



Modélisation macroscopique des inondations fluviales et urbaines - Prise en compte des écoulements directionnels et des échanges lit majeur - lit mineur

Pascal Finaud-Guyot

► To cite this version:

Pascal Finaud-Guyot. Modélisation macroscopique des inondations fluviales et urbaines - Prise en compte des écoulements directionnels et des échanges lit majeur - lit mineur. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2009. Français. NNT: . tel-00490694

HAL Id: tel-00490694

<https://theses.hal.science/tel-00490694>

Submitted on 9 Jun 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE MONTPELLIER II
SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC

THESE

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Montpellier II

Ecole Doctorale : Systèmes Intégrés en Biologie, Agronomie, Géosciences,
Hydrosciences, Environnement

présentée et soutenue publiquement le 26 Novembre 2009

Pascal FINAUD-GUYOT

Titre :

Modélisation macroscopique des inondations fluviales et urbaines :

Prise en compte des écoulements directionnels

et des échanges lit majeur - lit mineur

Jury :

Mme. Carole DELENNE	Université Montpellier II	Co-Encadrante
M. Philippe FRAUNIE	Université de Toulon et Var	Rapporteur
M. Vincent GUINOT	Université Montpellier II	Co-Encadrant
Mlle. Cécile LLOVEL	Ginger Environnement & Infrastructures	Invitée
M. Robert MOSÉ	ENGEES	Rapporteur
M. Nicolas RIVIERE	INSA de Lyon	Président
Mme. Sandra SOARES-FRAZAO	Université Catholique de Louvain (Belgique)	Examinatrice

Table des matières

1	Introduction	3
2	Étude Bibliographique	5
2.1	Introduction	10
2.2	Codes de calcul 1D	11
2.2.1	Mike 11	11
2.2.2	HEC-RAS	18
2.2.3	Isis Flow	22
2.2.4	Conclusion pour les codes 1D	24
2.3	Codes de calcul 2D	24
2.3.1	Mike 21 Flow Model FM	26
2.3.2	Telemac 2D	28
2.3.3	SW2D	28
2.3.4	Conclusion pour les codes 2D	30
2.4	Codes de calcul 1D-2D	30
2.4.1	Wolf package	31
2.4.2	CCHE1D-Flood - CCHE2D-Flood	31
2.4.3	Mike Flood	32
2.4.4	Sobek-1D2D	35
2.4.5	Conclusion pour les codes couplés 1D-2D	37
2.5	État de l'art des approches aux volumes finis pour les équations hyperboliques	37
2.5.1	Le problème de Riemann	39
2.5.2	Les solveurs de Riemann	39
2.5.3	Prise en compte des termes source	42
3	Modélisation couplée 1D-2D	45
3.1	Présentation du concept de couplage	48
3.2	Hypothèses et terminologie	49
3.3	Équations de propagation	51
3.3.1	Bilan de masse	51
3.3.2	Bilan de quantité de mouvement dans la direction Ox	53
3.3.3	Bilan de quantité de mouvement dans la direction Oy	54
3.3.4	Bilan des forces appliquées au fluide	54
3.3.5	Équations sous forme intégrale	57

3.3.6	Séparation des équations 1D et 2D	58
3.3.7	Équations sous forme différentielle	59
3.4	Réécriture des systèmes d'équations dans le référentiel de l'interface	65
4	Résolution des équations de propagation par la méthode des volumes finis	67
4.1	Algorithme de résolution	70
4.2	Résolution de la partie conservative des équations	72
4.2.1	Formulation caractéristique	73
4.2.2	Intégration le long des caractéristiques	75
4.2.3	Calcul du vecteur flux $\mathbf{F}$ à l'interface	77
4.2.4	Implantation du solveur PorAS	85
4.3	Intégration des termes de frottement	88
4.3.1	Détermination du rayon hydraulique	89
4.3.2	Résolution des équations différentielles ordinaires	90
4.4	Calcul des flux à travers les interfaces intérieures	91
4.4.1	Hypothèses de travail	91
4.4.2	Transfert de masse	92
4.4.3	Equilibrage de la quantité de mouvement transversale	94
4.4.4	Transfert de quantité de mouvement longitudinale	96
4.5	Gestion des extrémités du canal 1D	98
4.6	Gestion des conditions aux limites	98
4.7	Discretisation spatiale de la zone d'étude	99
5	Résultats	103
5.1	Validation du solveur PorAS	104
5.1.1	Écoulement unidimensionnel à travers une zone de porosité variable : Test T_1	104
5.1.2	Écoulement unidimensionnel sur une bosse : Test T_2	107
5.1.3	Rupture de barrage	109
5.1.4	Étude de convergence (T_6)	114
5.1.5	Cas test expérimental (T_7)	117
5.2	Expériences réalisées	120
5.2.1	Description du dispositif expérimental	120
5.2.2	Série 1 - Calage du coefficient de rugosité	122
5.2.3	Série 2 - Canal rectangulaire avec débordement	133
5.2.4	Série 3 - Coudes	144
5.2.5	Série 4 - Etude de la structure des écoulements transversaux	153
5.3	Modélisation d'un cas réel	154
5.3.1	Présentation de la zone d'étude	154
5.3.2	Comparaison des hauteurs d'eau simulées	157
5.3.3	Comparaison des vitesses d'écoulement simulées	161
6	Conclusion	165

A	Série 1	173
A.1	Canal à nu	173
A.1.1	Mesures de hauteur d'eau	173
A.1.2	Ligne d'eau	174
A.2	Canal en parpaings	175
A.2.1	Mesure de hauteur d'eau	175
A.2.2	Lignes d'eau	176
A.3	Canal en briques	178
A.3.1	Mesures de hauteur d'eau	178
A.3.2	Lignes d'eau	179
A.4	Modélisation	181
A.4.1	Canal à nu	181
A.4.2	Approximation du rayon hydraulique	183
A.4.3	Canal en parpaings	184
A.4.4	Canal en briques	186
B	Série 2	189
B.1	Maillages utilisés pour les modélisations	189
B.2	Configuration "Lit mineur 7 cm"	191
B.2.1	Mesures de hauteurs d'eau	191
B.2.2	Lignes d'eau	192
B.2.3	Mesures de vitesses	193
B.2.4	Vitesses modélisées	194
B.3	Configuration "Lit mineur 17 cm"	195
B.3.1	Mesures de hauteurs d'eau	195
B.3.2	Lignes d'eau	196
B.3.3	Mesures de vitesses	197
B.3.4	Vitesses modélisées	198
B.4	Configuration "Lit mineur 28 cm"	199
B.4.1	Mesures de hauteurs d'eau	199
B.4.2	Lignes d'eau	200
B.4.3	Mesures de vitesses	201
B.4.4	Vitesses modélisées	202
C	Série 3	203
C.1	Maillages utilisés pour les modélisations	203
C.2	Configuration « Coudes à 90° rapprochés »	205
C.2.1	Dimensions du dispositif expérimental	205
C.2.2	Mesures de hauteurs d'eau	206
C.2.3	Lignes d'eau	207
C.2.4	Profil de charge	208
C.2.5	Mesures de vitesses	209
C.2.6	Vitesses modélisées	210
C.3	Configuration « Coudes à 90° éloignés »	211
C.3.1	Dimensions du dispositif expérimental	211
C.3.2	Mesures de hauteurs d'eau	212

C.3.3	Lignes d'eau	213
C.3.4	Profil de charge	215
C.3.5	Mesures de vitesses	216
C.3.6	Vitesses modélisées	217

Remerciements

Je tiens à remercier l'ensemble des personnes qui ont rendu cette thèse possible.

Je remercie d'abord Eric Servat pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire Hydrosiences Montpellier dont la convivialité a rendu ce travail si plaisant.

Je remercie aussi Vincent Guinot et Carole Delenne, les encadrants de ma thèse, pour avoir encadré mes activités d'enseignement et de recherche. Je tiens à souligner leur grande disponibilité et leurs conseils, toujours avisés, qui m'ont permis de fournir toute la rigueur nécessaire à ce travail de thèse. Je me souviendrai également des bons moments que nous avons passé ensemble, notamment lors des expériences réalisées à l'ENSAM.

Ma gratitude va aussi à la société Ginger Environnement et Infrastructures pour avoir financé cette thèse dans le cadre d'une bourse CIFRE en partenariat avec l'ANRT que je remercie également. Je suis plus particulièrement reconnaissant envers Cécile Llovel qui m'a permis de concilier mes activités de recherche, d'enseignement et d'ingénierie.

Je remercie les membres du jury pour avoir accepté d'évaluer mes travaux de doctorat. D'abord, Robert Mosé et Philippe Fraunié qui ont accepté de relire mon mémoire et d'en être les rapporteurs. Leurs remarques ont été très enrichissantes et m'ont offert une vision plus globale de mon travail. Mes remerciements vont aussi à Nicolas Rivière pour avoir présidé mon jury de thèse et pour m'avoir offert, avec Sandra Soares-Frazao, un regard critique sur l'ensemble de mes travaux.

Je remercie enfin l'ensemble de mes collègues du laboratoire Hydrosiences Montpellier et de la société Ginger Environnement et Infrastructures. Olivier, Alexandre, Philippe, Fabien, François, Patrick et tous les autres, merci d'avoir rendu l'année pendant laquelle mon projet de thèse a été finalisé si plaisante. Merci aussi de m'avoir appris le métier et d'avoir pris le temps d'avoir ces discussions si intéressantes. Naomi, Kenza, Claudine, Kristine, Nicole, François, Marie-George, Luc, Manon, Marion, je vous remercie d'avoir élargi mon horizon. Une pensée toute particulière va à Michel Desbordes qui m'a toujours porté son attention bienveillante.

Enfin, je remercie ma maourse, ma famille et mes amis proches. Merci ma chérie de m'avoir rendu ma sérénité lors des moments difficiles. Merci mes parents,

Cécile et Sylvain, sans qui mon goût pour les sciences et la recherche n'aurait jamais été ce qu'il est devenu. Merci à Flo et au petit Nicolas de m'avoir accompagné pendant ma soutenance, si proche de mon coeur. Merci à tous ceux que je n'ai pas cités pour qui ma reconnaissance n'en est pas moins grande. Merci à Thomas, Nora, Olivier, DD, Julien, Alizée, Alex, Pierre, Kravitz, Cocotte et tous les autres pour avoir rendu tous ces moments de loisir si décontractant.

Chapitre 1

Introduction

L'inondation est le premier risque naturel en termes de nombre de personnes concernées dans le monde¹. Afin de lutter contre ce risque, un nombre important d'études est mené chaque année dans le cadre de la détermination de l'inondabilité d'un territoire au préalable à son aménagement éventuel ou de la quantification de l'impact d'un projet. L'ingénierie moderne fait généralement appel à des codes de calcul permettant la modélisation des écoulements afin de simuler le comportement hydraulique d'un cours d'eau, notamment en période de crue. C'est le cas de la société Ginger Environnement & Infrastructures qui finance cette thèse dans le cadre de la bourse CIFRE n°2006-838.

Plusieurs types de code de calcul existent aujourd'hui. Les logiciels unidimensionnels permettent une modélisation relativement simple des cours d'eau du fait des hypothèses utilisées. En effet, ils négligent les écoulements dans la direction transversale à l'axe du cours d'eau modélisé. Ces codes de calcul sont les précurseurs des outils de modélisations des écoulements. Les codes de calcul unidimensionnels avec casiers (ou pseudo bidimensionnel) sont des outils unidimensionnels couplés à système de casiers permettant de prendre en compte les phénomènes de stockage dans le lit majeur. Ils permettent d'obtenir une modélisation relativement fidèle des dynamiques d'écoulement dès lors que l'on respecte les hypothèses sous-jacentes qui sont parfois très restrictives. Malgré cela, ces codes restent largement utilisés en raison de leur rapidité de calcul. Quand les hypothèses des codes unidimensionnels sont trop contraignantes, il est généralement fait appel aux codes de calcul bidimensionnels. Les hypothèses sont plus souples mais les demandes, en termes de données topographiques, de main-d'œuvre pour construire le modèle et de temps de calcul, sont généralement importantes. Ces différents points sont autant d'obstacles à l'usage de tels modèles mais certaines applications peuvent justifier de payer ces coûts. Au cours des dernières décennies, on a assisté à l'émergence d'outils de calcul couplés uni- et bidimensionnel permettant de réunir les avantages des deux précédents types de codes de calcul tout en s'affranchissant d'une partie de leurs inconvénients respectifs. Toutefois, le couplage entre ces deux types de modèles n'est généralement pas satisfaisant dans la mesure où certains phénomènes physiques ayant un rôle prépondérant sont négligés. En effet, la prise en compte des transferts de quantité de mouvement entre les deux modèles peut être difficile du fait de la complexité à accorder deux modèles mettant en jeu un nombre différent de

1. http://www.prim.net/citoyen/definition_risque_majeur/dossier_risque_inondation/pageintroduction.htm (accès le 28/09/2009)

variables descriptives de l'écoulement (2 pour les modèles unidimensionnels et 3 pour les modèles bidimensionnels).

L'objectif de cette thèse est donc de conceptualiser un modèle permettant un couplage uni- et bidimensionnel et pour lequel l'ensemble des phénomènes physiques prépondérants serait pris en compte et notamment les transferts de quantité de mouvement entre les deux sous-modèles 1D et 2D. La réalisation de ces travaux de recherche en étroite relation avec le milieu industriel a encouragé le développement d'un code de calcul opérationnel dans les délais de cette thèse. Une nette réduction de la durée de simulation est attendue par rapport à l'usage d'un code bidimensionnel classique tout en permettant de produire des résultats d'une précision similaire.

Ce mémoire présente d'abord les différents codes de calcul employés pour la modélisation des écoulements. Afin de pouvoir tirer avantage du plus grand nombre de méthodologies existantes, l'ensemble des types de modèles généralement employés est passé en revue. Un état de l'art des méthodes numériques permettant la résolution des équations implémentées dans les différents codes de calcul est également réalisé dans le chapitre 2. Par la suite, la méthodologie de couplage pour les écoulements uni- et bidimensionnel est décrite au chapitre 3. La résolution numérique des équations ainsi obtenues fait l'objet du chapitre 4 ainsi que l'implémentation du code de calcul SW12D développé dans le cadre de cette thèse. Enfin, au chapitre 5, le code de calcul proposé est confronté à une série de tests numériques, aux résultats expérimentaux obtenus pendant la durée de ces recherches ainsi qu'au code de calcul bidimensionnel SW2D, développé au sein du laboratoire Hydrosiences Montpellier.

En complément des travaux de recherches menés dans le cadre de cette thèse, des études d'impact et d'inondabilité ont été menées à bien pour le bureau d'étude Ginger Environnement & Infrastructures.

Chapitre 2

Étude Bibliographique

Sommaire

2.1	Introduction	10
2.2	Codes de calcul 1D	11
2.2.1	Mike 11	11
2.2.1.1	Discretisation de l'équation de continuité	12
2.2.1.2	Discretisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement	14
2.2.1.3	Traitement des cas en régime torrentiel	17
	Formulation par défaut.	17
	Formulation alternative.	18
2.2.2	HEC-RAS	18
2.2.3	Isis Flow	22
2.2.4	Conclusion pour les codes 1D	24
2.3	Codes de calcul 2D	24
2.3.1	Mike 21 Flow Model FM	26
2.3.2	Telemac 2D	28
2.3.3	SW2D	28
2.3.4	Conclusion pour les codes 2D	30
2.4	Codes de calcul 1D-2D	30
2.4.1	Wolf package	31
2.4.2	CCHE1D-Flood - CCHE2D-Flood	31
2.4.3	Mike Flood	32
2.4.3.1	Jonction de type "standard link"	33
2.4.3.2	jonction de type "lateral link"	34
2.4.3.3	Distribution du débit entre Mike 11 et Mike 21	34
2.4.4	Sobek-1D2D	35
2.4.5	Conclusion pour les codes couplés 1D-2D	37
2.5	État de l'art des approches aux volumes finis pour les équations hyperboliques	37
2.5.1	Le problème de Riemann	39
2.5.2	Les solveurs de Riemann	39
2.5.2.1	Solveurs calculant la solution exacte d'un problème de Riemann simplifié	40
2.5.2.2	Solveurs calculant une solution approchée du problème de Riemann exact	40

2.5.2.3	Solveurs d'états approchés	41
2.5.3	Prise en compte des termes source	42
2.5.3.1	Méthode des pas fractionnaires (ou <i>time splitting</i>) .	42
2.5.3.2	Schémas équilibre (ou <i>well-balanced schemes</i>)	42

Indice	Description
am	se rapportant à l'amont d'un ouvrage
av	se rapportant à l'aval d'un ouvrage
EQ	se rapportant à l'ensemble de l'écoulement
FP	se rapportant au lit majeur (FP = Flood Plain)
i	se rapportant à l'élément de calcul (maille ou noeud) $n^{\circ}i$
i,j	se rapportant à l'interface entre les éléments de calcul $n^{\circ}i$ et $n^{\circ}j$
j	se rapportant à l'interface $n^{\circ}j$
L	se rapportant à l'état gauche du problème de Riemann
MC	se rapportant au lit mineur (MC = Main Channel)
R	se rapportant à l'état droit du problème de Riemann
x	se rapportant à la direction Ox
y	se rapportant à la direction Oy

Liste des indices

Exposant	Description
n	se rapportant au $n^{ième}$ pas de temps de calcul

Liste des exposants

Symbole	Description	Unité
$\mathbf{A}$	Matrice jacobienne	/
A_0	Surface en plan entre deux profils de calcul	m^2
A_i	Surface en plan de la maille de calcul $n^{\circ}i$	m^2
B	Terme d'échange de masse avec le bâti	ms^{-1}
B_x, B_y	Composantes du terme d'échange de quantité de mouvement avec le bâti	$m^2 s^{-2}$
b	Largeur au miroir de l'écoulement	m
C	Coefficient de Chézy	$m^{1/2} s^{-1}$
Cr	Nombre de Courant	$\emptyset$
C_x, C_y	Composantes de la force de Coriolis	$m^2 s^{-2}$
c	Célérité des ondes de pression	ms^{-1}
D	Coefficient de déversoir	$m^{1/2} s^{-1}$
D_x, D_y	Composantes de la force liée à la variation de la densité	$m^2 s^{-2}$
$\vec{\mathbf{F}}$	Vecteur flux	/
Fr	Nombre de Froude	$\emptyset$
F_x, F_y	Composantes du terme source prenant en compte les frottements	ms^{-2}
f	Fonction dont la définition est précisée lors de son utilisation	/
g	Accélération gravitationnelle	ms^{-2}
h	Hauteur d'eau	m
I	Terme d'infiltration dans le sol	ms^{-1}

Symbole	Description	Unité
I_x, I_y	Composante du terme d'échange de quantité de mouvement avec le sol	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$
L	Longueur de déversement entre les deux modèles numériques	m
$L_{i,j}$	Longueur de l'interface entre les mailles de calcul n° i et j	m
M_l	Flux latéral de transfert de quantité de mouvement	$\text{m}^3 \text{s}^{-2}$
$\vec{n}$	Vecteur normal (sortant)	/
$\mathbf{P}_{i,j}$	Matrice de passage du référentiel global au référentiel attaché à l'interface entre les cellules n° i et j	/
Q	Débit de l'écoulement	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
Q_e	Débit d'échange entre les modèles numériques	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
Q_l	Volume d'apport latéral par unité de surface et par unité de temps	$\text{m}^3 \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$
Q_x, Q_y	Composantes du terme de diffusion numérique de la quantité de mouvement	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$
q	Débit unitaire dans la direction Ox	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
q_l	Débit unitaire d'apport latéral	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
R	Terme d'apport par précipitation	m s^{-1}
R_h	Rayon hydraulique	m
r	Débit unitaire dans la direction Oy	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\mathbf{S}$	Vecteur des termes source	/
S	Section de l'écoulement	m^2
$S_{0,x}, S_{0,y}$	Composantes de la pente du fond	$\emptyset$
$S_{f,x}, S_{f,y}$	Composantes de la pente des frottements	$\emptyset$
S_h	Pente des pertes de charge singulières	$\emptyset$
S_t	Volume unitaire ne participant pas aux écoulements	$\text{m}^3 \text{m}^{-1}$
S_x, S_y	Composantes du flux de quantité de mouvement entrant par unité de surface	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$
T_x, T_y	Composantes de la force de turbulence	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$
t	Coordonnée de temps	s
$\mathbf{U}$	Vecteur des variables de l'écoulement	/
u_l	Vitesse de l'écoulement latéral	m s^{-1}
$\vec{V}$	Vecteur vitesse de l'écoulement	m s^{-1}
V	Vitesse de l'écoulement dans la direction longitudinale	m s^{-1}
$\mathbf{V}$	Volume d'eau contenu dans une maille de calcul	m^3
W_x, W_y	Composantes de la force liée au vent	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$
x	1ère coordonnée d'espace	m
y	2ème coordonnée d'espace	m
z	Cote de la surface libre	m
z_b	Cote du fond	m
α	Angle de rotation entre le référentiel global et le référentiel associé à l'interface : $\alpha = \left(\vec{O}_x; \vec{O}_{x'} \right)$	rad
β'	Coefficient de répartition de la vitesse	$\emptyset$
Δt	Pas de temps de calcul	s
$\Delta x, \Delta y$	Pas d'espace de calcul	m
$\Delta 2x$	Distance entre deux points de calcul d'une même variable pour le schéma d'Abbott & Ionescu	m

Symbole	Description	Unité
$\Delta 2x$	Distance entre deux points de calcul d'une même variable pour le schéma d'Abbott & Ionescu	m
ξ'	Coefficient de transfert de la quantité de mouvement au niveau des confluences	$\emptyset$
Γ	Longueur de l'interface du volume de contrôle	m
λ^-, λ^+	Célérités d'onde de l'écoulement	m s^{-1}
Ω	Surface en plan du volume de contrôle	m^2
ρ	Masse volumique du fluide	kg m^{-3}
ϕ	Porosité	$\emptyset$
ν_t	Coefficient de viscosité turbulente	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
ψ	Paramètre de pondération temporel du schéma de Preissmann	$\emptyset$
Θ	Paramètre d'implication du débit	$\emptyset$
θ	Paramètre de pondération spatial du schéma de Preissmann	$\emptyset$
χ	Périmètre mouillé	m

Liste des variables

2.1 Introduction

La formulation mathématique des principes physiques de conservation est connue depuis de nombreuses années ([47], [10], [7]). Dans le cas des écoulements bidimensionnels en milieu peu profond, les équations de Saint-Venant s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial r}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} + \frac{1}{2}gh^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{qr}{h} \right) = gh \left(-\frac{\partial z_b}{\partial x} - S_{f,x} \right) \\ \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{qr}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{r^2}{h} + \frac{1}{2}gh^2 \right) = gh \left(-\frac{\partial z_b}{\partial y} - S_{f,y} \right) \end{cases} \quad (2.1)$$

où h représente la hauteur d'eau, q le débit unitaire dans la direction Ox , r le débit unitaire dans la direction Oy , g l'accélération gravitationnelle, z_b la cote du fond, $S_{f,x}$ (respectivement $S_{f,y}$) la pente des frottements dans la direction Ox (respectivement Oy), t la coordonnée de temps et x et y les coordonnées horizontales d'espace.

L'établissement des équations (2.1) fait l'objet d'un chapitre ultérieur (voir Chapitre 3). Bien qu'étudiée depuis longtemps, la résolution des équations reste encore complexe. En effet, ces équations n'admettant pas de solution analytique (hormis pour des cas simples et/ou en faisant appel à des hypothèses simplificatrices), il est nécessaire d'approcher ces solutions par le biais de méthodes numériques. De nombreux outils de modélisation des écoulements existent aujourd'hui, chacun faisant appel à des méthodes de résolution différentes. Plusieurs de ces outils sont présentés dans ce chapitre.

Plusieurs critères permettent de choisir entre les différents outils de modélisation existants [60] : les besoins en main d'oeuvre pour créer le modèle, la vitesse de calcul, la précision des résultats souhaitée, les besoins en données d'entrée, la robustesse des méthodes numériques employées... L'analyse des types de codes de calcul utilisés en fonction des objectifs visés a également été présentée par [60]. Les codes de calcul à usage commercial privilégient généralement la rapidité de calcul au détriment de la précision ; à l'inverse d'un grand nombre de codes de calcul développés notamment par des organismes de recherche. Un des objectifs de cette thèse étant de proposer un logiciel de modélisation des écoulements utilisable à des fins commerciales (et notamment par des bureaux d'étude), la présentation des outils de type commercial sera privilégiée. L'accent sera mis sur la méthodologie de calcul et la fiabilité des méthodes numériques employées.

La liste des logiciels décrits n'est pas exhaustive. La plupart des logiciels présentés ayant été développés il y a une dizaine d'années (au minimum), les méthodes de résolution ne nécessitant qu'une faible puissance de calcul étaient privilégiées. L'évolution des outils informatiques permet aujourd'hui l'usage d'un plus grand nombre de méthodes. Certaines méthodes de résolution des équations seront donc introduites en complément, indépendamment de celles présentées avec les logiciels de calcul.

2.2 Codes de calcul 1D

Les codes unidimensionnels font l'hypothèse d'une répartition des vitesses homogène sur la section d'écoulement. Cette hypothèse peut s'appliquer lorsque l'écoulement est faiblement divergent. C'est particulièrement le cas pour les écoulements en rivière relativement rectiligne. Toutefois, l'hypothèse est couramment extrapolée aux rivières sinueuses, éventuellement séparées en plusieurs lits et aux rivières en période de crue.

2.2.1 Mike 11

Le logiciel Mike 11 [11] développé par le Danish Hydraulic Institute (DHI) propose la modélisation unidimensionnelle des écoulements à surface libre. Il est aujourd'hui largement employé pour la simulation des écoulements en rivière. Ce logiciel permet également la modélisation d'un grand nombre de phénomènes (qualité de l'eau, transport de sédiments...) en complément de la résolution des équations de Saint-Venant. Les équations résolues et la méthode de calcul sont présentées dans [11].

Le logiciel résout les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement (en négligeant dans un premier temps le débit d'échange latéral et les frottements) :

$$\frac{\partial(\rho hb)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho hbV)}{\partial x} = 0 \quad (2.2a)$$

$$\frac{\partial(\rho hbV)}{\partial t} + \frac{\partial(\beta' \rho hbV^2)}{\partial x} = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\rho g bh^2\right)}{\partial x} - \rho g bh \frac{\partial z_b}{\partial x} \quad (2.2b)$$

où ρ représente la masse volumique, b la largeur au miroir, V la vitesse de l'écoulement, β' le coefficient de répartition de la vitesse (voir Figure 2.1).

Ces équations sont établies sur la base des hypothèses suivantes :

- Hyp. 1.1 : la masse volumique de l'eau est constante (l'eau est considérée comme un fluide homogène et incompressible),
- Hyp. 1.2 : la pente du fond est faible,
- Hyp. 1.3 : l'accélération verticale peut être négligée,
- Hyp. 1.4 : l'écoulement est en régime fluvial.

Les équations (2.2) sont divisées par la masse volumique ; un terme de frottement et d'apport latéral sont respectivement ajoutés à (2.2b) et (2.2a) :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_l \quad (2.3a)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial\left(\beta' \frac{Q^2}{S}\right)}{\partial x} = -gS \frac{\partial z}{\partial x} - g \frac{Q|Q|}{C^2 S R_h} \quad (2.3b)$$

où S représente la section en travers de l'écoulement, Q le débit, q_l le débit d'apport latéral, z la cote de la surface libre, C le coefficient de Chézy et R_h le

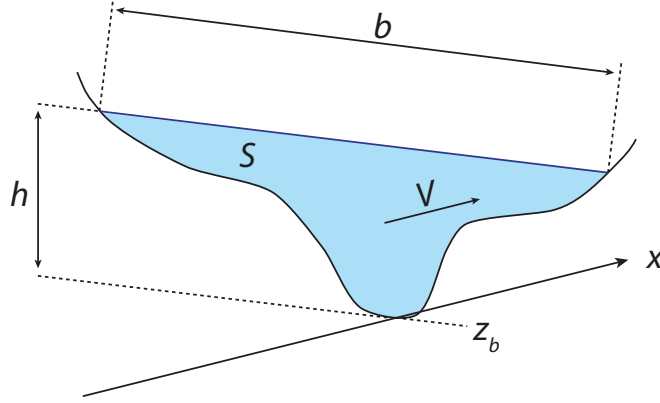


FIGURE 2.1 – Schéma de définition des variables pour le logiciel Mike 11

rayon hydraulique. Le terme d'apport latéral n'intervient pas dans l'équation de quantité de mouvement. Une entrée d'eau dans le modèle tend donc à ralentir l'écoulement puisque la quantité de mouvement injectée est a priori nulle. En revanche, un débordement tend à accélérer les écoulements puisque que la quantité de mouvement est conservée alors que la masse est réduite. Les équations intégrées sur la section d'écoulement contiennent respectivement un terme d'apport latéral pour l'équation de conservation de la masse et un terme représentant les frottements sur le fond pour l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Les équations (2.3) sont résolues par le schéma d'Abbott Ionescu [1]. Ce schéma résout les équations sur un maillage décalé (maillage alternant les points de calcul pour la hauteur de ceux pour le débit). Une approximation supplémentaire détaillée à la section 2.2.1.2 a toutefois été réalisée par rapport au schéma d'Abbott & Ionescu originel.

2.2.1.1 Discrétisation de l'équation de continuité

Les termes de l'équation de conservation de la masse (2.3a) sont discrétisés de la manière suivante (voir Figure 2.2) :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{\frac{Q_{i+1}^{n+1} + Q_{i+1}^n}{2} - \frac{Q_{i-1}^{n+1} + Q_{i-1}^n}{2}}{\Delta 2x_i} \quad (2.4a)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = b \frac{\partial h}{\partial t} \approx \frac{A_{o,i} + A_{o,i+1}}{\Delta 2x_j} \frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} \quad (2.4b)$$

où Q_i^n et h_i^n représentent respectivement le débit et la hauteur d'eau au point de calcul i et au pas de temps n , $\Delta 2x_i$ représente la distance entre deux points de calcul successifs pour le débit ($i - 1$ et $i + 1$) ou pour la hauteur d'eau (i et

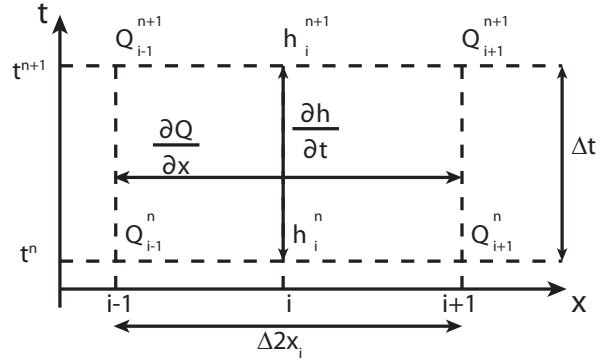


FIGURE 2.2 – Schéma du maillage pour la discrétisation de l'équation de conservation de la masse dans Mike 11

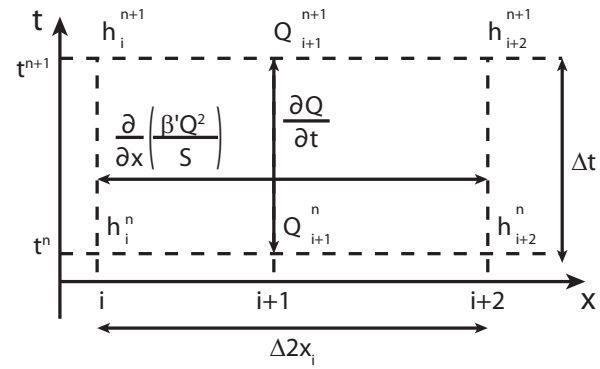


FIGURE 2.3 – Schéma du maillage pour la discrétisation de l'équation de conservation de la masse dans Mike 11

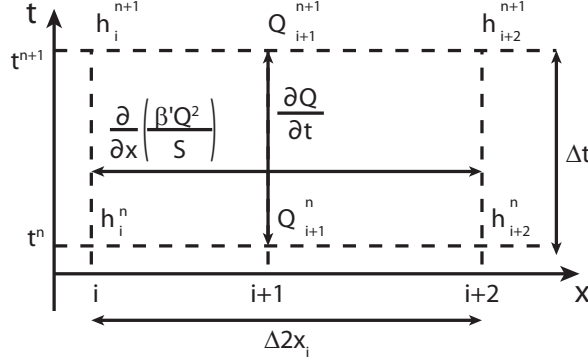


FIGURE 2.4 – Schéma du maillage pour la discrétisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans Mike 11

$i + 2$), Δt le pas de temps de discrétisation et $A_{0,i}$ la surface en plan entre les points de calcul $i - 1$ et i . La méthode de calcul employée pour calculer cette surface n'est pas explicitée dans le manuel de référence de Mike 11 [11].

2.2.1.2 Discrétisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement

Les termes de l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.3b) sont discrétisés de la manière suivante (voir Figure 2.4) :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{Q_{i+1}^{n+1} - Q_{i+1}^n}{\Delta t} \quad (2.5a)$$

$$\frac{\partial \left(\beta' \frac{Q^2}{S} \right)}{\partial x} \approx \frac{\left[\beta' \frac{Q^2}{S} \right]_{i+2}^{n+1/2} - \left[\beta' \frac{Q^2}{S} \right]_i^{n+1/2}}{\Delta 2x_i} \quad (2.5b)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} \approx \frac{\frac{z_{i+2}^{n+1} + z_{i+2}^n}{2} - \frac{z_i^{n+1} + z_i^n}{2}}{\Delta 2x_i} \quad (2.5c)$$

Dans cette discrétisation, les points de calcul i et $i + 2$ sont des points de calcul de la hauteur d'eau et le débit n'y est par conséquent pas explicitement connu. Le logiciel calcule le débit de la manière suivante :

$$Q^2 \approx \Theta Q_{i+1}^{n+1} Q_{i+1}^n - (1 - \Theta) Q_{i+1}^n Q_{i+1}^n \quad (2.6)$$

Θ étant par défaut fixé à 1. Cette discrétisation revient à négliger la dérivée $\frac{\partial Q}{\partial x}$; l'équation de conservation de la quantité de mouvement est par conséquent différente de celle initialement considérée (2.3b). Cette dérivée n'était initialement

pas négligée dans le schéma d'Abbott - Ionescu, mais estimée à partir de l'équation de conservation de la masse (2.3a) qui relie $\frac{\partial Q}{\partial x}$ à $\frac{\partial S}{\partial t}$. La comparaison des célérités d'ondes issues de la formulation équivalente (correspondant aux équations discrétisées) avec les célérités d'ondes théoriques permet de confronter le comportement des solutions obtenues avec Mike 11 au comportement analytique. Dans la mesure où on s'intéresse à la partie conservative des équations, les termes d'apport latéral et de frottement sur le fond peuvent être négligés pour écrire le système équivalent à celui discrétisé :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + Q^2 \frac{\partial \left(\frac{\beta'}{S} \right)}{\partial x} = -gS \frac{\partial z}{\partial x} \end{cases} \quad (2.7)$$

Cette formulation permet de calculer la matrice jacobienne $\mathbf{A}$ et la célérité des ondes :

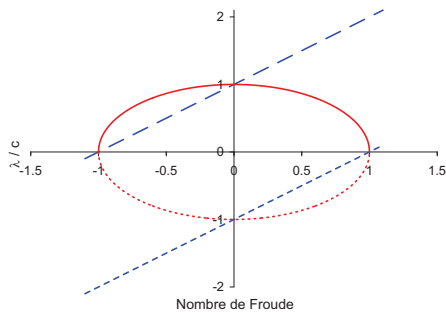
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ c^2 - \beta' u^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\begin{cases} \lambda^- = -\sqrt{c^2 - \beta' u^2} \\ \lambda^+ = +\sqrt{c^2 - \beta' u^2} \end{cases} \quad (2.9)$$

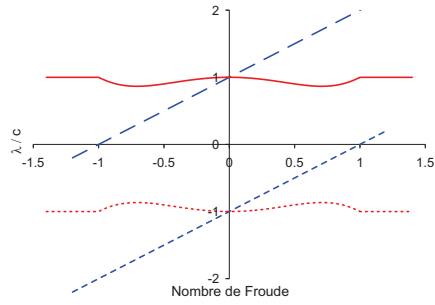
où λ^- et λ^+ représentent les célérités d'ondes, u la vitesse moyenne de l'écoulement et c la célérité des ondes de pression ($c = \sqrt{gh}$). Les équations (2.9) diffèrent des célérités d'ondes théoriques :

$$\begin{cases} \lambda^- = \beta' u - \sqrt{c^2 - u^2 (\beta' - \beta'^2)} \\ \lambda^+ = \beta' u + \sqrt{c^2 - u^2 (\beta' - \beta'^2)} \end{cases} \quad (2.10)$$

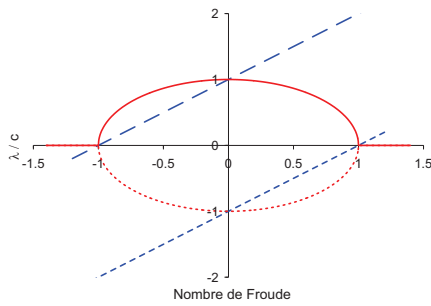
Le tracé des célérités d'ondes (2.9) et (2.10) divisées par la célérité des ondes de pression est présenté à la figure 2.5 (pour $\beta' = 1$). L'hypothèse Hyp. 1.4 d'un écoulement uniquement fluvial permet de garantir que les célérités d'ondes restent définies puisque la célérité des ondes de pression reste supérieure à la vitesse de l'écoulement. Dans le cas d'un régime torrentiel, la vitesse de propagation des ondes n'est plus calculable à partir de la formulation (2.9) puisque $c^2 - \beta' u^2 < 0$. En régime fluvial, les ondes calculées par le logiciel se propagent dans une direction opposée mais à la même vitesse. En réalité, ce phénomène n'apparaît que lorsque la vitesse de l'écoulement est nulle ($u = 0$). Pour des écoulements fluviaux où la vitesse d'écoulement est sensiblement proche de la célérité des ondes de pression, l'approximation réalisée entraîne une estimation incorrecte du comportement hydraulique de l'écoulement.



(a) Formulation pour le régime fluvial



(b) Formulation par défaut pour le régime torrentiel



(c) Formulation alternative pour le régime torrentiel

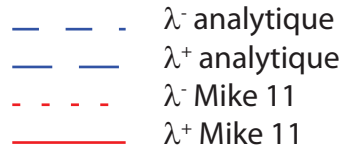


FIGURE 2.5 – Évolution de la célérité des ondes en fonction du nombre de Froude; comparaison du comportement théorique et de celui de Mike 11

2.2.1.3 Traitement des cas en régime torrentiel

Du fait des équations considérées, le logiciel ne peut traiter les cas en régime critique et torrentiel de la même manière que ceux en régime fluvial. Si l'écoulement modélisé peut passer en régime torrentiel, l'utilisateur doit activer une option pour permettre au calcul de se faire. Quand l'option est activée, l'équation de conservation de la quantité de mouvement est modifiée pour pouvoir traiter l'ensemble des cas rencontrés :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + fQ^2 \frac{\partial \left(\frac{\beta'}{S} \right)}{\partial x} = -gS \frac{\partial z}{\partial x} - g \frac{Q|Q|}{C^2 S R_h} \quad (2.11)$$

où le terme f représente une fonction dépendant du nombre de Froude Fr . La célérité des ondes s'écrit alors (pour $\beta' = 1$) :

$$\lambda = \pm \sqrt{c^2 - fu^2} \quad (2.12)$$

La fonction f peut être définie de deux manières différentes selon le choix de l'utilisateur (voir Tableau 2.1) :

Formulation par défaut	Formulation alternative
$f = \begin{cases} 1 - Fr^2 & \text{pour } Fr \leq 1 \\ 0 & \text{pour } Fr > 1 \end{cases}$	$f = \begin{cases} 1 & \text{pour } Fr \leq a \\ \frac{1}{(Fr + 1 - a)^b} & \text{pour } Fr > a \end{cases}$ par défaut : $a = 1$ et $b = 2$

TABLEAU 2.1 – Définition de la fonction $f(Fr)$ pour Mike 11

Quelle que soit la formulation choisie, la fonction f est continue sur l'ensemble du domaine de définition du nombre de Froude pour empêcher toute variation brutale du comportement du schéma numérique.

Formulation par défaut. Cette formulation est à l'origine d'un comportement hydraulique erroné. En régime torrentiel ($Fr > 1$), les célérités d'onde calculées par Mike 11 deviennent $\lambda = \pm c$. Les ondes calculées se propagent donc à la même vitesse dans les deux directions opposées contrairement au comportement hydraulique théorique où l'ensemble des ondes se propagent vers l'aval. En régime fluvial, on montre que les célérités calculées par le logiciel sont maximales pour $Fr = 0$ et pour $Fr = \sqrt{2}/2$; cela implique que les ondes se propagent entre 1 et $\sqrt{3}/4$ fois la vitesse de propagation des ondes de pressions c . Le comportement d'un point critique ($Fr = 1$), pour lequel une des deux ondes reste immobile, est impossible à simuler dans la mesure où la célérité des ondes calculées par le logiciel ne peut jamais être nulle.

Formulation alternative. Une formulation alternative permet à l'utilisateur de mieux contrôler la fonction de transition f . Le calage des paramètres a et b est laissé à l'appréciation de l'utilisateur ; toutefois, la stabilité du schéma numérique impose $a < 1$ et $b > 2$. En effet, pour pouvoir utiliser le schéma d'Abbott-Ionescu il convient de conserver le caractère hyperbolique du système (ce qui revient à avoir $\lambda^2/c^2 \geq 0$, c'est à dire $1 - fFr^2 \geq 0$). Quel que soit le jeu de paramètres utilisé, les célérités d'ondes restent opposées ; les ondes se propagent donc à la même vitesse et dans deux directions opposées. Le comportement hydraulique simulé est donc erroné, tant en régime fluvial qu'en régime torrentiel. L'obtention d'un point critique est également impossible avec cette formulation.

2.2.2 HEC-RAS

Le logiciel HEC-RAS est un code de calcul unidimensionnel développé par l'US Army Corps of Engineers. En complément des calculs de ligne d'eau en régime permanent ou transitoire, ce logiciel permet de modéliser les phénomènes de transport de sédiments ou de polluants. Deux méthodes de calcul différentes sont utilisées pour le régime permanent et le régime transitoire. Les équations mises en jeu et la méthodologie de résolution sont présentées dans [67].

La modélisation des écoulements en régime transitoire se base sur les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. L'écoulement est séparé entre lit mineur (les variables sont notées avec l'indice $_{MC}$ pour "Main Channel") et lit majeur (les variables sont notées avec l'indice $_{FP}$ pour "Flood Plain") ; sur chaque sous-partie de l'écoulement, l'équation de conservation de la masse est établie :

$$\frac{\partial S_{MC}}{\partial t} + \frac{\partial Q_{MC}}{\partial x_{MC}} = q_{l,FP} \quad (2.13a)$$

$$\frac{\partial S_{FP}}{\partial t} + \frac{\partial Q_{FP}}{\partial x_{FP}} + \frac{\partial S_t}{\partial t} = q_{l,MC} + q_l \quad (2.13b)$$

où $q_{l,(FP,MC,\emptyset)}$ représentent respectivement le débit unitaire d'échange depuis le lit majeur vers le lit mineur, depuis le lit mineur vers le lit majeur et entrant dans la section. S_t est le volume unitaire d'eau contenu dans la section mais ne participant pas aux écoulements. Les équations de conservation de la quantité de mouvement sur chaque sous-partie s'écrivent :

$$\frac{\partial Q_{MC}}{\partial t} + \frac{\partial (V_{MC}Q_{MC})}{\partial x_{MC}} = M_{l,FP} - gS_{MC} \left(\frac{\partial z}{\partial x_{MC}} + S_{f,MC} + S_{h,MC} \right) \quad (2.14a)$$

$$\frac{\partial Q_{FP}}{\partial t} + \frac{\partial (V_{FP}Q_{FP})}{\partial x_{FP}} = M_{l,MC} - gS_{FP} \left(\frac{\partial z}{\partial x_{FP}} + S_{f,FP} + S_{h,FP} \right) \quad (2.14b)$$

où $M_{l,(FP,MC)}$ représentent respectivement le flux unitaire de quantité de mouvement d'échange latéral depuis le lit majeur vers le lit mineur et depuis le lit mineur vers le lit majeur et $S_{h,(FP,MC)}$ la pente des pertes de charge singulières liées aux obstacles respectivement pour le lit majeur et le lit mineur. Les équations (2.14) sont établies en faisant l'hypothèse que la cote de la surface libre z

est la même sur toute la section d'écoulement. Les équations sur le lit mineur et sur le lit majeur sont ensuite sommées pour établir la conservation de la masse et de la quantité de mouvement sur l'ensemble de la section en travers :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial S_{EQ}}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial S_t}{\partial t} \frac{\partial x_{FP}}{\partial x} = q_l \frac{\partial x_{FP}}{\partial x} \\ \frac{\partial Q_{EQ}}{\partial t} + \frac{\partial (\beta' u Q)}{\partial x} = \xi' \frac{\partial (u_l q_l)}{\partial x} - gS \left(\frac{\partial z}{\partial x} + S_{f,EQ} + S_{h,EQ} \right) \end{array} \right. \quad (2.15)$$

où

$$S_{EQ} = S_{MC} \frac{\partial x_{MC}}{\partial x} + S_{FP} \frac{\partial x_{FP}}{\partial x} \quad (2.16)$$

$$Q = Q_{MC} + Q_{FP} \quad (2.17)$$

$$Q_{EQ} = Q_{MC} \frac{\partial x_{MC}}{\partial x} + Q_{FP} \frac{\partial x_{FP}}{\partial x} \quad (2.18)$$

$$\beta' u Q = V_{MC} Q_{MC} + V_{FP} Q_{FP} \quad (2.19)$$

$$S = S_{MC} + S_{FP} \quad (2.20)$$

$$S_{f,EQ} = S_{f,MC} \frac{\partial x_{MC}}{\partial x} + S_{f,FP} \frac{\partial x_{FP}}{\partial x} \quad (2.21)$$

$$S_{h,EQ} = S_{h,MC} \frac{\partial x_{MC}}{\partial x} + S_{h,FP} \frac{\partial x_{FP}}{\partial x} \quad (2.22)$$

où x représente l'abscisse curviligne commune à l'écoulement en lit mineur et en lit majeur et est calculé à partir de x_{MC} et x_{FP} et où les termes $q_{l,FP}$, $q_{l,MC}$, $M_{l,FP}$ et $M_{l,MC}$ ont été supprimés dans la mesure où ils s'annulent deux à deux ($q_{l,MC} \frac{\partial x_{FP}}{\partial x} = -q_{l,FP} \frac{\partial x_{MC}}{\partial x}$ et $M_{l,MC} \frac{\partial x_{FP}}{\partial x} = -M_{l,FP} \frac{\partial x_{MC}}{\partial x}$).

Un terme d'apport latéral de quantité de mouvement $\xi' \frac{\partial (u_l q_l)}{\partial x}$ a également été ajouté pour prendre en compte les échanges de quantité de mouvement au niveau des confluences et des défluences.

Le schéma de Preissmann ([51], [50] et [49]) est utilisé pour résoudre ces équations. Ce schéma implicite a été conçu de manière à conserver le caractère conservatif des équations. La représentation de l'estimation des dérivées partielles dans l'espace des phases est présentée à la figure 2.6. L'expression pour ces dérivées est :

$$\frac{\partial U}{\partial t} \approx (1 - \psi) \frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} + \psi \frac{U_{i+1}^{n+1} - U_{i+1}^n}{\Delta t} \quad (2.23a)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} \approx (1 - \theta) \frac{U_{i+1}^n - U_i^n}{\Delta x} + \theta \frac{U_{i+1}^{n+1} - U_i^{n+1}}{\Delta x} \quad (2.23b)$$

Le système d'équations (2.15) étant non linéaire, sa résolution nécessiterait des temps de calcul relativement importants et des problèmes de convergence pourraient apparaître en cas de solutions discontinues (choc, ressaut hydraulique,

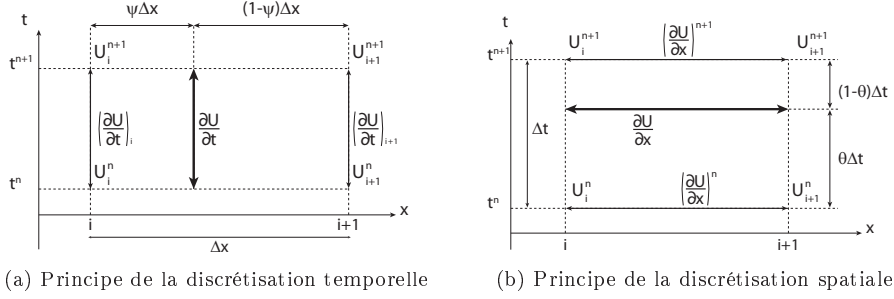


FIGURE 2.6 – Principe du schéma de Preissmann utilisé dans HEC-RAS

etc.). La linéarité est obtenue en appliquant la technique développée par Preissmann (rapportée par Liggett et Cunge [43]) et Chen [8]. Le calcul de la ligne d'eau sur un bief revient alors à résoudre un système de la forme $\mathbf{Ax} = \mathbf{B}$. Les conditions aux limites permettent d'obtenir le même nombre d'équations que de variables. Le schéma de Preissmann, utilisé pour la résolution numérique des équations, est connu pour fournir une solution incorrecte dans le cas d'un écoulement transcritique [45]. Une version pour les régimes d'écoulement transcritiques a été proposée [37] mais n'est a priori pas implémentée puisque le manuel de référence de HEC-RAS n'en fait pas état. Le passage en régime torrentiel peut être à l'origine d'oscillations numériques qui tendent à s'amplifier sans pour autant causer un arrêt du programme. Le manuel utilisateur du logiciel HEC-RAS [68] indique que si l'écoulement peut devenir torrentiel, il convient d'utiliser une méthodologie alternative. La technique employée alors est la "Local Partial Inertia" développée par Fread et al. [20]. Cette méthodologie consiste à réduire l'influence des termes inertiels dans l'équation de quantité de mouvement :

$$f \left[\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{\beta' Q^2}{S} \right)}{\partial x} \right] = -gS \left(\frac{\partial z}{\partial x} + S_{f,x} \right) \quad (2.24)$$

La fonction de transition f étant définie par :

$$f = \begin{cases} F_T - \text{Fr}^m & \text{pour } \text{Fr} \leq F_T \\ 0 & \text{pour } \text{Fr} > F_T \end{cases} \quad (2.25)$$

où m est un entier dont l'utilisateur peut modifier la valeur entre 1 et 128 (la valeur par défaut est de 10) et F_T est la valeur seuil pour laquelle la transition entre les formulations s'effectue. La modification de l'équation de conservation de la quantité de mouvement se répercute sur le calcul de la matrice jacobienne $\mathbf{A}$ du système hyperbolique (2.15) et sur l'estimation de la vitesse de propagation

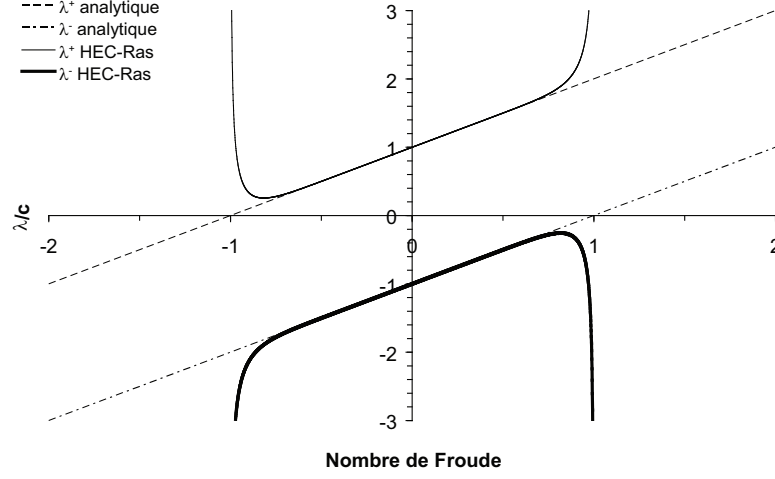


FIGURE 2.7 – Évolution de la célérité des ondes en fonction du nombre de Froude ; comparaison du comportement théorique et de celui de HEC-RAS

des ondes dans l'écoulement. L'expression de $\mathbf{A}$ et des célérités d'ondes pour $\beta' = 1$ est donnée par :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{c^2}{f} - u^2 & 2u \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$\begin{cases} \lambda^- = u - \frac{c}{\sqrt{f}} \\ \lambda^+ = u + \frac{c}{\sqrt{f}} \end{cases} \quad (2.27)$$

Il convient de noter que le calcul de la matrice jacobienne n'a plus de sens lorsque $f = 0$ car le système d'équations n'est plus hyperbolique quand l'équation de conservation de la quantité de mouvement est remplacée par l'équation de l'onde diffusive. L'évolution du ratio entre la célérité des ondes et celle des ondes de pression en fonction du nombre de Froude a été tracée sur la figure 2.7.

Du fait de la définition de la fonction de transition f , la formulation adoptée par HEC-RAS est identique à la formulation classique pour un écoulement immobile ($Fr = 0$). Plus le régime d'écoulement se rapproche du régime critique ($Fr = 1$) et plus le comportement décrit par la formulation HEC-RAS s'écarte du comportement théorique. En effet, la transition du régime fluvial vers le régime torrentiel se traduit en théorie par la diminution d'une des célérités d'ondes (en valeur absolue) jusqu'à devenir nulle pour un écoulement critique. Ce comportement est l'inverse de celui décrit par le logiciel puisque les deux célérités d'ondes calculées tendent vers l'infini (en valeur absolue) quand le nombre de

Froude tend vers 1.

En régime torrentiel ($f = 0$), l'équation de quantité de mouvement devient celle de l'onde diffusive. Cette approximation est physiquement non justifiée. En effet, l'équation de l'onde diffusive revient à négliger les termes d'inertie alors qu'ils sont prédominants en régime torrentiel. Par ailleurs, l'équation de l'onde diffusive tend à amortir l'onde de crue lors de sa propagation. Cet amortissement de la pointe de crue est le plus souvent rencontré dans la partie des cours d'eau où le champ d'expansion de crue joue un rôle prédominant et où l'écoulement y est généralement fluvial. En revanche à l'amont des cours d'eau, l'écoulement est plus fréquemment en régime torrentiel et les zones d'expansion de crue sont plus faibles, ne permettant ainsi qu'un faible abatement du pic de crue. Les équations telles qu'adoptées dans le logiciel HEC-RAS vont à l'encontre du comportement physique généralement existant en créant un abatement du pic de crue lorsque l'écoulement est torrentiel.

2.2.3 Isis Flow

Le logiciel Isis Flow est un logiciel de modélisation unidimensionnelle des écoulements à surface libre en régime permanent ou transitoire développé par Wallingford Software. La méthodologie de calcul est présentée dans le manuel de référence du logiciel [34]. Les hauteurs et les débits sur la zone modélisée sont calculés en résolvant les équations de Saint-Venant :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_l \quad (2.28a)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{S} \right) = -gS \left(\frac{\partial z}{\partial x} - S_f \right) \quad (2.28b)$$

Comme dans le cas de Mike 11, le terme d'apport latéral q_l n'est pas pris en compte dans l'équation de quantité de mouvement ce qui peut être à l'origine d'un comportement incohérent (voir Section 2.2.1).

La modélisation des écoulements en régime transitoire utilise le schéma de Preissmann (voir Section 2.2.2) pour résoudre les équations de Saint-Venant. La méthodologie employée n'est que très brièvement décrite dans le manuel du logiciel [34]. Les hypothèses associées à ce type de modélisation ne sont pas explicitées.

Le calcul de ligne d'eau en régime permanent et en régime transitoire peut poser problème dans le cas d'un écoulement torrentiel ; notamment à cause des instabilités que peut générer le schéma de Preissmann au niveau du passage fluvial/torrentiel ou torrentiel/fluvial. Pour remédier à ce problème, la section d'écoulement est considérée constante dans le terme convectif de l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.28b) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{S} \right) \approx \frac{1}{S} \frac{\partial Q^2}{\partial x} \quad (2.29)$$

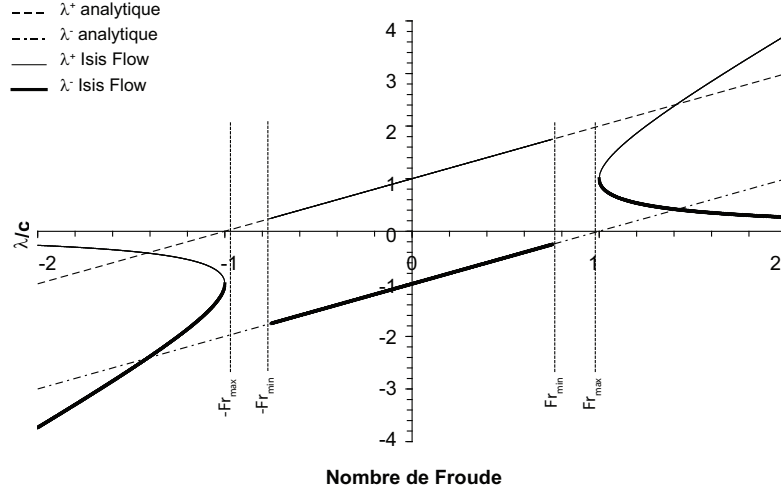


FIGURE 2.8 – Évolution de la célérité des ondes en fonction du nombre de Froude ; comparaison du comportement théorique et de celui de Isis Flow.

Cette approximation se répercute au niveau du calcul de la matrice jacobienne et de l'expression de la vitesse de propagation des ondes.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ c^2 & 2u \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\begin{cases} \lambda^- = u - \sqrt{u^2 - c^2} \\ \lambda^+ = u + \sqrt{u^2 - c^2} \end{cases} \quad (2.31)$$

Il est indiqué qu'une transition progressive est réalisée entre les équations de Saint-Venant et celles incluant l'approximation (2.29). L'expression de cette fonction de transition n'est pas présentée dans le manuel de référence du logiciel [34]. Néanmoins, les valeurs seuil par défaut entre lesquelles la fonction de transition entre en jeu sont spécifiées : la transition s'effectue pour un nombre de Froude compris entre $Fr_{\min} = 0,75$ et $Fr_{\max} = 0,9$. Les équations complètes de Saint-Venant sont donc utilisées pour un nombre de Froude inférieur à $Fr_{\min}$ et l'approximation est complètement appliquée au-delà de $Fr_{\max}$. L'évolution du ratio $\frac{\lambda}{c}$ en fonction du nombre de Froude a été tracée sur la figure 2.8. L'expression de la fonction de transition n'étant pas précisée dans le manuel du logiciel, il est impossible de déterminer la formulation des célérités d'ondes sur l'ensemble du domaine de variation du nombre de Froude ; le ratio n'a par conséquent pas été tracé dans le domaine d'application de la fonction de transition pour un nombre de Froude compris entre $Fr_{\min} = 0,75$ et $Fr_{\max} = 0,9$.

Pour un écoulement fluvial le terme c^2 prédomine devant u^2 ; les célérités d'ondes (2.31) ne sont donc pas définies pour un nombre de Froude compris entre

0,9 et 1. La valeur par défaut de $Fr_{\max}$ ne peut donc pas être conservée égale à 0,9 et doit nécessairement vérifier $Fr_{\max} \geq 1$. D'autres contraintes sur $Fr_{\min}$ et $Fr_{\max}$ peuvent être imposées par l'expression de la fonction de transition.

Pour un nombre de Froude inférieur à $Fr_{\min}$, les célérités d'ondes calculées par le logiciel sont identiques aux célérités théoriques. Pour un écoulement critique ($Fr = 1$), les deux célérités d'onde sont égales à c , ce qui ne correspond pas au comportement hydraulique théorique où une des célérités est nulle. On peut également montrer qu'en régime torrentiel, les célérités calculées par le logiciel ne sont égales aux célérités théoriques que pour $Fr = \pm\sqrt{2}$. Le tracé des célérités d'ondes théoriques et calculées par le logiciel dans l'espace des phases (voir Figure 2.9) permet d'identifier deux comportements différents. Pour $1 < Fr^2 < 2$, la célérité d'onde négative (respectivement positive) calculée par le logiciel est surestimée (respectivement sous-estimée) par rapport aux célérités théoriques ; le comportement inverse est observable pour $Fr^2 > 2$. Par ailleurs, lorsque le nombre de Froude augmente, l'une des célérités d'ondes calculée par le logiciel tend vers 0. Ce comportement est incohérent avec le comportement théorique puisque la vitesse de propagation des ondes augmente avec le nombre de Froude.

2.2.4 Conclusion pour les codes 1D

Les codes de calcul unidimensionnels sont aujourd'hui encore largement utilisés, notamment dans les domaines de l'ingénierie et de l'évaluation du risque d'inondation. Les faibles besoins en données topographiques (comparativement aux modèles de plus haute dimension) et la relative rapidité de calcul compensent les hypothèses simplificatrices sur lesquelles ces logiciels sont basés. D'autres approches sont employées dans certains logiciels. Par exemple, le logiciel Carpa développé par l'Université Polytechnique de Catalogne (Espagne) [66] est un exemple de code utilisant une approche aux volumes finis qui permet de traiter de la même manière les écoulements fluviaux et torrentiels.

Dans le cas d'écoulements plus complexes ou pour lesquels les hypothèses des codes unidimensionnels sont trop simplificatrices, l'usage de code de calcul bidimensionnel est privilégié.

2.3 Codes de calcul 2D

Dès lors que l'écoulement ne peut plus être considéré comme uniforme sur une section en travers, il convient de faire appel à la modélisation bidimensionnelle plutôt qu'à la modélisation unidimensionnelle. Les données nécessaires à la construction du modèle (notamment en termes de topographie) sont alors plus nombreuses. Les modèles construits sont généralement plus grands que les modèles 1D et nécessitent, par conséquent, des durées de simulation plus longues.

Il est aujourd'hui possible de trouver un nombre important de codes de calcul 2D. Bien que la quasi totalité des logiciels résolvent les équations de Barré

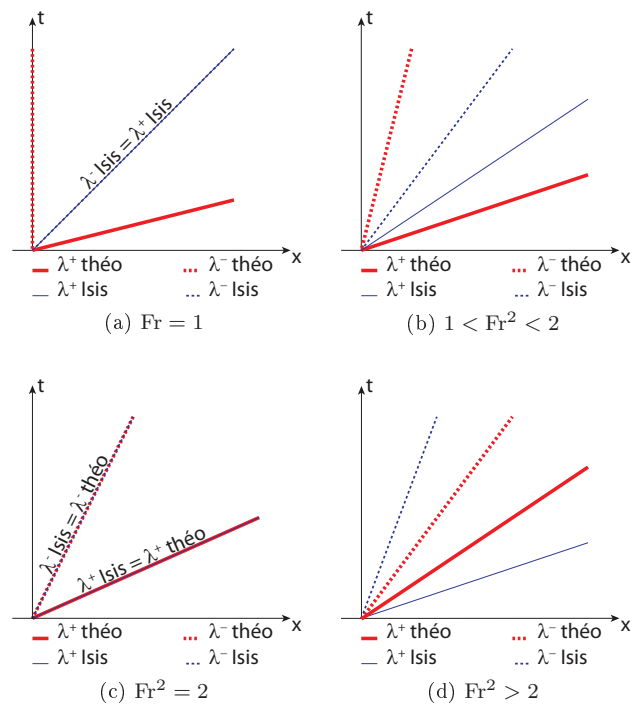


FIGURE 2.9 – Représentation des célérités d'ondes théoriques et calculées par Isis Flow dans l'espace des phases.

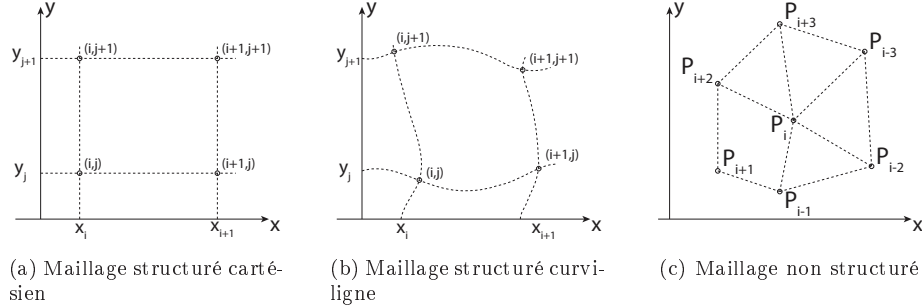


FIGURE 2.10 – Schéma de principe des différents types de maillage

de Saint-Venant, la méthode de maillage de la zone modélisée et la méthode de résolution des équations posées peuvent varier de manière importante d'un code à l'autre. Deux grands types de maillages sont à distinguer : les maillages structurés et les maillages non structurés (voir Figure 2.10). Pour les maillages structurés, les points de calcul sont disposés de manière organisée ; tous les points partageant un même indice étant disposés sur une même courbe. En revanche, pour les maillages non structurés, aucune organisation particulière des points de calcul n'est nécessaire. Dans le cas des maillages structurés, la résolution de systèmes d'équations multidimensionnels est généralement faite par la résolution de plusieurs problèmes unidimensionnels. Ce type de maillage peut toutefois être problématique pour représenter des topographies réelles. Par ailleurs, les techniques de résolutions de systèmes d'équations multidimensionnels sous forme d'une succession de problèmes unidimensionnels peuvent produire des solutions fortement anisotropes et particulièrement sensibles à l'orientation du maillage [26], [28].

Dans la mesure où le code de calcul développé dans le cadre de cette thèse utilisera un maillage de calcul non structuré, les codes de calcul bidimensionnels travaillant sur des maillages structurés (Mike 21 du DHI, CCHE2D du NCCHE de l'Université du Mississippi, Wolf2D du HACH de l'Université de Liège, etc) ne seront pas présentés. Les codes de calcul présentés ci-après sont : Mike 21 FM, Telemac, SW2D. Le code de calcul SW2D servira de base au code de calcul 1D-2D développé dans le cadre de cette thèse : SW12D (pour Shallow Water 1D-2D).

2.3.1 Mike 21 Flow Model FM

La société DHI a développé plusieurs logiciels de modélisation bidimensionnelle des écoulements ; chacun s'appliquant sur un type de maillage différent et utilisant des méthodologies de calcul très différentes d'un logiciel à l'autre. La méthodologie de calcul du logiciel Mike 21 Flow Model FM, telle que décrite dans le manuel de référence [13], est présentée ici. En effet, ce logiciel (parmi

ceux proposés par le DHI) est le seul à se baser sur un maillage non structuré et peut également être couplé à Mike 11 par le biais du logiciel Mike Flood. Ce logiciel a été développé afin de pouvoir modéliser les écoulements en milieu marin, côtier, estuarien ou lors d'inondation.

Les équations résolues par le logiciel sont celles de Saint-Venant en deux dimensions :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial r}{\partial y} = Q_l \quad (2.32a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{qr}{h} \right) = \\ - gh \frac{\partial z}{\partial x} - g \frac{\sqrt{q^2 + r^2} q}{C^2 h^2} + C_x + D_x + W_x + T_x + S_x \end{aligned} \quad (2.32b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{qr}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{r^2}{h} \right) = \\ - gh \frac{\partial z}{\partial y} - g \frac{\sqrt{q^2 + r^2} r}{C^2 h^2} + C_y + D_y + W_y + T_y + S_y \end{aligned} \quad (2.32c)$$

où C_x , D_x , W_x , T_x , S_x (respectivement C_y , D_y , W_y , T_y , S_y) représentent la force de Coriolis, la variation de la densité, l'effet du vent, l'effet de la turbulence et le flux de quantité de mouvement entrant par unité de surface dans la direction Ox (respectivement Oy) ; Q_l est le volume entrant par unité de surface et par unité de temps. Ces équations sont résolues par une méthode aux volumes finis sur un maillage non structuré avec des éléments de forme quelconque. La partie convective du vecteur flux est calculée par l'intermédiaire d'un solveur de Roe et l'intégration spatiale est réalisée par un schéma du premier ordre. La méthodologie du solveur de Roe sera détaillée à la section 2.5.2.1.

Pour la discrétisation temporelle, un schéma explicite d'Euler est adopté. Le manuel de l'utilisateur [14] explicite la condition de stabilité qui doit être vérifiée :

$$Cr = \sqrt{gh} \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 0.5 \quad (2.33)$$

où Cr représente le nombre de Courant, Δt le pas de temps et Δx est approché par la longueur de la plus petite interface de l'élément considéré. La condition de stabilité (2.33) peut ne pas être suffisante pour garantir la stabilité du modèle dans la mesure où la vitesse d'écoulement est négligée et où l'approximation de Δx peut être trop grande dans certaines configurations du maillage. Par ailleurs, le pas de temps de calcul doit être fixé par l'utilisateur ; ce choix peut se révéler difficile dans le cas de modélisation complexe ou spatialement très étendue.

La prise en compte d'ouvrages hydrauliques (cours d'eau canalisés, ponts, etc...) n'a pas été prévue dans le logiciel. La modélisation des écoulements dans des zones où certains ouvrages peuvent se mettre en charge peut se révéler difficile voire conduire à des résultats non représentatifs.

Pour pouvoir gérer correctement les mailles de calcul avec une faible hauteur d'eau, une approche particulière a été adoptée. Trois valeurs seuil sont employées sur chaque cellule pour définir si une interface est en eau ou non et si une maille de calcul est inondée, mouillée ou sèche. Pour une cellule inondée, les équations sont considérées dans leur intégralité ; pour les cellules mouillées, seuls les transferts de masse sont pris en compte ; aucun calcul n'est fait pour les cellules sèches. Du fait des critères pris en compte, aucun échange n'est réalisé entre une cellule sèche et une cellule mouillée. Par ailleurs lorsqu'une cellule est sèche, la faible quantité d'eau qu'elle contient est retirée du modèle ce qui fausse ainsi le bilan de masse. L'utilisation du logiciel Mike 21 pour modéliser des écoulements sur des surfaces de faible pente (pour des études de ruissellement par exemple) peut être rendue difficile par cette approche de gestion des fronts de mouillages.

2.3.2 Telemac 2D

Le logiciel Telemac 2D, développé par EDF, est un code de modélisation bidimensionnelle des écoulements. Les informations relatives aux méthodes numériques employées par ce code de calcul sont difficilement accessibles. En effet, l'algorithme de résolution des équations est protégé dans la mesure où Telemac 2D est un logiciel commercial.

Sur un maillage non structuré triangulaire, le logiciel résout les équations de Saint-Venant sous forme non conservative par une méthode aux éléments finis [33], [31] :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(h) + h \cdot \text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (2.34a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(u) = -g \frac{\partial z}{\partial x} + F_x + \frac{1}{h} \text{div}(h \nu_t \overrightarrow{\text{grad}}(u)) \quad (2.34b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(v) = -g \frac{\partial z}{\partial y} + F_y + \frac{1}{h} \text{div}(h \nu_t \overrightarrow{\text{grad}}(v)) \quad (2.34c)$$

où F_x et F_y représentent les termes sources prenant notamment en compte les frottements et où ν_t représente la viscosité turbulente. Les équations (2.34) sont résolues en utilisant la méthode de Petrov-Galerkin et la *Generalised Minimum Residual method*. L'intégration temporelle est quant à elle réalisée par un schéma aux différences finies implicite.

Une description plus détaillée de l'algorithme est disponible dans [32].

2.3.3 SW2D

Le code de calcul SW2D est une chaîne logicielle développée au sein du laboratoire Hydrosiences Montpellier (UMR du CNRS, de l'IRD et des universités Montpellier 1 et Montpellier 2). Ce code, développé pour des finalités de recherche sur les méthodes numériques, est néanmoins utilisé à ce jour par deux

bureaux d'étude (dont Ginger Environnement & Infrastructures) pour un total effectif d'environ 20 études depuis le début de 2005.

Les équations de Saint-Venant bidimensionnelles classiques ont été modifiées pour pouvoir traiter une approche macroscopique par porosité [41], [28], [19]. Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans chacune des directions d'écoulement s'écrivent alors :

$$\frac{\partial \phi h}{\partial t} + \frac{\partial \phi q}{\partial x} + \frac{\partial \phi r}{\partial y} = R + B - I \quad (2.35a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi \frac{q^2}{h} + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi \frac{qr}{h} \right) = \\ - g \phi h (S_{0,x} - S_{f,x}) + gh^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} + Q_x + W_x + B_x + I_x \end{aligned} \quad (2.35b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi \frac{qr}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi \frac{r^2}{h} + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right) = \\ - g \phi h (S_{0,y} - S_{f,y}) + gh^2 \frac{\partial \phi}{\partial y} + Q_y + W_y + B_y + I_y \end{aligned} \quad (2.35c)$$

où ϕ représente la porosité, R l'intensité des précipitations, B les échanges de masse avec le bâti, I le taux d'infiltration dans le sol, Q_x et Q_y les termes de diffusion numérique de la quantité de mouvement, B_x et B_y (respectivement I_x et I_y) les transferts de quantité de mouvement liés aux échanges de masse avec le bati (respectivement à l'infiltration dans le sol). Les flux aux interfaces sont calculés en utilisant un schéma de Godunov ou MUSCL (le choix étant laissé à l'utilisateur). Ces deux types de schémas nécessitent la résolution d'un problème de Riemann au niveau de chaque interface de la cellule considérée. Plusieurs solveurs de Riemann permettent d'estimer les flux à l'interface entre deux cellules : un solveur HLL, un solveur HLLC [27] ainsi que deux solveurs d'état approché ; le premier fonctionnant uniquement pour une porosité uniforme sur l'ensemble du domaine de calcul [42] et le deuxième ayant été développé pour une porosité variable [19]. Le développement de ce second solveur a été réalisé dans le cadre de cette thèse et sera présenté à la section 4.2. Une procédure de correction des flux a été implantée afin de garantir la conservation de la masse sur l'ensemble du modèle. En effet, les flux calculés aux interfaces sont limités au besoin pour permettre tout au plus l'assèchement de la maille concernée. L'intégration temporelle est réalisée par le biais d'un schéma d'Euler explicite. Le pas de temps est calculé automatiquement par le code de manière à vérifier la condition de stabilité présentée par [59] :

$$\left(\sqrt{u^2 + v^2} + c \right) \frac{\sum_j L_{i,j}}{A_i} \Delta t \leq 1 \text{ pour tout } i \quad (2.36)$$

où A_i représente la surface en plan de la maille de calcul i et $L_{i,j}$ la longueur de l'interface entre les mailles i et j .

2.3.4 Conclusion pour les codes 2D

Grâce à l'effort de ces dernières décennies, les outils de modélisation bi-dimensionnels sont plus rapides et plus accessibles. Il apparaît toutefois que l'utilisation de tels outils reste modérée dans le domaine de la modélisation hydraulique. En effet, l'emploi de la modélisation bidimensionnelle implique un coût important en termes de collecte de données, de construction du maillage et de temps de calcul. Par ailleurs, les potentialités de ces outils restent méconnues des maîtres d'oeuvre. A l'heure actuelle, ce type de modélisation est toutefois de plus en plus employé pour permettre la production d'atlas cartographique des zones inondables (pour les Plans de Prévention des Risques inondations) et pour certaines études d'impact. Dans le premier cas, les enjeux importants peuvent justifier le coût des méthodes employées. Dans le second cas, on s'intéresse à la différence entre les résultats produits au cours de simulations sur la même zone mais pour des configurations légèrement différentes. Il n'est a priori pas possible de déterminer comment une imprécision sur le modèle va influencer les écoulements. Néanmoins, une même imprécision va a priori influencer les résultats de manière très proche d'une simulation à l'autre. Ainsi, la construction du modèle peut être moins complexe et permettre de rendre ce type de simulation plus aisément exploitable.

2.4 Codes de calcul 1D-2D

Les logiciels de calcul unidimensionnels faisant des hypothèses parfois trop simplificatrices et les codes bidimensionnels étant trop demandeurs en temps de calcul et en données, la combinaison des deux types de modélisation a été envisagée. En effet, ce type de combinaison permet de réduire les besoins en données par l'utilisation d'une modélisation unidimensionnelle ainsi que la description détaillée des écoulements par l'usage d'une modélisation bidimensionnelle dans les zones choisies. Ce couplage des deux types d'outils de modélisation a donné naissance aux modèles 1D-2D. Les couplages envisagés diffèrent suivant le phénomène à prendre en compte : les échanges par les extrémités du modèle 1D (correspondant aux conditions aux limites) ou au contraire les échanges par débordement latéral.

Bien que les logiciels de calcul couplés 1D-2D soient de plus en plus développés, l'usage de tels outils reste limité à des cas spécifiques. La littérature scientifique décrivant de façon précise les équations et les techniques numériques utilisées dans ces modèles est extrêmement restreinte, dans la mesure où peu de codes couplés ont été développés pour des usages commerciaux. Les codes de calcul présentés ci-après sont donc ceux pour lesquels des informations suffisamment précises étaient disponibles pour la description de la méthodologie de calcul : Wolf package, CCHE1D-Flood - CCHE2D-Flood, Mike Flood et Sobek-1D2D.

2.4.1 Wolf package

Développé au sein de l'unité d'Hydrologie, Hydrodynamique Appliquée et de Constructions Hydrauliques du laboratoire d'Hydrodynamique Appliquée et de Construction de l'université de Liège (Belgique), la suite de calcul Wolf possède une fonctionnalité de couplage 1D-2D [17]. Le couplage tire avantage du fait que les codes uni- et bidimensionnel utilisent la même méthode aux volumes finis. Le calcul des flux est réalisé par la méthode de *flux vector splitting* [30] qui utilise les termes de l'amont (respectivement de l'aval) si la célérité d'onde est positive (respectivement négative) [27]. Les équations sont discrétisées spatialement sur un maillage cartésien structuré, ce qui facilite l'étape de construction du maillage. En contrepartie, la représentation de topographie complexe est plus difficile et nécessite par conséquent un nombre de mailles plus élevé. Un schéma explicite de Runge-Kutta est employé pour l'intégration temporelle.

Le couplage est réalisé au niveau des limites des deux modèles [18] ; le flux sortant d'un modèle par une limite étant réinjecté dans le second. A chaque pas de temps, les données provenant des mailles couplées de chaque modèle servent à déterminer l'état gauche (ou droit) du problème de Riemann à résoudre pour calculer le flux traversant l'interface. Le modèle unidimensionnel étant basé sur un système de 2 équations à 2 inconnues, la cote de la surface libre dans la cellule 2D et le débit traversant l'interface suffisent pour déterminer complètement l'état manquant du problème de Riemann. En revanche, le modèle bidimensionnel prend en compte les deux composantes du vecteur vitesse ; la vitesse issue du modèle 1D ne suffit alors plus dans la mesure où elle n'est pas orientée. Ces informations sont donc complétées par la prise en compte de l'orientation de l'axe d'écoulement du modèle 1D par rapport au modèle 2D. Ainsi, le débit transitant par la limite du modèle 1D peut être réparti dans les deux directions d'espace du modèle 2D.

L'utilisation de ce modèle couplé pour la modélisation de crue est rendue difficile par l'absence de couplage par débordement latéral du modèle 1D. Cet outil est en effet utilisé pour modéliser un écoulement en rivière et préciser localement la dynamique des écoulements sous l'effet de la mise en mouvement de vanne de fermeture d'un tronçon de rivière [18], [17].

2.4.2 CCHE1D-Flood - CCHE2D-Flood

A l'inverse de la suite logiciel Wolf, le couplage des modèles CCHE1D-Flood et CCHE2D-Flood [3] ne prend en compte que les échanges par surverse ou par rupture de digue. Ces deux outils de calcul ont été développés par le National Center for Computational Hydroscience and Engineering de l'Université du Mississippi et utilisent un schéma aux volumes finis. La méthode de construction du modèle permet de faciliter l'identification des liens entre les éléments 1D et 2D. En effet, le maillage cartésien du modèle 2D est construit dans un premier temps sans prendre en compte le lit mineur. Celui-ci, représenté par un axe d'écoulement et des profils en travers disposés de manière quelconque, est projeté sur le

maillage. Un profil en travers du lit mineur est construit au niveau de chaque interface entre des éléments de calcul du modèle 2D par interpolation des profils 1D connus. Ainsi, chaque élément de calcul 2D est associé à un unique élément du modèle 1D. L'axe du lit mineur constitue une limite immergée du modèle 2D. La méthodologie de calcul est la suivante :

- le débit transitant dans le modèle 1D est calculé en prenant en compte les échanges entre les modèles ; ces derniers sont calculés de manière explicite par le biais d'une équation de déversoir.
- les calculs du modèle 2D sont ensuite réalisés en utilisant la *Ghost-Fluid Method* [46] au niveau de la limite immergée constituée par l'axe du lit mineur. Le débit de transfert entre les modèles est utilisé comme condition aux limites.

La méthodologie employée est basée sur l'hypothèse qu'il n'y a pas d'écoulement par dessus le lit mineur comme cela peut être le cas lors de la mise en court-circuit de méandre. En effet, dans une telle configuration, la vitesse de l'écoulement dans la direction transversale au lit mineur n'est pas nulle. Le débit entrant à l'interface sur une rive sort par l'autre rive et sans pour autant que la cote de la surface libre varie sensiblement sur la section de l'écoulement. La méthodologie consistant à employer une équation de déversoir pour calculer les échanges entre lit 1D et lit 2D ne permet pas de rendre compte de ce type de phénomène (le débit calculé par une équation de déversoir étant a priori nul quand la cote de la surface libre est la même à l'amont et à l'aval).

2.4.3 Mike Flood

Le code de calcul Mike Flood, développé par le DHI, permet le couplage des codes Mike 11 et Mike 21. Lors d'une simulation, les codes 1D et 2D fonctionnent indépendamment et de manière identique à ce qui a été décrit précédemment (voir Section 2.2.1 et Section 2.3.1 respectivement) [12]. Plusieurs types de jonction entre les deux modèles sont possibles :

- Les jonctions de type "standard link" impliquent une extrémité du modèle 1D (*e.g.* les connections entre une rivière et un lac).
- Les jonctions de type "lateral link" représentent les échanges entre les deux modèles par débordement latéral du modèle 1D.
- Enfin, les jonctions de type "structure link" permettent de calculer les échanges entre deux mailles voisines du modèle 2D par la résolution des équations 1D. Ce type de jonction permet de modéliser les ouvrages tels que les ponts, seuils, etc... Ces jonctions ne seront pas explicitées dans la mesure où l'on ne s'intéresse qu'à la résolution des équations de Saint-Venant.

Les équations sont résolues simultanément pour les deux modèles et les variables sont considérées comme totalement déterminées au pas de temps n .

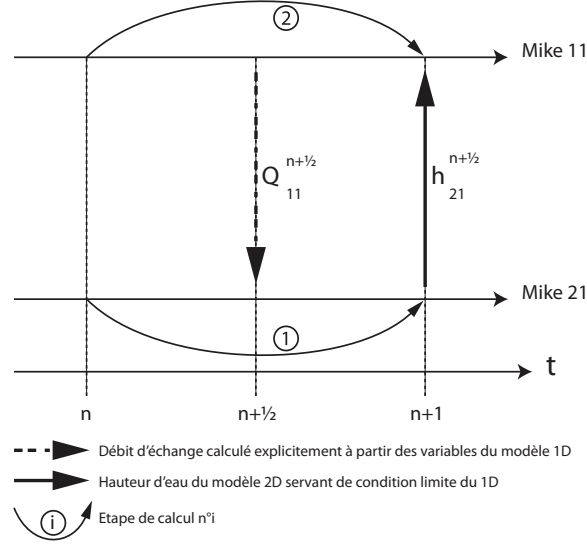


FIGURE 2.11 – Schéma de calcul de Mike Flood pour les jonctions de type "standard link"

2.4.3.1 Jonction de type "standard link"

Ces jonctions font le lien entre une extrémité d'un modèle 1D et une ou plusieurs mailles de calcul 2D. Le fonctionnement de ce lien entre les deux modèles est le même que pour le code Wolf (voir Section 2.4.1). Dans un premier temps, Mike 21 résout les équations entre les temps n et $n+1$. Le débit de transfert depuis le modèle 1D vers le 2D est extrapolé à partir des variables du modèle 1D au pas de temps n :

$$\frac{\partial Q^{n+1/2}}{\partial t} = - \left(gS \frac{\partial h^n}{\partial x} + g \frac{Q^n |Q^n|}{C^2 S R_h} \right) \quad (2.37)$$

Dans cette formulation, le terme d'accélération convective a été négligée. L'extrapolation du débit transitant d'un modèle à l'autre est réalisée grâce à un schéma explicite et nécessite donc de respecter la condition de Courant pour garantir la stabilité du modèle. La valeur maximale admissible pour le nombre de Courant est indiquée égale à 2. A partir du débit de transfert, la masse échangée entre chacun des modèles ainsi que la quantité de mouvement entrante dans le modèle 2D peuvent être estimées. Dans un second temps, Mike 11 résout les équations entre les temps n et $n+1$. Pour ce faire, la cote de la surface libre dans le modèle 2D est utilisée comme condition aux limites du modèle 1D. Le schéma de calcul couplé des deux modèles est présenté sur la figure 2.11.

2.4.3.2 jonction de type "lateral link"

Ces jonctions permettent de représenter les débordements du lit mineur vers les champs d'expansion de crue et vice-versa. Les caractéristiques de l'échange sont intégrées aux équations de Mike 11 (respectivement Mike 21) via un terme source. La définition de telles structures peut se faire sur l'ensemble d'un bief du modèle 1D (et donc sur plusieurs sections de calcul) et sur plusieurs cellules du modèle 2D. Le choix de la portion de modèle 1D et des cellules associées à une structure d'échange est fait de manière automatique par le code. A partir de la géométrie des deux modèles, la largeur et la cote du déversoir sont calculées. Deux formulations sont proposées pour calculer le débit transitant d'un modèle à l'autre :

$$\frac{Q_e}{DL} = h_{am} \sqrt{h_{am}} \left[1 - \left(\frac{h_{av}}{h_{am}} \right)^{1,5} \right]^{0,385} \quad (2.38a)$$

$$\frac{Q_e}{DL} = \begin{cases} h_{am} \sqrt{h_{am}} & \text{pour } \frac{h_{av}}{h_{am}} \leq \frac{2}{3} \\ \frac{3}{2} \sqrt{3} h_{av} \sqrt{h_{am} - h_{av}} & \text{pour } \frac{h_{av}}{h_{am}} > \frac{2}{3} \end{cases} \quad (2.38b)$$

où Q_e est le débit de transfert, D est le coefficient de déversoir ($D = 1,838$), L la largeur d'échange et h_{am} (respectivement h_{av}) la hauteur au dessus du déversoir à l'amont (respectivement à l'aval). La formulation (2.38a) pose problème dès lors que le déversoir n'est pas noyé. En effet, si la cote de la surface libre à l'aval est inférieure à la cote du déversoir, la formule (2.38a) n'est pas définie; le manuel de référence de Mike Flood [12] ne précise pas comment ce cas est traité.

Entre les deux modèles, seuls les échanges de masse sont pris en compte; la quantité de mouvement sortante n'étant pas introduite dans le modèle aval. Par ailleurs, il convient de noter que la quantité de mouvement associée à la masse sortante d'un modèle est a priori conservée dans le modèle. Cela se traduit par une non conservation de la quantité de mouvement, le phénomène étant d'autant plus accentué que la hauteur d'eau dans le modèle drainé est faible ou que le nombre de Froude est élevé.

Comme pour le couplage des modèles CCHE1D et CCHE2D, l'utilisation de lois de déversoir pour modéliser les échanges entre les deux modèles empêche la représentation des phénomènes tels que le court-circuit de méandre.

2.4.3.3 Distribution du débit entre Mike 11 et Mike 21

Pour les jonctions de type "standard link", le débit de transfert entre les modèles est soit distribué uniformément à toutes les mailles 2D, soit réparti entre les cellules en fonction de la hauteur d'eau au début du pas de temps. Si l'utilisateur choisit une répartition en fonction de la hauteur d'eau, la formulation

suivante est employée :

$$Q_i = Q \frac{h_i^{3/2}}{\sum_{i=1}^n h_i^{3/2}} \quad (2.39)$$

Cette formulation est établie en supposant que le débit se répartit en respectant l'équation de Chézy :

$$Q = SCi^{1/2} R_h^{1/2} \quad (2.40)$$

En faisant l'hypothèse que le canal est large ($b \gg h$), on peut approcher le rayon hydraulique R_h par la hauteur d'eau h :

$$R_h = \frac{S}{\chi} \approx \frac{bh}{b + 2h} \approx h \quad (2.41)$$

En intégrant (2.41) à (2.40), on obtient :

$$Q = bCi^{1/2} h^{3/2} \quad (2.42)$$

Le manuel de référence de Mike Flood indique que le débit Q peut être considéré comme proportionnel à $h^{3/2}$; ce qui est le cas pour un régime critique. Cependant cela n'est a priori pas vrai si la pente du fond, la largeur et le coefficient de Chézy ne sont pas constants sur la zone de distribution du débit de transfert.

Quel que soit le type de jonction envisagé, le débit d'échange est calculé indépendamment du pas de temps de chaque modèle. La conservation de la masse peut ne pas être vérifiée quand le volume échangé (égal au produit du débit par le pas de temps) est supérieur au volume disponible dans les mailles concernées du modèle drainé. En effet, dans un tel cas, le volume entrant dans le modèle aval est supérieur à celui sortant du modèle amont ; le bilan de masse global sur l'ensemble des deux modèles n'est alors plus vérifié. Dans la mesure où rien n'est mentionné dans ce sens dans le manuel de référence [12], il est possible que Mike Flood ne vérifie pas la conservation de la masse au travers d'une liaison.

2.4.4 Sobek-1D2D

Le logiciel SOBEK-1D2D [15], développé par Delft Hydraulics, est un code de calcul couplé 1D-2D. La méthodologie de couplage employée par Sobek-1D2D pour établir les équations résolues considère plusieurs volumes de contrôle (voir Figure 2.12). La zone à modéliser est séparée entre le réseau unidimensionnel et le maillage cartésien bidimensionnel. Les équations de quantité de mouvement sont établies et résolues indépendamment pour les deux modèles. En revanche une unique équation de masse est utilisée pour chaque maille du modèle bidimensionnel (incluant éventuellement une maille du modèle unidimensionnel) :

$$\begin{aligned} \frac{dV_{i,j}(z)}{dt} + Q_{k-1/2} - Q_{k+1/2} \\ + \Delta y (q_{i-1/2} - q_{i+1/2}) + \Delta x (r_{j-1/2} - r_{j+1/2}) = 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

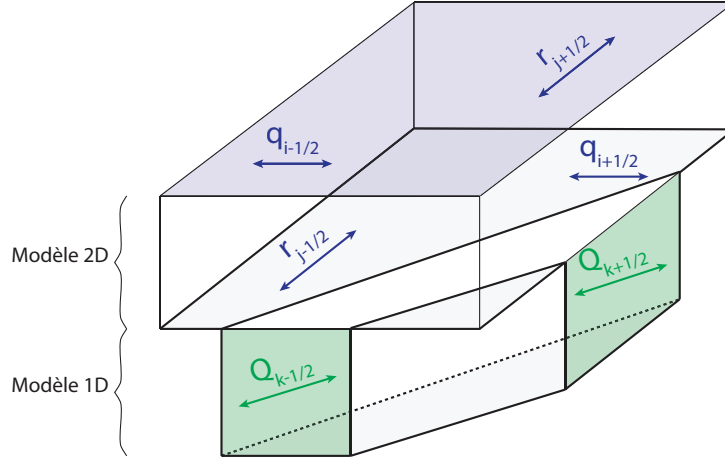


FIGURE 2.12 – Schéma des volumes de contrôle employés pour établir les équations résolues par SOBEK

où $V_{i,j}$ représente le volume d'eau contenu sur les mailles de calcul i et j . Les équations uni- et bidimensionnelles mettent en jeu cinq variables : la hauteur d'eau et le débit pour le modèle 1D (h_{1D} et Q_{1D}), la hauteur d'eau et les débits unitaires dans chaque direction d'espace pour le modèle 2D (h_{2D} , q_{2D} et r_{2D}). Les équations de conservation de la quantité de mouvement pour chaque modèle (une équation pour le modèle unidimensionnel et deux pour le modèle bidimensionnel) ainsi que l'équation (2.43) ne suffisent pas à complètement déterminer les variables. En effet, il n'y a que quatre équations pour cinq inconnues. L'hypothèse qu'à chaque instant la cote de la surface libre est la même sur l'élément de calcul unidimensionnel et sur la maille bidimensionnelle qui le contient constitue l'équation manquante.

Le seul lien entre les deux modèles étant une équation sur la masse, aucun échange de quantité de mouvement n'est réalisé. Dans la mesure où les échanges de quantité de mouvement du modèle bidimensionnel se font sur la totalité des interfaces des mailles 2D, la séparation entre les deux modèles est horizontale. La méthode de calcul du débit transitant par le modèle unidimensionnel n'est pas explicitée mais utilise nécessairement l'ensemble de la hauteur d'eau (correspondant à la hauteur d'eau dans le modèle 2D et à la différence de cote du fond dans les deux modèles). Les termes de débit $Q_{k-1/2}$ et $Q_{k+1/2}$ ne correspondent toutefois qu'au volume transitant sur la hauteur d'eau du modèle 1D (correspondant à la différence de cote du fond entre les deux modèles). La méthode employée pour estimer ces termes à partir du débit total transitant dans le modèle unidimensionnel n'est pas explicitée dans le manuel.

2.4.5 Conclusion pour les codes couplés 1D-2D

Le nombre de méthodologies de couplage 1D-2D est quasiment aussi important que le nombre de codes 1D-2D existant. Certaines méthodes permettent néanmoins de réduire le nombre d'hypothèses réalisées et sont en ce sens plus fiables. Le couplage est facilité par l'emploi des mêmes méthodes numériques de résolution des équations pour les deux codes de calcul. En effet, dans le cas du couplage par les extrémités du modèle 1D, l'approche consistant à calculer le flux de transfert en considérant chaque modèle comme l'un des état du problème de Riemann à résoudre (comme c'est le cas pour le logiciel Wolf) permet de s'affranchir du calcul explicite de variable nécessaire dans le cas de Mike Flood.

Le couplage proposé dans cette thèse utilisera donc la même méthodologie de calcul pour l'ensemble des écoulements. Le formalisme sera par ailleurs établi sur un volume de contrôle prenant en compte l'écoulement uni et l'écoulement bidimensionnel (comme c'est le cas pour le logiciel Sobek 1D2D). Une approche aux volumes finis sera privilégiée, les flux aux interfaces entre les mailles de calcul seront calculés par la résolution d'un problème de Riemann; l'état de l'art de cette approche est détaillé à la section 2.5.1.

2.5 État de l'art des approches aux volumes finis pour les équations hyperboliques

L'utilisation d'une méthode aux volumes finis pour résoudre des systèmes hyperboliques de lois de conservation a été proposée en 1959 par Godunov [22]. Le détail de la méthode et des équations associées sera présenté au chapitre 4. Néanmoins, les principales étapes de calcul sont présentées ici. En écrivant les équations de conservation (de la masse et de la quantité de mouvement dans le cas des équations de Saint-Venant) pour un volume de contrôle, on peut montrer que le système hyperbolique à résoudre est de la forme [52] :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Gamma} \left(\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{n} \right) d\Gamma = \mathbf{S} \quad (2.44)$$

où $\mathbf{U}$, $\vec{\mathbf{F}}$ et $\mathbf{S}$ représentent respectivement le vecteur des variables conservées, le vecteur des flux à travers l'interface et le vecteur des termes source, $\vec{n}$ représente le vecteur normal (sortant) à l'interface, Ω la surface en plan du volume de contrôle et Γ la longueur du contour du volume de contrôle. L'espace modélisé est discrétisé en volumes finis (également appelés cellules ou mailles de calcul) lors de la construction du modèle. Cette discrétisation reste généralement constante tout au long du calcul. L'équation (2.44) est intégrée sur chaque maille de calcul et les flux sont réécrits dans le référentiel associé à l'interface (voir Figure 2.13). L'équation discrétisée s'écrit alors :

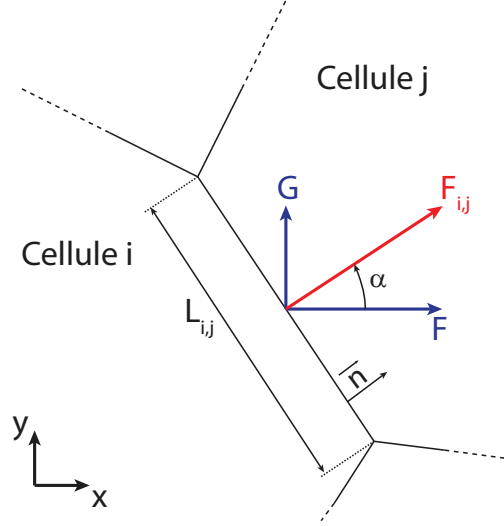


FIGURE 2.13 – Schéma de principe du calcul des flux à l'interface entre deux mailles de calcul.

$$\frac{A_i (\mathbf{U}_i^{n+1} - \mathbf{U}_i^n)}{\Delta t} + \sum_j \left[\mathbf{P}_{i,j} \mathbf{F}_{i,j}^{n+1/2} L_{i,j} + \left(\mathbf{S}_{i,j}^{n+1/2} \right)_i \right] = 0 \quad (2.45)$$

où A_i représente la surface en plan de la maille de calcul i , $\mathbf{U}_i^n$ est la moyenne de $\mathbf{U}$ sur la maille à l'instant n , Δt est le pas de temps, $\mathbf{P}_{i,j}$ est la matrice de changement de référentiel, $\mathbf{F}_{i,j}^{n+1/2}$ est la moyenne du flux dans la direction normale à l'interface entre les pas de temps n et $n+1$, $L_{i,j}$ est la longueur de l'interface entre les mailles i et j , et $\left(\mathbf{S}_{i,j}^{n+1/2} \right)_i$ représente la contribution à la maille i du terme source entre les mailles i et j . Le calcul du terme $\mathbf{F}_{i,j}^{n+1/2}$ est réalisé par la résolution d'un problème de Riemann à l'interface entre les mailles de calcul, dans la direction normale à l'interface. Cette approche présente notamment les avantages de traiter de la même manière les cas où le profil de la solution est continu et ceux où il est discontinu (ne nécessitant par conséquent pas d'approches particulières pour les chocs ou les discontinuités de contact) et de garantir le caractère conservatif des équations aux dérivées partielles résolues [26].

2.5.1 Le problème de Riemann

Un problème de Riemann se définit par la combinaison d'une équation aux dérivées partielles et d'une condition initiale constante par morceaux [38] :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{S} \quad (2.46a)$$

$$\mathbf{U}(x; 0) = \begin{cases} \mathbf{U}_L & \text{pour } x < x_0 \\ \mathbf{U}_R & \text{pour } x > x_0 \end{cases} \quad (2.46b)$$

où $\mathbf{U}_L$ et $\mathbf{U}_R$ sont les états gauche et droit du problème de Riemann. Aucune condition aux limites n'intervient dans la définition du problème; les volumes étant implicitement supposés infinis. La résolution d'un tel problème passe par plusieurs étapes successives.

1. Le profil de la variable sur chaque cellule est reconstitué à partir des valeurs contenues dans les cellules voisines; la valeur moyenne sur la cellule étant toutefois conservée. La reconstruction du profil est réalisée à partir d'une fonction déterminée plus ou moins complexe (utilisant éventuellement la valeur de la variable dans les cellules voisines). Après reconstruction de la variable sur chaque cellule, le profil de cette dernière n'est plus nécessairement constant par morceaux. Le problème de Riemann est alors dit "Généralisé" (PRG).
2. Les problèmes de Riemann Généralisés n'admettent généralement pas de solution analytique. La résolution du PRG peut toutefois être faite par une méthode de type prédicteur-correcteur nécessitant plusieurs étapes; la méthode de MUSCL-Hancock [64] en est un exemple. Il est également possible de transformer le problème de Riemann généralisé en un problème de Riemann équivalent qui admet par définition la même solution que le problème d'origine au droit de la discontinuité initiale pendant une durée donnée [26], [59]. La résolution du problème de Riemann équivalent est quant à elle faite en une seule étape; la méthode proposée par Savic & Molly en est un exemple [58]. Dans tous les cas, la résolution du problème de Riemann (généralisé ou équivalent) permet de calculer les flux aux interfaces de chaque maille de calcul.
3. Les flux aux interfaces permettent de déterminer la valeur de la variable au nouveau pas de temps.
4. Les éventuels termes source sont ensuite intégrés.

L'estimation des flux à l'interface entre deux mailles de calcul est réalisée par le biais d'un solveur de Riemann.

2.5.2 Les solveurs de Riemann

Bien que la solution exacte du problème de Riemann équivalent puisse être calculée par le biais d'un solveur exact, les coûts en temps de calcul ont conduit à

l'utilisation de solveurs de Riemann approchés calculant une solution approchée mais néanmoins fiable. Ces solveurs approchés peuvent être séparés en deux catégories : ceux qui résolvent un problème de Riemann simplifié de manière exacte et ceux qui résolvent le problème exact de manière simplifiée.

2.5.2.1 Solveurs calculant la solution exacte d'un problème de Riemann simplifié

Le solveur de Roe [54] est l'un des solveurs les plus répandus. Proposé en 1981, il est basé sur l'hypothèse que la matrice jacobienne est constante. La méthode de calcul de la matrice jacobienne en fonction des états gauche et droit du problème de Riemann peut varier suivant les versions du solveur ; les conditions de consistance et de conservation doivent néanmoins être vérifiées. Le calcul de la matrice jacobienne restant complexe, un algorithme qui permet la résolution du problème de Riemann sans avoir à calculer l'intégralité de cette dernière a été proposé par [57]. L'estimation du flux à travers la discontinuité initiale est toutefois impossible quand celle-ci se situe dans une onde de raréfaction. En effet, la méthode de résolution proposée par Roe fait l'hypothèse implicite que toutes les ondes sont des discontinuités ce qui n'est pas le cas des ondes de raréfaction [64]. Dans de tels cas, la condition d'entropie n'est plus vérifiée. Plusieurs méthodes (appelées *entropy fix*) permettant de résoudre ce problème ([29], [57], [56]) ont été citées par [64] qui a également proposé la sienne.

Utilisant l'approche du solveur de Roe, le solveur PVRS (*Primitive Variable Riemann Solver*) linéarise le système d'équations en supposant que la matrice jacobienne est constante [64]. Toutefois, la relation de saut de Rankine-Hugoniot est utilisée à travers chaque onde pour déterminer la valeur de la variable entre chacune de ces ondes. Connaissant la valeur de la variable au droit de la discontinuité initiale, le calcul du flux à travers cette interface est alors aisé. Une méthode alternative pour traiter chaque onde est d'utiliser l'équation des invariants de Riemann.

Les solveurs de Riemann approchés (comme beaucoup d'autres) ne permettant pas d'estimer correctement les flux en présence de fort gradient de la variable considérée ; il a été proposé d'employer un *Adaptive Riemann solver* réunissant un solveur approché dans les zones où les gradients restent faibles et un solveur plus complexe (et plus efficace en présence de forts gradients) partout ailleurs. L'une des premières implémentations d'un *Adaptive Riemann solver* réunissait un solveur PVRS et un solveur exact [62]. Ce solveur a également été adapté pour un schéma MUSCL [53].

2.5.2.2 Solveurs calculant une solution approchée du problème de Riemann exact

Proposé par Harten, Lax et Van-Leer [30], le solveur HLL est l'un des plus utilisés de ceux qui résolvent le problème de Riemann exact par le biais d'équations simplifiées. Ce solveur se base sur l'hypothèse que deux ondes séparent

trois zones d'état constant ; la célérité des ondes étant estimée a priori. Les flux à travers chaque discontinuité sont estimés à partir des relations de Rankine-Hugoniot. L'intérêt particulier du solveur HLL a été souligné par [27] : le solveur peut être utilisé pour n'importe quel système hyperbolique de lois de conservation et ce, quelle que soit sa dimension. Les discontinuités de contact se déplaçant à une vitesse différente des autres ondes, les gradients se retrouvent lissés pour les systèmes hyperboliques de taille 3×3 . Sur les bases du solveurs HLL, le solveur HLLC [65] fait l'hypothèse de trois ondes séparant deux zones d'état constant des états gauche et droit du problème de Riemann. Les problèmes de diffusion numérique ont également été réduits par l'amélioration du comportement du solveur au niveau des discontinuités.

Osher et Solomon [48] proposent de séparer la matrice jacobienne en deux matrices contenant respectivement les valeurs propres positives et négatives puis de calculer les flux en sommant les flux résultant de chacune des matrices. Il est ainsi possible d'établir trois relations différentes pour estimer les flux à l'interface impliquant le calcul d'une intégrale ; la sélection se fait en fonction de la facilité d'estimation de cette dernière.

L'utilisation des solveurs de Riemann n'étant pas limitée à un domaine particulier, Linde a proposé un solveur indépendant de toute relation physique [44]. Ce solveur utilise la configuration d'ondes proposée pour le solveur HLLC (trois ondes séparant deux zones intermédiaires d'état constant des états gauche et droit du problème de Riemann). Les flux à travers les discontinuités "extérieures" (liées à l'état gauche ou droit) sont calculés en utilisant la relation de Rankine-Hugoniot ; ceux à travers la discontinuité centrale sont estimés en utilisant une relation heuristique.

2.5.2.3 Solveurs d'états approchés

Les solveurs présentés précédemment déterminent la configuration d'onde afin de pouvoir utiliser la relation appropriée à travers chaque discontinuité. A contrario, les solveurs d'états approchés ne déterminent pas cette configuration d'onde dans la mesure où les relations utilisées pour les chocs ne diffèrent des relations pour les ondes de raréfaction que par un terme de troisième ordre par rapport à la variable conservée [38]. Les mêmes relations sont donc utilisées indépendamment pour les chocs et les ondes de raréfaction : si les ondes sont supposées être toutes des chocs, la relation de Rankine-Hugoniot est employée tandis que les invariants de Riemann généralisés sont employés si toutes les ondes sont considérées comme étant des ondes de raréfaction. L'hypothèse de deux chocs a été utilisée pour établir un solveur pour les équations d'Euler sur la dynamique des gaz [9], [16]. Les solveurs d'états approchés basés sur l'hypothèse de deux ondes de raréfaction ont notamment été développés pour les équations des coups de bélier [24], pour décrire les écoulements diphasiques en conduite [25], pour la propagation d'onde de choc dans les liquides [35], pour les équations de Saint-Venant en deux dimensions [42] ou pour les équations d'Euler sur la dynamique des gaz [63].

Les solveurs de Riemann mentionnés précédemment sont pour la plupart conçus pour résoudre des systèmes hyperboliques de lois de conservation sans terme source.

2.5.3 Prise en compte des termes source

La résolution des équations de Saint-Venant sur fond pentu et/ou avec porosité en utilisant des solveurs de Riemann peut générer des instabilités. La prise en compte de ces termes source étant obligatoire pour décrire de manière satisfaisante les cas modélisés, plusieurs techniques ont été proposées pour pouvoir prendre en compte leur influence. Parmi ces techniques il convient de distinguer d'une part celles qui séparent les phénomènes pris en compte par le système homogène de ceux représentés par les termes source et d'autre part celles qui couplent ces phénomènes [64]. Les premières sont des méthodes de *time splitting* tandis que les secondes correspondent à des *well-balanced schemes*.

2.5.3.1 Méthode des pas fractionnaires (ou *time splitting*)

L'approche initiale du *time splitting* consiste à résoudre le système d'équations hyperbolique sans terme source (correspondant à la partie conservative des équations) puis à corriger le résultat intermédiaire obtenu en prenant en compte l'influence des termes source par le biais d'une équation différentielle ordinaire sur le temps [26]. Il est possible d'augmenter la précision de la méthode en appliquant les termes source de manière progressive. Il est par exemple possible d'appliquer les termes source sur la première moitié du pas de temps, de résoudre sur l'ensemble du pas de temps la partie conservative des équations puis d'appliquer les termes source sur la seconde moitié du pas de temps.

Comme l'a souligné LeVeque [40], cette méthode est relativement fiable dans la mesure où les approximations réalisées sont généralement négligeables par rapport aux autres termes. Néanmoins quand la solution s'approche du régime permanent, la résultante des termes source doit compenser exactement la variation du flux. Les faibles imprécisions empêchent généralement de vérifier les conditions d'équilibre. Les schémas numériques qui vérifient inconditionnellement les conditions d'équilibre sont nommés des *well-balanced schemes*.

2.5.3.2 Schémas équilibre (ou *well-balanced schemes*)

L'algorithme *Quasi-Steady Wave-Propagation* proposé par LeVeque [40] permet de s'affranchir des inconvénients de la méthode du *time splitting*. Sur chaque maille de calcul, un nouveau problème de Riemann est créé au centre de la cellule et dont la solution compense exactement les termes source. Le nouveau problème de Riemann sépare virtuellement la cellule en deux parties tout en vérifiant que les bilans soient respectés. Pour le calcul des flux à travers l'interface de la cellule, le problème de Riemann est résolu classiquement en utilisant comme états gauche et droit les états modifiés par la prise en compte des termes source.

Parmi les *well-balanced schemes*, la méthode du *source term upwinding*, introduite par Roe [55], consiste à tenir compte de l'influence du terme source sur les cellules voisines de la maille de calcul considérée. La méthode décrite utilise un schéma de Euler explicite et les mailles voisines ont la même influence. Cette méthode a été adaptée pour fonctionner avec un schéma de Godunov, la pondération des termes sources sur chaque cellule se faisant proportionnellement aux célérités d'ondes ([5] et [4]).

Dans le cas des écoulements à surface libre, il est possible d'intégrer une partie des termes source au vecteur des variables conservées par le biais d'une équation aux dérivées partielles sur le temps ; l'intégration de la topographie a notamment été traitée par [23]. Le nouveau problème de Riemann est alors résolu de manière exacte [23], [2] ou par des solveurs approchés [21].

Les systèmes d'équations hyperboliques incluent généralement plusieurs types de terme source. Chacun d'entre eux ayant une signification physique différente, les approximations faites par les différentes méthodes de calcul intégrant les termes source peuvent être à l'origine de plus ou moins d'imprécision suivant le terme source considéré. Pour s'affranchir de ce problème, il est possible d'utiliser une méthode différente pour chaque terme source. Cela se fait toutefois au détriment de la simplicité de la méthodologie et du temps de résolution des équations 4.2.

Chapitre 3

Modélisation couplée 1D-2D

Sommaire

3.1	Présentation du concept de couplage	48
3.2	Hypothèses et terminologie	49
3.3	Équations de propagation	51
3.3.1	Bilan de masse	51
3.3.2	Bilan de quantité de mouvement dans la direction Ox	53
3.3.3	Bilan de quantité de mouvement dans la direction Oy	54
3.3.4	Bilan des forces appliquées au fluide	54
3.3.4.1	Résultante de la force exercée par le poids	54
3.3.4.2	Résultante de la réaction du fond	55
3.3.4.3	Résultante de la force de frottement sur le fond	55
3.3.4.4	Résultante des forces de pression	56
3.3.4.5	Résultante des forces	57
3.3.5	Équations sous forme intégrale	57
3.3.6	Séparation des équations 1D et 2D	58
3.3.7	Équations sous forme différentielle	59
3.3.7.1	Équations 1D	59
3.3.7.2	Équations 2D	62
3.4	Réécriture des systèmes d'équations dans le référentiel de l'interface	65

Indice	Description
$1D$	se rapportant à l'écoulement unidimensionnel
$2D$	se rapportant à l'écoulement bidimensionnel
i	se rapportant à l'élément de calcul (maille au noeud) $n^\circ i$
i,j	se rapportant à l'interface entre les éléments de calcul $n^\circ i$ et $n^\circ j$

Liste des indices

Symbole	Description	Unité
A_i	Surface en plan de la maille $n^\circ i$	m^2
b	Largeur au miroir de l'écoulement	m
Cr	Nombre de Courant	$\emptyset$
$\mathbf{F}$	Vecteur flux dans la direction Ox	$/$
$\mathbf{F}'$	Vecteur flux dans la direction Ox'	$/$
$\mathbf{F}''$	Vecteur flux dans la direction normale à l'interface	$/$
F_Q	Flux de quantité de mouvement à travers l'interface	$kg\ m\ s^{-1}$
$F_{f,x}, F_{f,y}$	Composantes de la force de frottement sur le fond	$kg\ m\ s^{-2}$
F_M	Flux de matière à travers l'interface du volume de contrôle	kg
F_p	Force de pression appliquée au volume de contrôle	$kg\ m\ s^{-2}$
$F_{p,x}, F_{p,y}$	Composantes de la force de pression	$kg\ m\ s^{-2}$
F_x, F_y	Composantes du vecteur force appliqué au fluide	$kg\ m\ s^{-2}$
$\mathbf{G}$	Vecteur flux dans la direction Oy	$/$
g	Accélération gravitationnelle	$m\ s^{-2}$
h	Hauteur d'eau	m
K_x, K_y	Coefficient de Strickler	$m^{1/3}\ s^{-1}$
$L_{i,j}$	Longueur de l'interface entre les mailles de calcul $n^\circ i$ et j	m
M_x	Quantité de mouvement dans la direction Ox	$kg\ m\ s^{-1}$
m	Masse d'eau	kg
$\vec{n}$	Vecteur sortant normal à l'interface	$\emptyset$
n_x, n_y	Composantes du vecteur $\vec{n}$	$\emptyset$
$\vec{n}_x, \vec{n}_y$	Vecteurs unitaires dans les directions Ox et Oy	$\emptyset$
$\mathbf{P}_r$	Matrice des termes de pressions appliqués le long des interfaces intérieures	$/$
$\mathbf{P}_{i,j}$	Matrice de passage du référentiel global au référentiel attaché à l'interface entre les cellules $n^\circ i$ et j	$/$
P	Poids du volume de contrôle	$kg\ m\ s^{-2}$
q	Débit unitaire dans la direction Ox	$m^2\ s^{-1}$
q''	Débit unitaire suivant la première direction du référentiel associé à l'interface	$m^2\ s^{-1}$
$R_{f,x}, R_{f,y}$	Composantes de la réaction du fond	$kg\ m\ s^{-2}$
$R_{h,x}, R_{h,y}$	Rayons hydrauliques de l'écoulement	m
r	Débit unitaire dans la direction Oy	$m^2\ s^{-1}$
r''	Débit unitaire suivant la seconde direction du référentiel associé à l'interface	$m^2\ s^{-1}$
$\mathbf{S}$	Vecteur des termes source dans le référentiel global	$/$

Symbole	Description	Unité
$\mathbf{S}$	Vecteur des termes source dans le référentiel associé au canal 1D	/
$\mathbf{S}''$	Vecteur des termes source dans le référentiel associé à l'interface	/
$\mathbf{S}_{p,x}, \mathbf{S}_{p,y}$	Vecteurs des termes source liés aux forces de pressions	/
$S_{0,x}, S_{0,x''}, S_{0,y}$	Composantes de la pente du fond	$\emptyset$
$S_{f,x}, S_{f,x''}, S_{f,y}$	Composantes de la pente de frottement	$\emptyset$
$\mathbf{T}$	Vecteur des termes liés à la séparation des écoulements	/
$\mathbf{T}_e, \mathbf{T}_e''$	Vecteurs des termes d'échange entre les écoulements 1D et 2D	/
$\mathbf{T}'_u$	Vecteur des termes liés à la séparation des écoulements par unité de longueur	/
t	Coordonnée de temps	s
$\mathbf{U}$	Vecteur des variables de l'écoulement dans le référentiel global	/
$\mathbf{U}'$	Vecteur des variables de l'écoulement dans le référentiel associé à l'interface	/
u	Composante du vecteur vitesse dans la direction Ox	m s^{-1}
u''	Composante du vecteur vitesse suivant la première direction du référentiel associé à l'interface	m s^{-1}
$\vec{V}$	Vecteur vitesse de l'écoulement	m s^{-1}
v	Composante du vecteur vitesse dans la direction Oy	m s^{-1}
v''	Composante du vecteur vitesse suivant la seconde direction du référentiel associé à l'interface	m s^{-1}
x	1ère coordonnée d'espace dans le référentiel global	m
x'	1ère coordonnée d'espace dans le référentiel associé au canal 1D	m
x''	1ère coordonnée d'espace dans le référentiel associé à l'interface	m
y	2ème coordonnée d'espace dans le référentiel global	m
z	Cote de la surface libre	m
z_b	Cote du fond	m
α	Angle de rotation du référentiel global au référentiel associé à l'interface	rad
α_x, α_y	Angle entre l'horizontale et le fond	rad
Δt	Pas de temps de calcul	s
Δx	Pas d'espace de calcul	m
ϕ	Porosité	$\emptyset$
λ	Célérité de propagation des ondes	m s^{-1}
Γ	Interface du volume de contrôle	m
Ω	Surface en plan du volume de contrôle	m^2
ρ	Masse volumique du fluide	kg m^{-3}
τ_x, τ_y	Contraintes de cisaillement sur le fond	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$

Liste des variables

L'un des objectifs de cette thèse est le développement d'un outil de modélisation couplé 1D-2D opérationnel, permettant notamment la modélisation des écoulements en lit mineur sans avoir à définir finement la topographie de ce dernier, et ce avec ou sans débordement. Par ailleurs, cet outil doit permettre de modéliser les écoulements avec une précision proche de celle obtenue avec un modèle bidimensionnel classique, mais avec des durées de simulations moindres. Dans ce cadre, le logiciel SW2D (voir Section 2.3.3) est le code bidimensionnel de comparaison. En effet, le choix de ce logiciel comme référence est le plus logique dans la mesure où, d'une part il a été développé au sein du laboratoire d'accueil de cette thèse (et par conséquent l'accès aux codes sources est facilité) ; et d'autre part le code de calcul SW12D proposé ici pourra remplacer SW2D auprès de la société Ginger Environnement & Infrastructures (qui finance cette thèse dans le cadre de la bourse CIFRE n°2006-838), au moins pour la modélisation de certaines configurations d'écoulement présentées à la section 3.1. La méthodologie aux volumes finis employée par SW2D sera conservée.

3.1 Présentation du concept de couplage

Les topographies pour lesquelles le code de calcul SW2D sera remplacé par le nouveau code de calcul correspondent à des écoulements orientés soit par des chenaux (lit mineur, canal, etc.) soit par des axes routiers en zone urbaine (voir Figure 3.1). Dans le nouveau logiciel, les axes d'écoulements seront a priori modélisés sous forme unidimensionnelle. Les confluences et les défluences présentant des configurations d'écoulement qui sont généralement incompatible avec une modélisation unidimensionnelle, leur modélisation sous forme couplée 1D-2D n'est par conséquent pas envisagée dans le cadre de cette thèse.

Dans le cas général, la célérité des ondes est relativement isotrope et l'usage d'un maillage également isotrope est par conséquent conseillé pour obtenir une bonne précision numérique. Dans de nombreux cas, la présence de canaux de faible largeur (pouvant aller jusqu'au mètre) imposera d'utiliser de nombreuses mailles pour modéliser correctement une zone d'étude. Cette règle de maillage est donc généralement négligée et les mailles de calculs sont étirées dans la direction de ces canaux. Dans le cas d'un schéma numérique explicite, il convient par ailleurs de vérifier la condition de stabilité suivante :

$$|\text{Cr}| = \frac{|\lambda| \sum_j L_{i,j} \Delta t}{A_i} \leq 1 \text{ pour tout } i \quad (3.1)$$

où Cr représente le nombre de Courant, λ la plus grande célérité d'onde dans la direction normale à l'interface, Δt le pas de temps de calcul et $\sum_j L_{i,j}$ la longueur cumulée des interfaces de la maille i et A_i la surface en plan de la maille i . Cette condition de stabilité permet de déduire le pas de temps de calcul en fonction des autres paramètres :

$$\Delta t \leq \frac{A_i}{|\lambda| \sum_j L_{i,j}} \quad (3.2)$$

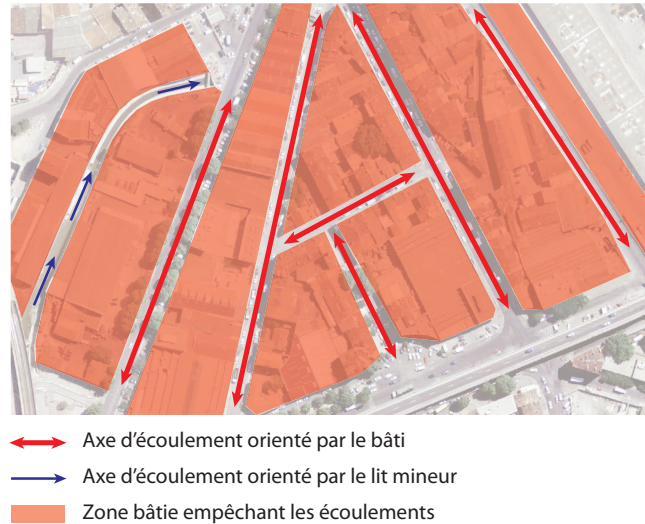


FIGURE 3.1 – Schéma des zones pour lesquelles le code de calcul SW2D sera remplacé par SW12D

Il apparaît que la réduction de la dimension des mailles de calcul diminue le pas de temps de calcul et augmente également le nombre d'opérations à effectuer ; augmentant d'autant la durée de simulation.

L'usage de mailles de calcul anisotropes étirées dans le sens de l'axe d'écoulement permet de réduire le nombre de mailles et parallèlement le temps de calcul. Dans le cas d'un écoulement canalisé (lit mineur non débordant, ruissellement dans une rue avec un front bâti imperméable, ...), l'emploi de ces mailles est peu préjudiciable excepté pour la localisation de certains phénomènes remarquables (ressaut, point critique, ...). En revanche, dans le cas où l'écoulement n'est plus limité au seul axe d'écoulement, l'emploi de mailles anisotropes est plus problématique. En effet, si l'écoulement n'est plus aligné avec l'axe du canal, le pas de temps de calcul est déterminé à partir de la dimension des mailles dans la direction transversale à l'axe du canal. L'objectif principal de cette thèse est donc de permettre l'usage de mailles de calcul anisotropes tout en évitant la réduction du pas de temps de calcul dans le cas des écoulements transversaux.

3.2 Hypothèses et terminologie

Afin d'établir les équations de propagation et le formalisme employé pour la modélisation couplée 1D-2D, il a été nécessaire de faire les hypothèses suivantes :

- Hyp. 3.1 : Le profil de pression est hydrostatique.

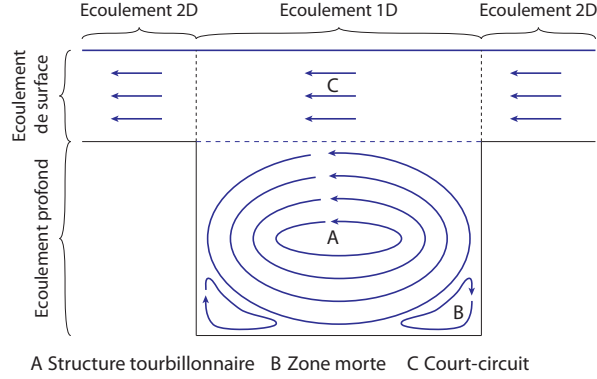


FIGURE 3.2 – Structure supposée de l'écoulement dans la direction transversale

- Hyp. 3.2 : L'eau peut être assimilée à un fluide incompressible (la masse volumique ρ est constante).
- Hyp. 3.3 : La répartition des vitesses est uniforme sur la verticale dans un élément 2D. Cette hypothèse est couramment employée dans les codes de calcul bidimensionnels et en particulier dans SW2D. Elle a donc été reprise pour le développement de SW12D.
- Hyp. 3.4 : La section du canal 1D est supposée de forme rectangulaire; la pente des éléments de calcul 1D est par conséquent alignée avec l'axe du canal 1D. Dans un canal de forme rectangulaire, les équations pour certains phénomènes se simplifient (notamment pour les termes sources), mais la méthode globale reste la même. Cette hypothèse simplificatrice ne modifiant pas la méthodologie globale, elle a donc été utilisée. L'extension du code SW12D pour des configurations non rectangulaire peut être envisagée ultérieurement.
- Hyp. 3.5 : L'écoulement unidimensionnel peut être séparé en deux zones situées respectivement au dessus et en dessous de la plaine d'inondation (voir Figure 3.2). En absence d'écoulement dans la plaine d'inondation, l'écoulement transversal dans le canal 1D est nécessairement nul. Lors d'un débordement, une structure tourbillonnaire se forme dans la zone inférieure mais dont la vitesse transversale moyenne est nulle.

Par ailleurs, on définit les termes suivants (voir Figure 3.3) :

- *interface intérieure* : limite entre l'élément unidimensionnel et l'élément bidimensionnel
- *interface extérieure* : limite du volume de contrôle; le cas échéant, elle peut être dénommée 1D ou 2D suivant le type d'écoulement dans l'élément qu'elle délimite
- *axe du canal 1D* : direction de l'écoulement unidimensionnel. Cet axe est orienté arbitrairement ; $R' (O; x'; y'; z)$, le référentiel associé au canal 1D

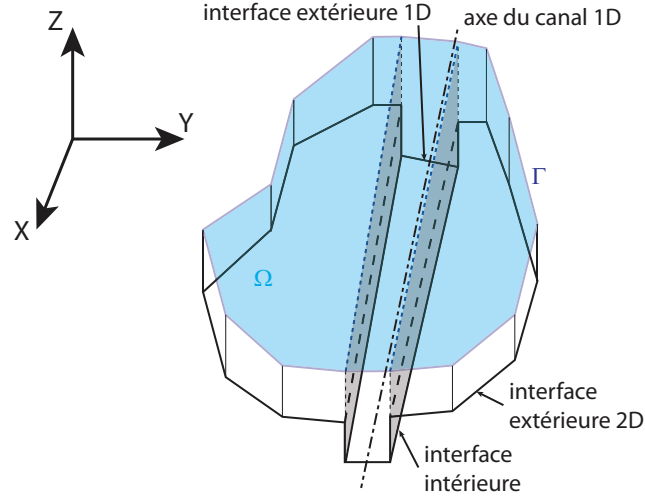


FIGURE 3.3 – Schéma du volume de contrôle utilisé pour établir les équations 1D2D et définition de la terminologie employée

est orthonormé et l'axe Ox' est aligné avec l'axe du canal 1D (voir Figure 3.4).

3.3 Équations de propagation

On considère un volume de contrôle de dimensions horizontales infinitésimales et de forme quelconque dans le repère orthonormé $R(O; x; y; z)$ et contenant l'ensemble de la colonne d'eau (voir Figure 3.3). On fait l'hypothèse que sur ce volume de contrôle, une partie des écoulements est unidimensionnelle et une autre partie bidimensionnelle ; le volume de contrôle ne contient qu'un seul écoulement 1D. Soit Γ l'interface du volume de contrôle et Ω sa section en plan. Sur ce volume de contrôle, on réalise un bilan de masse et de quantité de mouvement dans chacune des directions horizontales pendant la durée $\delta t = t_2 - t_1$.

3.3.1 Bilan de masse

L'équation de conservation de la masse traduit le fait que la variation de masse contenue dans le volume de contrôle pendant la durée δt est égale à la somme des flux entrants par les interfaces de ce même volume sur cette même

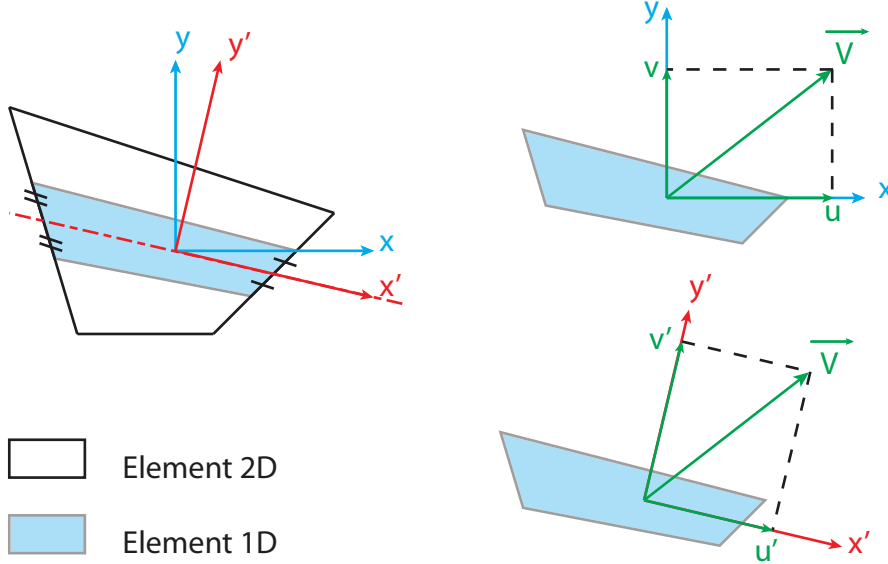


FIGURE 3.4 – Orientation des différents référentiels $(R(O; x; y; z))$ et $R'(O; x'; y'; z)$ par rapport aux différents écoulements

durée :

$$m(t_2) - m(t_1) = F_M \quad (3.3)$$

où $m(t)$ représente la masse contenue dans le volume de contrôle à l'instant t et F_M le flux de masse à travers les interfaces du volume de contrôle. $m(t)$ s'écrit :

$$m(t) = \int_{\Omega} (\rho h)(x, y, t) d\Omega \quad (3.4)$$

où ρ est la masse volumique de l'eau et h la hauteur d'eau (définie telle que $h = z - z_b$ où z représente la cote de la surface libre et z_b la cote du fond). L'équation (3.4) a été simplifiée en introduisant la notation suivante : $f(x, y, t)g(x, y, t) = (fg)(x, y, t)$ où f et g représentent deux variables. Le flux de matière F_M traversant l'interface en Γ pendant la durée δt s'écrit :

$$F_M = \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} \left(\rho h \left(\vec{V} \cdot \vec{n} \right) \right) (x, y, t) d\Gamma dt \quad (3.5)$$

où $\vec{n}$ est le vecteur normal (sortant) à l'interface Γ , $\vec{V}$ est le vecteur vitesse de l'écoulement. En considérant le flux dans les directions Ox et Oy , l'équation (3.5)

peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} F_M &= \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} (\rho h (un_x)) (x, y, t) d\Gamma dt \\ &+ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} (\rho h (vn_y)) (x, y, t) d\Gamma dt \end{aligned} \quad (3.6)$$

Le bilan de masse sur le volume de contrôle s'écrit :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [(\rho h) (x, y, t_2) - (\rho h) (x, y, t_1)] d\Omega = \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} (\rho h (un_x)) (x, y, t) d\Gamma dt + \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} (\rho h (vn_y)) (x, y, t) d\Gamma dt \end{aligned} \quad (3.7)$$

3.3.2 Bilan de quantité de mouvement dans la direction Ox

La variation de quantité de mouvement sur le volume de contrôle est égale à la somme des flux entrant et sortant par les interfaces et des forces s'exerçant sur le fluide. Le bilan de quantité de mouvement peut notamment être établi en considérant uniquement la quantité de mouvement dans la direction Ox et la résultante des forces suivant cette même direction :

$$M_x(t_2) - M_x(t_1) = F_Q + \sum F_x \quad (3.8)$$

où M_x représente la quantité de mouvement dans la direction Ox contenue dans le volume de contrôle à un instant t , F_Q le flux de quantité de mouvement traversant les interfaces du volume de contrôle et $\sum F_x$ la résultante des forces s'exerçant sur le fluide dans la direction Ox . $M_x(t)$ s'écrit :

$$M_x(t) = \int_{\Omega} (\rho h u) (x, y, t) d\Omega \quad (3.9)$$

Le flux de quantité de mouvement à travers l'interface Γ pendant la durée δt s'écrit :

$$F_Q = \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} \left(\rho h u \left(\vec{V} \cdot \vec{n} \right) \right) (x, y, t) d\Gamma dt \quad (3.10)$$

En écrivant les flux sous la forme des composantes suivant les directions Ox et Oy , l'équation s'écrit :

$$\begin{aligned} F_Q &= \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} (\rho h u (un_x)) (x, y, t) d\Gamma dt \\ &+ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} (\rho h u (vn_y)) (x, y, t) d\Gamma dt \end{aligned} \quad (3.11)$$

Le bilan de quantité de mouvement dans la direction Ox se traduit par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [(\rho hu)(x, y, t_2) - (\rho hu)(x, y, t_1)] d\Omega = \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} (\rho hu(un_x))(x, y, t) d\Gamma dt + \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} (\rho hu(vn_y))(x, y, t) d\Gamma dt + \sum F_x \end{aligned} \quad (3.12)$$

où $\sum F_x$ représente l'intégrale des forces exercées sur le fluide dans la direction Ox pendant δt .

3.3.3 Bilan de quantité de mouvement dans la direction Oy

De la même manière, le flux de quantité de mouvement dans la direction Oy s'écrit :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [(\rho hv)(x, y, t_2) - (\rho hv)(x, y, t_1)] d\Omega = \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} (\rho hv(un_x))(x, y, t) d\Gamma dt + \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} (\rho hv(vn_y))(x, y, t) d\Gamma dt + \sum F_y \end{aligned} \quad (3.13)$$

où $\sum F_y$ représente l'intégrale des forces exercées sur le fluide dans la direction Oy pendant δt .

3.3.4 Bilan des forces appliquées au fluide

La réalisation d'un bilan des forces exercées sur le fluide permet d'explicitier les termes $\sum F_x$ et $\sum F_y$. Les forces considérées sont : le poids, la réaction du fond, les forces de frottements sur le fond et les forces de pression. La réaction du fond est orientée perpendiculairement à ce dernier tandis que les contraintes de cisaillement à l'origine des forces de frottement sont orientées parallèlement au fond. Pour certaines applications, d'autres forces peuvent éventuellement être prises en compte (influence du vent, etc.).

3.3.4.1 Résultante de la force exercée par le poids

Le poids du fluide contenu dans le volume de contrôle s'exerce par définition verticalement et vers le bas, il est donné par :

$$P = \int_{\Omega} g(\rho h)(x, y, t) d\Omega \quad (3.14)$$

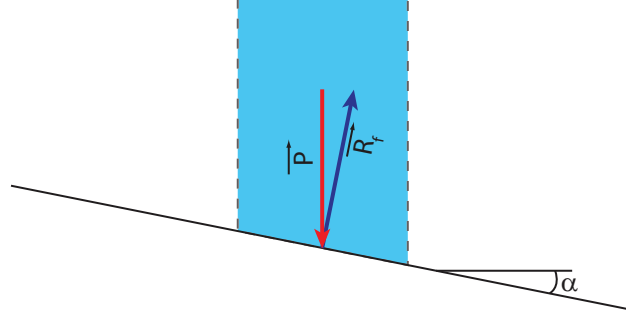


FIGURE 3.5 – Schéma du poids et de la réaction du fond

où g est l'accélération gravitationnelle. La résultante du poids dans les directions Ox et Oy est nulle.

3.3.4.2 Résultante de la réaction du fond

La réaction du fond est orientée perpendiculairement à ce dernier dans la mesure où l'influence des frottements est prise en compte séparément. La composante verticale est nécessairement opposée et de même intensité que le poids (voir Figure 3.5). Les composantes horizontales de la réaction du fond sont notées respectivement $R_{f,x}$ et $R_{f,y}$ dans les directions Ox et Oy :

$$\begin{aligned} R_{f,x} &= \int_{\Omega} g(\rho h)(x, y, t) \tan \alpha_x d\Omega \\ &= \int_{\Omega} g(\rho h)(x, y, t) S_{0,x} d\Omega \end{aligned} \quad (3.15a)$$

$$\begin{aligned} R_{f,y} &= \int_{\Omega} g(\rho h)(x, y, t) \tan \alpha_y d\Omega \\ &= \int_{\Omega} g(\rho h)(x, y, t) S_{0,y} d\Omega \end{aligned} \quad (3.15b)$$

où α_x et $S_{0,x}$ représentent l'angle entre l'horizontale et le fond et la pente du fond dans la direction Ox (respectivement α_y et $S_{0,y}$ dans la direction Oy).

3.3.4.3 Résultante de la force de frottement sur le fond

Les forces de frottement dans les directions Ox et Oy peuvent être reliées aux contraintes de cisaillement respectives dans chaque direction :

$$\begin{cases} F_{f,x} = \int_{\Omega} -\tau_x d\Omega \\ F_{f,y} = \int_{\Omega} -\tau_y d\Omega \end{cases} \quad (3.16)$$

où τ_x représente la contrainte de cisaillement dans la direction Ox (respectivement τ_y dans la direction Oy). On montre que les contraintes de cisaillement peuvent être estimées par [52] :

$$\begin{cases} \tau_x = \rho g R_{h,x} S_{f,x} \\ \tau_y = \rho g R_{h,y} S_{f,y} \end{cases} \quad (3.17)$$

où $R_{h,x}$ et $S_{f,x}$ représentent le rayon hydraulique de l'écoulement et la pente de la ligne de charge dans la direction Ox (respectivement $R_{h,y}$ et $S_{f,y}$ dans la direction Oy). Par ailleurs, on estime la pente de la ligne de charge dans chacune des directions d'écoulement par extension de la formule de Manning-Strickler en deux dimensions.

$$\begin{cases} S_{f,x} = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{K_x^2 R_{h,x}^{4/3}} u \\ S_{f,y} = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{K_y^2 R_{h,y}^{4/3}} v \end{cases} \quad (3.18)$$

où K_x représente le coefficient de Strickler dans la direction Ox (respectivement K_y dans la direction Oy). Pour des écoulements naturels, il est relativement difficile de distinguer les coefficients de frottement dans les différentes directions de l'espace. Dans la suite, les termes K_x et K_y sont supposés identiques : $K_x = K_y = K$. On obtient donc que les forces de frottement dans les directions Ox et Oy peuvent s'écrire :

$$F_{f,x} = - \int_{\Omega} \rho g \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{K^2 R_{h,x}^{1/3}} u d\Omega \quad (3.19a)$$

$$F_{f,y} = - \int_{\Omega} \rho g \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{K^2 R_{h,y}^{1/3}} v d\Omega \quad (3.19b)$$

3.3.4.4 Résultante des forces de pression

Les forces de pression s'appliquent perpendiculairement aux interfaces du volume de contrôle. Le profil des pressions étant supposé hydrostatique (Hyp. 3.1), la pression à une profondeur z donnée s'écrit $p(z) = \rho g z$. L'intensité de la force de pression s'exerçant sur le fluide sur l'interface Γ s'écrit alors :

$$\begin{aligned} F_p &= \int_{\Gamma} \left(\int_0^{h(x,y,t)} \rho g z dz \right) d\Gamma \\ &= \int_{\Gamma} \left(\left[\frac{1}{2} \rho g z^2 \right]_0^{h(x,y,t)} \right) d\Gamma \\ &= \int_{\Gamma} \frac{1}{2} (\rho g h^2) (x, y, t) d\Gamma \end{aligned} \quad (3.20)$$

Pour établir les composantes dans les directions Ox et Oy de la résultante des forces de pression, il convient de revenir à l'écriture vectorielle :

$$\vec{F}_p = - F_p \vec{n} \quad (3.21)$$

Il est alors possible de faire apparaître les composantes des forces de pression dans chaque direction d'espace :

$$F_{p,x} = \vec{F}_p \cdot \vec{n}_x = - \int_{\Gamma} \frac{1}{2} (\rho g h^2) (x, y, t) \vec{n} \cdot \vec{n}_x d\Gamma \quad (3.22a)$$

$$F_{p,y} = \vec{F}_p \cdot \vec{n}_y = - \int_{\Gamma} \frac{1}{2} (\rho g h^2) (x, y, t) \vec{n} \cdot \vec{n}_y d\Gamma \quad (3.22b)$$

3.3.4.5 Résultante des forces

En considérant la masse volumique ρ comme constante (Hyp. 3.2), les résultantes des forces sur le volume de contrôle dans les directions Ox et Oy s'écrivent :

$$\sum F_x = \rho (R_{f,x} + F_{f,x} + F_{p,x}) \quad (3.23)$$

$$\sum F_y = \rho (R_{f,y} + F_{f,y} + F_{p,y}) \quad (3.24)$$

3.3.5 Équations sous forme intégrale

Toutes les forces ayant été identifiées, il est possible de réécrire les bilans de masse et de quantité de mouvement. Les équations (3.7), (3.12) et (3.13) sont généralement écrites sous forme vectorielle :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \rho [\mathbf{U}(t_2) - \mathbf{U}(t_1)] d\Omega + \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} \rho [\mathbf{F}n_x + \mathbf{G}n_y] d\Gamma dt = \\ \int_{t_1}^{t_2} \rho \mathbf{S} dt + \int_{t_1}^{t_2} \rho \mathbf{S}_{p,x} dt + \int_{t_1}^{t_2} \rho \mathbf{S}_{p,y} dt \end{aligned} \quad (3.25a)$$

où

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix} \quad (3.25b)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 \\ huv \end{bmatrix} \quad (3.25c)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 \end{bmatrix} \quad (3.25d)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ R_{f,x} + F_{f,x} \\ R_{f,y} + F_{f,y} \end{bmatrix} \quad (3.25e)$$

$$\mathbf{S}_{p,x} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{p,x} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.25f)$$

$$\mathbf{S}_{p,y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{p,y} \end{bmatrix} \quad (3.25g)$$

Les termes source appliqués sur l'interface Γ ($F_{p,x}$ et $F_{p,y}$) sont généralement regroupés avec les termes de flux $\mathbf{F}$ et $\mathbf{G}$. Par ailleurs, on peut simplifier l'écriture (3.25) en divisant par la masse volumique supposée constante (Hyp. 3.2) :

$$\int_{\Omega} [\mathbf{U}(t_2) - \mathbf{U}(t_1)] d\Omega + \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} [\mathbf{F}n_x + \mathbf{G}n_y] d\Gamma dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Omega} \mathbf{S} d\Omega dt \quad (3.26)$$

Bien que lourdes à écrire, ces équations sont valables même lorsque les variables de l'écoulement sont discontinues. Cette écriture est appelée la forme "faible" des équations de propagation.

3.3.6 Séparation des équations 1D et 2D

Afin de considérer les deux types d'écoulement (uni- et bidimensionnel), on cherche à réécrire le système d'équations (3.26) pour chaque écoulement. En écrivant :

$$\int_{\Omega} \mathbf{U} d\Omega = \int_{\Omega_{1D}} \mathbf{U}_{1D} d\Omega_{1D} + \int_{\Omega_{2D}} \mathbf{U}_{2D} d\Omega_{2D} \quad (3.27)$$

et en identifiant les flux à travers les interfaces extérieures de chaque sous-volume de contrôle (Γ_{1D} et Γ_{2D}), on réécrit l'équation (3.26) sous la forme :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_{1D}} [\mathbf{U}_{1D}(t_2) - \mathbf{U}_{1D}(t_1)] d\Omega_{1D} + \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma_{1D}} [\mathbf{F}n_x + \mathbf{G}n_y] d\Gamma dt = \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Omega_{1D}} \mathbf{S}_{1D} d\Omega_{1D} dt + \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{T} dt \end{aligned} \quad (3.28a)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_{2D}} [\mathbf{U}_{2D}(t_2) - \mathbf{U}_{2D}(t_1)] d\Omega_{2D} + \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma_{2D}} [\mathbf{F}n_x + \mathbf{G}n_y] d\Gamma dt = \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Omega_{2D}} \mathbf{S}_{2D} d\Omega_{2D} dt - \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{T} dt \end{aligned} \quad (3.28b)$$

où $\mathbf{T}$, $\mathbf{S}_{1D} = [\mathbf{S}_{1,1} \ \mathbf{S}_{1,2} \ \mathbf{S}_{1,3}]^T$ et $\mathbf{S}_{2D} = [\mathbf{S}_{2,1} \ \mathbf{S}_{2,2} \ \mathbf{S}_{2,3}]^T$ représentent respectivement les termes d'échange entre les deux écoulements, le terme source sur le sous-volume de contrôle 1D et le terme source sur le sous-volume de contrôle 2D :

$$\mathbf{S}_{1D} = \begin{bmatrix} 0 \\ R_{f,x \ 1D} + F_{f,x \ 1D} \\ R_{f,y \ 1D} + F_{f,y \ 1D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ gh_{1D}S_{0,x \ 1D} - g \frac{\sqrt{u_{1D}^2 + v_{1D}^2}}{K_{1D}^2 R_{h,x \ 1D}^{1/3}} u_{1D} \\ gh_{1D}S_{0,y \ 1D} - g \frac{\sqrt{u_{1D}^2 + v_{1D}^2}}{K_{1D}^2 R_{h,y \ 1D}^{1/3}} v_{1D} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{S}_{2D} = \begin{bmatrix} 0 \\ R_{f,x \ 2D} + F_{f,x \ 2D} \\ R_{f,y \ 2D} + F_{f,y \ 2D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ gh_{2D}S_{0,x \ 2D} - g \frac{\sqrt{u_{2D}^2 + v_{2D}^2}}{K_{2D}^2 R_{h,x \ 2D}^{1/3}} u_{2D} \\ gh_{2D}S_{0,y \ 2D} - g \frac{\sqrt{u_{2D}^2 + v_{2D}^2}}{K_{2D}^2 R_{h,y \ 2D}^{1/3}} v_{2D} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$\mathbf{S}_{1D,2}$ et $\mathbf{S}_{1D,3}$ représentent les composantes de la réaction du fond et des forces de frottement respectivement suivant l'axe Ox et l'axe Oy . Par hypothèse, la pente du fond est alignée avec l'axe du canal 1D (Hyp. 3.4) ; la composante de la réaction du fond dans la direction transversale à l'axe du canal 1D est par conséquent nulle. Dans le référentiel $R' (O; x'; y'; z)$ défini à la figure 3.2, le vecteur des termes source pour l'écoulement unidimensionnel peut donc s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{S}'_{1D} = \begin{bmatrix} 0 \\ ghS_{0,x'} - g \frac{\sqrt{(u')^2 + (v')^2}}{K^2 R_{h,x'}^{1/3}} u' \\ -g \frac{\sqrt{(u')^2 + (v')^2}}{K^2 R_{h,y'}^{1/3}} v' \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

3.3.7 Équations sous forme différentielle

On cherche à établir la forme différentielle des équations (3.28) pour chaque sous-volume de contrôle.

3.3.7.1 Équations 1D

L'écriture des équations de propagation unidimensionnelles fait appel aux hypothèses suivantes (voir Figure 3.4) :

- Hyp. 3.6 : la largeur de l'élément est faible devant sa longueur : $d\Omega_{1D} \approx bdx$

- Hyp. 3.7 : l'écoulement est unidimensionnel : $\mathbf{F}n_x + \mathbf{G}n_y = \mathbf{F}'n_{x'}$
- Hyp. 3.8 : les flux sont constants le long de chaque section en travers de l'écoulement : $\int_{\Gamma_{1D}(x')} \mathbf{F}'(x') d\Gamma \approx (b\mathbf{F}')(x')$

Compte tenu des hypothèses ci-dessus, l'équation (3.28a) s'écrit :

$$\begin{aligned} \int_{x'_1}^{x'_2} b [\mathbf{U}_{1D}(t_2) - \mathbf{U}_{1D}(t_1)] dx' + \\ \int_{t_1}^{t_2} [(b\mathbf{F}')(x'_2) - (b\mathbf{F}')(x'_1)] dt = \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{x'_1}^{x'_2} (b\mathbf{S}'_{1D}) dx' dt + \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{T} dt \end{aligned} \quad (3.32)$$

En supposant que les variables d'écoulement sont continues et dérivables sur l'élément unidimensionnel, il est possible de réaliser un développement en série de Taylor au premier ordre :

$$\lim_{t_1 \rightarrow t_2} [\mathbf{U}_{1D}(t_2) - \mathbf{U}_{1D}(t_1)] \approx \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial \mathbf{U}_{1D}}{\partial t} dt \quad (3.33)$$

$$\lim_{x'_1 \rightarrow x'_2} [(b\mathbf{F}')(x'_2) - (b\mathbf{F}')(x'_1)] \approx \int_{x'_1}^{x'_2} \frac{\partial b\mathbf{F}'}{\partial x'} dx' \quad (3.34)$$

Le pas d'espace étant considéré comme infiniment petit, l'équation (3.32) peut alors se réécrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \int_{x'_1}^{x'_2} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial b\mathbf{U}_{1D}}{\partial t} dt dx' + \int_{t_1}^{t_2} \int_{x'_1}^{x'_2} \frac{\partial b\mathbf{F}'}{\partial x'} dx' dt = \\ \int_{t_1}^{t_2} \int_{x'_1}^{x'_2} (b\mathbf{S}'_{1D}) dx' dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_{x'_1}^{x'_2} \mathbf{T}_u dx' dt \end{aligned} \quad (3.35)$$

où $\mathbf{T}_u$ représente la matrice des termes d'échange entre les écoulements uni- et bidimensionnel par unité de longueur du volume 1D. Les durées et les longueurs étant infiniment petites, il est possible de supprimer les intégrales pour établir la forme différentielle des équations de propagation sur le sous-volume de contrôle 1D :

$$\frac{\partial b\mathbf{U}_{1D}}{\partial t} + \frac{\partial b\mathbf{F}'}{\partial x'} = b\mathbf{S}_{1D} + \mathbf{T}_u \quad (3.36)$$

Les vecteurs $\mathbf{U}_{1D}$, $\mathbf{F}'$ et $\mathbf{S}_{1D}$ sont généralement reformulés en faisant intervenir le débit unitaire plutôt que la vitesse de l'écoulement. Chaque vecteur de (3.36) s'écrit alors :

$$\mathbf{U}'_{1D} = \begin{bmatrix} h_{1D} \\ q_{1D} \\ r_{1D} \end{bmatrix} \quad (3.37a)$$

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} q_{1D} \\ \frac{q_{1D}^2}{h_{1D}} + \frac{1}{2}g \cdot h_{1D}^2 \\ \frac{q_{1D}r_{1D}}{h_{1D}} \end{bmatrix} \quad (3.37b)$$

$$\mathbf{S}'_{1D} = \begin{bmatrix} 0 \\ gbh_{1D} \left(S_{0,x'} - \frac{\sqrt{q_{1D}^2 + r_{1D}^2}}{h_{1D}^2 K^2 R_{h,x'}^{1/3}} q_{1D} \right) \\ gbh_{1D} \left(-\frac{\sqrt{q_{1D}^2 + r_{1D}^2}}{h_{1D}^2 K^2 R_{h,y'}^{1/3}} r_{1D} \right) \end{bmatrix} \quad (3.37c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}'_u &= \mathbf{P}_r + \mathbf{T}_e \\ &= \begin{bmatrix} P_{r,1} \\ P_{r,2} \\ P_{r,3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{e,1} \\ T_{e,2} \\ T_{e,3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.37d)$$

où $\mathbf{P}_r$ est le vecteur des forces de pression appliquées sur le fluide au niveau des interfaces intérieures et $\mathbf{T}_e$ les termes d'échange entre les écoulements uni- et bidimensionnel. La première composante de $\mathbf{P}_r$ correspondant à l'équation de conservation de la masse sur le volume de contrôle unidimensionnel, le bilan des forces appliquées sur le fluide n'intervient pas et cette composante est donc nulle :

$$P_{r,1} = 0 \quad (3.38)$$

$P_{r,2}$ et $P_{r,3}$ peuvent être déterminés en considérant un écoulement immobile. Dans ce cas, les termes de flux entre les deux écoulements sont nuls, de même que la vitesse de l'écoulement unidimensionnel :

$$\begin{aligned} \frac{\partial b \mathbf{F}'}{\partial x'} &= \mathbf{S}'_{1D} + \mathbf{T}'_u \\ \frac{\partial}{\partial x'} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2}gbh_{1D}^2 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ gbh_{1D}S_{0,x'} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ P_{r,2} \\ P_{r,3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Les termes $P_{r,2}$ et $P_{r,3}$ prennent donc les expressions suivantes :

$$P_{r,2} = \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{2}gbh_{1D}^2 \right) - gbh_{1D}S_{0,x'} \quad (3.40)$$

$$P_{r,3} = 0 \quad (3.41)$$

En explicitant les termes de $P_{r,2}$, on obtient :

$$P_{r,2} = gbh_{1D} \frac{\partial h_{1D}}{\partial x'} + \frac{1}{2}gh_{1D}^2 \frac{\partial b}{\partial x'} + gbh_{1D} \frac{\partial z_b}{\partial x'} \quad (3.42)$$

En faisant apparaître l'égalité $h = z - z_b$, il vient :

$$\begin{aligned} P_{r,2} &= gbh_{1D} \frac{\partial(z_{1D} - z_{b1D})}{\partial x'} + \frac{1}{2}gh_{1D}^2 \frac{\partial b}{\partial x'} + gbh_{1D} \frac{\partial z_{b1D}}{\partial x'} \\ &= gbh_{1D} \frac{\partial z_{1D}}{\partial x'} - gbh_{1D} \frac{\partial z_{b1D}}{\partial x'} + \frac{1}{2}gh_{1D}^2 \frac{\partial b}{\partial x'} + gbh_{1D} \frac{\partial z_{b1D}}{\partial x'} \end{aligned} \quad (3.43)$$

L'écoulement étant immobile, la surface libre est horizontale et donc $\frac{\partial z_{1D}}{\partial x'} = 0$. $P_{r,2}$ prend donc l'expression suivante :

$$P_{r,2} = \frac{1}{2}gh_{1D}^2 \frac{\partial b}{\partial x'} \quad (3.44)$$

Le calcul des composantes de la matrice $\mathbf{T}_e$ sera présenté au chapitre 4.

3.3.7.2 Équations 2D

On présente ici les équations sous forme différentielle dans le cas d'un volume de contrôle en coordonnées cartésiennes.

Dans le cas où il n'y a pas d'écoulement 1D, l'équation (3.28b) peut se réécrire :

$$\begin{aligned} &\int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} [\mathbf{U}_{2D}(t_2) - \mathbf{U}_{2D}(t_1)] dy dx + \\ &\quad \int_{t_1}^{t_2} \int_{y_1}^{y_2} [\mathbf{F}_{2D}(x_2) - \mathbf{F}_{2D}(x_1)] dy dt + \\ &\quad \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} [\mathbf{G}_{2D}(y_2) - \mathbf{G}_{2D}(y_1)] dx dt = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{S}_{2D} dt \end{aligned} \quad (3.45)$$

Les variables de l'écoulement étant supposées continues et dérivables sur chaque sous-volume de contrôle, il est possible de réaliser un développement en série de Taylor :

$$\begin{aligned} &\int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial \phi \mathbf{U}_{2D}}{\partial t} dt dy dx + \\ &\quad \int_{t_1}^{t_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial \mathbf{F}_{2D}}{\partial x} dx dy dt + \\ &\quad \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{\partial \mathbf{G}_{2D}}{\partial y} dy dx dt = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{S}_{2D} dt \end{aligned} \quad (3.46)$$

En considérant que les dimensions du volume de contrôle et que la durée d'intégration sont infinitésimales, l'équation (3.46) s'écrit :

$$\frac{\partial \mathbf{U}_{2D}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_{2D}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}_{2D}}{\partial y} = \mathbf{S}_{2D} \quad (3.47a)$$

où

$$\mathbf{U}_{2D} = \begin{bmatrix} h_{2D} \\ q_{2D} \\ r_{2D} \end{bmatrix} \quad (3.47b)$$

$$\mathbf{F}_{2D} = \begin{bmatrix} q_{2D} \\ \frac{q_{2D}^2}{h_{2D}} + \frac{1}{2}gh_{2D}^2 \\ \frac{q_{2D}r_{2D}}{h_{2D}} \end{bmatrix} \quad (3.47c)$$

$$\mathbf{G}_{2D} = \begin{bmatrix} r_{2D} \\ \frac{q_{2D}r_{2D}}{h_{2D}} \\ \frac{r_{2D}^2}{h_{2D}} + \frac{1}{2}gh_{2D}^2 \end{bmatrix} \quad (3.47d)$$

$$\mathbf{S}_{2D} = \begin{bmatrix} 0 \\ gh_{2D} \left(S_{0,x} - \frac{\sqrt{q_{2D}^2 + r_{2D}^2}}{h_{2D}^2 K^2 R_{h,x}^{1/3}} q_{2D} \right) \\ gh_{2D} \left(S_{0,y} - \frac{\sqrt{q_{2D}^2 + r_{2D}^2}}{h_{2D}^2 K^2 R_{h,y}^{1/3}} r_{2D} \right) \end{bmatrix} \quad (3.47e)$$

L'équation (3.47) est celle qui est résolue pour les mailles de calcul bidimensionnelles non couplées à des mailles unidimensionnelles. Ces équations correspondent aux équations bidimensionnelles classiques de Saint-Venant.

Dans le cas où un écoulement unidimensionnel traverse le volume de contrôle, l'écoulement bidimensionnel n'occupe pas l'ensemble de ce volume. On réalise l'analogie avec la porosité décrite dans [41] et on introduit un terme de porosité représentant le fait que l'ensemble du volume de contrôle n'est pas disponible pour l'écoulement bidimensionnel. La porosité est définie par le ratio de la surface en plan disponible pour l'écoulement (bidimensionnel) sur la surface en plan totale du volume de contrôle. En introduisant dans (3.47a) le terme de porosité, les termes d'échange entre les écoulements (qui sont nécessairement opposés aux termes $\mathbf{T}_e$ apparaissant dans l'équation pour l'écoulement unidimensionnel (3.36)) et les forces de pression s'exerçant le long des interfaces intérieures, il apparaît :

$$\frac{\partial \mathbf{U}_{2D}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_{2D}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}_{2D}}{\partial y} = \mathbf{S}_{2D} - \mathbf{T}_e \quad (3.48a)$$

où

$$\mathbf{U}_{2D} = \begin{bmatrix} \phi h_{2D} \\ \phi q_{2D} \\ \phi r_{2D} \end{bmatrix} \quad (3.48b)$$

$$\mathbf{F}_{2D} = \begin{bmatrix} \phi q_{2D} \\ \phi \frac{q_{2D}^2}{h_{2D}} + \frac{1}{2}g\phi.h_{2D}^2 \\ \phi \frac{q_{2D}r_{2D}}{h_{2D}} \end{bmatrix} \quad (3.48c)$$

$$\mathbf{G}_{2D} = \begin{bmatrix} \frac{\phi r_{2D}}{q_{2D}^2 r_{2D}} \\ \phi \frac{r_{2D}^2}{h_{2D}} + \frac{1}{2} g \phi \cdot h_{2D}^2 \end{bmatrix} \quad (3.48d)$$

$$\mathbf{S}_{2D} = \begin{bmatrix} 0 \\ g \phi h_{2D} \left(S_{0,x} - \frac{\sqrt{q_{2D}^2 + r_{2D}^2}}{h_{2D}^2 K^2 R_{h,x}^{1/3}} q_{2D} \right) + \frac{1}{2} g h_{2D}^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ g \phi h_{2D} \left(S_{0,y} - \frac{\sqrt{q^2 + r^2}}{h^2 K^2 R_{h,y}^{1/3}} r_{2D} \right) + \frac{1}{2} g h_{2D}^2 \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.48e)$$

La définition des variables dans (3.47) n'est pas contradictoire avec (3.48) puisqu'elle correspond au cas particulier $\phi = 1$. Il apparaît donc que les équations pour l'écoulement bidimensionnel ont la même forme, qu'il y ait ou non un écoulement unidimensionnel sur le volume de contrôle. En effet, introduire $\phi = 1$ et $\mathbf{T}_e' = 0$ dans les équations (3.48) fait apparaître les équations (3.47). En intégrant les termes ϕ et b dans la définition des matrices, on obtient pour l'écoulement unidimensionnel :

$$\frac{\partial \mathbf{U}_{1D}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_{1D}}{\partial x} = \mathbf{S}_{1D} + \mathbf{T}_e \quad (3.49a)$$

$$\mathbf{U}_{1D} = \begin{bmatrix} b h_{1D} \\ b q_{1D} \\ b r_{1D} \end{bmatrix} \quad (3.49b)$$

$$\mathbf{F}_{1D} = \begin{bmatrix} b q_{1D} \\ b \frac{q_{1D}^2}{h_{1D}} + \frac{1}{2} g b \cdot h_{1D}^2 \\ b \frac{q_{1D} r_{1D}}{h_{1D}} \end{bmatrix} \quad (3.49c)$$

$$\mathbf{S}_{1D} = \begin{bmatrix} 0 \\ g b h_{1D} \left(S_0 - \frac{\sqrt{q_{1D}^2 + r_{1D}^2}}{h_{1D}^2 K^2 R_{h,x'}^{1/3}} q_{1D} \right) + \frac{1}{2} g h_{1D}^2 \frac{\partial b}{\partial x} \\ -g b \frac{\sqrt{q_{1D}^2 + r_{1D}^2}}{h_{1D} K^2 R_{h,y'}^{1/3}} r_{1D} \end{bmatrix} \quad (3.49d)$$

L'écriture de (3.48) et (3.49) correspond au terme $\mathbf{T}_e'$ près aux équations à porosité démontrées dans [41]. On peut montrer que ces systèmes d'équations sont des systèmes hyperboliques de lois de conservation [27].

3.4 Réécriture des systèmes d'équations dans le référentiel de l'interface

L'outil de calcul développé utilisant l'approche aux volumes finis pour résoudre (3.48) et (3.49), la définition de mailles de calcul dans le plan horizontal ($O; x; y$) est nécessaire. La méthodologie de maillage de la zone d'étude sera présentée à la section 4.7. Les équations de propagation sont discrétisées sur les mailles de calcul ainsi obtenues. [22] a montré qu'il était possible d'estimer le flux à travers chaque interface par la résolution d'un problème de Riemann dans la direction normale à l'interface.

On cherche donc à établir le système d'équations équivalent à (3.49) (ou à (3.48)) dans le référentiel associé à l'interface. Si $\mathbf{P}_{i,j}$ est la matrice de passage du référentiel global au référentiel associé à l'interface alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}'' &= \mathbf{P}_{i,j}^{-1} \mathbf{U} \\ \begin{bmatrix} \phi h \\ \phi h u'' \\ \phi h v'' \end{bmatrix} &= \mathbf{P}_{i,j}^{-1} \begin{bmatrix} \phi h \\ \phi h u \\ \phi h v \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.50)$$

où $\mathbf{U}''$ est le vecteur des variables conservées écrit dans le référentiel associé à l'interface. Dans ce référentiel, les composantes du vecteur vitesse s'écrivent (voir Figure 3.6) :

$$\begin{cases} u'' = u \cos \alpha + v \sin \alpha \\ v'' = -u \sin \alpha + v \cos \alpha \end{cases} \quad (3.51)$$

Pour l'écoulement unidimensionnel comme pour l'écoulement bidimensionnel, la matrice de passage $\mathbf{P}^{-1}$ s'écrit donc :

$$\mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

on en déduit l'écriture de $\mathbf{P}$:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Après rotation dans le référentiel associé à l'interface, les systèmes d'équations (3.48) et (3.49) se résument à des systèmes unidimensionnels de la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{U}''}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}''}{\partial x''} = \mathbf{S}'' \pm \mathbf{T}_e'' \quad (3.54)$$

où :

$$\mathbf{U}'' = \begin{bmatrix} \phi h \\ \phi h u'' \\ \phi h v'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi h \\ \phi q'' \\ \phi r'' \end{bmatrix} \quad (3.55a)$$

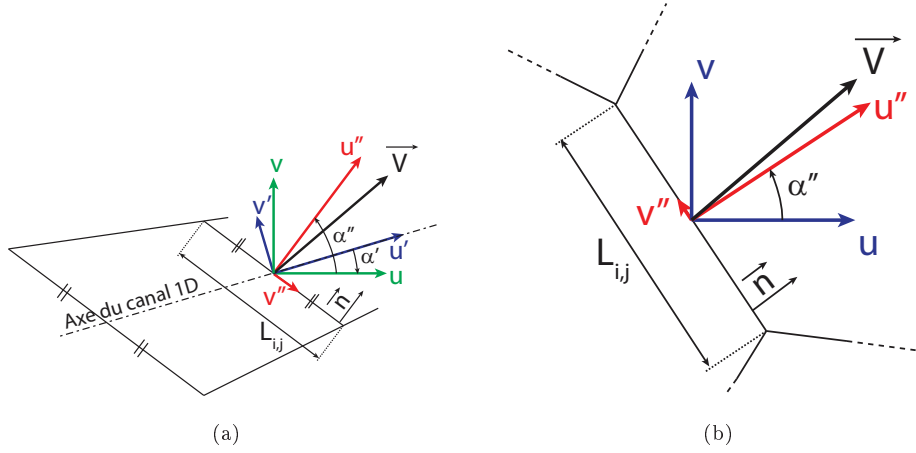


FIGURE 3.6 – Référentiel lié à l'interface

$$\mathbf{F}'' = \begin{bmatrix} \phi q'' \\ \phi \frac{q''^2}{h} + \frac{1}{2} g \phi h^2 \\ \phi \frac{q'' r''}{h} \end{bmatrix} \quad (3.55b)$$

$$\mathbf{S}'' = \begin{bmatrix} 0 \\ g \phi h \left(S_{0,x''} - S_{f,x''} \right) + \frac{1}{2} g h^2 \frac{\partial \phi}{\partial x''} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.55c)$$

La résolution de ces systèmes d'équations au niveau de l'interface entre deux mailles de calcul permet de déterminer les flux qui la traversent.

A partir des bilans de masse et de quantité de mouvement, il est possible d'établir les équations de propagation des écoulements uni- et bidimensionnel. Bien que les équations soient différentes, en les réécrivant dans le référentiel associé à l'interface entre deux mailles de calcul, on montre qu'elles s'écrivent toutes deux sous la même forme. La résolution de ces équations pourra donc se faire par une méthodologie unique (voir Chapitre 4).

Chapitre 4

Résolution des équations de propagation par la méthode des volumes finis

Sommaire

4.1	Algorithme de résolution	70
4.2	Résolution de la partie conservative des équations	72
4.2.1	Formulation caractéristique	73
4.2.2	Intégration le long des caractéristiques	75
4.2.3	Calcul du vecteur flux $\mathbf{F}$ à l'interface	77
4.2.3.1	Estimation du terme source	77
4.2.3.2	Expression des composantes du vecteur flux $\mathbf{F}^*$	78
4.2.3.3	Estimation des variables à l'interface	79
	Estimation du flux de masse F_1^*	79
	Estimation du terme source $(\Delta S_0)_{LR}$	82
	Estimation du flux de quantité de mouvement F_2^*	82
4.2.4	Implantation du solveur PorAS	85
4.3	Intégration des termes de frottement	88
4.3.1	Détermination du rayon hydraulique	89
4.3.2	Résolution des équations différentielles ordinaires	90
4.4	Calcul des flux à travers les interfaces intérieures	91
4.4.1	Hypothèses de travail	91
4.4.2	Transfert de masse	92
4.4.2.1	Assèchement de la maille 2D (voir Figure 4.8(a))	92
4.4.2.2	Équilibrage des mailles 1D et 2D (voir Figure 4.8(b) et (c))	93
4.4.3	Equilibrage de la quantité de mouvement transversale	94
4.4.4	Transfert de quantité de mouvement longitudinale	96
4.5	Gestion des extrémités du canal 1D	98
4.6	Gestion des conditions aux limites	98
4.7	Discretisation spatiale de la zone d'étude	99

Indice	Description
$1D$	se rapportant à l'écoulement unidimensionnel
$1D \rightarrow 2D$	se rapportant au transfert depuis la maille 1D vers la maille 2D
$2D$	se rapportant à l'écoulement bidimensionnel
$2D \rightarrow 1D$	se rapportant au transfert depuis la maille 2D vers la maille 1D
b	se rapportant à la limite du maillage
i	se rapportant à la maille de calcul $n^\circ i$
i, j	se rapportant à l'interface entre les éléments de calcul $n^\circ i$ et $n^\circ j$
L	se rapportant à l'état gauche du problème de Riemann
LR	se rapportant à l'interface du problème de Riemann
R	se rapportant à l'état droit du problème de Riemann
t	se rapportant à l'écoulement transversal

Liste des indices

Exposant	Description
c	se rapportant à la variable après la résolution de la partie conservative des équations
f	se rapportant à la variable après intégration des termes de frottement
l	se rapportant à la variable après transfert de la quantité de mouvement longitudinale
m	se rapportant à la variable après équilibrage de la masse
n	se rapportant au $n^{ième}$ pas de temps de calcul
$n+1/2$	se rapportant à la moyenne entre les pas de temps n et $n+1$
t	se rapportant à la variable après équilibrage de la quantité de mouvement transversale
$*$	se rapportant à la zone intermédiaire d'état constant
(0)	se rapportant aux variables à l'interface dans le bilan des forces
(1)	se rapportant aux variables à l'interface dans l'équation de masse
(2)	se rapportant aux variables à l'interface dans l'équation de quantité de mouvement
(S)	se rapportant aux variables à l'interface dans le terme source

Liste des exposants

Symbole	Description	Unité
$\mathbf{A}$	Matrice jacobienne	/
A	Surface en plan de la maille de calcul	m^2
c	Célérité des ondes de pression	$m s^{-1}$
c_s	Célérité de propagation du choc	$m s^{-1}$
$\mathbf{E}^{\Delta t}$	Opérateur de calcul des flux à travers les interfaces intérieures pendant la durée Δt	/
$\mathbf{F}$	Vecteur de flux à travers l'interface	/
F_a, F_b, F_c	Forces de pression exercées à l'interface	$kg m s^{-2}$
f	Fonction dont la définition est précisée lors de son utilisation	/
g	Accélération gravitationnelle	$m s^{-2}$
h	Hauteur d'eau	m

Symbole	Description	Unité
Id	Matrice identité	/
K	Matrice des vecteurs propres de A	/
K $^{\Delta t}$	Opérateur d'intégration des termes de frottement pendant la durée Δt	/
K	Coefficient de Strickler	$\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$
L $^{\Delta t}$	Opérateur de résolution de la partie conservative des équations pendant la durée Δt	/
L	Longueur de l'interface intérieure	m
$L_{i,j}$	Longueur de l'interface entre les mailles de calcul n° i et j	m
$N(i)$	Nombre de cellules ayant une interface en commun avec la cellule n° i	/
P $_{i,j}$	Matrice de passage du référentiel global au référentiel attaché à l'interface entre les cellules n° i et j	/
Q	Débit de l'écoulement	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
q	Débit unitaire dans la direction Ox	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$R_{h,x}, R_{h,y}$	Rayons hydraulique de l'écoulement	m
r	Débit unitaire dans la direction Oy	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
S	Vecteur des termes source dans le référentiel associé à l'interface	/
S'	Matrice des termes source définie par $\mathbf{S}' = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{S}_0$	/
S $_0$	Vecteur des termes source liés à la géométrie dans le référentiel associé à l'interface	/
S	Section de l'écoulement	m^2
S'_k	Moyenne de la $k^{ième}$ composante du vecteur S' le long du chemin d'intégration	/
t	Coordonnée de temps	s
U	Vecteur des variables de l'écoulement dans le référentiel global	/
u	Composante du vecteur vitesse dans la direction Ox	m s^{-1}
V	Volume d'eau	m^3
v	Composante du vecteur vitesse dans la direction Oy	m s^{-1}
W	Matrice des invariants de Riemann	/
x	1ère coordonnée d'espace dans le référentiel attaché à l'interface	m
z	Cote de la surface libre	m
z_b	Cote du fond	m
β	Angle entre l'axe du canal 1D et l'interface intérieure	rad
ΔS_0	Intégrale du terme source à l'interface	$\text{m}^3 \text{s}^{-2}$
Δt	Pas de temps de calcul	s
Δx	Pas d'espace de calcul	m
Λ	Matrice des valeurs propres de A	/
λ	Célérité de propagation des ondes	m s^{-1}
ϕ	Porosité	$\emptyset$
ρ	Masse volumique	kg m^{-3}
Ψ	Coefficient de turbulence	$\emptyset$
χ	Périmètre mouillé de l'écoulement	m

Liste des variables

Le formalisme de couplage des équations de propagation développé au chapitre précédent permet d'envisager la modélisation unidimensionnelle des écoulements canalisés, couplée à la modélisation bidimensionnelle des écoulements dans la zone d'expansion de crue. L'objectif de ce chapitre est de présenter les méthodes numériques employées pour résoudre les différents systèmes d'équations concernés. L'algorithme global est tout d'abord présenté, puis les principales étapes de calcul sont détaillées.

La méthodologie de calcul employée dans cette partie a donné lieu à une publication [19].

4.1 Algorithme de résolution

L'équation (3.54) est discrétisée puis résolue à chaque pas de temps de calcul en utilisant la méthode des pas fractionnaires (voir Section 2.5.3.1). Cette approche consiste à résoudre l'intégralité du problème sous forme d'une succession de problèmes ; la solution initiale d'un sous-problème étant la solution finale du sous-problème précédent [26].

- construction du maillage sur lequel les équations discrétisées seront résolues (cette étape est réalisée une seule fois au début du calcul),
- résolution de la partie conservative des équations en prenant en compte les termes source liés à la géométrie,
- intégration des termes de frottement,
- calcul des flux à travers les interfaces intérieures (prise en compte des termes d'échange).

A la fin de chaque étape de l'algorithme, une valeur intermédiaire de la variable est calculée : $\mathbf{U}^{n,c}$, $\mathbf{U}^{n,f}$, ... (voir Figure 4.1).

Mathématiquement, l'algorithme de résolution peut être écrit sous la forme suivante :

$$\mathbf{U}^{n+1} = (\mathbf{E}^{\Delta t} \mathbf{K}^{\Delta t} \mathbf{L}^{\Delta t}) \mathbf{U}^n \quad (4.1)$$

où $\mathbf{E}^{\Delta t}$ représente l'opérateur de calcul des flux à travers les interfaces intérieures pendant la durée Δt , $\mathbf{K}^{\Delta t}$ l'opérateur d'intégration des frottements sur Δt et $\mathbf{L}^{\Delta t}$ l'opérateur de résolution de la partie conservative des équations. L'ordre de calcul des différentes étapes n'a, théoriquement, pas d'importance dès lors que le pas de temps de calcul tend vers 0 ($\Delta t \rightarrow 0$). Chacune des étapes décrites ci-après est intégrée sur l'ensemble du pas de temps. Afin d'améliorer la précision du modèle, il est possible d'utiliser un schéma d'ordre 2 pour l'intégration temporelle des frottements :

$$\mathbf{U}^{n+1} = (\mathbf{E}^{\Delta t} \mathbf{K}^{\Delta t/2} \mathbf{L}^{\Delta t} \mathbf{K}^{\Delta t/2}) \mathbf{U}^n \quad (4.2)$$

L'augmentation de l'ordre est possible ; cela s'accompagne généralement d'une augmentation notable du nombre d'étapes de calcul et limite d'autant la rapidité d'exécution du code de calcul. Une méthodologie pour limiter ces problèmes est présentée dans [64].

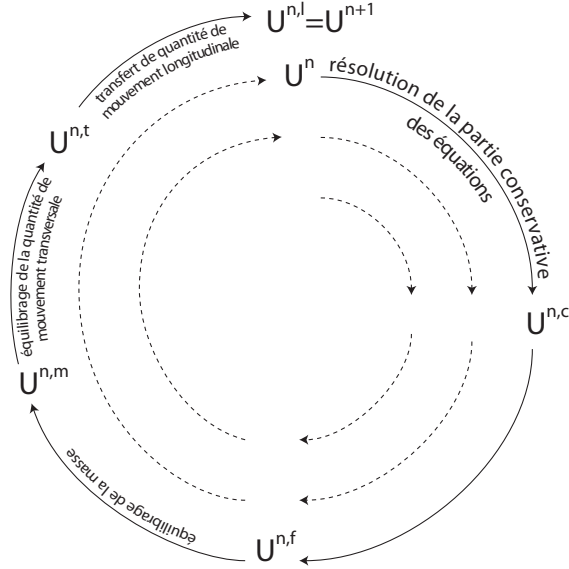


FIGURE 4.1 – Schéma des étapes de calcul

Pour certains cas particuliers (conditions aux limites, extrémités du canal, etc.), la méthodologie générale de résolution ne peut être appliquée. Les méthodes numériques utilisées pour ces cas sont également présentées.

L'intégration temporelle des équations est réalisée à partir d'un schéma explicite. Le critère de Courant présenté à la section 3.1 doit par conséquent être vérifié pour garantir la stabilité du schéma. La formulation (3.2) est employée pour déterminer le pas de temps de calcul en fonction du maillage et des variables de l'écoulement. Pour chaque maille de calcul, le pas de temps maximal admissible est calculé ; le pas de temps utilisé pour l'itération est le plus petit de tout les pas de temps admissibles. Dans un premier temps, la partie conservative des équations est résolue. Les équations unidimensionnelles (3.49) et bidimensionnelles (3.48) réécrites dans le référentiel de l'interface sont discrétisées de la manière suivante :

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{A_i} \sum_{j \in N(i)} \left[\mathbf{P}_{i,j}^{-1} \mathbf{F}_{i,j}^{n+1/2} L_{i,j} + \left(\mathbf{S}_{i,j}^{n+1/2} \right)_i \right] \quad (4.3)$$

où $\mathbf{P}_{i,j}$ représente la matrice de passage du référentiel portant le système d'équations ($R(O; x; y; z)$ pour les écoulements bidimensionnels et $R'(O; x'; y'; z)$ pour les écoulements unidimensionnels) au référentiel associé à l'interface, Δt est le pas de temps de calcul, A_i la surface en plan de la maille de calcul i , $L_{i,j}$ la longueur de l'interface entre les mailles de calcul i et j et $N(i)$ le nombre

de cellules ayant une interface en commun avec la cellule i , $\mathbf{U}_i^n$ est la moyenne des variables d'écoulement sur la cellule i au pas de temps n , $\mathbf{F}_{i,j}^{n+1/2}$ est le flux dans la direction normale à l'interface entre les mailles de calcul i et j pendant la durée Δt et $\left(\mathbf{S}_{i,j}^{n+1/2}\right)_i$ représente l'influence sur la maille de calcul i pendant la durée Δt du terme source calculé à l'interface entre les mailles i et j . Comme montré à la section 3.4, les systèmes d'équations (3.49) et (3.48) peuvent être transformés en un système équivalent unidimensionnel dans la direction normale à l'interface (3.54). La résolution de ce système d'équations pour chaque interface permet de calculer les termes $\mathbf{F}_{i,j}^{n+1/2}$ et $\left(\mathbf{S}_{i,j}^{n+1/2}\right)_i$.

4.2 Résolution de la partie conservative des équations

Dans le référentiel associé à l'interface entre deux mailles de calcul, les systèmes d'équations uni- et bidimensionnel sont tous deux des systèmes d'équations unidimensionnels (voir Section 3.4). Les systèmes d'équation de propagation étant tous deux unidimensionnels, une méthodologie unique permet leur résolution. On peut montrer que ces systèmes d'équations sont hyperboliques.

On s'intéresse dans cette partie uniquement au premier pas fractionnaire (l'opérateur $\mathbf{L}^{\Delta t}$ de (4.1)) qui concerne la résolution de la partie conservative des équations et des termes source liés à la géométrie :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{S}_0 \quad (4.4a)$$

avec

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \phi h \\ \phi q \\ \phi r \end{bmatrix} \quad (4.4b)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \phi q \\ \phi \frac{q^2}{h} + \frac{1}{2} g \phi h^2 \\ \phi \frac{qr}{h} \end{bmatrix} \quad (4.4c)$$

$$\mathbf{S}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \phi h \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{1}{2} g h^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.4d)$$

On se propose de calculer le flux à l'interface entre deux mailles de calcul par la résolution d'un problème de Riemann. Deux approches sensiblement différentes existent : calculer la valeur des variables conservées $\mathbf{U}$ puis en déduire la valeur du flux $\mathbf{F}$ ou calculer directement le flux à l'interface. La première approche nécessite toutefois d'estimer la valeur de chaque paramètre (cote du fond et porosité) au niveau de l'interface. L'estimation de cette valeur doit être faite

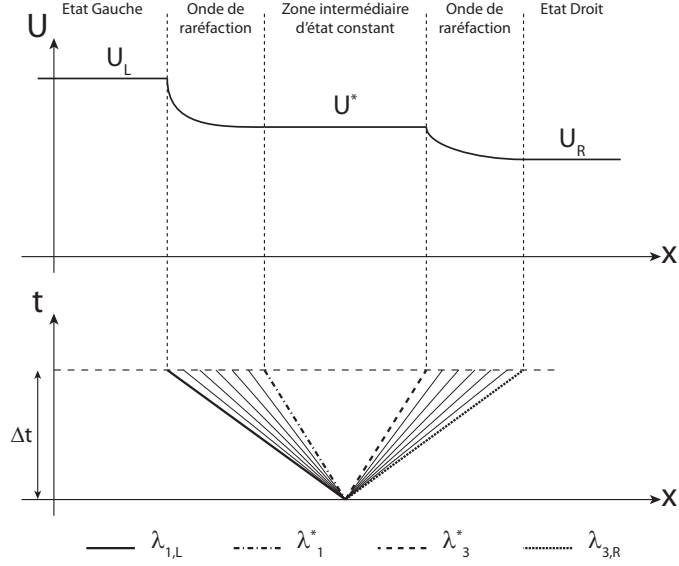


FIGURE 4.2 – Structure supposée de la solution pour le développement du solveur d'état approché. Haut : Structure de la solution; Bas : Structure de la configuration d'onde dans l'espace des phases

par le biais d'une fonction dépendant des valeurs dans les mailles de calcul séparées par l'interface. La détermination de cette fonction est relativement délicate dans la mesure où la valeur de chaque paramètre à l'interface n'a pas de signification physique. La seconde méthode sera donc privilégiée. D'un point de vue algorithmique, la résolution des flux à travers une interface est réalisée par le biais d'un solveur de Riemann d'état approché dont la méthodologie de calcul est présentée à la section 4.2.3. Ce solveur a été nommé « solveur PorAS » pour « *Porosity Approximate State solver* ». La structure de la solution est basée sur l'hypothèse de deux ondes de raréfaction séparant une zone d'état constant des états gauche et droit du problème de Riemann (voir Figure 4.2).

4.2.1 Formulation caractéristique

L'équation de conservation (4.4a) est multipliée à gauche par la matrice jacobienne $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{A} \mathbf{S}_0 \quad (4.5)$$

où $\mathbf{A}$ est la matrice jacobienne définie par :

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - u^2 & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

où c est la vitesse de propagation des ondes de pression dans l'eau au repos :

$$c = \left[\frac{d}{dh} \left(\frac{gh^2}{2} \right) \right]^{1/2} = (gh)^{1/2} \quad (4.7)$$

En remplaçant $\mathbf{A}$ par son expression (4.6), l'équation (4.5) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{A} \mathbf{S}_0 \quad (4.8)$$

Cette écriture correspond à la forme caractéristique de (4.4a) écrite avec le vecteur flux.

La matrice $\mathbf{\Lambda}$ des valeurs propres de $\mathbf{A}$, la matrice $\mathbf{K}$ des vecteurs propres de $\mathbf{A}$ et la matrice inverse de $\mathbf{K}$ sont définies par :

$$\begin{aligned} \mathbf{\Lambda} &= \begin{pmatrix} u - c & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & u + c \end{pmatrix} \\ \mathbf{K} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ u - c & 0 & u + c \\ v & 1 & v \end{pmatrix} \\ \mathbf{K}^{-1} &= \frac{1}{2c} \begin{pmatrix} u + c & -1 & 0 \\ -2cv & 0 & 2c \\ -(u - c) & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Les célérités d'onde correspondent aux valeurs propres de la matrice jacobienne et sont donc données par :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= u - c \\ \lambda_2 &= u \\ \lambda_3 &= u + c \end{aligned} \quad (4.10)$$

L'équation (4.8) est multipliée à gauche par $\mathbf{K}^{-1}$:

$$\mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + \mathbf{K}^{-1} \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{S}_0 \quad (4.11)$$

En introduisant la matrice identité ($\mathbf{Id} = \mathbf{K} \mathbf{K}^{-1}$) dans (4.11), il est possible de faire apparaître $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{K}$:

$$\mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + \mathbf{\Lambda} \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{S}_0 \quad (4.12)$$

La notation $d\mathbf{W} = \mathbf{K}^{-1}d\mathbf{F}$ permet de réécrire (4.12) sous la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \mathbf{\Lambda} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{S}' \quad (4.13)$$

où le terme source $\mathbf{S}'$ est défini par :

$$\mathbf{S}' = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{S}_0 \quad (4.14)$$

Les vecteurs $d\mathbf{W}$ et $\mathbf{S}'$ sont par conséquent donnés par les expressions :

$$d\mathbf{W} = \frac{1}{2c} \begin{bmatrix} \lambda_3 dF_1 - dF_2 \\ -2cv dF_1 + 2cdF_3 \\ -\lambda_1 dF_1 + dF_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}' = \frac{1}{2c} \begin{bmatrix} -S_0 \\ 0 \\ S_0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

où $\mathbf{F}_{k=(1,2,3)}$ correspond à la $k^{\text{ème}}$ composante du vecteur $\mathbf{F}$ et où S_0 correspond à la deuxième composante du vecteur $\mathbf{S}_0$. L'équation (4.13) est équivalente aux relations différentielles suivantes :

$$\frac{dW_k}{dt} = \lambda_k S'_k \text{ pour } \frac{dx}{dt} = \lambda_k, \quad k = 1, \dots, 3 \quad (4.16)$$

où l'indice k correspond à la $k^{\text{ème}}$ composante des vecteurs de l'équation (4.13) et où :

$$dW_k = \sum_{l=1}^3 K_{l,k}^{-1} dF_l \quad (4.17)$$

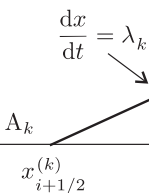
où $K_{l,k}^{-1}$ est la valeur à la $l^{\text{ème}}$ colonne et à la $k^{\text{ème}}$ ligne de la matrice $\mathbf{K}^{-1}$ et F_l est la $l^{\text{ème}}$ composante du vecteur flux $\mathbf{F}$. Si le vecteur $d\mathbf{W}$ peut être intégré alors les W_k sont les invariants du problème de Riemann.

4.2.2 Intégration le long des caractéristiques

Il a été montré que l'intégration de $d\mathbf{W}$ ne peut conduire à des invariants de Riemann indépendants sauf dans certains cas particuliers (par exemple pour les systèmes 2×2 de lois de conservations) [36]. La méthode présentée ci-après est par conséquent basée sur la formulation générale (4.16).

Pour estimer le flux $\mathbf{F}_{i,j}^{n+1/2}$, l'équation (4.16) doit être intégrée entre le point $\mathbf{M}(x_{i+1/2}, t_{n+1/2})$ et le pied A_k de la $k^{\text{ème}}$ caractéristique passant par $\mathbf{M}$: $dx/dt = \lambda_k$ (voir Figure 4.3). En faisant l'hypothèse que la célérité d'onde λ_k est constante sur le pas de temps de calcul, l'intégration de l'équation (4.16) conduit à :

$$\int_{A_k}^{\mathbf{M}} dW_k = \int_{t^n}^{t^{n+1/2}} \lambda_k S'_k dt \approx \frac{\Delta t}{2} \lambda_k \overline{S'_k}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (4.18)$$



ristiques.

où $\overline{S'_k}$ est la moyenne de S'_k le long du chemin d'intégration. En substituant (4.17) dans (4.18), on obtient :

$$\int_{A_k}^M \sum_{l=1}^3 K_{l,k}^{-1} dF_l = \frac{\Delta t}{2} \lambda_k \overline{S'_k}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (4.19)$$

la $k^{\text{ème}}$ caractéristique :

$$K_{l,k}^{-1} = \begin{cases} K_{l,k}^{-1}(\mathbf{U}_L) & \text{si } \lambda_k > 0 \\ K_{l,k}^{-1}(\mathbf{U}_R) & \text{si } \lambda_k < 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

la forme :

$$\int_{A_k}^M \sum_{l=1}^3 K_{l,k}^{-1} dF_l \approx \sum_{l=1}^3 K_{l,k}^{-1} \int_{A_k}^M dF_l = \frac{\Delta t}{2} \lambda_k \overline{S'_k}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (4.21)$$

et par conséquent :

$$\sum_{l=1}^3 K_{l,k}^{-1} (F_{l,M} - F_{l,A_k}) = \frac{\Delta t}{2} \lambda_k \overline{S'_k}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (4.22)$$

où $F_{l,M}$ et F_{l,A_k} représentent la $l^{\text{ème}}$ composante du vecteur $\mathbf{F}$ respectivement en M et en A_k . A_k est situé du côté gauche de l'interface quand λ_k est positive

et du côté droit quand elle est négative. Par conséquent :

$$F_{l,A_k} = \begin{cases} F_{l,L} & \text{si } \lambda_k > 0 \\ F_{l,R} & \text{si } \lambda_k < 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

La résolution du système d'équations 3×3 (4.22) permet de calculer la valeur de $\mathbf{F}$ en tout point M .

4.2.3 Calcul du vecteur flux $\mathbf{F}$ à l'interface

On cherche à calculer la valeur de $\mathbf{F}$ à l'interface entre deux mailles de calcul. On fait l'hypothèse que la solution de (4.22) est égale à la valeur moyenne $\mathbf{F}_{i+1/2}^{n+1/2}$ entre les temps n et $n+1$. La résolution de (4.22) nécessite de déterminer la moyenne du terme source $\overline{S'_k}$.

4.2.3.1 Estimation du terme source

La valeur moyenne du terme source dans (4.22) est estimée en fonction des états gauche et droit, des variables à l'interface et de la caractéristique considérée :

$$\overline{S'_k} = S'_k \left(\mathbf{U}_{LR}, \left(\frac{\partial z_b}{\partial x} \right)_{LR}, \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{LR} \right) \quad (4.24)$$

où les variables correspondant à la topographie à l'interface sont estimées par :

$$\left(\frac{\partial z_b}{\partial x} \right)_{LR} \approx \frac{z_{bR} - z_{bL}}{(\lambda_3 - \lambda_1) \frac{\Delta t}{2}} \quad (4.25)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{LR} \approx \frac{\phi_R - \phi_L}{(\lambda_3 - \lambda_1) \frac{\Delta t}{2}} \quad (4.26)$$

En intégrant (4.25) et (4.26) dans la définition des $\overline{S'_k}$ (4.15), on obtient les expressions suivantes :

$$\overline{\mathbf{S}'} = \frac{1}{2c} \begin{bmatrix} \overline{S'_1} \\ \overline{S'_2} \\ \overline{S'_3} \end{bmatrix} = \frac{1}{2c} \frac{1}{\frac{\Delta t}{2}} \begin{bmatrix} -S \\ 0 \\ S \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

où :

$$S = -g(\phi h)_{LR} \frac{z_{bR} - z_{bL}}{\lambda_3 - \lambda_1} + \frac{1}{2} g(h_{LR})^2 \frac{\phi_R - \phi_L}{\lambda_3 - \lambda_1} \quad (4.28)$$

4.2.3.2 Expression des composantes du vecteur flux $\mathbf{F}^*$

Les valeurs propres de $\mathbf{A}$ étant supposées constantes, la substitution de (4.9) et (4.27) dans (4.22) conduit au système suivant :

$$\begin{cases} \lambda_3 (F_1^* - F_{1,R}) - (F_2^* - F_{2,R}) = \frac{\Delta t}{2} \lambda_1 \overline{S_1'} = -\lambda_1 S_1 & \text{pour } \frac{dx}{dt} = \lambda_1 \\ -v (F_1^* - F_{1,A}) + (F_3^* - F_{3,A}) = 0 & \text{pour } \frac{dx}{dt} = \lambda_2 \\ -\lambda_1 (F_1^* - F_{1,L}) + (F_2^* - F_{2,L}) = \frac{\Delta t}{2} \lambda_3 \overline{S_3'} = \lambda_3 S_3 & \text{pour } \frac{dx}{dt} = \lambda_3 \end{cases} \quad (4.29)$$

où

$$F_{l,A} = \begin{cases} F_{l,L} & \text{si } \lambda_2 > 0 \\ F_{l,R} & \text{si } \lambda_2 < 0 \end{cases} \quad (4.30)$$

et où le terme F_l^* représente la $l^{\text{ème}}$ composante du flux $\mathbf{F}^*$ à travers l'interface. Dans (4.29), les termes $\overline{S_1'}$ et $\overline{S_3'}$ correspondent à l'intégrale du terme source entre l'interface et le pied de la caractéristique à laquelle ils sont associés. L'estimation des variables à l'interface n'a physiquement pas de sens et il est nécessaire d'en faire une approximation en fonction des variables dans les cellules droite et gauche. Plusieurs approximations peuvent être utilisées [42]. Pour la résolution de (4.29), l'hypothèse que $S_1 = S_3$ est réalisée. La résolution du système d'équation (4.29) permet d'établir l'expression des F_l^* :

$$\begin{cases} F_1^* = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} [F_{2,L} - F_{2,R} + \lambda_3 F_{1,R} - \lambda_1 F_{1,L}] \\ \quad - g(\phi h)_{LR}^{(1)} \frac{z_{b_R} - z_{b_L}}{\lambda_3 - \lambda_1} + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(1)} \right)^2 \frac{\phi_R - \phi_L}{\lambda_3 - \lambda_1} \\ F_2^* = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} [\lambda_3 F_{2,L} - \lambda_1 F_{2,R} + \lambda_1 \lambda_3 (F_{1,R} - F_{1,L})] \\ \quad + (\lambda_3 + \lambda_1) \left[-g(\phi h)_{LR}^{(2)} \frac{z_{b_R} - z_{b_L}}{\lambda_3 - \lambda_1} + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(2)} \right)^2 \frac{\phi_R - \phi_L}{\lambda_3 - \lambda_1} \right] \\ F_3^* = F_{3,A} + v (F_1^* - F_{1,A}) \end{cases} \quad (4.31)$$

Par ailleurs, la détermination des variables sur chaque cellule de calcul par le biais de (4.3) fait intervenir le terme source à l'interface entre les deux cellules de calcul dont la forme intégrale peut s'écrire :

$$(\Delta S_0)_{LR} = -g(\phi h)_{LR}^{(S)} (z_{b_R} - z_{b_L}) + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(S)} \right)^2 (\phi_R - \phi_L) \quad (4.32)$$

Pour chaque cellule, ce terme est pondéré par la célérité d'onde entrant par l'interface. La définition des F_l^* (4.31) et du terme source à l'interface fait intervenir la valeur des variables à l'interface $((\phi h)_{LR}^{(1)}, (h_{LR}^{(1)})^2, (\phi h)_{LR}^{(2)}, (h_{LR}^{(2)})^2, (\phi h)_{LR}^{(S)}$ et $(h_{LR}^{(S)})^2$).

4.2.3.3 Estimation des variables à l'interface

L'estimation des variables à l'interface est réalisée à partir de cas physiques dont la solution est facilement déterminable.

Estimation du flux de masse F_1^* On considère un écoulement permanent entre deux mailles de calcul pour lesquelles z_b et ϕ sont quelconques. L'équation de continuité s'écrit alors :

$$(\phi hu)_L = (\phi hu)_R = (\phi hu)^* = q \quad (4.33)$$

En combinant (4.33) avec l'expression du flux F_1^* dans (4.31), on obtient :

$$F_1^* = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} \left[q(u_L - u_R) + \frac{1}{2}g [(\phi h^2)_L - (\phi h^2)_R] \right] + \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} \left[(\lambda_3 - \lambda_1)q - g(\phi h)_{LR}^{(1)}(z_{b_R} - z_{b_L}) + \frac{1}{2}g \left(h_{LR}^{(1)} \right)^2 (\phi_R - \phi_L) \right] \quad (4.34)$$

L'écoulement étant supposé permanent, le flux F_1^* à travers l'interface est égal à q . On obtient donc la relation suivante :

$$q(u_L - u_R) + \frac{1}{2}g [(\phi h^2)_L - (\phi h^2)_R] - g(\phi h)_{LR}^{(1)}(z_{b_R} - z_{b_L}) + \frac{1}{2}g \left(h_{LR}^{(1)} \right)^2 (\phi_R - \phi_L) = 0 \quad (4.35)$$

Pour déterminer l'expression du terme q , l'équation de conservation de la quantité de mouvement est utilisée. Le bilan est réalisé sur deux mailles de calcul situées de part et d'autre d'une discontinuité dans la cote du fond et la porosité. En régime permanent, la variation de quantité de mouvement entre les deux cellules est exactement égale à la résultante des forces exercées sur le fluide suivant l'axe horizontal. Pour le cas considéré, l'écoulement est supposé aller de la gauche vers la droite. Les configurations utilisées pour déterminer le bilan de quantité de mouvement sont présentées à la figure 4.4.

Le calcul des forces est détaillé pour le cas 1 correspondant à $z_{b_L} < z_{b_R}$ et $\phi_L > \phi_R$.

Force exercée par les surfaces ABFE et CDHG :

$$F_a = -g \int_{\phi_R}^{\phi_L} \left[\int_{z_{b_R}}^{z_L} (z_L - z) dz \right] d\phi = -\frac{1}{2}g (\phi_L - \phi_R) (z_L - z_{b_R})^2 \quad (4.36)$$

Force exercée par la surface FGKJ :

$$F_b = -g\phi_R \int_{z_{b_L}}^{z_{b_R}} (z_L - z) dz = -g\phi_R (z_{b_R} - z_{b_L}) \left(z_L - \frac{z_{b_R} + z_{b_L}}{2} \right) \quad (4.37)$$

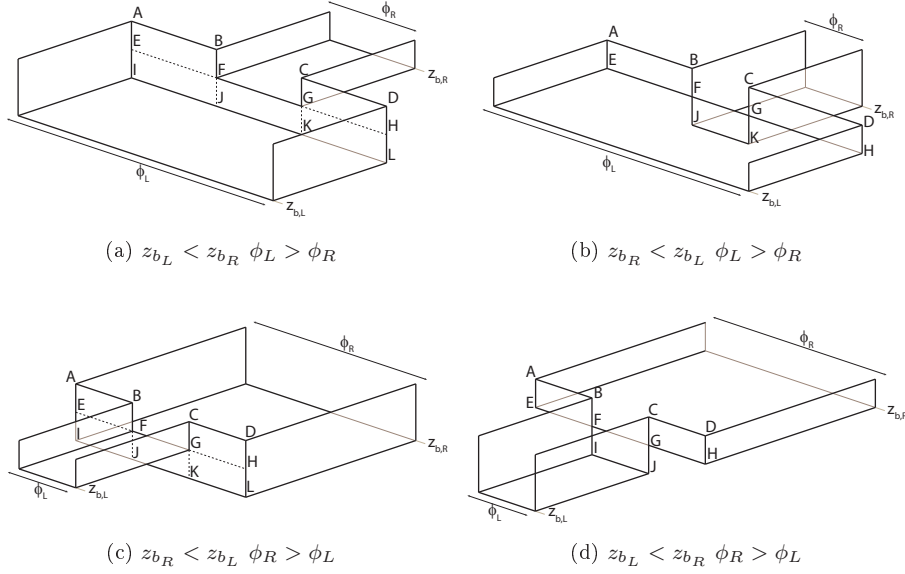


FIGURE 4.4 – Configurations utilisées pour établir le bilan des forces

Force exercée par les surfaces EFJI et GHLK :

$$\begin{aligned}
 F_c &= -g \int_{\phi_R}^{\phi_L} \left[\int_{z_{bL}}^{z_{bR}} (z_L - z) dz \right] d\phi \\
 &= -g (\phi_L - \phi_R) (z_{bR} - z_{bL}) \left(z_L - \frac{z_{bR} + z_{bL}}{2} \right) \quad (4.38)
 \end{aligned}$$

Force totale exercée sur le fluide :

$$F_a + F_b + F_c = -\frac{1}{2}g (\phi_L - \phi_R) h_L^2 - g\phi_R (z_{bR} - z_{bL}) \left(z_L - \frac{z_{bR} + z_{bL}}{2} \right) \quad (4.39)$$

En régime permanent, le bilan de quantité de mouvement s'écrit :

$$\left(\phi h u^2 + \frac{1}{2}g\phi h^2 \right)_R - \left(\phi h u^2 + \frac{1}{2}g\phi h^2 \right)_L = F_a + F_b + F_c \quad (4.40)$$

En introduisant (4.39) dans (4.40), on établit la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 q(u_R - u_L) &= \frac{1}{2}g [(\phi h^2)_L - (\phi h^2)_R] \\
 &\quad - \frac{1}{2}g (\phi_L - \phi_R) h_L^2 - g\phi_R (z_{bR} - z_{bL}) \left(z_L - \frac{z_{bR} + z_{bL}}{2} \right) \quad (4.41)
 \end{aligned}$$

A partir du même raisonnement pour les cas 2 à 4, on peut établir l'expression générale suivante :

$$q(u_L - u_R) = -\frac{1}{2}g[(\phi h^2)_L - (\phi h^2)_R] + \frac{1}{2}g(\phi_L - \phi_R)\left(h_{LR}^{(0)}\right)^2 + g\phi_{LR}^{(0)}(z_{b_R} - z_{b_L})\left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_R} + z_{b_L}}{2}\right) \quad (4.42)$$

où

$$\phi_{LR}^{(0)} = \min(\phi_L; \phi_R) \quad (4.43a)$$

$$z_{LR}^{(0)} = \begin{cases} z_L & \text{si } z_{b_L} < z_{b_R} \\ z_R & \text{si } z_{b_L} > z_{b_R} \end{cases} \quad (4.43b)$$

$$h_{LR}^{(0)} = \begin{cases} h_L & \text{si } \phi_L > \phi_R \\ h_R & \text{si } \phi_L < \phi_R \end{cases} \quad (4.43c)$$

La combinaison de (4.59) et (4.42) mène à l'expression suivante :

$$g(z_{b_R} - z_{b_L})\left[\phi_{LR}^{(0)}\left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_R} + z_{b_L}}{2}\right) - (\phi h)_{LR}^{(1)}\right] + \frac{1}{2}g\left[\left(h_{LR}^{(1)}\right)^2 - \left(h_{LR}^{(0)}\right)^2\right](\phi_R - \phi_L) = 0 \quad (4.44)$$

L'équation (4.44) est valable quelles que soient les valeurs de ϕ_R , ϕ_L , z_{b_L} et z_{b_R} . Le cas particulier $\phi_L = \phi_R$ permet d'établir :

$$\phi_{LR}^{(0)}\left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_R} + z_{b_L}}{2}\right) = (\phi h)_{LR}^{(1)} \quad (4.45)$$

alors que le cas $z_{b_R} = z_{b_L}$ implique :

$$\left(h_{LR}^{(1)}\right)^2 = \left(h_{LR}^{(0)}\right)^2 \quad (4.46)$$

En introduisant (4.45) et (4.46) dans (4.31), l'expression de F_1^* devient complètement déterminée :

$$F_1^* = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} [F_{2,L} - F_{2,R} + \lambda_3 F_{1,R} - \lambda_1 F_{1,L}] - g\phi_{LR}^{(0)}\left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_R} + z_{b_L}}{2}\right) \frac{z_{b_R} - z_{b_L}}{\lambda_3 - \lambda_1} + \frac{1}{2}g\left(h_{LR}^{(0)}\right)^2 \frac{\phi_R - \phi_L}{\lambda_3 - \lambda_1} \quad (4.47)$$

Estimation du terme source $(\Delta S_0)_{LR}$ Le terme source à l'interface est estimé à partir d'un bilan de quantité de mouvement sur deux mailles de part et d'autre d'une discontinuité de la cote du fond et de la porosité. En régime permanent, le bilan de quantité de mouvement s'écrit :

$$\begin{aligned} F_{2,L} - F_{2,R} + (\Delta S_0)_{LR} &= 0 \quad (4.48) \\ \left(\phi h u^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_L - \left(\phi h u^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_R + (\Delta S_0)_{LR} &= 0 \end{aligned}$$

En introduisant l'équation de continuité (4.33) et la définition du terme source à l'interface (4.32) dans (4.48), on obtient :

$$\begin{aligned} q(u_L - u_R) + \frac{1}{2} g [(\phi h^2)_L - (\phi h^2)_R] \\ - g (\phi h)_{LR}^{(S)} (z_{b_R} - z_{b_L}) + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(S)} \right)^2 (\phi_R - \phi_L) = 0 \quad (4.49) \end{aligned}$$

En remplaçant $q(u_L - u_R)$ par son expression (4.42), (4.49) devient :

$$\begin{aligned} g \left[\phi_{LR}^{(0)} \left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_R} + z_{b_L}}{2} \right) - (\phi h)_{LR}^{(S)} \right] (z_{b_R} - z_{b_L}) \\ + \frac{1}{2} g \left[\left(h_{LR}^{(S)} \right)^2 - \left(h_{LR}^{(0)} \right)^2 \right] (\phi_R - \phi_L) = 0 \quad (4.50) \end{aligned}$$

En utilisant les cas particuliers $\phi_R = \phi_L$ et $z_{b_R} = z_{b_L}$, on peut déduire de (4.50) que :

$$(\phi h)_{LR}^{(S)} = \phi_{LR}^{(0)} \left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_R} + z_{b_L}}{2} \right) \quad (4.51)$$

$$\left(h_{LR}^{(S)} \right)^2 = \left(h_{LR}^{(0)} \right)^2 \quad (4.52)$$

L'expression du terme source à l'interface est donc :

$$\begin{aligned} (\Delta S_0)_{LR} = -g \phi_{LR}^{(0)} \left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_R} + z_{b_L}}{2} \right) (z_{b_R} - z_{b_L}) \\ + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(0)} \right)^2 (\phi_R - \phi_L) \quad (4.53) \end{aligned}$$

Estimation du flux de quantité de mouvement F_2^* Un bilan de quantité de mouvement en régime permanent est réalisé sur trois mailles de calcul ($i-1$, i et $i+1$) avec une discontinuité de porosité et de cote du fond entre les mailles i et $i+1$ (voir Figure 4.5).

Le bilan de quantité de mouvement sur la cellule i s'écrit :

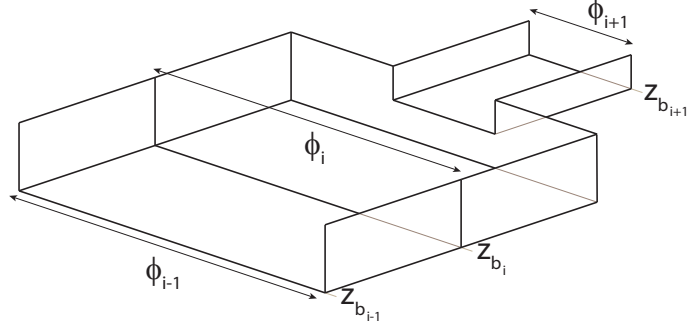


FIGURE 4.5 – Configuration utilisée pour faire le bilan de quantité de mouvement pour déterminer $(\phi h)_{LR}^{(2)}$ et $h_{LR}^{(2)}$

$$\begin{aligned}
 (\phi hu)_i^{n+1} - (\phi hu)_i^n = & \\
 & \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(F_2^* + \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1} \Delta S_0 \right)_{i-1/2}^{n+1/2} - \\
 & \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(F_2^* + \frac{\lambda_1}{\lambda_3 - \lambda_1} \Delta S_0 \right)_{i+1/2}^{n+1/2} = 0 \quad (4.54)
 \end{aligned}$$

En combinant (4.31) et (4.54), on obtient pour l'interface entre les cellules $i-1$ et i :

$$\begin{aligned}
 (\lambda_3 - \lambda_1) \left(F_2^* + \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1} \Delta S_0 \right)_{i-1/2}^{n+1/2} = & \\
 & \lambda_3 F_{2,i-1} - \lambda_1 F_{2,i} + \lambda_1 \lambda_3 (F_{1,i} - F_{1,i-1}) \\
 & + (\lambda_3 + \lambda_1) \left[-g (\phi h)_{LR}^{(2)} (z_{b_i} - z_{b_{i-1}}) \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(2)} \right)^2 (\phi_i - \phi_{i-1}) \right] \\
 & - \lambda_3 g \phi_{LR}^{(0)} \left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_i} + z_{b_{i-1}}}{2} \right) (z_{b_i} - z_{b_{i-1}}) \\
 & + \lambda_3 \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(0)} \right)^2 (\phi_i - \phi_{i-1}) \quad (4.55)
 \end{aligned}$$

Puisqu'il n'y a pas de discontinuité entre les cellules $i-1$ et i :

$$\begin{aligned}
 \left(\phi hu^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_{i-1} &= \left(\phi hu^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_i \neq \left(\phi hu^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_{i+1} \\
 (\phi hu)_{i-1} &= (\phi hu)_i = (\phi hu)_{i+1} = q \\
 \phi_{i-1} &= \phi_i \neq \phi_{i+1} \\
 z_{b_{i-1}} &= z_{b_i} \neq z_{b_{i+1}}
 \end{aligned} \quad (4.56)$$

En introduisant (4.56) dans (4.55), on obtient :

$$\begin{aligned} \left(F_2^* + \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1} \Delta S_0\right)_{i-1/2}^{n+1/2} = \\ \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} \left[\lambda_3 \left(\phi h u^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_i - \lambda_1 \left(\phi h u^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_i \right] = \\ \left(\phi h u^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_i \end{aligned} \quad (4.57)$$

Le flux de quantité de mouvement entre les cellules i et $i+1$ s'écrit :

$$\begin{aligned} (\lambda_3 - \lambda_1) \left(F_2^* + \frac{\lambda_1}{\lambda_3 - \lambda_1} \Delta S_0\right)_{i+1/2}^{n+1/2} = \\ \lambda_3 \left(\phi h u^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_i - \lambda_1 \left(\phi h u^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_{i+1} + \\ \lambda_1 \lambda_3 [(\phi h u)_{i+1} - (\phi h u)_i] + \\ \lambda_1 \left[-g \phi_{LR}^{(0)} \left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_{i+1}} + z_{b_i}}{2} \right) (z_{b_{i+1}} - z_{b_i}) + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(0)} \right)^2 (\phi_{i+1} - \phi_i) \right] + \\ (\lambda_3 + \lambda_1) \left[-g (\phi h)_{LR}^{(2)} (z_{b_i} - z_{b_{i-1}}) + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(2)} \right)^2 (\phi_i - \phi_{i-1}) \right] \end{aligned} \quad (4.58)$$

En introduisant l'équation de continuité (4.33) dans (4.58), on obtient :

$$\begin{aligned} (\lambda_3 - \lambda_1) \left(F_2^* + \frac{\lambda_1}{\lambda_3 - \lambda_1} \Delta S_0\right)_{i+1/2}^{n+1/2} = \\ \lambda_3 \left(\phi h u^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_i - \lambda_1 \left(\phi h u^2 + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right)_{i+1} + \\ (\lambda_3 + \lambda_1) \left[-g (\phi h)_{LR}^{(2)} (z_{b_i} - z_{b_{i-1}}) + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(2)} \right)^2 (\phi_i - \phi_{i-1}) \right] + \\ \lambda_1 \left[-g \phi_{LR}^{(0)} \left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_{i+1}} + z_{b_i}}{2} \right) (z_{b_{i+1}} - z_{b_i}) + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(0)} \right)^2 (\phi_{i+1} - \phi_i) \right] \end{aligned} \quad (4.59)$$

Le bilan de quantité de mouvement en régime permanent (4.48) implique :

$$\left(F_2^* + \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1} \Delta S_0\right)_{i-1/2}^{n+1/2} = \left(F_2^* + \frac{\lambda_1}{\lambda_3 - \lambda_1} \Delta S_0\right)_{i+1/2}^{n+1/2} \quad (4.60)$$

En combinant (4.60), (4.57) et (4.59), on trouve :

$$\begin{aligned}
 0 = & \lambda_1 \left[q(u_i - u_{i+1}) + \frac{1}{2} g \left[(\phi h^2)_i - (\phi h^2)_{i+1} \right] \right] \\
 & + (\lambda_3 + \lambda_1) \left[-g(\phi h)_{LR}^{(2)} (z_{b_i} - z_{b_{i-1}}) + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(2)} \right)^2 (\phi_i - \phi_{i-1}) \right] \\
 & + \lambda_1 \left[-g\phi_{LR}^{(0)} \left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_{i+1}} + z_{b_i}}{2} \right) (z_{b_{i+1}} - z_{b_i}) + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(0)} \right)^2 (\phi_{i+1} - \phi_i) \right]
 \end{aligned} \tag{4.61}$$

En remplaçant $q(u_i - u_{i+1})$ dans (4.61) par l'expression (4.42), on obtient :

$$0 = -g(\phi h)_{LR}^{(2)} (z_{b_i} - z_{b_{i-1}}) + \frac{1}{2} g \left(h_{LR}^{(2)} \right)^2 (\phi_i - \phi_{i-1}) \tag{4.62}$$

On peut donc en conclure que :

$$(\phi h)_{LR}^{(2)} = 0 \tag{4.63}$$

$$\left(h_{LR}^{(2)} \right)^2 = 0 \tag{4.64}$$

L'ensemble des variables à l'interface ayant été déterminé, le système (4.31) peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 F_1^* = & \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} [F_{2,L} - F_{2,R} - \lambda_1 F_{1,L} + \lambda_3 F_{1,R}] \\
 & + \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} \left[\frac{1}{2} g(\phi_R - \phi_L) \left(h_{LR}^{(0)} \right)^2 - g\phi_{LR}^{(0)} (z_{b_R} - z_{b_L}) \left(z_{LR}^{(0)} - \frac{z_{b_R} + z_{b_L}}{2} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{4.65a}$$

$$F_2^* = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} [\lambda_3 F_{2,L} - \lambda_1 F_{2,R} - \lambda_1 \lambda_3 (F_{1,L} - F_{1,R})] \tag{4.65b}$$

$$F_3^* = v(F_1^* - F_{1,A}) + F_{3,A} \tag{4.65c}$$

où $\phi_{LR}^{(0)}$, $z_{LR}^{(0)}$ et $h_{LR}^{(0)}$ sont définis par (4.43).

4.2.4 Implantation du solveur PorAS

Le système d'équations (4.29) utilisé pour étaler les flux (4.65) est construit sur l'hypothèse d'une onde provenant de chaque cellule de part et d'autre de l'interface considérée. Il correspond donc au flux dans la zone intermédiaire d'état constant. La méthodologie aux volumes finis nécessite de déterminer les flux à l'interface entre deux mailles de calcul, *i.e.* à travers la discontinuité initiale du problème de Riemann. Cette interface n'étant pas nécessairement

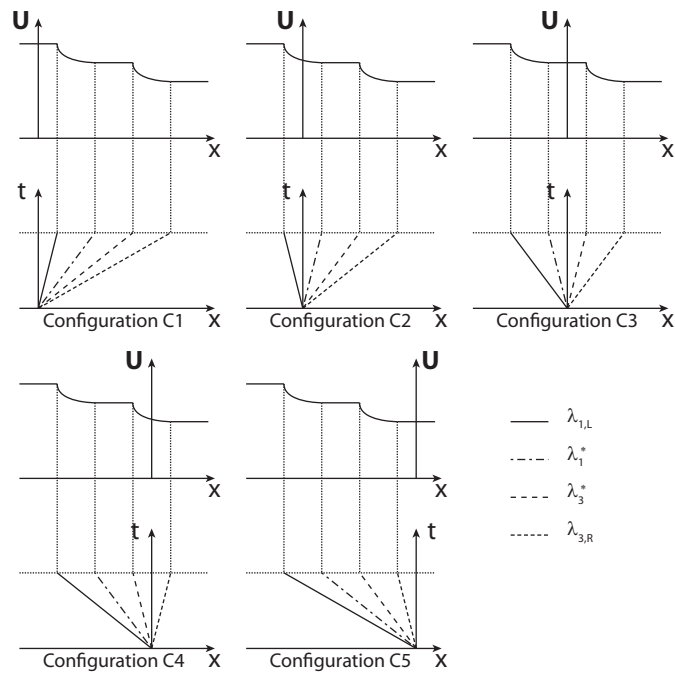


FIGURE 4.6 – Position relative de la zone intermédiaire par rapport à l'interface entre les mailles de calcul (superposée avec l'axe des temps)

dans cette zone d'état constant, les équations des flux (4.65) ne peuvent donc pas être utilisées pour toutes les configurations d'ondes. Suivant la configuration d'ondes et la position relative de la zone d'état constant par rapport à l'interface, cinq cas peuvent être identifiés (voir Figure 4.6).

Les configurations C1 et C5 correspondent au régime torrentiel, les configurations C2 et C4 au régime critique et la configuration C3 au régime fluvial. La détermination des célérités d'ondes λ_1^* et λ_3^* dans la zone d'état constant est nécessaire pour déterminer la configuration. Les invariants de Riemann sont utilisés le long de chaque caractéristique pour déterminer la vitesse de l'écoulement u^* et la célérité des ondes de pression c^* dans la zone intermédiaire d'état constant :

$$\begin{cases} u^* + 2c^* = u_L + 2c_L \\ u^* - 2c^* = u_R - 2c_R \end{cases} \quad (4.66)$$

Théoriquement, il convient de prendre en compte les termes source dans le système d'équations (4.66) mais l'expérience montre que l'on peut les négliger à ce stade. Lors de la finalisation du présent mémoire, il a été mis en évidence que la prise en compte des termes source dans la formulation des invariants de Riemann est nécessaire pour la modélisation de certains régimes permanents au niveau de la limite de la zone inondable. La prise en compte des termes source influe notamment sur le calcul de la vitesse de l'écoulement u^* dans la zone intermédiaire et nécessite de réaliser certaines recherches complémentaires pour estimer la valeur des variables à l'interface. La résolution de (4.66) donne :

$$\begin{cases} u^* = \frac{u_L + u_R}{2} + c_L - c_R \\ c^* = \frac{u_L - u_R}{4} + \frac{c_L + c_R}{2} \end{cases} \quad (4.67)$$

Les célérités d'ondes λ_1^* et λ_3^* sont donc égales à :

$$\begin{cases} \lambda_1^* = u^* - c^* \\ \lambda_3^* = u^* + c^* \end{cases} \quad (4.68)$$

L'hypothèse de deux ondes de raréfaction séparant une zone intermédiaire d'état constant des états gauche et droit du problème de Riemann doit être vérifiée. Dans le cas où il y a un choc entre l'état gauche et l'état intermédiaire ($\lambda_{1,L} > \lambda_1^*$) ou entre l'état droit et l'état intermédiaire ($\lambda_{3,R} < \lambda_3^*$), la vitesse c_s de propagation du choc doit être estimée. En effet, dans une telle configuration d'onde, les célérités sont en réalité égales à la vitesse de propagation du choc. La célérité du choc est alors déterminée en utilisant les relations de saut de Rankine-Hugoniot. Pour le cas d'un choc entre l'état gauche et l'état intermédiaire, on obtient :

$$c_s = \frac{F_1^* - F_{1,L}}{U_1^* - U_{1,L}} = \frac{h^* u^* - h_L u_L}{h^* - h_L} \quad (4.69a)$$

$$c_s = \frac{F_{2,L} - F_2^*}{U_{2,L} - U_2^*} = \frac{h_L u_L^2 + \frac{1}{2} g h_L^2 - h^* u^{*2} - \frac{1}{2} g h^{*2}}{h_L u_L - h^* u^*} \quad (4.69b)$$

Les deux équations peuvent être utilisées indifféremment. Toutefois si $h^* = h_L$ ou si $h_L u_L = h^* u^*$ l'une des formulations est indéterminée ; le solveur utilise alors l'autre formulation.

La comparaison de λ_1^* , λ_3^* , $\lambda_{1,L}$ et $\lambda_{3,R}$ permet de déterminer la configuration d'onde et par conséquent la formulation à employer pour estimer le flux à travers la discontinuité initiale. Dans le cas d'un régime critique, la formulation classique HLLC est celle employée :

$$\begin{aligned}
 \lambda_{1,L} > 0 & \quad \begin{cases} F_1 = F_{1,L} \\ F_2 = F_{2,L} \end{cases} & \text{C1} \\
 \lambda_{1,L} < 0 \ \& \ \lambda_1^* > 0 & \quad \begin{cases} F_1 = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} [\lambda_3 F_{1,L} - \lambda_1 F_{1,R} - \lambda_1 \lambda_3 (z_L - z_R)] \\ F_2 = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} [\lambda_3 F_{2,L} - \lambda_1 F_{2,R} - \lambda_1 \lambda_3 (F_{1,L} - F_{1,R})] \end{cases} & \text{C2} \\
 \lambda_1^* < 0 \ \& \ \lambda_3^* > 0 & \quad \begin{cases} F_1 = F_1^* \\ F_2 = F_2^* \end{cases} & \text{C3} \\
 \lambda_3^* < 0 \ \& \ \lambda_{3,R} > 0 & \quad \begin{cases} F_1 = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} [\lambda_3 F_{1,L} - \lambda_1 F_{1,R} - \lambda_1 \lambda_3 (z_L - z_R)] \\ F_2 = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} [\lambda_3 F_{2,L} - \lambda_1 F_{2,R} - \lambda_1 \lambda_3 (F_{1,L} - F_{1,R})] \end{cases} & \text{C4} \\
 \lambda_{3,R} < 0 & \quad \begin{cases} F_1 = F_{1,R} \\ F_2 = F_{2,R} \end{cases} & \text{C5}
 \end{aligned} \tag{4.70}$$

Les flux à l'interface (4.70) obtenus par résolution de la partie conservative des équations et l'état au début du pas de temps permettent le calcul de l'état intermédiaire à partir de l'équation discrétisée (4.3). Cet état intermédiaire est noté $\mathbf{U}^{n,c}$ (voir Figure 4.1).

4.3 Intégration des termes de frottement

La méthodologie employée pour prendre en compte les termes de frottement dans le code SW2D a été conservée dans SW12D. Elle consiste à résoudre analytiquement les équations différentielles ordinaires suivantes :

$$\frac{d\phi q}{dt} = -g\phi \frac{\sqrt{q^2 + r^2}}{K^2 h^2 R_{h,x}^{1/3}} q \tag{4.71a}$$

$$\frac{d\phi r}{dt} = -g\phi \frac{\sqrt{q^2 + r^2}}{K^2 h^2 R_{h,y}^{1/3}} r \tag{4.71b}$$

La porosité (ou la largeur du canal 1D) ne variant pas avec le temps, ces équations sont équivalentes à :

$$\frac{dq}{dt} = -g \frac{\sqrt{q^2 + r^2}}{K^2 h^2 R_{h,x}^{1/3}} q \tag{4.72a}$$

$$\frac{dr}{dt} = -g \frac{\sqrt{q^2 + r^2}}{K^2 h^2 R_{h,y}^{1/3}} r \quad (4.72b)$$

La résolution de (4.72) nécessite la détermination du rayon hydraulique R_h de l'écoulement dans chaque direction d'espace.

4.3.1 Détermination du rayon hydraulique

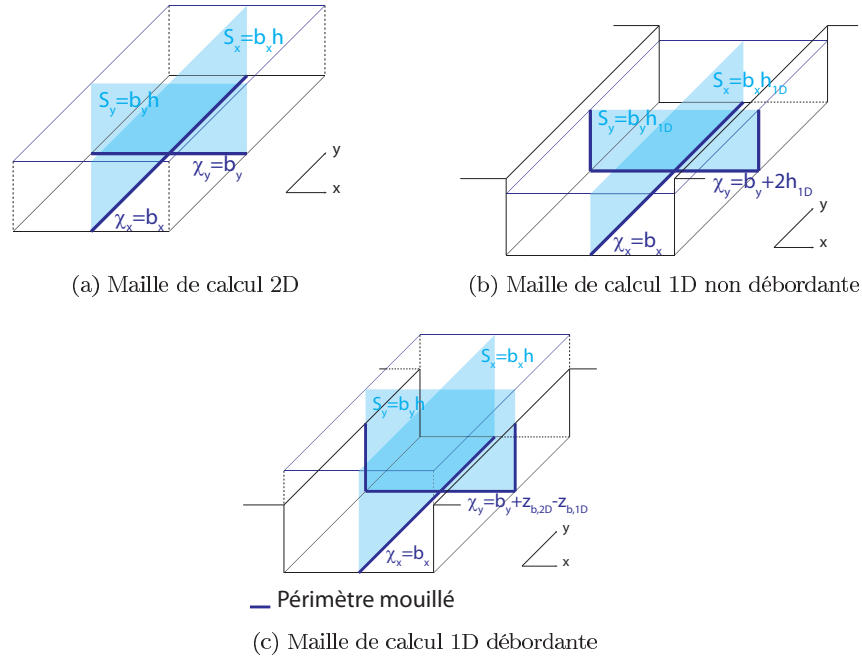


FIGURE 4.7 – Schéma de calcul du rayon hydraulique

Par définition, le rayon hydraulique s'exprime par :

$$R_h = \frac{S}{\chi} \quad (4.73)$$

Quelle que soit la maille de calcul considérée, la section en travers de l'écoulement est égale à : $S = bh$ où b est équivalent à la largeur de l'écoulement sur la maille de calcul (pour des maillages non structurés, le calcul précis de cette largeur est relativement complexe). En revanche, l'expression du périmètre mouillé χ varie suivant la configuration considérée (voir Figure 4.7). En effet, dans le cas d'une maille 2D, on peut faire l'hypothèse que la profondeur de l'écoulement est négligeable devant la largeur de l'écoulement : $h \ll b$. Le périmètre mouillé peut

donc être assimilé à la largeur de l'écoulement : $\chi \approx b$; le rayon hydraulique est alors égal à la hauteur d'eau : $R_h \simeq h$.

Dans le cas des mailles 1D, le même raisonnement peut être fait pour la détermination du rayon hydraulique pour le calcul des frottements dans la direction transversale au canal 1D. En revanche, pour les frottements dans la direction longitudinale, l'hypothèse $h \ll b$ est à priori fausse. En effet, les mailles 1D sont utilisées pour modéliser des chenaux d'écoulement de faible largeur, le périmètre mouillé ne peut plus être assimilé à la simple largeur de l'écoulement. Il convient alors de tenir compte du contact entre l'eau et les parois du canal 1D. Pour la prise en compte des frottements dans la direction longitudinale sur les mailles 1D, le rayon hydraulique prend donc l'expression suivante :

$$R_h = \frac{bh}{b + 2 \max(h; z_{b_{2D}} - z_{b_{1D}})} \quad (4.74)$$

Le rayon hydraulique R_h étant déterminé pour l'ensemble des mailles de calcul, il est alors possible de résoudre les équations différentielles ordinaires régissant les frottements.

4.3.2 Résolution des équations différentielles ordinaires

Dans tous les cas, la prise en compte des termes de frottement revient à résoudre une équation différentielle ordinaire de la forme :

$$\frac{df}{dt} = -\alpha f \quad (4.75)$$

où $f = q$ ou $f = r$. Cette équation est équivalente à :

$$\frac{df}{f} = -\alpha dt \quad (4.76)$$

Cette relation est intégrée sur le pas de temps :

$$\int_{f^n}^{f^{n+1}} \frac{1}{f} df = \int_{t^n}^{t^{n+1}} -\alpha dt \quad (4.77)$$

La résolution analytique de cette équation donne :

$$\begin{aligned} [\ln f]_{f^n}^{f^{n+1}} &= -\alpha \Delta t \\ \ln f^{n+1} - \ln f^n &= -\alpha \Delta t \\ \ln \left(\frac{f^{n+1}}{f^n} \right) &= -\alpha \Delta t \\ \frac{f^{n+1}}{f^n} &= \exp(-\alpha \Delta t) \\ f^{n+1} &= f^n \exp(-\alpha \Delta t) \end{aligned} \quad (4.78)$$

4.4. CALCUL DES FLUX À TRAVERS LES INTERFACES INTÉRIEURES 99

Pour les mailles 2D, on a :

$$\alpha_{2D} = g \frac{\sqrt{q^2 + r^2}}{K^2 h^{7/3}} \quad (4.79)$$

Pour les mailles 1D, on conserve l'expression du α_{2D} pour le calcul des frottements dans la direction transversale au canal. Pour la direction longitudinale, on a :

$$\alpha = g \frac{\sqrt{q^2 + r^2}}{K^2 h^{7/3} \left(\frac{b}{b + 2 \max(h; z_{b_{2D}} - z_{b_{1D}})} \right)^{1/3}} \quad (4.80)$$

Pour chaque maille de calcul, il est alors possible d'intégrer les termes de frottement par l'intermédiaire de (4.78), α étant défini par (4.79) ou (4.80). Pour le cas d'une maille 2D, le vecteur des variables $\mathbf{U}^{n,c}$ est transformé par l'expression suivante :

$$h^{n,f} = h^{n,c} \quad (4.81)$$

$$q^{n,f} = q^{n,c} \exp \left(-g \frac{\sqrt{(q^{n,c})^2 + (r^{n,c})^2}}{K^2 (h^{n,c})^{7/3}} \Delta t \right) \quad (4.82)$$

$$r^{n,f} = r^{n,c} \exp \left(-g \frac{\sqrt{(q^{n,c})^2 + (r^{n,c})^2}}{K^2 (h^{n,c})^{7/3}} \Delta t \right) \quad (4.83)$$

4.4 Calcul des flux à travers les interfaces intérieures

Le solveur de Riemann développé précédemment permet le calcul des flux à travers les interfaces extérieures, *i.e.* les interfaces séparant deux mailles de calcul 2D ou deux mailles de calcul 1D. Les flux entre une maille 1D et la maille 2D qui la contient restent à déterminer. Il est rappelé que l'un des objectifs fixés pour la méthodologie du code couplé 1D-2D est que le calcul des flux entre les mailles 1D et 2D ne réduisent pas le pas de temps de calcul.

Par souci de simplicité, on se place dans le référentiel associé au canal 1D $R' (O; x'; y'; z)$ (voir Figure 3.4).

4.4.1 Hypothèses de travail

Les hypothèses utilisées pour le calcul des flux entre les mailles 1D et 2D sont les suivantes :

- Hyp. 4.1 : à la fin du pas de temps, la cote de la surface libre sur une maille 1D est identique à celle sur la maille 2D qui la contient si elle est non nulle

- Hyp. 4.2 : la composante de la vitesse transversale au canal 1D à la fin du pas de temps est la même sur une maille 1D et sur la maille 2D qui la contient

4.4.2 Transfert de masse

Le transfert de masse entre les deux mailles de calcul est réalisé à partir de l'hypothèse 4.1. Cette hypothèse permet de calculer la cote de la surface libre dans chaque cellule après le transfert de masse. Suivant la cote relative de la surface libre et du fond dans les cellules, plusieurs configurations doivent être distinguées (voir Figure 4.8). L'eau étant assimilée à un fluide incompressible

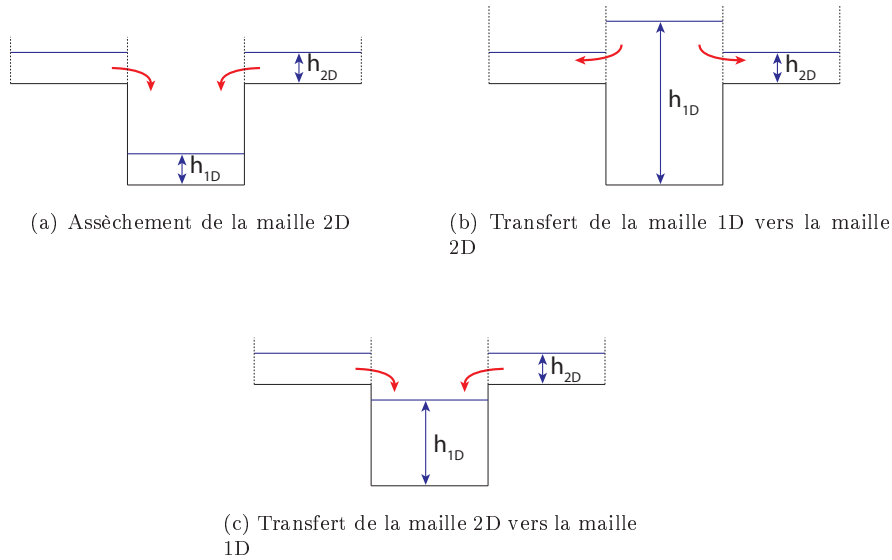


FIGURE 4.8 – Configuration des hauteurs d'eau dans les mailles de calcul à la fin de l'étape de résolution des équations conservatives

(Hyp. 3.2), il est possible de raisonner en termes de volume plutôt qu'en termes de masse.

4.4.2.1 Assèchement de la maille 2D (voir Figure 4.8(a))

Le volume d'eau contenu dans la maille 2D avant le transfert est égal à :

$$V_{2D} = A_{2D} (h_{2D})^{n,f} \quad (4.84)$$

Si ce volume d'eau est inférieur au volume disponible dans la maille 1D avant son débordement, la maille 2D s'assèche :

$$V_{2D} < V_{1D,dispo} = A_{1D} \left(z_{b_{2D}} - z_{b_{1D}} - (h_{1D})^{n,f} \right) \quad (4.85)$$

La hauteur d'eau dans la maille 2D à la fin du transfert de masse est alors nulle : $h_{2D}^{n,m} = 0$. La hauteur d'eau étant nulle dans la maille 2D, la quantité de mouvement y est également nécessairement nulle : $q_{2D}^{n,m} = 0$ et $r_{2D}^{n,m} = 0$. La cote de la surface libre dans la maille 1D après le transfert de masse est alors la suivante :

$$(z_{1D})^{n,m} = (z_{1D})^{n,f} + \frac{V_{2D}}{A_{1D}} \quad (4.86)$$

Simultanément au transfert de masse depuis la maille 2D vers la maille 1D, la quantité de mouvement de l'écoulement 2D est transférée. La quantité de mouvement dans la maille 1D après transfert de masse est donc égale à :

$$(q_{1D})^{n,m} = (q_{1D})^{n,f} + \frac{(q_{2D})^{n,f} A_{2D}}{A_{1D}} \quad (4.87)$$

$$(r_{1D})^{n,m} = (r_{1D})^{n,f} + \frac{(r_{2D})^{n,f} A_{2D}}{A_{1D}} \quad (4.88)$$

La maille 1D n'est toutefois pas débordante, l'écoulement moyen dans la direction transversale est donc nécessairement nul. La quantité de mouvement dans la direction transversale après transfert est donc nécessairement nulle :

$$r_{1D}^{n,m} = 0 \quad (4.89)$$

4.4.2.2 Équilibrage des mailles 1D et 2D (voir Figure 4.8(b) et (c))

L'eau étant considérée comme un fluide incompressible (Hyp. 3.2), le volume global contenu dans la maille 1D et la maille 2D ne varie pas durant le transfert de masse. Le transfert de masse entre les deux mailles doit donc permettre de vérifier l'hypothèse sur l'égalité des cotes à chaque instant (Hyp. 4.1). Le volume d'eau V contenu au temps intermédiaire sur les deux mailles est égal à :

$$\begin{aligned} V &= A_{1D} (h_{1D})^{n,f} + A_{2D} (h_{2D})^{n,f} \\ &= A_{1D} \left((z_{1D})^{n,f} - z_{b_{1D}} \right) + A_{2D} \left((z_{2D})^{n,f} - z_{b_{2D}} \right) \end{aligned} \quad (4.90)$$

et peut être calculé à partir des variables à la fin de l'étape hyperbolique. En introduisant la relation $(z_{1D})^{n,f} = (z_{2D})^{n,f} = z$ imposée par l'hypothèse 4.1 dans l'équation (4.90), on obtient :

$$V = A_{1D} (z - z_{b_{1D}}) + A_{2D} (z - z_{b_{2D}}) \quad (4.91)$$

Cette relation est équivalente à :

$$z = \frac{A_{1D} (z_{1D})^{n,f} + A_{2D} (z_{2D})^{n,f}}{A_{1D} + A_{2D}} \quad (4.92)$$

Le volume transféré depuis la maille 1D vers la maille 2D est donc égal à :

$$V_{1D \rightarrow 2D} = A_{1D} \left((z_{1D})^{n,f} - z \right) = -A_{2D} \left((z_{2D})^{n,f} - z \right) \quad (4.93)$$

La quantité de mouvement contenue dans ce volume est également transférée. Après équilibrage, les composantes de la quantité de mouvement sur chaque maille de calcul s'écrivent, dans le cas du transfert depuis la maille 2D vers la maille 1D :

$$(q_{1D})^{n,m} = (q_{1D})^{n,f} + (q_{2D})^{n,f} \frac{(z_{2D})^{n,f} - z}{(h_{2D})^{n,f}} \frac{A_{2D}}{A_{1D}} \quad (4.94a)$$

$$(q_{2D})^{n,m} = (q_{2D})^{n,f} - (q_{2D})^{n,f} \frac{(z_{2D})^{n,f} - z}{(h_{2D})^{n,f}} \quad (4.94b)$$

$$(r_{1D})^{n,m} = (r_{1D})^{n,f} + (r_{2D})^{n,f} \frac{(z_{2D})^{n,f} - z}{(h_{2D})^{n,f}} \frac{A_{2D}}{A_{1D}} \quad (4.94c)$$

$$(r_{2D})^{n,m} = (r_{2D})^{n,f} - (r_{2D})^{n,f} \frac{(z_{2D})^{n,f} - z}{(h_{2D})^{n,f}} \quad (4.94d)$$

et pour le transfert de la maille 1D vers la maille 2D :

$$(q_{1D})^{n,m} = (q_{1D})^{n,f} - (q_{1D})^{n,f} \frac{(z_{1D})^{n,f} - z}{(h_{1D})^{n,f}} \quad (4.95a)$$

$$(q_{2D})^{n,m} = (q_{2D})^{n,f} + (q_{1D})^{n,f} \frac{(z_{1D})^{n,f} - z}{(h_{1D})^{n,f}} \frac{A_{1D}}{A_{2D}} \quad (4.95b)$$

$$(r_{1D})^{n,m} = (r_{1D})^{n,f} - (r_{1D})^{n,f} \frac{(z_{1D})^{n,f} - z}{(h_{1D})^{n,f}} \quad (4.95c)$$

$$(r_{2D})^{n,m} = (r_{2D})^{n,f} + (r_{1D})^{n,f} \frac{(z_{1D})^{n,f} - z}{(h_{1D})^{n,f}} \frac{A_{1D}}{A_{2D}} \quad (4.95d)$$

4.4.3 Equilibrage de la quantité de mouvement transversale

Le transfert de quantité de mouvement dans la direction transversale est basé sur l'hypothèse 4.2. En effet, la structure supposée de l'écoulement qui se met en place est présentée à la figure 3.2. Le bilan de quantité de mouvement dans la direction transversale à l'axe du canal 1D sur l'ensemble des mailles s'écrit :

$$\begin{aligned} (QdM_t)^{n,m} &= A_{2D} (r_{2D})^{n,m} + A_{1D} (r_{1D})^{n,m} \\ &= A_{2D} (h_{2D})^{n,m} (v_{2D})^{n,m} + A_{1D} (h_{1D})^{n,m} (v_{1D})^{n,m} \end{aligned} \quad (4.96)$$

4.4. CALCUL DES FLUX À TRAVERS LES INTERFACES INTÉRIEURES 55

Le transfert de quantité de mouvement doit permettre de vérifier l'hypothèse 4.2 : $(v_{2D})^{n,t} = (v_{1D})^{n,t} = v^{n,t}$. Après rééquilibrage, la quantité de mouvement sur les deux cellules est égale à :

$$(QdM_t)^{n,t} = A_{2D} (h_{2D})^{n,t} v^{n,t} + A_{1D} (h_{1D})^{n,t} v^{n,t} \quad (4.97)$$

Au cours du transfert, la quantité de mouvement transversale sur les deux mailles de calcul reste la même :

$$(QdM_t)^{n,m} = (QdM_t)^{n,t} \quad (4.98)$$

En introduisant les définitions de $(QdM_t)^{n,m}$ et $(QdM_t)^{n,t}$ et l'hypothèse 4.2 dans (4.98), on obtient que la vitesse de l'écoulement dans la direction transversale est égale à :

$$v^{n,t} = \frac{A_{2D} (h_{2D})^{n,m} (v_{2D})^{n,m} + A_{1D} (h_{1D})^{n,m} (v_{1D})^{n,m}}{A_{2D} (h_{2D})^{n,t} + A_{1D} (h_{1D})^{n,t}} \quad (4.99)$$

$v^{n,t}$ peut être calculée en utilisant (4.99) et le fait que les transferts de quantités de mouvement ne modifient pas les hauteurs d'eau sur chaque cellule : $(h_{1D})^{n,t} = (h_{1D})^{n,m}$ et $(h_{2D})^{n,t} = (h_{2D})^{n,m}$. On en déduit donc que la quantité de mouvement dans la direction transversale pour la maille 1D est égale à :

$$(r_{1D})^{n,t} = (h_{1D})^{n,t} v^{n,t} \quad (4.100a)$$

et pour la maille 2D :

$$(r_{2D})^{n,t} = (h_{2D})^{n,t} v^{n,t} \quad (4.100b)$$

L'écoulement transversal transporte de la quantité de mouvement longitudinale. Le transfert de quantité de mouvement transversale s'accompagne donc d'un transfert de quantité de mouvement longitudinale. Le volume d'eau qui traverse chaque interface intérieure pendant le pas temps est égal à :

$$V_L = L_L (h_{2D})^{n,t} |v^{n,t}| \Delta t \quad (4.101a)$$

$$V_R = L_R (h_{2D})^{n,t} |v^{n,t}| \Delta t \quad (4.101b)$$

Ce transfert de masse s'accompagne d'un transfert de quantité de mouvement longitudinale. Pour un écoulement transversal de la rive droite vers la rive gauche, les quantités de mouvement longitudinales après transfert s'écrivent :

$$(q_{2D})^{n,t} = (q_{2D})^{n,m} + \frac{1}{A_{2D}} (V_L (u_{1D})^{n,m} - V_R (u_{2D})^{n,m}) \quad (4.102a)$$

$$(q_{1D})^{n,t} = (q_{1D})^{n,m} + \frac{1}{A_{1D}} (V_R (u_{2D})^{n,m} - V_L (u_{1D})^{n,m}) \quad (4.102b)$$

Pour un écoulement transversal dans l'autre direction, les quantités de mouvement longitudinales après transfert s'écrivent :

$$(q_{2D})^{n,t} = (q_{2D})^{n,m} + \frac{1}{A_{2D}} (V_R (u_{1D})^{n,m} - V_L (u_{2D})^{n,m}) \quad (4.103a)$$

$$(q_{1D})^{n,t} = (q_{1D})^{n,m} + \frac{1}{A_{1D}} (V_L (u_{2D})^{n,m} - V_R (u_{1D})^{n,m}) \quad (4.103b)$$

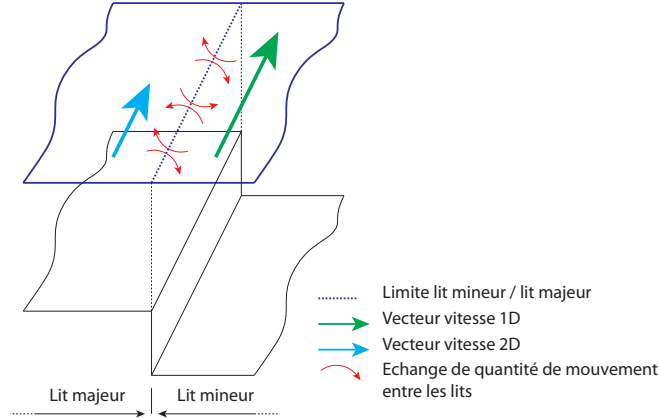


FIGURE 4.9 – Transfert de quantité de mouvement à l’interface des écoulements 1D et 2D

4.4.4 Transfert de quantité de mouvement longitudinale

Les transferts de quantité de mouvement longitudinale ont deux origines : les transferts associés aux transferts de masse entre les mailles de calcul (déjà calculés précédemment) et les transferts liés aux frottements liquide-liquide le long des interfaces intérieures. Ces transferts sont commandés par la force de cisaillement à l’interface. Du fait du gradient de vitesse entre l’écoulement 1D et l’écoulement 2D à l’origine de cette force de cisaillement à l’interface, une zone turbulente se forme au niveau de l’interface. Au niveau de cette zone, des structures tourbillonnaires sont à l’origine d’échanges entre l’écoulement 1D et l’écoulement 2D, bien que les transferts de masse soient nuls en moyenne (voir Figure 4.9). Il y a en effet, un transfert simultané depuis la maille 1D vers la maille 2D et de la maille 2D vers la maille 1D. Un modèle de turbulence établissant le débit de transfert d’un écoulement vers l’autre en fonction du gradient de vitesse a été choisi. Les modèles de turbulence sont relativement nombreux, toutefois, le choix s’est porté sur un modèle relativement simple et suffisamment précis en regard des imprécisions inhérentes à un modèle dans des configurations réelles. La formulation proposée par [6], équivalent à un modèle de longueur de mélange, a été retenue. Le débit de transfert lié à la turbulence est séparé du débit de transfert lié au changement de forme du canal 1D. Le débit de transfert lié à la turbulence entre l’écoulement 1D et l’écoulement 2D suit la relation :

$$q_t = v (h_{2D})^{n,t} \quad (4.104)$$

où v est la vitesse de l’écoulement dans la direction transversale à l’interface considérée. Par hypothèse du modèle, cette vitesse est supposée proportionnelle à la différence de vitesse entre les deux écoulements. La formulation proposée suppose que la vitesse dans chaque écoulement est parallèle à l’interface.

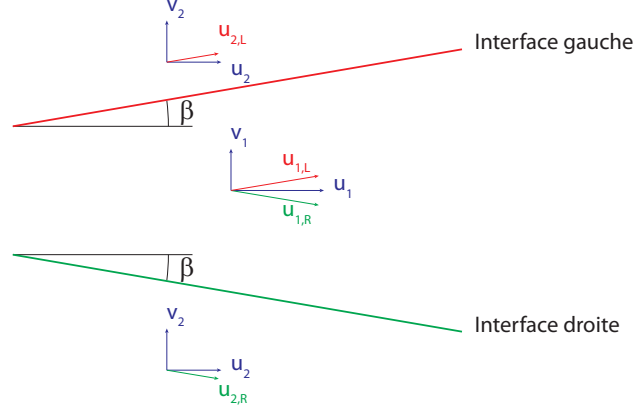


FIGURE 4.10 – Projection des vecteurs vitesse dans le référentiel associé aux interfaces intérieures

Il convient donc de prendre en compte, dans la formulation, la composante de la vitesse pour chaque écoulement qui est parallèle à l'interface intérieure (voir Figure 4.10).

Le débit de transfert à travers chaque interface s'écrit donc :

$$q_{t,L} = \Psi |((u_{1D,L})^{n,m} - (u_{2D,L})^{n,m}) \cos \beta| (h_{2D})^{n,t} \quad (4.105a)$$

$$q_{t,R} = \Psi |((u_{1D,R})^{n,m} - (u_{2D,R})^{n,m}) \cos \beta| (h_{2D})^{n,t} \quad (4.105b)$$

où Ψ est un coefficient de proportionnalité et où β est l'angle formé par l'axe du canal 1D et une interface intérieure (voir Figure 4.10). [6] a montré que Ψ varie peu avec la géométrie des écoulements et propose d'employer $\Psi = 0.016$ dans l'ensemble des configurations rencontrées. Connaissant le débit de transfert à travers chaque interface intérieure, la longueur de ces interfaces et le pas de temps, il est possible d'en déduire l'évolution de quantité de mouvement sur chaque maille de calcul :

$$(q_{1D})^{n,l} = (q_{1D})^{n,t} + \Delta t (L_L q_{t,L} + L_R q_{t,R}) \frac{(u_{2D})^{n,t} - (u_{1D})^{n,t}}{A_{1D}} \quad (4.106a)$$

$$(q_{2D})^{n,l} = (q_{2D})^{n,t} - \Delta t (L_L q_{t,L} + L_R q_{t,R}) \frac{(u_{2D})^{n,t} - (u_{1D})^{n,t}}{A_{2D}} \quad (4.106b)$$

$$(r_{1D})^{n,l} = (r_{1D})^{n,t} + \Delta t (L_L q_{t,L} + L_R q_{t,R}) \frac{(v_{2D})^{n,t} - (v_{1D})^{n,t}}{A_{1D}} \quad (4.106c)$$

$$(r_{2D})^{n,l} = (r_{2D})^{n,t} - \Delta t (L_L q_{t,L} + L_R q_{t,R}) \frac{(v_{2D})^{n,t} - (v_{1D})^{n,t}}{A_{2D}} \quad (4.106d)$$

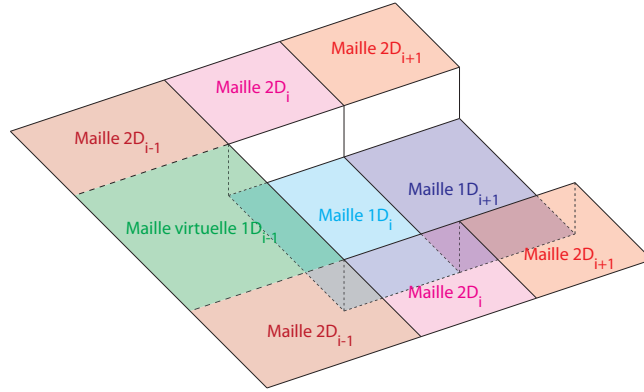


FIGURE 4.11 – Schéma de principe des mailles virtuelles

4.5 Gestion des extrémités du canal 1D

D'un point de vue algorithmique, la partie hyperbolique des équations de propagations n'est résolue qu'entre des mailles de même nature. Cela pose un problème dans le cas où une extrémité du canal 1D est présente à l'intérieur du domaine d'étude. Dans une telle configuration, le flux entre la maille 2D $i - 1$ et la maille 1D i n'est pas calculé. Pour ces configurations, le code génère automatiquement une maille 1D virtuelle (voir Figure 4.11) dont les caractéristiques (de l'écoulement et géométrique) sont identiques à celle de la maille 2D qui la contient. Cette maille permet donc le calcul du flux à travers l'interface située à l'extrémité du canal 1D en utilisant la même méthodologie que pour les autres mailles 1D.

4.6 Gestion des conditions aux limites

Dans le code de calcul SW2D, plusieurs types de conditions aux limites peuvent être imposées : une cote ou une hauteur d'eau donnée, une section critique (pour laquelle le nombre de Froude est fixé) ou un débit entrant. Pour le code SW12D, la méthodologie de gestion des conditions aux limites a été reprise. Le changement de référentiel est réalisé pour faire correspondre l'état droit du problème de Riemann et la maille de calcul. Le flux à travers la limite est calculé en utilisant l'invariant de Riemann

$$u_b - 2c_b = u_R - 2c_R \quad (4.107)$$

où $_b$ se rapporte à la variable fixée à la limite et où $_R$ se rapporte à la variable dans la cellule. En utilisant (4.107) et la valeur de la variable fixée à la limite, il est possible de déduire la variable à la limite manquante. Il est alors possible

de définir un problème de Riemann à l'interface dont la solution permet de déterminer les flux à travers la limite du modèle.

Les conditions aux limites sont définies sur les limites du maillage bidimensionnel. Dans le cas où il y a également une maille 1D en limite du modèle, l'utilisation de la condition aux limites en débit est problématique. En effet, par soucis de simplicité, seul le débit entrant sur la maille 1D et sur la maille 2D est connu. La répartition entre les deux mailles est déterminée par le logiciel. Le débit unitaire q transitant par la limite du modèle est fixé par l'utilisateur ; le débit Q transitant par les deux mailles est donc égal à :

$$Q = (L_{1D} + L_{2D}) q = Q_{1D} + Q_{2D} \quad (4.108)$$

On fait l'hypothèse que le débit entrant sur une maille est proportionnel à la section mouillée :

$$Q_{1D} = q_{1D} L_{1D} = \frac{L_{1D} h_{1D}}{L_{1D} h_{1D} + L_{2D} h_{2D}} Q \quad (4.109)$$

$$Q_{2D} = q_{2D} L_{2D} = \frac{L_{2D} h_{2D}}{L_{1D} h_{1D} + L_{2D} h_{2D}} Q \quad (4.110)$$

On en déduit donc le débit unitaire utilisé à l'interface des cellules 1D et 2D :

$$q_{1D} = \frac{(L_{1D} + L_{2D}) h_{1D}}{L_{1D} h_{1D} + L_{2D} h_{2D}} q \quad (4.111)$$

$$q_{2D} = \frac{(L_{1D} + L_{2D}) h_{2D}}{L_{1D} h_{1D} + L_{2D} h_{2D}} q \quad (4.112)$$

4.7 Discrétisation spatiale de la zone d'étude

La discrétisation de la zone d'étude est une étape fondamentale de la construction d'un modèle bidimensionnel. La valeur des variables calculées ne sera connue que sur les mailles de calcul. La discrétisation (et donc le maillage) devra par conséquent être adaptée avec une densité accrue dans les zones pour lesquelles une précision plus importante est visée. Pour cette étape, c'est généralement l'expérience du modélisateur qui permet de déterminer la densité de maillage nécessaire pour une précision visée.

La zone d'étude est discrétisée sous forme de polygones. Bien que la méthodologie et le logiciel de résolution des équations ne l'imposent pas, les polygones ont 3 ou 4 cotés. En effet, les logiciels de maillages courant ne permettent généralement pas de traiter des polygones avec plus de cotés. La seule contrainte imposée par la méthodologie pour la construction du maillage 2D est que les mailles doivent être convexes. En effet, la méthodologie de calcul identifie l'orientation d'une interface à partir de la position des centres de gravité des mailles de part et d'autre de cette interface. Dans le cas de mailles concaves, les deux centres de gravité peuvent être du même côté de l'interface et ainsi provoquer une erreur

dans l'orientation de l'interface. Le code de calcul identifie automatiquement la présence de mailles concaves pour éviter toute erreur ultérieure.

Le maillage pour l'écoulement unidimensionnel (maillage 1D) est construit sur le maillage pour les écoulements bidimensionnels (maillage 2D). Le couplage entre les deux modèles suppose qu'une maille 1D est intégralement incluse dans une maille 2D. En effet, cela permet de s'assurer que les échanges latéraux d'une maille 1D ne se font qu'avec une unique maille 2D.

Sur la base du maillage 2D, le logiciel produit automatiquement le maillage 1D à partir du tracé du canal 1D fourni sous forme de polygones. Pour chaque sommet de la polygone, la cote du fond $z_{b,1D}$ est renseignée ainsi que la largeur b du canal 1D suivant la bissectrice formée par l'axe du canal avant et après le point concerné ou perpendiculairement au tronçon pour les extrémités de la polygone (voir Figure 4.12a).

Les interfaces du maillage 1D sont construites le long des interfaces 2D intersectées par la polygone portant le canal 1D (voir Figure 4.12b). La polygone de support du canal 1D ne doit donc pas passer par l'un des sommets du maillages 2D. Les mailles 1D sont construites à partir de leurs interfaces (voir Figure 4.12c).

La construction du maillage 2D doit être réalisée en prévoyant la construction ultérieure du maillage 1D. En effet dans certaines configurations, une maille 1D peut contenir une interface d'une maille 2D (voir Figure 4.13a) ou la maille 1D peut être un polygone croisé (voir Figure 4.13b).

Ces configurations sont problématiques, soit pour la gestion des mailles de calcul par le code soit car elles invalident certaines hypothèses réalisées (voir Section 4.4.1). Lors de la validation du module de construction du maillage 1D, il est apparu que la construction d'un maillage 2D adéquat permet de s'affranchir des problèmes cités. En effet, l'usage de mailles 2D couplées sensiblement plus grandes que les mailles 1D qu'elles contiennent ainsi que l'utilisation d'un maillage 2D ayant été conçu pour supporter le maillage 1D est conseillé (voir Figure 4.14).

Les équations unidimensionnelle (3.49) et bidimensionnelle (3.48) sont donc discrétisées sur le maillage ainsi obtenu, chaque maille 1D étant associée à la maille 2D qui la contient.

Les différentes étapes de résolution des équations de propagation par la méthode des volumes finis ont toutes été explicitées. Le code de calcul SW12D correspond à la programmation en fortran de ces différentes étapes de calcul. Le chapitre suivant s'intéresse à la validation et à l'évaluation des performances de ce nouveau code de calcul.

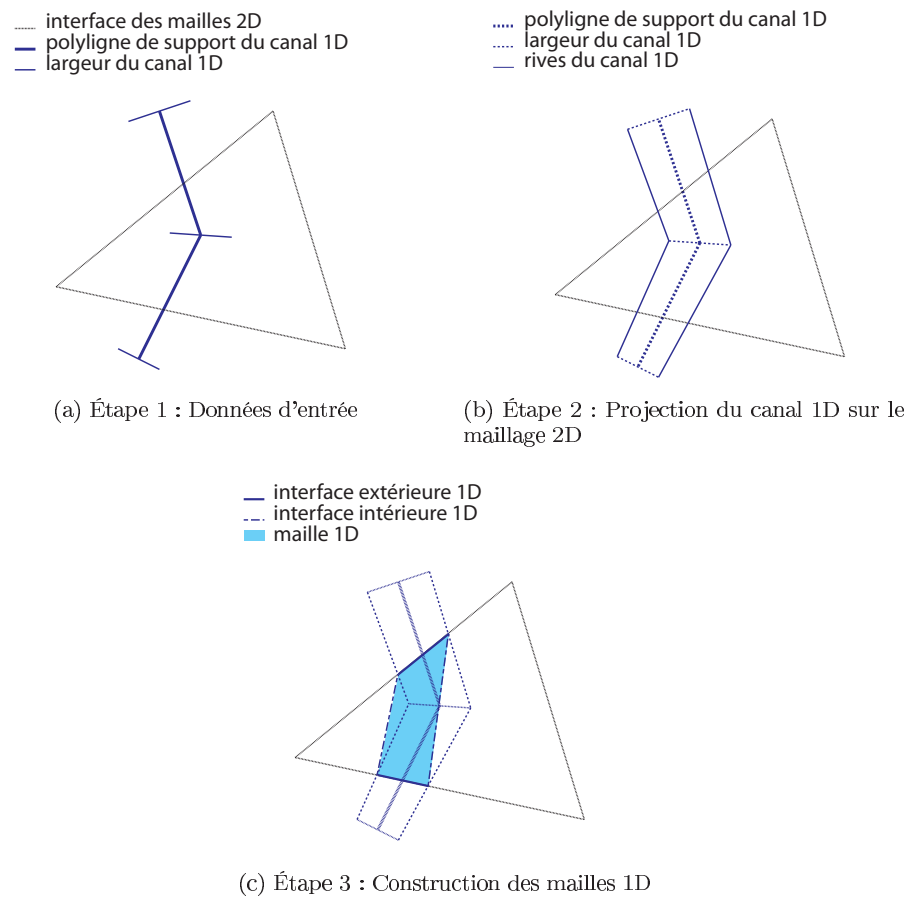


FIGURE 4.12 – Étapes de construction du maillage 1D

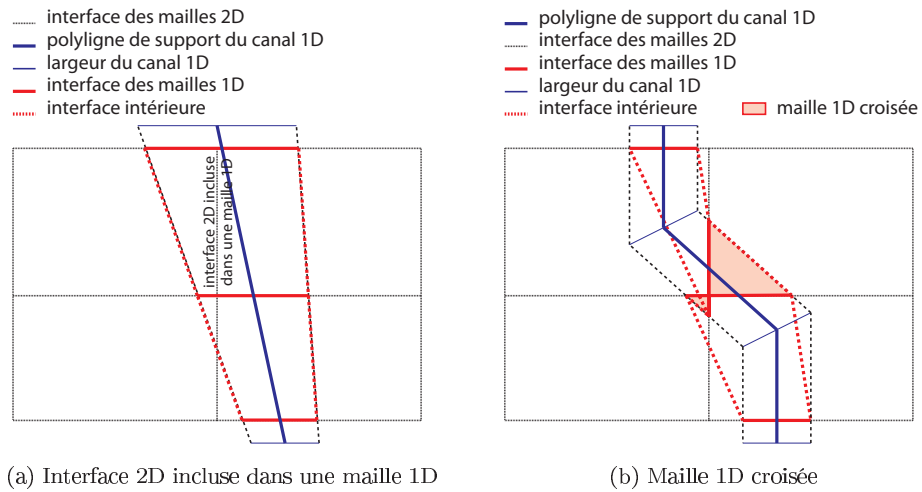


FIGURE 4.13 – Exemple de configurations problématiques

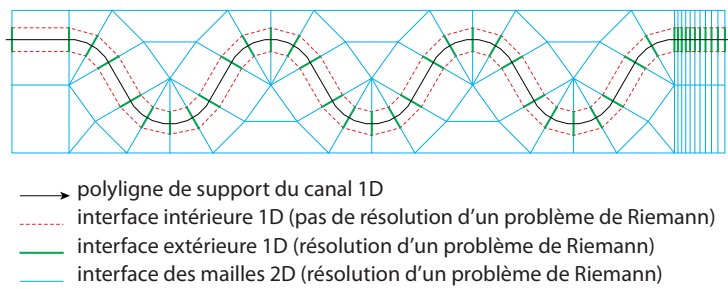


FIGURE 4.14 – Exemple de maillage 2D facilitant la construction du maillage 1D

Chapitre 5

Résultats

Sommaire

5.1	Validation du solveur PorAS	104
5.1.1	Écoulement unidimensionnel à travers une zone de porosité variable : Test T_1	104
5.1.2	Écoulement unidimensionnel sur une bosse : Test T_2	107
5.1.3	Rupture de barrage	109
5.1.3.1	Rupture unidimensionnelle avec porosité variable (T_3)	109
5.1.3.2	Rupture unidimensionnelle avec une porosité discontinue (T_4)	112
5.1.3.3	Rupture bidimensionnelle avec porosité variable (T_5)	114
5.1.4	Étude de convergence (T_6)	114
5.1.5	Cas test expérimental (T_7)	117
5.2	Expériences réalisées	120
5.2.1	Description du dispositif expérimental	120
5.2.2	Série 1 - Calage du coefficient de rugosité	122
5.2.2.1	Configuration « Canal à nu » (Nu)	122
5.2.2.2	Configuration « Parpaings » (Pr)	123
5.2.2.3	Configuration « Briques » (Br)	125
5.2.2.4	Modélisation	128
5.2.2.5	Coefficient de rugosité	132
5.2.3	Série 2 - Canal rectangulaire avec débordement	133
5.2.3.1	Configuration « Lit mineur 7 cm » (7cm)	135
5.2.3.2	Configuration « Lit mineur 17 cm » (17cm)	138
5.2.3.3	Configuration « Lit mineur 28 cm » (28cm)	140
5.2.3.4	Durée de simulation	142
5.2.4	Série 3 - Coudes	144
5.2.4.1	Configuration « Coudes à 90° rapprochés » (90c)	144
5.2.4.2	Configuration « Coudes à 90° éloignés » (90l)	150
5.2.4.3	Durée de simulation	152
5.2.5	Série 4 - Etude de la structure des écoulements transversaux	153
5.3	Modélisation d'un cas réel	154
5.3.1	Présentation de la zone d'étude	154
5.3.2	Comparaison des hauteurs d'eau simulées	157
5.3.3	Comparaison des vitesses d'écoulement simulées	161

La méthodologie développée au chapitre 4 a été implantée dans un code de calcul dénommé SW12D (pour Shallow Water 1D-2D). Dans un premier temps, l'efficacité du solveur de Riemann proposé à la section 4.2.4 est évaluée. Ce solveur est comparé à un solveur HLLC présenté dans [28]. Dans un second temps, la méthodologie de couplage 1D-2D de SW12D est comparée à la méthodologie bidimensionnelle de SW2D. Une amélioration sensible de la vitesse de calcul pour une précision similaire est attendue.

Des expériences sur modèles réduits ont été réalisées au sein de l'Ecole Nationale Supérieure d'Agronomie de Montpellier (ENSA-M). Après une description de chaque expérience, les résultats numériques seront confrontés aux mesures expérimentales afin d'évaluer la pertinence des résultats simulés et de comparer la précision et la rapidité de calcul des deux outils.

5.1 Cas tests pour la validation du solveur PorAS

Pour valider l'efficacité du solveur PorAS développé à la section 4.2, treize différents cas tests ont été réalisés à partir de huit géométries et avec des conditions d'écoulement variables (fluvial, torrentiel, transcritique et ressaut hydraulique). Les cas tests sont dénommés $T_{i,(\text{sub}, \text{sup}, \text{trans}, \text{jump})}$. Les résultats sont comparés à la solution analytique (ou semi-analytique) et aux résultats calculés avec le solveur HLLC présenté dans [28]. Dans chaque section, la géométrie employée est décrite. La géométrie 1 a été développée pour évaluer les performances du solveur PorAS en régime permanent ($T_{1,(\text{sub}, \text{sup}, \text{trans}, \text{jump})}$). D'autres comparaisons ont également été réalisées sur la base des cas tests proposés dans [42] : $T_{2,(\text{sub}, \text{trans})}$ et dans [28] : T_3 , T_4 et T_5 . Une étude de convergence a également été réalisée pour les deux solveurs PorAS et HLLC : $T_{6,(1, 2, 3)}$. L'efficacité du solveur PorAS a été testée en comparant les résultats du modèle avec des données expérimentales : T_7 .

5.1.1 Écoulement unidimensionnel à travers une zone de porosité variable : Test T_1

La première géométrie consiste en un écoulement permanent dans un canal sans pente et avec une porosité variable. Les quatre cas tests associés doivent permettre de mettre en évidence les performances du solveur développé en présence de porosité variable. Un profil parabolique a été choisi pour la porosité :

$$\phi(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{si } x \in [X_m - L_0; X_m + L_0] \\ \phi_0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.1)$$

$$a = \frac{\phi_0 - \phi_m}{L_0^2}, \quad b = -2aX_m, \quad c = \phi_0 + a(X_m^2 - L_0^2)$$

où X_m est l'abscisse du milieu du rétrécissement, $2L_0$ sa longueur, ϕ_0 est la porosité à l'extérieur du rétrécissement et ϕ_m est la porosité au centre (voir

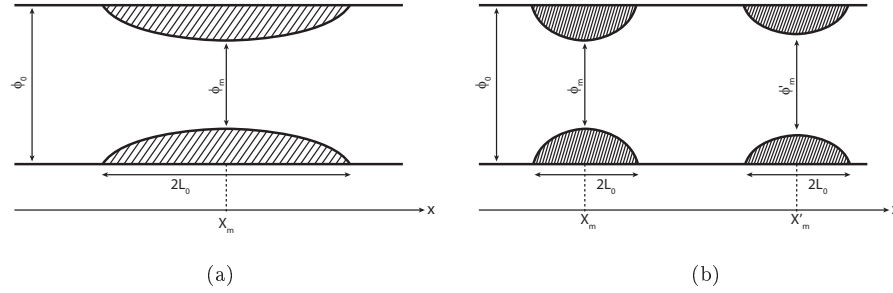
FIGURE 5.1 – Schéma de définition des variables pour le cas test T_1 .

Figure 5.1a). Les paramètres utilisés pour les simulations sont regroupés dans le tableau 5.1.

Pour établir la solution de référence pour ce cas test, on utilise l'équation de conservation de la quantité de mouvement en régime permanent :

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{\phi h} + \frac{1}{2} g \phi h^2 \right) = \frac{1}{2} g h^2 \frac{d\phi}{dx} \quad (5.2)$$

En combinant l'équation de continuité avec l'équation (5.2) on aboutit à :

$$\phi \frac{dh}{dx} (1 - Fr^2) = h Fr^2 \frac{d\phi}{dx} \quad (5.3)$$

Pour un régime fluvial, la discrétisation de (5.3) est réalisée de l'amont vers l'aval en utilisant la méthode d'Euler explicite (et vice versa pour un écoulement torrentiel) :

$$h_d = h_u - h_u \frac{u_u^2}{\phi (g h_u - u_u^2)} (\phi_u - \phi_d) \quad (5.4)$$

La référence du cas test $T_{1,\text{sup}}$ est établie en imposant un débit unitaire $q = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et une hauteur d'eau à la limite amont $h = 0,2 \text{ m}$. Pour le cas test $T_{1,\text{sub}}$, le débit unitaire vaut également $q = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et la condition à la limite aval est $h = 1,1 \text{ m}$. Pour le cas test transcritique $T_{1,\text{trans}}$, on peut montrer que le point critique où $Fr = 1$ correspond nécessairement à un gradient de porosité nul localisé en X_m . La ligne d'eau peut être déterminée en discrétisant (5.3) depuis X_m vers les extrémités du domaine de calcul en accord avec le régime d'écoulement. Pour le cas test avec un ressaut hydraulique, la ligne d'eau à l'amont du gradient de porosité nul est calculée de la même manière que pour le cas test transcritique. A la limite aval du domaine, une condition fluviale est imposée : $h = 0,811 \text{ m}$. La position du ressaut hydraulique est déterminée en calculant la ligne d'eau depuis X_m vers l'aval et de l'extrémité aval vers l'amont ; (5.3) est discrétisée en adéquation avec le régime d'écoulement. L'impulsion I

Symbole	Signification	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	$9,81 \text{ m s}^{-2}$
ϕ_0	Porosité à l'extérieur du rétrécissement	1
	Minimum de la porosité :	
ϕ_m	- pour les cas tests $T_{1,\text{sup}}$ et $T_{1,\text{jump}}$	0,6
	- pour les cas tests $T_{1,\text{sub}}$ et $T_{1,\text{trans}}$	0,5
L_0	Longueur du rétrécissement	25 m
x_m	Position de la porosité minimale dans le domaine ϕ_m	50 m
L	Dimension du domaine	100 m
Δx	Dimension des mailles de calcul	0,1 m
q	Débit unitaire imposé à la limite amont	$1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
	Hauteur d'eau imposée à la limite aval :	
h_{av}	- pour le cas test $T_{1,\text{sup}}$	0,2 m
	- pour le cas test $T_{1,\text{sub}}$	1,1 m

TABLEAU 5.1 – Paramètres pour la première géométrie : Cas tests en régime permanent (écoulement unidimensionnel dans un canal avec rétrécissement - $T_{1,(\text{sub}, \text{sup}, \text{trans}, \text{jump})}$).

correspondant à ces deux profils est également calculée :

$$I = \frac{Q^2}{S} + \frac{1}{2}ghS \quad (5.5)$$

Le ressaut hydraulique est localisé à l'abscisse d'intersection des deux profils d'impulsion. La position du ressaut hydraulique est très sensible à la cote de la surface libre à l'aval. En effet, si la cote est légèrement sur-estimée, le ressaut sera localisé trop en amont et noiera le rétrécissement (comme pour le cas-test en régime fluvial) alors que si elle est sous estimée, le ressaut sera localisé hors du domaine de calcul. Pour le cas test numérique, un second rétrécissement a été implanté à l'aval du premier dans le modèle de manière à obtenir un écoulement en régime fluvial à l'amont de ce dernier et donc un resaut localisé entre les deux rétrécissements. Le milieu du second rétrécissement est localisé à $x = 150\text{m}$, la porosité au centre vaut $\phi'_m = 0,7$ et la longueur totale de la variation est de 50m (voir Figure 5.1b). La cote de la surface libre imposée à l'aval pour le calcul de la solution de référence correspond exactement à la cote de la surface libre à l'amont de la seconde variation de porosité dans la simulation numérique.

Les simulations sont réalisées à partir d'une condition initiale au repos et sur un maillage uniforme de pas d'espace $\Delta x = 0,1\text{m}$, jusqu'à établissement d'un régime permanent sur l'ensemble du domaine. Les figures 5.2 à 5.5 présentent les profils obtenus avec les solveurs HLLC et PorAS pour les quatre configurations du test T_1 . Par souci de clarté, seule une maille de calcul sur 10 est représentée sur les figures 5.2 à 5.6. Pour les cas tests fluvial, torrentiel et avec un ressaut hydraulique, la hauteur d'eau et le débit unitaire sont correctement calculés par les deux solveurs. Néanmoins, la hauteur d'eau dans le rétrécissement est mieux

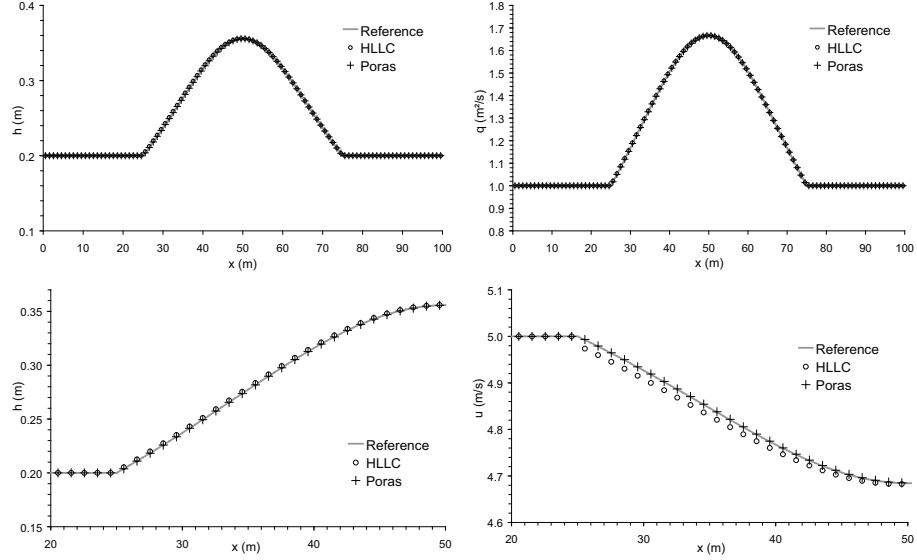


FIGURE 5.2 – Écoulement torrentiel unidimensionnel dans un rétrécissement ($T_{1,\text{sup}}$). Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS ; en haut à gauche, hauteur d'eau ; en haut à droite, débit unitaire ; en bas à gauche, détail de la ligne d'eau dans le rétrécissement ; en bas à droite, vitesse de l'écoulement dans le rétrécissement.

estimée avec le solveur PorAS pour le régime torrentiel (voir Figure 5.2, en bas à gauche). Le solveur HLLC sous-estime la vitesse de l'écoulement dans cette région. Pour le cas test transcritique, les profils de vitesse et de hauteur d'eau sont correctement estimés par les deux solveurs. La figure 5.6 présente le débit calculé avec les solveurs HLLC et PorAS. Les cas tests $T_{1,(\text{sub},\text{sup},\text{trans},\text{jump})}$ sont en régime permanent, le débit doit donc être le même sur l'ensemble du domaine. Pour ces simulations, le solveur HLLC surestime le débit tandis que le solveur PorAS calcule un débit constant. Ce phénomène peut expliquer pourquoi la vitesse est sous estimée dans le rétrécissement pour le cas test torrentiel. L'inefficacité du solveur HLLC a été étudiée dans [42], et les auteurs ont montré que certains termes du bilan de quantité de mouvement ne sont pas estimés correctement.

5.1.2 Écoulement unidimensionnel sur une bosse : Test T_2

Le cas test précédent a mis en évidence la performance du solveur PorAS en présence de porosité variable. Les cas tests qui suivent doivent permettre d'évaluer les performances du solveur proposé avec un terme source lié à la pente du fond. Les spécifications proposées dans [42] ont été réutilisées (voir

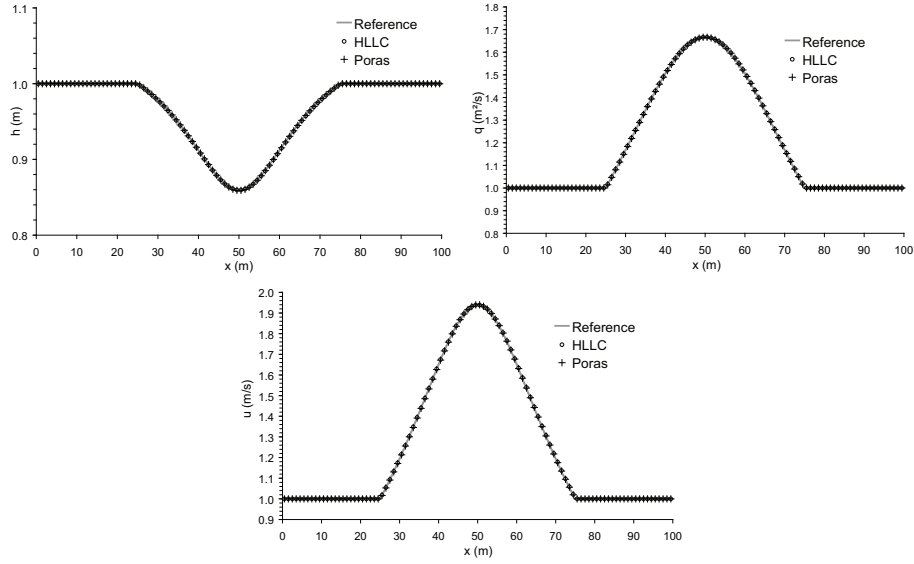


FIGURE 5.3 – Écoulement fluvial unidimensionnel dans un rétrécissement ($T_{1,\text{sub}}$). Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS ; en haut à gauche, hauteur d'eau ; en haut à droite, débit unitaire ; en bas, vitesse de l'écoulement.

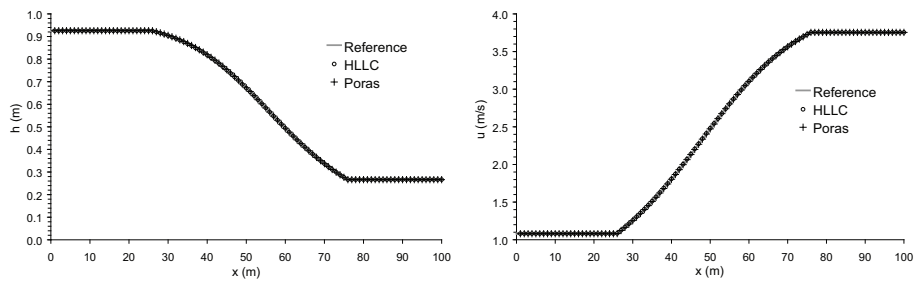


FIGURE 5.4 – Écoulement transcritique unidimensionnel dans un rétrécissement ($T_{1,\text{trans}}$). Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS ; gauche, hauteur d'eau ; droite, vitesse de l'écoulement.

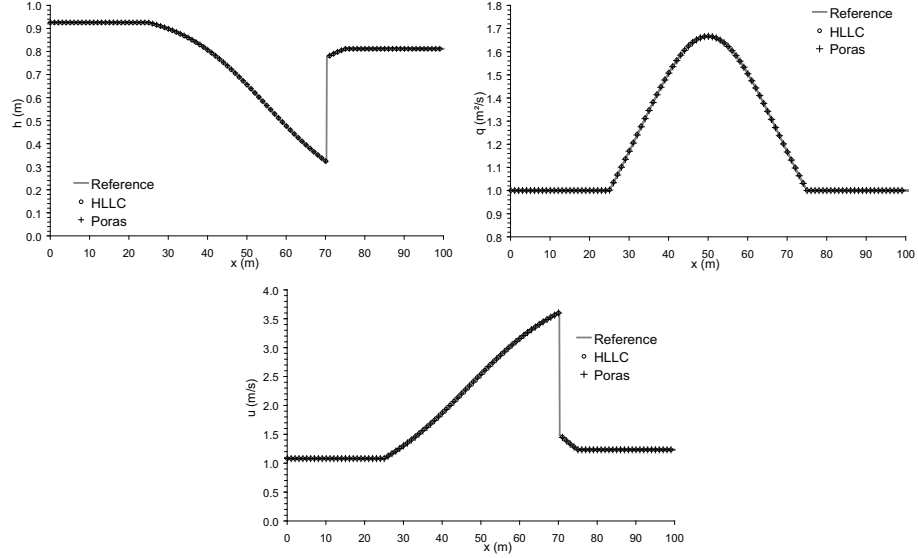


FIGURE 5.5 – Ressaut hydraulique dans un rétrécissement ($T_{1,\text{jump}}$). Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS; en haut à gauche, hauteur d'eau; en haut à droite, débit unitaire; en bas, vitesse de l'écoulement.

Tableaux 5.2 et 5.3).

La figure 5.7 compare la hauteur d'eau et le débit unitaire calculés à partir des deux solveurs avec la solution semi-analytique obtenue en résolvant l'équation de la ligne d'eau en régime permanent :

$$\frac{dh}{dx} (1 - \text{Fr}^2) = -\frac{dz_b}{dx} \quad (5.6)$$

Les deux solveurs calculent correctement la cote de la surface libre mais le solveur HLLC introduit une variation inattendue du débit unitaire. La même raison que pour le cas test précédent peut expliquer ce phénomène (voir Section 5.1.1). Une analyse plus poussée de ceci peut être trouvée dans [42].

5.1.3 Rupture de barrage

Pour évaluer les performances du solveur PorAS en régime non permanent, trois cas tests avec rupture de barrage ont été réalisés.

5.1.3.1 Rupture unidimensionnelle avec porosité variable (T_3)

Le premier cas test en régime transitoire (T_3) consiste en une rupture de barrage sur un fond plat avec une porosité variant linéairement de 0 à 1. Les paramètres de la simulation sont regroupés au tableau 5.4. Comme expliqué

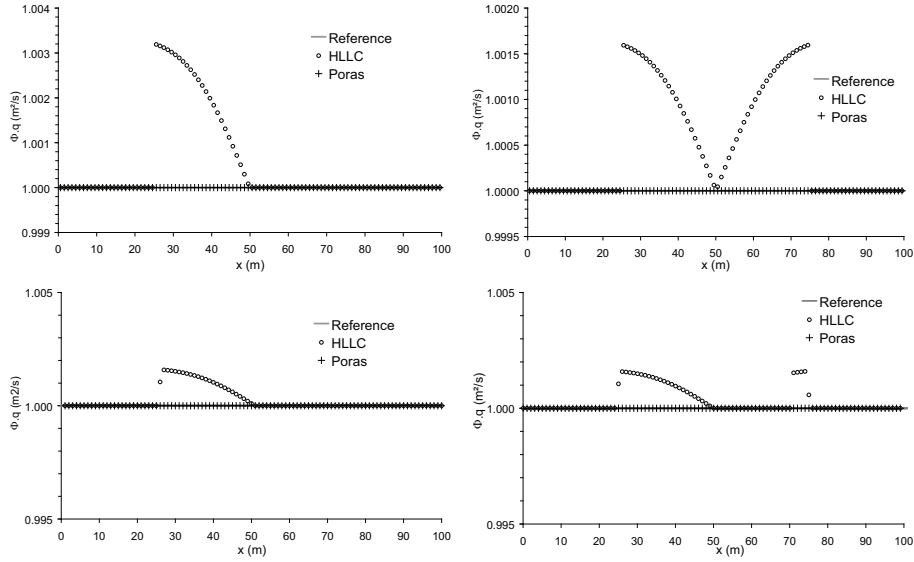


FIGURE 5.6 – Écoulement unidimensionnel dans un rétrécissement ($T_{1,(\text{sub}, \text{sup}, \text{trans}, \text{jump})}$). Débits de référence et simulés avec les solveurs HLLC et PorAS; en haut à gauche, cas test torrentiel; en haut à droite, cas test fluvial; en bas à gauche, cas test transcritique; en bas à droite, cas test avec un ressaut hydraulique.

Symbole	Signification	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	$9,81\text{m s}^{-2}$
h_0	Hauteur de la bosse	0,2m
L_0	Longueur de la bosse	4m
q	Débit unitaire imposé à la limite amont	$4,42\text{m}^2\text{s}^{-1}$
z_d	Cote de la surface libre imposée à la limite aval	2m
z_0	Cote de la surface libre à l'initialisation	2m
Δx	Dimension des mailles de calcul	1m

TABEAU 5.2 – Paramètres pour la seconde géométrie - Écoulement fluvial unidimensionnel au dessus d'une bosse ($T_{2,\text{sub}}$).

Symbole	Signification	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	$9,81\text{m s}^{-2}$
h_0	Hauteur de la bosse	0,2m
L_0	Longueur de la bosse	4m
q	Débit unitaire imposé à la limite amont	$1,53\text{m}^2\text{s}^{-1}$
z_0	Cote de la surface libre à l'initialisation	0,1m
Δx	Dimension des mailles de calcul	1m

TABEAU 5.3 – Paramètres pour la seconde géométrie - Écoulement transcritique unidimensionnel au dessus d'une bosse ($T_{2,\text{trans}}$).

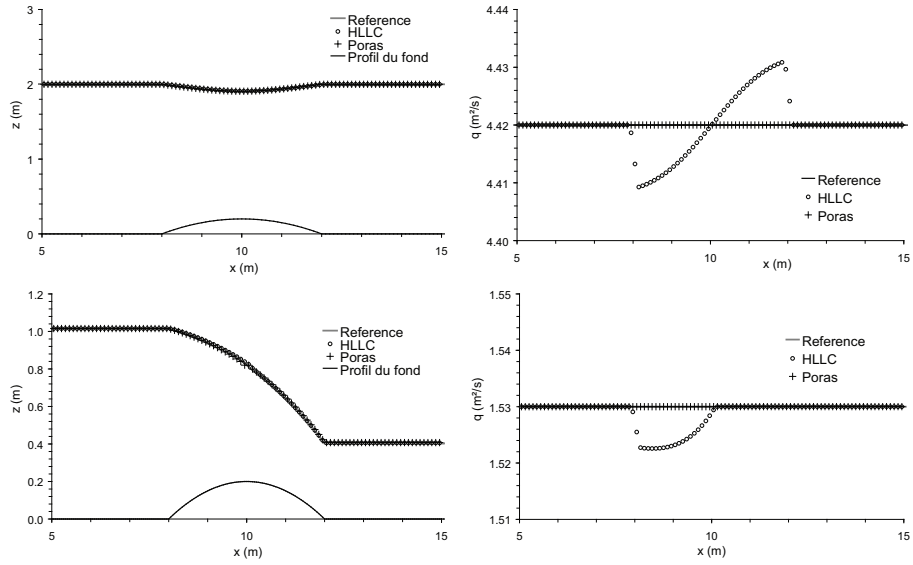


FIGURE 5.7 – Écoulement unidimensionnel au dessus d'une bosse ($T_{2,(\text{sub}, \text{trans})}$). Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS; gauche, cote de la surface libre; droite, débit unitaire; haut, cas test fluvial; bas, cas test transcritique.

Symbole	Signification	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	$9,81\text{ms}^{-2}$
$h_{0,L}$	Hauteur d'eau initiale à l'amont du barrage	10m
$h_{0,R}$	Hauteur d'eau initiale à l'aval du barrage	1m
L	Longueur du domaine	100m
x_0	Localisation du barrage	50m
Δx	Dimension des mailles de calcul	1m
$\frac{\partial \phi}{\partial x}$	Gradient de la porosité	$0,01\text{m}^{-1}$

TABLEAU 5.4 – Paramètres pour la rupture de barrage avec une porosité variable (T_3)

dans [28], cette rupture de barrage avec porosité variable est équivalente à une rupture de barrage circulaire sur porosité uniforme. La hauteur d'eau et le débit unitaire de référence correspondent à la solution de la rupture de barrage classique calculée sur un maillage avec des mailles de dimension $\Delta x = 10^{-4}\text{m}$. La figure 5.8 compare les résultats obtenus avec les solveurs HLLC et PorAS avec la solution de référence. Pour les deux solveurs, la hauteur d'eau et le débit unitaire sont correctement estimés. Toutefois, le solveur proposé calcule une hauteur d'eau légèrement surestimée dans les deux cellules de part et d'autre de la cellule contenant la discontinuité initiale et correspondant au point critique. Ces pics sont probablement dus à une mauvaise estimation des flux au niveau du point critique. En effet, la méthodologie de calcul dans le cas d'un écoulement critique utilise les invariants de Riemann calculés à partir du vecteur des variables conservées $\mathbf{U}$ alors que pour les autres cas, les flux sont directement exprimés à partir du vecteur flux $\mathbf{F}$ (voir Section 4.2.4). Une autre différence apparaît pour $x = 0\text{m}$. La ligne d'eau est mieux estimée avec le solveur HLLC alors que le profil de débit unitaire est mieux estimé avec le solveur PorAS. Par ailleurs, l'inspection des valeurs numériques de hauteur d'eau et de débit unitaire calculées au droit du choc permet d'établir que les profils sont plus raides avec le solveur PorAS.

5.1.3.2 Rupture unidimensionnelle avec une porosité discontinue (T_4)

Le second cas test en régime transitoire est une rupture de barrage unidimensionnelle avec une porosité discontinue localisée à la même abscisse que la discontinuité initiale de la hauteur d'eau. Les paramètres de la simulation sont regroupés au tableau 5.5. La méthodologie employée pour déterminer la solution de référence est présentée dans [28]. La figure 5.9 compare les profils simulés avec ceux attendus.

Les deux solveurs calculent correctement les profils de hauteur d'eau et de débit unitaire. Néanmoins, ils introduisent de la diffusion numérique au niveau de l'onde de raréfaction et le solveur PorAS est dans ce cas le plus diffusif. Avec le solveur HLLC, la position du choc est mieux estimée : pour $t = 4\text{s}$, le choc

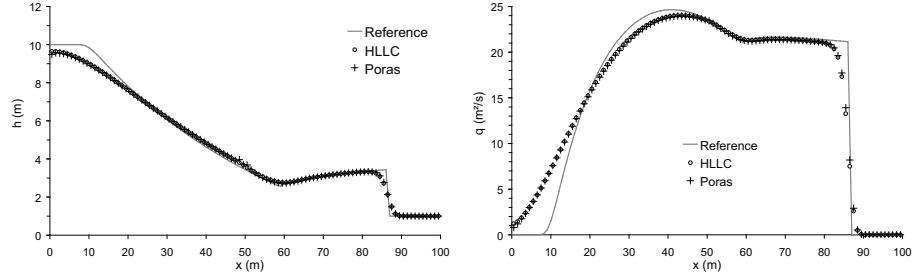


FIGURE 5.8 – Rupture de barrage unidimensionnelle avec porosité variable (T_3). Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS ; Gauche, hauteur d'eau ; Droite, débit unitaire.

Symbole	Signification	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	$9,81\text{m s}^{-2}$
$h_{0,L}$	Hauteur d'eau initiale à l'amont du barrage	10m
ϕ_L	Porosité à l'amont du barrage	1
$h_{0,R}$	Hauteur d'eau initiale à l'aval du barrage	1m
ϕ_R	Porosité à l'aval du barrage	0,1
L	Longueur du domaine	100m
x_0	Localisation du barrage	50m
Δx	Dimension des mailles de calcul	1m

TABLEAU 5.5 – Paramètres pour la rupture de barrage unidimensionnelle avec une porosité discontinue (T_4).

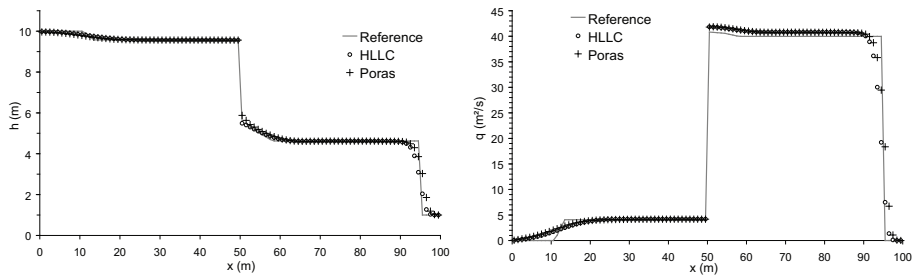


FIGURE 5.9 – Rupture de barrage unidimensionnelle avec porosité discontinue (T_4). Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS ; Gauche, hauteur d'eau ; Droite, débit unitaire.

Symbole	Signification	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	$9,81\text{m s}^{-2}$
$h_{0,L}$	Hauteur d'eau initiale à l'amont du barrage	10m
$h_{0,R}$	Hauteur d'eau initiale à l'aval du barrage	1m
$L \times l$	Dimensions du domaine	$200\text{m} \times 200\text{m}$
r_0	Rayon du barrage	50m
Δx	Dimension des mailles de calcul	1m

TABLEAU 5.6 – Paramètres pour la rupture de barrage bidimensionnelle avec porosité variable (T_5).

devrait théoriquement se trouver à l'abscisse $x = 94,08\text{ m}$; la position calculée avec le solveur HLLC est de $x = 95\text{ m}$ et $x = 96\text{ m}$ pour le solveur PorAS. Les valeurs numériques montrent également que le choc reste plus raide avec le solveur PorAS.

5.1.3.3 Rupture bidimensionnelle avec porosité variable (T_5)

Le troisième cas test en régime transitoire (T_5) est une rupture de barrage bidimensionnel circulaire avec une porosité variable. Comme montré dans [28], la rupture de barrage circulaire avec une porosité variant proportionnellement à l'inverse de la distance au centre du barrage à la même solution analytique qu'une rupture de barrage unidimensionnelle avec une porosité constante. Les paramètres de la simulations sont regroupés dans le tableau 5.6.

Les profils simulés et de la solution analytique sont comparés à la figure 5.10. Les deux solveurs calculent correctement la ligne d'eau et le profil de débit unitaire. Quelques différences sont toutefois notables suivant la direction du profil. Ces différences sont significatives uniquement pour le solveur proposé : au niveau du point critique, le solveur PorAS sous-estime la hauteur d'eau dans les directions Ox et Oy . Néanmoins, il introduit une diffusion numérique plus faible et la hauteur d'eau à l'amont du choc est mieux estimée.

5.1.4 Étude de convergence (T_6)

L'étude de la convergence de la solution numérique a été réalisée à partir de simulations sur des mailles de plus en plus fines et avec un pas de temps de calcul réduit. Le cas test correspond à un régime permanent dans un canal avec une porosité variable et une cote du fond variable. L'évolution de la porosité et de la cote du fond en fonction de l'abscisse est présentée à la figure 5.11. Une solution semi-analytique a été calculée en discrétisant l'équation de conservation de la quantité de mouvement. En combinant les équations de continuité et de quantité de mouvement, on obtient :

$$\phi (1 - \text{Fr}^2) \frac{dh}{dx} = h \text{Fr}^2 \frac{d\phi}{dx} - \phi \frac{dz_b}{dx} \quad (5.7)$$

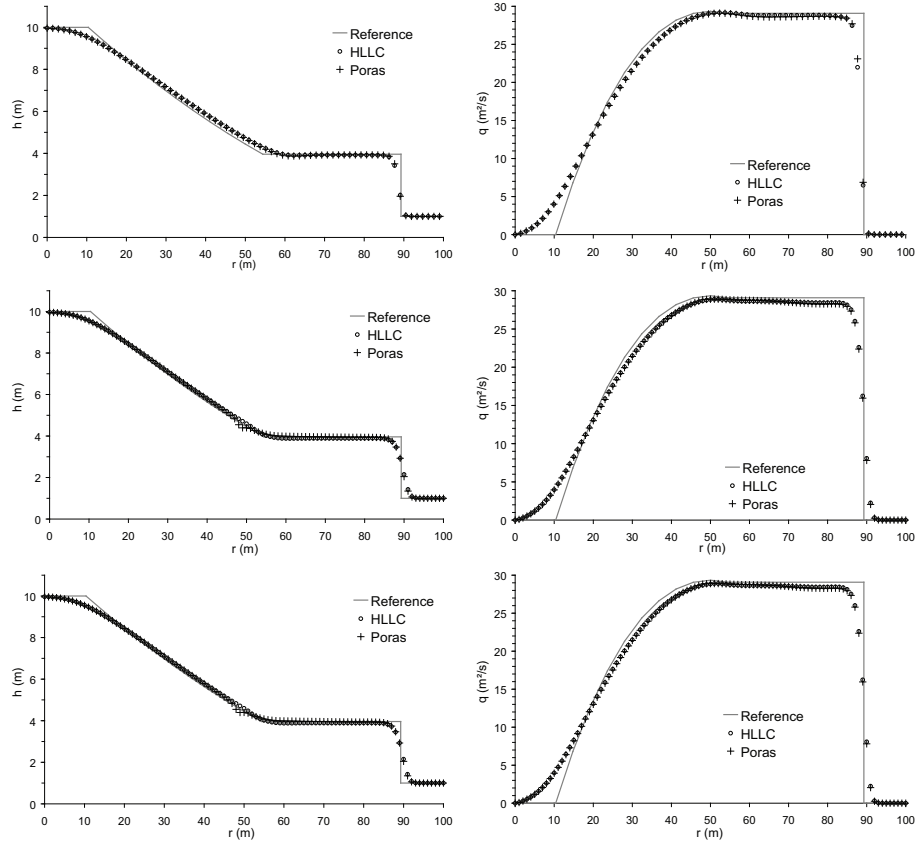


FIGURE 5.10 – Rupture de barrage bidimensionnelle avec porosité variable (T_5). Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS ; gauche, hauteur d'eau ; droite, débit unitaire ; haut ; résultats simulés suivant la première bissectrice ; milieu, résultats simulés suivant l'axe Ox ; bas, résultats simulés suivant l'axe Oy .

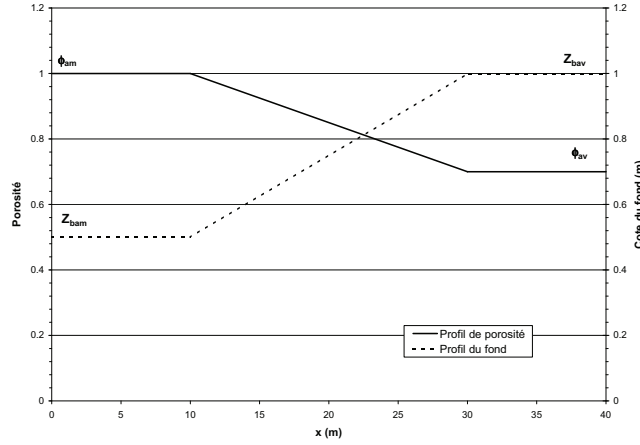


FIGURE 5.11 – Évolution de la porosité et de la cote du fond en fonction de l'abscisse pour l'étude de la convergence (T_6).

Un régime d'écoulement fluvial a été choisi ; l'équation (5.7) doit donc être discrétisée de l'aval vers l'amont :

$$h_u = h_d + \frac{1}{\phi_d (1 - Fr_d^2)} [h_d Fr_d^2 (\phi_u - \phi_d) - \phi_d (z_{b_u} - z_{b_d})] \quad (5.8)$$

Pour réaliser l'analyse de convergence, le pas de temps de calcul et le pas d'espace sont réduits proportionnellement. Le schéma numérique de résolution des équations étant explicite, la condition de stabilité de Courant-Friedrichs-Lewy doit être vérifiée :

$$Cr = \frac{|\lambda| \Delta t \sum_j L_{i,j}}{A_i} \leq 1 \quad (5.9)$$

Le pas de temps est directement calculé par le modèle de manière à vérifier la contrainte de stabilité de Courant. Le pas de temps est par conséquent automatiquement réduit proportionnellement au pas d'espace (voir Section 3.1). Les paramètres des simulations sont regroupés au tableau 5.7. Un premier maillage grossier ($\Delta x = 1\text{m}$) est utilisé pour calculer la solution numérique avec les deux solveurs ($T_{6,1}$). La convergence est vérifiée en réduisant par 10 la dimension des mailles de calcul pour le second test de convergence ($T_{6,2}$) et par 100 pour le troisième test de convergence ($T_{6,3}$). Les profils des solutions numérique et analytique sont comparés sur les figures 5.12 à 5.14. Par souci de clarté, seule une maille sur 10 (respectivement sur 100) a été représentée sur la figure 5.13 (respectivement 5.14). Les deux solveurs calculent correctement la ligne d'eau et le profil de débit unitaire pour l'ensemble des cas tests. Pour le maillage grossier, la cote de la surface libre est surestimée par le solveur PorAS et sous-estimée

Symbole	Signification	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	$9,81\text{m s}^{-2}$
ϕ_{am}	Porosité à l'amont de la zone de variation	1
ϕ_{av}	Porosité à l'aval de la zone de variation	0,7
$z_{b_{am}}$	Cote du fond à l'amont de la zone de variation	0,5m
$z_{b_{av}}$	Cote du fond à l'aval de la zone de variation	1,0m
l_0	Longueur de la zone de variation	20m
X_0	Abscisse du début de la variation	10m
L	Dimension du domaine	100m
	Dimension des mailles de calcul :	
Δx	- pour le cas test $T_{6,1}$	1 m
	- pour le cas test $T_{6,2}$	0,1 m
	- pour le cas test $T_{6,3}$	0,01 m
q	Débit unitaire imposé à la limite amont	$1\text{m}^2\text{s}^{-1}$
z_d	Hauteur d'eau imposée à la limite aval	2m
z_i	Hauteur d'eau initiale	1m

TABLEAU 5.7 – Paramètres pour l'étude de convergence ($T_{6,1}$, $T_{6,2}$ et $T_{6,3}$).

	Solveur PorAS	Solveur HLLC
$T_{6,1}$	1.50 s	1.52 s
$T_{6,2}$	66 s	69 s
$T_{6,3}$	5933 s	6200 s

TABLEAU 5.8 – Durées de simulation pour l'analyse de convergence ($T_{6,(1,2,3)}$).

par le solveur HLLC. Les deux solveurs surestiment légèrement le débit unitaire (voir Figure 5.12). Le débit est correctement estimé par le solveur PorAS et sur-estimé par le solveur HLLC dans la zone de porosité et de cote du fond variables. Avec la réduction du pas d'espace, les solutions numériques calculées avec les deux solveurs se rapprochent de la solution analytique (voir Tableau 5.9). La différence entre le débit calculé par le solveur HLLC et la solution de référence diminue proportionnellement au pas d'espace. Le temps de calcul pour simuler 1000s en utilisant les deux solveurs est présenté dans le tableau 5.8. Pour toutes les simulations, le solveur PorAS économise 4.5% de la durée de calcul.

5.1.5 Cas test expérimental (T_7)

L'intérêt et la validité de l'approche avec porosité pour la modélisation à grande échelle des inondations en présence de zones urbanisées ont été démontrées [28]. A la section précédente, la validité du solveur PorAS est démontrée sur des cas tests (semi-) analytiques. Afin de vérifier la validité du solveur PorAS pour une configuration réelle, les résultats issus des deux solveurs ont été confrontés à des mesures expérimentales. Les expériences ont été réalisées en

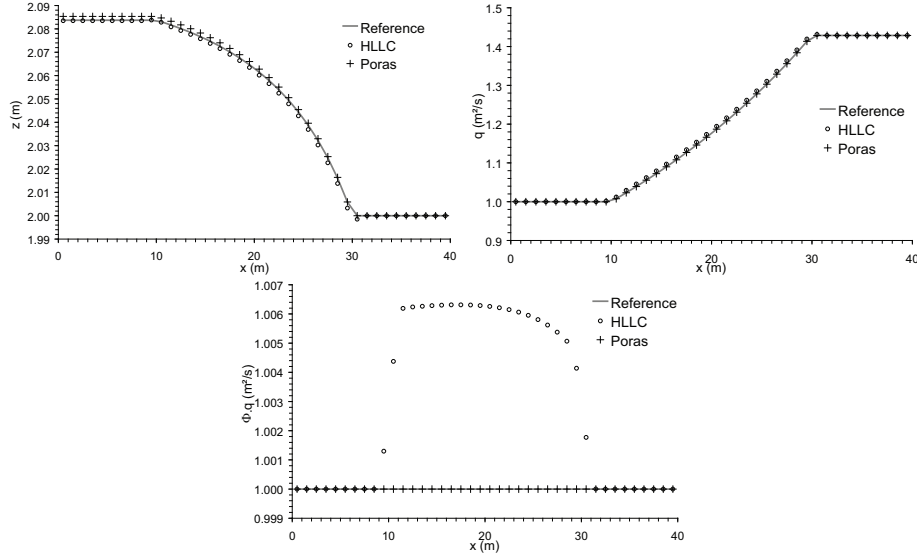


FIGURE 5.12 – Premier cas test pour l'analyse de convergence ($T_{6,1}$) : $\Delta x = 1$ m. Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS ; en haut à gauche, cote de la surface libre ; en haut à droite, débit unitaire ; en bas, débit total.

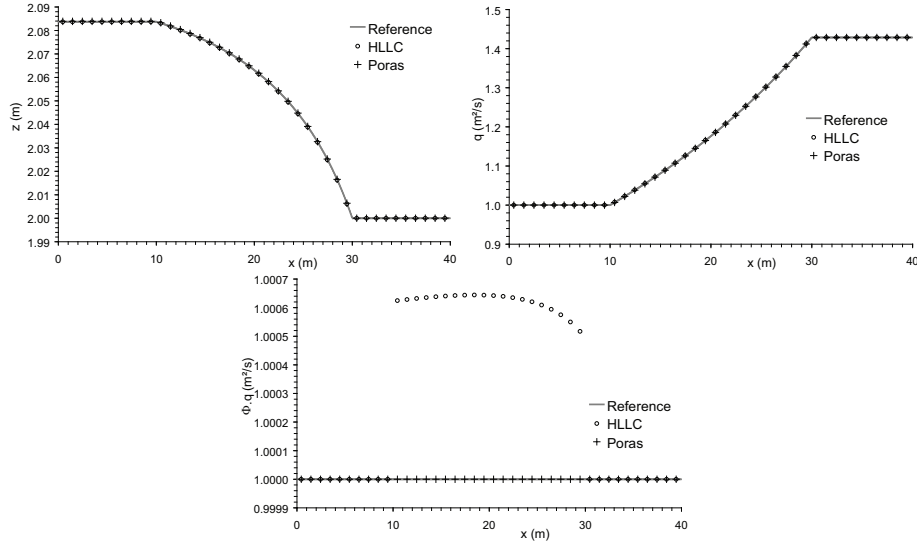


FIGURE 5.13 – Second cas test pour l'analyse de convergence ($T_{6,2}$) : $\Delta x = 0,1$ m. Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS ; en haut à gauche, cote de la surface libre ; en haut à droite, débit unitaire ; en bas, débit total.

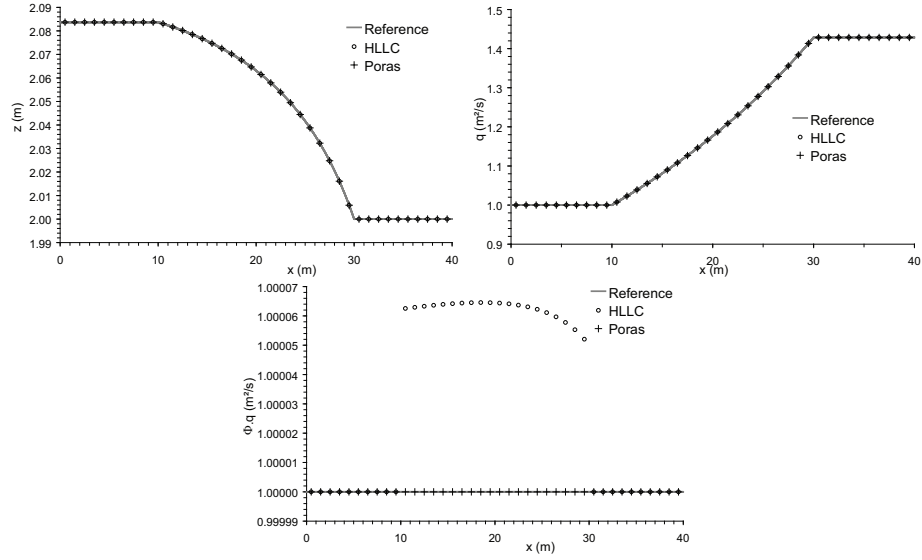


FIGURE 5.14 – Troisième cas test pour l’analyse de convergence ($T_{6,3}$) : $\Delta x = 0,01$ m. Solutions de référence et simulées avec les solveurs HLLC et PorAS ; en haut à gauche, cote de la surface libre ; en haut à droite, débit unitaire ; en bas, débit total.

Δx (m)	Norme de l’erreur			
	h PorAS	h HLLC	Q PorAS	Q HLLC
1	$4,86.10^{-4}$	$3,76.10^{-4}$	$2,43.10^{-10}$	$3,01.10^{-3}$
0,1	$4,86.10^{-5}$	$3,94.10^{-5}$	$2,19.10^{-10}$	$3,10.10^{-4}$
0,01	$2,18.10^{-6}$	$6,65.10^{-6}$	$9,73.10^{-6}$	$4,08.10^{-5}$

TABLEAU 5.9 – Evolution de la norme de l’erreur sur la hauteur d’eau et le débit en fonction du pas d’espace (T_6).

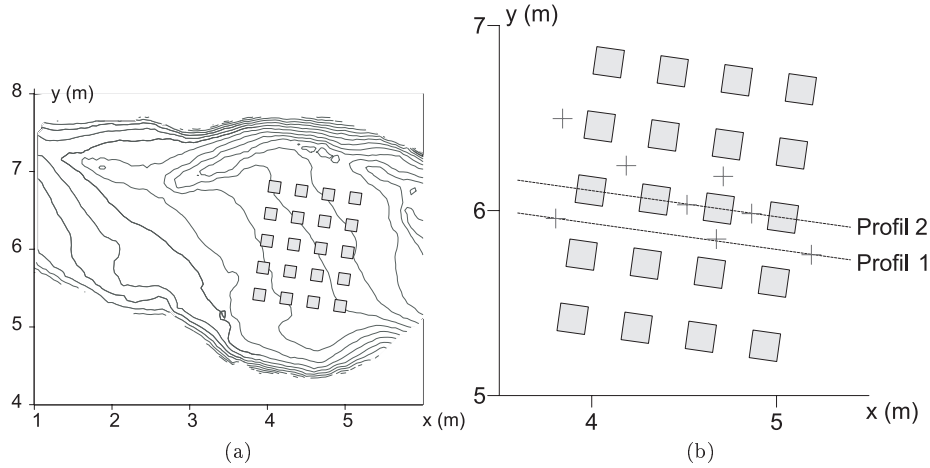


FIGURE 5.15 – Cas test du Toce (T_7). (a) vue d'ensemble du modèle (Equidistance des courbes de niveau : 0,01 m) ; (b) disposition des sondes de profondeur et des profils longitudinaux.

utilisant un modèle réduit de la plaine italienne du Toce au CESI (Italie) pour le projet européen IMPACT [61]. Des blocs carrés ont été implantés dans un canal de 7m de long et d'une largeur de 3,5 à 5m pour représenter une zone urbaine. (voir Figure 5.15). L'hydrographe mesuré est utilisé comme condition à la limite amont. La cote de la surface libre calculée à $t = 20$ s avec les deux solveurs est comparée avec les mesures expérimentales (voir Figure 5.16). Il n'y a pas de différence significative entre les profils calculés avec les deux solveurs. Par ailleurs, les hauteurs d'eau calculées correspondent aux mesures expérimentales ; les explications présentées dans [28] pour les différences observées restent valides.

5.2 Expériences réalisées

5.2.1 Description du dispositif expérimental

L'ensemble des mesures expérimentales ont été réalisées sur le canal expérimental à fond plat de l'ENSAM¹ (voir Figure 5.17a). Un module à masques permet de régler le débit transitant dans le canal et un déversoir en bec de canard et un stabilisateur permettent de limiter les turbulences dans le canal de mesure (voir Figure 5.17). Le module à masques permet de régler un débit compris entre 5 l s^{-1} et 60 l s^{-1} tous les 5 l s^{-1} avec une précision de 5%. A l'aval du canal de mesure, un déversoir peut être installé afin de modifier la condition

1. Ecole Nationale Supérieure d'Agronomie de Montpellier

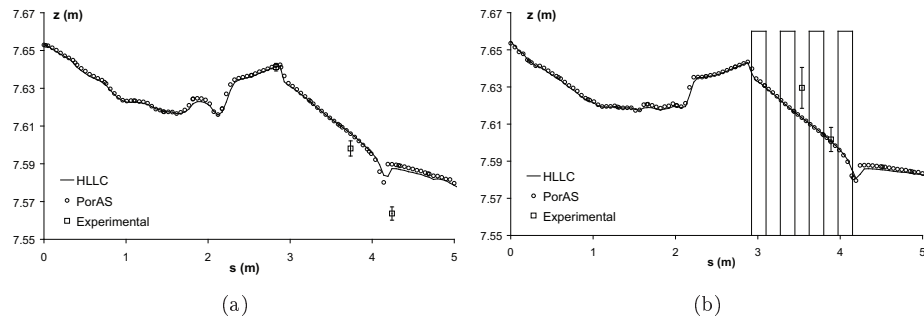


FIGURE 5.16 – Cote de la surface libre à $t = 20s$ suivant le profil 1 (a) et le profil 2 (b) pour le cas test du Toce (T_7).



(a) Vue du canal



(b) Module à masques



(c) Déversoir en bec de canard



(d) Stabilisateur

FIGURE 5.17 – Photographies des dispositifs expérimentaux de l'ENSAM.

aval. Les dimensions du canal de mesure sont 67 cm de large pour 43 cm de haut sur une longueur d'environ 12 m. Afin de pouvoir modifier les configurations d'écoulement, des briques et des parpaings ont été installés dans le canal de mesure.

Les revêtements ayant des rugosités différentes, une première série d'expériences a été réalisée pour caler le coefficient de frottement dans le canal à nu et dans le canal recouvert de parpaings ou de briques. La seconde série d'expérience représentait un écoulement dans un canal rectangulaire de dimensions variables avec débordement. En effet, la première série de mesures peut être assimilée (du point de vue de la modélisation) à un canal rectangulaire sans débordement. Lors de la troisième série d'expériences, des sinuosités de fréquence et d'amplitude variables ont été utilisées. Enfin, une dernière série d'expériences s'est intéressée aux écoulements transversaux afin de valider qualitativement les hypothèses réalisées sur la structure de l'écoulement transversal (voir Section 3.2).

Étant données les fluctuations de la cote de la surface libre, les valeurs haute et basse ont été mesurées. En chaque point, la moyenne des deux valeurs mesurées correspond à la valeur retenue et l'écart entre les deux mesures fournit la précision pour chaque mesure.

Par souci de clarté, les expériences et les modélisations ont été nommées de manière systématique. Les expériences sont par exemple nommées « 2_7cm_Q5d » où « 2 » correspond au numéro de la série d'expérience, « 7cm » fait référence à la configuration du canal d'écoulement, « Q5 » indique un débit de 5 l s^{-1} et « d » indique la présence d'un déversoir à l'aval du canal de mesure. Les modélisations reprennent le nom de l'expérience qu'elles sont censées reproduire en ajoutant « _2D » ou « _12D » pour indiquer le code de calcul employé (SW2D ou SW12D) et éventuellement en ajoutant une lettre faisant référence au maillage pour les simulations pour lesquelles plusieurs ont été testés.

5.2.2 Série 1 - Calage du coefficient de rugosité

Afin de caler le coefficient de rugosité pour les différents matériaux utilisés, un levé de ligne d'eau a été réalisé pour différents débits. Pour les mesures de ligne d'eau sur les parpaings et des briques, les matériaux ont été disposés de manière à tapisser un tronçon du canal de mesure sur le fond et les parois. Sur la base des profils en long, le coefficient de Strickler est calé. Par la suite, l'écoulement est également modélisé pour évaluer la capacité du logiciel à reproduire la ligne d'eau observée à partir du coefficient de rugosité obtenu.

5.2.2.1 Configuration « Canal à nu » (Nu)

Pour la configuration « Canal à nu », 3 expériences ont été réalisées pour des débits de 15 l s^{-1} , 40 l s^{-1} et 60 l s^{-1} . Les mesures de hauteurs d'eau à différentes abscisses sont présentées dans le tableau 5.10 ; les mesures brutes sont présentées à dans le tableau A.1 en annexe A. Pour chaque débit, les valeurs expérimentales

	$Q = 15 \text{ l s}^{-1}$		$Q = 40 \text{ l s}^{-1}$		$Q = 60 \text{ l s}^{-1}$	
Abscisse (m)	h (m)	dh (m)	h (m)	dh (m)	h (m)	dh (m)
0,00	0,058	0,003	0,100	0,005	0,123	0,007
1,63	0,059	0,002	0,102	0,004	0,123	0,007
4,54	0,054	0,003	0,090	0,005	0,110	0,005
7,79	0,047	0,003	0,082	0,004	0,095	0,005

TABLEAU 5.10 – Mesures de hauteur d’eau pour la configuration « Canal à nu ».

de hauteur d’eau ont été confrontées à la ligne d’eau théorique (voir Figure 5.18). Cette dernière est calculée en combinant les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement en régime permanent :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \text{Fr}^2} \quad (5.10)$$

où $S_0 = 0$ car le canal est à fond plat et où S_f est défini par :

$$S_f = \frac{V^2}{K^2 R_h^{4/3}} \quad (5.11)$$

(5.10) est discrétisée à l’aide d’un schéma d’Euler explicite et résolue de proche en proche à partir de la hauteur d’eau mesurée à l’aval. Durant ces expériences, le régime d’écoulement était en effet fluvial. Il apparaît que pour un coefficient de Strickler $K = 90 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ les lignes d’eau théoriques passent par la quasi totalité des points de mesures aux boîtes d’erreurs près. Pour le débit $Q = 60 \text{ l s}^{-1}$, la courbe ne correspond pas pour une valeur (pour $x = 4,54 \text{ m}$). Il est rappelé que le module à masque qui règle le débit dans le canal est précis à 5% près. Les lignes d’eau théoriques pour les débits minorés et majorés sont présentées par les figures A.1a et A.1b en annexe A. Pour le coefficient de Strickler $K = 90 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$, la ligne d’eau théorique pour le débit minoré passe par l’ensemble des points de mesures aux boîtes d’erreurs près. La valeur de la rugosité pour le canal à nu $K = 90 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ sera donc conservée pour l’ensemble des calculs et des modélisations qui suivent.

5.2.2.2 Configuration « Parpaings » (Pr)

Les parpaings utilisés pour tapisser le canal (sur le fond et les bords) ont pour dimension $50 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ (voir Figure 5.19). Les parpaings n’étant pas carrés dans la direction horizontale, le nombre d’intersections entre deux parpaings par unité de longueur dépend de la manière dont ces derniers sont installés. Ces intersections peuvent être à l’origine de turbulences qui augmentent la rugosité apparente des parpaings. Les configurations utilisées dans la suite des expériences peuvent nécessiter indifféremment des parpaings orientés en long ou en large. Le coefficient de rugosité a donc été calé pour les deux configurations.

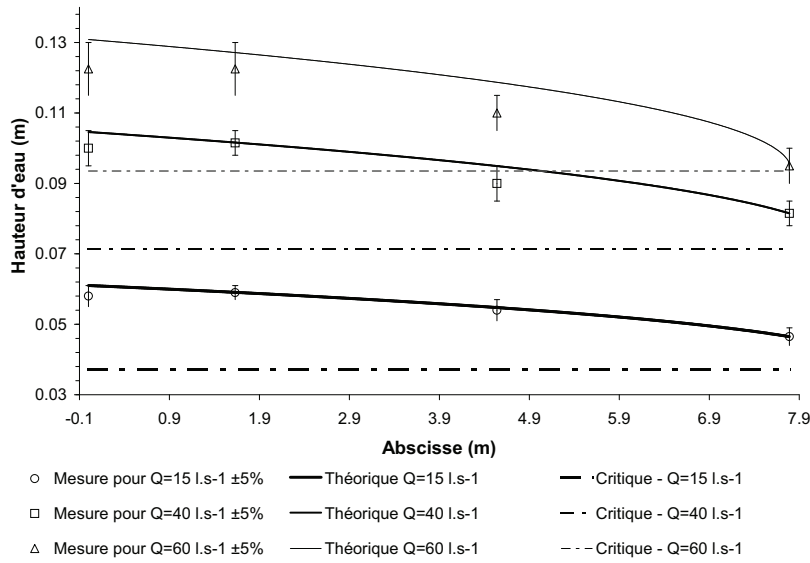


FIGURE 5.18 – Comparaison des lignes d’eau théoriques avec les valeurs expérimentales pour le calage du coefficient de Strickler pour la configuration « Canal à nu ».

Les mesures de hauteur d’eau réalisées dans les canaux en parpaings sont synthétisées dans le tableau 5.11; les mesures brutes sont regroupées dans le tableau A.2 en annexe A. La méthodologie de calcul des lignes d’eau théoriques présentée à la section 5.2.2.1 est conservée. Il apparaît toutefois que pour certaines mesures, le régime d’écoulement était torrentiel. Pour les lignes d’eau théoriques en régime torrentiel, (5.10) est discrétisée et résolue de l’amont vers l’aval à partir de la valeur mesurée en régime torrentiel et la plus en amont possible. La confrontation des lignes d’eau théoriques avec les mesures expérimentales est présentée à la figure 5.20 et en figures A.2 et A.3 en annexe A. Pour les mesures expérimentales (tant en configuration “en long” qu’en configuration “en large”), il semble qu’il y ait pour certaines mesures un décalage systématique (à l’abscisse $x = 1, 20 \text{ m}$ pour la configuration “en long” et à l’abscisse $x = 0, 50 \text{ m}$ pour la configuration “en large”). En effet, ces mesures sont nettement surélevées par rapport au reste de la ligne d’eau et les erreurs de mesure ne permettent à



FIGURE 5.19 – Dispositif expérimental pour la configuration « Parpaings ».

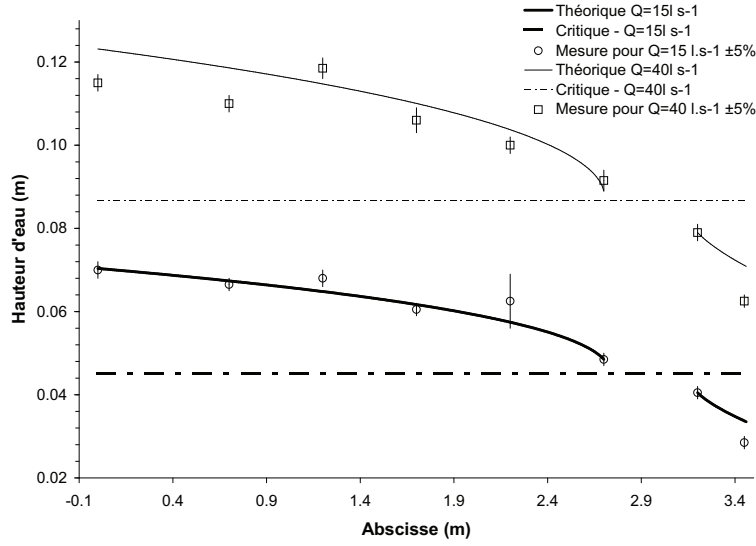
priori pas de justifier cet écart. Ces erreurs peuvent (au moins en partie) être expliquées par le fait que le fond du canal n'était pas rigoureusement plat du fait de la forme des éléments ayant servis à sa construction.

Il est néanmoins possible de caler un coefficient de Strickler pour les deux configurations en faisant abstraction de ces valeurs : $K = 55 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ pour la configuration "en large" et $K = 75 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ pour la configuration "en long".

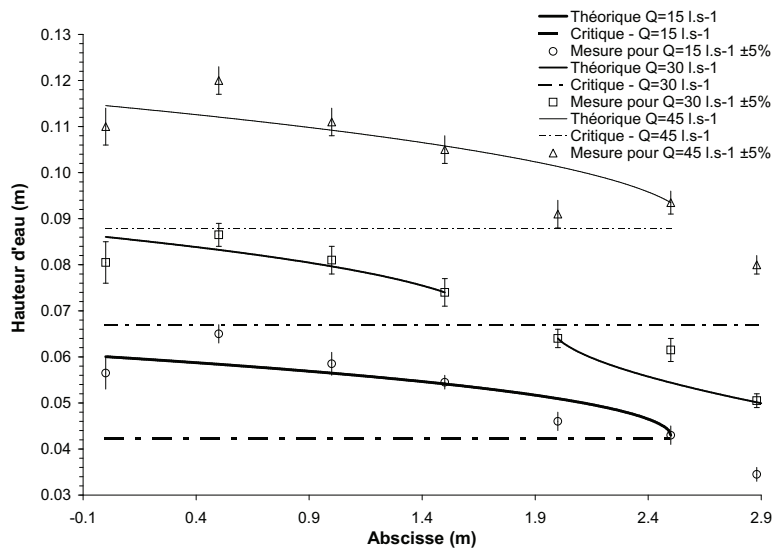
5.2.2.3 Configuration « Briques » (Br)

Comme pour la configuration précédente, le canal de mesure a été tapissé de briques de dimensions $22 \text{ cm} \times 11 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. Les mesures de hauteurs d'eau sont présentées dans le tableau 5.12 et dans le tableau A.3 en annexe A. La méthodologie de calage du coefficient de Strickler décrite précédemment a été utilisée pour des débits de 15 l s^{-1} et 40 l s^{-1} pour la configuration "en large" et de 15 l s^{-1} et 30 l s^{-1} pour la configuration "en long".

La comparaison des lignes d'eau théoriques avec les mesures expérimentales sont présentées à la figure 5.21 et en figures A.4 et A.5 en annexe A. Les coefficients de Strickler ont été calés à $K = 40 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ pour la configuration "en large" et à $K = 49 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ pour la configuration "en long". Pour ces valeurs, les lignes d'eau théoriques sont raisonnablement en adéquation avec les mesures réalisées. On observe toutefois un décalage systématique entre les lignes d'eau calculées et mesurées pour le débit le plus faible et les mesures les plus à l'aval. Ce décalage peut être expliqué par les ondulations de la surface libre observées lors des mesures (voir Figure 5.22). Ces ondulations peuvent être dues aux interstices entre les briques qui viennent perturber périodiquement la structure de l'écoulement.

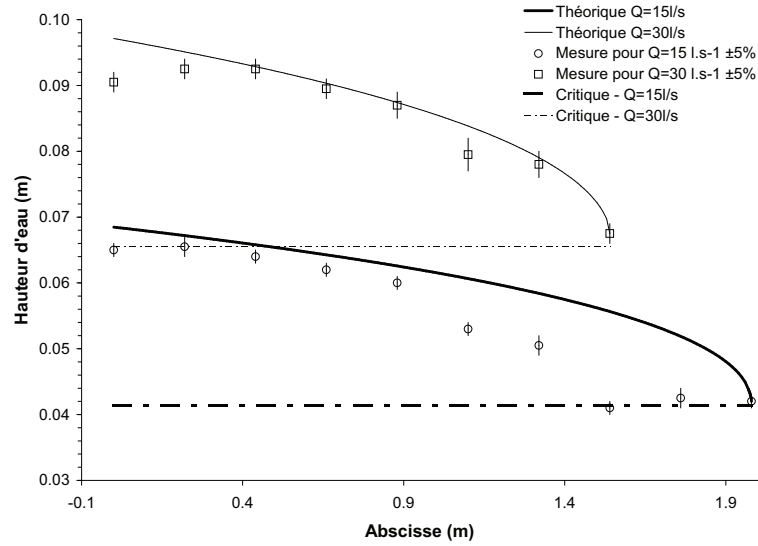


(a) Configuration "en large"

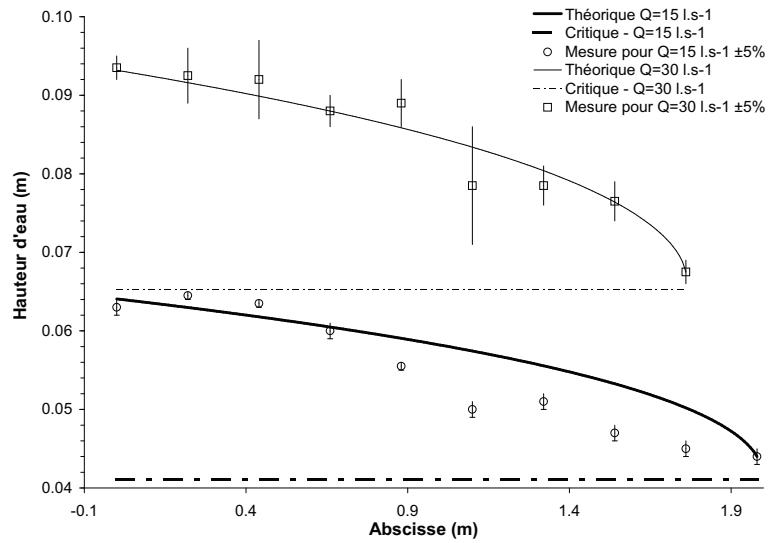


(b) Configuration "en long"

FIGURE 5.20 – Comparaison des lignes d'eau théoriques avec les valeurs expérimentales pour le calage du coefficient de Strickler pour la configuration « Parpaings ».



(a) Configuration "en large"



(b) Configuration "en long"

FIGURE 5.21 – Comparaison des lignes d'eau théoriques avec les valeurs expérimentales pour le calage du coefficient de Strickler pour la configuration « Briques ».

Abscisse (m)	$Q = 15 \text{ l s}^{-1}$		$Q = 40 \text{ l s}^{-1}$	
	h (m)	dh (m)	h (m)	dh (m)
0,00	0,070	0,002	0,115	0,002
0,70	0,067	0,002	0,110	0,002
1,20	0,068	0,002	0,119	0,003
1,70	0,061	0,002	0,106	0,003
2,20	0,063	0,007	0,100	0,002
2,70	0,049	0,001	0,092	0,002
3,20	0,041	0,002	0,079	0,002
3,45	0,029	0,002	0,063	0,002

(a) Configuration “en large”

Abscisse (m)	$Q = 15 \text{ l s}^{-1}$		$Q = 30 \text{ l s}^{-1}$		$Q = 45 \text{ l s}^{-1}$	
	h (m)	dh (m)	h (m)	dh (m)	h (m)	dh (m)
0,00	0,057	0,004	0,081	0,005	0,110	0,004
0,50	0,065	0,002	0,087	0,003	0,120	0,003
1,00	0,059	0,003	0,081	0,003	0,111	0,003
1,50	0,055	0,001	0,074	0,003	0,105	0,003
2,00	0,046	0,002	0,064	0,002	0,091	0,003
2,50	0,043	0,002	0,062	0,003	0,094	0,003
2,88	0,035	0,002	0,051	0,002	0,080	0,002

(b) Configuration “ en long”

TABLEAU 5.11 – Mesures de hauteur d’eau pour la configuration « Parpaings ».

5.2.2.4 Modélisation

Les configurations expérimentales ont été utilisées comme base pour réaliser des modélisations avec SW2D et SW12D. L’objectif de ces modélisations était de valider que les coefficients de rugosité calés sur les résultats expérimentaux permettaient aux codes de calcul de reproduire les mesures observées. Les maillages utilisés pour les modélisations avec les deux codes de calcul sont présentés par les figures A.6, A.9 et A.11 en annexe A. Pour l’ensemble des modélisations, les simulations considèrent uniquement la zone où sont installés les dispositifs expérimentaux. Les variations de la cote du fond en « champ majeur » à l’amont et à l’aval des configurations ne sont donc pas représentés.

Les modélisations ont été réalisées uniquement pour le débit théoriquement imposé dans le canal (sans tenir compte des 5% d’imprécision du module à masques). Le débit injecté est utilisé comme condition à la limite amont. Pour la modélisation 2D le débit unitaire est constant tout le long de la section : le même débit unitaire est injecté dans le lit mineur et dans le champ majeur. A l’aval, une condition à la limite en cote est imposée.

Les lignes d’eau modélisées pour $Q = 40 \text{ l s}^{-1}$ sont présentées à la figure 5.23. Pour les débits $Q = 15 \text{ l s}^{-1}$ et $Q = 60 \text{ l s}^{-1}$, les courbes sont tracées

Abscisse (m)	$Q = 15 \text{ l s}^{-1}$		$Q = 30 \text{ l s}^{-1}$	
	h (m)	dh (m)	h (m)	dh (m)
0,00	0,065	0,001	0,091	0,002
0,22	0,066	0,002	0,093	0,002
0,44	0,064	0,001	0,093	0,002
0,66	0,062	0,001	0,090	0,001
0,88	0,060	0,001	0,087	0,002
1,10	0,053	0,001	0,080	0,002
1,32	0,051	0,002	0,078	0,002
1,54	0,041	0,001	0,068	0,002
1,76	0,043	0,002	0,061	0,002
1,98	0,042	0,001	0,064	0,003
2,20	0,030	0,001	0,049	0,001

(a) Configuration “en large”

Abscisse (m)	$Q = 15 \text{ l s}^{-1}$		$Q = 30 \text{ l s}^{-1}$	
	h (m)	dh (m)	h (m)	dh (m)
0,00	0,063	0,001	0,094	0,002
0,22	0,065	0,001	0,093	0,003
0,44	0,064	0,001	0,092	0,005
0,66	0,060	0,001	0,088	0,002
0,88	0,056	0,001	0,089	0,003
1,10	0,050	0,001	0,079	0,008
1,32	0,051	0,001	0,079	0,003
1,54	0,047	0,001	0,077	0,002
1,76	0,045	0,001	0,068	0,002
1,98	0,044	0,001	0,065	0,002
2,20	0,039	0,001	0,067	0,002

(b) Configuration “ en long”

TABLEAU 5.12 – Mesures de hauteur d’eau pour la configuration « Briques ».



FIGURE 5.22 – Ondulations de la surface libre observées lors des mesures pour la configuration « Briques ».

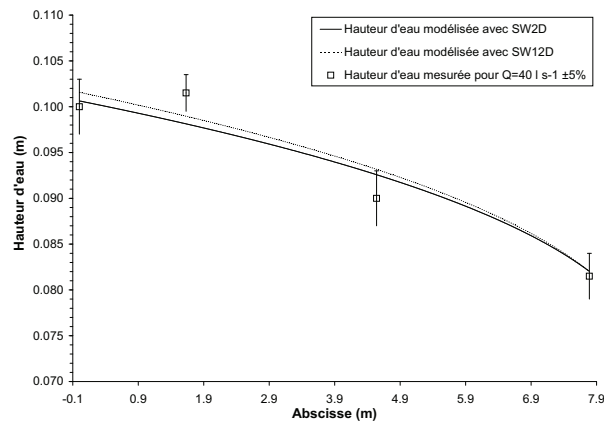


FIGURE 5.23 – Lignes d'eau modélisées et hauteurs d'eau mesurées pour l'expérience 1_Nu_Q40d.

à la figure A.7 en annexe A. Les hauteurs d'eau modélisées par SW12D sont sensiblement plus importantes que celles simulées par SW2D. Cette différence s'explique par la formulation des pertes de charges. En effet, pour le code bi-dimensionnel, le rayon hydraulique (intervenant dans l'équation de Manning-Strickler) est considéré égal à la hauteur d'eau : $R_h \approx h$. En revanche pour le code couplé, l'expression complète du rayon hydraulique est utilisée (voir paragraphe 4.3.1). Pour valider cette explication, une modélisation a été réalisée avec le code SW12D modifié de manière à réaliser la même approximation que le code SW2D. Les lignes d'eau ainsi obtenues sont alors confondues (voir Figure A.8 en annexe A).

Lors des expériences dans le canal en parpaings et dans le canal en briques, la partie aval de l'écoulement était en régime torrentiel. Pour les deux logiciels, outre les conditions aux limites en débit nul sur les bords du canal, il convient de fixer les conditions aux limites amont et aval. Si l'on impose une condition à la limite aval pour un écoulement torrentiel, les deux codes ignorent la condition fixée par l'utilisateur dans la mesure où elle n'influence pas l'écoulement. La résolution du système d'équations met alors en jeu un nombre insuffisant d'équations pour le nombre de variables considérées. Un écart entre les valeurs simulées et les mesures observées est alors observé. La modélisation de la zone où l'écoulement est fluvial est en revanche cohérente avec les mesures réalisées (voir Figures A.10 et A.12 en annexe A). Les écarts observés dans le cas de la modélisation de l'ensemble de la ligne d'eau sont donc probablement explicables par le fait que les codes de calcul ne peuvent correctement traiter une condition à la limite aval imposée en régime torrentiel.

Comme pour les modélisations des écoulements dans le canal à nu, les hauteurs d'eau simulées (pour le canal en parpaings et pour le canal en briques) restent inférieures aux valeurs expérimentales et SW12D produit des lignes d'eau plus élevées que SW2D (en raison de la différence d'approximation faite sur le calcul du rayon hydraulique). Néanmoins, avec les coefficients de Strickler calés théoriquement, les lignes d'eau modélisées décrivent au mieux les mesures de hauteur d'eau (voir Figure 5.23 et Figures A.10 et A.12 en annexe A).

Il apparaît également que les lignes d'eau produites par les deux logiciels coïncident (aux écarts liés à l'approximation du rayon hydraulique près). Les temps de simulation sont regroupés dans le tableau 5.13. Le code couplé SW12D représente nécessairement une maille 1D incluse dans une maille 2D ; le lit mineur est donc représenté ainsi que ses rives. En revanche, puisqu'il n'y a pas de débordement, la modélisation bidimensionnelle peut être réalisée seulement sur le lit mineur en imposant un débit nul le long des rives. Les modélisations « 3 mailles » réalisées pour le canal à nu correspondent à une modélisation bidimensionnelle de l'écoulement en incluant une maille pour chaque berge (voir Figure A.6b en annexe A). Le modèle fait donc trois mailles de large, celle du milieu représentant le lit mineur et étant seule le siège de l'écoulement. Ces modélisations ont été réalisées pour pouvoir comparer les temps de simulation pour des modélisations couplées et bidimensionnelles représentant l'ensemble du lit

Expérience	Durée de simulation (s)		Ratio t_{SW2D}/t_{SW12D}
	SW2D	SW12D	
1_Nu_Q15	725	539	1.3
1_Nu_Q40	1006	736	1.4
1_Nu_Q60	1128	878	1.3
1_Nu_Q15_3mailles	1886	539	3.5
1_Nu_Q40_3mailles	1808	736	2.5
1_Nu_Q60_3mailles	2827	878	3.2
1_Pr_Q15	80	57	1.4
1_Pr_Q40	112	78	1.4
1_Br_Q15	54	40	1.4
1_Br_Q30	54	38	1.4

TABLEAU 5.13 – Durée de la simulation pour les configurations « Canal à nu », « Parpaings en large » et « Briques en large ».

Revêtement	$K_{théo}$ ($m^{1/3} s^{-1}$)	K_{mod} ($m^{1/3} s^{-1}$)
A nu	90	90
Parpaing en long	75	/
Parpaing en large	55	55
Brique en long	49	/
Brique en large	40	40

TABLEAU 5.14 – Coefficient de rugosité pour chaque type de revêtement.

mineur et du champ d'expansion de crue.

Pour l'ensemble des simulations, il apparaît que le code SW12D est plus rapide pour des résultats présentant la même précision. Le gain de temps varie entre les simulations de base (gain de temps de 1,3 à 1,4) et celles « 3 mailles » (gain de temps de 3,5) mais varie très peu avec le débit.

Le code couplé SW12D permet donc une représentation correcte des écoulements en lit mineur sans débordement et ce de manière plus rapide que pour le code bidimensionnel de référence.

5.2.2.5 Coefficient de rugosité

Les coefficients de rugosité calés théoriquement permettent aux codes de calcul de correctement reproduire les mesures réalisées. Ces coefficients sont synthétisés dans le tableau 5.14. Les trois configurations modélisées ayant montré que le coefficient de rugosité calé théoriquement était directement utilisable pour les modélisations, les configurations « en long » n'ont pas été modélisées. Comme pressenti, les joints entre les briques entre deux éléments du canal créent des turbulences qui influent sur la rugosité du canal. En effet, plus le nombre

d'interface par unité de longueur est important et plus le coefficient de Strickler est faible, traduisant une augmentation de la rugosité du canal. Par ailleurs, bien que les briques semblent plus lisses que les parpaings, du fait de leurs dimensions plus réduites, le nombre de joints par unité de longueur est plus important, se traduisant par une rugosité plus grande.

Pour les configurations faisant intervenir plusieurs types de revêtement du fond, un coefficient de Strickler équivalent est calculé à partir de la formulation d'Einstein [39] :

$$K_{eq} = \left(\frac{\sum_i \chi_i}{\sum_i \frac{\chi_i}{K_i^{3/2}}} \right)^{2/3} \quad (5.12)$$

Le périmètre mouillé faisant intervenir la hauteur d'eau, le coefficient de Strickler équivalent varie en fonction de l'abscisse. Pour toutes les configurations, la formulation (5.12) a permis de déterminer le coefficient de Strickler équivalent pour les hauteurs d'eau minimale et maximale mesurées. La différence entre les valeurs déterminées pour ces deux hauteurs d'eau étant très faible, la moyenne des hauteurs mesurées pour chaque configuration a été utilisée pour calculer le coefficient de Strickler équivalent.

5.2.3 Série 2 - Canal rectangulaire avec débordement

Pour évaluer la capacité de SW12D à modéliser un écoulement débordant, une série d'expériences présentant un lit mineur bordé par deux plaines d'inondation dans lesquelles transitent une partie du débit a été réalisée (voir Figure 5.24). Sur une longueur de 4 m, un lit mineur rectangulaire a été aménagé. Les largeurs du lit mineur sont 7 cm, 17 cm et 28 cm pour des profondeurs respectives de 10 cm, 10 cm et 5 cm. Pour chaque configuration, différents débits ont été injectés en amont ; éventuellement avec un déversoir à l'aval pour garantir un débordement sur l'ensemble du linéaire du lit mineur. Les hauteurs d'eau ont été mesurées en différents points du linéaire. Par ailleurs, des mesures de vitesse ont également été réalisées pour les configuration débordantes.

Ces mesures ont été réalisées soit avec un tube de Pitot (pour des hauteurs d'eau faibles), soit par mesure au flotteur. Du fait de la difficulté pour positionner correctement le tube de Pitot dans l'axe de l'écoulement, ces mesures sont relativement imprécises. Par ailleurs, pour les mesures au flotteur, il était relativement difficile de détecter correctement le passage du flotteur à une abscisse donnée et de relever le temps correspondant. Les mesures de vitesses sont donc fortement entachées d'erreurs difficilement quantifiables.

Pour chaque configuration, la comparaison des modélisations avec les logiciels SW12D et SW2D est réalisée. Les modélisations comparées sont basées sur les maillages présentés en figures B.1, B.2 et B.3 en annexe B. Cette série d'expériences doit permettre de vérifier que le ratio des vitesses dans le lit mineur



(a) Configuration « Lit mineur 7 cm »



(b) Configuration « Lit mineur 17 cm »



(c) Configuration « Lit mineur 28 cm »

FIGURE 5.24 – Configurations utilisées pour la série « rectiligne ».

Expérience	Débit	Condition aval	K ($\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$)
2_7cm_Q5	51s^{-1}	Pas de déversoir	48
2_7cm_Q5d	51s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 10 \text{ cm}$)	48
2_7cm_Q10d	101s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 10 \text{ cm}$)	48
2_7cm_Q20d	201s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 10 \text{ cm}$)	47
2_7cm_Q40	401s^{-1}	Pas de déversoir	47

TABLEAU 5.15 – Expériences réalisées pour la configuration « 7 cm ».

par rapport aux vitesses en lit majeur correspond à celui observé pendant les expériences.

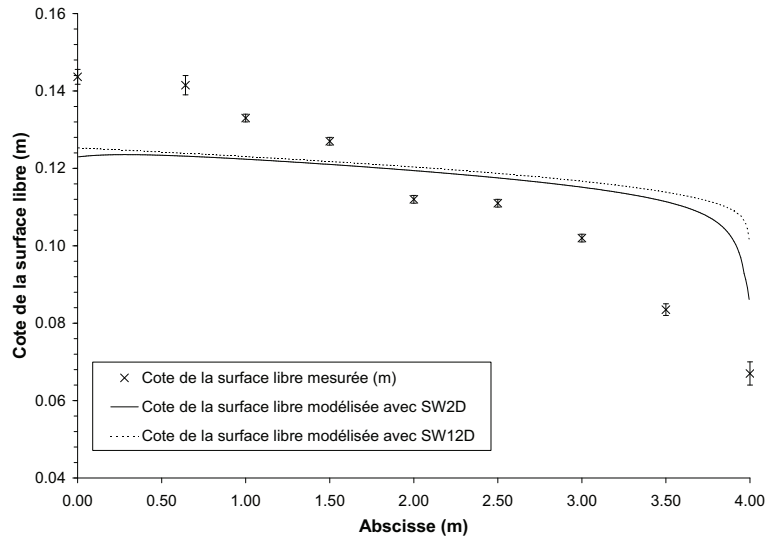
5.2.3.1 Configuration “Lit mineur 7 cm” (7cm)

Pour cette configuration, une expérience sans contrôle aval a été réalisée afin d’évaluer la capacité du modèle à ressuyer les eaux débordées puisque les débordements étaient localisés uniquement sur les deux premiers mètres du tronçon. Les différentes expériences réalisées sont regroupées dans le tableau 5.15.

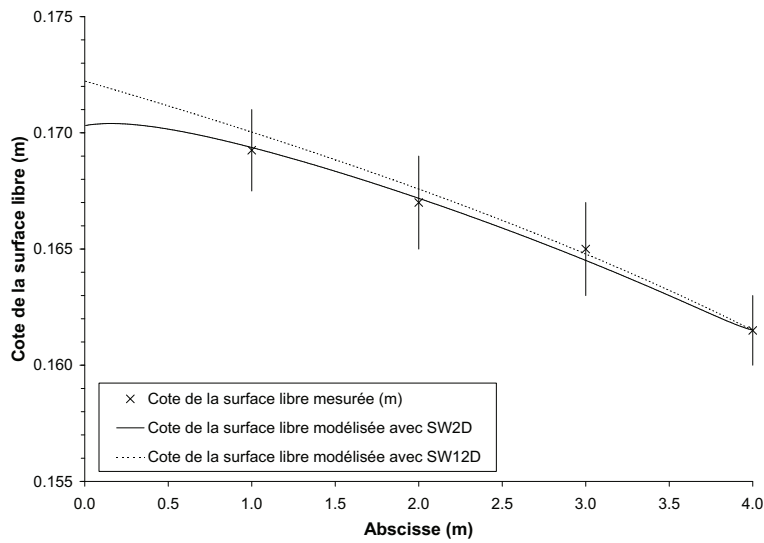
Les mesures de hauteurs d’eau pour l’ensemble des configurations sont présentées à l’annexe B.1. Les comparaisons des lignes d’eau modélisées avec les mesures expérimentales pour les expériences 2_7cm_Q5 et 2_7cm_Q20d sont présentées à la figure 5.25 (et à la figure B.4 en annexe B pour les autres expériences). Pour l’expérience sans débordement 2_7cm_Q5, les lignes d’eau modélisées ne correspondent pas aux mesures réalisées. En effet, la turbulence est la cause principale de la perte de charge observée dans la partie rétrécie de l’écoulement. Les logiciels de calcul ne prenant pas en compte ce phénomène, il est logique que l’on ne reproduise pas la pente de la ligne d’eau observée.

Pour les expériences débordantes (2_7cm_Q5d, 2_7cm_Q10d, 2_7cm_Q20d et 2_7cm_Q40), les lignes d’eau simulées sont relativement similaires pour les deux logiciels et correspondent aux mesures réalisées (aux imprécisions près). Dans tous les cas, on retrouve que la cote de la surface libre modélisée avec SW2D est plus basse que celle produite par SW12D. L’approximation sur le rayon hydraulique peut être incriminée. Par ailleurs, l’abaissement de la ligne d’eau modélisée par SW2D sur les 50 premiers centimètres est lié à la condition à la limite amont. En effet, le débit unitaire à la condition limite amont est supposé uniforme sur toute la section. La hauteur d’eau étant plus importante dans le lit mineur, cela se traduit par une vitesse d’écoulement plus faible dans le lit mineur que dans le lit majeur.

Pour les configurations 2_7cm_Q5d et 2_7cm_Q10d, les lignes d’eau modélisées ne correspondent pas aux mesures réalisées. Les fluctuations de la surface libre observées durant les expériences peuvent être incriminées (voir Figure 5.24a). En effet, ces ondulations de plusieurs centimètres d’amplitude sont liées aux irrégularités du canal de mesure que les codes de calcul ne prennent pas en compte.



(a) Expérience 2_7cm_Q5



(b) Expérience 2_7cm_Q20d

FIGURE 5.25 – Comparaison des lignes d'eau modélisées et des hauteurs d'eau mesurées pour la configuration « Lit mineur 7 cm ».

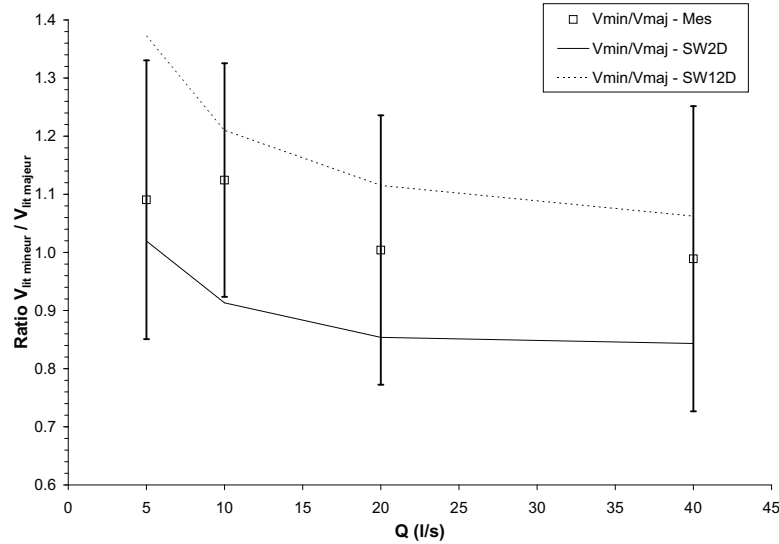


FIGURE 5.26 – Ratio des vitesses en lit mineur aux vitesses en lit majeur pour la configuration « Lit mineur 7 cm ».

Pour évaluer la capacité des codes à reproduire la vitesse de l'écoulement dans le lit mineur et dans le lit majeur, le ratio des vitesses en lit mineur aux vitesses en lit majeur issus des mesures a été comparé à celui issu de la modélisation (voir Figure 5.26). Étant données les imprécisions sur les mesures de vitesse, les ratios modélisés sont en adéquation avec ceux observés. Il apparaît toutefois que la vitesse de l'écoulement en lit mineur modélisée avec SW12D est toujours supérieure à celle en lit majeur (le ratio reste supérieur à 1). La hauteur d'eau étant nécessairement plus importante en lit mineur, le terme de frottement y est moins important (la hauteur intervenant au dénominateur de (4.79)). Ce ratio tend vers 1 quand le débit augmente dans la mesure où la différence de hauteur d'eau entre le lit mineur et le lit majeur est relativement moins importante pour les fortes hauteurs d'eau (correspondant à un débit important). En revanche, SW2D calcule des vitesses en lit mineur plus faibles qu'en lit majeur, avec un ratio qui tend vers 0,85 pour des débits importants.

Pour des débits importants (et donc pour de fortes hauteurs d'eau), l'effet de la présence du lit mineur sur la vitesse des écoulements est diminué notamment quand la rugosité du lit mineur est sensiblement la même que pour le lit majeur. Il semble donc que le comportement de SW12D soit plus cohérent puisque le ratio tend vers 1 pour les débits forts. Toutefois, le comportement « incohérent » de SW2D peut être expliqué par la manière dont est imposée la condition à la limite amont (débit unitaire uniforme sur la section).

Les vitesses modélisées et mesurées sont présentées dans le tableau B.2 et

Configuration	Débit	Condition aval	K ($\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$)
2_17cm_Q25d	25 l s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 5 \text{ cm}$)	52
2_17cm_Q30d	30 l s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 5 \text{ cm}$)	51

TABLEAU 5.16 – Expériences réalisées pour la configuration « Lit mineur 17 cm ».

à la figure B.5 en annexe B. Les vitesses modélisées sont plus faibles que celles mesurées, et ce pour l'ensemble des débits tant en lit mineur qu'en lit majeur et pour les deux codes de calcul. Les différences observées peuvent être expliquées par le fait que les codes de calcul fournissent la vitesse moyennée sur la verticale de l'écoulement alors que les valeurs mesurées sont des vitesses de surface (puisqu'elles sont mesurées au flotteur). Les vitesses expérimentales ont été recalculées. Le débit total transitant dans le canal et l'hypothèse que le ratio des vitesses moyennes sur chaque section d'écoulement est égal au ratio des vitesses mesurées (en surface) en lit mineur par rapport aux vitesses en lit majeur permettent d'établir le système suivant :

$$\begin{cases} Q = V_{1D,recalc}S_{1D} + V_{2D,recalc}S_{2D} \\ \frac{V_{1D,recalc}}{V_{2D,recalc}} = \frac{V_{1D,mes}}{V_{2D,mes}} \end{cases}$$

où Q est le débit total, S_k la section de l'écoulement k avec $k = \{1D \text{ ou } 2D\}$; $V_{k,mes}$ représente la vitesse mesurée en surface de l'écoulement k et $V_{k,recalc}$ la vitesse moyenne sur la section d'écoulement. La résolution de ce système permet de recalculer la vitesse moyenne ($V_{1D,recalc}$ et $V_{2D,recalc}$) pour chaque écoulement. Les vitesses modélisées sont alors en adéquation avec les vitesses moyennes expérimentales (voir Figure B.5 en annexe B).

5.2.3.2 Configuration « Lit mineur 17 cm » (17cm)

Les expériences sur le lit mineur de 17cm de large ont été réalisées avec un déversoir en paroi mince de 5cm comme contrôle aval et pour des débits de 25 l s^{-1} et 30 l s^{-1} . Par ailleurs, le lit mineur n'était pas centré par rapport au canal de mesure du fait des dimensions des briques et parpaings. Le lit majeur en rive gauche était en effet moins large que le lit majeur en rive droite. Les différentes expériences réalisées sont regroupées dans le tableau 5.16.

Pour les modélisations, le débit d'entrée du modèle correspondait au débit expérimental majoré de 5% (correspondant à la marge d'erreur du module à masques). En effet, une première série de modélisation a été réalisée pour le débit expérimental mais les lignes d'eau étaient systématiquement trop basses par rapport aux hauteurs d'eau mesurées.

Les mesures de hauteurs d'eau sont regroupées dans le tableau B.3 en annexe B. La comparaison des lignes d'eau modélisées avec les hauteurs d'eau mesurées est présentée à la figure 5.27 pour l'expérience 2_17cm_Q25d (et à la figure B.6 en annexe B pour l'expérience 2_17cm_Q30d). Il apparaît que les

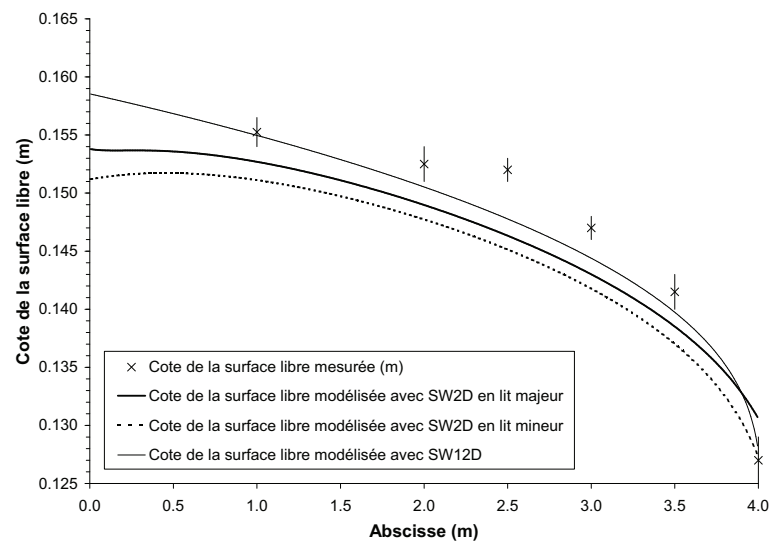


FIGURE 5.27 – Lignes d'eau modélisées et hauteurs d'eau mesurées pour l'expérience 2_17cm_Q25d.

L'abaissement de la ligne d'eau modélisée par SW2D sur les 50 premiers centimètres est lié à la condition à la limite amont.

lignes d'eau modélisées restent sensiblement plus basses que les mesures expérimentales réalisées, celles produites par SW12D étant toutefois plus proches des valeurs expérimentales que celles produites par SW2D. Par ailleurs, les cotes de la surface libre modélisées par SW2D ne sont pas les mêmes pour une abscisse donnée suivant que l'on considère la cote en lit mineur ou en lit majeur. Ces différences sont accrues à proximité des extrémités du canal modélisé; traduisant le fait que les conditions limites amont et aval modifient la répartition des débits entre le lit mineur et le lit majeur. Compte tenu des imprécisions sur le coefficient de rugosité, les lignes d'eau modélisées restent néanmoins en adéquation avec les mesures expérimentales.

Les mesures expérimentales de vitesses sont présentées dans le tableau B.4 en annexe B. La comparaison des vitesses modélisées et des vitesses mesurées est présentée à la figure 5.28. Les vitesses en lit mineur modélisées par les deux codes de calcul sont sous-estimées; néanmoins, SW12D produit des vitesses nettement plus proches des valeurs observées que SW2D. En rive droite, les deux logiciels produisent des vitesses qui correspondent aux mesures expérimentales aux boîtes d'erreurs prêt; SW2D produit cette fois des vitesses plus importantes que SW12D. En rive gauche, seul SW2D produit des vitesses qui correspondent pour chaque débit aux mesures expérimentales. Par ailleurs et contrairement à SW2D, les vitesses produites par SW12D sont plus faibles en lit majeur qu'en lit mineur pour tendre vers une vitesse identique pour le débit de 30 l s^{-1} . Le comportement expérimental montre également des vitesses plus fortes en lit mineur, ce qui validerait plutôt le comportement simulé par SW12D.

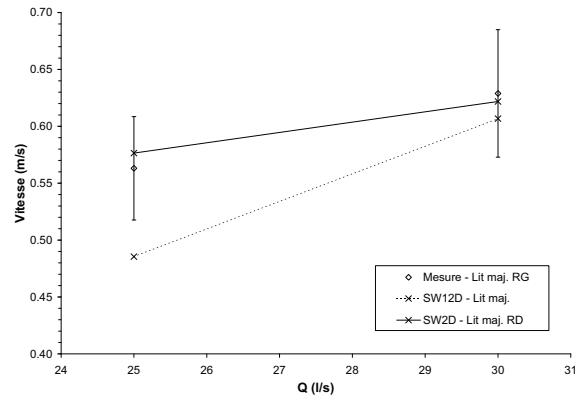
Dans la méthodologie de SW12D, une unique maille bidimensionnelle modélise la rive droite et la rive gauche du lit mineur. La vitesse de l'écoulement est donc la même pour les deux rives. Les vitesses produites par SW2D pour chaque rive sont peu différentes mais sont légèrement plus fortes en rive gauche, ce qui correspond au comportement expérimental.

L'analyse du ratio des vitesses $V_{\text{lit mineur}}/V_{\text{lit majeur}}$ montre également que seul SW12D réussit à reproduire correctement les valeurs et la tendance expérimentale (voir Figure B.7 en annexe B). SW2D produit en effet un comportement contraire à celui observé lors des expériences.

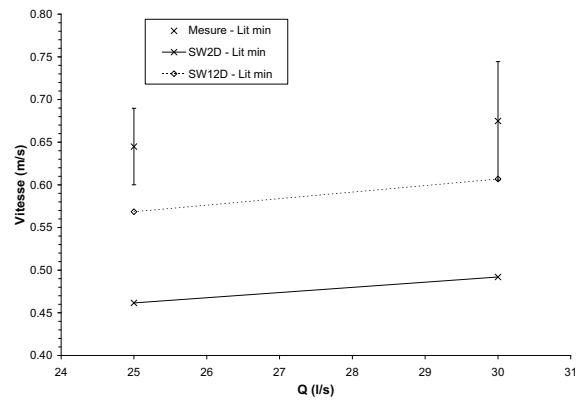
5.2.3.3 Configuration "Lit mineur 28 cm" (28cm)

Pour cette configuration, la profondeur choisie pour le lit mineur était de 5cm avec des débits de 10 l s^{-1} , 20 l s^{-1} et 40 l s^{-1} . Pour chaque débit, un contrôle aval différent a été mis en place de manière à garantir un débordement sur l'ensemble du linéaire du lit mineur. Les expériences réalisées sont regroupées dans le tableau 5.17. Les mesures de vitesses ont été faites uniquement pour les débits de 10 l s^{-1} et 40 l s^{-1} . En effet, pour 20 l s^{-1} les mesures se sont avérées impossibles car les flotteurs ne restaient pas dans le lit majeur. Les mesures n'étaient donc pas représentatives de la vitesse d'un lit en particulier.

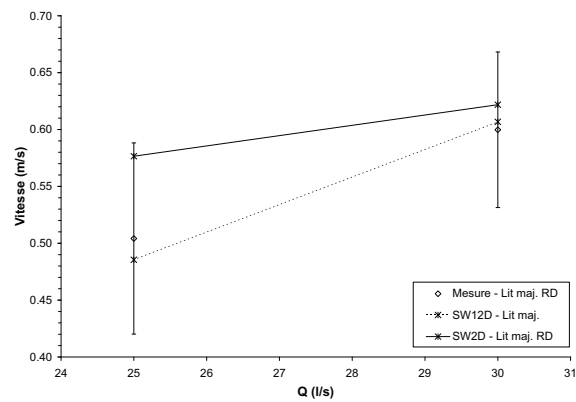
Les mesures de hauteur d'eau sont synthétisées dans le tableau B.5 en annexe B; les lignes d'eau modélisées sont quant à elles comparées aux mesures



(a) Rive gauche



(b) Lit mineur



(c) Rive droite

FIGURE 5.28 – Comparaison des vitesses modélisées et des vitesses mesurées pour la configuration « Lit mineur 17 cm ».

Configuration	Débit	Condition aval	K ($\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$)
2_28cm_Q10d	10 l s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 5 \text{ cm}$, $L = 13 \text{ cm}$)	61
2_28cm_Q20d	20 l s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 10 \text{ cm}$)	57
2_28cm_Q40d	40 l s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 5 \text{ cm}$)	58

TABLEAU 5.17 – Expériences réalisées pour la configuration « Lit mineur 28 cm ».

expérimentales à la figure 5.29 et à la figure B.8 en annexe B. Les lignes d'eau modélisées avec les deux logiciels sont similaires pour l'ensemble des débits expérimentaux. Il y a toutefois un décalage avec les valeurs expérimentales pour les débits de 10 l s^{-1} et 40 l s^{-1} . Le décalage pour 10 l s^{-1} étant très faible (inférieur au centimètre) et uniquement pour l'abscisse $x = 1 \text{ m}$, il peut s'expliquer par les fluctuations de la surface libre observées durant les expériences (voir Figure 5.24c).

Les ratios des vitesses en lit mineur aux vitesses en lit majeur modélisé et expérimental sont présentés à la figure 5.30. Les mesures de vitesses sont quant à elles regroupées dans le tableau B.6 en annexe B et comparées aux valeurs simulées à la figure B.9 en annexe B.

Le ratio modélisé par SW12D correspond aux valeurs expérimentales pour l'ensemble des débits. En revanche, le code de calcul SW2D calcule un débit qui coïncide avec les mesures uniquement pour 40 l s^{-1} . Les vitesses simulées sont quant à elles sous-estimées par rapport aux valeurs expérimentales. Par ailleurs, les tendances observées pour les configurations « Lit mineur 7 cm » et « Lit mineur 17 cm » sont également observées pour cette configuration : SW2D calcule des vitesses en lit mineur plus faibles qu'en lit majeur et ce à l'inverse de SW12D.

5.2.3.4 Durée de simulation

Les durées de simulation des logiciels SW2D et SW12D pour les configurations rectilignes sont comparées (voir Tableau 5.18). Comme pour la modélisation des écoulements rectilignes non débordants (voir Section 5.2.2.4), le code de calcul SW12D est plus rapide que SW2D. Pour l'ensemble des configurations modélisées, les deux codes fournissent des résultats similaires avec un comportement expérimental généralement mieux reproduit par SW12D. Le gain de temps est compris entre 1,7 et 10,4 avec un gain d'autant plus important que la largeur du lit mineur est faible devant celle du lit majeur. SW12D est donc particulièrement indiqué pour la modélisation d'écoulements rectilignes avec débordements, dans la mesure où il permet d'obtenir des résultats de précision similaire à un code bidimensionnel et décrivant mieux la distribution des vitesses sur la section en travers pour un temps de calcul moindre.

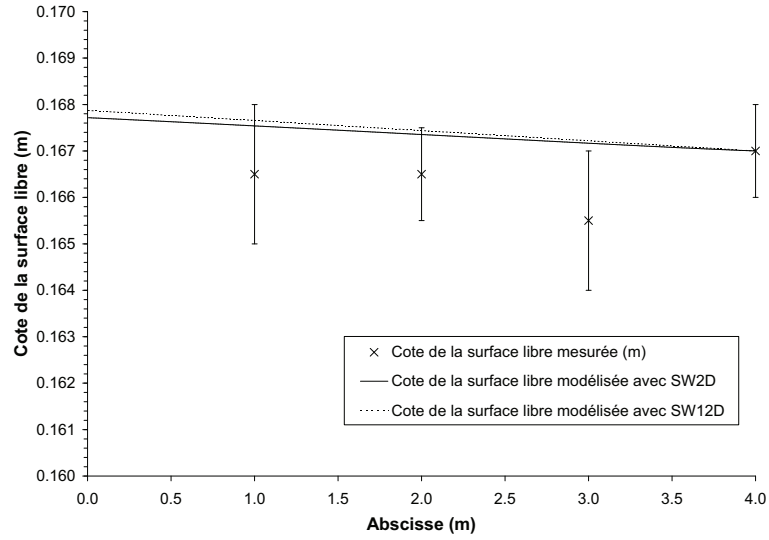


FIGURE 5.29 – Lignes d’eau modélisées et hauteurs d’eau mesurées pour l’expérience 2_28cm_Q20d.

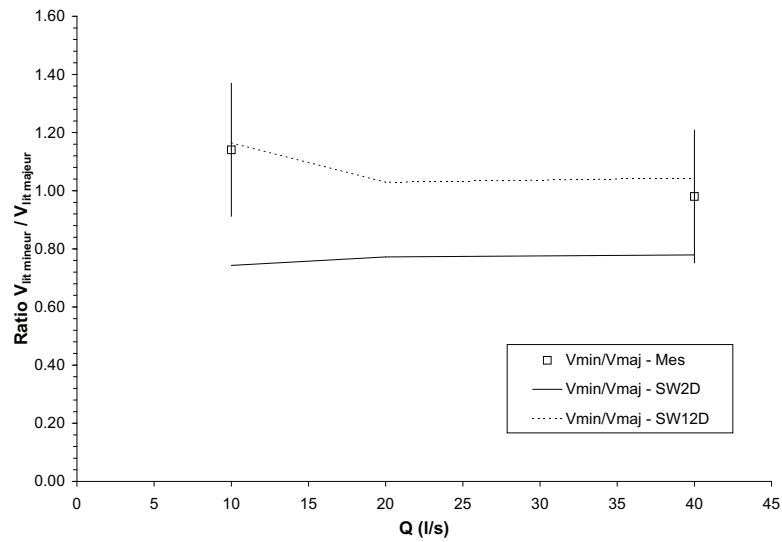


FIGURE 5.30 – Ratio des vitesses en lit mineur aux vitesses en lit majeur pour la configuration « Lit mineur 28 cm ».

Expérience	Durée de simulation (s)		Ratio t_{SW2D}/t_{SW12D}
	SW2D	SW12D	
2_7cm_Q5	625	60	10,4
2_7cm_Q5d	537	59	9,1
2_7cm_Q10d	594	73	8,1
2_7cm_Q20d	666	95	7,0
2_7cm_Q40	801	119	6,7
2_17cm_Q25d	210	82	2,6
2_17cm_Q30d	228	88	2,6
2_28cm_Q10d	147	72	2,0
2_28cm_Q20d	178	103	1,7
2_28cm_Q40d	206	114	1,8

TABLEAU 5.18 – Durée de la simulation pour les configurations « Lit mineur 7 cm », « Lit mineur 17 cm » et « Lit mineur 28 cm ».

5.2.4 Série 3 - Coudes

Les domaines d'études pour lesquels SW12D pourra être utilisé étant relativement étendus, les axes d'écoulements privilégiés présentent à cette échelle des sinuosités d'amplitude plus ou moins grandes mais pouvant avoir un rôle important sur la répartition des écoulements. Afin d'évaluer les capacités de SW12D à gérer les écoulements sinueux, une série d'expériences mettant en jeu des coudes a été réalisée. Deux configurations ont été réalisées pour lesquelles des coudes à angle droit ont été implantés dans le canal de mesure et sur lesquelles un écoulement débordant où non a été imposé. Pour les configurations non débordantes, seules les hauteurs d'eau ont été mesurées alors que les vitesses ont également été mesurées pour les autres configurations.

Les maillages réalisés pour les modélisations sont présentés à la figure C.1 en annexe C ; pour SW2D, le maillage « a » est celui de référence. Pour cette série d'expériences, la forme des configurations impose d'utiliser un maillage unidimensionnel dont les interfaces entre certaines mailles de calcul ne sont pas alignées avec la section en travers de l'écoulement. Pour connaître la valeur d'une variable pour une abscisse curviligne donnée, il est nécessaire de prendre en compte la valeur simulée dans plusieurs cellules. Un léger biais sur les résultats peut être introduit par la méthode de calcul de la cote pour une abscisse curviligne donnée.

5.2.4.1 Configuration « Coudes à 90° rapprochés » (90c)

Les dimensions des coudes installés dans le canal de mesure sont présentées l'annexe C.3. Pour cette configuration, trois expériences ont été réalisées : une sans débordement et deux débordantes. Les caractéristiques de chaque expérience sont regroupées dans le tableau 5.19. Les mesures de la vitesse de l'écoulement n'ont été réalisées que pour l'expérience 3_90c_Q5d. En effet,



(a) Configuration « Coudes à 90° rapprochés »



(b) Détail du décrochement pour la configuration « Coudes à 90° rapprochés »



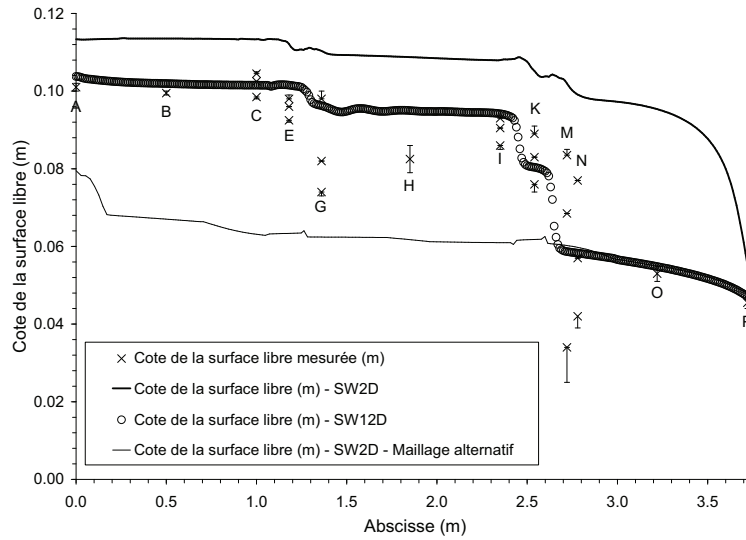
(c) Configuration « Coudes à 90° éloignés »



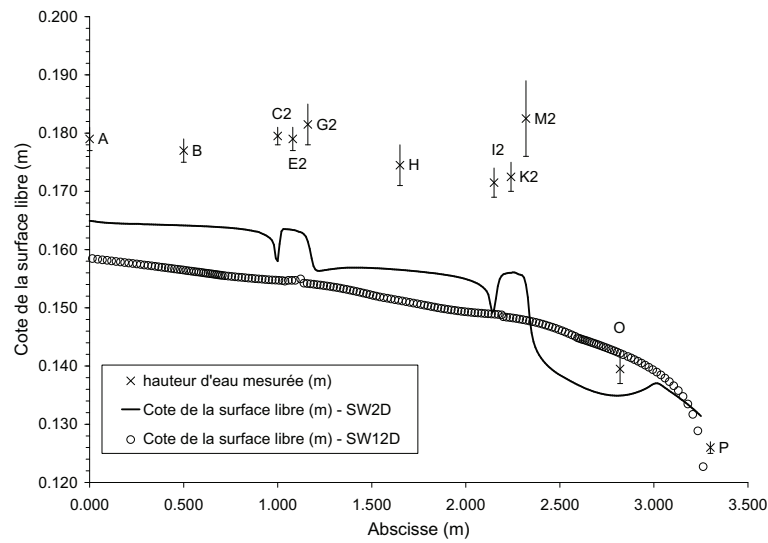
(d) Détail du décrochement pour la configuration « Coudes à 90° éloignés ».

FIGURE 5.31 – Configurations pour la réalisation de la série « 3-coudes ».

pour l'expérience 3_90c_Q30d, les flotteurs ne restaient pas dans un seul lit, empêchant ainsi d'obtenir une valeur de vitesse par lit. Les mesures de hauteurs d'eau pour l'ensemble des configurations sont regroupées dans le tableau C.1 en annexe C. La comparaison des lignes d'eau modélisées et des valeurs expérimentales est présentée à la figure 5.32 et à la figure C.4 en annexe C. Pour la configuration sans débordement, la ligne d'eau modélisée par SW12D reproduit les hauteurs d'eau mesurées à l'exception du point de mesure H. En revanche, SW2D reproduit la forme générale du profil, tout en surestimant nettement les cotes d'au moins 1cm. En effet, SW2D ne réussit pas à ressuyer l'intégralité des eaux débordées au niveau de la première série de coudes (entre les points de mesures C et G). Au niveau de l'extrados du coude, une rehausse de la ligne d'eau entraîne des débordements supplémentaires vers le lit majeur intermédiaire et aval (voir Figure 5.33a). Ainsi, en aval du dernier coude, les eaux de débordement retournent vers le canal, augmentant la ligne d'eau (voir Figure 5.32a). Pour expliquer le fait que SW2D ne parvienne pas à ressuyer l'ensemble des eaux débordées, l'hypothèse que le maillage utilisé était trop fin (une di-



(a) Expérience 3_90c_Q5



(b) Expérience 3_90c_Q30d

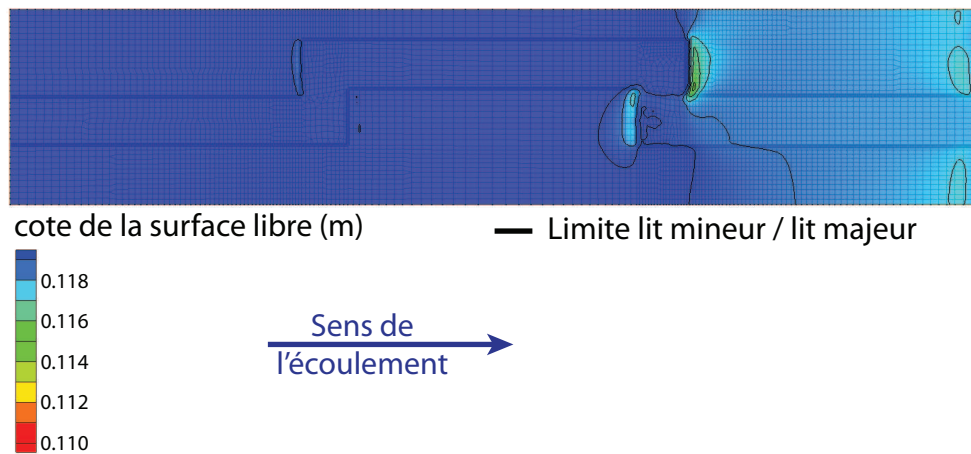
FIGURE 5.32 – Lignes d'eau modélisées et hauteurs d'eau mesurées pour la configuration « Coudes à 90° rapprochés ».

Configuration	Débit	Condition aval	K ($\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$)
3_90c_Q5	51s^{-1}	Pas de déversoir	61
3_90c_Q5d	51s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 10 \text{ cm}$)	61
3_90c_Q30d	301s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 5 \text{ cm}$)	61

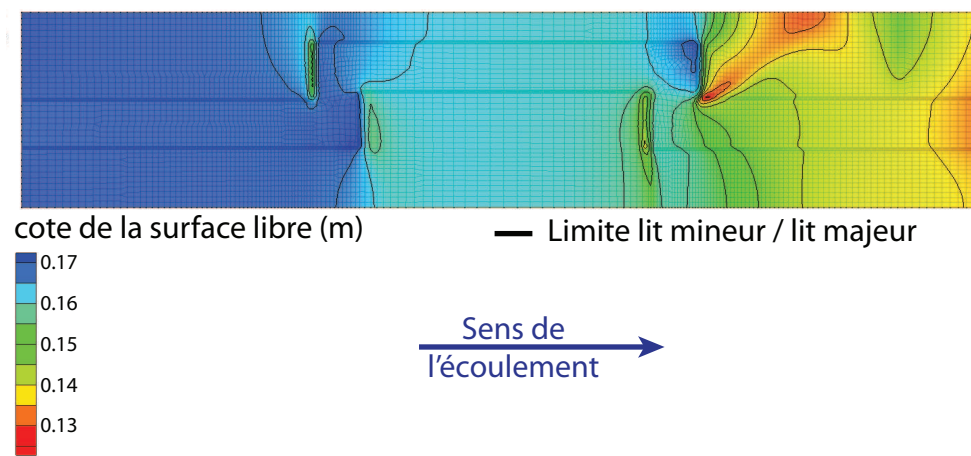
TABLEAU 5.19 – Expériences réalisées pour la configuration « Coudes à 90° rapprochés ».

zaine de mailles pour chaque lit pour SW2D contre une unique maille par lit pour SW12D) a été avancée. Une simulation de comparaison a été réalisée avec SW2D pour l'expérience 3_90c_Q5 en utilisant strictement le même maillage que pour SW12D (ce maillage est le maillage « b ») (voir Figure C.1b en annexe C). Les mailles 1D sont remplacées par des mailles 2D et les mailles 2D contenant les mailles 1D sont remplacées par deux mailles de part et d'autre de la maille correspondant au lit mineur. Pour ce maillage, la ligne d'eau produite par SW2D est nettement sous-estimée et le logiciel ne reproduit pas les pertes de charge observées au niveau des coudes. Bien que le maillage utilisé par SW2D conditionne de manière importante les résultats, ce code de calcul produit des résultats moins fiables que SW12D dans cette configuration.

Pour les deux lignes d'eau simulées, trois décrochements sont aisément identifiables. Ils correspondent aux trois coudes les plus en aval. En outre, une légère fluctuation de la surface libre modélisée marque l'emplacement du premier coude. Lorsque le logiciel SW12D trouve qu'un coude est « noyé » (les mailles bidimensionnelles contenant le coude sont en eau), la perte de charge au passage de ce coude est quasiment nulle (voir Figure C.5 en annexe C). La seule étape de calcul qui est réalisée différemment si une maille bidimensionnelle est en eau (ce qui correspond à la configuration d'un coude « noyé ») est la phase de transfert de la quantité de mouvement entre les mailles uni- et bidimensionnelles. Le cas échéant, l'ajout d'un terme de perte de charge local proportionnel à la hauteur d'eau dans la maille de calcul bidimensionnelle (pour être nul dans le cas d'un coude non « noyé ») peut être envisagé. Le coefficient de perte de charge dépendra à priori de la forme du coude. La réalisation du calage du coefficient en fonction des paramètres géométriques du coude (ratio des hauteurs d'eau entre 1D et 2D, ratio des largeurs des écoulements 1D et 2D, etc...) doit donc être envisagée via une série d'expériences avec des mesures plus précises (notamment pour la vitesse). Si le lien entre le coefficient de perte de charge et les paramètres géométriques du coude est identifié de manière satisfaisante, il est envisageable de permettre au code de calcul SW12D un traitement automatisé des coudes pour rajouter ces pertes de charges dans le cas d'un coude « noyé ». Pour les configurations débordantes, les lignes d'eau modélisées sont inférieures aux valeurs mesurées. La ligne d'eau SW2D est calculée en faisant la moyenne des hauteurs d'eau sur une section d'écoulement. En effet, ce traitement a été nécessaire dans la mesure où la cote de la surface libre modélisée varie de manière importante suivant la maille considérée (voir Figure 5.33). L'injection dans les



(a) Expérience 3_90c_Q5



(b) Expérience 3_90c_Q30d

FIGURE 5.33 – Cartographie de la cote de la surface libre simulée avec SW2D pour la configuration « Coudes à 90° rapprochés ».

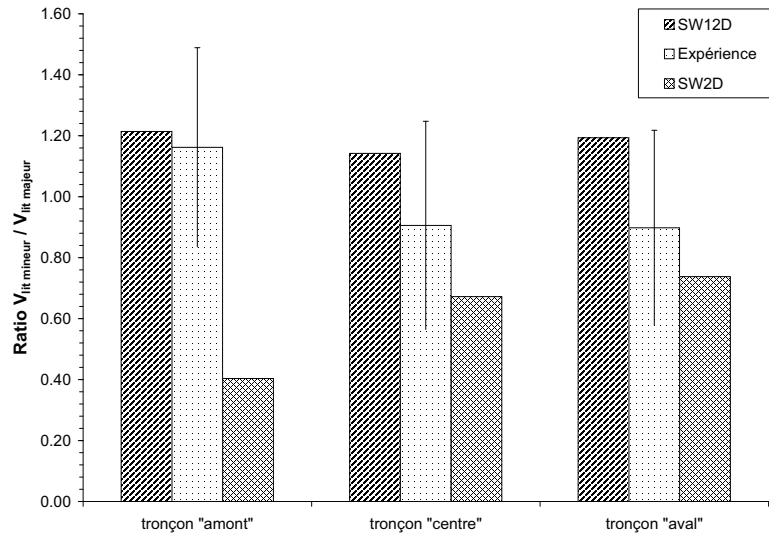


FIGURE 5.34 – Ratio des vitesses en lit mineur par rapport aux vitesses en lit majeur pour la configuration « Coudes à 90° rapprochés ».

modélisations du débit expérimental majoré de 5% (correspondant à la marge d'erreur du module à masques) ne permet pas de retrouver les valeurs expérimentales. Pour SW12D comme pour SW2D, on peut identifier des fluctuations sur la ligne d'eau correspondant à la localisation des coudes. Ces fluctuations sont également identifiables sur les lignes d'eau pour l'expérience 3_90c_Q5d (voir Figure C.4).

Les mesures de vitesses sont regroupées dans le tableau C.2 en annexe C. Le ratio des vitesses en lit mineur par rapport aux vitesses en lit majeur est présenté à la figure 5.34 et les vitesses modélisées sont confrontées aux valeurs expérimentales à la figure C.6 en annexe C. Pour l'ensemble des tronçons, le code de calcul SW12D simule des vitesses en lit mineur plus importantes qu'en lit majeur; et ce à l'inverse des vitesses simulées par SW2D. Les imprécisions sur les mesures de vitesse ne permettent pas de déterminer le lit dans lequel la vitesse était la plus grande. Il convient par ailleurs de noter que pour le tronçon amont, seul SW12D simule aux imprécisions près un ratio correspondant à celui mesuré. Il n'est toutefois pas possible de déterminer quel code de calcul simule un comportement le plus proche de la réalité observée. En effet, l'injection d'un débit unitaire uniforme sur toute la section pour SW2D peut expliquer d'obtenir des vitesses en lit mineur plus faible qu'en lit majeur.

Configuration	Débit	Condition aval	K ($\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$)
3_90l_Q5	51s^{-1}	Pas de déversoir	56
3_90l_Q5d	51s^{-1}	Déversoir rectangulaire ($h = 10 \text{ cm}$)	56

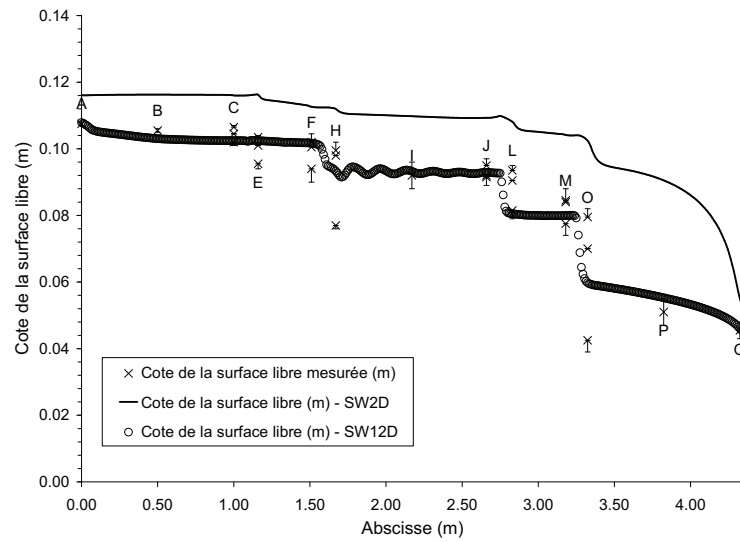
TABLEAU 5.20 – Expériences réalisées pour la configuration « Coudes à 90° éloignés ».

5.2.4.2 Configuration « Coudes à 90° éloignés » (90l)

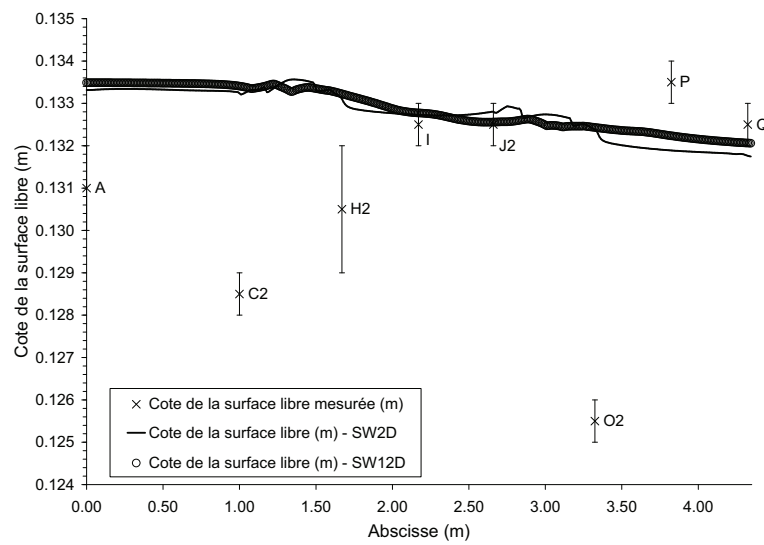
Les dimensions des coudes installés dans le canal de mesure sont présentées à la figure C.7 en annexe C. Pour cette expérience, deux configurations ont été réalisées : une sans débordement et une débordante. Les caractéristiques de chaque configuration sont regroupées dans le tableau 5.20. Les mesures de hauteurs d'eau pour l'ensemble des configurations sont regroupées dans le tableau C.3 en annexe C. La comparaison des lignes d'eau modélisées et des valeurs expérimentales est présentée à la figure 5.35 et à la figure C.8 en annexe C. La ligne d'eau calculée par le code de calcul SW12D pour la configuration sans débordement est en adéquation avec les mesures réalisées sauf pour le point de mesure P. Comme pour l'expérience précédente, le coude le plus en amont est « noyé » et la perte de charge calculée par SW12D au passage de ce coude est quasi nulle (voir Figure C.10 en annexe C). Toutefois, la perte de charge observée pour ce coude lors des expériences était également quasi nulle. Pour le tronçon intermédiaire, des oscillations sont visibles sur la ligne d'eau produite par SW12D. Ces oscillations ne semblent pas diminuer au cours de la simulation (voir Figure C.9 en annexe C). La ligne d'eau produite par SW2D surestime les hauteurs d'eau ; néanmoins, à l'abscisse de chaque coude, on observe un décrochement dans le profil des hauteurs d'eau. Cette surcote peut être expliquée par les mêmes raisons que pour l'expérience précédente. Le code de calcul SW12D produit les résultats les plus proches de la réalité.

Pour les configurations débordantes, trois méthodes de traitement des résultats ont été employées pour tracer les lignes d'eau : le profil des cotes le long de l'axe du canal 1D, le profil des cotes pour l'ordonnée correspondant au milieu du canal et le profil des cotes moyennées sur la section. Quelle que soit la méthode de traitement utilisée, les lignes d'eau calculées par les deux codes de calcul sont relativement similaires. Suivant la méthodologie de traitement des résultats, les lignes d'eau sont en adéquation avec des points de mesures différents ; indiquant qu'il faudrait à priori utiliser une méthodologie de traitement des résultats variable suivant le tronçon considéré. Aucune différence significative ne permet de statuer quant au code qui reproduit au mieux la réalité expérimentale dans une configuration débordante.

Les mesures de vitesses sont réunies dans le tableau C.4 en annexe C. Le ratio des vitesses en lit mineur par rapport aux vitesses en lit majeur est présenté à la figure 5.36 et les vitesses modélisées sont confrontées aux valeurs expérimentales à la figure C.11 en annexe C. Les vitesses modélisées sont sous-estimées par rap-



(a) Expérience 3_90l_Q5



(b) Expérience 3_90l_Q5d

FIGURE 5.35 – Lignes d'eau modélisées et hauteurs d'eau mesurées pour la configuration « Coudes à 90° éloignés ».

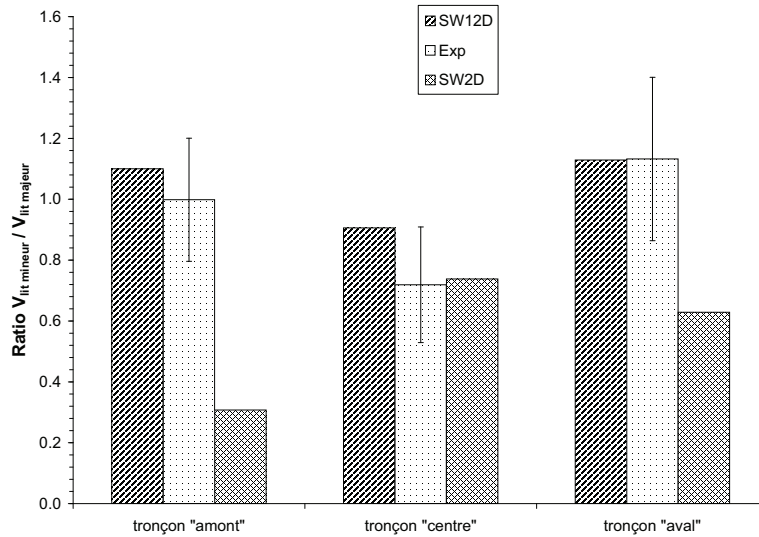


FIGURE 5.36 – Ratio des vitesses en lit mineur aux vitesses en lit majeur pour la configuration « Coudes à 90° éloignés ».

port aux valeurs expérimentales à l'exception de la vitesse en lit majeur simulée par SW2D qui est surestimée. Les vitesses expérimentales ont été mesurées au flotteur et sont par conséquent des vitesses de surface généralement supérieures à la vitesse moyenne de l'écoulement qui correspond à celle modélisée. La vitesse moyenne de l'écoulement a été calculée en faisant l'hypothèse d'un profil parabolique de vitesse sur la verticale et en supposant que le ratio des vitesses en lit mineur aux vitesses en lit majeur est le même pour les vitesses de surface ou moyennées sur la section. Pour le tronçon « amont », la vitesse moyennée est correctement reproduite par les codes de calcul. En revanche, pour les tronçons « centre » et « aval », la vitesse recalculée par le ratio est celle la mieux reproduite par les logiciels. Cela peut s'expliquer par le fait que la condition à la limite amont peut ne pas respecter le ratio des vitesses expérimentales. Par ailleurs, la comparaison du ratio des vitesses en lit mineur par rapport aux vitesses en lit majeur montre que SW12D le reproduit correctement pour l'ensemble des tronçons et ce contrairement à SW2D qui le sous-estime pour les tronçons « amont » et « aval ». Il semble que le code de calcul SW12D produise les résultats les plus cohérents par rapport aux observations réalisées.

5.2.4.3 Durée de simulation

Les durées de simulation pour les configurations « 3_90c » et « 3_90l » sont comparées pour les logiciels SW2D et SW12D (voir Tableau 5.21). Il apparaît que

Expérience	Durée de simulation (s)		Gain de temps t_{SW2D}/t_{SW12D}
	SW2D	SW12D	
3_90c_Q5	1967	38	52,1
3_90c_Q5d	2671	33	81,1
3_90c_Q30d	2644	46	57,1
3_90l_Q5	906	46	19,7
3_90l_Q5d	970	52	18,7

TABLEAU 5.21 – Durée de la simulation pour les configurations « 3_90c » et « 3_90l ».

pour l'ensemble des configurations, le code de calcul SW12D soit le plus rapide avec un gain de temps compris entre 18 et 81 pour des résultats généralement plus en accord avec les données expérimentales que ceux produits par le code de calcul SW2D. L'usage du logiciel SW12D est donc plus approprié que l'emploi de SW2D pour modéliser des écoulements débordants ou non et avec différentes configurations d'écoulements rectiligne ou sinueux.

5.2.5 Série 4 - Etude de la structure des écoulements transversaux

Afin de valider les hypothèses faites sur la structure des écoulements transversaux, une série d'expériences qualitatives a été réalisée. Deux configurations ont été utilisées : la configuration « 90l » (voir 5.2.4.2) ainsi qu'une configuration « Trans » pour laquelle l'écoulement ne se faisait que dans la direction transversale à l'axe du canal 1D (voir Figure 5.37). Pour ces configurations, des injections de colorant ont été réalisées afin d'identifier les filets fluides de l'écoulement.

La structure tourbillonnaire A (voir Figure 3.2) a été mise en évidence en réalisant des injections de colorants dans l'écoulement profond : au fond du canal 1D du côté aval (voir Figure 5.38) soit à la limite entre les deux écoulements du côté amont (voir Figure 5.39). Les injections au fond mettent en évidence que l'écoulement s'y fait de l'aval vers l'amont tandis que les injections à la limite entre les écoulements montrent que les filets fluides traversent le canal 1D en restant à la même cote et plongent au niveau de la rive aval pour rejoindre le contre-courant au fond. Pour les injections dans la configuration « 90l », les filets fluides ne sont pas alignés avec l'axe du canal. En effet, la vitesse de l'écoulement dans l'axe du canal 1D étant non nulle, elle entraîne les filets fluides et est à l'origine de la structure hélicoïdale observée.

La zone d'eau morte a été mise en évidence par injection de colorant près du fond du côté amont (voir Figure 5.40). Le colorant injecté reste piégé derrière la rive du canal 1D.

Afin de vérifier que la structure tourbillonnaire verticale n'était pas établie sur l'ensemble de la hauteur de la colonne d'eau, des injections en surface ont été réalisées pour les configurations « 90l » et « Trans ». Les filets de surface

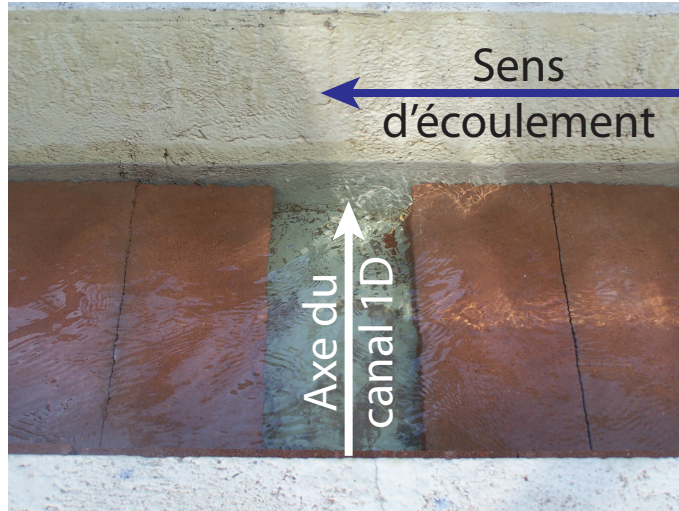


FIGURE 5.37 – Configuration utilisée pour la mise en évidence de la structure des écoulements transversaux (Configuration « Trans »).

« traversent » le canal 1D mais ne plongent pas au niveau de la rive aval (voir Figure 5.41).

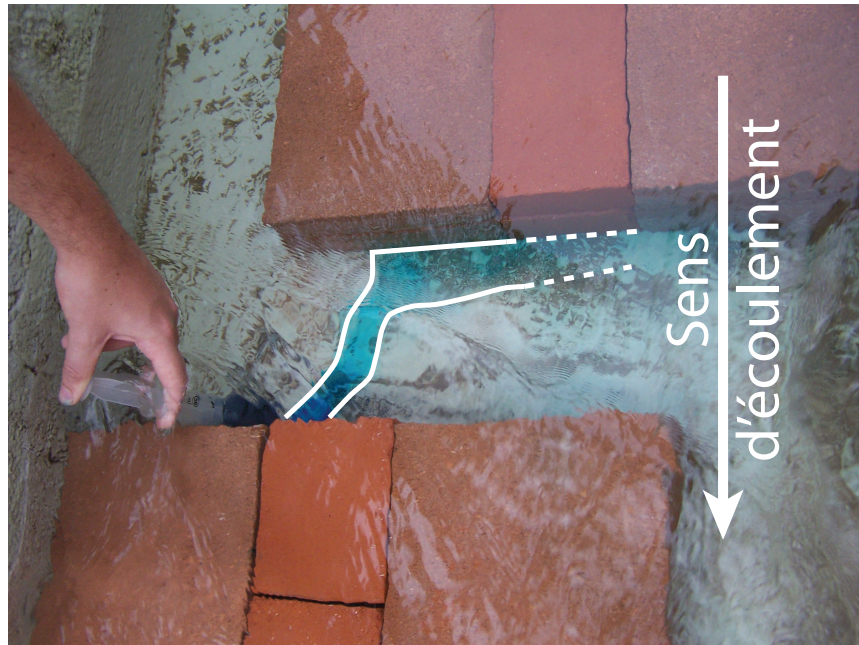
Il paraît logique de penser que les différentes structures tourbillonnaires (A et B) sont entraînées par frottement visqueux par le court-circuit de surface C. Par ailleurs, ces structures créent des perturbations de l'écoulement et sont probablement à l'origine de pertes de charge. Des expériences complémentaires sur la base de la configuration « Trans » ont été réalisées pour différentes largeurs du canal 1D. Toutefois, la précision des mesures n'a pas permis de mettre en évidence ces pertes de charge et encore moins de les quantifier. Un calage d'un coefficient de pertes de charge en fonction des caractéristiques géométriques du canal est envisagé de manière à pouvoir mieux prendre en compte ces écoulements transversaux.

5.3 Modélisation d'un cas réel

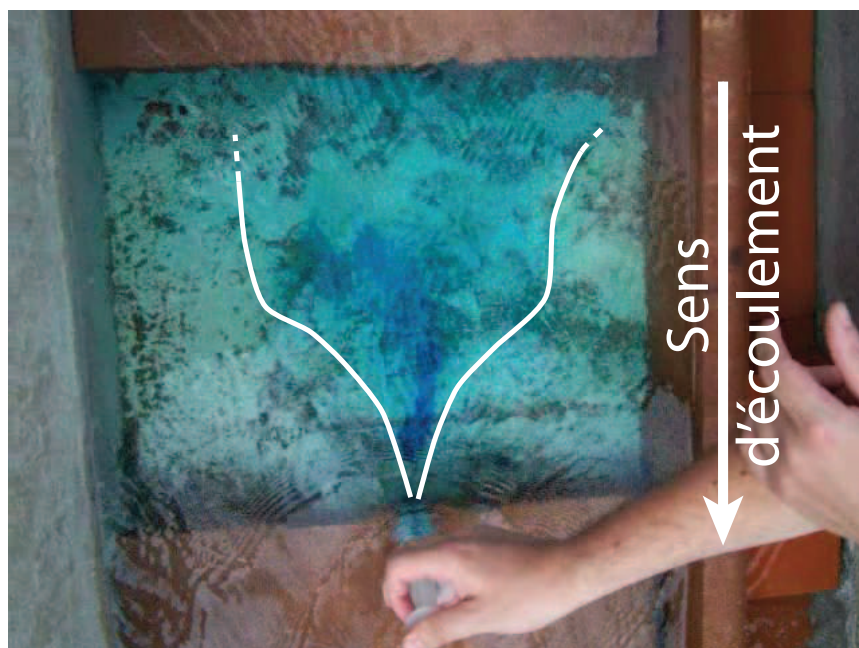
Sur la base d'une topographie réelle utilisée par la société Ginger Environnement & Infrastructures pour une étude du fonctionnement hydraulique des cours d'eau traversant la commune de Thuir dans les Pyrénées Orientales, deux modélisations utilisant les codes de calcul SW12D et SW2D ont été réalisées.

5.3.1 Présentation de la zone d'étude

La topographie originelle est issue d'une étude réalisée par la société Ginger Environnement & Infrastructures. Toutefois, pour des raisons de confidentia-



(a) Configuration « 90l »



(b) Configuration « Trans »

FIGURE 5.38 – Suivi des filets fluide par injection de colorant ; mise en évidence du contre-courant le long du fond.

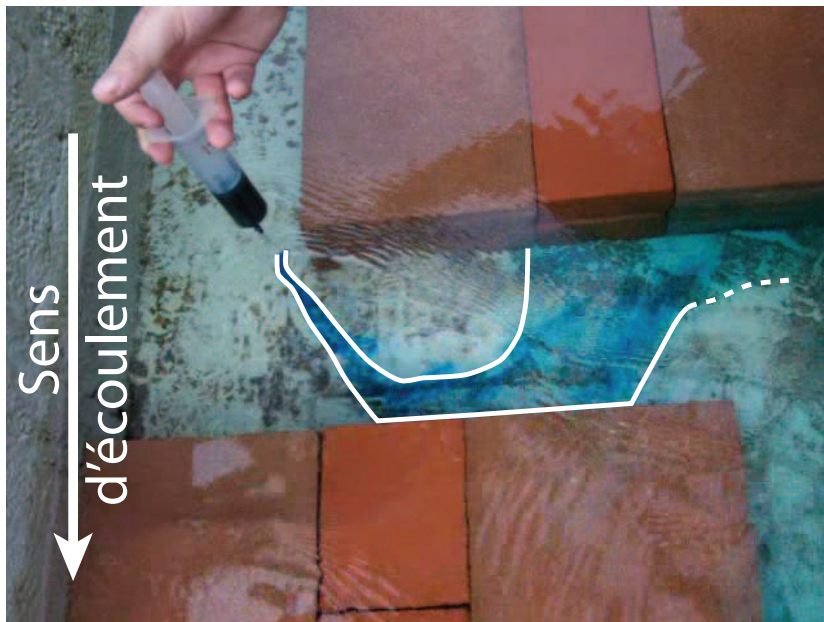


FIGURE 5.39 – Suivi des filets fluide par injection de colorant pour la configuration « 90l » ; mise en évidence de la structure tourbillonnaire verticale.

lités et de propriété des données, la topographie a été sensiblement lissée et transformée. Les résultats produits ne représentent en aucun cas la réalité d'une crue sur ce secteur. La topographie utilisée pour la modélisation est présentée à la figure 5.42 : trois cours d'eau descendent un versant de pente variable. Les maillages pour chaque code de calcul étant différents, l'interpolation du modèle numérique de terrain produira nécessairement une topographie différente pour les deux modélisations. Les deux maillages ayant été construits de manière à pouvoir s'adapter au mieux sur le modèle numérique de terrain, les différences entre les deux topographies sont à priori minimales mais peuvent néanmoins induire des résultats sensiblement différents.

A l'amont de chaque cours d'eau, un hydrogramme est injecté et à l'aval, une cote est imposée comme condition limite.

Au niveau de la condition à la limite amont, le débit d'injection est imposé tout le long de la limite de la maille 2D. Néanmoins, ce débit est réparti entre les mailles 1D et 2D au prorata de la section mouillée au début du pas de temps (voir Section 4.6). Suivant le débit injecté, la hauteur d'eau dans la maille 1D peut, ou non, être suffisante pour que la maille 2D soit en eau. Il n'est par conséquent pas possible de savoir à priori si le débit sera à l'origine d'un écoulement en champ majeur. Pour les conditions aux limites de SW2D, deux choix sont donc possibles :

- L'injection du débit uniquement sur la maille 2D correspondant au lit

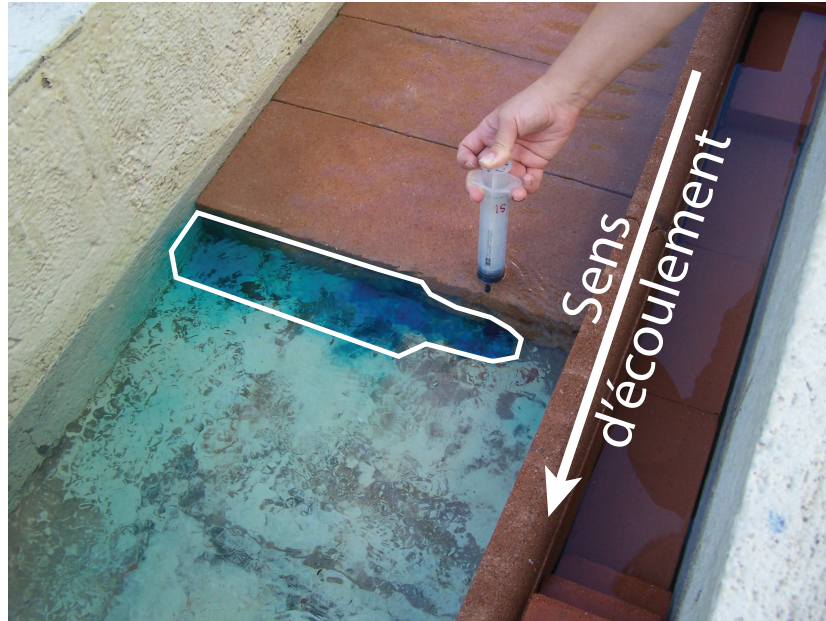


FIGURE 5.40 – Suivi des filets fluide par injection de colorant pour la configuration « Trans » ; mise en évidence de la zone d'eaux mortes.

mineur. Ce choix induit un écoulement artificiellement trop rapide dans le cas où le débit ne transite pas uniquement par le lit mineur.

- L'injection du débit sur la maille 2D correspondant au lit mineur et ses deux voisines immédiates. Dans le cas où le débit injecté ne transite pas uniquement par le lit mineur, ce choix est le plus cohérent et correspond à ce qui est réalisé dans SW12D. En revanche, dans le cas contraire, un écoulement sur les rives sera modélisé alors qu'il n'existe pas.

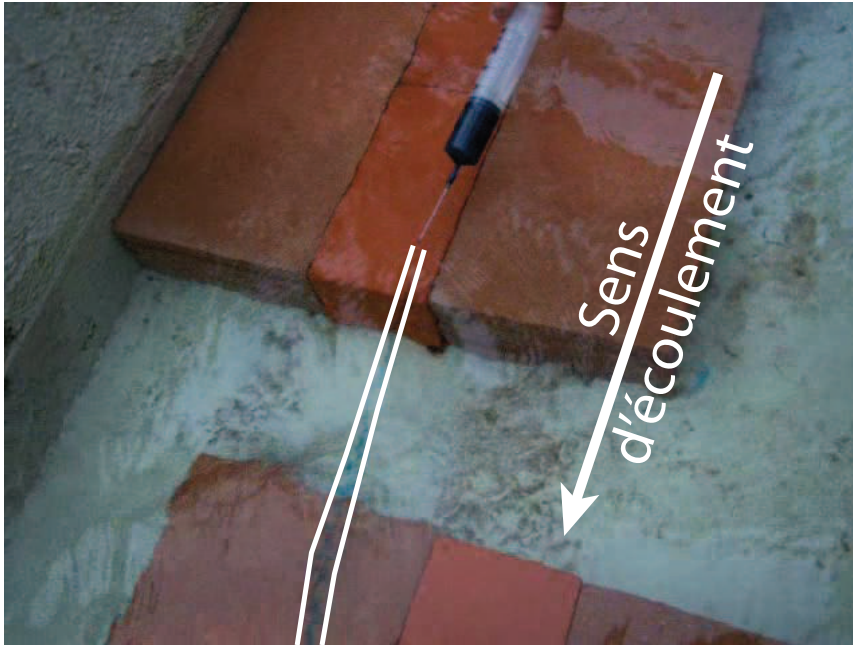
Dans la mesure où il n'est pas possible de savoir si le débit injecté transitera uniquement en lit mineur ou non, le choix pour les conditions aux limites de SW2D doit être fait à priori et la deuxième option a été utilisée.

5.3.2 Comparaison des hauteurs d'eau simulées

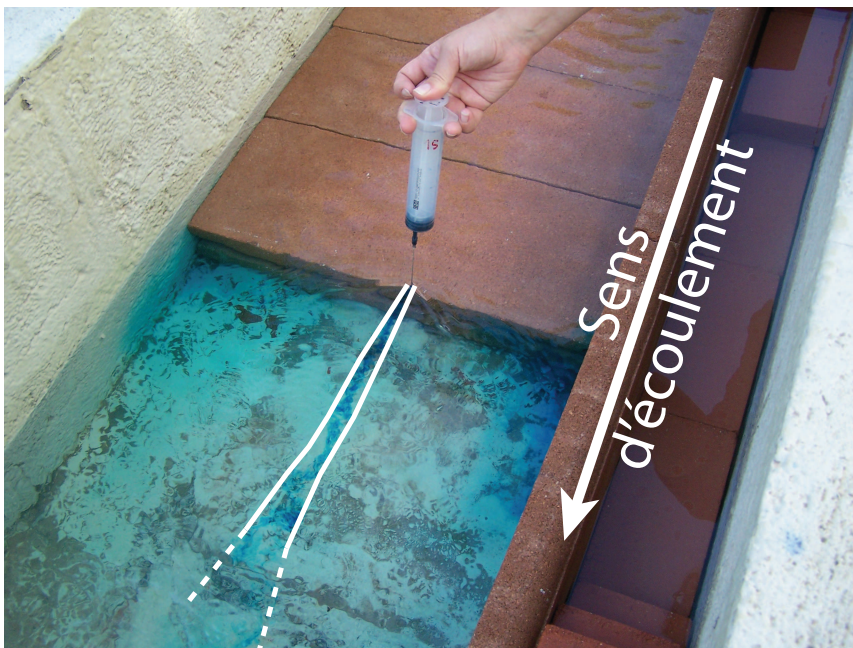
La comparaison des deux modélisations a été réalisée sur la base de la cartographie des hauteurs d'eau maximales (voir Figure 5.43) ainsi que sur les lignes d'eau obtenues pour chaque cours d'eau (voir Figure 5.44).

Dans l'ensemble, l'emprise générale de la zone inondable est la même avec les deux codes de calcul. Des différences entre les résultats sont toutefois observables.

- SW2D modélise un débordement du cours d'eau Central à l'aval du méandre. Toutefois le débordement est relativement faible et s'écoule le long du ver-



(a) Configuration « 90l »



(b) Configuration « Trans »

FIGURE 5.41 – Suivi des filets fluide par injection de colorant ; mise en évidence du court-circuit.

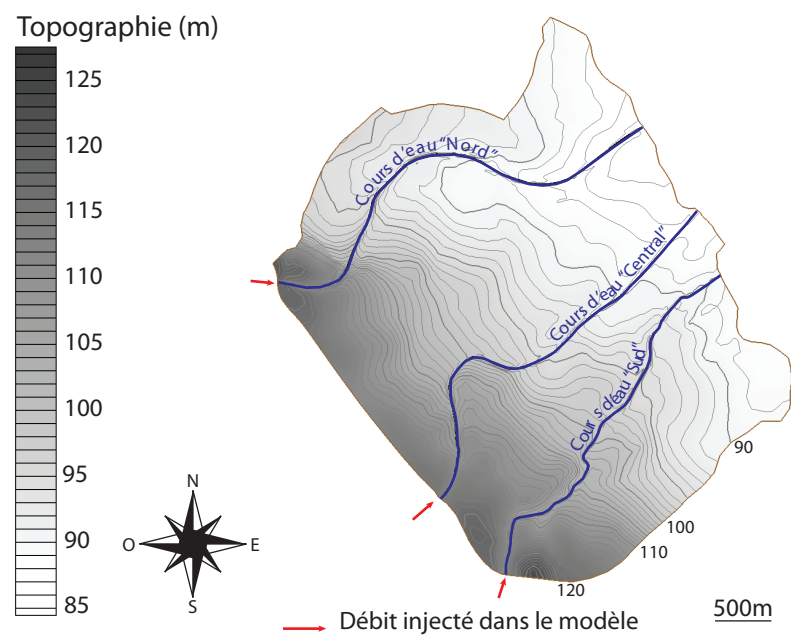
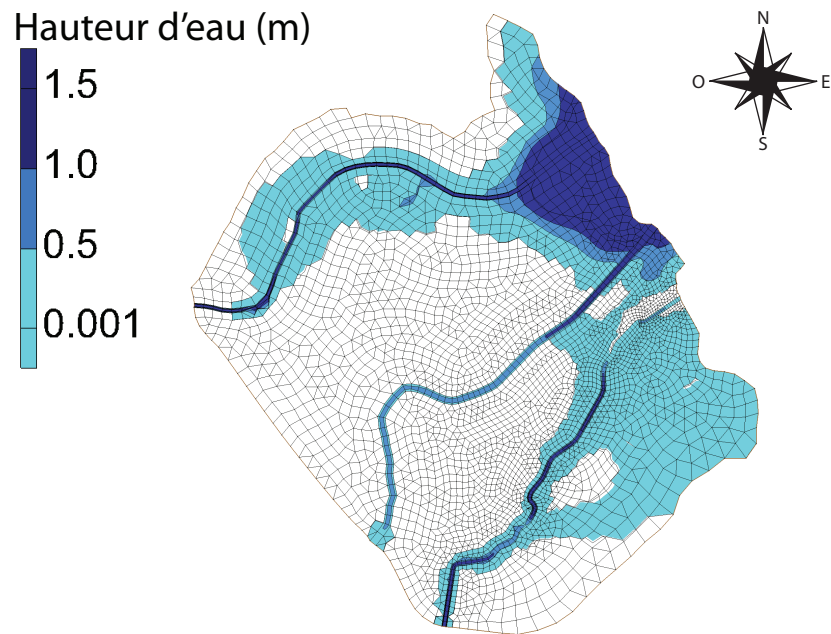
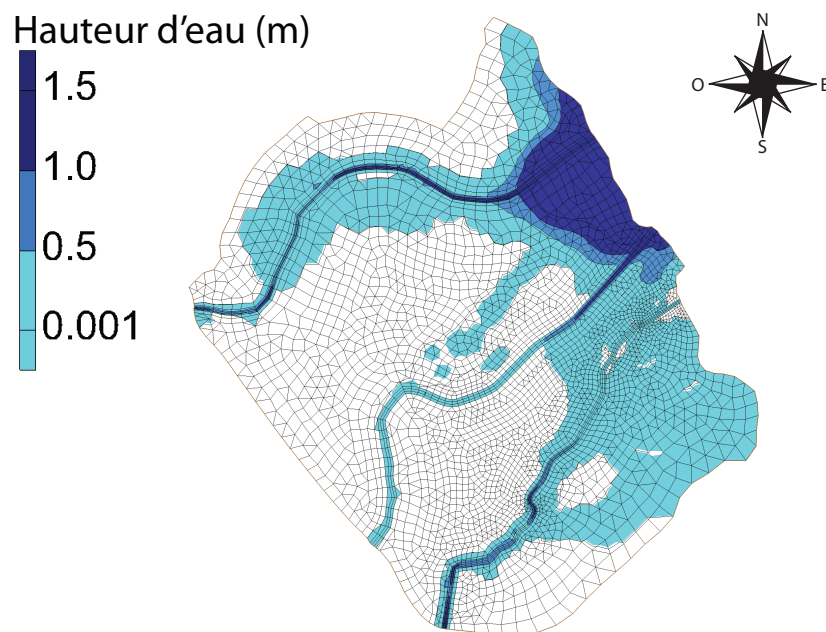


FIGURE 5.42 – Topographie de la zone d'étude utilisée pour les modélisations « cas réel ».



(a) Modélisation avec SW12D



(b) Modélisation avec SW2D

FIGURE 5.43 – Cartographie des hauteurs d'eau maximales modélisées.

sant avec une hauteur inférieure à 10 cm. Dans un cas réel, il revient au modélisateur de déterminer si ce débordement est un artefact de calcul du fait d'un manque de précision sur la topographie ou si cet écoulement est justifié et doit donc être pris en compte.

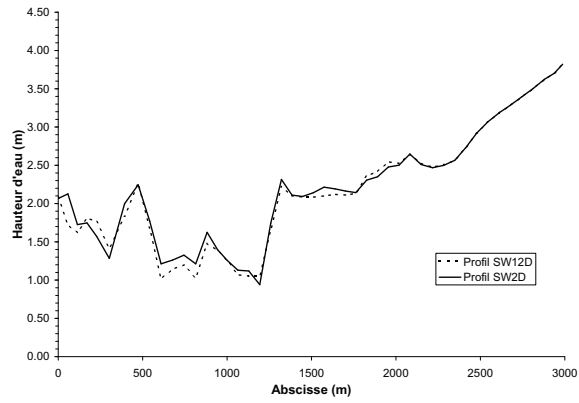
- Le débordement du cours d'eau Sud en rive gauche qui rejoint le cours d'eau Central est plus important avec SW2D par rapport à SW12D. Ici, les deux comportements sont aussi cohérent l'un que l'autre et les résultats des deux simulations sont de fiabilité équivalente.

Les lignes d'eau produites pour le cours d'eau Nord ne présentent pas de différences significative. Pour le cours d'eau Central, à l'amont de l'abscisse 1900 m, il n'y a que peu de différences. En revanche à l'aval de ce point, la ligne d'eau produite par SW2D est en moyenne plus haute que celle produite par SW12D. Ceci est dû au fait que l'écoulement depuis le cours d'eau Sud vers le cours d'eau Central est plus important avec SW2D qu'avec SW12D. La ligne d'eau du cours d'eau Sud confirme ce dernier point puisqu'à partir du débordement, la ligne d'eau SW2D devient plus basse que celle de SW12D. Au niveau de la première maille du cours d'eau Central, la hauteur d'eau maximale est relativement faible (inférieure à 5 cm). Cela peut être dû au fait que le débit à la limite est imposé. A partir du débit, le code doit calculer la hauteur d'eau et la vitesse de l'écoulement, soit en régime fluvial soit en régime torrentiel. Ici, SW12D calcule une hauteur torrentielle alors que SW2D identifie un écoulement fluvial. Les deux résultats sont hydrauliquement admissibles et la limite prédictive de la modélisation est atteinte.

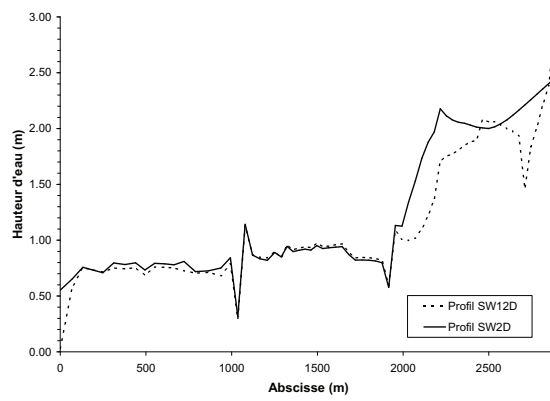
5.3.3 Comparaison des vitesses d'écoulement simulées

La cartographie des vitesses maximales modélisées (voir Figure 5.45) est en adéquation avec la cartographie des hauteurs. Les axes d'écoulements identifiés correspondent aux zones où les vitesses sont les plus fortes. Pour les écoulements identifiés comme plus importants avec SW2D, la cartographie des vitesses corrobore ces conclusions.

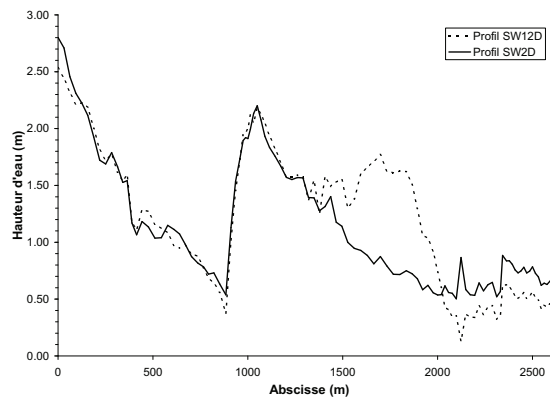
Il apparaît que la modélisation d'une topographie réelle avec les codes de calcul SW2D et SW12D donne des résultats similaires. Les différences observées sont dues aux hypothèses faites par les deux logiciels et sont dans les deux cas hydrauliquement justifiables. Les deux codes de calcul sont par conséquent aussi fiables l'un que l'autre. Toutefois, la simulation avec SW2D dure 3418s contre seulement 212s avec SW12D ; ce dernier est par conséquent environ 16 fois plus rapide.



(a) Cours d'eau Nord



(b) Cours d'eau Central



(c) Cours d'eau Sud

FIGURE 5.44 – Lignes d'eau obtenues à partir des modélisations.

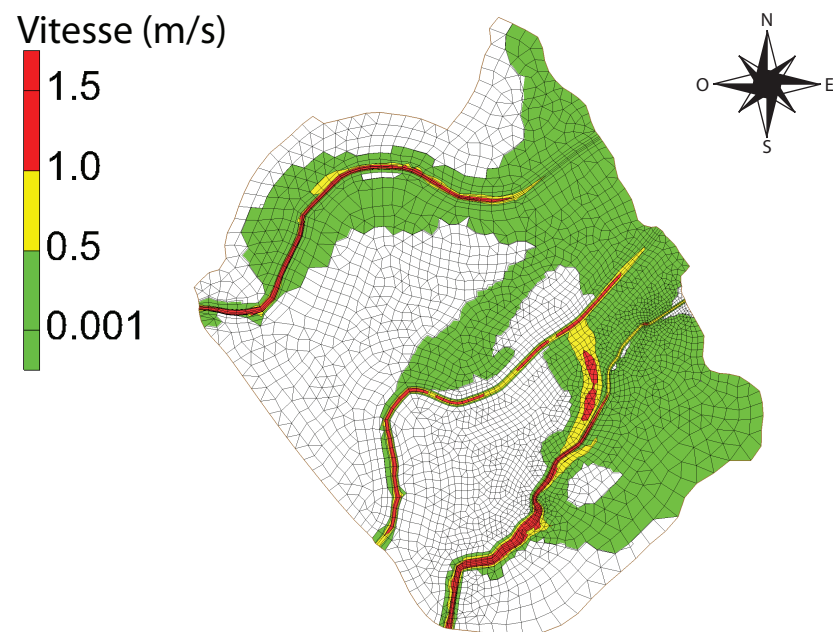
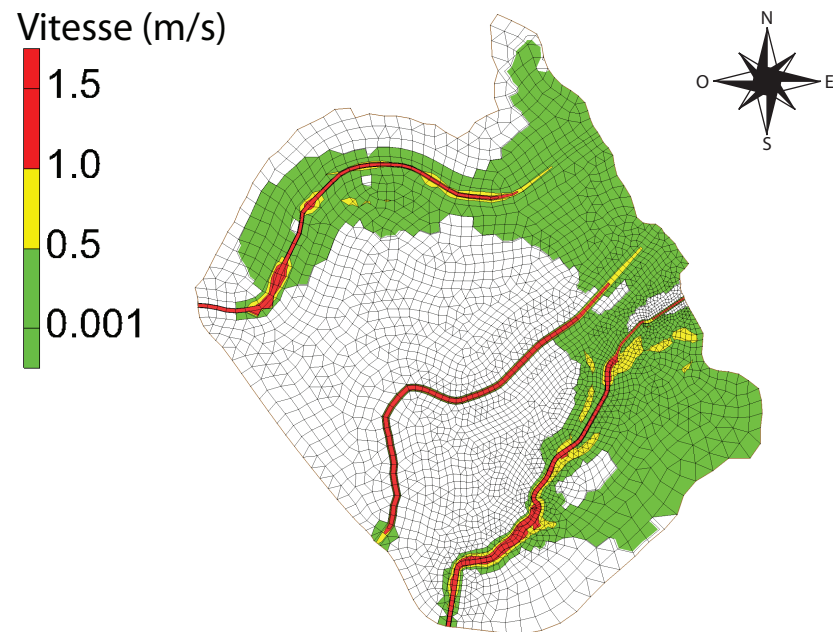


FIGURE 5.45 – Cartographie des vitesses maximales modélisées.

Chapitre 6

Conclusion

Aujourd'hui, les codes de calculs sont couramment employés pour modéliser le comportement hydraulique d'un cours d'eau en période de crue. L'essor de l'informatique a favorisé le développement d'un nombre important de logiciels de simulation, plus ou moins complexes. Les codes unidimensionnels sont basés sur des hypothèses simplificatrices qui peuvent être mises en défaut lors de la modélisation de configuration réelle (notamment pour des lits fortement sinueux ou avec de nombreux échanges lit mineur - plaine d'inondation). En revanche, les hypothèses des outils bidimensionnels permettent leur usage pour un plus grand nombre de configurations mais ils requièrent en contre partie plus de données topographiques ainsi qu'une plus grande durée de simulation. Il est relativement difficile d'obtenir une bonne précision dans les résultats et une durée de calcul faible. Il revient donc à l'utilisateur de ces différents codes de calcul de choisir entre rapidité d'exécution et précision des résultats.

Pour pallier ces difficultés, le développement d'outils de modélisation couplés uni- et bidimensionnel a été réalisé. Toutefois les couplages existants sont généralement insatisfaisants puisque les transferts de quantité de mouvement entre les deux modèles sont fréquemment négligés. Dans le cadre de ces recherches de doctorat, une méthodologie a été développée pour permettre le couplage complet des équations de propagations des écoulements uni- et bidimensionnel. Actuellement, le formalisme proposé se base sur l'hypothèse que la section de l'écoulement unidimensionnel est rectangulaire. Cette hypothèse ne modifie pas la méthodologie mais simplifie toutefois le programmation de manière considérable.

Les équations proposées pour la modélisation des écoulements couplés uni- et bidimensionnel ont été implémentées dans le code de calcul SW12D. Cet outil se base sur l'hypothèse que la cote de l'eau en rive droite et en rive gauche est la même. Il n'est à priori pas possible de s'affranchir simplement de cette contrainte. Par ailleurs, le code de calcul SW12D ne permet pas encore la modélisation de confluences. En effet, les hypothèses unidimensionnelles utilisées ne sont plus valables dans de telles configurations d'écoulement.

Sur la base de données expérimentales obtenues dans le cadre de cette thèse, le code de calcul a été confronté au logiciel bidimensionnel SW2D. Différentes configurations ont été employées afin de réaliser une comparaison sur la base du plus grand nombre de cas possible. Il ressort de cette confrontation que le code de calcul SW12D permet d'obtenir des résultats qui sont plus en adéquation avec les mesures que ceux produits par SW2D ou qui sont d'une précision similaire à ceux

du code bidimensionnel. En effet le transfert latéral de quantité de mouvement sous forme d'une lame mince (correspondant à la hauteur d'eau dans la maille bidimensionnelle) n'est pas modélisé par le code de calcul SW2D. En revanche, les durées de simulation sont réduites par un facteur allant de 1,5 à 80. Le code de calcul SW12D répond donc à l'un des principaux objectifs de cette thèse en permettant l'obtention de résultats d'une précision similaire à ceux d'un code bidimensionnel classique mais pour un temps de calcul moindre.

Le dernier objectif de cette thèse était le développement d'un code opérationnel. En l'état actuel des choses, le code de calcul SW12D atteint partiellement cet objectif dans la mesure où certaines fonctionnalités de SW2D n'y sont pas implantées. Toutefois, ces fonctionnalités sont programmées sous forme de modules complémentaires de SW2D et la structure de SW12D a été construite de manière à pouvoir aisément inclure ces modules. Il est donc relativement simple d'aboutir au même niveau opérationnel que SW2D, ce qui était l'objectif attendu par la société Ginger Environnement & Infrastructures lors du financement de cette thèse.

A court terme, il convient de réaliser plusieurs séries d'expériences complémentaires avec une précision accrue. En effet, le test de SW12D dans certaines configurations d'écoulement n'a pu être réalisé par manque de données expérimentales de comparaison. Dans ce cadre, une première série de mesures devrait être réalisées entre la fin de la rédaction de ce mémoire et la soutenance de ces travaux de thèse. Par ailleurs, les formulations utilisées pour la prise en compte des transferts de quantité de mouvement entre le lit mineur et le lit majeur ou pour les pertes de charge dues aux phénomènes d'écoulement dans la direction transversale au lit mineur n'ont pu être validées et correspondent à des formulations issues de la littérature. Le choix entre les différentes formulations n'a pu être étayé et il serait intéressant à court terme de tester différentes expressions théoriques en comparaison avec des données expérimentales. Enfin, une validation en grandeur réelle de ce logiciel doit être envisagée et des expériences sur des équipements de dimensions plus importantes doivent donc être réalisées. En parallèle de la validation du logiciel proposé, l'extension du formalisme à des géométries plus complexes pour l'écoulement unidimensionnel est envisageable.

A plus long terme, un travail complémentaire pour permettre la prise en compte des confluences doit être envisagé. L'ensemble des travaux de recherches sur la répartition des écoulements dans les carrefours peuvent proposer de bonnes bases de travail d'autant que l'écoulement unidimensionnel pris en compte dans SW12D peut correspondre à un axe d'écoulement privilégié en zone urbaine. A long terme également, il serait intéressant de pouvoir s'affranchir de l'hypothèse d'une cote de l'eau identique sur la maille 2D et sur la maille 1D. En effet, ceci constitue une des plus grosses limites du logiciel proposé. Cette réflexion devrait ouvrir la voie à la séparation de la maille 2D en deux mailles correspondant à la rive droite et à la rive gauche. Une nouvelle méthodologie de calcul doit ici être développée mais devrait permettre de prendre en compte deux cotes du fond différentes sur chaque rive et ainsi faciliter la modélisation d'une digue.

Bibliographie

- [1] M.B. Abbott and F. Ionescu. On the numerical computation of nearly-horizontal flows. *Journal of Hydraulic Research*, 5 :97–117, 1967.
- [2] F. Alcrudo and F. Benkhaldoun. Exact solutions to the Riemann problem of the shallow water equations with a bottom step. *Computers & Fluids*, 30 :643–671, 2001.
- [3] M. S. Altinakar, E. Miglio, and W. Wu. Coupling 1D-2D shallow water models for simulating floods due to overtopping and breaching of levees. In *Proceedings of the 8th World Congress on Computational Mechanics (WCCM8) - 5th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2008), Venice (Italy)*, 2008.
- [4] A. Bermudez, A. Dervieux, J.A. Desideri, and M. E. Vazquez. Upwind schemes for the two-dimensional shallow water equations with variable depth using unstructured meshes. *Computer methods in applied mechanics and Engineering*, 155 :49–72, 1998.
- [5] A. Bermudez and M. E. Vazquez. Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms. *Computers & Fluids*, 23(8) :1049–1071, 1994.
- [6] D. Bousmar. *Flow modelling in compound channels*. PhD thesis, Université Catholique de Louvain, 2002.
- [7] M. J. Boussinesq. *Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes à grande section*. Gauthier-Villars et Fils, Imprimeur-Libraire des Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, 1897.
- [8] Y.H. Chen. *Mathematical Model of Water and Sediment Routing in Natural Channels*. PhD thesis, Department of Civil Engineering, Colorado State University, 1973.
- [9] P. Colella. Glimm's method for gas dynamics. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 3 :76–110, 1982.
- [10] B. De Saint-Venant. Théorie du mouvement non-permanent des eaux avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Paris*, 73 :148–154, 1871.
- [11] DHI. *Mike 11, A Modelling System for Rivers and Channels - Reference Manual*, 2004.

- [12] DHI. *Mike Flood, 1D-2D Modelling - User Manual*, 2004.
- [13] DHI. *Mike 21 & Mike 3 Flow Model FM, Hydrodynamic and Transport Module - Scientific Documentation*, 2005.
- [14] DHI. *Mike 21 Flow Model FM, Hydrodynamic Module - User Guide*, 2005.
- [15] J. F. Dhondia and G. S. Stelling. Application of one-dimensional - two-dimensional integrated hydraulic model for flood simulation and damage assessment. In *Proceedings of the 28th ICCE 2002, ASCE, Cardiff*, 2002.
- [16] J. K. Dukowicz. A general, non iterative Riemann solver for Godunov's method. *Journal of Computational Physics*, 61 :119–137, 1985.
- [17] S. Erpicum, P. Archambeau, B. Dewals, S. Detrembleur, and M. Pirotton. Fluid-structure interaction modeling with a coupled 1d - 2d surface flow solver. In *Proceedings of Riverflow 06, Lisbon Portugal*, 2006.
- [18] S. Erpicum, P. Archambeau, B. J. Dewals, S. Detrembleur, and M. Pirotton. 1d and 2d solvers coupling for free surface flow modelling. In *Proceedings of the 7th International Conference on Hydroinformatics, HIC 2006, Nice, France*, 2006.
- [19] P. Finaud-Guyot, C. Delenne, J. Lhomme, V. Guinot, and C. Llovel. An approximate-state Riemann solver for the two-dimensional shallow water equations with porosity. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 62 :1299–1331, 2010. A paraître.
- [20] D. L. Fread, J. Ming, and M. L. Janice. An LPI numerical solution for unsteady mixed flow simulation. In *Proceedings of the North American Water Congress, Anehiem*. American Society of Civil Engineers, 1996.
- [21] T. Gallouët, J.-M. Hérard, and N. Seguin. Some approximate Godunov schemes to compute shallow-water equations with topography. *Computers & Fluids*, 32 :479–513, 2003.
- [22] S. K. Godunov. A difference method for numerical calculation of discontinuous equations of hydrodynamic equations (in Russian). *Matematicheskii Sbornik*, 47 :271–300, 1959.
- [23] J. M. Greenberg and A. Y. Le Roux. A well balanced scheme for the numerical processing of source terms in hyperbolic equations. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 33 :1–16, 1996.
- [24] V. Guinot. Riemann solvers for water hammer simulations by Godunov method. *International journal for numerical methods in Engineering*, 49 :851–870, 2000.
- [25] V. Guinot. Numerical simulation of two-phase flow in pipes using Godunov method. *International journal for numerical methods in Engineering*, 50 :1169–1189, 2001.
- [26] V. Guinot. *Godunov-type schemes, An introduction for engineers*. Elsevier, 2003.

- [27] V. Guinot. *Ondes en mécanique des fluides modélisation et simulation numérique*. Hermes Sciences, 2006.
- [28] V. Guinot and S. Soares-Frazão. Flux and source term discretization in two-dimensional shallow water models with porosity on unstructured grids. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 50 :309–345, 2006.
- [29] A. Harten and P. Hyman. Self-adjusting grid methods for one-dimensional hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 50 :235, 1983.
- [30] A. Harten, P.D. Lax, and B. Van Leer. On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws. *SIAM Review*, 25(1) :35–61, 1983.
- [31] J. M. Hervouet, H. Samie, and B. Moreau. Modelling urban areas in dam-break flood-wave numerical simulations. In *Proceedings of the International Seminar and Workshop on Rescue Actions Based on Dambreak Flow Analysis*, Seinäjoki (Finland), 1-6 October 2000 2000.
- [32] J. M. Hervouet and L. Van Haren. Recent advances in numerical methods for fluid flow. In Walling & Bates Anderson, editor, *Floodplain processes*, 1996.
- [33] M. S. Horritt and P. D. Bates. Evaluation of 1d and 2d numerical models for predicting river flood inundation. *Journal of Hydrology*, 268 :87–99, 2002.
- [34] HR Wallingford. *Isis Flow - User Manual*, 1999.
- [35] M.J. Ivings, D.M. Causon, and E.F. Toro. On Riemann solvers for compressible liquids. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 28 :395–418, 1998.
- [36] A. Jeffrey and T. Tanuti. *Non linear wave propagation*. Academic press, New-York, 1964.
- [37] T. C. Johnson, M. J. Baines, and P. K. Sweby. Box scheme for transcritical flow. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 55 :895–912, 2002.
- [38] P. D. Lax. Hyperbolic systems of conservation laws. *Communication on pure and applied mathematics*, 10 :537–566, 1957.
- [39] A. Lencastre. *Hydraulique générale*. Safege, 1999.
- [40] R. J. LeVeque. Balancing source terms and flux gradients in high-resolution Godunov methods : the quasi-steady wave-propagation algorithm. *Journal of Computational Physics*, 146 :346–365, 1998.
- [41] J. Lhomme. *Modélisation des inondations en milieu urbain : Approches unidimensionnelle, bidimensionnelle et macroscopique*. PhD thesis, Université Montpellier 2, 2006.
- [42] J. Lhomme and V. Guinot. A general approximate-state Riemann solver for hyperbolic systems of conservation laws with source terms. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 53 :1509–1540, 2007.

- [43] J.A. Liggett and J. A. Cunge. *Numerical Methods of Solution of the Unsteady Flow Equations*, chapter 4. Water Resources Publications, 1975.
- [44] T. Linde. A practical, general-purpose, two-state HLL Riemann solver for hyperbolic conservation laws. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 40 :391–402, 2002.
- [45] E.A. Meselhe and F.M. Holly. Invalidity of the Preissmann scheme for transcritical flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(7) :652–655, 1997.
- [46] E. Miglio, M. S. Altinakar, and E. K. Fijolek. Representation of linear terrain features in 2d free surface models using ghost-fluid method. In *8th World Congress on Computational Mechanics(WCCM8), 5th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2008), June 30 - July 5, 2008 Venice (Italy)*, 2008.
- [47] I. Newton. *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Berkeley University Press, California, 1687.
- [48] S. Osher and F. Solomon. Upwind difference schemes for hyperbolic conservation laws. *Mathematics of Computation*, 38 :339–374, 1982.
- [49] A. Preissmann. Propagation des intumescences dans les canaux et rivières. In *Actes du premier congrès de l'association française du calcul, Grenoble*, 1961.
- [50] A. Preissmann and J. A. Cunge. Calcul des intumescences sur machines électroniques. In *Actes du 9ème congrès de l'IAHRE, Dubrovnik*, 1961.
- [51] A. Preissmann and J. A. Cunge. Calcul du mascaret sur machine électronique. *La Houille Blanche*, 5 :588–596, 1961.
- [52] S. Proust. *Ecoulements non-uniformes en lits composés : Effets de variations de largeur du lit majeur*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2005.
- [53] J. J. Quirk. An alternative to unstructured grids for computing gas dynamic flows around arbitrarily complex two dimensional bodies. *Computers & Fluids*, 23(1) :125–142, 1994.
- [54] P. L. Roe. Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43 :357–372, 1981.
- [55] P. L. Roe. Upwind differencing schemes for hyperbolic conservation laws with source terms. In *Proceedings of the First International Conference on Hyperbolic Problems*, pages 41–51. Springer, 1986.
- [56] P. L. Roe. Sonic flux formulae. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 13(2) :611–630, 1992.
- [57] P. L. Roe and J. Pike. Efficient construction and utilisation of approximate Riemann solutions. In *Computing methods in applied science and engineering*, North-Holland, 1984.
- [58] L.J. Savic and F. M. Holly Jr. Dambreak flood waves computed by modified Godunov method. *Journal of Hydraulic Research*, 31(2) :187–204, 1993.

- [59] S. Soares-Frazaio and V. Guinot. An eigenvector-based linear reconstruction scheme for the shallow-water equations on two-dimensional unstructured meshes. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 53 :23–55, 2007.
- [60] G. S. Stelling and A. Verwey. Numerical flood simulation. *Encyclopedia of Hydrological Sciences*, 2, 2005.
- [61] G. Testa, D. Zuccala, F. Alcrudo, J. Mulet, and S. Soares-Frazaio. Flash flood flow experiment in a simplified urban district. *Journal of Hydraulic Research*, 45 - Extra issue :37–44, 2007.
- [62] E. F. Toro. A linearised Riemann solver for the time-dependent Euler equations of the gas dynamics. In *Proceedings of the Royal Society London, series A*, number 434, pages 683–693, 1991.
- [63] E. F. Toro. Direct Riemann solvers for the time-dependent Euler equation. *Shock Waves*, 5 :75–80, 1995.
- [64] E. F. Toro. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Springer, 1997.
- [65] E. F. Toro, M. Spruce, and W. Speares. Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver. *Shock Waves*, 4 :25–34, 1994.
- [66] Université Polytechnique de Catalogne (Espagne). *CARPA, High resolution flood propagation modelling system - User Manual*, January 2008.
- [67] US Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center. *HEC-RAS, River Analysis System - Hydraulic Reference Manual*, November 2002.
- [68] US Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center. *HEC-RAS, River Analysis System - User's Manual*, November 2006.

Annexe A

Série 1 - Calage du coefficient de Strickler

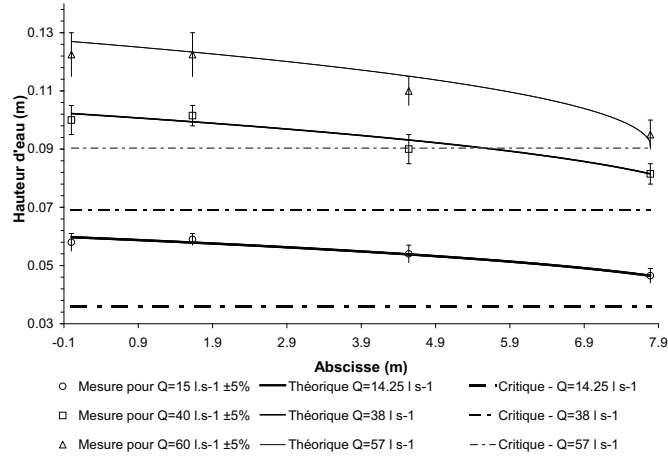
A.1 Canal à nu

A.1.1 Mesures de hauteur d'eau

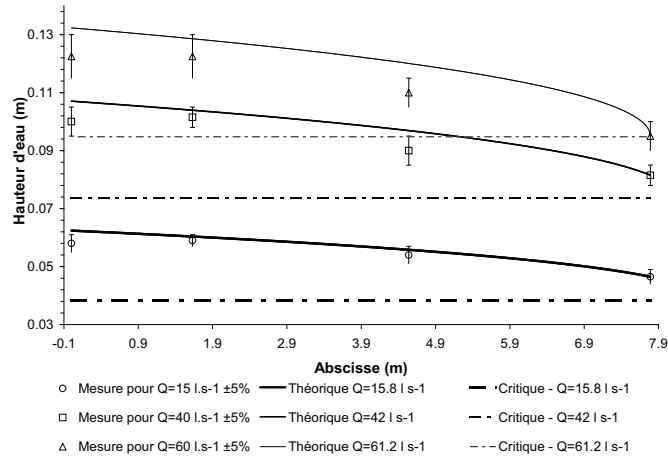
Abscisse (m)	$Q = 15 \text{ l s}^{-1}$			$Q = 40 \text{ l s}^{-1}$			$Q = 60 \text{ l s}^{-1}$		
	Hauteur d'eau (cm)			Hauteur d'eau (cm)			Hauteur d'eau (cm)		
	Min	Max	Moy	Min	Max	Moy	Min	Max	Moy
0,00	5,5	6,1	5,8	9,5	10,5	10,0	11,5	13,0	12,3
1,63	5,7	6,1	5,9	9,8	10,5	10,2	11,5	13,0	12,3
4,54	5,1	5,7	5,4	8,5	9,5	9,0	10,5	11,5	11,0
7,79	4,4	4,9	4,65	7,8	8,5	8,15	9,0	10,0	9,5

TABLEAU A.1 – Mesures de hauteur d'eau réalisées pour la configuration « 1_Nu ».

A.1.2 Ligne d'eau



(a) Débit théorique minoré



(b) Débit théorique majoré

FIGURE A.1 – Comparaison des lignes d'eau théoriques avec les valeurs expérimentales pour le calage du coefficient de Strickler pour la configuration « 1_Nu ».

Le débit de 60 l.s^{-1} n'est majoré que de 2%. En effet, au vue des conditions expérimentales, l'ensemble de l'écoulement était en régime fluvial. Pour un débit de 60 l.s^{-1} majoré de 5%, l'écoulement serait en régime torrentiel au moins pour le dernier point de mesure.

A.2 Canal en parpaings

A.2.1 Mesure de hauteur d'eau

Abscisse (m)	$Q = 15 \text{ l s}^{-1}$			$Q = 40 \text{ l s}^{-1}$		
	Hauteur d'eau (cm)			Hauteur d'eau (cm)		
	Min	Max	Moy	Min	Max	Moy
0,00	6,8	7,2	7,0	11,3	11,7	11,5
0,70	6,5	6,8	6,7	10,8	11,2	11,0
1,20	6,6	7,0	6,8	11,6	12,1	11,9
1,70	5,9	6,2	6,1	10,3	10,9	10,6
2,20	5,6	6,9	6,3	9,8	10,2	10,0
2,70	4,7	5,0	4,9	8,9	9,4	9,2
3,20	3,9	4,2	4,1	7,7	8,1	7,9
3,45	2,7	3,0	2,9	6,1	6,4	6,3

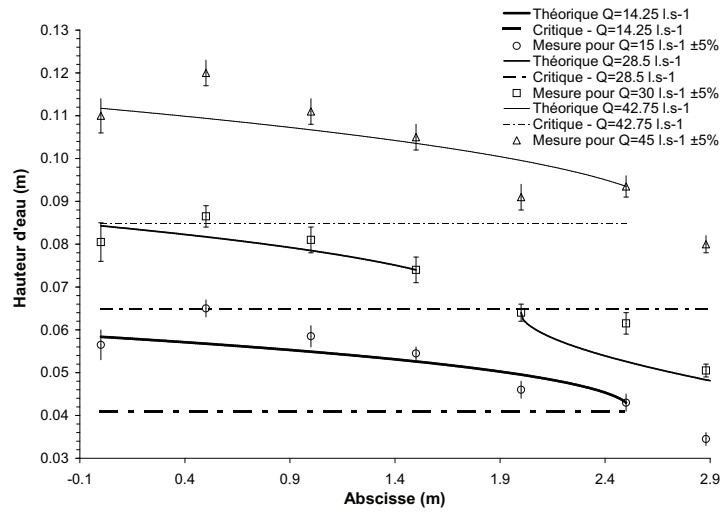
(a) Configuration "en large"

Abscisse (m)	$Q = 15 \text{ l s}^{-1}$			$Q = 30 \text{ l s}^{-1}$			$Q = 45 \text{ l s}^{-1}$		
	Hauteur d'eau (cm)			Hauteur d'eau (cm)			Hauteur d'eau (cm)		
	Min	Max	Moy	Min	Max	Moy	Min	Max	Moy
0,00	5,3	6,0	5,7	7,6	8,5	8,1	10,6	11,4	11,0
0,50	6,3	6,7	6,5	8,4	8,9	8,7	11,7	12,3	12,0
1,00	5,6	6,1	5,9	7,8	8,4	8,1	10,8	11,4	11,1
1,50	5,3	5,6	5,5	7,1	7,7	7,4	10,2	10,8	10,5
2,00	4,4	4,8	4,6	6,2	6,6	6,4	8,8	9,4	9,1
2,50	4,1	4,5	4,3	5,9	6,4	6,2	9,1	9,6	9,4
2,88	3,3	3,6	3,5	4,9	5,2	5,1	7,8	8,2	8,0

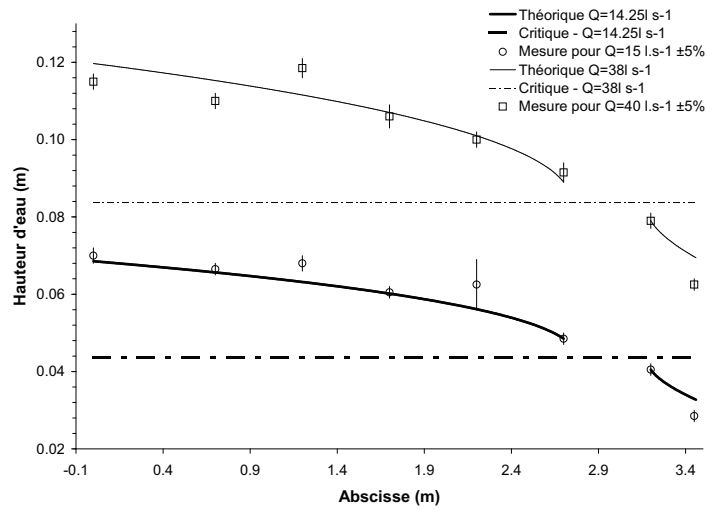
(b) Configuration "en long"

TABLEAU A.2 – Mesures de hauteurs d'eau réalisées pour la configuration « 1_Pr ».

A.2.2 Lignes d'eau

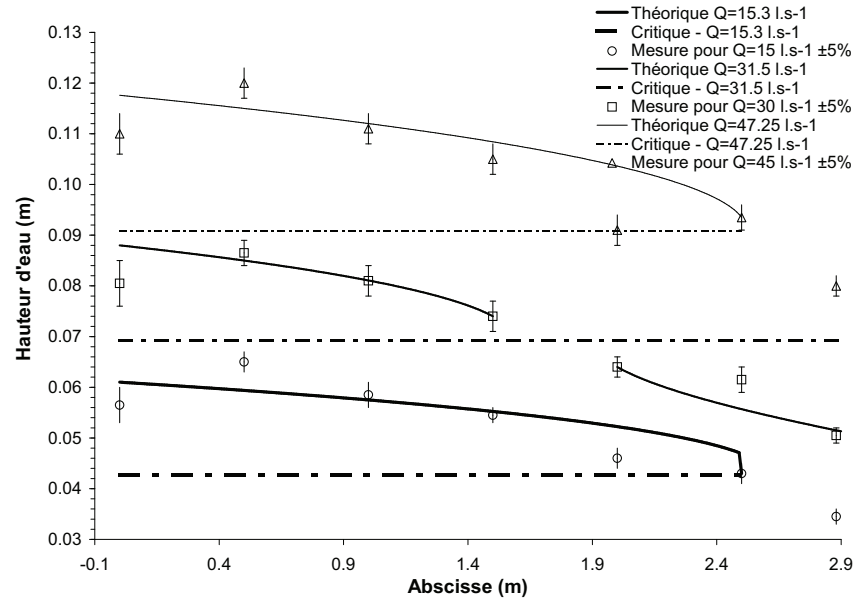


(a) Configuration "en long"

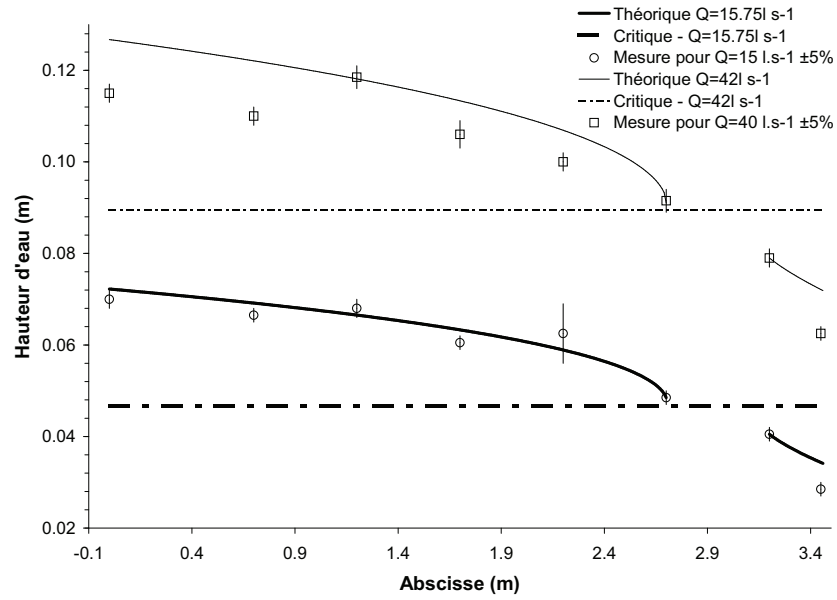


(b) Configuration "en large"

FIGURE A.2 – Comparaison des lignes d'eau théoriques avec les valeurs expérimentales pour le calage du coefficient de Strickler pour le débit minoré pour la configuration « 1_Pr ».



(a) Configuration "en long"



(b) Configuration "en large"

FIGURE A.3 – Comparaison des lignes d'eau théoriques avec les valeurs expérimentales pour le calage du coefficient de Strickler pour le débit majoré pour la configuration « 1_Pr ».

A.3 Canal en briques

A.3.1 Mesures de hauteur d'eau

Abscisse (m)	$Q = 15 \text{ l s}^{-1}$			$Q = 40 \text{ l s}^{-1}$		
	Hauteur d'eau (cm)			Hauteur d'eau (cm)		
	Min	Max	Moy	Min	Max	Moy
0,00	6,2	6,4	6,3	9,2	9,5	9,4
0,22	6,4	6,5	6,5	8,9	9,6	9,3
0,44	6,3	6,4	6,4	8,7	9,7	9,2
0,66	5,9	6,1	6,0	8,6	9,0	8,8
0,88	5,5	5,6	5,6	8,6	9,2	8,9
1,10	4,9	5,1	5,0	7,1	8,6	7,9
1,32	5,0	5,2	5,1	7,6	8,1	7,9
1,54	4,6	4,8	4,7	7,4	7,9	7,7
1,76	4,4	4,6	4,5	6,6	6,9	6,8
1,98	4,3	4,5	4,4	6,3	6,7	6,5
2,20	3,8	4,0	3,9	6,5	6,8	6,7

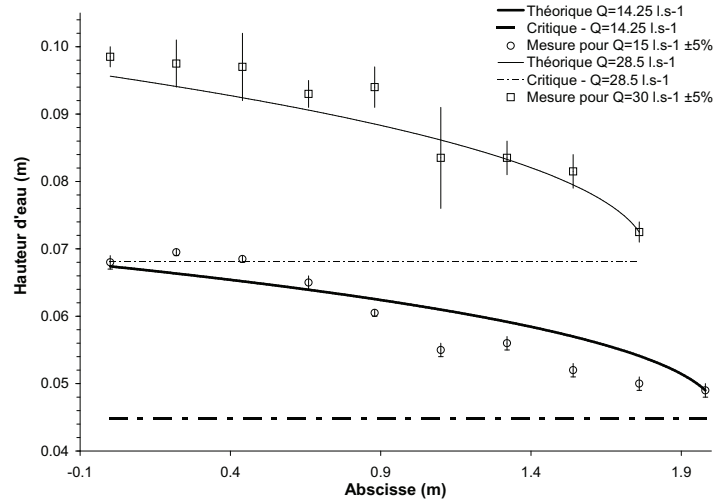
(a) Configuration "en long"

Abscisse (m)	$Q = 15 \text{ l s}^{-1}$			$Q = 30 \text{ l s}^{-1}$		
	Hauteur d'eau (cm)			Hauteur d'eau (cm)		
	Min	Max	Moy	Min	Max	Moy
0,00	6,4	6,6	6,5	8,9	9,2	9,1
0,22	6,4	6,7	6,6	9,1	9,4	9,3
0,44	6,3	6,5	6,4	9,1	9,4	9,3
0,66	6,1	6,3	6,2	8,8	9,1	9,0
0,88	5,9	6,1	6,0	8,5	8,9	8,7
1,10	5,2	5,4	5,3	7,7	8,2	8,0
1,32	4,9	5,2	5,1	7,6	8,0	7,8
1,54	4,0	4,2	4,1	6,6	6,9	6,8
1,76	4,1	4,4	4,3	5,9	6,2	6,1
1,98	4,1	4,3	4,2	6,1	6,6	6,4
2,20	2,9	3,1	3,0	4,7	5,0	4,9

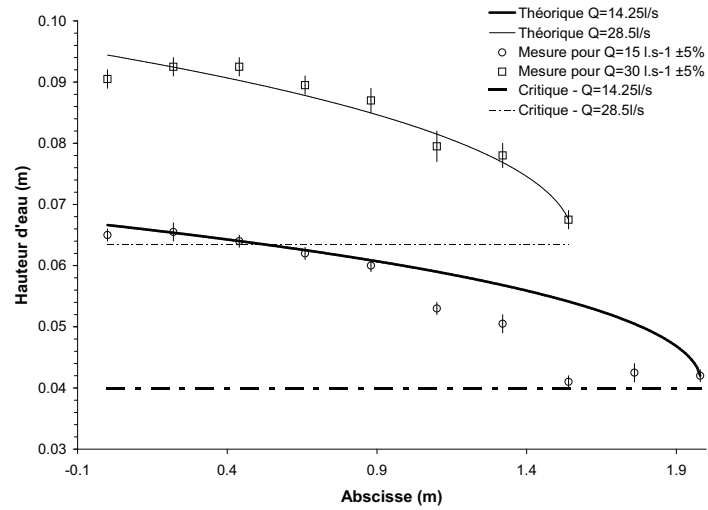
(b) Configuration "en large"

TABLEAU A.3 – Mesures de hauteurs d'eau réalisées pour la configuration « 1_Br ».

A.3.2 Lignes d'eau

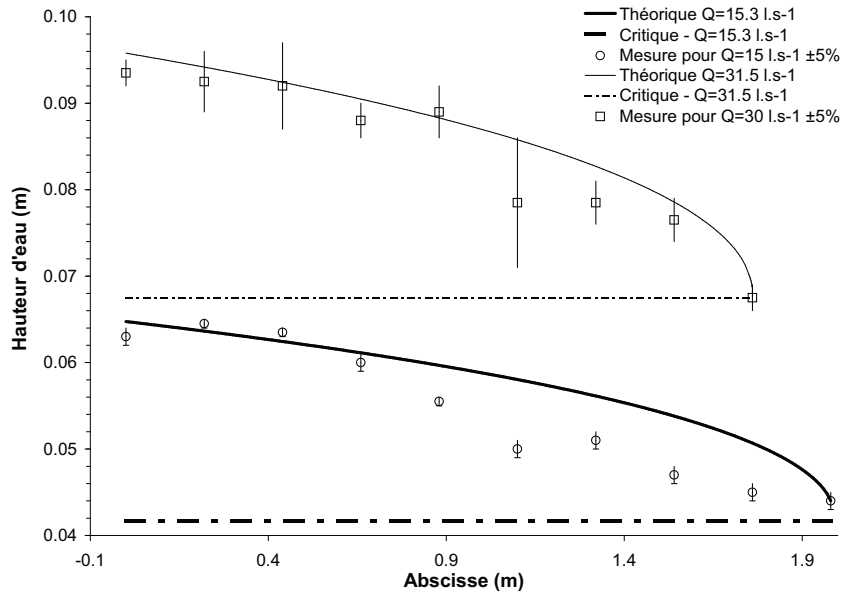


(a) Configuration "en long"

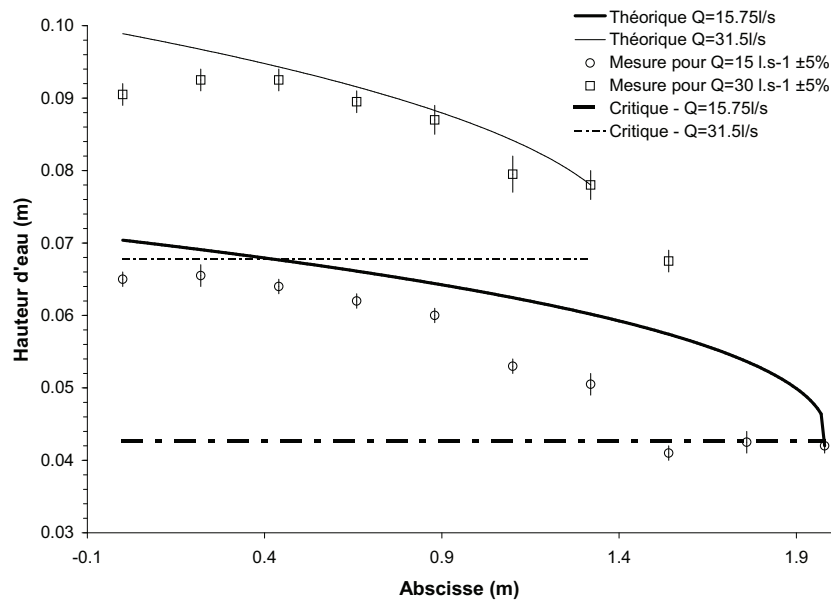


(b) Configuration "en large"

FIGURE A.4 – Comparaison des lignes d'eau théoriques avec les valeurs expérimentales pour le calage du coefficient de Strickler pour le débit minoré pour la configuration « 1_Br ».



(a) Configuration "en long"



(b) Configuration "en large"

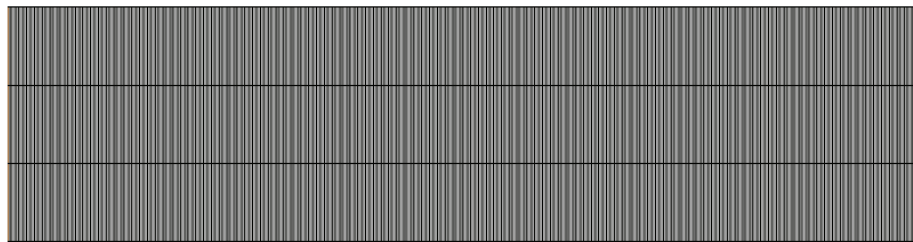
FIGURE A.5 – Comparaison des lignes d'eau théoriques avec les valeurs expérimentales pour le calage du coefficient de Strickler pour le débit majoré pour la configuration « 1_Br ».

A.4 Modélisation

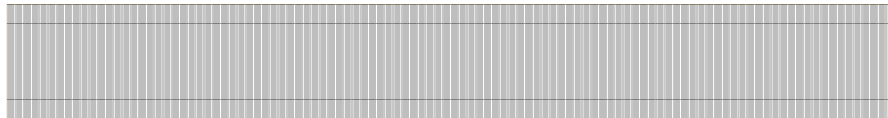
A.4.1 Canal à nu



(a) SW2D

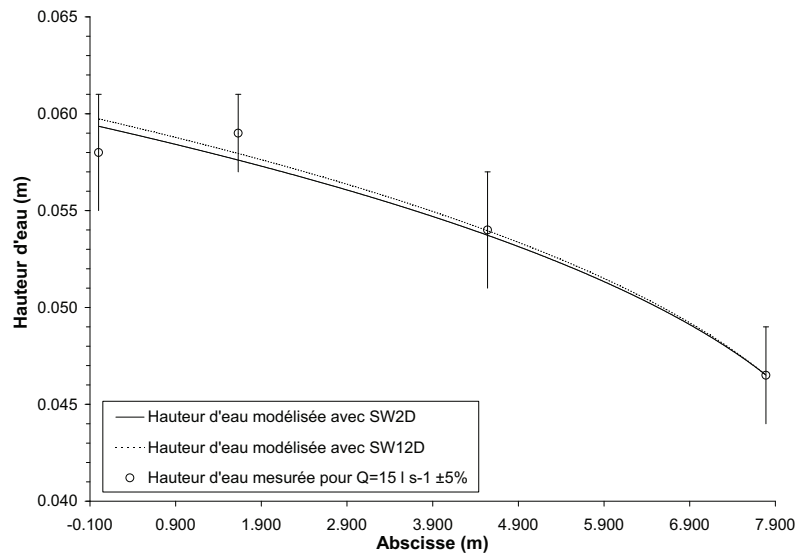


(b) SW2D - Maillage « 3 mailles »

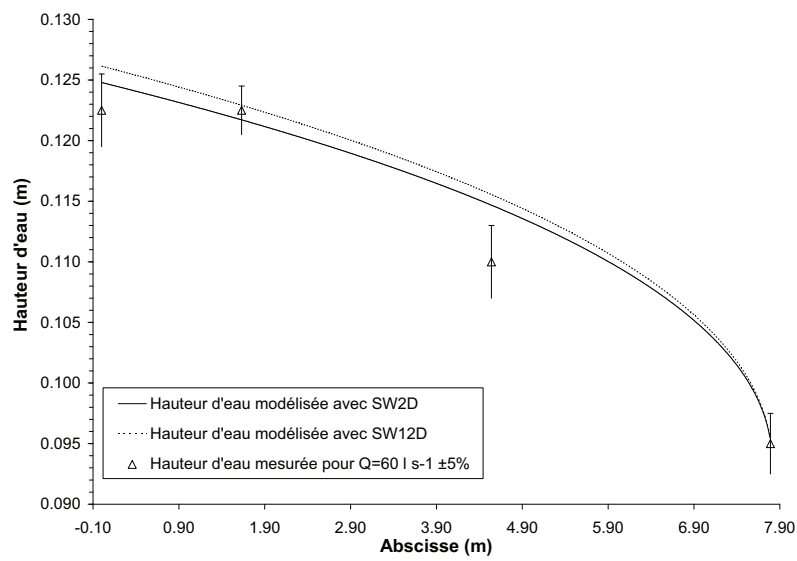


(c) SW12D

FIGURE A.6 – Maillages utilisés pour les modélisations SW2D et SW12D de la configuration « 1_Nu ».



(a) Expérience 1_Nu_Q15



(b) Expérience 1_Nu_Q60

FIGURE A.7 – Comparaison des lignes d'eau modélisées pour la configuration « 1_Nu ».

A.4.2 Approximation du rayon hydraulique

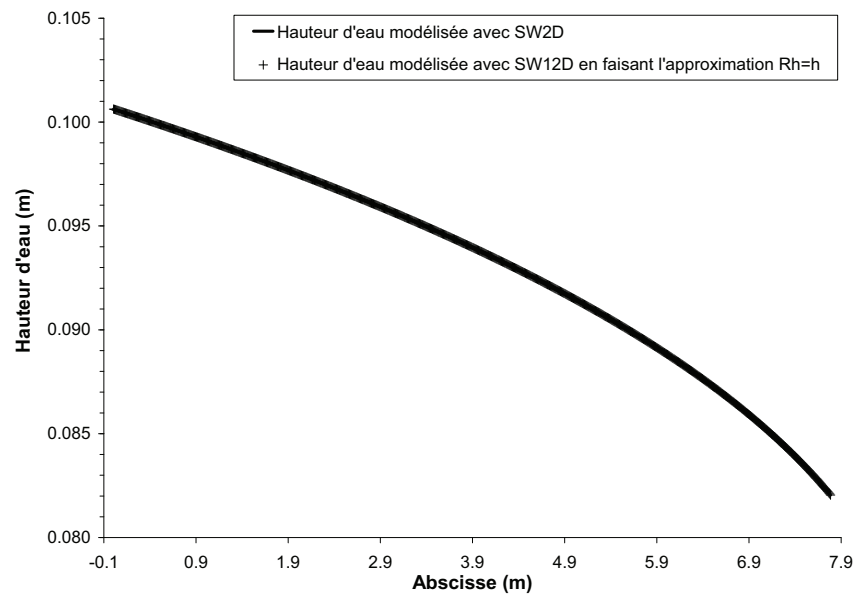
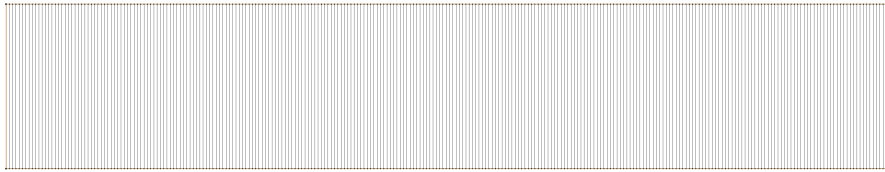
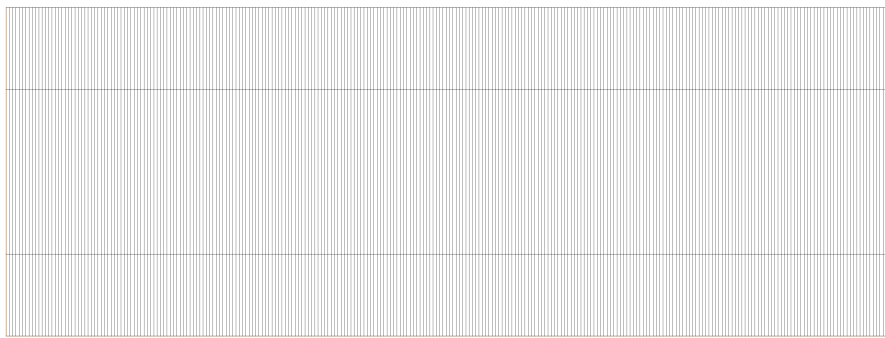


FIGURE A.8 – Comparaison des lignes d'eau modélisées pour l'expérience « 1_Nu_Q40d ».

A.4.3 Canal en parpaings

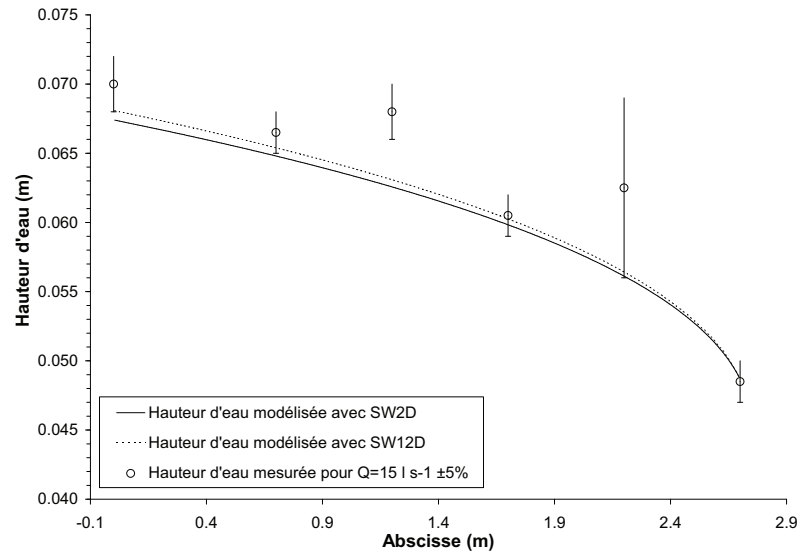


(a) SW2D

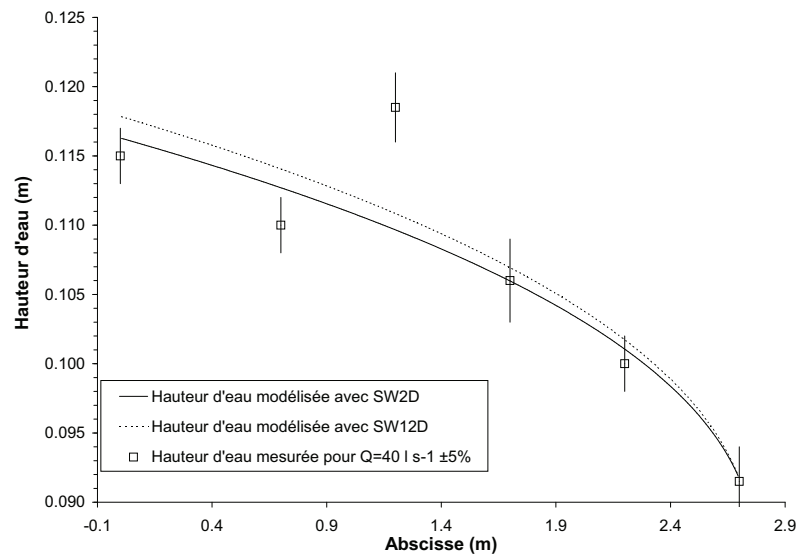


(b) SW12D

FIGURE A.9 – Maillages utilisés pour les modélisations SW2D et SW12D de la configuration « 1_Pr ».



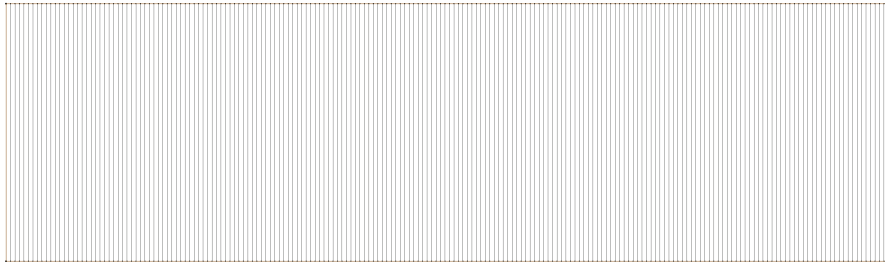
(a) Expérience 1_Pr_Q15



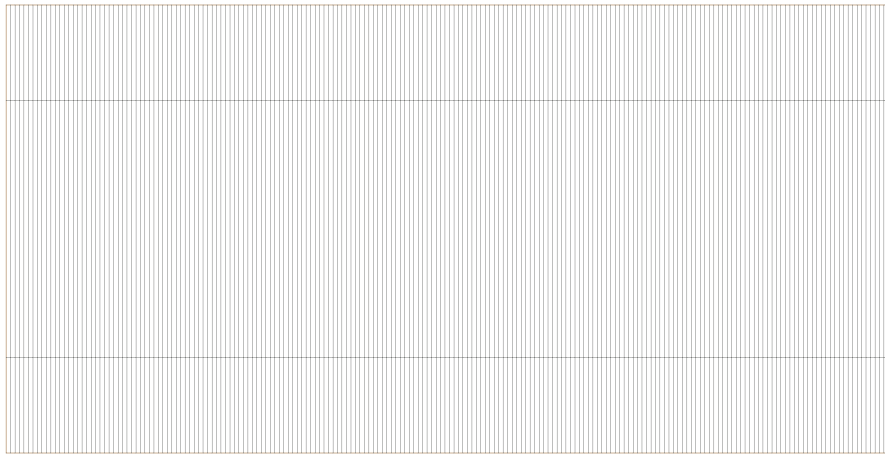
(b) Expérience 1_Pr_Q40

FIGURE A.10 – Comparaison des lignes d'eau modélisées pour la configuration « 1_Pr ».

A.4.4 Canal en briques

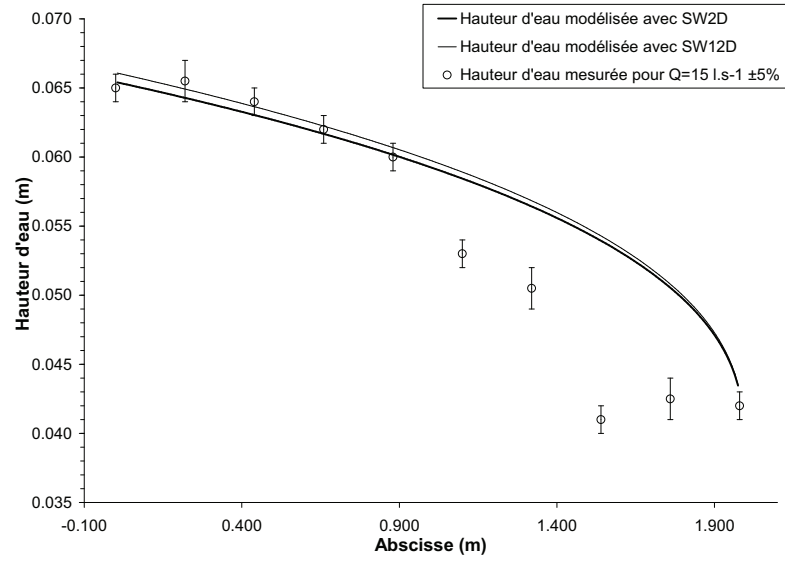


(a) SW2D

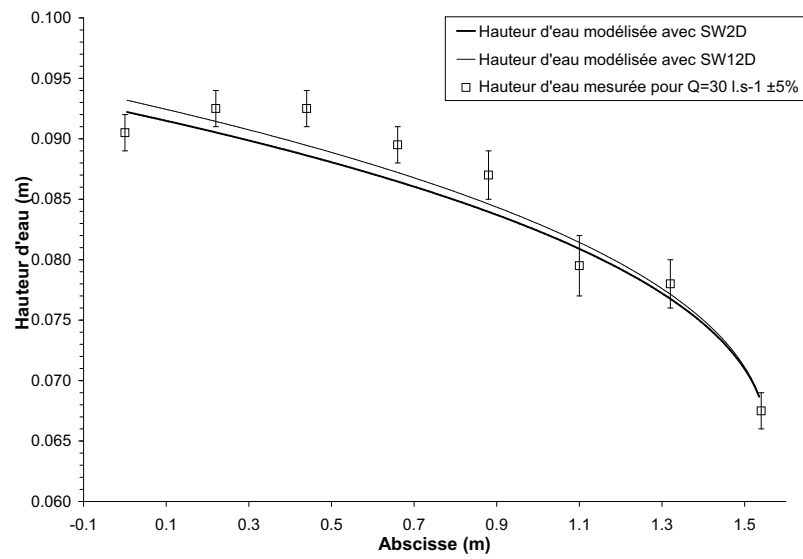


(b) SW12D

FIGURE A.11 – Maillages utilisés pour les modélisations SW2D et SW12D de la configuration « 1_Br ».



(a) Expérience 1_Br_Q15



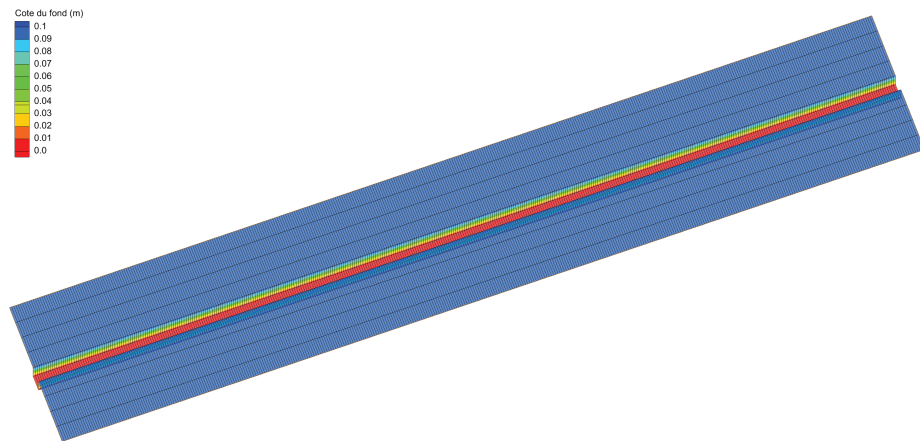
(b) Expérience 1_Br_Q30

FIGURE A.12 – Comparaison des lignes d'eau modélisées pour la configuration « 1_Br ».

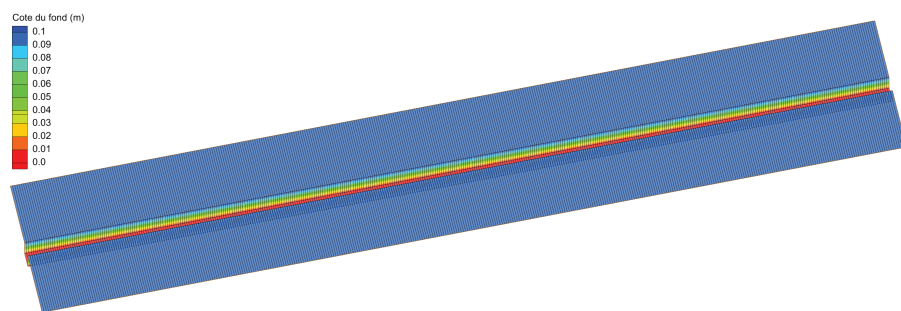
Annexe B

Série 2 - Ecoulement rectiligne

B.1 Maillages utilisés pour les modélisations



(a) Maillage pour SW2D



(b) Maillage pour SW12D

FIGURE B.1 – Maillages utilisés pour la modélisation de la configuration « 2_Lm7 ».

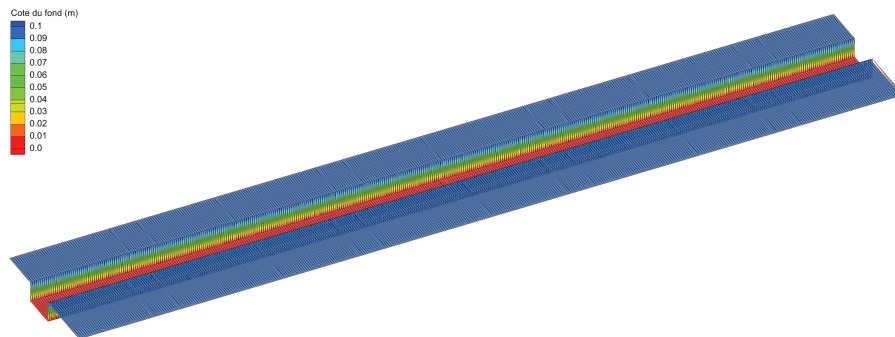


FIGURE B.2 – Maillage utilisé pour les modélisations SW2D et SW12D de la configuration « 2_Lm17 ».

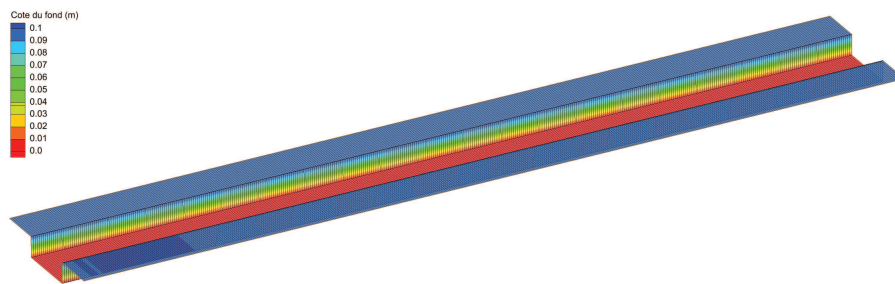


FIGURE B.3 – Maillage utilisé pour les modélisations SW2D et SW12D de la configuration « 2_Lm28 ».

B.2 Configuration “Lit mineur 7 cm”

B.2.1 Mesures de hauteurs d’eau

Abscisse (m)	z_{min}	z_{max}	z_{moy}
0,0	14,2	14,6	14,4
0,65	13,9	14,4	14,2
1,0	13,1	13,3	13,2
1,5	12,6	12,8	12,7
2,0	11,1	11,3	11,2
2,5	11,0	11,2	11,1
3,0	9,3	9,5	9,4
3,5	7,2	7,5	7,4
4,0	5,7	6,3	6,0

(a) Expérience 2_Lm7_Q5

Abscisse (m)	z_{min}	z_{max}	z_{moy}	Abscisse (m)	z_{min}	z_{max}	z_{moy}
1,0	13,1	13,2	13,2	1,0	14,8	14,9	14,9
2,0	13,0	13,1	13,1	2,0	14,5	14,7	14,6
3,0	12,0	12,1	12,1	3,0	13,5	13,7	13,6
4,0	12,2	12,3	12,3	4,0	13,5	13,7	13,6

(b) Expérience 2_Lm7_Q5d

(c) Expérience 2_Lm7_Q10d

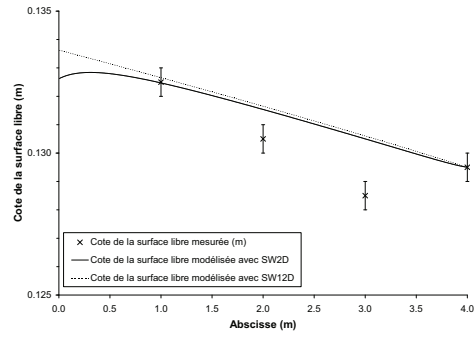
Abscisse (m)	z_{min}	z_{max}	z_{moy}	Abscisse (m)	z_{min}	z_{max}	z_{moy}
1,0	16,7	17,0	16,8	1,0	19,0	19,5	19,3
2,0	16,5	16,9	16,7	2,0	18,9	19,6	19,2
3,0	15,5	15,9	15,7	3,0	17,5	18,3	17,9
4,0	15,3	15,6	15,5	4,0	15,8	16,1	16,0

(d) Expérience 2_Lm7_Q20d

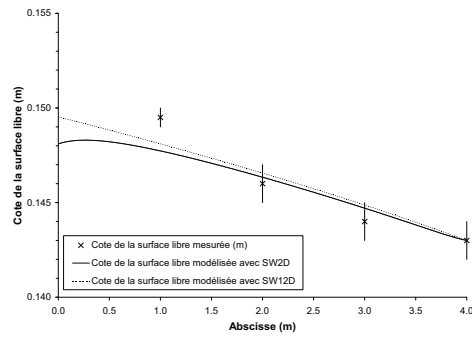
(e) Expérience 2_Lm7_Q40

TABLEAU B.1 – Mesures de hauteurs d’eau (cm) réalisées pour la configuration « 2_Lm7 ».

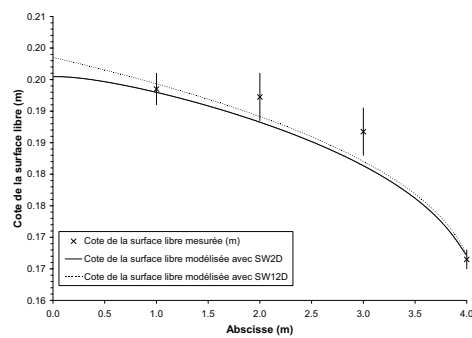
B.2.2 Lignes d'eau



(a) Expérience Q5d



(b) Expérience Q10d



(c) Expérience Q40

FIGURE B.4 – Comparaison des lignes d'eau modélisées pour la configuration « 2_Lm7 ».

B.2.3 Mesures de vitesses

Vitesses mesurées au tube de Pitot (m s^{-1})					
Lit mineur			Lit majeur		
dh (cm)	V	dV	dh (cm)	V	dV
0,8	0,40	0,002	0,6	0,34	0,003
0,3	0,24	0,004	0,3	0,24	0,004
V_{moy}	0,32	0,003	V_{moy}	0,29	0,003

(a) Expérience 2_Lm7_Q5d

Vitesses mesurées au flotteur (m s^{-1})					
Lit mineur Longueur = 3 m			Lit majeur Longueur = 3 m		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
6,59	0,46	0,012	6,81	0,44	0,012
6,59	0,46	0,012	7,25	0,41	0,012
6,35	0,47	0,012	7,85	0,38	0,012
			7,44	0,40	0,012
V_{moy}	0,46	0,012	V_{moy}	0,41	0,012

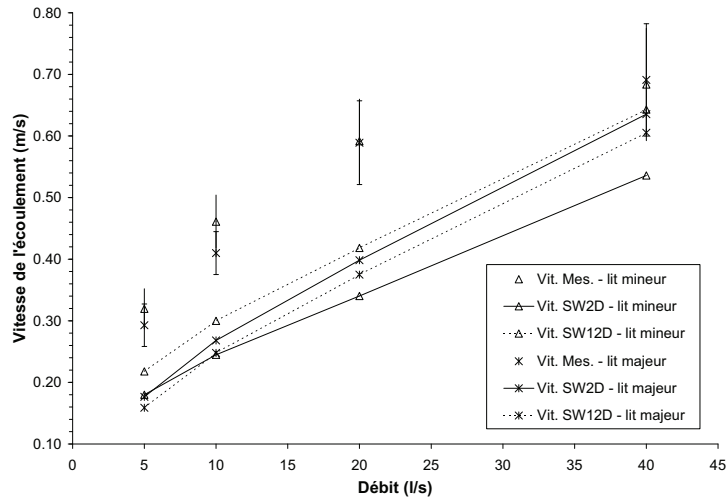
(b) Expérience 2_Lm7_Q10d

Vitesses mesurées au flotteur (m s^{-1})					
Lit mineur Longueur = 3 m			Lit majeur Longueur = 3 m		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
5,06	0,59	0,014	5,09	0,59	0,014
5,2	0,58	0,014	4,57	0,66	0,015
4,96	0,60	0,014	4,91	0,61	0,014
			5,1	0,59	0,014
			5,86	0,51	0,013
			4,98	0,60	0,014
			5,52	0,54	0,013
			5,13	0,58	0,014
			4,56	0,66	0,015
			4,97	0,60	0,014
			5,65	0,53	0,013
V_{moy}	0,592	0,014	V_{moy}	0,589	0,014

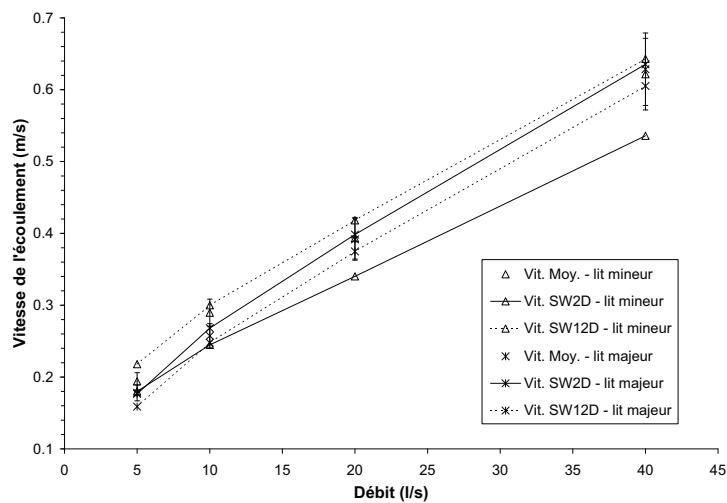
(c) Expérience 2_Lm7_Q20d

TABLEAU B.2 – Mesures de vitesses réalisées pour la configuration « 2_Lm7 ».

B.2.4 Vitesses modélisées



(a) Comparaison des vitesses modélisées et des vitesses mesurées



(b) Comparaison des vitesses modélisées et des vitesses expérimentales recalculées

FIGURE B.5 – Comparaison des vitesses modélisées et des vitesses mesurées pour la configuration « 2_Lm7 ».

B.3 Configuration “Lit mineur 17 cm”

B.3.1 Mesures de hauteurs d’eau

Abscisse (m)	z_{min} (cm)	z_{max} (cm)	z_{moy} (cm)
1,0	15,4	15,7	15,5
2,0	15,1	15,4	15,3
2,5	15,1	15,3	15,2
3,0	14,6	14,8	14,7
3,5	14,0	14,3	14,2
4,0	12,5	12,9	12,7

(a) Expérience 2_Lm17_Q25d

Abscisse (m)	z_{min} (cm)	z_{max} (cm)	z_{moy} (cm)
1,0	16,4	16,6	16,5
2,0	15,9	16,3	16,1
2,5	15,8	16,1	16,0
3,0	15,3	15,6	15,4
3,5	14,9	15,1	15,0
4,0	13,3	13,5	13,4

(b) Expérience 2_Lm17_Q30d

TABLEAU B.3 – Mesures de hauteurs d’eau réalisées pour la configuration « 2_Lm17 ».

B.3.2 Lignes d'eau

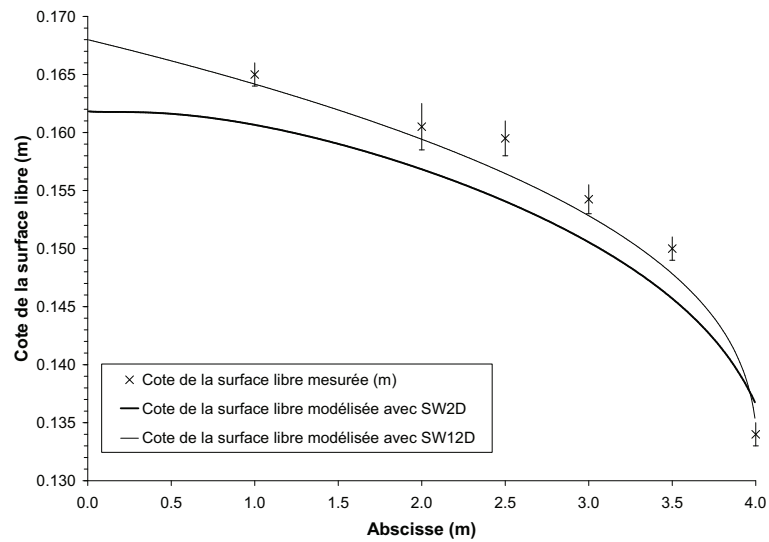


FIGURE B.6 – Comparaison des lignes d'eau modélisées pour la configuration « 2_Lm17 ».

B.3.3 Mesures de vitesses

Vitesses mesurées au flotteur (m s^{-1})								
Lit majeur - Rive Gauche Longueur = 3 m			Lit mineur Longueur = 3 m			Lit majeur - Rive Droite Longueur = 3 m		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
5,25	0,57	0,014	4,55	0,66	0,015	6,05	0,50	0,013
4,93	0,61	0,014	4,35	0,69	0,015	5,10	0,59	0,014
5,31	0,56	0,014	4,85	0,62	0,014	6,10	0,49	0,013
5,70	0,53	0,013	4,73	0,63	0,014	6,56	0,46	0,012
5,34	0,56	0,014	4,50	0,67	0,015	6,19	0,48	0,013
5,42	0,55	0,013	5,13	0,58	0,014	5,57	0,54	0,013
5,10	0,59	0,014	4,54	0,66	0,015	5,28	0,57	0,014
5,66	0,53	0,013				6,25	0,48	0,013
						6,93	0,43	0,012
V_{moy}	0,56	0,045	V_{moy}	0,64	0,045	V_{moy}	0,50	0,084

(a) Expérience 2_Lm17_Q25d

Vitesses mesurées au flotteur (m s^{-1})								
Lit majeur - Rive Gauche Longueur = 3 m			Lit mineur Longueur = 3 m			Lit majeur - Rive Droite Longueur = 3 m		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
4,44	0,68	0,015	4,56	0,66	0,015	5,33	0,56	0,014
4,38	0,68	0,015	4,52	0,66	0,015	5,23	0,57	0,014
5,00	0,60	0,014	4,49	0,67	0,015	5,31	0,56	0,014
5,4	0,56	0,013	4,66	0,64	0,015	5,24	0,57	0,014
4,96	0,60	0,014	4,03	0,74	0,016	5,06	0,59	0,014
4,87	0,62	0,014	4,47	0,67	0,015	4,49	0,67	0,015
4,79	0,63	0,014				4,97	0,60	0,014
4,88	0,61	0,014				4,81	0,62	0,014
4,91	0,61	0,014				4,72	0,64	0,014
4,53	0,66	0,015						
4,50	0,67	0,015						
V_{moy}	0,63	0,056	V_{moy}	0,67	0,070	V_{moy}	0,60	0,068

(b) Expérience 2_Lm17_Q30d

TABLEAU B.4 – Mesures de vitesses réalisées pour la configuration « 2_Lm17 ».

B.3.4 Vitesses modélisées

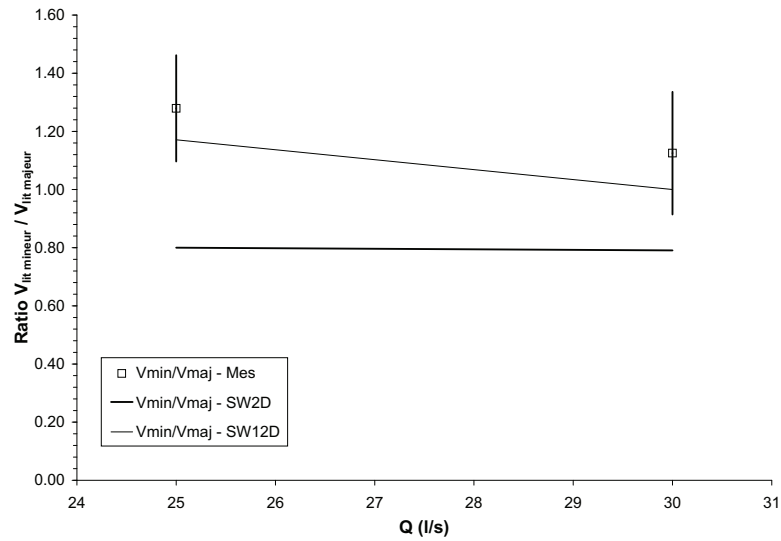


FIGURE B.7 – Ratio des vitesses en lit mineur par rapport aux vitesses en lit majeur pour la configuration « 2_Lm17 ».

B.4 Configuration “Lit mineur 28 cm”

B.4.1 Mesures de hauteurs d’eau

Abscisse (m)	z_{min} (cm)	z_{max} (cm)	z_{moy} (cm)
1,0	9,6	9,9	9,8
2,0	9,0	9,4	9,2
3,0	9,2	9,5	9,3
4,0	9,0	9,2	9,10

(a) Expérience 2_Lm28_Q10d

Abscisse (m)	z_{min} (cm)	z_{max} (cm)	z_{moy} (cm)
1,0	16,5	16,8	16,7
2,0	16,6	16,8	16,7
3,0	16,5	16,8	16,6
4,0	16,6	16,8	16,70

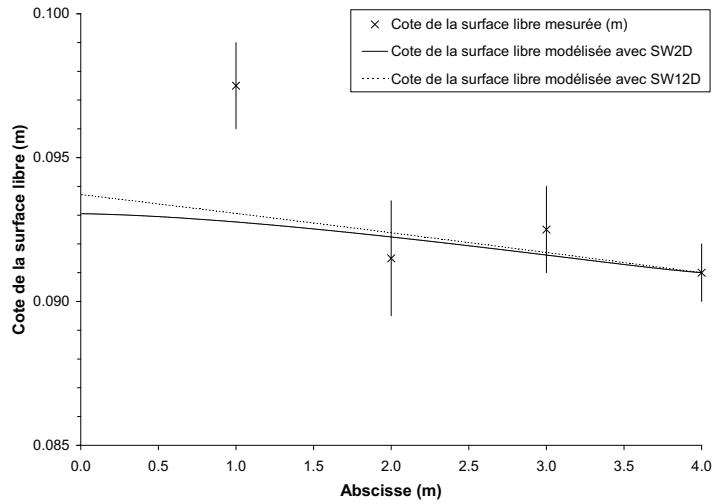
(b) Expérience 2_Lm28_Q20d

Abscisse (m)	z_{min} (cm)	z_{max} (cm)	z_{moy} (cm)
1,0	15,9	16,3	16,1
2,0	15,8	16,1	15,9
3,0	14,8	15,2	15,0
4,0	13,5	13,8	13,65

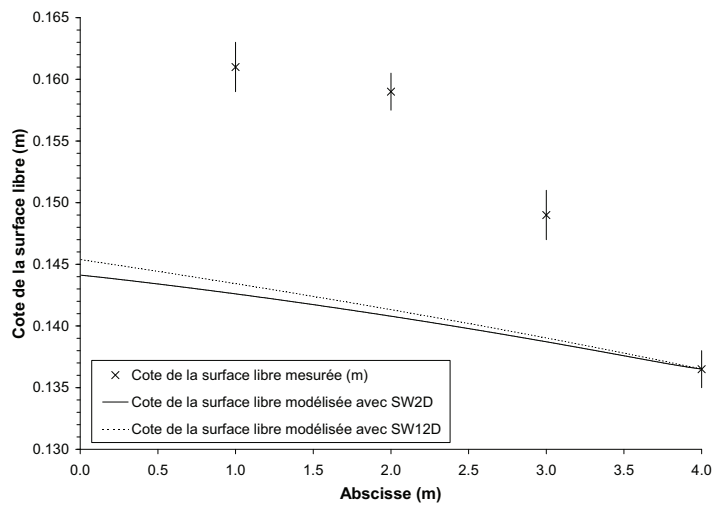
(c) Expérience 2_Lm28_Q40d

TABLEAU B.5 – Mesures de hauteurs d’eau réalisées pour la configuration « 2_Lm28 ».

B.4.2 Lignes d'eau



(a) Expérience 2_Lm28_Q10d



(b) Expérience 2_Lm28_Q40d

FIGURE B.8 – Comparaison des lignes d'eau modélisées pour la configuration « 2_Lm28 ».

B.4.3 Mesures de vitesses

Vitesses mesurées au flotteur (m s^{-1})					
Lit majeur Longueur = 3 m			Lit mineur Longueur = 3 m		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
10,25	0,29	0,011	8,38	0,36	0,011
11,09	0,27	0,011	9,65	0,31	0,011
10,66	0,28	0,011	9,81	0,31	0,011
11,63	0,26	0,011	8,98	0,33	0,011
			10,01	0,30	0,011
			10,18	0,29	0,011
			10,08	0,30	0,011
V_{moy}	0,28	0,017	V_{moy}	0,31	0,044

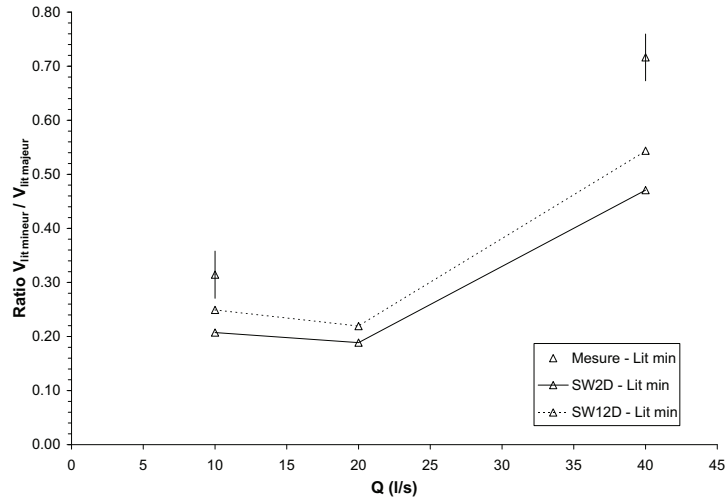
(a) Expérience 2_Lm28_Q10d

Vitesses mesurées au flotteur (m s^{-1})					
Lit majeur Longueur = 3 m			Lit mineur Longueur = 3 m		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
4,54	0,66	0,015	4,67	0,64	0,015
4,43	0,68	0,015	4,21	0,71	0,016
4,07	0,74	0,016	3,96	0,76	0,016
4,16	0,72	0,016	4,38	0,68	0,015
3,5	0,86	0,018	4,54	0,66	0,015
			4,16	0,72	0,016
			3,95	0,76	0,016
			3,96	0,76	0,016
			4	0,75	0,016
V_{moy}	0,73	0,126	V_{moy}	0,72	0,043

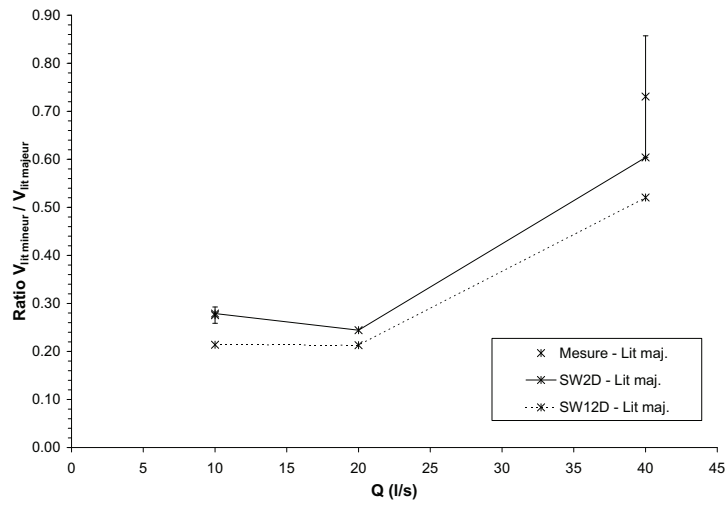
(b) Expérience 2_Lm28_Q40d

TABLEAU B.6 – Mesures de vitesses réalisées pour la configuration « 2_Lm28 ».

B.4.4 Vitesses modélisées



(a) Lit mineur



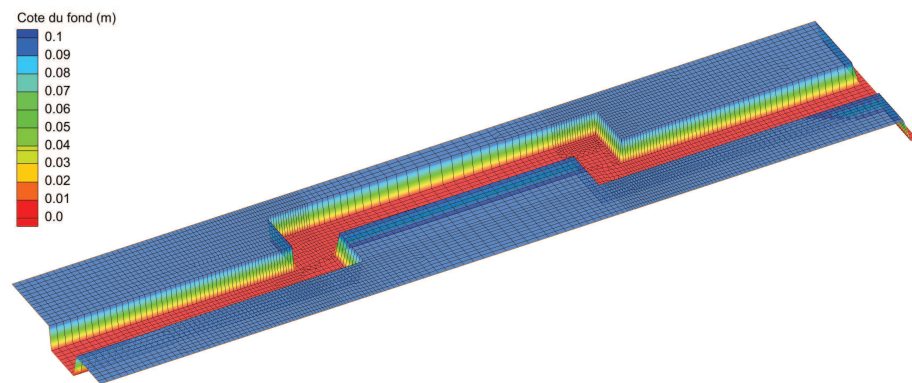
(b) Lit majeur

FIGURE B.9 – Comparaison des vitesses modélisées et des vitesses mesurées pour la configuration « 2_Lm28 ».

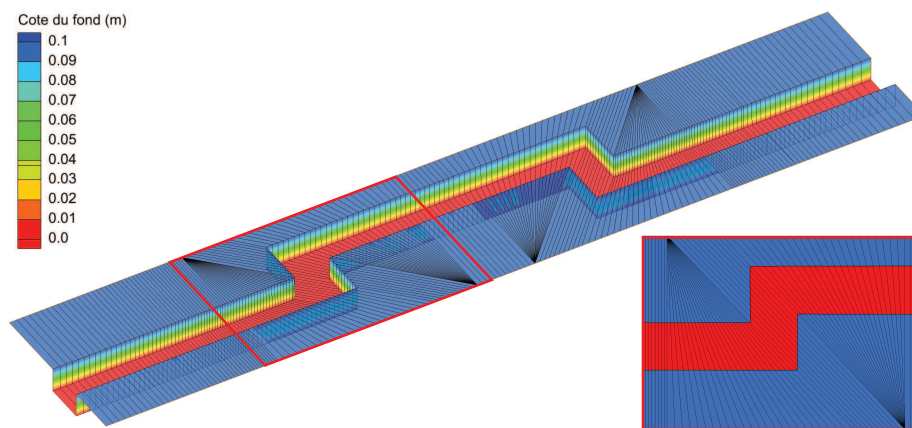
Annexe C

Série 3 - Coudes

C.1 Maillages utilisés pour les modélisations

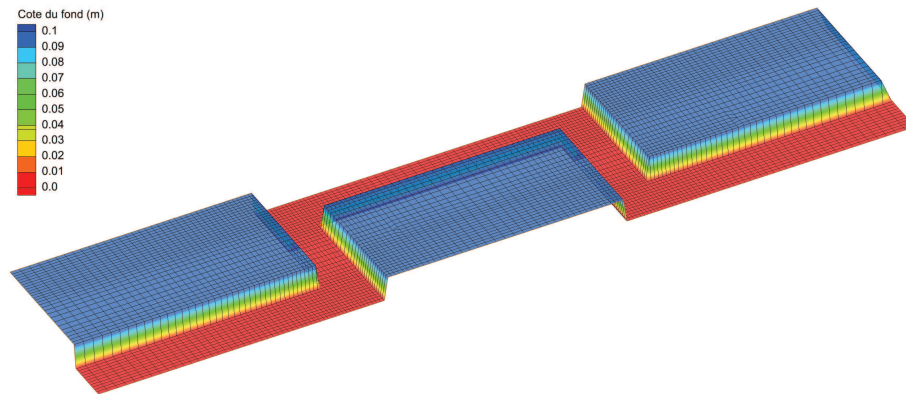


(a) Maillage « a » pour SW2D

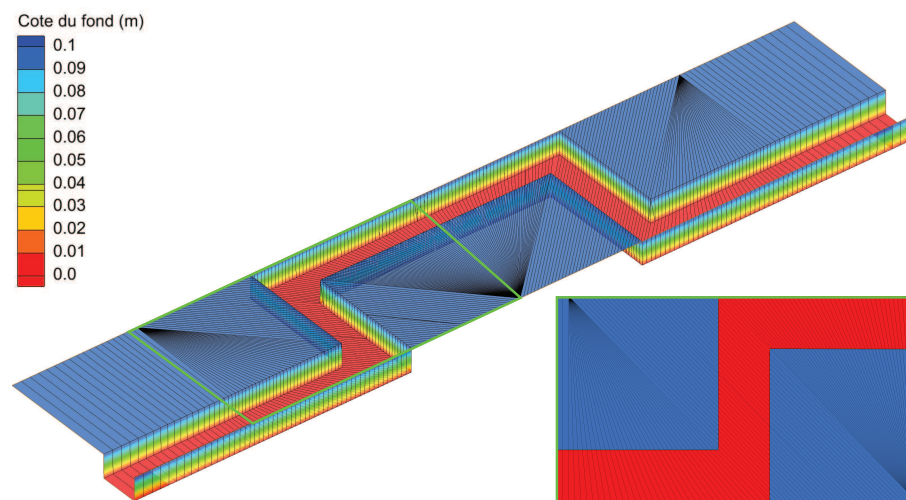


(b) Maillage « b= » pour SW2D et pour SW12D

FIGURE C.1 – Maillages utilisés pour la modélisation de la configuration « 3_90c ».



(a) Maillage pour SW2D



(b) Maillage pour SW12D

FIGURE C.2 – Maillages utilisés pour la modélisation de la configuration « 3_901 ».

C.2 Configuration « Coudes à 90° rapprochés »

C.2.1 Dimensions du dispositif expérimental

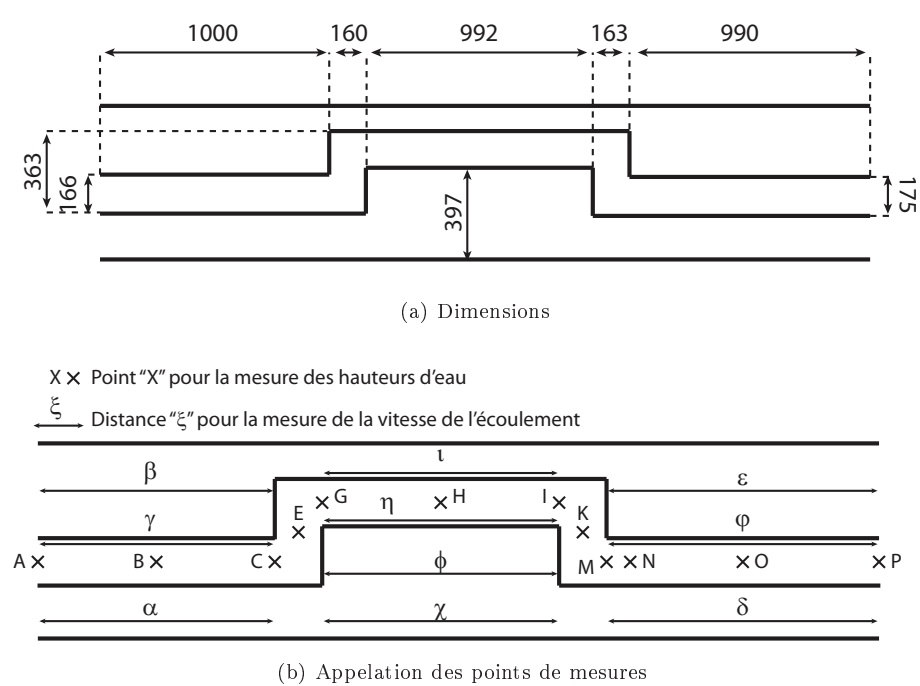


FIGURE C.3 – Schéma du dispositif expérimental pour la configuration « 3_90c ».

C.2.2 Mesures de hauteurs d'eau

Cote de la surface libre (cm)				Cote de la surface libre (cm)			
Point	z_{min}	z_{max}	z_{moy}	Point	z_{min}	z_{max}	z_{moy}
A	10,2	10,4	10,3	A	17,9	18,3	18,1
B	10,1	10,2	10,2	B	17,7	18,1	17,9
C1	10,0	10,1	10,0	C1	17,7	18,0	17,8
C2	10,3	10,4	10,4	C2	17,9	18,2	18,1
C3	10,5	10,6	10,6	C3	18,1	18,3	18,2
D	10,6	10,7	10,6	D	17,7	18,1	17,9
E1	9,2	9,3	9,3	E1	17,7	18,0	17,9
E2	9,4	9,8	9,6	E2	17,7	18,1	17,9
E3	9,7	9,9	9,8	E3	18,1	18,3	18,2
F	9,0	9,4	9,2	F	17,8	18,2	18,0
G1	9,5	9,9	9,7	G1	17,6	17,9	17,7
G2	7,7	8,5	8,1	G2	17,7	18,4	18,0
G3	7,1	7,3	7,2	G3	17,7	18,1	17,9
H	7,7	8,4	8,1	H	16,9	17,6	17,2
I1	8,9	9,3	9,1	I1	17,4	18,0	17,7
I2	8,4	9,1	8,8	I2	16,6	17,1	16,9
I3	8,2	8,4	8,3	I3	16,2	16,7	16,4
J	9,1	9,8	9,4	J	17,2	17,5	17,3
K1	8,3	8,7	8,5	K1	16,8	17,1	17,0
K2	7,3	8,5	7,9	K2	16,6	17,1	16,8
K3	7,0	7,4	7,2	K3	16,1	16,6	16,3
L	7,0	7,4	7,2	L	16,9	17,4	17,2
M1	2,0	3,8	2,9	M1	15,5	16,1	15,8
M2	6,0	6,7	6,3	M2	17,0	18,3	17,7
M3	7,6	7,9	7,8	M3	15,9	16,6	16,3
N1	3,3	3,9	3,6	O	13,0	13,5	13,2
N2	4,6	5,6	5,1	P	11,7	11,9	11,8
N3	7,0	7,0	7,0				
O	4,4	4,8	4,6				
P	3,7	4,0	3,8				

(a) Expérience 3_90c_Q5

(b) Expérience 3_90c_Q30d

TABLEAU C.1 – Mesures de hauteurs d'eau réalisées pour la configuration « 3_90c ».

Les points X1, X2 et X3 correspondent aux points situés sur la section en travers passant par le point X (voir Figure C.3). Le point X1 est toujours situé en rive gauche, le point X2 au milieu de la section et le point X3 en rive droite.

C.2.3 Lignes d'eau

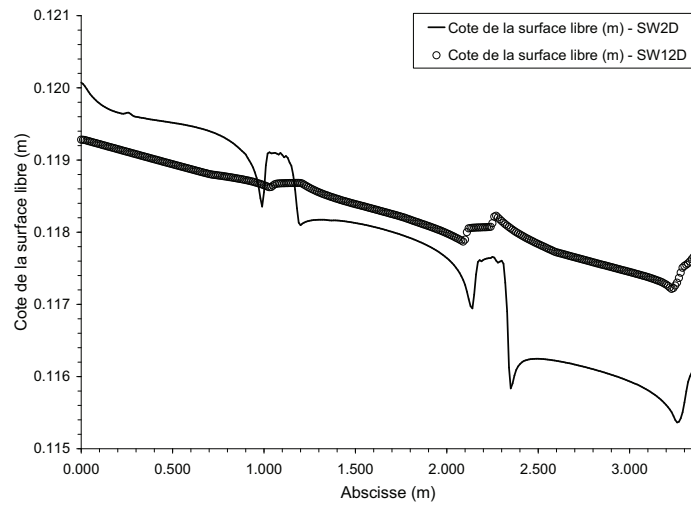


FIGURE C.4 – Comparaison des lignes d'eau modélisées pour l'expérience 3_90c_Q5d

C.2.4 Profil de charge

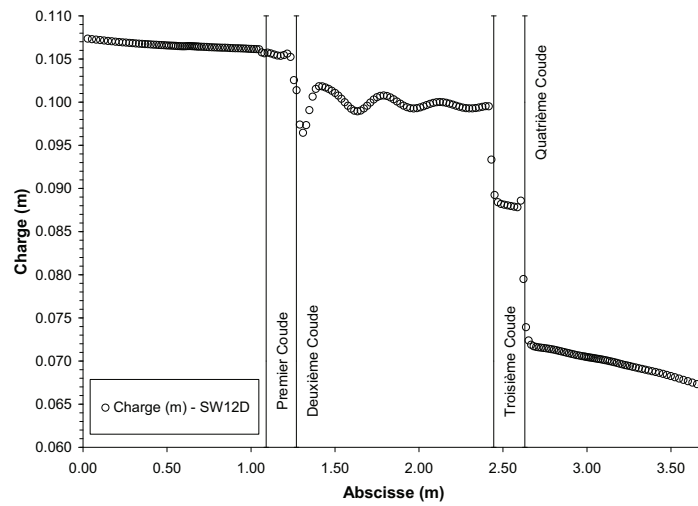


FIGURE C.5 – Profil de charge modélisé pour l'expérience 3_90c_Q5

C.2.5 Mesures de vitesses

Parcours α			Parcours β			Parcours γ		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
9,03	0,11	0,008	6,43	0,16	0,015	6,31	0,16	0,016
9,22	0,11	0,008	6,62	0,15	0,014	6,03	0,17	0,017
8,97	0,11	0,008	6,53	0,15	0,015	6,25	0,16	0,016
7,85	0,13	0,011	6,38	0,16	0,015	6,25	0,16	0,016
7,66	0,13	0,011	6,38	0,16	0,015	6,25	0,16	0,016
7,66	0,13	0,011				5,96	0,17	0,017
7,91	0,13	0,011				6,31	0,16	0,016
7,44	0,13	0,012				6,06	0,17	0,017
						6,41	0,16	0,015
V_{moy}	0,12	0,010	V_{moy}	0,15	0,015	V_{moy}	0,16	0,016

(a) Tronçon amont

Parcours χ			Parcours ϕ			Parcours ι			Parcours η		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV	t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
5,37	0,19	0,021	4,85	0,21	0,025	5,19	0,19	0,022	5,18	0,19	0,004
5,25	0,19	0,022	4,41	0,23	0,030	5,22	0,19	0,022	5,19	0,19	0,004
5,25	0,19	0,022	4,50	0,22	0,029	5,44	0,18	0,021	5,81	0,17	0,003
5,29	0,19	0,022	4,72	0,21	0,027	5,34	0,19	0,021	5,94	0,17	0,003
5,68	0,18	0,019	4,65	0,22	0,027	5,15	0,19	0,023	6,06	0,16	0,003
5,60	0,18	0,020	5,12	0,20	0,023	5,44	0,18	0,021	5,69	0,17	0,004
5,50	0,18	0,020	5,84	0,17	0,018	5,07	0,20	0,023	5,63	0,18	0,004
4,97	0,20	0,024				5,25	0,19	0,022	5,94	0,17	0,003
5,25	0,19	0,022				5,28	0,19	0,022	5,75	0,17	0,003
V_{moy}	0,19	0,021	V_{moy}	0,21	0,026	V_{moy}	0,19	0,022	V_{moy}	0,17	0,004

(b) Tronçon central

Vitesses (m s^{-1}) mesurées au flotteur (configuration 3_90c_Q5d).

Parcours δ			Parcours ϵ			Parcours φ		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
4,03	0,25	0,036	4,59	0,22	0,028	5,06	0,20	0,023
4,57	0,22	0,028	5,56	0,18	0,020	6,00	0,17	0,017
5,22	0,19	0,022	4,34	0,23	0,031	5,35	0,19	0,021
5,59	0,18	0,020	5,44	0,18	0,021	5,28	0,19	0,022
4,91	0,20	0,025	4,53	0,22	0,029	6,09	0,16	0,017
4,56	0,22	0,028	4,87	0,21	0,025	5,88	0,17	0,018
5,25	0,19	0,022	4,94	0,20	0,025	5,04	0,20	0,024
5,81	0,17	0,018	6,78	0,15	0,014	6,40	0,16	0,015
5,50	0,18	0,020				5,47	0,18	0,020
V_{moy}	0,20	0,024	V_{moy}	0,20	0,024	V_{moy}	0,18	0,020

(c) Tronçon aval

TABLEAU C.2 – Vitesses (m s^{-1}) mesurées au flotteur (configuration 3_90c_Q5d).

C.2.6 Vitesses modélisées

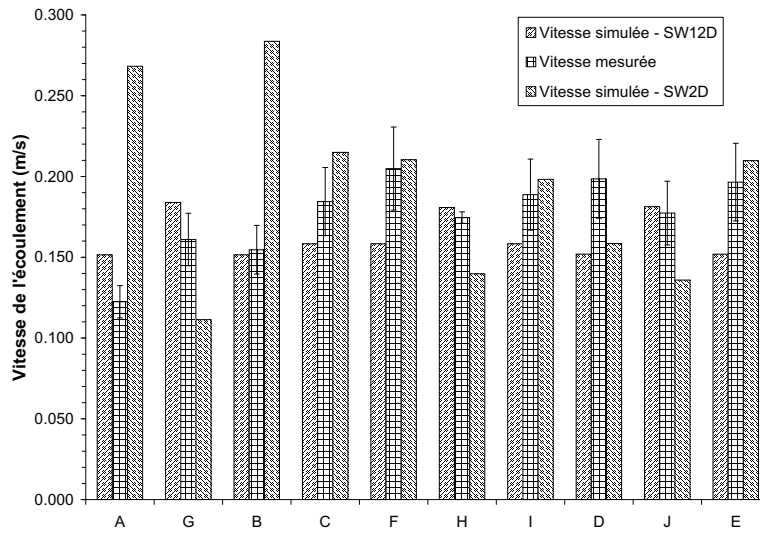


FIGURE C.6 – Comparaison des vitesses modélisées et des vitesses mesurées pour la configuration « 3_90c_Q5d ».

C.3 Configuration « Coudes à 90° éloignés »

C.3.1 Dimensions du dispositif expérimental

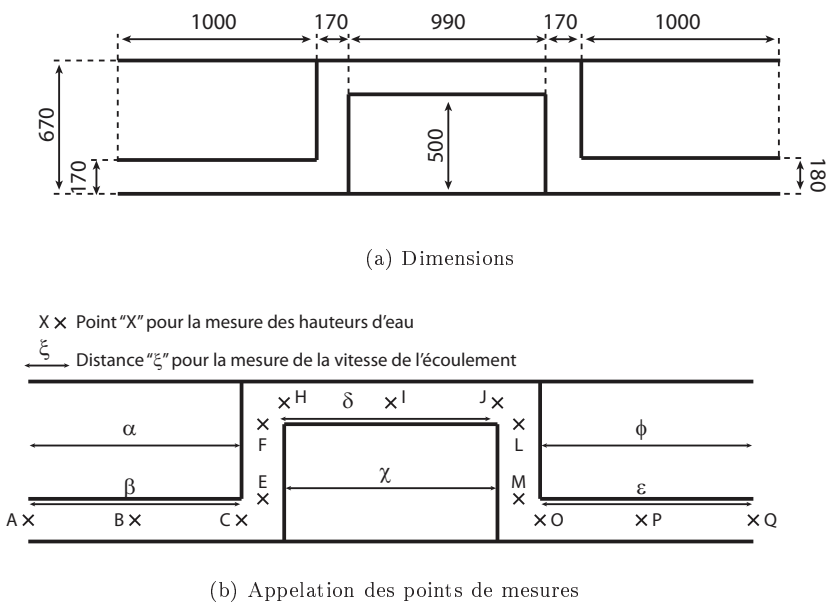


FIGURE C.7 – Schéma du dispositif expérimental pour la configuration « 3_90l ».

C.3.2 Mesures de hauteurs d'eau

Cote de la surface libre (cm)				Cote de la surface libre (cm)			
Point	z_{min}	z_{max}	z_{moy}	Point	z_{min}	z_{max}	z_{moy}
A	10.7	10.8	10.75	A	13	13.2	13.1
B	10.5	10.6	10.55	C2	12.8	12.9	12.85
C1	10.1	10.3	10.2	H2	12.9	13.2	13.05
C2	10.4	10.5	10.45	I	13.2	13.3	13.25
C3	10.6	10.7	10.65	J2	13.2	13.3	13.25
D	10.7	10.8	10.75	O2	12.5	12.6	12.55
E1	9.4	9.7	9.55	P	13.3	13.4	13.35
E2	9.9	10.3	10.1	Q	13.2	13.3	13.25
E3	10.3	10.4	10.35				
F1	9.9	10.2	10.05				
F2	9.95	10.45	10.2				
F3	9	9.8	9.4				
G	9.7	9.9	9.8				
H1	9.6	10	9.8				
H2	9.7	10.2	9.95				
H3	7.6	7.8	7.7				
I	8.8	9.6	9.2				
J1	9.3	9.7	9.5				
J2	9	9.4	9.2				
J3	8.9	9.4	9.15				
K	9.3	9.6	9.45				
L1	9.2	9.5	9.35				
L2	8.8	9.3	9.05				
L3	7.9	8.4	8.15				
M1	7.4	8.1	7.75				
M2	8.1	8.8	8.45				
M3	8.1	8.7	8.4				
N	8	8.5	8.25				
O1	3.9	4.6	4.25				
O2	6.6	7.4	7				
O3	7.7	8.2	7.95				
P	4.7	5.5	5.1				
Q	4.3	4.8	4.55				

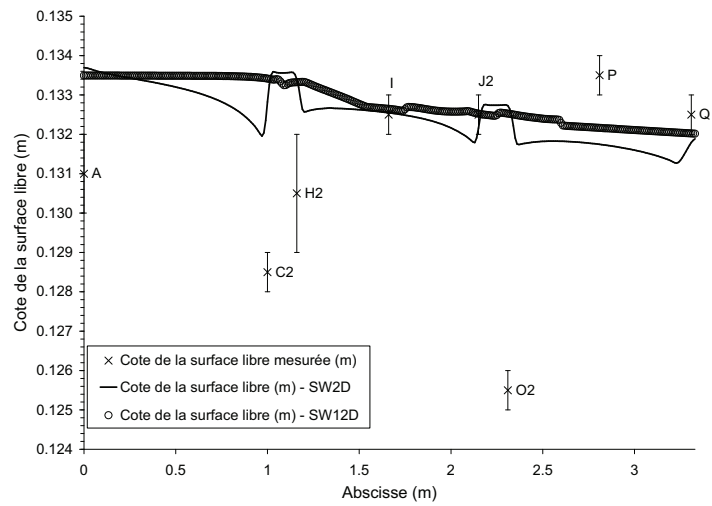
(a) Expérience 3_90l_Q5

(b) Expérience 3_90l_Q5d

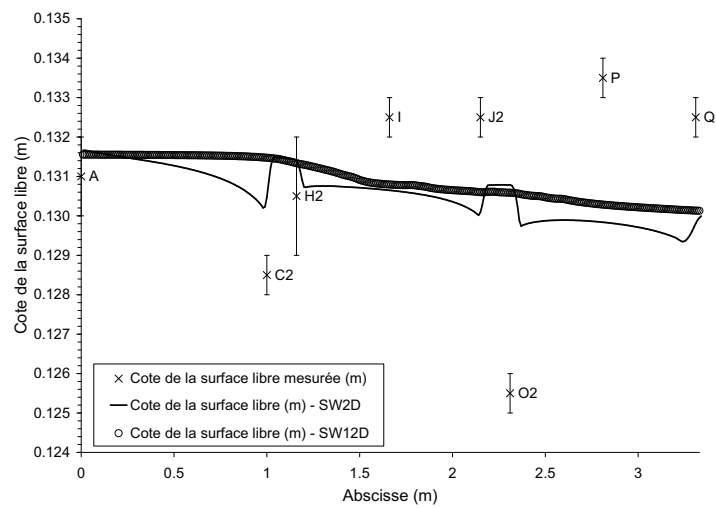
TABLEAU C.3

Les points X1, X2 et X3 correspondent aux points situés sur la section en travers passant par le point X (voir Figure C.7). Le point X1 est toujours situé en rive gauche, le point X2 au milieu de la section et le point X3 en rive droite.

C.3.3 Lignes d'eau



(a) Centre de l'écoulement



(b) Moyenne sur la section

FIGURE C.8 – Comparaison des lignes d'eau modélisées pour l'expérience 3_90l_Q5d.

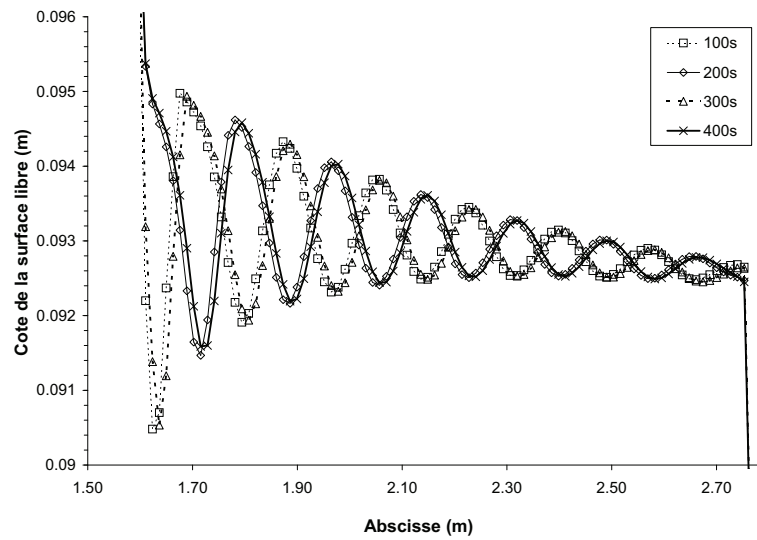


FIGURE C.9 – Profil de la surface libre dans le tronçon « centre » pour 4 durées de simulation différentes pour l'expérience 3_90l_Q5.

C.3.4 Profil de charge

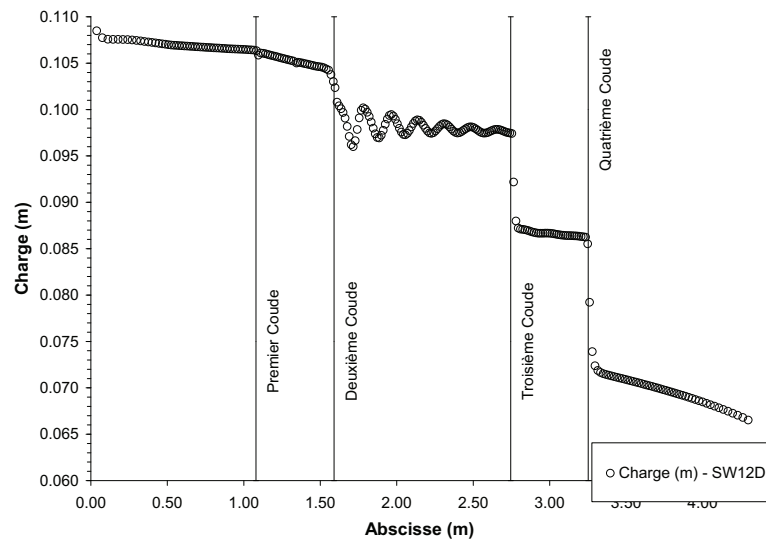


FIGURE C.10 – Profil de charge modélisé pour la configuration 3_90l_Q5

C.3.5 Mesures de vitesses

Lit majeur			Lit mineur		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
6,25	0,16	0,016	5,57	0,18	0,020
6,44	0,16	0,015	6,40	0,16	0,015
6,06	0,17	0,017	6,10	0,16	0,017
6,62	0,15	0,014	6,37	0,16	0,015
6,70	0,15	0,014	6,16	0,16	0,016
6,18	0,16	0,016	6,69	0,15	0,014
5,97	0,17	0,017	6,53	0,15	0,015
5,34	0,19	0,021	5,87	0,17	0,018
			6,06	0,17	0,017
V_{moy}	0,16	0,016	V_{moy}	0,16	0,016

(a) Tronçon « amont »

Lit majeur			Lit mineur		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
3,91	0,25	0,037	4,96	0,20	0,024
3,94	0,25	0,037	5,00	0,20	0,024
3,97	0,25	0,036	4,65	0,21	0,027
3,84	0,26	0,039	4,62	0,21	0,028
3,88	0,26	0,038	5,50	0,18	0,020
3,85	0,26	0,039	5,44	0,18	0,020
3,75	0,26	0,041	6,32	0,16	0,016
3,90	0,25	0,038	6,25	0,16	0,016
3,79	0,26	0,040	5,66	0,17	0,019
V_{moy}	0,26	0,038	V_{moy}	0,18	0,021

(b) Tronçon « centre »

Vitesses (m s^{-1}) mesurées au flotteur (configuration 3_90l_Q5d).

Lit majeur			Lit mineur		
t (s)	V	dV	t (s)	V	dV
5,09	0,20	0,023	5,34	0,19	0,021
5,34	0,19	0,021	4,50	0,22	0,029
5,53	0,18	0,020	3,97	0,25	0,037
4,63	0,22	0,028	4,32	0,23	0,031
6,16	0,16	0,016	3,75	0,27	0,041
6,34	0,16	0,016	4,57	0,22	0,028
6,19	0,16	0,016	6,53	0,15	0,015
5,72	0,17	0,019	7,35	0,14	0,012
			6,13	0,16	0,017
V_{moy}	0,18	0,020	V_{moy}	0,20	0,026

(c) Tronçon « aval »

TABLEAU C.4 – Vitesses (m s^{-1}) mesurées au flotteur (configuration 3_90l_Q5d).

C.3.6 Vitesses modélisées

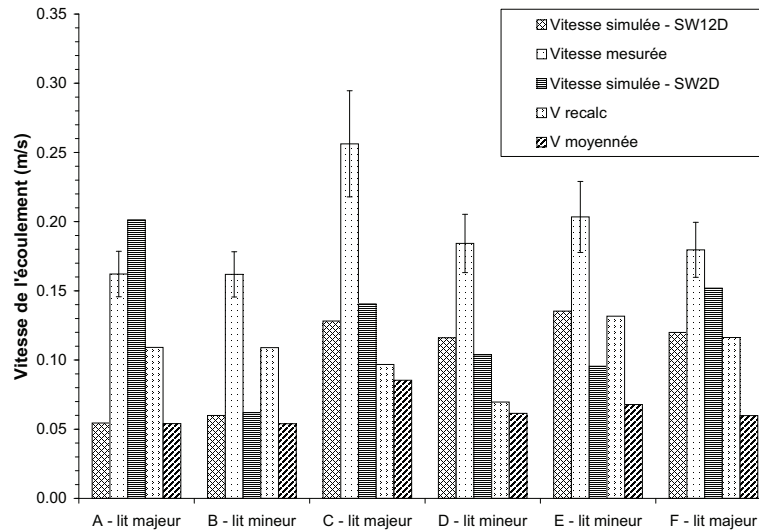


FIGURE C.11 – Comparaison des vitesses modélisées et des vitesses mesurées pour la configuration « 3_90l_Q5d ».

Résumé en français

Les approches 1D sont valides pour la modélisation des écoulements en rivière tant qu'ils peuvent être négligés dans la plaine d'inondation. Quand ces approximations sont invalides, il est fait appel aux modèles 1D à casiers ou aux modèles 2D. Dans le premier cas, les transferts de quantité de mouvement sont toutefois négligés. Pour la modélisation 2D des écoulements en rivière, un maillage précis du lit mineur doit être réalisé pour une prise en compte correcte de sa topographie. Le maillage est donc composé de mailles de petite taille et le pas de temps de calcul doit donc être réduit pour garantir la stabilité du schéma numérique. Une méthode alternative consiste à coupler les modèles 1D et 2D. Ces modèles 1D-2D ne sont généralement pas complètement satisfaisant dans la mesure où seuls les transferts de masse entre les modèles sont pris en compte. Dans le logiciel proposé SW12D, le couplage est réalisé en incluant le modèle 1D dans le 2D et en prenant en compte les transferts de masse et de quantité de mouvement. Ce formalisme permet une réduction considérable du nombre de mailles, en comparaison à un maillage 2D classique, et par conséquent de la durée de simulation. Des tests numériques ainsi que des exemples sur topographie réelle ont été réalisés avec un modèle 2D classique et SW12D. L'approche proposée représente correctement les pertes de charge dues à la sinuosité de l'écoulement ainsi que les court-circuits de méandre. Par ailleurs, les résultats sont suffisamment précis pour des applications d'ingénierie courante et obtenus avec un temps de calcul réduit. Cela constitue une amélioration significative par rapport aux modèles 1D et 2D.

Résumé en anglais

One-dimensional approaches prove to be efficient in river flow modelling as long as overbank flow can be neglected. When such approximation cannot be made, one-dimensional cell-based or two-dimensional models are used. However, in the first case, the momentum transfer, essential to a correct representation of phenomena such as meander shortcuts, is neglected. For 2D river flow modelling, a precise meshing of the river bed is required to correctly take the topography into account. The mesh close to the river bed is therefore composed of small cells and the simulation timestep has to be reduced to insure the numerical scheme stability. An alternative approach consists in coupling 1D and 2D models. Existing 1D-2D models prove not to be satisfactory in the general case, since only mass transfer are taken into account, neglecting momentum transfer. In the proposed approach, the coupling is performed by including a 1D model into the 2D model and providing a full transfer of both mass and momentum. This formalism allows for drastic reduction in the number of cells in comparison with a 2D meshing, and thus a substantial reduction of computation time. Numerical test cases as well as real-world application examples have been carried out for both a classical 2D and the proposed 1D-2D approaches. The proposed approach correctly represents the head loss due to channel bends as well as meandering shortcuts phenomena and provides good enough results for engineering applications with a reduced computational time. This is therefore a substantial improvement compared to both classical 1D and 2D models.