



**HAL**  
open science

# Modélisation du comportement d'ouvrages composites sol-géosynthétique par éléments discrets: application aux ancrages en tranchées en tête de talus

Bruno Chareyre

► **To cite this version:**

Bruno Chareyre. Modélisation du comportement d'ouvrages composites sol-géosynthétique par éléments discrets: application aux ancrages en tranchées en tête de talus. Matériaux. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2003. Français. NNT: . tel-00486807

**HAL Id: tel-00486807**

**<https://theses.hal.science/tel-00486807>**

Submitted on 26 May 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**

présentée à

**L'UNIVERSITE GRENOBLE I - JOSEPH FOURRIER**

Ecole doctorale Terre-Univers-Environnement

Pour l'obtention du titre de

**DOCTEUR**

Spécialité : Géomécanique, Génie civil

par

**Bruno CHAREYRE**

Sujet de thèse :

**MODELISATION DU COMPORTEMENT D'OUVRAGES  
COMPOSITES SOL-GEOSYNTHETIQUE PAR ELEMENTS  
DISCRETS - APPLICATION AUX ANCRAGES EN  
TRANCHEES EN TETE DE TALUS**

Soutenue le 14 novembre 2003

Composition du Jury :

Bernard CAMBOU	Président
Jean-Pierre GOURC	Directeur de thèse
Pascal VILLARD	Co-directeur de thèse
Philippe MESTAT	Rapporteur
Farhang RADJAI	Rapporteur
Frédéric-Victor DONZE	Examineur
Hugues GIRARD	Examineur



## Remerciements

Ce mémoire est le résultat de trois années passées au sein du Lirigm. J'ai bénéficié pour ce travail du soutien attentif et des conseils de Pascal Villard. Je le remercie en particulier pour les nombreuses discussions que nous avons eues, qui m'ont aidé tout au long de la thèse à prendre du recul par rapport à mes travaux. Je remercie également Jean-Pierre Gourc, pour ses conseils, et pour la confiance et la bienveillance qu'il a témoigné à mon égard à maintes reprises.

Sur le plan de l'étude des ancrages, cette thèse est difficilement dissociable de celle de Laurent Briançon, effectuée sous la co-direction de Hugues Girard et Daniel Poulain au CEMAGREF-Bordeaux. Tous trois m'ont réservé un excellent accueil lorsqu'il s'est agit d'effectuer une campagne d'essais en collaboration. Les résultats obtenus sont un élément essentiel du travail présenté dans ce mémoire. Je leur adresse mes plus sincères remerciements.

Je remercie également les membres du jury de thèse, son président Bernard Cambou, les rapporteurs Philippe Mestat et Farhang Radjaï, et les examinateurs Frédéric Donzé et Hugues Girard, leurs remarques m'ont conforté et guidé dans mon projet d'intégrer le monde de la recherche.

Il serait difficile de citer ici toutes les personnes qui ont contribué à faire de ces trois années de thèse une période agréable et enrichissante. A bon entendeur... J'adresse tout de même une pensée particulière à Sarah, pour son instinct maternel surdéveloppé et son coup de main décisif dans la dernière ligne droite.



# Sommaire

## Avant-propos

CONVENTIONS POUR LES REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	I
RESUME	II
ABSTRACT	III

## PARTIE 1. ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

---

### Chapitre 1 Modélisation discrète des matériaux granulaires

<b>1.1. INTRODUCTION</b>	<b>7</b>
<b>1.2. ÉVOLUTION DES MODELES EN MECANIQUE DES SOLS</b>	<b>8</b>
<b>1.3. METHODE DES ELEMENTS DISCRETS (DEM)</b>	<b>9</b>
1.3.1 Lois du mouvement	10
1.3.2 Lois de contact	11
1.3.2.1 Raideur des contacts	11
1.3.2.2 Frottement de Coulomb	12
1.3.2.3 Contacts cohésifs	12
1.3.3 Conditions de convergence	13
1.3.3.1 Pas de temps critique	13
1.3.3.2 Amortissement non-visqueux	13
<b>1.4. SIMULATION DU COMPORTEMENT DES MILIEUX GRANULAIRES DENSES</b>	<b>14</b>
1.4.1 Généralités	14
1.4.2 Quasi-staticité	14
1.4.3 Simulations de compressions biaxiales	16
1.4.3.1 Granulométrie	16
1.4.3.2 Mise en place	16
1.4.3.3 Contrôle des conditions aux limites	17
1.4.3.4 Mode de chargement	18
1.4.4 Volume élémentaire représentatif et variabilité des résultats	19
<b>1.5. HOMOGENEISATION DANS LES MILIEUX GRANULAIRES</b>	<b>20</b>
1.5.1 Principe de la démarche	20
1.5.2 Homogénéisation cinématique appliquée à un grain	21
<b>1.6. CONCLUSION</b>	<b>24</b>

## Chapitre 2 Ancrage des géosynthétiques sur pentes

<b>2.1.</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>25</b>
<b>2.2.</b>	<b>GEOSYNTHETIQUES</b>	<b>26</b>
2.2.1	Généralités	26
2.2.2	Caractérisation du comportement mécanique	27
2.2.2.1	<i>Comportement intrinsèque</i>	27
2.2.2.2	<i>Comportement aux interfaces</i>	28
<b>2.3.</b>	<b>DISPOSITIFS D'ETANCHEITE PAR GEOSYNTHETIQUES ET ANCRAGE</b>	<b>28</b>
2.3.1	Dispositif d'étanchéité par géosynthétique	28
2.3.2	Stabilité	30
2.3.2.1	<i>Tension générée le long de la pente</i>	30
2.3.2.2	<i>Ancrage</i>	31
<b>2.4.</b>	<b>MODELISATIONS EXPERIMENTALES ET NUMERIQUES</b>	<b>32</b>
2.4.1	Ancrages modèles en milieu confiné	33
2.4.1.1	<i>Essais de laboratoire</i>	33
2.4.1.2	<i>Simulations numériques par éléments finis</i>	33
2.4.2	Banc d'ancrage en vraie grandeur du CEMAGREF - Bordeaux	35
2.4.2.1	<i>Généralités</i>	35
2.4.2.2	<i>Dispositif Expérimental</i>	35
2.4.2.3	<i>Instrumentation</i>	36
2.4.2.4	<i>Résultats</i>	36
<b>2.5.</b>	<b>MODELISATION ANALYTIQUE ET DIMENSIONNEMENT</b>	<b>37</b>
2.5.1	Généralités	37
2.5.2	Hypothèses communes à tous les auteurs	37
2.5.3	Hypothèses propres à chaque auteur	37
2.5.4	Application numérique	40
<b>2.6.</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>41</b>

## PARTIE 2. ÉTUDE DES SYSTEMES SOL-INCLUSION PAR LA METHODE DES ELEMENTS DISCRETS

---

### Chapitre 3 Simulation du comportement macroscopique d'un sol

<b>3.1.</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>45</b>
<b>3.2.</b>	<b>PRINCIPE DU CALAGE PAR ANALOGIE MACROSCOPIQUE</b>	<b>46</b>
<b>3.3.</b>	<b>SIMULATION D'ESSAIS DE COMPRESSION BIAXIALE</b>	<b>49</b>
3.3.1	Cahier des charges	49
3.3.2	Création des échantillons	49
3.3.2.1	<i>Granulométrie</i>	49
3.3.2.2	<i>Procédure ERDF de mise en place</i>	50
3.3.3	Ecrasement à vitesse et contrainte latérale constantes	52

3.3.4	Identification des paramètres de $\mathcal{P}_{\text{biax}}$	53
<b>3.4.</b>	<b>REPRESENTATIVITE</b>	<b>54</b>
3.4.1	Influence de la taille des grains et problème de la "mesure"	55
3.4.1.1	<i>Résistance asymptotique dans la limite des grands systèmes</i>	55
3.4.1.2	<i>Résistance "mesurée"</i>	56
3.4.1.3	<i>Influence de la taille des grains dans les simulations</i>	57
3.4.2	Hypothèse quasi-statique : importance de la vitesse d'écrasement	59
<b>3.5.</b>	<b>DEPENDANCES MICRO-MACRO ET LOIS D'ECHELLE</b>	<b>64</b>
3.5.1	Domaine élastique	64
3.5.2	Rupture et grandes déformations dans les assemblages purement frottants	66
3.5.2.1	<i>Définition de l'angle de frottement macroscopique <math>\varphi</math></i>	66
3.5.2.2	<i>Influence de la porosité</i>	68
3.5.2.3	<i>Influence du frottement intergranulaire</i>	69
3.5.2.4	<i>Influence de la forme des grains</i>	70
3.5.3	Rupture d'un assemblage cohésif	71
3.5.3.1	<i>Courbes contrainte-déformation</i>	71
3.5.3.2	<i>Enveloppe de rupture</i>	71
3.5.3.3	<i>Influence de la porosité</i>	74
<b>3.6.</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>75</b>

## Chapitre 4 Modélisation de l'inclusion – développement d'un modèle spécifique

<b>4.1.</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>79</b>
<b>4.2.</b>	<b>MODELE GRANULAIRE</b>	<b>80</b>
4.2.1	Notations	80
4.2.2	Modélisation du comportement de l'inclusion	81
4.2.3	Frottement à l'interface sol-inclusion	82
4.2.3.1	<i>Simulation d'un ancrage par recouvrement</i>	82
4.2.3.2	<i>Evolution du frottement mobilisé</i>	83
4.2.4	Conclusions : limitations inhérentes au modèle DEM	85
<b>4.3.</b>	<b>MODELE PAR ELEMENTS BARRES (DSEM)</b>	<b>86</b>
4.3.1	Introduction	86
4.3.2	Formulation	87
4.3.2.1	<i>Discrétisation</i>	87
4.3.2.2	<i>Calcul des déplacements</i>	88
4.3.2.3	<i>Calcul des efforts résultants sur les noeuds</i>	89
4.3.2.4	<i>Pas de temps critique</i>	93
4.3.3	Couplage DEM-DSEM	94
4.3.4	Validation sur des cas simples	96
4.3.4.1	<i>Déformée en membrane et amortissement</i>	96
4.3.4.2	<i>Comportement couplé</i>	96
4.3.5	Comportement d'interface sol-inclusion	98
4.3.6	Comparaison du frottement au pic avec les modèles DEM et DSEM	100
<b>4.4.</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>101</b>

## PARTIE 3. ÉTUDE DES ANCRAGES EN TÊTE DE TALUS

---

### Chapitre 5 Modélisation discrète d'essais d'ancrage et validation

<b>5.1.</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>105</b>
<b>5.2.</b>	<b>PROCEDURE DE CALCUL</b>	<b>106</b>
5.2.1	Objectif	106
5.2.2	Procédure	106
5.2.2.1	<i>Création de l'état initial</i>	106
5.2.2.2	<i>Procédure d'extraction</i>	109
5.2.2.3	<i>Influence de la vitesse</i>	110
5.2.3	Définition de la tension de rupture $T_r$	110
<b>5.3.</b>	<b>CALAGE DU MODELE PAR ANALOGIE MACROSCOPIQUE</b>	<b>112</b>
5.3.1	Généralités	112
5.3.2	Caractéristiques macroscopiques de référence	113
5.3.2.1	<i>Les Géosynthétiques</i>	113
5.3.2.2	<i>Les Sols</i>	113
5.3.2.3	<i>Propriétés d'interface</i>	113
5.3.3	Définition des paramètres de simulation	114
5.3.3.1	<i>Paramètres du sol</i>	114
5.3.3.2	<i>Paramètres de l'inclusion et de l'interface</i>	117
<b>5.4.</b>	<b>RESULTATS ET COMPARAISONS</b>	<b>119</b>
5.4.1	Ancrages droits	119
5.4.1.1	<i>Ancrage droit sollicité horizontalement : comparaison modèle/théorie</i>	119
5.4.1.2	<i>Ancrage droit sollicité parallèlement à la pente</i>	121
5.4.2	Ancrages courbes	122
5.4.2.1	<i>Généralités</i>	122
5.4.2.2	<i>Evolution de l'effort en tête</i>	123
5.4.2.3	<i>Mobilisation progressive de l'ancrage</i>	125
5.4.2.4	<i>Déformation du massif d'ancrage</i>	128
<b>5.5.</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>130</b>

### Chapitre 6 Etude paramétrique

<b>6.1.</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>131</b>
<b>6.2.</b>	<b>PRESENTATION GENERALE DE L'ÉTUDE</b>	<b>134</b>
6.2.1	Géométries d'ancrage	132
6.2.2	Caractéristiques des matériaux	133
6.2.2.1	<i>Sol</i>	133
6.2.2.2	<i>Inclusion et interface</i>	133
6.2.3	Résultats et interprétation	134
<b>6.3.</b>	<b>INFLUENCE DES DIFFERENTS PARAMETRES SUR LA CAPACITE D'ANCRAGE</b>	<b>134</b>
6.3.1	Paramètres de raideur	135

6.3.1.1	<i>Raideur du massif d'ancrage</i>	135
6.3.1.2	<i>Raideur de l'interface</i>	135
6.3.1.3	<i>Raideur de l'inclusion</i>	136
6.3.2	Géométrie d'ancrage	137
6.3.3	Angle de frottement et cohésion du sol	138
6.3.3.1	<i>Comparaison des résultats avec et sans cohésion</i>	138
6.3.3.2	<i>Influence des variations de <math>c</math> et <math>\varphi</math></i>	140
6.3.4	Angle de frottement $\delta$ à l'interface	140
<b>6.4.</b>	<b>CINEMATIQUE DE LA RUPTURE</b>	<b>142</b>
6.4.1	Evolution du sol de recouvrement	142
6.4.1.1	<i>Ancrage droit</i>	142
6.4.1.2	<i>Ancrages courbes</i>	143
6.4.2	Déformations limitées au voisinage des coudes	144
6.4.3	Déformation globale du massif d'ancrage	144
6.4.4	Grand glissement	146
<b>6.5.</b>	<b>COMPARAISON DES RESULTATS AVEC LES METHODES DE DIMENSIONNEMENT ACTUELLES</b>	<b>146</b>
6.5.1	Comparaison des valeurs de $T_r$	146
6.5.2	Discussion des hypothèses en contraintes à l'interface sol-inclusion	148
6.5.2.1	<i>Rappels des principales hypothèses</i>	148
6.5.2.2	<i>Distribution de la contrainte normale <math>\sigma_n</math></i>	149
6.5.2.3	<i>Mobilisation de la contrainte <math>T_{max}</math></i>	153
6.5.2.4	<i>Analogie du fil frottant sur un cylindre</i>	156
<b>6.6.</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>158</b>

## Chapitre 7 Modélisation analytique et dimensionnement

<b>7.1.</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>161</b>
<b>7.2.</b>	<b>MODELISATIONS ANALYTIQUES A L'EQUILIBRE LIMITE</b>	<b>162</b>
7.2.1	Ancrages par recouvrement simple	162
7.2.1.1	<i>Tension <math>T_1</math> générée par frottements</i>	162
7.2.1.2	<i>Hypothèse du massif indéformable</i>	163
7.2.1.3	<i>Hypothèse de rupture du massif</i>	163
7.2.2	Ancrages en L	164
7.2.2.1	<i>Rôle du sol de recouvrement</i>	164
7.2.2.2	<i>Hypothèse du massif indéformable : contrainte normale modifiée</i>	165
7.2.2.3	<i>Hypothèse de rupture du massif</i>	168
7.2.3	Ancrages en V	169
7.2.3.1	<i>Hypothèse du massif indéformable</i>	170
7.2.3.2	<i>Hypothèse de rupture du massif</i>	172
<b>7.3.</b>	<b>VALIDATION</b>	<b>173</b>
7.3.1	Prise en compte des effets d'angle par les facteurs $K$ , $K^*$	173
7.3.2	Ancrages en L	174
7.3.2.1	<i>Comparaison des capacités d'ancrage</i>	174
7.3.2.2	<i>Comparaison des distributions de tension</i>	176
7.3.3	Ancrages en V	177
7.3.3.1	<i>Comparaison des capacités d'ancrage</i>	177
7.3.3.2	<i>Comparaison des distributions de tension</i>	179

<b>7.4. DIMENSIONNEMENT</b>	<b>179</b>
7.4.1 Domaine de validité des formulations proposées	179
7.4.2 Choix des hypothèses de calcul	180
7.4.3 Autres configurations d'ancrage	181
<b>7.5. CONCLUSION</b>	<b>183</b>

Références bibliographiques	189
-----------------------------	-----

Notations	196
-----------	-----

## ANNEXES

---

Annexe A	A-I
----------	-----

Annexe B	B-I
----------	-----

## CONVENTIONS POUR LES REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Les références bibliographiques sont abrégées [Xyz12], où "Xyz" sont les premières lettres du premier auteur et "12" les deux derniers chiffres de l'année de parution de l'article ou du livre. Pour différencier deux références identiques, on ajoutera les lettres a, b, c, etc. Par exemple, on écrira [Xyz12a], [Xyz12b].

Quand la référence fait partie de la structure grammaticale de la phrase (ex. "D'après [Xyz12],...") ou figure juste après le nom de l'auteur, elle est alignée sur le texte. Sinon, elle est notée en exposant (ex. "Des travaux récents <sup>[Xyz12]</sup> ont montré que...").

Le lecteur trouvera à la fin de cette thèse la liste complète des références bibliographiques.

**MODELISATION DU COMPORTEMENT D'OUVRAGES COMPOSITES  
SOL-GEOSYNTHETIQUE PAR ELEMENTS DISCRETS - APPLICATION  
AUX ANCRAGES EN TRANCHEES EN TETE DE TALUS**

*Chapitre 1.* Modélisation discrète des matériaux granulaires

*Chapitre 2.* Ancrage des géosynthétiques sur pente en tête de talus

*Chapitre 3.* Simulation du comportement macroscopique d'un sol

*Chapitre 4.* Modélisation de l'inclusion – développement d'un modèle spécifique

*Chapitre 5.* Modélisation discrète d'essais d'ancrage et validation

*Chapitre 6.* Etude paramétrique

*Chapitre 7.* Modélisation analytique et dimensionnement

## **Résumé**

De nombreux ouvrages géotechniques sont réalisés en associant à un sol des nappes polymères appelées géosynthétiques. Leur comportement mécanique est largement régi par les mécanismes d'interface sol-géosynthétique - avec d'importants déplacements relatifs - et caractérisé par une grande déformabilité. Les approches de type "milieu continu" posant dans ce cas des problèmes importants, on propose une modélisation par la méthode des éléments discrets (DEM), dans laquelle le sol est représenté par un assemblage de particules bidimensionnelles. Si la DEM permet bien de résoudre certains des problèmes rencontrés par les approches de type "milieu continu", elle pose aussi de nouvelles questions. Comment caler les paramètres micromécaniques du modèle (lois de contact entre particules) quand le comportement du sol est exclusivement caractérisé à l'échelle macroscopique ? Et comment modéliser un géosynthétique avec des éléments initialement destinés à l'étude des milieux granulaires ? Pour répondre à la première question, nous proposons ici une approche par "analogie macroscopique". Des essais biaxiaux de compression sont simulés pour calibrer le modèle, déduire des lois d'échelle, et déterminer des paramètres micromécaniques tels que le comportement macroscopique induit approche celui du sol réel. Faute de réponse satisfaisante à la deuxième question, nous développons un modèle spécifiquement destiné à simuler le comportement des géosynthétiques (modèle DSEM). Le couplage DEM-DSEM peut ensuite être appliqué à l'étude des ancrages géosynthétiques en tranchées, ouvrages pour lesquels des méthodes de dimensionnement fiables font défaut. On montre par comparaison avec des essais en vraie grandeur que les résultats des simulations sont satisfaisants tant sur le plan qualitatif que quantitatif. L'analyse des mécanismes de rupture simulés permet d'expliquer les déficiences des méthodes de dimensionnement actuelles et, finalement, de proposer des expressions analytiques mieux adaptées.

**Mots clés :** Eléments discrets, essai biaxial, comportement macroscopique, composite sol-géosynthétique, géosynthétique, tranchée d'ancrage, rupture, dimensionnement.

**DISCRETE ELEMENT MODELING OF COMPOSITES  
SOIL-GEOSYNTHETICS STRUCTURES – APPLICATION TO TRENCH  
ANCHORAGES AT THE TOP OF SLOPES**

- Chapter 1.* Discrete modelling of granular materials
- Chapter 2.* Geosynthetic anchorages at the top of slopes
- Chapter 3.* Simulating the macroscopic behaviour of a soil
- Chapter 4.* Modelling inclusions – Development of a specific model
- Chapter 5.* Discrete modelling of pull-out tests and validation
- Chapter 6.* Parametric study
- Chapter 7.* Analytical modelling and design

**Abstract**

Many earthworks associate a soil with polymeric sheets called "geosynthetics". The behaviour of such structures is largely governed by the mechanisms that occur at the soil-geosynthetic interfaces – with large relative displacements – and is characterized by a high deformability. Continuous approaches face major issues for the modelling of such structures. That is why we propose to model them using a discrete element method (DEM). In the DEM, the soil is simulated as a bidimensional particles assembly. It simplifies many problems encountered by the continuous approaches, but causes new problems to be solved. How to choose the micromechanical parameters of the model (contact laws) when the soil is characterised at the macroscopic scale only ? And how to model a geosynthetic sheet with elements dedicated to the modelling of granular materials ? To answer the first question, we propose an approach based on the concept of "macroscopic analogy". Biaxial compression tests are simulated to calibrate the model, to deduce scaling laws, and to select DEM parameters so that the macroscopic behaviour of the soil is correctly simulated. Due to the lack of satisfying answers for the second question, a numerical model is developed specifically to simulate the behaviour of geosynthetics (DSEM). By coupling the DEM and the DSEM, we can study soil-geosynthetic structures. The case of geosynthetic anchor trenches, for which reliable design methods are required, is studied by this mean. The comparison between the simulations and true-scale pull-out tests shows that the proposed modelling can give good results, both qualitatively and quantitatively. The analysis of the failure mechanisms highlights the shortcomings of current design methods and, finally allows us to propose a set of equations for the design of anchor trenches.

**Key-words** : Discrete elements, biaxial test, macroscopic behaviour, gosynthetic, composite system, geosynthetic, anchor trench, failure, design.



# Introduction générale

L'usage des géosynthétiques se généralise depuis les années soixante dans le domaine de la géotechnique. Il s'agit de nappes polymères qui sont généralement associées au sol pour des applications aussi variées que la filtration, la protection, le renforcement, le drainage, l'étanchéité. Leur caractère multifonctionnel, leur faible coût, et leur facilité de mise en œuvre sont à l'origine de leur succès. L'importance de la recherche dans ce domaine – dont le LIRIGM est un des principaux acteurs français – tient au fait que l'emploi des géosynthétiques dans les ouvrages en terre aboutit à des structures complexes, dont la conception est fondamentalement différente de celle des ouvrages antérieurs.

L'étude expérimentale des structures mixtes sol-géosynthétiques mobilise des moyens très importants, si bien que l'on dispose généralement de peu d'informations sur le comportement des ouvrages. De ce fait, la simulation numérique est une voie de recherche à développer, puisque elle est susceptible de fournir plus d'informations à moindre coût. Cependant, la plupart des systèmes mixtes sol-inclusion sont particulièrement difficiles à modéliser. Cela est dû en particulier à la complexité des mécanismes d'interface par lesquels les efforts sont transmis d'un composant à l'autre. Une difficulté supplémentaire découle, dans le cas d'inclusions géosynthétiques, de la grande déformabilité des ouvrages. Par ailleurs, la prise en compte des multiples discontinuités reste problématique dans les méthodes numériques basées sur la théorie des milieux continus.

Il se trouve que des méthodes numériques relativement récentes permettent d'envisager la simulation numérique sous un angle nouveau. Il s'agit de méthodes de type éléments discrets (DEM), qui permettent de simuler le sol comme un milieu effectivement discontinu composé de grains en interaction. Du fait de leur nature "discrète", ces méthodes présentent un intérêt potentiel pour l'étude des ouvrages sol-géosynthétique. Pourtant, si les méthodes DEM sont fréquemment utilisées pour simuler des essais de laboratoire, les exemples d'application à l'échelle de l'ouvrage sont très peu nombreux. Ceci est assez compréhensible si l'on considère la perplexité du modélisateur qui doit définir des lois d'interaction entre grains, alors que sa connaissance de l'ouvrage se limite au comportement macroscopique des différents matériaux.

La résolution de ces problèmes de définition des lois de contact constitue le premier objectif du travail de thèse. On proposera une méthodologie globale pour la modélisation discrète en deux dimensions des ouvrages sol-géosynthétique.

Cette méthodologie doit permettre – c'est le deuxième objectif – d'étudier le comportement des ancrages en tranchées. Ces ouvrages sont utilisés pour assurer

la stabilité des dispositifs d'étanchéité par géosynthétiques sur pentes. Les ancrages en tranchées sont préférés aux ancrages droits pour des raisons économiques (réduction de l'emprise au sol), mais aboutissent à des géométries complexes pour lesquelles aucune méthode de dimensionnement ne semble réellement adaptée. On attend de la modélisation une meilleure compréhension des mécanismes de rupture, afin d'expliquer la déficience des méthodes de dimensionnement actuelles et de les améliorer.

Les travaux effectués au cours de la thèse pour réaliser ces objectifs comprennent notamment :

- la modélisation d'essais de compression biaxiale en deux dimensions par la méthode des éléments discrets (logiciel PFC2D) ;

- la définition d'une méthodologie de calage des paramètres, basée sur l'étude paramétrique de l'essai biaxial modélisé et sur la théorie de l'analyse dimensionnelle. Nous avons opté pour une approche par analogie macroscopique, dans laquelle le réalisme des lois de contact entre grains n'est pas requis. Seule compte leur capacité à induire dans l'assemblage de grains simulé un comportement macroscopique comparable à celui du sol réel ;

- le développement – et l'implémentation dans PFC2D – d'un modèle numérique (DSEM) permettant de simuler le comportement d'une inclusion en interaction avec un milieu granulaire. Le DSEM a été développé en partant du constat que les éléments disponibles dans PFC2D étaient mal adaptés à la modélisation des inclusions ;

- l'implémentation de méthodes d'analyse des résultats, notamment une méthode permettant de visualiser les déformations à l'échelle d'un grain et la localisation de la rupture;

- la réalisation d'essais d'ancrage en vraie grandeur (collaboration avec le CEMAGREF Bordeaux), pour une première approche empirique des phénomènes et pour l'acquisition de données susceptibles de valider la modélisation ;

- la simulation d'essais d'extraction sur des ancrages en tranchées, la validation par rapport aux essais en vraie grandeur, et l'étude paramétrique ;

- le développement de modèles analytiques de type « équilibre limite » donnant des expressions de la force d'ancrage mobilisable, avec des hypothèses basées sur les résultats des simulations. Les expressions obtenues permettent de déterminer la résistance d'un ancrage de géométrie donnée, en fonction des propriétés du sol et de l'interface, elles ont été validées par rapport aux résultats des essais et des simulations.

Ce mémoire comprend sept chapitres regroupés en trois parties :

### *Partie 1. Bibliographie*

Au *chapitre 1*, on présente le principe de la méthode des éléments discrets, les hypothèses, et la méthode de résolution numérique. On discute également, à partir des exemples de la littérature, les différentes méthodes de simulation discrète d'essais de compression biaxiale.

Le *chapitre 2* introduit la problématique des ancrages en tranchées. Il donne un aperçu général des problèmes posés lors de la conception des systèmes

d'étanchéité géosynthétiques sur pente (DEG), puis détaille les approches existantes pour le dimensionnement des tranchées.

*Partie 2. Développements méthodologiques et numériques*

Le *chapitre 3* est dédié au calage des lois de contact par rapport à un sol réel à simuler. Ce passage du « micro » au « macro » repose sur les résultats des simulations d'essais biaxiaux, dont on vérifie au préalable la représentativité. Les résultats sont interprétés dans le cadre de l'analyse dimensionnelle.

On examine ensuite (*chapitre 4*) la possibilité de simuler le comportement de nappes géosynthétiques à partir des seuls éléments disponibles dans PFC2D. On propose le modèle alternatif DSEM qui, couplé avec PFC2D, permet de simuler le comportement d'ouvrages composites sol-géosynthétique.

*Partie 3. Etude des ancrages en tête de talus*

L'approche proposée est validée au *chapitre 5* par comparaison avec les essais d'ancrages en vraie grandeur.

L'étude paramétrique est présentée au *chapitre 6*. Elle met en évidence certains mécanismes caractéristiques de la déformation et de la rupture des ancrages en tranchées. Les résultats permettent également une analyse critique des hypothèses formulées dans les différentes méthodes de dimensionnement existantes.

On développe au *chapitre 7* des formulations analytiques permettant de prévoir la capacité d'ancrage des tranchées. On discute ensuite leur utilisation dans le cadre du dimensionnement.



# Partie 1.

## Etude bibliographique

Cette partie pose les bases bibliographiques du travail de thèse. Les deux chapitres qui la composent introduisent respectivement les problématiques des parties 2 et 3.

### *Chapitre 1. Modélisation discrète des matériaux granulaires*

Ce chapitre est consacré à la modélisation bidimensionnelle du comportement des sols, par les méthodes dites « par éléments discrets » (DEM). Après un bref rappel du contexte d'émergence des méthodes discrètes, on présente en détails la méthode DEM utilisée et ses hypothèses spécifiques (code de calcul commercial PFC2D). On montre, à partir d'exemples de la littérature, que cette méthode permet de simuler des essais élémentaires sur matériaux granulaires. Les théories d'homogénéisation sont rapidement évoquées dans la dernière partie.

### *Chapitre 2. Ancrage des géosynthétiques sur pente en tête de talus*

On décrit les propriétés des matériaux géosynthétiques et on introduit la problématique de la stabilité des dispositifs géosynthétiques sur pente. On montre en particulier l'intérêt des ancrages en tranchées en tête de talus. On propose une synthèse des recherches antérieures sur le comportement de ces ancrages et on présente les méthodes utilisées pour les dimensionner.



# Chapitre 1

## Modélisation discrète des matériaux granulaires

- 1.1. Introduction**
- 1.2. Evolution des modèles en mécanique des sols**
- 1.3. Méthode des éléments discrets (DEM)**
  - 1.3.1 Lois du mouvement
  - 1.3.2 Lois de contact
  - 1.3.3 Conditions de convergence
- 1.4. Simulation du comportement des milieux granulaires denses**
  - 1.4.1 Généralités
  - 1.4.2 Quasi-staticité
  - 1.4.3 Simulations de compressions biaxiales
  - 1.4.4 Volume élémentaire représentatif et variabilité des résultats
- 1.5. Homogénéisation dans les milieux granulaires**
  - 1.5.1 Principe de la démarche
  - 1.5.2 Homogénéisation cinématique appliquée à un grain
- 1.6. Conclusion**

---

### 1.1. Introduction

Malgré leur nature discontinue, les sols sont généralement étudiés dans le cadre de la mécanique des milieux continus, avec l'hypothèse que l'échelle d'observation est très supérieure à la taille des grains. Récemment, s'est développée une approche micromécanique visant à décrire le comportement des sols (et des matériaux granulaires en général) en se basant sur leur nature discontinue. Se sont ainsi développés différentes méthodes numériques capables de simuler le comportement d'assemblages de particules.

L'objectif de ce chapitre est d'introduire l'une de ces méthodes, la « méthode des éléments discrets » (DEM<sup>1</sup>), qui sera utilisée par la suite pour étudier le comportement des ancrages géosynthétiques en tête de talus. La DEM est basée en grande partie sur les travaux de P. Cundall. Elle simule les interactions – au niveau des contacts – dans un ensemble de particules dont les déplacements sont régis par le principe fondamental de la dynamique. L'application de la DEM en deux dimensions a conduit au développement du code de calcul commercial PFC2D (édité par Itasca), utilisé pour nos simulations.

Dans la DEM, le comportement du matériau simulé dépend principalement des paramètres des lois de contact entre les éléments. A l'inverse, les mécaniciens des sols savent essentiellement mesurer des propriétés macroscopiques telles que la

---

<sup>1</sup> De l'anglais "Discrete Element Method"

cohésion et l'angle de frottement. Le modélisateur qui cherche à simuler le comportement d'un sol se trouve donc assez démuni lorsqu'il s'agit de choisir les paramètres du modèle : un changement d'échelle est nécessaire. Face à ce problème, nous adopterons dans la suite (chapitre 3) une méthode basée sur la simulation d'essais élémentaires. Mais, plus généralement, la problématique du changement d'échelle est à replacer dans le contexte de l'homogénéisation dans les milieux granulaires.

Après un bref rappel du contexte d'émergence des méthodes discrètes (section 1.2), on présentera en détail la méthode DEM utilisée et ses hypothèses spécifiques (section 1.3). On montrera ensuite, à partir d'exemples de la littérature, comment des essais élémentaires sont simulés pour étudier le comportement des matériaux granulaires denses. Cela permettra de mettre en évidence certains aspects spécifiques des méthodes discrètes. Les théories d'homogénéisation seront rapidement évoquées dans la dernière partie.

## 1.2. Evolution des modèles en mécanique des sols

Au cours du XX<sup>ème</sup> siècle, la modélisation du comportement des sols a évolué progressivement. Assimilée au début du siècle à un problème d'élasticité linéaire ou d'équilibre limite suivant des lignes de glissement prédéfinies, la question du comportement du sol est devenue une discipline scientifique à part entière dans le deuxième quart du siècle, avec notamment l'apparition de la notion de contrainte effective dans les travaux de Terzaghi [Cos75].

La généralisation des essais triaxiaux (fig. 1.1) a permis dans le troisième quart du siècle le développement de lois de comportement<sup>1</sup> élasto-plastiques, souvent dérivées elles-mêmes des lois de comportement des métaux. Le comportement macroscopique du sol est alors vu comme une évolution allant de la phase élastique vers la rupture – avec contractance et écrouissage durcissant ou dilatance et écrouissage radoucissant – puis vers l'état critique.

Les lois de comportement se sont ensuite multipliées, souvent de façon concurrente, jusqu'à la fin du siècle, pour décrire des comportements de plus en plus complexes (comportement cyclique, anisotropie,...), tandis que les méthodes d'analyse par éléments finis se généralisaient. Du même coup, le nombre de paramètres intervenant dans ces lois est allé lui aussi croissant, sans que ces paramètres aient toujours un sens physique bien défini. Cette profusion a creusé d'après certains auteurs [Bol99] un fossé de plus en plus profond entre la communauté des chercheurs et les praticiens du génie civil, justifiant aux yeux de ces derniers une certaine désinvolture vis-à-vis de la caractérisation du comportement.

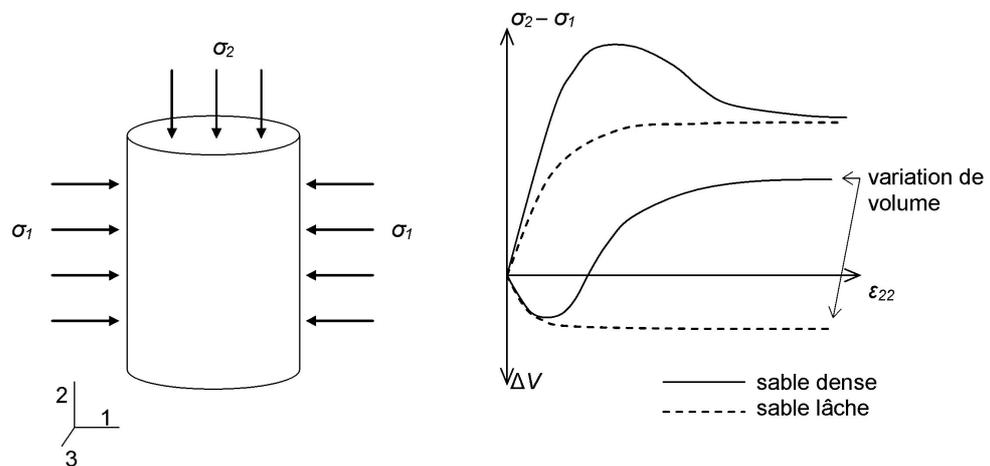
L'utilisation de méthodes discrètes en mécanique des sols constitue une des nouveautés majeures des dernières décennies. Le sol n'est plus considéré comme un milieu continu, dont le comportement serait décrit à l'échelle du volume élémentaire représentatif, mais bien comme un ensemble de particules interagissant par des forces de contact. En étudiant les mécanismes se produisant à l'échelle des grains, la micromécanique des milieux granulaires tend à considérer l'évolution macroscopique comme la conséquence d'un ensemble d'événements se produisant à l'échelle micro. Du point de vue analytique, cela se traduit par les théories d'homogénéisation. Elles pourraient se révéler très avantageuses si elles permettaient à l'avenir une caractérisation du comportement basée sur quelques

---

<sup>1</sup> Relation incrémentale ou non entre les contraintes et les déformations dans un volume élémentaire.

paramètres physiques (tels que la granulométrie, la compacité, etc.) plutôt que sur un vaste ensemble de paramètres au sens parfois incertain. Du point de vue de la simulation numérique, des méthodes discrètes, telles que celle initiée par Cundall [Cun79], sont apparues. Une de leurs forces est de reproduire des aspects complexes du comportement des sols (section 1.4.1) moyennant des lois de contact extrêmement simples entre les grains.

Les méthodes numériques discrètes sont a priori bien adaptées pour étudier les ouvrages dont le comportement dépend en grande partie de la présence de discontinuités (tels que les systèmes sol-géosynthétiques). Reste qu'à l'heure actuelle, et probablement pour longtemps, les moyens informatiques ne permettent pas de simuler de façon réaliste dans un ouvrage l'ensemble des particules de sol, trop nombreuses et de formes trop complexes. L'application des méthodes discrètes à la modélisation d'ouvrages reste donc un problème largement ouvert, auquel nous avons tenté, au cours de cette thèse d'apporter des éléments de réponse.



**fig. 1.1.** Principe de l'essai triaxial de révolution (à gauche) et évolution typique du déviateur appliqué ( $\sigma_2 - \sigma_1$ ) et du volume de l'échantillon (à droite) en fonction de la déformation axiale et de la compacité initiale.

### 1.3. Méthode des éléments discrets (DEM)

Nous ne ferons pas la liste exhaustive des méthodes numériques dédiées aux milieux granulaires. On se limite ici au cas de la DEM en deux dimensions telle qu'elle est implémentée dans le code commercial *PFC2D* (Particule Flow Code in two Dimensions) édité par ITASCA [Ita97] : le milieu granulaire est assimilé à un ensemble de grains circulaires indéformables pouvant s'interpénétrer au voisinage des contacts. L'application de la DEM à la modélisation des milieux granulaires a été initialement proposée par Cundall et Strack [Cun79].

Pour mémoire, on signale qu'il existe une approche sensiblement différente, dite "dynamique des contacts", dans laquelle on considère des particules strictement indéformables, y compris au niveau des contacts. Dans ces méthodes, il n'y a donc aucune élasticité du matériau. On pourra se reporter pour plus de détails à [Rad95] ou [Jea99].

### 1.3.1 Lois du mouvement

Le milieu granulaire est représenté par un assemblage de particules bidimensionnelles, assimilables à un empilement de disques ou de rouleaux. Dans l'assemblage, une particule  $y$  quelconque est caractérisée à tout instant par sa position  $y_i$ , sa vitesse en translation  $\dot{y}_i$ , et en rotation  $\dot{\theta}_3$ . En connaissant les rayons des particules, on peut donc établir à un instant donné une liste des contacts – deux particules étant en contact si la distance entre les centres est inférieure à la somme des rayons. Pour chaque contact, on calcule l'effort exercé entre les particules en fonction des lois de contact (détaillées dans la suite). Le torseur  $\{F_i; M_3\}$  résultant des forces de contact sur la particule  $y$  entraîne une accélération en translation et en rotation suivant le principe fondamental de la dynamique. Si l'on note  $m_D$  la masse de l'élément et  $I_D$  son moment d'inertie, on a :

$$\ddot{y}_i = F_i / m_D \quad (1.1)$$

$$\ddot{\theta}_3 = M_3 / I_D \quad (1.2)$$

La position des particules, qui évolue au cours de la simulation, est déterminée à intervalles de temps  $\Delta t$ . Pour cela, les accélérations  $\ddot{y}_i$  et  $\ddot{\theta}_3$  sont intégrées suivant le schéma en différences finies centrées du premier ordre traduit dans les équations (1.3) à (1.6). Dans les équations, un indice après une expression entre crochets désigne l'instant auquel l'expression est évaluée. Cette méthode d'intégration fait l'hypothèse que les vitesses et les accélérations sont constantes sur chaque intervalle de temps.

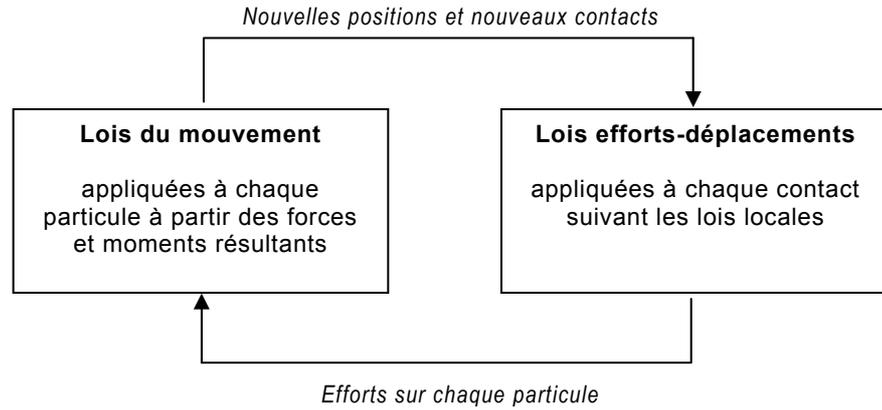
$$[\dot{y}_i]_{t+\Delta/2} = [\dot{y}_i]_{t-\Delta/2} + [\ddot{y}_i]_t \times \Delta t \quad (1.3)$$

$$[\dot{\theta}_3]_{t+\Delta/2} = [\dot{\theta}_3]_{t-\Delta/2} + [\ddot{\theta}_3]_t \times \Delta t \quad (1.4)$$

$$[y_i]_{t+\Delta} = [y_i]_t + [\dot{y}_i]_{t+\Delta/2} \times \Delta t \quad (1.5)$$

$$[\theta_3]_{t+\Delta} = [\theta_3]_t + [\dot{\theta}_3]_{t+\Delta/2} \times \Delta t \quad (1.6)$$

Entre chaque calcul des déplacements, les forces entre particules sont re-calculées en tenant compte des nouvelles positions. On dispose alors d'un système de forces de contact à jour pour le pas de temps suivant. Le concept de cet algorithme est illustré dans la figure 1.2. On peut traiter par cette méthode des problèmes dynamiques où le temps apparaît comme un paramètre pertinent. Dans notre cas cependant, le temps n'aura généralement pas de sens précis. Les itérations ont pour rôle essentiel de faire converger le système vers un état d'équilibre statique.



**fig. 1.2.** Principales étapes d'un cycle de calcul dans la DEM.

### 1.3.2 Lois de contact

#### 1.3.2.1 Raideur des contacts

Dans les méthodes DEM où les particules sont supposées déformables, on définit la composante normale  $f_n$  de la force de contact entre deux particules comme une fonction de la distance entre les centres. La déformation réelle des particules étant extrêmement complexe, on la prend en compte de façon globale par une légère interpénétration  $d_n$  au niveau du contact (fig. 1.3a), c'est l'approche "soft contact". Si le coefficient de frottement n'est pas nul, la force de contact comporte également une composante tangentielle notée  $f_t$ , définie comme une fonction du déplacement tangentiel relatif<sup>1</sup>  $d_t$ . Ces lois de contact permettent le calcul des efforts intervenant dans les expressions (1.1) et (1.2). Il existe plusieurs types de lois de contact, dont les deux les plus répandus sont présentés ci-dessous.

#### Contacts de Hertz-Mindlin

La loi de contact de Hertz-Mindlin est une relation non-linéaire basée sur la théorie de Mindlin et Deresiewicz [Min53]. Elle traduit la déformation de deux sphères élastiques de rayon  $r$ , en fonction du module de cisaillement  $G$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  du matériau qui les constitue. Les raideurs normales et tangentielles correspondantes sont définies par :

$$k_n^* = \frac{df_n}{d(d_n)} = \frac{G \cdot \sqrt{2} \cdot r}{1 - \nu} \cdot \sqrt{d_n} \quad (1.7)$$

$$k_t^* = \frac{df_t}{d(d_t)} = \frac{2 \cdot (G^2 \times 3 \cdot (1 - \nu) \cdot r)^{1/3}}{2 - \nu} \cdot f_n^{1/3} \quad (1.8)$$

Une telle définition du comportement du contact est coûteuse en temps de calcul (les raideurs doivent être calculées à chaque pas de temps). Des calculs comparatifs [Cun88] ont montré que les lois à raideur constante, moins coûteuses, aboutissaient à un comportement équivalent à l'échelle macroscopique.

<sup>1</sup> Le déplacement tangentiel relatif est la composante tangentielle du déplacement relatif entre deux points matériels, appartenant chacun à l'une des deux particules et initialement confondus avec le point de contact. Ce déplacement résulte donc, par définition, à la fois des translations et des rotations des particules.

### Contacts à raideur constante

Cette fois, le contact est assimilé à deux ressorts de raideurs constantes (fig. 1.3b). L'effort normal est défini par

$$f_n = k_n^* . d_n \tag{1.9}$$

et l'effort tangentiel est calculé de manière incrémentale à chaque pas de temps, en fonction de l'incrément  $\Delta d_t$ , suivant

$$\Delta f_t = k_t^* . \Delta d_t \tag{1.10}$$

#### 1.3.2.2 Frottement de Coulomb

Pour les matériaux purement frottants, la résistance des contacts est définie par une loi de frottement de Coulomb. La force tangentielle est limitée à une valeur dépendante de l'effort normal suivant l'équation ( 1.11 ), où  $\mu_s$  est l'angle de frottement intergranulaire.

$$|f_t| \leq f_n . \tan(\mu_s) \tag{1.11}$$

En l'absence d'adhésion,  $f_n$  ne peut être négatif (cas de la traction). Si deux grains initialement en contact s'écartent, le contact est perdu et plus aucun effort ne s'exerce entre eux.

#### 1.3.2.3 Contacts cohésifs

Il est également possible d'attribuer aux contacts une résistance indépendante de  $f_n$ , que nous assimilerons à une adhésion entre les grains. Elle est caractérisée par l'effort maximum en cisaillement  $R_t$ , qui se substitue au frottement, et la résistance en traction  $R_n$ . Si l'une ou l'autre de ces forces est dépassée, la liaison est détruite, au sens où il n'y a plus d'adhésion entre les grains. Mais le contact lui même n'est perdu que si  $f_n < 0$  (c'est à dire s'il est en traction). Sinon, le frottement intergranulaire reprend aussitôt effet et  $\mu_s$  définit la résistance au cisaillement suivant l'équation (1.11).

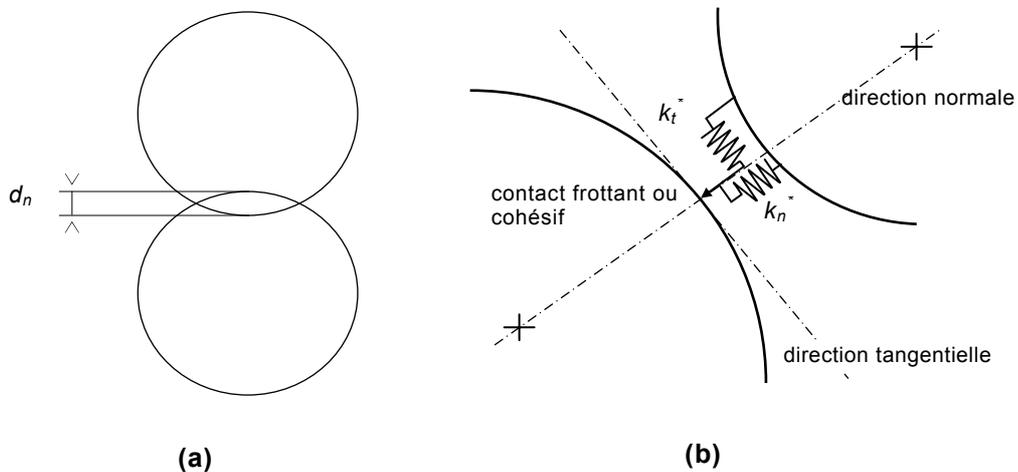


fig. 1.3. (a) Déformée de deux grains par chevauchement. (b) Modèle de contact.

### 1.3.3 Conditions de convergence

#### 1.3.3.1 Pas de temps critique

La résolution numérique étant basée sur une discrétisation du temps, la convergence du calcul vers une solution stable est conditionnée par la valeur du pas de temps  $\Delta t$ , qui ne doit pas être trop importante. Un *pas de temps critique*  $\Delta t_{crit}$  est évalué automatiquement au début de chaque cycle. Pour cela, la période propre de chaque particule est calculée suivant chaque degré de liberté, en supposant que les degrés de liberté sont indépendants. On détermine pour chaque degré de liberté  $i$  la raideur équivalente  $K_i$  des contacts qui entourent l'élément.  $\Delta t_{crit}$  est finalement obtenu en prenant une fraction  $S$  de la plus petite période propre obtenue sur l'ensemble des particules. Cette opération se traduit par l'équation (1.12) où l'exposant  $n$  correspond à la numérotation des éléments et  $i$  va de 1 à 3 ( $m_1^n = m_2^n = m_D^n$ ,  $m_3^n = I_D^n$ , et  $K_3^n$  est la raideur rotationnelle).

$$\Delta t_{crit} = S \times \min_{(n,i)} \left( \sqrt{m_i^n / K_i^n} \right) \quad (1.12)$$

#### 1.3.3.2 Amortissement non-visqueux

Toute action sur l'assemblage génère une onde qui se propage ensuite dans tout le modèle. Pour des ondes de faible amplitude, le milieu se comporte de façon purement élastique, le frottement ne dissipe pas d'énergie et les ondes sont piégées indéfiniment. Pour éviter ce phénomène, qui perturbe la résolution, les itérations prennent en compte un amortissement. PFC2D utilise un amortissement dit "non visqueux" (par opposition aux méthodes plus anciennes qui attribuent une viscosité à chaque contact), dont le principe est décrit par Cundall [Cun87]. Pour le mouvement de translation, l'expression du système (1.1) est modifiée en remplaçant  $F_i$  par  $F_i^d$ , obtenu par la relation :

$$F_{(i)}^d = F_i - D_a \cdot |F_{(i)}| \cdot \text{sign}(\dot{y}_{(i)}) \quad (1.13)$$

$$\begin{cases} \text{sign}(a) = -1 & \text{si } a < 0 \\ \text{sign}(a) = 1 & \text{si } a > 0 \\ \text{sign}(a) = 0 & \text{si } a = 0 \end{cases}$$

Pour le mouvement de rotation, la formulation est identique, en remplaçant  $F_i$  par  $M_3$  et  $\dot{y}_i$  par  $\dot{\theta}_3$ .  $D_a$  est le coefficient d'amortissement, grandeur adimensionnelle, comprise entre 0 et 1. Concrètement, quand la résultante des efforts sur une particule s'oppose au mouvement, elle est multipliée par  $(1+D_a)$ , mais si la résultante est motrice, elle est multipliée par  $(1-D_a)$ . L'amortissement non visqueux n'est pas un paramètre du modèle physique, il est donc indispensable qu'il n'influence pas le résultat des simulations (voir section 3.4.2).

## 1.4. Simulation du comportement des milieux granulaires denses

### 1.4.1 Généralités

Le modèle DEM est conceptuellement assez proche des matériaux modèles constitués de rouleaux de Schneebeli<sup>1</sup> (modèle en 2D) ou de billes de verre (modèle en 3D). Les matériaux modèles sont largement utilisés pour étudier les origines microscopiques du comportement des milieux granulaires. On peut citer dans ce cadre les travaux précurseurs de Dantu, notamment l'étude par photoélasticité des réseaux de forces entre particules [Dan67]. Un intérêt majeur des simulations, par rapport aux essais sur matériaux modèles, réside dans l'accès direct à l'ensemble des variables micromécaniques. De ce fait, les simulations discrètes sont rapidement apparues comme une alternative intéressante aux expérimentations sur matériaux modèles [Cun79; Bar91; Iwa96].

Plusieurs aspects phénoménologiques caractéristiques des matériaux granulaires ont pu être reproduits dans des simulations DEM :

- Le modèle donne des résultats en accord avec le concept d'état critique [Mah96].
- La localisation des déformations en bandes de cisaillement a pu être obtenue [Bar91; Iwa96].
- Les résultats des simulations sont largement influencés par le chemin de sollicitation [Cun88, Jen89], de façon comparable aux résultats expérimentaux [Mah96], du fait notamment de l'anisotropie induite;
- Le phénomène de liquéfaction sous chargement cyclique a été reproduit [Ng94].
- Des phénomènes de type stick-slip à l'échelle macroscopique ont été mis en évidence [Mor99].

La comparaison directe des résultats expérimentaux et numériques reste néanmoins délicate : la configuration initiale des grains, qui joue un rôle important, est difficilement reproductible. Les auteurs ayant malgré tout cherché à reproduire directement des essais de laboratoire – sur empilements réguliers [OSu02b] ou aléatoires [Tho97] – parviennent à obtenir d'assez bonnes correspondances.

### 1.4.2 Quasi-staticité

En mécanique des sols, le comportement des matériaux est généralement décrit par des lois indépendantes du temps. Il est par ailleurs admis qu'on peut mesurer par des essais triaxiaux des caractéristiques indépendantes de la vitesse de chargement, du moins tant que celle-ci est suffisamment lente. Assez logiquement donc, on peut attendre d'un modèle numérique qu'il respecte cette indépendance par rapport au temps. Dans la DEM cependant, le temps est un paramètre important, sans lequel aucun calcul ne serait possible. Les modélisateurs cherchent souvent à résoudre cette contradiction en invoquant le caractère "quasi-statique" des évolutions

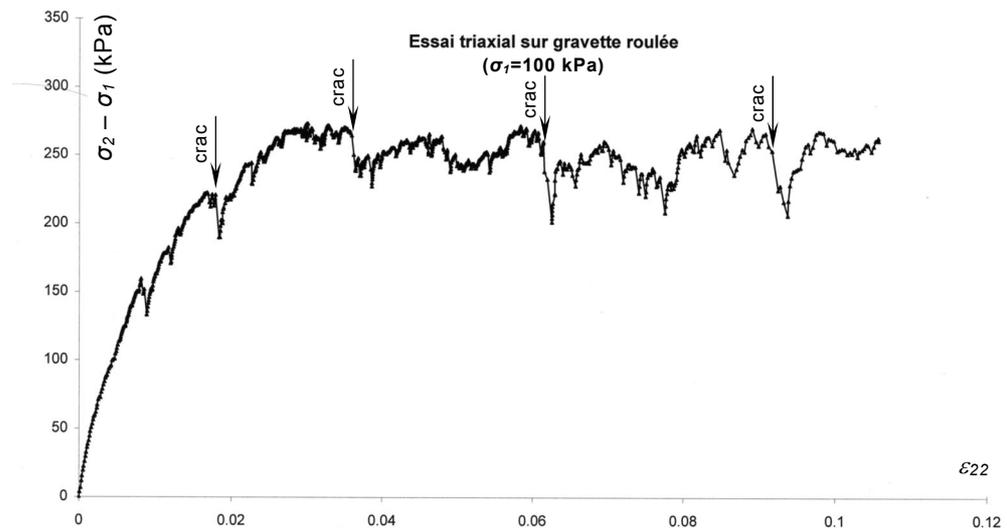
<sup>1</sup> Modèle analogue constitué par empilement de rouleaux perpendiculaires au plan de l'étude, initialement proposé par G. Schneebeli [Sch56].

simulées. Nous allons discuter ce terme, en gardant à l'esprit que l'objectif est d'obtenir des résultats indépendants de la vitesse de chargement.

Dans [Eve00], la notion de quasi-staticité est associée à celle de "déformation lente". Ce qui sous-entend que – comme dans les sols – il existe une gamme de vitesses de chargement dans laquelle le résultat ne dépend plus (ou de façon négligeable) de la vitesse.

Dans sa définition exacte, la quasi-staticité caractérise une évolution faite d'une suite continue d'états d'équilibre statique. Cette définition est en accord avec l'objectif visé : l'équilibre statique d'un système ne dépend pas du temps, une évolution strictement quasi-statique est donc une suite d'états indépendants du temps. La quasi-staticité est de ce fait une condition *suffisante* pour l'existence d'une loi de comportement indépendante du temps.

Les simulations de [Com01b] ont montré que la quasi-staticité pouvait être rigoureusement vérifiée (quasi-staticité "stricte") tant que le chargement appliqué sur un assemblage de grains frottants n'était pas trop important. Cependant, comme le souligne l'auteur, certains travaux [Eve93; Kim95; Joe91] mettent en doute l'existence d'un régime strictement quasi-statique dans le domaine des grandes déformations.



**fig. 1.4.** Résultat d'un essai triaxial sur une gravette roulée.

Pour illustrer cette non-staticité en grandes déformations, nous reproduisons dans la figure 1.4 le résultat d'un essai triaxial de révolution sur une gravette roulée<sup>1</sup>, réalisé par nos soins au laboratoire. L'échantillon contient environ 500 grains. On constate que la contrainte axiale chute brutalement de façon épisodique. Ces chutes sont souvent accompagnées de craquements (signalés par des flèches sur la figure), ce qui implique l'existence de phénomènes dynamiques transitoires. Des phénomènes similaires sont observés dans les expérimentations sur billes de verres; ils sont assimilables d'après [Eve01] à des événements dynamiques, par définition dépendants du temps, mais dont la durée et l'amplitude sont indépendants de la vitesse d'essai.

<sup>1</sup> Essai réalisé sur une éprouvette de diamètre 0,07 m et de hauteur 0,15 m. Diamètre des grains compris entre 10 mm et 12,5 mm. Vitesse d'écrasement de 0,1 mm/min jusqu'à  $\epsilon_{22}=0,06$  et 0,5 mm/min ensuite.

Après ce constat, il convient de reconsidérer l'importance de la quasi-staticité stricte. C'est une condition suffisante pour que le comportement global soit indépendant du temps, mais ce ne semble pas être une condition *nécessaire*. Dans la suite de ce travail, on cherchera uniquement à obtenir des résultats qui peuvent être considérés indépendants de la vitesse de chargement. Une évolution simulée sera qualifiée de quasi-statique, au sens large cette fois, dès lors qu'elle vérifiera cette propriété.

### 1.4.3 Simulations de compressions biaxiales

De nombreux auteurs ont simulé des essais de compression biaxiale (fig. 1.5) ou triaxiale sur des assemblages granulaires denses pour étudier leur évolution quasi-statique sous contraintes. Ce type de simulations permet une description phénoménologique des mécanismes de déformation [Com01a; Ded00]. Par ailleurs – et c'est ce qui nous concerne plus directement – les forces et les déplacements aux limites de l'échantillon permettent une caractérisation macroscopique du comportement. De tels résultats sont donc parfois invoqués pour valider les théories d'homogénéisation [Bat88a].

La grande diversité des conditions de simulation fait que les résultats des différents auteurs sont rarement comparables. On s'attache dans cette partie à souligner les différents choix de simulation possibles et leurs implications (signalons à ce sujet l'importance du travail de Combe [Com01a]). On se limitera au cas des modélisations discrètes en deux dimensions, puisque c'est le contexte dans lequel nos travaux ont été effectués.

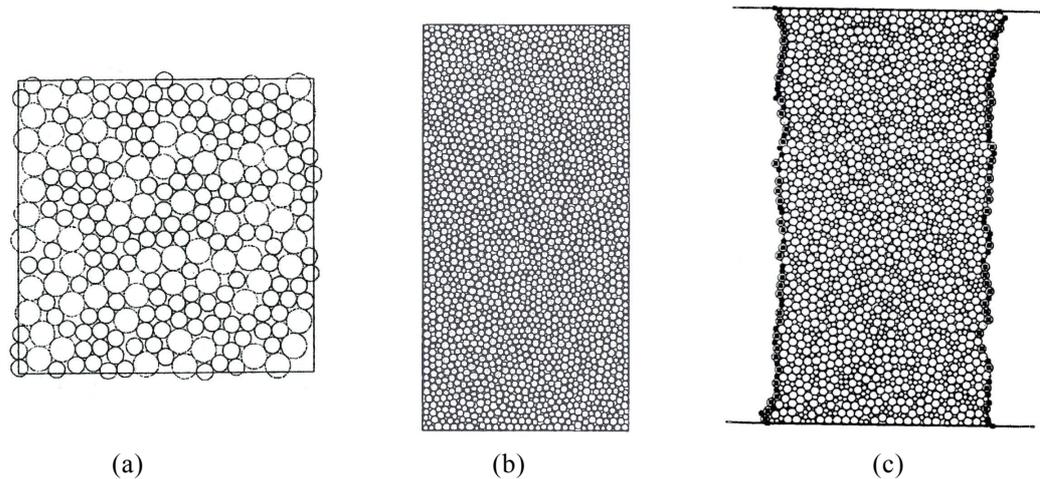
#### 1.4.3.1 Granulométrie

Quand les grains ont tous la même taille, l'assemblage est dit monodisperse ; dans le cas contraire, on parlera d'assemblages polydisperses. De nombreux exemples montrent que les assemblages monodisperses ont un comportement singulier [OSu02a; Dic89; Ant95] – avec notamment une forte anisotropie et des hétérogénéités macroscopiques – les particules ayant tendance à s'organiser spontanément en motifs réguliers [Ger93]. La plupart des auteurs étudient donc de préférence des assemblages polydisperses, dont le comportement est jugé plus représentatif de celui d'un sol.

Certains auteurs ont proposé de simuler les grains par des assemblages de plusieurs éléments discrets [Mah97; Del03; OSu02a]. Ils peuvent étudier par ce moyen l'influence de la forme et de l'éventuelle fracturation des grains sur le comportement macroscopique. Les angles de frottement macroscopique obtenus avec ce type d'assemblages sont généralement plus élevés qu'avec des grains simples.

#### 1.4.3.2 Mise en place

La méthode d'obtention d'un état dense a une importance cruciale dans les simulations discrètes. Pour les simulations basées sur des empilements réguliers, la procédure de mise en place est extrêmement simple [OSu02b]. Mais, comme on vient de le dire, le comportement d'un tel assemblage n'est pas représentatif de celui d'un sol.



**fig. 1.5.** Echantillons utilisés pour simuler la compression biaxiale. (a) Conditions aux limites périodiques de [Ng94]; (b) conditions aux limites de type parois rigides de [Hua99]; (c) conditions aux limites de type membrane de [Bar91].

L'alternative consiste à effectuer une procédure de mise en place comportant une partie aléatoire. On dispose alors de deux méthodes de base, desquelles dérivent un grand nombre de variantes :

- dépôt gravitaire [Che88; Nou99; Mor00],
- positionnement aléatoire dans un volume défini à l'avance [Mah96], ou disposition régulière suivie d'un brassage aléatoire [Com01a], puis compactage par réduction du volume disponible ou grossissement des grains.

La première des deux méthodes nécessite généralement un réajustement de la surface libre aux dimensions de l'échantillon, l'homogénéité de l'échantillon n'est donc pas assurée. Elle aboutit par ailleurs à des distributions de contact fortement anisotropes [Che88].

Les procédures de mise en place de la littérature permettent rarement d'ajuster précisément la compacité finale des arrangements. Les auteurs considèrent le plus souvent que la compacité est un résultat difficilement modifiable de la méthode de compactage adoptée. Certains auteurs signalent néanmoins – pour une procédure de compactage donnée – que la compacité obtenue dépend du coefficient de frottement entre les grains [Mah96; Tho00]. Quand la compacité maximale est recherchée, comme dans [Com01a], il semble avantageux d'effectuer la mise en place sans frottement intergranulaire.

#### 1.4.3.3 Contrôle des conditions aux limites

Les conditions aux limites (fig. 1.5) sont généralement contrôlées par la position de parois rigides qui déterminent le contour de l'échantillon. On cherche la plupart du temps à maintenir une contrainte latérale  $\sigma_l$  constante tandis que le chargement est imposé par déplacement des parois hautes et basses [Cun88; Mah96; Ant95].

Le contrôle de  $\sigma_l$  requiert une procédure d'asservissement des parois latérales qui soit capable de s'adapter à des transitions rapides à l'intérieur de

l'échantillon, notamment au moment de la rupture. Il semble que, sur ce point, les procédures visant à simuler de façon réaliste le comportement dynamique des parois (en tenant compte de leur inertie), posent quelques problèmes, surtout si l'écrasement est rapide <sup>[Lud01]</sup>. L'asservissement purement numérique proposé dans [Ita97] semble plus performant. Il est basé sur le calcul à chaque pas de temps du déplacement permettant de compenser exactement la différence entre la valeur effective et la valeur de consigne de  $\sigma_1$ .

La rigidité des parois a tendance à homogénéiser la déformation dans l'échantillon. Dans certains travaux dédiés à l'étude de la localisation, on trouve des parois latérales souples <sup>[Bar91; Iwa95]</sup>. De telles conditions aux limites s'apparentent aux conditions classiques d'un essai triaxial de révolution avec une membrane. Les auteurs montrent qu'elles favorisent effectivement la localisation de la déformation en bandes de cisaillement.

Signalons que les parois rigides présentent l'inconvénient de perturber l'organisation de la structure granulaire, forçant notamment une plus grande porosité au voisinage des bords. Pour éliminer ces effets de bord, on trouve dans la littérature des simulations réalisées avec des conditions aux limites périodiques <sup>[Cun88]</sup>. Ce procédé est utilisé en particulier quand les échantillons contiennent peu de grains. Il présente cependant l'inconvénient de contraindre la localisation de la déformation : une bande de cisaillement ne peut se former que si elle respecte la périodicité <sup>[Cam01]</sup>.

#### 1.4.3.4 Mode de chargement

La plupart du temps, le chargement est effectué par l'intermédiaire des parois haute et basse. On impose le plus souvent la déformation axiale  $\varepsilon_{22}$  plutôt que la contrainte  $\sigma_{22}$ , ce qui permet d'étudier le comportement post-rupture.

Dans les premiers temps, certains modélisateurs ont cherché à appliquer des chargements par paliers successifs pour assurer une quasi-staticité stricte <sup>[Cun88; Bar91]</sup>. Entre chaque palier, on attend que le système atteigne un état jugé suffisamment proche de l'équilibre statique. On peut cependant mettre en doute l'intérêt d'une telle procédure, puisque la quasi-staticité n'est pas vérifiée entre deux paliers successifs.

Pour optimiser les temps de calcul, il semble préférable d'éviter les perturbations créées par les arrêts/reprises de l'écrasement et d'imposer une vitesse de déformation constante. Ceci revient à rechercher perpétuellement un état d'équilibre qui ne sera jamais réellement atteint, puisque les conditions aux limites évoluent en même temps que le système s'équilibre. Une telle procédure implique que l'écrasement est suffisamment lent pour que le système soit à tout moment proche d'un état d'équilibre.

En pratique, les auteurs se réfèrent souvent à des paramètres internes du code de calcul pour attester de la proximité avec l'état d'équilibre et justifier le choix de la vitesse de sollicitation. Cependant, les travaux sont souvent présentés sans que soit réellement explicité le critère de choix. Nous essayerons pour notre part d'apporter des précisions sur ce point au chapitre 3.

#### 1.4.4 Volume élémentaire représentatif et variabilité des résultats

Les mécaniciens des sols supposent depuis longtemps (section 1.2) que le comportement d'un sol peut être assimilé à celui d'un milieu continu dont le comportement est défini, en chaque point, par une loi macroscopique en contraintes-déformations. Ils considèrent généralement que ceci n'est vrai que si l'on s'intéresse à un volume comportant un nombre de grains suffisant. Vient alors un problème de définition : qu'entend-on par « suffisant » ? Cette question est particulièrement cruciale, puisque l'on cherche à caractériser le comportement macroscopique d'assemblages en conditions biaxiales.

Une question similaire se pose dans les théories d'homogénéisation de milieux hétérogènes. On introduit généralement dans ce cas la notion de volume élémentaire représentatif (VER). Le VER est – d'après la définition de [Cam01] – un volume pour lequel il est possible de déterminer une loi de comportement unique reliant les contraintes aux déformations. Cette définition du VER implique que le comportement macroscopique d'un échantillon est purement déterministe dès lors que sa taille est supérieure à celle du VER.

Avant de montrer que cette définition est difficilement applicable dans le cadre de simulations discrètes, soulignons une différence fondamentale entre l'approche « milieu continu » et l'approche « milieu discret » :

- dans un problème de type « milieu continu » avec des conditions aux limites et une rhéologie donnée, on admet généralement l'existence d'une solution exacte unique. On cherche alors à l'approximer au mieux, au moyen par exemple d'une méthode en éléments finis (E.F.). De ce fait, les différences entre deux résultats E.F. ne seront jamais dues qu'à des erreurs d'approximation plus ou moins grandes liées à la finesse du maillage, au type d'élément utilisé, etc ;
- supposons maintenant que le même problème aux limites est traité avec une approche discrète. Si l'arrangement des grains est aléatoire, il existe une multitude de configurations initiales différentes, et autant de solutions « exactes ». Pour chaque configuration initiale, la méthode numérique fournit donc une approximation de la solution exacte correspondante. La variabilité des résultats est donc, en définitive, inhérente à l'approche discrète, indépendamment des erreurs liées à la méthode de résolution.

Dans ce contexte, une définition du VER basée sur l'unicité de comportement revient à exclure son existence. Pourtant, la dispersion des courbes  $\sigma$ - $\varepsilon$  diminue avec le nombre d'éléments (généralement admis). Et par ailleurs, des travaux récents [Com01a; Com01b] ont montré qu'il existait un comportement asymptotique dans la limite des grands systèmes (à condition que les contacts soient frottants). En prenant en compte cet aspect, on peut considérer que le VER existe mais qu'il est de taille infinie. Ceci ne résout pas la question du nombre de grains suffisant.

Ce constat a conduit de nombreux auteurs, expérimentateurs ou numériques, à caractériser le volume élémentaire représentatif par le fait que les différences étaient négligeables d'un essai – ou d'un calcul – à l'autre. On considère généralement dans ce cas que l'échantillon doit être composé d'au moins 1000 grains [Mah96].

Il existe cependant des définitions différentes du VER, dont celle proposée par Evesque [Eve01]. Construite par analogie avec les lois de la thermodynamique, cette définition intègre naturellement l'aspect aléatoire du comportement. Dans cette approche, le comportement d'un échantillon plus grand que le VER peut très bien être extrêmement variable. En revanche, sa moyenne statistique doit être indépendante de la taille de l'échantillon et sa dispersion suivre une loi normale. Dans ce cadre et en deux dimensions, Evesque prévoit que l'écart type de résultats obtenus sur un échantillon de taille  $L$  diminue proportionnellement à  $\sqrt{\xi/L}$ , avec  $\xi$  la taille du VER.

Signalons qu'une telle évolution de l'écart type était également suggérée dans [Cha00]. Nous proposons alors une proportionnalité de l'écart type vis-à-vis de  $\sqrt{\xi'/L}$  par analogie avec l'intégration d'une variable aléatoire sur un domaine de surface proportionnelle à  $L^2$ ,  $\xi'$  représentant la distance d'auto-corrélation de la variable.

Dans [Eve01], différentes méthodes d'estimation de la taille du VER montrent que  $\xi$  est compris entre un et trois diamètres de grain (soit environ 10 grains dans le VER). Par ailleurs, les résultats expérimentaux de Calvetti et al. [Cal97] montrent que l'homogénéisation cinématique<sup>1</sup> appliquée à un assemblage de rouleaux donne des résultats satisfaisants quand le volume contient approximativement 15 rouleaux.

L'approche probabiliste de la question du VER semble la plus pertinente. Elle revient à admettre la dispersion des résultats comme un aspect tout à fait normal du comportement du milieu granulaire, et non comme une erreur due à la méthode de calcul ou à un trop faible nombre de grains. Une simulation complète (génération des grains, compactage, écrasement) fournit donc seulement un résultat parmi l'infinité des possibles. La dispersion étant d'autant plus grande que le nombre de grains est faible. Ceci n'exclut pas pour autant l'existence de biais systématiques, dépendants du nombre de grains, liés à d'éventuels effets de bord (section 3.4.1.2).

Dans la suite de ce travail, on supposera qu'il existe toujours une loi de comportement asymptotique dans la limite des grands systèmes. Et l'objectif des simulations biaxiales sera de donner une approximation satisfaisante de l'asymptote.

---

## 1.5. Homogénéisation dans les milieux granulaires

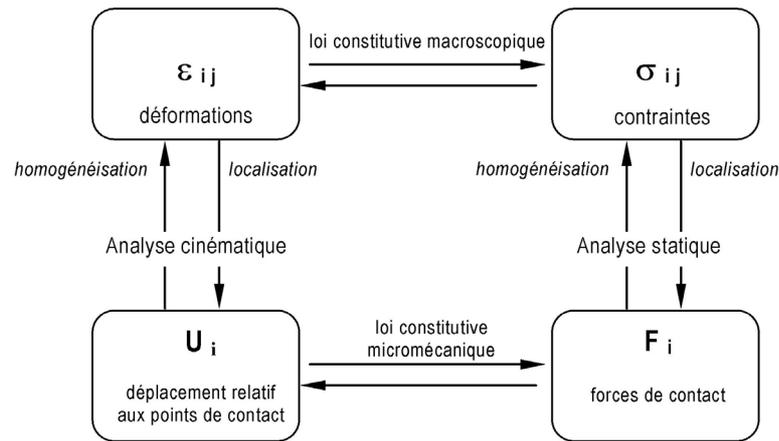
---

### 1.5.1 Principe de la démarche

L'homogénéisation vise à établir un lien entre le comportement macroscopique d'un échantillon et les mécanismes de déformation et de rupture qui se produisent à l'échelle des grains. Cette démarche est donc susceptible d'apporter des éléments de réponse à la question du choix des paramètres. Bien que les approches puissent différer d'un auteur à l'autre, le principe de l'homogénéisation est généralement celui schématisé par Cambou et al. [Cam95] (fig. 1.6).

---

<sup>1</sup> Calcul des déformations à partir des déplacements des rouleaux, voir section suivante.



**fig. 1.6.** Principe de l'homogénéisation dans les milieux granulaires d'après Cambou [Cam95].

Le problème a été longtemps cantonné au cas de l'élasticité et des petites déformations. Les études les plus anciennes considèrent le cas des arrangements réguliers, dont la géométrie particulière permet une analyse mathématique simple [Der58; Duf59; Mak67]. Des modèles d'arrangements aléatoires sont apparus plus tard [Jen87; Wal87; Bat88; Cha88]. Les phénomènes d'ouverture ou de glissement des contacts ont été introduits récemment [Eme96; Ded00] pour étendre l'homogénéisation au comportement plastique. A terme, on peut imaginer – et c'est l'objectif – une modélisation englobant la rupture et les grandes déformations.

Bon nombre de ces travaux formulent des hypothèses proches ou englobant celles de la DEM : particules rondes ou sphériques, contacts élastiques avec frottement de Coulomb. Leurs résultats peuvent donc en principe donner une solution analytique pour le passage du "macro" au "micro" dans la DEM. Cependant, l'état actuel de ces recherches ne semble pas suffisant pour assurer un calage précis et fiable du modèle, en particulier pour les paramètres de résistance. Certaines relations données dans la littérature seront tout de même évoquées au fil du chapitre 3, dédié au problème du calage des paramètres. Elles permettront de mettre en évidence des tendances, et de fixer des ordres de grandeur.

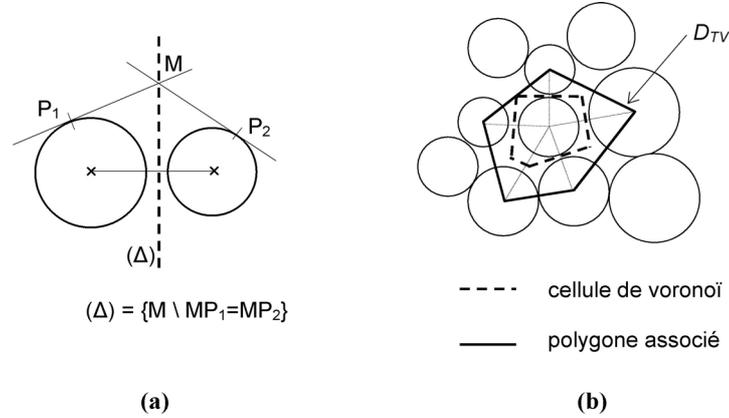
### 1.5.2 Homogénéisation cinématique appliquée à un grain

On présente ici une méthode proposée par Lanier et al. [Lan95] pour mettre en évidence les mécanismes élémentaires de déformation d'un milieu granulaire. Nous l'avons implémenté dans PFC2D, pour visualiser le développement de la rupture dans les ouvrages étudiés. L'approche consiste à associer à chaque grain un tenseur de déformations qui caractérise la déformation de son "voisinage".

Le voisinage en question est défini en utilisant une *Tessalation de Voronoï* : on détermine pour chaque grain une *cellule de Voronoï*, plus petit polygone vérifiant les deux conditions suivantes :

- le grain est contenu dans le polygone;
- chaque côté du polygone correspond à l'axe radical du grain étudié et d'un grain voisin (fig. 1.7).

On considère ensuite un deuxième polygone, dont les sommets sont les centres des grains associés aux différents côtés de la cellule de Voronoï; on définit ainsi un domaine polygonal  $D_{TV}$  de surface  $S_{TV}$  et un contour  $C_{TV}$  de longueur  $L_{TV}$ .



**fig. 1.7.** (a) : Définition de l'axe radical entre deux grains; (b) : Définition des grains "voisins" par tessalation de Voronoï.

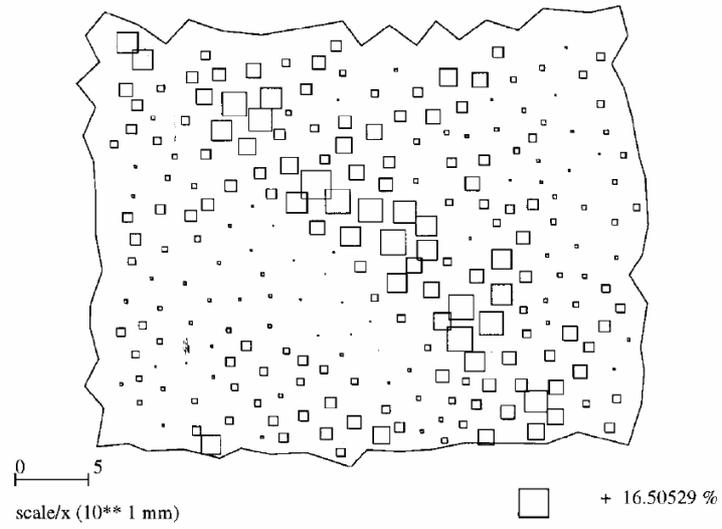
La déformation macroscopique associée au grain central est ensuite obtenue en utilisant l'approche proposée par Cundall et al. [Cun82] pour un ensemble de grains de taille quelconque. Le gradient de déplacement moyen du milieu continu équivalent contenu dans  $S_{TV}$  est calculé suivant

$$\langle u_{i,j} \rangle = \frac{1}{S_{TV}} \int_{D_{TV}} u_{i,j} \cdot dS = \frac{1}{L_{TV}} \int_{C_{TV}} u_i \cdot n_j \cdot dL \quad (1.14)$$

où  $u$  est le champ de déplacement et  $n_j$  la normale unitaire du contour (l'égalité des deux expressions découle du théorème de Gauss). En supposant que  $u_i$  varie linéairement entre deux sommets, la deuxième formulation permet de calculer le gradient de déplacement moyen en connaissant uniquement les déplacements des sommets (donc des grains voisins). On obtient finalement le tenseur des déformations équivalent en prenant la partie symétrique de  $\langle u_{i,j} \rangle$  :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (\langle u_{i,j} \rangle + \langle u_{j,i} \rangle) \quad (1.15)$$

Une fois ce calcul effectué pour tous les grains, on peut représenter les résultats sous une forme graphique. Dans [Lan95], on dispose à la place de chaque grain un carré de taille proportionnelle à une grandeur scalaire caractérisant l'intensité de la déformation (typiquement la partie déviatoire). Ce procédé permet notamment de visualiser les bandes de cisaillements, comme dans la figure 1.8. La procédure que nous avons implémentée dans PFC2D est tout à fait comparable, elle permettra d'analyser les résultats des simulations (chapitres 5 et 6).



**fig. 1.8.** Hétérogénéité des déformations locales (composante déviatoire) au sein d'un empilement de rouleaux comprimé verticalement. Chaque rouleau est représenté par un carré de taille proportionnelle à la déformation qui lui est associée (d'après [Ca197]).

---

## 1.6. Conclusion

Le modèle DEM implémenté dans le logiciel PFC2D a été présenté. Il modélise le sol comme un ensemble de grains en contact. Les modèles de ce type offrent de nouvelles possibilités pour la modélisation du comportement des sols, mais posent des problèmes en terme de calage : les paramètres locaux des lois de contact ne peuvent pas être déduits directement des grandeurs macroscopiques expérimentales. Leur utilisation en modélisation d'ouvrages reste de ce fait assez rare.

Les méthodes DEM ont été surtout utilisées jusqu'à présent pour simuler des essais élémentaires; le plus souvent, il s'agit d'essais de compression biaxiale. Ces simulations peuvent fournir des informations macroscopiques sur le comportement des assemblages. Elles permettent ainsi un passage direct du "micro" au "macro", mais n'apportent pas de réponse explicite pour le calage des paramètres, qui nécessite de passer du "macro" au "micro".

Les théories d'homogénéisation trouvent en revanche ici une application directe, puisque elles sont supposées établir des équivalences micro-macro. Mais leur développement actuel ne permet pas un calage suffisamment fiable, en particulier pour les paramètres définissant le critère de rupture.

Le choix des paramètres DEM reste donc un problème ouvert, auquel il faudra nécessairement trouver une solution si l'on veut simuler le comportement d'ouvrages géotechniques. On proposera au chapitre 3 une démarche pseudo-empirique, basée sur l'analyse dimensionnelle et la simulation d'essais biaxiaux.

# Chapitre 2

## Ancrage des géosynthétiques sur pentes

### 2.1. Introduction

### 2.2. Géosynthétiques

#### 2.2.1 Généralités

#### 2.2.2 Caractérisation du comportement mécanique

### 2.3. Dispositifs d'étanchéité par géosynthétiques et ancrage

#### 2.3.1 Dispositif d'étanchéité par géosynthétique

#### 2.3.2 Stabilité

### 2.4. Modélisations expérimentales et numériques

#### 2.4.1 Ancrages modèles en milieu confiné

#### 2.4.2 Banc d'ancrage en vraie grandeur du CEMAGREF - Bordeaux

### 2.5. Modélisation analytique et dimensionnement

#### 2.5.1 Généralités

#### 2.5.2 Hypothèses communes à tous les auteurs

#### 2.5.3 Hypothèses propres à chaque auteur

#### 2.5.4 Application numérique

### 2.6. Conclusion

---

## 2.1. Introduction

Les ancrages sont des éléments de structure souvent indispensables à la stabilité des dispositifs d'étanchéité par géosynthétiques sur pentes (DEG). Pour des raisons d'ordre économique, on réalise fréquemment des *tranchées d'ancrage*, qui occupent – à résistance équivalente – moins d'espace que des ancrages droits. L'extrémité de la nappe géosynthétique est disposée dans la tranchée, qui est ensuite remblayée et compactée. De tels dispositifs posent de réels problèmes de dimensionnement, les mécanismes associés à ce type d'ancrages étant mal connus.

Ce chapitre traite de la stabilité des DEG en général, et de la conception des ancrages en particulier. Nous définirons les matériaux géosynthétiques et nous présenterons le principe de leur utilisation dans les dispositifs d'étanchéité sur pente. On montrera que les DEG sont en général soumis à des sollicitations qui tendent à entraîner l'ensemble du système vers le bas, ce qui justifiera l'importance des ancrages au sommet des pentes

On présentera les méthodes, expérimentales ou numériques, employées dans les travaux antérieurs pour étudier le comportement des ancrages en tranchées. On détaillera notamment le principe du banc d'ancrage en vraie grandeur développé au CEMAGREF–Bordeaux <sup>[Bri01]</sup>, grâce auquel nous avons réalisé les essais en vraie grandeur <sup>[Bri03]</sup>. Enfin, on proposera une synthèse des méthodes de dimensionnement existantes en insistant sur leurs hypothèses respectives.

## 2.2. Géosynthétiques

### 2.2.1 Généralités

On appelle "géosynthétique" toute nappe polymérique utilisée en contact avec le sol ou la roche, ou dans toute autre application en géotechnique ou en génie civil. La plupart des géosynthétiques sont des matériaux synthétiques, mais certains sont fabriqués à partir d'éléments naturels tels que des fibres végétales.

Leur utilisation a commencé à se généraliser dans les années soixantes, pour assurer des fonctions de renforcement des sols, de drainage, de protection, de filtration, ou d'imperméabilisation (fig. 2.1). Rapidement, la distinction a été faite entre deux grandes classes de géosynthétiques :

- Les géomembranes (Gmb), nappes imperméables destinées à assurer une étanchéité ;
- Les géotextiles (GTX), pour les autres applications précédemment citées.

D'autres produits dérivés sont apparus depuis (géoespaceurs, géogrilles) et ont été rassemblés sous le terme génériques "produits apparentés".

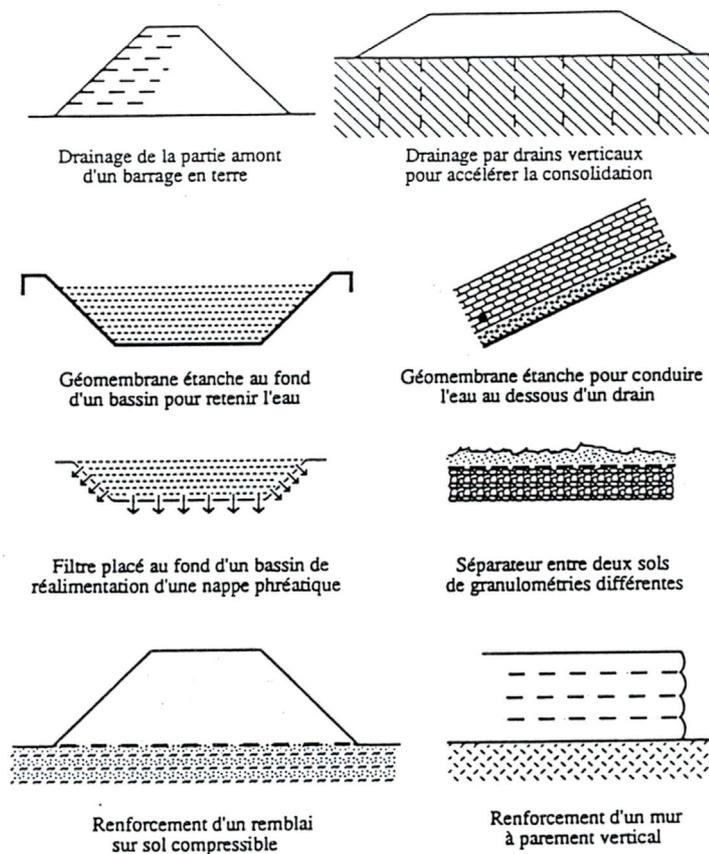


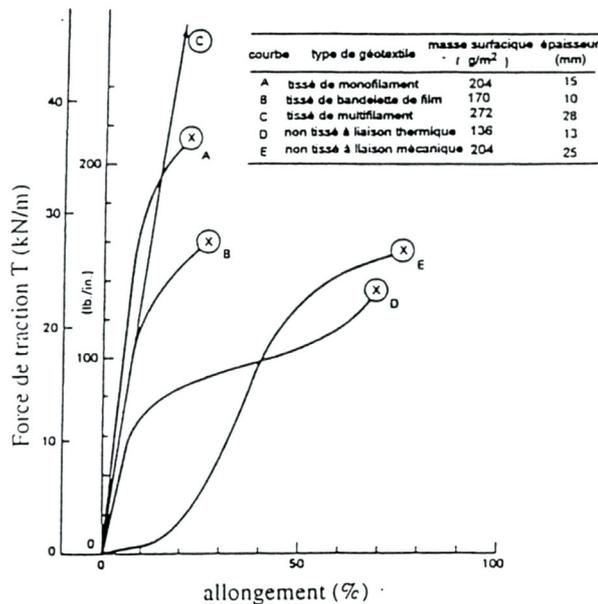
fig. 2.1. Exemples d'application des géosynthétiques (d'après [Hai92]).

## 2.2.2 Caractérisation du comportement mécanique

### 2.2.2.1 Comportement intrinsèque

Les géosynthétiques peuvent avoir des caractéristiques très différentes en fonction de la matière qui les constitue et du mode de fabrication. On peut distinguer cinq classes de propriétés :

- les propriétés physiques ;
- les propriétés mécaniques ;
- les propriétés hydrauliques ;
- les propriétés chimiques ;
- les propriétés à long terme (durabilité, vieillissement, fluage).



**fig. 2.2.** Comportement des géosynthétiques en traction (d'après [Gou82]).

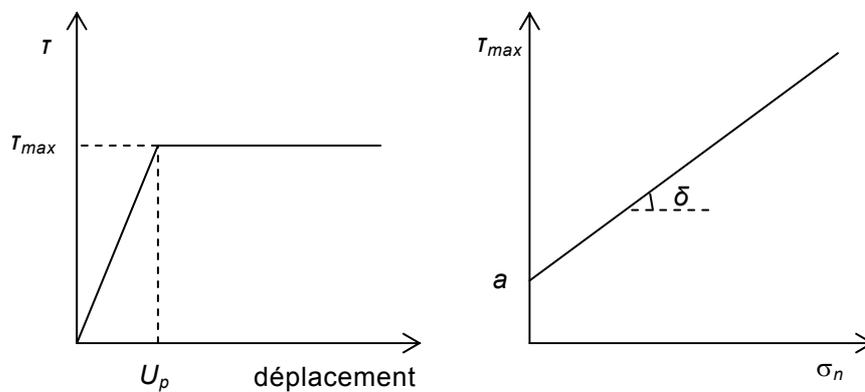
On s'intéresse ici aux propriétés mécaniques. De ce point de vue, le point commun à la plupart des produits est qu'ils opposent à la flexion une résistance négligeable (bien que mesurable d'après Gourc [Gou82]). De ce fait, les nappes n'ont pas non plus de résistance globale à la compression axiale ("flambement" immédiat). Leur rôle mécanique essentiel est donc de fournir – comme l'acier dans un béton armé – une résistance à la traction. Si un chargement est appliqué perpendiculairement au plan de la nappe, celle-ci se déforme de façon à mobiliser des efforts de tension, suivant un mécanisme de type *membrane* [Gou82; Rat87].

Les paramètres du comportement mécanique intrinsèque sont mesurés par des essais de traction sur éprouvettes rectangulaires [Gou82]. On obtient par ce biais la tension de rupture  $T_f$  (par unité de largeur). Bien que le comportement effort-allongement ne soit pas toujours linéaire (fig. 2.2), il est fréquent de le caractériser par un coefficient de raideur  $J$  représentant le rapport effort/allongement au moment de la rupture.

### 2.2.2.2 Comportement aux interfaces

Un aspect important du comportement des géosynthétiques – en particulier pour les utilisations en renforcement – est le comportement à l'interface avec les matériaux voisins (sol ou autre géosynthétique). Cette propriété est mesurée par des essais d'arrachement ou de cisaillement à la boîte <sup>[Gou82]</sup>, ou des essais au plan incliné <sup>[Bri01; Rey03]</sup>.

La résistance au cisaillement des interfaces est généralement caractérisée par une loi de frottement de coulomb (fig. 2.3), définie par un angle de frottement  $\delta$  et parfois également une adhésion  $a$  (dans la suite  $\delta_{M-M'}$  représente l'angle de frottement à l'interface entre les matériaux M et M'). On peut également définir la rigidité de l'interface à partir de la pente de la courbe contrainte de cisaillement-déplacement.



**fig. 2.3.** Comportement type de l'interface entre deux géosynthétiques ou entre un géosynthétique et un sol ( $\tau$  représente la contrainte de cisaillement,  $\sigma_n$  la contrainte normale).

## 2.3. Dispositifs d'étanchéité par géosynthétiques et ancrage

### 2.3.1 Dispositif d'étanchéité par géosynthétique

Les dispositifs d'étanchéité par géosynthétiques (DEG) sont employés couramment dans les ouvrages tels que les barrages, les canaux ou encore les centres de stockage de déchets (fig. 2.4). Ils présentent une alternative intéressante par rapport à des solutions plus anciennes (argile, béton...). De tels dispositifs comportent une géomembrane assurant l'étanchéité de l'ouvrage. Elle est généralement associée à des géotextiles et produits apparentés ayant pour fonctions principales sa protection et/ou le drainage (fig. 2.5). Enfin, les différentes nappes géosynthétiques sont souvent recouvertes d'une couche de sol, destinée en particulier à prévenir l'endommagement du DEG pendant la mise en œuvre et en service (fig. 2.6).



fig. 2.4. DEG dans un centre de stockage de déchets (d'après [Bri01]).

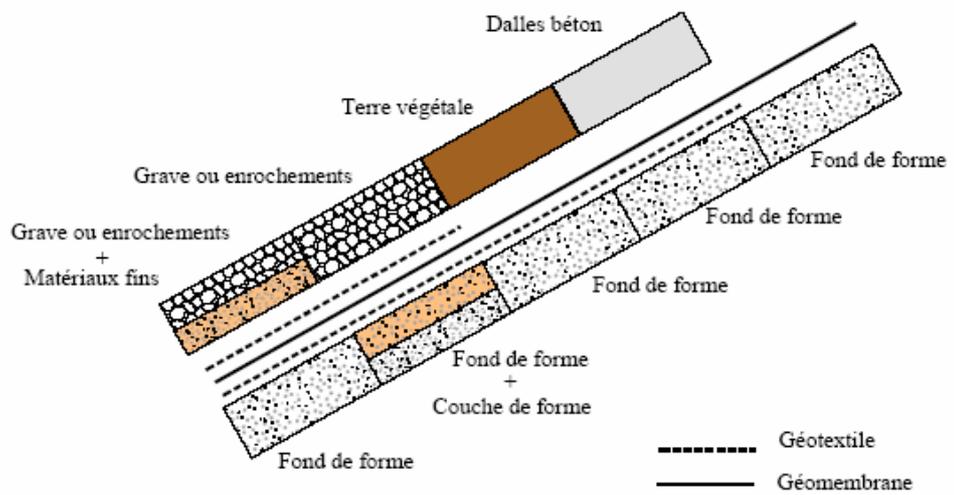


fig. 2.5. Exemples de composition des DEG sur pentes d'après le guide technique [Gui00] (schéma tiré de [Bri01]).



fig. 2.6. Mise en place du sol de couverture d'un DEG.

## 2.3.2 Stabilité

### 2.3.2.1 Tension générée le long de la pente

Devant des contraintes d'ordre essentiellement économique, la tendance actuelle est à l'utilisation maximale de l'espace disponible pour les ouvrages précédemment cités, ce qui conduit à l'adoption de pentes importantes. Il en découle des problèmes de stabilité du DEG tels que glissement à l'interface ou rupture en traction de certains composants du "complexe géosynthétique", à cause du poids du sol de recouvrement.

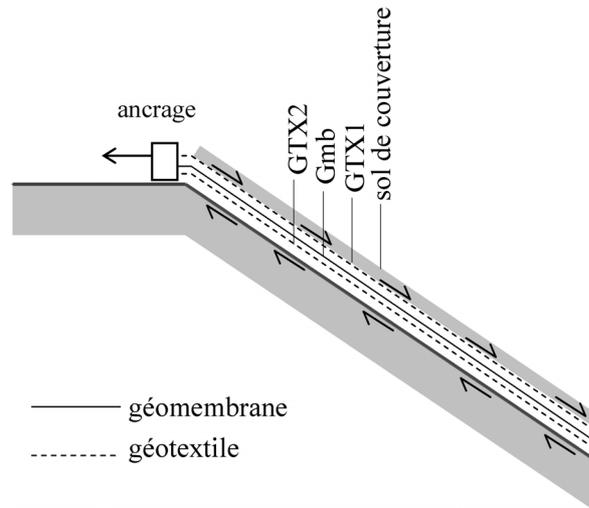


fig. 2.7. Problème de la stabilité d'un DEG typique.

Il existe en général un plan de glissement préférentiel à l'intérieur du DEG, à l'interface ayant la plus faible résistance au cisaillement. Dans le cas typique du DEG de la figure 2.7, le plan préférentiel correspond généralement à l'une des faces de la géomembrane (la géomembrane ayant un angle de frottement faible avec les autres matériaux). Dans le cas idéal, il s'agit de la face supérieure<sup>1</sup> ( $\delta_{GTX1-Gmb} < \delta_{GTX2-Gmb}$ ), ce qui évite en principe la tension de la géomembrane (potentiellement préjudiciable pour l'étanchéité). Les efforts sont alors intégralement reportés sur le géotextile supérieur, qui doit de ce fait être ancré fermement. Plus généralement, l'ancrage est nécessaire dès lors qu'une des interfaces présente un angle de frottement inférieur à l'angle de la pente (sinon, le système est dit *autostable*).

Il existe plusieurs méthodes permettant de calculer les tensions générées dans les nappes d'un DEG. Les méthodes de Koerner [Mar85; Koe91a] et de Giroud et Beech [Gir89] sont parmi les plus utilisées. Dans les deux cas, il s'agit d'un calcul à la rupture par une approche statique : la couche de sol de recouvrement est assimilée à un système de deux blocs<sup>2</sup> en équilibre limite (fig. 2.8). L'un des blocs est actif et l'autre passif, suivant le principe initialement proposé par [See67]. La tension totale  $T_p$  à reprendre en tête correspond au plus petit effort de frottement

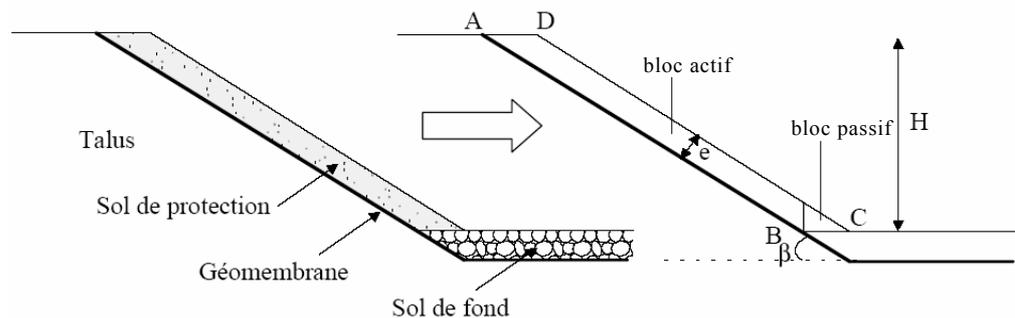
<sup>1</sup> Certaines géomembranes ont une face inférieure "texturée" prévue à cet effet.

<sup>2</sup> D'où le terme "méthode des deux blocs", souvent utilisé pour désigner ces méthodes de calcul. Seule une légère différence dans la forme des blocs permet de distinguer l'approche de Giroud et Beech de celle de Koerner.

(entre le bloc actif et le géosynthétique supérieur) permettant d'équilibrer le bloc actif.

Récemment, Liu [Liu01] a proposé une méthode qui – contrairement aux deux précédentes – respecte la compatibilité des déformations dans les différents composants. La couche de sol et le (ou les) géosynthétique(s) sont assimilés à deux colonnes, dont l'une résiste uniquement à la compression et l'autre uniquement à la traction, mais qui subissent la même déformation. Cette approche est confrontée avec succès aux données de terrain présentées dans [Vil97].

Signalons enfin l'étude du problème par éléments finis proposée par Feki [Fek96].



**fig. 2.8.** Principe de la méthode des deux blocs de Giroud et Beech [Gir89] (dans [Bri01]).

### 2.3.2.2 Ancrage

L'ancrage en tête du talus permet d'équilibrer les efforts de traction générés le long de la pente. Il peut être réalisé en recouvrant d'une simple couche de sol l'extrémité de la nappe (ancrage par recouvrement dans la figure 2.10). Mais pour optimiser l'espace, on creuse généralement une tranchée dans laquelle on place le géosynthétique à ancrer (fig. 2.9), avant de la remplir avec le matériau excavé, compacté par couches successives. On réalise par ce moyen des ancrages de différentes formes, en fonction de la géométrie de la tranchée et du périmètre revêtu (fig. 2.10). Les cas particuliers de l'ancrage à double tranchée et de la tranchée étroite remplie de béton sont signalés sur la figure 2.10, mais ne seront pas étudiés dans la suite (rarement utilisés).



**fig. 2.9.** Tranchée d'ancrage (d'après [Bri01]).

Dans la suite de ce mémoire, la profondeur et la largeur de la tranchée seront notées  $D$  et  $B$ , la distance horizontale entre la tranchée et le talus  $L$ , l'angle de la pente  $\beta$ , et l'épaisseur de la couche de recouvrement  $H$ .

Typiquement l'ancrage est dimensionné pour que sa résistance  $T_{max}$  soit supérieure à la tension  $T_p$  générée par frottement le long de la pente. Dans le cas idéal où la géomembrane n'est pas sollicitée, il suffit d'ancrer le géotextile supérieur pour assurer la stabilité de l'ensemble. Cependant, les autres nappes sont souvent ancrées elles-aussi par mesure de sécurité. On dispose alors l'ensemble des nappes dans la même tranchée (éventuellement sur des longueurs différentes) ou séparément dans des tranchées distinctes.

Il convient de noter que, dans les cas où l'on prévoit d'ancrer une géomembrane, [Koe98] conseille d'adopter le critère de dimensionnement  $T_{max} < T_f$  (où  $T_f$  est la résistance de la géomembrane en traction) plutôt que  $T_{max} > T_p$ . Il considère en effet que la déchirure de la nappe – qui peut survenir en profondeur – est plus préjudiciable à l'exploitant qu'un glissement de l'ancrage – plus superficiel. Dans les deux cas, il est nécessaire d'estimer avec la meilleure précision possible la valeur de  $T_{max}$ .

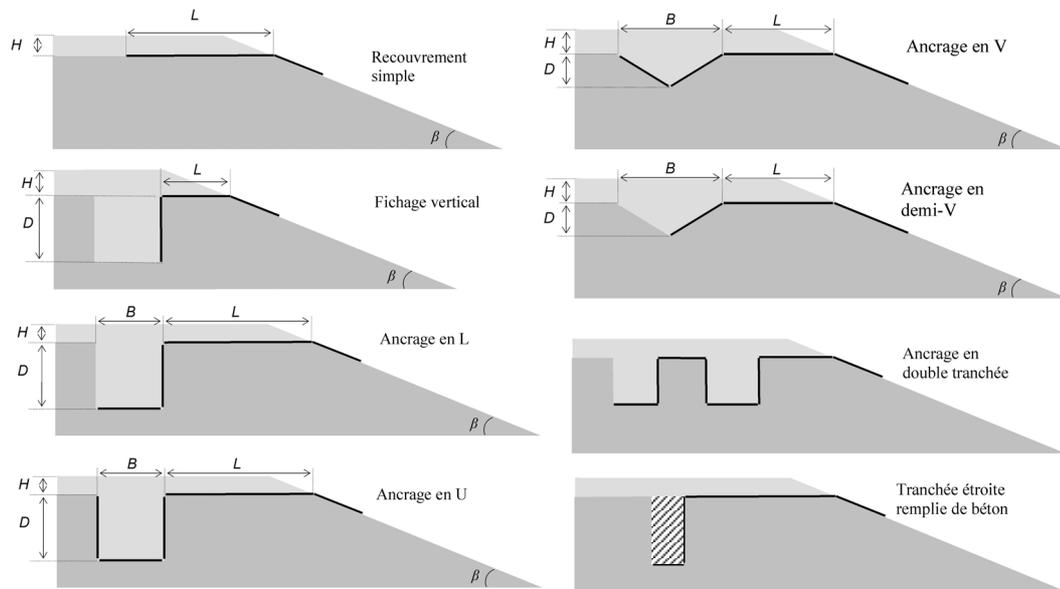


fig. 2.10. Différentes formes d'ancrages en tranchées.

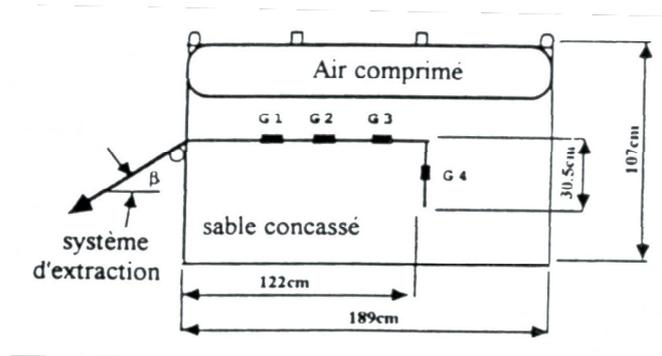
## 2.4. Modélisations expérimentales et numériques

Le comportement des ancrages droits a été assez largement étudié par des essais d'extraction [Gou82]. En revanche, les travaux de recherche sur le comportement – a priori bien plus complexe – des ancrages en tranchée sont extrêmement peu nombreux. Des questions importantes se posent : quelle est l'influence de la direction de la sollicitation, inclinée d'un angle  $\beta$  par rapport à l'horizontale ? Quels sont les mécanismes en jeu au voisinage des coudes de l'ancrage ? Nous faisons ici la synthèse des travaux publiés à ce sujet.

## 2.4.1 Ancrages modèles en milieu confiné

### 2.4.1.1 Essais de laboratoire

Koerner et Wayne [Koe91b] ont proposé de modifier un appareillage d'essai d'extraction classique de façon à évaluer – en particulier – l'effet de l'inclinaison de l'effort appliqué en tête. Leur dispositif est représenté sur la figure 2.11 : une poulie ajoutée à l'avant du boîtier d'ancrage permet d'exercer l'effort avec une inclinaison variable.



**fig. 2.11.** Essai d'extraction modifié de Koerner et Wayne [Koe91b] (G1, G2, G3, G4 sont des jauges de déformation collées sur la géomembrane).

On peut émettre de sérieux doutes sur l'intérêt d'un tel dispositif, puisque même si l'on modifie l'orientation de l'effort appliqué à gauche de la poulie, l'effort exercé à l'entrée de la zone d'ancrage n'en demeure pas moins horizontal. Assez logiquement donc, les auteurs concluent que l'inclinaison n'a pas d'influence (conclusion qui sera démentie dans ce qui suit). Par ailleurs, il est clair que le cas étudié n'a que peu de rapport avec les conditions aux limites réelles : le déplacement du sol au-dessus de l'inclusion est empêché et les parois du boîtier constituent à l'avant de l'ancrage une butée qui n'a pas d'équivalent dans un talus réel.

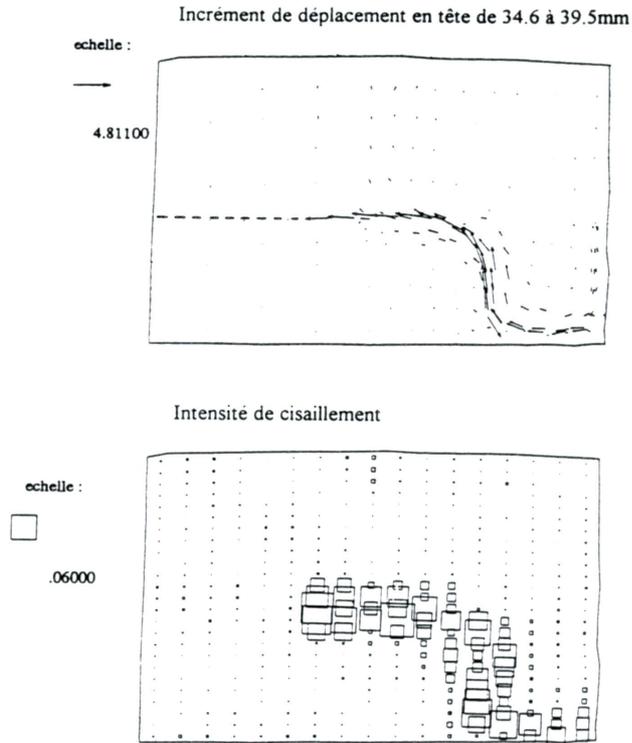
Sur le même principe, mais avec un empilement de rouleaux (modèle analogue de Schneebeli), Feki [Fek96] a simulé des ancrages en U, en L, et des fichages verticaux. Les déplacements des rouleaux au cours de l'extraction ont été analysés par photogrammétrie. Cela a permis de visualiser l'intensité des déformations locales au sein de l'empilement (fig. 2.12), suivant la procédure d'homogénéisation cinématique présentée au chapitre 1. Les résultats montrent que l'extraction de la nappe entraîne des réorganisations importantes des rouleaux au sein du "massif" d'ancrage. Cependant, comme précédemment, les conditions aux limites dans les essais sont éloignées des conditions réelles, puisque les rouleaux sont confinés dans un cadre de forme rectangulaire et que la force appliquée en tête est horizontale.

### 2.4.1.2 Simulations numériques par éléments finis

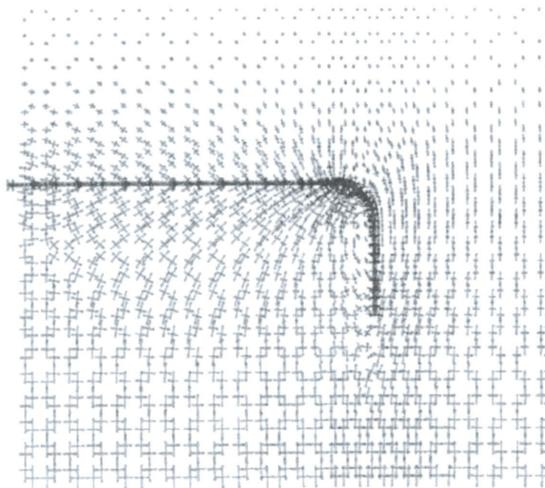
Les essais de Feki ont été simulés par éléments finis par Villard [Vil02]. Bien que ce type de modélisation permette de mettre en évidence certains aspects du comportement – tels que les concentrations de contraintes aux interfaces à l'intérieur des coudes – l'auteur conclut que ce type d'approche ne permet pas de simuler dans de bonnes conditions les mécanismes de déformation observés dans les

résultats expérimentaux (écrasement des coudes, rotation d'ensemble de certaines parties du massif...).

### Ancrage en tranchée en "U".



**fig. 2.12.** Déplacement des rouleaux et déformations locales équivalentes lors de l'extraction d'un ancrage en U [Fek96].



**fig. 2.13.** Contraintes principales dans une simulation de fichage vertical par éléments finis [Vil02].

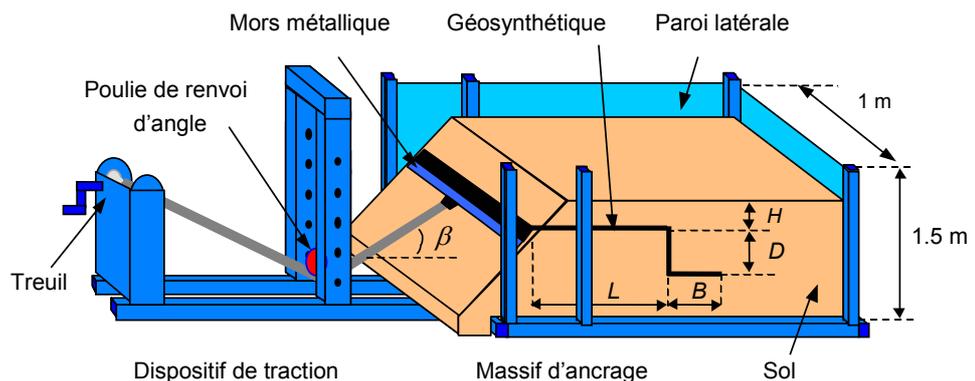
## 2.4.2 Banc d'ancrage en vraie grandeur du CEMAGREF - Bordeaux

### 2.4.2.1 Généralités

Un banc d'ancrage permettant une modélisation expérimentale en vraie grandeur avec des conditions aux limites réalistes a été développé dans le cadre de la thèse de Laurent Briançon [Bri01]. Une campagne d'essais préliminaire, réalisée avec du sable, a permis à Briançon d'établir la bonne répétabilité des résultats et d'investiguer l'influence de l'inclinaison de la pente et des dimensions de la tranchée [Bri00].

Par la suite, nous avons conçu en collaboration avec Briançon une instrumentation spécifique et conduit une campagne d'essais complémentaire [Bri02], pour une meilleure compréhension des phénomènes et une confrontation avec la modélisation. Les essais ont été réalisés avec un sable et un limon.

On présente dans cette partie le principe du banc d'ancrage et du dispositif de mesure, ainsi que les principales conclusions formulées par Briançon. Les conditions et les résultats des essais effectués en collaboration seront présentés plus en détail au chapitre 5 au moment de la comparaison avec les simulations.



**fig. 2.14.** Banc d'ancrage en vraie grandeur du CEMAGREF - Bordeaux

### 2.4.2.2 Dispositif Expérimental

Le banc d'ancrage (fig. 2.14) est constitué d'un massif d'ancrage d'un mètre de largeur et d'un dispositif de traction. Les dimensions de la zone d'ancrage permettent de réaliser une tranchée d'ancrage présentant une profondeur maximale ( $D+H$ ) égale à 1 m et une longueur de recouvrement ( $L+B$ ) pouvant atteindre 1,2 m. Le dispositif de traction est constitué d'un treuil de capacité maximale de 50 kN et d'une poulie de renvoi d'angle permettant d'exercer des forces de traction sur le géotextile pour des inclinaisons  $\beta$  comprises entre 0 et 35 degrés. Ce dispositif de traction est fixé au géotextile par un mors métallique.

Pour limiter les effets de bords, les parois latérales du banc d'ancrage sont recouvertes d'une géomembrane lisse en polypropylène. L'angle de frottement sable/géomembrane est d'environ 20 degrés. Le sol est mis en place par couches successives puis compacté. En partie haute du massif d'ancrage (couche supérieure de sol d'épaisseur  $H$ ), un espace d'environ 10 mm est ménagé entre le sol et les

parois latérales du banc d'ancrage pour éviter tout frottement qui aurait pu résulter des forts déplacements de la couche supérieure de sol durant l'essai.

### 2.4.2.3 Instrumentation

L'effort  $T$  et le déplacement  $U_0$  du câble de traction sont mesurés lors de l'extraction par des capteurs fixés au système de traction au point  $C_0$ . Dans la zone d'ancrage, un dispositif de mesure à câble (fig. 2.15), permet de suivre les déplacements du géotextile en différents points ( $C_1$  à  $C_{12}$ ). Les câbles couissant dans des gaines souples sont fixés à la nappe et mis en tension par des contrepoids. Un système d'acquisition graphique positionné à l'arrière du banc d'essai permet la mesure des déplacements durant l'extraction.

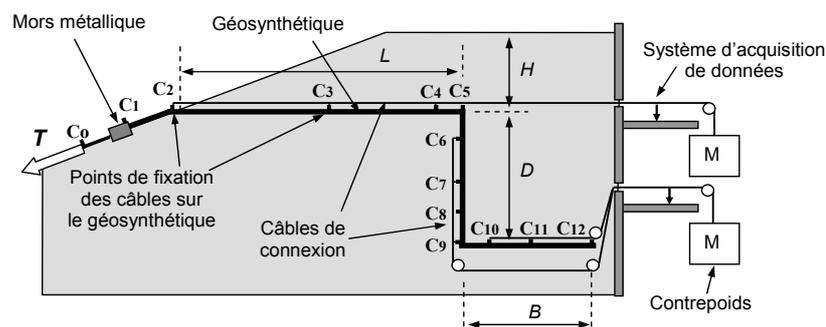


fig. 2.15. Dispositif de mesure des déplacements du géosynthétique pour un ancrage en L.

Dans certains cas, le mouvement du sol a été observé grâce à des colonnes de sable coloré implantées avant essai dans la zone d'ancrage. Après extraction, un découpage minutieux de la zone de sol, au droit des colonnes de sable, permet d'analyser les mécanismes de rupture et les mouvements du sol.

### 2.4.2.4 Résultats

L'ensemble des essais réalisés a conduit Briançon à émettre les conclusions suivantes :

- l'inclinaison de la sollicitation en tête entraîne une augmentation de la résistance, d'autant plus grande que le talus est incliné ;
- selon la configuration de l'ancrage, la surface de rupture peut être transférée de l'interface sol-géosynthétique vers l'intérieur du massif ;
- la résistance de l'ancrage dépend de manière non-négligeable de la nature du sol ;
- il peut y avoir instabilité du massif d'ancrage si la distance entre la tranchée et le talus est trop faible ;
- parmi les méthodes de dimensionnement existantes (détaillées ci-dessous), seule celle proposée par [Hul97] donne des résultats en assez bon accord avec les résultats d'essais sur sable. En revanche, aucune méthode ne semble adaptée au cas des ancrages réalisés avec le limon.

## 2.5. Modélisation analytique et dimensionnement

### 2.5.1 Généralités

Les auteurs ayant proposé des formules analytiques pour le dimensionnement des ancrages linéaires et des tranchées rectangulaires s'appuient tous sur une analyse en contraintes du problème (Hulling et Sansone [Hul97], Koerner [Koe98], Guide technique [Gui00]). Différentes hypothèses sont invoquées pour déterminer l'effort maximal  $T_{max}$  mobilisable dans l'ancrage. Nous allons détailler ces hypothèses, en distinguant celles qui sont communes à tous les auteurs de celles qui sont spécifiques à une approche.

Seul [Hul97] propose des expression de  $T_{max}$  pour les ancrages en V. Les expressions sont données sans démonstration et il est difficile de savoir sur quelles hypothèses elles reposent. Par conséquent, les équations associées à ce type d'ancrage ne sont pas discutées. Nous les donnons ici pour mémoire.

Si les parois de la tranchée sont inclinées d'un angle  $\psi$  par rapport à l'horizontal, et si le sol situé au dessus de la tranchée a un poids total  $W$ , on a les deux expressions suivantes :

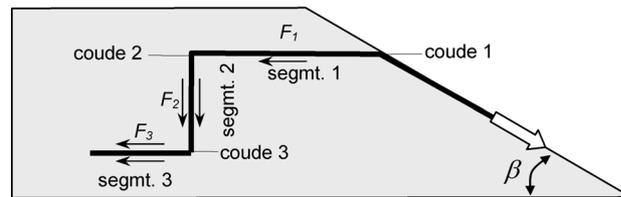
$$T_{max} = L.H.\gamma. \tan \delta + W.(\cos \psi. \tan \delta + \sin \psi) \quad (2.1)$$

$$T_{max} = L.H.\gamma.\tan\delta + 2.W.\tan\delta \quad (2.2)$$

La première donne la capacité d'ancrage dans l'hypothèse où le sol contenu dans la tranchée est mobile. La deuxième correspond au cas où le sol reste en place dans la tranchée.

### 2.5.2 Hypothèses communes à tous les auteurs

- La géométrie de l'ancrage équivaut à une suite de segments rectilignes (numérotés par ordre croissant de l'extérieur vers l'intérieur du massif – voir fig. 2.16).
- La rupture de l'ancrage se produit par déplacement relatif à l'interface sol/géosynthétique.
- Les contraintes de cisaillement  $\tau$  mobilisées à l'interface sont égales aux contraintes maximales  $\tau_{max}$  correspondant à l'état limite de glissement (sur une ou deux faces du géosynthétique).
- Les frottements sont régis par une loi d'interface de type Coulomb :  $\tau_{max} = \sigma_n \tan \delta$  avec  $\delta$  et  $\sigma_n$  l'angle de frottement et la contrainte normale agissant à l'interface avant extraction.
- La contribution du segment (i) à la résistance totale de l'ancrage peut être assimilée à une force  $F_i$ . Cette force est calculée en intégrant la contrainte de cisaillement d'intensité  $\tau_{max}$  sur chaque face du segment considéré, sauf pour le segment 1 sur lequel on considère que le sol de recouvrement n'applique qu'une contrainte normale (face inférieure frottante uniquement).



**fig. 2.16.** Numérotation des coudes, des segments, et des différentes contributions à la résistance d'un ancrage.

### 2.5.3 Hypothèses propres à chaque auteur

Les formulations proposées se différencient essentiellement par les hypothèses relatives à la distribution de la contrainte normale  $\sigma_n$  à l'interface (fig. 2.17).

- D'après Hullings et Sansone [Hul97],  $\sigma_n$  peut être évaluée à partir de l'état de contrainte initial du massif. La contrainte normale en un point est calculée en prenant en compte le poids du sol sus-jacent et le coefficient  $K_0$  des terres au repos (égal à  $1-\sin\phi$  par défaut). Suivant ce principe, on calcule indépendamment pour chaque segment d'ancrage la somme  $F_i$  des frottements (en considérant  $\tau=\sigma_n \cdot \tan\delta$ ). On somme ensuite les tensions fournies par chaque segment, en négligeant l'effet éventuel des changements de direction. Si l'ancrage est constitué de trois segments consécutifs, on a donc :

$$T_{\max} = \sum_{i=1}^{i=3} F_i \quad (2.3)$$

- Dans la méthode proposée par Koerner [Koe98] pour les ancrages par recouvrement ou par fichage vertical, on considère que l'état de contrainte à la rupture est différent de celui de l'état initial :
  - L'inclinaison de l'effort de traction  $T_i$  en tête (parallèlement à la pente du talus) induit une augmentation de la contrainte normale sous le premier segment de l'ancrage. L'augmentation est supposée équivalente à la composante verticale de  $T_i$ . Ceci conduit à majorer la tension mobilisable d'un facteur égal à  $1/[1-\sin(\beta)\tan(\delta)]$ , avec  $\beta$  la pente du talus et  $\delta$  le coefficient de frottement de l'interface.
  - De part et d'autre des segments verticaux, la contrainte normale est, suivant la face considérée, la pression des terres correspondant à l'état actif ou à l'état passif de Rankine<sup>1</sup> [Cos75]. Pour un ancrage à trois segments, on a :

$$T_{\max} = \sum_{i=1}^{i=3} F_i / [1 - \sin(\beta) \tan(\delta)] \quad (2.4)$$

- D'après le guide technique [Gui00], on considère que la tension dans la nappe est multipliée, à chaque changement de direction, par un coefficient égal à  $e^{\lambda \tan \delta}$  ( $\lambda$  étant la différence d'orientation en radians entre deux segments). Ce facteur exponentiel est obtenu par analogie

<sup>1</sup> La théorie de Rankine prévoit qu'en un point, la contrainte normale sur une facette verticale est égale à la contrainte normale sur une facette horizontale multipliée par  $K_a = \tan^2(\pi/4 - \phi/2)$  à l'état "actif",  $K_p = \tan^2(\pi/4 + \phi/2)$  à l'état "passif".

avec le frottement d'un fil sur un cylindre. Implicitement, cela revient à prendre en compte une augmentation de la contrainte normale  $\sigma_n$  au niveau de chaque coude. Une démonstration de cette loi d'évolution de la tension peut être trouvée dans [Hry90]. En dehors des coudes, la contrainte normale à l'interface correspond à l'état de contraintes initial, les  $F_i$  sont donc les mêmes que dans [Hul97]. Finalement, pour trois segments, en notant  $K_i$  le coefficient associé au coude  $i$ , on a :

$$T_{\max} = K_1 \cdot [F_1 + K_2 \cdot (F_2 + K_3 \cdot F_3)] \quad (2.5)$$

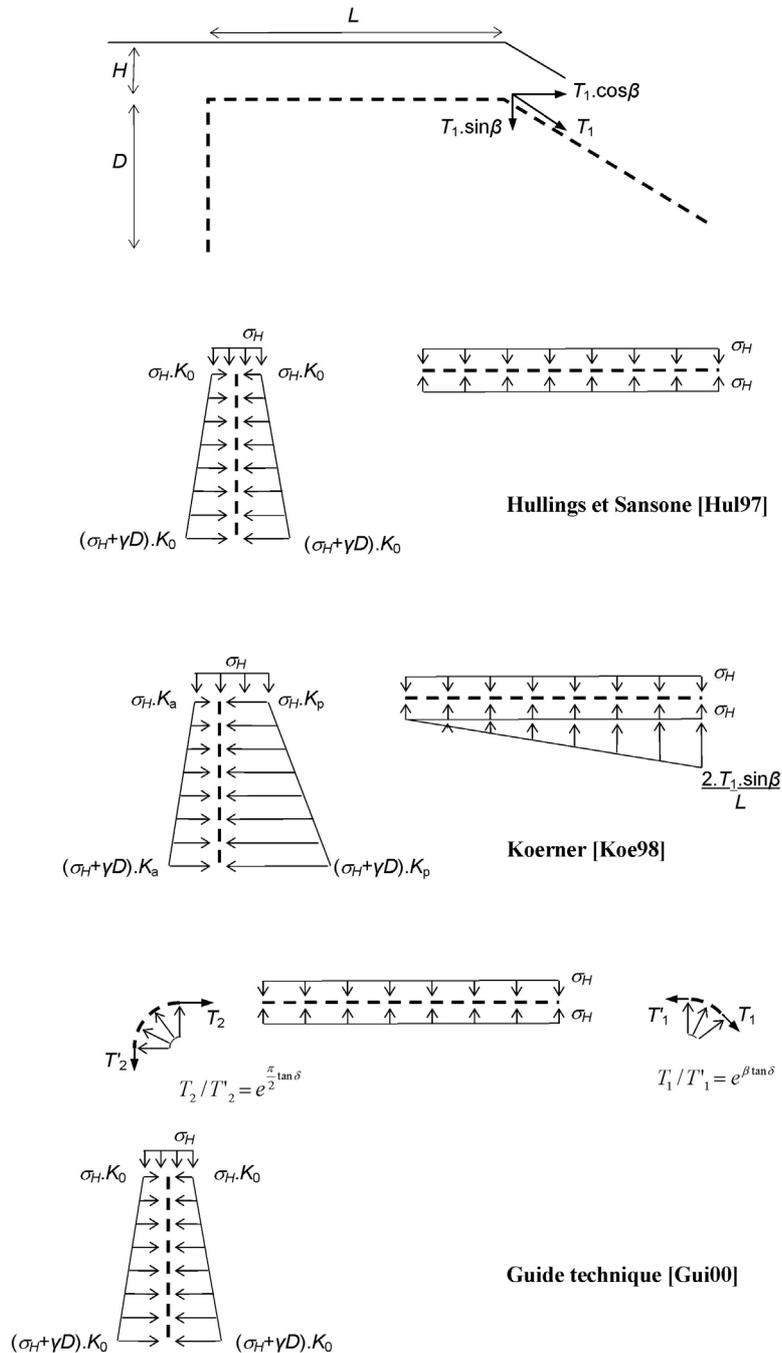
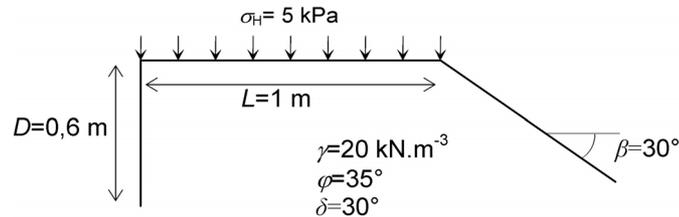


fig. 2.17. Distribution de la contrainte normale supposée en fonction de la méthode de calcul.

### 2.5.4 Application numérique

L'application des différentes méthodes à l'exemple de la figure 2.18 montre que les différences entre les hypothèses formulées ont une influence considérable sur le résultat.



**fig. 2.18.** Caractéristiques prises en compte pour la comparaison des différentes méthodes (fichage vertical).

Méthode [Hul97] :

On prend  $K_0=1-\sin\varphi$ , soit  $K_0=0,426$ .

La somme des frottements sur les deux faces du segment 2 donne  $F_2$  :

$$F_2 = K_0 \cdot (2 \cdot \sigma_H + \gamma \cdot D) \times \tan \delta = 5,41 \text{ kN}$$

La somme des frottements sur la face inférieure du segment 1 donne  $F_1$  :

$$F_1 = \sigma_H \cdot L \cdot \tan \delta = 2,89 \text{ kN}$$

On considère, dans cette méthode, que la tension mobilisable est la somme de  $F_1$  et  $F_2$ , soit

$$T_{\max} = F_1 + F_2 = \underline{8,03 \text{ kN}}$$

Méthode [Koe98] :

Ici, la distribution de contrainte normale sur les faces verticales est calculée en fonction des coefficients  $K_a = \tan^2(\pi/4 - \varphi/2) = 0,271$  et  $K_p = \tan^2(\pi/4 + \varphi/2) = 3,69$ ; de sorte que

$$F_2 = \frac{2 \cdot \sigma_H + \gamma \cdot D}{2} \cdot (K_a + K_p) \cdot \tan \delta = 25,16 \text{ kN}$$

La valeur de  $F_1$  est inchangée :  $F_1 = 2,89 \text{ kN}$ , mais cette fois la somme  $F_1 + F_2$  est majorée pour tenir compte de l'augmentation de contrainte liée à l'inclinaison de la traction :

$$T_{\max} = \frac{F_1 + F_2}{1 - \sin \beta \cdot \tan \delta} = \underline{39,43 \text{ kN}}$$

Méthode [Gui00] :

Les efforts de frottement  $F_1$  et  $F_2$  sont les mêmes que dans la première méthode, mais on doit tenir compte de l'accroissement de la tension à chaque changement de

direction. On a les coefficients multiplicatifs suivants :  $K_2=e^{\pi/2 \cdot \tan \delta}=2,48$  au coude 2 et  $K_1=e^{\beta \cdot \tan \delta}=1,35$  au coude 1. La tension mobilisable est finalement égale à

$$T_{\max}=K_1 \cdot (F_1+K_2 \cdot F_2)=\underline{22,01 \text{ kN}}$$

## Bilan

Le résultat varie dans un rapport de un à cinq en fonction de la méthode de calcul. Une amélioration des méthodes de dimensionnement passe donc, entre autre, par le choix pertinent des hypothèses de distribution de contrainte normale.

---

## 2.6. Conclusion

Ce chapitre a permis d'expliquer l'intérêt des tranchées d'ancrage pour assurer la stabilité des dispositifs d'étanchéité par géosynthétiques. Mais on a également montré que de nombreuses questions restaient en suspens au sujet du comportement des ancrages réalisés suivant cette méthode.

Les travaux de Féki comme ceux de Briançon montrent que la rupture d'un ancrage n'est pas uniquement due au glissement du géosynthétique par rapport au sol, mais peut être accompagnée de déformations au sein du massif d'ancrage. Il paraît dès lors naturel que les propriétés du sol influencent la capacité d'ancrage, comme l'ont montré les essais en vraie grandeur.

Or, les méthodes de dimensionnement actuelles ne prennent pas en compte les propriétés du sol dans le calcul de la capacité d'ancrage. Ce qui constitue d'emblée une déficience majeure. De plus, ces méthodes font intervenir des hypothèses contradictoires, si bien que les résistances calculées peuvent varier dans un rapport de un à cinq d'une méthode à l'autre.

A la suite de ces constats, on peut envisager deux pistes privilégiées pour améliorer les capacités de prédiction de la tension mobilisable :

- choisir des hypothèses adaptées pour la répartition des contraintes aux interfaces ;
- prendre en compte l'influence des caractéristiques du sol, ce qui requiert une meilleure compréhension des mécanismes intervenant dans la rupture des ancrages.



## Partie 2.

# Etude des systèmes sol-inclusion par la méthode des éléments discrets

Cette partie développe les principes de base qui permettront, dans la partie 3, de modéliser le comportement des ouvrages composites sol-géosynthétique. Elle est décomposée en deux chapitres, consacrés respectivement à la modélisation du sol et à la modélisation de l'inclusion :

### *Chapitre 3. Simulation du comportement macroscopique d'un sol*

On propose une procédure de calage du modèle DEM par analogie macroscopique. Des essais de compression biaxiale sont simulés sur les assemblages de grains pour calibrer le modèle et déduire des lois d'échelle. Les résultats obtenus permettent de déterminer un ensemble de paramètres micromécaniques tel que le comportement macroscopique de l'assemblage correspond à celui d'un sol de propriétés mécaniques données.

### *Chapitre 4. Modélisation de l'inclusion – développement d'un modèle spécifique*

On discute la possibilité de simuler le comportement d'un géosynthétique à partir des éléments disponibles dans PFC2D (rouleaux), et on met en évidence les limites de cette approche. On développe ensuite un modèle par éléments barres destiné spécifiquement à la modélisation des géosynthétiques (DSEM). Implémenté dans PFC2D, ce modèle permet de simuler le comportement des ouvrages composites.



# Chapitre 3

## Simulation du comportement macroscopique d'un sol

### 3.1. Introduction

### 3.2. Principe du calage par analogie macroscopique

### 3.3. Simulation d'essais de compression biaxiale

3.3.1 Cahier des charges

3.3.2 Création des échantillons

3.3.3 Ecrasement à vitesse et contrainte latérale constantes

3.3.4 Identification des paramètres de  $\mathcal{P}_{\text{biax}}$

### 3.4. Représentativité

3.4.1 Influence de la taille des grains et problème de la "mesure"

3.4.2 Hypothèse quasi-statique : importance de la vitesse d'écrasement

### 3.5. Dépendances micro-macro et lois d'échelle

3.5.1 Domaine élastique

3.5.2 Rupture et grandes déformations dans les assemblages purement frottants

3.5.3 Rupture et grandes déformations d'un assemblage cohésif

### 3.6. Conclusion

---

### 3.1. Introduction

L'utilisateur de la DEM qui cherche à modéliser un ouvrage géotechnique dans lequel le sol est caractérisé à l'échelle macroscopique se trouve confronté à une double difficulté. Il lui est impossible, d'une part, de représenter le problème dans toute sa complexité : le nombre de grains simulés est limité et leur morphologie est idéalisée, au même titre que les lois de contact. D'autre part, les données expérimentales ne lui permettent pas de déterminer directement les paramètres de modélisation, qui sont liés pour la plupart à l'échelle microscopique. Les théories d'homogénéisation peuvent contribuer à résoudre ce problème de passage du "macro" au "micro", mais leur développement actuel ne permet pas un calage précis.

La démarche que l'on se propose d'adopter repose sur un calage par *analogie macroscopique* : un jeu de paramètres micromécaniques sera jugé pertinent si le comportement macroscopique induit correspond à celui du sol étudié. Pour faire le lien entre les deux échelles, on s'appuie sur la simulation d'essais de compression biaxiale. On obtient par ce biais, pour tout jeu de paramètres DEM, des informations caractérisant le comportement macroscopique de l'assemblage. Cette démarche pseudo-empirique devrait permettre de calibrer le modèle et de mettre en évidence des lois d'échelle.

Après une présentation générale de la problématique, ce chapitre détaille la procédure utilisée pour créer les échantillons et simuler la sollicitation biaxiale. On discute ensuite la représentativité d'un tel calcul – en fonction du nombre de grains – et la pertinence de l'hypothèse quasi-statique.

Grâce à ce type de simulations, on a pu réaliser une étude paramétrique de la réponse macroscopique d'échantillons. Les résultats numériques, tirés en partie de [Cha00], sont interprétés dans le cadre de l'analyse dimensionnelle – dans la dernière partie du chapitre. Les conclusions sont d'ordre qualitatif – avec la mise en évidence de certaines tendances – ou quantitatif – dans le cas des lois d'échelle. Elles permettent d'aborder de façon méthodique le calage des modèles DEM.

### 3.2. Principe du calage par analogie macroscopique

On se place dans l'hypothèse où l'on souhaite simuler par éléments discrets le comportement d'un ouvrage géotechnique. Dans l'ouvrage réel, le comportement du sol est caractérisé par un ensemble  $\mathcal{P}_{exp}$  de paramètres macroscopiques mesurés en laboratoire ou in-situ. Dans la simulation, le comportement dépend d'un ensemble  $\mathcal{P}_{DEM}$  de paramètres dont la plupart sont des grandeurs micromécaniques. L'objectif du calage de modèle est donc de trouver un ensemble  $\mathcal{P}_{DEM}$  tel que le comportement macroscopique simulé soit le plus proche possible du comportement réel décrit par  $\mathcal{P}_{exp}$ .

A l'évidence, le calage sera d'autant plus complexe que l'ensemble  $\mathcal{P}_{exp}$  est vaste. On cherchera donc généralement à restreindre  $\mathcal{P}_{exp}$  aux seuls paramètres pertinents pour le phénomène à étudier. Dans ce travail, on se limitera aux cas où  $\mathcal{P}_{exp}$  est réduit à l'ensemble  $\{E_y, \nu, c, \varphi, \rho\}$ .  $E_y$  représente le module de Young;  $\nu$  le coefficient de Poisson;  $\rho$  la masse volumique;  $c$  la cohésion et  $\varphi$  l'angle de frottement au pic, en supposant que la résistance obéit à un critère de type Mohr-Coulomb. On peut noter que l'angle de dilatance ne figure pas dans  $\mathcal{P}_{exp}$ , ce qui implique que la règle d'écoulement ne sera pas

Les ensembles  $\mathcal{P}_{exp}$  et  $\mathcal{P}_{DEM}$  relèvent d'échelles d'observation différentes et ne peuvent être déduits directement l'un de l'autre. Cependant, on peut supposer que l'ensemble  $\mathcal{P}_{DEM}$  définit dans la limite des grands systèmes<sup>1</sup> un comportement macroscopique unique dont les paramètres peuvent être comparés à  $\mathcal{P}_{exp}$ . Reste à estimer ce comportement macroscopique, ce que l'on se propose de faire en simulant des essais de compression biaxiale sur les assemblages. Ces essais permettent d'associer à tout ensemble  $\mathcal{P}_{DEM}$  un ensemble  $\mathcal{P}_{biax}$  de paramètres macroscopiques résultants. Si une bonne correspondance est obtenue entre les ensembles  $\mathcal{P}_{biax}$  et  $\mathcal{P}_{exp}$ , on considérera que les paramètres  $\mathcal{P}_{DEM}$  sont adaptés pour simuler le comportement global de l'ouvrage. Ce processus est schématisé dans la figure 3.1.

<sup>1</sup> Voir chapitre 1

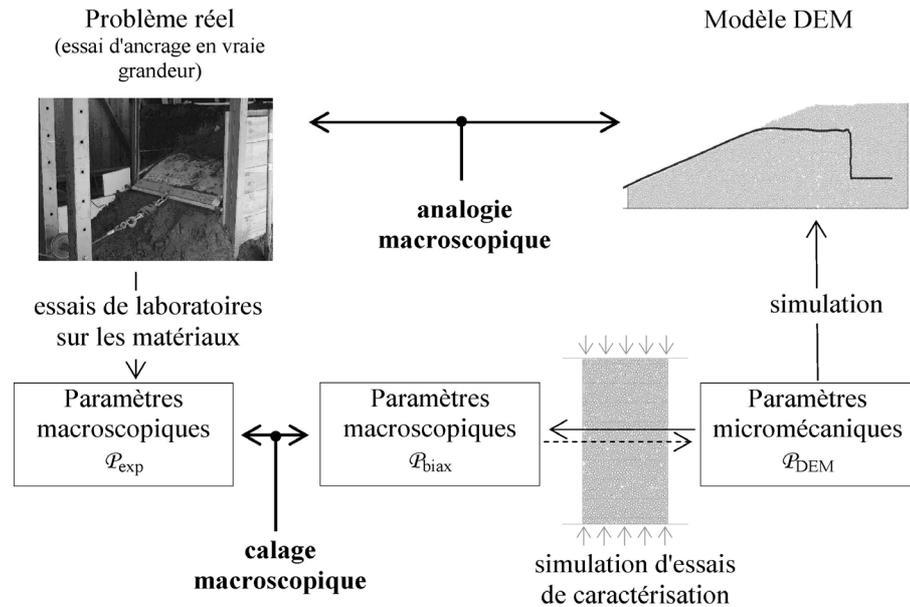


fig. 3.1. Principe de la modélisation DEM par analogie macroscopique.

L'ensemble  $\mathcal{P}_{biax}$  ne caractérise pas *exactement* le comportement asymptotique dans la limite des grands systèmes, puisqu'il y a un nombre de grains fini dans la simulation.  $\mathcal{P}_{biax}$  est seulement un estimateur. On s'attachera cependant à montrer qu'il est possible de limiter autant que l'on souhaite l'effet de taille finie.

Notons que tous les paramètres qui interviennent dans les calculs DEM devraient en principe être inclus dans  $\mathcal{P}_{DEM}$ . Cependant, on vérifiera dans la suite que l'on peut réduire cet ensemble aux paramètres listés dans le Tableau 3-1 :

- la granulométrie est représentée par trois paramètres. La distribution granulométrique, définie à un facteur d'homothétie près, est représentée formellement par le symbole  $\mathcal{G}$ . La taille effective des particules est caractérisée par un diamètre de référence noté  $d_0$ . Enfin, La morphologie des grains est représentée par la variable  $\mathcal{M}$  ;
- la masse volumique des grains est notée  $\rho_s$  ;
- la porosité de l'assemblage  $n$  (surface des vides divisée par la surface totale) ;
- la raideur des contacts est caractérisée par les raideurs normales et tangentielles  $k_n$  et  $k_s$  (raideurs par unité de longueur des rouleaux) ;
- l'angle de frottement des contacts est noté  $\mu_s$ . Une grandeur adimensionnelle associée est le *coefficient de frottement* égal à  $\tan\mu_s$ . Par commodité, on exprimera le frottement des contacts soit par  $\mu_s$ , soit par  $\tan\mu_s$  suivant les cas ;
- la résistance des contacts est caractérisée par les adhésions normale et tangentielle  $C_n$  et  $C_s$ .

Le Tableau 3-1 donne les dimensions de chacune de ces grandeurs, en prévision de l'analyse dimensionnelle à venir, dans un système longueur-pression-temps ( $[L; P; T]$ ).

Les variables de  $\mathcal{P}_{DEM}$  telles qu'elles sont définies ici caractérisent le comportement d'un empilement indépendamment de la longueur des rouleaux. En particulier,  $k_n$  et  $k_s$  n'ont plus exactement le même sens que les raideurs  $k_n^*$  et  $k_s^*$  évoquées au chapitre 1.  $k_n$  et  $k_s$  sont des *raideurs unitaires* (forces par unité de surface). Les raideurs effectives d'un contact entre deux rouleaux de longueur  $z$  sont calculées suivant  $k_{(i)}^* = k_{(i)} \cdot z$  – où  $(i)$  représente "n" ou "s".

Il est important de remarquer que, dans PFC2D, la résistance des contacts cohésifs n'est pas définie explicitement par  $C_n$  et  $C_s$ , qui ont la dimension d'une contrainte, mais par les forces  $R_n$  et  $R_t$  (voir chapitre 1). En pratique, pour un contact entre des rouleaux de diamètres  $d_1$  et  $d_2$  et de longueur  $z$ , on introduit les valeurs de  $R_n$  et  $R_t$  calculées suivant l'équation (3.1). Nous verrons plus loin que, grâce à cette formulation, la cohésion macroscopique est reliée à  $C_n$  et  $C_s$  indépendamment de la taille des grains.

$$R_k = C_k \cdot \min(d_1; d_2) \cdot z \quad k = n, s \tag{3.1}$$

Notons par ailleurs que la microstructure du matériau est essentiellement décrite par l'intermédiaire de l'indice des vides  $n$ , qui caractérise la compacité. Il va de soi que cette description serait incomplète dans le cas d'une distribution de contacts anisotrope. On s'attachera donc à ce que les assemblages simulés soient effectivement isotropes.

Paramètres des ensembles $\mathcal{P}_{exp} / \mathcal{P}_{biax}$			Paramètres de l'ensemble $\mathcal{P}_{DEM}$		
Paramètre	Symb.	Dim.	Paramètre	Symb.	Dim.
Masse volumique	$\rho$	[P.L <sup>-2</sup> .T <sup>-2</sup> ]	Distribution granulométrique	$\mathcal{G}$	[-]
Module de Young	$E_y$	[P]	Morphologie des grains	$\mathcal{M}$	[-]
Coefficient de Poisson	$\nu$	[-]	Masse vol. des grains	$\rho_s$	[P.L <sup>-2</sup> .T <sup>-2</sup> ]
Angle de frott. macro	$\varphi$	[°]	Indice des vides	$n$	[-]
Cohésion	$c$	[P]	Taille caractq. des grains	$d_0$	[L]
			Raideur normale des contacts	$k_n$	[P]
			Raideur tangentielle des contacts	$k_s$	[P]
			Coefficient de frottement des contacts	$\tan\mu_s$	[-]
			Adhésion normale des contacts	$C_n$	[P]
			Adhésion tangentielle des contacts	$C_s$	[P]

**Tableau 3-1.** Paramètres définissant le comportement de l'empilement de rouleaux dans la limite des grands systèmes.

### 3.3. Simulation d'essais de compression biaxiale

#### 3.3.1 Cahier des charges

La mise en place des assemblages est une étape cruciale de toute simulation DEM, elle nécessite la plupart du temps une procédure complexe et a un rôle déterminant sur le résultat. Pour les essais biaxiaux que l'on se propose de simuler, la procédure devra fournir des échantillons statistiquement homogènes, et – comme on vient de le voir – statistiquement isotropes.

L'objectif est, à terme, de générer des modèles d'ouvrages géotechniques. Il est donc essentiel de définir une procédure permettant de réaliser la mise en place des grains dans les mêmes conditions pour un échantillon biaxial (de forme rectangulaire) et pour un ouvrage (de forme quelconque), ce qui requiert en particulier un bon contrôle de la porosité initiale.

De plus, il n'est pas garanti a priori que les grains simulés aient la même taille dans l'ouvrage et dans l'essai biaxial. On devra donc s'assurer que  $\mathcal{P}_{biax}$ , l'ensemble des paramètres déduits des simulations biaxiales, peut être considéré indépendant de la taille des grains.

Enfin, pour que notre démarche ait un sens, il faudra que l'ensemble  $\mathcal{P}_{biax}$  dépende faiblement des paramètres internes de la simulation (i.e. ceux qui ne figurent pas dans le Tableau 3-1). On vérifiera en particulier que l'on peut s'affranchir de l'influence de la vitesse de sollicitation (quasi-staticité au sens large) et du coefficient d'amortissement.

#### 3.3.2 Création des échantillons

##### 3.3.2.1 Granulométrie

Deux morphologies de grains différentes ont été utilisées au cours de la thèse. Les premières simulations, où chaque grain était représenté par un rouleau ( $\mathcal{M}=\mathcal{M}_1$ ), se sont rapidement révélées limitées en terme de modélisation du frottement (section 3.5.2). Nous avons donc introduit des grains de forme allongée ( $\mathcal{M}=\mathcal{M}_2$ ), formés en associant deux à deux des rouleaux de diamètres légèrement différents (fig. 3.2).

Quelle que soit la forme des grains, la distribution granulométrique  $G$  sera toujours la même, à un facteur d'homothétie près. Elle est notée  $G_1$  et illustrée dans la figure 3.2 : on dispose quatre grains de taille  $d_0$  pour un grain de taille  $2d_0$  ( $d_0$  est la *taille caractéristique*), les deux classes de grains occupent donc globalement le même volume. Puisque  $G$  sera toujours égal à  $G_1$ , la granulométrie sera caractérisée – au facteur d'homothétie  $d_0$  près – en spécifiant seulement la valeur prise par le paramètre de forme  $\mathcal{M}$ .

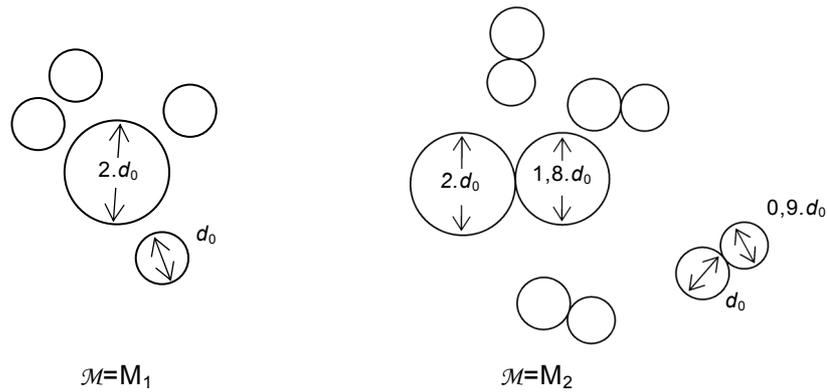


fig. 3.2. Granulométries simulées.

### 3.3.2.2 Procédure ERDF de mise en place

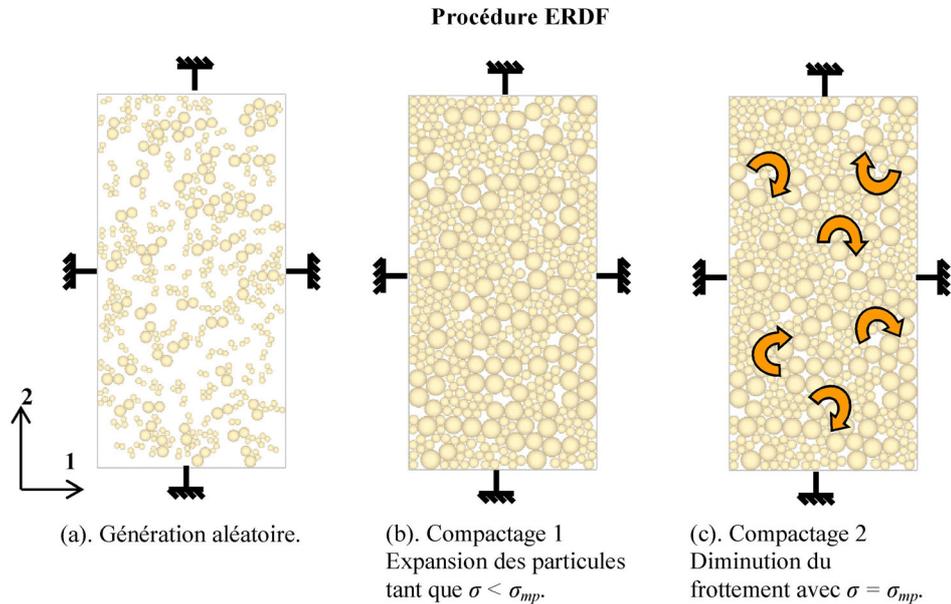
La méthode de mise en place que nous proposons, en conformité avec le cahier des charges, repose sur une procédure par expansion de rayon puis diminution du frottement (E.R.D.F.). Elle est effectuée sans forces de pesanteur, pour assurer l'homogénéité et l'isotropie du processus. Elle comporte les phases suivantes (voir fig. 3.3) :

- On positionne quatre parois rigides sans frottement, qui définissent le contour de l'échantillon (généralement hauteur  $L_H=15\text{cm}$  et largeur  $L_L=7,5\text{cm}$ ). On positionne ensuite les grains aléatoirement, en respectant la granulométrie  $\mathcal{G}$ . On définit également à ce stade la morphologie  $\mathcal{M}$ , suivant que les grains générés sont des éléments simples ou des assemblages de plusieurs éléments. On obtient après ce tirage aléatoire un nuage de particules sans contacts entre elles (fig. 3.3a).
- Le compactage est effectué par grossissement progressif des éléments, les diamètres étant multipliés à chaque pas de temps par un coefficient légèrement supérieur à 1. On stoppe la procédure lorsque la contrainte exercée sur les parois atteint une valeur limite  $\sigma_{mp}$  fixée à l'avance. Pendant cette phase, on attribue un frottement élevé ( $\tan\mu=1$ ) aux contacts entre grains. De cette façon, l'état est encore assez lâche lorsque la contrainte  $\sigma_{mp}$  est atteinte (fig 3.3b).
- Par la suite, on diminue progressivement le frottement des contacts, ce qui entraîne une compaction spontanée de l'assemblage par réorganisation interne. Dans le même temps, on maintient la contrainte de confinement  $\sigma_{mp}$  constante par ajustement des diamètres des grains. La procédure est interrompue lorsque la porosité de l'assemblage atteint la valeur  $n$  recherchée. Si la diminution du frottement est suffisamment progressive, le système reste proche de l'état d'équilibre tout au long de cette phase, de sorte que l'assemblage est stable à l'issue de la procédure (fig 3.3c).

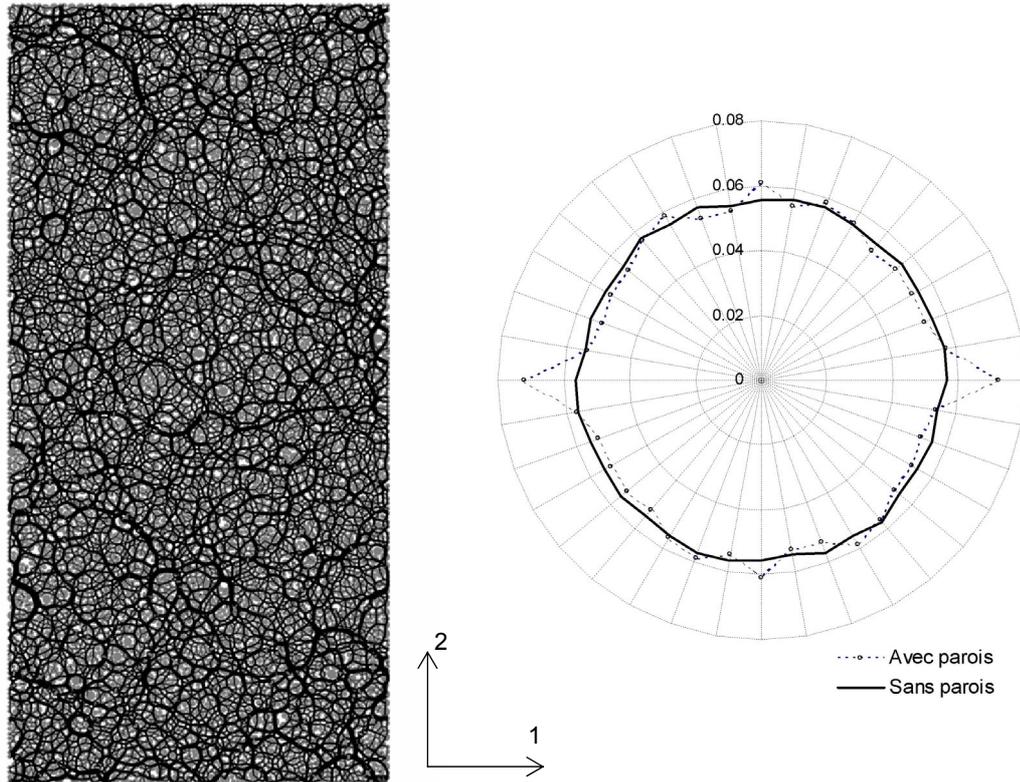
La procédure E.R.D.F. permet de remplir un espace de forme quelconque, la géométrie étant fixée dès le départ par les parois rigides. Elle pourra donc être appliquée à la mise en place de modèles d'ouvrages. La procédure de compactage est intrinsèquement isotrope et homogène, contrairement aux procédures basées sur un rapprochement des parois, qui compactent en priorité les grains proches de la périphérie.

Signalons que  $\sigma_{mp}$  doit être suffisamment faible par rapport à la raideur  $k_n$  des contacts, pour que la porosité  $n$  soit peu modifiée lorsque l'on revient à une pression de confinement proche de 0. Dans le cas contraire,  $n$  ne caractériserait plus uniquement la compacité (l'enchevêtrement des grains), mais également la déformation élastique de l'assemblage. En pratique, on vérifiera  $\sigma_{mp}/k_n \ll 100$ .

Un exemple d'échantillon mis en place par la procédure E.R.D.F. est présenté dans la figure 3.4, avec la distribution des orientations de contact (moyennes sur quatre échantillons), qui montre une bonne isotropie. Le cas "sans parois" est la distribution obtenue en éliminant les contacts proches des parois (bande d'épaisseur égale à 3 fois le diamètre moyen des grains).



**fig. 3.3.** Principe de la procédure de mise en place E.R.D.F.



**fig. 3.4.** A gauche : Echantillon de 8000 grains mis en place par E.R.D.F. (l'épaisseur des segments noirs est proportionnelle à l'intensité des forces de contact). A droite : distribution moyenne des orientations de contact (proportion par classes de 10 degrés) calculée sur quatre échantillons du même type que celui de gauche.

### 3.3.3 Ecrasement à vitesse et contrainte latérale constantes

A partir des échantillons obtenus par E.R.D.F, et après avoir introduit les paramètres de simulation (ensemble  $\mathcal{P}_{DEM}$ ), on effectue la compression tout en contrôlant la contrainte latérale  $\sigma_l$ . On opte pour un écrasement à vitesse constante imposée qui permettra d'analyser la partie post-pic des courbes  $\sigma_2$ - $\varepsilon_2$ . Le chargement est imposé par le rapprochement des parois haute et basse. Les positions des parois et les efforts qu'elles exercent permettent de calculer les contraintes et les déformations moyennes dans l'échantillon.

Pendant l'écrasement, on maintient la contrainte latérale  $\sigma_l$  constante par déplacement des parois latérales. Le principe de l'asservissement initialement proposé dans [Ita97] est le suivant. On calcule un coefficient de raideur globale  $K_w$  pour l'interface paroi-échantillon en sommant les raideurs individuelles des contacts grain-paroi. Le déplacement  $\Delta x$  permettant de corriger, en un seul pas de temps, la différence entre la containte  $\sigma_l$  de consigne et la contrainte  $\sigma_w$  effectivement appliquée est alors calculé suivant l'équation (3.2) (cette équation est écrite pour la paroi de gauche, inverser le signe pour la paroi de droite).

$$\Delta x = H(\sigma_l - \sigma_w) / K_w \quad (\text{en un cycle}) \quad (3.2)$$

Par conséquent, la vitesse à imposer à la paroi au cours du pas de temps de durée  $\Delta t$  est donnée par :

$$\dot{x} = \Delta x / \Delta t \tag{3.3}$$

Cette procédure fait qu'il existe toujours un écart résiduel entre  $\sigma_w$  et  $\sigma_l$ , car sinon la paroi resterait fixe. Nous avons amélioré cette procédure en tirant parti du fait que la vitesse de déformation de l'échantillon est généralement assez constante sur quelques dizaines de cycles. La vitesse au pas  $n+1$  est alors calculée par une simple correction de la vitesse au pas  $n$  : on remplace l'équation (3.3) par

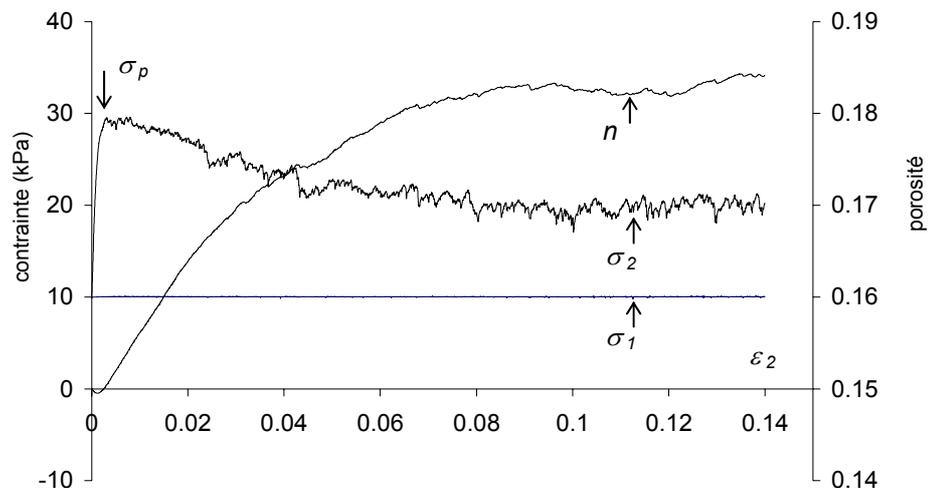
$$[\dot{x}]_{n+1} = \Delta x / \Delta t + [\dot{x}]_n \tag{3.4}$$

Cette équation est bien adaptée quand les vitesses de déformations s'apparentent à un régime permanent. Dans la phase élastique du comportement, on obtient généralement une égalité stricte entre  $\sigma_w$  et  $\sigma_l$  : le premier terme de la somme est alors égal à 0 et la vitesse est constante.

On pourrait craindre en revanche des difficultés d'adaptation en régime transitoire. Pourtant, la précision reste très bonne ( $\Delta\sigma_l/\sigma_l < 10^{-3}$ ) même lors d'évolutions brutales dans l'échantillon (rupture). Ceci vient du fait que le deuxième terme de la somme devient très vite négligeable par rapport au premier. L'équation (3.4) est dans ce cas équivalente à l'équation (3.3), qui permet une adaptation quasi-instantanée.

### 3.3.4 Identification des paramètres de $\mathcal{P}_{biax}$

L'ensemble,  $\mathcal{P}_{biax}$ , des paramètres décrivant la réponse macroscopique d'un assemblage est principalement déduit des courbes  $\sigma_2$ - $\varepsilon_2$  et  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_2$  telles que celles de la figure 3.5. Les paramètres de résistance seront typiquement déduits des maxima  $\sigma_p$  de  $\sigma_2$  pour différents niveaux de confinement. La détermination des contraintes  $\sigma_p$  ne pose pas de problème spécifique. On peut en revanche discuter la manière dont on évalue les paramètres élastiques macroscopiques.



**fig. 3.5.** Résultat typique d'une simulation d'essai biaxial (cas d'un assemblage purement frottant de 5000 grains, avec  $\mathcal{M}=\mathcal{M}_1$ ,  $K_n=2,5.10^4$  kPa,  $K_s=1,25.10^4$  kPa,  $\tan\mu_s=0,8$ ).

Conventionnellement,  $E_y$  est souvent mesuré expérimentalement sur des cycles de charge-décharge. On a représenté dans la figure 3.6 les résultats de chargement-déchargement sur un assemblage purement frottant. Seul les trois derniers cycles sont observables sur les courbes de gauche. Les deux premiers sont quasiment confondus avec la courbe de chargement, comme le montre le zoom de droite. Ceci dénote une évolution presque complètement réversible : la déformation  $\varepsilon_2$  résiduelle à la fin de ces deux cycles représente respectivement 1% et 5% de la déformation imposée (mêmes ordres de grandeur pour  $\varepsilon_1$ ). Par ailleurs, la courbe  $\sigma_2(\varepsilon_2)$  est très linéaire dans cette gamme de chargement. Les rapports  $\Delta\sigma_2/\Delta\varepsilon_2$  définis par les points extrêmes des deux premiers cycles (resp. 0,720 et 0.718), sont tous deux très voisins de la pente initiale de la courbe  $\sigma_2(\varepsilon_2)$ . Le même constat peut être fait pour l'évolution de  $\varepsilon_1$ .

Le déviateur ( $\sigma_2 - \sigma_1$ ) atteint lors du premier cycle une valeur proche de  $\sigma_p/15$  ( $\sigma_p/5$  lors du deuxième). Sur cette base, on considère que les paramètres élastiques macroscopiques pourront être calculés directement sur des courbes de chargement, en prenant comme référence les pentes des courbes  $\sigma_2(\varepsilon_2)$  et  $\varepsilon_1(\varepsilon_2)$  dans une gamme de chargement vérifiant  $\sigma_2 < \sigma_p/15$ .

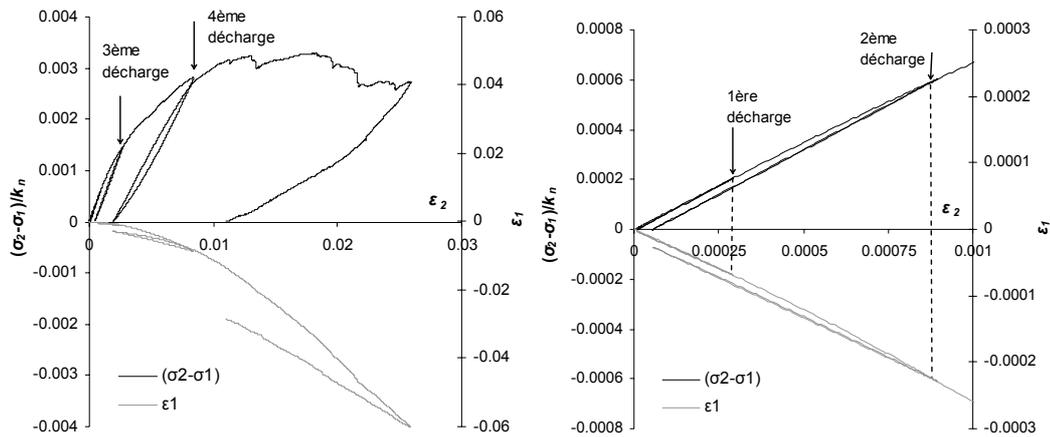


fig. 3.6. Résultats obtenus en effectuant consécutivement 5 cycles de charge-décharge.

### 3.4. Représentativité

Le rôle des simulations biaxiales est de fournir un résultat représentatif du comportement asymptotique dans la limite des grands systèmes en conditions quasi-statiques. On cherche ici à vérifier la pertinence de cette méthode d'estimation. On s'intéresse pour l'instant au cas classique où l'on cherche à déterminer  $\sigma_p$ , valeur de pic de la contrainte  $\sigma_2$  appliquée sur le matériau granulaire dans des conditions données.

On montrera qu'en théorie  $\sigma_p$  ne dépend pas de la taille des grains (caractérisée par  $d_0$ ) mais que, en revanche, toute estimation de  $\sigma_p$  sur un échantillon de taille finie comporte un biais dépendant du rapport entre  $d_0$  et la taille de l'échantillon. Les résultats de plusieurs séries de simulations biaxiales permettront ensuite de discuter ces conclusions, en analysant l'influence de la taille des grains sur la moyenne et sur l'écart type des  $\sigma_p$  obtenus.

Enfin on analysera l'influence de la vitesse d'écrasement, étant entendu qu'elle doit être négligeable si l'on prétend étudier le comportement en conditions quasi-statiques.

### 3.4.1 Influence de la taille des grains et problème de la « mesure »

L'influence de la taille des grains sur le comportement d'un matériau granulaire - réel ou simulé - suscite des interrogations; chez les utilisateurs de la DEM en particulier, mais aussi plus généralement chez des mécaniciens des sols. Des travaux récents <sup>[Ach03]</sup> semblent montrer que la résistance d'un matériau simulé par la DEM dépend du diamètre des grains. L'auteur de ces travaux conclut que le calage de  $\mu_s$  (angle de frottement des contacts) effectué avec une taille de grains donnée n'est plus valable si on applique un facteur d'échelle sur la granulométrie. Nous allons montrer que cette conclusion est fautive, en partant de la théorie de l'analyse dimensionnelle et en se plaçant dans l'hypothèse d'une évolution quasi-statique.

#### 3.4.1.1 Résistance asymptotique dans la limite des grands systèmes

Considérons un assemblage de taille infinie, statistiquement homogène et isotrope, dans lequel la distribution des forces de contact équivaut à un état de contrainte macroscopique défini par l'intensité  $\sigma_1, \sigma_2$  des contraintes principales. On suppose que  $\sigma_1 = \sigma_2$  à l'état initial, et qu'ensuite une déformation globale entraîne l'augmentation progressive de  $\sigma_2$  jusqu'à une valeur de pic que l'on notera  $[\sigma_p]_{N \rightarrow \infty}$ . En conditions quasi-statiques,  $[\sigma_p]_{N \rightarrow \infty}$  dépend, en toute généralité, de la contrainte principale mineure  $\sigma_1$  et des paramètres du Tableau 3-1. L'ensemble  $\mathcal{P}_{DEM}$  contient donc les éléments suivants :

$$\mathcal{P}_{DEM} = \{G; \mathcal{M}; \rho_s; n; d_0; k_n; k_s; \tan \mu_s; C_n; C_s; \sigma_1\} \quad (3.5)$$

Ces onze paramètres font intervenir trois dimensions indépendantes ([L], [P], [T]). La théorie de l'analyse dimensionnelle<sup>1</sup> stipule alors (théorème de Buckingham) que  $[\sigma_p]_{N \rightarrow \infty} / \sigma_1$  peut être exprimé en fonction d'une série complète<sup>2</sup> de huit produits sans dimensions des variables. De sorte que  $\mathcal{P}_{DEM}$  peut être réduit à

$$\mathcal{P}_{DEM} = \left\{ G; \mathcal{M}; n; \frac{k_s}{k_n}; \frac{C_n}{C_s}; \tan \mu_s; \frac{\sigma_1}{k_n}; \frac{C_n}{k_n} \right\} \quad (3.6)$$

Cette fois,  $\rho_s$  et  $d_0$  sont exclus de l'ensemble, ils ne peuvent être associés à aucun autre paramètre pour former un produit adimensionnel. La conclusion est donc immédiate :  $[\sigma_p]_{N \rightarrow \infty}$  ne dépend ni de la masse volumique des grains – ce qui est trivial en l'absence de gravité – ni surtout de leur taille, ce qui dément la conclusion de [Ach03]. En revanche,  $[\sigma_p]_{N \rightarrow \infty}$  peut à priori dépendre de tous les autres paramètres de l'expression (3.6), dans une expression de la forme

$$\frac{[\sigma_p]_{N \rightarrow \infty}}{\sigma_1} = \Phi_1 \left( G; \mathcal{M}; n; \frac{k_s}{k_n}; \frac{C_n}{C_s}; \tan \mu_s; \frac{\sigma_1}{k_n}; \frac{C_n}{k_n} \right) \quad (3.7)$$

où  $\Phi_1$  est une fonction des variables entre parenthèses.

<sup>1</sup> Les lecteurs pourront se reporter à [Lan56] pour une introduction à l'analyse dimensionnelle.

<sup>2</sup> Une série de produits sans dimension de variables données est dite "complète" si chaque produit de la série est indépendant des autres et si tous les produits sans dimensions peuvent être formés par combinaison des produits de la série. Le théorème de Buckingham dit que si  $N$  variables font intervenir  $d$  dimensions indépendantes, toute série complète de ces variables est composée de  $N-d$  produits sans dimensions.

Le raisonnement ci-dessus peut être appliqué également au comportement élastique du matériau <sup>[Hua99]</sup>. Par conséquent, les propriétés élastiques sont elles aussi indépendantes de la taille des grains dans la limite des grands systèmes.

Remarque 1 :

Le coefficient  $k_s/k_n$  apparaît couramment dans la littérature sur les milieux granulaires, il est fréquemment noté  $\alpha$ , notation qui sera adoptée dans la suite.

Remarque 2 :

Le rapport  $\sigma_1/k_n$  est l'inverse du *niveau de rigidité* – noté  $\kappa$  – défini dans [Com01a] et considéré comme une variable importante du comportement macroscopique. Ce paramètre permet, entre autres, de faire le lien entre les méthodes DEM à contacts "mous" (ex. PFC2D), où  $\kappa$  est variable, et les méthodes sans élasticité où  $\kappa$  est infini. Dans la suite, par analogie avec la terminologie de [Com01a], on considèrera que le rapport  $\sigma_1/k_n$  définit le *niveau de confinement* de l'échantillon.

Remarque 3 :

On voit ici l'intérêt de définir la cohésion des contacts par les paramètres  $C_n, C_s$  (dimension [P]). Une définition basée sur les paramètres  $R_n, R_s$  (dimension [P.L]) entraînerait une dépendance vis-à-vis de  $d_0$ , qui pourrait s'exprimer à travers un produit sans dimension tel que  $R_n/(d_0 \cdot \sigma_1)$ .

### 3.4.1.2 Résistance "mesurée"

Sortons maintenant du cas des grands systèmes pour aborder celui d'un échantillon de taille finie soumis à une compression biaxiale. La description complète du problème comprend cette fois la hauteur  $L_H$  et la largeur  $L_L$  de l'échantillon. Ces longueurs donnent deux produits sans dimensions par combinaison avec la taille  $d_0$  des grains, on ajoute donc à  $\mathcal{P}_{DEM}$  les variables  $d_0/L_L$  et  $L_H/L_L$ . Dans ce cas, on peut donner une expression de la contrainte de pic sous la forme :

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_1} = \Phi_1 \left( \mathcal{G}; \mathcal{M}; n; \frac{k_s}{k_n}; \frac{C_n}{C_s}; \tan \mu_s; \frac{\sigma_1}{k_n}; \frac{C_n}{k_n}; \frac{d_0}{L_L}; \frac{L_H}{L_L} \right) \quad (3.8)$$

Cette fois, la théorie de l'analyse dimensionnelle ne permet pas de conclure qu'il y a indépendance du comportement vis-à-vis de la taille des grains. A travers le rapport  $d_0/L_L$ , la taille des grains peut avoir une influence sur la valeur  $\sigma_p$  "mesurée". L'élanement de l'échantillon ( $L_H/L_L$ ) est également susceptible de jouer un rôle.

Si l'analyse dimensionnelle ne permet pas d'affirmer qu'il y a effectivement une influence du rapport  $d_0/L_L$  sur le résultat, cette influence est en revanche bien connue des expérimentateurs qui étudient le comportement des sols à forte granularité<sup>1</sup>. Ces derniers considèrent généralement que l'erreur de mesure

<sup>1</sup> Voir par exemple la synthèse bibliographique proposée par Valle [Val01].

augmente avec le rapport  $d_{max}/L_L$  (où  $d_{max}$  est la taille des plus grosses particules) et préconisent  $d_{max}/L_L < 1/6$ . On peut d'ailleurs justifier de cette façon les écarts constatés entre les différents résultats de [Ach03], dans lesquels  $d_0/L_L$  n'est pas constant.

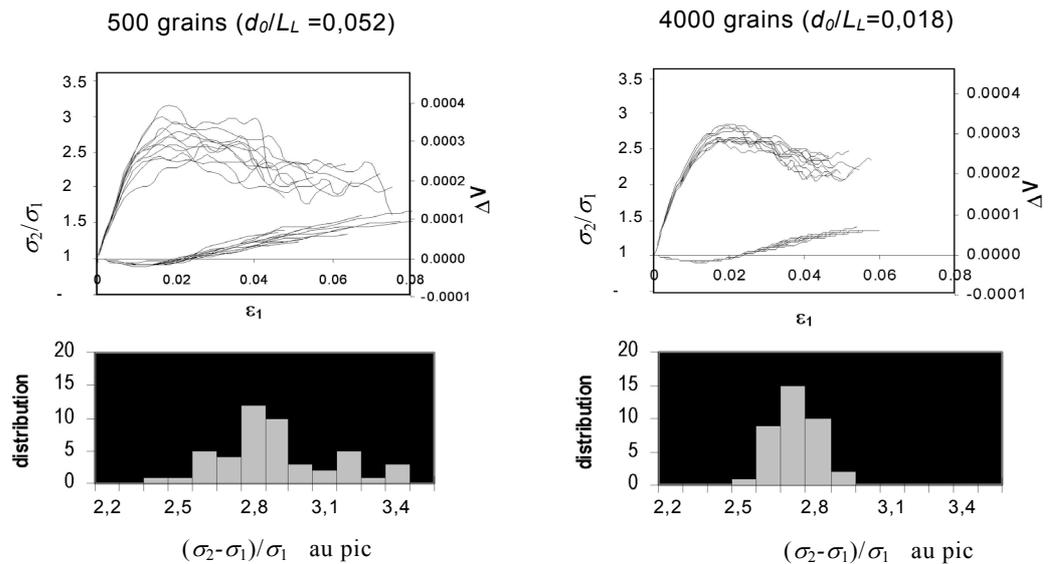
L'effet de  $d_0/L_L$  peut également se répercuter sur les autres aspects du comportement (en particulier le comportement élastique). En résumé, le comportement d'un matériau granulaire simulé ne dépend pas de la taille des grains. En revanche, toute mesure (réelle ou simulée) des paramètres de comportement est susceptible d'être influencée par le rapport  $d_0/L_L$  de l'échantillon considéré.

### 3.4.1.3 Influence de la taille des grains dans les simulations

#### Evolution de la dispersion

On commente ici les résultats d'une série de simulations biaxiales sur des assemblages purement frottants. Les assemblages sont définis par la granulométrie G1, avec  $n=0,158$ ;  $\alpha=0,5$ ;  $k_n=10^7$  Pa;  $\mu_s=35^\circ$ . Suivant les cas, le nombre  $N$  de grains de l'échantillon est égal à 500, 1000, 2000, ou 4000. La taille de l'échantillon étant fixe,  $d_0/L_L$  est proportionnel à  $N^{-1/2}$ . Pour chaque valeur de  $N$ , 40 échantillons différents ont été testés.

La figure 3.7 présente une partie des résultats obtenus. On peut immédiatement constater que la dispersion diminue quand  $N$  augmente. D'après Evesque [Eve01] et Chareyre [Cha00], la diminution de l'écart type doit être proportionnelle à  $N^{-1/2}$  (et donc également à  $d_0/L_L$ ). Ici, la droite ajustée par la méthode des moindres carrés sur les résultats des simulations (fig. 3.8) montre que le coefficient de proportionnalité est environ égal à 5,2 (4,5 par rapport à  $d_0/L_L$ ).



**fig. 3.7.** Dispersion des courbes  $\sigma$ - $\epsilon$  (10 échantillons représentés) et des valeurs au pic pour 500 et 4000 grains.

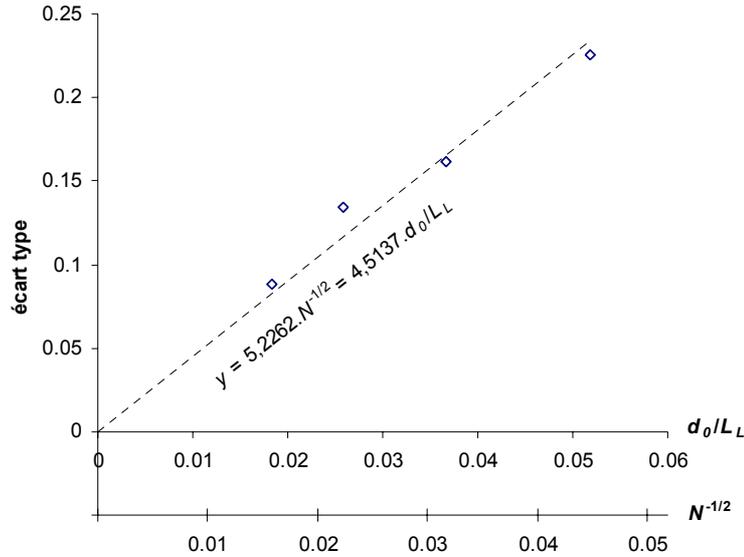


fig. 3.8. Ecart type de  $(\sigma_2 - \sigma_1)/\sigma_1$  au pic en fonction du nombre de grains.

### Evolution de la moyenne

La figure 3.9 montre que la résistance est en moyenne plus élevée quand il y a peu de grains. Dans un repère  $(\sigma_p/\sigma_1; N^{-1/2})$ , les points sont assez bien ajustés par une droite des moindres carrés d'équation

$$\sigma_p/\sigma_1 = 4,77.(d_0/L_L) + 2,63 \quad (3.9)$$

Il semble dès lors raisonnable de considérer que  $[(\sigma_2 - \sigma_1)/\sigma_1]_{N \rightarrow \infty}$  peut être évalué par son ordonnée à l'origine :

$$[\sigma_{pic} / \sigma_1]_{N \rightarrow \infty} = [\sigma_{pic} / \sigma_1]_{(d_0/L_L) \rightarrow 0} \approx 2,63 \quad (3.10)$$

et que la pente de la droite caractérise un biais systématique fonction de  $N$ .

Ces résultats montrent que, avec un échantillon de 4000 grains (cas correspondant à  $d_0/L_L \approx 0,018$ ), on a un biais acceptable (moins de 1 degré d'erreur sur  $\varphi$  calculé). La limite généralement préconisée par les expérimentateurs,  $d_{max}/L_L = 1/6$  (soit ici  $d_0/L_L = 1/12$ ), correspond à une erreur de 3,5 degrés sur l'angle de frottement.

### Effets de bord

On peut remarquer que la linéarité dans l'évolution du rapport  $\sigma_p/\sigma_1$  est compatible avec le principe d'un effet de bord modifiant la résistance, au pourtour de l'échantillon, au sein d'une couche d'épaisseur proportionnelle à  $d_0$ . La même explication est avancée par [Com01a] pour expliquer l'évolution linéaire de la

<sup>1</sup> Le symbole mathématique conventionnel pour "environ égal à" (un signe égal dont le trait supérieur est ondulé) est absent de la table des caractères utilisée pour la rédaction de ce mémoire, il est remplacé par le symbole "≈".

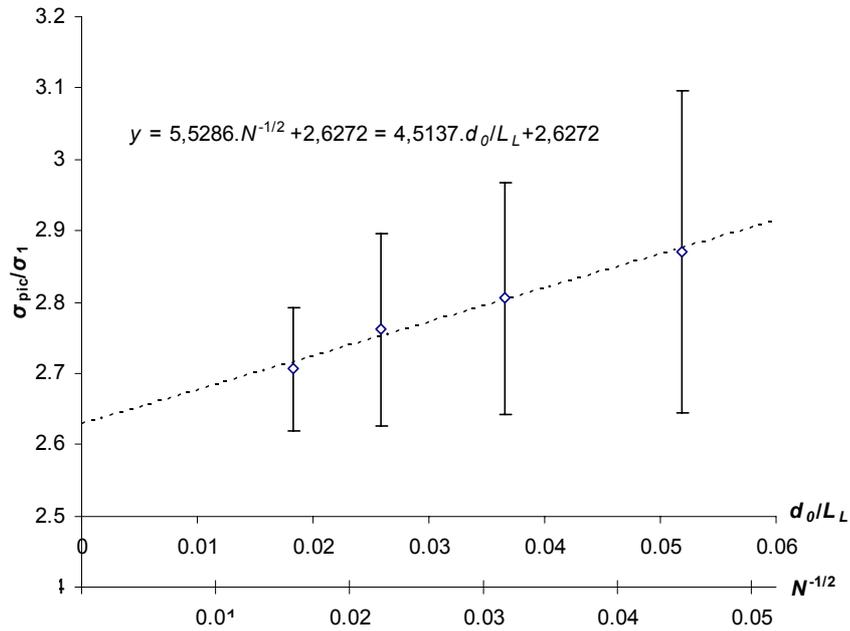
porosité moyenne d'un échantillon en fonction de  $N^{-1/2}$  (une zone de plus forte porosité au contact des parois rigides).

Si l'on considère que la résistance est équivalente en moyenne à  $[\sigma_p]^*$  dans la partie perturbée et à  $[\sigma_p]_{N \rightarrow \infty}$  au cœur de l'échantillon, alors la résistance moyenne sur tout l'échantillon est donnée par l'une ou l'autre des deux équations qui suivent, où  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont des coefficients supérieurs à 0 :

$$\sigma_p = \lambda_1 \cdot \frac{d_0}{L_L} \cdot ([\sigma_p]^* - [\sigma_p]_{N \rightarrow \infty}) + [\sigma_p]_{N \rightarrow \infty} \quad (3.11)$$

ou

$$\sigma_p = \lambda_2 \cdot \sqrt{N} \cdot ([\sigma_p]^* - [\sigma_p]_{N \rightarrow \infty}) + [\sigma_p]_{N \rightarrow \infty}$$



**fig. 3.9.** Moyenne des rapports  $\sigma_p/\sigma_1$  obtenus par simulation biaxiale (40 échantillons pour chaque) en fonction du nombre de grains, les barres d'erreur représentent l'écart type autour de la moyenne.

### 3.4.2 Hypothèse quasi-statique : importance de la vitesse d'écrasement

On vérifie ici qu'il est possible d'obtenir un résultat dans lequel l'influence de la vitesse est négligeable. Dans le cas où l'hypothèse quasi-statique n'est pas vérifiée, la description du problème doit inclure les paramètres relatifs aux aspects dynamiques du modèle : la vitesse de sollicitation, représentée par la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  (dimension  $[T^{-1}]$ ), le coefficient d'amortissement non-visqueux  $D_a$  (sans dimension), et la masse volumique des grains  $\rho_s$   $[P.L^{-2}.T^{-2}]$ .

On a reproduit sur la figure 3.10 les courbes obtenues avec différentes vitesses d'écrasement. Les simulations sont effectuées sur l'assemblage défini dans le Tableau 3-2. Cette figure montre clairement qu'une vitesse trop élevée conduit à surestimer la résistance de l'échantillon.

Sur la figure 3.10, les résultats ont été obtenus avec un coefficient d'amortissement  $D_a=0,3$ . La même série de calcul a été répétée avec d'autres valeurs d'amortissement (on conserve  $D_a>0,3$  car en deçà, des phénomènes oscillatoires perturbent le résultat). Si l'on reporte pour chaque série, les valeurs de  $\sigma_p$  au pic (fig. 3.11) en fonction de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$ , on constate que :

- l'augmentation de  $\sigma_p$  peut être considérée proportionnelle à la vitesse<sup>1</sup> ;
- la pente des droites ( $\sigma_p$ - $\dot{\varepsilon}$ ) ajustées est elle-même sensiblement proportionnelle à  $D_a$ .

On peut donc considérer que la contrainte  $\sigma_p$  obtenue dans une simulation correspond à la somme d'une erreur  $\Delta\sigma_p$ , due à la vitesse d'écrasement, et de  $[\sigma_p]_{QS}$ , valeur idéale dans le cas quasi-statique :

$$\sigma_p = [\sigma_p]_{QS} + \Delta\sigma_p \quad (3.12)$$

Dans cette somme,  $[\sigma_p]_{QS}$  dépend de tous les paramètres précédemment inclus dans  $\mathcal{P}_{DEM}$  (expression (3.8)) mais est indépendant de la vitesse et de l'amortissement. Au contraire,  $\Delta\sigma_p$  dépend a priori à la fois de  $\mathcal{P}_{DEM}$ ,  $D_a$ ,  $\dot{\varepsilon}$  et  $\rho_s$ . Cependant, les proportionnalités mises en évidence permettent d'écrire l'équation (3.13) où  $q_v$  est un paramètre de dimension [T] dépendant uniquement de  $\mathcal{P}_{DEM}$  et de  $\rho_s$ .

$$\frac{\Delta\sigma_p}{[\sigma_p]_{QS}} = q_v \cdot \dot{\varepsilon} \cdot D_a \quad (3.13)$$

Puisque  $q_v$  permet de quantifier l'erreur d'estimation de  $\sigma_p$ , il était intéressant de connaître son évolution en fonction des paramètres de  $\mathcal{P}_{DEM}$ . On traite pour l'instant le cas d'assemblages purement frottants (on peut donc exclure de  $\mathcal{P}_{DEM}$  les paramètres  $C_n/C_s$  et  $C_n/k_n$ ). Des séries de calculs du même type que celles de la figure 3.11 ont été effectuées en modifiant de façon indépendante les paramètres de la configuration de référence (définie dans le Tableau 3-2). Les résultats sont présentés sur la figure 3.12, où la légende indique le paramètre modifié (ex.  $k_n \times 3$  pour l'opération  $k_n \leftarrow k_n \times 3$ ).

$\mathcal{M}$	$n$	$k_n$	$k_s$	$\tan\mu_s$	$\sigma_1$	$d_0$	$L_H$	$L_H/L_L$	$\rho_s$	$D_a$
M <sub>2</sub>	0,17	4.10 <sup>4</sup>	2.10 <sup>4</sup>	0,6	10 kPa	3,38.10 <sup>-3</sup>	0,15	2	2.10 <sup>3</sup>	0,3
		kPa	kPa			m	m		kg/m <sup>3</sup>	

**Tableau 3-2.** Configuration de référence pour l'étude de l'effet de vitesse.

<sup>1</sup> Ceci n'est plus vrai dans les très grandes vitesses, où un terme quadratique est nécessaire pour exprimer la dépendance [Nou99; Cha00].

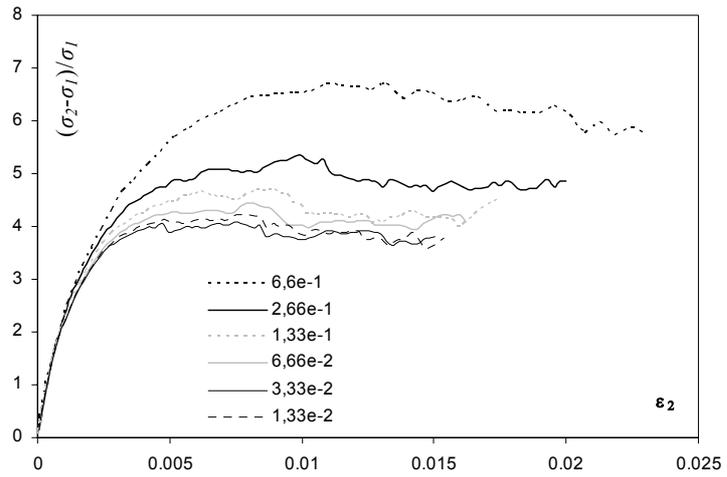


fig. 3.10. Courbes contraintes-déformations obtenues par écrasement d'un échantillon à différentes vitesses de déformation (données en  $s^{-1}$ ).

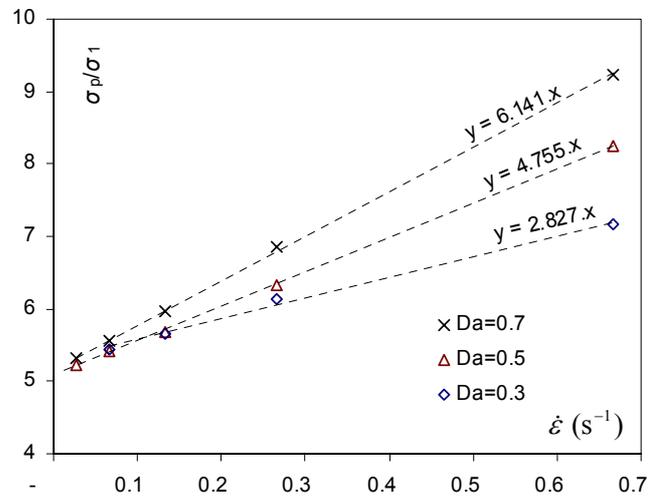


fig. 3.11. Valeurs de  $\sigma_p$  obtenues en fonction de la vitesse et du coefficient d'amortissement.

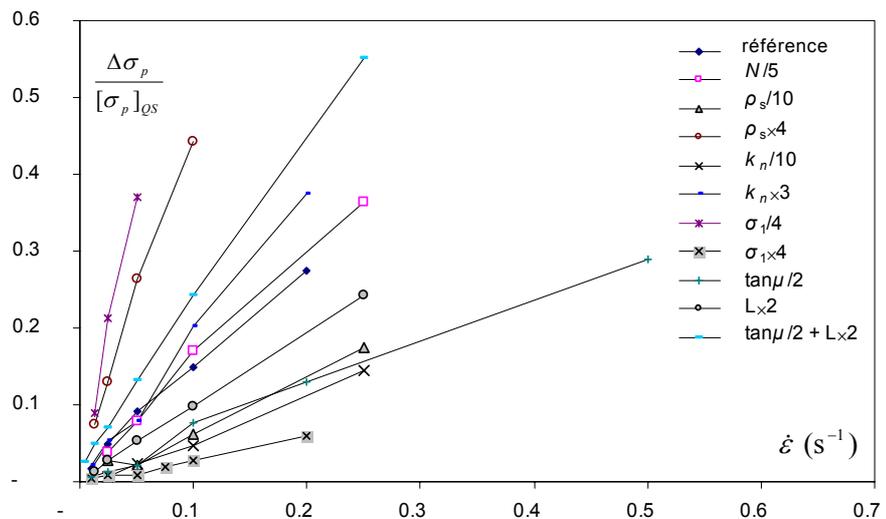


fig. 3.12. Evolution de  $\Delta\sigma_p / [\sigma_p]_{QS}$  en fonction de  $\dot{\epsilon}$  pour différents paramètres de simulation (dans le cas  $D_a=0,3$ ).

Ces résultats mettent en évidence le fait qu'à vitesse de déformation constante, l'erreur relative varie de façon importante suivant les paramètres du calcul, et en particulier en fonction du nombre de grains (rapport  $d_0/L_L$ ). Le rôle des différents paramètres peut être envisagé, comme précédemment, sous l'angle de l'analyse dimensionnelle. Par définition,  $q_v$  est indépendant de  $D_a$  et  $\dot{\varepsilon}$ , l'ensemble des variables potentiellement influentes est donc le même que pour  $\sigma_p$ , et une expression de  $q_v$  peut être mise sous une forme du type

$$\frac{q_v}{T_v} = \Phi_2 \left( \mathcal{G}; \mathcal{M}; n; \frac{k_s}{k_n}; \mu_s; \frac{\sigma_1}{k_n}; \frac{d_0}{L_L}; \frac{L_H}{L_L} \right) \quad (3.14)$$

où  $T_v$  est un produit de facteurs ayant la dimension [T]. La comparaison des différentes combinaisons possibles a montré que, pour un échantillon dont le nombre de grains est constant, la définition la plus judicieuse pour  $T_v$  était la suivante :

$$T_v = \frac{\tan \mu_s \cdot L_L \cdot \sqrt{k_n \cdot \rho_s}}{\sigma_1} \quad (3.15)$$

et pour un nombre de grains variable

$$T_v^* = \frac{\tan \mu_s \cdot L_L \cdot \sqrt{k_n \cdot \rho_s}}{\sigma_1} \cdot \sqrt{\frac{d_0}{L_L}} \quad (3.16)$$

Cette deuxième expression est à considérer avec précautions car l'exposant 0,5 appliqué à  $d_0/L_L$  n'est validé que pour deux tailles de grains différentes.

Avec cette définition, on peut donner une expression de l'erreur qui ne dépend plus que de quelques paramètres. On a tracé sur la figure 3.13 l'erreur relative dans les différentes séries d'essais, non plus en fonction de  $\dot{\varepsilon}$  mais cette fois en fonction de  $T_v^* \cdot \dot{\varepsilon}$ . On constate un bon alignement des points autour d'une droite de pente 0,034. Ainsi, l'erreur relative peut être exprimée par

$$\frac{\Delta \sigma_p}{[\sigma_p]_{QS}} = \mathcal{V} \cdot D_a \cdot \Phi_3(\mathcal{G}; \mathcal{M}; n) \quad \text{avec } \mathcal{V} = T_v^* \cdot \dot{\varepsilon} \quad (3.17)$$

Dans cette expression,  $\mathcal{V} = T_v^* \cdot \dot{\varepsilon}$  est la vitesse normalisée, entièrement définie par les paramètres de la simulation. La seule inconnue est donc la fonction  $\Phi_3$ , qui peut dépendre a priori des paramètres  $\mathcal{G}$ ,  $\mathcal{M}$ , et  $n$ . Dépendance qui reste à vérifier puisque ces paramètres n'ont pas été modifiés au cours de notre étude. En tout état de cause, pour la granulométrie utilisée au cours de ce travail de thèse et pour cet ordre de compacité, la valeur de  $\Phi_3$  est approximativement égale à 0,113. On a donc :

$$\frac{\Delta \sigma_p}{[\sigma_p]_{QS}} \approx 0,113 \cdot \mathcal{V} \cdot D_a \quad (3.18)$$

Par cette expression, on peut évaluer à l'avance l'erreur du résultat par rapport à l'hypothèse quasi-statique. Le choix de la vitesse d'écrasement peut ainsi être fait en tenant compte à la fois de la précision attendue du résultat et du temps raisonnable pour l'obtenir. Généralement, nous avons choisi une vitesse correspondant à une erreur de 1%.

Remarque 1

Tout ce qui précède relève uniquement du cas sans cohésion. Cependant, quelques tests ont clairement montré que l'effet de la vitesse était largement atténué quand  $C_n$  et  $C_s$  étaient non nuls. Le critère de choix de vitesse proposé ici est donc sécuritaire du point de vue de la précision de calcul.

Remarque 2

Pour un nombre de grains donné, la durée simulée d'un calcul biaxial est inversement proportionnelle à  $\dot{\epsilon}$ , elle est donc proportionnelle à  $T_v$  pour un niveau d'erreur constant (Eq. 3.17). Par ailleurs, le pas de temps  $\Delta t_{crit}$  du calcul est proportionnel à  $L_L \cdot (\rho_s/k_n)^{1/2}$  (Eq. 1.12). Par conséquent, le nombre de pas de calcul nécessaire à une simulation est proportionnel à  $k_n/\sigma_1$ , le « niveau de rigidité ». Ce constat a une importance pratique : le nombre de pas à effectuer détermine la durée réelle de la simulation. Par conséquent, le seul moyen d'optimiser les temps de calcul (la diminution du nombre de grains mise à part) sera de choisir un faible niveau de rigidité.

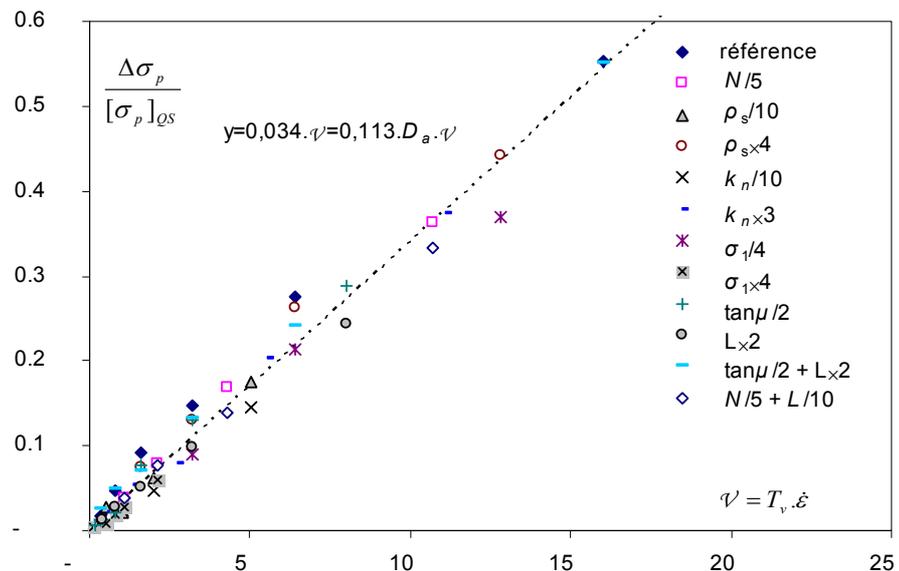


fig. 3.13. Erreur relative sur  $\sigma_p$  en fonction de la vitesse normalisée.

### 3.5. Dépendances micro-macro et lois d'échelle

On s'intéresse ici aux relations entre les paramètres d'un empilement et son comportement macroscopique. Le problème est étudié dans la limite des grands systèmes et dans l'hypothèse d'évolutions quasi-statiques. Les paramètres caractérisant l'échantillonnage ( $d_0/L_L$ ;  $L_H/L_L$ ) sont donc exclus – par définition – de la discussion, ainsi que les paramètres relatifs aux aspects dynamiques ( $\mathcal{V}$ ,  $\rho_s$ ). Comme on l'a vu précédemment, l'ensemble des paramètres se réduit dans ce cas à

$$\mathcal{P}_{\text{DEM}} = \left\{ G; \mathcal{M}; n; \frac{k_s}{k_n}; \frac{C_n}{C_s}; \tan\mu_s; \frac{\sigma_1}{k_n}; \frac{C_n}{k_n} \right\} \quad (3.19)$$

Différents aspects du comportement macroscopique seront examinés. Pour chacun de ces aspects, l'objectif sera de caractériser les rôles respectifs des paramètres ci-dessus.

#### 3.5.1 Domaine élastique

Le comportement est parfaitement élastique s'il n'y a aucune rupture de contact. Un tel comportement est donc indépendant des paramètres de résistance des contacts. L'ensemble des paramètres adimensionnels régissant le comportement peut donc être réduit à

$$\mathcal{P}_{\text{DEM}} = \left\{ G; \mathcal{M}; n; \alpha; \frac{\sigma_1}{k_n} \right\} \quad (3.20)$$

et les paramètres élastiques ont des expressions telles que ( 3.21 ) et ( 3.22 ) où  $\Phi_E$  et  $\Phi_\nu$  sont des fonctions indéterminées des différents paramètres.

$$E_y = k_n \cdot \Phi_E \left( G; \mathcal{M}; n; \alpha; \frac{\sigma_1}{k_n} \right) \quad (3.21)$$

$$\nu = \Phi_\nu \left( G; \mathcal{M}; n; \alpha; \frac{\sigma_1}{k_n} \right) \quad (3.22)$$

#### Module de Young

Pour un assemblage bidimensionnel de disques, aléatoire et isotrope, et avec des contacts élastiques linéaires, Bathrust et al. [Bat88a] proposent :

$$E_y = \frac{n_c}{V} 2R_m^2 k_n \zeta \quad (3.23)$$

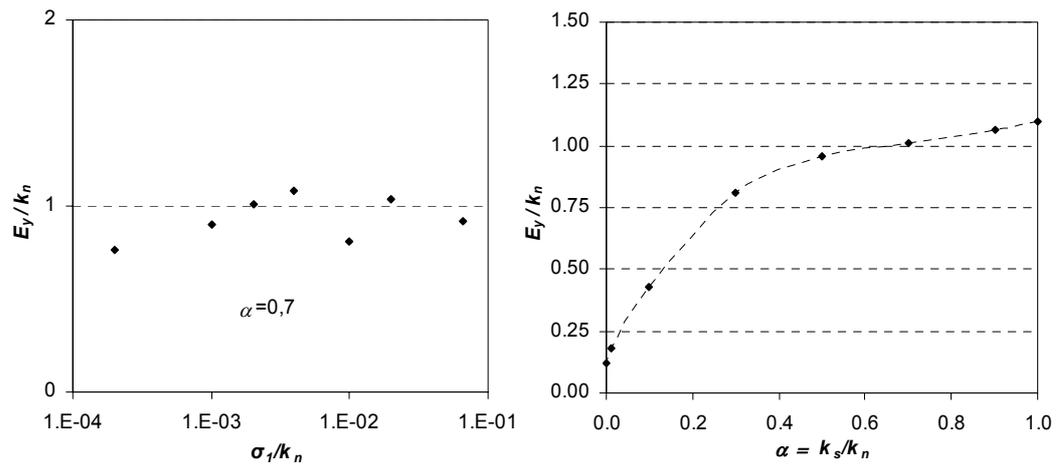
où  $n_c$  est le nombre total de contacts dans le "volume"  $V$  (en fait une surface),  $R_m$  le rayon moyen et  $\zeta$  un paramètre indéterminé inférieur à un. Conformément à l'expression ( 3.23 ), le module apparaît proportionnel à  $k_n$ . Par ailleurs, le rapport  $n_c \cdot R_m^2 / V$  traduit une prise en compte de la coordinance<sup>1</sup>, qui dépend à la fois de la

<sup>1</sup> La coordinance est la moyenne du nombre de contact par grains, elle peut être corrélée avec la porosité si la granulométrie est fixée.

porosité et du rapport  $\sigma_1/k_n$  (une forte compression ayant tendance à créer des nouveaux contacts). L'influence du coefficient  $\alpha$  et celle de la granulométrie peuvent être prises en compte à travers le coefficient  $\zeta$  mais elles restent indéterminées.

Les résultats de la figure 3.14.a montrent qu'avec la granulométrie ( $G_1$ ;  $M_1$ ),  $n=0,165$  et  $\alpha=0,7$ , le rapport  $E_y/k_n$  est proche de un (soit  $\zeta \approx 0,5$ ) quelle que soit la valeur de  $\sigma_1/k_n$ . Cela s'explique probablement par le fait que dans l'état où le niveau de confinement ( $\sigma_1/k_n$ ) est le plus élevé, le nombre de contacts n'est que de 4% supérieur à celui de l'état le moins confiné. De la même façon, le nombre de contacts varie peu (+/- 5%) avec la porosité tant que celle-ci garde des valeurs réalistes (correspondant à un matériau dense). Assez logiquement donc, les simulations n'ont pas montré non plus de variations importantes de  $E_y$  en fonction de  $n$ .

En revanche, les résultats de simulations (fig. 3.14b) montrent que  $E_y$  dépend de  $\alpha$ , propriété déjà mise en évidence analytiquement en 2D [Wal87] et en 3D [Cam95]. On remarque sur la figure (comme dans les modèles analytiques des auteurs cités) que les variations sont surtout sensibles pour les plus faibles valeurs de  $\alpha$ . En revanche,  $E_y/k_n$  est peu modifié tant que  $\alpha > 0,3$ .



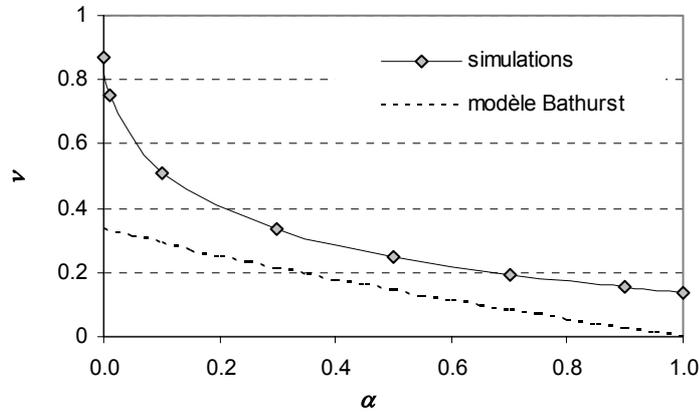
**fig. 3.14.** Variation de  $E_y$  dans un assemblage en fonction des paramètres de raideur des contacts (granulométrie ( $G_1$ ,  $M_1$ ),  $n=0,165$ ).

### Coefficient de Poisson

Les auteurs ayant étudié le cas des particules avec des interactions linéaires aux contacts, s'accordent sur le fait que  $\alpha$  a un rôle déterminant sur le comportement en général et sur  $\nu$  en particulier. On retiendra notamment que  $\alpha=0$  correspond à l'interaction entre des bulles de savon, et que, d'après la loi de Hertz-Mindlin pour deux sphères élastiques en contact [Min53],  $2/3 < \alpha < 1$ . Si  $\alpha > 1$ , on peut obtenir un comportement physiquement aberrant, caractérisé par  $\nu < 0$  [Bat88b]. Dans [Bat88a] et [Cam95],  $\alpha$  est le seul paramètre dont dépend le coefficient de Poisson, suivant l'expression

$$\nu = \frac{1 - \alpha}{3 + \alpha} \quad (3.24)$$

Cependant, [Bat88a] montre par des simulations que cette expression sous estime la valeur effective de  $\nu$ , qui dépend en fait aussi de la coordinance. Les résultats de nos calculs vont dans le même sens (fig. 3.15). Dans les assemblages simulés – les mêmes que précédemment – la valeur effective de  $\nu$  est supérieure à ce que prévoit l'expression (3.24), surtout pour les faibles valeurs de  $\alpha$ . On peut noter que les valeurs classiques pour les sols ( $\nu \approx 0,3$ ) sont obtenues pour  $\alpha$  proche de 0,5.



**fig. 3.15.** Evolution du coefficient de Poisson en fonction de  $\alpha$ .

### Bilan

En définitive, il apparaît qu'un calage approximatif de  $E_y$  peut être effectué pour un assemblage de granulométrie donnée en considérant que

$$E_y \approx k_n \Phi_E(\mathcal{G}, \mathcal{M}) \quad (3.25)$$

Une seule simulation permet alors d'évaluer la constante  $\Phi_E$  (dans notre cas  $\Phi_E \approx 1$ ), et  $k_n$  est ensuite uniquement déterminé par  $E_y$ . Ceci n'est valable que si  $\alpha > 0,3$ , ce qui sera vérifié la plupart du temps puisque  $\alpha < 0,3$  implique un coefficient de Poisson trop élevé pour être représentatif d'un sol.

Pour un calage précis de  $\nu$ , il semble que la seule méthode reste une procédure essai/erreur; ou le test systématique de différentes valeurs de  $\alpha$  afin de construire une courbe d'étalonnage telle que celle de la figure 3.15.

## 3.5.2 Rupture et grandes déformations dans les assemblages purement frottants

### 3.5.2.1 Définition de l'angle de frottement macroscopique $\varphi$

On cherche à décrire – si c'est possible - la résistance des assemblages purement frottants par le seul angle de frottement  $\varphi$  d'un critère de Mohr-Coulomb. Ce critère prévoit que la contrainte de pic et la contrainte latérale sont proportionnelles suivant

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_1} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (3.26)$$

Or, on a vu (section 3.4.1.1) que l'ensemble des paramètres dont dépend a priori ce rapport est (en excluant les paramètres de cohésion) :

$$\mathcal{P}_{DEM} = \left\{ \mathcal{G}; \mathcal{M}; n; \frac{k_s}{k_n}; \tan\mu_s; \frac{\sigma_1}{k_n} \right\} \quad (3.27)$$

$\sigma_p/\sigma_1$  peut donc dépendre en particulier du niveau de confinement  $\sigma_1/k_n$ , ce qui est incompatible avec l'expression (3.26). Si l'on représente dans le plan de Mohr-Coulomb les cercles correspondant à des simulations à confinement variables (fig. 3.16), on constate effectivement que les cercles s'éloignent d'autant plus du critère tangent initial que le confinement augmente.

Cependant, en représentant les mêmes résultats sous une autre forme (fig. 3.17.a), on vérifie que  $\sigma_p/\sigma_1$  est assez constant quand le niveau de confinement est inférieur à  $10^{-2}$ . Par conséquent, un critère de Mohr-Coulomb est adapté pour cette gamme de confinement.

Dans les problèmes de géotechnique de surface, la pression de confinement est généralement inférieure à 0,2 MPa (correspondant à environ 10m de profondeur). Le module de Young – et donc également  $k_n$  dans notre modèle – a pour sa part un ordre de grandeur compris entre 10 et 100 MPa [Cos75]. De ce fait, le niveau de confinement dans les simulations d'ouvrages sera généralement inférieur à  $10^{-2}$ , et le comportement du modèle pourra être caractérisé par un angle de frottement. On se place dans cette hypothèse pour la suite de l'étude.

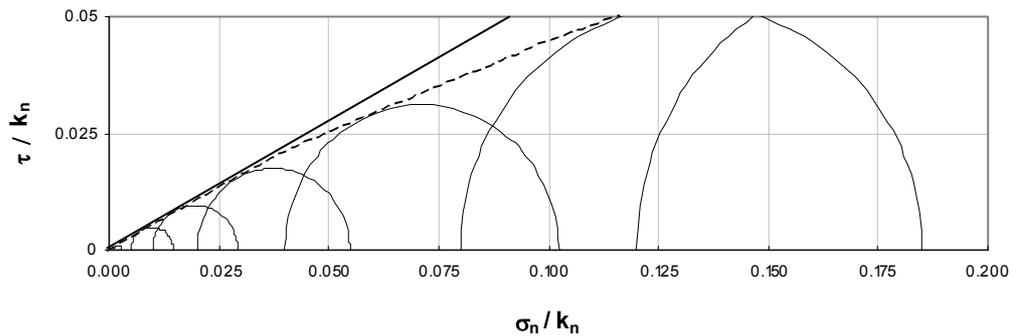


fig. 3.16. Enveloppe de rupture d'un assemblage purement frottant dans le plan de Mohr.

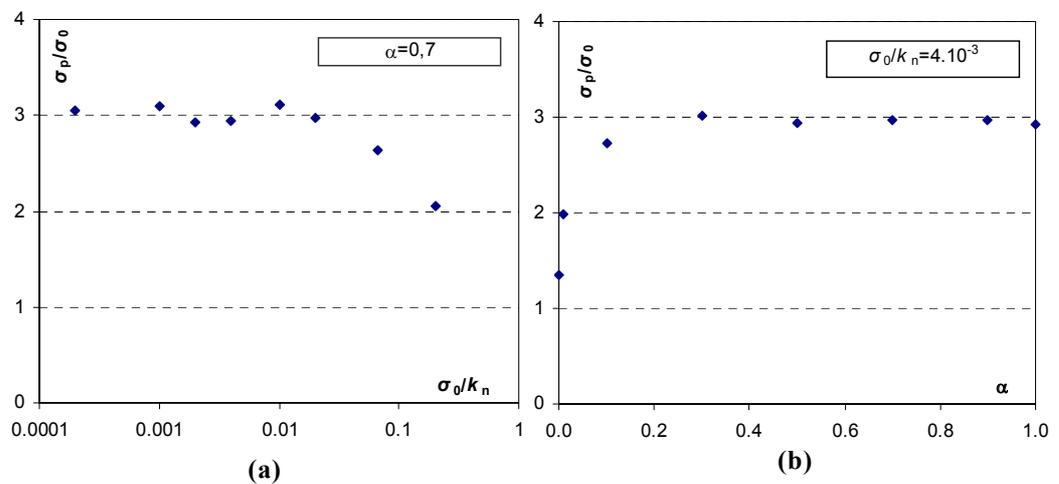


fig. 3.17. Dépendance de la contrainte de pic vis-à-vis du niveau de confinement (a) et du coefficient  $\alpha$  (b).

Par ailleurs, la figure 3.17b montre que la résistance de l'assemblage peut être considérée indépendante de  $\alpha$  à partir de  $\alpha > 0,3$ , ce qui correspond approximativement à  $\sigma_1/k_s < 10^{-2}$ . Par conséquent, pour les assemblages dont les contacts ont des raideurs suffisantes, l'angle de frottement macroscopique pourra être défini indépendamment de toutes les propriétés élastiques.

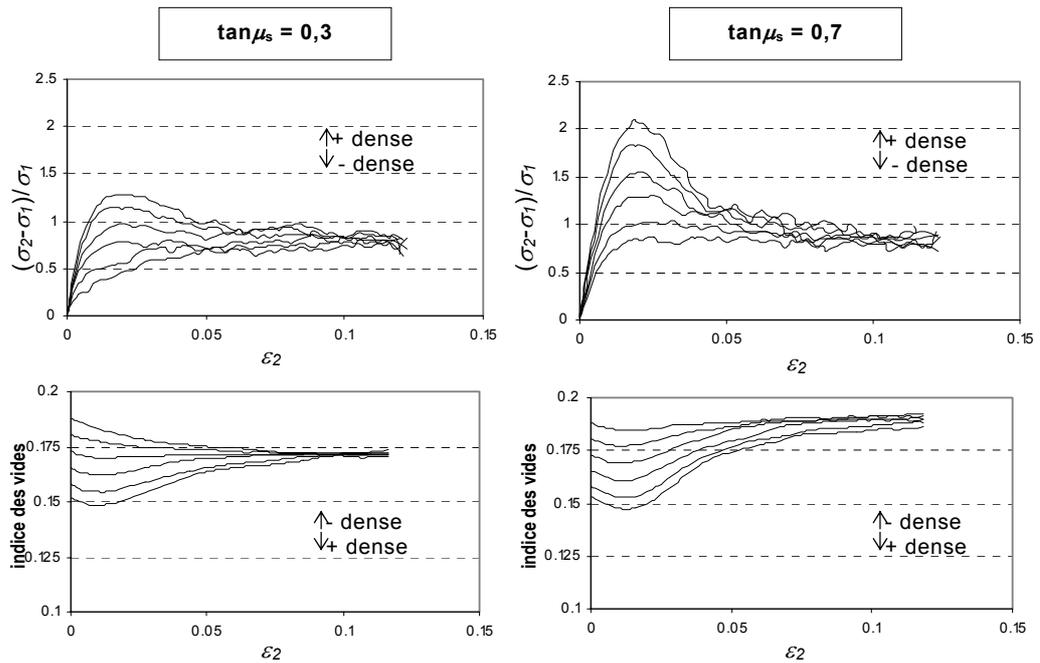
### 3.5.2.2 Influence de la porosité

Ce qui précède montre que les paramètres déterminant le frottement macroscopique au pic peuvent se réduire à l'ensemble  $\mathcal{P}_{\text{DEM}} = \{G; \mathcal{M}; n; \tan\mu_s\}$ . On examine ici l'effet de la porosité  $n$ .

Les courbes  $\sigma$ - $\varepsilon$  correspondant à différentes porosités initiales sont représentées dans la figure 3.18. Les simulations ont été effectuées avec des grains de type  $M_1$  et avec deux valeurs de  $\tan\mu_s$ . Elles montrent clairement le rôle de la porosité dans le comportement macroscopique.

- Plus l'empilement est dense et plus la valeur de pic est élevée. Mais la contrainte évolue ensuite vers une valeur résiduelle qui semble indépendante de l'état initial. Ce dernier aspect suggère l'existence d'un *état critique* comparable à ce qui est observé expérimentalement. Ceci est confirmé par l'évolution de la porosité des échantillons, contractants ou dilatants suivant l'état initial, mais ayant tous approximativement la même densité en fin de simulation. L'apparition de l'état critique dans les simulations DEM a déjà été signalée dans [Mah96] – avec toutefois des résultats moins précis.
- La valeur résiduelle du déviateur paraît indépendante de  $\mu_s$ , comme dans [Mor99] et [Mah96], et l'angle de frottement résiduel correspondant –  $\varphi_{\text{crit}} \approx 17^\circ$  – est proche de celui obtenu par les autres auteurs. Il semble que l'augmentation de la porosité critique compense celle du frottement intergranulaire, pour aboutir à un frottement résiduel identique. Tout se passe comme si, à l'état critique, la déformation était régie par des mécanismes de roulements grain-sur-grain plutôt que par des glissements des contacts, de sorte que le frottement joue un rôle négligeable. L'indépendance de  $\varphi_{\text{crit}}$  vis-à-vis de  $\mu_s$  reste à vérifier pour les grains de forme allongée ( $M_2$ ).

On voit ici qu'il est possible de générer un empilement plus ou moins dilatant, ou plus ou moins fragile, en fonction de la porosité initiale imposée. Cependant, le faible frottement résiduel des empilements testés ici ( $\mathcal{M}=M_1$ ) les rend mal adaptés pour simuler un comportement typique d'un sable sec, généralement moins fragile. Pour cette raison, les simulations présentées dans la troisième partie de ce document ont été effectuées avec  $\mathcal{M}=M_2$ .



**fig. 3.18.** Evolution du déviateur et de la porosité en fonction de  $\epsilon_2$  et de la porosité initiale ( $n=0,188$ ;  $0,181$ ;  $0,173$ ;  $0,165$ ;  $0,158$ ;  $0,151$ ). Chaque courbe représente la moyenne – pour  $\epsilon_2$  donné – des résultats obtenus sur 6 échantillons différents (2000 grains chacun).

### 3.5.2.3 Influence du frottement intergranulaire

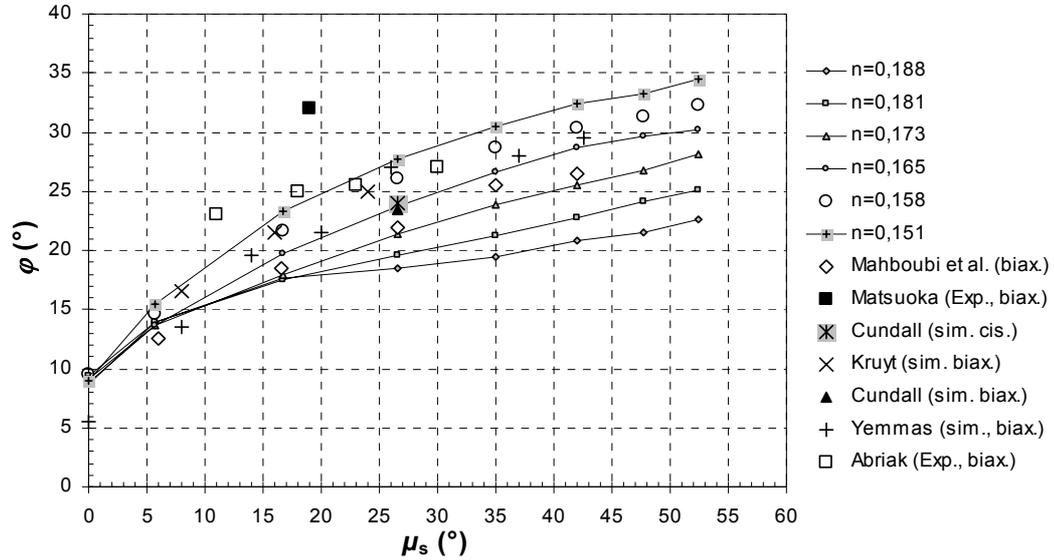
Les modèles analytiques simples correspondant à des empilements réguliers suggèrent une dépendance linéaire entre  $\varphi$  et  $\mu_s$  <sup>[Cha00]</sup>, du type  $\varphi(\mu_s) = \varphi(0) + \mu_s$ . Avec  $\varphi(0)=0$  pour un motif à maille carrée et  $\varphi(0)=30^\circ$  pour un motif en quinconce. Mais les expérimentations sur empilements aléatoires, autant que les simulations, montrent généralement une évolution non linéaire de  $\varphi$ .

Certains travaux de la littérature proposent des équivalences entre le frottement local et le frottement macroscopique <sup>[Eme96]</sup>. Cependant, les relations proposées semblent difficilement applicables pour un calage de paramètres. D'une part, elles demandent à être validées sur un plus grand nombre de cas. Et d'autre part, elles font intervenir des paramètres d'histoire et de description statistique des contacts qui – dans le cadre de notre étude – ne sont pas connus.

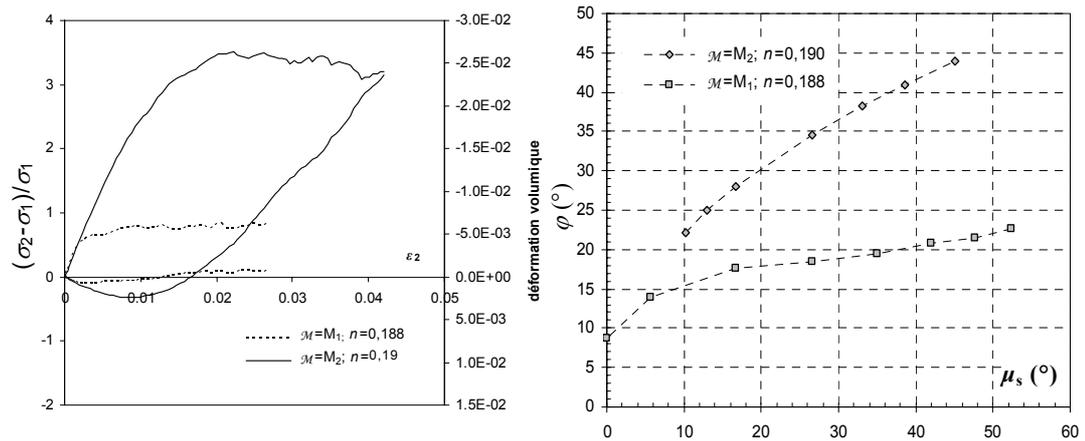
Il semble finalement que la seule méthode permettant d'ajuster l'angle de frottement macroscopique à une valeur donnée soit d'effectuer des simulations biaxiales. On pourra suivre une procédure de type essai-erreur ou effectuer des calculs systématiques pour obtenir des courbes de calibration. Cette deuxième option a été appliquée pour les empilements de grains de forme  $M_1$ . Les résultats sont présentés sur la figure 3.19, et superposés à d'autres résultats de la littérature (d'après la synthèse de [Mah96]). Ils sont généralement en assez bon accord.

### 3.5.2.4 Influence de la forme des grains

Comme le montre la figure 3.20, l'assemblage des grains deux à deux permet d'augmenter de manière importante le frottement macroscopique. Des deux échantillons, de porosités initiales équivalentes, celui dont les grains sont de géométrie  $M_2$  est largement plus dilatant.



**fig. 3.19.** Calibration du frottement macroscopique associé aux grains de forme  $M_1$  en fonction du frottement des contacts et de la porosité. Nos résultats sont superposés à ceux compilés par Mahboubi et al. [Mah96].



**fig. 3.20.** Influence de la forme des grains sur le comportement de l'empilement : (a) courbes  $\sigma$ - $\epsilon$ , (b) évolution de  $\phi$  en fonction de  $\mu_s$ .

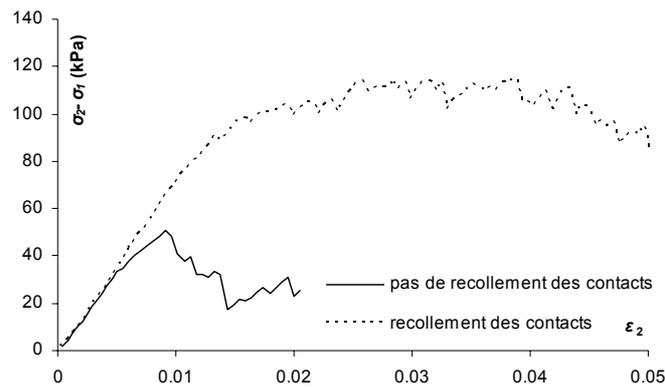
### 3.5.3 Rupture d'un assemblage cohésif

#### 3.5.3.1 Généralités

L'adhésion des contacts peut être définie sur deux modes différents. Dans un cas, les liaisons cohésives sont attribuées à tous les contacts de l'échantillon à l'état initial. Si un nouveau contact est créé durant l'écrasement, on considère qu'il n'a pas de cohésion. Dans l'autre cas, des liaisons cohésives sont également créées au cours de l'écrasement, à chaque fois que la déformation de l'assemblage crée un nouveau contact.

La figure 3.21 montre que la valeur du déviateur supporté par l'échantillon chute plus brutalement dans le premier cas (« pas de recollement des contact ») que dans le second (« recollement des contacts »). On constate également que la résistance est plus élevée quand des nouvelles liaisons peuvent être créées en cours d'écrasement.

Dans cette section, les simulations qui sont présentées correspondent au cas « sans recollement ». Cependant, les propriétés adimensionnelles mises en évidence sont également valables dans le cas « avec recollement ».



**fig. 3.21.** Courbes  $\sigma$ - $\varepsilon$  obtenues sur des assemblages cohérents sans frottement ( $\mathcal{M}=M1$ ,  $n=0,18$ ,  $C_n=542$  kPa,  $C_s=271$  kPa,  $\alpha=0,5$ ,  $\sigma_I=2$  kPa).

#### 3.5.3.2 Enveloppe de rupture

Approche qualitative

Si l'on attribue aux contacts des liaisons cohésives, la résistance de l'assemblage peut être exprimée suivant

$$\frac{\sigma_p}{C_\Phi} = \Phi_c \left\{ \mathcal{G}; \mathcal{M}; n; \alpha; \frac{C_n}{C_s}; \tan \mu_s; \frac{\sigma_I}{k_n}; \frac{C_n}{k_n} \right\} \quad (3.28)$$

où  $C_\Phi$  est une variable – ou un produit de variables – qui normalise  $\sigma_p$  (ex.  $C_n$ ,  $\sigma_I$ ,  $k_n$ , etc.) et  $\Phi_c$  une fonction des différentes variables ( $\Phi_c$  dépend du choix de  $C_\Phi$ ). L'évolution de  $\Phi_c$  en fonction de  $\sigma_I/k_n$  détermine indirectement la forme de l'enveloppe de rupture.

On propose une schématisation de l'enveloppe basée sur la distinction entre trois gammes de niveau de confinement, correspondant chacune à un mode de rupture particulier (fig. 3.22) :

- (I). Pour un niveau de confinement négatif ou faiblement positif, les contacts sont préférentiellement rompus en traction, c'est donc essentiellement  $C_n/k_n$  qui gouverne le comportement macroscopique ;
- (II). Si le niveau de confinement augmente suffisamment, la plupart des contacts sont comprimés : la rupture se produira alors plutôt par cisaillement des liaisons cohésives et la résistance est déterminée en grande partie par  $C_s/k_n$ . Toutefois l'influence de  $\tan\mu_s$  est généralement perceptible dans la pente du critère ;
- (III). Enfin, si le niveau de confinement devient suffisamment important, la résistance des liaisons cohésives devient négligeable par rapport aux efforts de contact. Dans les cas extrêmes, ces liaisons seront rompues du simple fait du confinement isotrope. Dans cette partie, l'enveloppe de rupture rejoint celle d'un empilement purement frottant. Si  $\mu_s$  est proche de zéro, l'enveloppe peut avoir une pente négative à la transition (II)→(III).

On peut s'attendre à ce que les niveaux de confinement déterminant les transitions entre les différents régimes dépendent des paramètres de simulation, et en particulier que :

- les rapports  $\alpha=k_s/k_n$  élevés favorisent des sollicitations des contacts en cisaillement plutôt qu'en traction et repoussent la transition (I)→(II) vers les faibles niveaux de confinement ;
- un fort rapport  $C_n/C_s$  produit le même effet car il favorise des ruptures par cisaillement de contacts.

Cette typologie des modes de rupture est pour l'instant purement spéculative, mais nous allons voir qu'elle donne une base d'explication des résultats de simulations. En particulier, on peut analyser dans ce cadre les conclusions formulées par [Hua99] à partir de compressions simples et de tractions simples simulées sur des assemblages cohérents (modèles de roches). Certains de nos résultats [Cha00] sont également présentés et confrontés à ceux de [Hua99].

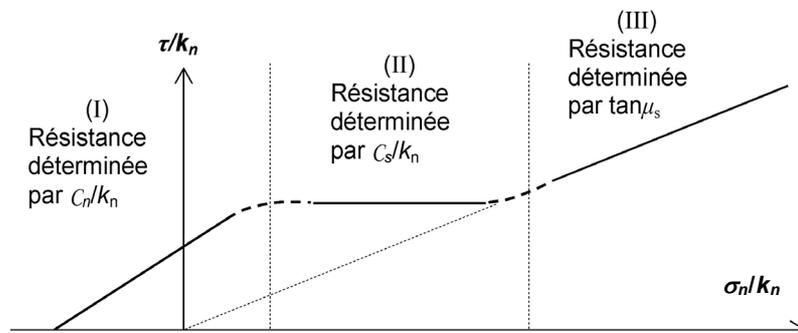


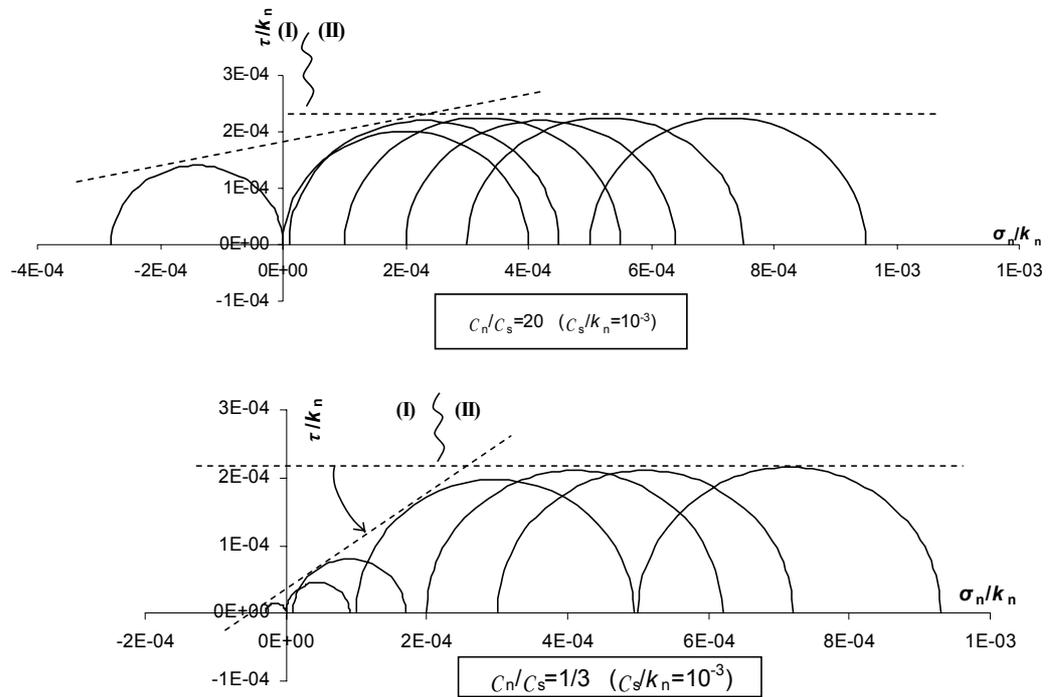
fig. 3.22. Schématisation de l'enveloppe de rupture d'un assemblage cohésif dans le plan de Mohr.

Assemblages purement cohérents : modes (I) et (II)

On examine tout d'abord le cas sans frottement où le rapport  $C_n/C_s$  reste proche de un. Dans ce cas, [Hua99] montre que la résistance en traction  $\sigma_t$  est approximativement proportionnelle à  $C_n$  indépendamment de  $C_s$  – ce qui correspond à ce que nous venons de définir comme le mode (I). Inversement, [Hua99] montre que la résistance en compression peut être considérée proportionnelle à  $C_s$  indépendamment de  $C_n$  dans les essais de compression, ce qui correspond au mode (II). Cela suggère que la transition entre les deux premiers modes de rupture a lieu au voisinage de l'origine du plan de Mohr.

Cependant, l'auteur signale que si le rapport  $C_n/C_s$  est supérieur à 2 ou inférieur à 0,5, les résistances en compression et en traction deviennent très proches l'une de l'autre. Quand  $C_n/C_s$  est grand,  $\sigma_p$  et  $\sigma_t$  sont toutes deux proportionnelles à  $C_s$  et indépendantes de  $C_n$ . Cela signifie – avec notre grille d'analyse – que la transition entre les régimes (I) et (II) a été déplacée vers le domaine des contraintes négatives. Inversement, quand  $C_n/C_s$  est petit, il y a proportionnalité par rapport à  $C_n$  et indépendance vis-à-vis de  $C_s$  : la transition est déplacée cette fois du côté positif.

Cette propriété est confirmée par nos résultats (fig. 3.23). Bien que l'égalité des résistances en traction et compression ne soit pas tout à fait obtenue, on constate bien un déplacement de la zone de transition lors d'un changement du rapport  $C_n/C_s$ . On peut remarquer que, dans notre cas, la zone de transition reste du côté positif, même quand  $C_n/C_s=20$ . Ce qui suggère une dépendance vis-à-vis d'autres paramètres (ex.  $G$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $\alpha$ ).



**fig. 3.23.** Enveloppes de rupture d'un assemblage sans frottement en fonction de  $C_n/C_s$  ( $\mathcal{M}=\mathcal{M}_1$ ;  $n=0,165$ ;  $\alpha=0,7$ ). On indique approximativement la valeur de la contrainte principale mineure pour laquelle il y a changement du mode de rupture.

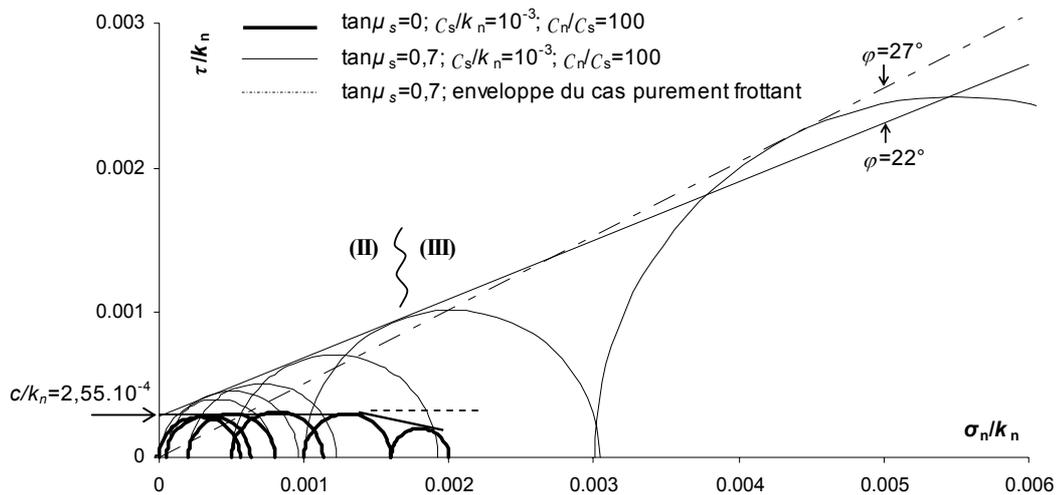
Assemblages cohérents-frottants : modes (II) et (III)

Les simulations de [Hua99], réalisées avec une contrainte de confinement  $\sigma_1$  nulle, ont conduit l'auteur à conclure que le frottement des contacts n'avait pas d'influence sur la résistance des assemblages cohésifs. Nos calculs, réalisés à  $\sigma_1$  variable, montrent le contraire. On constate – évidemment – une dépendance forte dans le régime (III), mais également dans le régime (II). On compare par exemple dans la figure 3.24 des résultats obtenus avec et sans frottement, toutes choses égales par ailleurs. On a également représenté l'enveloppe de rupture correspondant au cas purement frottant. Les simulations ont été effectuées avec une valeur élevée de  $C_n/C_s$ , et de ce fait, le régime (I) n'est pas visible.

Pour  $0 < \sigma_1/k_n < 10^{-3}$  (mode II), l'enveloppe de rupture est convenablement décrite par une droite ajustée. Dans le cas sans frottement, cette droite est proche de l'horizontale ; avec  $\tan\mu_s=0,7$  elle présente une inclinaison correspondant à  $\varphi=22^\circ$ . Le frottement des contacts a donc une influence sur la résistance dès que l'échantillon est soumis à une pression de confinement.

Le dernier cercle de chaque série met en évidence le régime (III) : dans le cas non-frottant la résistance décroît ; dans le cas frottant, le cercle est tangent à l'enveloppe de rupture ( $c=0$ ;  $\varphi=27^\circ$ ) du cas sans cohésion. La transition (II)-(III) a donc lieu au voisinage de  $\sigma_1/k_n = 1,5 \cdot 10^{-3}$ .

Si l'on définit la cohésion et l'angle de frottement macroscopiques en prenant comme référence les droites ajustées dans le régime (II), on constate que la cohésion est peu dépendante de  $\mu_s$ . En revanche, l'angle de frottement macroscopique est modifié par les propriétés d'adhésion, la valeur obtenue dans le cas cohérent-frottant ( $22^\circ$ ) étant inférieure à celle du cas purement frottant ( $27^\circ$ ).



**fig. 3.24.** Enveloppe de rupture en fonction du frottement des contacts ( $n=0,158$ ). L'enveloppe de rupture correspondant au cas sans cohésion est superposée aux résultats. On indique approximativement la valeur de la contrainte principale mineure pour laquelle il y a changement du mode de rupture.

En conclusion, une démarche de calage visant à reproduire un critère de type Mohr-Coulomb pourra suivre le schéma suivant :

- fixer  $C_n/C_s \gg 1$ , pour minimiser l'importance du mode (I) et obtenir une résistance ne dépendant que de  $C_s$  ;
- déterminer le rapport  $c/C_s$  dans le cas sans frottement,  $c$  étant la cohésion macroscopique caractérisant le régime (II) ;
- fixer  $C_s$  d'après cette proportionnalité, pour obtenir la cohésion recherchée ;
- déterminer ensuite par approximations successives la valeur de  $\mu_s$  donnant le frottement macroscopique voulu (pente de la droite caractéristique du régime (II)).

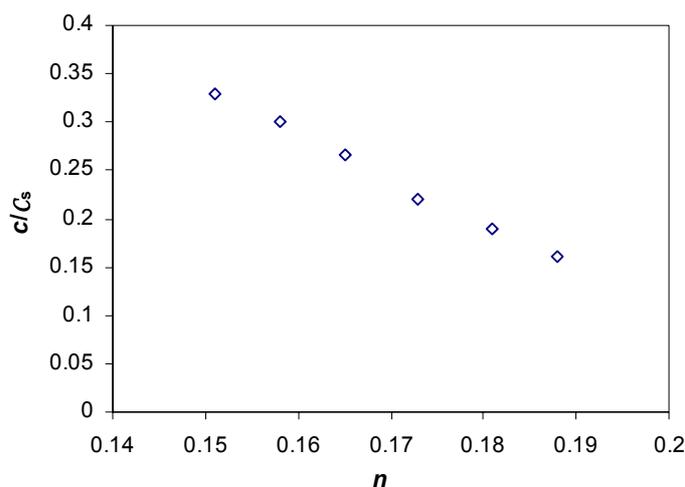
Il est clair qu'un tel calage n'est valable que dans une certaine gamme de contraintes, qui devra correspondre au problème à traiter.

Remarque

La différence de comportement entre les régimes (II) et (III) est probablement due uniquement à la manière dont la résistance au cisaillement des contacts est définie. Dans PFC2D, la cohésion et le frottement n'agissent pas simultanément, l'un se substitue à l'autre. Si au contraire, la résistance des contacts était la somme des contributions frottantes et cohésives, l'enveloppe de rupture serait probablement d'emblée plus proche d'une enveloppe de Mohr-Coulomb (sauf pour le régime (I)).

3.5.3.3 Influence de la porosité

La porosité initiale de l'assemblage a une influence importante sur le rapport  $c/C_s$ . On présente à titre d'exemple sur la figure 3.25 les rapports obtenus pour des assemblages de grains de type  $M_1$ . La cohésion de l'assemblage le plus dense est deux fois supérieure à celle du plus lâche. Par conséquent, le calage de la cohésion devra être effectué à porosité initiale constante.



**fig. 3.25.** Rapport entre la cohésion globale et la cohésion locale en fonction de la porosité initiale ( $\mathcal{M}=M_1$ ;  $\alpha=0,5$ ;  $C_n/C_s=100$ ;  $\tan\mu_s=0$ ).

### 3.6. Conclusion

Ce chapitre a permis de poser les principes du calage macroscopique des modèles DEM. Cette démarche repose pour une large part sur la simulation d'essais biaxiaux sur les assemblages. La procédure adoptée pour leur mise en place (E.R.D.F.) a été présentée. La même procédure sera utilisée pour les simulations d'essais d'ancrage, pour garantir la représentativité des résultats biaxiaux.

On a vu qu'il était possible – dans l'absolu – d'obtenir par simulations biaxiales une approximation aussi précise que l'on veut du comportement asymptotique dans la limite des grands systèmes. Dans la pratique, le niveau de précision atteint, dépendant du nombre de grains et de la vitesse d'écrasement, résultera généralement d'un compromis entre une bonne précision, d'une part, et un temps de calcul jugé acceptable d'autre part.

Une étude paramétrique de l'essai biaxial modélisé a été menée. Les principales conclusions concernant la problématique du calage macroscopique sont les suivantes.

- Le comportement d'un assemblage dans la limite des grands systèmes dépend de sa granulométrie (définie à un facteur d'homothétie près par  $\{G; \mathcal{M}\}$ ), de sa porosité, et des paramètres des lois de contact. En revanche, le comportement est indépendant de la taille des grains (du moins pour les aspects étudiés ici).
- $E_y$  est approximativement égal à  $k_n$  dans les assemblages étudiés tant que  $\alpha > 0,3$ .
- Pour un assemblage ou  $G$ ,  $\mathcal{M}$  et  $n$  sont donnés,  $\nu$  dépend uniquement de  $\alpha$ , mais la relation est non-linéaire et devra être calibrée pour chaque nouveau triplet  $\{G; \mathcal{M}; n\}$ .
- La résistance d'un assemblage purement frottant est indépendante des raideurs des contacts si ces dernières sont suffisamment grandes par rapport à la contrainte de référence (soit dans une sollicitation biaxiale  $\sigma_1/k_n < 10^{-2}$  et  $\sigma_1/k_n < 10^{-2}$ ).
- Si ces conditions sont vérifiées, le critère de rupture est de type Mohr-Coulomb et on peut définir l'angle de frottement macroscopique  $\varphi$ . Pour une granulométrie donnée,  $\varphi$  dépend de  $n$  et de  $\mu$ , mais la dépendance est non linéaire et doit être calibrée.
- L'enveloppe de rupture d'un assemblage cohésif a une allure complexe, en partie à cause des lois de contact utilisées dans PFC2D. L'un ou l'autre des paramètres de contact joue un rôle prépondérant suivant la contrainte de confinement appliquée, ce qui se traduit par des changements de pente dans l'enveloppe de rupture. Cependant, il est possible dans une certaine gamme de confinement de décrire cette enveloppe par une droite. On peut alors définir  $c$  et  $\tan\varphi$  comme l'ordonnée à l'origine et la pente de la droite.  $c$  est alors proportionnel à  $C_s$ , avec dans notre cas un rapport allant de 1/6 à 1/3 en fonction de la porosité.
- Le frottement des contacts ( $\mu_s$ ) a peu d'influence sur la cohésion définie précédemment mais a une influence certaine sur  $\varphi$ . L'inverse n'est pas vrai : l'adhésion des contacts influence la valeur de  $\varphi$ . La procédure de

calage par rapport à une enveloppe de rupture de type cohérent-frottant devrait donc commencer par les paramètres d'adhésion.

Soulignons que les tendances linéaires proposées pour traduire l'évolution de certains paramètres (ex. erreur en fonction de la vitesse) ne sont pas forcément généralisables. Dans la plupart des cas, les résultats devraient être confirmés sur un plus grand nombre de cas pour pouvoir affirmer qu'ils ne sont pas fortuits. Cependant, on peut considérer que les relations obtenues décrivent de manière appropriée le comportement du modèle DEM dans la gamme de matériaux et de sollicitations qui nous intéresse.



## Chapitre 4

# Modélisation de l'inclusion – développement d'un modèle spécifique

<b>4.1.</b>	<b>Introduction</b>
<b>4.2.</b>	<b>Modèle granulaire</b>
4.2.1	Notations
4.2.2	Modélisation du comportement de l'inclusion
4.2.3	Frottement à l'interface sol-inclusion
4.2.4	Conclusions : limitations inhérentes au modèle DEM
<b>4.3.</b>	<b>Modèle par éléments barres (DSEM)</b>
4.3.1	Introduction
4.3.2	Formulation
4.3.3	Couplage DEM-DSEM
4.3.4	Validation
<b>4.4.</b>	<b>Comportement d'interface</b>
4.4.1	Modèle DSEM
4.4.2	Comparaison du frottement au pic avec les modèles DEM et DSEM
<b>4.5.</b>	<b>Conclusion</b>

---

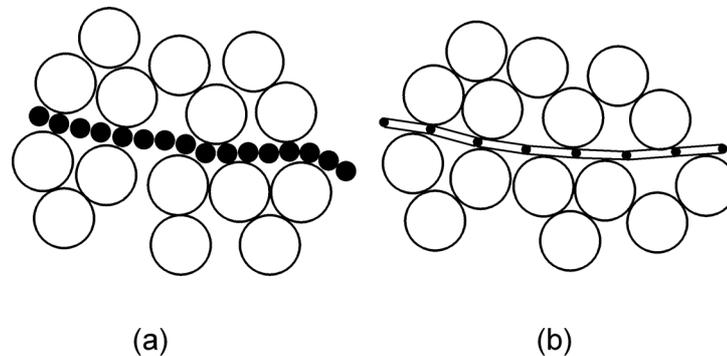
### 4.1. Introduction

Dans les domaines de la Géotechnique et du Génie civil, de plus en plus de techniques associent des géomatériaux (sol ou béton) à des systèmes d'inclusions souples (nappes géosynthétiques, fibres, ...) ou rigides (renforts métalliques, pieux, parois moulées...). Au sein d'ouvrages de ce type, les discontinuités dues aux interfaces entre les matériaux sont autant de difficultés pour le modélisateur. Parallèlement, les codes DEM offrent de nouvelles possibilités de modélisation des géomatériaux et sont particulièrement adaptés aux milieux discontinus. On a vu au chapitre précédent comment on pouvait simuler le comportement macroscopique d'un sol donné. Reste à simuler le comportement de l'inclusion et de l'interface, c'est l'objectif de ce chapitre. La discussion portera essentiellement sur le cas des inclusions géosynthétiques, mais certains aspects sont transposables à d'autres types d'inclusion.

On montrera (section 4.2.2) qu'il est possible de simuler un géosynthétique par l'intermédiaire d'une chaîne d'éléments discrets liés entre eux, comme sur la figure 4.1a. On étudiera ensuite les propriétés d'interface associées à ce modèle en simulant des essais d'ancrage simples (section 4.2.3). On mettra ainsi en évidence d'importantes limitations de cette approche (section 4.2.4).

On proposera alors un modèle alternatif, pouvant s'appliquer à la modélisation d'inclusions souples ou rigides. Il a été développé durant la thèse et sera présenté en détails dans la partie 4.3.2. Il est basé sur une discrétisation de la nappe en une série d'éléments, comparables sur certains aspects aux éléments barres tels qu'ils existent en éléments finis (fig. 4.1b). Leurs déplacements sont régis par le principe fondamental de la dynamique, ce qui autorise un couplage avec les codes éléments discrets tels que PFC2D (section 1.4.3).

Ce modèle par éléments barres dynamiques (DSEM<sup>1</sup>) sera validé dans deux cas simples (section 4.3.3) puis comparé au modèle précédent (4.3.5). La comparaison montrera que le modèle DSEM est le plus souhaitable dans la plupart des cas.



**fig. 4.1.** Deux approches envisagées pour la modélisation de systèmes sol-inclusion. (a) Modélisation par éléments discrets classiques, (b) Modélisation par couplage DEM-DSEM.

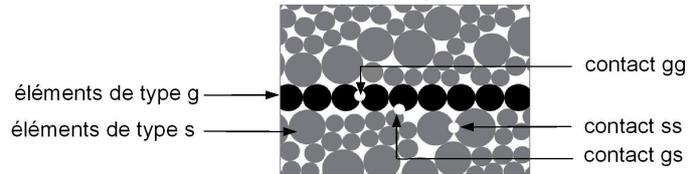
## 4.2. Modèle granulaire

### 4.2.1 Notations

Dans ce chapitre et dans les suivants, interviendront plusieurs types d'éléments et de contacts (fig. 4.2). On adopte les notations suivantes :

- Un paramètre caractérisant un élément du sol est signalé par l'exposant "s", un élément du géosynthétique par l'exposant "g" (ex.  $d^s$  diamètre des grains constituant le géosynthétique);
- Un paramètre caractérisant un contact est signalé par un double exposant correspondant aux deux éléments concernés, avec les notations définies ci-dessus. Par exemple,  $k_n^{gs}$  désigne la raideur normale des contacts sol-géosynthétique.

<sup>1</sup> Acronyme utilisé dans [Cha03], de l'anglais "Dynamic Spar Elements Model" (modèle par éléments barres dynamiques).



**fig. 4.2.** Définition et notation des différents types d'éléments et de contact (le géosynthétique est représenté par les éléments les plus sombres).

#### 4.2.2 Modélisation du comportement de l'inclusion

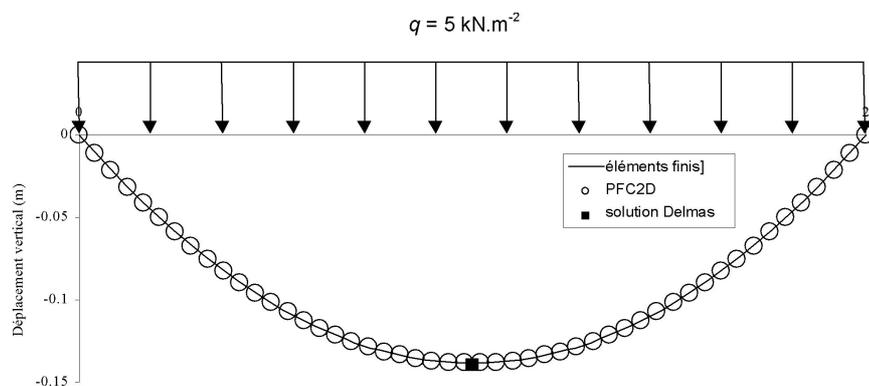
On admet que les paramètres pertinents pour décrire le comportement intrinsèque d'une nappe géosynthétique sont essentiellement  $J$ , module de raideur en traction, et  $T_f$ , tension de rupture (tous deux de dimension  $[F.L^{-1}]$ ), et on suppose que sa résistance en flexion est nulle. On se propose pour l'instant de modéliser cette nappe par une chaîne de rouleaux de même diamètre  $d^g$  liées les uns aux autres (en noir dans les figures 4.1 et 4.2), avec des conditions de contact n'offrant pas de résistance en flexion. On parlera dans ce cas de "modèle DEM" ou "modèle granulaire".

Dans ce modèle, il existe des relations analytiques simples entre les paramètres de comportement de la nappe et les paramètres de la modélisation. En considérant l'action d'une traction directe sur l'assemblage, on montre aisément que la tension de rupture  $T_f$  du géosynthétique correspond à  $R_n^{gg}$ , résistance unitaire en traction des contacts de type gg ( $[F.L^{-1}]$ ), et que le module  $J$  est fonction de leur raideur normale unitaire  $k_n^{gg}$  ( $[F.L^{-2}]$ ) et du diamètre  $d^g$  des particules ( $[L]$ ) :

$$T_f = R_n^{gg} \tag{4.1}$$

$$J = k_n^{gg} \cdot d^g \tag{4.2}$$

A titre de validation, la déformation en membrane de la nappe sous poids propre a été simulée avec cette méthode et comparée à la solution analytique de Delmas [Del79] et la solution par éléments finis de Villard [Vil98] – qui contrairement à la précédente ne nécessite aucune hypothèse sur la déformation. Les résultats obtenus (fig. 4.3) sont quasiment identiques, ce qui valide le comportement du modèle (écarts relatifs inférieurs à  $10^{-3}$ ).

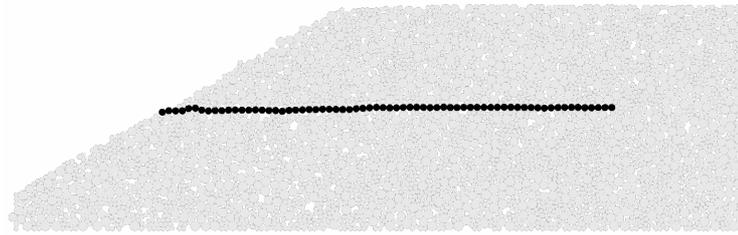


**fig. 4.3.** Déformée en membrane sous poids propre : comparaison des résultats (nappe de 2 m×1 m, de raideur  $J=1435 \text{ kN.m}^{-1}$ ).

### 4.2.3 Frottement à l'interface sol-inclusion

#### 4.2.3.1 Simulation d'un ancrage par recouvrement

Des essais d'ancrage par recouvrement (fig. 4.4) ont été simulés pour analyser le comportement d'interface qui résulte du modèle d'inclusion DEM. Pour ces calculs, le sol est simulé par un arrangement aléatoire de particules dont le comportement correspond à celui d'un sol purement frottant d'angle de frottement interne  $\varphi = 41^\circ$ , de module de Young  $E_y=2,6.10^4$  et de coefficient de Poisson  $\nu=0,33$ . Les paramètres de l'assemblage –  $\mathcal{M}=M_2$ ,  $n=0,2$ ,  $k_n^{ss}=5.10^7$ ,  $\alpha^{ss}=0,5$ ,  $\mu^{ss}=38,7^\circ$ , et  $C_n^{ss}=C_s^{ss}=0$  – sont ceux du modèle noté S1 au chapitre 6. La procédure de création de l'état initial, dérivée de la procédure ERDF, est détaillée au chapitre 5.



**fig. 4.4.** Etat initial d'un ancrage par recouvrement simple avec le modèle d'inclusion DEM.

Une inclusion simulée avec le modèle DEM présente forcément une certaine rugosité. On la caractérise dans la suite par le paramètre  $R^i$ , rugosité relative de l'interface, définie par

$$R^i = d^s / d^{ref} \quad (4.3)$$

où  $d^{ref}$  est la taille caractéristique des particules de sol (typiquement  $d^{ref}$  représente la taille des plus petites particules). Les travaux de Baylac [Bay01] (simulation DEM du cisaillement à l'interface entre un sol et une plaque rigide) montrent que  $R^i$  a une influence sur le frottement macroscopique, au même titre que le frottement  $\mu^{gs}$  des contacts de l'interface. Dans les résultats présentés ici, on a fixé  $R^i=1,4$ .

On attribue à la nappe une raideur élevée,  $J=10^3 \text{ kN.m}^{-1}$ , telle que sa déformation reste très faible lors de l'extraction (moins de 0,3%). Ainsi, tous les éléments de l'inclusion se déplacent pratiquement simultanément. L'interaction sol-inclusion est donc assez homogène sur toute la longueur de l'ancrage et on peut analyser le frottement d'un point de vue global.

Après la phase de mise en place du massif, le modèle représenté sur la figure 4.4 est à l'équilibre statique dans le champ de pesanteur. L'essai d'extraction est alors simulé en imposant une vitesse de déplacement horizontal constante à l'extrémité de l'inclusion, suffisamment lente pour justifier l'hypothèse d'une évolution quasi-statique au sens large ( $0,002 \text{ m.s}^{-1}$  après plusieurs tests).

Au cours de l'extraction, le sol de recouvrement exerce uniquement un effort vertical sur la face supérieure de l'inclusion. La résistance à l'extraction est due essentiellement au frottement le long de la face inférieure. Pour étudier l'interaction à ce niveau, on introduit deux forces  $Q_n$  et  $Q_t$ , calculées en sommant

respectivement les composantes normales et tangentielles de toutes les forces de contact à l'interface inférieure. Connaissant  $Q_n$  et  $Q_t$ , on définit l'angle de frottement mobilisé par  $\delta_m = \text{atan}(Q_t/Q_n)$ . Dans la suite, on analyse dans chaque simulation l'évolution de  $\delta_m$  au cours de l'extraction. Les calculs sont effectués avec différentes valeurs de l'angle de frottement des contacts d'interface.

#### 4.2.3.2 Evolution du frottement mobilisé

Plusieurs séries de simulations ont été réalisées avec des géométries identiques à celle de la figure 4.4. L'inclusion est constituée de 68 éléments et le sol d'environ 2000 paires de particules.

L'évolution de l'angle de frottement mobilisé  $\delta_m$  au cours de l'extraction est représentée sur la figure 4.5, pour les quatre valeurs de  $\mu^{gs}$  testées ( $U$  représente le déplacement imposé). Proche de 0 à l'état initial,  $\delta_m$  augmente progressivement au début du chargement, jusqu'à atteindre un pic d'autant plus élevé que le frottement local est important. On remarque après le premier pic des fluctuations importantes de  $\delta_m$ . Avec les valeurs de  $\mu^{gs}$  les plus faibles, en particulier quand  $\mu^{gs}$  est égal à 11,3 degrés, ces fluctuations ont une périodicité nette, dont la période est voisine du diamètre des particules de l'inclusion.

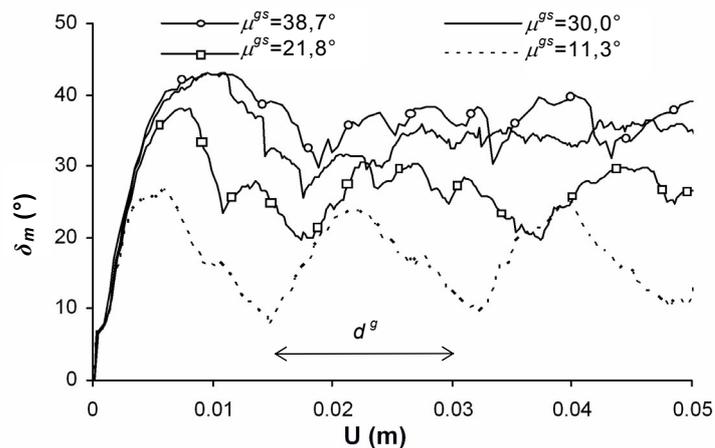


fig. 4.5. Evolution de l'angle de frottement mobilisé en fonction du déplacement et du frottement local à l'interface.

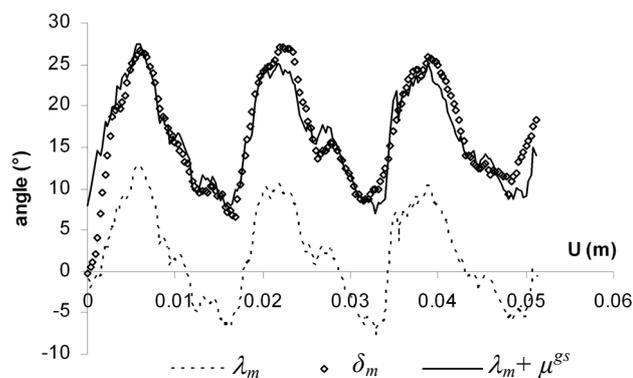


fig. 4.6. Evolutions comparées de l'orientation moyenne des contacts et du frottement macroscopique mobilisé.

Pour comprendre l'origine de ce phénomène, nous avons analysé l'orientation moyenne des contacts sol-inclusion le long de l'interface inférieure, pour  $\mu^{gs}$  égal à 11,3 degrés. On représente sur la figure 4.6 l'angle moyen  $\lambda_m$  entre la direction verticale et la direction normale des contacts de l'interface inférieure. L'évolution de  $\lambda_m$  révèle un comportement collectif des contacts, suivant un mécanisme tel que celui de la figure 4.7. On note également que l'angle de frottement mobilisé  $\delta_m$  est très proche de  $\lambda_m + \mu^{gs}$ , c'est donc bien ce comportement collectif des contacts qui est à l'origine de la périodicité globale.

Ce phénomène oscillatoire se produit dans les simulations alors que, contrairement au cas simplifié schématisé sur la figure 4.7, on a  $d^g \neq d^s$ . Cela suggère que se crée, probablement durant la phase de mise en place, une périodicité de la zone de contact sol-inclusion, par imbrication des particules de sol dans la rugosité de l'interface. L'inclusion est ici peu déformable, ce qui rend possible le déplacement simultané de tous ou d'une partie significative des éléments qui la constituent, dans un mouvement collectif. Ainsi, le caractère périodique des mécanismes qui se produisent à l'échelle locale se répercute à l'échelle globale.

La périodicité de  $\delta_m$  est beaucoup moins sensible, voire inexistante, pour les deux valeurs de  $\mu^{gs}$  les plus élevées. Cette différence est liée au développement d'une bande de cisaillement dans le sol (fig. 4.8). Le cisaillement n'étant plus localisé strictement au niveau des contacts sol-inclusion, le mécanisme décrit dans le paragraphe précédent est largement atténué.

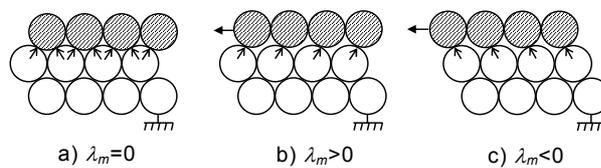


fig. 4.7. Mécanisme de variation périodique de l'orientation des contacts.

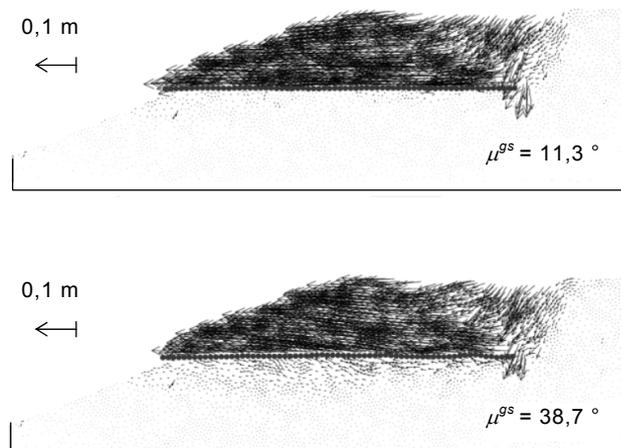


fig. 4.8. Déplacements des grains pour  $U$  allant de 0 à 0,05 m.

#### 4.2.4 Conclusions : limitations inhérentes au modèle DEM

Les résultats qui précèdent mettent en évidence une limite sérieuse à la modélisation proposée. Dès lors que le frottement de l'interface est inférieur à celui du sol, la résistance au cisaillement montre des variations irréalistes, périodiques et de grande amplitude. Par conséquent, le modèle ne permet pas de modéliser des interfaces peu frottantes et de garder en même temps une bonne maîtrise du comportement d'interface. Deux pistes sont envisageables pour corriger ce problème.

On peut espérer limiter l'importance des oscillations en réduisant la rugosité relative jusqu'à ce que les éléments de l'inclusion soient sensiblement plus petits que ceux du sol. Ce procédé va dans le sens d'un plus grand nombre d'éléments, et donc d'un temps de calcul plus long à chaque cycle. Mais surtout, pour une raideur  $J$  constante, réduire la taille  $d^g$  des éléments revient à augmenter la raideur des contacts (Eq. 4.2). Ceci a un effet direct sur le pas de temps critique du calcul, qui est – en première approximation – proportionnel à  $d^g$  et inversement proportionnel à  $(k_n^{gs})^{1/2}$ . C'est finalement cet aspect qui aura l'effet le plus défavorable sur la durée totale du calcul, par augmentation du nombre de cycles nécessaire à la simulation.

La périodicité est liée au comportement collectif de tous les éléments de l'inclusion, qui nécessite une élongation très faible. On peut donc imaginer que l'importance des oscillations serait réduite avec des nappes plus déformables ; cela a été confirmé par des calculs complémentaires qui ne sont pas présentés dans ce mémoire. Cependant, respecter cette condition équivaut, d'une part, à réduire la gamme des matériaux modélisables, et pose d'autre part un nouveau problème.

En effet, le comportement de l'interface est dépendant de sa morphologie, qui peut être caractérisée par le seul paramètre  $R^i$  (rugosité relative) si l'on suppose que l'espacement entre les aspérités est fixe (égal au diamètre  $d^g$ ). Mais si la nappe s'allonge de façon importante, ceci n'est plus vrai. Les propriétés d'interface risquent alors d'être modifiées, enlevant toute pertinence au calage des paramètres de frottement. Par ailleurs, l'élongation fait nécessairement apparaître des vides entre chaque élément de l'inclusion, ce qui dans les cas extrêmes autoriserait le passage de particules de sol à travers la nappe.

Enfin, signalons que le contrôle précis de  $R^i$  s'accommode mal de la procédure de mise en place adoptée. La méthode ERDF étant basée sur une variation de rayon des particules du sol (chapitre 3), la rugosité relative varie continuellement durant la mise en place – les particules de la nappe ayant elles une taille fixe. Le contrôle de  $R^i$  passe donc par la prévision, souvent malaisée, de la taille finale des particules de sol.

L'ensemble de ces constats a motivé le développement – dans le cadre des méthodes par éléments discrets – du modèle DSEM destiné spécifiquement à la modélisation des géosynthétiques.

### 4.3. Modèle par éléments barres (DSEM)

#### 4.3.1 Introduction

La modélisation d'inclusions par assemblage d'éléments discrets présente certaines limites. On présente dans cette partie le modèle d'inclusion par éléments barres, « DSEM », développé dans le cadre de cette thèse. L'objectif est d'améliorer la modélisation des nappes géosynthétiques sans changer la modélisation adoptée pour le sol.

Dans les modèles discrets dérivés des travaux de Cundall, la résolution numérique est basée sur la répétition, à chaque pas de temps, d'un cycle comprenant deux étapes de calcul fondamentales : le calcul des efforts de contact entre éléments –avec une approche de type « soft contact » – puis leur déplacement suivant les lois de la dynamique.

Une démarche identique est adoptée dans le modèle DSEM. De ce fait, certains des développements analytiques présentés dans cette partie seront assez similaires à ceux qui peuvent être trouvés dans les travaux de P. Cundall. Le DSEM peut donc être vu comme l'application à un cas particulier de la méthode des éléments discrets. Pour faciliter la discussion cependant, l'adjectif "discret" désigne uniquement dans la suite les éléments simulés par PFC2D ; les éléments du modèle DSEM seront dits « éléments barres ». Les aspects originaux du modèle sont principalement liés à la forme des éléments, leur déformabilité, et le comportement des liaisons inter-éléments. Il y a également une différence de concept : le DSEM discrétise un seul objet en plusieurs éléments; la DEM représente au contraire plusieurs objets par autant d'éléments. Sur ce point, le DSEM est plus proche des méthodes de type « éléments finis » que des méthodes discrètes.

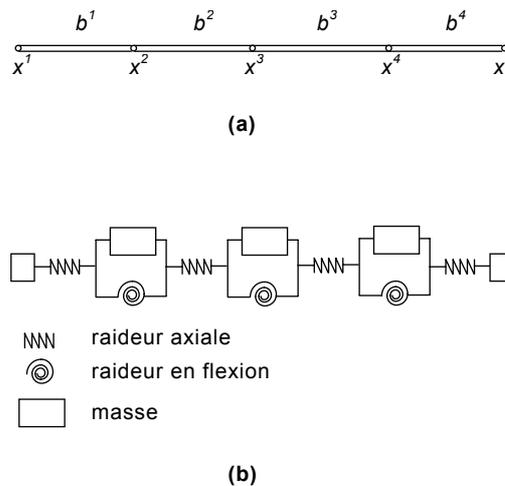


fig. 4.9. Modèle d'inclusion par éléments barres (DSEM).

Le DSEM a été introduit initialement pour simuler le comportement des inclusions au sein d'ouvrages sol-géosynthétiques. De telles inclusions ont généralement une résistance en flexion nulle ou négligeable (inclusions « souples »), et le modèle que nous proposons est adapté à ce cas de figure. Cependant, on peut envisager l'utilisation du DSEM pour étudier d'autres types de problèmes sol-inclusion, incluant éventuellement des inclusions « raides ». Dans cette perspective, la formulation proposée ici inclura la possibilité de prise en compte d'une raideur en flexion et en compression.

Les paragraphes qui suivent sont consacrés à une présentation détaillée du DSEM. Les méthodes de calcul des déplacements et forces de contact sont exposées au paragraphe 4.3.2. Le paragraphe 4.3.3 permet de présenter la méthode d'implémentation dans le logiciel PFC2D. L'ensemble de la procédure est validé au paragraphe 4.3.4.

### 4.3.2 Formulation

#### 4.3.2.1 Discrétisation

On discrétise l'inclusion dans le sens longitudinal, comme sur la figure 4.9a, en un ensemble d'éléments rectangulaires de faible épaisseur liés par des nœuds.

La figure 4.9b illustre la rhéologie de ces éléments. On considère leur longueur variable, la déformation axiale de l'inclusion étant assimilée à une variation de la distance entre nœuds. La flexion de l'inclusion est prise en compte par rotation au niveau des nœuds, qui jouent le rôle de rotules, tandis que l'inclusion est supposée rectiligne entre deux nœuds consécutifs. Du point de vue inertiel, l'inclusion est assimilée à un ensemble de masses ponctuelles liées aux nœuds.

Les interactions de contact sol-inclusion sont traitées avec une méthode « soft contact ». Les lois de contact sont de type élasto-plastique, et il y a interpénétration entre les éléments du sol et ceux de l'inclusion dès lors que la force de contact est non nulle (dans le cas d'une compression). De ce fait, il est indispensable d'attribuer une épaisseur suffisante aux barres (elle sera notée  $e$ ). Si  $e$  est nulle ou trop faible, deux grains placés de part et d'autre de l'inclusion pourraient entrer en contact mutuel en la traversant.

En cas de flexion de l'inclusion au niveau d'un nœud, un arc de cercle centré sur le nœud et de rayon  $e/2$  assure la régularité du contour du côté convexe, comme sur la figure 4.10. Suivant le même principe, les extrémités de l'inclusion sont représentées par des demi-cercles.

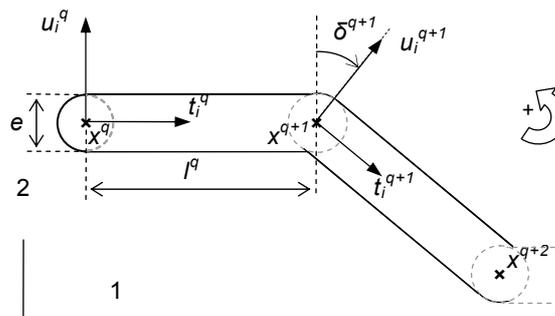


fig. 4.10. Géométrie des éléments et notations

La figure 4.10 introduit également les principales notations utilisées dans la suite. Pour une inclusion de longueur  $L^l$  et de masse  $M^l$  discrétisé en  $N^b$  éléments, on note  $\{b^1, \dots, b^{N^b}\}$  les éléments,  $\{x^1, \dots, x^{N^b+1}\}$  les nœuds, et  $\{m^1, \dots, m^{N^b+1}\}$  leurs masses respectives.  $x_i^q$  représente le vecteur des coordonnées du nœud  $x^q$  dans le repère global ( $i=1, 2$ ). On note  $l^q$  la distance entre  $x^q$  et  $x^{q+1}$  (de sorte que  $\sum_{q=1}^{N^b} l^q = L^l$ ) et  $b_i^q$  le vecteur de norme  $l^q$  pointant de  $x^q$  vers  $x^{q+1}$ . L'orientation d'un élément est définie par le vecteur unitaire  $t_i^q$  pointant de  $x^q$  vers  $x^{q+1}$ .  $u_i^q$  est obtenu par rotation directe de 90 degrés du vecteur  $t_i^q$ . La rotation au nœud  $x^q$ , notée  $\delta^q$ , est définie par la différence d'orientation entre  $t_i^{q-1}$  et  $t_i^q$ .

#### 4.3.2.2 Calcul des déplacements

##### Intégration des lois de la dynamique

Le caractère ponctuel de la distribution de masse fait que le moment d'inertie d'un nœud est nul. Du point de vue dynamique, la rotation des nœuds ne joue donc aucun rôle et on s'intéressera uniquement aux translations. Globalement ceci ne restreint pas les possibilités de rotation de l'inclusion, puisque on peut toujours avoir rotation d'une barre par déplacement relatif des deux nœuds adjacents.

Les positions des nœuds sont déterminées pas à pas, à intervalles de temps  $\Delta t$ , par une méthode en différences finies centrées. En connaissant la résultante  $R_i^q$  des efforts appliqués sur un nœud (voir partie 4.3.2.3 pour l'expression de  $R_i^q$ ), on peut connaître son accélération d'après la seconde loi de Newton :

$$\ddot{x}_i^q = R_i^q / m^q \quad (4.4)$$

Si on connaît la vitesse du nœud  $x^q$  à l'instant  $t-\Delta t/2$  et qu'on suppose l'accélération constante entre  $t-\Delta t/2$  et  $t+\Delta t/2$ , on obtient la vitesse à l'instant  $t+\Delta t/2$  par l'équation (4.5). De la même façon, la relation entre les positions aux instants  $t$  et  $t+\Delta t$  est donnée par l'équation (4.6) en supposant la vitesse constante sur l'intervalle de temps.

$$[\dot{x}_i^q]_{t+\Delta t/2} = [\dot{x}_i^q]_{t-\Delta t/2} + [\ddot{x}_i^q]_t \times \Delta t \quad (4.5)$$

$$[x_i^q]_{t+\Delta t} = [x_i^q]_t + [\dot{x}_i^q]_{t+\Delta t/2} \times \Delta t \quad (4.6)$$

##### Amortissement

Ici, aucun mécanisme interne ne peut dissiper l'énergie stockée dans l'inclusion, car son comportement est supposé élastique. La convergence vers un état d'équilibre statique requiert donc l'introduction d'un amortissement dans les équations de la dynamique. Dans cette étude, on a choisi un amortissement global non visqueux, comme proposé dans [Cun87]. On introduit un coefficient d'amortissement  $\chi$  (adimensionnel) dans l'équation (4.4), qui devient (4.7).  $\chi$  est compris entre 0 (pas d'amortissement) et 1 (pas d'accélération). L'équation d'amortissement est appliquée séparément dans les directions 1 et 2.

$$\dot{x}_{(i)}^q = [R_{(i)}^q - \chi \cdot |R_{(i)}^q| \cdot \text{sign}(\dot{x}_{(i)}^q)] / m^q \quad (4.7)$$

Ce type d'amortissement n'a pas de réel sens physique, mais est numériquement très efficace. Seul l'aspect dynamique du modèle est modifié. Un amortissement adapté réduit le nombre des cycles de calcul nécessaires à l'obtention d'un état d'équilibre statique. Il n'a plus d'effet une fois que l'équilibre est atteint (car alors il n'y a plus d'accélération). Ces deux points seront illustrés dans la partie 4.3.4.

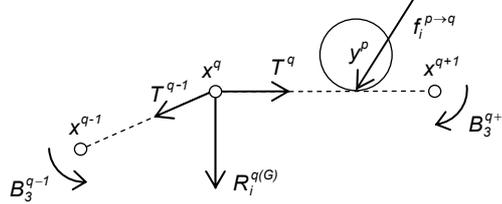


fig. 4.11. Actions participant à l'effort résultant sur le nœud  $x^q$ .

#### 4.3.2.3 Calcul des efforts résultants sur les nœuds

L'effort agissant sur un nœud  $x^q$  résulte de plusieurs types de sollicitations, schématisées avec leur notation sur la figure 4.11. On distinguera dans la suite les efforts internes des efforts externes. Les efforts de tension-compression dans les barres, les moments de flexion aux nœuds, et les forces de gravité constituent les efforts internes. Leurs contributions à la résultante sont notées respectivement  $R_i^{q(T)}$ ,  $R_i^{q(M)}$ , et  $R_i^{q(G)}$ . Les efforts externes sont dus aux éventuels contacts avec des grains. En considérant l'ensemble  $\{y^1, y^2, \dots, y^{N^c}\}$  des grains en interaction avec le nœud, on notera  $R_i^{p \rightarrow q(C)}$ , avec  $1 \leq p \leq N^c$ , l'effort appliqué sur le nœud  $x^q$  sous l'effet du contact avec le grain  $y^p$ .

L'effort total résultant  $R_i^q$  est obtenu en sommant les contributions des différentes actions suivant l'équation (4.8). Les méthodes de calcul de chacun des termes de la somme sont successivement explicitées dans la suite.

$$R_i^q = R_i^{q(T)} + R_i^{q(M)} + R_i^{q(G)} + \sum_{p=1}^{p=N^c} R_i^{p \rightarrow q(C)} \quad (4.8)$$

##### 4.3.2.3.1 Efforts internes

###### Effort axial

L'effort axial est calculé pour un élément à partir de la loi effort-déformation de l'inclusion et de la distance entre les nœuds. Dans le présent travail, on considère que les barres fournissent uniquement des efforts de tension (pas de résistance en compression, à l'instar des géosynthétiques). La tension  $T^q$  dans l'élément  $b^q$  est supposée dépendre linéairement de sa déformation axiale  $\varepsilon^q$  suivant l'équation (4.9).  $J$  est le module de raideur axial et les efforts en tension sont comptés positivement.  $\varepsilon^q$  est pris égal à  $\ln(l^q/l_0^q)$ ,  $l^q$  et  $l_0^q$  étant respectivement la longueur actuelle et la longueur au repos de l'élément. Notons que cette définition de  $T^q$  en fonction de l'élongation n'est pas inhérente à la méthode. Une réaction en compression, une raideur non linéaire, ou bien deux raideurs différentes en charge et en décharge pourraient tout aussi bien être introduites.

$$T^q = \max(J.\varepsilon^q ; 0) \quad (4.9)$$

On obtient  $R_i^{qT}$ , résultante des tensions internes sur le nœud  $x^q$ , en sommant les tensions dans les barres  $b^{q-1}$  et  $b^q$  adjacentes suivant l'expression (4.10).

$$R_i^{q(T)} = T^q .t_i^q - T^{q-1} .t_i^{q-1} \quad (4.10)$$

#### Moments de flexion

On peut simuler une inclusion rigide si l'on considère que la déflexion  $\delta^q$  au niveau du nœud  $x^q$  crée un moment de flexion résistant  $B_3^q$  qui s'exerce sur les barres  $b^{q-1}$  et  $b^q$ . Cela se traduit par des forces supplémentaires appliquées sur les nœuds  $x^{q-1}$  et  $x^{q+1}$ . On définit la relation entre  $B_3^q$  et  $\delta^q$  dans l'équation (4.11),  $k_M^q$  étant la raideur en flexion. Pour une résistance en flexion équivalente à celle d'une poutre d'inertie  $I$  et de module de Young  $E_y$ , on prendra  $k_M^q = 2.E_y.I/(l_0^{q-1} + l_0^q)$ .

$$B_3^q = -\delta^q .k_M^q \quad (4.11)$$

Pour le nœud  $x^q$ , la résultante  $R_i^{q(M)}$  des efforts de flexion est finalement donnée – en fonction des moments aux deux nœuds adjacents – par

$$R_i^{q(M)} = B_3^{q-1} .u_i^{q-1} / l^{q-1} + B_3^{q+1} .u_i^q / l^q \quad (4.12)$$

#### Forces de gravité

L'inclusion peut éventuellement être soumise au champ de pesanteur. Dans ce cas le vecteur  $R_i^{q(G)}$ , représentant la force gravitationnelle agissant sur le nœud  $x^q$ , est définie dans l'équation (4.13), avec  $m^q$  la masse du nœud et  $g_i$  l'accélération gravitationnelle.

$$R_i^{q(G)} = m^q .g_i \quad (4.13)$$

#### 4.3.2.3.2 Efforts externes

##### Détection des contacts

Le calcul des efforts externes nécessite au préalable la reconnaissance des contacts entre le sol et l'inclusion. Une procédure de test est exécutée à chaque pas de temps pour vérifier les créations ou les pertes de contacts. On considère qu'un contact existe quand il y a interpénétration entre un grain et une partie de l'inclusion. Deux types de contact peuvent alors être envisagés (fig. 4.12).

##### Contact en mode I

On note  $r$  le rayon d'un grain  $y$  quelconque et  $y_i$  la position de son centre. On examine dans le premier cas (mode I) la possibilité de contact entre le grain  $y$  et une barre notée  $b^q$ . On définit la droite  $\Delta^q$  passant par les nœuds  $x^q$  et  $x^{q+1}$ , et  $y'_i$  les coordonnées du projeté orthogonal de  $y_i$  sur  $\Delta^q$ . La distance algébrique entre le grain et la barre (Eq. 4.14) est notée  $(\overline{d}_n)_i$ . On considère qu'il y a contact avec la barre  $b^q$  si le grain vérifie la double condition traduite dans le système d'équations (4.15). Si ce système est vérifié, le contact existe.  $v_i=t_i^q$  définit alors la direction tangentielle du contact, et le vecteur unitaire  $n_i$  orienté de  $y'_i$  vers  $y_i$  définit la direction normale.

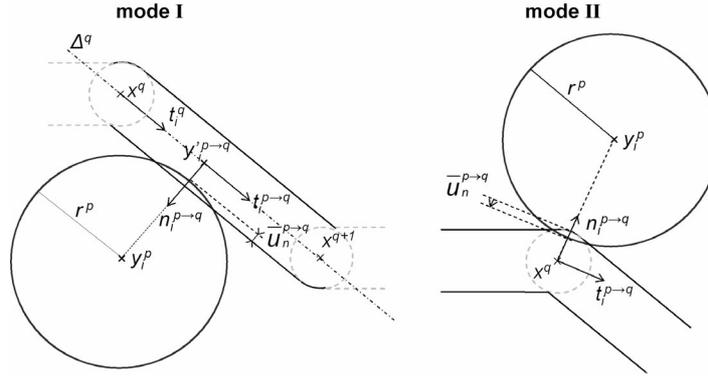


fig. 4.12. Définition des contacts grain-barre.

$$(\bar{d}_n)_I = |y_i - y_i'| - e/2 - r \quad (4.14)$$

$$\begin{cases} 0 < t_i^q \cdot (y_i - x_i^q) < l^q \\ (\bar{d}_n)_I < 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

#### Contact en mode II

Si le grain est en contact avec une partie courbe de l'inclusion centrée sur le nœud  $x_i^q$ , on parle de mode II (voir fig. 4.12). Ce cas se produit à la condition qu'un nœud  $x_i^q$  soit à une distance du grain  $y$  inférieure à  $e/2$ . En introduisant la distance algébrique  $\bar{d}_n$  définie dans l'équation (4.16), cette condition s'exprime  $(\bar{d}_n)_{II} < 0$  (Eq. 4.17).

$$(\bar{d}_n)_{II} = |y_i - x_i^q| - e/2 - r \quad (4.16)$$

$$(\bar{d}_n)_{II} < 0 \quad (4.17)$$

Si la condition est vérifiée, le contact existe et le vecteur unitaire pointant de  $x_i^q$  vers  $y_i$  définit le vecteur normal  $n_i$ . La direction tangentielle est définie par le vecteur  $v_i$ , perpendiculaire à  $n_i$  et orienté dans le sens de numérotation des éléments.

Notons que les conditions (4.15) et (4.17) peuvent être vérifiées simultanément ; dans ce cas, on assimile l'interaction grain-barre à un contact en mode I.

#### Lois de contact

On propose dans cette partie une expression du vecteur-force  $f_i$  exercé sur l'inclusion par le grain. On suppose qu'avant la rupture le contact est équivalent à deux ressorts. L'un agit suivant la direction normale et a une raideur  $k_n$ , l'autre dans la direction tangentielle avec une raideur  $k_s$ , les directions normales et tangentielles étant celles définies dans le paragraphe précédent. On suppose la résistance du contact définie par une loi de frottement de type Coulomb, dont l'angle de frottement est  $\mu^{gs}$ .

A tout instant, la composante normale  $f_n$  de la force de contact est définie par l'équation (4.18), où  $\bar{d}_n$  représente  $(\bar{d}_n)_I$  ou  $(\bar{d}_n)_{II}$  suivant le type de contact considéré.

$$f_n = \bar{d}_n \cdot k_n \quad (4.18)$$

La composante tangentielle  $f_t$  est calculée de manière incrémentale à partir de  $\Delta \bar{d}_t$ , déplacement tangentiel correspondant à l'intervalle de temps  $\Delta t$ .  $\Delta \bar{d}_t$  est obtenu suivant l'équation (4.19) en supposant que le déplacement de l'inclusion varie linéairement entre deux nœuds consécutifs ( $\dot{\theta}_3$  est la vitesse angulaire du grain). L'incrément de force  $\Delta f_t$  correspondant est ensuite obtenu grâce à l'équation (4.20).

$$\begin{cases} \Delta \bar{d}_t = [(1-\xi)\dot{x}_i^q + \xi\dot{x}_i^{q+1} - \dot{y}_i - \dot{\theta}_3 r_i^q] t_i^q \times \Delta t \\ \xi = \begin{cases} |y'_i - x_i^q| / l^q & \text{contact en mode I} \\ 0 & \text{contact en mode II} \end{cases} \end{cases} \quad (4.19)$$

$$\Delta f_t = k_t \cdot \Delta \bar{d}_t \quad (4.20)$$

Selon le critère de Coulomb, l'intensité maximum  $f_t^{max}$  de l'effort tangentiel est égale à  $f_n \cdot \tan \mu^{gs}$ . Cette limitation est prise en compte lors du calcul de  $(f_t)_{N+1}$ , à travers l'équation (4.21), par comparaison de  $f_t^{max}$  et  $f_t + \Delta f_t$ .

$$\begin{cases} (f_t)_{N+1} = \text{sign}[(f_t)_N + (\Delta f_t)_N] \times \min[f_t^{max}_{N+1} ; |(f_t)_N + (\Delta f_t)_N|] \\ f_t^{max} = |f_n| \cdot \tan \mu^{gs} \end{cases} \quad (4.21)$$

L'effort de contact effectif est finalement obtenu par

$$f_i = f_n \cdot n_i + f_t \cdot v_i \quad (4.22)$$

L'algorithme DSEM intègre la possibilité pour un contact de passer d'un élément d'inclusion à un autre au cours d'un glissement sans que l'effort de frottement soit remis à zéro, ce qui n'est pas le cas avec le modèle DEM. Dans un tel cas de figure, la composante tangentielle est toujours calculée suivant l'équation (4.20), mais l'orientation du contact est mise à jour lors du calcul de  $f_i$  (Eq. 4.22). De cette façon,  $f_i$  (et plus généralement  $f_i$ ) est défini comme une fonction continue du déplacement tangentiel relatif.

Notons que les lois simples qui modélisent ici les interactions sol-inclusion ne sont pas intrinsèques à la méthode, des lois plus complexes sont envisageables à la place des équations (4.18) et (4.20).

#### Répartition des forces de contact sur les nœuds

Dans le cas du contact du grain  $y^p$  avec une barre  $b^q$  (mode I), une loi de répartition de l'effort de contact  $f_i$  sur les nœuds  $x^q$  et  $x^{q+1}$  directement voisins est nécessaire. On calcule les efforts  $R_i^{q(C)}$  et  $R_i^{q+1(C)}$  transmis aux nœuds  $x^q$  et  $x^{q+1}$  par le système

d'équations (4.23). Ces équations sont obtenues par analogie avec l'équilibre statique d'une poutre élastique sur deux appuis, l'action du contact étant assimilée à une force dont le point d'application est  $y'_i$ . Le système (4.23) est valable également pour les contacts en mode II, en prenant  $\xi=0$ . L'action du contact est alors intégralement reportée sur le nœud.

$$\begin{cases} R_i^{q(C)} = f_i.(1-\xi) \\ R_i^{q+1(C)} = f_i.\xi \end{cases} \quad (4.23)$$

#### 4.3.2.4 Pas de temps critique

Le pas de temps  $\Delta t$  intervenant dans les équations (4.5) et (4.6) doit être inférieur à une valeur critique pour que le schéma d'intégration en différences finies produise une solution stable. Le pas de temps critique est relié à la période propre minimum de l'ensemble du système, qui est estimée suivant la procédure proposée par Hart et al. [Har88].

Une valeur du pas de temps critique est calculée pour chaque nœud  $x^q$  en appliquant l'équation (4.24) séparément à chaque degré de liberté et en supposant que ces degrés de liberté sont indépendants.

$$\Delta t_{crit}^q = \sqrt{m^q / \bar{K}_{(i)}^q} \quad (4.24)$$

Dans l'équation (4.24),  $\bar{K}_{(i)}^q$  est la rigidité équivalente dans la direction  $i$ , qui traduit la proportionnalité entre l'incrément de force résultante  $\Delta R_i^q$  sur le nœud  $x^q$  et l'incrément de déplacement  $\Delta x_i^q$ .  $\Delta R_i^q$  se décompose en plusieurs forces fondamentales suivant l'équation (4.25), où l'exposant  $p \rightarrow q$  désigne une variable relative au contact entre le grain  $y^p$  et le nœud  $x^q$ .

$$\Delta R_i^q = \Delta R_i^{q(T)} + \Delta R_i^{q(M)} + \Delta R_i^{q(G)} + \sum_{p=1}^{p=N^c} \Delta R_i^{p \rightarrow q(C)} \quad (4.25)$$

avec

$$\Delta R_i^{q(T)} = -J. \frac{\Delta x_j^q . t_j^{q-1}}{l^{q-1}} . t_i^{q-1} - J. \frac{\Delta x_j^q . t_j^q}{l^q} . t_i^q ;$$

$$\Delta R_i^{q(M)} = - \frac{\Delta x_j^q . u_j^{q-1}}{(l^{q-1})^2} . k_M^{q-1} . u_i^{q-1} - \frac{\Delta x_j^q . u_j^q}{(l^q)^2} . k_M^{q+1} . u_i^q ;$$

$$\Delta R_i^{q(G)} = 0 ; \text{ et}$$

$$\Delta R_i^{p \rightarrow q(C)} = -(1 - \xi^{p \rightarrow q})^2 . (k_t . \Delta x_j^q . v_j^{p \rightarrow q} . v_i^{p \rightarrow q} + k_n . \Delta x_j^q . n_j^{p \rightarrow q} . n_i^{p \rightarrow q}) .$$

Considérant la forme matricielle ( 4.26 ) de la relation entre  $\Delta R_i^q$  et  $\Delta x_i^q$ , on obtient des approximations des  $\bar{K}_{(i)}^q$  par les termes diagonaux  $K_{ii}^q$  de la matrice de rigidité. A partir de l'équation ( 4.25 ), on obtient finalement l'expression ( 4.27 ) pour  $\bar{K}_{(i)}^q$ .

$$\begin{bmatrix} \Delta R_1^q \\ \Delta R_2^q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{11}^q & K_{12}^q \\ K_{21}^q & K_{22}^q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^q \\ \Delta x_2^q \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\bar{K}_{(i)}^q \approx K_{ii}^q = K_{ii}^{q(T)} + K_{ii}^{q(M)} + \sum_{p=1}^{p=N^d} K_{ii}^{p \rightarrow q(C)} \quad (4.27)$$

avec

$$K_{ii}^{q(T)} = J. \left[ \left( t_{(i)}^{q-1} \right)^2 / l^{q-1} + \left( t_{(i)}^q \right)^2 / l^q \right]$$

$$K_{ii}^{q(M)} = k_M^{q-1} \cdot \left( u_{(i)}^{q-1} / l^{q-1} \right)^2 + k_M^{q+1} \cdot \left( u_{(i)}^q / l^q \right)^2$$

$$K_{ii}^{p \rightarrow q(C)} = \left( 1 - \xi^{p \rightarrow q} \right)^2 \cdot \left[ k_t \cdot \left( v_{(i)}^{p \rightarrow q} \right)^2 + k_n \cdot \left( n_{(i)}^{p \rightarrow q} \right)^2 \right]$$

Une valeur du pas de temps critique est calculée à partir des équations ( 4.24 ) et ( 4.27 ) pour tous les degrés de liberté de tous les nœuds. Le pas de temps critique global est pris comme le minimum de toutes les valeurs (Eq. 4.28). Dans la simulation, par sécurité, le pas de temps effectif est pris légèrement inférieur à celui obtenu par cette procédure. La valeur obtenue dépend de la configuration des contacts à un moment donné et peut varier si la structure évolue,  $\Delta t$  doit donc être calculé à chaque pas de temps.

$$\Delta t = Q_t \cdot \min_{0 < q \leq N^d + 1} \left( \Delta t_{crit}^q \right) \quad (0 < Q_t < 1) \quad (4.28)$$

#### 4.3.3 Couplage DEM-DSEM

L'algorithme du DSEM a été couplé avec le code aux éléments discrets PFC2D. Le concept du couplage est présenté sur la figure 4.13. Au début du cycle « DSEM », les efforts externes sont calculés en connaissant les positions et les vitesses des grains et des nœuds. On détermine ensuite les efforts internes. Après avoir sommé ces efforts sur chaque nœud, on calcule les déplacements induits. Ils seront pris en compte au pas de temps suivant.

Dans la deuxième phase – le cycle « DEM » – les actions de contact sol-inclusion calculées précédemment sont intégrées dans PFC2D sous la forme de forces et de moments résultants appliqués sur les grains. Cette opération équivaut, à réécrire les équations de la dynamique en translation et rotation en y incluant  $f_i^{p \rightarrow q}$ , les équations [1.1] et [1.2] (chapitre 1) deviennent alors :

$$\dot{y}_i^p = \left( F_i^p - f_i^{p \rightarrow q} \right) / m_D^p \quad (4.29)$$

et

$$\ddot{\theta}_3^p = \left( M_3^p - f_t^{p \rightarrow q} \cdot r^p \cdot n_i^{p \rightarrow q} \cdot u_i^q \right) / I_D^p \quad (4.30)$$

Les déplacements des grains peuvent alors être calculés et les positions sont mises à jour pour le cycle DSEM suivant.

Il convient de déterminer un pas de temps critique global permettant la convergence du calcul couplé. Dans PFC2D, le pas de temps critique pour l'assemblage de grains est en principe calculé par une procédure interne, à partir des raideurs et de l'orientation des contacts. La procédure est détaillée dans [Ita97]. Pour les simulations par couplage DSEM-DEM, on utilise une procédure légèrement modifiée qui intègre la raideur des contacts sol-inclusion. On obtient ainsi une valeur du pas de temps critique relative à l'ensemble des grains. Cette valeur est comparée au pas de temps calculé pour l'inclusion et le pas de temps global est le minimum des deux.

Du point de vue de la programmation, un tel couplage pouvait être envisagé de deux manières différentes : deux programmes différents (PFC2D plus le programme DSEM) échangeant des données entre chaque cycle de calcul ; ou bien un module DSEM inclus dans l'environnement PFC2D. La deuxième solution a été retenue. Elle permet d'éliminer complètement les transferts de données. Une procédure de calcul correspondant au cycle DSEM de la figure 4.13 a été écrite en langage *FISH* (langage de commande de PFC2D). Elle est exécutée automatiquement après chaque pas de calcul. Son seul effet perceptible dans l'environnement PFC2D est la mise à jour, après chaque pas de temps, des efforts externes appliqués sur les grains.

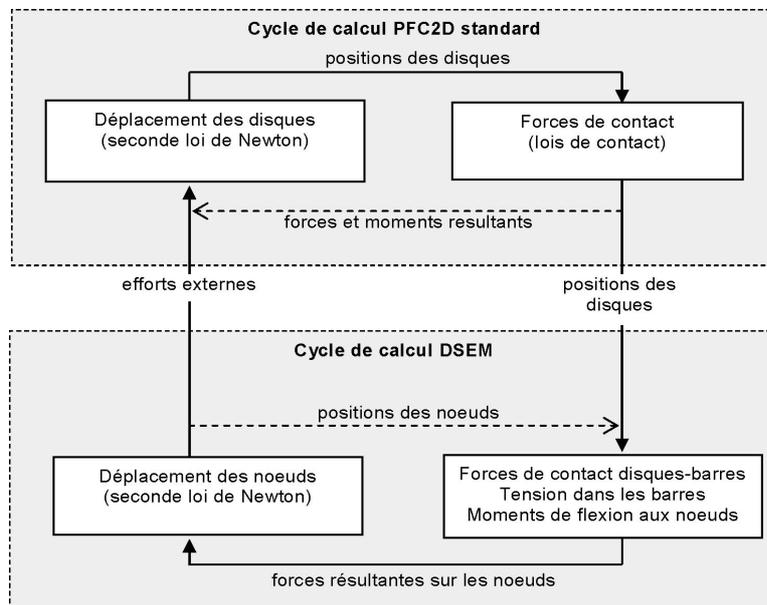


fig. 4.13. Cycle de calcul pour les simulations couplées DEM-DSEM.

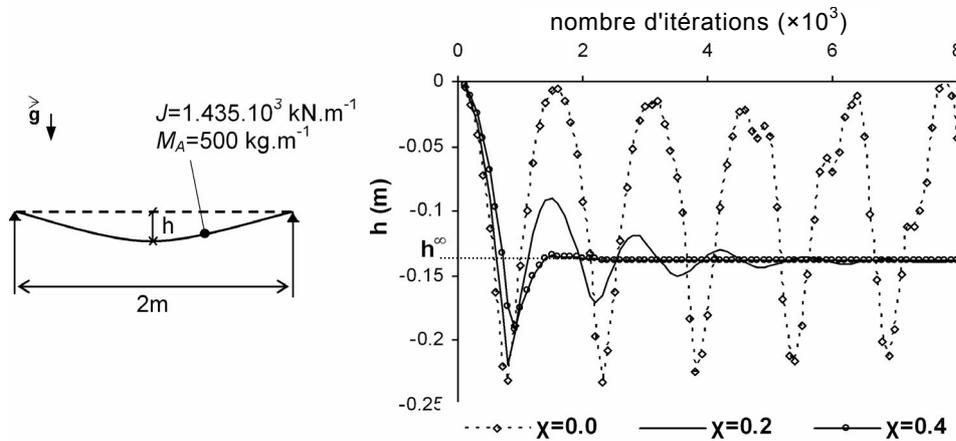
#### 4.3.4 Validation sur des cas simples

On propose de valider le modèle DSEM et le principe du couplage avec PFC2D dans deux cas simples. En premier lieu, le comportement intrinsèque de l'inclusion est vérifié en simulant la déformation d'une membrane. Ce calcul permet au passage de vérifier le rôle de l'amortissement. Ensuite, l'interaction DEM-DSEM est validée en simulant un problème d'ancrage idéalisé.

##### 4.3.4.1 Déformée en membrane et amortissement

On simule comme précédemment (4.2.2) la déformation d'une nappe sur deux appuis sous l'effet de son propre poids. On conserve les mêmes paramètres : raideur  $J=1,435.10^3 \text{ kN.m}^{-1}$ , longueur  $L=2\text{m}$ , et masse par unité de longueur  $M_A=500 \text{ kg.m}^{-1}$ . Au temps  $t=0$ , on applique l'accélération de la pesanteur ( $|g_i|=10 \text{ m.s}^{-2}$ ). Le déplacement vertical  $h$  au centre est représenté sur la figure 4.14 en fonction du temps et du coefficient  $\chi$  d'amortissement.

Quand  $\chi=0$ ,  $h$  oscille indéfiniment. Quel que soit le nombre de cycles effectués, le calcul n'atteindra jamais un état stable puisque l'énergie potentielle initiale ne peut se dissiper. Par contre, avec  $\chi=0,2$  ou  $\chi=0,4$ ,  $h$  tend vers une valeur limite. Cette valeur limite est indépendante de  $\chi$  et très proche du déplacement  $h^\infty$  théorique (solution analytique de Delmas sur la figure 4.3) – l'erreur relative est inférieure à  $10^{-3}$ . La convergence est significativement plus rapide quand  $\chi=0,4$ , ce qui montre l'importance de l'amortissement dans l'optimisation des temps de calcul.



**fig. 4.14.** Déformation en membrane d'une nappe sur deux appuis : effet de l'amortissement sur l'évolution temporelle de la flèche.

##### 4.3.4.2 Comportement couplé

On propose ici de valider le couplage DEM-DSEM sur le cas simple de la figure 4.15a. Le problème consiste en une nappe souple de longueur  $L'=2\text{m}$ , discrétisée en 20 éléments et placée entre deux rangées de grains. Les principaux paramètres de la simulation sont donnés dans le tableau 4.1. Les grains sombres ont une position fixe; les grains clairs sont liés entre eux et soumis au champ de pesanteur mais sont libres de se déplacer, ils appliquent un chargement vertical sur l'inclusion. Les grains de la rangée supérieure et l'inclusion ont un poids total  $W_T$  égal à 317 N et le

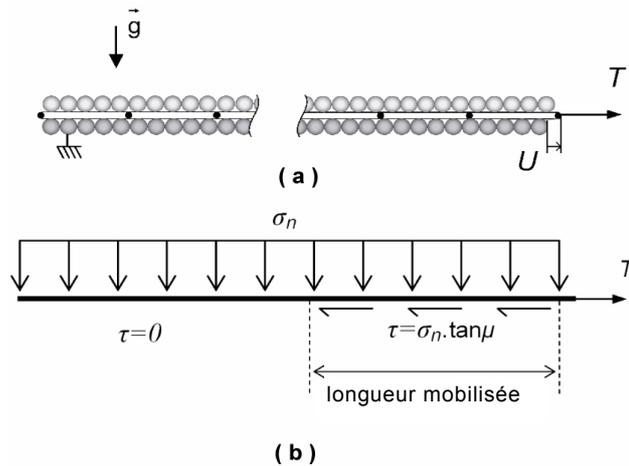
coefficient de frottement à l'interface inférieure vaut  $\tan\mu^{gs}=0,25$ . On étudie l'évolution de la tension résistante  $T$ , lorsqu'on impose une vitesse de déplacement constante au nœud d'extrémité.

On propose de comparer l'évolution de  $T$  à la solution analytique du problème continu équivalent défini sur la figure 4.15b, où  $\sigma_n=W_T/L^l$  représente la contrainte normale équivalente. En faisant l'approximation que la déformation élastique des contacts est négligeable devant  $U$ , l'évolution de  $T$  est caractérisée comme dans [Gou89] par les équations (4.31) et (4.32).

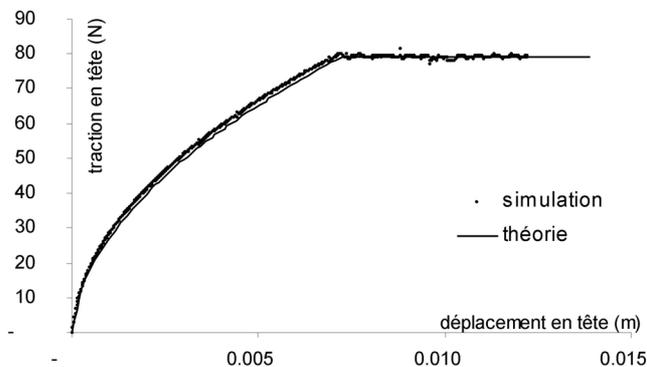
$$T = \sqrt{2 \cdot \sigma_n \cdot J \cdot \tan(\mu^{gs})} \times U \quad \text{jusqu'à } T=T_{max} \quad (4.31)$$

$$T_{max} = W_T \times \tan(\mu^{gs}) \quad (4.32)$$

Les résultats numériques et analytiques sont représentés sur la figure 4.16 en fonction du déplacement  $U$  de l'extrémité. La simulation et les équations ci-dessus donnent des résultats très comparables. Après rupture, l'effort obtenu par la simulation présente de légères fluctuations autour de  $T_{max}$ , du fait d'événements dynamiques de faible intensité.



**fig. 4.15.** (a) : Simulation d'un problème d'ancrage idéalisé, (b) : Modèle continu équivalent.



**fig. 4.16.** Evolution théorique et simulée de la tension d'ancrage

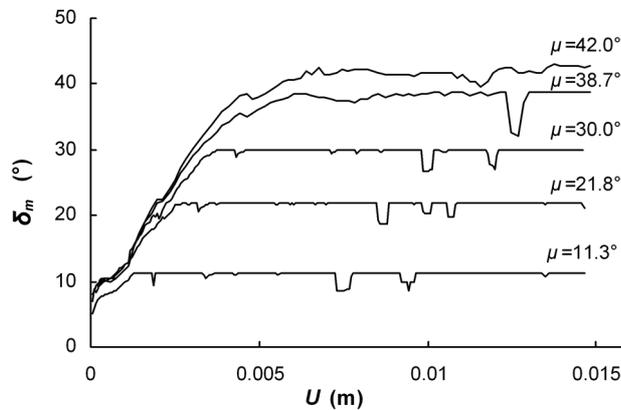
Paramètre	Valeur
<b>Inclusion</b>	
$J$	3000 N.m <sup>-1</sup>
$m_n$	0,8 kg.m <sup>-1</sup>
$k_n^{gs}$	5×10 <sup>5</sup> N.m <sup>-2</sup>
$k_s^{gs}$	2×10 <sup>5</sup> N.m <sup>-2</sup>
$\tan(\mu^{gs})$	0,25
<b>Eléments discrets</b>	
nb. dans chaque rangée	100
$\rho_s$	2000 kg.m <sup>-3</sup>
$k_n^{ss}$	2×10 <sup>3</sup> N.m <sup>-2</sup>
$k_s^{ss}$	2,5×10 <sup>4</sup> N.m <sup>-2</sup>
<b>Accélération gravit.</b>	
$ g_i $	10 m.s <sup>-2</sup>

**Tableau 4-1.** Paramètres de la simulation d'ancrage idéalisée.

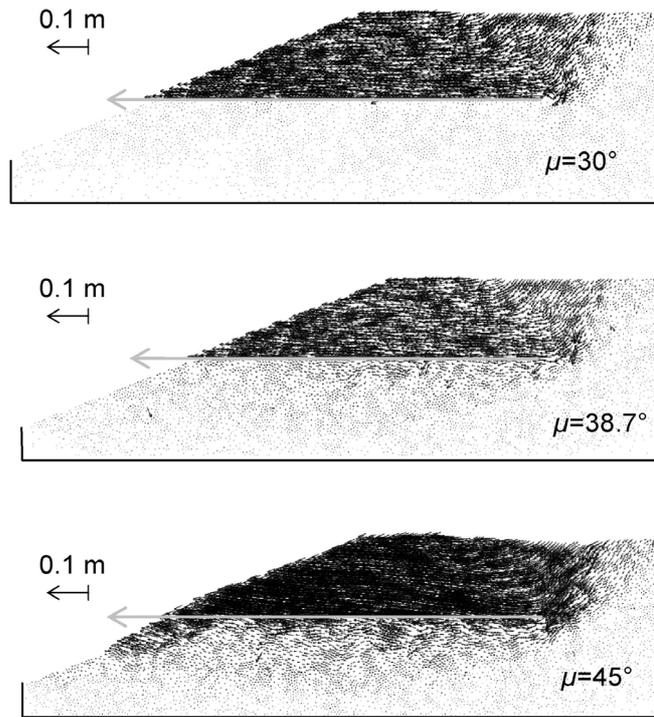
#### 4.3.5 Comportement d'interface sol-inclusion

On se propose d'analyser l'interaction sol-inclusion dans une simulation d'ancrage similaire à celle de la partie 4.2.3, en utilisant cette fois le modèle DSEM au lieu du modèle granulaire (nappe constituée de 80 barres). Les raideurs sont les mêmes dans les deux cas.

Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 4.17. Contrairement à ce qui était obtenu avec le modèle granulaire, l'angle de frottement mobilisé ( $\delta_m$ ) varie très peu après la phase initiale de mobilisation. Quand  $\mu^{gs}$  est inférieur ou égal à 30°,  $\delta_m$  se stabilise très précisément autour de la valeur de  $\mu^{gs}$ , avec toutefois quelques chutes épisodiques. Quand  $\mu^{gs}$  est égal à 38,7 ou 45,0 degrés,  $\delta_m$  évolue de façon plus irrégulière. Les fluctuations restent cependant beaucoup plus faibles qu'avec l'inclusion DEM.



**fig. 4.17.** Evolution de l'angle de frottement mobilisé en fonction du déplacement et du frottement local à l'interface avec le modèle DSEM.



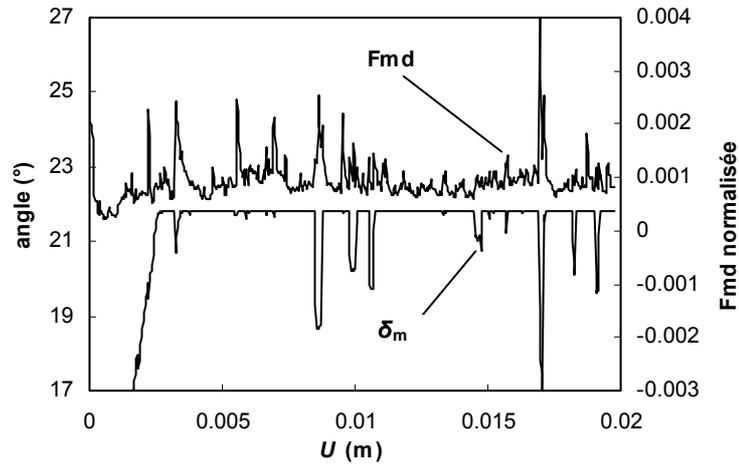
**fig. 4.18.** Déplacement des éléments pour différentes valeurs du frottement  $\mu^{gs}$  à l'interface (pour  $U$  de 0 à 0,02 m).

Par comparaison des figures 4.17 et 4.18, on constate que l'aspect irrégulier des courbes est corrélé à l'apparition de zones de cisaillement dans le sol. Ce mécanisme devrait idéalement survenir seulement dans les cas où  $\mu^{gs}$  est supérieur à l'angle de frottement interne du sol (soit  $\varphi=41^\circ$ ). Cependant, à l'échelle de quelques grains, la résistance de l'assemblage présente inévitablement une certaine variabilité. Ceci explique qu'on ait localement des ruptures dans le sol – et donc des fluctuations du frottement mobilisé – dès  $\mu^{gs}=38,7$  degrés.

Pour connaître l'origine des diminutions temporaires de  $\delta_m$  quand  $\mu^{gs}$  est compris entre 11,3 et 30 degrés, l'évolution de la *force moyenne de déséquilibre*<sup>1</sup> (Fmd) est comparée à celle de  $\delta_m$  sur la figure 4.19 (pour le cas  $\mu^{gs}=21,8$  degrés). La Fmd, calculée sur l'ensemble des grains, est la valeur moyenne de la force résultante. On normalise cette valeur en la divisant par la force moyenne de contact.

Typiquement, la Fmd tend vers zéro quand le système tend vers un équilibre statique ; inversement les mécanismes de rupture sont accompagnés d'une augmentation de Fmd du fait des phénomènes dynamiques qu'ils génèrent. Or, la figure 4.19 montre que les chutes de  $\delta_m$  sont accompagnées de pics dans la Fmd. Vraisemblablement donc, les chutes de  $\delta_m$  sont dues à des instabilités dans le sol support, au voisinage de l'interface. Le frottement mobilisé décroît, le temps que les grains se réorganisent, puis revient à la valeur maximale dès qu'ils se stabilisent. Ce mécanisme de type stick-slip est comparable à celui qui est obtenu lors de la compression de certains matériaux granulaires (voir chapitre 1).

<sup>1</sup> traduction du terme anglais consacré : "mean unbalanced force".



**fig. 4.19.** Evolutions comparées de  $\delta_m$  et de la force moyenne de déséquilibre dans le cas  $\mu^{gs}=21,8$  degrés.

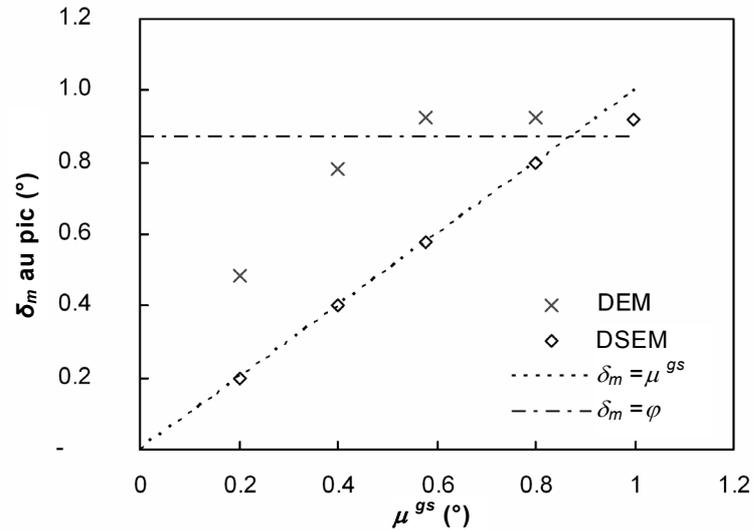
#### 4.3.6 Comparaison du frottement au pic avec les modèles DEM et DSEM

On considère ici que la valeur de pic de  $\delta_m$  dans les simulations définit l'angle de frottement macroscopique  $\delta_{max}$  de l'interface. A partir des résultats des figures 4.5 et 4.17, on trace alors l'évolution de  $\delta_{max}$  en fonction de  $\mu^{gs}$ . Comme le montre la figure 4.20, la dépendance micro-macro ainsi mise en évidence dépend du modèle utilisé pour simuler l'inclusion.

Avec le DSEM, il existe une très bonne correspondance entre  $\mu^{gs}$  et  $\delta_{max}$ , sauf dans le cas  $\mu^{gs}=45$  degrés. Avec le modèle DEM, la relation entre  $\mu^{gs}$  et  $\delta_{max}$  est plus complexe. La rugosité de l'interface entraîne une augmentation du frottement d'interface, et cette augmentation dépend de la valeur de  $\mu^{gs}$ .

La figure 4.20 montre que, quel que soit le modèle utilisé,  $\delta_{max}$  ne peut dépasser une valeur seuil légèrement supérieure à  $\varphi$ , l'angle de frottement interne du sol (41 degrés). On aurait pu s'attendre a priori à ce que la valeur de palier soit égale à  $\varphi$ . Mais en pratique, quand le frottement d'interface est suffisamment élevé pour reporter la rupture à l'intérieur du sol, la bande de cisaillement formée est – du fait de son épaisseur – légèrement plus profonde que l'interface. La contrainte verticale moyenne sous laquelle se produit le cisaillement est donc légèrement supérieure à la contrainte de référence, calculée à l'interface sol-inclusion. La résistance au cisaillement du sol est accrue d'autant, si bien que l'angle de frottement apparent peut dépasser la valeur  $\varphi$ .

Ces résultats montrent que le calage du frottement macroscopique d'interface est considérablement simplifié avec le modèle DSEM. Puisque on peut considérer dans ce cas qu'il y a égalité entre  $\mu^{gs}$  et  $\delta_{max}$ . Avec le modèle DEM, au contraire, la relation entre  $\mu^{gs}$  et  $\delta_{max}$  est plus complexe : non linéaire et dépendante de la rugosité relative. Rugosité dont le contrôle précis peut être problématique (voir partie 4.2.3.1).



**fig. 4.20.** Angle de frottement macroscopique à l'interface ( $\delta_m$  au pic) en fonction du frottement local ( $\mu^{gs}$ ) et du modèle utilisé pour l'inclusion.

#### 4.4. Conclusion

Deux approches ont été proposées pour simuler le comportement de géosynthétiques dans les modèles de type DEM (en deux dimensions) :

- La première approche (modèle granulaire) consiste à assembler les éléments discrets de PFC2D en une chaîne, en attribuant une résistance en traction aux contacts entre les éléments ;
- La deuxième approche s'appuie sur un modèle numérique (DSEM) développé durant la thèse. Dans ce modèle, l'inclusion est représentée par des éléments barre déformables. Il permet de simuler le comportement d'inclusions souples ou rigides, et donc en particulier celui des géosynthétiques. Les systèmes composites sol-géosynthétiques peuvent alors être simulés par couplage avec PFC2D.

L'extraction d'un géosynthétique ancré horizontalement dans un massif de sol a été simulée avec chacune de ces deux approches. Les mécanismes obtenus dépendent de  $\mu^{gs}$ , angle de frottement des contacts d'interface. Avec les valeurs les plus faibles, l'extraction se produit sans déformation notable du sol. Quand  $\mu^{gs}$  est

suffisamment élevé, une bande de cisaillement se développe dans le sol sous la face inférieure.

Seules les simulations couplées DEM-DSEM donnent des résultats satisfaisants dans ces deux cas de figure. En effet, si on utilise le modèle granulaire avec une faible valeur de  $\mu^{gs}$ , la rugosité d'interface entraîne des variations périodiques et de grande amplitude de la résistance au cisaillement sol-inclusion. Avec le modèle DSEM au contraire, le comportement de l'interface peut être clairement défini : les lois locales de contact introduites à l'interface (ici de type élasto-plastique parfaites) se transposent directement à l'échelle macroscopique.

Le modèle DSEM constitue une simplification de la réalité, puisque la rugosité des faces de l'inclusion n'est pas représentée. Ce modèle n'est donc pas forcément applicable à l'étude micromécanique de mécanismes d'interface. En revanche, quand c'est le comportement global d'une structure composite qui doit être étudié, le DSEM est bien adapté. L'effet de la rugosité d'interface est alors pris en compte implicitement dans la valeur de  $\mu^{gs}$  (comme c'est le cas lors des mesures expérimentales d'angles de frottement sol-géosynthétique).

## Partie 3.

# Etude des ancrages en tête de talus

Le chapitre 2 a mis en évidence une méconnaissance des mécanismes de rupture des ancrages en tête de talus, en même temps que la difficulté de prévoir leur résistance de manière fiable pour le dimensionnement. On propose ici une étude de la rupture des ancrages par simulation numérique discrète. Cette partie s'appuie sur les éléments qui ont été développés dans la partie 2. Elle est constituée de trois chapitres :

### *Chapitre 5*

La procédure de création des modèles d'ancrage et de calage des paramètres est détaillée. Elle est validée dans un cas simple d'ancrage droit, dans un premier temps, puis dans le cas – plus complexe – des essais d'ancrages en tranchées en vraie grandeur.

### *Chapitre 6*

Une étude paramétrique est présentée. On examine le rôle de la géométrie et des principales caractéristiques mécaniques sur la capacité d'ancrage; on propose ensuite une typologie des mécanismes de rupture qui met en évidence deux modes concurrents. Dans la dernière partie, les résultats des simulations servent de base pour discuter les hypothèses de dimensionnement proposées dans la littérature.

### *Chapitre 7*

On dégage un ensemble d'hypothèses à partir desquelles des expressions analytiques de la capacité d'ancrage sont formulées. On vérifie, par comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques, que ces expressions peuvent être utilisées pour dimensionner les tranchées d'ancrage.



# Chapitre 5

## Modélisation discrète d'essais d'ancrage et validation

### **5.1. Introduction**

### **5.2. Procédure de calcul**

- 5.2.1 Objectif
- 5.2.2 Procédure
- 5.2.3 Définition de la tension de rupture  $T_r$

### **5.3. Calage du modèle**

- 5.3.1 Généralités
- 5.3.2 Caractéristiques macroscopiques de référence
- 5.3.3 Calage du modèle à partir des données macroscopiques

### **5.4. Résultats et comparaisons**

- 5.4.1 Ancrages droits
- 5.4.2 Ancrages courbes

### **5.5. Conclusion**

---

### **5.1. Introduction**

Nous avons présenté, dans la partie 2, un ensemble de résultats permettant de simuler le comportement de sols réels par analogie macroscopique. Nous avons également introduit le modèle DSEM, dédié spécifiquement à la simulation du comportement d'inclusions (géosynthétiques en particulier). Reste à définir une procédure permettant de créer des modèles d'ancrage et de simuler l'extraction et la rupture.

Nous avons retenu une procédure de mise en place des assemblages sol-inclusion basée, comme pour les simulations biaxiales, sur l'algorithme E.R.D.F. On obtient à l'issue de cette procédure un modèle de massif d'ancrage à l'équilibre contenant une inclusion géosynthétique (DEM ou DSEM suivant les cas).

On doit ensuite définir les paramètres de l'assemblage, de façon à simuler un comportement macroscopique donné, au niveau du sol et de l'interface. Dans le cas des inclusions de type DEM, le calage du comportement d'interface est basé sur des simulations d'ancrages droits.

On se propose de simuler avec cette méthode les essais d'ancrages en vraie grandeur. Le calage des paramètres est donc effectué en prenant comme référence les propriétés des matériaux de l'expérimentation.

On analyse ensuite les résultats obtenus. Dans le cas de l'ancrage droit sollicité horizontalement, on compare la simulation à un résultat théorique. Dans les cas plus complexes, impliquant les effets de la pente et d'une tranchée d'ancrage, la simulation est confrontée aux résultats expérimentaux. La discussion porte à la fois sur les aspects quantitatifs et qualitatifs.

La procédure de calcul est présentée dans la section 5.2, on définit à cette occasion la tension dite « de rupture ». On détaille la procédure de calage des paramètres dans la section 5.3, après une brève présentation des caractéristiques des expérimentations. Les résultats sont finalement discutés dans la section 5.4.

---

## 5.2. Procédure de calcul

---

### 5.2.1 Objectif

L'objectif de la modélisation est de simuler au mieux le comportement d'un ancrage en connaissant seulement les propriétés macroscopiques des matériaux qui le composent :

- pour le sol, la cohésion  $c$  et l'angle de frottement  $\varphi$ , ainsi que les ordres de grandeur du module de Young  $E_y$ , et du coefficient de Poisson  $\nu$  ;
- pour le géosynthétique, le module de raideur en traction  $J$  ;
- pour l'interface sol-géosynthétique, l'angle de frottement  $\delta$ .

On présentera tout d'abord dans cette section la procédure de création d'un modèle de massif d'ancrage par éléments discrets, la nappe étant représentée, suivant les cas, par des particules (DEM) ou par des éléments barres (DSEM). On détaillera ensuite la phase de simulation de l'essai d'ancrage proprement dit : l'extraction à vitesse imposée. On discutera l'influence de la vitesse sur le résultat et on proposera une méthode d'analyse qui permet de s'en affranchir.

---

### 5.2.2 Procédure

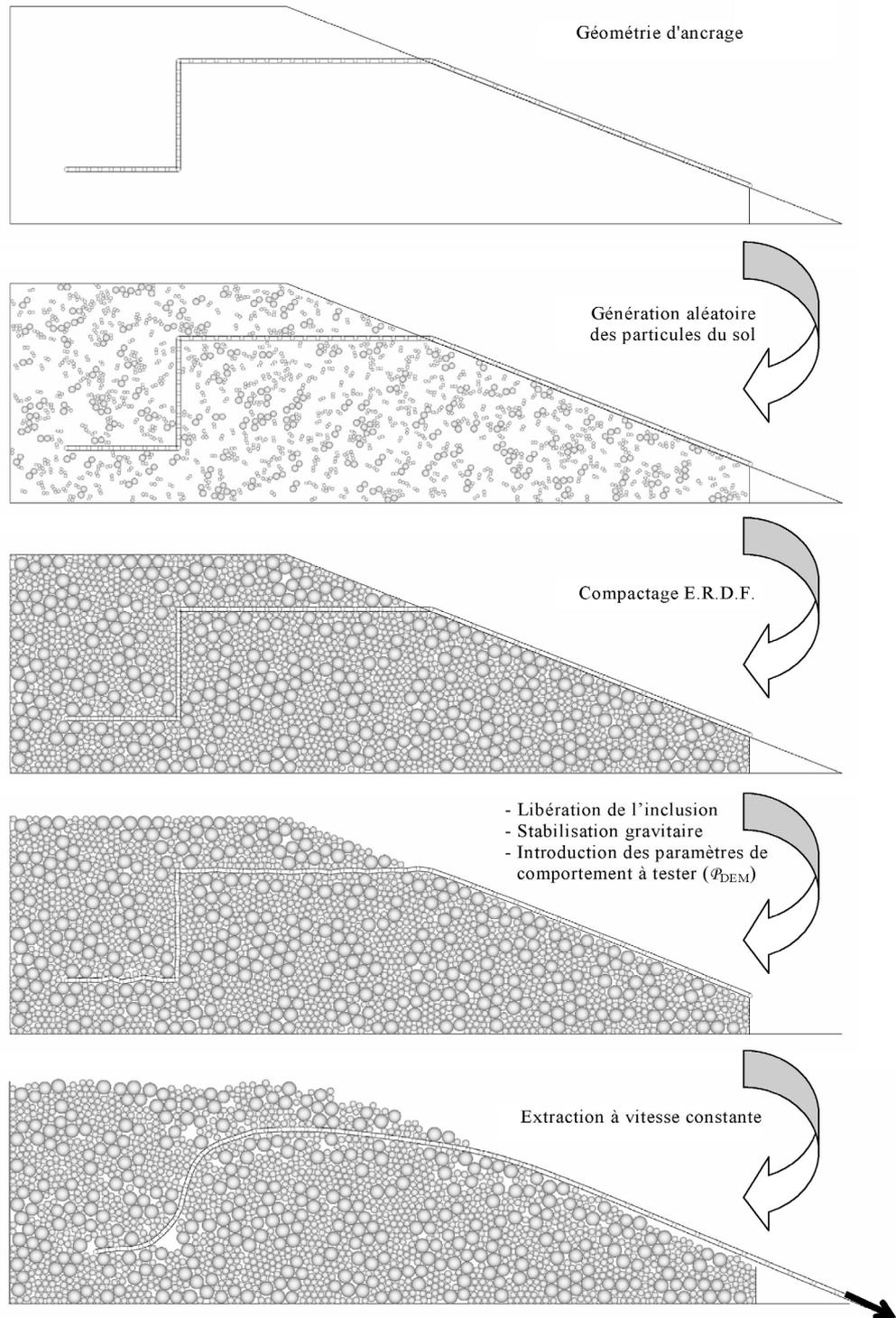
La procédure complète de création du massif d'ancrage et d'extraction est illustrée sur la figure 5.1. Pour faciliter la visualisation, on présente un exemple avec une inclusion très épaisse et peu de particules. Cet exemple n'est pas représentatif des simulations présentées par la suite.

#### 5.2.2.1 Création de l'état initial

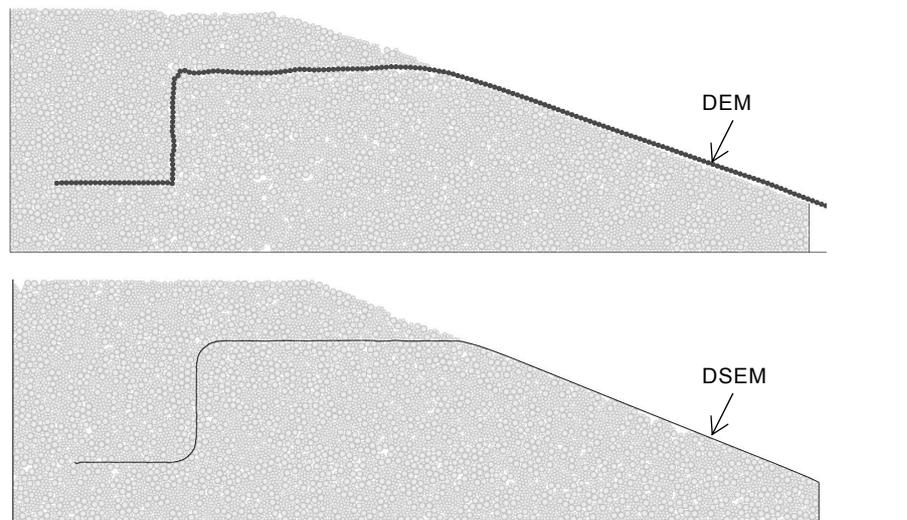
La première étape de création du modèle consiste à disposer des parois fixant les contours du massif. On définit ensuite la géométrie de l'ancrage en positionnant les éléments - rouleaux ou barres - servant à modéliser le géosynthétique, et on bloque leurs déplacements dans les deux directions.

Pour éviter des phénomènes de coincement de l'inclusion DSEM au niveau des coudes, on définit la géométrie de l'ancrage avec un rayon de courbure minimum (fig. 5.2). Cette précaution n'est pas nécessaire pour les inclusions composées d'éléments de type DEM. Ces éléments sont en effet moins sujets au coincement au passage des coudes, car leur longueur est égale à l'épaisseur de l'inclusion (contrairement aux éléments DSEM beaucoup plus élancés). Comme on

le verra par la suite, cette différence de géométrie initiale entraîne quelques différences de comportement.



**fig. 5.1.** Principales étapes de simulation d'un essai d'ancrage (simulation avec peu d'éléments pour une bonne visualisation).



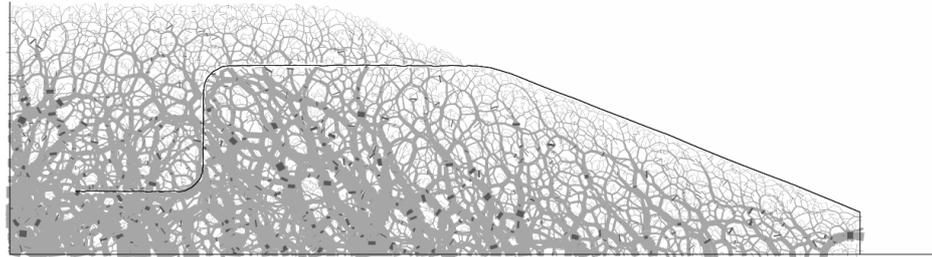
**fig. 5.2.** Etat initial d'un modèle de massif d'ancrage. Avec inclusion DEM (haut) et inclusion DSEM (bas), et 8000 éléments de sol.

La méthode ERDF, décrite au chapitre 3, est utilisée pour remplir le volume défini par les parois par un assemblage de rouleaux de porosité donnée. Ceci permet une phase de mise en place de l'assemblage similaire à celle utilisée pour les simulations biaxiales, soit :

- Positionnement aléatoire des éléments avec une granulométrie définie à un facteur d'homothétie près et un frottement élevé des contacts sol-sol ( $\tan\mu_s=1$ ).
- Grossissement progressif des rayons des rouleaux, sans forces de gravité et sans frottements ni sur les murs ni sur l'inclusion, jusqu'à ce que l'assemblage exerce des efforts significatifs sur les murs.
- Diminution du frottement intergranulaire, avec une contrainte de confinement constante et isotrope, jusqu'à ce que la porosité de l'assemblage atteigne la valeur voulue.
- Dans la dernière phase, on autorise les déplacements de la nappe après avoir attribué à nouveau un frottement élevé ( $\tan\mu_s=1$ ) à tous les contacts (y compris au niveau des parois). On applique ensuite la gravité (1g) et on laisse le modèle atteindre un état d'équilibre. On supprime alors les deux parois correspondant à la surface libre du massif. A ce stade, l'assemblage est prêt pour la simulation de l'essai.

En utilisant la même procédure de mise en place pour les compressions biaxiales et les ancrages, on assure la pertinence du calage des paramètres. Il existe toutefois quelques différences. On pourrait craindre notamment que l'introduction de la gravité perturbe l'isotropie de la distribution de contacts. C'est une des raisons pour lesquelles on impose un frottement important juste avant la stabilisation gravitaire. On limite de cette façon les réorganisations de la microstructure (les

contacts perdus ou créés représentant en pratique moins de 1% du nombre total), l'orientation des contacts reste approximativement isotrope. La figure 5.3 présente le réseau de forces dans un massif à la fin de la phase de mise en place.



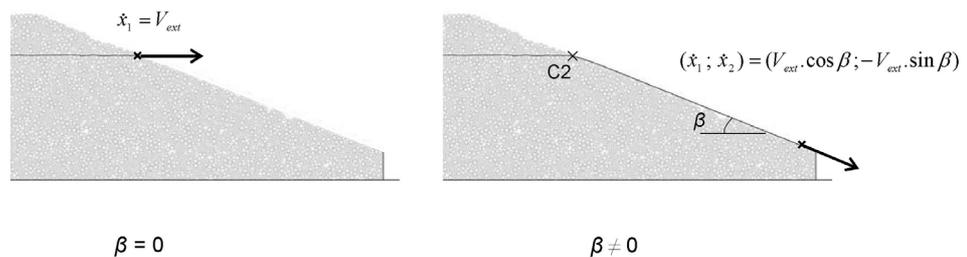
**fig. 5.3.** Réseau de forces dans un massif à la fin de la mise en place (8000 particules pour le sol).

### 5.2.2.2 Procédure d'extraction

Le système étant à l'équilibre statique sous l'action de la gravité, on introduit les paramètres de modélisation du sol et de l'interface (les parois restent frottantes). On simule ensuite une extraction à vitesse  $V_{ext}$  imposée :

- Dans le cas d'essais simulés avec  $\beta = 0$  (traction horizontale), on élimine la longueur d'inclusion reposant sur la pente. Le dernier nœud de l'inclusion correspond dans ce cas à l'extrémité de l'ancrage (fig. 5.4). On contraint seulement la composante horizontale de sa vitesse :  $\dot{x}_1 = V_{ext}$ .
- Si  $\beta \neq 0$  (solicitation parallèle à la pente), la tension est appliquée par l'intermédiaire du segment placé sur la pente. La vitesse est imposée sur le dernier nœud de ce segment. On contraint cette fois les deux composantes de la vitesse :  $\dot{x}_1 = V_{ext} \cdot \cos(\beta)$  et  $\dot{x}_2 = -V_{ext} \cdot \sin(\beta)$ .

Au fur et à mesure que le déplacement  $U_0$  en tête augmente, on enregistre les variables permettant d'analyser l'évolution du système a posteriori et de la comparer aux expérimentations (tensions dans l'inclusion, géométrie du massif, déplacements des éléments, efforts d'interaction sol-inclusion). Les différentes valeurs sont stockées périodiquement en fonction d'un intervalle de temps  $\Delta t^i$ .



**fig. 5.4.** Extraction à vitesse imposée – horizontale ou parallèle à la pente.

Pour comparer les courbes effort-déplacement expérimentales aux courbes simulées, quand  $\beta \neq 0$ , il est nécessaire d'introduire un déplacement de référence commun pour la simulation et l'essai. Notre choix s'est porté sur le déplacement du capteur C2 (fig. 2.15 du chap. 2), on le note  $U_I$ . Il est jugé plus représentatif que le déplacement  $U_0$  en tête. En effet, expérimentalement, un déplacement  $\Delta U_0$  est nécessaire pour soulever le dispositif de traction avant d'extraire effectivement l'inclusion, tandis que dans la simulation la mise en tension est immédiate. De plus, la longueur du segment de nappe reposant sur la pente n'est pas la même dans les deux cas, or une partie du déplacement  $U_0$  correspond précisément à la déformation de ce segment.

#### Remarque

Pour comparaison, quelques simulations ont été effectuées à force contrôlée (voir ci-dessous). On applique alors un effort  $T_0$  croissant sur le dernier élément de la nappe. L'augmentation de l'effort est stoppée si la vitesse d'extraction dépasse  $10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$ , puis reprend si la vitesse se stabilise en dessous de  $10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$  sur 1000 pas de temps successifs.

### 5.2.2.3 Influence de la vitesse

Comme dans les simulations biaxiales, la vitesse  $V_{ext}$  a une influence importante sur le résultat des calculs. On présente ici (fig. 5.5) les résultats obtenus sur un même ancrage, avec différentes valeurs de  $V_{ext}$  (on a reporté également le résultat d'une simulation à force contrôlée). Ce test a été effectué sur un ancrage en L dans un assemblage purement frottant (géométrie S3 du tableau 5-1, paramètres du sable dans les tableaux 5-3 et 5-4, géotextile GTX1 simulé par DSEM).

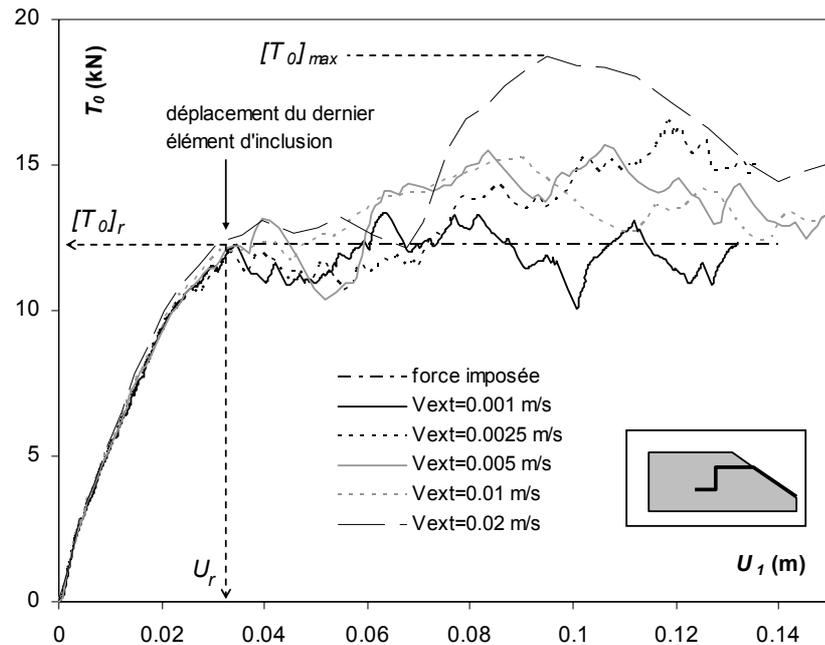
Pour  $U_I$  compris entre 0 m et 0,04 m, la valeur de la tension  $T_0$  en tête est peu dépendante de  $V_{ext}$ . Quand  $U_I > 0,04$  m en revanche, on note des différences importantes entre les courbes. Globalement, du fait de l'inertie, la tension est d'autant plus élevée que la vitesse est grande. Localement cependant, il peut y avoir croisement de deux courbes (la courbe  $V_{ext}=0,005$  passant par exemple temporairement sous la courbe  $V_{ext}=0,001$ ). Ceci montre clairement que, lorsque  $U_I > 0,04$  m, le processus n'est pas quasi-statique. Par ailleurs, les résultats obtenus dans cette phase du calcul sont peu représentatifs, vu l'extrême sensibilité vis-à-vis de  $V_{ext}$ .

---

### 5.2.3 Définition de la tension de rupture $T_r$

L'un des objectifs de la modélisation est de fournir un estimateur de la capacité d'ancrage  $T_{max}$  des ancrages réels. On montre ici que l'estimateur intuitif  $[T_0]_{max}$  (maximum atteint par  $T_0$  en cours de simulation) est mal adapté et on propose un meilleur estimateur.

On a reporté sur la figure 5.5 la valeur  $U_r$  du déplacement correspondant à l'instant où le dernier élément de l'inclusion commence à se déplacer.  $U_r$  est très peu dépendant de  $V_{ext}$  et permet de définir dans chaque simulation la tension  $[T_0]_r$ , dite « de rupture ». Le couple  $(U_r, [T_0]_r)$  correspond généralement à un maximum local de la courbe effort-déplacement, mais pas nécessairement au maximum absolu. Ceci est illustré sur la figure 5.5.



**fig. 5.5.** Résultats de simulations réalisées à force ou à vitesse imposée, avec différentes valeurs de  $V_{ext}$ .

Nous considérons que  $[T_0]_r$  est un meilleur estimateur que  $[T_0]_{max}$  pour la capacité d'ancrage. Cette conclusion est basée sur les éléments suivants :

- Dans la réalité, les valeurs  $T_{max}$ ,  $[T_0]_{max}$  et  $[T_0]_r$  coïncident :  $T_{max}=[T_0]_{max}$  par définition, et on constate expérimentalement que  $T_{max} \cong [T_0]_r$  [Bri01] ;
- Dans la simulation, la coïncidence entre  $[T_0]_r$  et  $[T_0]_{max}$  ne peut être obtenue qu'avec une vitesse très faible, le temps de calcul devient alors prohibitif (environ 2 semaines avec processeur pentium III 1500 MHz pour  $V_{ext}=0.001$  m/s et 8000 éléments de sol). Pour limiter la durée de l'étude, les calculs ont été généralement effectués avec une vitesse telle que  $[T_0]_{max}$  n'est pas indépendant de  $V_{ext}$ , la valeur de  $[T_0]_r$  reste en revanche relativement stable ;
- De plus,  $[T_0]_{max}$  est, typiquement, une variable extrêmement sensible aux conditions initiales, car elle peut être obtenue dans la partie très "bruitée" des courbes. Sa valeur est donc peu représentative ;
- Enfin, la simulation effectuée à force imposée aboutit à un effort maximum très proche de  $[T_0]_r$ .

Après ces constats, on admet dans la suite que  $[T_0]_r$  donne une bonne approximation de la limite de  $[T_0]_{max}$  quand  $V_{ext}$  tend vers 0 (i.e. de la tension mobilisable dans le cas quasi-statique). Dans la suite,  $[T_0]_r$  sera noté plus simplement  $T_r$  et sera utilisé comme estimateur de la valeur réelle de  $T_{max}$ .

Sauf indication contraire, tous nos calculs seront réalisés avec  $V_{ext}$  compris entre 0,0025 m/s et 0,005 m/s. On pourra considérer que les courbes effort-déplacement obtenues dans cette gamme de vitesse traduisent le comportement intrinsèque de l'ancrage tant que  $0 < U_1 < U_r$ , c'est-à-dire tant que le géosynthétique n'est pas complètement mobilisé. En revanche, dès que l'extrémité de l'ancrage

commence à se déplacer ( $U_l > U_r$ ), les courbes sont influencées par des aspects dynamiques du système et sont peu reproductibles. Cela ne constitue pas un problème majeur puisque le résultat le plus important est la valeur de  $T_r$  ( $U_l = U_r$ ).

### 5.3. Calage du modèle par analogie macroscopique

#### 5.3.1 Généralités

On se propose de simuler les essais d'ancrage en vraie grandeur réalisés en collaboration avec Briançon. Le problème est étudié en deux dimensions dans l'hypothèse de déformations planes. Les géométries des ancrages étudiés sont représentées sur la figure 5.6. Deux séries d'essais seront confrontées avec la modélisation :

- La première série d'essais (Sable et géotextile GTX<sub>1</sub>), visant à déterminer l'influence de l'inclinaison  $\beta$  de l'effort d'extraction, a été réalisée sur des ancrages par recouvrement simple pour différentes valeurs de  $\beta$  (0, 7, 15, 20, 27 et 30 degrés), pour une hauteur de sol  $H=0,25$  m et pour une longueur de nappe  $L=1,5$  m.
- La seconde série d'essais (sable, limon sableux et géotextile GTX<sub>2</sub>), consacrée à l'étude des mécanismes d'ancrage, regroupe des essais de recouvrement simple (S1, S'1, T1 et T'1), des essais de fichage vertical (S2 et T2), et des essais d'ancrage en L (S3 et T3). Les dimensions de ces ancrages sont données dans le Tableau 5-1.

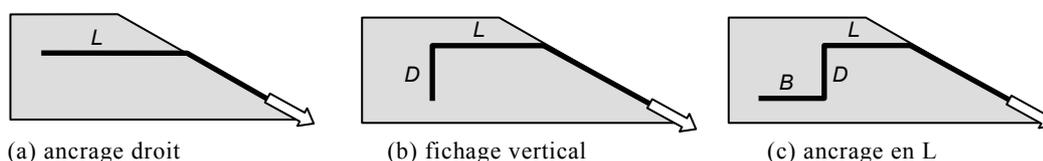


fig. 5.6. Géométries des essais réalisés.

Essai	Type de sol	$\beta$ (°)	$H$ (m)	$L$ (m)	$D$ (m)	$B$ (m)
T1		0	0,3	1,1	0	0
T'1	Limon 1	20	0,3	1,1	0	0
T2		20	0,3	1,1	0,5	0
T3	Limon 2	20	0,3	1,1	0,5	0,5
S1		0	0,3	1,1	0	0
S'1	Sable	20	0,3	1,1	0	0
S2		20	0,3	1,1	0,5	0
S3		20	0,3	1,1	0,5	0,5

Tableau 5-1. Caractéristiques des essais réalisés.

	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma_d$ (kN/m <sup>3</sup> )	$w$ (%)	$\gamma_{OPN}$ (kN/m <sup>3</sup> )	$w_{OPN}$ (%)	$c'$ (kPa)	$\varphi'$ (°)	$c_{CD}$ (kPa)	$\varphi_{CD}$ (°)
sable	16,7±0,2	16,2±0,2	3±1	16,8	11,5	0	41	-	-
limon 1	19,8±0,5	16,0±0,5	23,5±1	17,5	16	5	35	13	34
limon 2	19,4±0,3	16,2±0,3	19,5±1,5	17,5	16	-	-	13	34

Tableau 5-2. Propriétés des sols.

### 5.3.2 Caractéristiques macroscopiques de référence

#### 5.3.2.1 Les Géosynthétiques

Les géosynthétiques GTX<sub>1</sub> et GTX<sub>2</sub> utilisés ont les propriétés suivantes (échantillons de 1 m de largeur) :

- GTX<sub>1</sub> est un géotextile non tissé aiguilleté (Bidim P50) dont le module de raideur en traction  $J$  est égal à 80 kN/m (à 5 % de déformation), et dont la tension de rupture  $T_r$  est égale à 30 kN/m (à 85 % de déformation);
- GTX<sub>2</sub> est un géotextile non tissé aiguilleté renforcé dans une direction (Bidim Rock 75) dont le module de raideur en traction  $J$  est égal à 720 kN/m dans la direction du renfort (à 2 % de déformation), et dont la tension de rupture  $T_r$  est égale 95 kN/m (à 12 % de déformation).

#### 5.3.2.2 Les Sols

A des fins comparatives, chaque géométrie a été testée avec deux sols différents, un sable et un limon sableux. Leurs propriétés sont données dans le Tableau 5-2.

- Le sable est un sable fin roulé de granularité 0/2,5 mm. Son poids volumique sec en place  $\gamma_d$  est de  $16,2 \pm 0,2$  kN/m<sup>3</sup>. Ses caractéristiques mécaniques, obtenues à partir d'essais triaxiaux, sont : un angle de frottement interne  $\varphi$  de 41 degrés et une cohésion  $c$  nulle.
- Le limon sableux est un sol fin (70 % de ces éléments sont inférieurs à 80  $\mu$ m). Ce matériau a été utilisé dans deux états hydriques différents, correspondant aux références limon 1 et limon 2 du Tableau 5-2. Les caractéristiques mécaniques consolidées non drainées ont été considérées les plus représentatives du comportement du sol dans les essais. En effet, le temps de construction du massif est relativement long (un à quelques jours) tandis que l'extraction est réalisée en quelques minutes. On prend donc comme référence un angle de frottement interne  $\varphi = \varphi_{CU} = 34$  degrés et une cohésion  $c = c_{CU} = 13$  kPa. Seul la densité en place diffère entre les limons 1 et 2.

#### 5.3.2.3 Propriétés d'interface

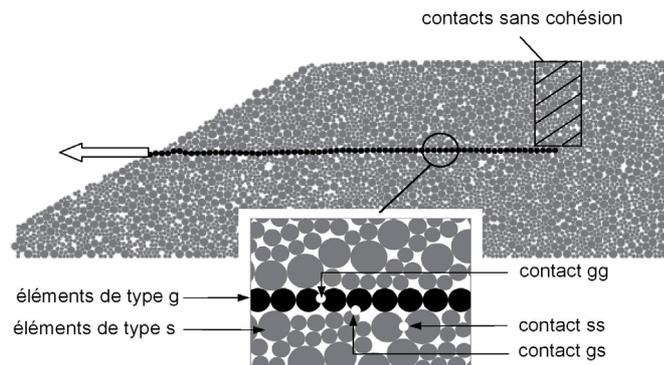
Les caractéristiques d'interface sol/géosynthétique sont les mêmes pour les deux géotextiles utilisés (GTX<sub>1</sub> et GTX<sub>2</sub>). Elles ont été déterminées au plan incliné et à la boîte de cisaillement en respectant la norme française (Standard NF P 84-522) et les projets de norme européenne (Standard prEN ISO 12957-1 et Standard prEN ISO 12957-2). Que ce soit avec le sable ou avec le limon, la résistance de l'interface est caractérisée par un angle de frottement égal à  $\delta = 34^\circ$  et une adhésion<sup>1</sup> nulle.

<sup>1</sup> L'adhésion est l'équivalent, pour un comportement d'interface, de la cohésion pour un sol.

### 5.3.3 Définition des paramètres de simulation

On effectue le calage du modèle suivant le principe d'analogie macroscopique. Pour le sol, on utilise les lois d'échelles et les calibrations micro-macro présentées au chapitre 3. Pour les inclusions de type DEM, on simule un cas simple d'ancrage droit pour caler les propriétés d'interface.

On utilise les mêmes notations qu'au chapitre précédent. Quel que soit le modèle d'inclusion, l'exposant "s" (resp. "g") désigne les paramètres relatifs aux éléments représentant le sol (resp. le géosynthétique). Les variables des contacts seront caractérisées par un double exposant (exemple :  $\mu^{gs}$  désigne l'angle de frottement des contacts sol-géosynthétique).



**fig. 5.7.** Etat initial pour la simulation de l'ancrage par recouvrement simple : principe de la notation.

#### 5.3.3.1 Paramètres du sol

##### Granulométrie

Le sol est simulé par un assemblage défini, avec les notations du chapitre 3, par une forme de particules  $\mathcal{M}=\mathcal{M}_2$  et une distribution granulométrique  $\mathcal{G}=\mathcal{G}_1$  (fig. 5.8).

##### Porosité

La porosité est fixée à  $n=0,19$  dans toutes simulations. C'est une valeur élevée pour un assemblage de rouleaux. De cette façon, on évite que la rupture des assemblages soit trop fragile. On évite également le comportement fortement dilatant résultant des états initiaux denses. A priori, cela réduit l'erreur liée aux effets d'échelle sur les variations de volume.

##### Poids volumique

On attribue le même poids volumique à tous les rouleaux du sol. On prend en compte la porosité, fixée à 0,19, de façon à obtenir un assemblage de poids volumique global égal à 16,7 kN/m<sup>3</sup> (sable), 19,8 kN/m<sup>3</sup> (limon 1), ou 19,4 kN/m<sup>3</sup> (limon 2).

Raideur des contacts

Le module de Young  $E_y$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  n'ont pas été mesurés pour les sols d'essai. Par défaut, les  $k_n^{ss}$  et  $k_s^{ss}$  sont choisis de façon à obtenir des propriétés élastiques typiques du type de sol simulé (d'après [Cos75]). On s'attache cependant, tout en restant dans la gamme des valeurs réalistes, à ce que les raideurs soient relativement faibles. Cette précaution permet d'optimiser les temps de calcul. Les valeurs retenues sont données dans le Tableau 5-3, avec les valeurs de  $E_y$  et  $\nu$  qui leur correspondent.

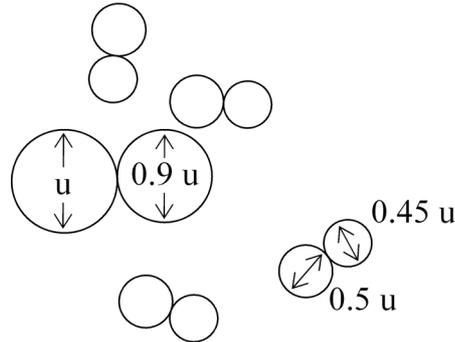


fig. 5.8. Forme et répartition des différentes particules du sol.

Paramètre	$k_n^{ss}$	$k_s^{ss}$	$E_y$	$\nu$
	kPa	kPa	kPa	(-)
Modèle sable	$2,5 \times 10^4$	$1,25 \times 10^4$	$2,6 \times 10^4$	0.33
Modèle limon	$1,5 \times 10^4$	$0,75 \times 10^4$	$7,9 \times 10^3$	0.32

Tableau 5-3. Raideur des contacts pour chaque modèle de sol et paramètres élastiques macroscopiques résultants (d'après les simulations biaxiales).

Paramètre	$\mu^{ss}$	$C_s^{ss}$	$C_n^{ss}$
	°	kPa	kPa
modèle de sable	38.7	0	0
modèle de limon	32.6	96	192

Tableau 5-4. Résistance des contacts pour chaque sol modélisé.

Résistance des contacts

Pour la modélisation du limon, on fixe le rapport entre l'adhésion normale et l'adhésion tangentielle à  $C_n^{ss}/C_s^{ss} = 2$ , et on autorise le recollement des contacts (pour un comportement de type ductile). Sur cette base, les simulations biaxiales

ont montré que la cohésion macroscopique  $c$  était proche de  $0,12 \times C_s^{ss}$ . La valeur de  $C_s^{ss}$  est choisie en vertu de cette proportionnalité, de façon à obtenir  $c = 13$  kPa.

Pour les deux sols, la valeur du frottement intergranulaire  $\mu^{ss}$  est ajustée par approximations successives, jusqu'à ce que le frottement global obtenu dans les simulations biaxiales corresponde au frottement réel des sols.

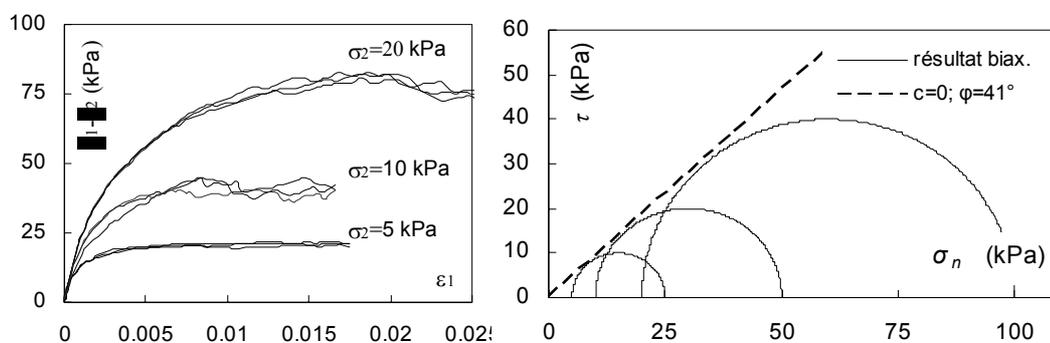
On résume dans le Tableau 5-4 les paramètres retenus pour simuler le sable d'une part, et le limon d'autre part. Les résultats obtenus en simulant la compression biaxiale avec ces paramètres sont reproduits sur les figures 5.9 et 5.10.

#### Discussion du choix des paramètres

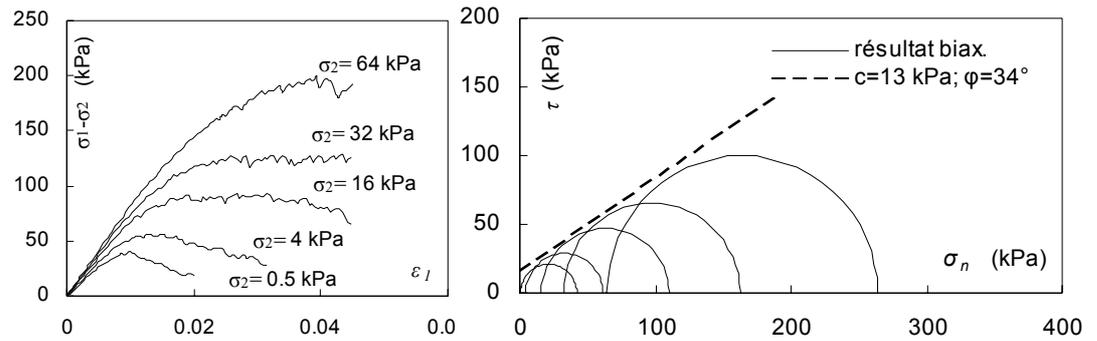
Les équivalences micro-macro entre jeux de paramètres ont été établies par simulation biaxiale. Elles sont indépendantes de la taille (et donc du nombre) des éléments du modèle, et sont donc extrapolables au comportement du modèle d'ancrage. Bien que la taille des éléments soit différente, les propriétés macroscopiques d'élasticité et de résistance des assemblages ne sont pas modifiées.

Cependant, cela n'implique pas a priori que les résultats des simulations d'ancrages sont indépendants de la taille des rouleaux. En effet, dès lors que des bandes de cisaillement existent dans le sol simulé, leur épaisseur est en partie dépendante de la taille des éléments (on admet fréquemment que l'épaisseur d'une bande de cisaillement est de l'ordre du décuple de la taille des grains). En pratique, un modèle DEM d'ouvrage en terre dans lequel la taille des éléments est plus de 100 fois supérieure à celle des grains réels conduira en général à une surestimation globale des variations de volume. Ici, les assemblages ont une porosité initiale élevée, ce qui limite la dilatance et minimise cette erreur sur les variations de volume.

Nous avons supposé que le critère de rupture du sol dépendait uniquement des contraintes principales mineures et majeures (critère de Mohr-Coulomb), le rôle de la contrainte  $\sigma_3$  est négligé. Dans l'absolu, il aurait été plus judicieux de caler le frottement macroscopique du sol simulé en prenant comme hypothèse un critère de rupture dépendant de  $\sigma_3$  (ex. [Lad75]) en conditions de déformations planes. Cela aurait conduit à majorer de quelques degrés l'angle de frottement mesuré par les essais triaxiaux. On peut néanmoins considérer que le biais induit est relativement faible par rapport au niveau de précision que l'on attend des simulations.



**fig. 5.9.** Modélisation du sable : courbes contrainte-déformation (3 échantillons de 4000 grains) et comparaison avec le critère de rupture visé.



**fig. 5.10.** Modélisation du limon : courbes contrainte-déformation (1 échantillon de 8000 grains) et comparaison avec le critère de rupture visé.

### 5.3.3.2 Paramètres de l'inclusion et de l'interface

#### 5.3.3.2.1 Modèle D.S.E.M.

Dans les simulations couplées DEM/DSEM, l'inclusion est représentée par des éléments barres d'épaisseur 0,5 mm. Leur longueur, variable d'un segment à l'autre, est comprise entre 8 mm et 13 mm. Le rayon de courbure initial est égal à 0,1 m pour les coudes de l'ancrage et 0,3 m pour le raccordement à la pente.

Le calage des paramètres du géosynthétique ne pose pas de problèmes particuliers avec le modèle DSEM. On définit d'une part la raideur en traction par  $J = 80 \text{ kN.m}^{-1}$  (GTX1) ou  $J = 720 \text{ kN.m}^{-1}$  (GTX2). D'autre part, l'angle de frottement d'interface étant le même à l'échelle des contacts et à l'échelle macroscopique (voir Chap. 4),  $\mu^{ss}$  est pris égal à l'angle de frottement  $\delta$  mesuré expérimentalement (soit 34 degrés).

#### 5.3.3.2.2 Modèle D.E.M.

##### Discrétisation

Si l'inclusion est représentée par une chaîne de rouleaux, le calage du comportement d'interface n'est valable qu'à rugosité relative constante. Dans notre cas, le diamètre  $d^g$  des rouleaux de la nappe est choisi en fonction de celui des plus petits éléments du sol, noté  $d^s$ . Les rugosités sont les suivantes :

- $d^g / d^s = 1,4$  pour le sable ;
- $d^g / d^s = 0,35$  pour le limon.

Une rugosité plus faible a été choisie pour les simulations impliquant le limon, pour atténuer les mécanismes périodiques à l'interface<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> mécanismes mis en évidence et analysés au chapitre 4

### Raideur du géosynthétique

Comme indiqué au chapitre 4, la raideur normale  $k_n^{gs}$  des contacts entre éléments est reliée à la raideur  $J$  de l'inclusion. On détermine pour chaque ancrage la valeur de  $k_n^{gs}$  correspondant au géotextile à simuler, à partir de la relation

$$J = k_n^{gs} \times d^g \quad (5.1)$$

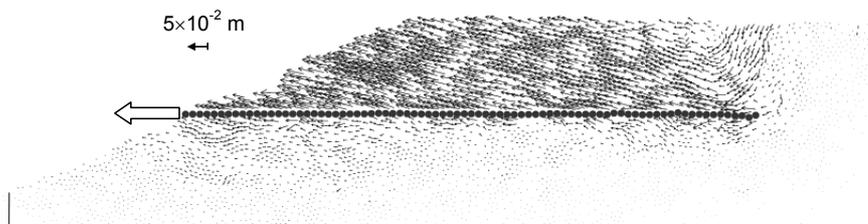
La raideur tangentielle  $k_s^{gs}$  est prise égale à  $k_n^{gs}$ .

### Frottement d'interface

Le calage du frottement à l'interface est plus complexe que dans le cas précédent. Des simulations d'ancrage droit sollicité horizontalement ont servi de base à ce calage, avec une configuration semblable à celle de la figure 5.7. Dans ces simulations, le frottement se produit seulement le long de l'interface inférieure; le sol de recouvrement se déplace avec l'inclusion sans opposer de résistance (fig. 5.11), et applique donc uniquement une charge verticale  $W$ . Dans le cas du sol cohérent, on définit une zone sans cohésion (fig. 5.7) pour assurer la mobilité de la surcharge.

On compare les résultats au critère de rupture à obtenir en calculant le rapport  $T_{max}/W$ ,  $T_{max}$  étant le maximum de l'effort de traction  $T_0$  en tête. En faisant varier la masse volumique des rouleaux placés au dessus de l'inclusion, on peut modifier la valeur  $W$ , et ainsi vérifier que le comportement correspond à un frottement de type Coulomb.

Bien que le frottement visé soit le même avec les deux sols ( $\delta=34^\circ$ ), on effectue deux calages distincts pour le sable et le limon car les rugosités relatives sont différentes. Plusieurs simulations sont effectuées dans chacun des cas, le frottement  $\mu^{gs}$  étant corrigé après chaque évaluation en fonction du frottement global obtenu. Finalement, les valeurs retenues pour  $\mu^{gs}$  sont 38,6 degrés avec le sable, et 28,8 degrés avec le limon. On présente les résultats obtenus après calage sur la figure 5.12, qui montre pour chaque modèle de sol l'évolution de  $T$  en fonction du déplacement  $U_0$  en tête. Les couples de valeurs  $(W, T_{max})$  sont comparés au critère de rupture visé sur la figure 5.13.



**fig. 5.11.** Déplacement des éléments au cours d'une extraction horizontale simulée avec le sable.

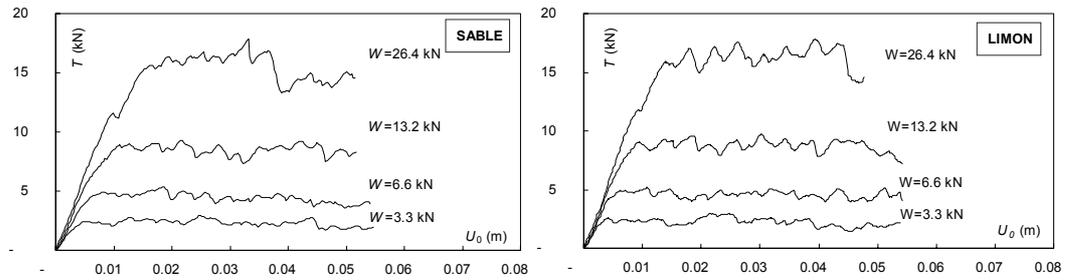


fig. 5.12. Courbes effort-déplacement obtenues après calage des paramètres de l'interface

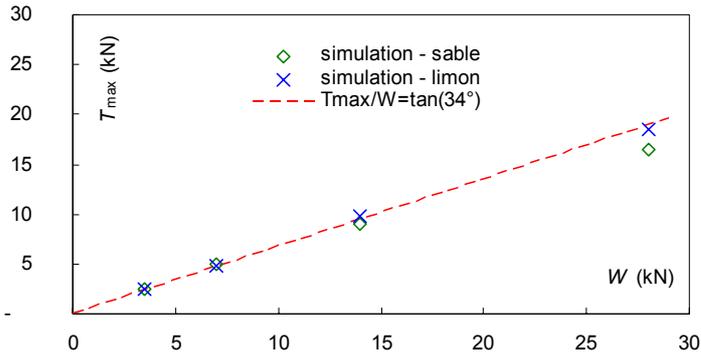


fig. 5.13. Comparaison des résultats avec le critère de rupture défini par  $\delta=34$  degrés.

#### Raideur d'interface

La raideur des contacts de l'interface est prise égale à celle des contacts entre grains ( $k_n^{gs} = k_n^{gg}$  et  $k_s^{gs} = k_s^{gg}$ ). L'étude paramétrique du chapitre suivant montrera, a posteriori, que l'influence de la raideur d'interface sur le comportement global est négligeable.

### 5.4. Résultats et comparaisons

Cette partie a pour but de valider la procédure de simulation et de calage des paramètres. Pour les simulations d'ancrages droits sollicités horizontalement, on dispose d'une solution théorique qui est comparée aux résultats obtenus. Pour les configurations plus complexes (les deux séries d'essais présentées dans la section 5.3.1), on compare les simulations aux résultats des essais en vraie grandeur.

#### 5.4.1 Ancrages droits

##### 5.4.1.1 Ancre droit sollicité horizontalement : comparaison modèle/théorie

L'extraction d'un ancrage droit tel que celui de la figure 5.14 a été simulée alternativement avec chaque modèle d'inclusion. Les propriétés de l'inclusion sont celles du GTX1, les propriétés du sol sont celles du sable (environ 4000 éléments pour le sol, 250 pour l'inclusion DEM, 80 pour l'inclusion DSEM).

L'analogie avec le problème continu schématisé sur la figure 5.14 permet de déterminer l'évolution théorique de la tension et du déplacement dans la nappe. On suppose que l'interface inférieure est à l'équilibre limite. La contrainte de cisaillement  $\tau(s)$  qui s'exerce en un point d'abscisse  $s$  à l'interface inférieure est déterminée par la hauteur de sol sus-jacent et par l'angle de frottement (Eq. 5.2). Connaissant  $\tau$  en tout point, on peut calculer la tension (Eq. 5.3) et le déplacement (Eq. 5.4) en un point quelconque de la nappe. Notons au passage qu'en prenant  $x=L$  dans l'équation 5.3 et en remplaçant  $\tau$  par son expression (Eq. 5.2), on obtient l'expression (5.5) de la tension mobilisable en tête,  $W$  étant le poids de la couche de recouvrement.

$$\tau(s) = \tau_{\max}(s) = \gamma \cdot z(s) \cdot \tan(\delta) \tag{5.2}$$

$$T(x) = \int_0^x \tau(s) \cdot ds \tag{5.3}$$

$$U(x) = \frac{1}{J} \int_0^x T(s) \cdot ds \tag{5.4}$$

$$T_{\max} = W \cdot \tan(\delta) \tag{5.5}$$

Les courbes théoriques et simulées avec  $\delta=34$  degrés sont très proches (fig. 5.15), et ce quel que soit le modèle d'inclusion. Les résultats des simulations correspondent donc – dans ce cas simple – à ce qui est attendu.

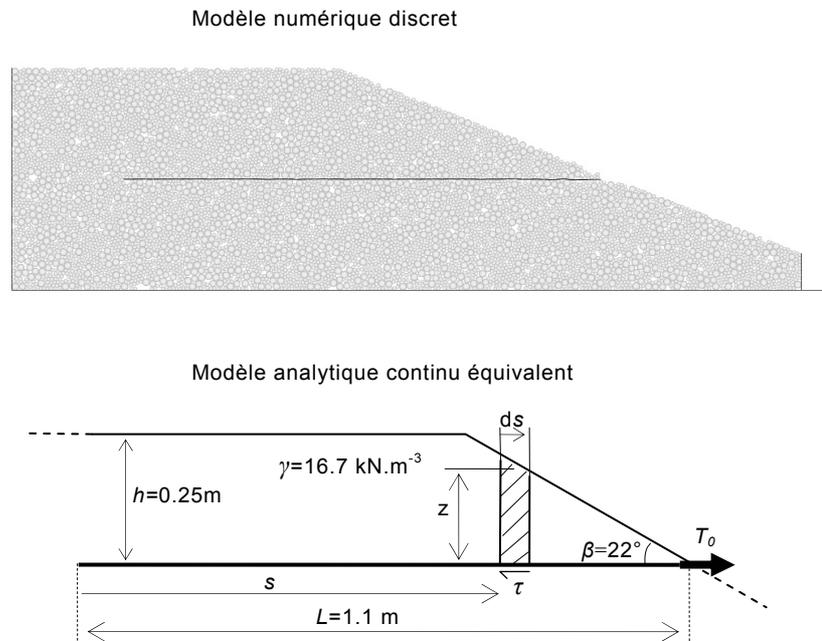
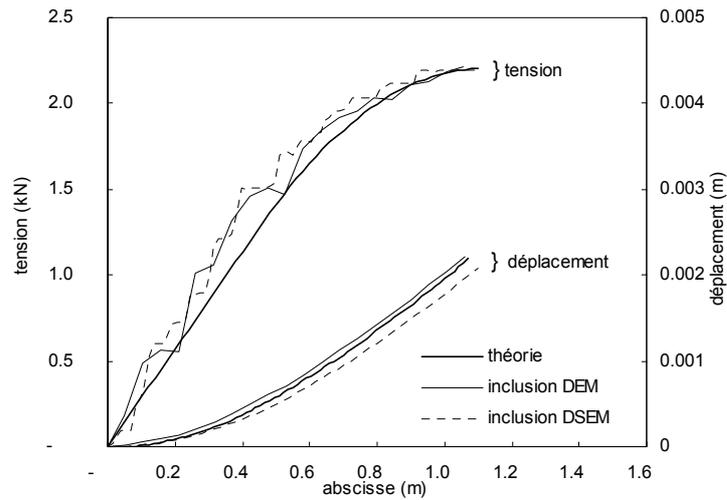


fig. 5.14. Caractéristiques du problème d'ancrage droit considéré.



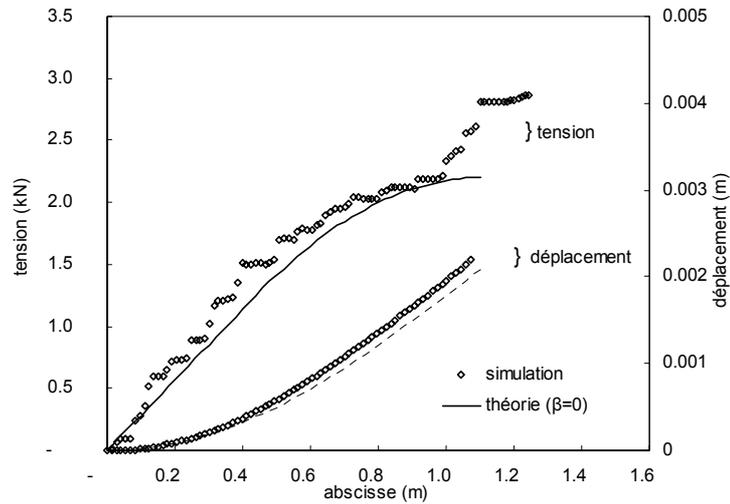
**fig. 5.15.** Tension et déplacement dans l'ancrage droit ( $U_0 \approx U_f$ ) : courbes théoriques et résultats de simulations (modèle de sable et géotextile GTX1).

#### 5.4.1.2 Ancrage droit sollicité parallèlement à la pente

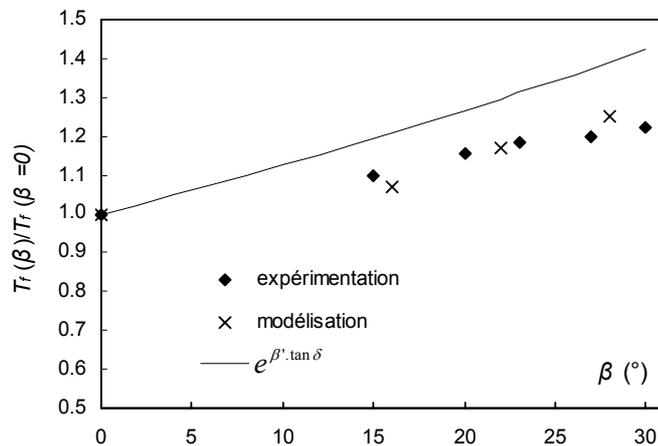
On analyse maintenant l'influence de l'angle  $\beta$  sur l'effort mobilisable lorsque l'extraction s'effectue parallèlement à la pente. Plusieurs massifs d'ancrage ont été modélisés avec différentes inclinaisons de pente  $\beta$ , pour une comparaison avec la première série d'essais en vraie grandeur. La pente du talus mise à part, les ancrages ont la même géométrie et les mêmes propriétés mécaniques que dans le paragraphe précédent (sable et GTX1).

La figure 5.16 présente le résultat typique d'une simulation où la sollicitation est parallèle à la pente (ici  $\beta=22^\circ$ ). Au voisinage du changement de direction, la distribution de tension fait apparaître une augmentation assez soudaine, qui traduit un supplément de résistance par rapport au cas  $\beta=0$ . L'effet de pente semble donc se concentrer au voisinage du coude, avec une distribution de tension identique au cas  $\beta=0$  dans le reste de l'inclusion. Ce résultat est en contradiction avec la distribution de contrainte proposée par Koerner pour représenter l'effet de pente (chap. 2 – d'après Koerner la contrainte normale est modifiée sur toute la longueur de l'ancrage).

Pour chaque valeur de  $\beta$ , on calcule le rapport entre  $T_r(\beta)$  et  $T_r(\beta=0)$  –  $T_r(\beta=0)$  étant donné par l'expression ( 5.5 ). Ce rapport traduit l'augmentation de résistance due à l'effet de la pente. Les résultats numériques et expérimentaux sont confrontés sur la figure 5.17. Les valeurs sont proches, ce qui montre que le modèle permet d'appréhender l'effet de la pente. On donne aussi, à titre indicatif, la courbe  $y = e^{\beta' \cdot \tan \delta}$  ( $\beta'$  étant la valeur en radians de  $\beta$ ), qui correspond à l'hypothèse d'un frottement de type fil/poulie (chap. 2). Cette hypothèse est invalidée par l'écart croissant que l'on constate entre les résultats expérimentaux et la courbe théorique.



**fig. 5.16.** Tension et déplacement dans l'ancrage droit ( $U_0 \approx U_r$ ) : résultat de la simulation DEM-DSEM pour  $\beta=22$  degrés, et courbe théorique correspondant au cas  $\beta=0$ .



**fig. 5.17.** Augmentation de la tension mobilisable en tête en fonction de la pente du talus.

## 5.4.2 Ancrages courbes

### 5.4.2.1 Généralités

On présente ici les résultats des simulations correspondant à la deuxième série d'essais : ancrage du géotextile GTX2 par fichage vertical et par ancrage en L, dans le sable et dans le limon (essais notés S2, T2, S3 et T3 dans le Tableau 5-1). Les comparaisons avec les résultats expérimentaux portent sur les courbes effort/déplacement en tête, sur la mobilisation progressive de l'inclusion, et sur la cinématique de la rupture.

Certaines simulations ont été réalisées successivement avec les deux modèles d'inclusion, d'autres avec le modèle DSEM uniquement. Le sol est modélisé par approximativement 8000 éléments (16000 dans certains cas, signalés dans le texte).

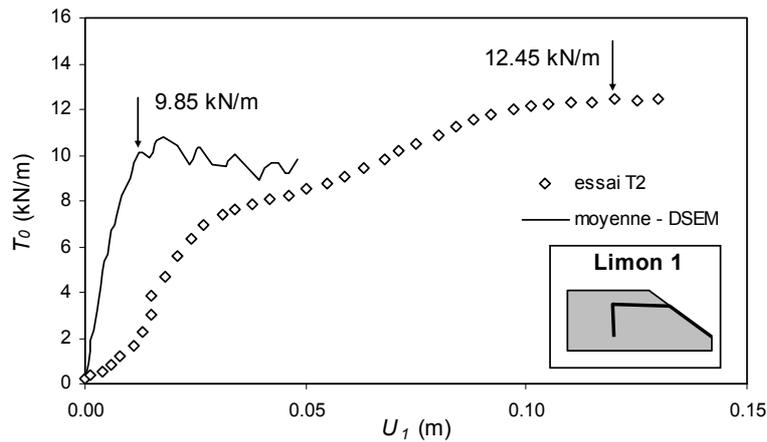


fig. 5.18. Courbes effort-déplacement pour l'ancrage par fichage vertical dans le limon 1 (essai T2).

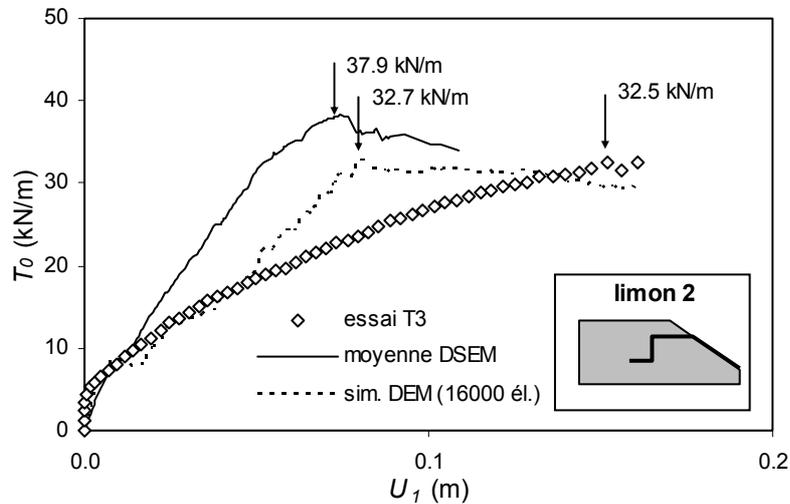


fig. 5.19. Courbes effort-déplacement pour l'ancrage en L dans le limon 2 (essai T3).

#### 5.4.2.2 Evolution de l'effort en tête

Plusieurs calculs successifs ont généralement été effectués pour chaque configuration. Cela permet de présenter dans la plupart des cas des courbes effort-déplacement moyennes<sup>1</sup> correspondant à 3 ou 4 simulations (les courbes non moyennées figurent dans l'annexe B). On détermine par ailleurs dans chaque simulation le déplacement et la tension à la rupture<sup>2</sup> ( $U_r$ ,  $T_r$ ). On calcule alors le couple ( $U_r$ ,  $T_r$ ) moyen, qui est ensuite reporté sur la courbe effort-déplacement moyenne.

##### 5.4.2.2.1 Limon

Les courbes effort-déplacement relatives aux ancrages dans le limon sont données sur les figures 5.18 et 5.19 et confrontées aux courbes simulées. Les tensions

<sup>1</sup> Courbe obtenue en calculant l'effort moyen en tête pour chaque valeur du déplacement.

<sup>2</sup> On rappelle que la tension de rupture ( $T_r$ ) est la valeur de la tension appliquée en tête au moment où le dernier élément de l'inclusion commence à être déplacé ( $U_I=U_r$ ). Les courbes effort-déplacement présentées sont représentatives tant que  $U_I \leq U_r$ , mais sont fortement "bruitées" ensuite (section 5.2.2.3).

obtenues à la rupture dans les simulations donnent de bonnes approximations des résistances mesurées, avec un écart maximum égal à 26% (fichage vertical).

La rupture est plus précoce dans les simulations. Il peut y avoir plusieurs raisons à cela ; notamment le festonnage<sup>1</sup> du géotextile dans l'ancrage expérimental et la différence de raideur entre le sol réel et simulé.

#### 5.4.2.2.2 Sable

Les courbes effort-déplacement relatives aux ancrages dans le sable sont données sur les figures 5.20 et 5.21. Les simulations donnent à nouveau de bonnes approximations des résistances expérimentales, avec des écarts inférieurs à 20%. Les essais ont mis en évidence une diminution de la tension mobilisable quand on remplace le limon par le sable. Si cette tendance est correctement simulée avec l'ancrage en L, elle est assez peu sensible pour le fichage vertical.

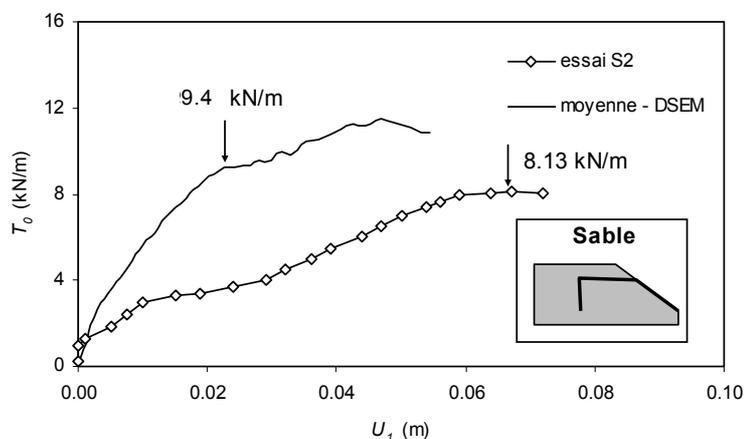


fig. 5.20. Courbes effort-déplacement pour l'ancrage par fichage vertical dans le sable (essai S2).

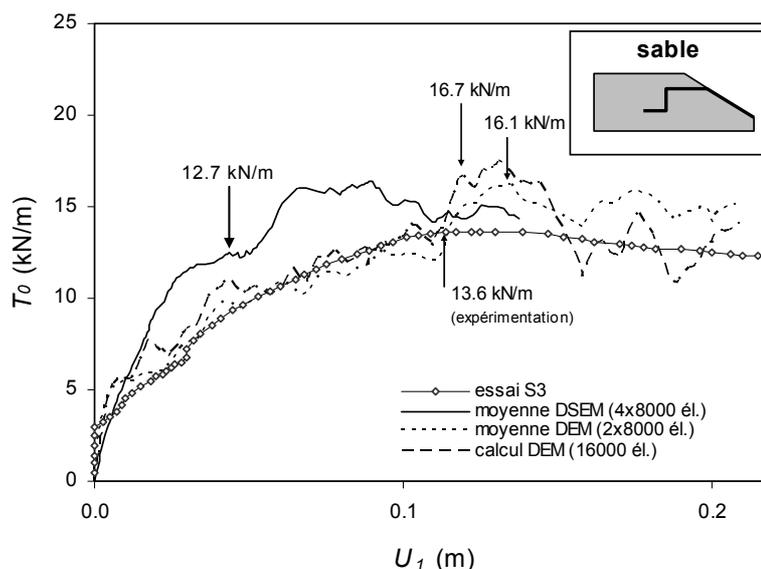


fig. 5.21. Courbes effort-déplacement pour l'ancrage en L dans le sable (essai S3).

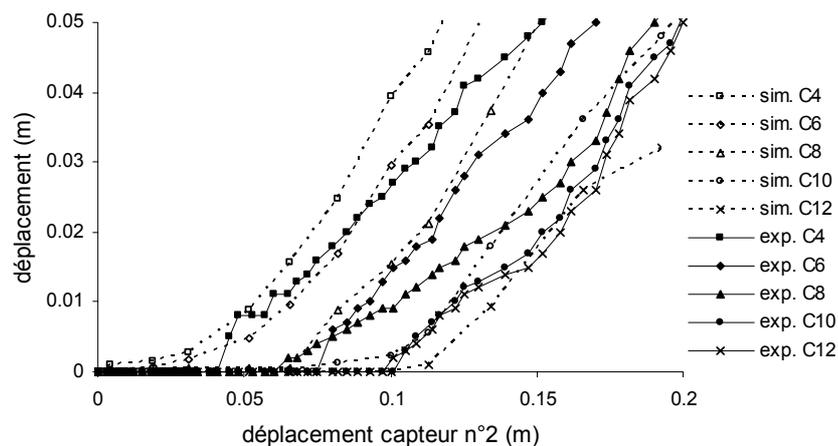
<sup>1</sup> Ondulations du géosynthétique créées par l'adaptation aux irrégularités de la surface support.

La figure 5.21 permet plusieurs autres comparaisons :

- La tension de rupture telle qu'elle a été définie est peu dépendante du nombre d'éléments utilisés pour modéliser le sol ;
- La tension de rupture obtenue avec le modèle DSEM est la plus proche de la valeur expérimentale. Mais quel que soit le modèle d'inclusion, l'ordre de grandeur du résultat est le même ;
- En revanche, le déplacement  $U_1$  à la rupture dépend du modèle d'inclusion (le modèle DEM donnant de ce point de vue les résultats les plus proches des données) alors que ce n'était pas le cas avec le limon. Ceci est vraisemblablement lié à la différence de géométrie initiale : avec l'inclusion DEM les coudes correspondent initialement à des angles droits, qui s'arrondissent au cours de l'extraction ; avec l'inclusion DSEM, les coudes ont dès le départ une forme arrondie (fig. 5.2). Ceci favorise une mobilisation plus rapide de l'effort maximum dans le deuxième cas. Pour cette raison, la comparaison des déplacements (paragraphe suivant) porte sur les résultats obtenus avec le modèle DEM.

#### 5.4.2.3 Mobilisation progressive de l'ancrage

Les mesures de déplacement par câbles ont mis en évidence une mobilisation très progressive de l'ancrage au cours des essais. On compare sur ce point les résultats relatifs à l'essai  $S_3$  et la simulation correspondante (avec inclusion DEM et 16000 éléments pour le sol). Les déplacements en différents points de l'inclusion sont représentés sur la figure 5.22, en fonction du déplacement ( $U_1$ ) du capteur C2.



**fig. 5.22.** Evolution du déplacement en différents points de la nappe dans l'ancrage en L avec le sable (essai  $S_3$ ), modèle d'inclusion DEM et 16000 éléments de sol.

Les déplacements mesurés suggèrent la chronologie suivante:

- Phase 1 ( $0\text{m} < U_I < 0,005\text{m}$ ) : mise en tension du premier segment horizontal ;
- Phase 2 ( $0,005\text{m} < U_I < 0,05\text{m}$ ) : Déformation progressive et formation d'un arrondi au premier coude, sans déplacement significatif de l'inclusion au niveau du segment vertical ;
- Phase 3 ( $0,05\text{m} < U_I < 0,11\text{m}$ ) : Déplacement du segment vertical. Déformation progressive en arrondi du second coude et mise en tension du dernier segment de nappe ;
- Phase 4 ( $0,11\text{m} < U_I$ ) : déplacement d'ensemble de l'inclusion une fois atteinte la tension de rupture.

Pour mettre en évidence ces quatre phases dans la simulation, on définit quatre états de référence notés A, B, C, et D (fig. 5.23a). On représente pour chaque état l'évolution du déplacement et de la tension dans l'inclusion (fig. 5.23b et 5.23c). Ces résultats montrent des phases similaires à celles qui viennent d'être décrites :

- Transition O-A : la partie supérieure de l'ancrage est mise en tension. Déplacements et tensions négligeables dans le deuxième segment ;
- Transition A-B : déformation du premier coude jusqu'à mise en tension du segment vertical. La déformation s'accompagne, contrairement à ce que montrait l'essai, d'un déplacement important du géotextile en haut du segment vertical (C4). En fait, le déplacement initial de C4 est horizontal. Or, le dispositif de mesure est surtout sensible aux déplacements dans l'axe du câble (donc verticaux dans le cas du capteur C4) tandis que le déplacement calculé dans la simulation est le déplacement total. Il est donc naturel que le déplacement de C4 - très précoce dans la simulation - survienne plus tardivement dans les mesures ;
- Transition B-C : déformation du deuxième coude et mise en tension du dernier segment. La mise en mouvement du capteur C10, placé juste après le coude, est en apparence plus précoce dans la simulation, probablement du fait d'un biais comparable à celui invoqué pour la phase 2 ;
- Transition C-D : extraction de la nappe. Pendant cette phase, le déplacement est quasiment constant sur toute la longueur de l'ancrage, comme l'indique la similitude entre les courbes de déplacement correspondant aux états C et D.

Notons dans ces résultats la forme particulière des courbes de déplacement, avec de forts gradients au voisinage des coudes (fig. 5.23b). Les forts gradients ne correspondent, cependant, à aucun maximum local dans l'effort de tension (voir fig. 5.23c), ni - donc - dans la déformation axiale. Cet aspect est caractéristique d'une déformation du sol telle que certains points de la nappe se déplacent perpendiculairement à sa direction, comme il apparaît sur la figure 5.24. Il y a une évolution de la géométrie même de l'ancrage, par déformation du sol avoisinant les coudes.

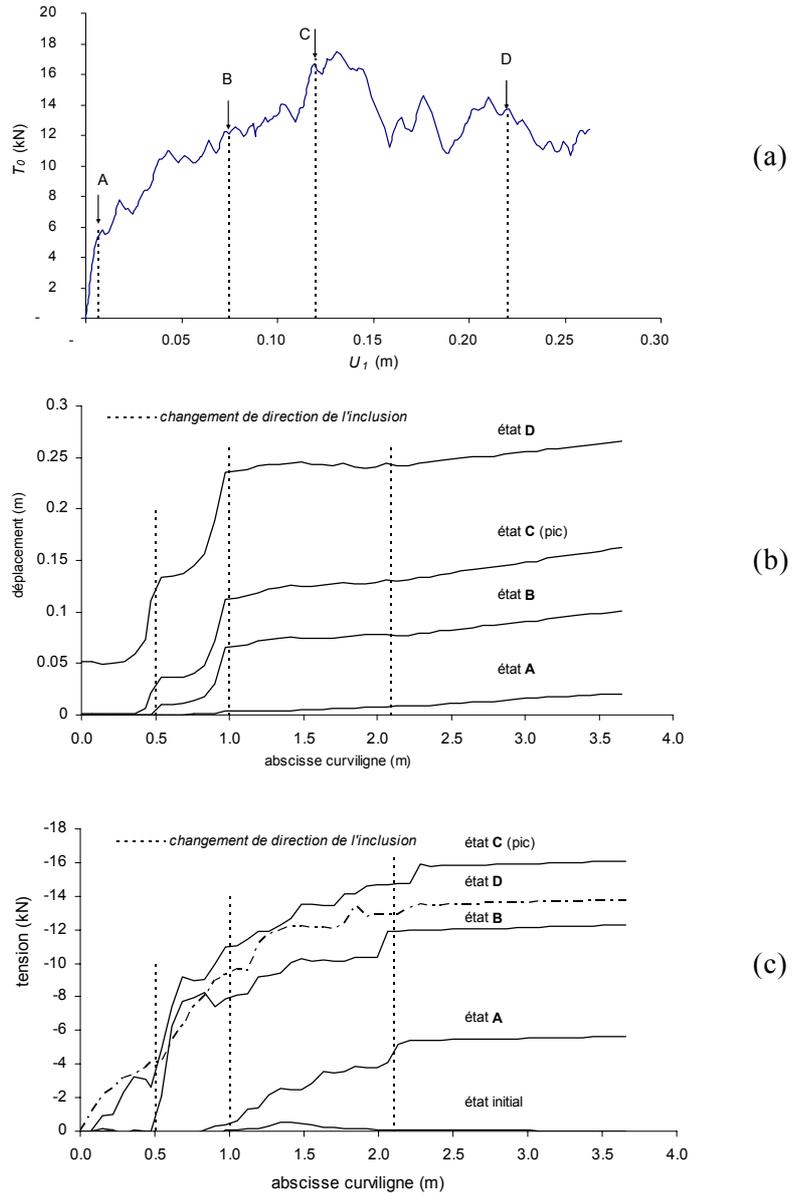


fig. 5.23 : (a) Etats de références, (b) déplacement et (c) tension dans l'inclusion

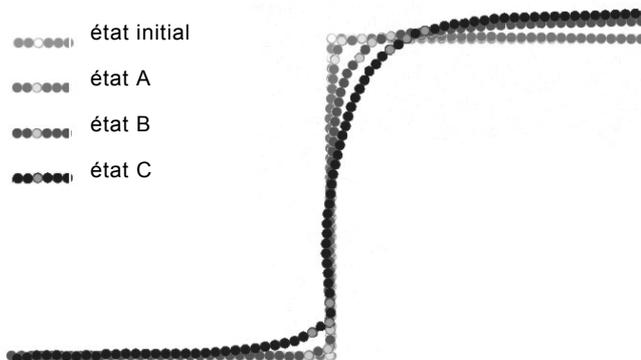


fig. 5.24. Géométrie de l'inclusion aux différentes étapes du calcul.

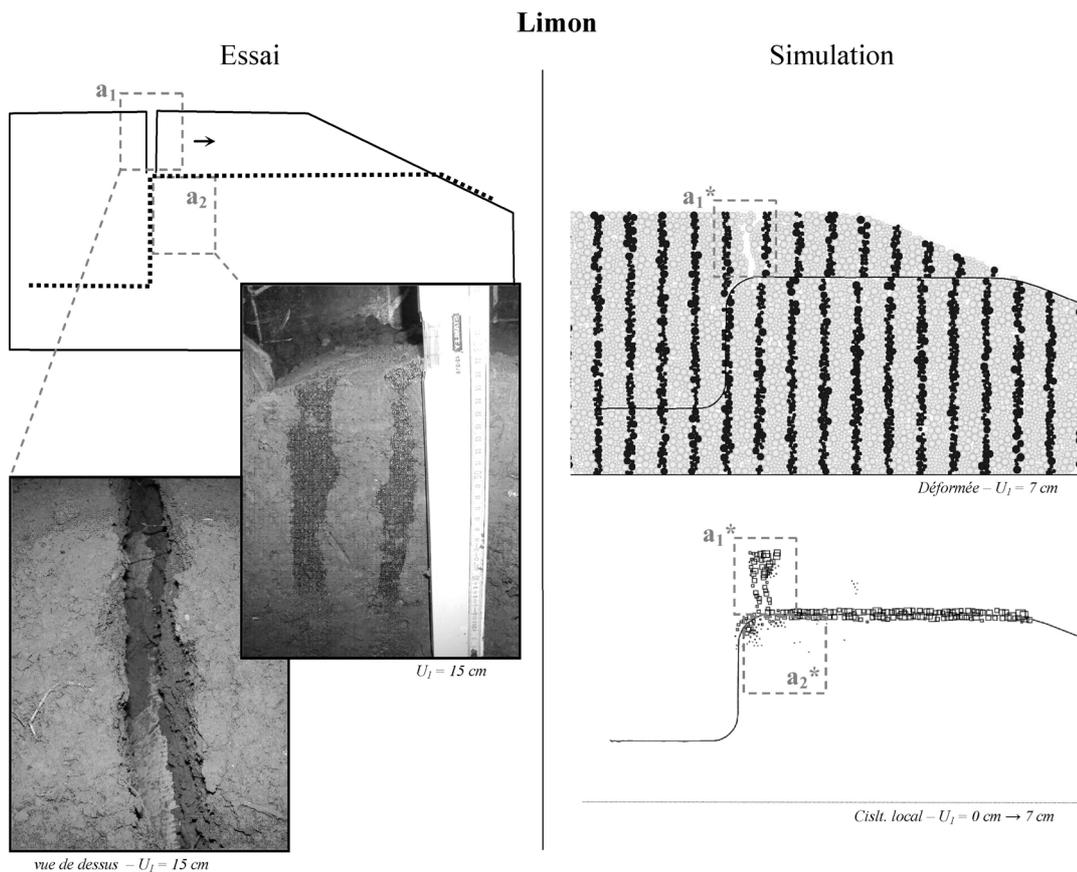
#### 5.4.2.4 Déformation du massif d'ancrage

On compare, à l'échelle du massif d'ancrage, les déformations expérimentales et simulées dans le cas de l'ancrage en L.

##### 5.4.2.4.1 Limon

Dans l'expérimentation avec le limon (fig. 5.25), le massif se déforme très peu, à l'exception d'une fracture ( $a_1$ ) qui s'ouvre et se développe à l'aplomb du segment vertical. La mise en tension de la nappe a tendance à arrondir les arrêtes des changements de direction mais ces déformations sont très limitées, comme l'attestent les colonnes de sol coloré mises en place avant l'essai ( $a_2$ ), dont la géométrie est très peu déformée.

Dans la simulation, on obtient également une fissure de traction en partie supérieure ( $a_1^*$ ). La carte des déformations locales met en évidence cette fissure d'une part, et le déplacement relatif entre le recouvrement et le sol sous-jacent d'autre part. Il n'y a aucune déformation comparable en intensité dans le reste du massif, conformément à ce qui apparaît dans la géométrie déformée.

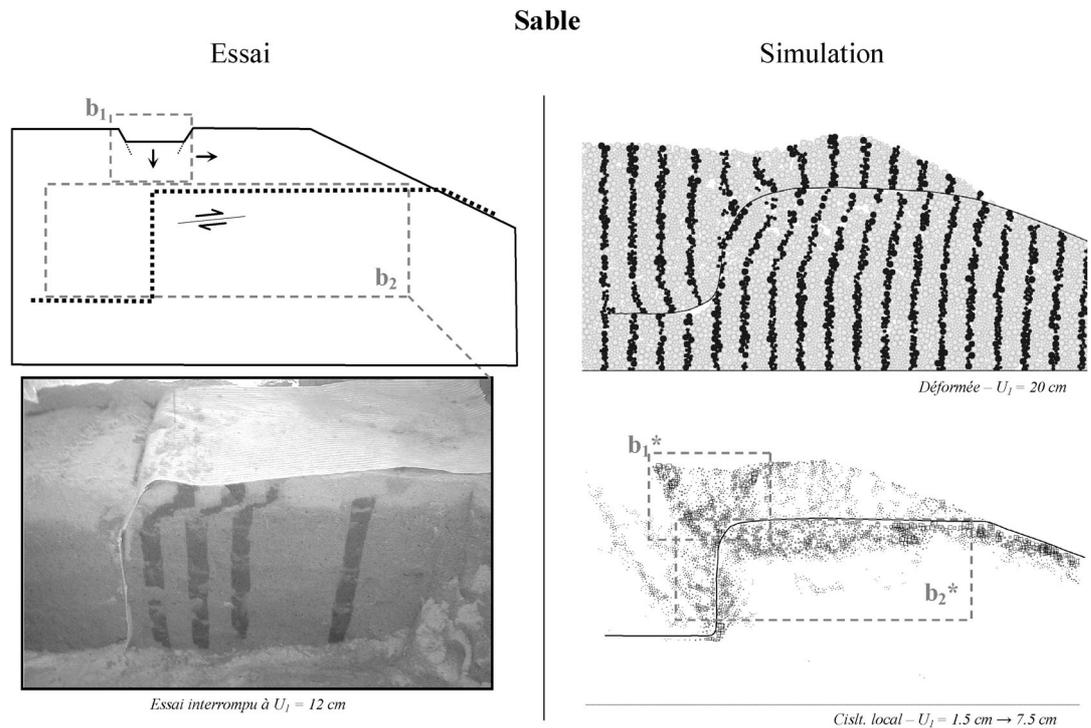


**fig. 5.25.** Cinématique de la rupture expérimentale et simulée avec le limon ;  $a_1/a_1^*$  : fracture ouverte ;  $a_2/a_2^*$  : pas de déformation des colonnes colorées.

5.4.2.4.2 Sable

Le sable exhibe un comportement assez différent (fig. 5.26). Dans les essais, on observe à la surface du massif deux plans de glissement tendant à former un dièdre, comme dans le schéma  $b_1$ . Mais surtout, l'intérieur du massif se déforme de manière importante pendant l'extraction, comme le montrent les colonnes colorées ( $b_2$ ), de façon à augmenter le rayon de courbure des changements de direction. Plusieurs bandes de cisaillement superposées, épaisses de quelques millimètres, se forment sous le premier segment de l'ancrage. Le déplacement de la partie supérieure des colonnes colorées est sensiblement équivalent à celui de l'inclusion.

Ces aspects expérimentaux apparaissent également dans les résultats numériques. Les indicateurs de cisaillement local font apparaître une forme triangulaire dans la zone  $b_1^*$ , correspondant à un affaissement du sol compris entre la partie arrière – fixe – et la partie avant – mobile. Sous le premier segment apparaît une zone de cisaillement ( $b_2^*$ ), en apparence assez continue. Le sol compris entre l'inclusion et cette zone de cisaillement subit un déplacement équivalent à celui de la nappe.



**fig. 5.26.** Cinématique de la rupture expérimentale et simulée avec le sable ;  $b_1/b_1^*$  : formation et affaissement d'un coin de sol ;  $b_2/ b_2^*$  : zone de cisaillement.

---

## 5.5. Conclusion

Ce chapitre a permis de vérifier la cohérence entre l'approche expérimentale en vraie grandeur et l'approche numérique par analogie macroscopique pour l'étude des problèmes d'ancrages. Nous avons détaillé la procédure qui permet de générer un modèle de massif d'ancrage et d'étudier son évolution lorsqu'il est soumis à un essai d'extraction. Les valeurs des paramètres du modèle ont été calées par rapport au comportement macroscopique des matériaux utilisés dans l'expérimentation, notamment un sable et un limon. Nous avons simulé de cette façon les essais d'extraction effectués avec différentes géométries d'ancrages. La comparaison essais-simulations a montré les aspects suivants :

- Les simulations permettent d'évaluer de manière assez satisfaisante la tension mobilisable dans les différents types d'ancrages testés. La précision des estimations obtenues par ce biais est supérieure à celle des formules de dimensionnement existantes.
- L'analyse des déplacements en différents points de la nappe fait apparaître une similarité essai-simulation dans la mobilisation progressive de l'inclusion.
- Les mécanismes conduisant à la rupture de l'ancrage n'ont pas fait l'objet d'une analyse globale et détaillée, cet aspect étant traité par ailleurs (chapitres 6 et 7). Cependant, d'un point de vue phénoménologique, on obtient des résultats similaires dans les essais et dans les simulations. Avec le sable, le massif d'ancrage se déforme de manière importante au cours de l'extraction, avec des zones de cisaillement localisées. Avec le limon au contraire, la déformation du massif est peu perceptible.

Ce qui précède valide la méthodologie proposée. On peut raisonnablement considérer que la modélisation peut être appliquée à des ancrages autres que ceux étudiés expérimentalement, ce qui laisse entrevoir deux possibilités.

D'une part, on peut évaluer directement par simulation la résistance d'un ancrage, avec une géométrie et des caractéristiques des matériaux données. En d'autres termes, on peut envisager une étude paramétrique basée sur des paramètres macroscopiques. Une telle étude, utilisant uniquement le modèle d'inclusion DSEM, sera présentée au chapitre 6.

D'autre part, en donnant accès aux mécanismes internes de déformation et de rupture ainsi qu'aux efforts agissant dans l'ancrage, la simulation permet une meilleure connaissance des phénomènes en jeu. Ceci permet d'envisager une analyse critique des hypothèses de dimensionnement actuelles (chapitre 6), la proposition d'hypothèses alternatives, et à terme, de nouvelles formulations analytiques pour le dimensionnement (chapitre 7).

# Chapitre 6

## Etude paramétrique

<b>6.1.</b>	<b>Introduction</b>
<b>6.2.</b>	<b>Présentation générale de l'étude</b>
6.2.1	Géométries d'ancrage
6.2.2	Caractéristiques des matériaux
6.2.3	Résultats et interprétation
<b>6.3.</b>	<b>Influence des différents paramètres sur la capacité d'ancrage</b>
6.3.1	Paramètres de raideur
6.3.2	Géométries d'ancrage
6.3.3	Angle de frottement et cohésion du sol
6.3.4	Angle de frottement $\delta$ à l'interface
<b>6.4.</b>	<b>Cinématique de la rupture</b>
6.4.1	Evolution du sol de recouvrement
6.4.2	Déformations limitées au voisinage des coudes
6.4.3	Déformation globale du massif d'ancrage
6.4.4	Grand glissement
<b>6.5.</b>	<b>Comparaison des résultats avec les méthodes de dimensionnement</b>
6.5.1	Comparaison des valeurs de $T_r$
6.5.2	Discussion des hypothèses en contraintes à l'interface sol-inclusion
<b>6.6.</b>	<b>Conclusion</b>

---

### 6.1. Introduction

Une méthode a été proposée au chapitre précédent pour la modélisation des ancrages par couplage DEM-DSEM. Elle a permis de simuler de façon satisfaisante le comportement des ancrages expérimentaux réalisés avec un sable et un limon. Bien que ceci ait mis en évidence des aspects importants des mécanismes de rupture, le rôle de certains paramètres – comme l'angle de frottement du sol ou de l'interface – reste à explorer, de même que le comportement des tranchées en V.

Une étude paramétrique a été réalisée pour obtenir plus d'informations, ce chapitre propose une synthèse des résultats obtenus.

Après une présentation générale de l'étude, on analysera l'influence de la géométrie et des caractéristiques mécaniques des matériaux en terme de capacité d'ancrage (section 6.3). On analyse ensuite les mécanismes de déformation et de rupture obtenus dans le sol (section 6.4). La comparaison entre les résistances simulées et celles prévues par les méthodes de dimensionnement (section 6.5) confirmera que ces dernières ne sont pas satisfaisantes et conduira à revoir leurs hypothèses. On donnera dans ce chapitre, pour chaque calcul effectué, les paramètres macroscopiques représentatifs du comportement simulé. Cela permettra de discuter les résultats en fonction de grandeurs avec lesquelles les mécaniciens des sols sont familiers.

## 6.2. Présentation générale de l'étude

Dans cette étude l'inclusion est modélisée avec le modèle DSEM, qui permet un meilleur contrôle du comportement d'interface que le modèle DEM. Le sol est représenté par environ 8000 éléments. On présente ici les différentes formes d'ancrage et les différents matériaux simulés, ainsi que la méthode d'interprétation des résultats.

### 6.2.1 Géométries d'ancrage

Les géométries d'ancrage considérées sont présentées sur la figure 6.1. Leurs dimensions sont inspirées de celles des ouvrages courants. A une forme de tranchée donnée (ex. tranchée U1), correspondent plusieurs formes d'ancrage<sup>1</sup> (ex. fichage vertical, en L, en U). On adopte la convention suivante pour la notation des différents ancrages :

- les tranchées rectangulaires sont notées U1, U2, U3 ; les tranchées en V, V1 et V2 ;
- la forme de l'ancrage est caractérisée par une fraction représentant le périmètre de tranchée couvert par l'ancrage. (ex. U1(2/3) est un ancrage en L dont les dimensions correspondent à celles de la tranchée U1).

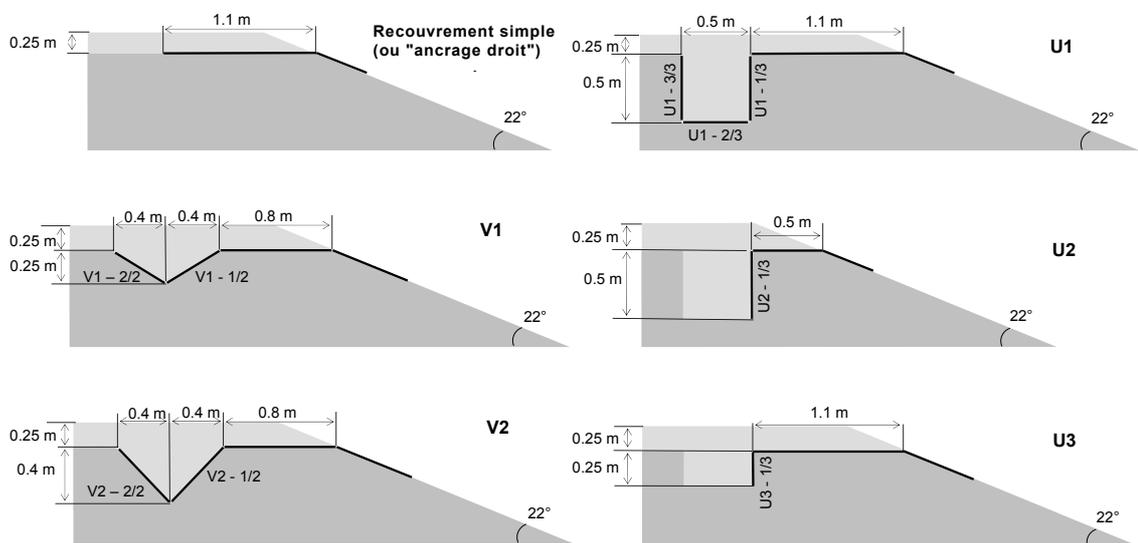


fig. 6.1. Géométries des ancrages simulés.

<sup>1</sup> La référence à une tranchée est un artifice de notation puisque dans les simulations, la méthode de mise en place ne faisant pas intervenir de tranchée (voir section 6.3.2 du chapitre précédent).

## 6.2.2 Caractéristiques des matériaux

### 6.2.2.1 Sol

On définit deux modèles de référence pour le sol, un modèle cohérent-frottant L1 et un modèle purement frottant S1. Ces deux modèles de référence correspondent au limon et au sable du chapitre précédent - même granulométrie<sup>1</sup> et mêmes propriétés de contact - à ceci près que la masse volumique est cette fois la même pour les deux sols pour faciliter les comparaisons.

On dérive de L1 et S1 deux modèles modifiés, notés L2 et S2. L2 représente un sol cohérent-frottant de cohésion quatre fois plus faible que L1 ( $C_s^{ss}$  et  $C_n^{ss}$  sont divisés par 4), et S2 un sol purement frottant avec un angle de frottement interne  $\varphi = 25$  degrés ( $\mu^{ss}$  est déterminé d'après la courbe de calibration de la figure 3.20). L'ensemble des paramètres et les propriétés macroscopiques équivalentes sont donnés pour chaque modèle de sol dans le Tableau 6-1.

### 6.2.2.2 Inclusion et interface

Le modèle de référence pour l'inclusion est similaire au modèle GTX2 du chapitre précédent. Les paramètres correspondent donc à un géotextile raide avec un frottement élevé à l'interface. A partir de GTX2, on introduit deux configurations supplémentaires : dans GTX2a, la raideur  $J$  est dix fois plus faible et, dans GTX2b, le coefficient de frottement ( $\tan\delta$ ) à l'interface est divisé par deux. Les paramètres sont donnés dans le Tableau 6-2.

Modèle de sol	L1	L2	S1	S2
<b>Paramètres de l'assemblage</b>				
Granulométrie : $G$	$G_1$	$G_1$	$G_1$	$G_1$
Forme des grains : $\mathcal{M}$	$M_1$	$M_1$	$M_1$	$M_1$
Porosité : $n$	0,19	0,19	0,19	0,19
Masse volumique : $\rho_s$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$2,13 \cdot 10^3$	$2,13 \cdot 10^3$	$2,13 \cdot 10^3$	$2,13 \cdot 10^3$
<b>Paramètres des contacts</b>				
$k_n^{ss}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$1,5 \cdot 10^4$	$1,5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$
$k_s^{ss}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$0,75 \cdot 10^4$	$0,75 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^4$
$\mu^{ss}$ (degrés)	32,6	32,6	38,7	13,0
$C_s^{ss}$ (kN/m <sup>2</sup> )	96	24	0	0
$C_n^{ss}$ (kN/m <sup>2</sup> )	192	48	0	0
<b>Propriétés macroscopiques correspondantes</b>				
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	16,7	16,7	16,7	16,7
$E_y$ (kPa)	$7,9 \cdot 10^3$	$7,9 \cdot 10^3$	$2,6 \cdot 10^4$	$2,6 \cdot 10^4$
$\nu$	0,31	0,31	0,33	0,26
$c$ (kPa)	13	4,25	0	0
$\varphi$ (degrés)	34	34	41	25

**Tableau 6-1.** Caractéristiques des modèles de sol utilisés dans l'étude paramétrique.

<sup>1</sup> La granulométrie est définie à un facteur d'homothétie près.

Modèle de géosynthétique	GTX2	GTX2a	GTX2b
<b>Propriétés intrinsèques</b>			
raideur $J$ (kN/m)	702	70,2	702
épaisseur $e$ (m)	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$
<b>Propriétés d'interface</b>			
$\delta$ (degrés)	34	34	18,5
$k_n^{gs}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$
$k_s^{gs}$ (kN/m <sup>2</sup> )	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^4$

**Tableau 6-2.** Caractéristiques des modèles d'inclusion utilisés dans l'étude paramétrique.

### 6.2.3 Résultats et interprétation

Les ancrages en tête de talus sont étudiés en deux dimensions dans l'hypothèse de déformations planes. Les efforts, exprimés en kilo-Newton, représentent les actions appliquées sur une section d'ouvrage de largeur unitaire.

La variabilité inhérente aux résultats des modèles discrets entraîne le risque d'une confusion, lors de comparaisons quantitatives, entre sensibilité à un paramètre donné et variabilité des résultats. Pour cette raison, les comparaisons quantitatives entre plusieurs configurations (section 6.3) sont généralement effectuées sur la base de résultats moyens correspondant à plusieurs calculs consécutifs. A défaut, on s'attache à ce que les simulations basées sur des jeux de paramètres différents partent du même état initial, afin de limiter les sources de variabilité.

Dans les parties 6.4 et 6.5, on analyse les résultats d'un point de vue phénoménologique. Des procédures de traitement des résultats sont notamment utilisées pour obtenir des informations à l'échelle macroscopique : la méthode d'homogénéisation cinématique présentée au chapitre 1 met en évidence les mécanismes de rupture, et une procédure d'homogénéisation statique permet de calculer des distributions de contraintes équivalentes à l'interface (procédure détaillée dans l'annexe B). La variabilité des résultats est bien moindre sur le plan phénoménologique que sur le plan quantitatif, de sorte qu'il n'est pas indispensable dans ce cas de comparer systématiquement les moyennes issues de plusieurs simulations successives. On s'attachera simplement à présenter des résultats qui mettent en évidence les mécanismes prépondérants.

### 6.3. Influence des différents paramètres sur la capacité d'ancrage

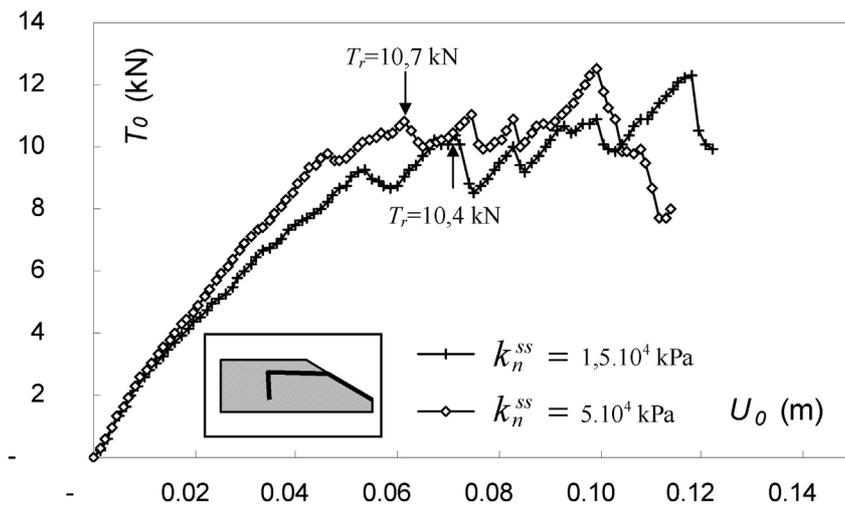
On discute ici la dépendance de la capacité d'ancrage  $T_r$  vis-à-vis des principaux facteurs susceptibles d'influencer le comportement mécanique des ancrages. On analyse successivement le rôle des paramètres de raideur, de la géométrie de l'ancrage, et des paramètres de résistance du sol et de l'interface.

### 6.3.1 Paramètres de raideur

#### 6.3.1.1 Raideur du massif d'ancrage

Durant le chargement, le déplacement en tête de l'inclusion, pour un effort de traction donné, est dû à l'allongement de l'inclusion pour une part, mais aussi à la déformation du massif d'ancrage pour une autre part. La figure 6.2 illustre cet aspect avec deux courbes d'extraction correspondant – toutes choses égales par ailleurs – à deux raideurs de sol différentes. La mobilisation de l'effort en tête est plus rapide dans le cas du sol le plus rigide (S1), mais on obtient des maxima assez comparables dans les deux cas. Par ailleurs, en tenant compte du décalage des abscisses, on note des similarités dans les fluctuations post-rupture de  $T_0$ .

La faible influence de la raideur du sol sur le résultat justifie a posteriori le principe d'un calage de  $E_y$  à partir d'ordres de grandeur pris dans la littérature. Un calage plus précis ne semble pas nécessaire dans notre étude, puisque la prévision de la résistance en est le principal objectif.



**fig. 6.2.** Effet d'une diminution de la raideur du sol S1 sur les courbes effort-déplacement (fichage vertical avec géotextile GTX1).

#### 6.3.1.2 Raideur de l'interface

De même que la raideur du sol, la raideur tangentielle à l'interface ( $k_s^{gs}$ ) a une influence négligeable sur  $T_r$ , comme l'illustrent les deux calculs de la figure 6.3. On note que les deux résultats sont très proches tant que  $U_0 < 0,08$  m, puis divergent notablement quand  $U_0 > 0,08$  m, ce qui exprime vraisemblablement moins l'influence de  $k_s^{gs}$  que la sensibilité extrême aux conditions initiales.

Cette faible dépendance vis-à-vis de  $k_s^{gs}$  n'est vraie que dans une certaine gamme de valeur. Il suffit d'envisager le cas  $k_s^{gs} = 0$  – qui implique que le frottement d'interface ne sera jamais mobilisé – pour s'en convaincre. Dans la suite, on prendra systématiquement  $k_s^{gs} = 10$  MPa.

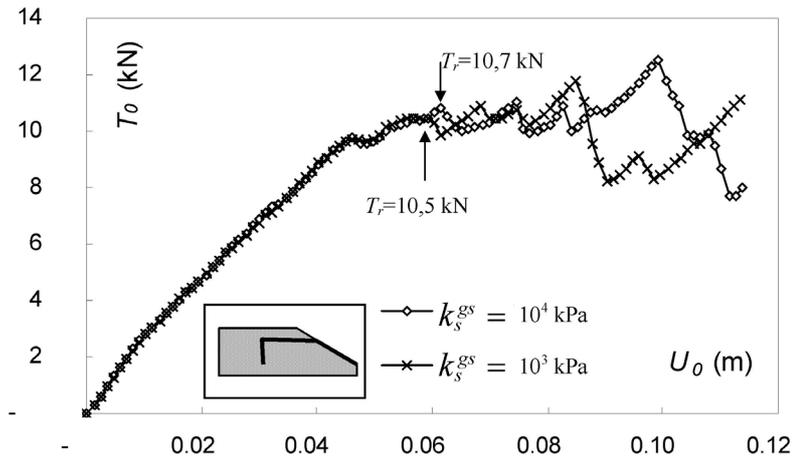


fig. 6.3. Effet d'une diminution de la raideur tangentielle à interface sol-GTX1 (fichage vertical avec sol S1).

### 6.3.1.3 Raideur de l'inclusion

Le rôle de la raideur  $J$  de l'inclusion est mis en évidence par la comparaison des résultats relatifs aux inclusions GTX2 et GTX2a. On présente sur la figure 6.4 des résultats obtenus avec les sols frottants et cohérents de référence (S1 et L1).

La pente initiale des courbes - calculée par la méthode des moindres carrés entre  $T_0 = T_r / 10$  et  $T_0 = T_r / 4$  et reportée sur la figure 6.4 - est fortement liée à la raideur de l'inclusion. La dépendance est proche d'une relation de proportionnalité. Le léger écart par rapport à une proportionnalité stricte s'explique en partie par la déformation du massif d'ancrage, qui contribue au déplacement en tête indépendamment de  $J$ .

En revanche, la raideur de l'inclusion a peu d'influence sur la capacité d'ancrage (bien que  $T_r$  soit légèrement inférieure pour l'inclusion la plus souple). Ce résultat est important : si tel n'était pas le cas, l'étude paramétrique réalisée à  $J$  constant n'aurait qu'un intérêt faible. La raideur des géosynthétiques est en effet extrêmement variable d'un produit à l'autre, il est donc essentiel de pouvoir extrapoler les capacités d'ancrage simulées à des cas où les raideurs  $J$  sont différentes de celles étudiées ici.

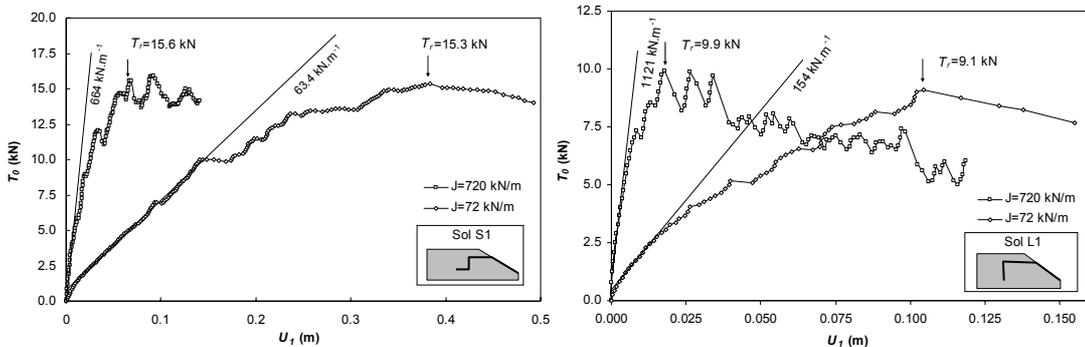


fig. 6.4. Effet d'une réduction de  $J$  sur le comportement de l'ancrage. Ancrage en L avec sol frottant S1 (gauche) et fichage vertical avec sol cohérent L1 (droite).

### 6.3.2 Géométrie d'ancrage

On présente dans cette partie les courbes effort-déplacement moyennes obtenues avec les différentes géométries. Les simulations ont été effectuées avec les paramètres de référence (sols S1 et L1, géosynthétique GTX2). Les résultats relatifs au sol L1 sont donnés sur la figure 6.5, ceux relatifs au sol S1 sur la figure 6.6. Les capacités d'ancrage ( $T_r$ ) moyennes sont données pour les différentes géométries dans le Tableau 6-3.

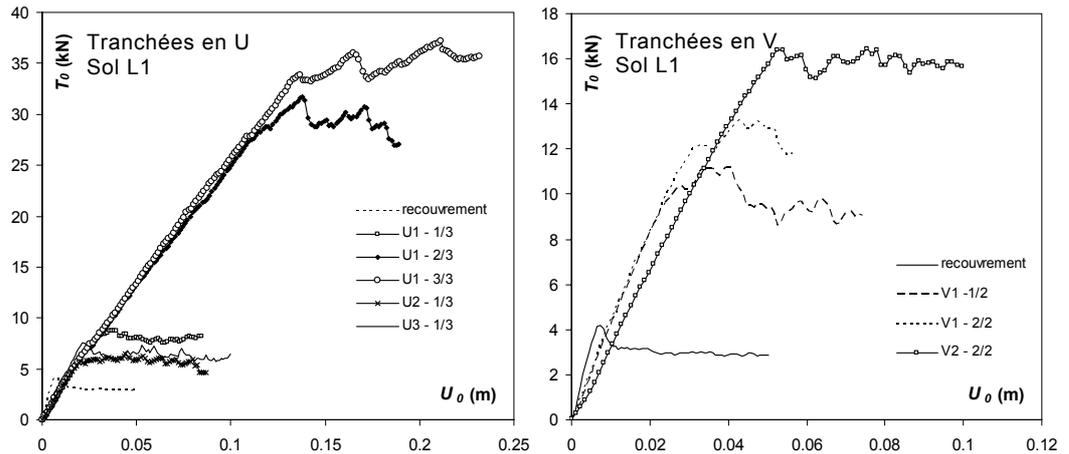


fig. 6.5. Evolution de  $T_0$  avec le sol L1 pour les tranchées en U (gauche) et en V (droite).

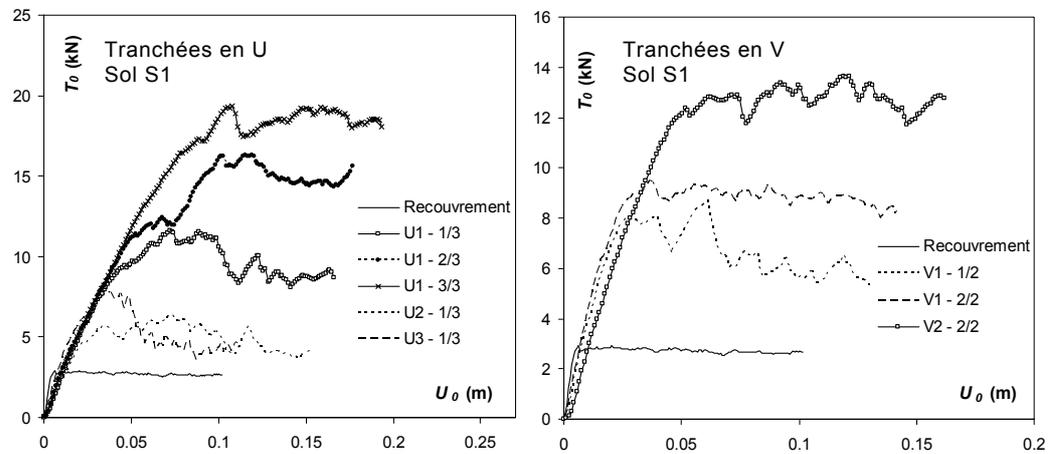


fig. 6.6. Evolution de  $T_0$  avec le sol S1 pour les tranchées en U (gauche) et en V (droite).

Les résultats mettent en évidence les points suivants :

- les tranchées d'ancrages permettent d'augmenter la résistance de manière significative par rapport à l'ancrage droit ;
- les résistances obtenues sont très différentes d'une géométrie d'ancrage à une autre. Cependant, la gamme des résistances obtenues avec le sable est moins étendue qu'avec le limon : le rapport entre la résistance la plus faible et la plus forte (sans tenir compte de l'ancrage droit) est de 1/2 avec S1 et de 1/5 avec L1 ;

- pour une même emprise au sol, les tranchées rectangulaires permettent de réaliser des ancrages plus résistants ;
- en examinant les augmentations successives de résistance lorsque l'ancrage recouvre une, deux, puis les trois faces de la tranchée U1, on constate que les différents segments de l'ancrage n'ont pas tous la même importance. Avec le limon, en particuliers, le rôle du second segment (couvrant le fond de la tranchée) est prépondérant. En effet, si l'on prend comme référence la capacité de l'ancrage droit (environ 4kN), on peut considérer que les segments ajoutés un à un fournissent successivement 5 kN, 23 kN, et enfin 3.4 kN ;
- un raisonnement similaire sur la tranchée V1 montre que le premier segment du V est plus important que le second, étant données les faibles différences de résultat entre V1(1/2) et V1(2/2). Cependant, après la rupture, le deuxième segment semble jouer un rôle plus important. En effet, l'effort  $T_0$  décroît moins rapidement dans le cas V1(2/2), le segment d'inclusion supplémentaire fournissant une longueur de réserve.

Géométrie	Tension à la rupture $T_r$ (kN)								
	Droit	U1			U2	U3	V1		V2
Périmètre couvert	(-)	(1/3)	(2/3)	(3/3)	(1/3)	(1/3)	(1/2)	(2/2)	(2/2)
Sol L1 - GTX2	4,3	9,0	32,2	35,6	6,2	7,6	11,2	12,7	16,8
Sol S1 - GTX2	2,9	9,4	12,7	18,3	6,0	7,8	8,3	9,3	12,8

**Tableau 6-3.** Tension moyenne à la rupture en fonction du sol et de la géométrie de l'ancrage.

### 6.3.3 Angle de frottement et cohésion du sol

#### 6.3.3.1 Comparaison des résultats avec et sans cohésion

##### 6.3.3.1.1 Ancrage droit

On compare sur la figure 6.7 les résultats correspondant aux ancrages droits avec les sols S1 et L1. Dans les simulations qui ont servi précédemment au calage des propriétés d'interface, le sol de recouvrement était séparé du reste du massif par une zone sans cohésion. Cette fois, la cohésion est appliquée à l'ensemble du massif.

La courbe effort-déplacement correspondant au cas cohésif (L1) fait apparaître un pic marqué suivi d'un palier. Avec le sol S1,  $T_0$  atteint directement une valeur de palier. Les valeurs de  $T_0$  au palier sont quasiment les mêmes dans les deux cas.

L'existence d'un pic dans le cas L1 est liée à des frottements avec la couche de recouvrement, qui reste au départ solidaire du massif, puis rompt en traction au moment où  $T_0$  atteint la valeur maximum (section 6.4.1). La résistance en traction estimée pour cette couche est approximativement égale à 1 kN ( $H=0,25m$  et la résistance en traction a été estimée à  $\sigma_t = 4$  kPa par simulation

d'essais de traction avec le modèle L1). Cette résistance correspond bien à la différence entre la valeur de pic et la valeur de palier de  $T_0$ .

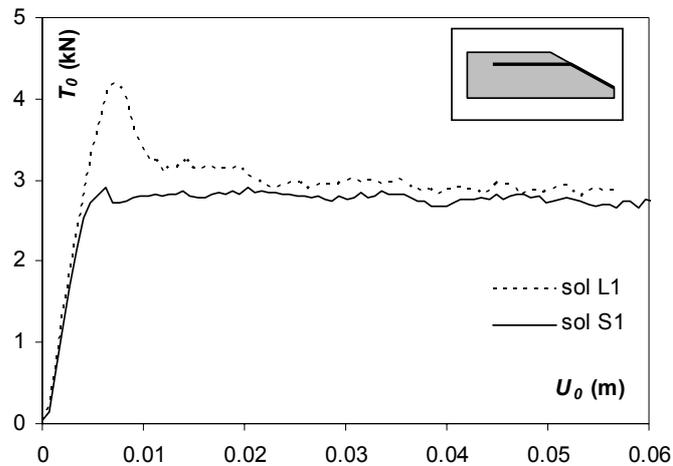


fig. 6.7. Ancre droit : évolution de la tension  $T_0$  en fonction des paramètres du sol.

### 6.3.3.1.2 Ancrages en tranchée

Dans les résultats expérimentaux et numériques du chapitre 6, les ancrages réalisés avec le limon ont une capacité d'ancrage supérieure à ceux utilisant le sable. Les résultats du Tableau 6-3 montrent que cette tendance est généralisable à toutes les géométries simulées, à l'exception notable des ancrages par fichage vertical, pour lesquels la résistance est légèrement inférieure avec le sol L1.

Le gain de résistance lié à la cohésion est moins sensible pour les ancrages en V, ce qui suggère que le sol est moins sollicité dans ce cas (cela sera confirmé ultérieurement).

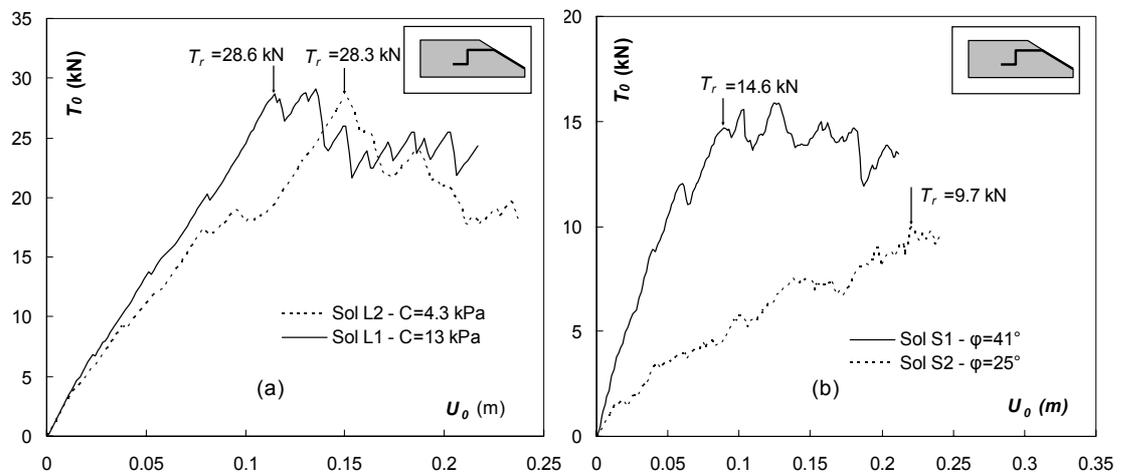


fig. 6.8. Ancre U1(2/3) : tension en tête en fonction du déplacement et de la cohésion de l'assemblage.

### 6.3.3.2 Influence des variations de $c$ et $\varphi$

Comme on vient de le rappeler, les propriétés du sol, en particulier la présence ou non de cohésion, jouent un rôle décisif dans le comportement de l'ancrage. Pour évaluer l'influence de la valeur de la cohésion  $c$ , et celle de l'angle de frottement interne  $\varphi$ , on présente des résultats de simulations effectuées avec les modèles de sol L2 et S2. Rappelons que le sol L2 se différencie de L1 par une cohésion de 4,25 kPa au lieu de 13 kPa, et que le sol purement frottant S2 se différencie de S1 par un angle de frottement interne de 25 degrés au lieu 41 degrés.

#### Cohésion

On compare sur la figure 6.8a les résultats obtenus avec les sol L1 et L2 dans le cas d'un ancrage de type U1(2/3). Les résultats sont très comparables en terme de résistance. Il apparaît seulement avec L2 une rupture de pente pendant la phase de montée en tension, ce qui conduit à ce qu'un plus grand déplacement est nécessaire pour atteindre  $T_r$ . Cette différence est liée à une rupture, suivie d'un léger déplacement, du sol situé à l'intérieur du premier coude.

Le fait que la valeur de  $T_r$  soit sensiblement la même dans les deux cas alors que la cohésion passe de 13 kPa à 4,25 kPa est assez remarquable. Cela indique que c'est la propriété cohésive du sol - plus que la stricte valeur de  $c$  - qui détermine le comportement de l'ancrage. En d'autres termes, il semble exister une valeur minimum  $c_0$  de cohésion du sol à partir de laquelle le massif résiste à la sollicitation appliquée par l'ancrage. Il y a alors indépendance de  $T_r$  par rapport à  $c$  dès lors que  $c \geq c_0$ .

Les résultats montrent que cette valeur seuil  $c_0$  est au plus égale à 4,25 kPa pour les cas étudiés. Or, les sols fins présentent couramment dans la nature une cohésion supérieure à 4,25 kPa, et sont donc cohésifs du point de vue de leur comportement en ancrage.

#### Frottement

Contrairement au cas précédent, la figure 6.8b met en évidence une perte de résistance importante lorsque l'on remplace le sol S1 par le sol S2. L'angle  $\varphi$  exerce donc une influence forte sur la capacité d'ancrage quand  $c=0$ . Il apparaît après ce constat que les méthodes de dimensionnement devraient tenir compte de la valeur de  $\varphi$  pour les sols d'ancrage sans cohésion.

---

### 6.3.4 Angle de frottement $\delta$ à l'interface

Le rôle de l'angle de frottement  $\delta$  à l'interface a été examiné en comparant les simulations relatives aux géosynthétiques GTX2 et GTX2b. On rappelle que leur angle de frottement à l'interface (resp.  $\delta_{\text{GTX2}}$  et  $\delta_{\text{GTX2b}}$ ) sont tels que  $\tan(\delta_{\text{GTX2b}}) = \tan(\delta_{\text{GTX2}})/2$ . On présente les résultats des ancrages U1(2/3) et V1(2/2), avec les sols L1 (fig. 6.9) et S1 (fig. 6.10).

L'influence de  $\delta$  sur  $T_r$  dépend du type de sol :

- avec le modèle de sol L1, la dépendance de  $T_r$  par rapport à  $\delta$  est forte. Dans le cas de l'ancrage en V,  $T_r$  est approximativement proportionnelle

à  $\tan(\delta)$ , sa valeur variant du simple au double entre le cas GTX2b et le cas GTX2. Avec l'ancrage en L (U1-2/3),  $T_r$  varie de manière plus importante. Dans ce cas,  $T_r$  est plus que doublée, avec un rapport de 2,4 entre les deux valeurs ;

- avec le modèle de sol S1, l'influence de  $\delta$  est moins importante : le rapport entre les tensions obtenues est égal à 1,3 avec l'ancrage en L, et 1,5 avec l'ancrage en V.

En résumé, il y a globalement une dépendance non-linéaire entre  $T_r$  et  $\tan(\delta)$ , et la non-linéarité est plus marquée avec les tranchées en L qu'avec les tranchées en V. Des justifications théoriques de ces deux aspects seront apportées au chapitre 7 (section 7.3.2).

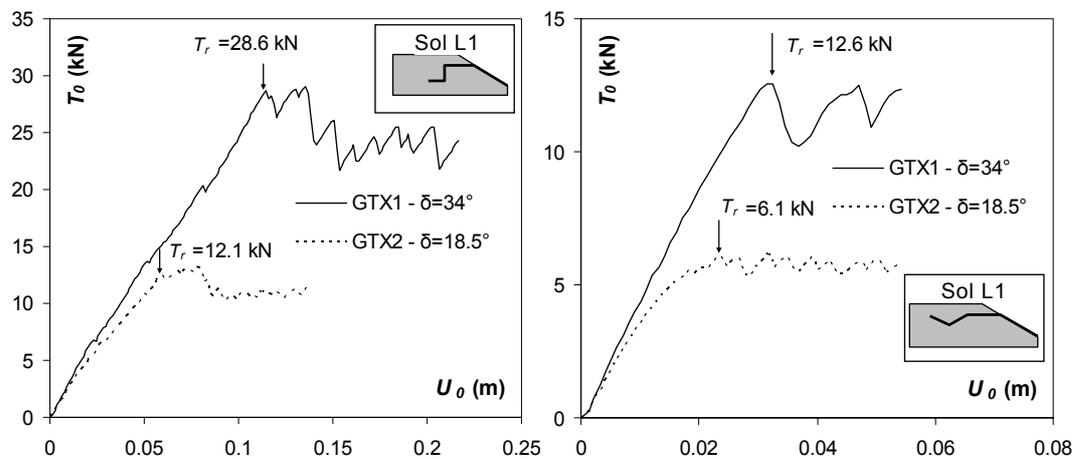


fig. 6.9. Ancrage avec sol L1 : résultats obtenus en fonction du frottement d'interface ( $\tan\delta_{\text{GTXa}}=0,67$  et  $\tan\delta_{\text{GTXb}}=0,335$ ) pour les géométries U1(2/3) et V1(2/2).

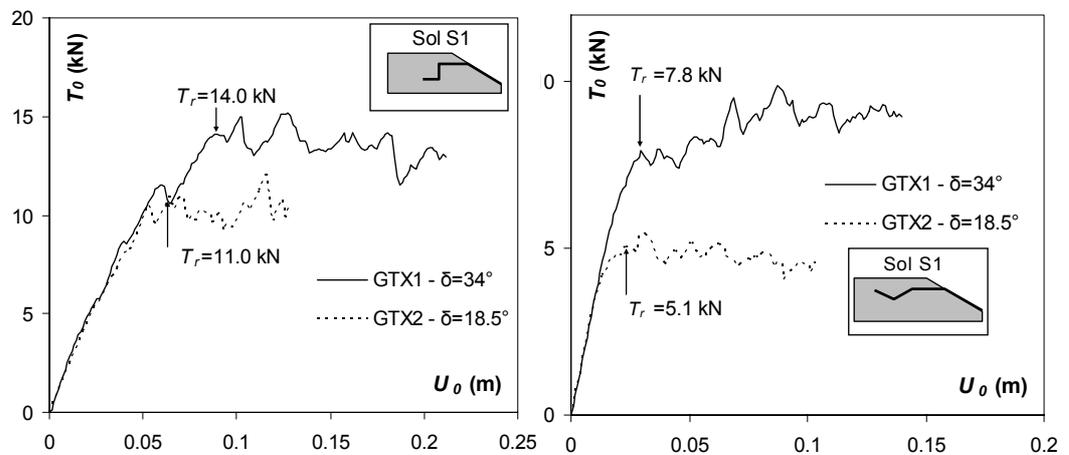


fig. 6.10. Ancrage avec sol S1 : résultats obtenus en fonction du frottement d'interface ( $\tan\delta_{\text{GTXa}}=0,67$  et  $\tan\delta_{\text{GTXb}}=0,335$ ) pour les géométries U1(2/3) et V1(2/2).

## 6.4. Cinématique de la rupture

On détaille dans cette partie les mécanismes les plus marquants de la déformation et de la rupture des massifs d'ancrage. On ne présente pas forcément des résultats pour toutes les géométries d'ancrage, un ensemble de résultats plus complet est proposé dans l'annexe B.

### 6.4.1 Evolution du sol de recouvrement

#### 6.4.1.1 Ancrage droit

L'allongement et le déplacement de l'inclusion lors de la mise en tension tendent à développer des tractions dans la couche située au dessus de l'inclusion. Les figures 6.11 et 6.12 montrent la déformation de cette couche dans les simulations d'ancrages droits. Les résultats sont comparables à ceux du chapitre 6. Avec L1 apparaît une cassure nette, tandis qu'une déformation plus diffuse est obtenue avec S1.

On a vu au paragraphe 6.3.3.1.1 qu'avec une cohésion non nulle, le sol de recouvrement résiste à la traction et fournit une résistance supplémentaire par frottement à l'interface supérieure. Cependant, quand la sollicitation dépasse la résistance propre de la couche de recouvrement, le supplément de résistance disparaît brusquement. L'explication de ce phénomène est claire si l'on considère le mécanisme de la figure 6.11 : la fracture verticale sépare le sol de recouvrement du reste du massif, de sorte que plus rien ne s'oppose à son déplacement. Le sol joue alors simplement un rôle de surcharge verticale, comme dans le cas  $c=0$ , d'où les valeurs identiques de  $T_0$  au palier (figure 6.7).

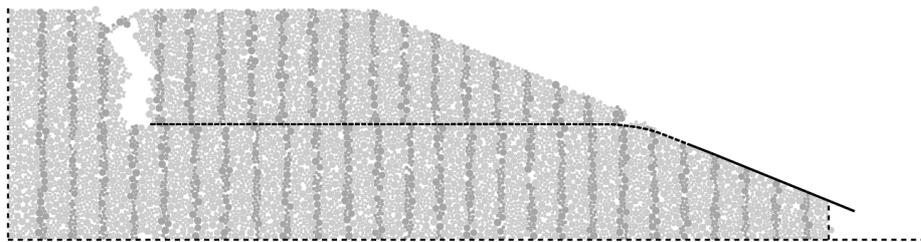


fig. 6.11. Recouvrement simple : état du massif L1 en fin de simulation ( $U_0=0,08m$ )

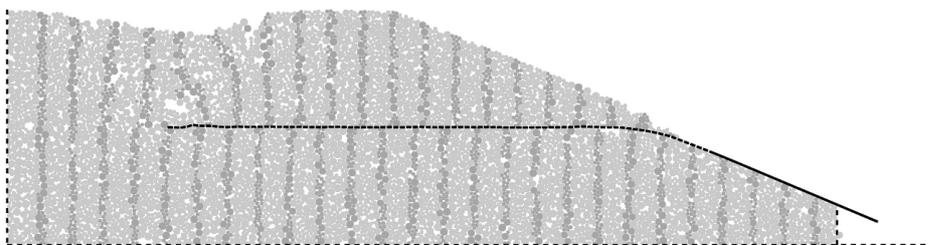


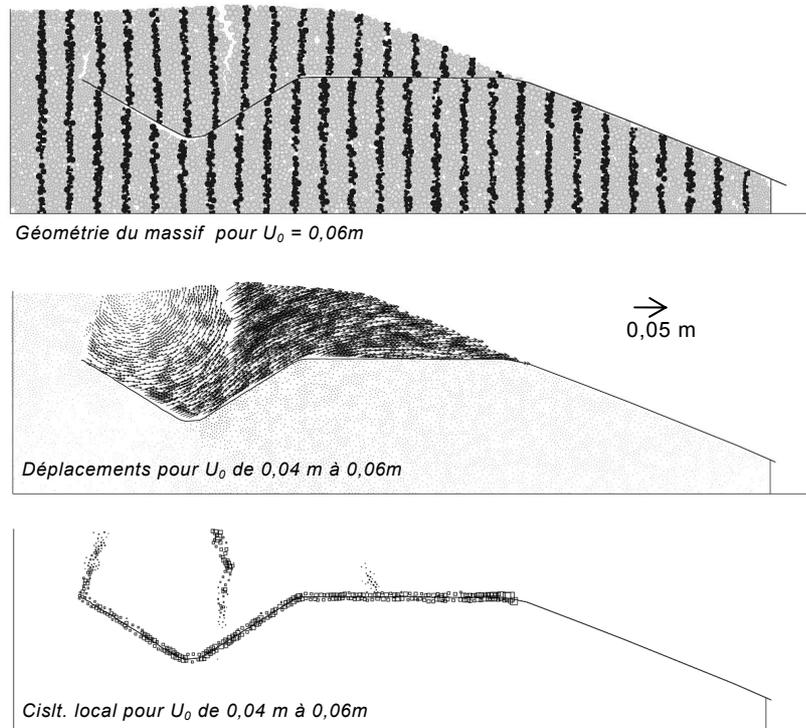
fig. 6.12. Recouvrement simple : état du massif S1 en fin de simulation ( $U_0=0,08m$ )

6.4.1.2 Ancrages courbes

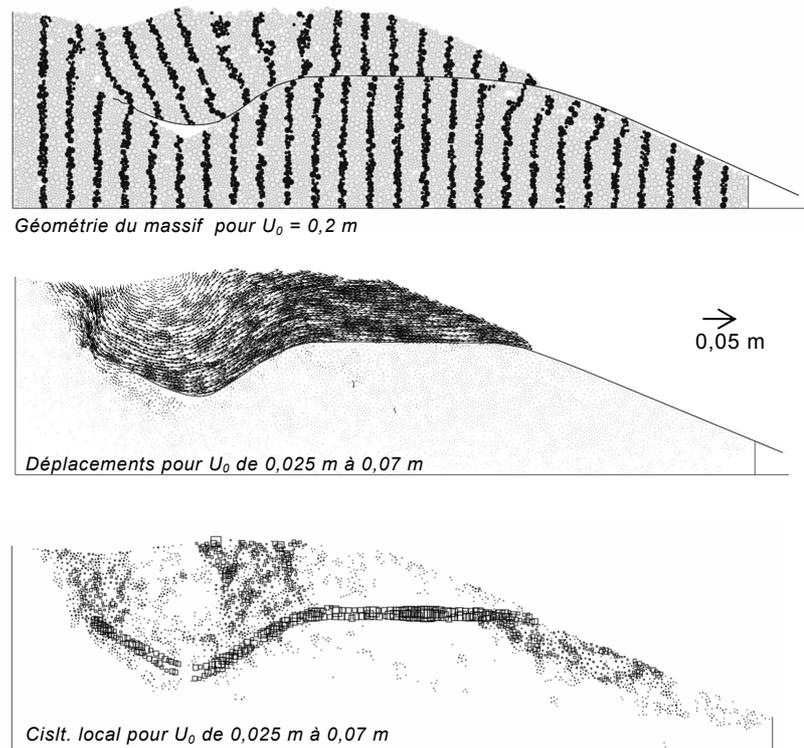
Les figures 6.13 et 6.14 montrent l'évolution du sol de recouvrement dans le cas d'ancrages en V. Globalement, la déformation correspond à une translation du sol placé au dessus du premier segment de l'ancrage et à une translation/rotation du sol situé dans la tranchée. Avec le sol L1, il se produit un fractionnement de la couche superficielle en plusieurs blocs. Avec le sol S1, il n'y pas de fractures ouvertes, mais la carte des cisaillements locaux fait apparaître des zones de concentration du cisaillement local dont les positions sont assez comparables à celles des fractures obtenues avec le sol L1.

Les résultats correspondant au cas des tranchées en U ont été présentés lors de la comparaison expérience-simulation du chapitre précédent, ils ne sont pas reproduits ici (se reporter aux figures 5.25 et 5.26). Les mécanismes en surface sont similaires à ceux constatés dans le cas de l'ancrage droit.

On a vu, dans le cas des ancrages droits, que la rupture en traction de la couche de recouvrement (cas avec cohésion) correspondait à un pic dans la courbe effort-déplacement (section 5.3.4.1). On ne constate généralement rien d'équivalent avec les ancrages en tranchée. La mobilisation de la capacité d'ancrage nécessite dans ce cas un plus grand déplacement, ce qui entraîne la rupture de la partie superficielle bien avant la mise en tension de toute l'inclusion. De ce fait, les éventuels frottements sur la face supérieure n'apportent aucune résistance supplémentaire puisqu'ils disparaissent à un stade précoce de l'extraction, avant que ne soit atteinte la tension  $T_r$ . L'action du sol de recouvrement peut donc se résumer à l'application d'une charge verticale sur le segment supérieur.



**fig. 6.13.** Ancre V1(2/2) avec sol L1 : déformation du massif, vecteurs déplacements et cisaillement local.



**fig. 6.14.** Ancrage V1(2/2) avec sol S1 : déformation du massif, vecteurs déplacements et cisaillement local.

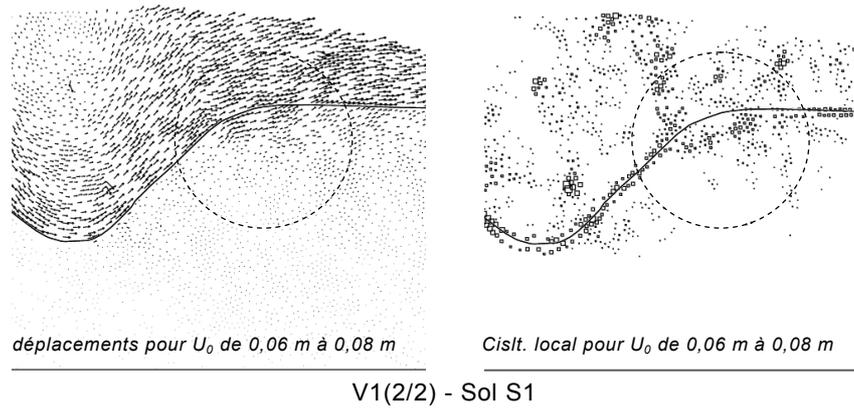
#### 6.4.2 Déformations limitées au voisinage des coudes

Dans les simulations sans cohésion, on constate généralement que le sol se déforme, de manière plus ou moins importante suivant la forme et les propriétés de l'ancrage. La déformation induit une évolution de la géométrie de l'ancrage, qui tend généralement à augmenter le rayon des zones de courbure.

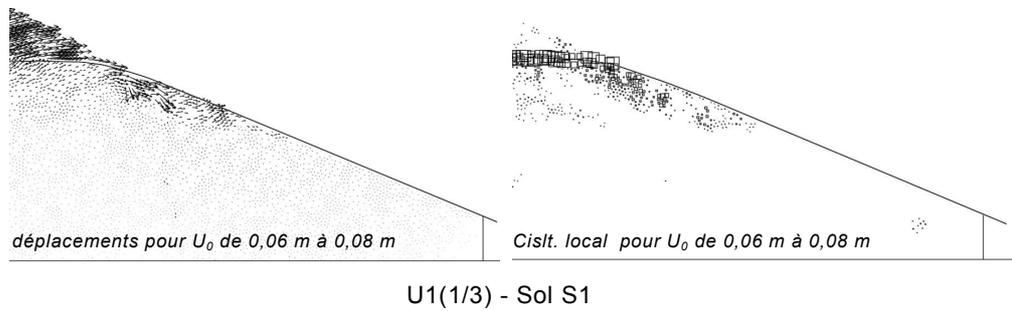
Quand l'ancrage comporte un coude dont l'angle est assez faible (inférieur à 45 degrés), les résultats font fréquemment apparaître un mécanisme de rupture qui concerne un volume limité de sol, au proche voisinage de ce coude. Ce peut être le cas au niveau du premier coude d'un ancrage en V, comme sur la figure 6.15, ou au niveau du raccordement à la pente, comme sur la figure 6.16.

#### 6.4.3 Déformation globale du massif d'ancrage

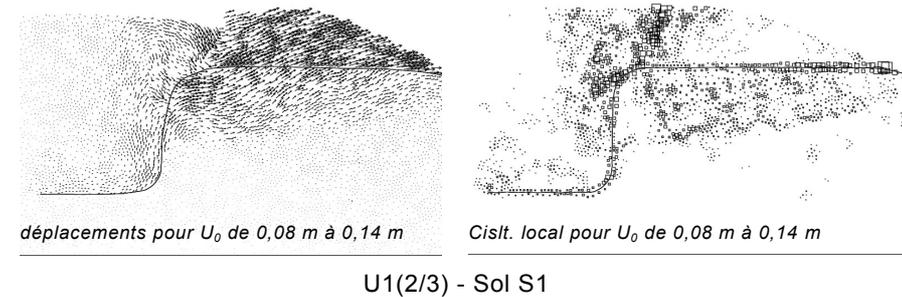
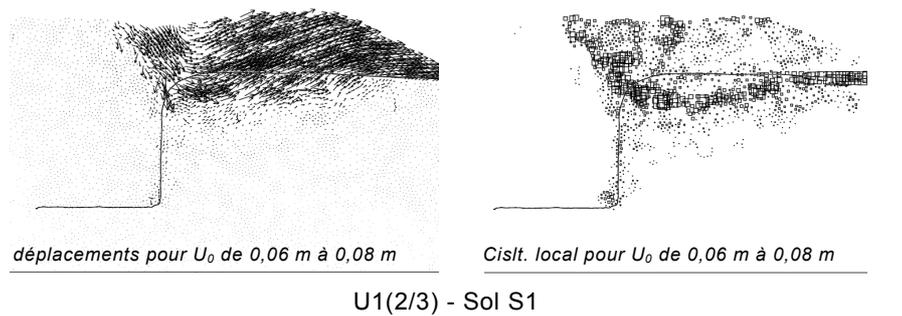
Dans certains cas, particulièrement avec les ancrages présentant des coudes à 90 degrés, la déformation ne se limite pas au voisinage des coudes mais implique progressivement un plus large volume de sol. Un tel cas est présenté sur la figure 6.17.



**fig. 6.15.** Déformation dans le sol au voisinage du premier coude dans la simulation d'ancrage V1(2/2) avec le sol S1.



**fig. 6.16.** Déformation dans le sol au voisinage du raccordement à la pente dans la simulation d'ancrage U1(1/3) avec le sol S1.



**fig. 6.17.** Déformation progressive du massif d'ancrage U1(2/3) avec le sol S1.

#### 6.4.4 Grand glissement

Koerner [Koe98] signale que les système d'étanchéité sur pente peuvent donner lieu à une instabilité d'ensemble de la pente sous l'action de l'ancrage. Un résultat de ce type a été obtenu avec le sol S2 ( $\varphi=25$  degrés). La figure 6.18 montre clairement, dans le cas de l'ancrage U1(2/3), un schéma de rupture de type glissement rotationnel.

Il est probable que dans ces résultats, le mécanisme de rupture est contraint par la proximité des parois. Cela n'a pas été considéré comme un défaut important du modèle, puisque le phénomène évoqué relève d'un problème de stabilité de pente (et peut être traité comme tel d'après [Koe98]) plus que d'un problème d'ancrage.

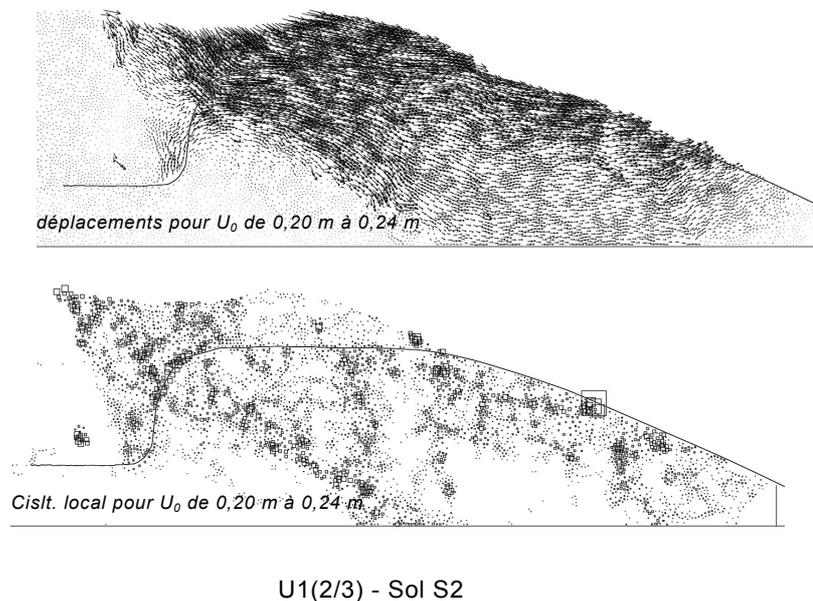


fig. 6.18. Instabilité globale du sommet de pente sous l'effet du chargement en tête.

### 6.5. Comparaison des résultats avec les méthodes de dimensionnement actuelles

Dans cette partie, on compare les simulations aux méthodes analytiques de dimensionnement pour les géométries les plus courantes. Dans la section 6.5.1, la comparaison porte sur la capacité d'ancrage et, dans la section 6.5.2, sur les mécanismes d'interaction au niveau de l'interface. Pour faciliter la discussion, les méthodes sont référencées M1, M2, M3 et M4, conformément aux notations définies dans le Tableau 6-4.

#### 6.5.1 Comparaison des valeurs de $T_r$

Les figures 6.19 à 6.21 comparent les résistances  $T_r$  obtenues dans les simulations aux valeurs (dites « analytiques ») prévues par les équations de dimensionnement. Le coefficient  $K_\theta$  des terres au repos est nécessaire pour certains des calculs, les valeurs prises en compte ici sont issues des simulations ( $K_\theta=0,6$  pour le sol L1 et  $K_\theta=0,7$  pour le sol S1 d'après la force exercée sur les parois latérales).

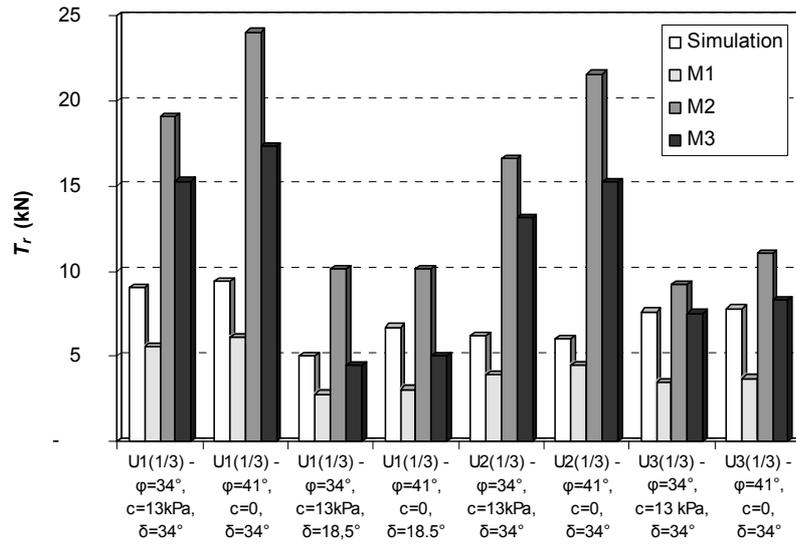


fig. 6.19. Ancre par fichage vertical : résistance simulée (DEM) et résistances prévues par les différentes méthodes de dimensionnement.

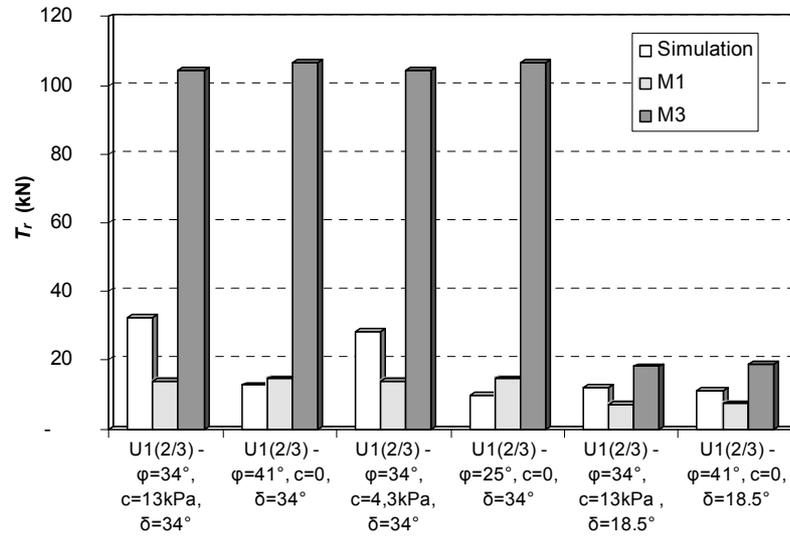


fig. 6.20. Ancre en L : résistance simulée (DEM) et résistances prévues par les différentes méthodes de dimensionnement.

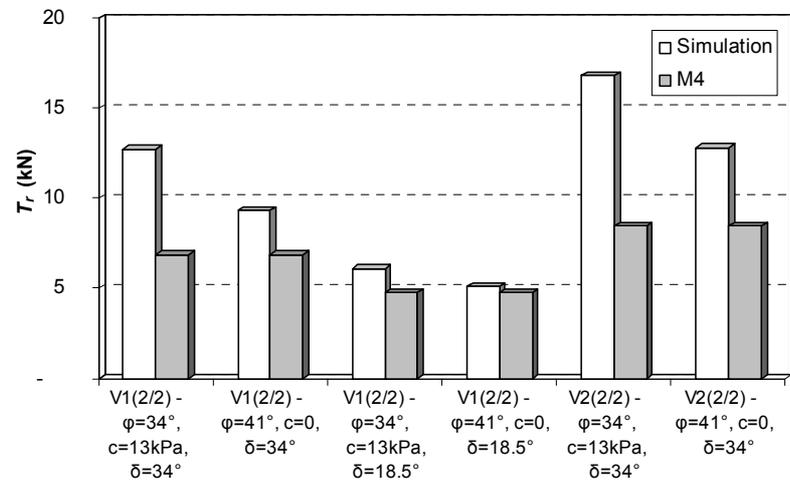


fig. 6.21. Ancre en V : résistance simulée et résistance calculée par la méthode M4.

Dans le cas du fichage vertical (fig. 6.19), on constate des écarts importants entre les résultats analytiques et simulés. On remarque que la méthode M1 sous-estime systématiquement les résistances simulées. La méthode M2, au contraire, les surestime. La méthode M3 enfin, donne un résultat tantôt supérieur tantôt inférieur, mais la prédiction n'est globalement pas meilleure. Il est difficile d'identifier une méthode qui serait plus performante que les autres. En fonction de la configuration d'ancrage, l'une ou l'autre donne le résultat le plus proche de la simulation.

Pour les ancrages en L, seules les méthodes M1 et M3 s'appliquent. A nouveau, la méthode M1 sous-estime la résistance dans la plupart des cas, à l'exception notable du cas où  $\varphi=25$  degrés et  $c=0$  (quatrième série de valeurs). A l'inverse, les résistances prévues par la méthode M3 sont jusqu'à quatre fois supérieures aux résistances simulées.

Pour les ancrages en V, la méthode M4 - la seule existante - prévoit des résistances plus faibles que dans les simulations. Mais globalement, les écarts entre valeurs simulées et valeurs analytiques sont moins importants qu'avec les géométries précédentes. Dans la plus mauvaise estimation, le facteur d'erreur est environ égal à 2.

Dans l'ensemble, ces résultats soulignent une nouvelle fois un défaut majeur des méthodes de dimensionnement actuelles : la non prise en compte du comportement du sol. Par ailleurs, les résultats étant très différents d'une méthode à l'autre, il nous a semblé intéressant de comparer leurs hypothèses respectives aux résultats des simulations. Cette comparaison est présentée ci-dessous.

méthode M1	méthode M2	méthode M3	méthode M4
Hullings and Sansone [Hul97] (équations pour tranchées en U)	Koerner [Koe98]	Guide technique [Gui00]	Hullings and Sansone [Hul97] (équations pour tranchées en V)

**Tableau 6-4.** Notation des différentes méthodes de dimensionnement.

## 6.5.2 Discussion des hypothèses en contraintes à l'interface sol-inclusion

### 6.5.2.1 Rappels des principales hypothèses

Pour les tranchées rectangulaires, les méthodes de dimensionnement existantes reposent sur une analyse en contraintes du problème. Une ou plusieurs hypothèses sont formulées pour définir la contrainte normale  $\sigma_n$  à l'interface. On considère ensuite que le frottement maximum mobilisable à l'interface est défini par une loi de Coulomb, et qu'il est effectivement mobilisé en tout point (à l'exception de la zone en contact avec le sol de recouvrement). Finalement, la tension  $T_{max}$  mobilisable correspond à l'équation (6.1), où  $\delta$  représente l'angle de frottement,  $L_T$  la longueur totale de l'ancrage et  $L_T^*$  la longueur de l'interface supérieure concernée par les

frottements (soit  $L_T$  réduit de la longueur  $L$  du recouvrement). Cette équation traduit un état d'équilibre limite en tout point de l'interface.

$$T_{\max} = \int_{L_T} \sigma_n \cdot \tan \delta \cdot dl + \int_{L_T^*} \sigma_n \cdot \tan \delta \cdot dl \quad (6.1)$$

L'écart des résultats, d'une méthode à l'autre, est dû essentiellement à la divergence des hypothèses pour le calcul de  $\sigma_n$  :

- Dans la méthode M1,  $\sigma_n$  correspond à l'état de contrainte du massif au repos.  $\sigma_{22}$  à une profondeur  $z$  est pris égal à  $\gamma \times z$ ,  $\sigma_{11}$  à  $K_0 \times \gamma \times z$  (avec  $K_0$  le coefficient des terres au repos).
- Dans la méthode M2, on prend en compte un état de contraintes différent de l'état initial :
  - l'inclinaison de l'effort de traction  $T_l$  en tête (parallèlement à la pente du talus) induit une augmentation de la contrainte normale sous le premier segment de l'ancrage. L'augmentation est supposée équivalente à la composante verticale de  $T_l$ . Ceci conduit à majorer la tension mobilisable d'un facteur égal à  $1/[1-\sin(\beta) \cdot \tan(\delta)]$ , avec  $\beta$  la pente du talus et  $\delta$  le coefficient de frottement de l'interface ;
  - de part et d'autre des segments verticaux, on calcule une contrainte normale modifiée, avec  $K_a \cdot \sigma_{22}$  à l'arrière et  $K_p \cdot \sigma_{22}$  à l'avant ( $K_a$  et  $K_p$  étant les coefficients de poussée et de butée).
- Dans la méthode M3, en dehors des coudes, la contrainte normale prise en compte à l'interface correspond à l'état de contrainte initial (comme dans M1). Mais on considère que la tension dans la nappe est multipliée, à chaque changement de direction, par un coefficient égal à  $e^{\lambda \cdot \tan \delta}$  ( $\lambda$  étant la différence d'orientation en radians entre deux segments). Ce facteur exponentiel est issu d'une analogie avec le frottement d'un fil sur un cylindre. Cette analogie est désignée dans la suite par l'abréviation « analogie F.F. » (ou « hypothèse F.F. »). Elle revient à prendre implicitement en compte au niveau de chaque coude le frottement lié à l'augmentation de  $\sigma_n$ .

On voit que, dans ces méthodes, les caractéristiques du sol ne jouent aucun rôle, alors que nous avons clairement établi la dépendance de  $T_r$  vis-à-vis de l'angle de frottement et de la cohésion éventuelle. Par ailleurs, on a vu que la dépendance entre  $T_{\max}$  et  $\tan(\delta)$  présentait une non-linéarité fonction du type de sol (section 6.3.4). Cette non-linéarité n'est pas prévue par la méthode M1. Les méthodes M2 et M3 prévoient une non linéarité comparable à celle obtenue avec le sol cohérent (soit  $T_{\max}(\delta)/T_{\max}(\delta') > \tan(\delta)/\tan(\delta')$ ). C'est un point positif, mais du même coup ces méthodes posent problème pour les sols purement frottants (puisque dans ce cas  $T_{\max}(\delta)/T_{\max}(\delta') < \tan(\delta)/\tan(\delta')$ ).

#### 6.5.2.2 Distribution de la contrainte normale $\sigma_n$

On discute dans cette partie la distribution de la contrainte normale à l'interface et son évolution. La discussion s'appuie sur les distributions de contraintes équivalentes, calculées et représentées grâce à une procédure implémentée dans PFC2D. Cette procédure est détaillée dans l'annexe A (le paramètre  $N_m$  de la

procédure est ici égal à 6). On présente également les réseaux de forces dans le massif, assez complémentaires de la distribution des contraintes à l'interface.

#### 6.5.2.2.1 Tranchées rectangulaires

On présente les résultats obtenus pour un ancrage U1(2/3), avec les sols L1 et S1. Ces résultats (fig. 6.22 et fig. 6.23) mettent en évidence des aspects très significatifs de l'évolution de  $\sigma_n$ .

- L'inclinaison de la force de traction crée une concentration de contraintes à l'interface inférieure au niveau du raccordement ancrage-pente (très différente de la distribution triangulaire proposée dans la méthode M2).
- L'effort de traction appliqué en tête induit une diminution de  $\sigma_n$  sur la face arrière du segment vertical. Le comportement d'un géosynthétique implique que la contrainte normale est la même sur chaque face d'un segment droit<sup>1</sup>. Il est donc logique de voir  $\sigma_n$  diminuer également sur la face avant du segment vertical. Ce mécanisme est plus net avec le sol L1, qui se déforme peu, qu'avec le sol S1, qui autorise une plus grande courbure du segment.
- La mise en tension de l'inclusion s'accompagne d'une augmentation importante de la contrainte normale à l'intérieur des coudes. Ceci se traduit, dans le sol, par des chaînes de force importantes dans les zones correspondantes (fig. 6.22 et fig. 6.23).
- La contrainte normale appliquée sur le dernier segment - initialement équivalente au poids du bloc sus-jacent - diminue progressivement au cours de la mise en tension.

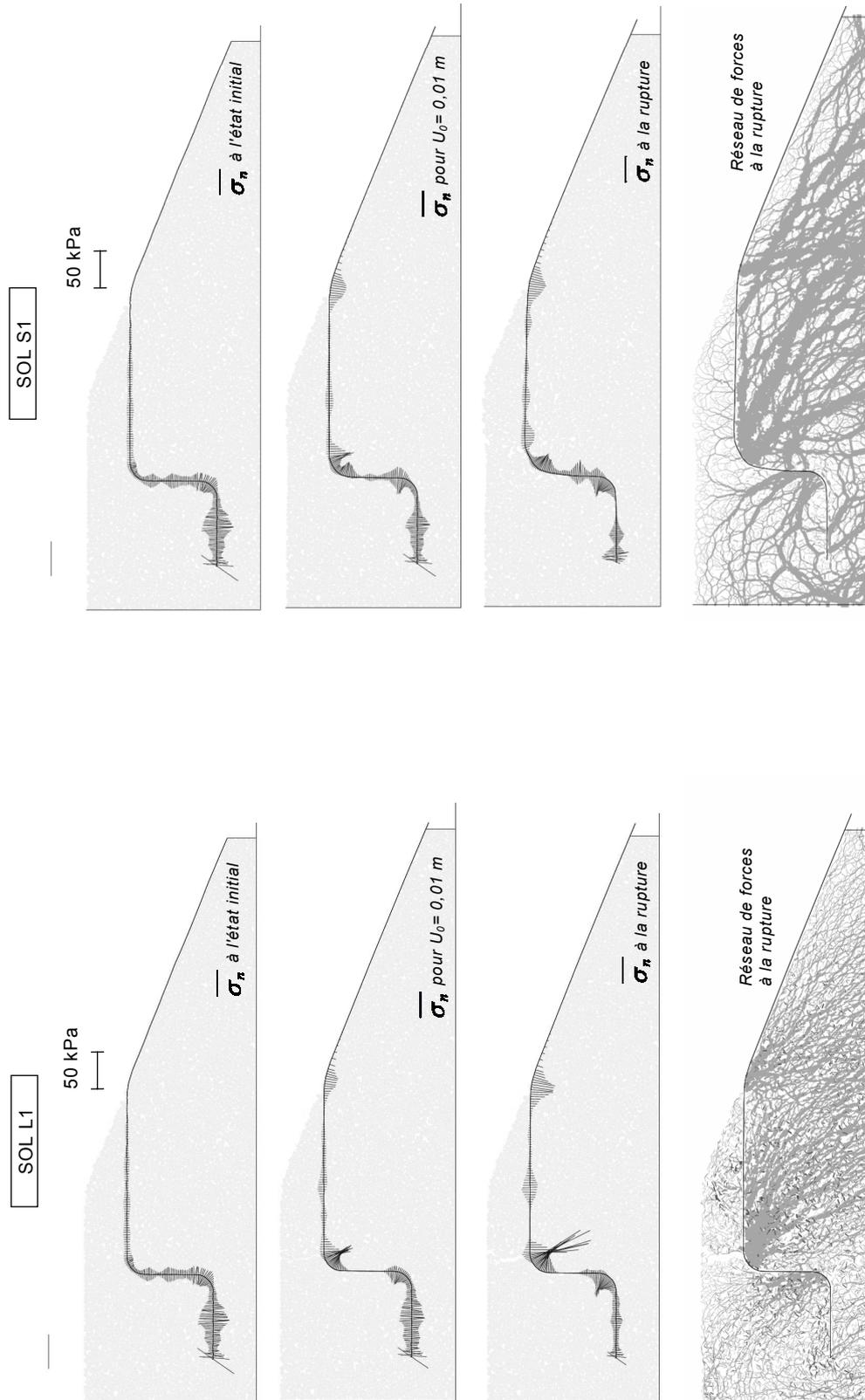
Ces résultats montrent clairement que la distribution de la contrainte  $\sigma_n$  à l'état initial n'est pas représentative pour le calcul de  $T_{max}$ . Des changements interviennent au cours du chargement, de sorte qu'à la rupture la distribution de  $\sigma_n$  peut être largement modifiée. De ce point de vue, les méthodes M1 et M3 posent problème.

La méthode M2 tente de prendre en compte l'évolution de  $\sigma_n$  au niveau du segment vertical, avec diminution de  $\sigma_n$  à l'arrière, et forte augmentation à l'avant (poussée-butée). Dans nos résultats, contrairement à cette hypothèse, la contrainte diminue simultanément de part et d'autre. Par ailleurs, l'idée d'une contrainte normale différente de chaque côté de la nappe est incompatible avec l'une des caractéristiques essentielles du matériau géosynthétique : l'absence de résistance en flexion<sup>1</sup>.

L'accroissement de  $\sigma_n$  au niveau des coudes semble justifier – à ce stade – l'analogie avec un fil frottant proposée dans la méthode M3.

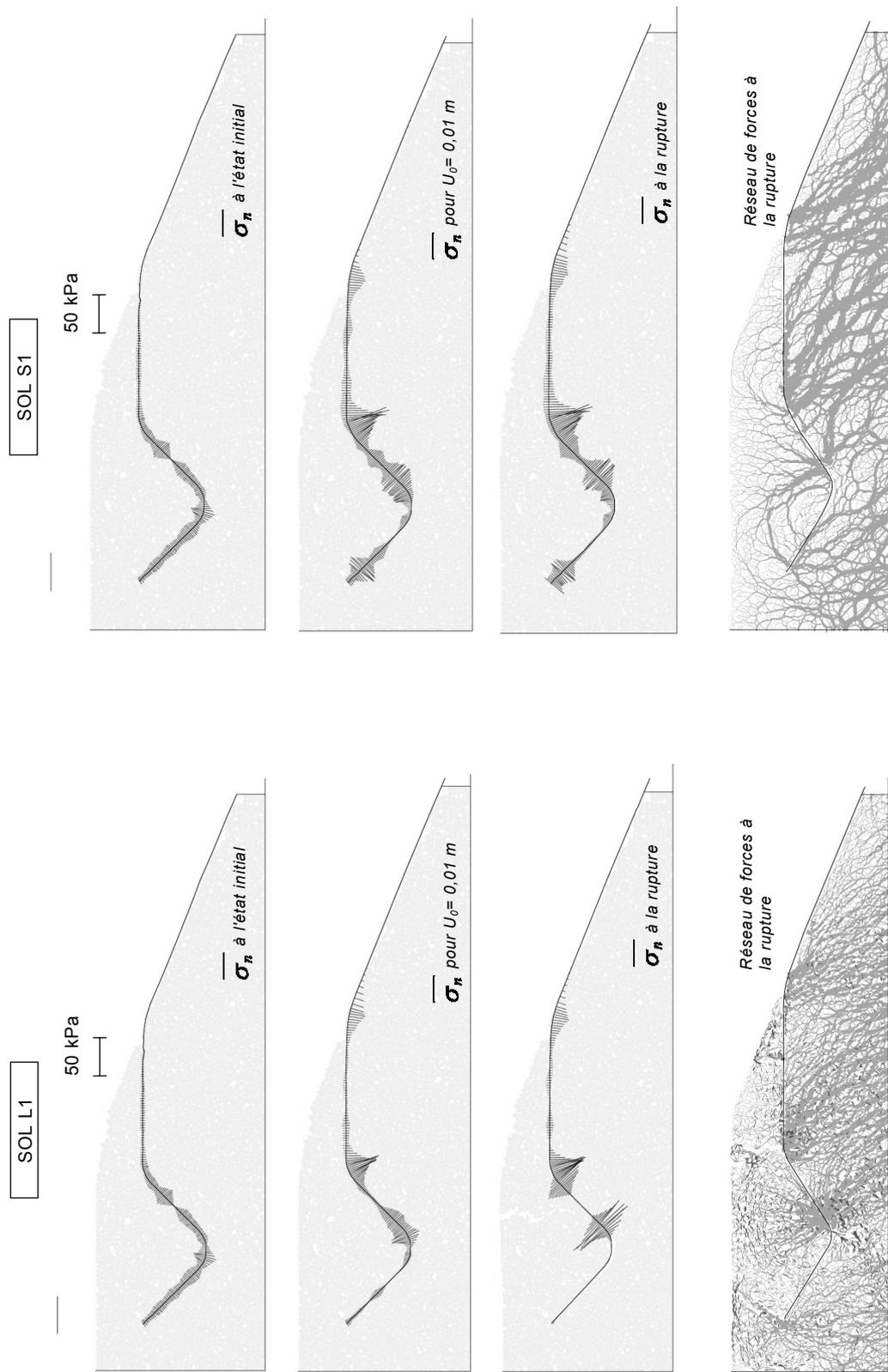
---

<sup>1</sup> Les nappes géosynthétiques chargées perpendiculairement à leur plan se déforment en membrane. Inversement donc, si un segment est droit, il y a forcément égalité des contraintes normales appliquées de part et d'autre du géosynthétique.



**fig. 6.22.** Ancrage U1(2/3) et sol L1 : évolution des contraintes équivalentes à l'interface et réseau de force

**fig. 6.23.** Ancrage U1(2/3) et sol S1 : évolution des contraintes équivalentes à l'interface et réseau de force



**fig. 6.24.** Ancrage V1(2/2) et sol L1 : évolution des contraintes équivalentes à l'interface et réseau de force

**fig. 6.25.** Ancrage V1(2/2) et sol S1 : évolution des contraintes équivalentes à l'interface et réseau de force

6.5.2.2.2 Tranchées en V

Les résultats pour un ancrage en V sont donnés sur les figures 6.24 et 6.25. Comme dans le cas précédent, il y a une évolution notable de la distribution de contrainte normale, avec notamment une augmentation à l'intérieur des coudes. Il se produit le même phénomène que dans le cas des ancrages en L : un allègement de la contrainte sur la dernière partie de l'ancrage (partie gauche du V sur les figures) provoqué par le frottement sur les segments précédents. Dans le cas du sol L1, ce phénomène est si prononcé que la contrainte d'interface est nulle ou quasiment nulle sur toute la partie gauche du V, à cause des efforts de soulèvement exercés à droite. Dans le cas du sol S1, le soulèvement n'est pas complet. Du fait de l'absence de cohésion, le sol de remplissage ne se soulève pas d'un seul bloc mais présente plutôt une rotation d'ensemble. La distribution de contraintes fait apparaître dans ce cas une zone de compression au niveau des vingt derniers centimètres d'ancrage.

Notons que la position des zones les plus comprimées est cohérente avec la cinématique de rotation décrite sur la figure 6.26. Avec le sol L1, les zones les plus sollicitées semblent être les zones notées 1 et 3 sur la figure, la zone 2 n'est pas comprimée. Avec le sol S1 les zones les plus comprimées sont les zones 1 et 2.

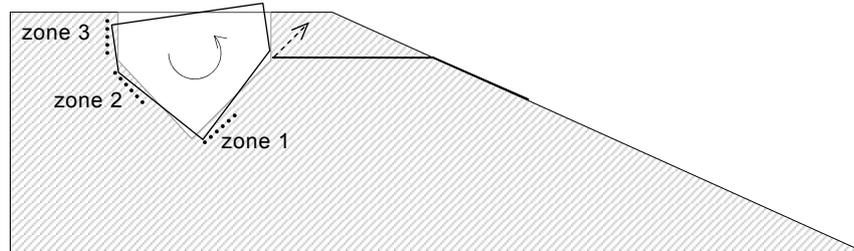


fig. 6.26. Rotation du sol à l'intérieur de la tranchée et zones de compression associées.

6.5.2.3 Mobilisation de la contrainte  $\tau_{max}$

Dans toutes les méthodes de dimensionnement, on suppose que la mobilisation du frottement à l'interface est maximale. Cette hypothèse se traduit dans le modèle par éléments discrets par la relation (6.2) à chaque point de contact sol-inclusion,  $f_t$  et  $f_n$  étant respectivement la composante tangentielle et normale de la force de contact. Nous allons montrer que cette hypothèse n'est pas forcément vérifiée.

$$f_t = f_n \cdot \tan(\delta) \tag{6.2}$$

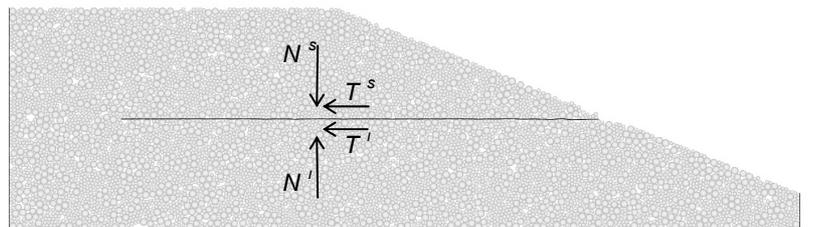


fig. 6.27. Définition des efforts équivalents sur chaque face du géosynthétique.

On introduit pour chaque face de l'inclusion (fig. 6.27) l'effort normal équivalent  $N^k$  et l'effort tangentiel équivalent  $T^k$ , définis dans les équations (6.3) et (6.4). Dans les équations,  $n_c^k$  représente le nombre de contacts sur la face considérée ( $k="i"$  pour l'interface inférieure,  $k="s"$  pour l'interface supérieure). Dans un milieu continu, calculer  $N^k$  et  $T^k$  reviendrait à sommer  $\sigma_n$  et  $\tau$  sur chaque interface. Aux erreurs de discrétisation près, la somme  $T^i+T^s$  est égale à la tension  $T_0$  en tête de l'ancrage. Par ailleurs, si la relation (6.2) est vérifiée, alors  $N^k$  et  $T^k$  sont liés suivant (6.5). On se propose de vérifier cette relation, pour un ancrage droit dans un premier temps puis pour un ancrage courbe.

$$N^k = \sum_{j=1}^{j=n_c^k} f_n(j) \quad (6.3)$$

$$T^k = \sum_{j=1}^{j=n_c^k} f_t(j) \quad (6.4)$$

$$T^k = N^k \cdot \tan(\delta) \quad (6.5)$$

---

#### 6.5.2.3.1 Ancrage droit

Pour l'ancrage droit (sol S1), la figure 6.28 présente dans un repère  $T^k/N^k$  l'évolution de l'interaction à chaque interface au cours de l'extraction.

L'effort tangentiel  $T^s$  à l'interface supérieure est négligeable, le sol de recouvrement applique globalement un effort perpendiculaire à la nappe (ce qui localement n'est pas forcément vrai). L'effort normal  $N^s$  reste approximativement égal au poids du sol de recouvrement.

L'effort  $N^i$ , proche de  $N^s$  à l'état initial, augmente de manière significative au cours du chargement. Ceci est dû à l'accroissement des efforts de contact, à l'intérieur de la section courbe (raccordement à la pente), sous l'effet de la tension.

L'effort tangentiel  $T^i$  augmente en même temps que  $N^i$ , jusqu'à ce que le rapport  $T^i / N^i$  atteigne la valeur limite  $\tan\delta$ . On a, à ce moment, la mobilisation complète du frottement de l'interface inférieure. Le maximum de  $N^i$  correspond à la tension de rupture  $T_r$  de l'ancrage.

Après la mobilisation complète du frottement, l'inclusion glisse sur le sol support. Au cours de ce glissement, les efforts  $N^i$  et  $T^i$  fluctuent, mais le rapport entre les deux reste très proche de  $\tan\delta$ .

---

#### 6.5.2.3.2 Ancrage courbe

On analyse l'évolution des efforts  $T^k$  et  $N^k$  dans l'ancrage U1(2/3). La figure 6.29 représente le cas du sol L1, la figure 6.30 correspond au sol S1. On constate dans les deux cas :

- une décroissance initiale de l'effort normal  $N^s$  sur la face supérieure, à cause du décollement qui se produit à l'arrière du segment vertical (voir section 6.5.2.2), puis une augmentation lorsque la mise en tension du dernier segment induit une concentration de contraintes à l'intérieur du dernier coude ;
- une croissance quasi-continue de  $N^i$  et  $T^i$  jusqu'à la rupture.

Les deux résultats divergent en revanche sur un point. Le cas avec cohésion (L1) montre une mobilisation complète du frottement sur les deux faces au moment de la rupture. Dans le cas sans cohésion (S1) au contraire, quelle que soit la face considérée, le « critère de rupture » n'est jamais atteint : la rupture de l'ancrage intervient avant la mobilisation complète du frottement d'interface. Cette différence de comportement entre le cas cohérent et le cas non-cohérent est typique, des résultats similaires ont été obtenus avec la plupart des géométries testées.

La mobilisation incomplète du frottement suppose que, dans certaines parties de l'ancrage, il n'y a pas de déplacement relatif sol-inclusion pendant l'extraction. Cela est lié au transfert de la rupture de l'interface vers l'intérieur du massif, conformément aux mécanismes mis en évidence avec les sols sans cohésion (section 6.4).

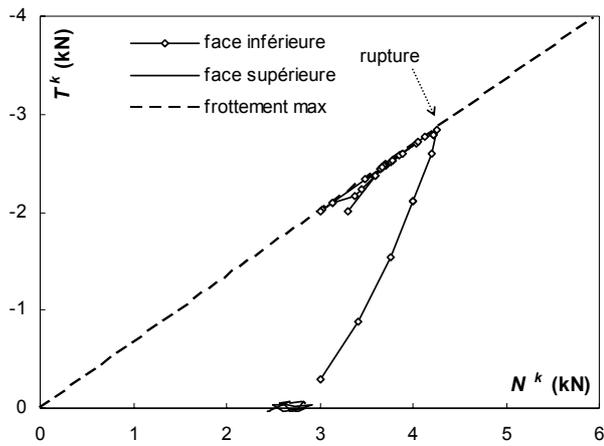


fig. 6.28. Ancre droit et sol S1 : évolution des efforts équivalents à l'interface.

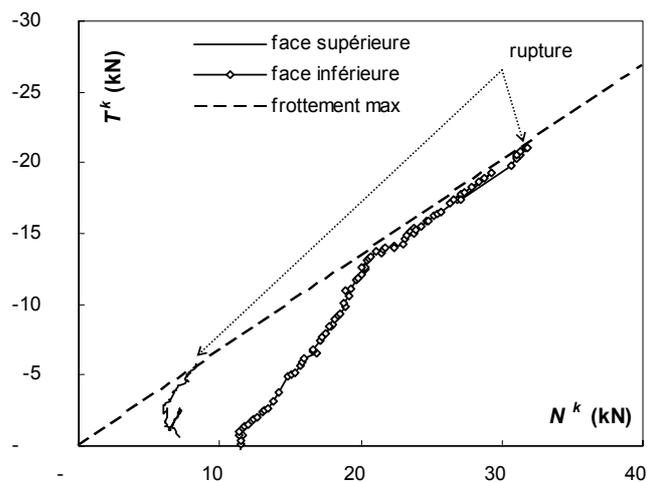


fig. 6.29. Ancre U1(2/3) : évolution des efforts d'interface avec le sol L1.

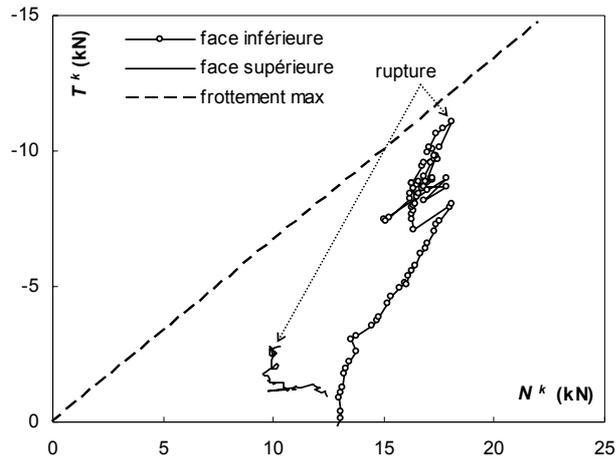


fig. 6.30. Ancrage U1(2/3) : évolution des efforts d'interface avec le sol S1.

#### 6.5.2.4 Analogie du fil frottant sur un cylindre

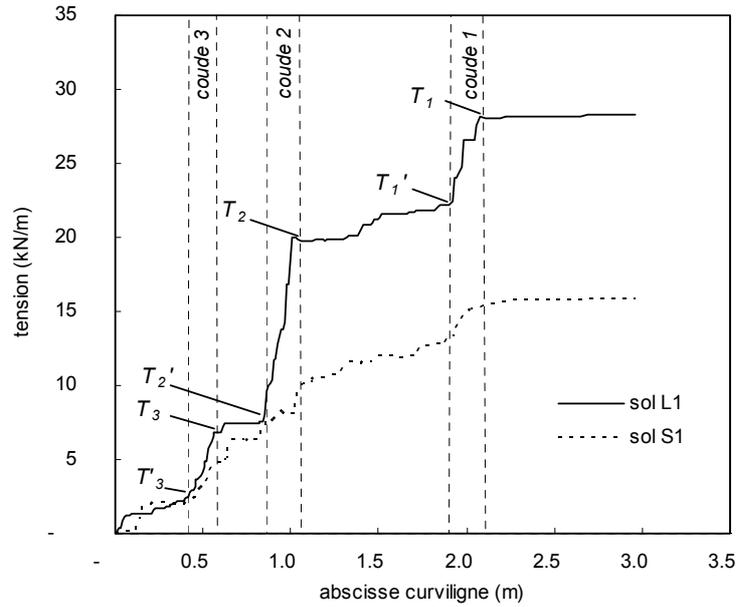
L'analogie entre un fil frottant sur un cylindre et l'interaction sol-géosynthétique au voisinage des coudes (analogie F.F.) suppose qu'il y a déplacement relatif et mobilisation du frottement maximum à l'interface. On vient de voir que cette hypothèse était vérifiée uniquement avec les modèles de sol cohérents.

Puisque l'analogie F.F. implique que la tension est multipliée par  $e^{\lambda \tan \delta}$  au passage d'un coude d'angle  $\lambda$ , un moyen simple de tester la pertinence de l'analogie est d'analyser la distribution de la tension dans l'inclusion simulée. La figure 6.31 présente les distributions obtenues dans l'ancrage U1(2/3) avec les sols S1 et L1. La tension dans un élément est représentée en fonction de son abscisse curviligne. Les parties courbes de l'ancrage sont délimitées par des lignes pointillées, dont les intersections avec le graphe de la tension définissent des couples de valeurs ( $T_j, T_j'$ ) représentant la tension avant et après le  $j$ -ième coude.

Entre les coudes, l'évolution de la tension est assez similaire dans les deux cas. Ceci indique que les mécanismes de frottement sont assez comparables en intensité dans les zones rectilignes. En revanche, dans les parties courbes, l'augmentation de tension est beaucoup plus importante dans le cas du sol L1. C'est donc l'intensité du frottement dans les coudes qui semble expliquer à elle seule l'accroissement de résistance lié à la cohésion. Notons que la valeur  $T_2'$  est peu dépendante du modèle de sol, c'est principalement à partir du coude 2 (donc à partir de  $T_2$ ) que l'écart entre les deux résultats devient important.

Les couples ( $T_j, T_j'$ ) définis sur la figure 6.31 permettent d'associer à chacun des coudes un coefficient représentant l'augmentation de tension associée. On a reporté dans le Tableau 6-5 les coefficients obtenus par cette méthode avec plusieurs géométries d'ancrage et différentes valeurs du frottement à l'interface. Ayant déjà signalé que l'analogie F.F. ne s'applique pas pour les sols sans cohésion, on présente uniquement des résultats relatifs au sol L1.

On obtient une très bonne correspondance entre les valeurs simulées et les valeurs théoriques du rapport  $T_j'/T_j$ , avec des écarts généralement inférieurs à 10%. L'analogie F.F. est donc une approche correcte de l'interaction sol-inclusion dans le cas des sols cohérents.



**fig. 6.31.** Evolution de la tension dans l'ancrage et accroissement au niveau des coudes en fonction du sol simulé.

Géométrie	$\delta$ (°)	n° coude (k = )	$\lambda$ (°)	$T'_k/T_k$ simulé	$T'_k/T_k$ théorique ( $e^{\lambda \cdot \tan \delta}$ ) *	Différence (%)
U1(1/3)	34	2	90	3,08	2,88	-6,2
		1	22	1,30	1,30	-0,7
	18.5	2	90	1,91	1,69	-11,5
		1	22	1,10	1,14	3,5
U1(2/3)	34	3	90	3,16	2,88	-8,6
		2	90	2,66	2,88	8,6
		1	22	1,27	1,30	2,4
	18.5	3	90	1,65	1,69	2,2
		2	90	1,68	1,69	0,4
		1	22	1,14	1,14	-0,3
V1(2/2)	34	2	32	1,42	1,46	2,4
		1	22	1,28	1,30	1,1
	18.5	2	32	1,19	1,21	1,3
		1	22	1,12	1,14	1,5

\* :  $\lambda$  en radians dans cette formule

**Tableau 6-5.** Coefficient multiplicatif de la tension au passage d'un coude : comparaison entre la théorie (analogie F.F.) et les simulations avec sol cohérent L1 et inclusions GTX2 et GTX2b.

## 6.6. Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter les principaux résultats de l'étude paramétrique des modèles d'ancrage. Les résultats ont montré que les tranchées d'ancrages permettaient une augmentation importante de la résistance par comparaison avec un ancrage droit. Les tranchées rectangulaires sont les plus performantes.

Les paramètres de raideur – du sol, de l'inclusion, et de l'interface – ont peu d'influence sur la capacité d'ancrage. En revanche, le rôle des propriétés de résistance du sol et de l'interface a été mis en évidence :

- On distingue deux modes de rupture concurrents, conformément aux conclusions du chapitre 5. Quand le sol est cohérent, il y a rupture par glissement à l'interface sol-inclusion. Au contraire, la rupture peut être déplacée vers l'intérieur du massif quand le sol est purement frottant. La déformation du massif prend alors plus ou moins d'ampleur suivant les caractéristiques de l'ancrage. Elle tend globalement à augmenter le rayon des parties courbes.
- Lors d'une rupture par glissement à l'interface, la résistance de l'ancrage est indépendante de celle du sol tant que celle-ci est suffisante pour assurer la stabilité du massif.
- Dans les sols purement frottants, à l'inverse, la résistance dépend en grande partie de l'angle de frottement interne.
- La relation entre la capacité d'ancrage et le coefficient de frottement est non linéaire. En considérant deux angles de frottement  $\delta_1$  et  $\delta_2$  tels que  $\delta_1 < \delta_2$ , on a  $T_{max}(\delta_2)/T_{max}(\delta_1) > \tan(\delta_2)/\tan(\delta_1)$  avec le sol cohérent,  $T_{max}(\delta_2)/T_{max}(\delta_1) < \tan(\delta_2)/\tan(\delta_1)$  avec le sol purement frottant. Cette non-linéarité est plus prononcée avec les ancrages en L qu'avec les ancrages en V.

L'adéquation entre les valeurs de  $T_{max}$  simulées et les valeurs théoriques est très variable d'un ancrage à l'autre, quelle que soit la méthode de dimensionnement choisie. Ceci est logique au regard de ce qui précède. En effet, les méthodes de dimensionnement actuelles ne font pas intervenir les propriétés du sol dans le calcul de  $T_{max}$ . Il est donc d'emblée impossible de les adapter à la fois au sol cohérent et au sol frottant. Si certaines méthodes rendent effectivement compte d'une relation non-linéaire entre  $T_{max}$  et  $\tan(\delta)$ , comparable à celle obtenue avec les sols cohérents, elles sont forcément inadaptées au cas du sol sans cohésion, pour lequel la tendance est inversée.

De tels constats nous ont conduit à discuter, sur la base des simulations, les différentes hypothèses invoquées pour justifier les méthodes de dimensionnement. On a montré en particulier que :

- l'état de contrainte initial du massif ne peut pas servir de référence pour estimer  $\sigma_n$  à l'interface dans une approche de type « équilibre limite ». A la rupture, en effet, l'état de contrainte est très différent. Lorsque l'ancrage est mis en tension,  $\sigma_n$  augmente fortement sur certaines parties (principalement l'intérieur des coudes), et diminue dans certaines autres (segments 2 et 3 des ancrages en V et en L) ;

- avec les sols cohérents, l'interaction entre le sol et l'inclusion au niveau des coudes est comparable à celle d'un fil sur un cylindre. La tension est multipliée à chaque coude par un facteur proche de  $e^{\lambda \tan \delta}$  (où  $\lambda$  est l'angle du coude). Pour autant, la méthode de dimensionnement basée sur cette analogie ne donne pas des valeurs réalistes pour  $T_{max}$ . Des hypothèses complémentaires sont probablement nécessaires ;
- avec les sols purement frottants, l'ancrage peut se rompre sans que l'interface atteigne l'état d'équilibre limite. L'explication est assez simple : le massif d'ancrage ne résiste pas aux efforts de frottement appliqués au niveau de l'interface, de sorte que le frottement n'est jamais maximum. Pourtant, ceci remet en cause une hypothèse de base commune à toutes les méthodes de dimensionnement actuelles. Pour les améliorer, il est donc nécessaire de mieux prendre en compte le comportement global du système massif + inclusion.



# Chapitre 7

## Modélisation analytique et dimensionnement

### **7.1. Introduction**

### **7.2. Modèles analytiques d'équilibre limite**

7.2.1 Ancrages par recouvrement simple

7.2.2 Ancrages en L

7.2.3 Ancrages en V

### **7.3. Validation**

7.3.1 Prise en compte des effets d'angle par les facteurs  $K$ ,  $K^*$

7.3.2 Ancrages en L

7.3.3 Ancrages en V

### **7.4. Dimensionnement**

7.4.1 Domaine de validité des formulations proposées

7.4.2 Choix des hypothèses de calcul

7.4.3 Autres géométries d'ancrage

### **7.5. Conclusion**

---

### **7.1. Introduction**

Les chapitres précédents ont souligné l'imprécision des méthodes de détermination de la tension  $T_r$  mobilisable dans un ancrage en tranchée. Cette imprécision est liée principalement à des hypothèses irréalistes - sur la distribution des contraintes à l'interface en particulier. Une estimation plus précise de  $T_r$  est requise pour le dimensionnement des tranchées.

On propose dans ce chapitre des modélisations analytiques de type « équilibre limite », fondées sur les conclusions du chapitre précédent. On traite le cas des ancrages simples par recouvrement, et des ancrages en tranchée en L ou en V. Deux mécanismes de rupture concurrents sont pris en considération pour l'expression de la tension mobilisable : rupture par glissement relatif sol-inclusion d'une part, et rupture dans le massif d'ancrage d'autre part. Les modélisations analytiques proposées sont comparées aux résultats des simulations ainsi qu'aux données issues des essais en vraie grandeur, ce qui permet de les valider. Dans la dernière partie du chapitre, on discute l'application des expressions obtenues dans la démarche de dimensionnement.

## 7.2. Modélisations analytiques à l'équilibre limite

### 7.2.1 Ancrages par recouvrement simple

#### 7.2.1.1 Tension $T_1$ générée par frottement

On considère une géométrie d'ancrage telle que définie sur la figure 7.1. En toute généralité, la traction  $T_1$  mobilisable par l'ancrage est liée aux frottements sur chaque face de la nappe. Cependant, la somme des frottements sur la face supérieure ne peut dépasser la résistance en traction de la couche de recouvrement (bloc (a)), qui tend à se déplacer en même temps que la nappe.

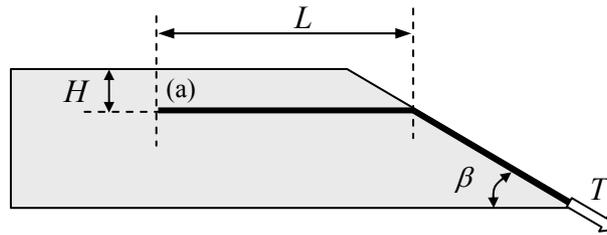


fig. 7.1. Géométrie d'un ancrage par recouvrement simple.

L'hypothèse d'équilibre limite du système {bloc (a) + nappe} (fig. 7.2) permet de déterminer la tension maximum  $T_1'$  dans la nappe avant le changement de direction (Eq. 7.1). On note  $P_1$  le poids du bloc (a),  $R_t$  la force de traction mobilisée dans le sol au droit de l'extrémité de l'ancrage, et  $\sigma_t$  la contrainte limite de traction dans le sol. Les efforts sont exprimés par unité de largeur de l'ancrage  $[F.L^{-1}]$ . On considère que si la résistance en traction de la couche supérieure (assimilée à  $H \times \sigma_t$ ) est supérieure au frottement mobilisable à l'interface supérieure ( $P_1 \times \tan(\delta)$ ), le bloc (a) reste solidaire du massif et le frottement est complètement mobilisé. Dans le cas contraire, l'effort  $R_t$  dépend de la résistance en traction du sol, conformément à l'équation (7.2).

$$T_1' = P_1 \cdot \tan(\delta) + R_t \quad (7.1)$$

$$R_t = \min[H \cdot \sigma_t, P_1 \cdot \tan(\delta)] \quad (7.2)$$

Pour calculer la tension  $T_1$  (appliquée parallèlement à la pente) on doit prendre en compte l'effet d'angle lié à la pente du talus. On envisage pour cela deux mécanismes distincts détaillés ci dessous.

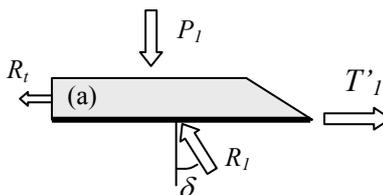


fig. 7.2. Equilibre statique du bloc supérieur.

### 7.2.1.2 Hypothèse du massif indéformable

Dans la première approche, on suppose qu'au voisinage du changement de direction, le géosynthétique se déplace par rapport au sol sous-jacent, considéré fixe. On admet alors que l'état de contrainte à l'interface vérifie  $\tau = \sigma_n \tan(\delta)$ . Dans ce cas, le problème est analogue à celui d'un fil frottant sur un arc de cercle. On peut alors introduire un coefficient de majoration  $K_I$ , dont la valeur est donnée par l'équation (7.3), tel que  $K_I = T_I / T_I'$ .  $T_I$  est finalement donné par l'expression (7.4). Notons que ce résultat est l'application à un cas particulier de l'approche préconisée dans le guide technique [Gui00] (méthode M3).

$$T_I / T_I' = K_I = e^{\beta \tan \delta} \quad (7.3)$$

$$T_I = e^{\beta \tan \delta} \cdot (P_I \tan(\delta) + R_I) \quad (7.4)$$

### 7.2.1.3 Hypothèse de rupture du massif

On a montré au chapitre précédent que les changements de direction étaient parfois le lieu de ruptures dans le sol. Quand l'angle du changement de direction est assez faible - ce qui est le cas de l'angle  $\beta$  de la pente - ces ruptures sont limitées au proche voisinage du coude. Supposons donc que les efforts agissant au voisinage du changement d'angle sont susceptibles de cisailer le sol suivant la ligne de glissement représentée sur la figure 7.3. On suppose également que le bloc en mouvement est suffisamment petit pour que les forces volumiques (poids) et surfaciques (contraintes environnantes) puissent être négligées vis-à-vis de  $T_I$  et  $T_I'$ . En considérant l'état d'équilibre limite de la zone cisailée, on obtient les équations (7.5) et (7.6), par projection sur X et Y ( $\varphi$  représente l'angle de frottement interne du sol).

$$T_I - T_I' \cos(\beta) - R \sin(\alpha + \varphi) = 0 \quad (7.5)$$

$$- T_I' \sin(\beta) + R \cos(\alpha + \varphi) = 0 \quad (7.6)$$

En combinant les équations (7.5) et (7.6) on obtient :

$$T_I / T_I' = [\cos(\beta) + \sin(\beta) \tan(\alpha + \varphi)] \quad (7.7)$$

L'angle  $\alpha$  le plus critique (minimisant le rapport  $T_I / T_I'$ ) est égal à zéro, le rapport  $T_I / T_I'$  correspondant est donné par l'équation (7.8).

$$T_I / T_I' = [\cos(\beta) + \sin(\beta) \tan(\varphi)] \quad (7.8)$$

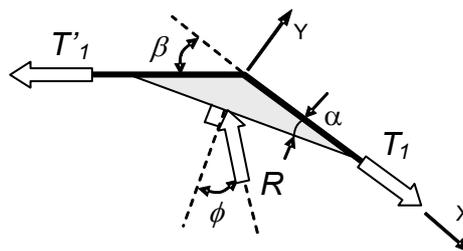


fig. 7.3. Rupture par cisaillement du sol au voisinage d'un changement d'angle.

Le mode de sollicitation est tel que  $T_I/T_I'$  ne peut être inférieur à un (la tension est appliquée en tête de l'ancrage). Certains couples  $(\beta, \phi)$  peuvent cependant aboutir dans l'équation (7.8) à des valeurs inférieures à 1. On admet que, dans ce cas, le sol est très instable au voisinage du coude et n'apporte aucune résistance supplémentaire : le rapport  $T_I/T_I'$  est alors considéré égal à un.

La possibilité d'une rupture interne au massif n'exclut pas la rupture au niveau de l'interface. Le mécanisme dominant est en fait celui aboutissant au plus faible rapport  $T_I/T_I'$ , si bien que le facteur  $K_I^*$  est la plus faible valeur obtenue par les équations (7.3) et (7.8).

#### 7.2.1.4 Capacité d'ancrage

En fonction de l'hypothèse retenue en terme de comportement du massif, la capacité d'ancrage est donnée par l'expression (7.9) ou (7.10), où  $T_I'$  est donné par l'équation (7.2) :

- pour un massif indéformable :

$$T_I = K_I \times T_I' \quad (7.9)$$

avec  $K_I = e^{\beta \tan \delta}$

- pour un massif déformable :

$$\begin{aligned} T_I &= K_I^* \times T_I' && \text{si } K_I^* > 1 \\ T_I &= T_I' && \text{si } K_I^* \leq 1 \end{aligned} \quad (7.10)$$

avec  $K_I^* = \min [e^{\beta \tan \delta} ; \cos(\beta) + \sin(\beta) \tan(\phi) ]$

Pour les ancrages présentant par la suite des changements d'orientation multiples (L et V), on associera à chaque coude des coefficients similaires à ceux des équations (7.9) et (7.10). Les variables correspondant - comme  $K_I^*$  - à l'hypothèse d'une rupture dans le sol seront signalées par un astérisque.

---

## 7.2.2 Ancrages en L

### 7.2.2.1 Rôle du sol de recouvrement

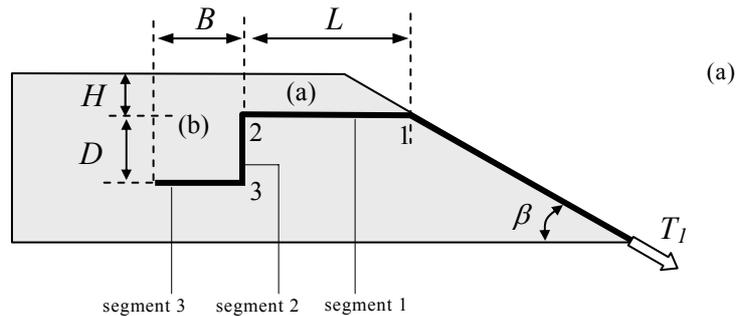
On considère désormais un ancrage en L réalisé dans une tranchée rectangulaire (fig. 7.4) et on discute pour l'instant l'action du sol de recouvrement sur l'inclusion. On définit  $R_L$ , somme des frottements sur la face supérieure du segment 1 (fig. 7.5), qui dépend de la géométrie et des caractéristiques du sol.

- **Si  $H \cdot \sigma_t > P_I \cdot \tan \delta$** , le sol de recouvrement (a) est suffisamment résistant pour ne pas se dissocier du reste du massif (b). On peut alors considérer que, lors de l'extraction, le géosynthétique frotte avec le sol sur chaque face du segment 1. Dans ce cas, on pose :

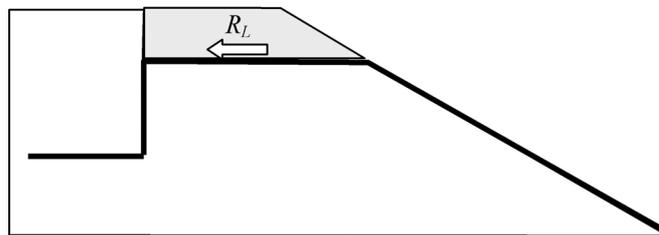
$$R_L = P_I \times \tan \delta \quad (7.11)$$

- Si  $H.\sigma_t < P_l.\tan\delta$ , le sol de recouvrement (a) peu résistant va se dissocier du reste du massif après fissuration au droit du coude 2. Compte tenu de l'importance du déplacement nécessaire à la mobilisation complète de l'ancrage, la fissuration se produit avant que  $T_l$  n'atteigne sa valeur maximum.  $R_L$  est donc nul au moment de la rupture de l'ancrage (Eq. 7.12).

$$R_L = 0 \tag{7.12}$$



**fig. 7.4.** Définition de la géométrie et numérotation des coudes et des segments d'un ancrage en L.

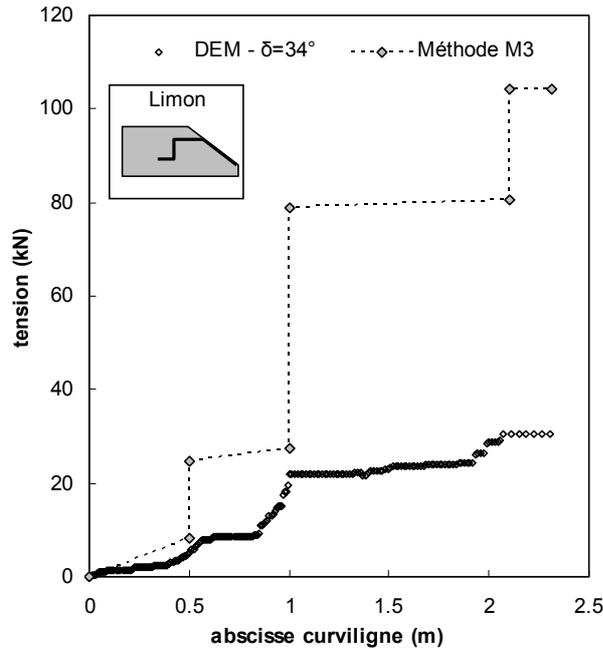


**fig. 7.5.** Définition de la force  $R_L$ , somme des frottements sur la face supérieure du segment 1.

### 7.2.2.2 Hypothèse du massif indéformable : contrainte normale modifiée

Dans le cas d'un massif indéformable, la rupture implique le déplacement relatif de l'inclusion par rapport au massif par glissement à l'interface. La tension maximale est donc mobilisée lorsque l'équilibre limite est atteint en tout point de l'interface sol/géosynthétique (i.e.  $\tau = \sigma_n \tan \delta$ ). Dans ce contexte, l'analogie avec le frottement d'un fil s'applique à chaque changement d'orientation de la nappe.

Pourtant, on a vu que la méthode M3, qui est également basée sur l'analogie avec un fil, prévoyait des résistances quatre fois trop élevées. Ce paradoxe apparent trouve une explication sur la figure 7.6, qui représente l'évolution de la tension dans l'ancrage. On constate que la tension  $T'_3$  générée par frottement sur le segment 3 est surestimée dans la méthode M3. Or, cette tension  $T'_3$  se trouve multipliée au passage des trois coudes successifs, l'erreur initiale est donc amplifiée et a une incidence forte sur la tension  $T_l$  calculée.



**fig. 7.6.** Distribution de la tension dans l'ancrage U1(2/3), d'après la méthode M3 et d'après la simulation DEM-DSEM.

On a montré par ailleurs que la mise en tension de l'ancrage s'accompagne d'une diminution de la contrainte normale sur le segment 3 (section 6.5.2.2.1). Ceci n'est pas pris en compte dans la méthode M3, ce qui explique la surestimation de  $T'_3$ . Partant de ce constat, nous proposons de calculer la capacité d'ancrage en définissant une distribution de contrainte normale modifiée. Le calcul s'effectue alors comme suit, en considérant un à un les segments successifs.

### Segment 3

A l'état initial, le poids  $P_2$  de la zone (b) du massif s'applique intégralement sur le segment 3. Lors de la mise en tension, la concentration de contraintes au niveau du coude 3 résulte en un effort de soulèvement du bloc (b). La composante verticale de cet effort de soulèvement, égale à  $T_3$ , s'oppose au poids  $P_2$  (fig. 7.7). Par suite, sur chaque face du segment 3, la résultante des contraintes normales est égale à  $(P_2 - T_3)$ . De ce fait, en utilisant les notations de la figure 7.8, la somme  $T'_3$  des frottements sur le dernier segment est donnée par l'équation (7.13). Par ailleurs, si la nappe est à l'état limite de glissement au voisinage du coude, les valeurs  $T_3$  et  $T'_3$  sont liées par la relation (7.14).

$$T'_3 = 2 (P_2 - T_3) \cdot \tan(\delta) \tag{7.13}$$

$$T_3 = K_3 \cdot T'_3 \tag{7.14}$$

$K_3$  est le coefficient de changement d'angle défini, comme dans l'équation (7.9), par  $K_3 = e^{\pi/2 \tan \delta}$ .

En combinant les équations (7.13) et (7.14) on obtient :

$$T'_3 = 2 P_2 \cdot \tan(\delta) / [1 + 2 K_3 \tan(\delta)] \tag{7.15}$$

$$T_3 = 2 P_2 \cdot K_3 \tan(\delta) / [1 + 2 K_3 \tan(\delta)] \tag{7.16}$$

Segment 2

On note  $F_h$  la résultante des efforts horizontaux exercés par le sol sur le segment vertical. A l'état initial  $F_h$  est défini par l'équation (7.17), on prend cette expression pour obtenir une approximation de  $F_h$  à la rupture. Les forces de frottement mobilisables sur chaque face ( $F_h \cdot \tan \delta$ ) sont additionnées à  $T_3$  pour donner la tension  $T'_2$  (Eq. 7.18).

L'état limite de glissement au niveau du second coude donne finalement l'expression (7.19) pour  $T_2$ .

$$F_h = \gamma K_o D (H+D/2) \tag{7.17}$$

$$T'_2 = T_3 + 2 F_h \tan(\delta) \tag{7.18}$$

$$T_2 = K_2 \cdot T'_2 \tag{7.19}$$

$K_o$  est le coefficient des terres au repos,  $K_2$  est le coefficient de changement d'angle défini par :  $K_2 = e^{\pi/2 \tan \delta}$ .

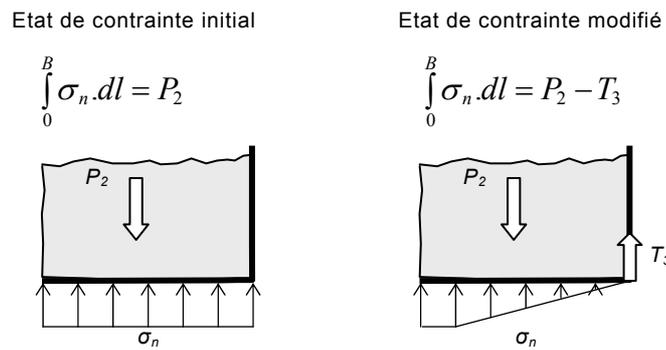


fig. 7.7. Evolution de la contrainte normale à l'interface (segment 3).

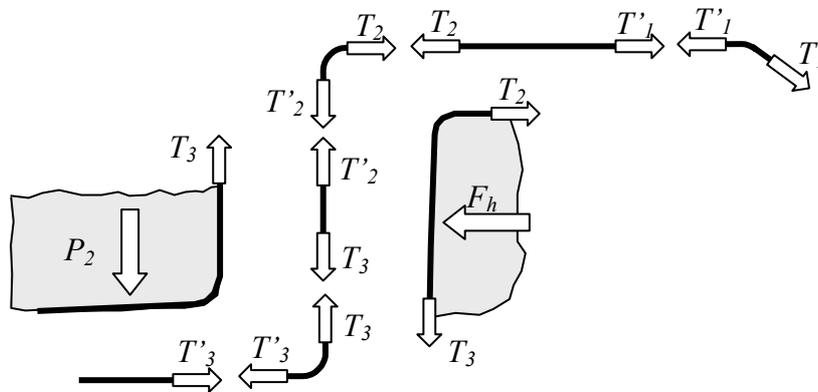


fig. 7.8. Equilibre de chacun des segments de la nappe dans le cas d'un ancrage en L.

*Segment 1*

Dans la partie superficielle de l’ancrage, le mécanisme proposé est le même que pour l’ancrage par recouvrement. On remplace simplement  $R_t$  par  $R_L$  (défini précédemment). On obtient  $T'_1$  puis  $T_1$  en ajoutant à  $T_2$  le frottement en partie superficielle (Eq. 7.20) puis en intégrant l’effet du coude 1 (Eq. 7.21). L’équation (7.22) donne l’expression développée de  $T_1$ , en fonction de la géométrie.

$$T'_1 = T_2 + P_1 \cdot \tan(\delta) + R_L \tag{7.20}$$

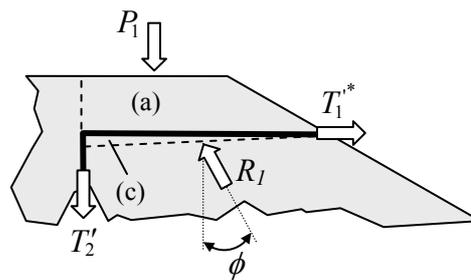
$$T_1 = K_1 \cdot T'_1 \tag{7.21}$$

$$T_1 = K_1 \cdot \tan(\delta) \cdot \left\{ \gamma \cdot K_2 \cdot \left[ K_0 \cdot B \cdot (2H + B) + \frac{2 \cdot K_3 \cdot B \cdot (H + D)}{1 + 2 \cdot K_3 \cdot \tan(\delta)} \right] + P_1 + \frac{R_L}{\tan(\delta)} \right\} \tag{7.22}$$

$K_1$  est le coefficient de changement d’angle défini par :  $K_1 = e^{\beta \tan \delta}$ .

**7.2.2.3 Hypothèse de rupture du massif**

Pour cette géométrie d’ancrage, on n’envisage pas spécifiquement de rupture au voisinage du coude 3. On estime que le mécanisme de soulèvement décrit précédemment reste valable et permet le calcul de la tension  $T'_2$  (Eq. 7.18). Pour le coude supérieur en revanche, la possibilité de rupture du massif est envisagée en prenant comme hypothèse simplificatrice la ligne de rupture sub-horizontale de la figure 7.9. Ce schéma de rupture, similaire à celui adopté pour la rupture d’un coude de sol mais étendue à une zone plus importante, est une simplification du mécanisme de rupture mis en évidence dans les simulations.



**fig. 7.9.** Equilibre du bloc (c).

On étudie la stabilité du bloc (c) situé entre le géosynthétique et la ligne de rupture. On admet que l’épaisseur du bloc (c) est faible, si bien que le poids total du sol en mouvement est assimilable à celui du sol de recouvrement (bloc (a)). En écrivant l’équilibre limite du système, on obtient l’expression (7.23) de la tension  $T'_1$  correspondante.

Dans cette approche, l’équilibre limite du bloc est étudié sans aucune considération concernant la mobilisation du frottement à l’interface. Il faut donc

comparer la valeur  $T'_1^*$  obtenue par l'équation (7.23) à la tension  $T'_1$  correspondant au glissement à l'interface (Eq. 7.20). La tension  $T_1$  mobilisable en tête est finalement obtenue en multipliant la valeur la plus faible par le coefficient  $K_1^*$  traduisant l'influence de la pente du talus. Cela se traduit par l'expression (7.24).

$$T_1'^* = \tan(\phi) \cdot [P_1 + T'_2] + R_L \quad (7.23)$$

$$T_1 = K_1^* \times \min(T'_1, T_1'^*) \quad (7.24)$$

Les expressions développées de  $T'_1$  et  $T_1'^*$  sont :

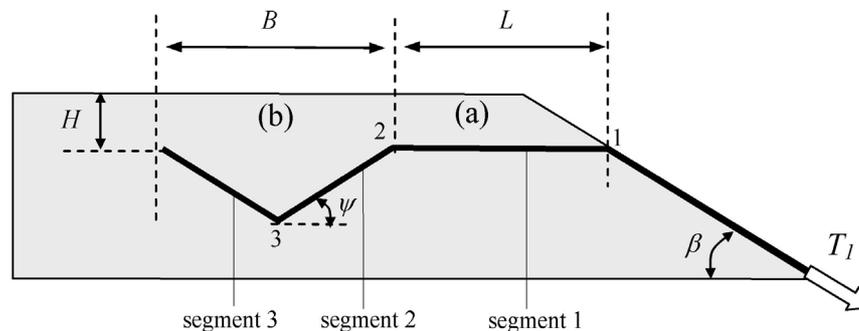
$$T_1'^* = \tan(\phi) \cdot \left[ P_1 + \gamma \cdot K_0 \cdot \tan \delta \cdot B \cdot (2H + B) + \frac{2 \cdot \gamma \cdot K_3 \cdot \tan \delta \cdot B \cdot (H + D)}{1 + 2 \cdot K_3 \cdot \tan \delta} \right] + R_L \quad (7.25)$$

$$T'_1 = \tan(\delta) \cdot \left\{ \gamma \cdot K_2 \cdot \left[ K_0 \cdot B \cdot (2H + B) + \frac{2 \cdot K_3 \cdot B \cdot (H + D)}{1 + 2 \cdot K_3 \cdot \tan(\delta)} \right] + P_1 + \frac{R_L}{\tan(\delta)} \right\} \quad (7.26)$$

### 7.2.3 Ancrages en V

Pour la géométrie en V, on décompose le sol de recouvrement en deux blocs (fig. 7.10). On considère que le bloc (a) se dissocie du reste du massif de sol et se déplace en même temps que la nappe.

Le comportement du bloc (b) dépend des caractéristiques de l'ancrage. Suivant l'inclinaison  $\psi$  du fond de tranchée et l'angle  $\delta$  de frottement à l'interface, ce bloc peut être dissocié du reste du massif et entraîné avec la nappe (mécanisme 1 :  $\psi \leq \delta$ ), ou bien rester en position (mécanisme 2 :  $\psi \geq \delta$ ). Nous allons développer les expressions de la capacité d'ancrage correspondant à ces deux mécanismes, en se plaçant successivement dans l'hypothèse du massif indéformable et dans l'hypothèse d'une rupture du massif.



**fig. 7.10.** Définition de la géométrie de l'ancrage en V et numérotation des coudes et des segments.

### 7.2.3.1 Hypothèse massif indéformable

#### 7.2.3.1.1 Expression de $T'_2$

Premier cas :  $\psi \leq \delta$  - bloc mobile

Si  $\psi \leq \delta$ , on considère que le bloc (b) est solidaire de la nappe. Il est donc soumis à une translation suivant X (fig. 7.11) qui conduit à un décollement de l'interface le long du segment 3. De ce fait, on prend uniquement en compte les efforts de frottement agissant sur la partie droite du V pour le calcul de résistance. On étudie l'équilibre statique du système {bloc (b) + nappe}, soumis comme sur la figure 7.11 au poids propre  $P_2$  (égal à  $\gamma.B.[2H+D]/2$ ), à la réaction de contact d'intensité  $R_2$  agissant sur la face inférieure du géosynthétique, et à la traction  $T'_2$ . Dans le repère local (X,Y), l'équilibre limite du système se traduit par les équations (7.27) et (7.28).

$$R_2 \cos(\delta) - P_2 \cos(\psi) = 0 \quad (7.27)$$

$$T'_2 - R_2 \sin(\delta) - P_2 \sin(\psi) = 0 \quad (7.28)$$

qui, par combinaison, donnent :

$$T'_2 = P_2 [ \cos(\psi)\tan(\delta) + \sin(\psi) ] \quad (7.29)$$

Ce calcul n'est a priori valable que si le sol a une résistance en traction suffisante pour entraîner le soulèvement effectif de l'ensemble du bloc (b) (hypothèse massif indéformable). Cependant, nous verrons par la suite que ce calcul constitue une approximation acceptable pour les cas où le soulèvement est seulement partiel du fait d'une dislocation du bloc.

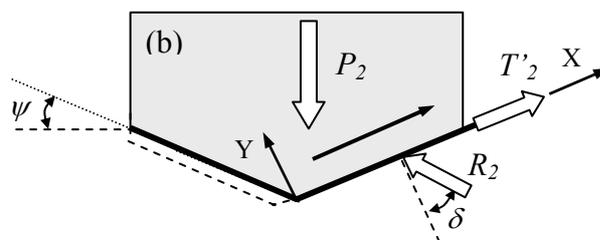


fig. 7.11. Equilibre statique de bloc (b) (mécanisme 1).

Deuxième cas :  $\psi \geq \delta$  - bloc fixe

On se place dans le cas où les parois de la tranchée ont une inclinaison supérieure au frottement sol-géosynthétique. A la rupture de l'ancrage, le bloc (b) reste en position dans la tranchée. De ce fait, le frottement maximum est mobilisé sur les deux faces des segments 2 et 3. La distribution de la contrainte normale sur ces deux segments est déduite de l'équilibre statique du bloc (b), soumis aux efforts représentés sur la figure 7.12. Par projection des efforts dans les repères locaux liés à chaque segment on obtient, les équations (7.30) à (7.33).

$$T'_3 = 2 R_3 \sin(\delta) \quad (7.30)$$

$$T'_2 = T_3 + 2 R_2 \sin(\delta) \quad (7.31)$$

$$R_3 \sin(\psi - \delta) - R_2 \sin(\psi + \delta) + T'_2 \cos(\psi) = 0 \quad (7.32)$$

$$R_3 \cos(\psi - \delta) + R_2 \cos(\psi + \delta) + T'_2 \sin(\psi) - P_2 = 0 \quad (7.33)$$

Par ailleurs, la condition relative au changement d'angle donne l'équation (7.34), avec  $K_3 = e^{2\psi \tan(\delta)}$ .

$$T_3 = K_3 T'_3 \quad (7.34)$$

La résolution de ce système à cinq équations et cinq inconnues donne :

$$T'_3 = 2 \sin(\delta) P_2 \sin(\psi - \delta) / A \quad (7.35)$$

$$T_3 = 2 K_3 \sin(\delta) P_2 \sin(\psi - \delta) / A \quad (7.36)$$

$$T'_2 = 2 \sin(\delta) P_2 [K_3 \sin(\psi + \delta) + \sin(\psi - \delta)] / A \quad (7.37)$$

Avec :

$$A = \sin(2\psi) + 2 \sin(\delta) [(K_3 + 1) \cos(\delta) - 2 \cos(\psi) \cos(\psi - \delta)] \quad (7.38)$$

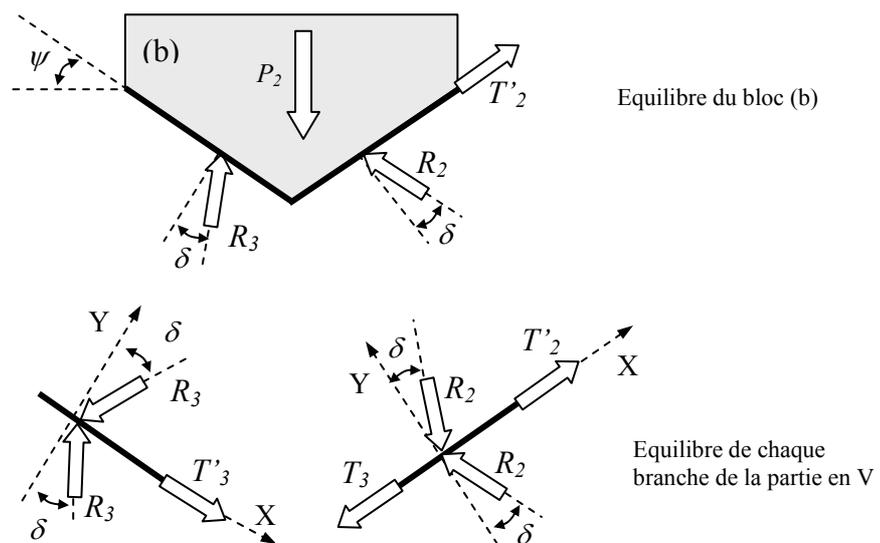


fig. 7.12. Equilibre statique du bloc (b) (mécanisme 2)

### 7.2.3.1.2 Expression de $T_1$

La capacité d'ancrage  $T_1$  est obtenue en considérant successivement les effets du coude 2 (Eq. 7.39), du frottement sous le segment 1 (Eq. 7.40), et du coude 1 (Eq. 7.41).

$$T_2 = K_2 T'_2 \quad (7.39)$$

$$T'_1 = T_2 + P_1 \tan(\delta) \quad (7.40)$$

$$T_1 = T'_1 K_1 \quad (7.41)$$

$K_2$  et  $K_1$  sont les coefficients de changement d'angle, respectivement égaux à  $e^{\psi \tan(\delta)}$  et  $e^{\beta \tan(\delta)}$ . L'expression de  $T_1$  à partir des caractéristiques géométriques est finalement :

- si  $\psi \leq \delta$ ,

$$T_1 = K_1 \cdot \{P_1 \cdot \tan(\delta) + \gamma \cdot K_2 \cdot B \cdot (H + D/2) [\cos(\psi) \cdot \tan(\delta) + \sin(\psi)]\} \quad (7.42)$$

- si  $\psi \geq \delta$  ( $A$  étant donné dans l'équation (7.38))

$$T_1 = K_1 \cdot \left\{ P_1 \cdot \tan(\delta) + 2 \cdot \gamma \cdot K_2 \cdot \sin(\delta) \cdot B \cdot \left( H + \frac{D}{2} \right) \cdot \frac{[K_3 \cdot \sin(\psi + \delta) + \sin(\psi - \delta)]}{A} \right\} \quad (7.43)$$

### 7.2.3.2 Hypothèse de rupture du massif

On propose de calculer la résistance dans l'hypothèse « rupture du massif » en remplaçant simplement les coefficients  $K_1$ ,  $K_2$ , et  $K_3$  des équations (7.42) et (7.43) ( $y$  compris dans l'expression de  $A$ ) par les coefficients  $K^*_1$ ,  $K^*_2$ , et  $K^*_3$  définis ci-dessous. Cette substitution revient à prendre en compte la possibilité d'une rupture dans le sol à chaque coude de l'ancrage. Si l'un de ces coefficients est inférieur à 1, il est remplacé par 1.

$$K^*_1 = \min [e^{\beta \tan \delta} ; \cos(\beta) + \sin(\beta) \tan(\varphi) ] \quad (7.44)$$

$$K^*_2 = \min [e^{\psi \tan \delta} ; \cos(\psi) + \sin(\psi) \tan(\varphi) ] \quad (7.45)$$

$$K^*_3 = \min [e^{2\psi \tan \delta} ; \cos(2\psi) + \sin(2\psi) \tan(\varphi) ] \quad (7.46)$$

On pourrait envisager pour cette géométrie une ligne de rupture passant sous le segment 1, comme pour l'ancrage en L. Cependant, nous avons vérifié que l'hypothèse de ruptures localisées au niveau des coudes était généralement la plus défavorable pour les ancrages en V.

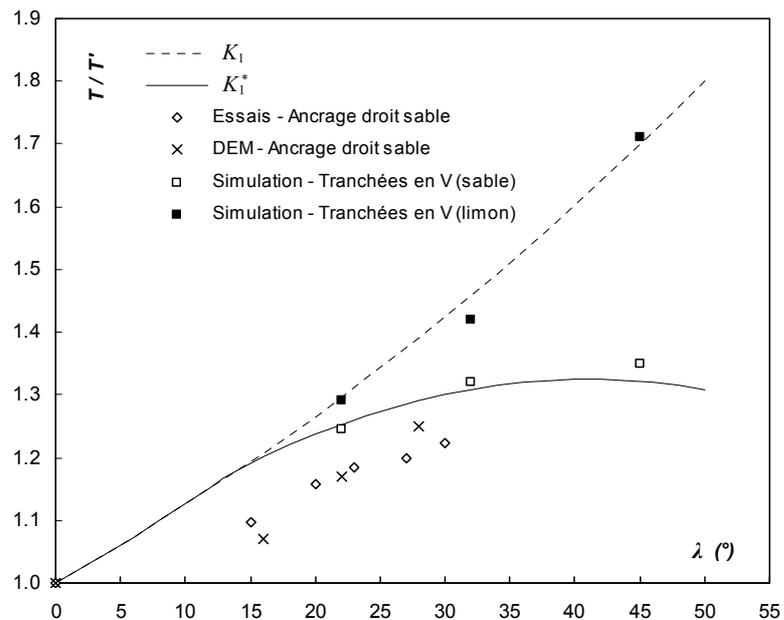
### 7.3. Validation

Les formulations analytiques présentées précédemment sont confrontées dans cette partie aux résultats des simulations numériques et des expérimentations.

L'ensemble des résultats expérimentaux et numériques a montré que la rupture des ancrages dans un sol cohérent (limon argileux) se produit généralement sans déformations notables du massif ; et qu'à l'inverse dans un sol sans cohésion (sable), la rupture est accompagnée de grandes déformations dans le sol. Par conséquent, les comparaisons entre formulations analytiques et résultats numériques ou expérimentaux sont faites dans l'hypothèse « massif indéformable » pour le limon, et dans l'hypothèse « rupture du massif » pour le sable.

#### 7.3.1 Prise en compte des effets d'angle par les facteurs $K$ , $K^*$

Nous avons introduit des coefficients  $K$  et  $K^*$  permettant d'évaluer le rapport  $T/T'$  associé à un coude, en fonction de son angle  $\lambda$ . On cherche ici à valider les expressions proposées.



**fig. 7.13.** Augmentation de la tension en fonction de l'angle du changement de direction : comparaison des résultats expérimentaux, simulés, et théoriques ( $\delta=34$  degrés dans tous les cas).

On a reporté sur la figure 7.13 l'évolution de  $K$  (massif indéformable - équation (7.13)) et  $K^*$  (rupture d'un coin de sol - équation (7.14)) en fonction de  $\lambda$ . Les valeurs sont comparées à différents rapports  $T/T'$  obtenus dans les essais ou dans les simulations :

- les essais d'ancrage droit réalisés avec le sable pour différentes valeurs de  $\beta$  et les simulations correspondantes (présentées au chapitre 5) constituent une base de comparaison. Le rapport  $T/T'$  correspond dans ce cas à  $T_{max}(\beta)/T_{max}(\beta=0)$  ;

- on a également reporté sur la figure les valeurs  $T/T'$  obtenues dans les simulations d'ancrages en V avec sable ou limon. Dans ce cas, on calcule l'augmentation de tension au niveau de la transition ancrage/pente (coude1 –  $\beta=22$  degrés) et au niveau des coudes (les configurations V1 et V2 présentent respectivement des coudes d'angle  $\psi=32$  degrés et  $\psi=45$  degrés).

Avec le limon, conformément à ce qui était déjà signalé (chap. 6), le coefficient  $K$  donne une très bonne estimation de l'effet des coudes.

On constate que, dans le cas du sable, le coefficient  $K^*$  est très bien adapté pour décrire l'influence des changements de direction des ancrages en V. La correspondance est acceptable, mais moins bonne, dans le cas des ancrages droits. Ceci est probablement lié aux hypothèses formulées pour le calcul de l'équilibre du coin de sol. Nous avons en effet supposé que les forces volumiques et surfaciques étaient négligeables devant les forces de tension dans la nappe. Or, ces tensions sont bien plus faibles dans le cas des ancrages droits. L'hypothèse est donc moins bien vérifiée.

---

### 7.3.2 Ancrages en L

#### 7.3.2.1 Comparaison des capacités d'ancrage

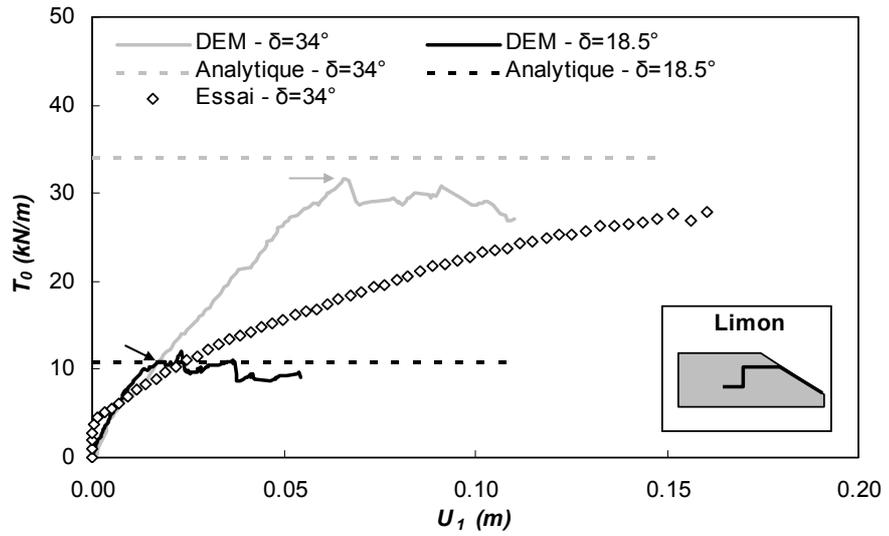
Les formulations analytiques développées précédemment pour l'ancrage en L sont comparées<sup>1</sup> dans les figures 7.14 et 7.15 aux simulations et aux données expérimentales disponibles (équations (7.13) à (7.22) pour le limon et équations (7.24) à (7.26) pour le sable). On présente les résultats pour deux valeurs différentes de l'angle de frottement  $\delta$  à l'interface :  $18,5^\circ$  et  $34^\circ$  (on rappelle que  $\tan(34^\circ) \approx 2.\tan(18,5^\circ)$ ). On constate que les méthodes analytiques proposées donnent une estimation acceptable des résistances expérimentales et simulées.

Les résultats présentés au chapitre précédent ont montré que la relation entre  $T_r$  et  $\tan(\delta)$  présentait une non-linéarité dépendante du type de sol :  $T_{max}(\delta_2)/T_{max}(\delta_1) > \tan(\delta_2)/\tan(\delta_1)$  avec les sols cohérents,  $T_{max}(\delta_2)/T_{max}(\delta_1) < \tan(\delta_2)/\tan(\delta_1)$  avec les sols purement frottants (avec  $\delta_1 < \delta_2$ ). Cette non-linéarité était plus prononcée dans les ancrages en L que dans les ancrages en V.

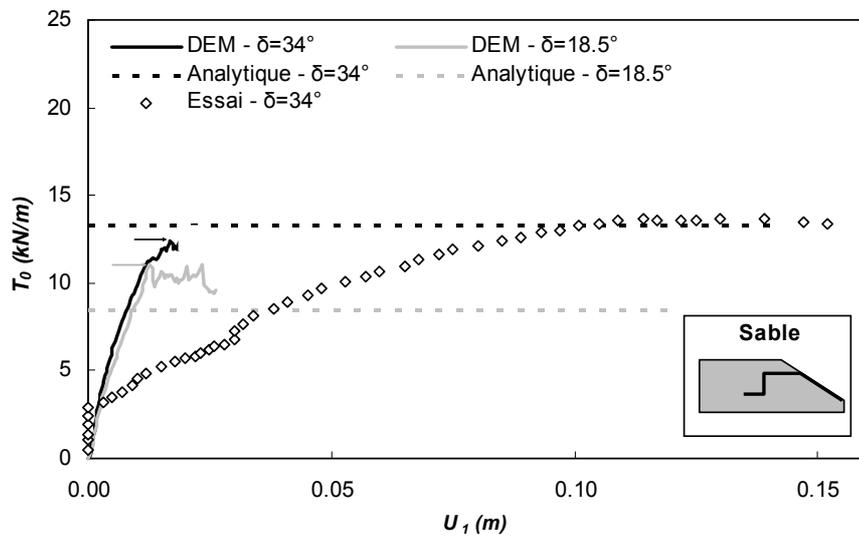
Il est assez remarquable que cette non-linéarité se retrouve exprimée dans les modèles analytiques. Dans le cas cohérent, la non-linéarité provient des coefficients  $K$ , fonctions exponentielles de  $\tan(\delta)$ . Dans le cas purement frottant, elle provient du fait que les coefficients  $K^*$  ont une borne supérieure indépendante de  $\tan(\delta)$ . Dans les deux cas, le caractère non-linéaire de la relation entre  $T_{max}$  et  $\tan(\delta)$  est lié à l'action des coudes, ce qui explique qu'il soit moins prononcé dans les ancrages en V, qui comportent des angles moins aigus.

---

<sup>1</sup> Comme au chapitre précédent, la valeur de  $K_\theta$  utilisée pour le calcul correspond à l'état de contrainte constaté dans les simulations ( $K_\theta=0.6$  pour le sol L1 et  $K_\theta=0.7$  pour le sol S1).



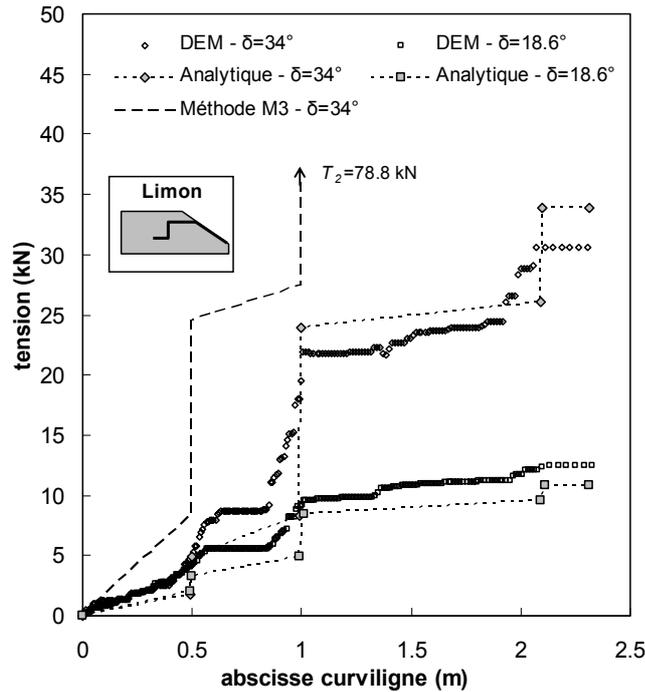
**fig. 7.14.** Courbes effort-déplacement expérimentales et simulées et prédiction analytique dans le cas du limon et en fonction du frottement d'interface (les flèches indiquent la tension de rupture dans la simulation).



**fig. 7.15.** Courbes effort-déplacement expérimentales et simulées et prédiction analytique dans le cas du sable et en fonction du frottement d'interface (les flèches indiquent la tension de rupture dans la simulation).

### 7.3.2.2 Comparaison des distributions de tension

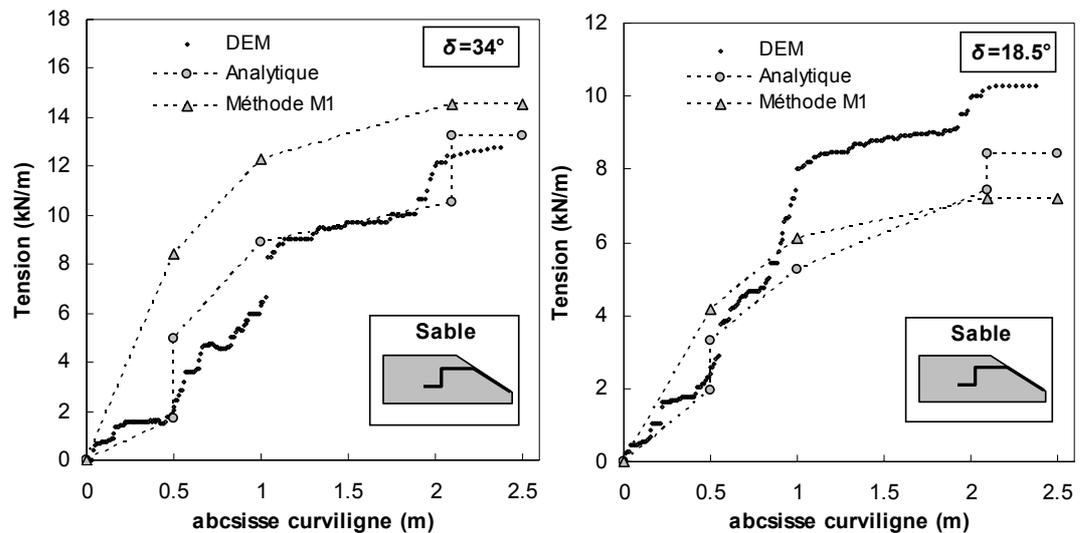
Sur les figures 7.16 et 7.17, on compare la distribution de tension dans l'ancrage (dans un état proche de la rupture) aux valeurs  $T'_3, T_3, \dots, T_1$  issues des modélisations analytiques (représentées chacune par un point). La bonne correspondance des résultats permet de penser que les hypothèses proposées représentent de manière convenable les mécanismes obtenus dans les simulations.



**fig. 7.16.** Tension interne mobilisée : résultats des simulations et résultats analytiques avec le limon et en fonction de  $\delta$ .

Dans les simulations avec le limon, l'augmentation de la tension au passage des coudes est comparable à ce que prévoit l'analogie avec le frottement d'un fil (i.e. multiplication par  $e^{\pi/2 \tan \delta}$  aux coudes 2 et 3 et par  $e^{\beta \tan \delta}$  au coude 1). Dans les simulations, les coudes ont un rayon de courbure non-nul, l'augmentation de tension y est donc plus progressive que dans le calcul théorique, où les coudes sont ponctuels, mais la tendance globale est respectée.

Grâce à l'hypothèse de réduction de  $\sigma_n$  sur le segment 3, les tensions calculées pour les premiers segments, correspondent assez bien aux tensions simulées, bien mieux qu'avec la méthode M3 (également représentée). De ce fait, la tension en tête est cette fois correctement estimée.



**fig. 7.17.** Tension interne mobilisée : résultats des simulations et résultats analytiques avec le sable et en fonction de  $\delta$ .

Dans le cas du sable (figure 7.17), l'approche analytique prévoit une distribution de la tension assez comparable à la distribution simulée. On remarque également que l'augmentation de la tension au voisinage du raccordement à la pente (coude 1) est correctement prise en compte par l'hypothèse de rupture d'un coin de sol.

Les tensions prévues par la méthode M1 - jusqu'à présent la mieux adaptées aux ancrages en L - sont également reportées sur la figure 7.17. En considérant le cas  $\delta = 34$  degrés, on remarque que la méthode M1 évalue assez convenablement la tension en tête, mais pas les tensions intermédiaires. En considérant ensuite le cas  $\delta = 18,5$  degrés, on constate que les deux méthodes analytiques sous-estiment la tension en tête. Cependant, celle qui a été développée dans ce chapitre s'adapte mieux que la méthode M1 à cette nouvelle configuration. Les mécanismes internes de l'ancrage sont probablement mieux pris en compte dans notre modélisation, qui montre de ce fait plus de robustesse pour l'estimation de la capacité d'ancrage.

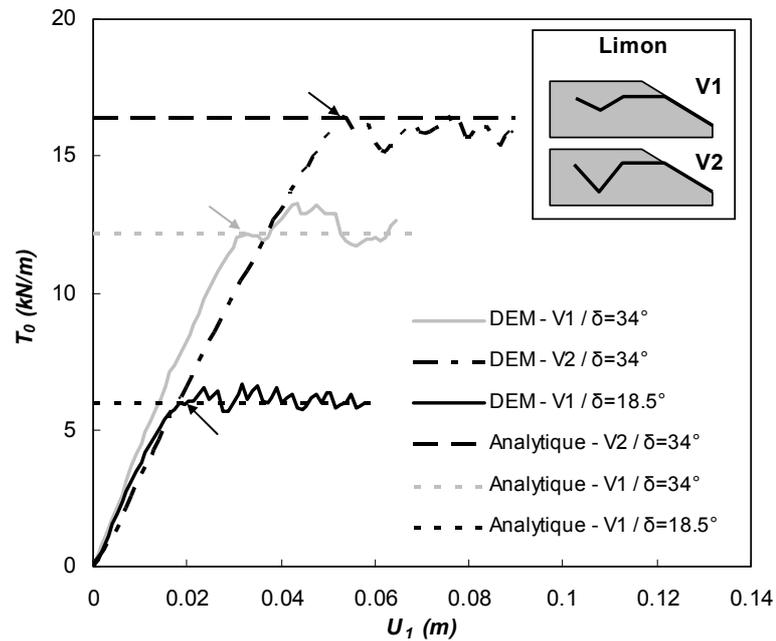
### 7.3.3 Ancrages en V

Les ancrages en V n'ont pas fait l'objet d'essais en vraie grandeur. Par conséquent, les simulations constituent la seule référence pour valider les expressions analytiques. Les comparaisons précédentes montrent que cette référence peut être considérée comme relativement fiable.

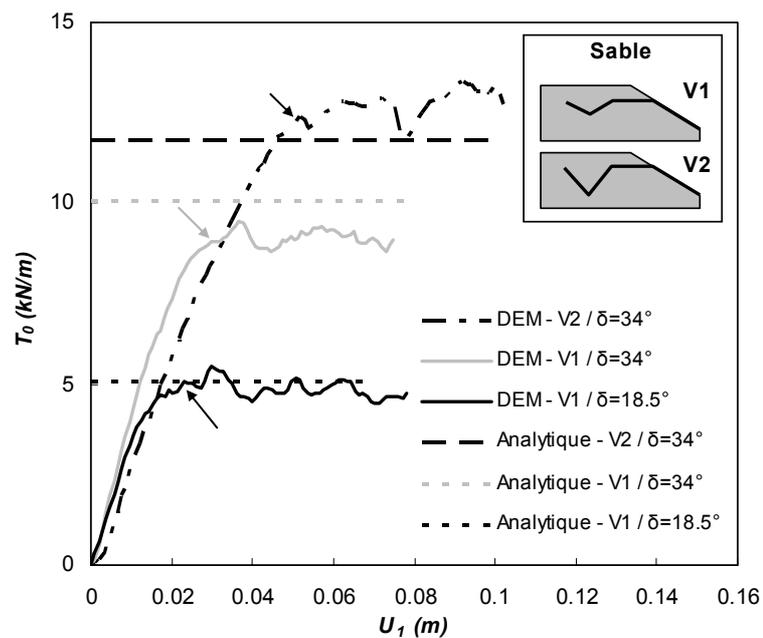
#### 7.3.3.1 Comparaison des capacités d'ancrage

Les résultats numériques et analytiques sont confrontés sur les figures 7.18 et 7.19, avec deux angles de frottement différents à l'interface ( $\delta$  égale 34 et 18,5 degrés) pour couvrir les deux cas  $\psi < \delta$  et  $\psi > \delta$  ( $\psi = 32$  degrés pour V1 et  $\psi = 45$

degrés pour V2). Comme pour les tranchées en L, l'approche analytique proposée fournit de bonnes approximations des tensions simulées.



**fig. 7.18.** Courbes effort-déplacement simulées et prédiction analytique dans le cas du limon, pour les géométries V1(2/2) et V2(2/2) et en fonction du frottement d'interface (les flèches indiquent la tension de rupture dans la simulation).



**fig. 7.19.** Courbes effort-déplacement simulées et prédiction analytique dans le cas du sable, pour les géométries V1(2/2) et V2(2/2) et en fonction du frottement d'interface (les flèches indiquent la tension de rupture dans la simulation).

### 7.3.3.2 Comparaison des distributions de tension

La distribution de la tension dans l'ancrage correspond relativement bien aux valeurs prévues (fig. 7.20). On remarque en particulier que la tension augmente dans le premier segment de l'ancrage quand  $\delta$  diminue, ce qui est contraire à l'intuition. La modélisation analytique permet d'expliquer cet état de fait : les frottements sur le segment 2 tendent à réduire la contrainte normale, et donc les frottements, sur le segment 3.

D'après le modèle analytique, ce mécanisme peut conduire à l'annulation de la contrainte normale sur le segment 3, par soulèvement du bloc (b) quand  $\delta > \psi$ . Dans les simulations où  $\delta > \psi$  (i.e.  $\delta=34^\circ$ ), l'annulation effective de la tension dans le segment 3 se produit uniquement avec le limon. Dans le cas du sable, le bloc (b) se déforme de façon à rester en contact avec le segment 3, ce qui se traduit par une tension non nulle dans ce segment. Malgré cela, les expressions proposées donne une bonne approximation de la tension en tête.

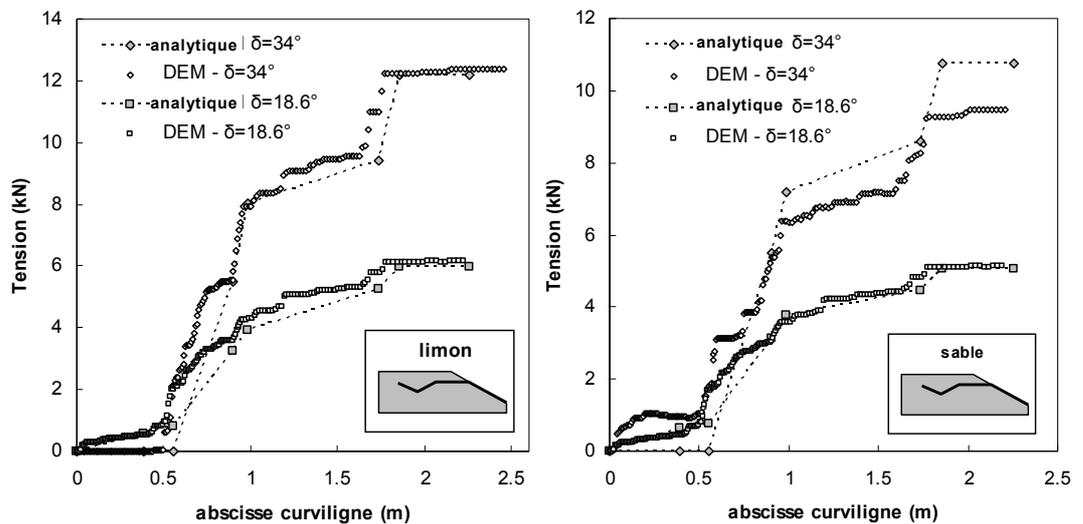


fig. 7.20. Tension interne mobilisée dans l'ancrage V1(2/2) : résultats des simulations et résultats analytiques avec le limon (à gauche) et le sable (à droite) et en fonction de  $\delta$ .

## 7.4. Dimensionnement

### 7.4.1 Domaine de validité des formulations proposées

Ce qui précède montre que l'état de l'ancrage à l'équilibre limite peut être correctement décrit grâce aux différentes hypothèses proposées. Ces hypothèses permettent de calculer la distribution de tension dans l'ancrage et la tension mobilisable en tête.

Nous avons montré au chapitre 6 que la raideur de l'inclusion avait peu d'influence sur la tension mobilisable. D'autre part, le chapitre 5 a montré une bonne correspondance entre les mécanismes de rupture réels et simulés. On peut donc admettre que les hypothèses proposées traduisent assez bien les mécanismes réels,

et que les équations obtenues peuvent être utilisées pour le dimensionnement des ancrages de géotextiles ou de géomembranes (très déformables).

Cependant, il est probable que les équations ne sont valides que pour des configurations suffisamment proches de celles étudiées. En particulier, les mécanismes de rupture peuvent être modifiés si les proportions de l'ancrage sont très différentes : tranchée très large ou très haute ( $B/D \gg 1$  ou  $B/D \ll 1$ ), couche de recouvrement d'épaisseur très supérieure à la profondeur de tranchée ( $H/D > 1$ ), ou tranchée trop proche de la pente ( $L/D < 1$ ).

Comme le signale Briançon [Bri01], le rapport  $L/D$  ne doit pas être trop faible, pour éviter une instabilité du volume de sol compris entre la pente et la tranchée. Une telle instabilité empêche la mobilisation optimale de la capacité d'ancrage de la tranchée, dans ce cas les expressions proposées ne sont plus valides. La valeur minimale de  $L/D$  reste difficile à définir, mais les résultats des simulations permettent de fixer les idées.

- Dans les ancrages en L, simulés avec  $L/D=2$ , la partie avant est toujours stable dans le cas du limon. Dans le cas du sable, la stabilité est assurée quand  $\varphi = 41$  degrés mais un glissement d'ensemble apparaît quand  $\varphi = 25$  degrés (chap. 6).  $L/D = 2$  est donc sécuritaire pour les sols cohérents mais proche de la valeur limite pour les sols sans cohésion.
- Les ancrages en V ont été simulés avec  $L/D \geq 1$ . La partie avant est toujours restée stable quelles que soient les propriétés du sol. La condition  $L/D \geq 1$  semble donc suffisante.

Même en respectant ces conditions, il n'est pas exclu qu'une rupture d'ensemble se développe dans la pente en englobant la zone d'ancrage. Ce problème de stabilité n'a pas été étudié dans notre travail. Il est traité par ailleurs [Koe98], avec une approche classique de stabilité de pente.

---

#### 7.4.2 Choix des hypothèses de calcul

Pour le dimensionnement, le choix entre les hypothèses de calcul « massif indéformable » et « rupture du massif » devrait être fait – dans l'absolu – en fonction de la présence de cohésion dans le sol. Cependant, les propriétés cohésives d'un sol dépendent généralement de l'échelle de temps considérée. En particulier, il est fréquent de considérer qu'à long terme (comportement drainé) les sols n'ont pas de cohésion. Par ailleurs, une cohésion de l'ordre de quelques kilo-Pascal est difficilement mesurable en laboratoire alors qu'elle semble suffisante pour empêcher toute déformation du massif. Ce critère de choix semble donc difficile à appliquer. L'hypothèse de rupture la plus appropriée dépendra surtout, en pratique, du type de géosynthétique ancré :

- Quand la nappe à ancrer a une fonction d'étanchéité (géomembrane), le dimensionnement visera généralement à assurer que la tension d'ancrage n'exécède pas la résistance de la nappe [Koe98], le critère de dimensionnement est dans ce cas  $T_{max} < T_f$ . Sur site, la sollicitation de l'ancrage peut être progressive (ex. frottement dû au tassement des déchets) ou rapide (durant la phase de mise en place du sol de couverture sur la pente), mais la condition  $T_{max} < T_f$  doit être vérifiée à court et à long terme. On prendra donc pour le dimensionnement le cas

le plus défavorable : une sollicitation rapide dans laquelle le comportement du sol est régi par des propriétés non-drainées. Ceci se traduira généralement par une cohésion non-nulle et justifiera l'hypothèse « massif indéformable ». Cette hypothèse est celle qui donne la valeur de  $T_{max}$  la plus élevée.

- Au contraire, si le géosynthétique remplit une fonction de renforcement (géotextile), l'ancrage est dimensionné pour résister aux efforts générés par frottement le long de la pente :  $T_{max} > T_p$ . Dans ce cas l'hypothèse « massif déformable » est justifiée par le fait qu'elle est sécuritaire (elle donne la valeur de  $T_{max}$  la plus faible). Par ailleurs, étant fréquemment admis d'une part que le comportement à long terme d'un sol est non cohérent (comportement drainé), et la tension  $T_p$  pouvant être assimilée à une charge permanente d'autre part, cette hypothèse est probablement la plus réaliste.

Les différentes expressions de la capacité d'ancrage sont présentées sous une forme synthétique dans le tableau 7-1 (page suivante).

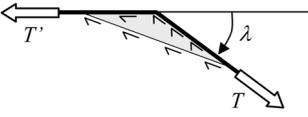
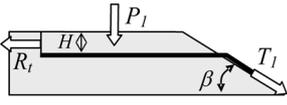
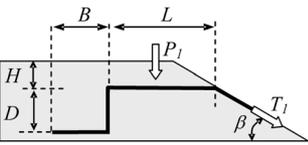
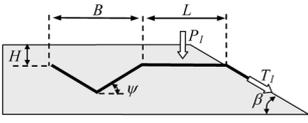
---

#### 7.4.3 Autres configurations d'ancrage

Parmi les géométries d'ancrages les plus courantes, seul l'ancrage par fichage vertical n'a pu faire l'objet de formulations analytiques. Cette forme d'ancrage est également celle pour laquelle la comparaison essais-simulations est la moins satisfaisante. La résistance obtenue avec une telle géométrie semble très dépendante de la distribution de contrainte normale sur le segment vertical. Or, cette distribution présente une grande complexité. Elle est fortement conditionnée par l'état de contrainte initial, et donc par la méthode de mise en place et l'éventuel compactage lors du remplissage de la tranchée. Elle est également très évolutive lorsque l'ancrage est sollicité en traction. De ce fait, il n'a pas été possible d'en donner une représentation analytique satisfaisante. On s'en tiendra pour cette géométrie aux recommandations de [Bri01], qui préconisent l'usage de la méthode donnée par [Hul97] (méthode M1).

Aucune formulation analytique n'est proposée pour les ancrages en U. De tels ancrages sont rarement réalisés et cette étude a montré qu'ils n'apportent qu'un supplément de résistance très modéré par rapport aux ancrages en L.

Enfin, il existe des cas tels que les équations proposées ne peuvent pas être appliquées directement : géosynthétiques avec un angle de frottement différent sur chaque face (géomembranes texturées), ancrage de deux nappes dans la même tranchée, double tranchée, etc. Nous pensons cependant que les hypothèses et raisonnements proposés dans ce chapitre peuvent être transposés dans un certain nombre d'autres cas afin de développer des expressions analytiques adaptées à leurs spécificités.

Géométrie	Sol d'ancrage cohérent-frottant	Sol d'ancrage purement frottant
	$T/T' = K(\lambda)$ $K(\lambda) = e^{\lambda \cdot \tan \delta}$	$T/T' = K^*(\lambda)$ $K^*(\lambda) = \min[e^{\lambda \cdot \tan(\delta)}, \cos \lambda + \sin \lambda \cdot \tan \phi]$ ou, si cette expression donne $K^*(\lambda) < 1$ : $K^*(\lambda) = 1$
	$T_1 = K(\beta) \cdot [P_1 \cdot \tan \delta + R_t]$ $R_t = 0$ , sauf si l'on estime qu'une résistance en traction $\sigma_t$ dans la couche supérieure doit être prise en compte. Dans ce cas : $R_t = \min[H \cdot \sigma_t, P_1 \cdot \tan \delta]$	$T_1 = K^*(\beta) \cdot P_1 \cdot \tan \delta$
	$T_1 = K(\beta) \cdot \tan \delta \cdot \left\{ \gamma \cdot K(\pi/2) \cdot S_L + P_1 + \frac{R_t}{\tan \delta} \right\}$ avec $S_L = K_0 \cdot B \cdot (2 \cdot H + B) + \frac{2 \cdot K(\pi/2) \cdot B \cdot (H + D)}{1 + 2 \cdot K(\pi/2) \cdot \tan \delta}$ et $R_t = 0$ sauf si l'on estime qu'une résistance en traction $\sigma_t$ dans la couche supérieure doit être prise en compte. Dans ce cas : si $H \cdot \sigma_t > P_1 \cdot \tan \delta$ : $R_t = P_1 \cdot \tan \delta$ si $H \cdot \sigma_t < P_1 \cdot \tan \delta$ : $R_t = 0$	$T_1 = K^*(\beta) \cdot \min(T_1', T_1^*)$ où $T_1' = \tan \delta \cdot \left\{ \gamma \cdot K(\pi/2) \cdot S_L + P_1 \right\}$ et $T_1^* = \tan \phi \cdot \left\{ \gamma \cdot K(\pi/2) \cdot S_L + P_1 \right\}$ avec $S_L = K_0 \cdot B \cdot (2 \cdot H + B) + \frac{2 \cdot K(\pi/2) \cdot B \cdot (H + D)}{1 + 2 \cdot K(\pi/2) \cdot \tan \delta}$
	si $\psi \leq \delta$ : $T_1 = K(\beta) \cdot \left\{ P_1 \cdot \tan \delta + \gamma \cdot K(\psi) \cdot B \cdot \left( H + \frac{D}{2} \right) [\cos \psi \cdot \tan \delta + \sin \psi] \right\}$ si $\psi > \delta$ : $T_1 = K(\psi) \cdot \left\{ P_1 \cdot \tan \delta + 2 \cdot \gamma \cdot K(\psi) \cdot \sin \delta \cdot B \cdot \left( H + \frac{D}{2} \right) \cdot Q \right\}$ avec $Q = \frac{K(2\psi) \cdot \sin(\psi + \delta) + \sin(\psi - \delta)}{\sin(2\psi) + 2 \cdot \sin \delta \cdot [K(2\psi) \cdot \cos \delta + \cos \delta - 2 \cdot \cos \psi \cdot \cos(\psi - \delta)]}$	Mêmes expressions que dans le cas cohérent en remplaçant : $K(\beta)$ par $K^*(\beta)$ $K(\psi)$ par $K^*(\psi)$ $K(2\psi)$ par $K^*(2\psi)$
Notations : $\sigma_t$ : contrainte de résistance en traction du matériau de couverture, $\phi$ : angle de frottement interne du sol, $\delta$ : angle de frottement à l'interface sol-géosynthétique, $K_0$ : coefficient des terres au repos, $\gamma$ : poids volumique du sol, $K / K^*$ : coefficients de changement d'angle défini dans la première ligne du tableau.		

**Tableau 7-1.** Expressions analytiques de la capacité d'ancrage.

## 7.5. Conclusion

Des méthodes analytiques ont été proposées pour estimer la tension mobilisable dans des ancrages par recouvrement et des ancrages en tranchée en L ou en V, dans des sols frottants ou cohérents-frottants. Ces méthodes prennent en compte le caractère évolutif de l'interaction sol-inclusion au cours de la mise en tension :

- à l'intérieur des parties courbes, la mise en tension de la nappe s'accompagne d'une augmentation des contraintes à l'interface. Ceci aboutit à des frottements très importants au niveau des coudes, suivant un mécanisme analogue à celui du frottement fil-poulie. Le rapport des efforts avant et après passage du coude est dans ce cas une fonction exponentielle de l'angle du coude ;
- l'interaction massif-inclusion au niveau d'un des segments de l'ancrage peut avoir des répercussions sur un autre segment. Principalement, l'action du segment 2 sur le massif entraîne une diminution de la contrainte normale sur le segment 3.

Deux mécanismes de rupture concurrents sont pris en compte dans les développements analytiques, et chacun donne lieu à une expression de la tension  $T_r$  à l'équilibre limite. Dans le premier mécanisme, il y a rupture à l'interface sol-géosynthétique sans déformation plastique du massif. Dans le deuxième, la rupture est transférée dans le sol.

D'après les modélisations physiques et numériques, il suffit que le sol soit faiblement cohérent (quelques kilo-Pascal) pour que le glissement à l'interface soit le cas le plus critique. On peut alors estimer  $T_{max}$  à partir de l'hypothèse « massif indéformable ». Pour un sol sans cohésion, en revanche, il est nécessaire de prendre en considération les deux mécanismes de façon concurrente pour estimer convenablement la résistance de l'ancrage (hypothèse « massif déformable »). Par sécurité, on pourra faire systématiquement l'hypothèse du massif indéformable (qui aboutit à la valeur de résistance la plus élevée) pour dimensionner les ancrages de géomembranes. L'hypothèse du massif déformable est en revanche la plus sécuritaire pour les ancrages de géotextiles.

Soulignons que le cas d'ancrages dans des sols dont le comportement serait purement cohérent n'a pas été abordé. Dans pareil cas, les équations proposées risquent d'être inadaptées. Toutefois, ce cas ne peut se présenter qu'à condition que le massif d'ancrage se comporte sur un mode non-consolidé et non-drainé. Cela sous-entend une construction rapide, avec un sol saturé, et une sollicitation immédiate de l'ancrage. Dans cette hypothèse, les méthodes de dimensionnement présentées dans ce chapitre devraient être utilisées avec précautions.

Les formulations proposées ne permettent pas de traiter tous les types d'ancrages susceptibles d'être réalisés : géosynthétiques ayant un angle de frottement différent sur chaque face, ancrage de plusieurs nappes superposées dans la même tranchée, tranchées en V dissymétriques, etc. La diversité des techniques de réalisation est telle qu'il nous a semblé difficile d'envisager toutes les possibilités. Nous pensons cependant que, pour de nombreux cas, des formulations peuvent être dérivées des expressions proposées dans ce chapitre, en suivant les mêmes types de raisonnement.



# Conclusions et perspectives

L'objectif initial du travail de recherche présenté dans ce mémoire était de déterminer l'intérêt des méthodes par éléments discrets (DEM) pour l'étude des ouvrages composites sol-géosynthétique. A cet effet, une méthodologie de calcul a été développée, et un nouveau type d'éléments a été introduit pour simuler les géosynthétiques (DSEM). Ceci a permis, par la suite, d'étudier le comportement des ancrages en tranchées. Les conclusions sont présentées séparément sur chacun de ces deux points.

## Etude d'ouvrages sol-géosynthétique par la DEM

Le choix des paramètres de modélisation constitue la question centrale de toute modélisation d'ouvrage avec la DEM. Le comportement de l'assemblage de grains qui représente le sol est défini par un ensemble  $\mathcal{P}_{DEM}$  de paramètres essentiellement « micro », relatifs à la géométrie des grains ou de l'assemblage ainsi qu'aux lois de contact. Alors qu'à l'opposée, le comportement du sol dans l'ouvrage réel est caractérisé par un ensemble  $\mathcal{P}_{exp}$  dont les variables relèvent pour la plupart de l'échelle macroscopique.

$\mathcal{P}_{DEM}$  ne peut pas être déduit de  $\mathcal{P}_{exp}$ . En revanche, nous avons considéré – en accord avec les résultats de la littérature – que  $\mathcal{P}_{DEM}$  définit dans la limite des grands systèmes un comportement macroscopique unique, dont on peut déduire un ensemble  $\mathcal{P}_{macro}$  de variables macroscopiques de même nature que celles de  $\mathcal{P}_{exp}$ . Dans ce cadre, l'approche adoptée consiste à simuler le sol par un assemblage de grains dont les paramètres  $\mathcal{P}_{DEM}$  réalisent, au moins approximativement, l'égalité  $\mathcal{P}_{macro} = \mathcal{P}_{exp}$  (analogie macroscopique).

Dans cette optique, nous avons simulé l'évolution quasistatique d'échantillons rectangulaires soumis à des sollicitations biaxiales. Grâce à ce type de calculs, on attribue à un échantillon de caractéristiques quelconques un ensemble  $\mathcal{P}_{biax}$  de paramètres macroscopiques. Il devient dès lors possible de sélectionner un ensemble  $\mathcal{P}_{DEM}$  vérifiant  $\mathcal{P}_{biax} \approx \mathcal{P}_{exp}$ . On génère ensuite un modèle d'ouvrage dans lequel  $\mathcal{P}_{DEM}$  définit le comportement du sol – avec un algorithme similaire à celui utilisé pour la génération des échantillons rectangulaires (e.r.d.f.).

En réalité,  $\mathcal{P}_{biax}$  n'est pas exactement égal à  $\mathcal{P}_{macro}$ . Les calculs effectués ont montré que, en plus de la variabilité inhérente aux arrangements aléatoires,  $\mathcal{P}_{biax}$  subit des biais liés à l'effet de taille finie (effets de bord) et à la non-staticité du calcul. Cependant, nous avons vérifié dans le cas de  $\sigma_p$  (contrainte au pic), que ces différentes « erreurs de mesure » peuvent être quantifiées et réduites autant que nécessaire : l'écart type de  $\sigma_p$  ainsi que le biais lié à la taille finie varient comme  $N^{-1/2}$ ,  $N$  étant le nombre de grains ; l'erreur liée à la non-staticité est sensiblement proportionnelle à la vitesse de déformation normalisée  $\mathcal{V}$ .

Si l'essai biaxial simulé permet d'apprécier la pertinence d'un  $\mathcal{P}_{DEM}$  donné, il ne donne pour autant aucune indication sur la manière dont  $\mathcal{P}_{DEM}$  doit être choisi. Pour optimiser l'approche par analogie macroscopique, nous avons effectué et

interprété dans le cadre de l'analyse dimensionnelle, une étude paramétrique assez systématique de l'essai biaxial. Des lois d'échelle ont été obtenues sur certains paramètres (ex. raideur des contacts/module de Young ou adhésion/cohésion). A défaut, une calibration du modèle a été effectuée (ex. relation frottement des contacts/frottement macroscopique). Ces résultats permettent de définir rapidement un ensemble  $\mathcal{P}_{DEM}$  correspondant à un comportement macroscopique donné.

Un autre aspect important de la modélisation concerne le comportement de l'inclusion géosynthétique. Nous avons développé un modèle basé sur des éléments de type « barre » (DSEM), dont l'algorithme de résolution numérique est très proche de celui de la DEM. Ce modèle a été couplé avec le logiciel PFC2D, ce qui permet de simuler le comportement d'une inclusion linéique, souple ou indéformable, au sein d'un matériau granulaire. Les faces de l'inclusion simulée ne présentent aucune rugosité. Le modèle DSEM n'est donc pas forcément adapté pour étudier les aspects microstructuraux de l'interaction sol-inclusion. En revanche, il permet une prise en compte globale des mécanismes d'interface, à travers un angle de frottement macroscopique qui correspond à l'angle mesuré dans les essais d'interface classiques (i.e. boîte de cisaillement ou plan incliné).

Le couplage DEM-DSEM nous a permis de simuler le comportement d'ancrages en tranchée. L'ensemble de la démarche a été validé par comparaison avec les essais en vraie grandeur réalisés au CEMAGREF. L'application proposée (étude des tranchées d'ancrage) a montré qu'on pouvait obtenir des informations pertinentes du point de vue phénoménologique (mécanismes de rupture) et du point de vue quantitatif (résistance de l'ancrage).

#### Dimensionnement des tranchées d'ancrage

L'objectif de la modélisation était de comprendre les mécanismes de rupture des ancrages en tranchée afin d'améliorer la précision des méthodes de dimensionnement.

L'analyse conjointe des résultats expérimentaux et numériques a permis – outre la validation de la modélisation proposée – la mise en évidence de deux mécanismes de rupture différents. Quand le sol est cohérent, il y a rupture par glissement à l'interface sol-inclusion. Au contraire, la rupture peut être déplacée vers l'intérieur du massif quand le sol est purement frottant, la déformation du massif prend alors plus ou moins d'ampleur suivant les caractéristiques de l'ancrage.

La simulation a permis d'étudier des configurations d'ancrage qui n'avaient pas pu être abordées expérimentalement. Les résultats de l'étude paramétrique ainsi réalisée montrent que :

- dans un massif cohérent, la résistance de l'ancrage est indépendante des propriétés de résistance du sol, la rupture se produisant systématiquement par glissement à l'interface ;
- dans un massif purement frottant – au contraire – la résistance de l'ancrage dépend en grande partie de l'angle de frottement interne du sol ;
- la relation entre la capacité d'ancrage et le coefficient de frottement d'interface n'est pas linéaire. On a  $T_{max}(\delta)/T_{max}(\delta') > \tan(\delta)/\tan(\delta')$  avec les sols cohérents,  $T_{max}(\delta)/T_{max}(\delta') < \tan(\delta)/\tan(\delta')$  avec les sols purement frottants.

Les hypothèses formulées dans la littérature pour calculer la résistance ont été discutées sur la base des simulations effectuées. Nous avons conclu, en particulier, que la distribution de la contrainte normale d'interface à l'état initial n'était pas représentative de l'état d'équilibre limite. Il se produit en particulier une forte augmentation de contrainte à l'intérieur des coudes. Cette augmentation peut aboutir au mécanisme de frottement de type fil-cylindre proposé par certains auteurs, la tension étant multipliée par  $e^{\lambda \cdot \tan \delta}$  au passage d'un coude ( $\lambda$  est l'angle de courbure,  $\delta$  l'angle de frottement sol-géosynthétique). Cette propriété n'est pourtant pas vérifiée dans tous les cas, elle repose en effet sur le fait que l'interface est partout à l'état limite de glissement. Or, nous avons montré que cette hypothèse, qui est à la base de toutes les méthodes de dimensionnement, n'était vérifiée qu'avec les sols cohérents.

Après avoir déterminé le domaine de validité des hypothèses antérieures, puis introduit de nouvelles hypothèses relatives aux mécanismes de rupture, nous avons proposé des expressions analytiques de la capacité d'ancrage. Elles concernent les ancrages droits (avec prise en compte de l'effet de la pente) et les ancrages en tranchée en V ou en L, et reposent sur le calcul de la résistance minimale résultant des deux mécanismes de rupture concurrents. Ces expressions peuvent être utilisées pour le dimensionnement.

### Perspectives

On peut considérer que, dans nos travaux, le comportement du sol simulé ne correspond que grossièrement à celui du sol réel, surtout si l'on pense aux lois de comportement sophistiquées développées par ailleurs. Cependant, le domaine des géosynthétiques est caractérisé par la grande variété des ouvrages réalisés, avec des géométries très diverses et des comportements mécaniques complexes. Faute de pouvoir effectuer des essais en vraie grandeur et des recherches poussées pour chaque type d'ouvrage, le dimensionnement repose souvent sur des hypothèses qui ne sont validées ni par l'expérience ni par la modélisation numérique (c'est le cas des ancrages). Dans ce contexte, les modèles discrets présentent un intérêt certain. Ils ont en effet l'avantage d'être particulièrement robustes, les problèmes d'interface et de localisation ne posant pas de problèmes particuliers du point de vue numérique. La technique de modélisation présentée dans ce mémoire est donc adaptable assez simplement à des structures sol-inclusion de configurations très différentes. On peut raisonnablement envisager l'étude d'autres types d'ouvrages mixtes, et en attendre des informations pertinentes sur le plan quantitatif et qualitatif. Signalons à ce propos une thèse qui débute au LIRIGM. Elle concerne la modélisation discrète en trois dimensions de remblais sur sols compressibles renforcés par pieux+géosynthétiques (thèse B. Le Hello, encadrement P. Villard).

Par ailleurs, l'approche par analogie macroscopique peut être améliorée. On peut par exemple définir un ensemble  $\mathcal{P}_{exp}$  plus vaste, ce qui revient à prendre en compte plus d'aspects du comportement réel. En particulier, la localisation de la rupture s'accompagne de variations de volume pour lesquelles des règles de similitude restent à définir. Ceci étant, il sera probablement toujours préférable de réduire  $\mathcal{P}_{exp}$  aux seuls paramètres pertinents au regard du phénomène étudié, de manière à simplifier la procédure de calage.

Du point de vue du dimensionnement des ancrages, il existe de nombreux cas pour lesquels nous ne donnons pas de solutions analytiques. Compte tenu de la multiplicité des dispositifs d'ancrage en tranchée proposés par les concepteurs, il

nous a semblé difficile de proposer un ensemble de formulations analytiques recouvrant toutes les possibilités. Il semble cependant possible de développer assez simplement, en conservant les hypothèses que nous avons formulées, des expressions de la capacité d'ancrage adaptées à des géométries proches (ex. tranchées en V asymétriques), ou à des propriétés mécaniques particulières (ex. géomembranes texturées présentant un angle de frottement différent d'une face à l'autre).

## Références bibliographiques

- [Ach03] Achmus, M. & Abdel-Rahman, K., 2002, "The influence of up-scaling on the results of particle method calculation of non-cohesive soils", *Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods*, Proc. of the First International PFC Symposium, Gelsenkirchen, Germany. 6/7 November 2002. Konietzky (ed). pp. 197-203.
- [Ant95] Antonellini, M.A., Pollard, D.D., 1995, "Distinct element modelling of deformation bands in sandstone", *Journal of structural Geology*, 17(8), p. 1165-1182.
- [Ara92] Arab, R., 1997, "*Modélisation des massifs renforcés sollicités localement en tête*", Thèse de doctorat, Université de Grenoble I, Grenoble, 235 p.
- [Bar91] Bardet, J.P., Proubet, J., 1991, "A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media", *Geotechnique*, 41, p. 599.
- [Bat88a] Bathurst, R.J. & Rothenburg, L., 1988, "Micromechanical aspects of isotropic granular assemblies with linear contact interactions", *J. of applied mechanics*, 55(1), pp.17-23
- [Bat88b] Bathurst, R.J. & Rothenburg, L., 1988, "Note on a random isotropic granular material with negative poisson's ratio", *Int. J. Engineering Science*, 26, p. 373-383.
- [Bay01] Baylac, B., 2001, "*Analyse du cisaillement sol-inclusion par éléments discrets*", Thèse de doctorat, INSA de Rennes, Rennes, p. 184.
- [Bol99] Bolton, M. D., 1999, "The role of micro-mechanics in soil mechanics", *International Workshop on soil Crushability*, Yamaguchi University, Japan, July 1999.
- [Bri00] Briançon, L., Girard, H., Poulain, D. and Mazeau, N., 2000, "Design of anchoring at the top of slopes for geomembrane lining systems", *2<sup>nd</sup> european geosynthetics conference*, Bologna, Italy, 15-18 october 2000, Vol. 2, pp. 645-650.
- [Bri01] Briançon, L., 2001, "*Stabilité sur pentes des dispositifs géosynthétiques – Caractérisation du frottement aux interface et applications*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, Bordeaux, France.  
Disponible sur <http://membres.lycos.fr/lbriancon/>
- [Bri02] Briançon, L., Girard, H., Poulain, D., et Chareyre, B., 2002, "Dimensionnement des tranchées d'ancrage en tête de talus des dispositifs d'Étanchéité par géomembrane", *Revue Française de Géotechnique*, 103, pp. 13-24.
- [Cal97] Calvetti, F., Combes, G. & Lanier, J., 1997, "Experimental micromechanical analysis of a 2D granular material : relation between evolution and loading path", *Mech. of cohesive-frictional materials*, 2, pp. 121-163.
- [Cam01] Cambou, B. & Jean, M., 2001, *Micromécanique des matériaux granulaires*, Hermès science publications, Paris.
- [Cam95] Cambou, B., Dubujet, P., Emeriault, F. & Sidoroff, F., 1995, "Homogenization for granular materials", *European J. of mechanics A/Solids*, 14, p. 255-276.
- [Cha00] Chareyre, B., 2000, "*Application de la méthode des éléments distincts à des problèmes géotechniques – caractérisation des paramètres*", rapport de stage de DEA, Université Joseph Fourier, Grenoble, 31p.

- [Cha02a] Chareyre, B., Briançon, L., and Villard, P., 2002, "Theoretical Versus Experimental Modeling of the Anchorage Capacity of geotextiles in Trenches", *Geosynthetics International*, Vol. 9, No. 2, pp. 97-123.
- [Cha02b] Chareyre B. & Villard P. 2002. Discrete element modeling of curved geosynthetic anchorages with known macro-properties. *Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods*, Proc. of the First International PFC Symposium, Gelsenkirchen, Germany. 6/7 November 2002. Konietzky (ed). p. 197-203.
- [Cha03] Chareyre, B. & Villard, P., "Dynamic spar elements and DEM in 2D for the modelling of soil-inclusion problems", *soumis en février 2003 à ASCE Journal of engineering mechanics*.
- [Cha88] Chang, C.S., 1988, "Micromechanical modelling of constitutive relations for granular media", dans *Micromechanics of granular materials*, M. Satake and J.T. Jenkins Ed , Elsevier, Amsterdam, pp. 271-278.
- [Chen88] Chen, Y., Ishibashi, I., Jenkins, J.T., 1988, "Dynamic shear modulus and fabric : part I, depositional and induced fabric", *Geotechnique*, 38, p. 25-32.
- [Com01a] Combe, G., 2001, "*Origines géométriques du comportement quasi-statique des assemblages granulaires denses : étude par simulations numériques.*", Thèse de Doctorat, ENPC, Paris.
- [Com01b] Combe, G. & Roux, J.N., 2001, "Microscopic origin of quasi-static deformation in dense granular assemblies", *Powders & Grains 2001*, Rotterdam, 2001, Y. Kishino (ed.), A.A. Balkema, p. 157-156.
- [Cos75] Costet, J., Sanglerat, G., 1975, "*Cours pratique de mécanique des sols*", tome 1, Dunod, Paris.
- [Cun71] Cundall, P.A., 1971, "A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems", *Proc. Symp. Int. Rock Mech.*, Nancy, vol 1, paper II-8.
- [Cun79] Cundall, P.A., Strack O.D.L., (1979), "A discrete numerical model for granular assemblies", *Géotechnique*, 29(1), p. 47-65.
- [Cun82] Cundall, P.A., Descher, A., & Strack, O.D.L., 1982, "Numerical experiments on granular assemblies; measurement and observations", *IUTAM Conference on Deformation and failure of granular materials*, eds. P. A. Vermeer and H. J. Luger, Delft, Balkema, pp. 355-370.
- [Cun87] Cundall, P.A. (1987) "Distinct Element Model of Rock and Soil Structure", in *Analytical and Computational Methods in Engineering Rock Mechanics*, Ch. 4, pp. 129-163, E.T. Brown, Ed. London: Allen & Unwin.
- [Cun88] Cundall, P., 1988, "Computer simulations of dense sphere assemblies", *Mechanics of granular materials*, Satake M., Jenkins J.T. (eds.), p. 113-123.
- [Dan67] Dantu, P., 1967, "Etude expérimentale d'un milieu pulvérulent compris entre deux plans verticaux et parallèles", *Annales des Ponts et Chaussées*, vol 4, pp. 193-202.
- [Ded00] Dedecker, F., Chaze, M., Dubujet, P. & Cambou, B., 2000, "Specific features of strain in granular materials", *Mechanics of cohesive-frictional materials*, 5, p. 173-193.

- [Del03] Deluzarche, R., Cambou, B. & Fry, J.J., 2002, "Modeling of rockfill behaviour with crushable particles", *Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods*, Proc. of the First International PFC Symposium, Gelsenkirchen, Germany. 6/7 November 2002. Konietzky (ed). p. 219-224.
- [Del79] Delmas, P., 1979, "*Sols renforcés par géosynthétiques – premières études*", Thèse de l'université scientifique et médicale de Grenoble, Grenoble, France.
- [Der58] Deresiewicz, H., 1958, "Stress-strain relation for a simple model of a granular medium", *J. of applied mechanics*, 25(3), pp. 402-406.
- [Dic89] Dickinson, E., Milne, S.J. & Patel, M., 1989, "Structure of simulated packed beds containing solid particles of different sizes", *Powders and grains 89*, Biarez & Gourvès (ed.), p. 257-264.
- [Duf59] Duffy, J., 1959, "A differential stress-strain relation for the hexagonal close packed array", *J. of applied mechanics*, 26, pp. 88-94.
- [Eme96] Emeriault, F., Cambou, B. & Mahboubi, A., 1996, "Homogenization for granular materials : non reversible behaviour", *Mechanics of cohesive-frictional materials*, 1, p. 199-218.
- [Eve00] Evesque, P., 2000, "Eléments de mécanique quasi-statique des milieux granulaires mouillés ou secs", *Poudres & Grains*, Numéro spécial 1, 156p. Disponible sur [www.mssmat.ecp.fr/sols/Poudres&Grains/poudres-index.htm](http://www.mssmat.ecp.fr/sols/Poudres&Grains/poudres-index.htm)
- [Eve01] Evesque, P., 2001, "Macroscopic continuous approach versus discrete approach, fluctuations, criticality and SOC : a state of the question based on articles in Powders and grains 2001", *Poudres & Grains*, 12(8), p. 122-150. Disponible sur [www.mssmat.ecp.fr/sols/Poudres&Grains/poudres-index.htm](http://www.mssmat.ecp.fr/sols/Poudres&Grains/poudres-index.htm)
- [Eve93] Evesque, P., Meftah, W., & Biarez, J., 1993, "Mise en évidence de variations brutales et d'évolutions quasi-discontinues dans les courbes contrainte-déformation d'un milieu granulaire bidimensionnel de rouleaux", *Comptes-Rendus de l'Académie des sciences (Paris) (série II)*, 316, p. 321-327.
- [Fek96] Feki, N., 1996, "*Modèles physiques et numériques de la stabilité des couvertures géosynthétiques sur pentes - Application aux centres de stockage de déchets*". Thèse de doctorat, Université de Grenoble I, Grenoble, France, 156 p.
- [Ger93] Gervois, A., Bideau, D., 1993, "Some geometrical properties of two-dimensional hard disk packings", *Disorder and Granular media*, ed. par D.Bideau et A. Hansen, Elsevier, p. 1-31.
- [Gir89] Giroud, J.P. and Beech, J.F., 1989, "*Stability of soil layers on geosynthetic lining system*", In: Geosynthetics' 89, San Diego, CA, USA, 1989, February 02, IFAI, vol. 1, pp 35-46.
- [Gou82] Gourc, J.P., 1982, "*Quelques aspects du comportement des géotextiles en mécanique des sols*", Thèse de doctorat Es-Sciences, Université de Grenoble I, Grenoble, 249 p.
- [Gou89] Gourc, J.P., Gotteland, P., and Delmas, P., 1989, "Parametric Study of Geosynthetic Reinforced Retaining Walls using the Displacement Method", *North American Regional Conference "Geosynthetic 89"*, IFAI, San Diego, USA, February 1989, Vol. 1, pp. 112-123.
- [Gui00] Guide technique, 2000, "*Étanchéité par géomembranes des ouvrages pour les eaux de ruissellement routier*", co-édité par le SETRA et le LCPC, guide complémentaire, 71p.

- [Hai92] Haidar, S., 1992, "Ouvrages renforcés par géosynthétiques : modélisation par la méthode des éléments finis, calcul équilibre limite et validation", Thèse de doctorat, Université de Grenoble I, Grenoble, 335 p.
- [Har88] Hart, R., Cundall, P.A., and Lemos, J., 1988, "Formulation of a three-dimensional distinct element model – Part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks", *Int. J. Rock Mech., Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 25(3), 117-125.
- [Hry90] Hryciw, R. D., 1990, "Load Transfer Mechanisms in Anchored Geosynthetic Systems", University of Michigan Research Report to the Air Force Office of Scientific Research, Grant N° 88-0166, University of Michigan, Ann Arbor, MI.
- [Hua99] Huang, H., 1999, "Discrete element modelling of tool-rock interaction", Thèse de doctorat, Université du Minnesota, Minneapolis, 130 p.
- [Hul97] Hulling, D.E. and Sansone, L.J., 1997, "Design concerns and performance of geomembrane anchor trenches", *Geotextiles and Geomembranes*, Vol. 15, pp. 403-417.
- [Iso00] Standard prEN ISO 12957-2, 2000, "Geosynthetic – Determination of friction characteristics, Part 2 : Inclined plane test", European Committee for standardisation (CEN), European Standard, September 2000, Brussels, Belgium, 11p.
- [Iso01] Standard prEN ISO 12957-1, 2001-2002, "Geotextile and geotextile-related products – Determination of friction characteristics, Part 1 : Direct shear test", European Committee for standardisation (CEN), European Standard, Brussels, Belgium.
- [Ita97] Itasca Consulting Group., 1997, *PFC2D 1.10 particle flow code in two dimensions*. Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis.
- [Iwa95] Iwashita, K., Matsuura, K., & Oda, M., 1995, "Distinct element method with the effect of moment transfer at the contact points", *Journal of Geotechnical Engineering*, 529(III – 33), p 145-154.
- [Iwa96] Iwashita, K., Oda, M., 1996, "Rolling resistance at contact in simulation of shear band development by DEM", *J. of engineering mechanics*, 124(3), p. 285-292.
- [Jea99] Jean, M., 1999, "The non-smooth contact dynamics method", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177(3-4), p. 235-257. :
- [Jen87] Jenkins, J.T., 1987, "Volume change in small strain axisymmetric deformations of a granular material", dans *Micromechanics of granular materials*, M. Satake and J.T. Jenkins Ed, Elsevier, Amsterdam, pp. 143-152.
- [Jen89] Jenkins, J.T., Cundall, P.A., Ishibashi, I., 1989, "Micromechanical modelling of granular materials with the assistance of experiments and numerical simulations", *Powders and grains 89*, Biarez & Gourvès (ed.), p. 257-264.
- [Joe91] Joer, H. A., 1991, " $I\gamma 2\epsilon$ , une nouvelle machine de cisaillement pour l'étude du comportement des milieux granulaires", Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I.
- [Kim95] Kim, M.-S., 1995, "Etude expérimentale du comportement mécanique des matériaux granulaires sous fortes contraintes", Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I.

- [Koe91a] Koerner, R.M., & Hwu, B.L., 1991, "Stability and tension considerations regarding cover soils on geomembrane lined slopes", *Geotextiles and Geomembranes*, vol. 10, pp 335-355.
- [Koe91b] Koerner, R.M., & Wayne, M.H., 1991, "Geomembrane anchorage behavior using large-scale pullout apparatus". *Rilem report 4: Geomembrane, Identification and performance testing*, Rollin A. and Rigo J.M. Editors, Chapman and Hall, London, UK, pp 204-218.
- [Koe98] Koerner, R.M., 1998. "*Designing with geosynthetics*". Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA, Fourth Edition, 761p.
- [Lad75] Lade, V., Duncan, M., 1975, "Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil", *Proc. ASCE* 101, GT10, p. 1037-1053.
- [Lan56] Langhaar, H.L., 1956, "*Analyse dimensionnelle et théorie des maquettes*", Dunod, Paris.
- [Lan95] Lanier, J., Reynaud, M. & Combe G., 1995, "Étude des mécanismes de déformation d'un milieu granulaire bidimensionnel", *Des géomatériaux aux ouvrages : expérimentation et modélisation*, GEO' 94, Aussois, décembre 1994. Petit G., Pijaudier Cabot G., Reynouard J.-M., édition Hermes, pp 15-32.
- [Liu01] Liu, C.N., 2001, "Tension of geosynthetics regarding soils on landfill liner slopes", *Proceedings of the national sciences council of the republic of China*, part A, Vol. 25, n° 4, pp. 211-218.  
Disponible sur [http://nr.stic.gov.tw/ejournal/STIC\\_EJS\\_e.htm](http://nr.stic.gov.tw/ejournal/STIC_EJS_e.htm)
- [Lud01] Luding, S. & Herrmann H.J., 2001, "Micro-Macro transition for cohesive granular media", dans *Zur Beschreibung komplexen materialverhaltens*, Institut für Mechanik, S. Diebels (Ed.), Stuttgart, p. 121-134. Disponible sur <http://www.ica1.uni-stuttgart.de/~lui/PAPERS/publications.html>.
- [Mah96] Mahboubi, A., Ghaouti, A., et Cambou B., 1996, "La simulation numérique discrète du comportement des milieux granulaires", *Rev. française de géotechnique*, 76, p. 45-61
- [Mah97] Mahboubi, A., Cambou, B. & Fry, J.-J., 1997, "Numerical modelling of the mechanical behaviour of non spherical, crushable particles", *Powders and Grains 97*, Rotterdam, 1997, R.P Behringer and J.T. Jenkins (ed.), A.A. Balkema, pp. 139-142.
- [Mak67] Makhlof, H. & Stewart, J.J., 1967, "Elastic constants of cubic-tetrahedral and tetragonal-sphenoidal arrays of uniform spheres", *Proc. International symposium of wave propagation and dynamic properties of earth materials*, ASCE, New York, pp. 825-837.
- [Mar85] Martin, J.P., & Koerner, R.M., 1985, "Geotechnical design consideration for geomembrane lined slopes: slopes stability", *Geotextiles and Geomembranes*, vol. 2, pp 299-321.
- [Min53] Mindlin, R.D., Deresiewicz, H., 1953, "Elastic spheres in contact under varying oblique forces", *J. of applied mechanics*, 20, p. 327-344.
- [Mor00] Moreau, J.J., 2000, "Réponse d'une couche granulaire à une action locale", dans *Colloque physique et mécanique des matériaux granulaires*, Presses du LCPC, Tome 1, p. 199-204.

- [Mor99] Morgan, J.K. and Boettcher, M.S., 1999, "Numerical simulations of granular shear zones using the distinct element method", *J. of geophysical research*, 104(B2), p. 2721-2732.
- [Nfp94] Standard NF P 84-522, 1994, "Géomembrane – Mesure de l'angle de glissement des dispositifs d'étanchéité par géomembrane (DEG) à l'aide d'un plan incliné", French Standard, AFNOR, juin 1994, Paris, France, 12p.
- [Ng94] Ng T.-T. & Dorby, R., 1994, "Numerical simulations of monotonic and cyclic loading of granular soil", *Journal of Geotechnical Engineering*, 120(2), p 388-403.
- [Nou99] Nougier, C., 1999, "Simulation des interactions outil-sol, application aux outils de traitement des sols", Thèse de doctorat, Université de Montpellier II.
- [OSu02a] O'Sullivan, C., Bray, J.D., and Riemer, M.F., 2002, "The Influence of Particle Shape and Surface Friction Variability on Macroscopic Frictional Strength of Rod-Shaped Particulate Media" *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol 128, No. 11.
- [OSu02b] O'Sullivan, C., Bray, J.D., and Riemer, M.F., 2002, "3-D DEM Validation using Steel Balls with Regular Packing Arrangements", Proceedings of the *Third International Conference on Discrete Element Methods: Numerical Modelling of Discontinua*, ASCE Geotechnical Special Publication No. 117.
- [Rad95] Radjai, F., 1995, "Dynamique des rotations et frottement collectif dans les systèmes granulaires", Thèse de doctorat, Université Paris IX, Orsay.
- [Rat87] Rattel, A., 1987, "Modélisation d'un sol renforcé par géosynthétiques : Application de la méthode en déplacement", Thèse de doctorat, Université de Grenoble I, Grenoble, 191 p.
- [Rey03] Reyes Ramirez, R., 2003, "Nouveaux regards sur l'essai au plan incliné – appliqué au frottement des interfaces géosynthétiques", Thèse de doctorat, Université de Grenoble I, Grenoble.
- [Sch56] Schneebeli, G., 1956, "Une analogie mécanique pour les terres sans cohésion", *Comptes Rendus de l'Académie des sciences*, 243(1), p. 125-126, Archives de l'académie des sciences.
- [See67] Seed, H.B., and Sultan, H.A., 1967, "Stability analysis for sloping core embankment", *Journal of the soil mechanics and foundation division*, ASCE, vol. 93, n° SM4, pp. 69-83.
- [Tho00] Thornton, C., 2000, Numerical simulation of deviatoric shear deformation of granular media, *Geotechnique*, 50(1), p. 43-53.
- [Tho97] Thornton, C., & Lanier, J., 1997, "Uniaxial compression of granular media : Numerical simulation and physical experiment", *Powders and Grains 97*, Rotterdam, 1997, R.P Behringer and J.T. Jenkins (ed.), A.A. Balkema, p. 223-226.
- [Val01] Valle, N., 2001, "Comportement mécanique d'un sol grossier d'une terrasse alluvionnaire de la Seine", Thèse de doctorat, Université de Caen, Caen, 297 p.
- [Vil02] Villard, P., Kotake, N. & Otani, J., 2002, "Modeling of reinforced soil in finite element analysis", *proc. 7<sup>th</sup> international conference on geosynthetics*, Nice, France, september 2002, Delmas, Gourc and Girard (eds), pp. 39-95.

- [Vil97] Villard, P., Gourc, J.P., and Feki, N., 1997, "Anchorage strength and slope stability of a landfill liner", *Geosynthetics '97 Conference proceedings*, vol. 1, pp. 453-466.
- [Vil98] Villard, P., Giraud, H., 1998, "Three-dimensionnal modeling of the behavior of geotextile sheets as membranes", *Textile research journal*, 68(11), pp. 797-806.
- [Wal87] Walton, K., 1987, "The effective elastic moduli of a random packing of spheres", *J. Mechanics and physics of solids*, 35(3), pp. 213-226.

## Principales notations

### Chapitres 1 et 3

#### Symboles

$c$	cohésion
$C_n$	cohésion locale (normale)
$C_s$	cohésion locale (tangentielle)
$d$	déplacement relatif au niveau d'un contact
$d_0$	diamètre caractéristique
$D_a$	coefficient d'amortissement
$E_y$	module de Young
$f$	force de contact
$F$	effort résultant des actions sur un disque
$G$	module de cisaillement
$\mathcal{G}$	distribution granulométrique relative
$I_D$	moment d'inertie d'un disque
$K$	raideur équivalente d'un ensemble de contacts
$k_n$	raideur normale unitaire d'un contact
$k_t$	raideur tangentielle unitaire d'un contact
$\mathcal{M}$	morphologie des grains
$M_3$	moment résultant des actions sur un disque
$m_D$	masse d'un disque
$n$	porosité
$N$	nombre de grains
$\mathcal{P}_{biax}$	ensemble de paramètres macroscopiques déduits de simulations biaxiales
$\mathcal{P}_{DEM}$	ensemble de paramètres micromécaniques du modèle DEM
$\mathcal{P}_{exp}$	ensemble de paramètres macroscopiques expérimentaux
$r$	rayon d'un disque
$R$	résistance d'un contact de type "cohésif"
$t$	temps
$y_i$	vecteur position du centre d'un disque
$\alpha$	rapport des raideurs tangentielles sur les raideurs normales des contacts
$\Delta t_{crit}$	pas de temps critique
$\varepsilon$	déformation
$\theta_3$	angle de rotation d'un disque
$\mu_s$	angle de frottement des contacts
$\nu$	coefficient de Poisson
$\rho$	masse volumique d'un assemblage ou d'un sol
$\rho_s$	masse volumique des grains
$\sigma$	contrainte
$\sigma_i$	norme de la contrainte appliquée sur les parois de normale $i$
$\sigma_p$	valeur de $\sigma_2$ au pic
$\varphi$	angle de frottement macroscopique

#### Indices

$n$	composante normale
$t$	composante tangentielle
$i, j$	entiers égaux à 1 ou 2, axes du repère global

#### Abréviations

VER	volume élémentaire représentatif
-----	----------------------------------

## Chapitre 2

### Symboles

$B$	largeur de tranchée
$D$	profondeur de tranchée
$H$	hauteur du sol de recouvrement
$J$	raideur du géosynthétique
$K_0$	coefficient des terres au repos
$L$	longueur du segment supérieur
$T_f$	tension de rupture
$T_{max}$	tension maximum mobilisable dans l'ancrage
$T_p$	tension générée par frottement le long de la pente
$\beta$	angle du talus
$\delta$	angle de frottement à l'interface
$\sigma_n$	contrainte normale
$\tau$	contrainte de cisaillement

### Abréviations

DEG	dispositif d'étanchéité par géosynthétiques
GTX	géotextile
Gmb	géomembrane

## Chapitre 4

### Symboles

$b$	élément barre
$B_3$	moment de flexion au niveau d'un noeud
$\bar{d}$	déplacement relatif au niveau d'un contact
$D$	axe d'un élément barre
$e$	épaisseur de l'inclusion
$E_y$	module de Young
$f$	force de contact disque-inclusion
$F_i$	force résultante sur un disc
$f_t^{max}$	maximum de la force tangentielle de contact
$g_i$	vecteur d'accélération gravitationnelle
$I$	moment d'inertie d'une poutre
$I_D$	moment d'inertie d'un disque
$J$	module de raideur axiale de l'inclusion
$k_n$	raideur normale des contacts disque-inclusion
$k_t$	raideur tangentielle des contacts disque-inclusion
$k_M$	raideur des nœuds en flexion
$\bar{K}$	rigidité équivalente
$K_{ij}$	terme de la matrice de rigidité
$L^I$	longueur de l'inclusion
$l$	longueur d'un élément barre
$l_0$	longueur au repos d'un élément barre
$M^I$	masse de l'inclusion
$M_3$	couple résultant sur un disque
$m$	masse d'un noeud
$m_D$	masse d'un disque

$N^b$	nombre d'éléments barre dans l'inclusion
$N^c$	nombre de disques en interaction avec un noeud
$n_i$	normale unitaire d'un contact
$Q$	force équivalente représentant l'interaction sol-inclusion
$R_i$	force résultante sur un noeud
$r$	rayon d'un disque
$t$	temps
$t_i$	vecteur unitaire parallèle à $D$
$T$	effort axial
$U$	déplacement en tête d'ancrage
$u_i$	vecteur unitaire perpendiculaire à $D$
$v_i$	tangente unitaire au niveau d'un contact
$x_i$	vecteur position d'un noeud
$x$	noeud du modèle DSEM
$y_i$	vecteur position
$y$	disque
$y_i'$	projection orthogonale de $y_i$ sur $D$
$\delta^n$	déflexion au noeud $x^n$
$\delta_m$	angle de frottement mobilisé à l'interface
$\delta_{max}$	angle de frottement de pic à l'interface
$\Delta t_{crit}$	pas de temps critique
$\varepsilon^n$	déformation longitudinale de l'élément $b^n$
$\theta_3$	rotation d'un disque
$\lambda_m$	inclinaison moyenne des normales des contacts d'interface
$\mu$	angle de frottement des contacts disque-inclusion
$\xi$	facteur d'influence d'un contact sur un noeud
$\varphi$	angle de frottement interne de l'assemblage
$\chi$	coefficient d'amortissement des éléments barre

### Indices

$n$	caractérise la composante normale
$t$	caractérise la composante tangentielle
$i, j$	entiers égaux à 1 ou 2, caractérise les composantes dans le repère global

### Exposants

$p, q$	numérotation des éléments (entiers positifs)
$C$	caractérise une variable associée aux actions de contact
$G$	caractérise une variable associée à l'action de la gravité
$M$	caractérise une variable associée aux moments de flexion
$T$	caractérise une variable associée aux efforts axiaux

### Abréviations

Fmd	force moyenne de déséquilibre
DSEM	modèle par éléments barre dynamiques

## Chapitres 5, 6 et 7

### Symboles

$B$	largeur de tranchée
$D$	profondeur de tranchée
$H$	hauteur du sol de recouvrement
$J$	raideur du géosynthétique
$K$	coefficient multiplicatif de la tension au passage d'un coude (sans rupture du massif)
$K^*$	coefficient multiplicatif de la tension au passage d'un coude (possibilité de rupture du massif)
$K_0$	coefficient des terres au repos
$L$	longueur du segment supérieur
$T_f$	tension de rupture
$T_{max}$	tension maximum mobilisable dans l'ancrage
$T_0$	tension appliquée à l'ancrage
$\beta$	angle du talus
$\delta$	angle de frottement à l'interface
$\sigma_n$	contrainte normale
$\tau$	contrainte de cisaillement

### Abréviations

DSEM	modèle par éléments barre dynamiques
------	--------------------------------------

## Conventions

- Les contraintes et les déformations sont comptées positivement en compression (convention "mécanique des sols").
- Le symbole mathématique conventionnel pour "environ égal à" (un signe égal dont le trait supérieur est ondulé) ne figure pas dans la liste des caractères disponibles. Il est remplacé par le signe "≈".
- On utilise la notation indicielle pour les grandeurs vectorielles et tensorielles :  $f_i$  représente un vecteur de coordonnées  $(f_1, f_2)$  dans le repère global. Quand un indice apparaît à deux reprises dans un produit, ce dernier représente une somme de produits obtenus en prenant  $i$  de 1 à 2 (ex.  $A_1.B_1 + A_2.B_2$ ) – ou de 1 à 3 (en trois dimensions). Les exceptions à cette règle sont signalées par un indice entre parenthèses (ex.  $A_{(i)}.B_{(i)}$  représente le produit des  $i$ -ièmes coordonnées de  $A$  et  $B$  dans le repère choisi).

## Homogénéisation statique sur les faces de l'inclusion

### I. Contrainte équivalente sur un élément

Soit un élément barre  $b_i$ , et le repère lié  $(\vec{n}, \vec{t})$ .

Soit  $\{\vec{f}_1, \dots, \vec{f}_c\}$  l'ensemble des forces de contact appliquées sur une face de l'élément (fig. 1).

La contrainte normale équivalente  $\sigma_n$  et la contrainte de cisaillement équivalente  $\tau$  sont calculées suivant :

$$\sigma_n(b_i) = \frac{\sum_{j=1}^{j=C} \vec{n} \cdot \vec{f}_j}{|\vec{b}_i|} \quad \text{et} \quad (1)$$

$$\tau(b_i) = \frac{\sum_{j=1}^{j=C} \vec{t} \cdot \vec{f}_j}{|\vec{b}_i|} \quad (2)$$

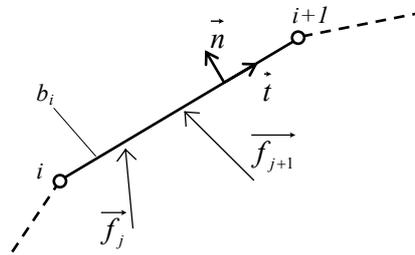


fig 1. Forces appliquées sur une face d'un élément barre.

### II. Contrainte équivalente par moyenne glissante

Dans certains cas, une majorité d'éléments n'est en contact avec aucun grain. La procédure précédente aboutit alors à des contraintes nulles sur ces éléments, et des contraintes très élevées sur les autres. Pour faciliter l'interprétation des résultats, on calcule pour chaque élément des contraintes moyennes tenant compte des efforts appliqués sur les autres éléments. On effectue une moyenne glissante suivant les équations (2) et (3), où  $N_m$  est le paramètre définissant l'étendue du voisinage pris en compte (fig. 2).

$$\overline{\sigma}_n(b_i) = \frac{\sum_{j=-N_m}^{j=N_m} [\sigma_n(b_j) \cdot (1 - |j|/N_m)]}{\sum_{j=-N_m}^{j=N_m} (1 - |j|/N_m)} \quad \text{et} \quad (3)$$

$$\overline{\tau}(b_i) = \frac{\sum_{j=-N_m}^{j=N_m} [\tau(b_j) \cdot (1 - |j|/N_m)]}{\sum_{j=-N_m}^{j=N_m} (1 - |j|/N_m)} \quad (4)$$

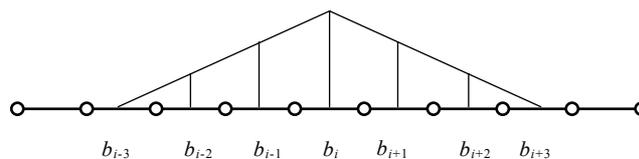


fig. 2. Pondération des éléments pour le calcul de la contrainte moyenne sur l'élément  $b_i$  (cas  $N_m=3$ ).

# Résultats de simulations



## Construction des fiches de présentation des résultats :

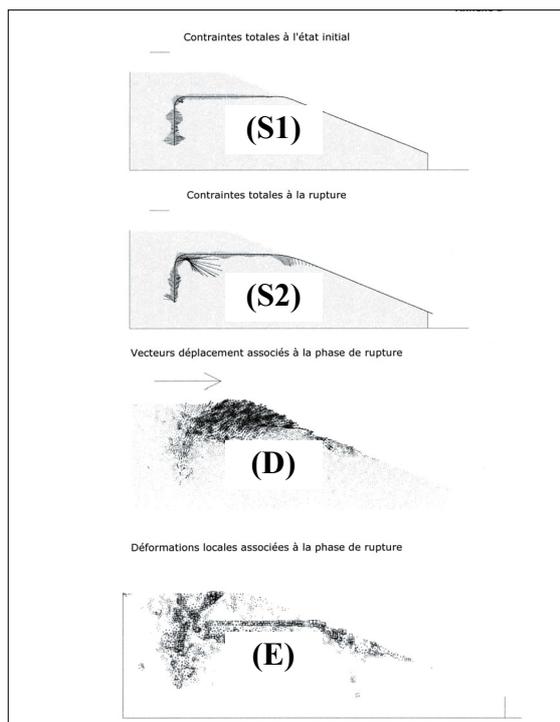
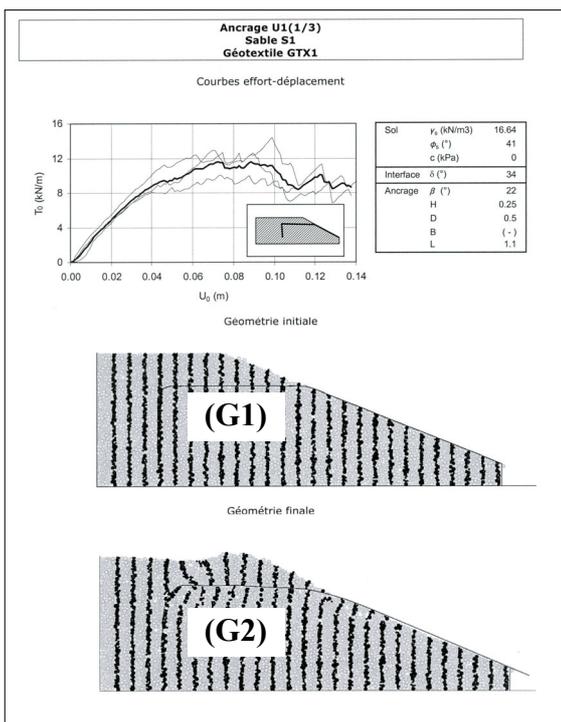
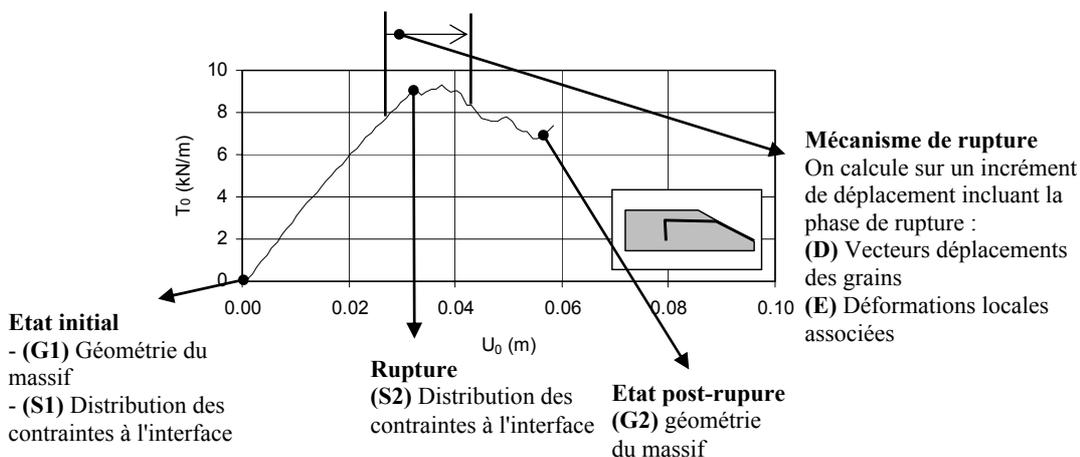
Cette partie annexe présente les résultats des simulations réalisées avec le modèle de sable S1 et le modèle de limon L1, et avec le géotextile GTX1. Les résultats sont présentés sous la forme suivante :

### I. Courbes effort déplacement

On présente, pour la configuration d'ancrage concernée, les courbes effort-déplacement obtenues dans les différents calculs effectués. La courbe moyenne est représentée en gras. On rappelle les principaux paramètres de la simulation sous la forme d'un tableau.

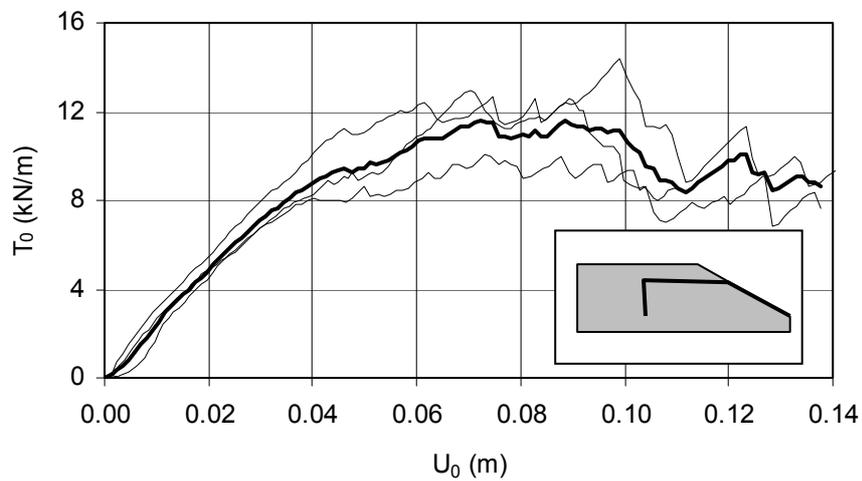
### II. Résultats graphiques

On sélectionne un calcul jugé représentatif et on représente sous forme graphique des résultats correspondant à différentes étapes du calcul (voir figure ci-dessous). On représente en particulier les contraintes totales sous forme de segments orientés parallèlement au vecteur contrainte et de longueur proportionnelle à la norme de la contrainte.



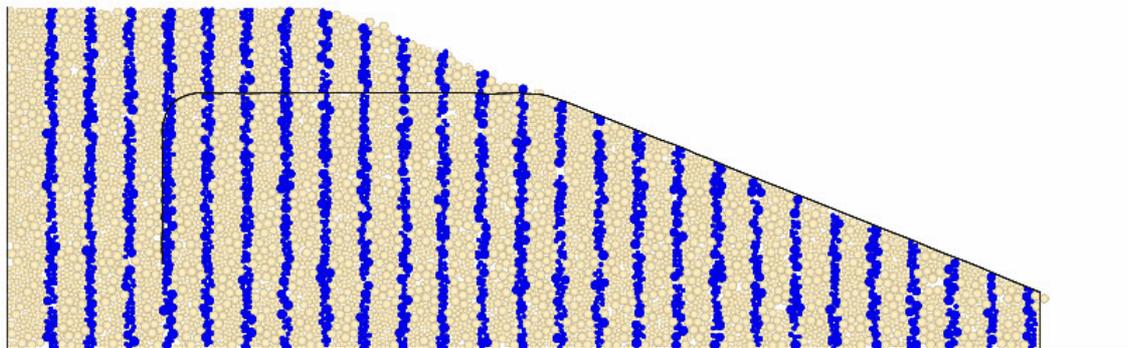
**Ancrage U1(1/3)  
Sable S1  
Géotextile GTX1**

Courbes effort-déplacement

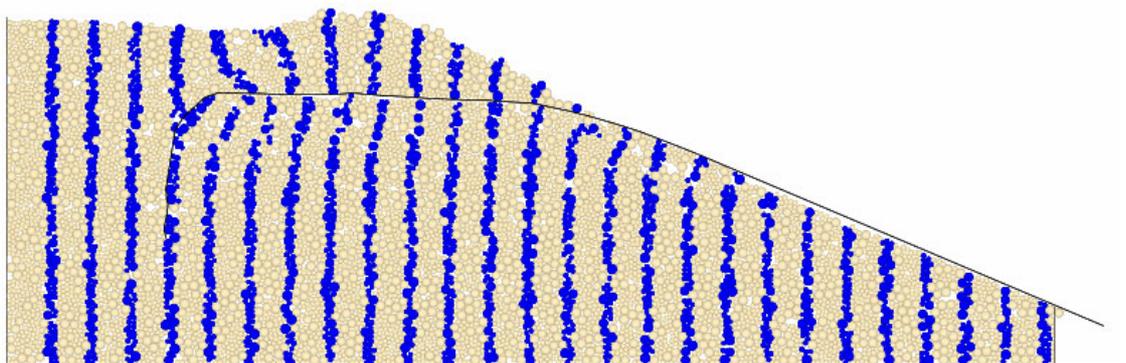


Sol	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	16.64
	$\phi_s$ (°)	41
	c (kPa)	0
Interface	$\delta$ (°)	34
Ancrage	$\beta$ (°)	22
	H	0.25
	D	0.5
	B	(-)
	L	1.1

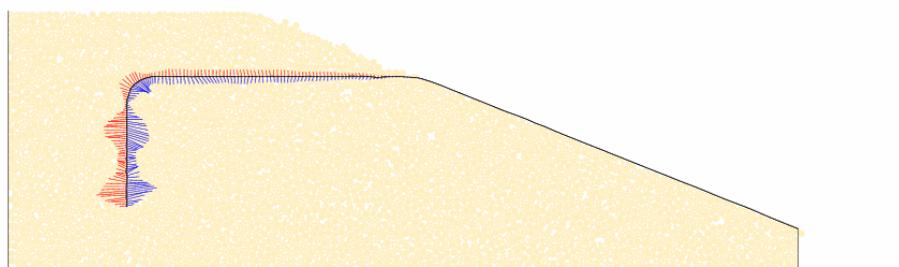
Géométrie initiale



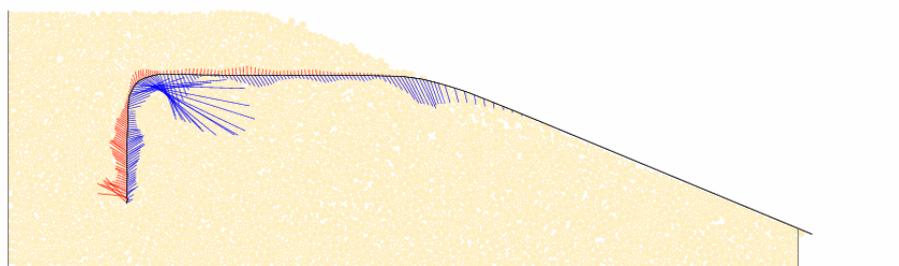
Géométrie finale



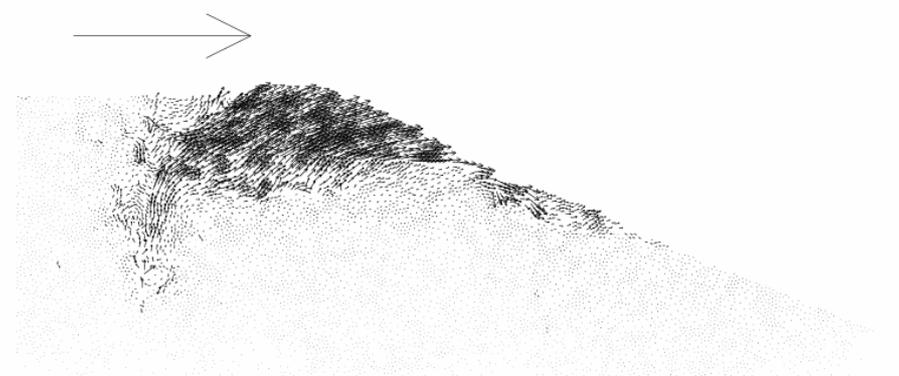
Contraintes totales à l'état initial



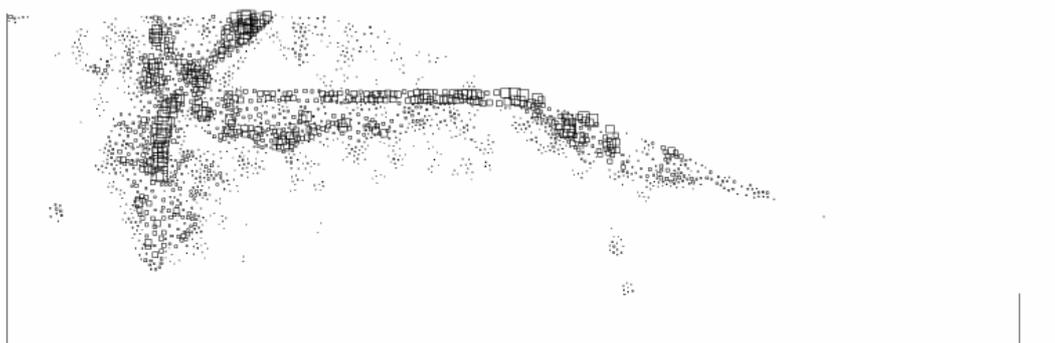
Contraintes totales à la rupture



Vecteurs déplacement associés à la phase de rupture

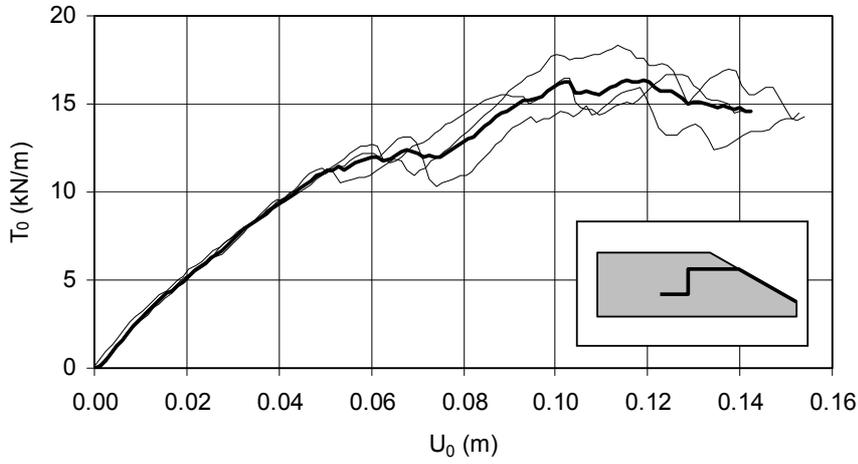


Déformations locales associées à la phase de rupture



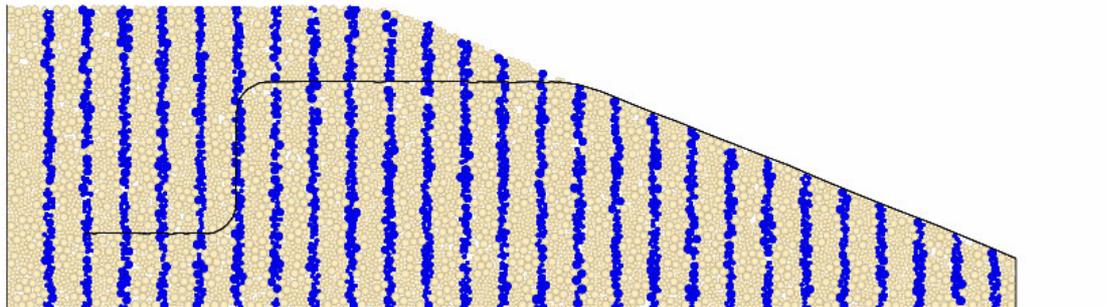
**Ancrage U1(2/3)**  
**Sable S1**  
**Géotextile GTX1**

Courbes effort-déplacement

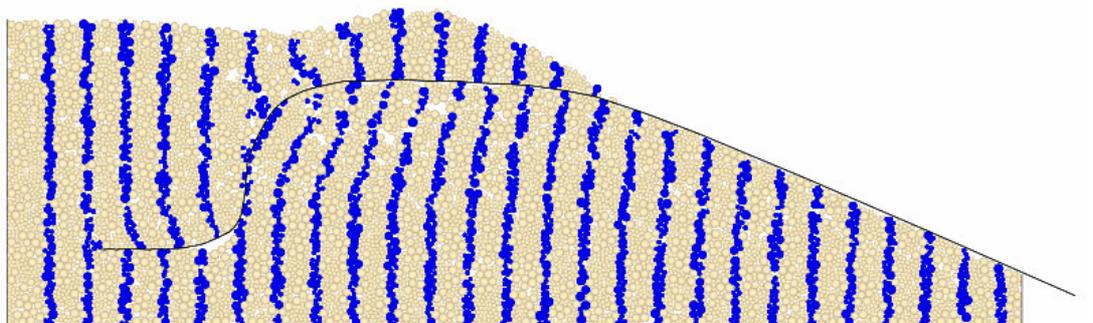


Sol	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	16.64
	$\phi_s$ (°)	41
	c (kPa)	0
Interface	$\delta$ (°)	34
Ancrage	$\beta$ (°)	22
	H	0.25
	D	0.5
	B	0.5
	L	1.1

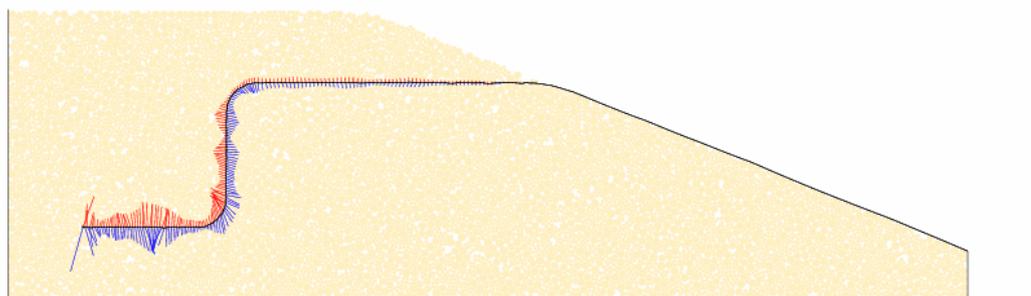
Géométrie initiale



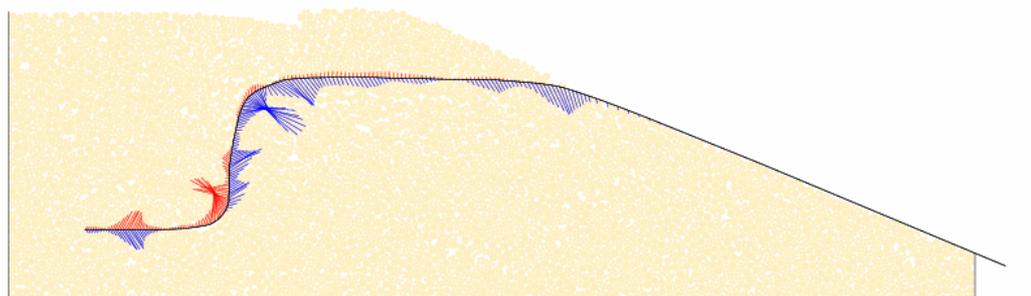
Géométrie finale



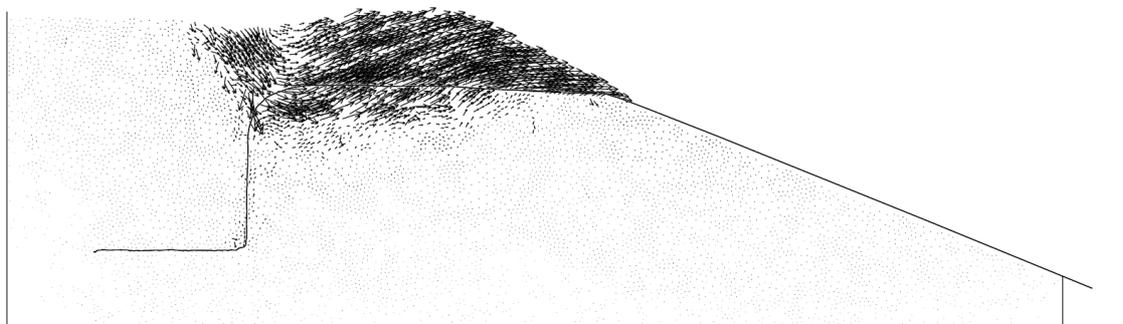
Contraintes totales à l'état initial



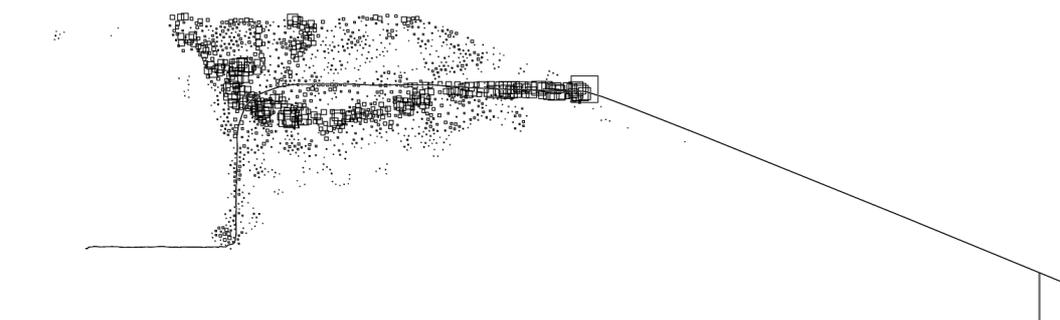
Contraintes totales à la rupture



Vecteurs déplacement associés à la phase de rupture

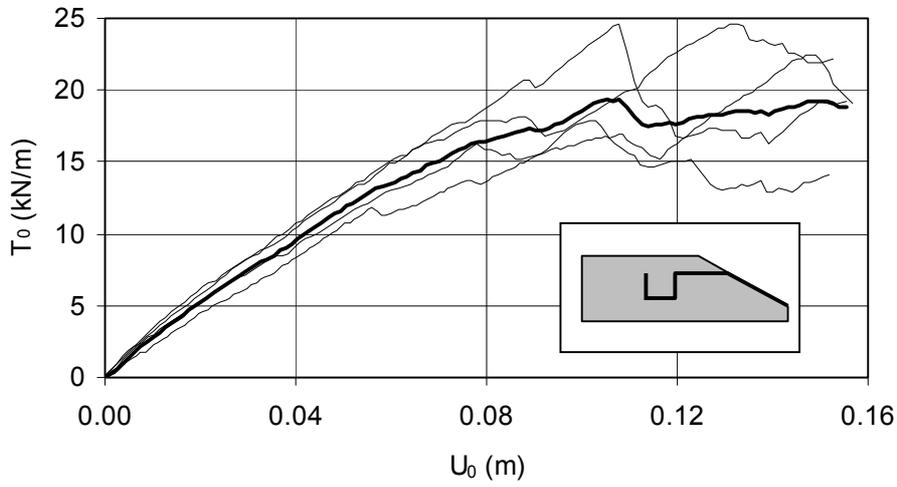


Déformations locales associées à la phase de rupture



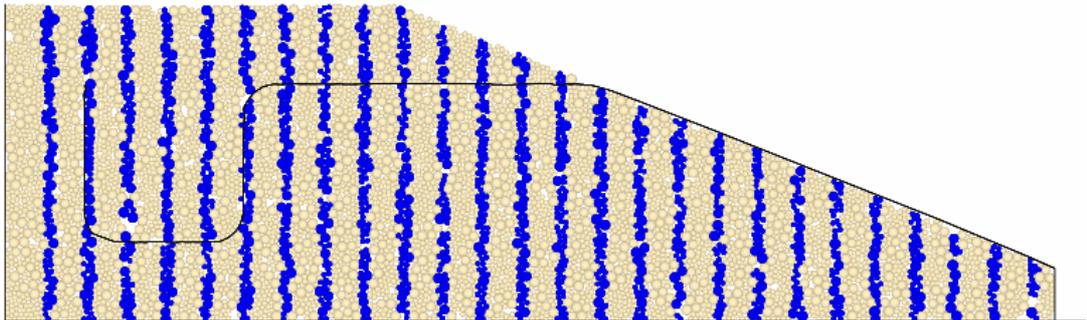
**Ancrage U1(3/3)**  
**Sable S1**  
**Géotextile GTX1**

Courbes effort-déplacement

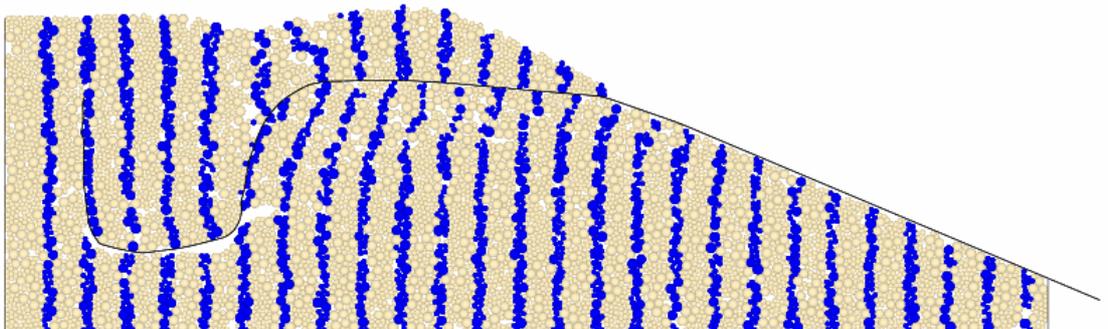


Sol	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	16.64
	$\phi_s$ (°)	41
	c (kPa)	0
Interface	$\delta$ (°)	34
Ancrage	$\beta$ (°)	22
	H	0.25
	D	0.5
	B	0.5
	L	1.1

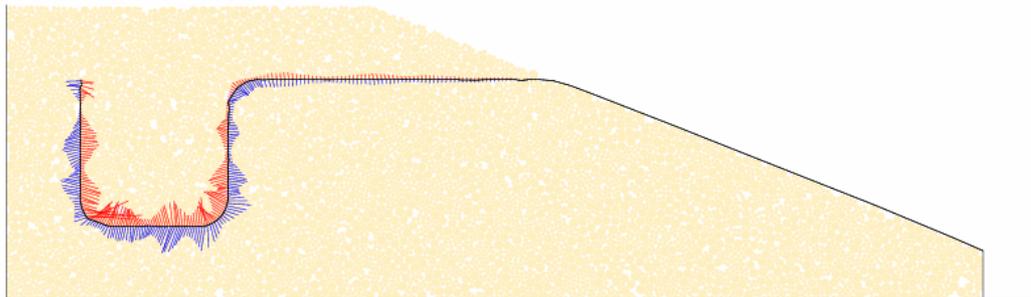
Géométrie initiale



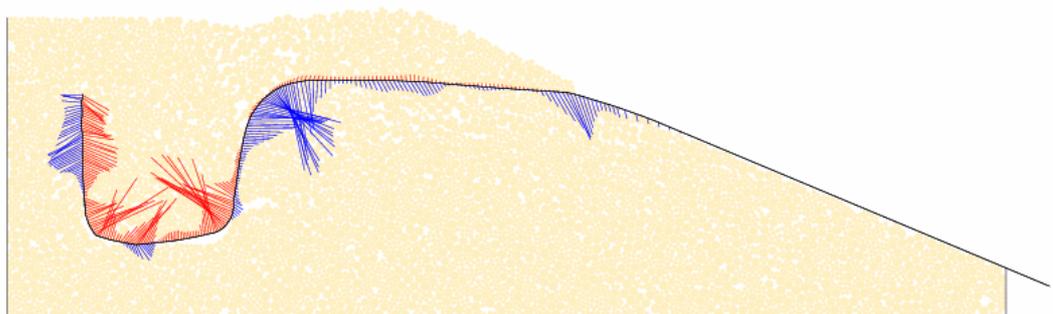
Géométrie finale



Contraintes totales à l'état initial

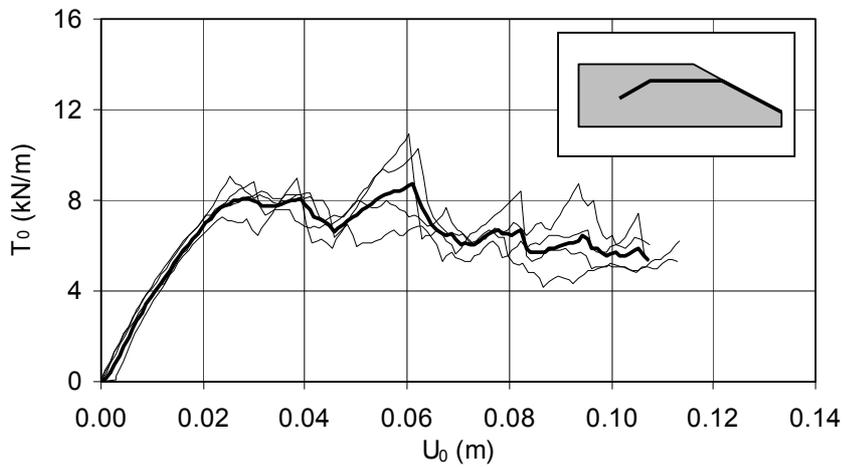


Contraintes totales à la rupture



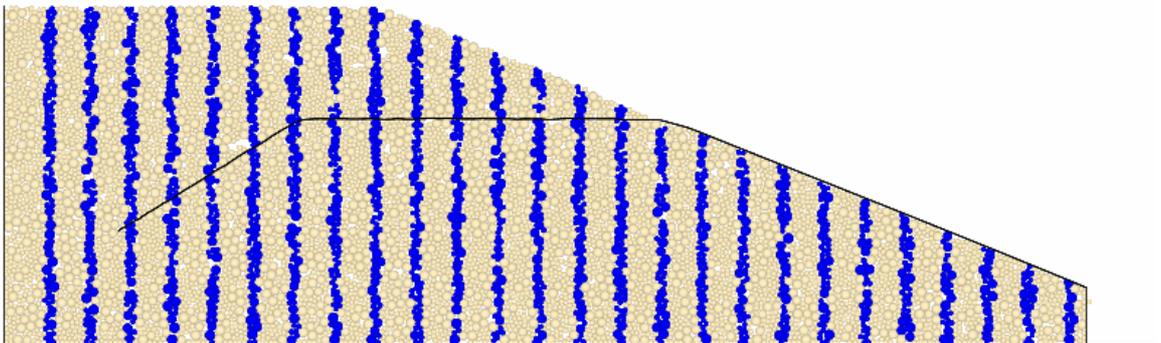
**Ancrage V1(1/2)**  
**Sable S1**  
**Géotextile GTX1**

Courbes effort-déplacement

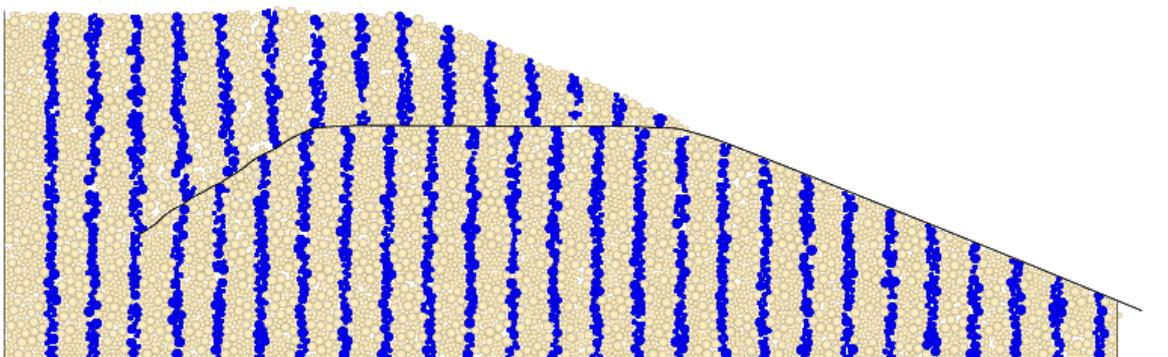


Sol	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	16.64
	$\phi_s$ (°)	41
	c (kPa)	0
Interface	$\delta$ (°)	34
Ancrage	$\beta$ (°)	22
	H	0.25
	D	0.25
	B	0.4
	L	0.8

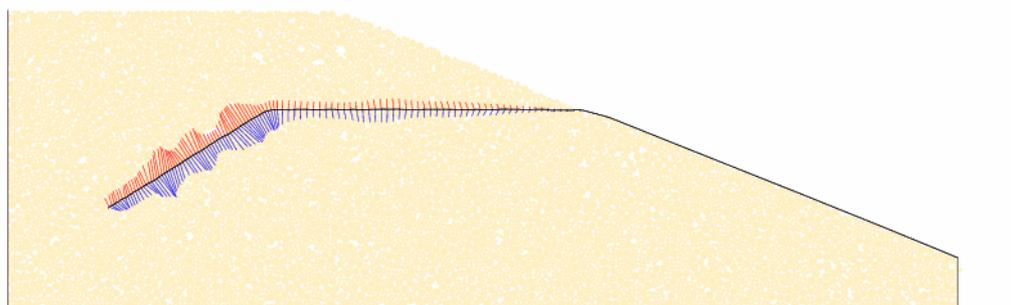
Géométrie initiale



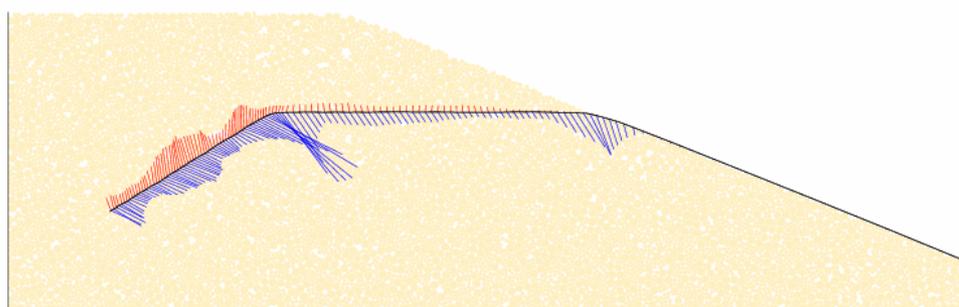
Géométrie finale



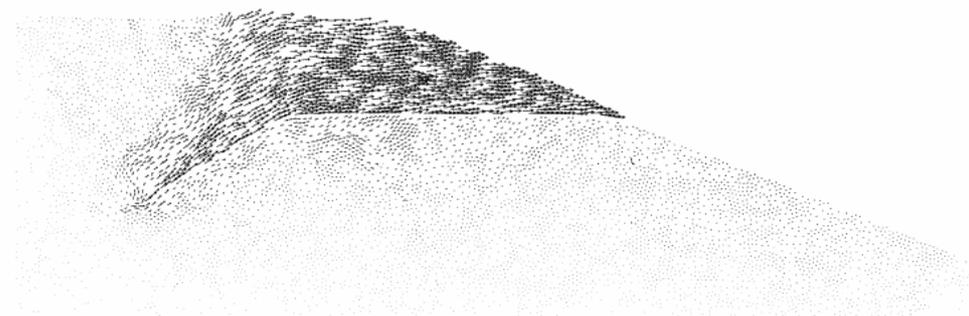
\_\_\_\_\_ Contraintes totales à l'état initial



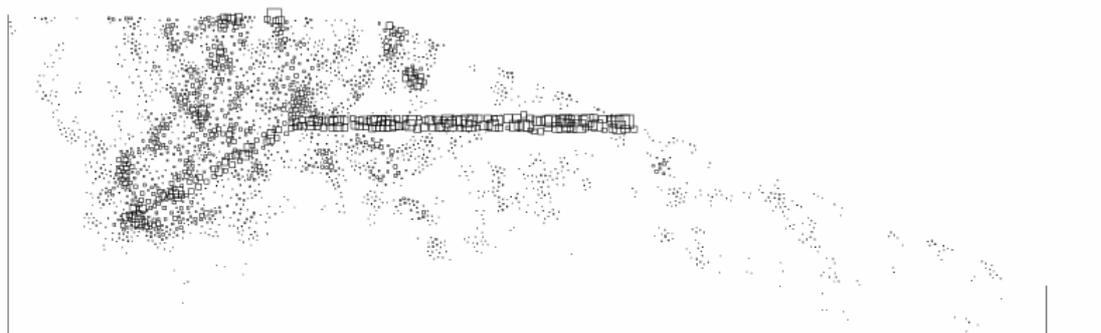
\_\_\_\_\_ Contraintes totales à la rupture



Vecteurs déplacement associés à la phase de rupture

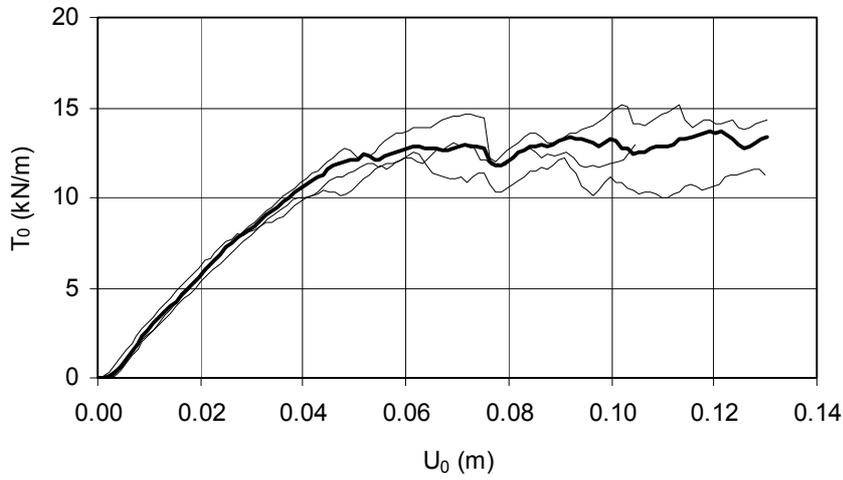


Déformations locales associées à la phase de rupture



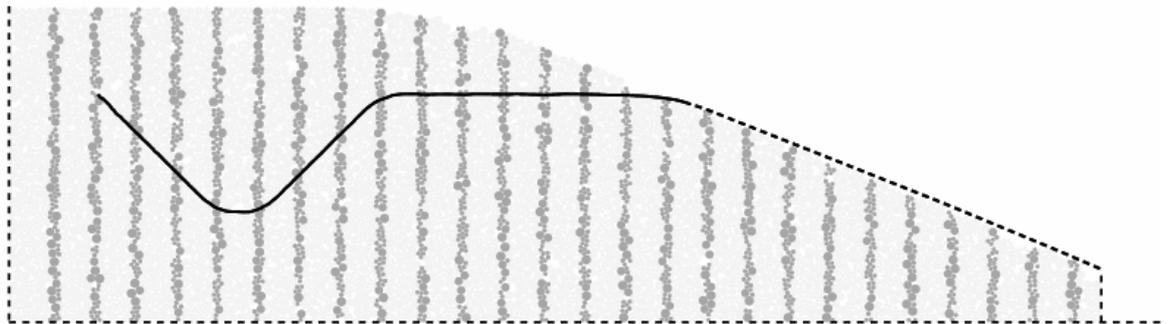
**Ancrage V2(2/2)**  
**Sable S1**  
**Géotextile GTX1**

Courbes effort-déplacement

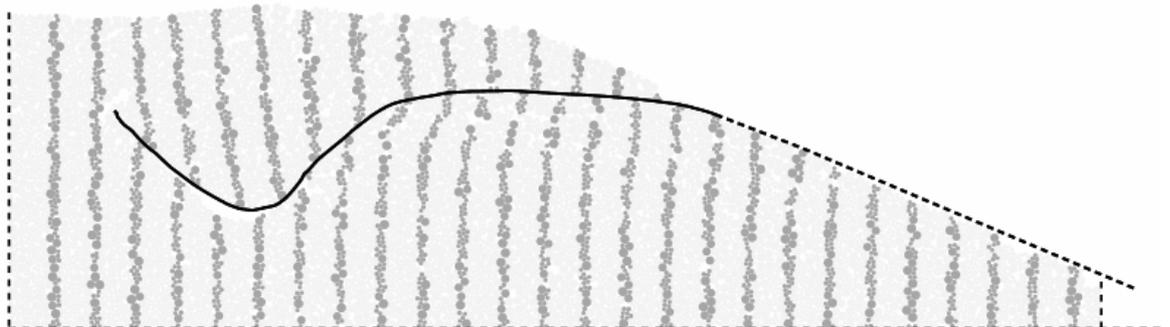


Sol	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	16.64
	$\phi_s$ (°)	41
	c (kPa)	0
Interface	$\delta$ (°)	34
Ancrage	$\beta$ (°)	22
	H	0.25
	D	0.4
	B	0.8
	L	0.8

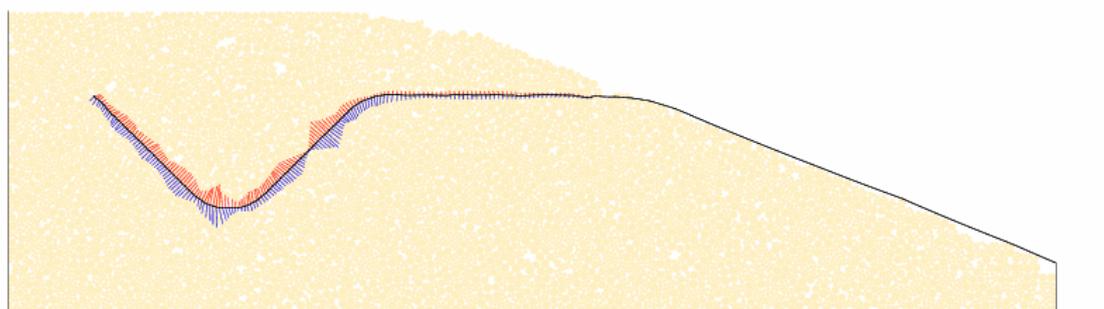
Géométrie initiale



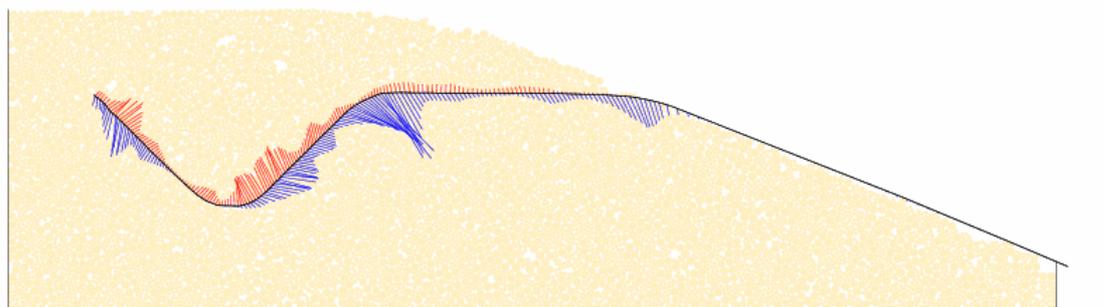
Géométrie finale



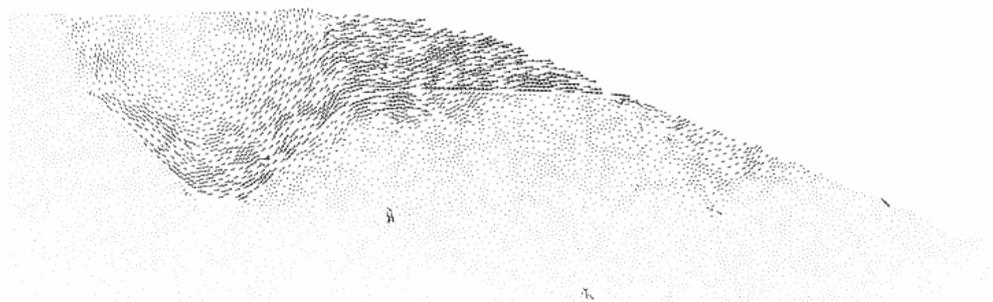
Contraintes totales à l'état initial



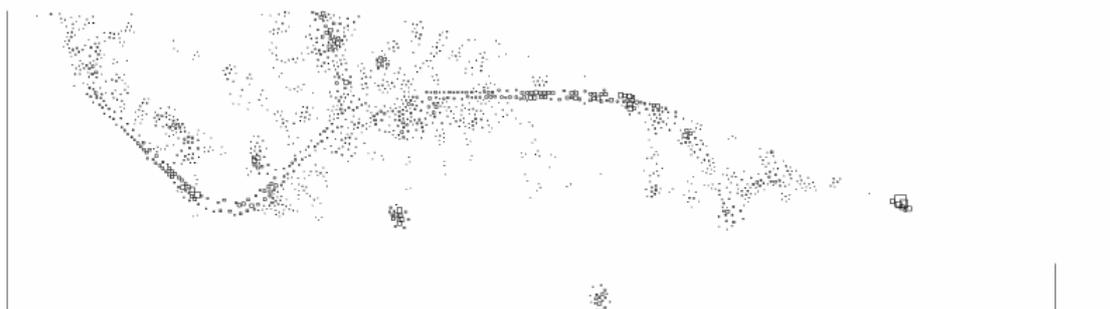
Contraintes totales à la rupture



Vecteurs déplacement associés à la phase de rupture

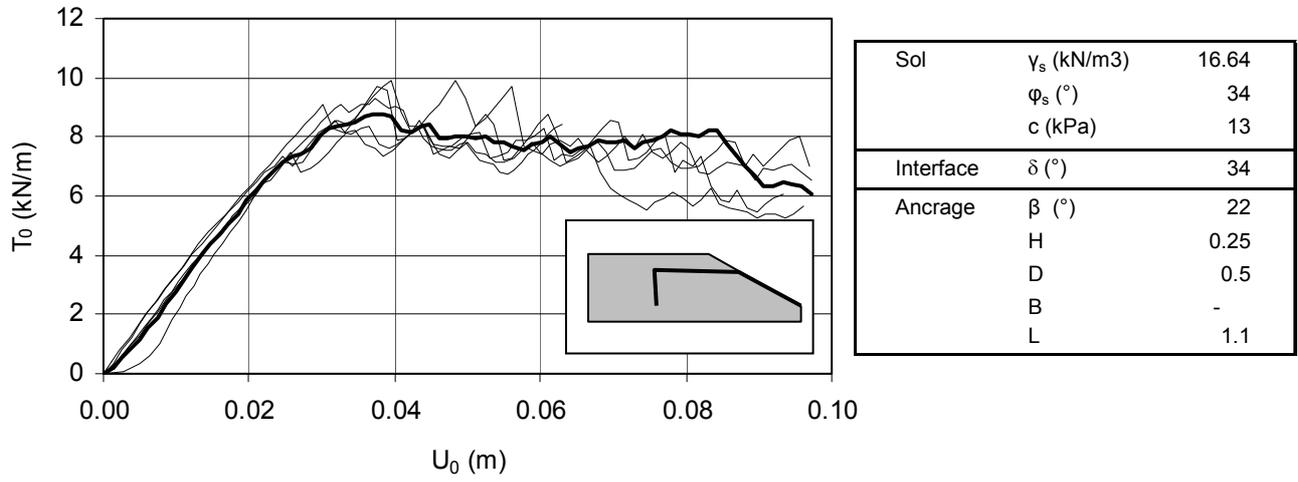


Déformations locales associées à la phase de rupture

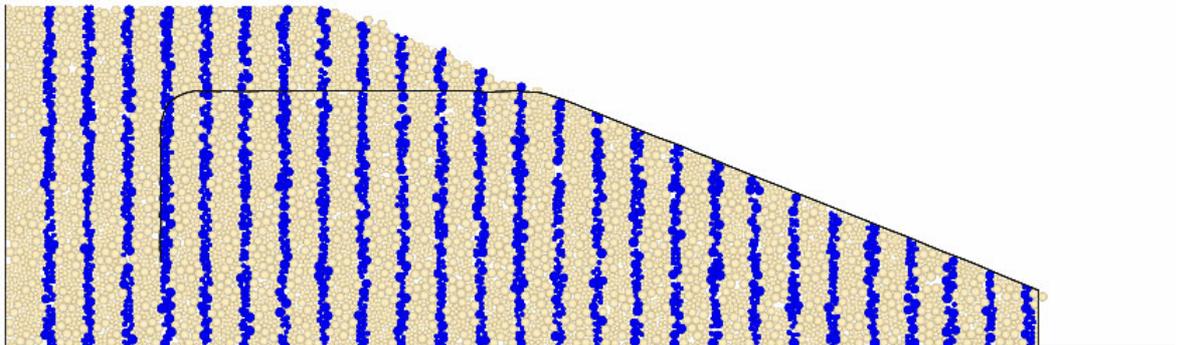


**Ancrage U1(1/3)  
Limon L1  
Géotextile GTX1**

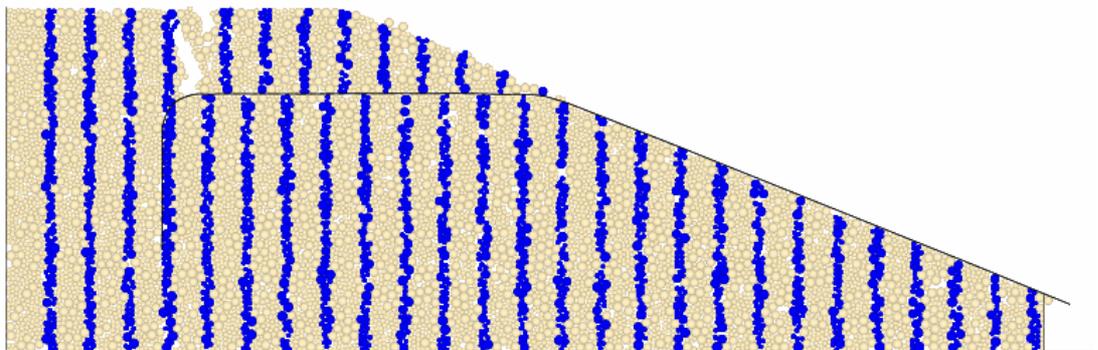
Courbes effort-déplacement



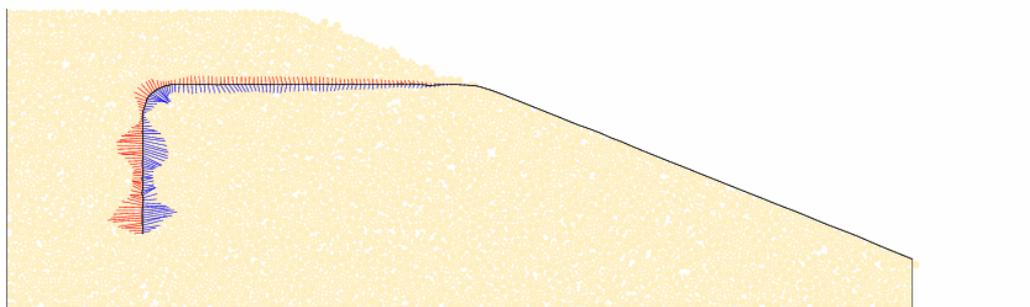
Géométrie initiale



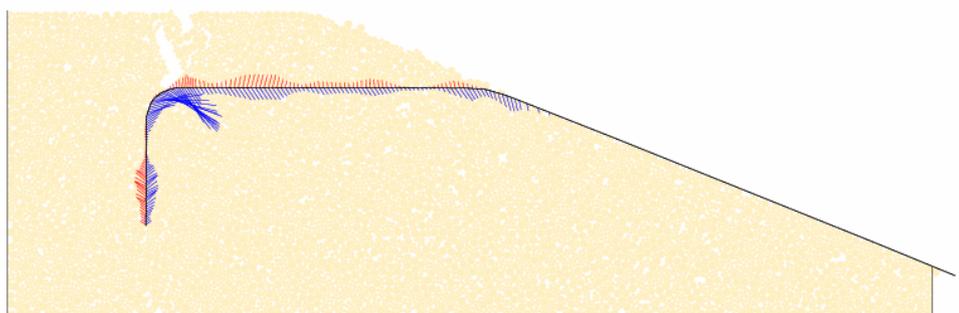
Géométrie finale



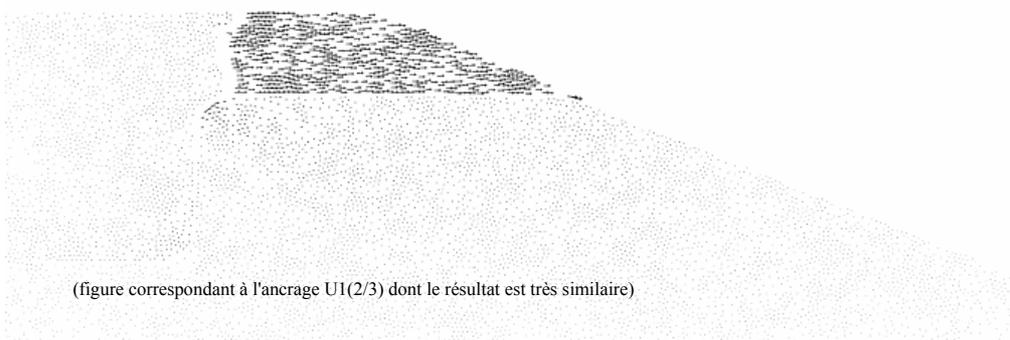
Contraintes totales à l'état initial



Contraintes totales à la rupture

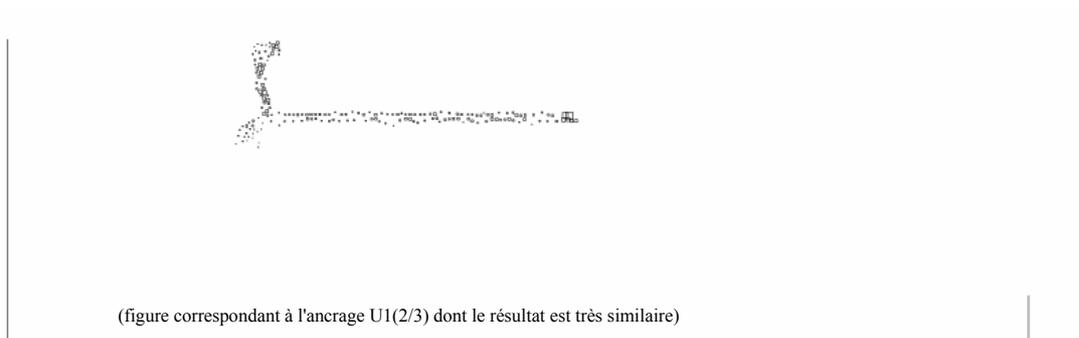


Vecteurs déplacement associés à la phase de rupture



(figure correspondant à l'ancrage U1(2/3) dont le résultat est très similaire)

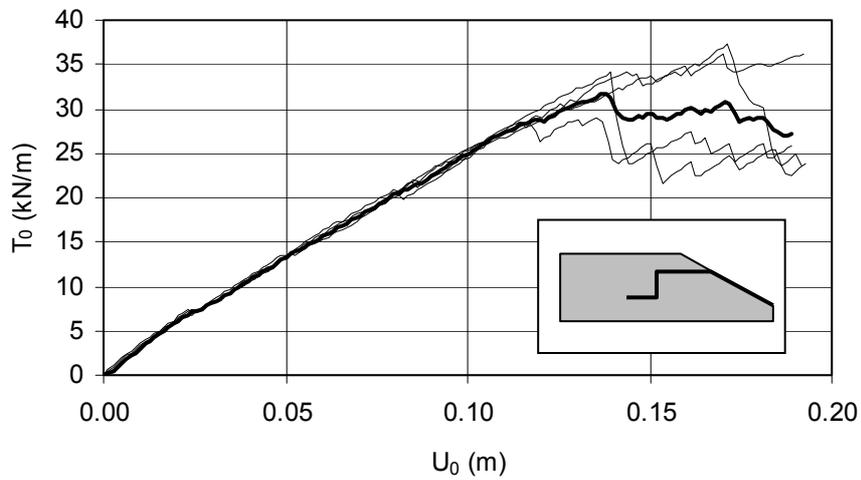
Déformations locales associées à la phase de rupture



(figure correspondant à l'ancrage U1(2/3) dont le résultat est très similaire)

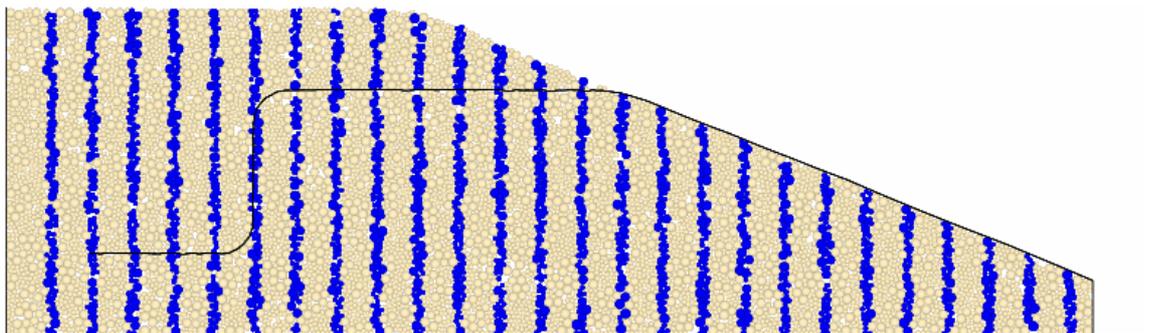
**Ancrage U1(2/3)**  
**Limons L1**  
**Géotextile GTX1**

Courbes effort-déplacement

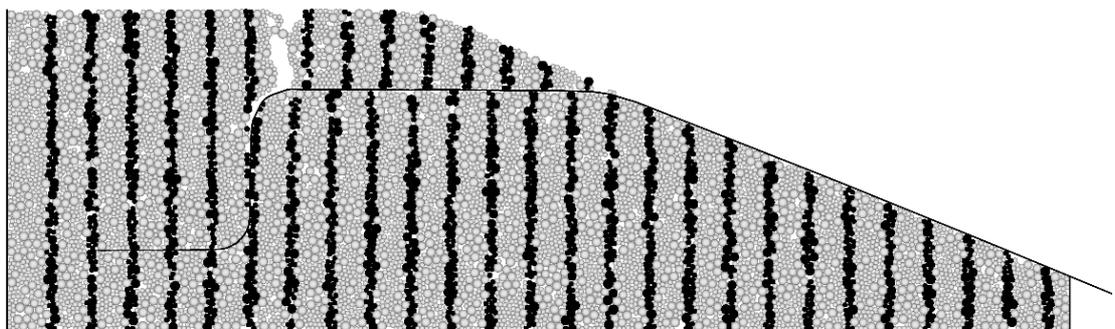


Sol	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	16.64
	$\phi_s$ (°)	34
	c (kPa)	13
Interface	$\delta$ (°)	34
Ancrage	$\beta$ (°)	22
	H	0.25
	D	0.5
	B	0.5
	L	1.1

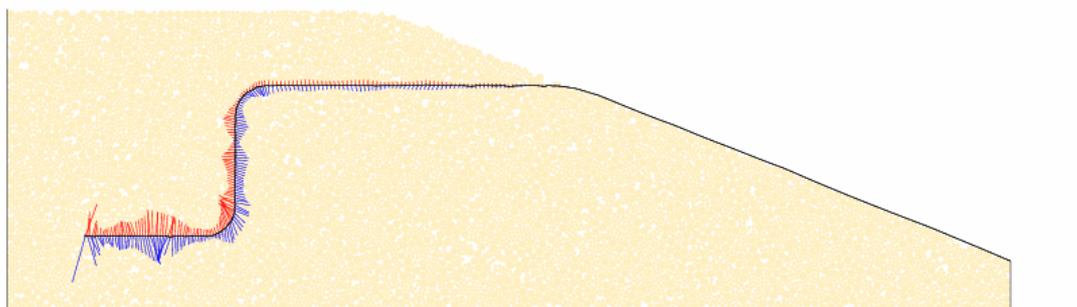
Géométrie initiale



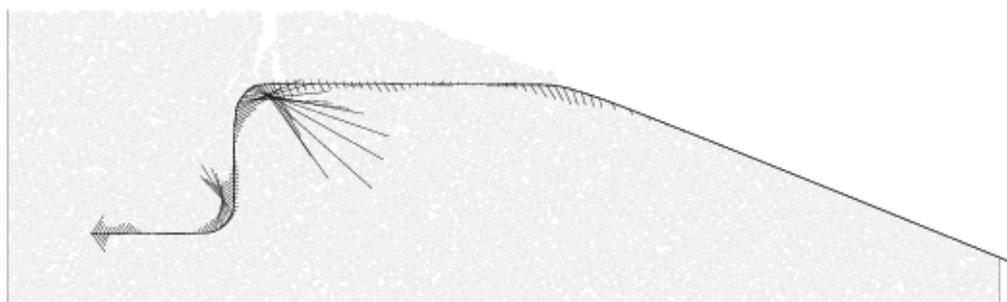
Géométrie finale



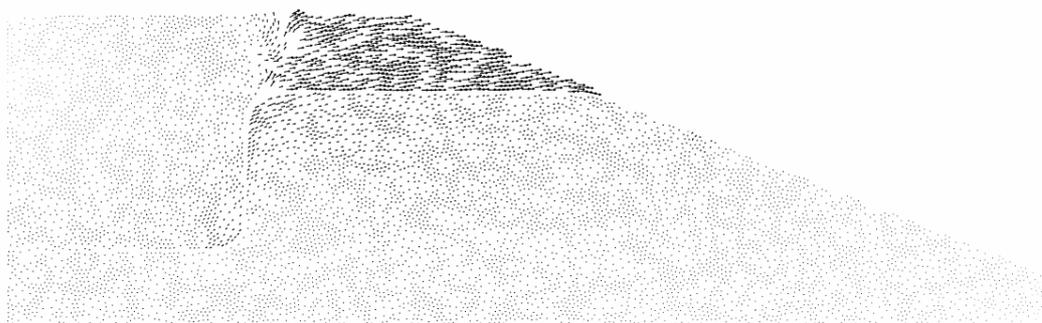
— Contraintes totales à l'état initial



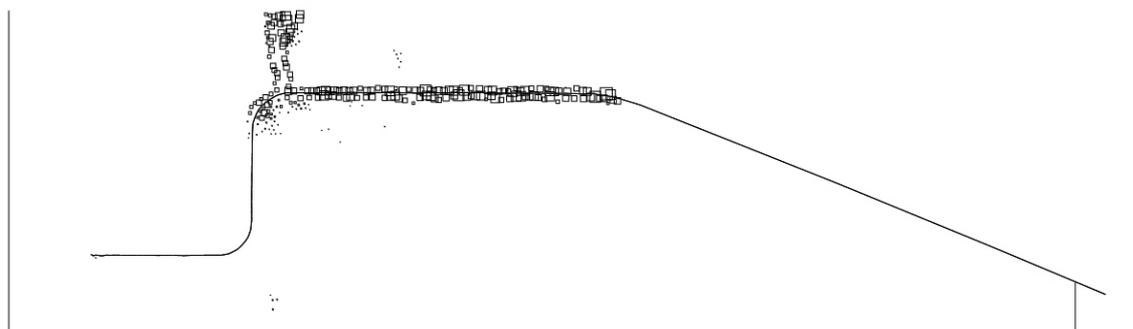
Contraintes totales à la rupture



Vecteurs déplacement associés à la phase de rupture

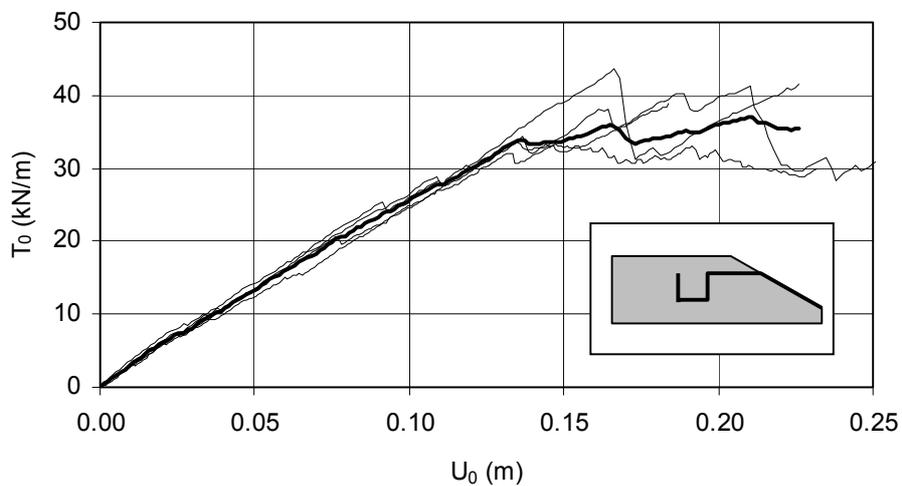


Déformations locales associées à la phase de rupture



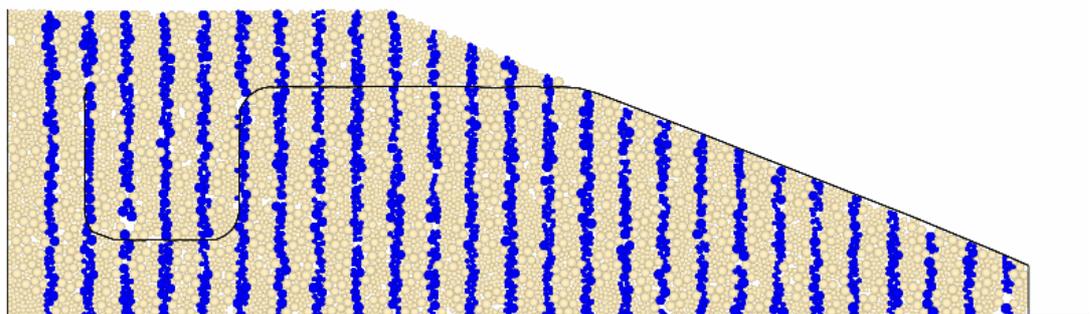
**Ancrage U1(3/3)**  
**Limons L1**  
**Géotextile GTX1**

Courbes effort-déplacement

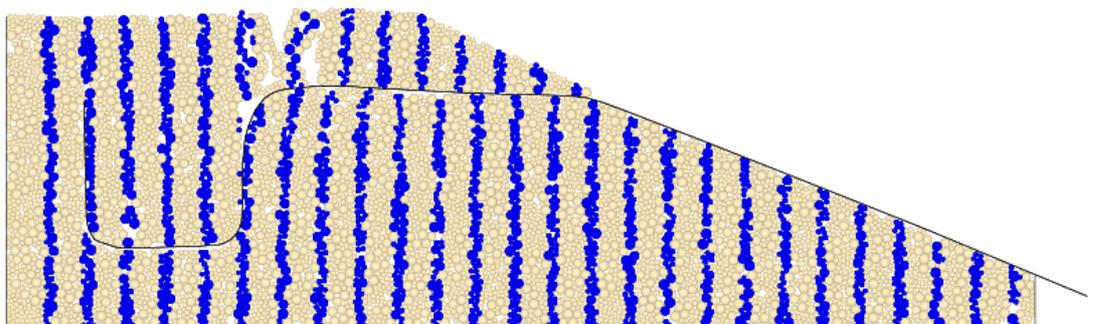


Sol	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	16.64
	$\phi_s$ (°)	34
	c (kPa)	13
Interface	$\delta$ (°)	34
Ancrage	$\beta$ (°)	22
	H	0.25
	D	0.5
	B	0.5
	L	1.1

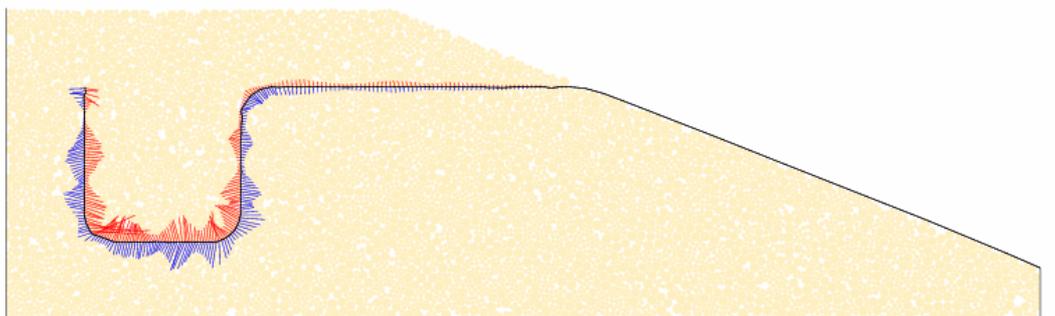
Géométrie initiale



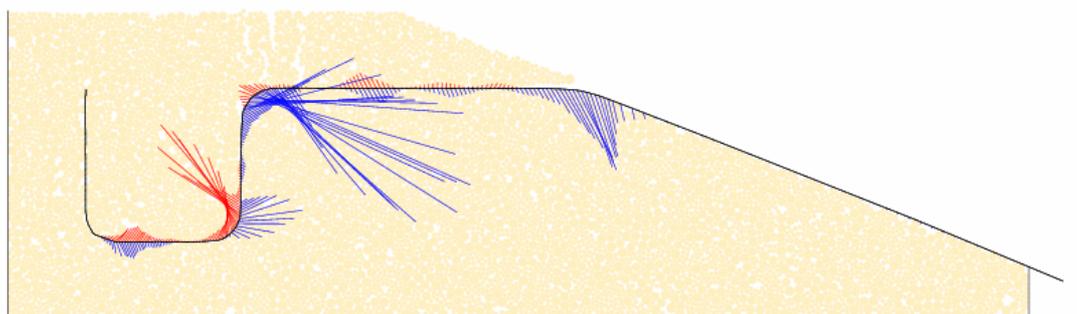
Géométrie finale



Contraintes totales à l'état initial



Contraintes totales à la rupture



Vecteurs déplacement associés à la phase de rupture

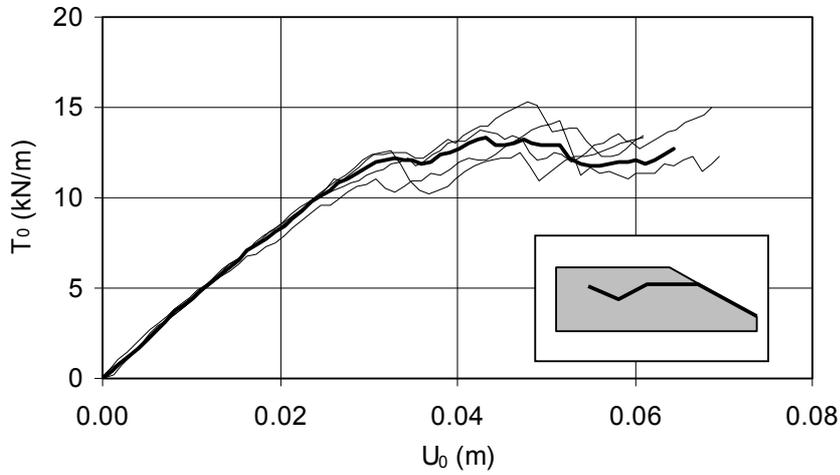


Déformations locales associées à la phase de rupture



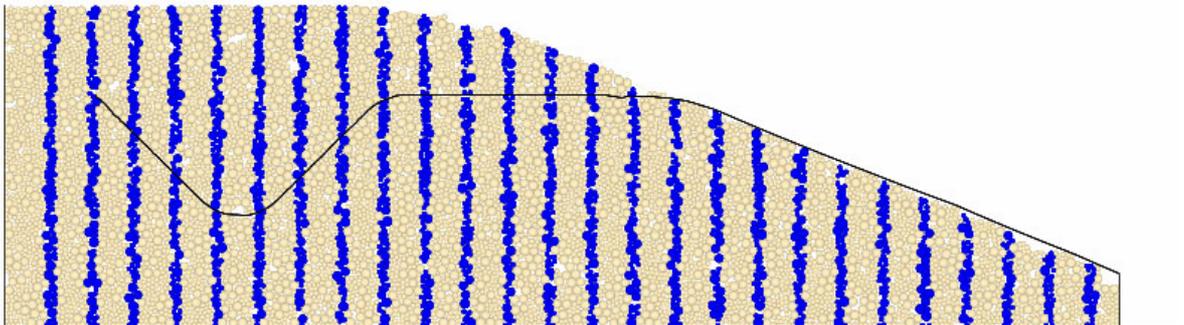
**Ancrage V2(2/2)**  
**Sable S1**  
**Géotextile GTX1**

Courbes effort-déplacement

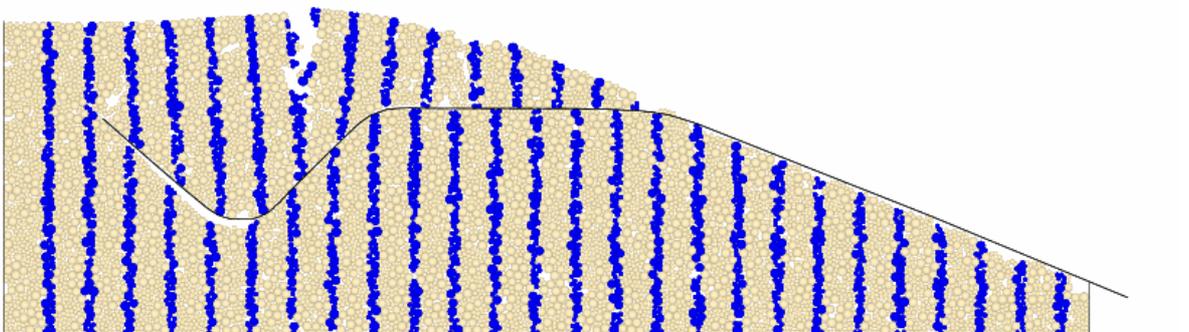


Sol	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	16.64
	$\phi_s$ (°)	34
	c (kPa)	13
Interface	$\delta$ (°)	34
Ancrage	$\beta$ (°)	22
	H	0.25
	D	0.4
	B	0.8
	L	0.8

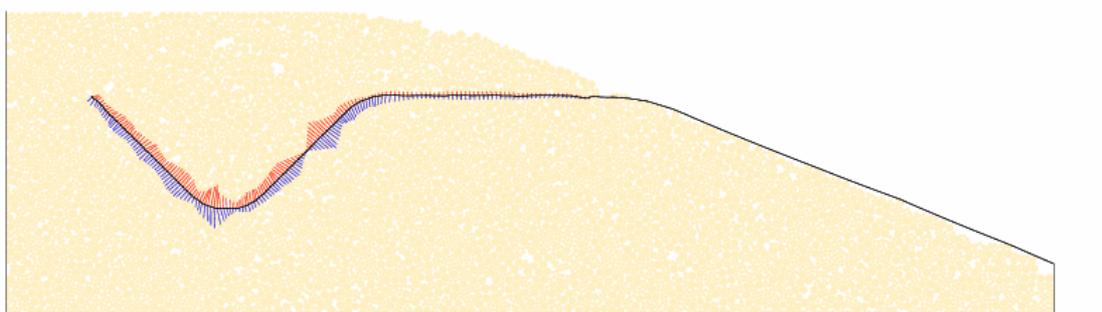
Géométrie initiale



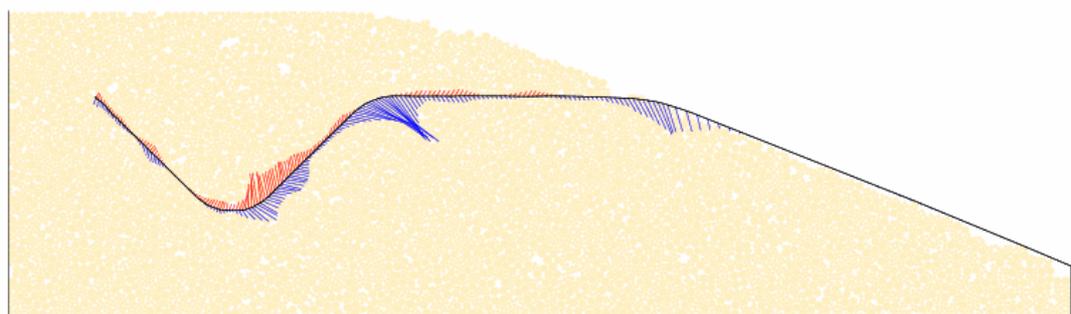
Géométrie finale



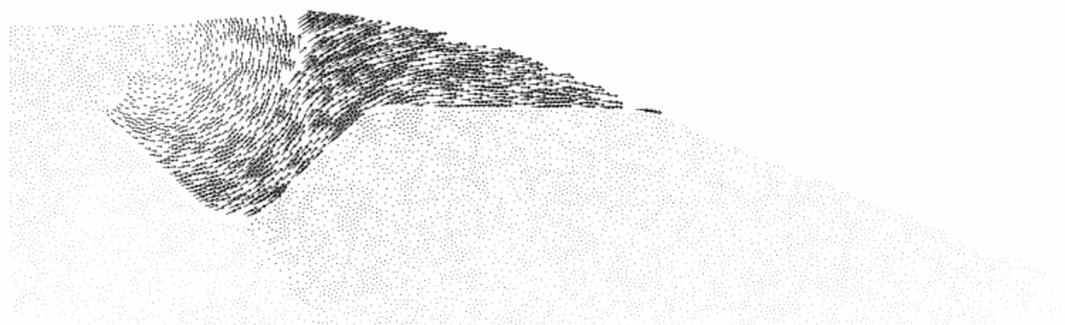
—— Contraintes totales à l'état initial



—— Contraintes totales à la rupture



Vecteurs déplacement associés à la phase de rupture



Déformations locales associées à la phase de rupture

