



HAL
open science

Modélisation micromécanique du comportement d'un sol injecté

Quoc Huy Vu

► **To cite this version:**

Quoc Huy Vu. Modélisation micromécanique du comportement d'un sol injecté. Mécanique [physics.med-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. Français. NNT : . tel-00475783

HAL Id: tel-00475783

<https://theses.hal.science/tel-00475783v1>

Submitted on 23 Apr 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE DE DOCTORAT DE
L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité
Mécanique

Présentée par

VU Quoc Huy

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

**Modélisation micromécanique du comportement d'un sol
injecté**

soutenue le 24/01/2008

Rapporteurs : M. SOULAT Damien, Maître de Conférences à Polytech' Orléans
Mme DJERAN-MAIGRE Irini, Professeur à l'INSA de Lyon

Examineurs : Mme LENE Françoise, Professeur à l'Université PARIS VI
M. BERTHAUD Yves, Professeur à l'Université PARIS VI

Directeurs : M. BENHAMIDA Abdelwahed, Maître de Conférences à l'Université PARIS VI
Mme BOUCHELAGHEM Fatiha, Maître de Conférences à l'Université PARIS VI

Remerciements

Ce travail n'aurait pu être achevé sans l'aide et le soutien de nombreuses personnes à qui je suis heureux d'exprimer mes profonds remerciements.

J'aimerais tout d'abord adresser toute ma reconnaissance à Monsieur BEN HAMIDA Abdelwahed et Madame BOUCHELACHEM Fatiha, mes Directeurs de thèses, pour m'avoir encadré lors de ce travail avec beaucoup d'enthousiasme et de patience, malgré que Monsieur BEN HAMIDA Abdelwahed ait eu, pendant certains moments, des problèmes de santé et que tous les deux, ils avaient eu d'autres lourdes charges à accomplir. Je tiens à les remercier vivement, encore une fois.

Je souhaiterais remercier Madame LENE Françoise pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire LM2S, et également pour avoir participé à l'évaluation de ce travail en tant qu'examinateur.

Je tiens ensuite à remercier Monsieur BERTHAUD Yves, qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse, ainsi que Madame DJERAN-MAIGRE Irini et Monsieur SOULAT Damien pour l'intérêt qu'ils ont témoigné à l'égard de mon travail en acceptant la lourde tâche de rapporteur.

Je remercie SMAOUI-BARBOURA Salma, SPALATELU Mirela et ZOUARI Rim pour leur amitié, leur aide précieuse et pour tout ce que l'on a partagé ensemble au laboratoire.

J'exprime ma reconnaissance à Madame DUMONTET Hélène pour son aide et sa gentillesse.

Enfin, mes remerciements vont également aux collègues et au personnel du laboratoire, qui m'ont supporté au quotidien avec leur amitié et gentillesse.

Je terminerai en remerciant ma soeur Hang et son mari Thanh, ma copine Tam pour leur amour, leurs encouragements et leur aide. Je remercie mes parents pour m'avoir fait confiance et m'avoir encouragé tout au long de mon parcours d'études en France, malgré l'énorme éloignement géographique.

Table des matières

Introduction	5
1 Etude bibliographique du comportement mécanique des sols injectés	7
1.1 Généralités sur l'injection des sols	7
1.1.1 Quelques définitions	7
1.1.2 Historique	9
1.2 Comportement du milieu granulaire initial	10
1.2.1 Domaine des petites déformations	11
1.2.2 Domaine des moyennes et grandes déformations	12
1.2.2.1 Comportement mécanique d'un milieu granulaire	12
1.2.2.2 Cas du sable de Fontainebleau	14
1.3 Comportement des sols cimentés	17
1.4 Comportement des sols injectés	19
1.4.1 Domaines des petites déformations	20
1.4.2 Domaine de déformations intermédiaires et de grandes déformations	20
1.4.2.1 Evolution des propriétés élastiques non linéaires	20
1.4.2.2 Essais de compression simple	22
1.4.2.3 Essais de compression isotrope	23
1.4.2.4 Essais triaxiaux	24
1.4.2.5 Enveloppe de rupture	25
1.4.2.6 Comportement du coulis pur	27
1.5 Travaux de modélisation	27
1.5.1 Comportement des sols cimentés	27
1.5.2 Comportement des sols injectés	28
1.6 Conclusion du chapitre	32

2	Homogénéisation en non linéaire	33
2.1	Problème d'homogénéisation	33
2.1.1	Introduction	33
2.1.2	Calcul du comportement homogène équivalent	35
2.1.3	Méthode des milieux périodiques	35
2.1.4	Méthode des modules effectifs	36
2.2	Méthodes de résolution du problème fondamental non linéaire	36
2.2.1	Méthode directe	36
2.2.1.1	Méthode des modules effectifs	37
2.2.1.2	Méthode des milieux périodiques	37
2.2.2	Méthodes de linéarisation	38
2.2.2.1	Méthode des modules sécants	38
2.2.2.2	Méthodes tangente et affine	40
2.3	Méthode des modules sécants couplée à la méthode des milieux périodiques	41
2.3.1	Introduction	41
2.3.2	Implémentation numérique	42
2.4	Validation numérique de la méthode de linéarisation développée	43
2.4.1	Choix de la cellule de base et son maillage	44
2.4.2	Cas d'un comportement élasto-plastique avec écrouissage isotrope	44
2.4.3	Cas d'un comportement endommageable	47
2.4.3.1	Essais œdométriques en compression	49
2.4.3.1.1	Méthode de résolution directe	49
2.4.3.1.2	Méthode de résolution par linéarisation sécante	52
2.4.3.2	Essais œdométriques en traction	53
2.4.4	Cas de deux constituants à comportement non linéaire	55
2.5	Méthode de résolution avec modèles non-locaux	56
2.5.1	Phénomène de localisation	56
2.5.2	Calcul non-local : comparaison avec le calcul local et la méthode de linéarisation	58
2.5.2.1	Essai œdométrique en compression - Hypothèse de dé- formations planes	58
2.5.2.2	Essai œdométrique en compression - Hypothèse de contraintes planes	60
2.5.2.3	Essai œdométrique en traction - Hypothèse de contraintes planes	63

2.5.3	Sensibilité du modèle non-local au choix de la longueur caractéristique	66
2.6	Conclusions du chapitre	67
3	Application aux sols injectés	69
3.1	Choix de la cellule de base	69
3.2	Comportement élastique linéaire	73
3.2.1	Homogénéisation par la méthode des milieux périodiques linéaires	73
3.2.2	Comportement équivalent et champs locaux obtenus par la méthode des milieux périodiques	74
3.2.3	Méthode d'homogénéisation itérative	79
3.2.4	Calcul du comportement élastique linéaire équivalent d'un sol injecté : comparaison des deux méthodes	82
3.2.5	Discussion et comparaison des différents modèles pour chacun des modules	88
3.2.5.1	Module d'Young homogénéisé	88
3.2.5.2	Coefficient de Poisson	90
3.2.5.3	Module de cisaillement homogénéisé G obtenu par la méthode périodique	90
3.2.5.4	Module de cisaillement μ	90
3.2.6	Etudes paramétriques avec la méthode des milieux périodiques .	91
3.2.6.1	Effet de l'épaisseur de la couche de ciment lorsque Rc est fixé	91
3.2.6.2	Effet du rayon du cylindre de ciment lorsque lc est fixé	94
3.2.6.3	Effet de la distribution du ciment lorsque la porosité finale est fixée	95
3.2.7	Validation avec les résultats expérimentaux	96
3.2.7.1	Application à un milieu granulaire cimenté	96
3.2.7.2	Application à un milieu granulaire injecté	97
3.3	Comportement non linéaire	98
3.3.1	Essais œdométriques	99
3.3.2	Essais triaxiaux	105
3.3.2.1	Simulation d'essais triaxiaux avec contrainte de confinement par la méthode de linéarisation	105
3.3.2.2	Simulation des essais triaxiaux sur un sol injecté . . .	109
3.3.2.3	Etude paramétrique pour l'essai triaxial	111
3.3.3	Essais de compression isotrope	114

3.3.4	Comparaison aux résultats expérimentaux	116
3.4	Prise en compte du frottement	118
3.4.1	Etude bibliographique	118
3.4.2	Modélisation du frottement	119
3.4.2.1	Prise en compte locale du frottement	119
3.4.2.2	Prise en compte globale du frottement	120
3.4.3	Simulation numérique du frottement	120
3.4.3.1	Les essais simulés	121
3.4.3.2	Premières simulations numériques et confrontations aux essais	122
3.5	Conclusion du chapitre	126
Conclusions et perspectives		129

Introduction

L'injection des sols est une technique largement utilisée pour le traitement des terrains dont les caractéristiques hydrauliques et/ou mécaniques initiales sont insuffisantes. Le procédé consiste à faire pénétrer dans le sol un coulis liquide qui peut circuler dans les interstices, jusqu'à sa prise. Ceci entraîne une nette amélioration des propriétés des milieux traités : diminution de la perméabilité, augmentation de la rigidité et de la résistance mécanique.

Le sol injecté peut donc être considéré comme un matériau composite se composant des grains de sable (squelette initial), du coulis solidifié qui relie les grains et de zones vides résiduelles qui ne sont pas atteintes par le coulis lors de l'injection (porosités). Ce matériau hétérogène a un comportement complexe, régi à la fois par les caractéristiques de chacun des constituants (grains de sable et coulis) et par sa microstructure particulière (degrés de saturation initial et résiduel, distribution du coulis dans le matériau composite,...). Plusieurs auteurs ont modélisé le comportement d'un tel matériau par des approches macromécaniques et micromécaniques. Cependant, peu de travaux ont pris en compte à la fois le comportement de chacune des phases et la description détaillée de la microstructure du milieu injecté lors de la modélisation. Dans ce contexte, notre travail de recherche a été abordé dans l'esprit de développer une approche multi-échelles représentant à la fois l'aspect des comportements constitutifs et l'aspect microstructural, qui nous permet de modéliser le comportement mécanique macroscopique des milieux injectés dans les domaines des petites et grandes déformations. Ce mémoire se compose de trois chapitres :

- Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique. On présente le comportement des sols injectés, ainsi que des sols vierges et cimentés mesuré lors de travaux expérimentaux ou simulé par des modélisations trouvées dans la littérature. Ce travail bibliographique vise à comprendre le comportement mécanique de ces matériaux hétérogènes à partir du comportement de chacun de leurs constituants élémentaires. L'objectif final étant de développer un modèle micromécanique qui simule la tenue de ces milieux en tenant compte de leur nature multi-phasique. Ainsi, le comportement des sols granulaires fins, des coulis de ciment solidifiés, des sols injectés ou cimentés y sera présenté.

- Dans le chapitre 2, après un bref rappel des techniques d'homogénéisation non linéaire, nous nous consacrerons à la technique des milieux périodiques. Cette technique est basée sur la résolution d'un problème cellulaire non linéaire. La résolution de ce problème sera effectuée, après un traitement approprié des conditions aux limites, de deux manières. La première, que nous appellerons directe consiste en une résolution sur le code de calcul CASTEM du problème cellulaire non linéaire. En présence de comportements non linéaires à écrouissage négatif, ces résolutions directes se heurtent rapidement à des problèmes de convergence et d'unicité de la solution. La seconde, que nous avons développée pour surmonter les difficultés posées à la méthode directe, repose sur le couplage de la méthode de linéarisation sécante avec la méthode des milieux périodiques linéaire. Le comportement homogène équivalent sera construit par cette méthode point par point par une succession de résolutions de problèmes linéaires.

Une validation de l'implémentation numérique de ces deux méthodes dans le code de calcul CASTEM sera effectuée sur un composite poreux bidimensionnel. Une étude comparative des champs locaux ainsi que des comportements macroscopiques obtenus par les différentes méthodes sera effectuée.

- Le chapitre 3 sera consacré principalement à la modélisation du comportement des sols injectés par la méthode des milieux périodiques développée dans le chapitre précédent. Ce chapitre se compose de trois grandes parties.

- Au cours de la première partie, nous nous intéresserons au comportement élastique linéaire de ces matériaux. Plusieurs cellules de bases seront proposées pour étudier l'influence des différents paramètres géométriques sur le comportement global. La validation des calculs sera effectuée à travers une comparaison avec la méthode analytique d'homogénéisation itérative ainsi qu'avec des résultats d'essais disponibles dans la littérature. Une étude paramétrique détaillée sera menée pour comprendre le rôle joué par les différents paramètres de l'injection sur le comportement macroscopique.
- Dans une seconde partie, la réponse non linéaire des sols injectés sera examinée. Nous mettrons en œuvre, sur ces matériaux, les méthodes d'homogénéisation périodique directe et linéarisée, développées au chapitre précédent. Nous nous intéresserons en particulier à la mise en œuvre numérique et à la simulation d'essais triaxiaux qui sont couramment pratiqués en mécanique des sols. Une étude paramétrique nous aidera à comprendre l'effet et le rôle joué par la quantité de ciment injectée ainsi que sa répartition spatiale dans la tenue de ces matériaux.
- Enfin, une tentative de prise en compte du frottement intergranulaire sera effectuée pour approcher au mieux le comportement mécanique observé lors des essais.

Chapitre 1

Etude bibliographique du comportement mécanique des sols injectés

Ce chapitre est consacré à une étude bibliographique sur le comportement mécanique d'un sol cimenté ou injecté sur une large gamme de déformations. La compilation de résultats bibliographiques présentés vise à comprendre le comportement mécanique de ce matériau composite à partir du comportement de ses constituants élémentaires afin de développer un modèle de comportement qui tienne compte de la nature multiphasique hétérogène de ce matériau. Ainsi le comportement des sols granulaires fins, des coulis de ciment solidifiés et des sols injectés est présenté successivement, de façon à mettre en lumière l'apport spécifique de l'injection. Les sols cimentés sont également étudiés car ils présentent de nombreux traits communs avec les sols injectés, et ces deux types de sols appartiennent à la famille des sols structurés.

Un sol cimenté ou injecté peut être considéré comme un matériau composite, composé :

- du squelette granulaire initial,
- d'une matrice de liant connectée ou non,
- de pores résiduels non imprégnés par le coulis au cours de l'injection.

Pour chacune de ces catégories de matériaux, on étudie :

- le comportement en petites déformations ($\varepsilon < 10^{-3}$) afin de mettre en lumière l'évolution des paramètres élastiques.
- le comportement en grandes déformations ($\varepsilon \approx 10^{-3}$ à 10^{-1}) afin de caractériser les paramètres de résistance maximale.

1.1 Généralités sur l'injection des sols

1.1.1 Quelques définitions

L'injection des sols est une technique courante de traitement des terrains dont les propriétés mécaniques et/ou hydrauliques initiales sont médiocres pour permettre la

construction d'ouvrages de génie civil. Le procédé consiste à faire pénétrer dans le sol un coulis fluide qui circule dans les interstices du sol, jusqu'à sa prise. En se solidifiant, le coulis se transforme en une matrice qui noie et solidarise les grains du milieu granulaire traité. Ainsi, l'injection permet de consolider ou d'étanchéfier un sol. Ceci se traduit par une amélioration de l'étanchéité par diminution de la perméabilité (barrages (figure 1.1), barrière étanche contre la migration des polluants, ...) et/ou une augmentation des caractéristiques mécaniques du sol (ouvrages souterrains (figure 1.2), fondations (figure 1.3), ...).

De manière générale, on distingue trois types d'injection :

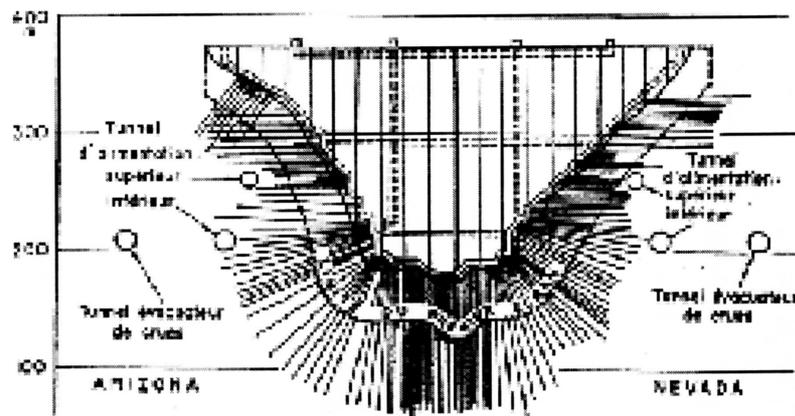


Figure 1.1 — Injection au dessous d'un barrage (Kutzner, 1996 [31])

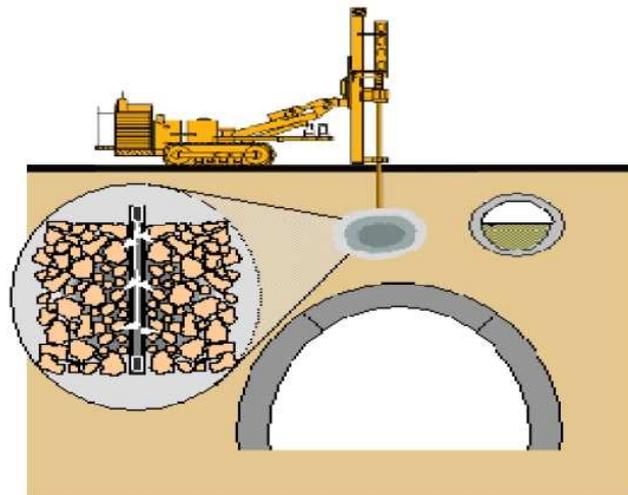


Figure 1.2 — Injection pour l'excavation d'un tunnel (Bouchelaghem, 2001 [13])

- l'injection par imprégnation : le traitement s'effectue sans altération de la structure du sol par circulation du coulis dans les espaces interstitiels.

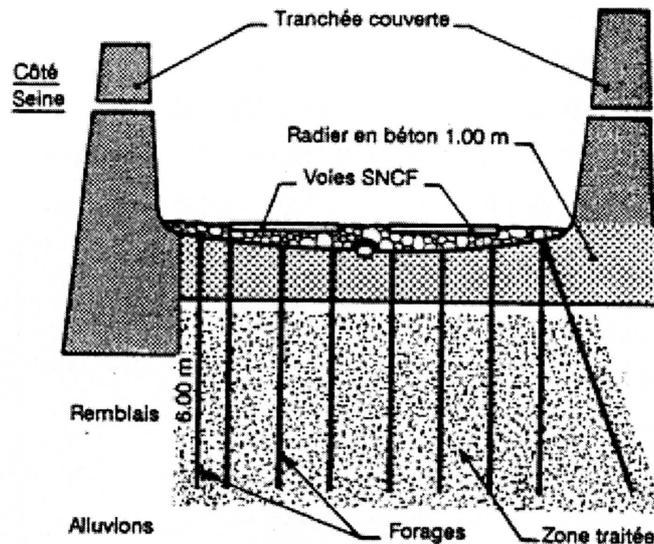


Figure 1.3 — Injection d'une fondation avant la mise en place des voies ferrées ([59])

- l'injection par fracturation : elle consiste à remplir des vides et des fissures naturelles ou créées par claquage dû à la pression d'injection. Elle s'accompagne donc d'une modification de la structure du terrain.
- l'injection de compactage : le coulis remplit une cavité artificielle qui se développe et entraîne un compactage du terrain. On ne peut pas parler de sol injecté dans ce cas.

Dans le cadre de cette étude, nous nous limitons à l'étude des propriétés mécaniques des sols injectés par imprégnation d'un coulis de ciment.

1.1.2 Historique

Le procédé d'injection a été inventé par l'ingénieur Charles Bérigny en 1802. Jusqu'à présent, la technique a beaucoup progressé dans le domaine des matériaux et des matériels du génie civil. En ce qui concerne le coulis utilisé, ce fut d'abord des liants hydrauliques, plus particulièrement le ciment Portland (1821), qui remplacèrent avantageusement les suspensions d'eau et de pouzzolanes. Leur emploi est principalement consacré au colmatage des fissures dans les roches et à l'amélioration des propriétés des sols grossiers.

Au début du vingtième siècle, l'injection profita du développement de matériels plus performants, notamment l'apparition des pompes en acier et à haute pression d'injection. L'emploi de l'injection s'est développé de manière significative dans les années 1920-1930 grâce à la construction des grands barrages. En utilisant cette technique, il était possible de supprimer les circulations d'eau qui contournaient le barrage, d'une façon très économique. L'injection des terrains de plus en plus fins, en particulier les

sables, conduisit au développement de nouveaux coulis. Les coulis chimiques en solution ont été mis au point par Joosten en 1926. Des améliorations sur la composition et la fabrication de ces coulis ont été apportées jusqu'à ce que leurs inconvénients soient mis en évidence. Le phénomène de synérèse est ainsi responsable de la pollution des nappes phréatiques et du manque de pérennité des terrains traités (Ribay-Delfosse, 2001 [57]). Dans les années 80, des coulis dits "de nouvelle génération", à base de ciment fin, se sont substitués aux coulis chimiques. Ces coulis à base de ciment de plus en plus fin permettent d'injecter les terrains les moins poreux. Les développements les plus récents portent sur la qualité de l'injection, avec l'enregistrement des paramètres de forage et d'injection, l'emploi de malaxeur à haute énergie et l'apparition de l'informatique sur les chantiers. Des études systématiques sont également entreprises sur l'injection proprement dite et sur le comportement mécaniques des sols injectés. Des progrès importants ont été réalisés et maintenant l'injection commence à être intégrée dès la conception des ouvrages.

1.2 Comportement du milieu granulaire initial

Dans les travaux d'études sur les sols injectés ou cimentés, le comportement du milieu granulaire initial avant injection est toujours caractérisé, afin de mettre clairement en évidence l'apport de l'injection au comportement mécanique, et afin de servir de référence pour l'étude du milieu traité (Abdulla et Kioussis, 1997 [2], ...). De plus, l'approche micromécanique adoptée ici requiert la caractérisation du comportement mécanique de chacun des constituants élémentaires : matrice granulaire et coulis de ciment solidifié. C'est pourquoi cette section est consacrée au comportement du milieu granulaire initial. L'étude est ici limitée aux sols fins.

Pour la description du comportement mécanique d'un milieu granulaire, on distingue trois gammes de déformations (Dano [17], Maalej [40]) :

- les petites déformations se situant en dessous de $\varepsilon_{lim} \approx 10^{-3}$ pour un chargement de compression isotrope et $\varepsilon_{lim} \approx 10^{-5}$ pour un chargement déviatorique. Seule une étude dans le domaine des petites déformations peut permettre de déterminer la loi d'évolution des paramètres élastiques, nécessaires pour notre modélisation micromécanique.
- la gamme des déformations intermédiaires, de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-4} , pour laquelle le comportement reste élastique lorsque le chargement est isotrope.
- la gamme des grandes déformations ($\varepsilon > 10^{-3}$). Pour des valeurs de déformations supérieures à 10^{-3} , des phénomènes irréversibles de plasticité et d'endommagement de la matrice cimentaire apparaissent pour un sol injecté, quelque soit le type de chargement (isotrope ou déviatorique). L'étude du comportement en grandes déformations fournit les paramètres de résistance maximale, qui seront exploités dans notre modélisation micromécanique lors de la prise en compte de la non linéarité du comportement du coulis de ciment solidifié.

Cette distinction est importante car le module d'élasticité "apparent" du sable vierge ou injecté varie en fonction du niveau de déformation considérée. Comme le montre

la figure 1.4, le module d'élasticité réel de l'assemblage granulaire, qui correspond à un comportement élastique linéaire (i.e. réversible) du matériau, est associé à des déformations inférieures à 10^{-5} .

1.2.1 Domaine des petites déformations

Lors de l'exploitation usuelle d'essais triaxiaux classiques (Dano [17], Maalej [40], Ribay-Delfosse [57], Tailliez [63]), on obtient le module de rigidité E à l'origine de la courbe déviateur q -déformation axiale ε_1 de la façon suivante :

$$E = \frac{\Delta q}{\Delta \varepsilon_1} \quad (\varepsilon \approx 0, 1\%) \quad (1.1)$$

Un tel module, déterminé pour un niveau de déformation de l'ordre de 0,1%, doit être considéré comme un module sécant du fait du comportement fortement non linéaire des sols. E donné par l'équation 1.1 sous-estime le module d'Young E_{elas} caractérisant le comportement élastique linéaire, qui est limité à une déformation $\varepsilon_{lim} \approx 10^{-3}$ pour un chargement de compression isotrope et $\varepsilon_{lim} \approx 10^{-5}$ pour un chargement déviatorique (figure 1.4).

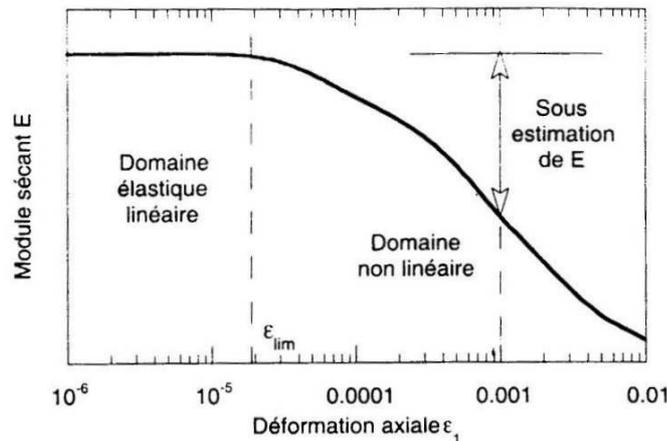


Figure 1.4 — Evolution du module sécant d'un sable vierge en fonction de la déformation axiale - Dano (2001) [17]

Dans le domaine des très petites déformations ainsi défini, les caractéristiques d'élasticité E_{elas} (module d'Young) et G_{elas} (module de cisaillement) représentent l'état des contacts intergranulaires actifs. Comme les efforts développés à l'intérieur de la structure granulaire s'orientent essentiellement selon la contrainte principale majeure, il conviendrait plutôt de parler de tenseur d'élasticité, afin de tenir compte de l'anisotropie induite par le chargement mécanique. Le tenseur d'élasticité dépend essentiellement de variables représentatives de la structure granulaire : indice des vides et tenseur des contraintes. Il existe des corrélations dans la littérature, basées sur des résultats expérimentaux, qui expriment la dépendance des caractéristiques

élastiques à l'égard de l'état des contraintes. Ces corrélations sont données sous la forme de lois en puissance des contraintes principales. Les corrélations données dans (Dano, 2001 [17]) montrent que pour des déformations $\varepsilon \sim 10^{-4}$, les sables ont un comportement élastique non linéaire dérivé de la loi de Hertz. Dano a réalisé des mesures de caractéristiques élastiques sur un sable de Fontainebleau, en utilisant un dispositif de mesure en très petites déformations ($\varepsilon < 10^{-5}$) qui repose sur une mesure de propagation d'ondes. Des détails sur le principe de la mesure et l'exploitation des résultats sont disponibles dans (Dano, 2001 [17]). Les résultats obtenus par Dano peuvent être synthétisés de la façon suivante :

Dano [17] obtient pour le module de cisaillement G_{elas} une évolution en fonction de la contrainte moyenne effective sous forme d'une loi puissance. Pour le sable de Fontainebleau, pour des chemins de compression-décompression isotropes qui précède le cisaillement lors d'un essai triaxial classique, l'état des contraintes s'exprime en fonction de la contrainte moyenne effective p' , G_{elas} est donné par :

$$G_{elas} \times e = 4,38p'^{0,56}$$

Sur le trajet de décompression isotrope qui suit le cisaillement, la corrélation devient :

$$G_{elas} \times e = 5,84p'^{0,49}$$

qui atteste l'évolution de la structure granulaire pendant le cisaillement (e et p' désignent respectivement l'indice des vides du milieu granulaire et la contrainte moyenne effective).

Au cours du chargement déviatorique, $G_{elas} \times e$ augmente jusqu'au niveau du passage contractant-dilatant, puis décroît légèrement. Cette décroissance peut être attribuée au désenchevêtrement des grains qui cause la dilatance. Selon Dano, l'évolution du module de cisaillement est à relier à l'évolution de la déformation volumique, ainsi qu'à une modification de la structure interne du sol. Outre l'évolution de l'indice des vides, il est probable en effet que le nombre et l'orientation des contacts intergranulaires varient.

1.2.2 Domaine des moyennes et grandes déformations

1.2.2.1 Comportement mécanique d'un milieu granulaire

Le comportement mécanique d'un milieu granulaire résulte des interactions aux points de contact entre les grains constitutifs du sol, et de l'évolution de l'assemblage granulaire sous l'effet des sollicitations mécaniques imposées. Cette évolution est provoquée par trois mécanismes distincts (Biarez et Hicher [10]) :

- la compressibilité des grains du sol,
- les déplacements relatifs des grains du sol par glissement et rotation, qui dépendent essentiellement de la forme et de l'état de surface des grains,
- la rupture des grains.

Ces trois mécanismes provoquent, à l'échelle des grains, une modification du nombre, de l'aire et de l'orientation des contacts intergranulaires, et on peut généralement considérer que pour des niveaux de contraintes modérés, le second mécanisme joue un rôle

prépondérant. La figure 1.5 schématise la réponse d'un échantillon de sol lors d'un chargement de compression triaxiale monotone, représentée conventionnellement par les courbes du déviateur des contraintes q en fonction de la déformation axiale ε_1 , et de la déformation volumique ε_v en fonction de la déformation axiale ε_1 . Les évolutions du déviateur des contraintes et de la déformation volumique sont essentiellement gouvernées par la compacité de la structure granulaire et l'état des contraintes.

Sur les courbes de la figure 1.5, qui schématisent la réponse typique d'un sable dense et d'un sable lâche, il apparaît que le sable subit au départ une diminution de volume (contractance) accompagnant une augmentation du déviateur des contraintes, plus ou moins accentuée selon la compacité initiale du sol et la contrainte moyenne appliquée. Cette contractance, qui exprime l'état d'enchevêtrement des grains, s'atténue progressivement et finit par s'annuler, de façon définitive dans le cas d'un sable lâche, ou bien ponctuellement dans le cas d'un sable dense. L'état correspondant à un taux de déformation volumique nul est appelé état caractéristique, et il est considéré par Luong (1980) [39] comme un état intrinsèque à un type de sol donné.

Dans le cas d'un sable lâche, le comportement qui tend asymptotiquement vers un état

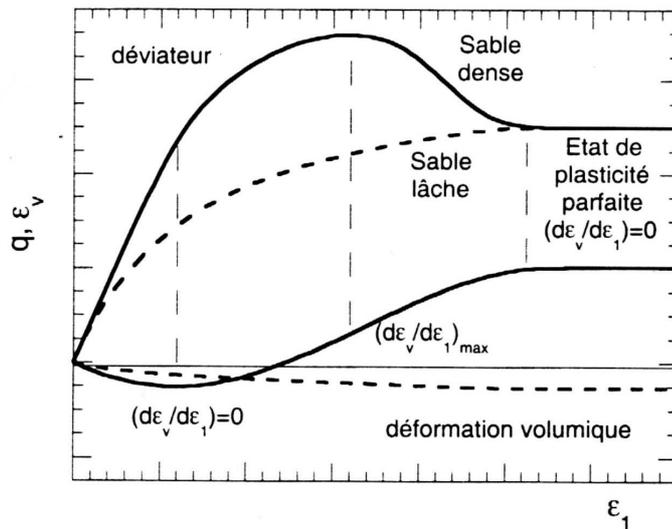


Figure 1.5 — Essais triaxiaux sur un sable, lâche ou dense - Dano, 2001 [17]

à déformation volumique constante et à déviateur constant, est propre à la plasticité parfaite et ne dépend pas de la compacité initiale. Cet état, appelé état critique, est confondu avec l'état caractéristique dans le cas d'un sable lâche.

Dans le cas d'un sable dense, la phase de contractance est suivie d'une phase de dilatance, d'autant plus marquée que la compacité initiale est forte et la contrainte moyenne faible. Le taux de dilatance maximale, donné par le point d'inflexion sur la courbe de déformation volumique en fonction de la déformation axiale, est atteint pour la valeur maximale du déviateur q . Au-delà du pic des contraintes, le déviateur diminue pour rejoindre l'état de plasticité parfaite. Il est toutefois important de noter que dans beaucoup d'essais triaxiaux, des localisations se produisent au voisinage du pic, qui

impliquent que la déformation ne soit plus homogène. Ceci explique pourquoi certains travaux sur le comportement mécanique des sols injectés (i.e Dano, 2001 [17], Maalej [40]) se limitent au comportement précédant le pic des contraintes.

Enfin, il est important de souligner la dépendance du comportement des sols à l'égard du trajet de chargement. La résistance au cisaillement et la déformation d'un sol sont ainsi plus élevées en compression triaxiale qu'en extension triaxiale. Lorsque la résistance maximale est mobilisée, l'angle de frottement en compression est supérieur à l'angle de frottement en traction.

1.2.2.2 Cas du sable de Fontainebleau

Des essais triaxiaux ont été réalisés par Dano [17], Maalej [40], Ribay-Delfosse [57] et Tailliez [63] sur un sable de référence, le sable de Fontainebleau, qui est un sable fin siliceux et de granulométrie uniforme. Nous nous intéressons particulièrement à ce sable car la confrontation à des résultats d'essais triaxiaux présentée au chapitre 3 porte sur un sable de Fontainebleau injecté par un coulis de ciment microfin. Deux types d'essai sont couramment réalisés :

- Chargement de compression isotrope :

Maalej [40] a étudié le comportement du sable vierge sous chargement isotrope. Les essais de compression isotrope sont réalisés sur des éprouvettes saturées, en conditions drainées. Ils consistent à augmenter la pression de confinement en maintenant la pression de pore constante. Le module de compression isotrope sécant k^{exp} est ensuite déterminé à partir de la courbe de déformation volumique en fonction de la contrainte de confinement :

$$k^{exp} = -\frac{\Delta\Sigma_m}{\Delta V} \tag{1.2}$$

où $\Delta\Sigma_m$ est la variation de la pression isotrope et ΔV désigne la variation de volume de l'échantillon. A souligner que ce module de compression isotrope est un module sécant. Maalej [40] a montré que le module de compression isotrope de ce matériau est fonction de la racine carrée de la contrainte de confinement (figure 1.6) :

$$k^{exp}(|\Sigma_m|) = \alpha^{exp}(\sqrt{|\Sigma_m|} + \sqrt{|\Sigma_m^0|}) \tag{1.3}$$

avec Σ_m est la contrainte de confinement appliquée, Σ_m^0 la pression de maintien lors de la mise en place de l'éprouvette de sable et α^{exp} un coefficient expérimental à déterminer.

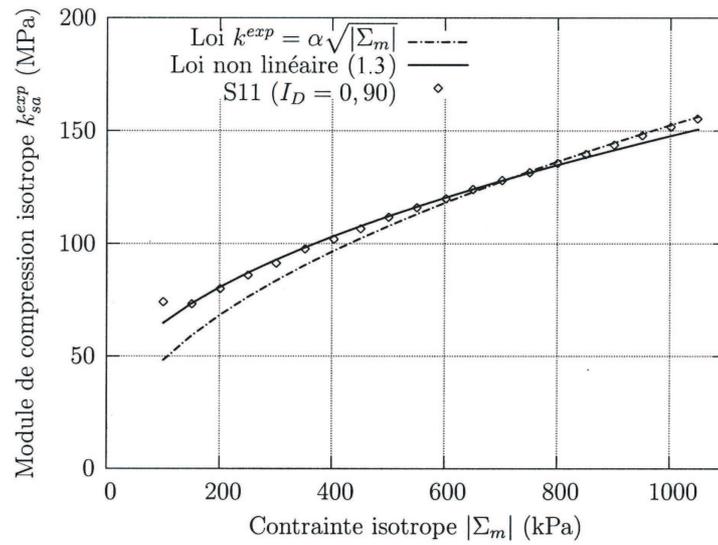


Figure 1.6 — Module de compressibilité isotrope d'un sable vierge - Maalej, 2007 [40]

Maalej constate que les valeurs du module de compressibilité isotrope du sable vierge diminuent lorsque la compacité diminue (i.e. l'indice des vides augmente) (figure 1.7).

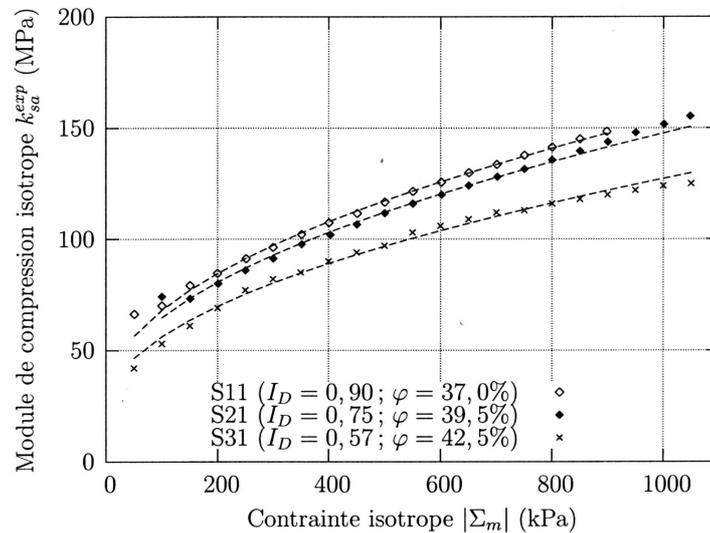


Figure 1.7 — Influence de la densité initiale du sable sur le module de compressibilité isotrope macroscopique - Maalej, 2007 [40]

- Chargement déviatorique :

La figure 1.8 illustre les évolutions du déviateur des contraintes et de la déformation volumique lors d'essais triaxiaux consolidés drainés réalisés par Dano [17], pour

différentes valeurs de la contrainte de confinement et un indice de densité relative I_d d'environ 85%.

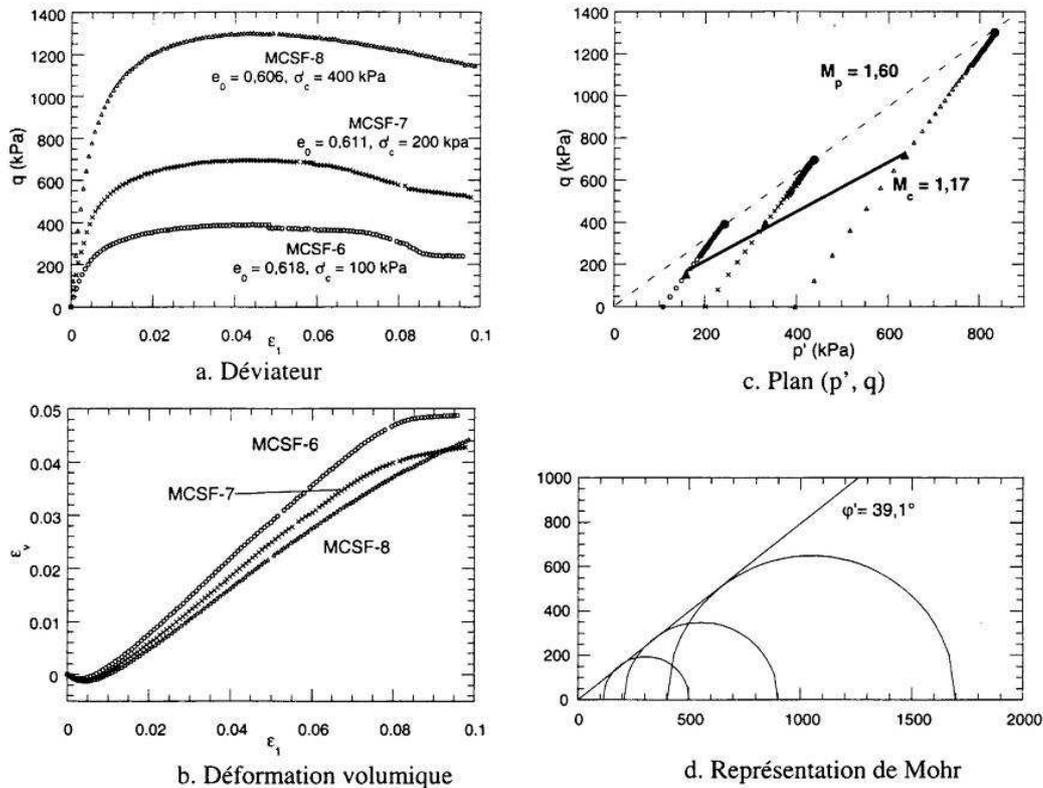


Figure 1.8 — Essais triaxiaux sur le sable de Fontainebleau - Dano, 2001 [17]

Les évolutions du déviateur et de la déformation volumique montrent qu'il s'agit d'un sable dense, au comportement purement frottant. Ces résultats montrent particulièrement que la résistance maximale est fonction de la contrainte moyenne : le pic de contraintes est d'autant plus élevé que la contrainte latérale autour de l'échantillon est importante. D'abord contractant, le comportement volumique devient ensuite dilatant : le taux de dilatance maximale, qui décroît avec la contrainte latérale, coïncide avec le pic du déviateur.

Il est également possible de représenter, dans le plan de Mohr, les états de contrainte correspondant à l'état caractéristique, au pic des contraintes et à l'état critique, déduits d'essais triaxiaux conduits à des contraintes de confinement différentes. Pour chaque état et sur une certaine plage de contraintes, les enveloppes linéaires tangentes aux cercles de Mohr obéissent au critère de Mohr-Coulomb (Tailliez [63], Dano [17]). Ceci est illustré sur la figure 1.8d qui correspond au tracé de l'enveloppe de rupture pour le pic de contraintes. Le module sécant E_{sct} est déterminé à l'origine de la courbe déviateur des contraintes-déformation axiale selon l'équation 1.1, pour une déformation de l'ordre de 0,1%. Les calculs montrent que ce module E_{sct} dépend de la contrainte latérale effective σ_c selon la relation suivante : $E_{sct|\varepsilon \approx 0,1\%} = 1,06\sigma_c^{0,9}$

Dans les deux sections qui suivent, on aborde le comportement de sables cimentés et injectés, ces deux types de sols ayant tous deux en commun la présence d'un agent de cimentation entre les grains. La cimentation peut être naturelle ou artificielle, la distinction entre sable cimenté et injecté porte essentiellement sur la nature de la cimentation et le taux de cimentation ($< 6 - 8\%$ pour sable cimenté tandis que pour un sable injecté, il peut atteindre 100%).

1.3 Comportement des sols cimentés

Bien que cette thèse vise à modéliser le comportement mécanique d'un sol fin injecté, l'étude des sols cimentés s'impose car les sols injectés et les sols naturellement ou artificiellement cimentés, malgré des agents de cimentation différents, appartiennent à la famille des sols dits structurés (Leroueil et al. (1990) [35]). Le comportement mécanique des sols structurés est régi par l'effet de structure dû à la cimentation entre les grains, et les observations expérimentales sur les sables cimentés vont dans le même sens que les résultats expérimentaux sur les sols injectés, ce qui permet de caractériser le comportement d'un sol traité pour de faibles taux de cimentation. Un sol cimenté se compose d'un squelette granulaire et d'un matériau qui joue le rôle d'agent de cimentation, en formant des liaisons supplémentaires entre des grains. Ces liaisons permettent d'assurer une cohésion globale au matériau. Les campagnes expérimentales réalisées sur les sols cimentés ou injectés portent généralement sur l'étude des caractéristiques de résistance, ainsi que sur l'étude de la réponse en contrainte et en déformation, pour des taux de cimentation et des degrés de confinement variables (Abdulla et Kioussis [2]). Abdulla et Kioussis [2] ont réalisé des essais triaxiaux sur un sable fin cimenté par un ciment Portland, pour une large gamme de contrainte de confinement et un taux de cimentation variant de 2% à 6%. Les résultats obtenus montrent clairement une augmentation de la rigidité et de la résistance avec le taux de cimentation. Lorsque le taux de cimentation augmente, le caractère fragile du comportement s'accroît tandis que l'augmentation de la valeur de la contrainte de confinement réduit la tendance adoucissante, et se traduit généralement par une réponse plus ductile (figure 1.9).

Clough (1981) [16] a étudié quelques aspects de cimentation naturelle sur des échantillons prélevés in situ. Allman et Poulos (1988) [4] ont fait des recherches sur le comportement d'une calcarénite naturelle. L'ensemble des travaux expérimentaux s'accordent sur le fait qu'une augmentation du degré de cimentation se traduit par une augmentation de la cohésion c définie dans le plan de Mohr-Coulomb comme l'ordonnée à l'origine de l'enveloppe de rupture. En ce qui concerne l'angle de frottement, la plupart des auteurs observent une translation de l'enveloppe de rupture (i.e. pas de modification de φ) sous l'effet d'une augmentation de la teneur en ciment. Cette conclusion reste valable sur une large plage de valeurs de contrainte de confinement (15 kPa à 300 kPa pour Abdulla et Kioussis [2]). La résistance d'un sol cimenté s'évalue conventionnellement à l'aide des paramètres de cohésion c et d'angle de frottement φ

du modèle de Mohr-Coulomb. Le comportement mécanique de ce type de matériaux est très proche de celui des sols injectés.

Abdulla et Kiousis [2] observent de plus que la cohésion augmente de façon non linéaire avec le taux de cimentation. Concernant le comportement volumique, ils observent que la dilatance finale est peu affectée par le taux de cimentation, tandis que le taux de dilatance augmente légèrement avec le pourcentage de ciment. La compression volumique initiale augmente également avec le degré de cimentation. L'augmentation du confinement se traduit par une compression volumique initiale plus importante, et une réduction du taux de dilatation.

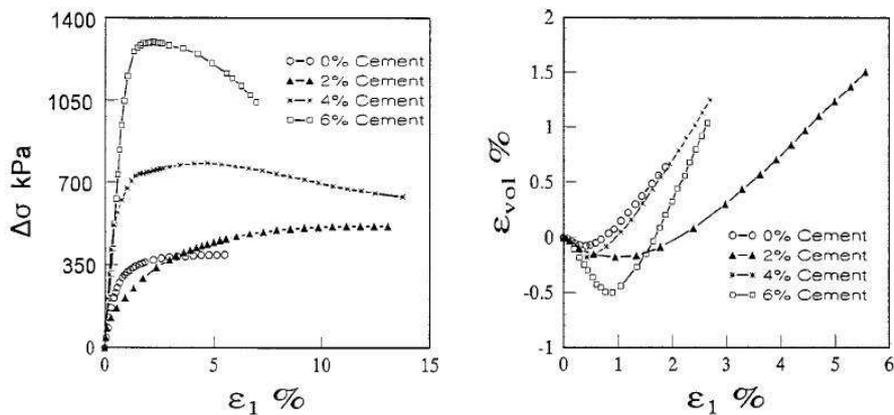


Figure 1.9 — Essais triaxiaux avec contrainte de confinement 100 kPa sur le sable pur et artificiellement cimenté avec différentes teneurs en ciment - Abdulla et Kiousis

Lo et al. (2003) [38] ont étudié l'effet d'un agent de cimentation sur le comportement d'un sable de quartz. Des essais à contrainte de confinement nulle ont été spécialement réalisés afin d'apprécier directement la contribution de la liaison entre les grains à la résistance et à la rigidité du sol composite. Les résultats d'essai montrent clairement l'existence d'une rupture progressive des liaisons de cimentation, qui se produit avant la rupture. Pour un état de contrainte éloigné de l'état de rupture, la dilatance du sol cimenté est inférieure à celle du sol original, ceci est dû à l'effet de liaison. Toutefois, au voisinage de la rupture, la rupture des liaisons qui se produit à des niveaux de cisaillement plus élevés conduit à une dilatance plus marquée du sol cimenté, qui contribue largement à l'augmentation de la résistance au cisaillement du sol cimenté par rapport au sol initial. Lo et al. (2003) [38] montrent que l'enveloppe de rupture courbe tend vers la surface de rupture du sol non cimenté de départ lorsque le niveau de contrainte augmente. Cet aspect est interprété par Lo et al. (2003) [38] par l'introduction d'une surface de rupture qui modélise l'effet de l'agent de cimentation en deux contributions distinctes : une contribution de liaison réelle entre les grains d'une part, et une augmentation de la dilatance au voisinage de la rupture. Ces deux contributions se dégradent lorsque la contrainte de confinement augmente, mais à des taux différents.

En gardant à l'esprit la modélisation micromécanique du comportement d'un sol

injecté qui constitue le but de notre travail, il est important à présent de dégager les implications micromécaniques des essais sur sols cimentés qui ont été passés en revue. Selon Abdulla et Kioussis [2], l'augmentation non linéaire de la cohésion avec le degré de cimentation peut être attribuée à la façon dont le ciment est distribué dans le milieu granulaire. En considérant que le ciment est réparti uniformément sur les grains de sable, une partie du ciment fait face aux vides résiduels du sol et ne contribue donc pas à l'augmentation de la résistance du matériau composite. La proportion de ce ciment qui ne contribue pas à la rigidité d'ensemble diminue avec l'augmentation du taux de cimentation car la surface spécifique de l'arrangement granulaire de départ est fixée. De plus, lorsque le taux de cimentation augmente, la distribution de ciment est plus uniforme, et le nombre de points de contact augmente de façon non linéaire. Le comportement volumique observé par Abdulla et Kioussis [2] peut être également interprété en raisonnant sur la structure interne d'un sable cimenté. Deux cas extrêmes et opposés peuvent ainsi être envisagés pour la structure interne comme l'illustre la figure 1.10.

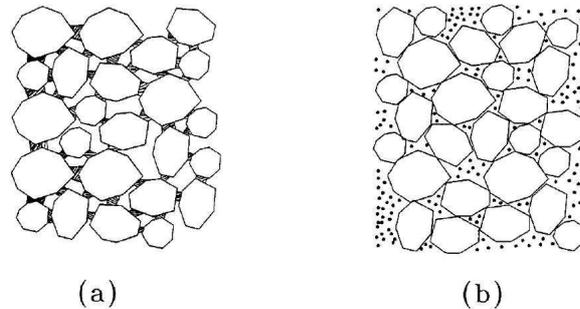


Figure 1.10 — Deux cas extrêmes de structure interne pour un sol cimenté

Dans le premier cas (figure 1.10a), le ciment est localisé aux points de contact entre les grains, ce qui conduit à des vides de grande taille et à une capacité de déformation importante. Dans le second cas (figure 1.10b), le ciment est distribué partout au sein des vides du milieu granulaire initial, ce qui forme une structure dense, dont le comportement est essentiellement gouverné par le frottement, avec une capacité de déformation limitée. Selon Abdulla et Kioussis [2], les deux types de structure peuvent se rencontrer dans un sol cimenté, avec une prédominance de la structure b). Toutefois, l'augmentation de la compressibilité et de la dilatance peuvent être attribués à une augmentation de la proportion de structures de type a) avec l'augmentation du degré de cimentation.

1.4 Comportement des sols injectés

On présente dans cette section des études sur le comportement mécanique d'un sol injecté, qui visent généralement à caractériser l'influence de différents paramètres : le

rapport ciment sur eau C/E du coulis, le type de coulis, la nature et la granulométrie du sol, l'indice des vides initial, ... (Maalej [40], Dano [17]).

1.4.1 Domaines des petites déformations

Dano (2001) [17] a effectué des études expérimentales sur le comportement des sols injectés avec un coulis de ciment. Pour déterminer les caractéristiques mécaniques des sols injectés dans le domaine de petites déformations, des essais mécaniques ont été réalisés par propagation d'ondes (bender elements). Il montre que le coefficient de Poisson des sols injectés varie peu et reste compris entre 0,2 et 0,3, ce qui correspond à des valeurs usuelles en mécanique des sols. Les valeurs des modules élastique et de cisaillement augmentent avec l'indice de densité relatif du sol et le degré de cimentation. E_{elas} et G_{elas} augmentent aussi avec la teneur en ciment du coulis, mais contrairement à ce qui est observé pour le sable vierge, les modules aux petites déformations ne dépendent pratiquement pas de la contrainte de confinement pour des valeurs modérées (< 400 kPa) de celle-ci. Pour le sable de Fontainebleau, Dano donne la corrélation suivante pour le module de cisaillement :

$$G_{elas}(\text{GPa}) = 26,8 \left(\frac{C}{E} \right)^{1,24} \quad (1.4)$$

En ce qui a trait à la dépendance des caractéristiques élastiques à l'égard du degré de cimentation (défini comme le volume de ciment par unité de volume de sable), Chang et al. (1990) [15] distinguent plusieurs phases de comportement. Pour de faibles degrés de cimentation ($< 8\%$), le ciment crée des liaisons fragiles entre les particules. Pour des degrés de cimentation compris entre 8% et 35% , l'adhésion entre le ciment et le granulat augmente rapidement pour former des liaisons rigides. Pour des degrés de cimentation supérieurs, le ciment additionnel n'affecte pas la rigidité des liaisons formées et joue uniquement un rôle de remplissage des vides interstitiels.

Pour conclure, l'injection apporte une nette amélioration à la rigidité du sol de départ, qui semble essentiellement gouvernée par le taux de cimentation. Toutefois, la taille du domaine élastique ne semble pas affectée par la présence de l'agent de cimentation.

1.4.2 Domaine de déformations intermédiaires et de grandes déformations

1.4.2.1 Evolution des propriétés élastiques non linéaires

Maalej (2007) [40] a étudié l'évolution des propriétés élastiques d'un sable de Fontainebleau injecté par un coulis de ciment microfin sur une gamme de déformations intermédiaires (de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-2}) sous chargement triaxial.

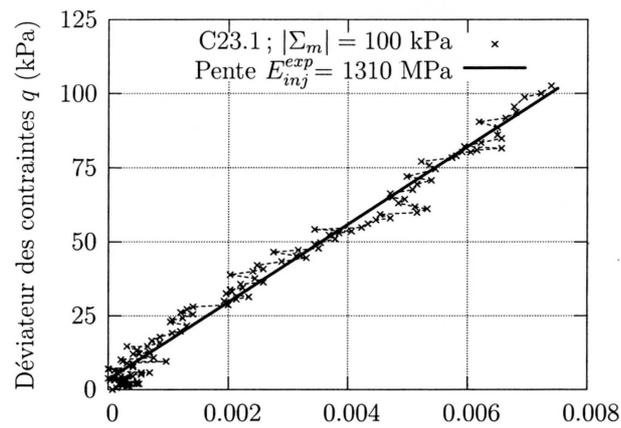


Figure 1.11 — Détermination du module de rigidité sécant lors d'un essai triaxial sur sable injecté - Maalej (2007) [40]

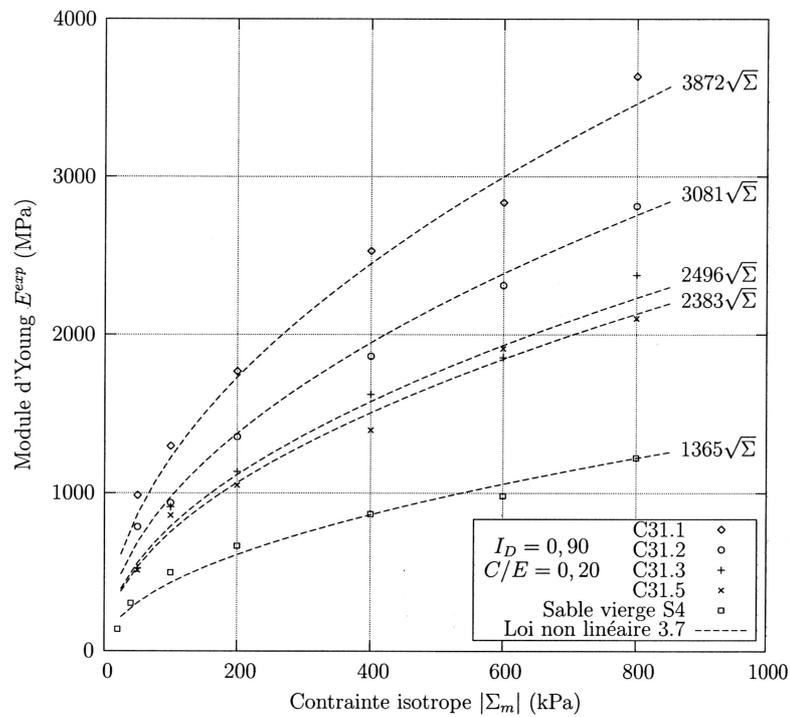


Figure 1.12 — Module d'Young du sable pur et du sable injecté pour différents niveaux d'une colonne - Maalej (2007) [40]

La figure 1.11 présente la détermination du module d'Young sécant à partir des résultats d'un essai triaxial classique. De même que pour les essais de compression isotrope, Maalej [40] montre que le module de rigidité sécant d'un sable injecté sous chargement triaxial est une fonction linéaire de la racine carrée de la contrainte de confinement appliquée. Une amélioration considérable de la rigidité est constatée pour un sable après injection. Par ailleurs, la valeur du module d'Young est d'autant plus

élevée que l'on se rapproche de la source d'injection (figure 1.12).

Sur la figure 1.12, les échantillons proviennent d'une même colonne de sable injecté et la numérotation (de C31.1 à C31.5) désigne des échantillons classés par ordre d'éloignement croissant de la source d'injection. En effet, plus le taux de cimentation est important, plus le sable injecté est rigide (car les éprouvettes sont plus riches en ciment près de la source d'injection que loin de la source d'injection), du fait de la filtration des particules de ciment en surface des grains (Bouchelaghem, 2001 [13]). Pour conclure sur le module de rigidité, comme le souligne Dano [17], l'accroissement de la rigidité avec le rapport ciment sur eau C/E ne peut pas être attribuée à l'augmentation du poids volumique du sol injecté par rapport au sol initial, et résulte essentiellement des liaisons formées entre les grains du sol et l'agent de cimentation.

1.4.2.2 Essais de compression simple

Les essais de compression simple sont couramment réalisés sur les sols injectés, afin de contrôler l'injection et d'étudier l'influence de certains paramètres sur la résistance des sols injectés.

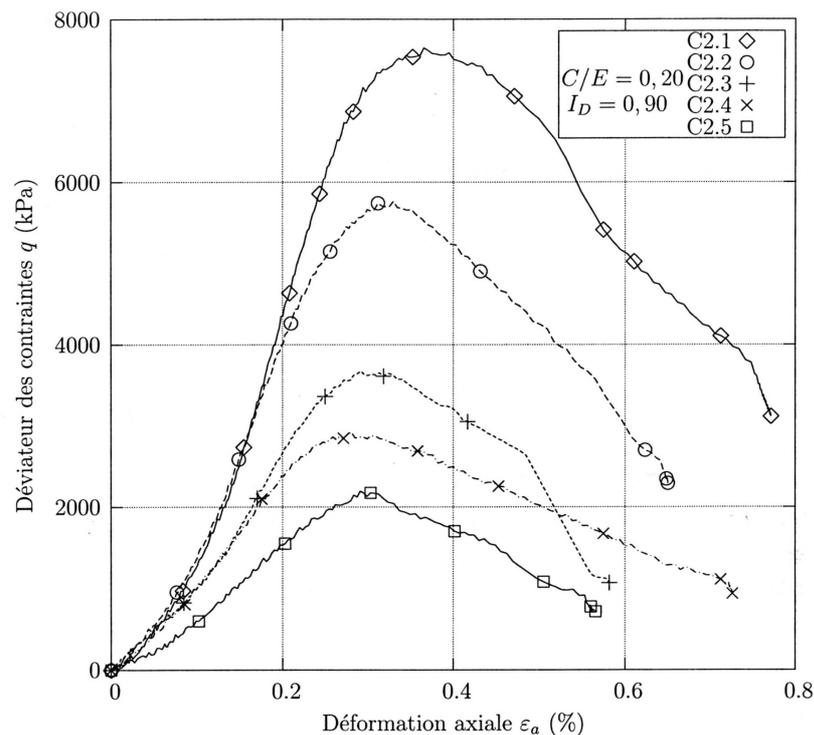


Figure 1.13 — Essais de compression simple pour différents niveaux d'une colonne de sable injecté - Maalej (2007) [40]

La figure 1.13 présente l'évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale obtenue par Maalej sur un sable de Fontainebleau injecté au coulis de micro-ciment.

Les différentes courbes obtenues se distinguent par l'éloignement de la source d'injection. Comme précédemment, les échantillons sont numérotés par ordre d'éloignement croissant. L'ensemble des essais réalisés ont donné des résistances à la compression élevées, allant d'environ 2000 kPa à près de 8000 kPa. La résistance au cisaillement est mobilisée pour des déformations allant de 0,3% à 0,4%, sans altération visible sur les éprouvettes. Au-delà du pic de contrainte, le comportement devient adoucissant. Enfin, la résistance maximale diminue avec l'éloignement de la source d'injection, qui est généralement accompagné d'une diminution de la saturation en coulis dans les vides intergranulaires, ceci montre que la résistance en compression simple dépend de la teneur en ciment. Il est ainsi constaté que plus le taux de cimentation est important, plus la résistance maximale en compression simple est élevée.

Dano (2001) [17] et Taillez (1998) [63] ont également montré que la résistance à la compression simple du sable injecté évolue avec l'indice de densité relative. Elle dépend aussi de la nature et/ou de la granulométrie du sol.

1.4.2.3 Essais de compression isotrope

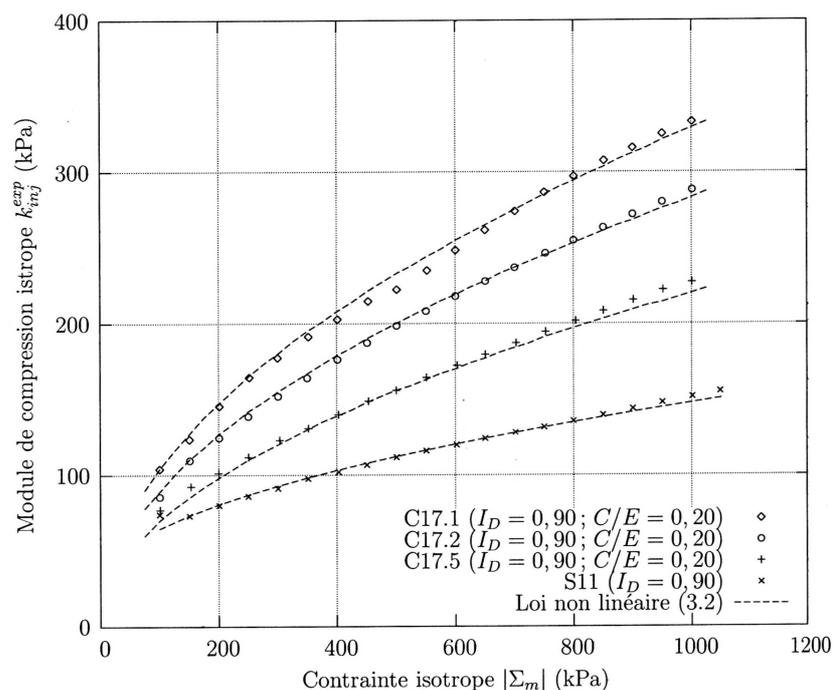


Figure 1.14 — Module de compression isotrope pour différents niveaux d'une colonne de sable injecté - Maalej (2007) [40]

Maalej (2007) [40] a étudié l'évolution du module de compression isotrope d'un sable de Fontainebleau injecté par un coulis de ciment micro-fin, pour différentes valeurs de la contrainte de confinement et du rapport C/E . Une attention particulière est apportée à l'influence de la porosité finale sur le module de compression k (la porosité initiale avant

injection est de l'ordre de 37%). Dans la gamme des déformations intermédiaires, Maalej (2007) [40] observe que le module de compression isotrope du sable injecté présente le même type de dépendance à l'égard de la contrainte de confinement Σ_m que le sable vierge (figure 1.14). Sur la figure 1.14, "loi non linéaire" désigne une loi de type : $k = \alpha\sqrt{\Sigma_m}$. Le module k évolue également avec le taux de cimentation du sable injecté.

1.4.2.4 Essais triaxiaux

Les essais triaxiaux réalisés par Dano [17], Maalej [40], Ribay-Delfosse [57] et Tailliez [63] sur un sable de Fontainebleau injecté au coulis de ciment ultrafin montrent un comportement contractant/dilatant du sable injecté, typique d'un sable dense et analogue au comportement du sable avant injection. Ce comportement dépend de la contrainte de confinement appliquée (figure 1.15). Lorsque la contrainte de confinement est faible devant la cohésion apportée par l'injection, le comportement est de type fragile, avec une déformation faible à la rupture. A mesure que la contrainte de confinement augmente, le comportement devient ductile, car le rôle joué par le frottement intergranulaire dans le comportement équivalent s'accroît.

Dano [17], Ribay-Delfosse [57] et Tailliez [63] ont montré que la résistance maximale lors d'un essai triaxial est fortement améliorée par l'injection (figure 1.16).

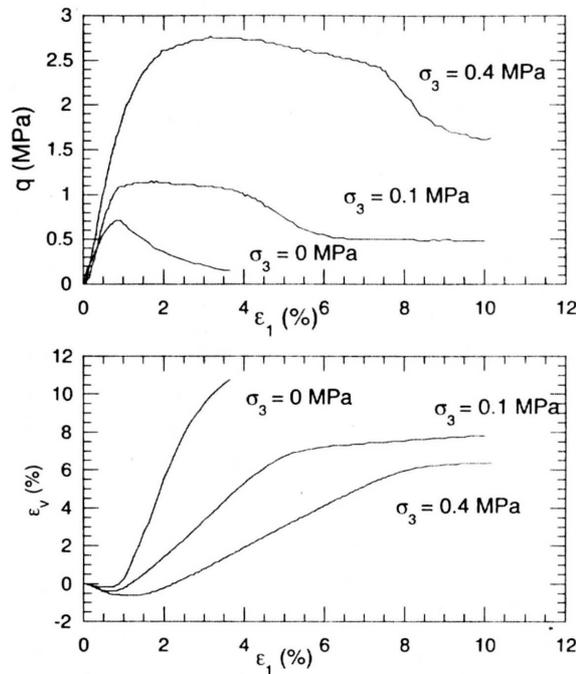


Figure 1.15 — Essais triaxiaux avec différentes valeurs de la contrainte de confinement sur un sable de Fontainebleau injecté - Dano (2001) [17]

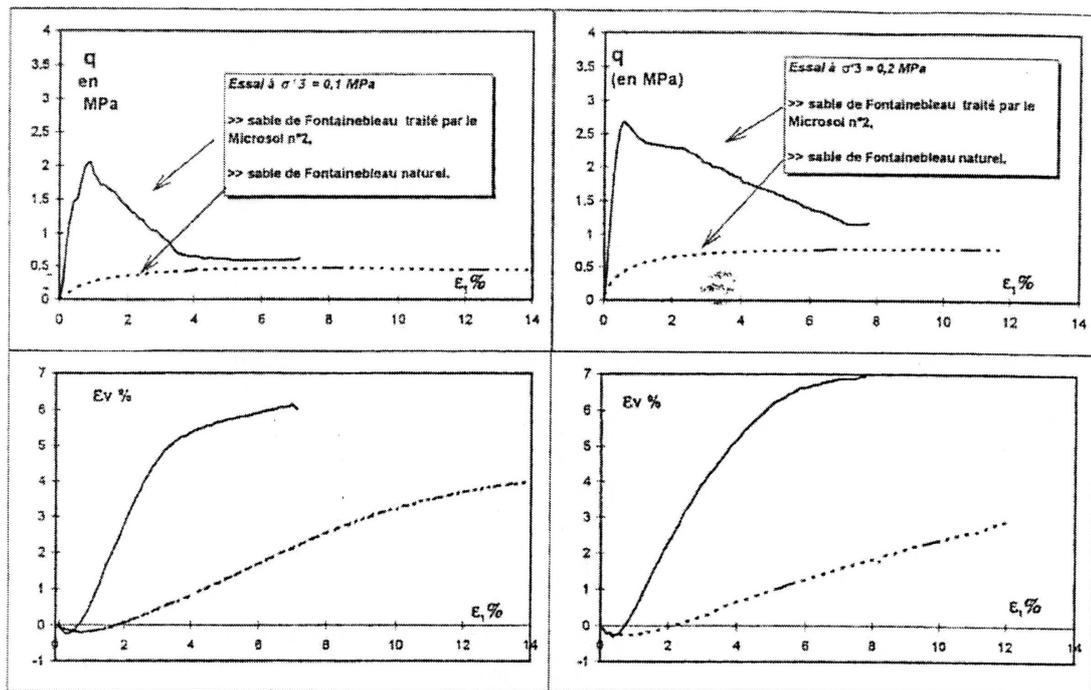


Figure 1.16 — Essais triaxiaux sur le sable pur et le sable injecté - Tailliez (1998)
[63]

Comme l'illustrent les figures 1.15 et 1.16, le comportement volumique du sol injecté est de type contractant-dilatant, mais diffère néanmoins du comportement du sol initial sur les points suivants :

- le domaine de contractance est réduit par l'injection car les liaisons créées entre la matrice cimentaire et les grains du sol limitent le réarrangement granulaire pour de faibles niveaux de contraintes,
- le taux de dilatance maximale du sol injecté est supérieur ou égal à celui du sol de départ,
- le taux de dilatance maximale ne coïncide pas avec la résistance maximale, le pic de contraintes se produit peu après le passage du domaine contractant au domaine dilatant. Aussi la dilatance observée après la résistance peut-elle être attribuée à l'endommagement progressif de la matrice de ciment et des liaisons grains-ciment, plutôt qu'au glissement et à la rotation des grains.

1.4.2.5 Enveloppe de rupture

L'enveloppe de rupture est obtenue à partir d'essais triaxiaux réalisés à différents niveaux de la contrainte de confinement. Chaque essai fournit ainsi la valeur de la contrainte de pic associée à un état de confinement donné. En reportant les points obtenus dans le plan de Mohr (contrainte normale σ et tangentielle τ), il est alors possible de tracer l'enveloppe de rupture tangente aux cercles de Mohr et associée à une

certaine plage de contrainte. Cette enveloppe correspond au critère de Mohr-Coulomb :

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad (1.5)$$

avec c qui désigne la cohésion (en kPa) et φ l'angle de frottement interne (en degrés).

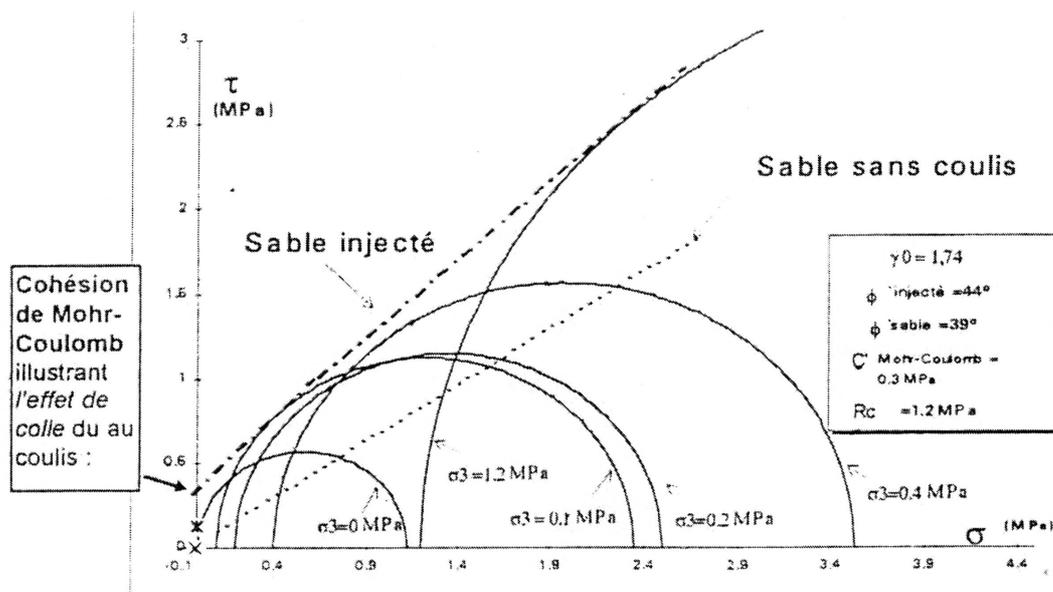


Figure 1.17 — Enveloppe de Mohr-Coulomb pour un sable injecté, Tailliez (1998)

Les résultats d'essais triaxiaux réalisés sur des sables fins injectés par un coulis de micro-ciment pour des valeurs de contrainte de confinement allant de 100 kPa à 1000 kPa, montrent que l'enveloppe de rupture peut être représentée par une droite (Dano [17], Tailliez [63], ...). Ceci signifie que le sable injecté vérifie le critère de Mohr-Coulomb comme le sable initial. Pour le sable de Fontainebleau injecté, de cohésion nulle avant injection, la cohésion maximale obtenue varie de 500 kPa à 900 kPa lorsque C/E varie de 0,1 à 0,2 (Dano [17]) tandis que l'angle de frottement augmente très légèrement (de 41° à 46°, Maalej [40]). La figure 1.17 montre l'apport de l'injection au sable initial, se traduisant par une cohésion et une légère augmentation de l'angle de frottement. Il est également intéressant de souligner que Maalej [40] obtient une évolution linéaire de la cohésion en fonction du taux de saturation en ciment de l'espace interstitiel, qui varie de 11% à 50% environ, et ce quel que soit le rapport C/E employé. Cette constatation peut être reliée à l'évolution non linéaire de la cohésion mesurée par Abdulla et Kioussis [2] pour des taux de cimentation inférieurs à 6%, et tend à montrer qu'au-delà d'un taux de cimentation critique, la cohésion évolue de façon linéaire avec le degré de cimentation.

1.4.2.6 Comportement du coulis pur

Dano (2001) [17] a effectué des essais triaxiaux sur le coulis pur. L'auteur a montré que le comportement de celui-ci est non linéaire (figure 1.18). Le déviateur maximal des contraintes augmente avec la contrainte moyenne, et les mesures réalisées dans le domaine des petites déformations montrent que le module de cisaillement G_{elas} ne dépend pas de la contrainte moyenne. Ce comportement non linéaire doit être pris en compte dans toute modélisation micromécanique des sables injectés.

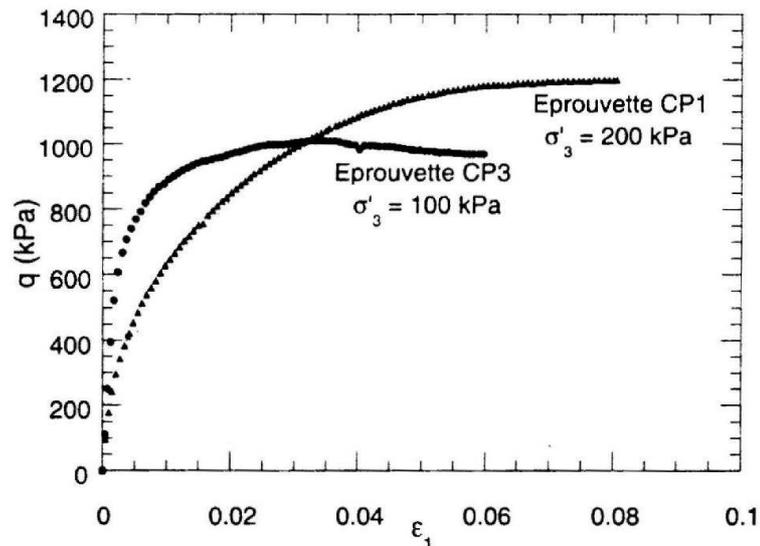


Figure 1.18 — Essais triaxiaux sur le coulis pur, Dano (2001)

1.5 Travaux de modélisation

1.5.1 Comportement des sols cimentés

La plupart des recherches sur les sols cimentés s'appuient sur des essais de laboratoire pour développer des critères de rupture de type Mohr-Coulomb. Bien que les critères de rupture des sols cimentés ou injectés soient souvent discutés (sur la base de résultats expérimentaux), des modèles de comportement complets sont plutôt rares, et constituent des extensions directes de modèles de référence pour les sols, avec une composante de cohésion supplémentaire (Abdulla et Kioussis, 1997 [3]).

Abdulla et Kioussis ont développé un modèle élastoplastique pour la prédiction du comportement macroscopique du sol cimenté à partir des comportements des phases sable et ciment et de la pression d'eau dans le pore. Ils introduisent également l'effet d'endommagement progressif de la matrice cimentaire.

Dvorkin et al. (1991, 1994) [22] [23], Dvorkin et Yale (1997) [24], Dvorkin (1996) [21] et Elata et Dvorkin (1996) [26] ont obtenu des équations analytiques pour les caractéristiques élastiques et élastoplastiques d'un milieu granulaire cimenté. Le milieu granulaire est modélisé comme un arrangement aléatoire de sphères identiques. En supposant que

l'aire de contact cimenté est constante et indépendante de la pression de confinement, Dvorkin et al. (1991, 1994) montrent en particulier que la rigidité d'un matériau granulaire cimenté est nettement plus élevée que celle d'un assemblage granulaire régi par la loi de contact de Hertz, et ne dépend pas de la contrainte de confinement lorsque la valeur de cette contrainte est faible.

Afin d'étudier la dépendance de l'élasticité vis-à-vis du chargement de confinement, Elata et Dvorkin (1996) [26] introduisent une variation de l'épaisseur de la zone intergranulaire sous une pression de confinement.

Ensuite, Dvorkin (1996) [21] et Dvorkin et Yale (1997) [24] introduisent le comportement plastique de la phase de ciment afin de décrire le comportement en grande déformation d'un assemblage granulaire cimenté.

Lo et al. (2003) [38] ont modélisé le comportement à la rupture des sols cimentés. Ils supposent qu'à un état de contrainte de confinement donné, le déviateur des contraintes à la rupture est composé de deux composantes : l'une issue du frottement entre les grains, l'autre issue des liaisons de cimentation ($q_{max} = q_{frottement} + q_{cimentation}$).

Tous ces modèles s'appliquent à des sols cimentés où les contacts granulaires cimentés restent petits devant la taille des grains, la cimentation est donc très faible et se localise principalement aux points de contact. Bien que ces modèles pour les sols cimentés ne soient pas adaptés pour modéliser les milieux granulaires injectés, qui présentent des degrés de cimentation significativement plus élevés, les interprétations physiques issues de ces modèles nous serviront au chapitre 3 pour l'analyse critique des résultats obtenus lors de l'application de notre approche micromécanique aux sols injectés.

1.5.2 Comportement des sols injectés

Dano (2001) [17] a développé un modèle macroscopique à partir des observations expérimentales pour décrire le comportement des sols injectés pour les déformations comprises entre 10^{-3} et la déformation au pic des contraintes, située entre 1% et 2%. Ce modèle est développé dans le cadre de la théorie de l'élastoplasticité non associée avec écrouissage, avec un seul mécanisme de rupture : le mécanisme déviatoire. La partie élastique du comportement est supposée linéaire et isotrope, elle est donc caractérisée par le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν . La surface de charge fait intervenir la cohésion C_p apportée par l'injection, et C_p s'interprète comme la résistance à la traction hydrostatique. La fonction d'écrouissage isotrope est une fonction hyperbolique de la déformation plastique généralisée, qui fait intervenir deux paramètres. La plasticité est supposée non associée afin de traduire la contractance précédant la résistance maximale, et l'ensemble des déformations volumiques, caractérisé par une dégradation progressive des liaisons entre le coulis et les grains de ciment. Cette dégradation mécanique se caractérise dans l'expression du potentiel plastique par une réduction de la cohésion C_p d'autant plus importante que l'on approche de l'état de plasticité parfaite. Le modèle de Dano nécessite donc, pour son utilisation pratique, l'identification des 7 paramètres suivants :

- deux paramètres E et ν caractérisent le comportement élastique.
- deux paramètres M_p et C_p permettent de définir la ligne de résistance maximale

qui correspond à la surface de charge ultime.

- un paramètre M_c permet de définir la ligne d'état caractéristique et gouverne en partie l'évolution des déformations plastiques.
- deux paramètres a et r_{el} caractérisent l'écroûissage : a traduit la vitesse d'évolution de l'écroûissage tandis que r_{el} fixe la taille du domaine élastique initial.

Quelques résultats de simulation numérique avec ce modèle sont présentés sur les figures 1.19 et 1.20.

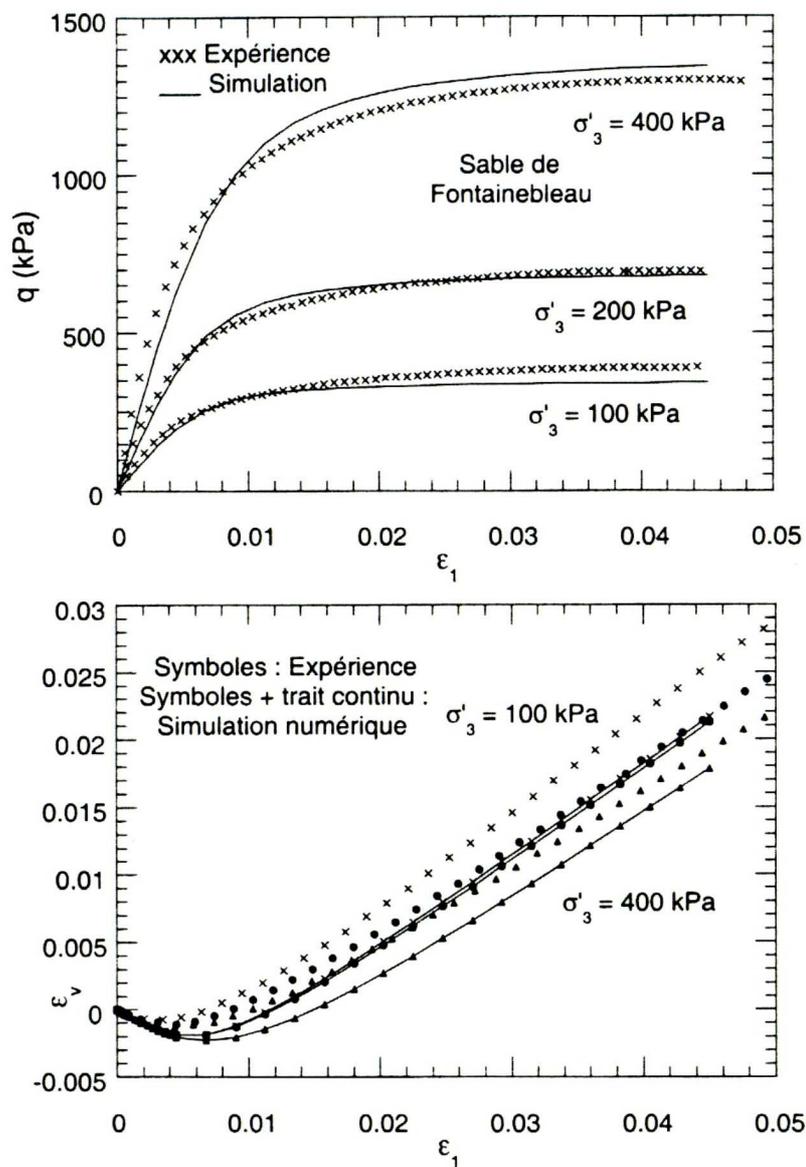


Figure 1.19 — Essais triaxiaux sur le sable de Fontainebleau, Dano (2001)

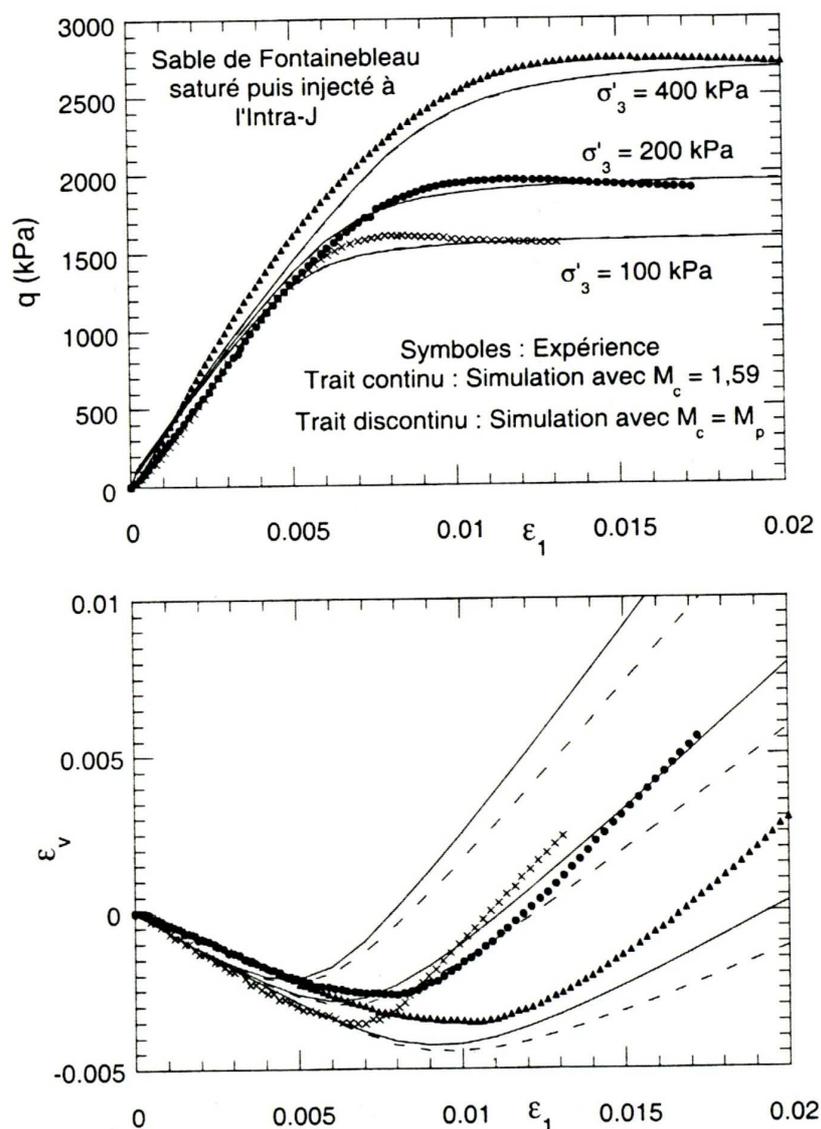


Figure 1.20 — Essais triaxiaux sur un sable de Fontainebleau injecté, Dano (2001)

Le modèle de Dano est validé par comparaisons à des résultats d'essais de compression triaxiale, et les simulations illustrées sur les figures 1.19 et 1.20 montrent un bon accord avec l'expérience pour les évolutions du déviateur des contraintes et des déformations volumiques. Ce modèle parvient à reproduire numériquement les essais effectués en laboratoire sur des chemins de compression triaxiale classique sur une plage de déformations intermédiaires comprises entre 0.1 % et quelques %, toutefois le modèle proposé n'a pas été validé sur d'autres chemins de chargement. De plus, le nombre important de paramètres nécessite la réalisation de plusieurs essais, et de plus certains paramètres doivent être calés pour chaque essai, et la réponse calculée est très sensible à l'identification des paramètres d'érouissage et de résistance maximale. En ce qui concerne le comportement volumique, il apparaît des différences notables

entre modèle et résultats expérimentaux, le modèle ne permet pas de retrouver les dilatances élevées observées expérimentalement, et attribuées par Dano [17] à un mécanisme de fissuration de la matrice cimentaire, plutôt qu'au désenchevêtrement de la structure granulaire. Enfin, le nombre important de paramètres, ainsi qu'une mise en oeuvre numérique relativement complexe, limitent son utilisation pour des applications d'ingénierie (Maalej, 2007 [40]).

Maalej (2007) [40] a proposé un modèle micromécanique analytique qui repose sur le concept d'un matériau fictif se substituant à la phase solide du milieu granulaire avant injection. Pour atteindre le sable injecté, le ciment durci est introduit comme une troisième phase supposée infiniment rigide (figure 1.21). Deux schémas d'homogénéisation sont employés : le schéma auto-cohérent et le schéma de Mori-Tanaka.

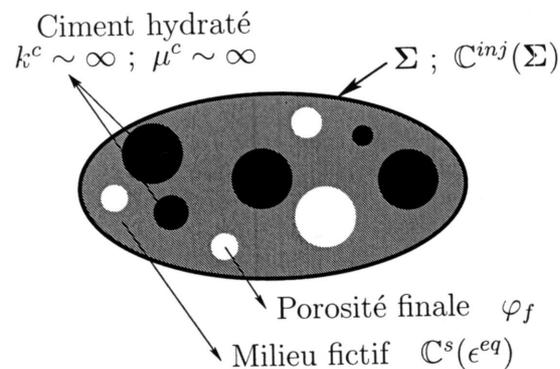


Figure 1.21 — Modèle micromécanique pour le milieu granulaire injecté, Maalej (2007)

La figure 1.22 présente le rapport R_k du module de compressibilité isotrope du milieu injecté par celui du milieu avant injection à une même valeur de la pression de confinement, obtenu par le modèle proposé par Maalej [40]. L'auteur a montré que le schéma auto-cohérent est mieux adapté aux sols injectés que le schéma de Mori-Tanaka. Ce modèle est capable de rendre compte de la non linéarité du comportement élastique d'un sable injecté. Néanmoins, les paramètres du modèle, qui sont identifiés à partir des essais expérimentaux, sont variables d'une gamme de déformation explorée à l'autre. Cela constitue une limite de ce modèle dans la mesure où il fait appel à des paramètres qui ne sont pas intrinsèques au matériau granulaire. De plus, ce modèle n'a pas tenu compte du comportement non linéaire du coulis, qui influence la réponse non linéaire du milieu granulaire injecté, surtout en chargement de cisaillement.

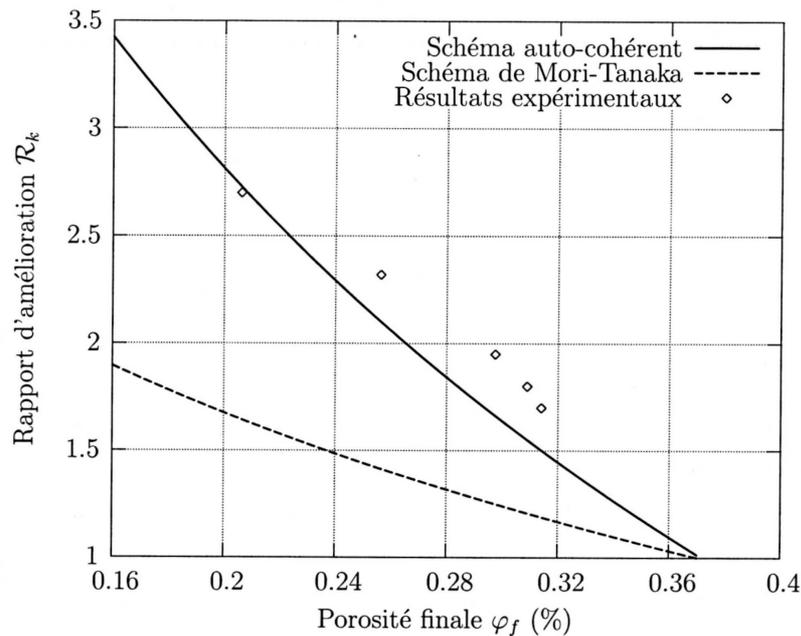


Figure 1.22 — Rapport d'amélioration R_k en fonction de la porosité finale établi en utilisant le schéma de Mori-Tanaka et le schéma auto-cohérent, Maalej (2007)

1.6 Conclusion du chapitre

De nombreux travaux de recherche, notamment sur le plan expérimental, ont été effectués pour étudier le comportement du sable injecté. Cela nous a donné de bonnes connaissances sur ce type de matériau granulaire : comportement mécanique macroscopique, porosités initiale et finale, localisation du coulis de ciment dans la microstructure, arrangement granulaire, ... En ce qui concerne les travaux de modélisation, on peut distinguer les modèles de comportement qui tiennent compte du caractère multiphasique des sols injectés ou cimentés (Abdulla et Kioussis [3], Maalej [40]) des modèles purement macroscopiques. Néanmoins, il n'existe pas de modèle dédié à modéliser le comportement d'un sol injecté, qui s'appuie sur la description détaillée de la microstructure en prenant en compte la localisation du coulis. De plus, la contribution du comportement du coulis au comportement global du matériau, surtout dans le domaine non linéaire, a été très peu étudiée. Nous nous intéressons donc à développer un modèle microscopique robuste qui nous permettra d'obtenir le comportement macroscopique du matériau à partir des caractéristiques de chacun des constituants (grains de sable et coulis) et de la description détaillée de la microstructure (degrés de saturation initial et résiduel, distribution précise du coulis dans les pores). Ce modèle nous permettra également de reproduire le comportement du sable injecté sous chargement triaxial dans une grande gamme de déformation macroscopique, ce qui n'a pas encore été abordé dans la littérature.

Chapitre 2

Homogénéisation en non linéaire

2.1 Problème d'homogénéisation

2.1.1 Introduction

Les techniques d'homogénéisation consistent à substituer à un matériau fortement hétérogène, un matériau homogène de comportement équivalent. Ce comportement macroscopique, équivalent à celui du milieu hétérogène, est déterminé par la résolution d'un problème, dit fondamental, posé sur un Volume Élémentaire Représentatif (VER). Ce problème cellulaire permet de relier les grandeurs dites microscopiques régnant au sein de la microstructure, qui gouvernent la réponse locale, aux grandeurs macroscopiques imposées à travers les conditions aux limites ou sollicitations macroscopiques. La validité de ces techniques exige une claire séparation entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique, lors du choix du VER. Ainsi, en distinguant les trois longueurs caractéristiques : L , longueur caractéristique de la taille de la structure hétérogène, l , longueur caractéristique de la taille du VER et d , longueur caractéristique de la taille des hétérogénéités, le choix du VER doit répondre nécessairement à la condition $d \ll L$ et pour certaines techniques, on exige de plus $d \ll l \ll L$. Le principe des techniques d'homogénéisation est illustré dans la figure 2.1.

Ainsi, pour des milieux de comportement macroscopique élastique non linéaire, le problème cellulaire à résoudre s'écrit de la manière suivante :

$$(Q) \quad \begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial w}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{\varepsilon}(u)) & \text{dans la partie solide de } Y \\ \text{Conditions aux limites} \end{cases}$$

où Y désigne le V.E.R, w est le potentiel thermodynamique décrivant les comportements des constituants.

La dépendance des champs microscopiques à l'égard des champs macroscopiques est introduite à travers les chargements et conditions aux limites. On distingue généralement deux grandes approches d'homogénéisation :

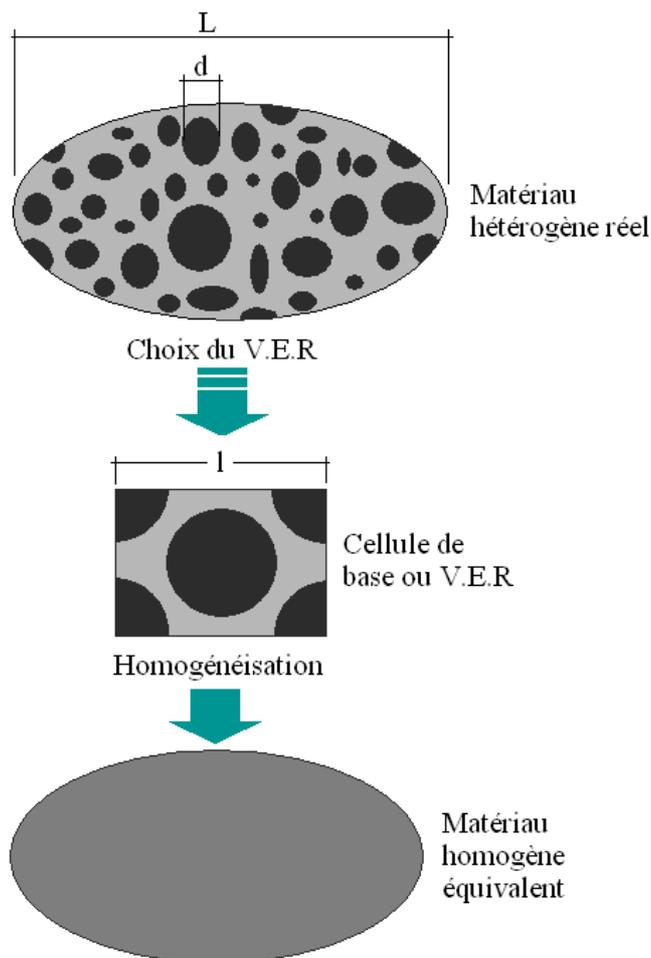


Figure 2.1 — Principe d'homogénéisation

a) *Approche déformation imposée :*

Dans cette approche, le volume élémentaire représentatif Y est soumis à un chargement uniforme de déformation \mathbf{E} , la moyenne des déformations sur Y étant égale à \mathbf{E} . Ce chargement macroscopique induit au sein du V.E.R des champs locaux ou microscopiques de déformations, $\boldsymbol{\varepsilon}$, et de contraintes, $\boldsymbol{\sigma}$. Le comportement homogène équivalent est alors défini comme la relation entre les moyennes de ces champs microscopiques.

b) *Approche contrainte imposée :*

Dans cette approche, le volume élémentaire représentatif Y est soumis à un chargement uniforme de contraintes, $\boldsymbol{\Sigma}$, la moyenne des contraintes sur Y étant égale à $\boldsymbol{\Sigma}$. Ce chargement macroscopique induit au sein du V.E.R des champs locaux ou microscopiques de déformations, $\boldsymbol{\varepsilon}$, et de contraintes, $\boldsymbol{\sigma}$. Le comportement homogène équivalent est alors obtenu en reliant les moyennes de ces champs microscopiques.

Le problème fondamental ainsi écrit est un problème mal posé puisque le chargement

y est imposé en moyenne. Nous entendons par là que le chargement n'y est pas imposé de manière classique en tout point du bord de la cellule de base. Pour pallier à ce problème, deux méthodes principales sont utilisées : la première méthode complète la condition moyenne du champ de déformation ou de contrainte microscopique donnée, par la périodicité de ces champs. Ce sont les méthodes des milieux périodiques. La seconde méthode transforme, par intégration, la condition moyenne des champs donnée en une condition aux limites plus classique du type déplacement ou efforts imposés sur le bord extérieur du V.E.R. Ces dernières méthodes sont couramment désignées par méthodes des modules effectifs.

2.1.2 Calcul du comportement homogène équivalent

En pratique, le comportement macroscopique est déterminé point par point dans le plan (E, Σ) à travers la résolution d'une succession de problèmes cellulaires (Q). Par exemple, en approche déformation, et pour chaque déformation \mathbf{E} donnée on détermine, comme en homogénéisation linéaire, la contrainte moyenne Σ associée. Le comportement homogène équivalent linéarisé est alors donné par :

$$\Sigma = \langle \sigma \rangle_Y = \frac{1}{|Y|} \int_{Y^E} \sigma(y) dY = \mathbf{C}^* : \mathbf{E} \quad (2.1)$$

où \mathbf{C}^* est le tenseur de rigidité équivalent correspondant au chargement \mathbf{E} .

2.1.3 Méthode des milieux périodiques

Le matériau hétérogène est supposé périodique. C'est-à-dire qu'il est représenté par une répétition spatiale d'un motif appelé période ou cellule de base (figure 2.2).

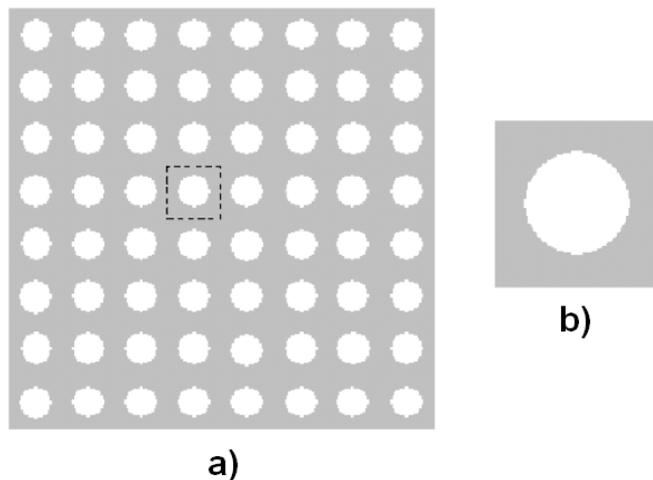


Figure 2.2 — Homogénéisation des milieux périodiques en 2D : a) Milieu périodique ; b) Cellule de base

Pour des raisons de convergence que nous n'évoquerons pas ici, la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques exige que la taille des hétérogénéités d soit très petite devant celle de la structure L , soit $d \ll L$.

Sous ces conditions, on montre alors que le problème fondamental à résoudre s'écrit :

$$(Q) \quad \begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial w}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{\varepsilon}(u)) & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\varepsilon}(u) \text{ } Y\text{-périodique et } \boldsymbol{\sigma}(n) \text{ } Y\text{-antipériodique} \\ \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \mathbf{E} \quad \text{ou bien } \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \boldsymbol{\Sigma} \end{cases}$$

La méthode des milieux périodiques nécessite généralement, mis à part quelques cas particuliers, comme les milieux stratifiés par exemple, une résolution numérique du problème cellulaire (Q).

2.1.4 Méthode des modules effectifs

Cette méthode est basée sur la transformation de la condition moyenne de la déformation (ou bien de la contrainte) imposée en une condition aux limites plus classique du type déplacement ou effort imposé homogène sur le contour. Cette transformation nécessite la condition $d \ll l$ afin d'assurer l'homogénéité du champ micro sur le contour du V.E.R.

Pour cette méthode, on distingue aussi une approche déformation et une approche contrainte selon qu'on impose les conditions aux limites en déplacement ou en effort. La résolution du problème cellulaire peut être effectuée soit numériquement dans le cas où l'on souhaite garder une description fine de la microstructure (Grondin, 2006 [28]) ou analytiquement après avoir émis des hypothèses simplificatrices. C'est le cas des schémas auto-cohérent, distribution diluée, Mori-Tanaka, ... (Smaoui, 2007 [58]).

2.2 Méthodes de résolution du problème fondamental non linéaire

Nous nous intéressons dans cette partie aux méthodes de résolution du problème fondamental non linéaire. On distingue deux voies pour cette résolution : la méthode directe et la méthode de linéarisation.

2.2.1 Méthode directe

Nous appelons ces méthodes de résolution "méthodes directes" car avec ces méthodes, le problème fondamental (Q) est résolu de manière directe sur le V.E.R hétérogène à l'aide d'un code de calcul par procédure incrémentale, avec la prise en compte explicite du comportement non linéaire des constituants. Ces méthodes ont l'avantage

de proposer la résolution directe du problème cellulaire sans aucune hypothèse supplémentaire. Cependant, elles se heurtent rapidement à des difficultés de convergence et/ou de localisation de déformation dues essentiellement aux lois de comportement non linéaires utilisées et à la nature hétérogène du V.E.R.

2.2.1.1 Méthode des modules effectifs

Selon l'approche utilisée (en contrainte ou en déplacement), il suffit d'imposer les conditions aux limites en contrainte ou en déplacement sur le bord du V.E.R. On préfère l'approche en déplacement à l'approche en contrainte car piloter le chargement en contrainte n'est pas toujours évident lors des calculs non linéaires (possibilité de non unicité de solution). Toutefois et quelque soit l'approche suivie, on peut noter que ces méthodes sont limitées par la condition $d \ll l$ nécessaire pour leur validité. Particulièrement pour des calculs tridimensionnels, et si l'on souhaite respecter cette condition, la taille du V.E.R devient rapidement trop importante, pour pouvoir effectuer des calculs à des coûts raisonnables. Pour cette raison, nous avons renoncé à utiliser cette voie pour notre modélisation.

2.2.1.2 Méthode des milieux périodiques

Comme dans le cas de la méthode des modules effectifs et pour les mêmes raisons de pilotage en déplacement, nous préférons nous placer dans le cadre des approches déformation. Rappelons que le champ de déplacement recherché est un champ à déformation périodique telque $\langle \varepsilon \rangle = \mathbf{E}$. Un tel champ u est telque (Léné [37], Suquet [60]) :

$(u - \mathbf{E}y)$ est Y-périodique

Cette caractérisation va nous permettre de prendre en compte plus facilement les conditions aux limites dans un code de calcul de la manière suivante :

Traitement numérique des conditions aux limites :

Introduisons tout d'abord les notations suivantes :

- Y , la cellule de base considérée.
- ∂Y^{i+} et ∂Y^{i-} , les faces du bord de Y , respectivement normales à e_i et $-e_i$.
- y^{i+} et y^{i-} , le vecteur position dans la configuration de référence des nœuds correspondants, respectivement sur ∂Y^{i+} et ∂Y^{i-} .
- u^{i+} and u^{i-} , les déplacements des nœuds correspondants, respectivement sur ∂Y^{i+} et ∂Y^{i-} .

Pour un chargement proportionnel avec déformations prescrites, les conditions aux limites pour un champ à déformation périodique s'écrivent comme suit :

$$u^{i+} - u^{i-} = E(\lambda).(y^{i+} - y^{i-}) \quad (2.2)$$

Par exemple, pour des déformations œdométriques imposées le long de e_3 , on a $E(\lambda) = \lambda e_3 \otimes e_3$, les conditions de périodicité du champ de déformation sur la cel-

lule, se traduisent alors par :

1. Nœuds correspondants à $(\partial Y^{1+}$ et $\partial Y^{1-})$

$$u_1^+ - u_1^- = 0.$$

$$u_2^+ - u_2^- = 0.$$

$$u_3^+ - u_3^- = 0.$$

2. Nœuds correspondants à $(\partial Y^{2+}$ et $\partial Y^{2-})$

$$u_1^+ - u_1^- = 0.$$

$$u_2^+ - u_2^- = 0.$$

$$u_3^+ - u_3^- = 0.$$

3. Nœuds correspondants à $(\partial Y^{3+}$ et $\partial Y^{3-})$

$$u_1^+ - u_1^- = 0.$$

$$u_2^+ - u_2^- = 0.$$

$$u_3^+ - u_3^- = \delta, \text{ où } \delta = \lambda.h, \text{ avec } h \text{ la hauteur initiale de la cellule de base le long de } e_3.$$

4. Pour éviter le mouvement du corps rigide, les composantes u_1 et u_2 d'un nœud choisi dans la cellule de base sont prescrits à zéro.

Enfin, ajoutons que lorsque la densité d'énergie décrivant la loi de comportement n'est pas une fonction convexe (i.e. lois d'endommagement, ...), certains auteurs ont démontré la nécessité d'effectuer les calculs sur un V.E.R comportant plusieurs périodes (Müller, 1987 [51]).

Les méthodes directes semblent faciles à mettre en œuvre. Cependant, leur utilisation ne va pas sans poser certaines difficultés (problème de convergence dans certains cas, phénomène de localisation de déformation) qu'on va mettre en évidence ultérieurement sur des exemples précis. Afin de surmonter ces difficultés, nous nous sommes intéressés à d'autres voies de résolution, que sont les méthodes de linéarisation.

2.2.2 Méthodes de linéarisation

Les méthodes de linéarisation consistent à ramener le problème non linéaire à une succession de problèmes élastiques linéaires qu'on résout par un schéma d'homogénéisation linéaire classique (schéma de Mori-Tanaka, auto-cohérent, distribution diluée, milieux périodiques, ...). L'idée de base consiste à imposer le chargement moyen sur chacune des phases du composite afin d'évaluer leurs caractéristiques élastiques effectives. Nous présentons ci-dessous quelques méthodes de linéarisation largement utilisées.

2.2.2.1 Méthode des modules sécants

Une loi de comportement peut toujours être écrite sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{a}^{sct}(\boldsymbol{\varepsilon}) : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.3}$$

où \mathbf{a}^{sct} est le tenseur sécant (ou tenseur des modules sécants) qui, dans la cas du milieu isotrope, se décompose sur les deux projecteurs isotropes \mathbf{J} et \mathbf{K} comme (Bornert [12]) :

$$\mathbf{a}^{sct}(\boldsymbol{\varepsilon}) = 3k(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{J} + 2\mu^{sct}(\varepsilon_{eq})\mathbf{K} \quad (2.4)$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \frac{1}{3}i \otimes i \\ \mathbf{K} &= \mathbf{I} - \mathbf{J} \\ \mu^{sct}(\varepsilon_{eq}) &= \frac{\sigma_{eq}}{3\varepsilon_{eq}} \\ \sigma_{eq} &= \sqrt{\frac{2}{3}\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\sigma}} \\ \varepsilon_{eq} &= \sqrt{\frac{2}{3}\boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\varepsilon}} \end{aligned}$$

D'une façon générale, il suffit de poser :

$$a_{ijkl}^{sct} = \frac{\sigma_{ij}}{\varepsilon_{ij}} I_{ijkl}$$

sans sommation sur les indices i et j (avec \mathbf{I} est le tenseur d'unité d'ordre 4). Le module sécant est illustré en cas 1D à la figure 2.3.

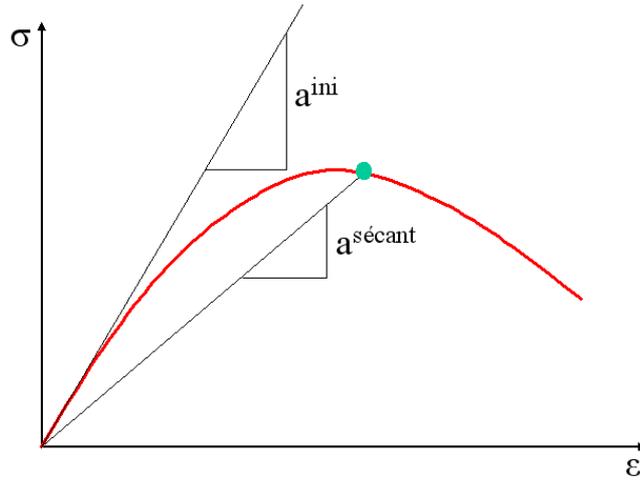


Figure 2.3 — Module sécant en cas 1D

Le problème local devient alors :

$$(Q') \quad \begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}(x) = 0 & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\sigma}(x) = \mathbf{a}^{sct}(x, \boldsymbol{\varepsilon}(x)) : \boldsymbol{\varepsilon}(x) & \text{dans la partie solide de } Y \\ \text{Conditions aux limites.} \end{cases}$$

Malgré cette première linéarisation, le problème (Q') n'est pas pour autant un problème linéaire puisque le tenseur des modules sécants dépend encore du champ de déformation. Afin de réduire cette dépendance, on émet l'hypothèse d'homogénéité par phases des modules sécants et on substitue ainsi, dans la loi de comportement, $\mathbf{a}^{sct}(x, \boldsymbol{\varepsilon}(x))$ par

$\mathbf{a}_r^{sct}(\langle \varepsilon \rangle_r)$ pour chaque phase r .

Ainsi le problème (Q') est remplacé par le problème (Q'') ci-dessous, où malgré sa non linéarité, la loi de comportement s'exprime en fonction de modules sécants fonction du seul paramètre $\langle \varepsilon \rangle_r$ dans chaque phase.

$$(Q'') \quad \begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}(x) = 0 & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\sigma}(x) = \sum_r K_r(x) \mathbf{a}_r^{sct}(\langle \varepsilon \rangle_r) : \boldsymbol{\varepsilon}(x) & \text{dans la partie solide de } Y \\ \text{Conditions aux limites.} \end{cases}$$

avec K_r une fonction caractéristique correspondant à la phase r .

La mise en œuvre de la méthode des modules sécants va être détaillée dans la suite de ce travail lorsque cette dernière est couplée à la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques.

2.2.2.2 Méthodes tangente et affine

La méthode tangente repose sur l'utilisation des modules tangents (Bornert [12]). Introduisons la forme incrémentale de la loi de comportement non linéaire en dérivant par rapport au temps comme :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{a}^{tgt}(\boldsymbol{\varepsilon}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.5)$$

avec \mathbf{a}^{tgt} le tenseur tangent (ou tenseur des modules tangents, qui est illustré en cas 1D sur la figure 2.4) qui s'exprime par :

$$\mathbf{a}^{tgt} = \frac{\partial^2 w}{\partial \boldsymbol{\varepsilon} \partial \boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (2.6)$$

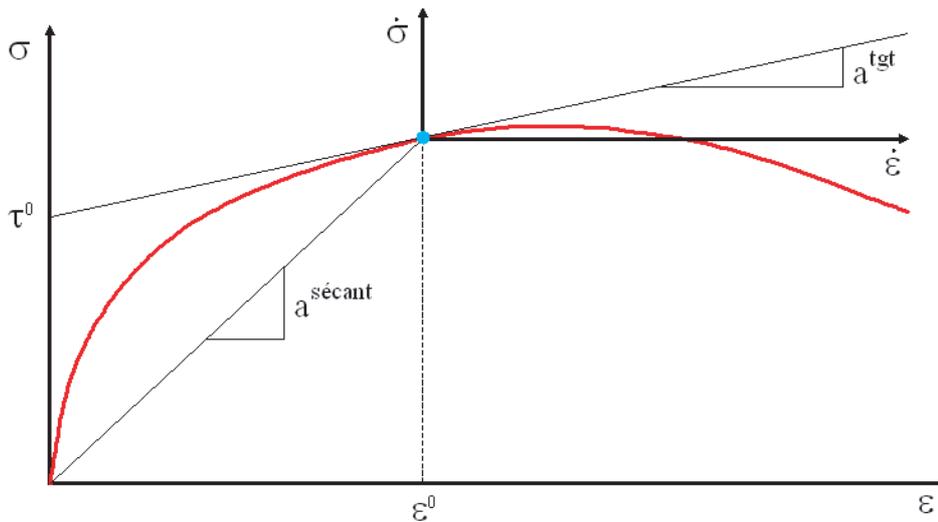


Figure 2.4 — Illustration de différentes formulations : sécante, tangente et affine

D'une manière analogue à la méthode des modules sécants, le module tangent dans la phase r est supposé fonction du tenseur des déformations moyennes de la phase r comme : $\mathbf{a}_r^{tgt} = \mathbf{a}_r^{tgt}(\langle \varepsilon \rangle_r)$.

Pour résoudre le problème avec la méthode tangente, il faut procéder à une procédure incrémentale pas à pas, qui accumule des petites erreurs à chaque pas, et qui est coûteuse sans donner de meilleurs résultats que la méthode sécante. Ainsi, une nouvelle méthode qui utilise les caractéristiques tangentes mais sans recourir à une procédure pas à pas est proposée, c'est la méthode affine. Cette dernière consiste à remplacer le comportement non linéaire, pour une déformation de référence ε^0 (figure 2.4), par un comportement linéarisé caractérisé par le tenseur des modules tangents et une précontrainte τ^0 comme :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{a}_{\varepsilon^0}^{tgt} : \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\tau}^0 \quad (2.7)$$

avec :

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{\varepsilon^0}^{tgt} &= \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}(\varepsilon^0) \\ \boldsymbol{\tau}^0 &= \boldsymbol{\sigma}(\varepsilon^0) - \mathbf{a}_{\varepsilon^0}^{tgt} : \varepsilon^0 \end{cases} \quad (2.8)$$

La formulation affine pour la phase r est alors construite à partir des équations 2.7 et 2.8 en supposant une déformation homogène par phase.

2.3 Méthode des modules sécants couplée à la méthode des milieux périodiques

2.3.1 Introduction

La méthode de linéarisation, que nous venons de présenter, couplée à des méthodes d'homogénéisation linéaires simplifiées, a été largement employée par plusieurs auteurs. On peut citer en particulier Suquet [61] [62], Bornert [12], Dormieux [20], Bardella [5], Smaoui [58], ... Dans notre cas les méthodes analytiques ne sont pas adaptées pour des comportements non linéaires de type adoucissant pour lesquels on ne dispose pas d'expression analytique pour la loi de comportement. C'est pourquoi nous allons chercher à coupler ces méthodes de linéarisation à une méthode d'homogénéisation riche tout en procédant à une résolution numérique par la méthode des éléments finis. Le choix de la méthode de linéarisation sécante étant arrêté, il nous reste le choix de la méthode d'homogénéisation linéaire nécessaire à la résolution du problème (Q'). La méthode des modules effectifs numérique sera délaissée pour son exigence d'un V.E.R riche en hétérogénéités en raison de l'hypothèse $d \ll l$. Cette exigence conduit naturellement en 3D à des calculs lourds et très coûteux même pour des problèmes linéaires.

Pour ces raisons, nous avons retenu la méthode des milieux périodiques qui offre la possibilité d'une résolution sur un V.E.R de taille raisonnable, tout en respectant la réalité microstructurale.

2.3.2 Implémentation numérique

En résumé, pour résoudre le problème fondamental (Q) :

$$(Q) \quad \begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial w}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{\varepsilon}(u)) & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\varepsilon}(u) \text{ } Y - \text{périodique et } \boldsymbol{\sigma}(n) \text{ } Y - \text{antipériodique} \\ \boldsymbol{\sigma}(n) = 0 & \text{sur le bord du vide} \\ \ll \boldsymbol{\varepsilon}(u) \gg_Y = \frac{1}{|Y|} \int_{\partial Y} (u \otimes_S n) d\Gamma = \mathbf{E} \end{cases}$$

nous procédons d'abord à une linéarisation sécante de sa loi de comportement, le transformant ainsi au problème (Q') suivant :

$$(Q') \quad \begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{a}^{\text{sécant}}(\boldsymbol{\varepsilon}) : \boldsymbol{\varepsilon} & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\varepsilon}(u) \text{ } Y - \text{périodique et } \boldsymbol{\sigma}(n) \text{ } Y - \text{antipériodique} \\ \boldsymbol{\sigma}(n) = 0 & \text{sur le bord du vide} \\ \ll \boldsymbol{\varepsilon}(u) \gg_Y = \mathbf{E} \end{cases}$$

avec $\mathbf{a}^{\text{sécant}}$ le tenseur des modules sécants.

En utilisant la méthode des modules sécants, nous adoptons l'approximation suivante :

$$\mathbf{a}_r^{\text{sécant}} = \mathbf{a}_r^{\text{sécant}}(\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r) \quad (2.9)$$

où l'indice r désigne la phase r et $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r$ désigne le tenseur de déformations moyen dans la phase r . La connaissance de cette dernière nous permettra donc de déterminer le tenseur sécant de chaque phase, ce qui nous ramène au problème d'homogénéisation (Q'') ci-dessous qu'on peut résoudre directement à l'aide d'un code de calcul en traduisant les conditions aux limites comme précisé précédemment dans la section 2.2.1.

$$(Q'') \quad \begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\sigma}_r = \mathbf{a}_r^{\text{sécant}}(\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r) : \boldsymbol{\varepsilon}_r & \text{dans la partie solide de } Y \\ \boldsymbol{\varepsilon}(u) \text{ } Y - \text{périodique et } \boldsymbol{\sigma}(n) \text{ } Y - \text{antipériodique} \\ \boldsymbol{\sigma}(n) = 0 & \text{sur le bord du vide} \\ \ll \boldsymbol{\varepsilon}(u) \gg_Y = \mathbf{E} \end{cases}$$

Pour résoudre le problème (Q''), à l'aide d'un code de calcul, on procédera par approximations successives de la manière suivante :

On se donne une valeur initiale quelconque pour le tenseur de déformations moyen dans chaque phase, soit $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r^0$.

On note par $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r^{1, \text{donné}} = \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r^0$, le tenseur de déformations moyen donné à la première itération. A partir de ce tenseur, nous déterminons le tenseur des modules sécants de la phase r . Nous résolvons ensuite le problème d'homogénéisation linéarisé (Q'').

Nous notons par $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r^{1,calculé}$ le tenseur de déformations moyen obtenu à partir du champ $\boldsymbol{\varepsilon}$ calculé. Si l'égalité $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r^{1,calculé} = \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r^{1,donné}$ est satisfaite dans toutes les phases r , la résolution du problème (Q") est terminée. Sinon, on fait $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r^{2,donné} = \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r^{1,calculé}$ et on recommence les calculs.

Ainsi, de proche en proche, la résolution du problème (Q") est obtenue à l'itération i lorsque la relation $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r^{i,calculé} = \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r^{i,donné}$ est vérifiée dans toute les phases $r = 1, 2, \dots, n$.

On peut résumer les grandes étapes de cette approximation dans l'organigramme de la figure 2.5.

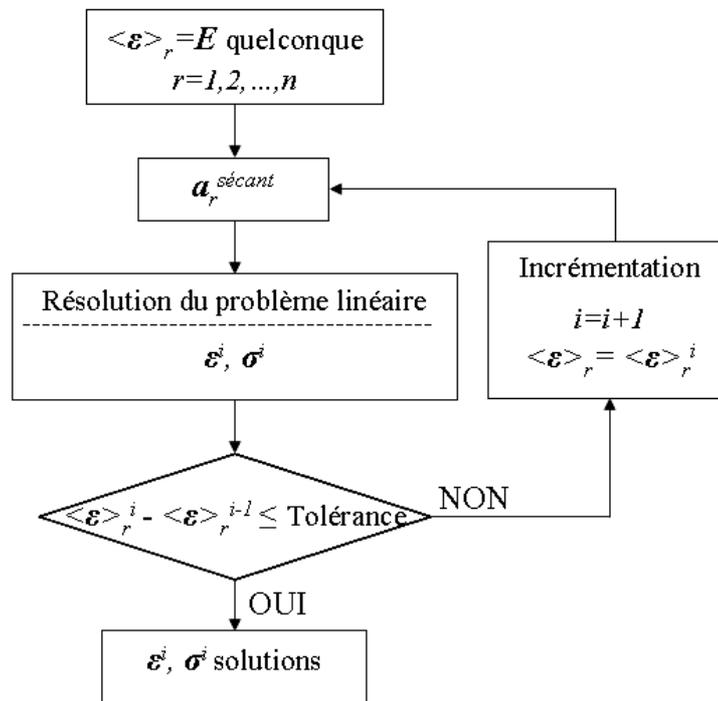


Figure 2.5 — Schéma de résolution incrémentale du problème linéarisé

2.4 Validation numérique de la méthode de linéarisation développée

Pour valider l'implémentation numérique de la méthode de linéarisation sécante couplée à la méthode d'homogénéisation périodique que nous venons de développer ci-dessus, nous allons comparer sur des exemples tests, les résultats qu'elle fournit à ceux obtenus par une résolution directe. Pour alléger les calculs, cette comparaison sera effectuée sur des exemples bi-dimensionnels.

2.4.1 Choix de la cellule de base et son maillage

Le V.E.R est une cellule rectangulaire représentant une période d'un réseau en quinconce constitué d'inclusions élastiques circulaires placées aux quatre sommets de la cellule et d'un pore circulaire placé au centre de la matrice (figure 2.6). Ce V.E.R a été maillé de deux manières différentes : grossier (figure 2.6a) et fin (figure 2.6b) afin d'examiner la dépendance de la solution vis-à-vis du degré de raffinement du maillage. Pour le maillage grossier, le domaine du sable comporte au total 76 éléments tandis que le domaine de la matrice est maillé par 328 éléments. Pour le maillage fin, ces nombres d'éléments valent respectivement 208 et 888.

Sur la figure 2.6c, nous présentons le maillage d'une cellule constituée de quatre périodes. Ce maillage sera utilisé pour étudier la dépendance de la solution vis-à-vis de la taille du V.E.R (Miled [47]).

Tous les calculs effectués sur ces différents V.E.Rs seront menés à l'aide du code de calcul CASTEM ([34]).

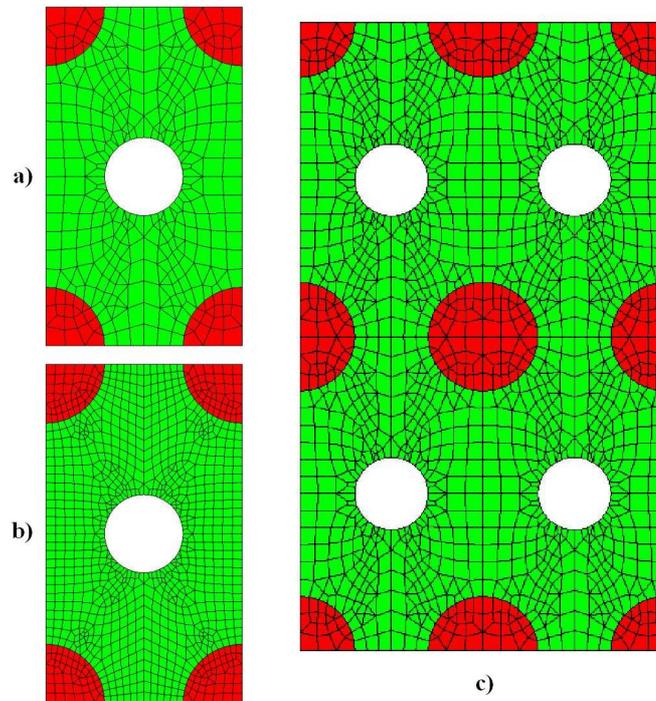


Figure 2.6 — V.E.Rs utilisés pour la méthode directe : a) V.E.R avec maillage grossier ; b) V.E.R avec maillage raffiné ; c) V.E.R composé de quatre cellules du maillage grossier

2.4.2 Cas d'un comportement élasto-plastique avec écrouissage isotrope

Nous supposons que les inclusions ont un comportement élastique linéaire et que la matrice obéit à une loi élasto-plastique avec écrouissage isotrope.

Les caractéristiques élastiques de l'inclusion sont : module d'Young $E^s = 80$ GPa et

coefficient de Poisson $\nu^s = 0,25$.

La loi élasto-plastique pour la matrice est caractérisée par les paramètres suivants :

- Module d'Young $E^s = 0,4$ GPa
- Coefficient de Poisson $\nu^s = 0,3$
- Contrainte seuil $\sigma_y = 0,0158$ GPa
- Si $\sigma < \sigma_y$, nous sommes dans le domaine élastique.
Si $\sigma > \sigma_y$, la contrainte est reliée à la déformation plastique ε_p par : $\sigma = \sigma_y \sqrt{1 + 225\varepsilon_p}$.

La courbe contrainte-déformation de la matrice est donnée dans la figure 2.7.

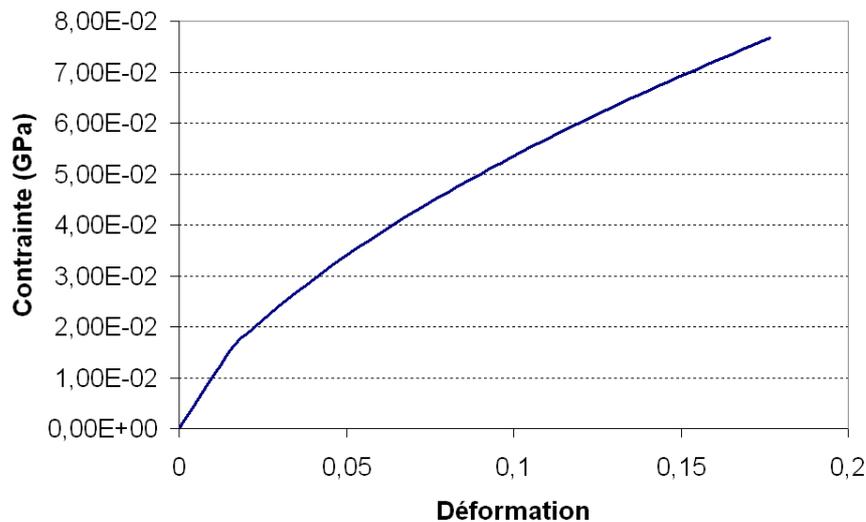


Figure 2.7 — Courbe contrainte-déformation uniaxiale de la matrice : comportement élasto-plastique avec écrouissage isotrope

Tous ces V.E.Rs seront soumis à un chargement œdométrique $\mathbf{E} = E_{11}e_1 \otimes e_1$ (figure 2.8).

Dans un premier lieu, nous avons cherché à étudier la dépendance de la solution vis-à-vis du degré de raffinement du maillage. Nous avons donc effectué les calculs avec les deux maillages a) grossier et b) fin de la figure 2.6. Les calculs ont été effectués en mode *déformation plane*.

Les résultats obtenus sont présentés aux figures 2.9, 2.10 et 2.11. Sur les figures 2.9 et 2.10 nous remarquons que les deux méthodes de résolution, la directe comme la linéaire sécante, ne dépendent pas de la finesse du maillage puisque les comportements équivalents obtenus avec les deux maillages coïncident.

Sur la figure 2.11, nous avons comparé le comportement équivalent obtenu avec la méthode directe à celui fourni par la méthode de linéarisation des modules sécants. Là aussi les deux comportements coïncident ce qui nous rassure sur la mise en œuvre numérique de la méthode de linéarisation.

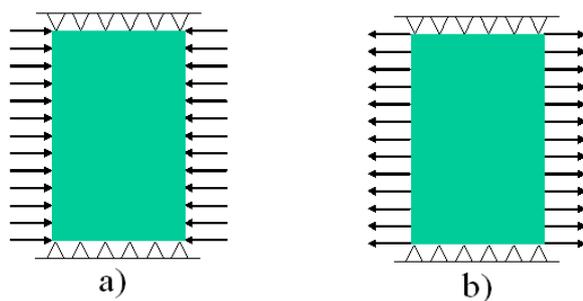


Figure 2.8 — Schéma de l'essai œdométrique : a) essai en compression ; b) essai en traction

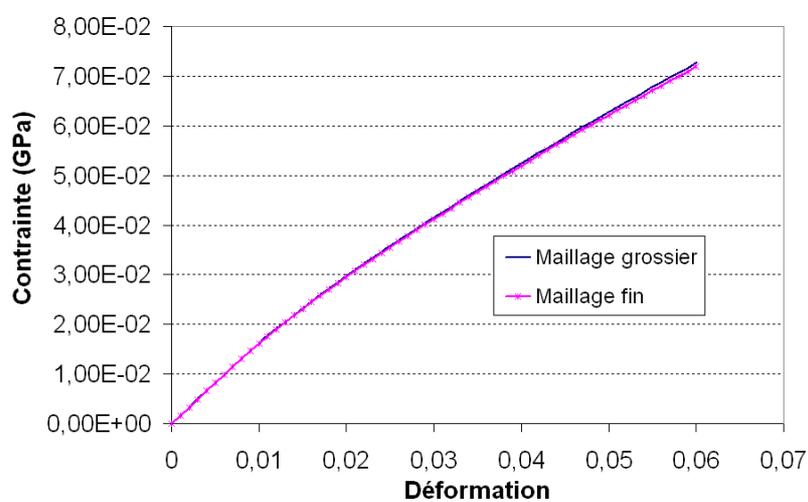


Figure 2.9 — Essai œdométrique avec la méthode directe

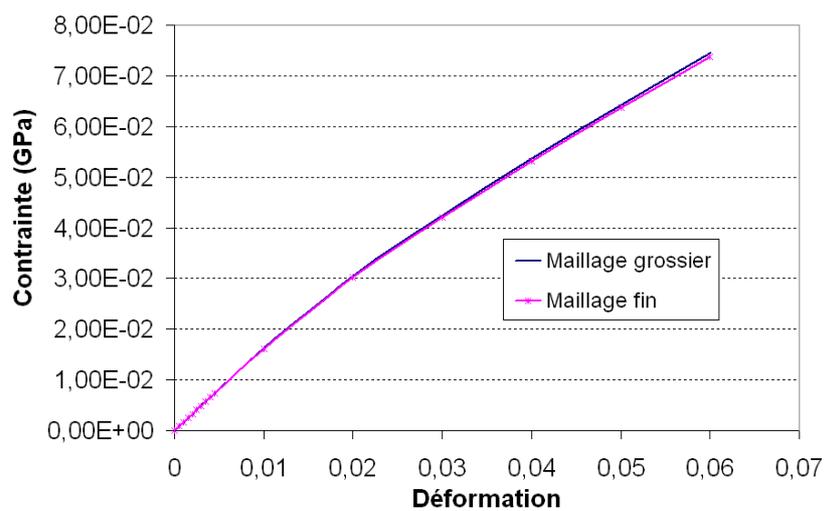


Figure 2.10 — Essai œdométrique avec la méthode de linéarisation

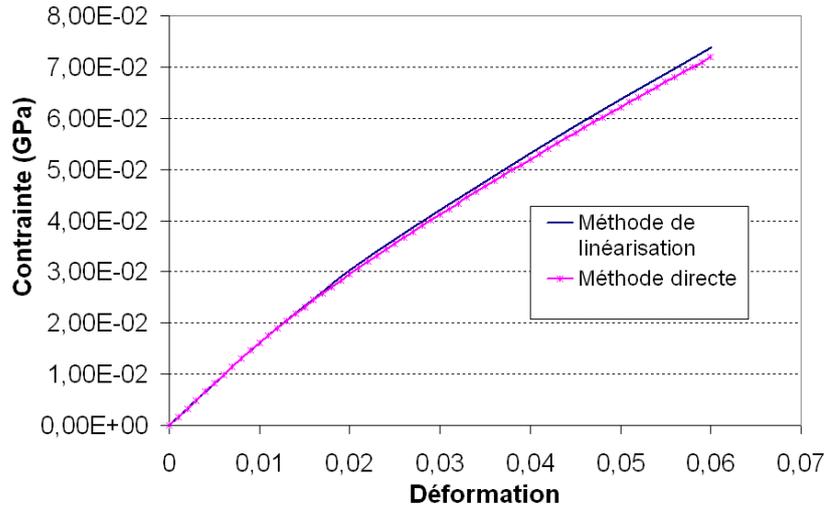


Figure 2.11 — Essai oedométrique sur le maillage fin

2.4.3 Cas d'un comportement endommageable

Considérons le même matériau composite que précédemment. L'inclusion reste élastique linéaire avec les mêmes caractéristique. La loi d'endommagement de Mazars ([42]) est choisie pour décrire le comportement de la matrice car cette loi permet la prise en compte de l'effet de fissuration et de la dissymétrie du comportement en traction/compression d'un matériau cimentaire comme le coulis de ciment (cette loi sera utilisée pour le coulis dans le chapitre suivant, en application aux sols injectés). La loi est présentée dans les grandes lignes suivantes :

C'est un modèle élastique endommageable avec un endommagement isotrope caractérisé par une seule variable D . Ainsi, la contrainte s'exprime par :

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\mathbf{E}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.10)$$

avec \mathbf{E}_0 le tenseur d'élasticité initial du matériau sain.

Par ailleurs, c'est un modèle avec un critère exprimé en déformations, contrairement à la plupart des seuils d'irréversibilité qui sont formulés à partir des contraintes. La variable d'endommagement D sera pilotée par une déformation équivalente ε_M , exprimée en fonction des déformations principales d'extension ε_I :

$$\varepsilon_M = \sqrt{\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_+ : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_+} = \sqrt{\sum \langle \varepsilon_I \rangle_+^2} \quad (2.11)$$

avec $\langle . \rangle_+$ désigne la partie positive d'un tenseur.

Ainsi, le seuil d'irréversibilité appelé seuil d'endommagement et noté ε_{D_0} s'identifie à la déformation équivalente à partir de laquelle l'endommagement apparaît. En effet, nous avons : $D = 0$ quand $\varepsilon_M < \varepsilon_{D_0}$.

L'évolution de l'endommagement en traction, pour $\varepsilon_M > \varepsilon_{D_0}$, est décrite par la fonction exponentielle suivante :

$$D_t = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}(1 - A_t)}{\varepsilon_M} - A_t \exp[-B_t(\varepsilon_M - \varepsilon_{D_0})] \quad (2.12)$$

où A_t et B_t sont deux paramètres caractéristiques du matériau qui pilotent l'évolution de l'endommagement dans la phase post-pic et qui sont généralement identifiés expérimentalement.

En revanche, l'évolution de l'endommagement en compression est décrite par une autre fonction exponentielle :

$$D_c = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}(1 - A_c)}{\varepsilon_M} - A_c \exp[-B_c(\varepsilon_M - \varepsilon_{D_0})] \quad (2.13)$$

où A_c et B_c sont aussi deux paramètres caractéristiques du matériau qui pilotent l'évolution de l'endommagement et qui sont généralement identifiés expérimentalement.

Enfin, pour un état de sollicitation multiaxiale, l'endommagement D est donné par :

$$D = \alpha_c D_c + \alpha_t D_t \quad \begin{cases} \alpha_c + \alpha_t = 1 \\ \alpha_c = 0 & \text{en traction pure} \\ \alpha_t = 0 & \text{en compression pure} \end{cases} \quad (2.14)$$

La courbe contrainte-déformation en chargement uniaxial de la matrice est donnée dans la figure 2.12 avec les paramètres suivants :

- Module d'Young $E = 0,3 \text{ GPa}$
- Coefficient de Poisson $\nu = 0,4$
- Seuil d'endommagement $\varepsilon_{D_0} = 3,33333 \times 10^{-4}$
- Paramètre $A_c = 0,24165$
- Paramètre $B_c = 58,926$
- Paramètre $A_t = 1$
- Paramètre $B_t = 4500$

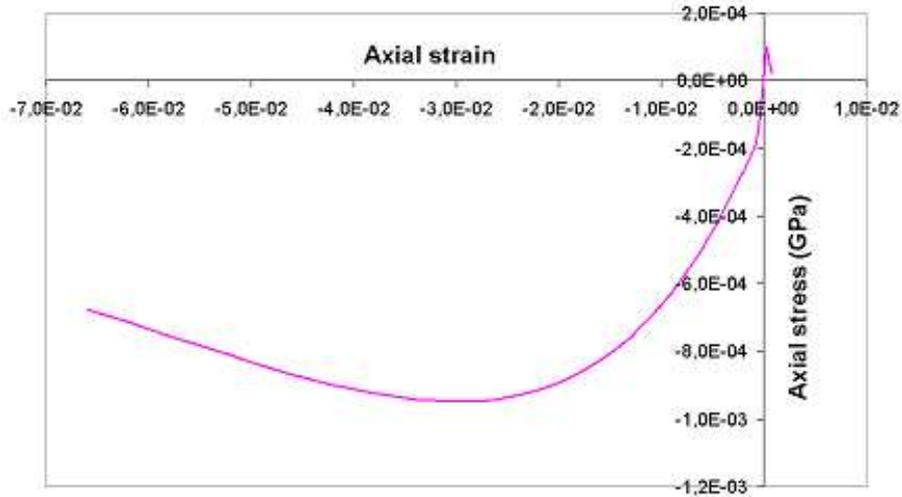


Figure 2.12 — Courbe Contrainte-Déformation uniaxiale de la matrice (loi d'endommagement de Mazars)

Nous procédons aux essais œdométriques d'abord en compression et ensuite en traction. Les calculs s'effectuent également en mode *déformation plane*.

2.4.3.1 Essais œdométriques en compression

2.4.3.1.1 Méthode de résolution directe Pour la loi de comportement que nous venons d'envisager, nous avons procédé d'abord à une résolution par la méthode directe sur les trois V.E.Rs présentés sur la figure 2.6. Le maillage grossier et le maillage fin (figures 2.6a et 2.6b) vont nous permettre d'apprécier la dépendance de la solution vis-à-vis du degré de raffinement. Le maillage constitué de quatre périodes (figure 2.6c) est destiné à vérifier la nécessité de considérer un V.E.R de plusieurs périodes pour la loi de Mazars en raison de la perte de convexité du problème d'homogénéisation à l'approche de la rupture selon Miled [47].

Nous présentons aux figures 2.13, 2.14 et 2.15 les résultats des calculs effectués pour un chargement de compression œdométrique en déformation plane.

Tous ces calculs ont montré la difficulté qu'a la méthode de résolution directe dans le cas d'une loi adoucissante (ici la loi de Mazars) et en déformations planes à poursuivre les calculs dès que l'endommagement atteigne localement des valeurs proches de l'unité.

Nous avons examiné l'effet de la taille de l'incrément de déformation sur la convergence de l'algorithme de résolution. Comme nous le remarquons sur la figure 2.13, la résolution est insensible à la taille de cet incrément et l'algorithme s'arrête pour non convergence à la même valeur de déformation macroscopique imposée.

Cette non convergence ne semble pas être non plus liée à la taille du V.E.R choisi. En effet, la figure 2.14 montre la similitude des résultats obtenus avec les deux maillages 2.6a et 2.6c.

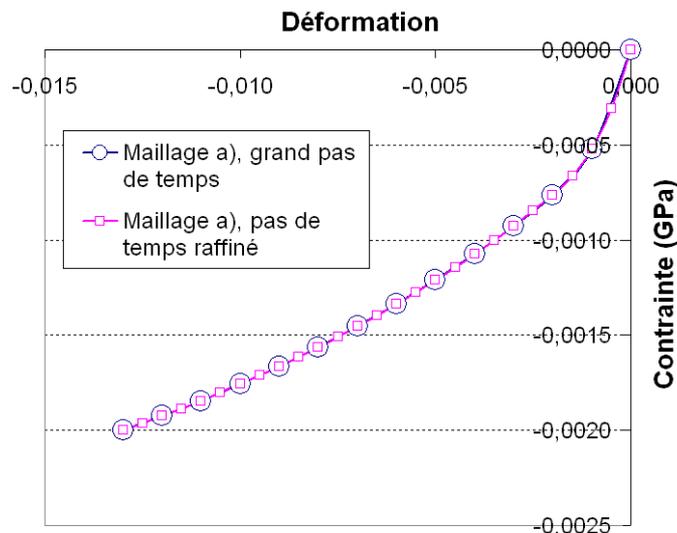


Figure 2.13 — Essai œdométrique en compression : Influence du pas de temps de calcul sur la convergence du calcul

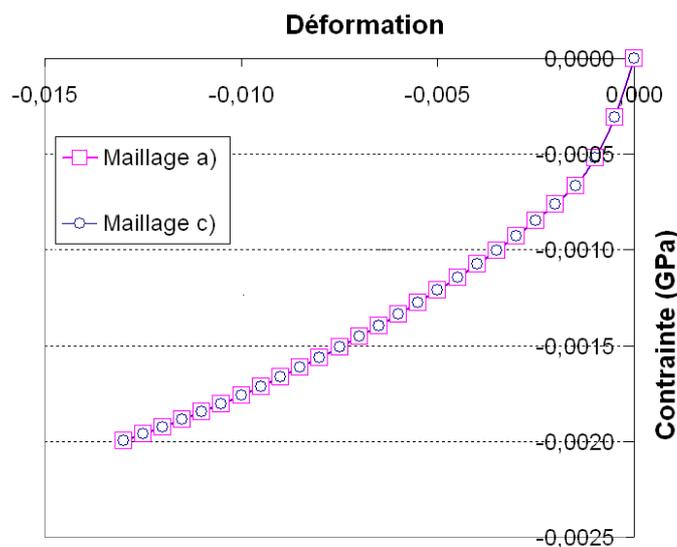


Figure 2.14 — Essai œdométrique en compression : Influence de la taille du V.E.R sur les résultats obtenus et sur la convergence du calcul

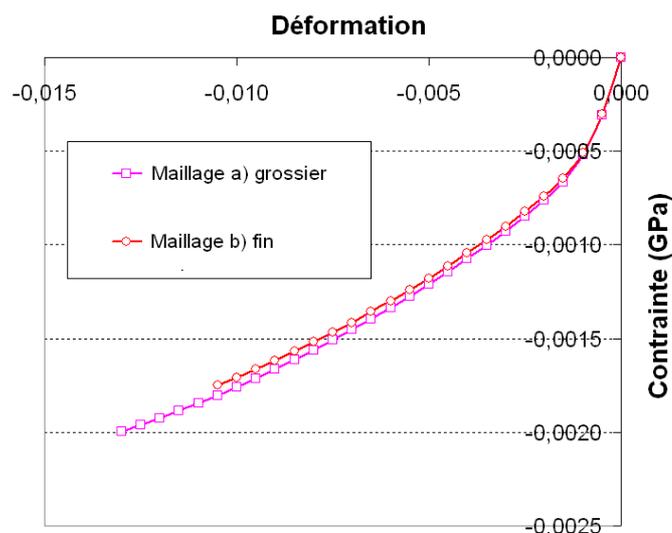


Figure 2.15 — Essai œdométrique en compression : Influence du raffinement du maillage sur la convergence du calcul

Sur la figure 2.15, nous examinons l'effet du raffinement du maillage sur la solution. On constate une légère différence entre les comportements obtenus avec les deux maillages 2.6a et 2.6b, et on note en particulier que, dans ce cas-ci, le raffinement est loin d'améliorer la convergence mais plutôt il la détériore (dans le sens que la non convergence de l'algorithme intervient plus tôt que pour le maillage grossier).

La figure 2.16 présente la répartition de l'endommagement dans la cellule de base à l'incrément précédant l'arrêt des calculs pour divergence sur les maillages 2.6a et 2.6b. On note en particulier que la carte d'endommagement sur le maillage fin a des valeurs

sensiblement supérieures à celles obtenues sur le maillage grossier, ce qui peut expliquer le décalage entre les deux courbes observé sur la figure 2.15.

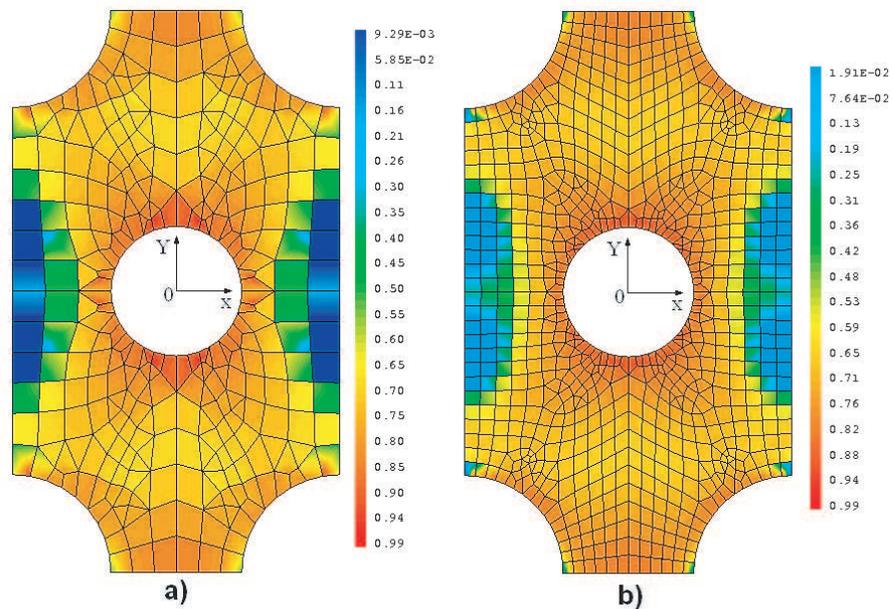


Figure 2.16 — Essai œdométrique en compression - Carte d'endommagement à l'incrément précédant l'arrêt du calcul : a) Maillage a) grossier ; b) Maillage b) fin

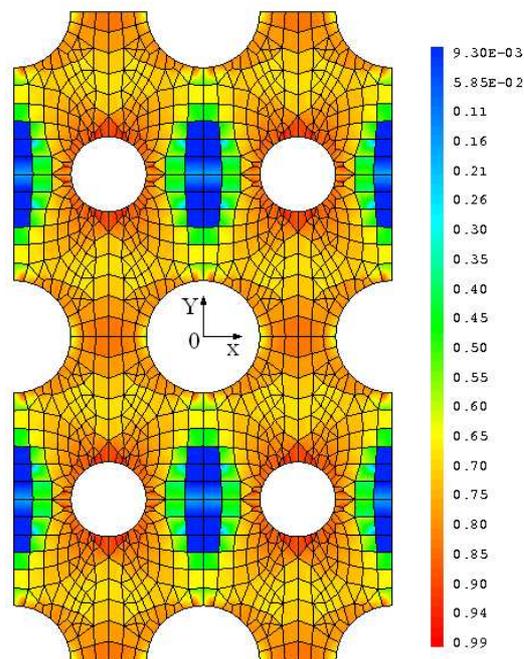


Figure 2.17 — Essai œdométrique en compression : Carte d'endommagement à l'incrément précédant l'arrêt du calcul - V.E.R c)

Enfin, la figure 2.17 présente la répartition de l'endommagement dans le maillage

2.6c, on note la même répartition que dans le maillage 2.6a ce qui va dans le même sens que la figure 2.14, à savoir que la méthode de résolution est insensible à la taille du V.E.R.

2.4.3.1.2 Méthode de résolution par linéarisation sécante La résolution du problème d'homogénéisation non linéaire avec loi de Mazars à l'aide de la méthode de linéarisation sécante va nous permettre comme nous allons le voir sur les exemples suivants de surmonter les difficultés de convergence rencontrées par la méthode de résolution directe. Cette réussite, là où la méthode directe touche à ses limites, est compréhensible puisque la méthode de linéarisation substitue un comportement fortement hétérogène et avec des zones fortement endommagées par un comportement élastique homogène par composant.

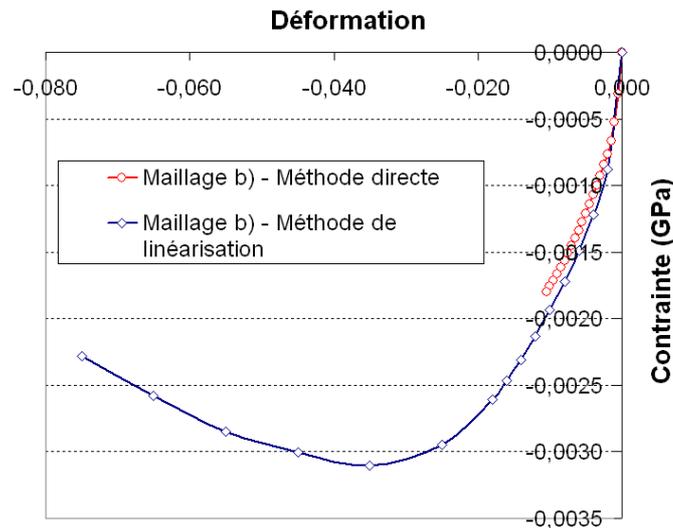


Figure 2.18 — Essai œdométrique en compression : Comparaison des résultats obtenus avec deux méthodes directe et de linéarisation

Sur la figure 2.18, nous présentons les courbes contrainte-déformation de la compression œdométrique obtenues avec le maillage 2.6b. La comparaison montre une très bonne concordance des résultats obtenus avec les deux méthodes directe et de linéarisation, avant arrêt pour divergence de la méthode directe. Contrairement à la méthode directe, la méthode des modules sécants nous permet de construire la courbe contrainte-déformation pour une large gamme de déformation.

Nous avons également extrait la carte d'endommagement obtenu avec la méthode de linéarisation, à la même valeur de déformation axiale imposée à l'incrément précédant l'arrêt du calcul pour la méthode directe (figure 2.19). Nous trouvons que la valeur maximale de l'endommagement avec la méthode de linéarisation est inférieure à celle avec la méthode directe (0,96 contre 0,99). En plus, l'endommagement dans la matrice semble être plus diffus et plus faible avec la méthode de linéarisation qu'avec la méthode directe, ce qui explique le fait que la courbe contrainte-déformation obtenue

avec la méthode de linéarisation a tendance à envelopper la courbe obtenue avec la méthode directe.

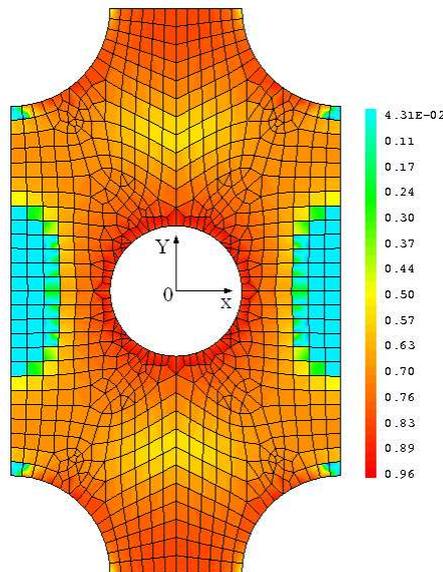


Figure 2.19 — Essai œdométrique en compression : Carte d'endommagement obtenue avec la méthode de linéarisation - Maillage b)

2.4.3.2 Essais œdométriques en traction

Nous avons effectué également une simulation d'essais œdométriques en traction sur les maillages 2.6a et 2.6b. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 2.20.

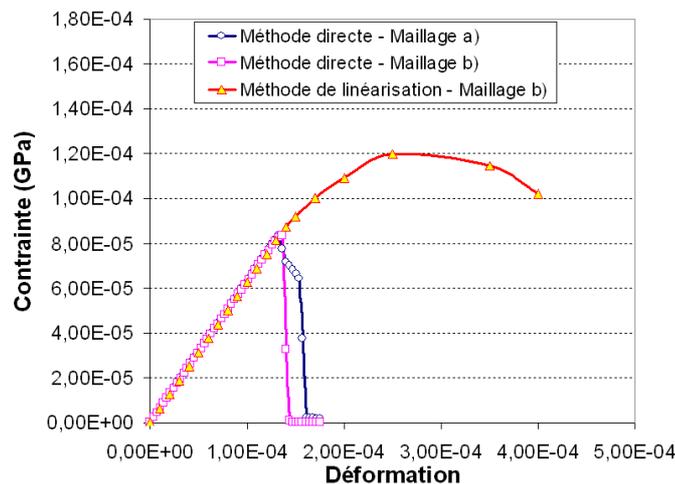


Figure 2.20 — Essai œdométrique en traction : comparaison de deux méthodes directe et de linéarisation

Nous observons que dans une première phase, les courbes contrainte-déformation obtenues avec les deux méthodes directe et de linéarisation concordent bien. Par contre,

les courbes obtenues avec la méthode directe chutent brutalement à un certain moment tandis que la courbe obtenue avec la méthode de linéarisation continue encore bien plus loin par une phase de montée suivie d'une phase adoucissante. Pour le maillage fin 2.6b, la chute s'est produite avant et plus brutalement que pour le maillage grossier 2.6a. Tout cela est relié au phénomène de localisation de l'endommagement, ce qui sera présenté brièvement dans une sous-section ci-après. Pour mieux comprendre ce qui s'est passé lors de la chute, nous montrons les cartes d'endommagement à l'incrément précédant la chute et à l'incrément suivant cette dernière dans les figures 2.21 et 2.22.

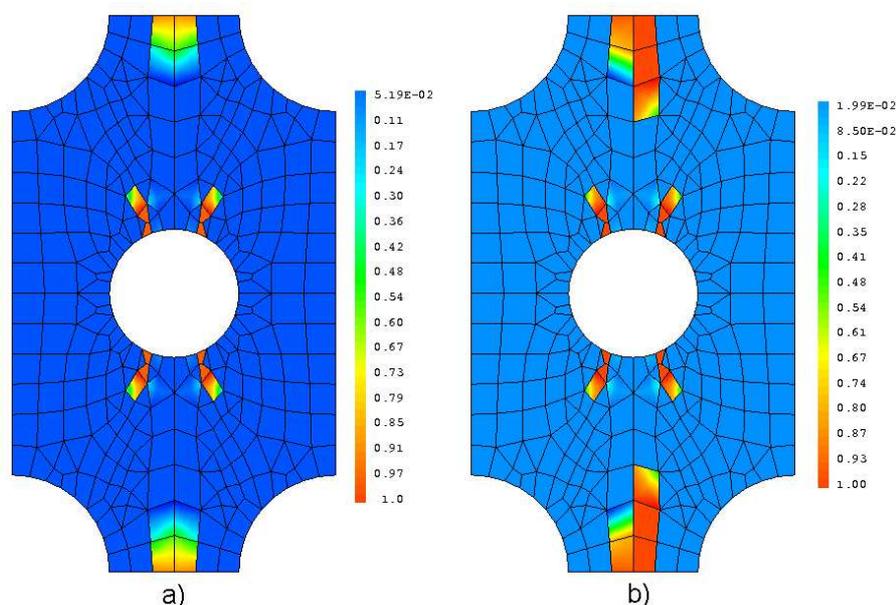


Figure 2.21 — Cartes d'endommagement obtenues avec le maillage grossier (essai oedométrique en traction - méthode directe) : a) à l'incrément précédant la chute ; b) à l'incrément suivant

Nous observons que pour le maillage fin (figure 2.22), à l'incrément précédant la chute, l'endommagement n'apparaît qu'en quelques éléments au bord du trou et la valeur maximale de l'endommagement n'atteint que 0,69. Mais à l'incrément suivant, l'endommagement se propage brutalement le long de l'axe central perpendiculaire au sens du chargement. La valeur maximale de l'endommagement atteint le maximum 1. Ce phénomène est un peu moins marqué pour le maillage grossier (figure 2.21). Il est à noter que la loi d'endommagement de Mazars (avec les paramètres choisis pour nos essais numériques) est de type quasi-fragile en traction. Dans ce cas-ci, la méthode de linéarisation n'est pas en mesure de prédire une rupture fragile. Par contre, elle est capable de bien reproduire la courbe contrainte-déformation dans une gamme de déformation assez large.

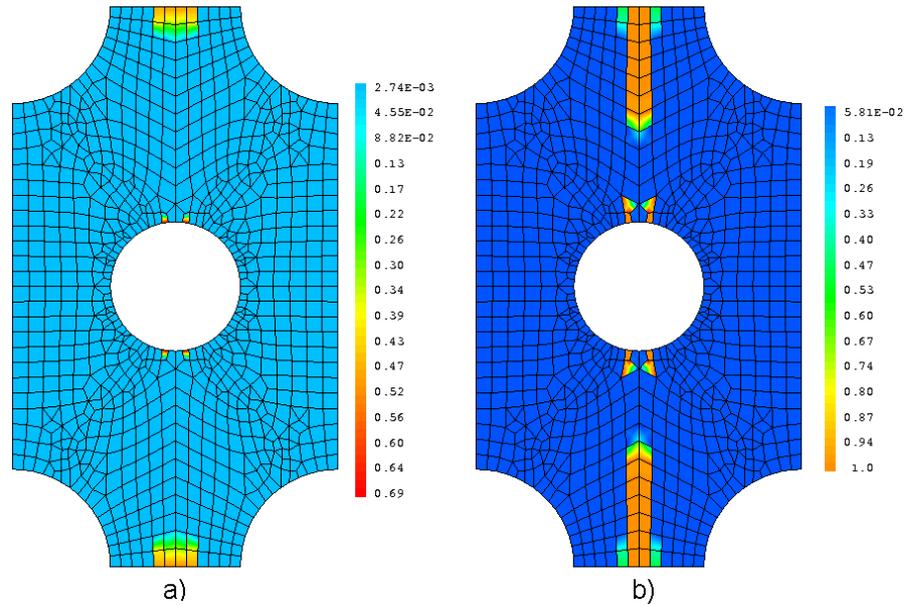


Figure 2.22 — Cartes d'endommagement obtenues avec le maillage fin (essai œdométrique en traction - méthode directe) : a) à l'incrément précédant la chute ; b) à l'incrément suivant

2.4.4 Cas de deux constituants à comportement non linéaire

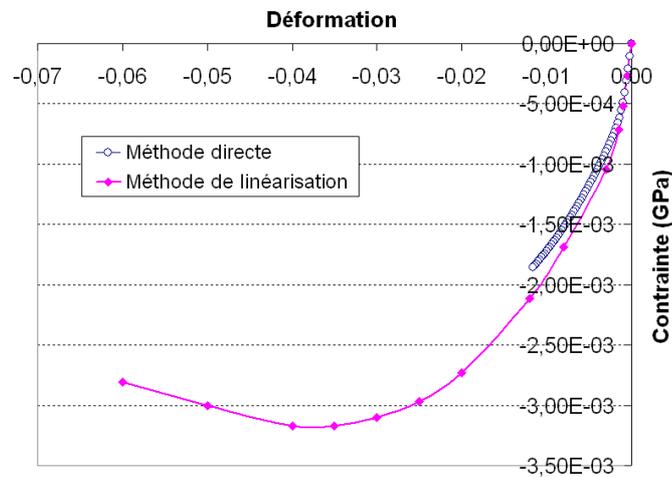


Figure 2.23 — Essai œdométrique en compression - cas de deux constituants non linéaires : comparaison de deux méthodes directe et de linéarisation

Afin de bien valider l'implémentation numérique de la méthode des modules sécants, nous l'avons testé dans le cas où les deux constituants sont à comportement non linéaire. Ainsi, nous considérons maintenant les inclusions à comportement élasto-plastique avec écrouissage isotrope dont les paramètres sont donnés à la section 2.4.2. Le comportement de la matrice reste de type endommageable décrit par la loi de Mazars avec les mêmes paramètres que précédemment.

Les résultats obtenus avec le maillage fin 2.6b sont présentés sur la figure 2.23. Comme précédemment, nous remarquons que contrairement à la méthode des modules sécants, la méthode directe diverge. Cependant et avant cette divergence, les deux méthodes fournissent des résultats sensiblement similaires.

2.5 Méthode de résolution avec modèles non-locaux

Dans cette section, nous allons présenter en quelques grandes lignes le phénomène de localisation rencontré lors des calculs avec comportement adoucissant (plasticité, endommagement,...) ainsi que les modèles non-locaux proposés dans la littérature pour surmonter les problèmes qu'elle pose. Ensuite, nous effectuerons des essais numériques avec la méthode directe en modèle non-local et nous confronterons les résultats obtenus avec ceux fournis par la méthode de linéarisation des modules sécants.

2.5.1 Phénomène de localisation

Le phénomène de localisation, tant aux aspects expérimentaux qu'aux aspects numériques, a été étudié par plusieurs auteurs. Pour mettre en évidence, numériquement, ce phénomène, nous prenons l'exemple d'un problème unidimensionnel traité dans le cadre des travaux de thèse de Brancherie (2003) [14]. Considérons une barre constituée d'un matériau à comportement élastoplastique, sollicitée en traction. La barre est affaiblie dans l'élément central : la contrainte seuil σ_y y est prise égale à 99% de la contrainte seuil du reste de la barre (figure 2.24).

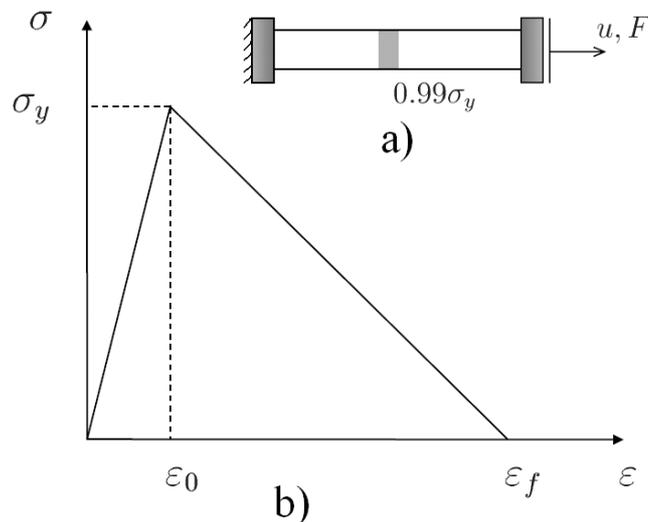


Figure 2.24 — Barre affaiblie sollicitée en traction : a) schéma de l'essai; b) comportement du matériau constitutif de la barre - Brancherie (2003)

La barre est encastree à l'une des extrémités et soumise à un déplacement imposé

sur l'autre extrémité. Les calculs sont menés en considérant 5 maillages différents : 3, 7, 15, 25 et 47 éléments. Les résultats en terme d'efforts en fonction du déplacement imposé sont reportés à la figure 2.25.

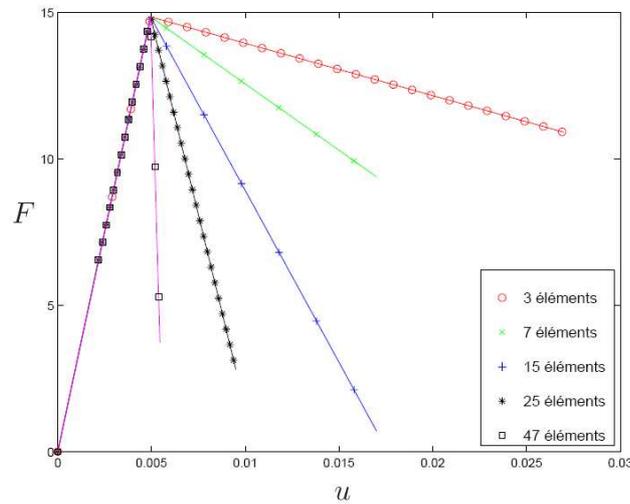


Figure 2.25 — Courbe déplacement/effort pour différents maillages de la barre - Brancherie (2003)

On constate que les résultats dépendent fortement du nombre d'éléments choisis pour mailler la barre. Plus le maillage est fin, moins la barre dissipe d'énergie pour se rompre et plus son comportement se rapproche du comportement d'un matériau quasi-fragile. L'auteur a montré également que toute la déformation se concentre en un seul élément : l'élément affaibli. Donc, lorsque la taille de cet élément tend vers 0, l'énergie dissipée tend également vers 0, ce qui nous conduit à un paradoxe : la barre se casse sans dissiper d'énergie globalement !

Pour surmonter cette difficulté, plusieurs modèles ont été proposés tels que : modèles à conservation de l'énergie de fissuration, modèles continus généralisés : modèles de Cosserat, modèles non-locaux, modèles à gradient,... Parmi ces modèles, les modèles non-locaux sont les plus utilisés. Ce type de modèle a été introduit par Pijaudier-Cabot et Bazant (1987) et puis il a été implémenté et utilisé pour différentes lois de comportement.

De façon très schématique, cette approche consiste à remplacer une ou plusieurs variables locales du modèle par sa moyenne sur un voisinage du point considéré.

En notant $f(x)$ une variable locale du modèle sur le domaine Ω , la variable non-locale qui lui est associée se calcule par :

$$\bar{f}(x) = \int_{\Omega} \omega(x, s) f(s) ds \quad (2.15)$$

où $\omega(x, s)$ est une fonction de pondération dépendant du point considéré. Cette fonction de pondération est très souvent prise égale à une gaussienne :

$$\omega(x, s) = \exp\left(\frac{-\|x - s\|^2}{2l_c^2}\right) \quad (2.16)$$

avec l_c une longueur caractéristique du modèle non-local. Notons que le modèle non-local est sensible au choix de cette longueur caractéristique.

2.5.2 Calcul non-local : comparaison avec le calcul local et la méthode de linéarisation

Nous avons choisi de tester la méthode directe en modèle non-local couplé à la loi d'endommagement de Mazars implémenté dans le code de calcul CASTEM et de la comparer à la méthode directe en modèle local ainsi qu'à la méthode de linéarisation présentée précédemment. Par souci de simplicité, nous avons opté de résoudre le problème d'homogénéisation pour un milieu poreux bidimensionnel dont le comportement de la matrice est décrit par la loi de Mazars.

Le V.E.R est donc une cellule rectangulaire contenant un trou en son centre. Deux maillages de ce V.E.R ont été retenus pour apprécier le dépendance des résultats vis-à-vis de la taille des éléments. Ces deux maillages sont présentés sur la figure 2.26. Le maillage a) grossier comporte 72 éléments tandis que le maillage b) fin comporte 452 éléments. Pour utiliser le modèle non-local, nous avons choisi, en premier lieu, le rayon du vide comme longueur caractéristique ($L_c = R_{vide}$).

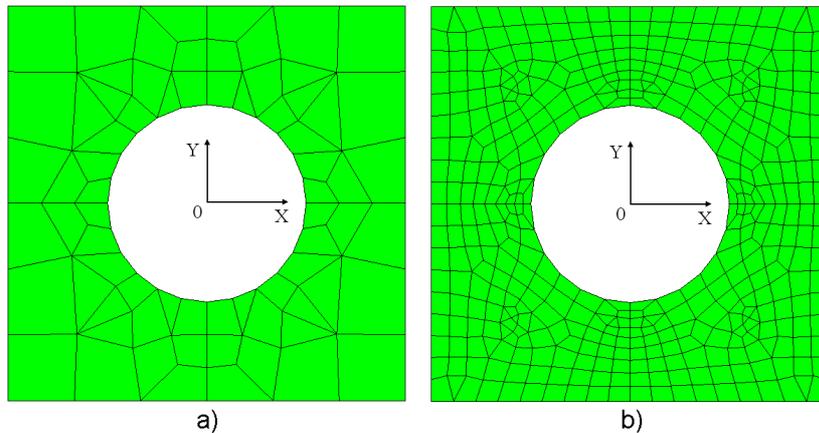


Figure 2.26 — Maillages choisis pour l'étude du calcul non-local : a) maillage grossier ; b) maillage fin

2.5.2.1 Essai œdométrique en compression - Hypothèse de déformations planes

Pour résoudre le problème d'homogénéisation en bidimensionnel, nous avons commencé par effectuer les calculs en mode *déformations planes*. Cette modélisation correspond à un milieu poreux dont les cavités sont des canaux infiniment longs. Les

résultats de la simulation de l'essai œdométrique en compression sont présentés sur les figures 2.27 et 2.28. Comme dans le cas de la méthode directe en modèle local, présentée dans la section précédente, les calculs effectués en modèle non-local sont interrompus pour non convergence. Cette interruption intervient un peu plus tardivement pour le maillage fin que pour le maillage grossier et paradoxalement plutôt pour le modèle non-local que pour le modèle local (figure 2.27).

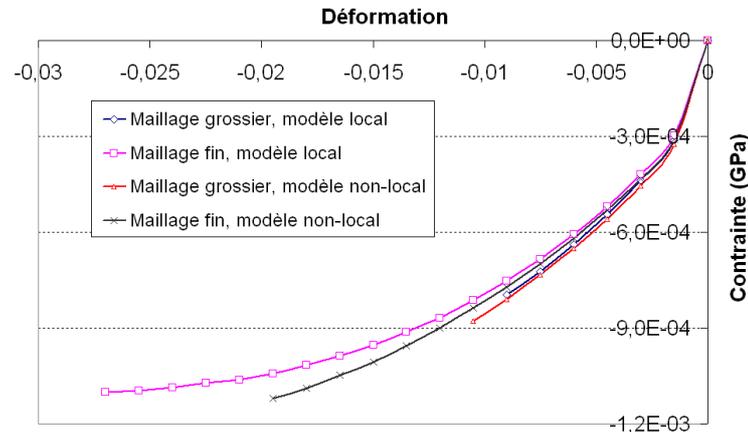


Figure 2.27 — Essais œdométriques en compression : Calculs en mode *déformation plane*, méthode directe avec modèle local et modèle non-local

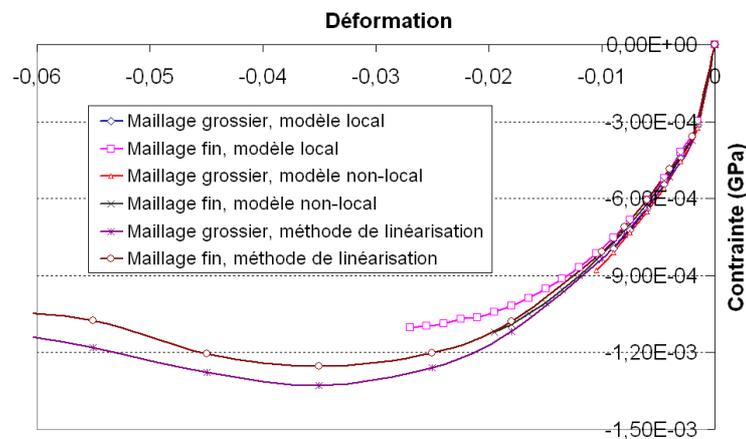


Figure 2.28 — Essais œdométriques en compression : Calculs en mode *déformation plane*, méthodes directes et méthode de linéarisation

Sur la figure 2.28, on remarque que seule la méthode de linéarisation nous permet d'explorer la phase adoucissante du comportement macroscopique.

Afin de tester le modèle non-local et les améliorations qu'il peut apporter, nous avons décidé d'effectuer la résolution du problème d'homogénéisation en mode *contraintes planes*. Ce problème correspond à la recherche de la réponse macroscopique d'une plaque micro-perforée dans son plan. Le simple fait de changer de mode de résolution déformations planes en contraintes planes permet de surmonter les problèmes de

convergence que rencontrait le code.

Nous présentons ci-dessous les résultats des différents tests effectués en mode *contraintes planes*.

2.5.2.2 Essai œdométrique en compression - Hypothèse de contraintes planes

Nous effectuons d'abord l'essai œdométrique en compression avec la méthode directe (calcul en non-local et en local) et avec la méthode de linéarisation. Les résultats obtenus sont confrontés entre eux dans les figures 2.29 et 2.30.

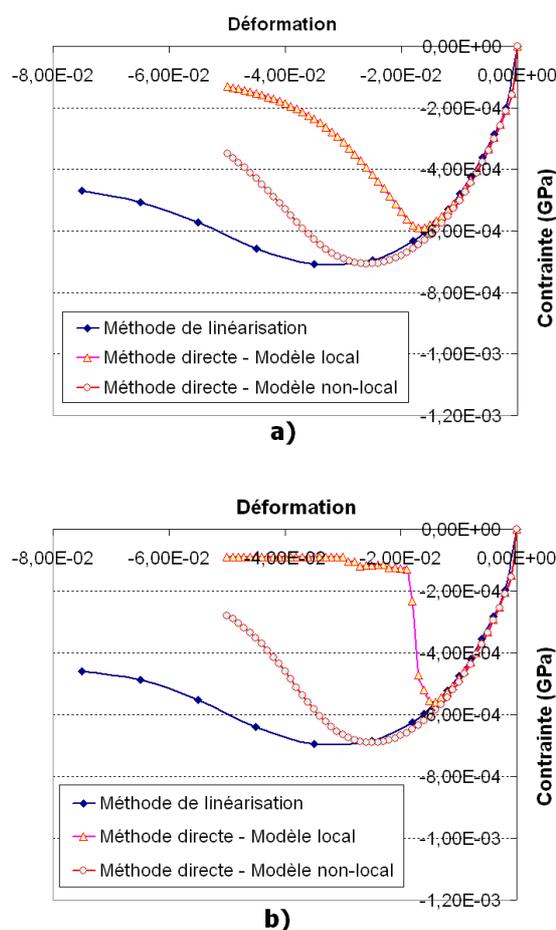


Figure 2.29 — Essais œdométriques en compression - Comparaison entre les méthodes directes (calcul local et calcul non-local) et la méthode de linéarisation sécante : a) Calculs effectués avec le maillage grossier ; b) Calculs effectués avec le maillage fin

Nous constatons que jusqu'au pic, les résultats obtenus avec la méthode de linéarisation et les résultats obtenus avec la méthode directe en calcul non-local concordent bien (figure 2.29). Après le pic, la phase adoucissante est plus forte avec la méthode directe en calcul non-local qu'avec la méthode de linéarisation. Par contre, pour la

méthode directe en calcul local, le pic ou la chute de raideur parvient plus tôt et est plus rapide. Cela peut s'expliquer par la forte localisation de l'endommagement avec le calcul local.

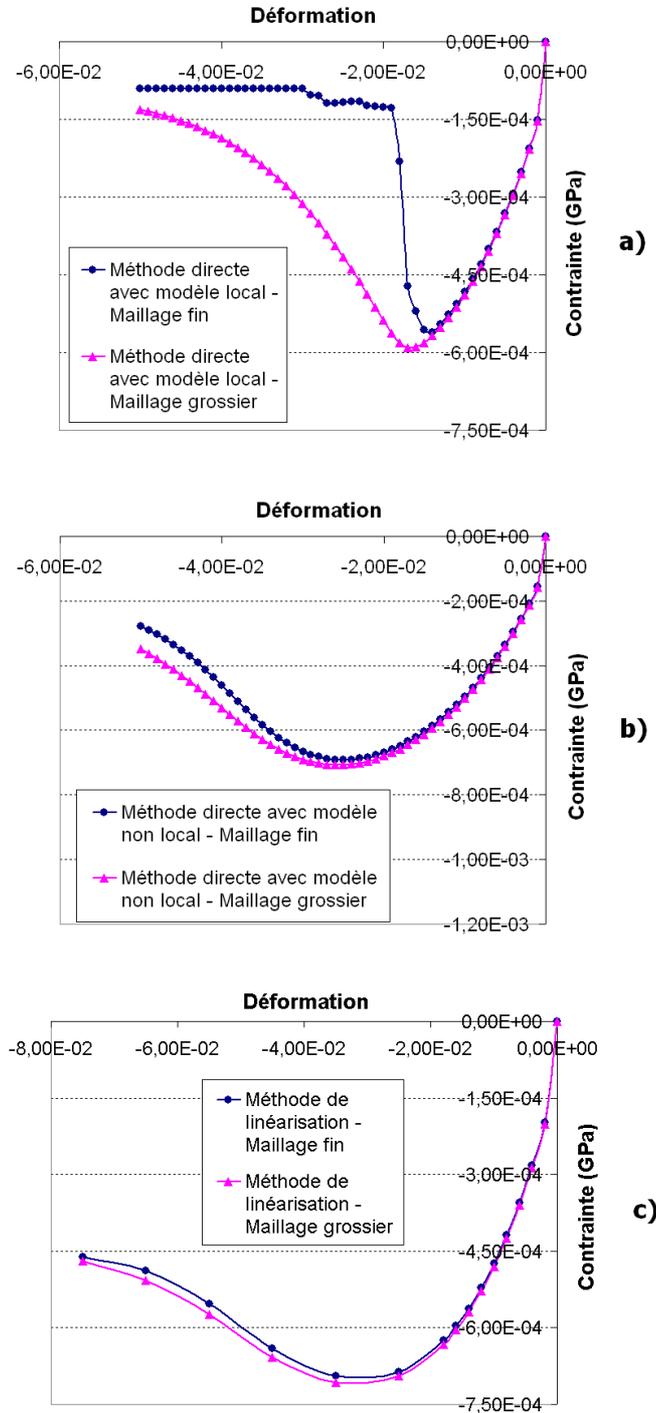


Figure 2.30 — Essais œdométriques en compression - Dépendance des méthodes de résolution vis-à-vis du maillage : a) Méthode directe en local ; b) Méthode directe en non-local ; c) Méthode de linéarisation des modules sécants

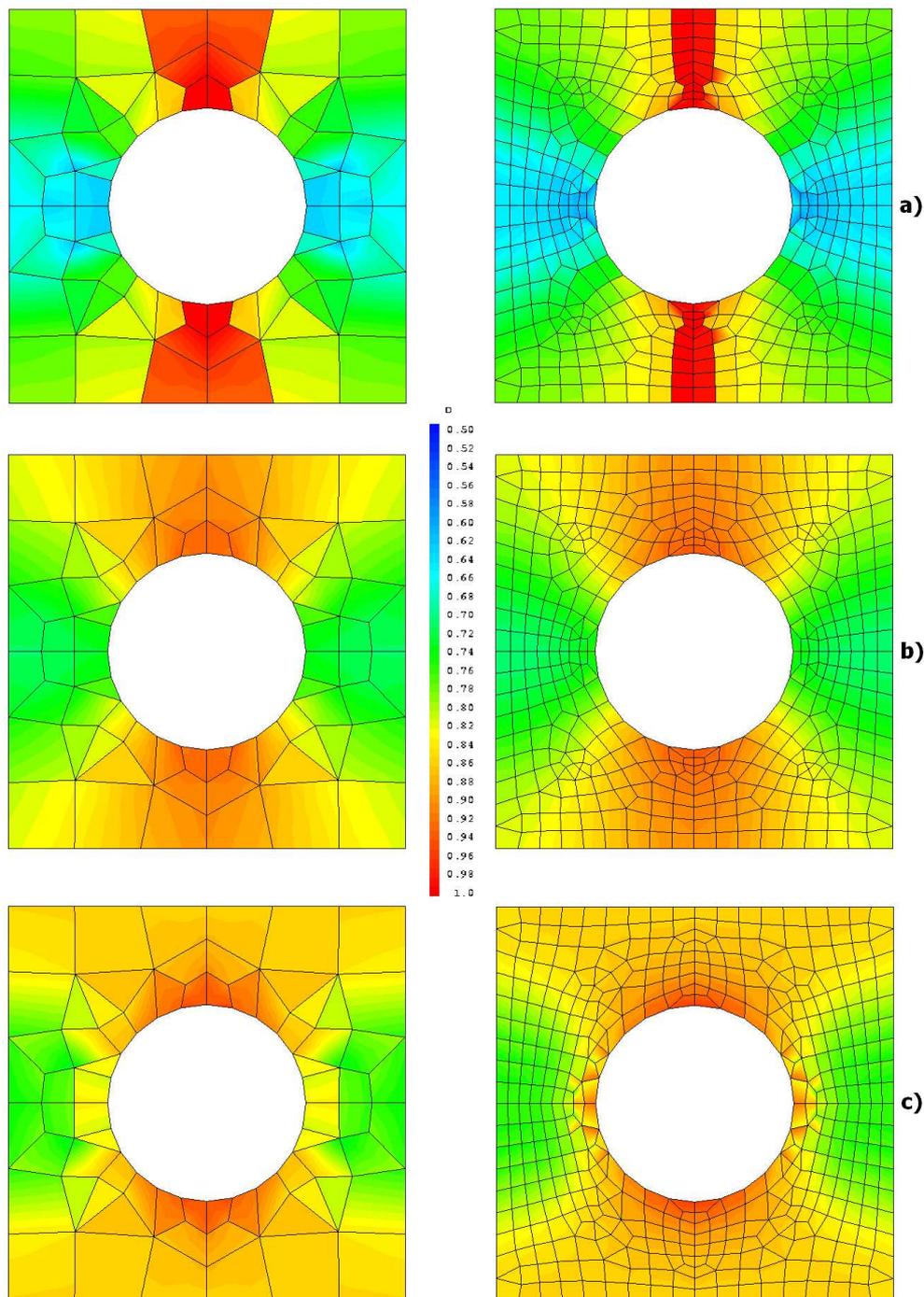


Figure 2.31 — Essais œdométriques en compression - Cartes d'endommagement extraites à la valeur de déformation E_{nl}^{pic} correspondant au pic des courbes obtenues avec le modèle non-local : a) Méthode directe - Modèle local ; b) Méthode directe - Modèle non local ; c) Méthode de linéarisation

Nous remarquons également qu'avec la méthode directe en calcul local (figure 2.30), les résultats dépendent fortement du maillage. Plus le maillage est fin, plus vite parvient le pic et plus le comportement équivalent se rapproche du comportement quasi-fragile

(dû au phénomène de localisation). Par contre, avec le calcul non-local, les résultats deviennent indépendants du maillage. Nous observons une légère différence entre les résultats obtenus avec les deux maillages, ce qui peut être attribué aux erreurs des calculs éléments finis. La même remarque est faite pour les résultats obtenus avec la méthode de linéarisation.

Nous noterons dans la suite E_{nl}^{pic} la valeur de la déformation macroscopique imposée correspondant au pic de la courbe contrainte-déformation obtenue avec le calcul non-local. Pour cette même valeur de déformation imposée E_{nl}^{pic} , nous avons examiné la carte d'endommagement dans la cellule de base pour chacune des méthodes de résolution utilisées (directe locale, directe non-locale et linéarisation). Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 2.31.

Sur la figure 2.31, on remarque que l'endommagement atteint son maximum le long de l'axe central perpendiculaire au sens du chargement. Cette localisation est très nette dans le cas de la méthode directe avec le modèle local, où on remarque l'apparition d'une bande de cisaillement. Dans le cas de la méthode directe avec le modèle non-local, l'endommagement se localise aussi le long de l'axe de symétrie mais de manière plus diffuse (la bande est nettement plus large que précédemment) et avec une intensité plus faible. Enfin, dans le cas de la méthode de linéarisation, la répartition de l'endommagement est encore plus diffuse et moins localisée.

Pour mieux comprendre la distribution de l'endommagement après le pic pour le modèle non-local et la méthode de linéarisation, les cartes d'endommagement sont extraites à la déformation axiale de 0,05. Les résultats sont présentés sur la figure 2.32. Les remarques précédemment faites sont encore valables, sauf que l'intensité de l'endommagement est beaucoup plus forte.

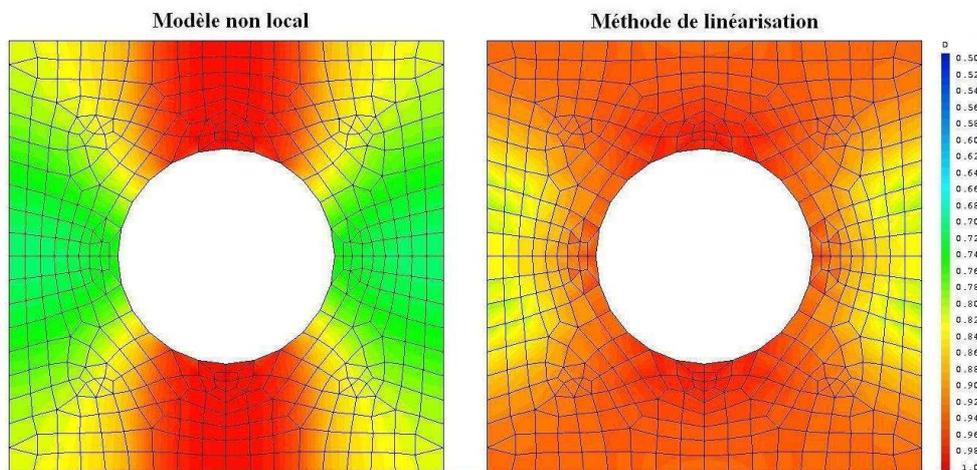


Figure 2.32 — Essais œdométriques en compression - Cartes d'endommagement extraites à la valeur de déformation de 0,05

2.5.2.3 Essai œdométrique en traction - Hypothèse de contraintes planes

Nous utilisons la même longueur caractéristique $L_c = R_{wide}$ pour les calculs non-locaux dans le cas d'essais en traction. Les résultats obtenus sont présentés dans les

figures 2.33 et 2.34.

Comme dans les essais de compression, nous constatons que les résultats obtenus avec la méthode directe en calcul local dépendent fortement du raffinement du maillage (figure 2.34a). Cependant, quelque soit le maillage, le comportement homogénéisé est de type quasi-fragile. Les calculs avec modèle non-local corrigent cette dépendance du maillage, du moins dans la phase précédant le pic, et le comportement reste proche du comportement quasi-fragile montré par une phase adoucissante assez raide (figure 2.34b). Pour la méthode de linéarisation sécante, comme nous l'avons vu dans les essais de traction dans la section 2.4.3.2, cette méthode n'est pas en mesure de reproduire la rupture fragile de la structure (figure 2.34c). Cependant, la contrainte du pic est proche pour le modèle non-local et la méthode de linéarisation alors que la déformation correspondant au pic est un peu plus élevée pour la méthode de linéarisation que pour le modèle non-local.

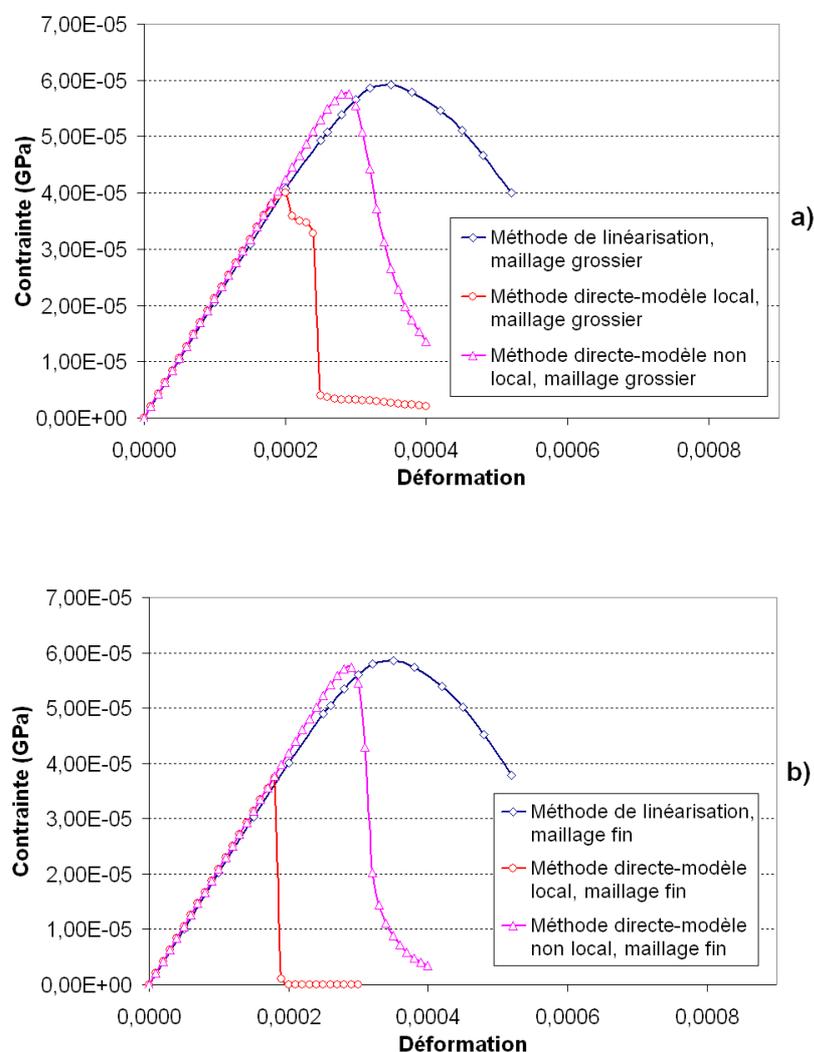


Figure 2.33 — Essais oedométriques en traction - Comparaison entre les méthodes directes (calcul non-local et calcul local) et la méthode de linéarisation : a) Calculs effectués avec le maillage grossier ; b) Calculs effectués avec le maillage fin

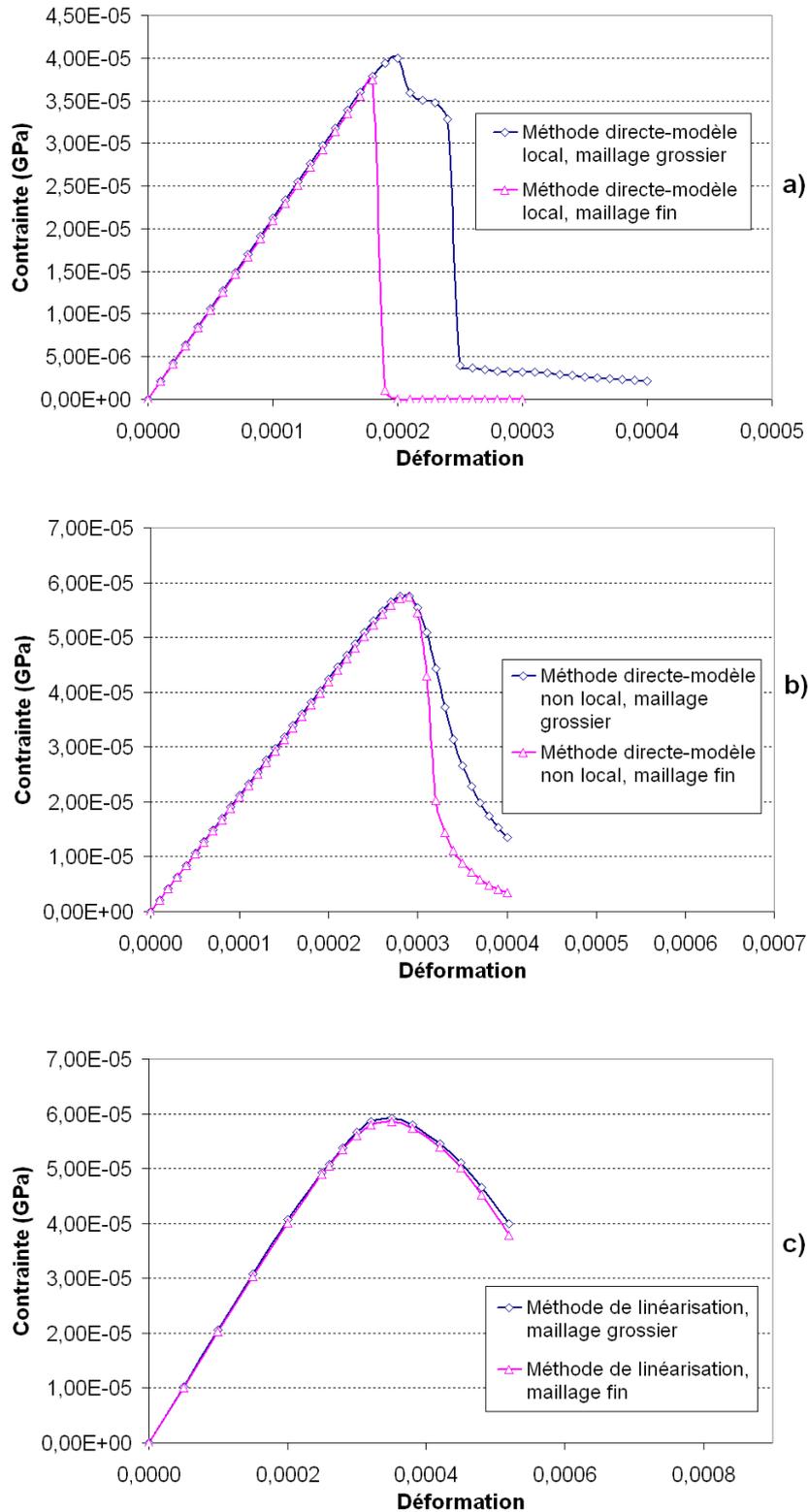


Figure 2.34 — Essais œdométrique en traction - Dépendance des méthodes de résolution vis-à-vis du maillage : a) Méthode directe en local ; b) Méthode directe en non-local ; c) Méthode de linéarisation

2.5.3 Sensibilité du modèle non-local au choix de la longueur caractéristique

Pour cette étude, nous utilisons deux autres valeurs de la longueur caractéristique : $L_c = 3R_{vide}/2$ et $L_c = 2R_{vide}$ pour les essais œdométriques en compression. La comparaison des résultats obtenus avec différentes valeurs de la longueur caractéristique et avec deux V.E.R a) grossier et b) fin est donnée dans les figures 2.35 et 2.36.

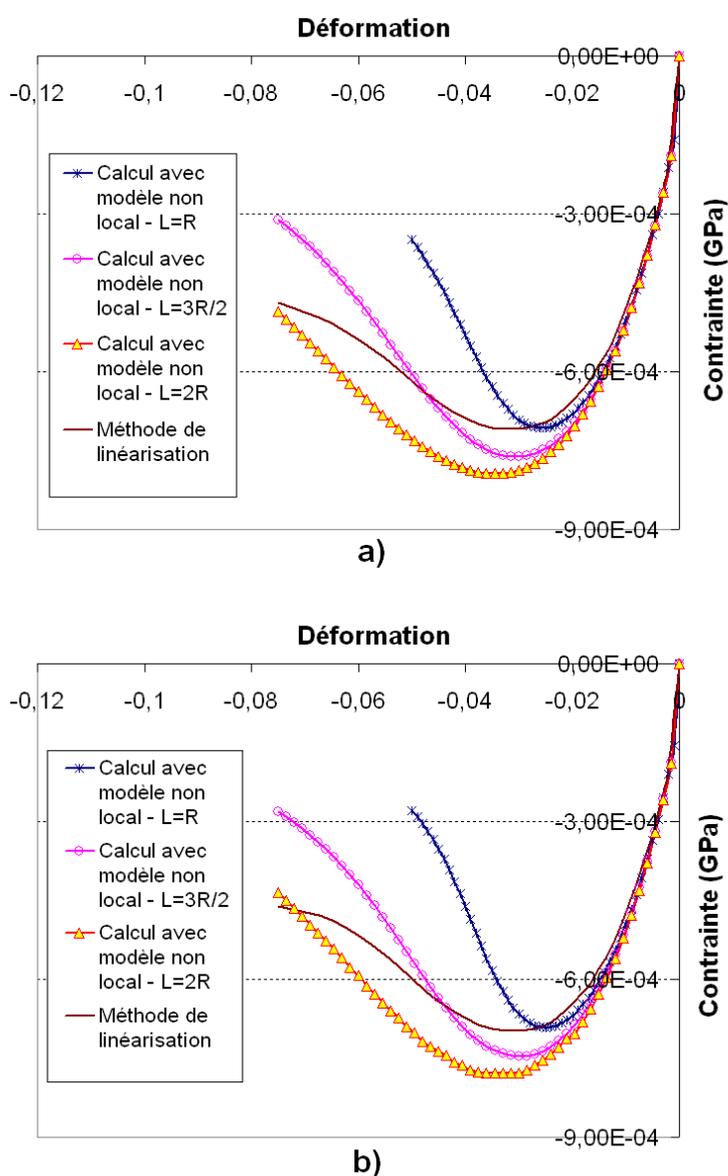


Figure 2.35 — Essais œdométriques en compression - Sensibilité de la méthode directe en non-local à la longueur caractéristique L_c : a) Calculs effectués avec le maillage grossier ; b) Calculs effectués avec le maillage fin

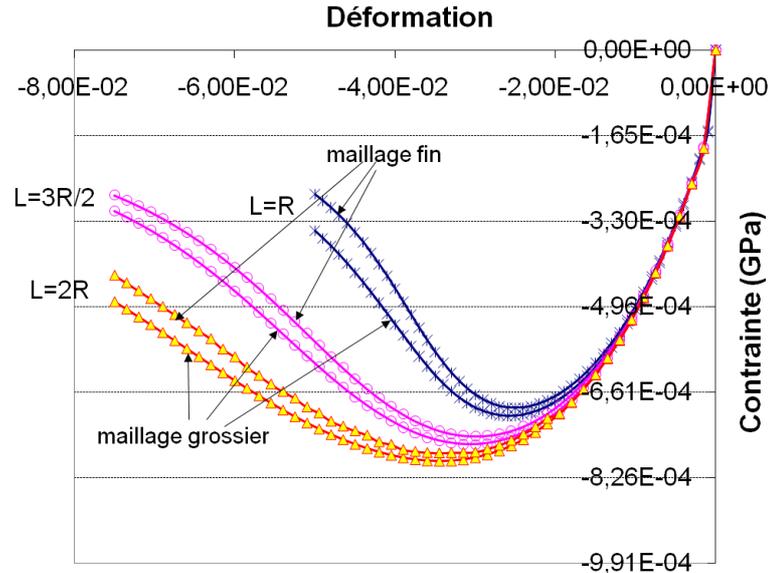


Figure 2.36 — Essais œdométriques en compression - Sensibilité de la méthode directe en non-local à la longueur caractéristique L_c et à la finesse du maillage

Sur les figures 2.35 et 2.36, nous remarquons que la méthode directe en non-local est très sensible au choix de la longueur caractéristique. C'est une difficulté majeure des modèles non-locaux. Dans tous les cas, la méthode de linéarisation est bien capable de modéliser le comportement équivalent au moins jusqu'au pic. Cela confirme l'intérêt de l'utilisation de cette méthode.

2.6 Conclusions du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons développé une méthode d'homogénéisation en non linéaire, basée sur la méthode de linéarisation sécante. Cette méthode peut-être couplée à n'importe quelle méthode d'homogénéisation linéaire. Dans notre cas, nous l'avons couplé à la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques afin de pouvoir l'appliquer à des milieux fortement hétérogènes. Cette méthode, qui ne demande pas une programmation particulière dans un code de calcul, a été utilisée sous le code de calcul CASTEM et testée sur des milieux hétérogènes "bidimensionnels". Les premières confrontations de cette méthode ont été effectuées avec les méthodes de résolution directes en calcul local et non local. L'un des intérêts majeurs de cette méthode est qu'elle ne connaît pas les difficultés de convergence rencontrées par les méthodes directes, en particulier en présence de lois de comportement adoucissantes. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'elle se borne à la résolution d'un problème d'homogénéisation linéaire à chaque incrément de charge. De plus, les résultats obtenus par cette méthode sont en parfaite concordance avec ceux obtenus par les méthodes directes avant l'apparition d'un comportement adoucissant. La phase adoucissante du comportement, calculée par cette méthode, est qualitativement similaire à celle calculée par une méthode directe. Enfin, les résultats fournis par cette méthode ne sont pas sensibles aux degrés de raffi-

nement du maillage. Elle se présente donc, à côté des modèles non locaux, comme un moyen pour résoudre le problème de la dépendance de la solution d'un problème non linéaire, vis-à-vis du maillage. Cependant et contrairement aux modèles non locaux, cette méthode ne repose nullement sur le choix d'une longueur caractéristique, ce qui la rend d'un usage plus simple.

Chapitre 3

Application aux sols injectés

Ce chapitre est consacré à la modélisation du comportement des sols injectés par la méthode des milieux périodiques.

Dans un premier temps nous nous intéressons au domaine élastique linéaire. Plusieurs V.E.Rs sont proposés et utilisés au cours d'une étude paramétrique qui vise à examiner l'influence de certains paramètres géométriques sur le comportement global. Une validation des résultats obtenus est effectuée par une confrontation avec des résultats fournis par une méthode analytique, ainsi que par comparaison à des résultats expérimentaux existants, obtenus sur des sables cimentés et injectés.

Dans une seconde phase, nous explorerons la réponse non linéaire des sols injectés. Nous mettrons en œuvre, sur ces matériaux, les méthodes d'homogénéisation périodique directe et linéarisée, présentée au chapitre précédent. Nous nous intéresserons en particulier à la mise en œuvre numérique et à la simulation d'essais triaxiaux qui sont couramment pratiqués en mécanique des sols.

Enfin, la prise en compte du frottement intergranulaire est effectuée pour approcher au mieux le comportement mécanique observé lors des essais.

3.1 Choix de la cellule de base

Compte tenu des conclusions des études expérimentales présentées au chapitre 1 et des observations à l'échelle microscopique (figure 3.1), quatre types de V.E.R sont proposés pour étudier l'effet de la localisation du ciment sur le comportement macroscopique. Dans tous ces V.E.Rs, les grains de sable sont placés au centre et aux sommets d'un cube pour former ainsi un réseau cubique centré qui nous permet d'atteindre un taux de remplissage en ciment élevé. Ensuite, la liaison entre ces grains est réalisée par l'intermédiaire du coulis de deux manières différentes :

- des cylindres de coulis peuvent être positionnés sur les diagonales du cube. Le coulis est ainsi concentré dans les endroits où les grains de sable sont les plus rapprochés.
- des cylindres de coulis positionnés sur les diagonales du cube et des cylindres de coulis placés sur les arêtes du cube, créant ainsi des liaisons supplémentaires.

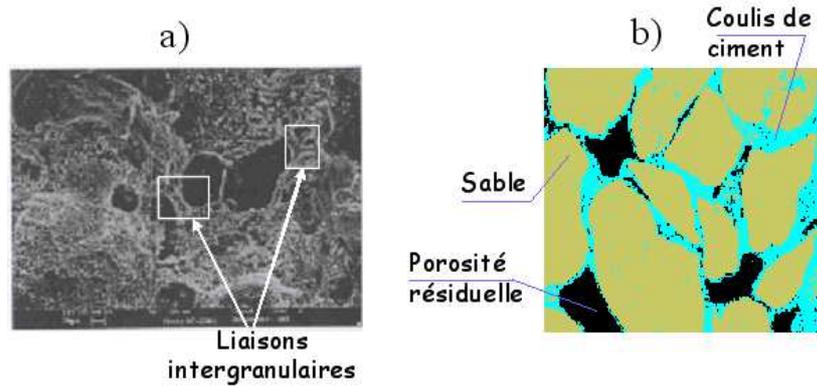


Figure 3.1 — Un sable injecté sous Microscopie Électronique à Balayage (MEB) :
 a) Surface fracturée; b) Surface polie, Ribay-Delfosse [57]

Ces deux configurations sont désignées dans la suite de ce travail par les noms de microstructure 1, pour la première (figure 3.2) et de microstructure 2, pour la seconde (figure 3.3). Ces microstructures sont enrichies par l'ajout éventuel d'une couche de coulis entourant les grains de sable. Les microstructures de type 1 correspondent ainsi au cas où il n'y a pas de couche de coulis entourant les grains de sable (figure 3.2 et figure 3.3), tandis que les microstructures de type 2 se rapportent au cas où une couche de coulis recouvre uniformément les grains de sable (figure 3.4 et figure 3.5). Nous utiliserons aussi la notation $(I - J)$ avec $I, J = 1, 2$ pour désigner la microstructure I de type J

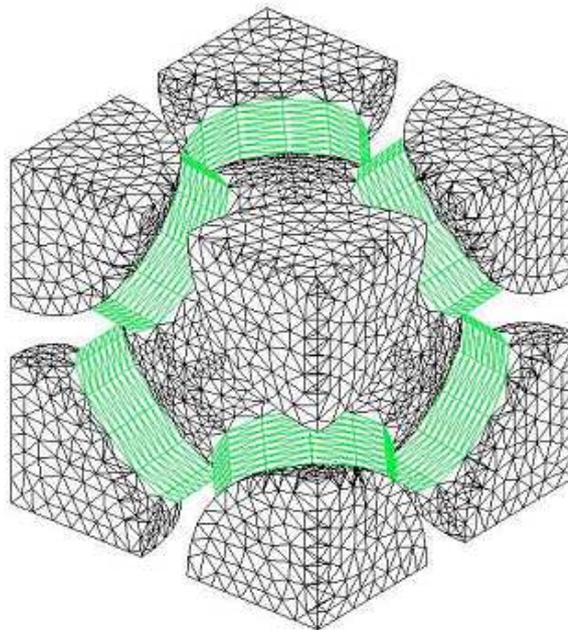


Figure 3.2 — Microstructure 1, type 1, (1-1)

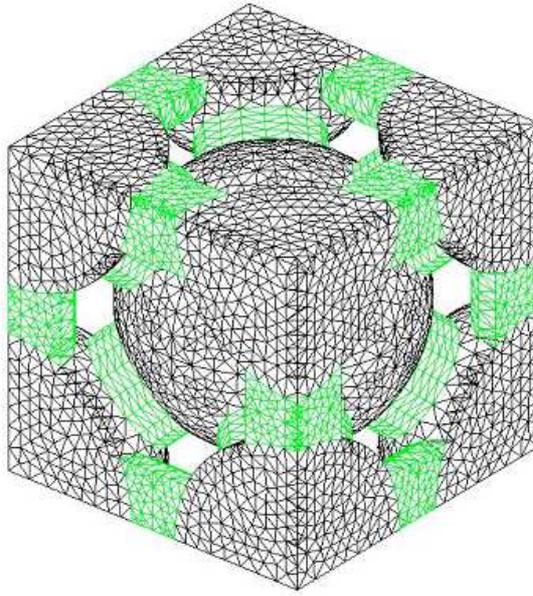


Figure 3.3 — Microstructure 2, type 1, (2-1)

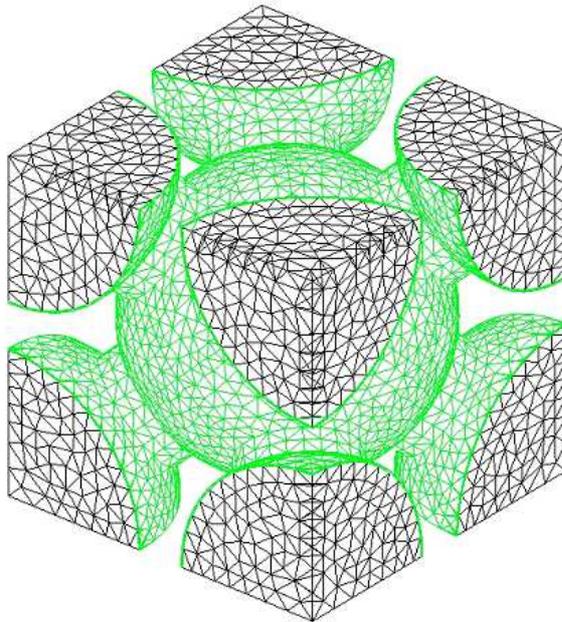


Figure 3.4 — Microstructure 1, type 2, (1-2)

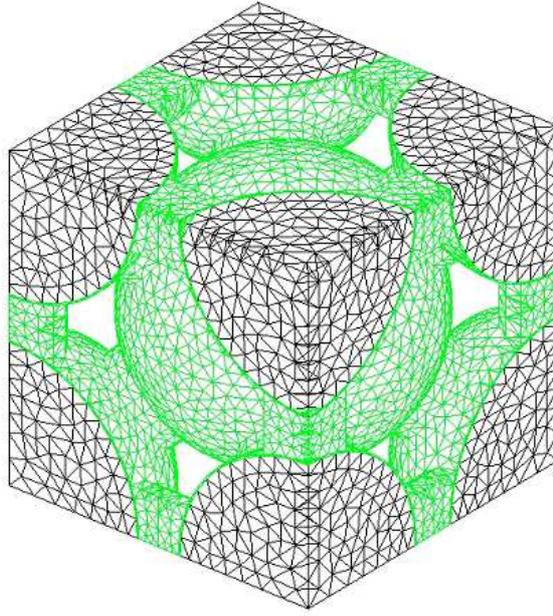


Figure 3.5 — Microstructure 2, type 2, (2-2)

Nous sommes conscient que le matériau modèle ainsi construit, ne peut pas prétendre représenter toute la réalité microstructurale des sols injectés, souvent caractérisée par une granulométrie variée pour les grains de sable et une répartition spatiale aléatoire. Cependant, et comme nous le verrons dans la suite, ce modèle conduit à un comportement macroscopique en accord avec celui fourni par d'autres méthodes d'homogénéisation tout en nous permettant d'accéder à moindre coût à une caractérisation microstructurale fine.

Trois paramètres géométriques sont nécessaires à la construction de ce modèle :

- La porosité initiale (avant l'injection), noté Φ_i . Elle permettra de déterminer la proportion et donc les dimensions des grains de sable.
- La porosité finale (après l'injection), noté Φ_f . Elle permettra de déterminer la proportion de ciment.
- L'épaisseur de la couche de coulis enrobant les grains de sable.

Les constituants du matériau, avant chargement, sont supposés homogènes et isotropes. Leurs rigidités initiales sont donc décrites par les constantes de Lamé (λ^m, μ^m) pour la matrice et (λ^s, μ^s) pour le sable.

$$\begin{cases} a_{ijkh}^m = \lambda^m(\delta_{ij}\delta_{kh}) + \mu^m(\delta_{ik}\delta_{jh} + \delta_{ih}\delta_{jk}) \\ a_{ijkh}^s = \lambda^s(\delta_{ij}\delta_{kh}) + \mu^s(\delta_{ik}\delta_{jh} + \delta_{ih}\delta_{jk}) \end{cases} \quad (3.1)$$

Nous émettons de plus l'hypothèse supplémentaire de contacts parfaits entre matrice et grains de sable.

3.2 Comportement élastique linéaire

Nous commençons d'abord par le calcul du comportement équivalent dans le domaine linéaire. Le but est d'étudier l'influence du choix du V.E.R., du taux de saturation en ciment et de la distribution du ciment (en surface des grains ou en zone de contact grain à grain) sur le comportement linéaire équivalent d'un sol injecté.

3.2.1 Homogénéisation par la méthode des milieux périodiques linéaires

Nous rappelons que dans le cadre de l'homogénéisation des milieux périodiques linéaires, nous avons à résoudre, sur la cellule de base ou période Y , le problème cellulaire suivant :

$$(Q) \quad \begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 & \text{dans } Y^E \\ \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{a} : \boldsymbol{\varepsilon}(u) & \text{dans } Y^E \\ \boldsymbol{\sigma}(n) = 0 & \text{sur } (S_{sv} \text{ et } S_{mv}) \\ \boldsymbol{\varepsilon}(u) Y - \text{périodique et } \boldsymbol{\sigma}(n) Y - \text{antipériodique} \\ \ll \boldsymbol{\varepsilon}(u) \gg_Y = \mathbf{E} \end{cases}$$

avec :

- Y La période ou le V.E.R.
- Y^T La partie trouée de Y .
- Y^E La partie élastique de Y .
- $Y^E = Y^m \cup Y^s$, avec m et s représentant respectivement la matrice et le sable.
- S_{sm} L'interface entre le sable et la matrice.
- S_{sv} L'interface entre le sable et le vide.
- S_{mv} L'interface entre la matrice et le vide.
- $\ll \boldsymbol{\varepsilon}(u) \gg_Y = \frac{1}{2|Y|} \int_{\partial Y^E} (u \otimes n + n \otimes u) dS$

Coefficients homogénéisés : Les coefficients homogénéisés sont les coefficients qui relient la déformation macroscopique \mathbf{E} à la moyenne sur la cellule de base Y de la contrainte microscopique $\boldsymbol{\sigma}$ solution du problème fondamental (Q). La moyenne des contraintes se calcule de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \ll \boldsymbol{\sigma} \gg_Y = \frac{1}{|Y|} \int_{Y^E} \boldsymbol{\sigma}(y) dy = \frac{|Y^E|}{|Y|} \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_{Y^E} \quad (3.2)$$

$\boldsymbol{\Sigma}$ est la contrainte dite macroscopique.

La loi homogénéisée s'écrit donc :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_Y = \mathbf{q} : \ll \boldsymbol{\varepsilon}(u) \gg_Y = \mathbf{q} : \mathbf{E} \quad (3.3)$$

Toutefois, les coefficients homogénéisés ne sont pas calculés directement par la résolution du problème fondamental (Q) mais en exploitant sa linéarité. Le problème (Q) étant linéaire, on peut décomposer sa solution (u, σ) sous la forme :

$$u_i = E_{kh} v_i^{kh} \quad (3.4)$$

$$\sigma_{ij} = a_{ijpq} \varepsilon_{pq}(v^{kh}) E_{kh} \quad (3.5)$$

avec v^{kh} solution du problème (Q^{kh}) suivant :

$$(Q^{kh}) \quad \begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{S}^{kh} = 0 & \text{dans } Y^E \\ \mathbf{S}^{kh} = \mathbf{a} : \boldsymbol{\varepsilon}(v^{kh}) & \text{dans } Y^E \\ \mathbf{S}^{kh}(n) = 0 & \text{sur } (S_{sv} \text{ et } S_{mv}) \\ \boldsymbol{\varepsilon}(v^{kh}) Y - \text{périodique et } \mathbf{S}^{kh}(n) Y - \text{antipériodique} \\ \left(\ll \boldsymbol{\varepsilon}(v^{kh}) \gg_Y \right)_{ij} = \Pi_{ij}^{kh} = \frac{\delta_{ik} \delta_{jh} + \delta_{ih} \delta_{jk}}{2} \end{cases}$$

D'après l'équation 3.3, on a :

$$\langle S_{ij}^{kh} \rangle_Y = q_{ijpq} \ll \varepsilon_{pq}(v^{kh}) \gg_Y \quad (3.6)$$

Donc :

$$\langle S_{ij}^{kh} \rangle_Y = q_{ijpq} \Pi_{pq}^{kh} = q_{ijkh} \quad (3.7)$$

Caractéristiques mécaniques des constituants :

- La matrice :
 - Module d'Young : $E^m = 5,464$ GPa
 - Coefficient de Poisson : $\nu^m = 0,366$
- Le sable :
 - Module d'Young : $E^s = 67$ GPa
 - Coefficient de Poisson : $\nu^s = 0,276$

Les caractéristiques mécaniques élastiques ci-dessus sont tirées de Dvorkin et al.(1994) [23].

La porosité initiale de l'arrangement vaut 36% tandis que la porosité finale est variable.

3.2.2 Comportement équivalent et champs locaux obtenus par la méthode des milieux périodiques

Nous présentons sur les figures 3.6 à 3.13 quelques résultats obtenus avec deux microstructures de type 1, à une porosité finale de 26%.

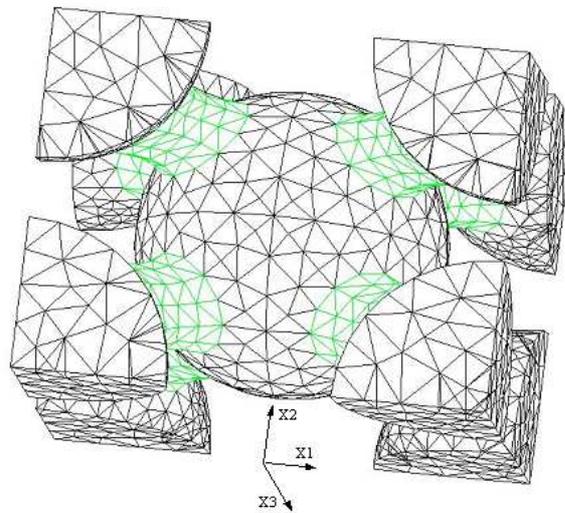


Figure 3.6 — Maillage déformé par le champ v^{11} - Microstructure 1-type 1

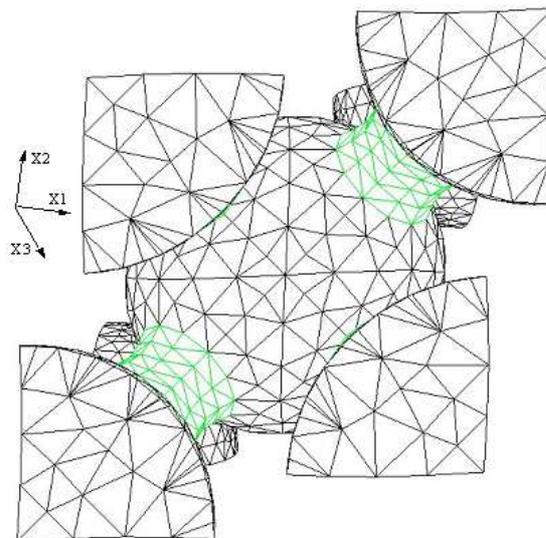


Figure 3.7 — Maillage déformé par le champ v^{12} - Microstructure 1-type 1

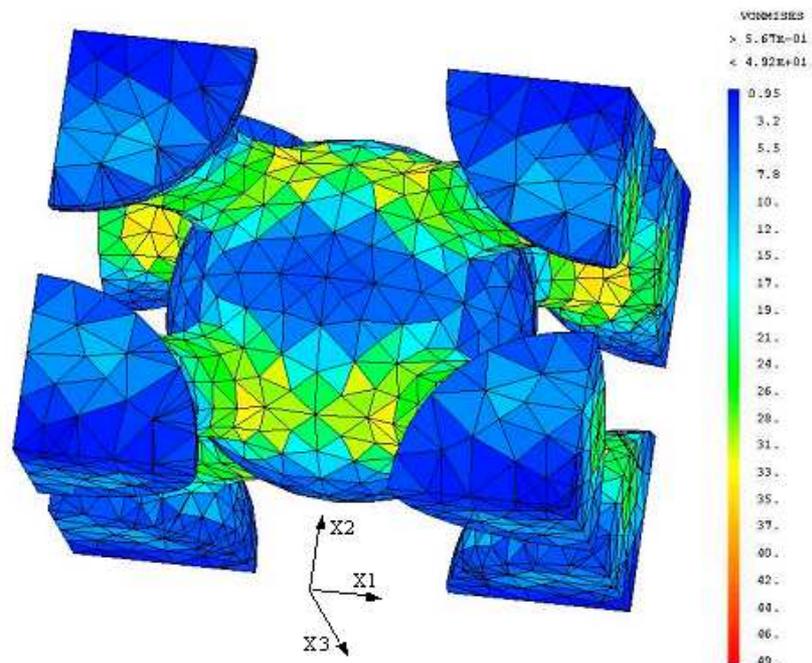


Figure 3.8 — Contraintes microscopiques de Von-Mises, S^{11} - Microstructure 1-type
 1

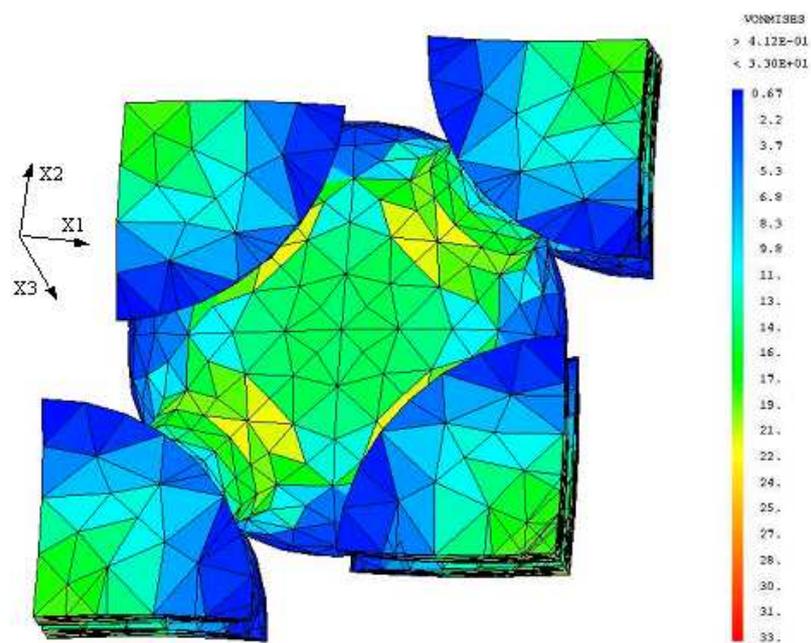


Figure 3.9 — Contraintes microscopiques de Von-Mises, S^{12} - Microstructure 1-type
 1

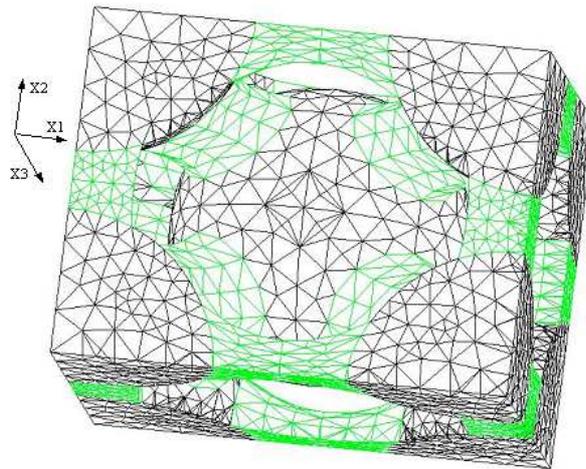


Figure 3.10 — Maillage déformé par le champ v^{11} - Microstructure 2-type 1

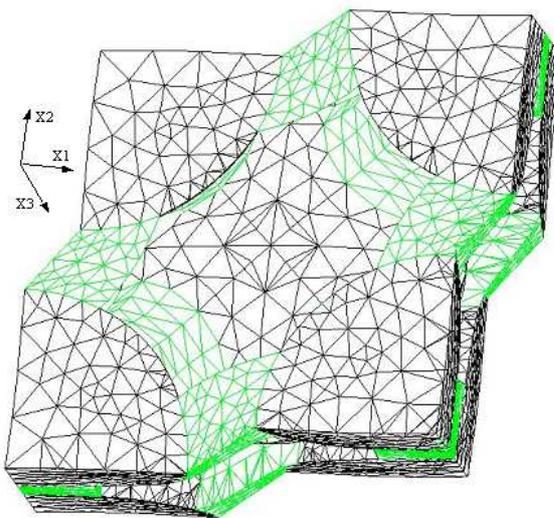


Figure 3.11 — Maillage déformé par le champ v^{12} - Microstructure 2-type 1

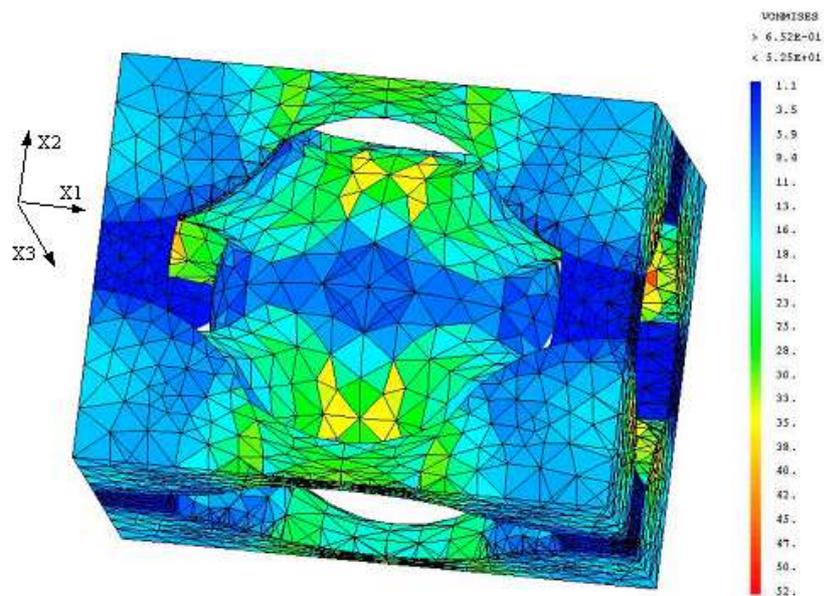


Figure 3.12 — Contraintes microscopiques de Von-Mises, S^{11} - Microstructure 2-type 1

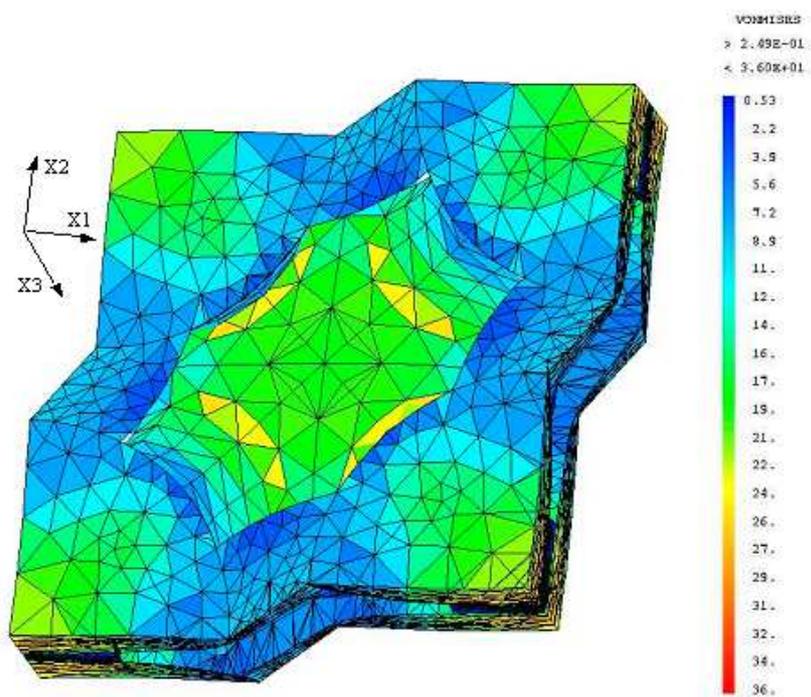


Figure 3.13 — Contraintes microscopiques de Von-Mises, S^{12} - Microstructure 2-type 1

Nous constatons sur les figures 3.6 à 3.13 que c'est la matrice qui se déforme principalement lors du chargement. Les grains de sable restent peu déformés. Ceci est

lié au fait que le sable est beaucoup plus rigide que la matrice de coulis.

La contrainte de Von Mises maximale atteinte est proche pour les deux microstructures. Pour le chargement E_{11} , la contrainte de Von Mises maximale est de 49 GPa avec la microstructure 1-type 1 et de 52 GPa avec la microstructure 2-type 1 (figures 3.8 et 3.12). Pour le chargement E_{12} , la contrainte de Von Mises maximale est de 33 GPa avec la microstructure 1-type 1 et de 36 GPa avec la microstructure 2-type 1 (figures 3.9 et 3.13).

Microstructure 1-type 1	
Module d'Young homogénéisé E (GPa)	9,72
Module de cisaillement homogénéisé G (GPa)	6,7245
Coefficient de Poisson homogénéisé ν	0,2885
Microstructure 2-type 1	
Module d'Young homogénéisé E (GPa)	10,504
Module de cisaillement homogénéisé G (GPa)	5,953
Coefficient de Poisson homogénéisé ν	0,254

Tableau 3.1 — Caractéristiques élastiques homogénéisées obtenues pour la microstructure 1-type 1 et la microstructure 1-type 2

Dans la table 3.1, nous présentons les caractéristiques élastiques homogénéisées obtenues pour la microstructure 1-type 1 et pour la microstructure 1-type 2 à une porosité finale de 26%. Nous remarquons que le module d'Young obtenu avec la microstructure 2-type 1 est plus élevé que celui obtenu avec la microstructure 1-type 1. Par contre, pour le module de cisaillement et le coefficient de Poisson, la constatation s'inverse. Ceci s'explique facilement par la disposition des éléments de renfort que sont les cylindres de coulis par rapport au chargement.

3.2.3 Méthode d'homogénéisation itérative

Dans un but de la validation numérique de ces résultats, nous avons utilisé également une méthode analytique itérative pour le calcul du comportement linéaire (Zouari, 2006 [71], Smaoui, 2007 [58]).

Principe de la méthode : Le principe du processus itératif consiste à ajouter graduellement et alternativement les hétérogénéités, grains de sable et pores, dans la matrice de ciment. Ainsi, par ajouts successifs de faibles fractions volumiques d'hétérogénéités dans la matrice, on construit à chaque étape un milieu composite intermédiaire qui sera utilisé comme matrice pour l'étape suivante. De proche en proche, le comportement équivalent du composite étudié est calculé à la dernière itération. Cette méthode a le grand avantage d'utiliser les méthodes d'homogénéisation analytiques dans leur domaine de validité (faibles taux d'hétérogénéités).

En pratique, et pour un sol injecté d'une porosité finale ϕ et d'une fraction volumique de sable $S = (1 - \phi_0) = (1 - \phi - \tau)$, où ϕ_0 est la porosité initiale avant injection et τ la fraction volumique de matrice de ciment, on passe par la construction de $2n$ milieux

intermédiaires de la manière suivante :

$\Delta S = \frac{S}{n}$ et $\Delta\phi = \frac{\phi}{n}$ désignent respectivement de faibles fractions de sable et de pores. A la première itération, on ajoute au volume initial de matrice de ciment la fraction volumique de sable ΔS . Le comportement du composite ainsi formé est estimé par une méthode d'homogénéisation simplifiée quelconque. Nous avons retenu ici, la méthode des distributions diluées (Eshelby, 1957 [27]). A cette étape, la fraction volumique des hétérogénéités (relative au composite de cette étape) vaut :

$$H_1 = \frac{\Delta S}{\tau + \Delta S}$$

où H_1 désigne le taux d'hétérogénéité à l'étape 1.

A la seconde itération, on ajoute au volume du composite obtenu à l'itération précédente une fraction $\Delta\phi$ de pores. Cette fraction représente à l'étape 2 une porosité ou taux d'hétérogénéité H_2 donnée par :

$$H_2 = \frac{\Delta\phi}{\tau + \Delta S + \Delta\phi}$$

Une seconde homogénéisation nous fournit le comportement de ce composite intermédiaire qui sera utilisé comme matrice à l'itération suivante.

De proche en proche, et de manière similaire, on construit successivement deux composites intermédiaires par ajout de ΔS et $\Delta\phi$ aux itérations $2i - 1$ et $2i$.

A l'étape $2i - 1$:

$$H_{2i-1} = \frac{\Delta S}{\tau + i\Delta S + (i-1)\Delta\phi}$$

A l'étape $2i$:

$$H_{2i} = \frac{\Delta\phi}{\tau + i\Delta S + i\Delta\phi}$$

Finalement, à l'étape $2n$, on obtient le comportement du sol injecté recherché après ajout de la fraction de porosité :

$$H_{2n} = \frac{\Delta\phi}{\tau + n\Delta S + n\Delta\phi}$$

Ce principe est schématisé dans les figures [3.14] et [3.15].

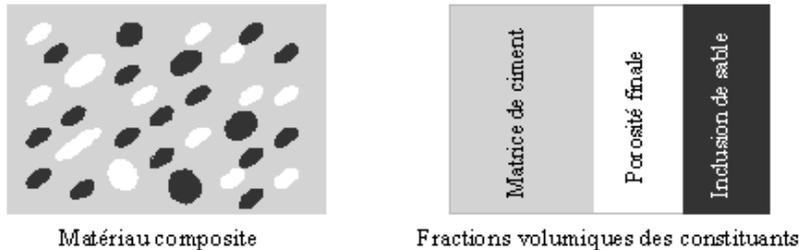


Figure 3.14 — Schématisation d'un sol injecté

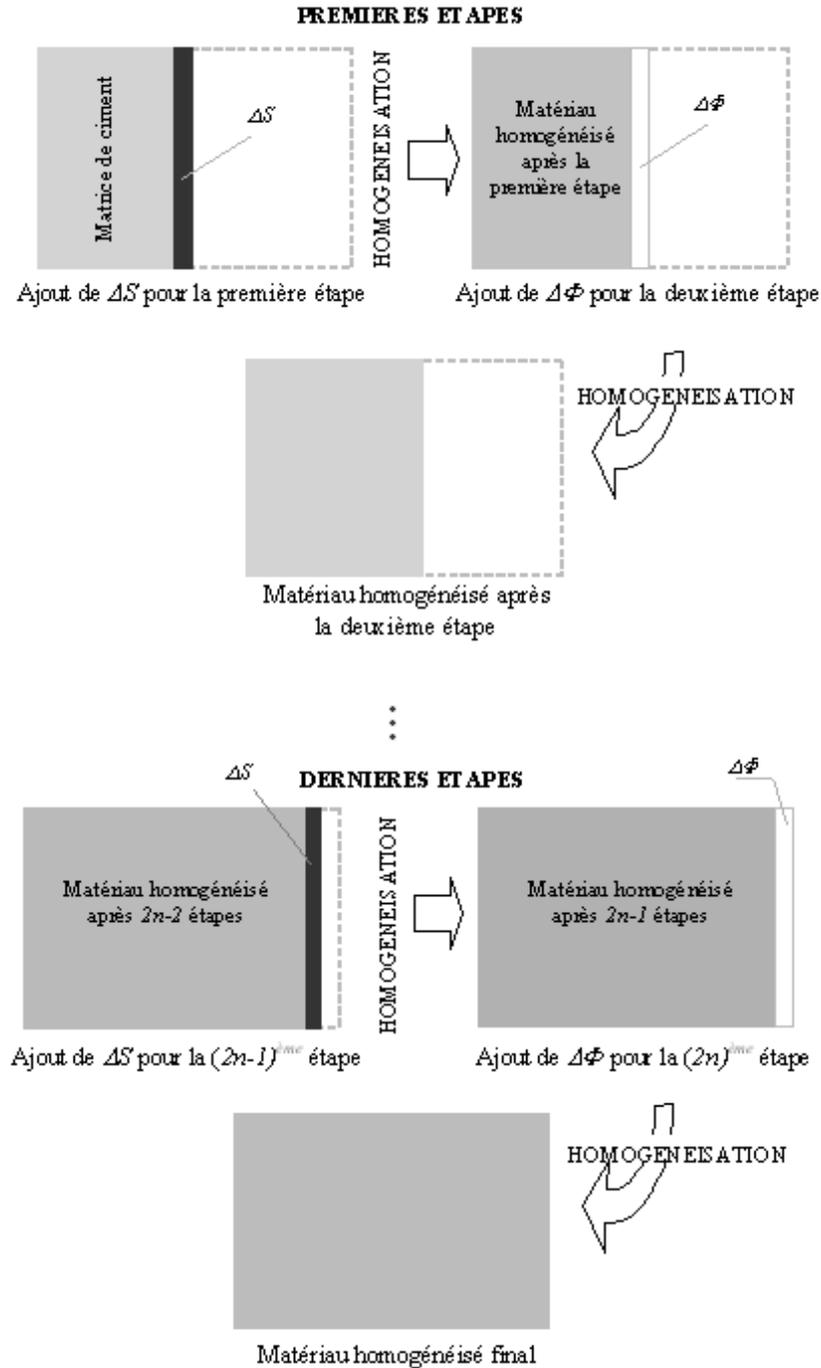


Figure 3.15 — Principe du processus itératif

Rappelons qu'à l'étape $2i$, au cours de laquelle on ajoute une fraction $\Delta\phi$ de pores qui représente la porosité (ou hétérogénéité) H_{2i} , le comportement équivalent obtenu par la méthode des distributions diluées en approche déformation s'écrit :

$$K^{dd(2i)} = K^{dd(2i-1)} - K^{dd(2i-1)} H_{2i} \left(\frac{1}{1 - p^{dd(2i-1)}} \right) \quad (3.8)$$

et

$$\mu^{dd(2i)} = \mu^{dd(2i-1)} - K^{dd(2i-1)} H_{2i} \left(\frac{1}{1 - q^{dd(2i-1)}} \right) \quad (3.9)$$

où les scalaires $p^{dd(2i-1)}$ et $q^{dd(2i-1)}$ sont exprimés par :

$$p^{dd(2i-1)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1 + \nu^{dd(2i-1)}}{1 - \nu^{dd(2i-1)}} \right) \quad (3.10)$$

$$q^{dd(2i-1)} = \frac{2}{15} \left(\frac{4 - 5\nu^{dd(2i-1)}}{1 - \nu^{dd(2i-1)}} \right) \quad (3.11)$$

avec $\nu^{dd(2i-1)}$ le coefficient de Poisson effectif à l'étape $(2n - 1)$.

A l'étape $2i + 1$, au cours de laquelle on ajoute une fraction ΔS de sable qui représente un taux d'hétérogénéité H_{2i+1} , le comportement équivalent obtenu est donné par :

$$K^{dd(2i+1)} = K^{dd(2i)} + H_{2i+1} (K^s - K^{dd(2i)}) \left(\frac{1}{(1 - p^{dd(2i)}) + \frac{K^s}{K^{dd(2i)}} p^{dd(2i)}} \right) \quad (3.12)$$

et

$$\mu^{dd(2i+1)} = \mu^{dd(2i)} + H_{2i+1} (\mu^s - \mu^{dd(2i)}) \left(\frac{1}{(1 - q^{dd(2i)}) + \frac{\mu^s}{\mu^{dd(2i)}} q^{dd(2i)}} \right) \quad (3.13)$$

3.2.4 Calcul du comportement élastique linéaire équivalent d'un sol injecté : comparaison des deux méthodes

Dans cette section, nous présentons quelques résultats numériques avec une porosité initiale avant injection fixée à $\Phi_i = 36\%$ correspondant à un rayon $R_s = 0,85$ pour les grains de sable dans la méthode des milieux périodiques pour une cellule de base unité. Ces deux paramètres étant fixés, nous allons examiner l'influence du taux et la répartition spatiale du ciment sur le comportement macroscopique.

Quelques résultats obtenus avec la méthode des milieux périodiques pour différentes microstructures et avec la méthode analytique itérative sont présentés dans la table 3.2 (la porosité finale vaut 30%). Dans la table 3.2, $\delta[.]$ désigne l'erreur relative des résultats obtenus avec la méthode des milieux périodiques par rapport aux résultats obtenus avec la méthode analytique itérative, exprimée en % :

$$\delta = \frac{|\text{Cœf. périodique} - \text{Cœf. analytique}|}{\text{Cœf. analytique}} \quad (3.14)$$

Microstructure	E (GPa)	δE	μ (GPa)	$\delta\mu$	ν	$\delta\nu$
(1-1)	8,629	13,41	3,354	7,45	0,2862	30,92
(2-1)	8,634	13,47	3,443	10,29	0,2537	16,02
(1-2)	8,269	8,67	3,216	3,03	0,2854	30,56
(2-2)	7,5266	1,08	2,979	4,56	0,2631	20,35
Analytique	7,6086	×	3,1219	×	0,2186	×

Tableau 3.2 — Caractéristiques élastiques homogénéisées obtenues avec la méthode des milieux périodiques et avec la méthode analytique itérative

Nous constatons qu'à cette valeur de la porosité finale (30%), les résultats obtenus pour le module d'Young avec la méthode des milieux périodiques sont proches pour différentes microstructures, sauf pour la microstructure 2-type 2 qui donne des résultats plutôt proches des résultats obtenus avec la méthode analytique itérative. Quant au module de cisaillement isotrope μ (ce module est calculé par : $\mu = E/(2(1 + \nu))$) pour la méthode des milieux périodiques), les résultats numériques et analytiques sont proches. Cependant, ce sont les microstructures de type 2 qui donnent les résultats les plus proches des résultats analytiques. Similairement au module de cisaillement isotrope μ , la même remarque est faite pour le coefficient de Poisson. Toutes ces constatations seront globalement expliquées dans la suite lors des discussions sur les courbes obtenues avec diverses valeurs de la porosité finale.

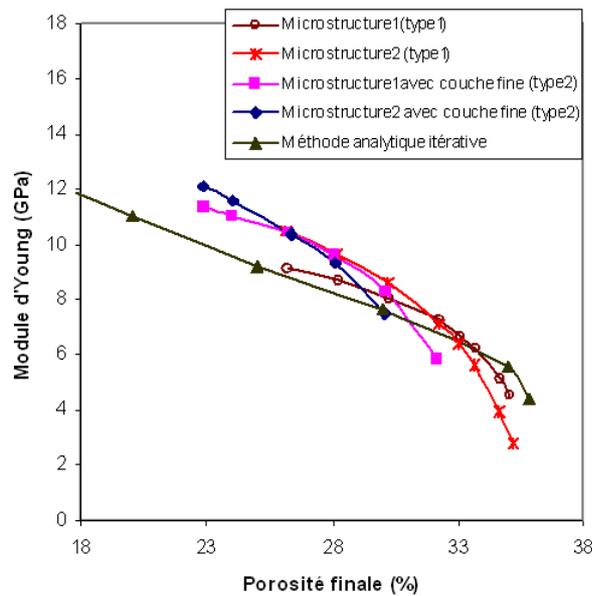


Figure 3.16 — Module d'Young homogénéisé

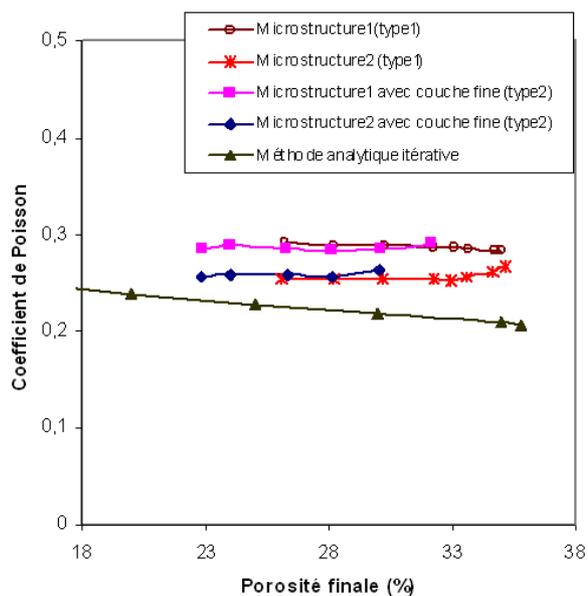


Figure 3.17 — Coefficient de Poisson homogénéisé, ν .

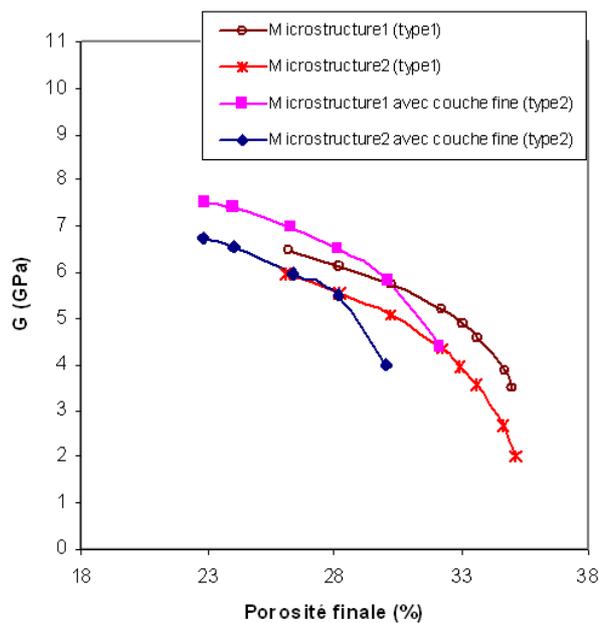


Figure 3.18 — Module de cisaillement homogénéisé, G

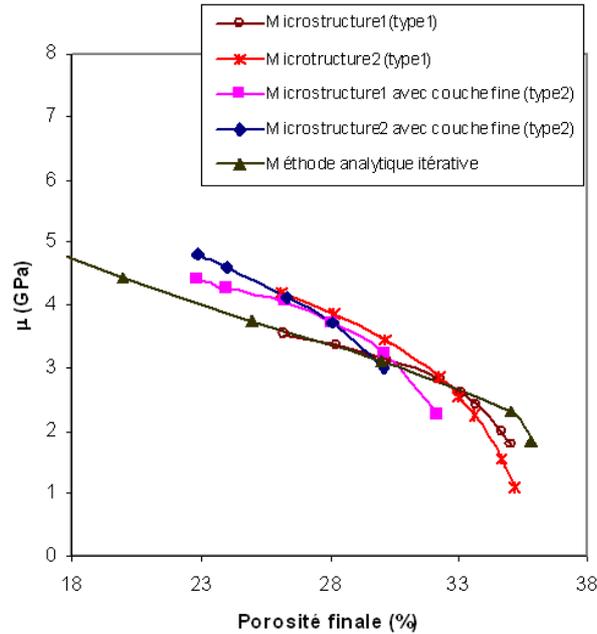


Figure 3.19 — Module de cisaillement isotrope, μ

Sur les figures 3.16, 3.17, 3.18 et 3.19, nous avons tracé le module d'Young, le coefficient de Poisson, le module de cisaillement, G (le comportement obtenu par la méthode des milieux périodique étant quasi-isotrope), ainsi que le module de cisaillement isotrope, $\mu = E/(2(1 + \nu))$, fonctions de la porosité finale, (ou encore du taux de cimentation). Pour les microstructures de type 2, nous avons fixé l'épaisseur de la couche de ciment à $lc = 0,01$, soit un rapport $lc/R_s = 0,0117$.

Sur ces figures, on remarque que :

- Le module de Young ainsi que le module de cisaillement isotrope, μ , calculés par la méthode itérative sont proches de ceux calculés sur la microstructure (1-1).
- Le coefficient de Poisson est quasiment constant,
- Vis-à-vis du cisaillement, la microstructure 1 est plus rigide que la microstructure 2.
- Vis-à-vis de la traction, la microstructure 2, est plus rigide que la microstructure 1, pour les forts taux de cimentation. Mais cette raideur s'inverse au profil de la microstructure 1, dès que baisse le taux de cimentation.
- À forts taux de cimentation, les microstructures de type 2 (avec une couche d'épaisseur 0,01) sont plus raides, en traction comme en cisaillement, que les microstructures de type 1 (sans couche). Cette tendance s'inverse avec la baisse du taux de cimentation.

Ces constatations, montrent nettement que le comportement équivalent est fonction non seulement du taux de cimentation mais aussi de sa répartition spatiale.

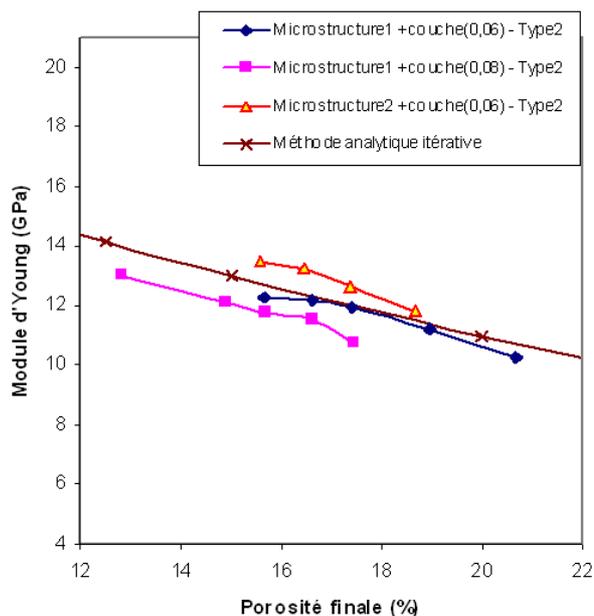


Figure 3.20 — Module d'Young homogénéisé : Influence des couches de ciment épaisses

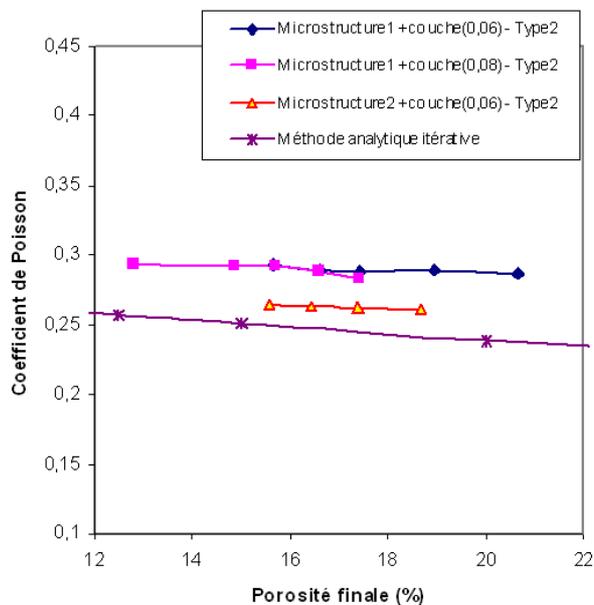


Figure 3.21 — Coefficient de Poisson homogénéisé : Influence des couches de ciment épaisses

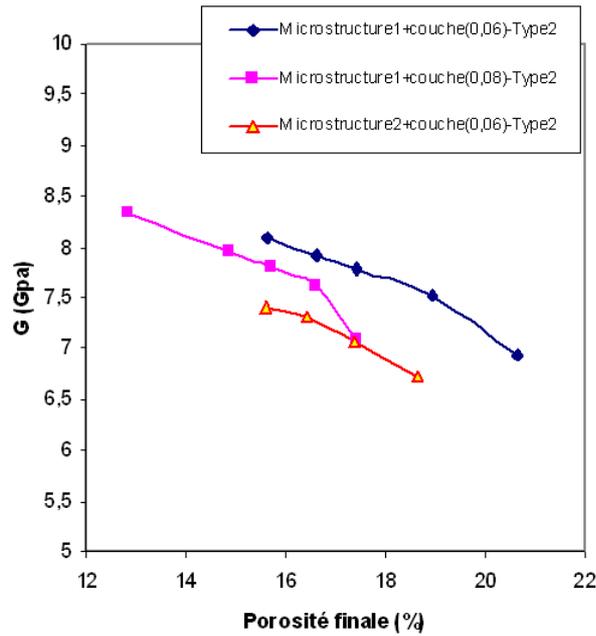


Figure 3.22 — Module de cisaillement homogénéisé : Influence des couches de ciment épaisses

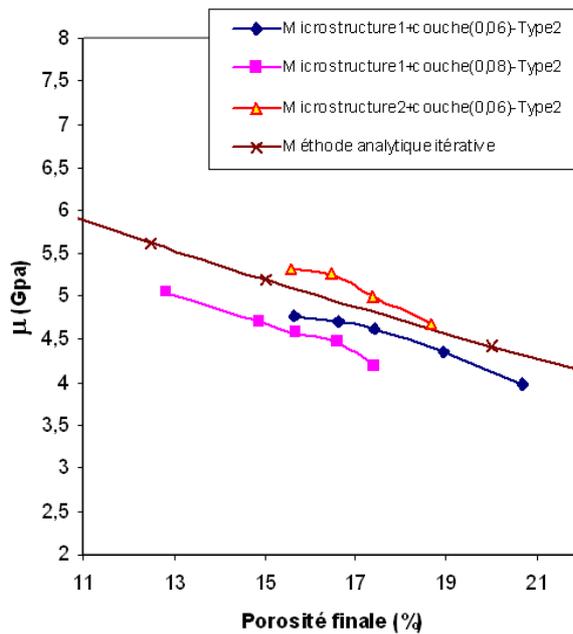


Figure 3.23 — Module de cisaillement isotrope : Influence des couches de ciment épaisses

Nous avons ensuite cherché à atteindre de forts taux de cimentation. Pour ce faire nous avons utilisé des V.E.Rs de type 2 avec des couches de ciment épaisses (d'épaisseur $lc = 0,06$ et $lc = 0,08$). Sur les figures 3.20, 3.21, 3.22 et 3.23, nous avons tracé le

module d'Young, le coefficient de Poisson, le module de cisaillement, G , ainsi que le module de cisaillement isotrope, μ , fonctions de la porosité finale, (ou encore du taux de cimentation).

Sur ces figures, on remarque que :

- Là encore, nous avons une bonne concordance entre le module d'Young et le module de cisaillement isotrope, μ , obtenus par la méthode itérative et ceux calculés sur la microstructure 1 par la méthode périodique.
- Les coefficients de Poisson sont quasiment constants.
- Les modules calculés avec les couches épaisses sont moins rigides que ceux calculés avec les couches moins épaisses. Ceci peut se comprendre, puisqu'en augmentant la couche de ciment en surface des grains de sable, on affaiblit les éléments de liaison entre ces grains. Cependant, nous avons vu, dans le cas de la couche d'épaisseur $lc = 0,01$ examinée précédemment, que cette remarque n'est valide que pour les faibles taux de cimentation. Nous reviendrons plus loin sur ces comportements pour comprendre le rôle exacte joué par la partie de ciment en surface des grains de sable.

3.2.5 Discussion et comparaison des différents modèles pour chacun des modules

Nous allons reprendre les différentes remarques que nous venons d'effectuer, à partir des figures précédentes, pour les développer pour chacun des modules.

3.2.5.1 Module d'Young homogénéisé

Sur la figure 3.16, nous constatons que toutes les courbes présentent la même allure d'évolution du module d'Young E avec la porosité finale : une augmentation rapide suivie d'une croissance plus régulière. La méthode analytique itérative est plus proche de la microstructure 1-type1.

La microstructure 1 avec couche fine est moins rigide que la microstructure 1 sans couche de ciment pour les faibles taux de remplissage en ciment (fortes porosités finales). Il existe un taux de remplissage critique, autour de 17% (correspondant à une porosité finale de l'ordre de 30%), pour lequel la tendance s'inverse nettement.

Avec la microstructure 2, on observe le même effet de l'ajout de ciment en surface, avec un taux de remplissage critique autour de 28% (correspondant à une porosité finale de l'ordre de 26%).

Si l'on compare les microstructures 1 et 2, la microstructure 1 conduit à un comportement plus rigide pour les faibles taux de remplissage, tandis que la tendance s'inverse à mesure que le degré de remplissage augmente (avec un taux de remplissage critique autour de 12% pour les microstructures de type 1 sans couche de ciment, correspondant à une porosité finale de l'ordre de 31,5%).

Ainsi, pour de faibles taux de cimentation, le ciment localisé au niveau des contacts intergranulaires joue un rôle prépondérant. Par contre, pour des taux de remplissage en ciment supérieurs à 17% – 28%, la rigidité équivalente est plus élevée lorsque le

ciment est distribué à la fois dans la zone de contacts intergranulaires et en surface des grains. Ceci est lié au fait qu'avec la couche de ciment, le contact ciment-sable est étendu comme l'illustre la figure 3.24.

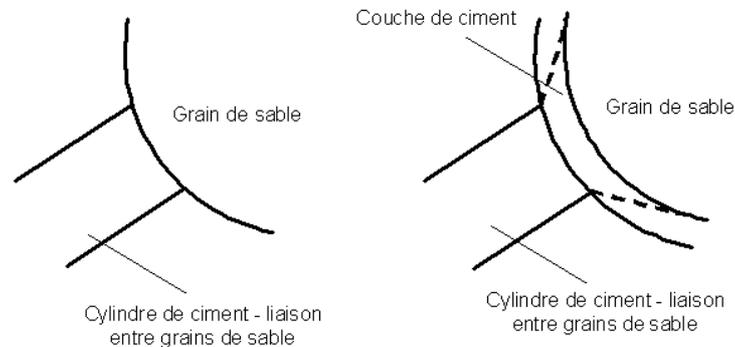


Figure 3.24 — Influence de la couche de ciment entourant le grain de sable sur les caractéristiques mécaniques équivalentes de structures

L'épaisseur de la couche fine de ciment reste constante dans tous les cas, seul le rayon du cylindre de liaison intergranulaire change lorsque le taux de remplissage varie. A faibles taux de remplissage, les cylindres de liaison intergranulaire dans les microstructures avec couche ont un rayon très réduit par rapport aux cylindres dans les microstructures sans couche. Les liaisons intergranulaires dans les microstructures avec couche deviennent trop faibles ce qui, malgré l'effet de l'extension du contact ciment-sable, rend les structures avec couche moins rigides que les structures sans couche. Par contre, lorsque les cylindres de liaison intergranulaire dans les microstructures avec couche sont suffisamment importants, les microstructures avec couche sont plus rigides que les structures sans couche grâce à l'extension du contact ciment-sable.

Enfin, la microstructure qui présente le nombre le plus important de contacts intergranulaires (microstructure 2) est celle qui donne également la rigidité la plus élevée dès que l'on dépasse un taux de remplissage critique.

Pour des taux de remplissage élevés, supérieurs à 40% (figure 3.20), à une même porosité finale, le comportement équivalent est plus rigide avec les microstructures dont l'épaisseur de la couche de ciment est la plus faible. Ces dernières microstructures conduisent également à des résultats qui se rapprochent le plus de ceux fournis par la méthode analytique itérative.

Pour conclure, avec les différentes microstructures étudiées, l'allure qualitative de l'évolution du module d'Young reste la même, et peut être rapprochée des conclusions expérimentales de Chang et al. (1990) [15] présentées au chapitre 1. Pour des taux de cimentation inférieurs à 6-10 %, la rigidité équivalente croît rapidement, et continue d'augmenter pour des taux de cimentation intermédiaires. Pour des taux de cimentation supérieurs à 50 % environ, l'augmentation du taux de cimentation influe peu sur la rigidité équivalente, comme l'atteste la figure 3.20, toutes les microstructures tendent vers la même réponse et le ciment additionnel joue essentiellement un rôle de remplissage.

3.2.5.2 Coefficient de Poisson

Le coefficient de Poisson ν est quasiment constant pour toutes les microstructures de la méthode des milieux périodiques, et décroît légèrement pour la méthode analytique itérative. Les valeurs obtenues pour ν sont situées autour de 0,26 pour la microstructure 2 et de 0,28 pour la microstructure 1, tandis que pour la méthode analytique itérative, elles varient entre 0,2 et 0,25 (figure 3.17).

Pour les couches de ciment épaisses (figure 3.21), il ne semble pas y avoir d'effet significatif de l'épaisseur de la couche sur le coefficient de Poisson.

3.2.5.3 Module de cisaillement homogénéisé G obtenu par la méthode périodique

L'évolution de G est qualitativement similaire à celle de E (figure 3.18). Par contre, c'est la microstructure 1 avec couche fine de ciment qui conduit aux valeurs les plus élevées de G . Pour le même type de microstructure, les valeurs de G pour la microstructure 1 sont toujours plus élevées que les valeurs de G pour la microstructure 2. Ceci est dû au fait que les cylindres de liaison intergranulaire dans la microstructure 1 ont toujours un rayon plus importants que les cylindres de liaison intergranulaire dans la microstructure 2. Dans le cas d'un chargement en cisaillement, ce sont les liaisons diagonales, dont le nombre est égal pour les deux microstructures, qui supportent principalement le chargement. La microstructure 1 est donc plus rigide que la microstructure 2 en cisaillement.

Pour les couches de ciment épaisses (figure 3.22), à une même porosité finale, les valeurs les plus élevées de G sont obtenues avec la couche la plus fine, pour laquelle le ciment est localisé essentiellement au niveau des contacts intergranulaires.

3.2.5.4 Module de cisaillement μ

Pour la méthode analytique, le comportement équivalent étant isotrope, le module de cisaillement μ correspond au module de cisaillement homogénéisé. Pour la méthode des milieux périodiques, μ est calculé à partir de la relation d'isotropie entre E et ν . Sur la figure 3.19, μ présente la même allure qualitative que E car comme nous l'avons constaté, ν est quasiment constant pour la méthode périodique. Les valeurs de μ sont globalement plus faibles que celles de G , ce qui s'explique par le comportement équivalent de type quasi-isotrope du milieu périodique obtenu par de tels V.E.Rs. Enfin, il convient de souligner que les différents résultats obtenus sont proches des résultats de l'approche analytique.

Dans le cas des couches épaisses (figure 3.23), les remarques faites pour le module d'Young E restent valables pour μ .

3.2.6 Etudes paramétriques avec la méthode des milieux périodiques

Afin d'étudier l'influence de l'épaisseur (lc) de la couche de ciment entourant les grains de sable et du rayon (Rc) du cylindre de ciment qui les relie, nous avons fait varier ces deux paramètres. D'abord, nous considérons le cas où un paramètre est fixé et l'autre varie, ce qui conduit à des valeurs de porosité finale différentes. La porosité initiale vaut 36%. Les deux microstructures précédemment décrites ont été considérées. Les résultats obtenus sont qualitativement similaires pour les deux microstructures. C'est pourquoi nous ne présentons dans la suite que les résultats obtenus avec la microstructure 1.

3.2.6.1 Effet de l'épaisseur de la couche de ciment lorsque Rc est fixé

Nous utilisons quatre valeurs différentes pour le rayon du cylindre de liaison de ciment Rc et neuf valeurs pour l'épaisseur de la couche de ciment lc (de 0 à 0,08 par pas de 0,01). En raison des difficultés rencontrées lors du maillage, nous n'avons pas pu utiliser des valeurs plus élevées pour lc . De plus, pour la valeur $Rc = 0,32$, la limite supérieure pour lc est 0,06. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 3.25 à 3.27.

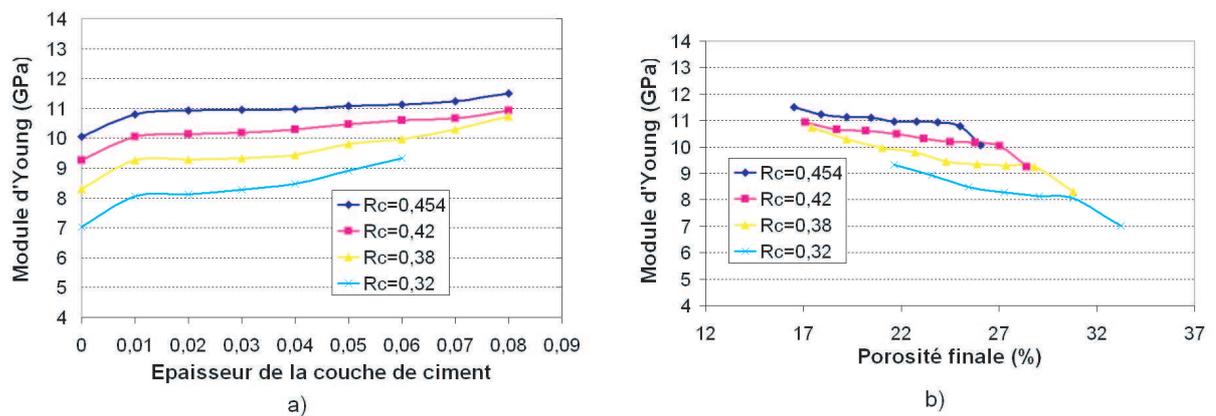


Figure 3.25 — Evolution du module d'Young équivalent lorsque l'épaisseur de la couche de ciment varie : a) en fonction de l'épaisseur lc ; b) en fonction de la porosité finale

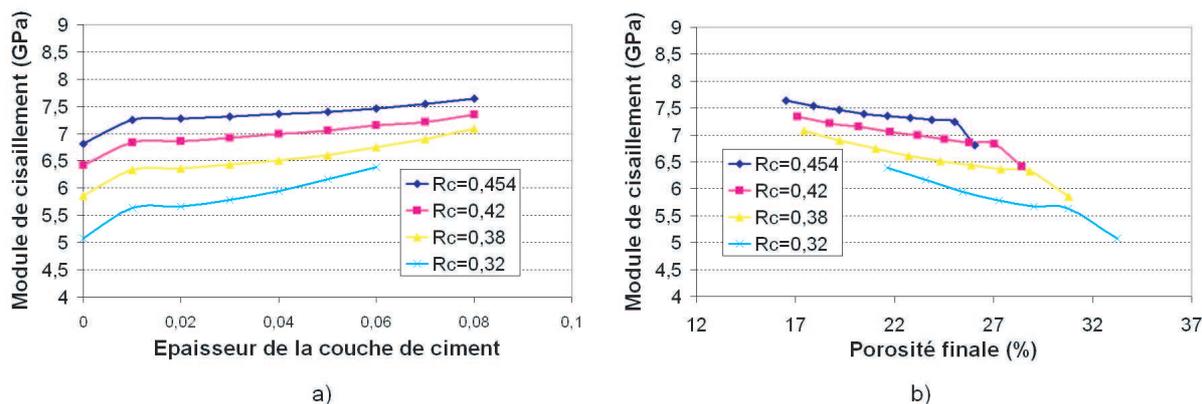


Figure 3.26 — Evolution du module de cisaillement équivalent G lorsque l'épaisseur de la couche de ciment varie : a) en fonction de l'épaisseur lc ; b) en fonction de la porosité finale

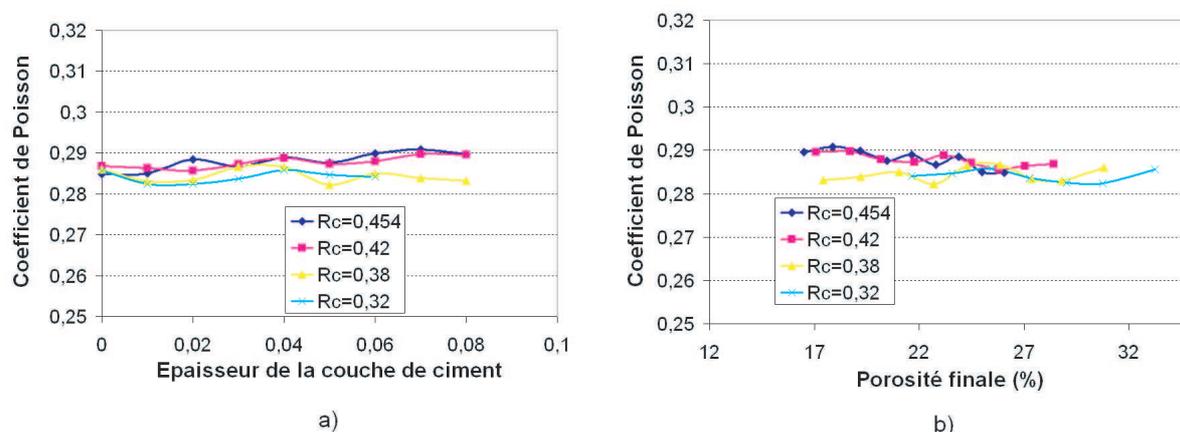


Figure 3.27 — Evolution du coefficient de Poisson équivalent lorsque l'épaisseur de la couche de ciment varie : a) en fonction de l'épaisseur lc ; b) en fonction de la porosité finale

Nous constatons que l'évolution du module d'Young et du module de cisaillement G équivalents en fonction de l'épaisseur de la couche de ciment lc présente initialement une croissance rapide suivie d'un palier stabilisé, puis d'une augmentation plus ou moins marquée selon la valeur de Rc (figures 3.25 et 3.26). Si l'on désigne par p_{cs} le rapport du ciment en surface des grains de sable et du ciment total dans les vides, sur la figure 3.25, avec $lc = 0,01$, la valeur initiale de p_{cs} varie entre 9,35% et 47,23% lorsque Rc diminue entre 0,454 et 0,32. Plus la valeur du rayon du cylindre de ciment Rc est élevée, plus la phase de palier est longue et moins la phase finale de croissance est raide. Cela traduit le fait qu'à mesure que la quantité de ciment localisé dans la zone de contact intergranulaire augmente, l'influence du ciment distribué en surface des grains de sable diminue, de plus, cette influence est plus significative pour les épaisseurs les plus faibles.

Pour expliquer la phase de palier sur les courbes d'évolution du module d'Young et du

module de cisaillement en fonction de l'épaisseur de la couche de ciment, imaginons que le cylindre de liaison de ciment travaille plutôt comme une poutre en flexion. La longueur effective de cette poutre est la longueur découverte du cylindre l_0 (figure 3.28).

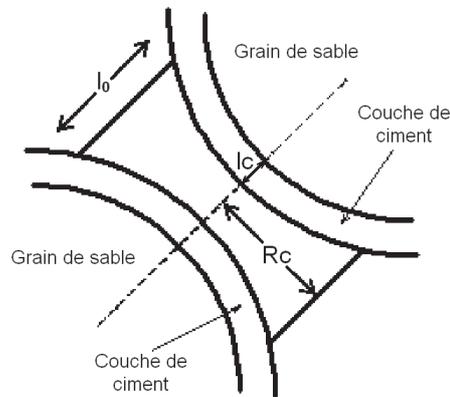


Figure 3.28 — Longueur découverte du cylindre de liaison de ciment

Lorsque l'épaisseur de la couche l_c augmente, la longueur l_0 diminue. A une valeur fixée du rayon du cylindre R_c , plus l_0 est petit, moins le cylindre est élancé et plus il est rigide, ce qui rend le milieu équivalent plus rigide. Quand R_c est grand, la structure est moins sensible à la variation de l_0 (donc la variation de l_c) que quand R_c est petit. Ainsi, il existe une certaine plage de valeurs de l_0 sur laquelle la rigidité de la structure ne varie pas beaucoup avec l'augmentation de l_c (phase de palier). Pour mettre en évidence cette explication, les évolutions des modules d'Young et de cisaillement G sont présentées en fonction de l_0/R_c^2 (figures 3.29 et 3.30).

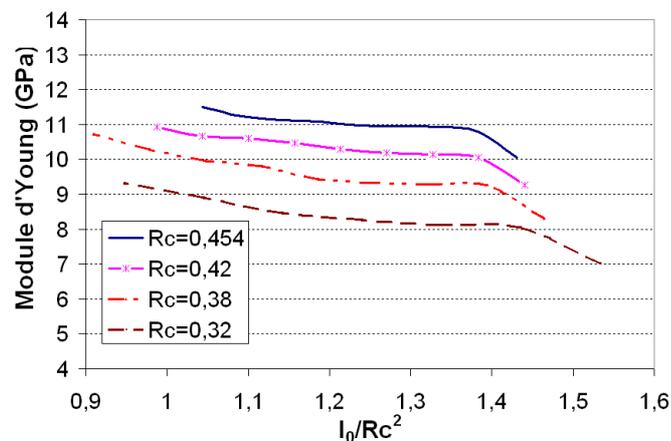


Figure 3.29 — Module d'Young équivalent en fonction de l_0/R_c^2 - Microstructure

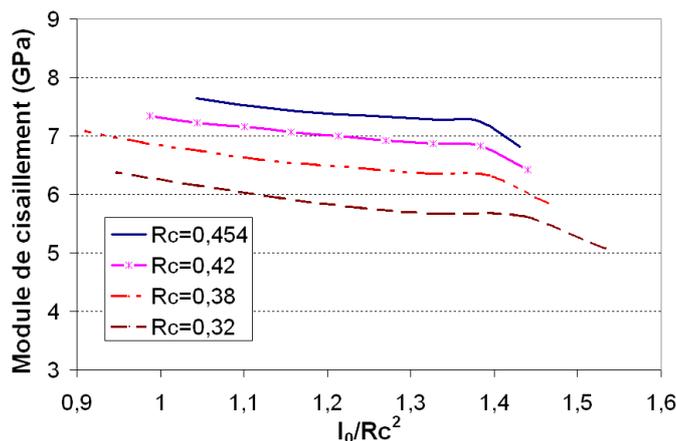


Figure 3.30 — Module de cisaillement équivalent en fonction de l_0/Rc^2 - Micro-structure 1

Sur les figures 3.29 et 3.30, nous constatons qu'avec différentes valeurs de Rc , la tendance est quasiment identique pour toutes les courbes.

Pour conclure, on peut dire qu'à partir d'une certaine épaisseur relativement faible, $lc \sim 0,001$, et pour un rayon de cylindre fixé, pour augmenter sensiblement la rigidité du milieu nous devons franchir une certaine valeur du taux de cimentation. Au-dessous de ce seuil, l'injection n'apporte pas un renforcement significatif.

Quant au coefficient de Poisson, il reste peu influencé par la variation de la couche de ciment. Les valeurs de ν sont comprises entre 0,282 et 0,291 (figure 3.27).

3.2.6.2 Effet du rayon du cylindre de ciment lorsque lc est fixé

Les résultats obtenus pour les modules d'Young et de cisaillement sont présentés sur la figure 3.31.

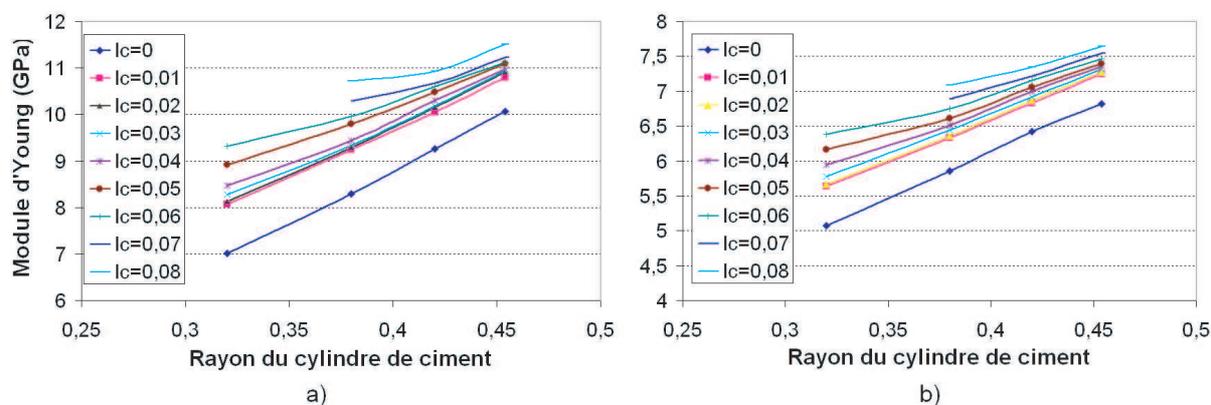


Figure 3.31 — a) Evolution du module d'Young équivalent en fonction du rayon Rc ; b) Evolution du module de cisaillement équivalent G en fonction du rayon Rc

Nous remarquons que les courbes de module d'Young (et de cisaillement) en fonction de Rc sont quasiment linéaires. Ce qui n'est pas le cas pour les courbes de module d'Young (et de cisaillement) en fonction de lc , qui présentent une non linéarité initiale. Quant au coefficient de Poisson, comme précédemment, il reste quasiment constant lors de la variation de Rc . Ses valeurs varient entre 0,282 et 0,291.

3.2.6.3 Effet de la distribution du ciment lorsque la porosité finale est fixée

Dans la section 3.2.4, nous avons montré qu'à partir d'un certain taux de remplissage, le fait de répartir une faible couche de ciment en surface des grains de sable augmente les modules d'Young et de cisaillement équivalents. Désignons par p_{cs} le rapport ciment en surface sur ciment total. Pour examiner le rôle de ce rapport sur le comportement élastique équivalent, nous avons effectué des calculs sur la microstructure 1 en le faisant varier et en gardant la porosité finale fixe. Deux valeurs de porosité finale ont été étudiées, 26% et 30%. La porosité initiale étant toujours fixée à 36%. Les résultats obtenus montrent une même tendance pour le module d'Young et le module de cisaillement. C'est pourquoi nous ne présenterons que les résultats obtenus pour le module d'Young. Désignons par ΔE la différence entre le module d'Young obtenu pour les microstructure avec couche de ciment en surface et celui obtenu pour la microstructure sans couche de ciment. Nous avons tracé l'évolution de ΔE en fonction du rapport p_{sc} , les courbes obtenues sont présentées sur la figure 3.32.

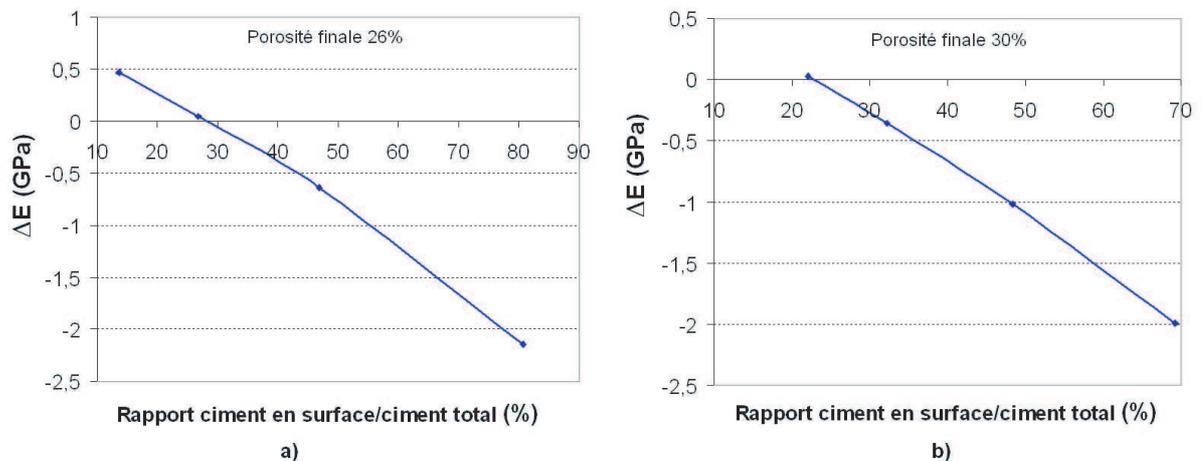


Figure 3.32 — Evolution de ΔE en fonction du rapport p_{sc} : a) Porosité finale 26% ; b) Porosité finale 30%

Pour la porosité finale de 26% (figure 3.32a), nous remarquons que la courbe rencontre l'abscisse à une valeur de p_{sc} d'environ 28%. Cette valeur correspond à une valeur optimale pour laquelle le fait de répartir du ciment en surface ne modifie pas le module d'Young équivalent. Pour la porosité finale de 30% (figure 3.32b), cette valeur est de l'ordre de 23%. Nous constatons que ces deux valeurs optimales de p_{sc} sont proches, et dépendent peu de la différence entre les porosités initiale et finale. Ceci nous

amène à conclure que le fait de répartir du ciment en surface des grains améliore le comportement global à condition que cette répartition ne se fasse pas au détriment des éléments de liaison entre grains. Autrement dit, il existe un rapport optimum ciment en surface sur ciment total qui améliore le comportement équivalent du milieu injecté.

3.2.7 Validation avec les résultats expérimentaux

Dans cette sous-section, nous présentons quelques comparaisons entre la méthode des milieux périodiques et des résultats expérimentaux obtenus pour des milieux granulaires cimentés et pour des milieux granulaires injectés.

3.2.7.1 Application à un milieu granulaire cimenté

Le milieu granulaire considéré est un sol cimenté par une résine époxyde. Une approche analytique a été proposée par Dvorkin et al.(1994) [23] afin de modéliser le comportement élastique de ce matériau granulaire. Dvorkin et al.(1994) ont utilisé deux configurations pour décrire le milieu granulaire. Pour la première configuration, le ciment est situé uniquement au niveau des contacts intergranulaires. Cette configuration est proche des microstructures de type 1 dans notre méthode périodique. Pour la seconde configuration, le ciment est également déposé en surface des grains de sable, ce qui peut être lié aux microstructures de type 2.

Nous désignons V_p la vitesse d'ondes en compression du matériau homogène équivalent, qui est déterminé à partir de la relation suivante :

$$\rho(1 - \phi)V_p^2 = K^{hom} + \frac{4}{3}G^{hom} \quad (3.15)$$

avec ϕ la porosité, ρ la densité du milieu granulaire et K^{hom} le module de compressibilité équivalent exprimé par la relation suivante :

$$K^{hom} = \frac{E^{hom}}{3(1 - 2\nu^{hom})} \quad (3.16)$$

où *hom* désigne *homogénéisé*.

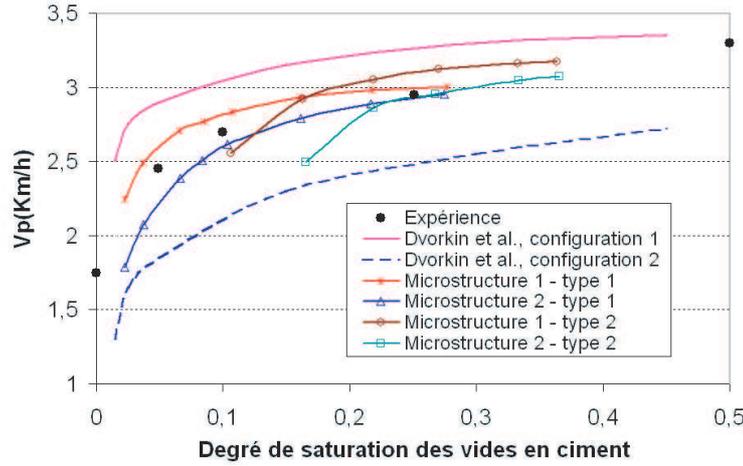


Figure 3.33 — Evolution de la vitesse d'ondes en compression en fonction du degré de saturation des vides en ciment : Comparaison entre modèles et expérience

La figure 3.33 présente l'évolution de la vitesse d'ondes en compression V_p en fonction du degré de saturation des vides par la matrice cimentaire $(\phi_{initiale} - \phi_{finale})/\phi_{initiale}$, prédite par la méthode des milieux périodiques et par Dvorkin et al.(1994) [23]. Les résultats expérimentaux obtenus par Liu et al.(1991) [36] sont également présentés sur cette même figure. Les paramètres géométriques et matériaux pour la méthode des milieux périodiques sont les mêmes que précédemment.

Tous les résultats de modélisation montrent qualitativement une bonne allure par rapport à l'expérience. Les courbes obtenues par Dvorkin et al.(1994) [23] enveloppent les courbes obtenues par la méthode des milieux périodiques. Par ailleurs, nous observons que la méthode des milieux périodiques est plus proche des données expérimentales que l'approche analytique proposée dans [23] si l'on parcourt toute la plage des taux de cimentation, et ce pour les microstructures de type 1 (i.e. sans ciment de surface) qui se rapprochent le plus de l'expérience.

3.2.7.2 Application à un milieu granulaire injecté

Dans cette sous-section, les propriétés mécaniques élastiques mesurées par Dano (2001) [17] sur un sable de Fontainebleau injecté, initialement mis en place avec un indice de densité relative de 95% ($\phi_{initiale} \approx 37\%$), dans le domaine de petites déformations sont comparées aux résultats obtenus par la méthode des milieux périodiques. Par insuffisance de données expérimentales, nous utilisons la relation suivante fournie par Dano (2001) [17] pour identifier le module de cisaillement de la matrice de ciment solidifié à partir du rapport ciment sur eau C/E :

$$G^m = \frac{E^m}{2(1 + \nu^m)} = G_0^m \left(\frac{C}{E} \right)^{1,24} \quad (3.17)$$

où G_0^m est pris égal à 5,322 GPa, ν^m identifié par Dano (2001) [17] pour $C/E = 0,172$ vaut $\nu^m = 0,4$. Cette valeur de ν est également utilisée pour d'autres rapports C/E .

Les caractéristiques élastiques du sable de quartz sont adoptées pour le sable de Fontainebleau (Benhamida et al., 2005 [7]) lors des simulations avec la méthode des milieux périodiques. Ces caractéristiques sont : Module d'Young $E^s = 80$ GPa et coefficient de Poisson $\nu = 0,25$.

Dans la table 3.3, nous présentons les résultats de comparaison entre l'expérience (Dano (2001) [17]) et la simulation par la méthode des milieux périodiques en supposant une porosité finale nulle conformément aux conclusions de Dano (Dano, 2001 [17]; Benhamida et al., 2005 [7]).

C/E	E^{ms}	E^{homo}	δ
0,172	7,5 – 9,2	7,85	4,66% – 14,67%
0,235	9,5 – 12,3	10,96	10,89% – 15,36%
0,29	14	13,7	2,14%
0,34	17,5	16,04	8,34%
0,4	20,5	18,62	9,17%

Tableau 3.3 — Module d'Young du sable injecté : Comparaison entre la méthode des milieux périodiques et l'expérience

E^{ms} et E^{homo} désignent respectivement le module d'Young mesuré par Dano et le module d'Young homogénéisé obtenu par la méthode des milieux périodiques, exprimés en GPa, et δ est l'erreur relative commise sur le module calculé.

Nous constatons une très bonne concordance entre l'expérience et la simulation. L'erreur relative la plus marquée est de 10,89% – 15,36% pour le rapport $C/E = 0,235$. L'erreur relative la plus faible $\delta = 2,14\%$ est commise pour le rapport $C/E = 0,29$.

Quant au coefficient de Poisson ν du sable injecté, la valeur obtenue par la méthode des milieux périodiques est de 0,34 tandis que les valeurs expérimentales varient entre 0,2 à 0,29 pour les différents rapports de C/E considérés.

La comparaison montre les bons résultats obtenus avec la méthode des milieux périodiques pour modéliser le comportement mécanique des sols injectés, du moins dans le domaine des petites déformations.

3.3 Comportement non linéaire

Par convention, en mécanique des sols les contraintes et les déformations de compression sont prises positives.

Compte tenu du fait que le sable est beaucoup plus rigide que la matrice, le sable est supposé conserver un comportement élastique linéaire au cours du chargement. Les caractéristiques élastiques du sable sont : Module d'Young $E = 80$ GPa, coefficient de Poisson $\nu = 0,25$.

Le comportement du coulis est à présent considéré comme non linéaire. Pour pouvoir prendre en compte l'effet de la fissuration et la dissymétrie du comportement en compression/traction d'un tel matériau cimentaire, la loi d'endommagement de Mazars est

utilisée. Les paramètres de la loi sont :

- Module d'Young $E = 0,3 \text{ GPa}$
- Coefficient de Poisson $\nu = 0,4$
- Seuil d'endommagement $\varepsilon_{D_0} = 3,33333 \times 10^{-4}$
- Paramètre $A_c = 0,24165$
- Paramètre $B_c = 58,926$
- Paramètre $A_t = 1$
- Paramètre $B_t = 4500$

A noter que le module d'Young du coulis choisi pour la loi de Mazars n'est pas celui identifié par Dano dans le domaine des très petites déformations ([17]). Ce module a été plutôt réidentifié sur la courbe contrainte-déformation expérimentale du coulis (Dano [17]), afin de l'approcher au mieux par le modèle de Mazars.

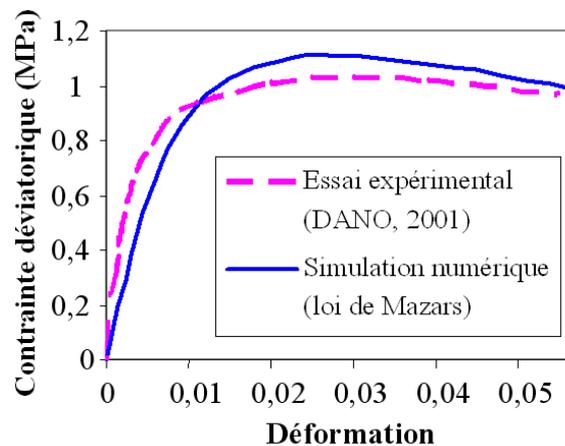


Figure 3.34 — Essai triaxial avec contrainte de confinement 100kPa sur le coulis pur : comparaison entre expérience et simulation avec la loi d'endommagement de Mazars

Par insuffisance de données expérimentales, le pic de la courbe contrainte-déformation en traction a été estimé à un dixième du pic en compression. Avec les paramètres choisis, nous avons simulé un essai triaxial en compression avec contrainte de confinement de 100kPa. Les résultats numériques sont confrontés aux résultats expérimentaux obtenus par Dano (2001) [17] sur la figure 3.34.

Dans une première phase, la courbe expérimentale a tendance à envelopper la courbe numérique. Par contre, au-delà de la déformation axiale $\varepsilon_{ax} \approx 0,01$, cette tendance est inversée. Le pic de la courbe numérique est atteint à $\varepsilon_{ax} \approx 0,025$ tandis que le pic de la courbe expérimentale est estimé entre $\varepsilon_{ax} \approx 0,025 - 0,03$.

3.3.1 Essais œdométriques

Pour le sol injecté, nous retenons par la suite les caractéristiques suivantes :

- Porosité initiale : $\Phi_i = 36\%$
- Porosité finale : $\Phi_f = 26\%$

Avec ces caractéristiques, pour les microstructure du type 2 (avec couche fine de ciment), le rapport du ciment en surface des grains de sable et le ciment total s'élève à environ 9,35%.

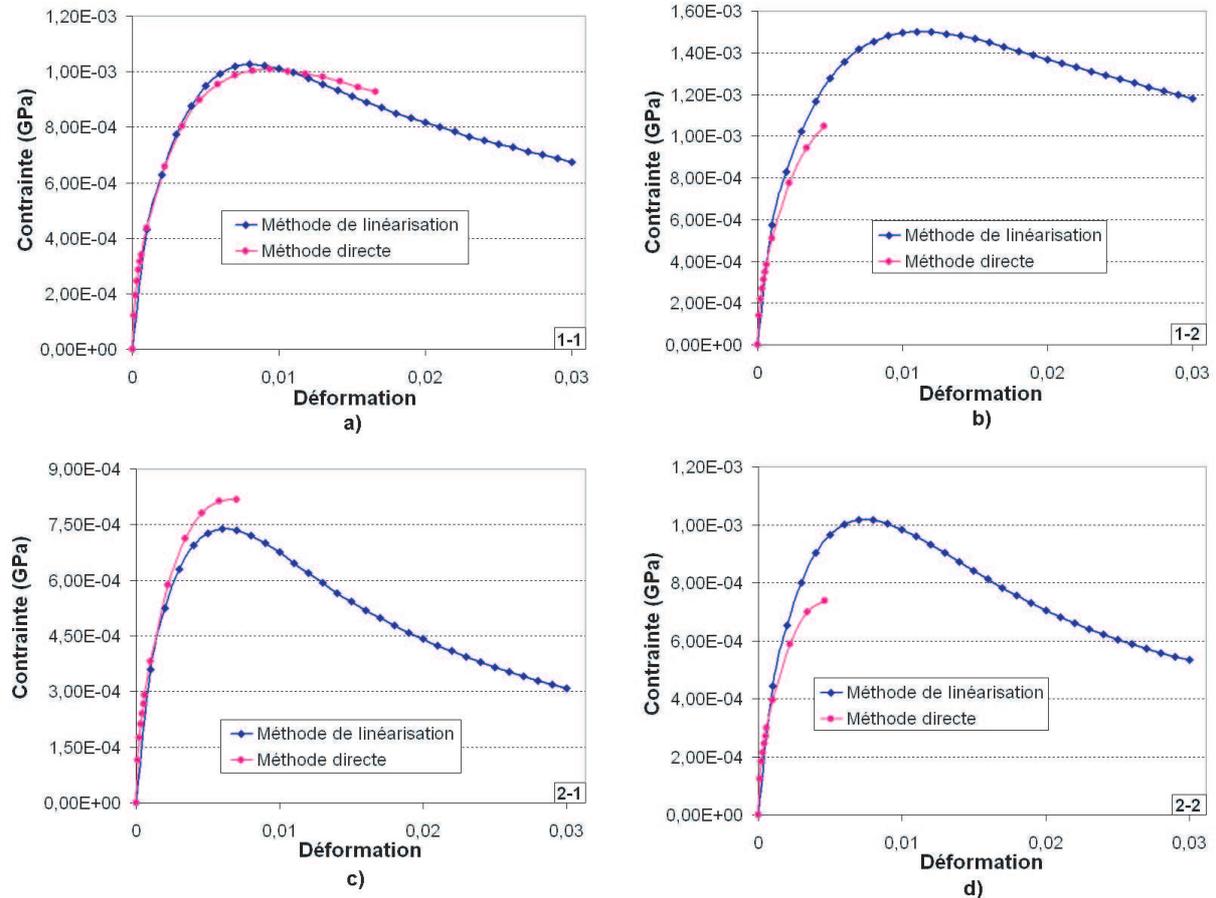


Figure 3.35 — Essais œdométriques en compression - Comparaison entre les méthodes directe et de linéarisation : a) Microstructure 1-type 1 (sans couche); b) Microstructure 1-type 2 (avec couche); c) Microstructure 2-type 1 (sans couche); d) Microstructure 2-type 2 (avec couche)

Deux méthodes de résolution sont utilisées : la méthode directe et la méthode de linéarisation sécante couplée à la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques. Pour cette dernière, le processus de linéarisation suit le principe exposé au chapitre 2. Les résultats de simulation d'essais en compression sont présentés sur les figures 3.35 à 3.63, sous forme de courbes d'évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale.

Comme au chapitre précédent, on remarque que les calculs avec la méthode directe s'arrêtent au cours de l'exécution pour des raisons de non convergence. Nous constatons sur la figure 3.35 que pour le V.E.R 1 -type 1, les résultats obtenus avec les deux

méthodes concordent parfaitement bien. Pour les autres V.E.Rs, les deux méthodes sont très proches dans une première phase pour s'écarter par la suite. L'écart entre les deux méthodes dépend du V.E.R. L'écart le plus marqué entre les deux méthodes est observé pour la microstructure 2 - type 2. Le fait de répartir le coulis de ciment en surface des grains de sable (pour la microstructure du type 2) et de rajouter les liaisons de ciment sur les arêtes (pour la microstructure 2) tout en gardant une porosité finale constante rend les éléments de structure reliant les grains de sable plus fins. Cet affaiblissement des liaisons entre les grains de sable peut être responsable des écarts relevés entre les différentes courbes.

En effet, le fait de répartir le coulis sur des zones disjointes, chargées de manières différentes, accentue l'écart entre la méthode directe et la méthode de linéarisation puisque cette dernière ne prend en compte les déformations que par leur moyenne sur tout le coulis.

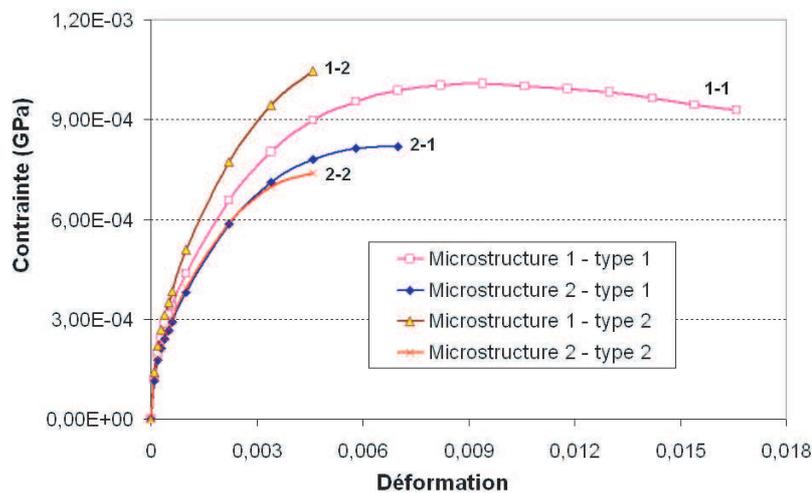


Figure 3.36 — Essais oedométriques en compression avec la méthode directe : comparaison des résultats obtenus avec différents V.E.Rs

Les figures 3.36 et 3.37 montrent que vis-à-vis de ce chargement la microstructure 1 est plus raide que la microstructure 2. De plus, les microstructures de type 2 (avec couche) sont plus raides que les microstructures de type 1 (sans couche). Cependant, et même si les liaisons sont plus faibles pour les microstructures de type 2 (avec couche), l'adoucissement n'intervient que plus tard pour ces microstructures. C'est-à-dire que la couche est en train de jouer un rôle dans la rigidité globale. Mais à l'échelle locale, l'affaiblissement du cylindre de liaison peut hâter les phénomènes de localisation ce qui expliquera l'arrêt prématuré de la méthode directe pour non convergence dans le cas des microstructures de type 2 (avec couche). Ceci peut se comprendre puisque la création des couches s'effectue au détriment du rayon du cylindre de liaison et donc de sa résistance. Toutes ses constatations vont dans le même sens que celles effectuées lors de l'étude du comportement linéaire.

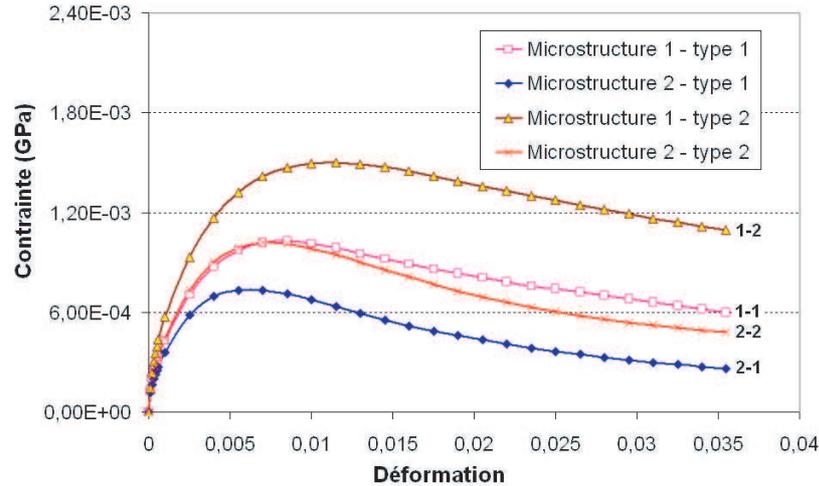


Figure 3.37 — Essais œdométriques en compression avec la méthode de linéarisation : comparaison des résultats obtenus avec différents V.E.Rs

Pour vérifier le comportement relevé sur la figure 3.37, à savoir que la répartition de ciment en surface a un effet macroscopique rigidifiant, nous avons examiné la contribution d'une couche de ciment d'une épaisseur constante, $l_c = 0,01$, dans le comportement macroscopique, en faisant varier la porosité finale (ceci revient à varier le taux de cimentation en surface). Les résultats de cette étude sont portés à la figure 3.38.

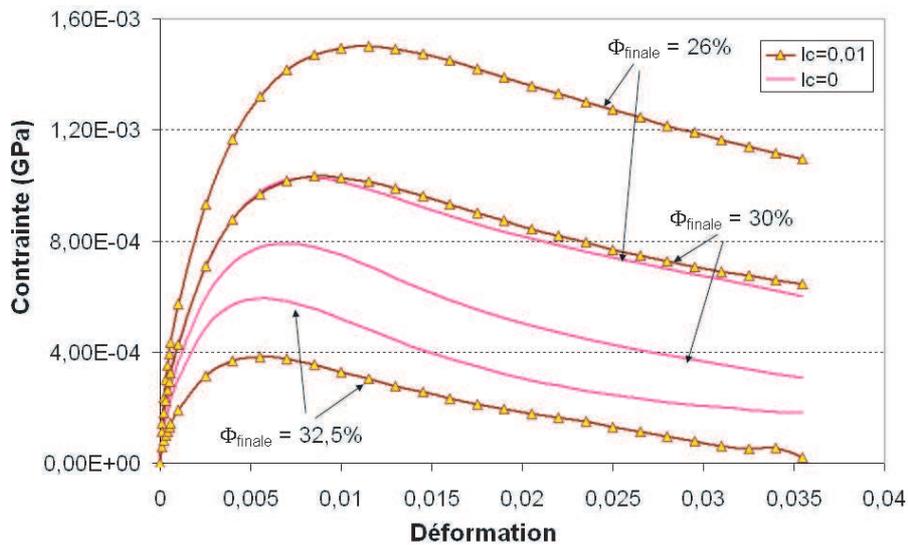


Figure 3.38 — Essai œdométrique sur la microstructure 1 : Influence de la porosité finale sur la réponse globale lorsque l_c est fixé

Sur cette figure, on constate que pour les faibles porosités finales (fort taux de cimentation et donc faibles taux de cimentation en surface), le dépôt de ciment en surface contribue à la rigidification macroscopique du sol injecté. Cependant, cette tendance

s'inverse pour les fortes porosités finales (forts taux de cimentation en surface). Ceci peut se comprendre puisque même si la répartition de ciment en surface contribue à rigidifier le comportement global, elle ne peut se faire au détriment de la liaison entre grains. Autrement dit, il existe une répartition optimale du ciment, entre couches enveloppantes et liaisons entre grains. Pour déterminer cette répartition optimale, dans le cas $lc = 0,01$, nous avons calculé la différence, $\Delta\sigma_{max}$, entre la contrainte maximale obtenue avec la structure avec couche et celle obtenue avec la structure sans couche. Ensuite, nous avons tracé la courbe de l'évolution de cette différence, $\Delta\sigma_{max}$, en fonction de la porosité finale. Cette courbe est présentée à la figure 3.39.

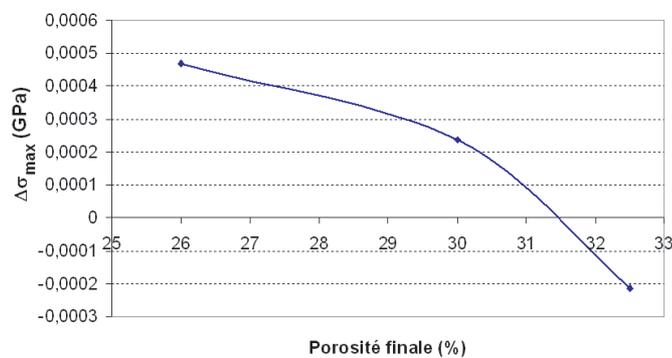


Figure 3.39 — Evolution de $\Delta\sigma_{max}$ en fonction de la porosité finale lorsque lc est fixé

Sur la figure 3.39, la valeur de la porosité finale pour laquelle l'effet de la couche d'épaisseur $lc = 0,01$ s'inverse de rigidifiant à adoucissant correspond au point de rencontre entre la courbe et l'abscisse. Cette valeur est de l'ordre de 31,5%. Pour vérifier numériquement, nous avons effectué les essais œdométriques sur les microstructures avec couche et sans couche avec la porosité finale 31,5%. Les calculs ont confirmé qu'à cette valeur de la porosité finale, le fait de répartir du ciment en surface des grains ($lc = 0,01$) ne change quasiment pas la réponse globale.

Désignons maintenant par p_{cs} le rapport ciment en surface des grains sur ciment total. Pour $lc = 0,01$ et $\phi_{finale} = 31,5\%$, p_{cs} vaut environ 48%.

Pour vérifier si c'est bien le taux de ciment en surface, p_{cs} , qui est responsable du changement de tendance entre la structure avec couche et la structure sans couche, nous effectuons également des essais œdométriques en fixant cette fois-ci la porosité finale et en faisant varier l'épaisseur de la couche du ciment, lc . Deux valeurs de la porosité finale ont été utilisées : 26% et 30%. Les résultats d'essais sont présentés sur les figures 3.40 et 3.41.

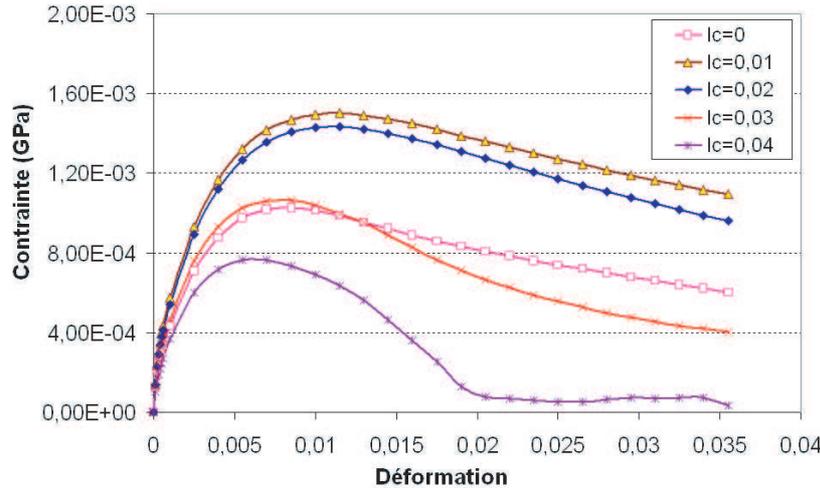


Figure 3.40 — Essai œdométrique sur la microstructure 1 : Influence de l'épaisseur de la couche de ciment sur la réponse globale lorsque la porosité finale est fixée à 26%

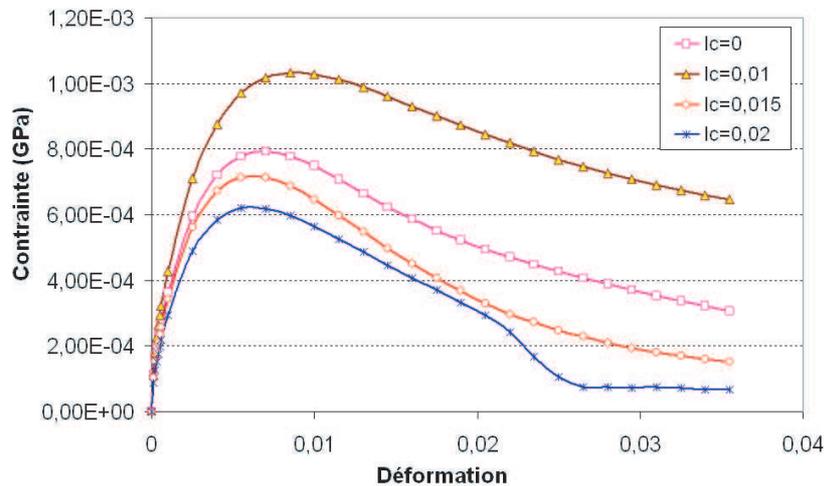


Figure 3.41 — Essai œdométrique sur la microstructure 1 : Influence de l'épaisseur de la couche de ciment sur la réponse globale lorsque la porosité finale est fixée à 30%

Avec la porosité finale 26% (figure 3.40), le pic des courbes obtenues avec $lc = 0,01$, $lc = 0,02$ et $lc = 0,03$ est plus élevé que le pic de la courbe obtenue avec la microstructure sans couche de ciment. Pour $lc = 0,04$, cette tendance est inversée.

Avec la porosité finale 30% (figure 3.41), la structure avec couche est plus rigide que la structure sans couche pour $lc = 0,01$. La tendance change pour $lc = 0,015$ et $lc = 0,02$. Pour chaque épaisseur de la couche de ciment et pour chaque porosité finale utilisée, nous déterminons la valeur du rapport ciment en surface/ciment total, p_{cs} , correspondante. Comme précédemment, nous désignons par $\Delta\sigma_{max}$ la différence entre la contrainte maximale obtenue sur la microstructure avec couche et celle obtenue sur la microstructure sans couche. Nous traçons ensuite l'évolution de $\Delta\sigma_{max}$ en fonction de p_{cs} . La courbe obtenue avec la porosité finale 26% est présentée sur la figure 3.42.

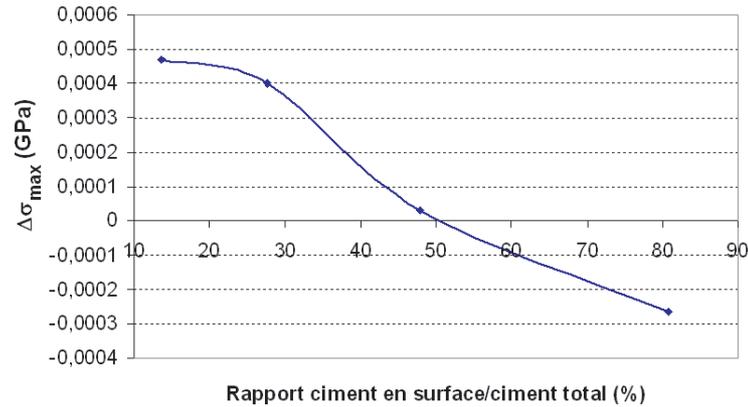


Figure 3.42 — Evolution de $\Delta\sigma_{max}$ en fonction du rapport p_{cs} lorsque la porosité finale est fixée à 26%

Nous observons que la courbe rencontre l'abscisse à $p_{cs} \approx 50\%$ qui correspond à une valeur critique au-delà de laquelle la tendance entre les microstructures avec couche et sans couche change.

En faisant la même chose avec la porosité finale 30%, nous avons trouvé que cette valeur critique est de l'ordre de 44%.

Nous remarquons que quelque soit la porosité finale et l'épaisseur de la couche, les valeurs optimales de p_{cs} sont très proches pour tous les cas étudiés. Cette valeur varie entre 44% et 50%. Ainsi, nous pouvons conclure que c'est le rapport p_{cs} qui influence la réponse globale. Pour un essai œdométrique effectué sur la microstructure 1, avec une porosité initiale de 36%, le comportement équivalent est plus raide si une faible quantité de ciment, ne dépassant pas les 50% du ciment total injecté, enrobe les grains de sable. Au-delà de ce taux, les liaisons entre grains sont trop affaiblis et cet affaiblissement se ressent sur le comportement global.

3.3.2 Essais triaxiaux

3.3.2.1 Simulation d'essais triaxiaux avec contrainte de confinement par la méthode de linéarisation

Dans cette section, nous allons simuler des essais triaxiaux effectués sur des sols injectés. Cette simulation est effectuée à l'aide de la méthode de linéarisation sécante couplée à la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques que nous avons présentée au chapitre 2.

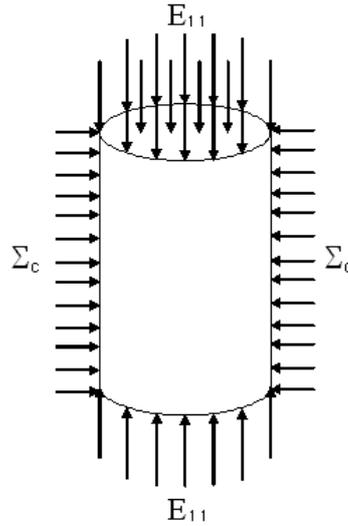


Figure 3.43 — Illustration d'un essai triaxial sur une éprouvette cylindrique

Considérons un essai triaxial classique avec une contrainte de confinement Σ_c appliquée sur le bord du V.E.R et maintenue constante (comme l'illustre la figure 3.43). L'état de contraintes et de déformations est représenté par les tenseurs des contraintes et des déformations macroscopiques suivants :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_c \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} E_{11} & 0 & 0 \\ 0 & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & E_{33} \end{pmatrix}$$

où Σ_c désigne la contrainte de confinement qui reste constante au cours de l'essai. E_{11} est connue car le chargement est imposé en déformation. Par contre, (E_{22}, E_{33}) et Σ_{11} sont inconnues.

Pour simuler numériquement cet essai, nous sommes confrontés au fait que les données macroscopiques de l'essai sont mixtes (E_{11} et Σ_c) alors que la méthode d'homogénéisation utilisée est à déformation imposée. Pour surmonter ce problème, il faut calculer les déformations E_{22} et E_{33} induites par Σ_c .

Rappelons que pour l'essai triaxial, le tenseur des déformations est relié au tenseur des contraintes par la loi :

$$\begin{pmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_c \\ \Sigma_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \left(\mathbf{A}_{secant} \right) \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

où \mathbf{A}_{secant} est le tenseur des rigidités équivalentes sécantes du milieu homogénéisé quasi-isotrope.

Compte tenu de la géométrie des V.E.Rs retenus, nous avons : $E_{22} = E_{33}$. Pour

déterminer E_{22} en fonction de Σ_c , en partant de l'équation 3.18, on opère de la manière suivante :

Étape 1 :

- Estimation initiale E_{22}^1 pour E_{22} : $E_{22} = E_{22}^1$. Cette valeur E_{22}^1 est arbitrairement choisie.
- Résolution du problème d'homogénéisation avec trois composantes principales connues du tenseur des déformations macroscopiques en utilisant la méthode de linéarisation proposée au chapitre 2. Calcul du tenseur des contraintes macroscopiques Σ^1 (l'exposant 1 désigne la première étape),

$$\Sigma^1 = \begin{pmatrix} \Sigma_{11}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_{22}^1 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{33}^1 \end{pmatrix}$$

En raison de la géométrie des V.E.Rs choisis, on a $\Sigma_{22}^1 = \Sigma_{33}^1$.

- Calcul du tenseur des modules sécants macroscopiques \mathbf{A}_{secant}^1 . Après quelques transformations algébriques, les composantes de ce tenseur sont exprimées par les formules suivantes :

$$\mu_{sc}^1 = \frac{\Sigma_{11}^1 - \Sigma_{22}^1}{2(E_{11} - E_{22}^1)} \quad (3.19)$$

$$\lambda_{sc}^1 = \frac{\Sigma_{11}^1 - 2\mu_{sc}^1 E_{11}}{2(E_{11} + 2E_{22}^1)} \quad (3.20)$$

- Test de convergence : Calcul de $\delta = \frac{|\Sigma_c - \Sigma_{22}^1|}{\Sigma_c}$.
Si $\delta \leq \text{Tolerance} \Rightarrow$ Le problème est résolu (ici Tolerance = 1%).
Sinon \Rightarrow Substitution de Σ_{22}^1 et Σ_{33}^1 dans le terme gauche de (3.18) par Σ_c .

Étape 2 :

- Mise à jour de E_{22} :

$$E_{22}^2 = \frac{(\lambda_{sc}^1 + 2\mu_{sc}^1)\Sigma_c - \lambda_{sc}^1 \Sigma_{11}^1}{(\lambda_{sc}^1 + 2\mu_{sc}^1)(2(\lambda_{sc}^1 + \mu_{sc}^1)) - 2\lambda_{sc}^1 \lambda_{sc}^1} \quad (3.21)$$

- Calcul du tenseur des déformations macroscopiques réactualisé \mathbf{E}^2 :

$$\mathbf{E}^2 = \begin{pmatrix} E_{11} & 0 & 0 \\ 0 & E_{22}^2 & 0 \\ 0 & 0 & E_{33}^2 \end{pmatrix}$$

A noter que E_{11} (la déformation macroscopique imposée dans la direction 1) reste la même tout au long de ce processus. \mathbf{E}^2 est ensuite utilisé pour l'étape suivante.

...

Étape i :

- Résolution du problème d'homogénéisation pour le cas de chargement suivant :

$$\mathbf{E}^i = \begin{pmatrix} E_{11} & 0 & 0 \\ 0 & E_{22}^i & 0 \\ 0 & 0 & E_{33}^i \end{pmatrix}$$

- Calcul du tenseur des contraintes macroscopiques Σ^i et du tenseur des modules sécants $\mathbf{A}_{sécant}^i$. Σ^i est exprimé sous la forme suivante :

$$\Sigma_i = \begin{pmatrix} \Sigma_{11}^i & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_{22}^i & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{22}^i \end{pmatrix}$$

- Test de convergence : Calculer $\delta = \frac{|\Sigma_c - \Sigma_{22}^i|}{\Sigma_c}$.
Si $\delta \leq \text{Tolérance} \Rightarrow$ Le problème est résolu à l'étape i .
Sinon \Rightarrow Continuer pour l'étape suivante ($i + 1$).

Ce processus itératif est schématisé dans la figure 3.44.

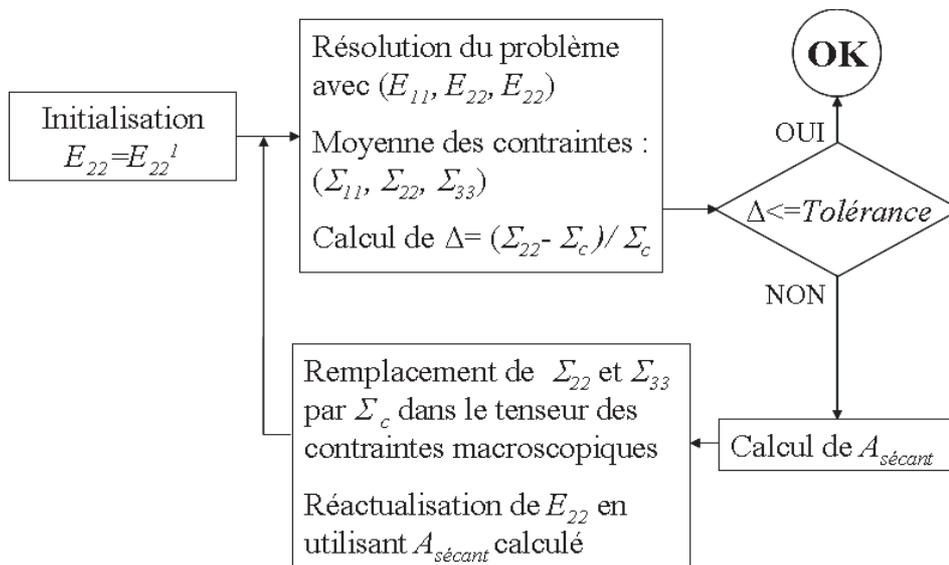


Figure 3.44 — Schéma du processus itératif pour simuler des essais triaxiaux avec contrainte de confinement

Remarques :

- Plus la valeur E_{22}^1 initiale pour E_{22} est proche de la valeur exacte, plus la convergence est obtenue rapidement.

- Dans le cas d'un chargement uniaxial, $\Sigma_c = 0$. Par simplicité et pour améliorer la convergence, on peut prendre $E_{22}^1 = -\nu^{elas} \cdot E_{11}$, avec ν^{elas} le coefficient de Poisson homogénéisé dans le domaine élastique linéaire.

3.3.2.2 Simulation des essais triaxiaux sur un sol injecté

En utilisant la méthode de linéarisation couplée au processus itératif, nous procédons aux essais triaxiaux (en compression) sur les quatre V.E.Rs. Pour les microstructures de type 2, l'épaisseur de la couche de ciment est fixée à $lc = 0,01$. Les porosités initiale et finale sont respectivement de 36% et de 26%. Les paramètres matériaux sont les mêmes que dans la section 3.3.1. Quatre valeurs différentes de la contrainte de confinement ont été utilisées : 0kPa (compression uniaxiale), 100kPa, 200kPa et 300kPa. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 3.45 et 3.46.

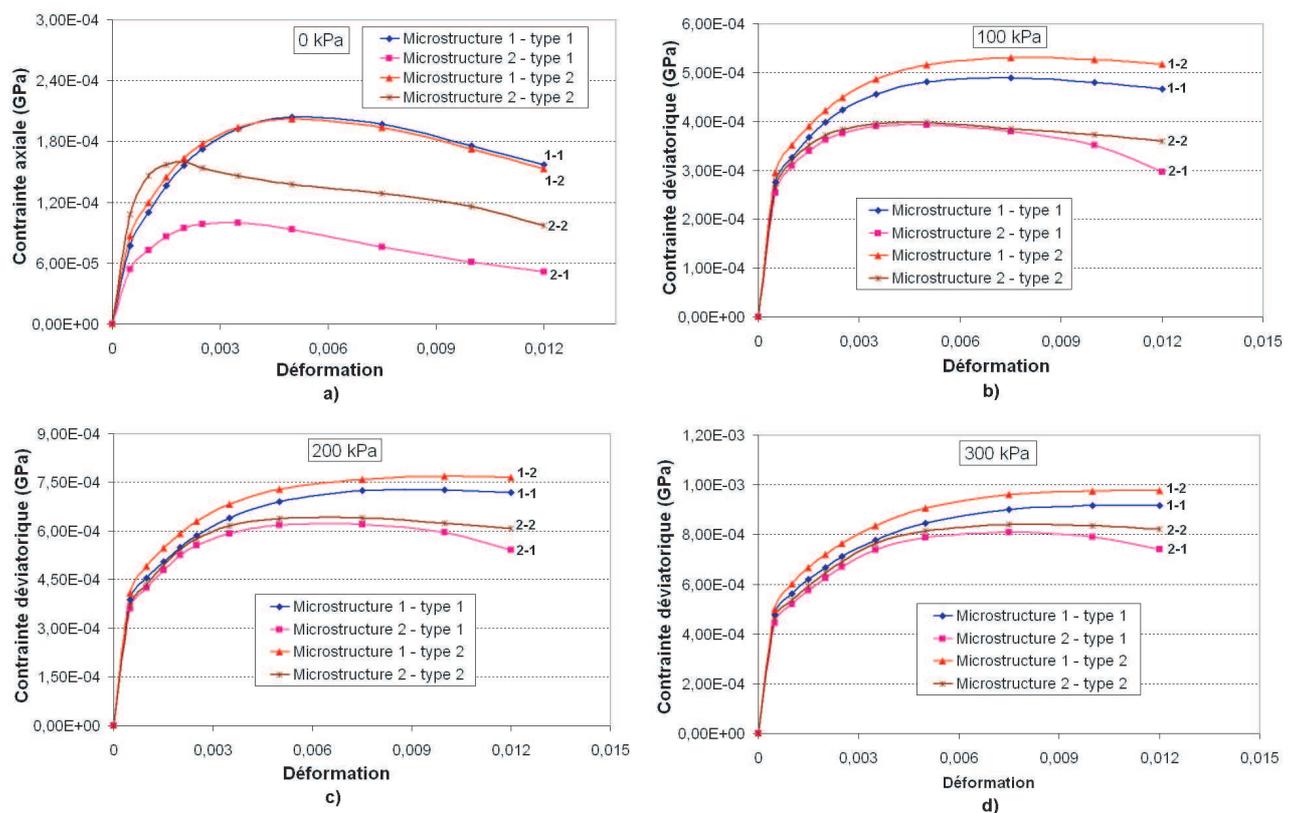


Figure 3.45 — Essais triaxiaux en compression - Comparaison des résultats obtenus avec différents V.E.Rs : a) Compression simple; b) Contrainte de confinement 100 kPa; c) Contrainte de confinement 200 kPa; d) Contrainte de confinement 300 kPa

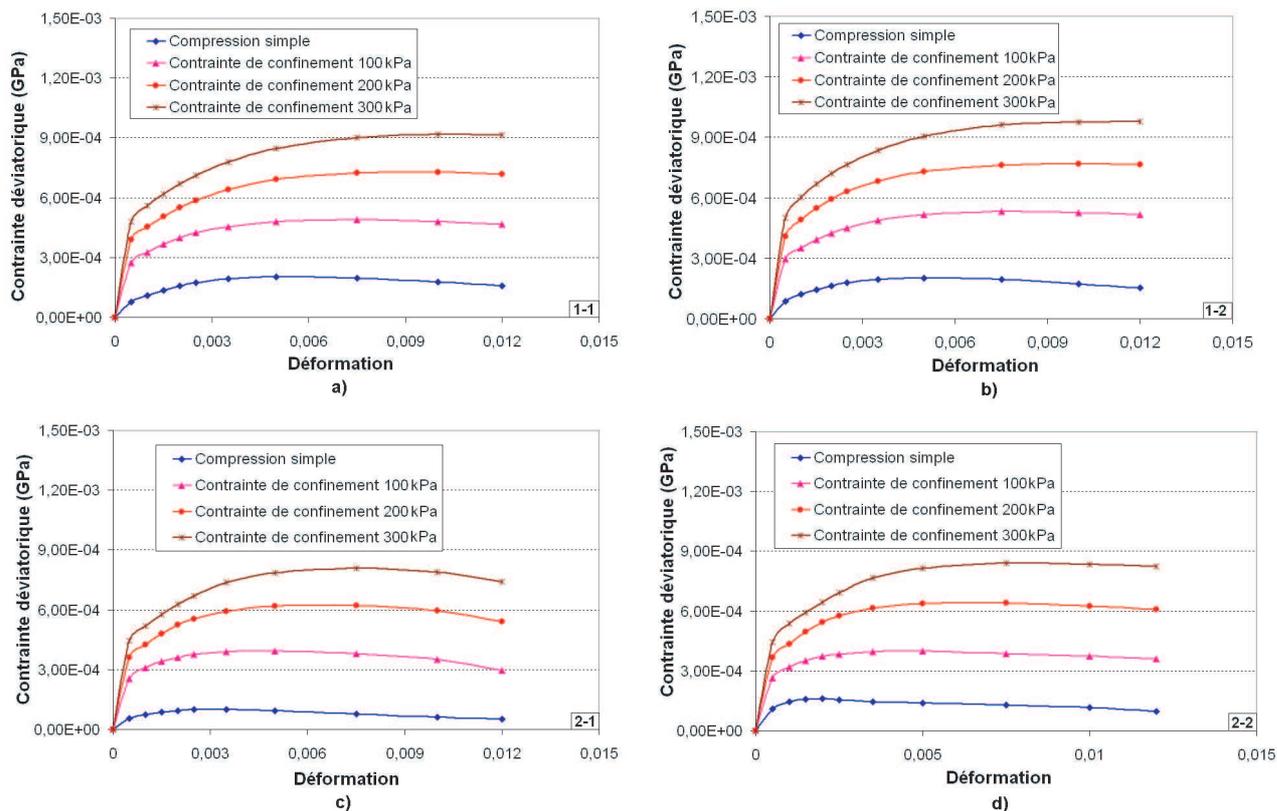


Figure 3.46 — Essais triaxiaux en compression - Comparaison des résultats obtenus avec différentes valeurs de la contrainte de confinement : a) Microstructure 1 -type 1; b) Microstructure 1 - type 2; c) Microstructure 2 - type 1; d) Microstructure 2 - type 2

Sur la figure 3.45, les notations (1-1), (1-2), (2-1) et (2-2) désignent respectivement la microstructure 1-type 1, la microstructure 1-type 2, la microstructure 2-type 1 et la microstructure 2-type 2. Pour les essais triaxiaux avec contrainte de confinement de 100 kPa, 200 kPa et 300 kPa (figure 3.45), une microstructure donne les résultats proches pour les deux types (avec ou sans couche de ciment). La couche de ciment en surface des grains de sable n'influence pas beaucoup la réponse globale. Par contre, pour l'essai de compression simple, cette remarque n'est plus valable que pour la microstructure 1. La courbe obtenue avec la microstructure 2 - type 2 n'a pas la même allure que les autres. Elle commence par une phase beaucoup plus raide que celle observée avec les autres microstructures. Le pic γ est atteint à une déformation axiale assez limitée (de l'ordre de 0,15%). L'écart entre la microstructure 2 - type 2 et la microstructure 2 - type 1 est marqué, contrairement aux essais triaxiaux avec contrainte de confinement. En général, c'est la microstructure 1 qui est plus rigide que la microstructure 2 et les microstructures de type 2 (avec couche de ciment) sont plus rigides que les microstructures de type 1 (sans couche de ciment). Ce comportement peut être expliqué par le fait qu'en essai triaxial certaines des liaisons intergranulaires dans la microstructure 2 ne sont pas fortement sollicitées par le chargement. Donc seule une partie du renfort supporte principalement le chargement, ce qui explique

le comportement moins rigide pour la microstructure 2. Par ailleurs, l'enrobage des grains de sable par une fine couche de ciment renforce la microstructure et rigidifie le comportement macroscopique comme nous l'avons observé auparavant lors des essais œdométriques.

Nous constatons également que l'écart entre le comportement des différentes microstructures tend à se réduire dès que croît la contrainte de confinement. Cette tendance peut être expliquée pour le fait qu'en chargement triaxial avec de grande contrainte de confinement, toutes les liaisons intergranulaires sont sollicitées et donc toute la portion de ciment (identique pour toutes les microstructures) joue son rôle de renfort.

Pour le même V.E.R, le pic de la courbe contrainte déviatorique-déformation augmente avec la contrainte de confinement (figure 3.46), conformément aux observations expérimentales (cf. chapitre 1). De plus, la déformation axiale correspondant au pic est d'autant plus grande que la contrainte de confinement est élevée. Cela est qualitativement en accord avec l'expérience.

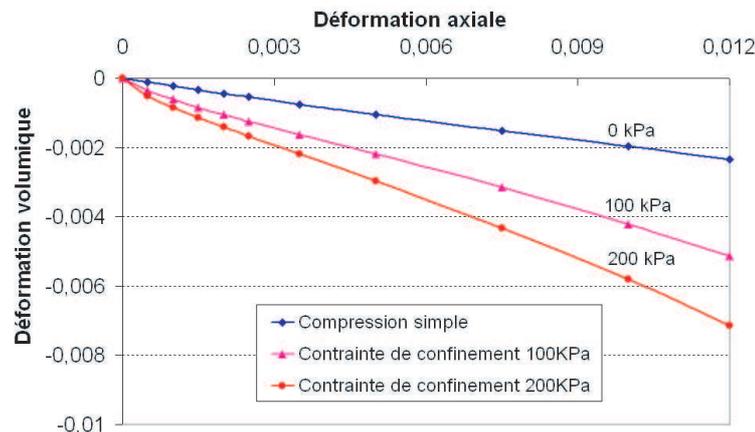


Figure 3.47 — Essais triaxiaux en compression sur le V.E.R 1 -type 1 : L'évolution de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale

La figure 3.47 présente l'évolution de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale lors d'essais triaxiaux simulés par la méthode de linéarisation, obtenue pour la microstructure 1 - type 1. Les résultats numériques traduisent pour le sable injecté un comportement toujours contractant, ce qui diffère du comportement réel du sable injecté (d'abord contractant et puis dilatant). Cette différence était prévisible puisque le comportement obtenu par notre simulation est un comportement de matériau et non pas de structure.

3.3.2.3 Etude paramétrique pour l'essai triaxial

Nous avons étudié l'évolution du comportement équivalent du matériau composite sous chargement triaxial lorsque la porosité finale varie. Afin de mettre en lumière le

rôle du taux de remplissage en ciment sur le comportement global, nous présentons dans la suite les résultats obtenus selon la variation de ce paramètre. Nous fournissons dans la table 3.4 la corrélation entre la porosité finale et le taux de remplissage (la porosité initiale est fixée à 36%).

Porosité finale (%)	24	26	27	29	30
Taux de remplissage (%)	33,33	27,78	25	19,44	16,67

Tableau 3.4 — Corrélation entre la porosité finale et le taux de remplissage en ciment

Quelques résultats obtenus avec la microstructure 1-type 1 sont présentés sur les figures 3.48 à 3.51.

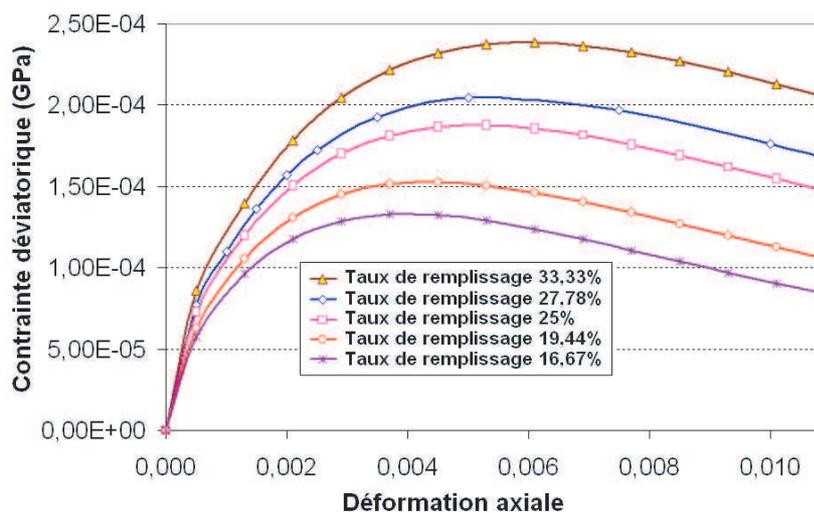


Figure 3.48 — Essai de compression simple sur la microstructure 1-type 1

Sur les figures 3.48 et 3.49, nous observons que les courbes obtenues avec des taux de remplissage en ciment plus élevés enveloppent les courbes obtenues avec des taux de remplissage plus faibles. A mesure que le taux de cimentation augmente, le pic des contraintes est déplacé vers des niveaux de déformations plus élevés, ce qui est conforme qualitativement et quantitativement aux observations expérimentales sur un sable de Fontainebleau injecté lors d'essais de compression simple (Maalej, (2007) [40]). Ceci montre l'influence du taux de remplissage en ciment sur le comportement non linéaire du sable injecté, et les résultats numériques sont en accord avec les constatations expérimentales sur l'influence du taux de saturation en coulis (cf. chapitre 1).

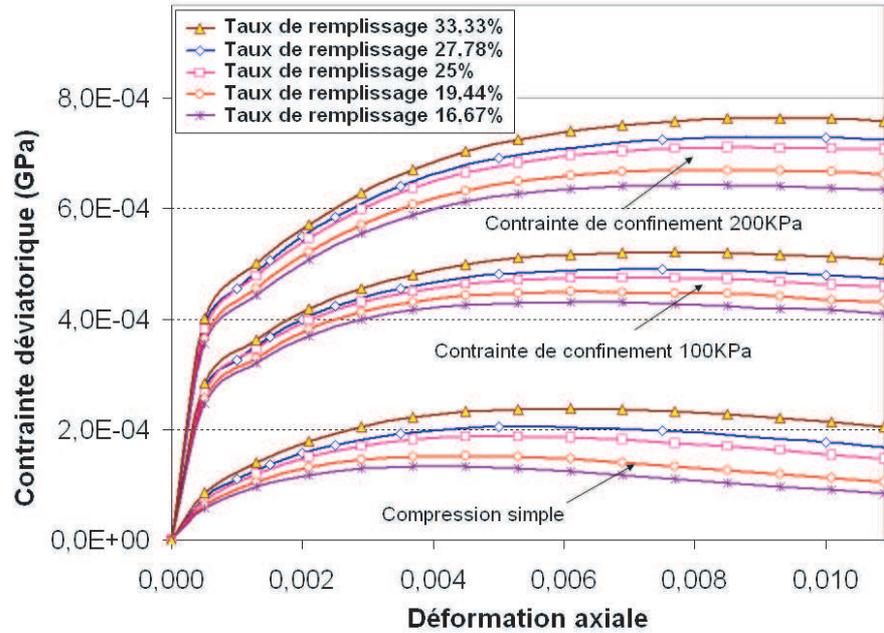


Figure 3.49 — Essais triaxiaux en compression sur la microstructure 1-type 1 : Comparaison des résultats obtenus avec différentes valeurs du taux de remplissage en ciment et différentes contraintes de confinement

Sur la figure 3.50, nous avons tracé la contrainte déviatorique maximale (au niveau du pic) en fonction du taux de remplissage en ciment. Nous remarquons que cette évolution est quasi-linéaire.

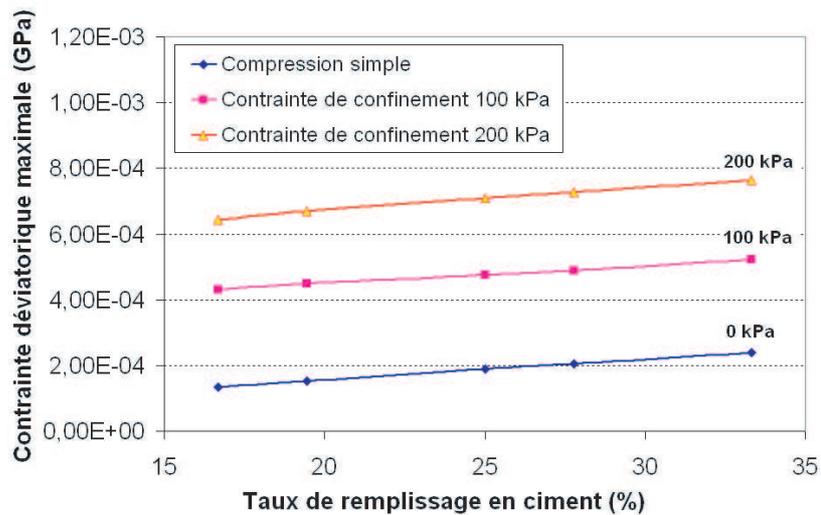


Figure 3.50 — Contrainte déviatorique au niveau du pic en fonction du taux de remplissage en ciment

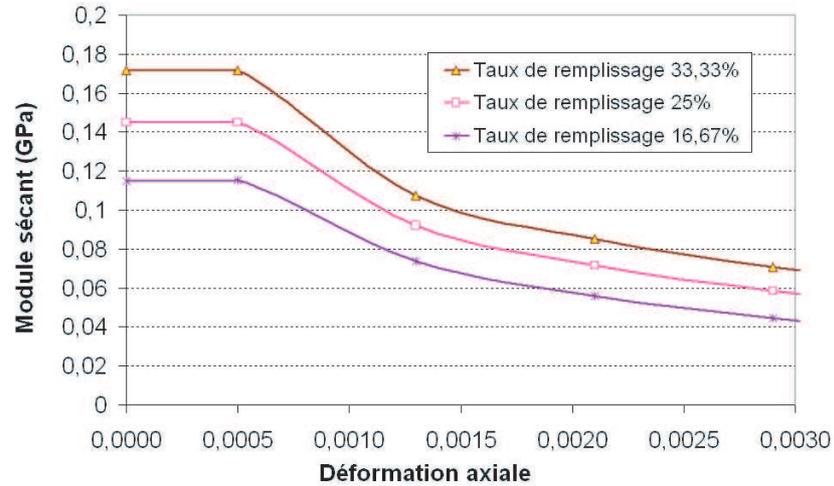


Figure 3.51 — Essai de compression simple : Module sécant en fonction de la déformation axiale

Sur les courbes traçant le module d'Young sécant en fonction de la déformation axiale (figure 3.51), nous observons une phase de palier dans le domaine de très petites déformations ($\varepsilon \approx 5 \cdot 10^{-4}$) suivie d'une phase de décroissance. Ceci est qualitativement en accord avec les observations expérimentales de Dano (2001) [17].

3.3.3 Essais de compression isotrope

Les essais de compression isotrope (ou compression hydrostatique) sont également simulés par la méthode de linéarisation proposée. Pour simuler de tels essais, et compte tenu de la symétrie des V.E.Rs retenus, il suffit de résoudre le problème d'homogénéisation avec les trois composantes principales du tenseur des déformations imposées connues et égales. Quelques résultats obtenus avec la microstructure 1 - type 1 (les porosités initiale et finale valent respectivement 36% et 26%, les paramètres matériaux sont les mêmes que précédemment) sont présentés sur les figures 3.52 et 3.53.

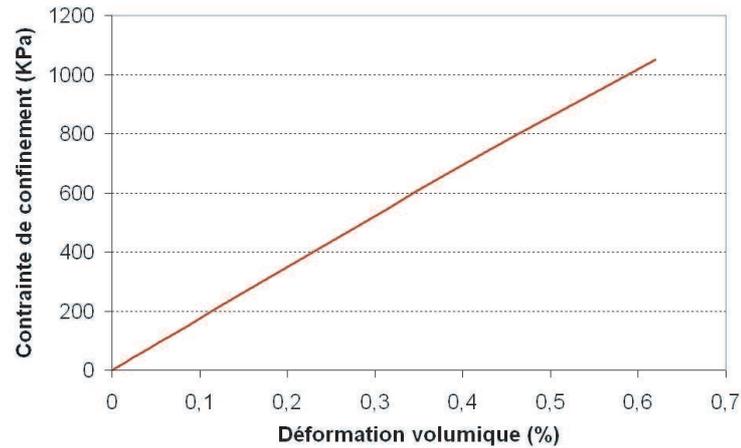


Figure 3.52 — Essais de compression isotrope : L'évolution de la contrainte de confinement en fonction de la déformation volumique

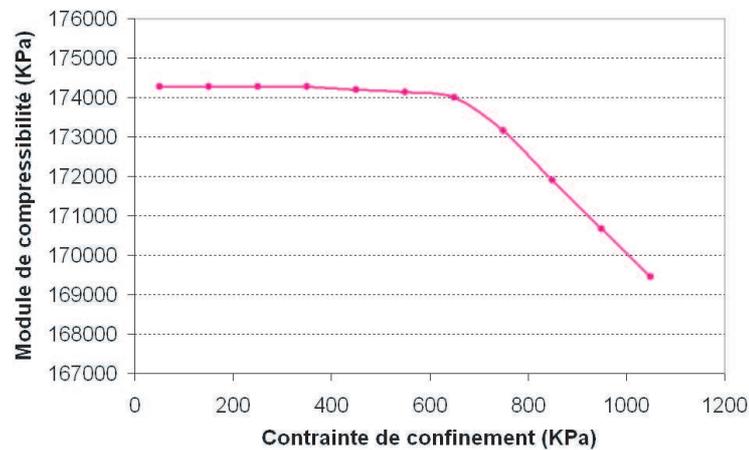


Figure 3.53 — Essais de compression isotrope : L'évolution du module de compressibilité en fonction de la contrainte de confinement

Le module de compressibilité k est calculé par la relation suivante :

$$k = \frac{\Delta|\Sigma_c|}{\Delta\varepsilon_v} \quad (3.22)$$

où $\Delta|\Sigma_c|$ et $\Delta\varepsilon_v$ désignent respectivement la variation de la contrainte de confinement et de la déformation volumique.

Sur la figure 3.52, nous constatons que l'évolution de la contrainte de confinement en fonction de la déformation volumique est quasiment linéaire.

Pour le module de compressibilité, il reste constant pour les contraintes de confinement inférieures à 600 kPa. Au-delà de ce seuil, le module de compressibilité décroît d'une manière quasi-linéaire. Cela est qualitativement en accord avec les résultats numériques obtenus par Dvorkin (1996) [21] sur un sol cimenté (figure 3.54).

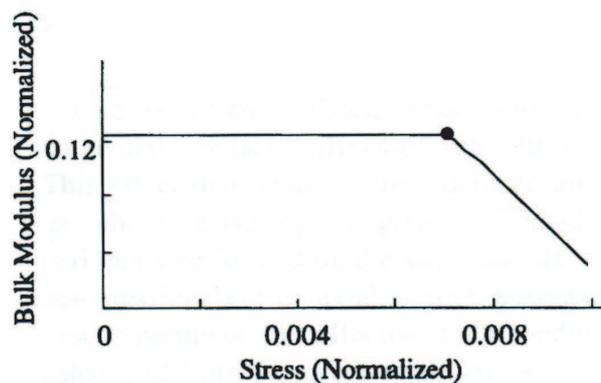


Figure 3.54 — Simulation de l’essai de compression isotrope pour un sol cimenté : L’évolution du module de compressibilité en fonction de la contrainte de confinement, Dvorkin (1996) [21]

3.3.4 Comparaison aux résultats expérimentaux

La comparaison entre les simulations numériques et les données expérimentales a été faite en exploitant des résultats d’essais triaxiaux réalisés par Dano (2001) [17] sur un sable de Fontainebleau injecté au coulis de micro-ciment. Le milieu granulaire injecté est supposé saturé en ciment (Benhamida et al., 2005 [7]). Ainsi, les simulations numériques sont menés pour un seul V.E.R avec une porosité finale nulle. Les caractéristiques mécaniques du coulis et du sable restent les mêmes que précédemment. Les résultats de comparaison sont donnés sur les figures 3.55 et 3.56.

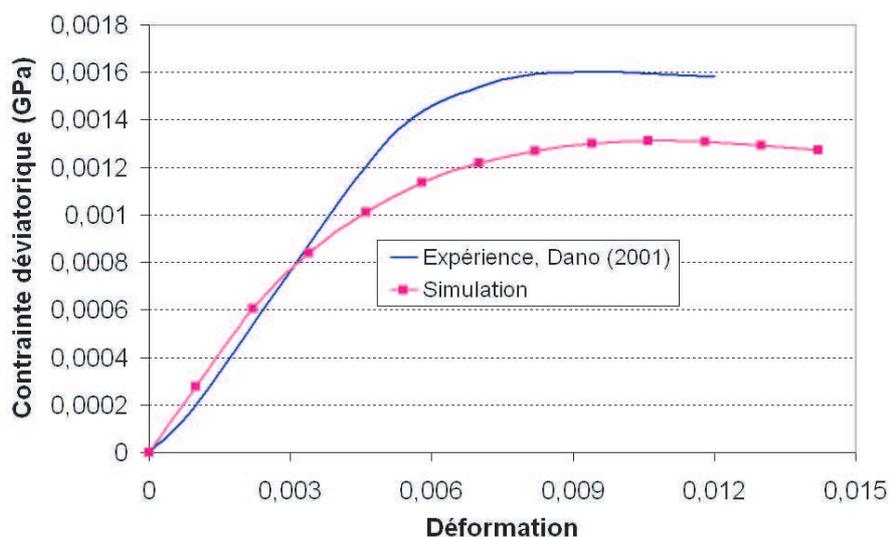


Figure 3.55 — Essais triaxiaux sur un sol injecté avec contrainte de confinement 100 kPa : Comparaison entre la simulation et l’expérience

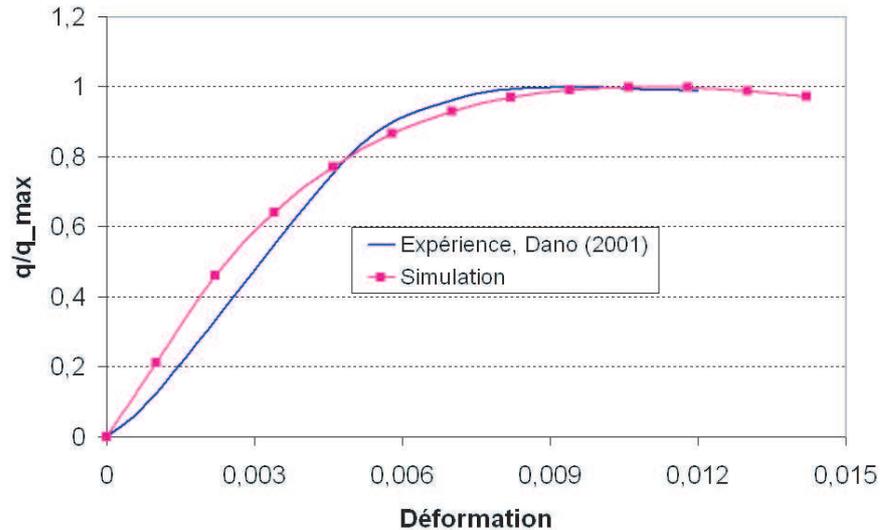


Figure 3.56 — Essais triaxiaux sur un sol injecté avec contrainte de confinement 100 kPa : Comparaison entre la simulation et l'expérience (suite)

Nous constatons que pour une première phase (dans la gamme de déformations axiales inférieures à environ 0,3%) les courbes expérimentale et numérique sont proches (figure 3.55). Les allures des courbes sont quasiment les mêmes. Par contre, au niveau du pic, un écart important est observé. Pour les déformations axiales supérieures à 0,3%, la rigidité du matériau réel est plus élevée que la rigidité obtenue numériquement.

La figure 3.56 présente l'évolution du rapport q/q_{max} (avec q et q_{max} désignent respectivement le déviateur des contraintes et le déviateur des contraintes maximal) en fonction de la déformation axiale. Pour la courbe expérimentale, le pic est atteint aux environs d'une déformation axiale de 0,9% tandis que pour la courbe numérique, cette valeur de déformation axiale est d'environ 1,05%.

L'écart entre la simulation numérique et l'expérience peut être attribué à deux causes principales. Premièrement, nous disposons de peu d'essais expérimentaux sur le coulis pur (Dano, [17]) pour pouvoir prétendre caractériser complètement son comportement. Deuxièmement, dans notre modèle, nous n'avons pas pris en compte l'aspect du frottement interne entre les grains de sable. Dvorkin, 1996 [21] a montré numériquement sur un sable cimenté que les contacts directs entre les grains de sable rendent la structure granulaire plus rigide que la structure sans contacts directs. De plus, des études expérimentales réalisées par Dano [17], Tailliez [63], Ribay-Delfosse [57], ... ont mis en évidence le fait qu'après injection, la structure des sols injectés est peu changée, l'angle de frottement est de l'ordre de 39° à 44°. Cela nous emmènera à améliorer notre modèle en introduisant l'aspect du frottement interne entre les grains de sable. Ce que nous allons développer dans le paragraphe suivant.

3.4 Prise en compte du frottement

Comme nous venons de le voir, le modèle que nous avons développé, pour simuler le comportement des sols injectés, demande à intégrer le frottement intergranulaire pour mieux approcher le comportement réel de ces milieux. Nous présentons maintenant, après un bref aperçu bibliographique, la manière avec laquelle nous prendrons en compte ce comportement frottant. Cette nouvelle modélisation va nous permettre d'améliorer les résultats de la simulation en les approchant des résultats d'essais.

3.4.1 Etude bibliographique

Des observations à l'échelle microscopique et des essais expérimentaux ont mis en évidence que l'injection par imprégnation ne modifie pas significativement la microstructure du sable vierge mais joue le rôle de remplissage, (Maalej, 2007 [40], Ribay-Delfosse [57]). Les études sur des sols injectés ont montré que l'angle de frottement interne d'un sol injecté par imprégnation varie environ entre 39 à 44 degrés, comme pour le sable vierge avant injection (Tailliez, 1998 [63], Dano, 2001 [17]). Des contacts grain-grain demeurent donc après injection. On peut également supposer, comme Abdulla et Kioussis [3], que les deux types de contact - à savoir contact direct entre grains et contact entre grains et coulis solidifié - existent dans le sol injecté à des proportions variables.

Sur le plan de modélisation, rappelons que Lo et al. (2003) [38], dans une étude sur le comportement à rupture des sables cimentés, ont décomposé la contrainte déviatorique à rupture en deux termes : l'un, provenant de la liaison de ciment, l'autre est la contribution du frottement interne entre les grains de sable. La contrainte déviatorique à rupture s'écrit donc :

$$q = q_c + q_f \tag{3.23}$$

avec q_c est la contrainte déviatorique à rupture due à la liaison de ciment et q_f la contrainte déviatorique à rupture due au frottement interne. Ces deux termes sont eux-même écrits sous la forme de fonctions non linéaires dont les paramètres sont déterminés à partir des données expérimentales à rupture.

Maalej (2007) [40] a développé une approche analytique pour modéliser le comportement des sols injectés sous chargement de compression isotrope. En prenant en compte le frottement interne entre les grains de sable, l'auteur a montré que l'évolution du module de compressibilité, k , d'un sol injecté est fonction de la contrainte de confinement Σ_c , soit :

$$k = \alpha \sqrt{\Sigma_c}$$

où α est une constante à déterminer expérimentalement.

Tous ces travaux mettent en évidence la nécessité de la prise en compte du frottement interne entre les grains de ciment dans le modèle que nous venons développer et expliquent, en partie, l'écart mesuré entre la simulation et les essais.

3.4.2 Modélisation du frottement

3.4.2.1 Prise en compte locale du frottement

Compte tenu de la procédure d'homogénéisation numérique développée, nous avons cherché dans un premier temps d'introduire directement le frottement au niveau de la microstructure. C'est-à-dire de créer des zones de frottement interfacial ou bien des zones matérielles à comportement de type plastique de Coulomb, entre les grains de sable (figure 3.57).

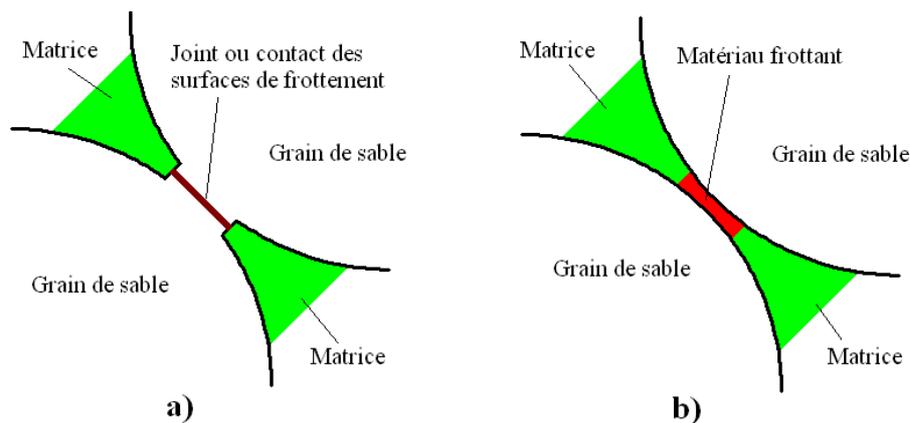


Figure 3.57 — Les deux modèles expérimentés pour introduire le frottement intergranulaire

- a) Le premier modèle, que nous appellerons à frottement élastique interne, consiste à créer deux surfaces entre les deux grains de sable qui glissent l'une sur l'autre. Le frottement est pris en compte directement, au niveau des conditions aux limites du problème, par le code de calcul.
- b) Le second modèle, que nous appellerons plastique frottant, consiste à créer un petit domaine matériel entre les deux grains de sable et de lui affecter un comportement plastique de type Mohr-Coulomb, Drucker-Prager ou autre. Dans ce cas, notre VER contient une phase supplémentaire qui modélise le frottement.

Ces deux modélisations n'ont pas conduit, pour l'instant, à des modifications significatives du comportement équivalent. Les difficultés numériques attendues, en raison de la complexité des phénomènes physiques à modéliser, nous appellent à effectuer une profonde réflexion sur la manière d'intégrer le frottement directement dans le problème cellulaire. C'est pourquoi, nous avons laissé cette voie de modélisation microscopique ou locale du frottement pour des travaux ultérieurs et tenté une autre approche un peu plus globale. Cette approche est inspirée des travaux de Lo et al. ([38]) et repose sur la superposition du comportement macroscopique frottant du sable avant injection, au comportement endommageable du sable injecté que nous avons modélisé dans le paragraphe précédent.

3.4.2.2 Prise en compte globale du frottement

Supposons que le comportement d'un sol injecté résulte de la superposition de deux comportements : l'un sans frottement représentant la contribution de la liaison du ciment, obtenu par homogénéisation à l'aide de la méthode de linéarisation couplée à la méthode des milieux périodiques, l'autre décrivant le frottement intergranulaire, mesuré expérimentalement sur le sable avant injection, (figure 3.58).

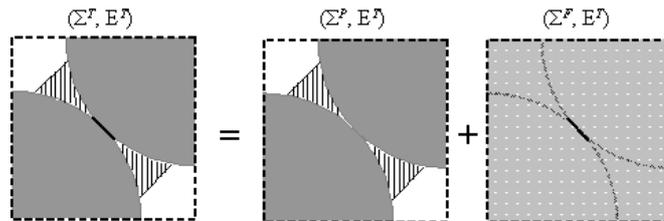


Figure 3.58 — Schéma de superposition du frottement

On suppose de plus que cette superposition des comportements résulte d'un assemblage en parallèle des deux comportements de base. Ainsi, nous écrirons pour cet assemblage que la déformation macroscopique globale est égale aux déformations macroscopiques dans les différentes structures, $E^T = E^P = E^F$, et que la contrainte globale résulte de l'addition des contraintes macroscopiques dans les deux milieux, $\Sigma^T = \Sigma^P + \Sigma^F$, (figure 3.59).

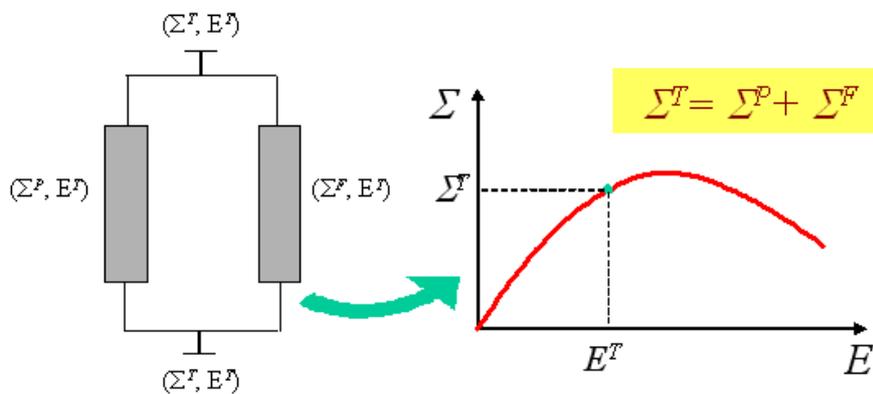


Figure 3.59 — Schéma de superposition des comportements

3.4.3 Simulation numérique du frottement

Nous allons maintenant nous appuyer sur cette modélisation pour simuler quelques essais sur un sol injecté et les confronter aux résultats expérimentaux. Mais d'abord, nous commençons par présenter ces différents essais ainsi que leur mise en œuvre numérique.

3.4.3.1 Les essais simulés

1. **Essai œdométrique** : Considérons l'essai œdométrique à déformation macroscopique imposée dans dans la direction 1. Le tenseur des déformations s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{E}^T = \begin{pmatrix} E_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pour une valeur donnée du chargement, E_{11}^T , il suffit alors de déterminer les contraintes macroscopiques, Σ_{11}^P et Σ_{11}^F pour calculer la contrainte totale, Σ_{11}^T , par sommation de ces deux contraintes. La contrainte Σ_{11}^P est déterminée par homogénéisation périodique, sans prise en compte du frottement et, la contrainte Σ_{11}^F est déterminée à partir de la courbe expérimentale.

Le même principe est utilisé pour les essais de compression isotrope où les trois composantes principales du tenseur des déformations macroscopiques sont connues et sont égales.

2. **Essai triaxial** : Rappelons que pour cet essai les conditions aux limites sont mixtes. Les données sont : la déformation axiale, E_{11}^T , et la contrainte de confinement, $\Sigma_c^T = \Sigma_{22}^T = \Sigma_{33}^T$. Pour pouvoir utiliser la méthode d'homogénéisation à déformation périodique imposée, nous devons déterminer la déformation latérale, $E_{22}^T = E_{33}^T$. La démarche pour calculer cette déformation latérale est similaire à celle déjà proposée dans la section 3.3.2.

L'algorithme pour déterminer la déformation latérale à imposer est le suivant :

- On se donne une déformation initiale quelconque, $E_{22}^{T,1}$, pour E_{22}^T ($E_{22}^T = E_{22}^{T,1}$), *l'exposant 1, fait référence à la première étape.*
- On résout le problème d'homogénéisation sur la structure sans frottement avec la déformation macroscopique imposée : E_{11}^T et $E_{22}^{T,1} = E_{33}^{T,1}$.
En utilisant la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques couplée à la méthode de linéarisation on calcule le tenseur des contraintes macroscopiques $\Sigma^{P,1}$.
On détermine, à partir des données expérimentales sur le sable vierge, la valeur du tenseur des contraintes $\Sigma^{F,1}$ associée à $E^{T,1}$. Le tenseur des contraintes macroscopiques totales est alors obtenu par sommation : $\Sigma^{T,1} = \Sigma^{P,1} + \Sigma^{F,1}$.
- On calcule le tenseur des modules sécants macroscopiques total, $\mathbf{A}_{secant}^{T,1}$ qui relie $\Sigma^{T,1}$ à $\mathbf{E}^{T,1}$.
- **Test de convergence.** On vérifie si la contrainte macroscopique calculée, $\Sigma_{22}^{T,1}$, est égale à la contrainte donnée, Σ_c :
 - Si c'est le cas, le comportement macroscopique sécant recherché est alors déterminé.
 - Sinon, on remplace $\Sigma_{22}^{T,1}$ et $\Sigma_{33}^{T,1}$ par Σ_c et on recommence de la même manière les calculs, après avoir pris le soin de mettre à jour la déformation macroscopique à imposer, \mathbf{E} , à l'aide de la relation : $\mathbf{E}^{T,2} = (\mathbf{A}_{secant}^{T,1})^{-1} : \Sigma^{T,1}$.
De proche en proche, ce processus est répété jusqu'à convergence.

Ce processus est schématisé dans la figure 3.60.

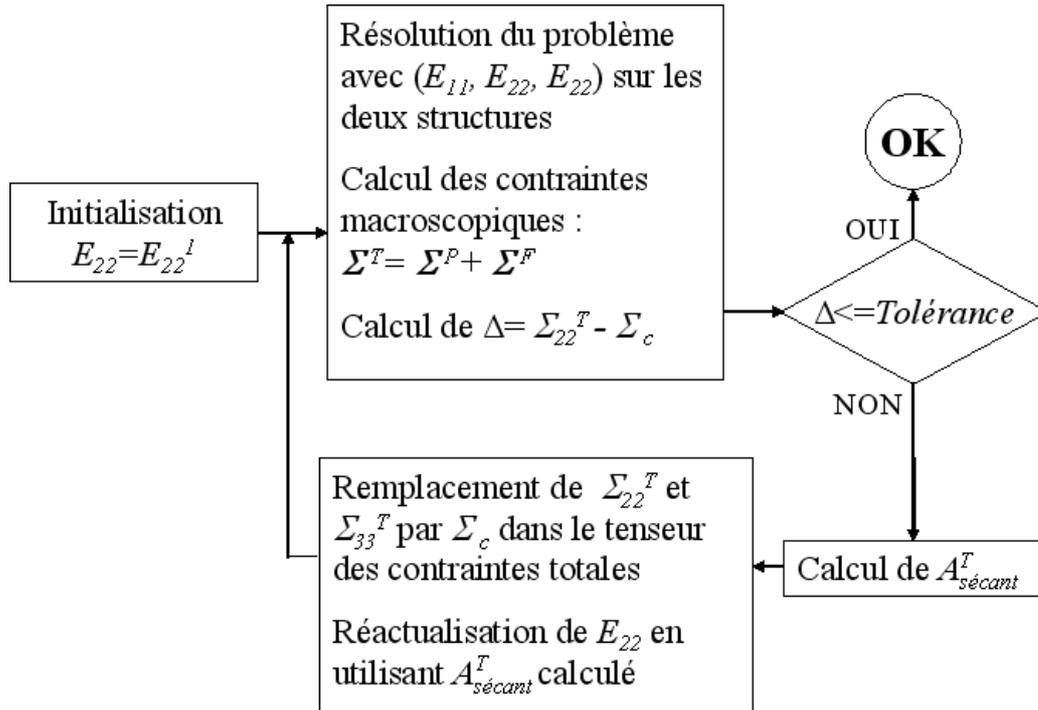


Figure 3.60 — Schéma du processus itératif pour simuler des essais triaxiaux avec contrainte de confinement dans le cas où le frottement est pris en compte

3.4.3.2 Premières simulations numériques et confrontations aux essais

Pour la simulation numérique des essais, nous continuerons à supposer le comportement des grains de sable élastique linéaire et celui de la matrice de ciment adoucissant décrit par la loi de de Mazars. Les différents paramètres mécaniques des constituants ont été donnés en section 3.3.

– Identification du comportement du sable

À la figure 3.61, nous avons tracé le comportement expérimental d'un sable vierge, mesuré par Tailliez ([63]) ainsi que la simulation de la loi de frottement de Mohr-Coulomb. L'angle de frottement interne est choisi de 40 degrés (Tailliez, 1998 [63]). Les autres paramètres pour la loi sont : module d'Young $E = 0,2$ GPa, coefficient de Poisson $\nu = 0,4$ et cohésion $c = 0$.

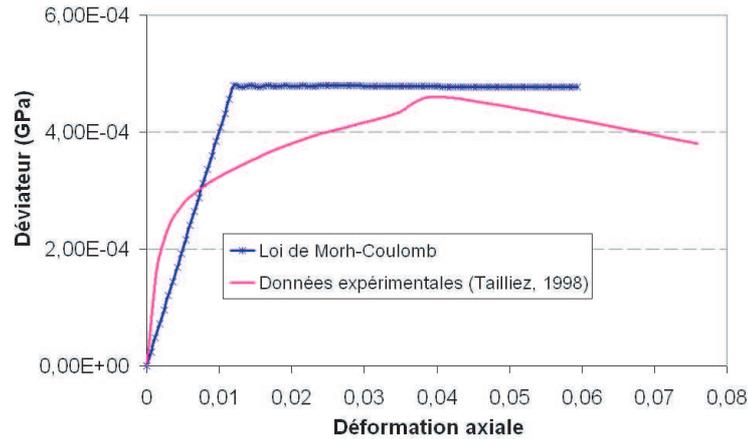


Figure 3.61 — Courbe contrainte déviatorique-déformation du sable vierge avec contrainte de confinement de 100 kPa : Loi de Mohr-Coulomb et données expérimentales (Tailliez, 1998)

Nous remarquons sur cette figure que la loi de Mohr-Coulomb n'est pas en mesure de reproduire fidèlement le comportement expérimental sauf au niveau du pic. Cependant, et comme nous ne disposons pas dans le code de calcul que nous utilisons, Castem, d'une loi qui approche mieux le comportement expérimental, nous avons décidé de garder dans la suite la loi de Mohr-Coulomb pour simuler le comportement du sable.

– Simulation numérique de l'essai œdométrique

Cette simulation a été effectuée avec la microstructure 1 - type 1 (les porosités initiale et finale valent respectivement 36% et 26%).

Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 3.62 et 3.63.

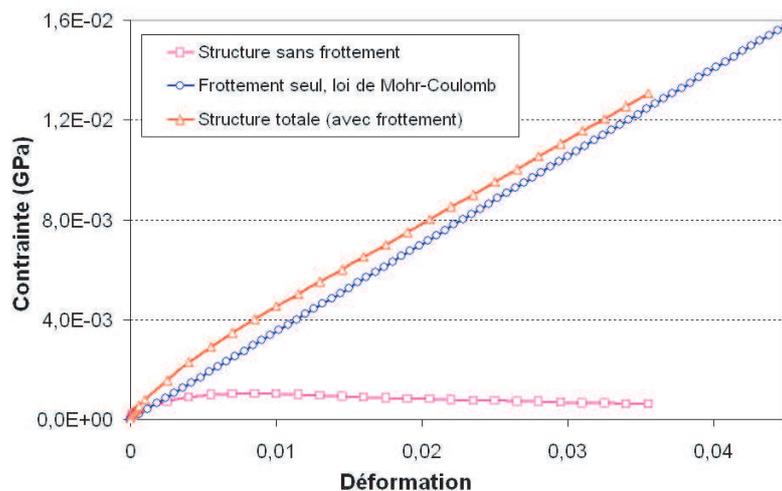


Figure 3.62 — Essai œdométrique avec la prise en compte du frottement

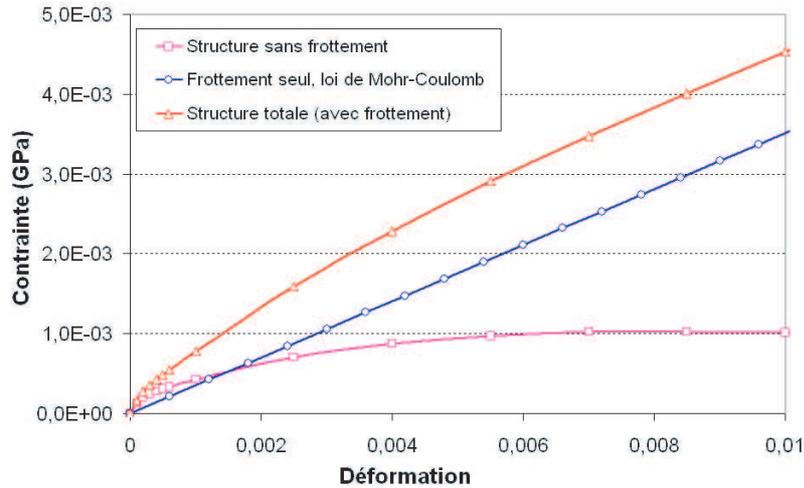


Figure 3.63 — Essai œdométrique avec la prise en compte du frottement : Zoom au voisinage de l’origine

Nous observons une nette augmentation de la rigidité de la structure après prise en compte du frottement. À l’évidence ces résultats numériques ne sont pas réalistes, puisque physiquement, nous nous attendant à un comportement adoucissant caractéristique de l’effondrement de la microstructure. Ce mauvais résultat est compréhensible pour diverse raison. La principale est que, comme nous l’avons signalé précédemment, la modélisation du comportement du sable par la loi Mohr-Coulomb est très discutable, figure 3.61. D’ailleurs, sur ces mêmes figures 3.62 et 3.63, nous remarquons que la simulation du comportement du sable avec la loi Mohr-Coulomb conduit, pour cet essai, à un comportement élastique. Enfin, la manière globale avec laquelle nous venons de prendre en compte le frottement touche ses limites pour des essais autres que triaxiaux. Nous continuons à penser que pour prendre en compte le frottement dans notre modèle de manière réaliste, la voie microscopique et locale reste la plus adaptée.

– Essai de compression isotrope

D’une manière similaire à la simulation des essais œdométriques, nous procédons aux essais de compression isotrope. La même microstructure et les mêmes paramètres matériaux sont employés.

Sur la figure 3.64, nous présentons les résultats de simulation d’essais de compression isotrope avec la prise en compte du frottement. Il est observé que l’introduction du frottement conduit à un comportement plus rigide que le comportement sans frottement. Cependant, en réalité, le module de compressibilité d’un sable injecté mesuré expérimentalement est fonction de la racine carrée de la contrainte de confinement Σ_c : $k = \alpha\sqrt{\Sigma_c}$ (Maalej [40]), ce qui n’est pas le cas pour les résultats numériques fournis par la méthode proposée. Les raisons que nous venons d’avancer plus haut pour l’essai œdométrique restent valables ici pour expliquer l’écart mesuré entre notre modèle et les essais.

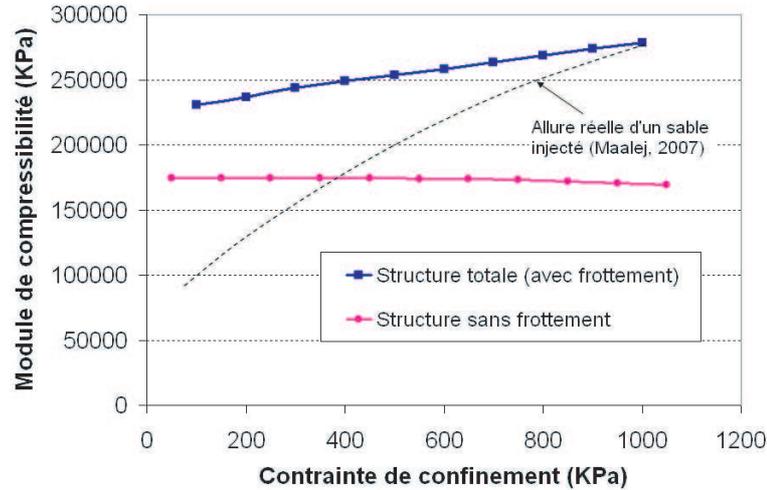


Figure 3.64 — Essais de compression isotrope avec la prise en compte du frottement

– Essai triaxial

Pour l'essai triaxial, la simulation numérique est menée pour la microstructure saturée en ciment. Les paramètres matériaux restent les mêmes que précédemment.

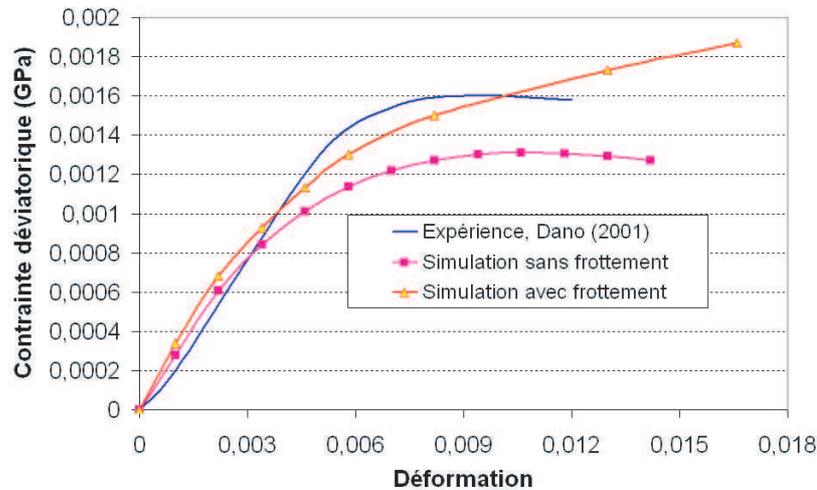


Figure 3.65 — Essai triaxial avec contrainte de confinement 100 kPa : Comparaison entre la simulation avec prise en compte du frottement et l'expérience

La figure 3.65 présente l'évolution de la contrainte déviatorique en fonction de la déformation axiale obtenue numériquement sans et avec la prise en compte du frottement. Une comparaison avec l'expérience fournie par Dano [17] est également faite sur la même figure. Nous constatons qu'avec le frottement, les résultats numériques s'approchent des résultats expérimentaux pour des déformations axiales inférieures à environ 0,8%. Par contre, au-delà de ce seuil, la courbe fournie par la simulation continue d'augmenter de manière quasi-linéaire sans montrer

un quelconque comportement adoucissant. Malgré la bonne approximation de la courbe expérimentale jusqu'au pic, notre simulation reste handicapée par le choix du modèle de Mohr-Coulomb pour modéliser le comportement du sable vierge.

3.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons étudié le comportement du sol injecté tant dans le domaine élastique linéaire que dans le domaine non linéaire.

- Dans le domaine linéaire :
 - Deux méthodes d'homogénéisation ont été utilisées : la méthode des milieux périodiques et la méthode analytique couplée au processus itératif. Les résultats obtenus avec les deux méthodes sont en bonne concordance. Avec la méthode des milieux périodiques, nous avons étudié l'influence du choix du V.E.R sur les caractéristiques mécaniques équivalentes en utilisant quatre V.E.Rs pour lesquels le coulis est soit essentiellement localisé dans les zones de contact intergranulaire, soit distribué entre les zones intergranulaires et la surface des grains. Les résultats obtenus ont mis en évidence que le comportement équivalent est fonction non seulement de la quantité de ciment injectée, mais aussi de sa localisation spatiale dans la microstructure.
 - Une étude paramétrique a été effectuée en faisant varier deux paramètres : l'épaisseur de la couche de ciment entourant les grains de sable ainsi que le rayon du cylindre de la liaison intergranulaire. D'une manière qualitative, nous avons constaté qu'il existe une certaine gamme du taux de cimentation dans laquelle les caractéristiques mécaniques élastiques du milieu injecté restent peu changées. Ainsi, dans cette gamme, l'injection n'apporte pas grand-chose aux caractéristiques mécaniques élastiques du milieu granulaire. De plus, nous avons montré que la répartition du ciment en surface des grains de sable d'un faible taux (inférieur à environ 28% du rapport ciment en surface/ciment total) rend la structure plus rigide dans le domaine élastique.
 - Les comparaisons entre simulation et expérience dans le domaine linéaire pour des milieux granulaires cimenté et injecté ont montré une bonne concordance entre les résultats obtenus par la méthode des milieux périodiques et les résultats expérimentaux.
- Dans le domaine non linéaire, sans tenir compte du frottement intergranulaire :
 - Des essais œdométriques ont été simulés en utilisant soit la méthode directe d'homogénéisation, soit la méthode de linéarisation sécante couplée à la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques. La comparaison des résultats obtenus avec les deux méthodes montre une bonne concordance, du moins dans la limite des déformations acceptées par la méthode directe (tant que la méthode directe ne diverge pas). L'étude paramétrique a montré que le fait de répartir du ciment en surface des grains de sable va affaiblir la structure lorsque le rapport

- ciment en surface/ciment total dépasse une valeur critique d'environ 50%.
- Des simulations d'essais de compression isotrope ont également été effectuées. Les résultats obtenus sont qualitativement en accord avec des résultats numériques existant dans la littérature.
 - Des essais triaxiaux ont été simulés grâce à l'utilisation d'un algorithme mis en place pour résoudre le problème des conditions mixtes caractéristique de ces essais, déformation axiale et contrainte de confinement imposées, sur la cellule de base. Les résultats numériques de ces simulations ont été confrontés aux résultats expérimentaux. L'allure des courbes issues de la simulation concorde qualitativement avec celle des courbes expérimentales. Cependant, la comparaison quantitative montre un écart important, surtout au niveau du pic de la courbe contrainte déviatorique-déformation axiale.
- Dans le domaine non linéaire avec prise en compte du frottement intergranulaire : Les écarts rencontrés précédemment entre simulation et essais sont imputables à la non prise en compte du frottement intergranulaire mesuré lors des essais. C'est pourquoi nous avons cherché à intégrer le frottement dans notre modèle. Cette intégration a été effectuée d'une manière macroscopique en superposant le comportement obtenu par notre modèle périodique au comportement mesuré d'un sable vierge. Cette modélisation reste tributaire du modèle de comportement choisi pour le sable vierge. Les résultats obtenus montrent une amélioration pour l'essai triaxial dans une gamme de sollicitations mais invitent à réfléchir plus sur la manière de prendre en compte ce frottement. En effet, avec l'utilisation de la loi de frottement de Mohr-Coulomb, nous ne sommes pas en mesure de reproduire un comportement adoucissant pour le sable injecté, et l'apport du frottement au comportement global est trop important. Outre l'inadaptation de la loi de Mohr-Coulomb employée, on peut également invoquer le fait que les contacts intergranulaires ne sont vraisemblablement pas tous constitués de contacts directs grains à grains, mais font également intervenir des contacts par l'intermédiaire du coulis solidifié. Cela implique que le comportement global est un mélange du comportement équivalent obtenu en supposant un comportement purement frottant similaire à celui du sable vierge, et du comportement obtenu au chapitre 3 en supposant que le coulis est systématiquement présent entre les grains. Toutefois, la proportion relative des contacts intergranulaires directs par rapport aux contacts intergranulaires cimentés n'étant pas connue et étant vraisemblablement variables, il est difficile d'envisager l'introduction d'un tel paramètre pour l'obtention du comportement équivalent. Pour améliorer la modélisation proposée, les alternatives possibles consistent en l'utilisation d'une autre loi qui s'adapte mieux au sable vierge, ou en le développement d'un autre modèle d'homogénéisation qui soit capable de prendre en compte le frottement. Ce sont deux voies possibles qui nous ouvrent des perspectives de recherche.

Conclusions et perspectives

I. Conclusions

Au cours de ce travail de recherche, nous avons développé une approche d'homogénéisation non linéaire basée sur le couplage de la méthode de linéarisation sécante et de la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques linéaires. Cette méthode permet de simuler le comportement équivalent de matériaux fortement hétérogènes constitués d'un ou de plusieurs constituants non linéaires. Elle permet de prendre en compte d'une manière fine la distribution des constituants du matériau étudié par la construction d'un Volume Élémentaire Représentatif qui approche au mieux la réalité microstructurale. En présence de comportement adoucissant (ou à écrouissage négatif), cette méthode ne rencontre pas les difficultés de convergence rencontrées par les méthodes directes. Elle permet ainsi de reproduire sur une large gamme de chargements la réponse non linéaire des milieux hétérogènes étudiés. Cette performance s'explique par le fait que cette méthode se borne à la résolution d'une succession de problèmes d'homogénéisation linéaires.

Testée, dans le chapitre 2, sur des milieux hétérogènes et poreux bidimensionnels, cette méthode fournit des résultats en concordance avec ceux obtenus par les méthodes directes avant l'apparition d'un comportement adoucissant. La phase pré-pic du comportement, calculée par cette méthode, est qualitativement similaire à celle calculée par une méthode directe. Enfin, les résultats fournis par cette méthode ne sont pas sensibles aux degrés de raffinement du maillage. Elle se présente donc, à côté des modèles non locaux, comme un moyen pour résoudre le problème de la dépendance de la solution d'un problème non linéaire, vis-à-vis du maillage. Cependant et contrairement aux modèles non locaux, cette méthode ne repose nullement sur le choix d'une longueur caractéristique, ce qui la rend d'un usage plus simple pour les calculs d'homogénéisation auxquels elle est destinée.

Dans le chapitre 3, consacré à l'application de cette méthode aux sols injectés (ou cimentés), nous avons examiné lors d'une étude paramétrique l'influence des différents paramètres de la microstructure sur le comportement global.

- Dans le domaine linéaire, deux méthodes d’homogénéisation ont été utilisées : la méthode des milieux périodiques et une méthode d’homogénéisation analytique couplée au processus itératif. Les résultats obtenus avec les deux méthodes sont en bonne concordance.

L’étude paramétrique effectuée à l’aide de la méthode d’homogénéisation des milieux périodiques, a montré l’importance de disposer d’une fine couche de ciment en surface des grains de sables. Le rigidité équivalente du milieu se trouve alors améliorée à condition que cette couche ne mobilise pas plus que le tiers du ciment injecté.

Les comparaisons entre simulation et expérience dans le domaine linéaire pour des milieux granulaires cimentés et injectés ont montré une bonne concordance entre les résultats obtenus par la méthode des milieux périodiques et les résultats expérimentaux.

- Dans le domaine non linéaire, nous avons simulé différents essais en utilisant la méthode d’homogénéisation développée. Ces simulations ont mis en évidence la capacité de cette méthode à accéder au comportement macroscopique non linéaire sur une large gamme de chargements. Ceci la distingue avantageusement de la méthode directe qui se heurte à des problèmes de convergence.

Des essais œdométriques ont été simulés en utilisant soit la méthode directe d’homogénéisation, soit la méthode de linéarisation sécante couplée à la méthode d’homogénéisation des milieux périodiques. La comparaison des résultats obtenus avec les deux méthodes montre une bonne concordance, du moins dans la limite des déformations acceptées par la méthode directe (tant que la méthode directe ne diverge pas). L’étude paramétrique a mis en évidence, comme pour le comportement linéaire, que la présence de ciment en surface des grains de sable, améliore le comportement équivalent tant que la proportion de ce ciment ne dépasse pas la moitié du ciment total.

Des essais triaxiaux ont été simulés grâce à l’utilisation d’un algorithme mis en place pour résoudre le problème des conditions mixtes caractéristiques de ces essais, (déformation axiale et contrainte de confinement imposées, sur la cellule de base. Les résultats numériques de ces simulations ont été confrontés aux résultats expérimentaux. L’allure des courbes issues de la simulation est similaire à celle des courbes expérimentales. Cependant, la comparaison quantitative montre un écart important, surtout au niveau du pic de la courbe contrainte déviatorique-déformation axiale.

- L’écart relevé entre la simulation et les essais est expliqué par la non prise en compte de notre modèle du frottement intergranulaire observé lors des essais. C’est pourquoi nous avons proposé une première tentative pour prendre en compte ce frottement. La modélisation proposée repose sur la correction du comportement obtenu (sans frottement) en lui superposant le comportement macroscopique mesuré d’un sable non injecté. Cette modélisation simple conduit à une amélioration du comportement simulé du sable injecté pour un essai triaxial. Cependant ce modèle reste tributaire d’une bonne modélisation du comportement du sable.

II. Perspectives

Ce travail nous a permis de mettre en place des outils de simulation micromécanique simples et efficaces. Ils nous ont permis d'avancer sur la compréhension de la micromécanique des sols injectés et constituent une base de départ pour des travaux futurs que l'on peut envisager :

- Extension de l'étude paramétrique portant sur la distribution optimale du coulis de ciment (en zone de contacts intergranulaires et en surface des grains de sable) à des chargements autres que le chargement œdométrique. Cette étude nous permettra éventuellement de définir une distribution optimale du coulis de ciment qui donne au matériau composite la rigidité maximale pour un taux de cimentation donné
- Amélioration de la prise en compte du frottement soit en améliorant la loi de comportement macroscopique du sable vierge, soit en l'introduisant de manière directe à l'échelle microscopique par la création de surfaces frottantes dans le VER.
- Identification à partir des simulations numériques d'une loi de comportement macroscopique afin d'effectuer un calcul de structure. Ce calcul nous permettra éventuellement de reproduire des comportements structuraux que nous pouvons pas mettre en évidence avec les calculs d'homogénéisation (i.e, comportement contractant-dilatant, bandes de cisaillement, ...).
- Modélisation micromécanique du comportement diffusif des sols injectés (perméabilité, écoulement, ...). Cette étude nous donnera les moyens pour effectuer une étude paramétrique, à l'instar de celle effectuée pour le comportement mécanique, et nous permettra ainsi de compléter notre compréhension du comportement des sols injectés.
- La phase d'injection elle même doit être simulée pour mettre en corrélation les résultats issues de notre étude paramétrique avec les paramètres gouvernant ce procédé. Ce travail permettra d'aider à optimiser le procédé d'injection et de mieux le maîtriser.

Bibliographie

- [1] A.J. Abbo and S.W. Sloan. A smooth hyperbolic approximation to the mohr-coulomb yield criterion. *Computers and Structures*, 54(3) :427–441, 1995.
- [2] A.A. Abdulla and P.D. Kioussis. Behavior of cemented sand. i. testing. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 21(8) :533–547, 1997.
- [3] A.A. Abdulla and P.D. Kioussis. Behavior of cemented sand. ii. modelling. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 21(8) :549–568, 1997.
- [4] M.A. Allman and H.G. Poulos. Stress-strain behaviour of an artificially cemented calcareous soil. *Proc. Int. Conf. Calcareous Sediments*, 1988.
- [5] L. Bardella. An extension of the secant method for the homogenization of the nonlinear behavior of composite materials. *Int. J. of Engineering Science*, 41 :741–768, 2003.
- [6] J.-F. Barthélémy. *Approche micromécanique de la rupture et de la fissuration dans les géomatériaux*. Thèse de doctorat, Ecole nationale des Ponts et Chaussées, 2005.
- [7] A. Benhamida, F. Bouchelaghem, and H. Dumontet. Effective properties of a cemented or an injected granular material. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 29 :187–208, 2005.
- [8] A. Benhamida, I. Djeran-Maigre, H. Dumontet, and S. Smaoui. Clay compaction modelling by homogenization theory. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 42 :996–1005, 2005.
- [9] J. Biarez. Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents. *Impr Louis-Jean, Editeur GAP*, 1962.
- [10] J. Biarez and P.Y. Hicher. Mécanismes de déformation des sols. *Elastoplasticité des Sols et des Roches*, (1) :47–89, 2002.
- [11] M. Bornert, T. Bretheau, and P. Gilormini. *Homogénéisation en mécanique des matériaux*, volume Tome 1. Hermès Sciences Publications, Paris, 2001.
- [12] M. Bornert, T. Bretheau, and P. Gilormini. *Homogénéisation en mécanique des matériaux. Comportements non linéaires et problèmes ouverts*, volume Tome 2. Hermès Sciences Publications, Paris, 2001.
- [13] F. Bouchelaghem. *Injection d'un coulis de micro-ciment à travers un milieu poreux : modélisation et expérimentation*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, Suisse, 2001.

-
- [14] D. Brancherie. *Modèles continus et discrets pour le problème de localisation et de rupture fragile et/ou ductile*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure (ENS) de Cachan, 2003.
- [15] C.S. Chang, A. Misra, and S.S. Sundram. Micromechanical modelling of cemented sands under low amplitude oscillations. *Geotechnique*, 40(2) :251–263, 1990.
- [16] G.W. Clough. Cemented sand under static loading. *Journal of the Geotechnical Engineering*, 1981.
- [17] C. Dano. *Comportement mécanique des sols injectés*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Nantes, 2001.
- [18] F. Devries, H. Dumontet, G. Duvaut, and F. Léné. Homogenization and damage for composite structures. *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 27 :285–298, 1989.
- [19] L. Dormieux. Nonlinear poromechanical coupling. *Applied micromechanics of porous media, CISM, Springer Wien New York*, (Lecture note N480) :105–204, 2004.
- [20] L. Dormieux, A. Molinari, and D. Kondo. Micromechanical approach to the behavior of poroelastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50 :2203–2231, 2002.
- [21] J. Dvorkin. Large strains in cemented granular aggregates : Elastic-plastic cement. *Mechanics of Materials*, 23 :29–44, 1996.
- [22] J. Dvorkin, G. Mavko, and A. Nur. The effect of cementation on the elastic properties of granular materials. *Mechanics of Materials*, 12 :207–217, 1991.
- [23] J. Dvorkin, A. Nur, and H. Yin. Effective properties of cemented granular materials. *Mechanics of Materials*, 18 :351–366, 1994.
- [24] J. Dvorkin and D. Yale. Plastic compaction of cemented granular material. *Computers and Geotechnics*, 20(3/4) :287–302, 1997.
- [25] J. Dvorkin and H. Yin. Contact laws for cement grains : Implication for grain and cement failure. *Int. J. Solid Structures*, 32 :2497–2510, 1995.
- [26] D. Elata and J. Dvorkin. Pressure sensitivity of cemented granular materials. *Mechanics of Materials*, 1996.
- [27] J.D. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proc R Soc London Ser A*, 241 :376–396, 1957.
- [28] F.A. Grondin. *Modélisation Multi-échelles du Comportement Thermo-Hydro-Mécanique des Matériaux Hétérogènes : Applications aux Matériaux Cimentaires sous Sollicitations Sévères*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 2005.
- [29] Z. Hashin and S. Shtrikman. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *J Mech Phys Solids*, 11 :127–140, 1963.
- [30] E. Hervé and A. Zaoui. N-layered inclusion based on micromechanical modelling. *Int. J. Engng. Sci.*, 31 :1–10, 1993.

- [31] C. Kutzner. Grouting of rock and soil. *Balkema, Rotterdam*, 1996.
- [32] N. Lahellec and P. Suquet. Nonlinear composites : a linearization procedure, exact to second-order in contrast and for which the strain-energy and affine formulation coincide. *J Mech Phys Solids*, 44(6) :827–862, 1996.
- [33] M. Laroussi, K. Sab, and A. Alaoui. Foam mechanics : nonlinear response of an elastic 3d-periodic microstructure. *Int. J. of Solids and Structures*, 39 :3599–3623, 2002.
- [34] E. Le-Fichoux. Presentation et utilisation de castem 2000. <http://www-cast3m.cea.fr/cast3m/html/doc/>, 1988.
- [35] S. Leroueil and P.R. Vaughan. The general and congruent effects of structure in natural soils and weak rocks. *Geotechnique*, 40(3) :467–488, 1990.
- [36] X. Liu, J. Dvorkin, and A. Nur. The effect of intergranular cementation on rock properties : experimental study. *AGU Annual Meeting, San Francisco*, 1991.
- [37] F. Léné. *Contribution à l'étude des matériaux composites et de leur endommagement*. Thèse de doctorat es science, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 1984.
- [38] S.C.R. Lo, P.V. Lade, and S.P.R. Wardani. An experimental study of the mechanics of two weakly cemented soils. *Geotechnical Testing Journal*, 26(3) :1–14, 2003.
- [39] M.P. Luong. Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents. *Revue Française de Géotechnique*, (10) :39–53, 1980.
- [40] Y. Maalej. *Comportement mécanique d'un milieu granulaire injecté par un coulis de ciment : Etude expérimentale et modélisation micromécanique*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2007.
- [41] Y. Maalej and al. Evaluation of the elastic properties of a grouted granular medium using a micromechanics-based model. In *First Euro Mediterranean in Advances on Geomaterials and Structures*. Hammamet-Tunisia, May 3-5 2006.
- [42] J. Mazars. *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire and à la rupture du béton de structure*. Thèse de doctorat, Université Pierre and Marie Curie (Paris 6), Paris, 1984.
- [43] J.C. Michel. *Homogénéisation de matériaux élastoplastique avec cavités*. Thèse de doctorat, Université Pierre and Marie Curie (Paris 6), Paris, 1984.
- [44] J.C. Michel, H. Moulinec, and P. Suquet. Effective properties of composite materials with periodic microstructure : a computational approach. *Comput. Methods Appl. Engrg.*, 172 :109–143, 1999.
- [45] J.C. Michel and P. Suquet. Nonuniform transformation field analysis. *Int. J. of Solids and Structures*, 40 :6937–6955, 2003.
- [46] J.C. Michel and P. Suquet. Computational analysis of nonlinear composite structures using the nonuniform transformation field analysis. *Comput. Methods Appl. Engrg.*, 193 :5477–5502, 2004.

- [47] K. Miled. *Effet de taille dans le béton léger de polystyrène expansé*. Thèse de doctorat, Ecole nationale des Ponts et Chaussées, 2005.
- [48] K. Miled, R. Le-Roy, K. Sab, and C. Boulay. Compressive behavior of an idealized eps lightweight concrete : size effects and failure mode. *Mechanics of Materials*, 36 :1031–1046, 2004.
- [49] A. Minck. *Caractérisation du comportement mécanique de sables injectés par un coulis de micro-ciment*. Rapport de recherche, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, 2001.
- [50] H. Moulinec and P. Suquet. Intraphase strain heterogeneity in nonlinear composites : a computational approach. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 22 :751–770, 2003.
- [51] S. Müller. Homogenization of nonconvex integral functionals and cellular elastic materials. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, (103) :189–212, 1987.
- [52] Y. Nicolas. *Différents modes de confection d'éprouvettes de mortier destinées à l'étude des caractéristiques mécaniques d'éprouvettes de sols injectés*. Projet de fin d'études, Polytech' Orléans, 2006.
- [53] E. Nicolini and R. Nova. Modelling of a tunnel excavation in a non-cohesive soil improved with cement mix injections. *Computers and Geotechnics*, 27 :249–272, 2000.
- [54] A.N. Norris. A differential scheme for composite materials. *Int. J. Engng. Sci.*, 15 :237–244, 1977.
- [55] P. Ponte-Castañeda. Exact second-order estimates for the effective mechanical properties of nonlinear composite materials. *J Mech Phys Solids*, 44(6) :827–862, 1996.
- [56] Y. Qiu and G. Weng. A theory of plasticity for porous materials and particle-reinforced composites. *J. Appl. Mech.*, 2(18) :261–268, 1992.
- [57] E. Ribay-Delfosse. *Etude du comportement au fluage et sous chargement cyclique du sable injecté*. Thèse de doctorat, Université de Cergy-Pontoise, 2001.
- [58] S. Smaoui. *Modélisation micromécanique du comportement de milieux poreux non linéaires : Applications aux argiles compactées*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 2007.
- [59] Société Solétanche-Bachy. Ligne RER C, liaison Invalide-Alma. *Projet SNCF*, 1989.
- [60] P. Suquet. *Plasticité et homogénéisation*. Thèse de doctorat es science, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 1982.
- [61] P. Suquet. Overall properties of nonlinear composites : a modified secant moduli theory and its link with ponte castaneda's nonlinear variational procedure. *C. R. acad. Sci. Paris ,Série Iib*, 1995.
- [62] P. Suquet. Effective properties of nonlinear composites. *Continuum micromechanics, CISM, Springer Verlag*, 1997.

- [63] S. Tailliez. *Etude expérimentale du comportement mécanique des sols granulaires injectés*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, 1998.
- [64] Naoki Tanako, Masaru Zako, and Yoshihiro Okuno. Multi-scale finite element analysis of porous materials and components by asymptotic homogenization theory and enhanced mesh superposition method. *Modelling Simul. Mater.Sci.Eng.*, 10 :137–156, 2003.
- [65] F. Tatsuoka, Y.S. Kim, and K. Ochi. Deformation characteristics at small strains of sedimentary rocks by triaxial compression tests. *Geotechnique*, 44(3) :461–478, 1994.
- [66] K. Terada and al. Two-scale kinematics and linearization for simultaneous two-scale analysis of periodic heterogeneous solids at finite strain. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 192 :3531–3563, 2003.
- [67] Q.H. Vu, A. Benhamida, and F. Bouchelaghem. A nonlinear homogenization method for the periodic media : Application on the grouted sands. In *International Conference on Nonlinear Analysis and Engineering Mechanics Today*. Hochiminh City-Vietnam, 11-14 Décembre 2006.
- [68] Q.H. Vu, F. Bouchelaghem, and A. Benhamida. Mechanical behaviour of grouted sands by a numerical homogenization approach. In *First Euro Mediterranean in Advances on Geomaterials and Structures*. Hammamet-Tunisia, 3-5 Mai 2006.
- [69] Q.H. Vu, F. Bouchelaghem, and A. Benhamida. A micromechanical numerical modelling approach for the homogenization of grouted sands. *Int. J. Computer Applications in Technology*, soumis en Décembre 2006.
- [70] A. Zang and T.F. Wong. Elastic stiffness and stress concentration in cemented granular material. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, 32 :563–574, 1995.
- [71] R. Zouari. *Approche itérative d'homogénéisation pour le comportement des composites polydispersés : application à l'endommagement des mousses syntactiques immergées*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 2006.
- [72] R. Zouari, A. Benhamida, and H. Dumontet. A micromechanical modelling for prediction of behaviour and damage of polydisperse syntactic foam. In *Composite Testing and Model Identification*. Portugal, 10-12 Avril 2006.