et des considérations théoriques, menées dans le chapitre 2, il est possible d'estimer l'impact de la miniaturisation sur les performances des accéléromètres à lame vibrante. Ces résultats sont présentés dans les tableaux 6.1 à 6.6. Certaines hypothèses ont été nécessaires pour établir ces valeurs :

- Tout d'abord, seuls les résonateurs réalisés par gravure DRIE ont été traités, car même si les structures gravées chimiquement semblent présenter des facteurs de qualité plus élevés, cette solution technologique est moins adaptée à la réalisation d'accéléromètres miniatures et complexes, notamment lorsqu'on considère la faisabilité d'intégration des systèmes d'excitation et de détection des vibrations.
- Les valeurs d'accélération de flambage d'une part et de vide nécessaire pour atteindre la région intrinsèque d'autre part sont issues de la théorie (chapitre 2) après validation expérimentale pour ce dernier point (chapitre 5). Il est à préciser que le niveau de vide calculé est celui de la configuration grand gap, c'est-à-dire sans surface (type électrodes) proches du résonateur. Pour des excitations/détection de type électrostatique par exemple, les niveaux de vide requis devront être encore plus bas.
- Les valeurs de stabilité de biais, de plancher Flicker et de résolution sont calculées à partir des valeurs expérimentales de fréquence de résonance et de facteur de qualité.
- Le facteur d'échelle  $K_1$  ciblé est choisi arbitrairement à  $25 \text{ Hz/g}$ . Pour un facteur d'échelle deux fois plus élevé, l'accélération de flambage, la stabilité de biais, le plancher Flicker et la résolution sont deux fois plus faibles.
- Pour calculer la stabilité de biais, nous avons considéré une évolution de phase dans la boucle oscillatrice de  $1 \text{ mrad}$  sur un an (équation 2.37).
- Le plancher Flicker est calculé selon l'équation 2.69, dans ce cas  $b_{-1}$  représente le niveau du bruit en  $1/f$  propre à l'amplificateur (équation 2.58) de la boucle oscillatrice. Pour un amplificateur classique,  $b_{-1}$  est de l'ordre de  $1.10^{-10}$  [96].
- Le calcul de la résolution  $R_{-2}$ , n'est pas effectué car ce paramètre dépend fortement du système de détection utilisé. Nous l'exprimerons par la suite pour les architectures d'accéléromètres miniatures définies pour cette étude.

Il apparaît au vu de ces tableaux, que la miniaturisation du résonateur limite en premier lieu les résolutions des accéléromètres. Ceci est lié à l'épaisseur de la poutre mais également au facteur de qualité de la lame. Cependant, un facteur de qualité élevé reste très important pour assurer la stabilité de biais du capteur.

| Résonateur                     | 1                   | 2                   | 3                   | 4                   | 5                   | 6                   | 7                   |
|--------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Fréquence ( $kHz$ )            | 27,7                | 55,2                | 82,6                | 110,0               | 164,5               | 191,2               | 243,7               |
| Facteur de qualité             | 47100               | 29900               | 22300               | 16400               | 13900               | 12000               | 10500               |
| Vide requis ( $mbar$ )         | $4,6 \cdot 10^{-2}$ | $7,5 \cdot 10^{-2}$ | $1,0 \cdot 10^{-1}$ | $1,3 \cdot 10^{-1}$ | $1,5 \cdot 10^{-1}$ | $1,8 \cdot 10^{-1}$ | $2,0 \cdot 10^{-1}$ |
| Accél. flambage ( $g$ )        | 53                  | 100                 | 160                 | 210                 | 310                 | 370                 | 470                 |
| Stab. de biais ( $g$ )         | $8,3 \cdot 10^{-6}$ | $2,7 \cdot 10^{-5}$ | $5,3 \cdot 10^{-5}$ | $9,4 \cdot 10^{-4}$ | $1,7 \cdot 10^{-4}$ | $2,3 \cdot 10^{-4}$ | $3,2 \cdot 10^{-4}$ |
| Plancher Flicker $R_0$ ( $g$ ) | $1,8 \cdot 10^{-7}$ | $6,0 \cdot 10^{-7}$ | $1,1 \cdot 10^{-6}$ | $2,1 \cdot 10^{-6}$ | $3,7 \cdot 10^{-6}$ | $5,0 \cdot 10^{-6}$ | $7,3 \cdot 10^{-6}$ |
| Amplitude critique ( $m$ )     | $3,0 \cdot 10^{-7}$ | $4,1 \cdot 10^{-7}$ | $4,7 \cdot 10^{-7}$ | $5,1 \cdot 10^{-7}$ | $5,5 \cdot 10^{-7}$ | $5,1 \cdot 10^{-7}$ | $5,0 \cdot 10^{-7}$ |

TAB. 6.1 – Estimation du potentiel de performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur  $30 \mu m$ .

| Résonateur                     | 1                   | 2                   | 3                   | 4                   | 5                   | 6                   | 7                   |
|--------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Fréquence ( $kHz$ )            | 27,5                | 54,8                | 81,7                | 108,8               | 134,6               | 161,2               | 186,9               |
| Facteur de qualité             | 27300               | 15000               | 11900               | 10000               | 8500                | 9900                | 10100               |
| Vide requis ( $mbar$ )         | $1,2 \cdot 10^{-1}$ | $2,2 \cdot 10^{-1}$ | $2,8 \cdot 10^{-1}$ | $3,3 \cdot 10^{-1}$ | $3,9 \cdot 10^{-1}$ | $3,3 \cdot 10^{-1}$ | $3,3 \cdot 10^{-1}$ |
| Accél. flambage ( $g$ )        | 53                  | 100                 | 160                 | 220                 | 320                 | 370                 | 420                 |
| Stab. de biais ( $g$ )         | $1,4 \cdot 10^{-5}$ | $5,1 \cdot 10^{-5}$ | $9,7 \cdot 10^{-5}$ | $1,5 \cdot 10^{-4}$ | $2,2 \cdot 10^{-4}$ | $2,3 \cdot 10^{-4}$ | $2,6 \cdot 10^{-4}$ |
| Plancher Flicker $R_0$ ( $g$ ) | $3,2 \cdot 10^{-7}$ | $1,1 \cdot 10^{-6}$ | $2,1 \cdot 10^{-6}$ | $3,4 \cdot 10^{-6}$ | $5,0 \cdot 10^{-6}$ | $5,1 \cdot 10^{-6}$ | $5,8 \cdot 10^{-6}$ |
| Amplitude critique ( $m$ )     | $1,5 \cdot 10^{-7}$ | $2,0 \cdot 10^{-7}$ | $2,3 \cdot 10^{-7}$ | $2,7 \cdot 10^{-7}$ | $2,9 \cdot 10^{-7}$ | $3,1 \cdot 10^{-7}$ | $3,3 \cdot 10^{-7}$ |

TAB. 6.2 – Estimation du potentiel de performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur  $20 \mu m$ .

| Résonateur                     | 1                   | 2                   | 3                   | 4                   | 5                   | 6                   | 7                   |
|--------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Fréquence ( $kHz$ )            | 82,2                | 109,6               | 136,5               | 163,1               | 189,8               | 217,1               | 243,0               |
| Facteur de qualité             | 34500               | 26900               | 19100               | 18000               | 16200               | 15200               | 14000               |
| Vide requis ( $mbar$ )         | $4,8 \cdot 10^{-2}$ | $6,2 \cdot 10^{-2}$ | $8,6 \cdot 10^{-2}$ | $9,1 \cdot 10^{-2}$ | $1,0 \cdot 10^{-1}$ | $1,1 \cdot 10^{-1}$ | $1,2 \cdot 10^{-1}$ |
| Accél. flambage ( $g$ )        | 160                 | 210                 | 260                 | 310                 | 370                 | 420                 | 470                 |
| Stab. de biais ( $g$ )         | $3,3 \cdot 10^{-5}$ | $5,8 \cdot 10^{-5}$ | $1,0 \cdot 10^{-4}$ | $1,3 \cdot 10^{-4}$ | $1,7 \cdot 10^{-4}$ | $2,0 \cdot 10^{-4}$ | $2,4 \cdot 10^{-4}$ |
| Plancher Flicker $R_0$ ( $g$ ) | $7,5 \cdot 10^{-7}$ | $1,3 \cdot 10^{-6}$ | $2,3 \cdot 10^{-6}$ | $2,9 \cdot 10^{-6}$ | $3,7 \cdot 10^{-6}$ | $4,5 \cdot 10^{-6}$ | $5,5 \cdot 10^{-6}$ |
| Amplitude critique ( $m$ )     | $1,3 \cdot 10^{-7}$ | $1,6 \cdot 10^{-7}$ | $1,9 \cdot 10^{-7}$ | $1,9 \cdot 10^{-7}$ | $2,0 \cdot 10^{-7}$ | $2,1 \cdot 10^{-7}$ | $2,3 \cdot 10^{-7}$ |

TAB. 6.3 – Estimation du potentiel de performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur  $15 \mu m$ .

| Résonateur                     | 1                   | 2                   | 3                   | 4                   | 5                   |
|--------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Fréquence ( $kHz$ )            | 25,8                | 52,9                | 77,8                | 101,0               | 161,0               |
| Facteur de qualité             | 93500               | 76400               | 66000               | 54600               | 37300               |
| Vide requis ( $mbar$ )         | $1,1 \cdot 10^{-2}$ | $1,4 \cdot 10^{-2}$ | $1,6 \cdot 10^{-2}$ | $2,0 \cdot 10^{-2}$ | $2,9 \cdot 10^{-1}$ |
| Accél. flambage ( $g$ )        | 50                  | 100                 | 150                 | 200                 | 310                 |
| Stab. de biais ( $g$ )         | $3,9 \cdot 10^{-6}$ | $9,7 \cdot 10^{-6}$ | $1,6 \cdot 10^{-5}$ | $2,6 \cdot 10^{-5}$ | $6,1 \cdot 10^{-5}$ |
| Plancher Flicker $R_0$ ( $g$ ) | $8,7 \cdot 10^{-8}$ | $2,2 \cdot 10^{-7}$ | $3,7 \cdot 10^{-7}$ | $5,8 \cdot 10^{-7}$ | $1,3 \cdot 10^{-6}$ |
| Amplitude critique ( $m$ )     | $5,5 \cdot 10^{-8}$ | $6,1 \cdot 10^{-8}$ | $6,7 \cdot 10^{-8}$ | $7,3 \cdot 10^{-8}$ | $8,8 \cdot 10^{-8}$ |

TAB. 6.4 – Estimation du potentiel de performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur  $10 \mu m$ .



| Résonateur                     | 1                   | 2                   | 3                   | 4                   |
|--------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Fréquence ( $kHz$ )            | 28,7                | 57,6                | 86,6                | 138,0               |
| Facteur de qualité             | 125000              | 103200              | 80000               | 70000               |
| Vide requis ( $mbar$ )         | $4,4 \cdot 10^{-3}$ | $5,3 \cdot 10^{-3}$ | $6,8 \cdot 10^{-3}$ | $7,9 \cdot 10^{-3}$ |
| Accél. flambage ( $g$ )        | 56                  | 110                 | 170                 | 270                 |
| Stab. de biais ( $g$ )         | $3,2 \cdot 10^{-6}$ | $7,9 \cdot 10^{-6}$ | $1,5 \cdot 10^{-5}$ | $2,8 \cdot 10^{-5}$ |
| Plancher Flicker $R_0$ ( $g$ ) | $7,2 \cdot 10^{-8}$ | $1,8 \cdot 10^{-7}$ | $3,4 \cdot 10^{-7}$ | $6,2 \cdot 10^{-7}$ |
| Amplitude critique ( $m$ )     | $2,4 \cdot 10^{-8}$ | $2,7 \cdot 10^{-8}$ | $3,0 \cdot 10^{-8}$ | $3,2 \cdot 10^{-8}$ |

TAB. 6.5 – Estimation du potentiel de performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur  $5 \mu m$ .

| Résonateur                     | 1                   | 2                   | 3                   | 4                   | 5                   |
|--------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Fréquence ( $kHz$ )            | 32,5                | 66,4                | 138,0               | 207,0               | 246,0               |
| Facteur de qualité             | 83100               | 73900               | 45500               | 34400               | 38100               |
| Vide requis ( $mbar$ )         | $2,6 \cdot 10^{-3}$ | $2,9 \cdot 10^{-3}$ | $4,9 \cdot 10^{-3}$ | $6,4 \cdot 10^{-3}$ | $5,7 \cdot 10^{-3}$ |
| Accél. flambage ( $g$ )        | 63                  | 130                 | 260                 | 400                 | 480                 |
| Stab. de biais ( $g$ )         | $5,5 \cdot 10^{-6}$ | $1,3 \cdot 10^{-5}$ | $4,3 \cdot 10^{-5}$ | $8,5 \cdot 10^{-5}$ | $9,1 \cdot 10^{-5}$ |
| Plancher Flicker $R_0$ ( $g$ ) | $1,2 \cdot 10^{-7}$ | $2,8 \cdot 10^{-7}$ | $9,5 \cdot 10^{-7}$ | $1,9 \cdot 10^{-6}$ | $2,0 \cdot 10^{-6}$ |
| Amplitude critique ( $m$ )     | $1,2 \cdot 10^{-8}$ | $1,3 \cdot 10^{-8}$ | $1,6 \cdot 10^{-8}$ | $1,8 \cdot 10^{-8}$ | $1,7 \cdot 10^{-8}$ |

TAB. 6.6 – Estimation du potentiel de performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur  $2 \mu m$ .

## 6.2 Critères de dimensionnement

Lors de la définition d'une première architecture d'accéléromètre vibrant miniature, il est nécessaire de définir les paramètres qui permettront de garantir sa performance. En effet l'objectif de cette étude est de réduire de un à deux ordres de grandeur le volume de l'élément sensible par rapport au VIA avec un niveau de performance comparable. Il a été décidé dans le cadre de cette étude de considérer des épaisseurs relativement faibles afin d'explorer les possibilités d'une miniaturisation poussée de l'accéléromètre. Ainsi les épaisseurs retenues pour l'étude d'une première architecture d'accéléromètre vibrant sont entre 1 et  $5 \mu m$ .

Tout d'abord d'un point de vue performance, il faut s'intéresser à la stabilité de biais du capteur. Il en ressort (chapitre 2) que cette donnée est d'autant meilleure que le rapport  $QK_1/f_r$  est important. Dans ce cas,  $Q$  représente le facteur de qualité du résonateur,  $K_1$  ( $Hz/g$ ) représente sa sensibilité à l'accélération et  $f_r$  ( $Hz$ ) est sa fréquence de résonance. Les expériences préalables menées sur la mesure du facteur de qualité de micro-résonateurs en silicium ont montré qu'il était possible d'obtenir des valeurs de  $Q$  supérieures à  $10^5$  pour des poutres de quelques microns d'épaisseur. Comparativement, le résonateur de la cellule VIA présente un facteur de qualité d'environ 12 000 pour une épaisseur de  $60 \mu m$ . De ce point de vue la miniaturisation en utilisant le matériau silicium est avantageuse.

La fréquence de résonance  $f_r$  a été fixée autour de  $25 kHz$  pour avoir le rapport  $QK_1/f_r$  le plus important possible, et pour avoir une influence de la température moins forte sur  $\Delta f$  (chapitre 2). De ce dimensionnement, il apparaît que l'amplitude critique de vibration sera d'environ  $10 - 30 nm$  selon les

épaisseurs.

Le dimensionnement du reste de la cellule a été réalisé en considérant d'une part les contraintes liées à la miniaturisation recherchée et d'autre part un facteur d'échelle individuel assez élevé ( $> 25 Hz/g$  soit  $> 50 Hz/g$  en différentiel) afin de garantir au mieux les performances de l'accéléromètre vibrant. La contrepartie est qu'une fréquence de résonance basse et un facteur d'échelle élevé limite l'étendue de mesure puisqu'à partir du tableau 2.3, l'accélération de flambage peut s'écrire :

$$\gamma_c \propto \frac{E \cdot f_r}{K_1} \quad (6.1)$$

Elle est de l'ordre de 50 à 100 g pour les épaisseurs de lames et fréquences choisies. Dans la section suivante, nous présentons le choix que nous avons fait concernant les systèmes d'excitation/détection pour cette première architecture d'accéléromètre à lame vibrante miniature.

## 6.3 Choix du système d'excitation et de détection des vibrations

### 6.3.1 Excitation électrostatique

Du fait du fort coefficient de qualité de la lame ( $Q \approx 10^5$ ) et de la nécessité d'éviter les non-linéarités (comportement en résonateur anharmonique), il s'en suit d'après les constatations expérimentales (chapitre 5) que l'amplitude de vibration doit rester de l'ordre de 15 nm. La plupart des principes d'excitation sont suffisamment efficaces pour générer les niveaux d'amplitude requis. C'est même le problème inverse qu'il faut gérer, puisqu'il faut maîtriser les actionneurs afin qu'ils génèrent une force très faible. Parmi ceux-ci, nous pouvons citer l'excitation thermique basée sur l'expansion thermique, due à l'échauffement par un courant électrique d'un matériau résistif [138, 139, 140]; l'excitation galvanique qui résulte de l'application d'un courant alternatif et d'un champ magnétique continu, issu d'un aimant permanent [141, 142, 143] et l'excitation optique (par effet photo-thermique, déformation électronique ou pression de radiation [144, 145, 146]).

Au final, le choix de l'actionneur a également été guidé par la nécessité de ne pas (ou peu) affecter l'intégrité du résonateur, notamment par des modifications de sa forme ou par le rajout de matériaux supplémentaires sur le silicium, qui pourraient dégrader le facteur de qualité de la lame. Enfin, tout échauffement de la lame vibrante induit par l'actionneur est proscrit puisqu'il affecte sa fréquence de résonance et a donc des conséquences métrologiques, la mesure de l'accélération se faisant justement par la fréquence.

Le choix s'est donc porté sur l'excitation électrostatique qui semble convenir le mieux aux contraintes liées à l'application à un accéléromètre vibrant. Cette excitation est basée sur la force électrostatique qui s'exerce entre deux électrodes formant une capacité  $C$  et soumise à une différence de potentiel. Une électrode mobile est constituée par le résonateur, l'autre est l'électrode d'excitation (fixe) [147, 148, 149].

En considérant le cas simple d'un condensateur plan à électrodes parallèles de capacité  $C$ , l'application d'une tension continue  $U$  aux bornes de ses électrodes, se traduit par une force électrostatique d'attraction qui s'écrit [86] :

$$F = -\frac{U^2}{2} \frac{\partial C}{\partial x} \quad \text{soit} \quad F = \frac{\epsilon S}{2g^2} U^2 \quad (6.2)$$

où  $\epsilon$  est la constante diélectrique de l'air,  $S$  la surface des électrodes et  $g$  la distance inter-électrodes, supposée ici très proche de sa valeur initiale, avant l'application de la force, on considère donc que le déplacement  $x$  de la lame est très petit devant l'entrefer  $g$ . Lorsqu'une tension alternative  $v = v_0 \cos(\omega t)$  est superposée à la tension continue  $U$ , on provoque des variations de force électrostatique sous la forme suivante :

$$F = \frac{\epsilon S}{2g^2} (U + v)^2 \quad (6.3)$$

$$\Rightarrow F = F_{DC} + F_\omega + F_{2\omega} \quad (6.4)$$

$$\text{avec } F_{DC} = \frac{\epsilon S}{4g^2} (2U^2 + v_0^2) \quad F_\omega = \frac{\epsilon S}{g^2} U v_0 \cos(\omega t) \quad F_{2\omega} = \frac{\epsilon S}{4g^2} v_0^2 \cos(2\omega t) \quad (6.5)$$

Il apparaît ainsi une composante de seconde harmonique liée à la non-linéarité en tension de la force. Si l'on souhaite conserver uniquement la composante  $F_\omega$ , la linéarisation de la force peut se faire soit en choisissant  $v_0 \ll U$ , ou encore en disposant deux électrodes fixes de part et d'autre de la lame vibrante, soumises respectivement aux tensions  $v$  et  $-v$  comme indiqué sur la figure 6.1. Les composantes  $F_{DC}$  et  $F_{2\omega}$  se compensent alors et la composante  $F_\omega$  est doublée.

A noter également qu'il peut être intéressant de recourir uniquement à une tension alternative, donc sans tension continue, de sorte à ne produire qu'une force  $F_{2\omega}$  pour une tension d'excitation à la pulsation  $\omega$ . Ainsi, les vibrations engendrées, elles aussi à la même pulsation  $2\omega$  que celle de la force, donneront lieu à un signal électrique en sortie du détecteur qui pourra être plus facilement différencié d'une éventuelle tension de couplage électromagnétique direct avec la tension d'excitation  $v$ . Cette solution requiert une électronique d'asservissement du résonateur un peu plus délicate à mettre en oeuvre nécessitant en particulier l'insertion d'un diviseur de fréquence dans la boucle d'oscillation.

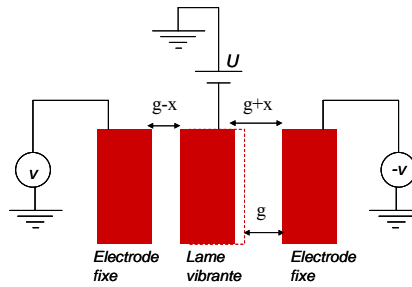


FIG. 6.1 – Actionneur électrostatique à électrodes parallèles symétriques.

Ce principe est très attractif du point de vue technologique : la fabrication simultanée du résonateur mécanique et des transducteurs électrostatiques intégrés est relativement simple et propice au procédé DRIE. Pour les mesures précises, la dépendance de la fréquence en fonction de la tension de polarisation et de l'amplitude de vibration demandera des tensions et des amplitudes très stables.

### 6.3.2 Détection capacitive

Il s'agit de détecter des vibrations dont l'amplitude est d'environ 15 nm (chapitre 5) et dont la fréquence est typiquement de 25 kHz. Bien que la mesure de l'accélération se fasse sur la fréquence et non pas sur l'amplitude, cette dernière doit présenter une bonne immunité aux parasites ainsi qu'un faible bruit. La détection capacitive (ou électrostatique), est apparue comme la plus indiquée. Elle est basée sur le fait qu'un courant alternatif issu d'une capacité polarisée dont la distance entre les deux électrodes varie selon la vibration du résonateur [147, 148, 149]. Sans exclure les autres principes de détection (piézorésistive, basée sur le changement de résistivité d'un matériau en fonction des contraintes subies [138, 139, 140], optique [150] ou par effet de champ [151]), ce choix a été facilité par la simplicité de mise en oeuvre ainsi que par le premier choix déjà effectué sur le mode d'actionnement, essentiellement pour des raisons de compatibilité technologique.

Pour ce type de détection, la lame vibrante constitue l'électrode mobile d'un condensateur, qui est donc par construction variable, la seconde électrode fixe étant disposée à une distance  $g$  de la position de la lame au repos. Ainsi, les vibrations de la lame se traduisent par des variations (rapides) de capacité. L'amplitude du courant de sortie  $i_s$  qui est produit quand l'électrode mobile bouge vaut [86] :

$$i_s = \frac{\epsilon SU}{g^2} \frac{\partial x}{\partial t} \approx \frac{\epsilon SU}{g^2} \omega_r A_{max} \quad (6.6)$$

On remarque que dans ce cas, on suppose que la tension de polarisation  $U$  appliquée sur le résonateur est maintenue constante. On note que le courant de sortie est proportionnel à la vitesse de l'électrode mobile du transducteur ( $\omega_r$ ) et à son amplitude de vibration ( $A_{max}$ ).

Lors de la conception de l'accéléromètre, des éléments parasites provenant des connexions, des caractéristiques physiques du matériau conducteur utilisé, ou encore de sa géométrie doivent être pris en compte [152]. Par exemple, les capacités parasites créées par les différentes surfaces en regard de la géométrie, ne sont pas contrôlables et peuvent fluctuer dans le temps. C'est un problème surtout pour les capteurs basés sur une mesure d'amplitude mais il y a également un impact sur la boucle d'asservissement du résonateur. Il y a donc besoin d'une capacité nominale  $C_0$  du capteur la plus grande possible pour minimiser l'effet des capacités parasites  $C_{par}$  (qui réduit la sensibilité d'un facteur  $C_{par}/C_0$ ) et de leurs fluctuations.

### 6.3.3 Limitations des transducteurs électrostatiques

La transduction électrostatique est d'autant plus efficace que la tension est élevée, avec de surcroît une loi  $F(V)$  quadratique. Il y a toutefois deux principales limitations à la tension maximale utilisable

pour une transduction électrostatique :

- La première limitation est imposée par la tension de claquage de l'air et est régie par la loi de Paschen. Dans la mesure où l'on considère une géométrie plane et sans défauts pour les électrodes, et avec des entrefers de 2 à 5  $\mu m$ , le claquage n'interviendra pas avant quelques  $kV$  voire plus si on fonctionne sous vide [148].
- La seconde limitation est liée à une instabilité due à un couplage électromécanique fort. A partir d'une certaine tension  $V_c$ , dite "tension de collage" ou de "pull-in", qui correspond à un déplacement de la lame d'un tiers de l'entrefer environ, la stabilité de l'équilibre ne peut plus être maintenue et la lame se colle à la contre-électrode.

Ce second effet est plus contraignant et il se traduit dans la pratique à des limitations de la tension de fonctionnement typiquement à quelques 10 – 100  $V$  dans le cas de microdispositifs. Lorsqu'on simplifie le mouvement de la lame (l'électrode) à un système masse-ressort et qu'on assimile son élasticité à une raideur équivalente  $K_{gen}$  (annexe E), l'expression de la tension de collage est la suivante [86] :

$$V_{cr} = \sqrt{\frac{8K_{gen}g^3}{27\epsilon S}} \quad \text{avec} \quad K_{gen} = \frac{256}{15} \frac{Ehe^3}{L^3} \quad (6.7)$$

où  $e$  est l'épaisseur de la lame vibrante,  $L$  sa longueur,  $h$  est l'épaisseur de la partie active du substrat SOI,  $g$  est le gap entre les électrodes (parallèles),  $S$  est la surface des électrodes en regard (sensiblement égale à  $h.L$ ) et  $E$  est le module d'Young du silicium.

Un autre effet propre à l'excitation électrostatique est l'effet de "raideur électrostatique" qui a pour effet d'affecter la fréquence de résonance en fonction de la tension de polarisation. En réexaminant le système de la figure 6.1 dans lequel on considère à présent l'effet des variations d'entrefer sous l'effet du déplacement  $x$ , ceux-ci deviennent  $(g - x)$  et  $(g + x)$  à gauche et à droite de la lame, respectivement. Dans ces conditions, et en considérant toujours que  $x \ll g$  la résultante des forces électrostatiques appliquées sur la lame s'écrit [86] :

$$\sum F_{el} = \frac{\epsilon S}{2(g-x)^2}(U-V)^2 - \frac{\epsilon S}{2(g+x)^2}(U+V)^2 \approx \frac{2\epsilon S U}{g^2} \cdot v + \frac{2\epsilon S U^2}{g^3} \cdot x \quad (6.8)$$

On retrouve un terme proportionnel au déplacement  $x$ , donc assimilable à une force élastique. La constante de "raideur électrostatique" correspondante est ici négative et s'écrit donc :

$$K_{el} = -\frac{2\epsilon S U^2}{g^3} \quad (6.9)$$

Cette raideur électrostatique s'ajoute à la raideur mécanique de la lame et se traduit dans la pratique par une variation de la fréquence (ici diminution). Ceci constitue un phénomène parasite pour un capteur vibrant à sortie fréquentielle. La dépendance de cet effet avec le carré de la tension de polarisation  $U$  montre l'importance d'une alimentation ultra stabilisée ( $< 1 ppm$ ) afin de minimiser les fluctuations de fréquence occasionnées.

## 6.4 Définition des structures d'accéléromètres ISA

### 6.4.1 Concept

Les transducteurs ISA (Inertial Silicon Accelerometer) ont été définis autour des structures de découplage développées dans le cadre de travaux précédents à l'ONERA (VIA et VIG) qui jouent le rôle de suspension filtrante d'une part et d'isolation des contraintes d'origines thermiques d'autre part. L'efficacité de ce cadre de découplage sera présentée par la suite grâce à des simulations par éléments finis.

La solution retenue est présentée sur la figure 6.2.

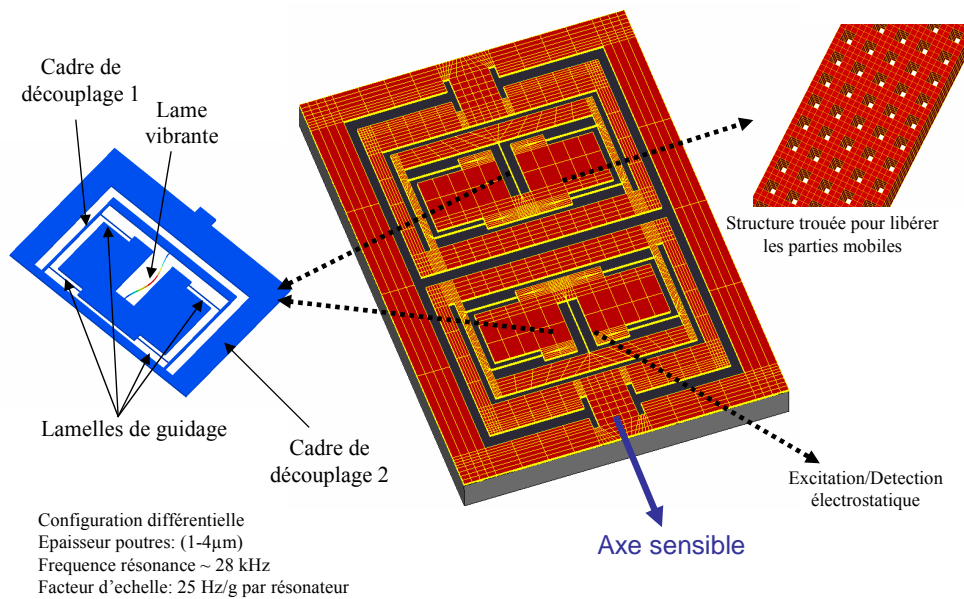


FIG. 6.2 – Configuration de l'accéléromètre vibrant miniature en silicium. Cette cellule est différentielle, monolithique, mono épaisseur et mono axe. L'excitation/détection électrostatique retenue pour cette étude est électrostatique.

Le transducteur complet présente une configuration mono axe, différentielle et mono épaisseur. Chaque partie est composée d'une poutre en vibration de flexion dans le plan du wafer, d'une masse d'épreuve, de quatre lames de guidage définissant l'axe sensible comme étant parallèle au résonateur et d'un double cadre de découplage qui permet d'isoler à la fois thermiquement et mécaniquement le résonateur de l'extérieur. Comme présenté précédemment, l'excitation/détection électrostatique nécessite une capacité inter-électrode la plus grande possible. Pour augmenter cette capacité nominale  $C_0$ , il est alors possible de considérer les configurations d'actionneur électrostatique à peignes interdigités [86] qui contrairement aux électrodes parallèles décrites précédemment, est basé sur des forces transversales. Cependant dans notre cas, la présence de ces peignes affecte la géométrie du résonateur par l'ajout d'une masse centrale constituée par les peignes disposés sur une zone rigide et affecte la sensibilité du résonateur. Dans cette étude, nous avons donc opté pour une configuration en lames parallèles car le rapport (gain de capacité/perte de sensibilité) pour les peignes interdigités ne s'avère pas favorable sur de très

fines lames vibrantes.

Pour des questions de simplicité, il a été choisi de réaliser l'ensemble du transducteur (masse + résonateur + cadre de découplage) dans la partie active du substrat SOI (figure 6.3). L'épaisseur retenue ( $100\ \mu m$ ) pour cette partie active est importante à plusieurs titres. Tout d'abord d'un point de vue excitation/détection électrostatique, il est important de définir les capacités les plus grandes possibles. De plus afin d'être peu sensible à l'environnement vibratoire, les premiers modes de structures doivent être à des fréquences assez élevées ( $> 4000\ Hz$ ), or il s'agit de modes hors plan et il est donc nécessaire d'augmenter la hauteur de la partie active afin de répondre à ce critère. L'utilisation du substrat SOI est particulièrement intéressante pour ce projet puisque que la partie "inactive" du substrat permet de servir de base inférieure pour l'encapsulation sous vide. De plus la couche d'oxyde de silicium permet d'isoler électriquement les différentes électrodes mises en jeu.

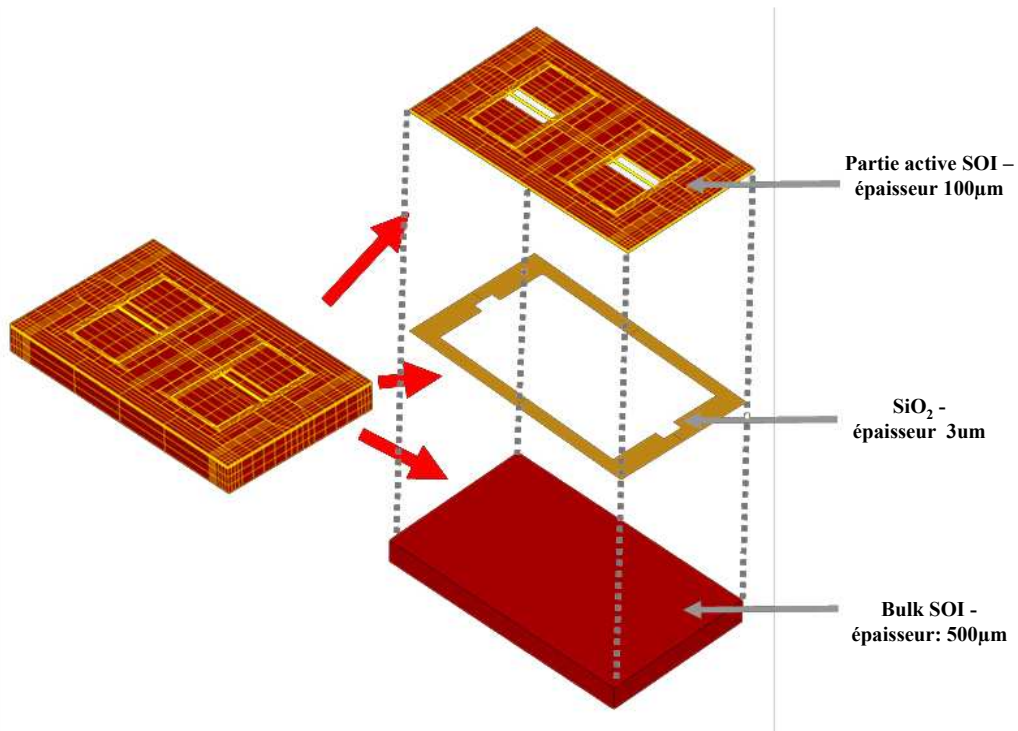


FIG. 6.3 – Schéma éclaté de l'accéléromètre ISA.

La gravure par procédé DRIE (Deep Reactive Ion Etching) semble la technique de réalisation la plus appropriée. En effet le choix de la détection/excitation électrostatique impose d'obtenir des gaps inter-électrodes les plus fins et les plus droits possibles et cela ne peut être obtenu qu'avec ce procédé qui permet en outre de graver simplement et en une seule étape des motifs complexes.



### 6.4.2 Dimensionnement

Le dimensionnement des transducteurs miniatures ISA a été effectué à partir des critères choisis précédemment, c'est-à-dire :

- fréquence de résonance  $f_r \approx 25 \text{ kHz}$ .
- facteur d'échelle individuel  $K_1 > 25 \text{ Hz}$ .
- résonateurs d'épaisseur entre 1 et 4  $\mu\text{m}$ .

Au total, quatre transducteurs différents ont été développés : ISA-101, ISA-102, ISA-103 et ISA-104 (épaisseurs des résonateurs respectives 1, 2, 3 et 4  $\mu\text{m}$ ). Ils sont présentés sur la figure 6.4 et leurs dimensions sont données dans le tableau 6.7. Il apparaît que comme nous le prévoyions, l'étendue de mesure sera limitée autour de  $\pm 10 \text{ g}$ , car nous avons privilégié le facteur d'échelle et la fréquence de résonance afin d'obtenir les meilleures stabilités de biais possibles. Pour le calcul de l'amplitude critique, nous avons émis l'hypothèse d'un facteur de qualité  $Q \approx 1.10^5$ .

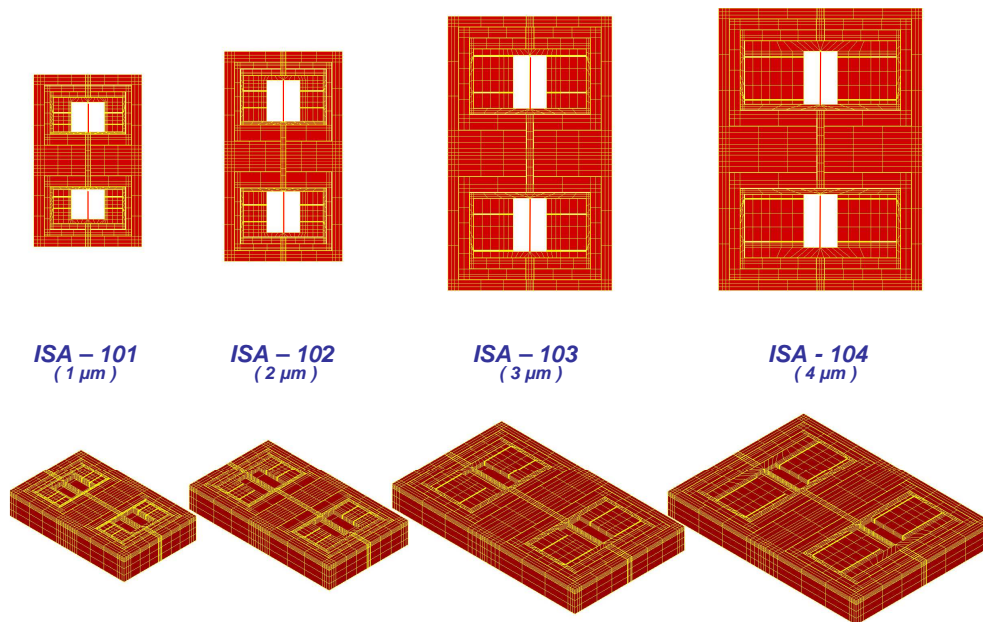


FIG. 6.4 – Présentation des quatre différents dimensionnements étudiés. L'épaisseur des résonateurs (entre 1 et 4  $\mu\text{m}$ ) conditionne les paramètres de chaque structure.

La figure 6.5 présente une comparaison entre la cellule DIVA également de type monolithique et différentielle et la cellule adaptée à ce projet en silicium ISA. Un gain d'environ 10 est obtenu en terme d'emcombrement.



| Structure                          | ISA-101                   | ISA-102                   | ISA-103                    | ISA-104                    |
|------------------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Résonateur ( $\mu m$ )             | $1 \times 100 \times 590$ | $2 \times 100 \times 790$ | $3 \times 100 \times 1030$ | $4 \times 100 \times 1030$ |
| Fréquence ( $kHz$ )                | 25,0                      | 27,9                      | 24,6                       | 32,9                       |
| Masse d'épreuve ( $kg$ )           | $8,6 \cdot 10^{-8}$       | $1,3 \cdot 10^{-7}$       | $3,1 \cdot 10^{-7}$        | $4,9 \cdot 10^{-7}$        |
| Facteur d'échelle $K_1$ ( $Hz/g$ ) | 65,8                      | 25,9                      | 26,1                       | 23,8                       |
| Ampl. critique ( $nm$ )            | 5                         | 11                        | 16                         | 22                         |
| Acc. Flambage ( $g$ )              | 24                        | 54                        | 48                         | 64                         |
| Encombrement X ( $mm$ )            | 3,9                       | 4,8                       | 5,3                        | 6,3                        |
| Encombrement Y ( $mm$ )            | 2,1                       | 2,3                       | 3,2                        | 3,9                        |

TAB. 6.7 – Dimensions des structures ISA.

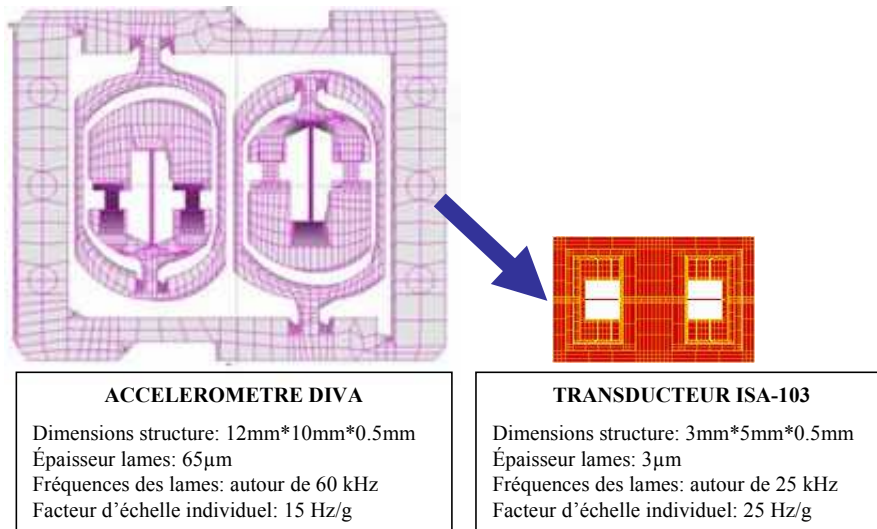


FIG. 6.5 – Comparaison à l'échelle de la cellule DIVA en quartz et de la cellule ISA en silicium pour cette étude.

### 6.4.3 Modélisation du matériau troué

La réalisation de la cellule accélérométrique dans la partie active du substrat SOI nécessite de "trouer" les parties mobiles de la cellule (figure 6.6). En effet la première étape de réalisation consiste en la gravure DRIE suivie d'une phase de libération des parties mobiles par gravure de l'oxyde de silicium. Or pour définir à la fois des parties mobiles (cadre de découplage, masse d'épreuve) et des parties fixes (électrodes, contour), il est nécessaire de ne pas graver entièrement cette couche de  $SiO_2$  comme il est présenté sur la figure 6.6. Une technique classique dans ce cas est donc de trouser l'ensemble des parties mobiles.

Les caractéristiques mécaniques d'un matériau plein équivalent au matériau troué ont été déterminées pour pouvoir simuler l'ensemble de la structure en limitant le nombre de degrés de libertés. En effet, la taille des trous du matériau est de  $10 \mu m \times 10 \mu m$ , ce qui imposerait un pas de maillage très fin. Un ensemble de simulations d'essais de traction et de cisaillement a été réalisé sur des matériaux troués de différentes dimensions (figure 6.7) afin de pouvoir établir la matrice d'élasticité de ce matériau

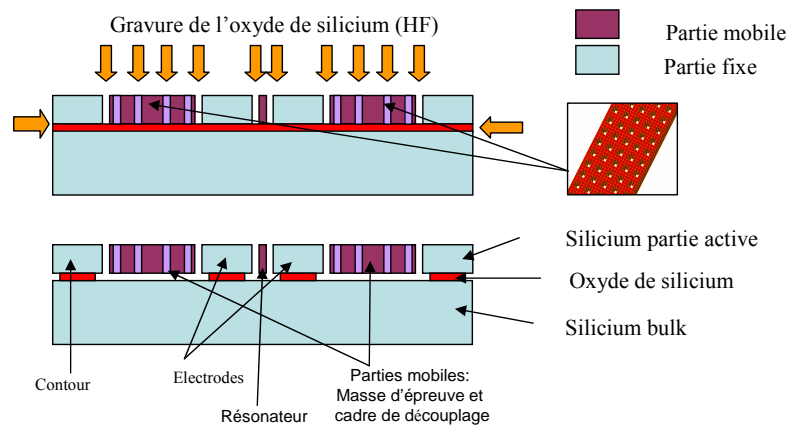


FIG. 6.6 – Principe de la libération des parties mobiles de la cellule accélérométrique.

et le simuler par la suite par un matériau plein équivalent. Les matrices d'élasticité du silicium (pour l'orientation [110]) [134] et du même matériau silicium troué simulés pour notre application sont présentées en annexe F.

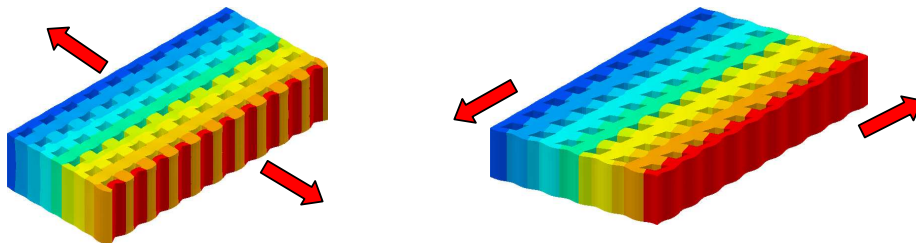


FIG. 6.7 – Exemples de simulations par éléments finis d'essais de traction et de cisaillement sur un matériau troué afin de définir sa matrice d'élasticité.

## 6.4.4 Résultats de simulations du transducteur

Dans cette section, nous allons présenter les caractéristiques mécaniques, obtenues par simulations éléments finis de la cellule ISA-103.

### 6.4.4.1 Comportement en accélération

La sensibilité du transducteur à l'accélération a été simulée selon l'axe sensible (X) et les axes transverses (Y et Z). Les résultats sont présentés dans le tableau 6.8.

| Direction              | Axe sensible X | Axe Y | Axe Z |
|------------------------|----------------|-------|-------|
| Sensibilité ( $Hz/g$ ) | 26,1           | 0,24  | 0,27  |

TAB. 6.8 – Sensibilité de la cellule ISA-103 à l'accélération selon l'axe sensible et les deux axes transverses.

Nous retrouvons donc bien la valeur du facteur d'échelle  $K_1$  définie dans le tableau 6.7 pour cette cellule. La sensibilité selon les axes transverses reste faible et la configuration différentielle permettra d'éliminer ce résidu de mesure.

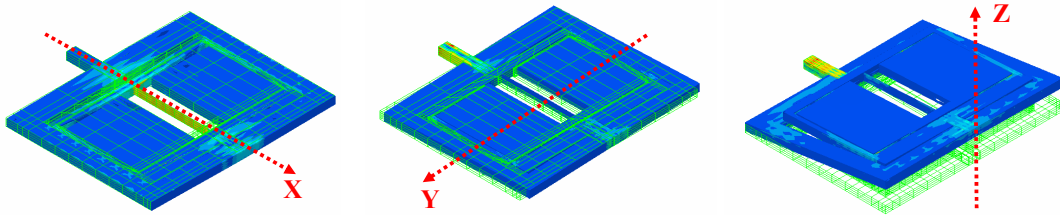


FIG. 6.8 – Comportement en accélération selon les trois axes du transducteur ISA.

#### 6.4.4.2 Analyse dynamique du transducteur

**Mode propre** La souplesse en translation suivant l'axe sensible de la masse d'épreuve est réalisée à l'aide de quatre lamelles souples de  $3 \mu m$  d'épaisseur. Ces lamelles n'affectent que de  $6.10^{-2}\%$  le facteur d'échelle du résonateur. La figure 6.9 représente le premier mode propre de la cellule, il se situe aux alentours de  $4300 Hz$ . Il ne s'agit pas d'un mode suivant l'axe sensible mais d'un mode hors plan. Le premier mode de structure selon l'axe sensible se situe à  $7200 Hz$ .

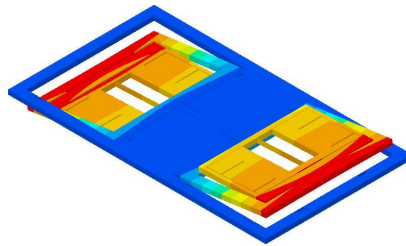


FIG. 6.9 – Représentation du premier mode de structure de la cellule à  $4300 Hz$ .

**Découplage vibratoire** Basé sur le principe de la cellule accélérométrique en quartz VIA, chaque transducteur présente un double cadre de découplage qui permet un confinement de l'énergie vibratoire dans le résonateur. La figure 6.10 représente à gauche l'énergie de déformation dans la structure lorsque l'un des résonateurs est en vibration. A droite, la même énergie est représentée mais avec une échelle

d'observation réduite par un facteur  $10^7$ . La qualité du découplage est donc très efficace d'une part entre le résonateur et le support et garanti ainsi le facteur de qualité intrinsèque du résonateur, et d'autre part entre les deux résonateurs afin de limiter la zone d'accrochage des deux fréquences (zone aveugle).

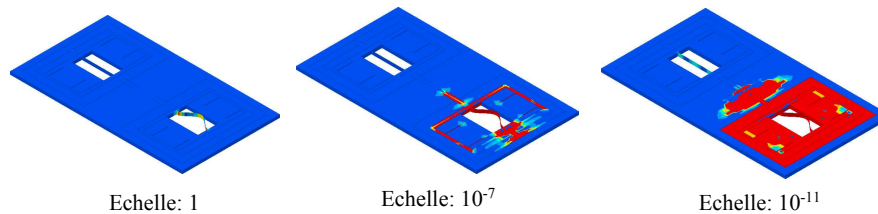


FIG. 6.10 – A gauche : Répartition de l'énergie de déformation dans la structure lorsque l'une des lames vibre à sa résonance. Au milieu : même représentation mais avec une échelle d'observation divisée par  $10^7$ . A droite : même représentation mais avec une échelle d'observation divisée par  $10^{11}$ .

**Spectre autour de la fréquence de résonance** La figure 6.11 donne les modes de structure parasites autour de la fréquence de résonance de la lame. Ils se situent à  $-10\,700\text{ Hz}$  et  $+5\,700\text{ Hz}$ , ce qui constitue un confort suffisant pour éviter tout couplage dans l'étendue de mesure.



FIG. 6.11 – Modes de structure autour de la fréquence de résonance des lames.

**Spectre autour de la fréquence double** De la même façon, la figure 6.12 donne les modes de structure parasites autour du double de la fréquence ( $\approx 52\text{ kHz}$ ) de résonance de la lame. Ils se situent à  $\approx -6\,000\text{ Hz}$  et  $\approx +10\,000\text{ Hz}$ , ce qui constitue un confort suffisant pour éviter tout couplage dans l'étendue de mesure.

#### 6.4.4.3 Sensibilité aux contraintes d'origine thermique

La figure 6.13 donne la répartition des contraintes d'origine thermique apparaissant dans la cellule lorsque celle-ci est soumise à une élévation de température. La cellule est alors encadrée " mathématiquement " sur l'ensemble de la partie fixe et liée à l'oxyde de silicium, ce qui constitue un cas défa-

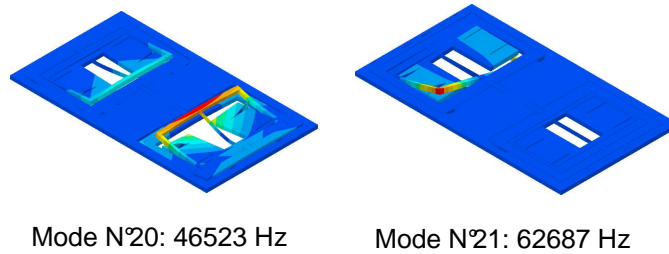


FIG. 6.12 – Modes de structure autour du double de la fréquence de résonance des lames.

vorable par rapport au cas réel. Les contraintes générées dans le cadre extérieur sont majoritairement filtrées par les deux pédoncules du cadre de découplage. Ainsi les contraintes résiduelles d'extension ou de compression apparaissant dans la lame sont négligeables puisqu'elles n'induisent qu'une sensibilité très faible de  $2 \cdot 10^{-4} \mu g / ^\circ C$ .

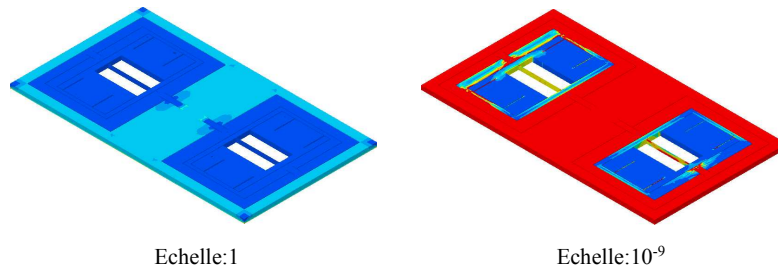


FIG. 6.13 – Sensibilité de la cellule ISA-103 aux contraintes d'origine thermique. A gauche : répartition des contraintes dans la structure chauffée. A droite : même représentation mais avec une échelle d'observation divisée par  $10^9$ .

## 6.4.5 Implémentation d'un système d'excitation/détection électrostatique

### 6.4.5.1 Disposition des électrodes

La figure 6.14 illustre notre choix d'implémentation des électrodes d'excitation et de détection dans un résonateur à lame vibrante. La géométrie de la lame vibrante exclut l'utilisation des peignes interdigités et impose une configuration de condensateurs à électrodes parallèles, les condensateurs étant constitués d'une part, par la face latérale de la lame mobile et d'autre part, par les électrodes disposées à proximité. Le gap entre les électrodes est de 5 ou de 20  $\mu m$  selon les cas.

Un premier ensemble de deux électrodes est utilisé pour la détection. Pour une sensibilité optimale, elles sont disposées dans la région centrale, là où l'amplitude des vibrations de la lame est maximale. Le fait qu'il y ait deux électrodes permet une mesure différentielle des variations de capacité. Un se-

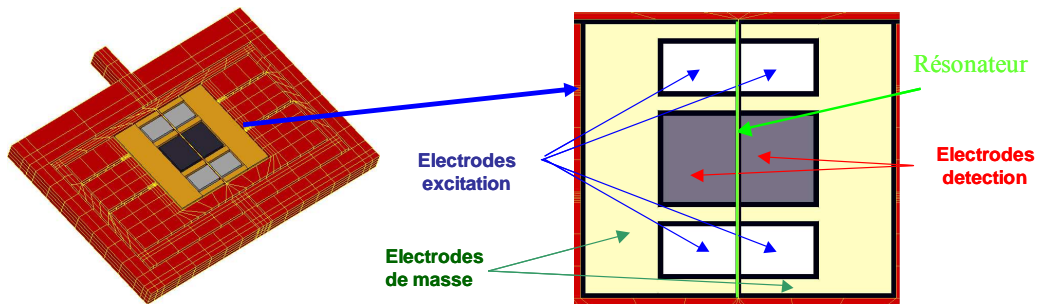


FIG. 6.14 – Schéma de l'implémentation des électrodes d'excitation et de détection pour le résonateur à lame vibrante.

cond ensemble de quatre électrodes est utilisé pour l'excitation. Outre la symétrie que cela procure au dispositif, il offre de nombreuses possibilités de mise en oeuvre comme indiqué ci-dessous.

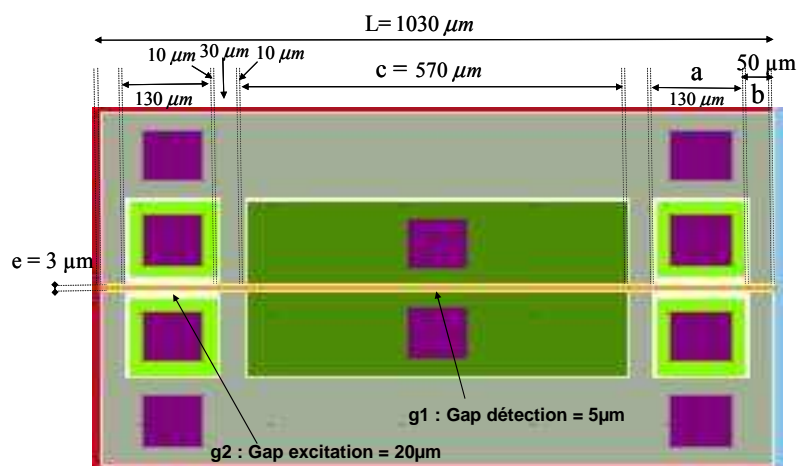


FIG. 6.15 – Dimensionnement des électrodes d'excitation et de détection de la cellule ISA-103.

Nous avons choisi de réserver l'emplacement central pour les électrodes de détection plutôt que pour celles de l'excitation. L'étude préliminaire a en effet montré que l'excitation des lames aux niveaux requis (en deçà des non-linéarités mécaniques, soit  $\approx 10 \text{ nm}$  d'amplitude) nécessite l'application de tensions très faibles (de l'ordre du  $mV$  voire moins), ce qui pose le problème de la maîtrise de ces signaux. Pour atténuer cet effet, nous avons opté pour le placement des électrodes près de l'encastrement avec un gap plus important ( $20 \mu m$ ) pour diminuer leur efficacité. Par contre, pour les électrodes de détection, le gap est minimisé ( $5 \mu m$ ) afin de maximiser le signal. Le fait d'avoir des électrodes de part et d'autre de la lame (à droite et à gauche sur le schéma) permet une excitation de type "push-pull", au moyen de signaux en opposition de phase, ce qui double la force par rapport à une excitation simple. Il faut cependant garder à l'esprit que la force doit au contraire être minimisée. Néanmoins, il peut être nécessaire de mettre en oeuvre ce mode de fonctionnement lorsqu'on veut effectuer un ajustement de fréquence ou une compensation électrique des non-linéarités mécaniques. La figure 6.15 donne, pour

une structure typique de résonateur, les dimensions et la disposition des électrodes par rapport à la lame vibrante.

#### 6.4.5.2 Estimation des performances

L'actionnement électrostatique se fait d'une part, avec une tension continue  $U = 1 \text{ V}$  sur la lame vibrante et d'autre part, avec deux tensions alternatives (en opposition de phase) d'amplitude  $v_0 = 10 \text{ mV}$ , appliquées sur les électrodes d'excitation. Dans cette configuration, l'amplitude de vibration de la lame dans le cas d'un facteur de qualité de  $10^5$  est calculée à  $x = 18 \text{ nm}$ . Ce niveau est optimum puisqu'il correspond à peu près à la limite inférieure de la zone de non-linéarité ( $x_{crit} = 16 \text{ nm}$ ).

A partir de l'équation 6.9, il est possible de déterminer le décalage en fréquence induit par la polarisation des électrodes (raideur électrostatique). Dans notre cas, ce décalage est de  $-0.07 \text{ Hz}$  et n'est pas négligeable lorsqu'on le compare avec la sensibilité visée pour le capteur ( $26 \text{ Hz/g}$ ). Toutefois, cet effet est moins gênant avec une tension de polarisation ultra-stable. La tension de collage  $V_{cr}$  est calculée à partir de l'équation 6.7 et vaut dans ce cas  $\approx 40 \text{ V}$ , ce qui est suffisamment élevé.

Pour exprimer les résolutions attendues pour l'accéléromètre ISA-103, nous pouvons reprendre les expressions des paramètres  $R_{-2}$ ,  $R_{-1}$  et  $R_0$  explicitées dans le chapitre 2 et qui représentent la variance d'Allan du capteur à l'exception de la marche aléatoire et la dérive :

$$R_{-2} = \frac{1}{K_1} \sqrt{\frac{3f_h F k_B T}{4\pi^2 P_{0_{lim}}}} \quad (6.10)$$

$$R_{-1} = \frac{\sqrt{3 \ln(2) \pi f_h b_{-1}}}{2\pi K_1} \quad (6.11)$$

$$R_0 = \frac{f_r}{2QK_1} \sqrt{2 \ln(2) b_{-1}} \quad (6.12)$$

Certains paramètres, tel que le facteur de bruit de l'amplificateur  $b_{-1}$ , intervenant dans ces expressions ne sont pas simples à calculer et dépendent de la boucle oscillatrice associée au résonateur ainsi qu'au mécanisme de détection choisi. Afin de pouvoir comparer les accéléromètres VIA et ISA-103, nous allons donc simplement nous attacher à exprimer les différences liées à la miniaturisation. Il est alors possible de comparer les courbes de résolution, en fonction du temps d'intégration, des cellules accélérométriques VIA et ISA-103 (figure 6.16). La courbe bleue expérimentale, qui représente le VIA, est issue de la variance d'allan correspondante (figure 2.6) tandis que la courbe rouge, qui représente la résolution limite de la cellule ISA-103, est issue des expressions précédentes en adaptant les nouvelles valeurs pour  $Q$ ,  $K_1$ ,  $f_r$  et  $P_{0_{lim}}$ .

Ainsi le paramètre  $R_{-2}$  est inversement proportionnel à la puissance du signal en entrée de l'amplificateur  $P_{0_{lim}}$ , or d'après l'équation 6.6, cette puissance dépend de l'amplitude critique de la vibration du



résonateur. Sur la figure 6.16, l'accéléromètre ISA-103 présente une résolution sur de courts temps d'intégration moins bonne que l'accéléromètre VIA (perte d'un facteur 3). Par contre son pancher Flicker est nettement plus bas, principalement grâce à son facteur de qualité beaucoup plus élevé.

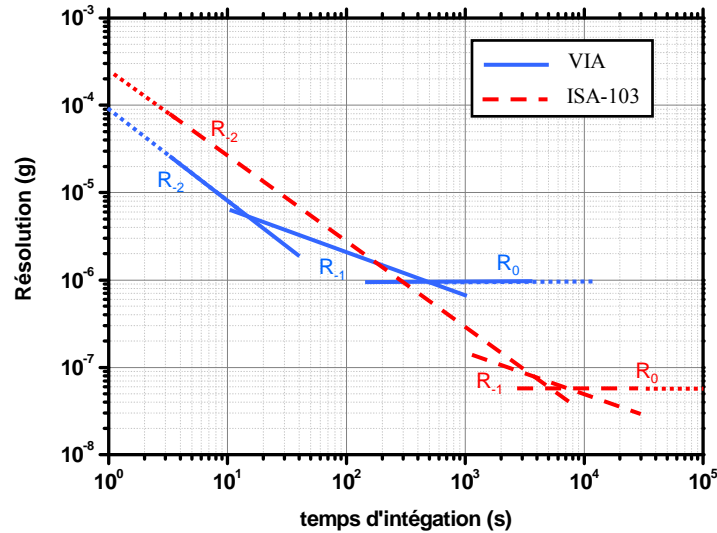


FIG. 6.16 – Comparaison des courbes de résolution des cellules accélérométriques VIA et ISA-103.

Ainsi malgré la réduction de taille importante de l'accéléromètre à lame vibrante en silicium (gain d'un facteur 10 sur l'encombrement), la dégradation de la résolution est relativement satisfaisante (perte d'un facteur 3) et de plus la stabilité de biais est théoriquement bien meilleure grâce principalement au facteur de qualité très élevé de la lame en silicium pour ces dimensions ( $\approx 1.10^5$ ).

## 6.5 Conclusion

A partir des développements théoriques du chapitre 2 concernant la performance des accéléromètres à lame vibrante et des mesures expérimentales de facteurs de qualité de micro-résonateurs en silicium, effectuées dans le chapitre précédent, nous avons développé des premières architectures d'accéléromètres miniatures en silicium : ISA (Inertial Silicon Accelerometer).

Le dimensionnement de ces structures a été réalisé afin d'avoir le rapport  $QK_1/f_r$  le plus grand possible et qui est représentatif de la stabilité de fréquence de l'oscillateur. L'étude a porté sur des résonateurs très fins : entre 1 et 4  $\mu m$  ce qui dans l'hypothèse d'un facteur de qualité d'environ  $1.10^5$  implique des amplitudes de vibrations maximales respectivement de 5 à 22  $nm$ . Ces faibles amplitudes de vibrations ont pour conséquence de limiter la puissance du signal mesuré et donc de limiter le paramètre  $R_{-2}$  de la résolution de l'accéléromètre.



Les structures développées sont différentielles, mono axe et mono épaisseur. Elles sont en effet prévues pour être réalisées par gravure DRIE dans la partie active ( $100\ \mu\text{m}$  d'épaisseur) du substrat SOI et intègrent un système d'excitation/détection électrostatique. Les électrodes ont été définies de manière à limiter la zone d'excitation sur la lame aux encastremets de la lame afin de ne pas dépasser l'amplitude critique de vibration tout en utilisant des niveaux d'excitation pas trop faibles.

Il est important de noter que les limitations technologiques actuelles concernant le packaging sous vide (de l'ordre de  $10^{-2}\ \text{mbar}$ ) ne permettent pas d'atteindre la région intrinsèque du facteur de qualité. Pour des résonateurs présentant un facteur de qualité de l'ordre de  $1.10^5$  en présence d'électrodes de détection avec un gap de  $5\ \mu\text{m}$ , le niveau de vide nécessaire serait de l'ordre de  $2.10^{-4}\ \text{mbar}$ .

Comparativement à la cellule VIA, les structures développées présentent un gain sur l'encombrement d'un facteur d'environ 10 pour une dégradation de la résolution (à  $1\ \text{s}$ ) d'un facteur 3. Les réalisations de ces structures permettront de confirmer ces résultats théoriques. Des premiers essais de gravure DRIE ont prouvé la faisabilité de la cellule accélérométrique comme le montre la figure 6.17.

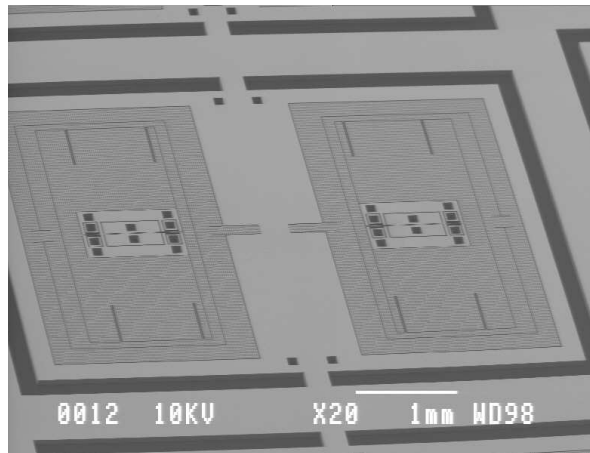


FIG. 6.17 – Image MEB de premiers essais de gravure DRIE sur structure accélérométrique ISA.

## **Cinquième partie**

### **Conclusion**



Le travail présenté dans ce mémoire traite du potentiel de performances de micro-accéléromètres à lame vibrante en silicium.

Nous avons tout d'abord établi les expressions des limites de performances de ce type de capteur (facteur d'échelle, étendue de mesure, sensibilité thermique, stabilité de biais et résolution) en fonction des différents paramètres du résonateur : dimensions et facteur de qualité. Ainsi un facteur de qualité élevé est particulièrement déterminant pour garantir une bonne stabilité de biais et un plancher Flicker de résolution le plus bas possible. A l'inverse, nous avons montré qu'un facteur de qualité trop important associé à de très faibles épaisseurs de résonateurs limitait directement la résolution du capteur sur de faibles temps d'intégration, du fait des non-linéarités mécaniques liées aux flexions fortes apparaissant dans le résonateur, ce qui impose de limiter le niveau d'excitation et réduire la puissance du signal détecté.

Ainsi pour pouvoir estimer les performances de l'accéléromètre à lame vibrante en fonction de ses dimensions, il est apparu nécessaire de connaître les lois d'évolution du facteur de qualité de poutres en silicium en fonction des dimensions et des paramètres extérieurs (matériau, pression, ..). Nous avons alors mené une étude théorique sur les mécanismes de dissipation intervenant pour les poutres en silicium en vibration de flexion. Deux limitations principales ont été identifiées pour notre application. La première concerne les pertes dues à l'amortissement gazeux. En effet le facteur de qualité d'une lame est dépendant de la pression dans l'enceinte, et il apparaît nécessaire de se situer dans la région intrinsèque afin d'obtenir un facteur de qualité stable, qui ne dépend pas d'une éventuelle remontée en pression dans la cavité après scellement. Or nous avons montré, que la limitation actuelle de vide de l'ordre de  $10^{-2}$  mbar pour les solutions de packaging associés à la technologie silicium, limite à court terme les possibilités de miniaturisation à des résonateurs de  $10 \mu\text{m}$  environ. Pour des résonateurs très fins avec des facteurs de qualité très élevés, les niveaux de vide requis sont de l'ordre de  $10^{-4}$  mbar ( $10^{-5}$  mbar en présence d'électrodes proches).

La seconde limitation théorique identifiée concerne les pertes thermoélastiques dues au couplage entre le transfert de chaleur au sein d'un résonateur et sa déformation. C'est cette limitation qui était la motivation première pour l'étude d'accéléromètres à lame vibrante miniatures en silicium comparativement au quartz. En effet la théorie prévoit, pour le silicium, une augmentation du facteur de qualité avec la réduction des dimensions, alors que pour le quartz, le facteur de qualité se dégrade avec l'épaisseur de la lame (quelques  $\mu\text{m}$ ).

Cette limitation théorique thermoélastique a pu être validée expérimentalement pour de relativement faibles valeurs de facteur de qualité (autour de  $3.10^4$ ) pour des résonateurs réalisés par DRIE. Pour des valeurs plus élevées (correspondant à des épaisseurs plus petites), il est apparu une autre limitation que l'on a attribué à des phénomènes de surface en étudiant l'impact de la technologie de réalisation :  $\approx 1.10^5$  pour des poutres de quelques  $\mu\text{m}$  d'épaisseur réalisées par DRIE ;  $\approx 2.10^5$  pour les mêmes poutres, usinées chimiquement. Cette conclusion demeure toutefois partielle car les poutres ont été réa-

lisées dans le premier cas, à partir de substrats SOI et dans le second, à partir de substrats de silicium massifs. En outre, d'autres différences telles que la forme des résonateurs près de l'encastrement constituent également des différences qui peuvent générer différents effets sur le facteur de qualité. Seules des expériences complémentaires pourront confirmer ou infirmer l'hypothèse des phénomènes de surface. L'influence de la température et du dopage a également été étudiée expérimentalement.

Les résultats obtenus au cours de cette étude expérimentale ont permis d'envisager la suite de l'étude sur des bases très intéressantes : il a ainsi été prouvé qu'il était possible de mettre en oeuvre des résonateurs de petite taille avec des facteurs de qualité 10 fois supérieurs à ceux de l'accéléromètre VIA en quartz. Il a donc été entrepris de définir une première architecture d'accéléromètre à lame vibrante miniature en silicium.

Les structures ISA (Inertial Silicon Accelerometer) développées sont différentielles, mono axe et mono épaisseur. Elles sont en effet conçues pour être réalisées par gravure DRIE dans la partie active (100  $\mu\text{m}$  d'épaisseur) du wafer SOI et intègrent un système d'excitation/détection électrostatique. Les électrodes ont été définies de manière à limiter la zone d'excitation sur la lame, à proximité des encastres de la lame afin de ne pas dépasser l'amplitude critique de vibration tout en utilisant des niveaux d'excitation pas trop faibles. Comparativement à la cellule VIA, les structures développées présentent un gain sur l'encombrement d'un facteur d'environ 10 pour une estimation théorique de dégradation de la résolution (à 1 s) d'un facteur 3.

En conclusion, il a été démontré l'impact de la miniaturisation de l'accéléromètre à lame vibrante sur sa performance globale et qu'il était tout à fait possible de développer des structures à encombrement très réduit (quelques  $\text{mm}^2$ ) tout en garantissant des performances intéressantes.

**Perspectives** A l'issue de cette étude, une structure mécanique a été définie. La réalisation de cette structure intégrant l'excitation/détection électrostatique apparaît très intéressante pour la validation expérimentale des performances globales de micro-accéléromètres en silicium à lame vibrante. En outre le développement d'un banc de mesure de la variance d'Allan permettra de caractériser le bruit de phase de l'oscillateur.

D'autres pistes de recherche prometteuses ont été identifiées au cours de cette étude pour améliorer les performances des micro-senseurs vibrants, et doivent faire l'objet de recherches plus approfondies, notamment l'étude de l'excitation/détection optique, qui permettrait une résolution accrue, l'encapsulation de la structure garantissant un vide poussé (point technologique critique), et l'étude d'un oscillateur intégré à faible bruit de phase afin de ne pas détériorer les performances de la structure mécanique.

## **Sixième partie**

### **Annexes**



## Annexe A

# Développement du modèle masse-ressort

Certaines caractéristiques du résonateur mécanique peuvent être définies à l'aide d'un simple système masse-ressort. Ainsi sur la figure A.1, le résonateur est composé d'une masse  $M$  ( $kg$ ) libre de se déplacer selon l'axe  $x$ , et d'un ressort de raideur  $K$  ( $N.m^{-1}$ ). Le système est complété par un facteur d'amortissement  $\lambda$  ( $N/(m.s^{-1})$ ) qui introduit une force de frottement proportionnelle à la vitesse de déplacement de la masse. L'ensemble peut-être excité par une force harmonique à la pulsation  $\omega$  :  $F_\omega(t) = F_0 e^{i\omega t}$  ( $N$ ). Le déplacement de la masse est défini par la grandeur  $x(t)$  ( $m$ ).

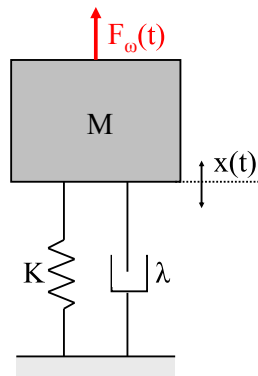


FIG. A.1 – Modèle masse-ressort d'un résonateur vibrant soumis à une force d'excitation  $F_\omega(t) = F_0 e^{i\omega t}$ .

L'équation caractéristique de ce système est donnée par :

$$M\ddot{x} + \lambda\dot{x} + Kx = F_\omega(t) \quad (\text{A.1})$$

Cette équation peut se réécrire sous la forme :



$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0 e^{i\omega t}}{M} \quad (\text{A.2})$$

où  $\omega_0$  représente la pulsation propre du système et  $Q$  son facteur de qualité, respectivement définis par :

$$\omega_0^2 = \frac{K}{M} \text{ et } Q = \frac{\omega_0 M}{\lambda} \quad (\text{A.3})$$

Le facteur de qualité  $Q$  du résonateur est une grandeur sans dimensions inversement proportionnelle à l'amortissement  $\lambda$ . Ainsi pour une excitation harmonique  $F_0 e^{i\omega t}$ , la solution du mouvement de la masse s'écrit en régime forcé  $x(t) = x(\omega) e^{i\omega t}$  et l'équation se réécrit :

$$(-\omega^2 + i\frac{\omega\omega_0}{Q} + \omega_0^2)x(\omega) = \frac{F_0}{M} \quad (\text{A.4})$$

La réponse forcée harmonique du système peut ainsi s'écrire :

$$x(\omega) = \frac{F_0}{M} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\frac{\omega\omega_0}{Q}} = \frac{F_0}{M} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\frac{\omega\omega_0}{Q}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q}\right)^2} \quad (\text{A.5})$$

L'amplitude du mouvement est alors donné par  $A(\omega)$  :

$$A(\omega) = |x(\omega)| = \frac{F_0}{M} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q}\right)^2}} \quad (\text{A.6})$$

$$A(\omega) = \frac{F_0}{K} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}} = \frac{X_S}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}} \quad (\text{A.7})$$

Avec  $X_S = F_0/K$  l'amplitude du déplacement de la masse  $M$  soumis à une force statique  $F_0$ . Pour une amplitude donnée  $F_0$  de la force d'excitation, l'amplitude des oscillations est maximum lorsque la fréquence d'excitation  $\omega$  vaut :

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \approx \omega_0 \quad (\text{A.8})$$

Si l'on considère désormais le domaine au voisinage de la résonance tel que :

$$\omega = \omega_0 + \epsilon \quad (\text{A.9})$$

cela nous donne en complexe :

$$x(\omega) = \frac{F_0}{M} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\frac{\omega\omega_0}{Q}} \quad (\text{A.10})$$

et le développement au premier ordre nous donne :

$$x(\epsilon) = \frac{F_0}{2M} \frac{1}{\left(\epsilon\omega_0 \left(\frac{i}{2Q} - 1\right) + \frac{i\omega_0}{2Q}\right)} \approx -\frac{F_0}{2M\omega_0} \frac{1}{\left(\epsilon - \frac{i\omega_0}{2Q}\right)} \quad (\text{A.11})$$

L'amplitude du mouvement au voisinage  $\epsilon$  de la résonance s'écrit :

$$A(\epsilon) = |x(\epsilon)| = \frac{F_0}{2M\omega_0} \frac{1}{\sqrt{\epsilon^2 + \frac{\omega_0^2}{4Q^2}}} \quad (\text{A.12})$$

soit encore :

$$A^2(\epsilon) = \frac{F_0^2}{4M^2\omega_0^2 \left( \epsilon^2 + \frac{\omega_0^2}{4Q^2} \right)} \quad (\text{A.13})$$

que l'on peut réécrire :

$$A^2(\epsilon) \left( \epsilon^2 + \frac{\omega_0^2}{4Q^2} \right) = \frac{F_0^2}{4M^2\omega_0^2} \quad (\text{A.14})$$

Cette équation exprime le comportement symétrique de la courbe de résonance classique qui pour chaque valeur  $\omega = \omega_0 + \epsilon$  de la fréquence d'excitation, associe une seule amplitude possible du résonateur. Le résonateur est donc caractérisé par sa fréquence de résonance  $f_r = \omega_r/2\pi$ , fréquence à laquelle sa réponse à une excitation harmonique sera maximale. L'amplitude  $A_r$  à la résonance est proportionnelle à la force d'excitation appliquée et au facteur de qualité  $Q$ . Plus ce dernier est élevé et plus la résonance est "pointue" (figure A.2)

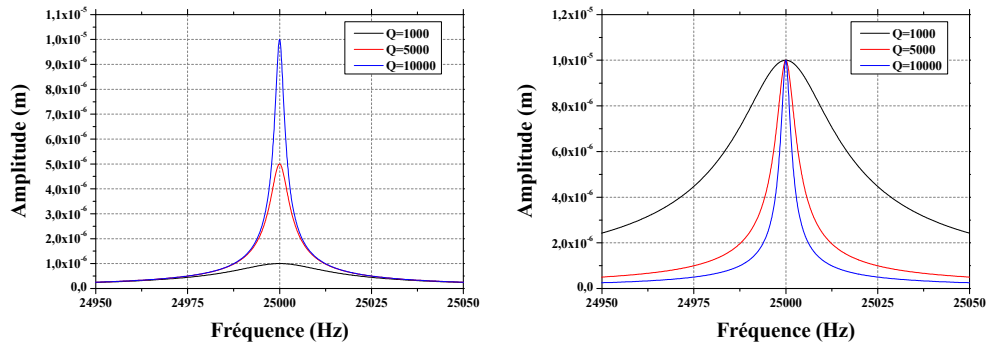


FIG. A.2 – Courbes de résonance en fonction du facteur de qualité  $Q$  du résonateur : avec une force d'excitation constante (gauche) et une amplitude de vibration constante (droite). Ce second cas est représentatif des conditions de fonctionnement choisies pour les développements ultérieurs.



## Annexe B

# Méthode de Rayleigh : termes énergétiques

Dans cette annexe, nous allons développer les termes énergétiques pour la vibration de flexion nécessaires à la méthode de Rayleigh.

### B.1 Energie potentielle

#### B.1.1 Energie potentielle de flexion

L'énergie potentielle d'un système possédant une constante de raideur linéaire est égale à la moitié du carré de la déviation. L'augmentation d'énergie potentielle pour l'élément  $dx$  s'écrit :

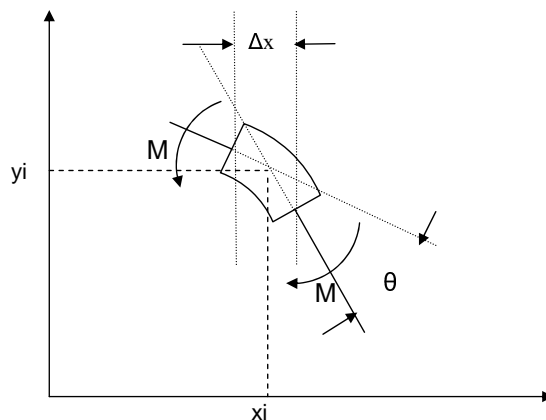


FIG. B.1 – Représentation pour exprimer le terme d'énergie potentielle de flexion.

$$\Delta E_{p_{flexion}} = \frac{(M/\theta)\theta^2}{2} \quad (\text{B.1})$$

avec ces deux expressions qui relient l'angle de flexion, le moment fléchissant  $M$  et la courbure  $\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}$  de l'élément considéré :

$$\theta = \frac{M\Delta x}{EI} \text{ et } M = EI \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \quad (\text{B.2})$$

Ainsi l'incrément d'énergie potentielle de flexion s'écrit :

$$\Delta E_{p_{flexion}} = \frac{1}{2} \left( EI \left( \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right)^2 \Delta x \right) \quad (\text{B.3})$$

et le terme lié à l'énergie potentielle de flexion :

$$E_{p_{flexion}} = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (\text{B.4})$$

### B.1.2 Energie potentielle de tension

L'énergie potentielle de tension est déterminée en considérant la poutre comme une corde sous tension :

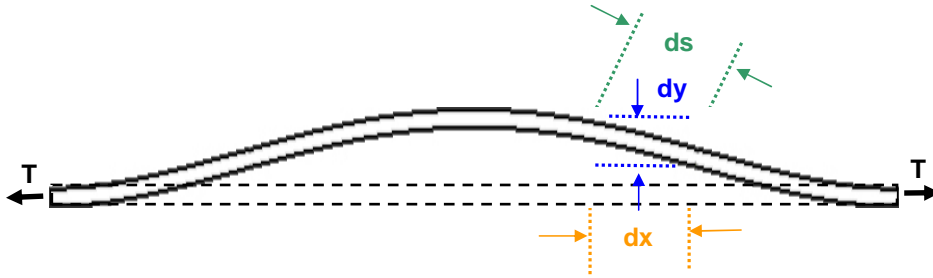


FIG. B.2 – Représentation pour exprimer le terme d'énergie potentielle de tension.

L'incrément d'énergie potentielle est la tension par la différence de longueur  $ds - dx$  de la poutre lorsqu'elle dévie de sa position d'équilibre jusqu'à sa position de flexion. Cet incrément d'énergie potentielle vaut donc :

$$\Delta E_{p_{axiale}} = T(ds - dx) \quad (\text{B.5})$$

et d'après la figure B.2, on peut exprimer l'allongement  $ds$  de la poutre comme :

$$ds = ((dx)^2 + (dy)^2)^{\frac{1}{2}} = dx \left( 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \approx dx \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + \dots \right) \quad (\text{B.6})$$

donc :

$$\Delta E_{p_{axiale}} \approx T \left( dx + \frac{1}{2} dx \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 - dx \right) \approx \frac{1}{2} T \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (\text{B.7})$$

d'où :

$$E_{p_{axiale}} = \frac{T}{2} \int_0^L \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (\text{B.8})$$

### B.1.3 Energie potentielle de non-linéarité mécanique

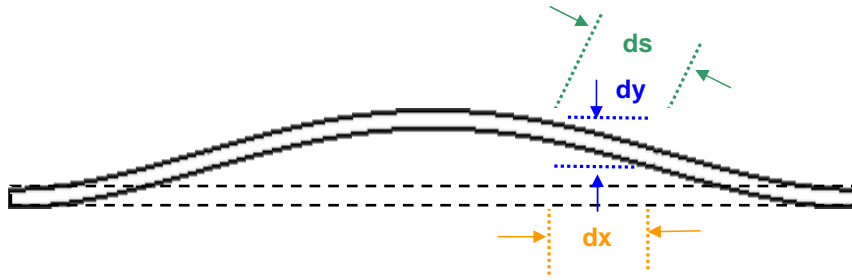


FIG. B.3 – Représentation pour exprimer le terme d'énergie potentielle de non-linéarité.

En considérant une poutre en vibration de flexion, l'état de déformation axiale liée à l'amplitude de vibration s'écrit :

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{2} \left( \frac{ds - dx}{dx} \right) \quad (\text{B.9})$$

avec :

$$ds = ((dx)^2 + (dy)^2)^{\frac{1}{2}} = dx \left( 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \approx dx \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + \dots \right) \quad (\text{B.10})$$

soit donc :

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{2} \left( \frac{ds - dx}{dx} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \quad (\text{B.11})$$

Cette déformation va créer un état de contraintes dans la lame tel que :

$$\sigma_{xx} = E\epsilon_{xx} = \frac{E}{4} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \quad (\text{B.12})$$

Ainsi à un accroissement de déformation  $d\epsilon_{ij}$  dans l'état de contrainte  $\sigma_{ij}$  correspond un accroissement d'énergie interne par unité de volume :

$$\Delta E_{p_{non-linéarité}} = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (\text{B.13})$$

On peut donc définir la densité d'énergie interne de déformation par la relation :

$$E_{p_{non-linéarité}}(\epsilon_{ij}) = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (\text{B.14})$$

Dans ce cas on ne considère seulement les déformations dans l'axe de la lame ( $x$ ), l'énergie interne de déformation liée aux non-linéarités s'écrit donc :

$$E_{p_{non-linéarité}} = \int_0^L (he)\sigma_{xx}\epsilon_{xx}dx = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{Ehe}{4} \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 dx \quad (\text{B.15})$$

## B.2 Energie cinétique

Lors de la vibration de flexion, la poutre est légèrement déviée comme illustré sur la figure B.4 :

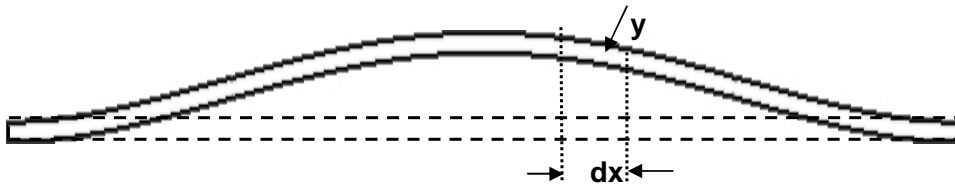


FIG. B.4 – Représentation pour exprimer le terme d'énergie cinétique.

L'élément  $dx$  possède une vitesse nulle lorsque la poutre est à son maximum de déviation et est à son maximum de vitesse pour une déviation nulle ( $Y = 0$ ). Pour un tel système on peut définir l'incrément en énergie cinétique comme :

$$\Delta(E_C) = \frac{1}{2} \Delta M \left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)_{max}^2 \quad (\text{B.16})$$

avec pour l'élément  $dx$  et considérant un mouvement harmonique :

$$\Delta M = \rho e h dx \quad (\text{B.17})$$

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)_{max} = \omega Y \quad (\text{B.18})$$

Ainsi l'expression de l'énergie cinétique maximale s'écrit :

$$E_C = \frac{\omega^2 \rho e h}{2} \int_0^L Y_n^2 dx \quad (\text{B.19})$$

## Annexe C

# Modes de vibrations et déformées

l'expression générale de la déformée d'une poutre de longueur  $L$  en flexion est :

$$Y_n(x) = a_n \cdot \cos(\beta_n \cdot x) + b_n \cdot \sin(\beta_n \cdot x) + c_n \cdot \cosh(\beta_n \cdot x) + d_n \cdot \sinh(\beta_n \cdot x) \quad (\text{C.1})$$

### C.1 Poutre encastree à ses deux extrémités

Les conditions initiales sont les suivantes :

$$Y_n(0) = 0 \quad Y_n(L) = 0 \quad Y_n'(0) = 0 \quad Y_n'(L) = 0 \quad (\text{C.2})$$

ce qui nous donne comme conditions :

$$a_n + c_n = 0 \quad \text{et} \quad b_n + d_n = 0 \quad (\text{C.3})$$

puis :

$$\frac{a_n}{b_n} = -\frac{\sin(\beta_n \cdot L) + \sinh(\beta_n \cdot L)}{\cos(\beta_n \cdot L) + \cosh(\beta_n \cdot L)} \quad \text{et} \quad \cos(\beta_n \cdot L) \cdot \cosh(\beta_n \cdot L) - 1 = 0 \quad (\text{C.4})$$

avec comme solutions à ces équations :  $\beta_n \cdot L = 4.73004; 7.8532; 10.9956, \dots$  et  $a_n/b_n = -1.01781; -0.99923; -1.0000335516, \dots$

Ainsi :

$$Y_n(x) = b_n \left[ \frac{a_n}{b_n} (\cos(\beta_n \cdot x) - \cosh(\beta_n \cdot x)) + (\sin(\beta_n \cdot x) - \sinh(\beta_n \cdot x)) \right] \quad (\text{C.5})$$

$$Y_n'(x) = b_n \beta_n \left[ \frac{a_n}{b_n} (-\cos(\beta_n \cdot x) - \cosh(\beta_n \cdot x)) + (\sin(\beta_n \cdot x) - \sinh(\beta_n \cdot x)) \right] \quad (\text{C.6})$$

$$Y_n''(x) = b_n \beta_n^2 \left[ \frac{a_n}{b_n} (-\cos(\beta_n \cdot x) - \cosh(\beta_n \cdot x)) + (-\sin(\beta_n \cdot x) - \sinh(\beta_n \cdot x)) \right] \quad (\text{C.7})$$

Les différentes intégrales définies dans la méthode de Rayleigh calculées pour chaque mode :



| Mode de flexion         | 1                   | 2                  | 3                   |
|-------------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| $\int_0^L (Y_n)^2 dx$   | $1,03594.L.b_1^2$   | $0,997367.L.b_2^2$ | $1,00007.L.b_3^2$   |
| $\int_0^L (Y_n')^2 dx$  | $12,7446.b_1^2/L$   | $46,0466.b_2^2/L$  | $98,9112.b_3^2/L$   |
| $\int_0^L (Y_n'')^2 dx$ | $518,554.b_1^2/L^3$ | $3793,5.b_2^2/L^3$ | $14618,6.b_3^2/L^3$ |

TAB. C.1 – Calcul des différentes intégrales pour la déformée d'une poutre encastree encastree.

## C.2 Poutre encastree libre

Les conditions initiales sont les suivantes :

$$Y_n(0) = 0 \quad Y_n'(0) = 0 \quad Y_n''(L) = 0 \quad Y_n'''(L) = 0 \quad (\text{C.8})$$

ce qui nous donne comme conditions :

$$a_n + c_n = 0 \quad \text{et} \quad b_n + d_n = 0 \quad (\text{C.9})$$

puis :

$$\frac{a_n}{b_n} = -\frac{\cos(\beta_n.L) + \cosh(\beta_n.L)}{\sin(\beta_n.L) - \sinh(\beta_n.L)} \quad \text{et} \quad \cos(\beta_n.L).\cosh(\beta_n.L) + 1 = 0 \quad (\text{C.10})$$

avec comme solutions à ces équations :  $\beta_n.L = 1.875; 4.694; 7.855, \dots$  et  $a_n/b_n = -1.3622; -0.9819; -1.008, \dots$

Ainsi :

$$Y_n(x) = b_n \left[ \frac{a_n}{b_n} (\cos(\beta_n.x) - \cosh(\beta_n.x)) + (\sin(\beta_n.x) - \sinh(\beta_n.x)) \right] \quad (\text{C.11})$$

$$Y_n'(x) = b_n \beta_n \left[ \frac{a_n}{b_n} (-\cos(\beta_n.x) - \cosh(\beta_n.x)) + (\sin(\beta_n.x) - \sinh(\beta_n.x)) \right] \quad (\text{C.12})$$

$$Y_n''(x) = b_n \beta_n^2 \left[ \frac{a_n}{b_n} (-\cos(\beta_n.x) - \cosh(\beta_n.x)) + (-\sin(\beta_n.x) - \sinh(\beta_n.x)) \right] \quad (\text{C.13})$$

Les différentes intégrales définies dans la méthode de Rayleigh calculées pour chaque mode :

| Mode de flexion         | 1                   | 2                   | 3                   |
|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $\int_0^L (Y_n)^2 dx$   | $1,85525.L.b_1^2$   | $-0,963694.L.b_2^2$ | $7,71587.L.b_3^2$   |
| $\int_0^L (Y_n')^2 dx$  | $8,62288.b_1^2/L$   | $31,2254.b_2^2/L$   | $638,26.b_3^2/L$    |
| $\int_0^L (Y_n'')^2 dx$ | $22,9353.b_1^2/L^3$ | $467,892.b_2^2/L^3$ | $29434,7.b_3^2/L^3$ |

TAB. C.2 – Calcul des différentes intégrales pour la déformée d'une poutre encastree libre.

## Annexe D

# Bruit de phase

Dans cette annexe sont présentés les liens entre les modèles utilisés classiquement pour décrire le bruit de phase d'un oscillateur, ainsi que le développement du calcul permettant d'exprimer la variance d'Allan d'un oscillateur à partir de l'expression de la densité spectrale de bruit de phase dans le cas de l'effet Leeson (chapitre 2).

### D.1 Lien entre domaine temporel et domaine fréquentiel

La stabilité de fréquence de l'oscillateur est caractérisée, dans le domaine fréquentiel, par la densité spectrale de puissance du bruit de phase  $S_\varphi(\nu)$  et dans le domaine temporel, par la variance d'Allan  $\sigma_y^2(\tau)$  et il est possible de lier les résultats de l'analyse temporelle avec ceux de l'analyse fréquentielle. Le modèle classiquement utilisé pour décrire le spectre de bruit de phase d'un oscillateur est celui dit de la "loi en puissance". On a ainsi [153] :

$$S_\varphi(\nu) = \sum_{i=0}^{-4} b_i \nu^i \quad (\text{D.1})$$

Le spectre de bruit de phase tracé dans un diagramme log-log (figure D.1) est alors constitué de plusieurs droites de pentes différentes. A chacune de ces pentes correspond un type de source de bruit. De la même manière, on a :

$$S_y(\nu) = \sum_{i=-2}^2 h_i \nu^i \quad (\text{D.2})$$

Le tableau D.1 et la figure D.1 décrivent les liens entre  $S_\varphi(\nu)$ ,  $S_y(\nu)$  et  $\sigma_y^2(\tau)$ . De plus ils indiquent les types de bruit auxquels correspondent les différentes pentes rencontrées dans ce type de mesure [154].

| Type de bruit                 | $S_\varphi(\nu)$ | $S_y(\nu)$       | $S_\varphi \leftrightarrow S_y$ | $\sigma_y^2(t)$                                       |
|-------------------------------|------------------|------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Bruit blanc de phase          | $b_0$            | $h_2\nu^2$       | $h_2 = \frac{b_0}{f_r^2}$       | $\frac{3h_2 f_h}{4\pi^2 \tau^2}$                      |
| Bruit flicker de phase        | $b_{-1}\nu^{-1}$ | $h_1\nu$         | $h_1 = \frac{b_{-1}}{f_r}$      | $\frac{h_1}{4\pi^2 \tau^2} (1 + 3\ln(2)\pi f_h \tau)$ |
| Bruit blanc de fréquence      | $b_{-2}\nu^{-2}$ | $h_0$            | $h_0 = \frac{b_{-2}}{f_r^2}$    | $\frac{1}{2}h_0\tau^{-1}$                             |
| Bruit flicker de fréquence    | $b_{-3}\nu^{-3}$ | $h_{-1}\nu^{-1}$ | $h_{-1} = \frac{b_{-3}}{f_r^2}$ | $2\ln(2)h_{-1}$                                       |
| Marche aléatoire de fréquence | $b_{-4}\nu^{-4}$ | $h_{-2}\nu^{-2}$ | $h_{-2} = \frac{b_{-4}}{f_r^2}$ | $\frac{4\pi^2}{6}h_{-2}\tau$                          |

TAB. D.1 – Relations entre les densités spectrales de puissance et la variance d'Allan pour les différents types de bruit.  $f_h$  représente la bande passante du capteur.

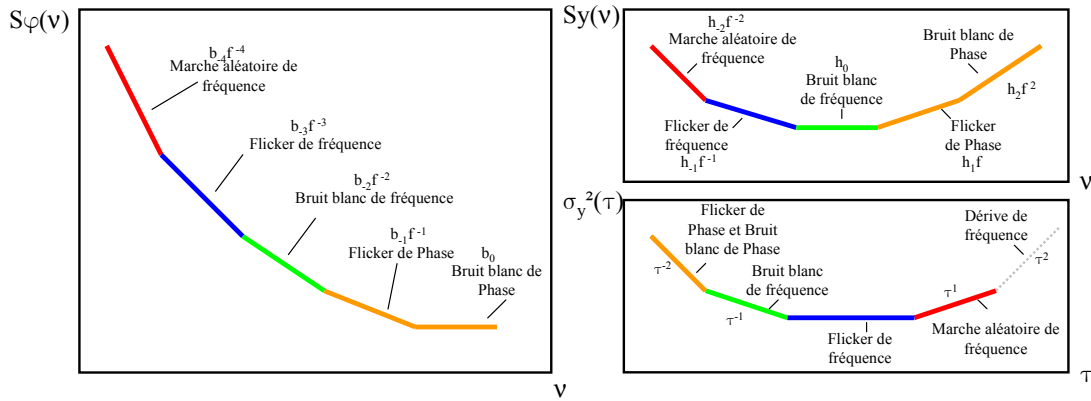


FIG. D.1 – Spectre des fluctuations de phase  $S_\varphi(\nu)$ , de fréquence  $S_y(\nu)$  et variance d'Allan  $\sigma_y^2(\tau)$ .

## D.2 Effet leeson : expression de la variance d'Allan

A partir de l'expression de la densité spectrale de puissance de bruit de phase de l'oscillateur d'après la formule de Leeson 2.65, nous allons exprimer la variance d'Allan associée afin de déterminer la résolution ultime de l'accéléromètre vibrant en fonction de ses paramètres. Ainsi cette équation peut s'écrire :

$$S_\varphi(\nu) = \frac{Fk_b T}{P_0} + \frac{Fk_b T \nu_c}{P_0 \nu} + \frac{Fk_b T \nu_L^2}{P_0 \nu^2} + \frac{Fk_b T \nu_L^2 \nu_c}{P_0 \nu^3} \quad (D.3)$$

$$= b_0 + b_{-1}\nu^{-1} + b_{-2}\nu^{-2} + b_{-3}\nu^{-3} \quad (D.4)$$

Cependant, selon les valeurs des fréquences  $\nu_c$  et  $\nu_L$ , l'expression de  $S_\varphi(\nu)$  se simplifie. En effet, d'après la figure 2.8, la densité est représentée par un seul des termes en  $\nu^{-2}$  et  $\nu^{-1}$  :  $\nu^{-2}$  pour  $\nu_L > \nu_c$  et  $\nu^{-1}$  pour  $\nu_L < \nu_c$ . Dans le cas particulier où  $\nu_L = \nu_c$ , il n'existe aucun de ces termes.

Ainsi pour résumer,  $S_\varphi(\nu)$  s'exprime selon les cas par :

$$S_\varphi(\nu) = b_0 + b_{-3}\nu^{-3} \quad \text{si } \nu_L = \nu_c \quad (\text{D.5})$$

$$= b_0 + b_{-2}\nu^{-2} + b_{-3}\nu^{-3} \quad \text{si } \nu_L > \nu_c \quad (\text{D.6})$$

$$= b_0 + b_{-1}\nu^{-1} + b_{-3}\nu^{-3} \quad \text{si } \nu_L < \nu_c \quad (\text{D.7})$$

Parmi les deux possibilités représentées sur la figure 2.8, celle de gauche (pour  $\nu_L > \nu_c$ ) correspond au cas où le bruit de l'amplificateur (électronique) est négligeable vis-à-vis du bruit propre du résonateur. A l'inverse, le graphique de droite (pour  $\nu_L < \nu_c$ ) correspond au cas où la densité spectrale de puissance de bruit de phase de l'oscillateur est directement limitée par le bruit de l'amplificateur (pente en  $1/\nu$ ). Or nous considérons, pour notre application, que la limitation principale de la stabilité de fréquence de l'oscillateur est liée au bruit de l'amplificateur, c'est pourquoi, nous ne développerons, dans ce paragraphe, que le calcul de la variance d'Allan pour le cas où  $\nu_L < \nu_c$ .

Pour  $\nu_L < \nu_c$ , la densité spectrale de puissance de bruit de phase s'écrit :

$$S_\varphi(\nu) = b_0 + b_{-1}\nu^{-1} + b_{-3}\nu^{-3} \quad (\text{D.8})$$

D'après le tableau D.1 de conversion,  $S_y(\nu)$  s'écrit alors :

$$S_y(\nu) = \frac{b_0}{f_r^2}\nu^2 + \frac{b_{-1}}{f_r}\nu + \frac{b_{-3}}{f_r^2}\nu^{-1} \quad (\text{D.9})$$

$$= h_2\nu^2 + h_1\nu + h_{-1}\nu^{-1} \quad (\text{D.10})$$

Et la variance d'Allan  $\sigma_y^2(\tau)$  :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{3h_2f_h}{4\pi^2} \frac{1}{\tau^2} + \frac{h_1}{4\pi^2\tau^2}(1 + 3\ln(2)\pi f_h\tau) + 2\ln(2)h_{-1} \quad (\text{D.11})$$

$$= \frac{3f_h}{4\pi^2} \frac{b_0}{f_r^2} \frac{1}{\tau^2} + \frac{b_{-1}}{4\pi^2 f_r^2 \tau^2}(1 + 3\ln(2)\pi f_h\tau) + 2\ln(2) \frac{b_{-3}}{f_r^2} \quad (\text{D.12})$$

$$= \frac{3f_h b_0 + b_{-1}}{4\pi^2 f_r^2} \frac{1}{\tau^2} + \frac{3\ln(2)\pi f_h b_{-1}}{4\pi^2 f_r^2} \frac{1}{\tau} + 2\ln(2) \frac{b_{-3}}{f_r^2} \quad (\text{D.13})$$

$$(\text{D.14})$$

$b_{-1}$  est une donnée de l'amplificateur et à partir de l'équation D.4, les termes  $b_0$  et  $b_{-3}$  s'écrivent :

$$b_0 = \frac{Fk_B T}{P_0} \quad b_{-3} = \frac{Fk_B T}{P_0} \nu_L^2 \nu_c \quad (\text{D.15})$$

d'où :

$$\sigma_y^2(\tau) = \left( \frac{3f_h Fk_B T}{P_0} + b_{-1} \right) \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 \tau^2} + \frac{3\ln(2)\pi f_h b_{-1}}{4\pi^2 f_r^2} \frac{1}{\tau} + \frac{Fk_B T}{P_0} \frac{2\ln(2)\nu_L^2 \nu_c}{f_r^2} \quad (\text{D.16})$$

où pour rappel,  $F$  représente le facteur de bruit en régime linéaire de l'amplificateur,  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $T$  la température,  $P_0$  la puissance de porteuse en entrée de l'amplificateur,  $f_h$  est la bande

passante du capteur,  $f_r$  est la fréquence de résonance du résonateur,  $\nu_L = f_r/2Q$  est la fréquence de Leeson et  $\nu_c$  est la fréquence de coin. qui, d'après l'équation 2.59, peut s'exprimer par :

$$\nu_c = \frac{b_{-1}}{b_0} = b_{-1} \frac{P_0}{Fk_B T} \quad (\text{D.17})$$

Ainsi dans le cas où  $f_L < f_c$ ,  $\sigma_y^2(\tau)$  s'écrit :

$$\sigma_y^2(\tau) = \left( \frac{3f_h F k_B T}{P_0} + b_{-1} \right) \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 \tau^2} + \frac{3\ln(2)\pi f_h b_{-1}}{4\pi^2 f_r^2} \frac{1}{\tau} + \frac{2\ln(2)b_{-1}}{4Q^2} \quad (\text{D.18})$$

$$= d_{-2}\tau^{-2} + d_{-1}\tau^{-1} + d_0 \quad (\text{D.19})$$

avec :

$$d_0 = \frac{2\ln(2)b_{-1}}{4Q^2} \quad d_{-1} = \frac{3\ln(2)\pi f_h b_{-1}}{4\pi^2 f_r^2} \quad d_{-2} = \left( \frac{3f_h F k_B T}{P_0} + b_{-1} \right) \frac{1}{4\pi^2 f_r^2} \quad (\text{D.20})$$

## Annexe E

# Equivalence entre résonateur et système masse-ressort

Afin de pouvoir simuler simplement la poutre en vibration de flexion par un système masse-ressort, nous allons définir une masse  $M_{gen}$  et une raideur  $K_{gen}$  généralisées (figure E.1). Pour déterminer ces équivalences, il faut d'une part lier le maximum d'énergie potentielle entre la poutre et le système masse-ressort puis faire de même avec l'énergie cinétique.

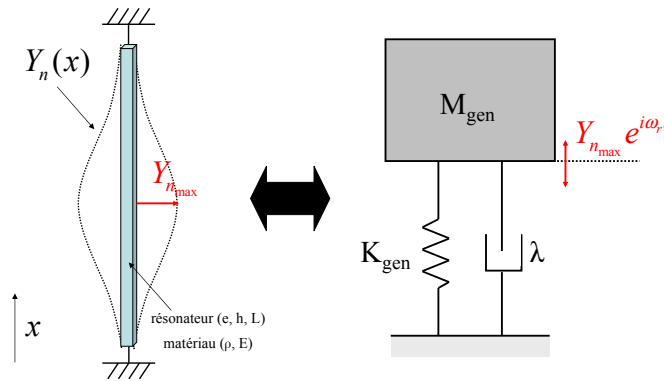


FIG. E.1 – Equivalence entre résonateur et système masse-ressort.

Nous obtenons pour l'énergie potentielle :

$$\frac{1}{2} K_{gen} Y_{n_{max}}^2 = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (E.1)$$

et l'expression de la raideur généralisée dans le cas d'une poutre de section rectangulaire est :

$$K_{gen} = \frac{EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx}{Y_{n_{max}}^2} = \frac{E h e^3 \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx}{12 Y_{n_{max}}^2} \quad (E.2)$$

En ce qui concerne l'énergie cinétique, l'égalisation des énergies maximales s'écrit :

$$\frac{1}{2}M_{gen} \left( \frac{\partial Y_n}{\partial t} \right)_{max}^2 = \frac{1}{2}\rho eh \int_0^L \left( \frac{\partial Y_n}{\partial t} \right)^2 dx \quad (E.3)$$

en considérant un mouvement harmonique à la pulsation  $\omega$  :

$$\left( \frac{\partial Y_n}{\partial t} \right)_{max} = \omega Y_{n_{max}} \quad (E.4)$$

Ainsi la masse généralisée s'exprime :

$$M_{gen} = \frac{\rho eh \int_0^L Y_n^2(x) dx}{Y_{n_{max}}^2} \quad (E.5)$$

La masse et la raideur généralisées définies précédemment dépendent du mode de vibration de flexion considéré (annexe C). Dans le cas du premier mode de flexion, ces deux grandeurs valent respectivement :

$$K_{gen} = \frac{256}{15} \frac{Ehe^3}{L^3} \text{ et } M_{gen} = \frac{256}{630} \rho ehL \quad (E.6)$$

Nous vérifions que nous retrouvons l'expression de la fréquence propre du premier mode de flexion d'une poutre encastree-encastree (tableau 2.1).

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{gen}}{M_{gen}}} = \sqrt{\frac{\frac{256}{15} \frac{Ehe^3}{L^3}}{\frac{256}{630} \rho ehL}} = 2\pi(1,031) \frac{e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (E.7)$$

## Annexe F

# Matrice d'élasticité silicium troué

Dans cette annexe sont présentées les matrices d'élasticité du silicium et du matériau silicium troués, utilisées pour notre application d'accéléromètre à lame vibrante miniaturisé ISA-103.

Pour le silicium ( $\rho = 2330 \text{ kg/m}^3$ ) :

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 1,94.10^{11} & 0,35.10^{11} & 0,64.10^{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0,35.10^{11} & 1,94.10^{11} & 0,64.10^{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0,64.10^{11} & 0,64.10^{11} & 1,66.10^{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,80.10^{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,80.10^{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,51.10^{11} \end{pmatrix} \quad (\text{F.1})$$

Pour le silicium troué ( $\rho = 1747 \text{ kg/m}^3$ ) :

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 1,02.10^{11} & 0,11.10^{11} & 0,29.10^{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0,11.10^{11} & 1,02.10^{11} & 0,29.10^{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0,29.10^{11} & 0,29.10^{11} & 1,45.10^{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,24.10^{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,24.10^{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,22.10^{11} \end{pmatrix} \quad (\text{F.2})$$





# Table des figures

|      |                                                                                      |    |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1  | Système masse-ressort à l'équilibre et paramètres d'un vol parabolique . . . . .     | 11 |
| 1.2  | Plate-forme inertielle . . . . .                                                     | 12 |
| 1.3  | Trajectoire balistique . . . . .                                                     | 14 |
| 1.4  | Erreurs typiques de mesure d'un capteur . . . . .                                    | 16 |
| 1.5  | Gyroscope à toupie . . . . .                                                         | 18 |
| 1.6  | Gyromètre optique basé sur l'effet Sagnac . . . . .                                  | 19 |
| 1.7  | Illustration de la force de Coriolis . . . . .                                       | 21 |
| 1.8  | Différents types de gyromètres vibrants . . . . .                                    | 22 |
| 1.9  | Gyromètre vibrant VIG ONERA . . . . .                                                | 23 |
| 1.10 | Accéléromètre asservi QA2000 . . . . .                                               | 26 |
| 1.11 | Principe de l'accéléromètre vibrant . . . . .                                        | 28 |
| 1.12 | Accéléromètre à lame vibrante en configuration différentielle . . . . .              | 29 |
| 1.13 | Accéléromètre Accelrex RBA500 de Honeywell . . . . .                                 | 29 |
| 1.14 | Accéléromètre à lame vibrante VIA ONERA . . . . .                                    | 30 |
| 1.15 | Accéléromètre différentiel à lame vibrante DIVA ONERA . . . . .                      | 31 |
| 1.16 | Principes d'accéléromètres optiques . . . . .                                        | 33 |
| 1.17 | Accéléromètre thermique . . . . .                                                    | 34 |
| 1.18 | Capteur inertielle à onde de matière . . . . .                                       | 35 |
| 1.19 | Améliorations de la résolution des accéléromètres asservis miniatures . . . . .      | 37 |
| 2.1  | Schéma de principe de l'accéléromètre vibrant . . . . .                              | 40 |
| 2.2  | Schéma bloc d'un oscillateur auto-entretenu . . . . .                                | 47 |
| 2.3  | Evolution de la fréquence de résonance en fonction des évolutions de phase . . . . . | 48 |
| 2.4  | Courbes de résonance en fonction du facteur de qualité $Q$ du résonateur . . . . .   | 49 |
| 2.5  | Signal bruité et jitter correspondant . . . . .                                      | 50 |
| 2.6  | Variance d'Allan d'un accéléromètre de type VIA . . . . .                            | 54 |
| 2.7  | Densité spectrale de puissance du bruit de phase de l'amplificateur . . . . .        | 55 |
| 2.8  | Bruit de phase de l'oscillateur obtenu par effet Leeson . . . . .                    | 56 |
| 2.9  | Variance d'Allan et plancher Flicker en fonction du facteur de qualité . . . . .     | 57 |
| 2.10 | Courbes de résonance non-linéaires . . . . .                                         | 61 |

|      |                                                                                          |     |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.11 | Définition de l'amplitude critique . . . . .                                             | 62  |
| 2.12 | Bruit de phase et variance d'Allan d'accéléromètres à lame vibrante miniatures . . . . . | 65  |
| 3.1  | Modèle masse-ressort du comportement viscoélastique de la colle . . . . .                | 70  |
| 3.2  | Evolution du facteur de qualité d'un résonateur en fonction de la pression . . . . .     | 72  |
| 3.3  | Evolution du facteur de qualité dans la région moléculaire . . . . .                     | 74  |
| 3.4  | Vide nécessaire pour le régime intrinsèque en fonction du facteur de qualité . . . . .   | 75  |
| 3.5  | Phénomène d'amortissement "squeeze-film damping" . . . . .                               | 76  |
| 3.6  | Pression nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque . . . . .                       | 78  |
| 3.7  | Effet thermoélastique . . . . .                                                          | 81  |
| 3.8  | Modèle mécanique du phénomène thermoélastique . . . . .                                  | 82  |
| 3.9  | Facteur de qualité thermoélastique en fonction de la fréquence de vibration . . . . .    | 84  |
| 3.10 | Comparaison quartz-silicium . . . . .                                                    | 85  |
| 4.1  | Système masse-ressort illustrant le principe de la suspension filtrante . . . . .        | 90  |
| 4.2  | Structures de test . . . . .                                                             | 92  |
| 4.3  | Réalisation de structures de test . . . . .                                              | 92  |
| 4.4  | Simulation par éléments finis des pertes par le support . . . . .                        | 93  |
| 4.5  | Equipement de gravure DRIE . . . . .                                                     | 94  |
| 4.6  | Principe de la gravure ionique réactive profonde (DRIE) . . . . .                        | 95  |
| 4.7  | Contraintes dans la couche de $SiO_2$ . . . . .                                          | 96  |
| 4.8  | Images MEB des structures réalisées par DRIE . . . . .                                   | 97  |
| 4.9  | Observation au microscope optique après la gravure du $Si_3N_4$ . . . . .                | 98  |
| 4.10 | Images MEB d'une structure réalisée par gravure KOH . . . . .                            | 99  |
| 4.11 | Images MEB d'une structure réalisée par gravure KOH . . . . .                            | 99  |
| 4.12 | Enceintes de mesure . . . . .                                                            | 101 |
| 4.13 | Systèmes optiques de mesure . . . . .                                                    | 102 |
| 4.14 | Champ de vecteurs illustrant l'amplitude d'une poutre à la résonance . . . . .           | 103 |
| 4.15 | Mesure par microscopie optique stroboscopique . . . . .                                  | 103 |
| 4.16 | Mesure par microscopie optique stroboscopique . . . . .                                  | 104 |
| 4.17 | Démodulation par FFT des mesures par stroboscopie . . . . .                              | 104 |
| 4.18 | Résultat de signal filtré par FFT . . . . .                                              | 105 |
| 4.19 | Principe de la mesure par la technique du foucaultage . . . . .                          | 106 |
| 4.20 | Résultats de mesure par la technique de foucaultage . . . . .                            | 106 |
| 4.21 | Principe de la mesure par microscopie électronique . . . . .                             | 107 |
| 5.1  | Images MEB de structures de test réalisées par gravure DRIE . . . . .                    | 110 |
| 5.2  | Evolution du module d'Young dans le plan (100) du silicium . . . . .                     | 112 |
| 5.3  | Evaluation expérimentale du module d'Young pour les vibrations dans le plan . . . . .    | 113 |
| 5.4  | Mesures de facteur de qualité pour des résonateurs d'épaisseur $30 \mu m$ . . . . .      | 113 |
| 5.5  | Mesures de facteur de qualité pour des résonateurs d'épaisseur $20 \mu m$ . . . . .      | 114 |

|      |                                                                                           |     |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.6  | Mesures de facteur de qualité pour des résonateurs d'épaisseur $10 \mu m$                 | 115 |
| 5.7  | Mesures de facteur de qualité pour des résonateurs d'épaisseur $5 \mu m$ .                | 115 |
| 5.8  | Facteurs de qualité mesurés pour des poutres d'épaisseur de $30$ à $2 \mu m$              | 116 |
| 5.9  | Rugosité et boules de polymères                                                           | 117 |
| 5.10 | Evaluation expérimentale du module d'Young pour les vibrations hors plan                  | 118 |
| 5.11 | Mesure du facteur de qualité pour des résonateurs en vibration hors plan                  | 118 |
| 5.12 | Influence de la couche d'oxyde du substrat SOI sur le facteur de qualité                  | 119 |
| 5.13 | Simulation de poutres de types "sandwich"                                                 | 120 |
| 5.14 | Proportion d'énergie de déformation dans les couches surfaciques                          | 120 |
| 5.15 | Proportion d'énergie de déformation dans les couches surfaciques hors plan - dans le plan | 121 |
| 5.16 | Images MEB de structures de test réalisées par procédé mixte de gravure                   | 122 |
| 5.17 | Influence de la pression sur le facteur de qualité                                        | 123 |
| 5.18 | Influence du dopage sur le facteur de qualité                                             | 124 |
| 5.19 | Influence de la température sur la fréquence de résonance                                 | 125 |
| 5.20 | Influence de la température sur le facteur de qualité                                     | 126 |
| 5.21 | Influence de la température sur le facteur de qualité                                     | 127 |
| 5.22 | Mesure du facteur de qualité pour des résonateurs de type pont de $30 \mu m$              | 127 |
| 5.23 | Mesure du facteur de qualité pour des résonateurs de type pont de $5 \mu m$               | 128 |
| 5.24 | Courbe de resonance non-linéaire expérimentale                                            | 129 |
| 5.25 | Amplitudes de vibration et fréquences de résonance non-linéaires                          | 129 |
| 5.26 | Facteur de qualité en fonction de la pression                                             | 130 |
| 5.27 | Evolution de l'amplitude critique en fonction du facteur de qualité                       | 130 |
| 5.28 | Détermination expérimentale du facteur de non-linéarité $\kappa$                          | 131 |
| 6.1  | Actionneur électrostatique à électrodes parallèles symétriques                            | 140 |
| 6.2  | Configuration de l'accéléromètre vibrant miniature en silicium ISA                        | 143 |
| 6.3  | Schéma éclaté de l'accéléromètre ISA                                                      | 144 |
| 6.4  | Présentation de la gamme ISA                                                              | 145 |
| 6.5  | Comparaison DIVA-ISA                                                                      | 146 |
| 6.6  | Principe de la libération des parties mobiles de la cellule accélérométrique              | 147 |
| 6.7  | Simulation d'essais de traction et cisaillement                                           | 147 |
| 6.8  | Comportement en accélération selon les trois axes de la cellule ISA-103                   | 148 |
| 6.9  | Premier mode de structure de la cellule ISA-103                                           | 148 |
| 6.10 | Découplage vibratoire de la cellule ISA-103                                               | 149 |
| 6.11 | Spectre autour de la fréquence de résonance de la cellule ISA-103                         | 149 |
| 6.12 | Modes de structure autour du double de la fréquence de résonance                          | 150 |
| 6.13 | Sensibilité de la cellule ISA-103 aux contraintes d'origine thermique                     | 150 |
| 6.14 | Implémentation des électrodes d'excitation et de détection                                | 151 |
| 6.15 | Dimensionnement des électrodes d'excitation et de détection                               | 151 |
| 6.16 | Comparaison des courbes de résolution des cellules accélérométriques VIA et ISA-103       | 153 |

|                                                                                        |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.17 Image MEB réalisation structure ISA . . . . .                                     | 154 |
| A.1 Modèle masse-ressort résonateur vibrant . . . . .                                  | 161 |
| A.2 Courbes de résonance en fonction du facteur de qualité $Q$ du résonateur . . . . . | 163 |
| B.1 Représentation pour exprimer l'énergie potentielle de flexion . . . . .            | 165 |
| B.2 Représentation pour exprimer l'énergie potentielle de tension . . . . .            | 166 |
| B.3 Représentation pour exprimer l'énergie potentielle de non-linéarité . . . . .      | 167 |
| B.4 Représentation pour exprimer l'énergie cinétique . . . . .                         | 168 |
| D.1 Spectre des fluctuations de phase, de fréquence et variance d'Allan . . . . .      | 172 |
| E.1 Equivalence entre résonateur et système masse-ressort . . . . .                    | 175 |

# Liste des tableaux

|     |                                                                                            |     |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.1 | Performances des accéléromètres de la gamme QA3000 . . . . .                               | 27  |
| 1.2 | Performances des accéléromètres A 305 (Sagem) et Mical (Thalès) . . . . .                  | 27  |
| 1.3 | Performances de l'accéléromètre RBA500 de Honeywell . . . . .                              | 30  |
| 1.4 | Performances de l'accéléromètre VIA ONERA . . . . .                                        | 31  |
| 1.5 | Micro-accelerometres asservis . . . . .                                                    | 37  |
| 1.6 | Micro-accelerometres à lame vibrante . . . . .                                             | 38  |
| 2.1 | Fréquence propre et facteur d'échelle . . . . .                                            | 43  |
| 2.2 | Amplitudes critiques en fonction de l'épaisseur $e$ et du facteur de qualité $Q$ . . . . . | 64  |
| 2.3 | Expressions des performances de l'accéléromètre à lame vibrante . . . . .                  | 66  |
| 3.1 | Niveau de pression nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque . . . . .               | 77  |
| 3.2 | Expression de la viscosité du silicium en fonction de la direction de vibration . . . . .  | 79  |
| 3.3 | Paramètres du quartz et du silicium pour le facteur de qualité thermoélastique . . . . .   | 84  |
| 5.1 | Paramètres du silicium pour le facteur de qualité thermoélastique . . . . .                | 112 |
| 5.2 | Pourcentage d'énergie de déformation dans l'oxyde en fonction de la vibration . . . . .    | 119 |
| 5.3 | Comparaison mesures facteur de qualité avec et sans surgravure oxyde . . . . .             | 119 |
| 5.4 | Mesures de facteur de qualité de résonateurs gravés chimiquement . . . . .                 | 121 |
| 5.5 | Estimation du niveau de pression nécessaire pour atteindre le régime intrinsèque . . . . . | 124 |
| 6.1 | Performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur $30 \mu m$ . . . . .             | 137 |
| 6.2 | Performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur $20 \mu m$ . . . . .             | 137 |
| 6.3 | Performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur $15 \mu m$ . . . . .             | 137 |
| 6.4 | Performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur $10 \mu m$ . . . . .             | 137 |
| 6.5 | Performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur $5 \mu m$ . . . . .              | 138 |
| 6.6 | Performances d'accéléromètres à lame vibrante d'épaisseur $2 \mu m$ . . . . .              | 138 |
| 6.7 | Dimensions des structures ISA . . . . .                                                    | 146 |
| 6.8 | Sensibilité à l'accélération de la cellule ISA-103 . . . . .                               | 148 |
| C.1 | Calcul des différentes intégrales pour la déformée . . . . .                               | 170 |
| C.2 | Calcul des différentes intégrales pour la déformée . . . . .                               | 170 |

|                                                                              |     |
|------------------------------------------------------------------------------|-----|
| D.1 Tableau de conversion : densités spectrales - variance d'Allan . . . . . | 172 |
|------------------------------------------------------------------------------|-----|

# Bibliographie

- [1] J.-C. Radix. *La navigation par inertie*. PUF, 1967.
- [2] T. Kuhn. Aspects of pure and satellite-aided inertial navigation for gun-launched munitions. In *IEEE Position Location and Navigation Symposium*, pages 327–336, 2004.
- [3] SAGEM. SIGMA 95L light embedded gps inertial system. Technical report, 2007.
- [4] IXSEA. PHINS inertial navigation system. Technical report, 2007.
- [5] Thales Avionics. TOTEM 3000 inertial reference system for military aeronautics. Technical report, 2007.
- [6] J.-Y. Guedon. *Revue Centraliens*, 488, 1997.
- [7] J.-C. Radix. *Techniques inertielles*. Masson et CIE, 1972.
- [8] <http://www.cnes.fr/web/617-a300-zero-g.php>.
- [9] A.D. King. Inertial navigation - forty years of evolution. *GEC Review*, 13(3) :140–149, 1998.
- [10] M. Faucheux, D. Fayoux, and J.-J. Roland. The ring laser gyro. *J. Optics*, 19(3) :101–115, 1988.
- [11] W.W. Chow, J. Gea-Banacloche, and L.M. Pedrotti. The ring laser gyro. *Rev. Mod. Phys.*, 57(1) :61–104, 1985.
- [12] M. F. Vinnins and L. D. Gallop. Performance evaluation of the honeywell gg1308 miniature ring laser gyroscope. In *Scientific and Technical information - NASA*, 1993.
- [13] C. Kiel C. Kerwin, R. Clossen and M. Lynch. Development of a tightly integrated ring laser gyro based navigation system. In *IEEE Position location and Navigation Symposium*, pages 545–552, Orlando, 1988.
- [14] D.-F. Godart and J.-P. Peghaire. The glc8 - a miniature low cost ring laser gyroscope. In *Symposium Gyro Technology*, Stuttgart, 1990.
- [15] S. J. Sanders, L. K. Strandjord, and D. Mead. Fiver optic gyro technology trends - a honeywell perspective. In *Optical Fibers Sensors Conference*, pages 5–8, 2002.
- [16] Northrop Grumman. Fog 1000. Technical report, 2007.
- [17] E. Willemenot, A. Urgell, G. Hardy, T. Loret, N. Faussot, Y. Cottreau, T. Gaiffe, M. Dollon, G. Cros, A. Sevellec, P. Antoine, and G. Muller. Very high performance FOG for space use. In *Symposium Gyro Technology*, Stuttgart, 2002.



- [18] P. Leger. Gyroscopes mécaniques vibrants. Technical report, 1999.
- [19] D. Perret. *Approche expérimentale et théorique des mécanismes de dissipation de l'énergie vibratoire. Application aux résonateurs acoustiques à haut facteur de qualité*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2003.
- [20] E.J. Loper and D.D. Lynch. Hemispherical resonator gyro status and test results. In *National Technical Meetings, Institute of Navigation*, Heidelberg, Germany, 25–29 January 1984.
- [21] L.O. Thielman, S. Bennett, C.H. Barker, and M.E. Ash. Proposed IEEE coriolis vibratory gyro standard and other inertial sensor standards. *IEEE Standards*, 2002.
- [22] C. Pearse. The performance and future development of a MEMS SiVSG and its application to the SilMU. In *Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2001.
- [23] A. Gripton. The application and future development of a MEMS SiVSG for commercial and military inertial products. In *Position Location and Navigation Symposium*, 2002.
- [24] G. He and K. Najafi. A single crystal silicon vibrating ring gyroscope. In *Micro Electro Mechanicals Systems*, 2002.
- [25] Murata. Gyrostar, piezoelectric vibrating gyroscope. Technical report, 2007.
- [26] A.M. Madni, L.A. Wan, and S. Hammons. A microelectromechanical quartz rotational rate sensor for inertial applications. In *IEEE Aerospace Applications Conference*, pages 315–332, 1996.
- [27] BEI Systron Donner inertial. QRS11. Technical report, 2007.
- [28] J. Beitia, A. Gross, and G. Grosset. New generation of inertial clusters for standby instruments based on vibrating sensors. *Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 21(4) :19–26, 2006.
- [29] D. Janiaud, O. Le Traon, B. Lecorre, R. Levy, S. Muller, and M. Pernice. The vig vibrating gyrometer : a new quartz micromachined sensor. In *Symposium gyro technology*, 2004.
- [30] D. Janiaud, O. Le Traon, B. Lecorre, and S. Muller. *Quartz Vibrating gyro*. US Patent 6,386,035, 2002.
- [31] A. Lawrence. *Modern Inertial Technology*. Springer-Verlag, 1992.
- [32] S.A. Foote and D.B. Grindeland. Model qa3000 q-flex accelerometer high performance test results. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 7(6) :59–67, 1992.
- [33] Honeywell. Q-flex qa-2000 accelerometer. Technical report, 2007.
- [34] J.-C. Radix. Accéléromètres inertiels. Technical report, 2000.
- [35] R. Delaney, W. Albert, and R. Weber. Vibrating beam accelerometer. In *Symposium gyro technology*, 1983.
- [36] J. Willis and B.D. Jimerson. A piezoelectric accelerometer. *Proceedings of the IEEE*, 1964.
- [37] B.L. Norling. *Accelerometer with floating beam temperature compensation*. US Patent 4,718,275, 1988.
- [38] B.L. Norling. *Emergence of miniature quartz vibrating beam accelerometer technology for tactical navigation and flight control*. Joint Services Data Exchange, 1988.

- [39] B.L. Norling and C.J. Cornelius. *Accelerometer with isolator for common mode inputs*. US Patent 4,766,768, 1988.
- [40] Honeywell. *Accelerex RBA500*. Technical report, 2007.
- [41] O. Le Traon, D. Janiaud, and S. Muller. *Monolithic accelerometric transducer*. US Patent 5,962,786, 1999.
- [42] O. Le Traon, D. Janiaud, S. Muller, and P. Bouniol. The VIA vibrating beam accelerometer : Concept and performances. In *Position, Location and Navigation Symposium*, Palm Springs, USA, 20–23 April 1998.
- [43] O. Le Traon, D. Janiaud, M. Pernice, S. Masson, S. Muller, and J.-Y. Tridera. A new quartz monolithic differential vibrating beam accelerometer. In *Position, Location and Navigation Symposium*, 25–25 April 2006.
- [44] O. Le Traon, M. Pernice, D. Janiaud, B. Lecorre, and S. Muller. *Dispositif de découplage mécanique pour capteur vibrant différentiel monolithique*. Brevet français 2,869,998, 2004.
- [45] C.C. Shing. *An investigation of chirped fibre Bragg gratings Fabry-pérot interferometer for sensing applications*. PhD thesis, Cranfield University, 2005.
- [46] T.K. Gangopadhyay. Prospects for fibre bragg gratings and fabry-perot interferometers in fibre-optics vibration sensing. *Sensors and Actuators A.*, 113 :20–38, 2004.
- [47] T.A. Berkoff and A.D. Kersey. Experimental demonstration of a fiber bragg accelerometer. *IEEE Photonics tech. lett.*, 8(12) :1677–1679, 1996.
- [48] Weltech. *FBG sensor catalog*. Technical report, 2007.
- [49] G.H. Ames and J.M. Maguire. Erbium fiber laser accelerometer. *IEEE Sensors Journal*, 7(4) :557–561, 2007.
- [50] Omega sensors. *Technology datasheet*. Technical report, 2007.
- [51] E.B. Cooper, E.R. Post, S. Griffith, J. Levitan, and S.R. Manalis. High-resolution micromachined interferometric accelerometer. *Appl. Phys. Lett.*, 76(22) :3316–3318, 2000.
- [52] F. Mailly, A. Giani, A. Martinez, R. Bonnot, P. Temple-Boyer, and A. Boyer. Micromachined thermal accelerometer. *Sensors and Actuators A*, 103 :359–363, 2002.
- [53] O. Leman, A. Chaehoi, F. Mailly, L. Latorre, and P. Nouet. Modeling of a cmos convective accelerometer for hdl integration. In *Solid-State Device Research Conference*, pages 134–137, 2006.
- [54] Memsic. *High performance dual axis accelerometer mxr6400q*. Technical report, 2007.
- [55] V. Milanovi, E. Bowen, N. Tea, J. Suehle, B. Payne, M. Zaghoul, and M. Gaitan. Convection-based accelerometer and tilt sensor implemented in standard cmos. In *International mechanical engineering conference and exposition, MEMS Symposia*, Anaheim, USA, 18–19 November 1998.
- [56] A.M. Leung, J. Jones, E. Czyzewska, J. Chen, and B. Woods. Micromachined accelerometer based on convection heat transfer. In *Micro Electro Mechanical Systems, MEMS*, Anaheim, USA, 18–19 November 1998.

- [57] D. Holleville. *Conception et réalisation d'un gyromètre à atomes froids fondé sur l'effet Sagnac pour les ondes de matières*. PhD thesis, Université paris XI Orsay, 2001.
- [58] F. Yver Leduc. *Caractérisation d'un capteur inertielle à atomes froids*. PhD thesis, Université paris XI Orsay, 2004.
- [59] P. Bouyer and A. Landragin. Refroidissement des atomes : horloges et senseurs inertiels. Technical report, 2005.
- [60] F. Lienhart. *Etude d'un gravimètre à atomes froids embarquable*. PhD thesis, Observatoire de Paris, 2007.
- [61] K.E. Peterseb. Silicon as a mechanical material. *IEEE proceedings*, 70, 1982.
- [62] J. Chae, H. Kulah, and K. Najafi. An in-plane high sensitivity, low-noise micro-g silicon accelerometer with cmos readout circuitry. *J. of Microelectromech. Syst.*, 13(4) :628–635, 2004.
- [63] P.L. Chen, R.S. Muller, R.D. Jolly, G. Halac, R.M. White, A.P. Andrews, T.C. Lim, and M.E. Motamedi. Integrated silicon microbeam pi-fet accelerometer. *IEEE Transactions on electron devices*, 29 :27–33, 1982.
- [64] H. Seidel, H. Riedel, R. Kolbeck, G. Mueck, W. Kupke, and M. Koeniger. Capacitive silicon accelerometer with highly symmetrical design. *Sensors and Actuators A*, pages 312–315, 1990.
- [65] T. Smith, O. Nys, M. Chevroulet, Y. DeCoulon, M. Degrauwe, and Jh. Wuorien. A 15 b electro-mechanical sigma-delta converter for acceleration measurements. In *IEEE International Solid-State Circuits Conference*, pages 160–161, San Francisco, 1994.
- [66] A. Salián, H. Kulah, N. Yazdi, and K. Najafi. A high-performance hybrid cmos microaccelerometer. In *Solid-State Sensors and Actuators Workshop*, pages 285–288, Hilton Head Island, 2000.
- [67] Analog Devices ADXL50. Technology datasheet. Technical report, 1994.
- [68] Analog Devices ADXL105. Technology datasheet. Technical report, 1999.
- [69] Analog Devices ADXL103. Technology datasheet. Technical report, 2003.
- [70] M. Lemkin and B. E. Boser. Three-axis micromachined accelerometer with a cmos position-sense interface and digital offset-trim electronics. *J. Solid-State Circuits*, 34 :456–468, 1999.
- [71] X. Jiang, F. Wang, M. Kraft, and B. Boser. An integrated surface micromachined capacitive lateral accelerometer. In *Solid-State Sensors and Actuators Workshop*, pages 202–205, Hilton Head Island, 2002.
- [72] Honeywell. SiMMA MS8000 series. Technical report, 2007.
- [73] T. Loffler and J. Nielson. International HARM precision navigation upgrade. a GPS/INS missile upgrade that improves effectiveness and minimizes friendly-fire accidents. In *Position Location and Navigation Symposium*, 2002.
- [74] Honeywell. Colibrys MS7000 series. Technical report, 2007.
- [75] M. Esashi. Resonant sensors by silicon micromachining. In *IEEE Frequency control Symposium*, 1996.

- [76] K. Maenaka, Y. Miki, H. Okada, and T. Fujita. Vibrating beam accelerometer with hard suspension beams. In *Transducers and Eurosensors 07*, pages 1207–1210, 2007.
- [77] S. Seok and K. Chun. Inertial-grade in-plane resonant silicon accelerometer. *Electronics Letters*, 42, 2006.
- [78] R. Hopkins, J. Borenstein, B. Antkowiak, P. Ward, R. Elliott, M. Weinberg, M. DePiero, and J. Miola. The silicon oscillating accelerometer : a MEMS inertial instrument for strategic missile guidance. In *AIAA Missile Sciences Conference*, Monterey, USA, 2000.
- [79] R. Leonardson and S. Foote. SiMMA accelerometer for inertial guidance and navigation. In *Position Location and Navigation symposium IEEE*, pages 152–160, Palm Spring, USA, 1998.
- [80] Honeywell. SiMMA SA500. Technical report, 2007.
- [81] S. Timoshenko and D.H. Young. *Vibrations problems in engineering*. Van Nostrand Reinhold Company, 1972.
- [82] C.M. Crede. *Shock and vibration handbook*. McGraw-Hill Book Company, 1996.
- [83] T. Yi, L. Li, and C.-J. Kim. Microscale material testing of single crystalline silicon : process effects on surface morphology and tensile strength. *Sensors and actuators A*, 83 :172–178, 2000.
- [84] C. Bourgeois, J. Hermann, N. Blanc, N.F. De Rooij, and F. Rudolf. Determination of the elastic temperature coefficients of monocrystalline silicon. In *Solid-State Sensors and Actuators and Eurosensors IX*, Stockholm, sweden, 1995.
- [85] R. Hull. *Properties of Crystalline Silicon*. INSPEC, 1995.
- [86] H. Chen. *Conception modélisation et caractérisation dun micro capteur résonant de pression en silicium*. PhD thesis, Université paris XI Orsay, 2003.
- [87] W.-T. Hsu and C.T.-C. Nguyen. Stiffness-compensated temperature-insensitive micromechanical resonators. In *Int. Micro Electro Mechanical Systems Conf*, pages 731–734, Las Vegas, USA, 2002.
- [88] G. Stemme. Resonant silicon sensors. *J. Micromech. Microeng.*, 1(9) :113–125, 1991.
- [89] J. Rutman. Characterization of phase and frequency instabilities on precision frequency sources : fifteen years of progress. *Proceedings of the IEEE*, 66(9) :1048–1075, 1978.
- [90] A. Michaud. *Etude de la stabilité de la fréquence d'un étalon de fréquence basé sur un maser à Rubidium 87 : influence du récepteur cohérent*. PhD thesis, Faculté des sciences et de génie de l'Université de Laval, Québec, 1986.
- [91] P. Kartaschoff. *Frequency and time*. Academic Press, 1978.
- [92] D. Allan, H. Hellwig, P. Kartaschoff, J. Vanier, J. Vig and G.M.R. Winkler, and N.F. Yannoni. Standard terminology for fundamental frequency and time metrology. In *Frequency Control Symposium*, 1988.
- [93] D.W. Allan. Statistics of atomic frequency standards. *Proceedings of the IEEE*, 54(2) :221–230, 1966.

- [94] D.B. Leeson. A simple model of feedback oscillator noise spectrum. *Proceedings Letters*, 54 :329–330, 1966.
- [95] E. Rubiola. The leeson effect. In *IEEE International Frequency Control Symposium*, 2006.
- [96] E. Rubiola. *The Leeson effect - Phase noise in quasilinear oscillators*. universit  Henri Poincaré, Nancy. disponible sur le site <http://arxiv.org>, 2007.
- [97] F. Ayela and T. Fournier. An experimental study of anharmonic micromachined silicon resonators. *Meas. Sci. Technol.*, 9 :1821–1830, 1998.
- [98] V. Kaajakari, T. Mattila, A. Oja, and H. Seppa. Nonlinear limits for single-crystal silicon microresonators. *J. Microelectromech. syst.*, 13(5), 2004.
- [99] L.D. Landau and E.M. Lifschitz. *der Theoretischen Physik-Mechanik*. 3rd ed. Berlin : Akademie-Verlag, 1964.
- [100] H.A.C. Tilmans, M. Elwenspoek, and J.H.J. Fluitman. Micro resonant force gauges. *Sensors and actuators A*, 30 :35–53, 1992.
- [101] Z. Hao, A. Erbil, and F. Ayazi. An analytical model for support loss in micromachined beam resonators with in-plane flexural vibrations. *Sensors and Actuators A*, 109(1) :156–164, 2003.
- [102] B. Le Foulgoc, T. Bourouina, O. Le Traon, A. Bosseboeuf, F. Marty, C. Breluzeau, J.-P. Grandchamp, and S. Masson. Highly decoupled single-crystal silicon resonators : and approach for the intrinsic quality factor. *J. Micromech. Microeng.*, 16 :45–53, 2006.
- [103] J. Yang, T. Ono, and M. Esashi. Energy dissipation in submicrometer thick single-crystal silicon cantilevers. *J. of Microelectromechanical systems*, 11(6) :775–783, 2002.
- [104] D.F. Wang, T. Ono, and M. Esashi. Thermal treatments and gas adsorption influences on nanomechanics of ultra-thin silicon resonators for ultimate sensing. *Nanotechnology*, 15 :1851–1854, 2004.
- [105] P. Mohanty, D.A. Harrington, K.L. Ekinci, Y.T. Yang, M.J. Murphy, and M.L. Roukes. Intrinsic dissipation in high-frequency micromechanical resonators. *Phys. Rev. B*, 66, 2002.
- [106] X. Liu, J.E. Vignola, H.J. Simpson, B.R. Lemon, B.H. Houston, and D.M. Photiadis. A loss mechanism study of a very high Q silicon micromechanical oscillator. *J. Applied Phys.*, 97, 2005.
- [107] T. Ono, D.F. Wang, and M. Esashi. Time dependence of energy dissipation in resonating silicon cantilevers in ultrahigh vacuum. *App. Phys. Lett.*, 83, 2003.
- [108] U. Gysin, S. Rast, P. Ruff, E. Meyer, D.W. Lee, P. Vettiger, and C. Gerber. Temperature dependence of the force sensitivity of silicon cantilevers. *Phys. Rev. Lett. B*, 69, 2004.
- [109] F.R. Blom, S. Bouwstra, M. Elwenspoek, and J.H.J. Fluitman. Dependence of the quality factor of micromachined silicon beam resonators on pressure and geometry. *J. Vac. Sci. Technol.*, 10 :19–26, 1992.
- [110] K. Kokubun, M. Hirata, M. Ono, H. Murakami, and Y. Toda. Unified formula describing the impedance dependence of a quartz oscillator on gas pressure. *J. Vac. Sci. Technol. A*, 5 :2450–2453, 1987.

- [111] R.G. Christian. The theory of oscillating vane vacuum gauges. *Vacuum*, 16(4) :175–178, 1996.
- [112] Z. Kadar, W. Kindt, A. Bossche, and J. Mollinger. Quality factor of torsional resonators on the low pressure region. *Sensors and Actuators A*, 53 :299–303, 1996.
- [113] B. Li, H. Wu, C. Zhu, and J. Liu. The theoretical analysis on damping characteristics of resonant microbeam in vacuum. *Sensors and Actuators A*, 77 :191–194, 1999.
- [114] M. Bao and H. Yang. Squeeze film air damping in mems. *Science Direct A*, 136 :3–27, 2007.
- [115] R.E. Mihailovich and N.C. MacDonald. Dissipation measurements of vacuum-operated single-crystal silicon microresonators. *Sensors and Actuators A*, 50 :199–207, 1995.
- [116] J. Lamb and J. Richter. Anisotropic acoustic attenuation with new measurements for quartz at room temperature. *Proc. Roy. Soc. A.*, 293 :479–492, 1966.
- [117] A.N. Cleland. *Foundations of nanomechanics : from solid-state theory to device applications*. Springer, 2003.
- [118] A.Y. Akhiezer. Absorption du son dans les ondes sonores (traduction article russe). *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 8 :1318–1329, 1938.
- [119] H.E. Bömmel and R. Dransfeld. Excitation and attenuation of hypersonic waves in quartz. *Phys. Rev.*, 117(5) :1245–1252, 1960.
- [120] V.B. Braginsky, V.P. Mitrofanov, and V.I. Panov. *Systems with small dissipation*. The university of Chicago Press, 1985.
- [121] C. Kittel. *Physique de l'état solide*. 5eme édition - Paris : Dunod Université, 1983.
- [122] C. Zener. Internal friction in solids i : Theory of internal friction in reeds. *Phys. Rev.*, 52 :230–235, 1937.
- [123] S. Lepage. *Stochastic finite element method for the modeling of thermoelastic damping in micro-resonators*. PhD thesis, Université de Liège, 2006.
- [124] C. Zener. Internal friction in solids ii : General theory of thermoelastic internal friction. *Phys. Rev.*, 53 :90–99, 1938.
- [125] R. Lifshitz and M.L. Roukes. Thermoelastic damping in micro- and nanomechanical systems. *Phys. review B*, 62(8) :5600–5609, 2000.
- [126] A. Duwel, J. Gorman, M. Weinstein, J. Borenstein, and P. Ward. Experimental study of thermoelastic damping in mems gyros. *Sensors and Actuators A*, 103 :70–75, 2003.
- [127] B.H. Houston, D.M. Photiadis, J.F. Vignola, M.H. Marcus, X. Liu, D. Czaplewski, L. Sekaric, J. Butler, P. Pehrsson, and J.A. Bucaro. Loss due to transverse thermoelastic currents in micro-scale resonators. *Materials Science and Engineering A*, 370 :407–411, 2004.
- [128] Y. Sun, D. Fang, and A.K. Soh. Thermoelastic damping in micro-beam resonators. *Int. J. Solids and Structures*, 2005.
- [129] F. Marty, L. Rousseau, B. Saadany, B. Mercier, O. Francais, Y. Mita, and T. Bourouina. Advanced etching of silicon based on deep reactive ion etching for silicon high aspect ratio micro structures and three-dimensional micro- and nano-structures. *Microelectronics Journal*, 36 :673–677, 2005.



- [130] A. Bosseboeuf and S. Petitgrand. Characterization of the static and dynamic behaviour of M(O)EMS by optical techniques : status and trends. *J. Micromech. Microeng.*, 13 :23–33, 2003.
- [131] S. Petitgrand and A. Bosseboeuf. Simultaneous mapping of phase and amplitude of out-of-plane and in-plane vibrations of mems with (sub)nanometer resolution. *J. Micromech. Microeng.*, 14 :97–101, 2004.
- [132] A. Bosseboeuf, C. Bréluzeau, F. Parrain, P. Coste, J.-P. Gilles, S. Megherbi, and X. Le Roux. In-plane vibration measurement of microdevices by the knife-edge technique in reflection mode. In *7th Int. Conf. on vibration measurements by laser techniques*, Ancona, Italy, 19–22 June 2006.
- [133] J.-P. Gilles, S. Megherbi, G. Raynaud, F. Parrain, H. Mathias, and A. Bosseboeuf. Scanning electron microscopy for vacuum quality factor measurement of small-size mechanical resonators. In *The 14th Int. Conf. on solid-state sensors, actuators and microsystems*, Lyon, France, 10–14 June 2007.
- [134] J.J. Wortman and R.A. Evans. Young’s modulus, shear modulus, and Poisson’s ratio in silicon and germanium. *J. of Applied Physics*, 36(1) :153–156, 1964.
- [135] S. Lani, A. Bosseboeuf, and C. Boukari. Si-Si and Si-glass eutectic wafer bonding with Au-Si layers. In *Proc. Micromechanics Europe Workshop*, Guimaraes, Portugal, 2007.
- [136] S. Lani. *Etude de procédés d’encapsulation sur tranche sous vide ou quasi hermetique pour les microsystemes (opto) électromecaniques (M(O)EMS)*. PhD thesis, Université paris XI Orsay, 2008.
- [137] C.J. Glassbrenner and G.A. Slack. *Phys. Rev.*, 134 :963–968, 1964.
- [138] D.W. Satchell and J.C. Greenwood. A thermally excited silicon accelerometer. *Sensors and Actuators*, pages 565–571, 1989.
- [139] T.S. Lammerink. Performance of thermally excited resonators. *Sensors and Actuators*, pages 352–356, 1990.
- [140] M.B. Othman and A. Brunnschweiler. Electrothermally excited silicon beam mechanical resonator. *Electron. Lett.*, pages 728–730, 1987.
- [141] P.R. Wyman. A new force to frequency transducer. In *IEEE Digital Instrumentation*, 1973.
- [142] K. Ikeda. Silicon pressure sensor with resonant strain gauge built into diaphragm. In *Sensor Symposium*, 1988.
- [143] R.A. Buser and N.F. De Rooij. Tuning forks in silicon. In *Proc. MEMS*, Salt Lake City, USA, 1989.
- [144] K.E. Thorton. A sensitive optically excited resonator pressure sensor. *Sensors and Actuators*, pages 15–19, 1990.
- [145] H. Wolfelschneider. Optically excited and interrogated micromechanical silicon cantilever structure. *SPIE*, pages 61–66, 1987.
- [146] E. Dieulesaint, D. Royer, and C. Bonnefoy. Mechanical excitation of a membrane by an optical beam. In *IEEE Ultrasonics Symp.*, 1981.

- [147] E. Stemme and G. Stemme. A balanced resonant pressure sensor. *Sensors and Actuators*, pages 336–341, 1990.
- [148] T.A.W. Roessig. *Integrated MEMS tuning fork oscillators for sensor applications*. PhD thesis, U.C. Berkeley, 1998.
- [149] C.J. Welham. A laterally driven micromachined resonant pressure sensor. *Sensors and Actuators*, pages 86–91, 1996.
- [150] K. Seibert. Optical system for pressure and temperature sensing. *Sensors and Actuators*, pages 85–91, 1994.
- [151] S. Han, S. Yang, T. Hwang, J. Lee, J. Duk, and H. Shin. Lateral silicon field- devices using electron beam lithography. *Jpn. Jappl. Phys.*, pages 2556–2559, 2000.
- [152] O. Robert. *Développement d'un oscillateur analogique d'interface pour résonateur sur technologie CMOS en haute température, application à un capteur MEMS de pression*. PhD thesis, Université Paris VI, 2004.
- [153] J.-J. Gagnepain. La variance de picinbono. *Traitement du signal*, 15 :477–482, 1999.
- [154] R. Boudot. *Oscillateurs micro-ondes a haute pureté spectrale*. PhD thesis, UFR des sciences et techniques de l'Université de Franche-Comté, 2006.







## **Evaluation du potentiel de performance de micro-accéléromètres inertiels vibrants en silicium**

Un important effort de recherche est nécessaire pour assurer la maîtrise du vol en espace restreint de drones miniatures. Cette recherche s'appuie sur une nouvelle génération de capteurs inertiels, les capteurs vibrants, qui offrent par leur principe et leur technologie de réalisation associée, des perspectives tout à fait intéressantes en terme de miniaturisation / performance / coût. Dans ce travail de thèse, nous avons notamment étudié la relation entre la performance et les dimensions de micro-accéléromètres vibrants en silicium. Pour cela, nous avons établi les limites de ce type de capteur en fonction de la taille du résonateur. En particulier, le facteur de qualité est apparu comme un paramètre déterminant et une étude expérimentale a été réalisée afin de valider les modèles théoriques. De nombreux résultats expérimentaux nous ont permis de dresser une estimation des performances attendues. Enfin, une première architecture d'accéléromètre vibrant en silicium est détaillée.

## **Evaluation of the performance potential of inertial vibrating silicon micro-accelerometers**

A major research effort is necessary to ensure flight control for miniaturized UAV. This research is based on a new generation of inertial sensors, the vibrating sensors, which offer because of their principle and their associated technology achievement, interesting prospects in terms of miniaturization / performance / cost. The focus of this research was to study the relationship between performance and size of silicon vibrating accelerometers. We have established the boundaries of this type of sensor based on the size of the resonator. In particular, the quality factor has emerged as a determining factor and an experimental study was conducted to validate the theoretical models. Thus, many experimental results have enabled us to estimate the expected performances. Finally, a first architecture of silicon vibrating accelerometer is presented.