HAL
open science

Propagation quantique d'ondes de matière guidées: Laser à atomes et localisation d'Anderson

Juliette Billy

To cite this version:

Juliette Billy. Propagation quantique d'ondes de matière guidées: Laser à atomes et localisation d'Anderson. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2010. Français. NNT : . tel-00492482v1

HAL Id: tel-00492482

https://theses.hal.science/tel-00492482v1

Submitted on 16 Jun 2010 (v1), last revised 24 Jun 2010 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Numéro d'ordre : 9763

LABORATOIRE CHARLES FABRY DE L'INSTITUT D'OPTIQUE

UNIVERSITÉ PARIS-SUD 11

U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

THÈSE

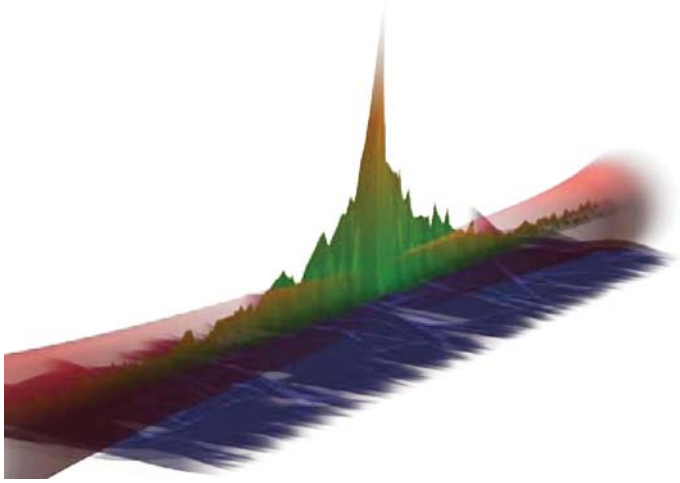
présentée par

Juliette BILLY

en vue d'obtenir le grade de Docteur en Sciences de l'Université Paris-Sud 11

Sujet :

PROPAGATION QUANTIQUE D'ONDES DE MATIÈRE GUIDÉES : LASER A ATOMES ET LOCALISATION D'ANDERSON



Thèse soutenue le 29 janvier 2010 devant le jury composé de :

M. Alain ASPECT	Examinateur
M. Philippe BOUYER	Directeur de thèse
M. Jean-Claude GARREAU	Rapporteur
M. Nicolas PAVLOFF	Examinateur
M. Tilman PFAU	Rapporteur
M. Pierre PILLET	Président du jury

Remerciements

Les travaux de thèse présentés dans ce mémoire ont été effectués au Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique. Je remercie son directeur Pierre Chavel pour l'intérêt qu'il a porté à ma thèse. D'autre part, ma thèse s'est déroulée dans le cadre d'un contrat CIFRE en partenariat avec l'entreprise IXSea. Je souhaite remercier Eric Willemenot et Marie-Lise Duplaquet ainsi que les membres de l'équipe "Technologie Systèmes Inertiels" pour avoir suivi avec beaucoup d'intérêt mon travail, même lorsque celui-ci s'est brusquement orienté vers la localisation d'Anderson.

Ma thèse s'est plus spécifiquement déroulée au sein du groupe d'Optique Atomique, sur la "manip pince". Je tiens à remercier Alain Aspect, responsable du groupe, et mon directeur de thèse Philippe Bouyer pour m'avoir donné l'occasion de vivre cette aventure et de m'avoir fait confiance pendant ces trois années. Je les remercie également pour avoir orienté nos recherches vers la localisation d'Anderson. Plus particulièrement, je souhaite remercier Alain pour ses qualités pédagogiques et ses conseils avisés, dont j'ai pu profiter plus d'une fois, en réunion de groupe, la veille d'une présentation ou encore lors de la rédaction d'article... Je souhaite également remercier Philippe pour son enthousiasme communicatif, pour sa présence lors des "catastrophes" subies par l'expérience et pour ses conseils précieux lors de ma recherche de post-doc.

Je remercie enfin Vincent Josse pour m'avoir encadrée patiemment au quotidien pendant ces trois années. De l'alignement des faisceaux laser à la rédaction de ce manuscrit, Vincent a été présent à chaque étape, et souvent à des heures très tardives. Cette thèse lui doit beaucoup et nul doute que son humour à toute épreuve m'a été d'un grand soutien pour surmonter les sautes d'humeur de la manip (d'autant plus lorsque notre petite équipe s'est retrouvée seule au sous-sol du bâtiment 503). Je souhaite lui exprimer ici toute mon admiration et ma gratitude. Dans un tout autre registre, je le remercie aussi pour m'avoir fait découvrir Boulibaï Vibrations et la meilleure tarte au citron du monde !

Je tiens à remercier Tilman Pfau et Jean-Claude Garreau d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce manuscrit. Je remercie également Nicolas Pavloff et Pierre Pillet d'avoir accepté de participer au jury et pour les discussions intéressantes que nous avons pu avoir à cette occasion.

Quand je suis arrivée dans l'équipe "pince", j'ai été acceuillie par William Guerin, qui se préparait alors à rédiger sa thèse. Je le remercie de m'avoir initiée à la manip (et à l'écriture de driver de caméra...) et d'avoir répondu à mes nombreuses questions de jeune "padawan"... Puis nous avons rapidement été rejoints par Zhanchun Zuo, avec qui j'ai passé, ainsi qu'avec Vincent, de très longues journées à étudier le laser à atomes, avant le "déménagement" à Palaiseau. Je reste impressionnée par sa capacité de travail et je pense me souvenir longtemps de quelques fous rires interminables induits par des différences culturelles certaines ! Je la remercie pour sa gentillesse et son côté "mama italienne" inattendu !

Le déménagement de la manip ayant été repoussé, nous nous sommes attaqués à la localisation d'Anderson. Nous avons alors été rejoints par David Clément, en fin de thèse, qui nous a fait profiter de son expérience. Je le remercie pour son enthousiame et pour avoir pris le temps de répondre à mes questions, même à la toute fin de sa rédaction. Puis Alain Bernard et enfin Pierre Lugan sont venus nous rejoindre au 503. Je garde en mémoire d'intenses discussions, tous les trois dans le bureau au fond du couloir, au milieu d'une avalanche de données, faisant courir Vincent de la salle de manip jusqu'au bureau pour lui montrer les résultats ! Je remercie Alain et Pierre pour ces bons moments (plein d'enthousiame) passés ensemble.

Ces discussions au 503 étaient suivies presque quotidiennement de discussions - non moins intenses - à Palaiseau, en particulier avec l'équipe théorique : Laurent Sanchez-Palencia et Ben Hambrecht. Je remercie Laurent et Ben pour ces nombreux dialogues entre expérimentateurs et théoriciens, qui nous ont permis d'avancer à pas de géant dans la compréhension de nos observations.

Nous sommes ensuite revenus à l'étude du laser à atomes, avant l'arrêt de la manip et son déménagement, enfin ! J'ai alors eu le plaisir de travailler avec Patrick Cheinet et Fred Jendrzejewski qui ont rejoint successivement notre équipe. Je les remercie tous les deux pour les discussions que nous avons pu avoir à propos de la manip, ou de tout autre chose... Enfin, à la toute fin de ma thèse, Stefan Seidel est venu compléter l'équipe. L'expérience donne maintenant ses premiers résultats et nul doute que l'équipe "pince" devrait faire des étincelles par la suite !

Je tiens aussi à remercier tous les membres du groupe d'Optique Atomique, que j'ai côtoyés au cours de ces trois années. Il règne une bonne ambiance au sein du groupe et une entraide qui facilite bien des choses. Un remerciement tout particulier à Jean-François (et notre bureau favori), Valentina (et Luigi et Anna et les séances de psychologie), David D., Simon (et son avion), Karim, Martin et Jean-Christophe et Vincent M., Jean-Philippe, Sébastien, Karen et Isabelle, Jean-Baptiste, Carlos, Rob, Antoine, Rémi... et bien évidemment au "club du samedi" pour son soutien lors de ma(nos) rédaction(s) de thèse ! Merci aussi aux électroniciens André Willing et Frédéric Moron, qui réparent avec leurs doigts de fées les défaillances de nos expériences. Un merci particulier à Frédéric, avec qui

j'ai eu plus souvent l'occasion de travailler et qui est régulièrement venu au 503 pour nous aider.

De manière plus générale, je souhaite aussi remercier l'ensemble des personnes travaillant à l'Institut d'Optique, avec un merci tout particulier aux services techniques (Jacky, Eric et Jean-Luc) pour être venus bien des fois et en urgence nous aider, au groupe Scop avec qui nous avons partagé le 503 désert et surtout la machine à café (!) et aux autres "habitants" du sous-sol à Palaiseau. Merci aussi à Lionel Jacubowiez pour m'avoir donné l'occasion d'enseigner et à Thierry Avignon et Cédric Lejeune pour leur aide.

Enfin je voudrais remercier famille et amis qui, de près ou de loin, ont participé à cette aventure. En particulier je remercie mes parents pour leur soutien inconditionnel et François, et Claire, pour leur intérêt et leur enthousiasme pour ce que je fais et pour leurs encouragements. Je remercie également Anne, Hervé, Auriane et Florent, ainsi que Pierre et Marie-Anne pour cette semaine passée en Ardèche, à rédiger les pieds (presque) dans l'eau. Merci à Delph, Nat, Estelle, Véro, Camille et Nanou, Marine, Lucile et Arno, Pierrick, Hélène, Carin, Rémi, Elo et Sandrine ! Merci aussi à Antoine, Quentin, Sylvain, Alpha et Charles ! Enfin un grand merci à ceux qui sont venus à la soutenance (et en particulier à Mamé) et à ceux qui l'ont fêtée avec moi le soir !

Table des matières

Introduction **5**

1 Production d'ondes de matière guidées **11**
1.1 Généralités sur les condensats de Bose-Einstein 12
1.1.1 Condensation de Bose-Einstein et équation de Gross-Pitaevskii 12
1.1.2 Régime de Thomas-Fermi 14
1.1.3 Régime quasi-1D 14
1.2 Dispositif expérimental 16
1.2.1 Etapes vers la condensation 17
1.2.2 Piège magnétique 18
1.2.3 Imagerie absorption-fluorescence et analyse des images . . 20
1.3 Production d'un condensat dans un piège hybride 30
1.3.1 Potentiel dipolaire 30
1.3.2 Piège optique 33
1.3.3 Condensation dans le piège hybride 40
1.4 Production d'ondes de matière guidées 45
1.5 Conclusion 47

2 Localisation d'Anderson d'un condensat en expansion **51**
2.1 Localisation d'onde dans le désordre 52
2.1.1 Diffusion d'ondes dans un milieu désordonné 52
2.1.2 Localisation forte ou localisation d'Anderson 55
2.1.3 Une petite histoire de la localisation d'Anderson 56
2.1.4 Localisation d'Anderson dans les atomes froids 57
2.2 Localisation d'Anderson d'ondes de matière à une dimension . . . 61
2.2.1 Localisation d'une onde plane 61
2.2.2 Localisation d'un condensat en expansion dans un champ de speckle 63
2.3 Réalisation du désordre par un champ de speckle 66
2.3.1 Modélisation et propriétés d'un speckle 67
2.3.2 Mise en place expérimentale et caractérisation du désordre 72
2.3.3 Conclusion 86
2.4 Caractérisation des condensats en expansion 86
2.4.1 Obtention d'un condensat dilué 86

2.4.2 Lien entre k_{max} et le potentiel chimique 88
2.4.3 Expansion ballistique d'un condensat en l'absence de désordre et mesure de k_{max} 90
2.5 Observation expérimentale de la localisation d'Anderson 93
2.5.1 Arrêt de l'expansion et profils localisés 94
2.5.2 Stationnarité des profils localisés 97
2.5.3 Longueur de localisation en fonction de l'amplitude du désordre 97
2.5.4 Moyennage sur différentes réalisations du désordre 100
2.6 Régime de localisation algébrique 103
2.6.1 Conditions expérimentales 104
2.6.2 Arrêt de l'expansion et profils localisés 104
2.6.3 Evolution des profils avec l'amplitude du désordre 106
2.6.4 *Crossover* entre régime algébrique et exponentiel 106
2.6.5 Conclusion sur le régime algébrique 109
2.7 Conclusion et perspectives 110

3 Transmission d'un laser à atomes guidé à travers une barrière de potentiel 113
3.1 Laser à atomes guidé : principe et propriétés 114
3.1.1 Principes généraux 115
3.1.2 Potentiel ressenti par le laser à atomes guidé 119
3.1.3 Description théorique de la propagation quasi-1D 122
3.2 Couplage radiofréquence 126
3.2.1 Approche semi-classique 127
3.2.2 Calcul quantique du taux de couplage 128
3.2.3 Régime de couplage faible : conditions de validité 131
3.2.4 Investigation expérimentale du couplage rf 132
3.2.5 Conclusion sur le couplage rf 137
3.3 Description du laser à atomes bruité magnétiquement 138
3.3.1 Description théorique du couplage en présence de bruit . . 138
3.3.2 Spectre des fluctuations magnétiques 141
3.3.3 Distribution en énergie du laser à atomes 142
3.4 Réalisation et mise en place de barrières de potentiel 143
3.4.1 Spécifications et contraintes 144
3.4.2 Dispositif expérimental 145
3.4.3 Caractérisation géométrique des barrières 148
3.4.4 Caractérisation en amplitude des barrières 153
3.4.5 Conclusion 157
3.5 Transmission à travers une barrière épaisse : caractérisation spectrale du laser à atomes guidé 157
3.5.1 Méthode de mesure de la largeur spectrale 159

3.5.2 Mesure de la largeur en énergie du laser à atomes guidé . . 160
3.6 Vers l'observation de l'effet tunnel à travers une barrière de potentiel 165
3.6.1 Cas d'un laser à atomes idéal 166
3.6.2 Cas d'un laser à atomes de largeur spectrale finie 171
3.7 Vers une cavité Fabry-Pérot atomique 173
3.8 Conclusion et perspectives 176

Conclusion **179**

A Propagation d'un condensat dans un guide **183**
A.1 Lois d'échelle ou équations de scaling 183
A.2 Propagation du condensat en l'absence de désordre 184

Bibliographie **187**

Introduction

Depuis 1995 [1, 2], la physique des atomes ultra-froids a atteint une telle maturité qu'elle est aujourd'hui utilisée pour simuler des problèmes fondamentaux de la matière condensée [3, 4]. Les atomes froids permettent en effet de réaliser des systèmes "idéaux" remarquablement bien contrôlés expérimentalement, dont les paramètres peuvent être réglés précisément et de manière indépendante. Plus spécifiquement, dans ses systèmes, les interactions inter-atomiques peuvent être contrôlées à l'aide de résonances de Feshbach [5], ce qui n'est pas le cas des électrons. De plus ses systèmes peuvent être détectés et leurs paramètres mesurés à l'aide de méthodes variées et directes [6] : en particulier une mesure directe des fonctions d'onde est possible. Ces méthodes sont ainsi complémentaires des mesures indirectes - par exemple de conductance - réalisées dans le domaine de la matière condensée. Enfin, il est possible de manipuler les atomes froids à l'aide de potentiels "propres", ne présentant ni absorption ni phonons. Ces potentiels permettent de réaliser des géométries très variées : 1D, 2D, 3D ou même des réseaux. Un exemple frappant du lien de plus en plus fort entre atomes froids et matière condensée est donné par les expériences réalisées dans les réseaux optiques, analogue de la structure crystalline en physique du solide : un tel système offre en effet la possibilité de contrôler de manière indépendante tous les paramètres de l'hamiltonien de Bose-Hubbard (énergie sur site, couplage par effet tunnel, interactions) qui régit son évolution. Dans ce contexte, les atomes froids ont déjà obtenu plusieurs succès spectaculaires, initiés par l'observation de la transition superfluide-isolant de Mott en 2002 [7]. Une autre thématique en plein essor est liée à la physique en basse dimension : elle a donné lieu à la réalisation de gaz de bosons 1D dans le régime de Tonks-Girardeau [8, 9] ou à l'observation de la transition de Berezinskii-Kosterlitz-Thouless à 2D [10, 11]. Notons que si ce domaine s'est développé initialement avec les bosons, il s'est considérablement enrichi ces dernières années avec la possibilité de contrôler aussi des fermions ou des mélanges d'espèces dans des réseaux optiques. Citons par exemple l'observation de la transition BEC-BCS [12], la réalisation d'isolants de Mott [13, 14] ou de mélanges [15–18]. Pour plus de détails, on pourra se référer à la revue [4].

Un des problèmes fondamentaux particulièrement étudiés dans le cadre de la matière condensée est le transport quantique. Sous cette nomination sont regroupés une grande variété de phénomènes. On en distingue deux grands types : il existe d'une part des effets linéaires à une particule, comme l'effet tunnel, les

oscillations de Bloch dans un réseau ou la très célèbre localisation d'Anderson en présence de désordre. Nous reviendrons bien sûr en détails sur cette dernière dans la suite. D'autre part des effets non-linéaires, où les interactions entre particules jouent un rôle essentiel, donnant lieu par exemple à la superfluidité, à l'apparition de solitons ou au blocage de Coulomb. L'étude de ces phénomènes avec des atomes froids s'est aussi naturellement développée ces dernières années. Citons entre autres l'observation de la réflexion quantique sur une surface [19], les études d'instabilités en présence d'une barrière en mouvement [20–22], l'observation d'ondes de choc [23] et de solitons [24, 25] et très récemment l'étude de la propagation d'une impureté dans les gaz 1D [26]. Cette thématique du transport quantique est ainsi actuellement en plein essor donnant lieu à nombreuses propositions théoriques [27–34].

Dans ce contexte d'utilisation des atomes froids comme systèmes modèles pour la matière condensée, une attention toute particulière est apportée à l'introduction d'un désordre contrôlé afin de simuler au mieux les systèmes électroniques réels, dans lesquels les impuretés sont inhérentes. L'effet le plus emblématique du désordre sur les ondes électroniques est la localisation d'Anderson [35]. Celle-ci se manifeste par un arrêt total des ondes en présence d'un désordre même faible et donne lieu à une transition de phase métal-isolant à 3D. Ce phénomène a suscité, depuis sa prédiction par P. W. Anderson en 1958, d'innombrables études aussi bien théoriques qu'expérimentales [36]. Mise en évidence de manière indirecte dans les systèmes électroniques dans les années 1980, la localisation d'Anderson a ensuite fait l'objet de nombreuses réalisations avec des ondes classiques (lumineuses, sonores ou μ-ondes). Ces recherches sont toujours d'actualité dans ce type de systèmes, comme en témoigne la récente démonstration à 3D avec des ultra-sons [37] en 2008 ou encore la première observation directe de la localisation *via* les fonctions d'ondes localisées [38] en 2007. La localisation d'Anderson est ainsi, un peu plus de 50 ans après sa découverte, un domaine de recherche toujours très actif où restent encore des questions ouvertes : celles-ci portent d'une part sur les exposants critiques, qui décrivent la transition à 3D, et d'autre part sur l'effet de non-linéarités. La possibilité d'étudier cette problématique dans le domaine des atomes froids [39] a du coup suscité un vif intérêt et une intense compétition scientifique ces dernières années. En outre, même si la localisation dynamique a été observée avec des atomes froids [40, 41], la localisation d'Anderson n'avait jusqu'en 2008 jamais été observée directement avec des ondes de matière, c'est-à-dire *via* les fonctions d'ondes localisées.

Depuis la proposition théorique de Damski *et al.* en 2003 [39], cette thématique a pris une importance grandissante dans le domaine des atomes froids, avec notamment les premières expériences réalisées en 2005 à Hannovre, Florence et Orsay [42–44] en utilisant comme onde de matière un condensat en expansion

dans un guide. Ces expériences, dont l'une a été réalisée dans le groupe d'Optique Atomique durant la thèse de D. Clément [44], n'ont néanmoins pas permis l'observation de la localisation d'Anderson. Elles ont toutefois suscité un travail théorique intense pour déterminer les conditions d'observations de la localisation [45–51]. Dans cette "quête" de la localisation, les travaux théoriques menés par L. Sanchez-Palencia, au sein du groupe d'Optique Atomique, ont ainsi joué un rôle essentiel en mettant notamment en évidence la présence d'un seuil de mobilité effectif (*effective mobility edge*) à 1D dans le cas d'un désordre créé par un champ de tavelures laser (*speckle*) [46]. Ce mobility edge effectif implique que seules les ondes de matière de basse énergie peuvent en pratique être stoppées par le désordre : pour observer le phénomène de localisation avec un condensat en expansion, il faudra donc limiter l'énergie de ce dernier. Celle-ci résultant des interactions initiales à l'intérieur du condensat, un point clé sera donc de réaliser des condensats les plus dilués possibles. Une fois ces conditions indentifiées, nous avons donc adapté le principe des expériences précédentes sur notre expérience. Nous avons alors été à même d'observer, pour la première fois, la localisation d'Anderson d'ondes de matières [52]. Notons que cette observation, faite en 2008 a été réalisée de manière quasi-simultanée dans le groupe de M. Inguscio à Florence [53], avec un système toutefois différent et complémentaire.

En parallèle de ces travaux sur la localisation d'Anderson et toujours dans la perspective de l'étude du transport quantique, nous développons sur notre expérience une nouvelle source atomique cohérente : le laser à atomes guidé [54], analogue atomique d'un laser photonique. De manière générale, ces lasers à atomes, démontrés juste après la réalisation des condensats [55–59], permettent de réaliser, par extraction cohérente d'atomes d'un condensat, des ondes de matière "mono-énergétiques" et directionnelles. Motivées par les futures applications, notamment en interférométrie atomique [60], ces lasers à atomes ont fait l'objet de nombreuses études expérimentales ou théoriques, qu'elles concernent leur flux [61, 62], leurs propriétés de cohérence [63, 64] ou leur dynamique transverse [65–71]. La maîtrise acquise dans ce domaine ouvre maintenant de nouvelles perspectives où ces lasers à atomes peuvent par exemple être utilisés pour sonder un condensat [72] ou, comme nous l'avons déjà dit, étudier différents phénomènes de transport quantique. Dans cette perspective et afin d'assurer un meilleur contrôle de leur propagation, des lasers à atomes, guidés par un guide optique horizontal, ont récemment été réalisés [54, 73]. L'annulation des effets de la gravité permet alors d'obtenir des lasers à atomes se propageant avec une longueur d'onde de de Broglie élevée ($\sim \mu$m). En outre ces lasers à atomes guidés offrent la possibilité de contrôler de manière indépendante l'énergie de l'onde de matière et les interactions intra-laser. Ils sont ainsi particulièrement bien adaptés à l'étude de phénomènes de transport quantique à travers des obstacles [28, 29, 31, 33, 34], que ces effets soient linéaires ou non-linéaires.

Au cours de cette thèse, nous avons amélioré et caractérisé le laser à atomes guidé [54], en étudiant précisément le processus de couplage et en réalisant une mesure de sa largeur spectrale. Cette dernière est basée sur l'étude de la propagation du laser à atomes à travers une barrière de potentiel réalisée optiquement et d'épaisseur suffisamment grande pour que la transmission du laser à atomes soit essentiellement classique. Nous avons de plus étudié la possibilité d'observer de l'effet tunnel lors de la propagation du laser à atomes guidé à travers des obstacles réalisés optiquement. Ces travaux sont prometteurs en vue d'étudier des effets de propagation quantique à travers des structures optiques plus complexes, comme par exemple une cavité Fabry-Pérot atomique [28,30] ou du désordre [33]. Ils font l'objet de deux articles en préparation.

Enfin, notons que les travaux présentés dans ce manuscrit, ont été réalisés à Orsay avant le déménagement de l'expérience dans le nouveau bâtiment de l'Institut d'Optique à Palaiseau. En particulier nous avons dû arrêter nos expériences sur le laser à atomes guidé pour déménager notre dispositif expérimental. Actuellement, la nouvelle expérience commence à redonner ses premiers résultats et va permettre de continuer les travaux présentés dans ce manuscrit. De la même manière qu'à Orsay, ces expériences seront menées en parallèle des études portant sur la localisation d'Anderson. Nous sommes en effet actuellement en train de mettre en place un nouveau dispositif en vue de l'observation de la transition d'Anderson à 3D.

Plan du mémoire

Ce mémoire se décompose en trois chapitres : le premier chapitre présente notre réalisation expérimentale d'ondes de matière guidées optiquement. Ce chapitre introduit tout d'abord les élements théoriques nécessaires dans la suite du mémoire. Nous présentons ensuite succintement notre dispositif expérimental de création de condensat, celui-ci ayant déjà fait l'objet de descriptions détaillées [74–76]. Puis nous présentons notre réalisation expérimentale d'un condensat dans un piège *hybride* obtenu au croisement d'un piège magnétique et d'un piège optique très allongé, que nous utiliserons comme guide d'onde par la suite. Insistons d'ores et déjà sur le fait que cette configuration est le point essentiel à la réalisation d'ondes de matière guidées sur notre expérience. Nous concluons ce chapitre en présentant succintement les deux ondes de matière (condensat en expansion et laser à atomes guidé) que nous avons réalisé ainsi que les conditions expérimentales nécessaires aux expériences présentées dans les deux autres chapitres.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude expérimentale de la localisation d'Anderson 1D d'un condensat en expansion dans un champ de speckle. Nous commençons par introduire de manière plus détaillée le phénomène de localisation d'Anderson, en en donnant une image ondulatoire et en présentant un bref état de l'art expérimental sur ce vaste sujet. Nous présentons ensuite le cas particulier de la localisation 1D d'ondes de matière, en détaillant la proposition de L. Sanchez-Palencia [46] sur laquelle repose notre réalisation expérimentale. Puis nous décrivons la mise en oeuvre expérimentale des élements essentiels de cette réalisation, à savoir (i) la mise en place d'un désordre adapté obtenu à partir d'un speckle et (ii) le contrôle d'un condensat en expansion. Enfin, nous présentons notre observation expérimentale de la localisation d'Anderson 1D, en mettant en évidence, conformément aux prédictions théoriques [46], deux régimes de localisation : exponentiel et algébrique de part et d'autre du mobility edge effectif.

Enfin le dernier chapitre est dédié à l'étude du laser à atomes guidé et de sa propagation à travers des obstacles réalisés optiquement. Nous commençons par décrire le principe et les propriétés du laser à atomes guidé, ce qui nous permet d'introduire les paramètres essentiels pour le décrire. Nous détaillons ensuite le processus de couplage à l'origine du laser à atomes, d'un point de vue théorique comme expérimental. Nous montrons alors que le laser à atomes est limité expérimentalement par des fluctuations magnétiques et déduisons du spectre de ces fluctuations, la distribution en énergie du laser à atomes. Puis nous présentons les barrières de potentiel que nous avons réalisé en vue des expériences de transmission. Nous détaillons ensuite notre méthode pour caractériser spectralement le laser à atomes, basée sur la propagation du laser à atomes à travers une barrière de potentiel épaisse. Enfin, nous concluons ce chapitre en étudiant la possibilité d'observer l'effet tunnel avec notre dispositif expérimental.

CHAPITRE 1

Production d'ondes de matière guidées

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la réalisation expérimentale d'ondes de matière guidées à partir de condensats de Bose-Einstein. Sur notre expérience, ces ondes de matière sont guidées par un piège optique (ou pince optique) horizontal très allongé, et sont de deux types différents. Dans un premier cas, l'onde de matière guidée est aisément obtenue en relâchant un condensat de Bose-Einstein dans le piège optique : c'est ainsi une superposition d'ondes de matière de différentes énergies. Dans le deuxième cas, l'onde de matière est un laser à atomes, analogue atomique d'un laser photonique : idéalement, c'est une onde de matière mono-énergétique. En pratique, sa réalisation impose des conditions expérimentales strictes. Pour chaque type d'ondes de matière, nous cherchons à étudier des phénomènes de transport quantique à travers des obstacles créés optiquement, comme nous le verrons aux chapitres 2 et 3.

Sur notre dispositif expérimental, l'obtention de ces ondes de matière guidées se déroule en trois grandes étapes : nous commençons par créer, dans un piège purement magnétique, un nuage d'atomes au seuil de la condensation. Puis dans un deuxième temps, nous transférons ce nuage d'atomes ultra-froids dans un piège dit *hybride*, obtenu à l'intersection du piège magnétique et du piège optique. Après une nouvelle étape de refroidissement évaporatif, nous obtenons un condensat de Bose-Einstein, à partir duquel nous créons une onde de matière guidée optiquement. Suivant la méthode choisie, celle-ci est soit réalisée à partir du condensat hybride en expansion dans le guide optique, soit un laser à atomes.

Ce chapitre se découpe en quatre parties : dans la première partie, nous rappelons quelques résultats théoriques généraux concernant les condensats de Bose-Einstein. Les trois autres parties suivent les étapes de production des ondes de matière. Tout d'abord, nous présentons succintement le dispositif expérimental qui nous permet d'obtenir des condensats de Rubidium 87. Puis nous nous intéressons à la réalisation de condensats dans le piège hybride. Enfin dans la dernière partie, nous présentons les deux types d'ondes de matière guidées que nous pouvons créer expérimentalement.

1.1 Généralités sur les condensats de Bose-Einstein

Nous revenons ici sur les principaux résultats théoriques permettant de décrire les condensats de Bose-Einstein. Nous présentons en particulier le régime de Thomas-Fermi, qui correspond au régime dans lequel se trouvent les condensats que nous obtenons expérimentalement. Nous présentons aussi le formalisme "quasi-1D" usuellement utilisé dans les géométries très allongées. Ce formalisme est en particulier bien adapté à la description des ondes de matières guidées que nous réalisons.

1.1.1 Condensation de Bose-Einstein et équation de Gross-Pitaevskii

La condensation de Bose-Einstein [77] correspond à l'accumulation d'un nombre macroscopique de particules de spin entier, les bosons, dans le même état quantique. Qualitativement, elle apparaît lorsque la nature ondulatoire (quantique) des bosons devient prépondérante, soit lorsque leur longueur d'onde de de Broglie thermique λ_{dB} devient de l'ordre ou supérieure à la distance inter-atomique $d \approx n^{1/3}$ où n est la densité du gaz de bosons. Pour un gaz d'atomes, de masse m, à la température T, ce critère d'apparition de la condensation de Bose-Einstein s'écrit :

$$\mathcal{D} = n\lambda_{\mathrm{dB}}^3 \sim 1 \ \text{ avec } \ \lambda_{\mathrm{dB}} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_{\mathrm{B}}T}} \ , \tag{1.1}$$

où $\mathcal{D}$ est la densité dans "l'espace des phases". Plus quantitativement, il est possible de mettre en équation la condensation de Bose-Einstein d'un gaz idéal de bosons [78, 79]. Nous rappelons ici les principaux résultats dans le cas d'un gaz idéal (sans interaction) de N atomes piégés dans un piège harmonique tridimensionnel de courbures $\omega_{x,y,z}$. Nous prenons comme origine des énergies l'énergie du niveau fondamental. A une température T donnée, le nombre moyen d'occupation de l'état quantique i d'énergie E_i s'écrit :

$$f(E_i) = \frac{1}{e^{(E_i-\mu)/k_{\mathrm{B}}T} - 1} \tag{1.2}$$

avec $N = \sum f(E_i)$ et μ le potentiel chimique ($\mu < 0$). Lorsque T tend vers 0, μ tend nécessairement vers 0, sans quoi aucun état n'est peuplé. Lorsqu'on abaisse la température du gaz, les états excités deviennent saturés et un nombre macroscopique d'atomes s'accumule dans l'état fondamental. On montre alors que le critère exact d'apparition de la condensation s'écrit :

$$\mathcal{D} = n(0)\lambda_{\mathrm{dB}}^3 \approx 2.612 \tag{1.3}$$

avec $n(0)$ la densité spatiale au centre du nuage. En d'autres termes, la condensation de Bose-Einstein apparaît en deçà d'une température critique T_c telle que :

$$T_c = 0.94\,\frac{\hbar\overline{\omega}}{k_{\mathrm{B}}}\,N^{1/3} \tag{1.4}$$

où $\overline{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ est la moyenne géométrique des courbures du piège. Pour des températures inférieures à T_c, le nombre macroscopique N_0 d'atomes qui s'accumulent dans l'état fondamental du piège vaut :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3 \tag{1.5}$$

Néanmoins cette description repose sur l'hypothèse que les atomes n'interagissent pas entre eux. Pour décrire réellement le comportement d'un condensat, il est nécessaire de prendre en compte les interactions inter-atomiques, qui sont dues aux collisions entre atomes. Dans le cas d'atomes ultra-froids, celles-ci peuvent être décrites par une diffusion en onde s, caractérisée par la longueur de diffusion a. Dans le cas du Rubidium 87, a est positive, indiquant que les interactions entre atomes sont répulsives ($a = 5.3$ nm). Les gaz d'atomes avec lesquels nous travaillons sont dilués ($na^3 << 1$), il est alors possible de décrire les interactions par un potentiel de champ moyen : $g_{\mathrm{coll}}n$ où $g_{\mathrm{coll}} = 4\pi\hbar^2 a/m$ est la constante de couplage due aux collisions.

L'évolution d'un condensat, composé de N atomes interagissant et soumis à un potentiel extérieur $V(\boldsymbol{r})$ est alors donnée par l'équation de Gross-Pitaevskii dépendante du temps [77] :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\boldsymbol{r},t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\boldsymbol{r}) + g_{\mathrm{coll}}\left|\psi(\boldsymbol{r},t)\right|^2\right]\psi(\boldsymbol{r},t) \tag{1.6}$$

Dans le régime stationnaire (*ie* à l'équilibre), la fonction d'onde du condensat peut être écrite sous la forme :

$$\psi(\boldsymbol{r},t) = \phi_0(\boldsymbol{r})\,e^{-i\mu t/\hbar} \tag{1.7}$$

où $n(\boldsymbol{r},t) = \left|\psi(\boldsymbol{r},t)\right|^2$ est la densité spatiale du condensat et μ son potentiel chimique. $\phi_0(\boldsymbol{r})$ vérifie l'équation de Gross-Pitaevskii indépendante du temps :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\boldsymbol{r}) + g_{\mathrm{coll}}\left|\phi_0(\boldsymbol{r})\right|^2\right]\phi_0(\boldsymbol{r}) = \mu\phi_0(\boldsymbol{r}) \tag{1.8}$$

Dans cette équation, les termes du membre de gauche définissent les différentes énergies mises en jeu, à savoir respectivement l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie d'interaction. Le potentiel chimique μ rend compte, quant à lui, de l'augmentation d'énergie induite par l'ajout d'un atome dans la phase condensée.

1.1.2 Régime de Thomas-Fermi

Dans le cas où le nombre N d'atomes dans le condensat est grand ($N >> 1$), l'énergie cinétique peut devenir très faible devant l'énergie d'interaction. On peut alors la négliger dans l'équation de Gross-Pitaevskii : c'est ce qu'on appelle l'approximation de Thomas-Fermi. Dans ce régime, la fonction d'onde du condensat prend alors la forme suivante :

$$\phi_0(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{\mu - V(\boldsymbol{r})}{g_{\text{coll}}}} \tag{1.9}$$

Expérimentalement, nous travaillons avec des pièges harmoniques de courbure $\omega_{x,y,z}$. Le profil de densité du condensat a une forme de parabole inversée, de rayons caractéristiques :

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}} \quad \text{où} \quad i = x, y, z \tag{1.10}$$

Le potentiel chimique μ est obtenu alors en normalisant la fonction d'onde du condensat au nombre d'atomes N :

$$\mu = \frac{1}{2}(15aN\hbar^2\omega_x\omega_y\omega_z)^{2/5}m^{1/5} \tag{1.11}$$

L'approximation de Thomas-Fermi est valide lorsque $Na >> \sigma_i$ avec $\sigma_i = \sqrt{\hbar/m\omega_i}$ la taille de l'oscillateur harmonique associé dans la direction i. Cette condition de validité peut aussi se réécrire $\mu >> \hbar\omega_i$. En pratique, les condensats que nous réalisons contiennent entre quelques 10^4 et 10^6 atomes. Les pièges que nous utilisons sont anisotropes de fréquences transverses comprises entre 70 et 400 Hz environ et de fréquence longitudinale variant entre 5 et 60 Hz environ. Cela correspond à des potentiels chimiques de quelques centaines de Hertz à quelques kilohertz. Ainsi les condensats que nous réalisons peuvent généralement être décrits dans l'approximation de Thomas-Fermi.

1.1.3 Régime quasi-1D

Nous présentons ici le formalisme usuellement utilisé dans les configurations très allongées [27, 29, 80, 81] et qui est ainsi bien adapté pour décrire les ondes de matières guidées créées sur notre expérience. Considérons une onde de matière se propageant dans un potentiel extérieur anisotrope de courbures transverse $\omega_\perp$ et longitudinale ω_z telles que $\omega_\perp >> \omega_z$. Dans ce cas, il est justifié de supposer que la dynamique transverse suit adiabatiquement l'évolution longitudinale. Cette hypothèse permet d'écrire la fonction d'onde de l'onde de matière guidée sous la forme [80] :

$$\Psi(\boldsymbol{\rho}, z, t) = \psi_\perp(\boldsymbol{\rho}, z, t)\phi(z, t) \tag{1.12}$$

avec les conditions de normalisation suivantes :

$$\int |\psi_\perp|^2 d\boldsymbol{\rho} = 1 \tag{1.13}$$

$$\int |\psi|^2 d\boldsymbol{\rho} = |\phi(z,t)|^2 = n_{1\mathrm{D}}(z,t) \tag{1.14}$$

où $n_{1\mathrm{D}}$ est la densité linéique de l'onde de matière.

L'évolution de l'onde de matière guidée dans le potentiel extérieur $V(\boldsymbol{\rho}, z)$ est donnée par l'équation de Gross-Pitaevskii (Eq.1.6). L'approximation adiabatique permet de supposer que la fonction d'onde transverse $\psi_\perp$ de l'onde de matière varie lentement à la fois selon z et dans le temps, cette deuxième hypothèse imposant de plus que l'onde de matière se propage à faible vitesse. On peut alors montrer [80] que les fonctions $\psi_\perp$ et ϕ sont solutions de deux équations couplées :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_\perp + V_\perp + g_{\mathrm{coll}}\, n_{1\mathrm{D}}(z)\, |\psi_\perp|^2\right] \psi_\perp = \tilde{\mu}(z)\, \psi_\perp, \tag{1.15}$$

$$i\hbar\frac{\partial\phi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + (V_\parallel(z) + \tilde{\mu}(z))\right]\phi \tag{1.16}$$

où $\Delta_\perp$ porte uniquement sur les directions transverses et $V_\perp(\boldsymbol{\rho}, z)$ est le potentiel transverse. $V_\parallel(z) = \int V(\boldsymbol{r})|\psi_\perp|^2 d\boldsymbol{\rho}$ est le potentiel 1D effectif ressenti par l'onde de matière : il correspond au potentiel moyenné sur les directions transverses.

Enfin $\tilde{\mu}$ est le potentiel chimique effectif local de l'onde de matière [80, 81]. Il caractérise à la fois la dynamique transverse de l'onde de matière et son énergie d'interaction et s'écrit sous la forme :

$$\tilde{\mu}(z) = \int \left(\frac{\hbar^2}{2m}\left|\nabla_\perp \Psi_\perp\right|^2 + V_\perp \left|\Psi_\perp\right|^2 + g_{\mathrm{coll}} n_{1\mathrm{D}} \left|\Psi_\perp\right|^4\right) d\boldsymbol{\rho} \tag{1.17}$$

où les deux premiers termes correspondent respectivement à l'énergie cinétique et potentielle dans les directions tranverses. Le dernier terme quant à lui décrit les interactions à l'intérieur de l'onde de matière et dépend de la densité linéique de l'onde de matière $n_{1\mathrm{D}}$.

Dans le cas d'un potentiel transverse harmonique, le potentiel effectif s'écrit de manière simple dans les deux cas limites : interactions faibles et fortes. Le cas des fortes interactions correspond au régime de Thomas-Fermi pour lequel $an_{1\mathrm{D}} >> 1$, le potentiel chimique effectif s'écrit $\tilde{\mu} = 2\hbar\omega_\perp\sqrt{an_{1\mathrm{D}}}$. Dans le cas d'interactions faibles ($an_{1\mathrm{D}} << 1$), le potentiel chimique s'écrit $\tilde{\mu} = \hbar\omega_\perp(1 + 2an_{1\mathrm{D}})$. En pratique les ondes de matière que nous réalisons expérimentalement se trouvent dans le régime de faibles interactions.

1.2 Dispositif expérimental

Nous présentons dans cette partie le dispositif expérimental (Fig. 1.1) nous permettant d'obtenir un condensat de Bose-Einstein de Rubidium 87. Ce dispositif a été décrit en détails dans les thèses de M. Fauquembergue [74], J.-F. Riou [75] et W. Guerin [76]. Nous revenons ici très brièvement sur les étapes nécessaires pour atteindre la condensation ainsi que sur les principaux éléments du dispositif expérimental. En particulier, nous présentons le piège magnétique dans lequel est créé le condensat ainsi que notre système d'imagerie.

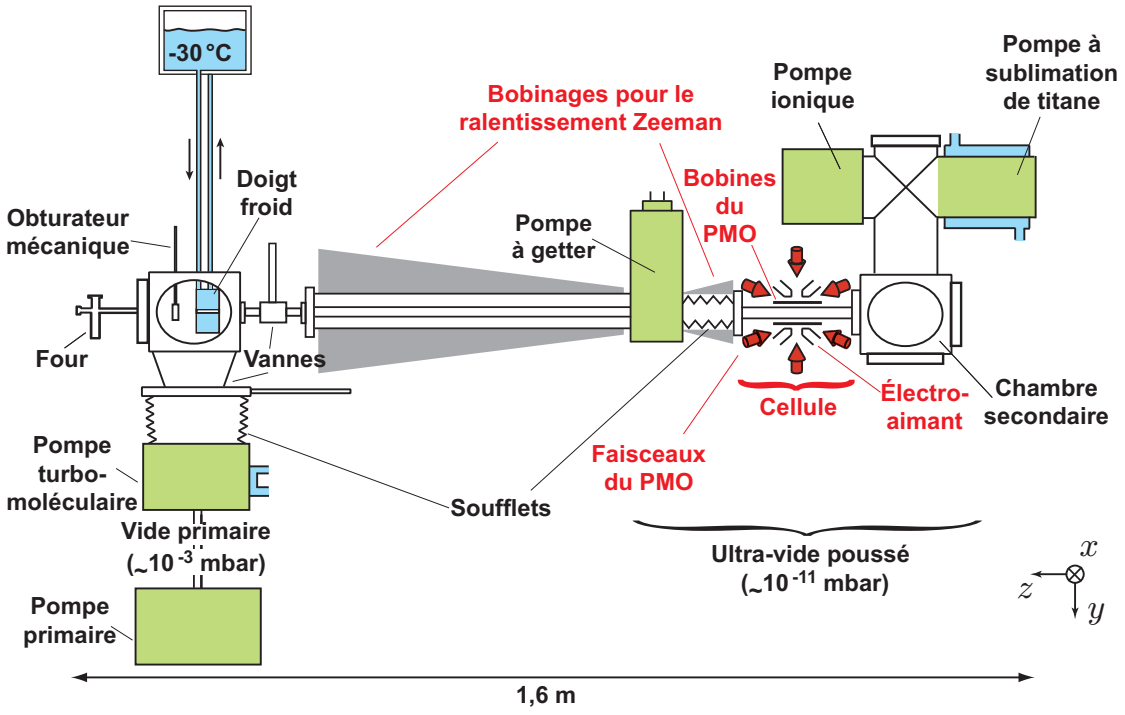


FIG. 1.1: Dispositif expérimental : nous travaillons sous un vide de bonne qualité (quelques 10^{-11} mbars dans la cellule en verre où est obtenu le condensat) pour éviter au maximum les collisions entre les nuages d'atomes et le gaz résiduel pendant la durée d'un cycle expérimental ($\sim$ 1 min). Ce dernier commence par le ralentissement, *via* le "ralentisseur Zeeman", d'un jet d'atomes de Rubidium 87, extrait du four à 120 °C. A la sortie du ralentisseur, les atomes ont une vitesse suffisamment faible pour être capturés dans le piège magnéto-optique. Ils sont alors transférés dans un piège purement magnétique, dans lequel est obtenu un condensat de Bose-Einstein (contenant environ 10^6 atomes) après évaporation radio-fréquence.

1.2.1 Etapes vers la condensation

La production d'un condensat de Bose-Einstein nécessite de créer un nuage d'atomes à très basse température et de densité suffisamment élevée pour que la densité dans l'espace des phases $n\lambda_{\mathrm{dB}}^3$ soit de l'ordre de 1. La densité dans l'espace des phases initiale étant de l'ordre de 10^{15} environ, l'obtention d'un condensat nécessite donc un certain nombre d'étapes successives, présentées figure 1.2. On distingue trois grandes étapes : refroidissement laser, puis transfert dans un piège, magnétique dans notre cas, et enfin refroidissement évaporatif.

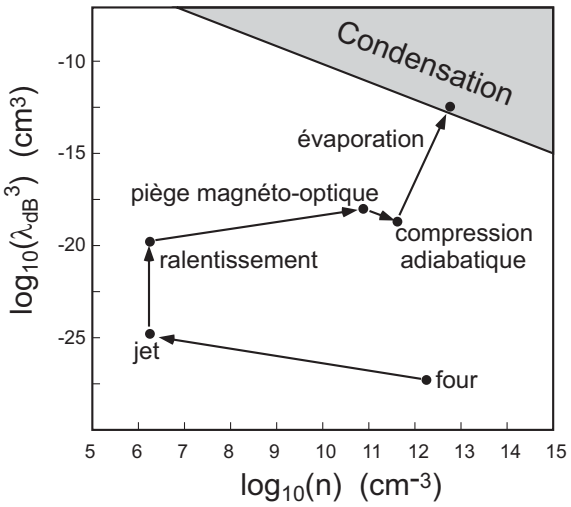


Fig. 1.2: Chemin dans l'espace des phases vers la condensation

Expérimentalement, notre point de départ est un jet d'atomes extrait d'une vapeur de Rubidium chauffée dans un four à 120 °C. Ce faisceau atomique subit plusieurs étapes de refroidissement laser, pour lesquelles nous utilisons des faisceaux lasers désaccordés dans le rouge de la transition fermée[1] $|F=2\rangle \rightarrow |F'=3\rangle$ ($\lambda = 780$ nm) du Rubidium 87 :

- **Ralentissement Zeeman** [82]. A l'aide d'un faisceau laser contra-propageant, on diminue la vitesse des atomes jusqu'à 20 m/s environ pour permettre leur capture dans le piège magnéto-optique.
- **Piège magnéto-optique** (PMO) [83]. Il est constitué de trois paires de faisceaux lasers contra-propageants (piège + repompeur) et d'un gradient magnétique obtenu à partir de deux circuits imprimés tenant lieu de bobines et permet de piéger et refroidir les atomes. Après une vingtaine de secondes de chargement,

[1] L'écart entre les niveaux $|F'=2\rangle$ et $|F'=3\rangle$ étant faible, les atomes ont une probabilité non négligeable de se désexciter vers $|F=1\rangle$ et d'être "perdus" pour le refroidissement. On superpose donc à chaque faisceau piège un faisceau repompeur, accordé sur la transition $|F=1\rangle \rightarrow |F'=2\rangle$.

nous piégeons dans le PMO environ 10^9 atomes à une température de 500 μK environ.
- **"Dark Spot"** [84] : cette étape consiste à ne pas repomper les atomes au centre du piège (en imageant un point noir au centre des faisceaux repompeurs) pour éviter les phénomènes de diffusion multiple et ainsi augmenter la densité spatiale du nuage.
- **Mélasse optique** [85]. En augmentant le désaccord des faisceaux pièges et en coupant le champ magnétique, on abaisse la température du nuage atomique jusqu'à 50 μK environ, au prix d'une diminution faible de la densité du nuage.

A l'issue de ces différentes étapes, le nuage atomique contient environ $6\,10^8$ atomes à une température de 50 μK environ. Nous transférons alors ce nuage dans un piège purement magnétique, dans lequel est réalisée l'évaporation radiofréquence permettant d'atteindre la condensation. Nous présentons les particularités et les caractéristiques de notre piège magnétique dans la partie suivante.

1.2.2 Piège magnétique

Le piégeage magnétique d'atomes neutres [86] repose sur l'interaction entre leur moment magnétique et un champ magnétique statique. Celle-ci est décrite par un potentiel $g_F m_F \mu_B \left|\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})\right|$ avec m_F l'état hyperfin considéré et g_F le facteur de Landé correspondant. Seuls les atomes tels que $g_F m_F > 0$ peuvent être piégés magnétiquement dans un minimum de champ $|\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})|$. Expérimentalement, nous piégeons les atomes dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ pour lequel $g_F = -1/2$. Le tranfert du nuage atomique dans le piège magnétique induit ainsi une perte de 2/3 des atomes.

Le piège magnétique que nous utilisons est un piège de type Ioffe-Pritchard qui combine un champ quadrupolaire assurant le confinement radial du piège (plan yOz) *via* un gradient b' de champ et un champ dipolaire orienté dans la direction x. Celui-ci crée un biais magnétique B_0 non nul et une courbure b'' dans la direction privilégiée x. Le module du champ magnétique ainsi créé s'écrit :

$$|\boldsymbol{B}(x,y,z)| = \sqrt{\left(B_0 + \frac{b''x^2}{2}\right)^2 + \left(b'^2 - \frac{b''B_0}{2}\right)(y^2+z^2)} \tag{1.18}$$

Autour du centre du piège, le potentiel magnétique V associé est bien approximé par le potentiel harmonique suivant :

$$V = V_0 + \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \tag{1.19}$$

$$\omega_x = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m} b''} \;\text{ et }\; \omega_{y,z} \approx \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m}\frac{b'^2}{B_0}} \tag{1.20}$$

La spécificité du groupe d'Optique Atomique est l'utilisation de matériaux ferromagnétiques pour réaliser les pièges magnétiques [87, 88]. Plus particulièrement sur notre dispositif expérimental (Fig. 1.3), le champ quadrupolaire est obtenu à partir de quatre pôles ferromagnétiques qui guident et concentrent le champ magnétique obtenu à partir de deux bobines [74,88]. Ces pôles permettent ainsi de créer un gradient de champ important pour un courant d'alimentation des bobines peu élevé : typiquement $b' = 830$ G/cm pour un courant saturant de 60 A. Ils permettent aussi d'éloigner les bobines quadrupolaires de la cellule à vide, facilitant ainsi leur refroidissement. Cependant ils introduisent des champs rémanents que nous compensons en ajoutant deux bobines supplémentaires de même géométrie que les bobines quadrupolaires. Le champ dipolaire est quant-à-lui créé à l'aide de deux bobines d'axe x parcourues par un courant de 15 A (Fig. 1.3).

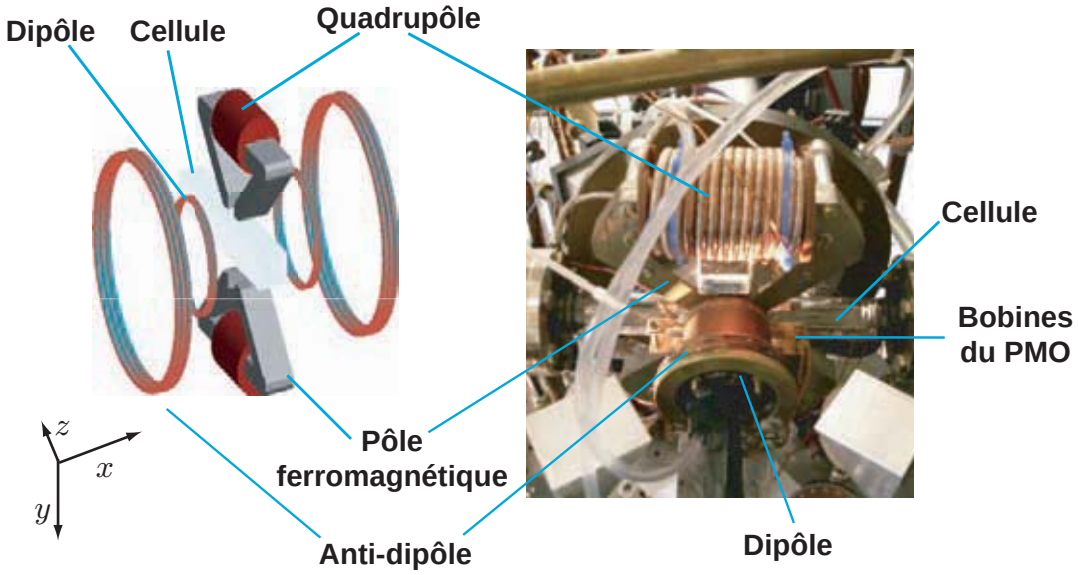


Fig. 1.3: Schéma et photo *in situ* de l'électroaimant.

En pratique, nous commençons par transférer le nuage d'atomes obtenu à l'issue de la mélasse optique dans un piège magnétique peu confinant, de manière à adapter sa taille à celle du nuage atomique. Puis nous comprimons le piège pour augmenter le taux de collisions dans le nuage atomique de manière à favoriser le refroidissement évaporatif. La compression est obtenue d'une part en augmentant le courant dans le quadrupôle et d'autre part en diminuant le biais magnétique. Dans ce but, nous créons un champ anti-dipolaire, en ajoutant deux bobines supplémentaires parcourues par un courant de sens opposé à celui du dipôle. Le

piège ainsi obtenu est caractérisé par les valeurs expérimentales suivantes :

$$b' = 830\,\mathrm{G/cm}\ ,\ b'' = 82\,\mathrm{G/cm^2}\ \text{ et }\ B_0 = 7.1\,\mathrm{G} \tag{1.21}$$

qui correspondent à des fréquences de piégeage longitudinale $\omega_x/2\pi = 8.2$ Hz et transverse $\omega_{y,z}/2\pi = 280$ Hz.

Nous obtenons alors un condensat de Bose-Einstein dans le piège magnétique après une étape de refroidissement évaporatif [89, 90] : celle-ci consiste à retirer du nuage les atomes les plus chauds, les atomes restants se rethermalisant alors à une température plus faible. Pour ce faire, on tronque le piège magnétique à l'aide d'un champ radio-fréquence[2] qui induit une transition entre l'état piégeant magnétiquement $|F = 1, m_F = -1\rangle$ dans lequel se trouve le nuage atomique et l'état $|F = 1, m_F = 1\rangle$, anti-piégeant magnétiquement. On élimine ainsi les atomes situés sur la ligne équipotentielle magnétique définie par la condition de résonance. La condensation est alors atteinte en diminuant progressivement la fréquence du champ rf. Typiquement après une rampe d'évaporation de 27s, nous obtenons des condensats de Bose-Einstein purs contenant environ 10^6 atomes.

1.2.3 Imagerie absorption-fluorescence et analyse des images

La caractérisation des nuages d'atomes se fait en imageant directement le nuage d'atomes obtenu à l'issue de chaque cycle expérimental. Expérimentalement nous avons utilisé deux types d'imagerie[3] : par absorption et par fluorescence. Nous présentons ici ces deux techniques. Puis nous évaluons les performances (en terme de bruit) de notre système d'imagerie pour chaque technique et les comparons. Nous verrons en particulier que l'utilisation d'une caméra amplifiée (de type EMCCD[4]), nous permet de détecter de très faibles densités atomiques. Enfin nous détaillons comment les caractéristiques des condensats sont déduites des images.

1.2.3.1 Principe de l'imagerie

Le principe est d'illuminer le nuage d'atomes avec un faisceau laser à résonance avec la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ (ou proche de résonance) pendant un temps court : 50 μs en pratique. Nous imageons alors le nuage atomique sur une caméra (CCD ou EMCCD) *via* un système de transport d'image, comme présenté figure 1.4. L'image obtenue avec la caméra est directement reliée à la densité du nuage atomique intégrée suivant l'axe du système d'imagerie (x) :

$$n_{2\mathrm{D}}(y, z) = \int n(x, y, z)dx \tag{1.22}$$

[2] On parle de couteau radio-fréquence.

[3] Il existe d'autres méthodes d'imagerie [6], comme par exemple le contraste de phase

[4] *Electron-Multiplying Charge-Coupled-Device*

Système d'imagerie

Il se compose d'un système optique de transport d'image et de la caméra (Fig. 1.4). Le système de transport d'image est constitué de deux objectifs Clairaut, de focale $f' = 120$ mm, utilisés en configuration $f' - 2f' - f'$. L'avantage de cette configuration afocale est d'assurer un grandissement égal à 1 même si le nuage atomique n'est pas exactement placé au foyer objet du premier objectif. Ce système optique a une ouverture numérique $ON = 0.15$, limitée par le diamètre interne des bobines qui créent le champ magnétique dipolaire. Cette ouverture numérique correspond à une résolution spatiale théorique de 3 μm. Nous reviendrons ultérieurement sur ce point. Notons néanmoins ici que si les objectifs Clairaut sont corrigés de l'aberration sphérique, ils présentent des aberrations de champ (coma, astigmatisme) et de l'aberration chromatique[5].

La caméra que nous utilisons est une caméra amplifiée EMCCD (modèle C9102 de Hamamatsu) permettant de détecter de très faibles flux. Celle-ci est constituée d'une matrice de 1000×1000 pixels carrés de côté 8 μm et d'efficacité quantique 0.45 à 780 nm. Le signal détecté par chaque pixel de la caméra est amplifié avant lecture, le gain pouvant être choisi entre 6 et 2000.

Ce système d'imagerie (transport d'image et caméra) est le même pour les deux techniques d'imagerie que nous utilisons : en absorption et en fluorescence. Les différences entre ces deux techniques reposent sur l'éclairement du nuage atomique et le signal détecté.

Imagerie par absorption

Cette technique consiste à illuminer le nuage d'atomes avec un faisceau laser collimaté (appelé faisceau sonde) se propageant suivant l'axe x et d'imager ce faisceau après traversée du nuage atomique à l'aide du système d'imagerie (Fig. 1.4a). En comparant l'image obtenue avec une image de référence, pour laquelle il n'y a pas d'atomes, on mesure l'absorption du nuage atomique. Celle-ci dépend directement de la densité colonne $n_{2\mathrm{D}}(y, z)$[6].

[5]Pour les études de transport d'ondes de matière à travers des obstacles lumineux, il est nécessaire de quantifier l'aberration chromatique du système de transport d'image. Les obstacles que nous utilisons sont obtenus à partir de faisceaux laser à 514 et 405 nm. Nous avons mesuré cette aberration en éclairant à l'aide de deux sources laser différentes (laser He-Ne à 833 nm et laser à 405 nm) un diaphragme de quelques microns de diamètre et en déterminant les positions de ses images à travers le système optique. Nous trouvons que celles-ci sont espacées de 1.4 ± 0.1 mm, l'image du faisceau bleu étant plus proche du système optique que l'image du faisceau rouge. Cela signifie que pour imager l'obstacle lumineux réellement "vu" par l'onde de matière, il est nécessaire de rapprocher la caméra de 1.4 mm environ par rapport à la position d'observation du nuage atomique.

[6]Notons ici qu'il s'agit de la densité dans le plan image.

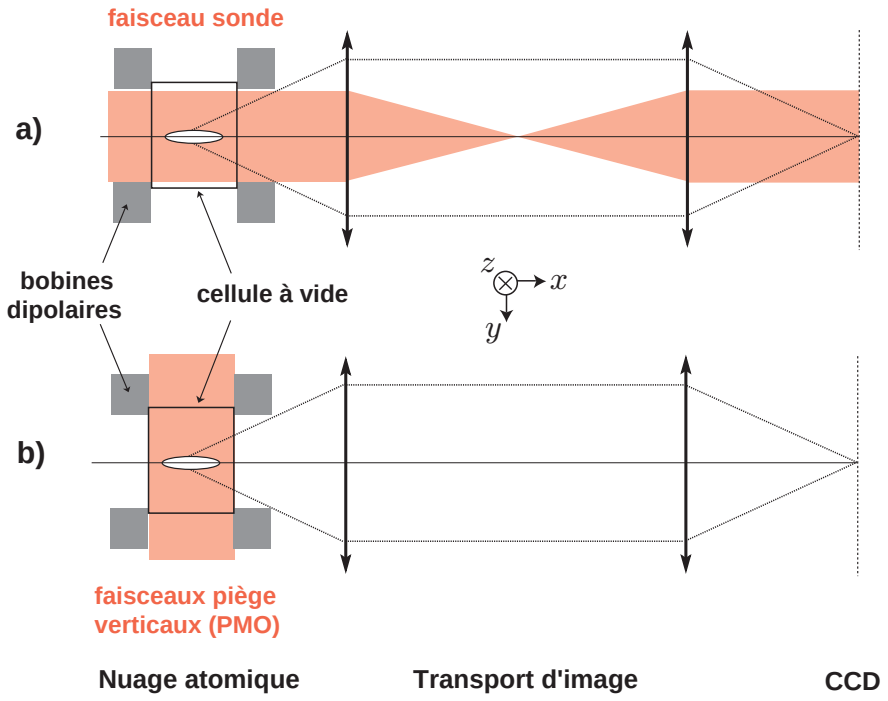


FIG. 1.4: Système d'imagerie : le nuage d'atomes est imagé sur la caméra *via* un système de transport d'image. a) Imagerie par absorption : l'absorption par le nuage atomique d'un faisceau laser à résonance (faisceau sonde) est mesurée. b) Imagerie par fluorescence : nous éclairons le nuage atomique avec les faisceaux piège verticaux du PMO (ramenés à résonance) et détectons sa fluorescence.

Considérons le cas d'un faisceau sonde d'intensité $I_0(y,z)$ faible devant l'intensité de saturation du Rubidium $I_{\text{sat}} = 1.67$ mW/cm^2. L'intensité $I_{\text{out}}(y,z)$ du faisceau sonde après traversée du nuage atomique est alors donnée par la loi de Beer-Lambert :

$$I_{\text{out}}(y,z) = I_0(y,z)\, e^{-\sigma(\delta)\, n_{2\text{D}}(y,z)} \tag{1.23}$$

où $\sigma(\delta)$ est la section efficace d'absorption qui dépend du désaccord δ par rapport à la transition $|F=2\rangle \rightarrow |F'=3\rangle$ de largeur Γ :

$$\sigma(\delta) = \frac{\sigma_0}{1+4\delta^2/\Gamma^2}\,\frac{1}{1+s(\delta)} \quad \text{avec} \quad \sigma_0 = \mathcal{C} \times \frac{3\lambda^2}{2\pi} \tag{1.24}$$

σ_0 est la section efficace à résonance. Le coefficient $\mathcal{C}$ tient compte de la structure multi-niveaux de l'atome et dépend de la polarisation des atomes : on l'évalue à 7/15 en supposant que les atomes n'ont pas de polarisation privilégiée [75]. $s(\delta)$

est le paramètre de saturation :

$$s(\delta) = \frac{s_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \quad \text{avec} \quad s_0 = \frac{I_0}{I_{\text{sat}}} \tag{1.25}$$

Afin d'avoir un signal indépendant de l'intensité incidente, il est important de se placer dans le régime de faible saturation. En pratique l'intensité de la sonde I_0 vaut environ 100 μW/cm^2 et correspond à $s_0 \simeq 0.06 \ll 1$. La densité colonne $n_{2\text{D}}(y, z)$ est mesurée expérimentalement en prenant deux images espacées de quelques dizaines de millisecondes : la première est prise en présence du nuage atomique, la deuxième, prise en l'absence d'atomes, sert de référence. A résonance ($\delta = 0$), la densité colonne correspondante est ainsi calculée par division des deux images :

$$n_{2\text{D}}(y, z) = \frac{1}{\sigma_0} \ln \left(\frac{I_{\text{ref}}(y, z)}{I_{\text{at}}(y, z)} \right) \tag{1.26}$$

Imagerie par fluorescence

Dans ce cas, le nuage atomique est illuminé par un faisceau laser se propageant dans une direction perpendiculaire à l'axe optique du système d'imagerie (Fig. 1.4). On détecte alors la lumière diffusée par le nuage atomique. Expérimentalement, nous utilisons les faisceaux pièges verticaux du PMO (ramenés à résonance) pour éclairer le nuage atomique. Chacun des faisceaux pièges verticaux à une intensité d'environ 2 mW/cm^2, supérieure à I_{sat}. Ainsi la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ est saturée, ce qui rend le signal de fluorescence moins dépendant de l'intensité des faisceaux. Néanmoins, la probabilité que des atomes se désexcitent vers l'état $|F = 1\rangle$ pendant la prise d'image est non négligeable. Nous allumons donc les faisceaux repompeurs verticaux pendant le pulse d'imagerie. D'autre part, nous utilisons des faisceaux contra-propageants de manière à limiter le déplacement des atomes par diffusion résonante de photons pendant la prise d'image.

Dans le cas où la densité atomique est suffisamment faible pour pouvoir négliger les phénomènes de diffusion multiple à l'intérieur du nuage[7] (et en supposant

[7]Notons que les deux méthodes d'imagerie deviennent moins fiables lorsque les nuages que nous observons deviennent trop denses optiquement, comme c'est le cas des condensats. En fluorescence en particulier, les photons émis par les atomes peuvent subir des diffusions multiples : un photon diffusé par un atome du nuage peut ainsi être absorbé immédiatement par un autre atome du nuage. Il en résulte que la caméra détecte alors moins de photons qu'elle ne devrait, ce qui fausse la mesure du nombre d'atomes. En revanche l'imagerie par absorption étant sensible au nombre de "photons perdus", cet effet doit être moins gênant. On peut toutefois être amené à diminuer la densité optique effective du nuage atomique en désaccordant les faisceaux sonde ou PMO ; dans ce cas les effets d'indices deviennent gênants [6].

que les faisceaux qui illuminent le nuage atomique ont une intensité uniforme) l'intensité $I_{\text{out}}(y,z)$ reçue par la caméra est telle que :

$$I_{\text{out}}(y,z) = \frac{\Omega}{4\pi}\frac{s}{2(1+s)}\Gamma\,\hbar\omega_0\,n_{2\text{D}}(y,z) \tag{1.27}$$

où $\omega_0/2\pi$ est la fréquence de la transition D2 du Rubidium 87 ($\lambda = 780$ nm). Le paramètre de saturation à résonance vaut ici $s_0 = I_{\text{tot}}/I_{\text{sat}}$ où I_{tot} tient compte de l'intensité totale des deux faisceaux. $\Omega/4\pi$ est l'efficacité de collection du système de transport d'image, l'angle solide Ω étant relié à l'ouverture numérique $ON = \sin\theta \sim 0.12$ du système optique :

$$\frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2}\,(1-\cos\theta) \approx \frac{ON^2}{4} \approx 4\;10^{-3} \tag{1.28}$$

Il est ainsi possible de mesurer la densité colonne $n_{2\text{D}}(y,z)$ en prenant une seule image du nuage atomique.

1.2.3.2 Performances et comparaison

Nous déterminons et comparons ici les performances de notre système d'imagerie, en absorption et en fluorescence, en terme de résolution spatiale et de bruit. Insistons ici sur le fait que nous nous intéresserons plus particulièrement aux seuils de détection respectifs des deux méthodes. Nous ne considérerons donc que des faibles densités atomiques pour lesquelles le signal de fluorescence est bien donné par la formule (1.27)

Comparaison pour un système idéal

Commençons tout d'abord par comparer les rapports signaux à bruits ($(s/b)_{\text{abs}}$ et $(s/b)_{\text{fluo}}$) des deux méthodes d'imagerie dans le cas idéal où le bruit est uniquement donné par le bruit de grenaille (*shot noise*) des photons au niveau du détecteur (ici une caméra EMCCD). Dans le cas d'une absorption faible $\alpha = \sigma_0 n_{2\text{D}} \ll 1$, le signal correspond au nombre de photons diffusés $\Delta N_{\text{ph}}^{\text{abs}} = \alpha N_{\text{inc}}$ où N_{inc} est le nombre de photons incidents. Le rapport signal à bruit vaut donc idéalement $(s/b)_{\text{abs}} = \alpha\sqrt{N_{\text{inc}}} = \sqrt{\alpha\;\Delta N_{\text{ph}}^{\text{abs}}}$. Dans le cas de la fluorescence, le signal est donné par le nombre de photons diffusés et collectés dans l'angle solide relatif, soit $\Omega/4\pi.\Delta N_{\text{ph}}^{\text{fluo}}$. Le rapport signal à bruit correspondant vaut $(s/b)_{\text{fluo}} = \sqrt{\Omega/4\pi\;\Delta N_{\text{ph}}^{\text{fluo}}}$. On en déduit alors le rapport entre ces deux méthodes :

$$\frac{(s/b)_{\text{fluo}}}{(s/b)_{\text{abs}}} = \sqrt{\frac{\Omega}{4\pi\alpha}}\sqrt{\frac{\Delta N_{\text{ph}}^{\text{fluo}}}{\Delta N_{\text{ph}}^{\text{abs}}}} \tag{1.29}$$

Pour conclure, il nous faut estimer le rapport des photons diffusés suivant les deux méthodes. Celui n'étant pas *a priori* déterminé, il nous faut introduire une hypothèse supplémentaire. Une première approche raisonnable consiste à considérer des temps d'imagerie identiques $t_{\text{abs}} = t_{\text{fluo}}$. En utilisant la relation $\Delta N_{\text{ph}} = \Pi_e\, \Gamma t$, où $\Pi_e = s/2(1+s)$ est la population de l'état excité, on obtient dans ce cas :

$$\Big(\frac{(s/b)_{\text{fluo}}}{(s/b)_{\text{abs}}}\Big)_{t_{\text{abs}}=t_{\text{fluo}}} = \sqrt{\frac{\Omega}{4\pi\alpha}}\sqrt{\frac{1}{s_{\text{abs}}}} \tag{1.30}$$

où nous avons supposé $s_{\text{fluo}} \gg 1$ (fluorescence saturée) et $s_{\text{abs}} \ll 1$ (absorption linéaire). Cette expression montre que la fluorescence devient plus sensible que l'absorption lorsque celle-ci diminue. Toutefois, ce n'est qu'une indication car rien n'oblige à choisir des temps identiques pour ces deux méthodes.

De fait, une comparaison plus objective consiste à prendre des temps d'exposition correspondant à une même résolution spatiale. Là aussi, on se place dans un cas idéal où celle-ci est limitée par la marche aléatoire des atomes due à la diffusion de photons. On peut alors estimer la taille rms du nuage après un temps d'exposition t par [91] :

$$\Delta r \sim \frac{\hbar k}{m}\sqrt{\Pi_e \Gamma}\, t^{3/2} \tag{1.31}$$

Le temps d'exposition doit donc être plus court en fluorescence qu'en absorption ($t_{\text{fluo}}/t_{\text{abs}} \sim s_{\text{abs}}^{1/3}$). Ceci conduit à un nouveau rapport des performances entre les deux méthodes :

$$\Big(\frac{(s/b)_{\text{fluo}}}{(s/b)_{\text{abs}}}\Big)_{\Delta r_{\text{abs}}=\Delta r_{\text{fluo}}} = \sqrt{\frac{\Omega}{4\pi\alpha}}\Big(\frac{1}{s_{\text{abs}}}\Big)^{1/3} \tag{1.32}$$

Celui-ci est naturellement diminué par rapport à l'expression (1.30), puisque le temps d'exposition doit être plus court en fluorescence qu'en absorption. Cependant la conclusion n'est en rien modifiée : la fluorescence reste plus sensible pour de faibles absorptions, typiquement pour $\alpha \leq \Omega/4\pi$.

Rappelons ici que ces considérations sont valables dans le cas idéal et ne donnent ici qu'une tendance générale. En pratique la sensibilité des systèmes d'imagerie est limitée par des bruits techniques sur notre expérience. De plus nous constatons que l'évolution de la résolution spatiale en fonction du temps d'imagerie se comporte différemment pour l'absorption et la fluorescence, la loi (1.31) n'étant pas forcément vérifiée (même en incluant la résolution du système optique). Nous allons maintenant présenter plus en détail ces deux caractéristiques essentielles.

Résolution spatiale

Comme nous l'avons expliqué ci-dessus, la résolution dépend du mouvement des atomes par diffusion de photons pendant le temps d'illumination t du nuage atomique mais aussi et surtout de la résolution du système de détection.

La résolution du système optique, identique pour les deux types d'imagerie, est donnée théoriquement par l'ouverture numérique ($ON = 0.15$) et vaut environ 3 μm (rayon de la tâche d'Airy). Néanmoins nous mesurons expérimentalement une résolution supérieure de 8 μm. Ceci s'explique par la présence d'aberrations résiduelles sur le système optique total, bien que chacun des objectifs (Clairauts) en soit en principe corrigé. Cette résolution est mesurée[8] en déterminant, par absorption, la taille transverse d'un nuage d'atomes très froids allongé dans le piège optique [76]. Nous vérifions que la diffusion des atomes est bien négligeable ici : la résolution de 8 μm reste stationnaire lorsque l'on diminue le temps d'exposition en dessous de 50 μs.

En répétant la même procédure de calibration du système optique pour la fluorescence, nous trouvons cependant une nette différence : la résolution minimale observée est alors de 15 μm. Nous avons essayé de réduire cette taille au maximum en jouant sur la puissance des faisceaux (pièges et repompeur) ainsi que sur le temps d'exposition mais sans succès. Cet effet reste donc jusqu'à présent incompris. Comme annoncé précédemment, nous avons finalement choisi un temps de 50 μs, identique à celui utilisé pour l'absorption. Celui-ci correspond au temps maximal pour lequel la diffusion des atomes ne dégrade pas la résolution.

Seuil de détection minimal des systèmes d'imagerie

Du fait des différences de résolution spatiale, la comparaison précise des techniques d'imagerie par absorption ou fluorescence suivant la formule (1.32) n'est déjà plus valide. De plus, il faut tenir compte d'un effet nettement plus important : la présence de bruit technique. Nous allons donc comparer ici les deux méthodes en déterminant les densités atomiques minimales détectables.

Considérons tout d'abord l'imagerie par absorption. Dans le cas d'un nuage atomique d'absorption faible ($\alpha = \sigma n_{2\mathrm{D}} << 1$), la densité spatiale minimale que l'on peut mesurer avec la caméra est directement donnée par les fluctuations d'intensité I du faisceau sonde :

$$n_{2\mathrm{D}}^{min} = \frac{1}{\sigma(0)} \frac{\Delta I}{I} \tag{1.33}$$

Expérimentalement, nous avons mesuré des fluctuations d'intensité de 5% environ, ce qui correspond à une densité minimale d'environ 0.4 at/μm^2. De plus

[8] Pour ce type de mesure nous utilisons un objectif de microscope $\times 4$ et d'ouverture numérique $ON = 0.15$. La taille du pixel effectif est ainsi de 2 μm et ne gêne pas la mesure.

l'imagerie en absorption est dégradée par les vibrations mécaniques de la cellule à vide qui induisent des fluctuations des systèmes de franges parasites observées sur le faisceau sonde. Ces instabilités induisent un bruit supplémentaire sur l'image finale *via* la division d'images. Nous voyons ainsi apparaître des stuctures de type franges ou anneaux sur nos images expérimentales figure 1.5a.

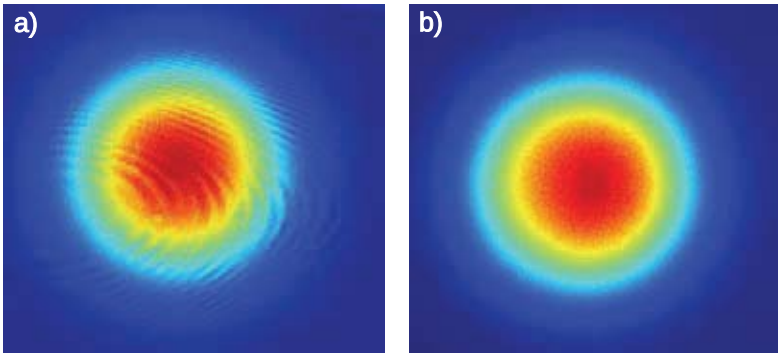


FIG. 1.5: Comparaison de deux images de nuages atomiques (contenant 2×10^8 atomes dans le piège magnétique avant évaporation) prises en absorption (a) et en fluorescence (b) après un temps de vol $t_v = 7$ ms.

Dans le cas de l'imagerie par fluorescence, l'utilisation d'une caméra amplifiée EMCCD va nous permettre de détecter des densités atomiques très faibles. La densité minimale est directement reliée au nombre minimal de photons qui peuvent être détectés au niveau de la caméra. Le fait de pouvoir amplifier, avec un gain G, le signal électronique généré sur chaque pixel, va permettre de multiplier, de manière effective, le nombre de photons incidents [9]. En contrepartie le bruit de la caméra va aussi augmenter et nous devons étudier ces deux aspects. Considérons pour cela un pixel donné. Le nombre de photons effectifs (pour un gain G) détectés est proportionnel au nombre d'atomes N_{at} :

$$N_{ph}^{\text{eff}} = G\,\frac{\Omega}{4\pi}\,N_{1\,at}^{ph}N_{at} \tag{1.34}$$

où $N_{1\text{at}}^{ph} = (1/2)\Gamma t \sim 100$ ph/at est le nombre de photons diffusés par atome.

En l'absence de fond lumineux parasite, le bruit technique de la caméra provient de différentes sources incontournables : le bruit d'obscurité de la caméra avant amplification et le bruit de lecture. Ce dernier ($\Delta N_{\text{lect}} \sim 20$ ph) est le seul qui ne soit pas amplifié par le gain de la caméra, celui-ci va donc devenir

[9] On raisonnera par la suite en terme de photons effectifs. La conversion photons - électrons se fait directement en utilisant l'efficacité quantique $\eta = 45\%$.

complètement négligeable. Lorsque la caméra est utilisée à fort gain, le bruit est finalement limité par le bruit d'obscurité ($\Delta N_{\text{dark}} \sim 0.6$ ph) qui est très faible car la caméra est refroidie à -50°C :

$$\Delta N_{ph}^{eff} = \sqrt{\Delta N_{\text{lect}}^2 + 2G^2\ \Delta N_{\text{dark}}^2} \approx \sqrt{2} G \Delta N_{dark} \tag{1.35}$$

Ici le facteur $\sqrt{2}$ correspond au bruit quantique du bruit d'amplification. Au final les expressions (1.34) et (1.35) montrent qu'il est possible de détecter environ 2 atomes par pixel (avec un rapport signal à bruit égal à 1). Cela correspond à une densité minimale mesurable très faible de 0.03 at/μm^2. Notons toutefois que cette dernière correspond à la densité observable dans le plan image. Etant donné la résolution spatiale de 15 μm (soit environ 2 pixels) du système d'imagerie par fluorescence, on en déduit que la densité réellement observable vaut environ 0.1 at/μm^2. Celle-ci est très inférieure à la densité minimale détectable en absorption. Comme l'indiquait la comparaison "idéale" effectuée précédemment, il est donc beaucoup plus avantageux d'utiliser l'imagerie en fluorescence pour détecter des petits nombres d'atomes. Insistons une dernière fois ici sur le fait que ceci est rendu possible par l'utilisation d'une caméra amplifiée.

En pratique nous avons diminué au maximum le bruit de fond dû à la lumière parasite de manière à atteindre une sensibilité proche de la valeur théorique estimée ci-dessus. En particulier nous verrons dans le chapitre consacré à la localisation d'Anderson que cette très bonne sensibilité nous a permis de détecter des densités linéiques très faibles (de l'ordre de 1 at/μm), et donc de pouvoir observer précisément la décroissance exponentielle des profils.

En conclusion, il est également important de remarquer que, du fait que la lumière émise par fluorescence est incohérente spatialement, les images obtenues ne présentent ni franges ni anneaux (voir figure 1.5b). Cela constitue encore un avantage supplémentaire pour utiliser la technique d'imagerie par fluorescence sur des nuages atomiques peu denses.

Choix du système d'imagerie

En conclusion, nous avons utilisé l'imagerie par fluorescence pour imager la propagation des ondes de matière guidées (condensat en expansion ou laser à atomes) où la densité atomique est naturellement faible (quelques dizaines d'atomes par micron). L'imagerie par absorption, implémentée auparavant sur notre expérience, a, quant-à-elle, été essentiellement utilisée pour calibrer au mieux notre imagerie par fluorescence[10]. Néanmoins, ceci présuppose que l'ima-

[10]Pour cette calibration, nous avons comparé des images en absorption et des images prises en fluorescence en faisant varier différents paramètres : gain de la caméra et temps d'illumination de la caméra. Pour une calibration plus précise, nous avons aussi comparé des images de nuages d'atomes de densités optiques différentes : nuages thermiques, condensats contenant un nombre variable d'atomes (entre 10^5 et 10^6).

gerie par absorption ait été calibrée au préalable. En particulier, compte tenu de la structure multi-niveaux du Rubidium, il est difficile de déterminer exactement sa section efficace d'absorption, *i.e.* la valeur précise du paramètre $\mathcal{C}$ dans l'expression (1.24). Une calibration précise a donc été réalisée en analysant l'expansion d'un condensat (Annexe A).

1.2.3.3 Analyse des images de condensat

Nos images de condensats sont réalisées après la coupure brutale du piège et un temps de vol t_v, typiquement 26 ms, pendant lequel le condensat s'étend sous l'effet des interactions répulsives entre atomes. Ainsi il est possible de résoudre spatialement les nuages d'atomes, leur taille après le temps de vol devenant supérieure à la résolution spatiale du système d'imagerie. Nous déduisons de l'image prise après temps de vol toutes les caractéristiques du condensat : nombre d'atomes, tailles, distribution spatiale et en vitesse.

Ces condensats sont décrits dans l'approximation de Thomas-Fermi. On peut montrer que leur profil de densité, initialement parabolique, est simplement dilaté par un coefficient dépendant du temps $b_i(\mathrm{t})$, dont l'évolution est donnée par les lois d'échelle[11] (ou équations de scaling) [92–94]. Expérimentalement, les pièges que nous réalisons sont très anisotropes. Considérons le cas d'un piège anisotrope orienté dans la direction z de confinements transverse $\omega_\perp$ et longitudinal ω_z tels que $\epsilon = \omega_z/\omega_\perp << 1$, les facteurs d'échelle s'écrivent [92] :

$$b_\perp(t) = \sqrt{1 + (w_\perp t)^2} \tag{1.36}$$

$$b_z(t) = 1 + \epsilon^2 \left(\omega_\perp t \arctan \omega_\perp t - \ln \sqrt{1 + (w_\perp t)^2}\right) \tag{1.37}$$

L'expansion est ainsi très rapide dans les directions transverses, qui sont les plus confinantes et lente dans la direction longitudinale du piège. Elle donne lieu à l'inversion d'ellipticité typique d'un condensat anisotrope en expansion.

En intégrant le profil de densité du condensat après expansion suivant l'axe de l'imagerie x, on obtient la densité colonne :

$$n_{2\mathrm{D}}(y, z, t = t_v) = \frac{4}{3}\, n_0 R_x(t_v)\, \max\left[1 - \left(\frac{y}{R_y(t_v)}\right)^2 - \left(\frac{z}{R_z(t_v)}\right)^2, 0\right]^{3/2} \tag{1.38}$$

avec $n_0 = 15N/(8\pi R_x R_y R_z)$ la densité au centre du nuage et $R_i(t) = R_{i,0}\, b_i(t)$. En ajustant l'image d'un condensat par la formule précédente, nous déterminons le nombre N d'atomes dans le condensat et ses rayons de Thomas-Fermi R_i. Nous

[11] Nous donnerons l'expression exacte des lois d'échelle dans l'annexe §.A

vérifions alors que le nombre d'atomes mesuré est compatible avec la valeur que l'on peut déduire des rayons R_i. L'imagerie en absorption est ainsi calibrée et le condensat entièrement caractérisé. Enfin, en intégrant la densité colonne $n_{2\mathrm{D}}$ suivant l'axe y, on obtient le profil de densité du condensat (ici suivant l'axe z du guide optique) :

$$n_{1\mathrm{D}}(z, t = t_v) = \frac{15}{16} \frac{N}{R_z(t_v)} \max\left[1 - \left(\frac{z}{R_z(t_v)}\right)^2, 0\right]^2 \tag{1.39}$$

ce qui nous sera utile quand nous chercherons à caractériser les condensats en expansion dans le guide optique (Chapitre 2).

1.3 Production d'un condensat dans un piège hybride

La spécificité de notre expérience est la réalisation d'un condensat dans un piège, dit *hybride*, obtenu au croisement du piège magnétique présenté §.1.2.2 et d'un piège optique anisotrope. Ce dernier servira aussi de guide pour les ondes de matière que nous réalisons expérimentalement. Dans cette partie, nous commençons par présenter le piège optique (ou piège dipolaire) que nous utilisons sur notre expérience. Nous présentons ensuite notre dispositif expérimental ainsi que sa caractérisation. Enfin nous présentons notre réalisation expérimentale d'un condensat de Bose-Einstein dans le piège *hybride*.

1.3.1 Potentiel dipolaire

1.3.1.1 Principe

Les pièges optiques ou dipolaires reposent sur l'interaction lumière-matière. Il est bien connu que cette interaction peut être décrite à l'aide de deux forces : d'une part une force dissipative, la force de pression de radiation, utilisée pour le refroidissement laser et d'autre part une force conservative, la force dipolaire. Nous nous intéressons ici à la force dipolaire. On peut montrer que celle-ci dérive d'un potentiel, appelé potentiel dipolaire, directement proportionnel à l'intensité lumineuse reçue par les atomes [95].

Dans le cas d'un atome à deux niveaux (de pulsation ω_0 et de largeur Γ) éclairé par une onde lumineuse (de pulsation ω_L et d'intensité $I(\boldsymbol{r})$), on peut montrer qu'à fort désaccord $\delta = \omega_0 - \omega_\mathrm{L}$, le potentiel dipolaire s'écrit [96] :

$$V_{\mathrm{dip}}(\boldsymbol{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2w_0^3} \frac{\Gamma}{\tilde{\delta}} I(\boldsymbol{r}) \tag{1.40}$$

$$\text{où} \quad \tilde{\delta} = \left(\frac{1}{\omega_0 - \omega_\mathrm{L}} + \frac{1}{\omega_0 + \omega_\mathrm{L}} \right)^{-1} \tag{1.41}$$

Ainsi à fort désaccord, le potentiel est proportionnel à l'intensité de l'onde lumineuse $I(\boldsymbol{r})$ et inversement proportionnel au désaccord généralisé $\tilde{\delta}$, qui est composé d'un terme résonant et d'un terme anti-résonant non négligeable à fort désaccord. La force de pression de radiation varie quant à elle en $I/\tilde{\delta}^2$ et devient négligeable devant la force dipolaire à grand désaccord.

Le signe du potentiel dépend ainsi du signe du désaccord. Avec un faisceau fortement désaccordé vers le rouge, les atomes sont attirés vers un minimum de potentiel, qui correspond à un maximum d'intensité. Pour créer le piège optique, nous utiliserons ainsi un laser à 1064 nm. De plus, la pression de radiation étant négligeable, on crée un piège purement conservatif. Au contraire avec un laser fortement désaccordé dans le bleu, on réalise une bosse de potentiel, l'intensité maximale correspondant à un maximum de potentiel. Nous utiliserons ainsi des sources laser à 514 et 405 nm pour créer les obstacles lumineux en vue de l'étude du transport d'ondes de matière (§.2.3 et §.3.4).

L'expression (1.40) est valable pour un atome à deux niveaux, ce qui est loin d'être le cas de l'atome de Rubidium, qui présente une structure fine et une structure hyperfine. Dans le cas qui nous intéresse, la structure hyperfine correspond à des décalages en fréquence de l'ordre du GHz pour l'état fondamental et de l'ordre du MHz pour les états excités. Ces décalages en fréquence sont négligeables devant le désaccord correspondant à notre situation expérimentale (de l'ordre d'une centaine de THz). En sommant les contributions associées, il est possible d'éliminer la structure hyperfine dans l'expression du potentiel. Dans le cas d'une onde polarisée linéairement, ce dernier s'écrit [97] :

$$V_\mathrm{dip}(\boldsymbol{r}) = -\frac{1}{6} \frac{I(\boldsymbol{r})}{\hbar \epsilon_0 c} \sum_{L'} \sum_{J'} \frac{1}{\tilde{\delta}_{JJ'}} \frac{\left| (J' \| D \| J) \right|^2}{2J+1} \tag{1.42}$$

où $\tilde{\delta}_{JJ'}$ est le désaccord entre le niveau fondamental $5s^2S_{1/2}$ et un niveau excité quelconque $|n', L', J'\rangle$. $(J' \| D \| J)$ est le dipôle réduit, défini à partir du théorème de Wigner-Eckart (complément D_X de [98]). On trouvera les tables de ces coefficients dans [97, 99].

Dans le cas du piège dipolaire à 1064 nm, seules les raies D1 et D2 (vers les états $5p^2P_{1/2,3/2}$) du Rubidium 87 contribuent significativement au potentiel dipolaire. Le potentiel dipolaire peut ainsi s'écrire [96] dans le cas d'une lumière polarisée linéairement :

$$V_\mathrm{dip}(\boldsymbol{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2w_0^3} \Gamma \, I(\boldsymbol{r}) \left(\frac{1}{3} \frac{1}{\tilde{\delta}_1} + \frac{2}{3} \frac{1}{\tilde{\delta}_2} \right) \tag{1.43}$$

où $\tilde{\delta}_{1,2}$ sont les désaccords (tenant compte des termes anti-résonants) du laser par rapport aux raies $D_{1,2}$. Notons de plus que les valeurs du potentiel dipolaire données par la formule précédente et par la formule (1.40) (cas d'un atome à deux niveaux) diffèrent au plus de 2%. Nous utiliserons donc la formule (1.40) pour calculer le potentiel dipolaire.

1.3.1.2 Caractéristiques d'un piège dipolaire

Nous présentons dans cette partie les propriétés d'un piège dipolaire, à savoir sa profondeur et ses fréquences de piégeage. Ses propriétés découlent du profil d'intensité $I(\boldsymbol{r})$ du faisceau lumineux qui crée le piège. Nous considérons dans la suite un faisceau laser gaussien se propageant suivant l'axe z. Nous supposons que le faisceau est isotrope. L'intensité du faisceau s'écrit donc :

$$I(x,y,z) = \frac{2P}{\pi w(z)^2} \exp\left(-2\,\frac{x^2+y^2}{w(z)^2}\right) \quad \text{avec} \quad w(z) = w_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_r}\right)^2} \tag{1.44}$$

où w_0 est le waist du faisceau, $z_r = \pi w_0^2/\lambda$ sa longueur de Rayleigh, λ sa longueur d'onde et P sa puissance. Ce faisceau laser crée le potentiel dipolaire suivant :

$$V_{\text{dip}}(x,y,z) = -\frac{V_0}{1+z^2/z_r^2} \exp\left(-2\,\frac{x^2+y^2}{w(z)^2}\right) \tag{1.45}$$

où la profondeur du piège optique V_0 est calculée à partir de l'expression (1.43) pour une intensité égale à l'intensité maximale du faisceau $I_0 = 2P/\pi w_0^2$. La profondeur du piège doit être choisie très supérieure à la température des atomes que l'on cherche à piéger, les atomes de température $k_{\text{B}}T \gtrsim V_0/10$ s'échappant du piège par évaporation.

Autour de l'origine, le potentiel (1.45) peut être approximé par un potentiel harmonique de pulsations :

$$\omega_{x,y} = \sqrt{\frac{4V_0}{mw_0^2}} \quad \text{et} \quad \omega_z = \sqrt{\frac{2V_0}{mz_r^2}} \tag{1.46}$$

On notera dans la suite $\omega_\perp = \omega_{x,y}$ et $\omega_\parallel = \omega_z$.

Enfin, comme nous l'avons mentionné précédemment, nous travaillons à fort désaccord, ainsi la force de pression de radiation peut être négligée devant la force dipolaire. Il reste néanmoins important de déterminer le taux d'émission spontanée, celle-ci étant responsable du chauffage d'un nuage d'atomes piégé. Dans le cas d'un atome à deux niveaux, le taux d'émission spontanée est donné par [96] :

$$\Gamma_{\text{sp}}(\boldsymbol{r}) \simeq \frac{\Gamma}{\tilde{\delta}} \left(\frac{\omega_{\text{L}}}{\omega_0}\right)^3 \frac{V_{\text{dip}}(\boldsymbol{r})}{\hbar} \tag{1.47}$$

1.3.2 Piège optique

1.3.2.1 Dispositif expérimental

Le piège optique (ou pince optique) utilisé sur notre expérience est obtenu en focalisant un faisceau laser de longueur d'onde 1064 nm, soit fortement désaccordé dans le rouge de la raie D2 du Rubidium 87. Notre source laser est un laser Nd :YAG continu (*Mephisto*, Innolight). Ce laser délivre un faisceau monomode transverse de puissance maximale 2W et est d'une grande stabilité : son bruit d'intensité relatif (intégré sur la bande de fréquence $[10\text{Hz}, 2\text{MHz}]$) est inférieur à 10^{-3}. Sa puissance est contrôlée au cours du cycle expérimental *via* l'entrée externe de modulation.

Le système optique permettant de focaliser le faisceau sur les atomes est décrit figure 1.6. Le faisceau en sortie du laser est injecté dans une fibre optique à maintien de polarisation, à l'aide d'un jeu de lames $(\lambda/2, \lambda/4)$. L'efficacité de couplage vaut 60 % environ et jusqu'à 75 % lorsque l'injection est optimisée à forte puissance. En sortie de fibre, un coupleur permet d'obtenir un faisceau collimaté de waist 2 mm qui est ensuite acheminé vers le système optique de focalisation, constitué de deux doublets convergents corrigés *a priori* de l'aberration sphérique. Ce système de focalisation, d'ouverture numérique 0.03, nous permet de focaliser à une distance de 1 mètre avec un waist image d'une vingtaine de microns. La grande distance de travail est imposée par la géométrie de notre expérience. Le réglage du faisceau sur l'axe du système de focalisation doit être particulièrement soigné pour éviter toute aberration de champ (coma, astigmatisme) et obtenir un profil spatial propre pour le piège optique.

Le coupleur en sortie de fibre, les miroirs et le système de focalisation sont placés sur une platine de translation motorisée se déplaçant suivant l'axe de propagation du faisceau z. Il était en effet initialement prévu de transporter, avec la pince optique, un nuage d'atomes vers une chambre à vide secondaire de meilleur accès optique[12]. Notre utilisation de la platine s'est limitée à régler très précisément la position suivant z du foyer de la pince optique.

Le faisceau laser en sortie du système de focalisation est acheminé vers les atomes à l'aide de deux miroirs de renvoi (Fig. 1.6). Une lame de verre est ajoutée sur le faisceau laser de manière à réfléchir quelques pourcents de l'intensité. Le faisceau réfléchi est envoyé d'une part vers une caméra CCD et d'autre part vers une photodiode à quatre quadrants. La caméra CCD est utilisée pour aligner la pince optique sur le condensat. Compte tenu de la géométrie de notre expérience, il n'est pas possible d'imager directement le condensat et la pince optique, ce qui

[12]Notre nouveau dispositif expérimental reprend cette idée de transport optique et utilise une nouvelle platine de translation plus performante.

rend la procédure d'alignement délicate. On trouvera le détail de cette procédure dans [75,76]. Nous utilisons aussi cette caméra pour visualiser le faisceau et ainsi caractériser optiquement le piège optique (§.1.3.2.2).

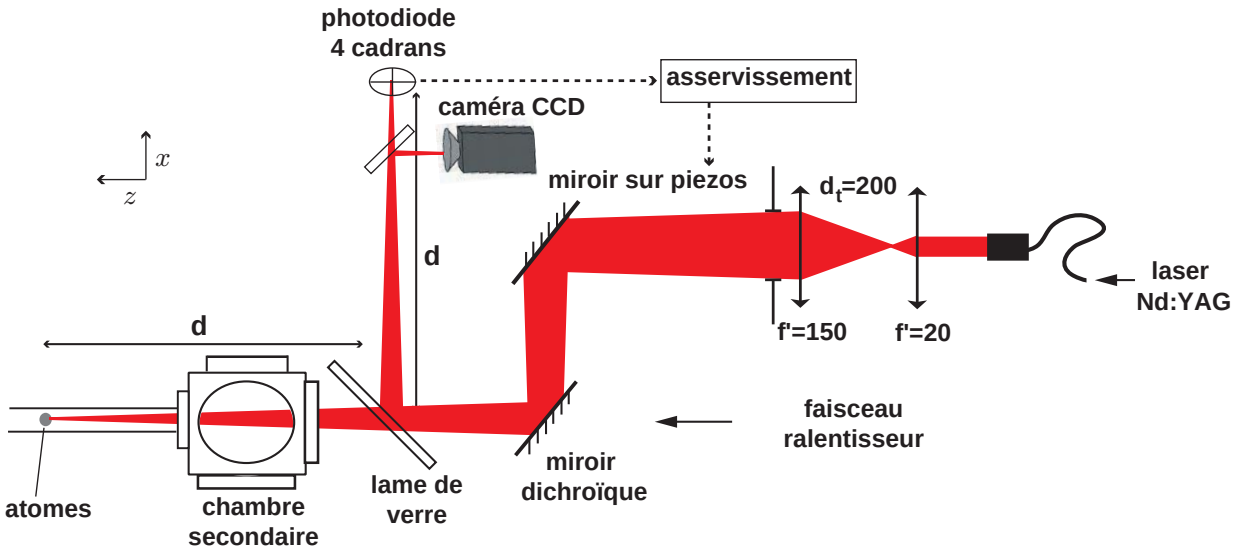


FIG. 1.6: Chemin du faisceau de la pince optique

La photodiode quatre quadrants est quant-à-elle utilisée pour asservir en position la pince optique. En effet, pour limiter au maximum les fluctuations rapides de la position du faisceau au niveau du foyer, nous avons placé sous les pieds des miroirs de renvoi une couche de sorbothane. Néanmoins, celle-ci induit des dérives lentes de l'ordre de la dizaine de microns, qu'il est nécessaire de corriger. Nous avons donc mis en place un asservissement : à partir du signal d'erreur construit à l'aide la photodiode quatre quadrants, celui-ci rétroagit sur le premier miroir de renvoi (monté sur deux cales piézoélectriques). L'asservissement est un proportionnel intégrateur et a une bande passante de 130 Hz. Il a permis de réduire l'amplitude rms des fluctuations à 200 nm.

Enfin, comme nous le verrons par la suite, nous avons eu besoin de diminuer fortement les fréquences de piégeage de la pince optique. Pour ce faire, les fréquences de piégeage transverse variant en $1/w_0$ et la fréquence longitudinale en $1/w_0^2$, nous avons augmenté le waist w_0 du faisceau laser[13], en plaçant en sortie du système de focalisation un diaphragme de diamètre variable. Expérimentalement, nous nous sommes placés dans deux configurations différentes : la première

[13]Pour diminuer les fréquences de piégeage, on peut aussi diminuer la puissance du faisceau laser mais cette variation, en $\sqrt{P}$, est moins rapide.

configuration, comprimée, est obtenue pour un diaphragme de diamètre $\Phi = 32.5$ mm. La deuxième configuration, décomprimée, correspond à un diaphragme de diamètre $\Phi = 15$ mm.

1.3.2.2 Caractérisation expérimentale

Dans cette partie, nous caractérisons le piège optique obtenu dans ces deux configurations. Nous déterminons en particulier ses fréquences de deux manières différentes : dans un premier temps nous caractérisons directement le faisceau laser à 1064 nm à l'aide d'une caméra CCD (Fig. 1.6) et dans un deuxième temps, nous mesurons directement les fréquences d'oscillations des atomes dans le piège.

Caractérisation optique

Nous caractérisons la pince optique dans ses directions transverses en observant directement le faisceau laser avec la caméra CCD. En déplaçant la platine de translation, nous pouvons de plus observer l'allure du faisceau suivant son axe de propagation z et déterminer la position du foyer. Nous déterminons ainsi les waists du faisceau à 1064 nm dans les directions transverses (x et y)et sa distance de Rayleigh z_r dans la direction de propagation. Nous avons réalisé cette caractérisation dans chacune des configurations présentées auparavant, à savoir pour un diaphragme de diamètre $\Phi = 32.5$ mm ou $\Phi = 15$ mm. Ces deux caractérisations sont présentées respectivement figures 1.7 et 1.8.

Dans la première configuration (Fig. 1.7), on remarque que le faisceau de la pince optique a un comportement non symétrique de part et d'autre du foyer (figure a), reflètant la présence d'aberration sphérique (bien que les doublets composant le système de focalisation en soient corrigés). On constate en diminuant le diamètre du diaphragme (Fig. 1.8) que le profil du faisceau devient beaucoup plus propre, néanmoins compte tenu de la troncature du faisceau par le diaphragme, le faisceau n'est pas à proprement parler un faisceau gaussien. Toutefois, nous constatons dans les deux cas que le faisceau est bien approximé par un faisceau gaussien (figures b et c). Pour le diaphragme de diamètre $\phi = 32.5$ mm, on mesure des waists d'environ 30 μm et pour le diaphragme de diamètre $\phi = 15$ mm, on trouve des waists de 56 et 59 μm. Les waists mesurés dans chacun des cas sont compatibles avec le rayon de la tache d'Airy $\lambda/2\,ON$ (respectivement 33 μm et 70 μm), bien que ces grandeurs ne soient pas directement comparables.

Pour déterminer la longueur de Rayleigh z_r, nous déterminons l'évolution de l'intensité maximale du faisceau suivant l'axe de propagation z (figure d)). La

variation théorique de l'intensité du faisceau autour du foyer est donnée par :

$$I_{max}(z) = \frac{I_0}{1 + (z/z_r)^2} \quad \text{avec} \quad I_0 = \frac{2P}{\pi w_0^2} \tag{1.48}$$

où I_0 est l'intensité maximale du faisceau au foyer et w_0 son waist. En ajustant les profils de la pince optique par (1.48), nous trouvons des longueurs de Rayleigh z_r respectivement de 3 mm et 13 mm. Bien que les faisceaux ne soient pas à proprement parler gaussien, ces mesures sont du même ordre que les longueurs de Rayleigh théoriques : $z_r = \pi w_0^2/\lambda$ (qui valent respectivement 2.9 mm et 10 mm). A des distances du foyer inférieures à z_r, l'allure du potentiel optique est ainsi connue avec une bonne approximation, ce qui est particulièrement important pour la réalisation et l'étude d'ondes de matière guidées optiquement. Pour des distances supérieures à z_r, le faisceau se dégrade fortement et le potentiel optique devient anharmonique.

A partir de la mesure des waists et de la longueur de Rayleigh, on peut calculer les caractéristiques du piège optique à l'aide des formules de la partie §.1.3.1.2. Cela suppose de connaître la puissance du faisceau laser. En anticipant un peu sur la suite, nous estimons les caractéristiques du piège optique dans les deux configurations que nous utilisons expérimentalement :

- dans la configuration la plus comprimée, nous travaillons avec une puissance laser d'environ 90 mW en entrée du système à vide. Le piège a une profondeur de 8 μK et ses fréquences sont estimées à : $\omega_\perp/2\pi = 280$ Hz et $\omega_\parallel/2\pi = 2$ Hz.

- dans la deuxième configuration, plus décomprimée, nous utilisons une puissance de 180 mW. Le piège a une profondeur de 5 μK et on estime ses fréquences à : $\omega_\perp/2\pi = 120$ Hz et $\omega_\parallel/2\pi = 0.4$ Hz.

Néanmoins ces estimations sont peu précises, le faisceau laser pouvant être détérioré à l'entrée dans le système à vide. De plus il est difficile de mesurer la puissance effectivement reçue par les atomes. Nous avons donc vérifié nos mesures des fréquences de piégeage en utilisant les atomes comme sonde. Cette deuxième caractérisation fait l'objet du paragraphe suivant.

Caractérisation avec les atomes

Nous mesurons les fréquences caractéristiques du piège optique en observant les oscillations d'un nuage atomique froid dans le piège. Dans la direction longitudinale (z) du piège, nous déclenchons les oscillations en décalant le foyer de la pince optique par rapport au centre du piège magnétique. A la coupure du piège magnétique, le nuage est ainsi excentré par rapport au centre du piège optique et commence à osciller. La fréquence des oscillations du centre de masse de nuage (oscillations dipolaires) donne directement la fréquence du piège dans

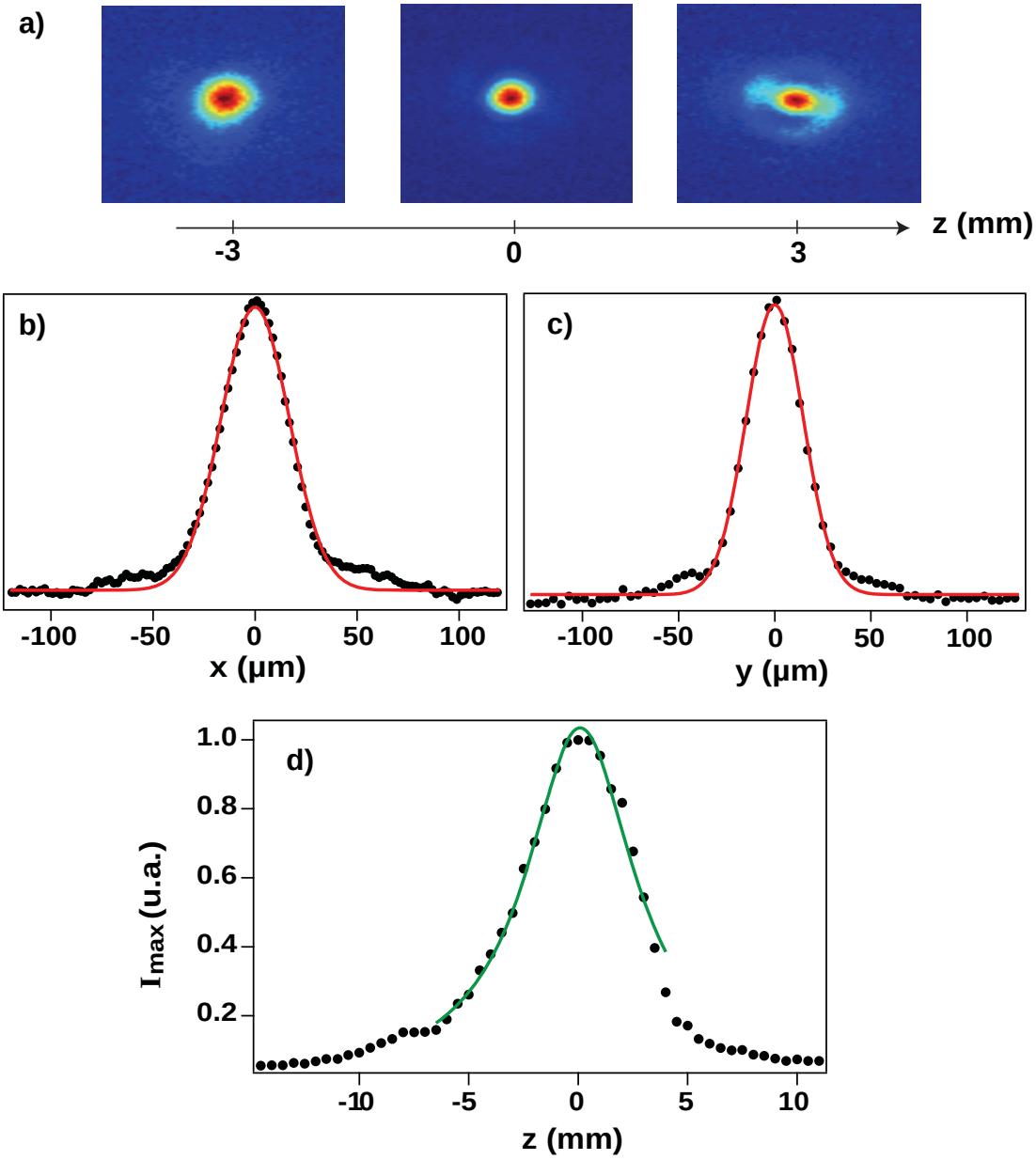


FIG. 1.7: Caractérisation de la pince optique obtenue pour un diaphragme de diamètre $\phi = 32.5$ mm. a) Evolution du faisceau de part et d'autre du foyer. b) Profils du faisceau au meilleur foyer dans les directions x et y. Ses waits sont déterminés à l'aide d'un ajustement gaussien (ligne continue) et on trouve : $w_x = 33$ μm et $w_y = 30$ μm. c) Intensité maximale du faisceau en fonction de z. Un ajustement par l'équation (1.48) nous donne la longueur de Rayleigh $z_r = 3$ mm, qui correspond à la valeur théorique $z_r = \pi w_x w_y / \lambda = 2.9$ mm.

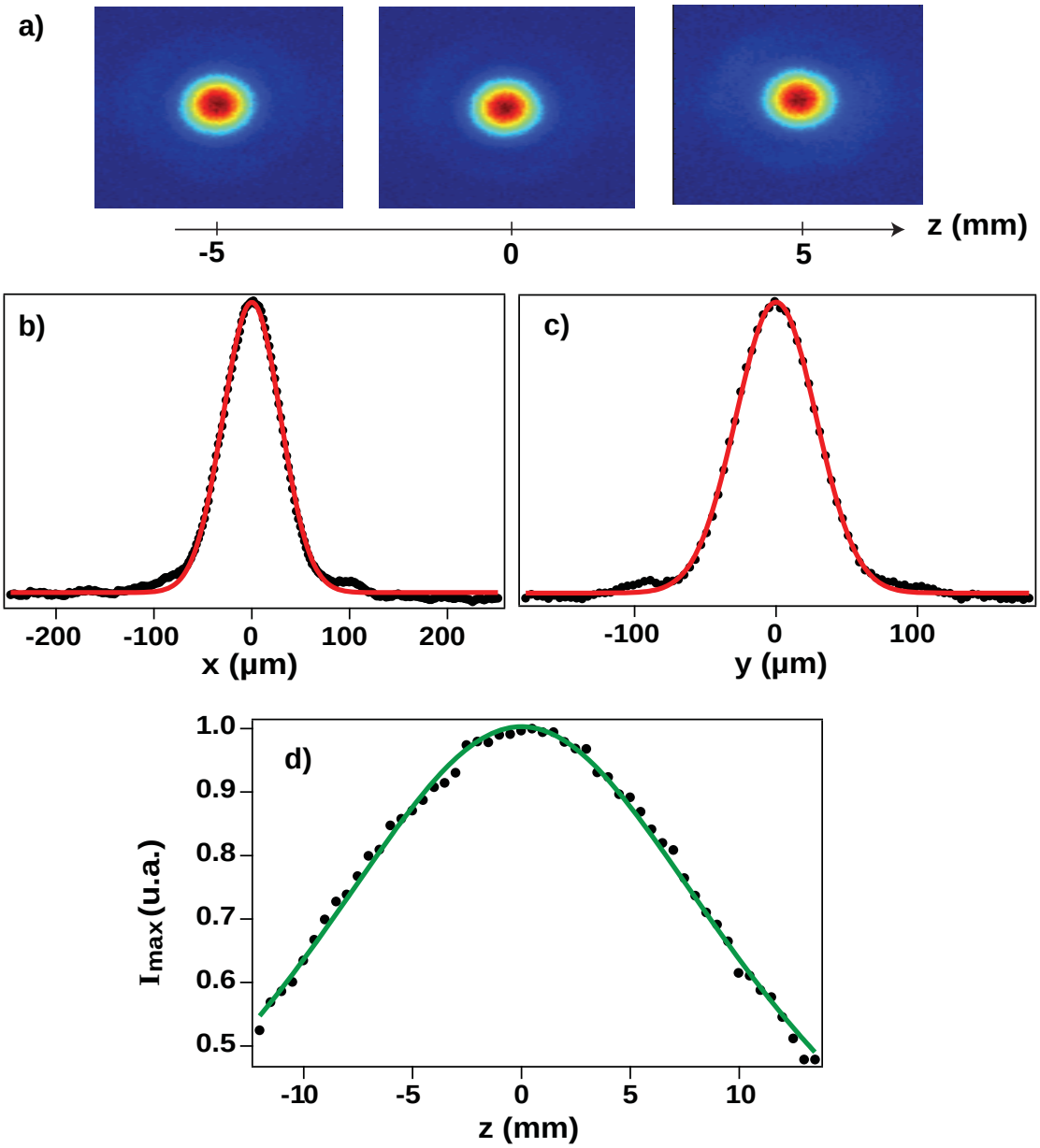


FIG. 1.8: Caractérisation de la pince optique obtenue pour un diaphragme de diamètre $\phi = 15$ mm. a) Evolution du faisceau de part et d'autre du foyer. b) Profils du faisceau au meilleur foyer dans les directions x et y, les rebonds sont dû à la troncature du faisceau par le diaphragme. On détermine les waists du faisceau par un ajustement gaussien (ligne continue) : $w_x = 59$ μm et $w_y = 56$ μm. c) Intensité maximale du faisceau en fonction de z. Un ajustement par l'équation (1.48) nous donne la longueur de Rayleigh $z_r = 13$ mm, compatible avec la valeur théorique $z_r = \pi w_x w_y / \lambda = 10$ mm

cette direction. Dans la direction transverse y[14], nous déclenchons les oscillations en éteignant brutalement le piège optique et en le rallumant 1 ms plus tard. Nous détectons alors les oscillations du centre de masse du nuage après différents temps d'évolution dans la pince.

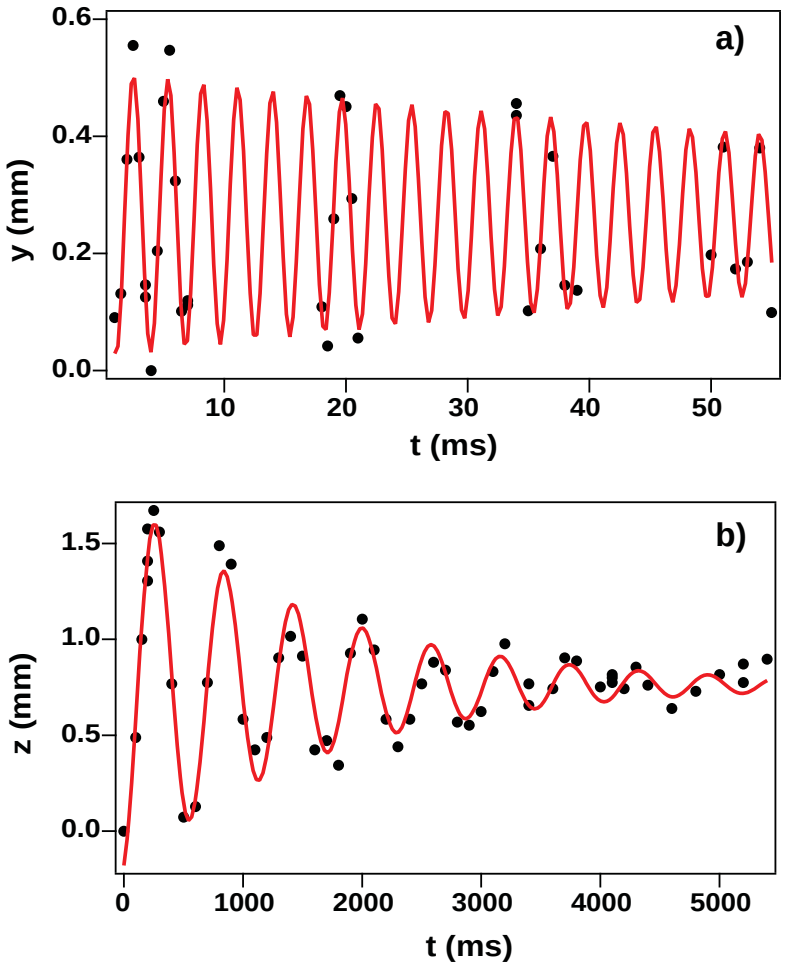


FIG. 1.9: Mesures des fréquences d'oscillation du piège optique dans la configuration comprimée (diaphragme de diamètre $\Phi = 32.5$ mm) pour une puissance de 90 mW. Un ajustement par une sinusoïde amortie nous permet de déterminer les fréquences du piège. Nous mesurons une fréquence transverse (a) $\omega_\perp/2\pi = 349.7 \pm 0.6$ Hz et une fréquence longitudinale (b) $\omega_\parallel/2\pi = 1.72 \pm 0.01$ Hz.

[14]L'axe x étant l'axe de l'imagerie, il n'est pas possible de mesurer la fréquence du piège dans cette direction, mais compte tenu de la caractérisation réalisée dans la partie précédente, sa valeur doit être très proche de celle suivant y.

Nous présentons figure 1.9 nos mesures des fréquences caractéristiques du piège optique obtenu dans la configuration la plus comprimée (diaphragme de diamètre $\phi = 32.5$ mm). Les fréquences du piège sont déterminées à l'aide d'un ajustement sinusoïdal amorti des oscillations et valent : $\omega_\perp/2\pi = 349.7 \pm 0.6$ Hz dans les directions transverses et $\omega_\parallel/2\pi = 1.72 \pm 0.01$ Hz dans la direction longitudinale z. Ces valeurs sont en accord avec les valeurs trouvées à partir de la caractérisation optique, du fait des incertitudes que nous avons sur la puissance du faisceau et sur les waists du faisceau. Nous prendrons bien sûr comme fréquences du piège optique celles mesurées avec les atomes. D'autre part, on peut noter que les oscillations présentent un amortissement, dû à l'anharmonicité du piège. Il est d'autant plus marqué dans la direction z que le piège est peu confinant : le nuage s'étend alors très fortement au cours des oscillations.

De la même manière, nous avons caractérisé le piège optique dans la configuration plus décomprimée, obtenue pour un diaphragme de diamètre 15 mm et une puissance de 180 mW en entrée du système à vide. Nous mesurons alors une fréquence transverse $\omega_\perp/2\pi= = 119.4 \pm 0.4$ Hz, qui correspond à la valeur obtenue avec la caractérisation optique présentée dans le paragraphe précédent. Par contre, il s'est avéré impossible de mesurer par la même méthode la fréquence longitudinale : d'une part l'amortissement des oscillations dipolaires est très important. D'autre part, en observant les oscillations quadrupolaires d'un condensat dans le piège optique, nous avons constaté la présence d'un piégeage magnétique résiduel, non négligeable lorsque le piège optique est décomprimé. Nous reviendrons en détails sur ce point dans le chapitre 2 lorsque nous caractériserons l'expansion d'un condensat dans le piège optique.

1.3.3 Condensation dans le piège hybride

Nous présentons dans cette partie la réalisation d'un condensat de Bose-Einstein dans le piège hybride. Nous présentons dans un premier temps la géométrie de notre expérience et donnons les fréquences du piège hybride. Nous détaillons ensuite notre procédure expérimentale et les précautions nécessaires pour obtenir d'un condensat pur dans le piège hybride.

1.3.3.1 Piège hybride

Le piège hybride est obtenu à l'intersection du piège magnétique présenté §.1.2.2 et du piège optique présenté §.1.3.2. Ces derniers sont tout les deux anisotropes, mais dans des directions orthogonales. Le piège magnétique est orienté suivant l'axe du dipôle x alors que le piège optique est orienté suivant l'axe z, comme représenté figure 1.10.

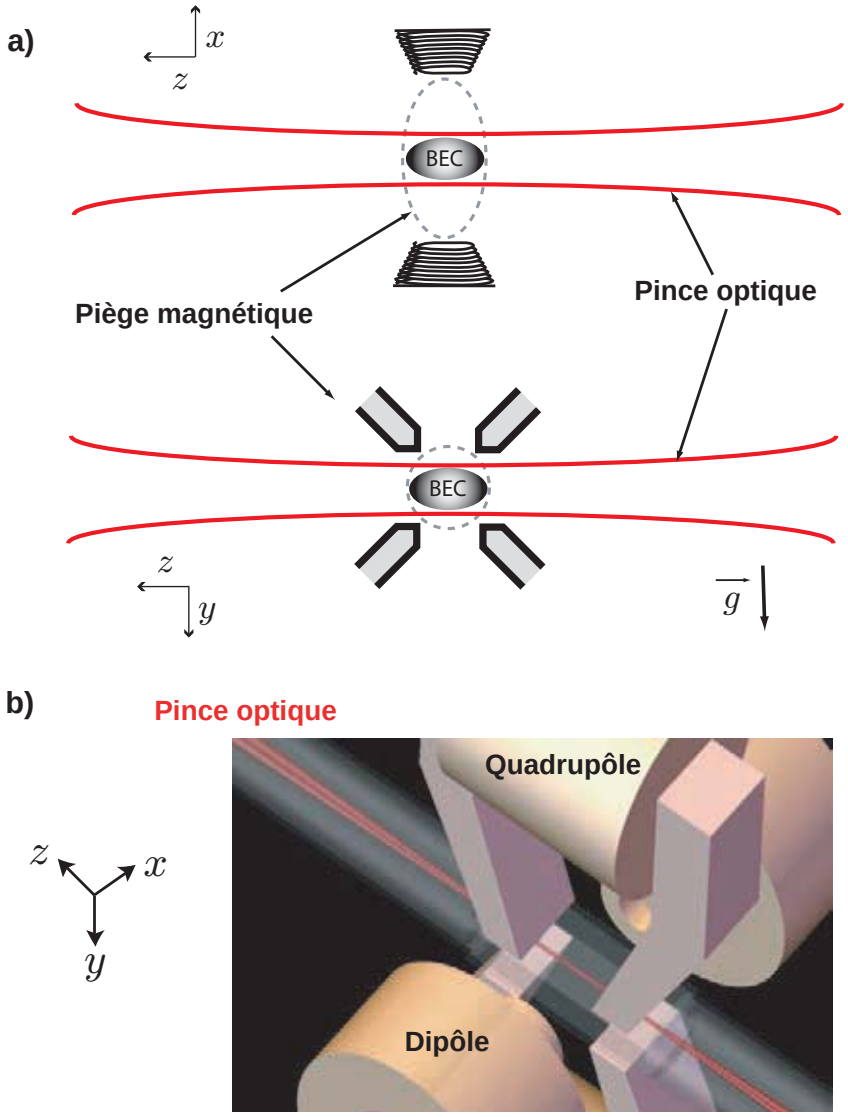


FIG. 1.10: Géométrie de l'expérience

En conséquence, le confinement du piège hybride est assuré par le piège optique dans la direction x et par le piège magnétique dans la direction z. Au contraire dans la direction y, les deux pièges peuvent avoir un confinement important. Le piège hybride ainsi obtenu est très confinant dans les trois directions de l'espace et n'est donc pas favorable à l'obtention d'un condensat, du fait de pertes à trois corps importantes. Il s'est ainsi avéré impossible de transférer, sans trop de perte, le nuage d'atomes froids du piège magnétique pur dans ce piège hybride. En revanche ce transfert devient efficace si on décomprime le piège magnétique au début de la phase de transfert.

Nous décomprimons le piège magnétique en diminuant le courant qui traverse le quadrupôle jusqu'à 1.8 A, ce qui correspond à un gradient de champ de 75 G/cm. Pour comparaison, nous rappelons qu'initialement le gradient de champ vaut 830 G/cm pour un courant de 60 A. Nous avons mesuré les fréquences transverses du piège magnétique après décompression, en observant les oscillations du centre de masse d'un nuage atomique dans le piège magnétique. Nous déclenchons ces oscillations en allumant pendant quelques millisecondes les bobines du PMO. Celles-ci créent un grandient de champ qui déplace le nuage. A la coupure brutale de ce gradient additionnel, le nuage subit des oscillations dipolaires, que nous mesurons en déterminant, après temps de vol, la position du centre de masse du nuage. La figure 1.11 présente la mesure des oscillations dans la direction z : un ajustement des oscillations par une sinusoïde amortie nous donne une fréquence $\omega_z^{\mathrm{PM}}/2\pi = 24.3 \pm 0.1$ Hz supérieure à la fréquence de piégeage optique dans la direction z. De la même manière, nous avons mesuré la fréquence de piègeage magnétique dans la direction y et retrouvé la valeur mesurée suivant z. En effet, suivant y, le confinement magnétique est inférieur au confinement optique.

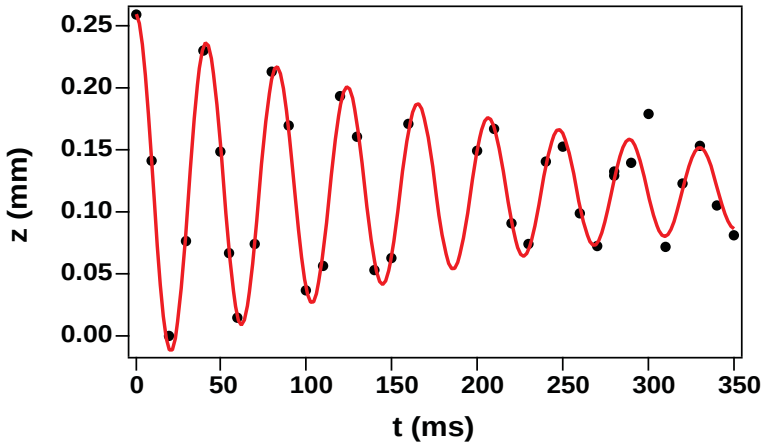


FIG. 1.11: Mesure de la fréquence d'oscillation du piège magnétique suivant l'axe z pour un courant $I = 1.8$ A traversant le quadrupôle. Un ajustement des oscillations par une sinusoïde amortie nous donne une fréquence $\omega_z^{\mathrm{PM}}/2\pi = 24.3 \pm 0.1$ Hz.

Ainsi le confinement du piège hybride est dominé par la pince optique dans les directions transverses et par le piège magnétique dans la direction longitudinale z. En négligeant le piège le moins confinant sur chacun des axes, nous faisons une erreur de l'ordre de 1 % sur les fréquences du piège hybride. Dans la suite nous noterons $\omega_\perp$ et ω_z les confinements transverse et longitudinal du piège hybride,

ceux-ci étant donnés par les relations suivantes :

$$\omega_\perp = \omega_{x,y}^{\mathrm{PO}} \text{ et } \omega_z = \omega_z^{\mathrm{PM}} \tag{1.49}$$

Ces confinements sont ainsi contrôlables de manière indépendante, en faisant varier d'une part la puissance de la pince optique et d'autre part le courant traversant le quadrupôle. Pour les besoins de l'expérience, nous avons fait varier très fortement ces paramètres : nous avons ainsi réalisé des pièges dans des configurations comprimées (typiquement $\omega_\perp/2\pi = 350$ Hz et $\omega_z/2\pi = 24$ Hz) comme dans des configurations plus décomprimées (typiquement $\omega_\perp/2\pi = 120$ Hz et $\omega_z/2\pi = 5.4$ Hz).

1.3.3.2 Chargement et évaporation

Nous présentons dans cette partie la méthode que nous utilisons pour charger un nuage d'atomes froids dans le piège hybride à partir du piège magnétique et obtenir un condensat pur dans ce piège hybride. Cette méthode reste globalement la même quelque soit la configuration du piège hybride utilisée. Nous prenons ici comme exemple le cas d'un piège hybride comprimé, de fréquence transverse 350 Hz environ et de fréquence longitudinale 24 Hz environ (Fig. 1.12).

Notre point de départ est un nuage d'atomes froids piégé dans le piège magnétique pur. Ce nuage d'atomes est refroidi par évaporation radio-fréquence jusqu'à une température proche du seuil de la condensation, environ 700 nK. Nous commençons ensuite le transfert dans le piège hybride (Fig. 1.12) : comme nous l'avons dit auparavant, pour que ce transfert soit efficace, il est nécessaire de décomprimer le piège magnétique de manière à limiter au maximum les pertes à trois corps. Nous décomprimons le piège magnétique jusqu'à atteindre une fréquence de piégeage suivant z de 24 Hz. Dans le même temps, nous allumons la pince optique et augmentons sa puissance graduellement jusqu'à atteindre la fréquence transverse $\omega_\perp/2\pi = 350$ Hz environ. Cette étape de transfert est réalisée adiabatiquement en 1s pour éviter toute excitation du nuage atomique.

Nous avons choisi de partir d'un nuage au seuil de la condensation de manière à optimiser le chargement : d'une part le nuage d'atomes est suffisamment froid pour permettre un "bon" recouvrement géométrique[15] entre les deux pièges optique et magnétique et obtenir un transfert efficace. D'autre part, comme le nuage n'est pas condensé, nous évitons qu'il oscille lors de la décompression du piège magnétique et minimisons les pertes à trois corps lors du transfert.

Une fois le transfert dans le piège hybride terminé, nous réalisons une étape d'évaporation radio-fréquence, similaire à celle utilisée pour obtenir un nuage au

[15] Rappelons tout de même que les deux pièges optique et magnétique sont allongés dans des directions perpendiculaires.

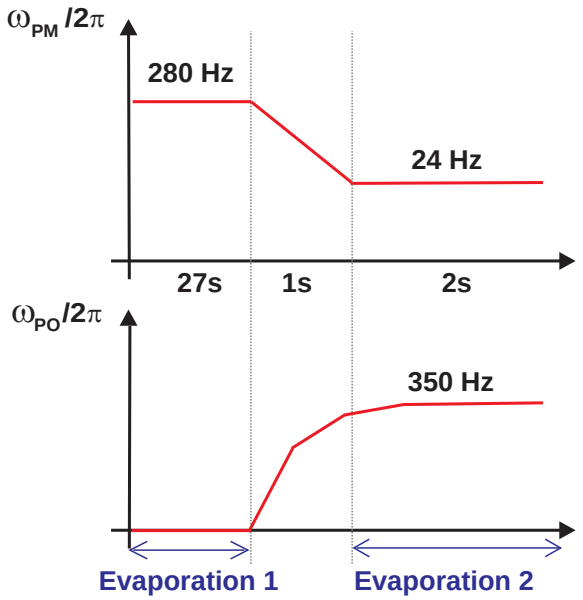


FIG. 1.12: Cycle expérimental d'obtention d'un condensat dans le piège hybride. Les fréquences indiquées sont les fréquences transverses du piège magnétique (PM) et du piège optique (PO). Celles-ci définissent respectivement les fréquences longitudinale et transverse du piège hybride.

seuil de la condensation dans le piège magnétique. De la même manière, nous appliquons une rampe décroissante sur la fréquence du champ rf pour éliminer les atomes les plus chauds du piège, l'évaporation se faisant le long des lignes équipotentielles magnétiques. Néanmoins dans le cas présent, compte tenu du fort confinement transverse dû au piège optique, les atomes chauds ne peuvent uniquement s'échapper le long de l'axe z suivant lequel le confinement optique est faible devant le confinement magnétique (Fig. 1.13) : l'évaporation dans le piège hybride est ainsi peu efficace. Au final, après une rampe d'évaporation de quelques secondes, nous obtenons un condensat pur contenant typiquement 1-2 10^5 atomes.

Enfin, au cours de cette procédure expérimentale, nous avons pu observer un "effet dimple" [100, 101] : lorsque nous allumons la pince optique, même adiabatiquement, nous augmentons, du fait de la modification de la forme du piège, la densité dans l'espace des phases. En pratique, pour un nuage entièrement thermique dans le piège magnétique seul, nous observons, après la phase de chargement dans le piège hybride et avant toute évaporation rf supplémentaire, que le nuage présente une fraction condensée de l'ordre de 10% environ.

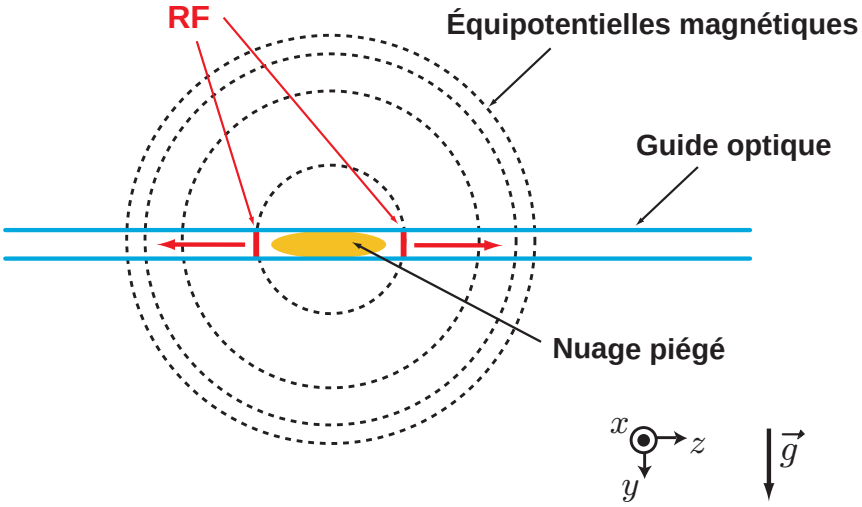


Fig. 1.13: Evaporation dans le piège hybride. Le confinement optique de ce dernier empêche les atomes d'atteindre les lignes équipotentielles magnétiques dans les directions transverses. L'évaporation a alors lieu uniquement suivant la direction z pour laquelle le confinement optique est faible.

1.4 Production d'ondes de matière guidées

Une fois le condensat obtenu dans le piège hybride, il est utilisé comme source cohérente d'atomes pour créer des ondes de matière guidées. Sur notre dispositif expérimental, nous réalisons deux types d'ondes de matière guidées : la première est créée par un condensat en expansion dans le piège optique, la deuxième est un laser à atomes guidé. Dans les deux cas, le condensat et l'onde de matière sont piégés transversalement par le même piège optique, ce qui assure une efficacité de transfert du condensat à l'onde de matière de 100%. Notons tout de même que pour pouvoir guider les ondes de matière sur de grandes distances, il est nécessaire de compenser le faible confinement longitudinal du piège optique ($\omega_{\parallel}/2\pi$). Nous verrons dans la suite les méthodes et dispositifs que nous avons mis en place dans ce but. Nous appelerons guide optique le piège optique dont la courbure longitudinale a été compensée.

Dans cette partie nous présentons brièvement les deux types d'ondes de matière que nous réalisons et étudions sur notre expérience. Nous profitons de cette présentation succinte pour revenir sur un point crucial pour l'observation et l'étude de phénomènes de transport quantique d'ondes de matière à travers des obstacles. Pour qu'un effet quantique ait lieu, les ondes de matière doivent avoir des longueurs d'onde de de Broglie $\lambda_{\mathrm{dB}} = h/mv$ supérieures ou égales à l'épaisseur des obstacles qu'elles rencontrent. Dans notre cas, ces obstacles sont créés

optiquement, leur taille caractéristique est alors au mieux limitée par la limite de diffraction. λ_{dB} doit ainsi être de l'ordre du micron, ou supérieure. C'est là qu'à apparaît tout l'intérêt d'utiliser un guide d'onde horizontal, qui permet de s'affranchir des effets de la gravité et donc limiter la vitesse de propagation des ondes de matière. Toutefois, cela ne suffit pas et nous présentons brièvement ici les conditions expérimentales qui permettent l'observation d'effets quantiques.

1.4.0.3 Condensat en expansion dans le guide optique

Pour créer cette onde de matière, nous réalisons un condensat dans le piège hybride puis relâchons le confinement longitudinal de ce dernier, en éteignant brutalement le piège magnétique (Fig. 1.14). Le condensat s'étend alors dans le guide optique sous l'effet des interactions répulsives entre atomes. En d'autres termes, l'énergie initiale d'interaction entre les atomes est convertie progressivement en énergie cinétique au cours de la propagation. L'énergie d'interaction dépendant de la densité locale du condensat (parabole inversée dans notre cas), l'onde de matière obtenue est non monochromatique.

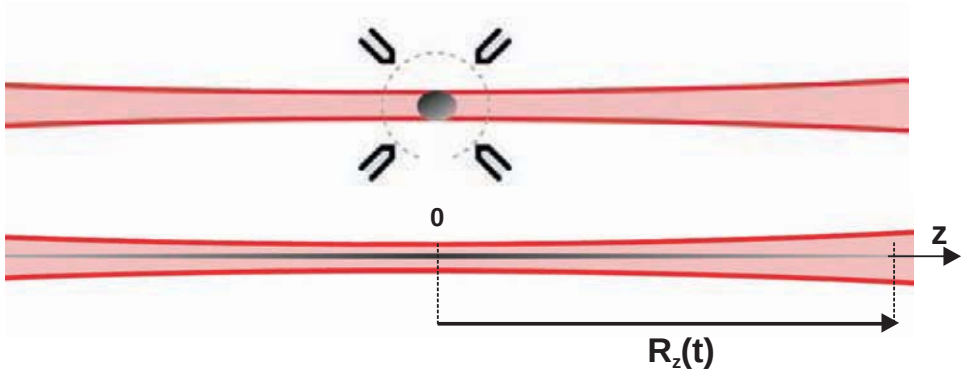


FIG. 1.14: Réalisation d'une onde de matière à partir d'un condensat en expansion dans le guide optique : a) initalement le condensat est obtenu dans le piège hybride de confinemement tranverse optique et de confinement longitudinal magnétique. b) La coupure du piège magnétique induit l'expansion du condensat dans le guide optique.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, nous cherchons à obtenir des ondes de matière de longueur d'onde de Broglie élevée, soit d'énergie cinétique faible. Ici les énergies cinétiques mises en jeu sont, du fait de la conservation de l'énergie, de l'ordre de l'énergie d'interaction initiale du condensat. Cette dernière est caractérisée par le potentiel chimique μ du condensat, qui dépend à la fois du nombre d'atomes dans le condensat et des fréquences du piège (Eq.1.11). Ainsi pour observer et étudier le transport quantique d'un condensat en expansion, nous cherchons à minimiser le potentiel chimique initial du condensat en

diminuant au maximum le nombre d'atomes dans le condensat et les fréquences du piège hybride. Typiquement, nous utiliserons un piège très décomprimé de fréquences $\omega_\perp/2\pi = 70$ Hz et $\omega_z/2\pi = 5.4$ Hz, ce qui donne un potentiel chimique pour le condensat de quelques centaines de Hertz et une longueur d'onde de de Broglie de 2 à 3 μm pour l'onde de matière.

1.4.0.4 Laser à atomes guidé

Cette deuxième onde de matière est obtenue en extrayant des atomes du condensat réalisé dans le piège hybride. Comme nous le verrons au chapitre 3, l'extraction des atomes se fait par application d'un champ radio-fréquence d'amplitude faible[16]. Celui-ci induit une transition entre l'état piégeant magnétiquement $|F = 1, m_F = -1\rangle$, dans lequel se trouvent les atomes du condensat, vers l'état $|F = 1, m_F = 0\rangle$, qui lui est insensible au premier ordre au champ magnétique. Les atomes extraits du condensat se trouvent ainsi dans un état piégé optiquement uniquement. Ils se propagent alors librement dans le piège optique très allongé horizontal (Fig. 1.15). Ils forment ainsi ce qu'on appelle un laser à atomes, par analogie avec les lasers photoniques, obtenus en extrayant de manière cohérente des photons d'une cavité laser. Ici nous extrayons de manière cohérente des atomes du condensat. Idéalement ce laser à atomes est donc quasi-monochromatique.

De la même façon que pour un condensat en expansion, les énergies mises en jeu ici sont de l'ordre du potentiel chimique μ du condensat initial, l'énergie initiale du laser à atomes étant donnée par les interactions répulsives avec les atomes restants dans le condensat. Ici il est de plus possible de contrôler l'énergie du laser à atomes en faisant varier la fréquence du champ rf. On peut ainsi créer un laser à atomes d'énergie faible même pour un condensat de potentiel chimique élevé. Toutefois, ce laser à atomes aura un flux faible, ce qui le rend difficile à détecter. Ainsi pour observer des effets quantiques avec le laser à atomes, nous cherchons ainsi également à diminuer le potentiel chimique du condensat-source en décomprimant le piège hybride.

1.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le dispositif expérimental nous permettant de réaliser deux types d'ondes de matière guidées : un condensat en expansion dans le guide optique et un laser à atomes guidé. Ces deux ondes de matière ont des longueurs d'onde de de Broglie λ_{dB} de l'ordre du micron, soit de l'ordre des longueurs d'onde du visible. Notre configuration est ainsi particulière-

[16] Le principe est identique à celui de l'évaporation radio-fréquence, la seule différence concerne l'amplitude du champ rf appliqué.

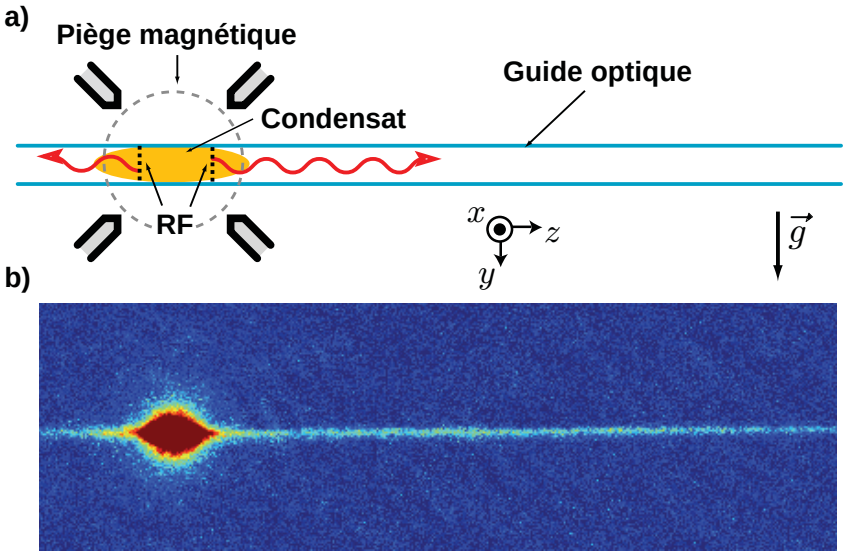


FIG. 1.15: Principe du laser à atomes guidé optiquement. a) les atomes, extraits du condensat sous l'effet d'un champ radio-fréquence, se propagent librement dans le guide optique. b) Image en absorption d'un laser à atomes. Le champ de l'image vaut 1.4 mm.

ment adaptée à l'observation de phénomènes de transport quantique au passage d'obstacles créés optiquement. Pour chacune des ondes de matière, nous avons cherché à observer un effet quantique différent. D'une part, nous avons étudié la propagation de l'onde de matière créée par le condensat en expansion en présence d'un désordre, réalisé à partir de tavelures laser (ou *speckle*). Ce travail a conduit à l'observation de la localisation d'Anderson [52], qui constitue le résultat majeur de cette thèse. D'autre part, nous avons aussi commencé à étudier la propagation du laser à atomes guidé à travers une unique barrière de potentiel (là aussi réalisée optiquement à partir d'un faisceau laser focalisé). Ces travaux préliminaires sont prometteurs en vue d'observer un effet tunnel au passage du laser à atomes à travers une barrière de potentiel. Ces deux études font respectivement l'objet des chapitres 2 et 3 de ce manuscrit.

CHAPITRE 2

Localisation d'Anderson d'un condensat en expansion

La localisation d'Anderson est l'un des effets spectaculaires induits par un désordre sur la propagation d'ondes, celles-ci pouvant être stoppées même en présence d'un désordre faible. Prédite en 1958 par P.W. Anderson pour des ondes électroniques sans interactions afin d'expliquer la transition métal-isolant [35], la localisation a été mise en évidence expérimentalement dans ce type de systèmes, toutefois les interactions entre électrons et la présence de phonons rendent l'obtention de résultats quantitatifs difficile. Il n'a été réalisé qu'au milieu des années 1980 que ce phénomène était commun à tous les types d'ondes se propageant dans un milieu désordonné [102]. La localisation d'Anderson a alors été l'objet de nombreuses observations expérimentales avec des ondes classiques (ondes lumineuses, sonores ou μ-ondes) [36] mais n'avait jusqu'à présent jamais été observée directement avec des ondes de matière [52, 53]. Nous présentons dans ce chapitre notre étude de la localisation d'Anderson d'un condensat en expansion dans un guide optique unidimensionnel en présence de désordre [52] : celui-ci est créé par un champ de tavelures (ou *speckle*) obtenu par diffusion d'une lumière laser cohérente par une surface rugueuse.

Nous introduisons tout d'abord quelques idées générales sur la propagation et la localisation des ondes dans un milieu aléatoire : nous présentons plus spécifiquement la localisation d'Anderson et ses principales propriétés. Puis nous détaillons le cas particulier d'un condensat en expansion dans un guide unidimensionnel en présence d'un champ de speckle [46]. Nous décrivons ensuite les deux principaux éléments de notre schéma expérimental, à savoir le potentiel aléatoire obtenu à l'aide du speckle et le condensat en expansion : nous détaillons leur mise en place et leur caractérisation expérimentale. Puis nous présentons notre observation expérimentale de la localisation exponentielle d'un condensat en présence de désordre. Enfin dans la dernière partie, nous présentons notre étude expérimentale d'un régime spécifique à la localisation d'un condensat en présence de speckle : à savoir le régime de localisation algébrique [46].

2.1 Localisation d'onde dans le désordre

Il existe plusieurs approches pour introduire le phénomène de localisation d'Anderson, comme on peut le voir par exemple dans les revues [103–105]. Dans sa prédiction théorique initiale [35], Anderson considère des électrons sans interaction dans un réseau régulier spatialement mais dont l'énergie par site varie aléatoirement selon une distribution de largeur W et montre qu'au delà d'une valeur critique de W, les électrons ne peuvent plus diffuser dans le réseau, le système se comportant alors comme un isolant.

Il est aussi possible de présenter la localisation d'Anderson à l'aide d'une approche plus ondulatoire développée au début des années 1980 par Vollhardt et Wölfle [106] : dans cette approche (ou "self-consistent theory"), la localisation d'Anderson est considérée comme une extension du phénomène de localisation faible [107], qui apparaît lors de la diffusion d'ondes dans un milieu faiblement désordonné et se manifeste, non pas par l'arrêt total de l'onde, mais par une diminution de la constante de diffusion. A ce phénomène de localisation faible est associé un autre effet apparaîssant aussi dans les milieux faiblement désordonnés : la rétro-diffusion cohérente [107]. Le point commun à tous ces phénomènes est qu'ils se manifestent lorsque des phénomènes d'interférences (cohérents) survivent à une moyenne d'ensemble sur différentes réalisations du désordre. La mise en évidence de ces effets interférentiels au début des années 1980 avec l'expérience de Sharvin et Sharvin [108] a suscité d'innombrables études théoriques et expérimentales [103–105, 107].

Dans cette partie, nous adoptons cette approche ondulatoire, plus intuitive, pour introduire le phénomène de localisation d'Anderson. Nous commençons ainsi par présenter succintement la diffusion d'une onde scalaire sans interaction dans un milieu faiblement désordonné et montrons que la présence d'interférences conduit aux phénomènes de rétro-diffusion et de localisation faible. Nous nous inspirons fortement, pour ce faire, de la présentation de E. Akkermans et G. Montambaux dans leur livre *Physique Mésoscopique des Electrons et des Photons* [107]. Puis à partir de cette image, nous présentons le cas d'un désordre plus fort pour lequel apparaît la localisation d'Anderson. Nous décrivons alors ses principales propriétés et présentons un bref état de l'art des études expérimentales menées sur la localisation d'Anderson, en particulier dans le domaine des atomes froids.

2.1.1 Diffusion d'ondes dans un milieu désordonné

Nous considérons ici la propagation d'une onde plane monochromatique de vecteur d'onde $\boldsymbol{k}$ se propageant dans un milieu désordonné statique de taille finie.

Celui-ci est composé de diffuseurs ponctuels, élastiques, répartis aléatoirement aux positions $\boldsymbol{r}_i$. Pour décrire la diffusion de l'onde dans ce milieu aléatoire, il est nécessaire d'introduire les différentes échelles spatiales intervenant dans le problème : la longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$, le libre parcours moyen l^* caractérisant la distance entre deux diffuseurs du milieu désordonné et l'extension L de ce dernier. On distingue alors deux régimes de diffusion : le régime de *diffusion simple* lorsque $L << l^*$ où l'onde subit peu (ou pas) de diffusions et le régime de *diffusion multiple* lorsque $l^* << L$: l'onde subit dans ce cas de nombreuses collisions avec le milieu désordonné avant d'en sortir.

Dans la suite, nous considérons le régime de diffusion multiple, dans le cas d'un faible désordre : $kl^\star >> 1$. On peut alors considérer que l'onde se propage de diffuseur en diffuseur, comme représenté Fig.2.1. L'amplitude complexe $A(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{k'})$ de l'onde diffusée dans la direction $\boldsymbol{k'}$ s'écrit alors comme la sommes des amplitudes diffusées sur tous les chemins de diffusion possibles :

$$A(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{k'}) = \sum_{\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2} f(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)\, e^{i(\boldsymbol{k}.\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{k'}.\boldsymbol{r}_2)} \tag{2.1}$$

où $f(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ est l'amplitude complexe associée au chemin de diffusion multiple entre les points $\boldsymbol{r}_1$ et $\boldsymbol{r}_2$: elle tient compte de la phase accumulée par l'onde le long de ce chemin de diffusion. L'intensité de l'onde s'écrit alors :

$$|A(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{k'})|^2 = \sum_{\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2} \sum_{\boldsymbol{r}_3, \boldsymbol{r}_4} f(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) f^\star(\boldsymbol{r}_3, \boldsymbol{r}_4)\, e^{i(\boldsymbol{k}.\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{k'}.\boldsymbol{r}_2)}\, e^{-i(\boldsymbol{k}.\boldsymbol{r}_3 - \boldsymbol{k'}.\boldsymbol{r}_4)} \tag{2.2}$$

Le produit des amplitudes $f(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) f^\star(\boldsymbol{r}_3, \boldsymbol{r}_4)$ fait intervenir la différence de phase entre les deux chemins $\boldsymbol{r}_1 \to \boldsymbol{r}_2$ et $\boldsymbol{r}_3 \to \boldsymbol{r}_4$. Celle-ci varie aléatoirement avec les chemins de diffusion. Ainsi le produit des amplitudes moyenné sur les différentes réalisations du désordre est nul sauf lorsque les chemins suivis correspondent à des trajectoires identiques (Fig.2.1) : ces dernières correspondent à un unique chemin parcouru dans le même sens de propagation ($\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{r}_3$ et $\boldsymbol{r}_2 = \boldsymbol{r}_4$) ou dans le sens opposé ($\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{r}_4$ et $\boldsymbol{r}_2 = \boldsymbol{r}_3$).

L'intensité diffusée moyennée sur les différentes réalisations du désordre peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\langle |A(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{k'})|^2 \rangle = \langle \sum_{\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2} |f(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)|^2 \left[1 + e^{i(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k'}).(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2)} \right] \rangle \tag{2.3}$$

où $\langle ... \rangle$ représente la moyenne sur les réalisations du désordre. L'intensité diffusée moyenne est la somme de deux termes : le premier, de phase nulle, correspond à des chemins de diffusion parcourus dans le même sens (Fig.2.1a). C'est le terme de diffusion "classique". Le deuxième terme correspond aux interférences entre des chemins parcourus dans des sens opposés (Fig.2.1b).

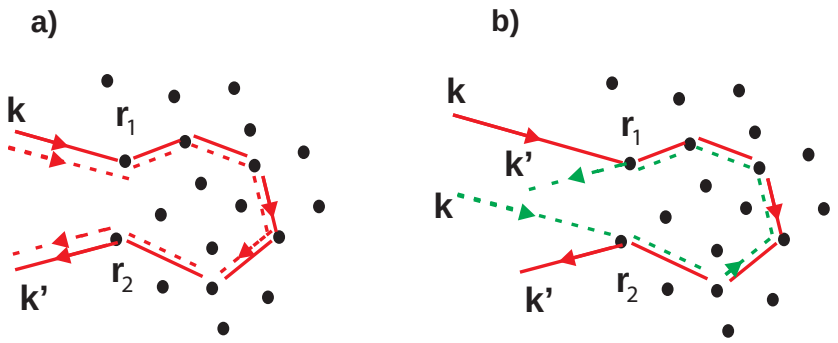


FIG. 2.1: Chemins de propagation contribuant à l'intensité diffusée : les chemins parcourus dans le même sens de propagation (a) correspondent à la diffusion classique et ceux parcourus dans des sens opposés (b) donnent lieu aux interférences.

2.1.1.1 Diffusion "classique"

Elle fait l'objet des théories développées au début du XXième siècle : théorie du transfert radiatif pour les ondes électromagnétiques et modèle de Drude-Boltzman pour les ondes électroniques. Ces théories ne prennent pas en compte les phénomènes d'interférences : l'intensité moyenne diffusée est donnée par la somme des intensités suivant tous les chemins possibles. Elles décrivent néanmoins de nombreuses situations expérimentales. Elles donnent par exemple l'évolution du coefficient de transmission moyen $\langle T \rangle$ d'une onde à travers un milieu aléatoire de taille finie L (ou loi d'Ohm) : $\langle T \rangle \propto l^*/L$. Il est aussi possible de décrire la diffusion des ondes à l'aide d'une équation de diffusion, définissant ainsi une constante finie caractéristique du problème : la constante de diffusion $\mathcal{D}_0 = \mathrm{v}l^*/d$ où v est la vitesse de l'onde et d la dimension du système [107].

2.1.1.2 Interférences

Le deuxième terme de l'équation (2.3) contient un terme de phase dépendant des positions $\boldsymbol{r}_{1,2}$. La somme sur ces positions est généralement nulle et le problème correctement décrit par la théorie de la diffusion "classique". Néanmoins, ce terme d'interférences devient non nul dans deux cas particuliers et est alors responsable d'effets persistants après une moyenne d'ensemble :

- $\boldsymbol{k} + \boldsymbol{k'} \simeq \boldsymbol{0}$: l'intensité diffusée dans la direction exactement opposée à la direction incidente est égale au double de la valeur classique. Ce phénomène est appelé rétro-diffusion cohérente et a lieu dans un cône d'angle $\Delta\theta \propto 1/(kl^*)$ faible autour de la direction incidente. Cet effet, impossible à observer avec des ondes électroniques, a été mis en évidence expérimentalement avec des ondes

lumineuses en 1984 [109, 110][1]. Le facteur 2 sur l'intensité rétro-diffusée n'a lui été mesuré précisément qu'en 1995 [111], cette mesure nécessitant une très bonne résolution angulaire.

- le cas $\boldsymbol{r_1}=\boldsymbol{r_2}$ traduit l'existence de boucles de diffusion fermées. Chaque boucle contribue d'un facteur 2 à l'intensité diffusée et ce indépendamment de la direction de diffusion. Néanmoins la contribution d'une unique boucle fermée est négligeable : un grand nombre de boucles est donc nécessaire pour modifier l'intensité diffusée par rapport à la valeur classique. L'existence de ces boucles fermées a pour conséquence d'augmenter la probabilité de retour de l'onde à sa position initiale. Ce phénomène, appelé localisation faible, se traduit par une "diminution" de la diffusion de l'onde dans le milieu désordonné. Par analogie avec la diffusion classique, on peut définir une constante de diffusion $\mathcal{D}$ et montrer qu'elle est finie et inférieure à la constante de diffusion classique : $0 < \mathcal{D} < \mathcal{D}_0$, la correction $\Delta\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 - \mathcal{D}$ apportée à la constante de diffusion classique restant faible devant cette dernière. Ce phénomène a été mis en évidence dans les années 1980 par des mesures de magnéto-résistance de films métalliques [108, 114] et observé avec différents types d'ondes dont par exemple les ondes sismiques [115].

2.1.2 Localisation forte ou localisation d'Anderson

Lorsque on augmente l'influence du milieu désordonné (lorsque kl^* diminue), on voit clairement que l'approche présentée ci-dessus va être mise en défaut lorsque la longueur d'onde λ de l'onde incidente et le libre parcours moyen caractéristique du milieu diffusant deviennent du même ordre de grandeur. Effectivement, une transition de phase a lieu entre le régime diffusif et un régime de localisation forte ou localisation d'Anderson, pour lequel la constante de diffusion $\mathcal{D}$ s'annule. La "position" de cette transition (appelée *mobility edge*) est donnée par le critère de Ioffe-Regel [116] : $kl^* \approx 1$. Dans le régime de localisation ($\lambda > l^*$), l'onde est complètement stoppée par le désordre et reste localisée dans une zone de l'espace autour de sa position initiale. Anderson a de plus montré que la fonction d'onde localisée présente une décroissance spatiale exponentielle à partir du point de localisation. Cette décroissance exponentielle, qui est la signature emblématique de la localisation d'Anderson, est caractérisée par la longueur de localisation L_{loc}. Pour des expériences de transmission, cette localisation se traduit par une décroissance exponentielle de la transmission de l'onde à travers le milieu aléatoire (de taille L) : $\langle \log T \rangle \propto -L/L_{\text{loc}}$. Notons également que, contrairement au cas classique, la transmission présente des fluctuations grandes devant sa valeur moyenne.

[1] La rétro-diffusion cohérente a fait l'objet de nombreuses études expérimentales : avec des ondes lumineuses se propageant dans divers milieux, comme par exemple des poudres diélectriques [111] ou des atomes froids [112], mais aussi avec des ondes sonores [113].

Ce phénomène de localisation est fortement dépendant de la dimensionnalité du système [117]. Dans un système unidimensionnel infini, une onde localise même en présence d'un désordre faible[2]. C'est aussi le cas à 2D, même si dans ce cas la longueur de localisation augmente exponentiellement lorsque l'influence du désordre diminue. A 3D, le comportement est très différent : il existe une réelle transition de phase entre un régime diffusif et un régime de localisation. Ici les exposants critiques (s et ν) caractérisant la transition peuvent être définis à partie de l'évolution des paramètres caractéristiques du système autour de la transition, à savoir la constante de diffusion et la longueur de localisation :

$$\mathcal{D} \propto (E - E_c)^s \quad \text{pour} \quad E \geq E_c \tag{2.4}$$

$$L_{\text{loc}} \propto (E - E_c)^{-\nu} \quad \text{pour} \quad E \leq E_c \tag{2.5}$$

où $E = (\hbar k)^2/2m$ est l'énergie de l'onde et E_c l'énergie critique correspondant à la transition. Les théories développées au début des années 1980, à savoir la "scaling theory" [117] et la "self-consistent theory" [106], prédisent que $s = \nu = 1$. Depuis 2008, une autre théorie [118], combinant les deux précédentes, prédit une valeur de 1.5 pour les exposants critiques. De plus comme nous le verrons dans la suite, les mesures expérimentales et les simulations numériques donnent aussi des résultats contradictoires. Compte tenu de la diversité des valeurs proposées et mesurées, la détermination des exposants critiques reste une problématique toujours d'actualité.

2.1.3 Une petite histoire de la localisation d'Anderson

La localisation d'Anderson a bien sûr été l'objet de nombreuses études expérimentales [103, 104]. La localisation ayant été initialement prédite dans le cadre de matière condensée, les études la concernant ont tout d'abord été menées dans les systèmes électroniques. Les premières observations de la transition métal-isolant induite par le désordre ont été réalisées au début des années 1980 avec des semi-conducteurs désordonnés : silicium dopé [119] et $Al_xGa_{1-x}As$ [120], à partir de mesures de conductivité et de susceptibilité diélectrique. Toutefois ces expériences ont donné des résultats contradictoires notamment sur la valeur des exposants critiques : 0.5 pour le silicium et autour de 1 pour $Al_xGa_{1-x}As$. De manière générale, les interactions entre électrons et/ou la présence d'excitations thermiques (phonons) rendent les mesures quantitatives extrêmement délicates dans les systèmes électroniques. Il est également possible d'étudier la localisation avec des expériences numériques [121]. Ces simulations sont seulement partiellement en accord avec les données expérimentales : elles donnent notamment des

[2] L'image de la localisation d'Anderson comme extension de la localisation faible n'est pas valable pour un système 1D. Dans ce cas, il n'y a pas de localisation faible et seul le phénomène de localisation forte existe.

exposants critiques autour de 1.5.

Comme nous l'avons déjà mentionné, depuis les années 1990, la localisation d'Anderson est sortie du cadre strict de la matière condensée pour être étudiée dans d'autres systèmes mieux contrôlables. Etant liée à la présence d'interférences, elle est observable dans tous les systèmes ondulatoires : classiques comme quantiques. En particulier, l'observation de la rétro-diffusion cohérente avec des ondes lumineuses en 1984 et une proposition de S. John [122] en 1988 ont suscité d'intenses recherches autour de la localisation d'Anderson des ondes acoustiques ou électromagnétiques, telles que les μ-ondes [123] et les ondes lumineuses [124]. Même si ces systèmes sont *a priori* plus facilement contrôlables, en particulier du fait de l'absence d'interactions, les résultats obtenus ont été très controversés en raison de la difficulté à différencier les signatures de la localisation de celles de l'absorption : en effet la localisation comme l'absorption induisent une décroissance exponentielle de la transmission avec l'extension du milieu diffusant. Néanmoins ce problème a été en grande partie résolu en mesurant les fluctuations de la transmission [125] ou en étudiant sa dynamique [37, 126, 127]. Ces méthodes ont permis en 2006 de déterminer des exposants critiques autour de 0.5 [128], soit toujours en désaccord avec les prédictions théoriques et les simulations numériques. Enfin, récemment des expériences menées dans des cristaux photoniques désordonnés [38,129] et avec des μ-ondes [130] ont permis d'observer directement les fonctions d'ondes localisées.

Enfin, une thématique en plein essor actuellement est l'étude de l'effet de non-linéarités (de type effet Kerr en optique) sur la localisation d'Anderson. Les expériences menées dans les cristaux photoniques [38, 129] ont en particulier commencé à aborder cette question. Nous reviendrons dans la suite sur cette thématique dans le cas des atomes froids, où les non-linéarités sont générées par les interactions inter-atomiques.

2.1.4 Localisation d'Anderson dans les atomes froids

C'est dans ce contexte qu'il a été proposé pour la première fois en 2003 de réaliser des études sur la localisation d'Anderson dans les atomes froids [39]. Plusieurs groupes, dont le groupe d'Optique Atomique à Orsay, se sont alors lancés dans la "quête" de la localisation d'Anderson d'ondes de matière créées à partir de condensats de Bose-Einstein.

2.1.4.1 Les atomes froids : un système très bien contrôlé

Comme nous l'avons déjà mentionné en introduction, les condensats sont bien adaptés à l'étude des problèmes de la matière condensée, et en particulier à l'étude de la localisation d'Anderson. Ces systèmes sont remarquablement bien

contrôlés, peuvent être obtenus dans des géométries variées (1D, 2D, 3D, réseaux) et observés à l'aide de différentes techniques [6] : la possibilité d'imager directement leur fonction d'onde est ainsi particulièrement intéressante pour l'étude de la localisation d'Anderson. Ils offrent aussi un bon contrôle des interactions inter-atomiques *via* les résonances de Feshbach [5] ou par modification de la densité spatiale du gaz. Enfin, il est possible de créer des potentiels désordonnés contrôlés et sans phonons, en particulier à l'aide de potentiels lumineux [49][3]. Ces derniers peuvent par exemple être obtenus en faisant l'image d'une surface rugueuse sur les atomes [42]. Néanmoins cette technique nécessite d'utiliser un très bon système d'imagerie. On peut aussi réaliser le potentiel désordonné à l'aide d'un champ de speckle [134]. Cette technique a déjà été utilisée [43, 44]. C'est aussi celle que nous utilisons : nous reviendrons ultérieurement sur ses propriétés (§.2.3). Enfin, il est possible de créer un "pseudo-désordre" en réalisant des réseaux optiques bichromatiques : ceux-ci sont obtenus en superposant deux réseaux optiques de longueurs d'ondes incommensurables et d'amplitudes très différentes [135].

2.1.4.2 "Quête de la localisation d'Anderson"

Après une première réalisation de condensats en présence de désordre [136], plusieurs tentatives expérimentales, utilisant comme onde de matière un condensat de Bose-Einstein en expansion dans un guide, ont alors eu lieu en 2005 à Hannovre, Florence et Orsay [42–44]. Ces expériences n'ont néanmoins pas permis l'observation de la localisation d'Anderson, en partie en raison d'interactions inter-atomiques trop importantes. Elles ont suscité un intense travail théorique que ce soit dans des systèmes unidimensionnels [46, 49, 50] ou en dimensions supérieures [45, 47, 48, 51].

Finalement, la localisation d'Anderson a été observée en 2008 à Florence et Orsay dans des systèmes 1D exempts d'interactions [52, 53]. Si la décroissance exponentielle des fonctions d'ondes localisées a été observée dans ces deux expériences, les systèmes utilisés sont toutefois différents et complémentaires :

- l'équipe de Florence a créé un fort désordre à l'aide d'un réseau bichromatique et est parvenue à supprimer les interactions à l'aide de résonance de

[3] D'autres méthodes peuvent être envisagées : les potentiels désordonnés peuvent par exemple être créés magnétiquement en utilisant la rugosité propre aux fils conducteurs à la surface d'une puce atomique [131] ou à l'aide d'antennes radio-fréquence [132]. Néanmoins, il est difficile de connaître précisément les propriétés statistiques des potentiels aléatoires ainsi réalisés. Il a aussi été proposé [133] de créer un potentiel aléatoire en utilisant deux espèces atomiques interagissant l'une avec l'autre en présence d'un réseau : l'idée est de créer un réseau optique d'amplitude élevée pour l'une des espèces atomiques et d'amplitude quasi-nulle pour l'autre espèce. Ainsi les atomes de la première espèce, placés aléatoirement dans les différents puits du réseau, sont vues comme des impuretés par les atomes de la seconde espèce. Les récentes réalisations de mélanges d'espèces dans des réseaux [15–17] vont dans ce sens.

Feshbach. L'expérience ainsi réalisée se rapproche du modèle d'Anderson dans le sens que les atomes se propagent dans un réseau principal dont les énergies sur site sont perturbées par la présence d'un deuxième réseau d'amplitude faible. Néanmoins, ce système, décrit par l'hamiltonien d'Aubry-André [137], présente une transition de phase entre un régime diffusif et un régime de localisation, même en 1D [53].

- sur notre expérience, nous avons utilisé un condensat très dilué pour supprimer les interactions. Nous avons alors observé la localisation d'Anderson en laissant l'onde de matière, créée par le condensat en expansion dans un guide d'onde 1D, se propager sur de grandes distances en présence d'un désordre (créé par un speckle) faible [52]. Ce travail sera présenté en détails dans la suite.

Il paraît clair que ces deux expériences sont le point de départ à des études expérimentales de la localisation d'Anderson en dimensions supérieures : à 2D [45, 47] et surtout à 3D [48, 51] où elles pourraient permettre de répondre aux questions qui restent ouvertes, à savoir la position exacte du *mobility edge* et la valeur des exposants critiques.

Enfin, pour être le plus complet possible, signalons que des expériences ont été menées avec des atomes froids pour étudier le phénomène dit de localisation dynamique dans des systèmes de rotateurs forcés (*kicked-rotor systems*) à 1D [40] et à 3D [41]. Il existe en effet une correspondance entre la localisation d'Anderson 1D et le comportement d'un "kicked rotor" quantique excité à une fréquence particulière, pour lequel une localisation est observée dans l'espace des impulsions. Par ailleurs, il a été montré que l'analogue 3D d'un tel système, obtenu par l'ajout de fréquences d'excitation supplémentaires, est substantiellement équivalent au modèle d'Anderson 3D [138]. L'expérience réalisée à Lille [41] a en particulier permis de déterminer des exposants critiques ($\nu \approx 1.4$) très proches des résultats obtenus par des simulations numériques.

2.1.4.3 Désordre et interactions

Comme nous l'avons mentionné auparavant, la localisation d'Anderson considère des particules sans interactions et est donc intrinsèquement un phénomène à une particule. En particulier le modèle d'Anderson ne prend pas en compte l'interaction coulombienne entre électrons, pourtant inhérente aux systèmes électroniques : la transition métal-isolant est induite par le désordre. Cette approche est ainsi complémentaire de l'approche proposée par Mott [139] qui considère un système sans désordre, la transition métal-isolant étant alors induite par les interactions. Naturellement, chacune de ces deux approches ne peut à elle seule décrire des systèmes électroniques réels, pour lequels il faut tenir compte de la présence d'impuretés et des interactions.

La prise en compte des interactions fait donc l'objet de nombreux travaux théoriques et en particulier dans le cadre des atomes froids [49,140], où les interactions inter-atomiques sont aisément contrôlables *via* des résonances de Feshbach. L'effet des interactions sur la localisation d'Anderson n'est que partiellement connue aujourd'hui et fait l'objet de débats toujours ouverts : l'idée communément admise est que de faibles interactions suffisent à détruire la localisation. Néanmoins des résultats obtenus récemment semblent contredire cette idée : dans le cas de condensats en expansion, des simulations numériques [141,142] indiquent que les interactions répulsives entre atomes ne détruisent la localisation d'Anderson que lorsqu'elles dépassent une valeur critique. D'autres résultats [143] prédisent que la localisation devrait persister même en présence d'interactions[4]. Il a aussi été suggéré récemment, en considérant la transmission d'une onde de matière quasi-monochromatique à travers un milieu désordonné, que les interactions répulsives induisaient une diminution des longueurs de localisation avant de détruire complètement la localisation [31, 33]. Enfin notons que très récemment, en 2009, cette question des interactions a commencé à être abordée expérimentalement à Florence [147].

De manière plus générale, l'effet combiné du désordre et d'interactions sur des nuages d'atomes froids donne lieu à une physique très riche : en particulier en présence d'interactions fortes, il est prédit l'apparition de nouvelles phases quantiques, comme par exemple le verre de Bose [148, 149], donnant lieu à des diagrammes de phases complexes [3, 150–152]. Ceux-ci permettent de décrire la transition d'Anderson en l'absence d'interactions comme la transition de Mott en l'absence de désordre. Ce domaine de recherche est particulièrement actif actuellement, donnant lieu à de nombreuses propositions théoriques pour l'étude de ces phases, en particulier dans des réseaux optiques [3], de même il existe des propositions similaires pour étudier des gaz de fermions ou des mélanges boson-boson ou fermion-boson. Ces systèmes désordonnés en présence d'interactions font aussi l'objet d'études expérimentales, que ce soit par la mesure d'oscillations dipolaires [153] ou d'oscillations de Bloch [154], qu'elles concernent des bosons en interaction dans un réseau optique [135, 155] ou des mélanges d'espèces [15–18]... En conclusion, les travaux qui seront présentés dans la suite s'inscrivent dans un contexte scientifique en pleine émulation et extrêmement compétitif, la démonstration de la localisation d'Anderson 1D étant considérée comme un "*milestone*" du domaine.

[4]Notons aussi les travaux réalisés sur la localisation des excitations de Bogolyubov [144–146].

2.2 Localisation d'Anderson d'ondes de matière à une dimension

Après avoir présenté la localisation d'Anderson de manière générale, nous revenons dans cette partie sur les particularités de la localisation 1D d'ondes de matière. Nous considérons tout d'abord le cas d'une onde plane se propageant en présence d'un désordre quelconque. Puis nous présentons les résultats théoriques de la proposition de L. Sanchez-Palencia [46] concernant la localisation d'Anderson d'un condensat en expansion dans un champ de speckle. Nous verrons en particulier que cette étude théorique permet d'identifier une condition essentielle pour l'observation de la localisation et que nous avons mis en œuvre expérimentalement.

2.2.1 Localisation d'une onde plane

Considérons ici une onde plane de vecteur d'onde k caractérisée par son énergie $E_k = \hbar^2 k^2/2m$ qui se propage dans un potentiel désordonné $V(z)$. Celui-ci est constitué de barrières de potentiel aléatoirement réparties spatialement et d'amplitudes aléatoires. L'échelle caractéristique δz des variations spatiales du potentiel est faible devant la longueur d'onde $\lambda_k = 2\pi/k$ de l'onde. On caractérise le désordre en amplitude par la valeur moyenne V_{R} de l'amplitude des barrières. A 1D, il est prédit que toute onde k localise quelque soit l'amplitude du désordre. En particulier l'onde k est localisée par un désordre d'amplitude faible devant l'énergie de l'onde : $V_{\mathrm{R}} << E_k$. C'est ce cas que nous considérons dans la suite. Si on associe à l'onde k une particule classique de même énergie, le régime de faible désordre correspond à un régime où la particule "vole" au dessus du désordre sans être affectée par ce dernier. Si maintenant, on considère une particule quantique, celle-ci subit de multiples réflexions quantiques sur différentes les barrières de potentiel : la localisation de la particule dans le désordre résulte alors des interférences destructives entre toutes ces réflexions.

Chacune des réflexions quantiques que subit l'onde est aléatoire du fait de la répartition aléatoire des barrières dans l'espace et en amplitude. L'ensemble de ces réflexions multiples interfère destructivement, induisant une diminution faible de l'amplitude de l'onde au passage de chaque barrière de potentiel jusqu'à annulation et entrainant la formation d'un état localisé ϕ_k. Il est prédit que la fonction d'onde de cet état localisé présente une enveloppe $r(z)$ décroissant exponentiellement dans l'espace. Cette décroissance est décrite par la longueur de localisation $L_{loc}(k)$ et qui est grande devant Δz. Cette décroissance peut être aussi décrite à l'aide de l'exposant de Lyapounov égal à l'inverse de la longueur de localisation et qui s'écrit :

$$\gamma(k) = \frac{1}{L_{loc}(k)} = -lim_{|z|\to\infty} \left\langle \frac{\log(r(z))}{|z|} \right\rangle \tag{2.6}$$

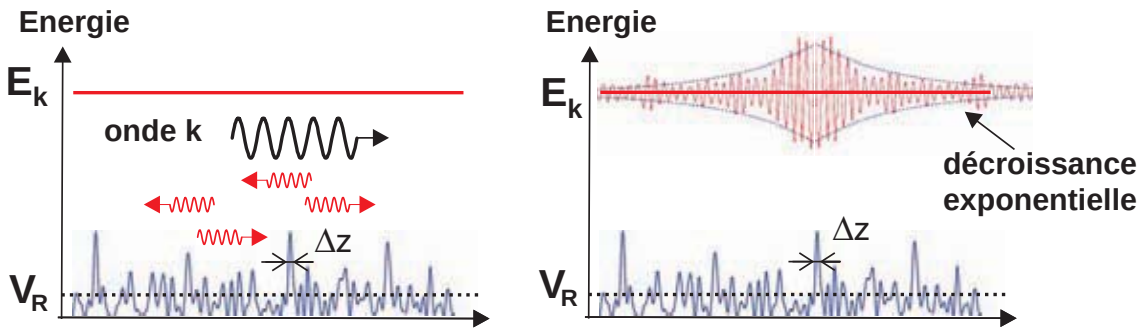


FIG. 2.2: Localisation d'Anderson d'une onde k en présence de faible désordre : l'onde, d'énergie E_k supérieure à l'amplitude moyenne V_{R} du désordre, subit de multiples réflexions quantiques sur les barrières du désordre. Celles-ci interfèrent destructivement, donnant lieu à une onde localisée dont la fonction d'onde décroit exponentiellement.

L'évolution de ϕ_k est donnée par l'équation de Schrödinger linéaire à une dimension :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_z^2 + V(z)\right]\phi_k(z) = E_k\phi_k(z) \tag{2.7}$$

Dans le régime de faible désordre, il est possible de faire un traitement perturbatif du problème en se plaçant dans l'approximation de Born. La résolution de l'équation (2.7) au premier ordre de l'approximation de Born permet de calculer explicitement l'exposant de Lyapounov $\gamma(k)$. On montre alors [46, 156] que $\gamma(k)$ est proportionnel à la densité spectrale du désordre $C(k)$[5] à la fréquence spatiale $2k$:

$$\gamma(k) = \frac{\sqrt{2\pi}}{2}\frac{m^2}{\hbar^4 k^2}\, C(2k) \tag{2.8}$$

Cette formulation indique qu'une onde k n'est localisée que si elle trouve une condition de Bragg dans le désordre qui la diffuse vers l'arrière : $k_{desordre} = 2k$. En d'autres termes, pour que l'onde k soit localisée, il faut qu'il existe une composante spectrale $2k$ dans le désordre. Dans le cas contraire, au premier ordre dans l'approximmation de Born, l'exposant de Lyapounov est nul, la longueur de localisation tend alors vers l'infini et l'onde n'est alors que très faiblement diffusée par le désordre.

En anticipant un peu sur la suite, nous présentons ici le cas particulier d'un désordre issu d'un champ de speckle. Nous verrons que dans ce cas, le spectre du désordre est à support fini. La distribution en fréquence spatiale $C(2k)$ est

[5]Comme nous le verrons par la suite (§.2.3.1), la densité spectrale $C(k)$ du désordre est donnée par la transformée de Fourier de la fonction de corrélation $\langle V(z)V(z+\delta z)\rangle$ du potentiel aléatoire.

triangulaire et prend uniquement des valeurs non nulles pour les fréquences spatiales k inférieures à une fréquence de coupure $k_c = \pi/\Delta z$. Cette fréquence de coupure va jouer le rôle d'un seuil de mobilité effectif (*effective mobility edge*) : il a été montré, en prenant en compte les ordres supérieurs dans l'approximation de Born, que toutes les ondes sont localisées par un champ de speckle avec une longueur de localisation finie, mais que les longueurs de localisation subissent un "saut" (jusqu'à plusieurs ordres de grandeur) au niveau de k_c [157, 158] : au-delà de k_c, elles deviennent en particulier bien plus grandes que la taille typique des systèmes expérimentaux ($\sim$ mm). Les ondes telles que $k > k_c$ vont donc en pratique rapidement disparaître du système et seules les longueurs de localisation des ondes $k < k_c$ (qui sont diffusées efficacement par le désordre) pourront être mesurées expérimentalement.

2.2.2 Localisation d'un condensat en expansion dans un champ de speckle

Naturellement, une onde plane n'est pas réalisable expérimentalement. On peut néanmoins réaliser une superposition d'ondes planes caractérisée par sa distribution $D(k)$. En particulier, cette superposition d'ondes planes peut être obtenue en relâchant un condensat dans un guide uni-dimensionnel. Dans cette partie, nous nous attachons à décrire la localisation d'Anderson d'une telle onde de matière, créée par un condensat en expansion, en présence d'un désordre créé par un champ de speckle. Ce schéma expérimental a déjà été utilisé dans les tentatives expérimentales en 2005 [43,44]. Dans ces expériences, un arrêt de l'onde de matière en présence du désordre a été observé. Cependant cet arrêt n'est pas dû au phénomene de localisation d'Anderson. Il s'explique d'une part, dans les ailes des profils de densité observés, par un effet de localisation "classique" entre deux barrières de désordre et d'autre part, par un effet de fragmentation au centre de ces profils [50]. Ces expériences ont été le point de départ de travaux théoriques afin de déterminer les conditions nécessaires à la localisation d'Anderson d'un condensat en expansion dans un champ de speckle, menant à une proposition théorique de L. Sanchez-Palencia en 2007 [46]. C'est sur cette proposition que repose notre schéma expérimental et nous en décrivons ici les points essentiels.

L'onde de matière, créée à partir un condensat de Bose-Einstein 1D, se propage dans un potentiel désordonnné issu d'un champ de speckle. Ce dernier a une amplitude V_{R} faible de manière à éviter tout piégeage classique entre deux barrières élevées du désordre. Initialement le condensat est à l'équilibre thermodynamique dans un piège harmonique de fréquence longitudinale ω. Son énergie d'interaction est caractérisée par le potentiel chimique initial μ_{IN}. A l'instant $t = 0$, le confinement du piège est annulé et le condensat s'étend en présence du potentiel désordonné.

L'expansion du condensat peut se décomposer en deux phases : pendant la première phase ($t \lesssim 1/\omega$), l'expansion du condensat est dominée par les interactions répulsives entre atomes et le désordre ne joue pas de rôle déterminant. A l'issue de cette phase, l'énergie d'interaction initiale est entièrement convertie en énergie cinétique. Il est alors possible de décrire le condensat en expansion comme une superposition d'ondes planes indépendantes entre elles et se propageant librement. Dans la deuxième de phase de l'expansion, on considère alors la diffusion de cette superposition d'ondes planes par le désordre d'amplitude faible. Chaque composante k diffusée par le désordre localise au sens d'Anderson avec une longueur de localisation qui dépend de k. Ainsi l'onde de matière créée par le condensat en expansion localise et son profil de densité est alors donné par la superposition des ondes localisées ϕ_k :

$$n(z) = \left\langle |\psi(z)|^2 \right\rangle = 2 \int_0^\infty dk \; D(k) \left\langle |\phi_k(z)|^2 \right\rangle \tag{2.9}$$

où $\langle ... \rangle$ représente une moyenne sur différentes réalisations du potentiel aléatoire. $D(k)$ est la distribution en onde k du condensat en expansion en l'absence de désordre et $|\phi_k(z)|^2$ est le profil de densité de l'onde k localisée. Dans la suite, nous explicitons ces deux termes :

- la distribution $D(k)$ du condensat est obtenue en supposant qu'initialement le condensat est dans le régime de Thomas-Fermi : son profil de densité est alors une parabole inversée. D'après les équations de scaling [92, 93], ce dernier est simplement dilaté au cours de l'expansion par un coefficient dépendant du temps $b(t)$ et reste parabolique. On peut alors montrer que la distribution en onde k du condensat en expansion est une parabole inversée caractérisée par le vecteur d'onde maximal k_{max} :

$$D(k) \approx \frac{3N}{4k_{max}}(1 - \frac{k^2}{k_{max}^2})\Theta(1 - \frac{k}{k_{max}}) \tag{2.10}$$

où N est le nombre d'atomes dans le condensat. k_{max} donne directement l'énergie cinétique maximale des atomes du condensat en expansion et est relié à μ_{IN} par conservation de l'énergie. Dans le cas d'un système 1D, l'énergie cinétique maximale vaut $E_c^{max} = (\hbar k_{max})^2/2m = 2\mu_{IN}$ (Annexe A).

- d'autre part, pour connaitre le profil de l'onde de matière localisée en présence de désordre, il est nécessaire de connaitre la fonction d'onde ϕ_k de chaque composante k localisée. Celle-ci décroît exponentiellement avec une longueur de localisation $L_{loc}(k)$ qui dépend de k, *via* la densité spectrale du désordre. Pour déterminer si l'onde de matière localise dans le désordre, il est alors nécessaire de comparer les deux distributions en k caractéristiques du système : à savoir la

distribution en k de l'onde de matière et la densité spectrale du désordre. Dans le cas d'un désordre obtenu avec du speckle, la distribution en fréquence spatiale $C(2k)$ a une fréquence de coupure $k_c = \pi/\Delta z$. Pour que l'onde de matière, créée par le condensat en expansion dans le guide, localise dans son ensemble en présence de désordre, il est nécessaire que toutes ses composantes k soient elles-mêmes localisées. Ceci implique la condition suivante :

$$k_{max} < k_c \tag{2.11}$$

où k_c joue le rôle d'un seuil de mobilité effectif. Lorsque la condition (2.11) est respectée, la somme (2.9) est alors dominée par l'expansion de la composante k_{max} et il été montré que le profil de densité $n(z)$ de la fonction d'onde totale localisée décroît exponentiellement avec une longueur caractéristique donnée par la longueur de localisation maximale [46] :

$$L_{loc}(k_{max}) = \frac{2\hbar^4 k_c k_{max}^2}{\pi m^2 V_{\mathrm{R}}^2 (1 - k_{max}/k_c)} \tag{2.12}$$

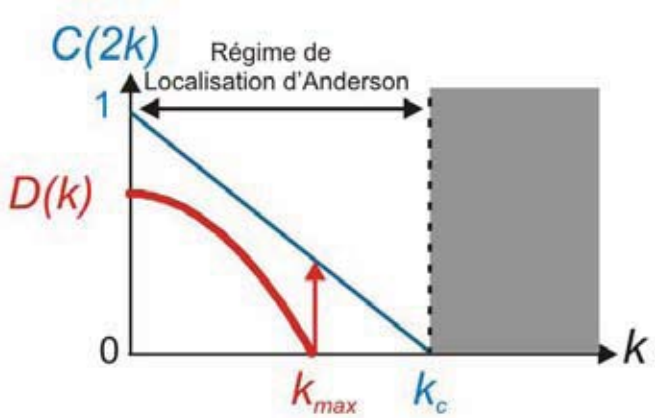


FIG. 2.3: Condition pour la localisation exponentielle d'un condensat en expansion dans un désordre créé à partir de speckle : $k_{max} < k_c$. Les deux distributions en impulsion caractérisant le désordre (speckle) et l'onde de matière (condensat en expansion) sont tracées. La distribution en k du condensat en expansion $D(k)$ (caractérisée par son vecteur d'onde maximal k_{max}) est contenue dans la distribution en fréquence spatiale du speckle $C(2k)$ (caractérisée par son vecteur d'onde maximal k_c).

Ainsi la localisation d'Anderson d'un condensat en expansion dans un champ de speckle est caractérisée par trois paramètres clés. Les deux premiers paramètres concernent les distributions en fréquence du condensat et du speckle : k_{max} et k_c. Le dernier paramètre qui intervient est l'amplitude moyenne du désordre V_{R}, qui doit être faible devant l'énergie cinétique typique du condensat en expansion et donc devant le potentiel chimique initial du condensat.

Expérimentalement, nous mettons en œuvre cette proposition théorique en relâchant le condensat, créé dans le piège hybride, dans le guide optique (§.1.4.0.3) en présence du désordre créé par un champ de speckle. Comme nous l'avons vu, le point essentiel de la localisation exponentielle d'un condensat en expansion est la condition : $k_{max} < k_c$. Cette condition implique en particulier de créer un speckle avec une grande fréquence spatiale k_c, ce qui correspond à une longueur caractéristique Δz des variations spatiales du potentiel aléatoire faible. Comme le speckle est créé par la diffusion d'une lumière laser, Δz est de l'ordre du μm. La condition $k_{max} < k_c$ implique alors la réalisation d'un condensat dilué de faible potentiel chimique initial. Nous verrons qu'un point clé de l'expérience est de pouvoir mesurer expérimentalement k_{max}, k_c, V_{R} et la longueur de localisation L_{loc}.

Dans les deux parties suivantes, nous décrivons précisément la mise en place expérimentale des deux principaux éléments de notre schéma expérimental : d'une part du désordre et d'autre part du condensat en expansion. Nous détaillons dans la partie §.2.3 notre réalisation expérimentale du speckle ainsi que sa caractérisation (mesure de k_c). Puis nous présentons, dans la partie §.2.4, notre réalisation d'un condensat dilué dans le piège hybride et sa caractérisation à partir de son expansion en l'absence de désordre (mesure de k_{max}).

2.3 Réalisation du désordre par un champ de speckle

Le désordre que nous utilisons sur notre expérience est créé par un champ de tavelures (ou *speckle*) : il correspond à la distribution spatiale aléatoire d'intensité qui résulte de la diffusion d'un faisceau laser cohérent par une surface rugueuse. Selon le montage, la diffusion peut se faire en réflexion comme en transmission. Sur notre expérience, nous avons choisi un dispositif de diffusion en transmission (Fig. 2.4) : le faisceau laser est diffracté au passage à travers un verre dépoli dont l'épaisseur varie aléatoirement. Celui-ci peut être vu comme un grand nombre d'éléments diffusants, qui sous l'effet du champ laser incident, émettent des ondes déphasées aléatoirement les unes par rapport aux autres. Les interférences de ces ondes, constructives ou destructives suivant le point du champ $\boldsymbol{r}$ de speckle où on se place, sont alors à l'origine de la répartition spatialement aléatoire d'intensité.

Des atomes placés dans ce champ lumineux ressentent alors un potentiel dipolaire $V(\boldsymbol{r})$, directement proportionnel à l'intensité lumineuse et donc spatialement aléatoire. Les propriétés statistiques d'un champ de speckle étant bien

connues[6] [159], le potentiel dipolaire qui en résulte est parfaitement contrôlé [160], que ce soit pour ses propriétés de corrélation ou sa loi de distribution en amplitude. De plus, nous avonc choisi de travailler avec un faisceau laser à 514 nm, soit désaccordé dans le bleu de la raie D_2 du Rubidium 87. Le potentiel dipolaire ressenti par les atomes est ainsi composé de barrières de potentiel aléatoirement réparties et d'amplitude variable.

Dans cette partie, nous commençons par décrire les propriétés statistiques d'un champ de speckle. Puis nous décrivons notre réalisation expérimentale du speckle et sa mise en place sur notre dispositif expérimental en vue de l'expérience de localisation. Enfin, nous déterminons ses caractéristiques spatiales et présentons la caractérisation en amplitude du potentiel dipolaire désordonné correspondant.

2.3.1 Modélisation et propriétés d'un speckle

2.3.1.1 Modélisation d'un speckle : amplitude diffractée

Comme nous l'avons mentionné précédemment, le champ de speckle est obtenu par diffusion d'une onde lumineuse au passage à travers un verre dépoli d'épaisseur variable $\delta e(\alpha, \beta)$ où (α, β) repèrent la position dans le plan du verre dépoli. La diffusion d'une onde plane incidente d'amplitude a_0 donne lieu, juste après le dépoli, à une onde d'amplitude :

$$a(\alpha, \beta) = a_0 e^{i\delta\phi} \text{ avec } \delta\phi(\alpha, \beta) = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\delta e(\alpha, \beta) \tag{2.13}$$

où λ est la longueur d'onde et n l'indice du verre. Ce champ est parfaitement aléatoire lorsque le déphasage $\delta\phi$ est uniformément réparti sur $[-\pi, \pi]$, ce qui impose une amplitude moyenne des variations d'épaisseur du dépoli supérieure à λ. Autrement dit, la surface du dépoli doit être suffisamment rugueuse, ce qui est aisément réalisé en pratique. Dans ce cas, le dépoli est alors essentiellement caractérisé par sa longueur de corrélation spatiale r_c et il donne lieu à un speckle dit "pleinement développé".

Dans la suite, nous considérons le cas d'un speckle pleinement développé obtenu dans le plan focal d'une lentille convergente[7] de focale f (Fig. 2.4a). L'amplitude diffractée en un point du plan focal s'écrit alors, dans le cadre de l'approximation paraxiale ($f >> D$) :

$$A(y, z, x = f) = \frac{e^{ikf}}{i\lambda f} e^{i\frac{k}{2f}(y^2+z^2)} \int d\alpha d\beta a(\alpha, \beta) e^{i\frac{k}{2f}(\alpha^2+\beta^2)} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}(y\alpha+z\beta)} \tag{2.14}$$

[6] Comme nous le verrons, l'amplitude du champ lumineux est une variable gaussienne.

[7] Du fait du caractère aléatoire du dépoli, le speckle est insensible aux aberrations de la lentille, ce qui rend sa réalisation relativement facile.

On déduit de l'amplitude diffractée (2.14) les caractéristiques de la figure de speckle.

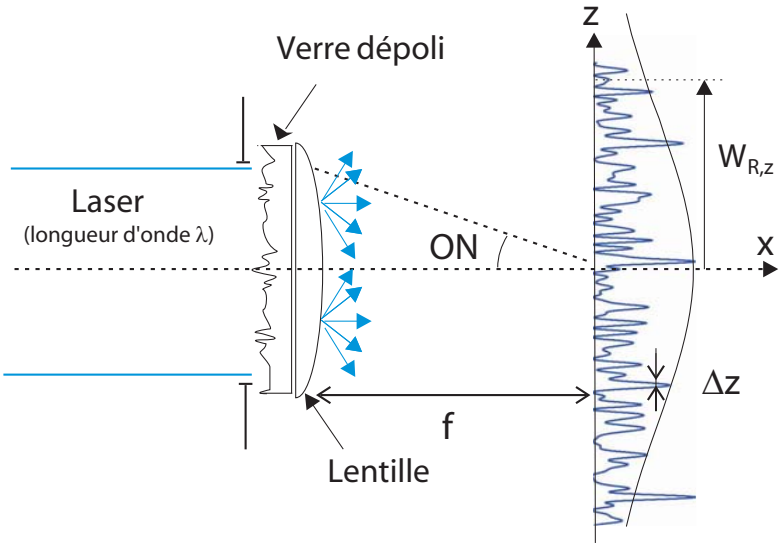


FIG. 2.4: Réalisation d'un champ de speckle par transmission. Le verre dépoli diffuse le faisceau laser (de diamètre D) et le champ de speckle est obtenu dans le régime de diffraction de Fraunhofer, *ie* dans le plan focal d'une lentille convergente de focale f. L'ouverture numérique $ON = D/2f$ du système donne la taille caractéristique des grains de speckle Δz. Les axes correspondent à ceux de notre expérience, l'axe z étant l'axe de propagation de l'onde de matière. Dans notre cas, le champ de speckle présente une répartition gaussienne d'intensité dont l'extension est donnée par le waist à $1/e^2$: $w_{\mathrm{R},z} = f\theta$ avec θ est l'angle de diffusion des diffuseurs.

2.3.1.2 Image "simpliste" du speckle

Avant de détailler les caractéristiques de la figure de speckle, nous allons voir que, comme mentionné en introduction, on peut les comprendre simplement en terme d'interférences à ondes multiples.

Le dépoli, caractérisé par sa longueur de corrélation r_c, peut être vu comme un ensemble d'un grand nombre N de diffuseurs indépendants, de largeur r_c fixe et d'épaisseur aléatoire. Chaque diffuseur indépendant diffracte dans un cône d'angle $\theta \approx \lambda/r_c$, donnant lieu à une répartition d'intensité sur une taille $f\theta$ dans le plan focal de la lentille. Dans ce plan, les taches d'intensité des différents diffuseurs se superposent parfaitement et donnent l'enveloppe de la répartition totale d'intensité : son extension dépend de la taille caractéristique des diffuseurs r_c. Les interférences entre les amplitudes diffractées par les différents diffuseurs

créent quant-à-elles une modulation à l'intérieur de cette enveloppe. Si les diffuseurs sont petits (de l'ordre de λ), la tache totale d'intensité a une extension grande devant la largeur d'une modulation, appelée "grain" de speckle.

Au final, en un point donné du plan focal, tous les diffuseurs du dépoli contribuent avec la même amplitude à l'amplitude diffractée totale A, seules leurs phases diffèrent. On remplace alors l'intégrale (2.14) par une somme discrète :

$$A = \frac{a_0}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{N} e^{i\phi_n} \tag{2.15}$$

où $N = D/r_c$ si on ne considère qu'une dimension et où les phases ϕ_n sont indépendantes et réparties uniformément sur $[-\pi, \pi]$. Le champ de speckle peut ainsi s'interpréter comme le résultat d'interférences à N ondes réparties sur l'ensemble du diffuseur. De plus, cette figure d'interférence va nécessairement présenter une longueur de corrélation (ou taille de grain) due à la diffraction : intuitivement, la taille des grains doit être égale à $\lambda/2\,ON$ où ON est l'ouverture sous laquelle le grain de speckle "voit" le diffuseur. Nous démontrons rigoureusement ce résultat dans la suite.

2.3.1.3 Distribution en intensité

D'après 2.15, l'amplitude diffractée A en un point est une somme de N variables aléatoires avec $N >> 1$. Le théorème de la limite centrale s'applique alors : on en déduit alors que la loi de probabilité de l'amplitude est gaussienne. L'intensité de l'onde diffractée étant donné par $I = |A|^2$, sa distribution est exponentielle et s'écrit [159] :

$$P(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-\frac{I}{\langle I \rangle}} \tag{2.16}$$

où $\langle I \rangle$ est l'intensité moyenne au sens statistique et est égale à la déviation standard en intensité σ_I. Ainsi le contraste, défini par $c = \sigma_I / \langle I \rangle$, vaut toujours 1 pour une figure de speckle. Insistons sur le fait que la distribution en intensité dépend uniquement de $\langle I \rangle$, ce qui est particulièrement intéressant expérimentalement : la détermination de l'intensité moyenne permet, à elle seule, de connaître complètement la distribution en intensité du speckle.

2.3.1.4 Propriétés spatiales et dimensions d'un grain de speckle

Les variations spatiales d'un champ de speckle sont caractérisées quantitativement par sa fonction de corrélation et par sa densité spectrale de puissance (ou distribution en fréquence spatiale). Nous nous intéressons dans cette partie à leurs caractéristiques dans le cadre de l'approximation paraxiale. Nous supposons aussi que les rayons de corrélation des diffuseurs sont infiniment fins : la

figure de speckle s'étend alors dans tout l'espace et ses propriétés statistiques sont invariantes par translation. Pour simplifier, nous nous plaçons autour du point focal.

Fonction d'autocorrélation :

Elle est définie par : $\Gamma_I(\delta\boldsymbol{r}) = \langle I(\boldsymbol{r})I(\boldsymbol{r}+\delta\boldsymbol{r})\rangle$. La valeur moyenne de cette fonction de corrélation n'ayant pas d'intérêt physique, nous nous intéressons dans la suite à la fonction de corrélation suivante :

$$\Gamma_{\delta I}(\delta\boldsymbol{r}) = \Gamma_I(\delta\boldsymbol{r}) - \langle I\rangle^2 \tag{2.17}$$

Cette fonction $\Gamma_{\delta I}$ est une fonction de corrélation d'ordre 4 de l'amplitude A, donnée par (2.14). L'amplitude étant une variable aléatoire gaussienne, le théorème de Wick s'appplique et la fonction de corrélation en intensité s'écrit en fonction de la fonction de corrélation en amplitude Γ_A uniquement :

$$\Gamma_{\delta I}(\delta\boldsymbol{r}) = \langle I\rangle^2 \left|\frac{\Gamma_A(\delta\boldsymbol{r})}{\Gamma_A(0)}\right|^2 \tag{2.18}$$

Il faut calculer la fonction de corrélation en amplitude : dans le cadre de l'approximmation paraxiale, on montre que les fonctions de corrélation transverse $\Gamma_{A,\perp}(\delta y,\delta z) = \Gamma_A(\delta y,\delta z,0)$ et longitudinale $\Gamma_{A,\parallel}(\delta x) = \Gamma_A(0,0,\delta x)$ s'écrivent [159] :

$$\begin{aligned}\Gamma_{A,\perp}(\delta y,\delta z) &= \int d\alpha d\beta\ I(\alpha,\beta)e^{-i\frac{k}{f}(\alpha\delta y+\beta\delta z)}\\ \Gamma_{A,\parallel}(\delta x) &= \int d\alpha d\beta\ I(\alpha,\beta)e^{-i\frac{k\delta x}{2f^2}(\alpha^2+\beta^2)}\end{aligned} \tag{2.19}$$

Dans les directions transverses : la fonction de corrélation en intensité du speckle est ainsi directement proportionnelle au carré de la transformée de Fourier de l'intensité au niveau du verre dépoli $I(\alpha,\beta)$. Dans le cas d'un éclairage uniforme du dépoli, la dimension d'un "grain" de speckle correspond à la limite de diffraction pour l'ouverture numérique donnée par l'éclairement au niveau du diffuseur. Considérons le cas d'un verre dépoli éclairé uniformément sur une ouverture rectangulaire de longueur D_z et de largeur D_y. Les proriétés de la figure de speckle résultante sont alors bien connues [159]. Sa fonction de corrélation transverse s'écrit simplement :

$$\Gamma_{\delta I,\perp}(\delta y,\delta z) = \langle I\rangle^2\ \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi D_y}{\lambda f}\delta y\right)\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi D_z}{\lambda f}\delta z\right) \tag{2.20}$$

Les tailles transverses (Δy, Δz) d'un grain de speckle sont définies par le premier zéro de la fonction de corrélation dans la direction concernée (Fig. 2.5a) :

$$\Delta y = \lambda\frac{f}{D_y} \text{ et } \Delta z = \lambda\frac{f}{D_z} \tag{2.21}$$

On vérifie ainsi qu'elles sont bien données par la limite de diffraction. Expérimentalement, nous chercherons à créer des grains de speckle anisotropes, ce qui est aisément réalisé en éclairant le dépoli par un faisceau anisotrope, mis en forme avec des optiques cylindriques.

Dans la direction longitudinale x **:** la fonction de corrélation vaut quant-à-elle :

$$\Gamma_{\delta I,\parallel}(\delta x) = \langle I \rangle^2 \; g\left(\frac{D_y^2}{\lambda f^2}\delta x\right) \; g\left(\frac{D_z^2}{\lambda f^2}\delta x\right) \tag{2.22}$$

où g est la fonction définie par $g(u) = \frac{2}{u}(C^2(\sqrt{u/2}) + S^2(\sqrt{u/2}))$, C et S étant les fonctions cosinus et sinus intégrales. De la même manière que précédemment, la taille Δx du grain de speckle est définie par la distance au premier zéro :

$$\Delta x \approx 7.6\,\frac{\Delta y \Delta z}{\lambda} \tag{2.23}$$

On retrouve naturellement la distance de Rayleigh. Dans le cas où les grains de speckle sont choisis très anisotropes transversalement, soit tel que $\Delta y >> \Delta z$, sa taille longitudinale est limitée uniquement par sa dimension la plus faible et vaut :

$$\Delta x = 7.6\,\Delta z^2/\lambda \tag{2.24}$$

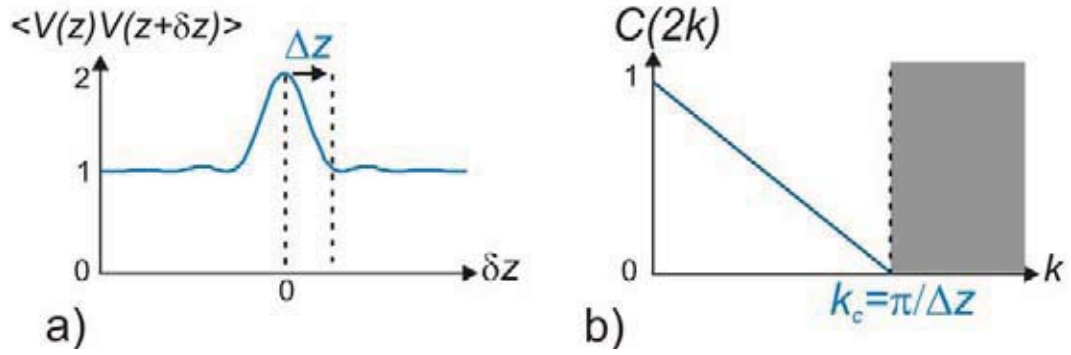


Fig. 2.5: Caractérisation spatiale, dans la direction transverse, d'un speckle dans le cas d'un éclairement uniforme du verre dépoli. a) Fonction de corrélation en intensité Γ_I normalisée. Le rayon Δz d'un grain de speckle est défini par le rayon de la fonction d'autocorrélation et donné par la limite de diffraction. b) Distribution en fréquence spatiale $C(2k)$. Elle est donnée par la transformée de Fourier de la fonction de corrélation et a une fréquence de coupure k_c

Distribution en fréquence spatiale :

La densité spectrale de puissance est donnée, d'après le théorème de Wiener-Khintchine, par la transformée de Fourier de la fonction de corrélation de l'intensité $\Gamma_{\delta I}$:

$$C_{\delta I}(\boldsymbol{k}) = \int d\delta\boldsymbol{r}\ \Gamma_{\delta I}(\delta\boldsymbol{r}) e^{i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{r}} \tag{2.25}$$

Dans le cas d'une ouverture rectangulaire (de longueur D_z et de largeur D_y) uniformément éclairée, la densité spectrale de puissance $C(2k)$ du speckle est donnée par la transformée de Fourier de la fonction de corrélation (2.20). On montre que la densité spectrale de puissance $C(2k)$ dans une des directions transverses, par exemple z, est triangulaire (Fig. 2.5b) et caractérisée par sa fréquence de coupure haute k_c, directement reliée à la taille d'un grain de speckle $\Delta z = \lambda/2\,ON$:

$$C(2k) = \langle I \rangle^2 \frac{1}{k_c} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{k}{k_c}\right) \Theta\left(1 - \frac{k}{k_c}\right) \text{ avec } k_c = \frac{\pi}{\Delta z} \tag{2.26}$$

où Θ est la fonction de Heaviside. La fréquence de coupure k_c est directement donnée par la limite de diffraction. Insistons ici sur le fait que si la forme de la densité spectrale de puissance dépend de la forme de l'éclairement du dépoli, la fréquence de coupure en est elle indépendante.

Pour conclure, notons que le potentiel dipolaire aléatoire vu par les atomes du fait de l'interaction lumière-matière possède les mêmes propriétés spatiales que le champ de speckle qui le crée. Nous avons pu voir que celles-ci, définies par la limite de diffraction, sont bien connues et contrôlées et sont aisément modifiables. C'est là tout l'intérêt d'utiliser un champ de speckle pour réaliser le désordre.

2.3.2 Mise en place expérimentale et caractérisation du désordre

Dans cette partie, nous présentons notre réalisation expérimentale d'un champ de speckle adapté à la localisation d'Anderson. Le potentiel optique aléatoire ressenti par les atomes doit répondre à un certain nombre de contraintes que nous énumérons ici :

1- la contrainte principale concerne la taille Δz des grains de speckle dans la direction de propagation des atomes : Δz doit être la plus petite possible. Ceci nécessite d'avoir l'ouverture numérique la plus grande possible, ce que nous allons réaliser ici en rapprochant au maximum le diffuseur de la cellule à vide.

2- on cherche à étudier l'expansion unidimensionnelle du condensat dans le speckle, ce qui implique que les grains de speckle aient des tailles dans les directions y et x grandes devant l'extension transverse du condensat qui vaut environ

3 μm. Ceci implique de créer un champ de speckle avec des grains anisotropes, ce qui est aisément réalisé en éclairant le verre dépoli avec un faisceau anisotrope. Nous allons donc utiliser une lentille cylindrique pour la mise en forme du faisceau.

3- Pour des questions de puissance laser, nous cherchons à adapter la forme globale du champ de speckle à la propagation 1D des atomes : nous cherchons donc à obtenir un champ de speckle allongé suivant l'axe z de propagation des atomes et faible dans la direction y. Ceci implique d'utiliser un verre dépoli avec des angles de diffusion très anisotropes, obtenus avec des diffuseurs élémentaires eux-mêmes anisotropes.

De plus, nous avons certaines contraintes expérimentales liées à l'encombrement autour de la cellule dans laquelle est créé le condensat : celles-ci rendent délicates la mise en place du speckle sur notre expérience. Nous commençons ici par décrire le dispositif expérimental que nous avons utilisé, en revenant successivement sur chacun des trois points listés ci-dessus. Puis nous présentons la caractérisation, spatiale et en amplitude, du potentiel désordonné que nous avons réalisé.

2.3.2.1 Mise en place du diffuseur

Le dispositif que nous utilisons pour réaliser le champ de speckle suit le principe exposé figure 2.4 : un faisceau laser collimaté est utilisé pour éclairer un verre dépoli auquel est accolée une lentille convergente de focale f et donne lieu, dans le plan focal de la lentille, à la figure de speckle. Afin d'obtenir une figure de speckle avec des grains de taille Δz minimale dans la direction z, nous cherchons à exploiter au maximum l'ouverture numérique accessible dans cette direction. *A priori* celle-ci est limitée à 0.15 par le diamètre interne (10 mm) des bobines qui créent le champ dipolaire (Fig. 2.6b et Fig. 2.8), ce qui ne permet pas d'obtenir des grains de speckle suffisamment fins.

Pour augmenter l'ouverture numérique, l'idée est de placer le dépoli et la lentille le plus proche possible des atomes. Ces derniers se trouvent approximativement au centre de la cellule à vide, soit à une distance d'environ 11 mm de la face externe de la cellule, imposant ainsi une distance focale minimale pour la lentille. En pratique, compte tenu de l'épaisseur du verre dépoli et de la lentille, nous utilisons une lentille plan-convexe de focale $f = 14 \pm 1$ mm, que l'on vient coller sur le verre dépoli[8]. Le système {dépoli+lentille} est alors lui-même collé sur un support de diamètre interne $D = 8.75 \pm 0.50$ mm, que l'on vient glisser à l'intérieur des bobines du dipôle (Fig. 2.6b). Au final, l'ouverture numérique du système vaut $ON_z = D/2f = 0.3$. Pour profiter au maximum de cette ouverture et obtenir des grains de speckle avec une taille Δz minimale, on va donc cher-

[8]Cette configuration présente aussi l'avantage de maximiser l'intensité moyenne du champ de speckle.

cher à éclairer le dépoli avec un faisceau collimaté et d'intensité uniforme dans la direction z.

2.3.2.2 Mise en forme du faisceau

Comme nous souhaitons réaliser des grains de speckle anisotropes d'axe long orienté suivant y, le faisceau qui éclaire le dépoli doit être anisotrope d'axe long orienté suivant z. Dans ce but, nous avons mis en place le montage optique présenté figures 2.7 et 2.8. Ce montage est composé d'une part de la source laser et d'autre part du dispositif optique de mise en forme du faisceau, qui utilise une lentille cylindrique.

Source laser

Notre source lumineuse est un laser à Argon continu de longueurs d'onde principales 488 et 514 nm et de puissance maximale 7 W environ. Dans un premier temps, le faisceau en sortie du laser est injecté dans une fibre optique. Notons que l'injection d'un faisceau de plusieurs Watt de puissance dans une fibre optique est assez délicate : il est nécessaire que le faisceau laser incident soit particulièrement bien focalisé sur le coeur de la fibre, toute erreur d'alignement pouvant endommager cette dernière. Pour se faire, nous commençons par injecter la fibre optique avec un faisceau de faible puissance puis nous augmentons progressivement la puissance laser, en réajustant avec précaution l'injection. Nous avons alors obtenu des efficacités de couplage de l'ordre de 60%. Un coupleur en sortie de fibre nous permet finalement d'obtenir un faisceau collimaté accessible sur la table optique.

Dans un deuxième temps, notre source laser étant polychromatique, nous sélectionnons l'une de ses longueurs d'onde principales : en l'occurence nous avons constaté qu'à forte puissance, la répartition spectrale de puissance du laser était en faveur de la raie à 514 nm. Nous utilisons dans ce but un modulateur acousto-optique (AOM) polychromatique (AA opto-electronic), qui permet de sélectionner jusqu'à huit longueurs d'onde différentes ou de les combiner. Cette sélection en longueur d'onde induit toutefois une perte de puissance : la puissance en sortie de l'AOM vaut au maximum 1.3 W. L'AOM nous permet aussi d'allumer et éteindre rapidement le potentiel aléatoire sur l'expérience. Mentionnons que l'AOM est placé en sortie de la fibre optique (Fig. 2.7), en partie pour des raisons pratiques, mais surtout de manière à éviter toutes fluctuations de puissance du faisceau induites par des fluctuations thermiques dans la fibre.

Le faisceau collimaté obtenu en sortie de l'AOM est ensuite mis en forme avant d'éclairer le verre dépoli. La mise en forme est réalisée en deux étapes : nous

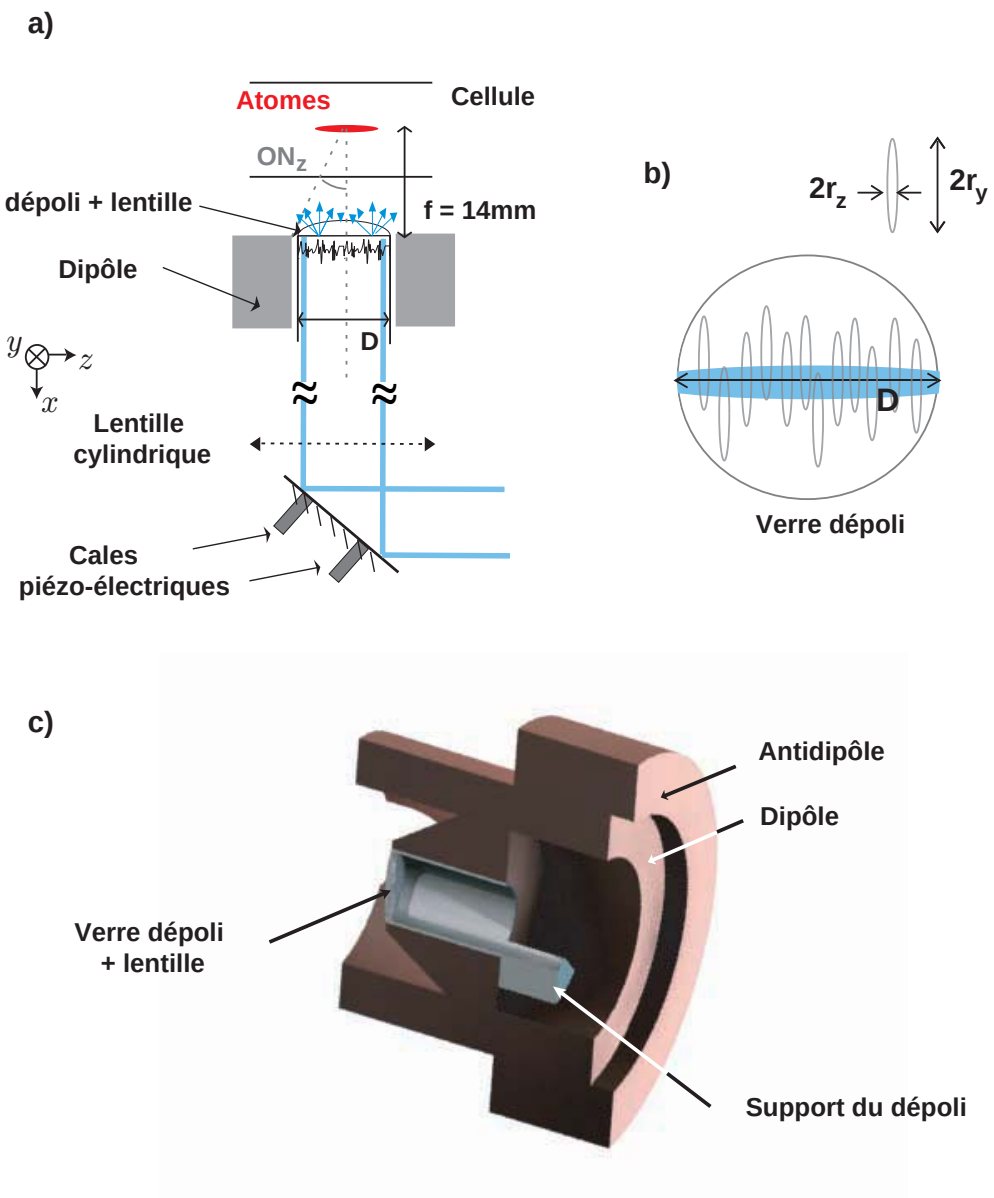


FIG. 2.6: Réalisation d'un champ de speckle : a) Le faisceau laser obtenu en sortie du dispositif présenté figure 2.7 est mis en forme à l'aide d'une lentille cylindrique avant d'éclairer le verre dépoli. Deux cales piézo-électriques placées au niveau du miroir de renvoi permettent de modifier la position du faisceau anisotrope sur le dépoli (b) et d'obtenir différentes réalisations de désordre. c) Au verre dépoli est accolée une lentille de focale 14 mm de manière à obtenir le champ de speckle dans le plan focal de la lentille (Fig. 2.4). Pour maximiser l'ouverture numérique et minimiser Δz, le système {verre dépoli + lentille} est collé sur un support que l'on place à l'intérieur du dipôle.

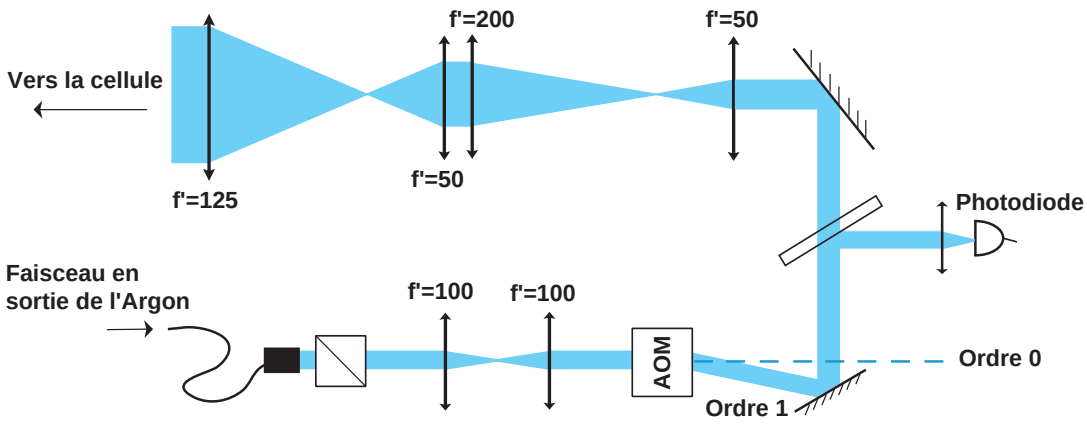


FIG. 2.7: Mise en forme préliminaire du faisceau laser. Nous utilisons comme source un laser à Argon. Le faisceau en sortie du laser est injecté dans une fibre optique, puis on sélectionne sa longueur d'onde (514 nm) à l'aide d'un modulateur acousto-optique (AOM) polychromatique. Le faisceau est ensuite agrandi de manière isotrope : nous obtenons en sortie de ce dispositif un faisceau gaussien de waist 9 mm. Nous prélevons une partie du faisceau laser en sortie de l'AOM, que nous détectons avec une photodiode afin de déterminer l'amplitude moyenne V_{R} du potentiel lumineux ressenti par les atomes, que nous avons calibré.

commençons par agrandir au maximum le faisceau laser à l'aide d'un premier montage composé de lentilles sphériques (Fig. 2.7). A la sortie de ce montage, on obtient un faisceau isotrope qu'on peut approximer par un faisceau gaussien de waist $w_i = 10$ mm environ. Ce faisceau est ensuite rendu anisotrope à l'aide d'une lentille cylindrique de focale $f_c = 300$ mm (Fig. 2.7 et Fig. 2.8) : dans la direction z, nous conservons alors un faisceau collimaté de même dimension alors que dans la direction transverse y, le faisceau est focalisé.

Mise en forme du faisceau suivant z

Dans la direction z, le faisceau est tronqué par le support du verre dépoli de diamètre $D = 8.75 \pm 0.50$ mm. L'éclairement du verre dépoli est ainsi à peu près uniforme[9] dans cette direction. La taille théorique Δz des grains de speckle[10] est alors donnée par l'ouverture numérique de la lentille $ON_z = 0.3$ et vaut :

$$\Delta z = \frac{\lambda f}{D} = 0.82 \pm 0.09\,\mu m \tag{2.27}$$

[9]L'intensité du faisceau varie d'environ 30% sur la dimension du faisceau.

[10]On peut aussi caractériser le speckle par sa longueur de corrélation $\sigma_{\mathrm{R}} = \Delta z/\pi = 1/k_c = 0.26\mu$m.

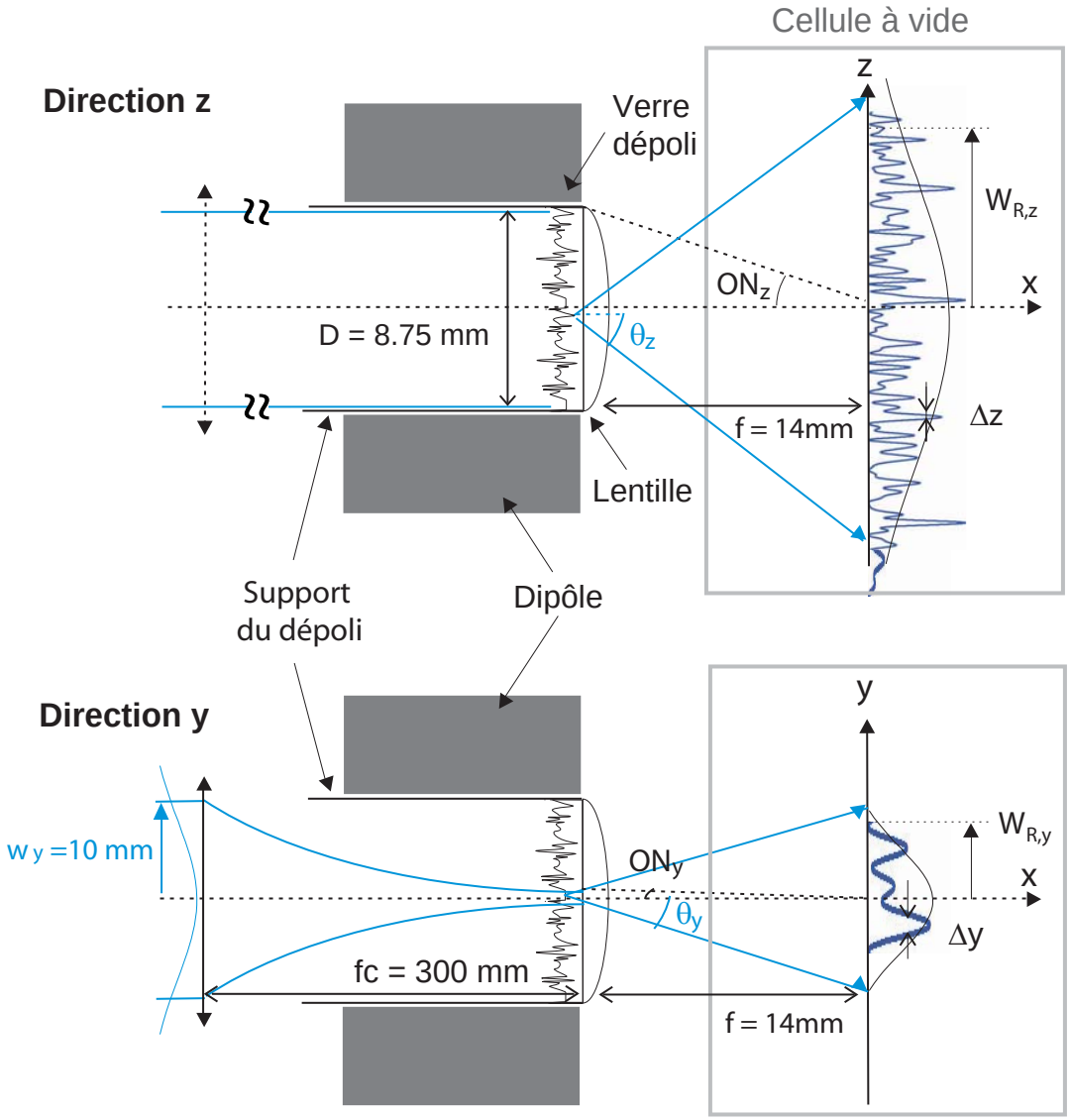


FIG. 2.8: Réalisation expérimentale d'un champ de speckle adapté pour l'expérience de localisation : le faisceau collimaté isotrope de waist $w_i = 10$ mm, obtenu en sortie du montage présenté figure 2.7, est mis en forme de manière anisotrope à l'aide d'une lentille cylindrique de focale $f_c = 300$ mm. Suivant la direction z, le faisceau reste collimaté et est tronqué par le support du verre dépoli, ce qui permet d'obtenir une ouverture numérique $ON_z = 0.3$: on obtient ainsi des grains de speckle de taille $\Delta z = 0.82\,\mu$m. Dans la direction y, le faisceau est focalisé sur le verre dépoli afin de minimiser l'ouverture numérique $ON_y \approx 5.5\,10^{-4}$ et maximiser la taille des grains Δy. On obtient un champ de speckle de forme anisotrope en choisissant les angles de diffusions θ_y et θ_z du verre dépoli tels que $\theta_z > \theta_y$.

Δz est donc inférieure au micron comme nous le souhaitions. Cette valeur correspond à une fréquence de coupure k_c de la densité spectrale du speckle $C(2k)$:

$$k_c = \frac{\pi}{\Delta z} = 3.83 \pm 0.42\,\mu m^{-1} \tag{2.28}$$

Ces valeurs correspondent aux estimations en fonction des paramètres géométriques mais nous présenterons nos mesures expérimentales de Δz et k_c dans la partie §.2.3.2.4.

Mise en forme du faisceau suivant y

Dans cette direction au contraire, le faisceau n'est pas tronqué par le support du verre dépoli et son waist w_y au niveau du dépoli définit l'ouverture numérique ON_y accessible. On maximise alors la taille Δy des grains de speckle en focalisant le faisceau exactement sur le dépoli[11] : le waist w_y du faisceau laser au niveau du dépoli est simplement donné par les relations de conjugaison des faisceaux gaussiens : $w_y = \lambda f_c/\pi w_i$ et vaut environ 5 μm, ce qui correspond à une ouverture numérique effective $ON_y = \pi w_y/2f = 5.5\,10^{-4}$. On en déduit alors que la taille théorique Δy devrait valoir environ 470 μm. Toutefois, en focalisant le faisceau sur le verre dépoli, le waist w_y devient du même ordre de grandeur que le rayon de corrélation r_y des diffuseurs élémentaires du verre dépoli, qui, comme nous le verrons dans la suite, est de l'ordre de plusieurs microns de manière à adapter le champ de speckle à l'expansion 1D des atomes. Dans ce cas, on ne peut plus vraiment considérer que des interférences à ondes multiples ont lieu : la figure de diffraction obtenue dans cette direction n'est plus à proprement parler une figure de speckle et le rayon des grains dans cette direction n'est alors plus simplement relié à l'ouverture numérique. Néanmoins, ceci n'est pas très gênant car la direction y n'est pas une direction critique. Avec cette configuration, comme nous pouvons l'observer sur l'image du champ de speckle présentée figure 2.9, nous obtenons des grains très allongés dans la direction y dont nous pouvons mesurer le rayon Δy en déterminant la fonction de corrélation $\Gamma_{\delta I,\perp}(\delta y)$ du champ de speckle. Nous trouvons alors :

$$\Delta y = 97\mu m \tag{2.29}$$

ce qui est comme nous l'attendions très supérieur à Δz.

Dans la direction x

Enfin, connaissant Δz et Δy, nous pouvons déterminer l'extension du grain de speckle dans la direction x. Le grain de speckle étant très anisotrope dans

[11] Dans ce but, la lentille cylindrique est placée sur une platine de translation.

les directions transverses, son rayon Δx suivant l'axe de propagation du faisceau laser correspond approximativement à la distance de Rayleigh pour la direction la plus faible (Eq.2.24) et vaut :

$$\Delta x = 7.6\ \Delta z^2/\lambda = 10\mu m \tag{2.30}$$

Les grains de speckle ont donc des rayons dans les directions y et x supérieurs à l'extension transverse du condensat ($\sim 3\mu$m), comme nous le souhaitions. Le potentiel aléatoire ressenti par les atomes lors de leur propagation est bien unidimensionnel.

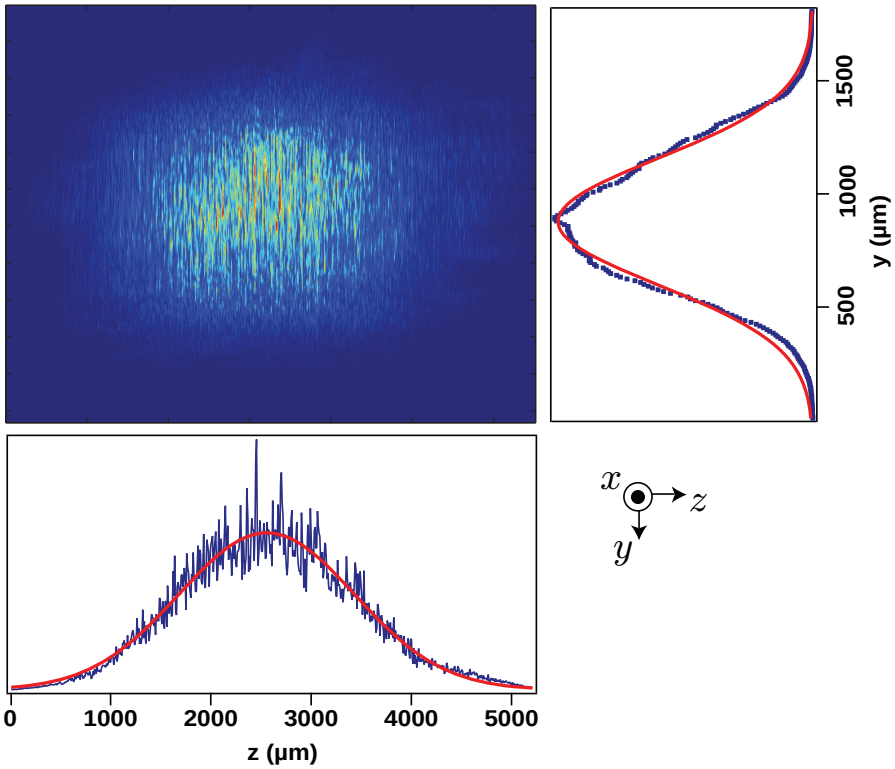


Fig. 2.9: Image expérimentale du champ de speckle obtenu à partir du verre dépoli d'angles FWHM ($10° \times 2°$) : le champ de speckle présente une répartition gaussienne d'intensité. Pour déterminer ses waists, on intègre le champ de speckle suivant ses axes principaux et on réalise un ajustement gaussien des profils ainsi obtenus : on trouve alors $w_{R,z} = 1.8$ mm et $w_{R,y} = 0.6$ mm. A l'intérieur du champ lumineux, on distingue des grains de speckle anisotropes orientés perpendiculairement à la direction z de propagation des atomes. Ceux-ci ressentent ainsi un désordre 1D lors de leur propagation.

2.3.2.3 Verre dépoli

Comme nous l'avons mentionné auparavant, c'est l'angle de diffusion des diffuseurs élémentaires du verre dépoli qui contrôle l'extension du champ de speckle. En conséquence, le choix du verre dépoli conditionne aussi l'intensité moyenne du champ de speckle. La puissance de la source laser étant limitée, nous avons cherché à adapter les dimensions du champ de speckle à l'expansion unidimensionnelle du condensat : nous avons donc choisi des verres dépoli avec des angles de diffusion différents suivant les axes y et z, que nous éclairons néanmoins avec le même faisceau laser afin d'obtenir des grains de speckle de dimensions identiques. En pratique, nous avons utilisé deux verres dépoli différents. Ces derniers diffusent dans un cône de répartition d'intensité gaussienne, caractérisée par ses angles à mi-hauteur (FWHM) $(\theta_{F,z}, \theta_{F,y})$ tels que $\theta_{F,z} > \theta_{F,y}$. Les verres dépoli que nous utilisons doivent ainsi donner lieu à des champs de speckle de répartition d'intensité totale gaussienne d'axe long orienté dans la direction z et de waists $\mathrm{w}_{\mathrm{R},z} = f\theta_z$ et $\mathrm{w}_{\mathrm{R},y} = f\theta_y$, où (θ_z, θ_y) sont les angles de diffusion à $1/e^2$ et sont reliés simplement aux angles FWHM par $\theta = \theta_F/\sqrt{2\ln 2}$.

Dans un premier temps, nous avons utilisé un verre dépoli d'angles $(10° \times 2°)$ qui doit donner lieu à un champ de speckle de waists (2.1 mm $\times$ 0.4 mm). Dans un deuxième temps, nous avons utilisé un verre dépoli d'angles $(30° \times 1°)$ qui doit donner lieu à un champ de speckle de waists (6.2 mm $\times$ 0.2 mm). Enfin, les angles de diffusion des diffuseurs nous permettent de caractériser le rayon de corrélation de diffuseurs élémentaires $r_{z,y} = \lambda/\pi\theta_{z,y}$. Ces derniers valent (1.1 μm, $\times$ 5.5 μm) pour le premier diffuseur et (0.4 μm $\times$ 11 μm) pour le second. Rappelons ici que dans la direction y, le rayon des diffuseurs est supérieur au waist $w_y = 5\mu$m du faisceau qui éclaire le dépoli, ce qui, comme nous l'avons vu, modifie fortement les propriétés du speckle dans cette direction.

Nous présentons respectivement figures 2.9 et 2.10 les images des deux champs de speckle que nous avons réalisé expérimentalement. Ces images, prises directement avec le système d'imagerie utilisé pour imager les nuages atomiques[12], correspondent au champ de speckle réellement "vu" par les atomes. Nous observons bien une tache d'intensité modulée par des grains de speckle et vérifions que ceux-ci sont bien anisotropes, il faut tout de même rappeler ici que les pixels de la caméra ont une taille de 8 μm soit très supérieure à Δz. Les pixels ne permettent donc pas de résoudre les grains de speckle dans la direction z ; pour cette raison, l'étude expérimentale du grain de speckle dans cette direction est réalisée à l'aide d'un montage spécifique, décrit ci-dessous.

[12]Comme nous l'avons mentionné §.1.2.3.1, pour imager le potentiel lumineux réellement "vu" par les atomes, il est nécessaire de prendre en compte les aberrations chromatiques du système de transport d'image, ce qui implique de déplacer la caméra.

Dans le cas du premier champ de speckle (Fig. 2.9), nous vérifions bien que sa répartition d'intensité est gaussienne : pour ce faire nous déterminons l'enveloppe de la tache d'intensité en intégrant celle-ci suivant ses axes principaux de manière à moyenner les modulations d'intensité dues aux grains de speckle. A partir d'un ajustement gaussien des profils moyens, nous déterminons les waists du faisceau. Nous trouvons que les waists valent respectivement $w_{R,z} = 1.8$ mm et $w_{R,y} = 0.6$ mm. Ces valeurs sont proches des waists théoriques calculés à partir des angles de diffusion du verre dépoli.

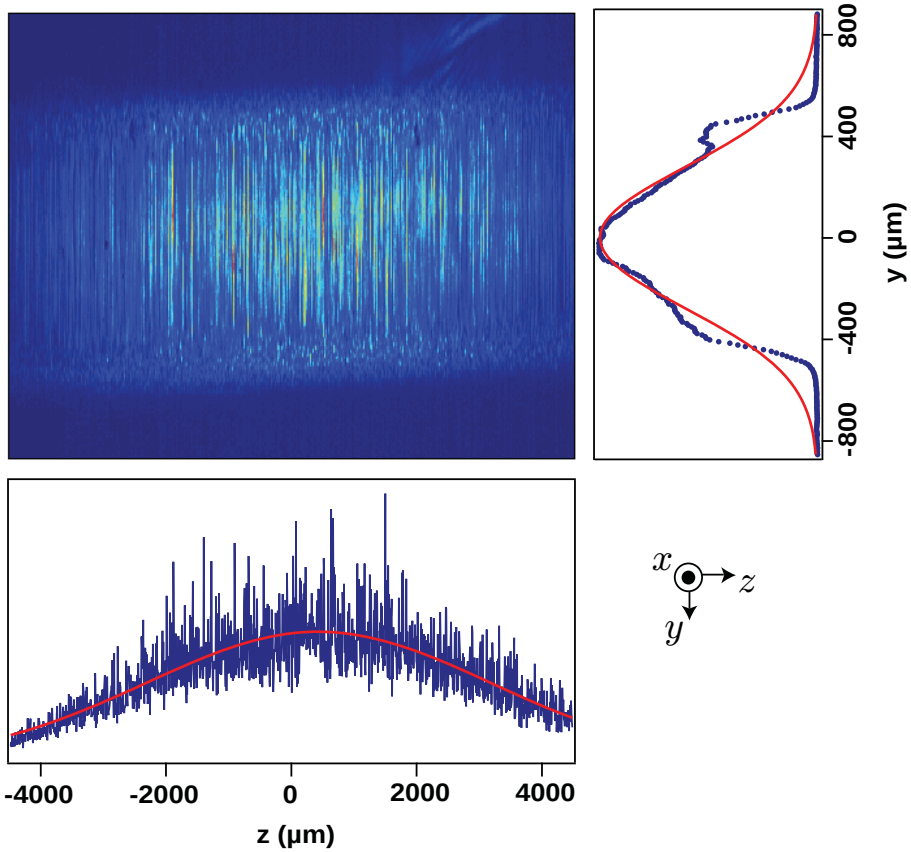


Fig. 2.10: Image expérimentale du champ de speckle obtenu à partir du verre dépoli d'angles FWHM ($30° \times 1°$) : le champ de speckle présente une répartition gaussienne d'intensité dans la direction z de waists $w_{R,z} = 5.3$ mm. Dans la direction y, bien que le profil moyen du champ de speckle soit déformé, nous l'ajustons par une gaussienne de waist $w_{R,y} = 0.6$ mm. Les grains de speckle sont ici aussi très anisotropes et orientés perpendiculairement à la direction z de propagation des atomes.

Dans le cas du deuxième champ de speckle (Fig. 2.10), nous vérifions aussi que celui-ci présente une répartition gaussienne d'intensité dans la direction z.

On trouve alors un waist $w_{R,z} = 5.3$ mm, en accord avec la valeur théorique attendue de 6.2 mm. La différence entre les deux valeurs peut s'expliquer par le fait que l'ajustement du profil moyen est rendu difficile, compte tenu de la taille du champ de la caméra[13]. Dans la direction y, nous observons que le champ de speckle présente un profil assez déformé. Nous l'ajustons tout de même par une gaussienne et nous trouvons un waist de 0.6 mm, bien supérieur à la valeur attendue de 0.2 mm. Dans la direction y en effet, la diffusion des diffuseurs élémentaires du verre dépoli est fortement perturbée par la diffraction du faisceau laser incident sur le verre dépoli, celui-ci ayant un waist inférieur au rayon des diffuseurs $r_y = \lambda/\pi\theta_y = 11\mu$m. Dans ce cas, rappelons que la figure observée n'est plus une figure de speckle et qu'il n'est plus vraiment possible de séparer l'effet des diffuseurs élémentaires et celui du faisceau incident. D'autre part, ceci laisse penser que le rayon des grains dans cette direction peut être modifié. C'est ce que nous observons figure 2.10 où nous constatons que les grains sont plus allongés. La direction y n'étant pas critique, ceci ne modifie en rien le désordre réellement "vu" par les atomes lors de leur propagation : celui-ci est toujours bien unidimensionnel.

2.3.2.4 Caractérisation spatiale : détermination de k_c

Nous avons caractérisé expérimentalement l'échelle des variations spatiales du speckle suivant l'axe z, à partir d'images de champs de speckle. Pour ce faire, nous utilisons ici un objectif de microscope $\times$ 60 et une caméra CCD constituée d'une matrice de pixels de taille 6.45 μm. La résolution spatiale au niveau du speckle vaut ainsi 0.11 μm et nous permet de résoudre la fonction de corrélation. Précisons que cette caractérisation a été réalisée à l'aide d'une source laser à 405 nm et non avec le laser à Argon de longueur d'onde 514 nm utilisé pour l'expérience de localisation d'Anderson. Pour trouver la valeur de Δz du speckle ressenti par les atomes, il suffit simplement de multiplier la valeur trouvée avec la source à 405 nm par le rapport des longueurs d'onde.

A partir des images de champ de speckle, nous déterminons la fonction d'autocorrélation en intensité $\Gamma_{\delta I,\perp}(\delta z)$ et en déduisons par transformée de Fourier directe la distribution en fréquence spatiale $C(2k)$ du speckle (Fig. 2.11) : nous vérifions sur la figure 2.11 que leurs allures sont en accord avec celles attendues dans le cas d'un éclairement unifome du dépoli, à savoir respectivement un sinus cardinal (Eq.2.20)et une fonction triangle (Eq.2.26). On mesure alors Δz en déterminant le rayon de la fonction d'autocorrélation et k_c en déterminant la fréquence de coupure du spectre.

[13]Pour pouvoir mieux observer et mieux ajuster la décroissance du profil moyen, nous avons en particulier décalé la caméra par rapport à l'axe de propagation du faisceau laser x.

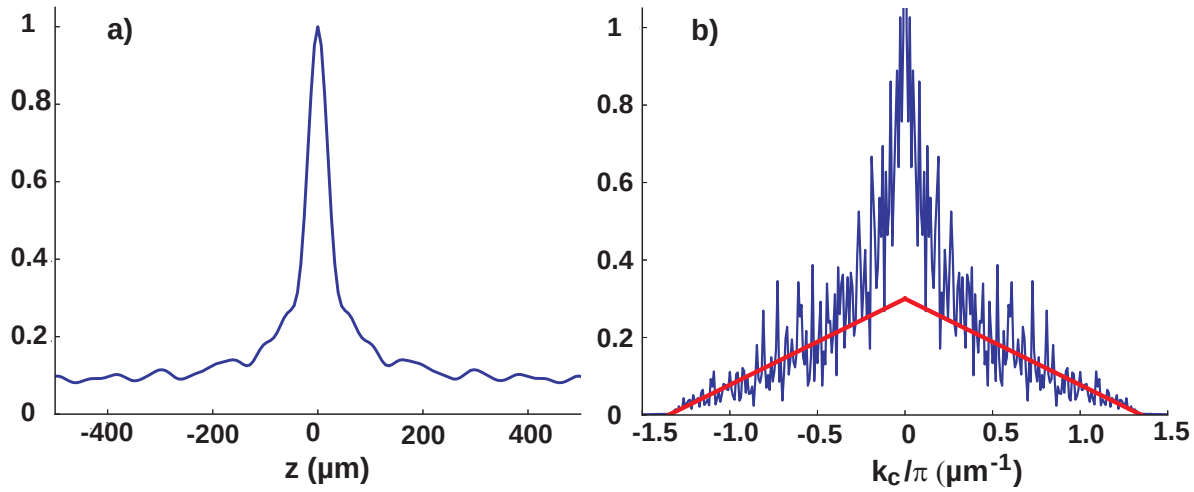


FIG. 2.11: Fonction d'autocorrélation (a) et distribution en fréquence spatiale $C(2k)$ (b) calculée à partir d'une moyenne de 4 images de speckle, obtenues avec le verre dépoli ($30° \times 1°$) pour une ouverture numérique $ON = 0.3$ (§.2.3.2.1). On déduit de la distribution $C(2k)$ la fréquence de coupure k_c : celle-ci vaut ici 4.24 $\pm 0.55 \mu\mathrm{m}^{-1}$ à 405 nm, ce qui correspond à 3.34 $\pm 0.45 \mu\mathrm{m}^{-1}$ à 514 nm, ce qui est proche de la valeur donnée par la limite de diffraction.

En pratique, il est délicat de déterminer Δz à partir de la fonction d'autocorrélation. La distribution en fréquence spatiale $C(2k)$, bien que très bruitée autour de la fréquence nulle, présente une coupure à haute fréquence assez marquée (Fig.2.11b). Nous déterminons alors directement k_c à partir de la densité spectrale. Néanmoins cette mesure restant délicate, nous l'avons répétée pour différentes ouvertures numériques du faisceau qui éclaire le dépoli (Fig. 2.12) et ce pour les deux verres dépoli que nous avons utilisé. Nous vérifions que k_c est bien proportionnelle à l'ouverture numérique du système optique et trouvons alors que k_c vaut $4.78 \pm 0.9 \mu m^{-1}$ à 405 nm. A 514 nm, k_c vaut donc $3.77 \pm 0.70 \mu m^{-1}$, ce qui est en accord avec la valeur calculée (Eq.2.28).

2.3.2.5 Caractérisation en amplitude du potentiel aléatoire

Enfin, nous caractérisons l'amplitude moyenne V_R du potentiel dipolaire aléatoire qui résulte du champ de speckle : elle correspond au déplacement lumineux du niveau atomique dans lequel se trouvent les atomes, soit $|F = 1\rangle$. L'amplitude moyenne V_R est directement proportionnelle à l'intensité moyenne $\langle I \rangle$ du champ de speckle. Celui-ci ayant une répartition d'intensité gaussienne, $\langle I \rangle$ est donnée par :

$$\langle I \rangle = \frac{2P}{\pi \mathrm{w}_{\mathrm{R},z} \mathrm{w}_{\mathrm{R},y}} \tag{2.31}$$

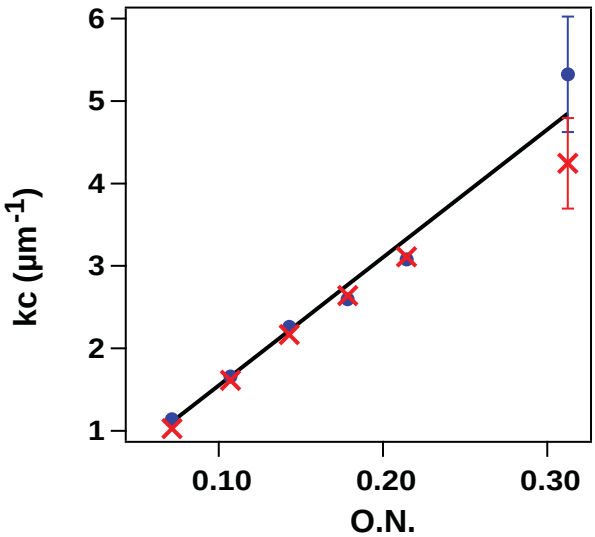


FIG. 2.12: Variation de la fréquence de coupure k_c selon l'axe z (mesurée à partir de $C(2k)$) en fonction de l'ouverture numérique du système. Celle-ci est modifiée en ajoutant un diaphragme de diamètre variable en amont du verre dépoli. Ces mesures ont été réalisées à 405 nm pour les deux verres dépoli utilisés sur l'expérience, d'angles $(10° \times 2°)$ (points bleus) et $(30° \times 1°)$ (croix rouges), et nous les comparons à l'évolution théorique attendue (trait noir). Ces deux verres dépoli différents sont éclairés par le même faisceau laser et doivent donc donner des valeurs identiques pour k_c.

où P est la puissance effectivement reçue par les atomes. La caractérisation de l'amplitude moyenne du potentiel aléatoire peut se faire à l'aide de mesures photométriques. Pour déterminer l'intensité reçue par les atomes, nous avons mesuré d'une part la puissance effective reçue par les atomes, compte tenu des coefficients de transmission à travers les différentes optiques. D'autre part, nous avons déterminé la surface du champ de speckle, à partir de ses waists dans les directions y et z. Nous évaluons à quelques pourcents environ les incertitudes sur les mesures de la puissance P et de la surface du champ de speckle.

Pour une puissance P donnée, nous déterminons l'amplitude V_{R} du potentiel aléatoire à l'aide de l'expression (1.43), qui tient compte de la structure multi-niveaux du Rubidium. Dans ce cas, en effet, seules les raies D1 et D2 (vers les états $5p^2P_{1/2,3/2}$) du Rubidium 87 contribuent significativement au potentiel dipolaire. Pour chacun des champs de speckle que nous avons présentés (Fig. 2.9 et Fig. 2.10), nous déterminons le rapport de conversion V_{R}/P : celui-ci vaut 685 Hz/W pour le champ de speckle de plus faible extension et 230 Hz/W pour le champ de speckle de plus grande extension. Compte tenu des transmissions de toutes les optiques et de la troncature du faisceau par le support du verre dépoli, la puissance maximale "reçue" par les atomes vaut environ 150 mW, ce

qui correspond à une amplitude moyenne du potentiel aléatoire d'une centaine de Hertz dans le cas du champ de speckle de faible extension, ce qui est suffisant pour les mesures que nous souhaitons réaliser . Pour le champ de speckle de plus grande extension, V_{R} vaut au maximum une trentaine de Hertz et sera un point limitant pour certaines mesures que nous avons effectué (§.2.5.3).

D'autre part, rappelons qu'il est délicat de réaliser des mesures photométriques précises, en particulier parce qu'on ne peut placer le détecteur à la position exacte des atomes (dans la cellule à vide). Une technique de spectroscopie micro-onde a été utilisée [160] pour déterminer l'amplitude d'un potentiel lumineux. Celle-ci consiste à induire une transition micro-onde de l'état $|F=1\rangle$ vers l'état $|F=2\rangle$ et d'en mesurer la fréquence de résonance en présence ou non du potentiel aléatoire. Du fait que les déplacements lumineux des deux niveaux hyperfins $\Delta E_{F=1}$ et $\Delta E_{F=2}$ sont différents, la transition micro-onde est modifiée en présence du potentiel lumineux d'une valeur :

$$\Delta E = \Delta E_{F=2} - \Delta E_{F=1} = \Delta E_{F=1}(\frac{9}{10}\frac{\delta_1}{\delta_2} - 1) \tag{2.32}$$

où $\delta_{1,2}$ est le désaccord du laser utilisé pour créer le potentiel aléatoire par rapport à la transition $F = (1,2) \rightarrow F'$. Cette technique est bien adaptée lorsque le potentiel lumineux est créé à 780 nm autour d'un état hyperfin, ses effets étant alors très différents pour les états $|F=1\rangle$ et $|F=2\rangle$. En revanche, cet effet devient négligeable lorsque le laser est très désaccordé par rapport à la transition D2, comme par exemple à 514 nm dans notre cas. Les désaccords $\delta_{1,2}$ étant très proches, ΔE devient alors de l'ordre de $V_{\mathrm{R}}/10$, soit environ quelques Hz comme nous le verrons dans la suite. Il nous est donc impossible de mesurer expérimentalement ΔE et nous ne pouvons calibrer l'amplitude du potentiel aléatoire via cette méthode de spectroscopie micro-onde.

Nous avons donc calibré l'amplitude du potentiel aléatoire à l'aide de mesures photométriques[14] que nous avons présentées ci-dessus et nous estimons que notre précision sur l'amplitude V_{R} est inférieure à 30 %.

[14]Nous avons néanmoins vérifié, en utilisant les atomes comme sonde, que l'ordre de grandeur trouvé était le bon. Pour ce faire, nous avons enlevé le verre dépoli de notre montage expérimental, tourné la lentille cylindrique de 90° et éclairé directement les atomes avec le faisceau anisotrope. Nous réalisons ainsi une bosse de potentiel d'amplitude V_{R}. Nous relâchons le condensat au sommet de cette bosse de potentiel : ce dernier se sépare en deux nuages d'atomes se propageant en sens opposé dans le guide optique. Nous observons l'expansion des deux nuages en prenant des images à différents instants et déterminons les vitesses du centre de masse et du front d'onde de chaque nuage ainsi que les énergies cinétiques associées. L'énergie cinétique du centre de masse correspond à l'énergie potentielle initiale des atomes, c'est-à-dire à l'amplitude de la bosse de potentiel V_{R}. La différence entre les énergies du front d'onde en présence ou non de la bosse de potentiel nous donne aussi V_{R}. Nous avons vérifié que les valeurs trouvées à partir ces mesures correspondaient à 30 % près à la valeur obtenue par les mesures photométriques.

2.3.3 Conclusion

En conclusion, nous avons présenté dans cette partie les deux champs de speckle que nous avons réalisé en vue de l'expérience de localisation d'Anderson. Nous avons vu que les champs de speckle obtenu ont des grains de speckle anisotropes de taille minimale dans la direction de propagation z de l'onde de matière et de tailles supérieures à l'extension transverse du condensat suivant les autres axes. Le potentiel aléatoire ressenti par les atomes lors de leur propagation dans le guide optique est donc bien 1D. Nous avons de plus caractérisé les variations spatiales du potentiel aléatoire et déterminé un des paramètres clé pour la localisation d'Anderson, à savoir le vecteur d'onde maximal de la densité spectrale du désordre $k_c = 3.83 \pm 0.42\,\mu m^{-1}$

2.4 Caractérisation des condensats en expansion

Le second paramètre clé de la localisation exponentielle est le vecteur d'onde maximal de la distribution en k du condensat en expansion : k_{max}. Rappelons que pour que le condensat en expansion localise exponentiellement dans un champ de speckle, k_{max} doit vérifier la condition (2.11) : $k_{max} < k_c$. Dans cette partie, nous commençons par détailler quels sont les paramètres des condensats respectant la condition de localisation exponentielle (2.11). Puis nous verrons comment nous mesurons k_{max} à partir de l'expansion d'un condensat en l'absence de désordre.

2.4.1 Obtention d'un condensat dilué

Comme nous venons de le voir, compte tenu du speckle réalisé, la condition sur le condensat pour atteindre le régime de localisation exponentielle s'écrit : $k_{max} < 3.83\mu\mathrm{m}^{-1}$. Ce paramètre k_{max} étant directement relié à l'énergie maximale des atomes du condensat en expansion, il est, par conservation de l'énergie, relié au potentiel chimique μ_{IN} du condensat initial. Dans le cas d'une expansion 1D, $\mu_{IN} \approx E_{max}/2$. Nous verrons dans la suite que la relation entre μ_{IN} et k_{max} est en fait plus complexe mais la formule $\mu_{IN} \approx E_{max}/2$ donne néanmoins un bon ordre de grandeur : la condition sur k_{max} implique que le potentiel chimique initial soit inférieur à environ 400 Hz.

Dans l'approximation de Thomas-Fermi 3D, le potentiel chimique d'un condensat s'écrit :

$$\mu = \frac{1}{2}(15aN\hbar^2\omega_\perp^2\omega_z)^{2/5}m^{1/5} \tag{2.33}$$

Il dépend du nombre d'atomes N contenus dans le condensat et des confinements transverse $\omega_\perp$ et longitudinal ω_z du piège, paramètres sur lesquels nous pouvons

jouer expérimentalement. Il faut noter ici qu'obtenir un condensat pur de potentiel chimique inférieur à 400 Hz n'est pas chose aisée et a impliqué de diminuer à la fois le nombre d'atomes dans le condensat et les fréquences du piège hybride. Prenons par exemple le cas de la configuration comprimée ($\omega_\perp/2\pi = 350$ Hz et $\omega_z/2\pi = 24$ Hz) utilisée initialement sur l'expérience. Dans ce cas, l'obtention d'un condensat tel que $\mu_{IN} \lesssim 400$ Hz impose un nombre limite d'atomes dans le condensat égal à $N_{lim} = 900$, ce qui est impossible à réaliser, le refroidissement évaporatif étant alors très inefficace. Ainsi, diminuer uniquement le nombre d'atomes dans le condensat ne suffit pas et il est nécessaire de décomprimer fortement le piège hybride dans le même temps.

Dans ce but, nous utilisons le cycle expérimental présenté figure 2.13. Il s'inspire en grande partie de la méthode que nous avons présentée §.1.3.3.2 et qui permet d'obtenir d'un condensat dans le piège hybride à partir d'un nuage d'atomes froids piégé magnétiquement. Néanmoins, l'obtention du condensat se fait ici en deux étapes : la première étape a pour but de diminuer le nombre d'atomes. Cette étape nécessitant de réaliser une évaporation "efficace", nous décomprimons le piège magnétique jusqu'à une fréquence de 50 Hz environ et augmentons dans le même temps la puissance de la pince jusqu'à atteindre une fréquence transverse de 120 Hz. Nous obtenons alors un condensat dans ce piège en appliquant une rampe d'évaporation radio-fréquence (Evaporation 2). Nous diminuons alors de manière contrôlée le nombre d'atomes dans le condensat en choisissant la durée de cette rampe d'évaporation. En particulier, pour une rampe d'évaporation de 24 s[15], nous obtenons un condensat de 1.7 10^4 atomes. Compte tenu des fréquences de piégeage, le potentiel chimique correspondant vaut environ 800 Hz, ce qui est supérieur à la valeur de 400 Hz permettant d'entrer dans le régime de localisation exponentielle.

Afin de diminuer le potentiel chimique du condensat, nous avons donc ajouté une deuxième étape dans le cycle expérimental, pendant laquelle nous décomprimons non seulement le piège magnétique mais aussi le piège optique. A l'issue de cette dernière étape, la fréquence transverse du piège vaut $\omega_\perp/2\pi = 70$ Hz (correspondant à une puissance de 140 mW) et la fréquence longitudinale vaut $\omega_z/2\pi = 5.4$ Hz (correspondant à un courant dans le quadrupole de 0.6 A). Cette décompression est réalisée en 500ms et en gardant un couteau radiofréquence constant, de manière à conserver une fraction condensée quasi-pure. Cependant la décompression, même réalisée lentement, perturbe le condensat. Nous ajoutons donc à l'issue du cycle une étape d'évaporation à piégeage constant, qui nous permet d'obtenir, dans le piège le plus décomprimé, un condensat quasi-pur à l'équilibre.

[15] Ceci est rendu possible par le long temps de vie du nuage d'atomes dans ce piège hybride intermédiaire : celui-ci étant peu confinant, le taux de pertes à trois corps n'est pas trop élevé.

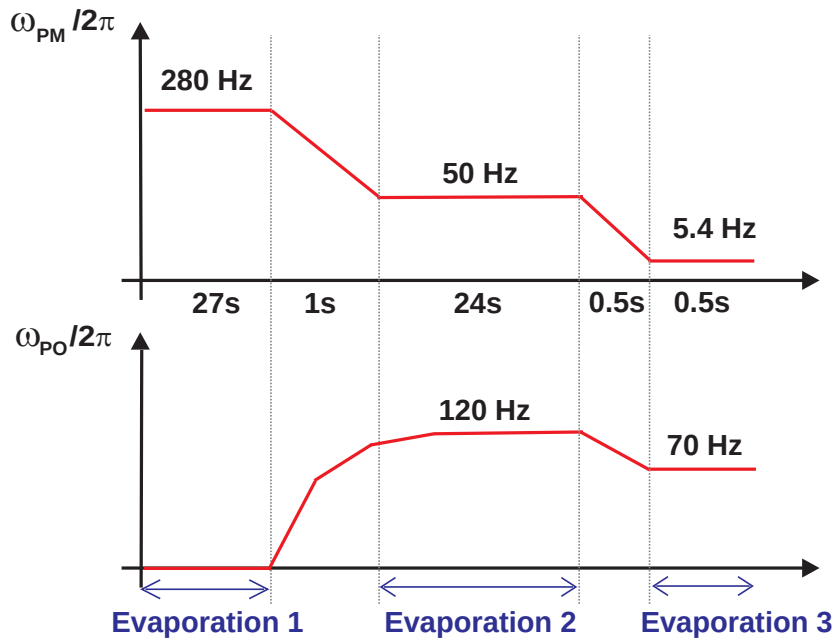


FIG. 2.13: Cycle expérimental d'obtention d'un condensat dilué contenant 1.7 10^4 atomes dans un piège hybride décomprimé. Les fréquences indiquées sont les fréquences transverses de chaque piège, respectivement y, z pour le piège magnétique (PM) et x, y pour le piège optique (PO). Le piège magnétique définit la fréquence longitudinale du piège hybride et le piège optique définit son confinement transverse.

Au final, dans ce piège très décomprimé ($\omega_\perp/2\pi = 70$ Hz, $\omega_z/2\pi = 5.4$ Hz), nous obtenons un condensat de 1.7 10^4 atomes. Le condensat a ainsi un potentiel chimique initial $\mu_{IN} = 219$ Hz, ce qui doit nous permettre d'entrer dans le régime de localisation exponentielle. Cependant, le paramètre pertinent pour caractériser l'expansion du condensat dans le piège optique n'est pas le potentiel chimique, qui caractérise le condensat dans son piège initial, mais k_{max}, lié à la vitesse maximale d'expansion dans le guide.

2.4.2 Lien entre k_{max} et le potentiel chimique

Dans le cas où l'expansion est purement 1D, la situation correspond à celle décrite §.2.2.2. Les équations de scaling [92, 93] indiquent que la fonction d'onde du condensat reste une parabole inversée au cours de l'expansion. La distribution en k du condensat en expansion est alors aussi donnée par une parabole inversée, caractérisée par le vecteur d'onde k_{max}, celui-ci étant relié de manière simple au

potentiel chimique μ_{IN} du condensat [46, 92] :

$$E_{max} = \frac{(\hbar k_{max})^2}{2m} = 2\mu_{IN} \tag{2.34}$$

où E_{max} est l'énergie maximale libérée lors de l'expansion.

En pratique, ce n'est pas si simple car il faut tenir compte de la dynamique transverse. Le lien entre μ_{IN} et k_{max} dépend en particulier du type d'expansion que subit le condensat dans le guide optique, une fois le piège magnétique éteint. Le résultat (2.34) serait toujours rigoureusement valide si la fonction d'onde transverse du condensat était dans le mode fondamental transverse du guide optique. Clairement cela ne correspond pas à notre situation expérimentale : au tout début de l'expansion, le condensat est 3D, son potentiel chimique initial $\mu_{IN} = 219$ Hz étant bien supérieur à la fréquence transverse du piège $\omega_\perp/2\pi = 70$ Hz. Ceci valide en particulier l'utilisation de l'approximation de Thomas-Fermi 3D pour déterminer le potentiel chimique du condensat (Eq 2.33). Dans ce cas 3D, les équations de scaling [92, 93] indiquent que la fonction d'onde transverse du condensat reste une parabole inversée au cours de l'expansion, ce qui donne lieu quand on intègre la fonction d'onde totale du condensat dans les directions transverses à une densité $n_{1\mathrm{D}}(z)$ en forme de parabole inversée au carré (Eq. 1.39). On peut alors déterminer le lien entre μ_{IN} et k_{max} (Annexe A) :

$$E_{max} = \frac{(\hbar k_{max})^2}{2m} = 4\mu_{IN} \tag{2.35}$$

Toutefois, cette expansion 3D ne correspond pas non plus à la situation expérimentale. En effet elle suppose que la fonction d'onde transverse reste une parabole inversée dont la taille tend vers zéro. Or pour les temps d'expansion que nous considérons expérimentalement, la fonction d'onde tranverse du condensat atteint le mode fondamental gaussien du guide.

Ainsi, notre situation expérimentale correspond à un cas hybride 3D $\rightarrow$ 1D où la fonction d'onde transverse du condensat est *a priori* complexe. Toutefois, des simulations numériques et les profils de densité que nous observons expérimentalement montrent que pour nos condensats très dilués, l'expansion est essentiellement 1D, c'est-à-dire que la densité $n_{1\mathrm{D}}(z)$ est essentiellement une parabole inversée, de même que la distribution en k du condensat en expansion. On va donc pouvoir mesurer sans ambiguité k_{max} à partir des profils de densité obtenus expérimentalement. De plus, comme présenté en Annexe A, connaissant la forme de la distribution en k du condensat en expansion, il nous est possible de déterminer le lien entre k_{max} et μ_{IN}. Toutefois, même s'il est intéressant de connaître le lien exact entre μ_{IN} et k_{max} pour "prédire" la valeur de k_{max} à partir du nombre d'atomes dans le condensat, seul k_{max} est un paramètre réellement

clé pour la localisation d'un condensat en expansion. Nous avons donc cherché à le mesurer expérimentalement.

2.4.3 Expansion ballistique d'un condensat en l'absence de désordre et mesure de k_{max}

Comme nous l'avons mentionné précédemment, dans notre situation expérimentale, l'expansion du condensat est 1D et son profil de densité est bien décrit par une parabole inversée, comme on peut le voir figure 2.14b. En pratique, nous avons mesuré k_{max} expérimentalement en prenant des images (après un temps de vol de 1 ms) du condensat après différents temps d'expansion. En ajustant les profils de densité ainsi obtenus par une parabole inversée, nous déterminons le rayon du condensat $R_z(t)$ et en déduisons sa vitesse d'expansion qui est directement proportionnelle à k_{max}. Néanmoins, ceci suppose que l'expansion du condensat suivant l'axe z soit ballistique : il est donc particulièrement important que le potentiel dans lequel le condensat se propage soit plat dans la direction longitudinale z.

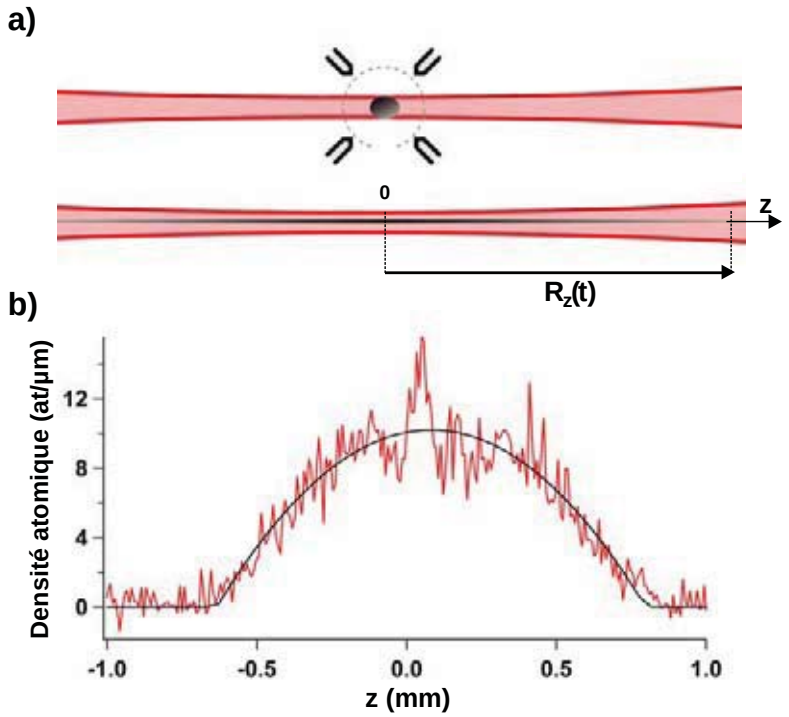


FIG. 2.14: a) Expansion d'un condensat en l'absence de désordre. b) Détermination du rayon du condensat par un fit parabolique $1 - z^2/R_z^2$ (trait plein). Le profil de densité présenté correspond à un condensat de $N = 1.7\ 10^4$ atomes après 400 ms d'expansion.

Sans précaution particulière, nous constatons expérimentalement que le rayon du condensat en expansion est limité par le piégeage longitudinal du piège optique ($\omega_{\parallel}/2\pi$). Comme nous l'avons mentionné au chapitre 1, il est particulièrement difficile, lorsque le piège optique est aussi décomprimé, de déterminer expérimentalement cette fréquence en effectuant des oscillations dipolaires. Toutefois, nous avons pu estimer $\omega_{\parallel}/2\pi$ en observant les oscillations quadrupolaires d'un condensat relâché dans le piège optique, leur fréquence étant telle que $\omega = \sqrt{5/2}\,\omega_{\parallel}$. Nous avons alors trouvé une fréquence longitudinale pour le piège optique de 1.5 Hz environ, soit supérieure à la valeur attendue compte tenu de la longueur de Rayleigh et de la puissance du faisceau laser. Cet écart est dû à la présence d'un piégeage magnétique résiduel qui est induit par les pôles ferromagnétiques de notre électro-aimant et devient non négligeable lorsque le piège optique est décomprimé.

Ce piégeage résiduel est suffisant pour limiter le rayon du condensat en expansion à quelques centaines de microns, soit à une taille inférieure aux longueurs de localisation attendues. Si l'on souhaite pouvoir mesurer ces dernières, il est nécessaire de diminuer voire d'annuler complètement la fréquence de piégeage résiduelle $\omega_{\parallel}/2\pi$. Pour ce faire, nous avons superposé au piège optique dans la direction longitudinale un champ magnétique de courbure anti-piégeante réglable. Celui-ci, est obtenu en ajoutant, dans la direction transverse, deux bobines parcourues dans le même sens par un courant identique. La "fréquence d'anti-piégeage" dans la direction longitudinale ω_{AP} est ainsi négative et sa valeur absolue est donnée par :

$$\omega_{AP}^2 = -\frac{g_F m_F \mu_B}{m}\frac{b''}{2} \tag{2.36}$$

où b'' est la courbure du champ magnétique supplémentaire. Dans le cas de deux bobines (de n spires chacune) de rayon R, distantes de $2L$ et parcourues dans le même sens par un courant identique I_{bob}, la courbure du champ magnétique vaut [161, 162] :

$$b'' = \frac{3\mu_0 n I_{bob}}{2}\frac{R^2(4L^2 - R^2)}{(R^2 + L^2)^{7/2}} \tag{2.37}$$

En choisissant le courant qui parcourt les bobines, il est possible de compenser exactement la fréquence de piégeage résiduelle et d'obtenir un potentiel effectif plat dans la direction longitudinale. Dans notre configuration, les bobines sont composées d'une cinquantaine de spires, ont un rayon de 10 cm environ et sont éloignées d'environ 20 cm. Le courant à appliquer aux bobines est donc de l'ordre de la dizaine d'Ampère. Nous avons ajusté expérimentalement le courant I_{bob} qui traverse ces bobines de compensation, en observant l'allure de l'expansion d'un condensat pour différentes valeurs du courant (Fig. 2.15).

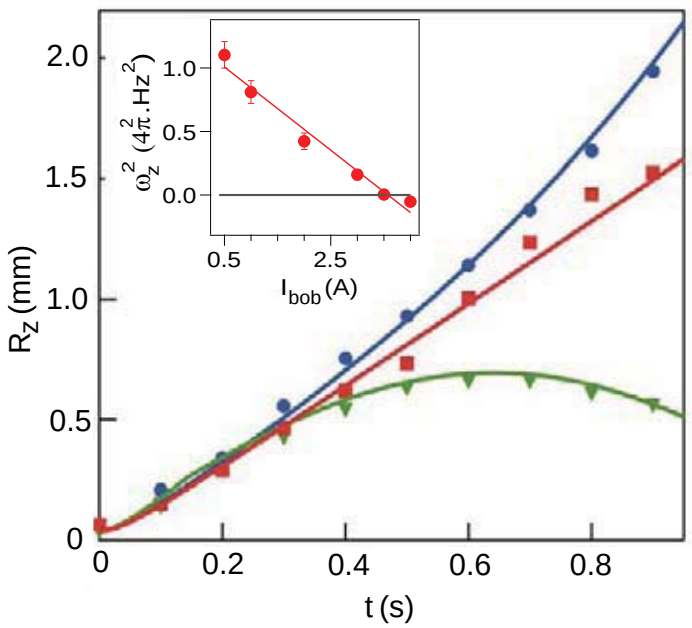


FIG. 2.15: Rayon du condensat en fonction du temps d'expansion dans le guide optique pour différents potentiels résiduels (dans la direction longitudinale) contrôlés par le champ magnétique extérieur. Les fréquences de piégeage $\omega_z/2\pi$ correspondantes sont obtenues par comparaison de l'évolution du rayon du condensat avec des simulations numériques (lignes continues) et valent respectivement 0.40 ± 0.05 Hz (triangle vert), 0.00 ± 0.05 Hz (carré rouge) et -0.23 ± 0.05 Hz (point bleu). L'insert donne la dépendance de la fréquence de piégeage résiduel avec le courant qui parcourt les bobines de compensation.

Nous avons ainsi mesuré expérimentalement qu'un courant de 3.5 A est suffisant pour compenser le piégeage résiduel $\omega_{\|}$. Ce courant est bien plus faible que la valeur calculée au-dessus, cette différence étant vraissemblablement due aux pôles ferromagnétiques de l'électroaimant, qui dévient localement les lignes de champ. Nous observons alors figure 2.15 que le condensat s'étend ballistiquement dans le guide optique après un temps d'environ 200 ms (carré rouge). Le rayon du condensat augmente linéairement au cours du temps et la mesure de la vitesse d'expansion du condensat donne directement k_{max} :

$$k_{max} = \frac{m}{\hbar} v_{max} = \frac{m}{\hbar} \frac{dR_z(t)}{dt} \tag{2.38}$$

Par un ajustement linéaire (ligne rouge continue), nous déterminons que la vitesse d'expansion vaut 1.7 mm/s et nous en déduisons :

$$k_{max} = 2.47 \pm 0.25 \mu m^{-1} \tag{2.39}$$

Ainsi, k_{max} est inférieur au vecteur d'onde maximal $k_c = 3.83 \mu\text{m}^{-1}$ qui caractérise

la distribution en k du speckle : nous sommes donc dans les conditions expérimentales dans lesquelles est attendue la localisation exponentielle d'un condensat en expansion en présence d'un champ de speckle. D'autre part, insistons ici sur le fait que, comme nous compensons de manière très précise (à 0.05 Hz près) le piégeage résiduel du guide optique, nous avons un très bon contrôle sur l'expansion du condensat dans le guide optique (et donc sur la mesure de k_{max}) sur des distances allant jusqu'à 2 mm environ. La maîtrise de l'expansion d'un condensat sur des distances supérieures aux longueurs de localisation attendues est le point crucial qui va nous permettre d'étudier l'expansion du condensat en présence de désordre.

2.5 Observation expérimentale de la localisation d'Anderson

Dans cette partie, nous présentons nos résultats expérimentaux obtenus lors de l'expansion d'un condensat dans le guide optique en présence d'un désordre de faible amplitude réalisé à partir d'un champ de speckle. Rappelons que pour être dans le régime de localisation exponentielle, les vecteurs d'ondes k_{max} et k_c qui caractérisent respectivement les distributions en k du condensat en expansion en l'absence de désordre et du speckle doivent vérifier la condition :

$$k_{max} < k_c \tag{2.40}$$

Dans ce but, nous avons réalisé :

- d'une part, un condensat de Bose-Einstein dilué ($\mu_{IN} = 219$ Hz, $N = 1.7\,10^4$, $\omega_\perp/2\pi = 70$ Hz, $\omega_z/2\pi = 5.4$ Hz) dont l'expansion est caractérisée par $k_{max} = 2.47\,\mu m^{-1}$.

- d'autre part un champ de speckle ($\lambda = 514$ nm, $ON = 0.3$) de fréquence de coupure $k_c = 3.83\,\mu m^{-1}$.

Nous vérifions donc bien la condition (2.40) qui caractérise le régime de localisation exponentielle. Nous choisissons enfin l'amplitude moyenne V_{R} des barrières de potentiel faible devant le potentiel chimique initial du condensat (μ_{IN}) de sorte que les atomes ne puissent pas être piégés classiquement entre deux barrières de potentiel. Ceci est aisément réalisé en changeant la puissance du laser utilisé pour créer le champ de speckle. Nous induisons alors l'expansion du condensat dans le guide optique en présence du désordre en éteignant le piège magnétique et nous l'observons en prenant des images (après un temps de vol de 1 ms) pour différents temps d'expansion. Nous avons alors observé expérimentalement la localisation exponentielle du condensat en expansion (Fig. 2.17).

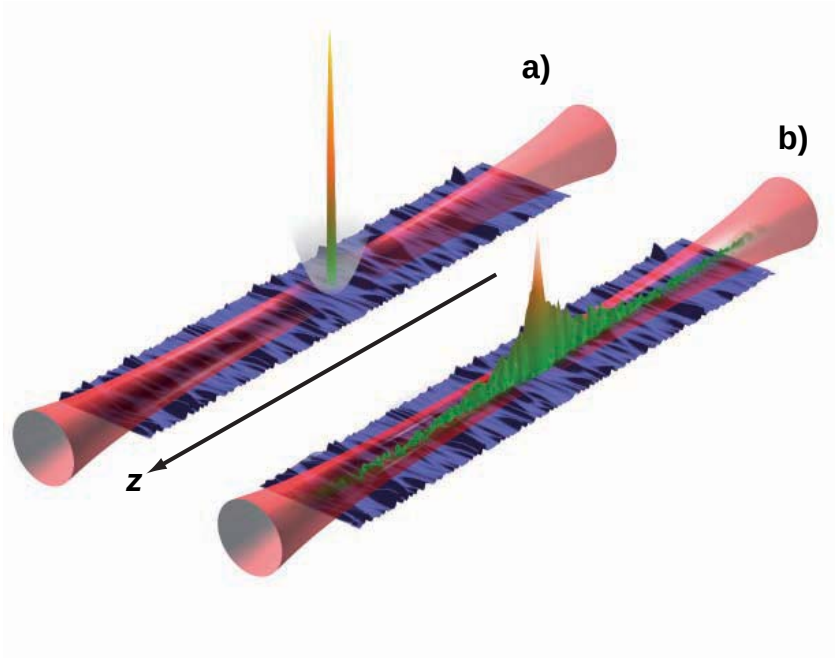


Fig. 2.16: Schéma expérimental pour l'observation de la localisation exponentielle : a) un condensat de Bose-Einstein dilué est réalisé dans le piège hybride, réalisé à l'intersection d'un guide optique et d'un piège magnétique (représenté en grisé). b) Une fois le piège magnétique éteint, le condensat commence à s'étendre dans le désordre d'amplitude faible avant d'être "localisé".

Dans cette partie, nous présentons dans un premier temps notre observation expérimentale de la localisation d'Anderson d'un condensat en expansion dans du speckle. En particulier, nous montrons que le profil de densité d'un condensat localisé présente une décroissance exponentielle sur ces ailes. Nous nous attachons ensuite à caractériser cette décroissance exponentielle en mesurant la longueur de localisation correspondante et en la comparant aux prédictions théoriques [46]. Enfin nous revenons sur une des caractéristiques fondamentales de la localisation d'Anderson, à savoir que c'est un phénomène qui résiste à une moyenne d'ensemble sur le désordre : nous étudions alors les profils de densité pour différentes réalisations du potentiel aléatoire.

2.5.1 Arrêt de l'expansion et profils localisés

Pour caractériser l'expansion du condensat en présence du champ de speckle, nous avons déterminé sa taille rms après différents temps d'expansion. Nos résultats sont présentés figure 2.17, sur laquelle est aussi reportée l'expansion ballistique obtenue en absence de désordre. Nous observons bien un arrêt de l'expansion du condensat en présence de désordre de faible amplitude ($V_{\mathrm{R}}/\mu_{IN} << 1$),

c'est-à-dire dans un cas où classiquement les atomes "survoleraient" le désordre sans être réfléchis par les barrières de potentiel. Nous constatons qu'un régime stationnaire est atteint après 1s d'expansion environ.

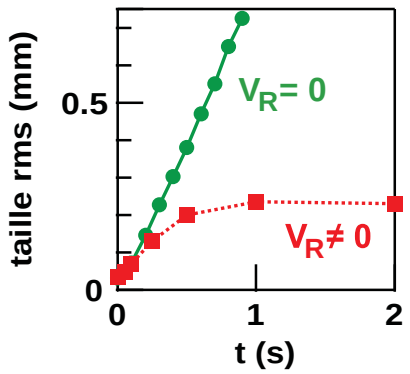


Fig. 2.17: Taille rms du condensat en fonction du temps d'expansion dans le guide, en présence ou non de désordre. Ce dernier a ici une amplitude V_{R} telle que $V_{\mathrm{R}}/\mu_{IN} = 0.15$. Nous constatons que l'expansion d'un condensat en présence de désordre est rapidement stoppée et ainsi constraste avec l'expansion ballistique obtenue en l'absence de désordre.

L'arrêt de l'expansion du condensat en présence de désordre indique l'existence d'un phénomène de localisation par le désordre. Déterminer que cet arrêt de l'expansion est dû à la localisation d'Anderson nécessite une étude appofondie des profils de densité une fois le régime stationnaire atteint. Nous présentons figure 2.18 le profil de densité - en échelle linéaire et semi-logarithmique- d'un condensat après 1s d'expansion dans le speckle. Nous observons que le profil de densité en échelle semi-logarithmique décroît linéairement sur les ailes (soit pour $|z| \geq 0.1$ mm). Ainsi les ailes du profil de densité stationnaire présentent une décroissance exponentielle, qui est la signature emblématique de la localisation d'Anderson : l'onde de matière créée par le condensat en expansion est alors localisée en présence de faible désordre du fait d'interférences destructives entre les multiples réflexions quantiques que subissent les atomes sur les barrières de potentiel.

Nous obtenons aisément la longueur caractéristique L_c de décroissance des ailes du profil de densité par un ajustement exponentiel $\exp\left(-2\left|z\right|/L_c\right)$. Dans le cas présenté figure 2.18, on trouve 530 ± 80 μm. Pour déterminer si L_c est réellement la longueur de localisation, il faut maintenant vérifier que cette décroissance exponentielle est bien stationnaire.

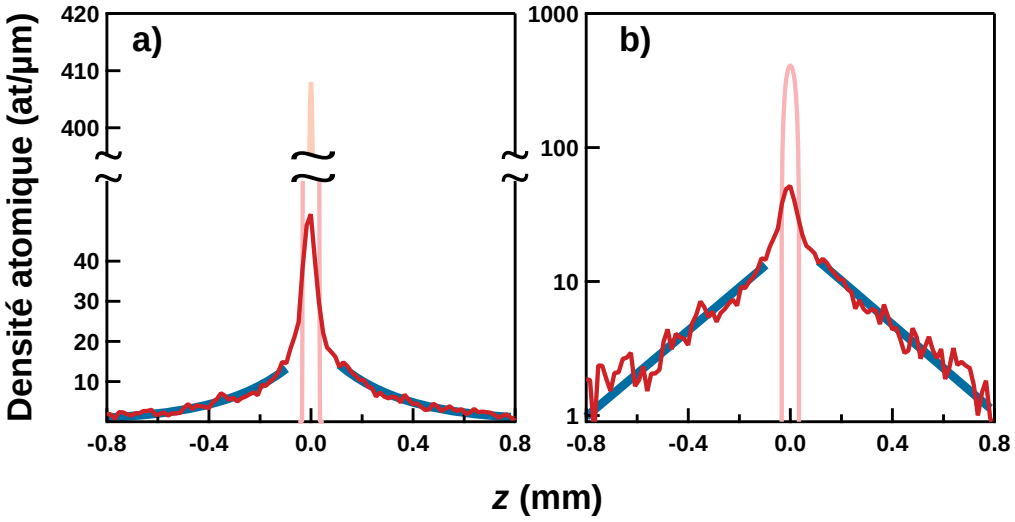


FIG. 2.18: Profil de densité (moyenné sur 5 images), en échelle linéaire (a) et semi-logarithmique (b), du condensat après 1s d'expansion dans le désordre. L'amplitude moyenne V_{R} du désordre est telle que $V_{\mathrm{R}}/\mu_{IN} = 0.12$. Les ajustements exponentiels des ailes du profil de densité apparaissent en bleu sur la figure (a) et correspondent aux lignes droites bleues sur la figure (b).

Avant d'étudier la stationnarité des profils localisés, nous souhaitons revenir sur un point clé de la localisation d'Anderson, à savoir l'absence d'interactions. Dans les configurations 1D ou quasi-1D, comme ici, les interactions sont caractérisées par le produit an_{1D} où a est la longueur de diffusion (soit 5 nm pour le ^{87}Rb) et n_{1D} la densité linéique. Dans les ailes du profil, la densité linéique vaut entre 1 et 10 atomes/μm. Le paramètre an_{1D} vaut au maximum 0.05 et est donc très inférieur à 1 : les interactions sont donc négligeables dans les ailes du profil de densité où nous observons une décroissance exponentielle, caractéristique de la localisation d'Anderson.

Au contraire, dans la partie centrale du profil de densité localisé, nous n'observons pas de décroissance exponentielle et la densité linéique reste importante, de l'ordre de 50 at/μm. Cette densité correspond à un paramètre an_{1D} de 0.25 environ, soit non négligeable devant 1. On peut donc en conclure qu'il subsiste des interactions entre les atomes au centre du profil et que la localisation observée dans cette partie centrale ne correspond simplement pas à de la localisation d'Anderson. On peut raisonnablement penser que le phénomène physique mis en jeu au centre des profils repose sur une compétition entre une localisation très forte et les interactions répulsives inter-atomiques. Dans cette zone centrale se trouvent en effet les atomes qui ont les vitesses les plus faibles. Ceux-ci corres-

pondent aux ondes de vecteurs d'onde k les plus faibles[16] et qui donc localisent le plus fortement (avec la longueur de localisation la plus faible).

Enfin il faut noter qu'initialement, nous créons le condensat dans le piège hybride en présence du désordre de faible amplitude, ce qui pourrait modifier les propriétés du condensat et son expansion [163], en introduisant des modulations de phase par exemple. Nous avons vérifié expérimentalement que l'expansion en l'absence de désordre d'un condensat initialement créé dans un désordre de faible amplitude était identique à celle d'un condensat créé initialement en l'absence de désordre. En particulier, la valeur de k_{max}, qui caractérise l'expansion, n'est pas modifiée par la présence du désordre dans la phase de création du condensat.

2.5.2 Stationnarité des profils localisés

Pour étudier de la stationnarité des profils, nous comparons figure 2.19a trois profils de densité, en échelle semi-logarithmique, obtenus dans les mêmes conditions expérimentales que la figure 2.18 mais après différents temps d'expansion (0.8, 1 et 2s) dans le désordre. Ces trois profils de densité ont la même allure et présentent sur leurs ailes des décroissances linéaires identiques. La diminution globale de la densité du profil obtenu à 2s d'expansion est due à une perte d'atomes au cours du temps mais n'affecte pas la forme du profil.

La longueur caractéristique de décroissance L_c des profils est extraite d'un ajustement exponentiel des profils. La courbe donnant l'évolution de L_c avec le temps d'expansion du condensat dans le guide optique est présentée figure 2.19b. Nous constatons qu'après 1s d'expansion, le régime stationnaire est atteint et la longueur caractéristique L_c de décroissance des profils n'évolue plus au cours du temps. Cette valeur stationnaire de L_c est donc bien la longueur de localisation et est en accord avec la valeur de 530 μm trouvée à partir du profil de densité présenté figure 2.18.

2.5.3 Longueur de localisation en fonction de l'amplitude du désordre

Une fois la longueur de localisation identifiée, nous avons étudié son évolution avec l'amplitude moyenne V_{R} des barrières de potentiel et l'avons comparée avec l'évolution théorique attendue : celle-ci est donnée, au premier ordre dans l'approximmation de Born, par la formule suivante [46], valable uniquement pour $k_{max} < k_c$:

$$L_{loc} = \frac{2\hbar^4 k_c k_{max}^2}{\pi m^2 V_{\mathrm{R}}^2 (1 - k_{max}/k_c)} \tag{2.41}$$

[16]Compte tenu qu'il reste des interactions, la décomposition en ondes planes k n'est plus valable mais reste plus simple pour avoir une image de ce qui se passe dans cette zone centrale

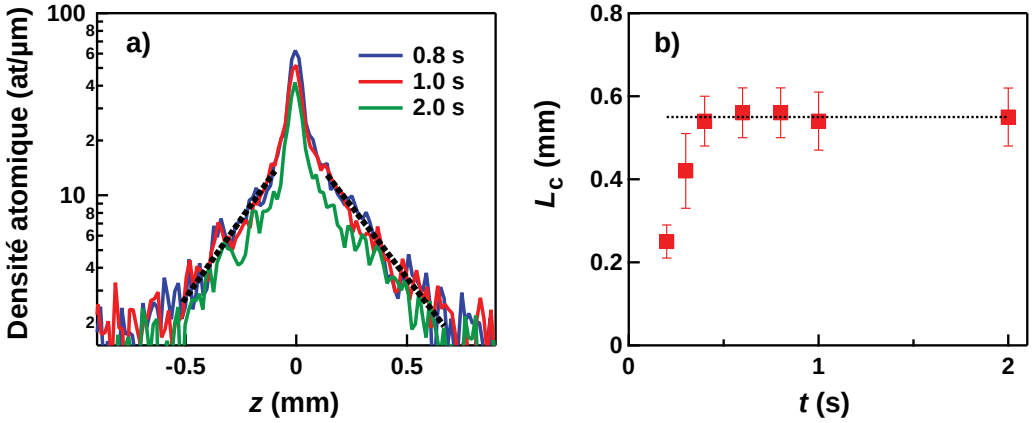


FIG. 2.19: Etude de la stationnarité : a) trois profils de densité successifs en échelle semi-logarithmique. La longueur caractéristique de décroissance L_c des profils est obtenue par un ajustement exponentiel $\exp(-2|z|/L_c)$ des trois profils (en pointillé noir). b) Evolution de L_c avec temps d'expansion t dans le désordre. Les barres d'erreur correspondent à des intervalles de confiance à 95 % sur l'ajustement exponentiel. La longueur de localisation correspond à la valeur de L_c dans le régime stationnaire.

Pour cette étude, nous avons procédé de la même manière qu'auparavant, en prenant une image du condensat localisé par le désordre et en déterminant la longueur de localisation correspondante. Avant de prendre une image, nous nous sommes assurés que le régime stationnaire était atteint, quelle que soit l'amplitude V_{R} choisie. En pratique, pour les amplitudes de désordre choisies expérimentalement, le régime stationnaire est obtenu après 1 à 2s d'expansion dans le guide, cette durée d'expansion minimale étant d'autant plus grande que l'amplitude du désordre est faible. Ceci peut se comprendre simplement compte tenu de l'évolution de la longueur de localisation avec l'amplitude du désordre (Eq.2.41) : L_{loc} est en effet d'autant plus grande que l'amplitude V_{R} du désordre est faible. Ainsi pour se localiser dans le désordre, l'onde de matière créée par le condensat en expansion doit s'étendre sur des distances d'autant plus grandes que le désordre est faible, ce qui correspond à des temps d'expansion plus longs.

Nous avons réalisé cette étude de la longueur de localisation L_{loc} en fonction de V_{R} pour les deux champs de speckle présentés §.2.3.2.1, qui, bien qu'ayant des extensions différentes, ont les mêmes propriétés spectrales, à savoir le même k_c. Dans un premier temps, nous avons utilisé un verre dépoli créant un champ de speckle d'extension $\mathrm{w}_{\mathrm{R},z} = 1.8$ mm. Nous avons alors obtenu les points expérimentaux représentés en losange bleu clair sur la figure 2.20. Pour comparaison, nous reportons aussi les valeurs théoriques (pointillé rouge) calculées à partir

de l'équation 2.41 et de la détermination expérimentale des paramètres k_{max} et k_c. La figure montre un bon accord entre les mesures expérimentales de L_{loc} et les valeurs théoriques : nous retrouvons en particulier l'allure générale et le bon ordre de grandeur, et ce sans paramètre ajustable. La zone grisée correspond aux incertitudes sur la longueur de localisation associées à la détermination de k_{max} et k_c. L'incertitude sur V_{R} n'est pas reportée mais nous l'avons estimée inférieure à 30% environ, ce qui n'affecte pas l'accord entre théorie et expérience.

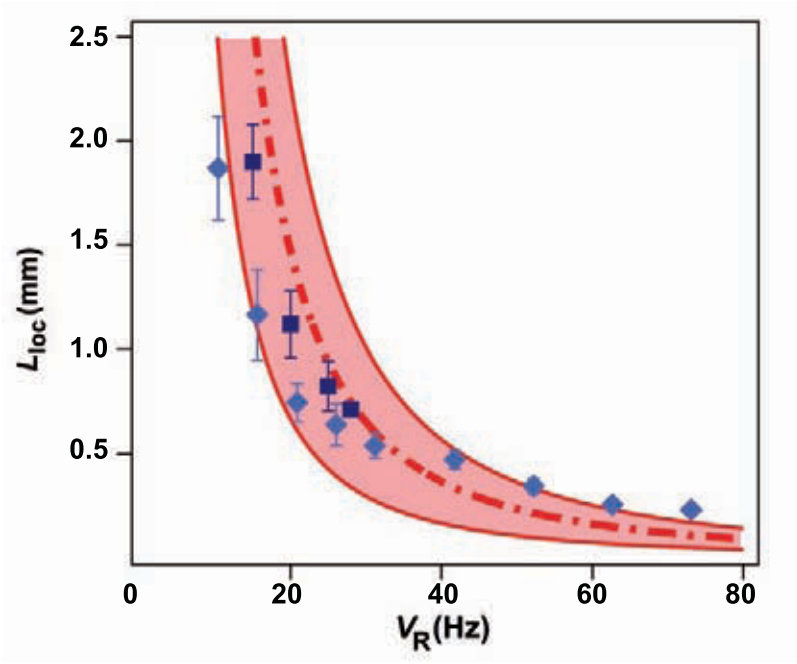


FIG. 2.20: Longueur de localisation en fonction de l'amplitude du désordre. Les données sont obtenues pour deux verres dépoli différents qui induisent des champs de speckle d'extensions différentes $\mathrm{w}_{\mathrm{R},z} = 1.8$mm (losange bleu clair) et $\mathrm{w}_{\mathrm{R},z} = 5.3$mm (carré bleu foncé). Dans le cas $\mathrm{w}_{\mathrm{R},z} = 5.3$mm, nous constatons un meilleur accord entre les longueurs de localisation mesurées à faible amplitude de désordre et la théorie.

Cependant, on peut observer que les points expérimentaux obtenus pour des amplitudes de désordre inférieures à 20 Hz environ présentent un écart important par rapport aux valeurs théoriques attendues. Notons ici que les longueurs de localisation pour les amplitudes V_{R} les plus faibles valent respectivement 1.2 et 1.9 mm. L'extension des profils de densité devient alors du même ordre que l'extension du champ de speckle, ce qui peut perturber l'ajustement exponentiel des profils et la mesure de la longueur de localisation. Compte tenu de ces observations, nous avons dans un deuxième temps recommencé l'étude de L_{loc} avec un verre dépoli d'angle de diffusion plus important dans la direction longitudinale (carré bleu foncé). Le champ de speckle ainsi créé a une extension $\mathrm{w}_{\mathrm{R},z}$

de 5.3 mm, grande devant les extensions maximales des profils de densité. Un meilleur accord entre théorie et expérience est alors observé pour les amplitudes de désordre les plus faibles. Toutefois, compte tenu de l'extension du champ de speckle et de la puissance laser disponible, il n'est pas possible d'accéder expérimentalement à des amplitudes du désordre V_{R} supérieures à une trentaine de Hertz. Nous attendons néanmoins un comportement identique à celui observé avec le champ de speckle d'extension plus faible.

D'autre part, pour les amplitudes de désordre les plus élevées (supérieures à 50Hz), nous constatons un écart entre théorie et expérience. Dans ce cas, on peut se demander si l'approximation de Born est toujours vérifiée, ce qui pourrait expliquer l'écart entre théorie et expérience. D'après [46], l'approximation de Born est valable pour des amplitudes de désordre telles que :

$$V_{\mathrm{R}} << 2\,\frac{\hbar^2 k_{max}^2}{2m}(\frac{k_c}{k_{max}})^{1/2} \tag{2.42}$$

Pour nos paramètres expérimentaux, ce critère indique que l'amplitude du désordre doit être très inférieure à 800 Hz environ, ce qui est aisément réalisé expérimentalement.

Un autre critère pour la validité de l'approximation de Born est donné par [48] :

$$\Delta = \frac{V_{\mathrm{R}}^2}{E E_{\mathrm{R}}} << 1 \tag{2.43}$$

où $E = \hbar^2 k_{max}^2/2m$ est l'énergie associée au vecteur d'onde k_{max} et $E_{\mathrm{R}} = \hbar^2 k_c^2/2m$ celle associée au vecteur d'onde maximal du speckle. Ce critère est relié au fait que pour qu'une onde localise au sens d'Anderson dans un potentiel aléatoire, elle doit subir de multiples réflexions quantiques sur les barrières de potentiel (qui vont interférer destructivement) : la transmission de l'onde au passage de chacune de ces barrières soit proche de 1. Dans notre cas, pour l'amplitude V_{R} maximale que nous obtenons expérimentalement (soit 75 Hz), le paramètre Δ vaut environ 0.02 et est donc très inférieur à 1. Ceci confirme que l'approximation de Born est valable pour les amplitudes de désordre accessibles expérimentalement. On peut raisonnablement penser l'écart entre théorie et expérience pour les valeurs les plus élevées de désordre est dû à la présence d'interactions qui modifient le profil de densité du condensat localisé. Néanmoins, une étude plus approfondie serait nécessaire pour déterminer exactement leur effet.

2.5.4 Moyennage sur différentes réalisations du désordre

Comme nous l'avons présenté en introduction, la localisation d'Anderson apparaît en présence de désordre lorsque les interférences induites par le désordre résistent à une moyenne d'ensemble. Jusqu'à présent nous avons considéré une

unique réalisation de désordre et observé le profil de densité d'un condensat dans cette réalisation du potentiel désordonné. Dans cette partie, nous considérons au contraire trois réalisations du désordre décorrélées les unes des autres. Pour les obtenir, nous avons modifié légèrement l'orientation du faisceau laser anisotrope qui éclaire le verre dépoli (dans la direction y où le faisceau est le plus fin), en utilisant une cale piézo-électrique (Fig. 2.6). Cette modification d'orientation du faisceau anisotrope est suffisamment faible pour que ni la taille moyenne d'un grain de speckle ni l'extension du speckle ne soient modifiées. Toutefois elle est suffisante pour éclairer des diffuseurs du verre dépoli qui n'étaient pas éclairés jusqu'à présent et ainsi créer une nouvelle réalisation de speckle sans corrélation avec la précédente.

Pour vérifier que ces trois réalisations de speckle étaient décorrélées les unes des autres, nous avons pris une image de chaque champ de speckle obtenu et nous avons déterminé les fonctions d'intercorrélation des images deux à deux : lorsque deux images sont corrélées, la fonction d'intercorrélation des images présente un pic à la fréquence nulle, alors que ce pic disparait pour deux images de speckle décorrélées. En pratique, nous avons choisi la tension appliquée à la cale piézo-électrique de manière à obtenir des réalisations de champ de speckle dont la fonction d'intercorrélation est nulle à la fréquence nulle.

Nous avons ensuite fait localiser un condensat dans chacune des réalisations de désordre, en gardant naturellement la même amplitude moyenne V_{R} pour les trois réalisations, et nous avons déterminé le profil de densité du condensat localisé une fois le régime stationnaire atteint. Pour chaque réalisation de désordre, nous avons réalisé une quinzaine de fois l'expérience de manière à obtenir un profil de densité moyen. La figure 2.21a donne le résultat, pour une réalisation de speckle donnée, de la comparaison d'un unique profil de densité au profil de densité moyenné sur 5, 10 et 15 images. Cette comparaison nous permet ainsi de déterminer que l'amplitude des fluctuations d'un unique profil avec un profil moyenné sur 5 images vaut environ 1-2 at/μm.

Sur la figure 2.21a, nous avons aussi tracé la moyenne de tous les profils de densité obtenus quelque soit la réalisation de désordre et nous constatons que cette moyenne a les mêmes caractéristiques que le profil moyen obtenu pour une réalisation du désordre donnée. Cette observation est une première indication pour dire que le profil du condensat localisé résiste à une moyenne d'ensemble. Pour s'en persuader, nous avons déterminé l'écart entre le profil moyen obtenu pour chaque réalisation de speckle au profil moyen total (Fig. 2.21b), ainsi que le facteur de corrélation normalisé r entre les images obtenues pour les différentes réalisations de speckle (Fig. 2.21c) :

$$r = \frac{1}{n} \sum_i \frac{(p_i - \overline{p})(s_i - \overline{s})}{\sigma_p \sigma_s} \tag{2.44}$$

où p_i est le profil moyen obtenu avec la réalisation de speckle s_i et où nous attribuons les valeurs 1,2,3 aux différentes réalisations de speckle.

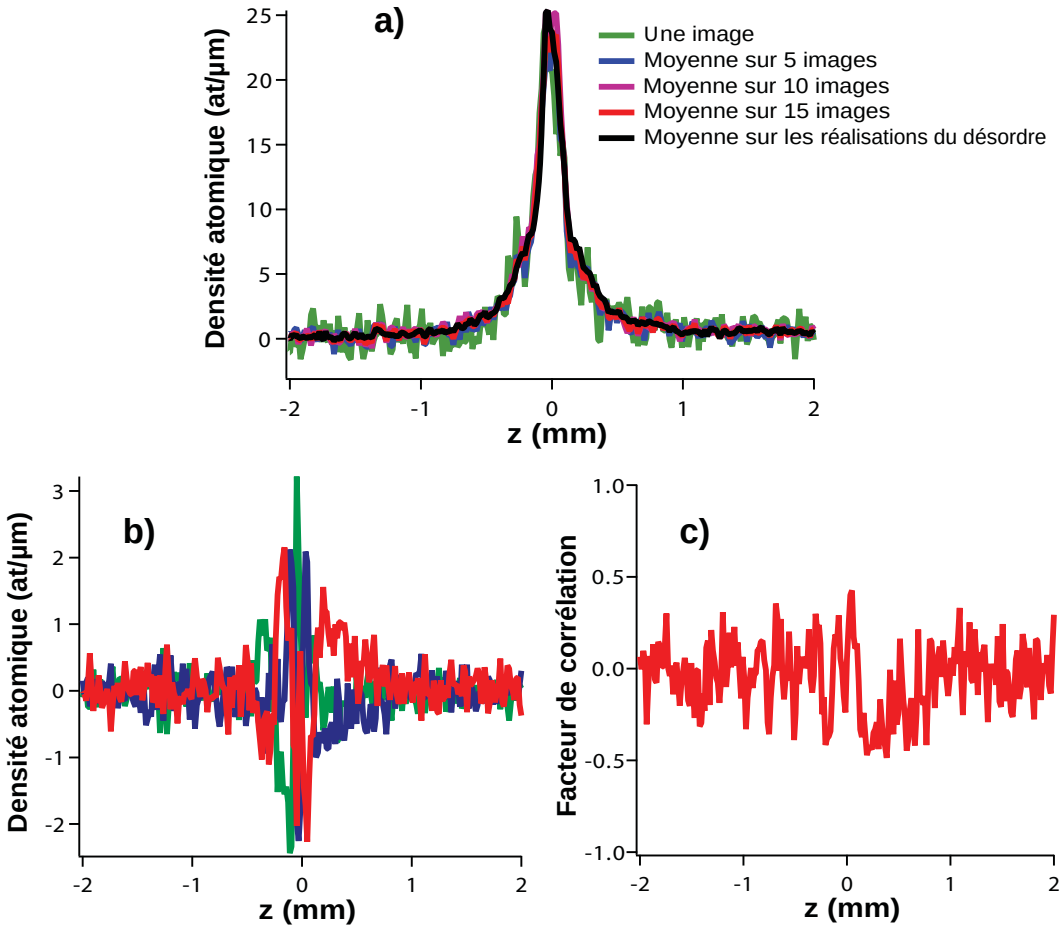


FIG. 2.21: a) Moyennage des profils pour une réalisation de speckle. b) Ecart des profils moyens obtenus pour chaque réalisation de speckle au profil moyen total. c) Facteur de corrélation des images obtenues pour différentes réalisations de speckle.

Nous constatons alors que dans les ailes des profils de densité (où est observée la décroissance exponentielle caractéristique de la localisation d'Anderson) il n'y a pas de corrélation entre les profils obtenus avec des réalisations de speckle différentes. Nous vérifions ainsi expérimentalement que la localisation d'Anderson d'un condensat ne dépend pas de la réalisation du désordre choisie mais dépend des propriétés statistiques du speckle. Au contraire, la figure 2.21b montre qu'au centre, les profils moyens obtenus avec chacune des réalisations de speckle présentent des variations importantes par rapport au profil moyen total. Ceci nous conforte dans l'idée qu'il subsiste des interactions au centre et que le

phénomène physique mis en jeu dans la zone centrale résulte de la compétition entre une localisation au sens d'Anderson très forte et les interactions, auquel s'ajoute un possible effet de piégeage classique entre deux barrières élevées de potentiel [44, 163].

2.6 Régime de localisation algébrique

Jusqu'à présent, nous avons considéré le cas où le vecteur d'onde maximal k_{max} caractérisant le condensat en expansion est inférieur au vecteur d'onde maximal k_c caractérisant le désordre. Dans cette partie, nous nous intéressons au cas inverse : $k_{max} > k_c$. Les composantes k telles que $k < k_c$ sont alors toujours localisées exponentiellement dans le désordre. A l'inverse, les composantes k telles que $k_c < k < k_{max}$ ne sont pas diffusées efficacement par le désordre et localisent sur des distances beaucoup plus grandes que les autres composantes k. A l'échelle de notre système (soit quelques mm), elles s'échappent le long du guide et à partir d'un certain temps, on peut considérer qu'elles n'interviennent plus dans le système. C'est aussi ce que l'on considère au premier ordre de l'approximation de Born dans lequel les longueurs de localisation de ces composantes sont infinies (Fig. 2.22).

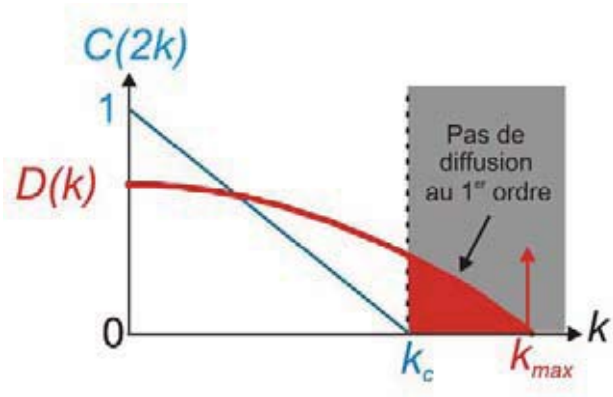


Fig. 2.22: Comparaison des distributions en k du condensat en expansion en l'absence de désordre ($D(k)$) et du champ de speckle ($C(2k)$) dans le cas $k_{max} > k_c$. Au premier ordre dans l'approximation de Born, seules les composantes k du condensat en expansion, telles que $k < k_c$, sont diffusées efficacement par le speckle et localisent.

Dans ce cas, il a été prédit que l'onde de matière composée des composantes k restantes (telles que $k < k_c$) localise en présence de désordre [46], son profil de densité localisé étant donné par la somme des fonctions d'onde localisées ϕ_k correspondantes :

$$n_{1\mathrm{D}}(z) = \left\langle |\psi(z)|^2 \right\rangle = 2 \int_0^{k_c} dk\ D(k) \left\langle |\phi_k(z)|^2 \right\rangle \tag{2.45}$$

On montre alors [46] que la localisation du condensat n'est plus exponentielle mais algébrique et que le profil de densité localisé est décrit par la loi de puissance suivante :

$$n_{1\mathrm{D}}(z) \propto \frac{1}{|z|^{\beta}} \quad \text{avec} \quad \beta = 2 \tag{2.46}$$

Insistons sur le fait que ce régime de localisation algébrique est une conséquence directe du spectre de taille finie du speckle, dont la fréquence de coupure k_c joue le rôle d'un seuil de mobilité effectif (*effective mobility edge*).

2.6.1 Conditions expérimentales

Comme nous l'avons mentionné précédemment, le régime de localisation algébrique est caractérisé par la condition $k_{max} > k_c$. Expérimentalement, pour atteindre ce régime, nous avons choisi d'augmenter k_{max} en conservant les champs de speckle que nous avons présentés §.2.3.2.1, caractérisés par $k_c = 3.83\ \mu\mathrm{m}^{-1}$. Pour ce faire, nous augmentons le nombre d'atomes dans le condensat en conservant le même piège hybride décomprimé ($\omega_\perp/2\pi = 70$ Hz, $\omega_z = 5.4$ Hz) qu'auparavant. L'augmentation du nombre d'atomes N se traduit alors par une augmentation du potentiel chimique initial du condensat et donc, par conservation de l'énergie, du vecteur d'onde k_{max} caractérisant l'énergie cinétique maximale du condensat en expansion. Dans le piège hybride décomprimé, nous réalisons des condensats quasi-purs contenant respectivement 1.7 10^5 et 2.8 10^5 atomes, soit de potentiels chimiques $\mu_{IN} = 520$ Hz et $\mu_{IN} = 650$ Hz. Pour obtenir de tels condensats, nous utilisons un cycle expérimental similaire à celui présenté figure 2.13, la seule différence étant la durée de la rampe d'évaporation intermédiaire (Evaporation 2) : nous réduisons ici la durée de l'évaporation 2 à 3s environ.

Pour savoir si nous sommes dans les conditions expérimentales de la localisation algébrique, nous déterminons le vecteur d'onde k_{max} associé aux condensats en mesurant leur vitesse d'expansion dans le guide optique en l'absence de désordre. Nous trouvons alors $k_{max} = 4.47 \pm 0.30\ \mu\mathrm{m}^{-1}$ pour le condensat contenant 1.7 10^5 atomes et $k_{max} = 5.3 \pm 0.4 \mu\mathrm{m}^{-1}$ dans le condensat contenant 2.8 10^5 atomes. Les deux valeurs de k_{max} que nous obtenons sont supérieures à la fréquence de coupure du speckle : $k_c = 3.83\ \mu\mathrm{m}^{-1}$. Nous vérifions donc bien la condition $k_{max} > k_c$ qui caractérise le régime de localisation algébrique.

2.6.2 Arrêt de l'expansion et profils localisés

Nous induisons alors l'expansion du condensat dans le guide optique en présence d'un désordre d'amplitude V_{R} faible devant le potentiel chimique du condensat. De la même manière que pour la localisation exponentielle, nous observons l'expansion du condensat en présence du désordre en prenant une image

après différents temps d'expansion. Nous présentons figure 2.23a les profils de densité que nous avons obtenus. On peut alors distinguer deux zones dans les profils de densité. D'une part dans la zone centrale, on observe un arrêt de l'onde de matière en présence de désordre, les profils de densité étant similaires dans cette zone après 1 et 2s d'expansion. D'autre part, loin de cette zone centrale, nous observons une "bosse" de densité qui se propage sans être stoppée par le désordre. Nous avons mesuré que le front d'onde avant de cette "bosse" de densité est donné par k_{max}. Cette "bosse" de densité correspond aux composantes k du condensat en expansion telles que $k_c < k < k_{max}$ et qui ne sont pas diffusées au premier ordre par le speckle. Une fois que cette "bosse" de densité a disparu à l'échelle de notre système, c'est-à-dire après environ 2s d'expansion, nous observons un profil de densité stationnaire dans la zone centrale. Celui-ci correspond aux composantes k telles que $k < k_c$ localisées en présence de désordre.

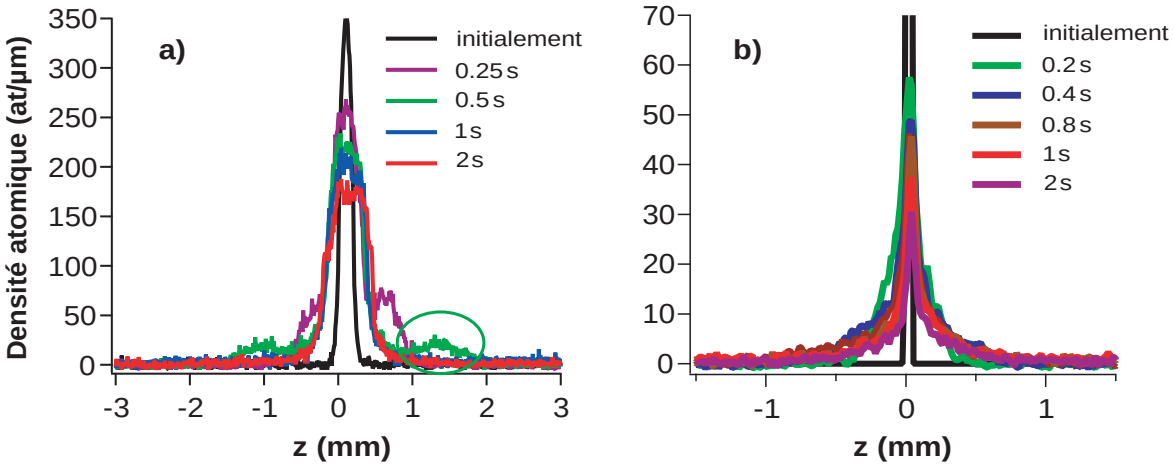


FIG. 2.23: Evolution du profil de densité en fonction du temps : a) dans le régime où $k_{max} > k_c$. Les profils présentés ici sont obtenus lors de l'expansion du condensat contenant 2.8 10^5 atomes, soit de vecteur d'onde maximal $k_{max} = 5.3 \pm 0.4\ \mu m^{-1}$, dans un désordre de faible amplitude. La partie encerclée correspond aux atomes très énergétiques non stoppés par le désordre. b) dans le régime où $k_{max} < k_c$. Les profils présentés sont obtenus lors de l'expansion d'un condensat ($N = 1.7\ 10^4$, $\mu_{IN} = 219$ Hz) de vecteur d'onde $k_{max} = 2.47\ \mu m^{-1}$.

Pour déterminer si la localisation observée ici est algébrique, nous déterminons le profil de densité du nuage atomique une fois le régime stationnaire atteint. Nous présentons un tel profil de densité en échelle log-log figure 2.24a, dans le cas d'un désordre d'amplitude V_{R} telle que $V_{\mathrm{R}}/\mu_{IN} = 0.15$. Nous observons que le profil de densité en échelle log-log décroît linéairement sur les ailes, ce qui correspond à une décroissance algébrique des ailes du profil de densité. Nous caractéri-

sons alors la décroissance du profil en ajustant ses ailes par une loi de puissance en $1/|z|^{\beta}$: nous trouvons alors un exposant $\beta = 1.92 \pm 0.06$ pour l'aile gauche du profil et $\beta = 2.01 \pm 0.03$ pour l'aile droite du profil. Ces deux valeurs sont en très bon accord avec la valeur $\beta = 2$ prédite théoriquement [46]. En insert de la figure 2.24a est présenté le même profil de densité en échelle semi-logarithmique, confirmant que les ailes du profil présentent une décroissance non-exponentielle.

Pour comparaison, nous reportons figure 2.24b un profil de densité obtenu dans le régime de localisation exponentielle ($k_{max} = 2.47\ \mu m^{-1}$ soit inférieur à k_c) pour le même rapport $V_{\mathrm{R}}/\mu_{IN} = 0.15$. La comparaison des profils de densité obtenus dans le régime algébrique et dans le régime exponentiel montre que nous pouvons, à l'échelle de notre système, distinguer de manière claire les deux régimes de localisation d'un condensat en expansion dans un champ de speckle.

2.6.3 Evolution des profils avec l'amplitude du désordre

Nous avons également étudié comment évoluent les profils localisés en fonction de l'amplitude du désordre V_{R}. Pour ce faire, nous avons procédé de la même manière que précédemment, en prenant une image du nuage localisé par le désordre et en déterminant l'exposant β qui caractérise la décroissance des profils. Nous nous sommes naturellement assurés avant de prendre une image que le régime stationnaire était atteint, quelque soit l'amplitude V_{R} du désordre choisie. Le résultat de notre étude est présenté figure 2.25. Conformément aux prédictions théoriques, nous observons que les profils de densité obtenus présentent des décroissances identiques quelle que soit l'amplitude du désordre. Ce comportement est confirmé par l'évolution de l'exposant β qui caractérise la décroissance des profils : celui-ci reste constant et proche de la valeur théorique $\beta = 2$. C'est aussi le cas lorsqu'on répète cette étude avec le condensat contenant un nombre d'atomes supérieur $N = 2.8\,10^5$. Le comportement des profils localisés algébriquement contraste fortement avec l'évolution rapide de la longueur de localisation L_{loc} avec V_{R} dans le régime exponentiel [46] (ce que nous avons confirmé expérimentalement §.2.5.3). Ceci montre que les deux régimes algébrique et exponentiel correspondent à des régimes de localisation bien distincts.

2.6.4 *Crossover* entre régime algébrique et exponentiel

Pour confirmer le changement de régime de localisation, nous avons fait varier de manière contrôlée le nombre d'atomes dans le condensat, celui-ci étant toujours réalisé dans le piège hybride très décomprimé ($\omega_{\perp}/2\pi = 70$ Hz, $\omega_z = 5.4$ Hz). Nous avons ainsi pu faire varier k_{max} de part et d'autre de la fréquence de coupure du speckle k_c. Nous repérons alors les réalisations des ondes de matière, obtenues à partir des différents condensats en expansion dans le guide optique,

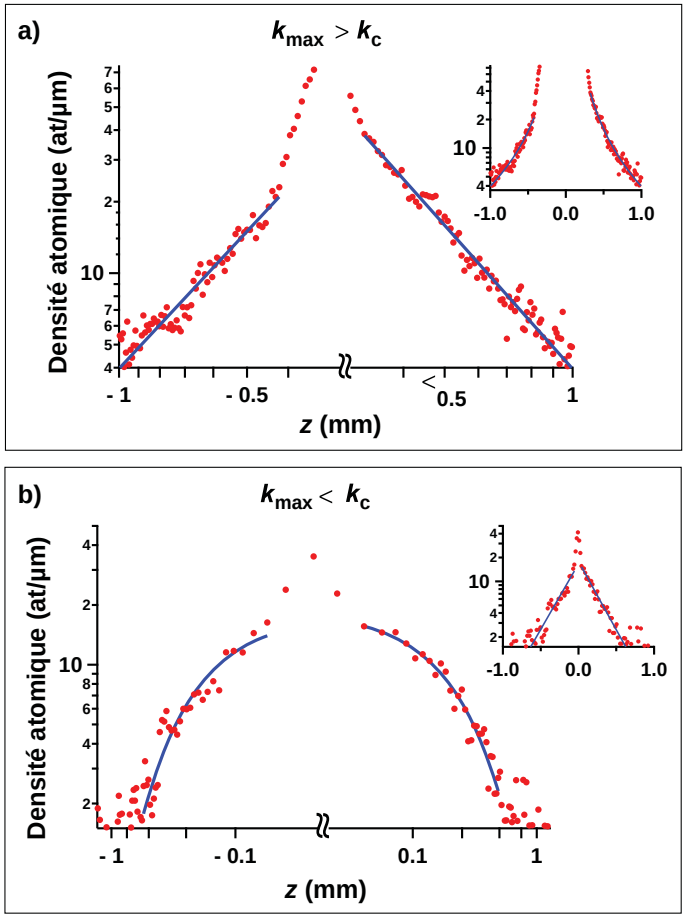


FIG. 2.24: Profils de densité localisés (moyennés sur 5 images) en échelle log-log (figures principales) et en échelle semi-logarithmique (inserts). Ces profils sont obtenus pour un désordre d'amplitude telle que $V_{\mathrm{R}}/\mu_{IN} = 0.15$. a) Régime où $k_{max} > k_c$. Le profil - linéaire sur les ailes en échelle log-log - décroît algébriquement. Un ajustement des ailes par une loi de puissance en $1/|z|^{\beta}$ donne $\beta \simeq 1.97$, en très bon accord avec la prédiction théorique $\beta = 2$. L'insert confirme que la décroissance de ce profil n'est pas exponentielle (les ailes ne sont pas linéaires en échelle semi-log). b) Régime où $k_{max} < k_c$: le profil de densité ne décroît pas algébriquement (les ailes ne sont pas linéaires en échelle log-log) mais exponentiellement (les ailes sont linéaires en échelle semi-log).

par le rapport k_{max}/k_c, celui-ci varie entre 0.65 (correspondant à notre observation de la localisation exponentielle avec un condensat de $1.7\,10^4$ atomes, comme présenté §.2.5) et 1.4 (correspondant à notre observation de la localisation algébrique avec un condensat contenant $2.8\,10^5$ atomes).

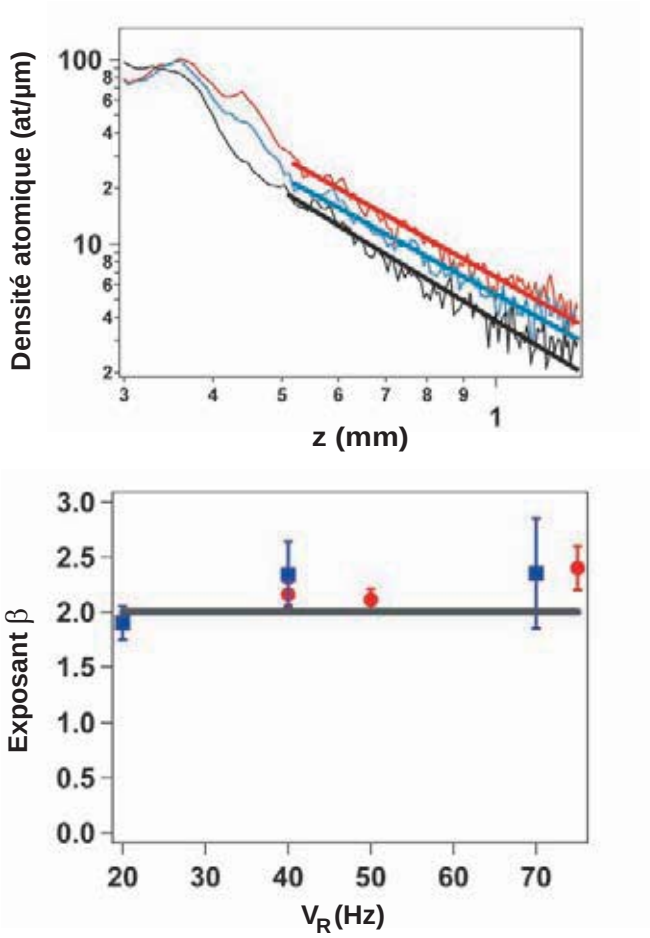


FIG. 2.25: a) Profils stationnaires pour différentes amplitudes de désordre V_{R} dans le cas d'un condensat contenant 1.7 10^5 atomes (μ_{IN} = 519 Hz) et caractérisé par $k_{max} = 4.47 \pm 0.30\ \mu\mathrm{m}^{-1}$. Les profils en échelle log-log sont obtenus après une expansion de 2s dans le désordre. Les lignes continues correspondent à un ajustement des ailes par une loi de puissance en $1/|z|^{\beta}$. b) Nous reportons les exposants β obtenus en fonction de V_{R} pour des condensats de 1.7 10^5 (carré bleu) et 2.8 10^5 atomes (cercle rouge).

Nous avons alors pour chaque rapport k_{max}/k_c déterminé les profils de densité localisés, une fois le régime stationnaire atteint. Nous avons ensuite ajusté les ailes des profils à la fois par un ajustement exponentiel $\exp(-|z|/L_{loc})$ et un ajustement algébrique $1/|z|^{\beta}$. Pour bien discriminer les deux régimes de localisation exponentielle et algébrique, nous avons comparé les paramètres χ^2 obtenus pour chacun des fits. Un rapport $\chi^2_{alg}/\chi^2_{exp}$ inférieur 1 signifie qu'une décroissance algébrique donne un meilleur ajustement des données expérimentales. Dans le cas contraire, c'est la décroissance exponentielle qui donne le meilleur ajustement. Le résultat de cette étude est présenté figure 2.26 : on observe clairement un

changement de comportement des profils de densité lorsque le rapport k_{max}/k_c augmente, passant d'un régime de localisation exponentielle à un régime de localisation algébrique. Le passage d'un régime à l'autre à lieu lorsque $k_{max} = k_c$, comme nous l'attendions. La fréquence de coupure du speckle k_c joue bien le rôle d'un seuil de mobilité effectif entre les deux régimes de localisation.

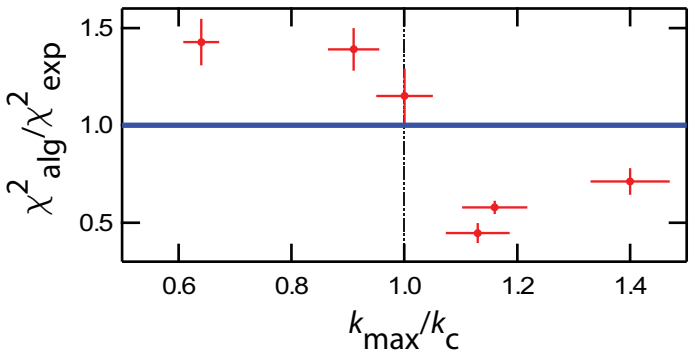


FIG. 2.26: Observation du *crossover* entre le régime de localisation exponentielle et le régime de localisation algébrique. Pour différentes valeurs du paramètre k_{max}/k_c, nous ajustons les profils localisés obtenus par une décroissance exponentielle et une décroissance algébrique et déterminons le paramètre χ^2 pour chacun des ajustements. La comparaison des paramètres χ^2 permet de caractériser le changement de comportement de la fonction d'onde localisée au passage du seuil de mobilité effectif : $k_{max}/k_c = 1$.

2.6.5 Conclusion sur le régime algébrique

Dans cette partie, nous avons présenté notre étude expérimentale du régime de localisation algébrique, qui rappelons-le est spécifique à la localisation d'un condensat en expansion dans un champ de speckle. Ce régime, caractérisé par la condition $k_{max} > k_c$, a des propriétés très différentes du régime de localisation exponentielle que nous avons présenté dans la partie §.2.5 : en particulier les profils de densité localisés stationnaires présentent des ailes décroissant avec la loi de puissance $1/|z|^2$, quelle que soit l'amplitude du désordre, celle-ci restant néanmoins faible devant les énergies typiques mises en jeu dans le système. Notons aussi que comme dans le cas des profils localisés exponentiellemenent, il existe une zone au centre des profils localisés algébriquement où la densité reste importante.

Enfin, pour atteindre ce régime de localisation algébrique à partir du régime de localisation exponentielle, nous avons choisi d'augmenter k_{max} en augmentant le nombre d'atomes dans le condensat. Toutefois, il est aussi possible d'atteindre ce régime de localisation algébrique en diminuant k_c tout en conservant

un condensat très dilué. Pour diminuer k_c, nous avons simplement diaphragmé le faisceau laser anisotrope qui éclaire le dépoli. Nous avons alors obtenu un champ de speckle caractérisé par une fréquence de coupure $k_c = 1.75\,\mu\text{m}^{-1}$. Nous avons alors réalisé la même étude que précédemment en réalisant un condensat contenant environ $2\,10^4$ atomes et caractérisé par un vecteur d'onde maximal $k_{max} = 2.84\,\mu\text{m}{-1}$. Nous sommes donc bien dans les conditions où un régime de localisation algébrique est attendu. Nous avons alors obtenus des résultats similaires à ceux présentés §.2.6.2 et §.2.6.3, en particulier nous avons observé que l'exposant β caractérisant la décroissance algébrique des profils observés ne dépend pas de l'amplitude du désordre et reste proche de 2.

2.7 Conclusion et perspectives

Nous avons dans ce chapitre présenté la première observation directe de la localisation d'Anderson d'une onde de matière dans un potentiel désordonné à une dimension. Nous avons en particulier décrit la mise en oeuvre expérimentale des deux élements indispensables à la réussite de cette expérience, à savoir (i) la réalisation d'un speckle avec des grains très fins (de taille inférieure au micron) et (ii) le contrôle de l'expansion d'un condensat très dilué sur des tailles de l'ordre du millimètre. Nous avons alors montré qu'une faible amplitude de désordre suffit à stopper la propagation du condensat. En imageant directement la fonction d'onde localisée, nous avons montré que cette dernière présente une décroissance exponentielle, signature emblématique de la localisation d'Anderson. En augmentant l'énergie maximale du condensat en expansion, nous avons de plus mis en évidence, conformément aux prédictions théoriques, un régime de localisation non plus exponentielle mais algébrique, spécifique d'un désordre réalisé avec un speckle. Enfin insistons ici sur le fait que nos résultats présentent un très bon accord avec les prédictions théoriques. Ceci démontre le bon contrôle que nous avons sur les paramètres du système et est particulièrement prometteur pour les expériences que nous souhaitons réaliser par la suite. Nous envisageons en effet de reprendre le schéma expérimental présenté dans ce chapitre et de l'étendre à 3D afin d'étudier la transition d'Anderson entre le régime diffusif et le régime de localisation[17]. Une telle étude présente un intérêt certain dans le cadre de la localisation d'Anderson, car elle pourrait en effet apporter des réponses aux questions qui restent toujours ouvertes même 50 ans après la prédiction d'Anderson, à savoir la position exacte du mobility edge et la valeur des exposants critiques. Deux propositions théoriques récentes de Skipetrov *et al.* [51] et Kuhn *et al.* [48] vont dans ce sens.

[17]Notons aussi que des études expérimentales sur la localisation d'Anderson à 2D sont actuellement en cours sur une autre expérience du groupe d'Optique Atomique.

L'extension du schéma expérimental 1D à 3D implique toutefois de résoudre un certain nombre de défis expérimentaux : (i) réaliser un speckle 3D isotrope avec des grains très fins, ce qui nécessite d'avoir une grande ouverture numérique et (ii) réaliser une expansion isotrope à 3D, ce qui implique de compenser précisément la gravité. En pratique, nous ne pouvons pas réaliser un speckle parfaitement isotrope, néanmoins un très bon compromis est la réalisation d'un speckle en faisant interférer deux speckles [164]. Afin d'augmenter l'ouverture numérique, nous allons transporter optiquement les nuages d'atomes froids - réalisés suivant le principe présenté au chapitre 1 - vers une chambre de science, de plus grand accès optique ($ON = 0.6$). D'autre part, nous mettons en place autour de cette chambre de science un dispositif de lévitation magnétique qui devrait permettre de obtenir un potentiel quasi-plat sur des distances de l'ordre du millimètre.

Enfin, un des enjeux actuels du domaine de la localisation d'Anderson est l'étude de l'effet des interactions. Cette question a très récemment commencée à être adressée expérimentalement avec des atomes froids dans le groupe de M. Inguscio à Florence [147] et des études sont actuellement en cours dans le groupe de R. Hulet à Houston. Dans ces deux expériences, les interactions sont contrôlées aisément avec des résonances de Feshbach [5]. Néanmoins dans le cas du ^{87}Rb, il n'y a pas de résonances de Feshbach facilement exploitables. Toutefois, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, nous disposons sur notre expérience d'un autre type d'onde de matière : le laser à atomes guidé [54] qui offre la possibilité de contrôler les interactions indépendamment de l'énergie du l'onde et donc d'étudier la localisation d'Anderson et l'effet des interactions [33].

CHAPITRE 3

Transmission d'un laser à atomes guidé à travers une barrière de potentiel

Dans ce chapitre, nous présentons notre étude du laser à atomes guidé et de sa propagation à travers une barrière de potentiel. Le laser à atomes guidé est obtenu en couplant, à l'aide d'un champ radio-fréquence, les atomes extraits d'un condensat de Bose-Einstein dans le guide optique horizontal [54]. Cette configuration permet de s'affranchir des effets de la gravité. On obtient ainsi un laser à atomes mono-énergétique se propageant avec une longueur d'onde de de Broglie λ_{dB} constante, contrairement aux lasers à atomes verticaux [55–59, 61, 65, 68] se propageant sous l'effet de la gravité et dont la longueur d'onde décroit très rapidement au cours de la propagation. Dans le cas du laser à atomes guidé, λ_{dB} reste de l'ordre du micron. Il est ainsi particulièrement adapté à l'étude de phénomènes de transport quantique [27–34] à travers des obstacles créés optiquement.

Contrairement au cas des condensats de Bose-Einstein en expansion, pour lesquels la répartition en énergie et la densité atomique sont intrinsèquement liés aux conditions initiales, l'utilisation d'un laser à atomes permet de contrôler indépendamment le flux (et donc les interactions) de l'énergie (soit de la longueur d'onde de de Broglie). Pour une énergie donnée, il est donc possible d'obtenir un laser à atomes dans le régime d'interaction faible (régime linéaire) ou dans un régime où les interactions ne sont plus négligeables (régime non-linéaire).

Dans le cas linéaire, des lasers à atomes de densité suffisamment faible pour négliger les interactions intra-laser pourraient permettre d'étudier plus en détails des effets comme la localisation d'Anderson [31, 33] en présence de désordre. D'autre part, dans le régime non-linéaire, il existe de nombreuses propositions théoriques en vue d'observer des effets tels que la rupture de superfluidité [29], le blocage atomique (analogue au blocage de Coulomb) à travers une double barrière de potentiel [28, 30] ou encore le rayonnement d'Hawking [32, 165].

Nous présentons ici les principaux résultats que nous avons obtenu sur la propagation linéaire du laser à atomes guidé à travers une unique barrière de potentiel, créée en focalisant un faisceau laser désaccordé vers le bleu. Cette barrière

est bien controlée en épaisseur comme en amplitude. Nous pouvons en particulier choisir que son épaisseur soit supérieure à la longueur d'onde de de Broglie λ_{dB} du laser à atomes. Dans ce cas, la transmission du laser à atomes à travers la barrière est essentiellement classique. L'étude de la transmission en fonction de la hauteur de la barrière nous a alors permis de déterminer la largeur spectrale du laser à atomes. Lorsque, au contraire, l'épaisseur de la barrière est choisie inférieure à λ_{dB}, la transmission du laser à atomes à travers la barrière doit se comporter de manière quantique du fait de l'effet tunnel. Au cours de cette thèse, compte tenu de la largeur spectrale relativement importante (due à un bruit magnétique trop important) de notre laser à atomes, nous n'avons jusqu'à présent pas observé d'effet tunnel. Les résultats présentés dans ce chapitre sont donc préliminaires. Nous avons en effet dû arrêter nos expériences pour déménager notre dispositif expérimental d'Orsay vers Palaiseau. Nous montrons néanmoins qu'il sera possible avec notre système d'observer un effet tunnel lors de la transmission du laser à atomes à travers la barrière de potentiel. Cette expérience constituerait alors un premier pas vers l'étude de phénomènes de transport quantique à travers des structures optiques plus complexes, comme par exemple une cavité Fabry-Pérot atomique ou du désordre.

Dans ce chapitre, nous commençons par décrire le principe et les propriétés du laser à atomes guidé. En particulier, nous détaillons le processus de couplage qui est à l'origine du laser à atomes guidé. Dans un deuxième temps, nous présentons notre réalisation expérimentale de barrières de potentiel et leur caractérisation en amplitude comme en épaisseur. Puis, nous nous intéressons à la mesure de la largeur spectrale du laser à atomes : nous décrivons notre méthode de mesure, basée sur la propagation du laser à atomes à travers une barrière de potentiel épaisse et présentons nos résultats. Nous montrons en particulier que la largeur en énergie du laser à atomes est limitée expérimentalement par des fluctuations magnétiques. Enfin dans une dernière partie, nous présentons notre étude en vue d'observer la transmission quantique du laser à atomes à travers une barrière fine de potentiel et montrons qu'après amélioration des fluctuations magnétiques, il devrait être possible d'observer un effet tunnel.

3.1 Laser à atomes guidé : principe et propriétés

Nous présentons dans cette partie le principe général du laser à atomes guidé. Celui-ci a été présenté dans [54] et détaillé dans la thèse de W. Guerin [76]. Nous n'en reprenons ici que les grandes lignes : après une présentation succinte du laser à atomes guidé et de ses propriétés, nous décrivons le potentiel ressenti par le laser à atomes ainsi que sa propagation dans ce potentiel.

3.1.1 Principes généraux

Le principe du laser à atomes guidé est illustré figure 3.1. Expérimentalement, pour créer un laser à atomes guidé, nous commençons par produire un condensat de Bose-Einstein dans le piège hybride, obtenu à l'intersection du piège magnétique et du guide optique. Ce piège est fortement anisotrope, son confinement transverse étant dû au piège optique et son faible confinement longitudinal (suivant l'axe z) donné par le piège magnétique. Les atomes du condensat se trouvent dans l'état piégeant magnétiquement $|F = 1, m_F = -1\rangle$. Le laser à atomes guidé est réalisé en appliquant, pendant un temps t_{laser}, un champ radio-fréquence transverse $B_{\text{rf}} \cos(\omega_{\text{rf}} t)$, caractérisé par sa fréquence $\nu_{\text{rf}} = \omega_{\text{rf}}/2\pi$ et son amplitude B_{rf}. Ce champ rf induit une transition entre l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et l'état $|F = 1, m_F = 0\rangle$, qui est au premier ordre insensible au champ magnétique. Les atomes extraits du condensat-source se propagent alors librement dans le piège optique horizontal et forment ainsi un laser à atomes guidé (Fig. 3.1).

Le processus de couplage est schématisé figure 3.1c, où l'on considère uniquement l'axe longitudinal z. Le champ rf couple l'état dans lequel se trouve le condensat (d'énergie E_{BEC}) et l'état du laser à atomes caractérisé par le potentiel $V_{\|}$. Loin du condensat, ce potentiel est plat, alors que dans la zone de recouvrement, il prend en compte le potentiel de champ moyen qui décrit les interactions répulsives avec les atomes restants dans le condensat. Ce sont ces interactions répulsives qui donnent au laser à atomes l'impulsion initiale nécessaire pour qu'il se propage. Ce potentiel $V_{\|}$ étant non piégeant dans la direction z, un continuum d'états est accessible. Ce processus de couplage est ainsi analogue au couplage d'un état initial (le condensat) vers un continuum (le laser à atomes) sous l'effet d'un champ rf de fréquence ν_{rf} et de fréquence de Rabi Ω_{rf} telle que [166] :

$$\hbar\Omega_{\text{rf}} = \frac{g_F \mu_B B_{\text{rf}}}{\sqrt{2}} \tag{3.1}$$

Nous souhaitons réaliser un laser à atomes quasi-continu, ce qui implique de se placer dans un régime où le taux de couplage est faible. Nous choisissons donc une amplitude faible pour le champ rf. Nous considérons dans toute la suite des lasers à atomes guidés obtenus dans le régime de faible couplage. Dans ce régime, on peut faire l'approximation de Born-Markov [166–168]. Cette approximation considère qu'un atome, une fois extrait du condensat piégé, a une probabilité négligeable d'y revenir. En d'autres termes elle suppose qu'il n'y a pas d'oscillations de Rabi entre le condensat et le laser à atomes. On détermine alors, dans cette approximation, les deux paramètres qui caractérisent à eux seuls la propagation du laser à atomes, à savoir l'énergie et le flux. Nous reviendrons dans la suite sur les conditions de validité de cette approximation.

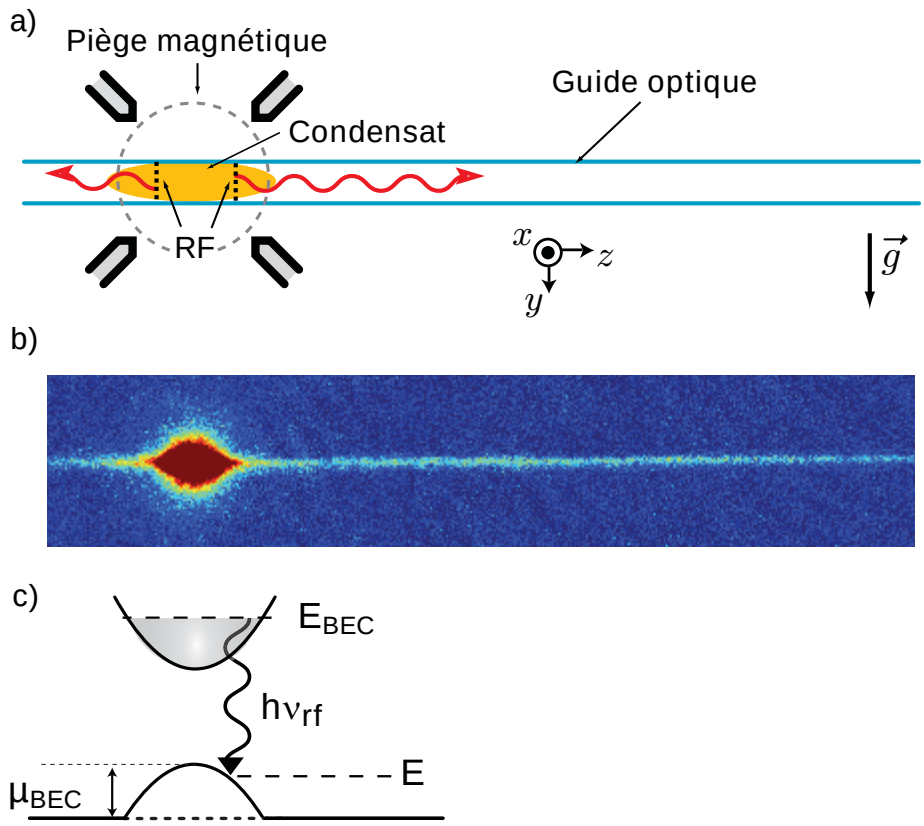


Fig. 3.1: a) Principe du laser à atomes guidé : les atomes, extraits du condensat à l'aide du champ rf, se propagent librement dans le guide optique et forment un laser à atomes guidé. b) Image en absorption d'un laser à atomes guidé pour un temps de couplage t_{laser}= 100 ms. Le champ de l'image vaut 1.4 mm. c) Schéma de principe du couplage radiofréquence : une seule condition de résonance est mise en évidence.

Energie du laser à atomes

L'énergie E du laser à atomes est définie par la condition de résonance :

$$\mathrm{E} = \mathrm{E}_{\mathrm{BEC}} - h\nu_{\mathrm{rf}} \tag{3.2}$$

Cette condition explicite simplement la conservation de l'énergie au cours du processus de couplage et montre qu'il est possible de contrôler l'énergie initiale du laser à atomes guidé avec la fréquence du champ rf. Le continuum d'énergie ainsi accessible a une largeur spectrale donnée par l'amplitude du potentiel de champ moyen $V_{\|}$, soit μ_{BEC}[1]. Notons que, comme le couplage est faible, le condensat se

[1]Nous simplifions volontairement notre propos ici : nous verrons §.3.2.2 que la description du couplage nécessite de définir deux largeurs spectrales.

vide peu et reste à l'équilibre au cours du couplage. En conséquence, l'énergie E_{BEC} du condensat reste fixe et on peut réaliser un laser à atomes quasi-continu.

Flux du laser à atomes

Le flux $\mathcal{F}$ du laser à atomes est relié au taux de couplage $\Gamma = \mathcal{F}/N$ où N est le nombre d'atomes dans le condensat. Dans le cas d'un faible couplage, le taux de couplage Γ est donné par la règle d'or de Fermi [98, 166] :

$$\Gamma(\mathrm{E}) = \frac{2\pi}{\hbar}\eta(\mathrm{E})\left(\frac{\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}}{2}\right)^2 \frac{1}{N}\,|\mathcal{I}|^2 \tag{3.3}$$

où $\eta(\mathrm{E})$ est la densité d'état[2] et $\mathcal{I}$ l'intégrale de recouvrement des fonctions d'onde[3] du condensat Ψ_{BEC} et du laser à atomes Ψ_{E} normalisées au nombre d'atomes :

$$\mathcal{I} = \int \Psi^*_{\mathrm{BEC}}(\boldsymbol{\rho}, z)\Psi_{\mathrm{E}}(\boldsymbol{\rho}, z)\, d\boldsymbol{\rho} dz \tag{3.4}$$

où $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ et z est la direction privilégiée. Nous reviendrons ultérieurement le calcul exact de l'intégrale de recouvrement et du taux de couplage. Notons tout de même que ce dernier, et par conséquent le flux du laser à atomes, est contrôlé par l'amplitude du champ rf via la fréquence de Rabi Ω_{rf}.

Quelques ordres de grandeur

Nous revenons maintenant sur notre réalisation expérimentale de lasers à atomes guidés et donnons quelques ordres de grandeurs. D'après la figure 3.1c, l'énergie initiale du laser à atomes est inférieure ou égale au potentiel chimique μ_{BEC} du condensat. Celui-ci ayant un potentiel chimique de l'ordre de 1 kHz, le laser à atomes se propage à une vitesse v de l'ordre de quelques mm/s, soit très inférieure aux vitesses des lasers à atomes verticaux se propageant sous l'effet de la gravité. Ceci implique que le laser à atomes guidé a une longueur d'onde de de Broglie initiale $\lambda_{\mathrm{dB}} = h/mv$ élevée, de l'ordre du micron. De plus, dans la situation considérée ici, la longueur d'onde du laser à atomes λ_{dB} reste constante au cours de la propagation, celle-ci se faisant dans un potentiel plat. Ceci implique que la densité du laser à atomes est constante sur toute sa longueur, comme on peut l'observer sur l'image expérimentale présentée figure 3.1b.

La vitesse faible des atomes entraine deux autres propriétés pour le laser à atomes : d'une part, il est possible de créer des lasers à atomes avec des grands

[2] Elle correspond dans notre cas à la densité de l'espace libre à une dimension [169] : $\eta(\mathrm{E}) = (L/2\pi\hbar)\sqrt{2m/E}$ où L est la taille de la boîte de quantification introduite et tend vers l'infini.

[3] Nous avons choisi de normaliser les fonctions d'onde au nombre d'atomes, d'où la division par N dans l'équation (3.3).

temps de couplage t_{laser}, de l'ordre de quelques centaines de millisecondes. Cela assure ultimement une largeur en énergie faible pour le laser à atomes, soit en d'autres termes une grande finesse. D'autre part, il est possible de réaliser des lasers à atomes dilués. Nous extrayons environ 10^4 atomes pendant une centaine de millisecondes, ce qui correspond à un flux $\mathcal{F}$ de l'ordre de 10^5 atomes/s. La densité linéique du laser à atomes $n_{1\text{D}} = \mathcal{F}/v$ vaut environ quelques dizaines d'atomes par micron, ce qui correspond à un paramètre $an_{1\text{D}}$ de l'ordre de 0.1-0.3. Nous réalisons typiquement des lasers à atomes dilués, obtenus dans le régime de couplage faible et pour lesquels on peut négliger les interactions intra-laser.

Nous souhaitons enfin insister sur un point technique crucial pour l'obtention d'un laser à atomes guidé, à savoir la stabilité du biais magnétique. Ce dernier définit l'énergie du fond du piège dans lequel est obtenu le condensat. Ainsi toute fluctuation du biais magnétique entraine une modification du processus d'extraction des atomes du condensat, équivalente à une modulation de la fréquence rf, et ainsi des propriétés du laser à atomes guidé, à savoir son énergie et son flux. Si les fluctuations sont trop fortes, il peut même devenir impossible de coupler des atomes du condensat vers le laser à atomes. La réalisation de lasers à atomes guidés implique ainsi une condition sur l'amplitude des fluctuations de champ magnétique : celles-ci doivent être inférieures à la largueur du continuum d'énergie accessible. Cela entraîne une condition sur le courant alimentant les bobines de champs dipolaire et "anti-dipolaire" qui créent le biais magnétique : il est ainsi nécessaire d'utiliser une alimentation en courant très stable. Notons que la condition sur l'amplitude des fluctuations magnétiques est beaucoup plus stricte dans le cas du laser à atomes guidé que dans le cas des lasers à atomes verticaux se propageant sous l'effet de la gravité. Dans le cas du laser à atomes guidé, la largueur du continuum est donnée, en première approximmation, par le potentiel chimique du condensat, soit autour de 1 kHz alors que dans le cas des lasers à atomes verticaux, la largeur du continuum est de l'ordre de 15 kHz [88]. Nous reviendrons sur l'effet des fluctuations magnétiques sur le processus de couplage et sur les propriétés du laser à atomes guidé dans les parties §.3.2.4 et §.3.3.1.

Dans cette partie, nous avons présenté le principe général du laser à atomes : nous en avons en particulier donné une image unidimensionnelle. Nous déterminons dans la suite si cette image 1D est valable en déterminant le potentiel dans lequel se propage le laser à atomes. De plus, nous avons présenté les deux paramètres qui caractérisent le laser à atomes : énergie et flux. Le calcul de ce dernier implique en particulier de déterminer les fonctions d'onde du condensat Ψ_{BEC} et du laser à atomes Ψ_{E}. Le condensat étant dans le régime de Thomas-Fermi, sa fonction d'onde est connue (§.1.1.2). Par contre, déterminer la fonction d'onde du laser à atomes nécessite de décrire précisement le laser à atomes et en particulier le potentiel qu'il ressent.

3.1.2 Potentiel ressenti par le laser à atomes guidé

Le potentiel V_{laser} (dont l'allure suivant z est esquissée figure 3.1 et décrite en détails figure 3.2) dans lequel se propage le laser à atomes résulte de la somme de différents potentiels :
- le potentiel créé par le piège optique (V_{PO}) anisotrope de confinement transverse $\omega_\perp$ et longitudinal $\omega_\parallel$. Nous avons présenté ce potentiel en détails dans le chapitre 1.
- l'effet Zeeman quadratique V_{ZQ} qui s'applique aux atomes se trouvant dans l'état $|F = 1, m_F = 0\rangle$.
- le potentiel de champ moyen correspondant à l'interaction répulsive subie par les atomes du laser à atomes de la part du condensat-source lors de leur extraction. Ce potentiel est présent uniquement dans la zone de recouvrement avec le condensat, telle que $z \in [-R_z, R_z]$ où R_z le rayon du condensat.
- la gravité. Elle décale vers le bas la position du potentiel optique ressenti par les atomes. Nous supposerons dans toute la suite que le potentiel {potentiel optique + gravité} est parfaitement centré sur le piège magnétique[4].

Nous nous intéressons dans un premier temps au potentiel ressenti par le laser à atomes dans la direction longitudinale. C'est en contrôlant ce potentiel que nous pouvons créer un laser à atomes de longueur d'onde λ_{dB} constante. Dans un deuxième temps, nous revenons sur le confinement transverse du laser à atomes.

3.1.2.1 Potentiel longitudinal ressenti par le laser à atomes

Nous nous intéressons ici au potentiel subit par le laser à atomes dans la direction longitudinale. Nous nous concentrons d'abord sur les deux premiers potentiels : celui créé par le piège optique et celui créé par l'effet Zeeman quadratique. Ce dernier est inhérent à la présence du champ magnétique (qui permet de piéger longitudinalement le condensat) pendant que le laser à atomes est extrait. On peut montrer [76] que le potentiel magnétique V_{ZQ} ressenti par les atomes dans $m_F = 0$ est anti-piégeant et sa courbure caractéristique dans la direction $i = x, y, z$ vaut :

$$\omega_{\text{ZQ},i} = 2\omega_i \sqrt{\frac{\mu_B B_0}{\hbar \omega_{hf}}} \tag{3.5}$$

où les ω_i sont les fréquences du piège magnétique dans lequel est piégé le condensat. $\omega_{\text{hf}}/2\pi = 6.8$ GHz est l'écart hyperfin entre les niveaux $F = 1$ et $F = 2$ du Rubidium. B_0 est le biais magnétique et correspond à une fréquence de l'ordre

[4]Si ce n'est pas le cas, le condensat est décalé verticalement par rapport au piège optique, ce décalage étant orienté vers le centre du piège magnétique. Cet effet influe en particulier sur le mode transverse du laser à atomes [76].

de 5 MHz. Les fréquences du piège magnétique étant de l'ordre de quelques dizaines de Hertz, les fréquences $\omega_{\mathrm{ZQ},i}/2\pi$ sont de l'ordre de quelques Hertz. Ainsi dans les directions transverses, les fréquences du potentiel V_{ZQ} sont négligeables devant les fréquences du piège optique. Par contre suivant l'axe z, la fréquence caractéristique du potentiel Zeeman quadratique est de l'ordre de la fréquence longitudinale de la pince optique. On note ω_{ZQ} la courbure correspondante.

Le potentiel subit par le laser à atomes dans la direction longitudinale s'écrit alors :

$$V_{\mathrm{laser}}(0,0,z) = -\frac{1}{2}m\omega_{\mathrm{ZQ}}^2 z^2 + \frac{1}{2}m\omega_{\parallel}^2(z-z_0)^2 + \mathrm{cste} \tag{3.6}$$

où l'origine de l'axe z correspond au centre du piège magnétique. z_0 est la position du waist de la pince optique. Il est possible de compenser parfaitement la courbure expulsante du potentiel Zeeman quadratique ω_{ZQ} par le faible confinement du piège optique dans cette direction. Expérimentalement, ceci est réalisé en choisissant soigneusement la puissance de la pince optique [54]. Les courbures étant compensées, le potentiel $V_{\mathrm{laser}}(0,0,z)$ est alors linéaire, de pente $m\omega_{\parallel}^2 z_0$, décroissant vers le waist de la pince optique. Celle-ci étant placée sur une platine de translation, on peut superposer son waist au centre du piège magnétique. Il en résulte un potentiel parfaitement plat dans la direction longitudinale. Le laser à atomes ne subit alors pas d'accélération au cours de sa propagation suivant l'axe z : son énergie et donc sa longueur d'onde λ_{dB} sont constantes au cours de sa propagation.

Enfin dans la zone de recouvrement avec le condensat, il est nécessaire de prendre en compte le potentiel de champ moyen. Rappelons que c'est ce potentiel répulsif qui permet d'extraire le laser à atomes en lui donnant sa vitesse initiale. Il reflète la densité du condensat source et s'écrit, dans le cas du Rubidium 87 : $g_{\mathrm{coll}}\ |\Psi_{\mathrm{BEC}}|^2$ où Ψ_{BEC} est la fonction d'onde du condensat normalisée au nombre d'atomes dans le condensat N. g_{coll} est la constante de couplage due aux collisions et est indépendante du sous-état magnétique m_F dans le cas du Rubidium 87 [170]. Le condensat étant bien décrit dans l'approximation de Thomas-Fermi [77], le potentiel de champ moyen est une parabole inversée de courbure ω_z et d'amplitude donnée par le potentiel chimique du condensat $\mu_{\mathrm{BEC}} = g_{\mathrm{coll}}\ n_{\mathrm{1D}}^{\mathrm{BEC}}(0)$.

En résumé, le potentiel dans lequel se propage le laser à atomes est plat en dehors de la zone de recouvrement avec le condensat et a une forme de parabole inversée reflétant la densité du condensat piégé dans la zone de recouvrement (Fig. 3.2b). C'est ce potentiel que nous appelons $V_{\parallel}(z)$. Il s'écrit :

$$V_{\parallel}(z) = \begin{cases} \mu_{\text{BEC}} - \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 & \text{pour } z \in [-R_z, R_z] \\ 0 & \text{pour } z \notin [-R_z, R_z] \end{cases} \tag{3.7}$$

3.1.2.2 Potentiel dans les directions transverses

Nous nous intéressons ici au potentiel ressenti par le laser à atomes dans les directions transverses. En dehors de la zone de recouvrement avec le condensat, ce potentiel transverse est dû au confinement du piège optique dans ces directions. Afin de simplifier le problème, on peut considérer que le confinement transverse $\omega_\perp$ du piège optique est indépendant de z. En d'autres termes, on considère que le piège optique est cylindrique, ce qui est vrai à 5 % près pour une distance au centre d'environ $z_r/2 = 1.5$ mm. Le potentiel longitudinal étant plat dans cette zone, on parle alors de "guide optique"[5].

Dans la zone de recouvrement avec le condensat, il faut en plus tenir compte du potentiel de champ moyen. Un point crucial de notre configuration expérimentale est que le condensat et le laser à atomes sont soumis au même confinement transverse, créé par le piège optique. Dans l'approximation de Thomas-Fermi, le champ moyen du condensat compense alors exactement le confinement transverse du piège optique. Le potentiel transverse ressenti par le laser à atomes est ainsi globalement harmonique avec un fond plat (Fig. 3.2c). La largeur de ce potentiel est donnée par le rayon de Thomas-Fermi du condensat $R_\perp$, qui dépend de z :

$$R_\perp(z) = \sqrt{\frac{2\mu_{\text{BEC}}}{m\omega_\perp^2}(1 - \frac{z^2}{R_z^2})} \tag{3.8}$$

En toute rigueur, le condensat subit aussi un confinement dû au piège magnétique dans les directions transverses. Cependant ce confinement est faible comparé au confinement optique. et peut être négligé à l'échelle de la taille du condensat dans la direction transverse. On néglige donc sa contribution au potentiel transverse $V_\perp$ ressenti par le laser à atomes. Celui-ci s'écrit alors :

$$V_\perp(\boldsymbol{\rho}, z) = \begin{cases} \max\left[\frac{1}{2}m\omega_\perp^2(\rho^2 - R_\perp(z)^2), 0\right] & \text{pour } z \in [-R_z, R_z] \\ \frac{1}{2}m\omega_\perp^2\rho^2 & \text{pour } z \notin [-R_z, R_z] \end{cases} \tag{3.9}$$

En conclusion, le potentiel $V_{\text{laser}}(\boldsymbol{\rho}, z) = V_\perp(\boldsymbol{\rho}, z) + V_\parallel(z)$ dans lequel se propage le laser à atomes est entièrement caractérisé (Equations 3.7 et 3.9). Nous représentons son allure figure 3.2.

[5] De la même manière, dans le cas de la localisation d'Anderson, on appellait "guide optique" le piège optique compensé magnétiquement dans la direction longitudinale.

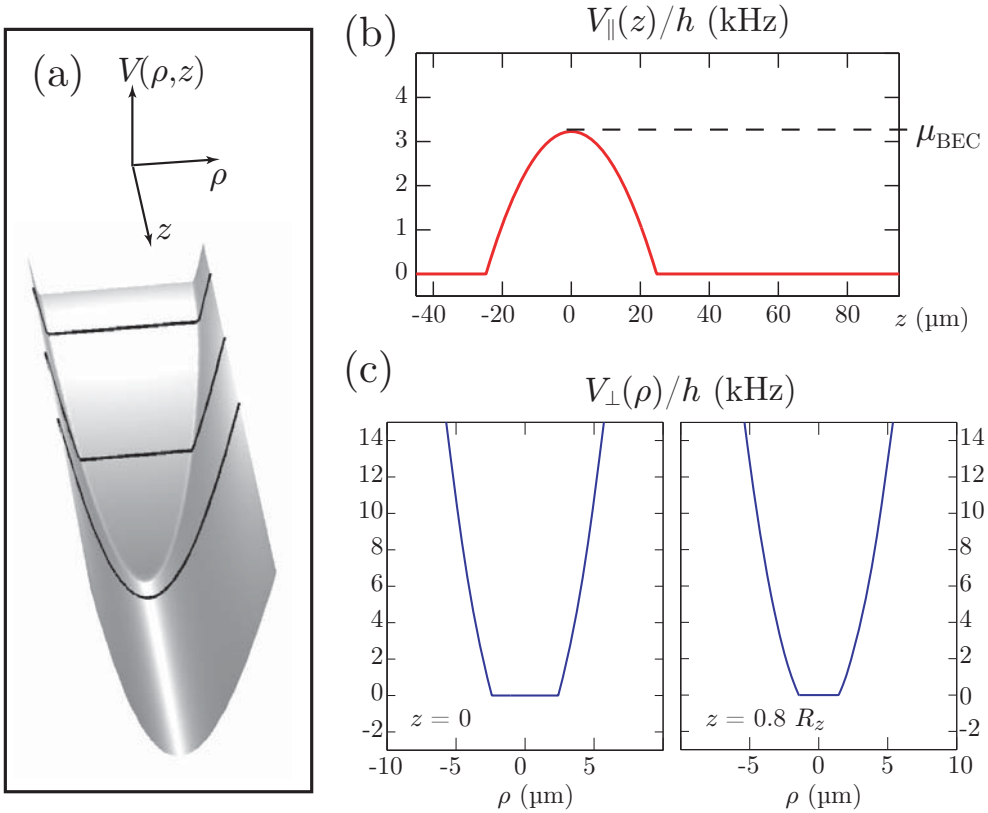


Fig. 3.2: Potentiel ressenti par le laser à atomes guidé, dans les conditions expérimentales de [54]. Un condensat de 10^5 atomes est obtenu dans le piège hybride de fréquence longitudinale 360 Hz et de fréquence longitudinale 35 Hz. a) Représentation 3D du potentiel total $V_{\text{laser}}(\boldsymbol{\rho}, z)$. b) Potentiel longitudinal $V_{\parallel}(z)$ de rayon $R_z = 25\,\mu$m. c) Potentiel transverse $V_{\perp}(\boldsymbol{\rho}, z)$ dans les plans $z = 0$ et $z = 0.8R_z$.

3.1.3 Description théorique de la propagation quasi-1D

Nous nous intéressons ici à la description de la propagation du laser à atomes guidé dans le potentiel $V_{\text{laser}}(\boldsymbol{\rho}, z) = V_{\perp}(\boldsymbol{\rho}, z) + V_{\parallel}(z)$. Bien que ce potentiel ne soit pas séparable dans la zone de recouvrement avec le condensat, nous traitons le laser à atomes dans l'approximation quasi-1D, que nous avons introduite dans le chapitre 1. Comme nous l'avons déjà mentionné, ceci suppose de faire une approximation adiabatique. Il a été vérifié que cette approximation était valable pour le laser à atomes [76], celui-ci se propageant dans le guide optique avec une vitesse faible. En conséquence, on peut écrire la fonction d'onde du laser à atomes sous la forme $\Psi(\boldsymbol{\rho}, z, t) = \phi(z, t)\psi_{\perp}(\boldsymbol{\rho}, z, t)$ et la propagation du laser à atomes est décrite par deux équations (1.15) et (1.16). Rappelons que ces équations sont couplées *via* le potentiel chimique effectif $\tilde{\mu}(z)$, qui caractérise à la fois la dynamique transverse et les interactions à l'interieur du laser à atomes.

La résolution des équations (1.15) et (1.16) permet de déterminer la fonction d'onde du laser à atomes guidé et ainsi de décrire complètement la propagation du laser à atomes.

3.1.3.1 Etude dans la direction transverse

Nous nous intéressons tout d'abord au comportement du laser à atomes dans le guide optique (en dehors de la zone de recouvrement avec le condensat) puis dans la zone de recouvrement où il faut tenir compte du potentiel de champ moyen.

Dans le guide :

Le potentiel ressenti par le laser à atomes dans les directions transverses est alors celui d'un oscillateur harmonique de courbure $\omega_\perp$. La fonction d'onde de l'état fondamental dépend néanmoins des interactions à l'intérieur du laser à atomes *via* le potentiel chimique effectif $\tilde{\mu}$. Expérimentalement, la densité linéique $n_{1\mathrm{D}}$ du laser à atomes est inférieure à 50 at/μm environ. Le paramètre d'interaction $an_{1\mathrm{D}}$ est alors inférieur à 0.3 et on peut considérer qu'on se trouve dans le régime de faibles interactions, valide lorsque $an_{1\mathrm{D}} < 1$. Dans ce régime on peut considérer que les interactions ne déforment pas la fonction d'onde du mode fondamental transverse du guide. Cette dernière est alors gaussienne 2D de largeur r.m.s $\sigma = \sqrt{\hbar/m\omega_\perp}$. Dans ce cas, le potentiel chimique effectif s'écrit alors simplement : $\tilde{\mu} = \hbar\omega_\perp\,(1 + 2an_{1\mathrm{D}})$.

Dans la zone de recouvrement avec le condensat :

Dans cette zone, nous avons vu que le laser à atomes et le condensat subissent le même potentiel transverse dû au piège optique, le confinement magnétique supplémentaire que subit le condensat étant négligeable dans cette direction. Dans le régime de couplage faible, on peut considérer que les interactions intra-laser ne déforment pas la fonction d'onde transverse $\Psi_\perp$ du laser à atomes. Celle-ci a donc la même forme que la fonction d'onde du condensat. De plus, on considère que dans le régime de couplage faible le condensat n'est pas perturbé par le couplage. Il est alors bien décrit dans l'approximation de Thomas-Fermi et sa fonction d'onde est (sauf dans la zone intermédiaire $z \sim R_z$) une parabole inversée de rayon $R_\perp(z)$, donné par la formule (3.8). De plus, le laser à atomes étant de plus beaucoup plus dilué que le condensat, son potentiel chimique effectif $\tilde{\mu}$ est faible devant le potentiel chimique du condensat et donc devant $V_\parallel$. Nous négligerons $\tilde{\mu}$ dans cette zone dans la suite.

Nous connaissons donc la fonction d'onde transverse du laser à atomes dans la zone de recouvrement avec le condensat comme en dehors. De plus, compte tenu que l'approximation adiabatique s'applique à notre laser à atomes, sa fonction d'onde transverse $\Psi_\perp$ s'adapte progressivement à la variation longitudinale du potentiel transverse : elle passe continuement de la fonction d'onde du condensat piégé (parabole 2D inversée) à une fonction d'onde gaussienne 2D correspondant au mode fondamental transverse du guide optique (Fig. 3.3). Ceci implique en particulier qu'il est possible de réaliser un laser à atomes monomode transverse.

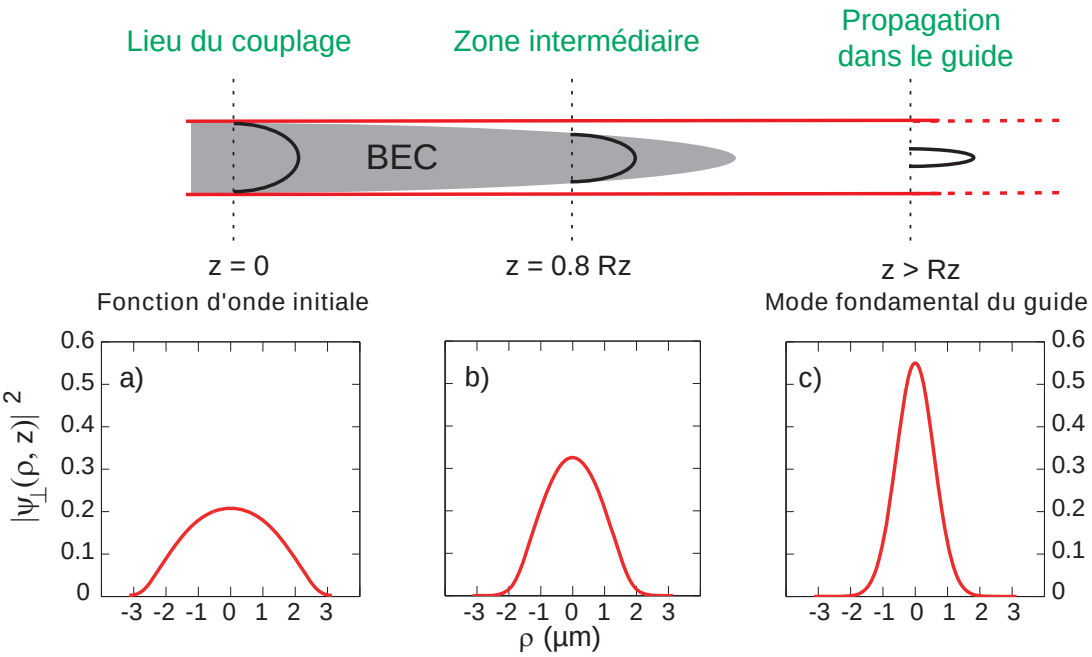


Fig. 3.3: Adaptation progressive de la fonction d'onde transverse $\Psi_\perp$ du laser à atomes guidé au cours de la propagation.

3.1.3.2 Dynamique longitudinale

La fonction d'onde transverse du laser à atomes étant connue en tout point de la propagation, on peut alors déterminer entièrement la dynamique longitudinale du laser à atomes. Celle-ci est donnée par l'équation (1.16) que nous rappelons ci-dessous :

$$i\hbar\frac{\partial\phi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + (V_\parallel(z) + \tilde{\mu}(z))\right]\phi \tag{3.10}$$

Cette équation n'est rien d'autre que l'équation de Schrödinger non-linéaire compte tenu du potentiel chimique effectif $\tilde{\mu}$, que l'on peut calculer en tout point

de la propagation. Le problème est ainsi essentiellement 1D, justifiant *a posteriori* la présentation du laser à atomes dans la partie §.3.1.1.

L'équation précédente (3.10) peut se réécrire à l'aide de paramètres mesurables expérimentalement : la densité linéique $n_{1\mathrm{D}}$ et la vitesse de propagation v. La fonction d'onde longitudinale du laser à atomes s'écrit : $\phi = \sqrt{n_{1\mathrm{D}}}\, e^{i\mathcal{S}}$ où la phase $\mathcal{S}$ est reliée à la vitesse $v = \hbar\, \nabla\mathcal{S}/m$. On montre alors [80] que l'équation (1.16) est équivalente aux deux équations suivantes :

$$\frac{\partial n_{1\mathrm{D}}}{\partial t} = -\frac{\partial (n_{1\mathrm{D}} v)}{\partial z}\,, \tag{3.11}$$

$$m\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{2}mv^2 + V_{\parallel} + \tilde{\mu} - \frac{\hbar^2}{2mn_{1\mathrm{D}}^{1/2}}\frac{\partial^2 n_{1\mathrm{D}}^{1/2}}{\partial z^2}\right)\,. \tag{3.12}$$

La deuxième équation (3.12) est équivalente à l'équation d'Euler en hydrodynamique. Le dernier terme de cette équation correspond à la "pression quantique" et peut être négligé dans le cas d'une configuration très allongée comme la nôtre. Dans le régime stationaire, ces deux équations (3.11) et (3.12) se réduisent aux équations suivantes, qui expriment la conservation du flux $\mathcal{F}$ et de l'énergie E :

$$n_{1\mathrm{D}}(z)\, v(z) = \mathcal{F}\,, \tag{3.13}$$

$$\frac{1}{2}mv(z)^2 + V_{\parallel}(z) + \tilde{\mu}(z) = \mathrm{E}\,. \tag{3.14}$$

Finalement, dans le régime stationnaire, nous retrouvons que la propagation du laser à atomes est bien caractérisée par deux paramètres mesurables expérimentalement : l'énergie E et le flux $\mathcal{F}$. Ces deux paramètres sont ajustables à l'aide du couplage radio-fréquence : l'énergie (et ainsi la longueur d'onde) du laser à atomes est contrôlée par la fréquence du couplage rf. Le flux du laser à atomes dépend, quant à lui, de l'amplitude du champ rf. Cette amplitude étant choisie faible, nos lasers à atomes sont dilués.

Rappelons néanmoins que cette image quasi-1D de la propagation du laser à atomes repose sur le suivi adiabatique parfait de la fonction d'onde transverse (Fig. 3.3). Ceci suppose que le guide optique est parfaitement centré sur le piège magnétique. Si ce n'est pas le cas, le potentiel transverse ressenti par le laser à atomes dans la zone de recouvrement avec le condensat n'est plus plat [76]. Des modes transverses du guide autres que le mode fondamental peuvent alors être excités lors de la propagation du laser à atomes. C'est ce qui est observé expérimentalement [54].

3.2 Couplage radiofréquence

Dans cette partie, nous revenons sur le processus de couplage à l'origine du laser à atomes guidé, que nous avons introduit dans la partie §.3.1.1. Nous cherchons ici à calculer le taux de couplage du laser à atomes, dont nous rappelons la formule ci-dessous :

$$\Gamma(\mathrm{E}) = \frac{2\pi}{\hbar}\eta(\mathrm{E})\left(\frac{\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}}{2}\right)^2 \frac{1}{N}\left|\mathcal{I}\right|^2 \tag{3.15}$$

avec N le nombre d'atomes dans le condensat. Le calcul du taux de couplage nécessite de déterminer l'intégrale de recouvrement $\mathcal{I}$ des fonctions d'onde du condensat Ψ_{BEC} et du laser à atomes Ψ_{E}. Comme nous venons de le voir, dans la zone de recouvrement, les fonctions d'onde transverses du condensat et du laser à atomes ont la même forme : leur intégrale de recouvrement vaut alors 1. $\mathcal{I}$ se réduit alors à l'intégrale de recouvrement des fonctions d'ondes longitudinales. En adoptant pour la fonction d'onde du condensat les mêmes notations que pour le laser à atomes guidé, $\mathcal{I}$ s'écrit :

$$\mathcal{I} = \int \sqrt{n_{\mathrm{1D}}^{\mathrm{BEC}}(z)}\phi_{\mathrm{E}}(z)dz \tag{3.16}$$

où $\phi_{\mathrm{E}}(z)$ est la fonction d'onde longitudinale du laser à atomes et $n_{\mathrm{1D}}^{\mathrm{BEC}}(z) = \int d\boldsymbol{\rho}\,|\Psi_{\mathrm{BEC}}(\boldsymbol{\rho}, z)|^2$ est la densité linéique du condensat. Dans l'approximation de Thomas-Fermi, elle s'écrit :

$$n_{\mathrm{1D}}^{\mathrm{BEC}}(z) = \frac{15N}{16R_z}\left[\max\left(1 - \frac{z^2}{R_z^2}, 0\right)\right]^2 \tag{3.17}$$

Le calcul du taux de couplage implique donc uniquement de connaître la fonction d'onde longitudinale du laser à atomes ϕ_{E}. Dans un grand nombre de cas cependant, une approche semi-classique est suffisante pour calculer le taux de couplage avec une bonne approximation. Cette approche ne nécessite pas de connaissances particulières sur la fonction d'onde du laser à atomes. Le calcul du taux de couplage dans l'approximation semi-classique a été présenté dans [54]. Néanmoins, dans le cas où le couplage a lieu près du centre du condensat, un calcul quantique prenant en compte la fonction d'onde longitudinale du laser à atomes est nécessaire. Ce calcul complet a, quant à lui, été détaillé dans la thèse de W. Guerin [76] et fait l'objet d'un article qui est en préparation. Nous ne rappelons ici que les points clés de ces deux calculs. Ce rappel fait l'objet des deux premières parties (§.3.2.1 et §.3.2.2) de cette section. Dans une troisième partie (§.3.2.3), nous détaillons les conditions nécessaires pour atteindre le régime de couplage faible. Puis, dans la partie §.3.2.4, nous présentons le spectre expérimental du couplage rf, qui donne l'évolution du taux de couplage avec la

fréquence du champ rf ν_{rf}. Nous le comparons en particulier au spectre théorique obtenu avec le calcul quantique. Nous montrons alors que les différences entre les deux spectres (théorique et expérimental) s'expliquent d'une part par la présence de fluctuations magnétiques et d'autre part par un effet de saturation [171].

3.2.1 Approche semi-classique

Dans cette approche, le couplage est considéré comme localisé au point z_{E} défini par la condition de résonance $E = E_{\mathrm{BEC}} - h\nu_{\mathrm{rf}}$, comme présenté figure 3.4. z_{E} correspond au point de rebroussement classique du potentiel de champ moyen $V_{\parallel}$:

$$z_{\mathrm{E}} = \pm\sqrt{\frac{2h(\nu_{\mathrm{rf}} - \nu_0)}{m\omega_z^2}} \tag{3.18}$$

où l'origine de l'axe z est au centre du condensat. La fréquence $\nu_0 = E_{\mathrm{BEC}} - \mu_{\mathrm{BEC}}$ correspond au couplage au centre du condensat.

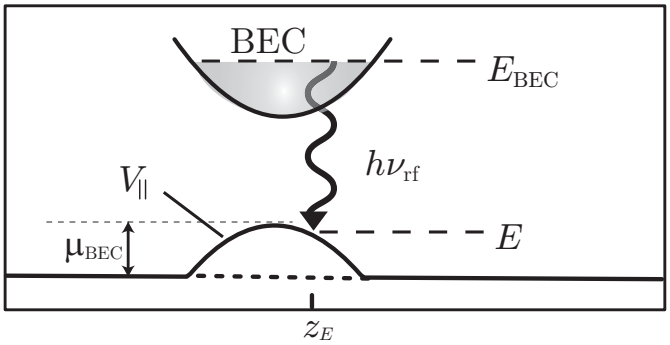


Fig. 3.4: Schéma de principe du couplage radiofréquence. Seule la condition de résonance en z_{E} est mise en évidence.

Cette approche semi-classique, analogue au principe de Franck-Condon en physique moléculaire [172], consiste alors à approximer la fonction d'onde du laser à atomes près de z_{E}, localement proche d'une fonction d'Airy, par un Dirac. Le taux de couplage s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\Gamma(E) = \frac{2\pi}{\hbar}\left(\frac{\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}}{2}\right)^2 \frac{1}{N}\int dz\, n_{1\mathrm{D}}^{\mathrm{BEC}}(z)\,\delta\left(V_{\parallel}(z) - E\right) \tag{3.19}$$

Cette formule se réécrit sous la forme simplifiée suivante :

$$\Gamma(E) = \frac{\pi\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}^2}{2}\frac{1}{N}\frac{n_{1\mathrm{D}}^{\mathrm{BEC}}(z_E)}{m\omega_z^2 z_E} \tag{3.20}$$

Cette expression est analogue au résultat obtenu dans le cas de lasers à atomes verticaux [166], l'accélération due à la gravité étant ici remplacée par l'accélération locale du potentiel $V_\parallel$. En reprenant la formule de la densité linéique du condensat (Eq.3.17), on peut expliciter l'évolution du taux de couplage avec la fréquence du champ rf :

$$\Gamma(\delta\nu_{\rm rf}) = \frac{15\pi}{64}\frac{\hbar\Omega_{\rm rf}^2}{\mu_{BEC}^{5/2}}\frac{(\mu_{\rm BEC} - h\delta\nu_{\rm rf})^2}{\sqrt{h\delta\nu_{\rm rf}}} \tag{3.21}$$

où $\delta\nu_{\rm rf} = \nu_{\rm rf} - \nu_0$ correspond à la différence de fréquence par rapport à un couplage au sommet du condensat. La courbe correspondante est tracée figure 3.6. Elle présente une divergence pour un couplage au centre du condensat. Autour de ce point, la pente locale du potentiel $V_\parallel$ devient en effet nulle et on ne peut plus considérer le couplage comme localisé. Un calcul quantique à partir de la fonction d'onde du laser à atomes est alors nécessaire pour déterminer le taux de couplage.

3.2.2 Calcul quantique du taux de couplage

Ce calcul nécessite de déterminer au préalable la fonction d'onde longitudinale du laser à atomes dans le régime stationnaire $\phi_{\rm E}(z)$. Celle-ci est solution de l'équation de Schrödinger non linéaire indépendante du temps :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + V_\parallel(z) + \tilde{\mu}(z)\right]\phi_{\rm E}(z) = {\rm E}\,\phi_{\rm E}(z) \tag{3.22}$$

Nous avons vu que dans la zone de recouvrement avec le condensat, le potentiel chimique effectif $\tilde{\mu}$ pouvait être négligé devant le potentiel de champ moyen $V_\parallel$. Compte tenu de nos conditions expérimentales ($an_{\rm 1D} < 1$ et $\hbar\omega_\perp < \mu_{\rm BEC}$), nous le négligeons aussi en dehors de la zone de recouvrement. L'équation précédente se réduit alors à une équation de Schrödinger linéaire. Dans la zone de recouvrement du laser à atomes avec le condensat, la solution de cette équation a été calculée par H. Fertig et B. Halperin dans [173]. En dehors de la zone de recouvrement, la solution de cette équation est une onde stationnaire. Pour connaître la fonction d'onde longitudinale $\phi_{\rm E}(z)$ du laser à atomes, il suffit alors de raccorder ces deux solutions en $z = R_z$ par continuité[6]. Il est ainsi possible d'obtenir une expression exacte pour la fonction d'onde longitudinale du laser à atomes [76] et de calculer l'intégrale de recouvrement $\mathcal{I}$.

Nous ne rappelons pas ici l'expression de $\phi_{\rm E}(z)$ mais préférons donner son allure pour différentes énergies E (Fig. 3.5). Pour pouvoir comparer ces différentes

[6]La détermination de la fonction d'onde nécessite aussi d'introduire une boite de taille L aux bornes de laquelle la fonction d'onde s'annule.

fonctions d'onde, nous introduisons l'énergie réduite $\varepsilon = (E - \mu_{\mathrm{BEC}})/(\hbar\omega_z/2)$. Expérimentalement, le laser à atomes guidé correspond à une énergie réduite négative. Dans ce cas, nous observons que la fonction d'onde du laser à atomes présente un lobe principal (localisé au point de rebroussement classique z_{E}), qui assure un bon recouvrement de la fonction d'onde du laser à atomes avec celle du condensat et donc un couplage efficace. Notons que le couplage le plus efficace est obtenu dans le cas où $\varepsilon = 0$ ce qui correspond à un couplage au centre du condensat. Dans le cas où l'énergie réduite ε est positive, nous vérifions que la fonction d'onde oscille très rapidement, induisant un recouvrement quasi-nul avec la fonction d'onde du condensat. Cette situation correspond à une énergie pour le laser à atomes supérieure à μ_{BEC}, ce qui est interdit du fait de la condition de résonance du couplage (Eq.3.2).

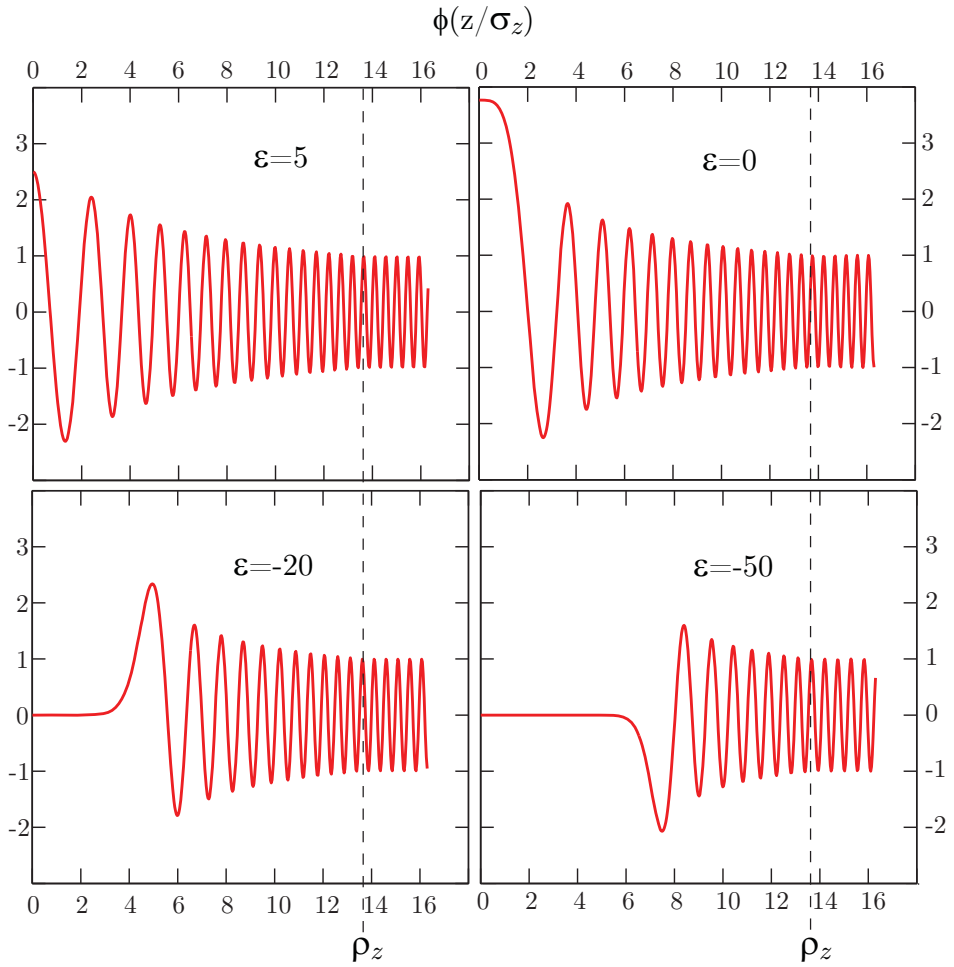


FIG. 3.5: Fonction d'onde longitudinale $\phi(z/\sigma_z)$ (avec $\sigma_z = \sqrt{\hbar/m\omega_z}$) pour différentes énergies réduites ε. La valeur $\rho_z = R_z/\sigma_z$ correspond aux paramètres expérimentaux de [54].

Spectre rf du couplage :

Le taux de couplage est alors obtenu en appliquant la règle d'or de Fermi (3.3). Le résultat est tracé figure 3.6 en fonction de $\delta\nu_{\rm rf} = (\mu_{\rm BEC} - {\rm E})/h$ pour une fréquence de Rabi $\Omega_{\rm rf}/2\pi = 20$ Hz et correspond au spectre du couplage rf. La largeur totale de la courbe est donnée par le potentiel chimique du condensat $\mu_{\rm BEC}$, qui dans le cas considéré ici vaut 3 kHz environ. La courbe présente une forme très piquée, son maximum correspond à un couplage très proche du centre du condensat ($z_{\rm E} \sim 0$), pour lequel l'approche semi-classique n'est plus valable. La forme très piquée du spectre du couplage rf a plusieurs conséquences pratiques. Même si la largeur totale du spectre rf est donnée par $\mu_{\rm BEC}$, soit de l'ordre de quelques kilohertz, sa largeur à mi-hauteur est de l'ordre de quelques dizaines de Hertz. Ceci implique en particulier qu'il est difficile de résoudre expérimentalement le spectre rf théorique, du fait d'imperfections techniques. Nous verrons dans la suite que la principale imperfection technique est la stabilité des champs magnétiques. Une autre limitation, plus fondamentale, concerne la condition de faible couplage, qui est difficile à respecter dans notre système. Nous discutons de ce point dans la partie suivante.

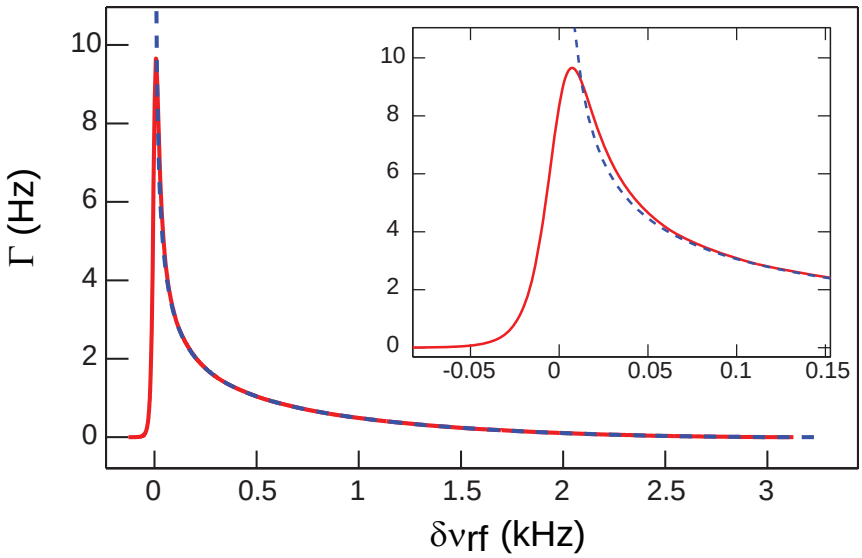


Fig. 3.6: Taux de couplage Γ en fonction de la fréquence du champ radiofréquence pour les paramètres expérimentaux de [54]. Γ est calculé à partir de la règle d'or de Fermi : dans l'approximation semi-classique (pointillé bleu) ou à partir de la fonction d'onde du laser à atomes (trait plein rouge). La zone autour de $\delta\nu_{\rm rf} = 0$ (couplage au sommet du condensat) est présentée en détail dans l'insert.

3.2.3 Régime de couplage faible : conditions de validité

Nous revenons dans cette partie sur le régime de couplage faible et ses conditions de validité. Rappelons que dans ce régime, on peut supposer que les atomes, une fois extraits du condensat, ont une probabilité négligeable d'y revenir [166](Approximation de Born-Markov). On considère alors que le couplage à l'origine du laser à atomes guidé correspond au couplage d'un état discret à un continuum d'états dont la largeur finie Δ est caractérisée par l'intégrale de recouvrement $\mathcal{I}$. On définit un temps de mémoire t_{m} pour le continuum [168] : il correspond au temps nécessaire aux atomes pour être extraits de manière irréversible de l'état discret initial. L'hypothèse d'un faible couplage impose alors une condition sur le taux de couplage Γ :

$$\Gamma t_{\mathrm{m}} << 1 \tag{3.23}$$

En d'autres termes, les atomes extraits du condensat ont une probabilité de revenir dans le condensat d'autant plus faible qu'ils quittent rapidement la zone de couplage[7]. Le temps de mémoire dépend donc localement du potentiel "vu" par les atomes extraits du condensat et est relié à la largeur du continuum [168] : $t_m \approx 1/\Delta$. Dans le cas du laser à atomes guidé, le spectre du couplage rf ayant une forme très piquée, on distingue deux zones pour le couplage, l'une proche du centre du condensat ($\delta\nu_{\mathrm{rf}} \sim 0$) et l'autre loin de cette position :

- dans le cas d'un couplage loin du centre du condensat, le potentiel $V_{\parallel}$ ressenti par les atomes est localement bien approximé par un potentiel linéaire [8], la largeur du continuum est alors donnée par le potentiel chimique du condensat μ_{BEC}. Dans cette situation, la condition de faible couplage s'écrit alors $\Gamma << \mu_{\mathrm{BEC}}$ et est aisément respectée expérimentalement.

- lorsque le couplage a lieu au centre du condensat ($\delta\nu_{\mathrm{rf}} \sim 0$), le potentiel est un oscillateur harmonique inversé de courbure ω_z. Le temps de mémoire est alors approximativement donné par $t_{\mathrm{m}} \sim 1/\omega_z$. On vérifie d'ailleurs figure 3.6 que ω_z correspond bien à la largeur spectrale du continuum. Ceci impose une condition de faible couplage beaucoup plus stricte : $\Gamma << \omega_z$. Elle est d'autant plus stricte que le piège magnétique utilisé pour confiner le condensat dans la direction z est décomprimé. Physiquement, cette condition est due au fait que le potentiel $V_{\parallel}$ est quasiment plat au centre du condensat. Ainsi les atomes extraits à cette position ne peuvent quitter rapidement la zone de couplage et ont donc une forte probabilité d'être recouplés dans le condensat.

[7] C'est pour cette raison qu'on attend un meilleur flux pour un couplage à l'aide de faisceaux Raman que pour un couplage radio-fréquence en présence de gravité [61] et d'autant plus si celui-ci a lieu en l'absence de gravité comme dans notre cas.

[8] Cette situation correspond aussi aux cas des lasers à atomes verticaux soumis à la gravité.

Pour décrire correctement le couplage à l'origine du laser à atomes guidé, il est ainsi nécessaire de distinguer deux continuums d'énergie : l'un de largeur μ_{BEC} et l'autre de largeur ω_z. Pour chacun de ces continuums, l'hypothèse d'un couplage faible entraîne une condition sur l'amplitude du couplage Ω_{rf}. Pour un continuum de largeur Δ, le taux de couplage vaut environ $\Gamma \approx \Omega_{\mathrm{rf}}^2/\Delta$. La condition pour un faible couplage implique ainsi que $\Omega_{\mathrm{rf}} << \Delta$. Elle implique aussi une condition sur le flux du laser à atomes : en particulier le taux de couplage maximal ne peut être supérieur à la largeur Δ du continuum (complément C_{III} de [174]). Ainsi le flux maximal du laser à atomes guidé est atteint pour une position du couplage pas trop proche du centre du condensat, correspondant à un temps de mémoire faible.

L'hypothèse d'un faible couplage impose de plus une condition sur le temps de couplage t_{laser}. Celui-ci doit être tel que $\Gamma t_{\mathrm{laser}} << 1$ de manière à ne pas dépeupler significativement le condensat. Enfin, nous avons supposé que ce dernier restait à l'équilibre au cours du couplage, ce qui implique que le couplage soit adiabatique. Nous reviendrons dans la suite sur la validité de cette approximation. Nous illustrons ces limitations dans la partie suivante en déterminant expérimentalement le spectre du couplage rf.

3.2.4 Investigation expérimentale du couplage rf

Dans cette partie, nous présentons notre travail expérimental concernant le couplage radio-fréquence. Pour cette étude, nous nous plaçons dans une configuration expérimentale proche de celle présentée dans [54]. Cette configuration correspond à la configuration comprimée présentée dans la partie §.1.3.3.1 : un condensat de 1.7 10^5 atomes est créé dans le piège hybride de fréquence transverse $\omega_\perp/2\pi = 360$ Hz et de fréquence longitudinale $\omega_z/2\pi = 24$ Hz et a donc un potentiel chimique μ_{BEC} de 3.4 kHz. Notons que cette configuration (grand potentiel chimique et grande fréquence longitudinale) rend les conditions de faible couplage ($\Gamma < \mu_{\mathrm{BEC}}$ et $\Gamma < \omega_z$) présentées dans la partie précédente plus faciles à respecter. Nous extrayons alors des atomes du condensat en appliquant le champ rf pendant un temps de couplage $t_{\mathrm{laser}} = 20$ ms. Le nombre d'atomes N_{laser} dans le laser à atomes est directement relié au taux de couplage Γ par :

$$N_{\mathrm{laser}} = N(0)\,(1 - e^{-\Gamma\, t_{\mathrm{laser}}}) \tag{3.24}$$

où $N(0)$ est le nombre initial d'atomes dans le condensat. Rappelons que ceci suppose en première approximation que le couplage n'est pas modifié lorsque le nombre d'atomes N dans le condensat diminue.

Nous déterminons expérimentalement le spectre rf du couplage en mesurant le nombre d'atomes N_{laser} en fonction de la fréquence du couplage rf ν_{rf}. Le

spectre expérimental est présenté figure 3.7 et comme nous l'attendions, il est plus large que le spectre théorique présenté figure 3.6. Cet élargissement s'explique par la présence de fluctuations magnétiques, que nous mesurons à partir de la comparaison des deux spectres. Notons tout de même que le spectre de couplage rf présenté figure 3.7 a été obtenu après avoir fortement amélioré la stabilité de notre expérience et en particulier des champs magnétiques. Néanmoins, ce résultat est préliminaire et d'autres améliorations de la stabilité sont en cours sur notre nouveau dispositif expérimental.

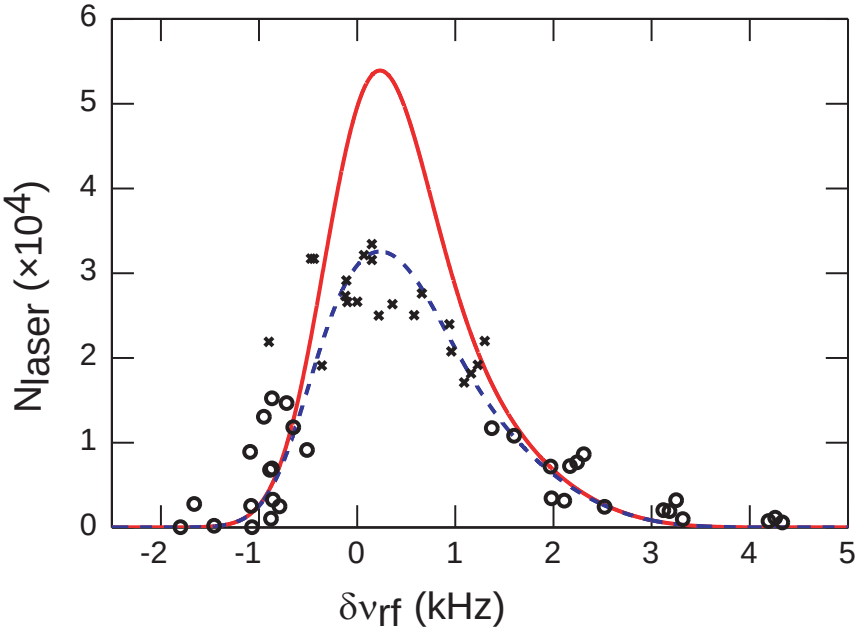


Fig. 3.7: Spectre radiofréquence expérimental. Nous utilisons l'ajustement (trait plein rouge) des points dans les ailes (cercle) pour déterminer l'élargissement du spectre dû aux fluctuations magnétiques $\sigma = 0.44$ kHz et la fréquence de Rabi $\Omega_{\mathrm{rf}}/2\pi = 130$ Hz. La courbe en pointillé bleu est obtenue en tenant compte d'un effet de saturation dans le modèle.

3.2.4.1 Elargissement par les fluctuations magnétiques

Nous revenons ici un point expérimental crucial pour l'obtention de lasers à atomes guidés, à savoir leur sensibilité aux fluctuations magnétiques. Pour comprendre en quoi des fluctuations magnétiques influent sur le laser à atomes guidé et peuvent être responsables de l'élargissement du spectre rf expérimental par rapport au spectre rf théorique, il est nécessaire de revenir sur la condition de résonance $\mathrm{E} = \mathrm{E}_{\mathrm{BEC}} - h\nu_{\mathrm{rf}}$ et d'expliciter l'expression de l'énergie du condensat en fonction du champ magnétique. La condition de résonance se réécrit alors :

$$\mathrm{E} = g_F \mu_B B_0 + \mu_{\mathrm{BEC}} - h\nu_{\mathrm{rf}} \tag{3.25}$$

où B_0 est le biais magnétique. Si pendant le temps d'application du couplage, le biais magnétique subit une modification, alors la condition de résonance est modifiée, induisant une modification de l'énergie du laser à atomes et du taux de couplage. De plus cette condition de couplage (3.25) implique une condition sur l'amplitude des fluctuations pour la réalisation de lasers à atomes guidé. Celle-ci doit être inférieure à la largeur spectrale du continuum d'énergie correspondant au laser à atomes c'est-à-dire au potentiel chimique du condensat (qui vaut ici 3.4 kHz). Cette condition est d'autant plus difficile à obtenir que le condensat a un potentiel chimique faible.

Avant quantifier ces fluctuations, revenons sur le type de fluctuations rencontrées expérimentalement. Celles-ci peuvent être de deux types : lentes ou rapides par rapport au temps d'application du champ rf t_{laser}, qui est de l'ordre de quelques dizaines de millisecondes. Ces fluctuations du biais magnétique B_0 ont plusieurs origines.

D'une part elles peuvent provenir du rayonnement des alimentations utilisées sur l'expérience, en particulier des alimentations dites à découpage. Afin d'éliminer au maximum ce bruit magnétique ambiant, nous avons recherché toutes les sources possibles de bruit magnétique et essayé de limiter ou annuler leur contribution au champ magnétique. Pour ce faire, nous avons par exemple remplacé les alimentations à découpage par d'autres moins bruitées. Dans d'autres cas, nous avons simplement éloigné au maximum les sources de bruit de la cellule à vide dans laquelle nous créons le condensat. Enfin, pour limiter les fluctuations entre deux cycles expérimentaux successifs, nous avons aussi amélioré la stabilité des signaux qui commandent les alimentations.

D'autre part, les fluctuations du champ magnétique proviennent des fluctuations en courant des alimentations qui créent le biais magnétique. Expérimentalement, B_0 est donné par la somme des champs magnétiques dipolaires et anti-dipolaires. Les bobines qui créent ces champs sont parcourues par le même courant I = 15 A, le sens du courant parcourant les bobines anti-dipolaires étant opposé à celui parcourant les bobines dipolaires. Le biais magnétique vaut alors environ 7 G, ce qui correspond à une fréquence de 5 MHz environ.

Le courant qui parcourt les bobines est fourni par une unique alimentation FuG Elektronik GmbH (*NTN700 - 20*), utilisée en fonctionnement courant. D'après ses spécifications, les fluctuations de courant $\Delta I/I$ de l'alimentation sont de l'ordre de 10^{-4}. Il n'est cependant pas précisé si l'amplitude considérée ici est l'amplitude crête-à-crête ou l'amplitude rms. Néanmoins il est possible de donner un ordre de grandeur des fluctuations magnétiques dues à l'alimentation. Le biais magnétique étant directement proportionnel à I, l'amplitude des fluctuations magnétiques est telle que $\Delta B_0/B_0 = \Delta I/I \sim 10^{-4}$ et est de l'ordre de 0.2-0.7 mG rms suivant comment on considère les spécifications du constructeur.

En terme de fréquence, cela correspond à des fluctuations avec une amplitude rms de 150-500 Hz. Ces fluctuations, bien qu'inférieures au potentiel chimique du condensat, sont loin d'être négligeables devant μ_{BEC}. Notons de plus que ces fluctuations (dont les fréquences typiques sont des multiples de 50 Hz) sont rapides par rapport au temps d'application t_{laser} du champ rf.

L'étude systématique des sources de bruit et leur élimination nous a permis d'améliorer la stabilité du biais magnétique B_0. De plus, il faut ajouter que notre dispositif expérimental est soumis à des fluctuations thermiques importantes. Celles-ci sont dues à l'échauffement des bobines dipolaires et anti-dipolaires au passage du courant I d'environ 15 A, même si cette valeur a été choisie de manière à limiter l'échauffement des bobines au cours d'un cycle et si les bobines sont refroidies à l'aide d'un circuit d'eau. De la même façon, bien que refroidies, les bobines quadrupolaires s'échauffent finalement au cours d'un cycle expérimental. La réalisation de cycles très réguliers nous a permis de nous affranchir de ces imperfections. Nous avons ainsi réduit les fluctuations entre deux cycles successifs et le décalage lent du biais magnétique au fur et à mesure des cycles expérimentaux. Nous avons mesuré une dérive en fréquence d'environ 400 Hz/h. Nous pouvons donc corriger les fluctuations lentes. Après correction, on peut considérer que seules les fluctuations rapides (devant t_{laser}) influent sur le laser à atomes. Nous confirmerons ce point dans la partie §.3.5.

Ces fluctuations magnétiques rapides sont en particulier responsables de l'élargissement du spectre du couplage par rapport au spectre théorique. Le spectre expérimental du couplage correspond ainsi à la convolution du spectre théorique avec les fluctuations, que nous décrivons par une distribution gaussienne de déviation standard σ[9]. Ce paramètre σ permet de caractériser spectralement le laser à atomes, il donne ici la limitation technique à la largeur spectrale du laser à atomes. Nous présenterons une méthode de mesure indépendante et plus précise de ce paramètre σ dans la partie §.3.5. Néanmoins, nous pouvons extraire ce paramètre σ d'un ajustement des points expérimentaux présentés figure 3.7 par le spectre théorique élargi par les fluctuations laissant σ comme paramètre libre. Comme le spectre théorique est très piqué autour de $\delta\nu_{\mathrm{rf}} \sim 0$, il est particulièrement important, pour déterminer σ, que l'ajustement décrive correctement les points dans les ailes du spectre (cercle). Nous excluons donc la partie centrale des données expérimentales (croix). Nous obtenons alors l'ajustement représenté par la ligne rouge continue sur la figure 3.7). Nous en déduisons l'amplitude du couplage $\Omega_{\mathrm{rf}} = 130$ Hz et l'élargissement $\sigma = 440$ Hz, qui est de l'ordre des spécifications de l'alimentation en courant qui crée le biais magnétique B_0. Néanmoins il reste, au centre du spectre de couplage, une différence importante entre l'ajus-

[9]Nous verrons §.3.3.3 que la description avec une distribution gaussienne correspond à notre situation expérimentale.

tement (ligne rouge continue) et les points expérimentaux, qui peut s'expliquer par un effet de saturation.

3.2.4.2 Effet de saturation

Plusieurs phénomènes physiques peuvent induire un effet de saturation du taux de couplage. Premièrement, nous avons vérifié que la déplétion globale du condensat, qui entraine une modification de son potentiel chimique μ_{BEC} et donc du taux de couplage Γ, a un effet négligeable. Ceci est dû au fait que μ_{BEC} (et par conséquent la forme du potentiel de champ moyen) évolue doucement avec le nombre d'atomes N dans le condensat ($\mu_{\mathrm{BEC}} \propto N^{2/5}$). Ceci justifie l'utilisation de l'équation (3.24) pour déterminer le nombre d'atomes couplés dans le laser à atomes.

Deuxièmement, nous avons supposé que le condensat était bien décrit dans l'approximmation de Thomas-Fermi, ce qui n'est valable que si le couplage n'induit pas d'excitations (déplétion locale au niveau du point de couplage) dans le condensat. Ceci implique que le couplage soit adiabatique : en particulier la fonction d'onde du condensat doit s'adapter adiabatiquement à la variation du nombre d'atomes dans le condensat. Les conditions de validité de cette approximation adiabatique ne sont pas très claires et il existe en particulier plusieurs critères sur le taux de couplage :

- l'échelle de temps associée à la déplétion locale du condensat autour du point de couplage est de l'ordre de ξ/c_{son} où $\xi = \hbar/\sqrt{2m\mu_{\mathrm{BEC}}}$ est la longueur de relaxation du condensat et $c_{\mathrm{son}} = \sqrt{\mu_{\mathrm{BEC}}/2m}$ est la vitesse du son dans le condensat anisotrope [175, 176]. Cette échelle de temps, de l'ordre $\mu_{\mathrm{BEC}}/\hbar$, fixe ainsi une limite au taux de couplage : $\Gamma << \mu_{\mathrm{BEC}}$. Ici cette condition est bien respectée : le taux de couplage maximal, extrait de l'ajustement, vaut en effet $\Gamma_{\max} \approx 19$ Hz et est donc bien négligeable devant le potentiel chimique du condensat, soit 3.4 kHz.

- un autre critère plus restrictif est donné par [166, 177] :

$$\sum_{m \neq n} \frac{\hbar \left| \dot{H}_{m,n}(t) \right|}{\left| E_m(t) - E_n(t) \right|^2} << 1 \tag{3.26}$$

où l'hamiltonien $H(t)$ décrit l'évolution du condensat et $|m\rangle$ sont les modes propres, d'énergie $E_m(t)$, du condensat. Dans notre cas, ce critère se réduit à [166] :

$$\Gamma << \frac{\hbar\omega^2}{\mu_{\mathrm{BEC}}} \tag{3.27}$$

où ω est le confinement caractéristique du piège dans lequel se trouve le condensat. Il vaut $\omega_\perp$ ou ω_z suivant que l'on tient compte du confinement transverse du guide optique ou non. Dans le premier cas, la condition (3.27) se réécrit avec nos paramètres : $\Gamma << 200$ Hz environ, ce qui est bien réalisé expérimentalement. Dans le deuxième cas au contraire, cette condition implique que Γ soit inférieur à 1 Hz, ce qui est difficile à respecter exprimentalement (mais nous n'en sommes pas si éloignés).

Une autre condition est donnée par l'approximation de Born-Markov, qui, pour un couplage au centre du condensat, mène à la condition de faible couplage : $\Gamma << \omega_z$. Dans le cas considéré ici, ω_z vaut $2\pi\times$ 24 Hz, la condition de faible couplage n'est pas respectée et le couplage vers le laser à atomes n'est donc pas décrit correctement par la règle d'or de Fermi, qui découle de l'approximation de Born-Markov [166]. Nous pensons que cet effet est responsable des différences, autour de $\delta_{\mathrm{rf}} \sim 0$, entre le spectre expérimental du couplage et le spectre théorique élargi par les fluctuations magnétiques. Nous interprétons cet effet par une saturation effective du taux de couplage (similaire à celle observée dans [171]) : celui-ci ne peut en effet être supérieur à la largeur du continuum, soit ω_z pour un couplage au centre du condensat. Pour tenir compte de cet effet de saturation, nous réécrivons le taux de couplage sous la forme suivante :

$$\Gamma' = \frac{\Gamma}{1 + \Gamma/\Gamma_{\mathrm{sat}}} \tag{3.28}$$

où Γ est le taux de couplage calculé dans le régime de faible couplage à partir de la règle d'or de Fermi et $\Gamma_{\mathrm{sat}} = \omega_z$. Cette formule se réduit à $\Gamma' = \Gamma$ dans le régime de faible couplage et à $\Gamma' = \Gamma_{\mathrm{sat}}$ dans le régime de couplage fort, pour lequel $\Gamma >> \Gamma_{\mathrm{sat}}$. Nous traçons la courbe correspondante sur la figure 3.7 (en pointillé bleu) et constatons qu'elle présente un bon accord avec les points expérimentaux et ce sans paramètre ajustable supplémentaire.

3.2.5 Conclusion sur le couplage rf

Dans cette partie, nous avons présenté une description précise du couplage rf à l'origine du laser à atomes guidé. Nous avons en particulier caractérisé le spectre du couplage rf auquel nous avons pu comparer le spectre mesuré expérimentalement. Notons une fois de plus que les spectres (expérimental et théorique) sont assez différents des spectres de couplage obtenus dans le cas de lasers à atomes verticaux [88, 166]. Dans le cas du laser à atomes guidé, le spectre du couplage a une forme beaucoup plus piquée. En conséquence la résolution expérimentale du spectre impose des conditions plus strictes sur la stabilité du biais magnétique ainsi que sur l'amplitude du couplage, en particulier lorsque le couplage a lieu autour du centre du condensat.

D'autre part, la mesure de l'élargissement du spectre expérimental par rapport au spectre théorique nous a permis de faire une première mesure de la largeur spectrale σ du laser à atomes guidé. Cette mesure semble compatible avec la présence des fluctuations magnétiques provoquées par les fluctuations du courant délivré par les alimentations qui créent le biais magnétique. Dans la suite, nous donnons une description du couplage du laser à atomes en tenant compte de ces fluctuations.

3.3 Description du laser à atomes bruité magnétiquement

Nous revenons ici plus généralement sur la modification des propriétés du laser à atomes en présence de fluctuations magnétiques rapides devant t_{laser}. Comme la figure 3.8 le rappelle, toute fluctuation $\delta B_0(t)$ du biais magnétique induit une modification de l'énergie du condensat. Celle-ci est alors égale à la somme d'une énergie constante $E_{\text{BEC}} = g_F \mu_B B_0 + \mu_{\text{BEC}}$ et d'une énergie qui varie dans le temps : $h\nu(t) = g_F \mu_B \delta B_0(t)$. Ces fluctuations sont ainsi responsables, via la condition de résonance (3.2), de l'élargissement spectral du laser à atomes et de sa distribution en énergie $\rho(E)$ autour de E_{laser}. Jusqu'ici nous avons supposé que celle-ci était gaussienne. Dans cette partie, nous cherchons à déterminer sa forme exacte. Pour ce faire, nous commençons par décrire théoriquement le couplage du laser à atomes en présence de fluctuations du biais magnétique. Puis dans un deuxième temps, nous déterminons $\rho(E)$ à partir du spectre de ces fluctuations.

3.3.1 Description théorique du couplage en présence de bruit

Cette description se fait de la même façon qu'en absence de fluctuations magnétiques : on considère le couplage d'un état initial discret (condensat) vers un continuum d'énergie sous l'effet du champ radio-fréquence de fréquence ν_{rf} et de fréquence de Rabi Ω_{rf} constante. La seule différence est que l'énergie du condensat varie au cours du temps. En traitant le couplage dans la théorie des perturbations [98], on détermine alors la probabilité $P(t, E_f)$ de transition de l'état initial à l'état final d'énergie E_f du continuum, après un temps t. Dans le référentiel du champ tournant, celle-ci s'écrit :

$$P(t, E_f) = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\hbar \Omega_{\text{rf}}}{2} \right)^2 \frac{|\mathcal{I}_f|^2}{N} \eta(E_f) \left| \int_0^t e^{-2i\pi\Delta\nu t'} \, e^{i\varphi(t')} \, dt' \right|^2 \tag{3.29}$$

où on note

$$\varphi(t') = 2\pi \int_0^{t'} \delta\nu(u) du \;\text{ et }\; h\Delta\nu = E_{\text{BEC}} - h\nu_{\text{rf}} - E_f \tag{3.30}$$

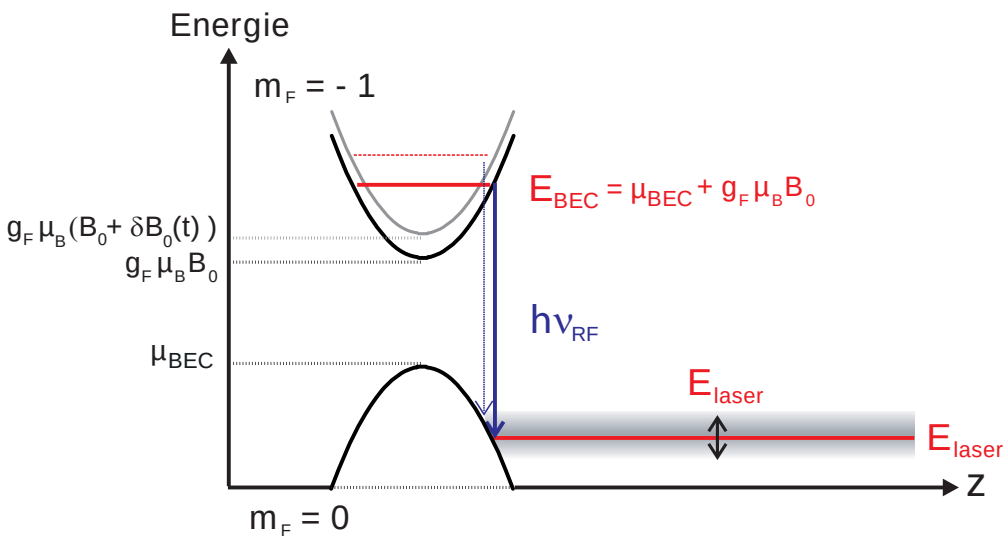


FIG. 3.8: Laser à atomes bruité magnétiquement : toute fluctuation du biais magnétique B_0 modifie l'énergie du condensat et donc l'énergie du laser à atomes.

$\mathcal{I}_f$ est l'intégrale de recouvrement des fonctions d'onde du condensat et du laser à atomes d'énergie E_f et $\eta(E_f)$ la densité d'état correspondante. La phase $\varphi(t')$ décrit la modification de l'énergie du condensat par les fluctuations magnétiques et $h\Delta\nu$ correspond à l'écart en énergie de l'état final E_f par rapport à l'énergie E_{res} donnée par la condition de résonance en l'absence de fluctuations magnétiques : $E_{\text{res}} = E_{\text{BEC}} - h\nu_{\text{rf}}$.

De manière équivalente, $P(t, E_f)$ est la probabilité de transition entre un condensat d'énergie fixée E_{BEC} et l'état final d'énergie E_f via un champ rf effectif bruité $B_{\text{rf}}\cos(\omega_{\text{rf}}t + \varphi(t))$. Ce champ rf effectif tient compte des fluctuations magnétiques via le bruit de phase additionnel $\varphi(t) = 2\pi\int_0^t \delta\nu(u)du$. Cela revient à se placer dans le référentiel du condensat : celui-ci a alors une énergie fixe et c'est le couplage qui fluctue dans le temps *via* le bruit de phase $\varphi(t)$.

Nous considérons que ce bruit de phase est stationnaire et peut être décrit par sa fonction de corrélation $C_\varphi(\tau) = \langle\varphi(t'+\tau)\varphi^*(t')\rangle$ où $\langle ...\rangle$ correspond à la moyenne temporelle. Nous cherchons alors à calculer la probabilité de transition moyenne : $\langle P(t, E_f)\rangle$ en fonction de C_φ. Pour faire apparaître la fonction de corrélation du bruit, on réécrit $P(t, E_f)$ sous la forme suivante :

$$P(t, E_f) = \frac{1}{\hbar^2}\left(\frac{\hbar\Omega_{\text{rf}}}{2}\right)^2 \frac{|\mathcal{I}_f|^2}{N}\,\eta(E_f)\int_0^t\int_0^t e^{-2i\pi\Delta\nu(t'-t'')}\,e^{i(\varphi(t')-\varphi(t''))}\,dt'dt'' \tag{3.31}$$

Moyennant le changement de variable $\tau = t' - t''$, on montre que la probabilité de transition moyenne vaut [174][10] :

$$\langle P(t, E_f)\rangle = \frac{1}{\hbar^2}\left(\frac{\hbar\Omega_{\rm rf}}{2}\right)^2 \frac{|\mathcal{I}_f|^2}{N}\,\eta(E_f)\int_0^t\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2i\pi\Delta\nu\tau}\,\left\langle e^{i(\varphi(t')-\varphi(t'-\tau))}\right\rangle\,dt'd\tau \tag{3.32}$$

Le terme $\left\langle e^{i(\varphi(t')-\varphi(t'-\tau))}\right\rangle$ dans la formule précédente est égal à $e^{C_\varphi(\tau)-C_\varphi(0)}$ d'après [178]. Il correspond, à un facteur multiplicatif près, à la fonction de corrélation du champ rf effectif. Ainsi $\langle P(t, E_f)\rangle$ est proportionnel à la transformée de Fourier de cette fonction de corrélation. La probabilité de transition moyenne peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\langle P(t, E_f)\rangle = t\,\frac{1}{\hbar^2}\left(\frac{\hbar\Omega_{\rm rf}}{2}\right)^2 \frac{|\mathcal{I}_f|^2}{N}\,\eta(E_f)\,\mathcal{S}_{\rm rf}(\frac{E_{\rm res}-E_f}{h}) \tag{3.33}$$

où $\mathcal{S}_{\rm rf}(\Delta\nu)$ est la densité spectrale de puissance (DSP) du champ rf effectif, soit par définition la transformée de Fourier de la fonction de corrélation de ce dernier :

$$\mathcal{S}_{\rm rf}(\Delta\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2i\pi\Delta\nu\tau} e^{C_\varphi(\tau)-C_\varphi(0)} d\tau \tag{3.34}$$

La formule (3.33) donne en particulier la distribution en énergie du laser à atomes $\rho(E_f)$. Cette dernière correspond à la probabilité de transition moyenne par unité de temps : $\frac{\partial\left\langle P(t,E_f)\right\rangle}{\partial t}$.

On retrouve alors le taux de couplage du laser à atomes en intégrant sur le continuum :

$$\Gamma(E_{\rm res}) = \int dE_f\rho(E_f) = \int \Gamma(E_f)\,\mathcal{S}_{\rm rf}(\frac{E_{\rm res}-E_f}{h})\,\frac{dE_f}{h} \tag{3.35}$$

où $\Gamma(E_f)$ le taux de couplage théorique en l'absence de bruit magnétique, donné par la règle d'or de Fermi. Comme on s'y attendait (§.3.2.4.1), on retrouve que le taux de couplage en présence de bruit est donné par la convolution du taux de couplage théorique avec la densité spectrale du bruit. Néanmoins, notons que la DSP considérée ici n'est pas directement celle des fluctuations magnétiques mais celle du champ rf effectif. Dans la suite, nous déterminons expérimentalement cette dernière à partir de la mesure de la DSP des fluctuations magnétiques. Nous en déduirons la distribution en énergie $\rho(E_f)$ du laser à atomes (§.3.3.3).

[10] Ceci est valable car $t >> 1/\Delta\nu >> 1/\omega_{\rm rf}$. Pour nos paramètres expérimentaux, t est de l'ordre de $t_{\rm laser} = 20$ ms, $\Delta\nu$ est de l'ordre du kilohertz et $\nu_{\rm rf} \approx 5$ MHz.

3.3.2 Spectre des fluctuations magnétiques

Expérimentalement, les fluctuations du champ magnétique proviennent de l'alimentation en courant des bobines dipolaires et anti-dipolaires qui créent le biais magnétique B_0. Celui-ci est directement proportionnel au courant I (autour de 15 A) qui traverse les deux paires de bobines. En mesurant le spectre de bruit du courant I à l'aide d'un analyseur de spectre, on détermine directement la DSP du champ magnétique S_B (Fig. 3.9). Sur une bande de fréquence $[0, 2\text{kHz}]$, le spectre présente une succession de bandes de fréquences centrées sur les fréquences multiples de 50 Hz. Chacune des ces bandes de fréquence aune largeur faible devant son amplitude : en fait la résolution de l'analyseur de spectre, de l'ordre du Hz, ne nous permet par de résoudre correctement les bandes de fréquence. Nous verifions ainsi que les fluctuations sont rapides par rapport au temps de couplage t_{laser} qui vaut environ 20 ms.

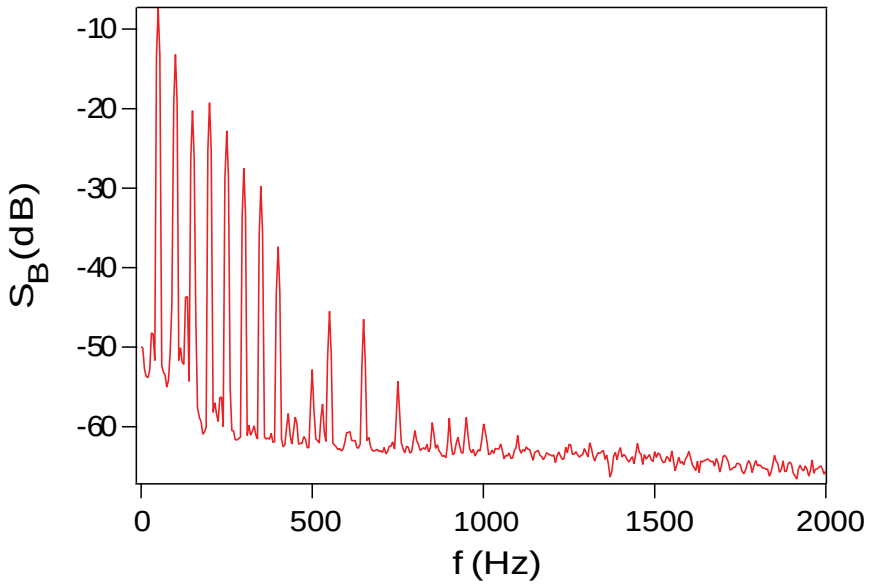


FIG. 3.9: Densité spectrale de puissance S_B de l'alimentation créant le biais magnétique sur notre expérience.

En intégrant la densité spectrale de puissance sur la bande passante BP = $[0, 2\text{kHz}]$, on détermine l'amplitude rms σ_B des fluctuations magnétiques :

$$\sigma_B^2 = \int_{\text{BP}} S_B(f) df \tag{3.36}$$

On trouve une amplitude rms de 0.55 mG pour un biais B_0 de 7G. On trouve alors des fluctuations rms relatives $\sigma_B/B_0 = \sigma_I/I$ de 0.8 10^{-5}, ce qui est compatible avec les spécifications de l'alimentation.

3.3.3 Distribution en énergie du laser à atomes

A partir du spectre des fluctuations magnétiques, on peut alors déterminer la distribution en énergie du laser à atomes $\rho(E_f)$. Cela nécessite tout d'abord de calculer la DSP $\mathcal{S}_{\mathrm{rf}}$ du champ rf effectif à partir de la DSP S_B. Pour faire le lien entre ces deux densités spectrales, il faut noter que les fluctuations du biais magnétique modifient l'énergie du condensat et donc les fréquences propres du système {condensat + laser à atomes + champ rf}. Le bruit magnétique se comporte donc comme un bruit de fréquence de DSP S_B. Du point de vue du champ rf effectif, il est vu comme un bruit de phase de DSP S_φ [178] :

$$S_\varphi(f) = \frac{S_B(f)}{f^2} \tag{3.37}$$

Nous calculons alors la fonction de corrélation C_φ du bruit de phase par transformée de Fourier inverse et en déduisons la densité spectrale $\mathcal{S}_{\mathrm{rf}}$ du champ rf effectif à l'aide de l'équation (3.34). Celle-ci est présentée figure 3.10, elle est très bien approximée par une gaussienne de largeur rms $\sigma = 390$ Hz. Cette valeur est bien en accord avec la valeur de 440 Hz obtenue à partir du spectre du couplage rf (Fig. 3.7). Nous montrons ainsi que l'élargissement du spectre du couplage rf s'explique bien par les fluctuations rapides du biais magnétique provoquées par les fluctuations en courant de l'alimentation des bobines dipolaires et anti-dipolaires, ce qui justifie *a posteriori* la convolution de la courbe de couplage par une gaussienne (§.3.2.4).

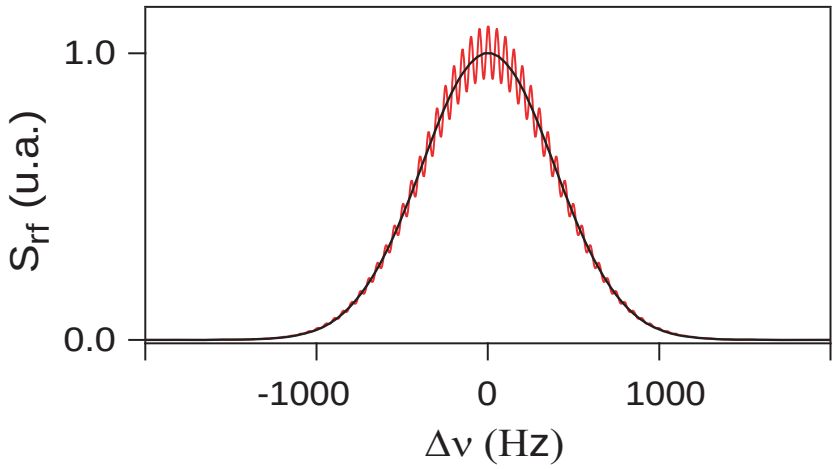


Fig. 3.10: Densité spectrale de puissance $\mathcal{S}_{\mathrm{rf}}$ du champ rf effectif, calculée à l'aide de l'équation (3.34). A partir d'un ajustement gaussien de $\mathcal{S}_{\mathrm{rf}}$, on trouvons une largeur en énergie de 390 Hz.

La densité spectrale du champ rf effectif étant connue, on peut déterminer la distribution en énergie du laser à atomes. Rappelons que celle-ci est donnée par :

$$\rho(E_f) = \frac{1}{h}\,\Gamma(E_f)\,\mathcal{S}_{\mathrm{rf}}(\frac{E_{\mathrm{res}} - E_f}{h}) \tag{3.38}$$

Elle dépend de l'énergie E_f à la fois via la densité spectrale $\mathcal{S}_{\mathrm{rf}}$ du champ rf effectif et du taux de couplage $\Gamma(E_f)$ en l'absence de fluctuations, ce dernier présentant une forme très piquée autour de $E_f = \mu_{\mathrm{BEC}}$, correspondant à un couplage au centre du condensat.

Pour un couplage pas trop proche du centre du condensat (soit pour des énergies inférieures à $0.8\,\mu_{\mathrm{BEC}}$), le taux de couplage varie lentement avec l'énergie. Dans ce cas, on peut considérer que $\Gamma(E_f)$ est à peu près constant sur l'échelle de variation de $\mathcal{S}_{\mathrm{rf}}$, caractérisée par σ. On peut alors écrire, avec une bonne approximation, la distribution en énergie du laser à atomes sous la forme :

$$\rho(E) = \frac{1}{h}\Gamma(E_{\mathrm{res}})\,\mathcal{S}_{\mathrm{rf}}(\frac{E_{\mathrm{res}} - E}{h}) \tag{3.39}$$

où $\Gamma(E_{\mathrm{res}})$ est le taux de couplage à l'énergie E_{res} donnée par la condition de résonance du couplage en l'absence de bruit. Cette énergie correspond ainsi à l'énergie moyenne du laser à atomes et on la note E_{laser}. La distribution en énergie du laser à atomes est alors une distribution gaussienne centrée sur E_{laser} et de largeur spectrale σ. Cette image n'est bien entendue plus du tout valable pour un couplage proche du centre du condensat.

En conclusion, nous avons déterminé grossièrement σ à partir de l'élargissement du spectre du couplage rf. Nous présentons dans la suite (§.3.5) une méthode de mesure de cette largeur spectrale indépendante et beaucoup plus précise. Cette méthode repose sur l'étude de la transmission classique du laser à atomes guidé à travers une barrière de potentiel épaisse.

3.4 Réalisation et mise en place de barrières de potentiel

De manière générale, nous nous intéressons à la transmission du laser à atomes guidé à travers une unique barrière de potentiel créée optiquement et d'épaisseur variable. Dans le cas où l'épaisseur de la barrière est inférieure ou égale à la longueur d'onde λ_{dB} du laser à atomes, nous cherchons à observer un effet tunnel. Cela fera l'objet de la partie §.3.6. Dans le cas où l'épaisseur de la barrière est supérieure à λ_{dB}, nous caractériserons spectralement le laser à atomes (§.3.5). Les barrières de potentiel utilisées pour ces deux études sont créées optiquement

à partir d'un faisceau laser (à 405 nm) désaccordé dans le bleu de la transition D_2 du Rubidium et focalisé sur la trajectoire du laser à atomes. Le potentiel créé est alors simplement proportionnel à l'intensité laser au point de focalisation.

Dans cette partie, nous détaillons notre réalisation expérimentale : dans un premier temps, nous présentons les caractéristiques que doivent avoir les barrières de potentiel ainsi que les contraintes imposées par notre dispositif expérimental. Nous décrivons ensuite le système optique que nous avons utilisé et sa mise en place expérimentale. Enfin nous présentons la caractérisation des propriétés géométriques et en amplitude des barrières de potentiel.

3.4.1 Spécifications et contraintes

Les deux barrières de potentiel sont réalisées avec le même système optique. Nous cherchons avec ce système à créer la barrière la plus fine possible, la barrière plus épaisse étant simplement obtenue en diaphragmant le faisceau laser avant focalisation. Nous nous concentrons donc ici sur la barrière la plus fine. Celle-ci doit être étroite dans la direction de propagation du laser à atomes z. Cette épaisseur étant intrinsèquement limitée par le rayon de la tache d'Airy : $\lambda/2\,ON$ avec ON l'ouverture numérique du système optique, on cherche à travailler avec la plus grande ouverture numérique possible. D'autre part la barrière doit être étendue dans les directions transverses pour être homogène à l'échelle du laser à atomes, qui a une extension transverse de 2 à 4 μm. Ceci permet aussi de faciliter la mise en place du potentiel lumineux sur la trajectoire du laser à atomes.

Pour créer cette barrière anisotrope, on va donc dans un premier temps agrandir un faisceau laser source de manière anisotrope, en utilisant des optiques cylindriques. Puis dans un deuxième temps, le faisceau ainsi mis en forme sera focalisé avec une lentille sphérique limitée par la diffraction pour l'ouverture numérique considérée.

Par ailleurs le système optique créant la barrière de potentiel est soumis à des contraintes liées à son implémentation sur notre dispositif expérimental et en particulier à l'encombrement autour de la cellule à vide dans laquelle sont créés le condensat et le laser à atomes. Ainsi l'ouverture numérique est limitée à 0.15 par les bobines qui créent le champ magnétique dipolaire, ce qui rend difficile la focalisation d'un faisceau laser jusqu'au micron. De plus compte tenu l'encombrement autour de la cellule, la distance de travail (frontale) du système optique est d'environ 100 mm.

Enfin, il est nécessaire de placer précisement la barrière de potentiel par rapport à la trajectoire du laser à atomes. Il faut donc pouvoir translater finement le système optique, la précision de ce réglage dépendant de la profondeur de champ du système optique.

3.4.2 Dispositif expérimental

Notre dispositif expérimental se décompose en trois élements : la source laser, le dispositif d'agrandissement anisotrope (présenté figure 3.11) et le système de focalisation (Fig. 3.12).

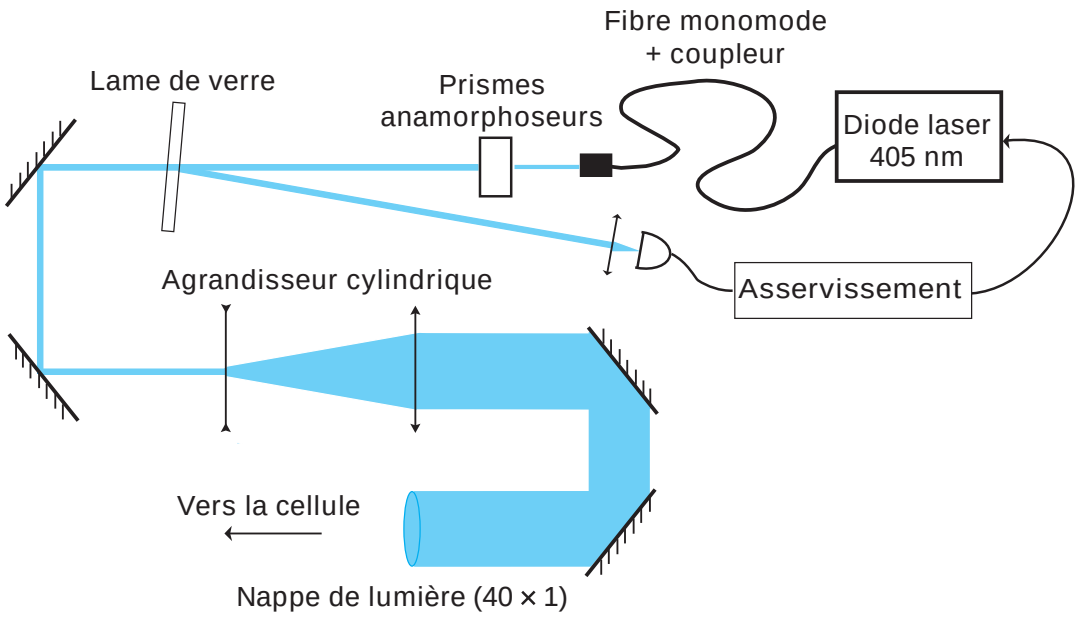


Fig. 3.11: Réalisation d'une barrière de potentiel : mise en forme du faisceau laser. Nous utilisons une diode laser fibrée à 405 nm. Le faisceau laser en sortie de la fibre est mis en forme à l'aide de deux prismes anamorphoseurs (de rapport d'anisotropie 4) et d'un agrandisseur cylindrique de rapport d'anisotropie 10. Le faisceau anisotrope ainsi obtenu est focalisé sur la trajectoire du laser à atomes à l'aide du montage présenté figure 3.12. Nous prélevons une partie du faisceau laser en sortie des prismes anamorphoseurs, que nous détectons avec une photodiode. Nous utilisons le signal en sortie de la photodiode pour rétroagir sur la diode laser et ainsi de stabiliser la puissance de cette dernière.

Source laser

Nous utilisons comme source une diode laser fibrée à 405 nm, de puissance maximale 30 mW[11]. Cette puissance est comme nous le verrons dans la suite suffisante pour les expériences que nous souhaitons réaliser. L'intérêt ici est que la longueur d'onde est petite, ce qui est avantageux en terme de limite de diffraction $\lambda/2\,ON$. De plus, grâce à la fibre, le faisceau est d'une grande pureté

[11] Ces diodes lasers bleues ont été développées et commercialisées récemment pour la lecture des DVD et ne sont donc pas trop chères.

spatiale. Un collimateur, en limite de diffraction, est utilisé au bout de la fibre et permet d'obtenir un faisceau de sortie collimaté avec un waist (à $1/e^2$) de 2 mm. Notons ici que la collimation du faisceau en sortie de la diode est un point crucial du réglage. En effet les deux systèmes optiques que nous présentons figure 3.11) et figure 3.12 sont séparés d'une distance de 2m environ : un petit défaut dans la collimation du faisceau a ainsi une répercussion importante sur la taille du faisceau laser avant focalisation.

Dispositif d'agrandissement

Nous cherchons à créer un potentiel lumineux très anisotrope. La mise en forme du faisceau se fait alors via un dispositif d'agrandissement anisotrope présenté figure 3.11. Celui-ci est composé de deux éléments : dans un premier temps, on utilise deux prismes anamorphoseurs et dans un deuxième temps un agrandisseur cylindrique. Les primes anamorphoseurs permettent d'obtenir un rapport d'anisotropie de 4. En sortie des prismes, la faisceau est alors anisotrope de waist 2 mm dans la direction z et 0.5 mm dans la direction perpendiculaire y.

L'agrandisseur, conçu par Melles-Griot, est constitué de deux lentilles cylindriques : l'une plan concave de focale f' = - 40 mm et l'autre plan convexe de focale f' = 400 mm. Réglé en configuration afocale, il introduit un grandissement de 10 dans la direction z et de 1 dans la direction y. L'étape cruciale du réglage est la superposition des axes des deux lentilles de l'agrandisseur : un réglage correct de l'orientation des axes assure que le grandissement vaut bien 10 suivant l'axe z et 1 suivant l'axe y. Une des lentilles est ainsi montée dans une monture en rotation permettant d'orienter ses axes avec une bonne précision. Enfin la deuxième lentille de l'agrandisseur est montée sur une platine de translation afin de collimater précisément le faisceau de sortie. Ce dernier réglage effectué, le faisceau en sortie de l'agrandisseur a un waist de 20 mm dans la direction z et 0.5 mm dans la direction y. Le rapport d'anisotropie vaut bien 40.

Système de focalisation

Pour focaliser le faisceau anisotrope obtenu à la sortie de l'agrandisseur, nous utilisons un triplet. Celui-ci est constitué d'un doublet achromatique et d'un ménisque et a une focale de 90 mm. Ce triplet est le système optique optimal compte tenu des contraintes imposées par notre expérience, et en particulier par la présence des bobines de champ magnétique (Fig. 3.12). Il est optimisé pour une pupille d'entrée de diamètre 25 mm et est utilisé en configuration infini-foyer.

Ce système optique est monté sur une platine de translation 3 axes, qui permet de focaliser le faisceau laser avec une bonne précision sur la trajectoire du laser à atomes. La barrière de potentiel, obtenue au foyer du triplet de focalisation, est

alors correctement placée sur la trajectoire du laser à atomes. Cette barrière de potentiel est la plus fine que nous puissions obtenir. Pour obtenir la barrière plus épaisse, nous ajoutons un diaphragme de diamètre 7 mm en amont du système de focalisation (Fig. 3.12).

Enfin, le seul accès optique vers la cellule à vide étant suivant l'axe de l'imagerie x, nous superposons le faisceau à 405 nm et le faisceau sonde de l'imagerie par absorption, à l'aide d'un miroir dichroïque, qui transmet la lumière à 780 nm et réfléchit à 405 nm. Nous avons aussi modifié notre système de mise en forme du faisceau sonde, de manière à ce qu'il focalise au point focal objet du triplet de focalisation et donc soit collimaté lorsqu'il éclaire le nuage d'atomes. De plus, pour ne pas illuminer la caméra avec le faisceau à 405 nm, nous plaçons un filtre rouge devant la caméra.

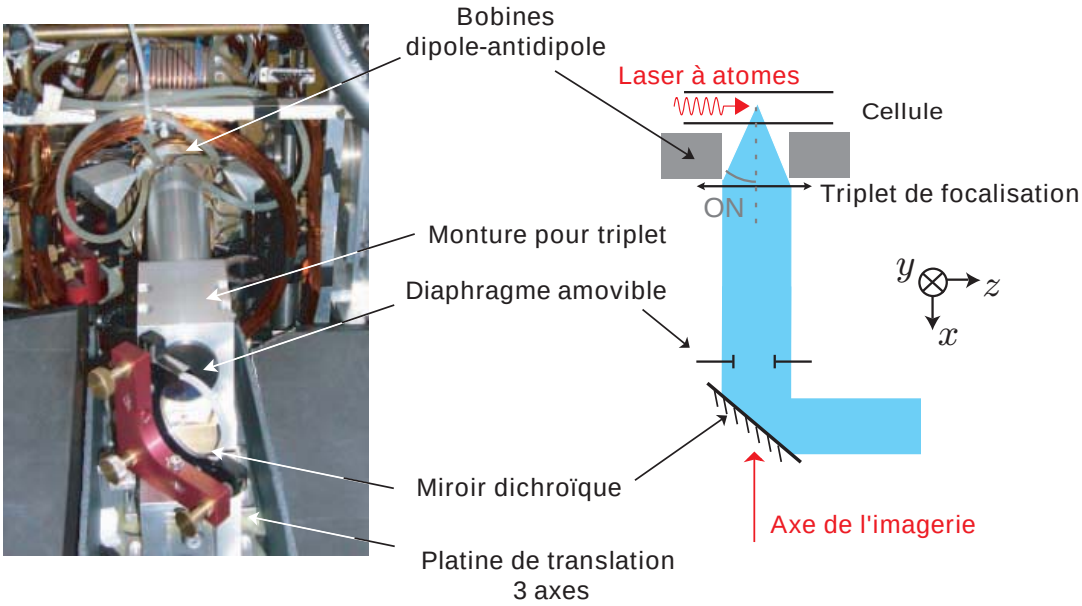


FIG. 3.12: Réalisation d'une barrière de potentiel : focalisation du faisceau laser anisotrope obtenu avec le montage présenté figure 3.11. Nous utilisons un triplet de focalisation de focale f' = 90 mm et d'ouverture numérique limitée à 0.15 du fait des bobines qui créent le champ magnétique dipolaire. Nous obtenons alors directement la barrière de potentiel la plus fine au foyer image du triplet de focalisation. Pour créer la barrière plus épaisse, nous diaphragmons, à l'aide d'une ouverture de diamètre 7 mm, le faisceau en amont du système de focalisation. Celui-ci est placé sur une platine de translation 3 axes afin de positionner précisément la barrière de potentiel sur la trajectoire du laser à atomes.

3.4.3 Caractérisation géométrique des barrières

Dans cette partie nous nous intéressons à la caractérisation géométrique des deux barrières lumineuses créées à partir du dispositif présenté figures 3.11 et 3.12 : nous déterminons leurs dimensions suivant les trois axes et vérifions que notre système optique est bien limité par la diffraction. Dans un premier temps, nous détaillons la caractérisation de la barrière la plus fine. Puis, nous présenterons succintement les caractéristiques de la barrière plus épaisse.

3.4.3.1 Barrière la plus fine

Cette barrière est obtenue à l'aide du triplet de focalisation (Fig. 3.12) utilisé à pleine ouverture. Le potentiel lumineux est directement proportionnel à l'intensité du faisceau laser focalisé. Déterminer les dimensions du faisceau laser revient donc à déterminer l'étendue de la barrière suivant ces deux axes principaux : z et y. En revanche, l'étendue de la barrière dans la direction x correspond à la longueur de Rayleigh du système de focalisation. Ce sont ces trois paramètres que nous allons déterminer dans la suite, nous les comparons aussi avec le potentiel théorique attendu.

Pour caractériser le faisceau focalisé, nous utilisons une caméra CCD de 1000 $\times$ 1000 pixels. Ses pixels sont carrés de côté 6.45 μm. La plus petite dimension caractéristique de la tache est de l'ordre du micron et n'est donc pas résolue par la caméra utilisée seule. On utilise donc un objectf de grandissement $\times 40$ de d'ouverture numérique 0.65, bien supérieure à l'ouverture numérique du système optique. Compte tenu du grandissement de l'objectif de microscope, un pixel ramené dans le plan focal du triplet de focalisation est un carré de 0.16 μm de côté. La tache dans le plan focal s'étale donc sur au moins 6 pixels. Son image est présentée figure 3.13a.

Dimensions du faisceau focalisé

Nous déterminons les dimensions du faisceau focalisé selon ses deux axes principaux z et y à l'aide d'un ajustement gaussien, comme présenté figure 3.13. Dans la direction où le faisceau est le plus focalisé (axe z), le waist à $1/e^2$ vaut $w_z = 1.36\mu$m. Pour cette même position, dans la direction perpendiculaire (axe y), la taille du faisceau vaut $w_y = 23\mu$m. Toutefois cette taille ne correspond pas exactement au waist du faisceau dans la direction y. En effet, en optique gaussienne, la position du waist image dépend du waist en amont du système optique. Du fait de l'anisotropie du faisceau en entrée du triplet, la position du waist image est différente sur les deux axes. L'axe z étant l'axe sur lequel la dimension de la barrière est la plus critique, nous nous plaçons à la position du waist suivant cette direction.

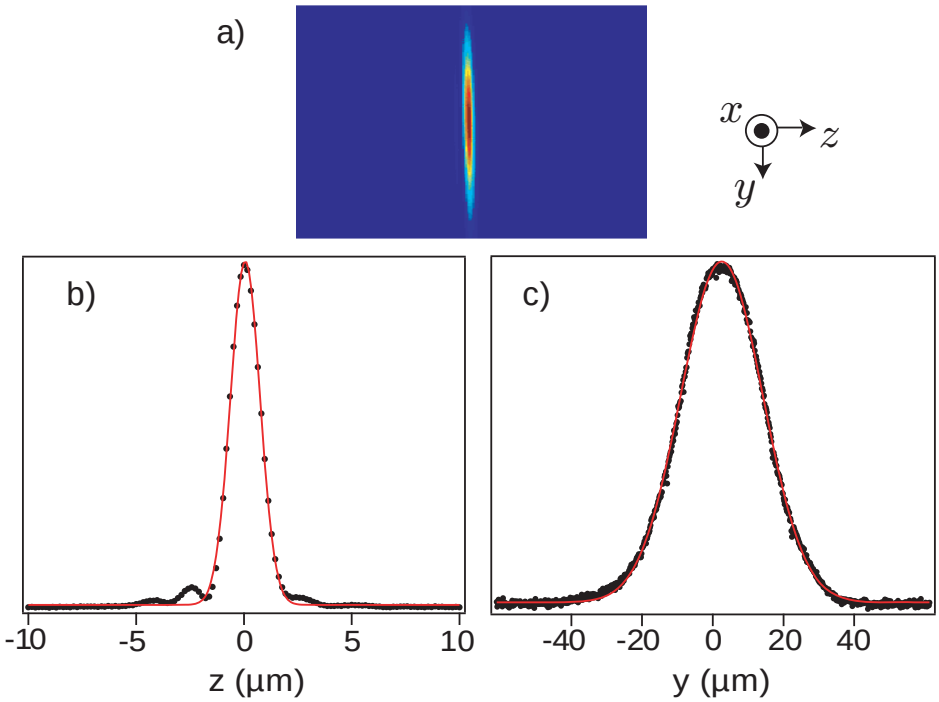


FIG. 3.13: Caractérisation de la barrière la plus fine, obtenue sans diaphragme. a) image dans le plan focal du triplet de focalisation. b) et c) correspondent à une coupe du faiceau suivant les axes z et y. Par un ajustement gaussien, on trouve que le faisceau a des waists $w_z = 1.36$ μm et $w_y = 23$ μm dans les directions transverses. Les rebonds sur le profil du faisceau suivant z sont dus à la troncature du faisceau en amont du triplet de focalisation et à un faible résidu d'aberration sphérique.

Suivant y, la taille caractéristique de la barrière lumineuse est bien supérieure à l'extension du laser à atomes, qui vaut 2 à 4 μm. Suivant z, la taille caractéristique est légèrement supérieure au micron. Pour notre ouverture numérique de 0.15, le rayon de la tache d'Airy $\lambda/2\,ON$ vaut 1.35 μm. Bien qu'on ne puisse pas comparer directement w_z au rayon de la tache d'Airy, ceci donne une première indication que le système n'est pas trop éloigné de la limite de diffraction. Nous observons tout de même que le profil du faisceau suivant z n'est pas tout à fait symétrique, ce qui démontre la présence d'aberrations. De manière plus quantitative, nous comparons le potentiel lumineux obtenu expérimentalement avec le potentiel idéal attendu calculé à l'aide des paramètres expérimentaux :
- les waists $w_{0z} = 20$ mm et $w_{0y} = 0.5$ mm du faisceau objet (avant focalisation)
- la focale du triplet f' = 90 mm
- la pupille du triplet, de diamètre $\phi = 25$ mm, qui tronque le faisceau laser dans la direction z.

Le potentiel idéal est directement donné par la transformée de Fourier d'une gausienne 2D anisotrope tronquée et s'écrit :

$$V(y,z) \propto |TF(\mathrm{disc}(\frac{2Y}{\phi},\frac{2Z}{\phi})\exp-\frac{Y^2}{w_{0y}^2}\exp-\frac{Z^2}{w_{0z}^2})|^2_{\{\frac{y}{\lambda f'},\frac{z}{\lambda f'}\}} \tag{3.40}$$

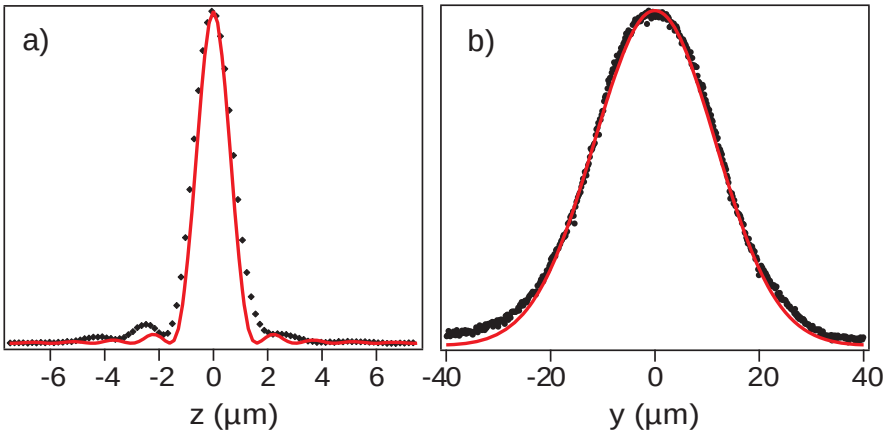


Fig. 3.14: Profils théorique et expérimental suivant les axes z (a) et y (b).

Pour comparer les potentiels théorique et expérimental, nous traçons figure 3.14 leurs profils dans les deux directions transverses y et z. Comme attendu, nous observons que le potentiel expérimental est en très bon accord avec potentiel théorique. Néanmoins, nous vérifions ici que le rebond sur le profil, suivant z, du potentiel expérimental ne s'explique pas uniquement par la troncature du faisceau avant focalisation et que des aberrations sont présentes. Un moyen de quantifier ces aberrations consiste à déterminer le rapport de Strehl : celui-ci correspond ici au rapport des aires des potentiels théorique et expérimental. En considérant les profils suivant z, on trouve un rapport de Strehl d'environ 83 %. Le système de focalisation est ainsi très proche de la limite de diffraction.

Longueur de Rayleigh

La longueur de Rayleigh z_r du système de focalisation détermine la dimension de la barrière dans la direction x (direction de propagation du faisceau à 405 nm). On souhaite en particulier que z_r soit grand devant l'extension transverse du laser à atomes (soit 2 à 4 μm). Dans notre cas, le faisceau avant focalisation étant allongé dans la direction z, z_r est essentiellement limitée par la direction z, où la focalisation est la plus forte. Pour déterminer z_r, nous déplaçons la caméra suivant x de part et d'autre du plan focal et observons la modification du faisceau image (après le système de focalisation) en fonction de la distance au foyer δx :

nous déterminons à la fois son intensité maximale et son rayon (à $1/e^2$) dans la direction z (Fig. 3.15). Nous observons que l'évolution du faisceau laser n'est pas tout à fait symétrique de part et d'autre du foyer, ce qui est caractéristique de la présence d'aberration sphérique.

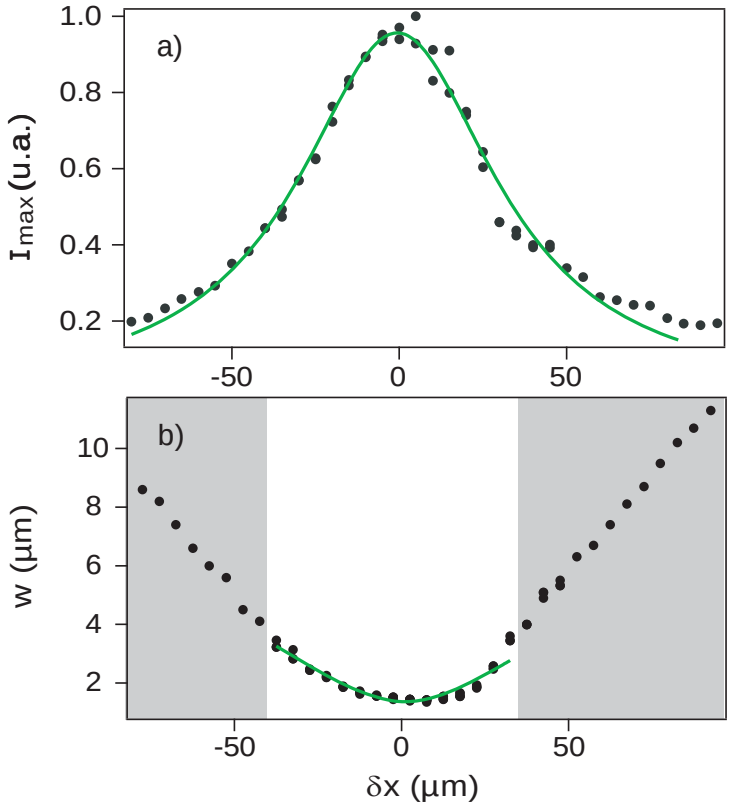


FIG. 3.15: a) Intensité maximale du faisceau en fonction de la distance au foyer δx. La courbe continue est un ajustement par l'équation (3.41) et on obtient $z_r = 36$ μm. b) Rayon (à $1/e^2$) du faisceau suivant z en fonction de δx. Un ajustement par l'équation (3.42) donne $z_r = 18\mu$m. La zone grisée correspond à la zone dans laquelle un ajustement gaussien du faisceau laser n'a plus beaucoup de sens (du fait des aberrations).

Pour un faisceau incident gaussien, les variations théoriques de l'intensité maximale et du rayon en fonction de δx sont données par :

$$I_{max}(\delta x) = \frac{I_0}{1 + (\frac{\delta x}{z_r})^2} \tag{3.41}$$

$$w(\delta x) = w_z \sqrt{1 + \left(\frac{\delta x}{z_r}\right)^2} \tag{3.42}$$

En ajustant les courbes présentées figure 3.15 par les équations précédentes, nous trouvons que la longueur de Rayleigh z_{r} est de l'ordre de plusieurs dizaines de microns, soit supérieure à l'extension transverse du laser à atomes, comme nous le souhaitions. Néanmoins, nous trouvons deux valeurs très différentes pour la longueur de Rayleigh : $z_r = 36\mu$m lorsqu'on s'intéresse à l'intensité du faisceau et $z_r = 18\mu$m lorsque c'est au rayon du faisceau qu'on s'intéresse. Ceci s'explique par la présence d'aberrations qui déforment le faisceau laser lorsqu'on s'éloigne du foyer. Il n'est alors plus correct d'ajuster le faisceau laser par une gaussienne et l'évolution de l'intensité maximale du faisceau, mesurée directement à partir des images expérimentales, n'est alors plus reliée à la longueur de Rayleigh du faisceau. Dans ce cas, la mesure de z_r correspond à celle réalisée à partir du rayon du faisceau dans la zone où celui-ci reste proche d'un faisceau gaussien (Fig. 3.15b). Nous trouvons alors que z_r vaut 18 μm.

Nous cherchons à comparer cette valeur à la longueur de Rayleigh théorique. Pour un faisceau gaussien isotrope avant focalisation, celle-ci est donnée par $z_r = \pi w_0^2/\lambda$ avec w_0 le waist au foyer. Dans notre cas, la longueur de Rayleigh est essentiellement limitée par la direction z, on prend pour w_0 la valeur mesurée expérimentalement. On trouve alors que la longueur de Rayleigh théorique vaut 14 μm. Ici néanmoins, le faisceau gaussien incident est tronqué par la pupille du système de focalisation de diamètre 25 mm. Si on suppose que la pupille est éclairée uniformément[12], l'intensité du faisceau image autour du point de focalisation (soit à une distance du foyer $\delta x << f'$) est donnée par :

$$I_{max}(\delta x) = I_0 \frac{\Delta x}{\delta x}\left[C^2\left(\sqrt{\frac{\delta x}{\Delta x}}\right) + S^2\left(\sqrt{\frac{\delta x}{\Delta x}}\right)\right] \tag{3.44}$$

où $\Delta x = 2\lambda f'^2/\phi^2 = \lambda/2\,ON^2$ et C(u) et S(u) sont les intégrales de Fresnel (respectivement cosinus et sinus). L'intensité du faisceau laser vaut $I_0/2$ à une distance $\delta x = z_r = 18\mu$m environ, soit égale à la valeur mesurée expérimentalement. Cette valeur, bien que faible, nous permet d'avoir un faisceau homogène à l'échelle du laser à atomes. Cela implique cependant d'avoir une bonne précision sur la focalisation du faisceau, d'où la nécessité d'une translation précise du triplet de focalisation (Fig. 3.12).

[12]Ici l'intensité du faisceau incident au bord de la pupille vaut 45 % de l'intensité au centre. Dans ce cas, l'intensité maximale du faisceau image autour du point de focalisation est donnée par :

$$I_{\max}(x = f + \delta x) = \left|\int_{-\phi/2}^{\phi/2} \exp\left(i\frac{\pi z^2}{\lambda}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{f}\right)\right) dz\right|^2 \tag{3.43}$$

Néanmoins l'hypothèse d'un éclairement uniforme de la pupille donne la longueur de Rayleigh théorique avec une bonne approximation.

3.4.3.2 Barrière la plus épaisse

De la même façon que précédemment, on réalise la caractérisation géométrique de la barrière plus épaisse (Fig. 3.16). Nous déterminons les dimensions du faisceau au foyer du système de focalisation. Ce dernier est obtenu en tronquant le faisceau gaussien incident par une pupille de diamètre $\phi = 7$ mm. Il éclaire ainsi la pupille de manière presque uniforme dans la direction z : son intensité varie de 6 % à l'échelle de la pupille. Ainsi dans la direction z, le profil du faisceau focalisé est proche de la figure de diffraction d'un fente éclairée uniformément et on l'ajuste par une fonction sinus cardinal pour déterminer son rayon : celui-ci vaut 4.8 μm et est proche de la limite de diffraction $\lambda f'/\phi = 5.2\mu$m. Néanmoins, pour comparer de manière simple les deux barrières, nous réalisons un ajustement gaussien du profil du faisceau : on trouve alors un waist de 3.8 μm. De la même façon que précédemment, le faisceau incident n'est pas tronqué dans la direction y. Le faisceau focalisé est ainsi gaussien, de waist 24 μm, dans cette direction.

Enfin, dans la direction x, nous déterminons la longueur de Rayleigh z_r en mesurant l'intensité maximale du faisceau image et son rayon dans la direction z. On trouve alors que z_r vaut environ 300 μm, ce qui rend moins critique le positionnement de la barrière épaisse par rapport au laser à atomes. A l'aide de la formule (3.44), on trouve une valeur théorique pour la longueur de Rayleigh de 230 μm, soit plus faible que les valeurs mesurées expérimentalement. Néanmoins celles-ci sont obtenues en faisant l'approximation que le faisceau laser est gaussien, ce qui n'est pas tout à fait le cas ici. Comme nous nous y attendions, la longueur de Rayleigh mesurée ici est beaucoup plus grande que celle mesurée pour la barrière la plus fine : le faisceau laser donnant lieu à la barrière épaisse est en effet beaucoup moins focalisé que celui qui crée la barrière fine. De la même manière que précédemment, la barrière épaisse répond aux spécifications recherchées : elle se comporte bien comme une barrière unidimensionnelle du point de vue du laser à atomes guidé et a une épaisseur bien supérieure à la longueur d'onde de de Broglie du laser à atomes. Pour simplifier, nous considérerons dans toute la suite que la barrière épaisse a une forme gaussienne de waist 3.8μm.

3.4.4 Caractérisation en amplitude des barrières

Les deux barrières étant caractérisées géométriquement, nous nous intéressons maintenant à leur caractérisation en amplitude. Nous présentons dans un premier temps notre caractérisation à partir de mesures photométriques. Puis dans un deuxième temps, nous présentons la calibration que nous avons réalisé en utilisant les atomes comme sonde.

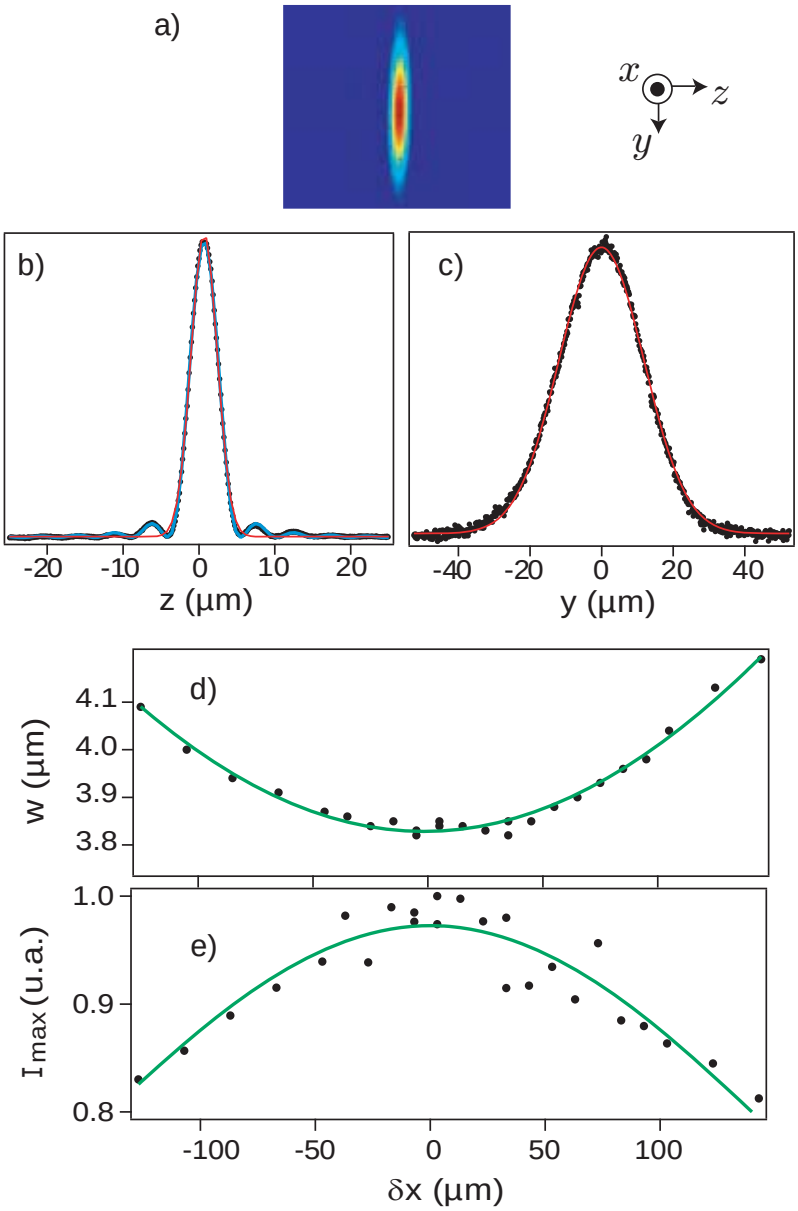


Fig. 3.16: Caractérisation de la barrière la plus épaisse, obtenue en diaphragmant le faisceau en entrée du triplet de focalisation. a) image dans le plan focal du triplet de focalisation. b) et c) correspondent à une coupe du faiceau suivant les axes z et y. Un ajustement gaussien des profils donne les waists du faisceau $w_z = 3.8$ μm et $w_y = 24$ μm. d) Evolution du rayon (à $1/e^2$) du faisceau dans la direction z en fonction de δx. Un ajustement par l'équation (3.42) donne $z_r = 330\mu$m. e) Intensité maximale du faisceau en fonction de la distance au foyer δx. L'ajustement par l'équation (3.41) donne $z_r = 300$ μm.

3.4.4.1 Mesures photométriques

L'amplitude d'une barrière de potentiel est directement proportionnelle à I_0, l'intensité maximale du faisceau laser dans le plan focal du triplet de focalisation. Le faisceau étant approximativement gaussien 2D, I_0 est donné par :

$$I_0 = \frac{2P}{\pi w_z w_y} \tag{3.45}$$

où P est la puissance effective reçue par les atomes et w_z et w_y sont les waists du faisceau laser dans les deux directions principales. La caractérisation de l'amplitude de la barrière est donc réalisée à partir de mesures photométriques et de la caractérisation géométrique réalisée dans la partie §.3.4.3. Nous évaluons à quelques pourcents les incertitudes sur les mesures de la puissance P du faisceau et de la surface du faisceau laser à son point de focalisation.

Pour une puissance P donnée, nous déterminons l'amplitude V de la barrière à l'aide de la formule (1.42), qui tient compte de la structure multi-niveaux du Rubidium (§.1.3.1.1). Ici, en plus des transitions D1 et D2 de l'état fondamental du Rubidium 87 vers les états $5p^2P_{1/2,3/2}$, il est nécessaire de prendre en compte les transitions vers les états $6p^2P_{1/2,3/2}$ à 422 et 420 nm. Celles-ci contribuent en effet à hauteur de 10 % à l'amplitude V du potentiel lumineux.

Pour chaque barrière, on détermine le rapport de conversion V/P : celui-ci vaut 11.9 kHz/mW dans le cas de la barrière fine et 4.2 kHz/mW pour la barrière épaisse. Compte tenu des coefficients de transmission de toutes les optiques sur le trajet du faisceau à 405 nm, la puissance maximale reçu par les atomes vaut environ 7 mW, ce qui correspond à une amplitude de plusieurs dizaines de kilohertz pour les barrières. Pour comparaison, les atomes du laser à atomes ont des vitesses de l'ordre de quelques mm/s et donc des énergies de l'ordre du kHz.

Cependant il reste difficile de réaliser des mesures photométriques précises, car on ne peut placer le détecteur à la position exacte des atomes (soit dans la cellule à vide). Néanmoins, à la suite du démontage de notre cellule à vide, nous avons pu placer le détecteur à la position extacte des atomes. La seule différence avec le montage réel est alors l'absence de la cellule en verre qui ajoute un coefficient de transmission. Ce dernier, proche de 1, peut être évalué à part. Pour se convaincre que nous ne faisons pas d'erreur grossière sur l'amplitude de la barrière, nous avons aussi utilisé les atomes comme sonde.

3.4.4.2 Calibration à l'aide des atomes

Cette calibration repose sur l'étude de la transmission d'un condensat de Bose-Einstein en expansion dans la pince optique à travers une barrière de potentiel. Pour ce faire, nous coupons à l'instant $t = 0$ le piège magnétique qui crée

le confinement longitudinal du condensat. Celui-ci s'étend alors dans la pince optique, qui se comporte réellement comme un guide d'onde : sa fréquence de piégeage est compensée par l'ajout d'un champ magnétique anti-piégeant, comme présenté au chapitre 2.

Nous superposons une des barrières de potentiel au guide optique à quelques dizaines de microns d'une des extrémités du condensat initial. Nous déterminons alors le nombre d'atomes transmis par la barrière en fonction de l'amplitude de la barrière. La largeur de la courbe de transmission ainsi obtenue vaut environ $2\,\mu_{\mathrm{BEC}}$. Nous retrouvons alors grossièrement les valeurs des facteurs de conversion kHz/mW obtenus à partir des mesures photométriques. Néanmoins, comme nous l'avons mentionné au chapitre 2 et comme on peut le voir en annexe A, le lien entre l'énergie cinétique maximale du condensat en expansion et son potentiel chimique initial n'est pas trivial. Il faudrait réaliser une étude plus approfondie de la propagation du condensat à travers une barrière pour calibrer plus précisement l'amplitude de la barrière à l'aide des atomes.

3.4.4.3 Stabilisation en amplitude

Un point crucial de l'étude de la transmission du laser à atomes à travers une barrière de potentiel repose sur la stabilité de la barrière au cours de l'expérience. Celle-ci dure environ quelques dizaines de millisecondes. Pendant ce temps, il est nécessaire que la puissance de la diode laser soit la plus stable possible. Pour contrôler la puissance de la diode, nous utilisons son entrée externe de modulation en courant. Nous obtenons alors des temps de montée très courts, de l'ordre de 20 μs. Toutefois la diode laser ne restant allumée que quelques dizaines de millisecondes, nous avons observé des fluctuations d'intensité de l'ordre de 50 %, non répétables d'un coup sur l'autre. Ces fluctuations s'expliquent par une mauvaise thermalisation de la diode et de la fibre à sa sortie.

Pour éliminer ces fluctuations, nous avons mis en place un asservissement en puissance de la diode laser : nous prélevons une partie du faisceau en sortie des prismes anamorphoseurs (Fig. 3.11) que nous détectons sur une photodiode. A partir du signal d'erreur construit à l'aide de la photodiode, nous rétro-agissons sur l'entrée externe de modulation en courant de la diode. L'asservissement utilisé est un proportionnel intégrateur de bande passante 100 kHz. Une fois cet asservissement mis en place, nous avons constaté les fluctuations d'intensité étaient inférieures au pourcent. L'amplitude des barrières de potentiel, directement proportionnelle à l'intensité du faisceau laser, présente donc une stabilité inférieure à 1 %.

3.4.5 Conclusion

Nous avons dans cette partie présenté la réalisation de barrières de potentiel : l'une d'épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde de de Broglie du laser à atomes λ_{dB} et l'autre d'épaisseur bien supérieure à λ_{dB}. L'intérêt de ces barrières de potentiel créées optiquement est le très bon contrôle que nous avons sur leurs caractéristiques. De plus, à l'aide de l'asservissement mis en place, l'amplitude des barrières de potentiel est suffisamment stable pour pouvoir étudier la transmission du laser à atomes à travers ces barrières. Enfin, la comparaison directe des courbes de transmission obtenues à travers chacune des barrières peut permettre de discriminer entre transmission classique et transmission quantique.

Dans la suite nous nous intéressons, dans un premier temps, à la transmission du laser à atomes à travers la barrière la plus épaisse. Nous montrons en particulier que cette étude nous permet de caractériser, avec une bonne précision, la largeur spectrale du laser à atomes et sa distribution en énergie. Puis dans un deuxième temps, nous présentons notre étude théorique de l'effet tunnel du laser à atomes à travers la barrière la plus fine.

3.5 Transmission à travers une barrière épaisse : caractérisation spectrale du laser à atomes guidé

Dans cette partie, nous cherchons à caractériser spectralement le laser à atomes guidé. En particulier nous mesurons la largeur spectrale du laser à atomes, dont nous avons déjà donné une estimation dans la partie §.3.2.4.1. La largeur spectrale du laser à atomes peut être limitée par différents phénomènes, en particulier par le processus de couplage. Dans le cas d'un faible couplage, nous avons vu que nous pouvons appliquer la règle d'or de Fermi pour calculer le taux de couplage Γ. L'état discret initial (le condensat) se vide exponentiellement sous l'effet du couplage et sa durée de vie est donnée par Γ^{-1}. Γ correspond alors à la largeur spectrale du laser à atomes. Notons que dans le cas d'un couplage fort, pour lequel l'approximation de Born-Markov n'est plus valable, il a été prédit [179] que la largeur spectrale d'un laser à atomes pouvait être supérieure (de plusieurs ordres de grandeurs) à celle d'un laser à atomes obtenu dans le régime de faible couplage.

D'autre part, un autre phénomène à prendre en compte est la durée finie du couplage t_{laser}. Celle-ci induit, par transformée de Fourier, un élargissement spectral du laser à atomes [180,181]. La largeur en énergie ΔE du laser à atomes est ainsi donnée par :

$$\Delta E = \hbar \max(\Gamma, \frac{1}{t_{\text{laser}}}) \tag{3.46}$$

Notons que l'élargissement spectral dû à la durée du couplage est d'autant plus faible que le temps de couplage t_{laser} est grand. Cependant, on ne peut augmenter indéfiniment le temps de couplage : celui-ci est limité au final par la déplétion totale du condensat. Toutefois, nous avons vu que l'hypothèse d'un couplage faible, qui correspond en grande partie à notre situation expérimentale, impose la condition $\Gamma t_{\text{laser}} << 1$. En pratique, la largeur spectrale d'un laser à atomes va donc être limitée par la durée de couplage t_{laser}. C'est ce qui a été observé expérimentalement dans le groupe de T. Esslinger en 2001 [63]. Cette observation découle directement de la mesure de la largeur spectrale d'un laser à atomes. Celle-ci a été obtenue en observant l'onde stationnaire créée à la réflexion d'un laser à atomes sur une pente de potentiel très raide (Fig. 3.17) et constitue la seule mesure expérimentale réalisée jusqu'à présent. Pour un temps de couplage de 1.5 ms, il a été mesuré une largeur en énergie de 700^{+400}_{-250} Hz, correspondant à la limite de Fourier. Dans cette limite, la largeur spectrale du laser à atomes est directement donnée par le temps de couplage du laser à atomes : en augmentant le temps de couplage, il devrait être posssible d'atteindre des largeurs spectrales plus faibles. Enfin, notons que la cohérence d'ordre 2 d'un laser à atomes a aussi été mesurée dans le groupe de T. Esslinger en 2005 [64].

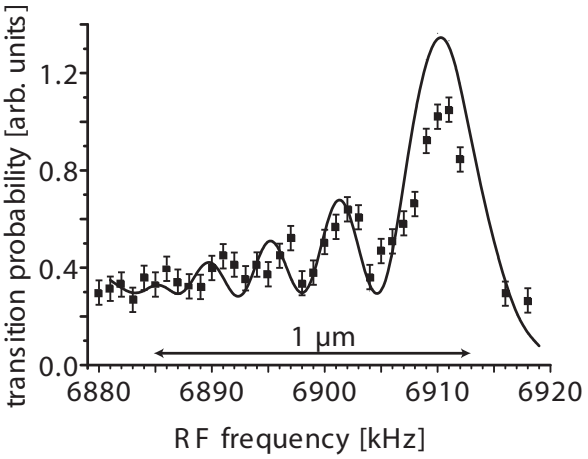


Fig. 3.17: Figure d'interférence obtenue à la réflexion d'un laser à atomes sur une pente de potentiel. De la mesure du contraste est déduite la largeur en énergie du laser à atomes : 700^{+400}_{-250} Hz. Celle-ci est limitée par la durée du couplage, qui vaut ici 1.5 ms. La figure est tirée de [63].

Expérimentalement, nous réalisons des lasers à atomes guidés avec des temps de couplage t_{laser} jusqu'à quelques centaines de millisecondes. Dans le régime de couplage faible, cela correspond à une largeur spectrale de quelques Hertz dans la limite de Fourier. Notre configuration assure ainsi intrinsèquement une largeur spectrale théorique faible pour le laser à atomes guidé, ce qui est particulière-

ment intéressant pour l'observation de phénomènes de transport quantique. Ceci implique cependant de déterminer avec une bonne précision la largeur spectrale du laser à atomes. Dans ce but, nous avons mis en place une méthode originale pour la mesurer. Dans cette partie, nous décrivons tout d'abord la méthode que nous utilisons puis nous présentons la caractérisation spectrale du laser à atomes guidé que nous avons réalisée.

3.5.1 Méthode de mesure de la largeur spectrale

Notre méthode de mesure est fondée sur l'étude de la transmission classique du laser à atomes à travers la barrière épaisse de waist $w_z = 3.8\ \mu$m et d'amplitude variable (Fig. 3.18). Elle est ainsi analogue à la technique de foucaultage utilisée en optique pour mesurer les aberrations d'un système optique, en particulier d'un miroir, en occultant progressivement l'image d'une source lumineuse par le système optique considéré. L'épaisseur de la barrière est suffisamment grande par rapport à la longueur d'onde de de Broglie du laser à atomes ($\lambda_{\mathrm{dB}} \sim 1 - 2\mu$m) pour que seuls les atomes d'énergie supérieure à l'amplitude de la barrière soient transmis. On considère alors la transmission "classique" du laser à atomes à travers la barrière. Nous vérifierons ce point dans la suite.

En pratique pour déterminer le coefficient de transmission du laser à atomes à travers la barrière, nous mesurons le nombre d'atomes transmis à travers la barrière en fonction de l'amplitude U_0 de cette dernière. Le coefficient de transmission T est alors obtenu en normalisant le nombre d'atomes transmis par le nombre d'atomes extraits du condensat de Bose-Einstein en l'absence de barrière. On en déduit alors la courbe de transmission qui donne la variation du coefficient de transmission avec U_0. Cette dernière est directement reliée à l'intégrale de la distribution en énergie $\rho(E)$ du laser à atomes. En particulier, la largeur de la courbe de transmission donne directement la largeur en énergie du laser à atomes.

De manière plus quantitative, le laser à atomes se propage dans un guide unidimensionnel. La taille de la barrière dans la direction y ($w_y = 24\mu$m) étant bien supérieure au diamètre du laser à atomes, celle-ci se comporte comme une barrière unidimensionnelle pour le laser à atomes. Dans le cas d'un faisceau atomique suffisamment dilué pour négliger les interactions inter-atomiques (ce qui correspond à notre situation expérimentale), le coefficient de transmission T s'écrit alors :

$$T(U_0) = \frac{\int_0^\infty T(E, U_0)\rho(E)dE}{\int_0^\infty \rho(E)dE} \tag{3.47}$$

où $T(E, U_0)$ est la transmission d'une onde monochromatique d'énergie E à travers la barrière de potentiel d'amplitude U_0. Dans le cas considéré ici, *ie* transmission classique, $T(E, U_0) = \mathrm{Heaviside}(E - U_0)$. Seuls les atomes d'énergie

supérieure à la barrière sont transmis[13]. Le coefficient de transmission se réécrit alors sous la forme :

$$T(U_0) = \frac{\int_{U_0}^{\infty} \rho(E)dE}{\int_0^{\infty} \rho(E)dE} \tag{3.48}$$

Il est donc possible à partir de la courbe de transmission $T(U_0)$ de caractériser entièrement la distribution en énergie du laser à atomes.

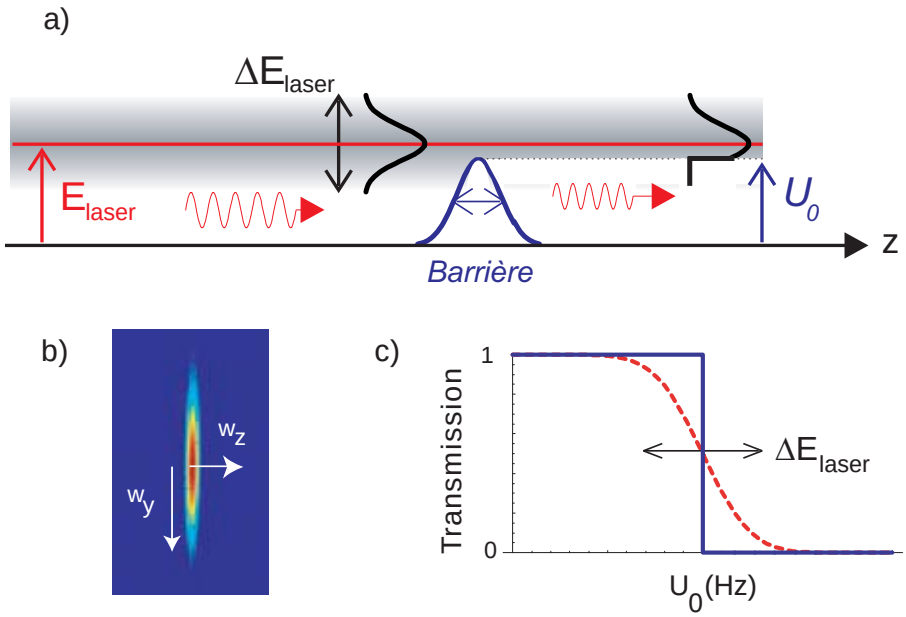


Fig. 3.18: a) Principe de la méthode de caractérisation de la largeur en énergie d'un laser à atomes. b) Image de la barrière de potentiel : celle-ci peut être approximée par une barrière gaussienne de waists $w_z = 3.8$ μm dans la direction de propagation du laser à atomes et $w_y = 24$ μm dans la direction transverse. c) Evolution du coefficient de transmission en fonction de l'amplitude de la barrière U_0 : dans le cas d'un laser à atomes monochromatique (bleu) et dans le cas d'un laser à atomes de largeur en énergie ΔE_{laser} finie (pointillé rouge).

3.5.2 Mesure de la largeur en énergie du laser à atomes guidé

Nous appliquons la méthode que nous venons de décrire au laser à atomes guidé obtenu dans la configuration décomprimée : nous créons, dans le piège hybride de fréquences $\omega_\perp/2\pi = 120$ Hz et $\omega_z/2\pi = 5.4$ Hz, un condensat de 2 10^5

[13]Notons que la forme de la barrière n'intervient pas dans ce cas. Nous le vérifierons dans la suite (§.3.6).

atomes soit de potentiel chimique $\mu_{\mathrm{BEC}} = 840$ Hz. Le laser à atomes est alors obtenu par application du champ radio-fréquence pendant $t_{\mathrm{laser}} = 100$ ms suivi d'un temps de propagation de 300 ms pour que le laser à atomes ait le temps d'être bien séparé du condensat piégé. Pendant le temps de couplage t_{laser}, nous extrayons au total 15% des atomes du condensat, ce qui correspond à un taux de couplage $\Gamma = 1.5$ Hz, soit très inférieur à ω_z et μ_{BEC}. Les conditions du régime de couplage faible sont ainsi respectées et les critères d'adiabaticité proches de l'être[14]. De plus, compte tenu de la durée du couplage et du fait que la condition de couplage faible $\Gamma t_{\mathrm{laser}} < 1$ est vérifiée, l'élargissement spectral théorique du laser à atomes est donné par la limite de Fourier, soit 10 Hz. Néanmoins, compte tenu de notre étude expérimentale du couplage §.3.2.4, on s'attend à ce que la largeur spectrale du laser à atomes soit limitée par les fluctuations magnétiques.

Nous créons en fait deux lasers à atomes symétriques par rapport au condensat, comme présenté figure 3.19. Ces deux lasers à atomes, extraits d'un même condensat, ont les mêmes propriétés, à savoir même énergie et même flux : ils contiennent en particulier le même nombre d'atomes. Nous choisissons de plus la fréquence ν_{rf} du champ rf de manière à ce que le couplage ait lieu loin du centre du condensat. Pour tracer la courbe de transmission d'un laser à atomes à travers la barrière, nous plaçons cette dernière à environ 25 μm d'une des extrémités du condensat piégé, par exemple l'extrémité droite (Fig. 3.19). La position de la barrière et le temps de propagation sont choisis de manière à ce que tous les atomes du laser à atomes aient le temps de dépasser la position de la barrière. En d'autre termes, nous nous assurons que les atomes non transmis par la barrière sont réfléchis par la barrière du fait que leur énergie est inférieure à l'amplitude de la barrière et non parce qu'ils n'ont pas eu le temps d'atteindre la barrière.

Nous mesurons alors le nombre d'atomes transmis par la barrière en fonction de l'amplitude de celle-ci. Pour obtenir le coefficient de transmission, nous normalisons ce nombre d'atomes transmis par le nombre d'atomes extraits dans le laser à atomes symétrique (à gauche du condensat), correspondant au nombre total d'atomes extraits du condensat en l'absence de barrière. Un seul cycle expérimental nous permet donc de déterminer le coefficient de transmission. Cette méthode permet de s'affranchir en partie des fluctuations "shot to shot". La mesure du nombre d'atomes dans le laser à atomes se propageant en l'absence de barrière nous permet aussi de contrôler *a posteriori* que, d'un cycle expérimental à l'autre, l'énergie et le flux du laser à atomes restent constants.

[14]Seule la condition (3.27) dans le cas le plus restrictif, qui s'écrit ici $\Gamma < 0.2$ Hz, n'est pas très bien respectée.

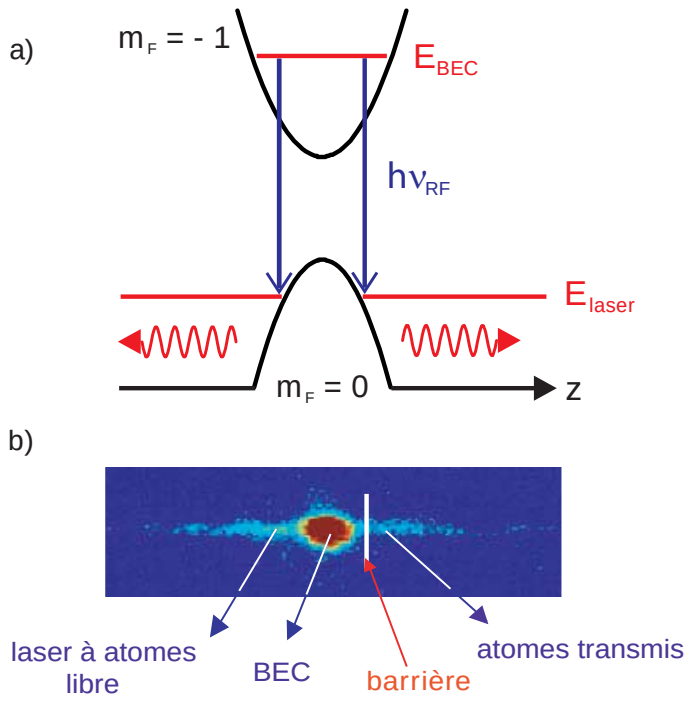


Fig. 3.19: a) Réalisation d'un double laser à atomes : la condition de résonance est vérifiée pour deux positions symétriques par rapport au centre du condensat. b) Nous plaçons la barrière de potentiel à une extrémité du condensat sur la trajectoire d'un des lasers à atomes et mesurons le nombre d'atomes transmis par la barrière. Ce dernier est normalisé par le nombre d'atomes extraits dans le laser à atomes symétrique et qui se propage librement dans la direction opposée.

Nous obtenons alors la courbe de transmission présentée figure 3.20. Cette dernière décroit doucement entre 1 et 0, ce qui montre que le laser à atomes guidé a une largeur en énergie finie. On peut déterminer grossièrement l'énergie moyenne E_{laser} du laser à atomes : celle-ci correspond à un coefficient de transmission de 0.5 et vaut donc environ 700 Hz ici, soit $0.8\,\mu_{\text{BEC}}$. On vérifie ainsi que le couplage rf n'a pas lieu à une position trop proche du centre du condensat. Compte tenu des conclusion de la partie §.3.3.1, nous pouvons considérer ici que le laser à atomes a une distribution en énergie gaussienne, d'énergie moyenne E_{laser} et de largeur σ donnée par la déviation standard. Il est alors possible de calculer analytiquement la forme de la courbe de transmission :

$$T(U_0) = \text{erfc}(\frac{U_0 - E_{\text{laser}}}{\sqrt{2}\sigma}) \;/\; \text{erfc}(\frac{-E_{\text{laser}}}{\sqrt{2}\sigma}) \tag{3.49}$$

où $\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_x^\infty e^{-t^2} dt$ est la fonction erreur complémentaire. Nous utilisons l'équation (3.49) comme fonction d'ajustement pour la

courbe de transmission expérimentale. Nous trouvons alors que E_{laser} vaut 640 $\pm$ 40 Hz et que la largeur en énergie σ vaut 380 $\pm$ 60 Hz, soit supérieure à la valeur théorique de 10 Hz donnée par la limite de Fourier. Cette valeur que nous mesurons ici est en accord avec notre mesure à partir de la courbe de couplage, présentée §.3.2. Elle est aussi compatible avec l'amplitude des fluctuations rapides du champ magnétique (§.3.3). Nous vérifions donc que la largeur spectrale du laser à atomes est loin d'être donnée par la limite de Fourier et ce du fait des fluctuations magnétiques provenant du bruit en courant de l'alimentation qui crée le biais magnétique. Notons tout de même que l'énergie maximale de $\rho(E)$ semble supérieure au potentiel chimique du condensat, ce qui laisse penser que des excitations en partie thermiques ont lieu.

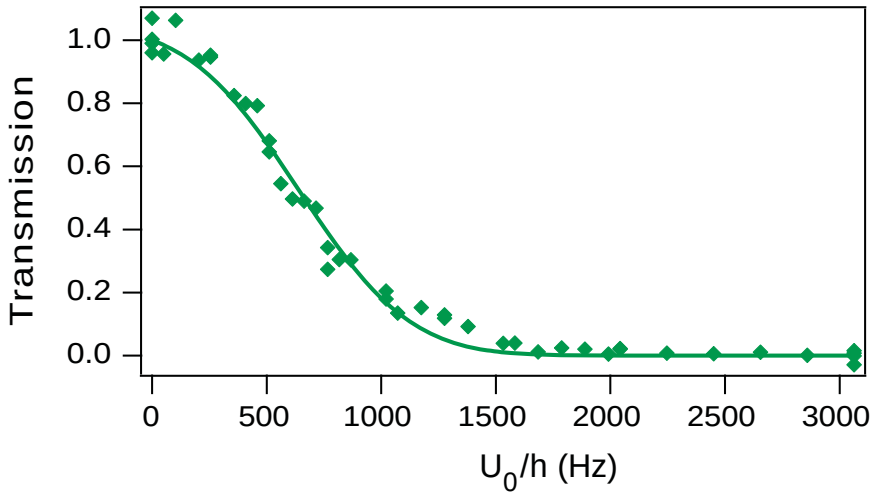


Fig. 3.20: Courbe de transmission du laser à atomes à travers la barrière épaisse de waist 3.8 μm suivant z et d'amplitude U_0 variable. Le laser à atomes se propage avec une longueur d'onde de Broglie constante autour de 1.5 μm, soit plus faible que l'épaisseur de la barrière. L'ajustement des points expérimentaux par l'équation (3.49) (trait plein) donne une énergie moyenne $E_{\text{laser}} = 640 \pm 40$ Hz et une largeur en énergie $\sigma = 380 \pm 60$ Hz pour le laser à atomes.

Notons néanmoins que notre méthode nous permet d'obtenir une mesure de la largeur spectrale du laser à atomes avec une bonne précision. En particulier, cette précision est sensiblement meilleure que la mesure présentée dans [63]. L'intérêt de notre méthode est qu'elle permet de mesurer de manière directe la largeur spectrale du laser à atomes à partir de la mesure du nombre d'atomes transmis à travers la barrière. Cette mesure suppose néanmoins que la déplétion du condensat au cours du couplage ne modifie pas trop les propriétés du

laser à atomes (qui dépendent du couplage), et en particulier son énergie[15]. Ici la déplétion du condensat induit une diminution d'environ 50 Hz du potentiel chimique du condensat, qui se reporte sur l'énergie du laser à atomes. Néanmoins cette variation d'énergie reste faible devant l'énergie moyenne du laser à atomes. D'autre part, l'incertitude sur la mesure de σ provient aussi des fluctuations lentes du biais magnétique d'un cycle expérimental au suivant, qui induisent une modification de l'énergie du laser à atomes.

La bonne précision de notre méthode de mesure est en particulier assurée par la bonne stabilité en amplitude de la barrière au cours de l'expérience. Rappelons que les fluctuations de l'amplitude de la barrière sont inférieures à 1 % après mise en place de l'asservissement en puissance de la diode laser à 405 nm. Si nous pouvons mesurer avec une bonne précision l'amplitude de la barrière et ses caractéristiques géométriques, il reste néanmoins une incertitude sur le positionnement de la barrière par rapport au laser à atomes, de l'ordre de 5 μm, induisant une incertitude de l'ordre de 15 % sur l'amplitude de la barrière. Celle-ci constitue la principale erreur de précision de notre méthode.

Enfin, nous avons aussi déterminé la courbe de transmission du laser à atomes à travers la barrière la plus fine, de waist $w_z = 1.36\mu$m dans la direction de propagation du laser à atomes, soit de l'ordre de la longueur d'onde de de Broglie du laser à atomes. Nous comparons les deux courbes de transmission obtenues figure 3.21. Nous constatons que celles-ci sont superposées[16] : en particulier la courbe de transmission à travers la barrière fine ne présente pas d'élargissement supplémentaire par rapport à la courbe de transmission à travers la barrière épaisse, caractéristique de l'effet tunnel : $\Delta E \approx \sqrt{\Delta E_{\text{laser}}^2 + \Delta E_{\text{tunnel}}^2}$. Nous n'observons donc pas d'effet tunnel, ce qui, comme nous le verrons dans la suite, est bien compris compte tenu de la largeur spectrale élevée du laser à atomes : l'élargissement spectral ΔE_{tunnel} dû à la présence d'effet tunnel est ici trop faible devant la largeur spectrale du laser à atomes. En tout cas, le fait de ne pas voir de différence entre les deux courbes démontre expérimentalement *a posteriori* que la transmission du laser à atomes à travers la barrière épaisse est bien classique : la courbe de transmission correspondante permet donc de mesurer la largeur spectrale du laser à atomes[17].

[15] Nous avons vu que l'effet de la déplétion du condensat sur le taux de couplage était très faible.

[16] L'écart faible observé entre les deux courbes peut s'expliquer par les incertitudes sur le positionnement des barrières par rapport au laser à atomes : la barrière la plus fine est en particulier plus difficile à superposer au laser à atomes, sa longueur de Rayleigh étant bien plus faible que celle de la barrière épaisse.

[17] Ces mesures de transmission sont réalisées avec un laser à atomes avec une densité linéique d'environ 20 at/μm, correspondant à un paramètre $an_{1\text{D}}$ d'environ 0.1. Nous avons repété cette étude avec des lasers à atomes de plus faible densité linéique ($0.03 < an_{1\text{D}} < 0.1$) et nous n'avons observé aucune différence entre les courbes de transmission à travers les deux barrières.

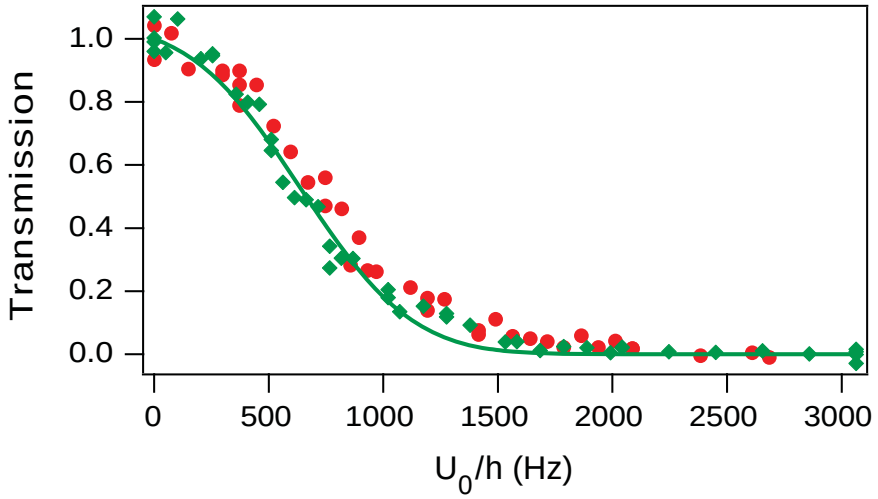


FIG. 3.21: Courbes de transmission du laser à atomes à travers la barrière fine de waist $w_z = 1.36\mu$m (point rouge) et la barrière épaisse de waist $w_z = 3.8\mu$m (losange vert) en fonction de l'amplitude U_0 des barrières. Le fait que les deux courbes se superposent prouve que l'effet tunnel est ici négligeable.

3.6 Vers l'observation de l'effet tunnel à travers une barrière de potentiel

Dans cette partie, nous étudions théoriquement la possibilité d'observer un effet tunnel lors de la propagation du laser à atomes à travers une barrière de potentiel créée optiquement. Nous considérons ici le cas d'un laser à atomes où les interactions intra-laser sont négligeables ($an_{1\mathrm{D}} << 1$) et nous nous nous intéressons à sa transmission à travers trois barrières différentes : d'une part, nous considérons chacune des deux barrières présentées auparavant, de waist 3.8 μm et 1.36 μm dans la direction de propagation du laser à atomes. D'autre part, nous considérons une barrière gaussienne de waist 0.5 μm : celle-ci pourra, à terme, être réalisée expérimentalement sur notre nouveau dispositif expérimental, qui dispose d'un plus grand accès optique.

Dans une première partie, nous considérons le cas d'un laser à atomes idéal monochromatique. Puis nous nous intéressons au cas d'un laser à atomes de largeur spectrale finie, ce qui nous permet de déterminer la largeur spectrale nécessaire pour pouvoir observer expérimentalement un effet tunnel.

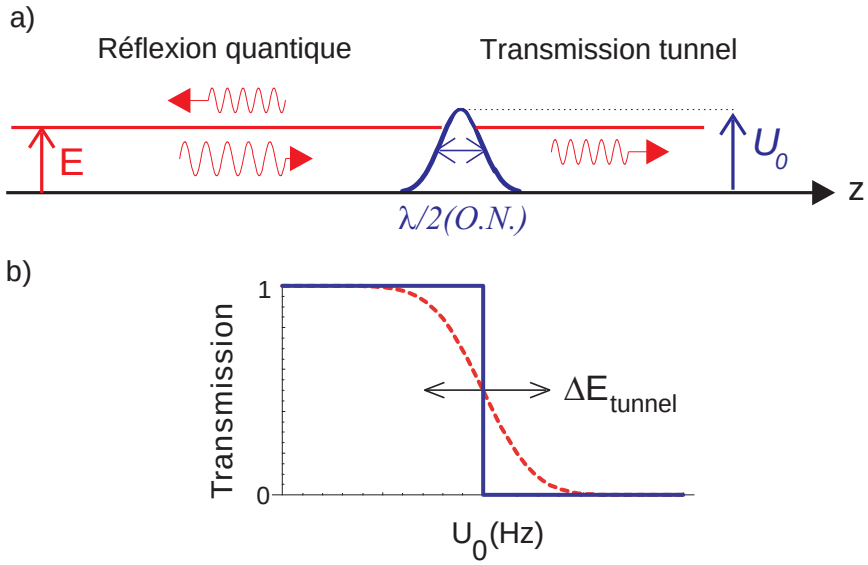


Fig. 3.22: a) Transmission quantique du laser à atomes à travers une barrière de potentiel. b) Courbes de transmission d'un laser à atomes monochromatique d'énergie E en fonction de l'amplitude de la barrière U_0 : dans le cas classique (bleu) et dans le cas quantique (pointillé rouge). L'élargissement en énergie ΔE_{tunnel} de la courbe de transmission est caractéristique de l'effet tunnel.

3.6.1 Cas d'un laser à atomes idéal

Nous cherchons à déterminer le coefficient de transmission du laser à atomes monochromatique, d'énergie E, à travers une barrière de potentiel $V(z)$ donnée, notre étude se limitant au cas unidimensionnel[18]. Comme nous négligeons les interactions intra-laser, cela consiste à résoudre l'équation de Schrödinger indépendante du temps :

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dz^2}\phi(z) + V(z)\phi(z) = E\phi(z) \tag{3.50}$$

Le potentiel $V(z)$ tendant vers 0 à l'infini, on cherche les solutions sous la forme :

$$\phi_{-\infty}(z) = e^{ikz} + re^{-ikz} \quad \text{et} \quad \phi_{+\infty}(z) = te^{ikz} \tag{3.51}$$

avec $k = \sqrt{2mE}/\hbar$. Les coefficients de réflexion R et de transmission T sont alors naturellement définis par : $R = |r|^2$ et $T = |t|^2$ et vérifient $R + T = 1$ par conservation du flux. Ces coefficients dépendent de l'énergie E du laser à atomes incident, nous allons étudier leurs variations en fonction de E (Fig. 3.22). Dans

[18]Nous supposons également ici que le laser à atomes est monomode transverse, ce qui n'est pas le cas expérimentalement [54]. Pour en tenir compte, et en supposant les modes transverses décorrélés, il faudrait sommer les transmissions sur les différents modes.

le cas où E est inférieure à l'amplitude de la barrière U_0, l'onde incidente se scinde en une onde réfléchie et une onde transmise dont l'intensité n'est jamais nulle : c'est l'effet tunnel. Dans le cas $E > U_0$, l'onde a une probabilité non nulle d'être réfléchie par la barrière, on parle alors de réflexion quantique. Ces effets sont d'autant plus marqués que la barrière de potentiel a une amplitude faible et/ou une épaisseur caractéristique faible.

Nous considérons dans la suite la transmission quantique du laser à atomes à travers des barrières de forme gaussienne. Dans ce cas, comme dans la plupart des cas, il n'existe pas de solution analytique connue de l'équation de Schrödinger (3.50) et il n'est ainsi pas possible de calculer analytiquement le coefficient de transmission T. Néanmoins, une résolution numérique est toujours possible. Plus simplement, on peut aussi déterminer le coefficient T en approximant le potentiel V gaussien par des potentiels de forme similaire et dont les solutions sont connues analytiquement. Nous avons approximé ainsi le potentiel V gaussien par une parabole inversée et par une sécante carrée de même courbure autour du sommet (Fig. 3.23a). Nous présentons très rapidement ces deux approximations avant de les comparer.

Approximation parabolique

Pour des énergies $E \sim U_0$, on approxime le potentiel V par une parabole inversée de courbure ω :

$$V_p(z) = U_0 - \frac{1}{2} m\omega^2 z^2 \quad \text{où} \quad \omega = \sqrt{\frac{4U_0}{m w_z^2}} \tag{3.52}$$

Dans ce cas, le coefficient de transmission T a une forme analytique simple [173] :

$$T_{\mathrm{q}}(E, U_0) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{2\pi(E-U_0)}{\hbar\omega}\right)} \tag{3.53}$$

Approximation par une sécante carrée

Le potentiel gaussien V peut aussi être approximé par une sécante carrée :

$$V_s(z) = U_0 \operatorname{sech}^2(z/a) = \frac{U_0}{\cosh^2(z/a)} \quad \text{où} \quad a = \frac{w_z}{\sqrt{2}} \tag{3.54}$$

Dans ce cas, le coefficient de transmission s'écrit sous la forme suivante [182] :

$$T_{\mathrm{q}}(E, U_0) = \left[1 + \frac{\cosh^2\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\beta - 1}\right)}{\sinh^2(\pi k a)}\right]^{-1} \quad \text{où} \quad \beta = \frac{8ma^2U_0}{\hbar^2} \tag{3.55}$$

Notons que dans le cas où $\beta < 1$, $\cosh\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\beta - 1}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{1-\beta}\right)$.

Comparaison

Nous comparons les différents potentiels (gaussien, parabolique, et sécante carrée) figure 3.23a. Nous considérons ici le cas de la barrière de waist $w_z = 1.36\mu$m réalisée expérimentalement. Le potentiel V gaussien est *a priori* mieux approximé par une sécante carrée que par une parabole inversée.

Pour chacun des potentiels (gaussien, parabolique, et sécante carrée), nous déterminons aussi l'évolution du coefficient de transmission en fonction de l'amplitude U_0 du potentiel : nous calculons les coefficients de transmission dans les deux approximations présentées auparavant et les comparons au coefficient de transmission déterminé numériquement en calculant la propagation d'un paquet d'onde à travers le potentiel V gaussien. Nous présentons figure 3.23b. le résultat de cette comparaison dans le cas d'un laser à atomes incident monochromatique d'énergie $E = 650$ Hz (correspondant à l'énergie moyenne du laser à atomes réalisé expérimentalement pour l'étude présentée §.3.5.2).

En premier lieu, on constate que, contrairement à la courbe de transmission classique d'un laser à atomes monochromatique, les trois courbes de transmission décroissent lentement avec l'amplitude de la barrière. La largeur totale de la courbe de transmission ΔE_{tunnel} permet alors de déterminer l'importance des effets quantiques sur la transmission. Dans le cas présenté figure 3.23, ΔE_{tunnel} est de l'ordre de 400 Hz et donc mesurable expérimentalement. D'autre part, on constate que les deux approximations (parabolique et en sécante carrée) donnent des résultats quantitatifs proches de celui calculé numériquement. Comme nous nous y attendions, l'approximation du potentiel par une sécante carrée donne un résultat plus proche de la simulation numérique que l'approximation parabolique. Nous utiliserons donc l'approximation par une sécante carrée dans la suite.

Néanmoins le coefficient de transmission T ayant une forme simple dans l'approximation parabolique, on peut facilement déterminer l'ordre de grandeur de ΔE_{tunnel} qui décrit l'élargissement en énergie de la courbe de transmission associé à l'effet tunnel. Nous définissons de manière plus quantitative ΔE_{tunnel} comme étant l'écart en énergie correspondant à une variation du coefficient de transmission de 95%. Nous utiliserons cette définition[19] de l'élargissement en énergie dans toute la suite, celle-ci permettant de comparer plus directement et de manière plus visuelle les courbes de transmission. L'élargissement en énergie ΔE_{tunnel} peut en particulier être réécrit de manière plus explicite en introduisant la longueur

[19] Cette définition de l'élargissement est néanmoins simplement relié à la déviation standard par : $\sigma_{\text{tunnel}} = \Delta E_{\text{tunnel}}/4$.

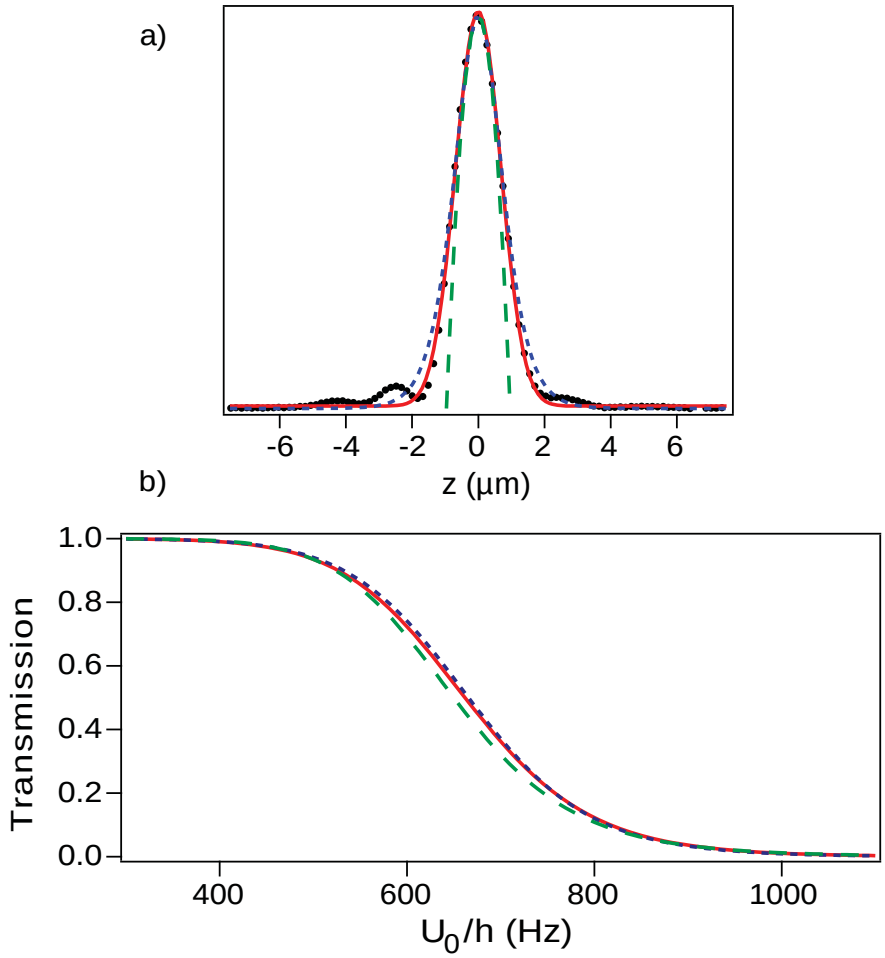


FIG. 3.23: a) Approximation du potentiel optique V obtenu expérimentalement. L'ajustement gaussien (ligne rouge continue) donne le waist de la barrière $w_z = 1.36\mu$m. On approxime V par une parabole inversée (tiret vert) et une sécante carrée (pointillé bleu). b) Coefficient de transmission T (d'un laser à atomes d'énergie $E = 650$ Hz) en fonction de l'amplitude U_0 du potentiel V : le coefficient de transmission est calculé numériquement (ligne rouge continue), dans l'approximation parabolique (tiret vert) et en approximant V par une sécante carrée (pointillé bleu).

d'onde de de Broglie $\lambda_{\mathrm{dB}} = h/\sqrt{2mE}$ du laser à atomes :

$$\frac{\Delta E_{\mathrm{tunnel}}}{E} \approx \frac{\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{\lambda_{\mathrm{dB}}}{w_z} \tag{3.56}$$

On retrouve ainsi que les effets quantiques deviennent prépondérants lorsque la longueur d'onde de l'onde incidente devient de l'ordre ou supérieure à l'épaisseur caractéristique de l'obstacle rencontré $\lambda_{\mathrm{dB}} \sim w_z$.

Nous déterminons, à partir de l'expression (3.56), l'élargissement σ_{tunnel} pour chacune des barrières que nous considérons (Table.3.1) et déterminons les courbes de transmission correspondantes en utilisant l'approximation en sécante carrée (Fig. 3.24).

w_z (μm)	3.8	1.36	0.5
Δ_{tunnel} (Hz)	140	400	1100

Tab. 3.1: Elargissement par effet tunnel des courbes de transmission d'un laser à atomes monochromatique (d'énergie E = 650 Hz) à travers différentes barrières.

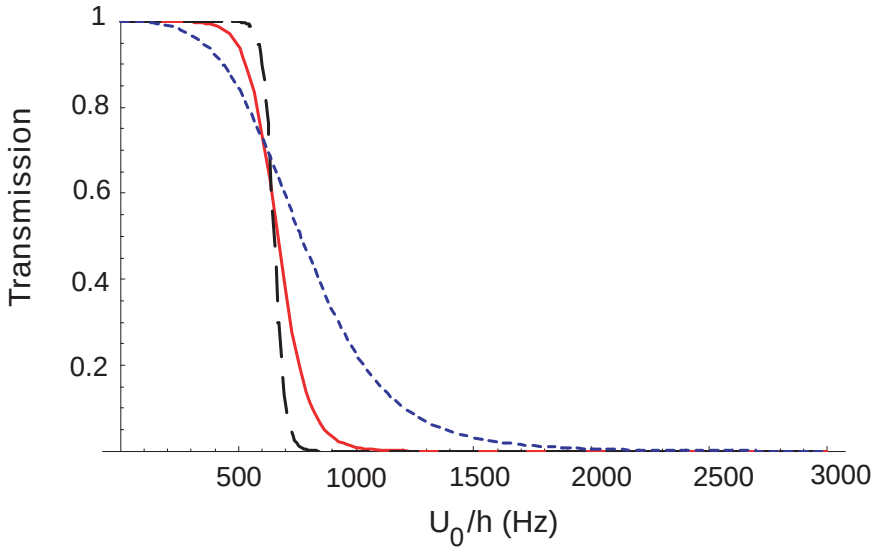


Fig. 3.24: Courbes de transmission d'un laser à atomes monochromatique d'énergie E = 650 Hz à travers les différentes barrières de waist 3.8 μm (tiret noir), 1.36 μm (rouge) et 0.5 μm (pointillé bleu).

Comme nous nous y attendions, l'effet tunnel à travers la barrière la plus épaisse est très faible et en pratique la transmission d'une onde monochromatique à travers cette barrière est faible et sera en pratique essentiellement classique. D'autre part, il devrait être possible de mesurer des effets quantiques lors de la propagation du laser à atomes à travers les deux barrières les plus fines, l'élargissement en énergie associé à l'effet tunnel étant supérieur aux incertitudes de notre méthode expérimentale. Néanmoins, expérimentalement le laser à atomes a une largeur spectrale finie : pour déterminer si il est expérimentalement possible d'observer des effets quantiques, il est nécessaire de comparer Δ_{tunnel} à la largeur spectrale finie du laser à atomes. Ce point fait l'objet de la partie suivante.

3.6.2 Cas d'un laser à atomes de largeur spectrale finie

Nous déterminons dans cette partie la transmission quantique d'un laser à atomes de distribution en énergie $\rho(E)$ centrée autour de l'énergie moyenne du laser à atomes E_0. Nous considérons ici que le laser à atomes a une distribution en énergie $\rho(E)$ gaussienne, cette situation pouvant être obtenue expérimentalement pour un couplage rf loin du centre du condensat (3.3.3). La largeur spectrale du laser à atomes a jusqu'à présent été caractérisée par la déviation standard σ de $\rho(E)$: on la caractérise à partir de maintenant par la largeur totale de la courbe de transmission $\Delta E_{\text{laser}} = 4\sigma$. Le coefficient de transmission du laser à atomes à travers une barrière d'amplitude U_0 est alors donné par la convolution du coefficient de transmission dans le cas idéal par la distribution en énergie du laser à atomes :

$$T(U_0) = \frac{\int_0^\infty T_{\text{q}}(E, U_0) \times \rho(E) dE}{\int_0^\infty \rho(E) dE} \tag{3.57}$$

où $T_{\text{q}}(E, U_0)$ est la transmission quantique d'une onde monochromatique (Eq.3.55).

Revenons sur notre réalisation du laser à atomes, dont nous avons déterminé la largeur spectrale *via* différentes méthodes (§.3.2.4.1, §.3.3.3 et §.3.5.2). Nous avons mesuré une largeur spectrale σ autour de 380 Hz. Nous représentons alors les courbes de transmission de notre réalisation du laser à atomes à travers les differentes barrières de potentiel envisagées (Fig. 3.25).

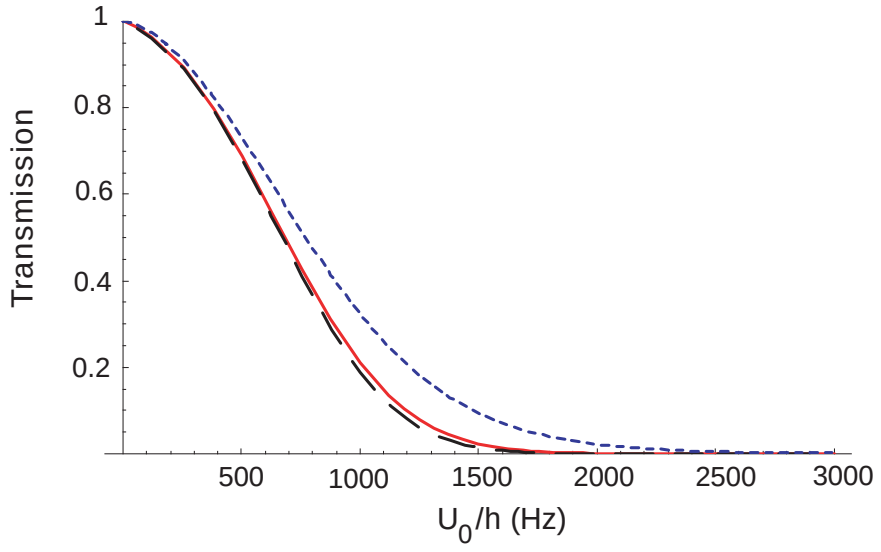


Fig. 3.25: Courbes de transmission d'un laser à atomes d'énergie moyenne $E_0 = 650$ Hz et de largeur spectrale $\sigma = 380$ Hz à travers les différentes barrières : de waist 3.8 μ (tiret noir), 1.36 μm (rouge) et 0.5 μm (pointillé bleu).

On vérifie sur la courbe de transmission à travers la barrière la plus épaisse (tiret noir) que sa largeur totale en énergie est donnée par $\Delta E_{\text{laser}} = 4\sigma = 1520$ Hz. De plus, pour savoir si il sera possible d'observer expérimentalement un effet tunnel au passage du laser à atomes à travers les barrières les plus fines, on va chercher à déterminer l'écart en énergie des courbes de transmission correspondantes par rapport à la courbe de transmission "classique" (à travers la barrière la plus épaisse). Les courbes de transmission à travers les deux barrières réalisées expérimentalement (de waists 3.8 μm et 1.36 μm) sont très proches : l'écart maximal en énergie entre les deux courbes est de l'ordre de 50 Hz environ, soit de l'ordre de notre incertitude expérimentale. Nous vérifions ici que compte tenu des incertitudes expérimentales, il n'est pas possible de mesurer un effet quantique lors de la transmission du laser à atomes à travers la barrière de waist 1.36 μm (Fig.3.21). Néanmoins il devrait être possible d'observer expérimentalement la transmission quantique du laser à atomes à travers la barrière de potentiel de waist 0.5 μm : l'écart de la courbe de transmission correspondante à la courbe de transmission classique (à travers la barrière la plus épaisse) est en effet de 300 Hz environ, ce qui est supérieur à notre incertitude expérimentale.

Enfin, comme nous l'avons démontré précédemment, la largeur spectrale du laser à atomes est due aux fluctuations du biais magnétique. Il devrait ainsi être possible d'affiner spectralement le laser à atomes en réduisant encore ces fluctuations. Dans ce but, nous avons profité du déménagement de notre dispositif expérimental pour mettre en place un blindage magnétique autour de notre expérience. De plus, nous mettons actuellement en place un asservissement en courant de l'alimentation utilisée pour générer les champs dipolaire et anti-dipolaire. Des mesures préliminaires à partir du spectre de bruit de l'alimentation après asservissement et à partir du spectre du couplage rf du laser à atomes laissent à penser que la largeur spectrale σ du laser à atomes a été diminuée jusqu'à une valeur de 50 Hz environ. Nous déterminons dans ce cas les courbes de transmission à travers les différentes barrières (Fig. 3.26) et mesurons la largeur totale ΔE[20] des différentes courbes de transmission (Tab.3.2).

w_z (μm)	3.8	1.36	0.5
ΔE (Hz)	200	400	1050

Tab. 3.2: Largeur en énergie ΔE des courbes de transmission d'un laser à atomes d'énergie $E_0 = 650$ Hz et de largeur spectrale $\sigma = 50$ Hz à travers les différentes barrières. ΔE est mesurée directement à partir des courbes présentées figure 3.26.

[20] ΔE est toujours définie par la largeur en énergie correspondant à une variation de 95 % du coefficient de transmission.

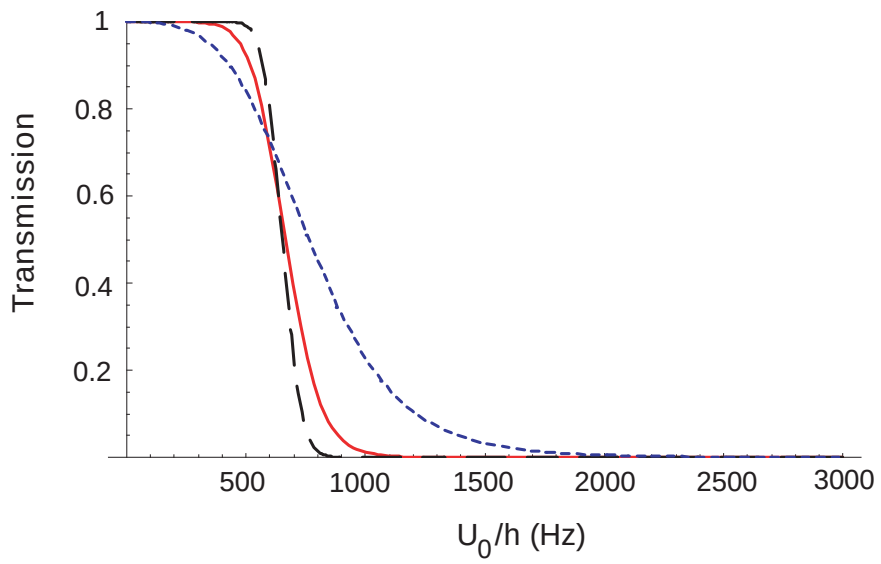


FIG. 3.26: Courbes de transmission d'un laser à atomes d'énergie moyenne $E_0 = 650$ Hz et de largeur spectrale $\sigma = 50$ Hz à travers les différentes barrières : de waist 3.8 μm (tiret noir), 1.36 μm (rouge) et 0.5 μm (pointillé bleu).

La largeur de la courbe de transmission à travers la barrière la plus épaisse est bien évidemment due à la largeur spectrale finie du laser à atomes. Les écarts en énergie des courbes de transmission à travers les barrières d'épaisseur faible par rapport à la courbe classique sont ici bien plus grandes que notre précision expérimentale. Il devrait ainsi être possible d'observer expérimentalement une signature claire de l'effet tunnel au passage du laser à atomes à travers la barrière de waist 1.36 μm qui est déjà implémentée sur notre expérience. A terme, nous devrions être à même de mesurer le fort effet tunnel lors de la propagation du laser à atomes à travers la barrière de waist 0.5 μm. L'observation directe de la transmission quantique du laser à atomes à travers une unique barrière de potentiel serait alors prometteuse pour l'étude de phénomènes de transport quantique à travers d'autres types de structures. Nous envisageons en particulier d'étudier la transmission du laser à atomes à travers du désordre ou à travers une micro-cavité obtenue à partir d'une double barrière de potentiel. Cette dernière configuration représenterait alors l'équivalent atomique d'une cavité Fabry-Pérot. Nous revenons succintement sur cette configuration dans la partie suivante.

3.7 Vers une cavité Fabry-Pérot atomique

Nous envisageons de caractériser expérimentalement la transmission du laser à atomes à travers une cavité Fabry-Pérot atomique [28], dont le principe est

présenté figure 3.27. Cette cavité est formée par deux barrières de potentiel très proches, jouant le rôle des miroirs en optique. Pour un laser à atomes d'énergie E_{laser} inférieure à la hauteur U_0 de la barrière, la transmission à travers la cavité est négligeable sauf lorsque l'énergie incidente est résonante avec celle d'un état lié intracavité. Ces résonances, espacées de $\Delta\omega_c$, sont caractérisées par la finesse $F = \pi/T$ où T est la transmission tunnel à travers une barrière unique.

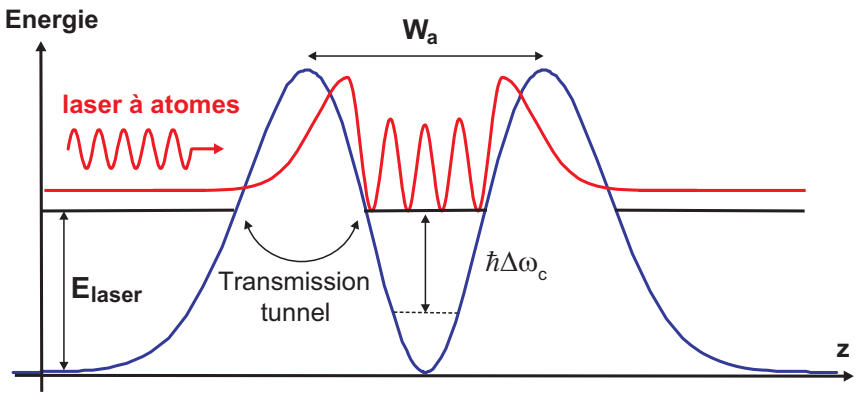


Fig. 3.27: Principe de la cavité Fabry-Pérot atomique : transmission résonante à travers une double barrière de potentiel.

La réalisation de cette cavité Fabry-Pérot atomique implique de créer des barrières de potentiel d'épaisseur minimale et espacées d'une distance W_a la plus faible possible. Ainsi pour réaliser cette double barrière, l'idée est de créer un mode gaussien TEM 01 à partir du faisceau laser à 405 nm qui permet de créer une barrière de potentiel unique. Pour ce faire, nous ajoutons une lame de phase $0 - \pi$ sur le trajet du faisceau laser avant le système de focalisation final (Fig. 3.28) : cette lame de phase présente une marche d'épaisseur, l'épaisseur et l'indice de la lame étant choisis de manière à introduire un déphasage π entre les deux moitiés du faisceau. Le mode TEM 01 ainsi obtenu (Fig. 3.28b) constitue la situation optimale pour réaliser deux barrières de potentiel avec un minimum d'espacement, typiquement de l'ordre du micron et d'autant plus faible que l'ouverture numérique du système optique est grande.

Cette configuration permet d'une part d'espacer les résonances de la cavité et d'autre part d'obtenir des coefficients de transmission tunnel T non négligeable. Pour les ouvertures numériques dont nous disposons et en considérant des barrières d'amplitude de quelques kilohertz, il est possible d'obtenir des résonances espacées par une énergie $\hbar\Delta\omega_c$ de l'ordre du kilohertz, soit supérieure à la largeur spectrale du laser à atomes attendue après stabilisation des champs magnétiques.

Ainsi, il est possible de filtrer spectralement un laser à atomes incident sur la cavité Fabry-Pérot. En réduisant au maximum la largeur spectrale du laser à atomes et/ou en améliorant l'ouverture numérique du système (soit 0.5 à terme sur le nouveau dispositif expérimental), il est aussi envisageable d'utiliser le laser à atomes pour étudier le comportement résonant de la cavité Fabry-Pérot atomique.

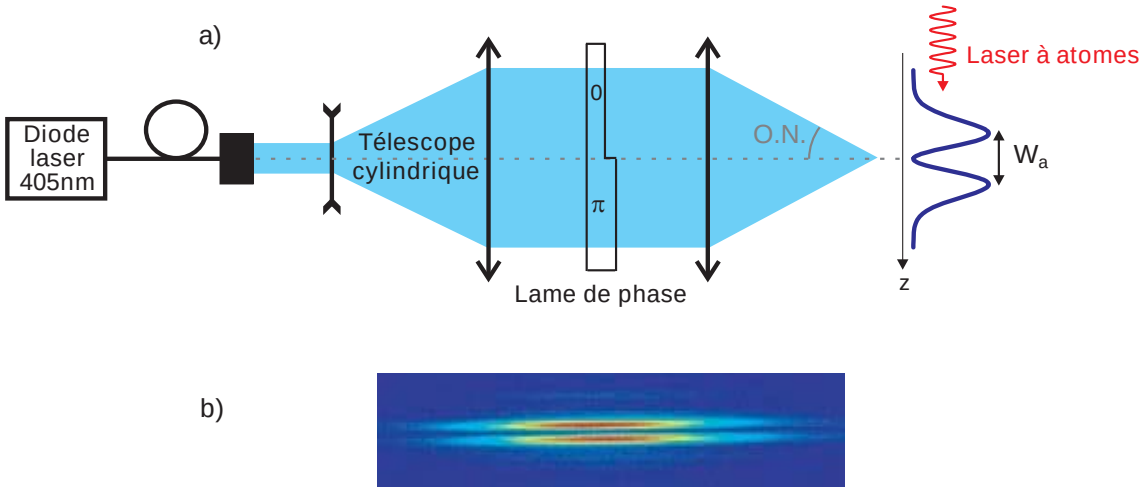


FIG. 3.28: a) Principe de réalisation d'une double barrière de potentiel. b) Image du faisceau dans le plan de focalisation en présence de la lame de phase. Nous considérons ici le cas où le système de focalisation est utilisé à pleine ouverture, correspondant à la barrière de potentiel de waist $w_z = 1.36$ μm en l'absence de lame de phase. En sa présence, nous mesurons un espacement W_a d'environ 3 μm entre les deux maxima d'intensité.

Enfin, du fait des interactions entre atomes et du fort confinement de la cavité, le fonctionnnement de celle-ci peut devenir fortement non linéaire. La cavité Fabry-Pérot atomique se comporte alors de manière analogue à un milieu Kerr en cavité, les interactions induisant un décalage en énergie des résonances proportionnel à la densité atomique à l'intérieur de la cavité. Lorsque ce décalage est de l'ordre de la largeur des résonances, la cavité devient bistable. Un régime de fortes interactions, où quelques atomes seulement suffisent à rendre la cavité bistable, est en particulier envisageable. Dans ce cas les fluctuations de densité du laser à atomes transmis par la cavité sont fortement réduites. Dans le cas ultime, où un seul atome peut être admis dans la cavité, celle-ci transmet les atomes un à un où le temps séparant deux atomes correspond au temps de vie de la cavité. La cavité se comporte alors comme une "écluse à atomes" correspondant à un dégroupement des atomes (*anti-bunching*) parfait.

3.8 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté dans ce chapitre notre réalisation d'un laser à atomes guidé optiquement, obtenu par extraction cohérente d'atomes d'un condensat de Bose-Einstein. Ce laser à atomes présente l'avantage d'être insensible à la gravité, ce qui permet un meilleur contrôle de ses propriétés. En particulier, nous avons montré que notre configuration permettait d'obtenir un faisceau atomique se propageant à longueur d'onde de de Broglie λ_{dB} fixe et de l'ordre du micron. Nous avons déterminé expérimentalement les principales caractéristiques de ce laser à atomes à savoir son énergie, son flux et sa largeur spectrale, celles-ci étant directement contrôlées par le processus de couplage. Nous avons en particulier présenté une méthode pour mesurer précisément, à partir de sa transmission à travers une barrière de potentiel d'épaisseur supérieure à λ_{dB}, la largeur spectrale du laser à atomes. Nous avons alors pu montrer que celle-ci était limitée par des imperfections techniques liée à la stabilité des champs magnétiques. Néanmoins les améliorations (blindage magnétique et asservissement en courant de l'alimentation qui crée le champ dipolaire) actuellement en cours sur notre nouveau dispositif expérimental laissent à penser que nous avons fortement réduit ces imperfections et ainsi affiné spectralement le laser à atomes. Nous avons alors montré que notre dispositif expérimental doit permettre d'observer un effet tunnel important lors de la transmission du laser à atomes à travers une barrière de potentiel d'épaisseur inférieure à λ_{dB}, déjà implémentée sur notre expérience.

Nous poursuivons actuellement sur notre nouveau dispositif expérimental le travail de caractérisation de la largeur en énergie du laser à atomes, commencé à Orsay. Naturellement, une fois le laser à atomes caractérisé, nous chercherons à observer de l'effet tunnel au passage du laser à atomes à travers une barrière de potentiel. Une telle observation serait particulièrement en vue d'observer des phénomènes de transport quantique dans des structures optiques plus complexes, où une bonne résolution en énergie de l'onde de matière incidente est nécessaire. Nous envisageons en particulier d'étudier expérimentalement la transmission du laser à atomes à travers une micro-cavité résonante [28, 30] ce qui permettrait de réaliser l'analogue atomique d'une cavité Fabry-Pérot optique. Cette étude pourrait de plus permettre l'observation d'un blocage atomique [28], analogue au blocage de Coulomb dans le domaine de la matière condensée. Cette étude nécessite néanmoins une grande ouverture numérique (autour de 0.5), ce que nous avons prévu de réaliser à terme en plaçant des lentilles sous vide.

D'autre part, en lien avec les travaux présentés dans le chapitre 2, nous envisageons aussi d'étudier la localisation d'Anderson 1D du laser à atomes guidé en présence de désordre [31,33], là aussi réalisé à partir de speckle. Idéalement le laser à atomes étant mono-énergétique, il pourrait permettre de sonder précisé-

ment les longueurs de localisation $L_{loc}(k)$. Dans cette optique, nous envisageons en particulier de poursuivre la collaboration avec l'équipe théorique du groupe d'Optique Atomique, menée par L. Sanchez-Palencia, en étudiant la propagation du laser à atomes à travers des speckles avec des propriétés de corrélation "exotiques". De plus, le laser à atomes guidé offre la possibilité de contrôler de manière indépendante l'énergie de l'onde de matière et les interactions intra-laser. Il pourrait ainsi permettre d'étudier l'effet des interactions sur la localisation [31, 33], qui reste encore une des grandes questions ouvertes de ce domaine.

Conclusion

Nous avons présenté dans ce mémoire nos travaux sur le transport quantique d'ondes de matière. Nous avons en particulier présenté un résultat particulièrement marquant dans de tels systèmes, à savoir la première observation directe de la localisation d'Anderson d'ondes de matière en présence de désordre. Nous avons de plus présenté des travaux préliminaires sur un nouveau type d'ondes de matière que nous développons : le laser à atomes guidé. Ces travaux ouvrent de nombreuses perspectives sur notre expérience, en particulier liées à la thématique du désordre. Nous envisageons d'étudier la localisation 1D du laser à atomes dans un désordre ainsi que l'effet des interactions intra-laser sur ce phénomène, *via* la possiblité qu'offre le laser à atomes de découpler énergie et interactions. D'autre part, nous sommes actuellement en train de mettre en place un nouveau dispositif en vue d'observer la transition d'Anderson à 3D d'un condensat en expansion dans un champ de speckle. Ces deux expériences de localisation permettrait d'apporter des réponses aux questions, qui, un peu plus de 50 ans après la prédiction initiale d'Anderson, restent toujours ouvertes et concentrent toutes les attentions : respectivement l'effet des interactions et la détermination des exposants critiques à la transition. De manière générale, les travaux présentés dans ce manuscrit ouvrent des perspectives concernant l'étude du transport quantique à travers des microstructures optiques complexes [28, 29, 31, 33, 34], avec en particulier la possibilité de réaliser une cavité Fabry-Pérot atomique et d'étudier des phénomènes tels que le blocage atomique, analogue au blocage de Coulomb [28].

Notre expérience est actuellement en reconstruction et commence à redonner ses premiers résultats. A la lumière des travaux présentés dans ce mémoire, nous avons mis en place un système de transport optique (reposant sur l'utilisation d'une platine de translation très performante) qui nous permet de déplacer un nuage d'atomes ultra-froids de la cellule à vide, dans laquelle il est réalisé, vers une chambre de science avec un plus grand accès optique ($ON = 0.6$). Nous avons déjà pu observer un transfert de 100% d'atomes d'une chambre à vide à l'autre. En vue d'étudier la transition d'Anderson à 3D, nous mettons en place actuellement une lévitation magnétique autour de cette chambre de science et nous réalisons dans le même temps un désordre à partir de l'interférences de deux speckles. Enfin, dans la perpective de réaliser une cavité Fabry-Pérot et d'étudier son comportement non-linéaire, nous avons conçu un système permettant de

placer des lentilles sous vide, afin d'obtenir une micro-cavité optique avec un fort confinement. En conclusion, espérons que ces efforts soient bientôt couronnés de succès...

ANNEXE A

Propagation d'un condensat dans un guide

Cette annexe a pour but de faire le lien exact entre le vecteur d'onde maximal k_{max} caractérisant la distribution en énergie du condensat en expansion dans le guide optique et le potentiel chimique initial μ_{IN} du condensat. En pratique, le condensat est réalisé initialement dans le piège hybride de fréquence transverse $\omega_\perp/2\pi = 70$ Hz et de fréquence longitudinale $\omega_z/2\pi = 5.4$ Hz et nous induisons l'expansion du condensat en relâchant uniquement le confinement longitudinal du piège.

A.1 Lois d'échelle ou équations de scaling

Les équations de scaling, obtenues à partir de l'équation de Gross-Pitaevskii, décrivent l'évolution de la fonction d'onde d'un condensat dans un piège harmonique dépendant du temps [92–94] : la fonction d'onde (du moins la densité) est alors simplement dilatée par un coefficient dépendant du temps $b(t)$ dont l'évolution est donnée par ces équations.

Cas 1D

Dans ce cas, seul le coefficient de dilatation b_z dans la direction longitudinale évolue et les équations de scaling s'écrivent :

$$b_{perp} = 1 \; et \; \frac{d^2 b_z}{dt^2} = \frac{\omega_z^2(t=0)}{b_z^2} \tag{A.1}$$

On montre alors que l'évolution du coefficient de dilatation b_z est donnée par l'équation implicite :

$$\sqrt{b_z(t)(b_z(t)-1)} + \ln\left(\sqrt{b_z(t)} + \sqrt{b_z(t)-1}\right) = \sqrt{2}\omega_z t \tag{A.2}$$

En particulier pour $t >> 1/\omega_z$, $b_z(t) \simeq \sqrt{2}\omega_z t$. Ceci correspond à une vitesse maximale d'expansion du condensat $v_{max} = R_z(0)\dot{b}_z(t)$ où $R_z(0)$ est le rayon initial du condensat. On montre alors que l'énergie cinétique maximale du condensat

en expansion vaut : $E_c^{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = 2\mu_{IN}$.

Cas 3D

Dans ce cas, les équations de scaling s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{d^2b_\perp}{dt^2} + \omega_\perp^2(t)b_\perp = \frac{\omega_\perp^2}{b_\perp^3 b_z} \\ \frac{d^2b_z}{dt^2} + \omega_z^2(t)b_z = \frac{\omega_z^2}{b_\perp^2 b_z^2} \end{cases} \tag{A.3}$$

Expérimentalement, seul le confinement longitudinal est relâché. L'expansion est donc très anisotrope et il est justifié d'effectuer l'approximation de suivi adabatique des variables transverses, comme présenté au chapitre 1 (§.1.1.3)). Les équations de scaling se réduisent alors à :

$$b_{perp}(t) = \frac{1}{(b_z(t))^{1/4}} \; et \; \frac{d^2b_z}{dt^2} = \frac{w_z^2}{b_z^{3/2}} \tag{A.4}$$

On peut alors montrer que le coefficient de dilatation b_z évolue suivant l'équation implicite :

$$\frac{3}{2}\ln\left(b_z^{1/4} + (b_z^{1/2} - 1)^{1/2}\right) + \frac{5}{2}b_z^{1/4}(b_z^{1/2} - 1)^{1/2} + b_z^{1/4}(b_z^{1/2} - 1)^{3/2} = 2\omega_z t \tag{A.5}$$

Pour $t >> 1/\omega_z$, l'expansion du condensat est linéaire avec $b_z(t) \simeq 2\omega_z t$ et l'énergie cinétique maximale du condensat vaut $4\mu_{IN}$.

A.2 Propagation du condensat en l'absence de désordre

Considérons dans cette partie le cas d'un condensat de 1.7 10^4 atomes obtenu dans le piège hybride ($\omega_\perp/2\pi = 70$ Hz, $\omega_z/2\pi = 5.4$ Hz), soit de potentiel chimique $\mu_{IN} = 219$ Hz, supérieur à la fréquence transverse du piège. le condensat est ainsi initialement dans le régime de Thomas-Fermi 3D. Afin de déterminer le type de propagation du condensat dans le guide optique, des simulations numériques ont été réalisées par L. Sanchez-Palencia et B. Hambrecht et comparées à nos mesures expérimentales. Ces simulations résolvent numériquement l'équation de Gross-Pitaevskii dans le régime quasi-1D :

$$i\hbar\frac{\partial\phi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + U_{int}\right]\phi \tag{A.6}$$

où l'énergie d'interaction U_{int} tient compte des interactions et de la dynamique transverse et s'écrit [183] :

$$U_{int} = \hbar\omega_\perp\sqrt{1 + 4an_{1\mathrm{D}}} \tag{A.7}$$

Cette formule correspond à une généralisation de l'énergie d'interaction dans les deux cas limites présentés au chapitre 1, à savoir le régime de Thomas-Fermi ($an_{1D} = a\,|\phi|^2 >> 1$) et le régime de faible interaction ($an_{1D} << 1$).

Ces simulations ont montré que, dans ces conditions expérimentales choisies, la propagation du condensat était 1D à partir d'environ 200 ms d'expansion. Le profil de densité d'un condensat en expansion ainsi que la distribution en k du condensat sont alors décrits par des paraboles inversées[1]. Le condensat étant initialement dans le régime de Thomas-Fermi 3D, sa propagation n'est ni purement 1D ni purement 3D : il se propage en particulier avec une vitesse cinétique maximale supérieure à celle qu'il aurait si il était initialement dans le régime de Thomas-Fermi 1D. Ce supplément d'énergie cinétique correspond à l'énergie transverse du condensat initial, convertie en énergie cinétique pendant la phase initiale de propagation ($t < 200$ ms). Ainsi les équations de scaling, 1D comme 3D, ne permettent pas de décrire l'évolution du condensat dans notre situation expérimentale.

Néanmoins, sachant que la distribution en k du condensat est une parabole inversée, il est possible de déterminer, à partir de k_{max}, l'énergie par particule E_{pp} dans le condensat, dont on déduit le potentiel chimique initial du condensat :

$$E_{pp} = \hbar\omega_\perp + \frac{\hbar^2 k_{max}^2}{10m} \tag{A.8}$$

$$\mu_{IN} = \frac{1}{8}\left(7E_{pp} - 6\hbar\omega_\perp + \sqrt{7}\sqrt{7E_{pp}^2 + 12\hbar\omega_\perp(E_{pp} - \hbar\omega_\perp)}\right) \tag{A.9}$$

On peut alors en déduire le nombre d'atomes N dans le condensat initial et ainsi vérifier nos mesures expérimentales :

$$N = \frac{\sqrt{2}\sigma_z^2}{15a\sigma_\perp}\,\tilde{\mu}^{5/2}\,\sqrt{1-\tilde{\mu}^{-1}}\,\left(4 + \frac{2}{\tilde{\mu}} - \frac{6}{\tilde{\mu}^2}\right) \tag{A.10}$$

où $\tilde{\mu} = \mu_{IN}/\hbar\omega_\perp$ et $\sigma_{\perp,z} = \sqrt{\hbar/m\omega_{\perp,z}}$ est la taille du mode fondamental de l'oscillateur harmonique associée à $\omega_{\perp,z}$.

[1]Pour déterminer la valeur de k_{max}, nous avons donc déterminé le rayon du condensat à différents instants en ajustant les profils de densité obtenus par une parabole inversée.

Bibliographie

[1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, et E. A. Cornell, "Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor", *Science* **269**, 198 (1995).

[2] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, et W. Ketterle, "Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).

[3] M. Lewenstein, A. Sanpera, V. Ahunfinger, B. Damski, A. Sen, et U. Sen, "Ultracold atomic gases in optical lattices : Mimicking condensed matter physics and beyond", *Adv. in Physics* **56**, 243 (2007).

[4] I. Bloch, J. Dalibard, et W. Zwerger, "Many-body physics with ultracold gases", *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885 (2008).

[5] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne, et E. Tiesinga, "Feshbach resonances in ultracold gases", *arXiv* 0812.1496 (2009).

[6] W. Ketterle, D. S. Durfee, et D. M. Stamper-Kurn, dans *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, édité par M. Inguscio, S. Stringari, et C. E. Wieman (IOS Press, 1999), "Making, probing and understanding Bose-Einstein Condensates".

[7] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, et I. Bloch, "Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms", *Nature* **415**, 39 (2002).

[8] B. Paredes, A. Widera, V. Murg, O. Mandel, S. Fölling, I. Cirac, G. V. Shlyapnikov, T. W. Hänsch, et I. Bloch, "Tonks-Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice", *Nature* **429**, 277 (2004).

[9] T. Kinoshita, T. Wenger, et D. S. Weiss, "Observation of a One-Dimensional Tonks-Girardeau Gas", *Science* **305**, 1125 (2004).

[10] Z. Hadzibabic, P. Krüger, M. Cheneau, B. Battelier, et J. Dalibard, "Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas", *Nature* **441**, 1118 (2006).

[11] P. Cladé, C. Ryu, A. Ramanathan, K. Helmerson, et W. Phillips, "Observation of a 2D Bose Gas : From Thermal to Quasicondensate to Superfluid", *Phys. Rev. Lett.* **102**, 170401 (2009).

[12] T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, J. Zhang, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans, et C. Salomon, "Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6", *Phys. Rev. Lett.* **93**, 050401 (2004).

[13] R. Jördens, N. Strohmaier, K. Günter, H. Moritz, et T. Esslinger, "A Mott insulator of fermionic atoms in an optical lattice", *Nature* **455**, 204 (2008).

[14] U. Schneider, L. Hackermuller, S. Will, T. Best, I. B. ans T. A. Costi, R. W. Helmes, D. Rasch, et A. Rosch, "Metallic and insulating phases of repulsively interacting fermions in a 3D optical lattice", *Science* **322**, 1520 (2008).

[15] S. Ospelkaus, C. Ospelkaus, O. Wille, M. Succo, P. Ernst, K. Sengstock, et K. Bongs, "Localization of Bosonic Atoms by Fermionic Impurities in a Three-Dimensional Optical Lattice", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 180403 (2006).

[16] K. Günter, T. Stöferle, H. Moritz, M. Köhl, et T. Esslinger, "Bose-Fermi Mixtures in a Three-Dimensional Optical Lattice", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 180402 (2006).

[17] V. Catani, L. D. Sarlo, G. Barontini, F. Minardi, et M. Inguscio, "Degenerate Bose-Bose mixture in a three-dimensional optical lattice", *Phys. Rev. A* **77**, 011603(R) (2008).

[18] T. Best, S. Will, U. Schneider, L. Hackermüller, D. van Oosten, I. Bloch, et D.-S. Lühmann, "Role of Interactions in ^{87}Rb-^{40}K Bose-Fermi Mixtures in a 3D Optical Lattice", *Phys. Rev. Lett.* **102**, 030408 (2009).

[19] T. A. Pasquini, M. Saba, G.-B. Jo, Y. Shin, W. Ketterle, D. E. Pritchard, T. A. Savas, et N. Mulders, "Low Velocity Quantum Reflection of Bose-Einstein Condensates", *Phys. Rev. Lett.* **97**, 093201 (2006).

[20] C. Raman, M. Köhl, R. Onofrio, D. S. Durfee, C. E. Kuklewicz, Z. Hadzibabic, et W. Ketterle, "Evidence for a critical velocity in a Bose-Einstein condensed gas", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2502 (1999).

[21] R. Onofrio, C. Raman, J. M. Vogels, J. R. Abo-Shaeer, A. P. Chikkatur, et W. Ketterle, "Observation of superfluid flow in a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2228 (2000).

[22] P. Engels et C. Atherton, "Stationary and Nonstationary Fluid Flow of a Bose-Einstein Condensate Through a Penetrable Barrier", *Phys. Rev. Lett.* **99**, 160405 (2007).

[23] I. Carusotto, S. Hu, L. Collins, et A. Smerzi, "Bogoliubov-Cerenkov Radiation in a Bose-Einstein Condensate Flowing again an Obstacle", *Phys. Rev. Lett.* **97**, 260403 (2006).

[24] L. Khaykovich, F. Schreck, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. D. Carr, Y. Castin, et C. Salomon, "Formation of a Matter-Wave Bright Soliton", *Science* **296**, 1290 (2002).

[25] K. E. Strecker, G. B. Partridge, A. G. Truscott, et R. G. Hulet, "Formation of a Matter-Wave Bright Soliton", *Nature* **417**, 150 (2002).

[26] S. Palzer, C. Zipkes, C. Sias, et M. Köhl, "Quantum transport through a Tonks-Girardeau Gas", *Phys. Rev. Lett.* **103**, 150601 (2009).

[27] P. Leboeuf et N. Pavloff, "Bose-Einstein beams : Coherent propagation through a guide", *Phys. Rev. A* **64**, 033602 (2001).

[28] I. Carusotto, "Nonlinear atomic Fabry-Perot interferometer : From the mean-field theory to the atom blockade effect", *Phys. Rev. A* **63**, 023610 (2001).

[29] N. Pavloff, "Breakdown of superfluidity of an atom laser past an obstacle", *Phys. Rev. A* **66**, 013610 (2002).

[30] T. Paul, K. Richter, et P. Schlagheck, "Nonlinear Resonant Transport of Bose-Einstein Condensates", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 020404 (2005).

[31] T. Paul, P. Schlagheck, P. Leboeuf, et N. Pavloff, "Superfluidity versus Anderson Localization in a Dilute Bose Gas", *Phys. Rev. Lett.* **98**, 210602 (2007).

[32] R. Balbinot, A. Fabbri, S. Fagnocchi, A. Recati, et I. Carusotto, "Nonlocal density correlations as a signature of Hawking radiation from acoustic black holes", *Phys. Rev. A* **78**, 021603 (2008).

[33] T. Paul, M. Albert, P. Schlagheck, P. Leboeuf, et N. Pavloff, "Anderson localization of a weakly interacting one-dimensional Bose gas", *Phys. Rev. A* **80**, 033615 (2009).

[34] T. Ernst, T. Paul, et P. Schlagheck, "Transport of ultracold Bose gas beyond the Gross-Pitaevskii description", *arXiv* 0905.4750 (2009).

[35] P. W. Anderson, "Absence of Diffusion in Certain Random Lattices", *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).

[36] A. Lagendijk, B. A. van Tiggelen, et D. S. Wiersma, "50 years of Anderson localization", *Physics Today* **62**, 24 (2009).

[37] H. Hu, A. Strybulevych, J. H. Page, S. E. Skipetrov, et B. A. van Tiggelen, "Localization of ultrasound in a three dimensional elastic network", *Nature Physics* **4**, 945 (2008).

[38] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman, et M. Segev, "Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices", *Nature* **446**, 52 (2007).

[39] B. Damski, J. Zakrzewski, L. Santos, P. Zoller, et M. Lewenstein, "Atomic Bose and Anderson Glasses in Optical Lattices", *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080403 (2003).

[40] F. L. Moore, C. B. J. C. Robinson, P. E. Williams, et M. G. Raizen, "Observation of Dynamical Localization in Atomic Momentum Transfer : A New Testing Ground for Quantum Chaos", *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2974 (1994).

[41] J. Chabé, G. Lemarié, B. Grémaud, D. Delande, P. Szriftgiser, et J.-C. Garreau, "Experimental Observation of the Anderson Metal-Insulator Transition with Atomic Matter Waves", *Phys. Rev. Lett.* **101**, 255702 (2008).

[42] T. Schulte, S. Drenkelforth, J. Kruse, W. Ertmer, j. Arlt, K. Sacha, J. Zakrzewski, et M. Lewenstein, "Route towards Anderson-like localisation of Bose-Einstein condensate in disordered optical lattices", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170411 (2005).

[43] C. Fort, l. Fallani, V. Guarrera, J. Lye, m. Modugno, D. Wiersma, et M. Inguscio, "Effect of optical disorder and single defects on the expansion of a Bose-Einstein condensate in a one-dimensional waveguide", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170410 (2005).

[44] D. Clément, A. Varón, M. Hugbart, J. Retter, P. Bouyer, L. Sanchez-Palencia, D. Gangardt, G. V. Shlyapnikov, et A. Aspect, "Suppression of Transport of an Interacting Elongated Bose-Einstein Condensate in a Random Potential", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170409 (2005).

[45] R. C. Kuhn, C. Miniatura, D. Delande, O. Sigwarth, et C. A. Müller, "Localization of Matter Waves in Two-Dimensional Disordered Optical Potentials", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 250403 (2005).

[46] L. Sanchez-Palencia, D. Clément, P. Lugan, P. Bouyer, G. Shlyapnikov, et A. Aspect, "Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **98**, 210401 (2007).

[47] B. Shapiro, "Expansion of a Bose-Einstein Condensate in the Presence of Disorder", *Phys. Rev. Lett.* **99**, 060602 (2007).

[48] R. C. Kuhn, O. Sigwarth, C. Miniatura, D. Delande, et C. Müller, "Coherent matter wave transport in speckle potentials", *New J. Phys.* **9**, 101 (2007).

[49] L. Fallani, C. Fort, et M. Inguscio, "Bose-Einstein condensates in disordered potentials", *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **56**, 119 , (Academic Press, 2008).

[50] L. Sanchez-Palencia, D. Clément, P. Lugan, P. Bouyer, et A. Aspect, "Disorder-induced trapping versus Anderson localization in Bose-

Einstein condensates expanding in disordered potentials", *New J. Phys.* **10**, 045019 (2008).

[51] S. Skipetrov, A. Minguzzi, B. A. van Tiggelen, et B. Shapiro, "Anderson localization of a Bose-Einstein condensate in a 3D random potential", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 165301 (2008).

[52] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, et A. Aspect, "Direct Observation of Anderson localization of matter-waves in a controlled disorder", *Nature* **453**, 891 (2008).

[53] G. Roati, C. D'Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno, et M. Inguscio, "Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein Condensate", *Nature* **453**, 895 (2008).

[54] W. Guerin, J.-F. Riou, J. P. Gaebler, V. Josse, P. Bouyer, et A. Aspect, "Guided Quasicontinuous Atom Laser", *Phys. Rev. Lett.* **97**, 200402 (2006).

[55] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, et W. Ketterle, "Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).

[56] B. P. Anderson et M. A. Kasevich, "Macroscopic quantum interference from atomic tunnel arrays", *Science* **282**, 1686 (1998).

[57] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S. L. Rolston, et W. D. Phillips, "A well-collimated quasi-continuous atom laser", *Science* **283**, 1706 (1999).

[58] I. Bloch, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Atom laser with a cw output coupler", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).

[59] G. Cennini, G. Ritt, C. Geckeler, et M. Weitz, "All-Optical Realization of an Atom Laser", *Phys. Rev. Lett.* **91**, 240408 (2003).

[60] D. Döring, J. E. Debs, N. P. Robins, C. Figl, P. Altin, et J. D. Close, "Ramsey interferometry with an atom laser", *Optics Express* **17**, 20661 (2009).

[61] N. P. Robins, C. Figl, S. A. Haine, A. K. Morrison, M. Jeppesen, J. J. Hope, et J. D. Close, "Achieving Peak Brightness in an Atom Laser", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 140403 (2006).

[62] J. Debs, D. Döring, P. Altin, C. Figl, J. Dugué, M. Jeppesen, J. Schultz, N. Robins, et J. Close, "Experimental comparison of Raman and RF outcouplers for high flux atom lasers", *arXiv* 0908.4147 (2009).

[63] M. Köhl, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Measuring the temporal coherence of an atom laser beam", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160404 (2001).

[64] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, et T. Esslinger, "Correlations and counting statistics of an atom laser", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 090404 (2005).

[65] Y. Le Coq, J. H. Thywissen, S. A. Rangawala, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy, P. Bouyer, et A. Aspect, "Atom laser divergence", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170403 (2001).

[66] T. Busch, M. Köhl, T. Esslinger, et K. Mölmer, "Transverse mode of an atom laser", *Phys. Rev. A* **65**, 043615 (2002), et *Phys. Rev.* A **65**, 069902(E) (2002).

[67] M. Köhl, T. Busch, K. Molmer, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Observing the profile of an atom laser beam", *Phys. Rev. A* **72**, 063618 (2005).

[68] J.-F. Riou, W. Guerin, Y. Le Coq, M. Fauquembergue, V. Josse, P. Bouyer, et A. Aspect, "Beam Quality of a Nonideal Atom Laser", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 070404 (2006).

[69] R. Dall, L. Byron, A. Truscott, G. Dennis, M. Johnsson, M. Jeppesen, et J. Hope, "Observation of transverse interference fringes on an atom laser beam", *Opt. Express* **15**, 17673 (2007).

[70] M. Jeppesen, J. Dugué, G. R. Dennis, M. T. Johnsson, C. Figl, N. P. Robins, et J. D. Close, "Approaching the Heisenberg limit in an atom laser", *Phys. Rev. A* **77**, 063618 (2008).

[71] J.-F. Riou, Y. Le Coq, F. Impens, W. Guerin, C. J. Bordé, A. Aspect, et P. Bouyer, "Theoretical tools for atom-laser-beam propagation", *Phys. Rev. A* **77**, 033630 (2008).

[72] D. Döring, N. P. Robins, C. Figl, et J. D. Close, "Probing a Bose-Einstein condensate with an atom laser", *Optics Express* **16**, 13893 (2008).

[73] A. Couvert, M. Jeppesen, T. Kawalec, G. Reinaudi, R. Mathevet, et D. Guery-Odelin, "A quasi-monomode guided atom-laser from an all-optical Bose-Einstein condensate", *Europhys. Lett.* **83**, 50001 (2008).

[74] M. Fauquembergue, *Réalisation d'un dispositif de condensation et de transport d'un échantillon cohérent d'atomes*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2004.

[75] J.-F. Riou, *Étude des propriétés de propagation d'un laser à atomes*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris Sud, 2006.

[76] W. Guerin, *Source atomique cohérente dans des pièges optique et magnétique : réalisation d'un laser à atomes guidé*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2007.

[77] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, et S. Stringari, "Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases", *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).

[78] B. Diu, C.Guthmann, D. Lederer, et B. Roulet, *Physique statistique* (Hermann, Editeur des sciences et des arts, 1989).

[79] C. Cohen-Tannoudji, Condensation de Bose-Einstein ; gaz sans interactions, Cours au Collège de France, 1997-1998, disponible sur http ://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france.

[80] A. Jackson, G. Kavoulakis, et C. Pethick, "Solitary waves in clouds of Bose-Einstein condensed atoms", *Phys. Rev. A* **58**, 2417 (1998).

[81] T. Lahaye, P. Cren, C. Roos, et D. Guery-Odelin, "Propagation of guided cold atoms", *Commun. Nonlin. Sci. Num. Simul.* **8**, 315 (2003).

[82] W. D. Phillips et H. Metcalf, "Laser deceleration of an atomic beam", *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596 (1982).

[83] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, et D. Pritchard, "Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).

[84] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, et D. E. Pritchard, "High Densities of Cold Atoms in a *Dark* Spontaneous-Force Optical Trap", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).

[85] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. Phillips, P. L. Gould, et H. J. Metcalf, "Observation of atoms laser-cooled below the Doppler limit", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 169 (1988).

[86] A. L. Migdall, J. V. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergeman, et H. J. Metcalf, "First observation of magnetically trapped neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985).

[87] B. Desruelle, V. Boyer, P. Bouyer, G. Birkl, M. Lécrivain, F. Alves, C. Westbrook, et A. Aspect, "Trapping cold neutral atoms with an iron-core electromagnet", *Euro. Phys. J. D* **1**, 255 (1998).

[88] M. Fauquembergue, J.-F. Riou, W. Guerin, S. Rangwala, F. Moron, A. Villing, Y. Le Coq, P. Bouyer, A. Aspect, et M. Lécrivain, "Partially ferromagnetic electromagnet for trapping and cooling neutral atoms to quantum degeneracy", *Rev. Sci. Instrum.* **76**, 103104 (2005).

[89] N. Masuhara, J. M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner, T. J. Greytak, H. F. Hess, et G. P. Kochanski, "Evaporative cooling of spin-polarized atomic hydrogen", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 935 (1988).

[90] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. A. Joffe, M. R. Andrews, et W. Ketterle, "Evaporative cooling of sodium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).

[91] C. Cohen-Tannoudji, Mouvement Brownien, réponses linéaires, équations de Mori et fonctions de corrélations, Cours au Collège de France, 1977-1978, disponible sur http ://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france.

[92] Y. Castin et R. Dum, "Bose-Einstein condensates in time-dependent traps", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).

[93] Y. Kagan, E. L. Surkov, et G. V. Shlyapnikov, "Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential", *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).

[94] Y. Kagan, E. L. Surkov, et G. V. Shlyapnikov, "Evolution of a Bose gas in anisotropic time-dependent traps", *Phys. Rev. A* **55**, R18 (1997).

[95] C. Cohen-Tannoudji, Forces exercées par des photons sur des atomes, Cours au Collège de France, 1982-1983, disponible sur http ://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france.

[96] R. Grimm, M. Weidemüller, et Y. Ovchinnikov, "Optical dipole traps for neutral atoms", *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95 (2000).

[97] D. A. Steck, Rubidium 87 D Line data, disponible sur le site internet http ://steck.us/alkalidata.

[98] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, et F. Laloë, *Mécanique Quantique, tome II*, 2me éd. (Hermann, Editeur des sciences et des arts, 1973).

[99] M. S. Safronova, C. J. Williams, et C. W. Clark, "Relativistic many-body calculations of electric-dipole matrix elements, lifetimes, and polarizabilities in rubidium", *Phys. Rev. A* **69**, 022509 (2004).

[100] P. W. H. Pinkse, *Evaporatively cooled atomic hydrogen investigated by one- and two- photon optical methods*, Thèse de doctorat, Universiteit van Amsterdam, 1997.

[101] D. M. Stamper-Kurn, M. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H. J. Miesner, J. Stenger, et W. Ketterle, "Optical confinement of a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2027 (1998).

[102] S. John, "Electromagnetic Absorption in a Disordered Medium near a Photon Mobility Edge", *Phys. Rev. Lett.* **53**, 2169 (1984).

[103] P. A. Lee et T. V. Ramakrishnan, "Disordered electronic systems", *Rev. Mod. Phys.* **57**, 287 (1985).

[104] B. Kramer et A. MacKinnon, "Localization : theory and experiment", *Rep. Prog. Phys.* **56**, 1469 (1993).

[105] B. van Tiggelen, dans *Wave Diffusion in Complex Media*, édité par J. P. Fouque (NATO Science (Kluwer, Dordrecht), 1998), lectures notes at Les Houches.

[106] D. Vollhardt et P. Wölfle, "Scaling equations from a self-consistent theory of anderson localization", *Phys. Rev. Lett.* **48**, 699 (1982).

[107] E. Akkermans et G. Montambaux, *Physique Mésoscopique des Electrons et des Photons* (EDP Sciences Ed., Paris, 2004).

[108] D. Y. Sharvin et Y. V. Sharvin, "Magnetic-flux quantization in a cylindrical film of a normal metal", *JETP Lett.* **34**, 272 (1981).

[109] Y. Kuga et A. Ishimau, *J. Opt. Soc. Am. A* **8**, 831 (1984).

[110] P. E. Wolf et G. Maret, "Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media", *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2696 (1985).

[111] D. S. Wiersma, M. P. van Albada, B. A. van Tiggelen, et A. Lagendijk, "Experimental Evidence for Recurrent Multiple Scattering Events of Light in Disordered Media", *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4193 (1995).

[112] G. Labeyrie, F. de Tomasi, J.-C. Bernard, C. A. Müller, C. Miniatura, et R. Kaiser, "Coherent Backscattering of Light by Atoms", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5266 (1999).

[113] A. Tourin, A. Derode, P. Roux, B. A. van Tiggelen, et M. Fink, "Time-dependant coherent backscattering of acoustic waves", *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3637 (1997).

[114] G. Bergman, *Phys. Rep.* **1**, 107 (1984).

[115] E. Larose, L. Margerin, B. A. van Tiggelen, et M. Campillo, "Weak Localization of Seismic Waves", *Phys. Rev. Lett.* **93**, 048501 (2004).

[116] A. F. Ioffe et A. R. Regel, *Prog. Semicond.* **237**, 4 (1960).

[117] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, et T. V. Ramakrishnan, "Scaling Theory of Localization : Absence of Quantum Diffusion in Two Dimensions", *Phys. Rev. Lett.* **42**, 673 (1979).

[118] A. M. Garcia-Garcia, "Semiclassical Theory of the Anderson Transition", *Phys. Rev. Lett.* **100**, (2008).

[119] T. F. Rosenbaum, R. F. Milligan, M. A. Paalanen, G. A. Thomas, G. A. Bhatt, et W. Lin, "Metal-insulator transition in a doped semiconductor", *Phys. Rev. B* **27**, 7509 (1983).

[120] S. Katsumoto, F. Komori, N. Sano, et S. Kobayashi, "Fine Tuning of Metal-Insulator Transition in $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ using Persistent Photoconductivity", *Journal of the Physical Society of Japan* **56**, 2259 (1987).

[121] A. MacKinnon et B. Kramer, "One-parameter scaling of localization length and conductance in disordered systems", *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1546 (1981).

[122] S. John et R. Rangarajan, "Optimal structures for classical wave localization : an alternative to the ioffe-regel criterion", *Phys. Rev. B* **38**, 10101 (1988).

[123] M. R. Hauser, R. L. Weaver, et J. P. Wolfe, "Internal diffraction of ultrasound in crystals : Phonon focusing at long wavelengths", *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2604 (1992).

[124] D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk, et R. Righini, "Localization of light in a disordered medium", *Nature* **390**, 671 (1997).

[125] A. A. Chabanov, M. Stoytchev, et A. Z. Genack, "Statistical signatures of photon localization", *Nature* **404**, 850 (2000).

[126] A. Chabanov, Z. Q. Zhang, et A. Z. Genack, "Breakdown of Diffusion in Dynamics of Extended Waves in Mesoscopic Media", *Phys. Rev. Lett.* **90**, 203903 (2003).

[127] M. Störzer, P. Gross, C. M. Aegerter, et G. Maret, "Observation of the Critical Regime Near Anderson Localization of Light", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 063904 (2006).

[128] C. M. Aegerter, M. Storzer, et G. Maret, "Experimental determination of critical exponants in Anderson localisation of light", *Europhys. Lett.* **75**, 562 (2006).

[129] Y. Lahini, A. Avidan, F. Pozzi, M. Sorel, R. Morandotti, D. N. Christodoulides, et Y. Silberberg, "Anderson Localization and Nonlinearity in One-Dimensional Disordered Photonic Lattices", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 013906 (2008).

[130] D. Laurent, O. Legrand, P. Sebbah, C. Vanneste, et F. Mortessagne, "Localized Modes in a Finite-Size Open Disordered Microwave Cavity", *Phys. Rev. Lett.* **99**, (2007).

[131] J. Estève, C. Aussibal, T. Schumm, C. Figl, D. Mailly, I. Bouchoule, C. I. Westbrook, et A. Aspect, "Role of wire imperfections in micromagnetic traps for atoms", *Phys. Rev. A* **70**, 043629 (2004).

[132] P. W. Courteille, B. Deh, J. Fortágh, A. Günther, S. Kraft, C. Marzok, S. Slama, et C. Zimmermann, "Highly versatile atomic micro traps generated by multifrequency magnetic field modulation", *J. Phys. B-Atomic Molecular and optical physics* **39**, 5 (2006).

[133] U. Gavish et Y. Castin, "Matter-Wave Localization in Disordered Cold Atom Lattices", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 020401 (2005).

[134] P. Horak, J.-Y. Courtois, et G. Grynberg, "Atom cooling and trapping by disorder", *Phys. Rev. A* **58**, 3953 (1998).

[135] L. Fallani, J. Lye, V. Guarrera, C. Fort, et M. Inguscio, "Ultracold Atoms in a Disordered Crystal of Light : Towards a Bose Glass", *Phys. Rev. Lett.* **98**, 130404 (2007).

[136] J. E. Lye, L. Fallani, M. Modugno, D. Wiersma, C. Fort, et M. Inguscio, "Bose-Einstein Condensate in a Random Potential", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 070401 (2005).

[137] S. Aubry et G. André, "Analycity breaking and Anderson localization in incommensurates lattices", *Ann. Israel. Phys. Soc.* **3**, 133 (1980).

[138] G. Casati, I. Guarneri, et D. L. Shepelyansky, "Anderson Transition in a One-Dimensional System with Three Incommensurate Frequencies", *Phys. Rev. Lett.* **62**, 345 (1989).

[139] N. F. Mott, *Metal-Insulator Transitions* (Taylor and Francis, London, 1990).

[140] L. Sanchez-Palencia et M. Lewenstein, "Disordered quantum gases under control", *arXiv* 0911.0629 (2009).

[141] A. S. Pikovsky et D. L. Shepelyansksy, "Destruction of Anderson localization by a weak nonlinearity", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 094101 (2008).

[142] S. Palpacelli et S. Succi, "Quantum lattice Boltzmann simulation of expanding Bose-Einstein condensates in random potentials", *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)* **77**, 066708 (2008).

[143] G. Kopidakis, S. Komineas, S. Flach, et S. Aubry, "Absence of Wave Packet Diffusion in Disordered Nonlinear Systems", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 084103 (2008).

[144] N. Bilas et N. Pavloff, "Anderson localization of elementary excitations in a one dimensional Bose-Einstein condensate", *European Physical Journal D* **40**, 387 (2006).

[145] P. Lugan, D. Clément, P. Bouyer, A. Aspect, et L. Sanchez-Palencia, "Localization of Bogolyubov Quasiparticles in Interacting Bose-Einstein Condensates Subjected to Correlated Random Potentials", *Phys. Rev. Lett.* (2007).

[146] V. Gurarie, G. Refael, et J. T. Chalker, "Excitations of the one-dimensionnal Bose-Einstein condensates in a random potential.", *Phys. Rev. Lett.* **101**, 170407 (2008).

[147] B. Deissler, M. Zaccanti, G. Roati, C. D'Errico, M. Fattori, M. Modugno, G. Modugno, et M. Inguscio, "Delocalization of a disordered bosonic system by repulsive interactions", *arXiv* (2009), 0910.5062.

[148] T. Giamarchi et H. J. Schulz, "Anderson localization and interactions in one-dimensional metals", *Phys. Rev. B* **37**, 325 (1988).

[149] M. P. A. Fisher, P. B. Weichman, G. Grinstein, et D. S. Fisher, "Boson localization and the superfluid-insulator transition", *Phys. Rev. B* **40**, 546 (1989).

[150] P. Lugan, D. Clément, P. Bouyer, A. Aspect, M. Lewenstein, et L. Sanchez-Palencia, "Ultracold Bose Gases in 1D Disorder : From Lifshits Glass to Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **98**, 170403 (2007).

[151] G. Roux, T. Barthel, I. P. McCulloch, C. Kollath, U. Schollwöck, et T. Giamarchi, "Quasiperiodic Bose-Hubbard model and localization in one-dimensional cold atomic gases", *Phys. Rev. A* **78**, 023628 (2008).

[152] I. L. Aleiner, B. L. Altshuler, et G. V. Shlyapnikov, "Finite temperature phase transition for disordered weakly interacting bosons in one dimension", *arXiv* 0910.4534 (2009).

[153] Y. P. Chen, J. Hitchcock, D. Dries, M. Junker, C. Welford, et R. G. Hulet, "Phase coherence and superfluid-insulator transition in a disordered Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. A* **77**, 033632 (2008).

[154] T. Schulte, S. Drenkelforth, G. K. Büning, W. Ertmer, J. Arlt, M. Lewenstein, et L. Santos, "Dynamics of Bloch oscillations in disordered lattice potentials", *Phys. Rev. A* **77**, (2008).

[155] M. White, M. Pasienski, D. McKay, S. Q. Zhou, D. Ceperley, et B. DeMarco, "Strongly Interacting Bosons in a Disordered Optical Lattice", *Phys. Rev. Lett.* **102**, 055301 (2009).

[156] I. M. Lifshits, S. A. Gredeskul, et L. A. Pastur, *Introduction to the theory of disordered systems* (Wiley-Interscience Publication, 1988).

[157] E. Gurevich et O. Kenneth, "Lyapunov exponent for the laser speckle potential : A weak disorder expansion", *Phys. Rev. A* **79**, 063617 (2009).

[158] P. Lugan, A. Aspect, L. Sanchez-Palencia, D. Delande, B. Grémaud, C. A. Müller, et C. Miniatura, "One-dimensional Anderson localization in certain correlated random potentials", *Phys. Rev. A* **80**, 023605 (2009).

[159] J. W. Goodman, *Speckle Phenomena in Optics : Theory and Applications* (Roberts and Compagny Publishers, 2007).

[160] D. Clément, A. F. Varon, J. A. Retter, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, et P. Bouyer, "Experimental study of the transport of coherent interacting matter-waves in a 1D random potential induced by laser speckle", *New J. Phys.* **8**, 165 (2006).

[161] T. Bergeman, G. Erez, et H. Metcalf, "Magnetostatic trapping fields for neutral atoms", *Phys. Rev. A* **35**, 1535 (1987).

[162] C. Cohen-Tannoudji, Atomes ultrafroids : Piègeage non dissipatif et refroidissement évaporatif, Cours au Collège de France, 1996-1997, disponible sur http ://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france.

[163] L. Sanchez-Palencia, "Smoothing effect and delocalization of interacting Bose-Einstein condensates in random potentials", *Phys. Rev. A* **74**, 053625 (2006).

[164] F. Jendrzejewski, *Etudes sur la réalisation d'un désordre 3D pour l'observation de la transition d'Anderson*, Rapport de stage de M2, Université Paris Sud XI, 2009.

[165] I. Carusotto, S. Fagnocchi, A. Recati, R. Balbinot, et A. Fabbri, "Numerical observation of Hawking radiation from acoustic black holes in atomic Bose-Einstein condensates", *New J. Phys.* **10**, 103001 (2008).

[166] F. Gerbier, P. Bouyer, et A. Aspect, "Quasicontinuous atom laser in the presence of gravity", *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4729 (2001), et *Phys. Rev. Lett.* **93**, 059905(E) (2004).

[167] G. M. Moy, J. J. Hope, et C. M. Savage, "Born and Markov approximation for atom lasers", *Phys. Rev. A* **59**, 667 (1999).

[168] M. W. Jack, M. Naraschewski, M. J. Collet, et D. F. Walls, "Markov approximation for the atomic output coupler", *Phys. Rev. A* **59**, 2962 (1999).

[169] G. Grynberg, A. Aspect, et C. Fabre, *Introduction aux lasers et à l'optique quantique* (Ellipses, 1997).

[170] J. P. Burke, J. L. Bohn, B. D. Esry, et C. H. Greene, "Impact of the *Rb*87 singlet scattering length on suppressing inelastic collisions", *Phys. Rev. A* **55**, R2511 (1997).

[171] N. Robins, A. K. Morrison, J. Hope, et J. D. Close, "Limits to the flux of a continuous atom laser", *Phys. Rev. A* **72**, 031606 (2005).

[172] Y. B. Band, P. S. Julienne, et M. Trippenbach, "Radio-frequency output coupling of the Bose-Einstein condensate for atom lasers", *Phys. Rev. A* **59**, 3823 (1999).

[173] H. A. Fertig et B. I. Halperin, "Transmission coefficient of an electron through a saddle-point potential in a magnetic field", *Phys. Rev. B* **36**, 7969 (1987).

[174] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, et G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes* (CNRS Inter-Editions, Paris, 1992).

[175] E. Zaremba, "Sound propagation in a cylindrical Bose-condensed gas", *Phys. Rev. A* **57**, 1050 (1998).

[176] G. M. Kavoulakis et C. Pethick, "Quasi-one dimensional character of sound propagation in elongated Bose-Einstein condensed clouds", *Phys. Rev. A* **58**, 1563 (1998).

[177] M. S. Sarandy et D. A. Lidar, "Adiabatic approximation in open quantum systems", *Phys. Rev. A* **71**, 012331 (2005).

[178] C. Chardonnet, dans *Les lasers et leurs applications scientifiques et médicales, Ecole d'été Cargèse*, édité par P. Chavel et J. P. Pocholle (EDP Sciences, 1996-2002), "Laser monofréquence et stabilisation".

[179] J. Hope, G. Moy, M. Collett, et C. Savage, "The linewidth of a non-Markovian atom laser", *Opt. Comm.* **179**, 571 (2000).

[180] Y. Japha, S. Choi, K. Burnett, et Y. Band, "Coherent Output, Stimulated Quantum Evaporation, and Pair Beaking in a Trapped Atomic Bose Gas", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1079 (1999).

[181] M. Johnsson, S. Haine, J. Hope, N. Robins, C. Figl, M. Jeppesen, J. Dugué, et J. Close, "Coherent Output, Stimulated Quantum Evaporation, and Pair Beaking in a Trapped Atomic Bose Gas", *Phys. Rev. A* **75**, 043618 (2007).

[182] L. D. Landau et E. M. Lifshitz, *Quantum mechanics* (Butterworth-Heyneman Ltd., London, 1980).

[183] F. Gerbier, "Quasi-1D Bose-Einstein condensates in the dimensionnal crossover regime", *Europhys. Lett.* **66**, 771777 (2004).

Résumé

Cette thèse a pour objet l'étude du transport quantique d'ondes de matière, obtenues à partir de condensats de Bose-Einstein, en connection avec les problèmes de transport électronique dans les solides. En effet, les atomes froids, de part le très bon contrôle qu'ils offrent sur les paramètres du système, sont aujourd'hui utilisés pour revisiter des problèmes fondamentaux de la matière condensée.

Dans cette thèse, nous étudions en particulier la propagation d'une onde de matière créée par un condensat en expansion dans un guide optique 1D en présence de désordre, réalisé par un champ de tavelures laser (*speckle*). Cette étude a conduit à la première observation directe de la localisation d'Anderson 1D d'ondes de matière. Ce phénomène, emblématique de l'effet du désordre sur la propagation des ondes et initialement prédit dans le domaine de la matière condensée pour expliquer la transition métal-isolant, a en effet été mis en évidence avec divers types d'ondes classiques mais n'avait jamais été observé directement avec des ondes de matière. Ces travaux sont le point de départ à des expériences de transport quantique plus complexes.

En parallèle, nous étudions un nouveau type d'onde de matière : le laser à atomes guidé. Celui-ci se propage avec une longueur d'onde de de Broglie élevée et offre la possibilité de contrôler indépendamment son énergie et son flux. Le laser à atomes est ainsi particulièrement adapté à l'étude de phénomènes de transport quantique. Nous présentons dans cette thèse la caractérisation de sa largeur spectrale, réalisée à partir de la mesure de la transmission du laser à atomes à travers une barrière de potentiel épaisse, réalisée optiquement.

Mots clés : atomes froids - onde de matière - condensat de Bose-Einstein - laser à atomes - guide optique - désordre - localisation d'Anderson - transport quantique

Abstract

This thesis presents the study of the quantum transport of matter waves, obtained from a Bose-Einstein condensate, in connection with electronic transport in solids. Indeed, cold atoms, which allow a very good control on the parameters of the system, are used nowadays to revisit fundamental problems of condensed matter physics.

In this thesis, we study in particular the propagation of a condensate released into a one-dimensional optical guide in presence of a disorder created by laser speckle. This study leads to the first direct observation of the 1D Anderson localization of matter waves. This phenomenon, emblematic of the effect of disorder on the propagation of waves and initially predicted in condensed matter physics to explain the metal-insulator transition, has indeed been reported with different types of classical waves but had never been directly observed with matter waves. This work paves the way to more complex quantum transport experiments.

In parallel, we study a new type of matter wave: the guided atom laser. This atom laser is propagating with a high de Broglie wavelength and offers the opportunity to control independently both its energy and flux. It is therefore well suited for studying quantum transport phenomena. We present in this thesis the characterization of its spectral width, performed *via* the measure of the transmission of the atom laser through a thick optical barrier.

Key words: cold atoms - matter wave - Bose-Einstein condensate - atom laser - optical guide - disorder - Anderson localization - quantum transport