



HAL
open science

Modélisation de l'hystérésis dans les matériaux magnétiques et Introduction de modèles dans le logiciel de simulation aux éléments finis Flux3D

Amir Nourdine

► **To cite this version:**

Amir Nourdine. Modélisation de l'hystérésis dans les matériaux magnétiques et Introduction de modèles dans le logiciel de simulation aux éléments finis Flux3D. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2002. Français. NNT: . tel-00491465

HAL Id: tel-00491465

<https://theses.hal.science/tel-00491465>

Submitted on 11 Jun 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*Une pensée pour mon père et ma mère,
Une pensée pour ma famille.*

*J'ai trouvé ces phrases gravées dans la pierre.
Leur signification me reste étrangère.*

*Le message s'adresse à nous ou c'est tout comme.
Il est dit : "quelques secondes se sont écoulées.
Le futur appartient à Dieu. Le passé
Appartient à Dieu. Le présent est aux Hommes".*

*Cours après l'amour ou contre la montre.
Il ne sert à rien de courir après le temps.
Le futur ? On ne décide que pour maintenant.
C'est ainsi que je comprends ce qu'elles content.*

*Après est un secret, avant est dépassé.
Serions-nous prisonnier ? Dans ces mots, un monde !
Douleurs, plaisirs s'évaporent comme les secondes.
Que nous reste-t-il quand notre temps est passé ?*

*J'ai en moi, profondément, un sentiment
Qui parle d'amour, de vie, de rires.
Il brûle en moi ce rêve d'enfant
D'une amie qui m'aime à mourir.
Parce que les amants, les véritables,
Avant les corps marient leur âme.
Je n'aspire qu'à l'idéal. Fables
Et contes montrez-moi donc la femme.*

*En un instant seulement près de toi,
Au creux de tes yeux j'irai chercher
Les sentiments vrais, dissimulés là
Sous le sein, les secrets, les rêves brisés,
Et les mots d'amour que l'on ne dit pas.*

*Ecris les mots qui partent du cœur,
Pas de ceux que l'on dit, mais qu'on pense.
Ils me seront doux en ton absence.
Ecris les mots qui partent du cœur.*

*Il existe quelques secrètes danses
De l'esprit, d'étranges messages clos
Qui glissent, serpentent entre les mots,
Vagues, informes, mais pleins de sens*

*Envoie un peu de toi, du bien, du beau.
Envoie un message sincère, vrai.
Je voudrais, à l'étoile, crier haut:
"L'ange qui conquiert mon être après
Vous, celle que j'aime, donne au cœur
Que tu ne le fis, bien plus de chaleur".*

Remerciements

Remerciements

Je tiens à remercier avant tout Afef KEDOUS-LEBOUC qui a encadré et soutenu ce travail. Pendant ces années, elle a été patiente, compréhensive, attentive. Elle a contribué à rendre une ambiance conviviale. Elle a largement contribué à renforcer la qualité des travaux.

Je remercie Gérard MEUNIER qui m'a donné la liberté et le soutien pour orienter cette thèse dans une direction originale.

Je remercie Thierry CHEVALIER qui a participé à la réflexion et en particulier à la mise en place dans Flux3D d'outil pour la simulation en pas à pas dans le temps.

Je remercie Frédéric BOUILLAULT, professeur à l'université Orsay Paris sud, Jacques DEGAUQUE, professeur à l'INSA de Toulouse, et Jean Pierre DUCREUX, ingénieur recherche et développement, pour avoir accepté de participer au jury de thèse.

Des résultats importants ont été obtenus par l'utilisation du langage Java. Je remercie donc le personnel du STBFT de Versailles qui pendant mon séjour dans l'établissement m'a permis d'apprendre le langage et de développer des outils Java. Je remercie en particulier le commandant CHAPELLE, le colonel MUNCH, Gaël GOUESLAIN et Xavier PAWLIKOWSKA.

Je tiens à remercier les personnes qui m'ont toujours soutenu et qui m'ont permis d'arriver au plus haut niveau d'étude. Je remercie mon père, ma mère, Hamidani Hassani M'BOIBOI, Gilbert HUMBLLOT.

Pour leur soutien moral, je remercie ma famille, mes frères et ma sœur. Je remercie Karim OUATTARA qui m'a soutenu les années passées à Grenoble.

Un remercie à Salma MIRGHANE pour son sourire et ses attentions, également à Saanda et Catherine.

Un salut pour Naïma, Vincent et la côte normande, un salut pour Ahmed et ses élèves, un salut pour M'boiboi, Miriam et Davy, un salut à Abdallâh président du conseil général, un salut pour Nassuf, un salut pour l'île de Mayotte et l'île de la grande Comores.

Je remercie enfin le personnel du LEG et en particulier Etienne CALLEGHER, Florence FRANÇOIS, Monique BOIZARD, Elise RIADO, Jean-Louis COULOMB, Yvan AVENAS et les doctorants.

Sommaire

Sommaire

<i>Remerciements</i>	5
<i>Sommaire</i>	7
<i>Avant propos</i>	13
<i>Introduction</i>	15
Chapitre I / Les origines du magnétisme	17
I/1. Le magnétisme	17
I/1.1. A la découverte du magnétisme	17
I/1.1.1. Historique	17
I/1.1.2. Les grandeurs magnétiques et leur mesure	17
I/1.1.3. Manifestation du champ magnétique	18
I/1.2. Les matériaux magnétiques.....	19
I/1.2.1. Définition et origine	19
I/1.2.2. Le moment magnétique d'un cristal	19
I/1.2.3. Les forces en jeu	20
I/1.2.4. La loi $\mathbf{J}(\mathbf{H})$ d'un matériau ferromagnétique	20
I/1.2.5. Matériaux doux, Matériaux durs	21
I/1.3. Origines microscopiques (physique quantique).....	21
I/1.3.1. Définition microscopique du moment	21
I/1.3.2. Mouvement orbital	21
I/1.3.3. Un moment magnétique atomique quantifié (spin)	22
I/1.3.4. Les équations de Schrödinger	23
I/1.3.5. Phénomènes dynamiques	24
I/1.4. Structure cristalline et propriétés physiques	25
I/1.4.1. Structure cristalline	25
I/1.4.2. L'atome de Fer	25
I/1.4.3. Autres atomes des matériaux magnétiques	26
I/1.4.4. Température de Curie	26
I/2. L'hystérésis magnétique	26
I/2.1. Définition de l'hystérésis	26
I/2.1.1. Existence de phénomènes irréversibles	26
I/2.1.2. Caractérisation	27
I/2.1.3. Histoire du matériau	27

I/2.1.4. Une loi hystérétique	28
I/2.2. L'organisation de la matière	28
I/2.2.1. Anisotropie	28
I/2.2.2. Parois et domaines	28
I/2.2.3. Orientation des grains du cristal	29
I/2.3. Les mécanismes de l'hystérésis	30
I/2.3.1. Déplacement de parois	30
I/2.3.2. Saturation et saturation technique	31
I/2.3.3. Rotation cohérente des moments	31
I/2.3.4. loi de Rayleigh	32
I/2.3.5. Effet de Barkhausen	32
I/2.3.6. Magnétostriction	33
I/2.4. Phénomènes dynamiques	33
I/2.4.1. Les courants de Foucault	33
I/2.4.2. La dynamique des parois	33
I/2.4.3. Le retard	33
I/3. Modèles de comportement des matériaux.....	34
I/3.1. Approche simplifiée (Les bases pour la modélisation)	34
I/3.1.1. Les équations de Schrödinger dans un réseau maillé	34
I/3.1.2. Modélisation	34
I/3.2. Les modèles scalaires statiques.....	35
I/3.2.1. Modèles de Preisach	35
I/3.2.2. Modèle polynomial (modèle de F. Ossart [OSS 91])	38
I/3.2.3. Modèle de Jiles-Atherton	38
I/3.3. Les modèles vectoriels	39
I/3.3.1. Composition de modèles scalaires	39
I/3.3.2. Modèle de Stoner-Wohlfarth	40
I/3.4. Les modèles dynamiques	41
I/4. Objectifs et moyens d'exploration	41
I/4.1. Mesure par le cadre Epstein	41
I/4.1.1. Banc de mesure	41
I/4.1.2. Dispositif d'acquisition des mesures	42
I/4.2. Mesure vectorielle.....	42
I/4.2.1. Mesure en induction circulaire	42
I/4.2.2. Cadre RSST300	43
I/4.3. Observation par effet Kerr	45

Chapitre II / Nouveaux modèles scalaires de représentation des matériaux magnétiques.....	47
II/1. Modèle statique	47
II/1.1. Elaboration d'une théorie du mécanisme quasi-statique	47
II/1.1.1. Le modèle chimique	47
II/1.1.2. Modèle de rotation des moments	53
II/1.1.3. Modèle d'hystérésis complet	56
II/1.2. Une meilleure gestion de l'histoire du matériau.....	59
II/1.2.1. Mise à l'épreuve du modèle sur des cycles mineurs	59
II/1.2.2. Nouvelle partie active	60
II/1.2.3. Ecriture du modèle	61
II/1.2.4. Identification du modèle amélioré	62
II/2. Modèle dynamique.....	66
II/2.1. Phénomènes dynamiques.....	66
II/2.1.1. Modèle elliptique	66
II/2.1.2. Recherche d'une loi physique	69
II/2.1.3. Le modèle linéaire	73
II/2.1.4. Bilan de l'identification du modèle linéaire	73
II/2.2. Mise au point d'un modèle dynamique	76
II/2.2.1. Concept du retard de phase	76
II/2.2.2. Modèle dynamique global	77
Chapitre III / Extension du modèle chimique au comportement dans le plan de la tôle.....	81
III/1. Introduction	81
III/1.1. Application à l'axe transverse des tôles FeSi à texture Goss	82
III/1.1.1. Caractérisation des renversements des moments	82
III/1.1.2. Caractérisation des rotations	85
III/1.1.3. Comparaison à la mesure	85
III/1.2. Application à l'axe longitudinal d'une tôle FeNi à texture cubique	88
III/2. Caractérisation vectorielle du processus chimique.....	89
III/2.1. Tôle FeNi à texture cubique	89
III/2.1.1. Introduction	89
III/2.1.2. Processus chimique	89
III/2.1.3. Détermination des constantes de réaction	90
III/2.1.4. Mise en place des équations	92
III/2.1.5. Comparaison à la mesure	92
III/2.2. Tôle FeSi GO à texture Goss.....	94

III/2.2.1. Processus chimique	94
III/2.2.2. Constante de réaction	95
III/2.2.3. Comparaison à la mesure	96
III/3. Réalisation d'un modèle vectoriel complet	98
III/3.1. Interprétation physique des phénomènes	98
III/3.1.1. Renversements et rotations	98
III/3.1.2. Saturation technique	99
III/3.1.3. Rotation cohérente, cas du FeNi	101
III/3.2. Mise en œuvre du modèle vectoriel des tôles FeNi à texture cubique	102
III/3.2.1. Mise en équations	102
III/3.2.2. Réalisation de la loi inverse $H(B)$	103
III/3.2.3. Algorithme de convergence	105
III/3.2.4. Simulation de cycles d'hystérésis	109
III/3.2.5. Asymptotes	113
III/3.3. Conclusions et perspectives.....	115
III/3.3.1. Elaboration d'un modèle vectoriel complet des tôles GO FeSi à texture Goss	115
III/3.3.2. Les tôles à grains non orientés (NO)	116
Chapitre IV / Utilisation des modèles pour la simulation numérique	119
IV/1. Le cas test	119
IV/1.1. Présentation du cas test	119
IV/1.1.1. La géométrie	119
IV/1.1.2. Conditions expérimentales	120
IV/1.1.3. Simulation numérique	120
IV/1.2. Procédé	120
IV/2. Réalisation d'une simulation sur Flux3D	121
IV/2.1. Le logiciel.....	121
IV/2.1.1. Géométrie	121
IV/2.1.2. Le langage HE	121
IV/2.1.3. Modification du code	121
IV/2.2. Mise au point d'une structure de stockage	122
IV/2.2.1. La structure de données	122
IV/2.2.2. Stratégie de programmation	122
IV/2.3. Résolution numérique	122
IV/2.3.1. Méthode de Newton Raphson	122
IV/2.3.2. Une formulation en potentiel scalaire	123
IV/2.3.3. Résolution temporelle pas à pas	124
IV/2.3.4. Choix d'un modèle de l'hystérésis	124

IV/3. Modèles	125
IV/3.1. Tôles découpées suivant l'axe longitudinal.....	125
IV/3.1.1. Identification du nouveau modèle scalaire aux essais du GDR (tôle NO)	125
IV/3.1.2. Identification du modèle de Mayergoyz	127
IV/3.2. Tôles découpées suivant l'axe transverse.....	132
IV/4. Etude des résultats du cas test du GDR	133
IV/4.1. Application du modèle de Mayergoyz (axe longitudinal).....	133
IV/4.2. Utilisation du nouveau modèle scalaire (axe longitudinal).....	135
IV/4.2.1. Le maillage	135
IV/4.2.2. La résolution.	135
IV/4.2.3. Les iso valeurs	136
IV/4.2.4. Conclusion	137
IV/5. Comparaison des résultats de labos du GDR SDSE 2.1	138
IV/5.1. Méthodes de résolution [GDR 01].....	138
IV/5.1.1. Le L2EP (S. Clénet)	138
IV/5.1.2. Le GE44 (Ouled Amor)	138
IV/5.1.3. Le LGEP (Y. Bernard)	139
IV/5.2. Premiers résultats numériques.....	139
IV/5.3. Un maillage commun optimisé	140
IV/5.3.1. Présentation	140
IV/5.3.2. Simulation	140
IV/5.3.3. Comparaison des formes d'onde aux points de référence	142
IV/6. Bilan	145
Conclusion	147
ANNEXE A - Modélisation aux éléments finis	149
A/1. Discrétisation de l'espace	149
A/1.1. Les éléments	149
A/1.2. Triangulation et maillage	149
A/1.3. Triangulation de Delaunay	151
A/2. Fonction d'interpolation	152
A/2.1. Fonctions standards	152
A/2.2. Fonctions standards polynomiales, triangle de Pascal	153
A/2.3. Famille Lagrangienne	153
A/2.4. Fonction de forme du triangle	154
A/3. Recherche d'une solution approchée	155
A/3.1. Les formulations	155

A/3.2. La méthode des résidus pondérés	156
A/3.3. Formulation faible, Intégration numérique	158
<i>ANNEXE B - Identités remarquables</i>	161
B/1. Opérateurs	161
B/2. Intégrales	161
<i>ANNEXE C - Liste des tableaux</i>	163
<i>ANNEXE D - Liste des figures</i>	165
<i>Bibliographie</i>	169

Avant propos

Avant propos

C'est la curiosité qui m'a amené à travailler sur le thème de l'hystérésis. A ce moment, deux questions fondamentales me reviennent à l'esprit : Qu'est-ce qu'est le magnétisme et d'où vient le magnétisme ? Finalement, c'est toujours ce souci de comprendre qui m'a motivé dans mes recherches. Et, il se peut bien que ces deux questions constituent le véritable fil directeur de ce manuscrit, tout au long des quatre chapitres.

Introduction

Introduction

Les propriétés des matériaux magnétiques sont exploitées dans de nombreuses applications techniques. Les matériaux magnétiques sont présents par exemple, en électrotechnique, dans les moteurs ou les transformateurs électriques. Massifs ou découpés en tôle, ils canalisent alors le flux magnétique. Ils ont une mémoire et dans d'autres applications, conditionnés en fines couches, ils sont employés en tant que support d'enregistrement.

L'objectif de ce travail de thèse est de modéliser le comportement hystérétique des matériaux magnétiques et de l'intégrer dans le logiciel Flux3D-2D : code de calcul de champ électromagnétique basé sur la méthode des éléments finis. Aujourd'hui, les outils de simulation même puissants utilisent des lois de matériau magnétique simplistes et ne répondent pas aux exigences de précision et de fiabilité recherchées lors d'optimisation des systèmes électrotechniques. Ceci est lié aux difficultés de trouver un modèle dont la fiabilité justifie les inconvénients numériques qu'il engendre.

Ce travail se place dans un double contexte. D'une part il faut élaborer un ou plusieurs modèles capables de reproduire de manière précise le comportement du matériau. Ce dernier est le résultat de mécanismes complexes liés à la microstructure du matériau. D'autre part ces modèles doivent être intégrés dans des outils de simulation. Il est alors primordial de tenir compte des contraintes liées à la modélisation par les éléments finis et plus particulièrement de minimiser les temps de calcul et la place mémoire nécessaire.

Dans le cadre de la mise au point de modèles fiables et efficaces, on s'est attaché à donner une nouvelle schématisation des mécanismes de l'hystérésis proche de la physique du phénomène. Dans la première partie, les manifestations du magnétisme sont présentées de manière très large pour ensuite être simplifiées à travers des modèles mathématiques. La deuxième partie présente une nouvelle représentation physique des mécanismes de l'hystérésis. L'approche originale que nous présentons pour la première fois est largement inspirée d'analogies aux mécanismes des réactions chimiques dans les solutions. La troisième partie exploite et adapte la nouvelle représentation pour mettre au point de nouveaux modèles scalaires et vectoriels et par-là confirmer le bien fondé physique du concept. En dernière partie, différents modèles sont implantés dans le logiciel de simulation Flux3D et leurs capacités sont comparées.



Chapitre I / Les origines du magnétisme

Chapitre I / Les origines du magnétisme

Ce travail s'est attaché à rechercher le lien entre les phénomènes physiques et le modèle caractérisant l'hystérésis. L'objectif est double : parvenir à simplifier les modèles mais également ouvrir de nouvelles voies vers la compréhension du magnétisme. Dans un souci de comprendre, cette première partie met en relief un ensemble de manifestations ou de caractérisations du magnétisme qui, si elles montrent chacune une facette différente du phénomène, caractérisent bien le même objet.

I/1. LE MAGNETISME

Pour étudier l'hystérésis dans les matériaux magnétiques, il faut bien comprendre d'abord ce qu'est un matériau magnétique. Nous commencerons donc par le début, en faisant un point historique sur la découverte du magnétisme et ses effets. Comme notre développement portera plus particulièrement sur la caractérisation des matériaux magnétiques, leurs propriétés sont rappelées. Le caractère microscopique du phénomène est enfin mis en évidence.

I/1.1. A la découverte du magnétisme

I/1.1.1. Historique

Si les origines du magnétisme sont restées longtemps mystérieuses, elles sont bien mieux appréhendées aujourd'hui. Du point de vue historique, on a d'abord constaté l'existence des forces magnétiques avec les aimants. Les propriétés attractives ou répulsives des aimants, appelés autrefois pierre d'aimant, sont connues depuis des siècles. Puis avec l'apparition de l'électricité, un lien entre le courant électrique et le champ magnétique est observé : des électrons en mouvement peuvent générer un champ magnétique. Avec la mise au point de la dynamo, on montre qu'une induction variable crée un champ électrique. On montre que les champs électromagnétiques sont capables de se propager dans l'espace. C'est le début du télégraphe sans fil. Finalement, avec le développement de la physique atomique, la recherche s'oriente vers l'infiniment petit.

Aujourd'hui, le magnétisme évoque une des forces d'attraction les plus importantes à l'échelle humaine, loin devant les forces de gravitation.

I/1.1.2. Les grandeurs magnétiques et leur mesure

Tous les principes de la physique sont entachés de doutes et peuvent un jour être révoqués. C'est pourquoi il est important de toujours valider les résultats de la recherche par des observations physiques. Cela veut dire que l'on doit être capable de mesurer les grandeurs physiques étudiées. Présentons les grandeurs magnétiques qui interviennent dans les équations de Maxwell.

◆ L'induction

L'induction est la grandeur la plus importante dans l'étude du magnétisme. C'est elle qui permet d'évaluer les forces magnétiques. Lorsque l'induction est variable dans le temps elle s'accompagne toujours d'un champ électrique. On pourra donc la détecter soit par une mesure de force mécanique soit par une mesure de tension électrique.

◆ Le champ

Le champ magnétique est une grandeur directement liée au courant électrique si les phénomènes de propagation sont négligés. Le champ magnétique ne peut être mesuré directement. Il est déduit de la mesure de l'induction dans le vide, l'induction et le champ sont alors liés par la relation :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mathbf{H} \quad (I.1)$$

où \mathbf{B} est l'induction, \mathbf{H} est le champ et μ_0 la perméabilité du vide [BOZ 51].

◆ L'aimantation et la polarisation magnétique

Pour un matériau magnétique, l'induction totale s'écrit :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \cdot (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 \cdot \mathbf{H} + \mathbf{J} \quad (I.2)$$

où \mathbf{M} est l'aimantation et \mathbf{J} est la polarisation magnétique [BOZ 51][COE 96]. L'aimantation mesurée est le moment magnétique moyen par unité de volume dans le matériau magnétique, il est fonction entre autre du champ magnétique. C'est ce lien entre le champ magnétique et la polarisation (ou l'aimantation) que l'on va tenter de modéliser dans notre étude [BER 98].

◆ Le moment

Le moment est associé à l'existence de charge en mouvement. Si un courant I parcourt une trajectoire circulaire définissant une surface $d\mathbf{S}$, le moment vaut :

$$d\mathbf{m} = I \cdot d\mathbf{S} \quad (I.3)$$

1/1.1.3. Manifestation du champ magnétique

La génération d'un champ magnétique est toujours rattachée à la présence de charges électroniques en mouvement. Ainsi, les phénomènes électroniques et magnétiques ne sont jamais dissociés. On dit en terme scientifique qu'il n'existe pas de pôle magnétique connu. Ou dit d'une autre manière, alors qu'un atome de matière crée un champ gravitationnel qui converge sur lui-même, et que de la même façon, une charge électrostatique crée un champ électrique qui converge sur elle, il n'existe pas de particule magnétique de nature à faire converger les lignes de l'induction magnétique.

Les champs magnétiques sont produits principalement de deux façons : soit en générant un courant électrique, c'est le principe de l'électro-aimant, soit en utilisant des matériaux magnétiques qui dans certaines conditions génèrent un champ magnétique.

Le comportement des champs est mathématisé dans les équations de Maxwell. Les propriétés électromagnétiques de la matière sont décrites par quatre équations.

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad (I.4)$$

où \mathbf{D} est l'induction (ou le déplacement) électrique, ρ est la densité de charge et ε_0 la permittivité du vide. D'un point de vue physique, ceci signifie que les charges électriques sont des sources de champ électrique. La deuxième équation est :

$$\text{rot } \mathbf{E} = -d\mathbf{B}/dt \quad (I.5)$$

où \mathbf{E} est le champ électrique, \mathbf{B} est l'induction magnétique et t le temps. Ceci exprime qu'une variation de l'induction crée un champ électrique et que ces grandeurs sont liées. La troisième :

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (I.6)$$

qui signifie qu'il n'existe pas de pôle magnétique (aucune source de champ magnétique n'est connue à ce jour). Et enfin :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + d\mathbf{D}/dt \quad (I.7)$$

où \mathbf{j} est la densité volumique de courant. Cette dernière équation transcrit le fait que des charges en mouvement induisent un champ magnétique et que la charge totale d'un système fermé se conserve. C'est grâce à ce dernier terme que l'on montre que les champs électromagnétiques peuvent se propager dans l'espace.

I/1.2. Les matériaux magnétiques

I/1.2.1. Définition et origine

Soit un corps homogène dont un ou plusieurs des atomes qui le composent possèdent un moment magnétique, ce corps est appelé matériau magnétique si les moments des atomes s'organisent de manière cohérente sous l'action d'une contrainte ou d'un champ [BER 98].

Le comportement des atomes est donc à l'origine de l'aimantation qui exprime les qualités magnétiques du matériau. En effet, certains atomes possèdent de manière intrinsèque un moment magnétique. S'il est presque impossible d'observer ce qu'il se passe au niveau atomique, les théories de la physique associent l'existence de ce moment à la rotation des charges électroniques autour du noyau de l'atome mais surtout à la rotation des électrons de l'atome sur eux-mêmes. Dans l'exemple d'un aimant, les moments des atomes contribuent ensemble à un moment total facilement détectable.

I/1.2.2. Le moment magnétique d'un cristal

Si on considère un cristal composé de un ou plusieurs atomes différents. Chaque atome du cristal va participer au moment total. Il ne suffit pas que les atomes d'un cristal aient un moment magnétique pour que le cristal génère un champ mesurable puisque c'est la somme des moments des atomes du cristal que l'on mesure. Suivant la manière par laquelle les atomes participent au moment total les propriétés magnétiques du cristal sont affectées. Cet élément est important puisque pour améliorer les performances magnétiques, c'est l'organisation, la texture de la matière qui sera modifiée par des procédés mécaniques et thermiques

I/1.2.3. Les forces en jeu

Compte tenu des forces en jeu, lorsqu'on applique un champ magnétique, les moments des atomes changent de direction et s'ordonnent de différentes manières. Ils s'organisent de sorte à minimiser l'énergie totale du système. Il possède une énergie interne principalement due à l'énergie d'échange, l'énergie d'anisotropie magnétocristalline, l'énergie magnéto-élastique, l'énergie magnétostatique, l'énergie de Zeeman (énergie de couplage moment - champ appliqué). Un système peut présenter plusieurs états stables. L'état d'équilibre dépend essentiellement de l'état initial, de la façon et de l'ordre dans lequel les paramètres varient [BRI 97][HUB 98][COE 96][BER 98].

Si, à partir d'une configuration quelconque, lorsque le champ augmente, les moments tendent tous à se réorienter dans la direction du champ, on parlera alors de ferromagnétisme (cf. figure I.1a). Les matériaux ferromagnétiques ont des propriétés magnétiques semblables à celles de Fer. Si, à partir d'une configuration quelconque, lorsque le champ augmente, les moments tendent à s'opposer en sens deux à deux, on parlera d'anti-ferromagnétisme (cf. figure I.1b). On qualifie de diamagnétique un matériau dont les moments tendent à s'opposer au champ magnétique (le phénomène est de faible amplitude) [BOZ 51].

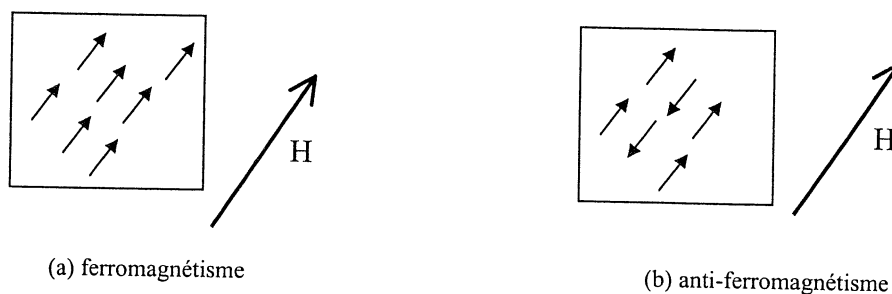


FIGURE I.1 : Organisation des moments sous l'influence d'un champ magnétique.

I/1.2.4. La loi $\mathbf{J}(\mathbf{H})$ d'un matériau ferromagnétique

Lorsque le champ magnétique \mathbf{H} est appliqué, les moments des atomes du matériau évoluent. D'un point de vue macroscopique, le moment total résultant de la somme des moments atomiques varie en fonction du champ. En général, l'induction résultante $\mu_0 \cdot \mathbf{H} + \mathbf{J}$ est très supérieure à celle obtenue pour le même champ d'excitation dans le vide. Il devient donc intéressant de connaître la loi qui lie \mathbf{J} à \mathbf{H} [BER 98][BRI 97].

I/1.2.4.a. Saturation

Lorsque le champ magnétique \mathbf{H} augmente à l'infini, la polarisation tend vers une valeur maximale. Tous les moments du matériau sont alors orientés dans le sens du champ. On dit que le matériau est à saturation. L'induction, elle, continue d'augmenter indéfiniment avec le champ [BOZ 51][BRI 97].

I/1.2.4.b. Induction rémanente

Lorsque la polarisation a été augmentée à son maximum, on appelle induction rémanente, la valeur de l'induction obtenue lorsque le champ est ramené à zéro. Cette valeur montre que le matériau ne peut être spontanément démagnétisé.

I/1.2.4.c. Champ coercitif

Le champ coercitif est le champ magnétique nécessaire à partir de l'induction rémanente pour annuler l'induction [BER 98].

I/1.2.5. Matériaux doux, Matériaux durs

On appelle matériau magnétique doux un matériau facile à magnétiser. Le champ coercitif est alors de l'ordre de 50 à 100A/m pour des alliages FeSi à grains non orientés et de l'ordre de 10 A/m pour des tôles FeSi à grains orientés.

On appelle matériaux magnétiques durs un matériau dont la valeur de la polarisation \mathbf{J} reste sensiblement égale à sa valeur à saturation tant que le module du champ magnétique ne dépasse une certaine limite, cette limite devant être élevée. Le champ coercitif est alors de 50 à 100 kA/m et peut atteindre 1000kA/m, soit plus de dix mille fois supérieur à celui d'un matériau doux [BER 98].

I/1.3. Origines microscopiques (physique quantique)

Pour comprendre les mécanismes qui ont lieu dans les matériaux magnétiques, des notions de physique quantique sont nécessaires puisque c'est dans les atomes que naissent les propriétés des matériaux magnétiques.

I/1.3.1. Définition microscopique du moment

Pour un petit circuit, le moment magnétique a été défini de la façon suivante :

$$\mathbf{m} = I \cdot S \cdot \mathbf{N} \quad (I.8)$$

où la direction \mathbf{N} du moment est perpendiculaire au plan du circuit, le sens du moment est tel que le courant s'enroule autour de lui dans le sens trigonométrique, le module est le produit du courant électrique et de la surface du circuit. Si on s'intéresse au moment d'une charge gravitant sur une orbitale circulaire, on obtient :

$$|\mathbf{m}| = q \cdot r \cdot v / 2 = q \cdot \pi r^2 / T \quad (I.9)$$

où q est la charge, T la période du mouvement, r le rayon de l'orbital et v sa vitesse. C'est cette dernière expression qui définit le moment magnétique en physique atomique [CAG 75].

I/1.3.2. Mouvement orbital

Il est important de remarquer qu'il existe un lien entre le moment magnétique et le mouvement (donc l'énergie) des électrons.

I/1.3.2.a. Théorème de Larmor

On montre que l'application d'un champ extérieur \mathbf{B} a pour effet d'imposer aux électrons un mouvement supplémentaire dans lequel les électrons sont entraînés autour de l'axe parallèle à \mathbf{B} avec la vitesse angulaire de Larmor :

$$\omega = -q \cdot \mathbf{B} / (2 \cdot m) \quad (I.10)$$

où m est la masse de l'électron. Cette propriété est connue sous le nom de théorème de Larmor [CAG 75].

I/1.3.2.b. rapport gyromagnétique

La physique classique permet de prévoir une relation entre le moment cinétique et le moment magnétique de l'électron, donnée par :

$$\mathbf{m} = \gamma \sigma = (q/2 \cdot m) \cdot \sigma \quad (I.11)$$

où σ est le moment cinétique de l'électron [CAG 75].

I/1.3.2.c. effet Zeeman classique

La théorie classique de l'effet Zeeman est une conséquence du théorème de Larmor. Elle prévoit la variation de la fréquence de rotation des électrons et donc des ondes émises sous l'action d'un champ magnétique. Si le décalage en fréquence est bien observé expérimentalement, il ne correspond pas toujours à la valeur déduite du théorème de Larmor. Ceci s'explique par le fait que la physique classique est incapable d'expliquer totalement les phénomènes atomiques [CAG 75].

I/1.3.3. Un moment magnétique atomique quantifié (spin)

L'aimantation d'un morceau de matériau magnétique prend ses origines dans le spin et le moment magnétique orbital des électrons des atomes qui le composent [COE 96].

I/1.3.3.a. Quantification spatiale

L'expérience de Stern et Gerlach sur les moments magnétiques réalisée en 1921 montre de manière irréfutable les limites de la physique classique. Le dispositif expérimental a consisté à émettre des atomes à partir d'un récipient chauffé contenant de la vapeur. Les atomes émis dans une enceinte sous vide sont déviés par un champ magnétique non uniforme. La composante normale de la force qui s'exerce sur les atomes s'écrit :

$$F = \mathbf{m} \cdot (\partial \mathbf{B} / \partial z) = m_x \cdot (\partial B_x / \partial z) + m_y \cdot (\partial B_y / \partial z) + m_z \cdot (\partial B_z / \partial z) \quad (I.12)$$

où \mathbf{m} est le moment de l'atome. En supposant que l'induction est parallèle à l'axe Z, seule est mesurable la quantité F_z :

$$F_z = m_z \cdot (\partial B_z / \partial z) \quad (I.13)$$

En absence d'un champ de champ magnétique la déviation obtenue est donnée par la figure I.2a. En présence d'un champ, la physique classique prévoit le résultat de la figure I.2b alors qu'on observe le résultat de la figure I.2c.

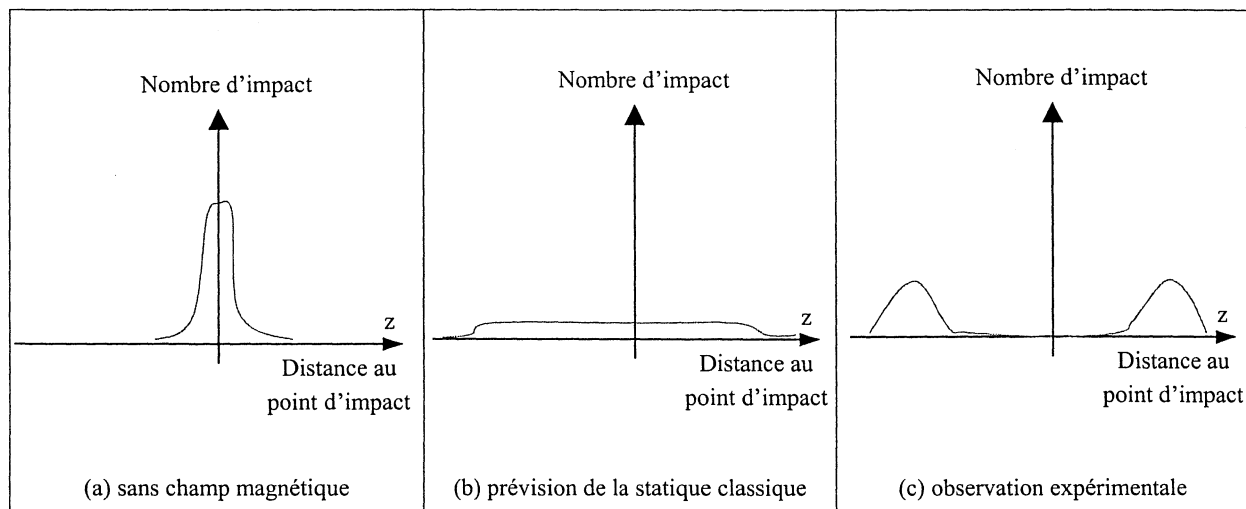


FIGURE I.2 : Répartition des points d'impact d'atomes.

L'expérience effectuée avec des atomes d'argent révèle deux taches séparées qui correspondent à des valeurs discrètes de la composante m_z du moment de l'atome. Des résultats analogues sont observés pour d'autres atomes. Cela montre que l'orientation du moment dans l'espace ne peut être quelconque. Quelques orientations seulement sont possibles. C'est ce qu'on appelle la quantification spatiale [CAG 75].

I/1.3.3.b. Le spin

Le moment atomique lié au mouvement orbital de l'électron autour de l'atome s'est montré impropre à expliquer sa valeur mesurée. Uhlenbeck et Goudsmit, en 1925, avancèrent l'idée que l'électron pouvait être animé d'un mouvement de rotation autour de lui-même, et donc posséder un moment magnétique propre indépendant de son déplacement autour de l'atome. Ils lui donnèrent le nom de « spin » (de l'anglais faire tourner une toupie). Ces hypothèses se sont révélées exactes par la suite [CAG 75].

I/1.3.4. Les équations de Schrödinger

I/1.3.4.a. L'équation

Les mathématiques démontrent l'existence d'un moment quantifié des atomes. La position des électrons et les forces associées ne sont pas définies au niveau atomique comme en physique Newtonienne. Des outils statistiques sont utilisés. Si à un instant donné, pour un endroit donné, on est incapable de dire si un électron est présent ou non, on peut toutefois évaluer quelle en est sa probabilité de présence.

On recense les forces capables d'interagir avec la matière (les charges). Le problème est alors décrit dans l'équation dite de Schrödinger :

$$\Delta \psi + \frac{2\mu}{\hbar^2} \cdot \left(E - \frac{C}{r} \right) \cdot \psi = 0 \quad (I.14)$$

où μ est la masse réduite de l'électron, h est la constante de Planck et $\hbar = h/2\pi$, C/r est le potentiel de l'électron dans le potentiel coulombien du noyau, E l'énergie totale du système et ψ la densité de présence de l'électron [CAG 82].

I/1.3.4.b. probabilité de présence, probabilité radiale et angulaire

Il est possible de résoudre les équations de Schrödinger pour un atome isolé ou un petit nombre d'atome. On obtient ainsi la répartition spatiale des électrons dans l'espace. Pour un atome, la densité de probabilité de présence totale est le produit d'une densité de probabilité radiale et d'une densité de probabilité angulaire (cf. figure I.3). Les valeurs possibles de leur moment dépendent du nombre quantique l (le moment vaut $m \cdot \hbar$ où $2\pi \cdot \hbar$ est la constante de Planck) [CAG 82].

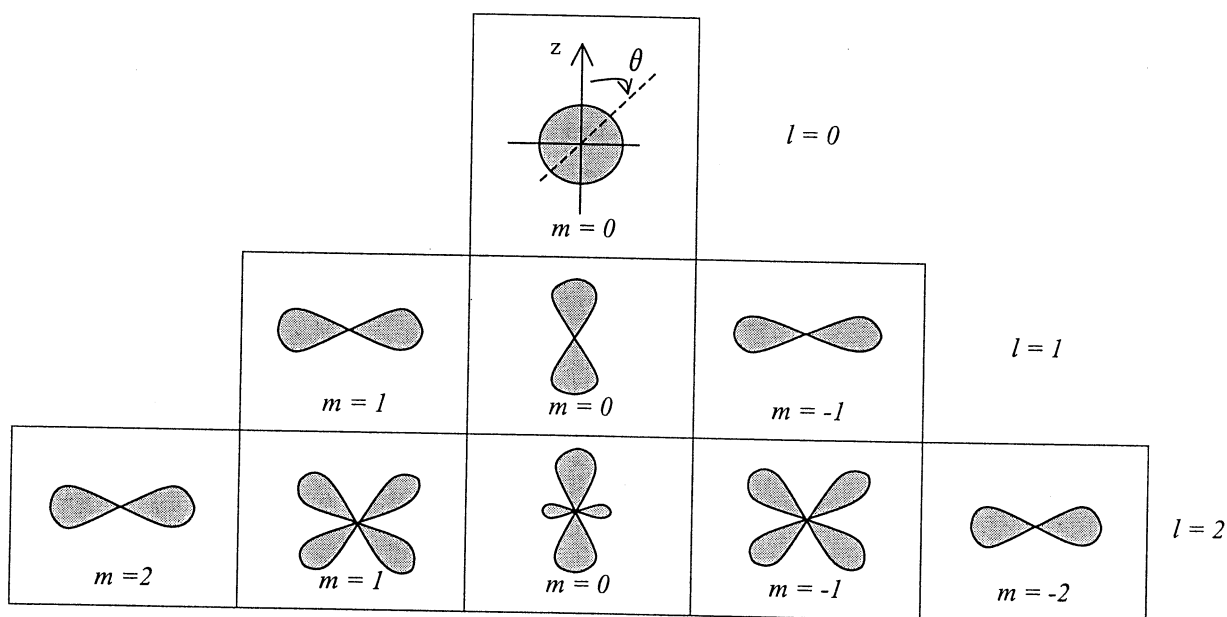


FIGURE I.3 : Densité de probabilité angulaire en fonction du nombre quantique l .

La répartition spatiale et angulaire des électrons est intimement liée à la forme des liaisons atomiques, elle est également liée à la valeur et la direction du moment atomique de l'électron donc de l'atome. Déjà, la liaison atomique apparaît comme essentielle dans la compréhension des matériaux magnétiques. Dans la suite, nous verrons qu'elle sera la base de nos développements.

I/1.3.5. Phénomènes dynamiques

Sans entrer dans le détail, on signale l'existence de phénomènes dynamiques :

♦ La résonance magnétique

C'est une modification du moment de l'atome sous l'action d'un champ magnétique variable [BOZ 51][CAG 75].

◆ La relaxation

Si on change brusquement le champ magnétique, un nouvel équilibre doit s'établir dans lequel l'orientation des aimants atomiques aura été modifiée. Les mécanismes qui permettent au moment de changer ne sont pas instantanés. On appelle relaxation l'évolution progressive aboutissant au nouvel équilibre thermique. Notons pour la suite que l'évolution vers l'état d'équilibre est décrite par une équation différentielle linéaire [CAG 75].

I/1.4. Structure cristalline et propriétés physiques

I/1.4.1. Structure cristalline

Les propriétés magnétiques sont fortement liées à la structure cristalline du matériau. On retrouve en général trois structures simples : la structure cubique à faces centrées (CFC), la structure hexagonale compacte (HC), la structure cubique centrée (CC) [BENAR].

I/1.4.1.a. Structure cubique à face centrée (CFC)

Cette structure comporte 4 atomes par maille. La coordinence (nombre de proche voisin d'un atome) est de 12 (cf. figure I.4a). La distance inter atomique de $a\sqrt{2}/2$.

I/1.4.1.b. Structure hexagonale compacte (HC)

La maille élémentaire est un prisme droit à base losange mais on considère souvent un prisme droit à base hexagonale de volume triple (cf. figure I.4b). La coordinence est de 12 et la distance inter atomique de a .

I/1.4.1.c. Structure cubique centrée (CC)

La structure comporte 2 atomes par maille. Cette structure n'est pas compacte. Elle compte 8 premiers voisins à la distance $a\sqrt{3}/2$ et 6 seconds voisins à la distance a (cf. figure I.4c).

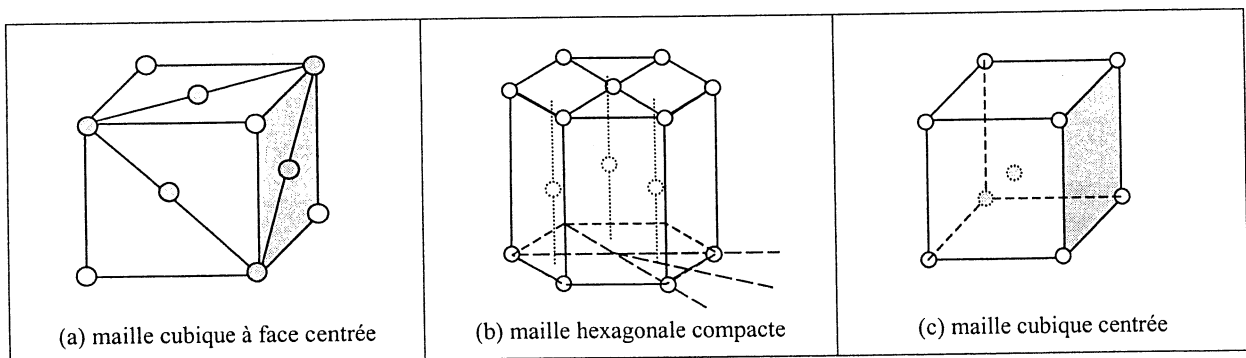


FIGURE I.4 : Structures cristallines.

I/1.4.2. L'atome de Fer

En raison du faible coût et de l'abondance du minerai, le Fer est l'élément le plus utilisé pour constituer des circuits magnétiques. Ces propriétés magnétiques puis conductrices, thermiques, mécaniques sont travaillées par différents traitements. Le fer est de structure CC à

basse température (Fe_α) et haute température (Fe_δ) mais de structure CFC (Fe_γ) entre 900 et 1400°C.

L'adjonction de Silicium pourra par exemple diminuer la conductivité du matériau. Lors de la découpe de l'acier en feuille (le laminage), la structure cristalline du matériau peut être modifiée de sorte à privilégier le sens de laminage comme une direction de facile aimantation.

I/1.4.3. Autres atomes des matériaux magnétiques

Le Cobalt est également un matériau magnétique, son nombre quantique m est supérieur à celui du Fer. Il a donc une densité magnétique supérieure par contre le produit est plus rare et son coût est bien plus important. Des matériaux tel que le Nickel ont également des propriétés magnétiques remarquables.

I/1.4.4. Température de Curie

Les propriétés magnétiques dépendent de la température. Expérimentalement, on mesure la valeur de l'induction rémanente d'un matériau en fonction de la température. On note alors qu'elle s'annule à partir d'une certaine température dite température de Curie. Quand la température augmente, tous les matériaux perdent leurs propriétés magnétiques [HUB 98][BENAR].

TABLEAU I.1 : Températures de Curie (°C)

Élément	Fer (Fe)	Cobalt (Co)	Nickel (Ni)	(Gd)
Température de Curie	770	1120	360	16

I/2. L'HYSTERESIS MAGNETIQUE

Un matériau tel que le cristal de fer possède des propriétés magnétiques. Les atomes qui le composent ont un moment magnétique dont l'orientation évolue de manière cohérente, et si individuellement, le moment d'un atome est très faible, ensemble, ils créent une polarisation facilement détectable. Celle-ci peut être utilisée pour générer des forces mécaniques ou électriques. Sous l'action d'un champ magnétique, la polarisation évolue. L'étude s'intéresse particulièrement à cette évolution qui est à l'origine de l'hystérésis.

I/2.1. Définition de l'hystérésis

I/2.1.1. Existence de phénomènes irréversibles

La variation de l'induction et/ou du champ dans les matériaux s'accompagne d'une évolution des moments et/ou des énergies internes au cristal. Cette évolution n'est généralement pas un phénomène réversible. Le matériau est donc le siège de pertes. On appelle hystérésis les phénomènes ou les mécanismes irréversibles qui ont lieu lors de l'évolution de l'état du matériau. L'adjonction d'élément non magnétique tel que le carbone

dans l'acier augmente les pertes hystériques. Les caractéristiques du matériau sont données par la représentation de courbes de l'induction en fonction du champ magnétique [JILES].

Actuellement, les pertes sont répertoriées en trois catégories: les pertes statiques, les pertes Foucault, les pertes supplémentaires. D'un point de vue pratique, il n'est pas possible par la mesure de les distinguer.

Les pertes supplémentaires sont les pertes totales moins les pertes statiques, moins les pertes de Foucault. Ses pertes témoignent de l'existence de mécanismes dynamiques de l'hystérésis.

I/2.1.2. Caractérisation

Un matériau peut être caractérisé par différents tracés et paramètres. On distingue : la courbe anhystérique, la courbe de première aimantation, le champ coercitif, l'induction rémanente.

I/2.1.2.a. courbe anhystérique

La courbe anhystérique est la courbe représentant l'induction en fonction du champ tel qu'il serait si les transformations dans le matériau étaient réversibles (sans perte). Pour déterminer expérimentalement cette courbe, un champ sinusoïdal décroissant est superposé au champ continu dont la valeur de l'induction est recherchée. Etant donné que le cycle alternatif est centré sur la courbe anhystérique, l'induction converge vers la valeur de la courbe anhystérique [JILES][COE 96].

I/2.1.2.b. première aimantation

On appelle courbe de première aimantation, la courbe qui à partir de l'état désaimanté donne l'induction lorsque le champ varie de zéro vers l'infini.

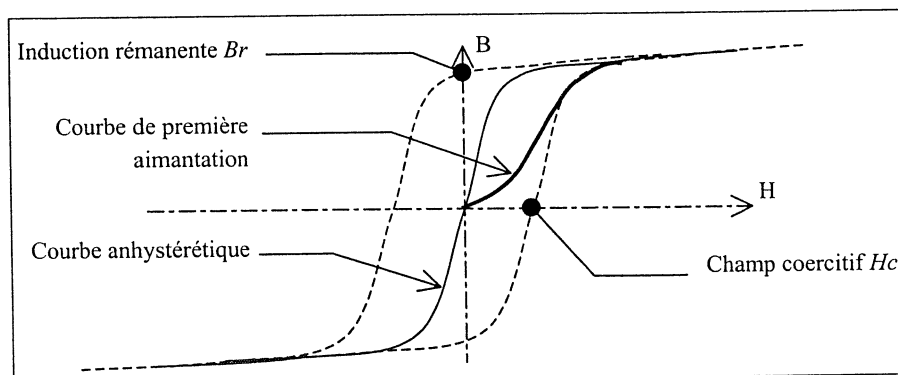


FIGURE I.5 : Courbes et valeurs caractéristiques.

I/2.1.3. Histoire du matériau

Ce qui fait la complexité des phénomènes est l'histoire du matériau. En effet, il ne suffit pas de connaître les variables d'état extérieures au matériau pour établir un lien entre le champ et l'induction. Les matériaux magnétiques ont une mémoire. Pour une valeur donnée du champ magnétique H , plusieurs états stables de la matière sont possibles et par-là,

plusieurs valeurs de l'induction. Pour évaluer la caractéristique $\mathbf{B}(\mathbf{H})$, il faudra connaître le passé du matériau. On dira communément son histoire. La forme des courbes $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ dépendent alors des formes d'onde du champ exciteur.

I/2.1.4. Une loi hystérétique

La résolution des équations du champ électromagnétique est subordonnée à la connaissance d'une loi liant l'induction et le champ magnétique. Des études sont menées pour y parvenir. Il faut alors passer par l'étude des mécanismes de l'hystérésis et en amont à l'étude de l'organisation de la matière aimantée.

I/2.2. L'organisation de la matière

I/2.2.1. Anisotropie

Les atomes sont arrangés dans un cristal. Il existe donc d'importantes symétries. Dans ce cristal, toutes les directions ne sont pas équivalentes. Les énergies mise en jeu vont faire apparaître, pour les moments magnétiques, des directions privilégiées. Lorsque le champ appliqué sur le matériau est faible, les moments adoptent une des directions caractéristiques. Elles correspondent aux arêtes des mailles du cristal pour le fer et ses alliages [CHI 64][BOZ 51][KED 98].

I/2.2.2. Parois et domaines

I/2.2.2.a. définition

Dans le matériau, les moments s'organisent de manière cohérente. Si on se place à faible champ, on peut observer qu'ils se regroupent en domaines (cf. figure I.6). Un domaine est une portion du cristal où les moments ont tous même direction et même sens. La séparation entre deux domaines s'appelle une paroi ou paroi de Bloch. Lorsque le champ externe varie, l'organisation des domaines évolue de sorte à minimiser l'énergie interne du matériau.

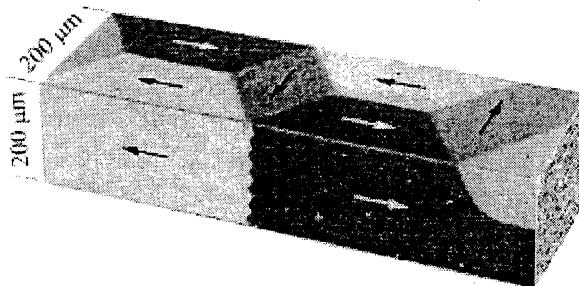


FIGURE I.6 : Domaines observés par méthode magnéto-optique (barre d'acier) [HUB 98].

I/2.2.2.b. rotation cohérente des moments

Lorsque le champ appliqué augmente, chaque domaine tourne de façon cohérente (i.e. les moments du domaine tourne et reste de même sens et même direction) de sorte à s'aligner sur le champ [BRI 97][SMART].

I/2.2.2.c. les parois

Les parois de Bloch ne sont pas rigides, elles se déplacent sous l'action d'une pression magnétique mais elles peuvent également se déformer comme des membranes élastiques. Pour étudier leur comportement, une énergie lui est associée : l'énergie de parois [BRI 97].

I/2.2.2.d. Autre type de domaines

Il est intéressant de remarquer que des comportements analogues se produisent dans d'autres applications de la physique.

◆ effet ferroélectrique

Les cristaux ferroélectriques s'organisent également en domaines. Cette fois, les domaines regroupent des dipôles électriques et non magnétiques. Ceux-ci se réorientent et s'alignent sur le champ électrique comme dans le cas des matériaux magnétiques. Par exemple, le titane de baryum montre des frontières de domaines orientées à 90° et 180° les uns des autres [SMART].

◆ solution chimique

Certaines molécules (CHCl_3 , $(\text{CH}_3)_2\text{CO}$, ...) possèdent des dipôles électriques permanents. A basse température, ces molécules s'orientent de manière cohérente. Cette liaison, appelé interaction de Keesom, est une interaction à courte distance. Elle existe soit en phase liquide, soit en phase gazeuse sous forte pression [GRA 97].

I/2.2.3. Orientation des grains du cristal

I/2.2.3.a. Tôle à grains orientés (GO)

Si en théorie, un cristal est une organisation parfaitement rangée, en pratique, on a affaire à des poly-cristaux (d'acier par exemple), l'organisation n'est parfaite que par portion. En conséquence, on observe une dispersion dans l'orientation des moments au repos. Par des procédés métallurgiques, on contrôle la texture du matériau. C'est le cas des matériaux dit à grains orientés.

On prend à titre d'exemple le cas d'une tôle FeSi à grains orientés (GO) à texture Goss. Le matériau contient en grande partie du Fer qui est connu pour ses propriétés magnétiques. Afin de modifier les propriétés magnétiques, mécaniques et électriques du cristal de fer, on ajoute 3% de Silicium. Le matériau massif est laminé en fines tranches pour obtenir des tôles. Le métal subit aussi des traitements chimiques et thermiques. Les moments magnétiques, dans la tôle GO, au repos, s'orientent suivant 3 directions caractéristiques, avec 2 sens possibles pour chaque direction soit, en tout, 6 orientations distinctes. Si on représente une maille élémentaire du cristal de Fer, les directions se présentent comme dans la figure I.7.

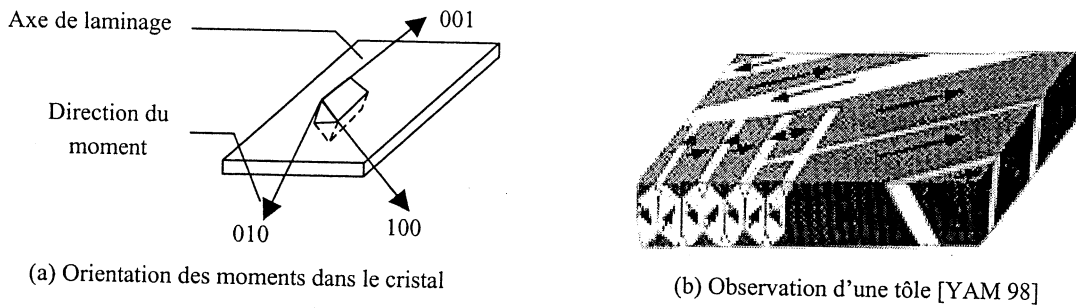


FIGURE I.7 : Directions privilégiées de la tôle GO FeSi.

I/2.2.3.b. Tôle à grains non orientés (NO)

Les tôles à grains non orientés présentent une anisotropie bien moins prononcée. C'est à dire qu'ils présentent des caractéristiques plus ou moins équivalentes suivant toutes les directions de l'espace.

I/2.3. Les mécanismes de l'hystérésis

I/2.3.1. Déplacement de parois

Lorsque le champ augmente, la variation de l'induction est d'abord principalement due à une évolution des domaines. Les domaines dont les moments sont de sens opposés au champ ont tendance à disparaître au profit des autres. C'est dans les parois que les moments changent progressivement de sens. Les parois qui séparent les domaines se déplacent au dépend des domaines amenés à disparaître (cf. figure I.8). Les impuretés et les inclusions du matériau sont autant d'obstacles au déplacement des parois. Celles-ci peuvent alors se bloquer. Leur évolution n'est donc pas continue. Au fur et à mesure, les parois deviennent inutiles et disparaissent [BENAR][BRI 97].

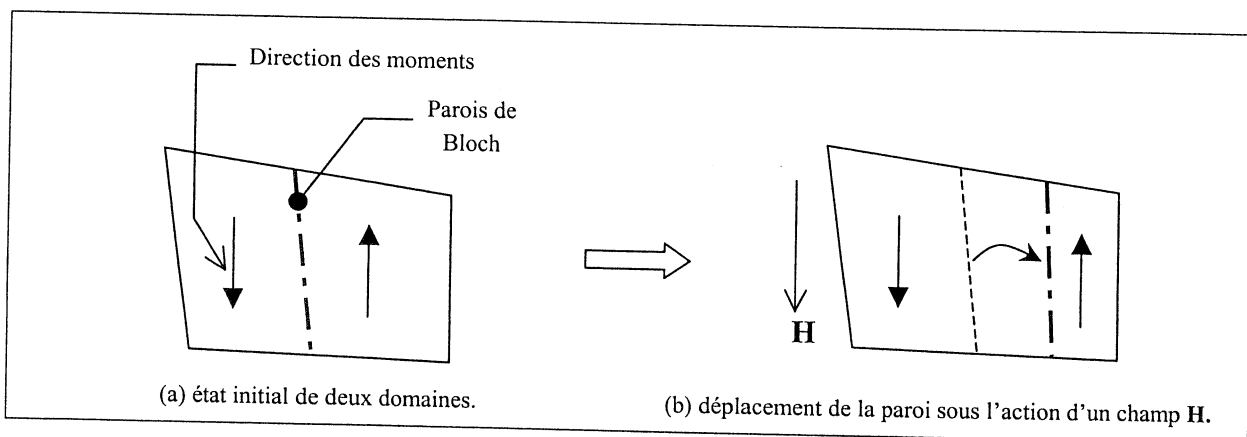


FIGURE I.8 : Déplacement des parois de domaine.

I/2.3.2. Saturation et saturation technique

Si un matériau a n dipôles magnétiques atomiques par unité de volume de moment m alors le moment magnétique par unité de volume (aimantation) quand tous les moments sont alignés est appelé aimantation à saturation M_0 . Cette valeur maximale de l'aimantation est le produit de n et m . On dit que le matériau est saturé.

On distingue également la saturation technique. Dans ce cas, les parois ont disparu et les domaines se sont regroupés en un unique domaine, mais l'aimantation continue à augmenter lorsque le champ augmente [JILES].

I/2.3.3. Rotation cohérente des moments

A faible champ mais surtout aux champs intenses, les moments qui s'orientaient suivant les axes privilégiés du cristal vont pivoter pour s'aligner progressivement avec le champ magnétique [BOZ 51][HUB 98][BER 98][BRI 97].

La figure I.9 montre l'évolution des domaines d'une tôle GO FeSi à texture Goss lorsqu'un champ est appliqué suivant l'axe transverse. Ces images ont été obtenues par une technique magnéto-optique basée sur l'effet Kerr.

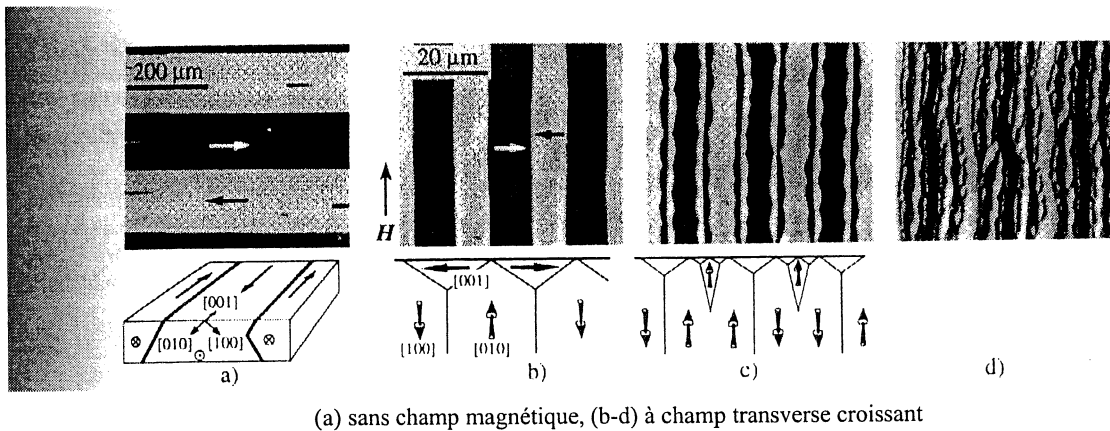


FIGURE I.9 : Evolution des domaines sous l'influence d'un champ magnétique [SCH 98].

En régime quasi-statique, deux phénomènes sont observables. A faible et moyen champ, la variation de l'induction est principalement due aux déplacements des parois de Bloch. Ce phénomène a lieu jusqu'à la saturation technique. Au-delà de la saturation technique, l'induction continue à augmenter. Cette augmentation est le fait de la rotation cohérente des moments magnétiques. Elle s'accompagne de phénomènes magnétostrictifs. Sur un cycle d'hystérésis, la saturation technique est notée par un ralentissement important de l'augmentation de l'induction lorsque le champ s'accroît (cf. figure I.10).

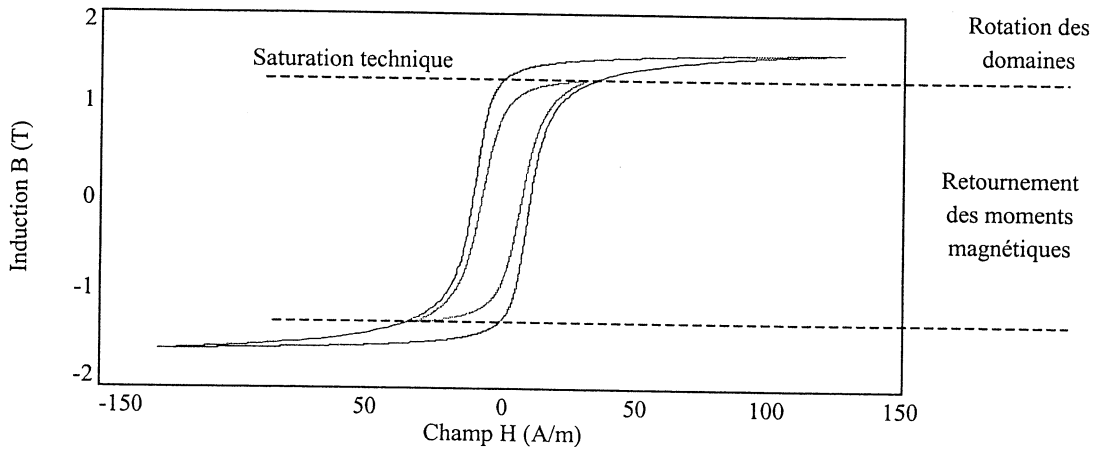


FIGURE I.10 : Les principaux mécanismes (exemple avec une tôle FeSi GO)

I/2.3.4. loi de Rayleigh

Rayleigh a remarqué que sur la courbe de première aimantation, à faible champ, l'induction pouvait être décrite par la loi :

$$B = \mu \cdot H + \nu \cdot H^2 \tag{I.15}$$

où μ et ν sont des constantes. Selon lui, le terme $\mu \cdot H$ représente les variations réversibles de l'induction alors que $\nu \cdot H^2$ représente les variations irréversibles [JILES].

I/2.3.5. Effet de Barkhausen

L'effet Barkhausen est un phénomène de variation discontinue de l'induction magnétique **B** alors que le champ varie de manière continue. Cet effet est visible sur la courbe de première aimantation ou sur un cycle majeur (cf. figure I.11). Cet effet est causé par un déplacement irréversible de parois, soit du fait du décrochement d'une paroi bloquée par des impuretés, soit d'un saut de la paroi dans son avancée. L'effet Barkhausen s'accompagne d'une émission magnéto acoustique (bruit de Barkhausen) [BER 98].

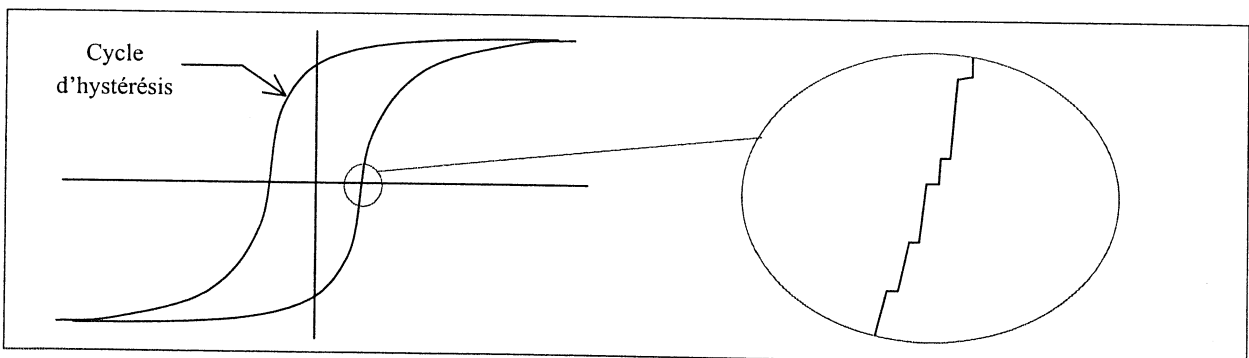


FIGURE I.11 : Effet de Barkhausen.

I/2.3.6. Magnétostriction

Les variations de l'induction s'accompagnent systématiquement de la déformation mécanique du matériau. Ce phénomène est appelé la magnétostriction. La déformation atteint une valeur limite lorsque le champ augmente. La déformation vient du fait que les mailles du cristal dans chaque domaine sont spontanément déformées dans la direction de l'aimantation. Les arêtes des mailles tournent en même temps que l'aimantation des domaines. Il s'ensuit une déformation du cristal entier [CHI 64].

I/2.4. Phénomènes dynamiques

L'induction magnétique dans le matériau n'est pas indépendante de la vitesse du champ magnétique d'excitation. Il existe, dans les matériaux magnétiques, des phénomènes dynamiques.

I/2.4.1. Les courants de Foucault

Tout matériau conducteur, lorsqu'il est soumis à un champ magnétique variable, est le siège de courants induits. Ces courants créent eux-mêmes un champ magnétique qui tend à s'opposer à celui qui lui a donné naissance. Les courants induits modifient donc l'induction du matériau. Les matériaux magnétiques ne font pas exception. Ils sont le siège de courants induits. Suivant la conductivité et la géométrie du matériau, les courants ont plus ou moins de difficulté à se développer mais lorsque la fréquence du champ augmente, ces phénomènes dynamiques deviennent prépondérants [BOZ 51][BER 98].

I/2.4.2. La dynamique des parois

Les mouvements des parois, premiers responsables de la variation de l'induction dans le matériau, ne sont pas instantanés. Aussi, il existe des mécanismes dynamiques mal connus. Le comportement des parois est modifié. Leur nombre augmente avec la fréquence. Si les impuretés du matériau, responsable de pertes en statiques, bloquent le déplacement des parois à très basse fréquence (quasi-statique), on observe par exemple que lorsque la fréquence augmente, les parois peuvent sauter des impuretés sans être gênées dans leur course.

Bien entendu, la rotation des moments magnétiques n'est pas non plus un phénomène instantané [BRI 97][BER 98][KED 98].

I/2.4.3. Le retard

I/2.4.3.a. Ondes magnétiques

Des expériences ont été menées pour étudier la propagation de l'aimantation dans un matériau. Une vitesse de propagation de $20 \cdot 10^3$ cm/s a été mesurée dans un fil d'acier doux de 2mm de diamètre [BOZ 51].

I/2.4.3.b. Traînage magnétique (magnetic lag)

Depuis 1885, Ewing a observé que l'aimantation mettait un certain temps avant d'atteindre sa valeur finale, ce retard n'étant pas dû aux courants induits dans le matériau [BOZ 51].

I/3. MODELES DE COMPORTEMENT DES MATERIAUX

Si l'origine du magnétisme est toujours rattachée à la présence de charges en mouvement, il se manifeste sous des formes diverses et évolue par des mécanismes complexes. Il est alors indispensable de développer des modèles capables de lier le champ d'excitation et l'induction.

I/3.1. Approche simplifiée (Les bases pour la modélisation)

I/3.1.1. Les équations de Schrödinger dans un réseau maillé

I/3.1.1.a. Intérêt des équations

La physique quantique est certainement la base de l'explication des manifestations de l'hystérésis et du magnétisme dans les matériaux. Certainement, la résolution des équations de Schrödinger pour un cristal entier mettrait en évidence les différentes manifestations de l'hystérésis que l'on observe.

I/3.1.1.b. Une résolution impossible

Numériquement, les équations de Schrödinger sont résolues pour une molécule de trois ou quatre atomes, mais la complexité du calcul explose lorsque l'on augmente le nombre d'atomes. Cette résolution est donc impossible pour les matériaux classiques du génie électrique qui compte plusieurs milliards d'atomes.

I/3.1.2. Modélisation

Il n'est pas réaliste aujourd'hui d'entreprendre une démonstration complète, par le calcul, de l'expression de la loi $\mathbf{B}(\mathbf{H})$, que ce soit pour le comportement statique ou dynamique des matériaux. Toutefois, en s'appuyant sur l'observation des matériaux, des hypothèses et des modèles ont été construits. Principalement trois phénomènes sont à la base des modèles réalisés [BRI 97].

I/3.1.2.a. Le déplacement des parois

Le déplacement des parois est lié à l'évolution de l'induction. De nombreux modèles tentent de caractériser cette évolution. On fait intervenir alors les forces magnétiques favorables au déplacement des parois, les impuretés du matériau et des courants microscopiques qui s'opposent au mouvement.

I/3.1.2.b. L'anisotropie

Les modèles vectoriels doivent prendre en compte le fait que l'induction du matériau s'oriente de préférence suivant certaines directions. Cette particularité est prise en compte en associant à la direction des moments du matériau une énergie dite énergie d'anisotropie. L'énergie est alors minimale lorsque le moment est orienté suivant une direction privilégiée du cristal.

I/3.1.2.c. La dynamique d'ordre 1 (déplacement à vitesse constante des parois)

Les phénomènes statiques sont déjà mal maîtrisés. Il s'ajoute en plus des phénomènes dynamiques. Pour les prendre en compte, on fait l'hypothèse que ceux-ci sont principalement conditionnés par la dynamique des parois. Classiquement, on suppose que leur mouvement est décrit par une équation différentielle du deuxième ordre. Alors, lors de leur déplacement, les parois atteignent rapidement une vitesse limite. Ceci conduit à décrire les modèles dynamiques à partir des modèles statiques, en introduisant des termes différentiels.

I/3.2. Les modèles scalaires statiques

I/3.2.1. Modèles de Preisach

I/3.2.1.a. définition

Le modèle de Preisach est aujourd'hui, de loin, le plus répandu des modèles d'hystérésis. Elaboré dans les années 30, il est, à ces débuts, considéré comme un modèle physique de l'hystérésis. A présent, il est considéré et utilisé comme un outil mathématique efficace. Preisach a considéré une infinité d'opérateurs hystérétiques élémentaires $\gamma_{\alpha\beta}$. Chaque opérateur est une fonction décrivant un cycle d'hystérésis élémentaire à deux valeurs possibles (-1 ; 1). Les valeurs α et β correspondent aux valeurs du champ magnétique de commutation en montée et en descente ($\alpha \geq \beta$). Cet opérateur est aussi appelé hystéron (cf. figure I.12a). La fonction finale est obtenue par la somme des hystérons pondérés par un poids $\mu(\alpha,\beta)$. Le modèle de Preisach est alors donné par :

$$f(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \cdot \gamma_{\alpha\beta} \cdot d\alpha \cdot d\beta \tag{I.16}$$

Si on représente dans le plan (α, β) les valeurs des hystérons lorsque le champ varie entre H_s (champ à saturation) et $-H_s$, elles sont contenues dans un triangle appelé triangle de Preisach. Au cours de l'évolution de la fonction les hystérons prennent la valeur 1 ou -1. On constate alors que le triangle peut être séparé par une ligne brisée qui délimite les hystérons positifs (h+) et négatifs (h-) (cf. figure I.12b).

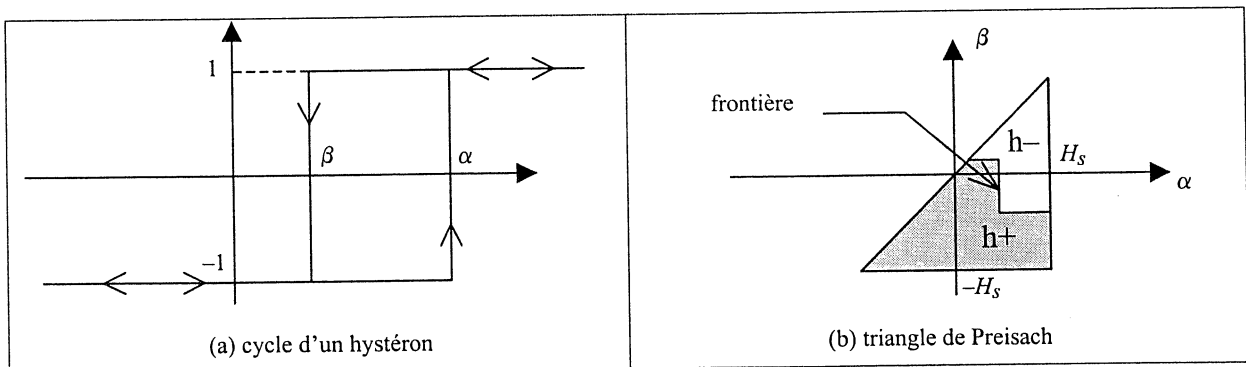


FIGURE I.12 : Opérateur élémentaire $\gamma_{\alpha\beta}$ ou hystéron.

Le modèle de Preisach peut donc s'écrire :

$$f(t) = \iint_{h^+} \mu(\alpha, \beta) \cdot d\alpha \cdot d\beta - \iint_{h^-} \mu(\alpha, \beta) \cdot d\alpha \cdot d\beta \quad (I.17)$$

La valeur de l'aimantation ne dépend donc que de la frontière entre (h+) et (h-). Cette frontière constitue l'histoire du matériau. Son état doit être mémorisé au cours du temps. Pour cela il faudra nécessairement discrétiser le triangle de Preisach [COR 96][MAY 91].

I/3.2.1.b. Propriétés du modèle

◆ Symétrie

Les cycles d'hystérésis sont symétriques, aussi, pour valider cette propriété, on choisit :

$$\mu(\alpha, \beta) = \mu(-\beta, -\alpha) \quad (I.18)$$

◆ Désaimantation

Si à partir de l'état saturé on applique une excitation alternative dont l'amplitude décroît progressivement vers zéro, le modèle tend vers la configuration d'un état désaimanté. Cette propriété correspond bien entendu à ce qu'on observe. Toutefois, si on approche cet état, compte tenu de la discrétisation du triangle de Preisach, il n'est pas effectivement atteint (cf. figure I.13).

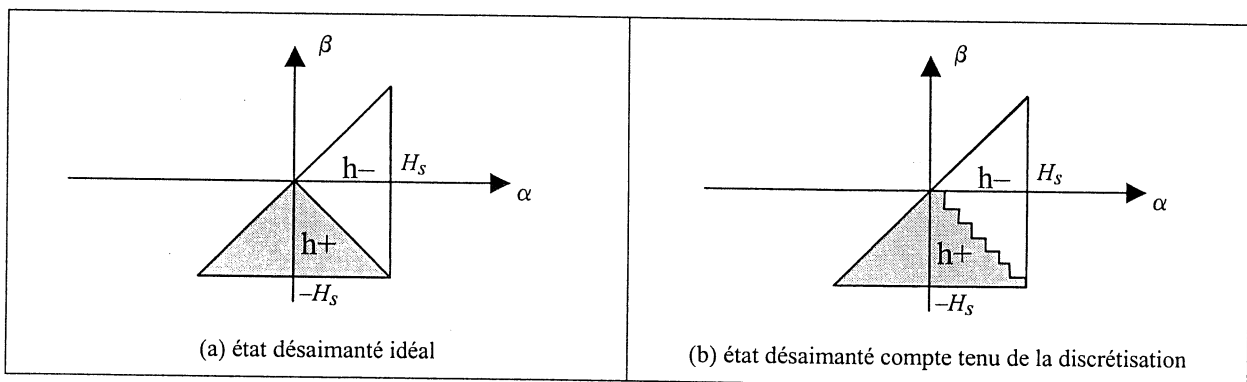


FIGURE I.13 : Triangle de Preisach d'un matériau désaimanté.

◆ Propriété d'effacement

Lorsque le champ alterne entre différents extrema (H_1, H_2, H_3, H_4, H_5), l'extremum dont le module est assez grand efface l'histoire associée aux extrema de module plus faible.

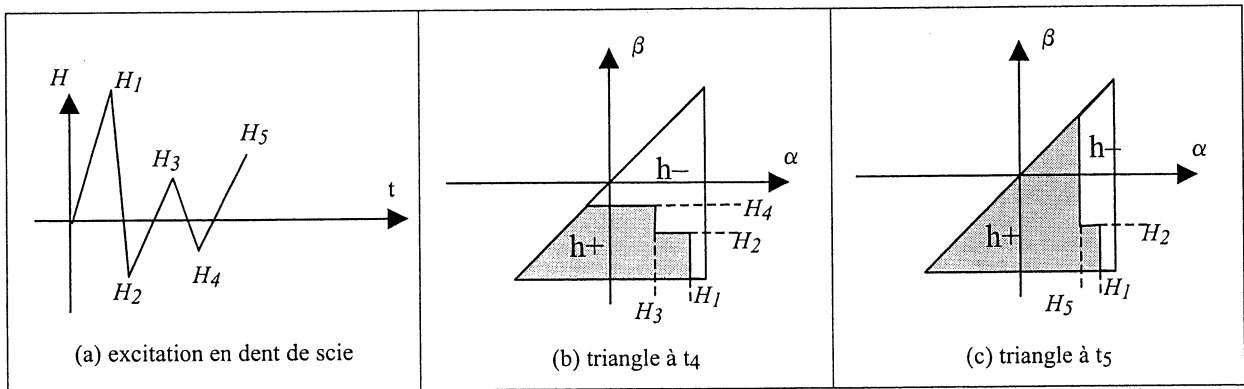


FIGURE I.14 : Propriété d'effacement.

◆ Congruence des cycles mineurs

Si on considère le modèle par rapport à deux excitations différentes dans un premier temps puis qui tendent à osciller entre deux même valeurs H_1 et H_2 , alors, les oscillations amènent le modèle à décrire des cycles mineurs fermés et congruents. Par congruent, on signifie que le cycle mineur de l'une et l'autre des excitations se déduisent par translation.

◆ Identification des paramètres

Plusieurs méthodes ont été mises au point pour identifier les valeurs $P(i, j)$. On distingue la méthode de Biorci [ROU 96] ou la méthode d'Everett et de Lorentz que l'on retrouve au paragraphe IV/5.1. Dans cette thèse, nous avons été amenés à utiliser plus particulièrement la méthode de Mayergoyz.

I/3.2.1.c. application au modèle de Mayergoyz

Le triangle de Preisach est discrétisé en n lignes et n colonnes. Alors l'aimantation vaut :

$$M(H) = \sum_{\substack{0 < i < n \\ 0 < j < n}} P(i, j) \cdot \gamma_{\alpha_i \beta_j} \text{ avec } P(i, j) = \iint_{\substack{\alpha_i < \alpha < \alpha_{i+1} \\ \beta_j < \beta < \beta_{j+1}}} \mu(\alpha, \beta) \cdot d\alpha \cdot d\beta \quad (I.19)$$

La méthode de Mayergoyz consiste à identifier les valeurs $P(i, j)$ pour i et j compris entre 0 et n à partir de courbes de renversement en excitation quasi-statique. Si on analyse l'évolution de la frontière lorsque l'on décrit une courbe de renversement (cf. figure I.15), il se dégage la relation :

$$P(i, j) = \left[M_{\alpha_{i+1}, \beta_j} - M_{\alpha_{i+1}, \beta_{j+1}} \right] - \left[M_{\alpha_i, \beta_j} - M_{\alpha_i, \beta_{j+1}} \right] \quad (I.20)$$

où M_{α_i, β_j} est l'aimantation sur la courbe de renversement de champ maximum α_i pour une valeur β_j du champ [ROU 96].

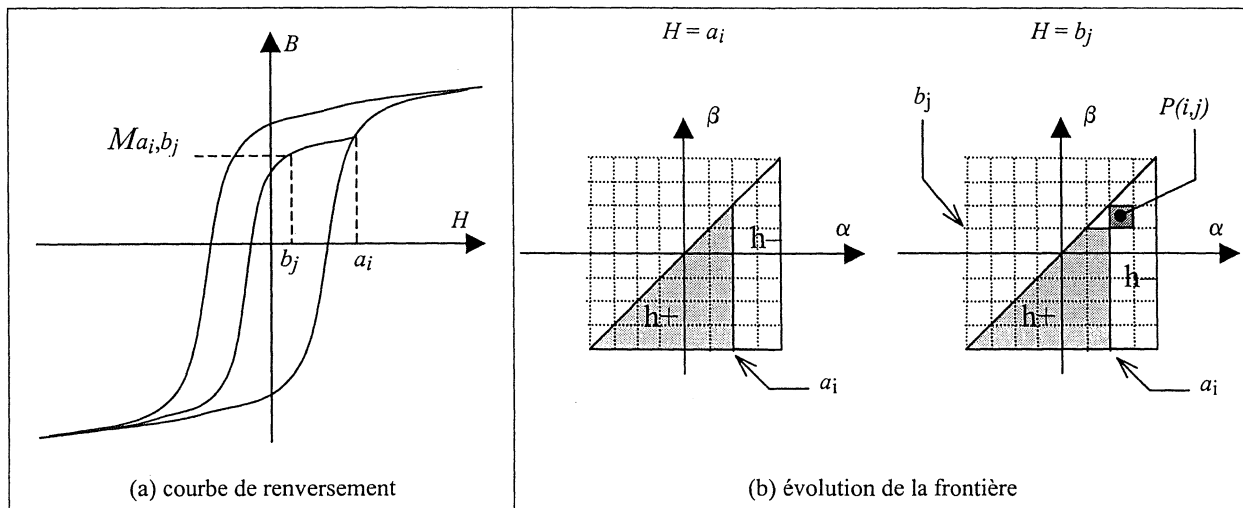


FIGURE I.15 : Evolution de la frontière pour une courbe de renversement.

I/3.2.2. Modèle polynomial (modèle de F. Ossart [OSS 91])

I/3.2.2.a. Définition

Le cycle majeur est approché par trois polynômes de degré respectif 2, 2, 3. Les cycles mineurs sont déduits par l'extrapolation :

$$M_{mineur} = a \cdot M_{majeur} + b \tag{I.21}$$

où M_{mineur} et M_{majeur} sont respectivement les aimantations des cycles mineurs et majeurs, a et b sont des paramètres dépendant du cycle mineur.

I/3.2.2.b. Propriétés

◆ Symétrie

Un choix approprié des constantes a et b permet d'obtenir des cycles symétriques.

◆ Reptation des cycles mineurs

Pour ce modèle, les cycles mineurs ne sont pas stables. En effet, lorsque l'on fait varier le champ entre 2 valeurs H_1 et H_2 , les cycles mineurs se déplacent dans le sens de la saturation positive ou négative suivant que la valeur moyenne du champ appliqué est respectivement positive ou négative, pour se coller au cycle majeur [COR 96].

I/3.2.3. Modèle de Jiles-Atherton

I/3.2.3.a. définition

La théorie de Langevin pour les matériaux paramagnétiques donne l'aimantation qui résulte de l'orientation des moments magnétiques suivant la direction du champ mais perturbée par l'agitation thermique :

$$M_{an}(H) = M_s (\coth(H/a) - H/a) \text{ avec } a = \frac{k \cdot T}{\mu_0 \cdot m} \tag{I.22}$$

où M_s représente l'aimantation à saturation, H est le champ d'excitation appliqué, k la constante de Boltzmann, T la température absolue, μ_0 la perméabilité du vide et m le moment élémentaire.

Pour les matériaux ferromagnétiques, on considère qu'il existe un champ interne (le champ moléculaire de Weiss). Il est alors nécessaire, pour obtenir l'équation de la courbe anhystérétique, de corriger l'équation (I.22) en remplaçant le champ H par le champ d'excitation effectif h donné par:

$$h = H + \alpha M_{an} \quad (I.23)$$

On introduit ensuite la notion d'énergie d'accrochage des parois qui conduit à l'équation donnant la composante irréversible de l'aimantation :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad (I.24)$$

où δ vaut +1 quand H augmente et -1 quand H diminue et M_{irr} est la composante irréversible de l'aimantation. On ajoute enfin la composante réversible de l'aimantation, en supposant que :

$$M_{rév} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (I.25)$$

et $M_{rév}$ est la composante réversible de l'aimantation. Alors, l'aimantation totale satisfait à l'équation :

$$\frac{dM}{dH} = (1-c) \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (I.26)$$

où c est une constante.

I/3.2.3.b. Propriétés

Les cycles ainsi définis sont bien symétriques [DEB 01].

I/3.3. Les modèles vectoriels

Dans de nombreuses applications (simulation des champs dans les transformateurs, les moteurs électriques), il est indispensable de connaître le comportement vectoriel de l'induction et du champ. Des modèles sont développés pour représenter le comportement anisotrope du matériau.

I/3.3.1. Composition de modèles scalaires

I/3.3.1.a. Modèles scalaires orthogonaux indépendants

Une idée simple pour simuler le comportement vectoriel est de projeter les composantes du champ suivant deux axes orthogonaux. Puis, deux modèles scalaires sont utilisés indépendamment pour donner l'induction suivant chaque axe. A fort champ, cette représentation aboutit rapidement à des aberrations. Par exemple, pour une excitation à 45° par rapport à l'axe de référence, l'induction maximale est racine de 2 fois supérieure à celle obtenue pour une excitation suivant l'axe de référence.

I/3.3.1.b. Distribution spatiale de Preisach

La modélisation est améliorée en multipliant le nombre d'axe de projection. Ces axes ne sont plus alors indépendants. Cette représentation a été appliquée avec le modèle scalaire de Preisach. L'identification et l'utilisation de ce type de modèle sont lourdes avec de faibles résultats [COR 96].

I/3.3.2. Modèle de Stoner-Wohlfarth

Ce modèle s'attache à caractériser la rotation cohérente des moments magnétiques. On considère un matériau composé de N particules possédant un moment de module fixe mais capable de tourner. L'aimantation est alors la somme de la contribution de toutes ces particules. Soit :

$$\mathbf{M}(\mathbf{H}) = (M_s / N) \cdot \sum_{i=1}^N \mathbf{m}_i(\mathbf{H}) \quad (I.27)$$

où \mathbf{m}_i est l'aimantation de la particule i normalisée et M_s l'aimantation à saturation. Lorsqu'on applique un champ magnétique, la particule tourne de sorte à minimiser son énergie totale. Cette énergie est la somme de l'énergie magnétostatique et de l'énergie d'anisotropie qui s'écrit :

$$E_a = k_a \cdot \sin^2 \theta \quad (I.28)$$

où k_a est la constante d'anisotropie. L'énergie totale vaut alors :

$$E = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{H} + k_a \cdot \sin^2 \theta \quad (I.29)$$

L'équilibre stable est exprimé par l'annulation de la dérivée de l'énergie et par une dérivée seconde positive, soit :

$$\partial E / \partial \theta = 0 \quad (I.30)$$

$$\partial^2 E / \partial \theta^2 \geq 0 \quad (I.31)$$

L'équation (I.30) admet une ou deux solutions, on parle respectivement d'état stable ou métastable. La frontière entre ces deux solutions est obtenu à partir de (I.31), elle est décrite par l'équation :

$$\partial^2 E / \partial \theta^2 = 0 \quad (I.32)$$

L'équation (I.32) conduit à :

$$|H_x|^{2/3} + |H_y|^{2/3} = H_k^{2/3} \quad (I.33)$$

qui est représentée géométriquement par une astroïde (cf. figure I.16). Lorsque le système évolue à l'intérieur de l'astroïde ou à l'extérieur de l'astroïde, la particule tourne de façon continue et réversible. Par contre, à la traversée de l'astroïde, la particule peut changer de direction par saut et l'évolution est alors irréversible [COR 96].

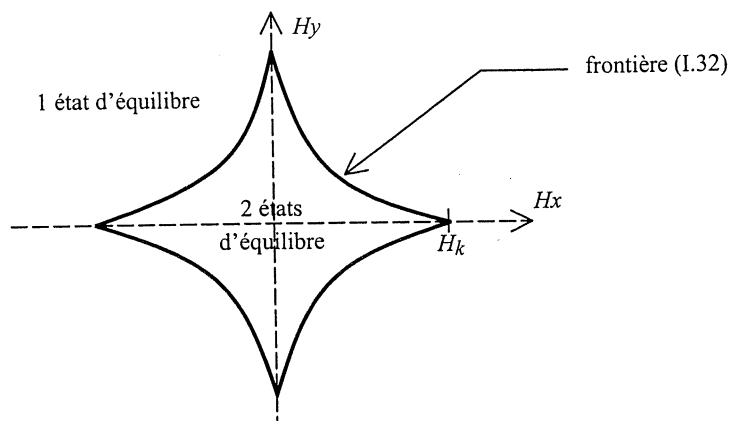


FIGURE I.16 : Astéroïde délimitant l'état stable et métastable.

I/3.4. Les modèles dynamiques

Des modèles capables de prendre en compte les courants induits et les pertes dynamiques de l'hystérésis ont été réalisés. Ils procèdent en faisant intervenir la dérivée première de l'induction et éventuellement du champ. Une équation différentielle est souvent au centre du modèle et son application est associée à un modèle statique de l'hystérésis. On peut citer en exemple le modèle de Chua, le modèle de Coleman Hodgdon [DEB 01] ou encore le modèle dynamique de Preisach [ROU 96].

I/4. OBJECTIFS ET MOYENS D'EXPLORATION

Nous avons vu que de nombreux modèles ont été développés. Des mesures sont nécessaires pour vérifier la validité de ces modèles. Ce paragraphe présente les appareils ou les techniques de mesure utilisés. Les appareils permettent de construire des graphes caractéristiques des matériaux que les modèles, s'ils sont fidèles, permettront de reproduire.

I/4.1. Mesure par le cadre Epstein

I/4.1.1. Banc de mesure

Le cadre Epstein est un dispositif de mesure des propriétés magnétiques des échantillons de tôle. Le cadre développé au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble est conçu pour effectuer des mesures sur des tôles de 30mm de largeur pour 300mm de long. Les échantillons de tôle sont glissés à l'intérieur des bobines excitatrices (cf. figure I.17). Ce sont ces mêmes bobines qui permettent de faire la mesure des grandeurs caractéristiques. On a besoin d'un nombre de tôle multiple de quatre puisque chaque enroulement doit contenir le même nombre de tôles. Aux angles, le circuit magnétique formé par les tôles doit être correctement fermé, pour ce, des cales maintiennent une légère pression sur les différentes couches de tôles.

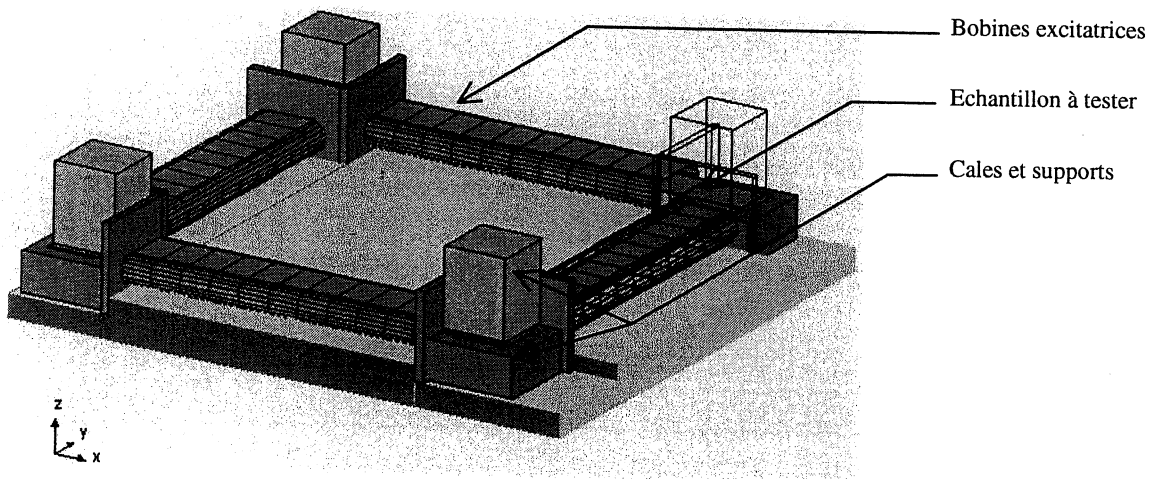


FIGURE I.17 : Présentation du cadre Epstein.

I/4.1.2. Dispositif d'acquisition des mesures

La tension aux bornes des bobines permet de connaître l'induction dans les tôles et le courant dans les bobines donne le champ appliqué. Un dispositif piloté par ordinateur impose soit la tension soit le courant. Les grandeurs sont mesurées et renvoyées vers l'ordinateur qui traite l'information et stocke les résultats.

I/4.2. Mesure vectorielle

I/4.2.1. Mesure en induction circulaire

I/4.2.1.a. diagramme $H_y(H_x)$ et déphasage en régime circulaire

Des mesures ont été effectuées en champ tournant. De manière générale, le module de l'induction est imposé alors que sa direction tourne continûment dans le temps. Le sens de rotation de l'induction par défaut est le sens anti-horaire. Les mesures sont présentées dans deux graphes : le diagramme $H_y(H_x)$ qui donne la composante du champ suivant l'axe Y en fonction de la composante du champ suivant l'axe X, et un diagramme de phase qui donne déphase du champ par rapport à l'induction. Le champ et l'induction n'étant pas colinéaire, un seul graphe ne permet pas de décrire le résultat d'une mesure en régime circulaire [SPO 98].

La figure I.18 présente les courbes du champ obtenues par des mesures en induction circulaire effectuées sur des tôles FeSi à différents niveaux d'induction.

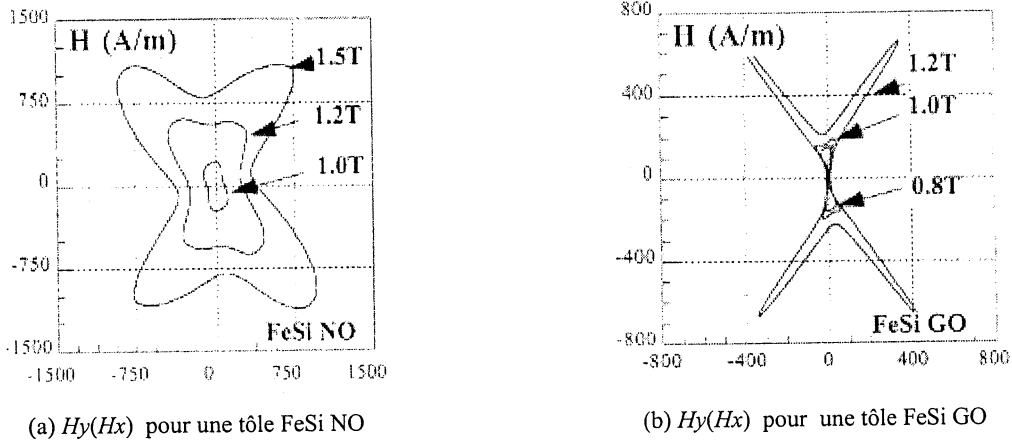


FIGURE I.18 : Diagramme polaire en induction circulaire [KED 98].

I/4.2.1.b. cycles réversibles

[SPO 98] et [MOU 97] présentent une méthode permettant, à partir d'une mesure en induction circulaire dans le sens horaire et d'une mesure dans le sens anti-horaire d'extraire des cycles la composante réversible. C'est à dire les courbes qu'on aurait en absence de perte dans le matériau ou dit autrement, les courbes caractérisant les mécanismes réversibles du matériau. Ces courbes sont appelées cycles réversibles.

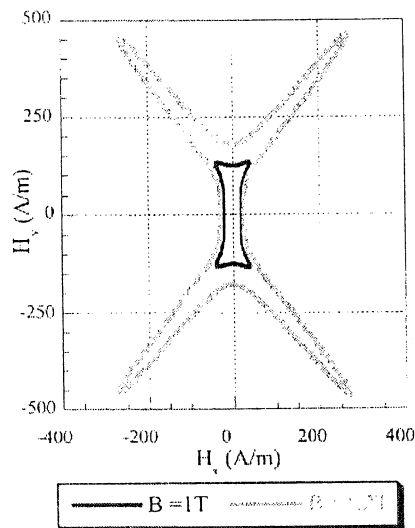
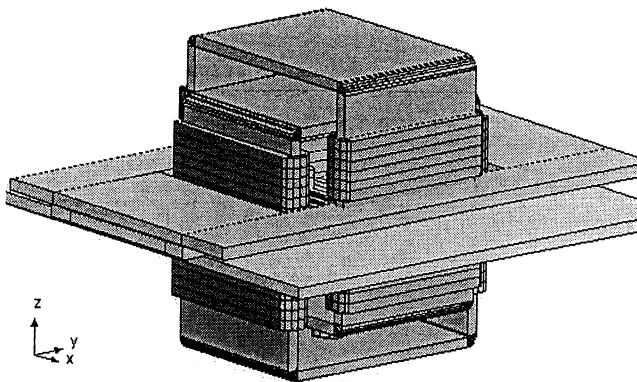


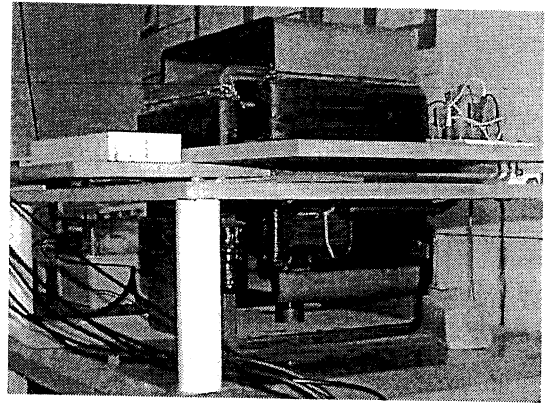
FIGURE I.19 : Cycle réversible d'une tôle FeSi GO [KED 98].

I/4.2.2. Cadre RSST300

Les mesures vectorielles effectuées au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble ont été faites à partir d'un dispositif de caractérisation en 2D appelé RSST300 (Rotational Single Sheet Tester). Les échantillons testés doivent alors être des tôles carrées de 300mm de côté [SPO 98].



(a) schéma



(b) photo du cadre à champ tournant

FIGURE I.20 : Cadre à champ tournant.

I/4.2.2.a. Création d'un champ magnétique

Le circuit magnétique est constitué de quatre culasses et de l'échantillon. Deux culasses conduisent un champ suivant l'axe longitudinal (axe X) et les deux autres conduisent le champ transversal (axe Y). Le champ magnétique est généré par huit bobines (deux par culasse) (cf. figure I.20). L'excitation est choisie de sorte à ce que le champ se referme dans l'échantillon. Un entrefer de 1,5mm est imposé à l'aide de cales (non représentées sur les figures) entre l'échantillon et les culasses enfin d'obtenir un champ plus uniforme dans l'échantillon. Sur la figure I.21, une culasse a été supprimée pour montrer plus clairement comment se dispose la tôle et les dispositifs de mesure.

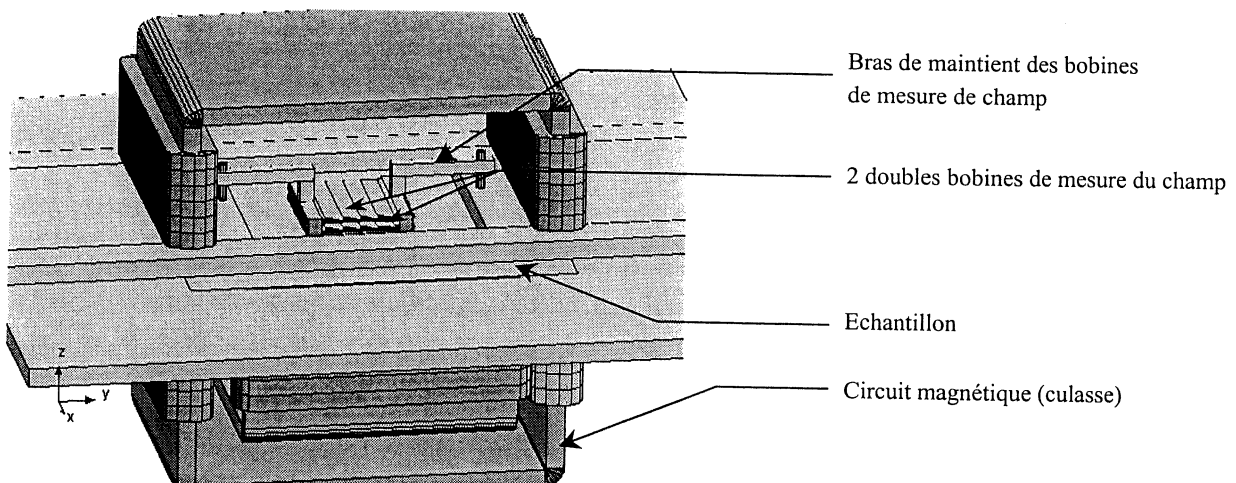


FIGURE I.21 : Cadre à champ tournant sans la culasse supérieure.

I/4.2.2.b. Dispositifs de mesures

L'induction \mathbf{B} dans l'échantillon est mesuré à partir de deux bobines (d'axe X et Y) entourant l'échantillon sur une longueur de 80mm. Elles sont représentées en figure I.22. Le champ magnétique \mathbf{H} est mesuré dans l'air, près de la tôle: deux bobines (d'axe X et Y) sont placées à une distance z_1 de la tôle et deux autres à une distance z_2 . A partir de la mesure du champ à la distance z_1 et z_2 , il est possible d'approcher finement le champ au niveau de la tôle [SPO 98]. La figure I.21 montre la disposition des bobines de mesure du champ.

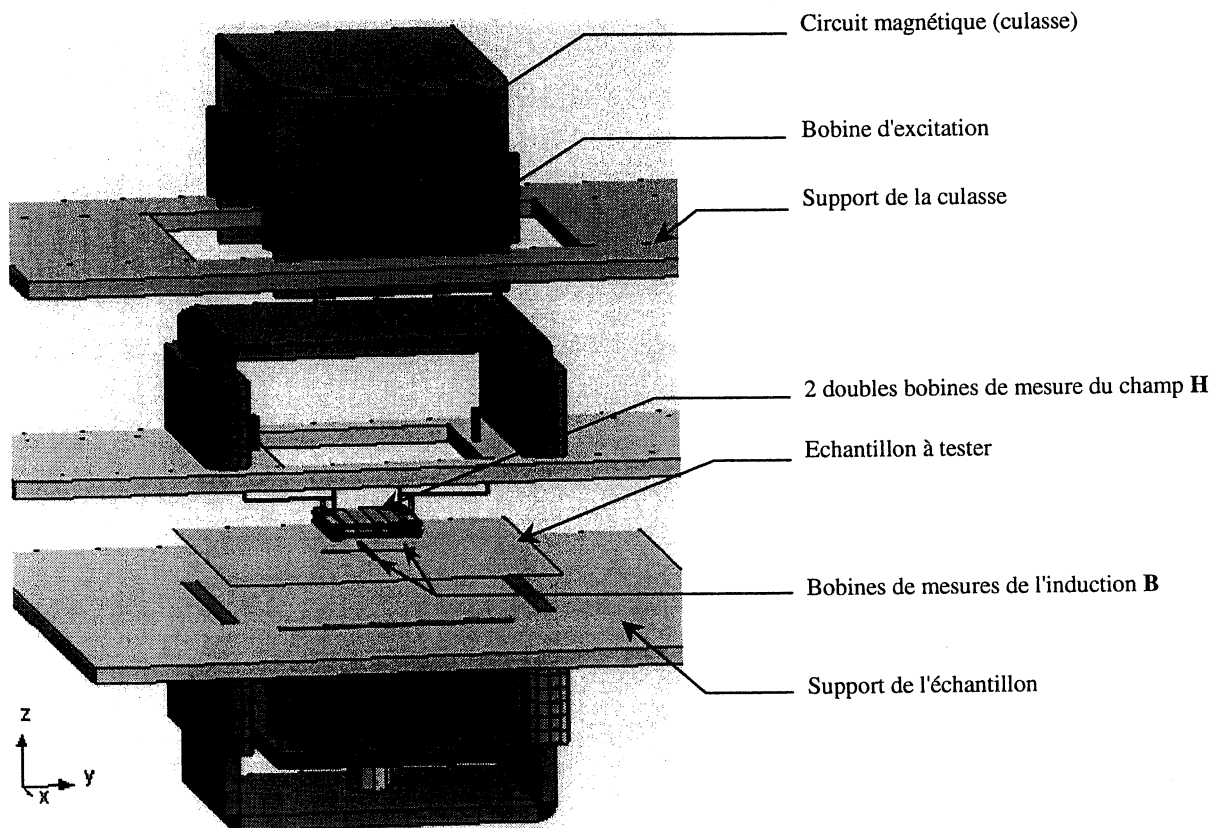


FIGURE I.22 : Cadre à champ tournant, vue éclatée.

I/4.3. Observation par effet Kerr

Dans ce document, des images de domaines magnétiques sont présentées. Celles-ci ont été obtenues par des techniques d'observation basées sur l'effet Kerr. Cette technique d'imagerie est basée sur les propriétés magnéto-optique de la matière. Un faisceau lumineux polarisé qui se réfléchit sur la matière aimantée subit de faibles rotations de sa polarisation. Observer avec un microscope polarisant, la lumière devient visible ou invisible suivant sa polarité et reflète ainsi une apparence de l'organisation des moments de la matière [HUB 98][COE 96].



Chapitre II / Nouveaux modèles
scalaires de représentation des
matériaux magnétiques



Chapitre II / Nouveaux modèles scalaires de représentation des matériaux magnétiques

Dans ce chapitre, deux nouvelles méthodes de modélisation des matériaux magnétiques sont présentées. Elles sont basées sur des considérations physiques. Dans un premier temps, on cherche à caractériser le comportement statique puis dans un deuxième temps le comportement dynamique des tôles.

II/1. MODELE STATIQUE

II/1.1. Elaboration d'une théorie du mécanisme quasi-statique

II/1.1.1. Le modèle chimique

II/1.1.1.a. Une analogie à la chimie

Les phénomènes qui se manifestent dans le matériau magnétique sont complexes : aspect quantique, existence de parois, déplacement de parois, énergie d'échange, répulsion électrostatique. On se propose d'utiliser une astuce pour en contourner la complexité. Le principe est le suivant : Les domaines et les parois sont la solution choisie par la nature pour minimiser l'énergie totale du système. L'approche sera donc thermodynamique. On constate ensuite que le moment magnétique étant quantifié, des moments de sens différents peuvent constituer des espèces chimiques distinctes (leur état quantique est distinct). Les liaisons dipolaires (liaison créée par des moments) sont des liaisons inter atomiques sont d'autant plus fortes que les atomes sont rapprochés [GRA 97]. Dans un solide, elles s'en trouvent donc renforcées.

Tous ces éléments laissent penser qu'entre les moments du cristal, il existe une interaction comparable à celle qui existe dans les solutions chimiques, les retournements des moments autour des parois de Bloch, qui se produisent lorsque l'induction varie, pourraient être comparables aux transformations électroniques qui se produisent lors des réactions chimiques. On se propose alors d'établir un parallèle entre les phénomènes magnétiques et les réactions chimiques.

II/1.1.1.b. Choix d'un échantillon

La structure en domaine relativement simple de la tôle GO FeSi à texture Goss se prête bien au travail d'analyse et de compréhension des phénomènes. C'est pourquoi elle est choisie comme référence pour la réalisation d'un modèle scalaire. Dans cette partie on s'attache à caractériser le comportement d'une tôle excitée suivant l'axe longitudinal. Tant qu'on est en dessous de la saturation technique, le comportement de la tôle est essentiellement régi par une

structure en domaine à 180° dont les moments sont parallèles et orientés des sens opposés (+) et (-) (cf. figure II.1).

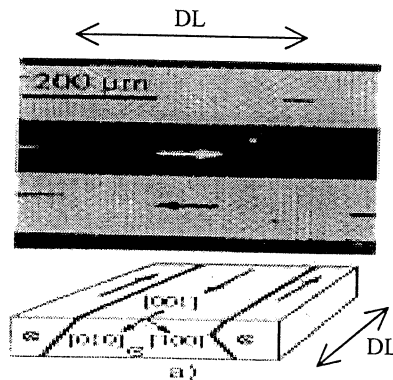


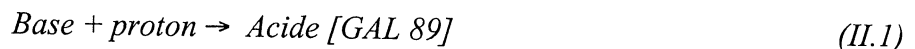
FIGURE II.1 : Observation par effet Kerr des domaines d'une tôle à texture Goss [SCH 98].

II/1.1.1.c. La réaction chimique

Dans une réaction chimique, on est en présence d'un composant qui réagit pour en donner un deuxième. Typiquement dans une réaction acide base, l'acide cède la place à la base. Par analogie, dans le FeSi, nous sommes en présence d'un atome du cristal de fer dont le moment magnétique orienté dans le sens positif qui cède la place à un atome dont le moment magnétique est orienté dans le sens négatif.

Les mécanismes des réactions chimiques n'en sont pas moins complexes que ceux de l'hystérésis. Cependant des travaux basés sur la thermodynamique chimique permettent de caractériser l'état d'équilibre quasi statique.

Dans le cas d'une réaction acide – base, on aura :



Dans le cas du magnétisme, lorsque H augmente, la réaction est :



où s^- désigne un moment magnétique orienté dans le sens négatif, s^+ un moment magnétique orienté dans le sens positif, h une quantité liée au champ H appliqué.

Nous sommes en présence d'entités chimiques qui vont réagir entre elles. Les entités s^+ et s^- sont identifiées par les atomes qui portent ces moments. On interprète h comme le champ apparent vu par s^+ , permettant au système de glisser d'un état (-) vers un autre état (+). La réaction définie en (II.2) doit être irréversible pour traduire le fait que les mouvements des parois soient irréversibles. Donc, lorsque H diminue, on passe de s^+ vers s^- par une autre réaction irréversible :



A présent que l'on a défini les réactions qui ont lieu, mettons les en équations.

On définit pour chaque corps une grandeur que l'on appelle l'activité liée à l'enthalpie libre du corps [GAL 89]. Dans le cas des produits en solution, cette activité est prise égale à la

concentration du produit. L'état d'équilibre correspond à un minimum de l'enthalpie. On définit ainsi une constante dite d'équilibre qui s'écrit, dans le cas de la réaction acide – base (II.1) :

$$K = \frac{[Acide]}{[Base] \cdot [Proton]} \quad (II.4)$$

où [X] désigne l'activité de X.

On considère que dans le cas des éléments s^+ et s^- l'activité est également liée à la concentration des éléments dans le milieu. La concentration dans le matériau des atomes de moments magnétiques positifs est proportionnelle à la somme des moments magnétiques (le volume étant fixe). On prend alors :

$$\begin{aligned} [s^+] &= M^+ / M_0 \\ [s^-] &= M^- / M_0 \end{aligned} \quad (II.5)$$

où M^+ et M^- désigne l'aimantation respectivement de tous les s^+ et de tous les s^- et M_0 l'aimantation maximale liée aux s^+ (ou aux s^-).

L'équilibre du système pour la réaction (II.2) s'écrit :

$$K = \frac{M^+}{M^- \cdot [h]} \quad (II.6)$$

Pour la réaction (II.3) la constante d'équilibre du système s'écrit :

$$K = \frac{M^-}{M^+ \cdot [h']} \quad (II.7)$$

Pour ces deux réactions la constante d'équilibre est identique puisque les deux sens de réaction sont équivalents.

II/1.1.1.d. Potentiel chimique

En chimie analytique, l'équation (II.4) est obtenue en évaluant le potentiel chimique des espèces qui réagissent. Le potentiel d'un élément caractérise la variation de l'énergie liée à la formation de ce composant dans le milieu réactionnel. Ce potentiel est indépendant des réactifs présents dans le milieu réactionnel. La connaissance des potentiels des molécules permet alors d'écrire l'équilibre thermodynamique.

On se propose de déterminer ce potentiel pour les éléments s^+ et s^- par le calcul thermodynamique en prenant modèle sur le calcul du potentiel chimique des gaz parfaits et de retrouver l'équation (II.6) de l'équilibre thermodynamique.

On considère uniquement les énergies internes du matériau. Si on note M^+ le moment ($\mathbf{M}^+ = M^+ \cdot \mathbf{u}_x$ où \mathbf{u}_x est la direction de laminage) créé localement par N atomes s^+ du métal. On introduit un champ magnétique fictif h_{int}^+ ($\mathbf{h}_{\text{int}}^+ = h_{\text{int}}^+ \cdot \mathbf{u}_x$) tel que l'énergie des N atomes vaut alors :

$$E = -\mu_0 M^+ h_{\text{int}}^+ \quad (II.8)$$

h_{int}^+ et M^+ sont des grandeurs d'états. Cette énergie doit être liée à l'énergie cinétique des électrons du métal. Elle est donc liée à la température. Donc, $E = \xi \cdot N \cdot f(T)$ où T est la température et ξ un nombre compris entre 0 et 1 qui reflète la répartition de l'énergie suivant les différents systèmes (atomes s^+ , atomes s^-). Par comparaison aux gaz parfaits on note $f(T) = k_T T$, où k_T dépend de la température. Si le matériau est soumis à un champ h_{ext} ($\mathbf{h}_{\text{ext}} = h_{\text{ext}} \cdot \mathbf{u}_x$) créé par des sources extérieures, on a :

$$E = \xi \cdot N \cdot k_T \cdot T \quad (\text{II.9})$$

soit,

$$-\mu_0 M^+ h_{\text{int}}^+ = \xi \cdot N \cdot k_T T \quad (\text{II.10})$$

Il apparaît alors que le champ interne est dû en partie à des sources extérieures de champ mais également à des sources intérieures. La variation de l'énergie interne des atomes s^+ vaut :

$$dU^+ = -\mathbf{h}_{\text{ext}} \cdot \mu_0 d\mathbf{M}^+ - h_{\text{int}}^+ \cdot \mu_0 dM^+ - dQ \quad (\text{II.11})$$

où Q désigne les pertes subies par le système. Il s'exprime en fonction de l'entropie S :

$$dQ = T \cdot dS \quad (\text{II.12})$$

A température constante, avec (II.10) et (II.11) on a :

$$dU^+ = -\mathbf{h}_{\text{ext}} \cdot \mu_0 d\mathbf{M}^+ + \xi N k_T T \cdot \frac{dM^+}{M^+} - T \cdot dS \quad (\text{II.13})$$

alors,

$$U^+ = U_0(T) + \mu_0 (\mathbf{M}^+ - M_0 \cdot \mathbf{u}_x) \cdot \mathbf{h}_{\text{ext}} + \xi \cdot N \cdot k_T T \ln \left(\frac{M^+}{M_0} \right) - T \cdot S \quad (\text{II.14})$$

où M_0 est la valeur maximale de l'aimantation, U_0 une constante fonction de la température.

On calcule le potentiel chimique par $\eta^+ = \frac{\partial U^+}{\partial \xi}$ [MAR 95].

$$\eta^+ = T \cdot \frac{\partial S}{\partial \xi} - \mu_0 \mathbf{h}_{\text{ext}} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}^+}{\partial \xi} + N \cdot k_T T \ln \left(\frac{M^+}{M_0} \right) + \frac{\xi}{M^+} \cdot N \cdot k_T T \cdot \frac{\partial M^+}{\partial \xi} \quad (\text{II.15})$$

D'après (II.10)

$$\frac{\partial M^+}{\partial \xi} = - \frac{N \cdot k_T T}{\mu_0 h_{\text{int}}^+} = \frac{M^+}{\xi} \quad (\text{II.16})$$

On suppose que les pertes sont proportionnelles à l'avancement de la réaction, soit :

$$T \cdot \frac{\partial S}{\partial \xi} = \text{constante}(T, \text{signe}(\partial \xi)) \quad (\text{II.17})$$

Alors le potentiel chimique peut s'écrire :

$$\eta^+ = \eta_0^+(T, \text{signe}(\partial \xi)) - \mu_0 \mathbf{h}_{\text{ext}} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}^+}{\partial \xi} + N \cdot k_T T \ln \left(\frac{M^+}{M_0} \right) \quad (\text{II.18})$$

L'équilibre thermodynamique est obtenu en annulant le potentiel chimique total des éléments s^+ et s^- ($\eta^- - \eta^+ = 0$) [MAR 95]. Soit,

$$\left(\eta_0^- - \eta_0^+\right) - \mu_0 h_{ext} \left(\frac{\partial M^-}{\partial \xi} - \frac{\partial M^+}{\partial \xi} \right) + N \cdot k_T T \ln \left(\frac{M^-}{M^+} \right) = 0 \quad (II.19)$$

Lorsque le nombre de parois tendent vers 0, alors on a :

$$\lim \left[\mu_0 h_{ext} \left(\frac{\partial M^-}{\partial \xi} - \frac{\partial M^+}{\partial \xi} \right) \right] = -\mu_0 h_{ext} \cdot (2 \cdot M_0) \quad (II.20)$$

Pour prendre en compte les parois, on introduit donc le paramètre h défini par :

$$\mu_0 h_{ext} \left(\frac{\partial M^-}{\partial \xi} - \frac{\partial M^+}{\partial \xi} \right) = -\mu_0 h \cdot (2 \cdot M_0) \quad (II.21)$$

h est appelé partie active de h_{ext} .

On a alors :

$$\left(\eta_0^- - \eta_0^+\right) + \mu_0 h \cdot 2 \cdot M_0 + N \cdot k_T T \ln \left(\frac{M^-}{M^+} \right) = 0 \quad (II.22)$$

soit,

$$\left(\frac{M^-}{M^+} \right) = \exp \left(-\frac{(\eta_0^- - \eta_0^+)}{N \cdot k_T T} - h \cdot \frac{2 \cdot \mu_0 \cdot M_0}{N \cdot k_T T} \right) \quad (II.23)$$

ou,

$$\frac{M^-}{M^+} \cdot \exp \left(h \cdot \frac{2 \mu_0 \cdot M_0}{N \cdot k_T T} \right) = \exp \left(-\frac{(\eta_0^- - \eta_0^+)}{N \cdot k_T T} \right) = K(T) \quad (II.24)$$

On retrouve ainsi l'équation (II.6) par le calcul.

II/1.1.1.e. Equation de conservation, calcul de la partie active

On veut lier la partie active h et le champ extérieur h_{ext} par une équation de conservation. De cette idée, on veut utiliser une notion de probabilité. Le nombre d'occurrence d'un état i d'énergie E_i , s'écrit souvent en probabilité :

$$occurrences = \exp(E_i/E_0) \quad (II.25)$$

On écrit alors l'équation de conservation :

$$\exp \left(\frac{\mu_0 m_0 \cdot h}{E_0} \right) = \exp \left(\frac{\mu_0 m_0 \cdot h_{ext}}{E_0} \right) + b \quad (II.26)$$

où m_0 est le moment magnétique d'un atome du cristal, b est une constante dépendant des conditions initiales.

On vérifie bien que lorsque h_{ext} tend vers l'infini, le nombre de parois tend vers 0 donc h tend vers h_{ext} .

II/1.1.1.f. Identification du modèle

Les éléments ci-dessus permettent de construire le modèle. Les équations, lorsque le champ H augmente, s'écrivent :

$$\begin{cases} \exp(\gamma \cdot h) = \exp(\gamma \cdot H) + b \\ \frac{M^-}{M^+} \exp(\beta \cdot h) = K \end{cases} \quad (II.27)$$

où γ , β et K sont des constantes, $H = h_{ext}$ est le champ magnétique. L'induction magnétique est assimilée à la polarisation J et est donnée par :

$$J/J_{sat} = (M^+ - M^-)/M_{sat} \quad (II.28)$$

où J_{sat} est l'induction à la saturation technique et M_{sat} la valeur correspondante du moment. Après résolution, lorsque le champ magnétique H augmente, on a :

$$J = J_{sat} \cdot \tanh[(\beta/2\gamma) \cdot \ln(\exp(\gamma H) + b) - \beta \cdot H_c/2] \quad (II.29)$$

où H_c est le champ coercitif. La condition initiale s'écrit lorsque H augmente :

$$\begin{cases} b = \left(K \cdot \frac{J_{sat} + J_i}{J_{sat} - J_i} \right)^{\gamma/\beta} - \exp(\gamma \cdot H_i) \\ K = \exp(\beta \cdot H_c) \end{cases} \quad (II.30)$$

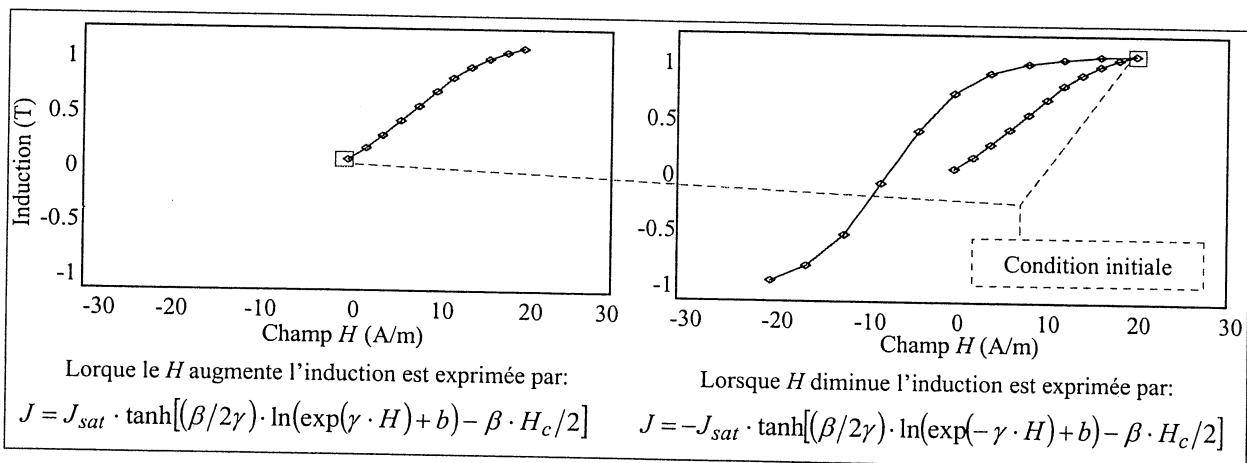


FIGURE II.2 : Gestion de l'historie.

Le modèle est caractérisé par quatre paramètres qui peuvent être identifiés par deux cycles centrés, l'un obtenu à saturation technique et l'autre à un niveau plus bas d'induction.

On utilise d'abord le cycle obtenu à saturation technique. Il donne directement la valeur $J_{renv\ max}$, qui est la valeur maximale de l'induction, la valeur H_c qui est le champ coercitif pour ce cycle. Puis, en comparant le cycle mesuré et le cycle simulé, β est obtenu en faisant correspondre la pente du cycle. Finalement, en comparant le deuxième cycle mesuré et son équivalent simulé, on fait varier γ jusqu'à ce que le modèle s'aligne à la mesure. Le tableau II.1 et la figure II.3 donne les résultats de l'identification.

TABLEAU II.1 : Paramètres du modèle

B_{sat} (T)	H_c (A/m)	β (m/A)	γ (m/A)
1.3	7.45	0.2	0.17

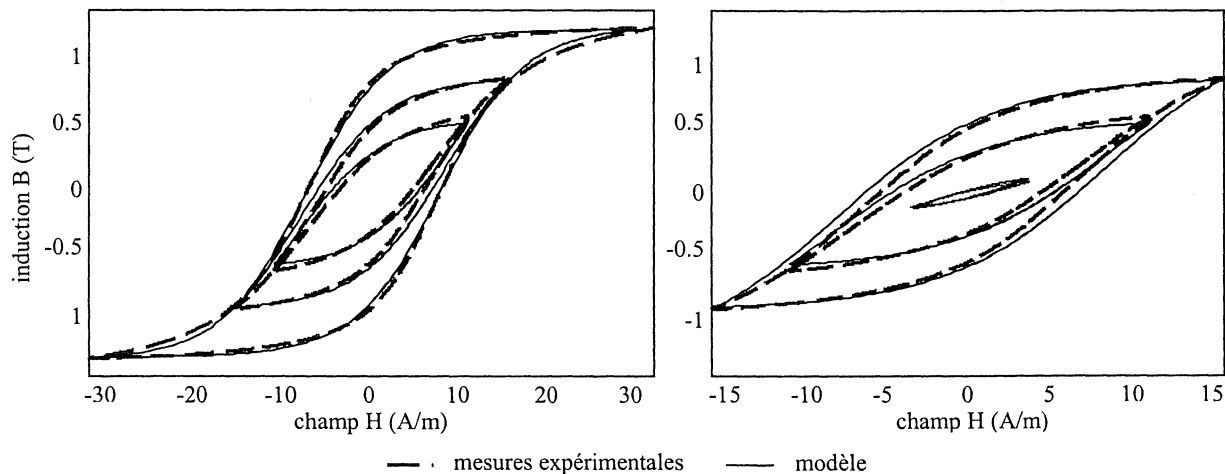


FIGURE II.3 : Identification et réponse du modèle.

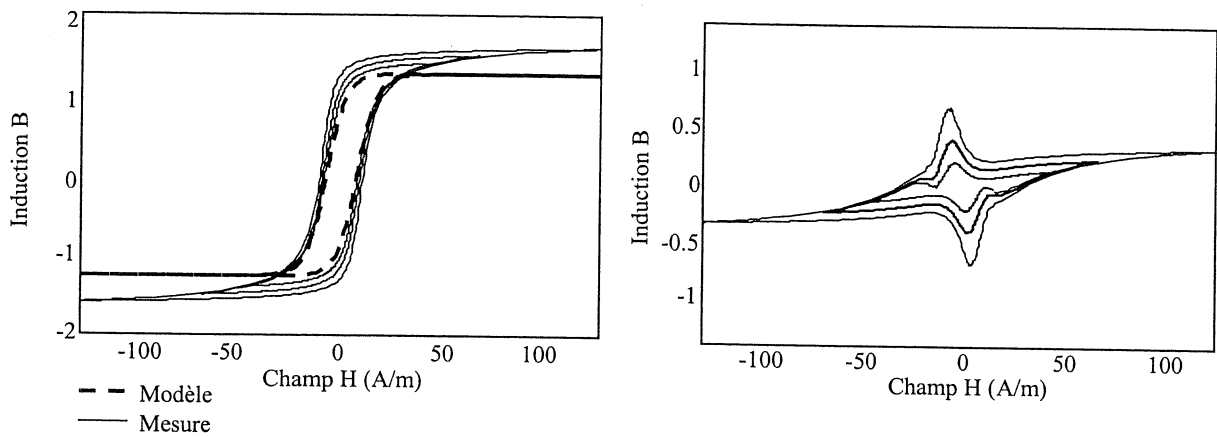
II/1.1.1.g. Conclusion

Pour la première fois, nous avons établi un parallèle entre les mécanismes propres au magnétisme et les mécanismes propres aux réactions dans les solutions chimiques. On appelle alors modèle chimique l'algorithme mathématique supposé caractériser les mouvements de parois dans les matériaux, inspiré d'une analogie avec les méthodes mathématiques de la chimie analytique.

II/1.1.2. Modèle de rotation des moments

II/1.1.2.a. Principe

Le modèle chimique décrit uniquement les retournements des moments magnétiques et donc les déplacements de parois. A champ d'excitation élevé, les mécanismes de rotation des moments interviennent. Pour simplifier, on suppose que les deux phénomènes sont indépendants. Des mesures ont été effectuées sur une tôle GO FeSi, avec une induction sinusoïdale. La figure II.4b présente les écarts entre le modèle et la mesure lorsque la saturation technique est dépassée. Au vu des résultats, il semble possible qu'une part importante des moments ne participe pas au mécanisme de renversement.

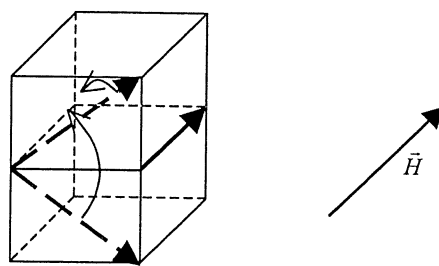


(a) cycle centré au delà de la saturation technique

(b) écart modèle chimique / mesure

FIGURE II.4 : Comparaison modèle chimique - mesures à forte induction.

En supposant une texture Goss parfaite, cette contribution restante peut être attribuée à la rotation des moments dont la direction est orthogonale à l'axe de facile aimantation (cf. figure II.5).


FIGURE II.5 : Rotation des moments selon la direction de H.

II/1.1.2.b. Mise en équations

On considère que la direction de l'aimantation est liée à la taille et à la direction des liaisons atomiques. Par conséquent, la rotation des moments magnétiques est à l'origine de phénomènes magnétostrictifs. Les phénomènes mécaniques n'étant presque jamais réversibles, on suppose qu'il y a simultanément création de pertes mécaniques.

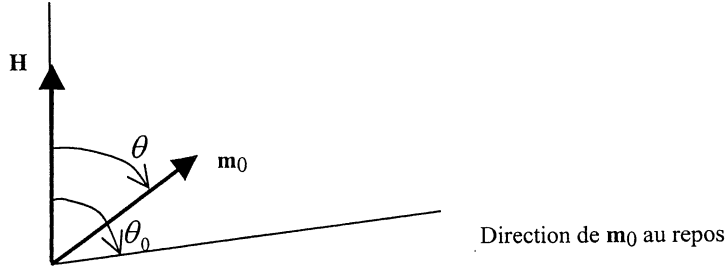
Les énergies mises en jeu sont alors :

- ◆ l'énergie liée à l'action du champ \mathbf{H} sur le moment \mathbf{m}_0 . On l'écrit E_h .
- ◆ l'énergie liée à l'anisotropie mécanique due à la déformation du cristal, E_{meca} .
- ◆ un terme de pertes, P .

Avec les hypothèses précédentes, l'équilibre thermodynamique s'écrit :

$$\frac{\partial E_h}{\partial \theta} + \frac{\partial E_{meca}}{\partial \theta} + \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (II.31)$$

où θ est l'angle $(\mathbf{m}_0, \mathbf{H})$.


 FIGURE II.6 : L'angle $(\mathbf{m}_0, \mathbf{H})$.

Si on considère un moment \mathbf{m}_0 dans un champ interne h , la force qui s'exerce sur \mathbf{m}_0 vaut :

$$\frac{\partial E_h}{\partial \theta} = -\mu_0 |\mathbf{m}_0| \cdot h \cdot \sin(\theta) \quad (\text{II.32})$$

On suppose alors que l'angle de déformation mécanique est une fonction croissante de la variation de l'angle magnétique $(\mathbf{m}_0, \mathbf{H})$. On évalue alors l'énergie mécanique par :

$$\frac{\partial E_{meca}}{\partial \theta} = f(k_c (\theta - \theta_0)) \text{ avec } \theta_0 = \pi/2 \quad (\text{II.33})$$

où f est une fonction qui traduit le fait que pour de faible champ la déformation reste linéaire et reste de faible amplitude lorsque le champ augmente. Des essais nous conduisent à adopter :

$$\frac{\partial E_{meca}}{\partial \theta} = -k_b \text{sh}(k_c (\theta - \theta_0)) \quad (\text{II.34})$$

On suppose enfin que les pertes sont positives et proportionnelles à la variation d'angle :

$$|\partial P / \partial \theta| = p \quad (\text{II.35})$$

On écrit alors lorsque le champ augmente ($\partial P / \partial \theta > 0$) :

$$-\mu_0 |\mathbf{m}_0| h \cdot \sin(\theta) - k_b \text{sh}(k_c (\theta - \theta_0)) + p = 0 \quad (\text{II.36})$$

ou

$$h \cdot \sin(\theta) + k_1 \text{sh}(k_2 (\theta - \theta_0)) - p_0 = 0 \quad (\text{II.37})$$

où k_1 , k_2 et p_0 sont des constantes. Finalement, l'induction due aux rotations des moments vaut :

$$J_{rotation} = J_{rot\ max} \cdot \cos(\theta) \quad (\text{II.38})$$

L'équation (II.37) peut être résolue par une méthode itérative. Il est possible également d'opérer un développement limité à l'ordre 4 au voisinage de $\theta = \theta_0$. On se ramène ainsi à la résolution d'une équation polynomiale du quatrième degré. On a :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{24} h \cdot \sin(\theta_0) \cdot (\theta - \theta_0)^4 - \frac{1}{6} h \cdot \cos(\theta_0) \cdot (\theta - \theta_0)^3 - \frac{1}{2} h \cdot \sin(\theta_0) \cdot (\theta - \theta_0)^2 \\ & + h \cdot \cos(\theta_0) \cdot (\theta - \theta_0) + h \cdot \sin(\theta_0) + k_1 (\theta - \theta_0) + k_3 (\theta - \theta_0)^3 + p_1 = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

où k_1 , k_3 et p_1 sont des constantes. Toutefois l'équation (II.37) donne de meilleurs résultats.

Comme on l'a vu pour le modèle chimique, l'orientation des moments ne peut pas être directement liée au champ extérieur. On va à présent reprendre le concept de partie active qu'on avait utilisé pour construire le modèle chimique. Si on appelle h la partie active de H :

$$\exp(\alpha \cdot h) = \exp(\alpha \cdot H) + d \tag{II.40}$$

où α est une constante caractéristique du matériau et d une constante dépendant des conditions initiales. d peut changer quand $\hat{\theta}$ change de signe.

II/1.1.2.c. Exemple de simulation

On évalue ici la contribution à l'induction magnétique de la rotation des moments. Cette induction donne, selon les hypothèses considérées, des cycles d'hystérésis. Un exemple de simulation, avec des paramètres arbitraires, est présenté au tableau II.2 et à la figure II.7.

TABEAU II.2 : Paramètres arbitraires pour le modèle de rotation.

$B_{rot\ max}$ (T)	α (m/A)	k_1 (A/m)	k_3 (A/m)	p_1 (A/m)
1	0.03	50	0	35

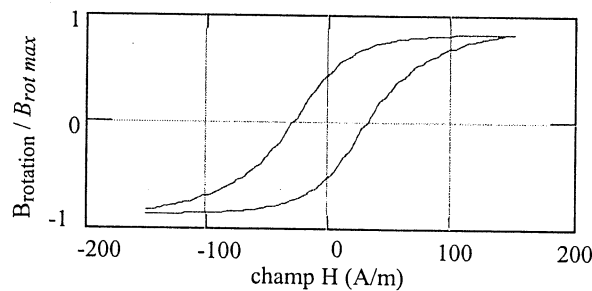


FIGURE II.7 : Exemple de cycle avec le modèle de rotation.

II/1.1.3. Modèle d'hystérésis complet

L'aimantation totale de la tôle est la somme des contributions des moments participant au mécanisme de renversement et des moments participant à fort champ à la rotation cohérente.

$$J = J_{renversement} + J_{rotation} \tag{II.41}$$

II/1.1.3.a. Identification du modèle

Une fois programmé, l'algorithme associé au modèle donne immédiatement des cycles ou des allures typiques des courbes d'hystérésis, l'identification consiste à comparer la courbe simulée à la mesure :

- ♦ On identifie d'abord la composante modélisant l'induction due aux renversements. Cette composante est prépondérante à basse induction. On fixe donc dans un premier temps $J_{rot\ max} = 0$. On procède alors à l'identification avec un cycle centré pour l'induction maximale avant l'intervention de la rotation des moments (On remarque, en général, que le modèle n'est plus capable de suivre la mesure lorsque ce maximum est dépassé) et d'un deuxième cycle centré plus petit comme indiqué au paragraphe II/1.1.1.f.

- ◆ On identifie ensuite la composante modélisant l'induction due aux rotations.
- L'induction à saturation est $B_{sat} = J_{renv\ max} + J_{rot\ max}$ cette valeur est caractéristique de la tôle et donc connue. On en déduit $J_{rot\ max}$. La valeur de $J_{renv\ max}$ pourra éventuellement être faiblement modifiée. A l'aide du cycle majeur (induction la plus élevée disponible) (troisième cycle) :
- k_1 qui modifie la pente du modèle au voisinage du champ coercitif et k_2 qui modifie la pente à très haute induction sont modifiés pour faire correspondre modèle et mesure.
- A ce stade, seul quelque faible écart sépare le modèle de la mesure.
- p_0 est ensuite réglé pour que les pertes à haute induction (aire du cycle, partie supérieure) correspondent entre le modèle et la mesure
- α est ajusté mais son influence n'est pas importante.

TABLEAU II.3 : Paramètres du modèle complet

Modélisation des renversements		Modélisation des rotations	
$J_{renv\ max}$	Induction max. des renversements	$J_{rot\ max}$	Induction max. des rotations
H_c	Paramètres de pertes (~champ coercitif)	p_0 ou p_1	Paramètre de pertes (eq. (II.37) / eq. (II.39))
β	Pente de la courbe majeure	k_1	Pente à faible champ
γ	Détermination des cycles mineurs	k_2 ou k_3	Pente à fort champ (eq. (II.37) / eq. (II.39))
		α	Détermination des cycles mineurs

Les paramètres ont été identifiés à partir de trois cycles obtenus par des mesures suivant l'axe longitudinal d'une tôle GO FeSi à texture Goss. Ils sont présentés au tableau II.4 et au tableau II.5.

TABLEAU II.4 : Paramètres du modèle chimique

$J_{renv\ max}$ (T)	β (m/A)	H_c (A/m)	γ (m/A)
1.1	0.24	8.0	0.2

TABLEAU II.5 : Paramètre du modèle de rotation

$J_{rot\ max}$ (T)	α (m/A)	k_1 (A/m)	k_3 (A/m)	p_0 (A/m)
1.0	0.03	40	399	30

II/1.1.3.b. Résultats

En simulant des cycles centrés, une très bonne fidélité à la mesure est obtenue, même à basse induction comme le montrent la figure II.8, la figure II.9 et la figure II.10.

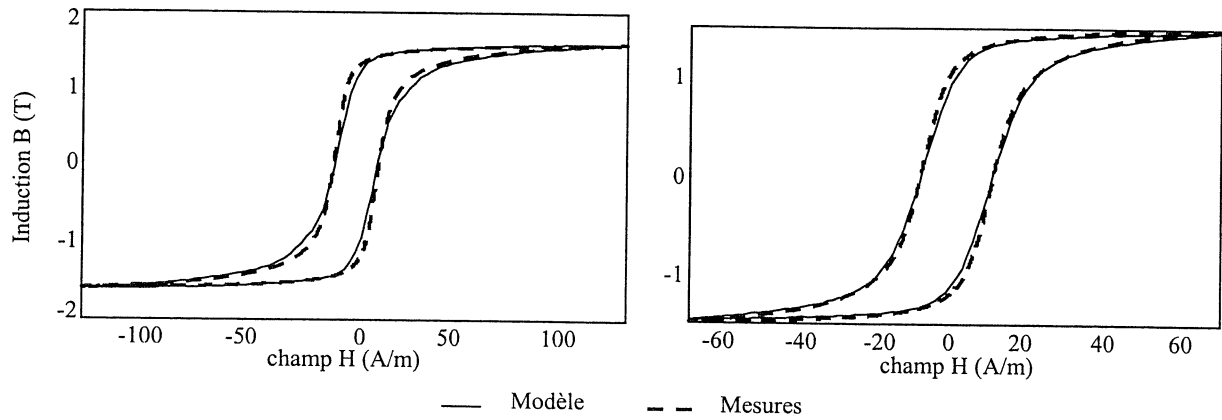


FIGURE II.8 : Résultat de l'identification de la tôle GO FeSi (forte induction).

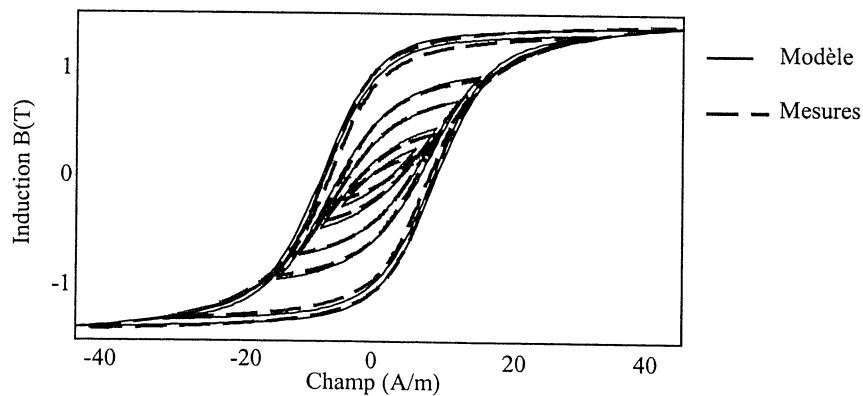


FIGURE II.9 : Résultat de l'identification de la tôle GO FeSi (induction moyenne).

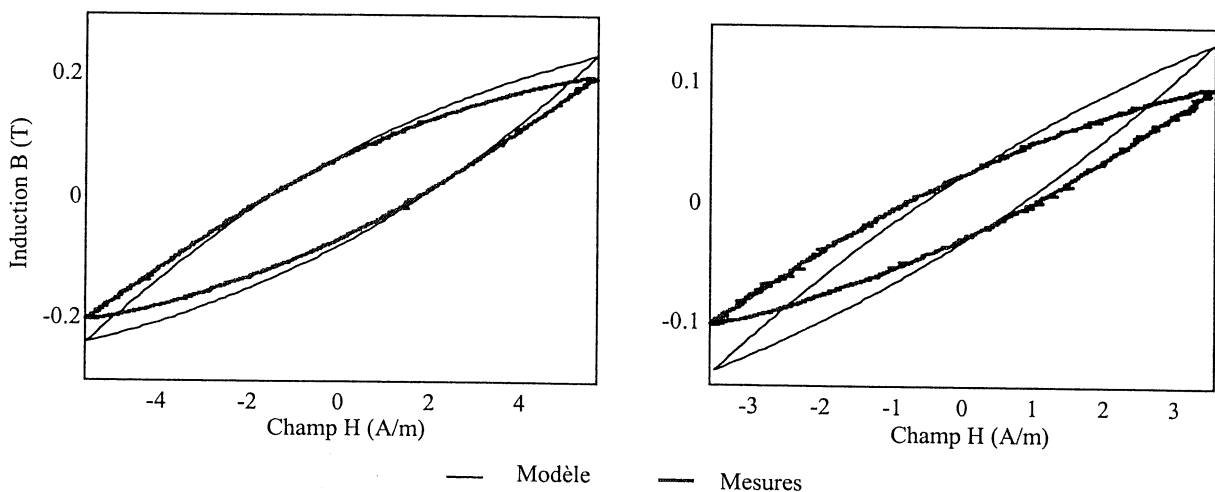


FIGURE II.10 : Résultat de l'identification de la tôle GO FeSi (faible induction).

II/1.2. Une meilleure gestion de l'histoire du matériau

Le modèle chimique a permis de représenter les cycles centrés. On veut maintenant aller plus loin et être capable de simuler des cycles mineurs. Or, si les équations (II.24) et (II.36) semblent bien décrire les énergies mise jeu, des questions se posent sur l'évaluation de la partie active. Le modèle est mis à l'épreuve en utilisant des formes d'onde diverse. La réflexion s'oriente alors sur la caractérisation de la partie active.

II/1.2.1. Mise à l'épreuve du modèle sur des cycles mineurs

Un calcul de la loi $B(H)$ est opéré avec les paramètres donnés au tableau II.4 et au tableau II.5. Des mesures ont été faites sur la tôle FeSi GO, suivant l'axe de facile aimantation, en imposant des formes d'induction non sinusoïdales comportant des harmoniques trois ou cinq. Le modèle et la mesure sont comparés.

Si dans certain cas le modèle reste fidèle à la mesure (figure II.11a), souvent il n'est pas capable de représenter correctement les cycles mineurs (figure II.11b, figure II.12). De manière générale, en observant les courbes, on constate qu'au point de rebroussement l'induction varie plus lentement pour la mesure que pour le modèle. Des modifications sont nécessaires pour permettre un calcul plus précis de l'induction pour des formes d'ondes quelconques.

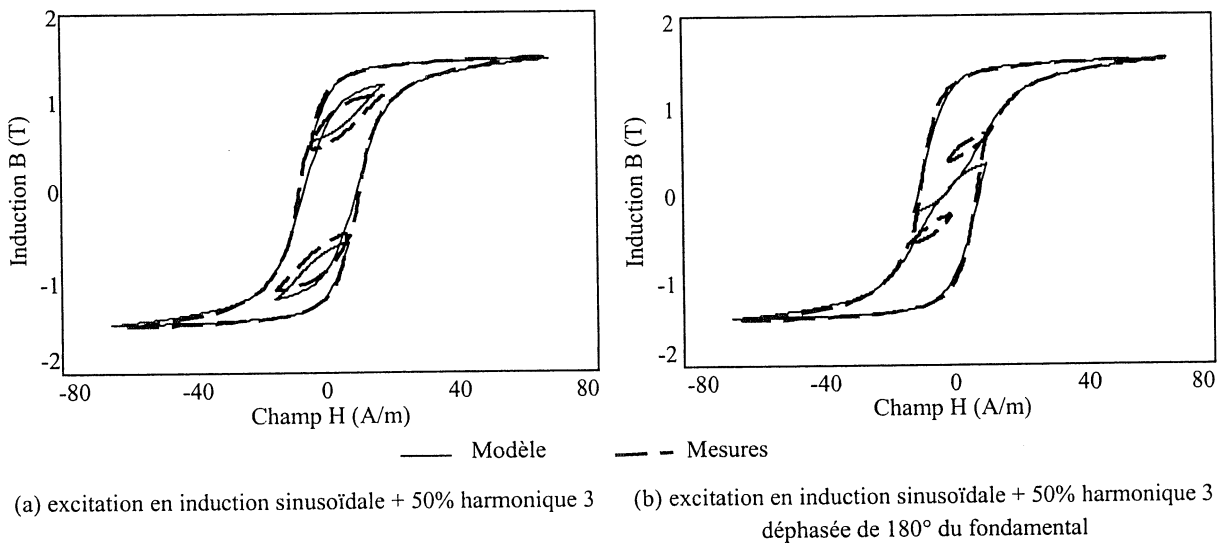
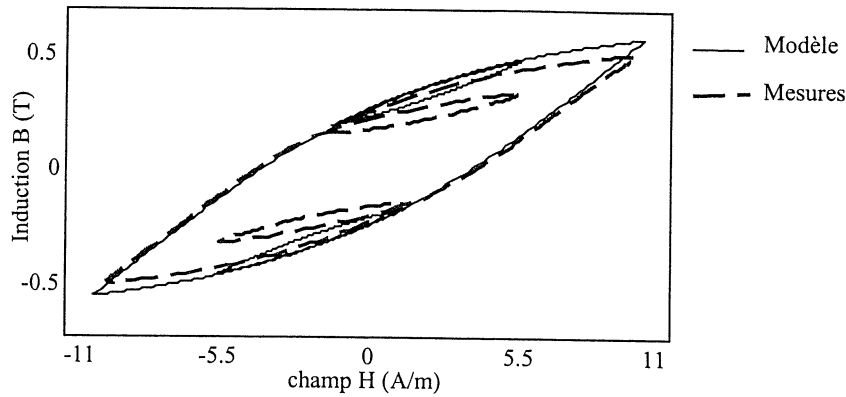


FIGURE II.11 : Comparaison des cycles mineurs.



excitation en induction sinusoïdale +50% harmonique 3

FIGURE II.12 : Comparaison de cycle mineur (H crête = 10A/m).

II/1.2.2. Nouvelle partie active

Jusque là on exprimait la partie active h par

$$\exp(\gamma \cdot h) = \exp(\gamma \cdot H) + b \quad (II.42)$$

où b est le paramètre d'histoire. Or, on a écrit avec l'équation (II.21) :

$$H \cdot (\partial M^- / \partial \xi + \partial M^+ / \partial \xi) = -2 \cdot h \cdot M_0 \quad (II.43)$$

ou plus simplement :

$$h = H \cdot (\partial M^- / \partial \xi + \partial M^+ / \partial \xi) \cdot constante \quad (II.44)$$

et dans l'expression (II.44), la variance de h est de trois. C'est à dire que la connaissance de trois variables d'état suffit à connaître h , par exemple H , M^+ et ξ (car M^+ et M^- sont liés par leur somme qui est constante). Or, dans (II.42) h est donné par seulement deux variables (une variable d'histoire). Comme le calcul, l'expérience montre qu'il doit exister au moins une deuxième variable d'histoire.

Si on compare le comportement du modèle et de la mesure, on remarque qu'à chaque modification de sens de variation de l'induction, la variation de l'induction par rapport au champ est plus lente pour la mesure que pour le modèle. Ou encore, pour la mesure, la courbe majeure est rejointe plus vite que pour le modèle.

Jusque là, à chaque changement de sens du champ, on avait écrit la continuité de l'induction. Il se pourrait alors qu'à chaque variation de sens du champ, une autre quantité soit conservée, liée à la vitesse pour rejoindre la courbe majeure.

Si on trace la partie active en fonction du champ, on a l'allure suivante présentée en figure II.13.

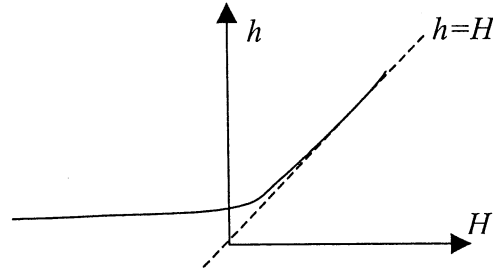


FIGURE II.13 : Partie active en fonction du champ.

On reprend l'équation (II.42) qui a fait ses preuves. On suppose maintenant que b mais également γ sont des paramètres d'histoire. Puis on traduit que lorsque le champ change de sens de variation la partie active dépend peu du champ en écrivant :

$$\partial h / \partial H = 1 / c_0 \quad (c_0 > 1) \quad (II.45)$$

II/1.2.3. Ecriture du modèle

II/1.2.3.a. Modèle chimique

Avec ces nouvelles considérations, les algorithmes du modèle chimique sont réécrits et donnent les équations suivantes :

$$\begin{aligned} K &= M^- \cdot \exp(\beta \cdot h) / M^+ \\ J_{renv} / J_{renv \max} &= M^+ / M_0 - M^- / M_0 \\ \exp(\gamma \cdot h) &= \exp(\gamma \cdot H) + b \end{aligned} \quad (II.46)$$

et pour un point de rebroussement (H_i, J_i), les paramètres d'histoire sont donnés par :

$$\begin{aligned} b &= (c_0 - 1) \cdot \exp(\gamma \cdot H_i) \\ \gamma &= \beta \cdot \ln(c_0) / \ln(A \cdot \exp(-\beta \cdot H_i)) \\ A &= K \cdot (J_{renv \max} + J_i) / (J_{renv \max} - J_i) \end{aligned} \quad (II.47)$$

II/1.2.3.b. Modèle de rotation

On applique la même démarche pour le modèle de rotation ce qui donne pour les équations du modèle :

$$\begin{aligned} k_1 \cdot sh(k_2 \cdot (\theta - \pi/2)) + h \cdot \sin(\theta) - p_0 &= 0 \\ J_{rot} / J_{rot \max} &= \cos(\theta) \\ \exp(\alpha \cdot h) &= \exp(\alpha \cdot H) + b_1 \end{aligned} \quad (II.48)$$

et pour la gestion de l'histoire en un point de rebroussement (H_i, \mathcal{G}_i) :

$$\begin{aligned} b &= (c_1 - 1) \cdot \exp(\alpha \cdot H_i) \\ \alpha &= \ln(c_1) / \ln(A \cdot \exp(-H_i)) \\ A &= \exp\left(\frac{a - k_1 \cdot sh(k_2 \cdot (\mathcal{G}_i - \pi/2))}{\sin \mathcal{G}_i}\right) \end{aligned} \quad (II.49)$$

II/1.2.4. Identification du modèle amélioré

Une tôle GO FeSi est identifiée en utilisant des cycles centrés à 0.45T, 1.1T, 1.7T, et un cycle mineur d'induction max. de 0.6T sur un cycle principal de 1.5T (cf. figure II.17).

Les paramètres sont les suivants :

TABLEAU II.6 : Paramètre du modèle

$J_{rot\ max}$ (T)	p_l (A/m)	c_1	k_l (A/m)	k_2 (A/m)
1	20	10	10	5.4
$J_{renv\ max}$ (T)	H_c (A/m)	c_0	β (m/A)	$B_{saturation}$ (T)
1.1	8	10	0.26	2.1

II/1.2.4.a. Excitation en induction sinusoïdale + 50% harmonique 3

Des essais ont été effectués en imposant le flux dans la tôle. L'amplitude de l'harmonique 1 est successivement de 0.5T, 1T, 1.5T, 1.7T avec une fréquence de 1Hz. Pour obtenir des cycles mineurs, une harmonique 3 d'amplitude égale à 50% de celle de l'harmonique 1, en phase avec cette dernière, est superposée.

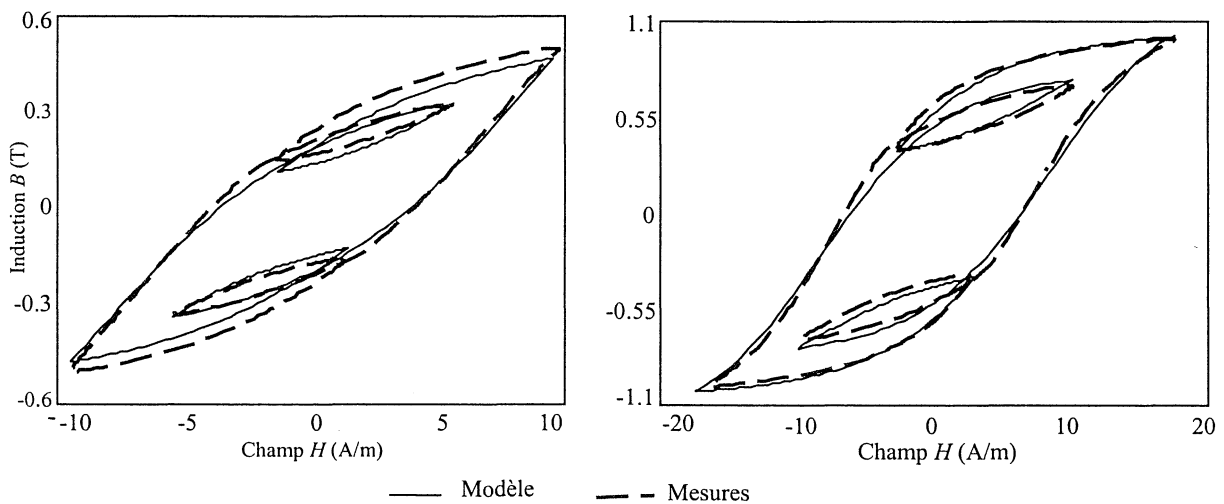


FIGURE II.14 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 3.

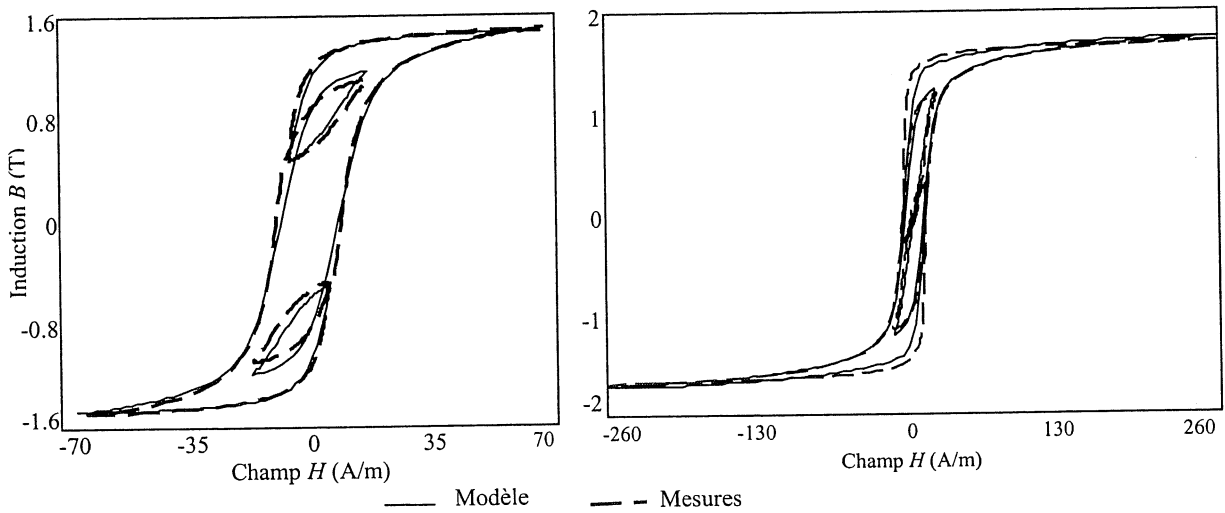


FIGURE II.15 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 3.

II/1.2.4.b. Excitation en induction sinusoïdale + 50% harmonique 3 déphasée de 180° du fondamental

Des essais ont été effectués en imposant le flux dans la tôle. L'amplitude de l'harmonique 1 est successivement de 0.5T, 1T, 1.5T, 1.7T avec une fréquence de 1Hz. Pour obtenir des cycles mineurs, une harmonique 3 d'amplitude égale à 50% de celle de l'harmonique 1, déphasée de 180° avec cette dernière, est superposée.

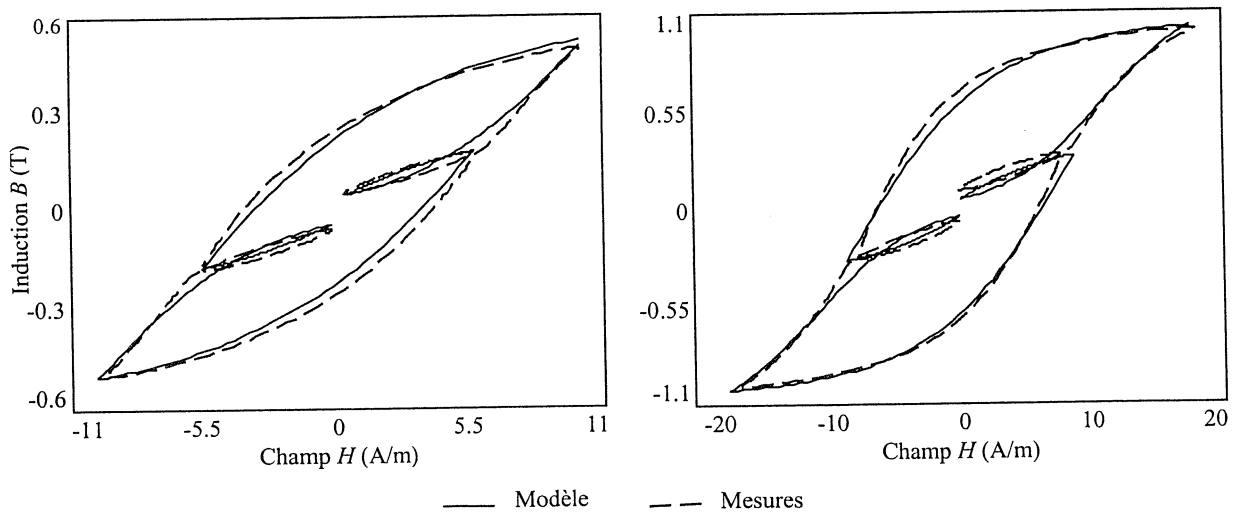


FIGURE II.16 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 3.

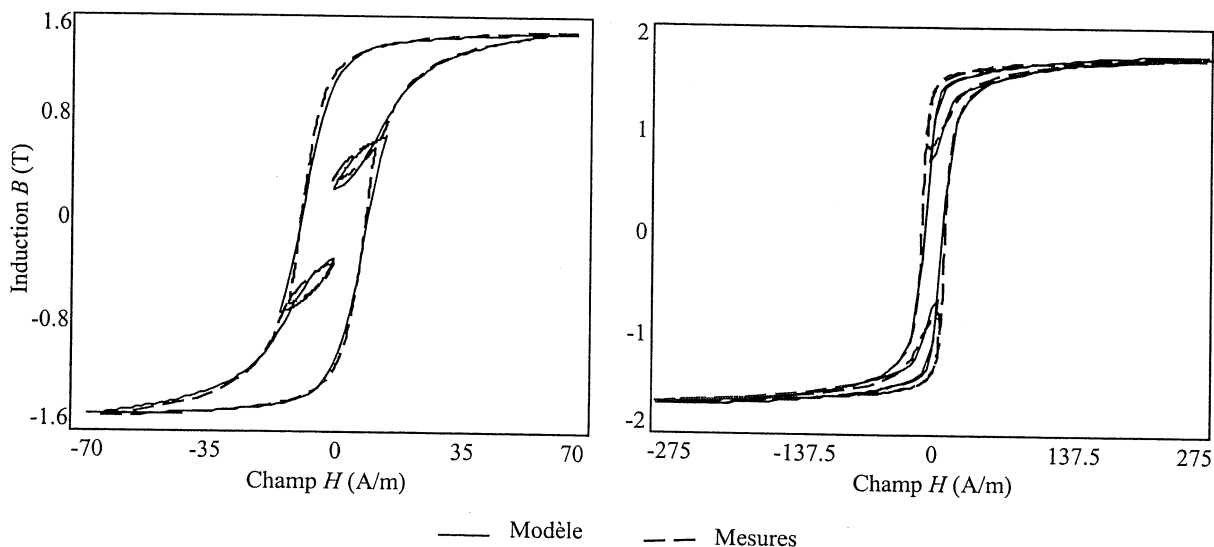


FIGURE II.17 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 3.

II/1.2.4.c. Excitation en induction sinusoïdale +50% harmonique 5

Des essais ont été effectués en imposant le flux dans la tôle. L'amplitude de l'harmonique 1 est successivement de 0.5T, 1T, 1.5T, 1.7T avec une fréquence de 1Hz. Pour obtenir des doubles cycles mineurs, une harmonique 5 d'amplitude égale à 50% de celle de l'harmonique 1, en phase avec cette dernière, est superposée.

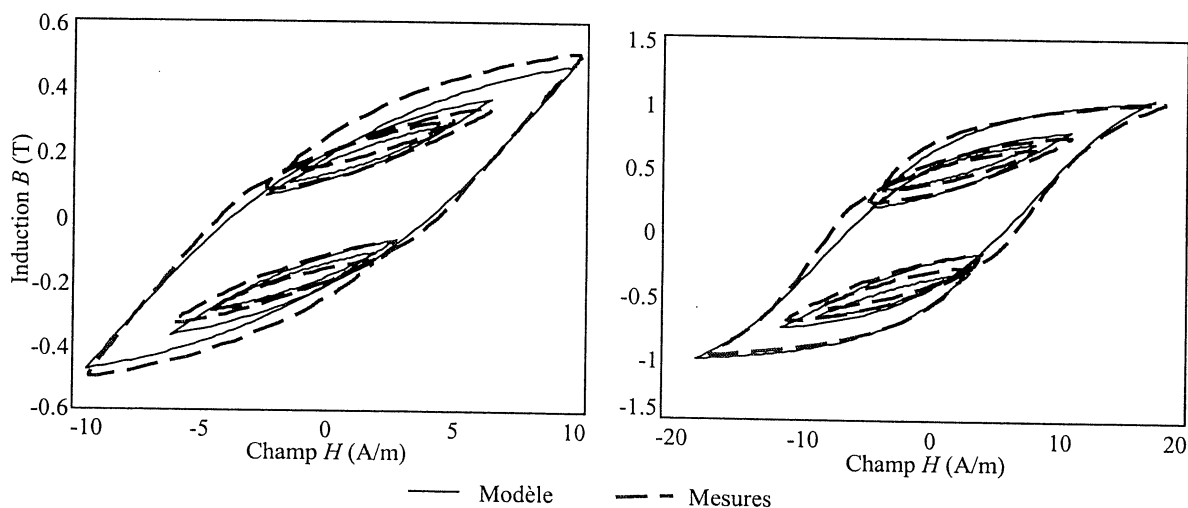


FIGURE II.18 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 5.

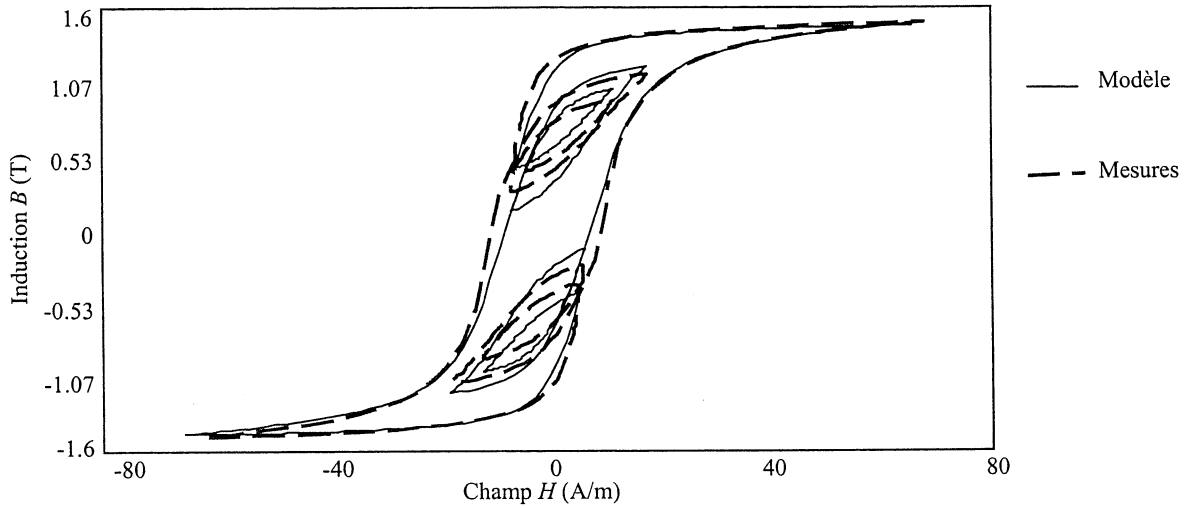


FIGURE II.19 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 5.

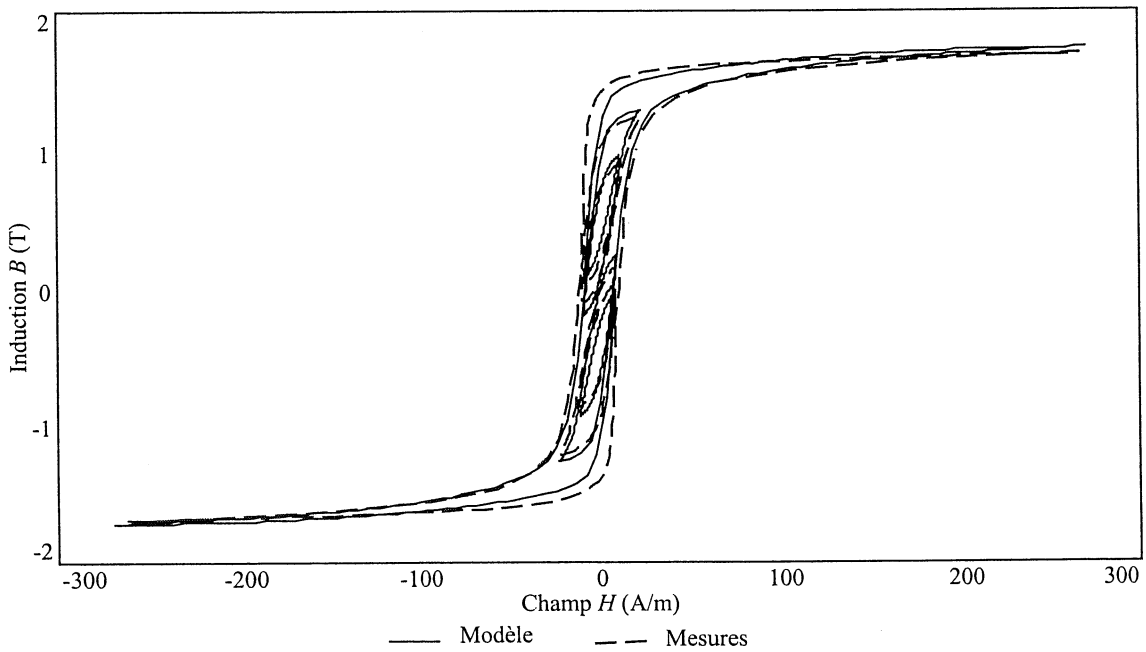


FIGURE II.20 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 5.

Avec les modifications apportées à la gestion de l'histoire du matériau, on parvient à présent à représenter fidèlement le comportement des tôles FeSi GO.

II/2. MODELE DYNAMIQUE

II/2.1. Phénomènes dynamiques

Si on considère une tôle soumise à un champ magnétique extérieur \mathbf{H} , les calculs menés en tenant compte des seuls courants de Foucault avec une loi linéaire de l'hystérésis conduisent à des pertes qui sont proportionnelles à f^2 (où f est la fréquence). Or, on vérifie expérimentalement [BER 88] qu'à basse fréquence les pertes sont proportionnelles à f et l'on voit un terme de pertes supplémentaires qui se modélise en $f\sqrt{f}$ lorsque la fréquence augmente. A basse fréquence, il existe donc des pertes qui s'ajoutent aux pertes par courant de Foucault, elles sont liées bien sûr à l'existence de phénomènes statiques de l'hystérésis. A haute fréquence, des pertes s'ajoutent encore, celles-ci sont liées aux phénomènes dynamiques de l'hystérésis. La loi $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ varie suivant la fréquence.

Des caractéristiques microscopiques (taille des parois, blocage des parois, cinétique microscopique) sont modifiées lorsque la fréquence augmente. Dans la suite, on tente simplement de caractériser ces phénomènes.

II/2.1.1. Modèle elliptique

II/2.1.1.a. Description

On avait supposé précédemment qu'en tout point $M(x,y,z)$ du matériau l'induction \mathbf{B} était à toute fréquence en phase avec le champ \mathbf{H} . On remarque que l'induction magnétique suit le champ. On sait que le matériau magnétique contient des impuretés qui freinent l'évolution de \mathbf{B} . L'induction magnétique est nécessairement en retard sur le champ. Ceci est corroboré par l'effet de Barkhausen [JILES]. Ce dernier montre que l'induction, sous l'effet du champ magnétique, peut évoluer par saut et non de manière continue. Prenons en compte ce retard dans la loi locale $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ en écrivant la loi linéaire [ROU 96] :

$$\begin{cases} \bar{\mu}_\theta = \mu_c \cdot e^{j\theta} \\ \mathbf{B} = \bar{\mu}_\theta \cdot \mathbf{H} \end{cases} \quad (II.50)$$

μ_c est la perméabilité du matériau en continu.

En résolvant les équations de Maxwell dans un plan infini d'épaisseur d , pour un champ extérieur \mathbf{H} sinusoïdal et de module H_0 , on a :

$$B = \bar{\mu}_\theta H_0 \left(\frac{2\delta}{(1+j) \cdot d} \right) \cdot th \left[\frac{(1+j) \cdot d}{2\delta} \right] \text{ avec } \delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma \cdot \bar{\mu}_\theta \cdot \omega}} \quad (II.51)$$

où δ est l'épaisseur de peau, γ la conductivité, ω la pulsation. Soit :

$$B = \mu_c H_0 \cdot e^{j\theta} \cdot \left(\frac{2\delta_c \cdot e^{j\theta/2}}{(1+j) \cdot d} \right) \cdot th \left[\frac{(1+j) \cdot d}{2\delta_c \cdot e^{j\theta/2}} \right] \text{ avec } \delta_c = \sqrt{\frac{2}{\gamma \cdot \mu_c \cdot \omega}} \quad (II.52)$$

Il nous faut à présent vérifier que l'on retrouve bien, comme l'expérience le montre, des pertes proportionnelles à la fréquence lorsque celle-ci tend vers 0. On reprend le calcul des pertes comme dans [NOU 98] en remplaçant μ par $\bar{\mu}_\theta$. Donc :

$$P_j = \frac{H_0^2}{\gamma} \cdot \int_{\text{volume}} \frac{1}{2\gamma} J \cdot J^* \cdot d\tau \quad (\text{II.53})$$

où J est la densité de courant.

$$P_j = \frac{H_0^2}{\gamma} \cdot \frac{1}{\delta_c} \cdot \frac{\left[\frac{\text{sh} \left[(\cos(\theta/2) - \sin(\theta/2)) \frac{d}{\delta_c} \right]}{\cos(\theta/2) - \sin(\theta/2)} - \frac{\sin \left[(\cos(\theta/2) + \sin(\theta/2)) \frac{d}{\delta_c} \right]}{\cos(\theta/2) + \sin(\theta/2)} \right]}{\text{ch} \left[(\cos(\theta/2) - \sin(\theta/2)) \frac{d}{\delta_c} \right] + \cos \left[(\cos(\theta/2) - \sin(\theta/2)) \frac{d}{\delta_c} \right]} \quad (\text{II.54})$$

Quand la pulsation tend vers 0 :

$$P_j \approx \frac{H_0^2}{\gamma} \cdot \frac{1}{6d} \cdot \left(\frac{d}{\delta_c} \right)^4 \quad (\text{II.55})$$

Les pertes sont proportionnelles à la fréquence au carré, on reconnaît les pertes par courant de Foucault.

On estime l'énergie magnétique par

$$\bar{W}_m = \int_{\text{volume}} \frac{1}{2} \cdot B \cdot H^* \cdot d\tau = \int_{\text{volume}} \frac{1}{2} \cdot \bar{\mu} \cdot H \cdot H^* \cdot d\tau \quad (\text{II.56})$$

$$j \cdot \bar{W}_m \cdot \omega = \frac{H_0^2}{\gamma \cdot \delta_c} \cdot e^{j\theta} \cdot \frac{\left[\frac{\text{sh} \left[(\cos(\theta/2) - \sin(\theta/2)) \frac{d}{\delta_c} \right]}{\cos(\theta/2) - \sin(\theta/2)} + \frac{\sin \left[(\cos(\theta/2) + \sin(\theta/2)) \frac{d}{\delta_c} \right]}{\cos(\theta/2) + \sin(\theta/2)} \right]}{\text{ch} \left[(\cos(\theta/2) - \sin(\theta/2)) \frac{d}{\delta_c} \right] + \cos \left[(\cos(\theta/2) - \sin(\theta/2)) \frac{d}{\delta_c} \right]} \quad (\text{II.57})$$

Lorsque la pulsation tend vers 0, la puissance tend vers :

$$\bar{P}_m = j \cdot \bar{W}_m \cdot \omega = -\sin \theta \cdot \frac{H_0^2}{\gamma \cdot d} \cdot \left(\frac{d}{\delta_c} \right)^2 + j \cos \theta \cdot \frac{H_0^2}{\gamma \cdot d} \cdot \left(\frac{d}{\delta_c} \right)^2 \quad (\text{II.58})$$

— On voit donc apparaître un terme de pertes magnétiques qui correspondent aux pertes par hystérésis. Ces pertes sont bien proportionnelles à la fréquence.

— L'induction magnétique B est bien en retard sur le champ ($\theta < 0$).

Lorsque la fréquence tend vers l'infini, la puissance tend vers :

$$\bar{P}_m = j \cdot \bar{W}_m \cdot \omega = \frac{-\sin\theta \cdot H_0^2}{\gamma \cdot \delta_c \cdot (\cos(\theta/2) - \sin(\theta/2))} + j \frac{\cos\theta \cdot H_0^2}{\gamma \cdot \delta_c \cdot (\cos(\theta/2) - \sin(\theta/2))}$$

La puissance varie en $\sqrt{\text{fréquence}}$.

II/2.1.1.b. Analyse de la fonction de transfert

Comparons la réponse fréquentielle de B ainsi estimée à des mesures effectuées avec le cadre Epstein. La tôle testée dans ce cas est une tôle de fer non orienté M100065A (densité=7.85 g/cm³, épaisseur=0.66 mm). Les mesures sont effectuées en imposant une induction sinusoïdale et une valeur crête du champ H_0 à 200A/m. Cette valeur est choisie faible pour garder un système aussi linéaire que possible (\mathbf{B} et \mathbf{H} sont colinéaires).

Si on s'intéresse aux tendances asymptotiques, quand la fréquence tend vers 0 on a :

$$B \approx \mu_c \cdot H_0 \cdot e^{j\theta} \tag{II.59}$$

quand la fréquence tend vers l'infini :

$$B \approx \mu_c \cdot H_0 \cdot \frac{2}{d} \sqrt{\frac{2}{\gamma \cdot \mu_c \cdot j\omega}} \cdot e^{j\theta/2} \tag{II.60}$$

Pour simplifier, on peut modéliser la fonction de transfert $\frac{B}{\mu_c H_0}$ par [NOU 98] :

$$\frac{B}{\mu_c H_0} = \frac{e^{j\theta}}{\sqrt{1 + j \frac{\omega}{\omega_0} \cdot e^{j\theta}}} \tag{II.61}$$

Voyons ce que l'on obtient pour les fonctions de transfert. On trace en figure II.21, le déphasage entre l'induction et le champ (la phase est fortement sensible aux différences de comportement fréquentiel).

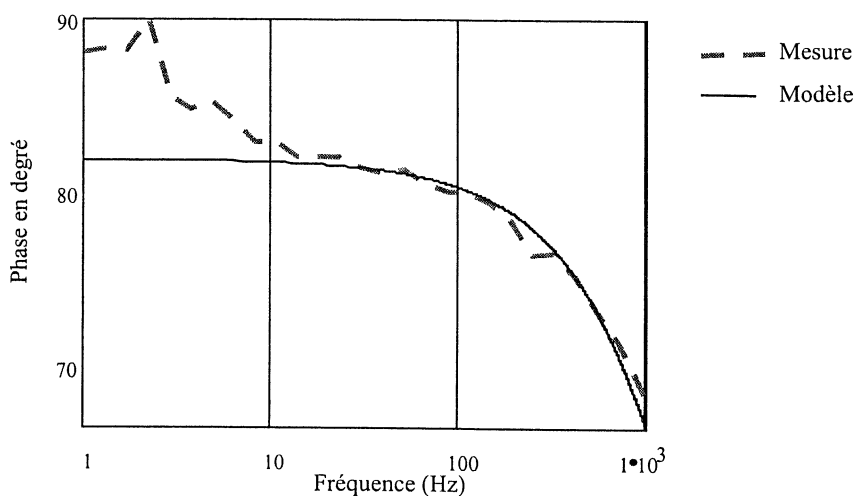


FIGURE II.21 : Phase de la fonction de transfert B/H.

On retrouve des similitudes entre le modèle et la mesure en prenant pour le modèle un déphase $\theta = -8^\circ$ et une fréquence de transition $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1200\text{Hz}$. On remarque que cette fréquence correspond bien à l'apparition de l'effet de peau dans la tôle comme le prévoit le calcul. On note des écarts à basse fréquence.

II/2.1.1.c. Conclusion

- On observe des résultats intéressants puisqu'ils font apparaître les pertes par hystérésis.
- Le modèle semble bien respecter la mesure de l'induction.
- Lorsque la fréquence f est grande, la puissance ne varie pas en $f\sqrt{f}$.
- On se rend compte aisément que ces résultats sont une approximation grossière de la réalité.

Si l'on transforme la fonction de transfert de B/H en Laplace, on obtient ceci :

$$\frac{B}{H_0}(p) = \frac{e^{j\theta}}{\sqrt{1 + \frac{p}{\omega_0} \cdot e^{j\theta}}} \tag{II.62}$$

La transformé de Laplace a des coefficients complexe. Ceci veut dire que pour une entrée réelle $H(t)$ on obtiendra une sortie complexe $B(t)$. La fonction de transfert ne reflète donc pas un système physique. Des modifications sont nécessaires.

II/2.1.2. Recherche d'une loi physique

II/2.1.2.a. Comparaison à la cinétique mécanique

A ce niveau, il semble que les pertes par hystérésis peuvent être prises en compte en considérant le retard de l'induction magnétique sur le champ. Ce retard est certainement fonction de la fréquence de variation de \mathbf{B} . Faisons une analogie avec la mécanique.

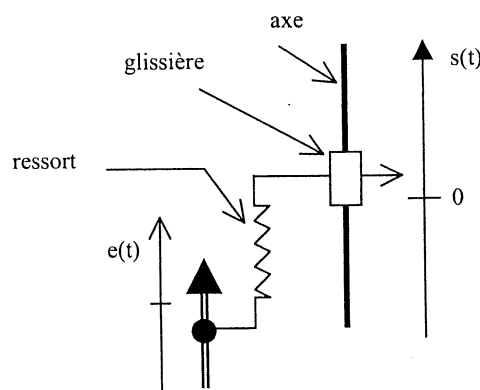


FIGURE II.22 : Oscillateur harmonique.

Une glissière est déplacée par l'intermédiaire d'un ressort. La consigne est la position $e(t)$, la sortie est la position $s(t)$ de la glissière. Lorsque qu'elle se déplace, elle subit une force de frottement proportionnelle à sa vitesse. Un tel système est solution d'une équation différentielle de la forme : $\alpha \cdot s'' + \beta \cdot s' + s = e$. Il comporte

- un terme qui représente les forces qui induisent un mouvement : $\alpha \cdot s''$.
- un terme qui représente les forces qui s'opposent au mouvement : $\beta \cdot s'$.

En s'inspirant de ceci, on voudrait trouver une équation différentielle liant B et H .

De même que pour l'oscillateur harmonique, B est le résultat d'un compromis entre des forces qui tendent à l'aligner sur $\mu_c \cdot H$ et des forces qui tendent à s'y opposer. Dans [BRI 97], on cite un compromis entre l'interaction de B avec H , l'anisotropie magnétocristalline, l'énergie magnétostatique, l'énergie d'échange, l'énergie de parois.

Ramenons le problème à une dimension. Supposons qu'il existe une équation différentielle entre B et H qui s'écrit :

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k \cdot B^{\nu_k} + B = \mu_c \cdot H \quad (II.63)$$

où B^{ν} est la dérivée $\nu^{\text{ième}}$ de B par rapport au temps.

Notons ν la valeur maximale des ν_k et α le coefficient associé. En mécanique ν traduit l'inertie du système. Plus ν est élevé et plus la réponse de \mathbf{B} à l'excitation \mathbf{H} est progressive et continue (cette valeur doit être faible puisque \mathbf{B} reste presque en phase avec \mathbf{H} même à très haute fréquence).

Voyons quel est de déphasage lorsque la fréquence tend vers l'infini. Par une transformation de Fourier, on a :

$$\frac{B}{\mu_c H} = \frac{1}{\sum_{k=1}^N \alpha_k \cdot (j\omega)^{\nu_k}} \quad (II.64)$$

A haute fréquence, le terme prépondérant est celui de plus haut degré soit :

$$\frac{B}{\mu_c H} \approx \frac{1}{\alpha \cdot (j\omega)^{\nu}} \quad (II.65)$$

Le déphasage tend donc vers $-(\pi/2) \cdot \nu$ avec $0 < \nu < 1$.

Nous sommes donc en présence d'un système d'équation différentielle à dérivée non entière [OUS 95][ERD 71].

II/2.1.2.b. Ordre du système et loi locale

Si on se réfère à la figure II.21, il semble qu'en l'absence d'effet de peau, le déphasage tend vers $\theta = -8^\circ$. L'ordre du système est donc $\nu = -\frac{2}{\pi} \theta$.

A la vue du tracé expérimental de la figure II.21. Je représenterais la fonction de transfert $\frac{\mathbf{B}}{\mu_c \mathbf{H}}$ peut être représenté par un système d'équations différentielles à dérivée implicite :

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_c \mathbf{H}}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^\nu} \quad (\text{II.66})$$

On écrit alors :

$$\mathbf{B} = \bar{\mu}_\nu \cdot \mathbf{H} \quad (\text{II.67})$$

$$\text{avec } \bar{\mu}_\nu = \frac{\mu_c}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^\nu} = \mu_c \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\frac{2}{\pi}\theta(\omega)} \cdot e^{j\theta(\omega)} = T(\omega) \cdot e^{j\theta(\omega)} \quad (\text{II.68})$$

Remarque : $\lim_{\omega \rightarrow 0} \theta(\omega) = 0$ et $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \theta(\omega) = -\nu$

II/2.1.2.c. Calcul des pertes

Pour obtenir les pertes joules on reprend le résultat (II.54) en remplaçant δ_c par

$$\tilde{\delta}_c = \sqrt{\frac{\frac{2\theta(\omega)}{2\omega_0} \pi}{\gamma \cdot \mu_c \cdot \omega^{1 + \frac{2\theta(\omega)}{\pi}}}} \text{ et } \theta \text{ par } \theta(\omega) \quad (\text{II.69})$$

Donc à basse fréquence en supposant que ω est assez grand pour que θ ait atteint sa limite maximale, on a :

$$P_j \approx \frac{H_0^2}{\gamma} \cdot \frac{1}{6d} \cdot \left(\frac{d}{\tilde{\delta}_c}\right)^4 \quad (\text{II.70})$$

Les pertes joules sont proportionnelles à $\omega^{2-2\nu}$ ($\nu < 1$) à module de H fixé ou proportionnelles à ω^2 à module de B fixé (cf. figure II.24).

On reprend de même que précédemment l'équation (II.57) pour calculer la puissance magnétique. A basse fréquence :

$$\bar{P}_m = j \cdot \bar{W}_m \cdot \omega = -\sin\left(\frac{\pi}{2}\nu\right) \cdot \frac{H_0^2}{\gamma \cdot d} \cdot \left(\frac{d}{\tilde{\delta}_c}\right)^2 + j \cos\left(\frac{\pi}{2}\nu\right) \cdot \frac{H_0^2}{\gamma \cdot d} \cdot \left(\frac{d}{\tilde{\delta}_c}\right)^2 \quad (\text{II.71})$$

Les pertes par hystérésis sont proportionnelles à $\omega^{1-\nu}$ ($\nu < 1$) à module de H fixé ou proportionnelles à $\omega^{1+\nu}$ à module de B fixé (cf. figure II.23).

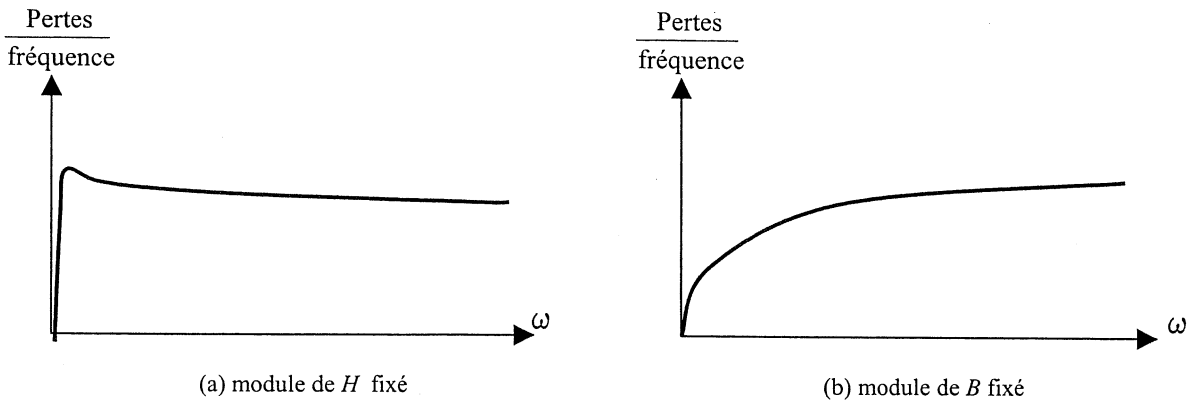


FIGURE II.23 : Allure des pertes par hystérésis par cycle.

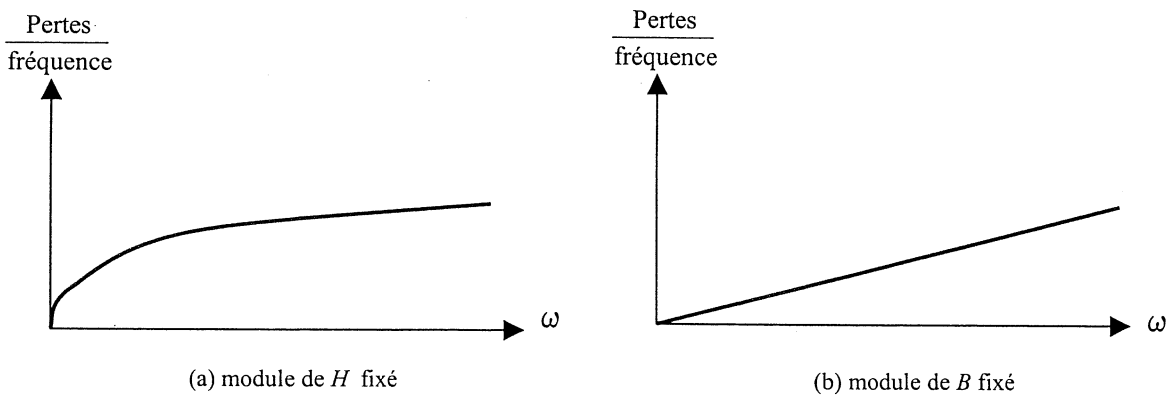


FIGURE II.24 : Allure des pertes par courants induits par cycle.

L'allure des pertes totales est montrée à la figure II.25.

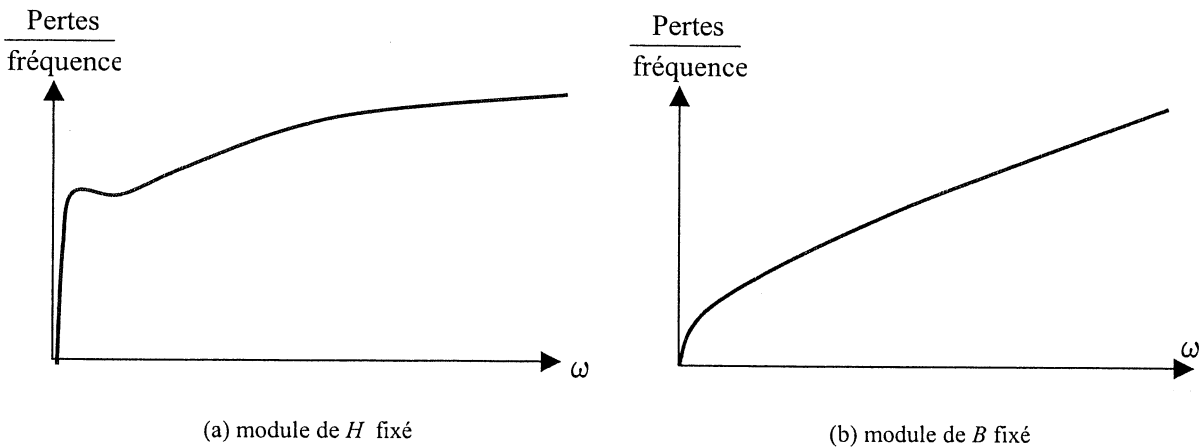


FIGURE II.25 : Allure des pertes totales par cycle.

II/2.1.2.d. Conclusion

Le modèle donne une estimation différente des pertes par hystérésis dynamiques qui s'apparente à celles des pertes supplémentaires définies dans la littérature [BRI 97].

II/2.1.3. Le modèle linéaire

On reprend l'équation (II.51) en remplaçant μ par $\bar{\mu}_v$. En prenant exemple avec [NOU 98] la fonction de transfert est simplifiée en un polynôme d'ordre non entier. Elle s'écrit :

$$\frac{B}{\mu_c H} = \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_1}\right)^{-\nu} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^{1-\nu}}} \quad (\text{II.72})$$

Ou plus simplement :

$$\frac{B}{\mu_c H} = \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_1}\right)^{-\nu} \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\frac{\nu-1}{2}} \quad (\text{II.73})$$

La résolution donne alors [OUS 95] :

$$B(t) = \omega_0^{(1-\nu)/2} \cdot \int_0^t \frac{u^{-(1-\nu)/2}}{\Gamma((1-\nu)/2)} \cdot \exp(-u\omega_0) \cdot \omega_1^\nu \int_0^t \frac{\theta^{-\nu}}{\Gamma(\nu)} \cdot \mu_c H(t-u-\theta) \cdot \exp(-\theta\omega_1) \cdot d\theta \cdot du \quad (\text{II.74})$$

II/2.1.4. Bilan de l'identification du modèle linéaire

II/2.1.4.a. Mesures à faible champ

Le but, n'est pas de réaliser un modèle fiable à 100%. Mais de mettre en œuvre l'hypothèse du retard de phase de \mathbf{B} sur \mathbf{H} . Si on ne peut pas atteindre un résultat parfait, puisque en réalité le système est non linéaire, on peut tout de même s'attendre à un comportement en fréquence semblable.

Des mesures sur la tôle M1000P65A d'épaisseur $d = 0.66\text{mm}$ ont été effectuées. Les mesures sont faites pour un B sinusoïdal à différentes fréquences, pour $H_0 = 200\text{A/m}$ et $H_0 = 250\text{A/m}$.

Les paramètres du modèle doivent être identifiés. Pour cela on rencontre une difficulté liée à la non-linéarité. C'est à dire que l'on voit apparaître des harmoniques qui rendent impossible l'identification par rapport à la phase ou au module de B et H . L'identification se base donc principalement sur la courbe des pertes par cycle en fonction de la fréquence.

Les paramètres sont alors : H_m l'induction maximum, γ la conductivité, d l'épaisseur de la tôle, μ_c la perméabilité (prise à 1Hz), 90ν le déphasage limite en degrés, et f_0 la fréquence de transition associée.

Pour d la valeur réelle de l'épaisseur est adoptée, soit $d = 0.66\text{mm}$.

Pour déterminer les autres paramètres les pertes calculées par le modèle et les pertes mesurées sont comparées pour des fréquences variant de 1 à 1000Hz. On choisit ν et f_0 de sorte à avoir le meilleur compromis sur les basses fréquences. On choisit γ de sorte à avoir le meilleur compromis sur les hautes fréquences. On choisit H_m en comparant l'aire d'un cycle mesuré et d'un cycle calculé (cf. tableau II.7).

Globalement les paramètres semblent bien se conformer à la physique. En particulier, la valeur de la conductivité déterminée par identification est proche de celle du matériau (10^5). L'évolution des pertes calculée avec le modèle sont comparées à la mesure pour un champ de module 200A/m (cf. figure II.26). La loi B(H) est comparée au modèle à 86Hz en figure II.27.

TABLEAU II.7 : Les paramètres (modèle linéaire).

f_0 (Hz)	ν	μ_c	d (mm)	γ ($\Omega^{-1}\cdot m$)	H_m (A/m)
0.02	$7.9^\circ/90^\circ$	$320\cdot\mu_0$	0.66	$8.5\cdot 10^6$	190

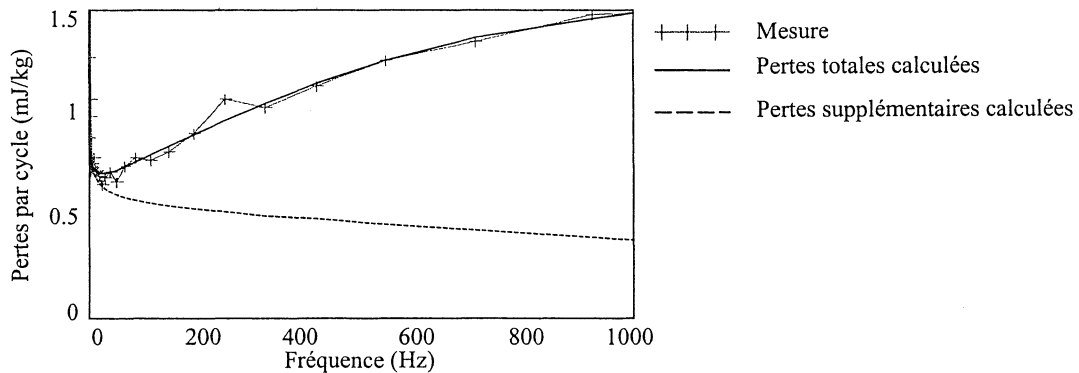


FIGURE II.26 : Tracer des pertes par cycle, H crête vaut 200A/m.

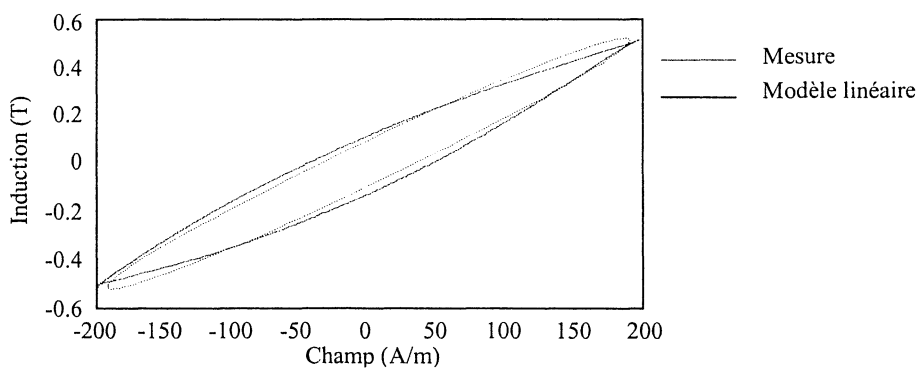


FIGURE II.27 : Comparaison de cycle à 86Hz.

II/2.1.4.b. Mesures à champ fort

Des mesures ont été effectuées à fort champ sur la même tôle. Les phénomènes statiques de l'hystérésis sont alors importants. On veut tout de même voir comment se comporte le

modèle. Ces paramètres sont identifiés pour deux valeurs crêtes du champ (H crête=500A/m et 815A/m).

Les paramètres du modèle et la comparaison des pertes calculées et mesurées sont donnés respectivement pour ces deux valeurs de champ dans le tableau II.8, le tableau II.9, la figure II.28 et la figure II.29.

TABLEAU II.8 : Les paramètres (H crête vaut 500A/m).

f_0 (Hz)	ν	μ_c	d (mm)	γ (S·m)	H_m (A/m)
0.4	15°/90°	2300· μ_0	0.66	9·10 ⁶	480

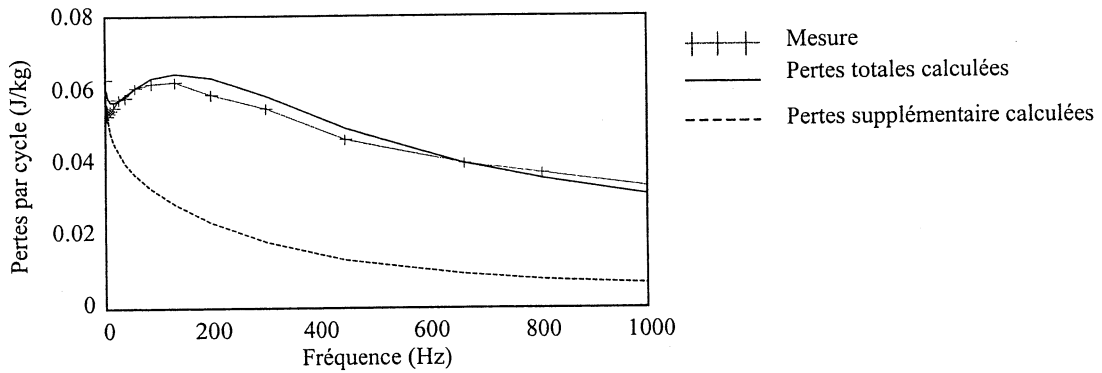


FIGURE II.28 : Tracé des pertes par cycle, H crête vaut 500A/m.

TABLEAU II.9 : Les paramètres (H crête vaut 815A/m).

f_0 (Hz)	ν	μ_c	d (mm)	γ (S·m)	H_m (A/m)
0.4	12°/90°	2100· μ_0	0.66	8.5·10 ⁶	815

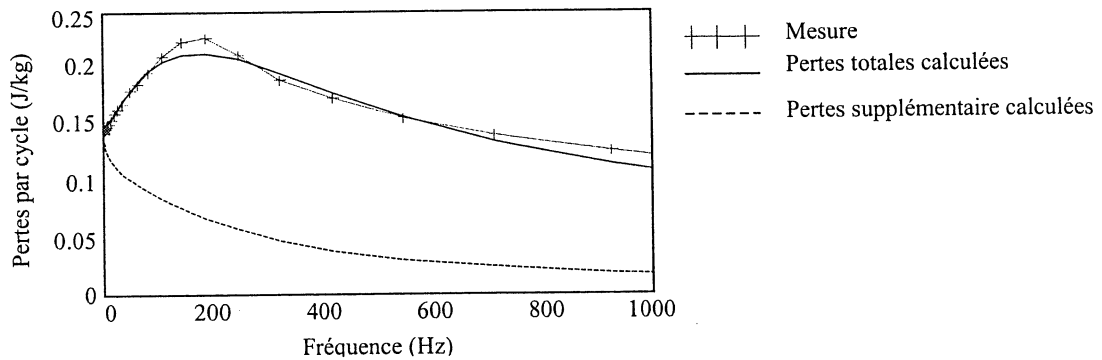


FIGURE II.29 : Tracer des pertes par cycles, H crête vaut 815A/m.

II/2.1.4.c. Conclusion

Que ce soit pour la première série de mesures ou la seconde, le modèle représente correctement les pertes dissipées dans le matériau. Le plus important est que les paramètres obtenus correspondent à des données physiques. Ceux-ci semblent également peu sensibles à l'amplitude de H (excepté μ , ce qui est logique).

Dans le paragraphe précédent, on a montré que des phénomènes dynamiques caractérisés par un retard de phase variable en fonction de la fréquence, s'accompagnant d'une variation de la perméabilité donnaient une représentation conforme à l'évolution avec la fréquence des pertes magnétiques. En considérant que les mécanismes dynamiques avaient un comportement linéaire, on est parvenu à prendre en compte correctement les pertes supplémentaires qui sont le résultats de ces mécanismes.

II/2.2. Mise au point d'un modèle dynamique

On cherche à présent utiliser les résultats précédents et réaliser un modèle de l'hystérésis qui prenne en compte les phénomènes dynamiques mais également les phénomènes statiques et la non-linéarité.

II/2.2.1. Concept du retard de phase

Considérons que le modèle linéaire, définit précédemment, est alors la limite du modèle dynamique lorsque le champ coercitif H_c tend vers zéro (matériau sans impureté) ou l'amplitude H_{max} tend vers zéro (petits signaux).

On avait dans le cadre de l'étude en petits signaux, relevé l'apparition d'un retard de phase de l'induction B sur le champ H dès les basses fréquences qui atteint rapidement une limite θ_0 . Celui-ci était modélisé par la fonction de transfert d'un système à dérivée implicite. Je pense que ce retard a atteint sa limite maximum dès les basses fréquence (<10Hz). On fait l'hypothèse qu'il est indépendant ou peu dépendant de l'amplitude du champ H .

Nous considérons ensuite que le système est comparable à un milieu réactionnel. Par conséquent, à tout instant il tend vers son état d'équilibre. L'état d'équilibre est celui obtenu par la mesure en régime quasi-statique. Il dépendant de l'histoire ainsi que du champ H . Des modèles reposant sur un tel principe ont déjà été construits [CAR 98][HSU 97]. On considère alors que lorsque la fréquence varie, le système tend vers l'état d'équilibre, il apparaît cependant un retard de phase θ_0 due aux temps de réaction.

La forme des cycles d'hystérésis en régime statique ou quasi-statique étant indépendante de la forme du signal (sinusoïdale, trapézoïdale, ect...) [TAK 96]. Si on définit une loi $B_{qs}(H)$ qui correspond à cette loi. On propose de considérer une équation différentielle linéaire liant le régime quasi-statique au régime dynamique. Une équation différentielle du premier ordre nous conduirait à un retard sur la phase de 90° , ce qui est incorrecte. On écrira plutôt :

$$B(t) = \left(\frac{d}{dt} \right)_\tau^{-\nu} \left[B_{qs}(H_{xyz}(t)) \right] \quad (II.75)$$

où $\left(\frac{d}{dt}\right)_\tau^n$ est la dérivée implicite [OUS 95] d'ordre n de constante de temps τ (son utilisation est détaillée dans la suite) et ν est inférieur à 1.

Dans le cas d'une loi linéaire, $B_{qs}(H) = \mu_c H$, on retrouve la loi $B(H)$ comme elle est définie au paragraphe II/2.1.1 mais sous forme d'une équation différentielle. Le modèle ne fait pas apparaître les pertes d'hystérésis statique, elles sont donc associées à des phénomènes non linéaires. Par contre, il fait apparaître les pertes classiques par courants induits ainsi que des pertes supplémentaires.

Dans le cas d'une loi non linéaire, $B_{qs}(H)$ peut être décrit par un modèle d'hystérésis statique. Les pertes seront la somme des pertes classiques par hystérésis statique et de celles décrites ci-dessus (soit les pertes par courants induits et les pertes supplémentaires).

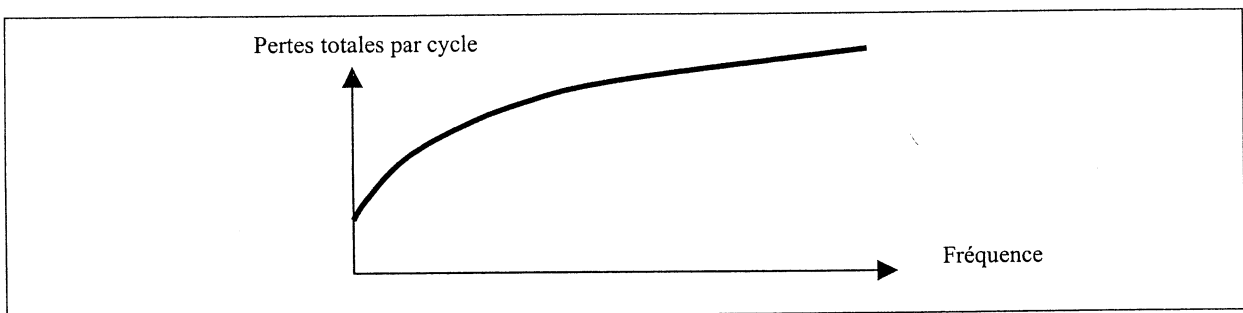


FIGURE II.30 : Pertes totales attendues (loi non linéaire).

II/2.2.2. Modèle dynamique global

On se propose de réaliser un modèle donnant l'induction moyenne dans la section d'une tôle lorsque la loi locale $B(H)$ est donnée par l'équation (II.75).

II/2.2.2.a. La fonction de transfert

Réécrivons l'équation (II.73) en transformée de Laplace :

$$B_{moyen} = \left(1 + \frac{p}{\omega_0}\right)^{-\nu} \left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)^{\frac{\nu-1}{2}} \cdot \mu_c H_0 \quad (II.76)$$

où $\mu_c H_0$ est l'induction magnétique crête à la surface du matériau. Il serait compliqué avec la loi locale (II.75) de calculer la valeur moyenne de l'induction dans la section de la tôle. On considère plutôt que pour une loi locale non linéaire $B(H)$, si les phénomènes dynamiques linéaires sont toujours caractérisés par l'équation de transfert définie à l'équation (II.76). Alors, on a :

$$B_{moyen} = \left(1 + \frac{p}{\omega_0}\right)^{-\nu} \left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)^{\frac{\nu-1}{2}} \cdot B_{qs}(H) \quad (II.77)$$

où B_{qs} est la loi de $B(H)$ en quasi-statique et ω_1 peut alors s'écrire en fonction des paramètres caractéristiques du matériau :

$$\omega_1 = \left(\frac{4}{d^2 \gamma \cdot \mu_c \omega_0^\nu} \right)^{\frac{1}{1-\nu}} \quad (II.78)$$

où d est l'épaisseur, γ la conductivité, $\mu_c = \frac{\partial B_{qs}}{\partial H}$.

Si on passe dans le domaine temporel, on a :

$$B_{moyen}(t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_{1/\omega_0}^{-\nu} \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_{1/\omega_1}^{\frac{\nu-1}{2}} B_{qs}(t) \quad (II.79)$$

Il est nécessaire de résoudre un système à dérivation implicite [OUS 95][ERD 71] :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_\tau^n E(t) = \int_{u=0}^t \frac{E(t-u)}{\tau^n \Gamma(-n)} \cdot u^{-n-1} \exp\left(\frac{-u}{\tau}\right) du \quad (II.80)$$

Une valeur approchée est calculée avec un pas de temps t_0 . On définit la série I_k par :

$$I_k = \int_{k \cdot t_0}^{(k+1) \cdot t_0} \frac{E(t-k \cdot t_0)}{\tau^n \Gamma(-n)} \cdot u^{-n-1} \cdot \exp\left(\frac{-u}{\tau}\right) \cdot du \quad (II.81)$$

L'intégrale I_k peut s'exprimer en fonction de la fonction de répartition d'une loi eulérienne qui s'écrit :

$$p \Gamma(x, n) = \int_0^x \frac{u^{-n-1} \cdot \exp(-u)}{\Gamma(-n)} \cdot du \quad (II.82)$$

où $\Gamma(x)$ désigne la fonction gamma (ou la fonction eulérienne de second espèce). Les logiciels de calcul ont des fonctions intégrées qui permettent de calculer la fonction de répartition. L'intégrale I_k est alors obtenue par :

$$I_k = E(t-k \cdot t_0) \cdot \left[p \Gamma\left((k+1) \cdot \frac{t_0}{\tau}, n\right) - p \Gamma\left(k \cdot \frac{t_0}{\tau}, n\right) \right] \quad (II.83)$$

La dérivée implicite s'exprime par :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_\tau^n E(t) = \sum_k I_k \quad (II.84)$$

II/2.2.2.b. Application à une tôle

La valeur moyenne de l'induction dans une tôle peut être évaluée à partir de l'équation (II.79) et par double dérivation implicite. La loi statique est modélisée par notre nouveau modèle. La modélisation est comparée à des mesures effectuées sur la tôle FeSi à grains non orientés étudiée précédemment.

Les paramètres caractérisant la dynamique sont donnés au tableau II.10. L'hystérésis statique est décrite par le modèle chimique. On propose d'utiliser alors les paramètres du tableau II.11. D'autres modèles statiques peuvent être utilisés.

TABLEAU II.10 : Les paramètres (modèle linéaire).

fréquence de transition f_0 (Hz) = $\omega_0/2\pi$	retard de phase ν	l'épaisseur d (mm)	la conductivité γ (S·m)
3	8.5°/90°	0.66	8·106

TABLEAU II.11 : Exemple de paramètres du modèle chimique (statique).

B max (T)	H_c (A/m)	β (m/A)	γ (m/A)
1.2	440	0.008	0.035

Soit la constante de temps $\tau_1 = 1/\omega_1$. Si τ_1 était constante dans le temps, on pourrait calculer l'induction en appliquant les calculs (II.83) (avec $\tau = \tau_1$ et $B = E$) et (II.84). En réalité elle dépend de la perméabilité μ_c (cf. (II.78)) qui dépend du temps. Il est alors nécessaire de faire une approximation de ce paramètre. Suivant la façon de l'évaluer, les résultats peuvent en être sensiblement modifiés.

A chaque instant la perméabilité μ_c peut être calculée à partir du modèle statique de l'hystérésis. Une valeur $\tau_1(t)$ est alors déduite. La valeur τ retenue pour effectuer le calcul (II.84) doit en être déduite. Des résultats intéressants ont été obtenus en choisissant :

$$\text{la moyenne : } \tau(t) = \sum_{k=0}^N \frac{\tau_1(t = k \cdot t_0)}{N} \tag{II.85}$$

où t_0 est le pas de temps et N le nombre de pas de temps de la date initiale à l'instant t . Ou encore :

$$\tau(t) = \tau_1(t) \tag{II.86}$$

Un compromis est finalement retenu avec :

$$\tau(t) = \frac{1}{2} \left(\tau_1(t) + \sum_{k=0}^N \frac{\tau_1(k \cdot t_0)}{N} \right) \tag{II.87}$$

II/2.2.2.c. Résultats

Une fois les paramètres choisis, on introduit le pas de temps et les valeurs de H à chaque pas. On intègre $B_{qs}(H)$ statique à l'ordre ν puis le résultat à l'ordre $(1-\nu)/2$.

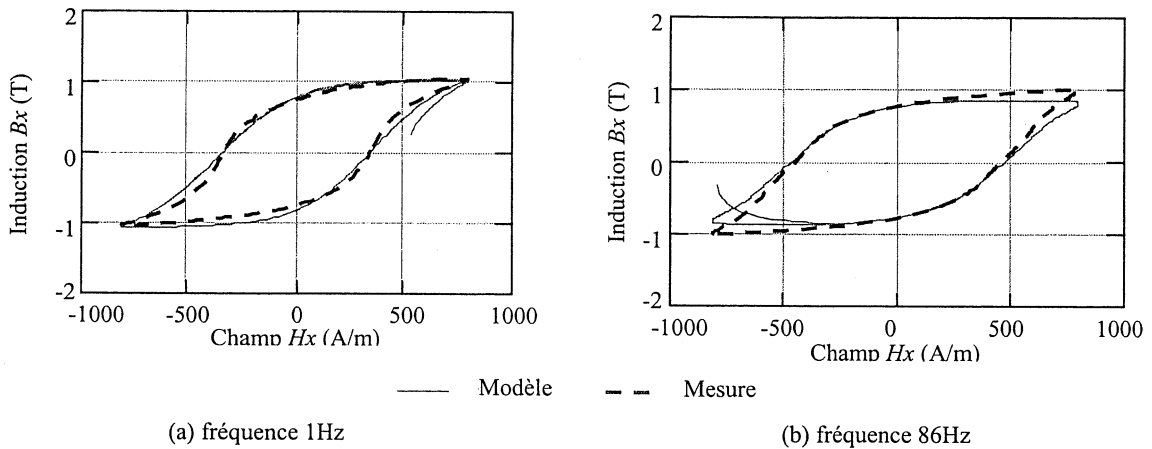


FIGURE II.31 : Induction sinusoïdale avec H crête de 800A/m.

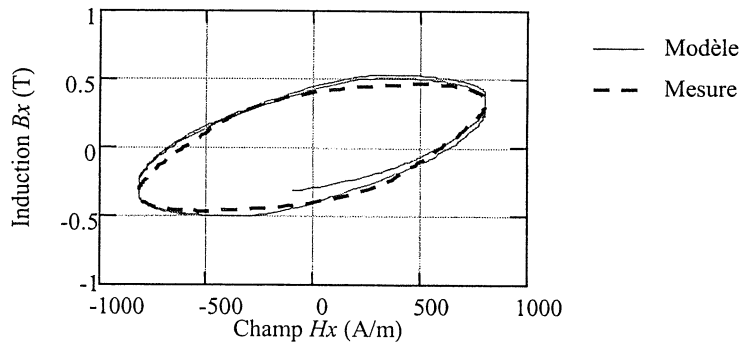


FIGURE II.32 : Induction sinusoïdale de 1000Hz avec H crête de 800A/m.

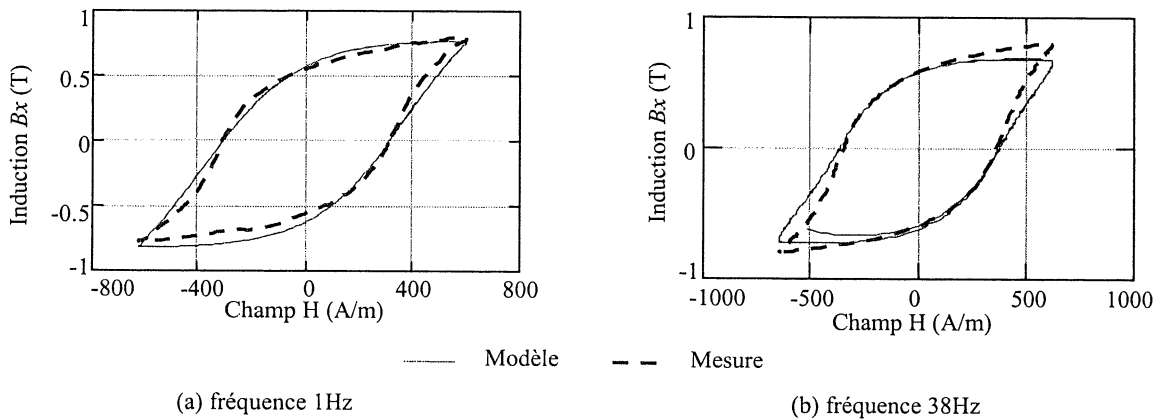
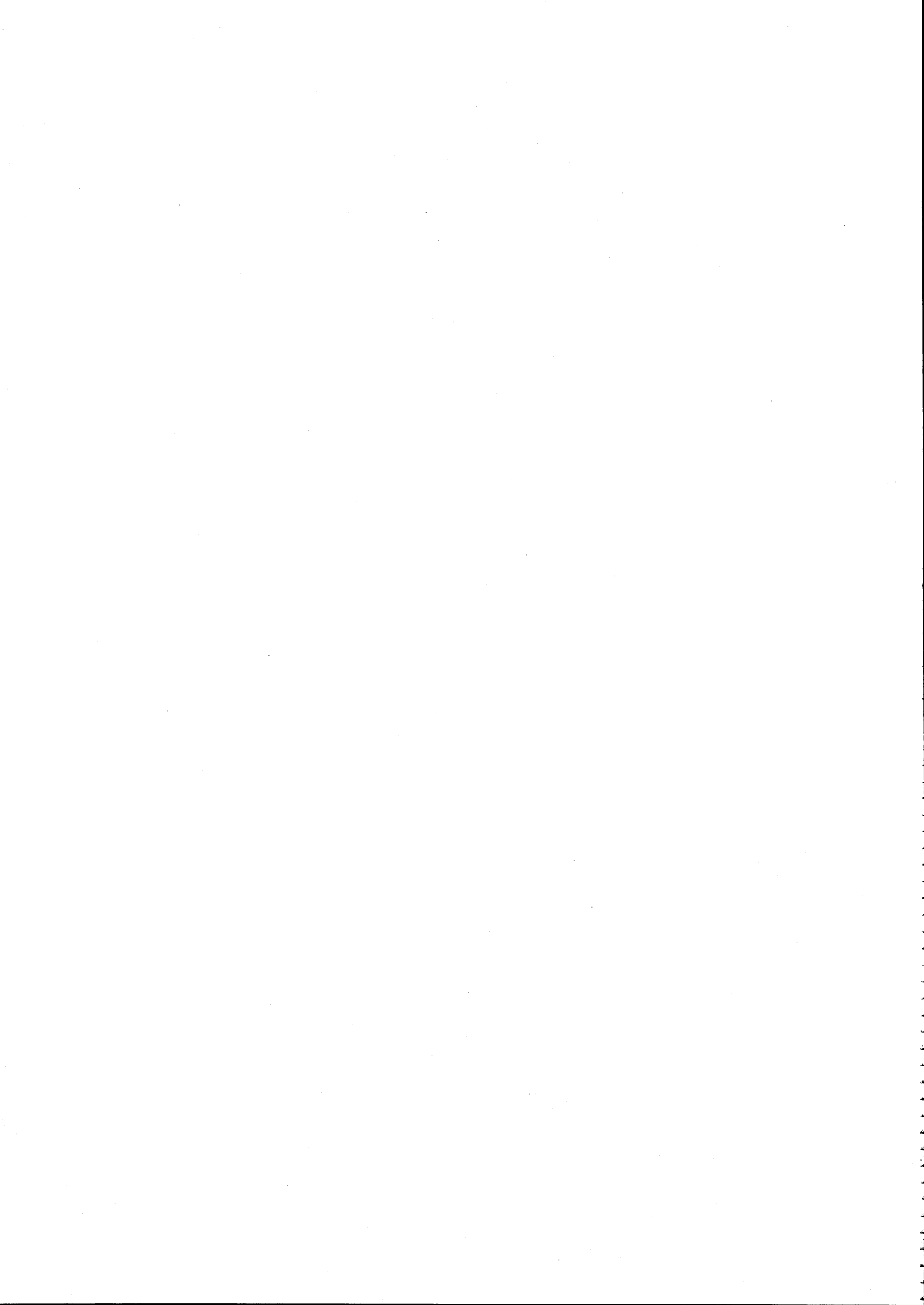


FIGURE II.33 : Induction sinusoïdale avec H crête de 500A/m.

Comme le montre la figure II.31, la figure II.32 et la figure II.33, le modèle est capable de donner la caractéristique $B_{moyen}(H)$ dans la section de la tôle pour une large plage de fréquences. Les phénomènes dynamiques semblent donc bien suivre une loi linéaire qui peut être caractérisée par un retard de phase.

Chapitre III / Extension du modèle
chimique au comportement dans le plan
de la tôle



Chapitre III / Extension du modèle chimique au comportement dans le plan de la tôle

On se propose d'aboutir, par une démarche systématique, à des modèles de l'hystérésis en régime quasi-statique adaptés à une tôle particulière. On s'intéresse en particulier à la caractérisation des tôles GO suivant l'axe transverse et à la caractérisation vectorielle des tôles FeSi GO et FeNi à texture cubique.

III/1. INTRODUCTION

Classiquement, les modèles de l'hystérésis sont basés sur les hypothèses suivantes :

- (1) Du fait de l'anisotropie il existe des directions privilégiées. Les moments peuvent s'écarter de ces directions si le champ extérieur est suffisamment important.
- (2) Il y a un renversement des moments magnétiques autour des parois. La modification de l'aimantation s'accompagne d'un déplacement de ces parois.
- (3) Les parois peuvent être gênées dans leur déplacement par les impuretés du métal. Ceci est à l'origine de pertes par hystérésis.

Les modèles, en général, ne font pas intervenir la magnétostriction. Ils en font ainsi un phénomène négligeable. Nos modèles comptent deux hypothèses supplémentaires :

- (4) La direction des moments magnétiques est fortement liée à la forme des liaisons atomiques, toute modification de la direction des moments magnétique entraîne des phénomènes magnétostrictifs.
- (5) Dans le cas des tôles magnétiques qui nous intéressent (alliage de fer), les énergies d'anisotropie sont suffisamment fortes pour que la rotation des moments magnétiques ne soit significative que pour des champs magnétiques importants.

Ces hypothèses nous permettent de caractériser de manière distincte la rotation des moments magnétiques qui intervient pour des champs élevés et le retournement des moments magnétiques qui doit être la principale cause de variation de l'aimantation à bas champ. On note que c'est la stratégie qui a été adoptée pour modéliser la direction de laminage des tôles GO. Celle-ci a donné des très bons résultats. Nous n'avons alors considéré pour les domaines qu'une direction privilégiée (2 sens). Pour la caractérisation du comportement scalaire de la tôle FeSi à texture Goss suivant de l'axe transverse ou du comportement vectoriel des tôles texturées, il faut prendre en compte toutes les directions privilégiées existantes.

Comme auparavant on peut caractériser les moments impliqués dans les renversements par une analogie à la chimie. On considère alors que dans le cristal, un ou plusieurs atomes se mettent en commun pour créer un moment élémentaire quantifié. Son module est donné par les caractéristiques des atomes. Son sens et sa direction correspondent aux axes privilégiés du

cristal. Un tel groupe est appelé molécule magnétique par analogie à la chimie. Le renversement d'un moment apparaît alors comme une transformation d'une espèce chimique vers une autre espèce. C'est une réaction chimique.

III/1.1. Application à l'axe transverse des tôles FeSi à texture Goss

III/1.1.1. Caractérisation des renversements des moments

Les moments de la tôle GO FeSi s'orientent de manière privilégiée suivant 3 axes (6 sens) : une direction orthogonale à l'axe transverse (axe longitudinal) et deux directions orthogonales à l'axe longitudinal et décalées de 45° par rapport à l'axe transverse (cf. figure III.1).

Si on se réfère à l'observation d'une tôle, on peut distinguer 5 types de domaines : un domaine dont les moments présentent une orientation moyenne à 45° , un à 135° , un à -45° , un à -135° , et un domaine où la projection du moment sur l'axe transverse est nulle (cf. figure I.7). La figure III.2 montre les 6 orientations résultantes.

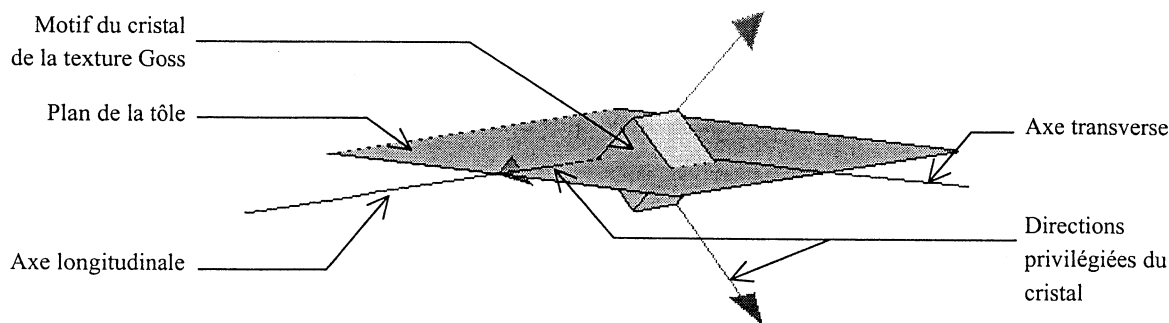


FIGURE III.1 : Directions privilégiées de la texture Goss.

Les moments présents dans les domaines adoptent six orientations possibles. Compte tenu des hypothèses précédentes, ils sont répertoriés en six molécules magnétiques, notées A1, A2, B1, B2, C1, C2. Elles sont présentées à la figure III.2.

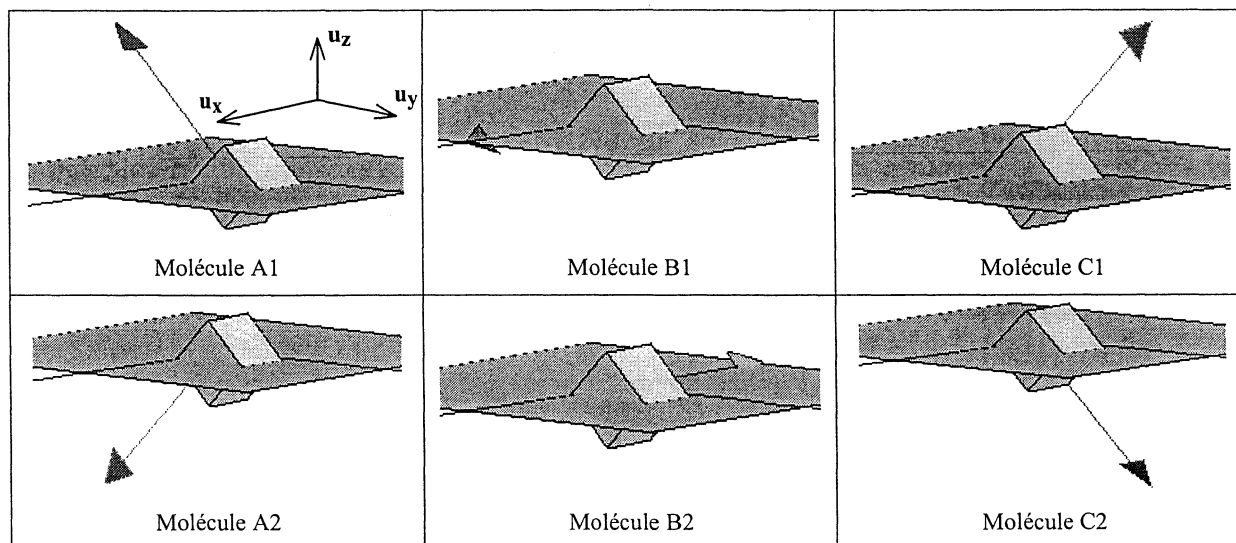


FIGURE III.2 : Orientations des moments résultant de l'organisation électronique.

Lorsque la tôle est excitée uniquement suivant l'axe transverse, par raison de symétrie, le nombre de A1 est égal au nombre de A2. Notons les indifféremment A et de la même façon B1, B2 sont notés B et C1, C2 sont notés C.

Si on applique un champ H croissant dans le sens positif indiqué ci-dessus, on peut définir les deux réactions de la figure III.3.

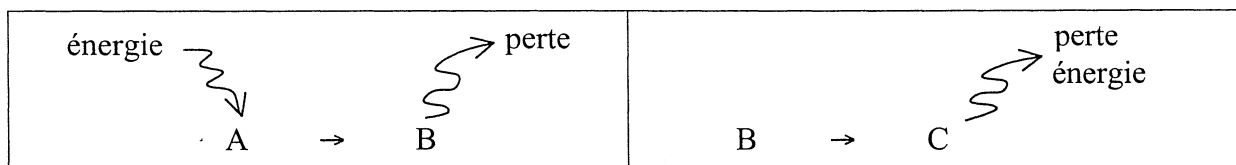


FIGURE III.3 : Comparaison à la réaction chimique.

A chacune de ces molécules A, B, C, on doit associer un potentiel chimique η_A , η_B , η_C . Reprenons les potentiels chimiques tel qu'on les avait exprimés dans l'équation (II.18), ils s'écrivent :

$$\eta_A = \eta_A^0 + \mu_0 \cdot \cos(45^\circ) \cdot H \cdot (\partial M_A / \partial \xi_A) + N \cdot f_T \ln(M_A / M_0) \quad (III.1)$$

$$\eta_B = \eta_B^0 + N \cdot f_T \ln(M_B / M_0) \quad (III.2)$$

$$\eta_C = \eta_C^0 - \mu_0 \cdot \cos(45^\circ) \cdot H \cdot (\partial M_C / \partial \xi_C) + N \cdot f_T \ln(M_C / M_0) \quad (III.3)$$

La principale différence entre la direction de laminage et la direction transverse est liée au niveau d'énergie des molécules associées. En raison des symétries, les molécules A et C sont équivalentes (d'un point de vue énergétique) alors que les molécules B ne le sont pas. Il doit donc exister un échange réversible d'énergie (non magnétique) pour passer de A à B et de B à C. La constante η_A^0 s'écrit :

$$\eta_A^0 = \text{constante} + T \cdot (\partial S_A / \partial \xi_A) \quad (III.4)$$

où le terme $T \cdot (\partial S_A / \partial \xi_A)$, qui représente l'échange d'énergie non magnétique des molécules A, doit inclure une part d'échanges irréversibles (pertes) et une part d'échanges réversibles d'énergie. La variation d'entropie est alors donnée par :

$$T \cdot (\partial S_A / \partial \xi_A) = \text{signe}(d\xi_A) \cdot N \cdot p_T + N \cdot r_T^A \quad (\text{III.5})$$

où $N \cdot p_T$ représente les pertes de la réaction et $N \cdot r_T^A$ l'échange réversible d'énergie. On peut écrire les constantes de réaction :

$$\frac{M_A}{M_B} \exp(\beta \cdot h) = \exp \left(-\text{signe}(d\xi_A) \cdot \frac{2 \cdot p_T}{f_T} + \frac{r_T^B - r_T^A}{f_T} \right) = K1 \quad (\text{III.6})$$

$$\frac{M_B}{M_C} \exp(\beta \cdot h) = \exp \left(\text{signe}(d\xi_C) \cdot \frac{2 \cdot p_T}{f_T} + \frac{r_T^C - r_T^B}{f_T} \right) = K2 \quad (\text{III.7})$$

Avec $M_A = 2 \cdot M_{A1} = 2 \cdot M_{A2}$, $M_B = 2 \cdot M_{B1} = 2 \cdot M_{B2}$, $M_C = 2 \cdot M_{C1} = 2 \cdot M_{C2}$, $r_T^A = r_T^C$ et lorsque le champ augmente $\text{signe}(d\xi_C) = -\text{signe}(d\xi_A) = 1$. De plus, on a

$$M_A + M_B + M_C = M_0 \quad (\text{III.8})$$

H est la partie active du champ appliqué H et est supposé identique pour les deux réactions. Il s'exprime par :

$$\exp(\gamma \cdot h) = \exp(\gamma \cdot H) + b \quad (\text{III.9})$$

On peut exprimer les grandeurs M_A, M_B, M_C . L'aimantation vaut alors :

$$\frac{J_{\text{renversement}}}{J_{\text{renv max}}} = \frac{M_C}{M_0} - \frac{M_A}{M_0} \quad (\text{III.10})$$

La figure III.4 montre les courbes évaluées par un algorithme associé aux équations (III.6) à (III.10). Ces équations ont été obtenues encore une fois par l'analogie aux réactions chimiques permettent de calculer l'induction due aux renversements des moments autour des parois de Bloch. Avec les équations, on peut remarquer que lorsque le champ s'annule, les molécules B sont prépondérantes. Ceci peut être confirmé par l'observation des domaines du matériau (cf. figure I.7) qui montre que les moments sont orientés suivant la direction de laminage.

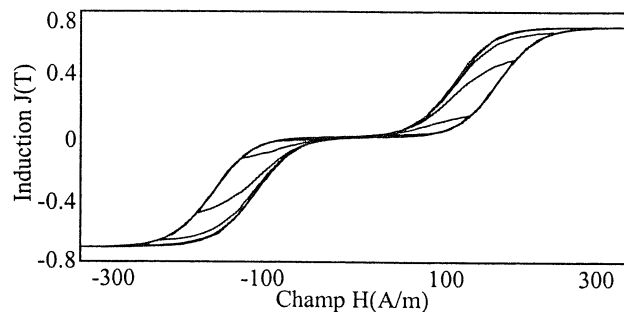


FIGURE III.4 : Variation de l'induction liée aux mouvements des parois.

III/1.1.2. Caractérisation des rotations

Comme cela a été fait précédemment, il faut à présent évaluer l'induction créée par les moments qui ne participent pas aux renversements.

On considère que l'on peut caractériser indépendamment les rotations et les retournements puisque les uns se produisent pour des champs forts et les autres pour des champs faibles même s'ils ne sont rigoureusement pas indépendants.

Lorsque le champ magnétique augmente, les moments tournent pour s'aligner avec le champ. En supposant une texture parfaite, seuls les moments dirigés suivant un axe orthogonal à l'axe transverse sont pris en compte. Par effet de moyenne, on espère que l'ensemble du phénomène sera correctement décrit.

Comme dans le cas de la modélisation du comportement suivant l'axe longitudinal, l'équilibre s'écrit :

$$\frac{\partial E_h}{\partial \theta} + \frac{\partial E_{meca}}{\partial \theta} + \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (III.11)$$

soit

$$h \cdot \sin(\theta) + k_1 \operatorname{sh}(k_2(\theta - \pi/2)) - p_0 = 0 \quad (III.12)$$

L'induction due aux rotations s'écrit :

$$J_{rotation} = J_{rot\ max} \cdot \cos(\theta) \quad (III.13)$$

La figure III.5 montre une courbe calculée par un algorithme associé à l'équation (III.11).

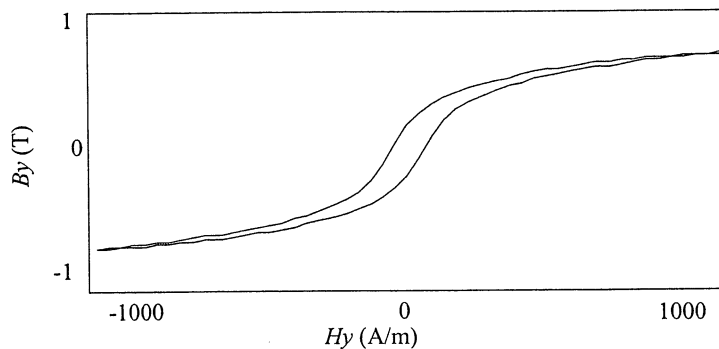


FIGURE III.5 : Variation de l'induction liée à la rotation des moments.

Finalement le modèle complet est donné par :

$$J = J_{renversement} + J_{rotation} \quad (III.14)$$

III/1.1.3. Comparaison à la mesure

Lorsque le champ augmente, $K1$ et $K2$ sont constants. On définit alors les paramètres $H1$ et $H2$ à partir des valeurs de $K1$ et $K2$ par :

$$K1 = \exp(\beta \cdot H1) \text{ et } K2 = \exp(\beta \cdot H2) \quad (III.15)$$

Les paramètres du modèle sont donnés par le tableau III.1 et le tableau III.2.

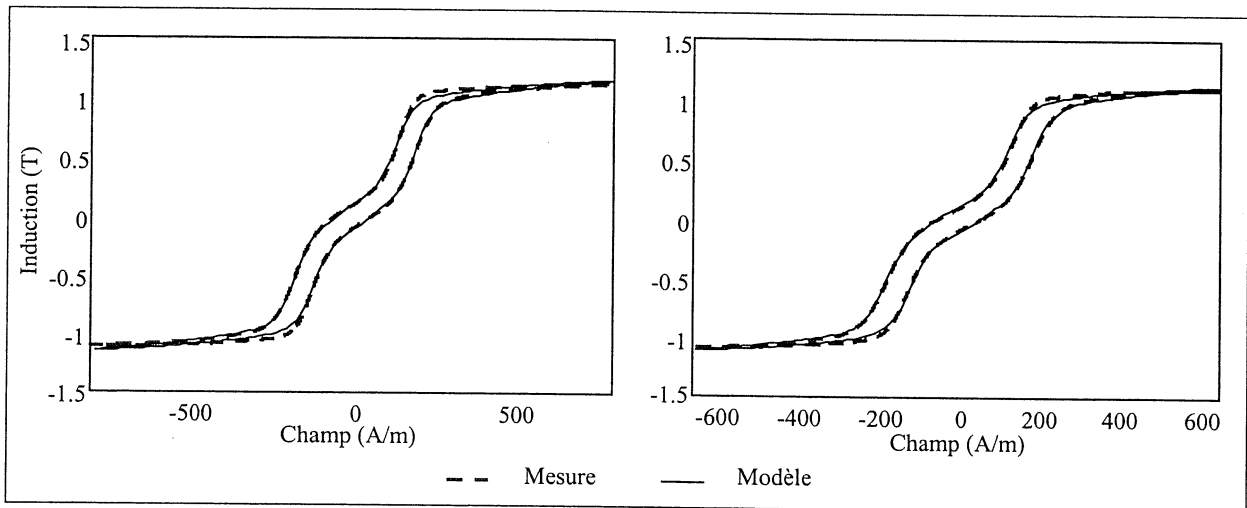
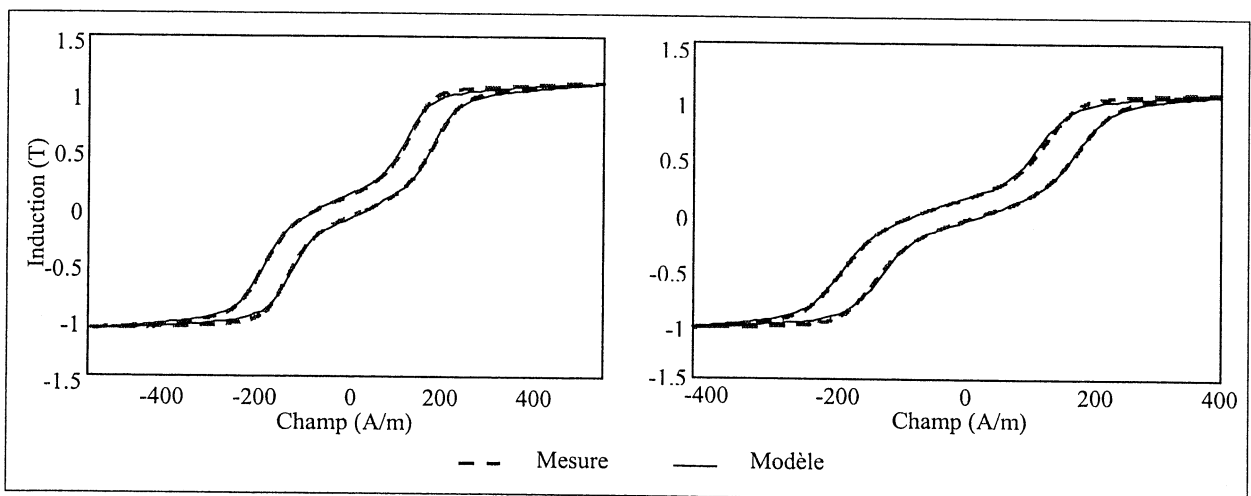
TABLEAU III.1 : Paramètres modèle chimique.

$J_{renv\ max}$ (T)	β (m/A)	$H1$ (A/m)	$H2$ (A/m)	γ (m/A)
0.707	0.04	125	180	0.03

TABLEAU III.2 : Paramètre modèle des rotations

$J_{rot\ max}$ (T)	$k1$ (A/m)	$k2$	α (m/A)	$p0$ (A/m)
1.293	50	10	0.011	50

De la figure III.6 à la figure III.10, le modèle est comparé à des mesures expérimentales effectuées sur la tôle GO FeSi excitée suivant l'axe transverse. On constate que l'on obtient des résultats satisfaisants des faibles aux fortes valeurs de l'induction.

FIGURE III.6 : Comparaison de cycles (H crête = 543A/m, H crête = 645A/m).FIGURE III.7 : Comparaison de cycles (H crête = 455A/m, H crête = 400A/m).

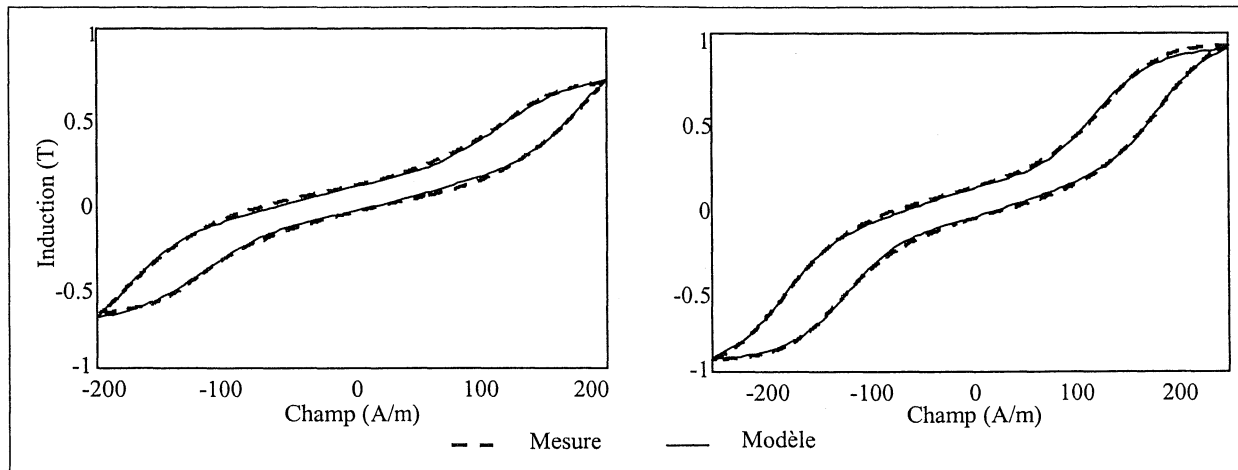


FIGURE III.8 : Comparaison de cycles (H crête = 200A/m, H crête = 250A/m).

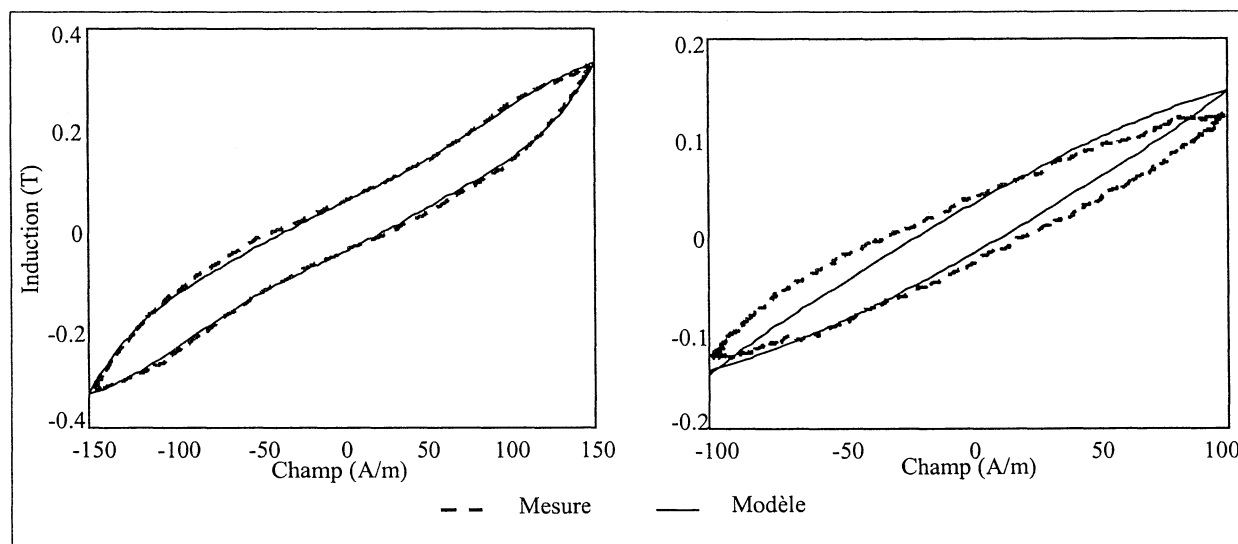


FIGURE III.9 : Comparaison de cycles (H crête = 145A/m, H crête = 100A/m).

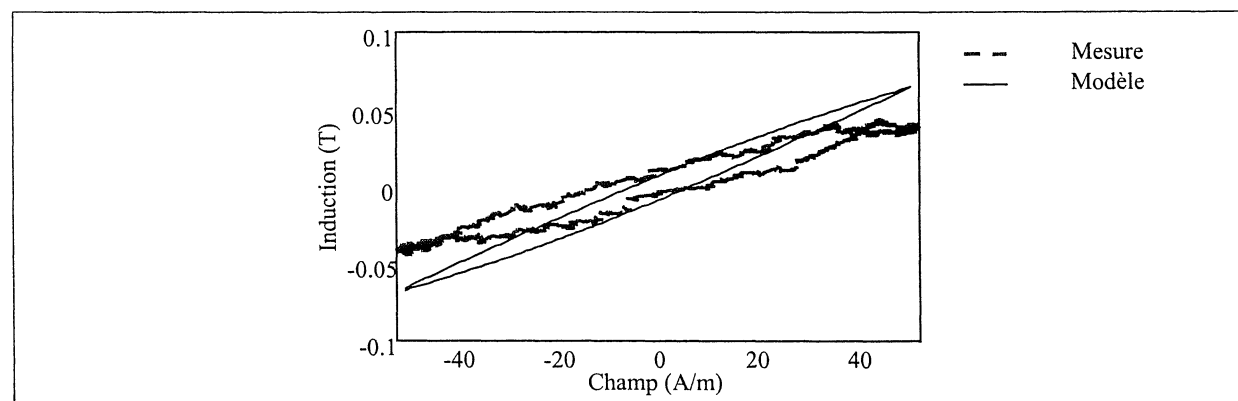


FIGURE III.10 : Comparaison de cycles (H crête = 50A/m).

III/1.2. Application à l'axe longitudinal d'une tôle FeNi à texture cubique

Le modèle scalaire a été aussi appliqué à une tôle FeNi présentant une texture cubique. Une caractérisation poussée de cette tôle a été effectuée à 50Hz en champ uniaxial et tournant [SPO 98]. Les mesures sont faites suivant l'axe longitudinal pour une fréquence de 50Hz. Nous nous intéressons dans un premier temps à son comportement suivant l'axe longitudinal et nous supposons que les effets de la fréquence sont négligeables.

L'identification à la mesure a montré que la contribution des moments qui ne participe pas au basculement des parois est faible. A 1.5T, induction proche de la saturation (de 1.6T), 1.3T peut être attribué aux moments participant au retournement contre 0.2T (soit 12%) seulement pour les autres moments. En fait, dans le cas de cette tôle, le processus chimique de renversement permet à lui seul de prédire le comportement du matériau.

Les paramètres du modèle complet et les résultats d'identification sont donnés dans le tableau III.3, le tableau III.4 et la figure III.11.

TABLEAU III.3 : Paramètres modèle chimique (tôle FeNi).

$J_{renv\ max}$ (T)	β (m/A)	Hl (A/m)	γ (m/A)
1.3	1.2	30	0.308

TABLEAU III.4 : Paramètre modèle des rotations (tôle FeNi).

$J_{rot\ max}$ (T)	$k1$ (A/m)	$k2$	α (m/A)	$p0$ (A/m)
0.6	3	12	0.1	35

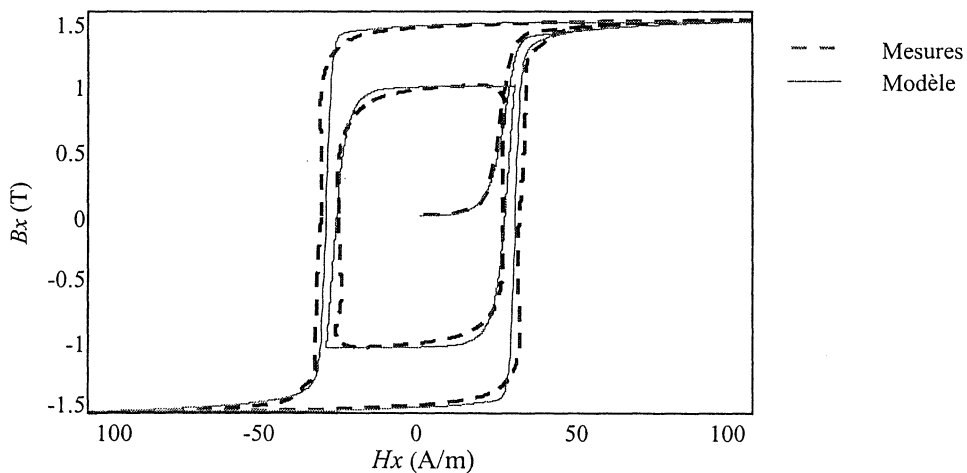


FIGURE III.11 : Comparaison à la mesure pour une tôle FeNi.

III/2. CARACTERISATION VECTORIELLE DU PROCESSUS CHIMIQUE

III/2.1. Tôle FeNi à texture cubique

III/2.1.1. Introduction

Nous avons déjà montré que par des techniques comparables à celles de la chimie analytique, on pouvait réaliser des modèles scalaires pour les tôles FeSi GO aussi bien suivant l'axe longitudinal que suivant l'axe transverse. En fait, l'approche développée peut être généralisée pour décrire le comportement vectoriel du matériau dans le plan de la tôle. Pour ce faire, nous considérons la tôle FeNi précédemment étudiée. Sa texture cubique simple et presque parfaite est en effet bien adaptée.

Lorsqu'on s'est intéressé à la caractérisation suivant l'axe longitudinal des tôles GO FeSi, le processus chimique a fait intervenir deux états des moments (positif et négatif). Lorsqu'elle est excitée suivant l'axe transverse, on met en œuvre trois états caractéristiques (en prenant en compte les symétries). Pour la caractérisation vectorielle des tôles à texture cubique, il faut non seulement prendre en compte quatre états mais également le caractère vectoriel du champ. La modélisation scalaire n'est alors qu'un cas simplifié de la modélisation vectorielle.

III/2.1.2. Processus chimique

On se propose d'utiliser avec rigueur les principes antérieurs semblables à ceux utilisés pour la caractérisation de l'axe transverse des tôles GO FeSi. On avait alors introduit la notion de molécule magnétique (par analogie au terme de la chimie). On considère par-là que dans le cristal de fer, un ou plusieurs atomes se mettent en commun pour donner des directions caractéristiques du moment magnétique résultant. A ce groupe on donne le nom de molécule magnétique. Dans le cas d'une tôle GO FeSi, il existe 6 directions caractéristiques donc 6 molécules.

Dans le cas de la tôle FeNi, on compte dans le plan de la tôle quatre directions caractéristiques des moments magnétiques. Ceux-ci sont bien évidemment organisés en domaines. Une disposition possible des domaines est montrée en figure III.12.

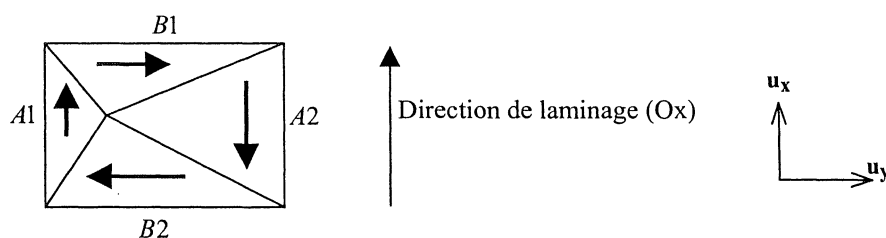


FIGURE III.12 : Domaines magnétiques de la tôle fer Nickel.

La variation de l'aimantation se fait non pas par retournement des moments magnétiques comme dans le FeSi GO (domaine à 180°) mais par leur basculement de 90° (domaine à 90°).

Ces derniers sont décrits par les équilibres chimiques des réactions 1, 2, 3 données dans le tableau II.5. Nous allons comme précédemment rechercher l'équilibre thermodynamique. Comme en chimie analytique, la détermination de l'équilibre thermodynamique passe par le calcul du potentiel chimique. L'équation (II.18) donne le potentiel chimique pour une molécule magnétique. Ecrivons le pour les molécules $A1$, $A2$, $B1$, $B2$ (cf. figure III.12). On a :

$$\eta^{A1} = \eta_0^{A1}(T, \text{signe}(\partial\xi^{A1})) - \mu_0 \cdot Hx \cdot \left(\frac{\partial M^{A1}}{\partial \xi^{A1}} \right) + N \cdot f_T \ln(M^{A1}/M_0) \quad (III.16)$$

$$\eta^{A2} = \eta_0^{A2}(T, \text{signe}(\partial\xi^{A2})) + \mu_0 \cdot Hx \cdot \left(\frac{\partial M^{A2}}{\partial \xi^{A2}} \right) + N \cdot f_T \ln(M^{A2}/M_0) \quad (III.17)$$

$$\eta^{B1} = \eta_0^{B1}(T, \text{signe}(\partial\xi^{B1})) - \mu_0 \cdot Hy \cdot \left(\frac{\partial M^{B1}}{\partial \xi^{B1}} \right) + N \cdot f_T \ln(M^{B1}/M_0) \quad (III.18)$$

$$\eta^{B2} = \eta_0^{B2}(T, \text{signe}(\partial\xi^{B2})) + \mu_0 \cdot Hy \cdot \left(\frac{\partial M^{B2}}{\partial \xi^{B2}} \right) + N \cdot f_T \ln(M^{B2}/M_0) \quad (III.19)$$

où le champ extérieur est $\mathbf{H} = Hx \cdot \mathbf{u}_x + Hy \cdot \mathbf{u}_y$.

On définit alors les trois constante de réaction $K1$, $K2$, $K3$ auxquelles sont associés trois équilibres thermodynamiques (cf. tableau II.5).

TABEAU III.5 : Réactions selon un modèle chimique.

	description	Constante de réaction	Equilibre thermodynamique
Réaction 1 :	$A1 \rightarrow B1$	$K1$	$\eta^{B1} - \eta^{A1} = 0 \quad (III.20)$
Réaction 2 :	$B1 \rightarrow A2$	$K2$	$\eta^{A2} - \eta^{B1} = 0 \quad (III.21)$
Réaction 3 :	$A2 \rightarrow B2$	$K3$	$\eta^{B2} - \eta^{A2} = 0 \quad (III.22)$

III/2.1.3. Détermination des constantes de réaction

Au cours de la construction du modèle scalaire de l'hystérésis, on a vu que lorsque le champ évolue, l'induction tend à rejoindre une courbe majeure. Des considérations thermodynamiques nous ont permis de donner des équations de ces courbes asymptotiques, et la partie active a caractérisé le lien élastique entre la valeur de l'induction et sa courbe asymptotique. La courbe asymptotique liant l'induction et le champ est obtenue en faisant tendre $\partial M^X / \partial \xi^X$ (X désignant une molécule magnétique) vers M_0 (somme des moments participant aux renversements). En vectoriel, la notion de cycle majeur n'est pas évidente à imaginer, cependant, il est possible de définir une notion de courbe asymptotique. Elle est définie comme étant la valeur de l'induction lorsque $\partial M^X / \partial \xi^X$ tend vers M_0 . L'équation de la courbe asymptotique se déduit des équations (III.16) à (III.19) et (III.20) à (III.22), elle s'écrit :

$$\begin{aligned}
 K1 &= \frac{M^{B1}}{M^{A1}} \cdot \exp(\beta \cdot (Hx - Hy)) \\
 K2 &= \frac{M^{A2}}{M^{B1}} \cdot \exp(\beta \cdot (Hx + Hy)) \\
 K3 &= \frac{M^{B2}}{M^{A2}} \cdot \exp(\beta \cdot (Hy - Hx))
 \end{aligned} \tag{III.23}$$

où β est une constante. L'induction vaut :

$$\begin{aligned}
 Bx/J_{renv\ max} &= \left(M^{A1} - M^{A2} \right) / M_0 \\
 By/J_{renv\ max} &= \left(M^{B1} - M^{B2} \right) / M_0
 \end{aligned} \tag{III.24}$$

où $J_{renv\ max}$ est l'induction maximale créée par les moments participant aux basculements (la somme de ces moments vaut M_0). Le nombre total de molécule magnétique ne change pas, donc :

$$M_0 = M^{A1} + M^{A2} + M^{B1} + M^{B2} \tag{III.25}$$

Il est nécessaire de définir les parties actives comme nous l'avions fait précédemment pour représenter des cycles mineurs. On choisit encore d'exprimer la partie active h d'un champ H (lorsqu'il augmente) par :

$$\exp(\alpha \cdot h) = \exp(\alpha \cdot H) + b \tag{III.26}$$

où b est le paramètre d'histoire. Des essais ont montré que les grandeurs qui commandent les mouvements des parois sont les champs $H_{x-y} = Hx - Hy$ et $H_{x+y} = Hx + Hy$. On définit alors les parties actives correspondantes h_{x-y} et h_{x+y} .

Les équations s'écrivent :

$$K1 = \frac{M^{B1}}{M^{A1}} \cdot \exp(\beta \cdot h_{x-y}) \tag{III.27}$$

$$K2 = \frac{M^{A2}}{M^{B1}} \cdot \exp(\beta \cdot h_{x+y}) \tag{III.28}$$

$$K3 = \frac{M^{B2}}{M^{A2}} \cdot \exp(-\beta \cdot h_{x-y}) \tag{III.29}$$

Cherchons à présent à déterminer la valeur des constantes de réaction. On rappelle qu'elles sont l'exponentielle de la variation d'énergie du système lorsque la réaction évolue dans son sens positif. Pour des raisons de symétrie, selon le sens de variation de champ, les constantes $K1$, $K2$ et $K3$ prendront la valeur K ou $1/K$ (où K est une constante dépendant directement du champ coercitif du matériau). La valeur des constantes dépendant du sens des réactions, il est important de le connaître pour les trois réactions considérées.

Les transformations sont irréversibles. La constante doit donc exprimer une création de pertes lors de la transformation. Prenons l'exemple de la réaction 1. Pour K constante

supérieure à 1, si $A1$ se transforme en $B1$ alors $K1$ vaudra K , par contre si $B1$ se transforme en $A1$ alors $K1$ vaudra $1/K$.

Les équations (III.27) et (III.29) permettent d'écrire :

$$K3 \cdot K1 = \frac{M^{B2} \cdot M^{B1}}{M^{A2} \cdot M^{A1}} \quad (III.30)$$

D'autre part, la continuité des grandeurs $M^{A1}, M^{A2}, M^{B1}, M^{B2}$ lorsque les réactions changent de sens impose :

$$K1 \cdot K3 = \text{constante} = 1 \quad (III.31)$$

III/2.1.4. Mise en place des équations

On peut déterminer les valeurs des molécules associées à l'induction en résolvant le système des équations (III.24), (III.25), (III.30) et (III.31).

On obtient alors :

$$M^{A1}/M_0 = (J_{renv\ max} + Bx - By) \cdot (J_{renv\ max} + Bx + By) / 4 \cdot J_{renv\ max}^2 \quad (III.32)$$

$$M^{A2}/M_0 = (J_{renv\ max} - Bx - By) \cdot (J_{renv\ max} - Bx + By) / 4 \cdot J_{renv\ max}^2 \quad (III.33)$$

$$M^{B1}/M_0 = (J_{renv\ max} + By - Bx) \cdot (J_{renv\ max} + By + Bx) / 4 \cdot J_{renv\ max}^2 \quad (III.34)$$

$$M^{B2}/M_0 = (J_{renv\ max} - By - Bx) \cdot (J_{renv\ max} - By + Bx) / 4 \cdot J_{renv\ max}^2 \quad (III.35)$$

Les sens de variations associés aux équilibres (III.27) et (III.28) sont respectivement les sens de variation de M^{B1}/M^{A1} et de M^{A2}/M^{B1} ou respectivement les sens de variation de $H_{x-y} = Hx - Hy$ et $H_{x+y} = Hx + Hy$. Lorsque le sens de variation est croissant, la constante de réaction vaut K (avec $K > 1$), si le sens est décroissant elle vaut $1/K$.

Ces équations permettent de calculer une loi $\mathbf{B(H)}$ ou une loi $\mathbf{H(B)}$. On a introduit 2 parties actives. Les paramètres d'histoire associés sont calculés de sorte à assurer la continuité des quantités $M^{A1}, M^{A2}, M^{B1}, M^{B2}$ lorsque les valeurs de $K1, K2, K3$ sont discontinues.

III/2.1.5. Comparaison à la mesure

L'identification du modèle s'est appuyée sur des mesures effectuées suivant l'axe longitudinal (un cycle majeur (1.5T) et deux cycles mineurs (1T, 0.5T)). Les paramètres sont donnés au tableau III.6. On rappelle que $K = \exp(\beta \cdot Hc)$.

La mesure est comparée ensuite à la loi $\mathbf{H(B)}$ du modèle pour des inductions de 1.5T et 0.7T (cf. figure III.13 à figure III.16). Bien qu'on ne représente pas les phénomènes de rotation, les résultats sont déjà probants. On remarque que le modèle ne prend pas en compte la dissymétrie entre l'axe longitudinal et transverse.

TABLEAU III.6 : Paramètres du modèle chimique (FeNi).

$J_{renv\ max}$ (T)	β (m/A)	H_c (A/m)	γ (m/A)
1.5	0.4	31	0.17

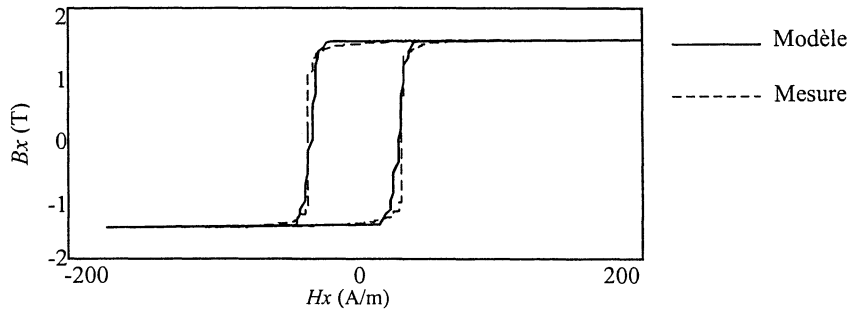
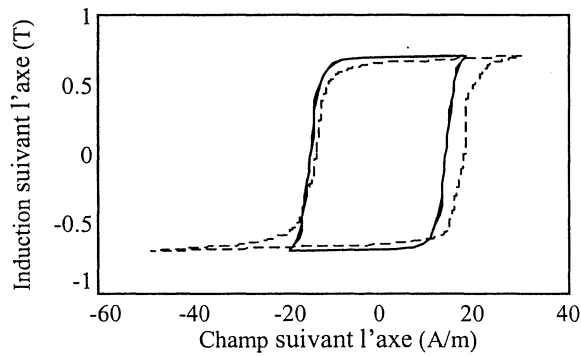
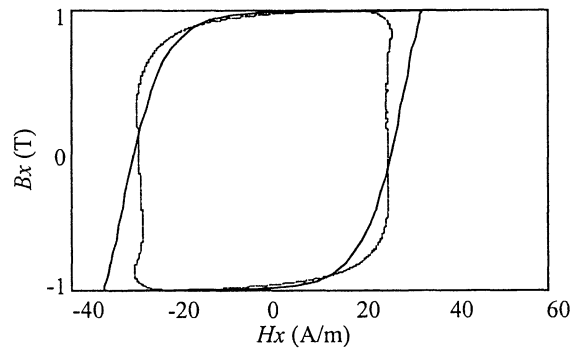


FIGURE III.13 : Excitation suivant l'axe longitudinal (1.5T).

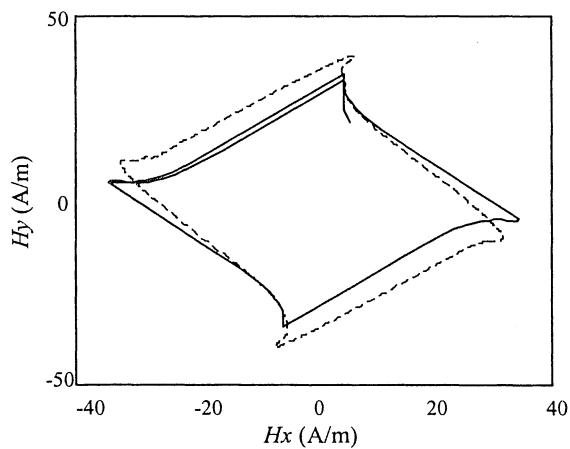


(a) axe orienté à 45°15

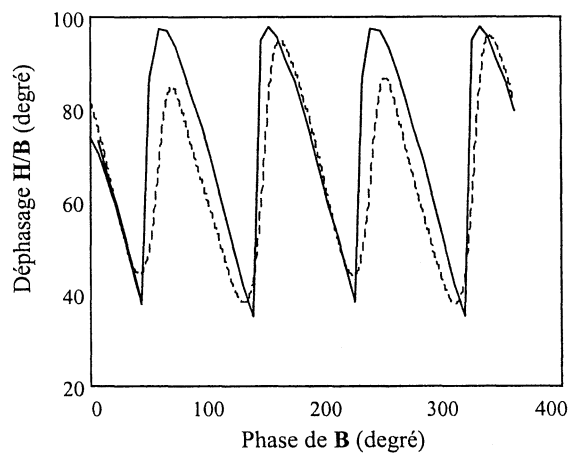


(b) axe longitudinal

FIGURE III.14 : Excitation suivant un axe donné (1T).



(a) tracé du champ



(b) diagramme des phases

FIGURE III.15 : Excitation circulaire (1T).

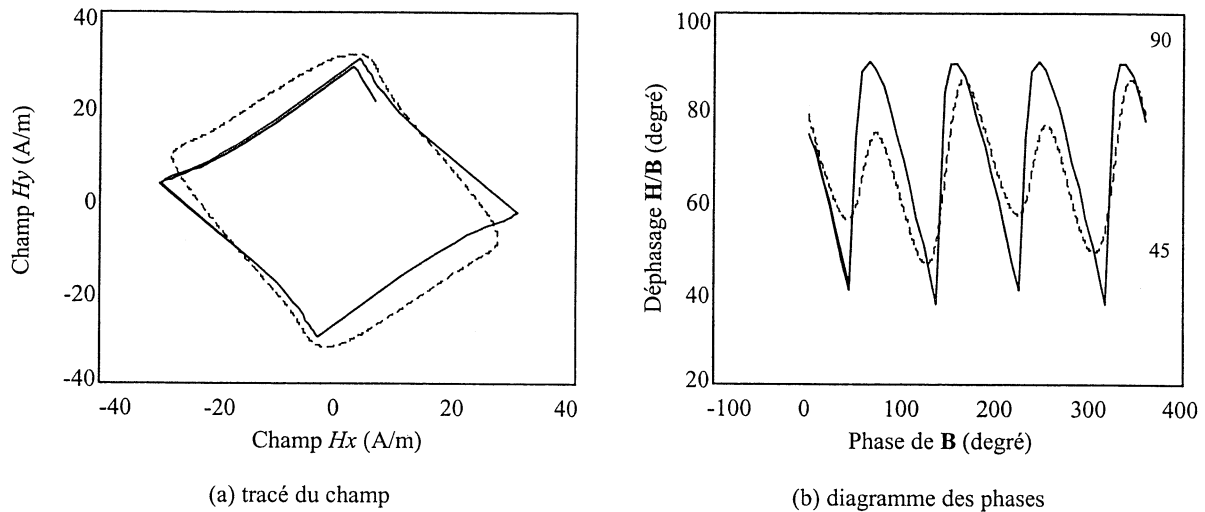


FIGURE III.16 : Excitation circulaire (0.7T).

III/2.2. Tôle FeSi GO à texture Goss

Nous sommes parvenus à des résultats intéressants dans la recherche d'un modèle vectoriel pour les tôles FeNi à texture cubique. Allons maintenant plus loin. Sommes-nous capable de caractériser une tôle présentant une texture différente? On s'intéresse à présent au comportement vectoriel des tôles GO FeSi.

III/2.2.1. Processus chimique

On rappelle que pour la tôle GO FeSi, les moments peuvent se placer suivant six sens caractéristiques présentés à la figure III.2. Lorsque l'excitation est dans le plan de la tôle, en raison des symétries, quatre types de molécule magnétique se distinguent : $A1$ et $A2$ qui se projettent suivant l'axe transverse dans le sens négatif (indifféremment notons les A), $B1$ qui se projette suivant l'axe longitudinal dans le sens positif, $B2$ qui se projette suivant l'axe longitudinal dans le sens négatif, et enfin, $C1$ et $C2$ qui se projettent suivant l'axe transverse dans le sens positif (indifféremment notons les C). On définit alors les transformations par 3 réactions :



où $K1, K2, K3$ sont les constantes de réaction. Avec $M_A = 2 \cdot M_{A1} = 2 \cdot M_{A2}$ et $M_C = 2 \cdot M_{C1} = 2 \cdot M_{C2}$. La courbe asymptotique s'écrit :

$$\begin{aligned}
K1 &= \frac{M^C}{M^{B1}} \cdot \exp(\beta x \cdot Hx - \beta y \cdot Hy) \\
K2 &= \frac{M^{B2}}{M^C} \cdot \exp(\beta x \cdot Hx + \beta y \cdot Hy) \\
K3 &= \frac{M^A}{M^{B2}} \cdot \exp(-\beta x \cdot Hx + \beta y \cdot Hy)
\end{aligned} \tag{III.36}$$

où βx et βy sont des constantes. Les grandeurs qui commandent les mouvements des parois sont les champs $H_{x-y} = \beta x \cdot Hx - \beta y \cdot Hy$ et $H_{x+y} = \beta x \cdot Hx + \beta y \cdot Hy$. On définit alors les parties actives correspondantes h_{x-y} et h_{x+y} . Les équations s'écrivent :

$$K1 = \frac{M^C}{M^{B1}} \cdot \exp(h_{x-y}) \tag{III.37}$$

$$K2 = \frac{M^{B2}}{M^C} \cdot \exp(h_{x+y}) \tag{III.38}$$

$$K3 = \frac{M^A}{M^{B2}} \cdot \exp(-h_{x-y}) \tag{III.39}$$

La relation (III.31) est remplacée par :

$$K1 \cdot K3 = K_0^2 \tag{III.40}$$

Donc avec (III.30), on a :

$$M^A \cdot M^C = M^{B1} \cdot M^{B2} \cdot K_0^2 \tag{III.41}$$

où K_0 est une constante positive. Par ailleurs, l'équation (III.24) devient :

$$\begin{aligned}
Bx/J_{renv\ max} &= (M^{B1} - M^{B2})/M_0 \\
By/J_{renv\ max} &= \cos(45^\circ) \cdot (M^C - M^A)/M_0
\end{aligned} \tag{III.42}$$

et (III.25) devient :

$$M_0 = M^A + M^C + M^{B1} + M^{B2} \tag{III.43}$$

III/2.2.2. Constante de réaction

Contrairement à la tôle FeNi, l'axe transverse et longitudinal des tôles GO FeSi ne sont pas équivalents. En conséquence, lors des transformations, il devait nécessairement y avoir un échange irréversible d'énergie (pertes) mais également un échange réversible. C'est pourquoi, K1 et K3 peuvent prendre les valeurs $K \cdot K_0$ ou K_0/K , et K2 peut prendre la valeur K/K_0 ou $1/(K \cdot K_0)$. La constante K caractérise alors les échanges irréversibles d'énergie et la constante K_0 les échanges réversibles d'énergie.

Alors, les équations (III.32) à (III.35) deviennent :

$$\frac{M^C}{M_0} = \frac{-K_0^2}{2 \cdot (1 - K_0^2)} + \frac{By}{\sqrt{2} \cdot J_{renv\ max}} + \frac{\sqrt{2 \cdot By^2 \cdot (1 - K_0^2) - (1 - K_0^2) \cdot K_0^2 \cdot Bx^2 + K_0^2 \cdot J_{renv\ max}^2}}{2 \cdot (1 - K_0^2) \cdot J_{renv\ max}} \tag{III.44}$$

$$\frac{M^A}{M_0} = \frac{-K_0^2}{2 \cdot (1 - K_0^2)} - \frac{By}{\sqrt{2} \cdot J_{renv\ max}} + \frac{\sqrt{2 \cdot By^2 \cdot (1 - K_0^2) - (1 - K_0^2) \cdot K_0^2 \cdot Bx^2 + K_0^2 \cdot J_{renv\ max}^2}}{2 \cdot (1 - K_0^2) \cdot J_{renv\ max}} \quad (III.45)$$

$$\frac{M^{B1}}{M_0} = \frac{1}{2 \cdot (1 - K_0^2)} + \frac{Bx}{2 \cdot J_{renv\ max}} - \frac{\sqrt{2 \cdot By^2 \cdot (1 - K_0^2) - (1 - K_0^2) \cdot K_0^2 \cdot Bx^2 + K_0^2 \cdot J_{renv\ max}^2}}{2 \cdot (1 - K_0^2) \cdot J_{renv\ max}} \quad (III.46)$$

$$\frac{M^{B2}}{M_0} = \frac{1}{2 \cdot (1 - K_0^2)} - \frac{Bx}{2 \cdot J_{renv\ max}} - \frac{\sqrt{2 \cdot By^2 \cdot (1 - K_0^2) - (1 - K_0^2) \cdot K_0^2 \cdot Bx^2 + K_0^2 \cdot J_{renv\ max}^2}}{2 \cdot (1 - K_0^2) \cdot J_{renv\ max}} \quad (III.47)$$

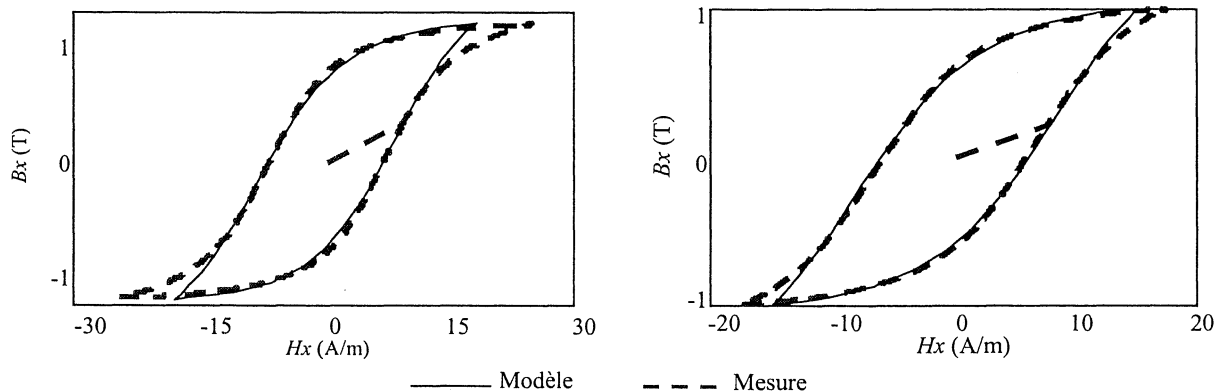
Des algorithmes de calcul de la loi **H(B)** et **B(H)** peuvent ainsi être construits.

III/2.2.3. Comparaison à la mesure

Le tableau III.7 donne les paramètres du modèle. Par convenance le paramètre K est remplacé par Hc, il y est lié par la relation : $K = \exp(\beta x \cdot Hc)$. La figure III.17 et figure III.18 comparent directement le modèle à la mesure. La figure III.19 et la figure III.20 ne montrent que le modèle, on reconnaît cependant les formes mesurées en induction circulaire (cf. figure I.18b). La figure III.21 montre que la direction très difficile se situe à environ 55°. Il est clair que la démarche entreprise ouvre des perspectives intéressantes. En effet, l'application pur et simple du principe de la réaction chimique, en faisant abstraction des rotations, donne des caractéristiques très proches de l'expérience.

TABLEAU III.7 : Paramètres du modèle chimique (FeSi).

$J_{renv\ max}$ (T)	βx (m/A)	βy (m/A)	γ (m/A)	Hc (A/m) ($K = \exp(\beta x \cdot Hc)$)	K_0^2
1.5	0.11	0.03	1.5	8	10^{-3}



(a) excitation suivant l'axe de laminage $|B|=1.2T$

(b) excitation suivant l'axe de laminage $|B|=1T$

FIGURE III.17 : Comparaison à la mesure $Bx(Hx)$.

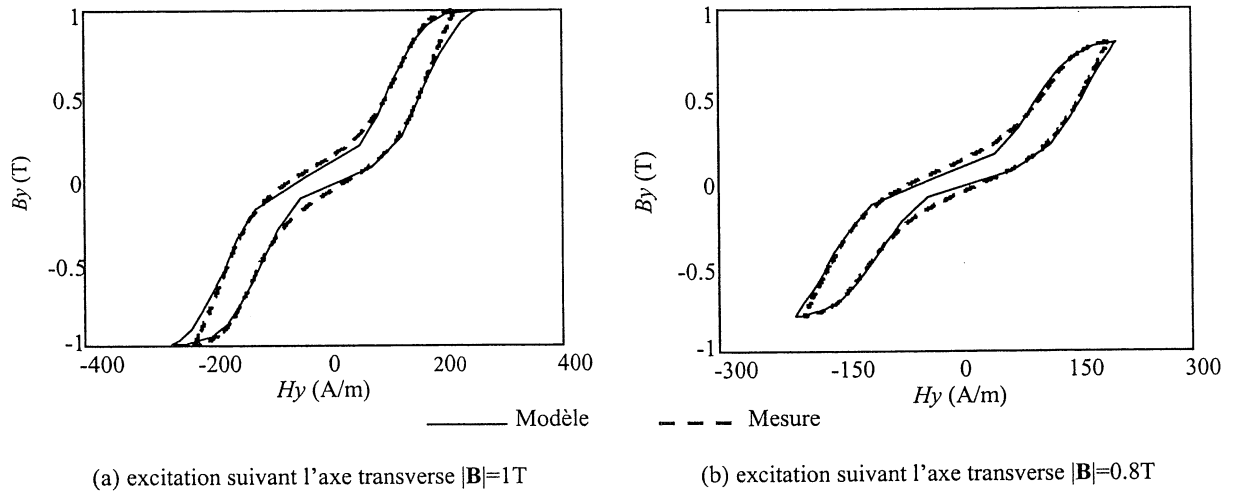


FIGURE III.18 : Comparaison à la mesure $B_y(H_y)$.

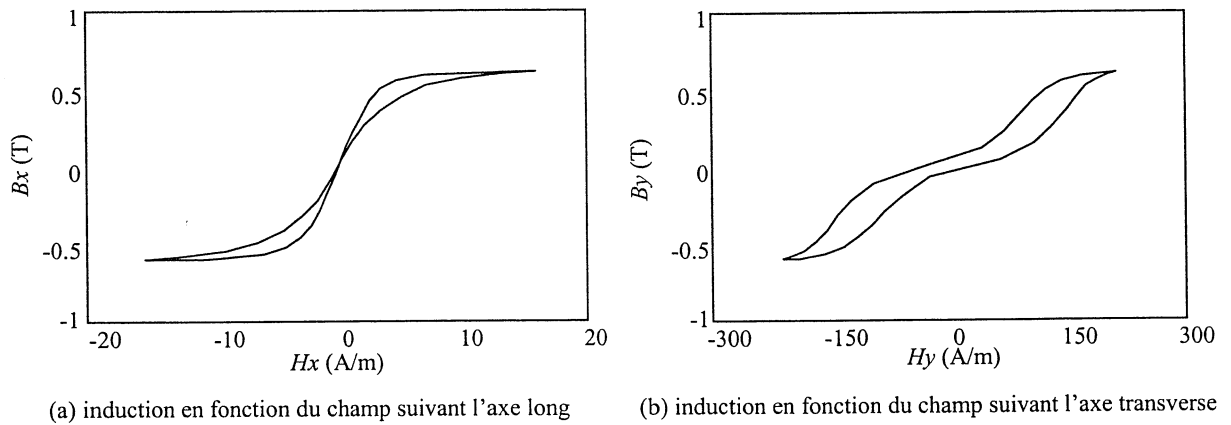


FIGURE III.19 : Résultat de simulation en excitation à 45° et $|\mathbf{B}|=0.856\text{T}$.

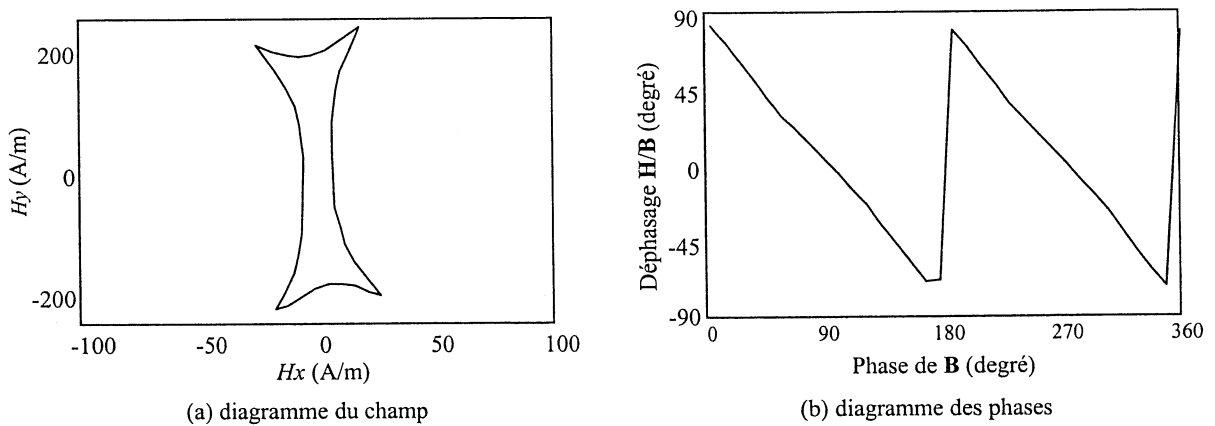


FIGURE III.20 : Simulation avec une excitation circulaire, $|\mathbf{B}|=0.856\text{T}$.

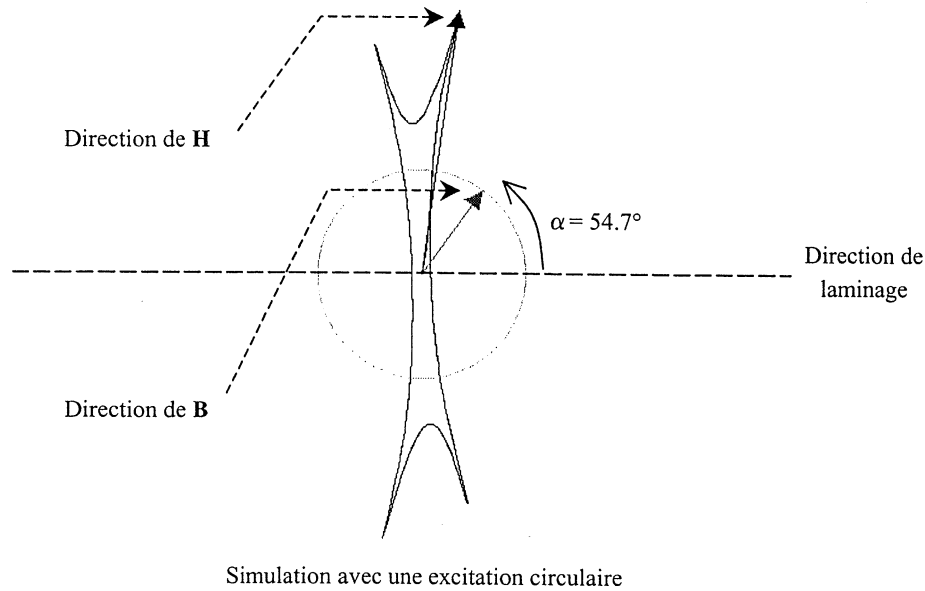


FIGURE III.21 : déphasage H/B au moment où B est suivant l'axe très difficile.

III/3. REALISATION D'UN MODELE VECTORIEL COMPLET

III/3.1. Interprétation physique des phénomènes

III/3.1.1. Renversements et rotations

Au paragraphe III/2, la modélisation basée sur une réaction chimique est étendue pour accepter des composantes B et H vectorielle. On rappelle que celle-ci avait pour but de caractériser les évolutions des moments liées aux déplacements des parois de Bloch. Ces évolutions ne sont pas les seules responsables de la variation de l'induction. Dans le cas de la modélisation scalaire de l'hystérésis, nous avons distingué des moments participant au mouvement des parois (type 1) et des moments qui n'évoluent que par rotation cohérente (type 2). Le problème se complexifie en vectoriel. En effet, en plus d'évoluer par renversement, le premier type de moments peut également évoluer par rotation cohérente lorsque le champ n'est pas dirigé suivant une direction caractéristique du cristal (cf. tableau III.8).

Au paragraphe III/1.2, nous avons vu que le rôle du deuxième type de moment était faible pour la tôle FeNi. Dans un souci de simplification, ils ne seront pas pris en compte pour la réalisation du modèle vectoriel.

TABLEAU III.8 : Phénomènes étudiés pour le modèle scalaire et vectoriel.

	Moments participant aux mécanismes de renversement		Moments ne participant pas aux renversements
Mécanisme	Déplacement des parois de Bloch	Rotation cohérente des moments	Rotation cohérente des moments suivant la direction du champ
Energie	Analogie à la chimie	Energie de Zeeman Energies d'anisotropie à faible variation	Energie de Zeeman Energies d'anisotropie à forte variation
Application d'un champ	Variation rapide	Faible rotation pour les tôles FeNi	Faible rotation
	Saturation technique atteinte	Rotation cohérente des moments suivant la direction du champ	Rotation significative
Modélisation scalaire	Pris en compte	inexistant (le champ est suivant un axe caractéristique)	Pris en compte
Modélisation vectorielle des tôles FeNi	Pris en compte	Pris en compte	négligé

III/3.1.2. Saturation technique

Au paragraphe I/2.3.2, la saturation technique est définie pour l'étude du comportement scalaire des tôles. On étend cette définition au problème vectoriel en appelant saturation technique les valeurs de l'induction à partir desquelles tous les mouvements de paroi sont terminés. A partir de cette limite l'induction devrait, comme en scalaire, évoluer de manière bien plus lente lorsque le champ augmente.

Notre approche permet de séparer les effets liés aux mouvements des parois et les effets liés aux rotations cohérentes. En mettant en place les différents modèles, on constate que les valeurs de l'induction correspondant à la saturation du modèle chimique, supposés décrire les mouvements de parois, correspondent à la définition de la saturation technique ci-dessus (compte tenu de la vitesse de variation de l'induction vis à vis du champ).

III/3.1.2.a. Application au FeNi à texture cubique

Dans le cas d'une tôle FeNi, la saturation technique est donnée par l'équation :

$$|B_{sx}| + |B_{sy}| = J_{renv\ max} = B_{renv\ max} \quad (III.48)$$

où \mathbf{B}_s est l'induction à saturation technique et $B_{renv\ max}$ est l'induction à saturation complète compte tenu des hypothèses du tableau III.8. Cette limite est représentée en figure III.22. On constate alors qu'en induction circulaire, les rotations doivent intervenir de manière

significative dès que le module de l'induction dépasse $J_{renv\ max}/\sqrt{2}$. Ceci est bien observé en pratique [SPO 00].

Maintenant si on considère une excitation en induction circulaire dont le module est choisi tel que la courbe E de l'excitation soit tangente à la limite L (cf. figure III.22), alors on montre que l'angle α entre la direction de l'induction lorsqu'elle atteint la limite L et la direction de laminage est telle que :

$$\alpha = \pi/4 = 45^\circ \tag{III.49}$$

On constate alors que cette direction correspond à la direction de difficile aimantation de la tôle FeNi [KED 98].

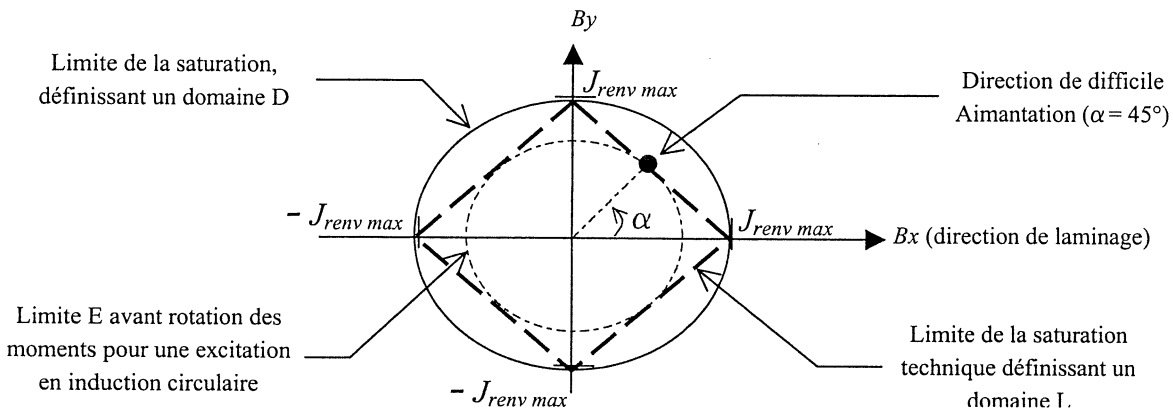


FIGURE III.22 : Limite de la saturation technique (tôle FeNi).

III/3.1.2.b. Application au FeSi à texture Goss

Dans le cas d'une tôle GO FeSi, la saturation technique est donnée par l'équation :

$$|B_{sx}| + \sqrt{2} |B_{sy}| = J_{renv\ max} \tag{III.50}$$

où **Bs** est l'induction à saturation technique et $J_{renv\ max}$ est l'induction maximale liée au renversement des parois. Cette limite (noté L) est représentée en figure III.23.

Si on considère une excitation en induction circulaire dont le module est choisi tel que la courbe E de l'excitation soit tangente à la limite L (cf. figure III.23), alors on montre que l'angle α entre la direction de l'induction lorsqu'elle atteint la limite L et la direction de laminage est telle que :

$$(\tan \alpha)^2 = 2 \text{ soit } \alpha \approx 54.7^\circ \tag{III.51}$$

On constate alors que cette direction correspond à la direction de très difficile aimantation de la tôle FeSi GO [KED 98].

Le renversement des moments se produit plus facilement que leur rotation. Le niveau de champ nécessaire à faire évoluer l'induction est donc bien plus important lorsque la saturation technique est atteinte. La direction très difficile correspond alors à la direction de l'induction lorsque son module est minimal et la saturation technique est atteinte (cf. figure III.23).

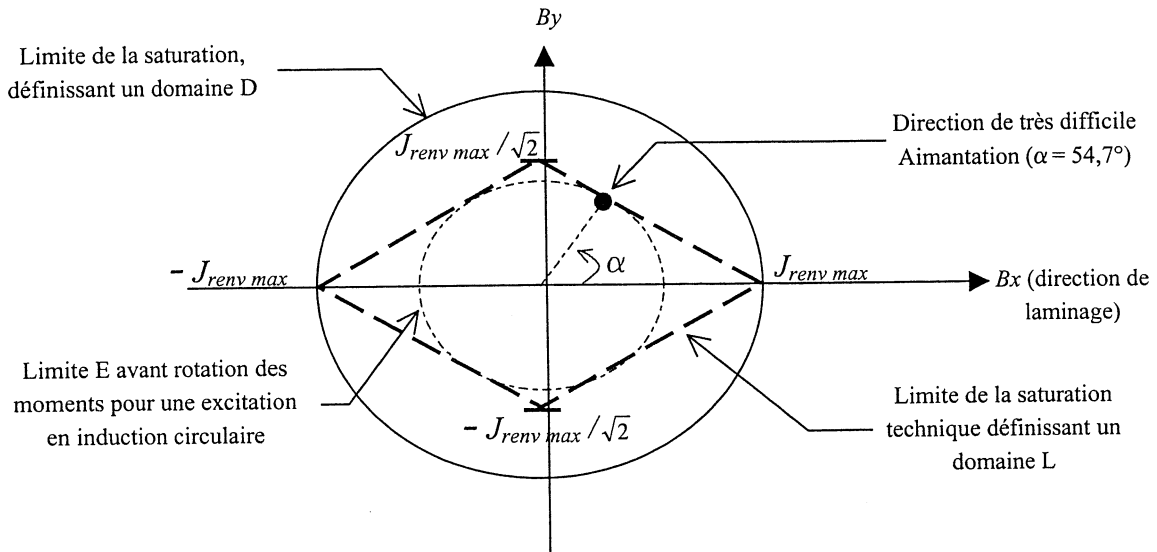


FIGURE III.23 : Limite de la saturation technique (tôle FeSi GO).

III/3.1.3. Rotation cohérente, cas du FeNi

Les rotations des moments interviennent surtout à forte induction. En s'inspirant de travaux antérieurs, on suppose que les moments de sens opposé mais de même direction au repos restent toujours colinéaires comme le montre la figure III.24. A ces niveaux d'induction, le modèle des renversements indique que seuls subsistent en quantité significative deux types de domaines dont les directions (au repos) sont orthogonales. L'approximation précédente est donc facilement acceptée.

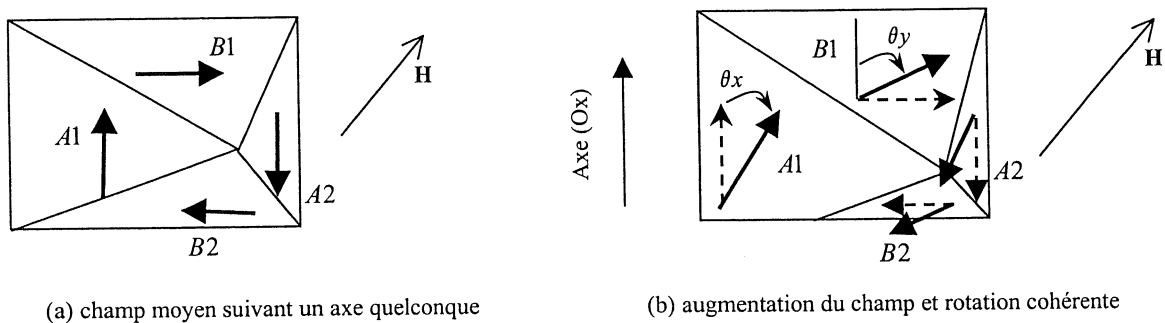


FIGURE III.24 : Rotation cohérente des domaines (exemple du FeNi).

On va donc s'intéresser à la nouvelle orientation des moments dont l'axe au repos est (Ox) et à celle des moments dont l'axe au repos est l'axe (Oy) . On note θ_x et θ_y l'angle entre l'axe (Ox) et l'axe des moments dont respectivement (Ox) et (Oy) est la direction au repos.

L'équilibre prend donc en compte l'énergie Zeeman et l'énergie liée aux forces d'anisotropie. Pour l'axe (Ox) et (Oy) , on l'écrit :

$$\begin{cases} \partial E_{\text{an}_X}(\theta_x)/\partial \theta_x + bx \cdot (Hx \cdot \sin(\theta_x) - Hy \cdot \cos(\theta_x)) = 0 \\ \partial E_{\text{an}_Y}(\theta_y)/\partial \theta_y + by \cdot (Hx \cdot \sin(\theta_y) - Hy \cdot \cos(\theta_y)) = 0 \end{cases} \quad (III.52)$$

où E_{an_X} et E_{an_Y} sont les énergie d'anisotropie liées aux moments orientés au repos respectivement suivant l'axe (Ox) et (Oy), et bx et by sont les inductions créés par les moments orientés au repos respectivement suivant l'axe (Ox) et (Oy). bx et by peuvent s'exprimer en fonction respectivement de la différence entre M_{A1} et M_{A2} et de la différence entre M_{B1} et M_{B2} . Avec les hypothèses précédentes, l'induction totale s'écrit :

$$\begin{cases} Bx = bx \cdot \cos(\theta_x) + by \cdot \cos(\theta_y) \\ By = bx \cdot \sin(\theta_x) + by \cdot \sin(\theta_y) \end{cases} \quad (III.53)$$

III/3.2. Mise en œuvre du modèle vectoriel des tôles FeNi à texture cubique

III/3.2.1. Mise en équations

III/3.2.1.a. Prise en compte de la saturation technique

Notons f_{FeNi} la fonction définie au paragraphe III/2.1 qui à \mathbf{H} associe \mathbf{B} . Cette fonction est définie sur \mathcal{R}^2 vers le domaine L représenté en figure III.22. On écrit :

$$\begin{array}{ccc} f_{\text{FeNi}} : \mathcal{R}^2 & \longrightarrow & L \\ \mathbf{H} & \xrightarrow{f_{\text{FeNi}}} & \mathbf{B} \end{array} \quad (III.54)$$

La fonction f_{FeNi} est inversible. Alors :

$$\begin{array}{ccc} f_{\text{FeNi}}^{-1} : L & \longrightarrow & \mathcal{R}^2 \\ \mathbf{B} & \xrightarrow{f_{\text{FeNi}}^{-1}} & \mathbf{H} \end{array} \quad (III.55)$$

En deçà de la limite de saturation technique, une estimation de la loi hystérétique est donnée par $\mathbf{H} = f_{\text{FeNi}}^{-1}(\mathbf{B})$. Au-delà de cette limite, mais en deçà de la saturation complète, il est nécessaire de faire intervenir la rotation cohérente des moments.

On rappelle que la relation \mathbf{H} et \mathbf{B} a été établie en deux temps. Une première relation a été établie entre le champ \mathbf{H} et la somme des moments associés à un type de domaine, puis une deuxième relation a été établie entre ces moments et l'induction \mathbf{B} . Lorsque les moments opèrent leur rotation cohérente, ces deux relations sont modifiées. Toujours dans un souci de simplifier, on considère que le processus chimique (première relation) n'est pas influencé par la rotation cohérente des moments. On peut alors calculer une induction fictive :

$$\mathbf{b} = bx \cdot \mathbf{u}_x + by \cdot \mathbf{u}_y \quad (III.56)$$

qui est la valeur qu'aurait l'induction pour le même champ \mathbf{H} si les moments ne pouvaient pas opérer leur rotation cohérente. Les algorithmes que nous avons nous donnent maintenant :

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= f_{\text{FeNi}}^{-1}(\mathbf{b}) \\ \mathbf{b} &= f_{\text{FeNi}}(\mathbf{H}) \end{aligned} \quad (III.57)$$

L'induction \mathbf{B} est liée à \mathbf{b} par la relation de l'équation (III.53).

III/3.2.1.b. Modélisation de la rotation des moments

Lorsque le champ est suffisamment fort, les moments s'écartent de leur direction privilégiée. Comme nous l'avons vu, cet écart est mesuré par θ_x et θ_y (cf. figure III.24). L'équation (III.52) permet de calculer leur valeur à partir de l'énergie d'anisotropie en utilisant la méthode itérative des tangentes. Cette énergie est supposée être celle d'une particule uni-axiale donnée à l'équation (I.28). A l'aide d'un développement limité d'ordre 2, les dérivées des énergies s'écrivent :

$$\begin{cases} \partial E_{\text{an}_X} / \partial \theta_x = J_{\text{renv max}} \cdot kr \cdot \theta_x \\ \partial E_{\text{an}_Y} / \partial \theta_y = J_{\text{renv max}} \cdot kr \cdot (\theta_y - \pi/2) \end{cases} \quad (\text{III.58})$$

où kr est une constante. A partir du champ \mathbf{H} , et d'une estimation de \mathbf{b} , on peut estimer θ_x et θ_y (en utilisant la méthode de résolution des tangentes à l'équation (III.52)). Inversement, à partir de θ_x et θ_y et d'une estimation de \mathbf{b} , on peut obtenir le champ par :

$$\begin{cases} H_x = [\cos(\theta_y) \cdot v_x - \cos(\theta_x) \cdot v_y] / \sin(\theta_y - \theta_x) \\ H_y = [\sin(\theta_y) \cdot v_x - \sin(\theta_x) \cdot v_y] / \sin(\theta_y - \theta_x) \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} v_x = (\partial E_{\text{an}_X} / \partial \theta_x) / b_x \\ v_y = (\partial E_{\text{an}_Y} / \partial \theta_y) / b_y \end{cases} \quad (\text{III.59})$$

III/3.2.1.c. Réalisation d'une loi vectorielle $\mathbf{B}(\mathbf{H})$

Tous les éléments sont réunis pour réaliser une loi $\mathbf{B}(\mathbf{H})$. A partir du champ \mathbf{H} , on sait calculer \mathbf{b} , θ_x et θ_y . Puis, à partir de ces derniers on sait évaluer \mathbf{B} (équation (III.53)). L'inconvénient est que la loi est très sensible, au-delà de la saturation technique, aux faibles variations du champ. Ce qui signifie que de faibles écarts entre le modèle et l'expérience liés aux nombreuses approximations contractées prennent des proportions non négligeables et rendent difficiles des conclusions sur la validité de notre approche. Il est alors judicieux de rechercher une loi inverse.

III/3.2.2. Réalisation de la loi inverse $\mathbf{H}(\mathbf{B})$

On ne parvient pas à réaliser une fonction analytique de la loi $\mathbf{H}(\mathbf{B})$. En fait, autant que possible, on résout de manière analytique des parties du problème. Puis, des méthodes itératives s'appuyant sur ces différentes parties, dégagent la solution \mathbf{H} résultant d'une induction \mathbf{B} .

III/3.2.2.a. Recherche de θ_x et θ_y en fonction de \mathbf{B} et \mathbf{b}

En utilisant la notation complexe, (III.53) devient :

$$B_x + j \cdot B_y = b_x \cdot \exp(j \cdot \theta_x) + b_y \cdot \exp(j \cdot \theta_y) \quad (\text{III.60})$$

en passant au module on a :

$$|\mathbf{B}|^2 = b_x^2 + b_y^2 + 2 \cdot b_x \cdot b_y \cdot \cos(\theta_x - \theta_y) \quad (\text{III.61})$$

On note $\alpha = (\theta_y - \theta_x)$. (III.61) donne le cosinus de α . On obtient le sinus en considérant que celui-ci est toujours positif. En introduisant α dans (III.53) on a :

$$Bx = bx \cdot \cos(\theta x) + by \cdot \cos(\theta x + \alpha) \quad (III.62)$$

soit,

$$Bx = (bx + by \cdot \cos \alpha) \cdot \cos(\theta x) - by \cdot \sin(\theta x) \cdot \sin(\alpha) \quad (III.63)$$

On vérifie avec (III.61) que :

$$(bx + by \cdot \cos \alpha)^2 + (by \cdot \sin \alpha)^2 = \mathbf{B}^2 \quad (III.64)$$

on pose :

$$\begin{cases} \cos \beta = (bx + by \cdot \cos \alpha) / |\mathbf{B}| \\ \sin \beta = (by \cdot \sin \alpha) / |\mathbf{B}| \end{cases} \quad (III.65)$$

alors (III.63) et (III.65) donnent,

$$Bx = |\mathbf{B}| \cdot [\cos \beta \cdot \cos(\theta x) - \sin \beta \cdot \sin(\theta x)] \quad (III.66)$$

donc si θ est l'angle du vecteur \mathbf{B} avec l'axe (Ox), (III.66) donne :

$$\cos \theta = \cos(\theta x + \beta) \quad (III.67)$$

On vérifie facilement qu'on a également :

$$\theta = \theta x + \beta \quad (III.68)$$

On peut donc calculer θx et en déduire θy ($\theta y = \alpha + \theta x$) de la façon suivante : (III.61) donne $\alpha = (\theta y - \theta x)$ à partir de \mathbf{B} et \mathbf{b} , (III.65) donne β à partir de α , \mathbf{B} et \mathbf{b} et enfin (III.68) donne θx à partir de β et θ (angle de \mathbf{B} avec l'axe de X).

III/3.2.2.b. Recherche \mathbf{b} en fonction de \mathbf{B} , θx et θy

A partir de (III.53) on a :

$$\begin{cases} bx = (Bx \cdot \sin(\theta y) - By \cdot \cos(\theta y)) / \sin(\theta y - \theta x) \\ by = (By \cdot \cos(\theta x) - Bx \cdot \sin(\theta x)) / \sin(\theta y - \theta x) \end{cases} \quad (III.69)$$

III/3.2.2.c. g_{FeNi} prolongement de la fonction f_{FeNi}^{-1}

La fonction f_{FeNi}^{-1} n'est définie que sur le domaine L représenté à la figure III.22 par un losange. Pour faciliter la réalisation d'algorithmes itératifs capables de calculer la loi $\mathbf{H}(\mathbf{B})$, il est indispensable d'étendre le domaine de validité au domaine D définissant les valeurs physiquement possibles de l'induction. On définit alors la fonction g_{FeNi} définie sur D et qui coïncide avec la fonction f_{FeNi}^{-1} sur L. Par ailleurs, on note g_{FeNi} la fonction définie sur D liant le champ et l'induction ($\mathbf{H} = g_{\text{FeNi}}(\mathbf{B})$).

La fonction g_{FeNi} est construite pour être une approximation grossière de la loi $\mathbf{H}(\mathbf{B})$. Pour une valeur \mathbf{B} de l'induction, si celle-ci est comprise dans le domaine L, la valeur de la fonction $f_{\text{FeNi}}^{-1}(\mathbf{B})$, sinon, la fonction est définie par :

$$\begin{cases} \pi/2 = \theta x + \theta y \\ \mathbf{b} \in \text{contour de L} \\ g_{\text{FeNi}}(\mathbf{B}) = f_{\text{FeNi}}^{-1}(\mathbf{b}) \end{cases} \quad (III.70)$$

Alors avec (III.53) et en supposant que \mathbf{b} appartient au contour de L, on a (sachant que θ_x est compris entre $-\pi/4$ et $\pi/4$) :

$$\begin{cases} Bx+By=\sqrt{2}\cdot J_{renv\ max}\cdot\cos(\theta_x-\pi/4) & Bx>0,By>0 \\ Bx-By=\sqrt{2}\cdot J_{renv\ max}\cdot\cos(\theta_x-\pi/4) & Bx>0,By<0 \\ -Bx-By=\sqrt{2}\cdot J_{renv\ max}\cdot\cos(\theta_x-\pi/4) & Bx<0,By<0 \\ -Bx+By=\sqrt{2}\cdot J_{renv\ max}\cdot\cos(\theta_x-\pi/4) & Bx<0,By>0 \end{cases} \quad (III.71)$$

Ce qui permet de déterminer θ_x puis θ_y puis (III.69) donne \mathbf{b} et enfin avec les hypothèses (III.70) on obtient $g_{FeNi}(\mathbf{B})$.

Les limites du calcul numérique compliquent le calcul de la fonction f_{FeNi}^{-1} au voisinage de la saturation. Il est nécessaire de faire un passage à la limite lorsque l'on approche les limites des possibilités numériques. On note que souvent, les quantités exponentielles sont suivies d'un logarithme. Lorsqu'elles deviennent trop grandes, il convient de les compenser avec le logarithme en passant aux valeurs asymptotiques ($\ln(\exp(x)+a)$ tend vers x).

III/3.2.3. Algorithme de convergence

A ce stade, les relations suffisantes à la mise en place d'une loi $\mathbf{H}(\mathbf{B}) = g_{FeNi}(\mathbf{B})$ sont données. A l'aide de méthodes numériques, nous allons maintenant mettre en place des algorithmes permettant de calculer la fonction g_{FeNi} . Trois algorithmes ont été mis en place. Ceux-ci sont alors utilisés à tour de rôle. Il suffit d'un algorithme convergent pour obtenir la solution \mathbf{H} pour une induction \mathbf{B} . La méthode 1 est une méthode de point fixe. En général, cette méthode ne converge pas lorsque l'on approche la saturation technique dont le contour est montré en figure III.22. La méthode 2 recherche une solution proche de la saturation technique. La méthode 3 est une amélioration de la méthode 2. Elle permet d'augmenter la précision et diminuer le temps de calcul mais converge moins bien. Afin de minimiser le temps de calcul, on applique en premier la méthode 3, si la convergence n'est pas atteinte on applique la méthode 1 puis en dernier la méthode 2.

III/3.2.3.a. Méthode 1 : méthode du point fixe

La première méthode est une méthode de point fixe. A partir de la valeur \mathbf{B} de l'induction, une première estimation de θ_x , θ_y est donnée par $\theta_{x_0} = 0$, $\theta_{y_0} = \pi/2$. Par itérations successives, les grandeurs \mathbf{H} , θ_x , θ_y et \mathbf{b} sont estimées de la façon suivante :

- 1 - \mathbf{b}_i est estimé à partir de θ_{x_i} , θ_{y_i} et \mathbf{B} avec l'équation (III.69)
- 2 - $\mathbf{H}_i = g_{FeNi}(\mathbf{b}_i)$
- 3 - $\theta_{x'_{i+1}}$, $\theta_{y'_{i+1}}$ sont évalués à partir de \mathbf{H}_i et \mathbf{b}_i comme indiqué au paragraphe III/3.2.1.b
- 4 - $\theta_{x_{i+1}} = \theta_{x_i} + c_r \cdot (\theta_{x'_{i+1}} - \theta_{x_i})$; $\theta_{y_{i+1}} = \theta_{y_i} + c_r \cdot (\theta_{y'_{i+1}} - \theta_{y_i})$

Avant de reprendre l'étape 1, à l'étape 4, un facteur de relaxation c_r est utilisé ($0 < c_r < 1$). Plus le facteur est faible et plus la convergence est probable. A l'opposé, lorsque le facteur tend vers 1, la convergence (si elle a lieu) est plus rapide. On choisit par exemple $c_r = 0.2$.

Le critère de convergence est :

$$(\theta_{x_{i+1}} - \theta_{x_i})^2 + (\theta_{y_{i+1}} - \theta_{y_i})^2 < \text{eps} \quad (\text{III.72})$$

où $\text{eps} = 10^{-6}$ est la précision. Cette méthode converge en général entre 80 à 140 itérations.

III/3.2.3.b. Méthode 2 : Algorithme forte induction

La première méthode ne converge pas à l'approche de la saturation technique. Cette méthode doit donc prendre le relais en supposant que celle-ci est atteinte, et donc que \mathbf{b} est sur le contour du domaine L (cf. figure III.22). Les valeurs possibles de \mathbf{b} sont représentées dans le plan par quatre segments. La méthode consiste à discrétiser ces segments en partie égale. En chaque nœud, un critère est évalué. La solution retenue est celle qui minimise le critère. L'équation (III.48) donne la relation entre b_x et b_y . Afin de limiter les itérations, on considère que b_x et b_y sont respectivement du même signe que B_x et B_y . Le nombre de nœuds retenu par segment est de 3000. A partir de la valeur possible \mathbf{b}_0 de \mathbf{b} à un nœud donné, le critère est défini de la façon suivante :

- $\theta_{x_0}, \theta_{y_0}$ sont évalués à partir de \mathbf{b}_0 et \mathbf{B} comme indiqué au paragraphe III/3.2.2.a
- \mathbf{H}_0 est évalué à partir de $\theta_{x_0}, \theta_{y_0}$ et \mathbf{b}_0 comme l'indique l'équation (III.59)
- $\mathbf{b}_1 = f_{\text{FeNi}}(\mathbf{H}_0)$
- \mathbf{b}_0 et \mathbf{b}_1 sont connus, on définit le critère égale à $|\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_0|^2$

Cette méthode est coûteuse en temps de calcul. Elle nécessite 3000 itérations pour une précision absolue de l'ordre de 10^{-2} qui n'est pas toujours suffisante.

III/3.2.3.c. Méthode 3 : Algorithme forte induction

Comme pour la méthode 2, la méthode 3 se limite au cas où la saturation technique est atteinte. Par contre, on veut diminuer le temps de calcul et augmenter la précision. Etudions pour cela les variations des quantités \mathbf{b}_0 et \mathbf{b}_1 lorsque l'induction \mathbf{B} évolue à module constant (l'angle θ entre \mathbf{B} et l'axe des X varie).

Une condition nécessaire à l'annulation du critère est d'avoir $b_{0x} - b_{1x} = 0$ ou $b_{0y} - b_{1y} = 0$.

La figure III.25 et la figure III.26 représentent le tracé de $b_{0x} - b_{1x}$ en fonction de b_{0x} et de l'angle θ . On a fait également figurer le plan $b_{0x} - b_{1x} = 0$. L'intersection du graphique 3D et du plan correspond aux valeurs possibles de b_{0x} pour lesquelles le critère est minimum.

La figure III.27 et la figure III.28 représentent le tracé de $b_{0y} - b_{1y}$ en fonction de b_{0x} et de l'angle θ . On a fait également figurer le plan $b_{0y} - b_{1y} = 0$. L'intersection du graphique 3D et du plan correspond aux valeurs possibles de b_{0x} pour lesquelles le critère est minimum.

En comparant la figure III.26 et figure III.28, on peut deviner les valeurs solutions de b_{0x} minimisant le critère et avec les hypothèses contractées, en déduire b_{0y} (saturation technique) donc \mathbf{b}_0 . On obtient aussi comme dans la méthode 2 une estimation du champ \mathbf{H} .

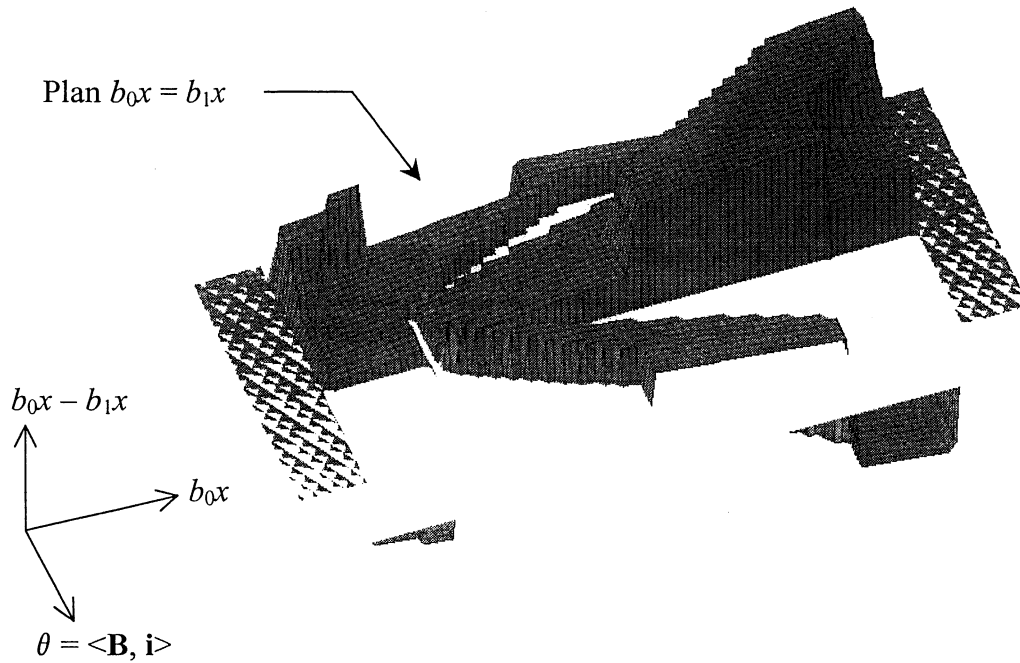


FIGURE III.25 : Tracé de $b_{0x}-b_{1x}$, vue de profil.

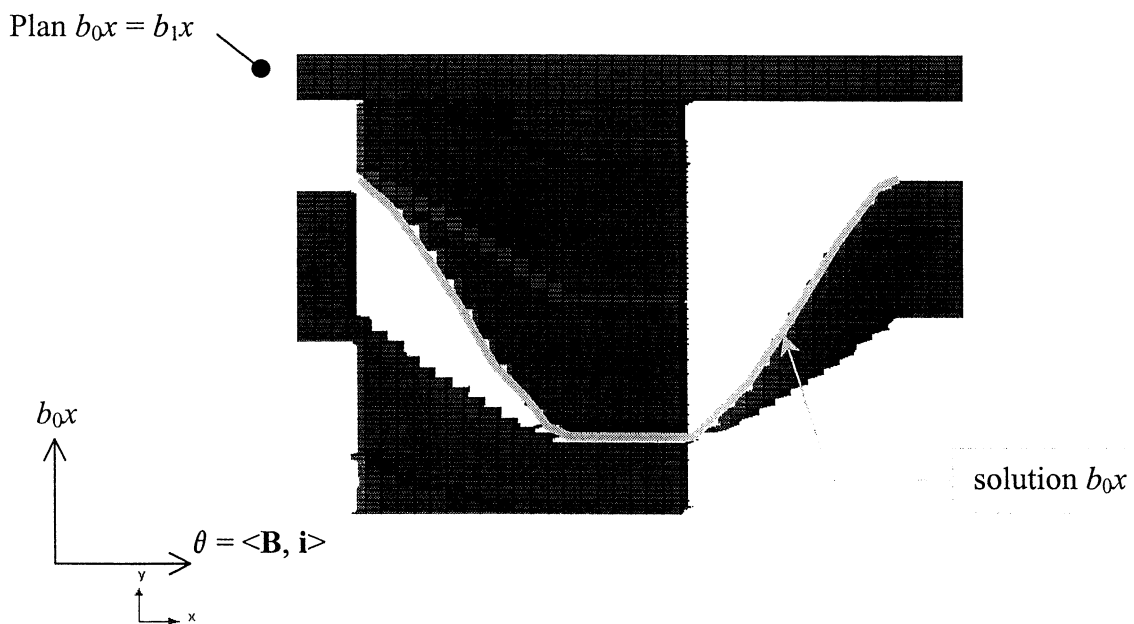


FIGURE III.26 : Tracé de $b_{0x}-b_{1x}$, vue de dessus.

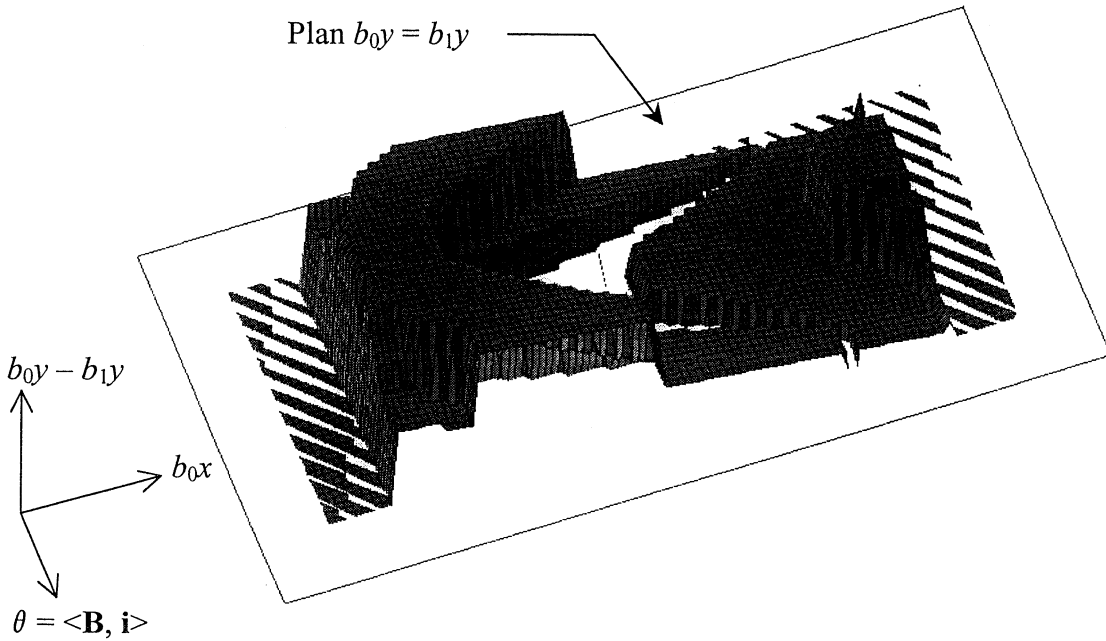


FIGURE III.27 : Tracé de $b_{0y}-b_{1y}$, vue de profil.

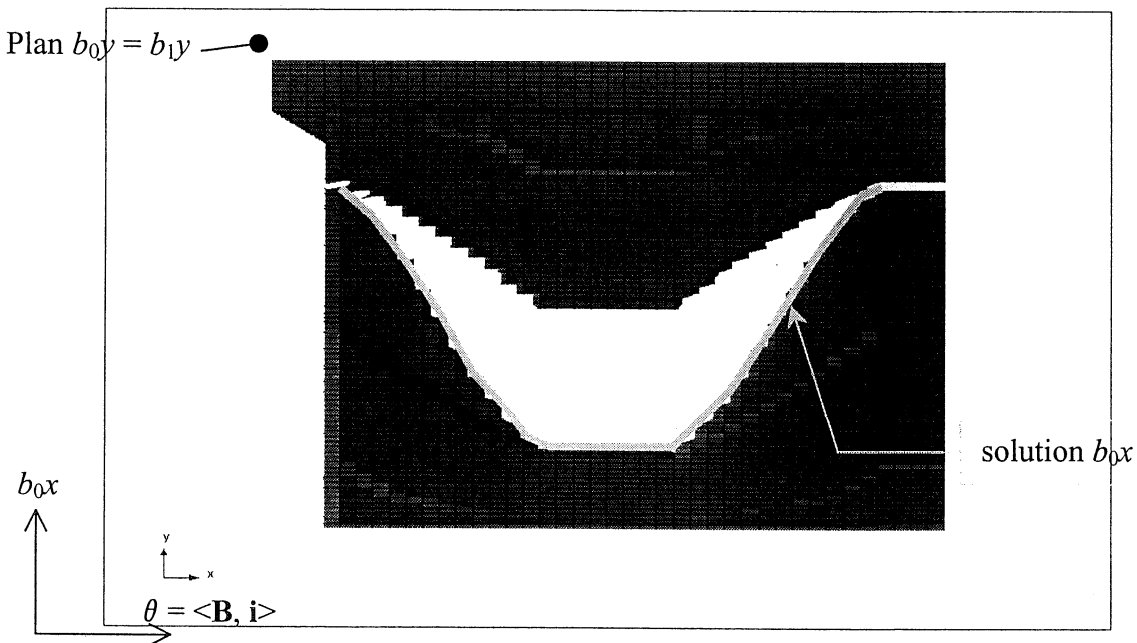


FIGURE III.28 : Tracé de $b_{0y}-b_{1y}$, vue de dessus.

Ces figures montrent clairement que pour toute valeur de l'induction \mathbf{B} où la saturation technique est atteinte, la fonction $b_{0x}-b_{1x}$ et la fonction $b_{0y}-b_{1y}$ s'annulent pour deux valeurs possibles de b_{0x} . Il est alors intéressant de réduire l'intervalle dans lequel b_{0x} est recherché pour n'avoir qu'une solution possible et de procéder à une résolution par dichotomie. Finalement, on vérifie si la solution est valable avec le critère :

$$|\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_0|^2 / J_{renv\ max}^2 < eps \tag{III.73}$$

où $\text{eps} = 10^{-5}$ est la précision et \mathbf{b}_1 est évalué comme dans la méthode 2.

La dichotomie se fait donc sur la fonction $b_{0x}-b_{1x}$ ou la fonction $b_{0y}-b_{1y}$. La variable est b_{0x} . L'intervalle de recherche de la solution est choisi en fonction des valeurs de B_x et B_y comme l'indique le tableau 9.

TABEAU 9 : Intervalle de recherche de b_{0x} .

Valeur de B_x	$-J_{\text{renv max}}$	$-J_{\text{renv max}}/2$	0	$J_{\text{renv max}}/2$	$J_{\text{renv max}}$
Signe de B_x	$B_x < 0$			$B_x > 0$	
Comparaison B_x et B_y en module	$ B_x > B_y $		$ B_x < B_y $		$ B_x > B_y $
Intervalle de recherche de b_{0x}	$[-J_{\text{renv max}}, -J_{\text{renv max}}/2]$		$[J_{\text{renv max}}/2, 0]$	$[0, J_{\text{renv max}}/2]$	$[J_{\text{renv max}}/2, J_{\text{renv max}}]$

Cette méthode est la plus rapide, elle permet d'obtenir une bonne précision et converge entre 10 et 20 itérations.

III/3.2.4. Simulation de cycles d'hystérésis

Un algorithme de calcul de la fonction g_{FeNi} a été élaboré. Pour une excitation donnée, il gère automatiquement l'histoire et délivre toutes les grandeurs caractéristiques.

III/3.2.4.a. Exemple de simulation

La figure III.29 montre le résultat de deux simulations pour lesquelles on a cherché à obtenir le tracé de courbes réversibles avec une excitation en induction circulaire. Pour cela, le paramètre H_c est choisi nul. On reconnaît alors les formes caractéristiques de cycles réversibles obtenus par la mesure (la mesure de cycle réversible est présentée au paragraphe I/4.2.1). La figure III.30 montre, pour une excitation circulaire, la courbe de champ et la courbe de l'induction et le déphasage entre le champ et l'induction à un instant donné t_0 .

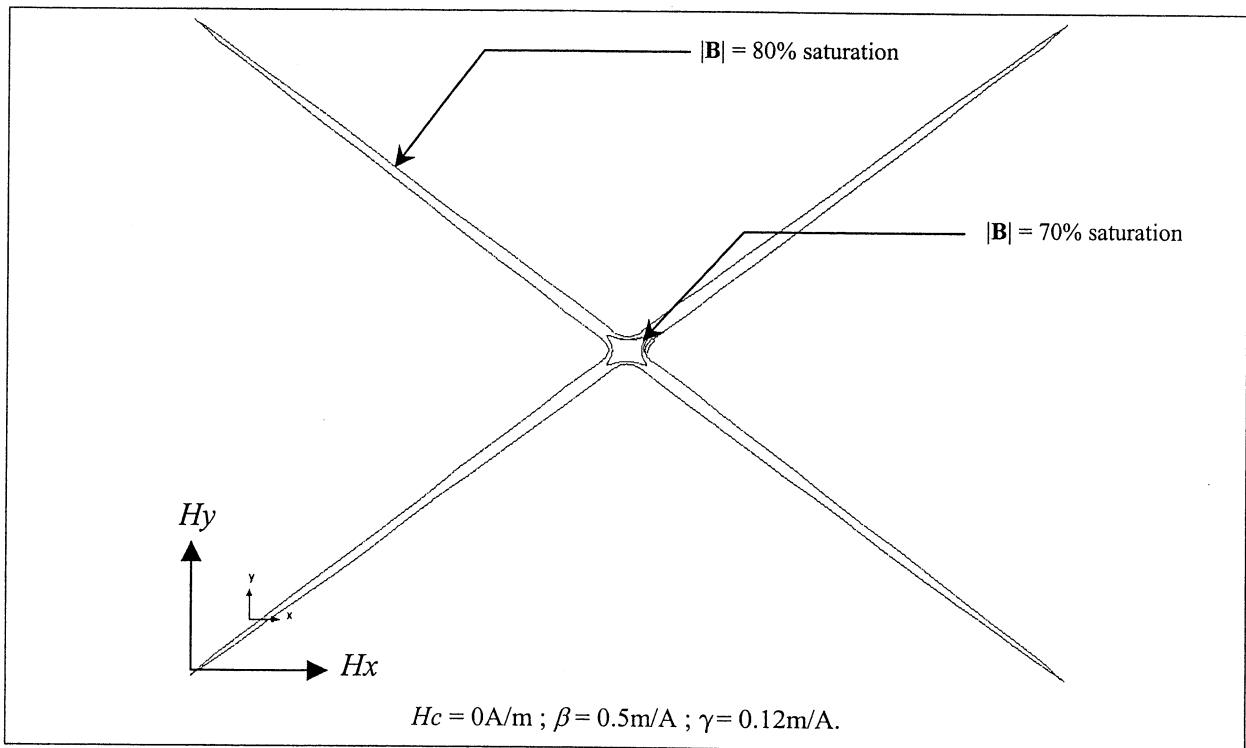


FIGURE III.29 : Diagramme $H_y(H_x)$ avec une induction circulaire - courbes réversibles.

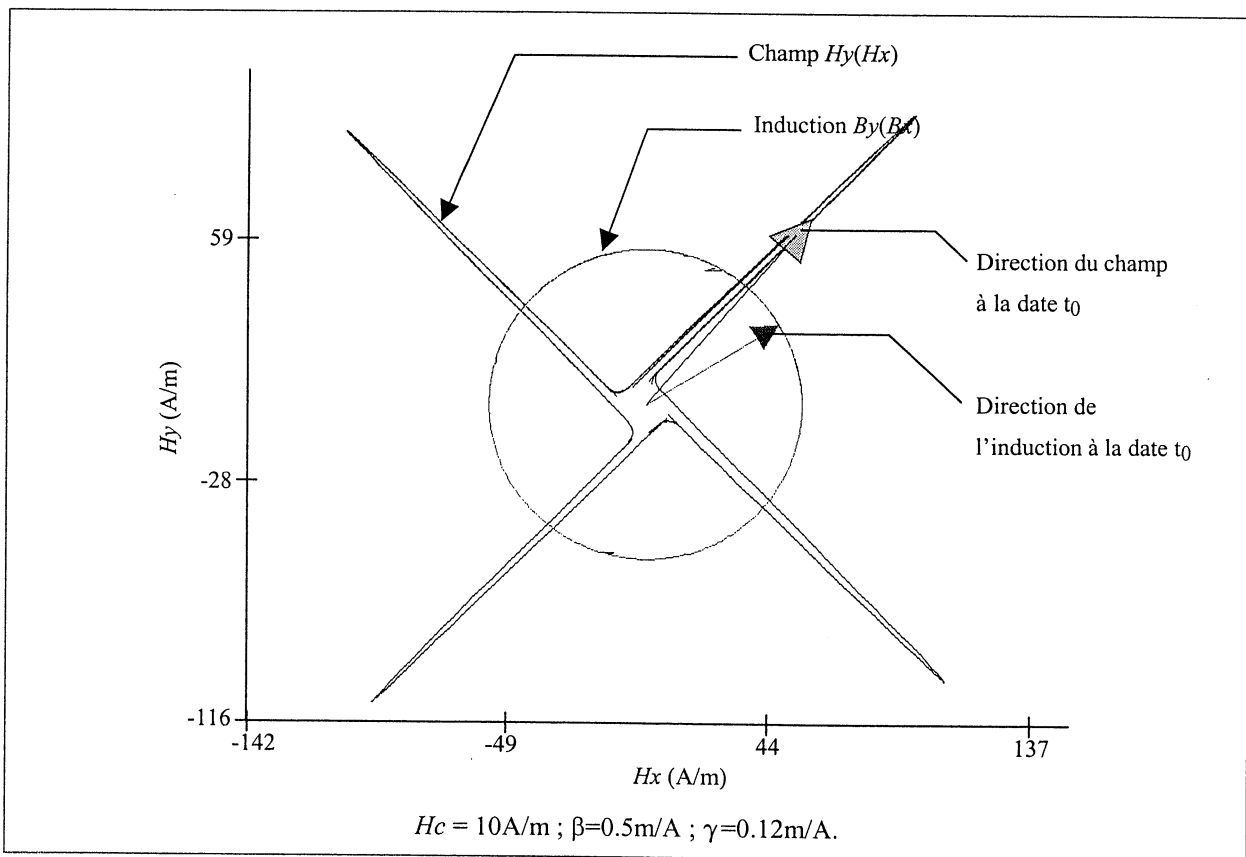


FIGURE III.30 : Diagramme $H_y(H_x)$ - induction circulaire avec $|B|=80\% \cdot B_{sat}$.

III/3.2.4.b. comparaison à la mesure

Les paramètres $J_{renv\ max}$, β , H_c , γ du tableau III.6 sont repris et à l'aide d'un cycle supplémentaire obtenu par une excitation de la tôle en induction circulaire avec un niveau d'induction supérieur à $J_{renv\ max} / \sqrt{2}$ (1.4T par exemple), on identifie le paramètre kr à partir de la courbe $H_y(H_x)$. Des simulations ont été effectuées pour différents types d'excitation et différents niveaux d'induction. Les résultats de l'identification des paramètres sont donnés au tableau III.10. La simulation est comparée à l'expérience de la figure III.32 à la figure III.35.

La figure III.31 montre, dans le cas de la simulation en induction circulaire à 1.4T, pour chacun des points de calcul du champ, le nombre d'itération effectué par les différents algorithmes de calcul de la loi vectorielle ainsi que la précision relative finalement obtenue. Le temps de calcul sur un PC doté d'un pentium celeron 1000MHz est alors de 5 secondes.

TABLEAU III.10 : Paramètres du modèle vectoriel de la tôle FeNi

$J_{renv\ max}$ (T)	β (m/A)	H_c (A/m)	γ (m/A)	kr (A/m)
1.48	0.4	31	0.17	260

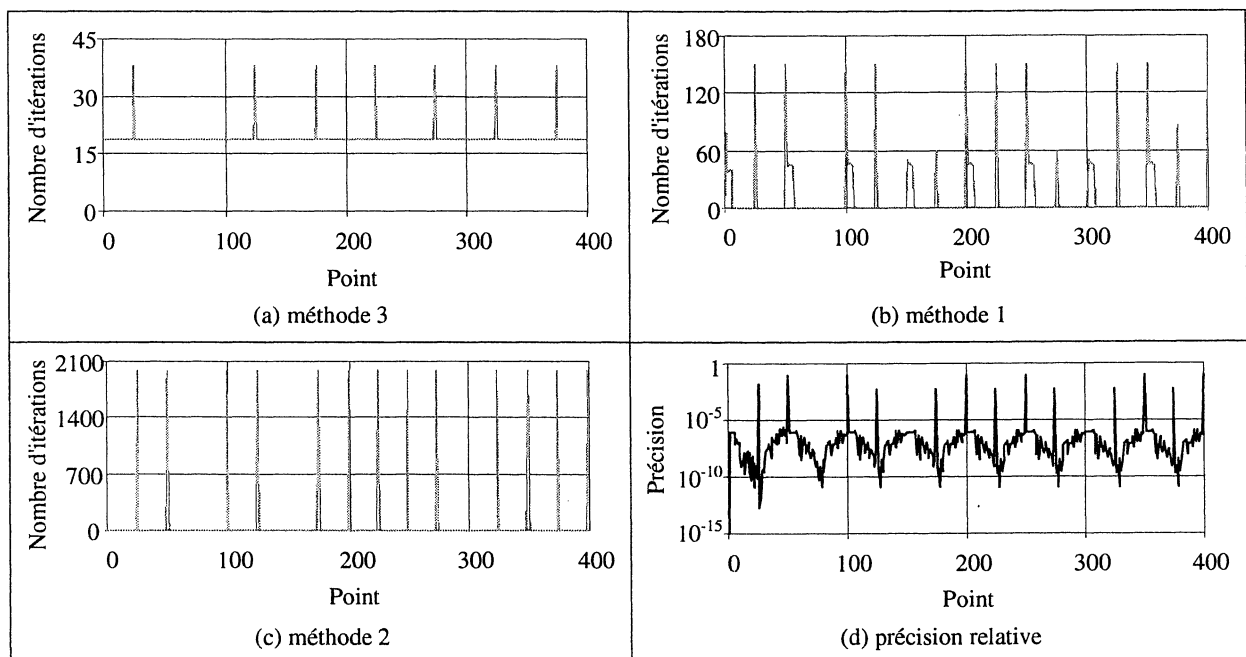


FIGURE III.31 : Itérations de l'algorithme de calcul pour une induction circulaire de 1.4T

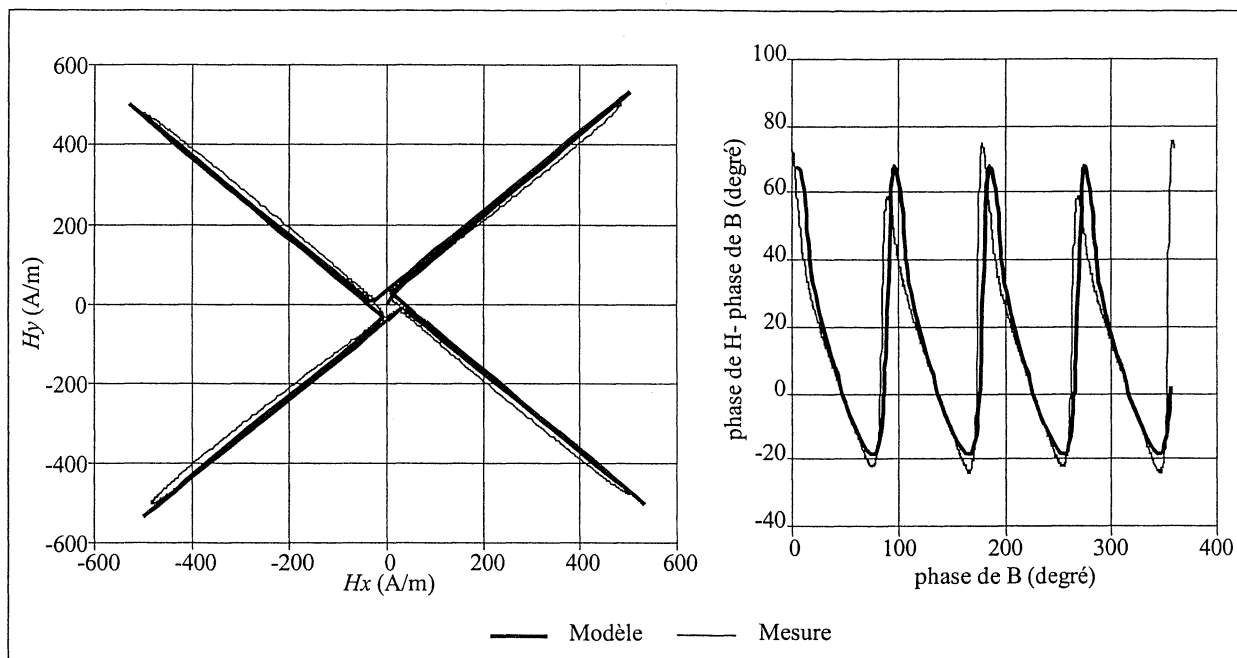


FIGURE III.32 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 1.4T.

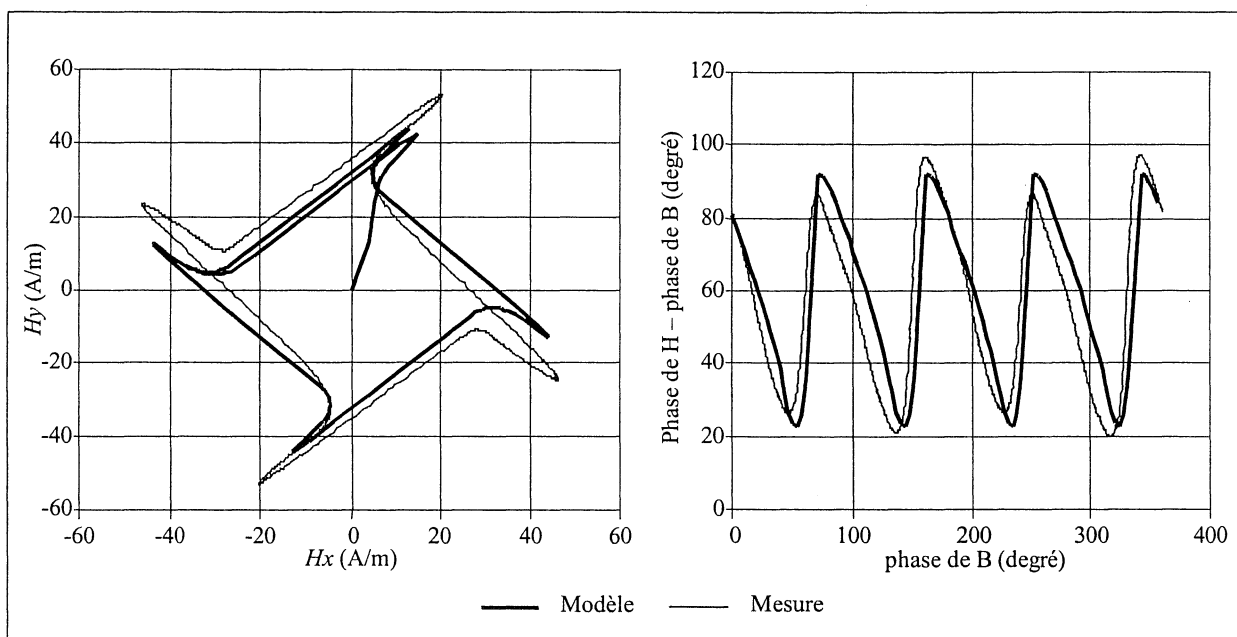


FIGURE III.33 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 1.1T.

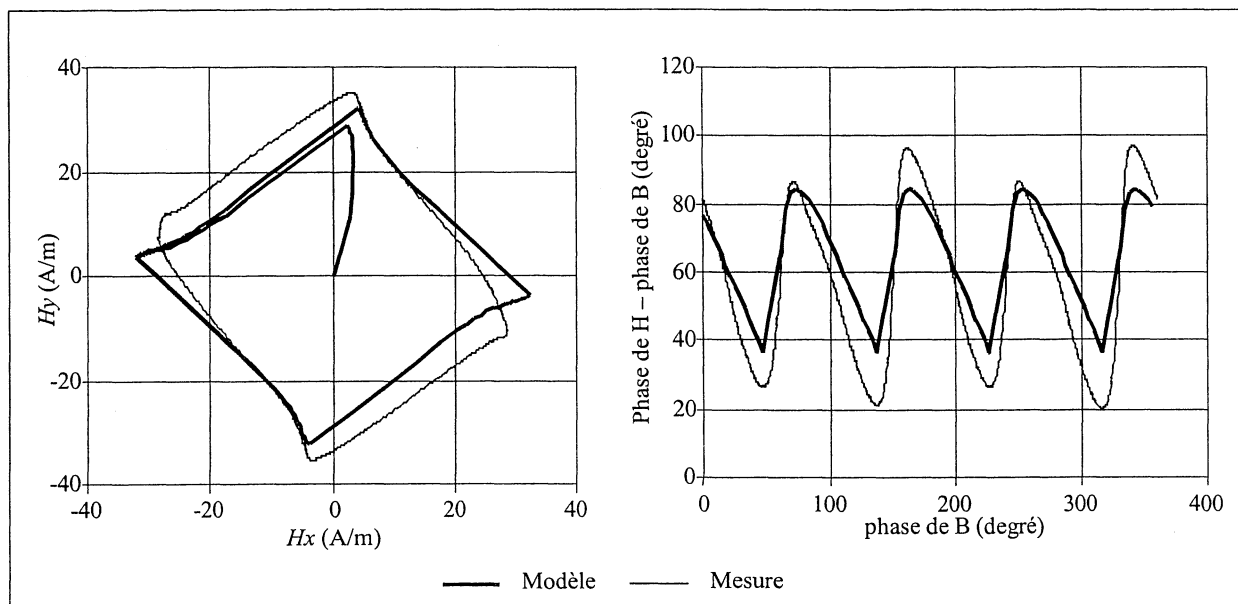


FIGURE III.34 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 0.9T.

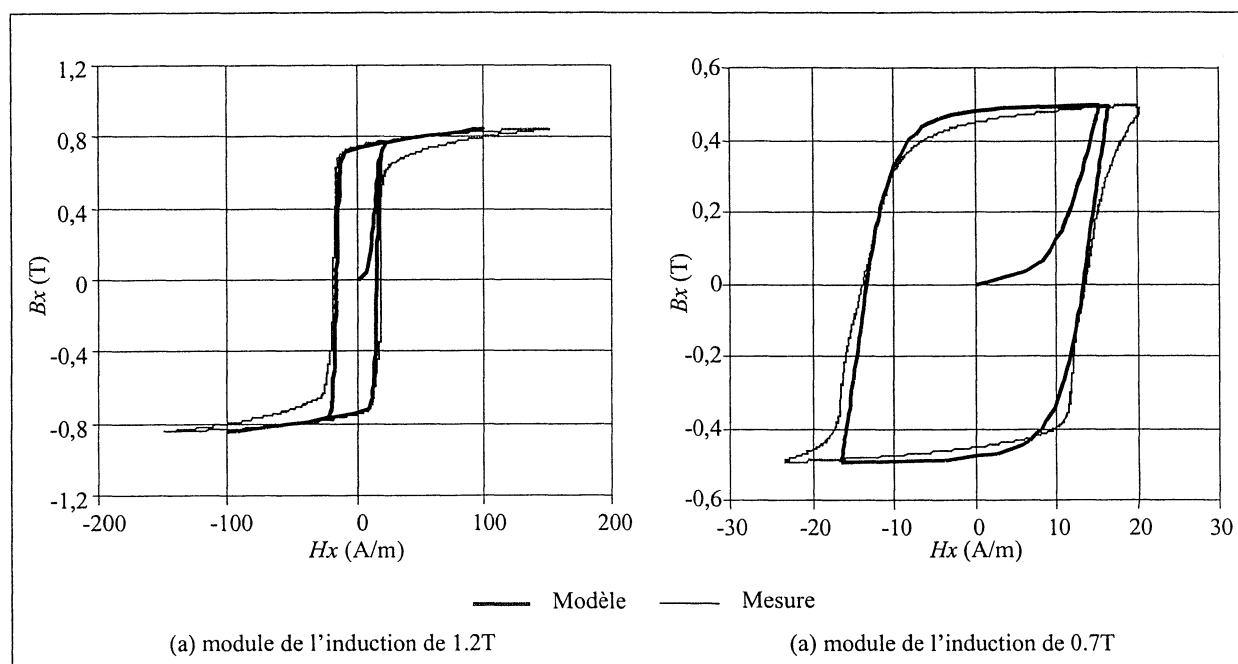


FIGURE III.35 : Courbe $B_x(H_x)$ - excitation suivant un axe à 45° .

III/3.2.5. Asymptotes

Mettons en évidence les asymptotes de la courbe $H_y(H_x)$ lorsque l'induction tend vers la saturation complète. Pour simplifier, on se ramène aux grandeurs réduites. Notons $m^X = M^X/M_0$ et $\underline{b} = \mathbf{b}/B_{sat}$ où \mathbf{b} est l'induction fictive (III.56). Les équations (III.32) à (III.35) qui lient l'induction due aux renversements à la valeur des moments s'écrivent :

$$m^{A1} = (1 + \underline{b}_x - \underline{b}_y)(1 + \underline{b}_x + \underline{b}_y)/4 \tag{III.74}$$

$$m^{A2} = (1 - \underline{bx} - \underline{by})(1 - \underline{bx} + \underline{by})/4 \tag{III.75}$$

$$m^{B1} = (1 + \underline{by} - \underline{bx})(1 + \underline{by} + \underline{bx})/4 \tag{III.76}$$

$$m^{B2} = (1 - \underline{by} - \underline{bx})(1 - \underline{by} + \underline{bx})/4 \tag{III.77}$$

A la saturation technique, la relation (III.48) est vraie pour l'induction fictive, donc :

$$|\underline{bx}| + |\underline{by}| = 1 \tag{III.78}$$

Le tableau III.11 montre ce que deviennent les différentes grandeurs lorsqu'on approche la saturation technique.

TABEAU III.11 : Relation à la saturation technique.

signe de \underline{bx} et \underline{by}	$\underline{bx} > 0$ et $\underline{by} > 0$	$\underline{bx} > 0$ et $\underline{by} < 0$	$\underline{bx} < 0$ et $\underline{by} < 0$	$\underline{bx} < 0$ et $\underline{by} > 0$
lien entre la composante x et y de l'induction des renversements	$1 - \underline{bx} - \underline{by} = 0$	$1 - \underline{bx} + \underline{by} = 0$	$1 + \underline{bx} + \underline{by} = 0$	$1 + \underline{bx} - \underline{by} = 0$
m^{A1}	non nul	non nul	0	0
m^{A2}	0	0	non nul	non nul
m^{B1}	non nul	0	0	non nul
m^{B2}	0	non nul	non nul	0
rapport mesurable au voisinage de la saturation	m^{A1} / m^{B1}	m^{A1} / m^{B2}	m^{B2} / m^{A2}	m^{B1} / m^{A2}
valeur du rapport ($K3 = KI^{-1}$)	$KI^{-1} * \exp(\beta * h_{x-y})$	$(KI * K2 * K3)^{-1} \exp(\beta * h_{x+y})$	$K3 * \exp(\beta * h_{x-y})$	$K2^{-1} * \exp(\beta * h_{x+y})$

Dans le cas $\underline{bx} > 0$ et $\underline{by} > 0$, selon le tableau III.11, au voisinage de la saturation, :

$$\ln(m^{A1} / m^{B1}) \approx -\ln K1 + \beta \cdot h_{x-y} \tag{III.79}$$

L'équation (III.27) permet d'écrire en appliquant la fonction logarithme membre à membre :

$$Hx - Hy \approx h_{x-y} \approx \ln(K1) / \beta + \ln(m^{A1} / m^{B1}) / \beta \tag{III.80}$$

Si on considère que les constantes $K1, K2, K3$ valent soit K soit $1/K$, que si Hc est le champ coercitif pour une excitation en longitudinal, on a :

$$\ln K = \beta \cdot Hc \tag{III.81}$$

alors,

$$Hx - Hy \approx \pm Hc + \ln(m^{A1} / m^{B1}) / \beta \tag{III.82}$$

La figure III.36 montre l'asymptote $Hx - Hy = Hc$ (champ coercitif) et la compare à la mesure. On constate bien la correspondance.

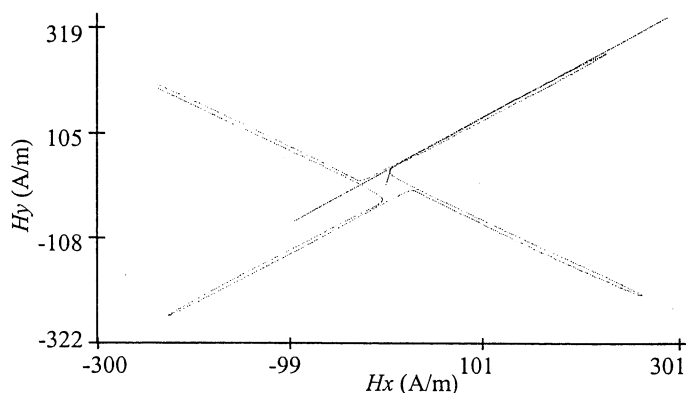


FIGURE III.36 : Comparaison cycle mesuré et asymptote $Hx - Hy = Hc$.

Les résultats obtenus tendent à montrer que la loi régissant les renversements est responsable à elle seule de la forme du champ. Les propriétés des rotations interviennent surtout pour imposer la valeur maximale du champ.

On remarque que lorsqu'on fait tendre le module de l'induction d'excitation vers la valeur de l'induction à saturation, la forme des courbes calculées (champ et phase) tend à ressembler à celle de courbes réversibles. A l'approche de la saturation, les pertes par hystérésis simulées tendent donc à s'annuler quand l'induction augmente. Ceci est confirmé par l'observation expérimentale.

III/3.3. Conclusions et perspectives

III/3.3.1. Elaboration d'un modèle vectoriel complet des tôles GO FeSi à texture Goss

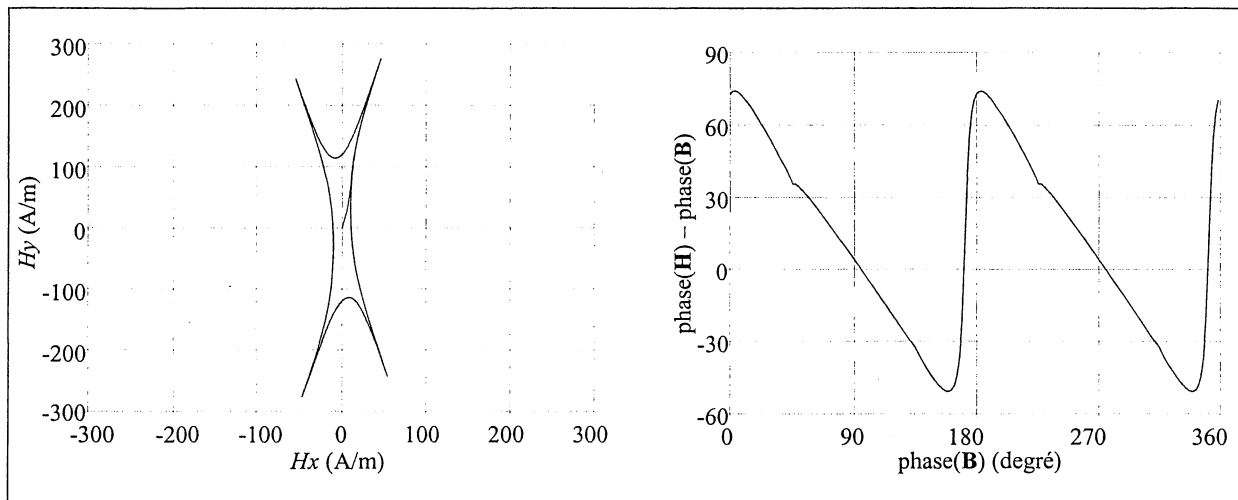
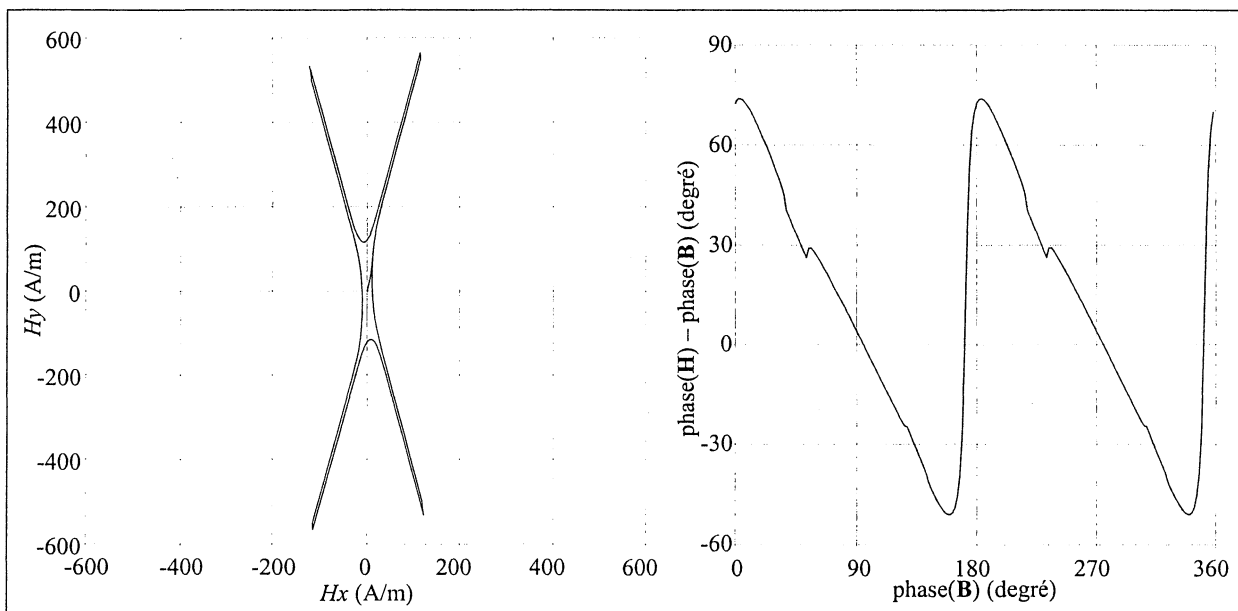
Les premières étapes qui conduisent au modèle vectoriel ont été menées pour une tôle GO FeSi. La fonction définie au paragraphe III/2.2 est utilisée et étendue avec une approximation des rotations des moments comme cela a été fait pour la tôle FeNi.

Les paramètres sont présentés au tableau III.12 (ils sont pris identiques à ceux du tableau III.7). La figure III.37 et la figure III.38 montrent les résultats de la simulation. On reconnaît les formes caractéristiques de ce type de mesure pour une tôle GO FeSi (cf. figure I.18b).

Pour parvenir à modéliser complètement la tôle FeSi GO, il faudra réaliser un algorithme complet, comparable à celui mis au point pour simuler la tôle FeNi, permettant de prendre en compte les rotations des moments participants aux mécanismes de basculement. Par ailleurs, les moments qui ne participent pas à ces mécanismes, négligés pour la modélisation de la tôle FeNi ne devront être pris en compte dans le cas de la tôle FeSi GO.

TABLEAU III.12 : Paramètres du modèle vectoriel pour une tôle FeSi.

$J_{renv\ max}$ (T)	β_x (m/A)	β_y (m/A)	γ (m/A)	H_c (A/m) ($K = \exp(\beta_x \cdot H_c)$)	$K0^2$
1.5	0.11	0.03	1.5	8	10^{-3}

FIGURE III.37 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 0.866T.FIGURE III.38 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 0.87T.

III/3.3.2. Les tôles à grains non orientés (NO)

Pour parvenir à modéliser une tôle à grains non orientés, il faudra prendre en compte la dispersion dans l'orientation des grains du cristal. Celle-ci aura certainement une influence sur le modèle chimique mais surtout sur le modèle de rotation.

Afin d'évaluer les possibilités du modèle chimique à s'adapter à la caractérisation des tôles NO, les paramètres du modèle vectoriel des tôles FeNi ont été choisis pour correspondre aux mesures de la tôle M1000P65A à grains non orientés (présentée au paragraphe II/2) effectuées suivant l'axe longitudinal. Le tableau III.13 donne les paramètres. La figure III.39 et la figure III.40 montrent les résultats de simulation. Il apparaît alors que les formes de la courbe $H_y(H_x)$ se rapprochent des formes caractéristiques des tôles NO.

TABLEAU III.13 : Paramètres du modèle vectoriel de la tôle FeNi adapté aux tôles NO.

$J_{renv\ max}$ (T)	β (m/A)	H_c (A/m)	γ (m/A)	kr (A/m)
1.2	0.008	440	0.0035	320

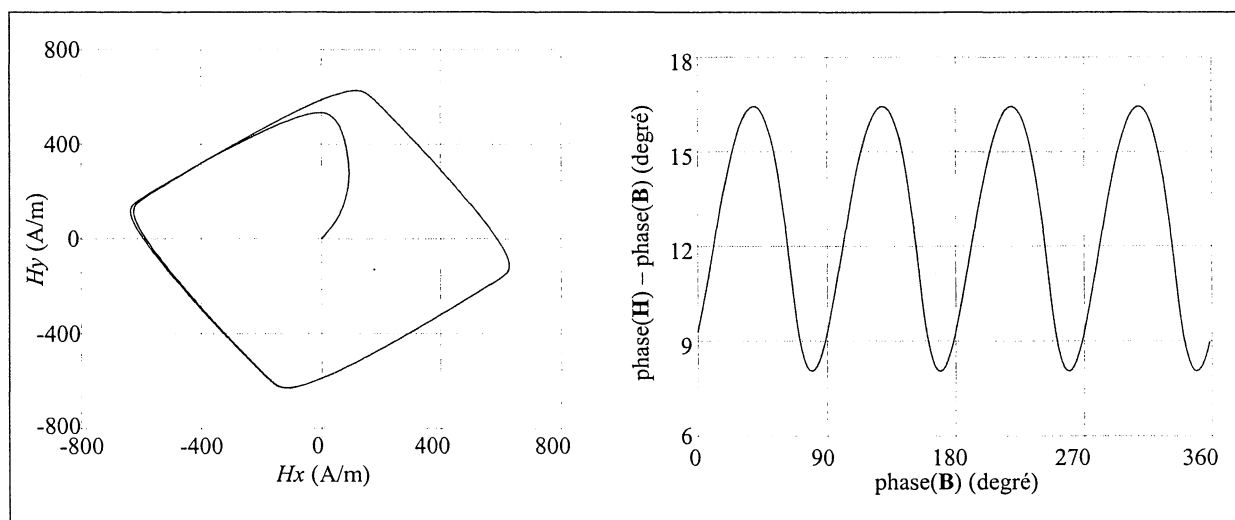


FIGURE III.39 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 0.95T.

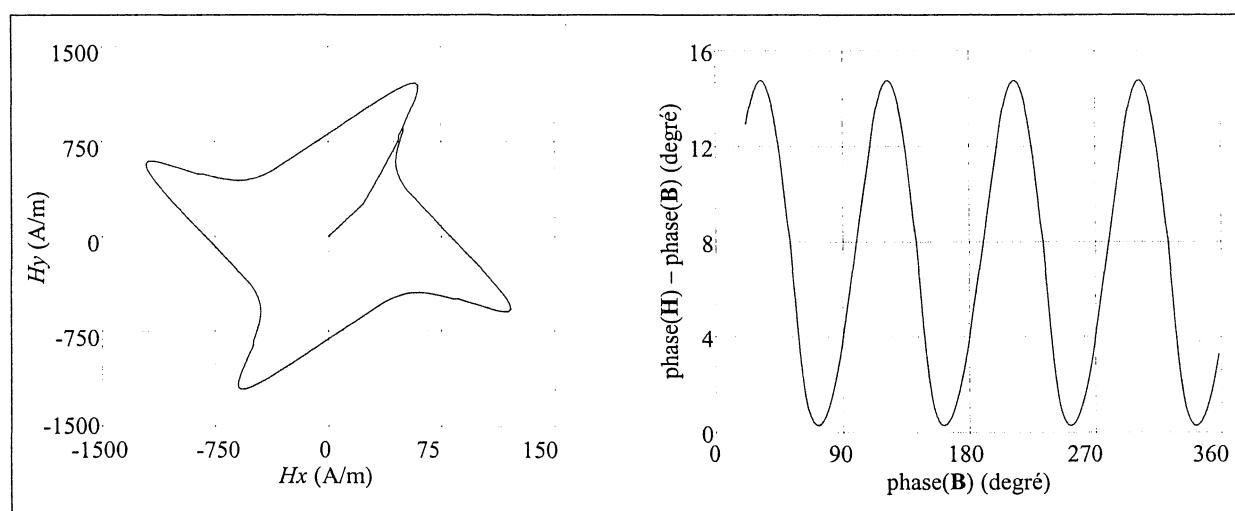


FIGURE III.40 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 1.15T.



Chapitre IV / Utilisation des modèles pour la simulation numérique



Chapitre IV / Utilisation des modèles pour la simulation numérique

IV/1. LE CAS TEST

Un cas test à été simulé dans des logiciels d'éléments finis dans le cadre du projet 2.1 du GDR Sécurité et Disponibilité des Systèmes Electrotechniques. L'objectif est alors de comparer le comportement de différents modèles dans les mêmes conditions de fonctionnement choisies.

IV/1.1. Présentation du cas test

IV/1.1.1. La géométrie

Le cas test est défini pour mettre en relief les propriétés des modèles. A partir d'une tôle unique, des bandes sont découpées au format Epstein (30*280mm). Des mesures sont effectuées sur des tôles pleines au format standard. Ces mesures permettent d'identifier les paramètres de modèles statiques d'hystérésis. Puis une série de bandes est prélevée, au centre de ces bandes un trou est découpé. Il est composé d'un carré de taille 10mm*10mm surmonté de deux demi disques de 5mm de rayon (cf. figure IV.1). Cette structure tout étant simple permet d'avoir une répartition homogène de l'induction.

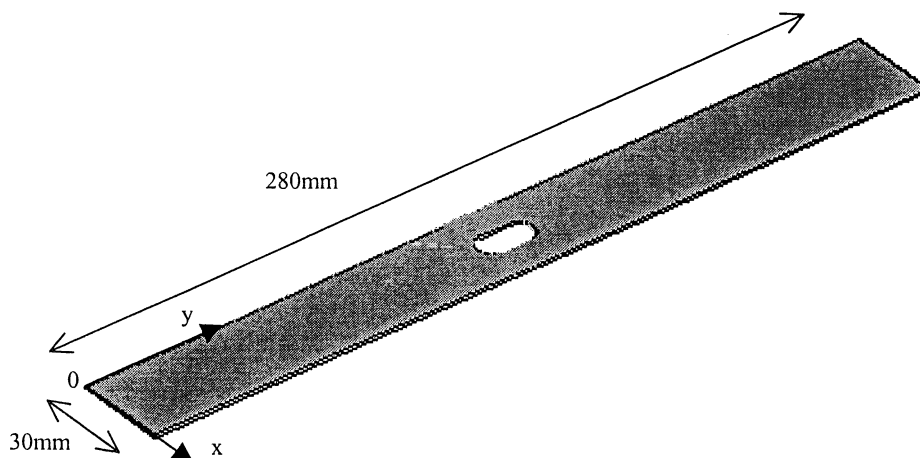


FIGURE IV.1 : La tôle à trou M330-35A.

IV/1.1.2. Conditions expérimentales

Des mesures sont effectuées avec la tôle à trou en imposant dans la tôle un flux sinusoïdal dans le sens de sa longueur de fréquence 0.5Hz. L'induction maximale aux extrémités de la tôle est alors de 0.9T. Ces conditions ont été choisies pour avoir des zones de saturation de l'induction (au bord du trou) et des zones de faible induction.

IV/1.1.3. Simulation numérique

Au cours de la simulation numérique, l'évolution des grandeurs est particulièrement surveillée en six points de référence notés de P₁ à P₆ présentés au tableau IV.1 et à la figure IV.2. En ces points de la tôle, des capteurs de mesure du champ seront disposés pour permettre une comparaison avec l'expérience.

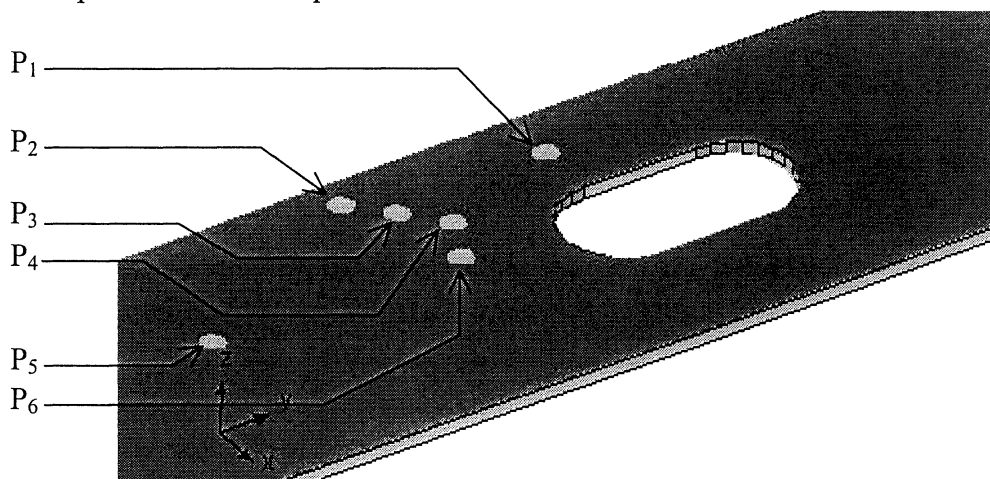


FIGURE IV.2 : Plaque étudiée avec la position des différents points.

TABLEAU IV.1: Coordonnées des points de comparaison

Numéro du Point	Coordonnées en X(mm)	Coordonnées en Y(mm)
1	5	135
2	3	118
3	6	121
4	9	124
5	12,5	100
6	13	122

IV/1.2. Procédé

L'échantillon choisi est une tôle à grains non orientés M330-35A. Afin de ne pas modifier les propriétés magnétiques des matériaux du fait de contrainte mécanique, les bandes sont découpées par une méthode photochimique.

Les mesures ont été effectuées au LESIR (ENS Cachan, Cachan) avec un cadre EPSTEIN. Des relevés sont donnés pour des tôles découpées dans l'échantillon transversalement par

rapport au sens de laminage. Ils contiennent une série de 18 cycles centrés définis par les valeurs maximales du champ d'excitation ($20 < H_{\max} < 1050 \text{ A.m}^{-1}$).

Des mesures nécessaires à la caractérisation des cycles avec la méthode de Mayergoyz ont été également faites. Elles contiennent douze courbes de renversement relevées pour les tôles découpées dans le sens de laminage (longitudinal) et treize courbes relatives aux tôles découpées dans le sens transversal.

IV/2. REALISATION D'UNE SIMULATION SUR FLUX3D

IV/2.1. Le logiciel

IV/2.1.1. Géométrie

Les modèles ont été identifiés et comparés aux mesures effectuées sur des tôles standards. Maintenant, on veut utiliser les modèles pour simuler l'évolution du champ et de l'induction pour une tôle à trou, correspondant au cas test de la figure IV.1. On utilise pour cela le logiciel aux éléments finis Flux3D. Ce logiciel est doté d'outils permettant de réaliser la géométrie du problème. La tôle à trou y est définie dans le plan (définition en 2D). Une fois la géométrie créée, le logiciel est capable de générer automatiquement un maillage en appliquant une triangulation de Delaunay (cf. annexe A/1.3).

La géométrie maillée est partagée en région. Le logiciel associe aux différentes régions des fonctions d'interpolation (cf. annexe A/2) et des propriétés physiques. Dans le cadre du cas test, des fonctions de forme linéaire d'ordre un ou deux ont été utilisées. Deux régions sont distinguées : la région *tôle* qui a des propriétés magnétiques non linéaires et la région *air* qui a les caractéristiques du vide.

IV/2.1.2. Le langage HE

La formulation (cf. annexe A/3.1) utilisée dans notre cas est le potentiel scalaire. Cette formulation est résolue par la méthode de Galerkinge (cf. annexe A/3.2). Pour décrire les opérations d'intégration spécifique à la formulation, Flux3D s'appuie sur langage spécifique, appelé langage HE. Dans un fichier texte, les acteurs de l'intégration numérique et leur utilisation sont présentés dans un langage dépouillé. Son introduction permet de varier simplement la formulation à résoudre et de s'adapter à la grande variété des problèmes.

IV/2.1.3. Modification du code

Pour permettre la résolution de notre problème, il faut cependant intégrer directement dans le code du logiciel Flux3D l'algorithme des modèles d'hystérésis. Par ailleurs, les modèles d'hystérésis sont fonction du champ (ou de l'induction) mais également de l'histoire du matériau. Ceci signifie qu'il faut stocker de l'information supplémentaire en chaque point ou l'induction est évaluée. Le langage de programmation est alors le FORTRAN.

IV/2.2. Mise au point d'une structure de stockage

En vue de l'implantation du modèle de Preisach, du modèle chimique, d'un modèle dynamique, on réfléchit à une structure permettant le stockage de l'information. Celui-ci doit rester valable quels que soient la formulation, les fonctions de forme, la géométrie, le modèle.

IV/2.2.1. La structure de données

Des variables doivent être dédiées à la mémorisation de l'histoire du matériau. Le nouveau modèles nécessite de mémoriser jusqu'à quatre variables pour chaque point où la fonction est calculée. Un modèle de Preisach demande 20 à 180 variables en chaque point où la fonction est évaluée. Le modèle dynamique présenté au paragraphe II/2.2 est la conjugaison d'un modèle statique auquel se superposent des opérations qui prennent en compte la dynamique. Ces dernières demandent à stocker un volume d'information qui augmentent avec les pas de temps.

Dans la géométrie maillée, une fonction inconnue Φ est approchée par une combinaison de fonctions de forme. Résoudre le problème consiste alors à déterminer les coefficients de cette combinaison. Compte tenu des choix pris sur la construction des fonctions de formes, ces coefficients sont les valeurs de Φ exprimées aux nœuds du maillage. Naturellement, le logiciel Flux3D prévoit une place en mémoire pour stocker ces valeurs.

Pendant la résolution, les grandeurs physiques sont évaluées et intégrées aux points de Gauss pour effectuer les opérations d'intégration conformément à la méthode de Gauss (cf. annexe A/3.3.2). Ces grandeurs ne sont mémorisées que temporairement. Or, les fonctions hystérétiques nécessitent de mémoriser l'histoire de façon permanente. Il faut donc permettre le stockage d'un volume important de variable pour chaque point de Gauss.

Par ailleurs, le calcul de la loi hystérétique est parfois long. Il est préférable de stocker aux nœuds les valeurs des grandeurs que l'on souhaite exploiter en fin de résolution.

IV/2.2.2. Stratégie de programmation

Afin d'obtenir sur le logiciel une structure capable de s'adapter à des formulations, des maillages, des fonctions de forme diverses, le langage HE a été enrichi de fonctions permettant de commander le stockage de l'information et l'utilisation des fonctions hystérétiques.

IV/2.3. Résolution numérique

IV/2.3.1. Méthode de Newton Raphson

Afin de résoudre le problème de la tôle à trou, nous avons utilisé dans Flux3D la méthode de Newton Raphson.

Pour un critère \mathbf{R} (\mathbf{R} est alors le résidu) à annuler, fonction dérivable de la variable \mathbf{a} (\mathbf{a} est un vecteur), la méthode de Newton Raphson est un algorithme itératif qui permet à partir d'une valeur initiale de l'inconnue, de parvenir à une approximation de la solution de

précision donnée. Dans le cas d'un système linéaire, la méthode permet d'obtenir le résultat en une itération. Pour un système non linéaire, la convergence du système n'est pas toujours obtenue.

Dans le cas non linéaire, si au pas k le résidu vaut \mathbf{R}_k pour une valeur \mathbf{a}_k de la variable et si le Jacobien, dérivé du résidu par rapport à la variable, vaut \mathbf{J}_k alors, la valeur de l'inconnue visant à annuler le critère est obtenu en incrémentant \mathbf{a}_k de $\Delta\mathbf{A}_k$. $\Delta\mathbf{A}_k$ est obtenu en résolvant :

$$\mathbf{R}_k = \Delta\mathbf{A}_k \cdot [\partial\mathbf{R}/\partial\mathbf{a}] = \Delta\mathbf{A}_k \cdot \mathbf{J}_k \quad (IV.1)$$

Un coefficient de relaxation peut être appliqué pour améliorer la convergence de l'algorithme.

IV/2.3.2. Une formulation en potentiel scalaire

La résolution que nous utilisons s'appuie sur la formulation potentiel scalaire. Cette formulation est présentée dans l'annexe A/3.1.2.i dans le cas d'un problème linéaire. Ici, elle est présentée dans le cas général.

Comme dans le cas de la formulation linéaire, l'inconnue est le potentiel scalaire Φ . Il s'exprime en fonction des fonctions de forme et de ses valeurs aux nœuds du maillage. Soit :

$$\Phi = \sum_{i=1}^n N_i \cdot \phi_i \quad (IV.2)$$

où les N_i sont les fonctions de forme et les ϕ_i les valeurs du potentiel aux nœuds du maillage.

Le champ est donné par :

$$\mathbf{H} = H_x \cdot \mathbf{i} + H_y \cdot \mathbf{j} = -\mathbf{grad}(\Phi) \quad (IV.3)$$

La loi $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ est ensuite calculée en un point donné par une fonction \mathbf{f}_0 tel que :

$$\mathbf{B} = \mathbf{f}_0(\mathbf{H}) \quad (IV.4)$$

La fonction \mathbf{f}_0 est donnée par un modèle scalaire de l'hystérésis. En pratique, l'induction est évaluée aux points de Gauss. Etant donné que la loi hystérétique \mathbf{f}_0 dépend de l'histoire du matériau qu'elle représente, il faut stocker en chaque point où la fonction est utilisée l'histoire associée à ce point.

Dans le cas non linéaire, le vecteur résidu \mathbf{R} est donné par :

$$R_i = \int_{\Omega} N_i \cdot \text{div } \mathbf{B} \cdot d\Omega \quad \text{pour tout } i \in [1, n] \quad (IV.5)$$

L'ordre du système est abaissé par une intégration par partie à partir des formules de Green et de l'égalité remarquable (B-1). L'équation (IV.5) se réécrit alors :

$$R_i = \int_{\Omega} \mathbf{grad } N_i \cdot \mathbf{B} \cdot d\Omega + \underbrace{\int_{\Gamma} N_i \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{B} \cdot d\Gamma}_{\text{conditions aux limites}} \quad \text{pour tout } i \in [1, n] \quad (IV.6)$$

L'intégrale (IV.6) sur le domaine Ω est évaluée par la méthode de Gauss (cf. annexe A/3.3.2).

Enfin, le Jacobien \mathbf{J} , matrice dérivée du résidu par rapport à l'inconnue, est tel que :

$$\mathbf{J}_{i,j} = \partial R_i / \partial \phi_j = \int_{\Omega} \mathbf{grad } N_i \cdot [\partial \mathbf{B} / \partial \mathbf{H}] \cdot \mathbf{grad } N_j \cdot d\Omega \quad \text{avec } i, j \in [1, n] \quad (IV.7)$$

Une première estimation du potentiel donne le résidu (IV.6) et le Jacobien (IV.7). La méthode de Newton Raphson permet d'évaluer une nouvelle estimation de l'inconnue visant à annuler le résidu.

IV/2.3.3. Résolution temporelle pas à pas

Afin de procéder à une véritable résolution temporelle, le temps est discrétisé. A partir de la solution d'un problème à une date t , on cherche à obtenir la solution à la date $t+\Delta t$. Comme précédemment, la méthode des résidus pondérés est appliquée. Cette fois, on ne cherche pas à annuler le résidu à la date $t+\Delta t$ mais à la date $t+\theta\cdot\Delta t$, où θ est un nombre compris entre 0 et 1. L'inconnue \mathbf{a} à la date $t+\theta\cdot\Delta t$ est exprimée par :

$$\mathbf{a}(t+\theta\cdot\Delta t)=(1-\theta)\cdot\mathbf{a}(t)+\theta\cdot\mathbf{a}(t+\Delta t) \quad (IV.8)$$

et la dérivée par :

$$\Delta\mathbf{a}/\Delta t=(1/\Delta t)\cdot(\mathbf{a}(t+\Delta t)-\mathbf{a}(t)) \quad (IV.9)$$

Le choix de la valeur de θ n'est pas sans conséquence sur la résolution. Dans le cas d'un système linéaire, pour valeur de θ choisie entre $1/2 \leq \theta < 1$ le système est toujours stable (l'erreur est bornée lorsque la résolution avance dans le temps). Pour $0 \leq \theta < 1/2$, le système est parfois instable [BOS 91].

Pour opérer la résolution temporelle, nous avons aussi utilisé la méthode de résolution de Newton Raphson avec la formulation potentiel scalaire. Dans ce cas, pour évaluer le résidu à la date $t+\theta\cdot\Delta t$, on évalue en premier le potentiel à la date $t+\theta\cdot\Delta t$. Il est alors donné par :

$$\Phi_k(t+\theta\cdot\Delta t)=(1-\theta)\cdot\Phi(t)+\theta\cdot\Phi_k(t+\Delta t) \quad (IV.10)$$

où $\Phi_k(t+\Delta t)$ est une approximation de l'inconnue $\Phi(t+\Delta t)$. Le champ est ensuite donné par l'équation (IV.3) à la date $t+\theta\cdot\Delta t$ puis l'induction par l'équation (IV.4). On peut ainsi évaluer le résidu avec l'équation (IV.6) à la date $t+\theta\cdot\Delta t$.

Le Jacobien, dérivé du résidu de la date $t+\theta\cdot\Delta t$ par rapport à la variation de l'inconnue à la date $t+\Delta t$ est évaluée comme suit :

$$\mathbf{J}_{i,j} = \partial R_{i,t+\theta\Delta t} / \partial \phi_{j,t+\Delta t} = \int_{\Omega} \mathbf{grad} N_i \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{H}} \right] \cdot \frac{\partial \mathbf{H}_{t+\theta\Delta t}}{\partial a_{j,t+\Delta t}} \cdot d\Omega \quad (IV.11)$$

soit,

$$\mathbf{J}_{i,j} = \int_{\Omega} \theta \cdot \mathbf{grad} N_i \cdot [\partial \mathbf{B} / \partial \mathbf{H}] \cdot \mathbf{grad} N_j \cdot d\Omega \quad \text{avec } i, j \in [1, n] \quad (IV.12)$$

Avec le résidu et le Jacobien à l'itération k , la méthode de Newton Raphson permet d'évaluer $\Phi_{k+1}(t+\Delta t)$, estimation de l'inconnue visant à annuler le résidu à la date $t+\theta\cdot\Delta t$.

IV/2.3.4. Choix d'un modèle de l'hystérésis

Le modèle d'hystérésis choisi pour la résolution est un modèle 2D. Il est construit à partir d'un modèle scalaire (modèle Preisach, nouveau modèle scalaire). Si f est une fonction donnée par un modèle scalaire de l'hystérésis alors la loi vectoriel $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ est écrite :

$$\mathbf{B} = \mathbf{f}_0(\mathbf{H}) = f(H_x) \cdot \mathbf{i} + f(H_y) \cdot \mathbf{j} \quad (IV.13)$$

Donc, avec les hypothèses (IV.13) la dérivée de l'induction par rapport au champ s'écrit :

$$[\partial \mathbf{B} / \partial \mathbf{H}](\mathbf{H}) = \begin{bmatrix} f'(H_x) & 0 \\ 0 & f'(H_y) \end{bmatrix} \quad (IV.14)$$

IV/3. MODELES

IV/3.1. Tôles découpées suivant l'axe longitudinal

IV/3.1.1. Identification du nouveau modèle scalaire aux essais du GDR (tôle NO)

Notre nouveau modèle scalaire a été identifié à partir des mesures effectuées sur les bandes au format standard. Trois cycles centrés ont été utilisé (avec H crête de 1050, 400, 100A/m). Les paramètres obtenus sont donnés au tableau IV.2 et au tableau IV.3.

TABEAU IV.2 : Paramètres du modèle chimique

$J_{renv\ max}$ (T)	β (m/A)	H_c (A/m)	γ (m/A)
0.825	0.24	50	0.057

TABEAU IV.3 : Paramètre du modèle de rotation

$J_{rot\ max}$ (T)	α (m/A)	k_1 (A/m)	k_3 (A/m)	p_0 (A/m)
0.8	0.021	30	150	65

Le modèle est comparé à l'expérience de la figure IV.3 à la figure IV.5 pour des cycles centrés et de la figure IV.6 à la figure IV.8 pour des courbes de renversement.

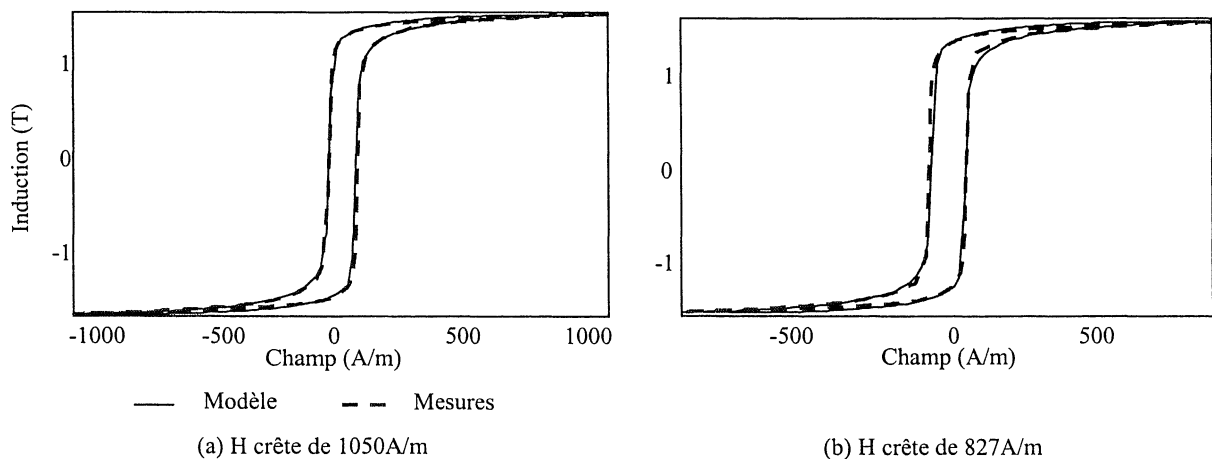


FIGURE IV.3 : Comparaison de cycles centrés.

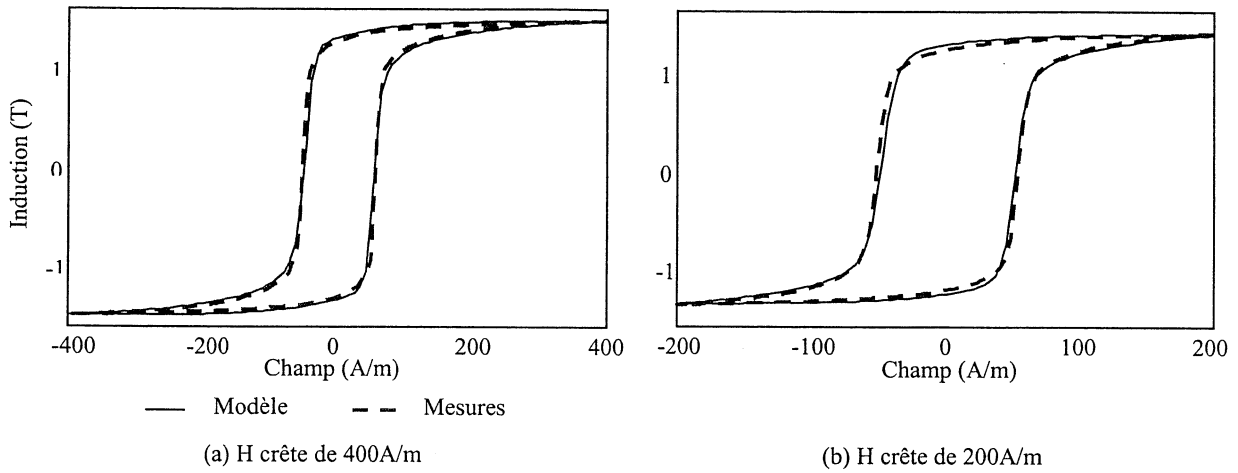


FIGURE IV.4 : Comparaison de cycles centrés.

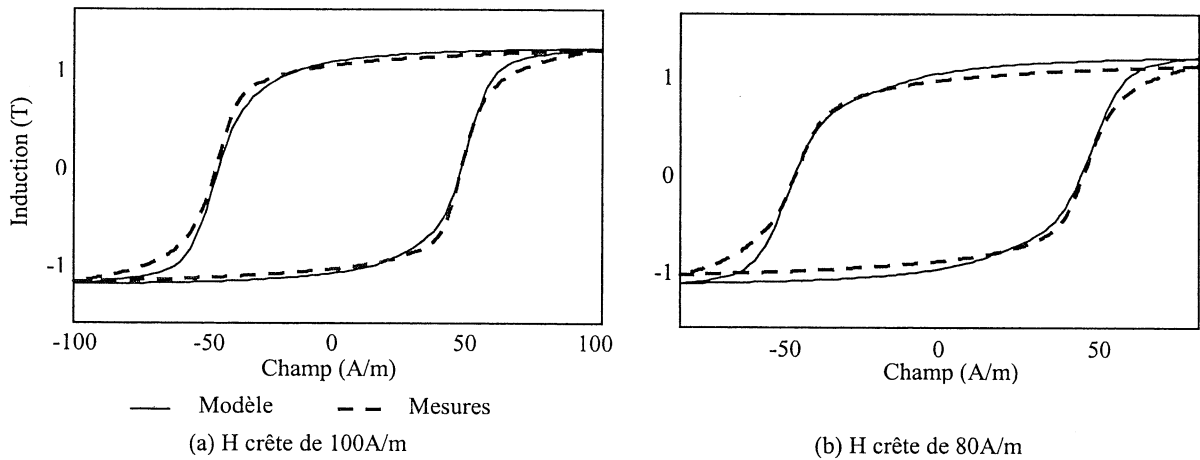


FIGURE IV.5 : Comparaison de cycles centrés.

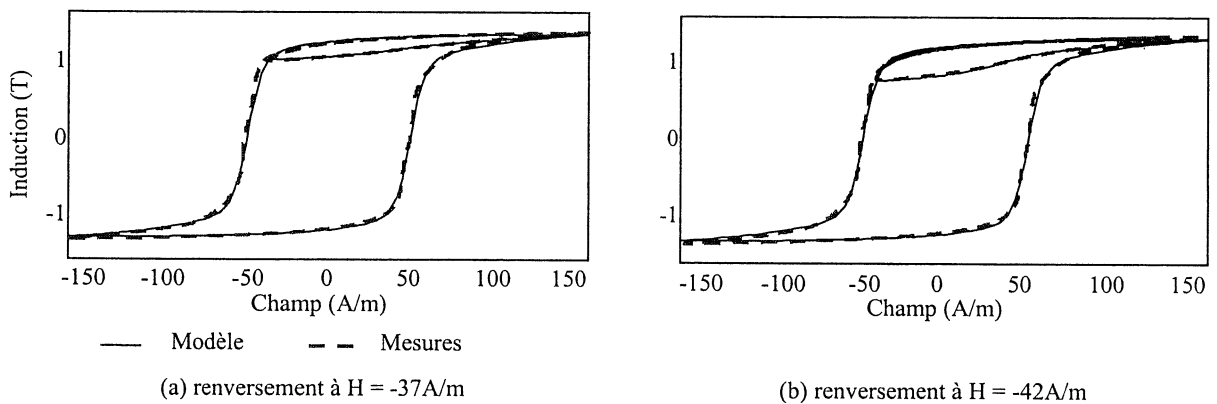


FIGURE IV.6 : Comparaison des courbes de renversement (H crête = 160A/m).

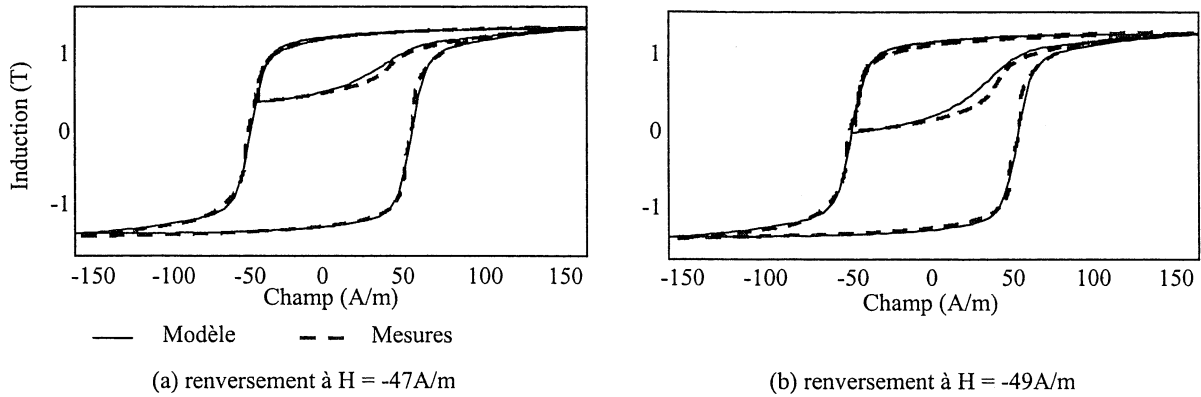


FIGURE IV.7 : Comparaison des courbes de renversement (H crête = 160A/m).

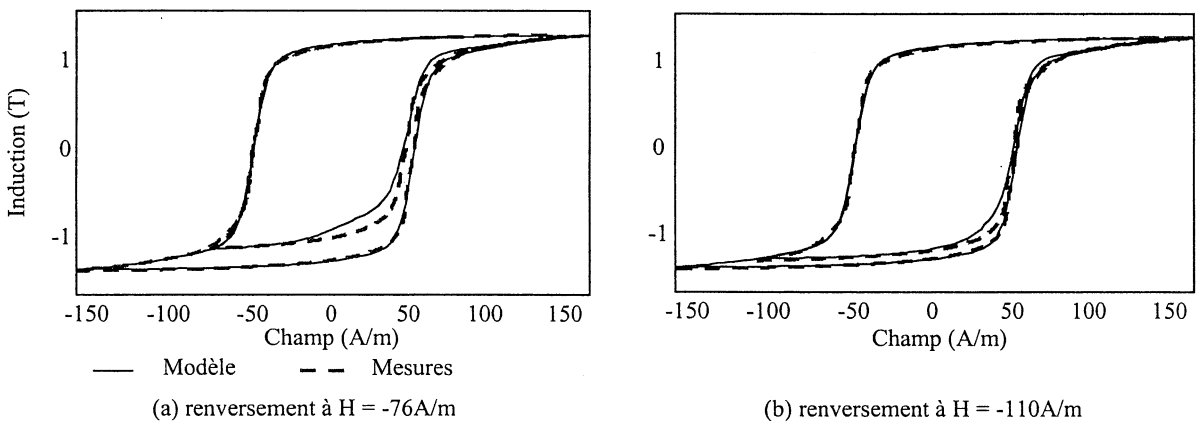


FIGURE IV.8 : Comparaison des courbes de renversement (H crête = 160A/m).

Le modèle scalaire parvient à modéliser correctement la tôle à grains NO. Cependant les résultats obtenus pour la modélisation de la tôle FeSi GO étaient meilleurs car la structure en domaine de cette dernière correspond bien aux hypothèses d'élaboration du modèle.

IV/3.1.2. Identification du modèle de Mayergoyz

On présente ci-dessous les résultats de l'identification du modèle de Preisach par la méthode de Mayergoyz.

12 courbes de renversement plus un cycle majeur sont utilisés pour identifier le triangle de Preisach.

En premier, les courbes de renversement sont extraites des mesures expérimentales et classées dans un tableau afin de les exploiter par des algorithmes numériques. Le bruit de la mesure est filtré. Douze courbes ne suffisent pas pour appliquer la méthode de Mayergoyz, alors, un jeu de courbes est déduit par extrapolation des 12 courbes mesurées. On obtient ainsi une base physiquement cohérente et pratique d'un point de vue numérique. Les courbes obtenues sont présentées à la figure IV.9.

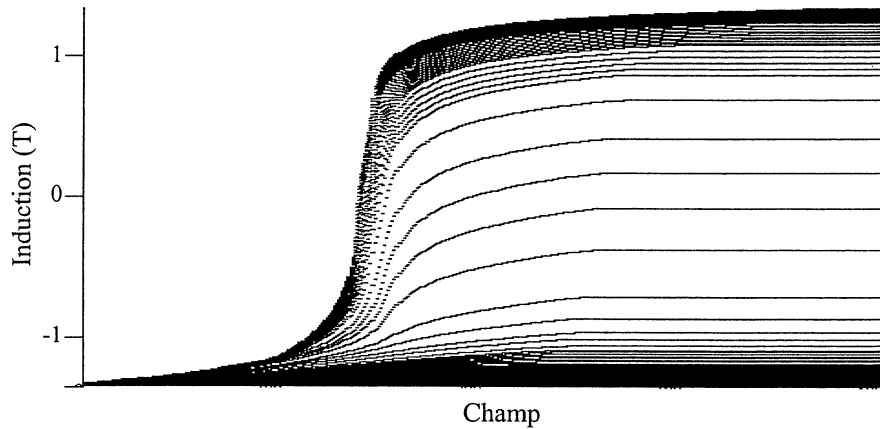


FIGURE IV.9 : Extrapolation des courbes.

Pour un triangle de Preisach (α, β) . On calcule

$$P_{\alpha, \beta} = \frac{dB_{\alpha, \beta}}{d\beta} = \frac{B_{\alpha, \beta + \Delta\beta} - B_{\alpha, \beta}}{\Delta\beta} \quad (IV.15)$$

puis

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 B_{\alpha, \beta}}{d\beta \cdot d\alpha} = \frac{P_{\alpha + \Delta\alpha, \beta} - P_{\alpha, \beta}}{2 \cdot \Delta\alpha} \quad (IV.16)$$

On en déduit la répartition du triangle de Preisach. On obtient alors un triangle dissymétrique. Alors, à partir d'une moitié du triangle, on construit la deuxième par symétrie. Suivant la moitié du triangle retenue des résultats très différents peuvent être obtenus. Dans les deux cas, certains paramètres sont négatifs alors que du point de vue physique ils devraient tous être positifs. Finalement la moitié du triangle retenue est celle qui donne les meilleurs résultats.

On présente les deux cas à la figure IV.10 et à la figure IV.11. Le triangle de Preisach est discrétisé en 80 lignes * 80 colonnes. L'air du triangle vaut alors $80 \cdot 80 / 2$.

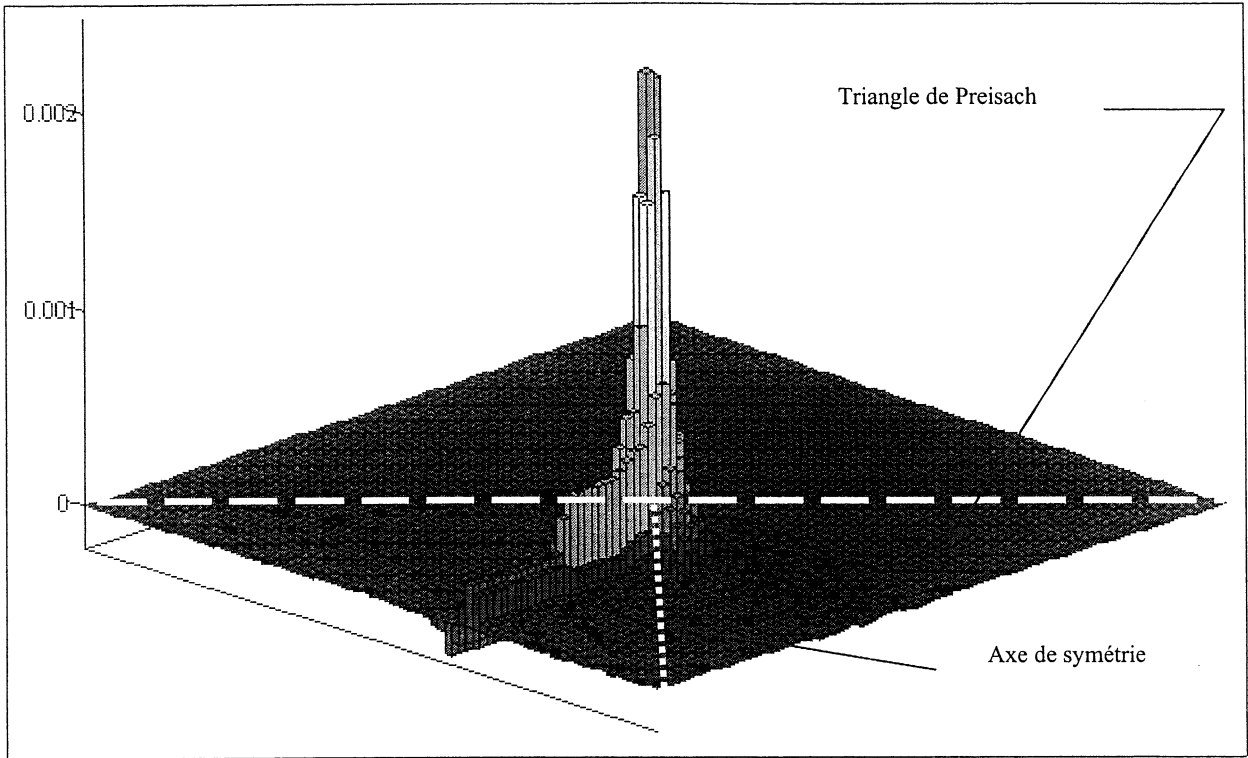


FIGURE IV.10 : Triangle de Preisach non modifié.

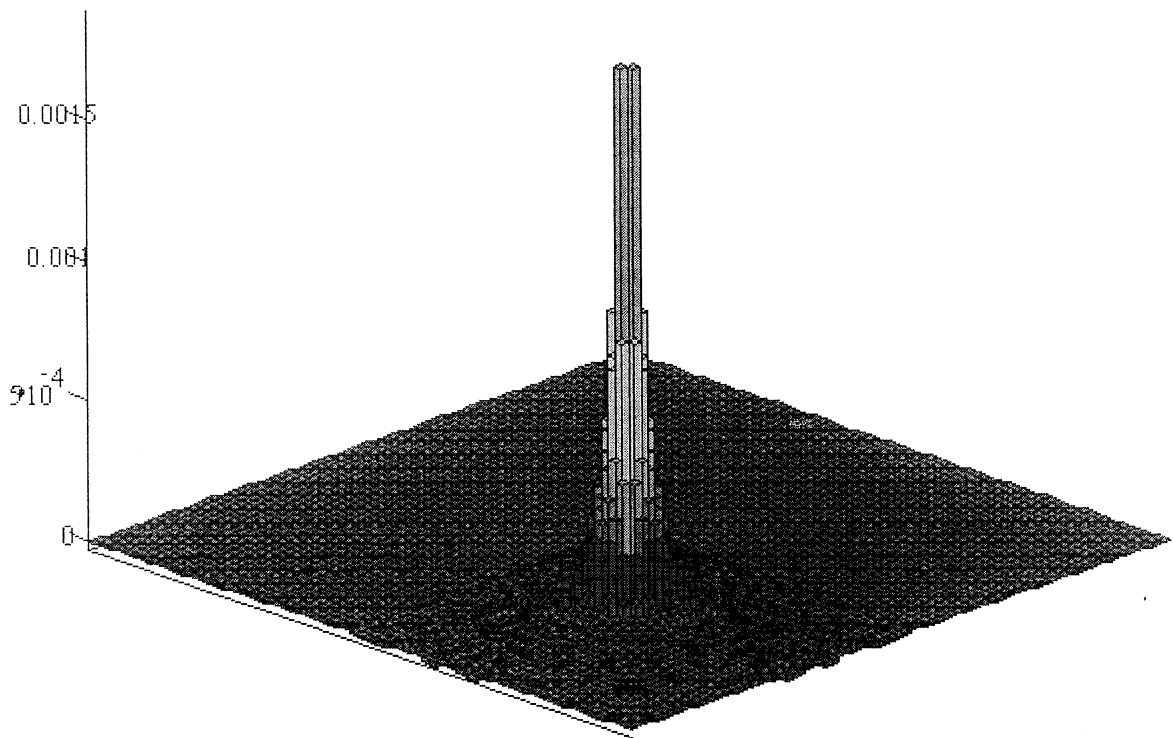


FIGURE IV.11 : Triangle de Preisach symétrique.

La discrétisation est affinée avec un triangle de Preisach discrétisé en 160 lignes * 160 colonnes pour comparer le modèle de Mayergoyz à la mesure. Ceci est présenté de la figure IV.12 à la figure IV.16 pour des cycles centrés et des courbes de renversement.

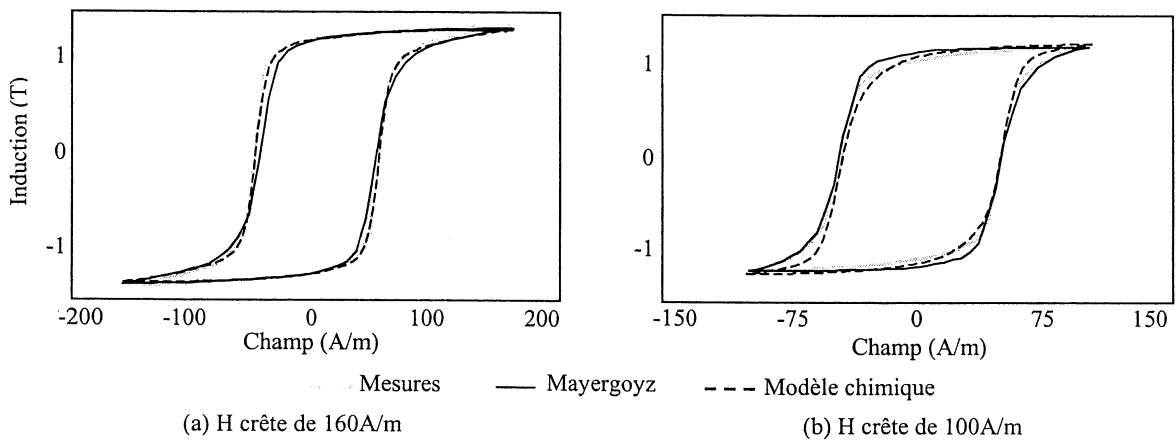


FIGURE IV.12 : Comparaison de cycles centrés.

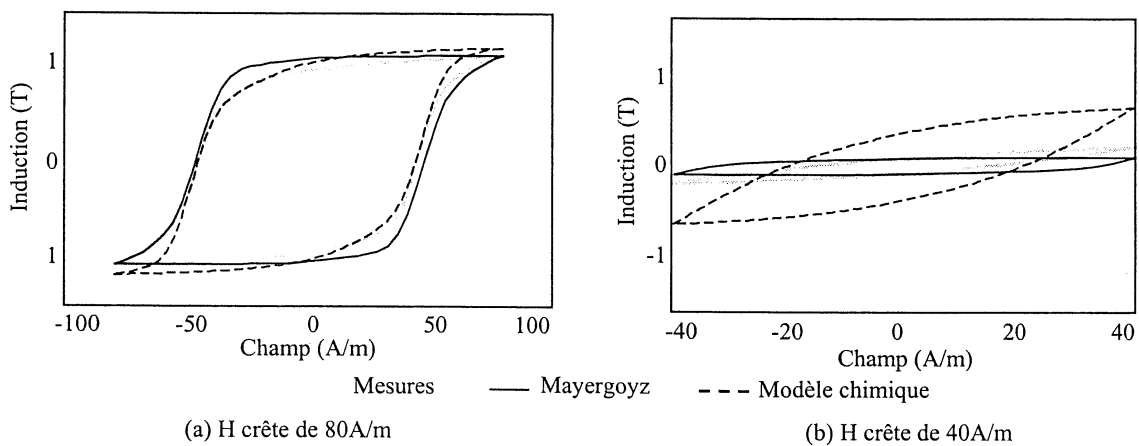


FIGURE IV.13 : Comparaison de cycles centrés.

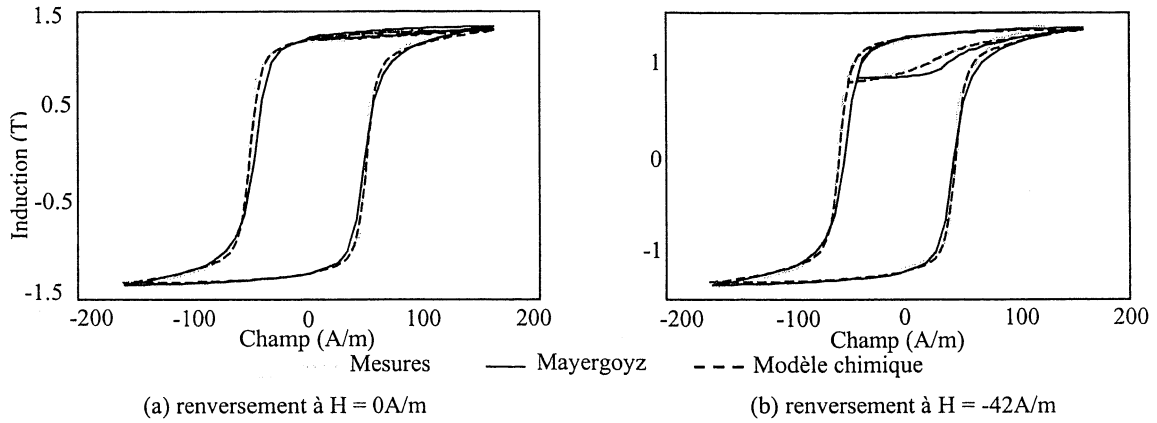


FIGURE IV.14 : Comparaison de courbes de renversement (H crête = 160A/m).

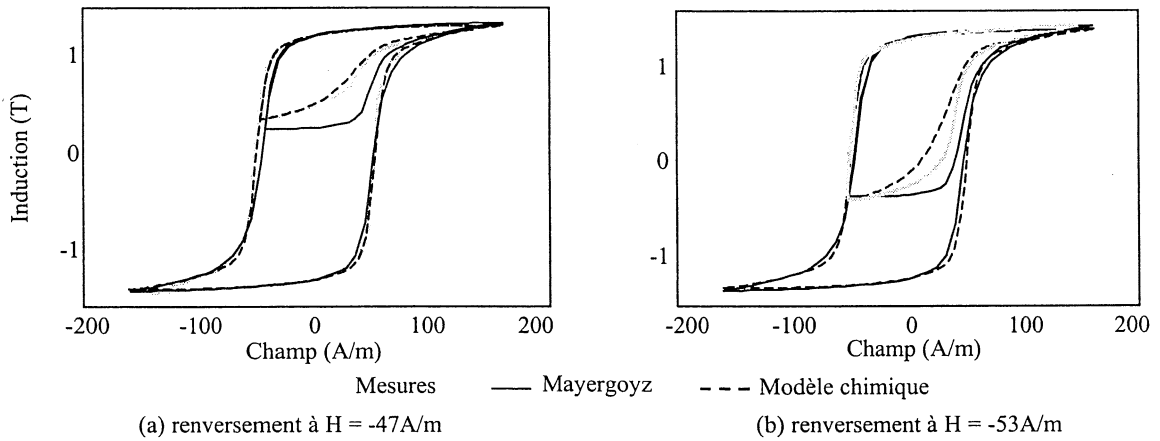


FIGURE IV.15 : Comparaison de courbes de renversement (H crête = 160A/m).

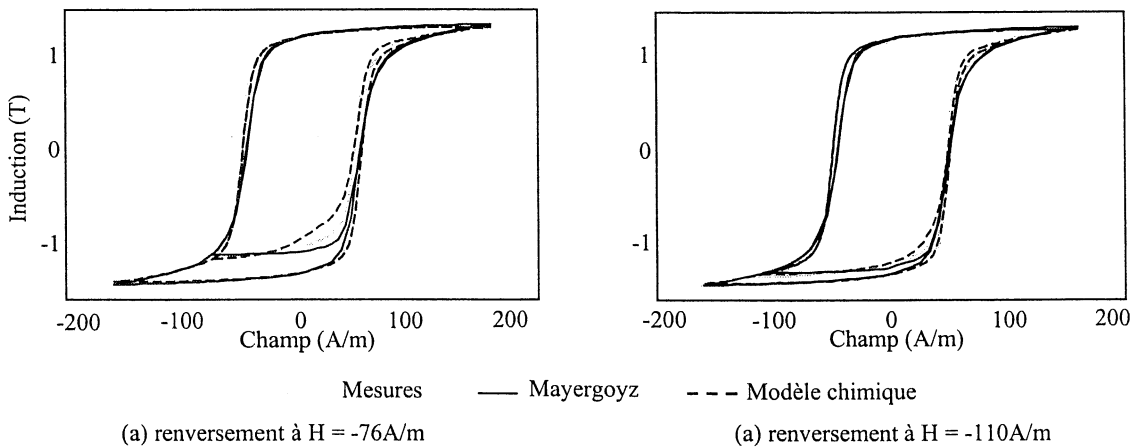


FIGURE IV.16 : Comparaison de courbes de renversement (H crête = 160A/m).

On constate que le modèle de Mayergoyz donne des résultats moins bon que notre nouveau modèle aussi bien sur les cycles centrés que sur les courbes de renversement. La fiabilité du modèle décroît rapidement avec le niveau de l'induction.

IV/3.2. Tôles découpées suivant l'axe transverse

De la même façon que pour les tôles découpées suivant l'axe longitudinal, le nouveau modèle scalaire est identifié à partir de trois cycles centrés (H crête de 936, 210, 63/m). Les résultats de l'identification sont donnés au tableau IV.4, au tableau IV.5. La figure IV.17 et à la figure IV.18 compare le modèle et la mesure pour des cycles centrés.

TABLEAU IV.4 : Paramètres du modèle chimique

$J_{renv\ max}$ (T)	β (m/A)	H_c (A/m)	γ (m/A)
0.9	0.03	60	0.037

TABLEAU IV.5 : Paramètre du modèle de rotation

$J_{rot\ max}$ (T)	α (m/A)	k_1 (A/m)	k_2 (1/rad)	p_0 (A/m)
1	0.006	50	5.7	120

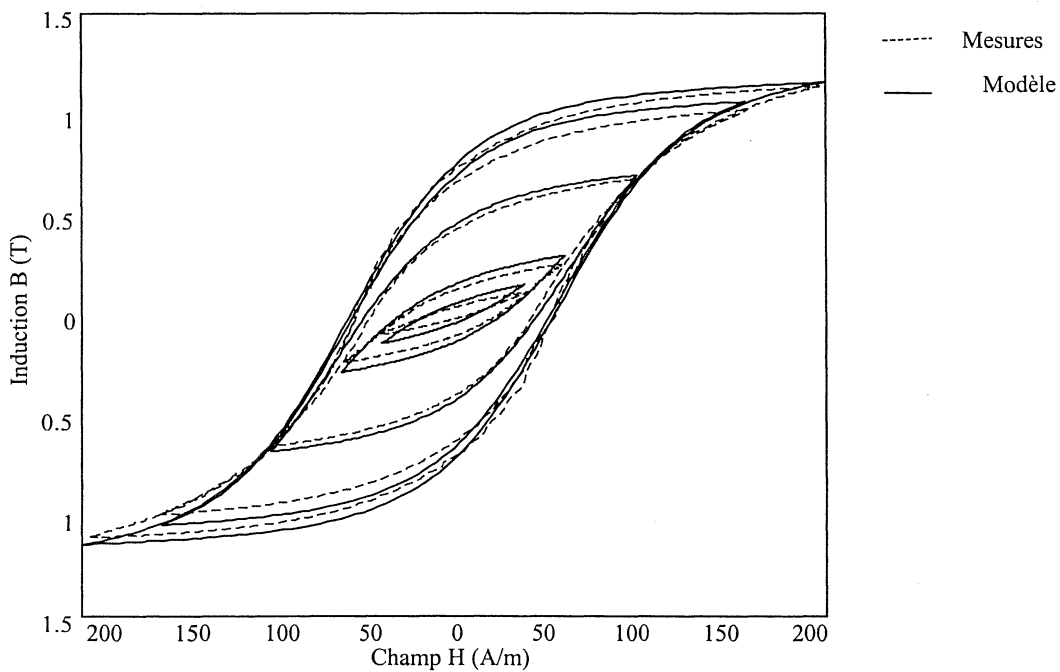


FIGURE IV.17 : Comparaison de cycles centrés.

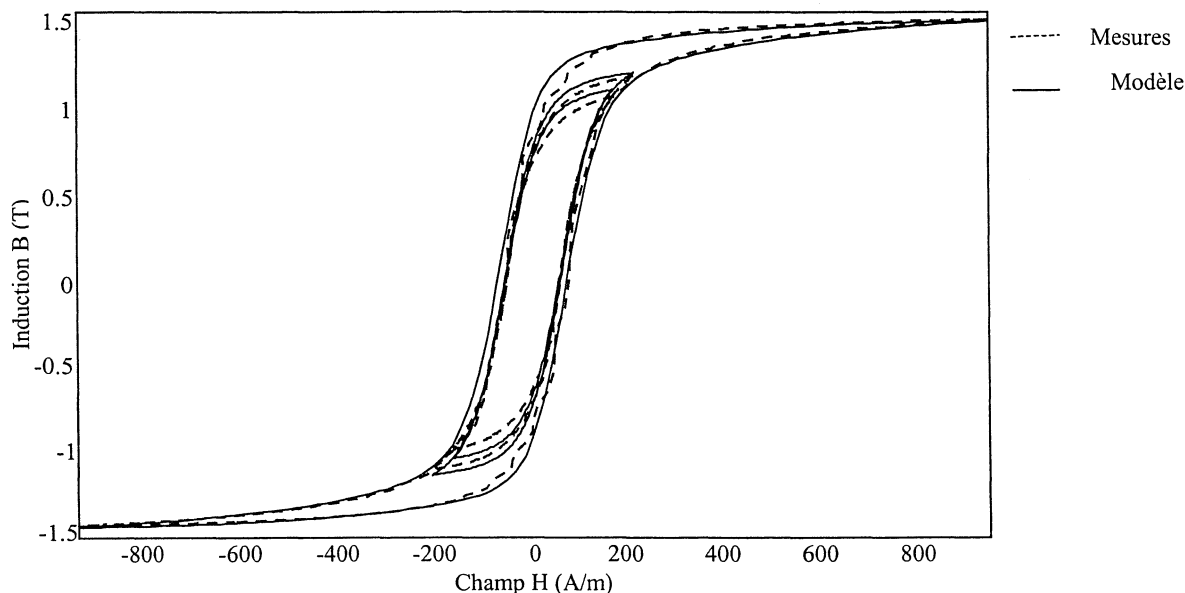


FIGURE IV.18 : Comparaison de cycles centrés (forte induction).

Ici, le modèle permet d'obtenir une bonne représentation des cycles même à faible induction. Les résultats sont meilleurs que ceux que l'on avait obtenus en modélisant l'axe longitudinal car, ici, les formes d'ondes se rapprochent de celles obtenues sur des tôles FeSi GO.

IV/4. ETUDE DES RESULTATS DU CAS TEST DU GDR

IV/4.1. Application du modèle de Mayergoyz (axe longitudinal)

Le modèle de Mayergoyz est identifié pour une tôle découpée suivant l'axe longitudinal.

Un triangle de Preisach discrétisé avec $N=80$ (soit 161 lignes) est utilisé. Le maillage (cf. figure IV.19) est adapté pour être plus concentré dans les zones où le potentiel ne varie pas linéairement. Il est généré avec des éléments à fonction d'interpolation linéaire d'ordre 1.

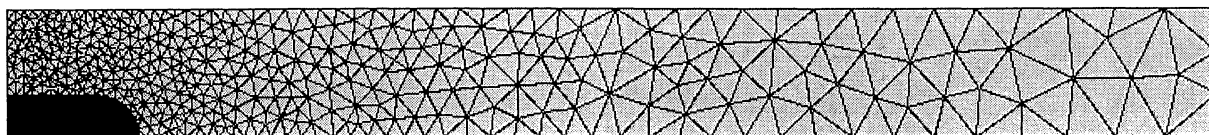


FIGURE IV.19: Le maillage d'ordre 1 - modèle de Mayergoyz.

On opère 20 itérations Newton Raphson (NR) pour tenter la résolution du système non linéaire. Le critère de convergence est toujours $\Delta|S|/|S| < 10^{-4}$ où S est le vecteur solution. La convergence n'est alors pas atteinte.

Des problèmes se posent pour l'application du modèle de Mayergoyz car ce dernier a été identifié pour un champ maximum de 160A/m qui est alors dépassé lorsque l'on cherche à imposer la condition limite de l'induction à 0.9T.

Les résultats de la simulation à 0.5s (moment où l'induction est maximale) sont présentés de la figure IV.20 à la figure IV.23. On remarque que les formes du potentiel ne respectent pas la symétrie du problème. Les lignes iso potentiel au centre de la tôle devraient être perpendiculaires à son axe. Ceci est imputé à la discrétisation du modèle. En effet la précision absolue est de $160/N = 2A/m$ pour le champ.

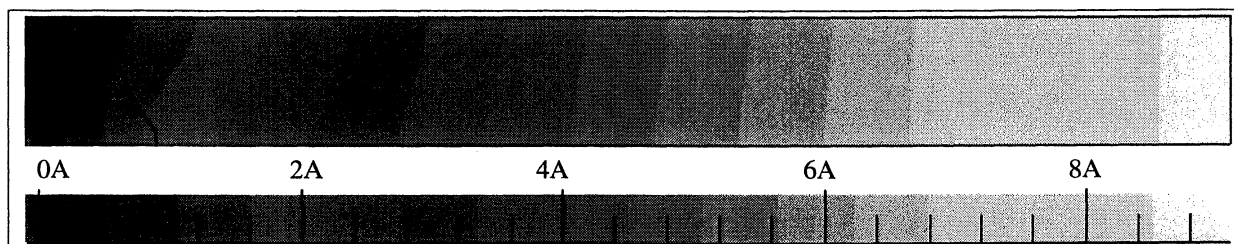


FIGURE IV.20: Les iso valeurs du potentiel à 0.5s (période 2s) - modèle de Mayergoyz.

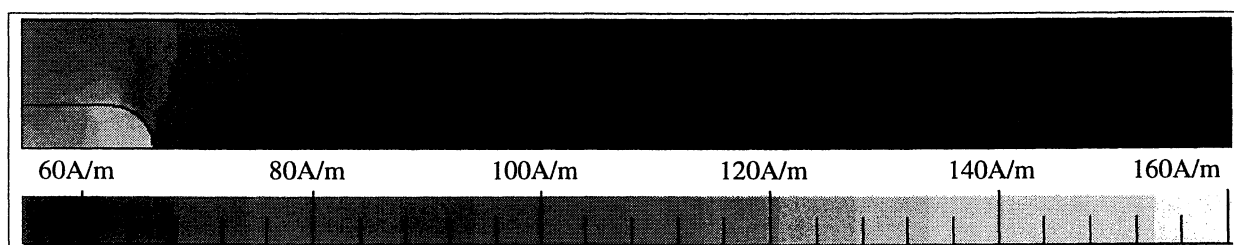


FIGURE IV.21: Les iso valeurs du champ à 0.5s (période 2s) - modèle de Mayergoyz.

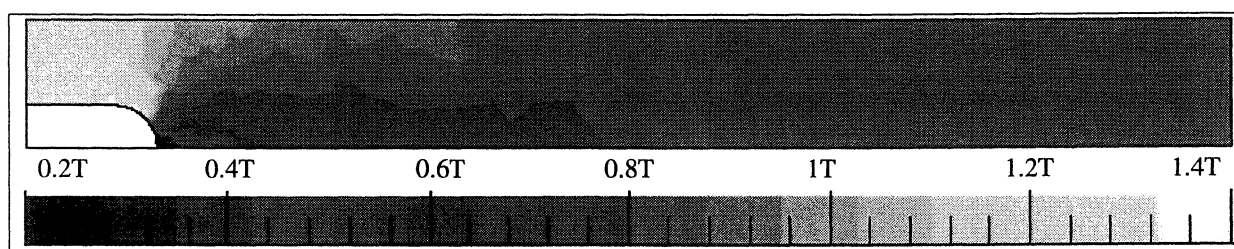


FIGURE IV.22: Les iso valeurs de l'induction à 0.5s (période 2s) - modèle de Mayergoyz.

Les valeurs du champ et de l'induction obtenues par la simulation pour les capteurs 1 à 6 sont présentées à la figure IV.23.

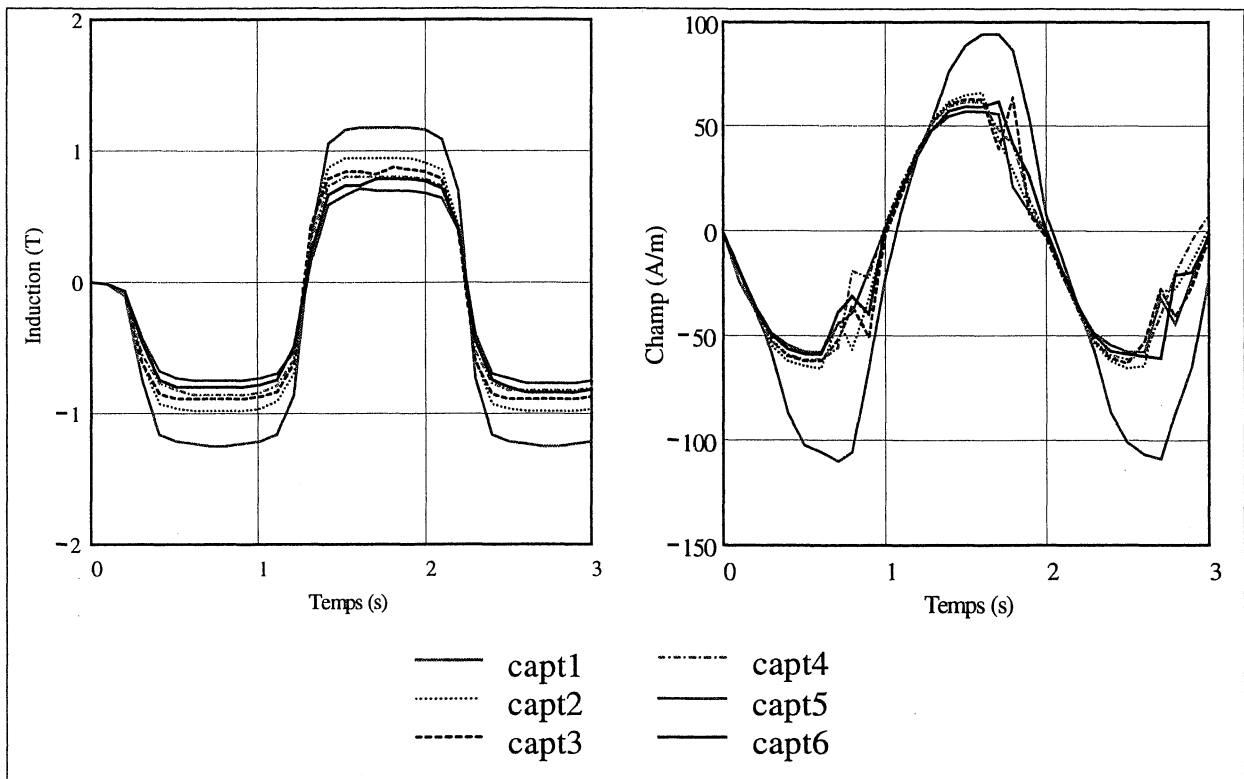


FIGURE IV.23: Les capteurs B et H, axe longitudinal - modèle de Mayergoyz.

IV/4.2. Utilisation du nouveau modèle scalaire (axe longitudinal)

IV/4.2.1. Le maillage

Le modèle est testé avec le maillage de la figure IV.19. Il permet d'obtenir la convergence.

Un maillage moins compact (moins de nœuds) est recherché. Le maillage de la figure IV.24 est retenu. Il est toujours choisi pour être plus dense dans les zones sensibles. Avec le nouveau modèle, on parvient à obtenir la convergence avec ce maillage. Il est plus favorable à la résolution numérique.

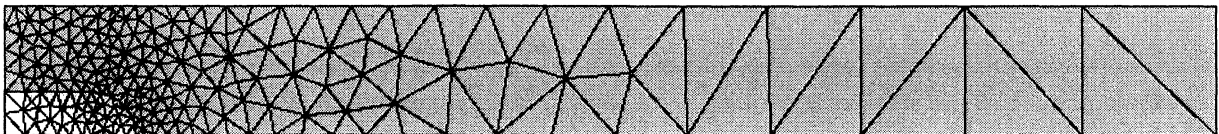


FIGURE IV.24: Maillage - nouveau modèle.

IV/4.2.2. La résolution.

Les éléments du maillage sont avec des fonctions de forme linéaire d'ordre 1. On applique la méthode de convergence Newton Raphson. Le critère de convergence est toujours

$\Delta|S|/|S| < 10^{-4}$ où S est le vecteur solution. Il a fallu en moyenne 6.2 itérations Newton Raphson pour obtenir la convergence, avec un minimum et un maximum de 4 et 10 itérations.

Afin de comparer les résultats, la simulation est reprise avec des éléments du maillage dont les fonctions de forme sont linéaire d'ordre 2. On applique la méthode de Newton Raphson. Le critère de convergence est $d|S|/|S| < 10^{-4}$ où S est le vecteur solution. Il a fallu en moyenne 6.8 itérations Newton Raphson pour obtenir la convergence, avec un minimum et un maximum de 5 et 9 itérations.

IV/4.2.3. Les iso valeurs

Les résultats de simulation avec des éléments à fonction de forme linéaire d'ordre 2 sont montrés de la figure IV.25 à la figure IV.29.

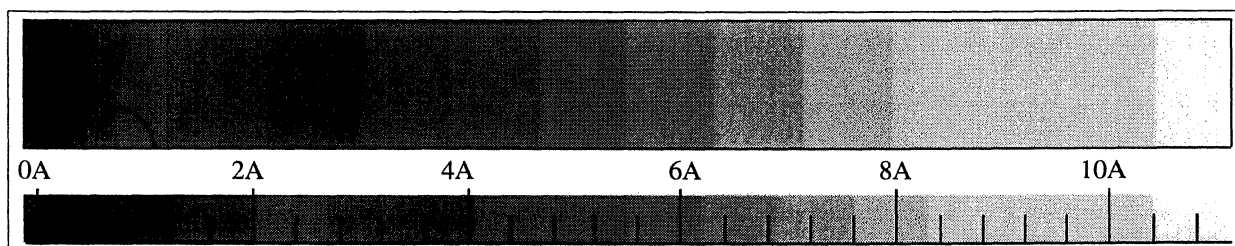


FIGURE IV.25: Iso valeurs du potentiel à 0.5s (période 2s) – nouveau modèle - ordre 2.

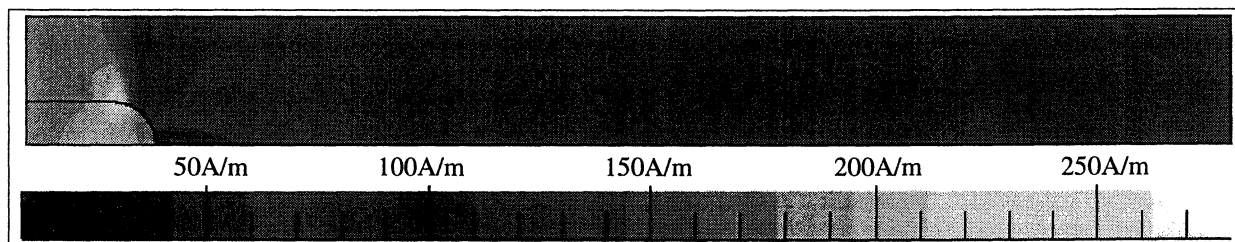


FIGURE IV.26: Iso valeurs du champ à 0.5s (période 2s) – nouveau modèle - ordre 2.

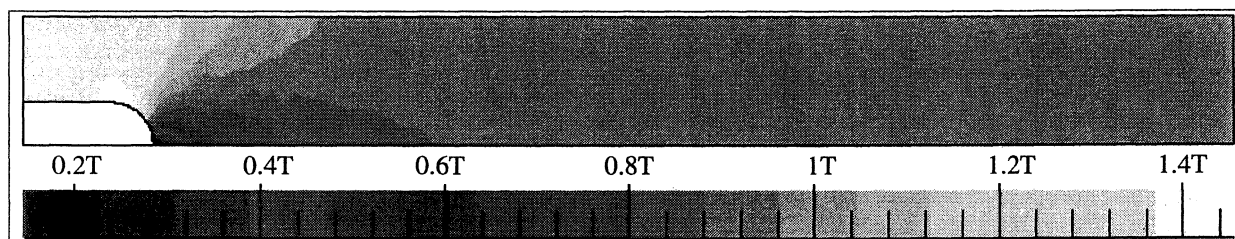


FIGURE IV.27: Iso valeurs de l'induction à 0.5s (période 2s) – nouveau modèle - ordre 2.

Le maillage optimisé avec élément d'ordre 2 donne les meilleurs résultats. Il permet pour un temps de calcul identique ou meilleur d'obtenir une finesse plus grande dans la solution. C'est pourquoi on utilise celui-ci dans la suite.

La simulation est reprise en resserrant le pas temps autour du moment où le flux de l'induction dans la tôle s'annule. L'induction dans la tôle s'annule entre 1.214s et 1.215s, on

donne en figure IV.29 les lignes de champ. On voit qu'il se crée alors des boucles de champ qui se rejoignent.

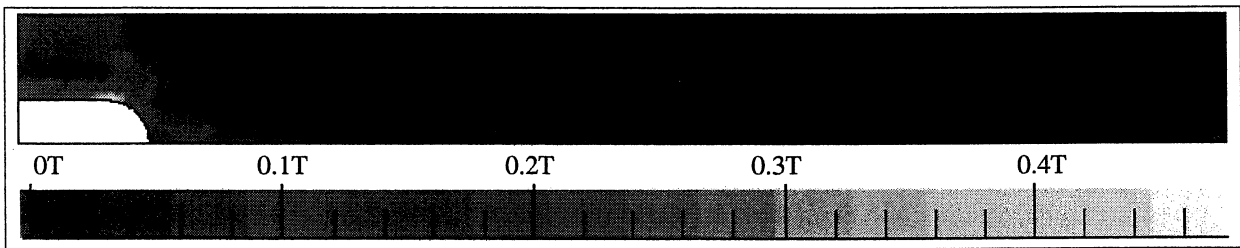


FIGURE IV.28: Iso valeurs de l'induction à 1.214 (T=2s) – nouveau modèle - ordre 2.

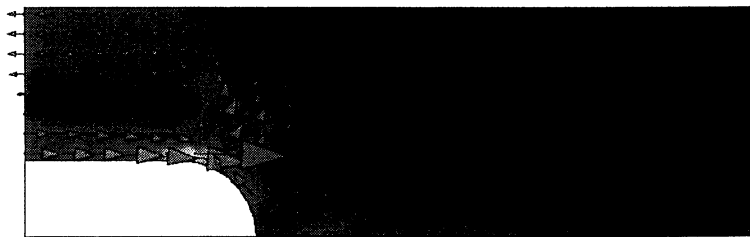


FIGURE IV.29: Direction de l'induction à 1.214 (T=2s) – nouveau modèle - ordre 2.

On voit alors que dans la tôle le sens de l'induction s'inverse en premier sur les bords du trou. Il se crée alors des boucles de champ qui se rejoignent sur les coins du trou.

IV/4.2.4. Conclusion

On a procédé à une simulation du même problème avec différent type de maillage. Le premier maillage (figure IV.19) est fin sur l'ensemble de la tôle avec des éléments d'ordre 1, le deuxième maillage (figure IV.24) est adapté pour être plus léger dans les zones où la variation du potentiel est linéaire.

On constate que le nouveau modèle demande un temps de résolution 200 fois plus petit que le modèle de Preisach. Toujours du point de vue du temps de calcul, le premier maillage est le plus pénalisant. Il est plus favorable à la résolution par le modèle de Mayergoz mais avec le nouveau modèle il nécessite plus d'itération NR pour atteindre la convergence.

Compte tenu des temps de calcul et compte tenu du rapport de finesse des résultats, ce dernier maillage utilisé avec des éléments à fonctions de forme linéaires d'ordre 2 est le plus approprié.

IV/5. COMPARAISON DES RESULTATS DE LABOS DU GDR SDSE

2.1

IV/5.1. Méthodes de résolution [GDR 01]

IV/5.1.1. Le L2EP (S. Clénet)

Pour la modélisation de l'hystérésis, le L2EP (Université des Sciences et Technologies de Lille, Lille) utilise la méthode "d'Everett" qui s'appuie sur la forme intégrale de la fonction de distribution de Preisach. Le code de calcul utilisé résout les équations magnétiques en 2D, avec une formulation en potentiel vecteur. Cette formulation permet d'obtenir directement l'induction magnétique.

Pour la prise en compte de l'aspect non linéaire, c'est la méthode du point fixe qui a été retenue en prenant une perméabilité artificielle $\mu_{art}=50.10^{+3}$. Avec cette méthode il est nécessaire de calculer, à chaque itération, une aimantation \mathbf{M}_{art} en utilisant la relation:

$$\mathbf{M}_{art} = \mathbf{B}/\mu_{art} - \mathbf{H} \quad (IV.17)$$

Dans cette équation \mathbf{B} est obtenue à partir du potentiel vecteur et, connaissant \mathbf{B} , le champ magnétique se déduit de la caractéristique scalaire $H(B)$ du matériau. L'équation (IV.17) donne alors la valeur de \mathbf{M}_{art} pour l'itération suivante (\mathbf{M}_{art} est supposée colinéaire à \mathbf{B}). L'utilisation de cette démarche implique la connaissance de la caractéristique $H(B)$. Le modèle d'Everett permet sa détermination cependant, dans le cas présent, les cycles relevés expérimentalement ne sont pas, pour les fortes valeurs du champ magnétique, parfaitement centrés. Cette imperfection peut conduire à des erreurs dans la caractérisation de la fonction $H(B)$. Pour contourner cette difficulté, elle a été inversée avec une méthode de dichotomie. Cette inversion, couramment utilisée, peut éventuellement pénaliser le modèle d'un point de vue précision et temps de calcul.

Enfin, pour le modèle d'hystérésis, qui est scalaire, il est nécessaire de connaître le signe du champ H afin de déterminer dans quelle partie du plan $B(H)$ se situe le point étudié. La solution retenue prend comme sens positif l'orientation \mathbf{u} du vecteur \mathbf{H} lorsque l'on parcourt la courbe de première aimantation. Par la suite pour un point quelconque de la caractéristique le signe de H est donné par le signe du produit scalaire $\mathbf{u} \cdot \mathbf{H}$.

IV/5.1.2. Le GE44 (Ouled Amor)

Le GE-44 (Pôle Atlantique de Génie Electrique, Nantes) utilise le modèle de Preisach avec une expression analytique de Lorentz modifiée pour exprimer la fonction de distribution. Ce modèle permet d'obtenir l'induction magnétique B en fonction du champ magnétique H .

Comme pour le modèle présenté auparavant, la résolution des équations magnétiques est obtenue avec une formulation 2D en potentiel vecteur. L'approche utilisée nécessite théoriquement l'inversion du modèle. Cependant, pour la prise en compte de la caractéristique

magnétique, un algorithme de substitution basé sur la décomposition du champ magnétique a été utilisé.

Cet algorithme se déroule en deux étapes. Lors de la première étape, un champ \mathbf{H}_1 est calculé avec la méthode des éléments finis, en prenant comme terme source le vecteur aimantation \mathbf{M} de l'itération précédente tel que: $\mathbf{H}_1 = \mathbf{B}/\mu_0 - \mathbf{M}$. Dans la deuxième étape, un problème éléments finis est de nouveau résolu avec comme terme source \mathbf{M} et la densité de courant \mathbf{J} . On obtient alors un champ \mathbf{H}_2 . La différence entre les champs \mathbf{H}_2 et \mathbf{H}_1 est notée \mathbf{H}_a . Le module de \mathbf{H}_a , est appliqué au modèle d'hystérésis. Comme dans l'approche précédente, il est nécessaire de connaître le signe du champ \mathbf{H}_a afin de déterminer dans quelle partie du plan $B(H)$ se trouve le point étudié. Dans le cas présent (tôle+trou) le signe appliqué au module de \mathbf{H}_a est égal au signe de sa composante suivant l'axe "Oy". Le modèle d'hystérésis donne alors la valeur du vecteur aimantation pour l'itération suivante. Enfin, l'algorithme a convergé lorsque $\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1 = \mathbf{0}$.

IV/5.1.3. Le LGEP (Y. Bernard)

Le LGEP (SUPELEC, Paris) utilise le modèle de Preisach associé à la méthode des cycles centrés pour calculer la fonction de distribution. Cette approche peut être facilement inversée. On peut donc obtenir $B(H)$ ou $H(B)$.

Pour la résolution des équations magnétiques en 2D c'est la formulation en potentiel vecteur qui est utilisée associée à la méthode du point fixe en prenant comme réductivité la valeur dans le vide ν_0 .

Le problème est défini par des conditions aux limites pour imposer une induction sinusoïdale. Cependant, en plus de ces conditions, une contrainte supplémentaire de type $\mathbf{M}_t = 0$ est imposée au vecteur aimantation sur les frontières où l'on a $\mathbf{H}_t = 0$.

IV/5.2. Premiers résultats numériques

En identifiant les paramètres du modèle à partir des mesures effectuées sur des tôles découpées suivant l'axe transverse, des calculs ont été effectués pour une fréquence de 0.5 Hz en imposant une induction d'amplitude maximale de 0.9T. Pour le LGEP et le L2EP, cette valeur de l'induction est obtenue avec des conditions aux limites de forme sinusoïdale sur le potentiel vecteur, ce qui est équivalent à imposer un flux magnétique. Le LGEP et le L2EP ont choisi de représenter le comportement vectoriel de la tôle en imposant une direction de l'induction parallèle au champ magnétique et en appliquant la loi scalaire de l'hystérésis suivant cette direction. Le LEG (que nous représentons) représente la loi vectoriel en appliquant la loi scalaire suivant l'axe longitudinal et transverse comme indiqué précédemment. Cette méthode a été choisie pour ne pas négliger les pertes lors de la variation de direction de l'induction.

Les résultats sont comparés au tableau IV.6. Les valeurs crêtes de l'induction obtenues par les différents labos sont peu différents. On observe quelques écart sur les valeurs crêtes du champ. Cela s'explique par le fait que c'est la valeur de l'induction qui est imposée aux

limites (peu d'écart sur l'induction) et qu'au voisinage de la saturation de faibles écarts sur l'induction introduisent des différences importantes sur le champ (écarts plus importants sur le champ). Les résultats du LEG sont dans la moyenne des autres laboratoires.

TABLEAU IV.6 : Résultats obtenus par les laboratoires.

		Point n°1	Point n°2	Point n°3	Point n°4	Point n°5	Point n°6
$H_{\text{crête}}$	L _{gep}	568A/m	161A/m	162A/m	143A/m	136A/m	104A/m
	L _{2ep}	447A/m	154A/m	162A/m	195A/m	139A/m	109A/m
	Leg	512A/m	146A/m	146A/m	156A/m	129A/m	106A/m
$B_{\text{crête}}$	L _{gep}	1.35T	1T	1T	0.951T	0.906T	0.67T
	L _{2ep}	1.35T	0.96T	0.99T	1.09T	0.9T	0.69T
	Leg	1.35T	0.977T	0.977T	1.02T	0.892T	0.669T

IV/5.3. Un maillage commun optimisé

IV/5.3.1. Présentation

Afin de permettre une meilleure comparaison, un maillage commun est adopté pour les différents laboratoires. La finesse du maillage est très importante dans les zones sensibles. Les éléments sont dotés de fonction d'interpolation linéaire d'ordre 1.

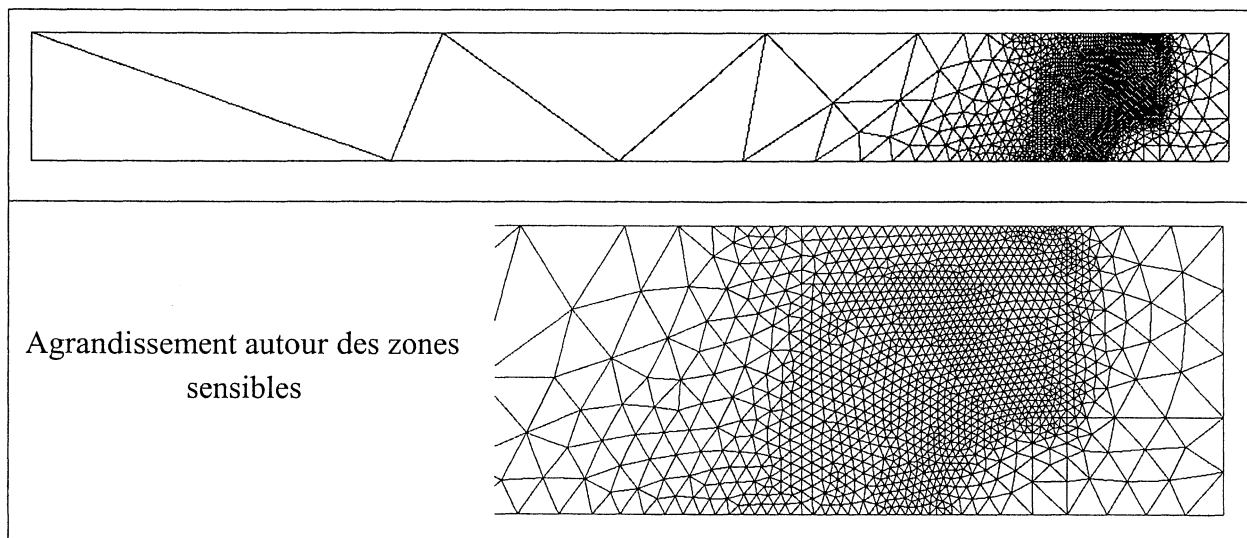


FIGURE IV.30: Maillage commun optimisé (utilisé avec des éléments d'ordre 1).

IV/5.3.2. Simulation

Les paramètres du nouveau modèle scalaire sont identifiés avec les mesures effectuées avec des tôles découpées suivant l'axe longitudinal. Ils sont ajustés pour être plus proche de la

mesure à faible champ ($H < 200 \text{ A/m}$). Les résultats d'identification sont présentés au tableau IV.7, au tableau IV.8 et la figure IV.31.

TABLEAU IV.7 : Paramètres du modèle chimique

$J_{renv\ max}$ (T)	β (m/A)	H_c (A/m)	γ (m/A)
0.93	0.25	50	0.15

TABLEAU IV.8 : Paramètre du modèle de rotation

$J_{rot\ max}$ (T)	α (m/A)	k_1 (A/m)	k_2 (1/rad)	p_0 (A/m)
1.2	0.01	15	7.3	80

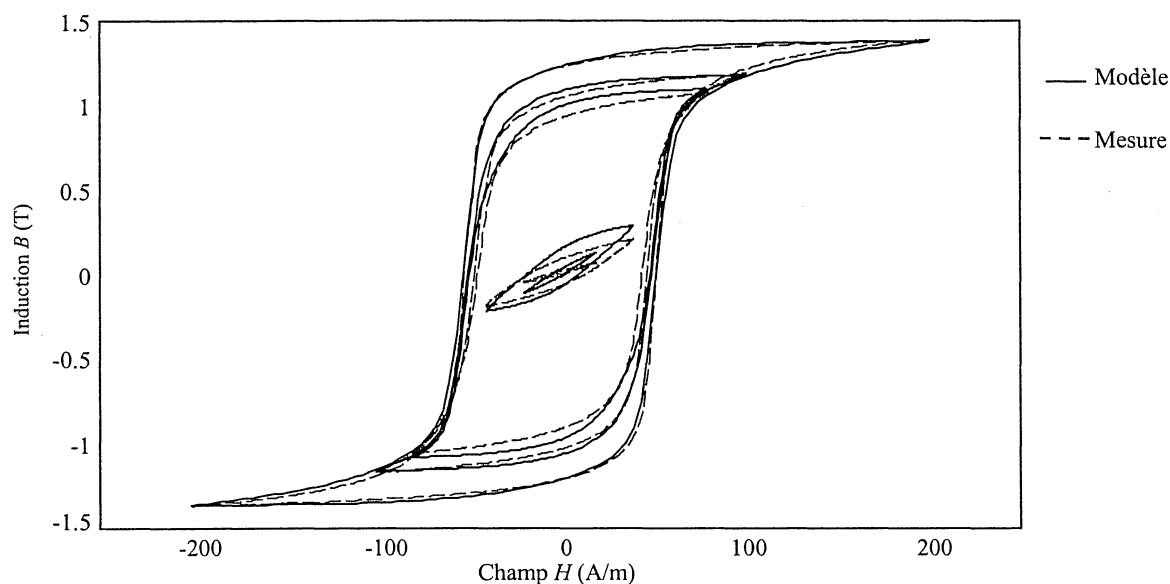


FIGURE IV.31: Comparaison à la mesure (découpage suivant l'axe longitudinal).

En imposant un potentiel maximum à l'extrémité de la tôle de 10.35A, on a une induction maximale à l'extrémité de la tôle de 0.9T.

La formulation en potentiel scalaire ne permet pas d'imposer la valeur du flux. Afin de permettre la comparaison avec les mesures pour lesquelles le flux dans la tôle a été imposé sinusoïdale, l'échelle du temps est modifiée de sorte à ce que la forme d'onde du flux dans la section de la tôle (obtenue dans la simulation) soit sinusoïdale. Ceci est possible car, en statique, seules les valeurs extrêmes du champ ou de l'induction influencent la loi $\mathbf{B}(\mathbf{H})$, les formes d'ondes sont sans influence. La figure IV.32 compare les échelles de temps pour différents pas de simulation.

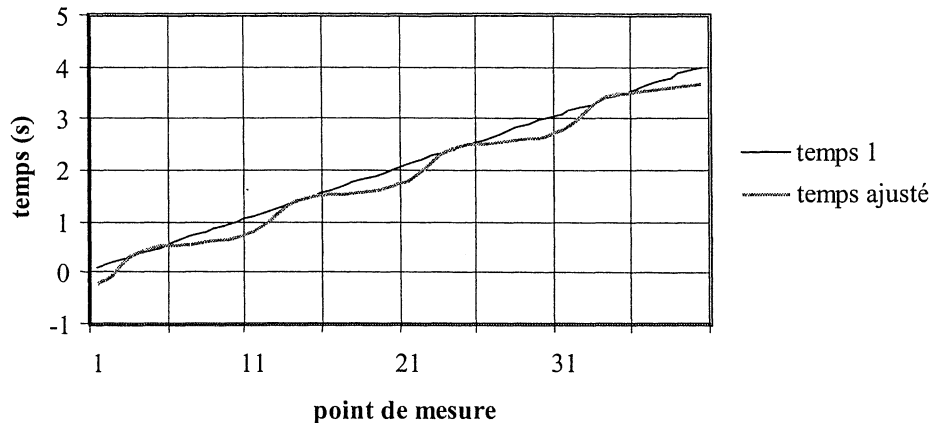


FIGURE IV.32 : Comparaison de l'ancienne et de la nouvelle échelle de temps.

IV/5.3.3. Comparaison des formes d'onde aux points de référence

Les formes d'ondes aux points de référence (cf. figure IV.2) obtenues par les différents laboratoires sont comparées. Pour le LEG, nous avons projeté le champ et l'induction suivant l'axe y de la tôle (la longueur). Le LGEP et le L2EP ont présenté les grandeurs B et H issues de la loi scalaire. L'angle entre l'induction (l'induction et le champ sont colinéaires) et l'axe de la tôle n'est pas précisé. Les résultats sont donnés de la figure IV.35 à la figure IV.37.

Deux types d'écart sont observés. Des écarts sur la valeur du champ coercitif. Ces écarts sont essentiellement dus à des différences sur la caractérisation scalaire de l'hystérésis. Mais ce qui est plus intéressant, ce sont les écarts sur la valeur maximale de l'induction. Il semble que ceux-ci sont principalement liés à l'approche choisie pour représenter le comportement vectoriel.

Lorsque l'induction et le champ sont imposés colinéaire (LGEP et L2EP), le déphasage entre \mathbf{B} et \mathbf{H} et donc les pertes créées pendant la rotation des moments du matériau ne sont pas prises en compte. Les résultats de la simulation montrent alors une induction presque uniforme le long d'une section de la tôle. La direction de l'induction ne varie qu'à l'approche immédiate du trou.

En choisissant d'appliquer une loi scalaire sur chacun des axes (LEG), la modèle n'est physiquement valable que si le module de l'induction reste en deçà de la saturation (cette condition a été vérifiée). Contrairement au cas précédent, la répartition de l'induction est modifiée sur une part importante de la tôle (cf. figure IV.27) : elle est plus forte sur les cotés et plus faible au centre.

La figure IV.33 et la figure IV.34 montre les mesures de champ effectuées respectivement pour le capteur 1 et le capteur 4. On constate que l'allure des champs simulés est semblable à celle des champs mesurés. Pour le capteur 1, les valeurs crêtes sont proches (excepté pour le LGEP qui a rencontré des problèmes numériques liés à la saturation). Pour le capteur 4, Les valeurs crêtes des champs simulés sont supérieures à celles des champs mesurés (environ

70A/m ou lieu de 50A/m). Ceci peut s'expliquer par le fait que le comportement vectoriel a été décrit par des modèles scalaires de l'hystérésis et non pas des modèles vectoriels précis.

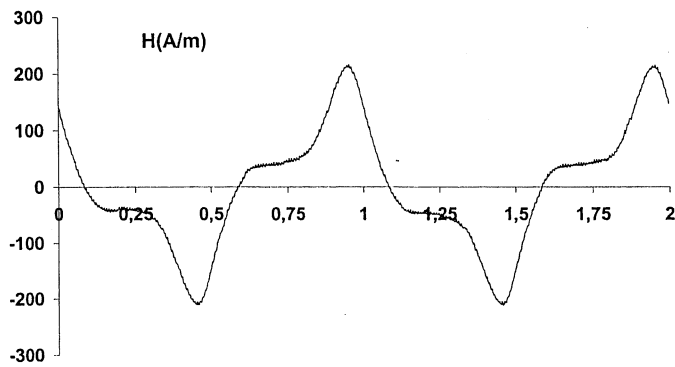


FIGURE IV.33: Mesure du champ – capteur 1.

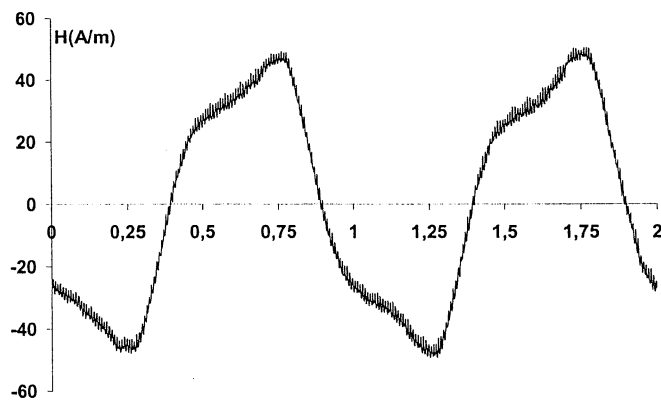


FIGURE IV.34: Mesure du champ – capteur 4.

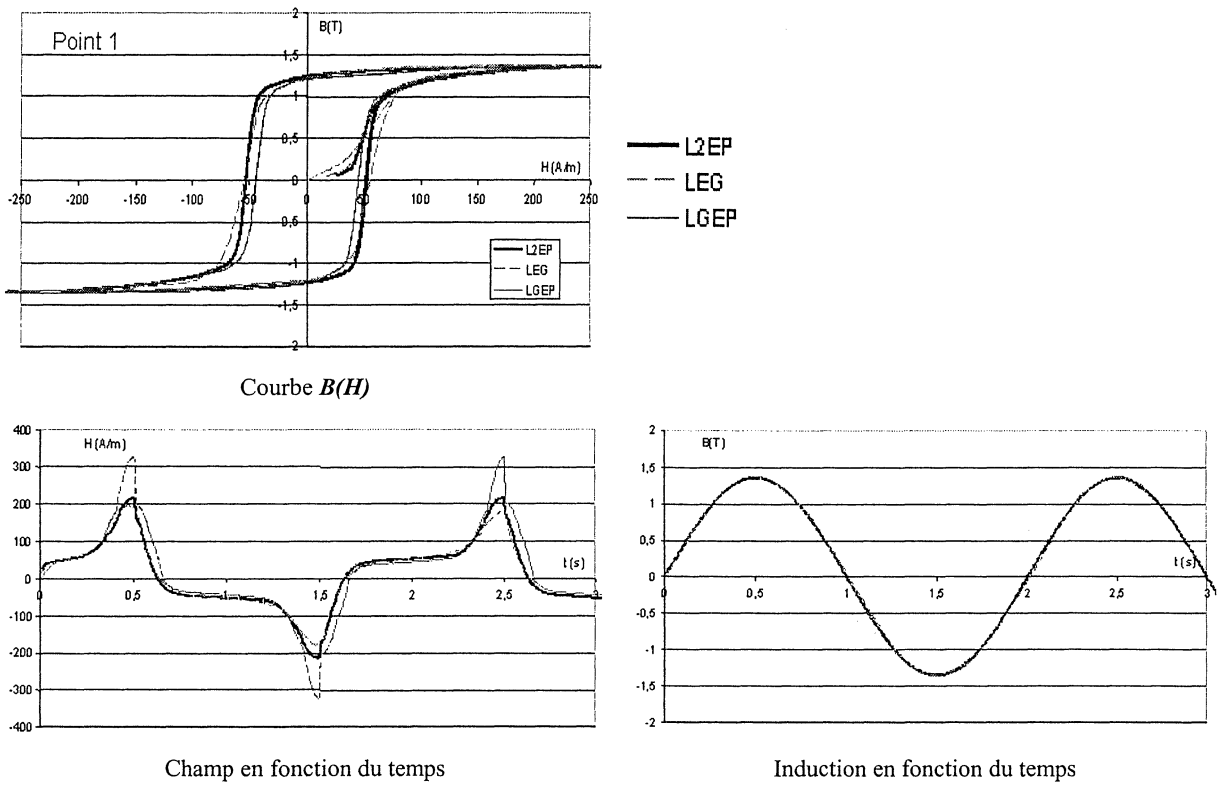


FIGURE IV.35: Comparaison entre laboratoire des formes simulées au capteur 1.

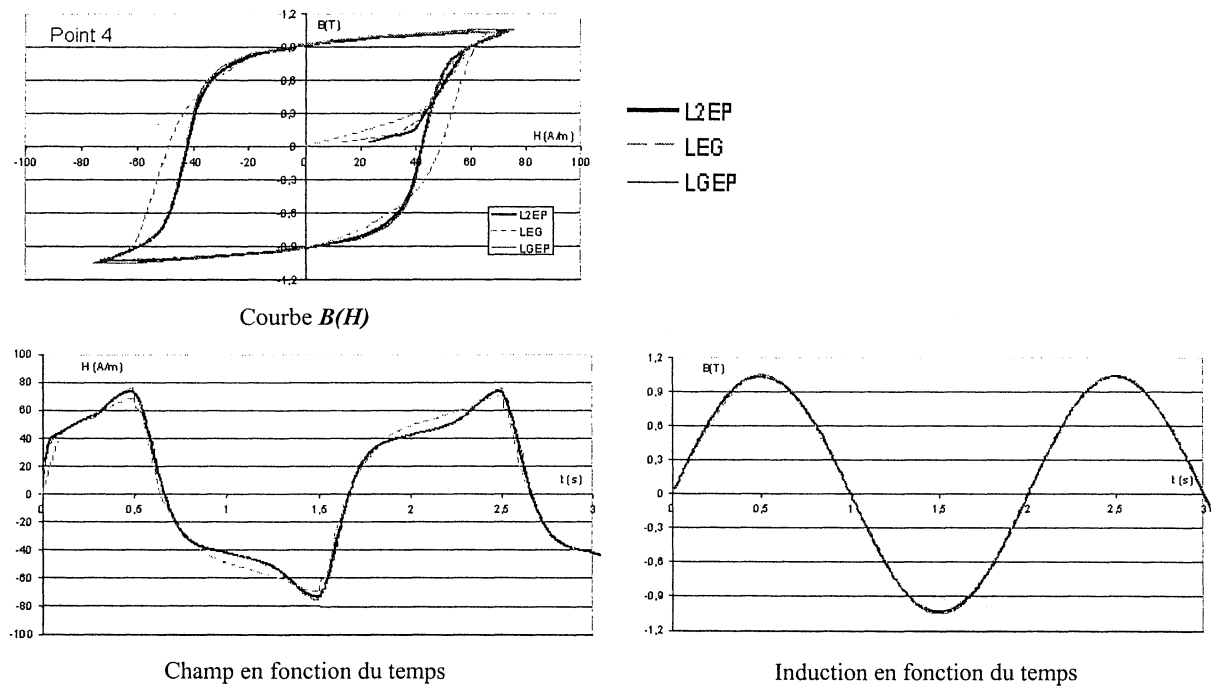


FIGURE IV.36: Comparaison entre laboratoire des formes simulées au capteur 4.

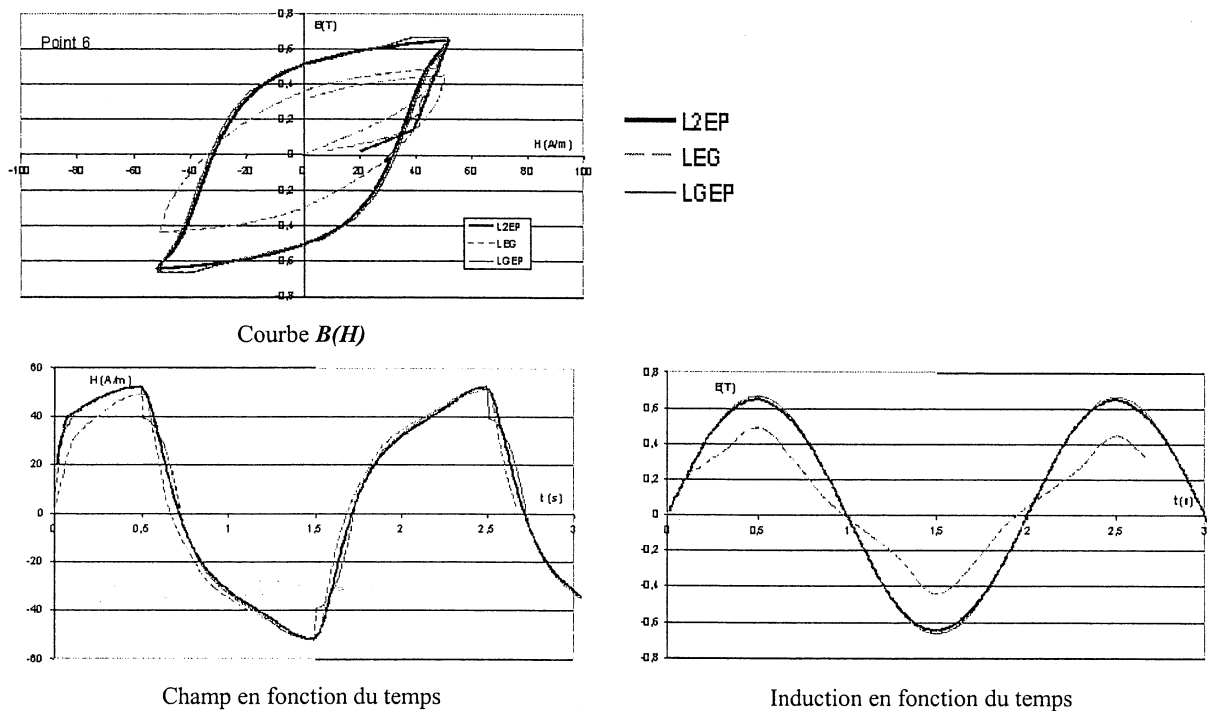


FIGURE IV.37: Comparaison entre laboratoire des formes simulées au capteur 6.

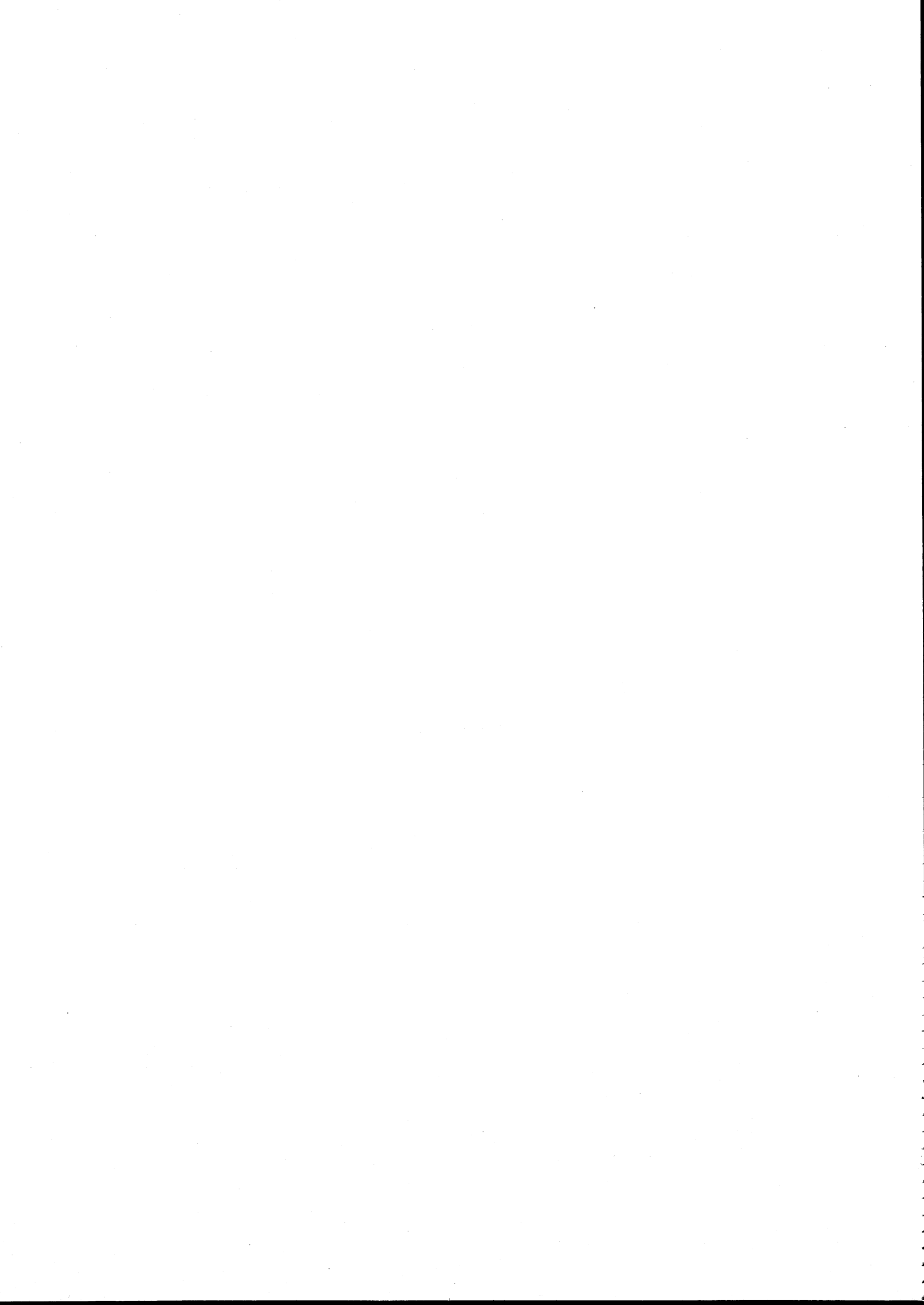
IV/6. BILAN

L'introduction dans Flux3D de différents modèles (Lorentzienne, Mayergoyz, le nouveau modèle statique scalaire) mais également la participation avec d'autres laboratoires à la simulation d'un cas test a permis de montrer que notre nouveau modèle pouvaient intervenir dans des algorithmes de résolution numérique au même titre que les modèles antérieurs. De plus, celui-ci s'est montré particulièrement efficace pour obtenir la convergence des algorithmes itératifs.

Lorsque l'on compare les simulations et la mesure et compte tenu des écarts observés liés aux différents choix contractés pour caractériser le comportement vectoriel de la tôle, il apparaît que l'utilisation d'un modèle vectoriel précis est indispensable lorsque les lignes de l'induction solution du problème à résoudre sont dans le plan.



Conclusion



Conclusion

Aujourd'hui, les matériaux magnétiques sont utilisés pour leur capacité à guider le flux magnétique ou à mémoriser de l'information. Pour les exploiter au mieux de leurs possibilités, il est nécessaire de comprendre leur structure intime puis de mathématiser leur comportement. Des études ont été menées au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble. Elles ont cherché avant tout à rendre des modèles capables de décrire l'hystérésis que ce soit par rapport au comportement statique ou dynamique, scalaire ou vectoriel des matériaux. Les modèles sont alors utilisés pour calculer la répartition des champs dans les appareils de l'électrotechnique.

Dans cette thèse, on s'est attaché à rester proche de la physique du phénomène. En effet, le magnétisme prend naissance dans les atomes. Il est le résultat de l'évolution cohérente des moments magnétiques atomiques. Ces moments quantifiés peuvent évoluer soit par renversement autour des parois de Bloch, soit par rotation cohérente. L'idée originale de ce travail, qui est mise en application ici pour la première fois, est d'établir un parallèle entre les transformations électroniques au niveau des moments magnétiques et les transformations électroniques propres aux réactions chimiques. Les résultats mathématiques établis en chimie sont alors exploités et adaptés au cas du magnétisme.

Des modèles sont mis en œuvre pour représenter les caractéristiques statiques et dynamiques dans les tôles. L'étude du comportement scalaire statique des tôles texturées FeNi et FeSi est particulièrement approfondie. Les résultats sont remarquables pour des formes d'onde variées. Les tôles FeNi sont aussi caractérisées par un modèle vectoriel avec une bonne précision à faible et forte induction et pour différents types d'excitation. Les bases sont posées pour permettre d'améliorer la modélisation du comportement vectoriel que ce soit pour des tôles FeSi à grains orientés ou non orientés.

Les résultats obtenus que ce soit pour la modélisation scalaire ou vectorielle confirment le bien fondé de cette nouvelle approche physique ou tout au moins, ils montrent que tout se passe comme si un groupe d'un ou de plusieurs atomes (appelés molécule magnétique) créait un moment magnétique élémentaire quantifié, orienté suivant une des directions caractéristiques du cristal de Fer ; Les molécules magnétiques qui se différencient par leur orientation interagissent entre elles et se transforment au niveau des parois de Bloch d'un type molécule en un autre jusqu'à atteindre l'équilibre thermodynamique ; Cet équilibre peut être déplacé par une modification du champ magnétique extérieur ; Certains moments, dont la présence est liée par exemple aux irrégularités et aux imperfections du cristal, ne participent pas à ce processus chimique. Mais l'orientation de tous les moments tend à rejoindre la direction du champ par rotation lorsque son module devient important.

Le modèle scalaire est analytique et se prête bien à la simulation aux éléments finis. Il compte peu de paramètres et l'histoire est gérée avec peu de variables. Le nouveau modèle

scalaire est implanté dans le logiciel de simulation aux éléments finis Flux3D pour simuler un cas test. Comparé à d'autres modèles de l'hystérésis, il se montre efficace pour obtenir la convergence des algorithmes de résolution.

A court terme, il serait intéressant de poursuivre la modélisation vectorielle statique de la tôle FeSi GO. Pour permettre la résolution numérique par la méthode de Newton Raphson, les équations analytiques du modèle vectoriel doivent être exploitées pour évaluer la matrice dérivée de \mathbf{B} par rapport à \mathbf{H} (comme cela a été fait en scalaire).

A moyen terme, l'étude peut s'orienter vers la caractérisation des textures à grains non orientés. La validation des modèles statiques à travers différents types d'excitation doit se poursuivre, elle permettrait en outre d'affiner la caractérisation de l'histoire du matériau. Il serait intéressant d'analyser l'influence de la qualité de la tôle sur les paramètres du modèle et éventuellement, mettre en évidence des valeurs d'un paramètre caractéristiques d'un procédé de fabrication, de la texture de tôle, de la composition du métal...

En ce qui concerne le modèle dynamique, il faut poursuivre la validation pour diverses excitations. On peut également réfléchir à la mise en place d'un modèle vectoriel dynamique.

ANNEXE A - Modélisation aux éléments
finis



ANNEXE A - Modélisation aux éléments finis

Dans ce chapitre, les fondements de la résolution numérique par la méthode des éléments finis sont présentés.

A/1. DISCRETISATION DE L'ESPACE

La discrétisation est le partage de l'espace en vue de déterminer des fonctions solutions dont le domaine de validité est plus restreint. La complexité d'une fonction solution peut être réduite dans des proportions équivalentes.

A/1.1. Les éléments

L'espace est découpée en un nombre fini de morceaux appelés éléments. Il en existe de sortes très variées. Le triangle et respectivement le tétraèdre sont des éléments qui permettent toujours de partager l'espace de dimension deux et respectivement de dimension trois.

La qualité ou la forme Q_K du triangle K est une valeur mesurant son aspect géométrique. Une définition [GEO 97] de la qualité est donnée pour le triangle par la formule :

$$Q_K = \alpha h_{max} / \rho_K \quad (A-1)$$

où α est un coefficient de normalisation ($\alpha = \sqrt{3}/6$) assurant une qualité unité pour le triangle équilatéral, h_{max} la longueur du plus grand côté du triangle, ρ_K le rayon du cercle inscrit au triangle.

Une définition [GEO 97] de la qualité est donnée pour le tétraèdre par la formule :

$$Q_K = \alpha h_{max} / \rho_K \quad (A-2)$$

où α est un coefficient de normalisation ($\alpha = \sqrt{6}/12$), h_{max} la longueur du plus grand côté du tétraèdre, ρ_K le rayon de la sphère inscrite au tétraèdre.

A/1.2. Triangulation et maillage

A/1.2.1. Enveloppe

Soit un espace E^d de dimension d et S un ensemble de points P_i de cet espace, l'ensemble de points P définis par :

$$P = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot P_i \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (A-3)$$

est une enveloppe de S . L'enveloppe est convexe si tous les λ_i sont positifs.

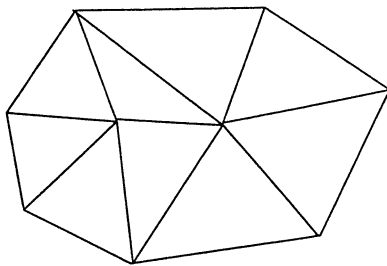
A/1.2.2. Simplexe

L'enveloppe convexe d'un nombre de $k+1$ points, $k \leq d$, non contenue dans un espace affine de dimension $k-1$ est appelé simplexe ou k -simplexe. Dans un espace de dimension 2, le triangle est un 2-simplexe. En dimension trois, le tétraèdre est un 3-simplexe.

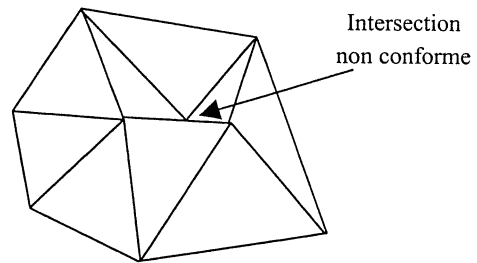
A/1.2.3. Triangulation

Soit S un ensemble de point de l'espace E^d , l'enveloppe convexe de S définit un domaine Ω de l'espace. Si T_r est un ensemble de simplexe K (triangle, tétraèdre, ...) de l'espace E^d , alors T_r est une triangulation (conforme) de Ω si les conditions suivantes sont vérifiées :

- (0) L'ensemble des sommets des éléments K de T_r est exactement S .
- (1) $\Omega = \bigcup_{K \in T_r} K$, i.e. : L'union de tous les éléments K de T_r est égale à Ω .
- (2) Tout élément K de T_r est d'intérieur non vide.
- (3) L'intersection de l'intérieur de deux éléments est vide.
- (4) L'intersection de deux éléments de T_r est soit : l'ensemble vide, un sommet, une arête, une face ($d=3$). Plus généralement, l'intersection est une k -face pour $-1 \leq k \leq d$.



(a) triangulation



(b) triangulation non conforme

FIGURE A-1 : Triangulation conforme et non conforme.

A/1.2.4. Maillage

En général, pour un domaine donné, une triangulation est recherchée sans contrainte, ni connaissance à fortiori des points support de la triangulation. Il est alors plus judicieux de définir un maillage.

Soit un domaine Ω fermé borné de l'espace E^2 ou E^3 , T_h est un maillage de Ω si :

- (1) $\Omega = \bigcup_{K \in T_h} K$, i.e. l'union de tous les éléments K de T_h est égale à Ω .
- (2) Tout élément K de T_h est d'intérieur non vide.
- (3) L'intersection de l'intérieur de deux éléments est vide.
- (4) L'intersection de deux éléments de T_h est soit : l'ensemble vide, un sommet, une arête, une face (dimension $d=3$).

Une triangulation est un maillage.

A/1.3. Triangulation de Delaunay

A/1.3.1. Introduction

Si les algorithmes de triangulation ne sont développés qu'à partir des années 80, les bases théoriques sont posées au début du 20^{ème} siècle. Les principaux acteurs de cette construction sont Dirichlet (1850), Voronoï (1908), Delaunay (1934) [GEO 97].

A/1.3.2. Diagramme de Voronoï

Soit, en dimension d , S un nuage de points P_i , le diagramme de Voronoï est l'ensemble des polytopes (polygones en dimension deux, polyèdre en dimension trois) V_i définis par :

$$V_i = \{P \text{ tel que } d(P, P_i) \leq d(P, P_j), \text{ pour tout } i \neq j\} \quad (A-4)$$

où $d(\cdot, \cdot)$ est la distance entre deux points donnée par la métrique euclidienne. V_i est donc l'ensemble des points plus proche de P_i que des autres sommets de S . En dimension deux, on montre que les V_i sont des polygones fermés convexes. Les cellules V_i ouverte recouvrent tout le plan sans se chevaucher. Plus généralement, en dimension d , les V_i sont des polytopes fermés convexes. Les cellules ouvertes recouvrent tout l'espace et forment le diagramme de Voronoï.

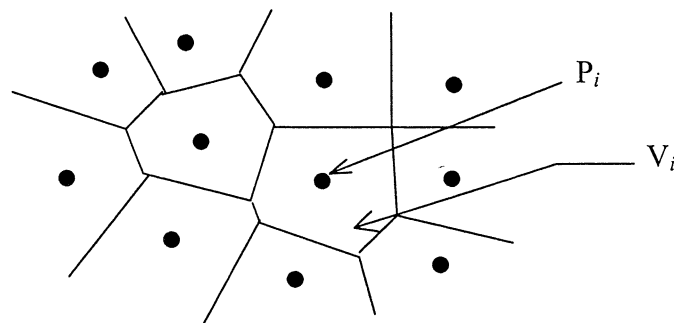


FIGURE A-2 : Diagramme de Voronoï en dimension 2.

A/1.3.3. Triangulation de Delaunay

La triangulation de Delaunay est le dual du diagramme de Voronoï. Si on se place en dimension deux, on peut voir que pour deux cellules contiguës V_1 et V_2 , l'arête commune des deux cellules est équidistante des sommets P_1 et P_2 . Elle appartient donc à la médiatrice de l'arête (P_1, P_2) de la triangulation. Une propriété d'orthogonalité lie donc les cellules de Voronoï et la triangulation de Delaunay. Ils sont duaux.

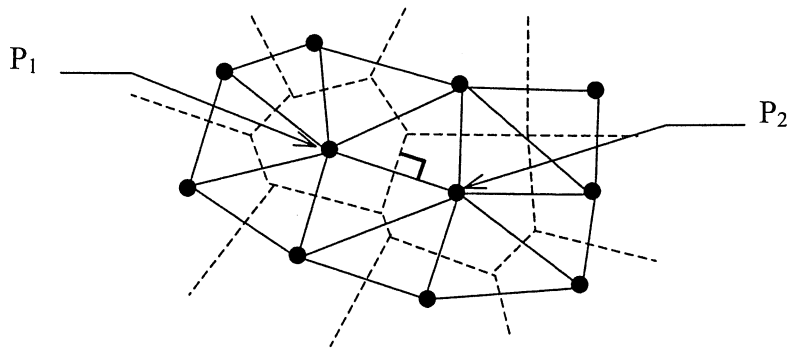


FIGURE A-3 : Triangulation de Delaunay.

A/2. FONCTION D'INTERPOLATION

A/2.1. Fonctions standards

De manière générale, pour un espace maillé contenant n nœuds, l'inconnue est approchée par un développement de la forme :

$$u \approx \hat{u} = \sum_{i=1}^n N_i \cdot a_i \quad (A-5)$$

où les a_i sont les paramètres inconnus à déterminer et N_i sont des fonctions de l'espace appelées fonctions d'interpolation. Le choix des fonctions N_i n'est pas indépendant de la forme des solutions probables, c'est pourquoi elles sont aussi appelées fonction de forme.

On définit alors les fonctions de forme « standards » N_i telles que la valeur de u aux nœuds du maillage est :

$$u_i = a_i \quad (A-6)$$

Alors, aux nœuds, la relation suivante est vraie :

$$\sum_{i=1}^n N_i = 1 \quad (A-7)$$

A partir de la connaissance des valeurs de \hat{u} aux nœuds, il est possible de retrouver les paramètres a_i par la résolution de l'équation matricielle :

$$\begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & \dots & K_{1,n} \\ K_{2,1} & & & \\ \dots & & & \\ K_{n,1} & & & K_{n,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \dots \\ \hat{u}_n \end{bmatrix} \quad (A-8)$$

où $K_{i,j}$ est la valeur de N_j au nœud i . Il est nécessaire, bien sûr, que la matrice K soit inversible [ZIE 91][POU 88].

A/2.2. Fonctions standards polynomiales, triangle de Pascal

La résolution par la méthode des éléments finis est subordonnée aux choix de fonctions de forme. Une méthode systématique et simple de créer des fonctions de forme consiste à effectuer un produit de polynômes. Si u est un polynôme de degrés 2. Pour un espace de dimension 2, u s'écrit :

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 y^2 + \alpha_6 x^2 \quad (A-9)$$

Les termes polynomiaux à un degré p sont donnés par le triangle de Pascal [ZIE 91].

A/2.3. Famille Lagrangienne

Il est préférable de choisir des polynômes dont les caractéristiques facilitent la résolution. Les polynômes de Lagrange ont des propriétés intéressantes. Un polynôme de Lagrange de degrés N est un polynôme défini en N points distincts tel qu'il soit nul en $N-1$ point et égale à 1 au dernier point. Il s'écrit :

$$I_k^N(x) = \frac{(x-x_0) \cdot (x-x_1) \cdots (x-x_{k-1}) \cdot (x-x_{k+1}) \cdots (x-x_N)}{(x_k-x_0) \cdot (x_k-x_1) \cdots (x_k-x_{k-1}) \cdot (x_k-x_{k+1}) \cdots (x_k-x_N)} \quad (A-10)$$

Prenons l'exemple d'un espace de dimension 2. Un élément rectangulaire à $n \times m$ nœuds est considéré. La fonction de forme s'écrit :

$$N_{i,n+j} = I_i^n(x) \cdot I_j^m(y) \quad (A-11)$$

Avec un tel polynôme, la matrice K est l'identité [ZIE 91].

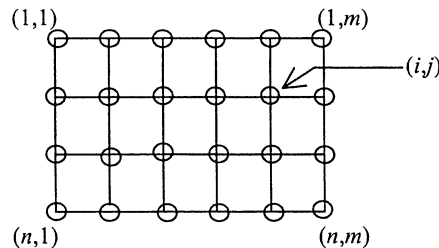


FIGURE A-4 : Fonction de forme pour un élément Lagrangien.

A/2.4. Fonction de forme du triangle

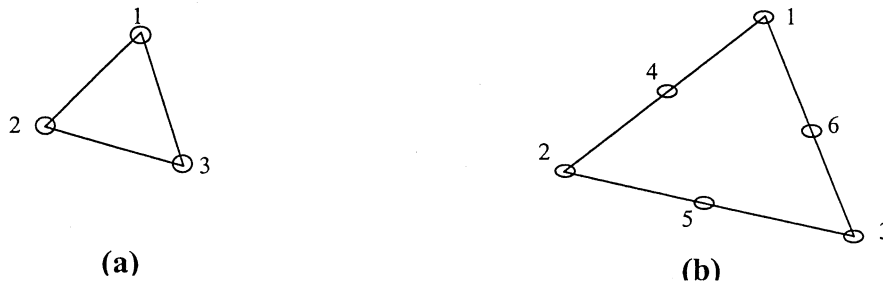


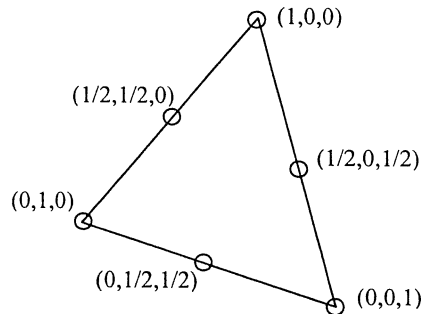
FIGURE A-5 : Elément triangulaire - (a) ordre 1, (b) ordre 2.

A/2.4.1. Coordonnées barycentrique

Dans un triangle les coordonnées cartésiennes (x, y) ne sont pas les plus appropriées. On opère donc la transformation en coordonnées barycentriques L_1, L_2, L_3 définies par les relations :

$$\begin{cases} x = L_1 \cdot x_1 + L_2 \cdot x_2 + L_3 \cdot x_3 \\ y = L_1 \cdot y_1 + L_2 \cdot y_2 + L_3 \cdot y_3 \\ 1 = L_1 + L_2 + L_3 \end{cases} \quad (A-12)$$

où 1, 2, 3 désignent les sommets du triangle et $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ sont leurs coordonnées cartésiennes.

FIGURE A-6 : Coordonnées barycentriques (L_1, L_2, L_3) .A/2.4.2. Fonctions de forme

On remarque alors que la valeur de L_1 au sommet 1 vaut 1 et qu'elle est nulle aux autres sommets. Il en va de même pour les valeurs de L_2 et L_3 au sommet 2 et 3. Il semble donc judicieux, pour à l'ordre 1, de prendre $L_1(x,y), L_2(x,y)$ et $L_3(x,y)$ comme fonction de forme. Pour des éléments d'ordre M , il est possible également d'écrire les fonctions de forme en combinant les fonctions L_1, L_2 et L_3 au polynôme de Lagrange (A-10). Au nœud i de coordonnées barycentrique $(p/M, q/M, r/M)$, la fonction de forme s'écrit :

$$N_i = I_p^p(L_1) \cdot I_q^q(L_2) \cdot I_r^r(L_3). \quad (A-13)$$

où, en tout point $p+q+r=M$ [ZIE 91].

A/3. RECHERCHE D'UNE SOLUTION APPROCHÉE

A/3.1. Les formulations

Les équations de Maxwell sont réécrites pour permettre une résolution numérique. Dans le cas linéaire ($\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H}$), on a les formulations ci-dessous.

A/3.1.1. Région conductrice

i Formulation AV

La formulation AV [BOS 91] consiste à remplacer le champ électrique \mathbf{E} et l'induction \mathbf{B} par le potentiel V et le potentiel vecteur \mathbf{A} . $\text{rot } \mathbf{B} = 0$ donc \mathbf{B} dérive d'un potentiel vecteur \mathbf{A} :

$$\mathbf{B} = \text{rot}(\mathbf{A}) \quad (A-14)$$

L'équation de Faraday implique l'existence d'un potentiel scalaire V tel que :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } V \quad (A-15)$$

La densité de courant s'écrit alors :

$$\mathbf{J} = -\sigma \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad } V \right) \quad (A-16)$$

La combinaison des équations donne :

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \right) + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad } V \right) = 0 \quad (A-17)$$

On traduit maintenant la jauge de Coulomb ($\text{div } \mathbf{A} = 0$) qui assure l'unicité de la solution en ajoutant le terme $-\text{grad}((1/\mu) \text{div } \mathbf{A})$. Les équations à résoudre s'écrivent :

$$\begin{cases} \text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \right) + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad } V \right) - \text{grad} \left(\frac{1}{\mu} \text{div } \mathbf{A} \right) = 0 \\ \text{div } \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad } V \right) = 0 \end{cases} \quad (A-18)$$

ii Formulation TΦ

La divergence nulle de la densité de courant permet de définir un potentiel électrique \mathbf{T} [BOS 91] dont dérive \mathbf{J} :

$$\mathbf{J} = \text{rot}(\mathbf{T}) \quad (A-19)$$

La loi d'ampère implique l'existence d'un potentiel scalaire magnétique Φ tel que :

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} - \text{grad}(\Phi) \quad (A-20)$$

La loi de Faraday donne :

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{T}\right) + \mu(\mathbf{T} - \operatorname{grad} \Phi) = 0 \quad (A-21)$$

Comme précédemment, il faut s'assurer de l'unicité de la solution. Cette fois, la divergence de \mathbf{T} est choisie nulle. Le système s'écrit :

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\left(\frac{1}{\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{T}\right) + \mu(\mathbf{T} - \operatorname{grad} \Phi) - \operatorname{grad}\left(\frac{1}{\sigma} \operatorname{div} \mathbf{T}\right) = 0 \\ \operatorname{div} \mu \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{T} - \operatorname{grad} \Phi) = 0 \end{cases} \quad (A-22)$$

A/3.1.2. Région non-conductrice

i Potentiel scalaire magnétique total

On suppose qu'il n'existe pas de source de courant, le rotationnel du champ magnétique est nul. \mathbf{H} dérive donc d'un potentiel scalaire [BOS 91]. Soit :

$$\mathbf{H} = -\operatorname{grad} \Phi \quad (A-23)$$

Il faut alors résoudre :

$$\operatorname{div}(\mu \cdot \operatorname{grad} \Phi) = 0 \quad (A-24)$$

ii potentiel scalaire réduit

Le potentiel réduit doit permettre de prendre en compte des sources de courant. En générale, celles-ci sont déterminées par avance. Le champ est décomposé, soit :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_j + \mathbf{H}_r \quad (A-25)$$

où \mathbf{H}_j est le champ dû aux courants sources et \mathbf{H}_r le champ réduit, créé par des régions ferromagnétiques. On écrit alors :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_j - \operatorname{grad} \Phi_r \quad (A-26)$$

On résout alors l'équation

$$\operatorname{div}(\mu \mathbf{H}) = 0 \quad (A-27)$$

iii Potentiel vecteur magnétique

En considérant que l'induction dérive d'un potentiel vecteur \mathbf{A} , on écrit :

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{A}\right) = \mathbf{J} \quad (A-28)$$

L'unicité de la solution est assurée en appliquant la jauge de Coulomb. L'équation s'écrit alors :

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{A}\right) - \operatorname{grad}\left(\frac{1}{\mu} \operatorname{div} \mathbf{A}\right) = \mathbf{J} \quad (A-29)$$

A/3.2. La méthode des résidus pondérés

A/3.2.1. La formulation intégrale

On considère une équation aux dérivées partielles :

$$L(u) - g = 0 \quad (A-30)$$

où L est un opérateur de dérivation et g une fonction de l'espace. Cette équation est définie sur un domaine Ω de l'espace. Sur le contour Γ de ce domaine les conditions limites sont régies par l'équation différentielle :

$$B(u) - h = 0 \quad (A-31)$$

où B est un opérateur de dérivation et h une fonction de l'espace. On recherche alors à mettre les équations précédentes sous forme intégrale. L'équation (A-30) implique que :

$$\int_{\Omega} [L(u) - g] \cdot P \cdot d\Omega = 0 \quad (A-32)$$

où P est une fonction de l'espace définie sur Ω . L'équation (A-31) implique :

$$\int_{\Gamma} [B(u) - h] \cdot Q \cdot d\Gamma = 0 \quad (A-33)$$

où Q est une fonction de l'espace définie sur Γ . On sommant les équations (A-32) et (A-33) on obtient :

$$\int_{\Omega} [L(u) - g] \cdot P \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} [B(u) - h] \cdot Q \cdot d\Gamma = 0 \quad (A-34)$$

L'équation (A-36) est appelée formulation intégrale normale ou formulation forte.

A/3.2.2. La méthode des résidus pondérés

On cherche en fait une solution approchée de la forme :

$$\hat{u} = \sum_{i=1}^n N_i \cdot a_i \quad (A-35)$$

où N_i est une fonction de forme. Le résidu R_{Ω} de l'équation (A-30) est donné par

$$R_{\Omega} = L(\hat{u}) - g \quad (A-36)$$

Le résidu R_{Γ} de l'équation (A-31) est donné par :

$$R_{\Gamma} = B(\hat{u}) - h \quad (A-37)$$

La méthode des résidus pondérés consiste à projeter le résidu sur n fonctions différentes P_j et n fonctions différentes Q_j à annuler cette projection, de sorte à obtenir autant d'équations que d'inconnues. P_j est appelé fonction de pondération. La projection s'écrit alors :

$$\left. \begin{array}{l} \int_{\Omega} R_{\Omega} \cdot P_j \cdot d\Omega = 0 \\ \int_{\Gamma} R_{\Gamma} \cdot Q_j \cdot d\Gamma = 0 \end{array} \right\} \text{pour } j \in [1, n] \quad (A-38)$$

En sommant les termes et en considérant que le système admet une solution unique, on obtient un système de n équations à n inconnues :

$$\int_{\Omega} R_{\Omega} \cdot P_j \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} R_{\Gamma} \cdot Q_j \cdot d\Gamma = 0 \text{ pour } j \in [1, n] \quad (A-39)$$

Le système à résoudre se met sous la forme :

$$K \cdot \mathbf{a} + \mathbf{f} = 0 \quad (A-40)$$

où \mathbf{a} est le vecteur des inconnues a_i . K et \mathbf{f} sont appelés matrice de raideur et vecteur de charge. On peut les exprimer par :

$$\begin{cases} K_{i,j} = \int_{\Omega} L(N_i) \cdot P_j \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} B(N_i) \cdot Q_j \cdot d\Gamma \\ f_i = - \int_{\Omega} g \cdot P_j \cdot d\Omega - \int_{\Gamma} h \cdot Q_j \cdot d\Gamma \end{cases} \quad (A-41)$$

Si choisie un nombre de fonction P_j (ou Q_j) est supérieur à n , le nombre d'équations est supérieur au nombre d'inconnues. Le système pourra être résolu, par exemple, par une méthode de moindre carré [POU 88].

A/3.2.3. La méthode de Galerkin

La méthode de Galerkin consiste à choisir les fonctions de forme elles-mêmes comme les fonctions de pondération. Ce choix conduit souvent à la simplification des calculs [POU 88][SAB 98].

A/3.3. Formulation faible, Intégration numérique

A/3.3.1. Formulation faible

La formulation (A-34), pour être applicable impose aux fonctions de forme des contraintes de continuité liées au degré de dérivation des équations aux dérivées partielles. Ces contraintes rendent la formulation inutilisable puisqu'elle impose l'utilisation de fonctions de forme trop complexes. L'idée est donc d'abaisser le degré de dérivation des équations par une intégration par partie. La transformée de l'équation (A-34) par une intégration par partie s'appelle formulation faible des résidus pondérés, les contraintes de continuité qu'elle impose étant plus faibles [POU 88].

A titre d'exemple, la formulation en potentiel scalaire A/3.1.2.i conduit à annuler l'intégrale :

$$\int_{\Omega} \text{div}(\mathbf{B}) \cdot P_i \cdot d\Omega = 0 \quad (A-42)$$

A partir des formules des Green (cf. annexe B/2, équation (B-3)), on a :

$$\int_{\Omega} \text{div}(\mathbf{B}) \cdot P_i \cdot d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{B} \cdot \text{grad } P_i \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} P_i \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{B} \cdot d\Gamma \quad (A-43)$$

A/3.3.2. Intégration numérique

Afin d'évaluer le résidu, on procède finalement à une intégration numérique. Deux méthodes sont principalement utilisées : la méthode de Newton-Cotes et la méthode de Gauss.

i Méthode de Newton-Cotes

En dimension un, la méthode à pour but de calculer l'intégrale :

$$\int_{\xi} f(\xi) \cdot d\xi = 0 \quad (A-44)$$

sur un intervalle borné (le principe reste semblable en dimension deux et trois). La méthode préconise d'approcher la fonction f par un polynôme P de degré n . Le polynôme est déterminé de sorte que f soit égale à P en $n+1$ points ξ_i . L'intégrale de ce polynôme peut alors s'écrire sous la forme d'une somme de n termes qui sont fonction des coefficients du polynôme et des valeurs de f aux points ξ_i . Soit :

$$\int_{\xi} P(\xi) \cdot d\xi = \sum_{i=1}^n p_i \cdot f(\xi_i) = \int_{\xi} f(\xi) \cdot d\xi + \mathcal{O}(\xi^{n+1}) \quad (A-45)$$

On obtient ainsi la valeur de l'intégrale de f avec une erreur $\mathcal{O}(\xi^{n+1})$.

ii Méthode de Gauss

La méthode de Gauss est semblable à la précédente excepté le fait que les points ξ_i sont choisis de sorte à minimiser l'erreur. Ces points sont appelés « points de Gauss ». A nombre égale de points, la méthode de Gauss donne de meilleurs résultats. Elle est d'ailleurs la plus utilisée [ZIE 91][POU 88].



ANNEXE B - Identités remarquables



ANNEXE B - Identités remarquables

B/1. OPERATEURS

Soit trois fonctions quelconques à valeurs vectorielles A, B, C d'un espace de dimension trois et des fonctions quelconques à valeurs scalaires p, q , alors on a les égalités suivante :

$$\text{div rot } A = 0$$

$$\text{rot grad } p = 0$$

$$\Delta p = \text{div grad } p$$

$$\Delta A = \text{grad div } A - \text{rot rot } A$$

$$\Delta \text{grad } p = \text{grad } \Delta p$$

$$\Delta \text{div } A = \text{div } \Delta A$$

$$\Delta \text{rot } A = \text{rot } \Delta A$$

$$\text{grad}(p \cdot q) = p \text{ grad } q + q \text{ grad } p$$

$$\text{div}(p \cdot A) = p \text{ div } A + A \cdot \text{grad } p \quad (\text{B-1})$$

$$\Delta(p \cdot q) = p \Delta q + q \Delta p + 2 \text{ grad } p \cdot \text{grad } q$$

$$\text{rot}(p \cdot A) = p \text{ rot } A + \text{grad } p \wedge A$$

$$\Delta(p \cdot A) = p \Delta A + A \Delta p + 2(\text{grad } p \cdot \nabla)A$$

$$\text{div}(A \wedge B) = B \cdot \text{rot } A - A \cdot \text{rot } B \quad (\text{B-2})$$

$$\text{rot}(A \wedge B) = A \text{ div } B - (A \cdot \nabla)B + (B \cdot \nabla)A - B \text{ div } A$$

$$\text{grad}(A \cdot B) = A \wedge \text{rot } B + (A \cdot \nabla)B + B \wedge \text{rot } A + (B \cdot \nabla)A$$

$$A \wedge (B \wedge C) = (A \cdot C) \cdot B - (A \cdot B) \cdot C$$

$$A \cdot (B \wedge C) = C \cdot (A \wedge B) = B \cdot (C \wedge A)$$

B/2. INTEGRALES

Pour une surface fermée S frontière de la région D , et \mathbf{n} la normale extérieur, soit \mathbf{u}, \mathbf{v} des fonctions quelconques à valeurs vectorielles et ϕ une fonction quelconque à valeurs scalaires, alors les égalités (B-1) et (B-2) avec les formules de Green [BOS 91] et donnent :

$$\int_D \mathbf{u} \cdot \text{grad } \phi + \int_D \phi \cdot \text{div } \mathbf{u} = \int_S \phi \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \quad (\text{B-3})$$

$$\int_D \mathbf{v} \cdot \text{rot } \mathbf{u} - \int_D \mathbf{u} \cdot \text{rot } \mathbf{v} = \int_S (\mathbf{n} \wedge \mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} \quad (\text{B-4})$$



ANNEXE C - Liste des tableaux



ANNEXE C - Liste des tableaux

TABLEAU I.1 : Températures de Curie (°C).....	26
TABLEAU II.1 : Paramètres du modèle	53
TABLEAU II.2 : Paramètres arbitraires pour le modèle de rotation.....	56
TABLEAU II.3 : Paramètres du modèle complet.....	57
TABLEAU II.4 : Paramètres du modèle chimique.....	57
TABLEAU II.5 : Paramètre du modèle de rotation.....	57
TABLEAU II.6 : Paramètre du modèle	62
TABLEAU II.7 : Les paramètres (modèle linéaire).	74
TABLEAU II.8 : Les paramètres (H crête vaut 500A/m).	75
TABLEAU II.9 : Les paramètres (H crête vaut 815A/m).	75
TABLEAU II.10 : Les paramètres (modèle linéaire).	79
TABLEAU II.11 : Exemple de paramètres du modèle chimique (statique).....	79
TABLEAU III.1 : Paramètres modèle chimique.	86
TABLEAU III.2 : Paramètre modèle des rotations	86
TABLEAU III.3 : Paramètres modèle chimique (tôle FeNi).....	88
TABLEAU III.4 : Paramètre modèle des rotations (tôle FeNi).....	88
TABLEAU III.5 : Réactions selon un modèle chimique.....	90
TABLEAU III.6 : Paramètres du modèle chimique (FeNi).....	93
TABLEAU III.7 : Paramètres du modèle chimique (FeSi).	96
TABLEAU III.8 : Phénomènes étudiés pour le modèle scalaire et vectoriel.	99
TABLEAU 9 : Intervalle de recherche de b_{0x}	109
TABLEAU III.10 : Paramètres du modèle vectoriel de la tôle FeNi	111
TABLEAU III.11 : Relation à la saturation technique.	114
TABLEAU III.12 : Paramètres du modèle vectoriel pour une tôle FeSi.....	116
TABLEAU III.13 : Paramètres du modèle vectoriel de la tôle FeNi adapté aux tôles NO.	117
TABLEAU IV.1: Coordonnées des points de comparaison	120
TABLEAU IV.2 : Paramètres du modèle chimique	125
TABLEAU IV.3 : Paramètre du modèle de rotation	125
TABLEAU IV.4 : Paramètres du modèle chimique	132
TABLEAU IV.5 : Paramètre du modèle de rotation	132
TABLEAU IV.6 : Résultats obtenus par les laboratoires.	140
TABLEAU IV.7 : Paramètres du modèle chimique	141
TABLEAU IV.8 : Paramètre du modèle de rotation	141



ANNEXE D - Liste des figures



ANNEXE D - Liste des figures

FIGURE I.1 : Organisation des moments sous l'influence d'un champ magnétique.....	20
FIGURE I.2 : Répartition des points d'impact d'atomes.....	23
FIGURE I.3 : Densité de probabilité angulaire en fonction du nombre quantique l	24
FIGURE I.4 : Structures cristallines.....	25
FIGURE I.5 : Courbes et valeurs caractéristiques.....	27
FIGURE I.6 : Domaines observés par méthode magnéto-optique (barre d'acier) [HUB 98]. ...	28
FIGURE I.7 : Directions privilégiées de la tôle GO FeSi.....	30
FIGURE I.8 : Déplacement des parois de domaine.....	30
FIGURE I.9 : Evolution des domaines sous l'influence d'un champ magnétique [SCH 98].....	31
FIGURE I.10 : Les principaux mécanismes (exemple avec une tôle FeSi GO).....	32
FIGURE I.11 : Effet de Barkhausen.....	32
FIGURE I.12 : Opérateur élémentaire $\gamma_{\alpha\beta}$ ou hystéron.....	35
FIGURE I.13 : Triangle de Preisach d'un matériau désaimanté.....	36
FIGURE I.14 : Propriété d'effacement.....	37
FIGURE I.15 : Evolution de la frontière pour une courbe de renversement.....	38
FIGURE I.16 : Astéroïde délimitant l'état stable et métastable.....	41
FIGURE I.17 : Présentation du cadre Epstein.....	42
FIGURE I.18 : Diagramme polaire en induction circulaire [KED 98].....	43
FIGURE I.19 : Cycle réversible d'une tôle FeSi GO [KED 98].....	43
FIGURE I.20 : Cadre à champ tournant.....	44
FIGURE I.21 : Cadre à champ tournant sans la culasse supérieure.....	44
FIGURE I.22 : Cadre à champ tournant, vue éclatée.....	45
FIGURE II.1 : Observation par effet Kerr des domaines d'une tôle à texture Goss [SCH 98]...	48
FIGURE II.2 : Gestion de l'histoire.....	52
FIGURE II.3 : Identification et réponse du modèle.....	53
FIGURE II.4 : Comparaison modèle chimique - mesures à forte induction.....	54
FIGURE II.5 : Rotation des moments selon la direction de H.....	54
FIGURE II.6 : L'angle (m_0, H)	55
FIGURE II.7 : Exemple de cycle avec le modèle de rotation.....	56
FIGURE II.8 : Résultat de l'identification de la tôle GO FeSi (forte induction).....	58
FIGURE II.9 : Résultat de l'identification de la tôle GO FeSi (induction moyenne).....	58
FIGURE II.10 : Résultat de l'identification de la tôle GO FeSi (faible induction).....	58
FIGURE II.11 : Comparaison des cycles mineurs.....	59
FIGURE II.12 : Comparaison de cycle mineur (H crête = 10A/m).....	60
FIGURE II.13 : Partie active en fonction du champ.....	61
FIGURE II.14 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 3.....	62

FIGURE II.15 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 3.	63
FIGURE II.16 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 3.	63
FIGURE II.17 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 3.	64
FIGURE II.18 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 5.	64
FIGURE II.19 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 5.	65
FIGURE II.20 : Comparaison modèle modifié et expérience, harmonique 5.	65
FIGURE II.21 : Phase de la fonction de transfert B/H.	68
FIGURE II.22 : Oscillateur harmonique.	69
FIGURE II.23 : Allure des pertes par hystérésis par cycle.	72
FIGURE II.24 : Allure des pertes par courants induits par cycle.	72
FIGURE II.25 : Allure des pertes totales par cycle.	72
FIGURE II.26 : Tracer des pertes par cycle, H crête vaut 200A/m.	74
FIGURE II.27 : Comparaison de cycle à 86Hz.	74
FIGURE II.28 : Tracé des pertes par cycle, H crête vaut 500A/m.	75
FIGURE II.29 : Tracer des pertes par cycles, H crête vaut 815A/m.	75
FIGURE II.30 : Pertes totales attendues (loi non linéaire).	77
FIGURE II.31 : Induction sinusoïdale avec H crête de 800A/m.	80
FIGURE II.32 : Induction sinusoïdale de 1000Hz avec H crête de 800A/m.	80
FIGURE II.33 : Induction sinusoïdale avec H crête de 500A/m.	80
FIGURE III.1 : Directions privilégiées de la texture Goss.	82
FIGURE III.2 : Orientations des moments résultant de l'organisation électronique.	83
FIGURE III.3 : Comparaison à la réaction chimique.	83
FIGURE III.4 : Variation de l'induction liée aux mouvements des parois.	84
FIGURE III.5 : Variation de l'induction liée à la rotation des moments.	85
FIGURE III.6 : Comparaison de cycles (H crête = 543A/m, H crête = 645A/m).	86
FIGURE III.7 : Comparaison de cycles (H crête = 455A/m, H crête = 400A/m).	86
FIGURE III.8 : Comparaison de cycles (H crête = 200A/m, H crête = 250A/m).	87
FIGURE III.9 : Comparaison de cycles (H crête = 145A/m, H crête = 100A/m).	87
FIGURE III.10 : Comparaison de cycles (H crête = 50A/m).	87
FIGURE III.11 : Comparaison à la mesure pour une tôle FeNi.	88
FIGURE III.12 : Domaines magnétiques de la tôle fer Nickel.	89
FIGURE III.13 : Excitation suivant l'axe longitudinal (1.5T).	93
FIGURE III.14 : Excitation suivant un axe donné (1T).	93
FIGURE III.15 : Excitation circulaire (1T).	93
FIGURE III.16 : Excitation circulaire (0.7T).	94
FIGURE III.17 : Comparaison à la mesure $B_x(H_x)$	96
FIGURE III.18 : Comparaison à la mesure $B_y(H_y)$	97
FIGURE III.19 : Résultat de simulation en excitation à 45° et $ B =0.856T$	97
FIGURE III.20 : Simulation avec une excitation circulaire, $ B =0.856T$	97
FIGURE III.21 : déphasage H/B au moment où B est suivant l'axe très difficile.	98

FIGURE III.22 : Limite de la saturation technique (tôle FeNi).....	100
FIGURE III.23 : Limite de la saturation technique (tôle FeSi GO).....	101
FIGURE III.24 : Rotation cohérente des domaines (exemple du FeNi).....	101
FIGURE III.25 : Tracé de $b_{0x}-b_{1x}$, vue de profil.	107
FIGURE III.26 : Tracé de $b_{0x}-b_{1x}$, vue de dessus.	107
FIGURE III.27 : Tracé de $b_{0y}-b_{1y}$, vue de profil.	108
FIGURE III.28 : Tracé de $b_{0y}-b_{1y}$, vue de dessus.	108
FIGURE III.29 : Diagramme $H_y(H_x)$ avec une induction circulaire - courbes réversibles.....	110
FIGURE III.30 : Diagramme $H_y(H_x)$ - induction circulaire avec $ B =80\% \cdot B_{sat}$	110
FIGURE III.31 : Itérations de l'algorithme de calcul pour une induction circulaire de 1.4T ..	111
FIGURE III.32 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 1.4T.....	112
FIGURE III.33 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 1.1T.....	112
FIGURE III.34 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 0.9T.....	113
FIGURE III.35 : Courbe $B_x(H_x)$ - excitation suivant un axe à 45°	113
FIGURE III.36 : Comparaison cycle mesuré et asymptote $H_x-H_y = H_c$	115
FIGURE III.37 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 0.866T.....	116
FIGURE III.38 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 0.87T.....	116
FIGURE III.39 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 0.95T.....	117
FIGURE III.40 : Diagramme $H_y(H_x)$ - excitation en induction circulaire de 1.15T.....	117
FIGURE IV.1 : La tôle à trou M330-35A.....	119
FIGURE IV.2 : Plaque étudiée avec la position des différents points.....	120
FIGURE IV.3 : Comparaison de cycles centrés.	125
FIGURE IV.4 : Comparaison de cycles centrés.	126
FIGURE IV.5 : Comparaison de cycles centrés.	126
FIGURE IV.6 : Comparaison des courbes de renversement (H crête = 160A/m).....	126
FIGURE IV.7 : Comparaison des courbes de renversement (H crête = 160A/m).....	127
FIGURE IV.8 : Comparaison des courbes de renversement (H crête = 160A/m).....	127
FIGURE IV.9 : Extrapolation des courbes.	128
FIGURE IV.10 : Triangle de Preisach non modifié.	129
FIGURE IV.11 : Triangle de Preisach symétrique.	129
FIGURE IV.12 : Comparaison de cycles centrés.	130
FIGURE IV.13 : Comparaison de cycles centrés.	130
FIGURE IV.14 : Comparaison de courbes de renversement (H crête = 160A/m).	131
FIGURE IV.15 : Comparaison de courbes de renversement (H crête = 160A/m).	131
FIGURE IV.16 : Comparaison de courbes de renversement (H crête = 160A/m).	131
FIGURE IV.17 : Comparaison de cycles centrés.	132
FIGURE IV.18 : Comparaison de cycles centrés (forte induction).	133
FIGURE IV.19: Le maillage d'ordre 1 - modèle de Mayergoyz.....	133
FIGURE IV.20: Les iso valeurs du potentiel à 0.5s (période 2s) - modèle de Mayergoyz.	134
FIGURE IV.21: Les iso valeurs du champ à 0.5s (période 2s) - modèle de Mayergoyz.	134

FIGURE IV.22: Les iso valeurs de l'induction à 0.5s (période 2s) - modèle de Mayergoyz. ...	134
FIGURE IV.23: Les capteurs B et H, axe longitudinal - modèle de Mayergoyz.	135
FIGURE IV.24: Maillage - nouveau modèle.	135
FIGURE IV.25: Iso valeurs du potentiel à 0.5s (période 2s) – nouveau modèle - ordre 2.	136
FIGURE IV.26: Iso valeurs du champ à 0.5s (période 2s) – nouveau modèle - ordre 2.	136
FIGURE IV.27: Iso valeurs de l'induction à 0.5s (période 2s) – nouveau modèle - ordre 2. ...	136
FIGURE IV.28: Iso valeurs de l'induction à 1.214 (T=2s) – nouveau modèle - ordre 2.	137
FIGURE IV.29: Direction de l'induction à 1.214 (T=2s) – nouveau modèle - ordre 2.	137
FIGURE IV.30: Maillage commun optimisé (utilisé avec des éléments d'ordre 1).	140
FIGURE IV.31: Comparaison à la mesure (découpage suivant l'axe longitudinal).	141
FIGURE IV.32 : Comparaison de l'ancienne et de la nouvelle échelle de temps.	142
FIGURE IV.33: Mesure du champ – capteur 1.	143
FIGURE IV.34: Mesure du champ – capteur 4.	143
FIGURE IV.35: Comparaison entre laboratoire des formes simulées au capteur 1.	144
FIGURE IV.36: Comparaison entre laboratoire des formes simulées au capteur 4.	144
FIGURE IV.37: Comparaison entre laboratoire des formes simulées au capteur 6.	145
FIGURE A-1 : Triangulation conforme et non conforme.	150
FIGURE A-2 : Diagramme de Voronoï en dimension 2.	151
FIGURE A-3 : Triangulation de Delaunay.	152
FIGURE A-4 : Fonction de forme pour un élément Lagrangien.	153
FIGURE A-5 : Élément triangulaire - (a) ordre 1, (b) ordre 2.	154
FIGURE A-6 : Coordonnées barycentriques (L_1, L_2, L_3).	154

Bibliographie



Bibliographie

- [BENAR]** J. BENARD, A. MICHEL, J. PHILIBERT et al
Métallurgie Générale
2^e édition, Edition Masson.
- [BER 88]** Giorgio BERTOTTI
General properties of power losses in soft ferromagnetic material
IEEE Transaction on Magnetics vol.24 n°1 p.621-630, janvier 1988.
- [BER 98]** Giorgio BERTOTTI
Hysteresis in magnetism – for physicists, material scientists and engineers
Academic Press, 1998.
- [BOS 91]** A. BOSSAVIT, C. EMSON, I. D. MAYERGOYZ
Méthodes numériques en électromagnétisme. Géométrie différentielle, éléments finis, modèles d'hystérésis
Edition Eyrolles, Paris, 1991.
- [BOZ 51]** Richard M. BOZORTH
Ferromagnetism
D. Van nostrand company, 1951.
- [BRI 97]** Pierre BRISSONEAU
Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique
Hermès, 1997.
- [CAG 75]** Bernard CAGNAC, J.-C. PEBAY-PEYROULA
Physique atomique, Tome 1 Expériences et principes fondamentaux
Dunod Université, 1975.
- [CAG 82]** Bernard CAGNAC, J.-C. PEBAY-PEYROULA
Physique atomique Tome 2 Application de la mécanique quantique
Dunod Université, 1982.
- [CAR 98]** Kenneth H. CARPENTER
Simple models for dynamic hysteresis which add frequency-dependent losses to static models
IEEE Transaction on Magnetics vol.34 n°3 p619-622, mai 1998.
- [CHI 64]** Sôshin CHIKAZUMI
Physics of magnetism,
John Wiley & Sons, 1964.
- [COE 96]** J. COEY
Rare-earth iron permanent magnets
Oxford sciences publications, 1996.

[COR 96] Fabienne CORTIAL

Modélisation de l'hystérésis et des dispositifs d'enregistrement magnétique

Thèse de l'INPG, Génie Electrique, Grenoble , 28 octobre 1996.

[DEB 01] Olivier DEBLECKER

Contribution à la modélisation des champs magnétiques dans les systèmes comportant des milieux non linéaires et hystérétiques

Thèse de la Faculté Polytechnique de Mons, Sciences Appliquées, Belgique, 01 mars 2001.

[ERD 71] Arthur ERDELYI

Calcul opérationnel et fonctions généralisées

Dunod, 1971, Paris.

[GAL 89] Jean Yves GAL

Etude analytique des réactions chimiques dans l'eau

Tech&Doc Lavoisier, 1989.

[GDR 00] F. ALVES, Y. BERNARD, F. BOUILLAULT et al

Caractérisation et modélisation du phénomène d'hystérésis pour une implantation dans un code éléments finis

Journées GDR SDSE, Lyon 20-21 janvier 2000.

[GDR 01] B. AHAMADA, F. ALVES, B. ABDALLAH et al

Caractérisation et modélisation de l'hystérésis scalaire statique :implantation dans un code de calcul éléments finis

Journées GDR SDSE, Lyon, 14 décembre 2001.

[GEO 97] Paul-Louis GEORGE

Triangulation de Delaunay et maillage - application aux éléments finis

Hermès, Paris, 1997.

[GRA 97] Pierre GRANGER

Panorama des liaisons chimiques

Masson, 1997.

[HSU 97] Jia-Tzer HSU, Khai D. T. NGO

A hammerstein-based dynamic model for hysteresis phenomenon

IEEE Transaction on Electronics vol.12 n°3 p.406-413, mai 1997.

[HUB 98] Alex HUBERT

Magnetic Domains

Springer, 1998.

[JILES] David JILES

Introduction to magnetism and magnetic materials

Chapman & Hall.

[KED 98] Afef Kedous-Lebouc

Matériaux magnétiques en génie électrique - de la caractérisation à la modélisation

Habilitation à Diriger des Recherches de l'INPG, Grenoble, 18 juin 1998.

[MAR 95] André MARCHAND

La thermodynamique mot à mot

De Boeck Université p.47-48 p.72-96, 1995.

[MAY 91] I. D. MAYERGOYZ

Mathematical models of hysteresis

SRINGER-VERLAG, New York, 1991.

[MOU 97] Djelloul MOUSSAOUI

Propriétés bidimensionnelles statiques et dynamiques des tôles magnétiques

Thèse de l'INPG, Génie Electrique, Grenoble, 3 octobre 1997.

[NOU 98] Amir NOURDINE

Schéma équivalent des machines à champ tournant et impédance d'ordre fractionnaire

DEA de l'INPG, Génie Electrique, Grenoble, 15 septembre 98.

[NOU 99] Amir NOURDINE, N. Retière, M. Ivanès

Modélisation d'ordre non entier des machines électriques

EF'99 Electrotechnique du Futur, Lille, 30-31 mars 1999.

[NOU 00-1] A. Nourdine, G. Meunier, A. Kedous-Lebouc

A linear hysteresis model based on magnetic lag

Studies in applied Electromagnetics and Mechanics Vol.18, ISSN 1383-7281, IOS Press 2000.

[NOU 00-2] A. Nourdine, A. Kedous-Lebouc, G. Meunier et al

A chemical reaction hysteresis model for magnetic materials

IEEE Trans. on Mag., vol. 36, n° 4, July 2000, pp 1230-1233, ISSN: 0018-9464.

[NOU 00-3] A. Nourdine, A. Kedous-Lebouc, G. Meunier et al

An analogy to chemical reactions for hysteresis modelling of GO SiFe sheet

6th International Workshop on 1&2 Dimensional Magnetic Measurement and Testing (Bad-Gastein, Autriche), septembre 2000.

[NOU 01-1] A. Nourdine, A. Kedous-Lebouc, G. Meunier et al

Un nouveau modèle d'hystérésis pour les tôles à grains orientés

RIGE, Vol. 4, N° 1-2/2001, pp.9-18

[NOU 01-2] A. Nourdine, A. Kedous-Lebouc, G. Meunier et al

A new hysteresis model generation, application to the transverse axis of GO SiFe sheet

IEEE Trans. Mag., vol. 37, n° 5, 2001, pp 3340-3344.

[NOU 02-1] A. Nourdine, A. Kedous-Lebouc, G. Meunier

A new hysteresis model for cube textured NiFe sheet based on a chemical reaction analogy

conférence Intermag2002, Amsterdam, Pays Bas, 28 avril - 2 mai 2002.

[NOU 02-2] A. Nourdine, G. Meunier, A. Kedous-Lebouc

Numerical computation of a vectorial hysteresis H(B) magnetisation law

conférence CEFC 2002, Perugia, Italy, 16-19 juin 2002.

[OSS 91] Florence OSSART

Modélisation numérique de l'enregistrement magnétique

Thèse de l'INPG, Génie Electrique, 5 février 1991.

[OUS 95] Alain OUSTALOUP

La dérivation non entière

Edition Hermès, 1995, Paris.

[POU 88] Alain Le POURHIET

Résolution numérique des équations aux dérivées partielles – une première approche

Cepadues – Editions, 1988.

[ROU 96] Laure Line ROUVE

Prise en compte du comportement magnétique fréquentiel des tôles FeSi en modélisation électrotechnique

Thèse de l'INPG, Génie Electrique, 15 janvier 1996.

[SAB 98] Jean-Claude SABONNADIÈRE

Calcul des champs électromagnétiques

Technique de l'ingénieur 12, 1998.

[SCH 98] R. SCHÄFER, A. HUBERT

Domains in soft magnetic materials

Journal de Physique IV, vol.8 n°2 p.283-290, 1998.

[SMART] Lesley SMART

Introduction à la chimie du solide – cours et exercices corrigés

Edition Masson.

[SPO 98] Sorin Aurel SPORNIC

Thèse Génie électrique, Automatisation de bancs de caractérisation 2D des tôles magnétiques.

Influence des formes d'ondes sur les mécanismes d'aimantation

Thèse de l'INPG, Génie Electrique, Grenoble, 27 novembre 1998.

[SPO 00] Sorin Aurel SPORNIC, A. KEDOUS-LEBOUC, Bruno CORNUT

Anisotropy and texture influence on 2D magnetic behaviour for silicon, cobalt and nickel iron alloys

Journal of Magnetism and Magnetic Material, vol. 215-216 p.614-616, 2000.

[TAK 96] S. TAKADA, T. SASAKI

Influence of magnetization pause on the magnetic properties of an electrical iron sheet

Journal of magnetism and magnetic material, vol. 160 p.33-34, 1996.

[YAM 98] T. YAMAMOTO, A. SHIUCHI, A. SAITO

Magnetostriction and magnetic domain structure changes of grain oriented Si-Fe sheet

Journal de Physique IV, vol.8 n°2 p.511-514, 1998.

[ZIE 91] O.C ZIENKIEWICZ

La méthode des éléments finis, formulations de base et problèmes linéaires

Afnor, Paris, 1991.

