



Génération automatique de modèles zonaux pour l'étude du comportement thermo-aéraulique des bâtiments

Marjorie Musy

► To cite this version:

Marjorie Musy. Génération automatique de modèles zonaux pour l'étude du comportement thermo-aéraulique des bâtiments. Ingénierie de l'environnement. Université de La Rochelle, 1999. Français. NNT : . tel-00492772

HAL Id: tel-00492772

<https://theses.hal.science/tel-00492772>

Submitted on 16 Jun 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

Présentée devant l'Université de La Rochelle

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

Spécialité : GENIE CIVIL

Par

Marjorie MUSY

**Génération automatique de modèles zonaux pour l'étude du
comportement thermo-aéraulique des bâtiments**

Soutenue le 08/07/1999 devant la Commission d'Examen composée de :

F. ALLARD	Professeur, Université de La Rochelle	
Examineur		
P. DEPECKER	Professeur, INSA de Lyon	Rapporteur
F. HAGHIGHAT	Professor, Université Concordia (Canada)	
Invité		
C. INARD	Professeur, Université de La Rochelle	Président
J. LEBRUN	Professeur, Université de Liège (Belgique)	
Rapporteur		

F.X. RONGERE Ingénieur de Recherche, EDF
Examineur

F. WINKELMANN Senior Staff Scientist, LBNL (Etats-Unis)
Examineur

E. WURTZ Maître de conférences, Université de La Rochelle
Examineur

THESE

Présentée devant l'Université de La Rochelle

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

Spécialité : GENIE CIVIL

Par

Marjorie MUSY

**Génération automatique de modèles zonaux pour l'étude du
comportement thermo-aéraulique des bâtiments**

Soutenue le 08/07/1999 devant la Commission d'Examen composée de :

F. ALLARD	Professeur, Université de La Rochelle	
Examineur		
P. DEPECKER	Professeur, INSA de Lyon	Rapporteur
F. HAGHIGHAT	Professor, Université Concordia (Canada)	
Invité		
C. INARD	Professeur, Université de La Rochelle	Président

J. LEBRUN Professeur, Université de Liège (Belgique)
 Rapporteur
F.X. RONGERE Ingénieur de Recherche, EDF
 Examineur
F. WINKELMANN Senior Staff Scientist, LBNL (Etats-Unis)
 Examineur
E. WURTZ Maître de conférences, Université de La Rochelle
 Examineur

Avant-propos

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au Laboratoire d'Etude des phénomènes de Transfert Appliqués au Bâtiment (L.E.P.T.A.B.) de l'Université de La Rochelle.

En premier lieu, je tiens à remercier Monsieur Francis ALLARD qui m'a accueillie dans ce laboratoire, proposé ce sujet de recherche, aidée et encouragée tout au long de ce travail.

Tous mes remerciements également à Monsieur Etienne WURTZ qui m'a accompagnée et soutenue durant ces trois années. J'ai particulièrement apprécié la qualité de son encadrement.

Je remercie Monsieur le Professeur LEBRUN et Monsieur le Professeur DEPECKER pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu accorder à mon travail en acceptant d'en être les rapporteurs et en me faisant l'honneur de participer à mon jury de thèse.

J'adresse également de sincères remerciements à Monsieur Frederik WINKELMANN pour avoir accepté de participer à ce jury et pour m'avoir accueillie quelques semaines au sein du Lawrence Berkeley National Laboratory (L.B.N.L.). Cette visite a été des plus enrichissantes.

Que Messieurs F.X. RONGERE, F. HAGHIGHAT et C. INARD trouvent également ici l'expression de ma plus vive reconnaissance pour avoir accepté de se joindre à ce jury. Je remercie également C. INARD pour ses conseils et l'intérêt qu'il a bien voulu porter à mon travail.

Puisque l'occasion m'en est donnée, j'en profite pour rendre hommage à toutes les personnes du L.E.P.T.A.B, en particulier à mes collègues et amis doctorants ou ex-doctorants, Anne-Lise, Anne, Olivier, Marc, Laurent, Rafik, Ouali, Adrian, Andrei, Alex, Sébastien, Emmanuel et Jean-Michel. Je n'oublie pas Claudine, Patrice, Amina, Jérôme, David, Paul, René, Anas, Alain, Karim, Daniel, Michel et Maurice, qui, à un moment ou à un autre n'ont pas manqué de m'encourager. A ce sujet, j'accorde une mention spéciale à Marie-Noëlle et Martine.

Résumé

Cette étude a pour objet de montrer qu'il est possible de générer automatiquement des modèles zonaux pour l'étude du comportement thermique et aéraulique des bâtiments. Les modèles zonaux sont basés sur le partitionnement des pièces en un petit nombre de sous-volumes. Cette approche est intermédiaire entre celle des modèles à un noeud (qui considèrent que la température est homogène dans chaque pièce, et pour cette raison ne permettent pas de prédire le confort thermique dans une pièce) et celle des codes CFD (qui sont très coûteux en temps de calcul). Pour atteindre notre objectif, nous avons reformulé le modèle zonal. Ceci a consisté à regrouper les équations de description du comportement du bâtiment dans des sous-systèmes d'équations. Ce regroupement est calqué sur le découpage spatial des pièces. Ainsi, les équations de bilan et d'état appliquées à un sous-volumes forment les modules de la famille des « cellules » et celles de transfert entre deux sous-volumes forment les modules de la famille des « interfaces ». Ces familles sont constituées de plusieurs modèles correspondant aux différents types d'écoulement qui se développent dans les bâtiments. Ceux-ci ont été traduits en objets SPARK, lesquels forment la bibliothèque de modèles. Construire une simulation consiste à choisir les modèles appropriés pour décrire les pièces et à les connecter. Cette dernière étape a été automatisée, si bien qu'il ne reste plus à l'utilisateur qu'à donner le partitionnement et à choisir les modèles qu'il désire implémenter. Le système d'équations résultant est résolu par le solveur de SPARK. Des résultats de simulations pour différentes configurations d'écoulement dans des pièces sont présentés et comparés à des données expérimentales. Nous donnons également des exemples d'application de la méthode zonale à l'étude d'un groupe de deux pièces, d'un bâtiment et d'une pièce de géométrie complexe.

Abstract

This study consists in showing that it is possible to automatically build zonal models that allow to predict air movement, temperature distribution and air quality in the whole building. Zonal models are based on a rough partitioning of the rooms. It is an intermediate approach between one-node models and CFD models. One-node models consider an homogeneous temperature in each room, and for that reason, do not permit to predict the thermal comfort in a room whereas CFD models require a great amount of simulation time. To achieve this aim, the zonal model was entirely reformulated as the connection of small sets of equations. The equations describe, either the state of a sub-zone of the partitioning (such sets of equations are called « cells »), or mass and energy transfers that occur between two sub-zones (then, they are called « interfaces »). There are various « cells » and « interfaces » to represent different air flows that occur in buildings. They all have been translated into SPARK objects that form a model library. Building a simulation consists in choosing the appropriate models to represent the rooms, and connecting them. The last stage has been automated. So, the only thing the user has to do is to give the partitioning and to choose the models to be implemented. The resulting set of equations is solved iteratively with SPARK. Results of simulations in 3D-rooms are presented and compared with experimental data. Examples of zonal models are also given. They are applied to the study of a group of two rooms, a building, and a room the geometry of which is complex.

Sommaire

Nomenclature	19
Introduction	25

Chapitre 1	25
Outils de modélisation des phénomènes thermiques et aérauliques dans un bâtiment	27

1. Tour d’horizon.....	28
2. Les modèles zonaux.....	29
2.1. Naissance des modèles zonaux.....	29
2.2. Modèles zonaux appliqués à l’étude des locaux chauffés.....	30
2.2.1 Modèle analytique de LARET(1980)	31
2.2.2 Modèle à 2 zones de HOWARTH	32
2.2.3 Modèle à 5 zones de INARD.....	33
2.2.4 Etude comparative.....	35
2.3. Modèles zonaux appliqués à l’étude des pièces ventilées	37
2.3.1 Modèles zonaux en pression	37
2.3.2 SAMIRA.....	37
2.3.3 Modèles zonaux en environnement orienté objet.....	39
2.3.4 Modèles zonaux multizones	40
3. Conclusion	40

Chapitre 2	27
Construction d’un modèle zonal modulaire	43

1. Cahier des charges du modèle zonal	44
2. Maillage du bâtiment	44
3. Mise en équations du problème	46
3.1. Hypothèses.....	47
3.2. Orientation et notations	47
3.3. Description des zones courantes.....	48
3.3.1 Equations des cellules courantes	48
3.3.2 Equations de transfert entre zones courantes : interfaces courantes	50
3.3.2.1 Interfaces verticales	50
3.3.2.2 Interfaces horizontales	61
3.4. Description des zones de panache	64
3.4.1 Principe du modèle de panache	65
3.4.2 Equations de bilan et d'état : cellules de panache.....	69
3.4.3 Equations de transfert entre une zone de panache et les zones voisines : interfaces de panache.....	72
3.4.3.1 Interfaces horizontales de panache	72
3.4.3.2 Interfaces latérales de panache	74
3.5. Description des zones contenant un émetteur.....	76
3.5.1 Principe du modèle d'émetteur.....	76
3.5.2 Equations de bilan et d'état : cellules d'émetteur	78
3.6. Description des zones de couche limite.....	79
3.6.1 Principe du modèle de couche limite.....	79
3.6.2 Equations de bilan et d'état : cellules de couche limite.....	82
3.6.3 Equations de transfert entre une zone de couche limite et les zones voisines : interfaces de couche limite	83
3.6.3.1 Interfaces horizontales de couche limite.....	83
3.6.3.2 Interfaces latérales de couche limite :	85
3.7. Description des zones de jet.....	86
3.7.1 Principe du modèle de jet	86
3.7.1.1 Jets plans libres isothermes.....	88
3.7.1.2 Jets plans pariétaux isothermes.....	90
3.7.1.3 Jets plans libres anisothermes horizontaux	92
3.7.1.4 Jets plans pariétaux anisothermes horizontaux.....	93
3.7.1.5 Jets plans libres anisothermes verticaux	94
3.7.1.6 Jets plans pariétaux anisothermes verticaux	96
3.7.1.7 Jets axisymétriques libres isothermes.....	98
3.7.1.8 Jets axisymétriques libres anisothermes horizontaux	99
3.7.1.9 Jets axisymétriques libres anisothermes verticaux	100
3.7.1.10 Règle sur les flux de chaleur transportés par les jets	101
3.7.2 Equations des cellules de jet	103
3.7.3 Equations de transfert entre une zone de jet et les zones voisines : interfaces de jet	106
3.8. Description des parois.....	108
3.8.1 Parois directement en contact avec l'air de la pièce	109
3.8.2 Parois situées à l'arrière d'un convecteur.....	113
3.9. Représentation des grandes ouvertures verticales	115
3.9.1 Grandes ouvertures verticales.....	115
3.9.2 Grandes ouvertures horizontales.....	119

3.10. Description des transferts par rayonnement	119
3.10.1 Modèle d'échanges radiatifs de grandes longueurs d'ondes	120
3.10.2 Modèle d'échanges radiatifs de courtes longueurs d'ondes	121
4. Conclusion	123

Chapitre 3Erreur ! Signet non défini.

Présentation de l'environnement orienté objet SPARK125

1. Pourquoi utiliser un environnement orienté objet ?..... 126
2. L'environnement SPARK..... 126
3. Implémentation des équations dans SPARK : construction d'objets 127
4. Principe de la résolution dans SPARK : techniques de la théorie des graphes 135

Chapitre 4Erreur ! Signet non défini.

Génération automatisée d'un modèle zonal pour un bâtiment140

1. Intérêts et enjeux de la génération automatisée de modèles zonaux..... 141
2. Structure du modèle zonal appliqué à un bâtiment 141
3. Principe de la génération automatisée des modèles zonaux 144
4. Constitution de la bibliothèque de modèles..... 145
 - 4.1. Macro-objet des cellules courantes.....146
 - 4.2. Macro-objet des interfaces courantes horizontales.....151
 - 4.3. Construction du macro-objet des cellules d'émetteur.....153
 - 4.4. Construction des macro-objets de calcul des échanges radiatifs156
5. Génération automatisée des simulations..... 159
 - 5.1. Elaboration de la base de connaissances et de règles d'écriture des modèles159
 - 5.1.1 Base de connaissances 160
 - 5.1.1.1 Classification des variables160
 - 5.1.1.2 Contenu des fiches des macro-objets cellules et interfaces161
 - 5.1.1.3 Fiche des variables globales165
 - 5.1.2 Connexion des variables : règles d'écriture des macro-objets..... 165
 - 5.2. Description du générateur166
 - 5.2.1 Génération des macro-objets pièces 167
 - 5.2.2 Algorithme de l'assemblage des macro-objets « pièce »..... 169
 - 5.3. Procédure d'introduction de nouveaux macro-objets171
 - 5.3.1 Modification d'une équation sans modification des variables..... 171
 - 5.3.2 Ajout ou suppression d'une équation sans modification des variables..... 172
 - 5.3.3 Modification ou ajout d'une équation avec modification des variables 172
6. Conclusion 173

Chapitre 5174

Application du modèle zonal à la détermination de l'écoulement et du champ de température dans une pièce en présence d'écoulements moteurs174

1. Exploitation des applications..... 175

2. Etude d'un local chauffé par un convecteur électrique	176
2.1. Configuration étudiée	176
2.2. Génération du modèle.....	177
2.2.1 Maillage de la pièce	177
2.2.2 Modèles implémentés	178
2.3. Résultats.....	179
2.3.1 Influence du partitionnement	179
2.3.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux.....	183
2.3.3 Test sur le coefficient C'	185
2.3.4 Comparaison avec un modèle utilisant une loi non linéarisée pour le calcul des écoulements dans les interfaces courantes	186
3. Plancher chauffant et plafond chauffant	187
3.1. Configurations étudiées.....	187
3.2. Génération du modèle.....	188
3.2.1 Maillage de la pièce	188
3.2.2 Modèles implémentés	188
3.3. Résultats obtenus pour la configuration « plancher chauffant ».....	190
3.4. Résultats obtenus pour la configuration « plafond chauffant ».....	193
3.5. Gestion des conflits de couches limites.....	195
4. Etude d'un local ventilé, en présence d'un polluant.....	197
4.1. Configuration étudiée	197
4.2. Génération du modèle.....	199
4.2.1 Maillage de la pièce	199
4.2.2 Modèles implémentés	199
4.3. Résultats.....	200
 Chapitre 6 :	212
 Application du modèle zonal à la détermination de l'écoulement et du champ de température dans un groupe de pièces.....	212

1. Etude d'un groupe de deux locaux.	213
1.1. Local étudié.....	213
1.2. Génération du modèle.....	214
1.2.1 Partitionnement des pièces	214
1.2.2 Modèles implémentés	214
1.2.3 Connexion des deux pièces.....	215
1.3. Etude du couplage de deux pièces par l'intermédiaire d'une grande ouverture.....	215
1.4. Etude d'un régime dynamique.....	218
2. Etude d'un groupe de quatre locaux.....	219
2.1. Bâtiment étudié	220
2.2. Génération du modèle.....	221
2.2.1 Maillage du bâtiment	221
2.2.2 Modèles implémentés	221
2.2.3 Connexion des pièces	221

2.3. Résultats.....	222
3. Etude d'une pièce de géométrie complexe	223
3.1. Génération du modèle.....	224
3.1.1 Maillage	224
3.1.2 Modèles implémentés	224
3.1.3 Connexion des pièces	225
3.2. Résultats des simulations	225
4. Conclusion	226
 Conclusion	 226
 Bibliographie	 229
 Annexe 1 :	 229
Obtention des équations relatives au calcul des débits massiques dans les interfaces.....	238
<hr/>	
1. Débit massique de diffusion	238
2. Débit massique de transport.....	239
Calcul des débits massiques totaux	244
3. Récapitulatif des équations utilisées	267
 Annexe 2 :	 Erreur ! Signet non défini.
Tableaux récapitulatifs des équations utilisées pour représenter les jets.	275
<hr/>	

Nomenclature

α	Diffusivité de l'air	$m^2.s$
α	Coefficient d'absorption	
β	Coefficient d'expansion volumique de l'air	K^{-1}
ε	Emissivité grandes longueurs d'onde	
ε_{ar}	Emissivité grandes longueurs d'onde de la face arrière de l'émetteur	
ε_{ij}	Coefficient relatif aux zones i et j	
ε_{paroi}	Emissivité grandes longueurs d'onde de la facette de paroi en regard de la face arrière de l'émetteur	
$\varphi(z)$	Flux de chaleur linéique, calculé sur la largeur du panache, à l'altitude z	W/m
φ_{rl}	Flux de reliquat	W/m^2
φ_{conv}	Flux linéique de convection à la paroi	W/m
$\varphi_{i-1 \rightarrow i}$	Flux conduits du nœud i-1 vers le nœud i	W/m^2
λ	Rapport épaisseur thermique / épaisseur dynamique du panache	
λ_{air}	Conductivité de l'air	$W/m.K$
ν	Viscosité cinématique de l'air	m^2/s
ρ	Masse volumique du mélange gazeux	kg/m^3
ρ	Coefficient de réflexion.	
ρ_0	Masse volumique de l'air en dehors du panache	kg/s
ρ_i	Masse volumique de l'air dans la zone i	kg/m^3
ρ_j	Masse volumique de l'espèce j	kg/m^3
σ	Constante de Stephan-Boltzmann	
τ	Coefficient de transmission	
$\Delta T_{a_{max}}$	Echauffement maximal de l'air à la sortie du convecteur	K
$\Delta T_m(z)$	Différence entre la température maximale dans le panache et la température ambiante, à l'altitude z	K
$\Delta T_{s_{max}}$	Echauffement maximal de la face avant du convecteur	K
ΔX	Epaisseur des mailles de la discrétisation des parois	m
Φ	Flux de chaleur total	W
Φ_{adv}	Flux de chaleur advectif	W
Φ_{conv}	Flux de chaleur du à la conduction	W
Φ_e	Flux entrant	W

Φ_{net}	Flux radiatif net absorbé par une facette de paroi	W
$\Phi_{net_arrière}$	Flux radiatif net reçu par la face arrière de l'émetteur	W
Φ_{net_paroi}	Flux radiatif net reçu par la facette de paroi en regard de la face arrière de l'émetteur	W
Φ_{source}	Flux de chaleur source	W
Φ_S	Flux sortant	W
A_o	Aire de la bouche de soufflage	m ²
A_{ce}	Aire du plafond	m ²
A_{fl}	Aire du plancher	m ²
A_{ij}	Aire de la surface qui sépare la zone i de la zone j	m ²
Ar	Nombre adimensionnel d'Archimède	
$bu(z)$	Epaisseur du panache (ou de la couche limite) à l'altitude z	m
C'	Coefficient utilisé pour la loi linéarisée	m/s.Pa
Cd	Coefficient de décharge	
Cd	Coefficient de décharge	
Cf	Coefficient de frottement à l'interface air/paroi	
c_p	Capacité calorifique de l'air	J/kg.K
c_p	Capacité calorifique de l'air	J/kg.K
$c_{p,j}$	Capacité calorifique de l'espèce j	J/kg.K
C_T	Coefficient de proportionnalité relatif à la température de l'air dans un jet	
C_U	Coefficient de proportionnalité relatif à la vitesse de l'air dans un jet	
D_j	Coefficient de diffusion moléculaire de l'espèce j dans le solvant considéré	m ² /s
dQ_m	Débit volumique élémentaire	kg/s.m
dQ_v	Débit massique élémentaire	m ² /s
dz	Hauteur d'une tranche élémentaire d'interface	m
E	Eclairement de courtes longueurs	W/m ²
E'	Eclairement dû aux inter-réflexions	W/m ²
E°	Eclairement primaire	W/m ²
E_o	Taux d'entraînement	
E_{de}	Eclairement diffus arrivant sur la surface extérieure	W/m ²
Ex_i	Exitance	W/m ²
Ex_i°	Exitance primaire	W/m ²
g	Accélération gravitationnelle	m/s ²
Gr	Nombre adimensionnel de Grashoff	
h	Hauteur de la pièce	m
h	Dimension d'une cellule selon l'axe z	m
h_{cec}	Coefficient d'échanges convectifs pour le plafond	W/m ² .K
h_{conv}	Coefficient d'échanges superficiels par convection	W/m ²
h_{flc}	Coefficient d'échanges convectifs pour le plancher	W/m ² .K
h_i	Hauteur de la zone i	m
h_j	coefficient de transfert de masse de l'espèce j dans la couche	m/s

	limite	
h_{pc}	Coefficient d'échanges convectifs pour la paroi contiguë au panache	$W/m^2.K$
H_{rad}	Hauteur du radiateur	m
h_{wac_i}	Coefficient d'échanges convectifs pour le mur indicé i	$W/m^2.K$
K	Coefficient empirique	$Wm^{-1}K^{-n}$
K_1	Coefficient empirique	$kg/s.K^n$
K_2	Coefficient empirique	
K_{rd}	Conductance radiative.	
K_T	Coefficient de la loi de décroissance de la différence entre la température maximale dans un jet et la température de l'ambiance	
K_p	Coefficient de perméabilité	$m.s^{-1}.Pa^{-1/2}$
K_v	Coefficient de la loi de décroissance de la vitesse maximale dans un jet	
L	Dimension d'une cellule selon l'axe x	m
L_p	Largeur de la paroi contiguë au panache	m
L_{wa_i}	Largeur de la paroi indicée i	m
m	Exposant empirique	
M_j	Masse molaire de l'espèce j	kg/mol
n	Exposant empirique	
n	Exposant empirique	
n	Nombre d'espèces gazeuses	
Nu	Nombre adimensionnel de Nusselt	
P	Pression	Pa
P_{conv}	Puissance convective émise par le radiateur	W
P_{conv_i}	Source de chaleur de la zone i	W
P_{elec}	Puissance électrique fournie au convecteur	W
P_i	Pression dans la zone i	Pa
P_{nom}	Puissance nominale du convecteur	W
Q_m	Débit massique	kg/s
$qm(z)$	Débit massique linéique (pour un panache, ou une couche limite de largeur unitaire), à l'altitude z	kg/m.s
$Q_{m_{Source_j}}$	Débit massique source de l'espèce j	kg/s
Q_v	Débit massique	m^3/s
R	Constante des gaz parfaits	J/mol.K
r	Constante du mélange	J/kg.K
Re	Nombre adimensionnel de Reynolds	
S	Aire de la face avant du convecteur	m^2
S_G	Aire de la grille du convecteur	m^2
St	Nombre adimensionnel de Stanton	
T	Température de l'air	K
T_a	Température moyenne de l'ambiance	K
$T_a(z)$	Température moyenne de l'air dans l'ambiance, à l'altitude z	K
T_{ace}	Température de l'air dans la zone contiguë au plafond	K
T_{afl}	Température de l'air dans la zone contiguë au plancher	K
$T_{ap}(z)$	Température moyenne de l'air dans le panache, à l'altitude z	K

T_{ce}	Température de surface du plafond	K
$T_{face_arrière}$	Température de la face arrière du convecteur	K
T_{fl}	Température de surface du plancher	K
T_i	Température moyenne de la zone indiquée i	K
T_i	Température du nœud i	K
T_m	Température maximale dans le panache, à l'altitude z	K
T_p	Température de la paroi contiguë au panache	K
T_{rad}	Température de surface du radiateur	K
T_{roa}	Température moyenne de l'air au niveau du plan neutre	K
T_s	Température de surface de la paroi	K
T_{si}	Température de l'air issu de la source de masse de la zone i	K
T_{wa_i}	Température de surface du mur indiqué i	K
$Um(z) :$	Vitesse maximale de l'air dans le panache à l'altitude z	m/s
$Va(0)$	Débit massique transféré de l'ambiance vers la zone de plancher	kg/s
$Va(h)$	Débit massique transféré de la zone de plafond vers l'ambiance	kg/s
V_i	Volume de la zone i	m ³
V_{ij}	Débit massique transféré de la zone j vers la zone i	kg/s
$Vp(z)$	Débit massique dans le panache, à l'altitude z	kg/s
Vr_i	Puits de masse de la zone indiquée i	kg/s
V_{si}	Source de masse de la zone indiquée i	kg/s
w	Dimension d'une cellule selon l'axe y	m
x	Axe parallèle à la direction Est-Ouest	
X_f	Distance de fin de jet	m
X_j	Fraction massique de l'espèce j dans le mélange	
y	Axe parallèle à la direction Sud-Nord	
$y_{T/2}$	Distance entre l'axe du jet et les points du jet où l'écart de température entre le jet et l'ambiance est $\Delta T_m/2$	m
$y_{U/2}$	Distance entre l'axe du jet et les points du jet où la vitesse de l'air est $Um/2$	m
z	Altitude	m
z	Axe vertical	
z_0	Altitude de l'axe neutre relatif au débit massique total (interfaces verticales)	m
z_0	Ordonnée de l'origine fictive du panache	m
z_n	Altitude de l'axe neutre relatif au débit massique de transport (interfaces verticales)	m

indices et exposants

-	Correspondant à un écoulement orienté dans le sens contraire à l'axe
+	Correspondant à un écoulement orienté dans le sens de l'axe
0	Caractéristiques initiales

<i>1</i>	Concernant la cellule située en amont de l'interface considérée
<i>2</i>	Concernant la cellule située en aval de l'interface considérée
<i>Bas</i>	Concernant l'interface voisine située en dessous de la cellule considérée
<i>c</i>	Relatif à la partie « air environnant » d'une cellule ou interface
<i>CL</i>	Relatif à la partie « couche limite » d'une cellule ou interface
<i>CLO</i>	Relatif au rayonnement de courtes longueurs d'onde
<i>conv</i>	Relatif aux échanges par convection
<i>diff</i>	Relatif au phénomène de diffusion
<i>Est</i>	Concernant l'interface voisine située à l'Est de la cellule considérée
<i>Fi</i>	Relatif à l'enceinte fictive associée à la facette i
<i>GLO</i>	Relatif au rayonnement de grandes longueurs d'onde
<i>Haut</i>	Concernant l'interface voisine située au dessus de la cellule considérée
<i>inf</i>	En dessous de l'axe neutre
<i>j</i>	Concernant la j ^{ème} espèce gazeuse
<i>jet</i>	Relatif à la partie « jet » d'une cellule ou interface
<i>Nord</i>	Concernant l'interface voisine située au Nord de la cellule considérée
<i>Ouest</i>	Concernant l'interface voisine située à l'Ouest de la cellule considérée
<i>p</i>	Relatif à la partie « panache » d'une cellule ou interface
<i>Sud</i>	Concernant l'interface voisine située au Sud de la cellule considérée
<i>sup</i>	Au dessus de l'axe neutre
<i>transp</i>	Relatif aux phénomènes d'advection

Introduction

Les besoins des concepteurs en thermique du bâtiment ont beaucoup évolué depuis une trentaine d'années. Dans un premier temps, ceux-ci sont passés de la détermination de la consommation énergétique des bâtiments à l'évaluation des performances des systèmes de chauffage. Ensuite, ils se sont orientés vers la qualification du confort thermique et de la qualité de l'air.

Les outils de modélisation du comportement thermique des bâtiments ont suivi cette progression. Les modèles monozones, puis les modèles multizones répondaient aux premières exigences. Cependant, l'hypothèse sur laquelle ils sont basés, c'est à dire l'homogénéité de la température de l'air dans le bâtiment pour les premiers ou dans les pièces pour les seconds, fait qu'ils produisent une information trop rudimentaire pour répondre à la seconde. En effet, un système de chauffage ou de rafraîchissement de l'ambiance intérieure d'un bâtiment induit des champs de température et de vitesse dans les pièces plus ou moins hétérogènes. Pour qualifier les systèmes, c'est justement à cette hétérogénéité qu'il est intéressant d'avoir accès. C'est pourquoi les modèles à un nœud ne sont pas adaptés à des études telles que la comparaison de différents modes de chauffage. Par ailleurs, les codes CFD permettent de décrire le comportement thermo-aérodynamique des pièces, mais la résolution du système couplé (conduction, rayonnement et convection) par de telles méthodes pose des problèmes quant à la prise en compte des conditions aux limites réelles, aux différents types d'écoulements rencontrés (laminaires, transitoires et turbulents) et aux temps de calcul. C'est pour toutes ces raisons qu'une approche intermédiaire a été proposée par LEBRUN(1970). Celle-ci consiste à diviser la pièce en un petit nombre de zones correspondant aux principaux écoulements moteurs. Ainsi, le comportement thermique des pièces est représenté de manière plus précise que par les modèles à un nœud et plus rapidement et simplement que par les méthodes CFD. De plus, cette représentation permet le couplage de plusieurs pièces et l'introduction de modèles pour représenter les systèmes de chauffage. Depuis ces premiers travaux, d'autres études ont été menées utilisant la même approche, aboutissant à différents modèles désormais dits « modèles zonaux ». Ceux-ci permettent de qualifier les conditions de confort dans une pièce et parfois même la qualité de l'air. Toutefois, on ne dispose pas encore d'outil basé sur les modèles zonaux qui permette l'étude d'un bâtiment entier quels que soient les configurations d'écoulements et les transferts thermiques dont il est le siège.

La présente étude a pour objectif de montrer qu'en rendant les modèles zonaux modulaires et en les développant dans un environnement orienté objet approprié, ce dessein peut être atteint. Nous montrons qu'en adoptant une approche du partitionnement intermédiaire, (un sous-découpage adapté à la structure de l'écoulement inscrit dans un découpage principal, imposé par les conditions aux limites), on peut obtenir un modèle permettant de traiter un grand nombre de configurations d'écoulement avec un nombre de sous-volumes réduit.

Dans un premier temps, nous ferons un tour d'horizon des différentes manières d'appréhender la modélisation thermique et aéraulique des bâtiments.

Cet état de l'art sera suivi d'un travail de construction d'un modèle zonal modulaire, fruit du couplage d'un modèle de calcul des transferts thermiques et aérauliques et d'un modèle d'enveloppe du bâtiment. Nous intégrerons la représentation des écoulements moteurs et des phénomènes de transport et de diffusion de polluants gazeux dans l'air. L'objectif principal de cette construction est l'obtention d'un modèle qui nous permette de traiter une gamme très étendue de problèmes. Cette gamme doit en outre pouvoir être facilement élargie si elle n'est pas suffisante pour traiter tous les problèmes rencontrés en ajoutant de nouveaux modèles dans une bibliothèque.

A un modèle modulaire, il est logique d'associer un environnement de développement modulaire lui aussi, c'est à dire un environnement orienté objet. Le développement du modèle dans l'environnement choisi, SPARK, ainsi que les raisons de ce choix seront exposés dans la troisième partie.

Le choix de cet environnement a facilité la mise en place d'un outil, nommé GENSPARK, qui génère automatiquement le modèle zonal sous forme de fichiers de simulation ensuite utilisés par SPARK, à partir d'une description sommaire du bâtiment (description des parois, emplacement des éléments de chauffage, de ventilation...).

Enfin, dans les deux dernières parties de ce document, nous présenterons différentes configurations pour l'étude desquelles nous avons construit des modèles zonaux en utilisant cet outil. Les résultats des simulations faites à partir de ces modèles zonaux seront comparés à des données expérimentales, y compris en régime dynamique. Nous générerons également des modèles pour l'étude d'un groupe de locaux ou pour des pièces de géométrie complexe

Chapitre 1

Outils de modélisation des phénomènes thermiques et aérauliques dans un bâtiment

Dans ce chapitre, nous présentons les différentes approches de la modélisation des phénomènes thermiques et aérauliques dont les bâtiments sont le siège. Dans un premier temps, un tour d’horizon des outils, du plus simplificateur au plus complexe, permet de situer les modèles zonaux. Ceux-ci sont ensuite plus précisément inventoriés et décrits. Après un bilan, nous dégageons les besoins en matière d’outils simplifiés, et en réponse à ces besoins, nous introduisons la finalité de notre étude.

1. Tour d'horizon

Les différentes approches sur lesquelles reposent les outils de prédiction du comportement thermique et/ou aéraulique des bâtiments peuvent être classées en quatre catégories suivant le degré de simplification du problème.

La démarche la plus simple, dite approche « monozone », consiste à appréhender le bâtiment comme une zone unique sur laquelle les conditions extérieures agissent. La part aéraulique se résume alors au calcul des infiltrations et à la prise en compte des débits de ventilation. Les modèles basés sur ce concept ont en général vocation à évaluer des consommations énergétiques. Le logiciel CODYBA (ROUX(1984), BRAU et al(1989)) est basé sur cette approche.

A un degré moindre de simplification, les modèles « multizones » découpent le bâtiment en zones qui coïncident avec les pièces ou des groupements de pièces. Ils sont apparus en réponse à la constatation que les échanges aérauliques avaient une grande influence sur le comportement thermique des bâtiments. Les logiciels relevant de cette catégorie sont très nombreux et de plus en plus complets. Certains sont dédiés au calcul des transferts aérauliques (transferts imposés par les systèmes de ventilation ou dus aux infiltrations de l'extérieur vers les différentes zones et transferts inter-zones), comme CONTAM94 (via le couplage avec AIRNET (WALTON(1989a et 1989b)) et COMIS (FEUSTEL et al.(1987)). Ces outils sont également utilisés pour évaluer la qualité de l'air dans les bâtiments. Dans d'autres outils, les transferts aérauliques sont estimés et donnés par l'utilisateur. On citera pêle-mêle BLAST, TRNSYS (TRNSYS(1984)) Energy+, CA-SIS (DABRETAU et FIOLEAU(1998)), CLIM2000 (RONGERE et al.(1989), COMFIE (PEUPORTIER et BLANC-SOMMEREUX(1990)), DOE-2 (BIRDSALL et al.(1990)). L'appréhension du problème est plus ou moins fine : pour certains de ces outils, ne sont définis que deux types de locaux, les locaux chauffés et ceux qui ne le sont pas, tandis que d'autres permettent de prendre en compte les charges d'une manière très précise. On dispose également d'un logiciel permettant le calcul simultané des transferts thermiques et aérauliques : CSTbat (ROLDAN(1985)). De même, on peut noter la récente possibilité de coupler les deux outils complémentaires, TRNSYS et COMIS, le premier uniquement dédié à l'étude des transferts thermiques dont la structure du bâtiment est le siège et le second à celle des transferts aérauliques, y compris les transferts de polluants. Ce couplage est réalisé via l'utilisation de la plateforme IISiBAT (KEILHOLZ et al.(1996)). On obtient ainsi une représentation complète du comportement thermique et aéraulique d'un bâtiment. Pour tous ces logiciels, dans les zones définies lors du découpage, on considère que la température et la masse volumique de l'air sont uniformes tandis qu'on admet une variation hydrostatique de la pression.

Le troisième type d'approche sera l'objet précis de notre étude : les modèles zonaux. Dans ces modèles, les zones considérées ne sont plus des pièces mais des sous-volumes résultant du découpage de celles-ci. Les hypothèses émises pour les modèles multizones sont reportées sur ces sous-volumes. Ils permettent ainsi de prendre en

compte l'hétérogénéité de la température dans la pièce, et donc, d'évaluer les échanges thermiques de manière plus précise. Dans cette catégorie, on distingue deux types de modèles : ceux pour lesquels le problème aéraulique consiste à quantifier les débits d'air entre les sous-volumes, le schéma d'écoulement étant prédéfini, et ceux qui partent sans préjuger de la nature de l'écoulement dans la pièce. Notons qu'à l'heure actuelle, rares sont les modèles zonaux avec lesquels on peut considérer plusieurs pièces, et ceux-ci sont alors dédiés à des études particulières. Les différentes approches et leurs applications seront plus amplement développées par la suite.

Les outils précédents exploitent des lois théoriques fortement dégradées et des connaissances empiriques pour prévoir le comportement des bâtiments. Leur objectif est l'aide à la conception. Les suivants, les codes CFD (Computational Fluid Dynamics), ont vocation à suppléer les expérimentations pour produire de la connaissance. Les codes FLUENT, ESP-r (AASEM et al (1994)), PHEONICS, font partie de cette famille d'outils. Ils reposent sur des modes de résolution tels que les différences finies, les volumes finis, les éléments finis ou les méthodes spectrales. Le nombre de sous-volumes considéré varie de quelques milliers à plusieurs centaines de milliers. Les variables d'état en tout point du maillage sont obtenues par résolution des équations couplées de la conservation de masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. En général, ces codes ne prennent en charge qu'un volume d'air et sa surface de contrôle (une pièce), et il est difficile de les coupler avec des codes qui résolvent la partie enveloppe du bâtiment. Ces codes s'adressent à des spécialistes. En effet, l'utilisateur se heurte souvent à des difficultés de prise en compte des conditions aux limites qui font qu'il devient laborieux de modéliser des configurations atypiques. Actuellement, les capacités des machines ne permettent pas d'imaginer enrichir ces codes afin de les utiliser couramment pour déterminer le comportement thermique et aéraulique des bâtiments.

2. Les modèles zonaux

2.1. Naissance des modèles zonaux

Pendant les années 70, de nombreux efforts en matière de gestion de l'énergie dans les bâtiments ont été réalisés. Afin d'optimiser l'isolation thermique des bâtiments et leur consommation en énergie, de nombreuses recherches dans le domaine de la prédiction numérique de leur comportement thermique ont été entreprises. Ces outils reposaient en général sur des modèles basés sur l'hypothèse d'une température homogène dans chaque pièce. Elles ont trop peu souvent été suivies de validations, et les résultats attestent d'un écart systématique entre la valeur de la température de l'air prédite dans la pièce et la température mesurée en son centre, supposée être une bonne approximation de la température d'équilibre convectif de l'air contenu dans la pièce (LEBRUN(1970)).

Dans un premier temps, LEBRUN(1978) attribuait ce décalage à une imparfaite connaissance du comportement convectif des pièces et à la non-homogénéité de la température de l'air dans la pièce. Prévoir un comportement non isotherme étant alors impossible, il proposait d'ajuster de manière empirique les modèles en multipliant la valeur de la capacité thermique de l'air par un coefficient arbitrairement choisi. Ce faisant, BRAU et al.(1983) ont montré qu'un coefficient multiplicateur égal à 5 permettait d'obtenir des résultats de simulation acceptables. A la même époque naissaient différentes études, lesquelles faisaient apparaître la stratification thermique comme un paramètre déterminant pour l'estimation des conditions de confort (FANGER(1973)). Que ce soit pour obtenir des résultats corrects en matière de prédiction de consommation énergétique ou en matière de prédiction des conditions de confort, il devenait alors nécessaire de développer des modèles simplifiés qui permettent d'obtenir une estimation même grossière du comportement anisotherme d'une pièce.

En réponse à cette nécessité, sont apparus les premiers modèles zonaux dont le principe est illustré dans la figure 1.1. Sur celle-ci, sont juxtaposés un schéma d'écoulement classique dans une pièce chauffée par un convecteur (à droite) et la représentation du modèle proposé par LEBRUN(1970), sous forme de nœuds reliés les uns aux autres (à gauche). Cette représentation suppose une circulation d'air à partir de l'élément de chauffage vers la paroi au-dessus puis le plafond, le mur opposé et enfin, le sol. Une re-circulation peut également être prise en compte.

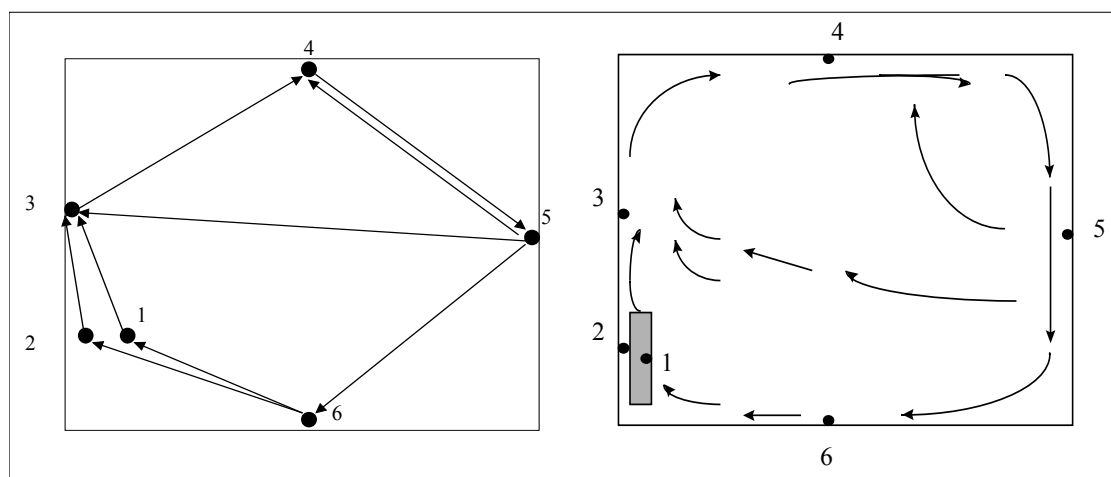


Figure 1.1 : Modèle proposé par LEBRUN(1970)

2.2. Modèles zonaux appliqués à l'étude des locaux chauffés

L'approche de LEBRUN(1970) a ensuite été reprise par plusieurs auteurs dont les préoccupations étaient du même ordre : prévoir le comportement d'une pièce contenant un système de chauffage. Ces études avaient pour principal but l'amélioration de la modélisation des transferts thermiques, et pour application la prédiction de la stratification thermique dans les locaux et l'évaluation de l'efficacité des

systèmes de chauffage en fonction des critères de confort. Le point commun des modèles développés à la suite de ces études est qu'ils répondent à un besoin précis et correspondent donc à une configuration figée.

2.2.1 Modèle analytique de LARET(1980)

LARET(1980), dans la continuité de l'idée initiale de LEBRUN(1970), proposait de diviser un local chauffé en différentes zones reliées par des « conductances massiques ». Le modèle qu'il propose, illustré dans la figure 1.2, est un modèle analytique qui permet de prévoir la stratification thermique dans une pièce en présence d'un système de chauffage convectif.

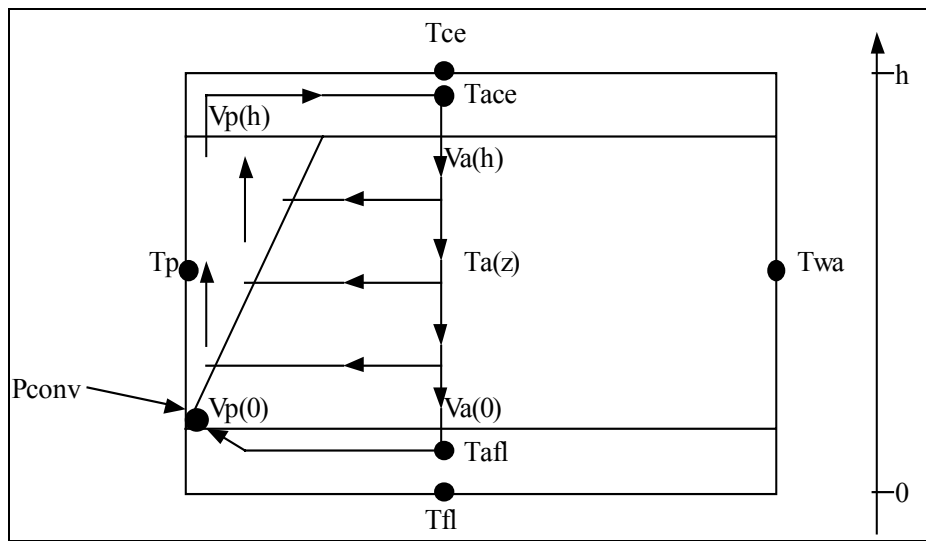


Figure 1.2 : Modèle de LARET(1980).

La source de chaleur est une source convective linéaire. Des bilans d'énergie sont écrits pour chacune des quatre zones définies par le découpage de la pièce :

- Zone de plafond :

$$c_p \cdot Vp(h) \cdot (Tace - Tap(h)) + hcec \cdot Ace \cdot (Tace - Tce) = 0 \quad (1.1)$$

- Zone de plancher :

$$c_p \cdot Va(0) \cdot (Tafl - Ta(h)) + hflc \cdot Afl \cdot (Tafl - Tfl) = 0 \quad (1.2)$$

- Zone centrale :

$$c_p \cdot Va(0) \cdot \frac{dT_a}{dz} = \sum_i hwa_{ci} \cdot Lwa_i \cdot (Twa_i - Ta) \quad (1.3)$$

- Zone de panache :

$$c_p \cdot (T_{ap} - T_a) \cdot \frac{dV_p}{dz} + c_p \cdot V_p \cdot \frac{dT_{ap}}{dz} = h_{pc} \cdot L_p \cdot (T_p - T_{ap}) \quad (1.4)$$

Les bilans de masse pour chaque zone conduisent à :

- Zone de plafond :

$$V_p(h) = -V_a(h) \quad (1.5)$$

- Zone de plancher :

$$V_a(0) = -V_p(0) \quad (1.6)$$

- Zone centrale :

$$\frac{dV_a}{dz} = -\frac{dV_p}{dz} \quad (1.7)$$

On suppose que les variations du débit massique dans le panache thermique sont indépendantes de l'altitude. On prend pour température de l'air entraîné dans le panache, la température moyenne de l'air de la zone centrale. Avec ces hypothèses, le système est intégré, et on aboutit à la connaissance de la variation de la température en fonction de l'altitude dans la zone centrale et des températures moyennes dans les autres zones.

2.2.2 Modèle à 2 zones de HOWARTH

L'objectif de ce modèle, décrit par l'auteur dans son mémoire de Thèse (HOWARTH(1980)), est d'évaluer la stratification thermique dans une pièce chauffée par un radiateur. La figure 1.3 donne le schéma des écoulements décrits.

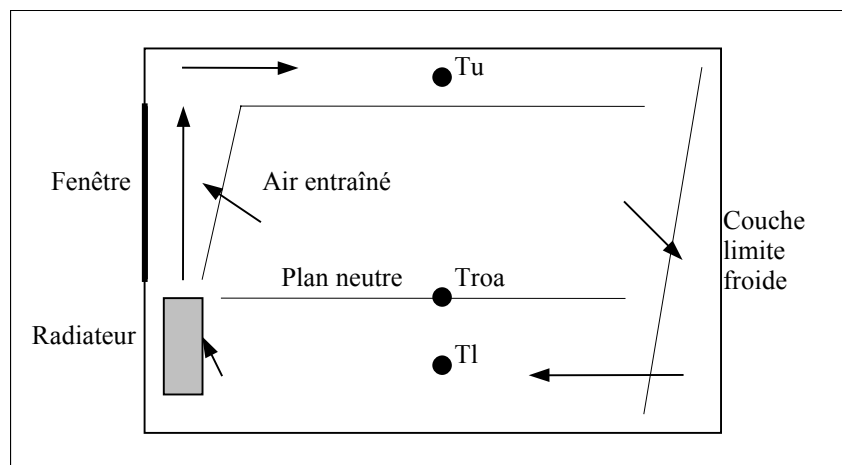


Figure 1.3 : Modèle de HOWARTH(1980)

Etant donnée la différence de température entre le centre de la pièce et les parois, des couches limites descendantes se développent le long des surfaces verticales froides. Le débit massique dans ces couches limites équilibre celui dans le panache. Tous les flux de chaleur échangés aux parois sont calculés à partir de relations empiriques. Les caractéristiques du système de chauffage et du panache induit sont définies à partir de relations déduites de mesures expérimentales :

- Débit massique au dessus du radiateur :

$$Vp(Hrad) = K_1(Trad - Troa)^n \quad (1.8)$$

- Température moyenne de l'air sortant du radiateur :

$$Tap(Hrad) = Troa + K_2(Trad - Troa) \quad (1.9)$$

- Flux de chaleur convectif sortant du radiateur :

$$Pconv = c_p K_1 K_2 (Trad - troa)^{n+1} \quad (1.10)$$

- Débit massique dans le panache :

$$Vp(z) = Vp(Hrad) \left(\frac{z - z0}{Hrad - z0} \right)^m \quad (1.11)$$

Les paramètres K_1 , K_2 , n , m et $z0$ sont évalués expérimentalement.

OVERBY et STEEN-THODE(1990) ont développé un modèle similaire pour des calculs en régime dynamique.

2.2.3 Modèle à 5 zones de INARD

Le modèle de INARD(1988) a été conçu en vue de disposer d'un outil d'évaluation du couplage thermique entre un émetteur de chaleur et une pièce. Le volume de la pièce est divisé en 5 zones considérées comme isothermes, reliées par des échanges massiques. Dans le cas où la pièce est chauffée par un radiateur ou un convecteur, HOWARTH(1980) et INARD(1987) ont montré que la circulation de l'air suit un parcours qui longe la paroi au-dessus de l'émetteur, puis le plafond, les autres parois verticales, le plancher pour revenir à l'émetteur. C'est ce schéma d'écoulement, représenté en figure 1.4, qui détermine les 5 zones du découpage proposé.

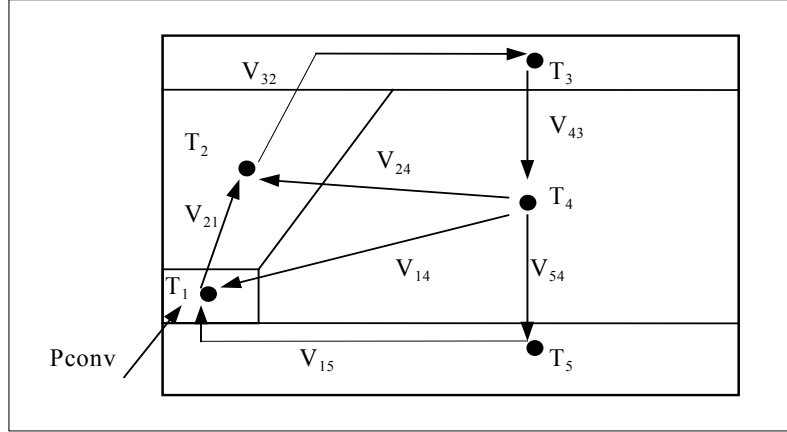


Figure 1.4 : Modèle de INARD(1988)

Pour chaque zone sont écrits les bilans de masse et d'énergie :

$$\sum_{j \neq i} V_{ij} + V_{s_i} = \sum_{j \neq i} V_{ji} + V_{r_i} \quad (1.12)$$

$$\sum_j c_p \cdot V_{ij} (T_i - T_j) + c_p \cdot V_{s_i} (T_i - T_{s_i}) + \Phi_{conv_i} = P_{conv_i} \quad (1.13)$$

Dans ces équations, les variables sont les températures de l'air dans les zones. La description est complétée par la puissance convective du corps de chauffe, les coefficients de transfert convectif aux parois et le calcul des échanges de masse. Ces informations sont obtenues à l'aide de résultats expérimentaux.

Ce type de modèle a été étendu à l'étude d'autres configurations, notamment des planchers et plafonds chauffants.

Pour l'utiliser en régime dynamique, INARD(1991) a introduit dans l'équation de bilan d'énergie un terme capacitif, celle-ci devient :

$$\rho \cdot c_p \cdot V_i \frac{dT_i}{dt} + \sum_j c_p \cdot V_{ij} (T_i - T_j) + c_p \cdot V_{s_i} (T_i - T_{s_i}) + \Phi_{conv_i} = P_{conv_i} \quad (1.14)$$

Afin de représenter au mieux la stratification, le nombre de zones a été augmenté jusqu'à 12 (figure 1.5).

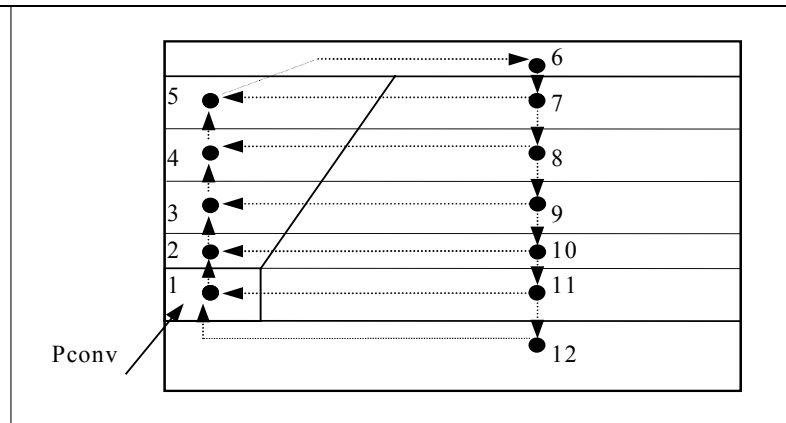


Figure 1.5 : Modèle de INARD(1991) à 12 zones.

2.2.4 Etude comparative

Dans le cadre de l'Annexe 20 de l'IEA, une comparaison des résultats donnés par le modèle analytique de LARET(1980), le modèle de HOWARTH(1980) et le modèle à cinq nœuds de INARD(1988) avec des résultats obtenus à l'aide d'un code CFD a été effectuée par INARD et BUTY(1990). La configuration étudiée est donnée en figure 1.6.

Dans la figure 1.7, sont représentés les profils de température obtenus à l'aide des 3 modèles décrits précédemment et par le modèle $k-\varepsilon$ à bas nombre de Reynolds développé par CHEN(1990). Dans le tableau 1.1, sont reportées les valeurs des températures et flux convectifs à la surface du vitrage et du radiateur. Les cases grisées indiquent les valeurs qui en fait, correspondent à des entrées.

Les flux calculés par les modèles autres que celui à deux zones sont du même ordre de grandeur. Ceux évalués par le modèle à deux zones leur sont supérieurs de près de 100%. Le choix du coefficient de convection entre le panache et le vitrage pourrait être à l'origine de cet écart.

Cet exemple montre néanmoins la capacité des modèles zonaux à représenter la stratification thermique dans les locaux chauffés.

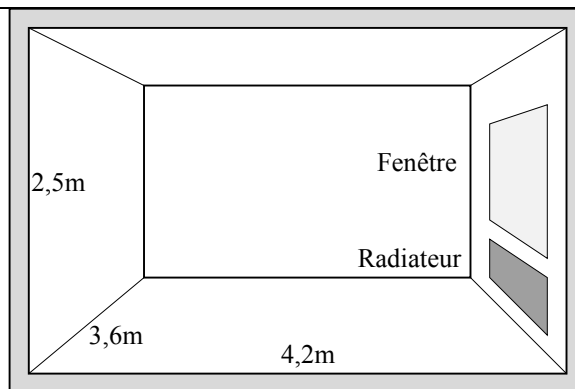


Figure 1.6 : Configuration étudiée.

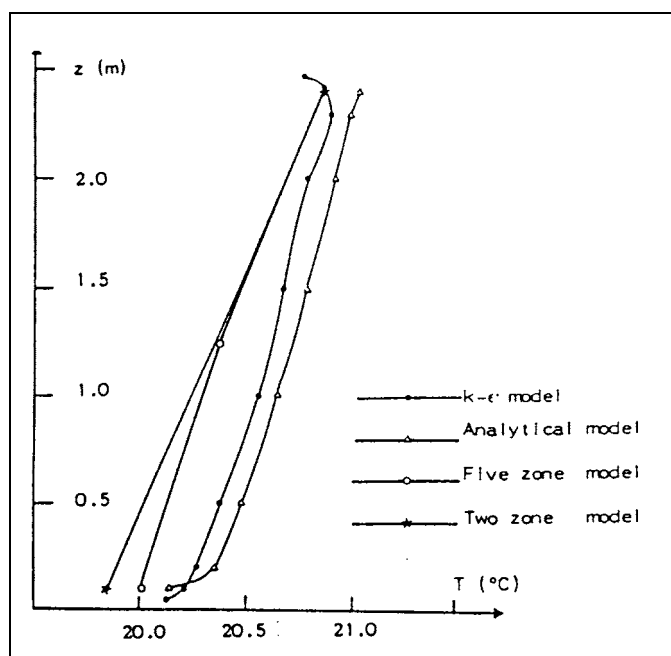


Figure 1.7 : Profils de température obtenus avec les différents modèles, d'après ALLARD et INARD (1992).

Modèle	Vitrage		Emetteur	
	Température (°C)	Flux convectif (W)	Température (°C)	Flux convectif (W)
k-ε	0	-217	65	288
Analytique	0	-271		415
Deux zones	0	-429	72,4	586
Cinq zones	0	-275	65	392

Tableau 1.1 : Comparaison des modèles.

2.3. Modèles zonaux appliqués à l'étude des pièces ventilées

En 1987, SANDBERG(1987) proposait un modèle dynamique à deux zones pour l'étude des pièces équipées d'un système de ventilation par déplacement. Ce modèle comprend un panache axisymétrique ayant pour origine une source ponctuelle. Les caractéristiques du panache sont obtenues par une analyse intégrale et les équations de conservation de masse et d'énergie sont écrites à chaque altitude.

Ce modèle, analogue à celui d'HOWARTH(1980), est très robuste et a permis à SANDBERG(1987) de prévoir l'évolution de la concentration d'un élément contaminant dans la pièce. En fait, l'exactitude des résultats est directement liée à celle de la description des écoulements moteurs, notamment le panache. SANDBERG(1987) suggère en outre d'ajouter à ce modèle la description des couches limites.

On retrouve également cette démarche dans le modèle simplifié VENDA développé par EDF (GUITTON(1998)).

2.3.1 *Modèles zonaux en pression*

Les modèles précédents possèdent une caractéristique commune : ils sont voués à l'étude d'une configuration bien spécifique. Leur utilisation nécessite la connaissance a priori de la structure globale de l'écoulement dans la pièce. Pour obtenir un modèle plus souple, il fallait trouver une manière de décrire l'écoulement dans les zones où ne pouvaient être utilisées les lois des écoulements moteurs. Afin d'appliquer dans ces zones les équations de conservation de la quantité de mouvement, après les avoir dégradées, GRELAT(1987) proposait d'ajouter la pression comme nouvelle variable. C'est cette idée que reprennent BOUIA(1993), WURTZ(1995) et RODRIGUEZ(1995).

2.3.2 *SAMIRA*

Le modèle utilisé dans SAMIRA (Simulation Aéraulique des Mouvements Intra-Zones en Régime Anisotherme) est celui proposé par BOUIA(1993). Dans ce modèle, le domaine est découpé en mailles parallélépipédiques. La réalisation du maillage incombe à l'utilisateur. Celui-ci doit, pour cette étape, prévoir l'allure générale de l'écoulement. En effet, on recommande notamment de disposer des zones d'une épaisseur proche de 30 cm dans les domaines où un panache se développe. Il existe 4 types de zones : les zones courantes, les zones d'émetteur, les zones de panache, les zones jet (jet plan pariétal anisotherme). Le choix de l'emplacement des émetteurs est évidemment laissé à l'utilisateur, par contre le type des autres zones est déterminé par le programme. Les zones se trouvant au-dessus de l'émetteur, sauf celle adjacente au plafond, sont déclarées zones de panache. Pour positionner les zones de jet, un calcul de la portée est effectué. Les transferts à travers les parois, ainsi que les transferts radiatifs ne sont pas traités. La description commence à partir de la surface intérieure des parois dont on donne la température. Il est également nécessaire de donner le coefficient de convection à utiliser ou le type de loi à appliquer pour son calcul.

La détermination de l'écoulement dans la pièce repose sur l'hypothèse que les mouvements d'air dans les zones courantes sont principalement régis par les variations de pression et par la quantité de mouvement aux frontières pour les zones adjacentes aux zones de panache et de mélange. Les équations issues du bilan de quantité de mouvement ont été simplifiées, de sorte que les expressions des débits massiques échangés par les zones voisines sont des fonctions de l'écart de pression qui existe entre elles.

Ainsi, le débit massique de la zone 1 vers la zone 2, contiguë et à la même altitude, s'écrit :

$$V_{21} = \varepsilon_{12} \cdot Cd \cdot A_{12} \cdot \left(2\rho_2 |P_1 - P_2| \right)^{1/2} \quad (1.15)$$

Si la zone 2 est située au-dessus de la zone 1, on tient compte de la variation hydrostatique de la pression, le débit massique est alors :

$$V_{21} = \varepsilon_{12} \cdot Cd \cdot A_{12} \cdot \left(2\rho_2 \left| P_1 - P_2 - \frac{1}{2}(\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2) \right| \right)^{1/2} \quad (1.16)$$

Dans ces expressions, ε_{12} prend les valeurs +1 ou -1 en fonction du signe de $P_1 - P_2$. Cd est un coefficient empirique de débit. Il est pris égale à 0.8 (SHAW et WHYTE (1974))

Le maillage étant donné, le type de chaque zone déterminé, la résolution se déroule en suivant les étapes décrites dans l'algorithme simplifié donné en figure 1.8.

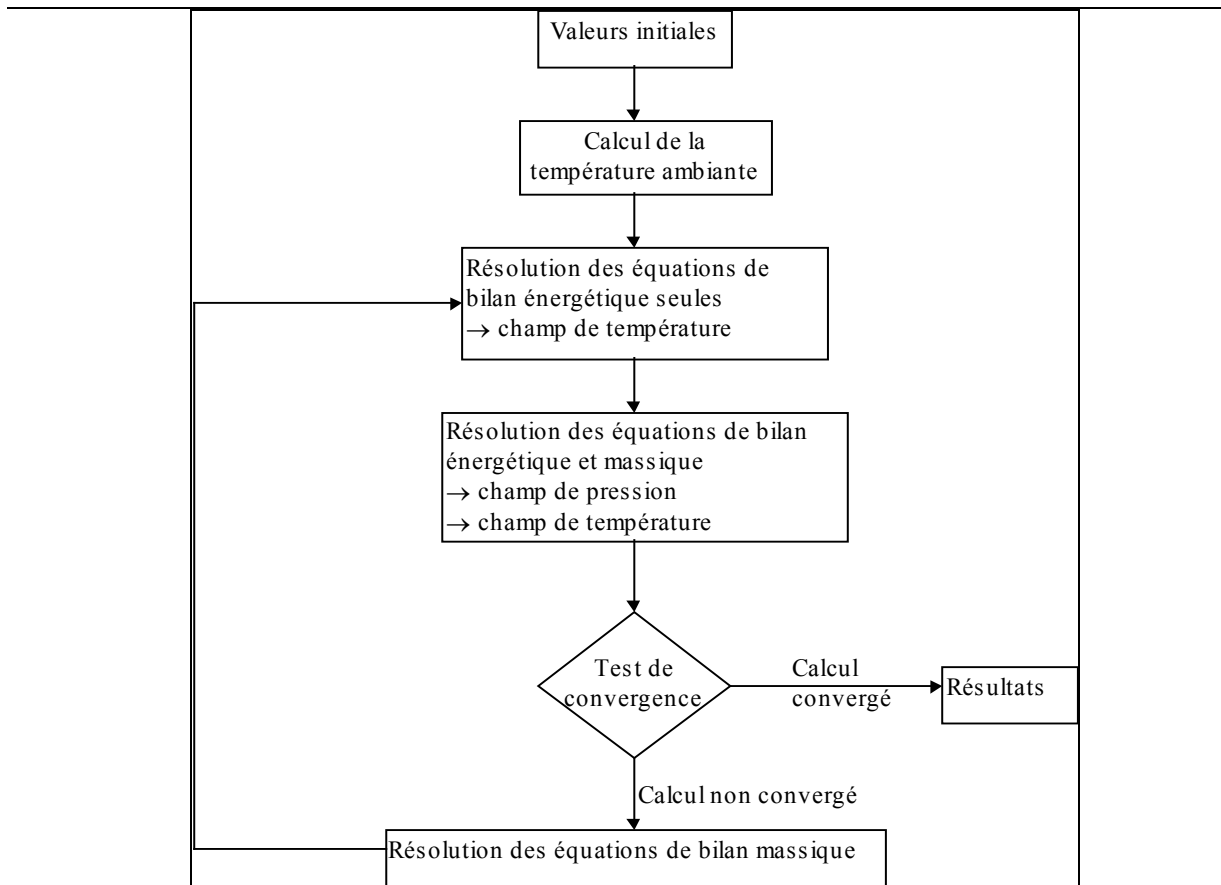


Figure 1.8 : Algorithme simplifié de la simulation dans SAMIRA.

2.3.3 Modèles zonaux en environnement orienté objet

WURTZ(1995) a développé le même type de modèle que BOUIA(1995), mais dans l'environnement orienté objet SPARK. Le premier intérêt présenté par cet environnement réside dans sa modularité. Ayant remarqué que les modèles zonaux possédaient les mêmes propriétés, WURTZ(1995) en tire profit. Les équations de bilan appliquées aux zones, ainsi que les équations de calcul des transferts ne sont écrites qu'une fois. C'est l'environnement, qui, à l'aide d'une interface appropriée, les duplique et les applique à tous les sous-volumes constituant le partitionnement de la pièce. Le second intérêt est que SPARK dispose d'un solveur robuste bien adapté aux systèmes d'équations non-linéaires, ce qui est fort utile sachant que les modèles zonaux en pression présentent d'importantes difficultés de convergence. La résolution du système est entièrement prise en charge par SPARK, ce qui permet de s'affranchir des problèmes algorithmiques pour ne se préoccuper que des modèles à implémenter pour décrire le problème thermique et aéraulique. WURTZ(1995) a mis en évidence que développés dans cet environnement, les modèles zonaux pouvaient aisément d'une part être couplés à un modèle de description des transferts à travers l'enveloppe du bâtiment, d'autre part intégrer des modèles d'écoulements spécifiques (panaches, jets) ainsi que la caractérisation du confort thermique.

2.3.4 *Modèles zonaux multizones*

Le modèle conçu par BURCHIU(1998a et 1998b) permet d'étudier un groupe de locaux. Les trois modes de transfert de chaleur, conduction, rayonnement et convection sont représentés. Les pièces sont décomposées en deux zones, une zone supérieure et une zone inférieure. Les débits massiques et flux de chaleur qui traversent le plan de séparation de ces zones sont calculés grâce à des lois spécifiques aux jets, panaches et couches limites. Le débit de re-circulation est déduit du bilan de masse appliqué à chacune des zones. Les bilans de chaleur permettent de calculer les températures moyennes supérieures et inférieures. Enfin, les pièces sont reliées par le calcul des écoulements à travers les grandes ouvertures.

3. Conclusion

On dispose actuellement de nombreux outils de description du comportement des bâtiments. Cependant, un grand nombre de ces outils ne prennent en compte que la dimension thermique du problème. Ceux qui considèrent les phénomènes couplés de la thermique et de l'aéraulique sont plus rares, et très souvent traitent l'un de ces deux domaines superficiellement.

Les modèles zonaux présentent un intérêt évident comme outils d'aide à la conception. Cependant, les premiers modèles présentés ici souffrent d'une trop grande rigidité : ils sont dédiés à l'étude de configurations bien spécifiques. Avec SAMIRA, cet obstacle a été franchi : on peut modéliser un plus grand nombre de situations. Pourtant, la formulation du problème et l'environnement de développement qui sont utilisés par cet outil l'ont restreint à l'étude d'une enceinte.

Pour évoluer vers l'étude d'un plus grand nombre de configurations d'écoulement au sein d'une pièce, vers la modélisation d'un bâtiment entier, les modèles zonaux devaient gagner en souplesse. La voie vers un nouveau type d'approche a été ouverte par WURTZ(1995) : le développement des modèles zonaux en environnement orienté objet. Il a montré que ce type d'environnement facilitait le couplage du modèle zonal avec d'autres modèles, notamment pour représenter les parois.

L'originalité du travail que nous présentons se situe dans l'approche automatisée de ce type de simulation. Il nous a fallu, dans un premier temps trouver des modèles fiables et représenter au mieux des configurations pour lesquelles on disposait de données expérimentales. Ensuite, nous avons adapté ces modèles afin qu'ils puissent s'intégrer facilement dans notre partitionnement. Le résultat de ces deux premières étapes est la constitution d'une bibliothèque de modèles interchangeables, qui assemblés, permettent de reconstituer des simulations pour un grand nombre de configurations. Enfin, nous avons conçu le code GENSPARK, qui automatise cet assemblage, et ainsi, à partir des données géométriques du bâtiment, et de la sélection des modèles à utiliser, génère les simulations dont les résultats sont une prédiction du comportement du bâtiment. Ces résultats seront confrontés avec des données

expérimentales issues de cas test en vraie grandeur. Nous montrerons plus particulièrement que la conception modulaire de notre modèle zonal associée à l'utilisation de GENSPARK, permet d'introduire facilement de nouveaux modèles dans les simulations. Ceci est très intéressant pour réaliser des études comparatives, par exemple de l'utilisation de différentes lois pour représenter un même phénomène.

Chapitre 2

Construction d'un modèle zonal modulaire

L'objectif de ce chapitre est de formuler un modèle zonal qui puisse s'adapter à la description d'une grande variété de configurations qui diffèrent tant par la géométrie des bâtiments que par la nature des transferts thermo-aérauliques dont ils sont le siège. Pour atteindre ce but, on a décidé de construire le modèle zonal à l'image du découpage sur lequel il est basé : c'est à dire par assemblage d'éléments représentant les sous-volumes et de « morceaux » de parois. Ces éléments sont décrits par des sous-systèmes d'équations qui diffèrent selon la nature du domaine à décrire (nature de l'écoulement, type de paroi, d'ouverture...). Ils correspondent à des modules regroupés dans une bibliothèque. Les simulations seront construites par leur assemblage.

On a conclu dans la première partie que pour évoluer, les modèles zonaux devaient gagner en flexibilité. Ayant adopté le mode de construction des modèles zonaux qui vient d'être décrit, la réponse à cette nécessité est apportée par la capacité de ces éléments à se substituer les uns aux autres, individuellement ou par blocs. C'est cette contrainte qui nous a guidés dans nos choix de formulation des phénomènes thermiques et aérauliques.

1. Cahier des charges du modèle zonal

Le but de cette étude est la génération de modèles zonaux pour les bâtiments composés de pièces parallélépipédiques ou de forme qui puisse être reproduite par juxtaposition de parallélépipèdes. Le modèle zonal doit permettre de décrire le comportement thermique et aéraulique du bâtiment à partir d'un maillage intermédiaire (quelques dizaines de sous-volumes par pièce). Pour atteindre cet objectif, on s'est appliqué à représenter au mieux les écoulements moteurs, tout en prenant en compte les transferts thermiques dont l'enveloppe du bâtiment est le siège (transferts par conduction et par rayonnement).

A cet objectif, nous avons ajouté celui d'obtenir des champs de concentration en polluants en vue d'évaluer la qualité de l'air dans le bâtiment. Le nombre de polluants n'est pas limité. En effet, selon le type de pollution que l'on considère, on est amené à prendre en compte un nombre de polluants très variable. Par exemple, si la seule source de pollution provient des personnes occupant les locaux, on étudiera les concentrations en dioxyde de carbone (CO_2) et en vapeur d'eau (H_2O). Si ces personnes fument, on ajoutera le monoxyde de carbone (CO), le dioxyde d'azote (NO_2) et le formaldéhyde (HCHO)... La prise en compte d'un renouvellement d'air augmente encore le nombre de polluants à considérer. De plus, si on désire prendre en compte les réactions homogènes, on devra considérer d'autres polluants produits ou consommés par ces réactions. On peut ainsi passer de la prise en compte d'un ou deux polluants, à celles de plusieurs centaines d'espèces gazeuses si on projette d'étudier les composés organiques volatils ou semi-volatils. Dans la perspective d'ajouter au modèle zonal des équations pour représenter les réactions homogènes qui se produisent dans les pièces, nous nous sommes imposés de considérer que l'air est composé d'espèces gazeuses dont le nombre est laissé au choix de l'utilisateur et non limité, si ce n'est par la capacité de la machine utilisée. On calcule non seulement le champ de concentration de chaque espèce dans la pièce, mais aussi les débits massiques qui transitent d'une maille à une autre.

2. Maillage du bâtiment

La méthode zonale appliquée à un bâtiment consiste à diviser le volume d'air contenu dans chaque pièce en un petit nombre de sous-volumes désormais appelés « cellules ». Les parois sont découpées dans le prolongement du partitionnement des pièces. C'est pourquoi il doit y avoir continuité du découpage d'une pièce à l'autre (voir figure 2.1). Les pièces peuvent néanmoins être de dimensions différentes, comme ce sera le cas dans un des exemples traités à la fin de ce document.

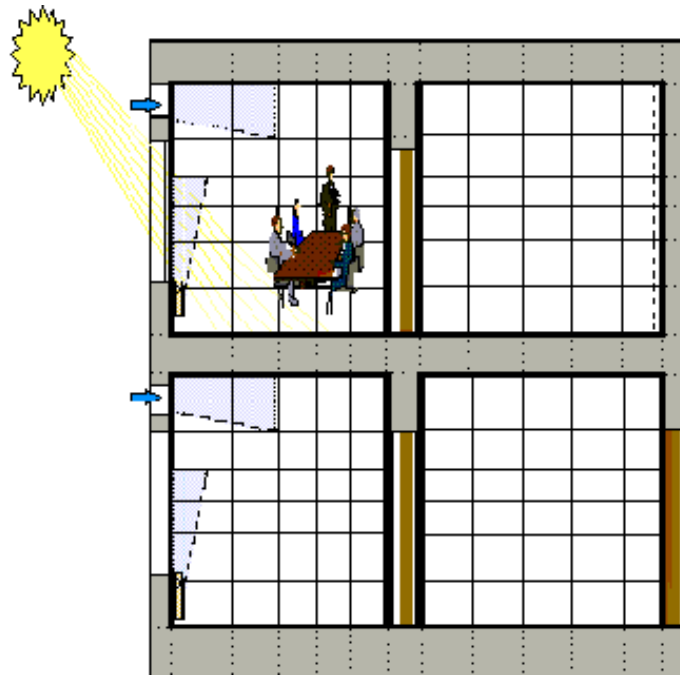


Figure 2.1 : Partitionnement d'un bâtiment.

Le découpage des parois doit prendre en compte la présence d'éléments tels que des ouvertures, portes, fenêtres... tandis que celui du volume intérieur des pièces est guidé par la présence d'écoulements particuliers comme un panache thermique, une couche limite thermique ou un jet. Si le découpage des pièces doit s'appuyer sur le schéma d'écoulement, on ne peut envisager qu'il suive le contour des écoulements moteurs. En effet, si tel était le cas, non seulement on obtiendrait un maillage qui n'est pas seulement formé de parallélépipèdes, mais aussi, pour des simulations dynamiques, celui-ci varierait au cours du temps pour suivre les évolutions de l'écoulement. Afin d'éviter ceci, on a opté pour un maillage tel que les écoulements particuliers soient inclus dans une suite de cellules contiguës (voir figure 2.2). Ces cellules sont ensuite divisées en deux parties : l'une correspondant au volume de contrôle de l'écoulement particulier, régi par des lois spécifiques, l'autre à l'air environnant dont l'écoulement dépend du champ de pression.

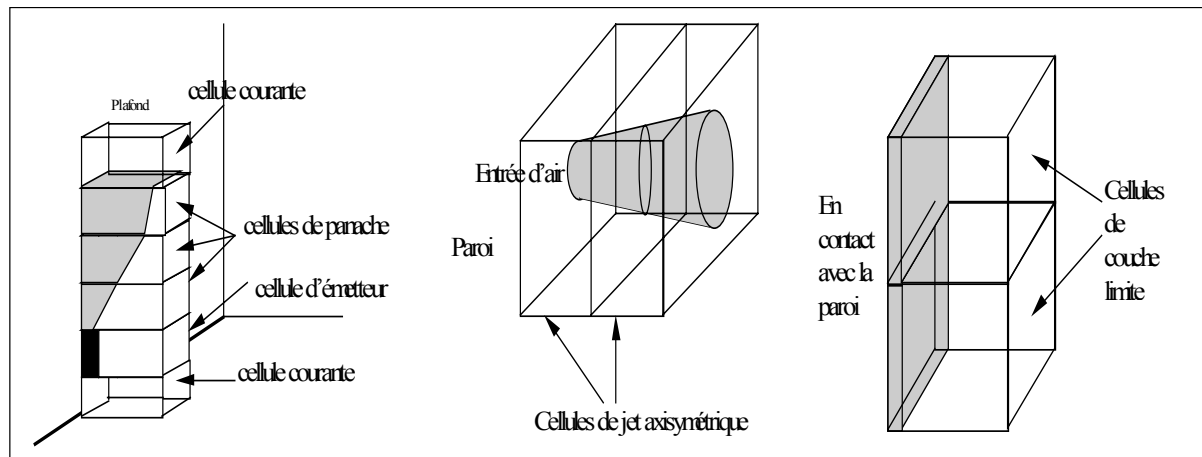


Figure 2.2 : Inclusion des écoulements particuliers dans une suite de cellules. La partie des cellules correspondant à l'écoulement particulier est grisée tandis que l'air environnant est représenté en blanc.

Finalement, une pièce est la juxtaposition de cellules qui sont de différentes natures selon qu'elles contiennent ou non une zone d'écoulement particulier, reliées à leurs voisines. Un bâtiment est formé par la juxtaposition de pièces.

3. Mise en équations du problème

Avant de présenter les équations utilisées dans le modèle, on avertit le lecteur sur le fait que, comme on le verra dans la troisième partie portant sur l'emploi de l'environnement SPARK, l'utilisation des équations dans cet environnement est très souple. Notamment, à moins d'émettre des contraintes, quand une équation contient plusieurs variables, on ne sait pas a priori laquelle sera calculée grâce à l'équation considérée. C'est pourquoi, il faut voir les équations données dans ce chapitre comme des relations entre des variables, et non pas comme l'expression analytique de la variable qui précède le signe « = ».

Les relations qui sont utilisées pour formuler le problème ont été classées en trois familles :

- les équations de conservation appliquées à un sous-volume d'air et les équations d'état qui caractérisent l'air contenu dans un sous-volume : ce sont les équations affectées aux cellules,
- les équations de transfert d'un volume d'air à un volume d'air voisin ou à une paroi, qui sont les équations d'interfaces,
- les équations relatives au rayonnement.

Le choix des lois à appliquer pour représenter les domaines dépend du type d'écoulement qui s'y développe. C'est pourquoi, au sein des deux premières familles, on trouve plusieurs types de cellules et interfaces qui correspondent à des équations

différentes. Dans les domaines de la pièce où aucun écoulement moteur ne se développe, on parle de cellules et interfaces « courantes ». Dans les domaines où se développe une couche limite thermique, un jet, un panache thermique, ou bien où se trouve un système, on parle de cellules ou interfaces de jet, de panache, de couche limite, d'émetteur... On y applique des équations spécifiques à l'écoulement que l'on veut représenter.

3.1. Hypothèses

On admet que l'air est un gaz parfait et qu'il est incompressible, composé de n espèces gazeuses. Ainsi, quand on voudra prendre en compte la présence de polluants, on pourra, soit considérer que l'air « pollué » est le mélange d'air « pur » et de polluants, soit décomposer l'air lui-même en ses différents constituants. Les caractéristiques du mélange sont obtenues à partir de celles de ses composants. Ici, on supposera que les espèces gazeuses ne sont pas réactives. On montrera néanmoins à quel niveau il faudrait intervenir pour représenter les réactions homogènes.

Dans les cellules courantes, la température de l'air ainsi que sa masse volumique sont considérées comme homogènes. La pression, elle, est supposée varier de façon hydrostatique.

3.2. Orientation et notations

On considère un repère global (O, x, y, z) représenté dans la figure 2.3. Toutes les équations relatives à une cellule ou une interface, sont établies dans un repère local dont l'origine est le centre géométrique de l'élément considéré (cellule ou interface), et déduit du repère global par translation. Pour le calcul du flux d'une grandeur à travers une surface (calcul des flux de masse et des flux de chaleur), on considère que la normale à la surface est orientée dans le même sens que l'axe du repère orthogonal à la surface. Les débits et flux seront donc comptés positifs dans le sens de l'axe.

Quand on se place dans une cellule, on note $Q_{m_{O_{\text{ouest}}}}$ et $\Phi_{O_{\text{ouest}}}$ respectivement le débit massique et le flux de chaleur qui traversent la surface séparant la cellule considérée (cellule « i » dans la figure 2.3) de la cellule O_{ouest} . On note T , P et ρ les variables de température, pression et masse volumique moyennes de la cellule.

Quand on se place sur une interface entre deux cellules (figure 2.4), on note Q_m et Φ le débit massique et le flux de chaleur transitant de la cellule 1, en amont (relativement au repère) vers la cellule 2, en aval. Les températures moyennes prises respectivement dans l'une et l'autre de ces cellules sont appelées T_1 et T_2 .

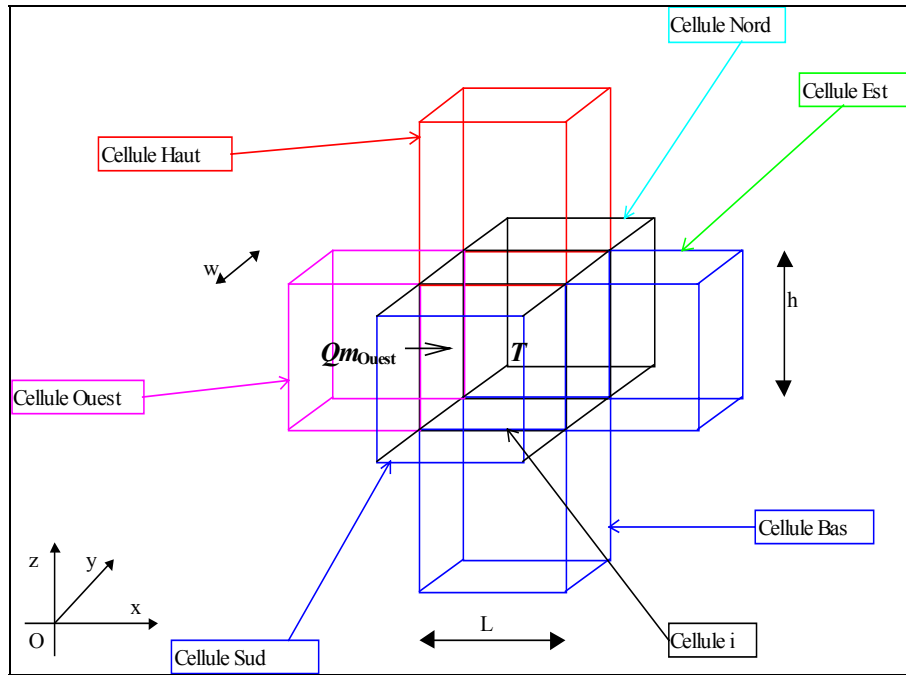


Figure 2.3 : Orientation et notations relatives aux équations appliquées dans les cellules.

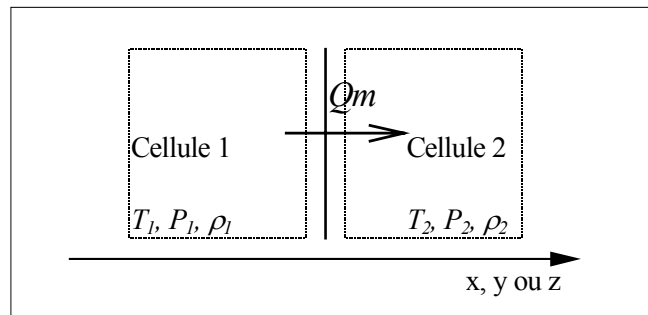


Figure 2.4 : Notations relatives aux équations appliquées aux interfaces.

3.3. Description des zones courantes

On donne, dans un premier temps, les équations utilisées pour représenter les zones courantes (équations de bilan et d'état). Seront ensuite répertoriées les équations employées dans les interfaces courantes (équations de calcul des transferts). Rappelons que l'on entend par zone courante tout sous-volume d'air de la pièce qui ne contient pas d'écoulement dominant.

3.3.1 Equations des cellules courantes

L'air étant supposé être un mélange de n espèces gazeuses, on écrit l'équation de conservation de la masse pour chacune d'elle. Pour l'espèce j , on doit ainsi vérifier :

$$-Qm_{Est_j} + Qm_{Ouest_j} - Qm_{Nord_j} + Qm_{Sud_j} - Qm_{Haut_j} + Qm_{Bas_j} + Qm_{Source_j} = hLw \frac{d\rho_j}{dt} \quad (2.1)$$

Dans cette équation, Qm_{Ouest_j} (kg/s) est le débit massique de l'espèce j traversant l'interface qui sépare la cellule étudiée de la cellule Ouest, dans le sens de l'axe x . Qm_{source_j} (kg/s) est le débit massique « source » d'espèce j dans la cellule. Pour représenter les réactions homogènes, il suffira de raccorder ce débit massique aux équations de cinétique chimique permettant de calculer la masse de l'espèce produite ou consommée. ρ_j (kg/m³) est la masse volumique de l'espèce j . h , L et w sont les dimensions de la cellule (figure 2.3).

On calcule la fraction massique moyenne de l'espèce j dans la cellule, X_j . Celle-ci est reliée à ρ_j par :

$$X_j = \frac{\rho_j}{\rho} \quad (2.2)$$

ρ (kg/m³) est la masse volumique moyenne de l'air dans la cellule, c'est la somme des masses volumiques des n espèces :

$$\rho = \sum_{j=1}^n \rho_j \quad (2.3)$$

L'équation de conservation de la chaleur permet d'écrire :

$$-\Phi_{Est} + \Phi_{Ouest} - \Phi_{Nord} + \Phi_{Sud} - \Phi_{Haut} + \Phi_{Bas} + \Phi_{Source} = c_p \rho hLw \frac{dT}{dt} \quad (2.4)$$

Dans cette équation, Φ_{Ouest} (W) est le flux de chaleur traversant l'interface Ouest de la cellule, dans le sens de l'axe x , Φ_{Source} (W) est le flux de chaleur « source » dans la cellule. T (K) est la température moyenne de l'air dans la cellule. c_p (J/kg.K) est la capacité calorifique de l'air, calculée à partir des capacités calorifiques et des masses volumiques des différentes espèces par :

$$c_p = \frac{\sum_{j=1}^n \rho_j c_{p_j}}{\rho} \quad (2.5)$$

Enfin, les variables d'état température, masse volumique et pression moyennes de l'air dans la cellule vérifient la loi des gaz parfaits :

$$P = \rho r T \quad (2.6)$$

r , la constante du mélange gazeux est calculée à partir des masses molaires M_j (kg/mole) et fractions massiques X_j des espèces :

$$r = R \cdot \sum_{j=1}^n \frac{X_j}{M_j} \quad (2.7)$$

Les termes différentiels seront calculés par des équations explicites d'intégrations qui seront décrites ultérieurement.

Pour n composés gazeux, dans une cellule courante, on compte $2n+5$ équations auxquelles il faut en ajouter $n+1$ pour le calcul des termes différentiels. On arrive donc à $3n+6$ équations.

3.3.2 Equations de transfert entre zones courantes : interfaces courantes

Il s'agit ici d'exprimer les transferts de masse et de chaleur entre deux cellules courantes. Les équations de transfert de masse sont différentes selon qu'il s'agit d'une interface horizontale ou verticale.

3.3.2.1 Interfaces verticales

On établit ici les équations de transfert à travers une interface orthogonale à l'axe x , orientée conformément aux conventions adoptées dans le paragraphe 3.2 (figure 2.5).

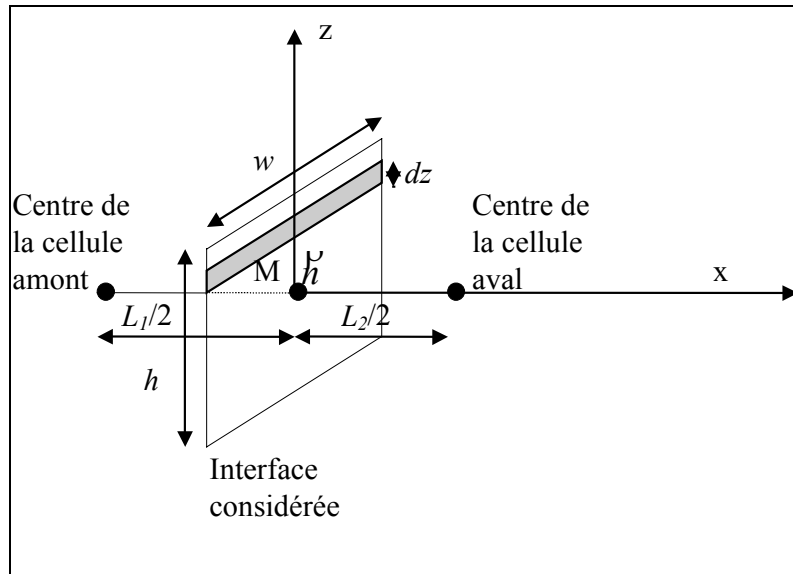


Figure 2.5 : Interface étudiée.

Pour obtenir les équations relatives aux interfaces perpendiculaires à l'axe y , dans les équations qui vont être établies, il suffit de remplacer les dimensions w par L , L_1 et L_2 par w_1 et w_2 .

Le débit massique d'une espèce est la somme d'un terme de transport, fonction de l'écart de pression entre les cellules voisines, et d'un terme de diffusion, fonction de

l'écart de concentration de l'espèce gazeuse. Ecrivons ces débits pour une tranche élémentaire d'interface, de hauteur dz et située à l'altitude z (figure 2.5).

Le débit massique de diffusion est calculé à partir de la loi de Fick, dans laquelle D_j (m^2/s) est le coefficient de diffusion moléculaire de l'espèce j dans le solvant considéré (nul pour le solvant). Cette loi est appliquée sur une longueur de diffusion correspondant à la distance entre les centres des deux cellules voisines :

$$\begin{cases} dQm_{-j_diff} = \rho_{1_j} \cdot D_j \cdot w \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(L_1 + L_2)/2} \cdot dz & \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \\ dQm_{-j_diff} = \rho_{2_j} \cdot D_j \cdot w \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(L_1 + L_2)/2} \cdot dz & \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

En intégrant ce débit élémentaire sur toute l'interface, on obtient le débit massique de diffusion de l'espèce j , qui traverse l'interface:

$$\begin{cases} Qm_{-j_diff} = \rho_{1_j} \cdot D_j \cdot w \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(L_1 + L_2)/2} \cdot h & \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \\ Qm_{-j_diff} = \rho_{2_j} \cdot D_j \cdot w \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(L_1 + L_2)/2} \cdot h & \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Dans les modèles zonaux développés par BOUIA(1995), le débit massique de transport entre deux sous-volumes est relié à la racine carrée de la différence de pression

par un facteur de décharge ($dQm = Cd \cdot \rho \cdot \left(2 \frac{(P_1 - P_2)}{\rho} \right)^{1/2} \cdot dz$).

Dans les modèles développés par FAUCONNIER(1989), RODRIGUEZ(1993) et WURTZ(1995), le débit massique de transport entre deux sous-volumes est relié à la racine carrée de la différence de pression par un coefficient de perméabilité ($dQm = K_p \cdot \rho \cdot ((P_1 - P_2))^{1/2} \cdot dz$).

Ces relations sont obtenues par dégradation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Il ne faut pas confondre le coefficient de décharge qui est adimensionnel, et le coefficient de perméabilité, qui lui est dimensionnel (son unité est $m \cdot s^{-1} \cdot Pa^{-1/2}$). Pour comparer les valeurs préconisées par les différents auteurs pour ces constantes, il convient donc d'être prudent.

Pour le facteur de décharge, BOUIA(1995) utilise une valeur de 0,8.

Pour le coefficient de perméabilité K_p RODRIGUEZ(1993) a constaté qu'une valeur proche de l'unité donnait de bons résultats, FAUCONNIER(1989) conseille une valeur de 0,83 tandis que WURTZ(1995) a montré que des valeurs comprises entre 0,7 et 1 avaient une faible influence tant sur le champ de température que sur les débits obtenus dans la pièce. Notons qu'un coefficient de perméabilité égal à 0,83, compte

tenue d'une masse volumique de l'air égale $1,2\text{kg/m}^3$ correspond à un coefficient de décharge égal à 0,62.

Pour notre part, nous avons retenu la seconde formulation et nous avons choisi de linéariser cette équation (figure 2.6) afin de simplifier les calculs. En fait, n'utilisant cette loi que pour les domaines où la vitesse de l'air est faible, les différences de pression rencontrées sont toujours faibles. On utilise donc toujours la partie centrale de la fonction d'approximation.

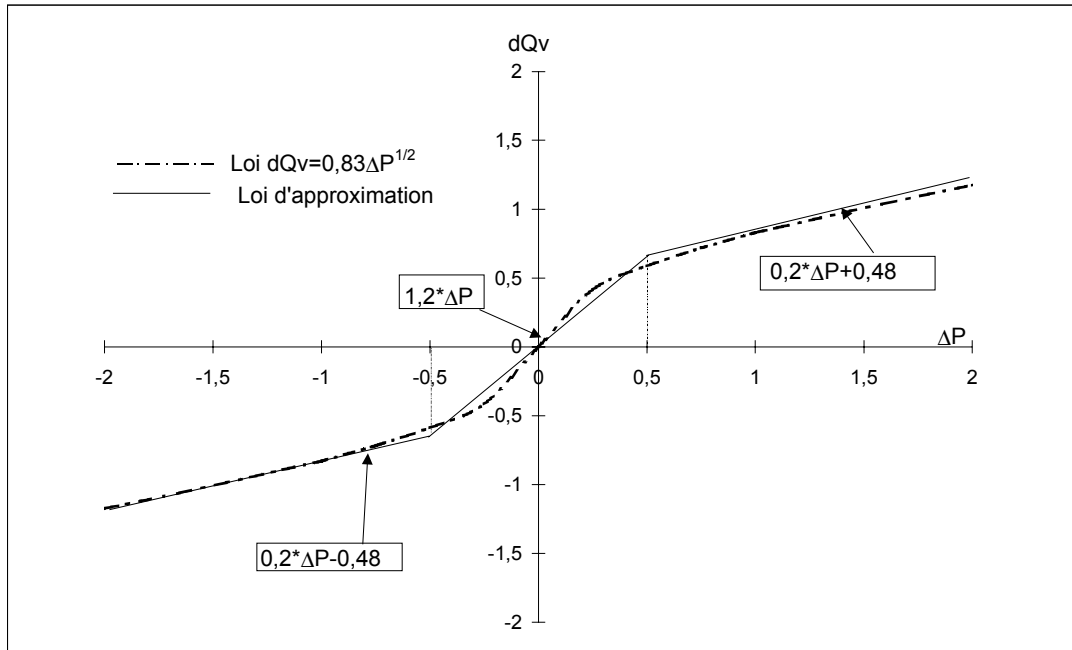


Figure 2.6 : Linéarisation par morceaux de la fonction $C\Delta P^{1/2}$, pour $C=0,83$. Les différences de pression étant faibles, on n'utilisera que la partie centrale de la fonction linéaire.

On considère les variations hydrostatiques de la pression dans les cellules de part et d'autre de l'interface et on calcule la différence de pression à l'interface (figure 2.7).

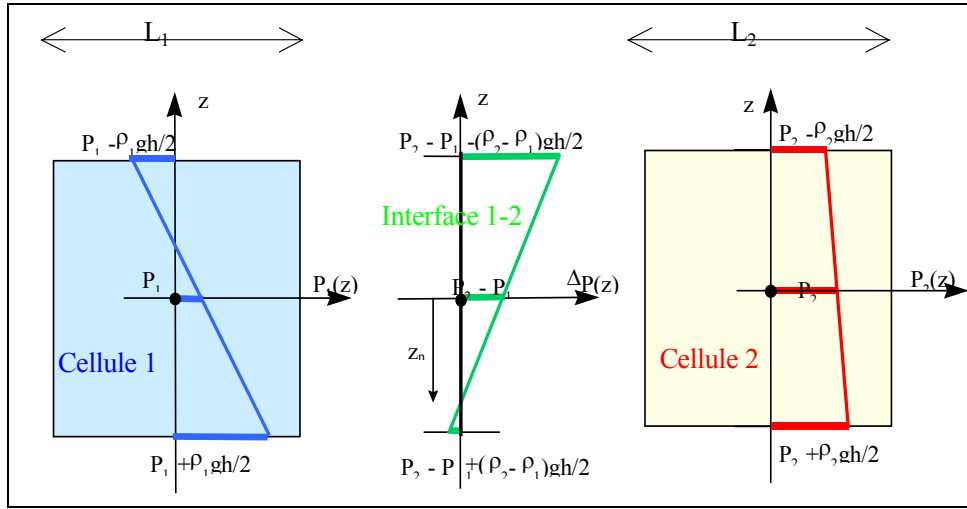


Figure 2.7 : Variation de pression de part et d'autre de l'interface et différence de pression à l'interface.

Compte tenu de la loi de débit adoptée, le débit volumique élémentaire de transport de l'espèce j , qui transite à travers la surface élémentaire de hauteur dz , située à l'altitude z s'écrit :

$$\begin{cases} dQm_{j_transp} = C'.w.\rho_{1_j}(P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2).g.z).dz & \text{si } (P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2).g.z) \geq 0 \\ dQm_{j_transp} = C'.w.\rho_{2_j}(P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2).g.z).dz & \text{si } (P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2).g.z) < 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

Cette loi est applicable pour des écarts de pression en valeur absolue inférieurs à 0,5 Pascal. Le coefficient C' est déterminé à partir de la valeur du coefficient de perméabilité proposée par FAUCONNIER, en tenant compte de la linéarisation (figure 2.6). On obtient une valeur de $1,2 \text{ m.s}^{-1}.\text{Pa}^{-1}$.

Cette loi est continue, linéaire par morceaux et monotone. Elle s'annule pour $z = z_n$, position de l'axe neutre relatif au transport :

$$z_n = \frac{P_1 - P_2}{g.(\rho_1 - \rho_2)} \quad (2.11)$$

On calcule maintenant un débit massique supérieur de transport de l'espèce j (qui transite au-dessus de l'axe neutre), $Qm_{j_transp}^{sup}$, et un débit inférieur de transport de l'espèce j (qui transite en dessous de l'axe neutre), $Qm_{j_transp}^{inf}$ (voir figure 2.8). Leurs expressions (équations (2.12) et (2.13)) dépendent de la position de z_n par rapport à $h/2$ et $-h/2$. Elles sont obtenues dans l'annexe 1, paragraphe 2 :

$$Qm_{j_transp}^{sup} = \rho_{2_j}.C'.w.\left(P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2).g.\frac{h}{2}\right).\frac{\frac{h}{2} - z_n}{2}$$

si $(\rho_1 - \rho_2) > 0$ et $-\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2}$

$$\begin{aligned}
 Qm_{_j_transp}^{\sup} &= \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} - z_n}{2} \\
 &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \\
 Qm_{_j_transp}^{\sup} &= \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h \\
 &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } z_n \leq -\frac{h}{2} \\
 Qm_{_j_transp}^{\sup} &= \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h \\
 &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } z_n \leq -\frac{h}{2} \\
 Qm_{_j_transp}^{\sup} &= 0 \\
 &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } \frac{h}{2} \leq z_n, \text{ ou si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } \frac{h}{2} \leq z_n \\
 Qm_{_j_transp}^{\inf} &= \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 + (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} + z_n}{2} \\
 &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \\
 Qm_{_j_transp}^{\inf} &= \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 + (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} + z_n}{2} \\
 &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \\
 Qm_{_j_transp}^{\inf} &= 0 \\
 &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } z_n \leq -\frac{h}{2}, \text{ ou si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } z_n \leq -\frac{h}{2} \\
 Qm_{_j_transp}^{\inf} &= \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h \\
 &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } \frac{h}{2} \leq z_n \\
 Qm_{_j_transp}^{\inf} &= \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } \frac{h}{2} \leq z_n \quad (2.13)$$

La loi de débit massique élémentaire total de l'espèce j , somme du débit massique élémentaire de diffusion et du débit massique élémentaire de transport est également continue, linéaire par morceaux et monotone (figure 2.8). Elle s'annule pour $z = z_{0j}$, position de l'axe neutre relatif au débit total de l'espèce j . L'expression de z_{0j} (équation (2.14)) est obtenue dans l'annexe 1, paragraphe 2 :

$$\begin{aligned} z_{0j} &= z_n + \frac{2.D_j \cdot \rho_{2-j}}{C \cdot g \cdot \rho_{1-j} \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1-j} - X_{2-j})}{(\rho_1 - \rho_2)} \\ &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } X_{1-j} - X_{2-j} \geq 0 \\ z_{0j} &= z_n + \frac{2.D_j}{C \cdot g \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1-j} - X_{2-j})}{(\rho_1 - \rho_2)} \\ &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } X_{1-j} - X_{2-j} < 0 \\ z_{0j} &= z_n + \frac{2.D_j \cdot \rho_{1-j}}{C \cdot g \cdot \rho_{2-j} \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1-j} - X_{2-j})}{(\rho_1 - \rho_2)} \\ &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } X_{1-j} - X_{2-j} < 0 \\ z_{0j} &= z_n + \frac{2.D_j}{C \cdot g \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1-j} - X_{2-j})}{(\rho_1 - \rho_2)} \\ &\text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } X_{1-j} - X_{2-j} \geq 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Les débits massiques supérieurs et inférieurs de l'espèce j (figure 2.8) sont obtenus après discussion sur le signe de $X_{1-j} - X_{2-j}$, de $\rho_1 - \rho_2$, et la position des deux axes neutres. Leurs expressions, comme les précédentes, sont obtenues en annexe 1 (équations (2.15) et (2.16)).

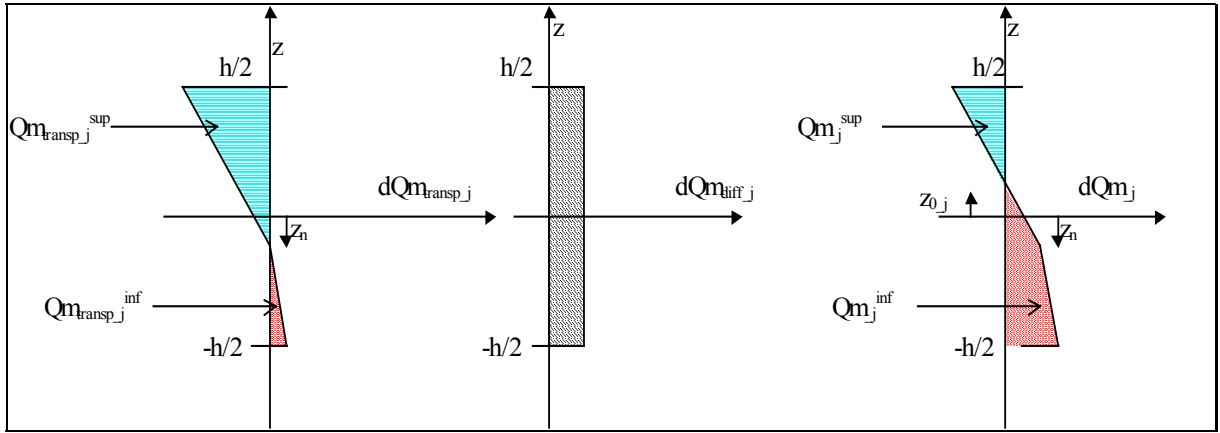


Figure 2.8 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre) et du débit élémentaire total (à droite), pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$, $z_{0,j}$ compris entre $-h/2$ et $h/2$, $X_{1,j} - X_{2,j} \geq 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

$$Qm_{-j}^{\sup} = 0$$

$$\text{si } (X_{1,j} - X_{2,j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0,j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1,j} - X_{2,j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0,j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1,j} - X_{2,j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1,j} - X_{2,j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0,j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1,j} - X_{2,j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0,j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1,j} - X_{2,j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0,j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1,j} - X_{2,j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n > \frac{h}{2})$$

$$Qm_{-j}^{\sup} = Qm_{-j_transp}^{\sup} + Qm_{-j_transp}^{\inf} + Qm_{-j_diff}$$

$$\text{si } (X_{1,j} - X_{2,j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0,j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1,j} - X_{2,j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0,j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} < -\frac{h}{2})$$

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_{0j}\right)^2}{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0j}}{h} \right)$$

$$\text{si } (X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2})$$

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2 - (z_{0j} - z_n)^2}{(z_{0j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0j}}{h} \right)$$

$$\text{si } (X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2})$$

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{-j_transp}^{\text{inf}} \left(\frac{z_{0j} - z_n}{\frac{h}{2} + z_n} \right)^2 + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0j}}{h} \right)$$

$$\text{si } (X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2})$$

$$\begin{aligned}
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right) \\
 Qm_{-j}^{\sup} = & Qm_{-j_transp}^{\inf} \left(\frac{2(z_{0j} - z_n)^2 - \left(z_n - \frac{h}{2}\right)^2 - \left(z_n + \frac{h}{2}\right)^2}{(z_{0j} - z_n)^2 - \left(z_n - \frac{h}{2}\right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0j}}{h} \right) \\
 & \text{si } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

$$Qm_{-j}^{\inf} = 0$$

$$\begin{aligned}
 & \text{si } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} < -\frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} \leq -\frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n < -\frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} \leq -\frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} < -\frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} \leq -\frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n < -\frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n > -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} > \frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} < -\frac{h}{2} \right)
 \end{aligned}$$

$$Qm_{-j}^{\inf} = Qm_{-j_transp}^{\sup} + Qm_{-j_transp}^{\inf} + Qm_{-j_diff}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{si } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} > \frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} > \frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} > \frac{h}{2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} > \frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} > \frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0j} < -\frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n > \frac{h}{2} \right) \\
 Qm_{-j}^{\text{inf}} &= Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0j}}{\frac{h}{2} - z_n} \right)^2 + Qm_{-j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0j}}{h} \right) \\
 & \text{si } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right) \\
 Qm_{-j}^{\text{inf}} &= Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{2(z_{0j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2}{(z_{0j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0j}}{h} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right) \\
 Qm_{-j}^{\text{inf}} &= Qm_{-j_transp}^{\text{inf}} \left(\frac{\left(z_n + \frac{h}{2}\right)^2 - (z_{0j} - z_n)^2}{(z_{0j} - z_n)^2 - \left(z_n - \frac{h}{2}\right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0j}}{h} \right) \\
 & \text{si } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right) \\
 Qm_{-j}^{\text{inf}} &= Qm_{-j_transp}^{\text{inf}} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2 - (z_{0j} - z_n)^2}{\left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_n}{h} \right) \\
 & \text{si } \left(X_{1j} - X_{2j} < 0, (\rho_1 - \rho_2) > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right) \\
 & \text{ou } \left(X_{1j} - X_{2j} \geq 0, (\rho_1 - \rho_2) < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0j} \leq \frac{h}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

On définit maintenant les débits positifs et négatifs de l'espèce j par :

$$Qm_{-j}^{-} = \min(Qm_{-j}^{\inf}, Qm_{-j}^{\sup}) \quad (2.17)$$

$$Qm_{-j}^{+} = \max(Qm_{-j}^{\inf}, Qm_{-j}^{\sup}) \quad (2.18)$$

Le débit positif correspond à la part de l'écoulement qui progresse dans le sens des x croissants, le débit négatif, à la part de l'écoulement qui progresse dans le sens contraire.

Le débit massique total de l'espèce j est :

$$Qm_{-j} = Qm_{-j}^{+} + Qm_{-j}^{-} \quad (2.19)$$

Le débit massique total (pour le mélange) est :

$$Qm = \sum_{j=1}^n Qm_{-j} \quad (2.20)$$

Le flux de chaleur qui traverse l'interface est la somme d'un flux advectif et d'un flux de conduction dans l'air.

Le flux transporté par l'espèce j est :

$$\Phi_{adv\ j} = c_{p\ -j} (T_1 \cdot Qm_{-j}^{+} + T_2 \cdot Qm_{-j}^{-}) \quad (2.21)$$

Le flux advectif total est :

$$\Phi_{adv} = \sum_{j=1}^n \Phi_{adv\ j} \quad (2.22)$$

Le flux de conduction dans l'air est :

$$\Phi_{cond} = \frac{2 \lambda_{air}}{L_1 + L_2} \cdot h \cdot w \cdot (T_1 - T_2) \quad (2.23)$$

Enfin, le flux total est :

$$\Phi = \Phi_{adv} + \Phi_{cond} \quad (2.24)$$

Récapitulons les équations qui sont utilisées dans l'interface verticale courante :

Equations relatives à une espèce :

- Calcul du débit massique de diffusion : équation (2.9)
- Calcul de la position de l'axe neutre relatif au débit total : équation (2.14)
- Calcul des débits massiques totaux supérieurs et inférieurs : équations (2.15) et (2.16)
- Calcul des débits massiques positifs et négatifs : équations (2.17) et (2.18)

- Calcul du débit massique résultant : équation (2.19)
- Calcul du flux advectif : équation (2.21)

Le nombre d'équations s'élève à $8n$.

Equations relatives à l'ensemble des composés gazeux :

- Calcul de la position de l'axe neutre relatif au débit de transport : équation (2.11)
- Calcul des débits supérieur et inférieur de transport : équations (2.12) et (2.13)
- Calcul du débit massique total: équation (2.20)
- Calcul du flux advectif : équation (2.22)
- Calcul du flux de conduction : équation (2.23)
- Calcul du flux total : équation (2.24)

Le nombre d'équations est 7.

Pour une interface verticale courante, on a donc $8n+7$ équations.

3.3.2.2 Interfaces horizontales

On établit ici les équations de transfert à travers une interface orthogonale à l'axe z , orientée conformément aux conventions adoptées dans le paragraphe 3.2 (figure 2.9).

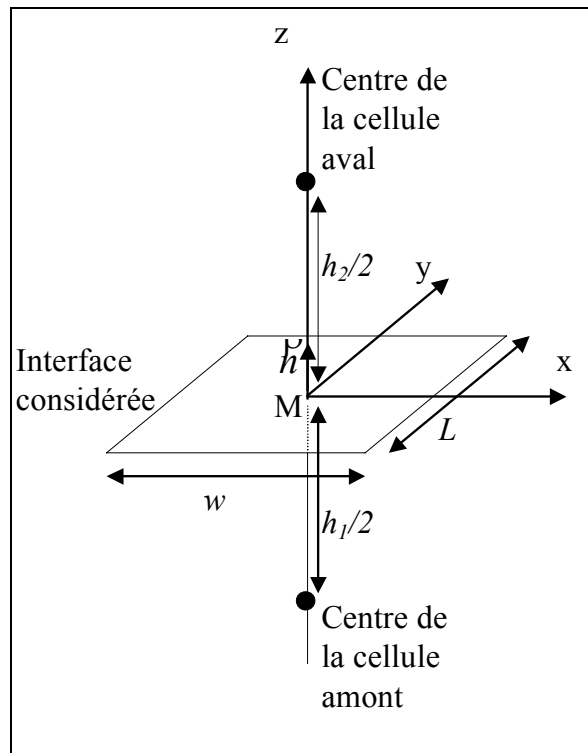


Figure 2.9 : Interface étudiée.

Comme précédemment, le débit massique d'une espèce est la somme d'un terme de transport et d'un terme de diffusion.

Le débit massique de diffusion de l'espèce j est :

$$\begin{cases} Qm_{j_diff} = D_j \cdot w \cdot L \cdot \rho_{1_j} \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(h_1 + h_2)/2} & \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \\ Qm_{j_diff} = D_j \cdot w \cdot L \cdot \rho_{2_j} \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(h_1 + h_2)/2} & \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

Pour calculer l'écart de pression au niveau d'une interface horizontale, on utilise respectivement les pressions en haut et en bas des cellules supérieure et inférieure (figure 2.10).

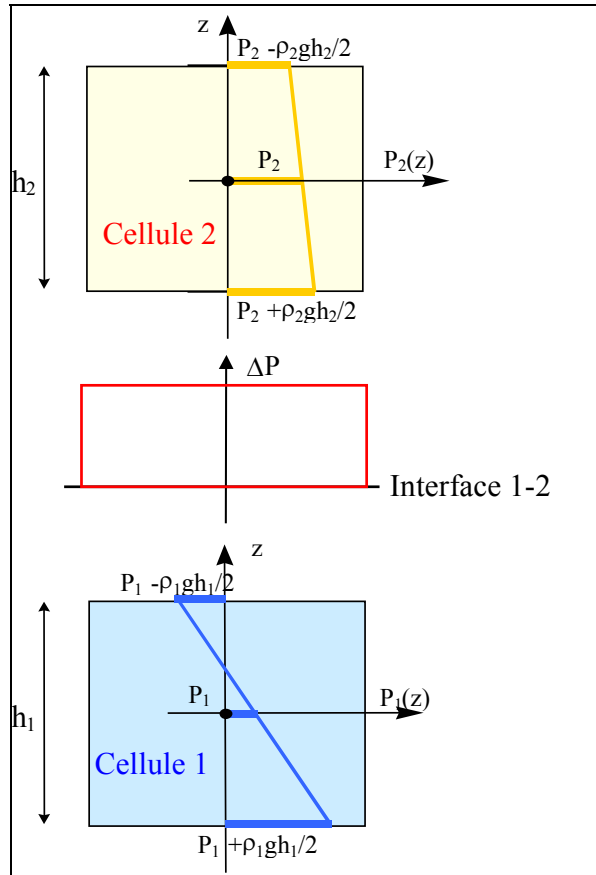


Figure 2.10 : Variation de pression dans les zones de part et d'autre de l'interface, et différence de pression au niveau de l'interface.

Le débit massique de transport de l'espèce j est alors:

$$\begin{cases} Qm_{-j_transp} = C'.w.L.\rho_{1_j} \cdot \left((P_1 - P_2) - \frac{1}{2}(\rho_1.h_1 + \rho_2.h_1).g \right) & \text{si } (P_1 - P_2) - \frac{1}{2}(\rho_1.h_1 + \rho_2.h_1).g \geq 0 \\ Qm_{-j_transp} = C'.w.L.\rho_{2_j} \cdot \left((P_1 - P_2) - \frac{1}{2}(\rho_1.h_1 + \rho_2.h_1).g \right) & \text{si } (P_1 - P_2) - \frac{1}{2}(\rho_1.h_1 + \rho_2.h_1).g < 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Le débit massique total de l'espèce j est la somme du débit de diffusion et du débit de transport. Il est décomposé en un débit positif et un débit négatif.

Le débit massique de l'espèce transitant dans le sens des z positifs j est :

$$\begin{cases} Qm_{-j}^+ = w.L.\rho_{1_j} \left(D_j \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(h_1 + h_2)/2} + C' \cdot \left((P_1 - P_2) - \frac{1}{2}g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) \right) \right) \\ \quad \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et} \quad (P_1 - P_2) - \frac{1}{2}g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) \geq 0 \\ Qm_{-j}^+ = w.L.\rho_{1_j} \left(D_j \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(h_1 + h_2)/2} \right) \\ \quad \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et} \quad (P_1 - P_2) - \frac{1}{2}g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) < 0 \\ Qm_{-j}^+ = w.L.\rho_{1_j} \left(C' \cdot \left((P_1 - P_2) - \frac{1}{2}g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) \right) \right) \\ \quad \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et} \quad (P_1 - P_2) - \frac{1}{2}g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) \geq 0 \\ Qm_{-j}^+ = 0 \\ \quad \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et} \quad (P_1 - P_2) - \frac{1}{2}g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) < 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

Le débit massique négatif de l'espèce j est :

$$\left\{ \begin{array}{l} Qm_{-j}^- = w.L.\rho_{2-j} \left(D_j \cdot \frac{X_{1-j} - X_{2-j}}{(h_1 + h_2)/2} + C' \left((P_1 - P_2) - \frac{1}{2} g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) \right) \right) \\ \quad \text{si } X_{1-j} - X_{2-j} < 0 \quad \text{et} \quad (P_1 - P_2) - \frac{1}{2} g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) < 0 \\ Qm_{-j}^- = w.L.\rho_{2-j} \left(D_j \cdot \frac{X_{1-j} - X_{2-j}}{(h_1 + h_2)/2} \right) \\ \quad \text{si } X_{1-j} - X_{2-j} < 0 \quad \text{et} \quad (P_1 - P_2) - \frac{1}{2} g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) \geq 0 \\ Qm_{-j}^- = w.L.\rho_{2-j} \left(C' \left((P_1 - P_2) - \frac{1}{2} g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) \right) \right) \\ \quad \text{si } X_{1-j} - X_{2-j} \geq 0 \quad \text{et} \quad (P_1 - P_2) - \frac{1}{2} g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) < 0 \\ Qm_{-j}^- = 0 \\ \quad \text{si } X_{1-j} - X_{2-j} \geq 0 \quad \text{et} \quad (P_1 - P_2) - \frac{1}{2} g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) \geq 0 \end{array} \right. \quad (2.28)$$

Le débit massique résultant pour l'espèce j , le débit massique total et le flux de chaleur sont obtenus de la même façon que dans les interfaces verticales.

Récapitulons les équations qui sont utilisées dans l'interface horizontale courante :

Equations relatives à une espèce :

- Calcul des débits massiques positifs et négatifs : équations (2.27) et (2.28)
- Calcul du débit massique résultant : équation (2.19)
- Calcul du flux advectif : équation (2.21)

Le nombre d'équations s'élève à $4n$.

Equations relatives à l'ensemble des composés gazeux :

- Calcul du débit massique : équation (2.20)
- Calcul du flux advectif : équation (2.22)
- Calcul du flux de conduction : équation (2.23)
- Calcul du flux total : équation (2.24)

Le nombre d'équations est 4.

Pour une interface horizontale courante, on compte donc $4n + 4$ équations.

3.4. Description des zones de panache

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux panaches thermiques turbulents bidimensionnels issus d'une source de chaleur. Le développement d'un tel panache dépend fortement des conditions aux limites, caractérisées par le nombre de Froude initial.

3.4.1 Principe du modèle de panache

On considère ici un panache thermique induit par un convecteur électrique ou une source linéaire. On étudie les panaches libres et les panaches qui se développent le long d'une paroi.

On suppose que la largeur du panache, contrairement à son épaisseur, est constante sur toute la hauteur de l'écoulement, égale à la largeur de la source. Le partitionnement de la pièce est fait de manière à inclure le panache dans un empilement de cellules (figure 2.11). La largeur de ces cellules est égale à celle de la source, leur épaisseur doit être supérieure à l'épaisseur maximale du panache.

Ainsi, les zones de panache sont incluses dans des sous-volumes plus grands qui sont divisés en deux parties : une partie d'air appartenant à l'écoulement particulier et la partie complémentaire appartenant à l'ambiance. La première est décrite par des lois spécifiques aux panaches thermiques. La seconde est représentée par les lois données précédemment pour les domaines à vitesse d'air faible. Les interfaces qui coupent l'écoulement moteur ou qui lui sont tangentes sont elles aussi, divisées en deux parties. Ce principe est illustré par la figure 2.12 pour un panache de paroi.

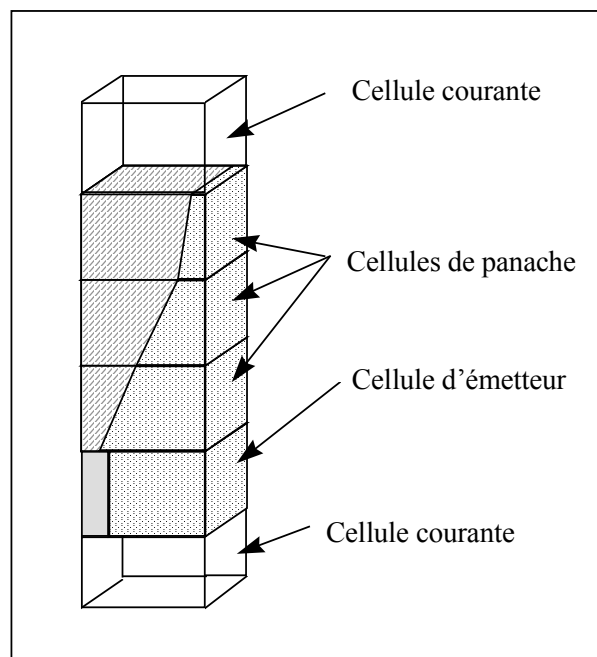


Figure 2.11 : Maillage d'un panache de paroi.

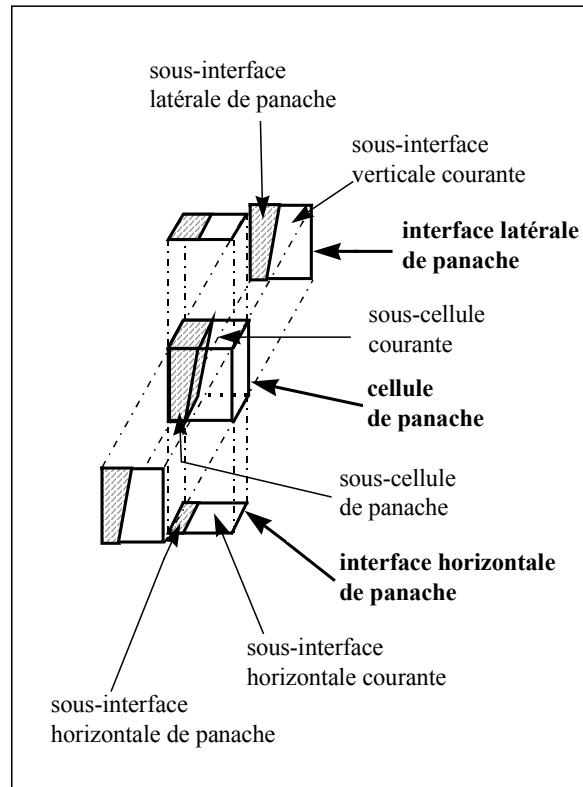


Figure 2.12 : Cellules et interfaces de panache divisées en deux parties.

Pour décrire le panache thermique, on utilise le modèle empirique proposé par INARD(1997). Les caractéristiques dans le panache sont :

- bu (m): épaisseur du panache (figure 2.13),
- Um (m/s): vitesse maximale de l'air dans le panache,
- ΔTm (°C): différence entre la température maximale dans le panache et la température ambiante,
- qm (kg/m.s): débit massique linéique (pour un panache de largeur unitaire) (figure 2.13),
- ϕ_{conv} (W/m): flux linéique de convection à la paroi (figure 2.13),
- ϕ (W/m): flux de chaleur linéique, calculé sur la largeur du panache (figure 2.13).

A l'altitude z elles vérifient les équations suivantes :

$$(2.29) \quad \left\{ \begin{array}{l} bu = \frac{2E_0}{\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{St(1+\lambda^2)^{1/2}}{3\lambda E_0} \right) \cdot (z - z_0) \\ Um = \left(\frac{6\lambda(1+\lambda^2)^{1/2}}{3\lambda(Cf + \sqrt{2}E_0) - (2(1+\lambda^2))^{1/2} St} \right)^{1/3} \left(\frac{\rho g \beta}{\rho_0 C p_0} \right)^{1/3} \\ \Delta Tm = \left(\frac{\rho g \beta}{\rho_0 C p_0} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{2St(1+\lambda^2)^{1/2} + 6E_0} \right) \left(\frac{1}{g\beta(z - z_0)} \right) \left(\frac{4(1+\lambda^2)}{3\lambda} \left(3\lambda(Cf + \sqrt{2}E_0) - (2(1+\lambda^2))^{1/2} St \right) \right)^{1/3} \\ qm = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \rho_0 U m b u \\ \phi_{conv} = K((T_{si} - T_{air}) - \Delta Tm)^n \end{array} \right.$$

Dans ce système, les données sont :

- λ (-) : rapport épaisseur thermique / épaisseur dynamique du panache,
- z (m) : ordonnée du point d'étude,
- z_0 (m) : ordonnée de l'origine fictive du panache,
- Cf (-) : coefficient de frottement à l'interface air/paroi,
- g (ms⁻²) : accélération gravitationnelle,
- β (K⁻¹) : coefficient d'expansion volumique de l'air,
- ρ_0 (kg/s) : masse volumique de l'air en dehors du panache,
- Cp_0 (J.kg⁻¹K⁻¹) : capacité thermique massique de l'air,
- n (-) : exposant empirique,
- K (Wm⁻¹K⁻ⁿ) : coefficient empirique,
- E_0 (-) : taux d'entraînement,
- St (-) : nombre adimensionnel de Stanton.

Expérimentalement, BARLES et al.(1994) ont déterminé des valeurs optimales pour K et n qui sont respectivement 0,66 et 1,77. Pour Cf et St , GRELLA et FAETH (1975) et LIBURDY et FAETH (1978) proposent d'adopter les valeurs respectives de 0,012 et 0,009. En théorie, les valeurs de λ et de E_0 varient le long du panache. Cependant, INARD(1997) a montré qu'elles atteignent assez vite une valeur asymptotique qui dépend du type de panache. Ces valeurs sont reportées dans le tableau 2.1. En conclusion de l'article, INARD propose des valeurs de E_0 à utiliser en fonction du type d'émetteur : 0,08 pour un convecteur à sortie verticale et 0,14 pour un convecteur à sortie frontale.

	λ	E_0
Panache libre	0,906	0,15
Panache de paroi adiabatique	1	0,06
Panache de paroi isotherme	0,840	0,09

Tableau 2.1 : Paramètres des panaches thermiques.

Dans ce système d'équations locales (toutes permettent de calculer les caractéristiques à l'altitude z), il y a 5 équations et 6 inconnues. Le système est complété par l'ajout d'une équation de bilan d'énergie sur un volume du panache compris entre l'ordonnée de l'origine fictive du panache, z_0 , et l'ordonnée du point de calcul, z .

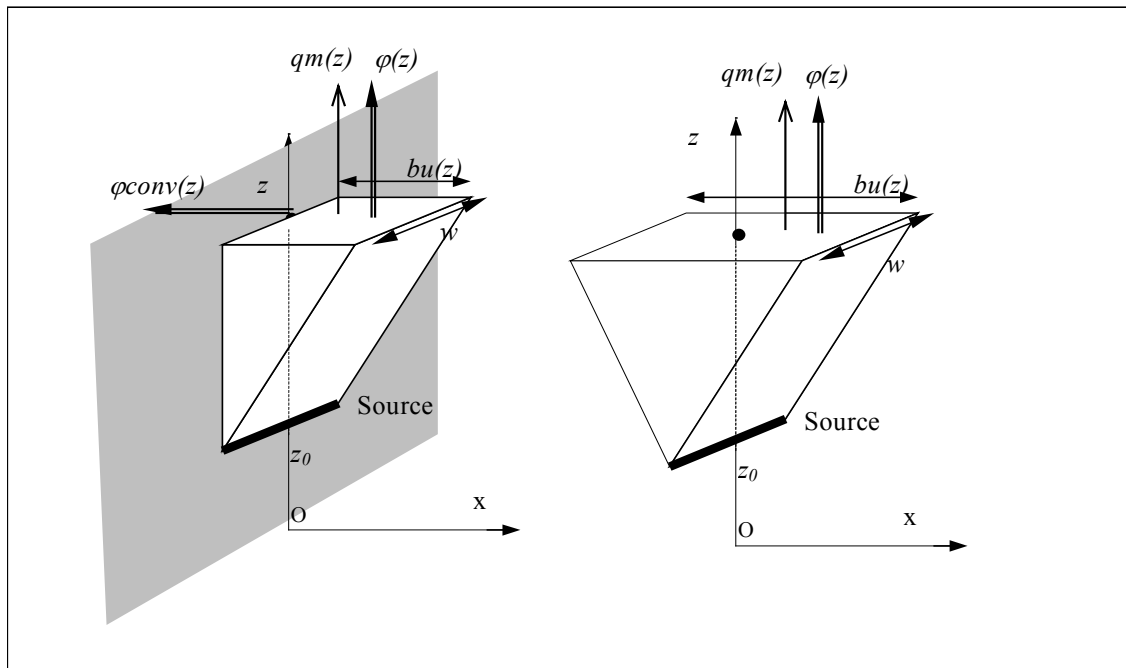


Figure 2.13 : Schémas d'un panache thermique de paroi (à gauche) et d'un panache thermique libre (à droite).

Calculé par bilan de masse sur un tronçon de panache, le débit d'air entraîné dans le panache est réparti sur les surfaces du panache en contact avec l'ambiance (surfaces frontales et latérales) au prorata des aires.

Voyons maintenant comment les équations de description du panache sont réparties dans les interfaces et les cellules.

3.4.2 Equations de bilan et d'état : cellules de panache

Soit un sous-volume de panache dont le centre est à l'altitude z . Ce sous-volume est divisé en deux parties. Pour caractériser la partie « air environnant » (ou sous-cellule courante), on utilise les mêmes variables que dans les cellules courantes (figure 2.14). Les débits et flux échangés par ce domaine avec les domaines voisins portent l'indice c .

Les variables de la partie « panache » (ou sous-cellule de panache) sont :

- ΔTm : l'écart de température maximal entre le panache et l'ambiance, à l'altitude z ,
- Tm : la température maximale dans le panache, à l'altitude z ,
- ρ_p : la masse volumique moyenne de l'air dans le panache,
- $\rho_{p_1} \dots \rho_{p_n}$: les masses volumiques moyennes des espèces gazeuses,
- $X_{p_1} \dots X_{p_n}$: les fractions massiques des espèces gazeuses.

Les débits et flux échangés par ce domaine sont différenciés de ceux de la sous-cellule courante par l'indice p .

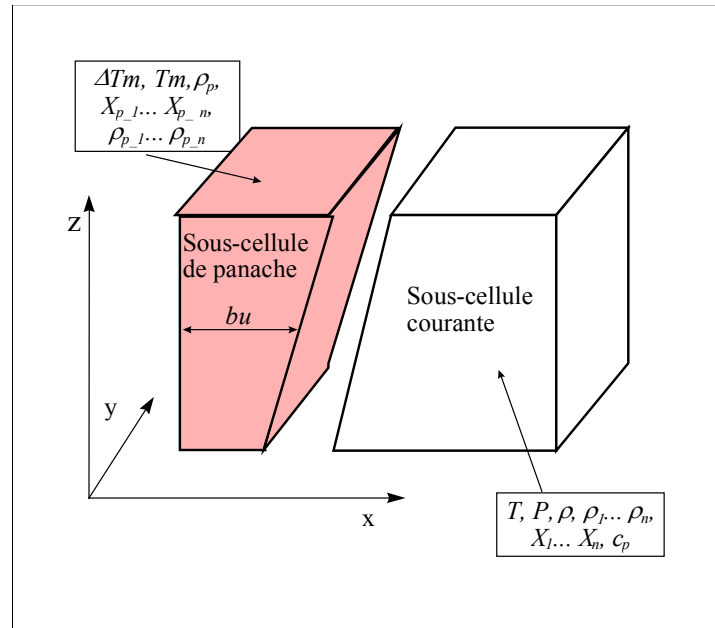


Figure 2.14 : Décomposition de la cellule de panache en une sous-cellule courante et une sous-cellule de panache. Variables de ces sous-cellules.

Pour représenter la sous-cellule courante, on utilise les équations données dans le paragraphe 3.3.1 pour les cellules courantes. Dans les équations de bilan de masse et de flux ce sont les débits massiques et flux de chaleur propres à la sous-cellule qui sont

reliés. Le volume du domaine d'application de ces bilans est $w^*(L-bu)^*h$. Leurs expressions sont :

$$-Qm_{c_Est_j}+Qm_{c_Ouest_j}-Qm_{c_Nord_j}+Qm_{c_Sud_j}-Qm_{c_Haut_j}+Qm_{c_Bas_j}+Qm_{c_Source_j}=\rho h(L-bu)w\frac{dX_j}{dt} \quad (2.30)$$

$$-\Phi_{c_Est}+\Phi_{c_Ouest}-\Phi_{c_Nord}+\Phi_{c_Sud}-\Phi_{c_Haut}+\Phi_{c_Bas}+\Phi_{c_source}=c_p\rho h(L-bu)w\frac{dT}{dt} \quad (2.31)$$

Notons que ces équations sont écrites pour un panache induit par une source de chaleur parallèle à la direction Sud-Nord. Si la source est parallèle à la direction Est-Ouest, on obtient les équations à utiliser par permutation des rôles de L et w .

Les autres équations des cellules courantes sont utilisées sans modification.

Dans la sous-cellule de panache, on retrouve les équations de calcul des fractions massiques, de la masse volumique de l'air. Elles sont appliquées aux caractéristiques dans le panache :

$$X_{p_j}=\frac{\rho_{p_j}}{\rho_p} \quad (2.32)$$

$$\rho_p=\sum_{j=1}^n \rho_{p_j} \quad (2.33)$$

Le bilan de masse s'écrit :

$$-Qm_{p_Est_j}+Qm_{p_Ouest_j}-Qm_{p_Nord_j}+Qm_{p_Sud_j}-Qm_{p_Haut_j}+Qm_{p_Bas_j}+Qm_{p_Source_j}=hw.bu\frac{d\rho_{p_j}}{dt} \quad (2.34)$$

La répartition du débit d'air entraîné au prorata des surfaces du panache implique des relations entre les débits Est, Ouest, Sud et Nord. Ces relations dépendent de l'orientation de la source de chaleur et de la nature du panache. Elles sont répertoriées dans le tableau 2.2.

Nature du panache	Direction de la source	Côté de la cellule où se trouve la paroi	Equations
Panache libre	Est-Ouest		$Qm_{p_Est_j} = -Qm_{p_Ouest_j}$ (2.35)
			$Qm_{p_Nord_j} = -Qm_{p_Sud_j}$ (2.36)
			$bu.Qm_{p_Ouest_j} = L.Qm_{p_Sud_j}$ (2.37)
	Nord-Sud		$Qm_{p_Est_j} = -Qm_{p_Ouest_j}$ (2.35)
			$Qm_{p_Nord_j} = -Qm_{p_Sud_j}$ (2.36)
			$w.Qm_{p_Ouest_j} = bu.Qm_{p_Sud_j}$ (2.38)
Panache de paroi	Est-Ouest	Nord	$Qm_{p_Est_j} = -Qm_{p_Ouest_j}$ (2.39)
			$bu.Qm_{p_Ouest_j} = L.Qm_{p_Sud_j}$ (2.37)
		Sud	$Qm_{p_Est_j} = -Qm_{p_Ouest_j}$ (2.39)
			$bu.Qm_{p_Est_j} = L.Qm_{p_Nord_j}$ (2.40)
	Nord-Sud	Est	$Qm_{p_Nord_j} = -Qm_{p_Sud_j}$ (2.36)
			$w.Qm_{p_Ouest_j} = bu.Qm_{p_Sud_j}$ (2.38)
		Ouest	$Qm_{p_Nord_j} = -Qm_{p_Sud_j}$ (2.36)
			$w.Qm_{p_Est_j} = bu.Qm_{p_Nord_j}$ (2.41)

Tableau 2.2 : Relations entre les débits latéraux et frontaux du panache.

Dans le bilan thermique, on a ôté le terme différentiel, ceci revient à négliger l'inertie de l'air dans cette zone. De ce fait, on ne calcule pas de température moyenne dans la zone de panache.

$$-\Phi_{p_Est} + \Phi_{p_Ouest} - \Phi_{p_Nord} + \Phi_{p_Sud} - \Phi_{p_Haut} + \Phi_{p_Bas} + \Phi_{p_source} = 0 \quad (2.42)$$

La largeur moyenne de la cellule de panache est calculée par :

$$bu = \frac{2E_0}{\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{St(1+\lambda^2)^{1/2}}{3\lambda E_0} \right) (z - z_0) \quad (2.43)$$

L'écart maximal de température est calculé au centre de la cellule :

$$\Delta T_m = \left(\frac{\rho g \beta}{\rho c_p} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{2St(1+\lambda^2)^{1/2} + 6E_0} \left(\frac{1}{g\beta(z-z_0)} \right) \left(\frac{4(1+\lambda^2)}{3\lambda} (3\lambda(Cf + \sqrt{2}E_0) - (2(1+\lambda^2))^{1/2}St) \right) \right)^{1/3} \quad (2.44)$$

Dans cette dernière équation, pour ρ_0 et c_{p0} qui sont la masse volumique et la capacité calorifique de l'air ambiant, on a pris les valeurs ρ et c_p dans la sous-cellule courante de la cellule.

La température maximale est alors :

$$T_m = T + \Delta T_m \quad (2.45)$$

De la même manière que pour ρ_0 et $c_p \rho_0$, on a pris, comme valeur de la température ambiante, la valeur de la température dans la sous-cellule courante.

Dans l'expression de ΔT_m , la variable φ , flux de chaleur linéique à l'altitude z apparaît. Pour calculer ΔT_m il faudrait donc calculer ce flux au milieu de la cellule. Or, on s'est fixé pour règle de calculer les flux dans les interfaces. On peut connaître $\varphi(z+h/2)$ et $\varphi(z-h/2)$. Trois solutions ont été envisagées : approximer φ par la moyenne de ces deux valeurs, utiliser $\varphi(z-h/2)$ ou utiliser $\varphi(z+h/2)$. On a choisi d'utiliser $\varphi(z-h/2)$, qui est calculé dans l'interface inférieure.

On ajoute aux équations (2.43) et (2.44) une condition sur φ : si φ est inférieur ou égal à zéro (il n'y a plus de phénomène de panache thermique), b_u et ΔT_m sont annulés. Ceci revient à « fermer » la sous-cellule de panache et donc à transformer la cellule de panache en cellule courante. Ainsi, il n'est pas nécessaire de connaître la hauteur du panache : à partir de l'altitude où le flux du panache a été entièrement transmis à la paroi, les zones de panache basculent d'elles-mêmes en zones courantes. Il en est de même si la source est « éteinte ».

Le nombre d'équations dans la sous-cellule courante est, comme dans une cellule courante, égal à $3n+6$. Dans la sous-cellule de panache, il est de $5n+5$ pour un panache de paroi et $5+6n$ pour un panache libre. Au total, on a donc $8n+11$ équations pour un panache libre et $9n+11$ pour un panache de paroi.

3.4.3 *Equations de transfert entre une zone de panache et les zones voisines : interfaces de panache*

Il s'agit ici d'explicitier les transferts de masse et de chaleur qui se produisent dans les interfaces bordant une cellule de panache. Ce sont les interfaces horizontales qui se trouvent au dessus ou au dessous d'une cellule de panache, ainsi que les interfaces verticales orthogonales à la source de chaleur (on les nomme « interfaces latérales ») (figure 2.12). Les interfaces verticales parallèles à la source, sont des interfaces courantes.

3.4.3.1 *Interfaces horizontales de panache*

Soit une interface horizontale de panache placée à l'altitude z . Elle est divisée en deux parties : une partie correspondant aux transferts relatifs à l'air environnant et une partie correspondant aux transferts relatifs à l'air du panache. Comme dans les cellules de panache, on utilise les indices c et p pour différencier les variables appartenant à l'une et l'autre de ces parties (figure 2.15).

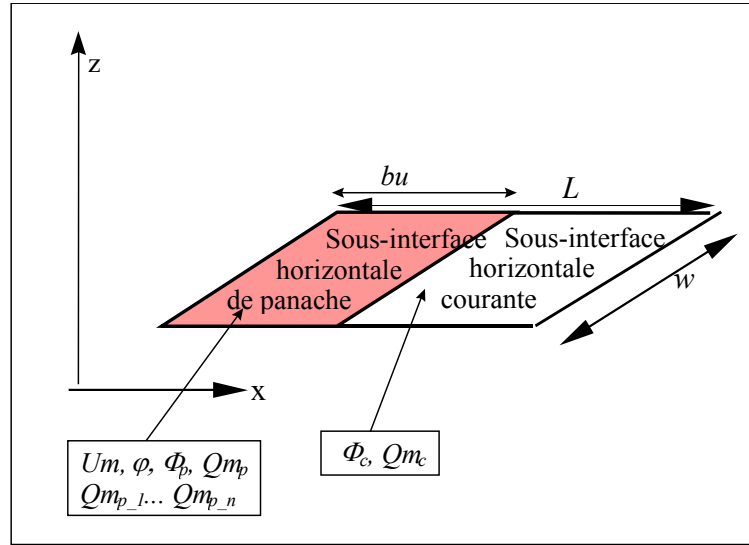


Figure 2.15 : Décomposition de l'interface horizontale de panache en une sous-interface courante et une sous-interface de panache. Variables de ces sous-interfaces.

Le calcul des transferts est donné pour un panache induit par une source de chaleur linéaire parallèle à la direction Sud-Nord. Les équations à utiliser si la source est parallèle à la direction Est-Ouest sont obtenues en inversant les rôles de w et L .

Dans la sous-interface courante, les équations à utiliser sont les mêmes que celles données dans le paragraphe 3.3.2.2. pour une interface horizontale courante, en remplaçant w par $w \cdot bu$ et en ajoutant l'indice c au nom des variables de débit et de flux.

Dans la sous-interface de panache, on calcule la vitesse maximale de l'air, à l'altitude z par :

$$Um = \left(\frac{6 \lambda (1 + \lambda^2)^{1/2}}{3 \lambda (Cf + \sqrt{2} E_0) - (2(1 + \lambda^2))^{1/2} St} \right)^{1/3} \left(\frac{\phi g \beta}{\rho_0 C p_0} \right)^{1/3} \quad (2.46)$$

A partir de cette vitesse, les débits massiques des n espèces gazeuses sont obtenus par :

$$Qm_{p-j} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \rho_{j-1} Um bu L \quad (2.47)$$

ρ_{j-1} est la masse volumique de l'espèce j dans la cellule inférieure s'il s'agit d'une cellule courante ou une cellule d'émetteur, dans la sous-cellule courante de la cellule inférieure s'il s'agit d'une cellule de panache. Notons que dans cette expression le débit de diffusion est négligé.

Le débit massique total est la somme de ces débits partiels, pour les n espèces gazeuses.

Le flux linéique φ est calculé en divisant le flux traversant la sous-interface de panache par la largeur du panache, L :

$$\varphi = \frac{\Phi_p}{L} \quad (2.48)$$

Il n'est pas nécessaire d'exprimer Φ_p . Les relations données dans les cellules de panache suffisent à déduire tous les flux.

L'épaisseur bu est calculée ici aussi avec l'équation (2.43).

Comme dans la sous-cellule de panache, les équations (2.46) et (2.43) sont assorties d'une valeur seuil de φ (égale à zéro) en dessous de laquelle Um et bu sont nuls, rendant l'interface de panache équivalente à une interface horizontale courante.

Les débits massiques de chaque espèce et le débit massique d'air ainsi que le flux de chaleur traversant l'interface complète sont obtenus en sommant ceux obtenus pour les deux sous-interfaces.

Dans la sous-interface courante, on a, comme dans l'interface horizontale courante, $4n+4$ équations. Dans la sous-interface de panache, on a $n+4$ équations. Le calcul des débits massiques totaux et du flux total nécessite $n+2$ équations. On arrive donc à un total de $6n+10$ équations.

3.4.3.2 Interfaces latérales de panache

Les interfaces latérales de panache sont elles aussi divisées en deux parties (figure 2.16).

Dans la sous-interface courante, les équations utilisées sont celles données dans le paragraphe 3.3.2.1. pour les interfaces verticales courantes en remplaçant w par $w-bu$ et en ajoutant un indice c aux débits et flux.

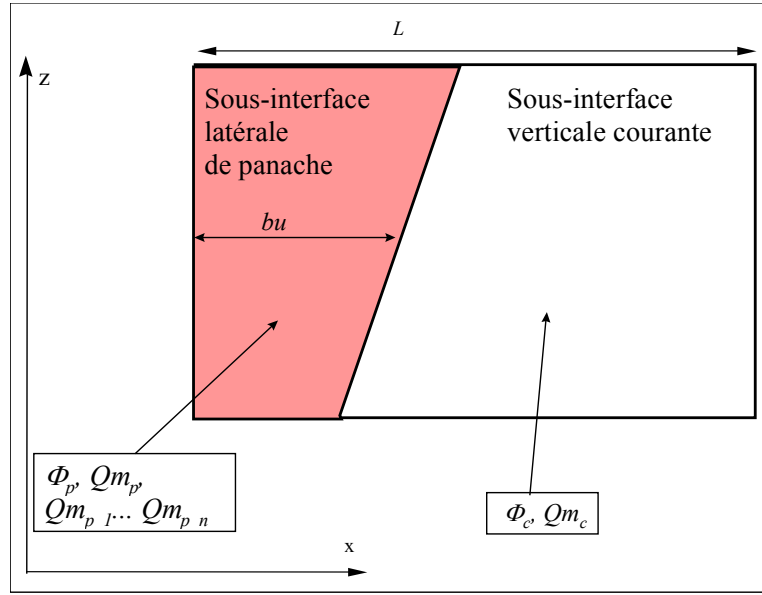


Figure 2.16 : Décomposition de l'interface latérale de panache en une sous-interface courante et une sous-interface de panache. Variables de ces sous-interfaces.

Dans les sous-interfaces de panache, il ne reste que le flux de chaleur et le débit massique d'air à calculer (les relations de proportionnalité écrites dans les cellules suffisent pour obtenir les débits massiques partiels). On connaît le sens du débit massique de l'espèce j (l'air est entraîné dans le panache), le flux advectif de l'espèce j est donc

$$\Phi_{adv_j} = c_{p_j} \cdot T_1 \cdot Qm_{-j} \quad (2.49)$$

si l'interface se trouve à l'amont de la cellule de panache,

$$\Phi_{adv_j} = c_{p_j} \cdot T_2 \cdot Qm_{-j} \quad (2.50)$$

si l'interface se trouve à l'aval de la cellule de panache.

On utilise ensuite les équations (2.22), (2.23) et (2.24) pour parvenir au flux traversant la sous-interface, Φ_p .

Les débits massiques de chaque espèce et le débit massique d'air ainsi que le flux de chaleur traversant l'interface complète, sont obtenus en sommant ceux obtenus pour les deux sous-interfaces.

Dans la sous-interface courante, on a, comme dans l'interface verticale courante, $8n+7$ équations. Dans la sous-interface de panache, on a $n+3$ équations. Le calcul des débits massiques totaux et du flux total nécessite $n+2$ équations. On arrive donc à un total de $10n+12$ équations.

3.5. Description des zones contenant un émetteur

3.5.1 Principe du modèle d'émetteur

Il s'agit ici de mettre en place un modèle de convecteur électrique.

Les hypothèses concernant l'interaction de ce corps de chauffe avec la pièce sont les suivantes :

- seules la face avant et la face arrière du convecteur sont considérées dans les calculs (compte tenu de leur faible superficie, l'interaction des faces latérales avec le local est négligée)
- le facteur de forme entre la face arrière de l'émetteur et la partie de la paroi en regard est égal à 1

Compte tenu de cette dernière hypothèse qui simplifiera le calcul des flux échangés par rayonnement, le maillage de la pièce doit être fait de façon que la cellule contenant l'émetteur soit de même largeur et hauteur que celui-ci. Son épaisseur est imposée par celle des cellules de panache qui la surplombent (figure 2.11).

Au-dessus des cellules d'émetteur doit se trouver une interface horizontale de panache. Les autres interfaces voisines sont des interfaces courantes. Comme les cellules de panache, les cellules d'émetteur sont divisées en deux parties.

Pour caractériser l'émetteur, on calcule les températures de sa face avant et de sa face arrière, ainsi que les flux de chaleur échangés au niveau de ces deux surfaces (figure 2.17).

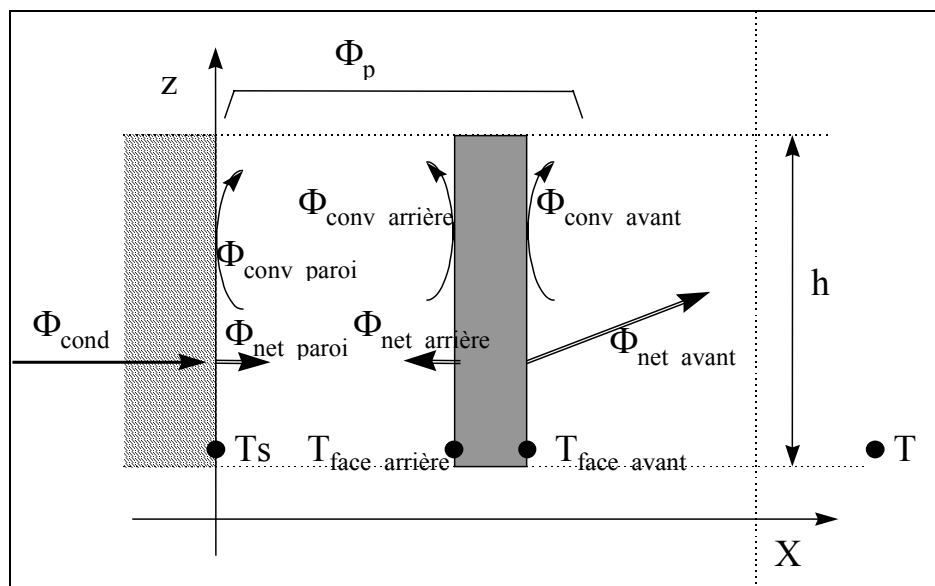


Figure 2.17 : Flux de chaleur mis en jeu dans le modèle de convecteur.

Une étude statistique menée par P. BARLES(1992 et 1993) établit des relations permettant de calculer les températures moyennes des faces avant et arrière des convecteurs :

$$T_{face_avant}=0,67\left(\frac{P_{elec}}{P_{nom}}\Delta T_{Smax}\right)+T \quad (2.51)$$

pour les convecteurs à sortie verticale,

$$T_{face_avant}=\frac{P_{elec}}{P_{nom}}\left(\frac{0,67.(S-S_G)\Delta T_{Smax}+0,77.S_G.\Delta Ta_{max}}{S_G}\right)+T \quad (2.52)$$

pour les convecteurs à sortie frontale,

$$T_{face_arrière}=\frac{P_{elec}}{P_{nom}}(0,67.\Delta T_{Smax}-7)+T \quad (2.53)$$

pour les deux types de convecteur.

Dans ces équations, P_{elec} (W) est la puissance électrique fournie au convecteur, P_{nom} (W) est sa puissance électrique nominale de fonctionnement, ΔT_{Smax} (°C) est l'échauffement maximal de sa face avant et ΔTa_{max} (°C) celui de l'air à la sortie du convecteur. T est la température de l'air ambiant.

S et S_G (m²) sont respectivement l'aire de la face avant et l'aire de la grille du convecteur (utilisée uniquement pour les convecteurs à sortie frontale).

La distance entre la face arrière de l'émetteur et la facette de paroi en regard étant très faible, on considère que ces deux surfaces ne reçoivent pas de rayonnement de courtes longueurs d'onde. Les flux de rayonnement qu'elles échangent concernent uniquement les grandes longueurs d'onde. Compte tenu de la seconde hypothèse émise, les flux nets perdus par la face arrière de l'émetteur et la facette de paroi en regard sont égaux en valeur absolue et de signe contraire :

$$\Phi_{net_paroi}=-\Phi_{net_arrière}=\frac{\epsilon_{ar}.\epsilon_{paroi}.S.\sigma(T_S^4-T_{face_arrière}^4)}{\epsilon_{ar}+\epsilon_{paroi}-\epsilon_{ar}.\epsilon_{paroi}} \quad (2.54)$$

ϵ_{ar} et ϵ_{paroi} sont les émissivités grandes longueurs d'onde de la face arrière de l'émetteur et de la facette de paroi.

Les échanges convectifs le long de la paroi à l'arrière du convecteur sont fonction de la conductance de la paroi, de la température de la face arrière de l'émetteur, de la vitesse et de la température de l'air à l'entrée de l'espace libre entre l'élément de chauffe et la paroi. Se basant sur une étude bibliographique sur les échanges convectifs entre deux plaques parallèles et sur une étude expérimentale pour laquelle les émetteurs utilisés sont des émetteurs à eau, INARD(1988) établit :

$$\Phi_{conv_paroi} = \frac{1,78.S.\Delta T^{5/4}}{h^{1/4}} \quad (2.55)$$

avec :

$$\Delta T = \frac{T_{face_arriere} + T_s}{2} - T \quad (2.56)$$

T_s est la température de la surface de paroi à l'arrière du convecteur.

Les flux convectifs sur les faces avant et arrière du convecteur sont obtenus par un bilan de flux dont l'objet est le convecteur. Compte tenu des conventions de signe adoptées dans la figure 2.17, ce bilan s'écrit :

$$P_{elec} = \Phi_{conv_arriere} + (\Phi_{net_arriere} + \Phi_{net_avant} + \Phi_{conv_avant} + \Phi_{conv_sortie}) \quad (2.57)$$

Pour établir cette relation, on a négligé l'inertie thermique du convecteur (qui en général est faible). Le régime dynamique du convecteur sera donc représenté par une succession de régimes statiques.

Le flux convectif dans le panache, juste au dessus du convecteur est composé des flux convectifs cédés par les faces avant et arrière du convecteur et du flux transporté par l'air à la sortie du convecteur :

$$\Phi_{panache} = \Phi_{conv_arriere} + \Phi_{conv_avant} + \Phi_{conv_sortie} \quad (2.58)$$

Le bilan permet alors de déduire le flux transmis au panache :

$$\Phi_{panache} = -\Phi_{net_arriere} - \Phi_{net_avant} + P_{elec} \quad (2.59)$$

Ce flux est à raccorder au flux Φ_p de l'interface horizontale de panache placée au-dessus de la cellule d'émetteur.

En fin de compte, le détail des flux de convection ne nous intéressant pas, des trois dernières équations, seule l'équation (2.59) sera utilisée. Les équations qui concernent les flux relatifs à la paroi arrière du convecteur seront reprises dans le chapitre se rapportant aux modèles de paroi.

3.5.2 Equations de bilan et d'état : cellules d'émetteur

La cellule d'émetteur est décomposée en une sous-cellule d'émetteur et une sous-cellule courante. On considère que la sous-cellule d'émetteur est d'épaisseur nulle.

Ainsi, la sous-cellule courante représente tout le volume de la cellule. Les équations utilisées sont celles de la cellule courante.

Dans la sous-cellule d'émetteur, on calcule les températures moyennes des faces du convecteur avec les équations (2.51) ou (2.52) et (2.53). Dans ces équations, pour T ,

on prend la valeur de la température dans la sous-cellule courante. Le flux radiatif net reçu par la face arrière du convecteur est calculé en utilisant l'équation (2.54) et le flux transmis au panache par l'équation (2.59).

La sous-cellule courante regroupe $3n+6$ équations tandis que la sous-cellule d'émetteur en compte 4. La cellule d'émetteur se compose donc de $3n+10$ équations.

3.6. Description des zones de couche limite

Le long d'une paroi verticale dont la température de surface est très différente de la température de l'air dans la pièce, se forme naturellement un écoulement communément appelé couche limite thermique. Ces écoulements sont régis par des lois spécifiques et donc, pour les représenter, on doit disposer de cellules et interfaces particulières. Ne connaissant pas a priori la température des surfaces intérieures des parois, il nous est difficile de savoir où utiliser ces éléments. Il n'est pas envisageable de les employer pour toutes les cellules et interfaces contiguës aux parois car alors, on alourdirait sensiblement les calculs. Le choix de leur implantation est donc laissé à l'utilisateur, avec pour recommandation, de cibler les parois contenant des éléments réputés « froids » ou « chauds » comme les vitrages.

3.6.1 *Principe du modèle de couche limite*

On suppose que dans le plan des couches limites se développant le long d'une paroi, l'écoulement est vertical et qu'il n'y a pas non plus d'échange de chaleur transversalement.

Une couche limite est représentée par empilement et juxtaposition de cellules et interfaces de couche limite (figure 2.18).

Le modèle de couche limite est composé de cellules de couche limite, d'interfaces horizontales et latérales de couche limite (figure 2.19). Comme les éléments de modélisation des autres domaines d'écoulement particulier, celles-ci sont divisées en deux parties : un sous-élément courant et un sous-élément de couche limite.

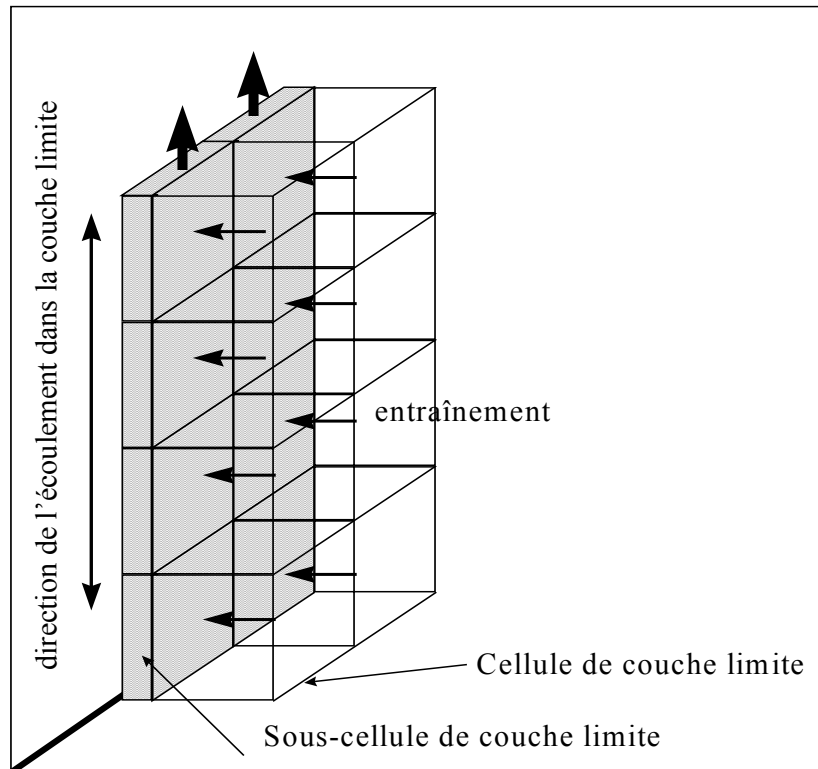


Figure 2.18 : Maillage des couches limites

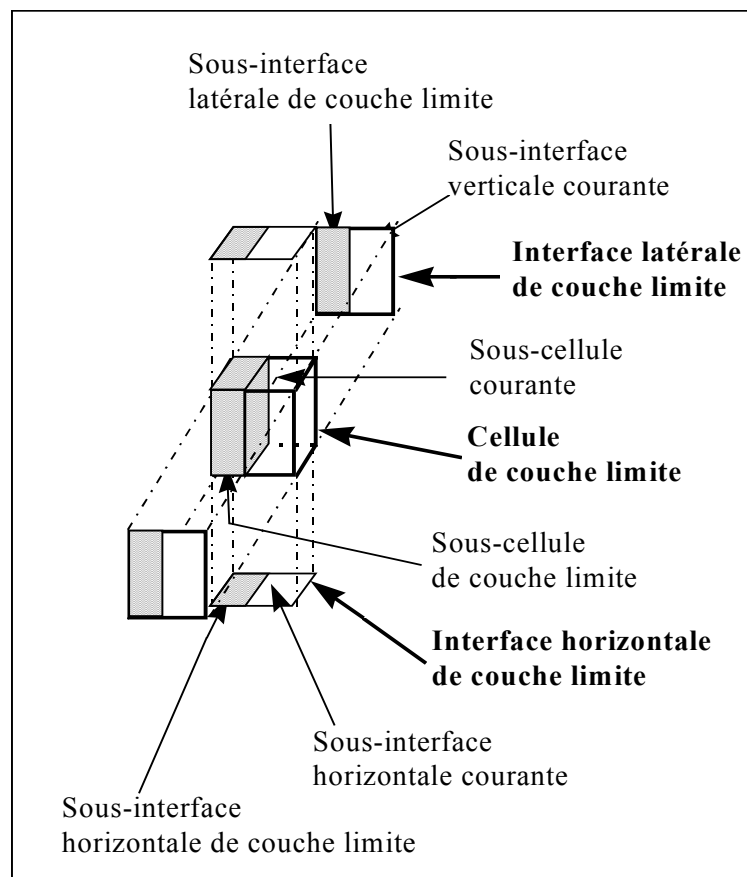


Figure 2.19 : Cellules et interfaces de couche limite divisées en deux parties.

Pour calculer le débit massique dans la couche limite, on applique le modèle proposé par ALLARD et al.(1990). Celui-ci relie le débit massique linéique dans la couche limite à la différence de température entre l'ambiance et la paroi :

$$qm(z)=0,004(T_s-T_a)^{1/3}z \quad (2.60)$$

Dans cette relation, z est la distance entre le point considéré et l'origine de la couche limite. T_a est la température de l'air ambiant et T_s , la température de la surface de la paroi le long de laquelle la couche limite se développe.

Cette équation tient déjà compte de l'épaisseur de l'écoulement. Il n'est nécessaire de connaître cette épaisseur que pour évaluer la dimension de la zone « hors couche limite » de la cellule. L'influence de l'épaisseur de la couche limite (qui est petite) sur cette dimension, sera faible, c'est pourquoi on a décidé de ne pas la calculer mais de l'imposer égale à 40mm.

La difficulté d'application de la relation (2.60) est qu'elle requiert la connaissance de l'origine de la couche limite. Pour contourner cet obstacle, on a exprimé le débit d'air entraîné dans un tronçon de couche limite. Pour cela, on considère une portion de couche limite comprise entre les altitudes z et $z+dz$ (figure 2.20). Le débit massique dans la couche limite à l'altitude z est donné par l'équation (2.60), celui à l'altitude $z+dz$ est :

$$qm(z+dz)=0,004.(T_s-T_a)^{1/3}(z+dz) \quad (2.61)$$

De ces deux équations, on déduit que le débit massique linéique entraîné dans la portion de couche limite de hauteur dz est :

$$qm_{entraîné}=|qm(z+dz)-qm(z)|=0,004|T_s-T_a|^{1/3}dz \quad (2.62)$$

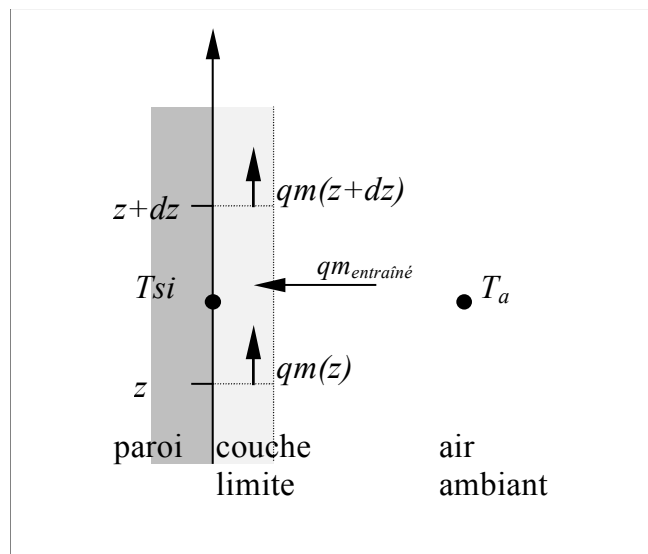


Figure 2.20 : Schéma de la portion de couche limite

On répartit maintenant les équations dans les cellules et interfaces de couche limite. On note avec un indice *CL* les variables se rapportant aux sous-cellules et sous-interfaces de couche limite. Les variables relatives aux sous-cellules et sous-interfaces courantes ne portent pas d'indice, exceptés les flux et débits qui se voient attribuer l'indice *c*.

3.6.2 Equations de bilan et d'état : cellules de couche limite

La sous-cellule courante de la cellule de couche limite est construite suivant le même principe que celle des cellules de panache, *bu* étant ici l'épaisseur de la couche limite. On retrouve donc les équations (2.03), (2.31), (2.2), (2.3), (2.5), (2.6) et (2.7).

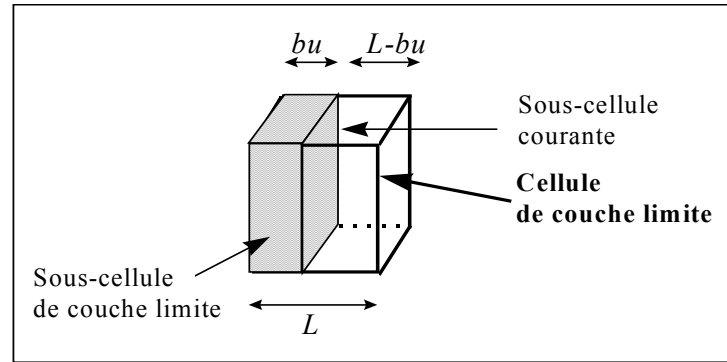


Figure 2.21 : Cellule de couche limite.

Dans la sous-cellule de couche limite, on écrit les bilans de masse en ne considérant que les débits verticaux et le débit entraîné dans la couche limite. Pour une couche limite perpendiculaire à la direction Est-Ouest, on a donc :

$$Qm_{CL_Est_j} - Qm_{CL_Ouest_j} + Qm_{CL_Haut_j} - Qm_{CL_Bas_j} = Qm_{CL_Source_j} - \rho_{CL}.h.bu.w.\frac{dX_{CL_j}}{dt} \quad (2.63)$$

Pour une couche limite perpendiculaire à la direction Sud-Nord, on a :

$$Qm_{CL_Nord_j} - Qm_{CL_Sud_j} + Qm_{CL_Haut_j} - Qm_{CL_Bas_j} = Qm_{CL_Source_j} - \rho_{CL}.h.L.bu.\frac{dX_{CL_j}}{dt} \quad (2.64)$$

Les fractions massiques des espèces, X_{CL_j} , sont calculées à l'aide de l'équation (2.2), la masse volumique totale ρ_{CL} avec l'équation (2.3).

Le bilan de chaleur est :

$$\Phi_{CL_Est} - \Phi_{CL_Ouest} + \Phi_{CL_Haut} - \Phi_{CL_Bas} = \Phi_{CL_source} - c_{p_CL} \cdot \rho_{CL} \cdot h \cdot bu \cdot w \cdot \frac{dT_{CL}}{dt} \quad (2.65)$$

pour une couche limite perpendiculaire à la direction Est-Ouest,

$$\Phi_{CL_Nord} - \Phi_{CL_Sud} + \Phi_{CL_Haut} - \Phi_{CL_Bas} = \Phi_{CL_source} - c_{p_CL} \cdot \rho_{CL} \cdot h \cdot L \cdot bu \cdot \frac{dT_{CL}}{dt} \quad (2.66)$$

pour une couche limite perpendiculaire à la direction Sud-Nord..

On calcule c_{p_CL} avec l'équation (2.5).

Une équation de calcul de la différence de température ambiance-paroi est ajoutée:

$$\Delta T = T_s - T \quad (2.67)$$

On a substitué à la température d'ambiance, la température dans la sous-cellule courante.

Le nombre d'équations dans la sous-cellule courante est égal à $3n+6$. Dans la sous-cellule de couche limite, il est égal à $3n+5$. Au total, on a donc $6n+11$ équations.

3.6.3 *Equations de transfert entre une zone de couche limite et les zones voisines : interfaces de couche limite*

3.6.3.1 *Interfaces horizontales de couche limite*

Les interfaces horizontales de couche limite sont composées d'une sous-interface courante, et d'une sous-interface horizontale de couche limite. La sous-interface courante contient les mêmes équations qu'une interface horizontale courante, en remplaçant L par $L \cdot bu$ pour une couche limite se développant le long d'une paroi perpendiculaire à la direction Est-Ouest et w par $w \cdot bu$ pour une couche limite se développant le long d'une paroi perpendiculaire à la direction Sud-Nord.

Dans la sous-interface horizontale de couche limite, considérant qu'il peut y avoir le long d'une même paroi, plusieurs couches limites de nature différente (couches limites ascendantes ou descendantes) superposées, il s'agit de déterminer à quelle couche limite chaque interface horizontale appartient. Plaçons-nous dans une interface et analysons quelles situations peuvent se présenter. Les configurations à étudier sont au nombre de 4, elles sont illustrées en figure 2.22.

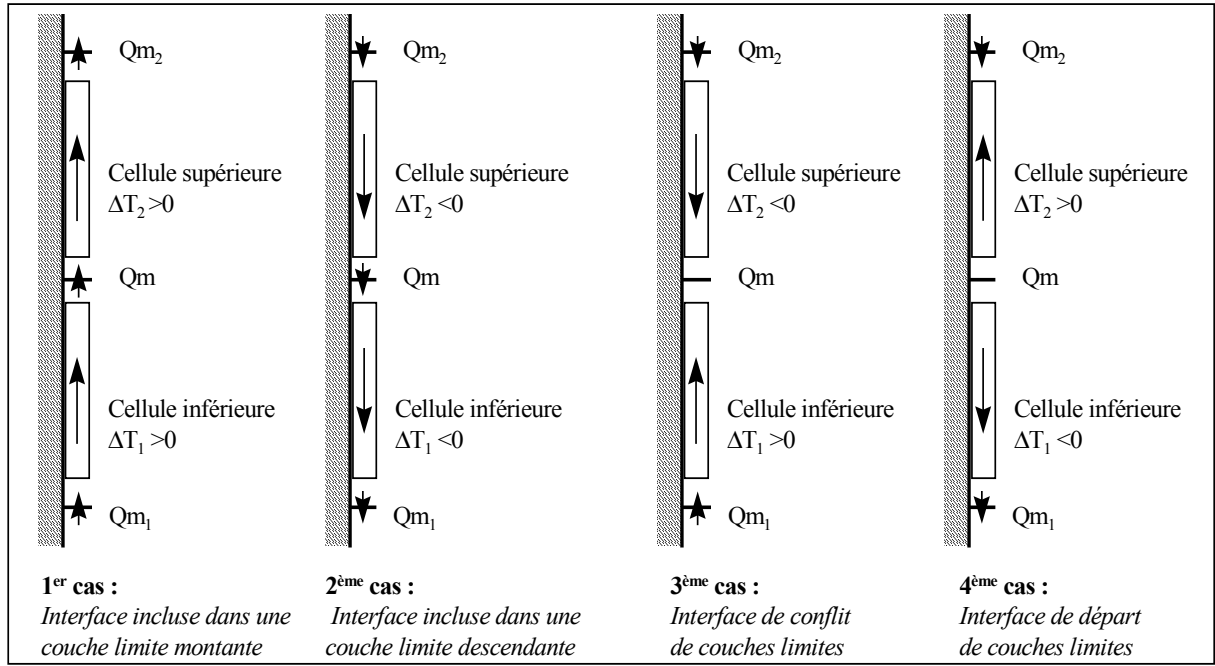


Figure 2.22 : Configurations rencontrées.

Pour savoir dans quelle configuration on se trouve, on étudie le signe de ΔT dans les cellules qui se trouvent au-dessus et en dessous de l'interface considérée. On adapte ensuite la relation proposée par ALLARD au cas rencontré et à l'écriture du débit massique de l'espèce j .

- Si les écarts de température de part et d'autre de l'interface sont tous les deux positifs, on est dans le cas 1 : l'interface se trouve au sein d'une couche limite ascendante. Alors, le débit massique est la somme du débit massique dans l'interface inférieure et du débit massique entraîné dans la cellule inférieure :

$$Q_{mCL_j} = Q_{mCL_1_j} + 0,004 \cdot L \cdot h \cdot X_{CL_1_j} |\Delta T_1|^{1/3} \quad (2.68)$$

pour une couche limite perpendiculaire à la direction Sud-Nord,

$$Q_{mCL_j} = Q_{mCL_1_j} + 0,004 \cdot w \cdot h \cdot X_{CL_1_j} |\Delta T_1|^{1/3} \quad (2.69)$$

pour une couche limite perpendiculaire à la direction Est-Ouest.

- Si les écarts de température de part et d'autre de l'interface sont tous les deux négatifs, on est dans le cas 2 : l'interface se trouve au sein d'une couche limite descendante. Alors, le débit massique est le débit massique dans l'interface supérieure (négatif) auquel on retranche le débit massique entraîné dans la cellule supérieure (positif) :

$$Q_{mCL_j} = Q_{mCL_2_j} - 0,004 \cdot L \cdot h \cdot X_{CL_2_j} |\Delta T_2|^{1/3} \quad (2.70)$$

pour une couche limite perpendiculaire à la direction Sud-Nord,

$$Q_{mCL_j} = Q_{mCL_2_j} - 0,004 \cdot w \cdot h \cdot X_{CL_2_j} |\Delta T_2|^{1/3} \quad (2.71)$$

pour une couche limite perpendiculaire à la direction Est-Ouest.

- Si les écarts de température sont de signes opposés, ΔT_1 étant positif et ΔT_2 négatif, on est dans le cas 3 : il y a conflit de couches limites. On décide alors que le débit dans l'interface est :

$$Q_{mCL_j} = Q_{mCL_2_j} + Q_{mCL_1_j} + 0,004 \cdot L \cdot h \left(X_{CL_1_j} |\Delta T_1|^{1/3} - X_{CL_2_j} |\Delta T_2|^{1/3} \right) \quad (2.72)$$

pour une couche limite perpendiculaire à la direction Est-Ouest, et

$$Q_{mCL_j} = Q_{mCL_2_j} + Q_{mCL_1_j} + 0,004 \cdot w \cdot h \left(X_{CL_1_j} |\Delta T_1|^{1/3} - X_{CL_2_j} |\Delta T_2|^{1/3} \right) \quad (2.73)$$

pour une couche limite perpendiculaire à la direction Sud-Nord.

- Si les écarts de température sont de signes opposés, ΔT_1 étant négatif et ΔT_2 positif, on est dans le cas 4. L'interface est le lieu de départ de deux couches limites se développant dans des directions opposées. Dans ce cas, on statue que le débit est nul.

Le débit massique total, Q_{mCL} , et les flux sont calculés comme dans les interfaces horizontales courantes.

Les débits massiques et flux des deux sous-interfaces sont sommés pour obtenir des valeurs globales pour l'interface complète.

On a $4n+4$ équations dans la sous-interface courante, $2n+3$ équations dans la sous-interface de couche limite et $n+2$ équations de somme. On arrive donc à un total de $7n+9$ équations pour l'interface horizontale de couche limite.

3.6.3.2 Interfaces latérales de couche limite :

Etant donné qu'aucun échange ne se produit latéralement dans les couches limites, les interfaces latérales de couche limite sont des interfaces courantes qui tiennent compte d'une épaisseur réduite : $L-bu$ pour une couche limite perpendiculaire à la direction Est-Ouest et $w-bu$ pour une couche limite perpendiculaire à la direction Sud-Nord.

3.7. Description des zones de jet

3.7.1 Principe du modèle de jet

L'étude des jets couvre d'innombrables configurations d'écoulement. En effet les catégories de jets ne sont pas seulement fonction du type de la bouche de soufflage utilisée (axisymétrique, fente ou radiale) mais aussi de la direction de soufflage (horizontale, verticale), de l'influence des forces de gravité, des éventuels obstacles, du confinement... Cette diversité fait que, dans une configuration donnée, il est très difficile de donner des relations simples à partir des cas rencontrés dans la littérature. Il en existe beaucoup mais chacune correspond à une configuration précise. C'est pourquoi il ne s'agit pas ici de faire un inventaire exhaustif des lois de description des jets proposées dans la bibliographie, mais de dégager quelques modèles applicables aux configurations fréquemment rencontrées dans les bâtiments.

On distingue les jets bidimensionnels (provenant d'un diffuseur dont le rapport de forme est supérieur à 40 (RAJARATNAM(1976)) (figure 2.24) et les jets axisymétriques provenant d'un diffuseur circulaire (figure 2.25). Ce sont les deux types de jets pour lesquels on propose ici des modèles. Les jets tridimensionnels ainsi que les jets axisymétriques radiaux ne seront pas traités, seuls les jets dits « ronds » le seront. Les premiers sont en général traités de la même manière que les jets axisymétriques, mais en utilisant les lois qui leur sont propres, tandis que les seconds posent des problèmes de représentation inhérents à leur direction d'écoulement. Compte tenu de leur complexité, les jets ronds se développant le long d'une paroi ne seront pas non plus traités.

En pratique, dans le domaine de la thermique et de l'aéraulique du bâtiment, on ne rencontre pas de jet libre puisque le nom d'écoulement libre est réservé aux mouvements de fluide qui se développent dans des enceintes de dimensions infinies, loin de tout obstacle. Cependant, même pour les jets qui ne se développent pas dans ces conditions, ce sont les lois obtenues pour des jets libres qui sont appliquées après avoir été corrigées pour prendre en compte l'effet du confinement ou de l'adhérence à la paroi.

Dans les jets plans comme dans les jets axisymétriques trois zones se succèdent (figure 2.23).

- La première zone (dite « zone de noyau potentiel ») s'étend sur une longueur en général faible devant la taille des mailles du modèle zonal (environ 6 fois la hauteur du diffuseur pour les jets plans (RAJARATNAM(1976)) et 4 à 5 fois son diamètre pour les jets axisymétriques (AWBI(1991)). On fera donc en sorte qu'il n'y ait pas d'interface dans le noyau potentiel, c'est à dire que la première intersection entre le jet et le maillage se produise dans la seconde zone.
- Dans la seconde zone (nommée « zone pleinement établie »), la vitesse axiale décroît en suivant une loi de comportement en $x^{1/2}$ pour les jets linéaires (RAJARATNAM(1976)) et en $1/x$ (AWBI(1991)) pour les jets issus de diffuseurs

circulaires (x étant la distance entre le point où on calcule la vitesse et l'origine du jet). Les profils de vitesse et de température sont similaires et gaussiens pour les jets libres.

- La troisième zone (dite « zone terminale ») est une zone de diffusion rapide dans laquelle les vitesses sont faibles devant celles de la seconde zone. Les caractéristiques de l'écoulement y sont mal connues. On ne la modélise donc pas par des lois spécifiques, mais on y place des cellules courantes.

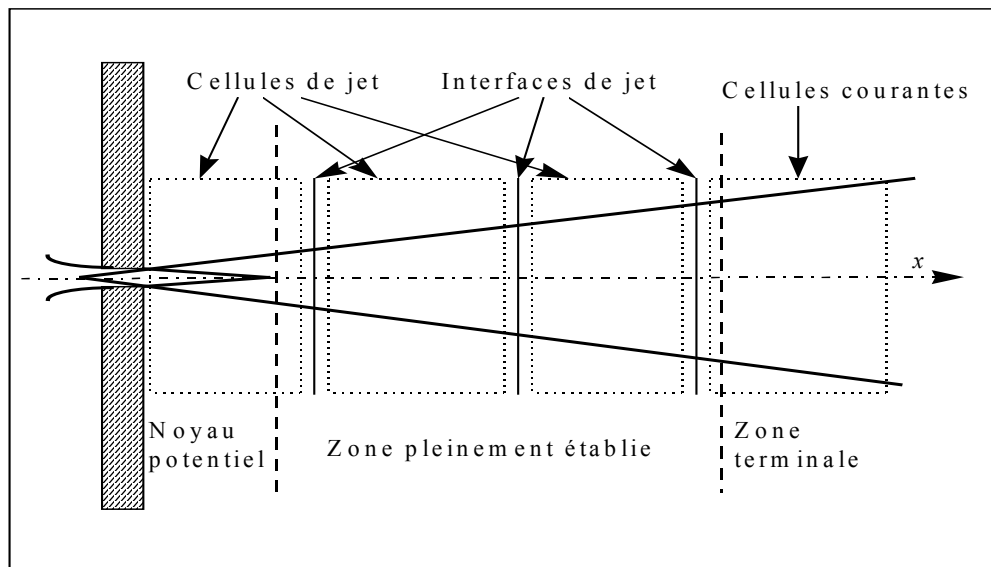


Figure 2.23 : Différentes zones d'un jet et exemple de découpage en cellules et interfaces.

En ce qui nous concerne, il s'agit de définir des lois de description de la deuxième zone. La littérature propose pour celle-ci des lois de variation de la vitesse et de la température maximale ainsi que des lois de profils de vitesse et de température dans une section orthogonale à l'axe de l'écoulement.

Le principe de nos modèles de jet est calqué sur celui des modèles de panache et de couche limite. Les cellules et interfaces sont décomposées en deux parties : une représentant l'air appartenant au jet, l'autre l'air environnant. Dans les interfaces, on calcule les débits et flux dans le jet tandis que dans les cellules, pour les jets anisothermes, on calcule essentiellement, la température maximale (ou minimale).

On commence par montrer comment on peut, à partir des informations de la bibliographie, obtenir des lois exploitables dans les modèles zonaux pour les jets axisymétriques libres et pour les jets plans libres ou pariétaux. Pour ces lois, on utilise un repère (O, x, y) lié au jet, O étant l'origine fictive du jet (souvent en amont du diffuseur RAJARATNAM(1976)), x l'abscisse comptée à partir de O , positive dans le sens d'évolution du jet et y l'ordonnée, comptée comme indiqué sur les figures 2.24 et 2.25.

Un tableau récapitulatif des lois qui seront utilisées est donné dans l'annexe 2.

On regroupe ensuite ces lois de manière à créer des modèles formés de cellules et d'interfaces.

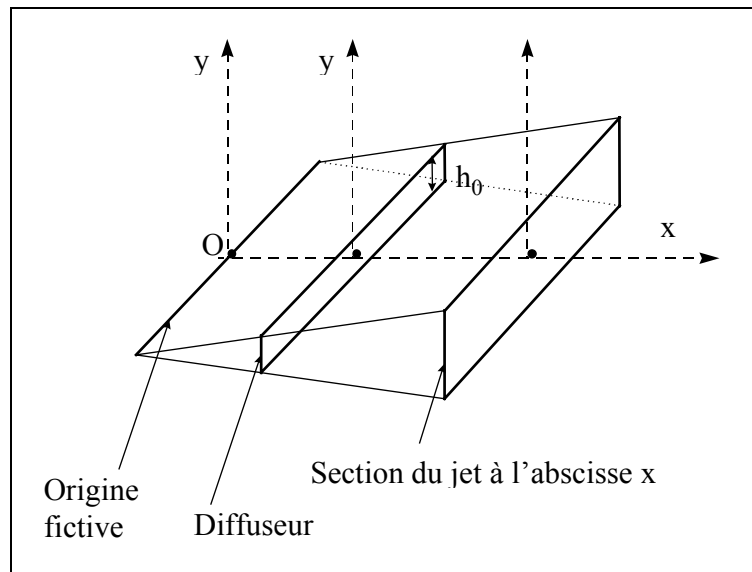


Figure 2.24 : Jet plan.

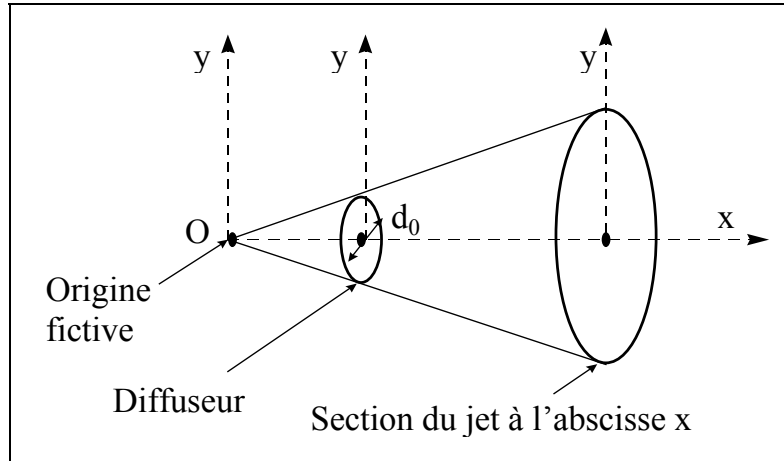


Figure 2.25 : Jet axisymétrique.

3.7.1.1 Jets plans libres isothermes

ABRAMOVICH(1963) et RAJARATNAM(1976) citent de nombreuses études expérimentales qui montrent que les profils de vitesse sont de type gaussien dans la zone établie des jets plans libres isothermes. La vitesse de l'air au point de coordonnées x et y , U vérifie donc :

$$\frac{U}{Um} = \exp\left(-\ln 2 \left(\frac{y}{y_{U/2}}\right)^2\right) \quad (2.74)$$

Um est la vitesse de l'air au point de coordonnées x et $y=0$ (vitesse maximale) et $y_{U/2}$ l'ordonnée des points où la vitesse de l'air est $Um/2$.

$y_{U/2}$ est directement proportionnel à x :

$$y_{U/2} = C_U x \quad (2.75)$$

Pour le coefficient de proportionnalité, C_U , RAJARATNAM(1976) propose d'adopter la valeur moyenne de 0,1.

C'est à partir de l'équation de ces profils qu'on déduit l'épaisseur du jet, bu , en admettant que l'enveloppe du jet correspond à la surface sur laquelle la vitesse de l'air est égale à 1% de la vitesse maximale.

$$\begin{aligned} U = 0,01 * Um &\Rightarrow \exp\left(-\ln 2 \left(\frac{y}{C_U x}\right)^2\right) = 0,01 \\ &\Rightarrow y = C_U x \sqrt{-\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}} \\ &\Rightarrow bu(x) = 2C_U x \sqrt{-\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}} \end{aligned} \quad (2.76)$$

L'évolution de la vitesse maximale le long de l'axe du jet bidimensionnel est donnée par :

$$\frac{Um}{U_0} = K_v \sqrt{\frac{h_0}{x}} \quad (2.77)$$

h_0 est la hauteur de la bouche de soufflage. K_v est une constante de décroissance empirique à laquelle RAJARATNAM(1976) propose d'associer la valeur numérique 2,47.

Le débit massique linéique qui traverse une section du jet, à la distance x de l'origine, est la somme du débit sortant du diffuseur et du débit entraîné. Son expression est donnée par :

$$qm(x) = 2\rho \int_0^{\infty} U dy \quad (2.78)$$

En remplaçant U et $y_{U/2}$, on obtient :

$$qm(x) = 2\rho Um \int_0^{\infty} \exp\left(-\ln 2 \left(\frac{y}{C_U x}\right)^2\right) dy \quad (2.79)$$

Le calcul de l'intégrale permet d'établir :

$$qm(x) = 2\rho Um \left(0,5 C_U x \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}}\right) \quad (2.80)$$

En exprimant la décroissance de la vitesse maximale le long de l'axe et en supposant que le débit à l'origine du jet est $qm_0 = \rho h_0 U_0$ (on fait l'hypothèse d'un profil de vitesse uniforme au soufflage), on a :

$$qm(x) = 2\rho K_v U_0 \sqrt{\frac{h_0}{x}} \left(0,5 C_U x \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}}\right) \quad (2.81)$$

D'où :

$$qm(x) = 2,13 . qm_0 . C_U K_v \sqrt{\frac{x}{h_0}} \quad (2.82)$$

Cette expression est suffisamment simple pour qu'on envisage de l'utiliser dans le modèle zonal.

L'extinction du jet est par convention fixée pour $Um = 0,25 \text{ m/s}$ (ASHRAE HANDBOOK(1989)), l'abscisse correspondante X_f vérifie donc :

$$\begin{aligned} Um(X_f) &= K_v \sqrt{\frac{h_0}{X_f}} U_0 = 0,25 \\ \Rightarrow X_f &= h_0 \left(\frac{K_v U_0}{0,25}\right)^2 \end{aligned} \quad (2.83)$$

3.7.1.2 Jets plans pariétaux isothermes

Dans les jets pariétaux, du fait de l'influence de la paroi, les profils de vitesse ne sont pas symétriques. Cependant, dans toute section de la région pleinement établie, ils sont similaires. Pour la partie du jet correspondant à des abscisses allant de $24h_0$ à $180h_0$, RAJARATNAM(1976) propose la loi de profil de vitesse suivante :

$$\frac{U}{Um} = 1,48 \left(\frac{y}{y_{U/2}}\right)^{1/7} \left(1 - \text{erf}\left(0,68 \frac{y}{y_{U/2}}\right)\right) \quad (2.84)$$

SCHWARZ et COSART(1961) préconisent une loi exponentielle de la forme :

$$\frac{U}{U_m} = \exp\left(-0,937\left(\frac{y}{y_{U/2}} - 0,14\right)^2\right) \quad (2.85)$$

Notons que pour ces relations, l'origine de l'axe des ordonnées (y) est sur la paroi.

AWBI(1991) a comparé ces lois avec les profils expérimentaux qu'il obtient. On constate que pour $x < 20 h_0$, les profils expérimentaux ne peuvent être comparés avec les profils théoriques. Cette limite est comparable à celle donnée par RAJARATNAM(1976). Dans le domaine de validité, il semble que la loi utilisant la fonction erreur (erf) surestime de 20% la vitesse auprès de la paroi, tandis que la loi exponentielle la sous-estime légèrement plus loin de la paroi. C'est cette dernière loi que l'on retient.

Comme pour les jets plans libres, l'épaisseur caractéristique $y_{U/2}$, est une fonction linéaire de x . RAJARATNAM(1976) suggère d'adopter pour C_U la valeur moyenne de 0,068.

A partir de la loi exponentielle des profils de vitesse, on déduit l'épaisseur du jet :

$$\begin{aligned} U = 0.01U_m &\Rightarrow \exp\left(-0.937\left(\frac{y}{y_{U/2}} - 0.14\right)^2\right) = 0.01 \\ &\Rightarrow bu(x) = \left(\sqrt{-\frac{\ln 0.01}{0.937}} + 0.14\right) C_U x \end{aligned} \quad (2.86)$$

La loi d'évolution de la vitesse maximale, le long de l'axe du jet est la même que pour le jet plan libre (équation 2.77). La constante de décroissance empirique K_v proposée par RAJARATNAM(1976) est 3,5.

Le débit massique linéique qui traverse une section du jet, à la distance x de l'origine, obtenu par intégration du profil de vitesse sur une section du jet, est :

$$qm(x) = 1,054 C_U K_v qm_0 \sqrt{\frac{x}{h_0}} \quad (2.87)$$

L'abscisse de l'extinction du jet est identique à celle obtenue pour le jet plan isotherme libre.

Concernant les échanges convectifs entre le jet et la paroi, on dispose de relations empiriques entre le nombre adimensionnel de Nusselt et le nombre de Reynolds. ZERBE et SELNA(1946) pour un nombre de Reynolds compris entre 14.10^3 et $62,5.10^3$, et JAKOB et al.(1950) pour un nombre de Reynolds d'injection compris entre 134.10^3 et 294.10^6 , proposent une loi de la forme :

$$Nu = A \left(\frac{U_0 x}{\nu}\right)^{0,8} \left(\frac{x}{h_0}\right)^{-0,4} \quad (2.88)$$

ν étant la viscosité cinématique de l'air (15.10^{-6} m²/s à 20°C) et A un coefficient donné égal à 0,071 par ZERBE et SELNA (1946) et à 0,105 par JAKOB et al.(1950).

Pour des nombres de Reynolds initiaux plus faibles (compris entre $1,4.10^3$ et $8,2.10^3$), ALBRIGHT et SCOTT(1974) proposent la loi empirique :

$$Nu=1,11Re_0^{0,57}\left(\frac{x}{h_0}\right)^{0,35} \quad (2.89)$$

Rappelons que le coefficient de convection est relié au nombre de Nusselt par l'équation :

$$h_{conv}=\frac{\lambda Nu}{x} \quad (2.90)$$

λ est la conductivité thermique de l'air.

Le nombre de Reynolds initial est :

$$Re_0=\frac{U_0 h_0}{\nu} \quad (2.91)$$

3.7.1.3 Jets plans libres anisothermes horizontaux

Les auteurs qui se sont intéressés aux jets anisothermes horizontaux ont restreint leurs études aux jets dont le nombre d'Archimède initial est faible (de l'ordre de 10^{-4} ou inférieur). Ils montrent alors que le comportement dynamique des jets anisothermes est semblable à celui des jets isothermes.

Dans la seconde zone du jet, DAVIES(1975) montre qu'on retrouve la loi de décroissance de la vitesse axiale transcrite par l'équation (2.77) avec une constante K_v égale à 2,62. Il montre également que les profils de vitesse sont parfaitement représentés par la relation (2.74). $y_{U/2}$ est fonction linéaire de x , le coefficient de proportionnalité C_U prenant la valeur 0,109, proche de celle proposée par RAJARATNAM(1976) pour les jets libres isothermes. Par conséquent, on retrouve pour l'épaisseur dynamique du jet, le débit massique et l'abscisse d'extinction du jet, les mêmes expressions que dans le cas isotherme (équations (2.76), (2.82) et (2.83)). Seules les applications numériques diffèrent.

A ces relations, on ajoute celle donnant l'écart maximal de température entre le jet et l'ambiance. L'évolution de cet écart est similaire à celle de la vitesse maximale, avec une constante de décroissance K_T égale à 1,99 (DAVIES(1975)) :

$$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = K_T \sqrt{\frac{h_0}{x}} \quad (2.92)$$

Les profils de température dans le jet sont, comme les profils de vitesse, de type gaussien :

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_m} = \exp\left(-\ln 2 \left(\frac{y}{y_{T/2}}\right)^2\right) \quad (2.93)$$

L'ordonnée $y_{T/2}$ est l'ordonnée des points du jet où la différence de température avec l'ambiance est égale à la moitié de celle sur l'axe du jet. $y_{T/2}$ est proportionnel à x , la constante de proportionnalité C_T est prise égale à 0,140.

On calcule également la trajectoire du jet. En effet, celui-ci a tendance à s'infléchir s'il s'agit d'un jet froid, ou à s'élever s'il est chaud. Pour ces deux éventualités, GRIMITLYN et POZIN(1993) proposent l'équation de la trajectoire suivante :

$$y = 0,7 \cdot \frac{K_T}{K_v^2} \cdot \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T_0}{U_0^2 \cdot h_0^{3/2}} \cdot x^{5/2} \quad (2.94)$$

3.7.1.4 Jets plans pariétaux anisothermes horizontaux

Notre maillage étant un maillage cartésien, on ne peut modéliser que la partie « attachée » à la paroi des jets pariétaux horizontaux.

WILSON et al.(1970), pour les jets linéaires horizontaux froids diffusés à proximité d'un plafond, proposent des profils de température et de vitesse identiques à ceux donnés précédemment, pour les jets isothermes libres. Ces lois ne respectant pas l'asymétrie des profils due à l'adhérence du jet à la paroi, nous avons opté pour une adaptation des lois données pour les jets isothermes pariétaux. Les coefficients sont calculés par analogie avec les rapports entre les coefficients des jets isothermes libres et pariétaux.

On conserve l'équation du profil des vitesses donnée pour le jet isotherme pariétal (équation(2.85)). $y_{U/2}$ est ici aussi fonction linéaire de x et, par similitude, on adopte le même rapport entre les coefficients C_U des jets anisothermes libres et pariétaux que celui calculé pour les jets isothermes. On trouve ainsi $C_U = 0,074$. L'épaisseur dynamique du jet est déterminée à l'aide de l'équation (2.86). Pour la loi d'évolution du profil de la vitesse maximale, on utilise l'équation (2.77). La constante de décroissance K_v est calculée par multiplication de celle du jet anisotherme par le facteur 1,4 préconisé par NOTTAGE et al.(1952) cité par LI et al.(1993). On obtient $K_v = 3,67$.

Avec l'équation (2.87), on peut alors calculer le débit massique linéique qui traverse une section du jet, à la distance x .

Pour les profils thermiques et la loi de décroissance de la température maximale dans le jet, on compare les coefficients C_U et K_v des jets anisothermes libres et pariétaux, et on applique les mêmes rapports pour C_T et K_T . Ainsi, on obtient $C_T=0,095$ et $K_T=2,79$.

Pour caractériser les échanges convectifs entre le jet et la paroi, dans la partie du jet adhérent à la paroi, on utilise l'équation (2.89) proposée par ALBRIGHT et SCOTT(1974), qui a été établie par l'étude de jets anisothermes.

Il reste à localiser le point de détachement du jet. De nombreuses études expérimentales ont permis de relier la distance de détachement au nombre d'Archimède initial, Ar_0 . Nous notons cette distance X_f . En effet, nous considérons que c'est l'abscisse de l'extinction du jet puisqu'à partir de cette distance, on ne peut plus inclure le jet dans un maillage cartésien, et donc, on ne peut plus le modéliser. Des différentes relations proposées, nous avons retenu celle donnée par KIRKPATRICK et al.(1991) :

$$X_f = 1,6 \sqrt{\frac{A_0}{Ar_0}} \quad (2.95)$$

A_0 est l'aire de la bouche de soufflage (m^2).

3.7.1.5 Jets plans libres anisothermes verticaux

Les jets anisothermes verticaux sont soit accélérés, soit freinés, selon que les forces d'Archimède leur sont favorables ou non.

Pour ces jets, les lois de décroissance de la vitesse et de la température des jets horizontaux sont utilisées. L'effet des forces de poussée est pris en compte par l'introduction d'un coefficient de correction. GRIMITLYN et POZIN(1993) expriment ce coefficient K_n en fonction du nombre d'Archimède local, Ar_x :

$$K_n = (1 + a Ar_x)^{1/3} \quad (2.96)$$

pour un jet accéléré,

$$K_n = (1 - a Ar_x)^{1/3} \quad (2.97)$$

pour un jet freiné.

Le nombre d'Archimède local est :

$$Ar_0 = \frac{g\beta x \Delta T m}{Um_2} \quad (2.98)$$

Ainsi, les lois de décroissance de la vitesse et de la température proposées par GRIMITLYN et POZIN(1993) pour un jet plan sont :

$$\frac{Um}{U_0} = K_v \sqrt{\frac{h_0}{x}} \left(1 \pm 1,8 \cdot \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{x}{h_0} \right)^{3/2} \right)^{1/3} \quad (2.99)$$

$$\frac{\Delta T m}{\Delta T_0} = K_T \sqrt{\frac{h_0}{x}} \left(1 \pm 1,8 \cdot \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{x}{h_0} \right)^{3/2} \right)^{-1/3} \quad (2.100)$$

Pour les jets accélérés, CHEN et al. (1980) proposent un adimensionnement qui permet de mettre en évidence différentes zones dans le jet. Après remplacement des constantes par leur valeur numérique, ils obtiennent :

• Zone de jet :

$$x \leq \frac{0,5 \cdot h_0}{Ar_0^{2/3}}$$

Dans cette zone, les forces d'inertie sont prépondérantes. On y retrouve les mêmes fonctions de décroissance que pour le jet horizontal :

$$\frac{Um}{U_0} = 2,4 \sqrt{\frac{h_0}{x}} \quad (2.101)$$

$$\frac{\Delta T m}{\Delta T_0} = 2 \sqrt{\frac{h_0}{x}} \quad (2.102)$$

Ce qui correspond à des valeurs de K_v et K_T respectivement égales à 2,4 et 2. Pour les coefficients de proportionnalité C_U et C_T , CHEN et al.(1980) proposent les valeurs respectives de 0,11 et 0,142.

L'expression du débit massique est donc, ici aussi, donnée par l'équation (2.82).

• Zone de transition :

$$\frac{0,5 \cdot h_0}{Ar_0^{2/3}} < x \leq \frac{5h_0}{Ar_0^{2/3}}$$

Dans cette zone, les forces d'inertie et de poussée sont du même ordre de grandeur. Les lois de décroissance des quantités maximales sont données par :

$$\frac{Um}{U_0} = 2,85 Ar_0^{1/6} \left(\frac{x}{h_0} \right)^{-1/4} \quad (2.103)$$

$$\frac{\Delta Tm}{\Delta T_0} = 1,65 Ar_0^{-1/6} \left(\frac{x}{h_0} \right)^{-3/4} \quad (2.104)$$

• Zone de panache

$$x \geq \frac{5h_0}{Ar_0^{2/3}}$$

Dans cette zone, les forces de poussée sont prépondérantes. On y vérifie :

$$\frac{Um}{U_0} = 1,19 Ar_0^{1/3} \quad (2.105)$$

$$\frac{\Delta Tm}{\Delta T_0} = 2,4 Ar_0^{-1/3} \left(\frac{x}{h_0} \right)^{-1} \quad (2.106)$$

Pour cette zone, CHEN et al.(1980) proposent pour C_U et C_T les valeurs respectives de 0,12 et 0,13.

Pour les jets freinés, on repart des lois de GRIMITLYN et POZIN(1993) données plus haut :

$$\frac{Um}{U_0} = K_v \sqrt{\frac{h_0}{x}} \left(1 - 1,8 \cdot \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{x}{h_0} \right)^{3/2} \right)^{1/3} \quad (2.107)$$

$$\frac{\Delta Tm}{\Delta T_0} = K_T \sqrt{\frac{h_0}{x}} \left(1 - 1,8 \cdot \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{x}{h_0} \right)^{3/2} \right)^{-1/3} \quad (2.108)$$

Ceci nous conduit à l'équation du débit massique suivante :

$$\frac{qm(x)}{qm_0} = \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}} C_U K_v \sqrt{\frac{x}{h_0}} \left(1 - 1,8 \cdot \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{x}{h_0} \right)^{3/2} \right)^{1/3} \quad (2.109)$$

Pour les différentes constantes expérimentales, on prend : $K_T=2$, $K_v=2,4$, $C_U=0,11$ et $C_T=0,142$.

Pour tous les jets verticaux freinés, l'extinction est conventionnellement définie comme l'abscisse X_f à laquelle la vitesse sur l'axe s'annule. On obtient :

$$X_f = 0,68 \cdot h_0 \frac{K_v^{4/3}}{K_T^{2/3}} Ar_0^{-2/3} \quad (2.110)$$

3.7.1.6 Jets plans pariétaux anisothermes verticaux

Comme les jets anisothermes libres verticaux pour lesquels les forces de poussée sont favorables, les jets anisothermes pariétaux sont divisés en trois zones : une zone de jet, une zone de transition et une zone de panache.

Pour caractériser la zone de jet, on dispose des lois proposées par ALBRIGHT et SCOTT(1974) qui ont étudié des jets anisothermes se développant le long d'une paroi verticale. Pour ces jets, ils obtiennent une loi de décroissance de la température fonction du nombre adimensionnel de Reynolds initial :

$$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = 0,587 \cdot \text{Re}_0^{0,224} \left(\frac{h_0}{x} \right)^{3/5} \quad (2.111)$$

Cette loi a été obtenue pour h_0/x compris entre 15 et 236 et un nombre de Reynolds compris entre $1,05 \cdot 10^3$ et $8,055 \cdot 10^3$.

Pour h_0/x appartenant au même intervalle et le nombre de Grashoff initial Gr_0 compris entre $1,05 \cdot 10^3$ et $1,2 \cdot 10^5$, les profils de température sont donnés par :

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_m} = \exp \left(-0,8 \left(\frac{y}{y_{T/2}} - 0,10 \right)^{1,4} \right) \quad (2.112)$$

avec :

$$y_{T/2} = 28,6 \cdot h_0 Gr_0^{-0,282} \left(\frac{x}{h_0} \right)^{2,5} \quad (2.113)$$

$$Gr_0 = \frac{g \beta h_0^3 \Delta T_0}{\nu^2} \quad (2.114)$$

Rappelons que

Le profil des vitesses est :

$$\frac{U}{U_m} = \exp \left(-1,6 \left(\frac{y}{y_{T/2}} - 0,20 \right)^{1,4} \right) \quad (2.115)$$

Dans la zone de panache thermique des jets à forces de poussée favorables, GRELLA et al.(1975) ont montré que les profils de température et de vitesse sont sensiblement gaussiens. Les épaisseurs dynamique et thermique du jet, $y_{U/2}$ et $y_{T/2}$, sont des fonctions linéaires de l'abscisse x et le rapport entre ces deux dimensions est égal à 1,06. Ils ont également montré que la vitesse maximale est constante.

Pour le calcul de l'abscisse d'extinction des jets à forces de poussée défavorables, on retient les lois proposées par KAPOOR et JALURIA.(1988). Si la paroi est adiabatique ou de température de surface supérieure à la température de l'air ambiant on a :

$$X_f = 4,424 \cdot h_0 \cdot Ar_0^{-0,39} \quad (2.116)$$

Dans le cas contraire, on a :

$$X_f = \left(4,1 - 5,9 \cdot \frac{\Delta Ts}{\Delta T_0} \right) \cdot h_0 \cdot Ar_0^{-\left(0,4 + 0,9 \cdot \frac{\Delta Ts}{\Delta T_0} \right)} \quad (2.117)$$

Dans ces relations, ΔTs est l'écart de température entre la surface de la paroi et l'ambiance.

Les échanges à la paroi vérifient les équations données pour le jet pariétal horizontal.

3.7.1.7 Jets axisymétriques libres isothermes

Dans toute section de la deuxième zone des jets axisymétriques libres isothermes, TUVE(1953) représente les profils de vitesse par la loi de Gauss donnée par l'équation (2.74). D'après RAJARATNAM(1976), $y_{U/2}$ est fonction linéaire de x . Le coefficient de proportionnalité, C_U , dépend du profil de vitesse, de l'intensité de la turbulence et du nombre de Reynolds au soufflage. ABRAMOVICH(1963) constate que pour des nombres de Reynolds au soufflage compris entre $2 \cdot 10^4$ et $4 \cdot 10^6$, C_U est constant et égal à 0,097. C'est la valeur que l'on retient.

A partir de l'équation des profils de vitesse, on déduit le diamètre du jet, bu . On obtient comme pour les jets plans :

$$bu(x) = 2C_U x \sqrt{\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}} \quad (2.118)$$

L'évolution de la vitesse maximale le long de l'axe du jet est donnée par :

$$\frac{Um}{U_0} = K_v \frac{d_0}{x} \quad (2.119)$$

d_0 étant le diamètre de la bouche de laquelle est issu le jet.

L'expression du débit massique qui traverse une section du jet, à la distance x de l'origine est donnée par :

$$Qm(x) = 2\pi\rho \int_0^\infty U y dy \quad (2.120)$$

En remplaçant U , on obtient :

$$Qm(x) = 2\pi\rho Um \int_0^{\infty} y \exp\left(-\ln 2 \left(\frac{y}{C_U x}\right)^2\right) dy \quad (2.121)$$

Le calcul de l'intégrale permet d'établir :

$$Qm(x) = \pi\rho Um \frac{C_U^2 x^2}{\ln 2} \quad (2.122)$$

On remplace maintenant Um et dans le cas où le profil de vitesse à l'injection est uniforme, on introduit le débit massique d'entrée du jet, $Qm_0 = 0,25\pi d_0^2 \rho U_0$:

$$Qm(x) = Qm_0 \frac{4C_U^2 x}{d_0 \ln 2} K_v \quad (2.123)$$

La valeur de K_v préconisée par RAJARATNAM(1976) est 6,3 tandis que celle proposée pour C_U est 0,097.

On définit la fin du jet par l'abscisse X_f à partir de laquelle $Um = 0,25 \text{ m/s}$ (ASHRAE HANDBOOK(1989)) :

$$\begin{aligned} Um(X_f) &= K_v \frac{d_0}{X_f} U_0 = 0,25 \\ \Rightarrow X_f &= d_0 \frac{K_v U_0}{0,25} \end{aligned} \quad (2.124)$$

3.7.1.8 Jets axisymétriques libres anisothermes horizontaux

Comme pour les jets bidimensionnels, pour un nombre d'Archimède à l'injection compris entre 10^{-5} et 10^{-4} , les profils de vitesse et de température vérifient respectivement les équations (2.74) et (2.93). RODI(1982) propose $y_{U/2}$ et $y_{T/2}$ proportionnels à x , avec pour constantes de proportionnalité : $C_U = 0,089$ et $C_T = 0,105$.

A partir des mêmes critères que pour les jets plans, on calcule le diamètre du jet :

$$bu(x) = 2C_U x \sqrt{\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}} \quad (2.125)$$

La loi de décroissance étant similaire à celle donnée pour le jet axisymétrique isotherme, on retrouve l'expression du débit massique donnée pour les jets isothermes (équation(2.123)).

La constante de décroissance de la vitesse maximale donnée par CHEN(1982) est $K_v = 6,2$.

En ce qui concerne l'écart de température entre le jet et l'ambiance, l'évolution de sa valeur maximale est similaire à l'évolution de la vitesse maximale, avec une constante de décroissance K_T égale à 5 (CHEN(1982)).

L'abscisse d'extinction du jet est donnée par l'équation (2.124).

L'équation de la trajectoire du jet, proposée par GRIMITLYN et POZIN.(1993) est :

$$y=7,54 \cdot \frac{K_T}{K_v^2} \cdot \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T_0}{U_0^2 \cdot d_0^2} \cdot x^3 \quad (2.126)$$

3.7.1.9 Jets axisymétriques libres anisothermes verticaux

Les lois de décroissance de la vitesse et de la température proposées par GRIMITLYN et POZIN(1993) pour un jet axisymétrique sont :

$$\frac{Um}{U_0} = K_v \frac{\sqrt{\pi} d_0}{2x} \left(1 \pm 2,5 \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{2x}{\sqrt{\pi} d_0} \right)^2 \right)^{1/3} \quad (2.127)$$

$$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = K_T \frac{\sqrt{\pi} d_0}{2x} \left(1 \pm 2,5 \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{2x}{\sqrt{\pi} d_0} \right)^2 \right)^{-1/3} \quad (2.128)$$

Pour les jets accélérés, CHEN et al. (1980) proposent, comme pour les jets plans, un découpage en trois parties:

•Zone de jet :

$$x \leq \frac{0,5 \cdot d_0}{Ar_0^{1/2}}$$

$$\frac{Um}{U_0} = 6,2 \frac{d_0}{x} \quad (2.129)$$

$$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = 5 \frac{d_0}{x} \quad (2.130)$$

Ceci correspond à des valeurs respectives de 6,2 et 5 pour K_v et K_T .

Dans cette zone, CHEN et al.(1980) proposent pour les coefficients de proportionnalité C_U et C_T , les valeurs respectives de 0,086 et 0,13 respectivement. Le débit massique peut, dans ce cas aussi, être calculé grâce à la loi (2.123).

•Zone de transition :

$$\frac{0,5 \cdot d_0}{Ar_0^{1/2}} < x \leq \frac{5d_0}{Ar_0^{1/2}}$$

Dans cette partie du jet, les lois de décroissance sont :

$$\frac{Um}{U_0} = 7,26 Ar_0^{1/10} \left(\frac{x}{d_0} \right)^{-4/5} \quad (2.131)$$

$$\frac{\Delta Tm}{\Delta T_0} = 4,4 Ar_0^{-1/8} \left(\frac{x}{d_0} \right)^{-5/4} \quad (2.132)$$

• Zone de panache :

$$x \geq \frac{5d_0}{Ar_0^{1/2}}$$

$$\frac{Um}{U_0} = 3,5 Ar_0^{1/3} \left(\frac{x}{d_0} \right)^{-1/3} \quad (2.133)$$

$$\frac{\Delta Tm}{\Delta T_0} = 9,35 Ar_0^{-1/3} \left(\frac{x}{d_0} \right)^{-5/3} \quad (2.134)$$

Pour les coefficients de proportionnalité C_U et C_T , CHEN et al.(1980) proposent les valeurs respectives de 0,112 et 0,104.

Pour les jets freinés, on utilise les relations proposées par GRIMITLYN et POZIN(1993):

$$\frac{Um}{U_0} = K_v \frac{\sqrt{\pi} d_0}{2x} \left(1 - 2,5 \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{2x}{\sqrt{\pi} d_0} \right)^2 \right)^{1/3} \quad (2.135)$$

$$\frac{\Delta Tm}{\Delta T_0} = K_T \frac{\sqrt{\pi} d_0}{2x} \left(1 - 2,5 \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{2x}{\sqrt{\pi} d_0} \right)^2 \right)^{-1/3} \quad (2.136)$$

On calcule alors le débit :

$$Qm(x) = Qm_0 \frac{2\sqrt{\pi} C^2}{\ln 2} K_v \frac{x}{d_0} \left(1 - 2,5 \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{2x}{\sqrt{\pi} d_0} \right)^2 \right)^{1/3} \quad (2.137)$$

Pour les différentes constantes, ils proposent : $K_T=5$, $K_v=6,2$, $C_U=0,086$ et $C_T=0,13$.

Pour ce type de jets, la cote d'extinction du jet est donnée par :

$$X_f = d_0 K_v \sqrt{\frac{\pi}{10 K_T Ar_0}} \quad (2.138)$$

3.7.1.10 Règle sur les flux de chaleur transportés par les jets

Jusqu'à présent, nos flux enthalpiques étaient tous calculés en référence à une température de 0°C. Ici, on les exprime en prenant pour référence la température ambiante. On les indice alors avec un a . Faisons un bilan de chaleur sur un tronçon de jet libre (figure 2.26). Avec les notations adoptées dans la figure et en considérant qu'il n'y a pas de source de chaleur dans le jet, on a :

$$\Phi_{a_sortant} - \Phi_{a_entrant} - \Phi_{a_entraîné} = 0 \quad (2.139)$$

Les flux sortants et entrants peuvent être calculés par :

$$\Phi_a(x) = \rho C_p \iint_{section(x)} U(x,y) \Delta T(x,y) dx dy \quad (2.140)$$

Dans cette relation, on utilise ΔT . On a donc écrit les flux avec la température de l'air ambiant pour référence.

Le flux entraîné, lui, peut s'écrire :

$$\Phi_{a_entraîné} = \rho C_p Q_{m_entraîné} (T_{entraîné} - T_a) \quad (2.141)$$

T_a étant la température de l'air ambiant et $T_{entraîné}$ la température de l'air entraîné dans le panache. On admet que ces deux températures sont égales. Le flux entraîné est donc nul. La relation de bilan de flux devient alors :

$$\Phi_{a_sortant} = \Phi_{a_entrant} \quad (2.142)$$

On exprime maintenant ces flux en prenant la référence 0°C utilisée dans le modèle :

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \rho C_p \iint_{section(x)} U(x,y) T(x,y) . dx . dy \\ &= \rho C_p \iint_{section(x)} U(x,y) \Delta T(x,y) . dx . dy + \rho C_p \iint_{section(x)} U(x,y) T_a . dx . dy \\ &= \Phi_a(x) + \rho . C_p . T_a \iint_{section(x)} U(x,y) . dx . dy \\ &= \Phi_a(x) + C_p . T_a . Q_m(x) \end{aligned} \quad (2.143)$$

Le bilan s'écrit alors :

$$\Phi_{sortant} = \Phi_{entrant} + C_p . T_a (Q_{m_sortant} - Q_{m_entrant}) \quad (2.144)$$

Pour les jets de paroi, dans ce bilan, on prend en compte le terme de flux à la paroi.

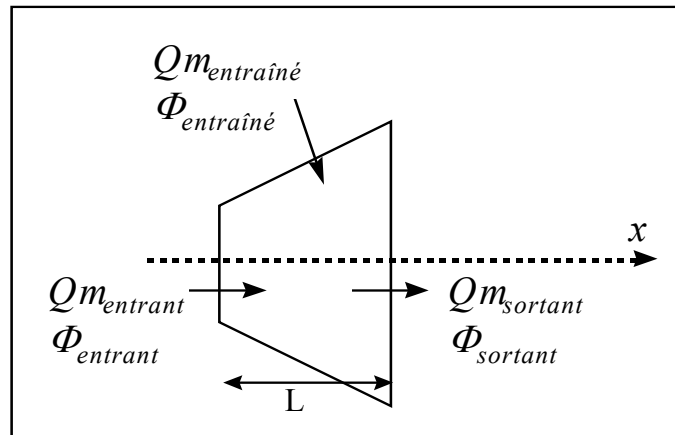


Figure 2.26 : Etude d'un tronçon de jet.

3.7.2 Equations des cellules de jet

Soit une cellule qui contient un tronçon de jet et dont le centre se trouve à la distance x de l'origine du jet, comme illustré en figure 2.27.

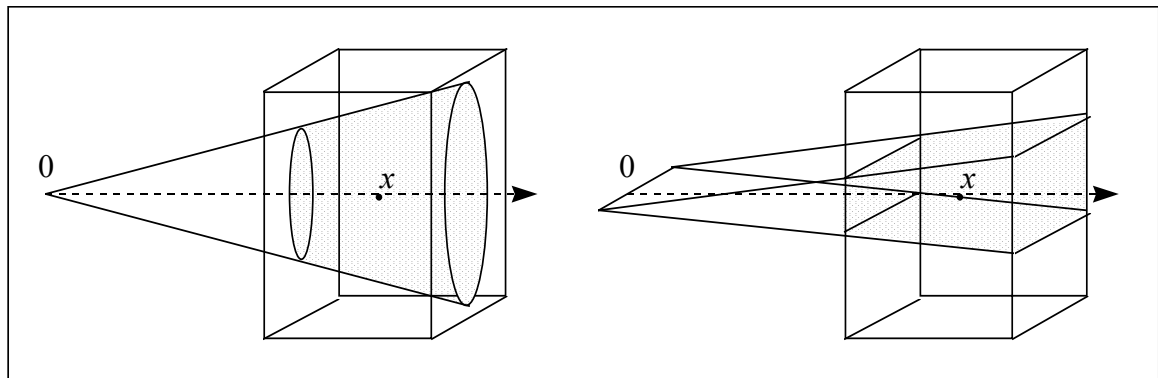


Figure 2.27 : Cellules de jet axisymétrique et plan.

Les cellules de jet sont construites suivant le même principe que les cellules de panache et de couche limite : elles sont divisées en deux sous-cellules, une représentant l'air appartenant au jet, l'autre l'air environnant (figure 2.28).

Les variables relatives à la sous-cellule de jet sont indicées par « *jet* », les variables de flux et de débit de la sous-cellule courante sont indicées avec un « *c* » tandis que les autres variables ne portent pas d'indice.

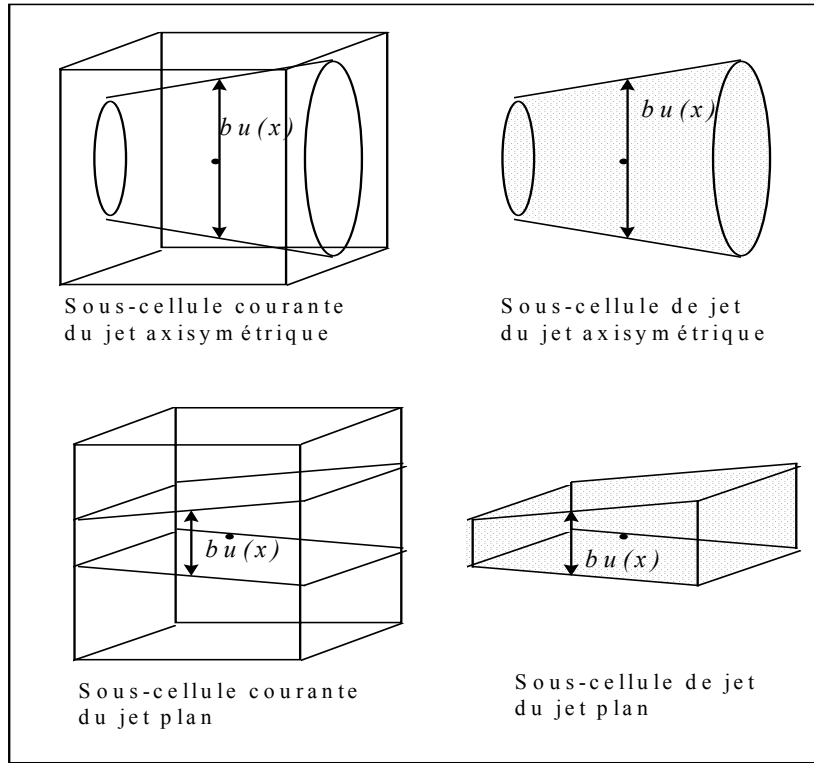


Figure 2.28 : Décomposition des cellules de jet.

Dans la sous-cellule courante, on utilise les équations d'une cellule courante, en prenant en compte des dimensions modifiées. Par exemple, pour un jet plan horizontal, on ôte à la hauteur de la cellule, la hauteur du jet calculée à l'abscisse x ($bu(x)$). Pour un jet axisymétrique, on ôte aux deux dimensions correspondant aux directions orthogonales à la direction de propagation du jet, le coté du carré de même aire que la section du jet.

Les équations suivantes sont données pour des jets horizontaux qui se propagent parallèlement à la direction Est-Ouest. Pour obtenir les équations correspondant aux autres configurations, il suffit d'effectuer des permutations entre les paramètres, L , b et w .

Pour le jet plan étudié, les équations de bilan de masse et de chaleur sont :

$$Qm_{_Est_j} - Qm_{_Ouest_j} + Qm_{_Nord_j} - Qm_{_Sud_j} + Qm_{_Haut_j} - Qm_{_Bas_j} + Qm_{_entraîné_j} = Qm_{_Source_j} - \rho L(h - bu(x))w \frac{dX_j}{dt} \quad (2.145)$$

$$\Phi_{c_Est} - \Phi_{c_Ouest} + \Phi_{c_Nord} - \Phi_{c_Sud} + \Phi_{c_Haut} - \Phi_{c_Bas} + c_p.Ta.Qm_{_entraîné} = \Phi_{c_source} - c_p \rho L(h - bu(x))w \frac{dT}{dt} \quad (2.146)$$

Pour un jet axisymétrique horizontal, on a :

$$Qm_{Est_j} - Qm_{Ouest_j} + Qm_{Nord_j} - Qm_{Sud_j} + Qm_{Haut_j} - Qm_{Bas_j} + Qm_{entraîné_j} = Qm_{Source_j} - \rho \left(h \frac{\sqrt{\pi} b u(x)}{2} \right) \left(w \frac{\sqrt{\pi} b u(x)}{2} \right) \frac{dX_j}{dt} \quad (2.147)$$

$$\Phi_{c_Est} - \Phi_{c_Ouest} + \Phi_{c_Nord} - \Phi_{c_Sud} + \Phi_{c_Haut} - \Phi_{c_Bas} + C_p T a Qm_{entraîné} = \Phi_{c_source} - C_p \rho \left(h \frac{\sqrt{\pi} b u(x)}{2} \right) \left(w \frac{\sqrt{\pi} b u(x)}{2} \right) \frac{dT}{dt} \quad (2.148)$$

On utilise également les équations (2.2), (2.3), (2.4) sans leur apporter de modification.

Dans la sous-cellule de jet, on retrouve les équations (2.2), (2.3) et (2.5), appliquées aux valeurs des masses volumiques et fractions massiques, dans le jet. Le bilan de masse s'écrit :

$$Qm_{jet_Est_j} - Qm_{jet_Ouest_j} - Qm_{entraîné_j} = Qm_{jet_Source_j} - \rho_{jet} L b u(x) \frac{dX_{jet_j}}{dt} \quad (2.149)$$

pour le jet plan,

$$Qm_{jet_Est_j} - Qm_{jet_Ouest_j} - Qm_{entraîné_j} = Qm_{jet_Source_j} - \rho_{jet} L \frac{(b u(x))^2}{4} \frac{dX_{jet_j}}{dt} \quad (2.150)$$

pour le jet axisymétrique.

Pour le jet plan, dans la variable $Qm_{entraîné_j}$, on comprend les débits entraînés au niveau des grands côtés du jet. Les débits entraînés au niveau des petits côtés sont négligés.

Le débit massique entraîné total est calculé par somme des débits de chaque espèce.

Le bilan de chaleur est calculé grâce à l'équation (2.144).

L'épaisseur, ou le diamètre du jet, est calculé à l'aide des équations (2.76), (2.86) ou (2.117) suivant la nature du jet étudié.

L'écart de température maximal, dans les jets anisothermes, est calculé à l'aide d'une des équations (2.92), (2.108), (2.111), (2.136) ou de l'un des groupes d'équations {(2.102), (2.104), et (2.106)} et {(2.130), (2.132) et (2.134)} assortis de leurs conditions d'application.

Pour les jets anisothermes horizontaux, on compare les valeurs y_{inf} et y_{sup} des ordonnées minimale et maximale de la section du jet à la sortie de la cellule (voir figure 2.29). Ces ordonnées seront calculées dans les interfaces de jet. Si l'une d'elles n'est pas comprise dans l'intervalle $[-h/2, h/2]$, le jet sort de la cellule par la face supérieure ou la face inférieure (c'est le cas des cellules 4, 5 et 6 dans la figure 2.29). Aussi, dans les équations précédentes, $\Delta T m$ est annulé, il en est de même pour l'épaisseur et le diamètre.

On calcule X_f avec l'équation qui, parmi les équations (2.83), (2.110) et (2.138) correspond au jet étudié. Si x est supérieur à X_f , $bu(x)$ et ΔTm sont nuls.

De cette manière, on court-circuite le modèle de jet.

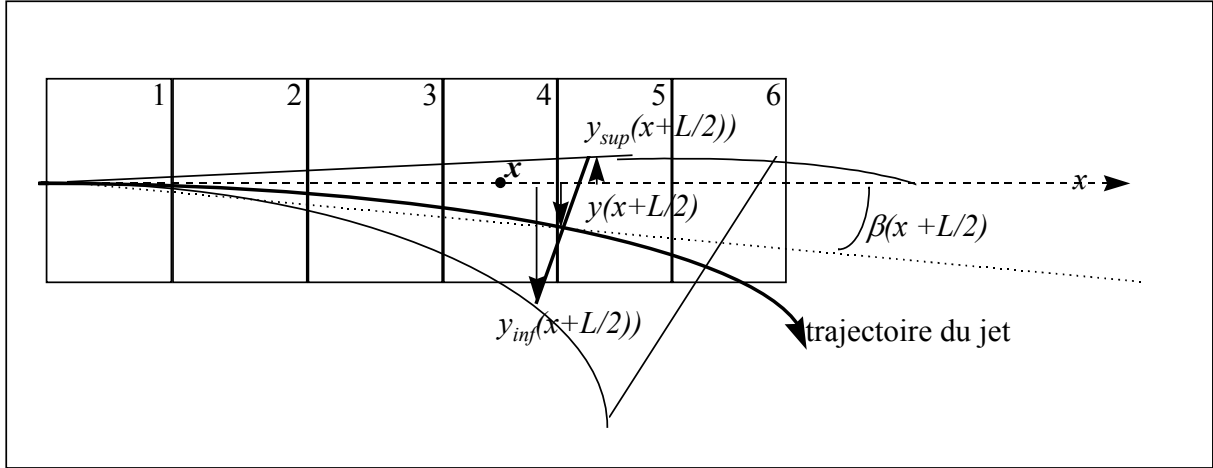


Figure 2.29 : Déflexion du jet

Dans la sous-cellule courante, on a écrit $3n+6$ équations. Dans la sous-cellule de jet, le nombre d'équations est $3n+7$ pour un jet anisotherme et $3n+5$ pour un jet isotherme. En définitive, on a donc $6n+13$ équations dans les cellules de jet anisotherme et on en a $6n+11$ dans les cellules de jet isotherme.

3.7.3 Equations de transfert entre une zone de jet et les zones voisines : interfaces de jet

Il n'y a qu'un seul type d'interface de jet : les interfaces orthogonales à la direction de soufflage. Toutes les autres interfaces qui encadrent les cellules de jet sont des interfaces courantes.

Les interfaces de jet sont, de même, divisées en deux parties : une correspondant à la section du jet, l'autre à l'air environnant (voir figure 2.30).

On écrit les équations pour une interface située à la distance x de l'origine du jet.

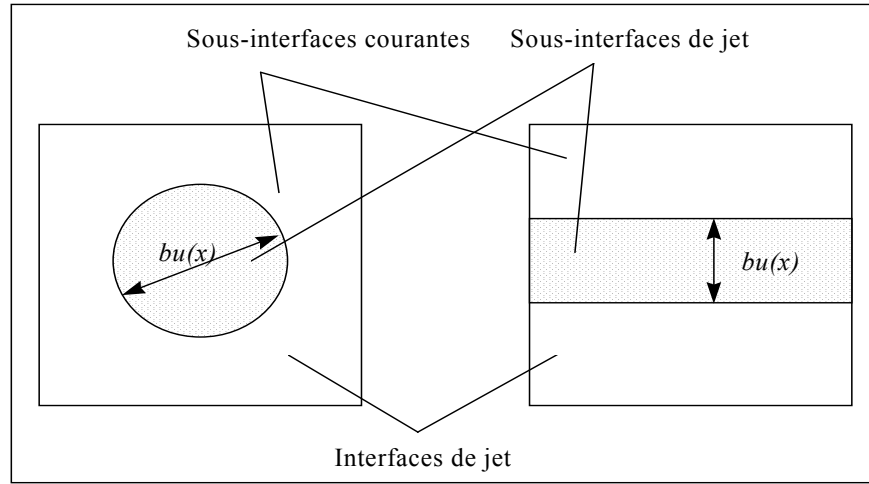


Figure 2.30 : Interfaces de jets plans et de jets axisymétriques

Dans la sous-cellule courante, les équations utilisées sont celles données dans le paragraphe 3.3.2.1. (interface courante verticale) si le jet est horizontal, ou dans le paragraphe 3.3.2.2. (interface courante horizontale) si le jet est vertical, en adaptant les dimensions de la même manière que dans les cellules de jet.

Dans la sous interface de jet, on calcule l'épaisseur ou le diamètre du jet à l'abscisse x avec l'équation (2.76), (2.86) ou (2.118) suivant la nature du jet.

Si le jet est horizontal et anisotherme, on calcule la déflexion du jet (équation (2.94) ou (2.126)) puis également les ordonnées y_{inf} et y_{sup} utilisées dans les cellules de jet :

$$y_{sup}(x) = y(x) + bu(x) \cdot \cos\left(A \tan\left(\frac{y(x)}{x}\right)\right) \quad (2.151)$$

$$y_{inf}(x) = y(x) - bu(x) \cdot \cos\left(A \tan\left(\frac{y(x)}{x}\right)\right) \quad (2.152)$$

On calcule X_f avec l'équation qui, parmi les équations (2.83), (2.110) et (2.138) correspond au jet étudié.

Le débit total d'air est calculé par une des équations (2.86), (2.91), (2.109), (2.112), (2.109), (2.123) et (2.137) selon la configuration étudiée. Si x est supérieur à X_f ou si une des coordonnées y_{inf} et y_{sup} n'est pas comprise dans l'intervalle $[-h/2, h/2]$, ce débit ainsi que l'épaisseur (ou le diamètre) du jet sont annulés.

A partir du débit massique total, on calcule le débit massique de chaque espèce :

$$Qm_j = X_{1_j} Qm \quad (2.153)$$

si le jet progresse de l'amont vers l'aval,

$$Qm_j = X_{2_j} Qm \quad (2.154)$$

sinon.

Il n'est pas nécessaire de calculer le flux traversant la sous-interface de jet. En effet, l'équation (2.144) écrite dans la sous-cellule de jet y suffit.

Les débits massiques et les flux des deux sous-interfaces sont sommés pour obtenir des valeurs relatives à l'interface complète.

Le nombre d'équations dans la sous-interface courante est de $8n+7$ si le jet est horizontal, de $4n+4$ s'il est vertical. Dans la sous-interface de jet, il y a $n+3$ équations si le jet est vertical, $n+3$ si le jet est horizontal et isotherme et $n+6$ s'il est horizontal et anisotherme.

Le nombre total d'équations est donc :

- jet vertical : $5n+7$,
- jet horizontal isotherme : $9n+10$,
- jet horizontal anisotherme : $9n+13$.

3.8. Description des parois

Deux groupes d'éléments de parois sont traités : les éléments de paroi directement en contact avec l'air de la pièce et ceux qui se trouvent à l'arrière d'un convecteur. Les éléments de la première famille diffèrent les uns des autres au niveau du calcul du coefficient de convection, qui dépend à la fois de l'orientation de la paroi et de l'écoulement dans la pièce. La transparence au rayonnement de courtes longueurs d'onde est régie par le coefficient de transmission qui est imposé égal à zéro pour les parois opaques. Ainsi, les vitrages sont traités de la même manière que les autres éléments de paroi, avec un coefficient de transmission non nul.

Les parois étant des lieux de transfert, les systèmes d'équations formés pour leur description sont également nommés « interface ». On y écrit les lois de transfert thermique par conduction dans la masse de la paroi et par convection à la surface. Les flux radiatifs, dont le calcul fait intervenir des caractéristiques de l'ensemble des parois d'une enceinte, sont considérés ici comme des entrées. Leur calcul sera explicité ultérieurement dans le modèle de rayonnement. Il n'en est pas de même pour les éléments de parois situés directement à l'arrière d'un convecteur. En effet, lors de la mise en place du modèle de convecteur, on a émis l'hypothèse que ces surfaces n'échangeaient par rayonnement qu'avec la face arrière du convecteur. Ces échanges n'entrent donc pas en compte dans le calcul des échanges par rayonnement dans l'enceinte. Ils sont traités séparément, et on a choisi de le faire dans l'interface de paroi.

Dans les interfaces de paroi, sont également déterminés les échanges massiques surfaciques (diffusion à travers la couche limite). On suppose ici que les parois sont imperméables, la description des phénomènes d'adsorption-désorption et de diffusion des espèces gazeuses dans la paroi n'a pas été traitée pour le moment.

On considère que l'on connaît la température de la surface extérieure et la concentration de chaque espèce gazeuse à la surface intérieure de la paroi.

Pour les transferts de chaleur au sein et à la surface de la paroi, on a trois groupes d'équations :

- les équations permettant de caractériser les échanges par conduction dans la paroi,
- les équations de calcul du flux convectif à la surface de la paroi,
- l'équation de continuité de flux à la surface.

L'établissement de cette dernière équation nécessite de fixer une règle d'orientation. Comme pour les calculs dans les interfaces précédentes, les flux sont comptés positifs suivant l'axe du repère de référence normal à la paroi (voir figure 2.31).

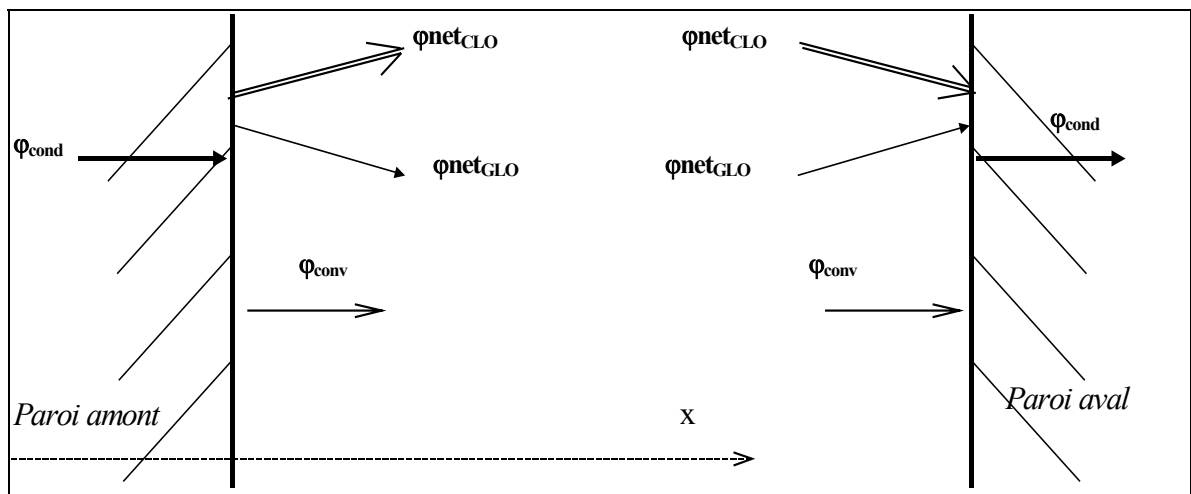


Figure 2.31 : Conventions d'orientation.

3.8.1 Parois directement en contact avec l'air de la pièce

Compte tenu de la convention adoptée, pour chaque élément de surface en contact avec la pièce, on écrit l'égalité des flux convectifs et radiatifs perdus par la surface et du flux conductif.

$$\Phi_{cond} = \Phi_{netCLO} + \Phi_{netGLO} + \Phi_{conv} \quad (2.155)$$

Les flux convectifs sont calculés à partir de la relation :

$$\Phi = S \cdot h_{conv} (T_s - T) \quad (2.156)$$

T_s est la température de la surface de l'élément de paroi et T la température de l'air dans la cellule voisine. Le coefficient de convection est calculé par la relation :

$$h_{conv} = c |T_s - T|^n \quad (2.157)$$

Le coefficient c et l'exposant n dépendent du type de la surface considérée et de la nature de l'écoulement à son voisinage. Les valeurs numériques adoptées sont données dans le tableau 2.3.

		c	n
Plafond	convection naturelle (ALLARD(1987))	3.0	0
	convection mixte (INARD(1988))	3.0	0.7
Plancher	plancher chauffant (KAST et al.(1982))	1.5	1/3
	autres cas (ALLARD(1987))	3.0	0
murs	convection naturelle (ALLARD(1987))	1.5	1/3
	convection mixte (LEBRUN(1970))	3	1/3
	contact avec un panache (INARD(1988))	0.662	0.77

Tableau 2.3 : Valeurs de c et n dans le calcul du coefficient de convection.

Pour les parois en contact avec une cellule de jet pariétal, le coefficient de convection est calculé à partir du nombre adimensionnel de Nusselt (équation (2.88) ou (2.89)) et de l'équation (2.90). Ces relations sont données dans le paragraphe 3.7.1.3.

Les transferts de masse par diffusion à travers la couche limite sont calculés par analogie avec les transferts de chaleur :

$$Q_{m_j} = \rho \cdot S \cdot h_j (X_j - X_{s_j}) \quad (2.158)$$

Les coefficients de transfert de masse sont obtenus en utilisant les lois proposées par WEBB(1991) et HOLMAN(1990) :

$$h_j = \frac{h_{conv}}{\rho c_p} \left(\frac{D_j}{\alpha} \right)^{2/3} \quad (2.159)$$

Dans cette relation, α et c_p sont respectivement la diffusivité et la capacité calorifique de l'air, X_{s_j} est la concentration de l'espèce j à la surface intérieure de la paroi tandis que X_j est la concentration de l'espèce dans la cellule voisine de la paroi.

Le transfert de chaleur par conduction à travers la paroi est évalué en utilisant la méthode des différences finies.

On suppose que les échanges conductifs sont unidirectionnels et que chaque couche de matériau constitutive de la paroi étudiée est homogène et isotrope. On considère en outre que les propriétés thermo-physiques des matériaux sont indépendantes des températures.

La discrétisation spatiale de la paroi est présentée dans la figure 2.32. On a volontairement réduit l'étude à une paroi monocouche, les parois multicouches pourront ensuite être construites par empilage de parois monocouches. La paroi est divisée en N « tranches » de même épaisseur, Δx .

Soient les flux conduits du noeud $i-1$ vers le noeud i et du noeud i vers le noeud $i+1$:

$$\varphi_{i-1 \rightarrow i} = \frac{\lambda}{\Delta x} (T_{i-1} - T_i) \quad (2.160)$$

$$\varphi_{i \rightarrow i+1} = \frac{\lambda}{\Delta x} (T_i - T_{i+1}) \quad (2.161)$$

La température de la surface extérieure de l'élément de paroi intervient ici comme une donnée du problème. Elle pourra ensuite être obtenue à partir de l'écriture du bilan thermique de la surface extérieure de la paroi. La température de la surface intérieure de l'élément de paroi est reliée à celle utilisée dans la relation employée pour le calcul des échanges convectifs (équation (2.156)).

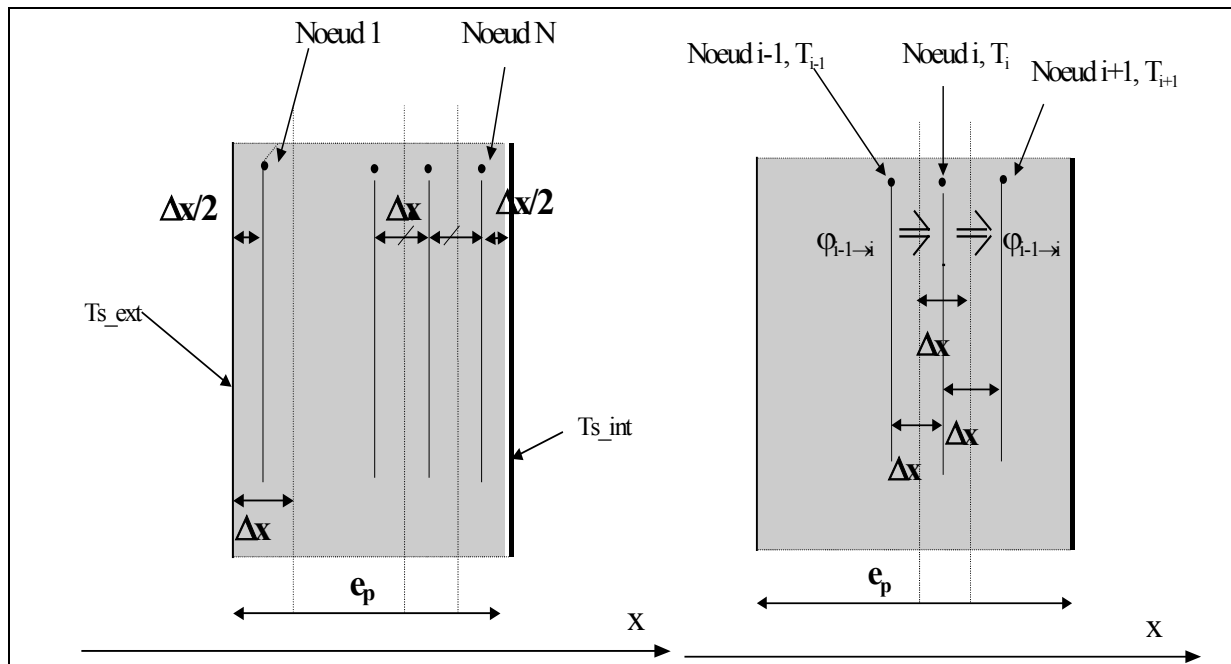


Figure 2.32 : Discretisation spatiale d'une paroi et étude d'une « tranche de paroi ».

Le bilan thermique appliqué à la « tranche » de paroi d'épaisseur Δx centrée sur le noeud i s'écrit :

$$\varphi_{i-1 \rightarrow i} - \varphi_{i \rightarrow i+1} = \rho \cdot c_p \cdot \Delta x \cdot \frac{dT_i}{dt} \quad (2.162)$$

Le terme différentiel est traité avec l'équation d'intégration donnée dans la troisième partie (équation (3.3)). Il s'agit d'un schéma implicite.

On écrit ces équations pour chaque « tranche » de paroi.

Le flux conduit de la surface intérieure au noeud 1 et celui conduit du noeud N à la surface extérieure prendront en compte une épaisseur $\Delta x/2$ au lieu de Δx :

$$\varphi_{N \rightarrow S_int} = \frac{2\lambda}{\Delta x} (T_N - T_{s_int}) \quad (2.163)$$

$$\varphi_{S_ext \rightarrow 1} = \frac{2\lambda}{\Delta x} (T_{s_ext} - T_1) \quad (2.164)$$

Le flux de conduction utilisé dans l'équation (2.155) est $\varphi_{N \rightarrow S_int}$.

Pour une paroi discrétisée en N couches, on a donc $2*N+1$ équations dans le schéma de calcul des transferts par conduction auxquelles il faut ajouter N équations pour le calcul des termes différentiels dans les bilans. Pour le calcul du flux de convection et l'écriture de la continuité des flux à la surface intérieure de la paroi, on a 4 équations pour les parois en contact avec une cellule de jet et 3 pour les autres. Enfin, pour le calcul des transferts de masse, il y a $2*n$ équations (on rappelle que n est le nombre d'espèces gazeuses).

Au total, pour une interface de paroi monocouche discrétisée en N noeuds, on a donc $3*N+2*n+4$ équations.

3.8.2 Parois situées à l'arrière d'un convecteur

Dans l'interface de paroi que l'on place derrière un convecteur, le calcul des échanges par conduction dans la masse de la paroi est identique à celui qui vient d'être décrit. La différence est que l'on calcule ici le flux net radiatif perdu par la surface. Ce flux a été exprimé dans le paragraphe 3.3.1. relatif à la modélisation des convecteurs électriques :

$$\Phi_{GLO} = \frac{\varepsilon_{ar} \cdot \varepsilon_{paroi} \cdot S \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - T_{face_arrière}^4)}{\varepsilon_{ar} + \varepsilon_{paroi} - \varepsilon_{ar} \cdot \varepsilon_{paroi}} \quad (2.165)$$

Le calcul des échanges convectifs est décrit par la relation :

$$\Phi_{conv} = \frac{1,78 \cdot S \cdot \Delta T'^{5/4}}{h^{1/4}} \quad (2.166)$$

avec :

$$\Delta T' = \frac{T_{face_arrière} + T_s}{2} - T \quad (2.167)$$

On rappelle que h est la hauteur du convecteur.

Le bilan surfacique est analogue à celui donné précédemment (équation(2.155)) à la différence près, que le flux radiatif net de courtes longueurs d'onde est considéré comme négligeable :

$$\Phi_{cond} = \Phi_{net_GLO} + \Phi_{conv} \quad (2.168)$$

On a vu que le coefficient de transfert de masse dans la couche limite solutale était relié au coefficient de transfert convectif, pour lequel, ici, on ne dispose pas de relation. On a donc choisi de l'évaluer à partir du flux convectif (calculé grâce à la relation (2.55)) et de l'écart de température air-paroi :

$$h_{conv} = \frac{\Phi_{conv}}{S\Delta T} \quad (2.169)$$

Le calcul des transferts de masse se fait ensuite comme dans le cas des parois directement en contact avec l'air de la pièce.

Dans cette interface, pour une discrétisation de la paroi en N couches, on a comme précédemment $3*N+1$ équations dans le schéma de calcul des transferts par conduction. Pour le calcul du flux convectif, du flux radiatif et l'écriture de la continuité des flux à la surface intérieure de la paroi, on a 4 équations. Pour le calcul des transferts de masse, il y a $2*n+1$ équations.

Au total, pour une interface de paroi monocouche discrétisée en N noeuds, on a donc $3*N+2*n+6$ équations.

3.9. Représentation des grandes ouvertures verticales

3.9.1 Grandes ouvertures verticales

Pour traiter les écoulements à travers les grandes ouvertures, nous nous appuyons sur l'analyse de LIMAM(1993). Si on procède de la même manière que pour l'établissement des relations de calcul des débits entre deux cellules courantes, on va devoir engager le même type de discussions. De plus, les débits positifs et négatifs totaux ne pourront pas être obtenus directement en fonction des débits de transport. En effet, on n'utilise plus une loi linéaire. Par conséquent, les relations de Thalès ne peuvent pas être appliquées. C'est pourquoi, on utilise momentanément les débits volumiques.

On désire donc exprimer le débit volumique élémentaire de transport d'une espèce, sous la forme :

$$dQ_{v_j_transp} = \varepsilon \cdot K_p \cdot w \cdot \left(|P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot z| \right)^{1/2} \cdot dz \quad (2.170)$$

On compare cette expression à celle du débit massique donnée par LIMAM(1993) :

$$dQ_m = \varepsilon \cdot Cd \cdot w \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \left(|P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot z| \right)^{1/2} \cdot dz \quad (2.171)$$

On en déduit que le coefficient de perméabilité K_p utilisé ici est relié au coefficient de décharge Cd adopté par LIMAM(1993) par la relation :

$$K_p = \frac{Cd}{\rho} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \quad (2.172)$$

Pour la masse volumique ρ , on prend une valeur moyenne de 1,2 pour toutes les simulations. Ainsi la relation (1.172) devient :

$$K_p = 1,076 \cdot Cd \quad (2.173)$$

Cd dépend des caractéristiques locales de l'écoulement. On en donne dans la littérature des valeurs qui dépendent de l'écart de température de part et d'autre de l'ouverture (KIEL et WILSON(1986)) ou des dimensions de l'ouverture et des pièces (PELLETRET et al.(1991)). LIMAM(1993) obtient pour ce coefficient une valeur moyenne de 0,38 proche de celles proposées par MAHAJAN et HILL (1987) et KIEL et WILSON(1986). En adoptant cette dernière, on obtient pour K_p une valeur de 0,41.

Dans l'équation (2.170), la variable ε prend la valeur 1 si $P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot z \geq 0$, c'est à dire si z est inférieur à z_n défini par :

$$z_n = \frac{P_1 - P_2}{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g} \quad (2.174)$$

Dans le cas contraire, ε est égal à -1.

A partir de cette expression des débits de transport, on procède de la même manière que dans les interfaces courantes, et on obtient un débit élémentaire total (transport et diffusion) exprimé par :

$$dQ_{v_j} = D_j \cdot w \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(L_1 + L_2) / 2} \cdot dz + \varepsilon \cdot K_p \cdot w \cdot \left(\left| P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot z \right| \right)^{1/2} \cdot dz \quad (2.175)$$

Ce débit s'annule à l'altitude z_{0_j} , position de l'axe neutre, définie par :

$$z_{0_j} = z_n - \frac{\left(\frac{2 \cdot D_j}{K_p} \frac{(X_{1_j} - X_{2_j})}{(L_1 + L_2)} \right)^2}{|\rho_1 - \rho_2| \cdot g} \quad \text{si } (X_{1_j} - X_{2_j})(\rho_1 - \rho_2) < 0$$

$$z_{0_j} = z_n + \frac{\left(\frac{2 \cdot D_j}{K_p} \frac{(X_{1_j} - X_{2_j})}{(L_1 + L_2)} \right)^2}{|\rho_1 - \rho_2| \cdot g} \quad \text{si } (X_{1_j} - X_{2_j})(\rho_1 - \rho_2) \geq 0 \quad (2.176)$$

Les valeurs des débits supérieurs et inférieurs dépendent alors des positions relatives de z_{0_j} et z_n . Les équations à utiliser sont données par secteurs dans le graphique de la figure 2.32.

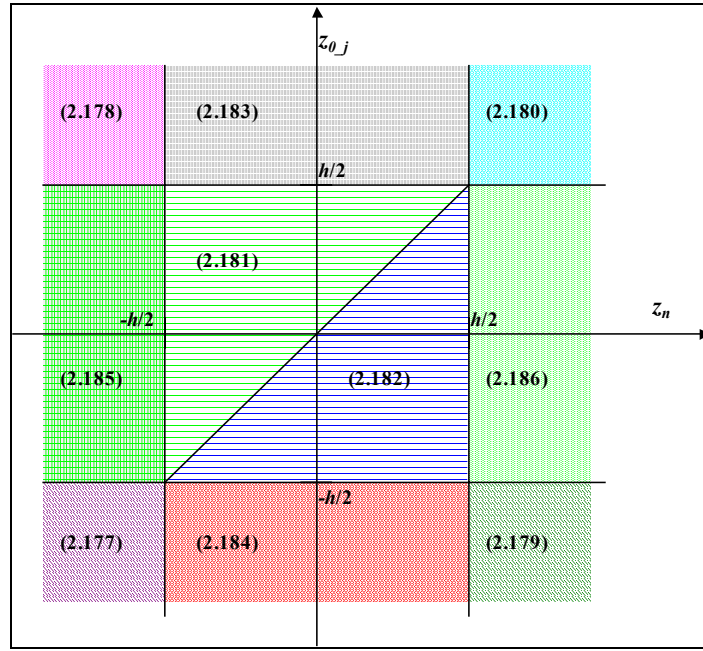


Figure 2.32 : Numéros des équations de calcul des débits supérieurs et inférieurs à utiliser en fonction des valeurs de z_{0j} et z_n

En adoptant les notations : $\begin{cases} \Delta X_j = X_{1-j} - X_{2-j} \\ \Delta P = P_1 - P_2 \\ \Delta \rho = \rho_1 - \rho_2 \end{cases}$, les équations correspondantes sont :

$$\begin{cases} Qv_{-j}^{\text{inf}} = 0 \\ Qv_{-j}^{\text{sup}} = 2.D_j.w.h \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta \rho.g)^{1/2}}{3} \left(\left| z_n - \frac{h}{2} \right|^{3/2} - \left| z_n + \frac{h}{2} \right|^{3/2} \right) \end{cases} \quad (2.177)$$

$$\begin{cases} Qv_{-j}^{\text{inf}} = 2.D_j.w.h \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta \rho.g)^{1/2}}{3} \left(\left| z_n - \frac{h}{2} \right|^{3/2} - \left| z_n + \frac{h}{2} \right|^{3/2} \right) \\ Qv_{-j}^{\text{sup}} = 0 \end{cases} \quad (2.178)$$

$$\begin{cases} Qv_{-j}^{\text{inf}} = 0 \\ Qv_{-j}^{\text{sup}} = 2.D_j.w.h \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta \rho.g)^{1/2}}{3} \left(-\left| z_n - \frac{h}{2} \right|^{3/2} + \left| z_n + \frac{h}{2} \right|^{3/2} \right) \end{cases} \quad (2.179)$$

$$\begin{cases} Qv_{-j}^{\text{inf}} = 2.D_j.w.h \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta \rho.g)^{1/2}}{3} \left(-\left| z_n - \frac{h}{2} \right|^{3/2} + \left| z_n + \frac{h}{2} \right|^{3/2} \right) \\ Qv_{-j}^{\text{sup}} = 0 \end{cases} \quad (2.180)$$

$$\begin{cases} Qv_{-j}^{\inf} = 2.D_j.w.\left(\frac{h}{2} + z_{0-j}\right) \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta\rho.g)^{1/2}}{3} \left(\left| z_n + \frac{h}{2} \right|^{3/2} + |z_n - z_{0-j}|^{3/2} \right) \\ Qv_{-j}^{\sup} = 2.D_j.w.\left(\frac{h}{2} - z_{0-j}\right) \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta\rho.g)^{1/2}}{3} \left(\left| z_n - \frac{h}{2} \right|^{3/2} - |z_n - z_{0-j}|^{3/2} \right) \end{cases} \quad (2.181)$$

$$\begin{cases} Qv_{-j}^{\inf} = 2.D_j.w.\left(\frac{h}{2} + z_{0-j}\right) \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta\rho.g)^{1/2}}{3} \left(\left| z_n + \frac{h}{2} \right|^{3/2} - |z_n - z_{0-j}|^{3/2} \right) \\ Qv_{-j}^{\sup} = 2.D_j.w.\left(\frac{h}{2} - z_{0-j}\right) \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta\rho.g)^{1/2}}{3} \left(-\left| z_n - \frac{h}{2} \right|^{3/2} + |z_n - z_{0-j}|^{3/2} \right) \end{cases} \quad (2.182)$$

$$\begin{cases} Qv_{-j}^{\inf} = 2.D_j.w.h \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta\rho.g)^{1/2}}{3} \left(\left| z_n - \frac{h}{2} \right|^{3/2} + \left| z_n + \frac{h}{2} \right|^{3/2} \right) \\ Qv_{-j}^{\sup} = 0 \end{cases} \quad (2.183)$$

$$\begin{cases} Qv_{-j}^{\inf} = 0 \\ Qv_{-j}^{\sup} = 2.D_j.w.h \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta\rho.g)^{1/2}}{3} \left(\left| z_n - \frac{h}{2} \right|^{3/2} + \left| z_n + \frac{h}{2} \right|^{3/2} \right) \end{cases} \quad (2.184)$$

$$\begin{cases} Qv_{-j}^{\inf} = 2.D_j.w.\left(\frac{h}{2} + z_{0-j}\right) \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta\rho.g)^{1/2}}{3} \left(-\left| z_n + \frac{h}{2} \right|^{3/2} + |z_n - z_{0-j}|^{3/2} \right) \\ Qv_{-j}^{\sup} = 2.D_j.w.\left(\frac{h}{2} - z_{0-j}\right) \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta\rho.g)^{1/2}}{3} \left(\left| z_n - \frac{h}{2} \right|^{3/2} - |z_n - z_{0-j}|^{3/2} \right) \end{cases} \quad (2.185)$$

$$\begin{cases} Qv_{-j}^{\inf} = 2.D_j.w.\left(\frac{h}{2} + z_{0-j}\right) \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta\rho.g)^{1/2}}{3} \left(\left| z_n + \frac{h}{2} \right|^{3/2} - |z_n - z_{0-j}|^{3/2} \right) \\ Qv_{-j}^{\sup} = 2.D_j.w.\left(\frac{h}{2} - z_{0-j}\right) \frac{\Delta X_j}{(L_1 + L_2)} - \frac{2.K_p.w.(\Delta\rho.g)^{1/2}}{3} \left(-\left| z_n - \frac{h}{2} \right|^{3/2} + |z_n - z_{0-j}|^{3/2} \right) \end{cases} \quad (2.186)$$

De ces débits supérieurs et inférieurs, sont déduits les débits positifs et négatifs par :

$$Qv_{-j}^{-} = \min(Qv_{-j}^{\inf}, Qv_{-j}^{\sup}) \quad (2.187)$$

$$Qv_{-j}^{+} = \max(Qv_{-j}^{\inf}, Qv_{-j}^{\sup}) \quad (2.188)$$

Pour revenir aux débits massiques, on multiplie les débits volumiques par la masse volumique de l'espèce transportée. Si le débit volumique est positif, la masse volumique à retenir pour cette multiplication est celle de l'espèce dans la cellule en amont de l'interface. Dans le cas contraire, on retient la masse volumique de l'espèce dans la cellule en aval de l'interface.

Ainsi, le débit massique positif est obtenu en multipliant Qv_{-j}^+ par ρ_{1-j} , et le débit massique négatif résulte du produit de Qv_{-j}^- par ρ_{2-j} :

$$Qm_{-j}^- = \rho_{2-j} Qv_{-j}^- \quad (2.189)$$

$$Qm_{-j}^+ = \rho_{1-j} Qv_{-j}^+ \quad (2.190)$$

Pour la suite, le calcul du débit total de l'espèce j , du débit total du mélange et des flux est réalisé de la même manière que pour les interfaces courantes verticales.

Par rapport aux interfaces courantes, on a $2*n$ équations supplémentaires (le calcul des débits volumiques positifs et négatifs), le nombre total d'équations est donc égal à $10n+7$.

3.9.2 Grandes ouvertures horizontales

Si, pour traiter les écoulements à travers les ouvertures horizontales, on procède de la même manière que pour les ouvertures verticales, les débits volumiques de transport d'une espèce sont :

$$Qv_{-j_transp} = \varepsilon \cdot K_p \cdot w \cdot L \cdot \left(\left| P_1 - P_2 - \rho_1 \cdot g \cdot \frac{h_1}{2} - \rho_2 \cdot g \cdot \frac{h_2}{2} \right| \right)^{1/2} \quad (2.191)$$

A partir de cette expression des débits de transport, on calcule les débits volumiques positifs et négatifs, les débits massiques positifs et négatifs, les débits massiques totaux et le flux de chaleur, de la même manière que dans les interfaces horizontales courantes.

Le nombre d'équations résultant est de $6n+4$.

3.10. Description des transferts par rayonnement

Des modèles très fins de représentation des échanges radiatifs sont disponibles. Cependant, il n'est pas réaliste d'utiliser ces modèles dans des codes de simulation du comportement thermique d'un bâtiment, tout au long d'une saison de chauffage. L'alternative est d'utiliser des méthodes moins détaillées, qui permettent d'appréhender les phénomènes physiques avec une bonne précision et un coût en temps de calcul moindre. D'une manière générale, ces modèles partent de la décomposition de la surface intérieure d'une enceinte en facettes de températures uniformes. C'est ce type d'approche que nous adoptons pour les échanges radiatifs de courtes longueurs d'onde

(rayonnement de longueur d'onde inférieure à $2,5 \mu\text{m}$) comme pour ceux de grandes longueurs d'onde (rayonnement de longueur d'onde supérieure à $2,5 \mu\text{m}$).

Les échanges radiatifs sont traités indépendamment dans chaque pièce. Les facettes prises en compte sont toutes les surfaces des éléments de parois en contact avec l'air intérieur de la pièce. La face de la paroi située à l'arrière du convecteur qui n'échange de flux radiatif qu'avec la face arrière du convecteur, n'est pas prise en compte ici. Par contre, la face avant du convecteur interagit avec l'ensemble des surfaces intérieures de l'enceinte. Elle est donc prise en compte dans le modèle de rayonnement.

3.10.1 Modèle d'échanges radiatifs de grandes longueurs d'ondes

Afin de simplifier les calculs, et de réduire le nombre d'équations nécessaires à la détermination des flux radiatifs, on applique la méthode de l'enceinte fictive proposée par WALTON(1980). La simplification apportée par cette méthode est, que l'on ne considère pas qu'une facette échange des flux radiatifs avec chacune des autres facettes qui forment l'enceinte, mais avec une seule surface équivalente à l'ensemble de ces facettes (figure 2.33).

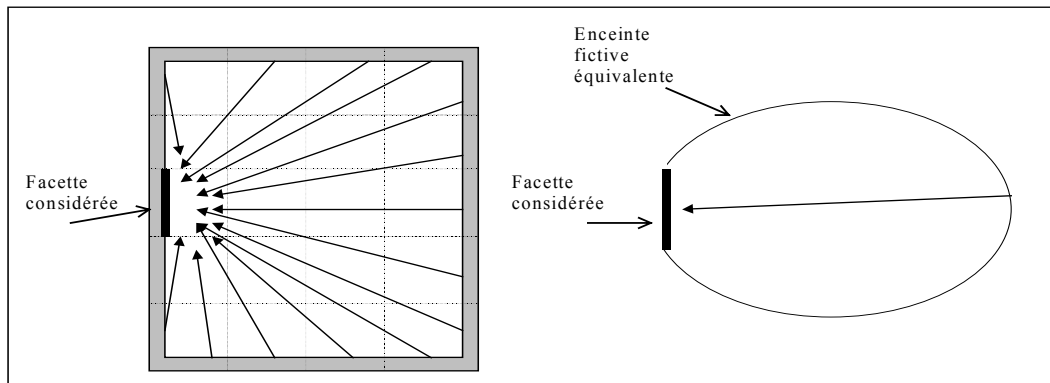


Figure 2.33 : Enceinte fictive

A chaque facette i , on associe donc une enceinte fictive Fi . On calcule alors les flux échangés par ces deux surfaces.

Le flux net grandes longueurs d'onde perdu par la surface i est :

$$\Phi_{net_{i,GLO}} = S_i \cdot Krd_i (T_{S_i}^4 - T_{Fi}^4) \quad (2.192)$$

T_{Fi} est la température de l'enceinte fictive équivalente, elle sera explicitée plus loin. T_{S_i} et S_i sont respectivement la température et l'aire de la facette i , tandis que Krd_i est sa conductance radiative. Celle-ci s'exprime en fonction des aires et des émissivités de la facette i , (ε_i , S_i), et l'enceinte fictive (ε_{Fi} , S_{Fi}) :

$$Krd_i = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{S_i}{S_{Fi}} * \frac{1 - \varepsilon_{Fi}}{\varepsilon_{Fi}}} \quad (2.193)$$

L'aire de l'enceinte fictive est :

$$S_{Fi} = \sum_{j=1}^p (1 - \delta_{i,j}) \cdot S_j \quad (2.194)$$

Dans cette expression, δ_{ij} est le symbole de Kronecker. Notons que l'on a considéré que la surface intérieure de la pièce est décomposée en p facettes.

L'émissivité de l'enceinte fictive est une moyenne pondérée par les aires des émissivités des facettes auxquelles l'enceinte se substitue :

$$\varepsilon_{Fi} = \frac{\sum_{j=1}^p (1 - \delta_{i,j}) \cdot S_j \cdot \varepsilon_j}{S_{Fi}}, \quad (2.195)$$

La température de l'enceinte fictive est :

$$T_{Fi} = \left(\frac{\sum_{j=1}^p (1 - \delta_{i,j}) \cdot \varepsilon_j \cdot S_j \cdot T_{sj}^4}{\varepsilon_{Fi} \cdot S_{Fi}} \right)^{1/4} \quad (2.196)$$

On décrit ainsi les enceintes fictives associées à chaque facette, ce qui permet de calculer les flux radiatifs de grandes longueurs d'onde. Cette méthode étant approximative, le bilan de ces flux n'est pas nul. C'est pourquoi, on redistribue le reliquat φrl_{GLO} :

$$\varphi rl_{GLO} = \frac{\sum_{i=1}^p \sigma Krd_i S_i (T_{Fi}^4 - T_{si}^4)}{\sum_{i=1}^p S_i} \quad (2.197)$$

L'expression du flux net donné par l'équation (2.192) est remplacée par :

$$\Phi_{net_{i,GLO}} = S_i \cdot \sigma \cdot Krd_i (T_{si}^4 - T_{Fi}^4) - S_i \cdot \varphi rl_{GLO} \quad (2.198)$$

Pour une enceinte décomposée en p facettes, le calcul des flux radiatifs de grandes longueurs d'onde nécessite $5p + 1$ équations.

3.10.2 Modèle d'échanges radiatifs de courtes longueurs d'ondes

Pour le calcul des flux radiatifs de courtes longueurs d'onde, on applique le même principe, proposé par ALLARD et al.(1985).

L'éclairement de courtes longueurs d'onde de l'élément de surface i est la somme d'un éclairement primaire (par exemple l'ensoleillement direct arrivant sur la surface) et d'un éclairement dû aux inter-réflexions :

$$E_i = E_i^{\circ} + E'_i \quad (2.199)$$

La notion d'exitance d'une surface est introduite comme étant la somme de tous les rayonnements de courtes longueurs d'onde qui quittent la surface de façon diffuse. Elle est notée Ex_i et est écrite comme la somme d'une exitance primaire diffuse et de la partie réfléchie de l'éclairement dû aux inter-réflexions:

$$Ex_i = Ex_i^{\circ} + \rho_i E'_i \quad (2.200)$$

ρ_i est la coefficient de réflexion de la facette.

Eclairements et exitances sont représentés dans la figure 2.34.

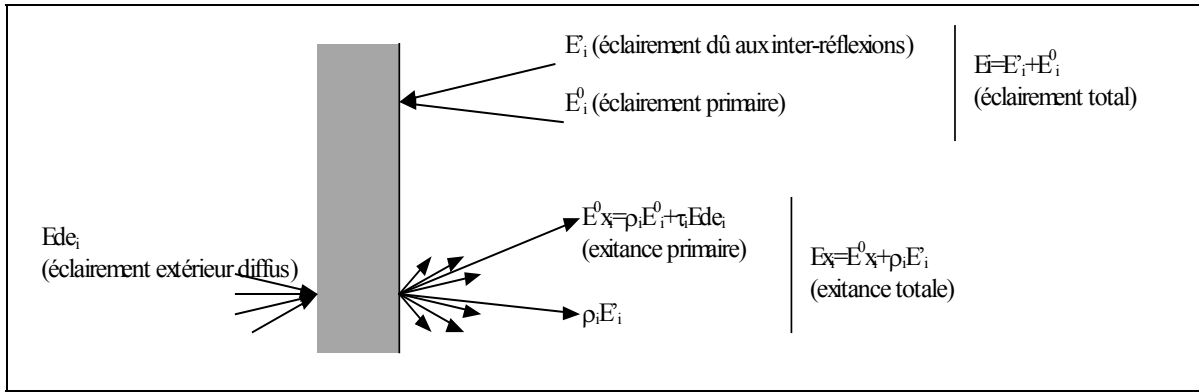


Figure 2.34 : Echanges radiatifs de courte longueur d'onde

Vis à vis du rayonnement de courtes longueurs d'onde, l'enceinte fictive associée à une surface i est définie par les trois caractéristiques qui sont : sa surface équivalente, qui est identique à celle calculée pour les flux de grandes longueurs d'ondes, son coefficient de réflexion et son exitance primaire. Ces deux dernières caractéristiques sont calculées grâce aux relations suivantes :

$$\rho_{Fi} = \frac{\sum_{j=1}^p (1 - \delta_{i,j}) \rho_j S_j}{S_{Fi}} \quad (2.201)$$

$$Ex_{Fi}^{\circ} = \frac{\sum_{j=1}^p (1 - \delta_{i,j}) Ex_j^{\circ} S_j}{S_{Fi}} \quad (2.202)$$

Le calcul de l'exitance totale, Ex_i , connaissant les exitances primaires de la facette i et de l'enceinte fictive qui lui est associée, est donné par ALLARD et al.(1983) :

$$Ex_i = Ex_i^\circ \frac{S_{Fi}(1-\rho_{Fi}) + \rho_{Fi}S_i}{S_{Fi}(1-\rho_{Fi}) + \rho_{Fi}S_i(1-\rho_i)} + Ex_{Fi}^\circ \frac{\rho_i S_{Fi}}{S_{Fi}(1-\rho_{Fi}) + \rho_{Fi}S_i(1-\rho_i)} \quad (2.203)$$

Pour calculer l'éclairement dû aux inter-réflexions E'_i , ainsi que l'éclairement total E_i , il ne reste plus qu'à déterminer l'exitance primaire de la surface Ex_i° . Celle-ci peut s'exprimer comme la somme de la partie réfléchie de l'éclairement primaire et de la partie transmise à travers la paroi de l'éclairement diffus arrivant sur la surface extérieure :

$$Ex_i^\circ = \rho_i E_i^\circ + \tau_i Ede_i \quad (2.204)$$

Comme pour les échanges radiatifs de grandes longueurs d'onde, il est important d'avoir un bilan radiatif exact. On calcule donc le reliquat de flux :

$$\varphi rl_{CLO} = \frac{\Phi_e - \Phi_s - \sum_{j=1}^p \alpha_j S_j (E'_j + E_j^\circ)}{\sum_{j=1}^p \alpha_j S_j} \quad (2.205)$$

Φ_e et Φ_s sont respectivement les flux entrant et sortant de l'enceinte. Φ_e est la somme des éclairements primaires et diffus transmis à travers la paroi, Φ_s est la part transmise de l'éclairement total :

$$\Phi_e = \sum_{i=1}^p S_i (E_i^\circ + \tau_i Ede_i) \quad (2.206)$$

$$\Phi_s = \sum_{i=1}^p S_i \tau_i E_i \quad (2.207)$$

Le reliquat donné par la relation (2.205) est redistribué dans le calcul des éclairements. C'est pourquoi à l'équation (2.199) on substitue en fait celle-ci :

$$E_i = E_i^\circ + E'_i + \varphi rl_{CLO} \quad (2.208)$$

On peut à présent déduire le flux perdu par la paroi :

$$\Phi_{net_{i,CLO}} = -\alpha_i S_i E_i \quad (2.209)$$

Pour une enceinte décomposée en p facettes, le calcul des flux radiatifs de courtes longueurs d'onde nécessite $5p+1$ équations.

4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons répertorié toutes les équations utilisées pour décrire le comportement thermique et aéraulique d'un bâtiment. Nous les avons regroupées dans des sous-systèmes d'équations qui sont eux-mêmes classés dans la famille des « cellules », dans celle des « interfaces » ou dans celle des équations de description des échanges radiatifs. L'ensemble de ces sous-systèmes d'équations forme une bibliothèque

de modèles. A ce stade, il nous reste à les assembler pour créer des simulations. Ce sera l'objet des chapitres suivants.

Chapitre 3

Présentation de l'environnement orienté objet SPARK

Le modèle zonal ayant été formulé de façon modulaire, on a choisi de travailler dans un environnement de programmation modulaire lui aussi : SPARK. Cet environnement orienté objet est d'utilisation très souple et possède son propre solveur, ce qui nous affranchit de toute programmation pour la résolution des modèles zonaux mis en équations. On présente ici les grands principes de SPARK et la méthode de résolution qu'il utilise.

1. Pourquoi utiliser un environnement orienté objet ?

La qualification « orienté objet » est utilisée pour les environnements qui sont fondés sur les trois concepts suivants :

- l'encapsulation des données, c'est à dire que les caractéristiques des objets sont localisées en lui-même,
- l'héritage des propriétés, c'est à dire qu'une propriété est transmise à un objet qui appartient à une classe possédant cette propriété,
- la communication par message entre objets.

Utiliser un tel environnement pour créer des modèles zonaux permet de concevoir des simulations modulaires par assemblages d'objets d'une bibliothèque. De plus, l'exploitation du concept d'héritage permet de réutiliser les objets et d'enrichir facilement la bibliothèque d'objets. C'est pourquoi, il semble tout à fait justifié de développer les modèles zonaux dans un environnement orienté objet.

2. L'environnement SPARK

SPARK est un environnement intégré, c'est à dire qu'il prend en charge toutes les phases de la simulation, depuis la traduction des modèles équationnels fournis par l'utilisateur, jusqu'à l'obtention de résultats, en passant par l'établissement d'un algorithme de résolution et son implémentation. SPARK génère automatiquement des programmes de simulation écrits en langage C.

Au départ, une interface de calcul formel (MAPLE) permet la création automatique d'objets SPARK réutilisables. Un objet correspond à une équation, ou à un groupe d'équations (on parle alors de macro-objet). Ces objets (ou macro-objets) n'ont pas d'entrées ni de sorties prédéfinies, et peuvent donc être utilisés dans n'importe quel sens. Pour créer des simulations, le rôle de l'utilisateur se borne à connecter des objets entre eux (c'est à dire à identifier les variables ou paramètres qu'ils ont en commun). SPARK se charge ensuite de reconstituer le système d'équations correspondant à cet assemblage et d'élaborer une méthode de résolution adaptée à ce système. Celle-ci est transcrite sous forme d'un programme en langage C et d'un exécutable qui lui est associé. On peut ainsi traiter tout type de systèmes d'équations algébro-différentiels (équations algébriques et équations différentielles ordinaires).

SPARK possède l'encapsulation des données qui sont les équations et leurs variables. L'héritage des propriétés réside essentiellement dans la possibilité de créer des macro-objets, c'est à dire des groupes d'objets élémentaires ou de macro-objets reliés entre eux. Ainsi, pour faire hériter un objet A des équations de l'objet B, il suffit de déclarer B dans A, et SPARK inclut automatiquement cet objet B dans A, avec ses équations et ses variables. On peut ainsi déclarer dans un objet plusieurs fois le même objet. Ceci veut simplement dire que, dans le système à représenter, plusieurs

exemplaires d'un même type de composants sont présents. Enfin, la communication par messages est limitée. En effet, les seuls messages que s'envoient les objets est la valeur de leurs variables. C'est pourquoi SPARK n'est pas à proprement parler un environnement orienté objet. Cependant, il peut être assimilé à cette famille.

C'est parce que SPARK possède certaines des caractéristiques d'un environnement orienté objet et parce qu'il nous épargne l'élaboration d'une stratégie de résolution, que nous avons décidé de l'adopter comme environnement de développement.

3. Implémentation des équations dans SPARK : construction d'objets

Une première étape dans la constitution d'une bibliothèque d'objets SPARK consiste à recenser les équations nécessaires à la description du problème. Ces équations sont nommées puis écrites symboliquement dans MAPLE. Une interface entre MAPLE et SPARK, contenue dans le fichier « mysolve.map » permet de passer de l'équation symbolique à l'objet SPARK. A une équation correspond donc un objet auquel sont associées des fonctions en langage C qui permettent de calculer chacune des variables de l'équation.

Par exemple pour construire l'objet correspondant à l'équation $\varphi = \frac{\lambda}{e}(T_1 - T_2)$, les commandes à écrire dans MAPLE sont données en figure 3.1.

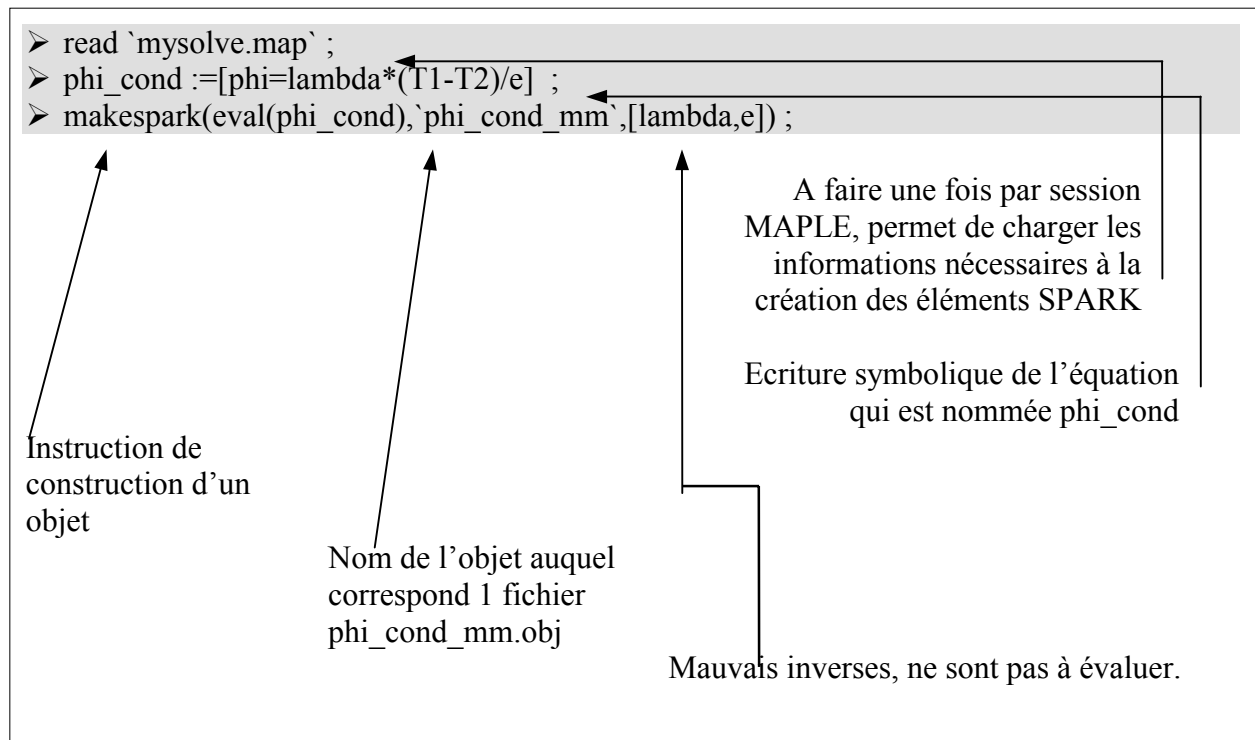


Figure 3.1 : Ecriture des équations dans MAPLE.

On obtient l'objet *phi_cond_mm* et les fonctions (en code C) de calcul de tous les paramètres qui ne figuraient pas dans les mauvais inverses, à savoir T1, T2 et phi, d'où les fonctions *T1_phi_cond_mm*, *T2_phi_cond_mm* et *phi_phi_cond_mm*. Ces objets et fonctions sont stockés dans des fichiers portant leur nom suivi de l'extension *.obj* pour les objets et *.c* pour les fonctions

Le fichier *phi_cond_mm.obj* est constitué comme indiqué dans la figure 3.2.

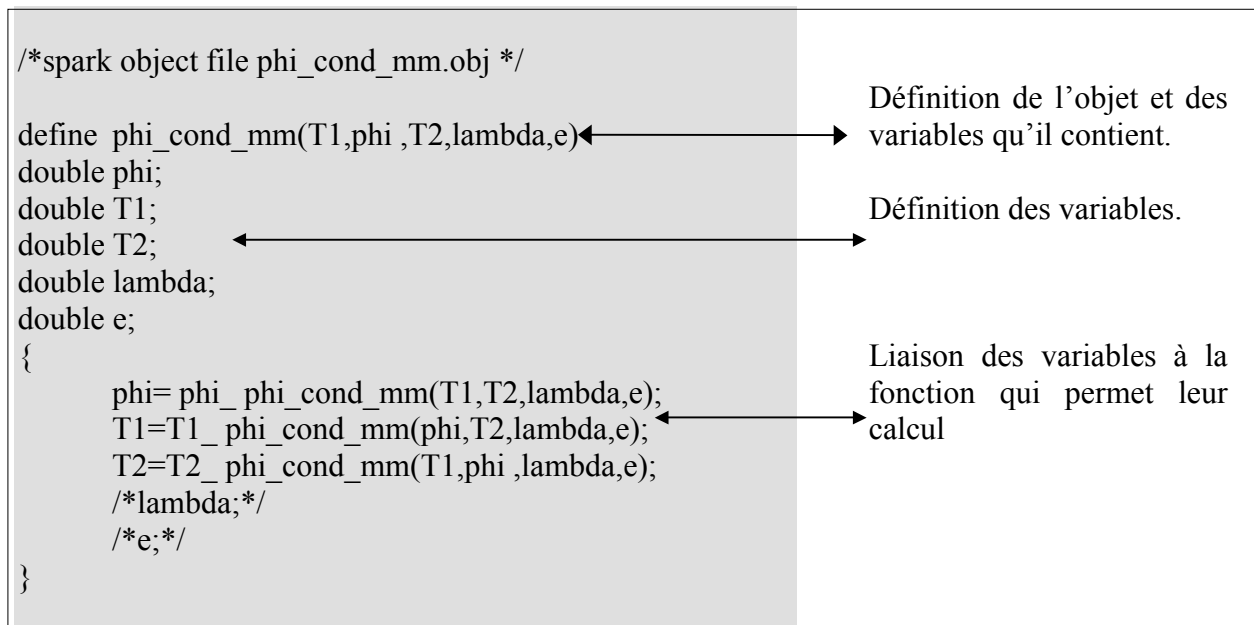


Figure 3.2 : Fichier phi_cond_mm.obj

En fait il sert de lien vers les fonctions de calcul des différentes variables de l'équation. A titre d'exemple, la fonction *T1_phi_cond_mm.c* est donnée dans la figure 3.3.

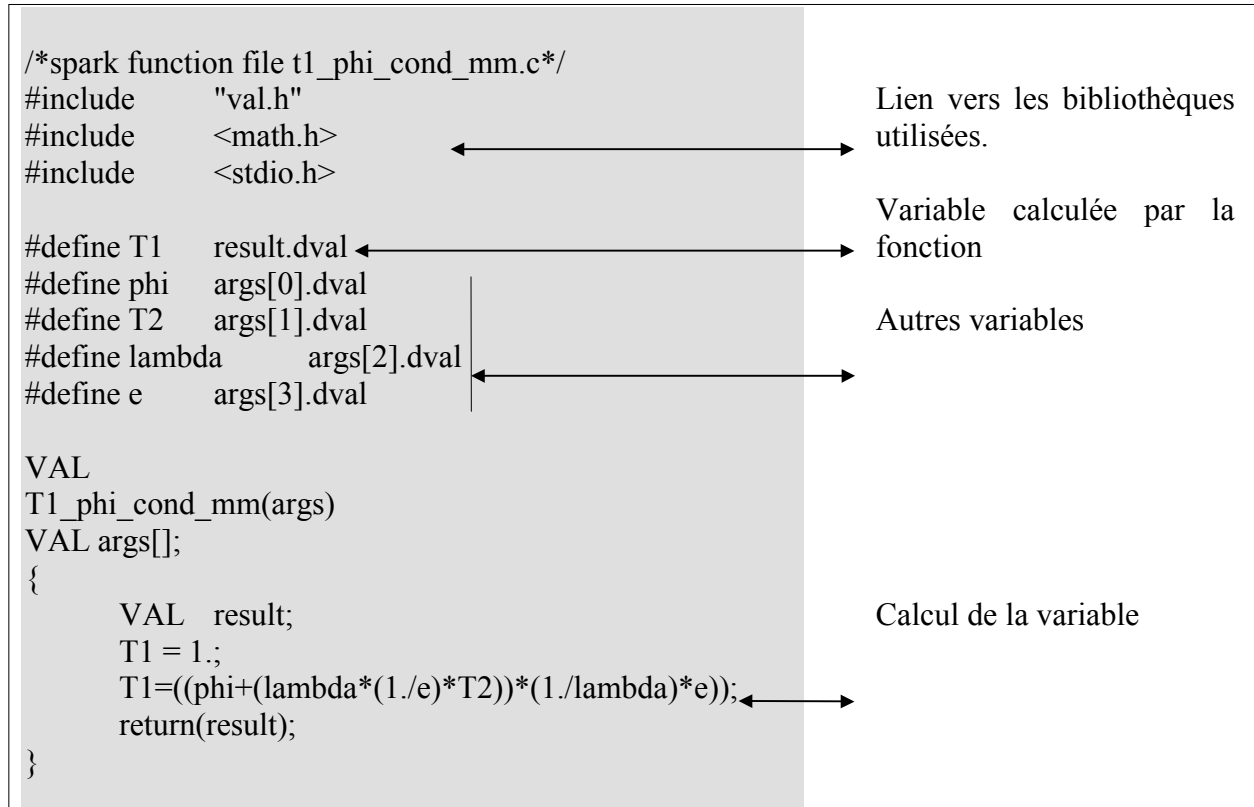


Figure 3.3 : Fonction *T1_phi_cond_mm.c*

On vérifie bien qu'elle correspond à une formulation différente de l'équation précédemment écrite dans MAPLE, et son utilisation permet de calculer la variable T1.

Quand une équation est utilisée plusieurs fois dans un problème, on ne construit qu'un objet, que l'on appellera autant de fois que nécessaire. Si plusieurs équations sont toujours utilisées ensemble, il est intéressant de les regrouper dans un macro-objet, on simplifie ainsi l'écriture du problème.

Pour illustrer la syntaxe utilisée dans les macro-objets, on donne celui utilisé pour représenter le modèle de différences finies dans les parois. Soit une paroi, discrétisée comme représenté dans la figure 3.4.

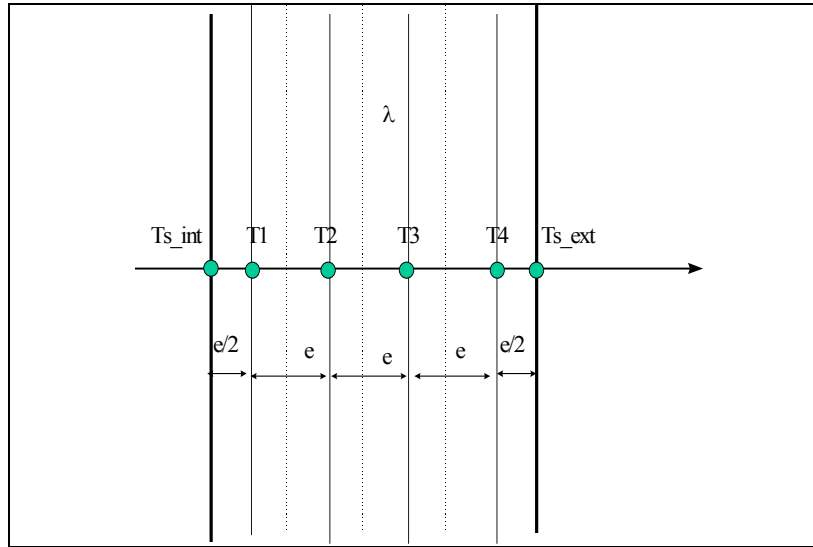


Figure 3.4 : Discrétisation de la paroi.

On désire modéliser le comportement thermique dynamique de cette paroi. Le problème peut être décrit par les neuf équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{\text{int}_1} = \frac{\lambda}{e/2} (T_{s_int} - T_1) \\ \varphi_{1_2} = \frac{\lambda}{e} (T_1 - T_2) \\ \varphi_{2_3} = \frac{\lambda}{e} (T_2 - T_3) \\ \varphi_{3_4} = \frac{\lambda}{e} (T_3 - T_4) \\ \varphi_{4_ext} = \frac{\lambda}{e/2} (T_4 - T_{s_ext}) \\ \varphi_{1_2} - \varphi_{\text{int}_1} = \rho \cdot c_p \cdot e \cdot \frac{\partial T_1}{\partial t} \\ \varphi_{2_3} - \varphi_{1_2} = \rho \cdot c_p \cdot e \cdot \frac{\partial T_2}{\partial t} \\ \varphi_{3_4} - \varphi_{2_3} = \rho \cdot c_p \cdot e \cdot \frac{\partial T_3}{\partial t} \\ \varphi_{4_ext} - \varphi_{3_4} = \rho \cdot c_p \cdot e \cdot \frac{\partial T_4}{\partial t} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

On remarque qu'en fait, le problème peut être décrit par duplication de trois équations uniquement :

$$\begin{cases} \varphi_{i_j} = \frac{\lambda}{e}(T_i - T_j) \\ \varphi_{i_j} = \frac{\lambda}{e/2}(T_i - T_j) \\ \varphi_j - \varphi_j = \rho \cdot c_p \cdot e \frac{\partial T_{ij}}{\partial t} \end{cases} \quad (3.2)$$

La troisième équation étant une équation différentielle, on remplace le terme différentiel par une variable intermédiaire, X_dot . Cette variable est calculée grâce à une équation supplémentaire, qui est représentée par un objet d'intégration.

Ici, on utilise l'objet *newbd4*, qui représente une équation de dérivation régressive (backward différence) d'ordre 4. Cette équation relie une variable X , prise à l'instant t et :

- sa dérivée par rapport au temps, à l'instant t , $Xdot$,
- une variable X_hist , qui contient quatre informations : la valeur de X aux instants $t-dt$, $t-2dt$, $t-3dt$ et $t-4dt$,
- le pas de temps, dt .

Elle s'écrit :

$$Xdot = \frac{1}{12}(3 \cdot X(t-4dt) - 16 \cdot X(t-3dt) + 36 \cdot X(t-2dt) - 48 \cdot X(t-dt) + 25 \cdot X) \quad (3.3)$$

Il s'agit donc d'un schéma implicite.

Pour modéliser le comportement de la paroi, on utilisera donc les trois équations précédentes et l'équation d'intégration notée f :

$$\begin{cases} \varphi_{i_j} = \frac{\lambda}{e}(T_i - T_j) \\ \varphi_{i_j} = \frac{\lambda}{e/2}(T_i - T_j) \\ \varphi_j - \varphi_j = \rho \cdot c_p \cdot e \cdot Xdot \\ Xdot = f(X, dt, X_hist) \end{cases} \quad (3.4)$$

On construit les objets correspondant aux trois premières équations, par l'intermédiaire de MAPLE (la quatrième est déjà disponible dans une bibliothèque sous le nom de *newbd4*). On nomme la première *flux_cond_mm*, la seconde *flux_condp_mm* et la troisième *bilan_mm*. On les duplique autant de fois que nécessaire pour reconstituer le système d'équations (3.1), et on construit le macro-objet *paroi_mm* donné dans la figure 3.5.

Dans la première partie de ce fichier, les objets utilisés sont déclarés et dupliqués autant de fois que nécessaire. L'objet *flux_condp_mm* est utilisé deux fois, sous les alias *flux_1* et *flux_4*. L'objet *flux_cond_mm* est utilisé deux fois, sous les alias *flux_2* et

flux_3. L'objet *bilan_mm* est utilisé trois fois, sous les alias *bilan_1*, *bilan_2* et *bilan_3*. L'objet *newbd4* est utilisé trois fois, sous les alias *i_1*, *i_2* et *i_3*.

Ensuite, les variables du macro-objet sont reliées à celles des objets dupliqués. Par exemple,

link T3(flux_4.T1,flux_3.T2,i_3.x)

signifie que les variables *T1* du duplicata *flux_4*, *T2* du duplicata *flux_3* et *x* du duplicata *i_3* sont, au sein du macro-objet, une seule et même variable, nommé *T3*. Les variables sont désormais référencées par leur nom au sein du macro-objet.

Notons d'une part que, dans les objets comme dans les macro-objets, les entrées ne sont pas différenciées des inconnues, et d'autre part, que pour ensuite utiliser un macro-objet, on n'est pas obligé de reprendre toutes les variables. Par exemple, ici, si dans le problème on désire modéliser le comportement global du mur mais que les températures et les flux à l'intérieur de la paroi ne nous intéressent pas, on laissera les variables correspondantes comme locales, c'est à dire qu'on ne les reprendra pas dans les macro-objets qui utilisent le macro-objet de calcul des températures et des flux dans la paroi.

```
/*spark macro object file paroi_mm.obj*/
```

```
macro
```

```
declare flux_condp_mm    flux_1, flux_4 ;
declare flux_cond_mm     flux_2, flux_3,
declare newbd4 i_1, i_2, i_3;
declare bilan_mm        bilan_1, bilan_2, bilan_3;
```

```
link Ts_int(flux_1.T1)
link T1(flux_2.T1, flux_1.T2, i_1.x)
link T2(flux_3.T1, flux_2.T2, i_2.x)
link T3(flux_4.T1, flux_3.T2, i_3.x)
link Ts_ext(flux_4.T2)
```

```
link Tdot_1(i_1.xdot, bilan_1.in1)
link Tdot_2(i_2.xdot, bilan_2.in1)
link Tdot_3(i_3.xdot, bilan_3.in1)
```

```
link T_hist_1(i_1.x_hist)
link T_hist_2(i_2.x_hist)
link T_hist_3(i_3.x_hist)
```

```
link dt(i_1.dt, i_2.dt, i_3.dt)
link cp(bilan_1.cp, bilan_2.cp, bilan_3.cp)
link rho(bilan_1.rho, bilan_2.rho, bilan_3.rho)
link link_phi_int_1(flux_1.phic, bilan_1.b)
link phi_1_2(flux_2.phic, bilan_1.phi, bilan_2.b)
link phi_2_3(flux_3.phic, bilan_2.phi, bilan_3.b)
link phi_3_4(flux_4.phic, bilan_3.phi)
```

```
lambda(flux_1.lambda, flux_2.lambda, flux_3.lambda, flux_4.lambda)
link e(flux_1.e, flux_2.e, flux_3.e, flux_4.e)
```

Déclaration des objets utilisés

Nom des duplicatas des objets

La variable t_hist_2 du macro-objet est aussi la variable x_hist de l'objet i_1 (duplicata de newbd4)

Figure 3.5 : Macro-objet de calcul des flux et températures dans la paroi.

Pour concevoir une simulation, on assemble les objets et macro-objets nécessaires dans un fichier de connexions qui a la même syntaxe que les fichiers de macro-objet. C'est dans ce fichier que les entrées sont distinguées des inconnues par la déclaration « input » au lieu de « link ».

Le fait qu'entrées et inconnues ne soient différenciées que dans le fichier de connexions simplifiera les interventions à faire pour réaliser des études paramétriques. En effet, on

aura juste à intervenir dans ce fichier et dans le fichier d'entrées pour changer des variables d'entrées en inconnues et réciproquement.

La hiérarchisation des fichiers est schématisée dans la figure 3.6. Aux objets sont associées les fonctions. Cet ensemble forme des objets élémentaires qui représentent une équation. Quand des objets sont souvent utilisés simultanément, on forme un macro-objet qui héritent d'eux. Appeler ce macro-objet reviendra à appeler l'ensemble de ces objets. Il peut ensuite y avoir des macro-objets constitués de macro-objets. Regroupant tous les objets et/ou macro-objets nécessaires à la simulation, on trouve le fichier de connexions. A celui-ci est associé un fichier d'entrées.

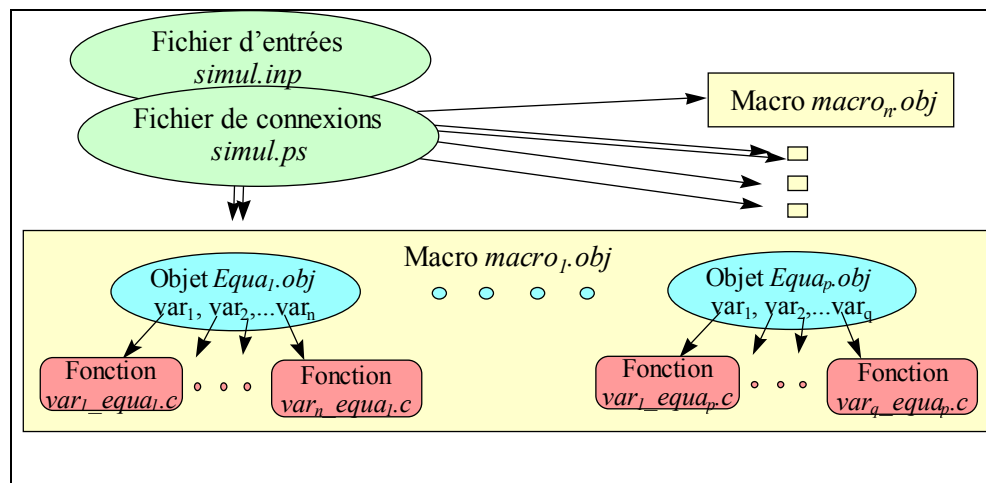


Figure 3.6 : Hiérarchisation des fichiers dans SPARK.

Deux autres fichiers sont optionnels : un fichier d'entrées dynamiques et un fichier contenant les contraintes de résolution (variables d'itération imposées) qui seront identifiées dans le paragraphe suivant.

4. Principe de la résolution dans SPARK : techniques de la théorie des graphes

SPARK emploie les techniques de la théorie des graphes pour réduire le nombre d'équations algébriques à résoudre simultanément. Celles-ci sont applicables tant aux problèmes quasi-statiques qu'aux problèmes dynamiques (on verra dans la suite comment les équations différentielles sont traitées afin d'obtenir uniquement des équations purement algébriques).

Dans SPARK, l'objet élémentaire est l'équation. Tout problème est construit par assemblage d'équations. Pour qu'un problème soit correctement posé, il faut qu'il contienne autant d'équations que d'inconnues. Avant d'entamer toute résolution, SPARK commence donc par faire le bilan des équations et des inconnues.

Les équations contenant plusieurs variables ne sont pas orientées. Elles peuvent permettre de calculer n'importe laquelle de leurs variables (associé à un objet, il y a une fonction pour chaque variable), et a priori, on ne sait pas laquelle SPARK choisira. En effet, SPARK se charge de déterminer quelle est la manière la plus judicieuse d'utiliser les équations.

La correspondance entre équations et inconnues peut être représentée dans un schéma bipartite non orienté.

A titre d'illustration, soit un système de trois équations (e1, e2, e3) à trois inconnues (x1, x2, x3) écrit sous la forme :

$$\begin{cases} e1: f1(x1, x2) = 0 \\ e2: f2(x1, x2, x3) = 0 \\ e3: f3(x1, x3) = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

Le graphe bipartite de ce problème est donné en figure 3.7. Il relie les variables aux équations dans lesquelles elles apparaissent.

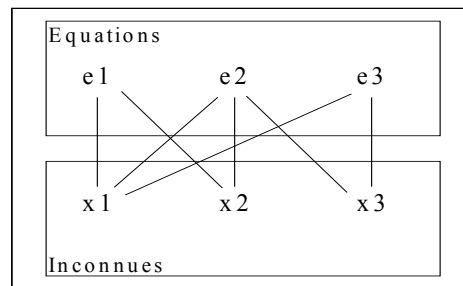


Figure 3.7 : Graphe bipartite.

Une fois ce schéma construit, il est utilisé pour décider quelle correspondance on établira entre variables et équations. Dans cette étape, chaque équation est reliée à une variable qu'elle permettra de calculer. Une équation ne doit être utilisée qu'une fois, elle ne peut donc être reliée qu'à une variable, et symétriquement, une variable ne peut être reliée qu'à une équation. Quand on ne peut pas relier équations et variables en respectant les règles énoncées ci-dessus, le problème n'est pas soluble.

Dans notre exemple, il y a trois schémas possibles donnés dans la figure 3.8. Les associations équations/variables sont matérialisées par des traits plus épais. Si on n'intervient pas, SPARK retient la première association qui aboutit.

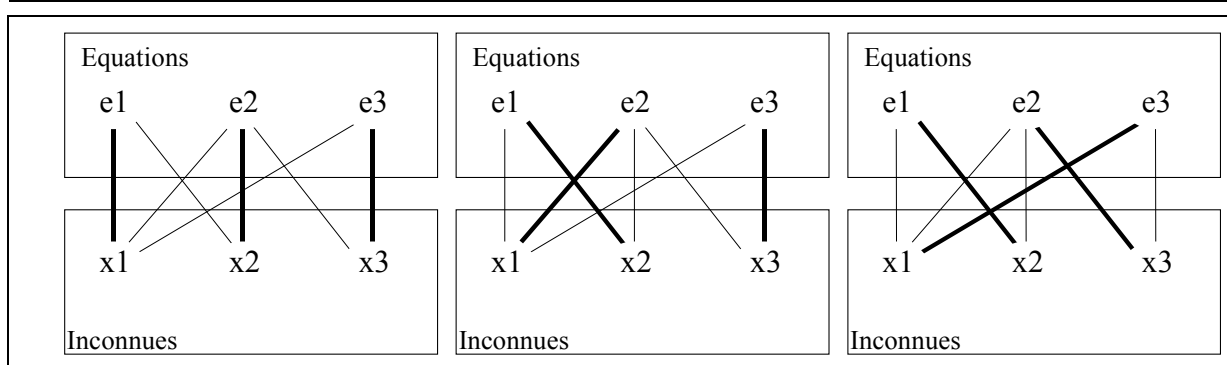


Figure 3.8 : Trois possibilités d'association équations/variables.

A partir de la correspondance retenue, un nouveau graphe, orienté cette fois, est dessiné. Dans celui-ci, les noeuds sont les équations, reliées par la propagation des variables. Les flèches qui aboutissent à un noeud sont les variables considérées comme connues pour l'équation, tandis que la flèche qui en part est la variable calculée grâce à l'équation.

Dans la figure 3.9 sont tracés les schémas orientés correspondant aux trois possibilités d'association de notre exemple.

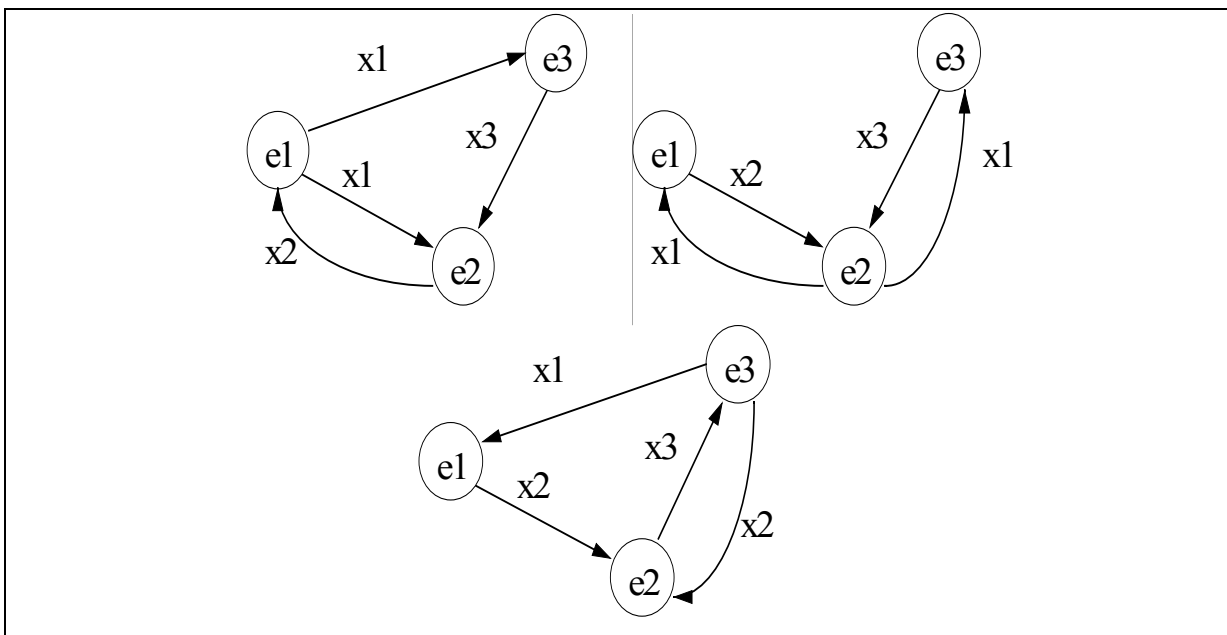


Figure 3.9 : Schémas orientés correspondant aux trois possibilités d'association.

Les méthodes de la théorie des graphes sont ensuite utilisées pour réduire la taille des groupes d'équations à résoudre simultanément. La première étape consiste à identifier les composants forts du graphe orienté, ce qui permet de décomposer le problème en problèmes plus petits.

Dans le schéma orienté de la figure 3.10, on remarque que le système d'équations e1, e2 et e3 et d'inconnues x1, x2 et x3 peut être résolu indépendamment des autres équations et inconnues. On dit alors que le problème peut être décomposé en deux composants forts. Le premier, formé des équations e1, e2 et e3, sera le premier résolu, et le second, formé des équations e4, e5 et e6 le sera ensuite, connaissant x1.

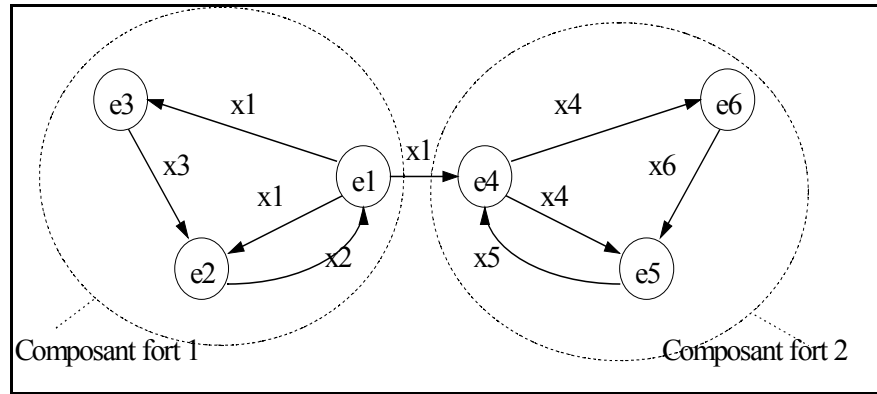


Figure 3.10 : Décomposition d'un problème en composants forts.

Notons que cette décomposition en composants forts n'est pas toujours réalisable, il n'y a alors qu'un composant.

L'étape suivante consiste à réduire la taille des systèmes à résoudre, au sein des composants forts, jusqu'à obtenir un système minimal. En général, les graphes contiennent des boucles. Ceci signifie qu'on ne peut trouver directement la solution du système, mais qu'il faudra procéder par itérations.

Habituellement, ces itérations ont pour objet l'ensemble des variables. Alors, si on utilise la méthode de Newton-Raphson, pour un système à n inconnues, il faut :

- donner une valeur initiale à toutes les variables \vec{X}_0 ,
- les utiliser dans les n équations pour obtenir $f(\vec{X}_0)$,
- calculer la matrice Jacobienne (matrice n*n), $J_{\vec{X}_0}$, avec les valeurs initiales, puis son inverse, $J^{-1}_{\vec{X}_0}$,
- calculer les valeurs des variables à prendre pour l'itération suivante avec :

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_0 - J^{-1}_{\vec{X}_0} \cdot f(\vec{X}_0)$$

Or, il n'est pas toujours nécessaire d'itérer sur toutes ces variables. Reprenons un des schémas utilisés comme exemple précédemment, le premier de la figure 3.9. Si on décide de ne retenir qu'une variable d'itération, soit x1, dans ce schéma, on déconnecte de l'équation e1 les deux liens concernant cette variable, en introduisant une équation fictive supplémentaire, e0, qui correspond au schéma d'itération de Newton-Raphson (figure 3.11). Celui-ci s'applique alors à une seule variable au lieu de trois, d'où une économie en terme de moyens de calcul.

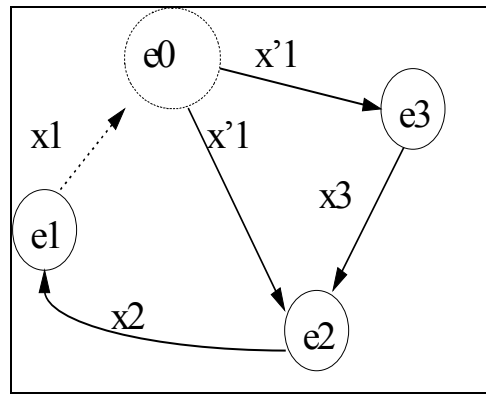


Figure 3.11 : Nouveau schéma, après choix des variables d'itération.

Si le système réduit associé à un composant fort est significativement plus petit que le système initial, les temps de calcul le seront également. L'idéal est donc de retenir un nombre minimal de variables d'itération.

Ces étapes, qu'il est dans la plupart des cas impossible de mettre en œuvre « à la main » sont prises en charge par des algorithmes conçus à cet effet. Ainsi, la combinaison des deux réductions (décomposition du problème en composants forts puis leur réduction) conduit dans un grand nombre de configurations à une diminution drastique des temps de simulation. L'utilisation des algorithmes de réduction n'ôte cependant pas à l'utilisateur tout contrôle du schéma de résolution. En effet, il a toujours la capacité d'imposer, la présence de certaines variables dans les systèmes réduits. Ceci peut parfois être nécessaire pour des raisons d'ordre numérique. Dans l'exemple précédent, on peut imposer de retenir x_2 , ou l'ensemble x_1 , x_2 et x_3 (alors les itérations se font sur le système complet)

A l'issue de ces deux étapes, qui ne sont à effectuer qu'une fois pour chaque problème, est construit un exécutable auquel il ne reste plus qu'à préciser les valeurs des entrées. Notons qu'ici on entend par problème, un système d'équations associé à une série d'inconnues. En effet, si on désire permuter certaines inconnues et paramètres, les graphes sont modifiés, il faut donc reconstruire l'exécutable.

Chapitre 4

Génération automatisée d'un modèle zonal pour un bâtiment

A partir des modèles thermiques et aérauliques décrits dans le second chapitre de ce document, on a formé une bibliothèque de macro-objets SPARK. Cette bibliothèque constitue une première base de travail qui nous a permis de traiter toutes les configurations qui seront décrites dans les deux dernières parties de ce document.

On montre ici selon quelle logique les éléments de la bibliothèque sont construits de sorte qu'ils répondent à une forte contrainte : l'interchangeabilité. On établit ensuite des règles de connexion de ces macro-objets. L'exploitation de ces règles, alliée à celle du formalisme très strict utilisé par l'environnement SPARK, nous a permis de développer un outil d'écriture de modèles zonaux pour le bâtiment, nommé GENSPARK.

Cet outil nous permet de construire automatiquement des simulations pour de nouvelles configurations. La variété des cas dont l'étude est rendue possible est directement liée à la richesse de la bibliothèque de modèles. C'est pourquoi, GENSPARK ne repose pas sur les éléments déjà présents dans la bibliothèque, mais peut prendre en compte de nouveaux modèles que l'utilisateur désire créer.

Ainsi, on montre que le développement des modèles zonaux dans un environnement orienté objet tel que SPARK, permet de traiter un grand nombre de configurations et d'ouvrir aux modèles zonaux de nouveaux champs d'application.

1. Intérêts et enjeux de la génération automatisée de modèles zonaux

Le travail précédemment décrit a permis de formuler un modèle zonal modulaire. On a, en outre, fait en sorte que les modèles élémentaires soient interchangeables. Maintenant, afin d'élargir le champ d'application des modèles zonaux, on a créé un outil qui construit une simulation à partir des caractéristiques de la configuration à étudier. Cet outil, que nous avons nommé GENSPARK, évite à l'utilisateur la fastidieuse (et source d'erreurs) étape de la connexion des modèles élémentaires pour aboutir à la modélisation des pièces, puis celle de l'assemblage des pièces pour obtenir la modélisation du bâtiment entier. En effet, pour chacune de ces deux étapes, on arrive très rapidement à devoir relier plusieurs milliers de variables. Il a également été conçu de manière à faciliter la création et l'implémentation de nouveaux modèles élémentaires, permettant ainsi de tester facilement de nouveaux modèles.

2. Structure du modèle zonal appliqué à un bâtiment

Dans la pratique, on rencontre deux types de formulations des modèles zonaux « généralistes », c'est à dire qui ne sont pas basés sur le schéma d'écoulement dans la pièce. Dans la plupart des cas, le système d'équations est divisé en deux sous-systèmes : un regroupant les équations propres à l'aéraulique (équations de bilan de masse, calcul des débits) et l'autre réunissant les équations de description des phénomènes thermiques (calcul des flux, bilans de chaleur). L'ensemble de ces deux sous-systèmes est ensuite résolu itérativement avec une méthode « ping-pong » ou autre. Que l'on traite le problème ainsi, ou que l'on résolve directement le système complet, dans des environnements de programmation classiques, le code repose sur les équations qui décrivent le problème. Il devient alors difficile, voire impossible, de les modifier ou d'en ajouter, sans entrer dans le code et même parfois, sans avoir à intervenir au niveau de la méthode de résolution.

L'utilisation de SPARK nous soulage de l'élaboration et de la mise en œuvre d'une stratégie pour résoudre le problème. La seule tâche qui nous incombe est sa mise en équations. C'est pourquoi nous avons retenu un regroupement d'équations différent de celui pratiqué dans les modèles zonaux découplés. Ici, la modélisation d'un bâtiment est calquée sur son découpage spatial. Il s'agit donc, de reconstituer le volume intérieur des pièces par l'assemblage de macro-objets « cellule » (éléments qui représentent les sous-volumes) entre lesquels on intercale des macro-objets « interface » (équations de calcul des transferts). L'ensemble ainsi obtenu est entouré de macro-objets « interface de paroi » ou « ouverture » et connecté à un macro-objet « rayonnement » (équations de descriptions des phénomènes radiatifs). On a ainsi construit un macro-objet « pièce ». La figure 4.1, réalisée pour une simulation d'une pièce en ne prenant en compte que deux dimensions pour des raisons de lisibilité, illustre cette construction. Ceci est effectué pour chaque pièce du bâtiment, en tenant compte de leur découpage. Les pièces sont ensuite connectées entre elles pour aboutir au système d'équations global

représentant le bâtiment (figure 4.2). Ces macro-objets coïncident avec le découpage géométrique du bâtiment en pièces, puis des pièces en sous-volumes. Ils reprennent les regroupements des équations décrits précédemment. A partir du système global obtenu, SPARK génère le code de résolution. Le problème est éventuellement au préalable décomposé en composants forts. Si on désire modifier une ou plusieurs équations, il est simplement nécessaire de reconstruire le code, ce dont SPARK se charge.

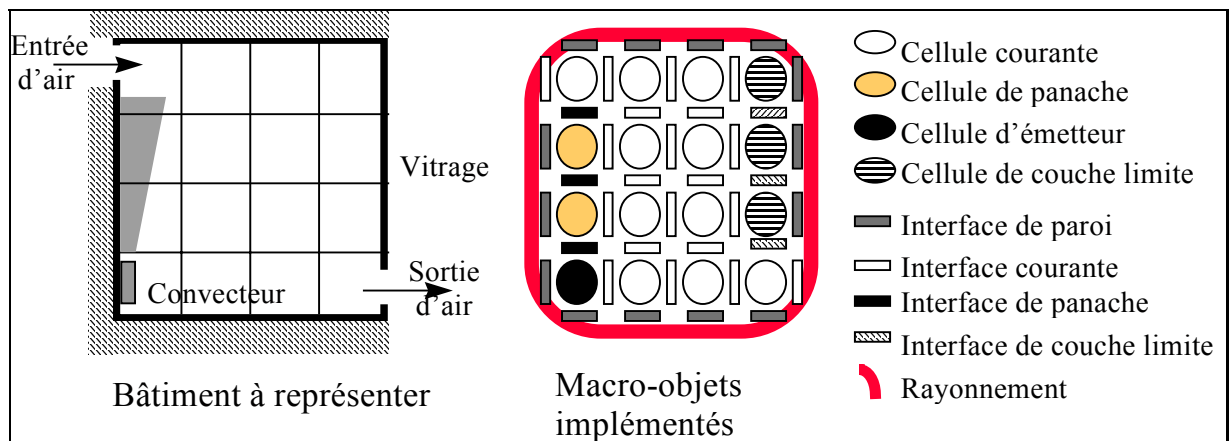


Figure 4.1 : Modélisation d'une pièce contenant un convecteur et une paroi froide (vitrage). Dans la partie gauche de la figure, sont représentés tous les macro-objets assemblés pour représenter la pièce.

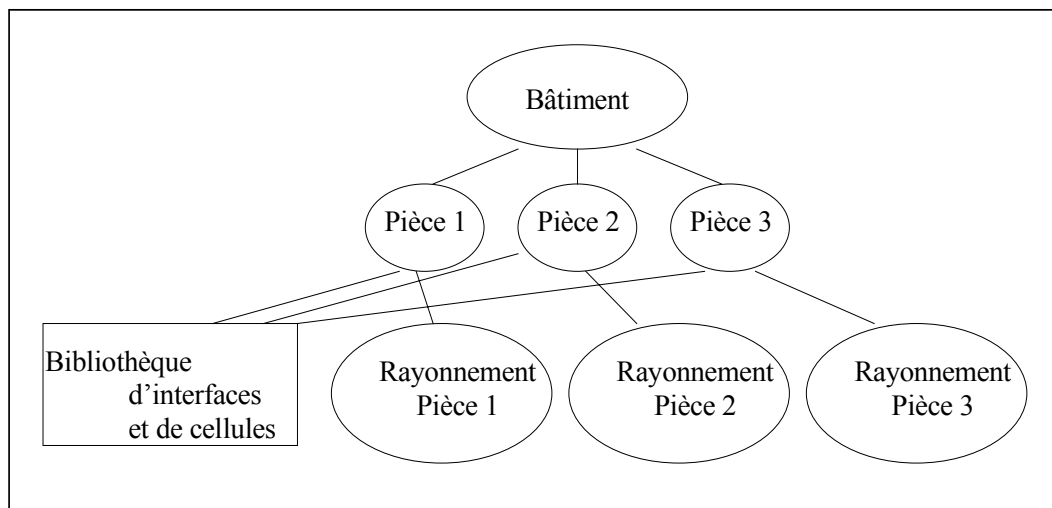


Figure 4.2 : Structure de la simulation d'un bâtiment composé de 3 pièces.

Le bâtiment est l'assemblage de macro-objets « pièce » portant des numéros variant de 1 à P (P étant le nombre de pièces). Le volume d'air délimité par chaque pièce est découpé en cellules selon un maillage cartésien. Les cellules sont repérées par trois indices. Ceux-ci représentent leur ordre d'apparition dans chaque direction, comme

indiqué dans la figure 4.3. L'indice de droite correspond à la direction Est-Ouest, l'indice central à la direction Sud-Nord et l'indice de gauche à la verticale. Les interfaces, qui sont les surfaces de séparation des cellules, portent une indication de leur orientation (« eo » pour les interfaces orthogonales à la direction Est-Ouest, « sn » pour celles orthogonales à la direction Sud-Nord et « bh » pour les interfaces horizontales) puis un repérage similaire à celui des cellules (figure 4.4).

Au sein des macro-objets « pièce », le repérage des variables se fait de la même manière que celui des objets auxquels elles sont liées. Par exemple la température de la cellule repérée 0_0_2 est notée $T_{0_0_2}$, et le débit massique traversant l'interface horizontale 0_1_0 est noté $Qm_{bh_0_1_0}$. Pour les repérer dans les fichiers de simulation qui regroupent toutes les pièces, devant les trois indices on insère celui de la pièce. Ainsi la température de la cellule 0_0_2 appartenant à la pièce 3, est notée $T_{3_0_0_2}$.

La notation des variables de dimension est différente. Pour chaque direction, il y a autant de variables de dimension que de rangées de cellules. Les repérer au sein d'une pièce ne nécessite qu'un indice. Ainsi, la variable h_0 représente la hauteur de toutes les cellules et interfaces verticales dont l'indice de gauche est 0 (voir figure 4.3)

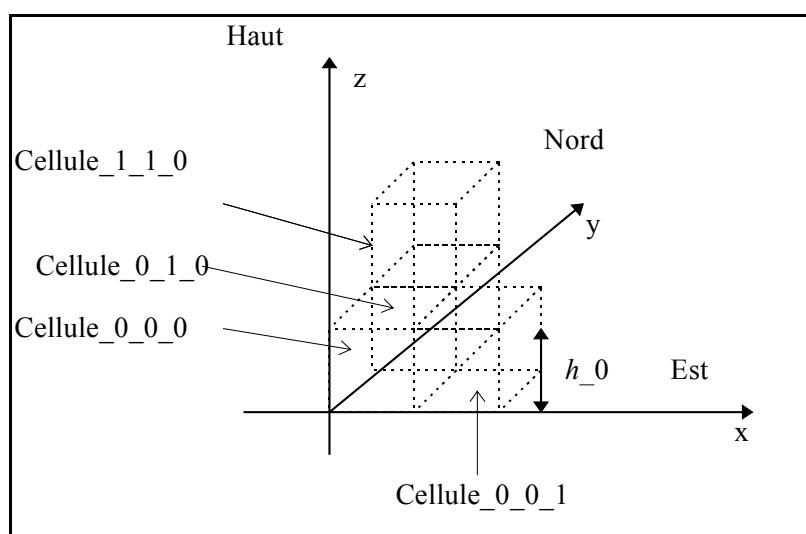


Figure 4.3 : Numérotation des cellules.

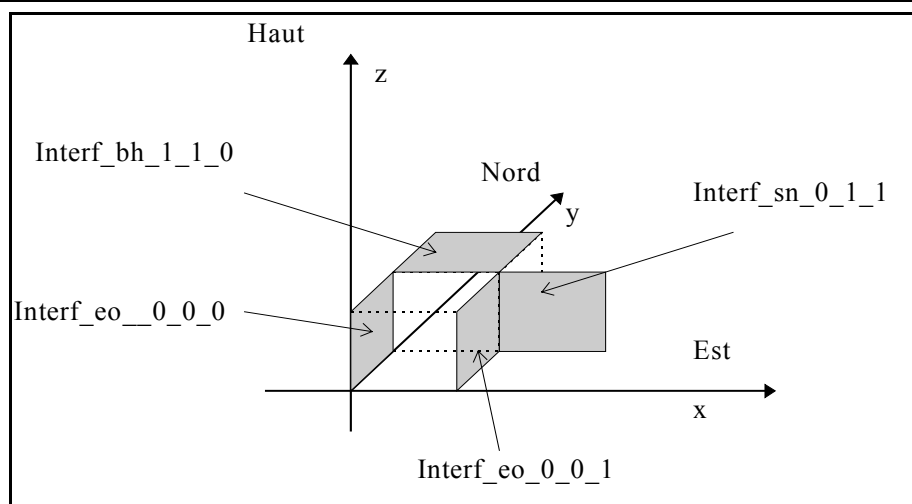


Figure 4.4 : Repérage des interfaces.

3. Principe de la génération automatisée des modèles zonaux

La génération automatisée des modèles zonaux a pour point de départ un fichier de description du bâtiment rempli par l'utilisateur. Dans ce fichier, sont indiqués le nombre de pièces, le nombre de polluants à prendre en compte, et dans chaque pièce, le nombre de cellules dans les trois directions. Vient ensuite la spécification, pièce par pièce, des macro-objets « cellule » et « interface ». On verra dans ce qui suit qu'à chacun de ces macro-objets, est associée une fiche qui donne son mode d'emploi. Spécifier les macro-objets à implémenter se résume à donner le nom des fiches à utiliser. Les dernières informations à fournir sont les indices des interfaces qui servent à connecter les pièces deux à deux.

Dans l'environnement SPARK, la génération de modèles consiste à écrire des fichiers d'objets SPARK et des fichiers de simulation. Cette tâche est facilitée par la structure des fichiers utilisés par SPARK, qui est imposée, et par leur syntaxe à la fois stricte et simple. Par exemple, les macro-objets et les fichiers de connexions sont toujours composés de deux parties : une première contenant la déclaration des objets à relier, la seconde dans laquelle sont identifiées et éventuellement connectées leurs variables. Les seuls termes et symboles utilisés pour écrire ces fichiers sont : « macro », « declare », « link », « input », « history », « ; », « . », « , », « (» et «) ».

On a évoqué, en début de chapitre, que la génération automatisée des modèles zonaux présentait un intérêt évident. On montre ici que pour ouvrir aux modèles zonaux de nouvelles perspectives, comme la prise en compte des échanges par rayonnement dans les enceintes et la décomposition de l'air en plusieurs espèces gazeuses, celle-ci s'imposait.

En effet, on a vu que le découpage des parois en facettes est lié à celui du volume intérieur des pièces, lequel est dicté par l'utilisateur. C'est donc un paramètre propre à la simulation. Ainsi, la dimension (nombre d'équations et nombre d'inconnues) des

systèmes d'équations à écrire pour le calcul des échanges radiatifs dans chaque pièce, est également une inconnue du problème. Par conséquent, les macro-objets de calcul du rayonnement ne peuvent être des éléments pré-existants de la bibliothèque, mais doivent être construits spécialement pour la simulation. Ils le seront au même titre que les macro-objets de description des pièces et les fichiers de simulation.

On a également évoqué le problème lié à l'évaluation de la qualité de l'air. Le nombre d'équations écrites pour chaque cellule et interface, dépend du nombre d'espèces gazeuses, n , que l'utilisateur désire prendre en compte. De ce paramètre, dépendent également certaines équations : celles qui sont écrites sous la forme d'une somme de n termes. Si on le fixait, on le prévoirait suffisamment grand pour ne pas prendre le risque de limiter ensuite les applications du modèle zonal. La conséquence serait donc que l'utilisateur ne désirant considérer que un ou deux polluants, le ferait avec un code prenant en compte beaucoup plus d'équations que nécessaire, et donc aurait des durées de simulation plus longues qu'elles ne devraient l'être. Se refusant à fixer n , la solution qui nous a semblé adaptée consiste à automatiser l'écriture des objets et macro-objets qui dépendent de n . Ceux-ci sont donc écrits lors de la génération du modèle zonal, une fois n connu.

Ainsi, la génération automatisée du modèle zonal se fait à trois niveaux.

- Le premier niveau se situe à l'échelle des cellules et interfaces. La génération consiste ici à compléter la bibliothèque de modèles en fonction du nombre d'espèces gazeuses à prendre en compte. On construit les fonctions, objets et macro-objets qui dépendent du nombre d'espèces gazeuses à considérer.
- Le second niveau intervient à l'échelle des pièces. Il s'agit de tenir compte du découpage des pièces, du choix des modèles à implémenter pour construire un modèle de rayonnement et un modèle zonal pour chaque pièce. On écrit les macro-objets, objets et fonctions relatifs au rayonnement dans chaque enceinte et un macro-objet pour chaque pièce.
- Le troisième niveau se situe à l'échelle du bâtiment. Il consiste à assembler les macro-objets représentant les pièces, en fonction des interfaces communes spécifiées par l'utilisateur pour obtenir une représentation du bâtiment complet.

4. Constitution de la bibliothèque de modèles

Avec les différents modèles décrits précédemment, on constitue une bibliothèque de macro-objets « cellule » et « interface », ces macro-objets coïncidant avec les groupements d'équations qui ont été faits.

Les différentes familles de macro-objets « cellule », sont :

- les cellules courantes, utilisées dans les domaines où la vitesse de l'air est présumée faible,
- les cellules d'écoulement particulier, utilisées pour représenter des domaines où se trouve un jet, un panache thermique, ou une couche limite thermique, les cellules de systèmes, qui représentent une zone dans laquelle est placé un émetteur de chaleur ou un autre système.

Les macro-objets « interface » ont été classés en trois familles :

- les interfaces courantes : elles sont utilisées dans les domaines où la vitesse de l'air est présumée faible,
- les interfaces d'écoulement particulier, utilisées pour relier, soit des cellules d'écoulement particulier entre elles, soit des cellules d'écoulement particulier à des cellules courantes,
- les interfaces de paroi.

On montre ici comment la bibliothèque de modèles est complétée, ce qui correspond au premier niveau du processus de génération automatisée.

Les macro-objets cellules et interfaces sont construits suivant un même principe : les équations sont groupées en trois catégories et un macro-objet est construit, regroupant les équations d'une même catégorie. C'est pourquoi, on détaille uniquement la construction des macro-objets associés aux cellules courantes. Pour les interfaces courantes horizontales, on passe directement du regroupement des équations au schéma du macro-objet construit. Les macro-objets des interfaces courantes verticales et les interfaces de paroi sont construites suivant le même principe. Leur construction ne sera pas présentée.

Les cellules et interfaces d'écoulements particuliers sont décomposées en deux parties : une représentant l'air relatif à l'écoulement particulier, l'autre représentant l'air environnant. Ainsi, leurs macro-objets sont composés par l'assemblage de deux macro-objets : une cellule (ou interface) courante et une cellule (ou interface) spécifique. On montrera ce principe pour les cellules de convecteur électrique à sortie verticale.

On montre ensuite comment, suivant le même raisonnement, les macro-objets de calcul des échanges radiatifs sont construits, connaissant le nombre de facettes à prendre en considération.

4.1. Macro-objet des cellules courantes

Les équations constitutives du macro-objet « cellule courante », sont réparties dans trois groupes :

- les équations écrites pour le mélange gazeux, (elles ne dépendent pas du nombre d'espèces gazeuses), utilisées une seule fois dans la cellule :

$$\begin{cases} \Phi_{Ouest} - \Phi_{Est} + \Phi_{Nord} - \Phi_{Sud} + \Phi_{Haut} - \Phi_{Bas} = \Phi_{Source} - c_p \rho h L w Tdot & (2.4) \\ P = \rho r T & (2.6) \\ Tdot = newbd4(T, T_{hist}) \end{cases}$$

- les équations à écrire pour chaque espèce gazeuse (elles devront être utilisées n fois) :

$$\begin{cases} Qm_{Ouest_j} - Qm_{Est_j} + Qm_{Nord_j} - Qm_{Sud_j} + Qm_{Haut_j} - Qm_{Bas_j} = Qm_{Source_j} - \rho h L w . Xdot_j & (2.1) \\ X_j = \frac{\rho_j}{\rho} & (2.2) \\ Xdot_j = newbd4(X_j, X_{hist_j}) \end{cases}$$

- les équations contenant une somme d'un nombre de termes égal au nombre d'espèces gazeuses, utilisées une seule fois dans la cellule (elles caractérisent le mélange gazeux à partir des caractéristiques de ses constituants):

$$\rho = \sum_{j=1}^n \rho_j \quad (2.3)$$

$$c_p = \frac{\sum_{j=1}^n \rho_j c_{p,j}}{\rho} \quad (2.5)$$

$$r = \frac{\rho R}{\sum_{j=1}^n \frac{\rho_j}{M_j}} \quad (2.7)$$

Notons que *newbd4* est une fonction d'intégration qui permet indifféremment de calculer une variable ou sa dérivée. Le schéma utilisé est un schéma implicite (il a été donné dans le troisième chapitre de ce document). Cette fonction fait partie de la bibliothèque d'objets de SPARK.

En suivant la procédure donnée dans le troisième chapitre de ce document, pour créer les objets via MAPLE, on a créé les objets suivants :

- « bilan_energie » associé à l'équation (2.4),
- « gaz_parfait » relatif à l'équation (2.6) ,
- « quotient », qui sera utilisé pour représenter l'équation (2.2),
- « bilan_masse », associé à l'équation (2.1).

Les deux premiers groupes d'équations peuvent être préexistants. En effet, ils ne dépendent pas de n . Le deuxième sous-système est écrit pour l'espèce j .

Par contre, le troisième ne peut être écrit avant de connaître le nombre d'espèces gazeuses.

On a construit un macro-objet, nommé « cellule_equations_groupe1 », qui regroupe les objets « bilan_energie », « gaz_parfait » et l'objet d'intégration, « newbd4 ». Le schéma de construction de ce macro-objet, rappelant toutes les variables utilisées, est donné dans la figure 4.5.

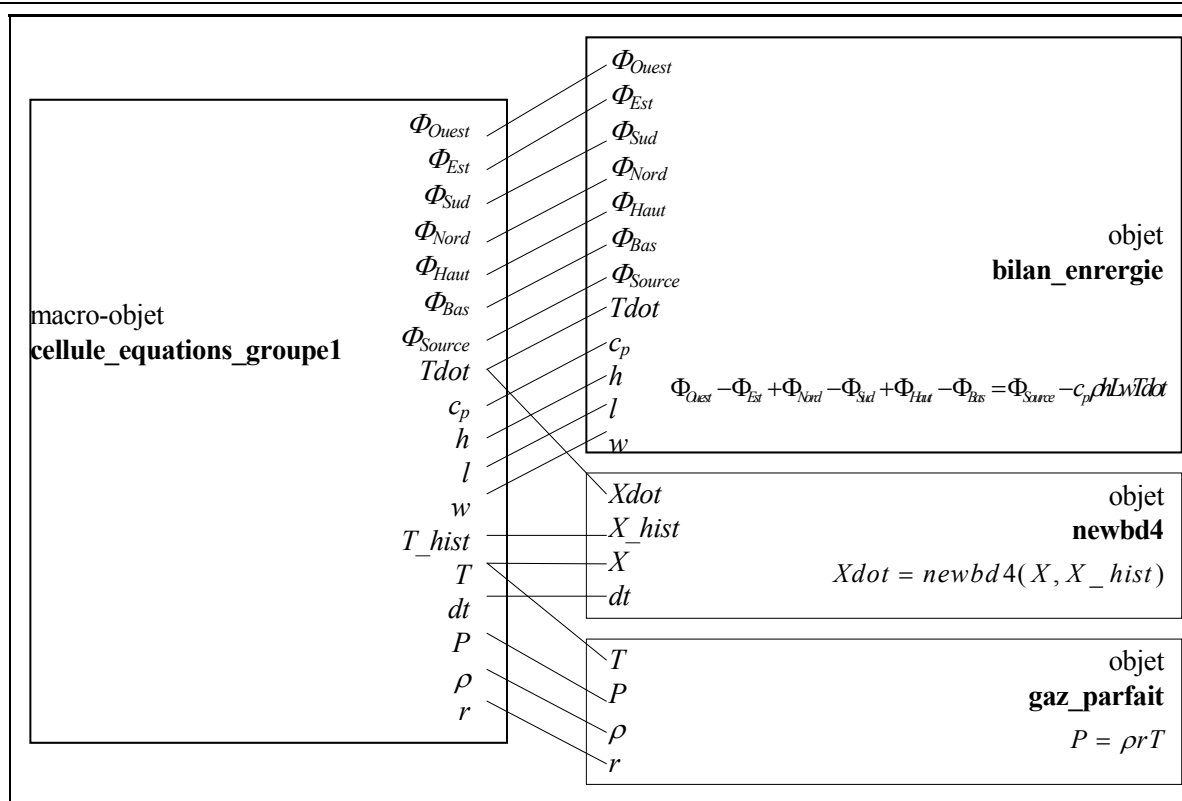


Figure 4.5 : Construction du macro-objet *cellule_equations_groupe1*, représentant le premier groupe d'équations (équations qui sont écrites pour le mélange gazeux).

On a également créé un macro-objet « *cellule_equations_groupe2* » (figure 4.6). Celui-ci regroupe les équations relatives à une espèce gazeuse, à savoir les objets « quotient », « bilan_masse », et l'objet « newbd4 ». Dans le macro-objet représentant la cellule courante, le macro-objet « *cellule_equations_groupe2* » sera appelé une fois pour chaque espèce gazeuse.

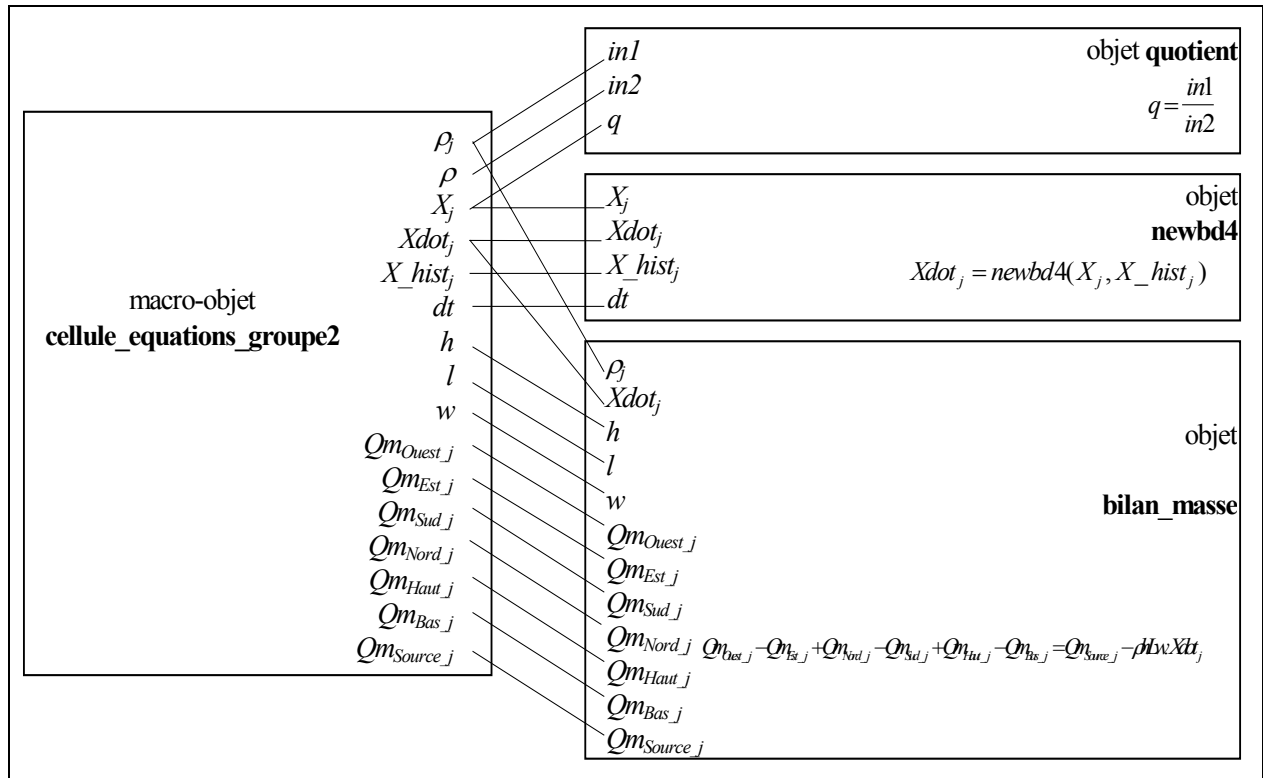


Figure 4.6 : Construction du macro-objet « cellule_equations_groupe2 ».

Tous les objets et macro-objets précédents sont des objets de la bibliothèque. Les suivants sont générés à chaque simulation.

Il reste à construire les équations du troisième groupe. Ceci est exécuté par l'outil de génération GENSPARK et consiste à écrire les équations dans un fichier en format MAPLE (l'écriture de n termes est réalisée grâce à une boucle), puis à lire le fichier avec le logiciel MAPLE. Les objets sont alors automatiquement créés.

Un macro-objet « cellule_equations_groupe3 », regroupant les trois équations du troisième groupe est ensuite écrit, également par GENSPARK. La structure de ce macro-objet est donnée dans la figure 4.7.

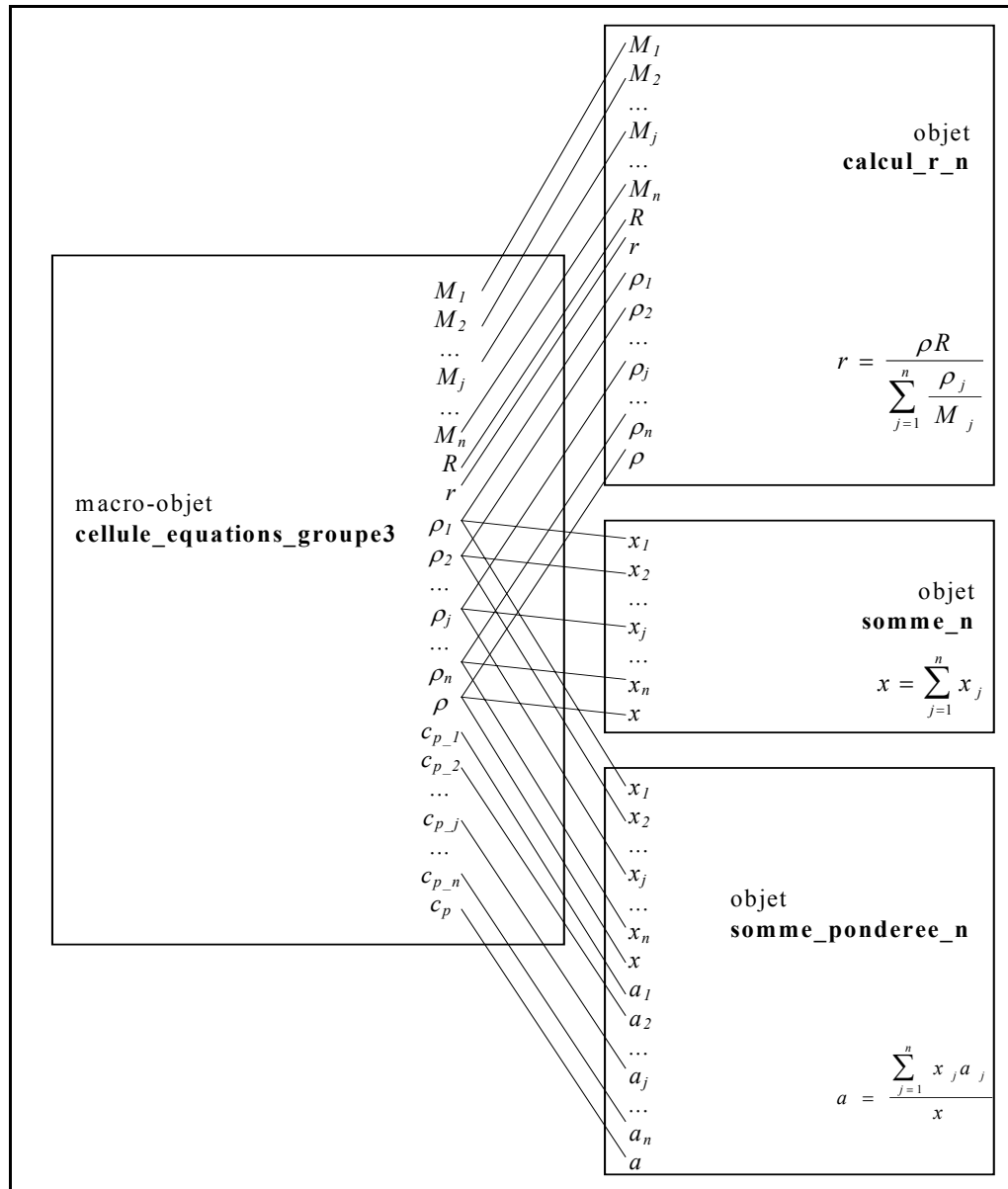


Figure 4.7 : Construction du macro-objet « cellule_equations_groupe3 »

La construction du macro-objet « cellule_courante » (figure 4.8) consiste à relier les variables des trois macro-objets précédents. Cette construction est également réalisée par GENSPARK, étant donné que le nombre de variables, ainsi que leur nom, dépend du nombre d'espèces gazeuses.

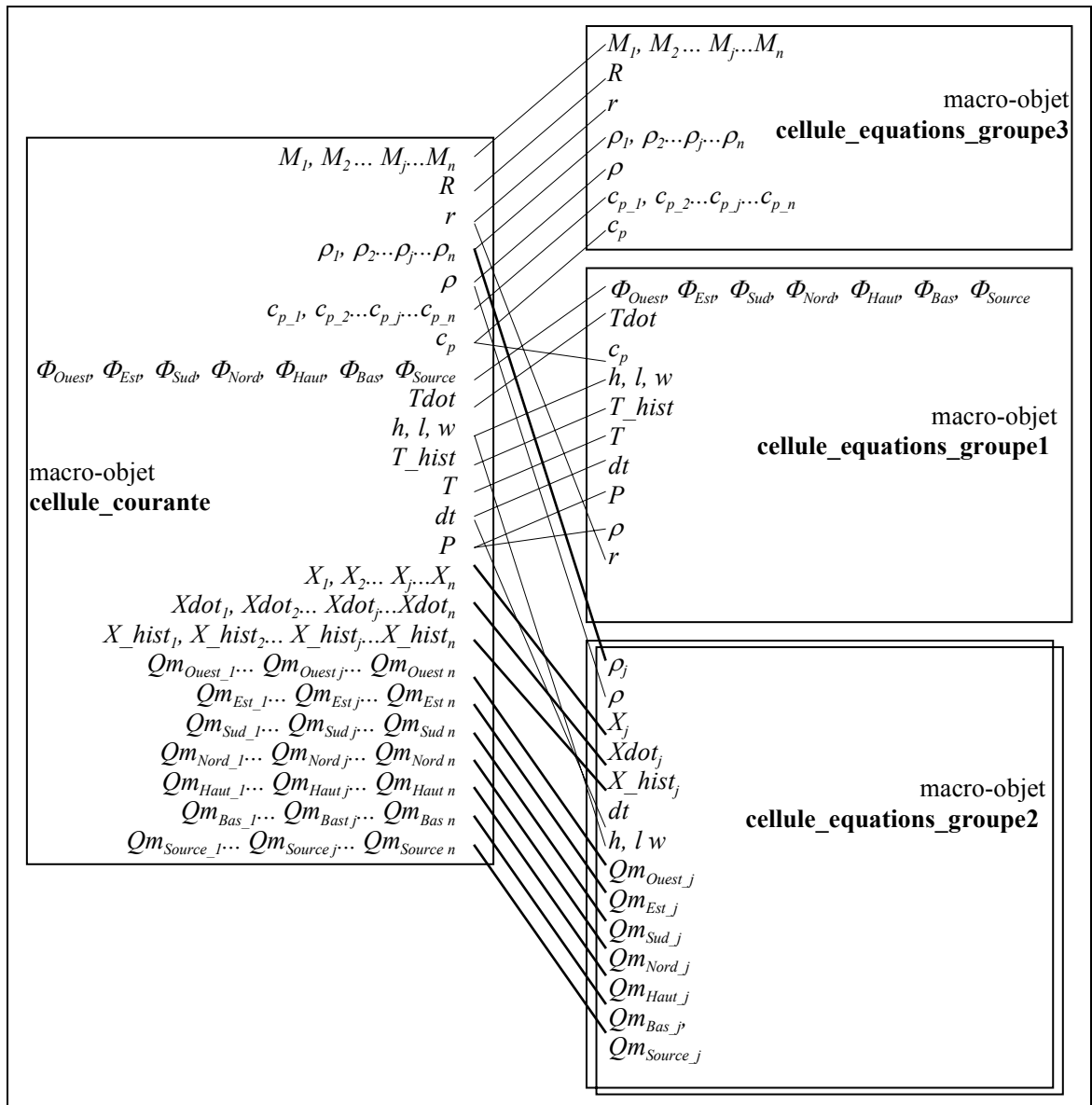


Figure 4.8 : Construction du macro-objet « cellule_courante ». Le macro-objet « cellule_equations_groupe2 », doublement encadré, est appelé n fois. Les liens plus épais représentent n liens : ceux de la variable indicée j avec le $j^{\text{ème}}$ objet « cellule_equations_groupe2 ».

4.2. Macro-objet des interfaces courantes horizontales

Comme pour l'écriture des macro-objets « cellule_courante », on scinde le système d'équations en trois groupements :

- les équations qui ne dépendent pas du nombre d'espèces gazeuses, à écrire une seule fois :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_{cond} = \frac{2\lambda_{air}}{h_1 + h_2} hL(T_1 - T_2) \quad (2.23) \\ \Phi = \Phi_{cond} + \Phi_{adv} \quad (2.24) \end{array} \right.$$

- les équations à écrire pour chaque espèce gazeuse :

$$Qm_{-j}^+ = f_1(D_j, X_{1-j}, X_{2-j}, \rho_{1-j}, h_1, h_2, w, L, C, P_1, P_2, g, \rho_1, \rho_2) \quad (2.25)$$

$$Qm_{-j}^- = f_2(D_j, X_{1-j}, X_{2-j}, \rho_{2-j}, h_1, h_2, w, L, C, P_1, P_2, g, \rho_1, \rho_2) \quad (2.15)$$

$$Qm_{-j} = Qm_{-j}^+ + Qm_{-j}^- \quad (2.19)$$

$$\Phi adv_j = c_{p-j}(T_1 \cdot Qm_{-j}^+ + T_2 \cdot Qm_{-j}^-) \quad (2.21)$$

- les équations de somme sur le nombre d'espèces gazeuses, écrites une seule fois :

$$Qm = \sum_{j=1}^n Qm_j \quad (2.20)$$

$$\Phi adv = \sum_{j=1}^n \Phi adv_j \quad (2.22)$$

En utilisant MAPLE, on a créé les objets :

- « flux_conduction » associé à l'équation (2.23),
- « somme_2 » associé à l'opération de somme de deux variables et qui sera appelé pour représenter les équations (2.19) et (2.23),
- « debit_positif » associé à l'équation (2.15),
- « debit_négatif » associé à l'équation (2.16),
- « flux_advectif » associé à l'équation (2.21).

Comme précédemment, on a créé deux macro-objets, « interface_horiz_equations_groupe1 » et « interface_horiz_equations_groupe2 » associés aux deux premiers groupes d'équations.

Il reste à construire le macro-objet correspondant au troisième groupe. Ceci est exécuté par l'outil de génération GENSPARK. En fait, il n'est pas nécessaire de créer de nouveaux objets, car les équations (2.20) et (2.22) peuvent être représentées par l'objet « somme_n » créé lors de la construction des cellules courantes. Le travail ici se résume à écrire un macro-objet, « interface_horiz_equations_groupe3 » qui contient deux fois l'objet « somme_n » appliqué une fois aux débits et une fois aux flux advectifs.

La construction du macro-objet « interface_horiz_courante » (figure 4.9) consiste à relier les variables des trois macro-objets précédents.

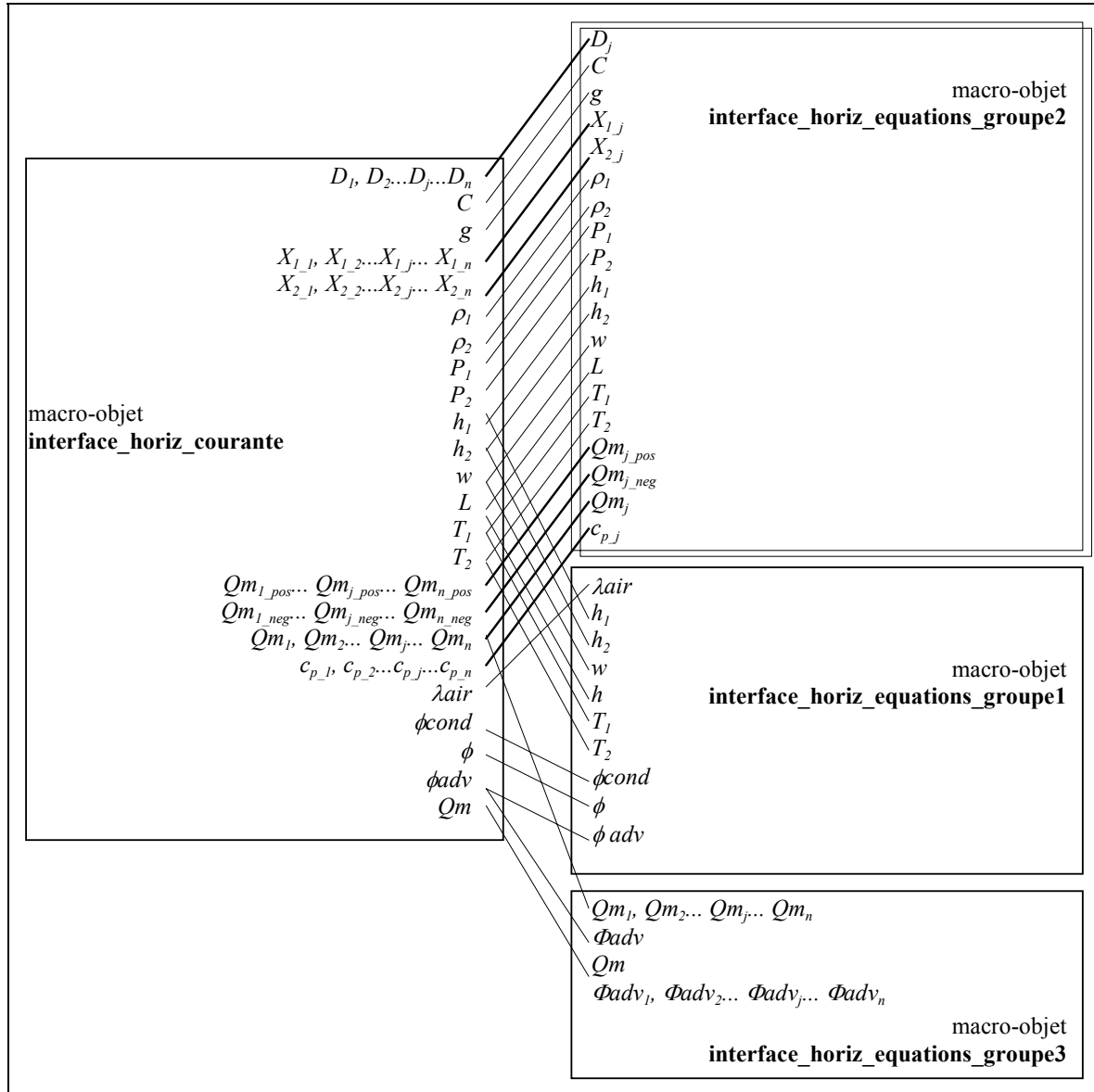


Figure 4.9 : Construction du macro-objet « interface_horiz_courante ». Le macro-objet « interface_horiz_equations_groupe2 », doublement encadré, est appelé n fois. Les liens plus épais représentent n liens : ceux de la variable indiquée j avec le $j^{ème}$ objet « interface_horiz_equations_groupe2 ».

4.3. Construction du macro-objet des cellules d'émetteur

On construit ici le macro-objet « cellule » relatif à un sous-volume d'air contenant un convecteur électrique à sortie verticale.

Les équations de la cellules sont les équations d'une cellule courante plus les quatre équations suivantes :

$$T_{face_avant} = 0,67 \left(\frac{P_{elec}}{P_{nom}} \Delta T_{s_{max}} \right) + T \quad (2.51)$$

$$T_{face_arrière} = \frac{P_{elec}}{P_{nom}} (0,67 \cdot \Delta T_{s_{max}} - 7) + T \quad (2.53)$$

$$\Phi_{panache} = \Phi_{net_arrière} - \Phi_{net_avant} + P_{elec} \quad (2.59)$$

$$\Phi_{net_avant} = \Phi_{net_GLO} + \Phi_{net_CLO}$$

En utilisant MAPLE, on a créé un objet pour les trois premières équations :

- « température_face_avant » associé à l'équation (2.51),
- « température_face_arrière » associé à l'équation (2.53),
- « bilan convecteur » associé à l'équation (2.59).

Pour la dernière équation, il n'est pas nécessaire de créer un nouvel objet. En effet, on peut utiliser l'objet « somme_2 » déjà utilisé pour la construction du macro-objet « interface_courante_verticale ».

On a rassemblé ces équations dans un macro-objet « equations_convecteur » dont le schéma de construction est donné en figure 4.10. Ce macro-objet fait maintenant partie de la bibliothèque d'objets.

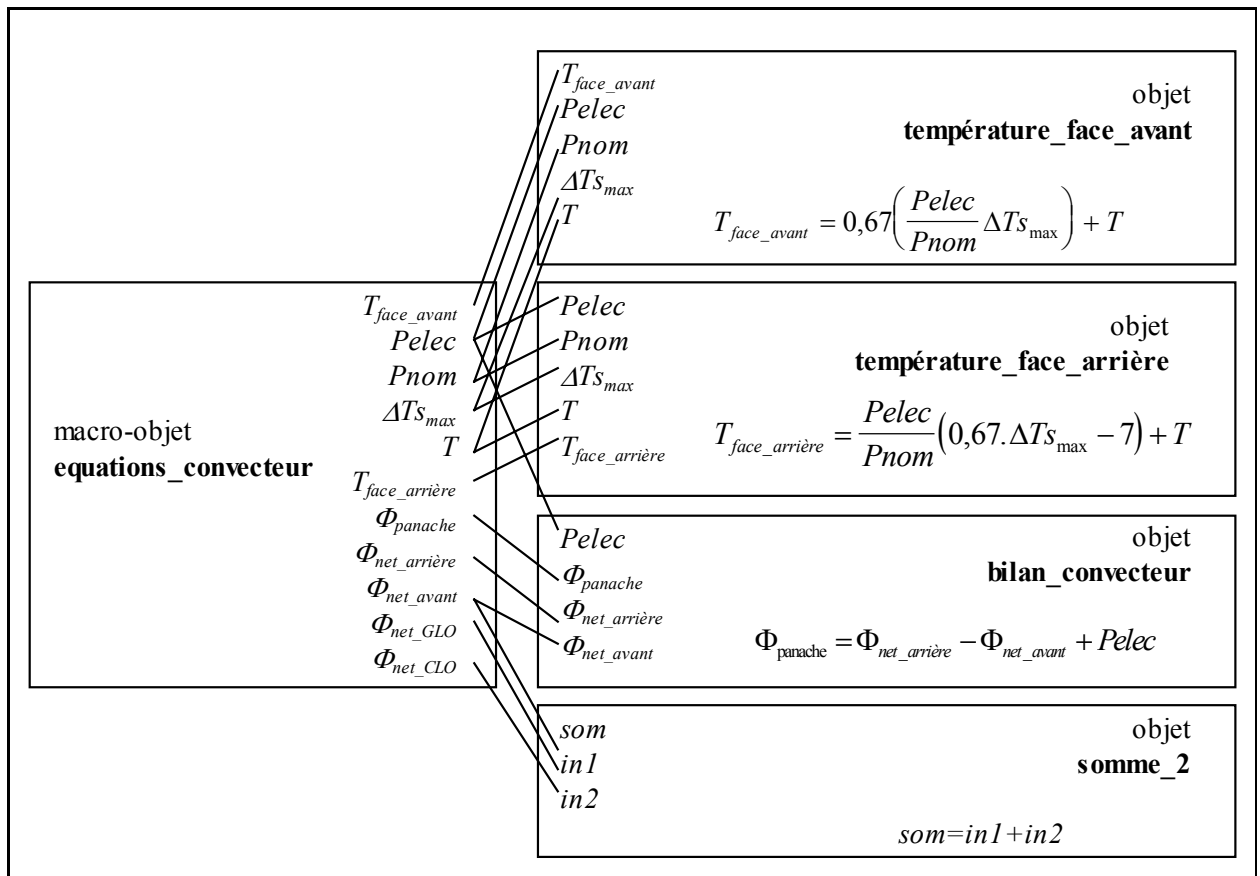


Figure 4.10 : Construction du macro-objet « equations_convecteur ».

La cellule d'émetteur est représentée par le macro-objet « cellule_emetteur » qui réunit un macro-objet « cellule_courante » et un macro-objet « equations_convecteur ». Ce macro-objet est construit automatiquement étant donné que le nombre de variables qu'il contient dépend du nombre de polluants (puisque le macro-objet « cellule_courante » en dépend). Son schéma de construction est donné en figure 4.11.

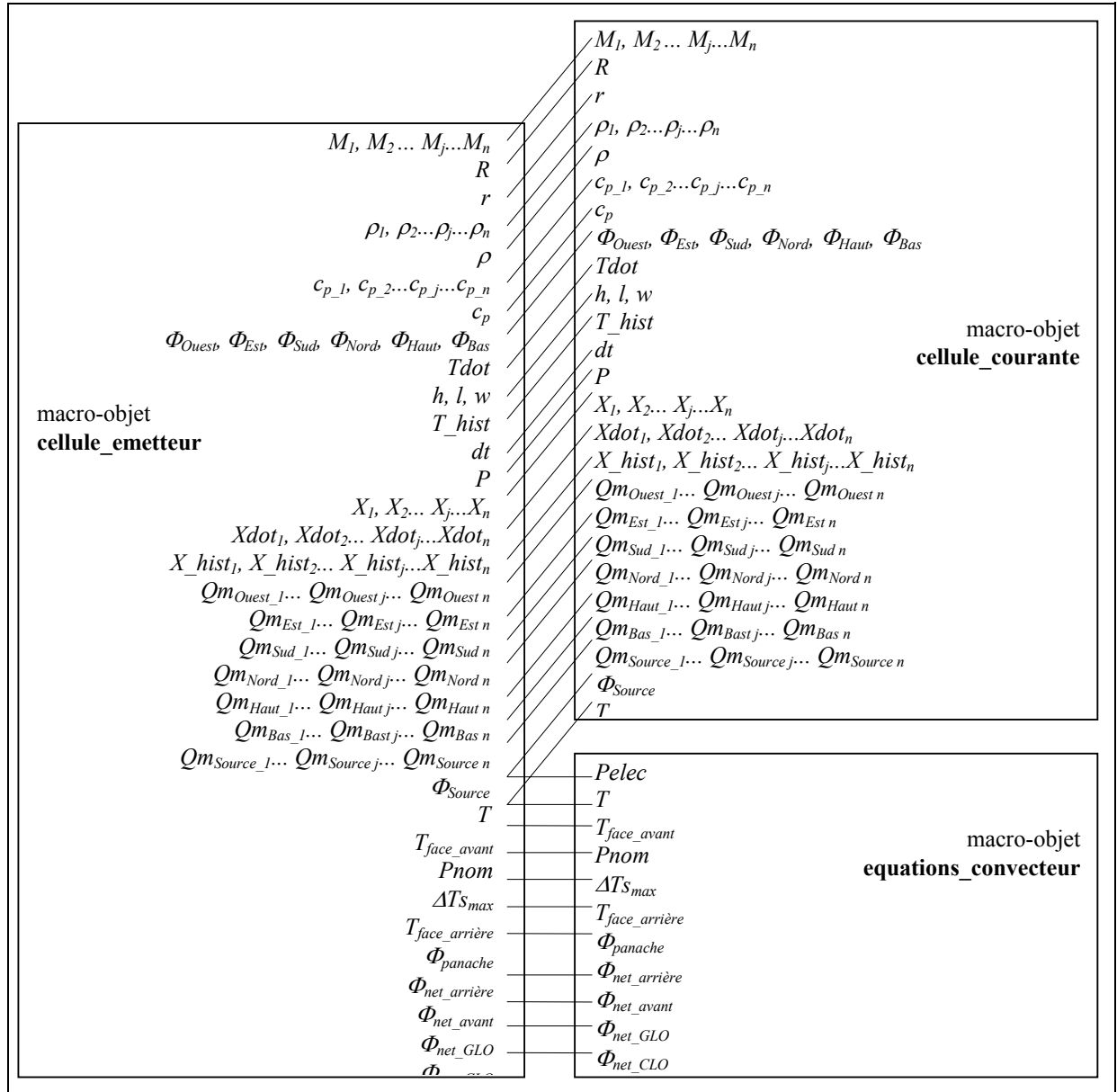


Figure 4.11 : Construction du macro-objet « cellule_emetteur »

Les autres macro-objets représentant des cellules (ou interfaces) particulières sont construits selon le même principe : comme assemblage d'une cellule courante (ou interface courante) et d'un macro-objet contenant les équations spécifiques à l'écoulement moteur ou au système.

4.4. Construction des macro-objets de calcul des échanges radiatifs

GENSPARK génère successivement un macro-objet de calcul des échanges radiatifs par pièce. Ils sont indépendants les uns des autres et tous construits de la même manière. Ici, on donne le principe de construction pour la pièce numéro 1. On considère que l'on connaît le nombre de facettes. La construction du modèle de rayonnement repose sur un principe similaire à celui des cellules et interfaces. Les échanges radiatifs de courtes longueurs d'onde et ceux de grandes longueurs d'onde sont traités simultanément. Les équations sont classées dans trois groupes.

Le premier groupe réunit les équations qui n'utilisent que les caractéristiques de la facette considérée. Elles doivent être utilisées pour chaque facette.

$$\left\{ \begin{array}{l} Krd_i = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{S_i}{S_{Fi}} \cdot \frac{1 - \varepsilon_{Fi}}{\varepsilon_{Fi}}} \quad (2.193) \\ \Phi net_{i,GLO} = S_i \cdot Krd_i (Ts_i^4 - T_{Fi}^4) - S_i \cdot \varphi r l_{GLO} \quad (2.198) \\ Ex_i = Ex^\circ_i + \rho_i E'_i \quad (2.200) \\ Ex_i = Ex^\circ_i \frac{S_{Fi}(1 - \rho_{Fi}) + \rho_{Fi} S_i}{S_{Fi}(1 - \rho_{Fi}) + \rho_{Fi} S_i (1 - \rho_i)} + Ex^\circ_{Fi} \frac{\rho_i S_{Fi}}{S_{Fi}(1 - \rho_{Fi}) + \rho_{Fi} S_i (1 - \rho_i)} \quad (2.203) \\ Ex^\circ_i = \rho_i E^\circ_i + \tau_i Ede_i \quad (2.204) \\ E_i = E^\circ_i + E'_i + \varphi r l_{CLO} \quad (2.208) \\ \Phi net_{i,CLO} = -S_i \cdot \alpha_i E_i \quad (2.209) \end{array} \right.$$

Le second regroupe celles qui permettent de calculer les caractéristiques de l'enceinte fictive associée à une facette. Ces équations doivent être utilisées pour chaque facette. Elles contiennent des sommes de p termes, p étant le nombre de facettes composant l'enceinte :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{Fi} = \left(\sum_{j=1}^p S_j \right) - S_i \quad (2.194) \\ \varepsilon_{Fi} = \frac{\left(\sum_{j=1}^p \varepsilon_j S_j \right) - \varepsilon_i S_i}{S_{Fi}} \quad (2.195) \\ T_{Fi} = \left(\frac{\left(\sum_{j=1}^p \varepsilon_j S_j Ts_j^4 \right) - \varepsilon_i S_i Ts_i^4}{\varepsilon_{Fi} S_{Fi}} \right)^{1/4} \quad (2.196) \\ \rho_{Fi} = \frac{\left(\sum_{j=1}^p \rho_j S_j \right) - \rho_i S_i}{S_{Fi}} \quad (2.201) \\ Ex^\circ_{Fi} = \frac{\left(\sum_{j=1}^p Ex^\circ_j S_j \right) - Ex^\circ_i S_i}{S_{Fi}} \quad (2.202) \end{array} \right.$$

Le troisième groupe est composé des équations relatives à l'enceinte. Elles ne sont utilisées qu'une fois pour l'ensemble des facettes constitutives de l'enceinte et contiennent des sommes de p termes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi rl_{GLO} = \frac{\sum_{i=1}^p \sigma \cdot K r d_i \cdot S_i (T_{Fi}^4 - T_{Si}^4)}{\sum_{i=1}^p S_i} \end{array} \right. \quad (2.192)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi rl_{CLO} = \frac{\Phi_e - \Phi_s - \sum_{i=1}^p \alpha_i \cdot S_i (E'_i + E^\circ_i)}{\sum_{i=1}^p \alpha_i \cdot S_i} \end{array} \right. \quad (2.200)$$

$$\Phi_e = \sum_{i=1}^p S_i (E^\circ_i + \tau_i E d e_i) \quad (2.201)$$

$$\Phi_s = \sum_{i=1}^p \tau_i S_i E_i \quad (2.202)$$

Les objets et fonctions relatifs aux équations des deux premiers groupes ont été créés et réunis dans les macro-objets nommés «rayonnement_equations_groupe1» et « rayonnement_equations_groupe2 » (notons que pour les équations (2.195), (2.201) et (2.197) un même objet peut être utilisé). Ceux relatifs aux équations du dernier groupe sont générés par GENSPARK de la même manière que ceux générés pour les cellules et interfaces. Ils sont liés à la pièce, c'est pourquoi le nom du macro-objet qui les réunit « rayonnement_equations_groupe3_piece1 » contient la mention « piece1 ».

La construction du macro-objet de calcul des échanges radiatifs, nommé « rayonnement_piece1 », consiste à dupliquer p fois les macro-objets « rayonnement_equations_groupe1 » et « rayonnement_equations_groupe2 » (une fois pour chaque facette), et à assembler le tout avec l'objet « rayonnement_equations_groupe3_piece1 ». Le schéma de ce macro-objet est donné en figure 4.12.

Dans cette figure, on remarque que des variables du macro-objet « rayonnement_equations_groupe3_piece1 » n'ont pas été reliées au macro-objet « rayonnement_piece1 ». Ceci est dû au fait que leur valeur ne nous intéresse pas, nous les avons laissées comme variables locales.

Nous avons montré comment la bibliothèque de modèles était complétée, nous allons maintenant présenter de quelle manière les simulations sont construites.

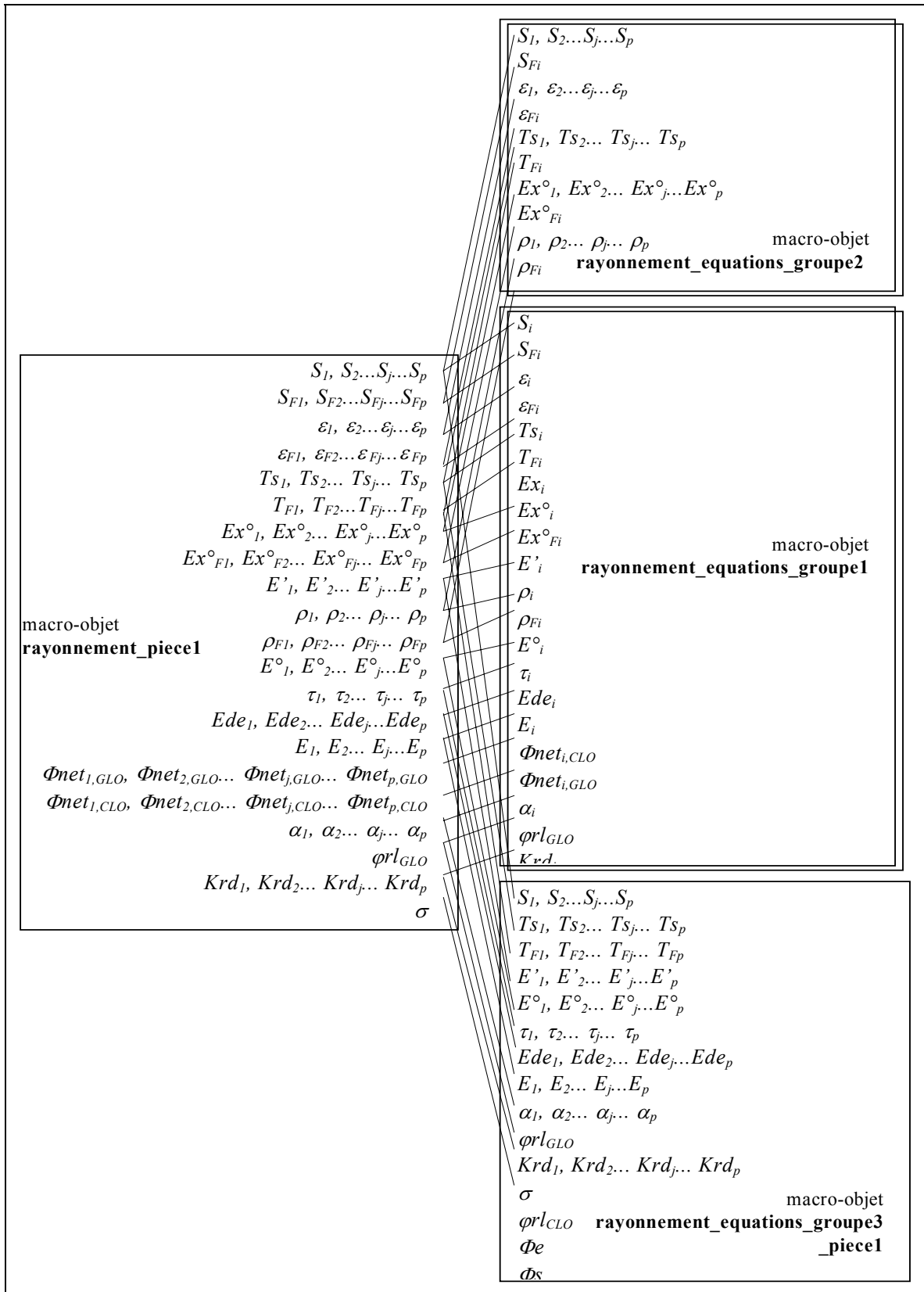


Figure 4.12 : Construction du macro-objet « rayonnement_piece1 ». Les macro-objets qui sont dupliqués p fois sont encadrés avec d'un trait ombré. Dans un soucis de lisibilité, contrairement à ce qui a été fait dans les schémas précédents, les liens qui représentent en fait p liens n'ont pas été représentés avec des traits plus épais.

5. Génération automatisée des simulations

Une forte contrainte a été imposée dans le cahier des charges du générateur : il doit permettre à l'utilisateur de compléter la bibliothèque de modèles. Ceci signifie qu'il faut envisager d'introduire de nouvelles variables et/ou de nouvelles équations dans le modèle zonal. Par contre, le schéma de construction des simulations par alternance de cellules et interfaces ne peut être remis en cause par l'utilisateur.

A chaque macro-objet, est associée une fiche qui répertorie les variables qu'il utilise, accompagnées d'une classification correspondant à leurs règles de connexion. C'est cette fiche qui sera utilisée par le générateur pour connecter les macro-objets.

L'utilisateur doit intervenir une première fois pour remplir un fichier de description du bâtiment. Il doit agir une seconde fois, après avoir lancé GENSPARK, pour corriger le fichier d'entrées que le générateur a rempli avec des valeurs par défaut. Il lui reste alors à lancer SPARK.

5.1. Elaboration de la base de connaissances et de règles d'écriture des modèles

Il s'agit ici d'établir des règles permettant d'automatiser l'écriture de fichiers de connexions, à partir de la connaissance des macro-objets à connecter. Pour chaque macro-objet, on a besoin de connaître son mode de connexion avec les différents voisins qu'il peut avoir. Assembler des objets dans SPARK signifie identifier des variables communes. C'est pourquoi le choix du nom des variables revêt une grande importance. La génération automatique des modèles zonaux repose sur l'application de règles d'écriture à appliquer aux noms des variables des macro-objets et sur l'élaboration d'un mode d'emploi de chaque macro-objet. Les informations nécessaires à la connexion d'un macro-objet sont le nom des variables qu'il contient et la spécification des types d'objets voisins auxquelles elles doivent être connectées. Ceci constitue la base de connaissance qui est stockée sous forme de fiches qui sont le reflet des macro-objets « cellule » et « interface » contenus dans la bibliothèque modèles.

L'élaboration de la base de connaissances repose sur l'observation de la connexion des cellules et interfaces. La connexion de deux (ou N) objets consiste à indiquer que certaines variables dans ces deux (ou N) objets sont en fait une seule et même variable.

Dans la figure 4.13, on représente un motif du schéma d'assemblage des cellules et interfaces courantes dans une pièce. Tout ce qui concerne les cellules est dessiné ou écrit en bleu, et tout ce qui se rapporte aux interfaces est rouge. Les flèches sont les connexions des variables. Dans ce schéma, focalisé sur la connexion de l'objet « cellule_l_m_n » et de l'objet « interface_eo_l_m_n+1 », on interprète, entre autres informations, que la variable appelée T dans l'objet « cellule_l_m_n » est appelée T_l dans l'objet « interface_eo_l_m_n+1 ». Si on appelle $T_{l_m_n}$ cette variable commune, dans le macro-objet de la pièce, la connexion se matérialise par l'écriture de :

link $T_{l_m_n}(\text{cellule_l_m_n}.T, \text{interface_eo_l_m_n+1}.T_l...$

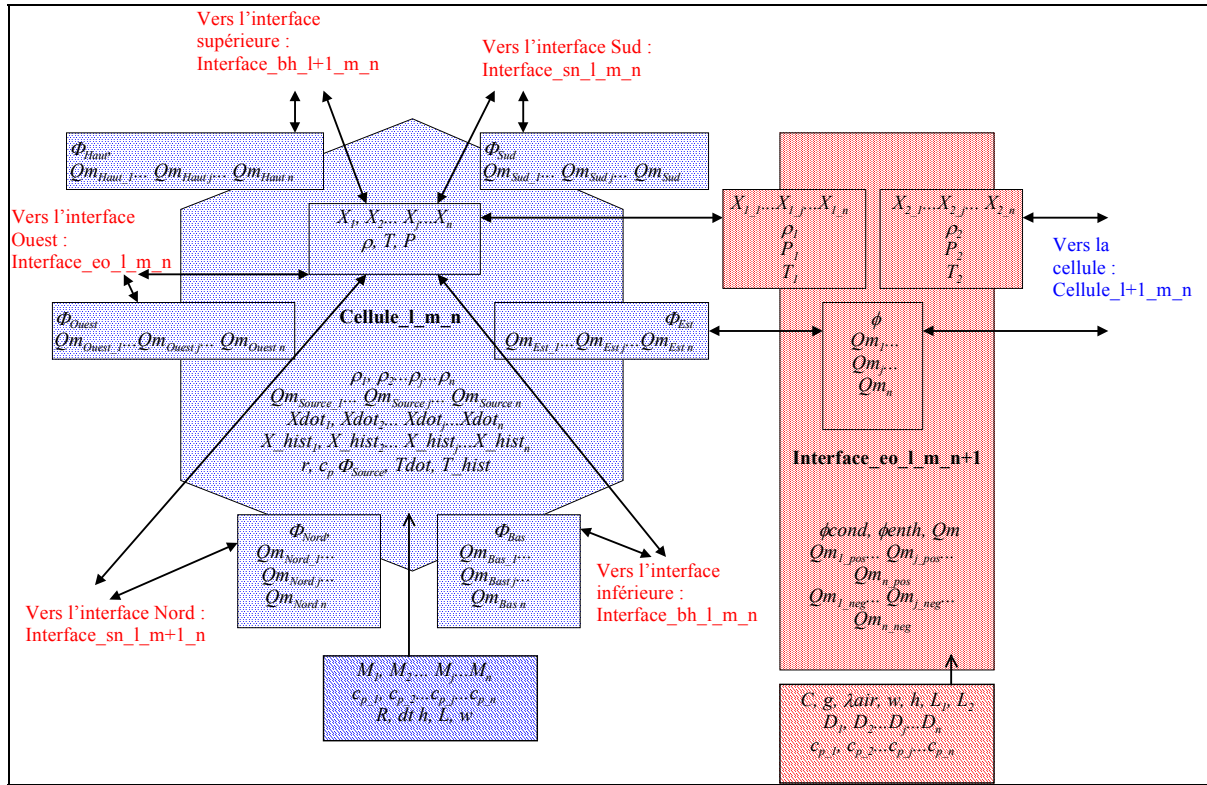


Figure 4.13 : Motif de l'assemblage des cellules (en bleu) et interfaces (en rouge) courantes.

5.1.1 Base de connaissances

La base de connaissances est réalisée sous forme de fiches. A chaque macro-objet interface ou cellule, est associée une fiche. Celle-ci est stockée dans un fichier portant le même nom que le macro-objet, suivi de l'extension « .fic » et contenant les informations nécessaires à sa connexion. Les paramètres communs à tous les objets sont regroupés dans une autre fiche, stockée dans le fichier « variables_globales.fic ».

5.1.1.1 Classification des variables

La classification des variables des cellules et interfaces consiste à les trier selon leur mode de connexion.

La première catégorie de variables est celle des *variables globales*. Ce sont les variables qui prennent la même valeur dans toutes les cellules et/ou interfaces, comme M_1 , $c_{p,1}$, ou R (masse molaire, capacité calorifique de l'espèce gazeuse numéro 1 et constante des gaz parfaits). Dans la figure 4.13, elles sont regroupées dans les rectangles hachurés. On a également classé dans cette catégorie les dimensions des cellules et interfaces. En fait celles-ci sont des variables semi-globales. En effet, ce sont des variables communes à plusieurs cellules et interfaces mais pas à toutes.

Toutes les autres variables sont locales. Ceci signifie qu'elles varient d'une cellule (ou d'une interface) à l'autre.

En observant le schéma précédent, on constate que dans la cellule et l'interface représentées, il y a des variables qui ne sont pas reliées aux éléments voisins (T_{dot} , X_{hist1} ...). Ces variables sont des variables purement locales, c'est à dire liées à la cellule ou à l'interface et uniquement à celle-ci. On les classe dans la catégorie des *variables purement locales*.

Il y a ensuite dans les cellules des variables qui sont reliées à deux interfaces voisines, (T , ρ ...), et dans les interfaces des variables reliées à toutes les cellules voisines (Φ , Q_{m1} , Q_{m2} ...). Ces variables sont dites des *variables pieuvres* des interfaces ou des cellules. Cette catégorie est divisée en deux sous-catégories : celle des *variables parfaitement pieuvres* et celle des *variables imparfaitement pieuvres*. La première contient les variables qui sont reliées à tous les objets voisins quels qu'ils soient. C'est le cas de la variable T de tous les macro-objets « cellule » conçus à ce jour. La seconde regroupe les variables qui ne sont pas systématiquement reliées aux objets voisins. Pour que ces variables puissent être traitées, il faut préciser le nom des objets auxquels elles doivent être reliées. La variable P des cellules courantes appartient à cette catégorie. En effet, elle n'est pas reliée aux macro-objets « interface de paroi » qui ne contiennent aucune équation utilisant la pression.

Dans le schéma, il reste des variables que l'on a pas évoquées. Ce sont les variables des cellules qui ne sont liées qu'à une interface voisine (Φ_{Est} , $Q_{m_{Est_1}}$, $Q_{m_{Est_2}}$) et les variables des interfaces qui ne sont connectées qu'à une cellule voisine (T_1 , ρ_1 ...) on les appelle *variables orientées*. En fait, les *variables orientées* des cellules sont connectées aux *variables pieuvres* des interfaces et les *variables orientées* des interfaces sont liées aux *variables pieuvres* des cellules. Elles ont donc déjà été classées et ne doivent pas l'être à nouveau. Il s'agit là d'une règle que l'on généralise : une variable appartenant aux interfaces et aux cellules ne doit être déclarée comme appartenant qu'à l'un des deux types d'objets.

C'est pourquoi, les *variables globales* sont déclarées dans une fiche qui n'est pas représentative d'un objet en particulier, mais de tous.

5.1.1.2 Contenu des fiches des macro-objets cellules et interfaces

Dans les fiches, les informations stockées sont, exceptée la première, celles utilisées pour connecter les variables du macro-objet. Elles répondent aux questions successives suivantes :

- Au macro-objet, est-il associé une facette intervenant dans le rayonnement ?

La réponse est oui pour les interfaces de paroi et les cellules d'émetteur, non pour tous les autres objets.

- Quel est le nombre de variables associées à l'objet ?

Pour chacune d'elles :

- ❶ Quel est son nom ?

Ici, on donne le radical du nom de la variable : T pour la température, $Tdot$ pour sa dérivée...

❷ A quel type de variable appartient-elle ?

La réponse peut être : *Purement locale*, *parfaitement pieuvre*, *imparfaitement pieuvre* (dans ce cas, on indique les objets auxquels la variable doit être reliée).

❸ Est-elle liée au rayonnement ?

La réponse peut-être oui ou non. Notons qu'elle ne sera pas oui si au début de la fiche, on a déclaré que l'objet ne correspondait pas à une facette intervenant dans le rayonnement.

❹ Apparaît-elle déclinée pour chaque polluant, et/ou pour le mélange gazeux dans sa globalité ?

La réponse est :

- 1 si la variable n'apparaît pour qualifier le mélange gazeux que dans sa globalité, comme c'est le cas de la pression dans les cellules courantes,
- 2 si elle apparaît uniquement pour qualifier chacune des espèces gazeuses, comme la variable de fraction massique X ,
- 3 si elle apparaît à la fois pour qualifier les espèces et le mélange, comme la masse volumique ρ .

❺ Est-ce une inconnue, une entrée ou une variable de type « history » ?

La réponse est respectivement suivant les cas énoncés ci-dessus « input », « link » ou « history ».

❻ Quelle est sa valeur par défaut ?

Ici, on donne un réel qui, pour les variables de type « input », sera interprété comme une valeur d'entrée par défaut, pour celles de type « link » comme une valeur pour initialiser la résolution, pour celles de type « history » comme la valeur initiale de la variable dynamique.

❼ Cette variable doit-elle être forcée ?

La réponse est oui si on désire que cette variable figure dans les variables d'itération lors de l'établissement de la stratégie de résolution élaborée par SPARK.

❽ Si l'objet est une interface reliée à une interface d'une autre pièce (ou une cellule jouxtant une telle interface), la variable doit-elle être reliée à la variable homologue dans l'interface de l'autre pièce ?

La réponse est oui ou non.

❾ Cette variable doit-elle figurer dans le fichier de connexions ?

La réponse est oui ou non. C'est obligatoirement oui pour les variables de type input ou history et les variables forcées. Pour les variables qui correspondent à des inconnues (de type link), on indiquera oui si le résultat des simulations concernant cette variable revêt un intérêt, non sinon.

A titre d'illustration, on donne dans la figure 4.14, la fiche associée au macro-objet « cellule_courante », stockée sous le nom « cellule_courante.fic » :

A l'objet correspond-il une facette prise en compte dans le modèle de rayonnement ?

➔ Nombre de variables contenues dans la fiche

➔ ➊ Nom des variables

➔ ➋ Type de liaison des variables

➔ ➌ La variable est-elle reliée au macro-objet « rayonnement » ?

➔ ➍ Codes de déclinaison des variables par rapport aux polluants

➔ ➎ Type des variables

➔ ➏ Valeurs par défaut

➔ ➐ La variable doit-elle être forcée ?

➔ ➑ La variable peut-elle être reliée à la variable homologue dans l'interface d'une autre pièce ?

➔ ➒ La variable doit-elle figurer dans le fichier de connexions

Nom des objets auxquels la variable doit être reliée (uniquement pour les variables imparfaitement pieuvres)

non									
12									
r									
ρ									
c _p									
T _{dot}									
T_hist									
T									
P									
	purement_locale	non	1	Link	286.9	non	non	non	
	parfaitement_pieuvre	non	3	Link	1.248	oui	oui	oui	
	purement_locale	non	1	Link	1004.9	non	non	non	
	purement_locale	non	1	Link	0.	non	non	non	
	purement_locale	non	1	History	20.	non	non	oui	
	parfaitement_pieuvre	non	1	Link	20.	oui	oui	oui	
	imparfaitement_pieuvre	non	1	Link	0.	oui	oui	oui	interface_courante_horizontale
									interface_courante_verticale
									interface_grande_ouverture_verticale
									interface_grande_ouverture_horizontale
X	parfaitement_pieuvre	non	2	Link	0.1	oui	oui	oui	
X _{dot}	purement_locale	non	2	Link	0.	non	non	non	
X_hist	purement_locale	non	2	History	0.1	non	non	oui	
Q _{m_{source} j}	purement_locale	non	2	input	0.	non	non	oui	
Φ _{source}	purement_locale	non	1	input	0.	non	non	oui	

Figure 4.14 : Fiche associée au macro-objet « cellule_courante »

5.1.1.3 *Fiche des variables globales*

La fiche des variables globales contient la liste des variables globales et des macro-objets qui les utilisent. Les informations stockées sont les réponses aux questions successives suivantes :

- Quel est le nombre de variables globales ?

Pour chacune d'elles :

- Quel est son nom ?
- Est-elle liée au rayonnement ?

La réponse peut être oui ou non.

- Apparaît-elle déclinée pour chaque polluant, et/ou pour le mélange gazeux dans sa globalité ?

La codification de la réponse est la même que dans les fiches des cellules et interfaces.

- Est-ce une inconnue, une entrée ou une variable de type « history » ?
- Quelle est sa valeur par défaut ?
- Cette variable doit-elle être forcée ?
- Quelle est la liste des macro-objets dans lesquels elle intervient.

Après ces informations, sont stockées dans la fiche, les noms des variables de dimension dans chaque direction : L, w et h.

5.1.2 *Connexion des variables : règles d'écriture des macro-objets*

On a vu que des contraintes relatives au nom des variables doivent être respectées au moment de la création des macro-objets « cellule » et « interface », parce qu'elles sont ensuite à la base de la construction automatique des pièces. Ces règles concernent *les variables pieuvres* (qu'elles le soient parfaitement ou non).

Pour qu'une *variable pieuvre* d'un macro-objet « cellule » soit reliée aux variables des macro-objets « interface » voisins il faut que celles-ci portent le même nom, suivi d'un 1 ou d'un 2 selon que l'interface se trouve en amont ou en aval de la cellule. Ainsi, la variable T de la cellule indicée l_m_n est reliée à la variable T₁ des interfaces indicées _eo_l_m_n+1, sn_l_m+1_n, bh_l+1_m_n (interfaces avales) et à la variable T₂ des interfaces indicées _eo_l_m_n, sn_l_m_v, bh_l_m_n (interfaces amonts)

De la même manière, les variables pieuvres des interfaces sont reliées aux variables des cellules voisines portant le même nom suivi de l'extension Est, Ouest, Sud, Nord, Haut ou Bas suivant la position relative de l'interface et de la cellule. Ainsi, la variable de flux Φ de l'interface indicée _eo_l_m_n+1 est reliée à la variable Φ_{Est} de la cellule indicée l_m_n (cellule se trouvant à l'ouest de l'interface) et à la variable Φ_{Ouest} de la cellule indicée l_m_n+1 (cellule se trouvant à l'est de l'interface).

Ces règles nous contraignent à être cohérent en ce qui concerne le nom des variables lorsque l'on crée de nouveaux macro-objets « cellule » et « interface ».

5.2. Description du générateur

Dans le fichier de description du bâtiment, l'utilisateur précise la modélisation du bâtiment : nombre de pièces, nombre de polluants à prendre en compte, dans chaque pièce, le nombre de cellules dans les trois directions, spécification pièce par pièce du nom des macro-objets « cellule » et « interface » à implémenter, et l'indication des interfaces à accoler pour assembler les pièces. Partant de ces informations, le générateur complète la bibliothèque de modèles en fonction du nombre de polluants et du nombre de facettes dans chaque enceinte. Il va ensuite se servir des fiches correspondant à chacun des macro-objets à implémenter et de la fiche des variables globales pour écrire simultanément les macro-objets relatifs à chaque pièce et les fichiers de simulation. Ce processus est schématisé dans la figure 4.15.

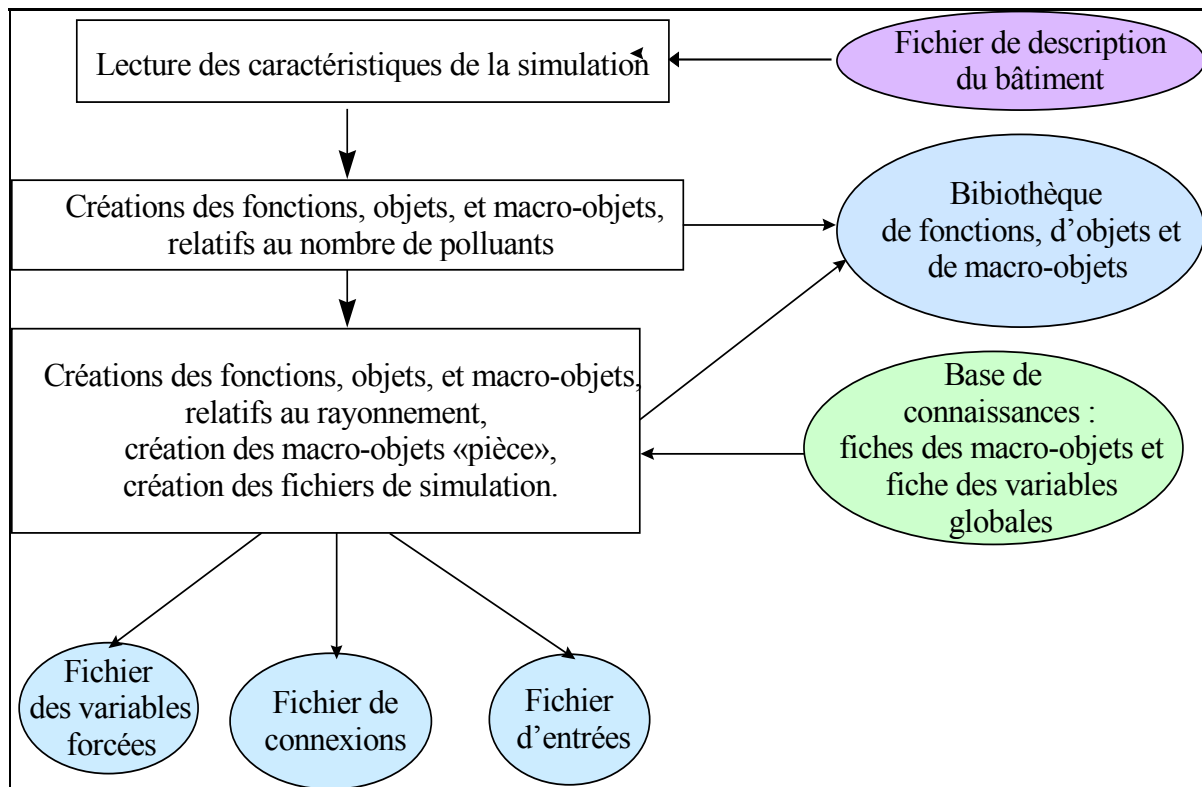


Figure 4.15 : Etapes de la génération automatisée des simulations.

L'étape qui consiste à compléter la bibliothèque de modèles à partir de la connaissance du nombre d'espèces gazeuses et qui est indépendante de la description physique et géométrique du bâtiment, a déjà été décrite dans le paragraphe 4.1. Il reste à expliciter l'assemblage des macro-objets « cellule », « interface » et « rayonnement » puis celui des macro-objets « pièce ».

5.2.1 Génération des macro-objets pièces

On se place ici au niveau d'une pièce. Pour construire le modèle associé à une pièce, on se focalise sur les informations du fichier de description qui lui sont relatives. Il s'agit du nombre de sous-volumes considéré dans chaque direction et du nom de tous les macro-objets « cellule » et « interface » à assembler.

L'étape préliminaire à la construction du modèle de rayonnement est le dénombrement des facettes à prendre en compte. Pour ce comptage, on fait défiler toutes les cellules et interfaces et on ouvre la fiche correspondant à l'objet que l'utilisateur désire implémenter dont on lit la première information. Celle-ci permet de savoir si, à cet objet, correspond une facette intervenant dans le rayonnement. Simultanément, les macro-objets « cellule » et « interface » utilisés sont déclarés dans le macro-objet « pièce ».

Connaissant le nombre de facettes à prendre en considération, le macro-objet rayonnement associé à la pièce, ainsi que les objets et fonctions qu'il utilise peuvent être construits conformément à ce qui a été décrit dans le paragraphe 4.3. Le macro-objet rayonnement est déclaré.

On relie maintenant les variables locales de tous les objets « cellule » et « interface ». Pour cela, on fait à nouveau une boucle sur les indices des cellules puis sur ceux des interfaces dans chaque direction, on ouvre successivement les fiches des macro-objets correspondant et on y lit les informations se rapportant à leurs variables, ce qui permet de les relier. Les informations utilisées ici sont celles relatives aux questions numérotées ❶, ❷, ❸ et ❹.

Pour les variables globales, on procède différemment. Dans le fichier des variables globales, on lit successivement le nom des variables à relier et la liste des objets auxquels elles doivent être reliées. Pour chaque variable, on compare cette liste à celle des objets qui ont été implémentés pour représenter la pièce. S'il y a correspondance, la variable est reliée à l'objet implémenté qui figure dans la liste.

Les dimensions sont traitées séparément. Pour chaque direction, il y a autant de variables de dimension que de rangées de cellules. Pour raccorder ces variables aux macro-objets « cellule » et « interface » on se sert uniquement de leurs indices de position dans la pièce. Par exemple, à la hauteur h_0 , sont liées toutes les variables h des cellules et des interfaces verticales dont l'indice de gauche est 0.

Tous les macro-objets utilisés pour construire une pièce ont été déclarés et toutes les variables qui doivent être reliées l'ont été. L'écriture du macro-objet pièce est terminée. Un algorithme simplifié des étapes précédemment décrites est donné en figure 4.16.

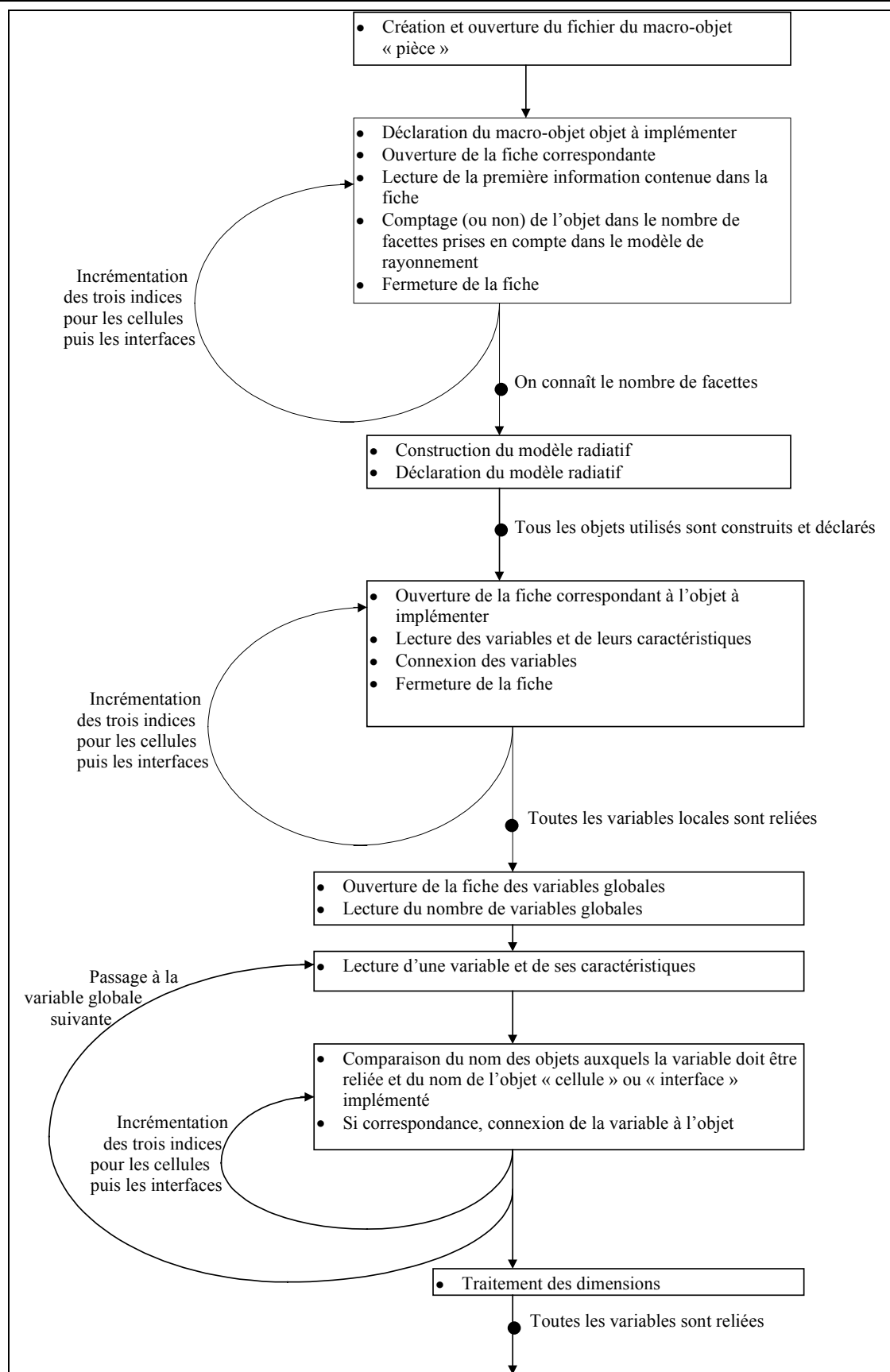


Figure 4.16 : Algorithme simplifié de l'étape de génération du modèle zonal appliqué à une pièce.

5.2.2 *Algorithme de l'assemblage des macro-objets « pièce »*

Il reste maintenant à écrire les fichiers de simulation : le fichier de connexions des pièces, le fichier d'entrées, le fichier des variables forcées. Ces trois fichiers sont remplis simultanément.

On commence par déclarer, dans le fichier de connexions, les macro-objets « pièce » utilisés.

Ensuite, pièce par pièce, cellule par cellule puis interface par interface on reporte dans le fichier de connexions les variables locales qui doivent l'être (information ⑨), en les liant à la pièce considérée. Si l'interface considérée (ou une interface voisine de la cellule considérée) est une interface de jonction de deux pièces, et si la réponse à la question ⑧ est positive, la variable est également reliée à la pièce voisine. Conformément à la réponse à la question ⑤, la variable est déclarée avec la commande « link », « input » ou « history ». Si c'est une entrée, elle est également reportée dans le fichier d'entrées avec sa valeur par défaut (question ⑥). Eventuellement, en fonction de la réponse à la question ⑦, elle est reportée dans le fichier des variables forcées.

Le traitement des variables globales pour l'écriture des fichiers de simulation est réalisé d'une manière analogue à celle employée pour la génération des macro-objets « pièce ». On reprend le fichier des variables globales, et pour chaque variable, pièce par pièce, on vérifie si la variable appartient à un des macro-objets « cellule » ou « interface » implémenté. Si tel est le cas, la variable est reliée à la pièce. Elle est ensuite éventuellement reportée dans le fichier d'entrées accompagnée de sa valeur par défaut.

Le traitement des dimensions consiste à déduire du raccordement des pièces quelles sont les dimensions communes des maillages. Dans l'exemple de la figure 4.18, pour les dimensions relatives à l'axe vertical, ceci revient à relier les dimensions h_2, h_3 et h_4 de la pièce 1 respectivement aux dimensions h_0, h_1 et h_2 de la pièce 2. Ceci est réalisé uniquement à partir des indices des interfaces qui sont accolées pour assembler les pièces, informations données par l'utilisateur et contenues dans le fichier de description du bâtiment.

Toutes les pièces ont été déclarées et leurs variables connectées. Un algorithme simplifié des étapes précédemment décrites est donné en figure 4.17.

L'écriture du fichier de connexion est terminée. Le fichier des variables forcées est complété par l'indication du nombre de variables qu'il contient. Le fichier d'entrées est également complété par les valeurs initiales des variables forcées et par les valeurs et dérivées initiales des variables dynamiques (déclarées comme « history »).

Il ne reste plus à l'utilisateur qu'à modifier les valeurs des entrées dans le fichier d'entrées.

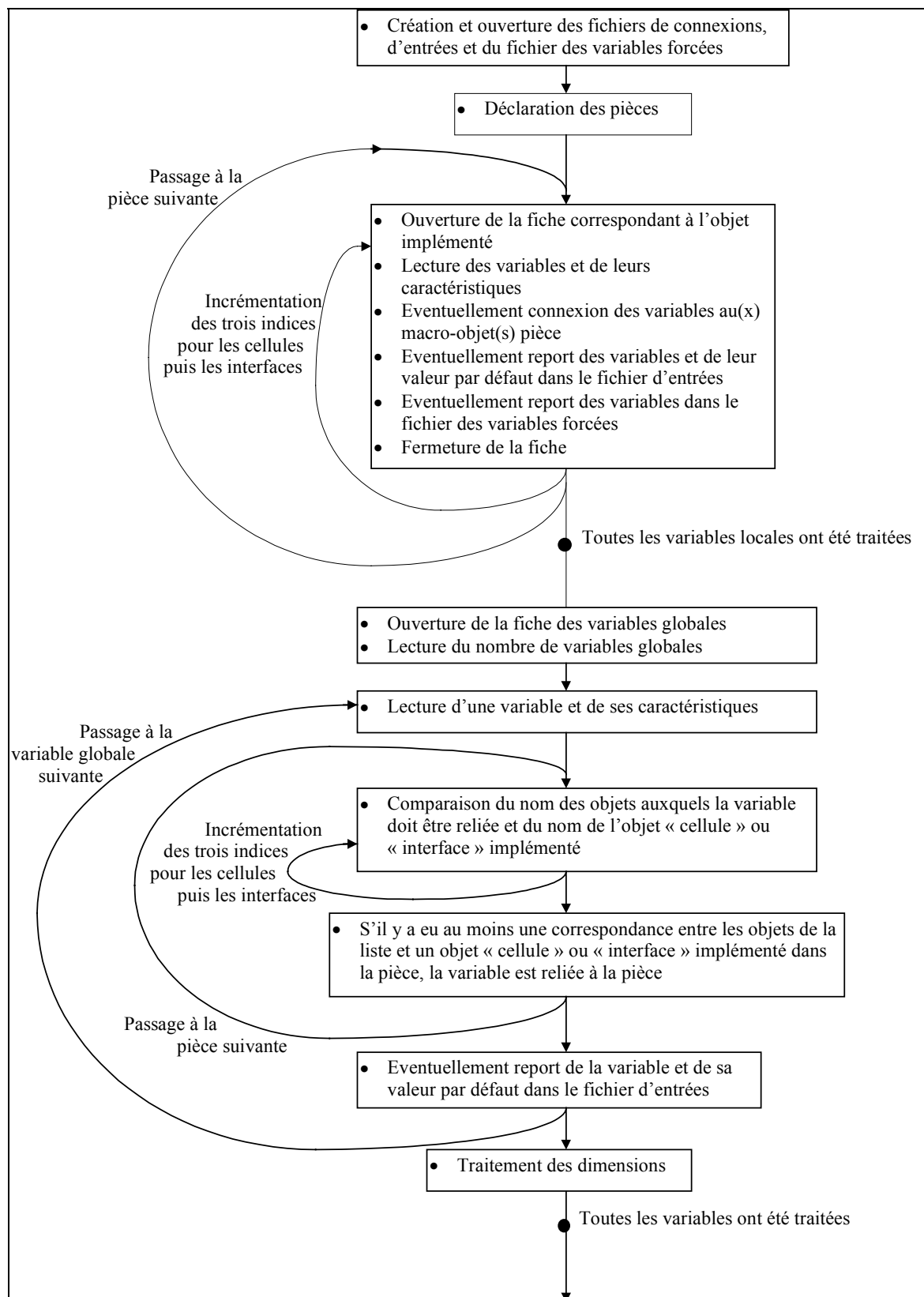


Figure 4.17 : Algorithme simplifié de l'étape d'assemblage des pièces et de génération des fichiers de simulation.

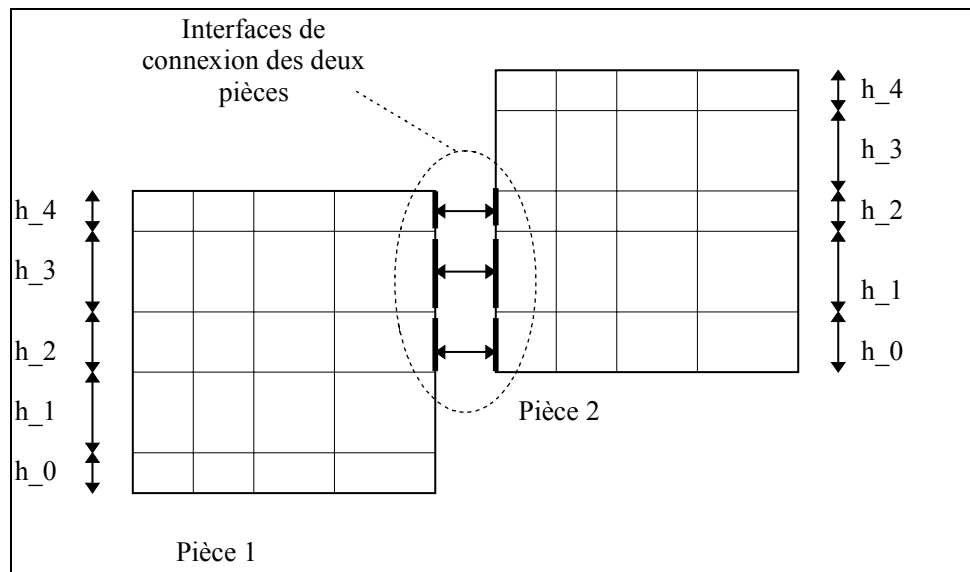


Figure 4.18 : Déduction des dimensions communes des maillages des pièces en fonction de leur raccordement.

5.3. Procédure d'introduction de nouveaux macro-objets

Dans le cahier des charges de notre outil de génération, on a imposé que la reformulation du modèle zonal par l'utilisateur soit possible, à condition qu'elle s'inscrive dans un schéma de construction par alternance de cellules et interfaces. Trois formes de remaniement sont envisageables :

- L'utilisateur désire uniquement modifier une ou plusieurs équations, sans introduire de nouvelles variables, ni en ôter.
- Il veut ajouter ou supprimer une ou plusieurs équations, sans introduire de nouvelles variables, ni en ôter.
- Les modifications qu'il souhaite apporter (ajout, suppression ou modification d'une ou plusieurs équations) impliquent la disparition et/ou l'introduction de variables.

5.3.1 Modification d'une équation sans modification des variables

Si l'utilisateur désire modifier une expression sans en changer les variables, (par exemple changer un coefficient qui avait été écrit numériquement dans la loi de calcul de la température de la face avant du convecteur). Alors, il est seulement nécessaire de modifier cette loi. L'utilisateur doit suivre la procédure suivante :

- A l'aide de MAPLE : recréer l'objet et les fonctions associés à l'équation modifiée.
- Les transporter dans la bibliothèque d'objets et la bibliothèque de fonctions.

5.3.2 *Ajout ou suppression d'une équation sans modification des variables*

Si l'utilisateur désire ajouter une équation dans un macro-objet sans ajouter de variables, il doit

- A l'aide de MAPLE : créer l'objet et les fonctions associés à la nouvelle équation.
- Les transporter dans la bibliothèque d'objets et la bibliothèque de fonctions.
- Dans le macro-objet où il désire introduire la loi, la déclarer et relier ses variables.
- Dans la fiche correspondante à ce macro-objet, passer une des entrées en inconnue, ce qui revient à libérer un degré de liberté.

Si au contraire, l'utilisateur souhaite supprimer une équation dans un macro-objet sans ajouter de variables, il doit

- Dans le macro-objet où il désire supprimer cette équation, effacer la ligne où elle est déclarée et tous les liens avec ses variables.
- Dans la fiche correspondante à ce macro-objet, passer une des inconnues en entrée. Ceci revient à réduire le nombre de degrés de liberté d'autant qu'on a supprimé d'équations.

5.3.3 *Modification ou ajout d'une équation avec modification des variables*

Supposons maintenant que l'utilisateur souhaite ajouter une équation dans un macro-objet. Alors, il doit :

- A l'aide de MAPLE : créer l'objet, et les fonctions associés à la nouvelle équation.
- Les transporter dans la bibliothèque d'objets et la bibliothèque de fonctions.
- Dans le macro-objet où il désire introduire la loi, la déclarer et relier ses variables.
- Dans la fiche correspondante à ce macro-objet, ajouter les nouvelles variables introduites et libérer un degré de liberté. Ce degré de liberté peut correspondre à une des nouvelles variables, ou à une variable qui était déjà dans la fiche.
- Eventuellement, si certaines des nouvelles variables sont des variables globales, si elles n'y figurent pas déjà, les ajouter dans la fiche des variables globales, suivies du nom du macro-objet auquel elle doivent être reliées. Si elles y figurent déjà, il suffit d'ajouter à la liste des macro-objets auxquels elles doivent être reliées, le nom du macro-objet modifié.

Notons que si les nouvelles variables sont des variables pieuvres, on doit observer les règles d'écriture.

Supposons, au contraire, que l'utilisateur souhaite supprimer une équation et des variables, alors il doit :

- Dans le macro-objet où il désire supprimer cette équation, effacer la ligne où elle est déclarée et tous les liens avec ses variables.
- Dans la fiche correspondante à ce macro-objet, supprimer les variables qui ne sont plus utilisées et réduire le nombre de degrés de liberté d'autant qu'il y a eu d'équations supprimées.
- Eventuellement, si certaines des variables supprimées dans le macro-objet sont des variables globales, supprimer le nom du macro-objet modifié de la liste des macro-objets auxquels elles doivent être reliées.

Pour toutes ces modifications, on est directement intervenu sur les macro-objets existants. Il est évident qu'il est plus intéressant de les dupliquer et de les renommer avant de les remanier pour créer ses propres modèles. On enrichit ainsi la bibliothèque de modèles.

On peut également construire directement de nouveaux macro-objets et leur fiche. Il suffit de respecter les règles du choix des variables et de suivre le mode d'emploi de construction des fiches.

6. Conclusion

Nous disposons maintenant d'une bibliothèque de modèles constituée d'une part des macro-objets créés à partir des sous-systèmes d'équations donnés dans le second chapitre, et d'autre part des fiches associées à chaque macro-objet. Nous avons également montré qu'il est possible de créer un outil qui permet de construire des simulations par assemblage des macro-objets spécifiés par l'utilisateur. De plus, l'outil dont nous nous sommes dotés, GENSPARK, permet d'intégrer immédiatement de nouveaux modèles dans les simulations. Il suffit que ceux-ci aient été écrits en respect des règles de construction que nous avons instaurées. Ainsi, la bibliothèque de modèles pourra être aisément enrichie. En utilisant les modèles qui la composent déjà et avec l'aide de GENSPARK, nous avons créé des simulations pour de nombreuses configurations dont certaines vont être décrites dans les deux chapitres suivants.

Chapitre 5

Application du modèle zonal à la détermination de l'écoulement et du champ de température dans une pièce en présence d'écoulements moteurs

Nous disposons maintenant d'une bibliothèque de modèles constituée des macro-objets « cellule » et « interface » créés à partir des modèles donnés dans la seconde partie. En assemblant ces macro-objets par l'intermédiaire de GENSPARK, on peut déterminer le champ de température et de concentration en polluant ainsi que l'allure de l'écoulement pour les situations les plus fréquemment rencontrées dans les bâtiments, tant en convection naturelle qu'en convection mixte ou forcée. L'objectif de ce chapitre est double. Il s'agit d'une part de montrer qu'on peut générer des modèles pour traiter les configurations habituellement rencontrées dans les bureaux d'étude comme le chauffage d'une pièce par un convecteur, un plancher chauffant ou un plafond chauffant. D'autre part, nous avons également choisi des configurations pour lesquelles on dispose de données expérimentales avérées afin d'évaluer la qualité de nos résultats.

1. Exploitation des applications

Nous verrons par les différents exemples qui vont être présentés, qu'un des intérêts des modèles zonaux par rapport aux modèles de champ est la simplicité des fichiers d'entrées. De la même manière, l'exploitation des résultats est rapide en raison de la grossièreté du partitionnement. Il faut cependant que celui-ci soit suffisamment fin pour donner des résultats qui soient d'une part corrects et d'autre part assez détaillés pour répondre aux besoins des concepteurs.

Afin de tester la stabilité des résultats vis-à-vis du maillage, et de mesurer l'impact du choix des modèles sur leur justesse, pour une des configurations, nous ferons des simulations pour plusieurs modélisations en faisant varier soit le partitionnement, soit le choix des modèles implémentés.

Les besoins du concepteur s'expriment en terme d'évaluation des conditions de confort et/ou de la qualité de la ventilation dans une pièce. Il y a deux niveaux de description du confort thermique. Le premier consiste en une approche globale : on parle alors de confort global. Celui-ci peut être caractérisé par les indices PMV et PPD (FANGER(1973)) qui dépendent à la fois des paramètres physiques de l'ambiance et de la physiologie de l'individu. Dans les cas où la vitesse d'air dans la pièce n'est pas importante, un modèle à un nœud suffit à calculer ces indices. La seconde approche consiste à détecter des risques d'inconfort local. Pour mettre en évidence de telles situations, les modèles zonaux sont des outils essentiels. Ils permettent en particulier d'évaluer la différence de température tête-pieds à partir de la connaissance de la stratification thermique dans la pièce ainsi que de prévoir d'éventuelles asymétries de rayonnement en présence de parois froides ou d'émetteurs. A partir des valeurs des températures extrêmes des parois horizontales, on peut déterminer si celles-ci restent inférieures aux limites réglementaires. Enfin, grâce à la connaissance des valeurs des débits massiques dans la pièce et en particulier au niveau des jets, ils permettent de détecter la présence de courants d'air dans la zone. L'efficacité de la ventilation peut être déterminée en introduisant dans les simulations des sources de polluant et en analysant le champ de concentration en polluant dans l'ensemble du local.

Avant de présenter des études portant sur l'ensemble d'un bâtiment, nous analyserons les résultats obtenus dans une pièce pour cinq configurations élémentaires : trois relatives au chauffage et deux à la ventilation. La première étude concerne le comportement d'une ambiance en présence d'un émetteur de chaleur localisé (convecteur électrique). Elle nous permettra de tester le modèle de panache ainsi que l'impact du maillage de la pièce sur les résultats des simulations. La seconde et la troisième étude concernent les planchers et plafonds chauffants. Ces simulations permettent surtout de mettre en évidence la nécessité d'utiliser un modèle de couche limite le long des parois dont la température est très différente de celle de l'ambiance, et d'évaluer le modèle que nous avons proposé. Enfin les deux dernières études concernent

des configurations de ventilation. Elles seront l'occasion d'utiliser et d'évaluer à la fois les modèles de jet et le modèle de transport et de diffusion de polluants.

2. Etude d'un local chauffé par un convecteur électrique

2.1. Configuration étudiée

Il s'agit ici d'étudier le comportement thermique d'une pièce contenant un convecteur électrique, en régime permanent établi. Afin d'évaluer la qualité de la modélisation, nous avons choisi de représenter la cellule d'essai Rad1 du CETIAT (figure 5.1) (INARD(1988)). Cette pièce est carrée, de base 4 mètres et de hauteur 2,8 mètres. Elle contient un convecteur électrique à sortie verticale placé au centre de la paroi orientée à l'Ouest, à une hauteur de 0,1m du sol. Les caractéristiques du convecteur sont données dans le tableau 5.1. La puissance électrique fournie au convecteur sera égale à sa puissance nominale. Il n'y a pas de renouvellement d'air et on ne considère qu'une espèce gazeuse : l'air. Les autres données du problème sont les températures des surfaces intérieures des parois. Elles sont considérées uniformes sur les parois Sud, Nord, Est, le plancher et le plafond. La paroi Ouest est divisée en quatre surfaces isothermes (voir figure 5.1). Ces températures sont données dans le tableau 5.2.

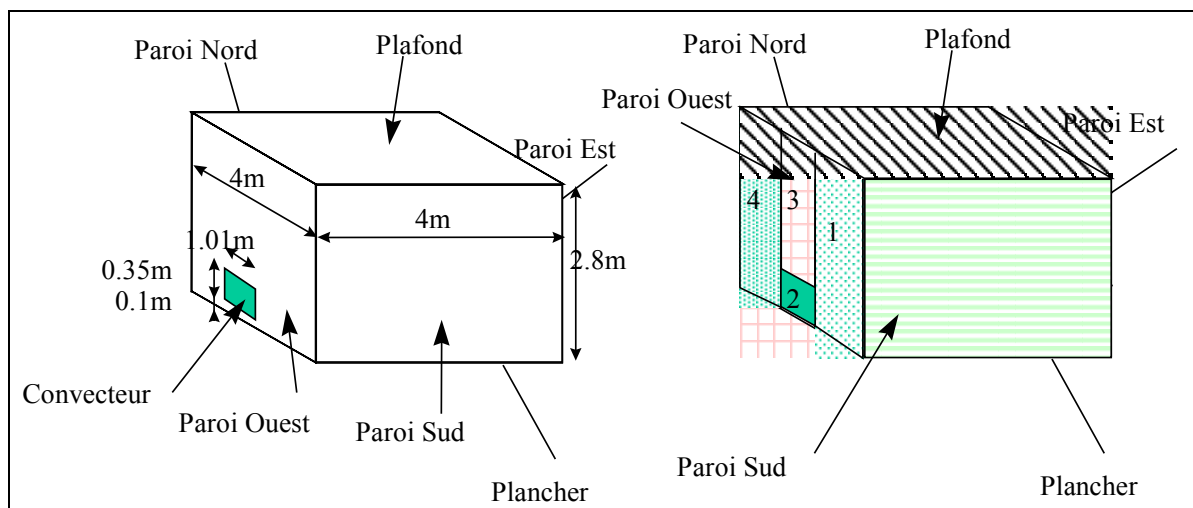


Figure 5.1 : Cellule Rad1.

Longueur totale du convecteur	1.01m
Longueur de l'élément chauffant	0.81m
Longueur de la grille de soufflage	0.91m
Largeur du convecteur	0.08m

Largeur de la grille de soufflage	0.06m
Hauteur du convecteur	0.35m
Puissance nominale	1500W

Tableau 5.1 : Caractéristiques du convecteur.

Sud	Nord	Est	Ouest_1	Ouest_2	Ouest_3	Ouest_4	Plafond	Plancher
22.3	21.8	21	19.2	22.1	27.2	20	23.6	21.1

Tableau 5.2 : Températures des surfaces intérieures des parois (°C).

L'étude de cette configuration sera l'occasion, dans une première partie, de montrer quels types de résultats on peut mettre en évidence en fonction du nombre de sous-volumes utilisés pour découper le volume de la pièce. Dans une seconde partie, elle permettra de mesurer l'impact du partitionnement sur l'allure de la stratification dans la pièce. Les résultats des simulations seront alors comparés aux données expérimentales.

2.2. Génération du modèle

2.2.1 Maillage de la pièce

Le maillage de la pièce est guidé par l'emplacement du convecteur et les conditions aux limites données pour la paroi Ouest. Pour modéliser le convecteur et le panache, il faut superposer au moins 3 cellules (une cellule d'émetteur pour représenter le convecteur, une cellule de panache, et une cellule courante). Dans la direction Sud-Nord, on doit également avoir au moins trois mailles pour centrer le convecteur et le panache.

On a testé plusieurs maillages, faisant varier d'une part le nombre de cellules suivant la verticale de 3 à 5, d'autre part celui dans direction Est-Ouest de 2 à 3. Nous avons ainsi étudié quatre modélisations, le nombre total de cellules allant de 18 à 30 (figure 5.2).

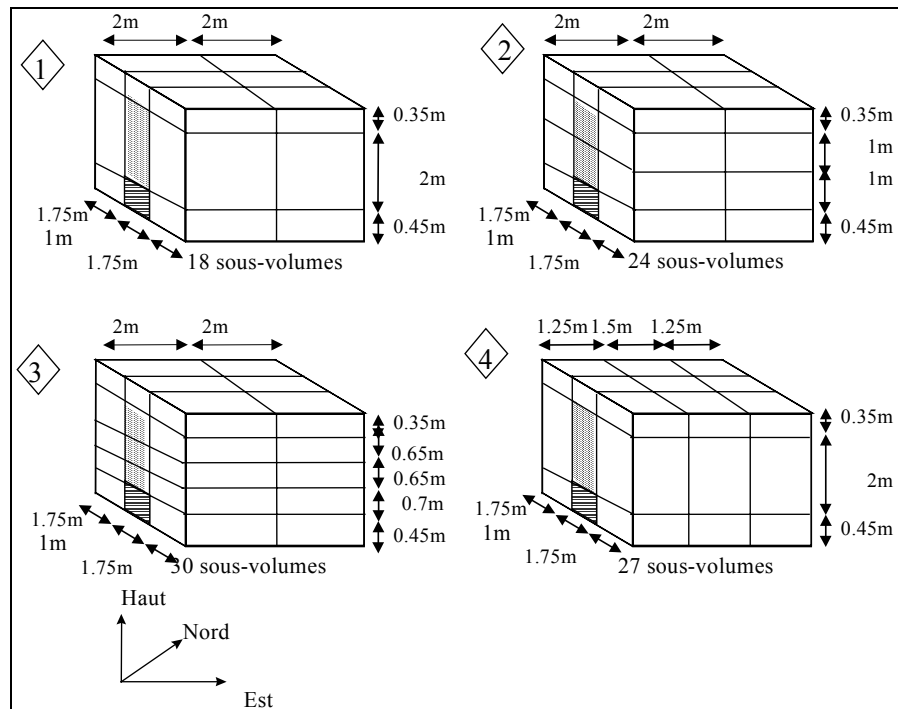


Figure 5.2 : Différents partitionnements étudiés. Emplacement des cellules de panache (grisé) et des cellules d'émetteur (hachuré)

2.2.2 Modèles implémentés

Pour démontrer l'intérêt de l'utilisation du modèle de panache présenté dans le second chapitre, nous avons commencé par faire des simulations en implémentant uniquement des cellules et interfaces courantes pour représenter le volume intérieur de la pièce (MUSY et al.(1997)). Les résultats ainsi obtenus étaient très médiocres, c'est pourquoi ils ne seront pas présentés dans le détail. On se contentera de donner l'allure de la stratification dans la pièce donnée par ces simulations.

Nous avons ensuite utilisé les modèles d'émetteur et de panache de paroi décrits dans la seconde partie de ce document. Il y a une, deux ou trois cellules de panache, selon le partitionnement de la pièce et une cellule d'émetteur. Celles-ci sont positionnées comme indiqué sur la figure 5.2. Dans le cas du maillage 2 (24 sous-volumes), le détail des macro-objets « cellule » et « interface » utilisés pour construire le modèle zonal est donné en figure 5.3. On y retrouve la cellule d'émetteur, les deux cellules de panache, les trois interfaces horizontales de panache et les quatre interfaces latérales de panache.

Les simulations sont générées avec GENSPARK, avec un nombre d'espèces gazeuses égal à un et un nombre de pièces unitaire également.

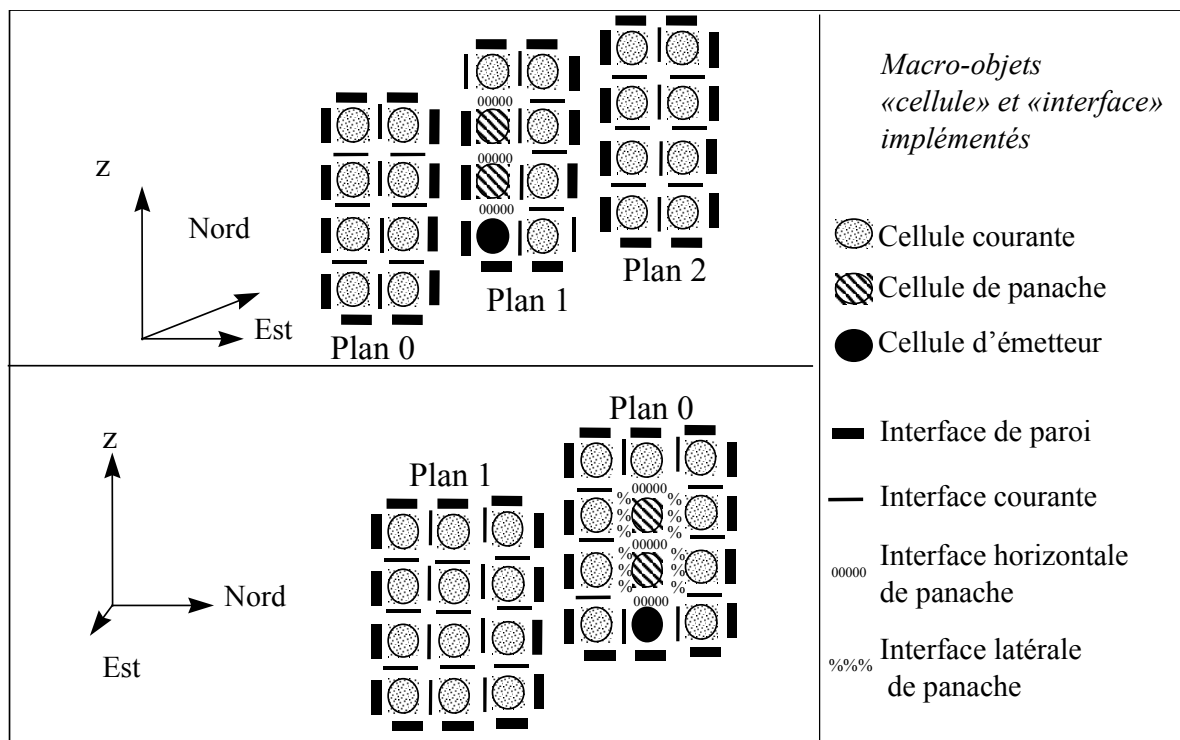


Figure 5.3 : Macro-objets « cellule » et « interface » utilisés pour construire la simulation relative au maillage 2.

2.3. Résultats

2.3.1 Influence du partitionnement

Les champs de température et débits massiques dans le plan vertical de symétrie de la pièce coupant le convecteur, obtenus avec chacune des quatre modélisations, sont donnés dans les figures 5.4, 5.5, 5.6 et 5.7.

La figure 5.4 présente les résultats obtenus avec un maillage minimal. On s'aperçoit que même avec 18 sous-volumes seulement, le champ de température et les écoulements d'air nous donnent des informations conséquentes sur les conditions d'ambiance dans l'ensemble du volume (on ne visualise là que les résultats obtenus dans les cellules centrales, soit un tiers des résultats). Les résultats importants sont la stratification dans la pièce, l'augmentation de la température au niveau du panache et le fait que l'écoulement se situe essentiellement dans la partie située au-dessus du convecteur. Ces renseignements suffisent a priori pour répondre aux besoins des bureaux d'études pour caractériser l'ambiance. En effet, ils permettent de calculer des écarts de température tête-pieds en plusieurs endroits de la zone d'occupation, l'asymétrie de rayonnement et une vitesse moyenne de l'air au niveau des interfaces.

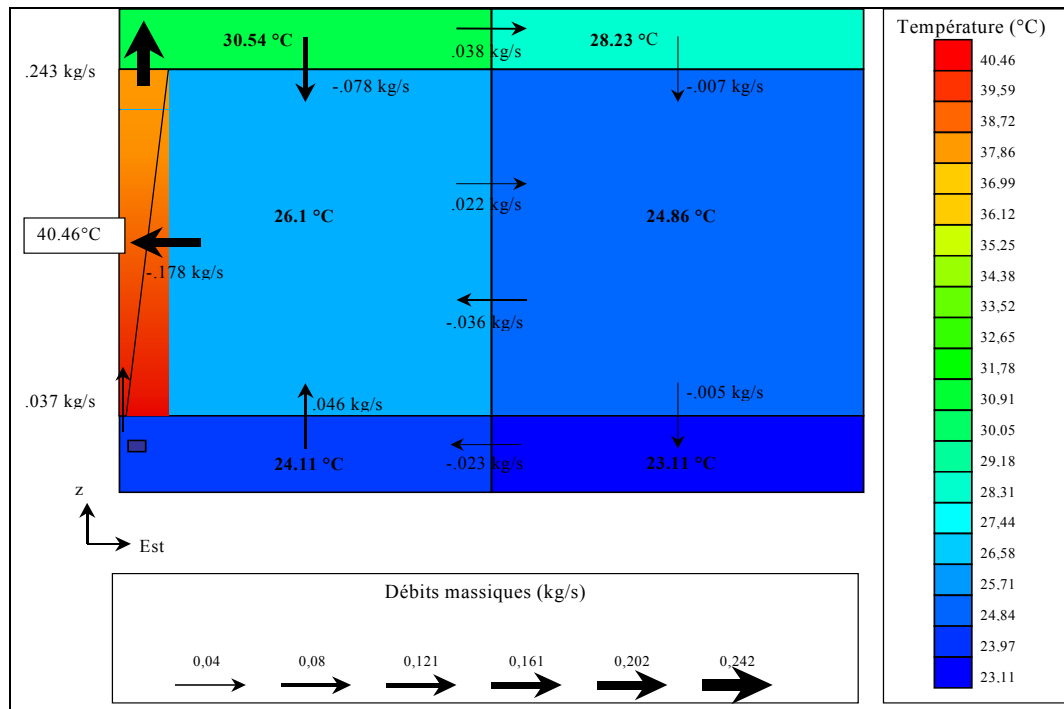


Figure 5.4 : Résultats obtenus dans le plan médian pour le maillage 1.

La figure 5.5 correspond au cas où le panache est représenté par la superposition de deux zones, la pièce étant maintenant composée de 24 sous-volumes. La première constatation est que les valeurs des températures sont très proches de celles données dans la figure précédente. Quand on passe d'une zone à deux pour décrire le panache, la principale information supplémentaire est l'évolution de la température maximale de l'air dans le panache. Les écoulements dominants restent limités à la partie située au-dessus de l'émetteur, tandis que la partie inférieure droite est peu perturbée par la présence du panache. Les débits massiques donnés par les deux figures précédentes sont quasiment identiques.

On verra dans le prochain paragraphe quelle est la tendance d'évolution de ces résultats par rapport aux valeurs expérimentales de référence (INARD(1988)), quand on raffine le maillage.

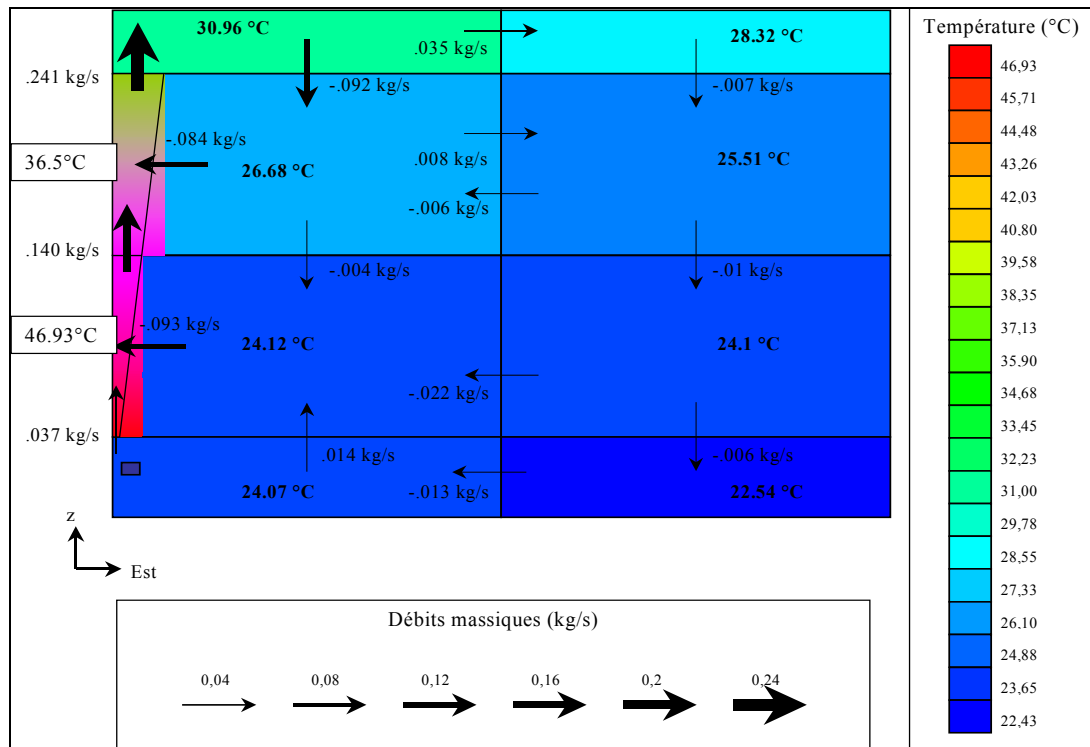


Figure 5.5 : Résultats obtenus dans le plan médian pour le maillage 2.

Dans la figure 5.6, sont donnés les résultats obtenus quand on ajoute encore une cellule pour décrire le panache, qui maintenant, est représenté par l'empilement de trois cellules de panache, la pièce étant composée de 30 cellules. Les résultats précédents sont confirmés dans la mesure où les modifications essentielles se situent au niveau du panache dans lequel on obtient une description plus détaillée de l'évolution de la température maximale. Par ailleurs, on s'aperçoit qu'il y a une augmentation de la température dans la cellule immédiatement au-dessus du panache, compensée par une diminution à proximité du sol. La stratification est donc un peu plus prononcée que précédemment. L'écoulement est inchangé, tant en ce qui concerne son allure que les valeurs des débits massiques obtenues qui restent du même ordre de grandeur que précédemment. La différence principale est que l'on connaît leur répartition dans la pièce avec un peu plus de détails.

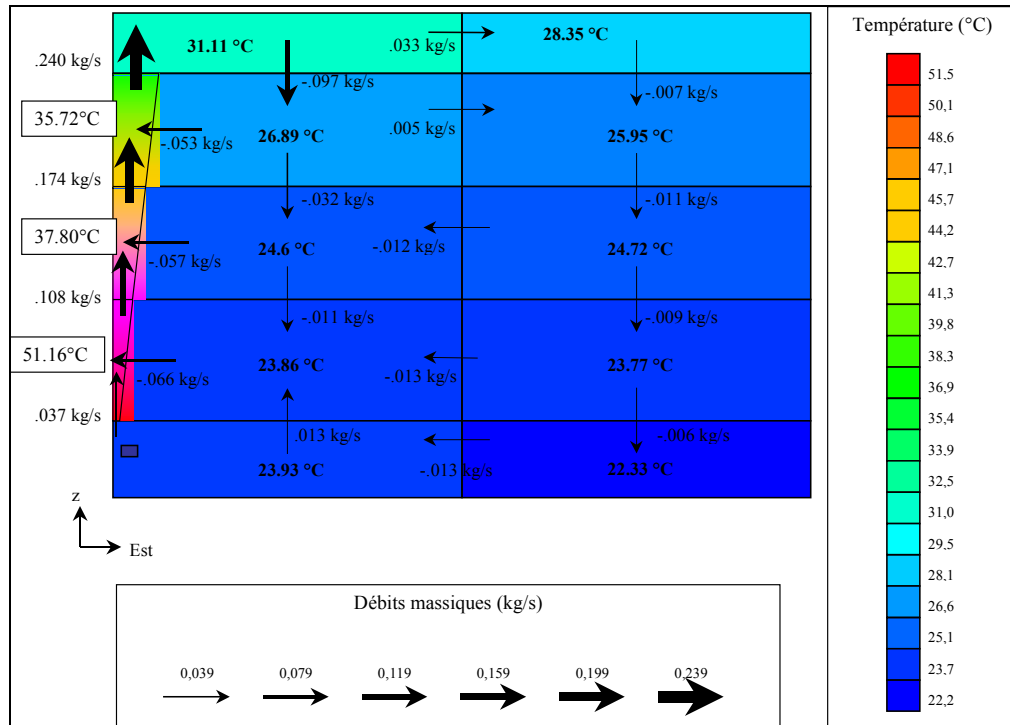


Figure 5.6 : Résultats obtenus dans le plan médian pour le maillage 3.

Sur la figure 5.7, on montre les résultats obtenus quand on raffine le maillage de la zone qui se trouve face au panache. Dans la direction Est-Ouest, on a maintenant 3 cellules. Le nombre de cellules utilisées pour représenter la pièce est égal à 27. Les résultats confirment les précédentes affirmations, en ce sens qu'il n'apparaît pas de modification majeure, que l'écoulement dominant reste confiné à la zone proche du convecteur et du panache et que l'on retrouve un champ de température analogue à celui obtenu sur la figure 5.4.

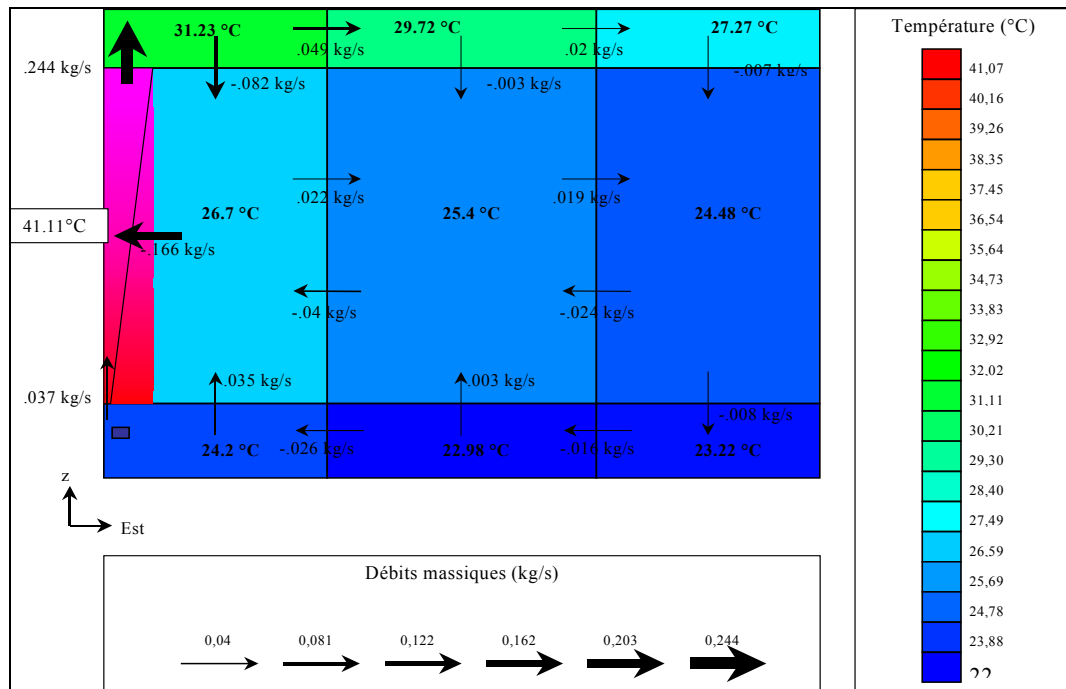


Figure 5.7 : Résultats obtenus dans le plan médian pour le maillage 4.

Cette étude nous a permis de constater la stabilité des résultats donnés par le modèle quand on fait varier le partitionnement. En effet, l'augmentation du nombre de zones permet d'affiner localement les résultats, sans contredire les résultats obtenus avec un maillage minimal. Le résultat est très important car créer des modèles zonaux avec un grand nombre de mailles pour plusieurs pièces nous conduit à avoir des temps de simulation beaucoup plus longs. Nous allons maintenant comparer les résultats en température avec ceux obtenus expérimentalement par INARD(1988).

2.3.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Pour chacune de ces simulations, les variations de la température le long de l'axe vertical médian ont été tracées sur la figure 5.8. Pour les trois premières modélisations, nous avons pris les valeurs obtenues en faisant la moyenne des températures des cellules de part et d'autre de l'axe. Pour la quatrième, nous avons directement utilisé les valeurs des températures dans les cellules centrées sur l'axe. Les valeurs des températures relevées expérimentalement (INARD(1988)) et celles obtenues sans modèle de panache (avec le maillage 2) ont également été représentées sur la figure 5.8.

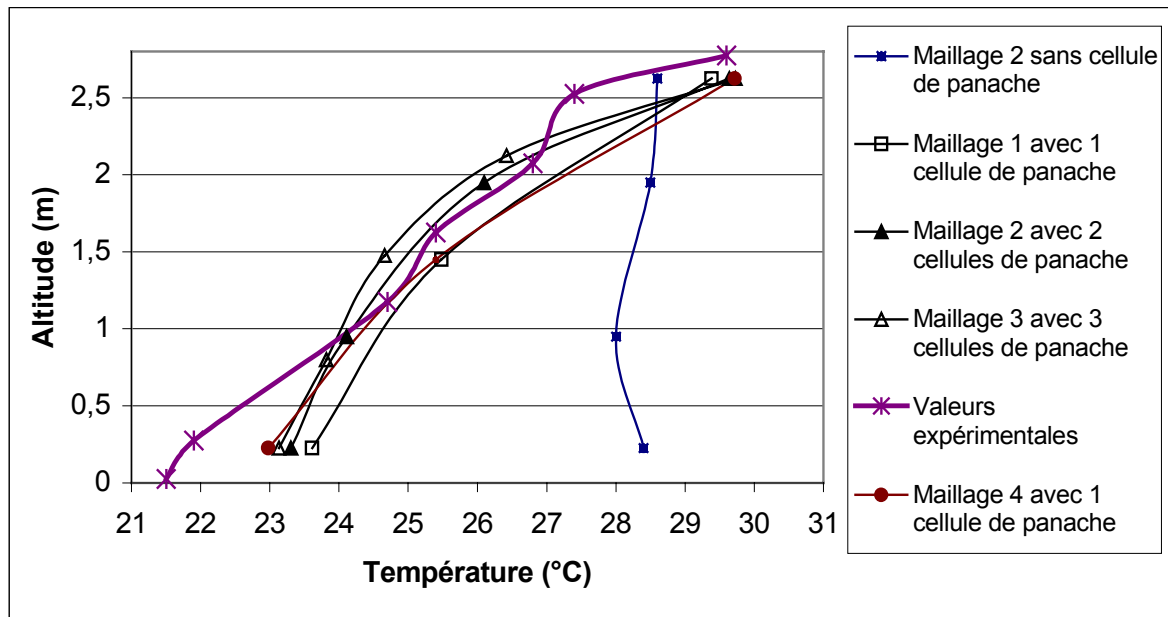


Figure 5.8 : Variation de la température le long de l'axe vertical médian de la pièce.

On constate que les résultats obtenus quand on n'utilise pas de modèle de panache sont mauvais. Ce type de modélisation ne permet pas de déterminer la stratification thermique dans la pièce. Les résultats sont nettement améliorés par l'utilisation d'un modèle de panache. Alors, quel que soit le maillage de la pièce, l'écart entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées de la température au centre de la pièce est de l'ordre de deux ou trois dixièmes de degré. Il est de l'ordre du degré à proximité du plafond et du sol. Même un maillage très sommaire (18 sous-volumes) permet donc de prédire la stratification thermique avec une précision satisfaisante. En augmentant le nombre de zones, que ce soit verticalement ou dans la direction Est-Ouest, les températures moyennes calculées se rapprochent des températures expérimentales, notamment à proximité du sol, là où l'écart avec les valeurs expérimentales était le plus important. L'écart de température tête-pieds (différence des températures prises à 0,1 m et 1,70m) calculé varie de 3 à 4 degrés en fonction du partitionnement alors que celui mesuré est d'environ 4,5 degrés.

Les conclusions que l'on peut tirer de cette étude sont, tout d'abord, la bonne adéquation entre les résultats du modèle zonal et les résultats expérimentaux. Il est incontestable, au vu des résultats obtenus sans modèle de panache, qu'il est indispensable d'utiliser des modèles spécifiques pour représenter les écoulements tels que les panaches. Une autre information importante est le fait que le choix du partitionnement influe peu sur les résultats. Nous allons maintenant voir si intervenir au niveau de la loi de calcul des débits entre les zones courantes permet d'améliorer les résultats.

2.3.3 Test sur le coefficient C'

Afin d'étudier l'influence du coefficient C' , que l'on a pris égal à 1,2 pour les simulations précédentes, conformément à notre étude sur la linéarisation des équations (MUSY et al.(1997)), nous avons fait une simulation avec le maillage 3 et un coefficient C' égal à 0,8. Dans la figure 5.9, nous avons reporté les valeurs de la température le long de l'axe vertical médian pour C' pris égal à 0,8 et 1,2. Les valeurs expérimentales sont également représentées.

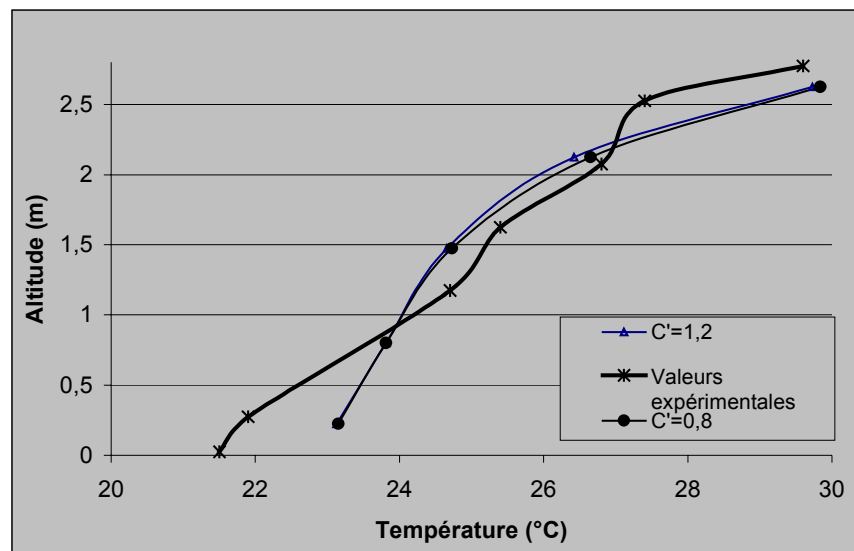


Figure 5.9 : Variation de la température le long de l'axe vertical médian de la pièce pour des simulations faites avec le maillage 3, un coefficient C' pris égal à 1,2 et 0,8, et températures relevées expérimentalement.

On constate que les résultats pour les deux valeurs du coefficient C' sont très semblables (la différence maximale est de $0,2^{\circ}\text{C}$). Ceci s'explique par le fait que c'est le panache qui impose l'écoulement dans toute la pièce. Or, la modification du coefficient C' n'affecte pas la zone de panache. Les débits échangés par cette zone et le reste de la pièce ne varient donc pas et les conditions aux limites de la zone hors-panache sont inchangées. Quand on compare les débits massiques obtenus dans cette zone avec l'un et l'autre de ces pseudo coefficients de perméabilité, on constate qu'il sont quasiment identiques. En fait, la modification de la loi de calcul du débit est répercutée sur les valeurs des pressions et très peu sur les valeurs de débits. Par rapport à l'ordre de grandeur des pressions (exprimées en Pascal), les variations sont très faibles. C'est pour cette raison que les répercussions sur les valeurs des températures et masses volumiques sont minimales.

2.3.4 Comparaison avec un modèle utilisant une loi non linéarisée pour le calcul des écoulements dans les interfaces courantes

Afin d'évaluer le choix que nous avons fait de linéariser la loi de calcul des débits dans les interfaces courantes, nous avons comparé nos résultats à ceux obtenus, pour la même configuration (INARD(1998)), avec le modèle SAMIRA qui utilise la loi non linéarisée (figure 5.10). Sur cette figure, sont également donnés les résultats obtenus avec le modèle à 5 nœuds de INARD(1988).

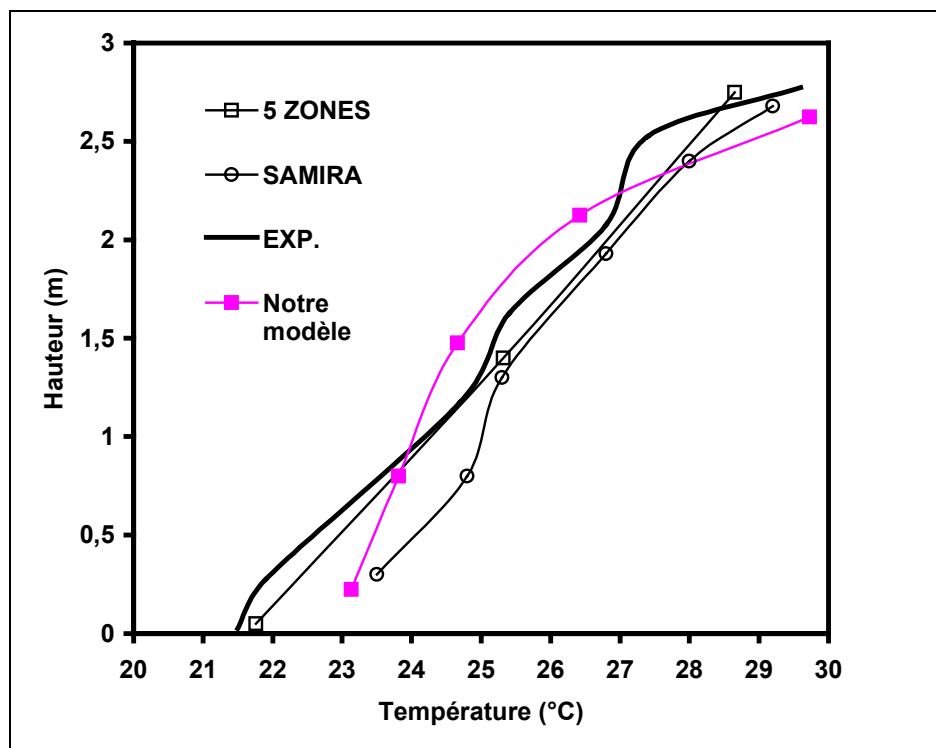


Figure 5.10 : Comparaisons avec les résultats donnés par le modèle SAMIRA et le modèle à 5 zones de INARD(1988).

La stratification obtenue avec SAMIRA et avec notre modèle reste dans le même intervalle autour des résultats expérimentaux (les écarts maximaux dans l'un et l'autre cas sont de l'ordre du degré). Ces écarts sont en fait assez faibles par rapport à l'intervalle de confiance des mesures expérimentales ($\pm 0,2^{\circ}\text{C}$).

Cependant, le profil vertical des températures n'a pas la même allure. Ceci est probablement dû à la linéarisation de la loi débit-pression car la mise en œuvre du modèle de panache (modèle proposé par INARD(1997)) est analogue dans l'un et l'autre des deux outils.

Cette étude atteste que les modèles zonaux permettent d'obtenir des résultats assez satisfaisants en terme de prédiction de la stratification thermique dans une pièce équipée d'un émetteur de chaleur. Il faut cependant rester prudent car la principale

difficulté ne réside pas dans la représentation du champ de température mais dans celle des écoulements. Nous allons voir ce qu'il en est dans les exemples suivants.

3. Plancher chauffant et plafond chauffant

3.1. Configurations étudiées

Pour évaluer le modèle de couche limite, nous utilisons les résultats expérimentaux obtenus dans la cellule EREDIS du CSTB (FRANCOIS et al.(1993)). Il s'agit d'une pièce carrée de côté 3,6m et de hauteur 2,5m. Les parois sont à température homogène, sauf celle contenant un vitrage, qui est divisée en trois parties, à trois températures différentes (figure 5.11). On dispose de résultats pour dix configurations : six avec plancher chauffant et quatre avec plafond chauffant. On a choisi d'exploiter une configuration de chaque type, celle pour laquelle l'écart entre la température de la paroi froide (vitrage) et de la paroi chaude (plancher ou plafond) est le plus important. Il s'agit, pour la configuration plancher chauffant du cas noté PLC-06-ss, et pour la configuration plafond chauffant de celui noté PLF-06-ss. Pour ces deux cas, il n'y a pas de renouvellement d'air. Les entrées du problème (températures de parois) sont données dans le tableau 5.3.

Nom de la simulation	Température de surface des parois (°C)							
	Plancher	Plafond	Nord	Sud	Est	Ouest		
						1	2	3
PLC-06-ss	24,9	20,3	19,8	19,7	20,0	16,9	5,8	16,7
PLF-06-ss	21,3	34,1	21,2	21,0	21,4	17,2	5,8	19,3

Tableau 5.3 : Entrées des configurations étudiées

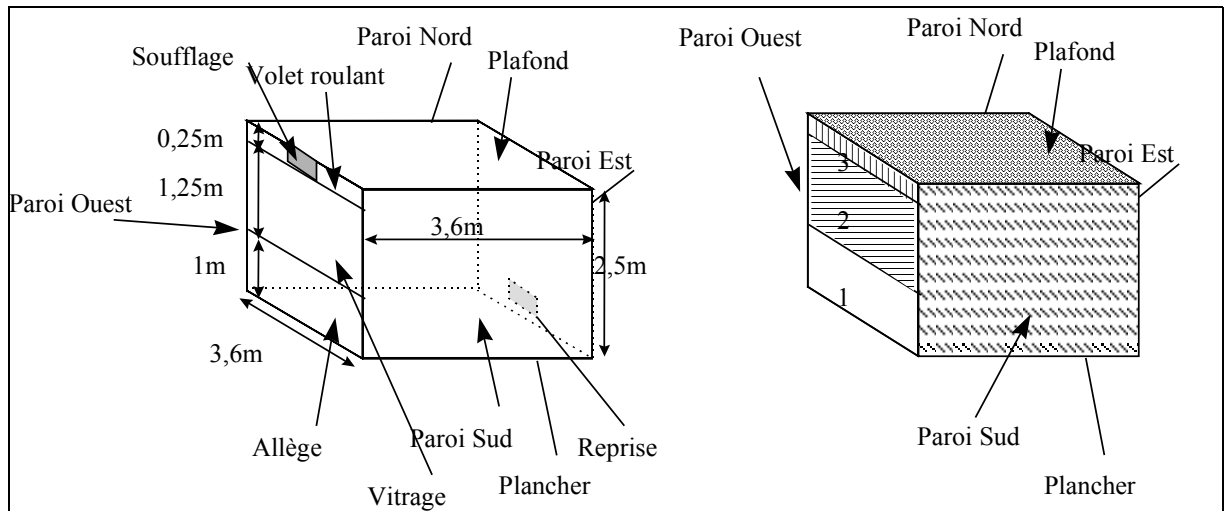


Figure 5.11 : Configuration étudiée pour l'évaluation du modèle de couche limite

3.2. Génération du modèle

3.2.1 Maillage de la pièce

Ici, nous avons partitionné la pièce en 45 sous-volumes dont les dimensions sont données dans la figure 5.12.

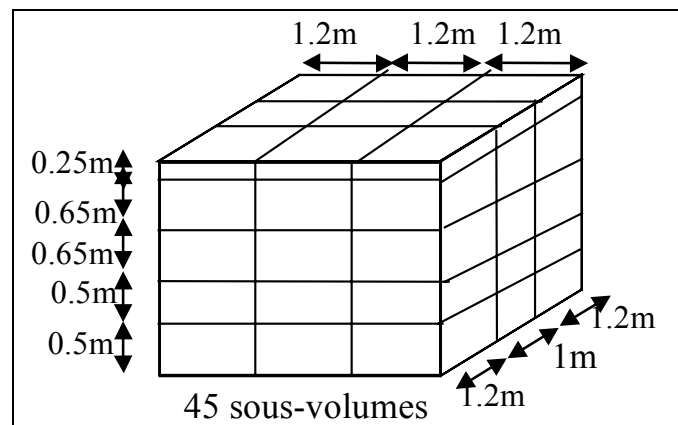


Figure 5.12 : Partitionnement de la cellule EREDIS

3.2.2 Modèles implémentés

Pour le cas du plancher chauffant, nous avons testé trois types de modélisation de la pièce. Dans le premier, on n'utilise que des cellules et interfaces courantes pour représenter le volume intérieur de la pièce. Dans le second, on utilise des cellules de couche limite pour toutes les cellules contiguës à la paroi contenant le vitrage (schéma

gauche de la figure 5.13), toutes les autres cellules étant des cellules courantes. Le troisième est obtenu à partir du second en remplaçant les cellules contiguës à la paroi opposée au vitrage par des cellules de couche limite (schéma droit de la figure 5.13). Le détail des macro-objets « cellule » et « interface » assemblés pour construire la simulation relative au cas où on ne modélise qu'une seule couche limite le long de la paroi Ouest est donné dans la figure 5.14.

Pour le plafond chauffant, nous n'avons retenu que la seconde modélisation.

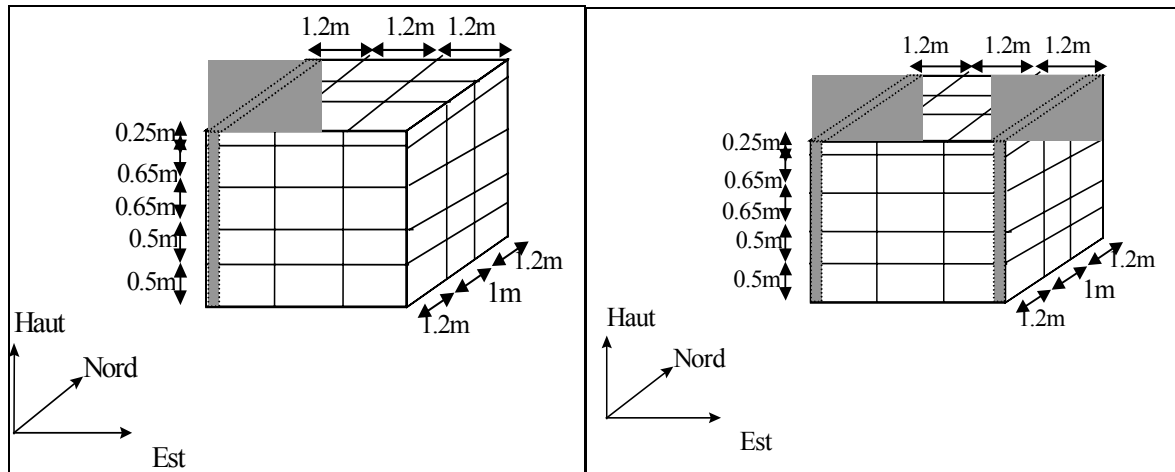


Figure 5.13 : Schématisation du second et du troisième type de modélisation. Les zones grisées représentent les sous-cellules de couche limite incluses dans les cellules contiguës aux parois.

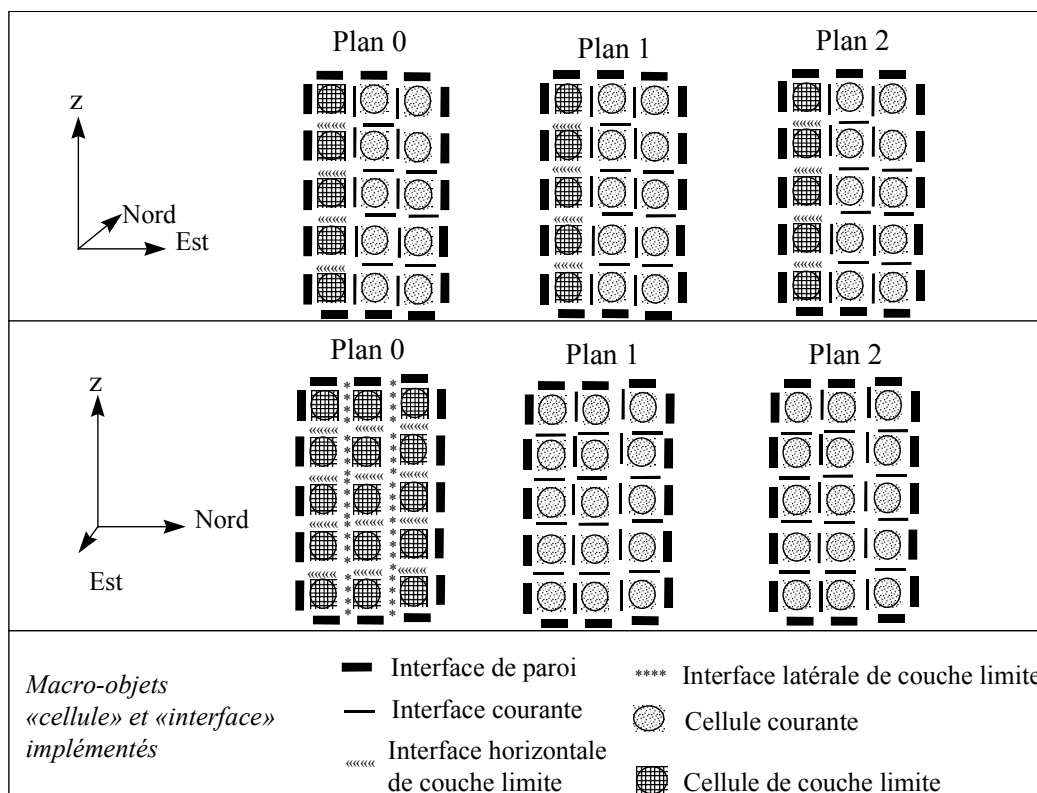


Figure 5.14 : Macro-objets « cellule » et « interface » assemblés pour construire la simulation relative au second type de modélisation (une couche limite).

3.3. Résultats obtenus pour la configuration « plancher chauffant »

Pour la configuration de plancher chauffant (notée PLC-06-ss, « 06 » pour l'approximation de la température du vitrage, égale à $5,8^{\circ}\text{C}$, et « ss » pour « sans soufflage »), nous avons testé les trois types de modélisation (zéro, une et deux couches limites). Comme pour le modèle de panache, dans la figure 5.15, nous avons tracé les variations de la température dans les cellules centrées sur l'axe médian de la pièce pour les trois types de modélisation. On a également tracé les variations des températures mesurées expérimentalement le long de l'axe.

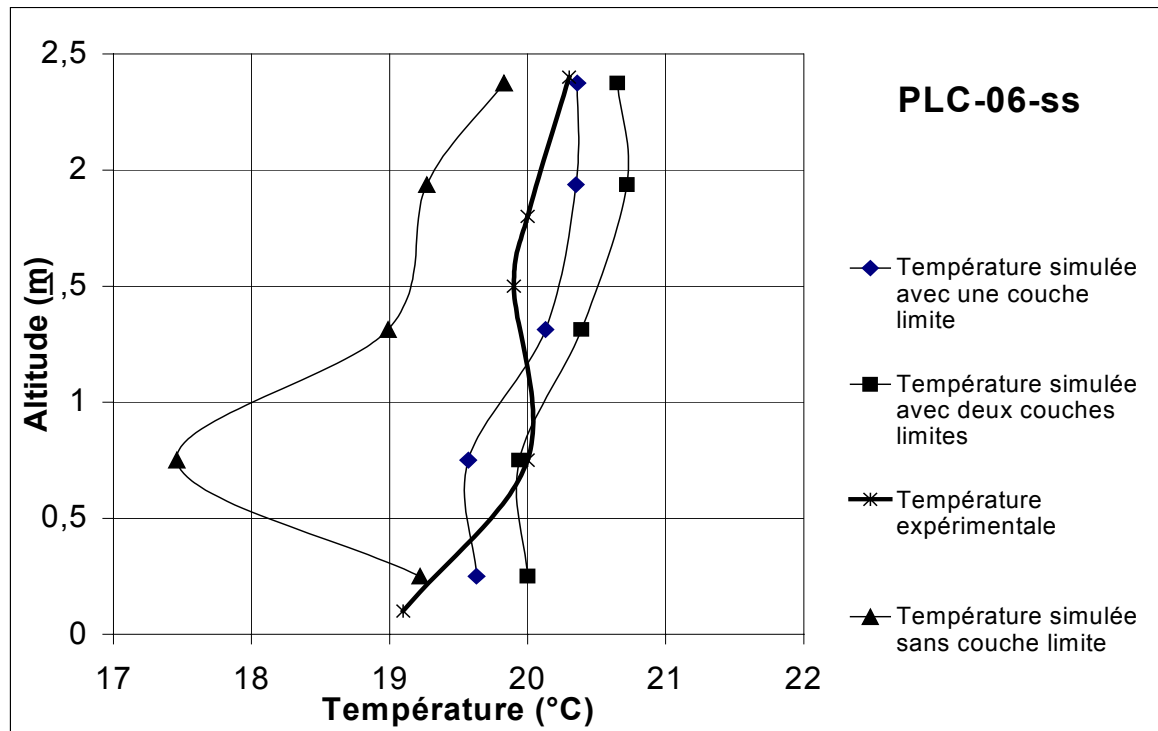


Figure 5.15 : Comparaison avec les résultats expérimentaux pour la configuration plancher chauffant.

Les résultats sont particulièrement clairs : si on n'utilise pas de modèle de couche limite, on obtient par endroit un écart voisin de trois degrés Celsius par rapport aux valeurs expérimentales. En effet, dans ce cas, l'écoulement dans la pièce est très faible. Les transferts de chaleur dans l'air se font essentiellement par diffusion.

Par contre, si on s'attache aux deux cas avec, soit une seule couche limite, soit deux couches limites, l'analyse est plus délicate. En effet, dans un premier temps, nous n'avions placé qu'une couche limite le long de la paroi contenant le vitrage froid et nous avons obtenu des résultats proches des résultats expérimentaux. En testant l'implémentation d'une seconde couche limite sur la paroi opposée, on s'aperçoit non seulement qu'on n'améliore pas les résultats, mais on a même tendance à s'écarter des valeurs expérimentales (ceux-ci restent cependant assez proches des valeurs expérimentales puisque l'écart ne dépasse pas le degré). Ceci pourrait s'expliquer par le fait que l'utilisation d'un modèle de couche limite le long de la paroi Est n'est pas justifiée. En effet, la valeur de la température de la paroi (20°C) est très proche de la température moyenne dans la pièce. De ce fait, cette couche limite est probablement peu active voire instable. L'utilisation du modèle de couche limite génère des écoulements là où il n'y en a peut-être pas. En effet, quand on compare l'allure de l'écoulement obtenue avec chacune des modélisations (figures 5.16 et 5.17), on constate que l'introduction d'une seconde couche limite (qui apparaît être également une couche limite froide) sur la paroi opposée au vitrage modifie fortement l'écoulement à proximité de cette paroi. Ceci explique probablement la différence entre les

températures obtenues au milieu de la pièce. Il faudrait bien entendu réaliser davantage de simulations et faire des comparaisons des écoulements avec des valeurs expérimentales pour donner une conclusion définitive. Il est également important de se donner des critères pour décider où employer des modèles de couche limite car leur utilisation augmente notablement les temps de calcul.

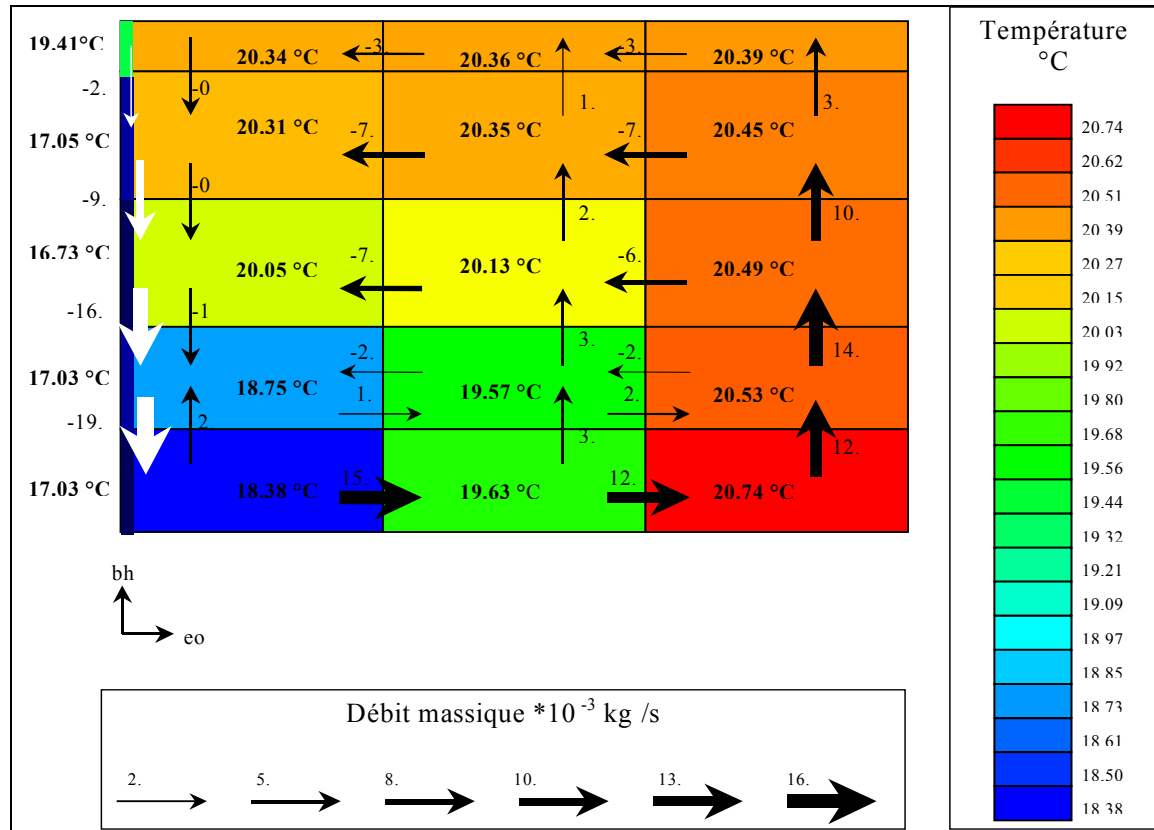


Figure 5.16 : Résultats des simulations pour la configuration plancher chauffant avec le second type de modélisation (une couche limite)

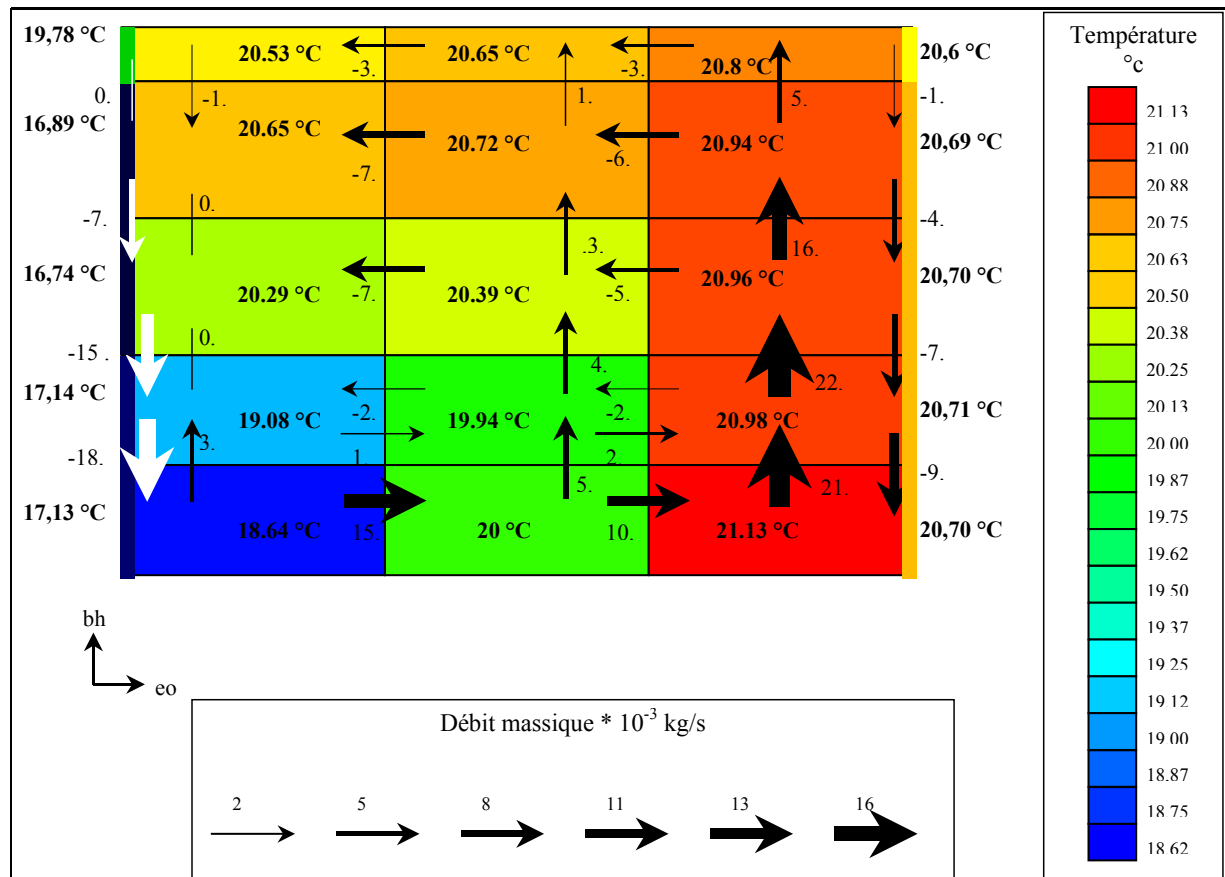


Figure 5.17 : Résultats des simulations pour la configuration plancher chauffant avec le troisième type de modélisation (deux couches limites)

3.4. Résultats obtenus pour la configuration « plafond chauffant »

Pour cette configuration, nous avons uniquement utilisé la modélisation avec une seule couche limite. Les températures dans les cellules centrées sur l'axe et les températures mesurées expérimentalement le long de l'axe sont reportées dans la figure 5.18.

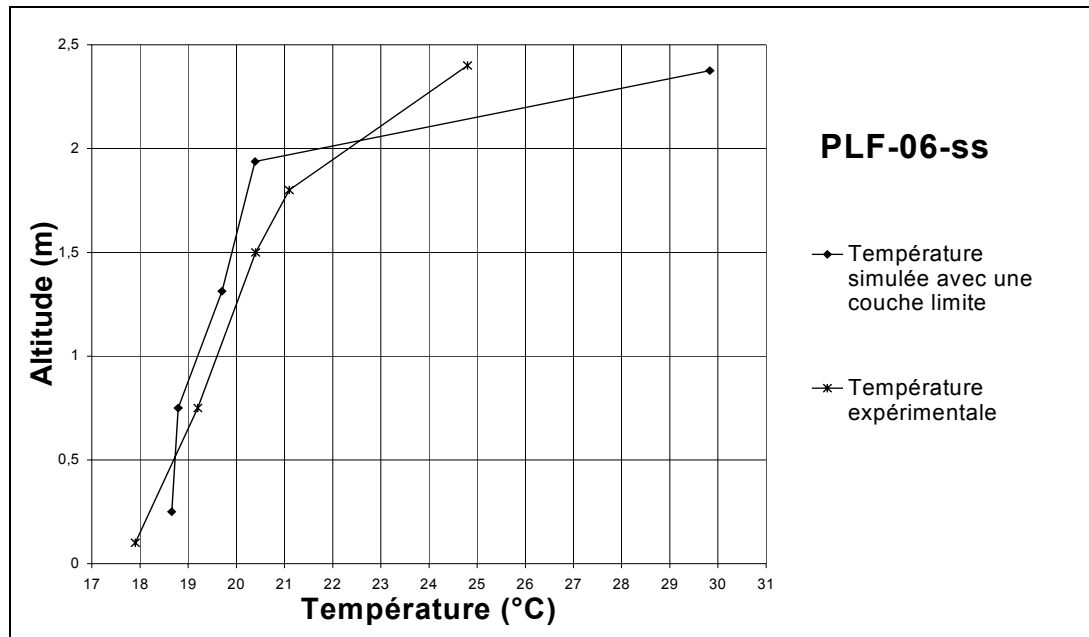


Figure 5.18 : Comparaison avec les résultats expérimentaux pour la configuration plafond chauffant

La différence entre les températures obtenues par simulation et les valeurs expérimentales est inférieure à 1°C dans la zone d'occupation de la pièce. Par contre, la température obtenue à proximité du plafond est supérieure de 5°C à la température expérimentale. Il faut cependant moduler cette constatation. En effet, il est difficile de comparer les valeurs obtenues dans cette zone car le gradient thermique y est très fort, son comportement étant proche d'une diffusion verticale de la chaleur dans l'air (ALLARD(1987)). De plus, le modèle zonal considère la moyenne de la température sur tout le volume de la zone, tandis qu'expérimentalement, on mesure la température en un point. Peut-être aussi, la loi utilisée pour le calcul du coefficient de convection au niveau du plafond, n'est-elle pas la plus appropriée. De même, l'écoulement dans cette zone n'est sans doute pas correctement représenté par la loi débit-pression utilisé. Malgré tout, l'écart de température tête-pieds prédit avec les résultats des simulations est conforme à celui mesuré expérimentalement.

Dans la figure 5.19, sont donnés le schéma d'écoulement et le champ de température dans le plan de symétrie de la pièce pour cette configuration. On peut y lire les valeurs des débits massiques et la valeur moyenne de la température calculés dans la couche limite. On constate que le débit dans la couche limite augmente tout au long de la paroi. Par contre, au contact de l'allège, dont la température de surface est très légèrement inférieure à la température d'ambiance, l'air de la couche limite ne se refroidit plus.

L'écoulement se situe essentiellement au sein de la couche limite, et ce d'autant plus que l'on y considère des débits massiques relatifs à une très petite surface, l'épaisseur de la couche limite étant fixée à quarante millimètres. On a donc, à proximité de la paroi froide, des vitesses très importantes. On constate une nouvelle fois

combien la représentation des écoulements moteurs permet de clarifier le comportement aéraulique de l'ambiance.

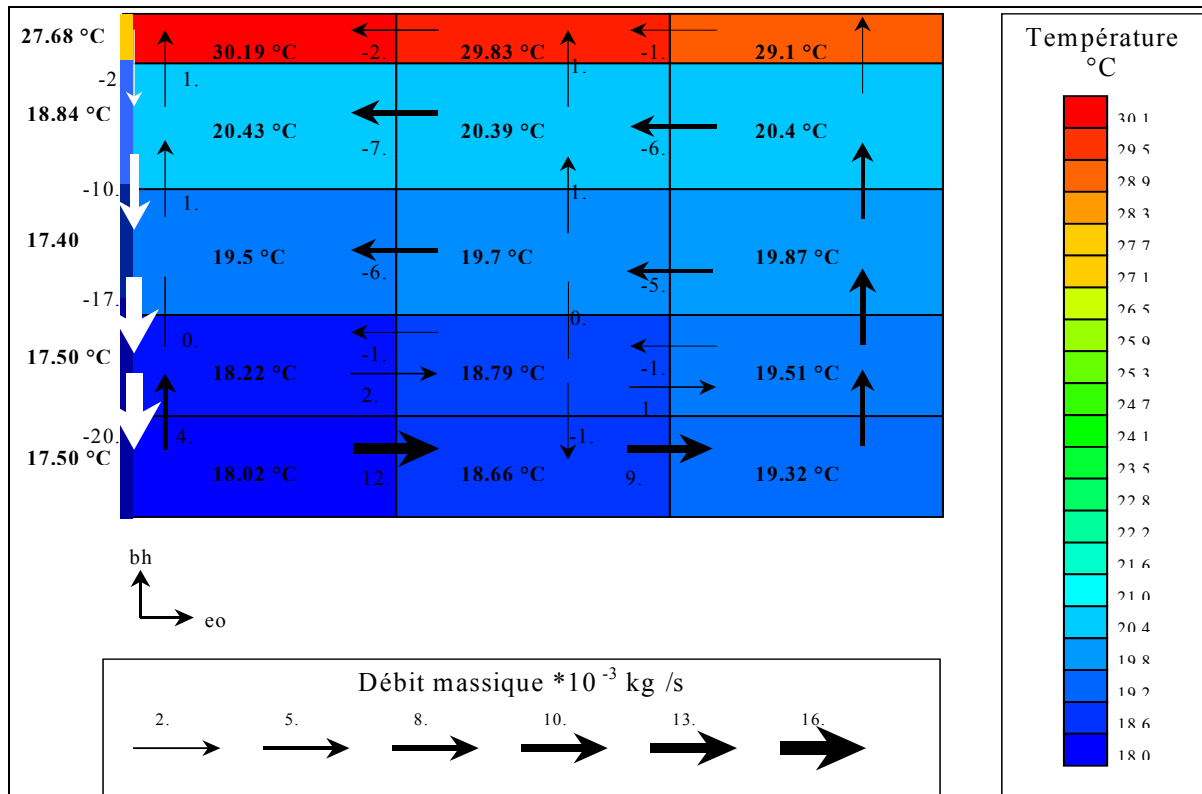


Figure 5.19 : Résultats des simulations pour la configuration PLF-06-ss avec le second type de modélisation

3.5. Gestion des conflits de couches limites

Nous avons traité une configuration supplémentaire de plancher chauffant. Celle-ci a été choisie parce qu'elle nous confronte à la présence d'un conflit de couches limites. Il s'agit du cas noté PLC-09-04 (FRANCOIS et al.(1993)). Dans cette configuration, la température de vitrage est proche de 9°C. De l'air à une température de 4,4°C est introduit au-dessus du vitrage. Cette introduction d'air froid dans la pièce a pour conséquence de refroidir l'air ambiant de la pièce. Ainsi, la température de surface de l'allège est supérieure à celle de l'air ambiant tandis que la température de surface du vitrage lui est inférieure. On se trouve donc bien dans le cas que l'on avait nommé cas de conflit lors de la conception du modèle de couche limite. Nous avons donc pu vérifier que la gestion de ce genre de situation ne pose pas de problème de simulation. Dans la figure 5.20, on vérifie que la couche limite descendant le long du vitrage l'emporte sur la couche limite montante qui se forme le long de l'allège. Conformément à l'application des critères du modèle de couche limite implémenté, le débit massique dans la couche limite diminue en valeur absolue mais reste négatif.

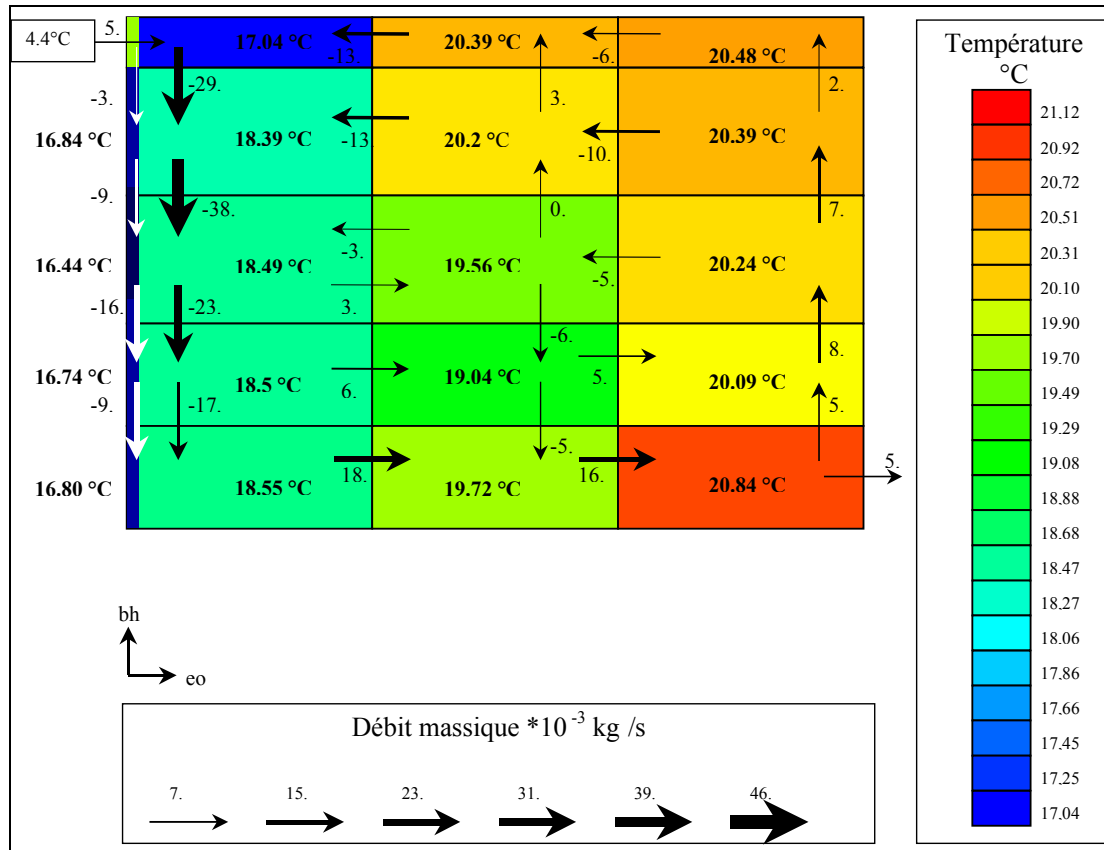


Figure 5.20 : Résultats des simulations pour la configuration PLC-09-04 (plancher chauffant avec ventilation) avec le second type de modélisation

Cependant, quand on compare les températures ainsi obtenues et celles relevées expérimentalement (figure 5.21), on constate qu'au niveau du centre de la pièce, l'écart entre ces températures est presque égal à un degré Celsius. L'arbitrage réalisé pour gérer les conflits de couches limites dans le modèle n'est peut-être pas correct. Au lieu de diminuer, le débit dans la couche limite devrait peut-être continuer à augmenter. Pour le vérifier, dans les interfaces de couches limites, en cas de situation de conflit, il faudrait imposer comme débit, celui issu de la couche limite la plus « forte » plutôt que d'ajouter les débits montant et descendant. Notons que ce type de situation est très difficile à appréhender. Il se produit probablement un phénomène de cisaillement entre les deux couches limites, qui pour pouvoir être intégré dans un modèle, nécessiterait davantage d'études expérimentales.

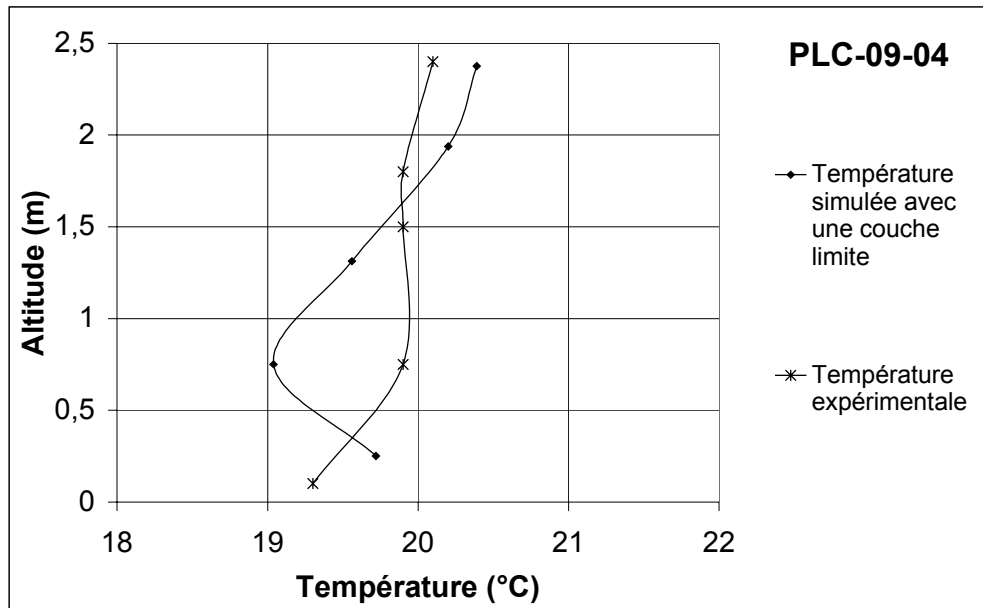


Figure 5.21 : Comparaison avec les résultats expérimentaux pour la configuration PLF-09-04 (plancher chauffant avec ventilation)

4. Etude l'un local ventilé, en présence d'un polluant

4.1. Configuration étudiée

Les données expérimentales utilisées pour tester les modèles de jet et le modèle de transport et diffusion de polluants sont celles fournies par CASTANET(1998) et utilisées dans le cadre du programme ARC CNRS/Ecodev intitulé « Ventilation et qualité de l'air dans les locaux ». La cellule étudiée (figure 5.22) est une pièce carrée de côté 3,1 mètres et de hauteur 2,5 mètres. Elle est équipée d'un système de ventilation.

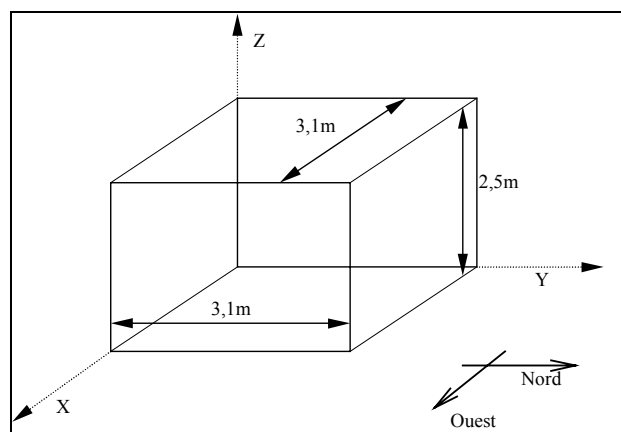


Figure 5.22 : Cellule étudiée

Nous avons étudié 2 configurations de ventilation :

- La configuration A pour laquelle l'air est soufflé en haut de la paroi Sud, la reprise se trouvant en haut de la paroi Nord (figure 5.23).
- La configuration B pour laquelle l'air est soufflé en haut de la paroi Sud et la reprise se trouve en bas de la paroi Nord (figure 5.23).

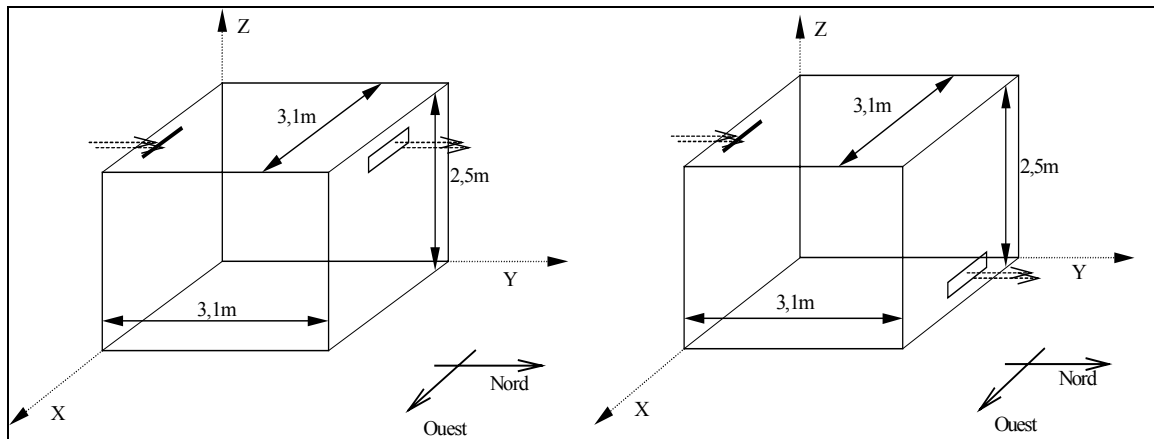


Figure 5.23 : Configurations A (à gauche) et B (à droite).

Une source de polluant (SF_6) est placée au centre de la pièce. Les données du problème sont les températures des surfaces intérieures des parois, le débit et la température de soufflage ainsi que le débit massique de polluant émis par la source. Elles sont reportées dans le tableau 5.4.

	Soufflage		Température des parois ($^{\circ}\text{C}$)						SF6
	T_s ($^{\circ}\text{C}$)	Q_{m_s} (kg/s)	Sud	Nord	Est	Ouest	Plafond	Plancher	$Q_{m\text{SF}_6}$ (g/s)
A1	33,5	$8 \cdot 10^{-3}$	18,9	20	20	19,9	21	19,4	$2,93 \cdot 10^{-3}$
A3	11,1	$8 \cdot 10^{-3}$	24,5	21,8	21,6	21,9	22,1	21,8	$2,93 \cdot 10^{-3}$
B1	34	$8 \cdot 10^{-3}$	19,6	21,6	21,7	21,5	22,5	21,2	$2,93 \cdot 10^{-3}$
B3	11,2	$8 \cdot 10^{-3}$	24,8	22	22	22	22,2	22,1	$2,93 \cdot 10^{-3}$
B5	22,3	$8 \cdot 10^{-3}$	22,3	21,7	21,5	21,7	21,8	21,5	$2,93 \cdot 10^{-3}$

Tableau 5.4 : Données du problème.

4.2. Génération du modèle

Pour ces configurations également, les simulations sont générées à l'aide de GENSPARK.

4.2.1 Maillage de la pièce

Pour les deux configurations, on adopte le même découpage de la pièce, à savoir un découpage en 48 zones dont les dimensions (en mètres) sont données dans la figure 5.24.

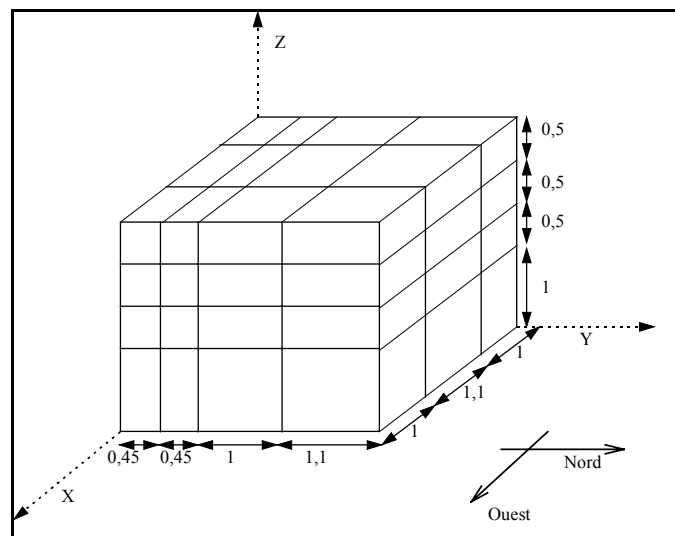


Figure 5.24 : Maillage de la pièce.

4.2.2 Modèles implémentés

On utilise 3 cellules et trois interfaces de jet plan placées comme indiqué dans la figure 5.25 qui représente une coupe de la pièce en son plan de symétrie. Le choix de ces cellules et interfaces dépend de la nature du jet : ce sont des cellules et interfaces de jet plan pariétal à forces de poussée favorables ou défavorables selon le cas étudié (jet froid ou chaud).

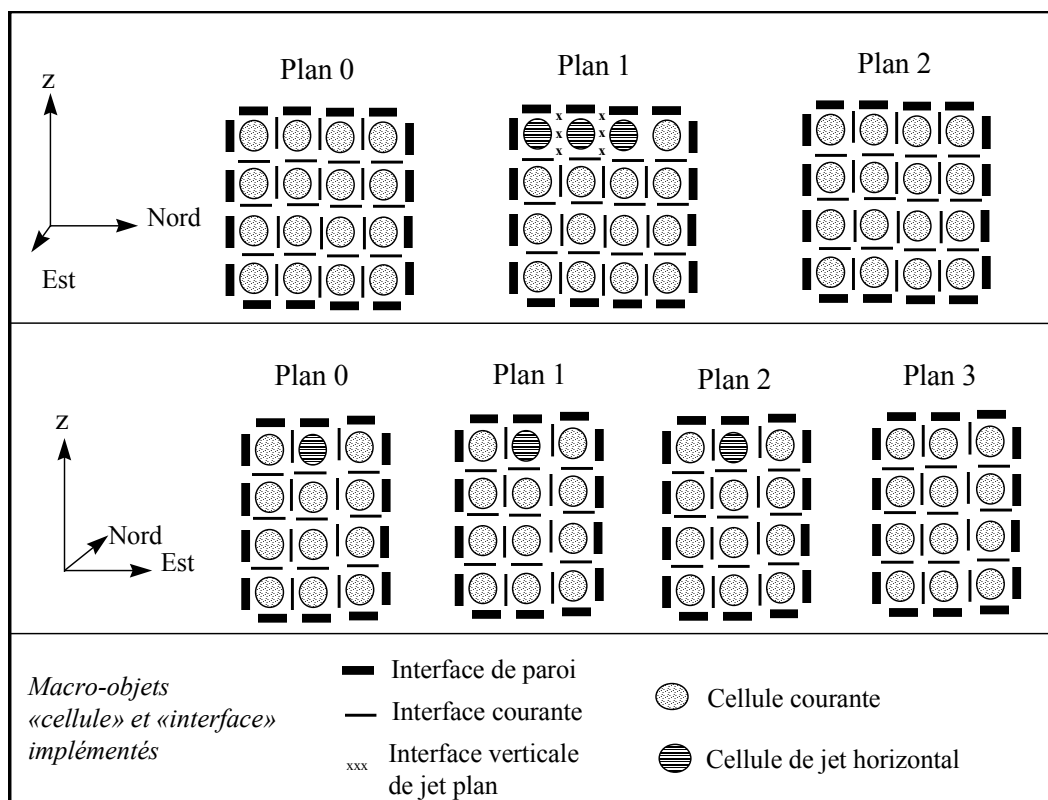


Figure 5.25 : Macro-objets « cellule » et « interface » assemblés pour créer la simulation.

4.3. Résultats

Nous avons un grand nombre de résultats qui présentent d'une part les champs de température et les écoulements dans la pièce, d'autre part les concentrations en SF6. Les comparaisons avec les données expérimentales concernent le champ de température. Nous comparerons également l'allure de l'écoulement donnée par nos simulations avec les champs de vitesse mesurés par CASTANET(1998).

Les figures 5.26 et 5.27 présentent les résultats obtenus lors de la simulation d'un jet chaud injecté à proximité du plafond, la reprise se trouvant au même niveau sur la paroi opposée au soufflage. On constate qu'il y a une re-circulation importante dans la partie supérieure de la pièce : une grande part du débit sortant du jet sert à alimenter l'entraînement du jet tandis qu'une part beaucoup plus faible descend le long de la paroi. Ainsi, l'écoulement concerne essentiellement la moitié supérieure de la pièce, la partie inférieure pouvant être considérée comme une zone morte. C'est en effet ce que CASTANET(1998) a constaté expérimentalement.

La concentration en polluant est bien entendu maximale dans la cellule d'émission et décroît progressivement vers la bouche de reprise d'air. La concentration la plus faible se trouve dans la cellule attenante à la bouche de soufflage. En multipliant la concentration dans la cellule contiguë à la bouche de reprise par le débit de ventilation, on retrouve bien la valeur du débit source.

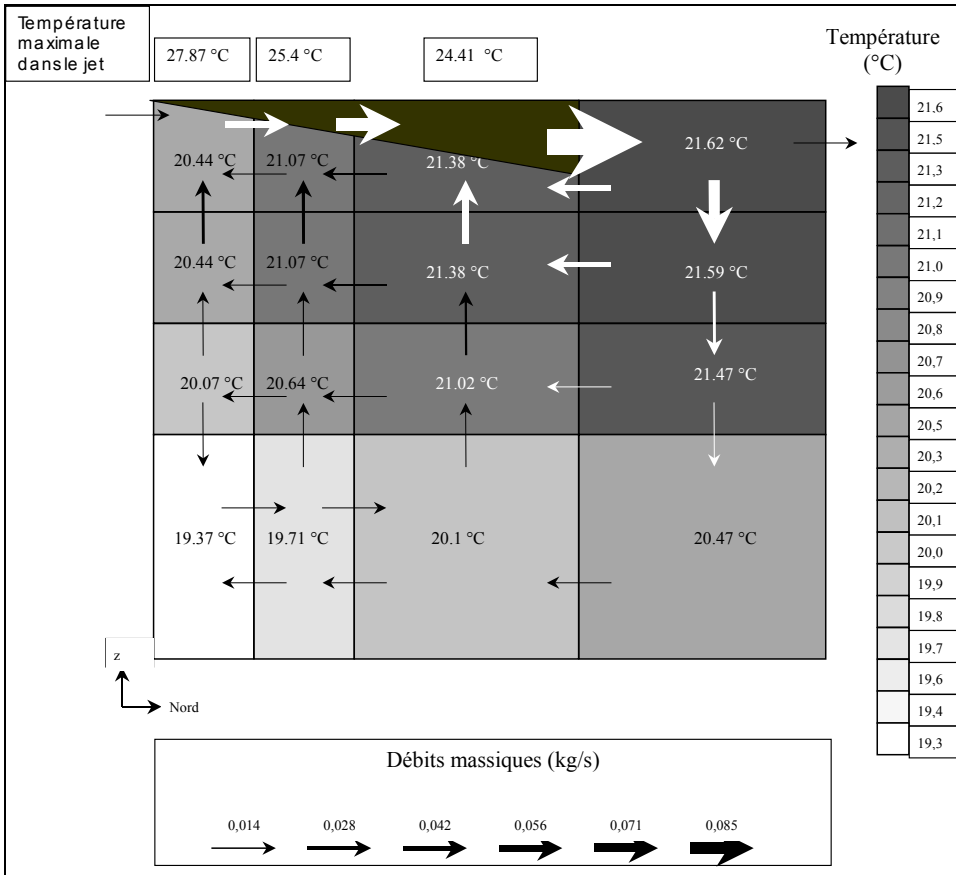


Figure 5.26 : Configuration A1 – Champ de température et débits massiques.

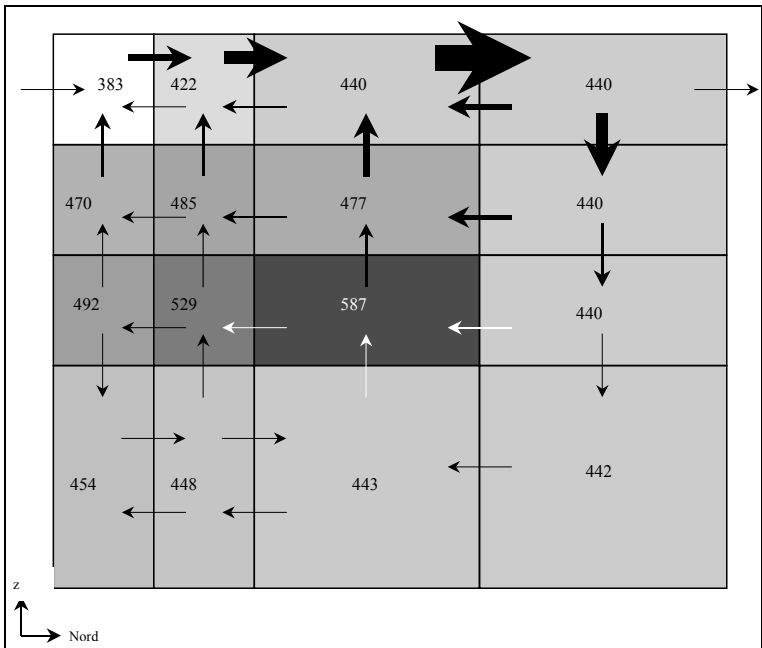


Figure 5.27 : Configuration A1 – Champ de concentration du polluant. Les concentrations sont données en mg/m³

L'étude comparative (figure 5.28) montre que l'écart entre les valeurs calculées et les valeurs expérimentales ne dépasse pas le degré. La température maximale calculée dans le jet est conforme à celle mesurée expérimentalement. En ce qui concerne les écarts de température dans la partie centrale, le jet semblant être bien représenté, tant par rapport à la température maximale que du point de vue de l'écoulement, c'est sans doute la modélisation de la zone courante qui doit être mise en cause.

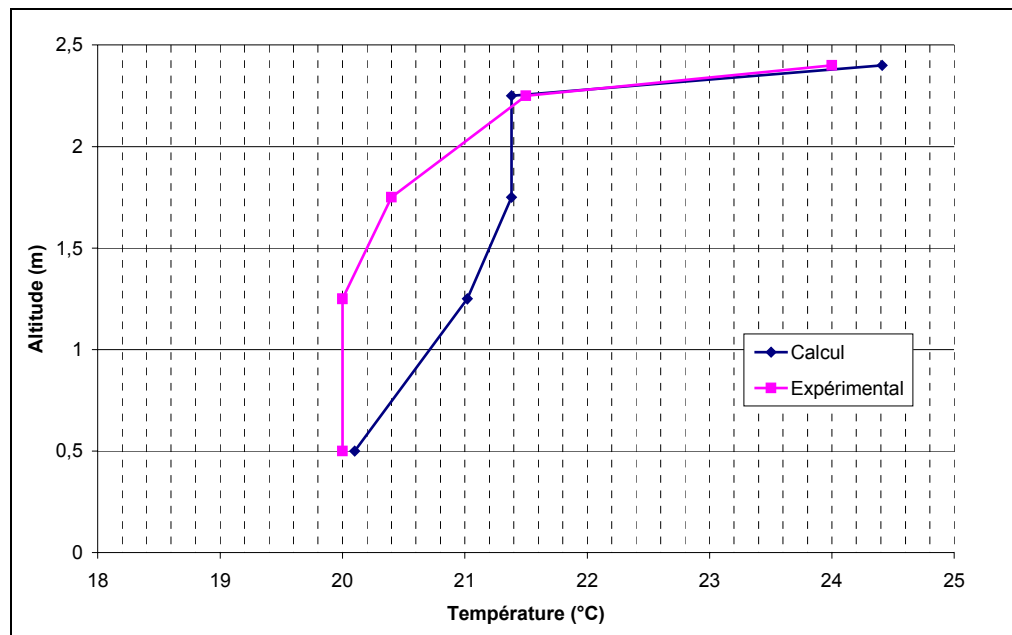


Figure 5.28 : Configuration A1 : Comparaison des températures calculées et expérimentales sur la verticale centrale de la pièce

Les figures 5.29 et 5.30 présentent les résultats dans le cas d'un jet froid pour la même géométrie que dans le cas précédent. Le champ de concentration en polluant et l'écoulement sont peu différents de ceux obtenus avec un jet chaud. En effet, pour le calcul des débits dans le jet, les modèles de jet froid et de jet chaud horizontaux sont identiques. On ne met pas en évidence le phénomène de déflexion du jet froid. Ceci est lié au fait que nous n'avions, au moment des simulations qu'un critère d'extinction du jet basé sur la vitesse maximale dans le jet et pas de calcul de la distance de détachement. Le jet froid se comporte de la même manière qu'un jet chaud. Dans cette configuration, la température de surface de la paroi Sud est plus élevée que la température d'ambiance, ce qui nous amène à penser que l'utilisation d'une couche limite à cet endroit serait peut-être opportune.

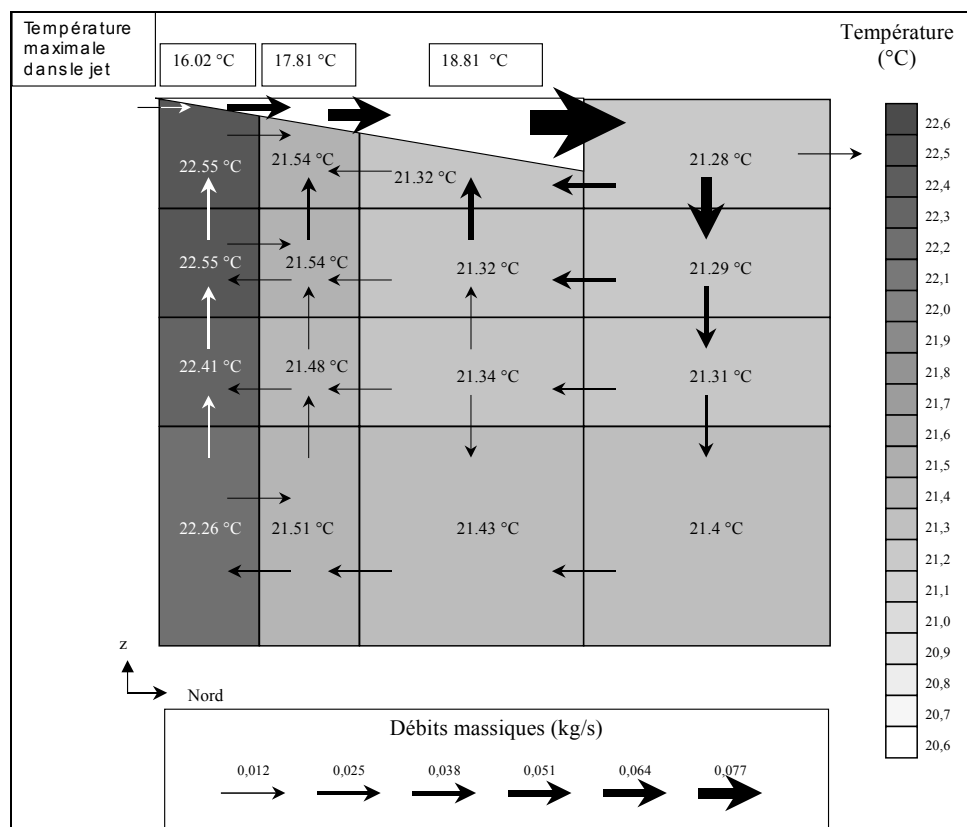


Figure 5.29 : Configuration A3 – Champ de température et débits massiques.

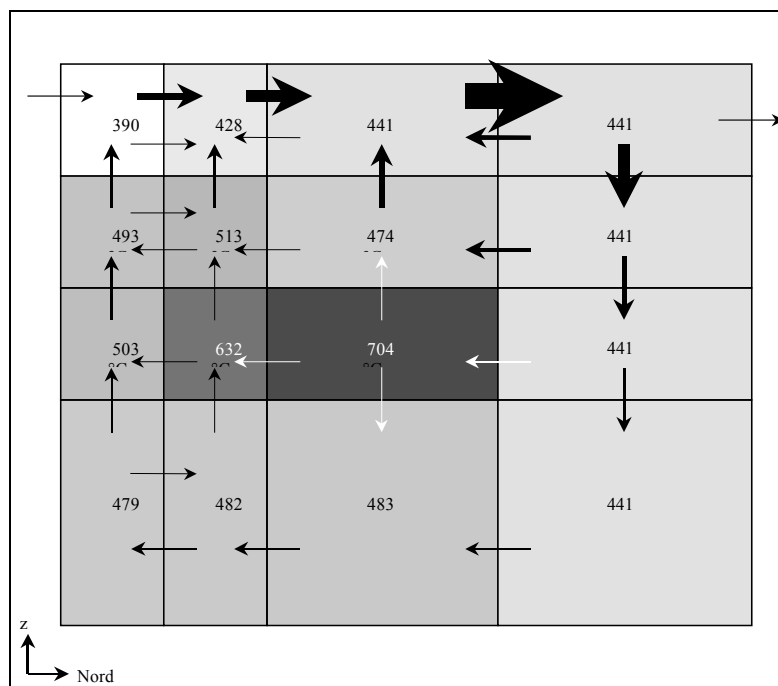


Figure 5.30 : Configuration A3 – Champ de concentration du polluant. Les concentrations sont données en mg/m^3

Dans la figure 5.31, on note que, dans la zone d'occupation, les écarts entre valeurs issues de la simulation et valeurs expérimentales restent inférieurs au degré et que le modèle permet de calculer un écart de température tête-pieds correct. Par contre, la température minimale calculée dans le jet, au milieu de la pièce est beaucoup trop faible. En fait, en observant les isothermes et iso-vitesses données par CASTANET(1998), on constate qu'à ce niveau de la pièce, le jet n'attache plus au plafond, ce qui n'est pas le cas dans nos simulations, compte tenu du modèle de jet retenu.

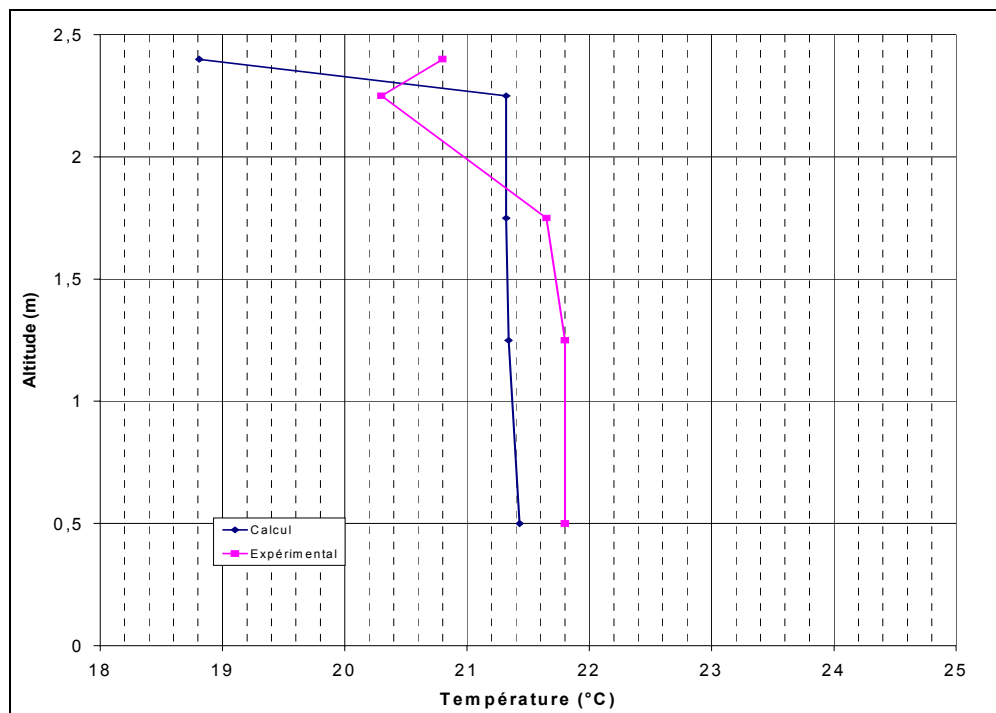


Figure 5.31 : Configuration A3 : Comparaison des températures calculées et expérimentales sur la verticale centrale de la pièce

Les figures 5.32 et 5.33 donnent les résultats à nouveau pour un jet chaud, mais dans le cas d'une reprise au niveau du sol. Le comportement est globalement identique à celui obtenu dans le cas où la reprise a lieu à proximité du plafond. En effet, dans ce cas également, les mesures expérimentales donnent un écoulement localisé dans la partie supérieure de la pièce.

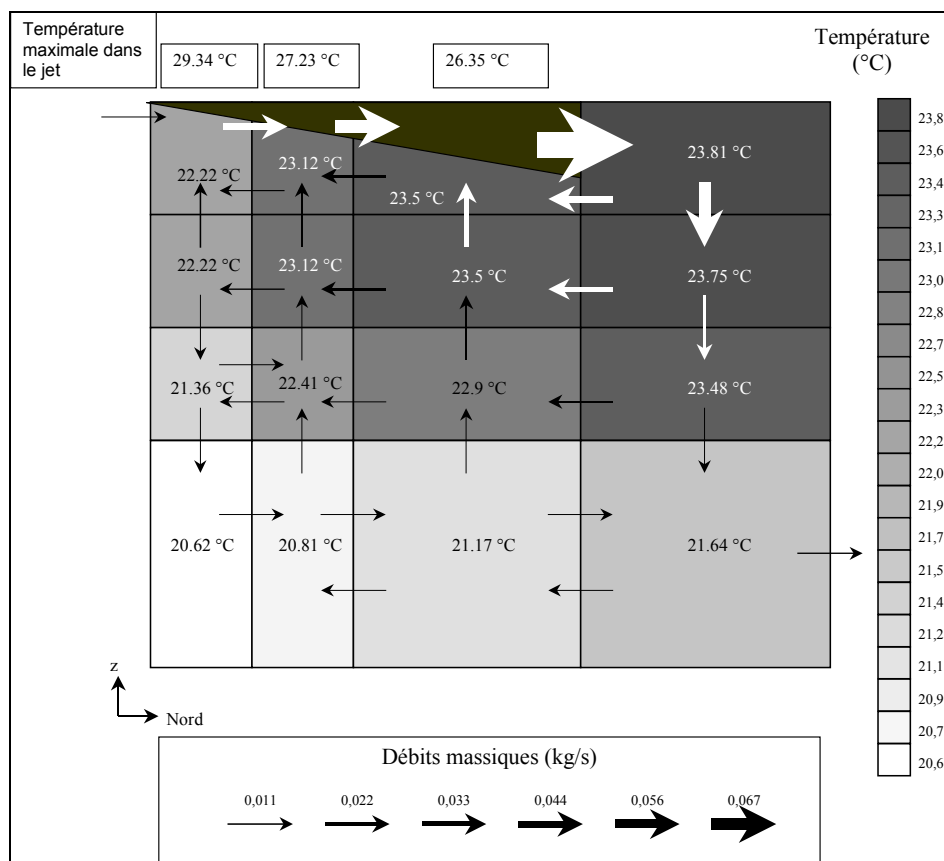


Figure 5.32 : Configuration B1 – Champ de température et débits massiques.

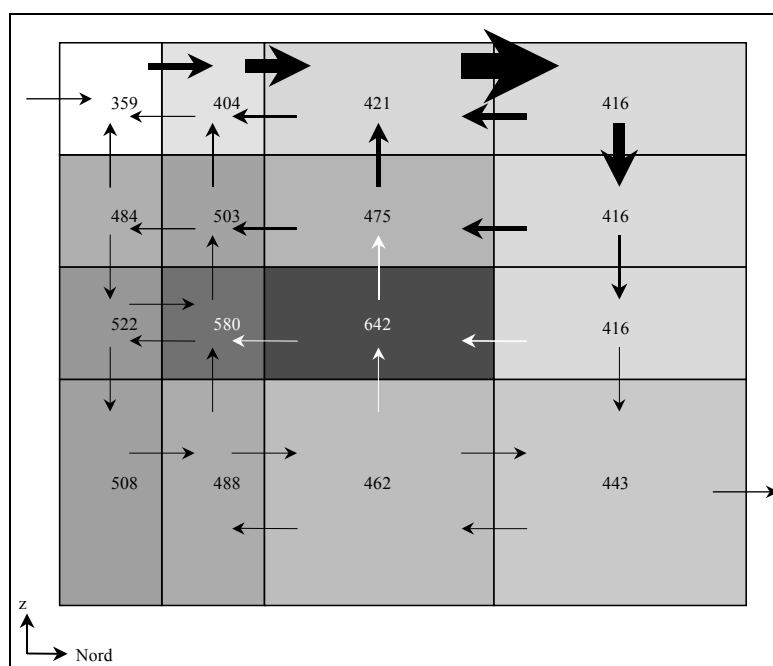


Figure 5.33 : Configuration B1 – Champ de concentration du polluant. Les concentrations sont données en mg/m^3

La comparaison avec les résultats expérimentaux (figure 5.34), permettent d'aboutir aux mêmes conclusions que dans le cas de la configuration A1 : la valeur calculée pour la température maximale dans le jet est très proche de celle obtenue expérimentalement. Au centre de la pièce, les écarts sont également de l'ordre du degré, avec les mêmes tendances que dans la configuration de jet chaud précédente. De cette comparaison, on peut à nouveau conclure que si le jet chaud semble bien être représenté, la zone inférieure de la pièce est moins bien représentée. La loi de calcul des débits entre les zones courantes est sans doute en cause.

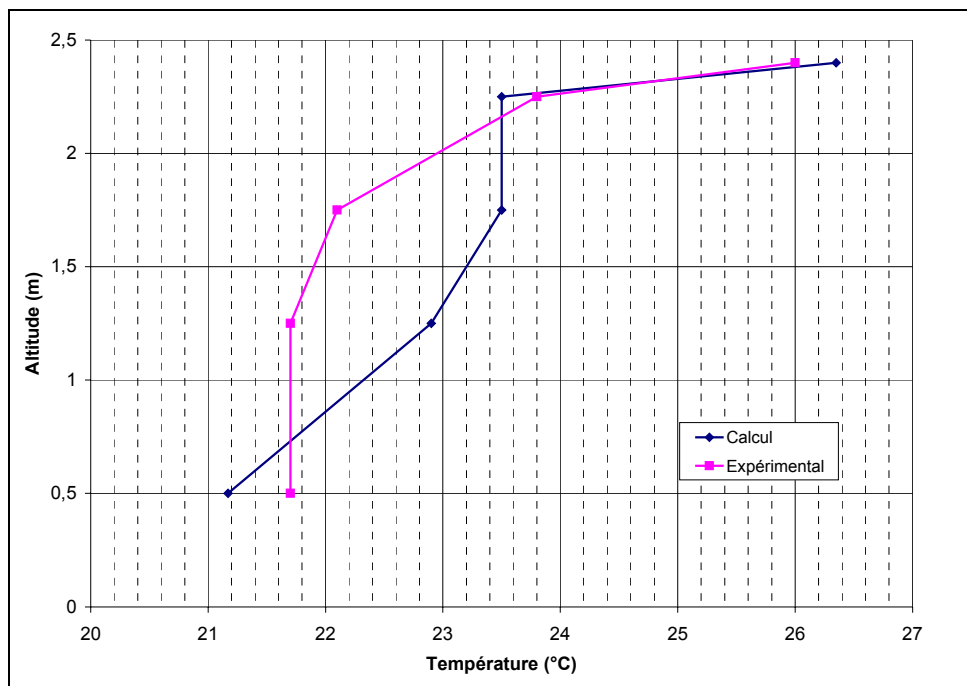


Figure 5.34 : Configuration B1 : Comparaison des températures calculées et expérimentales sur la verticale centrale de la pièce

Avec la configuration B3 (figures 5.35 et 5.36), on est à nouveau en présence d'un jet froid. Les remarques que l'on peut faire sur la nature de l'écoulement sont analogues à celles déjà faites dans la configuration B3. On constate encore une fois que la portée du jet est trop importante et qu'il est indispensable de revoir le critère d'extinction du jet en prenant prioritairement en compte sa déflexion, fonction du nombre d'Archimède initial du jet. Ceci explique la grande différence de température entre valeurs expérimentales et valeurs calculées au niveau du plafond (figure 5.37) et le fait que la température calculée au milieu de la pièce est trop importante. Si l'on compare cette simulation à celle faite pour le jet froid, pour un écart de soufflage de plus de 20°C, on obtient des températures d'air dans la zone d'occupation très proches. Ceci est bien sûr dû à l'influence des parois. Comme cette tendance est vérifiée expérimentalement, on peut conclure positivement sur la capacité de nos modèles à représenter les bonnes tendances même si on reste encore beaucoup trop loin de la réalité dans certains cas. De la même manière que dans le cas du jet froid précédent, la

température de la paroi Sud étant plus élevée que la température d'ambiance, il aurait peut être été opportun d'utiliser le long de cette paroi un modèle de couche limite.

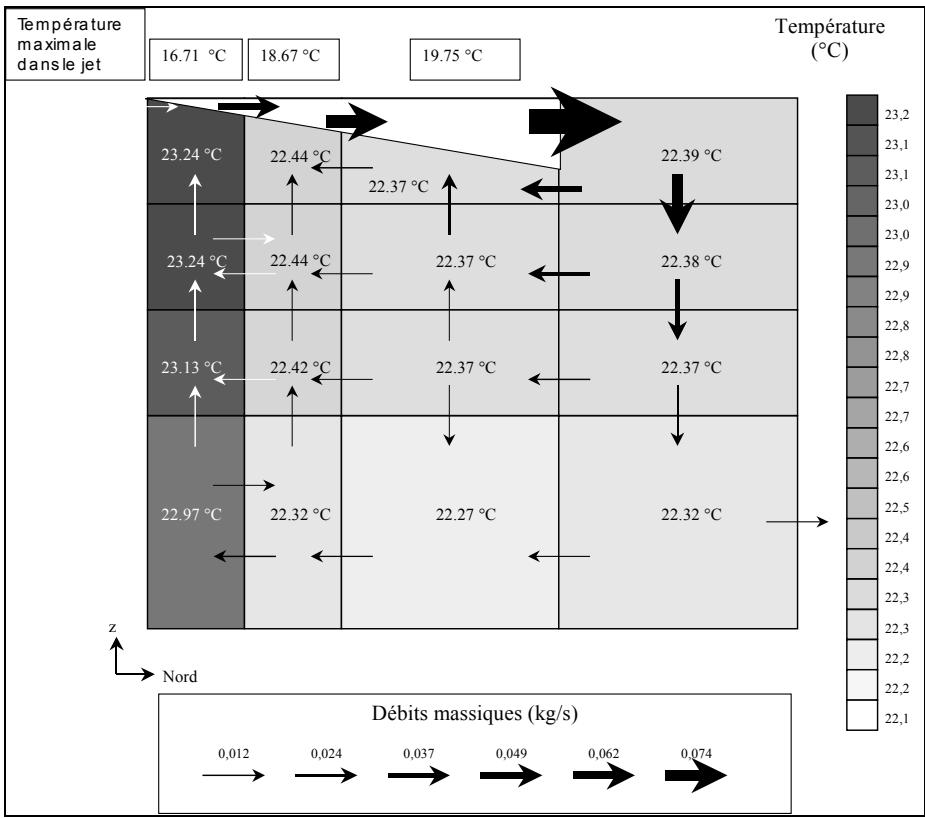


Figure 5.35 : Configuration B3 – Champ de température et débits massiques.

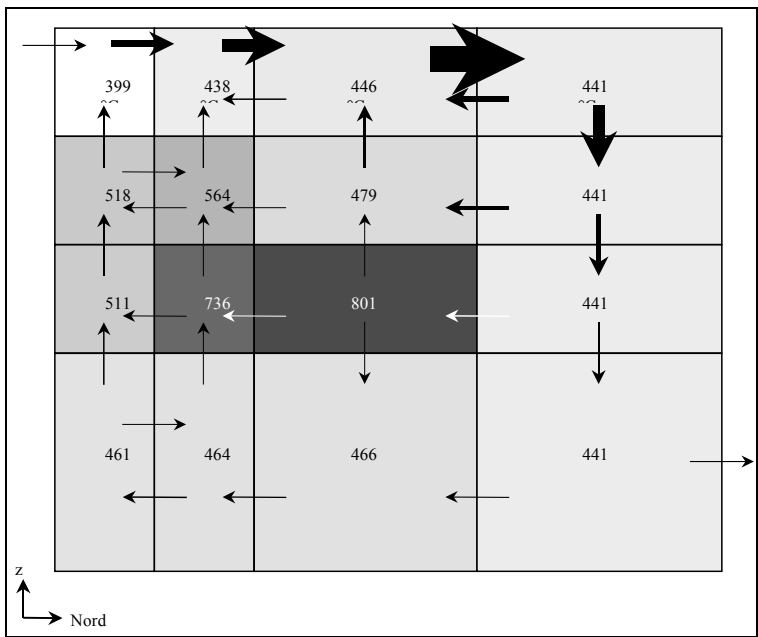


Figure 5.36 : Configuration B3 – Champ de concentration du polluant. Les concentrations sont données en mg/m^3

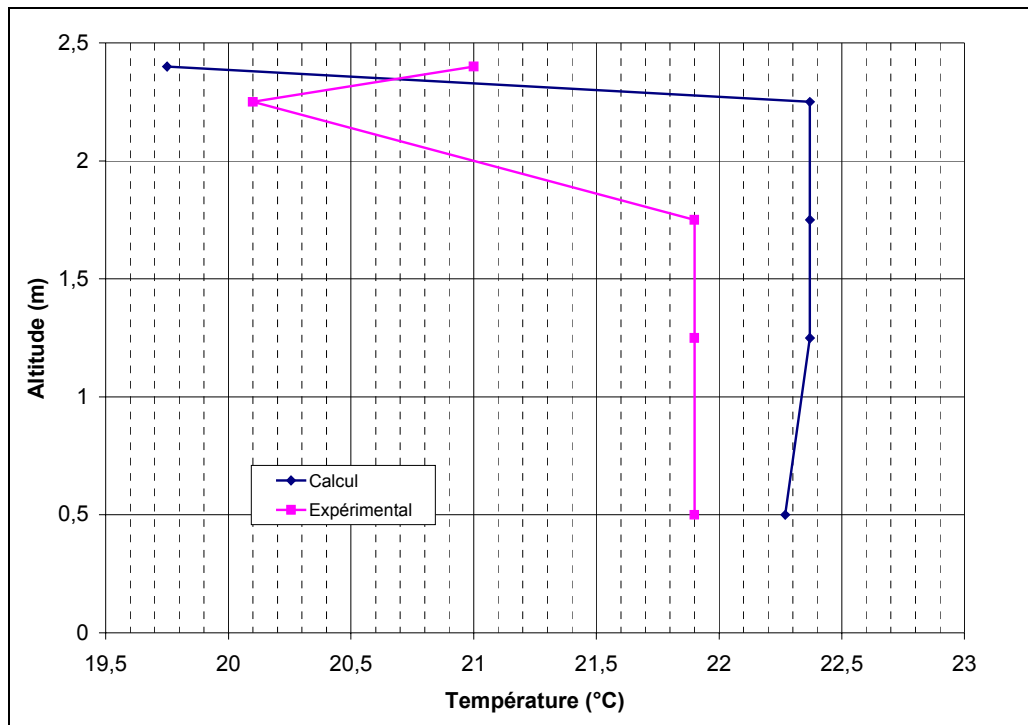


Figure 5.37 : Configuration B3 : Comparaison des températures calculées et expérimentales sur la verticale centrale de la pièce

La configuration B5 correspond à un jet isotherme. Dans ce cas, la représentation du jet ne pose plus aucune difficulté et l'écoulement représenté dans la figure 5.38 est sans doute celui qui correspond le mieux aux résultats expérimentaux. Comme pour les configurations de jets froids et de jets chauds, on constate que seule la partie supérieure de la pièce est perturbée par l'écoulement. Dans la partie inférieure, les débits massiques calculés sont très faibles et correspondent bien à des vitesses moyennes de l'ordre de quelques centimètres par seconde, ce qui est conforme aux résultats expérimentaux donnés par CASTANET(1998).

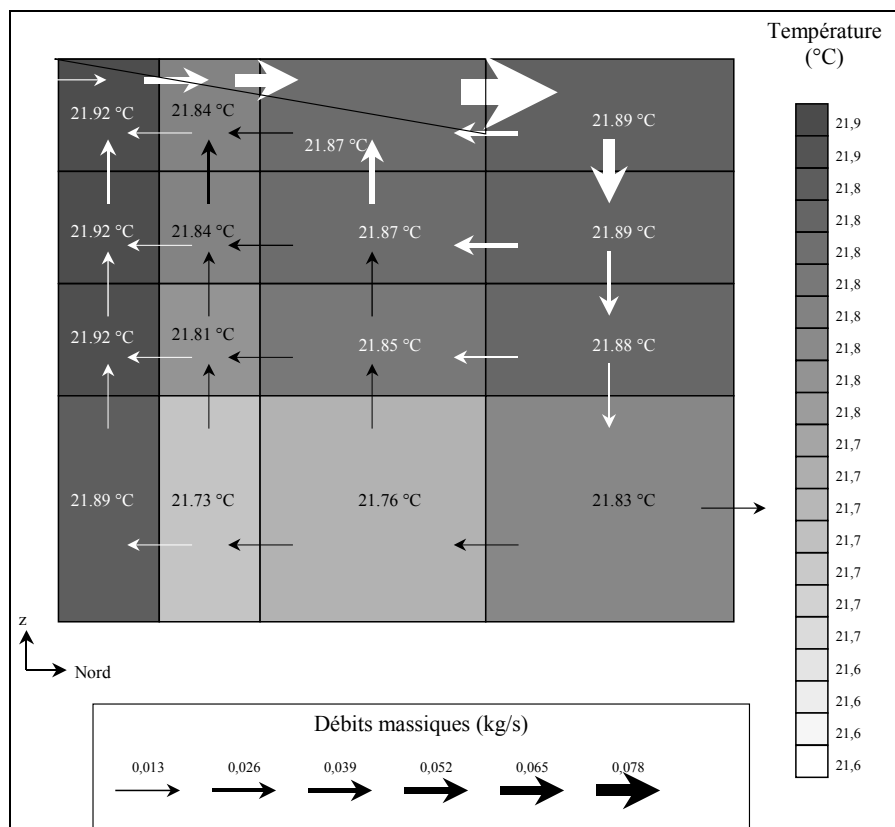


Figure 5.38 : Configuration B5 – Champ de température et débits massiques.

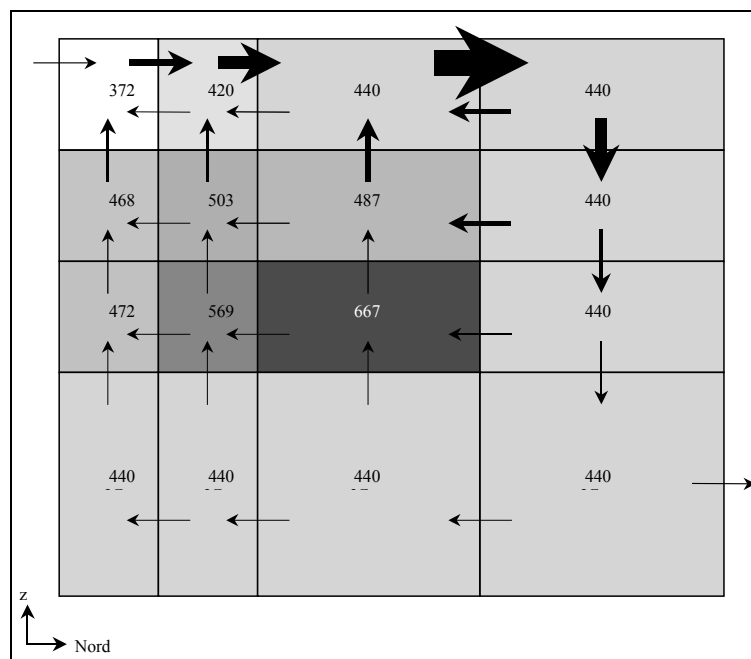


Figure 5.39 : Configuration B5 – Champ de concentration du polluant. Les concentrations sont données en mg/m^3

Pour cette configuration, la température dans la pièce prédite par notre modèle, l'écart entre températures calculées et valeurs expérimentales le long de la verticale de la pièce ne dépasse pas 1,5 dixième de degré.

Pour chacune de ces configurations, les simulations nous ont permis d'évaluer l'efficacité de la ventilation. Celle-ci peut s'exprimer vis-à-vis de la température dans la pièce, nous la noterons alors ε_T , ou vis-à-vis de la concentration en polluant (SANDBERG et SJÖBERG(1983)), notée ε_ρ . On obtient ces efficacités en utilisant respectivement l'une et l'autre des deux relations suivantes :

$$\varepsilon_T = \left| \frac{T_e - T_s}{T_{zo} - T_s} \right| \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_\rho = \frac{\rho_e}{\rho_{zo}} \quad (5.2)$$

Dans ces relations, T_e et ρ_e sont la température de l'air et la masse volumique du polluant au niveau de l'extraction. T_{zo} et ρ_{zo} sont la température de l'air et la masse volumique du polluant moyennées sur la zone d'occupation. T_s est la température de soufflage du jet.

Pour le calcul des efficacités, la zone d'occupation considérée est composée des trois rangées inférieures de cellules. Les résultats obtenus sont récapitulés dans le tableau 5.5.

	A1	A3	B1	B3	B5
$T_{zo} (^\circ C)$	20.5	21.6	22	22.4	21.8
$T_e (^\circ C)$	21.6	21.3	21.6	22.3	21.8
ε_T	0.91	0.97	1.03	0.99	1
$\rho_{zo} (mg/m^3)$	451.1	460.5	446.8	468.3	451.5
$\rho_e (mg/m^3)$	439.8	441	443	441	440
ε_ρ	0.97	0.96	0.99	0.94	0.97

Tableau 5.5 : Valeurs de la température et de la masse volumique de SF6 moyennes dans la zone d'occupation, T_{zo} et ρ_{zo} , leurs valeurs à l'extraction, T_e et ρ_e , et efficacités calculées, ε_T et ε_ρ .

Les conclusions que l'on peut tirer de ces cinq cas d'étude sont les suivantes :

- Les modèles de jet chaud et de jet isotherme décrivent très bien l'écoulement moteur de la simulation.

- La représentation correcte des jets froids nécessite de modifier le critère d'arrêt du jet par une distance de détachement du jet, comme nous l'avons proposé dans la seconde partie de ce mémoire.
- Pour les deux configurations de jet froid, on ne sait pas a priori si le décalage constaté entre les valeurs expérimentales et celles calculées des températures au milieu de la pièce, est plus dû à la mauvaise représentation du jet froid ou au fait que l'on n'a pas représenté la couche limite qui se développe le long de la paroi sud avec un modèle approprié.
- Le modèle linéarisé permettant de déterminer les débits à partir du champ de pression est très intéressant pour des raisons numériques car il facilite la convergence et donc réduit les temps de simulation. Cependant, au fil des simulations, il nous a semblé que son utilisation nous pénalise pour la prédiction des températures dans les zones où aucun écoulement particulier ne se développe, et ce d'autant plus que les différences de pression sont faibles. C'est pourquoi il faut envisager de l'améliorer. Sans revenir aux lois non linéaires, on pourrait imaginer adapter notre coefficient C' en le calculant au niveau de chaque interface en fonction de l'écart de pression et du coefficient de perméabilité habituellement utilisé dans les modèles zonaux. On aurait alors une loi non linéaire de l'écart de pression mais une variation linéaire de lu débit massique élémentaire en fonction de l'altitude dans les interfaces verticales. Ainsi cette modification ne rend pas plus complexe le calcul des débits massiques.

Chapitre 6 :

Application du modèle zonal à la détermination de l'écoulement et du champ de température dans un groupe de pièces

Dans ce chapitre, nous exploitons les capacités du générateur de modèles à créer des simulations pour un ensemble de locaux. Nous commencerons par étudier un groupe de deux pièces, séparées par une grande ouverture. Nous présenterons ensuite de quelle manière un groupe de quatre locaux peut être traité. Enfin, nous montrerons comment, en exploitant de la possibilité de générer un modèle zonal pour plusieurs pièces, on peut en générer un pour une pièce dont la géométrie est complexe.

1. Etude d'un groupe de deux locaux.

Nous utilisons ici les données expérimentales obtenues par BURCHUI(1998) dans la cellule Minibat. Parmi les configurations qu'il a étudiées, nous en avons choisi deux, une en régime permanent et une en régime dynamique. L'étude de la première a pour objectif d'évaluer la capacité de notre modèle à représenter les échanges qui se produisent entre deux pièces reliées par une grande ouverture. Pour cela, on exploitera plus particulièrement les mesures faites par BURCHUI(1998) au niveau de l'ouverture. Dans la seconde étude, nous comparerons les résultats obtenus avec notre modèle utilisé en régime dynamique.

1.1. Local étudié

L'étude porte sur le comportement thermique et aéraulique d'un local formé par l'assemblage de deux pièces carrées identiques, de côté 3,1 mètres et de hauteur 2,5 mètres (figure 5.41). Ces pièces ont une paroi commune, contenant une ouverture de hauteur 1,835 mètres et de largeur 0,775 mètre. La pièce 1 est munie d'un émetteur de chaleur (attenant à la paroi Ouest), qui sera en marche dans la première étude et éteint dans la seconde. Dans les configurations choisies, il n'y a pas de renouvellement d'air.

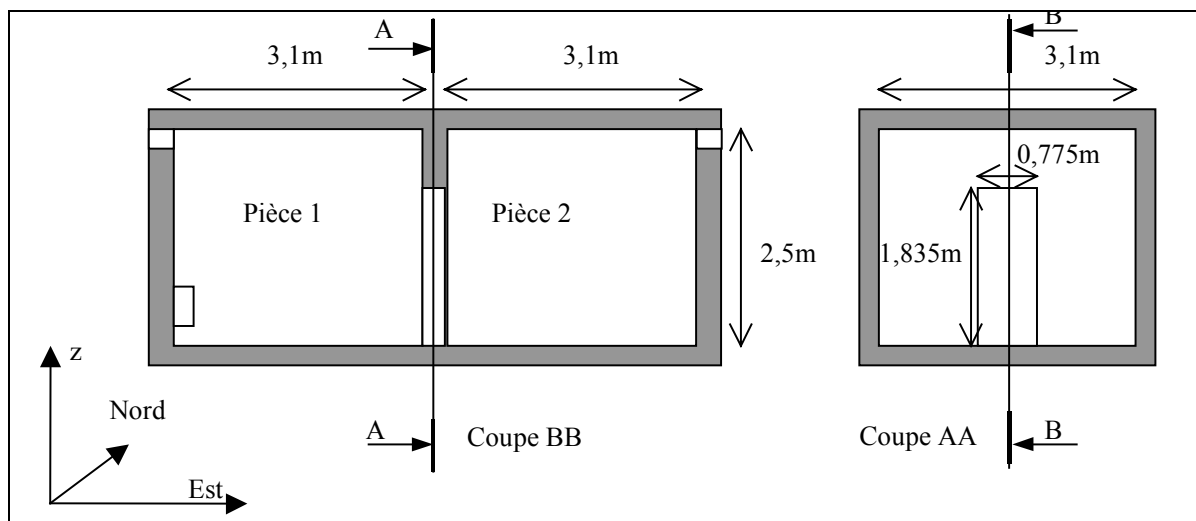


Figure 5.41 : Configuration étudiée

La paroi Ouest de la pièce 1 est un vitrage d'épaisseur 1 cm, la paroi de séparation est constituée d'un panneau de bois aggloméré de 5 cm d'épaisseur, recouvert sur ces deux faces par une plaque de plâtre d'épaisseur 1 cm. Les autres parois verticales sont formées d'un panneau de bois aggloméré de 5 cm d'épaisseur recouvert sur sa surface intérieures d'une plaque de plâtre d'épaisseur 1 cm. Le plafond est l'empilement de trois couches qui sont, en allant de la surface intérieure vers la surface extérieure :

une plaque de plâtre d'épaisseur 1 cm, une plaque de contre-plaqué de 2,5 cm et 5 cm de laine de verre. Le plancher est une dalle de béton cellulaire d'épaisseur 20 cm.

1.2. Génération du modèle

Nous n'avons pas pu générer un unique modèle qui serve aux deux études. En effet, dans la première étude, on utilisera une cellule d'émetteur et une cellule de panache accolées à la paroi Ouest de la pièce 1. Dans la seconde, l'émetteur est éteint. On aurait pu exploiter la capacité des cellules et interfaces de panache à se convertir en cellules et interfaces courantes, mais la très faible température de surface de cette même paroi Ouest de la pièce 1 nous impose d'utiliser le long de celle-ci un modèle de couche limite. Or, les cellules et interfaces de panache peuvent se convertir en cellules et interfaces courantes mais pas en cellules et interfaces de couche limite.

1.2.1 Partitionnement des pièces

Pour les deux études, chaque pièce est divisée en 18 sous-volumes : deux dans la direction Est-Ouest et trois dans les deux autres directions. Le choix du partitionnement a été guidé par l'emplacement et les dimensions de la porte et de l'émetteur. Il est identique dans les deux pièces principalement pour des raisons de continuité de maillage. L'ouverture est découpée en deux interfaces. Ce partitionnement est donné dans la figure 5.42.

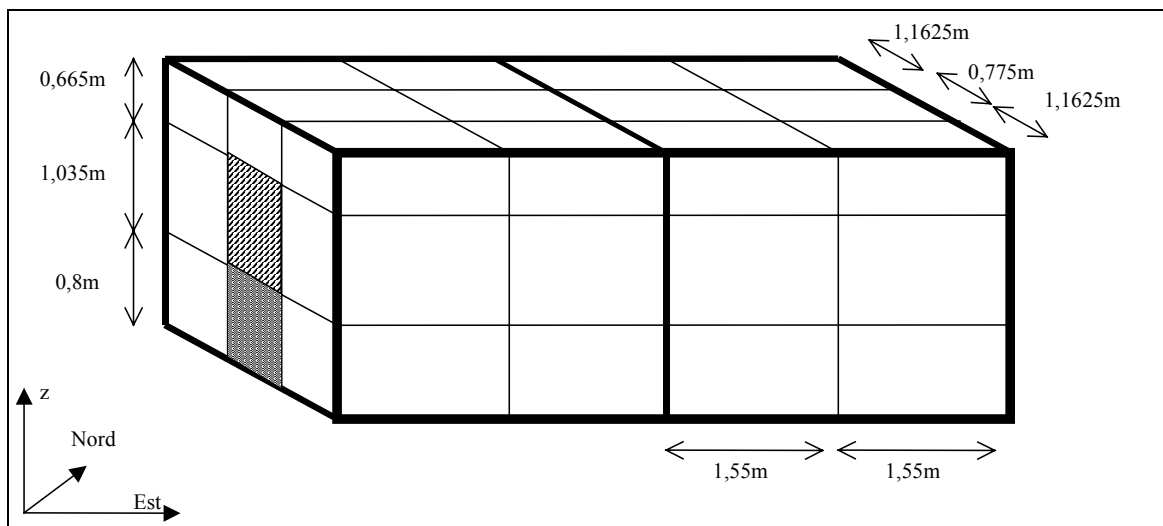


Figure 5.42 : Maillage des pièces

1.2.2 Modèles implémentés

Pour les raisons que nous avons données plus haut, les modèles implémentés pour créer les simulations relatives aux deux études sont différents.

Pour la première étude, dans la pièce 2, toutes les cellules et interfaces sont des cellules et interfaces courantes. Dans la pièce 1, c'est également le cas, excepté pour la cellule contenant l'émetteur (grisée sur la figure 5.42) et la cellule qui se trouve juste au-dessus (hachurée sur la figure 5.42), qui sont respectivement une cellule de convecteur électrique à sortie verticale et une cellule de panache de paroi. Des interfaces spécifiques sont employées pour les interfaces supérieure, inférieure et latérales à la cellule de panache conformément à la construction du modèle de panache, qui a été explicitée dans la seconde partie de ce document. Les interfaces qui se situent au niveau de l'ouverture, que se soit dans l'une ou l'autre des pièces, sont des interfaces de grandes ouvertures verticales. Il y a donc deux interfaces de grandes ouvertures dans chaque pièce.

Pour la seconde étude il n'y a plus de cellule de panache, de cellule d'émetteur ni d'interfaces de panache. Par contre, les cellules contiguës à la paroi Ouest de la pièce 1 sont des cellules de couche limite. Les interfaces horizontales et verticales les séparant sont respectivement des interfaces horizontales et latérales de couche limite.

1.2.3 Connexion des deux pièces

En plus des informations relatives au partitionnement et au choix des modèles de la bibliothèque à implémenter, comme on représente plusieurs pièces il faut indiquer à GENSPARK quels sont les couples d'interfaces à former pour les connecter. Ceci revient à associer chaque interface de la face Ouest de la pièce 1 à l'interface de la face Est de la pièce 2 qui doit se trouver en vis-à-vis. On constate qu'il y a à ce niveau un doublage des interfaces. Ceci est important car il faudra en tenir compte au moment de spécifier les épaisseurs des interfaces de paroi dans le fichier d'entrées.

1.3. Etude du couplage de deux pièces par l'intermédiaire d'une grande ouverture

La première étude porte sur des simulations en régime permanent. Les entrées de la simulation sont les températures des surfaces extérieures de l'ensemble des deux pièces (20 °C pour toutes les parois, sauf la paroi Ouest qui est à 0°C), la puissance convective de l'émetteur (860W) et le débit de ventilation qui est nul.

Les résultats auxquels nous nous intéressons sont l'évolution de la température sur la verticale centrale de chaque pièce et au niveau de l'ouverture, ainsi que les débits massiques qui y sont échangés. Le schéma d'écoulement ainsi que le champ de température dans le plan de symétrie vertical est donné en figure 5.43.

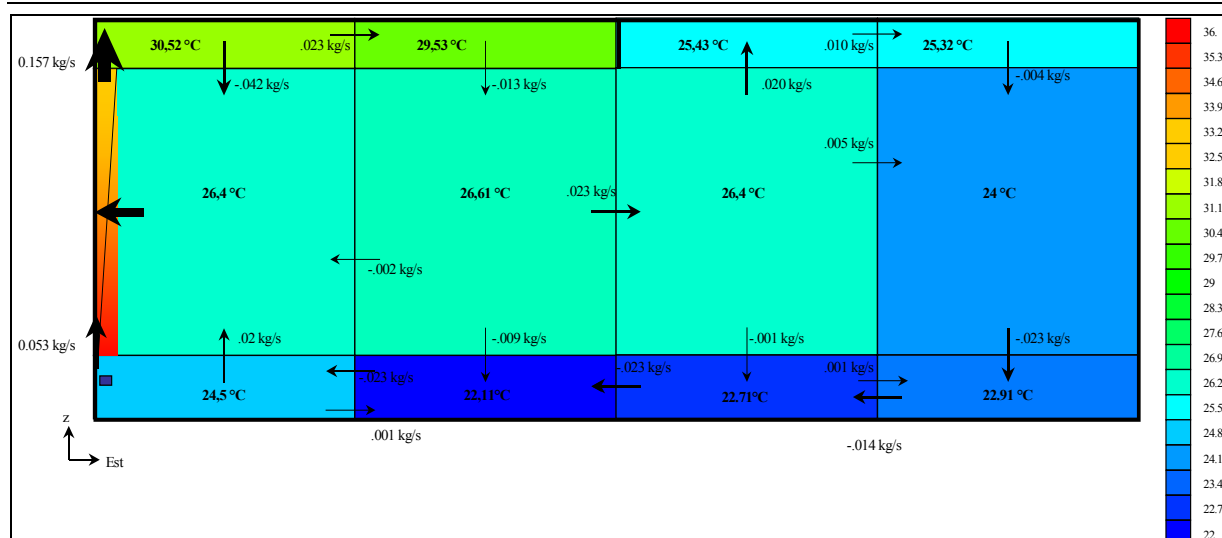


Figure 5.43 : Champ de température et débits massiques dans le plan de symétrie vertical.

Dans les figures 5.44, 5.45 et 5.46 nous avons tracé l'évolution des températures d'air obtenues expérimentalement par BURCHUI(1998) et celles calculées à partir des résultats des simulations, le long des verticales médianes de chaque pièce et au niveau de l'ouverture.

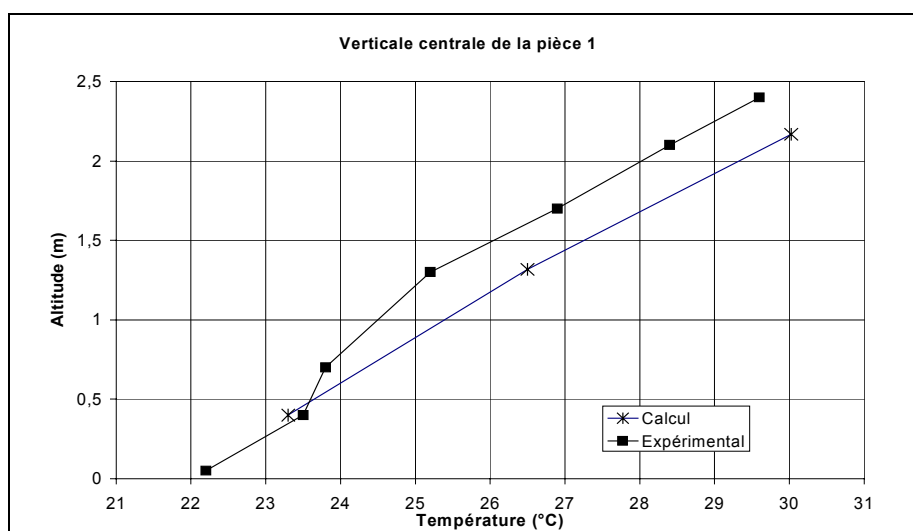


Figure 5.44 : Stratification thermique au milieu de la pièce 1.

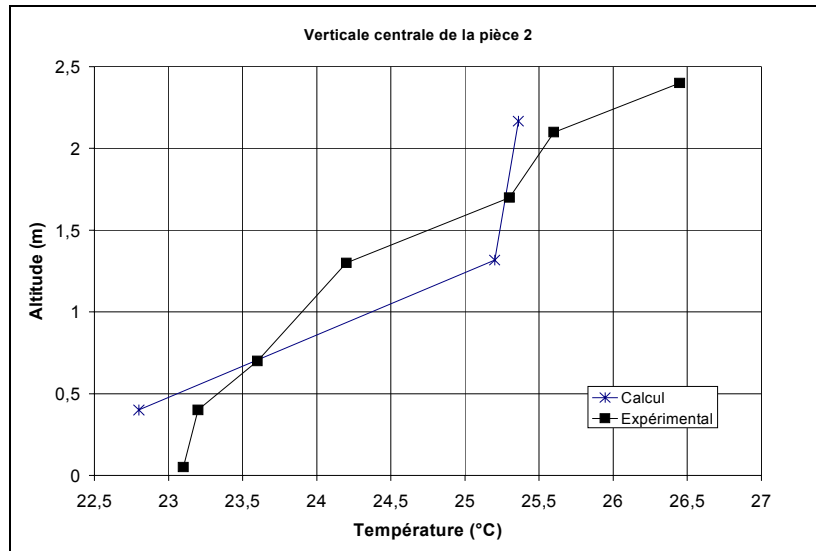


Figure 5.45 : Stratification thermique au milieu de la pièce 2.

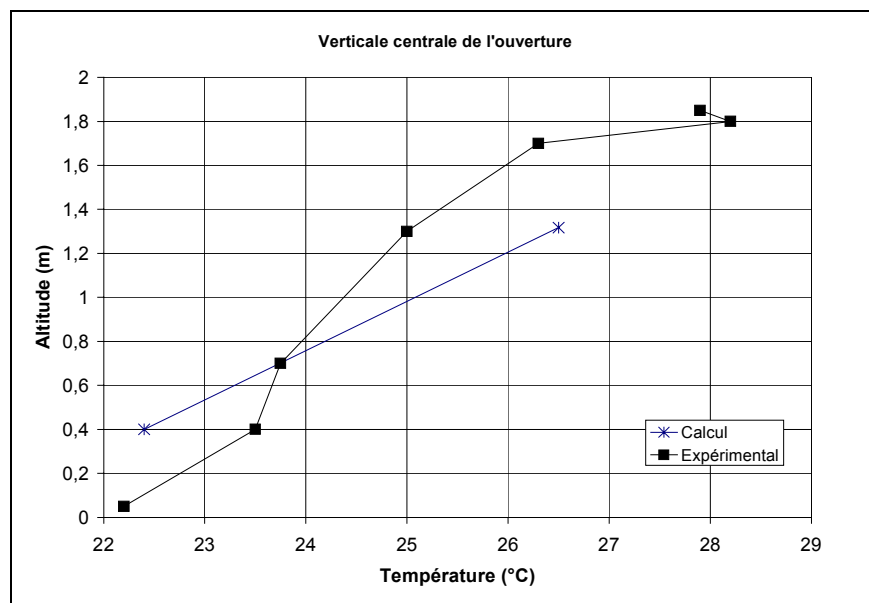


Figure 5.46 : Stratification thermique niveau de l'ouverture.

On constate que dans chacune de ces figures, l'écart entre valeurs expérimentales et valeurs issues des simulations, est d'environ un degré. Ceci est conforme aux écarts déjà rencontrés dans le chapitre précédent pour l'étude d'une pièce. On note que la simulation permet de prédire correctement l'écart de températures tête-pieds, que ce soit dans la pièce 1, dans la pièce 2 ou au milieu de l'ouverture.

Nous avons comparé les valeurs des débits positifs et négatifs, obtenues par simulation (figure 5.43) et expérimentalement au niveau de l'ouverture (figure 5.47). On constate que les valeurs calculées sont inférieures à celles évaluées expérimentalement. Il

faut noter que les débits calculés à partir des valeurs expérimentales des vitesses sont probablement surestimés. En effet, les vitesses prises en compte sont celles mesurées le long de la verticale centrale de l'ouverture. Quand on s'éloigne de cet axe, les vitesses de l'air sont certainement plus faibles.

Par ailleurs, il est difficile de savoir si cet écart doit être attribué au modèle de grandes ouvertures ou est une conséquence du modèle de calcul des écoulements dans les zones courantes que nous avons déjà mis en défaut.

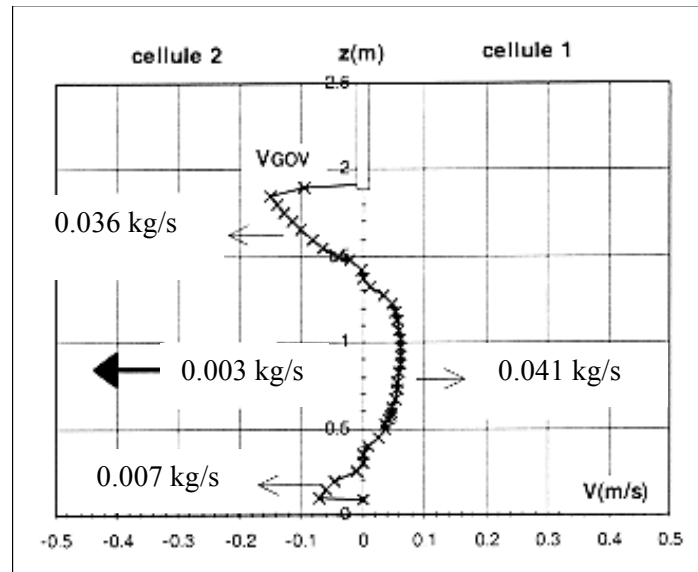


Figure 5.47 : Débits massiques mis en jeu au niveau de l'ouverture, d'après BURCHIU(1998).

1.4. Etude d'un régime dynamique

Cette seconde étude porte sur des simulations en régime dynamique. Les températures des surfaces extérieures de l'ensemble des deux pièces, sauf la paroi Ouest de la pièce 1, sont à des températures proches de 20°C. La température de surface extérieure de la paroi 1 varie brusquement (échelon) de 15°C à -5°C (expérimentalement, pour des raisons techniques, cette température ne varie pas aussi brutalement, mais pour nos simulations, nous appliquerons une échelon). Le convecteur est éteint et le débit de ventilation nul.

Nous nous sommes intéressés aux variations au cours du temps de la température de l'air sur l'axe vertical central de la pièce 1, à l'altitude 40cm. Celles-ci sont reportées dans la figure 5.48.

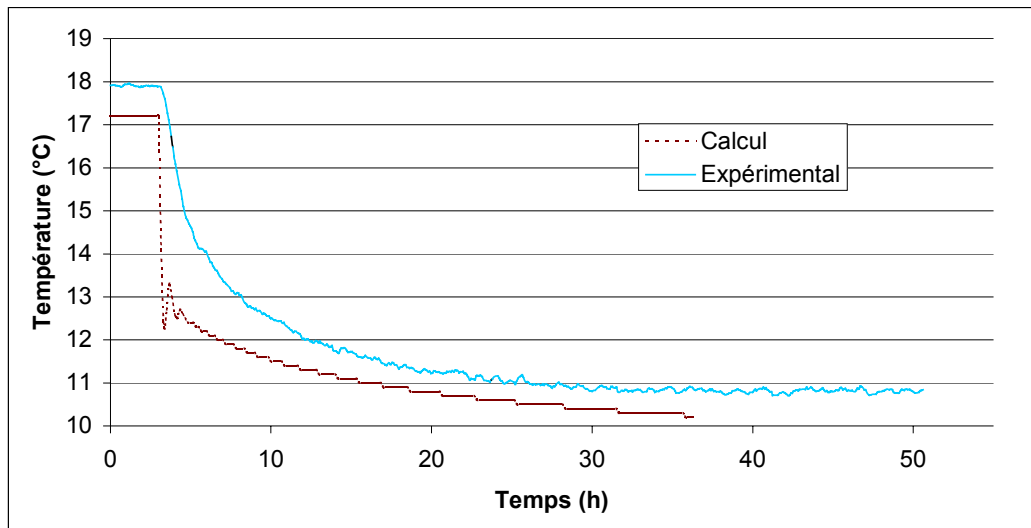


Figure 5.48 : Variations de la température de l'air sur l'axe vertical central de la pièce 1, à l'altitude 40cm.

La première constatation est que, comme dans les études du cinquième chapitre, pour les régimes permanents précédant et suivant la perturbation, les écarts entre la température mesurée et la température calculée sont de l'ordre du degré. Par contre, immédiatement après la perturbation, la température calculée diminue beaucoup plus vite qu'elle ne le devrait. On notera que le pas de temps utilisé pour les calculs est égal à 10 minutes tandis qu'expérimentalement, la température est mesurée toutes les 5 minutes. Ces écarts, tout comme la mauvaise représentation de l'évolution de la température sont certainement dus à une mauvaise prise en compte des échanges aux parois, et notamment à la paroi Ouest au niveau de laquelle il faudrait tenir compte de la présence d'une couche limite. Il faudrait en outre faire d'autres simulations avec des pas de temps plus faibles. L'estimation du temps d'établissement du régime permanent semble être correcte.

2. Etude d'un groupe de quatre locaux

Avant donner les résultats que nous avons obtenus en appliquant les modèles zonaux à l'étude d'un bâtiment entier, il s'impose d'expliquer pourquoi nous n'avons pas intégré au modèle un module de calcul des sollicitations climatiques à partir de fichiers météo. En effet, on aurait certes pu coupler au modèle zonal un modèle qui, à partir de la géométrie du bâtiment et des données météo calculerait les sollicitations climatiques (température de l'air extérieur, flux solaires diffus arrivant sur la face externe des vitrages, ensoleillement direct sur les surfaces intérieures de pièces, pressions extérieures). Techniquement, ceci ne poserait pas de problème. Cependant, si on intégrait un tel module au modèle de calcul du comportement thermo-aéraulique du bâtiment, on alourdirait inutilement les simulations. Par exemple, si l'on désire faire des simulations pour comparer plusieurs systèmes de chauffage ou des stratégies de ventilation, pour le même bâtiment, il n'est pas nécessaire de calculer pour chaque simulation les sollicitations climatiques. On gagne donc du temps à le faire séparément, quand on désire modéliser un

nouveau bâtiment ou utiliser un nouveau climat. Il est donc préférable que les sollicitations climatiques soient calculées par un pré-processeur qui traite les fichiers météo pour créer le fichier d'entrées dynamiques ensuite utilisé pour les simulation thermiques et aérauliques. De plus, de tels outils existent déjà et pourraient être utilisés (ALVAREZ et BALARAS (1995)). C'est pour ces raisons qu'il ne nous a paru ni utile ni judicieux de développer notre propre calculateur d'entrées climatiques.

Pour cette étude, nous ne disposons pas de données expérimentales. Il s'agit donc ici d'illustrer les nouvelles perspectives de modélisation d'un bâtiment ouvertes par notre approche des modèles zonaux et par l'outil de génération de simulations.

2.1. Bâtiment étudié

Nous nous sommes intéressés au couplage de quatre pièces (figure 2.49) qui pourrait être la modélisation d'un ensemble de trois bureaux (pièces 1 à 3) accolés à un atrium (pièce 4). Les trois premières pièces sont équipées d'un convecteur électrique à sortie verticale et d'une bouche d'entrée d'air. Elles communiquent avec l'atrium par l'intermédiaire de d'ouvertures (portes). La pièce 4 est munie d'une reprise d'air. Les dimensions sont données dans la figure 2.49

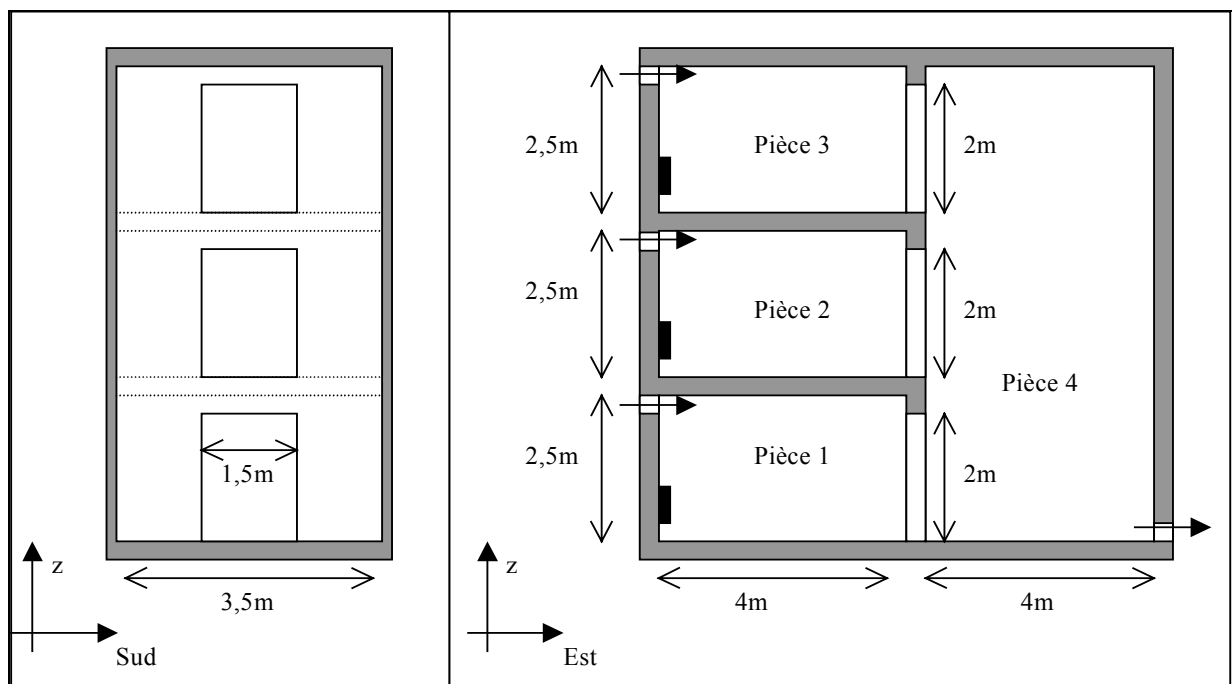


Figure 5.49 : Coupes du bâtiment étudié

On impose les températures des surfaces extérieures, toutes égales à 15°C , les puissances des convecteurs, égales à 1500W . La température de l'air extérieur est 15°C et les débits de renouvellement d'air sont égaux à 1.10^{-2}kg/s .

2.2. Génération du modèle

2.2.1 Maillage du bâtiment

Les trois bureaux sont partitionnés de la même manière (figure 2.50). Ils contiennent deux sous-volumes dans la direction Est-Ouest, trois dans la direction Sud-Nord et trois en hauteur. L'atrium est divisé en cinquante quatre sous-volumes. Remarquons que le nombre de sous-volumes dans la direction Est-Ouest et selon la verticale, et leur dimension sont imposés par la continuité du maillage avec les trois bureaux. De même, le maillage des bureaux dans les directions Est-Ouest et Sud-Nord doivent être identiques.

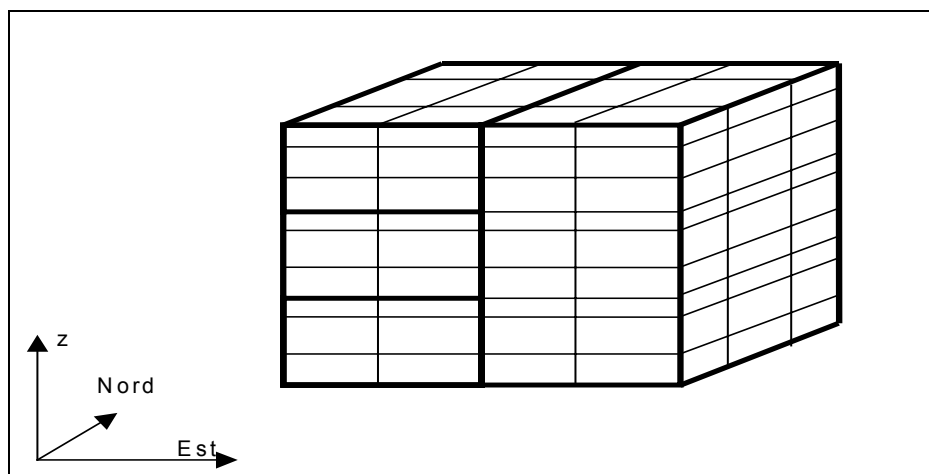


Figure 5.50 : Partitionnement du bâtiment

2.2.2 Modèles implémentés

Toutes les cellules de l'atrium et des bureaux sont des cellules courantes, sauf, dans chaque bureau, la cellule contenant l'émetteur et celle située juste au-dessus. Les interfaces particulières sont celles utilisées pour border le panache (au dessus, en dessous et latéralement) et pour représenter les grandes ouvertures entre les bureaux et l'atrium.

2.2.3 Connexion des pièces

Les interfaces à connecter sont :

- les interfaces de plafond de la pièce 1 avec les interfaces de plancher de la pièce 2,
- les interfaces de la face Est de la pièce 1 avec celles des deux premières rangées de la face Ouest de la pièce 4,
- les interfaces de plafond de la pièce 2 avec celles de plancher de la pièce 3,
- les interfaces de la face Est de la pièce 2 avec celles de la quatrième et de la cinquième rangée de la face Ouest de la pièce 4,

- les interfaces de la face Est de la pièce 3 avec celles des deux dernières rangées de la face Ouest de la pièce 4.

Comme lors du couplage précédent, ici aussi, il y a doublage des parois au niveau des connexions, ce dont il faut tenir compte pour remplir le fichier d'entrées.

2.3. Résultats

Dans la figure 2.51, est donné le champ de température et les débits massiques obtenus dans le plan de symétrie du bâtiment. On remarque que la température moyenne augmente de la pièce 1 à la pièce 3. Une stratification est également mise en évidence dans l'atrium. Il y a un échange d'air important entre les bureaux et l'atrium.

Par ailleurs, vue la hauteur de l'atrium, le nombre de Rayleigh doit être grand. De ce fait, il y a certainement une couche limite active le long des parois Ouest, Sud et Nord de cette pièce, qu'il faudrait représenter pour une meilleure modélisation.

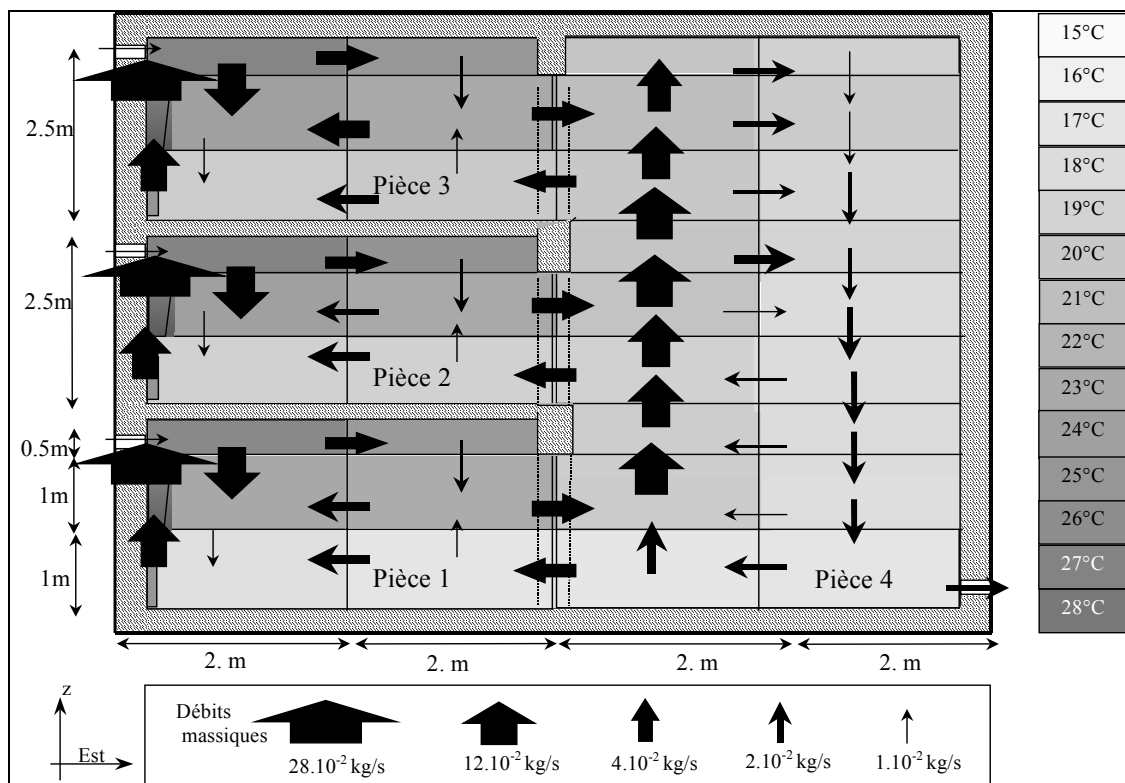


Figure 5.51 : Résultats obtenus pour un groupe de quatre pièces.

3. Etude d'une pièce de géométrie complexe

L'objectif de cette étude est de montrer de quelle manière on peut, en utilisant la possibilité d'assembler des pièces avec GENSPARK, générer un modèle zonal pour la prédiction du comportement thermique et aéraulique d'une pièce non parallélépipédique. L'exemple que nous avons choisi de traiter est un auditorium dont une coupe est donnée dans la figure 2.52.

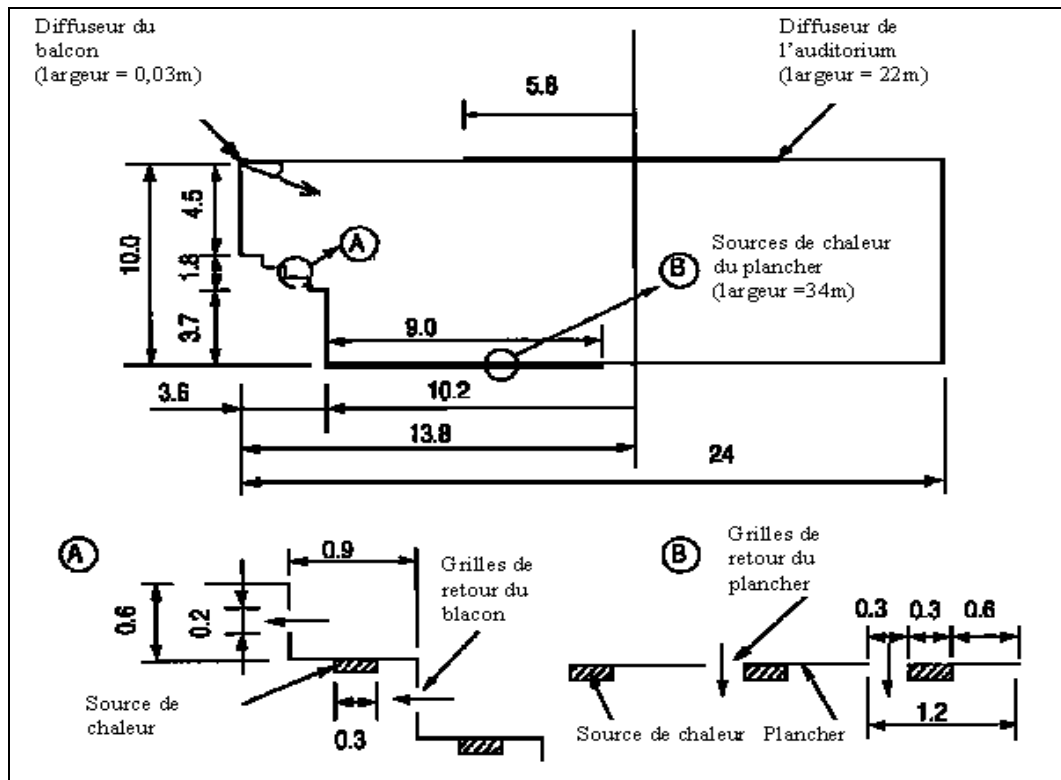


Figure 5.52 : Configuration étudiée

Les sources de chaleur sont des sources surfaciques qui sont sensées représenter la présence de personnes. Elles sont égales à $0,56 \text{ W/m}^2$ au niveau du plancher et à $0,41 \text{ W/m}^2$ au niveau du balcon. L'air neuf est soufflé dans la pièce par deux diffuseurs. Le premier se trouve en partie haute du balcon, la vitesse de l'air injecté est $2,9 \text{ m/s}$. L'angle d'injection est 30° par rapport au plan du plafond de l'auditorium. Le second est un grand diffuseur plafonnier duquel l'air est injecté à une vitesse de $0,0525 \text{ m/s}$. L'air issu de l'un et l'autre de ces diffuseurs arrive dans la pièce avec une température égale à $12,8^\circ\text{C}$. Les parois sont adiabatiques.

3.1. Génération du modèle

3.1.1 Maillage

La géométrie de ce volume est complexe, en raison de la présence des gradins. Nous l'avons simplifiée pour arriver à une forme qui peut être reproduite par l'accolement de deux parallélépipèdes (figure 2.53). Le modèle sera construit comme assemblage de deux pièces fictives séparées par des interfaces courantes. Notons qu'il aurait été possible d'utiliser la forme réelle de l'auditorium, mais alors, pour construire le modèle, il aurait fallu assembler un beaucoup plus grand nombre de pièces, et donc, on aurait un nombre de sous-volumes très grand, et par conséquent des temps de calculs importants. Il a ensuite fallu simplifier les conditions de flux données au niveau des gradins, car les prendre en compte telles quelles nous aurait obligé à utiliser un maillage très détaillé. Avec les simplifications que nous avons faites, on arrive à un partitionnement de l'auditorium en 78 sous-volumes. La première pièce est divisée en 18 sous-volumes (2 dans la direction Est-Ouest, 3 dans la direction Sud-Nord et 3 selon la verticale), la seconde en contient 60 (4 dans la direction Est-Ouest, 3 dans la direction Sud-Nord et 5 selon la verticale).

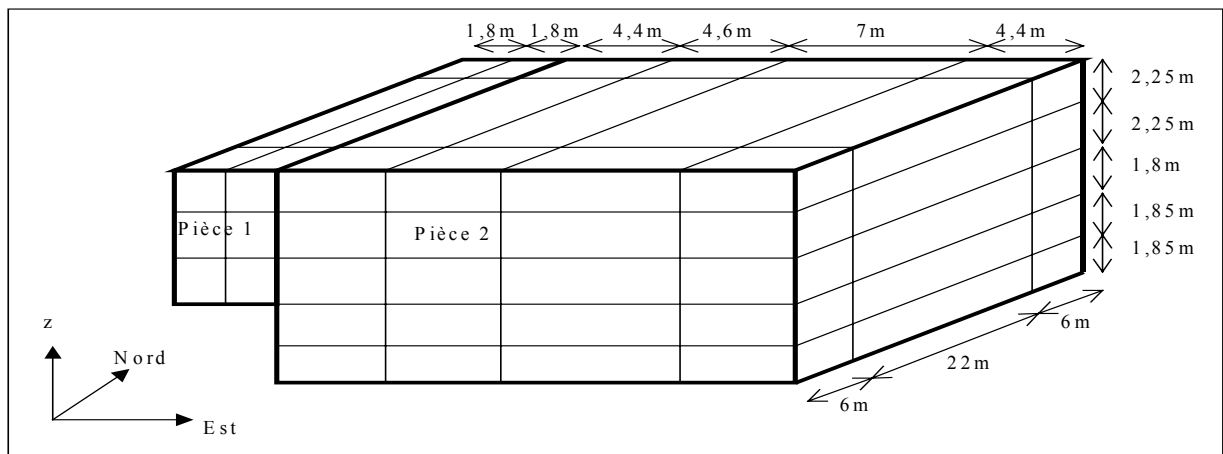


Figure 2.53 : Partitionnement de l'auditorium

3.1.2 Modèles implémentés

Les sources de chaleur en présence desquelles nous nous trouvons ne sont pas des sources linéaires, mais des sources réparties. Dans notre bibliothèque, nous ne disposons pas de modèle pour représenter le panache induit par un tel type de source. C'est pourquoi dans l'approche que nous présentons ici, qui n'est que première approche du problème, nous avons utilisé ces modèles (légèrement aménagés) bien que sachant qu'ils n'étaient sans doute pas appropriés. Ceci souligne la nécessité d'enrichir la bibliothèque de modèles. Au cœur de chaque pièce, toutes les cellules et interfaces utilisées sont des cellules et interfaces courantes excepté les cellules immédiatement au dessus des sources

de chaleur et les interfaces qui les entourent. Les interfaces de jonction entre les deux pièces fictives sont des interfaces courantes. Pour représenter le jet issu du diffuseur situé au-dessus du balcon, nous n'avons pas pu utiliser un modèle de jet à cause de l'angle d'injection qui ne permet pas d'inclure le jet dans un maillage cartésien.

3.1.3 Connexion des pièces

Les interfaces extrêmes dans la direction Est de la pièce 1 sont connectées avec celles des trois dernières rangées de la face Ouest de la pièce 2.

3.2. Résultats des simulations

Dans la figure 5.54, sont présentés les résultats des simulations dans le plan de symétrie de l'auditorium.

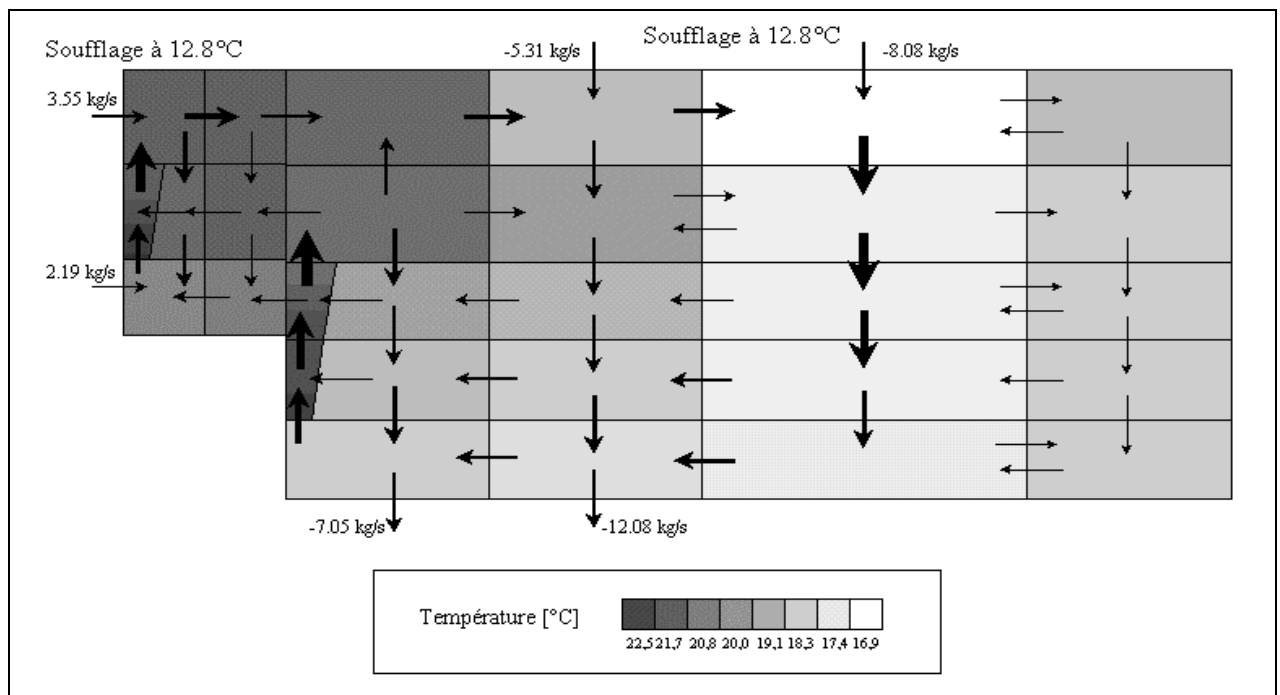


Figure 5.54 : Champ de température et écoulement dans le plan de symétrie de l'auditorium.

Ne disposant pas de résultats expérimentaux pour cette configuration, on ne pourra juger de la qualité des résultats. Cependant une analyse qualitative de ceux-ci renforce l'affirmation qu'il est indispensable de compléter la bibliothèque de modèles afin d'élargir la gamme des configurations qu'il est possible de traiter. En effet, il est évident que le panache créé par une source répartie comme celles de cet exemple, ne peut être représenté par un modèle de panache issu d'un convecteur. Le point intéressant de cette application est la possibilité de représenter une géométrie complexe, sans trop la simplifier, ce que jusqu'à présent, aucun modèle zonal n'avait permis.

4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des exemples d'application de modèles zonaux à un groupe de locaux ou à une pièce de géométrie complexe, ce qui représente une nouveauté. Nous avons également illustré la possibilité d'utiliser le modèles zonal en régime dynamique. Pour que ces applications puissent se généraliser, il faudra améliorer la qualité de représentation des écoulements par l'enrichissement de la bibliothèque de modèles. D'autre part, de telles simulations commencent à être très coûteuses en temps de calcul. C'est pourquoi, il devient crucial d'optimiser la formulation du problème afin de réduire le nombre d'équations que SPARK doit gérer, sans toutefois nuire à la qualité de la description des phénomènes.

Conclusion

Au cours de cette étude, nous avons montré qu'il était possible, d'une part de concevoir les modèles zonaux par l'assemblage de modules d'une bibliothèque, d'autre part d'automatiser leur construction. Pour cela, il a tout d'abord fallu trouver des modèles d'écoulements spécifiques et les adapter de manière à les intégrer dans notre formulation des modèles zonaux. Les modèles empiriques dont nous disposons pour représenter un émetteur de chaleur, une couche limite et certains types de jets nous permettent de décrire un grand nombre de configurations d'écoulement.

Cette bibliothèque de modèles doit maintenant être enrichie pour permettre la description des écoulements induits par d'autres types de sollicitations et notamment une meilleure prise en compte des conditions aux limites (influence de la température du sol sur la partie basse de la pièce, par exemple). Ceci permettra d'améliorer la qualité de la modélisation et d'en étendre le champ d'application. Pour cela, de nouvelles études expérimentales sont nécessaires dans le but de dégager des lois de caractérisation des diverses situations d'écoulement rencontrées dans les bâtiments. L'outil de génération que nous avons conçu facilitera la création et l'implémentation de ces nouveaux modèles et permettra d'optimiser la description des phénomènes à représenter.

Une autre voie d'exploration consistera à définir des règles pour aider au choix des modèles à appliquer, notamment en cas de conflit de plusieurs écoulements, en mettant en place un outil d'expertise préalable de l'écoulement qui réalise le partitionnement des locaux et choisisse les modèles à implémenter. D'importants efforts devront enfin être consentis afin de rendre systématique la convergence des calculs et d'optimiser les temps de simulation.

Par ailleurs, la possibilité d'étudier l'ensemble d'un bâtiment permettra une application de la méthode zonale à la qualification des ambiances en fonction de nouveaux critères (température, vitesse de l'air, humidité, concentration en polluants, taches solaires, éclairagisme).

S'ils ne peuvent et ne pourront prétendre se substituer aux études expérimentales et aux codes CFD, en intégrant la connaissance produite par ces derniers, les modèles zonaux pourront élargir leur champ d'application dans le domaine de l'expertise. Ils permettront dès la conception de prévenir des risques d'inconfort thermique ou aéraulique et d'optimiser le comportement des bâtiments. Ils pourront également permettre, par exemple, d'évaluer l'exposition des personnes présentes dans un bâtiment à des agents polluants.

Enfin, une fois la bibliothèque de modèles complétée par des nouveaux modèles représentant les conditions à l'extérieur des bâtiments, ce type de modélisation serait tout à fait adapté à la description des interactions entre les habitats et leur environnement.

Bibliographie

E.O. AASEM, J.A. CLARK, J.L.M HENSEN, N.J. KELLY, J MACQUEEN, C.O.R NEGRO (1994)

Current Building Systems Modelling Potential of ESP-r, Proceedings of the Fourth International Conference on System Simulation in Building, Liège (Belgique), pp 427-442, 5-7 décembre 1994.

G.N. ABRAMOVICH (1963)

The theory of turbulent jets. Cambridge (MA) : MIT Press, 668p, 1963.

L.D. ALBRIGHT, N.R. SCOTT (1974)

The low-speed non-isothermal wall jet. J. agric Engng Res N°19, pp 25-34, 1974.

F. ALLARD, C. INARD, A. ROLDAN (1985)

Caractérisation théorique et expérimentale du comportement thermique d'une cellule d'habitation perturbée par des rayonnements de courtes et grandes longueurs d'onde. Rapport final de l'action Thématique Programmée PIRSEM-CNRS Thermique du Bâtiment 1983, Septembre 1985.

F. ALLARD (1987)

Contribution à l'étude des transferts de chaleur dans les cavités thermiquement entraînées : application aux cellules d'habitation. Thèse de Doctorat ès Sciences, INSA de Lyon, 1987.

F. ALLARD, C. INARD, J.P. SIMONEAU (1990)

Phénomènes convectifs intérieurs dans les cellules d'habitation. Approches expérimentales et numériques. Revue Générale de Thermique, n°29(340), pp 216-225, 1990.

F. ALLARD, C. INARD (1992)

Natural and mixed convection in rooms : prediction of thermal stratification and heat transfer by zonal models, 1992 International Symposium on Room Air Convection and Ventilation Effectiveness, ISRACVE, Tokyo (Japan), 22-24 July 1992.

S. ALVAREZ, C.A. BALARAS (1995)

Passeport Plus Report, Final report of Pascool project. European Commission DG XII for Science, Research and Development, Vol. 1, 1995.

ASHRAE HANDBOOK(1989)

Space air distribution. ASHRAE HANDBOOK Fundamentals, Atlanta (USA), SI Edition, Chap. 31, 1989.

H.B. AWBI(1991)

Ventilation of buildings. London (U.K.) : E&FN SPON Ed., 313p, 1991.

P. BARLES (1992)

Caractérisation de l'émission des convecteurs électriques - Etude statistique. Centre Technique des Industries Aérauliques et Thermiques, Villeurbanne. Rapport de la convention CETIAT/ADEME n°2.04.005. 1992.

P. BARLES (1993)

Contribution du CETIAT aux travaux du sous-groupe convecteurs électriques du GREC. Centre Technique des Industries Aérauliques et Thermiques, Villeurbanne. Rapport final ADEME, convention n°2.04.005. 1993.

P. BARLES, P. DALICIEUX, C. INARD (1994)

Le panache des convecteurs électriques, Société Française des Thermiciens, Journée d'étude du 2 Février 1994 sur la Thermoaéraulique des Transferts couplés Emetteur de Chaleur - Bâtiments. 23p, 1994.

B. BIRDSALL, W.F. BUHL, K.L. ELLINGTON, A.E. ERDEM, F.C. WINKELMANN (1990)

Overview of the DOE-2 building energy analysis program, Version 2.1 D. Lawrence Berkeley Laboratory , Report LBL-197-35, février 1990.

H. BOUIA(1995)

Modélisation simplifiée d'écoulements de convection mixte interne : Application aux échanges thermo-aérauliques dans les locaux, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 110p, 1995.

J. BRAU, G. ACHARD, F. ALLARD, J.M. PALLIER (1983)

Comparison of different thermal models for buildings with experiment in artificial climatic conditions, ASHRAE Transactions, Vol. 89, Part. 1, pp 23-24, 1983.

J. BRAU, G. KRAUSS, J.J. ROUX (1989)

CODYBA Version 01/03/89 , Rapport final du Contrat INSA/ELF Solaize n° 6479, Avril 1989.

S. BURCHIU, C. INARD, K. LIMAM(1998a)

Influence de la stratification thermique sur les échanges thermiques et aérauliques dans les bâtiments multizones, IBPSA France 98, 10-11 décembre 1998.

S. BURCHIU (1998b)

Etude de l'influence d'un système de chauffage sur l'état thermique et aéraulique des bâtiments multizones avec prise en compte de la stratification thermique, Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, France, 164p, 1998.

S. CASTANET (1998)

Contribution à l'étude de la ventilation et de la qualité de l'air intérieur des locaux, Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, France, 289p, 1998.

Q. CHEN, MOSER A., HUBER A.(1990)

Prediction of buoyant, turbulent flow by low-Reynolds-number $k-\epsilon$ model. ASHRAE Transactions, Vol 96, Part1, 15p. 1990.

C.J. CHEN, W. RODI (1980)

Vertical turbulent buoyant jets - A review of experimental data, The Science and Applications of Heat and Mass transfer, Oxford (U.K.) : Pergamon Press, 83p, 1980.

V. DABRETAU, E. FIOLEAU (1998)

CA-SIS : Logiciel de thermique du bâtiment, IBPSA France 98, 10-11 décembre 1998.

A.E. DAVIES, J.F. KEFFER, W.D. BAINES (1975)

Spread of a heated plane turbulent jet. The Physics of Fluids, Vol 18, pp 770-775, 1975.

P.O. FANGER (1973)

Thermal Comfort, Mac Graw Hill Edit., 244p, 1973.

R. FAUCONNIER, A. GRELAT, P. GUILLEMARD (1989)

Eléments d'analyse du régime dynamique en thermique du bâtiment. Rapport technique, Fédération Nationale du Bâtiment, St Rémy les Chevreuses, 1989.

H.E. FEUSTEL ET AL. (1987)

Comis fundamentals, Rapport technique 21522, Lawrence Berkeley Laboratory, Berkelay, CA 94720, 1987.

C. FRANCOIS, J. MAALEJ, V. PAILLASSA (1993)

Base de données des essais en régime permanent. Résultats d'essais de : plafond, plancher et panneau chauffants, radiateur et convecteur, CSTB (Champ-sur-Marne), Rapport d'essais convention CSTB-ADEME n°2.04.039, Février 1993. 122p.

A. GRELAT (1987)

Approche des phénomènes de circulation et de stratification de l'air dans les locaux chauffés par le programme de simulation thermique multizone BILGA, Rapport final du contrat CEBTP-EDF HE 12 W 3269, 29p, 1987.

J.J. GRELLA, G.M. FAETH (1975)

Measurements in a two-dimensional thermal plume along a vertical adiabatic wall, J. Fluid Mech n°71, pp701-710. 1975.

M.I. GRIMITLYN, G.M. POZIN (1993)

Fundamentals of optimizing air distribution in ventilated spaces. ASHRAE Transactions : Symposia. N° SA-93-12-2, pp 1128-1138, 1993.

P. GUITTON, G. MARTIN, S. PINARD, D. BLAY (1998)

Analysis of room displacement ventilation in the presence of several heat sources, ROOMVENT'98, Stockholm (Suède), pp. 69-77, juin 1998.

J.P. HOLMAN (1990)

Heat Transfer, 7th Edition, New York (USA) Mc Graw-Hill Book Company, pp 599-611.

A.T HOWARTH(1980)

Temperature distribution and air movements in rooms heated with a convective heat source, Thèse de doctorat, Université de Manchester, 226p, 1980.

C. INARD, N. MOLLE, F. ALLARD(1987)

Experimental study of thermal behavior of a room with a convective heating system, 2nd Int. Congress of Building Energy Management, Lausanne, Vol 3, pp.202-209, 1987.

C. INARD(1988)

Contribution à l'étude du couplage thermique entre une source de chaleur et un local, Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, France, 449p, 1988.

C. INARD ET BUTY(1990)

Simulation of testcase d with zonal models, International Energy Agency, Annex 20 research item n°1.26 report, 29p, May 1990.

C. INARD, H. DURING(1991)

Study of unsteady thermal coupling between radiators and a dwelling cell, Rapport final du contrat CETHIL-AFME n°040001, Partie 2, 40p, 1991.

C. INARD, A. MESLEM, P. DEPECKER, P. BARLES (1997)

Structure moyenne et analyse intégrale du panache thermique des convecteurs électriques. Revue Générale de Thermique n°36 pp495-509, 1997.

C. INARD(1998)

Expertise d'une nouvelle méthode de simulation de l'aéraulique dans le bâtiment, Rapport final du CRECO EDF-TTA/LEPTAB(Ref T34L38/B03178), 1998.

M. JAKOB, R.L. ROSE, M. SPIELMAN (1950)

Heat transfer from an air jet to a plane plate with entrainment of water vapour from the environment. Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, 72 59, 1950.

K. KAPOOR, Y. JALURIA (1988)

Heat transfer from a negatively buoyant wall jet. Journal of Heat Transfer Vol. 32, pp 697-709, 1988.

KAST, KLAN (1982)

Auslegung und prüfung von fußbodenheizungen. VDI -Berichte n°464, pp39-49. 1982.

W. KEILHOLZ ET AL. (1996)

IISiBat Manual, CSTB, Sophia-Antipolis, France, 1996.

D.E. KIEL, D.J. WILSON(1986)

Gravity driven flows through open doors, Proceedings of the 7th Annual Air Infiltration Conf, Staford upon Avon (UK), paper 15, p16, 1986.

A.T. KIRKPATRICK, A.T. MALMSTROM, K. KNAPPMILLER, D. HITTLE, P. MILLER, V. HASSANI, R. ANDERSON (1991)

Use of low temperature air for cooling of buildings. Proc. of Building Simulation Conference, Sophia-Antipolis, France, pp62-66, 1991

L. LARET(1980)

Contribution au développement de modèles mathématiques du comportement thermique transitoire de structures d'habitation, Thèse de Doctorat, Université de Liège, 330p, 1980.

J. LEBRUN(1970)

Exigences physiologiques et modalités physiques de la climatisation par source statique concentrée, Thèse de Doctorat, Université de Liège, 113p, 1970.

J. LEBRUN(1978).

Etudes expérimentales des régimes transitoires en chambres climatiques : Ajustement des méthodes de calcul, Journée Bilan et Perspectives en Génie Civil, INSA de Lyon, 18p, 1978.

Z. H. LI, J.S. ZHANG, A.M. ZHIVOV, L.L. CHRISTIANSON (1993)

Characteristics of diffuser air jets and airflow in the occupied regions of mechanically ventilated rooms - A literature review. ASHRAE Transactions, Part 1, Vol 99, pp. 1119-1127, 1993.

J.A. LIBURDY, G.M. FAETH(1978)

Heat transfert and mean structure of a turbulent thermal plume along a vertical isothermal wall. J. Heat Transfert n°100, pp 177-183. 1978

K. LIMAM, C. INARD, F. ALLARD (1991)

Etude expérimentale des transferts de masse et de chaleur à travers les grandes ouvertures verticales. Ventilation et renouvellement d'air. Lyon. GEVRA, 1991.

K. LIMAM(1993)

Contribution à l'étude des transferts de chaleur et de masse dans les cavités partitionnées. Application à la caractérisation des transferts aérauliques dans les bâtiments à travers les grandes ouvertures, Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, France, 194p, 1993.

B.M. MAHAJAN, D.D. HILL(1987)

Flow coefficients for interzonal natural convection for various apertures, Solar Eng., Vol 1, pp 300-306, 1997

M. MUSY, E. WURTZ, J.M. NATAF (1997)

Zonal models : presentation and proposal of new expression of balance equations applied to the study of air flow and heat transfer in buildings. Ventilation and cooling, 18th Annual AIVC Conference, Athènes, Grèce, 23-26 Septembre 1997.

M. MUSY, E. WURTZ, L. MORA, F. ALLARD (1999)

Application de la méthode zonale à la description du champ de température et de l'allure des écoulements dans un auditorium. Gestion climatique des locaux de grandes dimensions, Journée organisée par la section Génie Climatique et Convection, Société Française des Thermiciens, 3 Février 1999.

H.B. NOTTAGE, J.G. SLABY, W.P. GOJSZA(1952)

Exploration of a chilled jet. ASHVE Transactions, Vol 58, pp. 357-376, 1952

H. OVERBY, M. STEEN-THODE(1990)

Calculation of vertical temperature gradients in heated rooms, CLIMA2000, Oslo, Section B1-5, paper 25, 14p, 1990.

R. PELLETRET, G. LIEBECQ, F. ALLARD, J. VAN DER MASS(1991)

Modelling of large openings, Proc. of 12th AIVC Conf, Ottawa, Vol 1., pp.99-109, 1991.

B. PEUPORTIER, I. BLANC-SOMMEREUX(1990)

Simulation tool with its expert interface for the thermal design of multizone building. International Journal of Solar Energy, vol. 8 pp109-120, 1990.

N. RAJARATNAM (1976)

Turbulent jets. Amsterdam (The Netherlands) : Elsevier Scientific Publishing Company, 1976, 304p.

W. RODI (1982)

Turbulent buoyant jets and plumes. HMT, Pergamon Press, 1982.

E. RODRIGUEZ, I. CACERES (1993)

Draft proposal for a stratification predictive model. Rapport technique, Commission de la Communauté Européenne, Janvier 1993.

A. ROLDAN (1985)

Etude thermique et aéraulique des enveloppes de bâtiment, Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, France, 310p, 1985.

F.X. RONGERE, D. BONNEAU, D. COVALET, B. GAUTIER (1989)

Clim 2000 : Un logiciel modulaire pour l'élaboration de modèles thermiques pour l'habitat. Revue Générale de Thermique, n°335-336, nov-déc 1989.

J.J. ROUX (1984)

Proposition de modèles simplifiés pour l'étude du comportement thermique des bâtiments, Thèse de Docteur-Ingénieur, INSA de Lyon, 1984.

M. SANDBERG, M. SJÖBERG (1983)

The use of moments for assessing air quality in ventilated rooms, Building and Environment, Vol 18, n°4, pp. 181-197, 1983.

M. SANDBERG, S. LINDSTRÖM (1987)

A model for ventilation by displacement, ROOMVENT'87, Stockholm, 14p, 10-12 Juin 1987

W.H. SCHWARTZ, W.P. COSART (1961)

The two-dimensional turbulent wall jet. J. Fluid Mech., Vol 10, pp.481-495, 1961

B.H. SHAW, W. WHYTE (1974)

Air movement through doorways : the influence of temperature and its control by forced air flow, Building Services, Vol 42, n°12, pp. 210-218, 1974.

TRNSYS(1984)

TRNSYS, a transient simulation program. Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin-Madison, avril 1984.

G.L. TUVE(1953)

Air velocities in ventilating jets. ASHVE Trans., Vol59, pp 261-282, 1953.

G.N. WALTON(1980)

A new algorithm for radiant exchange in room loads calculations. A.S.H.R.A.E. Transactions, vol 86, Part II p190-208, 1980

G.N. WALTON(1989a)

Airflow network models for element-based building airflow modeling. A.S.H.R.A.E. Transactions, 1989

G.N. WALTON(1989b)

AIRNET, a computer program for building air flow network modelling. National Institute of Standards and Technology, Gaithersbourg (USA), 1989

R.L. WEBB (1991).

Standard Nomenclature for Mass Transfer Processes, ASHRAE Trans, 1991

E. WURTZ (1995)

Modélisation tridimensionnelle des transferts thermiques et aérauliques dans le bâtiment en environnement orienté objet, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale de Ponts et Chaussées, 206p, 1995.

J.D. WILSON, M.L. ESMAY, S. PERSSON (1970)

Wall-jet velocity and temperature profiles resulting from a ventilation inlet. Trans. Am. Soc. Agric. Engrs, Vol 13, pp77-81, 1970.

J. ZERBE, J. SELNA (1946)

An empirical equation for the coefficient of heat transfer to a flat surface from a plane heated air jet directed tangentially to a surface. Nat. Adv. Comm. For Aero. Tech., Note 1070, 1946.

Annexe 1 :

Obtention des équations relatives au calcul des débits massiques dans les interfaces.

1. Débit massique de diffusion

Le débit élémentaire massique de diffusion, calculé pour un tronçon d'interface de hauteur dz est :

$$dQ_{m_j_diff} = (\varepsilon_1 \cdot \rho_{1_j} + \varepsilon_2 \cdot \rho_{2_j}) \cdot D_j \cdot w \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(L_1 + L_2) / 2} \cdot dz$$

avec

$$\begin{cases} \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 & \text{alors } \varepsilon_1 = 1 \text{ et } \varepsilon_2 = 0 \\ \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} < 0 & \text{alors } \varepsilon_1 = 0 \text{ et } \varepsilon_2 = 1 \end{cases}$$

Le débit massique de diffusion, calculé pour toute l'interface est :

$$Q_{m_j_diff} = (\varepsilon_1 \cdot \rho_{1_j} + \varepsilon_2 \cdot \rho_{2_j}) \cdot D_j \cdot w \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(L_1 + L_2) / 2} \cdot h$$

2. Débit massique de transport

Le débit élémentaire massique de transport calculé pour un tronçon d'interface de hauteur dz , situé à l'altitude z est :

$$dQm_{j_transp} = (\alpha_1(z) \cdot \rho_{1_j} + \alpha_2(z) \cdot \rho_{2_j}) C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot z) \cdot dz$$

avec

$$\begin{cases} \text{si } P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot z \geq 0 & \text{alors } \alpha_1(z) = 1 \text{ et } \alpha_2(z) = 0 \\ \text{si } P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot z < 0 & \text{alors } \alpha_1(z) = 0 \text{ et } \alpha_2(z) = 1 \end{cases}$$

Ceci est équivalent à :

$$\begin{cases} \text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 & \begin{cases} \text{si } \frac{P_1 - P_2}{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g} \geq z & \text{alors } \alpha_1(z) = 1 \text{ et } \alpha_2(z) = 0 \\ \text{si } \frac{P_1 - P_2}{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g} < z & \text{alors } \alpha_1(z) = 0 \text{ et } \alpha_2(z) = 1 \end{cases} \\ \text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 & \begin{cases} \text{si } \frac{P_1 - P_2}{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g} \leq z & \text{alors } \alpha_1(z) = 1 \text{ et } \alpha_2(z) = 0 \\ \text{si } \frac{P_1 - P_2}{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g} > z & \text{alors } \alpha_1(z) = 0 \text{ et } \alpha_2(z) = 1 \end{cases} \end{cases}$$

On introduit l'ordonnée z_n qui caractérise le position de l'axe neutre pour le débit de transport :

$$z_n = \frac{P_1 - P_2}{g \cdot (\rho_1 - \rho_2)}$$

Alors, les expressions précédentes peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 & \begin{cases} \text{si } z_n \geq z & \text{alors } \alpha_1(z) = 1 \text{ et } \alpha_2(z) = 0 \\ \text{si } z_n < z & \text{alors } \alpha_1(z) = 0 \text{ et } \alpha_2(z) = 1 \end{cases} \\ \text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 & \begin{cases} \text{si } z_n \leq z & \text{alors } \alpha_1(z) = 1 \text{ et } \alpha_2(z) = 0 \\ \text{si } z_n > z & \text{alors } \alpha_1(z) = 0 \text{ et } \alpha_2(z) = 1 \end{cases} \end{cases}$$

La fonction du débit élémentaire massique est continue, linéaire par morceaux. Elle est monotone. Si $(\rho_1 - \rho_2) > 0$, elle est décroissante, si $(\rho_1 - \rho_2) < 0$, elle est croissante, si $(\rho_1 - \rho_2) = 0$, elle est constante.

Pour le calcul du débit massique de transport, on distingue plusieurs cas, suivant la position de z_n dans l'interface ou hors de l'interface :

- 1^{er} cas : z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$:

•si $(\rho_1 - \rho_2) > 0$,

alors :

pour $z > z_n$, $\alpha_1(z) = 0$ et $\alpha_2(z) = 1$,

pour $z \leq z_n$, $\alpha_1(z) = 1$ et $\alpha_2(z) = 0$

L'allure de la fonction de débit élémentaire est donnée en figure A1.1

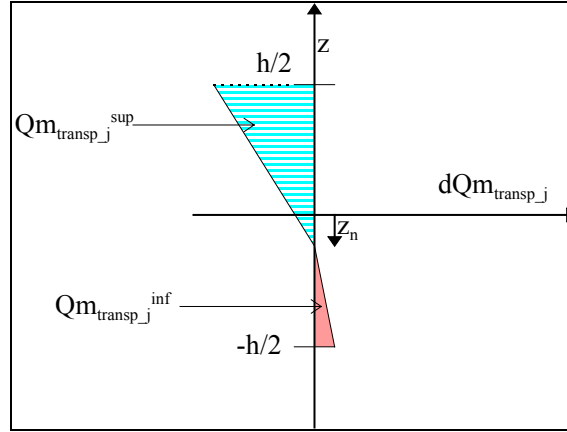


Figure A1.1 : Allure de la fonction de débit élémentaire de transport

On calcule le débit massique supérieur de transport (qui transite au dessus de l'axe neutre), et le débit massique inférieur de transport (qui transite en dessous de l'axe neutre) :

$$Qm_{_j_transp}^{\sup} = \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} - z_n}{2}$$

$$Qm_{_j_transp}^{\inf} = \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 + (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} + z_n}{2}$$

•si $(\rho_1 - \rho_2) < 0$

alors :

pour $z > z_n$, $\alpha_1(z) = 1$ et $\alpha_2(z) = 0$,

pour $z \leq z_n$, $\alpha_1(z) = 0$ et $\alpha_2(z) = 1$

L'allure de la fonction de débit élémentaire est donnée en figure A1.2

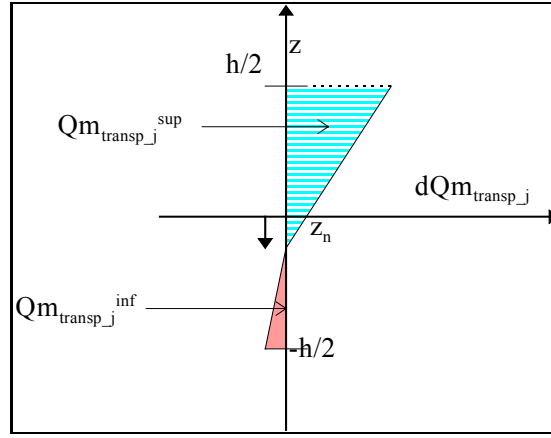


Figure A1.2 : Allure de la fonction de débit élémentaire de transport

On calcule le débit massique supérieur de transport et le débit massique inférieur de transport :

$$Qm_{_j_transp}^{sup} = \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} - z_n}{2}$$

$$Qm_{_j_transp}^{inf} = \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 + (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} + z_n}{2}$$

- 2^{ème} cas : z_n inférieur à $-h/2$:

$$\bullet \text{ si } (\rho_1 - \rho_2) > 0$$

alors :

$$\text{pour } z > z_n, \alpha_1(z) = 0 \text{ et } \alpha_2(z) = 1,$$

$$\text{pour } z \leq z_n, \alpha_1(z) = 1 \text{ et } \alpha_2(z) = 0$$

L'allure de la fonction de débit élémentaire est donnée en figure A1.3

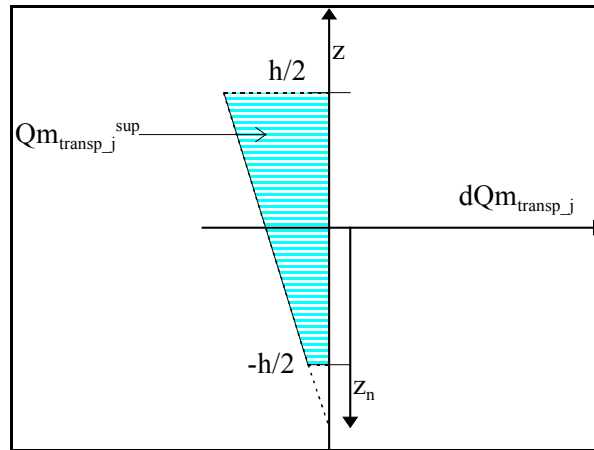


Figure A1.3 : Allure de la fonction de débit élémentaire de transport

Le débit massique supérieur de transport et le débit massique inférieur de transport sont :

$$Qm_{_j_transp}^{\sup} = \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h$$

$$Qm_{_j_transp}^{\inf} = 0$$

• si $(\rho_1 - \rho_2) < 0$,

alors :

pour $z > z_n$, $\alpha_1(z) = 1$ et $\alpha_2(z) = 0$,

pour $z \leq z_n$, $\alpha_1(z) = 0$ et $\alpha_2(z) = 1$

L'allure de la fonction de débit élémentaire est donnée en figure A1.4

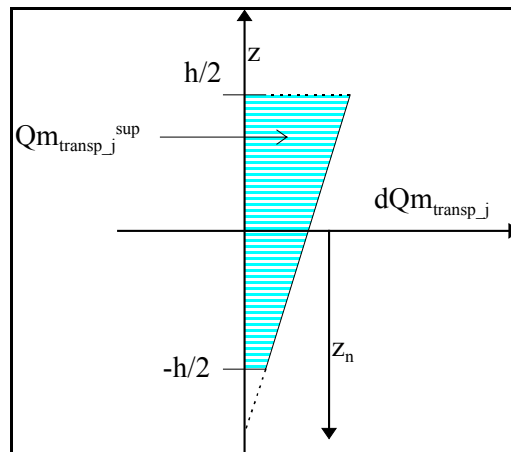


Figure A1.4 : Allure de la fonction de débit élémentaire de transport

Le débit massique supérieur de transport et le débit massique inférieur de transport sont :

$$Qm_{_j_transp}^{sup} = \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h$$

$$Qm_{_j_transp}^{inf} = 0$$

- 3^{ème} cas : z_n supérieur à $h/2$:

$$\bullet \text{ si } (\rho_1 - \rho_2) > 0,$$

alors :

$$\text{pour } z > z_n, \quad \alpha_1(z) = 0 \quad \text{et} \quad \alpha_2(z) = 1,$$

$$\text{pour } z \leq z_n, \quad \alpha_1(z) = 1 \quad \text{et} \quad \alpha_2(z) = 0$$

L'allure de la fonction de débit élémentaire est donnée en figure A1.5

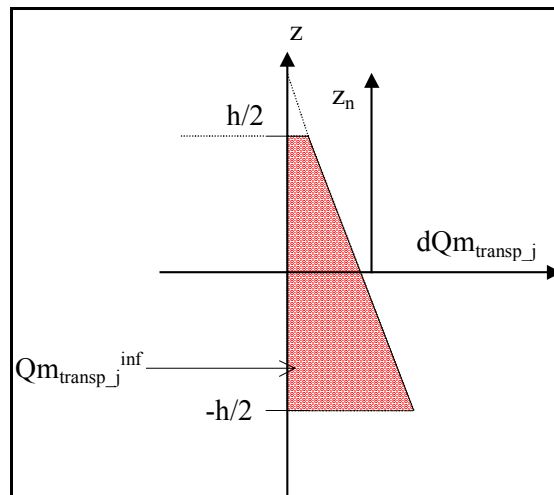


Figure A1.5 : Allure de la fonction de débit élémentaire de transport

Le débit massique supérieur de transport et le débit massique inférieur de transport sont :

$$Qm_{_j_transp}^{sup} = 0$$

$$Qm_{_j_transp}^{inf} = \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h$$

• si $(\rho_1 - \rho_2) < 0$,

alors :

pour $z > z_n$, $\alpha_1(z) = 1$ et $\alpha_2(z) = 0$,

pour $z \leq z_n$, $\alpha_1(z) = 0$ et $\alpha_2(z) = 1$

L'allure de la fonction de débit élémentaire est donnée en figure A1.6

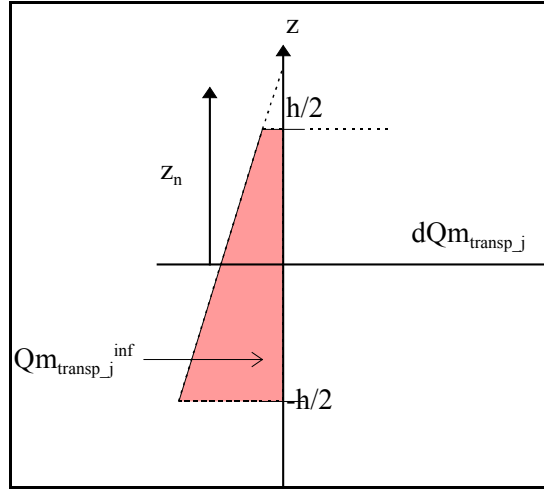


Figure A1.6 : Allure de la fonction de débit élémentaire de transport

Le débit massique supérieur de transport et le débit massique inférieur de transport sont :

$$Qm_{_j_transp}^{\sup} = 0$$

$$Qm_{_j_transp}^{\inf} = \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h$$

Calcul des débits massiques totaux

Le débit massique total est :

$$dQm_j = \left(C' \cdot (\alpha_1(z) \cdot \rho_{1_j} + \alpha_2(z) \cdot \rho_{2_j}) (P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot z) + D_j \cdot (\varepsilon_1 \cdot \rho_{1_j} + \varepsilon_2 \cdot \rho_{2_j}) \frac{(X_{1_j} - X_{2_j})}{(L_1 + L_2)/2} \right) \cdot w \cdot dz$$

Cette fonction est continue, linéaire par morceaux. Elle est monotone. Si $(\rho_1 - \rho_2) > 0$, elle est décroissante, si $(\rho_1 - \rho_2) < 0$, elle est croissante, si $(\rho_1 - \rho_2) = 0$, elle est constante.

Dans les deux premier cas, elle s'annule en un unique point, pour $z=z_{0j}$, ordonnée de l'axe neutre pour le débit massique total :

$$dQm_j(z_{0j})=0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\frac{P_1 - P_2}{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g} + \frac{D_j \cdot (\alpha_1(z_{0j}) \cdot \rho_{1j} + \alpha_2(z_{0j}) \cdot \rho_{2j}) (X_{1j} - X_{2j})}{C \cdot (\varepsilon_1 \cdot \rho_{1j} + \varepsilon_2 \cdot \rho_{2j}) (\rho_1 - \rho_2) \cdot g} \frac{(L_1 + L_2)}{2} = z_{0j}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$z_n + \frac{2 \cdot D_j \cdot (\alpha_1(z_{0j}) \cdot \rho_{1j} + \alpha_2(z_{0j}) \cdot \rho_{2j}) (X_{1j} - X_{2j})}{C \cdot g \cdot (\varepsilon_1 \cdot \rho_{1j} + \varepsilon_2 \cdot \rho_{2j}) (L_1 + L_2)} \frac{1}{(\rho_1 - \rho_2)} = z_{0j}$$

La position de z_{0j} par rapport à z_n dépend du signe de $\frac{(X_{1j} - X_{2j})}{(\rho_1 - \rho_2)}$:

- si $\frac{(X_{1j} - X_{2j})}{(\rho_1 - \rho_2)} \geq 0$ alors $z_{0j} \geq z_n$
 - si $(\rho_1 - \rho_2) > 0$ et $X_{1j} - X_{2j} \geq 0$
alors $\alpha_2(z_{0j}) = 1, \alpha_1(z_{0j}) = 0$ et $\varepsilon_2 = 0, \varepsilon_1 = 1$

On obtient alors l'expression de la position de l'axe neutre suivante :

$$z_{0j} = z_n + \frac{2 \cdot D_j \cdot \rho_{2j}}{C \cdot g \cdot \rho_{1j} \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1j} - X_{2j})}{(\rho_1 - \rho_2)}$$

- si $(\rho_1 - \rho_2) < 0$ et $X_{1j} - X_{2j} < 0$
alors $\alpha_2(z_{0j}) = 0, \alpha_1(z_{0j}) = 1$ et $\varepsilon_2 = 1, \varepsilon_1 = 0$

L'expression de la position de l'axe neutre est :

$$z_{0j} = z_n + \frac{2 \cdot D_j}{C \cdot g \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1j} - X_{2j})}{(\rho_1 - \rho_2)}$$

- si $\frac{(X_{1j} - X_{2j})}{(\rho_1 - \rho_2)} < 0$ alors $z_{0j} < z_n$

- si $(\rho_1 - \rho_2) > 0$ et $X_{1_j} - X_{2_j} < 0$

alors $\alpha_2(z_{0_j}) = 0$, $\alpha_1(z_{0_j}) = 1$ et $\varepsilon_2 = 1$, $\varepsilon_1 = 0$

L'expression de la position de l'axe neutre est :

$$z_{0_j} = z_n + \frac{2.D_j \cdot \rho_{1_j}}{C \cdot g \cdot \rho_{2_j} \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1_j} - X_{2_j})}{(\rho_1 - \rho_2)}$$

- si $\rho_1 - \rho_2 < 0$ alors et $X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0$

alors $\alpha_2(z_{0_j}) = 1$, $\alpha_1(z_{0_j}) = 0$ et $\varepsilon_2 = 0$, $\varepsilon_1 = 0$

L'expression de la position de l'axe neutre est :

$$z_{0_j} = z_n + \frac{2.D_j}{C \cdot g \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1_j} - X_{2_j})}{(\rho_1 - \rho_2)}$$

Les débits massiques supérieurs et inférieurs sont obtenus après discussion sur la position des axes neutre, z_{0_j} et z_n . Ceux-ci sont exprimés en fonction du débit massique de diffusion, et des débits supérieur et inférieur de transport :

- Si $X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$,

alors $z_{0_j} \geq z_n$

- 1^{er} cas : z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.7):

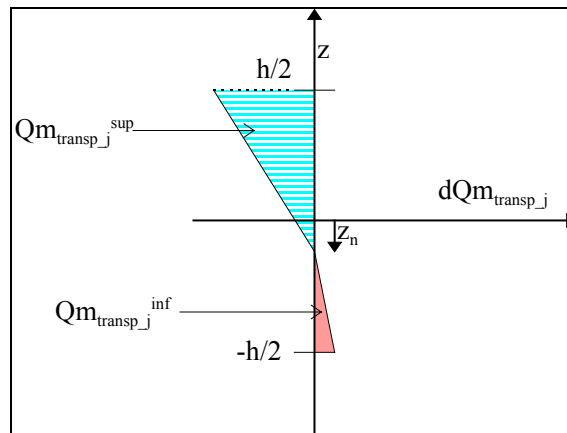


Figure A1.7 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$

Deux possibilités peuvent se présenter pour la position de z_{0_j} .

• z_{0_j} compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.8)

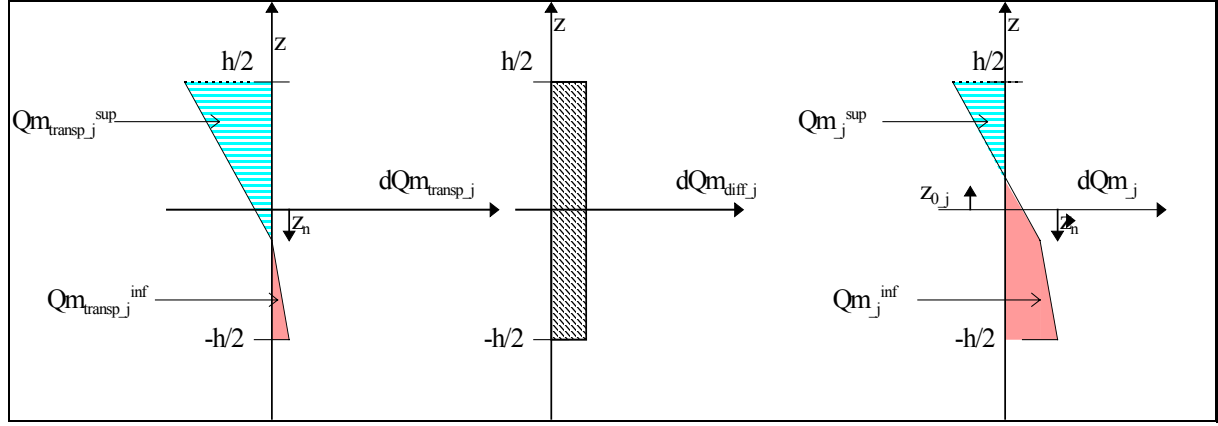


Figure A1.8 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$, z_{0_j} compris entre $-h/2$ et $h/2$, $X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{sup}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_{0_j}\right)^2}{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{h} \right)$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{inf}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{\frac{h}{2} - z_n} \right)^2 + Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0_j}}{h} \right)$$

• z_{0_j} supérieur à $h/2$ (figure A1.8)

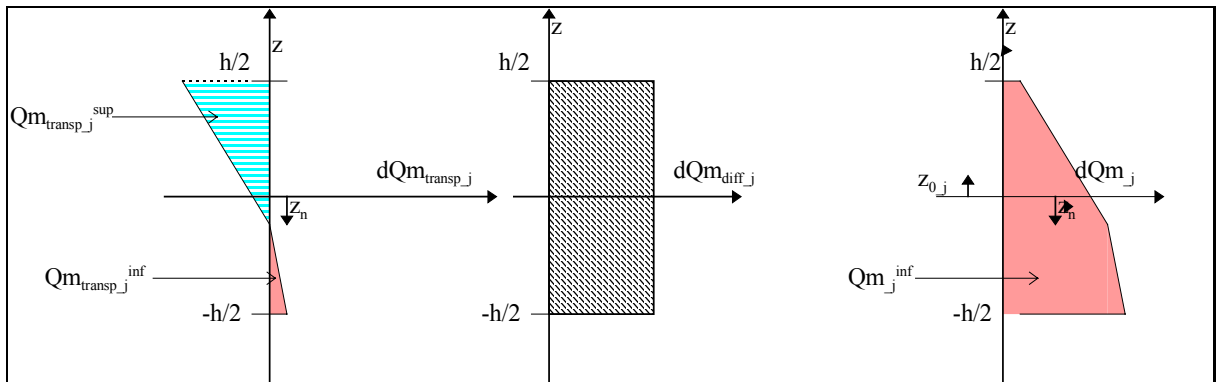


Figure A1.9 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$, $z_{0,j}$ supérieur à $h/2$, $X_{1,j} - X_{2,j} \geq 0$ et $\rho_1 - \rho_2 > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = 0$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{-j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{-j_diff}$$

- 2^{ème} cas : z_n inférieur à $-h/2$ (figure A1.10):

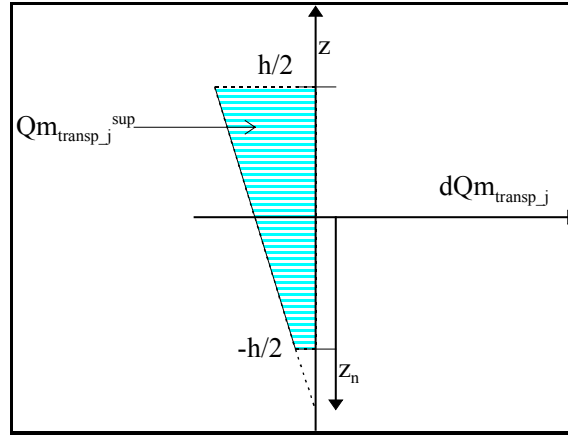


Figure A1.10 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n inférieur à $-h/2$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$

Trois possibilités peuvent se présenter pour la position de $z_{0,j}$.

- $z_{0,j}$ inférieur à $-h/2$ (figure A1.11) :

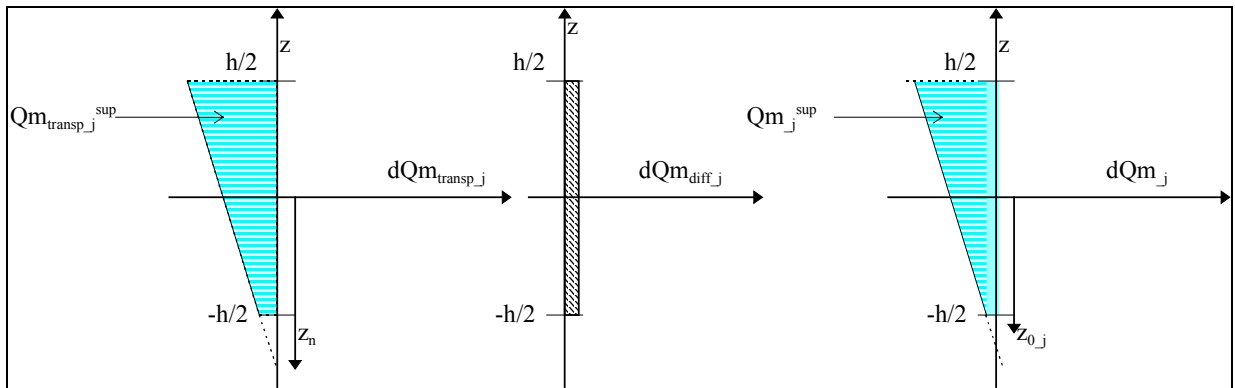


Figure A1.11 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de

diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n inférieur à $-h/2$, z_{0j} inférieur à $-h/2$, $X_{1j} - X_{2j} \geq 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{-j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{-j_diff}$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = 0$$

• z_{0j} compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.12):

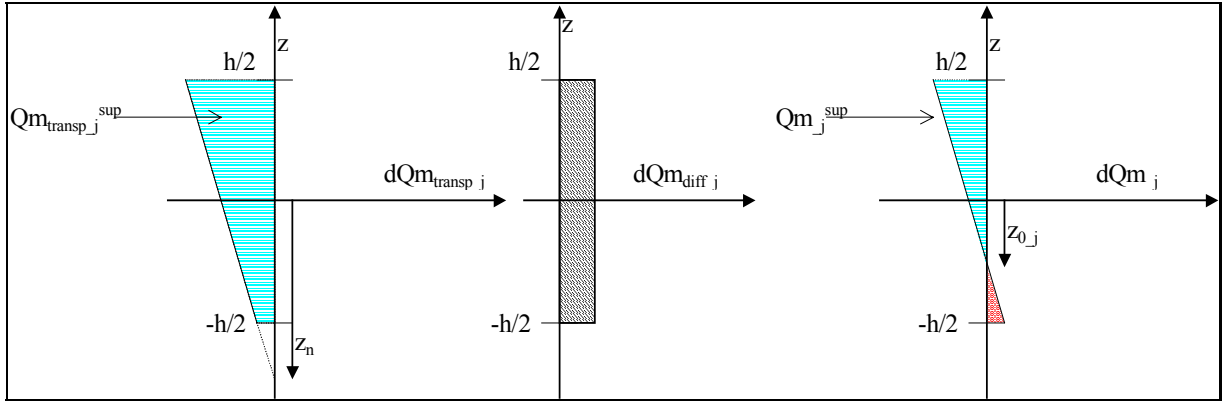


Figure A1.12 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n inférieur à $-h/2$, z_{0j} compris entre $-h/2$ et $h/2$, $X_{1j} - X_{2j} \geq 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2 - (z_{0j} - z_n)^2}{(z_{0j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0j}}{h} \right)$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{2(z_{0j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2}{(z_{0j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0j}}{h} \right)$$

• z_{0j} supérieur $h/2$ (figure A1.13):

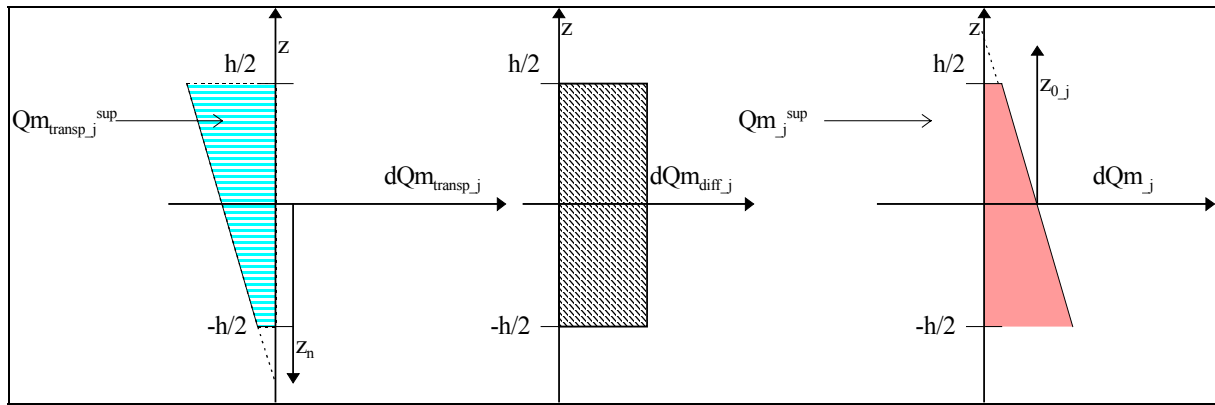


Figure A1.13 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n inférieur à $-h/2$, z_{0j} supérieur à $h/2$, $X_{1j} - X_{2j} \geq 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = 0$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{-j_diff}$$

- 3^{ème} cas : z_n supérieur à $h/2$ (figure A1.14):

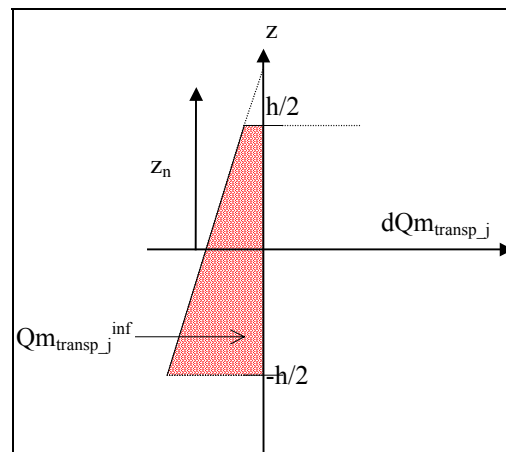


Figure A1.14 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n supérieur à $h/2$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$

Il n'y a qu'un seul cas à étudier : z_{0j} supérieur à $h/2$ (figure A1.15) :

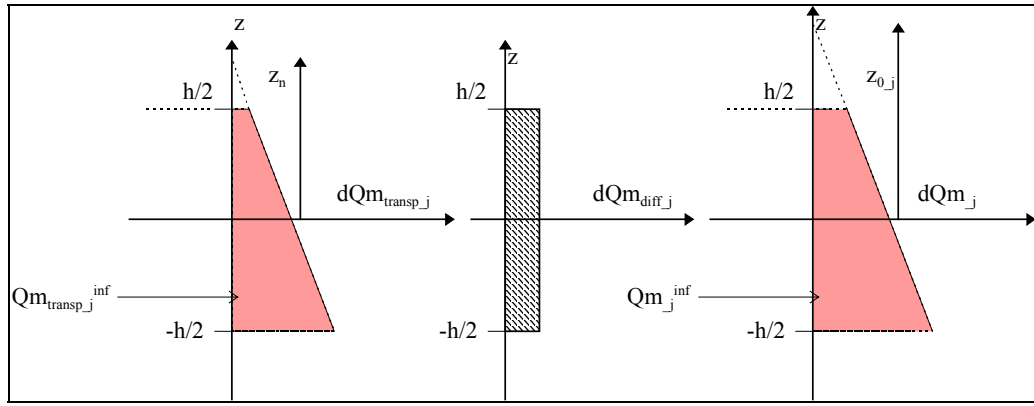


Figure A1.15 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n supérieur à $h/2$, z_{0j} supérieur à $h/2$, $X_{1j} - X_{2j} \geq 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = 0$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{-j_diff}$$

- Si $X_{1j} - X_{2j} < 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$

alors $z_{0j} < z_n$.

- 1^{er} cas : z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.16):

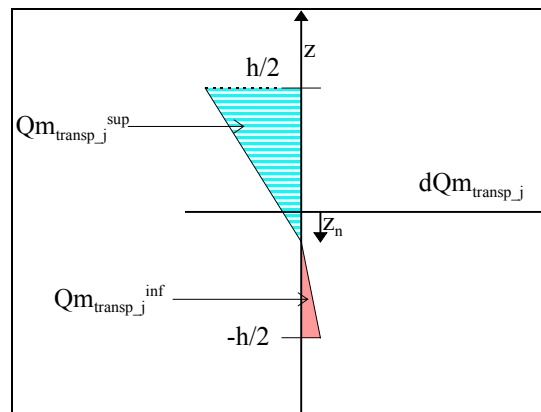


Figure A1.14 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$, $(\rho_1 - \rho_2) > 0$

Deux possibilités doivent être envisagées pour la position de z_{0_j} .

• z_{0_j} compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.17)

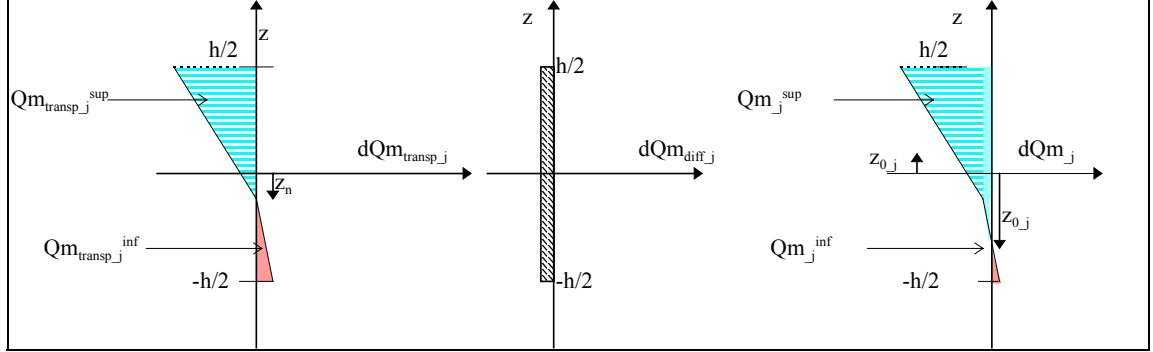


Figure A1.17 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$, z_{0_j} compris entre $-h/2$ et $h/2$, $X_{1_j} - X_{2_j} < 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{_j}^{sup} = Qm_{_j_transp}^{sup} + Qm_{_j_transp}^{inf} \left(\frac{z_{0_j} - z_n}{\frac{h}{2} + z_n} \right)^2 + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{h} \right)$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{_j}^{inf} = Qm_{_j_transp}^{sup} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{\frac{h}{2} - z_n} \right)^2 + Qm_{_j_transp}^{inf} + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0_j}}{h} \right)$$

• z_{0_j} inférieur à $-h/2$ (figure A1.18) :

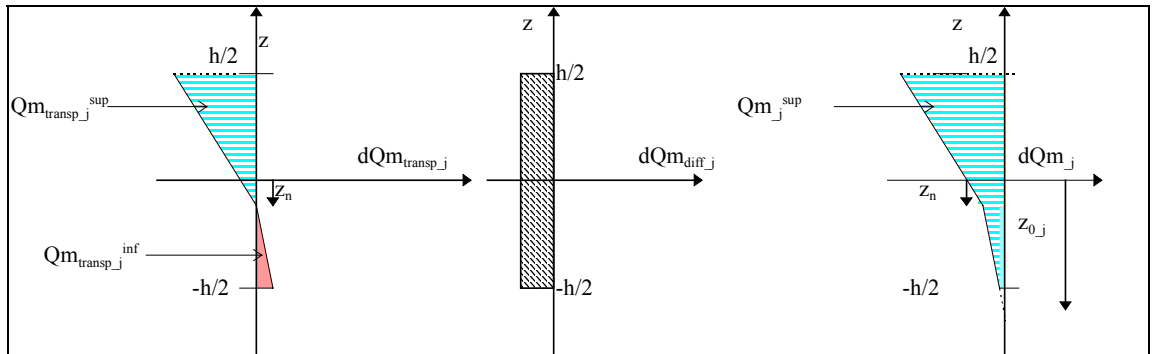


Figure A1.18 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n compris entre $-h/2$ et

$$h/2, z_{0j} \text{ inférieur à } -h/2, X_{1j} - X_{2j} < 0 \text{ et } (\rho_1 - \rho_2) > 0.$$

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{sup}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{_j_diff}$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{inf}} = 0$$

- 2^{ème} cas : z_n inférieur à $-h/2$ (figure A1.19):

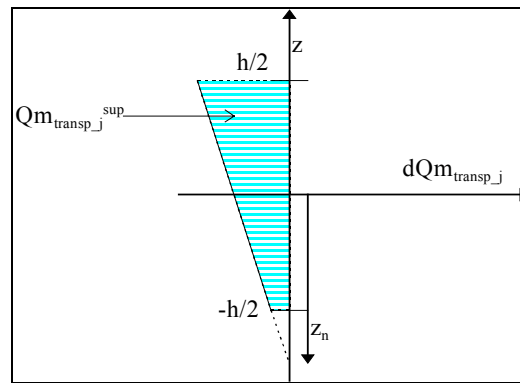


Figure A1.19 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n inférieur à $-h/2$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$

Un seul cas peut se présenter : z_{0j} inférieur à $-h/2$ (figure A1.20) :

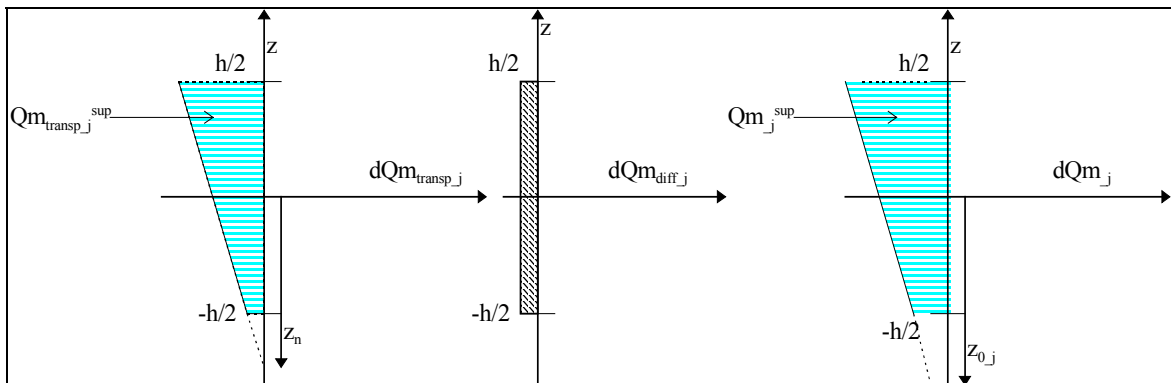


Figure A1.20 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n inférieur à $-h/2$, z_{0j} inférieur à $-h/2$, $X_{1j} - X_{2j} < 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{-j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{-j_diff}$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = 0$$

- 3^{ème} cas : z_n supérieur à $h/2$ (figure A1.21) :

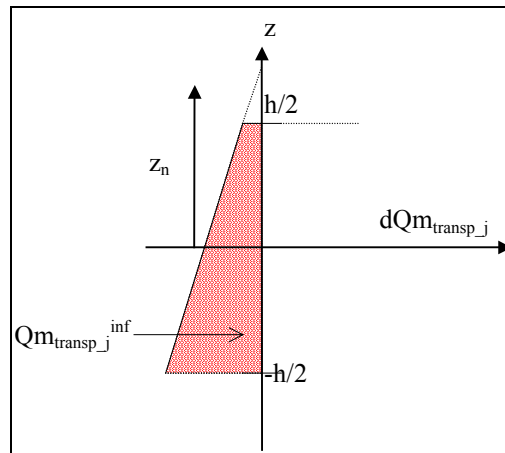


Figure A1.21 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n supérieur à $h/2$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$

Il y a trois cas à étudier :

- z_{0j} supérieur à $h/2$

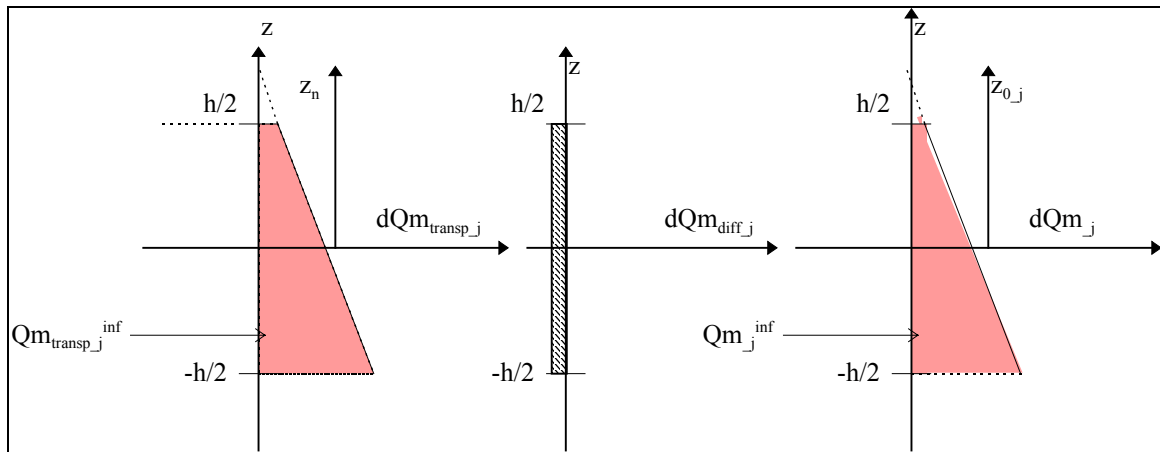


Figure A1.20 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n supérieur à $h/2$, $z_{0,j}$ supérieur à $h/2$, $X_{1,j} - X_{2,j} < 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{sup}} = 0$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{inf}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{_j_diff}$$

• $z_{0,j}$ compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.21) :

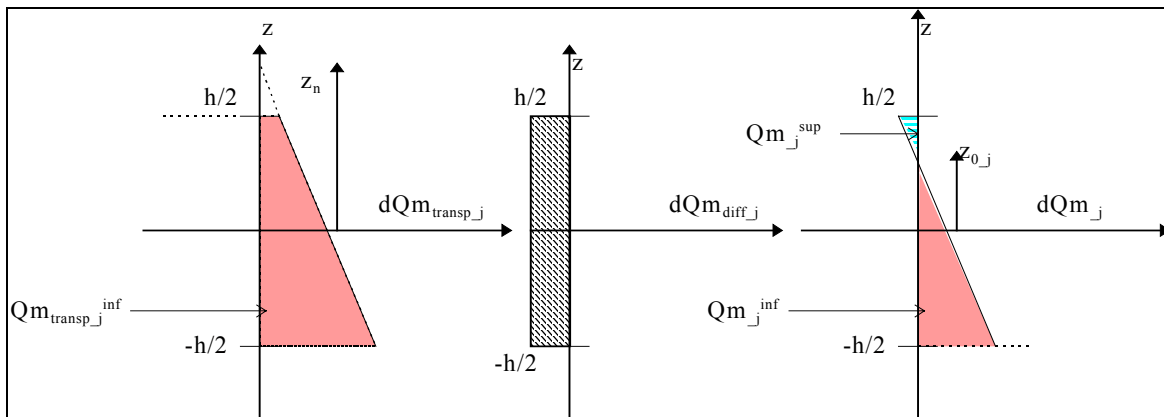


Figure A1.21 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n supérieur à $h/2$, $z_{0,j}$ compris entre $-h/2$ et $h/2$, $X_{1,j} - X_{2,j} < 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\sup} = Qm_{-j_transp}^{\inf} \left(\frac{2(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(z_n - \frac{h}{2}\right)^2 - \left(z_n + \frac{h}{2}\right)^2}{(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(z_n - \frac{h}{2}\right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{h} \right)$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\inf} = Qm_{-j_transp}^{\inf} \left(\frac{\left(z_n + \frac{h}{2}\right)^2 - (z_{0_j} - z_n)^2}{(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(z_n - \frac{h}{2}\right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0_j}}{h} \right)$$

• z_{0_j} inférieur à $-h/2$ (figure A1.22) :

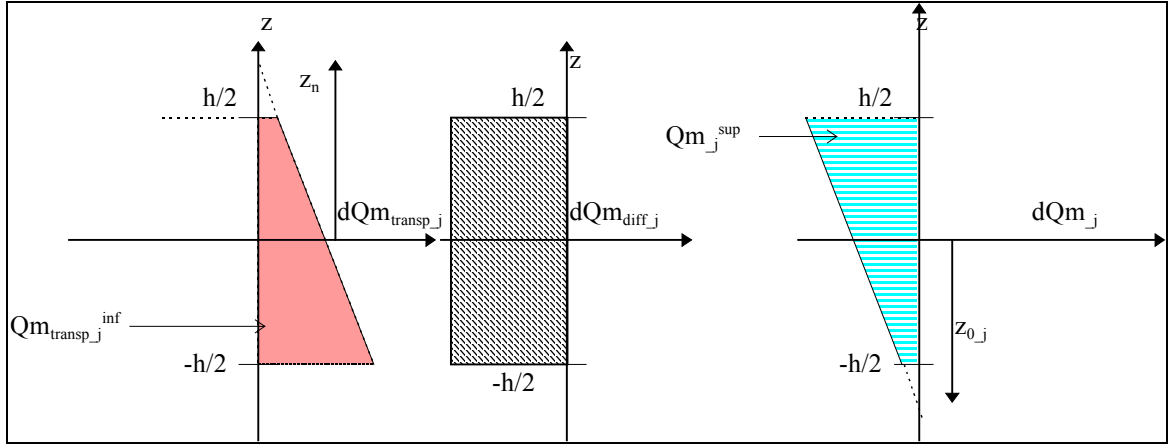


Figure A1.22 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n supérieur à $h/2$, z_{0_j} inférieur à $-h/2$, $X_{1_j} - X_{2_j} < 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) > 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\sup} = Qm_{-j_transp}^{\inf} + Qm_{-j_diff}$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\inf} = 0$$

• $X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$

alors $z_{0_j} \leq z_n$

- 1^{er} cas : z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.23):

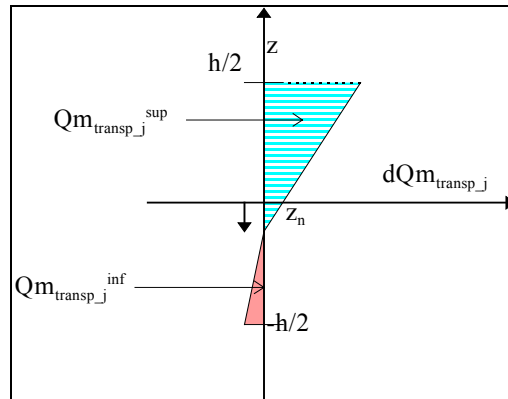


Figure A1.23 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$, $\rho_1 - \rho_2 < 0$

Deux cas peuvent de présenter.

- z_{0j} inférieure à $-h/2$ (figure A1.24) :

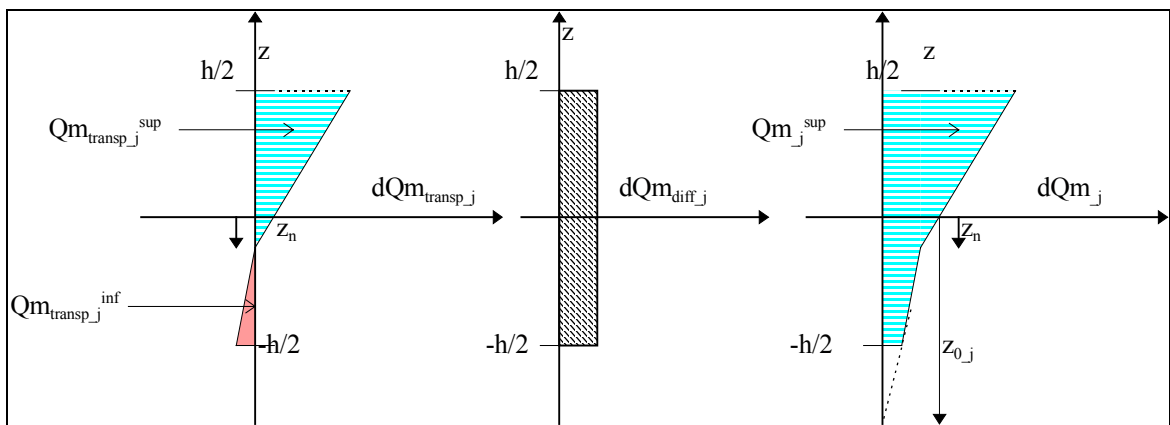


Figure A1.24 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n supérieur compris entre $-h/2$ et $h/2$, z_{0j} inférieure à $-h/2$, $X_{1j} - X_{2j} \geq 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{sup} = Qm_{-j_transp}^{inf} + Qm_{-j_transp}^{sup} + Qm_{-j_diff}$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = 0$$

- z_{0j} compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.25) :

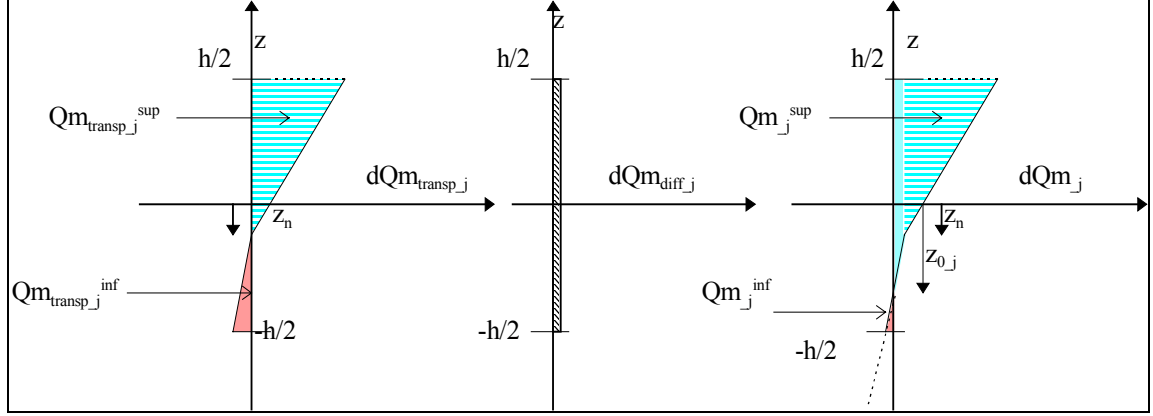


Figure A1.25 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$, z_{0j} compris entre $-h/2$ et $h/2$, $X_{1j} - X_{2j} \geq 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = Qm_{-j_transp}^{\text{inf}} \left(\frac{z_{0j} - z_n}{\frac{h}{2} + z_n} \right)^2 + Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0j}}{h} \right)$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = Qm_{-j_transp}^{\text{inf}} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} + z_n \right)^2 - (z_{0j} - z_n)^2}{\left(\frac{h}{2} + z_n \right)^2} \right) + Qm_{-j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0j}}{h} \right)$$

- 2^{ème} cas : z_n inférieur à $-h/2$ (figure A1.26):

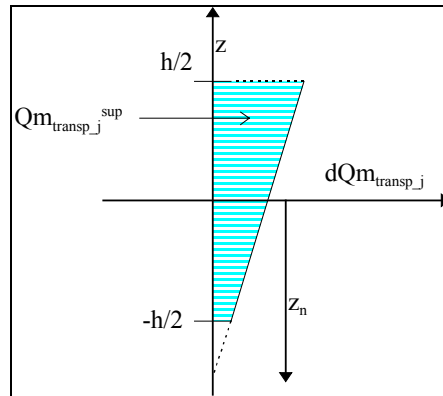


Figure A1.26 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n inférieur à $-h/2$, $\rho_1 - \rho_2 < 0$

Il y a un seul cas à étudier : z_{0j} inférieur à $-h/2$ (figure A1.27) :

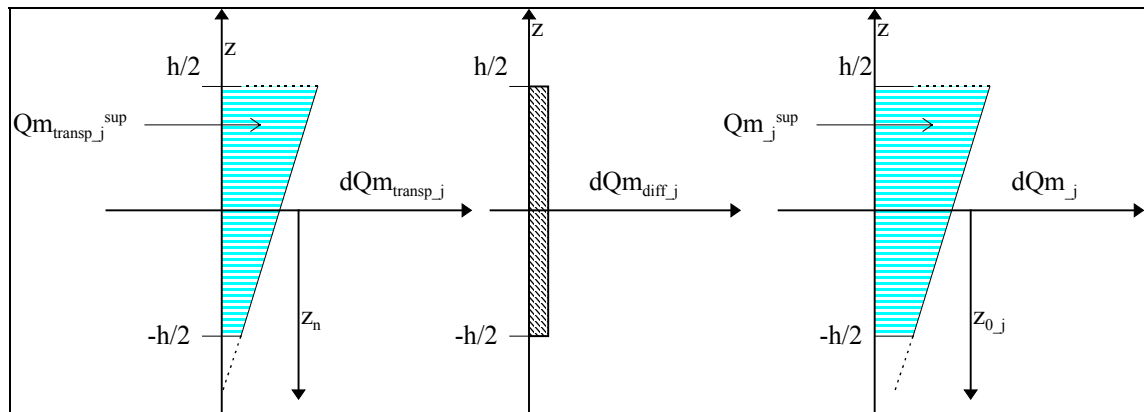


Figure A1.27 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n inférieur à $-h/2$, z_{0j} inférieur à $-h/2$, $X_{1j} - X_{2j} \geq 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{-j_diff}$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = 0$$

- 3^{ème} cas : z_n supérieur à $h/2$ (figure A1.28):

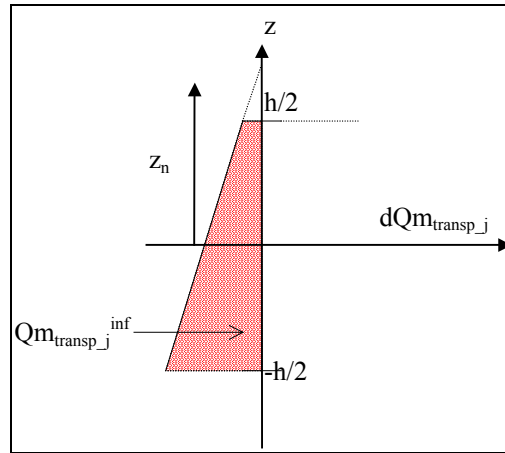


Figure A1.28 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n supérieur à $h/2$, $\rho_1 - \rho_2 < 0$

Trois cas sont à étudier.

• z_{0j} supérieur à $h/2$ (figure A1.29)

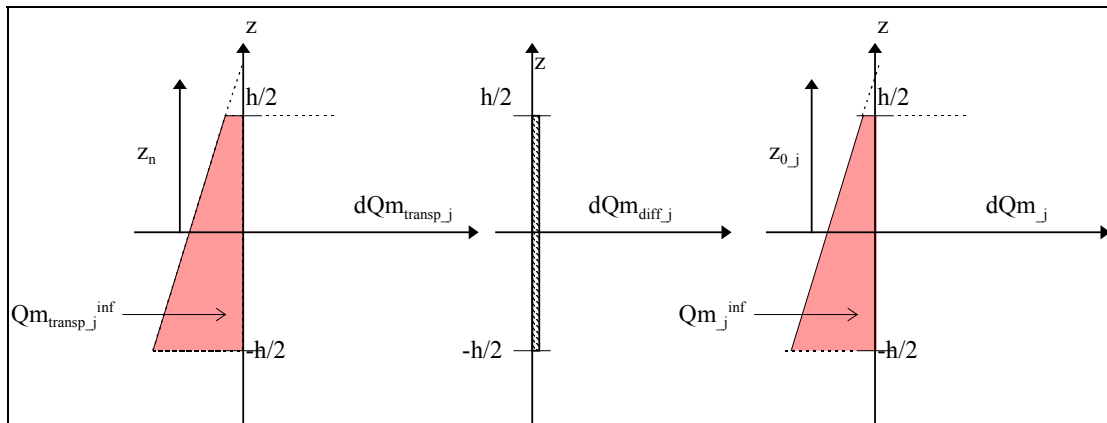


Figure A1.29 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n supérieur à $h/2$, z_{0j} supérieur à $h/2$, $X_{1j} - X_{2j} \geq 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = Qm_{-j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{-j_diff}$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = 0$$

• z_{0j} compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.30)

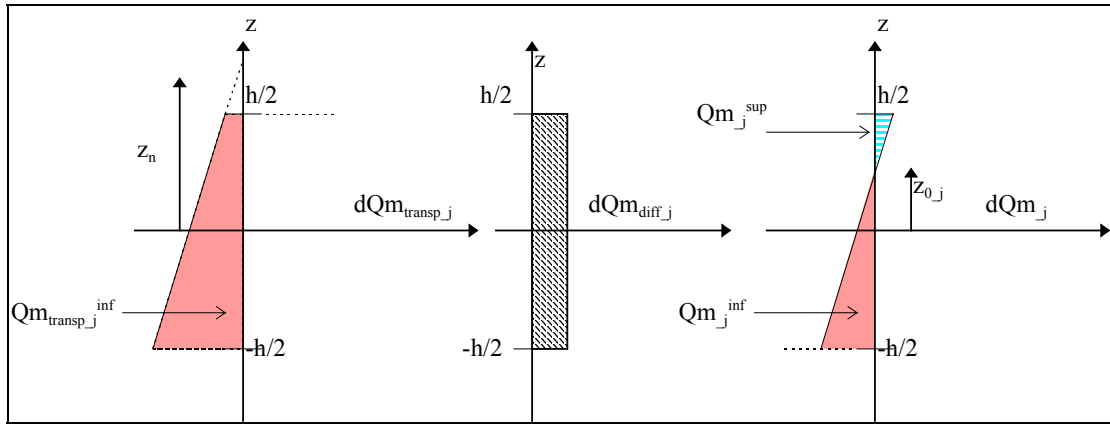


Figure A1.30 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n supérieur à $h/2$, z_{0_j} compris entre $-h/2$ et $h/2$, $X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{_j}^{sup} = Qm_{_j_transp}^{inf} \left(\frac{2(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2}{(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{h} \right)$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{_j}^{inf} = Qm_{_j_transp}^{inf} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2 - (z_{0_j} - z_n)^2}{(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0_j}}{h} \right)$$

• z_{0_j} inférieur à $-h/2$ (figure A1.31) :

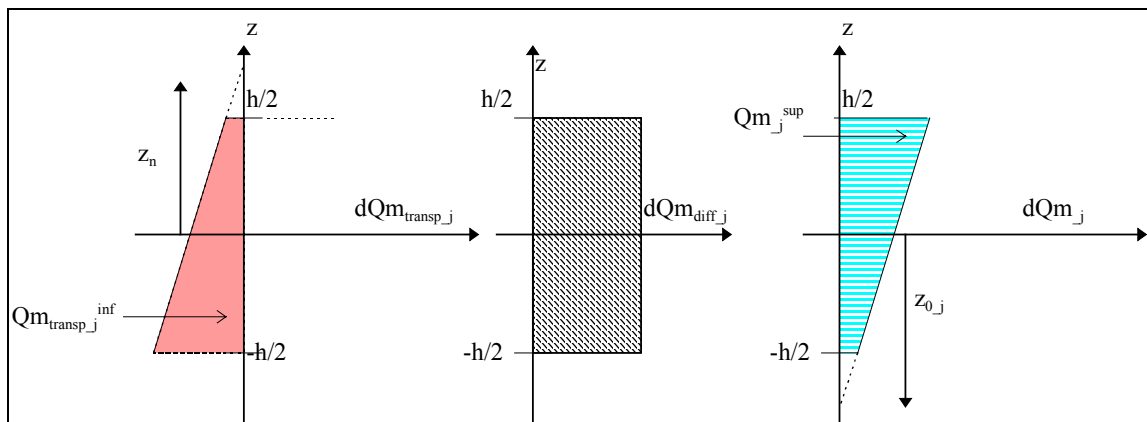


Figure A1.31 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n supérieur à $h/2$, z_{0j} inférieur à $-h/2$, $X_{1j} - X_{2j} \geq 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{sup}} = Qm_{-j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{-j_diff}$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{-j}^{\text{inf}} = 0$$

- Si $X_{1j} - X_{2j} < 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$

alors $z_{0j} \geq z_n$.

- 1^{er} cas : z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.32):

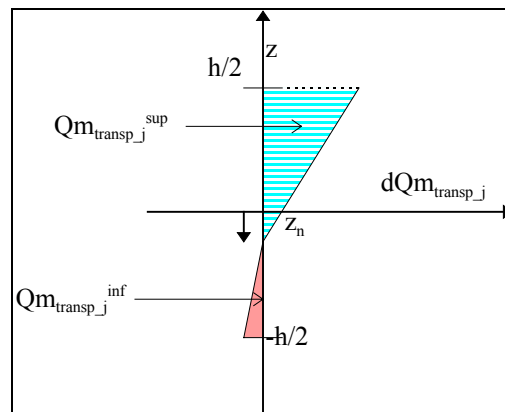


Figure A1.32 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$, $\rho_1 - \rho_2 < 0$

Deux cas peuvent de présenter.

- z_{0j} compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.33)

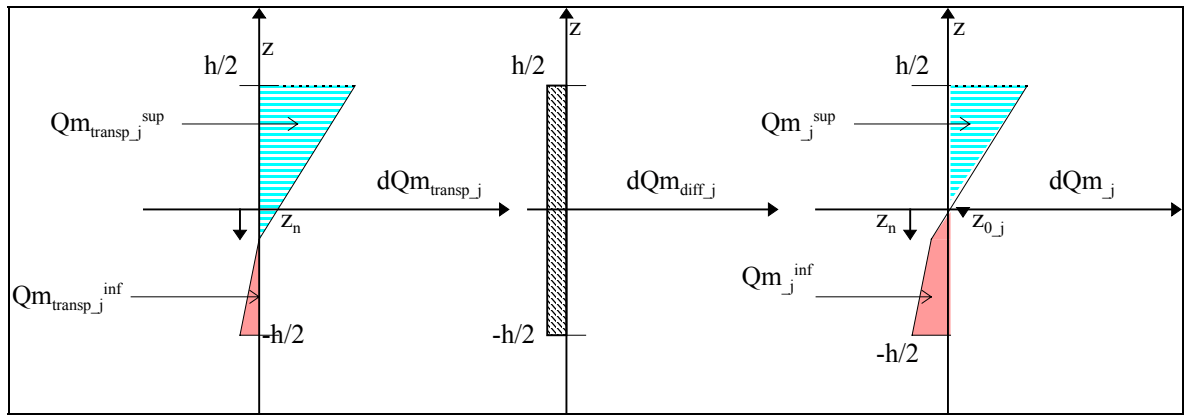


Figure A1.33 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$, z_{0j} compris entre $-h/2$ et $h/2$, $X_{1j} - X_{2j} < 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{_j}^{sup} = Qm_{_j_transp}^{sup} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_{0j}\right)^2}{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0j}}{h} \right)$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{_j}^{inf} = Qm_{_j_transp}^{inf} + Qm_{_j_transp}^{sup} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0j}}{\frac{h}{2} - z_n} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0j}}{h} \right)$$

• z_{0j} supérieur à $h/2$ (figure A1.34) :

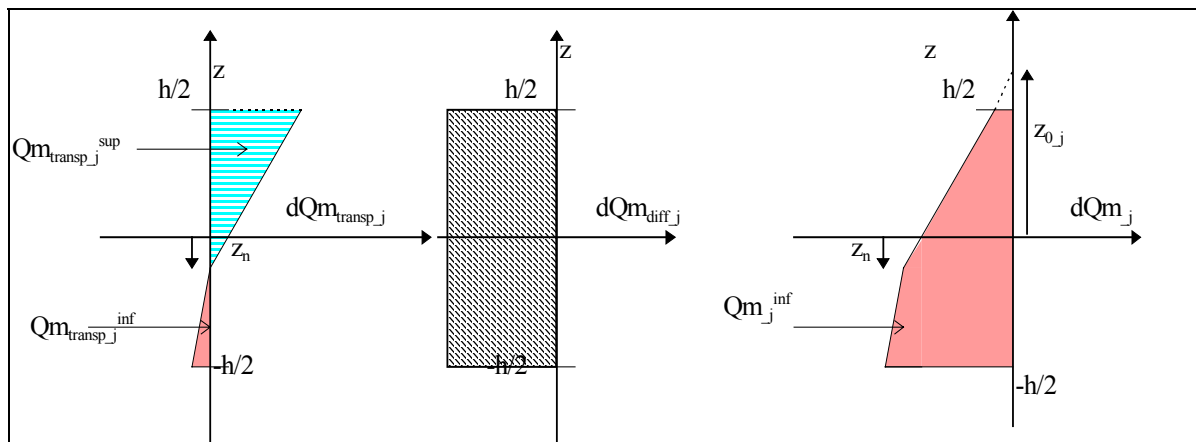


Figure A1.34 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n compris entre $-h/2$ et $h/2$, z_{0j} supérieur à $h/2$, $X_{1j} - X_{2j} < 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{sup}} = 0$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{inf}} = Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{_j_diff}$$

2^{ème} cas : z_n inférieur à $-h/2$ (figure A1.35):

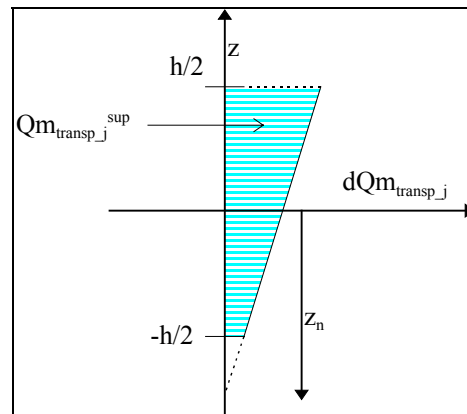


Figure A1.35 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n inférieur à $-h/2$, $\rho_1 - \rho_2 < 0$

Il y a trois cas à étudier.

• z_{0j} inférieur à $-h/2$ (figure A1.36)

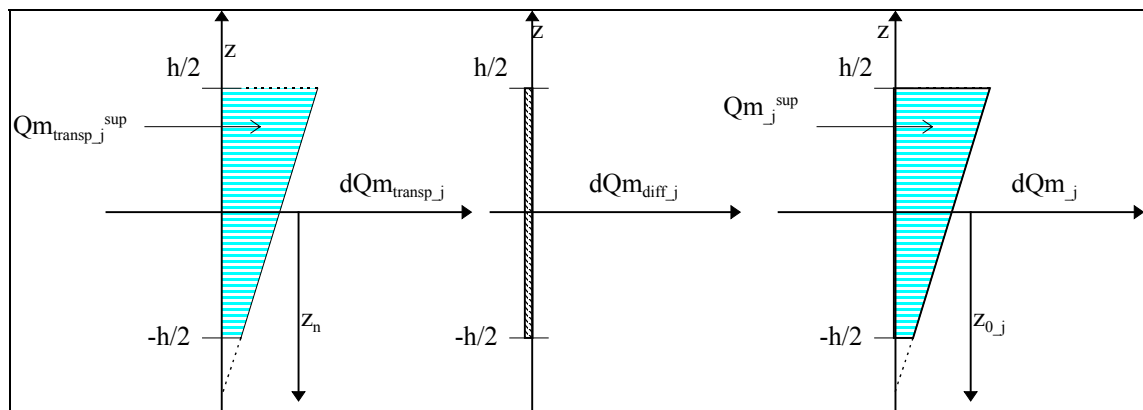


Figure A1.36 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n inférieur à $-h/2$, z_{0j} inférieur à $h/2$, $X_{1j} - X_{2j} < 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{sup}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{_j_diff}$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{inf}} = 0$$

• z_{0j} compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.37)

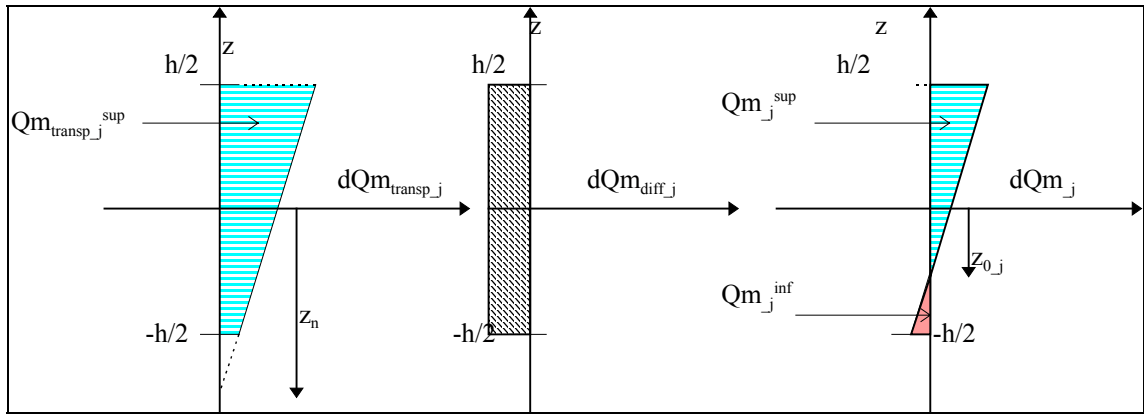


Figure A1.37 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n inférieur à $-h/2$, z_{0j} compris entre $-h/2$ et $h/2$, $X_{1j} - X_{2j} < 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{sup}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2 - (z_n - z_{0j})^2}{(z_n - z_{0j})^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0j}}{h} \right)$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{inf}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{2(z_n - z_{0j})^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2}{(z_n - z_{0j})^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0j}}{h} \right)$$

• z_{0j} compris entre $-h/2$ et $h/2$ (figure A1.38) :

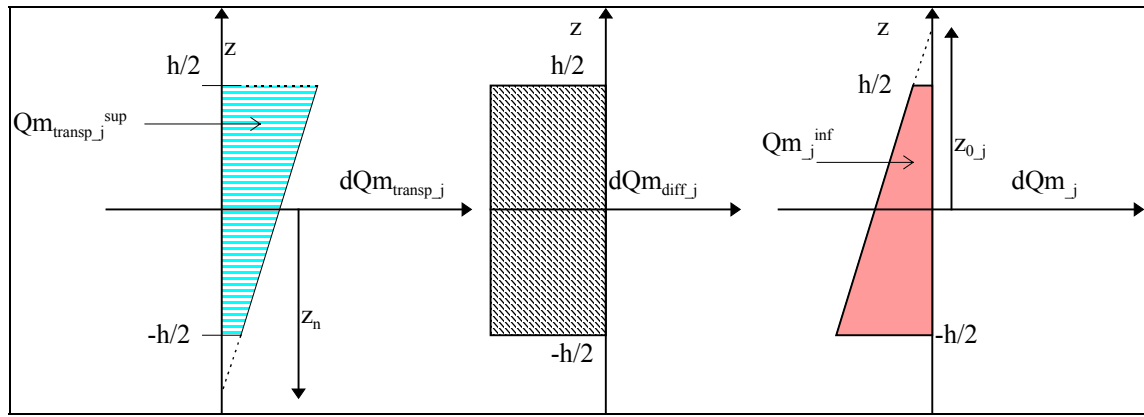


Figure A1.38 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n inférieur à $-h/2$, z_{0j} supérieur à $h/2$, $X_{1j} - X_{2j} < 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_j^{\text{sup}} = 0$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_j^{\text{inf}} = Qm_{j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{j_diff}$$

- 3^{ème} cas : z_n supérieur à $h/2$ (figure A1.39) :

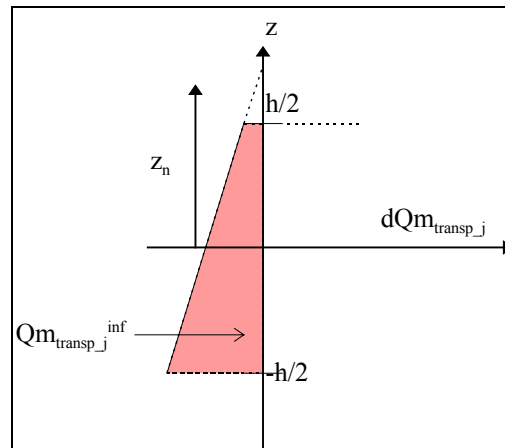


Figure A1.39 : Allure du débit massique élémentaire de transport pour z_n supérieur à $h/2$, $\rho_1 - \rho_2 < 0$

Il y a un seul cas à étudier : z_{0j} supérieur à $h/2$ (figure A1.40) :

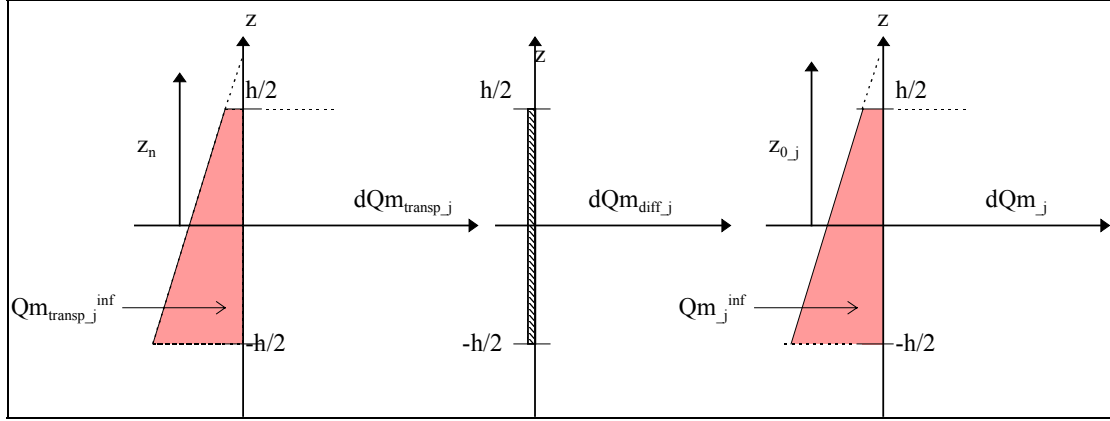


Figure A1.40 : Allure du débit massique élémentaire de transport (à gauche), du débit de diffusion (au centre), et du débit élémentaire total (à droite) pour z_n supérieur à $h/2$, z_{0_j} supérieur à $h/2$, $X_{1_j} - X_{2_j} < 0$ et $\rho_1 - \rho_2 < 0$.

Le débit total supérieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{sup}} = 0$$

Le débit total inférieur est :

$$Qm_{_j}^{\text{inf}} = Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{_j_diff}$$

3. Récapitulatif des équations utilisées

Finalement les équations utilisées sont :

• Calcul du débit massique de diffusion :

$$\begin{cases} Qm_{_j_diff} = \rho_{1_j} \cdot D_j \cdot w \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(L_1 + L_2)/2} \cdot h & \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \\ Qm_{_j_diff} = \rho_{2_j} \cdot D_j \cdot w \cdot \frac{X_{1_j} - X_{2_j}}{(L_1 + L_2)/2} \cdot h & \text{si } X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

• Calcul de l'ordonnée de l'axe neutre relatif au débit de transport :

$$z_n = \frac{P_1 - P_2}{g \cdot (\rho_1 - \rho_2)} \quad (2.11)$$

• Calcul du débit massique supérieur relatif au transport :

$$Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} = \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} - z_n}{2}$$

$$\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2}$$

$$Qm_{_j_transp}^{\sup} = \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 - (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} - z_n}{2}$$

$$\text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2}$$

$$Qm_{_j_transp}^{\sup} = \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h$$

$$\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } z_n \leq -\frac{h}{2}$$

$$Qm_{_j_transp}^{\sup} = \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h$$

$$\text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } z_n \leq -\frac{h}{2}$$

$$Qm_{_j_transp}^{\sup} = 0$$

$$\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } \frac{h}{2} \leq z_n, \text{ ou si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } \frac{h}{2} \leq z_n \quad (2.12)$$

• Calcul du débit massique inférieur relatif au transport :

$$Qm_{_j_transp}^{\inf} = \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 + (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} + z_n}{2}$$

$$\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2}$$

$$Qm_{_j_transp}^{\inf} = \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot \left(P_1 - P_2 + (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{\frac{h}{2} + z_n}{2}$$

$$\text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2},$$

$$Qm_{_j_transp}^{\inf} = 0$$

$$\text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } z_n \leq -\frac{h}{2}, \text{ ou si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } z_n \leq -\frac{h}{2}$$

$$Qm_{_j_transp}^{\inf} = \rho_{1_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h$$

$$\begin{aligned}
& \text{si } (\rho_1 - \rho_2) > 0 \text{ et } \frac{h}{2} \leq z_n \\
& Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} = \rho_{2_j} \cdot C' \cdot w \cdot (P_1 - P_2) \cdot h \\
& \text{si } (\rho_1 - \rho_2) < 0 \text{ et } \frac{h}{2} \leq z_n
\end{aligned} \tag{2.13}$$

• Calcul de l'ordonnée de l'axe neutre relatif au débit massique total : :

$$\begin{aligned}
z_{0_j} &= z_n + \frac{2 \cdot D_j \cdot \rho_{2_j}}{C' \cdot g \cdot \rho_{1_j} \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1_j} - X_{2_j})}{(\rho_1 - \rho_2)} \\
& \text{si } \rho_1 - \rho_2 > 0 \text{ et } X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \\
z_{0_j} &= z_n + \frac{2 \cdot D_j}{C' \cdot g \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1_j} - X_{2_j})}{(\rho_1 - \rho_2)} \\
& \text{si } \rho_1 - \rho_2 < 0 \text{ et } X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \\
z_{0_j} &= z_n + \frac{2 \cdot D_j \cdot \rho_{1_j}}{C' \cdot g \cdot \rho_{2_j} \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1_j} - X_{2_j})}{(\rho_1 - \rho_2)} \\
& \text{si } \rho_1 - \rho_2 > 0 \text{ et } X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \\
z_{0_j} &= z_n + \frac{2 \cdot D_j}{C' \cdot g \cdot (L_1 + L_2)} \frac{(X_{1_j} - X_{2_j})}{(\rho_1 - \rho_2)} \\
& \text{si } \rho_1 - \rho_2 < 0 \text{ et } X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0
\end{aligned} \tag{2.14}$$

• Calcul du débit massique supérieur total:

$$\begin{aligned}
Qm_{_j}^{\text{sup}} &= 0 \\
& \text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} > \frac{h}{2}) \\
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n \leq -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} > \frac{h}{2}) \\
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n > \frac{h}{2})
\end{aligned}$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n > \frac{h}{2})$$

$$Qm_{_j}^{\sup} = Qm_{_j_transp}^{\sup} + Qm_{_j_transp}^{\inf} + Qm_{_j_diff}$$

$$\text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n \leq -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} \leq -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$Qm_{_j}^{\sup} = Qm_{_j_transp}^{\sup} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_{0_j}\right)^2}{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{h} \right)$$

$$\text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2})$$

$$\begin{aligned}
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& Qm_{_j}^{\text{sup}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2 - (z_{0_j} - z_n)^2}{(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{h} \right) \\
& \text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n \leq -\frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n < -\frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& Qm_{_j}^{\text{sup}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} \left(\frac{z_{0_j} - z_n}{\frac{h}{2} + z_n} \right)^2 + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{h} \right) \\
& \text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& Qm_{_j}^{\text{sup}} = Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} \left(\frac{2(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(z_n - \frac{h}{2}\right)^2 - \left(z_n + \frac{h}{2}\right)^2}{(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(z_n - \frac{h}{2}\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{h} \right) \\
& \text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2})
\end{aligned}
\tag{2.15}$$

• Calcul du débit massique inférieur total :

$$Qm_{_j}^{\text{inf}} = 0$$

$$\begin{aligned}
& \text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \text{ et } \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n < -\frac{h}{2}, z_{0_j} < -\frac{h}{2}) \\
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \text{ et } \rho_1 - \rho_2 > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2}, z_{0_j} < -\frac{h}{2})
\end{aligned}$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2}, z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n < -\frac{h}{2}, z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n > \frac{h}{2}, z_{0_j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n > \frac{h}{2}, z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$Qm_{_j}^{\text{inf}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} + Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{_j_diff}$$

$$\text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2}, z_{0_j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n < -\frac{h}{2}, z_{0_j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n > \frac{h}{2}, z_{0_j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n > \frac{h}{2} \text{ et } z_{0_j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2}, z_{0_j} > \frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n < -\frac{h}{2}, z_{0_j} < -\frac{h}{2})$$

$$\text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n > \frac{h}{2})$$

$$Qm_{_j}^{\text{inf}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{\frac{h}{2} - z_{0_j}}{\frac{h}{2} - z_n} \right)^2 + Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0_j}}{h} \right)$$

$$\begin{aligned}
& \text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2}, -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2}, -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& Qm_{_j}^{\text{inf}} = Qm_{_j_transp}^{\text{sup}} \left(\frac{2(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2 - \left(\frac{h}{2} - z_n\right)^2}{(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0_j}}{h} \right) \\
& \text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n < -\frac{h}{2}, -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n > \frac{h}{2}, -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& Qm_{_j}^{\text{inf}} = Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} \left(\frac{\left(z_n + \frac{h}{2}\right)^2 - (z_{0_j} - z_n)^2}{(z_{0_j} - z_n)^2 - \left(z_n - \frac{h}{2}\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_{0_j}}{h} \right) \quad \text{si} \\
& (X_{1_j} - X_{2_j} < 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 > 0, z_n > \frac{h}{2} \quad \text{et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0 \quad \text{et } \rho_1 - \rho_2 < 0, z_n > \frac{h}{2} \quad \text{et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& Qm_{_j}^{\text{inf}} = Qm_{_j_transp}^{\text{inf}} \left(\frac{\left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2 - (z_{0_j} - z_n)^2}{\left(\frac{h}{2} + z_n\right)^2} \right) + Qm_{_j_diff} \left(\frac{\frac{h}{2} + z_n}{h} \right) \\
& \text{si } (X_{1_j} - X_{2_j} < 0, \rho_1 - \rho_2 > 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \quad \text{et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2}) \\
& \text{ou } (X_{1_j} - X_{2_j} \geq 0, \rho_1 - \rho_2 < 0, -\frac{h}{2} \leq z_n \leq \frac{h}{2} \quad \text{et } -\frac{h}{2} \leq z_{0_j} \leq \frac{h}{2})
\end{aligned}
\tag{2.16}$$

Annexe 2 :

**Tableaux récapitulatifs des équations utilisées pour
représenter les jets.**

	Epaisseur	Abscisse d'extinction du jet	Débit massique linéique
Jets libres isothermes	$bu = 2.C_U x \sqrt{-\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}}$ (2.76)	$X_f = h_0 \left(\frac{K_v U_0}{0,25} \right)^2$ (2.83)	$\frac{qm(x)}{qm_0} = 2,13.C_U K_v \sqrt{\frac{x}{h_0}}$ (2.82)
Jets pariétaux isothermes	$bu = \left(\sqrt{-\frac{\ln 0,01}{0,937}} + 0,14 \right) C_U x$ (2.86)	$X_f = h_0 \left(\frac{K_v U_0}{0,25} \right)^2$ (2.83)	$\frac{qm(x)}{qm_0} = 1,054 C_U K_v \sqrt{\frac{x}{h_0}}$ (2.87)
Jets libres anisothermes horizontaux	$bu = 2.C_U x \sqrt{-\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}}$ (2.76)	$X_f = h_0 \left(\frac{K_v U_0}{0,25} \right)^2$ (2.83)	$\frac{qm(x)}{qm_0} = 2,13.C_U K_v \sqrt{\frac{x}{h_0}}$ (2.82)
Jets pariétaux anisothermes horizontaux	$bu = \left(\sqrt{-\frac{\ln 0,01}{0,937}} + 0,14 \right) C_U x$ (2.86)	$X_f = 1,6 \sqrt{\frac{A_0}{Ar_0}}$ (2.95)	$\frac{qm(x)}{qm_0} = 1,054 C_U K_v \sqrt{\frac{x}{h_0}}$ (2.87)
Jets libres anisothermes verticaux accélérés	$bu = 2.C_U x \sqrt{-\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}}$ (2.76)		$\frac{qm(x)}{qm_0} = 2,13.C_U K_v \sqrt{\frac{x}{h_0}}$ (2.91)
Jets libres anisothermes verticaux freinés		$X_f = 0,68.h_0 \frac{K_v^{4/3}}{K_r^{2/3}} Ar_0^{-2/3}$ (2.110)	$\frac{qm(x)}{qm_0} = \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}} C_U K_v \sqrt{\frac{x}{h_0}} \left(1 - 1,8 \cdot \frac{K_r}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{x}{h_0} \right)^{3/2} \right)$ (2.19)

Tableau A2.1 : Equations utilisées pour représenter les jets plans

Echanges à la paroi	Loi de décroissance de la température	Equation de la trajectoire	Constantes
			$C_U=0,1$ $K_V=2,47$
$Nu = 1,11 Re_0^{0,57} \left(\frac{x}{h_0} \right)^{0,35}$ (2.89)			$C_U=0,068$ $K_V=3,5$
	$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = K_T \sqrt{\frac{h_0}{x}}$ (2.92)	$y = 0,7 \cdot \frac{K_T}{K_V^2} \cdot \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T_0}{U_0^2 \cdot h_0^{3/2}} \cdot x^{5/2}$ (2.94)	$C_U=0,109$ $K_V=2,62$ $C_T=0,14$ $K_T=1,99$
$Nu = 1,11 Re_0^{0,57} \left(\frac{x}{h_0} \right)^{0,35}$ (2.89)	$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = K_T \sqrt{\frac{h_0}{x}}$ (2.92)		$C_U=0,074$ $K_V=3,67$ $C_T=0,095$ $K_T=2,79$
	$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = K_T \sqrt{\frac{h_0}{x}}$ (2.102)		$C_U=0,11$ $K_V=2,4$ $C_T=0,142$ $K_T=2$
	$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = K_T \sqrt{\frac{h_0}{x}} \left(1 - 1,8 \cdot \frac{K_T}{K_V^2} Ar_0 \left(\frac{x}{h_0} \right)^{3/2} \right)^{-1/3}$ (2.108)		$C_U=0,086$ $K_V=6,2$ $C_T=0,13$ $K_T=5$

	Diamètre	Abscisse d'extinction du jet	Débit massique
Jets libres isothermes	$bu = 2.C_U x \sqrt{-\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}} \quad (2.76)$	$X_f = d_0 \left(\frac{K_v U_0}{0,25} \right)^2 \quad (2.124)$	$Qm(x) = Qm_0 \frac{4C_U^2 x}{d_0 \ln 2} K_v \quad (2.123)$
Jets libres anisothermes horizontaux	$bu = 2.C_U x \sqrt{-\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}} \quad (2.76)$	$X_f = d_0 \left(\frac{K_v U_0}{0,25} \right)^2 \quad (2.124)$	$Qm(x) = Qm_0 \frac{4C_U^2 x}{d_0 \ln 2} K_v \quad (2.123)$
Jets libres anisothermes verticaux accélérés	$bu = 2.C_U x \sqrt{-\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}} \quad (2.76)$		$Qm(x) = Qm_0 \frac{4C_U^2 x}{d_0 \ln 2} K_v \quad (2.123)$
Jets libres anisothermes verticaux freinés	$bu = 2.C_U x \sqrt{-\frac{\ln(0,01)}{\ln 2}} \quad (2.76)$	$X_f = d_0 \cdot K_v \cdot \sqrt{\frac{\pi}{10 \cdot K_T \cdot Ar_0}} \quad (2.138)$	$Qm(x) = Qm_0 \frac{2\sqrt{\pi} C^2}{\ln 2} K_v \frac{x}{d_0} \left(1 - 2,5 \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{2x}{\sqrt{\pi} d_0} \right)^2 \right)^{1/3} \quad (2.137)$

Tableau A2.2 : Equations utilisées pour représenter les jets ronds

Loi de décroissance de la température	Equation de la trajectoire	Constantes
		$C_U=0,097$ $K_v=6,3$
$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = K_T \frac{d_0}{x}$ (2.125)	$y = 7,54 \cdot \frac{K_T}{K_v^2} \cdot \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T_0}{U_0^2 \cdot d_0^2} \cdot x^3$ (2.126)	$C_U=0,089$ $K_v=6,2$ $C_T=0,105$ $K_T=5$
$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = K_T \frac{d_0}{x}$ (2.130)		$C_U=0,086$ $K_v=6,2$ $C_T=0,13$ $K_T=5$
$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = K_T \frac{\sqrt{\pi} d_0}{2x} \left(1 - 2,5 \frac{K_T}{K_v^2} Ar_0 \left(\frac{2x}{\sqrt{\pi} d_0} \right)^2 \right)^{-1/3}$ (2.136)		$C_U=0,11$ $K_v=2,4$ $C_T=0,142$ $K_T=2$

Résumé : Génération automatique de modèles zonaux pour l'étude du comportement thermo-aéraulique des bâtiments

Cette étude a pour objet de montrer qu'il est possible de générer automatiquement des modèles zonaux pour l'étude du comportement thermique et aéraulique des bâtiments. Les modèles zonaux sont basés sur le partitionnement des pièces en un petit nombre de sous-volumes. Cette approche est intermédiaire entre celle des modèles à un noeud (qui considèrent que la température est homogène dans chaque pièce, et pour cette raison ne permettent pas de prédire le confort thermique dans une pièce) et celle des codes CFD (qui sont très coûteux en temps de calcul). Pour atteindre notre objectif, nous avons reformulé le modèle zonal. Ceci a consisté à regrouper les équations de description du comportement du bâtiment dans des sous-systèmes d'équations. Ce regroupement est calqué sur le découpage spatial des pièces. Ainsi, les équations de bilan et d'état appliquées à un sous-volumes forment les modules de la famille des « cellules » et celles de transfert entre deux sous-volumes forment les modules de la famille des « interfaces ». Ces familles sont constituées de plusieurs modèles correspondant aux différents types d'écoulement qui se développent dans les bâtiments. Ceux-ci ont été traduits en objets SPARK, lesquels forment la bibliothèque de modèles. Construire une simulation consiste à choisir les modèles appropriés pour décrire les pièces et à les connecter. Cette dernière étape a été automatisée, si bien qu'il ne reste plus à l'utilisateur qu'à donner le partitionnement et à choisir les modèles qu'il désire implémenter. Le système d'équations résultant est résolu par le solveur de SPARK. Des résultats de simulations pour différentes configurations d'écoulement dans des pièces sont présentés et comparés à des données expérimentales. Nous donnons également des exemples d'application de la méthode zonale à l'étude d'un groupe de deux pièces, d'un bâtiment et d'une pièce de géométrie complexe.

Abstract : Automatic generation of zonal models to study air movement and temperature distribution in buildings

This study consists in showing that it is possible to automatically build zonal models that allow to predict air movement, temperature distribution and air quality in the whole building. Zonal models are based on a rough partitioning of the rooms. It is an intermediate approach between one-node models and CFD models. One node models consider an homogeneous temperature in each room, and for that reason, do not permit to predict the thermal comfort in a room whereas CFD models require a great amount of simulation time. To achieve this aim, the zonal model was entirely reformulated as the connection of small sets of equations. The equations describe, either the state of a sub-zone of the partitioning (such sets of equations are called « cells »), or mass and energy transfers that occur between two sub-zones (then, they are called « interfaces »). There are various « cells » and « interfaces » to represent different air flows that occur in buildings. They all have been translated into SPARK objects that form a model library. Building a simulation consists in choosing the appropriate models to represent the rooms, and connecting them. The last stage has been automated. So, the only thing the user has to do is to give the partitioning and to choose the models to be implemented. The resulting set of equations is solved iteratively with SPARK. Results of simulations in 3D-rooms are presented and compared with experimental data. Examples of zonal models are also given. They are applied to the study of a group of two rooms, a building, and a room the geometry of which is complex.

Discipline : Génie Civil

Mots clés : modèle zonal - génération automatique - bâtiment - thermo-aéraulique - environnement orienté objet - SPARK.

Laboratoire d'Etude des Phénomènes de Transfert Appliqués au Bâtiment (L.E.P.T.A.B.)
Pôle Sciences et Technologie - Université de La Rochelle