



**HAL**  
open science

# Accélération de particules dans un plasma excité par un laser

Denis Bernard

► **To cite this version:**

Denis Bernard. Accélération de particules dans un plasma excité par un laser. Physique [physics]. Université Paris Sud - Paris XI, 2005. tel-00496451

**HAL Id: tel-00496451**

**<https://theses.hal.science/tel-00496451>**

Submitted on 30 Jun 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Accélération de Particules dans un Plasma Excité par un Laser

D. Bernard

Laboratoire Leprince-Ringuet Ecole Polytechnique, IN2P3 & CNRS, 91128 Palaiseau, France

Mémoire de ma thèse d'habilitation, soutenue le 11 mai 2005 à Orsay.

Jury :

François Amiranoff  
Brigitte Cros (Invitée)  
Terry Garvey  
Tom Katsouleas  
Wim Leemans  
Gérard Mourou  
François Richard (Président)

La physique des particules utilise des accélérateurs d'énergie croissante pour pouvoir engendrer des particules de masse de plus en plus grande. L'énergie perdue par rayonnement synchrotron dans un anneau variant comme  $\gamma^4/\rho$ , où  $\gamma$  est le facteur de Lorentz de la particule et  $\rho$  le rayon de courbure de l'anneau, le budget énergétique devient rapidement prohibitif : pour les électrons, LEP atteint certainement la limite. Des particules plus massives sans constituants internes comme les muons peuvent être employées. Leur utilisation pose des problèmes (production, durée de vie) en cours d'étude. Les protons sont composés de partons ayant une densité de probabilité de porter une fraction  $x$  de l'impulsion du proton, s'étalant largement sur le segment  $[0, 1]$ , le spectre de luminosité différentielle en fonction de  $\sqrt{s}$  est extrêmement large, effet délétère pour le potentiel de physique de la machine, ainsi que les produits des interactions des partons spectateurs.

Ainsi, pour les futurs accélérateurs, on revient donc aux électrons, et on s'oriente vers un collisionneur linéaire multi-TeV. Le "gradient", le champ électrique longitudinal maximal disponible dans une cavité accélératrice est de l'ordre de 0.1 GV/m : Un collisionneur multi-TeV devient donc long, à un prix du "mètre linéaire" élevé : à nouveau prohibitif.

On recherche donc de nouvelles méthodes de production de champ électrique longitudinal, visant un gain de plusieurs ordres de grandeur sur le gradient.

Un laser peut générer des impulsions lumineuses cohérentes ultra-courtes et ultra-intenses, dont le champ électrique est extrêmement élevé. Mais le champ est transverse à la direction de propagation.

Nous allons examiner dans la suite de ce mémoire l'emploi d'un **plasma** comme **transformateur** pouvant porter une onde plasma électronique de champ électrique longitudinal, sous l'excitation d'une impulsion lumineuse de champ électrique transverse. Un plasma, milieu ionisé, n'est pas soumis aux limitations d'intensité de champ des milieux moléculaires, comme la surface d'une cavité.

Après l'article fondateur de Tajima et Dawson [1] en 1979, plusieurs expériences ont été conduites dans le but de démontrer le principe de l'accélération de particules dans un plasma excité par un laser. Ces expériences de première génération, initiées à la fin des années 80, ont atteint leur objectif au cours des années 90, avec des gains en énergie de quelques MeV.

La communauté s'est ensuite orientée vers la production de bouffées d'électrons courtes par le déferlement d'une onde plasma intense, dans un plasma dense ( $\approx 10^{19} e^-/\text{cm}^3$ ), créée par une impulsion laser courte et très intense. Ces résultats ont été obtenus dans de nombreux laboratoires, avec un spectre thermique, et une queue à haute énergie qui peut s'étendre à quelques centaines de MeV. Au cours de l'année 2004, trois groupes ont découvert la possibilité d'obtenir un pic raisonnablement mono-énergétique, à une énergie typique de l'ordre de 100 MeV, avec une largeur relative de quelques pour-cent, par l'ajustement fin des paramètres expérimentaux.

D'autre part, une collaboration utilisant le faisceau de 30 GeV de SLAC étudie l'accélération de particules dans une onde plasma créée par un paquet de particules (PWFA). Cette même année, un gain en énergie de 4 GeV a été observé, franchissant la barrière du GeV rêvée depuis longtemps (en fait la tête du paquet crée l'onde plasma, et ralentit, et la queue du paquet est accélérée par cette onde).

Une réflexion est en cours pour développer des expériences de deuxième génération d'accélération de particules dans un plasma excité par un laser visant à démontrer la faisabilité d'une "cavité" à plasma, avec en particulier des performances quantitatives précises, non seulement quant à la valeur du champ longitudinal, mais aussi la conservation des propriétés d'un faisceau, par exemple son émittance, sa dispersion en impulsion, la longueur du paquet, la charge limite.

Je me propose, dans le cadre de ce mémoire d'habilitation, de faire le point de l'acquis de la décennie passée, et de présenter quelques pistes qui peuvent être explorées dans le futur.

- Après une présentation rapide du principe de l'accélération de particules dans un plasma excité par un laser (section 1), je décris les expériences réalisées à ce jour, m'attardant plus particulièrement sur leurs limitations et sur les enseignements qu'elles nous ont apportés (section 2) .
- J'explore ensuite ce que pourrait être une expérience de seconde génération, sans prendre en compte de façon explicite les contraintes d'un accélérateur (section 3) .
- Je présente enfin les quelques efforts récents de conception d'un accélérateur multi-TeV utilisant une "cavité à plasma" (section 4).

Un appendice (Sections A–C) donne une présentation plus détaillée de l'accélération de particules dans un plasma excité par un laser.

Au fil du texte, il sera fait mention de mes travaux dans l'expérience d'accélération laser de particules de l'École polytechnique, et en particulier :

- de l'injection et du contrôle du faisceau à accélérer, analyse en impulsion du faisceau accéléré [16], dont j'avais la responsabilité,
- de l'observation de l'accélération par battement d'ondes [18],
- de l'analyse et simulation de l'expérience d'accélération par sillage [3].

La présentation des différentes contraintes qui limitent l'accélération en limite du mode linéaire (section 3.1) est basée sur une de mes publications [51].

# 1 Introduction

Un laser est un outil de choix pour générer un champ électrique intense. L'amplitude du champ<sup>1</sup> est  $\mathcal{E} = \sqrt{2I/\epsilon_0 c}$  où  $I$  est l'intensité lumineuse. Pour un dispositif existant actuellement, 1 J, 25 fs, 40 TW, focalisé sur  $(20\mu\text{m})^2$ , l'intensité vaut  $10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$  et le champ 10 TV/m. Mais en champ lointain<sup>2</sup>, le champ électrique d'une onde électromagnétique est **transverse**,  $\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{k} = 0$ , ce qui fait qu'une particule voyageant parallèlement au champ sur le même axe que l'impulsion laser ne peut rester en phase avec le champ pendant plus d'une demi-longueur d'onde, soit une fraction de micron.

Un plasma peut être utilisé comme un **transformateur**, le laser générant une onde plasma **longitudinale** — modulation de la densité électronique du plasma — dont le champ électrostatique associé sera utilisé pour l'accélération de particules chargées.

De plus, les oscillateurs harmoniques que constituent différentes régions d'un plasma froid n'étant pas couplés, l'onde plasma a simplement pour vitesse de phase la vitesse de groupe du laser dans le plasma, proche de la vitesse de la lumière.<sup>3</sup> Le champ électrique produit vaut (eq. 117, en annexe) :

$$E_{z,max} = \frac{2\pi mc^2}{e\lambda_p} \delta \quad (1)$$

soit  $E_{z,max} = 3.2 \delta \text{ MV}/\lambda_p$ , où  $\lambda_p$  est la longueur d'onde de l'onde plasma et où  $\delta \equiv \delta n/n$  est l'amplitude relative de la modulation de la densité électronique  $n$  du plasma. On préférera donc une longueur d'onde plasma courte.

Cependant, les électrons à accélérer ont, en général, une vitesse différente de la vitesse de phase de l'onde plasma. Après un certain parcours, un électron initialement dans la partie accélératrice de l'onde va alors se retrouver dans la partie décélétratrice. Ce parcours est appelé longueur de déphasage et noté  $L_\varphi$ . Pour un faisceau de particules ultra-relativistes,  $L_\varphi$  vaut  $L_\varphi = \gamma_p^2 \lambda_p = \gamma_p^3 \lambda$ , où  $\gamma_p = \lambda_p/\lambda$  est le facteur de Lorentz de la vitesse de phase de l'onde plasma. L'emploi d'un plasma de petite longueur d'onde plasma, associée à une densité électronique  $n = \pi/(r_e \lambda_p^2)$  élevée —  $r_e$  est le rayon classique de l'électron — conduirait donc à une longueur d'accélération extrêmement courte. Le gain d'énergie maximal est alors proche de  $eL_\varphi E_{z,max} \propto \gamma_p^2 \propto 1/n$ , ce qui à nouveau incite à l'emploi de plasma peu dense. Pour  $\lambda = 1\mu\text{m}$ ,  $\lambda_p = 100\mu\text{m}$ , correspondant à  $n \approx 10^{17}\text{cm}^{-3}$ , on obtient  $E_{z,max} = \delta \times 32 \text{ GV}/\text{m}$ ,  $L_\varphi = 1\text{m}$ , et pour une onde plasma d'amplitude  $\delta = 1$ , un gain en énergie maximal par étage d'accélération  $eL_\varphi E_{z,max} = 32 \text{ GeV}$ .

L'excitation de l'onde plasma est obtenue par l'action de la force pondéromotrice du laser, moyenne de la force de Lorentz sur un cycle optique, sur les électrons du plasma. Un électron soumis à un champ électromagnétique d'amplitude constante a une trajectoire fermée, en forme de "8" pour une lumière polarisée linéairement, circulaire pour une polarisation circulaire, et son énergie moyenne n'est pas modifiée. Par contre, lorsque l'intensité incidente varie dans l'espace ou dans le temps, (disons qu'elle diminue) on comprend que pour chaque cycle optique, la force de Lorentz dans la seconde moitié de la trajectoire n'est pas suffisante pour ramener l'électron à son point de "départ". Ce déplacement, moyenné sur un cycle, est dû à une force, appelée fort poétiquement pondéromotrice. La force pondéromotrice est proportionnelle au gradient de l'intensité, et opposée à celui-ci : les particules chargées du plasma fuient les zones de haute intensité laser. Le déplacement des électrons du plasma sous l'action de la force pondéromotrice

---

1. La plupart des variables sont utilisées avec leur sens habituel : celui-ci n'est pas toujours rappelé. Un tableau récapitulatif peut être trouvé dans la section 9.

2. A une distance de tout dioptre plus grande que quelques longueurs d'onde.

3. Lorsque la densité électronique est beaucoup plus petite que la densité critique, ce qui est le cas ici.

TAB. 1 – *Différentes méthodes d'accélération évoquées dans ce mémoire, et acronymes employés*

BWLA	beat wave laser acceleration	
LWFA	laser wake-field acceleration	EPW non déferlante
SM-LWFA	self-modulated laser wake-field acceleration	EPW déferlante
PWFA	plasma laser wake-field acceleration	EPW créée par un paquet d' $e^-$
EPW	electron plasma wave	

produit des sur-densités et des sous-densités électroniques locales qui oscillent ensuite sous forme d'onde plasma. On obtient alors deux effets :

- la variation temporelle de l'intensité d'une impulsion laser peut exciter une onde plasma longitudinale, que l'on peut employer pour l'accélération.
- sa variation spatiale transverse excite une onde plasma transverse, ou radiale, dont le champ électrique associé défléchit les électrons du faisceau. Si le profil du laser est à symétrie cylindrique l'amplitude du champ transverse est proportionnelle à la distance à l'axe au premier ordre, et l'onde plasma est équivalente à une lentille[2](●C)<sup>4</sup>. Par contraste, une cavité RF n'exerce (au premier ordre) aucune focalisation sur le faisceau.

Les conséquences importantes de la présence de ces champs transverses dans la conception d'un accélérateur laser-plasma seront examinées dans la section 4.

En pratique deux méthodes ont été employées pour générer une modulation temporelle adéquate de l'intensité laser :

- **BWLA** : dans la méthode du **battement**, deux ondes laser de fréquences proches et d'amplitudes comparables interfèrent dans le plasma. Leur battement est équivalent à une modulation périodique de l'intensité d'une onde laser de fréquence égale à la moyenne des fréquences des deux ondes incidentes. Ceci produit donc une force pondéromotrice longitudinale modulée dans le temps. Lorsque la différence des fréquences des deux ondes laser est égale à la fréquence d'oscillation naturelle de l'onde plasma, on excite celle-ci de façon résonnante.
- **LWFA** : dans la méthode du **sillage**, une impulsion courte unique excite l'onde plasma. Elle produit deux poussées successives, de signe contraire, sur les électrons du plasma. L'effet est donc optimal lorsque la durée d'impulsion du laser est de l'ordre d'une demi-période plasma (Appendice B).

L'effort expérimental a d'abord porté sur le battement. Des champs de l'ordre de quelques GV/m ont été produits, avec un gain en énergie de quelques MeV à quelques dizaines de MeV. Un diagnostic indépendant utilisant la diffusion Thomson cohérente d'un faisceau sonde sur l'onde plasma fournit une mesure directe de l'amplitude de l'onde plasma, ce qui permet d'étudier les mécanismes de saturation de sa croissance. Différents groupes ont utilisé des lasers de différentes longueurs d'onde, laser au CO<sub>2</sub> ( $\lambda = 10 \mu\text{m}$ , UCLA, Canada), ou laser au Néodyme ( $\lambda = 1 \mu\text{m}$ , RAL, Ecole Polytechnique). Dans une seconde phase, l'accélération d'un faisceau d'électrons injectés dans l'onde plasma a été étudiée. Cette méthode du battement fait l'objet de la sous-section suivante.

Puis le développement de l'amplification laser avec dérive de fréquence (CPA) [19] a permis de générer des impulsions laser à la fois courtes et intenses, ce qui a permis d'étudier l'accélération

---

4. La boulette, ●, désigne les références qui peuvent être trouvées en annexe de ce mémoire.

par la méthode du sillage. La première accélération de particules par cette méthode a été obtenue à l'Ecole Polytechnique en 1997[3](●E).

## 2 Expériences de première génération

Au début des années 80, on ne savait pas produire d'impulsion laser à la fois courte et intense nécessaire à l'accélération par sillage : la méthode du battement d'ondes a donc été explorée en premier.

### 2.1 Accélération par battement d'ondes

L'excitation d'une onde plasma par le battement de deux impulsions laser est un processus résonnant, dans lequel l'accord de fréquence doit être d'autant plus précis que le nombre de cycles est élevé. L'ajustement de la fréquence plasma étant réalisé par celui de la densité électronique du plasma, la première étape a été l'étude de la création d'un plasma homogène et stable.

Ensuite l'onde plasma produite a été observée par diffusion Thomson cohérente d'un faisceau laser sonde sur l'onde plasma. Dans le calcul de l'amplitude cohérente diffusée par les électrons du plasma, il vient un terme en  $\cos(\omega_s t - \vec{k}_s \cdot \vec{r})$  dû à la sonde, multiplié par un terme en  $\cos(\omega_p t - \vec{k}_p \cdot \vec{r})$  dû à la répartition des électrons : on voit apparaître des raies satellites à  $\omega_s \pm \omega_p$ . L'intensité relative des raies satellites fournit une mesure de l'amplitude de l'onde plasma. Ces expériences ont permis de démontrer la validité du principe de l'excitation d'une onde plasma par battement d'ondes laser. Elles ont aussi permis de déterminer les mécanismes de saturation qui limitent la croissance de l'onde, et qui diffèrent en fonction de la longueur d'onde employée,  $\lambda = 10\mu\text{m}$  (laser au  $\text{CO}_2$ ) ou  $\lambda = 1\mu\text{m}$  (laser au Néodyme).

Dans un troisième temps seulement, un faisceau d'électrons est injecté dans l'onde plasma, et le spectre de ceux d'entre eux qui ont été accélérés est étudié.

#### 2.1.1 Battement d'ondes : laser au $\text{CO}_2$ ( $\lambda = 10\mu\text{m}$ )

Plusieurs groupes ont utilisé un laser  $\text{CO}_2$ , avec des moyens et des résultats assez semblables [4, 5, 6]. Je décris brièvement les travaux du groupe de UCLA, précurseur dans le domaine. Ce groupe a développé tout d'abord un laser bi-fréquence,  $\lambda_1 = 9.56\mu\text{m}$  et  $\lambda_2 = 10.59\mu\text{m}$  fournissant une énergie de 16 J avec une durée d'impulsion  $\tau = 1.5\text{ ns}$ . Le facteur de Lorentz de l'onde plasma correspondante est  $\gamma_p = \lambda/\delta\lambda \approx 10$ , et la densité à la résonance  $n = 1.1 \cdot 10^{17}\text{cm}^{-3}$ . Le plasma est obtenu par une décharge électrique dans l'hydrogène[7].

Les diagnostics de diffusion Thomson cohérente d'un faisceau laser sonde (rubis) injecté à petit angle ( $7^\circ$ ), et du faisceau principal lui-même à l'avant ont permis d'observer très clairement les satellites associés à l'onde plasma[7]. L'intensité de ces satellites a permis d'estimer l'amplitude de l'onde plasma à  $\delta \approx 1 - 3\%$ , alors que le calcul prédit 8 %. Le champ électrique longitudinal correspondant est de 0.3 à 1 GV/m. L'amplitude maximale est ici limitée par un effet de déphasage relativiste : lorsque l'amplitude croît, les électrons du plasma deviennent relativistes, et leur mouvement devient anharmonique. La fréquence plasma diminue, et l'accord de phase entre le battement d'ondes et le plasma est rompu.

Ces résultats ont permis de valider la méthode du battement d'ondes pour l'excitation de l'onde plasma. Par contre les mesures précises de la densité électronique locale fournies par la diffusion Thomson sur les ondes plasma ont montré que la décharge électrique utilisée pour l'ionisation ne produit pas un plasma suffisamment homogène[8].

Le groupe s'est alors orienté vers l'emploi d'un "θ pinch" [9] : un condensateur est déchargé dans une bobine de très faible inductance entourant le gaz. La variation temporelle du champ

magnétique crée un champ électrique qui ionise le gaz. Au cours de la montée du champ, le front d'ionisation se propage de la bobine vers son axe : au maximum du champ on dispose d'un plasma complètement ionisé et donc homogène. Cette approche n'a pas permis de déboucher, parce que les conditions de fonctionnement du  $\theta$  *pinch* qui fournissent un plasma homogène laissent un champ magnétique piégé dans le plasma trop élevé, ce qui empêche l'injection efficace d'un faisceau de particules chargées.

Le groupe de UCLA a alors pu augmenter l'énergie fournie par le laser CO<sub>2</sub> à 60 J en 300 ps (FWHM), permettant l'ionisation du gaz par effet tunnel dans le champ électrique du laser [10]. Le laser est ici réglé sur les raies du CO<sub>2</sub>  $\lambda_1 = 10.275 \mu\text{m}$  et  $\lambda_2 = 10.591 \mu\text{m}$ , plus proches, produisant une onde plasma plus rapide  $\gamma_p \approx 33$ , à une densité résonnante de  $0.9 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ . Le faisceau d'électrons produit par un LINAC à 9.3 GHz, à une énergie de 2.1 MeV, se présente sous la forme d'un macro-paquet de 1.5 ns FWHM, comprenant des micro-paquets de  $\approx 10$  ps espacés de 107 ps. Un spectromètre magnétique analyse les électrons accélérés, une barette de diodes en silicium les détecte. L'imagerie dans une chambre à brouillard en champ magnétique a permis d'identifier le signal comme provenant bien d'électrons accélérés, et non pas d'électrons de bruit de fond déviés. L'amplitude de l'onde plasma mesurée par diffusion Thomson est ici de 15-30%, et les spectres d'électrons accélérés s'étendent jusqu'à 28 MeV, ce qui pour une longueur d'accélération de 1 cm, correspond à un champ de 2.8 GV/m, soit une amplitude de 28%. Ces résultats sont en accord avec la valeur théorique, 37 %, toujours limitée par le déphasage relativiste. Une étude du devenir du faisceau non accéléré à 2 MeV a fourni une information intéressante : le faisceau est dévié de façon collective jusqu'à plusieurs nanosecondes après l'excitation de l'onde plasma [11]. Ceci est le signe de la persistance de champs intenses dans le plasma, alors que la durée de vie de l'onde plasma mesurée par diffusion Thomson est beaucoup plus courte, 50-100 ps.

### 2.1.2 Battement d'ondes : laser au Néodyme ( $\lambda = 1 \mu\text{m}$ )

Le groupe de l'École Polytechnique a choisi d'emprunter une voie différente, l'emploi d'un laser au Néodyme au Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses (LULI). Ici, la longueur d'onde plus courte permet d'obtenir un plasma homogène par multi-photo-ionisation complète du gaz par le tout début de l'impulsion laser.

Le groupe a commencé par étudier la formation du plasma, et l'homogénéité et la stabilité de la densité électronique [12]. Puis l'ajout d'un second oscillateur au Nd:YLF a permis l'étude de l'excitation de l'onde plasma par le battement des deux ondes, et l'étude des mécanismes de saturation [13]. Les longueurs d'ondes des deux oscillateurs,  $\lambda_1 = 1.0530 \mu\text{m}$  et  $\lambda_2 = 1.0642 \mu\text{m}$ , sont très proches, et leur battement produit une onde plasma fortement relativiste, avec  $\gamma_p = 94.5$ , et  $\lambda_p = 105 \mu\text{m}$ . L'énergie de chaque impulsion en sortie de chaîne est d'environ 10 J, avec une durée de 100 ps (FWHM). La densité électronique résonnante est  $n = 1.1 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ , correspondant à 2 mbar de deutérium.

L'amplitude de l'onde plasma est mesurée à partir de la diffusion Thomson d'un faisceau à  $0.53 \mu\text{m}$ , obtenu par doublage de fréquence d'une partie de l'un des faisceaux incidents. L'observation sur l'axe à l'avant est impossible parce qu'un signal important est généré dans le gaz neutre précédant et suivant le plasma, par mélange à quatre ondes. On observe donc le rayonnement diffusé à un angle de  $10^\circ$  [14]. Les résultats obtenus indiquent que l'amplitude de l'onde plasma est de 1 à 5 %, alors que la limite due au déphasage relativiste est de 15 %. On observe de plus que le rayonnement diffusé n'est présent qu'au tout début de l'impulsion laser [14],  $55 \pm 20$  ps avant le maximum. La durée de vie de l'onde plasma, estimée à partir d'une mesure résolue en temps, est de l'ordre de 30 ps seulement. De plus, il se trouve que la diffusion Thomson directe sur les ondes plasma relativistes ne devrait être observable que dans une plage angulaire restreinte, de  $\pm 2^\circ$ , autour de l'axe commun de propagation. On observe en

fait ici des ondes plasma “filles”, produites par couplage entre l’onde plasma relativiste et des ondes acoustiques ioniques[15]. Ce couplage appelé instabilité modulationnelle transfère l’énergie de l’onde plasma électronique relativiste à d’autres composantes de vecteur d’onde quelconque, c’est-à-dire le plus souvent pas longitudinales, et pas relativistes : inutiles.

Le calcul du taux de croissance de l’instabilité modulationnelle indique que l’onde sature extrêmement rapidement, à une amplitude de 1.5 %, environ 60 ps avant le maximum du flux laser. La disparition rapide et totale du signal Thomson indique qu’ensuite l’onde relativiste est détruite. Les calculs théoriques sont en accord avec nos résultats : le mécanisme est bien compris. Cette saturation de l’onde plasma par instabilité modulationnelle nous coûte un facteur 10 sur son amplitude.

### Accélération d’électrons

L’observation de l’onde plasma par diffusion Thomson a permis d’engager la phase suivante d’accélération d’un faisceau d’électrons injectés.

Le faisceau d’électrons est fourni par un accélérateur de Van de Graaff opéré par le Laboratoire des Solides Irradiés (LSI), à une énergie de 3 MeV, un courant de 200  $\mu\text{A}$ , et une émittance de 0.06 mm mrad[16](●A).

Un schéma du dispositif expérimental<sup>5</sup> peut être trouvé en figure 1 de la référence [16](●A). (La figure 1 de ce texte, relative à l’expérience de sillage, est semblable.) Les électrons pénètrent dans l’enceinte expérimentale par une fenêtre en aluminium de 1.5  $\mu\text{m}$ , puis sont focalisés au même point que le faisceau laser et de façon colinéaire à celui-ci, par un aimant triplement focalisant — stigmatique et achromatique[17]. La position et la taille du faisceau d’électrons est monitorée en imageant le rayonnement de transition dans le domaine optique (RTO) émis à la traversée d’une feuille métallique. Le même système image la lumière laser diffusée sur la feuille, ce qui fournit l’alignement relatif avec une précision de l’ordre de 10  $\mu\text{m}$ . Le spectre des électrons accélérés est analysé par un spectromètre magnétique et mesuré par un hodoscope de scintillateurs-photomultiplicateurs.

Un soin tout particulier a été consacré à l’injection du faisceau d’électrons (45  $\mu\text{m}$  RMS dans 2 mbar de deutérium) dans le petit plasma ( $60 \pm 20 \mu\text{m}$  FWHM). La lutte contre le bruit de fond a aussi été menée avec vigueur, la durée du signal – quelques picosecondes – étant grandement inférieure à la durée d’intégration de l’appareillage – 7 ns. Un système de collimation dédié a été utilisé, et le spectromètre stigmatique à l’énergie du faisceau (3 MeV) permet l’éjection du faisceau non accéléré vers un absorbeur de Z faible.

Nous avons observé l’accélération d’électrons avec un gain pouvant atteindre 1.4 MeV[18](●B). L’accélération n’est observée que lorsque les conditions expérimentales suivantes sont respectées :

- présence des deux ondes laser avec un recouvrement temporel suffisant [14].
- injection du faisceau d’électrons (aucun piégeage des électrons du plasma n’est observé)
- pression proche de la pression résonnante, avec une largeur à mi hauteur d’environ 5% [14].

Le dernier point identifie clairement le battement comme le mécanisme en jeu. La variation de l’énergie d’injection du faisceau d’électrons nous a permis de caractériser le mécanisme limitant le gain d’énergie des électrons à la traversée de l’onde plasma. Lorsqu’un électron est injecté en phase avec l’onde — au maximum du champ — et reste en phase pendant toute la traversée du plasma, le gain d’énergie est simplement :

$$\Delta W = e \int E_z dz = \pi z_0 e E_{z,max} \quad (2)$$

---

5. Une version modifiée, avec injection de l’impulsion laser sous vide, est en figure 2.

où  $z_0$  est la longueur de Rayleigh du laser. Ici, les électrons sont injectés avec une vitesse plus faible que la vitesse de phase de l'onde ( $\gamma_e = 5.9$ ,  $\gamma_p = 94.5$ ), et l'expression de la longueur de déphasage est  $L_\varphi \approx \gamma_p \gamma_e^2 \lambda \approx 4.2$  mm, de l'ordre de la longueur de Rayleigh. A partir des gains d'énergie d'électrons injectés à 2.5, 3.0, 3.3 MeV [14], on peut estimer indépendamment les valeurs de l'amplitude de l'onde plasma, et de la longueur d'accélération  $\delta \approx 2.4\%$  et  $L = 2z_0 \approx 2.8$  mm. Le champ accélérateur maximal correspondant est de 0.7 GV/m. La variation de  $\Delta W$  en fonction de la focale de la lentille de focalisation du laser confirme ces résultats [14].

Notons qu'en absence de ce déphasage, nous aurions obtenu  $\Delta W = \pi z_0 e E_{z,max} \approx 3.1$  MeV : le déphasage des électrons par rapport à l'onde plasma nous a coûté un facteur 2.

### 2.1.3 Battement d'ondes : quels enseignements ?

Les expériences de première génération utilisant une onde plasma excitée par battement d'ondes laser ont permis de commencer l'exploration de l'accélération de particules dans un plasma excité par un laser. Des résultats importants ont été obtenus, avec en particulier la détermination des mécanismes conduisant à la saturation de l'onde.

- Dans les expériences utilisant un laser au CO<sub>2</sub>, le mécanisme principal est le déphasage relativiste décrit plus haut.
- Avec un laser au Néodyme, de longueur d'onde plus courte, la densité électronique est plus élevée, ce qui permet d'atteindre un gradient accélérateur plus grand à amplitude de l'onde identique; cependant le taux de croissance de l'instabilité modulationnelle, proportionnel à la densité, est alors plus élevé et c'est cet effet qui limite ici la croissance de l'onde, à des valeurs de quelques pour-cents.

Les gradients obtenus sont de l'ordre du GV/m. La durée de vie de l'onde plasma est toujours inférieure à la durée de la pompe laser, 50-100 ps/300 ps dans le cas du CO<sub>2</sub>, 30 ps/100 ps dans le cas du Néodyme, ce qui traduit une mauvaise efficacité dans l'utilisation de l'énergie incidente.

		CO <sub>2</sub>	Néodyme
		[6]	[18](●B)
$\lambda$	$\mu\text{m}$	10	1.06
$\gamma_p$		33	94.5
$\lambda_p$	$\mu\text{m}$	360	100
$E$	GV/m	2.8	0.7
$\delta$	%	28	2.4
$\pi z_0$	mm	25	4.4
$\Delta W$	MeV	28	1.4

L'une des façons de dépasser ce problème est de développer un battement d'ondes court, voire réduit à quelques battements seulement. On bat alors de vitesse les instabilités susceptibles de limiter la croissance de l'onde, et on s'affranchit du délicat problème du réglage fin de l'homogénéité, et de la stabilité de la densité électronique.

L'autre voie est l'excitation par sillage d'une impulsion laser courte, et fait l'objet de la sous-section suivante.

## 2.2 Accélération par sillage laser

L'accélération de particules par sillage laser a pu être étudiée après le développement de l'amplification laser avec dérive de fréquence[19].

- Un oscillateur produit tout d'abord une impulsion laser ultra-courte.

- Celle-ci est étirée dans un dispositif à dispersion temporelle non nulle. L’impulsion étirée conserve son émittance longitudinale faible, limitée de Fourier : on a simplement établi une relation linéaire temps-fréquence.
- L’impulsion peut alors être amplifiée dans une chaîne de puissance tout en gardant une intensité inférieure au seuil de déformation par effet non-linéaire dans les barreaux amplificateurs.
- Enfin l’impulsion est comprimée temporellement dans un dispositif dont la dispersion temporelle est opposée à celle de l’étireur.

La géométrie de l’impulsion laser est détaillée en appendice A, et figure 16 : les profils transverse et longitudinal sont gaussiens, et nous verrons l’intérêt d’un rapport d’aspect proche de l’unité : l’impulsion est une “boule” de lumière.

La force pondéromotrice de l’impulsion laser unique donne aux électrons du plasma deux poussées successives de sens contraire : vers l’avant — dans le sens de propagation — lorsque l’intensité croît, puis vers l’arrière lorsqu’elle décroît (figure 1). Ceci est détaillé dans l’appendice B). L’excitation de l’onde plasma est optimale lorsque la durée d’impulsion laser est de l’ordre d’une demi-longueur d’onde plasma (fig. 17)

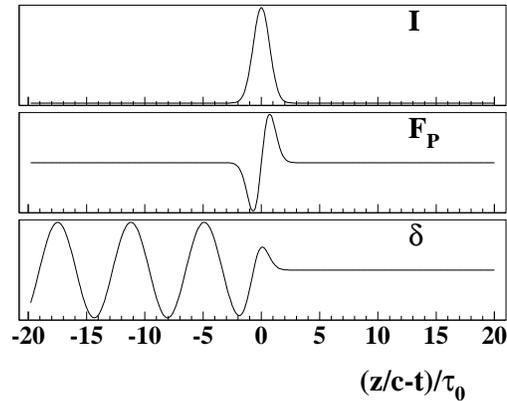


FIG. 1 – Profil d’intensité du laser  $I$ , force pondéromotrice  $F_P$ , et amplitude de l’onde plasma  $\delta$ , en fonction de  $(z - ct)/\tau_0$ .

Du point de vue de l’accélération de particules, les méthodes d’accélération par sillage et par battement sont très proches :

- le laser crée un plasma complètement ionisé;
- il excite une onde plasma dans ce plasma;
- on envoie un faisceau de particules chargées se faire accélérer dans l’onde plasma.

En pratique, la méthode du sillage présente plusieurs avantages importants :

- Tout d’abord l’ajustement nécessaire de la densité du plasma est beaucoup moins fin que dans le cas du battement, où l’excitation est résonnante (fig. 17).
- De plus, l’excitation de l’onde plasma est un processus rapide, dans lequel les mécanismes de saturation décrits plus haut n’apparaissent pas.

- Enfin, du point de vue de la réalisation, on s’affranchit du problème de la synchronisation des deux impulsions de la méthode du battement.

Comme dans le cas du battement, la création d’une onde plasma par sillage laser a d’abord été étudiée par des moyens entièrement optiques. J’en présente les résultats ci dessous.

Ensuite, je présente les résultats de deux expériences d’accélération par sillage laser réalisées par une collaboration Japonaise. Les tentatives de publication de ces résultats [20, 21] ont échoué, et j’essaierai d’expliquer pourquoi. Le second papier a été finalement présenté à une conférence [22], et nous avons dû publier un article de réfutation[23](•F)).

Je présente ensuite l’expérience d’accélération par sillage laser de l’Ecole Polytechnique.

### 2.2.1 Sillage laser : mesures optiques

On se souvient que la création d’une onde plasma par battement d’ondes a été d’abord étudiée par diffusion Thomson cohérente d’un faisceau laser sonde sur l’onde plasma. En pratique le faisceau pompe est utilisé le plus souvent, ou une réplique de celui-ci éventuellement doublée en fréquence.

Cette méthode peut difficilement être employée ici ; l’impulsion laser ultra courte a une grande largeur spectrale : les satellites sont alors noyés dans les pieds de l’impulsion elle même. En effet, la largeur spectrale est au moins égale à la limite de Fourier :  $\sigma_\omega \geq 1/(2\sigma_t)$ , alors que le décalage des satellites Thomson est  $\Delta\omega = \omega_p$ , soit à la quasi-résonance,  $\Delta\omega = 2/\tau_0$ , du même ordre de grandeur que la largeur de raie  $\sigma_\omega$ . Les satellites sont alors indistinguables dans les pieds de la raie centrale.

Pour cette raison, une autre méthode a été utilisée : l’interférométrie dans l’espace temps-fréquence[24]. Une impulsion pompe crée le plasma et l’onde plasma, qui est parcourue par une paire d’impulsions lasers sonde. Les impulsions sonde traversent le plasma dont l’indice de réfraction  $\eta$  dépend de la densité électronique :  $\eta = \sqrt{1 - n/n_c}$ , où la densité critique du plasma  $n_c$  ne dépend que de la longueur d’onde du rayonnement :  $n_c = \omega^2/(4\pi r_e c^2)$ . Chaque impulsion sonde chevauche l’onde plasma avec une phase qui reste constante lorsque la vitesse de groupe de l’impulsion sonde et la vitesse de phase de l’onde plasma sont proches<sup>6</sup>. Chaque impulsion traverse un plasma de densité électronique, et donc d’indice de réfraction, qui dépend de cette phase, et de l’amplitude de la modulation de la densité électronique, c’est-à-dire de celle de l’onde plasma. Les impulsions subissent alors un décalage de phase relatif  $\delta\Phi$  qui dépend du délai qui les sépare. Elles sont collectées et envoyées dans un spectromètre où elles interfèrent. Le décalage en longueur d’onde observé est directement proportionnel à  $\delta\Phi$ . Un balayage du délai permet de reconstruire la dépendance temporelle de l’onde plasma [25].

L’expérience a utilisé le laser au saphir dopé au titane (Ti:Saphir) du Laboratoire d’Optique Appliquée sur le site de l’Ecole Polytechnique [26, 27]. Le laser de pompe fournit des impulsions de 40 mJ à une cadence de 10 Hz et une longueur d’onde de  $0.8 \mu\text{m}$ , avec une durée d’impulsion de 130 fs (FWHM). Une partie de l’impulsion est utilisée pour créer les impulsions sonde après doublage de fréquence.

Ces expériences ont permis d’observer la création d’onde plasma par sillage laser, jusqu’à une amplitude proche de 100%, et un gradient de 10 GV/m. L’amplitude de l’onde plasma et sa fréquence sont en accord avec la théorie linéaire du sillage laser détaillée en appendice. En particulier la courbe de quasi-résonance a été observée avec précision [27].

Cette expérience a fourni les premières mesures de durée de vie de l’EPW. Notons que ces résultats ont été acquis en mode “**radial**” : le faisceau laser est fortement focalisé, de façon à

---

6. La vitesse de phase de l’onde plasma est égale à la vitesse de groupe de l’impulsion pompe. Si les longueurs d’onde pompe et sonde étaient identiques, les impulsions sonde et l’onde plasma progresseraient en phase.

utiliser au mieux la faible énergie disponible. Des électrons éjectés du plasma dans le gaz neutre par le fort champ électrique transverse de l'EPW, reviennent ensuite sur l'axe, ayant perdu la relation de phase avec l'EPW, et ils la détruisent.

Des mesures de durée de vie de l'EPW en mode **longitudinal** seront les bienvenues.

## 2.2.2 Expériences d'accélération par sillage laser au Japon

Après la description des mesures de l'onde plasma par interférométrie, j'en viens aux expériences d'accélération proprement dites.

### Accélération par sillage laser au Japon : première expérience

Une première tentative de démonstration d'accélération de particules par sillage laser a eu lieu au Japon au début des années 90 [20]. Le faisceau d'électrons est généré par l'impact d'une fraction du faisceau laser sur une cible solide. Un aimant collecte ces électrons et les dévie vers le point de plasma. Puis un second aimant effectue l'analyse en impulsion. Un hodoscope de scintillateurs assure la détection.

Lorsque l'on n'injecte pas le laser de pompe, et donc en l'absence de plasma, on observe simplement le spectre des électrons injectés, qui s'étend entre 0 et 2 MeV, avec un maximum vers 1 MeV. Lorsque le laser de pompe crée un plasma, le spectre présente une queue jusque vers 8 MeV interprétée comme l'effet d'une accélération (fig. 4 de la référence [20]). La non-publication de la référence [20] peut être due à plusieurs causes. Du point de vue de l'accélération de particules, on peut noter l'absence d'une discussion de la séparation du signal correspondant à des électrons accélérés, du bruit de fond dû par exemple à des électrons déviés.

Notons aussi l'absence d'optique de collection des électrons en sortie de plasma (fig. 2 de la référence [20]) ; en fait l'aimant à faces parallèles utilisé comme spectromètre est fortement **défocalisant** dans le plan vertical ce qui doit exploser le faisceau sur le plancher et le plafond de l'enceinte. Par la suite ce groupe a modifié son appareillage pour une seconde tentative.

### Accélération par sillage laser au Japon : seconde expérience

Dans cette seconde expérience [21, 22], le faisceau d'électrons est produit par un LINAC à une énergie de 17 MeV. Le plasma est produit dans de l'hélium à une pression de quelques millibars, par un laser Ti:Saphir à une longueur d'onde de  $0.79 \mu\text{m}$ , avec une durée d'impulsion de 90 fs (FWHM) et une énergie de 200 mJ. Le spectromètre analysant le spectre des électrons accélérés est modifié, avec l'ajout d'un doublet de quadripôles assurant la focalisation.

Des électrons accélérés sont observés avec un gain d'énergie supérieur à 100 MeV [21, 22], alors que la théorie linéaire du sillage laser prédit un gain maximal inférieur à 10 MeV. Les auteurs interprètent leur résultat comme étant dû au guidage du faisceau laser par le plasma, appuyant l'argument sur la valeur élevée de la longueur de Rayleigh observée, proche de 1 cm.

En fait, les différents mécanismes de guidage envisagés ne peuvent rendre compte de l'effet [23](●F). Par contraste, la **défocalisation** du faisceau sur la lentille constituée par l'interface gaz/plasma [29] permet de comprendre l'élargissement et l'allongement du *waist* [23](●F). L'intensité laser est alors beaucoup plus faible que ce qu'elle aurait été dans le vide, ce qui doit être pris en compte dans le calcul de l'amplitude de l'onde plasma, et le gain d'énergie des électrons est encore plus faible.

Quant aux électrons accélérés, on sait depuis les travaux du groupe de UCLA [11] qu'une onde plasma laisse derrière elle des champs magnétiques et/ou des champs électriques transverses qui défléchissent le faisceau d'électrons incident. L'interaction des électrons défléchis sur les parois de l'enceinte crée un bruit de fond associé à l'onde plasma, et qui doit donc être étudié de façon spécifique [23](●F). En fait, cette composante du bruit de fond a été identifiée lors de l'expérience

de l'Ecole Polytechnique décrite ci dessous, comme un signal de faible amplitude dans les canaux de haute énergie.

### 2.2.3 Expérience à l'Ecole Polytechnique

Après l'étude de l'accélération par battement, notre groupe s'est orienté vers l'exploration de l'accélération par sillage laser. Nous avons utilisé le laser TW du LULI [30], qui fournit une impulsion de 400 fs (FWHM) de quelques joules, avec un taux de répétition de un tir toutes les 20 minutes à l'énergie maximale<sup>7</sup>.

Notre dispositif expérimental (fig. 2) est pour l'essentiel celui employé lors de l'expérience d'accélération par battement [16](●A). La compression temporelle est effectuée sous vide après le transport jusqu'à l'enceinte expérimentale. Le faisceau est focalisé par une parabole hors axe.

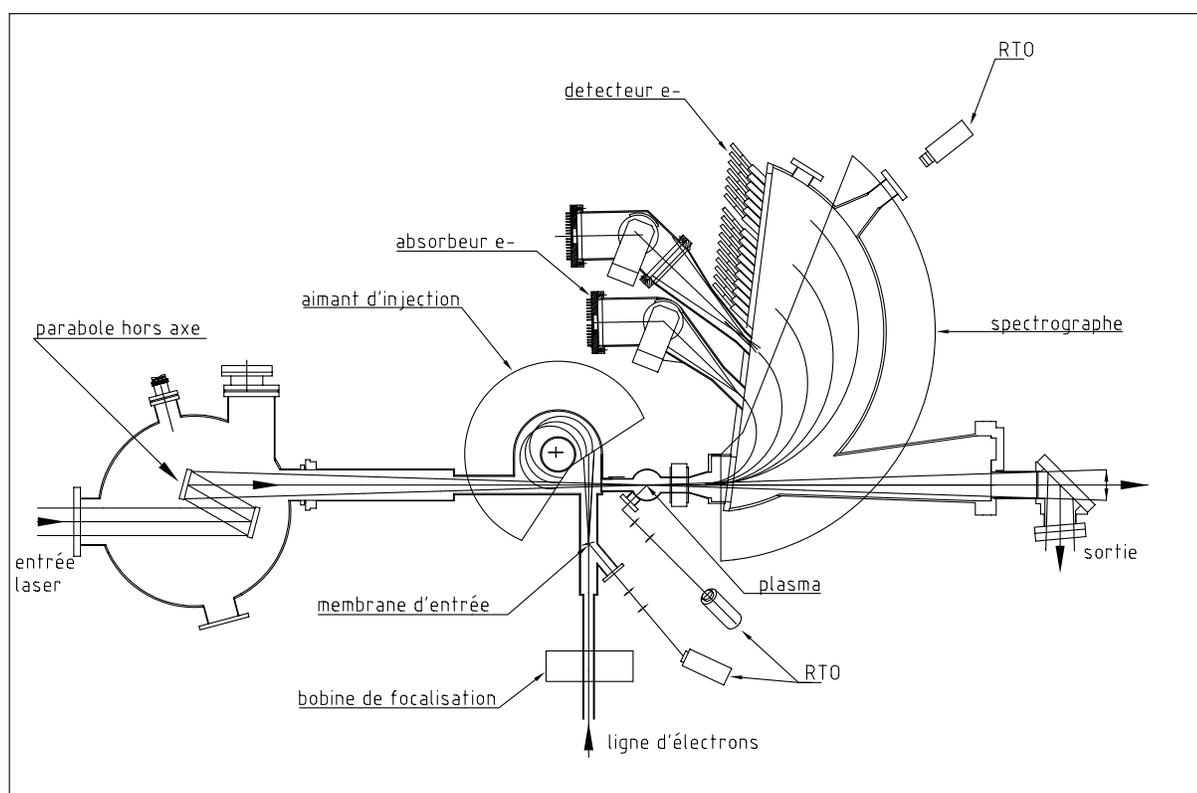


FIG. 2 – Schéma de l'expérience d'accélération de particules par sillage laser à l'Ecole Polytechnique. Voir le texte et la référence [16](●A).

Nous avons observé des électrons accélérés avec un gain maximal d'énergie de 1.6 MeV [3](●E). Le signal est présent uniquement lorsque les conditions suivantes sont satisfaites :

- une impulsion laser ultra courte est injectée,
- un faisceau d'électrons est injecté,
- un recouvrement spatial et temporel correct du faisceau et du plasma est réalisé.

7. L'objectif principal dans la conception de ce laser a été d'obtenir une énergie laser élevée, ce qui a conduit à l'emploi d'amplificateurs en verre dopé au Néodyme. La largeur spectrale obtenue est alors plus faible que pour une chaîne complète en Ti:Saphir, et la vitesse de refroidissement plus faible du verre limite le taux de répétition.

En particulier, nous n'avons observé aucun signal dû à des électrons du plasma qui auraient été piégés par l'onde plasma et accélérés.

Le gain maximal d'énergie  $\Delta W$  des électrons lors d'un tir présente un maximum autour de  $\omega_p \tau_0 \approx 2$  conformément à la théorie linéaire du sillage. Néanmoins, la valeur maximale observée, 1.6 MeV, est inférieure à la valeur calculée, égale à 10 MeV. De plus, la valeur de  $\Delta W$  observée dépend beaucoup moins de l'accord laser/plasma, c'est-à-dire de  $\omega_p \tau_0$  que ce que prédit la théorie linéaire du sillage (Fig. 3) ([3](●E)),

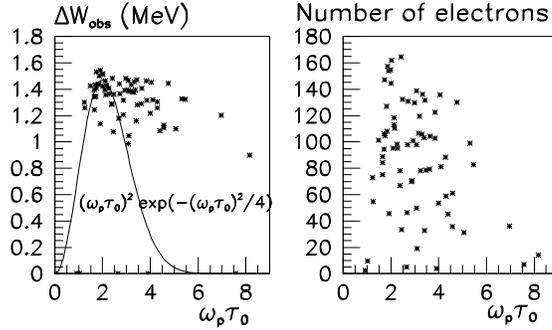


FIG. 3 – *Expérience d'accélération de particules par sillage laser à l'Ecole Polytechnique. Gain maximal et nombre d'électrons observés en fonction de  $\omega_p \tau_0$ .*

Une simulation tridimensionnelle de l'accélération des électrons dans l'onde plasma reproduit et permet de comprendre les résultats expérimentaux (Fig. 4),[3](●E) :

- Pour une injection sur l'axe (émittance nulle), le gain d'énergie ne dépend que de la phase de l'électron injecté par rapport à l'onde plasma. Il est égal au gain décrit par la théorie linéaire, soit ici à peu près 10 MeV.
- Pour une émittance faible,  $\epsilon = \sigma \sigma'$  avec  $\sigma = 30$  nm et  $\sigma' = 10$   $\mu$ rad, soit une émittance de  $0.3 \cdot 10^{-12}$  m  $\times$  rad, plus petite par 6 ordres de grandeur que l'émittance réelle, les électrons parcourant la partie défocalisante de l'onde plasma sont expulsés très tôt, alors que les autres sont piégés par le champ focalisant et décrivent une oscillation bétatronique dans l'onde plasma. L'accélération maximale de ces derniers est celle prédite par la théorie linéaire. (a)
- Par contre, pour une émittance réelle (b) ( $\sigma = 30$   $\mu$ m et  $\sigma' = 10$  mrad), la plupart des électrons sont perdus avant la zone du *waist*, où le champ accélérateur est le plus intense : ceci produit le spectre exponentiel observé (Fig. 4), gauche), [3](●E).

Ceci est à première vue étonnant, la taille du faisceau d'électrons au waist  $\sigma = 30$   $\mu$ m étant du même ordre que la taille du plasma  $w \approx 24$   $\mu$ m. L'effet peut être compris par deux approches différentes, l'une examinant seulement le comportement du faisceau dans le plan transverse, l'autre incluant l'axe longitudinal

### Oscillations bétatroniques

L'effet est compris plus en détail dans le cadre du modèle simpliste développé en référence [2](●C). Dans ce modèle, on sépare l'espace entourant le *waist* en trois zones distinctes : tout d'abord un espace de dérive, dans lequel les électrons progressent en ligne droite; puis la zone du *waist*, dans laquelle ils sont piégés et subissent une oscillation bétatronique; puis un espace de dérive en sortie.

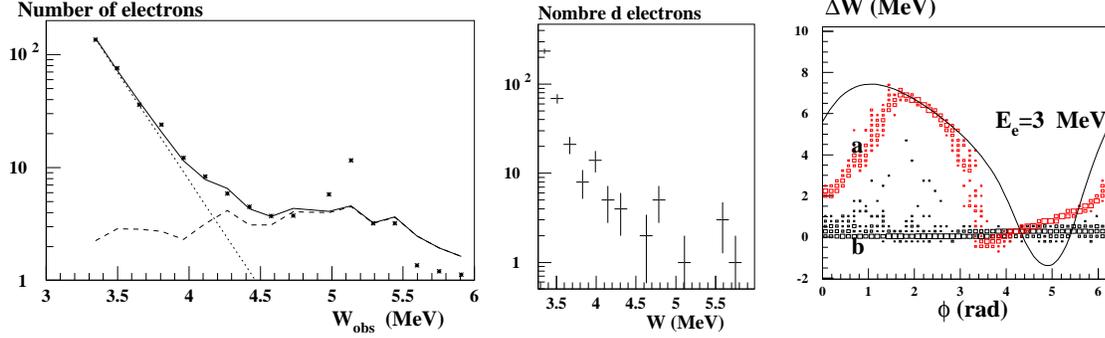


FIG. 4 – Expérience d’accélération de particules par sillage laser à l’Ecole Polytechnique. Gauche : spectre expérimental [3]. Centre : Spectre simulé. Droit : Simulation 3D : ligne faisceau sur axe; (a) Rouge : émittance faible. (b) Noir : émittance réelle.

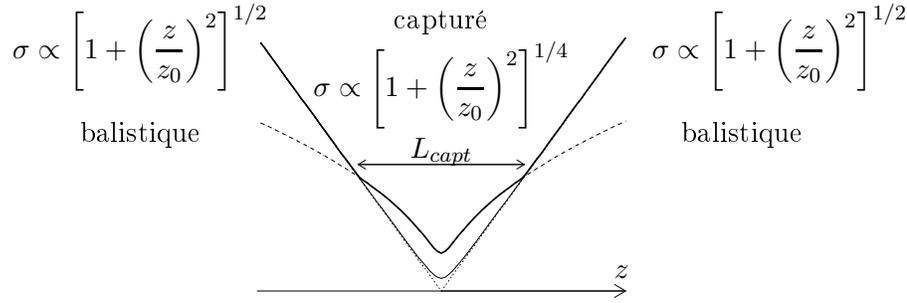


FIG. 5 – Schéma de l’enveloppe du faisceau d’électrons (ligne en gras) Vol balistique (fine). Faisceau capturé (tiré).

Lorsque le faisceau piégé approche du *waist*, sa taille décroît comme  $\sigma = \sqrt{\beta\epsilon} \propto [1 + (z/z_0)^2]^{1/4}$ , alors que dans le vide il décroît plus vite, comme  $\sigma = w/2 \propto [1 + (z/z_0)^2]^{1/2}$  (fig. 5) [31]. A cause de ce piégeage des électrons dans le champ transverse de l’onde plasma, le faisceau d’électrons est alors plus gros au *waist* que ce qu’il aurait été dans le vide : la plupart d’entre eux passent simplement à côté de la zone centrale de champ intense au *waist*.

### Couplage synchro-bétatronique

Un autre effet intervient ici, mettant en jeu à la fois l’évolution des électrons du faisceau par rapport à l’onde plasma dans le plan transverse et sur l’axe longitudinal. De ce point de vue, on peut parler de couplage synchro-bétatronique.

Le faisceau d’électrons est piégé transversalement dans l’onde plasma sur une longueur de l’ordre de 20 mm [31], supérieure à la longueur de déphasage  $L_\varphi = \gamma_0^2 \lambda_p \approx 8$  mm où  $\gamma_0$  est le facteur de Lorentz d’injection des électrons.

Les électrons explorent donc en fait toute une plage de phases par rapport à l’onde plasma, et en particulier traversent à un moment ou à un autre une région défocalisante de l’onde, et sont expulsés avant d’avoir pu se faire accélérer au *waist*.

Un tracé de rayon confirme l’ordre de grandeur de la longueur sur laquelle se produit l’effet, (figure 6a). Une simulation avec des électrons injectés à une énergie supérieure (6 MeV, figure 6b), aurait permis d’observer des électrons accélérés jusqu’au maximum.

J’en viens maintenant à un autre mode de création d’une onde plasma, le sillage laser auto-modulé.

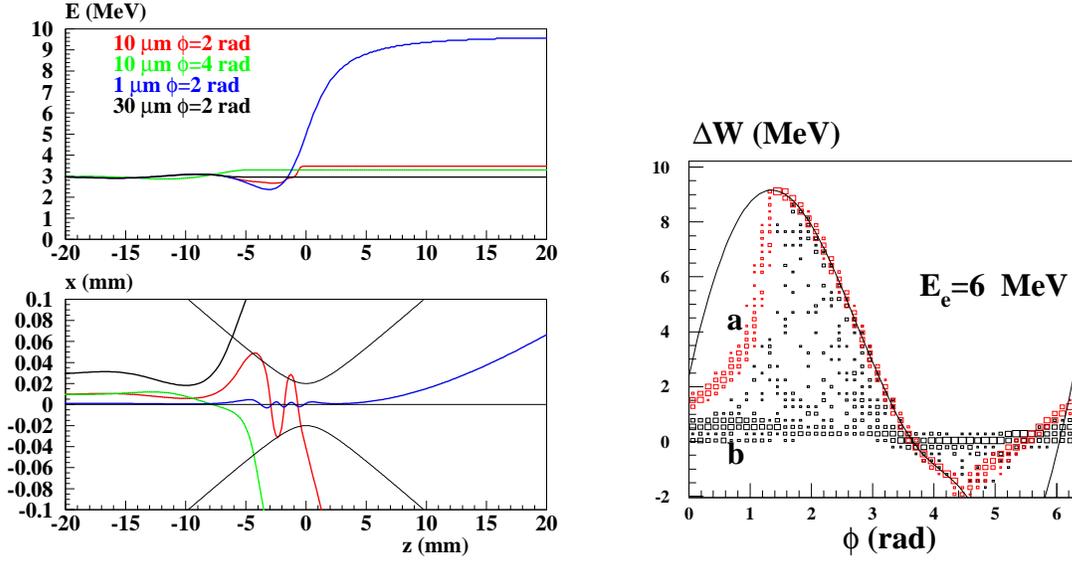


FIG. 6 – Trajectoires d’électrons dans l’onde plasma (a). Simulation de l’injection à une énergie double de celle de l’expérience (b). Ligne : faisceau sur axe. (a) Rouge : émittance faible. (b) Noir : émittance réelle.

### 2.3 SM-LWFA : Sillage auto-modulé

Un autre mécanisme d’excitation d’une onde plasma, le sillage auto-modulé, a été aussi étudié, avec des résultats impressionnants, et en particulier des champs longitudinaux de plusieurs centaines de GV/m. Dans ce processus, une impulsion longue ( $\tau \gg 1/\omega_p$ ) génère une onde plasma extrêmement intense dans un plasma dense ( $n \approx 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ).

On peut se demander comment l’onde plasma est excitée hors résonance. Supposons qu’une onde plasma existe déjà dans le plasma. Alors, la densité électronique est suffisamment élevée pour que l’onde plasma crée une modulation longitudinale de l’indice de réfraction (cette modulation est identique à celle obtenue par la méthode du battement). L’impulsion laser chevauchant ce milieu d’indice de réfraction modulé va voir à son tour son intensité modulée : c’est un début de *bunching* (de groupage?) du paquet de photons, avec un pas égal à  $\lambda_p$ .

La force pondéromotrice de l’intensité laser modulée amplifie alors l’onde plasma : on est même exactement à la résonance ! Ce mécanisme se développe à partir d’une instabilité, on dit qu’il “démarré sur le bruit” et il est donc **impropre** à l’accélération de particules :

- D’une part la phase de l’onde par rapport à l’impulsion laser incidente est imprédictible.
- D’autre part l’onde plasma est faiblement relativiste dans ce plasma très dense ( $\gamma_p = \sqrt{n_c/n} < 10$ ) : la longueur de déphasage pour des particules ultra-relativistes est de l’ordre de quelques centaines de microns, ce qui est inutilisable pour l’accélération de particules de haute énergie.

Néanmoins cette création d’onde plasma par sillage auto-modulé est un laboratoire où nous pouvons tester notre compréhension des ondes plasma intenses. La durée de l’impulsion laser étant plus longue que  $1/\omega_p$ , la raie laser est suffisamment étroite pour pouvoir utiliser la diffusion Thomson.

Le sillage laser auto-modulé a été observé lors d'une expérience menée au Rutherford Appellton Laboratory (RAL) avec le laser Vulcan, qui fournit une impulsion de 20 J, en 1 ps (FWHM)[32]. L'intensité laser atteint  $5 \cdot 10^{18} \text{W/cm}^2$ , dans un jet de gaz d'hydrogène ou d'hélium de 4 mm de diamètre, avec une densité électronique pouvant atteindre  $1.5 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$ .

L'interaction entre l'onde plasma extrêmement intense, non linéaire, et le laser produit des raies satellites d'ordres successifs très intenses (figure 7 de la référence [33], pour  $n = 0.54 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ).

Pour des valeurs plus élevées de la densité électronique, l'onde plasma déferle, et sa cohérence est brisée (même courbe,  $n = 1.5 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ). On observe alors la production d'une bouffée d'électrons piégés par l'onde plasma et accélérés violemment vers l'avant, (figure 3 de la référence [33]), jusqu'à une énergie de 44 MeV, limite de détection de l'appareillage. Le champ électrique longitudinal correspondant est estimé à 100 GV/m. Une expérience plus récente effectuée par le même groupe, avec un spectromètre ayant une plage de détection plus étendue, a détecté des électrons jusqu'à une énergie de 100 MeV[34].

De nombreuses expériences menées par d'autres groupes ont confirmé ces résultats.

## 2.4 Injection optique

Les électrons du plasma ne peuvent être piégés dans le puits de potentiel d'une onde plasma non-déferlante : leur vitesse est trop inférieure à la vitesse de phase de l'onde (fig. 7, point (a)). Pour dépasser les limitations du sillage auto-modulé, plusieurs groupes ont développé des schémas d'injection optique d'un petit volume d'électrons dans une onde plasma sub-déferlante. Une impulsion est communiquée au paquet qui est transféré sur une trajectoire piégée (fig. 7, point (b)).

Seul ce paquet est accéléré, et sa phase est déterminée par celle de l'impulsion d'injection.

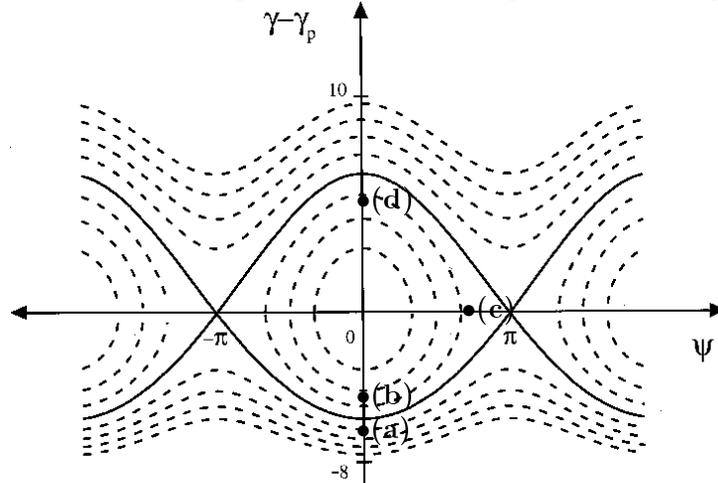


FIG. 7 – Trajectoire d'électrons dans le plan (phase,  $\gamma - \gamma_p$ ) ( $\gamma_p = 20$ ) [35]. (a) Electron non piégeable, (b) électron piégeable, (c) point de compression maximale, (d) point de largeur en énergie minimale.

**LILAC** (Laser Injected Laser Accelerator) L'idée originale [36, 37] était de créer une EPW par un premier faisceau de pompe. Les électrons du plasma décrivent une courbe fermée dans l'espace (phase, énergie) : aucun n'est piégé par l'onde. Une impulsion courte additionnelle est injectée perpendiculairement à l'axe de l'onde plasma. La force pondéromotrice de l'impulsion laser injecte un petit volume d'électrons dans l'EPW.

TABLE 2 – Simulations (LILAC, CPI, CPI2) et observation (Co-prop) d’injection laser d’un paquet d’électrons du plasma dans une onde plasma non-déferlante.

		LILAC	CPI	CPI2	Co-prop
		[37]	[38]	[39]	[40]
champs normalisés	$a_0, a_1, (a_2)$	1.6, 2.0	1.0, 0.5, 0.5	1.0, 0.2	4.0, 0.2
densité	$n(\text{cm}^{-3})$	$10^{19}$	$10^{17}$	$7 \cdot 10^{17}$	$10^{19}$
energie	MeV	20	27	10	15
largeur	(%)	20	0.3	4	< 10
longueur du paquet	$\sigma_z (\mu\text{m})$	3	1	0.3	
charge	$q(\text{pC})$	10	12	10	1 [41]
émittance normalisée	$\epsilon_{\perp N}(\pi \text{ mm.mrad})$	2	(1D)	0.4	

### CPI (Colliding Pulse Injection)

Une autre méthode [38] utilise un couple d’impulsions contre-propagatives, outre l’impulsion pompe. Leur battement crée une force pondéromotrice qui injecte les électrons dans l’onde.

Dans une version plus simple, une seule impulsion entre en collision avec l’impulsion pompe [39]. La force pondéromotrice du battement entre l’impulsion pompe et l’impulsion contre-propagative produit l’injection. Ces méthodes permettent de prélever un petit volume des électrons du plasma et de l’injecter avec une phase contrôlée dans l’onde plasma. L’émittance et la largeur relative en énergie sont excellentes, la longueur du paquet de quelques  $\mu\text{m}$ , et la charge produite d’environ 10 pC, pour une large gamme de densité électronique (table 2).

**Injection par deux impulsions co-propagatives** Il s’agit ici de résultats expérimentaux [40]. Une impulsion intense focalisée fortement ( $a = 4, f/3, 250 \text{ mJ}, 40 \text{ fs}$ ) crée une onde plasma qui éventuellement déferle, et produit un spectre thermique habituel (figure 8, gauche). L’addition d’une impulsion similaire, moins focalisée ( $a = 0.2, f/20$ ) assure l’injection.

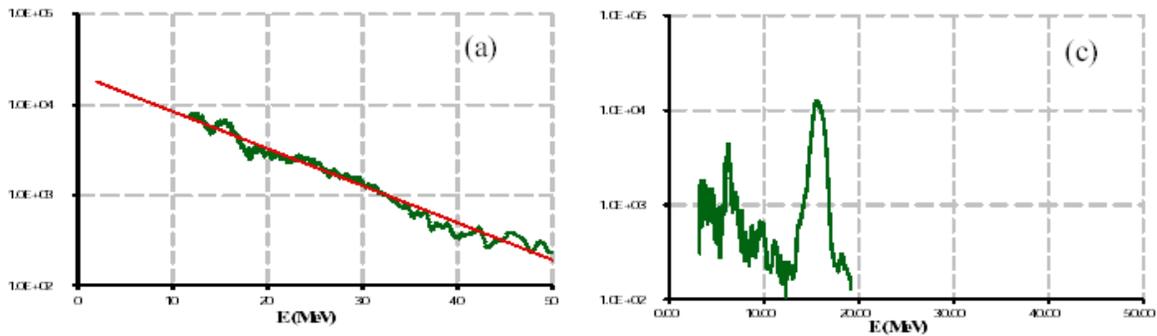


FIG. 8 – Injection d’électrons dans une onde plasma au R.A.L. [40] Gauche : une seule impulsion. Droite : deux impulsions.

## 2.5 Production d’impulsions d’électrons mono-cinétiques

Trois groupes expérimentaux ont démontré en 2004 la production d’impulsions mono-énergétiques, pour un réglage particulier des paramètres d’intensité laser, de densité électronique, et de longueur totale d’accélération (table 3).

TABLE 3 – Production de bouffée d'électrons monoénergétique par une impulsion laser courte dans un plasma. (les quantités sous la ligne sont calculées par moi; j'ai supposé que la longueur des paquets produits est  $\approx 10$  fs, conformément aux simulations, dans le calcul du courant de crête.) Les paramètres d'un des photo-injecteurs les plus brillants sur le marché actuellement sont listés pour comparaison [45].  $\Delta W$  désigne l'énergie mesurée, et  $eE_z L_\varphi$  la valeur maximale limitée par le déphasage. Noter que la largeur en énergie mesurée est limitée par la résolution de l'appareillage.

	LBNL [43]	LOA [42]	RAL [44]	ATF [45]
$E$ (J)	0.5	1	0.5	
$\tau$ (fs)	55	33	40	3000
$n$ ( $e^-/\text{cm}^3$ )	$1.9 \cdot 10^{19}$	$6 \cdot 10^{18}$	$2 \cdot 10^{19}$	
$I$ ( $\text{W}/\text{cm}^2$ )	$7 \cdot 10^{18}$	$3 \cdot 10^{18}$	$2.5 \cdot 10^{18}$	
$L$ (mm)	1.7	3	2	
$\Delta W$ (MeV)	86	170	78	70
$\delta E/E$ HWHM (%)	2	12	3	0.03
divergence (mrad)	3	10	(87)	
diamètre laser ( $\mu\text{m}$ )	7	18	25	
$q$ (pC)	300	500	22	1000
$z_0$ (mm)	0.2	1.3	2.5	
$\lambda_p$ ( $\mu\text{m}$ )	7.7	13.7	7.5	
$L_\varphi$ (mm)	0.7	4.0	0.7	
$\epsilon_N$ RMS (mm.mrad)	0.74	13	70	0.8
$I$ (kA)	30	50	2.2	0.17
$B$ ( $\text{A}/(\text{m}\cdot\text{rad})^2$ )	$5.5 \cdot 10^{16}$	$3.0 \cdot 10^{14}$	$4.5 \cdot 10^{11}$	$2.5 \cdot 10^{14}$
$\tau_r$ (fs) résonante pour $n$	13	24	13	
$E_z$ (GV/m)	109	78	54	
$eE_z L_\varphi$ (MeV)	76	312	38	
$a$	1.8	1.2	1.1	
$\delta$	1.1	0.46	0.38	

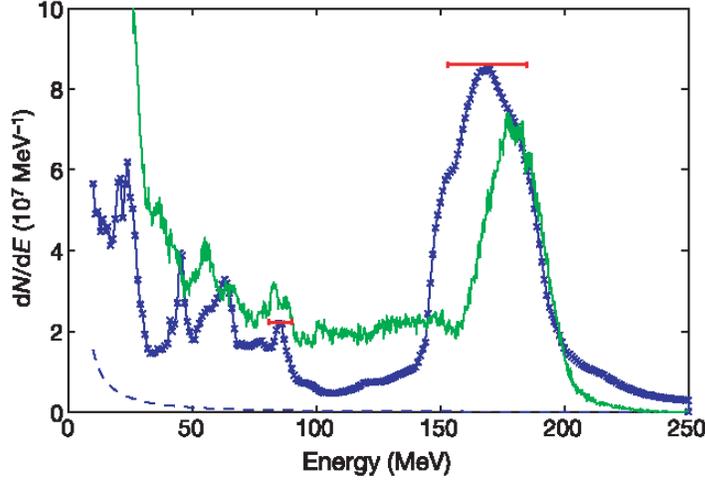


FIG. 9 – Production d’impulsions d’électrons mono-cinétique : Spectre observé (croix “bleues”) et simulés (ligne “verte”, simulations PIC 3D) au Laboratoire d’Optique Appliquée (LOA). La barre “rouge” indique la résolution expérimentale [42].

Les trois expériences utilisent un plasma dense  $n \approx 10^{19} e^-/\text{cm}^3$ . L’emploi d’un jet de gaz permet la focalisation du laser à son waist, à l’entrée du plasma. La largeur du jet définit aussi la longueur maximale d’accélération  $L$ .

Les impulsions laser utilisées sont en régime légèrement relativiste (le champ électrique normalisé du laser  $a$  (eq. (65)) est proche de 1), et les ondes plasma sont donc produites à la limite de la zone linéaire ( $\delta$  proche de 1).

- La différence principale entre ces résultats concerne l’utilisation de guidage par un plasma préformé par LBNL, sans lequel la production d’électrons n’est pas observée. Ceci se comprend au vu de leur longueur de Rayleigh extrêmement courte.
- Notons que le groupe du RAL a observé par imagerie transverse que la longueur d’interaction effective est proche de 0.5 mm, beaucoup plus courte que la longueur totale du plasma  $L$ , et du même ordre de grandeur que la longueur de déphasage.

Des simulations [43] indiquent que l’on observe le pic du Jacobien de la trajectoire des électrons dans le plan (phase, énergie) (figure 7) : la fin de l’accélération en sortie de zone d’interaction survient alors précisément lorsque le paquet d’électrons se trouve au point **(d)** de la figure 7.

L’ordre de grandeur du gain en énergie maximal limité par le déphasage  $eE_z L_\varphi$ , est en accord avec le gain  $\Delta W$  observé expérimentalement (table 3) (à un facteur 2), ce qui conforte l’hypothèse.

Le groupe du LOA interprète le résultat comme la démonstration d’un régime de “bulle”, d’après un modèle développé par Pukhov *et al.* [46]. Les électrons sont éjectés hors de l’axe, une demi-longueur d’onde après le passage de l’impulsion laser, puis reviennent sur l’axe une longueur d’onde après, établissant un fort champ longitudinal. L’applicabilité de ce régime, démontré par simulation pour des impulsions fortement relativistes ( $a = 12$ ) [46] aux expériences mentionnées ci-dessus, utilisant des impulsions faiblement relativistes ( $a \sim 1$ ) a été vérifié ultérieurement [48].

De façon similaire au sillage auto-modulé d’une impulsion longue décrit plus haut, un double

effet se produit, de l'impulsion laser sur le plasma, et du plasma sur l'impulsion :

- Les électrons à l'avant de l'impulsion sont comprimés par l'impulsion laser (effet chasse-neige)
- le front montant de l'impulsion laser se raidit sur ce fort gradient de densité électronique (la tête de l'impulsion étant soumise à une densité plus élevée, et donc à un indice de réfraction plus faible, ralentit (décalage vers le rouge)). La valeur de  $a$  après compression est alors plus élevée que la valeur initiale.

Dans ce régime de bulle aussi, l'énergie maximale atteinte par le faisceau d'électrons au pic mono-énergétique est déterminée par le déphasage [46]. Elle est donnée par une loi d'échelle [47] (fixant le champ normalisé du laser  $a = 10$ ):

$$\Delta W[\text{GeV}] \approx 0.1(E[\text{J}])^{2/3} \quad (3)$$

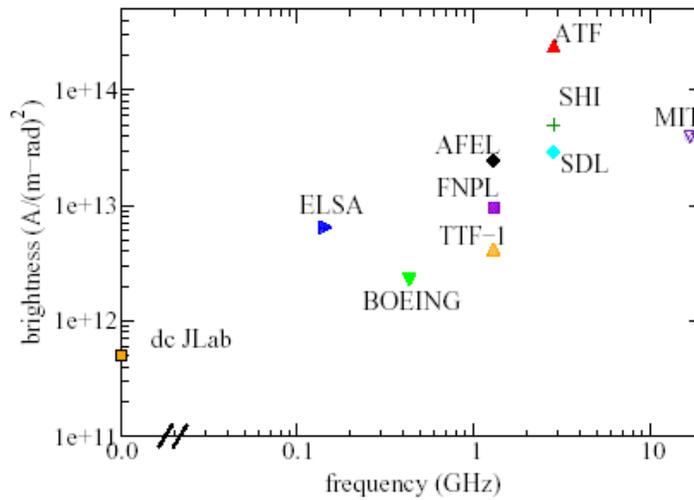


FIG. 10 – *Brillance des photo-injecteurs actuels en fonction de la fréquence de la RF [45]. La brillance est le courant maximal divisé par le produit des émittances transverses normalisées.*

Ces bouffées d'électrons ultra-courtes ont une brillance  $B$  supérieure de plusieurs ordres de grandeur à celle des faisceaux produits par les meilleurs photo-injecteurs, qui sont dans la gamme  $10^{12} - 10^{15} \text{ A}/(\text{m}\cdot\text{rad})^2$  (figure 10, table 3).

## 2.6 Expériences de première génération : quels enseignements ?

Cette décennie de développements nous a apporté de multiples enseignements :

### Création de l'onde plasma

En ce qui concerne la création de l'onde plasma, il est apparu que l'excitation de l'onde plasma par battement d'ondes est un processus complexe, soumis à des phénomènes qui limitent la croissance de l'onde : le déphasage relativiste, qui désaccorde l'oscillateur harmonique que constitue le plasma de la pompe laser; et quand la densité électronique est suffisamment élevée, l'instabilité modulationnelle qui brise la cohérence de l'onde plasma, tout en transférant l'énergie disponible à des ondes acoustiques ioniques et à des ondes plasma (électroniques) non longitudinales et non relativistes, inutiles en fait.

Ces problèmes peuvent être dépassés par le développement de battement d'ondes court, avec des impulsions de quelques picosecondes seulement, qui ne comptent alors que quelques battements [49, 50].

L'autre solution est l'emploi du sillage laser. L'étude de l'excitation d'ondes plasma radiales par interférométrie dans l'espace temps-fréquence a montré que ce processus était bien compris, efficace, et qu'il permet de créer une onde plasma jusqu'à la limite du domaine linéaire (soit  $\delta \approx 1$ ).

### Accélération de particules

Les premiers résultats obtenus en **battement** ont permis de démontrer le principe de la méthode. Pour la première fois, des particules chargées ont été accélérées avec un gradient supérieur à 1 GV/m.

L'expérience effectuée sur le site de l'Ecole a pu mettre en oeuvre pour la première fois l'accélération par **sillage laser**. Les conditions expérimentales restant dans le domaine linéaire, nous espérons pouvoir caractériser finement ce processus, et en particulier reproduire la variation linéaire du gain maximal d'énergie des électrons en fonction de l'énergie laser, ainsi que sa dépendance en fonction de l'accord pompe/plasma, c'est-à-dire en fonction de  $\omega_p \tau$ . L'effet inattendu de la capture des électrons dans le champ focalisant de l'onde plasma, très en amont du waist, associée au glissement de phase amenant les électrons trop tôt dans une région défocalisante de l'onde plasma, domine en fait la forme du spectre.

Plusieurs méthodes permettent d'éviter cet effet. L'emploi d'un faisceau d'électrons d'énergie plus élevée, moins courbés par le champ électrique transverse est une solution. L'emploi d'un jet de gaz, limitant l'expansion longitudinale de l'onde plasma en est une autre. Ceci empêche la capture des électrons loin du *wast*, alors que la taille du faisceau est encore élevée.

### Production de paquets d'électrons

De nombreuses expériences de production d'électrons à partir d'un plasma ont été menées.

- Dans un premier temps, l'**auto-modulation de phase** de l'onde puis son déferlement ont produit un paquet d'électrons collimés mais de phase incertaine et de spectre énergétique large,
- ensuite des procédés d'injection optique ont été proposés, qui permettent de fixer la phase,
- enfin, un réglage fin des paramètres expérimentaux a permis la production d'un pic **mono-énergétique**.

Ces derniers résultats sont obtenus dans un domaine de paramètres éloigné de celui qui nous intéresse ici (ex : haute / basse densité). Il ne fait pas de doute que ces nouvelles sources d'électrons ultra courtes ( $\approx 10$  fs) et ultra-brillantes (table 3) trouveront leur usage, en particulier comme injecteurs.

Les différentes expériences d'accélération effectuées jusqu'à ce jour ont focalisé leur attention sur le champ accélérateur créé. Mais la spécification d'une "bonne cavité" ne se limite pas à la valeur du champ. Plusieurs autres paramètres sont d'une grande importance, par exemple la conservation des émittances longitudinale et transverse, et l'efficacité du transfert de l'énergie de la prise électrique vers le faisceau.

Dans la section suivante, j'explore brièvement ce que pourrait être une expérience de seconde génération, à la fois sous l'angle de la performance "pure" du gain d'énergie, et des méthodes de canalisation qui permettront peut-être de transférer une partie significative de l'énergie laser à l'onde plasma, puis au faisceau à accélérer.

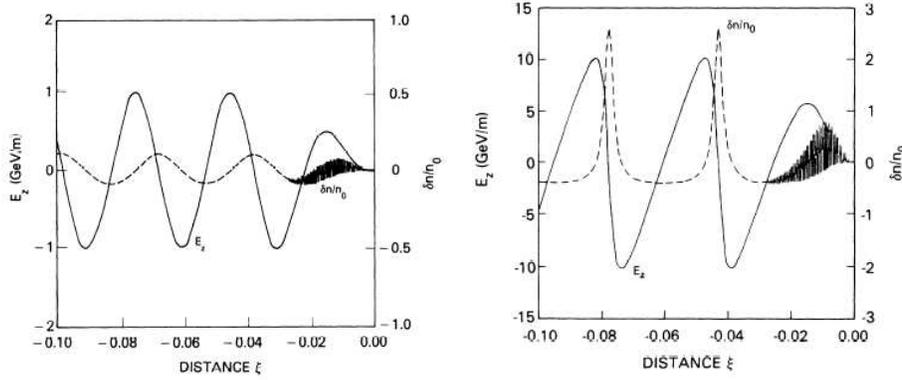


FIG. 11 – Onde plasma linéaire (gauche,  $a = 0.5$ ), et non-linéaire (droite,  $a = 2.0$ ) [52].

### 3 Vers un développement de deuxième génération

Dans cette section, j’essaie d’utiliser les enseignements des expériences de première génération pour déterminer ce que pourrait être une expérience de deuxième génération.

Je commence par le dimensionnement d’une expérience d’accélération par sillage laser avec un faisceau laser diffractant normalement, c’est-à-dire sans guidage. (basé sur [51] F), dans un premier temps.

Je décris ensuite l’intérêt de guider, ou canaliser le faisceau laser sur une longueur supérieure à la longueur de Rayleigh, à la fois du point de vue de l’efficacité du transfert d’énergie du laser vers l’onde plasma et de celui d’obtenir une grande longueur d’accélération. Je décris les expériences réalisées à ce jour pour explorer les différentes méthodes de guidage, ainsi que leur intérêt et leurs limites pour l’accélération de particules dans un plasma excité par un laser.

#### 3.1 Dimensionnement d’une expérience d’accélération par sillage laser

J’explore ici l’espace des paramètres d’une cavité à plasma, définissant une possible expérience d’accélération par sillage laser de deuxième génération.

##### 3.1.1 Détermination des limites

Je commence par lister les différentes limitations inhérentes au sillage laser.

##### Valeur de l’amplitude de l’onde plasma

L’expression du champ accélérateur de l’onde plasma est (eq. 117) :

$$E_{z,max} = \frac{2\pi mc^2}{e\lambda_p} \delta = E_0 \delta \quad (4)$$

où  $E_0$  est le champ électrique de déferlement dans l’approximation d’un plasma froid. On veut utiliser une onde plasma de grande amplitude. Mais lorsque  $\delta$  se rapproche de 1, l’onde plasma ne pouvant plus être traitée comme une petite perturbation de la densité électronique, le traitement linéaire n’est plus valide. Une résolution numérique montre que l’onde plasma obtenue n’est plus sinusoïdale (figure 11).

Dans le cadre de la théorie linéaire du sillage laser, on peut établir une relation entre l'amplitude de l'onde plasma et la valeur du potentiel vecteur normalisé  $a = eA/mc^2$  (eq. 124):

$$\delta = \frac{\sqrt{\pi}}{2e} a^2 \quad (5)$$

L'onde plasma atteint donc le régime non linéaire ( $\delta \approx 1$ ) lorsque le plasma devient relativiste ( $a \approx 1.75$ ). Ces ondes plasma non linéaires peuvent paraître intéressantes, car dans la partie de plus grand gradient, le champ accélérateur est extrêmement élevé:  $E_z = a^2 \left[1 + a^2/4\right]^{1/2} \frac{\sqrt{\pi}}{2e} E_0$ .

Mais les ondes plasma non linéaires peuvent difficilement être employées pour un accélérateur, en particulier à cause de la variation de la longueur d'onde avec l'intensité (pour une EPW relativiste, on la notera  $\lambda_{p,NL}$ , et elle vaut asymptotiquement  $\lambda_{p,NL} = \lambda_p(2/\pi)(E_{max}/E_0)$  pour  $E_{max} \gg E_0$ ). Cette augmentation de la longueur d'onde est à peine visible sur la figure 11. On prend donc :

$$\boxed{\delta < 1} \quad (6)$$

**Cavitation due à l'onde plasma radiale** : importance de la taille transverse de l'EPW

Le champ électrique transverse de l'onde plasma peut influencer fortement sur le comportement transverse du faisceau, mais ce n'est pas ce qui nous préoccupe ici. Un autre effet apparaît lorsque l'amplitude plasma transverse  $\delta_{\perp}$  est supérieure à 1: l'approximation de base du traitement linéaire du sillage laser, c'est-à-dire le traitement des ondes longitudinale et transverse comme deux perturbations indépendantes de la densité électronique n'est plus valable.

Une simulation de la croissance de l'onde plasma par un code particulière [55] montre que lorsque l'amplitude **transverse** est élevée,  $\delta_{\perp} > 2$ , le développement de l'onde **longitudinale** est affecté, avant même que celle-ci ne devienne non linéaire: il n'y a simplement plus d'électrons dans la région proche de l'axe pour maintenir l'onde plasma longitudinale. On prend donc :

$$\boxed{\delta_{\perp} < 1} \quad (7)$$

**Puissance maximale**

L'expression du gain maximal (eq. 105)

$$\Delta \widehat{W} = \frac{r_e \lambda}{c^2 \tau^2} \frac{16 \ln 2}{e M^2} E \quad (8)$$

incite à l'utilisation d'impulsions courtes. Cependant, au dessus d'une puissance critique,  $P_{crit}$ , le faisceau subit une auto-focalisation relativiste, ce qui conduit rapidement au déferlement et à la destruction de l'onde.<sup>8</sup> La puissance critique d'autofocalisation relativiste est [35]:

$$P_{crit} = 2 \frac{mc^3}{r_e} \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^2 \quad (9)$$

soit  $P_{crit}[\text{GW}] = 17 \gamma_p^2$ . On prend donc :

$$\boxed{P < P_{crit}} \quad (10)$$

---

8. Dans le cas d'impulsions ultracourtes,  $\omega_p \tau \ll 1$ , la non-linéarité pondéromotrice (la densité électronique diminue dans les zones de champ élevé) compense cette non-linéarité relativiste [52].

### 3.1.2 Optimisation

On recherche alors un optimum de  $\Delta W$  sous la contrainte  $P = P_{crit}$ , soit :

$$2 \frac{mc^3}{r_e} \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^2 = \frac{E}{\tau} 2 \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \quad (11)$$

soit :

$$E = \frac{\tau^3 mc^5}{\lambda^2 r_e} \frac{\pi^{5/2}}{4 \ln 2^{3/2}} \quad (12)$$

ce qui donne :

$$\Delta \widehat{W} = \frac{\tau}{\lambda} mc^3 \frac{4\pi^{5/2}}{eM^2 \sqrt{\ln 2}} \quad (13)$$

On est alors conduit à **augmenter**  $\tau$ , et donc  $E$ , et si  $\delta = 1$  et  $I$  sont fixés, on augmente la taille du waist  $w_0$  et la longueur d'accélération  $2z_0$  *ad infinitum*.

On est alors conduit à fixer une limite arbitraire à cette escalade. Constatant que deux approches différentes ont conduit les deux lasers actuels du LULI (350fs,  $1.053\mu\text{m}$ , 10J) et du LOA (35fs,  $0.8\mu\text{m}$ , 1J) à une même puissance maximale, je vais ici fixer la puissance laser.

On détermine alors la configuration par :

$$\boxed{\delta = 1, \quad P = P_{crit}, \quad P = 100 \text{ TW}, \quad \lambda = 0.8\mu\text{m}} \quad (14)$$

On déroule la petite mécanique à l'envers, et on obtient les résultats listés en table 4. La contrainte  $\boxed{\delta_{\perp} < 1}$  est alors automatiquement respectée :

$$\frac{\delta_{\perp}}{\delta} = \frac{E_r}{E_z} \approx \frac{2}{\pi} < 1 \quad (15)$$

### Extension transverse et utilisation de l'énergie disponible

Un faisceau d'électrons de petite taille transverse se propageant sur l'axe crée un champ de sillage sur une distance transverse de l'ordre de  $\lambda_p/2\pi$  [56]. Ce même paquet est donc capable d'extraire de l'énergie de l'onde plasma sur cette distance transverse. Une onde plasma plus large conduirait donc à une diminution de l'efficacité du transfert. Notons que cette optimisation fournit une loi d'échelle :

$$w_0/(\lambda_p/2\pi) = 4\sqrt{\sqrt{\pi}/e} \approx 3.2 \quad (16)$$

Le paquet d'électrons n'utilise que l'énergie du coeur de l'onde plasma.

### Transfert de l'énergie du laser vers l'onde plasma

L'expérience montre que le laser est très peu perturbé à la traversée de ce plasma très peu dense, quelques millibars d'hydrogène. L'efficacité du transfert de l'énergie du laser vers l'onde plasma est faible. Une impulsion laser de durée  $\tau$ , de section  $S$ , de champ électrique  $\mathcal{E}$  transporte une énergie  $(c\tau S)\mathcal{E}^2/\epsilon_0$ . Cette impulsion laser crée une onde plasma de même section, et de longueur  $L$ . On obtient de même l'énergie de l'onde plasma :  $(LS)E_z^2/\epsilon_0$ . Le rapport  $R$  des deux quantités est :

$$R = \frac{L}{c\tau} \left( \frac{E_z}{\mathcal{E}} \right)^2 \quad (17)$$

Ce qui donne ici, avec  $L = \pi z_0$ ,  $R = 2\%$ , effectivement très faible.

TAB. 4 – Valeurs des paramètres d’une “cavité à plasma”, après l’optimisation décrite dans le texte, en fonction de la puissance crête de l’impulsion laser ( $\delta = 1$  et  $P = P_{crit}$ ,  $\lambda = 0.8\mu\text{m}$ ).

$P$	$P$	100 TW
$\tau = \frac{\lambda}{\pi c} \left[ 2 \ln 2 \frac{Pr_e}{mc^3} \right]^{\frac{1}{2}}$	$\tau[\text{fs}] = 13.4 \lambda[\mu\text{m}] (P[\text{TW}])^{\frac{1}{2}}$	107 fs
$E = \frac{\lambda}{c} \left[ \frac{r_e}{2\pi mc^3} \right]^{\frac{1}{2}} P^{\frac{3}{2}}$	$E[\text{J}] = 0.0142 \lambda[\mu\text{m}] (P[\text{TW}])^{\frac{3}{2}}$	11.4 J
$\Delta W = \frac{8\pi^2}{eM^2} \left[ \frac{r_e mc P}{2\pi} \right]^{\frac{1}{2}}$	$\Delta W[\text{MeV}] = 63.5 (P[\text{TW}])^{\frac{1}{2}}$	<b>635 MeV</b>
$I_{max} = e\sqrt{\pi} \frac{mc^3}{\lambda^2 r_e}$	$I_{max}[\text{Wcm}^{-2}] = 4.19 \cdot 10^{18} / (\lambda[\mu\text{m}])^2$	$6.55 \cdot 10^{18} \text{Wcm}^{-2}$
$\gamma_p = \left[ \frac{Pr_e}{2mc^3} \right]^{\frac{1}{2}}$	$\gamma_p = 7.58 (P[\text{TW}])^{\frac{1}{2}}$	75.8
$\lambda_p = \lambda \left[ \frac{Pr_e}{2mc^3} \right]^{\frac{1}{2}}$	$\lambda_p = 7.58 \lambda[\mu\text{m}] (P[\text{TW}])^{\frac{1}{2}}$	60.6 $\mu\text{m}$
$w_0 = \lambda \left[ \frac{2}{\pi^{\frac{3}{2}} e} \frac{Pr_e}{mc^3} \right]^{\frac{1}{2}}$	$w_0[\mu\text{m}] = 3.90 \lambda[\mu\text{m}] (P[\text{TW}])^{\frac{1}{2}}$	31.2 $\mu\text{m}$
$z_0 = \frac{2}{e\sqrt{\pi}M^2} \frac{r_e}{mc^3} P\lambda$	$z_0[\mu\text{m}] = 47.7 \lambda[\mu\text{m}] P[\text{TW}]$	3.82 mm
$(E_z)_{max} = \sqrt{2\pi} \frac{mc^2}{r_e} \frac{1}{\lambda\sqrt{P}} \left[ \frac{c}{\epsilon_0} \right]^{\frac{1}{2}}$	$(E_z)_{max}[\text{V/m}] = \frac{4.24 \cdot 10^{11}}{\lambda[\mu\text{m}] (P[\text{TW}])^{\frac{1}{2}}}$	53. GV/m
$n = \frac{2\pi mc^3}{r_e^2 \lambda^2 P}$	$n[\text{cm}^{-3}] = \frac{1.94 \cdot 10^{19}}{(\lambda[\mu\text{m}])^2 P[\text{TW}]}$	$3.03 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$
$\frac{\delta_{\perp}}{\delta} = \frac{E_r}{E_z} \approx \frac{2}{\pi}$		0.64
$L_{\varphi} = \lambda \left[ \frac{Pr_e}{2mc^3} \right]^{\frac{3}{2}}$	$L_{\varphi}[\text{cm}] = 0.0436 \lambda[\mu\text{m}] (P[\text{TW}])^{\frac{3}{2}}$	34.8cm
$L_d = \lambda \left[ 2 \ln 2 \frac{Pr_e}{mc^3} \right]^{\frac{3}{2}} \frac{e}{\pi^{3/2} 2 \ln 2}$	$L_d[\text{cm}] = 0.0 \lambda[\mu\text{m}] (P[\text{TW}])^{\frac{3}{2}}$	56.cm
$N_{max}$	$N_{max} = 3.2 \cdot 10^7 \lambda[\mu\text{m}] (P[\text{TW}])^{\frac{1}{2}}$	$2.6 \cdot 10^8$
$\Delta W_g \equiv E_{z,max} L_{\varphi} / 2 = \frac{P}{4} \left[ \frac{\pi Z r_e}{mc^3} \right]^{\frac{1}{2}}$	$\Delta W_g[\text{GeV}] = 0.092 (P[\text{TW}])$	<b>9.2GeV</b>
$f\# = \left[ \frac{2\sqrt{\pi} Pr_e}{e mc^3} \right]^{\frac{1}{2}}$	$f\# = \frac{(P[\text{TW}])^{\frac{1}{2}}}{12.2}$	122.

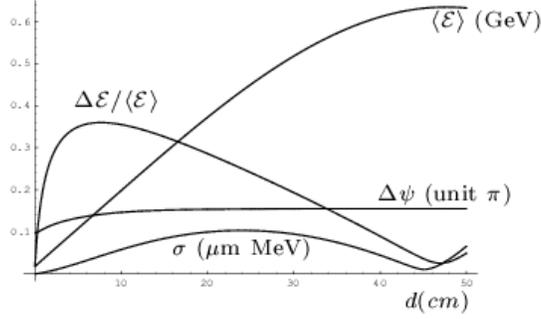


FIG. 12 – *Energie moyenne  $\langle \mathcal{E} \rangle$ , largeur relative en énergie,  $\Delta \mathcal{E} / \langle \mathcal{E} \rangle$ , et émittance longitudinale  $\sigma$  en fonction de la distance d’accélération pour une longueur de paquet de  $\lambda_p/6$ , et une fraction de beam loading  $\eta = 0.8$  [58].*

On définit la **longueur de déplétion**  $L_d$  comme la longueur sur laquelle le laser transfère toute son énergie à l’onde plasma, soit  $R = 1$  et

$$L_d = c\tau \left( \frac{\mathcal{E}}{E_z} \right)^2 \quad (18)$$

A noter qu’après optimisation, le rapport de la longueur de déplétion et de la longueur de déphasage relativiste  $L_\varphi = \lambda \gamma_P^3$ , est constant :

$$\frac{L_d}{L_\varphi} = \frac{4e\sqrt{\ln 2}}{\pi^{3/2}} \approx 1.35 \quad (19)$$

Le déphasage est donc le premier facteur limitant (d’autant plus que pour éviter la zone défocalisante, on doit se limiter à  $L_\varphi/2$ ). Le gain d’énergie maximal en mode guidé  $\Delta W_g$  sera donc de l’ordre de  $E_{z,max} L_\varphi/2$ , qui est proportionnel à  $P$ .

### Charge électrique maximale

Lorsqu’un paquet d’électrons de charge élevée est injecté, la tête du paquet bénéficie de la totalité du champ accélérateur, mais le champ de sillage du paquet atténue le champ de l’onde : la queue du paquet est moins accélérée. La charge maximale est celle qui crée un champ de sillage “égal et opposé” au champ de l’onde plasma. Le nombre de particules dans un tel paquet est  $N_{max}$  [56]:

$$N_{max} \equiv \frac{\lambda_P^2 e E_{z,max}}{16\pi^3 r_e m c^2} \quad (20)$$

La dernière particule de ce paquet voit alors un champ nul, et le gain énergie des particules varie de 0 à 100 %. Un décalage de phase permet de compenser la baisse du champ résiduel, dans une certaine mesure, méthode employée dans les accélérateurs “métalliques”. La même méthode peut être employée ici [57].

Une simulation effectuée dans des conditions assez proches de celles de la table 4 montre [58] que la largeur relative en énergie augmente en début d’accélération, diminue, puis atteint un minimum à 2.6%; avec des paquets de longueur égale à  $\lambda_p/6$ , et un beam loading de 80% (c’est-à-dire un nombre d’électrons  $N = 0.8N_{max}$ ). Ceci correspond ici (table 4) à  $N = 2 \cdot 10^8$  électrons, soit 30pC.

**Optique** Dans un accélérateur utilisant des cavités à sillage laser dans un plasma, l’encombrement dû à l’optique de focalisation de l’impulsion laser contribuera fortement à la longueur totale. La focale est limitée par la tenue des matériaux (réseaux, miroirs après compression) à l’énergie laser,  $F_l \approx 1\text{Jcm}^{-2}$  [59], ce qui donne des miroirs de rayons :

$$w_i^2 = \frac{P\tau}{F_l} \frac{1}{2\sqrt{\pi \ln 2}}, \quad (21)$$

soit  $w_i = 1.9$  cm, et  $f = 2.3\text{m}$  (car l’ouverture de l’optique est fixée,  $w_0$  étant fixé). La taille de l’optique de focalisation affecte le taux de remplissage de l’accélérateur en sections accélératrices : on perd plus d’un ordre de grandeur sur le gradient accélérateur moyen.

Cette focale est proportionnelle à  $w_0\sqrt{P\tau}$ , soit à  $P^{5/4}$ , alors que le gain maximal par cavité avec guidage  $\Delta W_g \equiv eE_z L_\varphi/2$  est proportionnel à  $P^{1/2}$ ; le gradient effectif moyen (4GV/m pour  $P = 100\text{TW}$ ) décroît donc comme  $P^{-3/4}$  : une augmentation de la puissance disponible n’est pas souhaitable dans ce modèle.

## 3.2 Guidage du Laser

De nombreux mécanismes ont été envisagés pour réaliser le guidage d’une impulsion laser sur une longueur supérieure à la longueur de Rayleigh. Je les présente succinctement ci-dessous, examinant en particulier la compatibilité avec le domaine favorable pour l’accélération de particules. Deux types de méthodes ont été envisagées :

- guidage dans un milieu d’indice de réfraction inhomogène, “fibre optique à plasma”.
- et guidage aux parois d’un tube capillaire.

### 3.2.1 Guidage dans un milieu d’indice de réfraction inhomogène

Comme dans une fibre optique, un excès d’indice de réfraction sur l’axe de propagation produit une focalisation de l’impulsion laser. En particulier, si le profil d’indice est parabolique,  $\eta = \eta_0 + \Delta\eta(r/w_0)^2$ , l’équation de Maxwell paraxiale donne l’évolution de la taille d’un faisceau gaussien comme :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{w_0^4}{z_0^2 w^3} \left( 1 - \frac{\Delta\eta}{\Delta\eta_c} \left( \frac{w}{w_0} \right)^4 \right) \quad (22)$$

où  $\Delta\eta_c$  est une valeur “critique” de la variation de l’indice de réfraction, pour laquelle une impulsion injectée avec un diamètre  $w_0$  est en équilibre :  $\Delta\eta_c = \frac{\lambda^2}{2\pi^2 \eta_0 w_0^2}$ . La taille du faisceau est adaptée au canal lorsque  $w$  est conservé lors de la propagation, soit :

$$w = w_0 \left( \frac{\Delta\eta_c}{\Delta\eta} \right)^{1/4} \quad (23)$$

Un faisceau injecté avec une taille différente verra sa taille osciller lors de la propagation.

### 3.2.2 Auto-focalisation relativiste dans un plasma

La première méthode développée a été l’auto-focalisation d’une impulsion intense dans un plasma de densité suffisante. L’indice de réfraction du plasma est  $\eta = \sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2}$ . A haute intensité laser,  $a > 1$ , les électrons du plasma deviennent relativistes, de facteur de Lorentz  $\gamma$ , et  $\omega_p^2 \sim \omega_{p0}^2/\gamma$  : le maximum d’intensité laser sur l’axe de propagation produit donc un

TAB. 5 – Méthodes de guidage d’impulsion laser courte.

	capillaire	capillaire	décharge capillaire	z-pinch	axicon	axicon + décharge	ionisation-chauffage
	Kitagawa [63]	Cros [64]	Spence [65]	Hosokai [67]	Milchberg [69, 70]	Gaul [71]	Geddes [43]
gaz			H <sub>2</sub>	He	Ar, N <sub>2</sub>	He	H <sub>2</sub>
$n(\text{cm}^{-3})$	$6 \cdot 10^{16}$	$0 ; 5 \cdot 10^{16}$	$2.7 \cdot 10^{18}$	$2 \cdot 10^{17}$	$3 \cdot 10^{18}$	$4 \cdot 10^{18}$	$3 \cdot 10^{19}$
$I(\text{Wcm}^{-2})$	$3 \cdot 10^{18}$	$1 - 2 \cdot 10^{17}$	$10^{16}$	$10^{17}$	$10^{14}$	$1.3 \cdot 10^{17}$	$1 - 2.5 \cdot 10^{18}$
$L$ (cm)	1	12	4	2	1	1.5	0.25
$T$ (%)	40	60	80	64	70	50	35
$w_0(\mu\text{m})$	25	20	37.5	20	25	14	7
$E$ (J)	10	4	0.23	0.2	0.04	0.03	0.5
$\tau$ (fs)	500	350	120	90	100 ps	80	55

maximum de l’indice effectif, et donc une focalisation “relativiste”. L’auto-focalisation relativiste a été démontrée au laboratoire de Los Alamos [60] et confirmée depuis auprès du laser P102 du CEA [61]. Comme déjà mentionné, la diffraction est compensée exactement pour une puissance égale à :

$$P_{crit} = \gamma_p^2 2mc^3 / r_e, \quad (24)$$

soit  $\approx 17\text{GW}\gamma_p^2$ . Les seuils d’auto-focalisation relativiste et de déferlement, suivant une auto-modulation de l’impulsion, sont proches : les nombreuses expériences suivantes se sont orientées vers la production de bouffées d’électrons du plasma, piégés et accélérés.

Ce mode de focalisation est **inutilisable** pour l’accélération. En effet, l’indice de réfraction est modifié au bout d’un temps qui est de l’ordre de  $1/\omega_p \sim \tau$ , c’est-à-dire, à la quasi-résonance, après le passage d’une grande partie de l’impulsion. Effectivement, des simulations [62] montrent que seule la queue de l’impulsion est guidée, et que la tête diffracte.

Par contre c’est un moyen efficace de guidage d’impulsions longues ( $\tau \gg 1/\omega_p$ ), qui sont impropres à la génération d’ondes plasma linéaires propres à l’accélération contrôlée de particules.

### 3.2.3 Guidage d’une impulsion dans un plasma préformé

Ici on établit un profil radial de densité électronique, et donc d’indice de réfraction, avant d’injecter l’impulsion courte à guider. Dans le cas d’impulsions courtes, ou de l’ordre de  $1/\omega_p$ , la compensation exacte des instabilités Raman et modulationnelles permet la propagation guidée sur de grandes longueurs [72].

Lorsque le profil de densité est parabolique, de profondeur  $\Delta n$ , la structure peut guider un mode gaussien de rayon donné  $w_0$  tel que :

$$\Delta n = \frac{1}{\pi r_e w_0^2} \quad (25)$$

La valeur du creux de densité électronique nécessaire au guidage d’une impulsion  $w = 31 \mu\text{m}$  est  $\Delta n = 1.2 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ , soit un tiers de la densité électronique résonnante, ce qui est tout à fait raisonnable.

Le guidage d’une impulsion laser par un plasma préformé a été développé lors d’une série d’expériences réalisées à l’université du Maryland [69, 70].

Une impulsion laser est focalisée par un axicon, de façon à créer un filament de  $1\ \mu\text{m}$  de rayon et de  $1\ \text{cm}$  de longueur. Le plasma chaud et de pression élevée s'étend radialement tout en ionisant le gaz neutre qui l'entoure. Un minimum de densité électronique se développe. Une seconde impulsion sonde est injectée dans le canal créé.

Plusieurs méthodes sont envisagées pour créer le choc établissant la distribution de densité :

- la création d'un plasma par une première impulsion laser, en configuration axicon, comme cité ci-dessus,
- l'ionisation complète du plasma par l'impulsion laser longue peut être un problème (si l'ionisation n'est pas complète, le faisceau laser court à guider va la terminer, et la réfraction au dioptre entre les deux zones empêche une injection efficace). L'emploi d'une décharge électrique ensemence le gaz en électrons ce qui favorise l'ionisation par le laser de chauffage ([71])
- l'utilisation directe d'une décharge électrique dans un capillaire contenant un gaz, ([65])
- l'utilisation d'une impulsion courte ( $15\ \text{mJ}$ ,  $60\ \text{fs}$ ) qui ionise le gaz, suivie d'une impulsion longue ( $150\ \text{mJ}$ ,  $250\ \text{ps}$ ) qui le chauffe et produit la détente [66, 43]. L'intérêt ici est que l'impulsion longue, contrairement à une impulsion courte, peut être guidée par autofocalisation relativiste. C'est donc elle qui détermine la géométrie du canal.

Dans tous les cas mentionnés ci-dessus, une transmission efficace a été observée, sur quelques centimètres, avec une atténuation de quelques  $\text{m}^{-1}$ . Mais ces méthodes reposent sur l'expansion hydrodynamique du plasma, efficace seulement dans une plage de quelques  $10^{18}$  à quelques  $10^{19}\text{cm}^{-3}$ .

L'emploi d'une décharge en configuration *Z-pinch* permet d'atteindre des densités électroniques plus faibles [67], mais l'inhomogénéité de la densité électronique peut être problématique [68].

### 3.2.4 Guidage d'une impulsion dans un capillaire

Ici on utilise un diélectrique creux, un capillaire, dans lequel une onde mono-mode peut se propager avec de faibles pertes. Le mode fondamental  $\text{EH}_{11}$  a un profil d'intensité proche de celui d'un faisceau gaussien. Le couplage d'un faisceau gaussien à l'entrée du capillaire avec ce mode est maximal lorsque le rayon du mode  $w_0$  et celui du capillaire  $a$  sont tels que :

$$w_0/a = 0.645, \quad (26)$$

Le couplage vaut alors 98%. La tenue du matériau constituant le capillaire dépend de l'intensité au mur à l'intérieur du tube : celle-ci, normalisée à l'intensité sur l'axe, vaut :

$$I(r = a) = I(r = 0) \left( \frac{1.2\lambda}{2\pi a} \right)^2 \frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon - 1}} \quad (27)$$

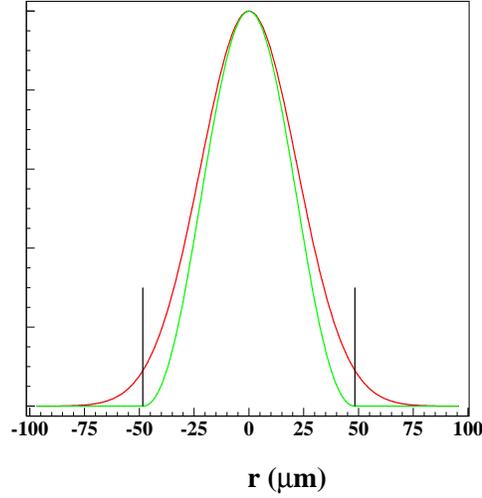
où  $\epsilon$  est la constante diélectrique du matériau constituant le tube ( $2.25$  pour du verre). La longueur d'atténuation  $\Lambda$  pour ce mode vaut

$$\Lambda = \frac{2a^3}{u^2} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{\sqrt{\epsilon - 1}}{\epsilon + 1} \quad (28)$$

Pour les valeurs obtenues en table 4, ceci donne<sup>9</sup>  $a = 48\ \mu\text{m}$ ,  $I(r = a)/I(r = 0) = 2.0 \cdot 10^{-5}$ , soit  $I(r = a) = 1.3 \cdot 10^{14}\text{W/cm}^2$ , (soit à peu près le seuil de dégradation des optiques en

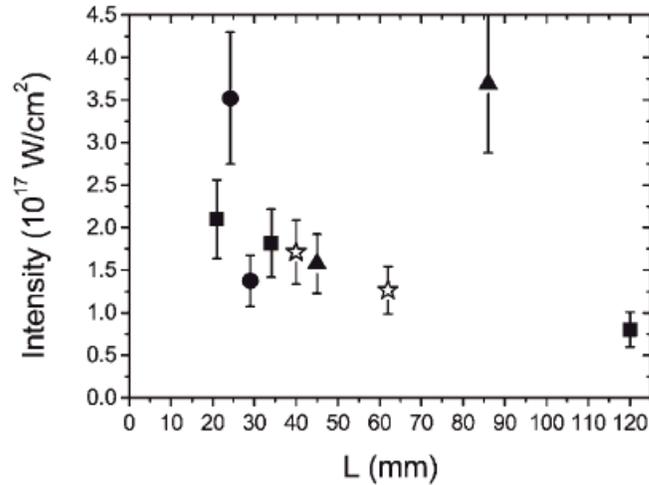
9.  $u$  est la position du premier zéro de la fonction de Bessel  $J_0$ ,  $u \approx 2.4$

FIG. 13 – Profil d'intensité d'un mode  $ET_{11}$ , et du mode gaussien adapté.



silice à incidence normale en impulsion courte), et  $\Lambda = 82\text{cm}$ . Cette approche a été validée expérimentalement [64]. Une impulsion de 350 fs d'une intensité de  $10^{17}\text{W/cm}^2$  a été guidée sur une longueur de 12 cm, soit  $50 Z_R$ .

FIG. 14 – Guidage d'une impulsion laser dans un capillaire : intensité transmise en fonction de la distance de guidage [64].



L'emploi de cette technique nécessite un faisceau laser ayant :

- un excellent contraste temporel, de façon à éviter que le pied de l'impulsion crée sur les parois un plasma, dont l'expansion rapide boucherait le tube avant l'arrivée du coeur de l'impulsion; dans l'expérience mentionnée plus haut, un doublage de fréquence a permis d'obtenir le contraste nécessaire. L'emploi de **miroir à plasma**, coupant la pré-impulsion,

est aussi envisagé. Leur emploi dans la plage de temps qui nous intéresse ( $\approx 100$  fs) a été caractérisé expérimentalement et par des simulations [73]. L'utilisation de plusieurs miroirs en série est possible, avec une amélioration du contraste de 2 ordres de grandeur par miroir. L'emploi d'un dernier miroir à plasma permettrait en outre d'améliorer le taux de remplissage de l'accélérateur [74].

- un excellent contraste spatial (transverse), de façon à ce que la fraction de l'intensité laser incidente sur la face avant ne détruise pas le capillaire, et permette l'utilisation multi-tirs.

Il a été démontré par des simulations [75] que l'onde plasma générée dans un tel guide est très proche de celle générée par un mode gaussien, et se prête bien à l'accélération de particules.

### 3.3 Conclusion

Il devrait être possible d'accélérer un faisceau d'électrons d'une fraction de nC dans une cavité à plasma, de paramètres listés dans la table 4 avec un gain de quelques GeV sur une longueur d'une dizaine de centimètres.

L'incertitude principale concerne la méthode de guidage employée :

- Le guidage par capillaire est la méthode de choix à ces basses densités, démontré jusqu'à  $3 \cdot 10^{18} \text{ Wcm}^{-2}$  [63]. Les contrastes spatial et temporel seront le facteur limitant expérimentalement en utilisation multi-tirs.
- L'emploi d'un  $z - pinch$  est aussi peut-être possible, si les champs magnétiques résiduels sont suffisamment faibles.

Les premières expériences de guidage de plusieurs Joules, à des intensités relativistes, sont toutes récentes (table 5) [64, 63, 43]. Le futur proche devrait permettre de tester expérimentalement les limites de chaque technique.

## 4 Vers un accélérateur laser-plasma multi-TeV ?

Aucun projet abouti d'accélérateur utilisant des cavités à plasma n'est disponible à ce jour. Je présente en table 6 une tentative d'un tel design [78]. Nous avons jusqu'ici focalisé notre attention sur l'obtention d'un gradient accélérateur élevé, de façon à limiter la longueur d'un accélérateur multi-TeV. Une spécification importante est la luminosité  $\mathcal{L}$  :

$$\mathcal{L} = \frac{fN^2}{4\pi\sigma_x\sigma_y} \quad (29)$$

où l'on fait entrer en collision  $N_b$  paquets, chacun contenant  $N$  particules, avec un taux de répétition  $f_0$  et un taux de croisement des paquets individuels  $f = N_b f_0$ .

On écrit  $\mathcal{L}$  en fonction de la puissance moyenne transportée par les faisceaux,  $P_b$  :

$$P_b = NE_b f, \quad (30)$$

où  $E_b$  est l'énergie de chacun des faisceaux. On obtient :

$$\mathcal{L} = \frac{P_b}{4\pi E_b} \frac{N}{\sigma_x\sigma_y} \quad (31)$$

Etant limité par la puissance disponible, on est conduit à minimiser la surface de la zone de collision, et maximiser le nombre de particules par paquet.

TAB. 6 – Paramètres d'accélérateurs en projet.

		Sband [76]	CLIC [77]	LWFA [78]
Fréquence RF (GHz)		3	30	
$\lambda_p$ (mm)				0.1
gradient	$E_z$ (GV/m)	0.017	0.15	10
Energie dans le centre de masse	$\sqrt{s}$ (TeV)	0.5	3	5
Luminosité	$\mathcal{L}(10^{35}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1})$	5	0.8	1
Longueur (km) (final focus)		33 (1.5)	33.2 (5.2)	2.46
Taux de répétition (Hz)		50	100	156k
Nombre de particules par paquet	$N(10^{10})$	1.1	0.4	0.016
Nombre de paquets par train		333	154	1
Puissance faisceau (MW)	$P_b$	14.5	14.8	20
Puissance consommée (MW)		140	230	
Efficacité (%)		10.4	9.3	
Emittance normalisée	$\gamma\epsilon_x, \gamma\epsilon_y$ mm mrad	5, 0.25	0.68, 0.01	0.025
Taille faisceau	$\sigma$ nm	335, 16	60., 0.7	0.56
Fonction bêatronique	$\beta_x, \beta_y$ (mm)	11, 0.45	6, 0.07	0.06
Longueur paquet	$\sigma_z$ ( $\mu\text{m}$ )	300	35	1
Largeur en énergie en fin de Linac	$\delta E/E$ (%)	0.35	0.35	
Facteur de disruption	D	0.32 7.1	0.07 6.3	0.29
Paramètre de beamstrahlung	$\Upsilon$	(0.46)	5	631
Perte moyenne en énergie au croisement	$\delta_B$ (%)	2.8	21.	20.
Nombre de $\gamma$ par $e$	$n_\gamma$		1.53	0.72
Facteur de pincement	$H_D$	1.5	1.7	

Un premier effet limitant est l'interaction faisceau-faisceau. Il est quantifié par le facteur de disruption  $D$ , rapport de la longueur d'un paquet par la focale de la lentille créée par le champ électromagnétique de l'autre paquet :

$$D_{(x,y)} = \frac{2r_e N \sigma_z}{\gamma \sigma_{(x,y)} (\sigma_x + \sigma_y)} \quad (32)$$

La diminution de la taille des faisceaux due à cette focalisation (pour des collisions de particules de charges opposées,  $e^+e^-$ ), appelée pincement, induit une augmentation de  $L$  d'un facteur noté  $H_D$ . Dans la suite j'omets ce facteur, qui est trouvé proche de 1 lorsque les conséquences du beamstrahlung sont raisonnables.

Un second effet délétère est le "beamstrahlung", rayonnement émis par une particule dans le champ du paquet opposé, créateur de bruit de fond au point de croisement, et élargissant le spectre en  $\sqrt{s}$  de luminosité différentielle. Le beamstrahlung est quantifié par le paramètre  $\Upsilon$

$$\Upsilon = \frac{2\hbar\omega_c}{3E_b} \approx \frac{5r_e^2\gamma}{6\alpha\sigma_z} \frac{N}{\sigma_x + \sigma_y} \quad (33)$$

où  $\hbar\omega_c$  est l'énergie critique du spectre bremsstrahlung des photons. Le nombre moyen de photons émis par  $e$  est :

$$n_\gamma \approx \frac{12\alpha^2\sigma_z}{5r_e\gamma} \frac{\Upsilon}{\sqrt{1 + \Upsilon^{2/3}}} \quad (34)$$

La perte relative d'énergie par beamstrahlung,  $\delta_B$  est une mesure de l'élargissement du spectre de  $d\mathcal{L}/d\sqrt{s}$ , et vaut :

$$\delta_B \approx \frac{5\alpha^2\sigma_z}{4r_e\gamma} \frac{\Upsilon^2}{(1 + (1.5\Upsilon)^{2/3})^2} \quad (35)$$

et  $\mathcal{L}$  peut s'écrire :

$$\mathcal{L} = \frac{3\alpha}{10\pi r_e^2} \frac{\Upsilon\sigma_z P_b}{E_b\gamma} \left( \frac{1}{\sigma_x} + \frac{1}{\sigma_y} \right) \quad (36)$$

- **faisceaux plats** Maximiser  $\left( \frac{1}{\sigma_x} + \frac{1}{\sigma_y} \right)$  tout en limitant la valeur de  $n_\gamma$  et de  $\delta_B$ , et donc de  $\Upsilon$ , donc à  $\sigma_x + \sigma_y$  fixé, conduit à utiliser des faisceaux plats, avec par exemple  $\sigma_x \gg \sigma_y$ .
- **faisceaux ronds** La faisabilité d'une cavité à plasma conservant les émittances transverses d'un faisceau plat est très incertaine, ce qui conduit à envisager l'emploi de faisceaux ronds, de largeur  $\sigma \equiv \sigma_x = \sigma_y$ .

Les deux projets d'accélérateur "métal" ([76, 77]) sont proches de la limite ( $\Upsilon = 1$ ) du régime de beamstrahlung faible ( $\Upsilon < 1$ ) alors que les projets "plasma" sont dans le régime de beamstrahlung très fort ( $\Upsilon \gg 1$ ).

- Dans l'approximation de **beamstrahlung faible**, on obtient :

$$\mathcal{L} = \frac{P_b n_\gamma}{4\pi E_b \alpha r_e \sigma} \quad (37)$$

Le seul paramètre libre pour atteindre la luminosité nécessaire avec une valeur de  $n_\gamma$  supportable est  $\sigma$ . Avec les valeurs de la table 6 [78], on obtient  $\sigma \approx 1\text{\AA}n_\gamma$ , clairement hors de portée. De plus, l'expression de  $\mathcal{L}$  en fonction de  $\delta_B$  est

$$\mathcal{L} = \frac{3}{5\pi E_b(2\sigma)} \sqrt{\frac{\delta_B \sigma_z}{5r_e^3 \gamma}} \quad (38)$$

Ceci favorise l'emploi de paquets **longs**.

– On se résigne alors au régime de **beamstrahlung fort** et on obtient :

$$n_\gamma \approx 2\alpha \left( \frac{6\alpha r_e \sigma_z N^2}{5\gamma(2\sigma)^2} \right)^{1/3} \quad (39)$$

et  $\delta_B \approx n_\gamma/3.3$  [81]. La luminosité est alors

$$\mathcal{L} = \frac{P_b}{16\pi\alpha^2 E_b(2\sigma)} \sqrt{\frac{5\gamma n_\gamma^3}{3r_e \sigma_z}} \quad (40)$$

Ici au contraire, on veut **diminuer** à la fois la **taille**  $\sigma$  et la **longueur**  $\sigma_z$  des paquets.

La détermination du reste des paramètres est obtenue de la façon suivante :

- les paramètres dont on ne dispose pas librement,  $E_b, P_b, n_\gamma$ , sont choisis.
- la longueur du paquet  $\sigma_z$  est ajustée à la limite de faisabilité estimée  $\approx 1\mu\text{m}$ .
- la taille du faisceau transverse  $\sigma$  est alors déterminée par l'équation (40).
- cette taille s'exprimant  $\sigma = \sqrt{\epsilon_\perp \beta^*}$ , la valeur de la fonction bêtatronique au croisement est choisie la plus petite possible, pour relâcher autant que faire se peut la contrainte sur l'émittance normalisée  $\epsilon_{\perp N}$ . Le facteur limitant de la focalisibilité du faisceau est le rayonnement synchrotron dans l'optique de focalisation finale de l'accélérateur, imposant une taille minimale [82, 83]

$$\sigma_m[\text{m}] = C\epsilon_{\perp N}^{5/7}, \quad (41)$$

avec  $C = 1.7 \times 10^{-4}$ . Ceci limite  $\beta < \beta_M = \sigma^{3/5} \gamma C^{7/5}$

- on en déduit la valeur de l'émittance,
- puis la valeur de  $N$  à partir de l'équation (31),
- enfin le taux de répétition  $f$  à partir de l'équation (30).

J'examine rapidement ces résultats ci-dessous. Les paramètres de l'accélérateur sont ceux de [78] (table 6). Ceux de la cavité à plasma sont ceux de la table 4.

## 4.1 Beam loading

Un des facteurs limitants de la qualité de l'accélération est le beam loading: fraction de l'énergie de l'onde extraite par le faisceau. Le nombre maximal  $N_0$  de particules accélérables peut-être obtenu en comparant l'énergie par unité de longueur transportée par l'onde plasma (champ longitudinal uniquement),  $u \equiv \epsilon_0(E_z w_0)^2/2$  soit 12 J/m avec les paramètres de la table 4, avec l'énergie par unité de longueur transmise au faisceau  $NE_z$ . On obtient, pour  $N_0 E_z = u$ :

$$N_0 = \epsilon_0 E_z w_0^2 / 2, \quad (42)$$

soit au maximum 1.4 nC, deux ordres de grandeur au dessus des besoins de [78]. Notons que  $N_0 \propto E_z w_0^2$  avec  $E_z \propto 1/\lambda_p$  et  $w_0 \propto \lambda_p$ : on obtient  $N_0 \propto \lambda_p$ , favorable à un plasma peu dense.

La limitation de la charge maximale accélérable dans un paquet d'électrons n'est donc pas le beam loading; c'est l'atténuation du champ de l'onde plasma par le champ de sillage du paquet, discuté plus haut (eq. 20 et table 4).

## 4.2 Longueur de paquets, émittance transverse

La longueur de faisceau envisagée  $\sigma_z = 1\mu\text{m}$  est probablement possible avec la charge demandée (table 2).

L'émittance normalisée  $\epsilon_{\perp N} = 0.025\text{mm.mrad}$ , sera probablement difficile à obtenir directement à partir d'un injecteur à plasma (tables 2 et 3). De telle émittances ont été produites, dans le plan vertical, dans des anneaux d'amortissement [80] (de tels anneaux sont nécessaires pour refroidir les paquets de positrons). Néanmoins la synchronisation des systèmes RF d'anneaux de stockage avec une précision de quelques femtosecondes, nécessaires au fonctionnement d'un linac à plasma, est un défi non trivial.

Notons que la minimisation de l'élargissement en énergie dans une cavité à plasma demande des paquets plus longs ( $\approx \lambda_p/6$  [58] soit  $10\mu\text{m}$  (table 4)). L'emploi de paquets longs est vraiment réhibitoire en mode de beamstrahlung fort:  $\sigma$  est proportionnel à  $1/\sqrt{\sigma_z}$  (eq. 40): l'émittance à la limite de Oide [82] est alors proportionnelle à  $\sigma_z^{-0.7}$ .

On s'orientera donc vers l'emploi de trains de paquets, la phase d'injection de chacun étant ajustée de façon à compenser l'atténuation du champ créé par les précédents [57]: l'emploi de paquets courts est à nouveau possible.

## 4.3 Taux de répétition, durée de vie de l'onde plasma

La difficulté d'accélérer des paquets d'électrons courts, pour un collisionneur, et de charge élevée, dans une onde plasma, incite à les fractionner et à charger l'onde d'un train de paquets.

En effet le taux de répétition  $f = 156\text{kHz}$ , 4 ordres de grandeur au dessus des lasers femto-seconde multi-Joule actuellement disponibles, nous incite à maximiser le nombre de paquets par train  $N_b$ . Les ondes plasma ont une durée de vie limitée. Le temps caractéristique de déplacement des ions est de l'ordre de  $\sqrt{m_p/m_e} 2\pi/\omega_p = 10\text{ps}$ , supérieur à celui des électrons par un facteur  $\sqrt{m_p/m_e} \approx 40$ .

Une étude [84] du taux de décroissance d'une onde plasma fournit des résultats similaires (figure 15): pour une densité  $n = 3 \cdot 10^{17}\text{cm}^{-3}$ , le taux de décroissance devrait être proche de  $10^{12}\text{s}^{-1}$ , soit  $\approx 30\omega_p$ .

On peut penser gagner au moins un ordre de grandeur sur  $f$  par l'utilisation de trains multi-paquets.

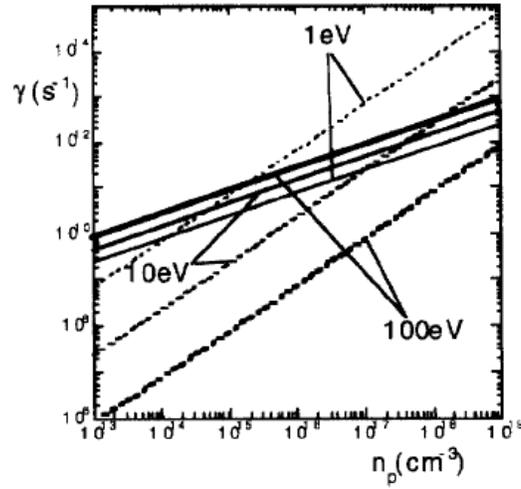


FIG. 15 – Taux de décroissance d'une onde plasma dû à l'instabilité modulationnelle (couplage avec des ondes ioniques) (ligne continue), et collisions entre particules du plasma (ligne pointillée) en fonction de la densité et de la température du plasma [84]

La façon d'éviter les collisions des "mauvais" couples de paquets, avant ou après le point d'interaction, n'est néanmoins pas triviale, étant donné leur très faible séparation ( $\lambda_p \approx 60\mu\text{m}$ ).

## 4.4 Taille de faisceau

On a vu qu'une des particularités des cavités à plasma est la présence de champs électriques transverses du même ordre de grandeur que le champ longitudinal. Ceci crée une série de complications additionnelles. Les paquets ayant une longueur finie, les électrons ne voient pas exactement le même champ, en fonction de leur phase  $\zeta$  par rapport à l'EPW. (L'oscillation bétatronique peut-être représentée comme une rotation dans l'espace des phases  $x, x'$ , où  $x$  décrit l'une des coordonnées transverses, et  $x'$  est la notation paraxiale de  $dx : /ds$ .) A une position donnée  $s$  le long de l'axe de propagation, le faisceau est décrit par une ellipse : les ellipses de phases  $\zeta$  différentes tournent à des vitesses angulaires différentes.

Lorsque qu'un faisceau d'émittance  $\epsilon$  est injecté avec une taille  $\sigma_0$  dans un canal de fonction bétatronique  $\beta$  telle que  $\sigma_0 = \sqrt{\beta\epsilon}$  (condition d'accord bétatronique), la propagation s'effectue à taille constante dans le canal. Dans le cas contraire, la taille du faisceau  $\sigma$  oscille autour de  $\sigma_0$ . Utilisant la définition de l'émittance normalisée  $\epsilon_N = \epsilon\gamma$ , et la valeur de  $\beta$  (eq. 132), on obtient :

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_N w_0}{2} \sqrt{\frac{1}{\delta\gamma \sin \zeta}}}, \quad (43)$$

soit  $\sigma_0 \approx 4\mu\text{m}(E(\text{GeV})/\sin \zeta)^{-1/4}$ . La taille du faisceau décroît comme  $\gamma^{-1/4}$  dans un système à focalisation continue, et elle est de l'ordre de  $0.6\mu\text{m}$  à  $2.5 \text{ TeV}$ .

## 4.5 Filamentation; alignement

Un électron soumis au champ transverse d'une onde plasma, dans sa phase focalisante, subit une oscillation "bétatronique" autour de l'axe de propagation, de longueur d'onde  $2\pi\beta$ , où (eq. 132):

$$\beta = w_0 \sqrt{\frac{\gamma}{4\delta \sin \zeta}} \quad (44)$$

soit  $\beta = 0.7\text{mm} \sqrt{E(\text{GeV})/\sin \zeta}$ .

Le nombre d'oscillations au cours de la propagation,  $\mu = L/(2\pi\beta)$ , est donc  $\mu = L/(\pi w_0) \sqrt{\delta \sin \zeta/\gamma}$ , et la variation  $\delta\mu$  de  $\mu$  due à l'étalement longitudinal du faisceau  $\delta\zeta = 2\pi\sigma_z/\lambda_p$  vaut :

$$\delta\mu = \frac{L}{2w_0} \sqrt{\frac{\delta}{\gamma} \frac{\cos \zeta}{\sqrt{\sin \zeta}} \frac{\sigma_z}{\lambda_p}} \quad (45)$$

soit  $\delta\mu/L \approx 6\text{rad/m} \frac{\cos \zeta}{\sqrt{\sin \zeta}} / \sqrt{E(\text{GeV})}$ .

Le terme de phase doit être moyenné le long de la propagation : on n'en dispose pas en pratique car la phase d'injection du paquet est ajustée en premier lieu de façon à minimiser la largeur en énergie. Un mélange complet des phases bétatroniques, "filamentation", a donc lieu dans une grande partie de l'accélérateur. Lorsque le faisceau est injecté dans le canal avec une taille différente de la taille d'équilibre  $\sigma_0$ , ou en présence de désalignement  $\delta_x$  de l'injection du faisceau, la filamentation induit une augmentation d'émittance  $\delta\epsilon$  [85]

$$\frac{\delta\epsilon}{\epsilon} = \left(\frac{\delta_x}{\sigma_0}\right)^2 \quad (46)$$

En pratique un écart  $\delta_x \approx \sigma_0/10$  est tolérable [85], et l'alignement dans la partie de haute énergie du LINAC doit être réalisé et stabilisé avec une précision de  $60\text{nm}$ . La stabilisation d'une onde plasma, et en particulier d'une impulsion laser, à une telle précision, ne manque pas d'inquiéter. Le guidage dans un capillaire est peut-être la solution.

Le paramètre qui contrôle les effets néfastes d'un désalignement sur l'émittance du faisceau accéléré est la taille du faisceau laser  $w_0$ . Le résultat présenté ici  $w_0 \approx \lambda_p/2$  (table 4) pourrait être relâché. Mais un petit paquet d'électrons n'est sensible au champ accélérateur de l'onde plasma que sur une distance transverse de l'ordre de  $\lambda_p/(2\pi)$  [56]. Une augmentation importante de la taille du faisceau dégraderait l'efficacité de l'utilisation de l'énergie de l'onde par le faisceau.

Chiou *et al.* [86] ont proposé de s'affranchir des champs transverses en réalisant un canal creux : un cylindre est entièrement vidé de ses électrons. L'impulsion laser crée alors une onde plasma à l'extérieur du canal, dont le champ longitudinal ne dépend plus du rayon  $r$  à l'intérieur du canal, et dont le champ transverse est nul.

## 4.6 Diffusion multiple

La diffusion multiple dans le plasma tout au long du linac peut augmenter la taille transverse du faisceau, et donc l'émittance finale. Le taux de croissance dû à la diffusion multiple dans le plasma est [87] :

$$\frac{d\epsilon_N}{ds} = \frac{\gamma(s)\beta(s)}{2} \frac{d\langle\theta^2\rangle}{ds} \quad (47)$$

où

$$\frac{d\langle\theta^2\rangle}{ds} = \pi n \left( \frac{4r_e^2}{\gamma(s)^2} \ln\left(\frac{\lambda_D}{r_p}\right) \right)^2, \quad (48)$$

où  $r_p = 1\text{fm}$  est le rayon du proton, et  $\lambda_D$  est la longueur de Debye ( $\lambda_D = \lambda_p \sqrt{kT/mc^2}/(2\pi)$ ), soit, en intégrant et en utilisant la dépendance  $\beta \propto \sqrt{\gamma}$  :

$$\delta\epsilon_N = \frac{4\pi n r_e^2}{\gamma'} \ln(\lambda_D/r_p) (\beta_f - \beta_i) \quad (49)$$

soit

$$\delta\epsilon_N = \frac{2n r_e^2 \lambda_p}{\delta} \ln(\lambda_D/r_p) (\beta_f - \beta_i) \quad (50)$$

avec  $\lambda_D = 0.03\mu\text{m}$ ,  $\beta_f = 35\text{mm}$ , on obtient  $\delta\epsilon_N = 2.5\text{m.rad}$ , ce qui est négligeable.

## 4.7 Conclusion ?

La route qui mène vers un accélérateur à cavités laser-plasma est encore semée de nombreux défis.

- Détermination d'un mode de guidage d'une impulsion laser, satisfaisant de multiples contraintes : basse densité électronique, haute intensité, capacité multi-tirs, stabilisable en transverse à  $\approx 60\text{nm}$ .
- Développement de laser femtoseconde, multi-Joule, multi-kHz.
- Optimisation du transfert d'énergie du laser à l'onde plasma, et de celle-ci au faisceau, de façon à ce que l'efficacité de l'utilisation de l'énergie, de la prise électrique au faisceau, soit de l'ordre de 10 – 20 %. Actuellement obtenir une telle efficacité pour chacun des trois étages indépendamment est encore un objectif à atteindre ..

- Développer une source de faible émittance transverse. Il faut noter que la synchronisation femtoseconde d'un anneau d'amortissement avec un linac à plasma est probablement difficile. L'accélération de positrons dans un linac à plasma pose donc question. Ceci pourrait inciter à l'emploi d'un collisionneur  $\gamma$ - $\gamma$ , à partir de deux faisceaux d'électrons.

## 5 Systèmes laser

Dans un système à amplification à dérive de fréquence, l'énergie maximale par impulsion est déterminée par

- le seuil  $F_d$  de tenue des optiques au flux de l'impulsion étirée, d'une durée de l'ordre de la nanoseconde,
- le flux de saturation  $F_s = h\nu/\sigma$  de l'amplificateur, où  $\sigma$  est la section efficace de l'interaction photon-molécule à la fréquence de lasage  $\nu$ .

Pour des impulsions de quelques nanosecondes,  $F_d$  est de l'ordre de  $20 \text{ Jcm}^{-2}$ , et  $F_s$  est de l'ordre de  $1 \text{ Jcm}^{-2}$  pour du Ti:saphir<sup>10</sup>. Des amplificateurs en Ti:saphir de  $20\text{cm} \times 20\text{cm}$  ont déjà été produits [88], et l'obtention d'impulsions de quelques dizaines ou même centaines de Joules est envisageable sans problème. Notons que la tenue au flux des optiques soumises à l'impulsion recomprimée (réseaux, optique de focalisation) est plus faible, inférieure au  $\text{Jcm}^{-2}$ .

Le problème suivant concerne la possibilité d'utiliser un tel système à haute fréquence: le **refroidissement** est alors un facteur limitant.

Le laser du LOA utilise un amplificateur au Ti:saphir refroidi<sup>11</sup>, pompé par laser avec une bonne efficacité, avec une impulsion de quelques Joules: à 10 Hz, le refroidissement est déjà limitant.

La conception de lasers à impulsion courte, multi-J et multi-kHz, souhaités pour un accélérateur à plasma, est un défi intéressant. Une modification de la géométrie de l'amplificateur (disques au lieu de barreaux) est une possibilité d'amélioration.

---

10. Certains matériaux comme le Yb:glass, verre dopé à l'ytterbium, ont un flux de saturation plus élevé,  $40\text{Jcm}^{-2}$ , mais la tenue au flux devient un problème. Et le refroidissement du verre est extrêmement lent ..

11. A  $-30^\circ$ , le Ti:saphir la conductivité thermique du cuivre.

## 6 Vers un programme d'expérience de 2ème génération : suite

L'irruption des résultats de production de bouffées d'électrons mono-cinétiques en 2004 ouvre la porte vers un programme expérimental "tout optique", où un injecteur à plasma fournirait un paquet d'électrons "test" à une cavité plasma.

### 6.1 Injecteur

En ce qui concerne l'injecteur lui même, l'énergie de production déjà disponible (table 3, [43, 42, 44]) de l'ordre de 100 MeV, est tout à fait satisfaisante, ainsi que la charge du paquet, 4 pC, par comparaison avec le projet à 5 TeV de [78],  $q = 16\text{pC}$  (table 6).

#### – Emittance

Un axe de recherche important est la minimisation de l'émittance normalisée du paquet, actuellement de l'ordre du mm.mrad (Table 3) alors que 0.025mm.mrad sont souhaités (table 6).

#### – Largeur en énergie

De même, la largeur relative en énergie mesurée est de quelques pour-cent. Les simulations (effectuées dans des conditions différentes, avec  $n \approx 10^{17}\text{cm}^{-3}$ ) fournissent des chiffres semblables [58, 57, 89].

#### – Stabilité

Enfin les trois expériences ont observé une forte instabilité de la production de pic mono-énergétique, et de l'énergie moyenne. Cette instabilité est probablement due au réglage fin nécessaire pour que le paquet quitte l'onde plasma précisément lorsqu'il se trouve au sommet de la courbe (figure 7). Ceci nécessite une grande stabilité des paramètres qui contrôlent l'accélération, et en particulier l'énergie et la qualité optique (profils temporel et transverse) de l'impulsion laser, et la densité électronique du plasma.

#### – Phase de l'injection dans la cavité

Enfin, le contrôle de la phase de l'injection du faisceau produit par l'injecteur dans la cavité exclut l'emploi d'un injecteur avec déferlement par auto-modulation : une injection laser sera probablement nécessaire.

### 6.2 Cavité

En ce qui concerne l'accélération dans la cavité à plasma, c'est à dire par sillage laser dans un plasma de basse densité, le seul résultat disponible à ce jour est celui de l'expérience de l'Ecole Polytechnique [3]. On a vu que son interprétation en terme de sillage linéaire est compliquée par les effets du champ transverse.

Il est important de caractériser la méthode du sillage laser, par l'exploration de l'espace des paramètres de la table 4. Ceci se fera préférentiellement avec un guidage de l'impulsion laser.

#### – Guidage

les 2 méthodes que l'on peut envisager d'utiliser dans ce régime de basse densité sont :

- guidage par capillaire. Le guidage d'une intensité de  $3 \cdot 10^{18}\text{Wcm}^{-2}$  a été démontré [63] : une amélioration du contraste spatial et temporel de l'impulsion laser est nécessaire, de façon à pouvoir effectuer plusieurs tirs sans détruire le capillaire.

- guidage dans un profil de densité obtenu par “Z-pinch” : ici  $10^{17} \text{Wcm}^{-2}$  ont été guidés, mais le guidage d’impulsions relativistes devrait être possible. Le problème principal est la persistance possible de champs magnétiques dans la plasma qui empêcherait l’injection d’un paquet d’électrons, effet observé dans le passé par le groupe de UCLA [9].

En sortie du canal focalisant que constitue l’injecteur, le faisceau n’étant plus guidé diverge : sa taille transverse évolue de façon notable après un parcours de l’ordre de  $\beta = \sigma/\sigma'$  typiquement de l’ordre de 1cm il faudra prévoir une optique de focalisation<sup>12</sup>.

### 6.3 Programme scientifique

Le **programme scientifique** pourrait comprendre :

- Dans un premier temps avec des capillaires de moyenne longueur ( $\leq 10 \text{ cm}$ ), avec un effet négligeable du déphasage et de la déplétion, une étude de l’accélération en **sillage linéaire**, et en particulier la courbe de résonance (figure 17) et la dépendance  $E_z \propto P$  (eq. 101).
- Ensuite, avec des capillaires plus longs, on pourra chercher à atteindre la **longueur de déphasage**, observant le pic du Jacobien de la même façon qu’avec un injecteur. On se souvient que la **déplétion** de l’impulsion laser se produit sur une longueur du même ordre que le déphasage.
- Si le programme ci-dessus a pu être réalisé, étudier les limites de la **qualité** du faisceau obtenu, en particulier sa largeur en énergie ([58]). Avec un faisceau de si faible énergie ( $\sim \text{GeV}$ ) la carte d’émittance sera complètement filamentée, et l’émittance normalisée en sortie sera au mieux égale à l’émittance normalisée en entrée : seule la conservation pourra être vérifiée.
- A chaque étape, la **durée de vie** de l’onde plasma et sa cohérence en fonction du temps pourront être mesurées soit par l’interférence de deux impulsions sondes se propageant avec un retard ajustable [26, 27], soit en ajustant le délai de l’injection du paquet d’électrons.
- Les limites de la **linéarité** de l’onde plasma pourront être étudiées, et en particulier l’augmentation avec  $a$  de  $\lambda_p, L_\varphi, L_d$ .
- Puis, augmentant la charge du paquet injecté, observer l’effet du **beam loading**, directement par déformation du spectre des électrons, puis par modification de la longueur de déphasage [58].
- .. Ensuite, l’accélération de **trains** de paquets, séparés d’environ (un multiple de)  $\lambda_p/c$ , et l’ajustement fin de leur décalage de phase de façon à minimiser la largeur en énergie de l’ensemble, pourra être tentée.

---

12. probablement achromatique, en particulier en présence d’instabilité de l’injecteur.

## 7 Références

- [1] Laser Electron Accelerator, T. Tajima and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. **43**, 267 (1979).
- [2] Electron Capture in an Electron Plasma Wave, D. Bernard, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **410** (1998) 418.
- [3] Observation of Laser Wakefield Acceleration of Electrons, F. Amiranoff *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, (1998) 995.
- [4] Optical Mixing of Laser Light in a Plasma and Electron Acceleration by Relativistic Electron Plasma Waves, N. A. Ebrahim, J. Appl. Phys. **76**, 7645 (1994).
- [5] Beat-Wave Excitation of Plasma Wave and Observation of Accelerated Electrons, Y. Kitagawa *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68**, 48 (1992).
- [6] Ultrahigh-Gradient Acceleration of Injected Electrons by Laser-Excited Relativistic Electron Plasma Waves, C. E. Clayton *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 37 (1993).
- [7] Relativistic Plasma-Wave Excitation by Collinear Optical Mixing, C. E. Clayton *et al.*, Phys. Rev. Lett. **54**, 2343 (1985).
- [8] Experimental Study of the Plasma Beat Wave Accelerator, C. E. Clayton *et al.*, Trans. Nucl. Sci. NS32 (1985) 3551.
- [9] Detection of trapped magnetic fields in a theta pinch using a relativistic electron beam, W. P. Leemans, C. E. Clayton, and C. Joshi Rev. Sci. Instrum. **59**, 1641 (1988)
- [10] Plasma physics aspects of tunnel-ionized gases, W. P. Leemans *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68**, 321 (1992).  
Experiments and simulations of tunnel-ionized plasmas W. P. Leemans *et al.*, Phys. Rev. A **46**, 1091 (1992).
- [11] Acceleration and Scattering of Injected Electrons in Plasma Beat Wave Accelerator Experiments, C. E. Clayton *et al.*, Phys. Plasma, **1** 1753 (1994).
- [12] Plasma Production by Multiphoton Ionization : Density Inhomogeneities due to Ponderomotive Effects, J. R. Marquès *et al.*, Phys. Fluids B **5** (1993) 597.
- [13] Observation of Modulational Instability in Nd-Laser Beat-Wave Experiments, F. Amiranoff *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68**, 3710 (1992).
- [14] A Summary of the Beat Wave Experiments at Ecole Polytechnique, presented by F. Amiranoff and D. Bernard, at the 2<sup>nd</sup> Generation Plasma Accelerator Concept, Kardamily Greece, june 26-30 1995, proc in F. Amiranoff *et al.*, IEEE Trans. on Plasma Science, **24** (1996) 296.
- [15] Coupling Between Electron and Ion Waves in Nd-Laser Beat-Wave Experiments, F. Moulin *et al.*, Phys. Plasma, **1** 1318 (1994).
- [16] The Plasma Beat-Wave Acceleration Experiment at Ecole Polytechnique, F. Amiranoff *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A **363** (1995) 497.
- [17] On Triple Focusing Dipole Magnets, D. Bernard, A.E. Specka, Nucl. Instr. and Meth. A **366** (1995) 43.
- [18] Electron Acceleration in Nd-Laser Plasma Beat-Wave Experiments, F. Amiranoff *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 5220 (1995).

- [19] Compression of Amplified Chirped Optical Pulses, D. Strickland and G. Mourou, *Opt. Com.* **56**, (1985) 219.  
Generation of Ultrahigh Peak Power Pulses by Chirped-Pulse Amplification, P. Maine, *et al.*, *IEEE J. Quant. Elec.* **QE-24**, (1988) 398.
- [20] Proof-of-Principle Experiments of Laser Wake-Field Acceleration, K. Nakajima *et al.*, KEK Preprint 93-158, Dec. 1993, submitted to *Phys. Rev. Lett.*
- [21] Laser Wake Field Electron Acceleration over 100-MeV Driven by a Femtosecond Terawatt Laser Pulse, M. Kando *et al.*, KEK Preprint 97-10, April 1997, submitted to *Phys. Rev. Lett.*
- [22] Experiments of High-Energy Gain Laser Wake Field Acceleration. H. Dewa *et al.*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A* **410** (1998) 357.
- [23] Alternative Interpretation of Nuclear Instruments and Methods A410 (1998) 357 (H. Dewa *et al.*), D. Bernard *et al.*, *Nucl.Instrum.Meth.A* **432:227-231**,1999.
- [24] Frequency-Domain Interferometer for Measuring the Phase and Amplitude of a Femtosecond Pulse Probing a Laser-Produced Plasma, J. P. Geindre *et al.*, *Opt. Lett.* **19** (1994) 1997.
- [25] Laser Wakefield: Experimental Study of Nonlinear Radial Electron Oscillations, J. R. Marquès *et al.*, *Phys. Plasma*, **5** 1162 (1998).
- [26] Temporal and Spatial Measurements of the Electron Density Perturbation Produced in the Wake of an Ultrashort Laser Pulse, J. R. Marquès *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **76** 3566 (1996).
- [27] Frequency Increase and Damping of Nonlinear Electron Plasma Oscillations in Cylindrical Symmetry, J. R. Marquès *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78** 3463 (1997).
- [28] Laser Wakefield Excitation and Measurement by Femtosecond Longitudinal Interferometry, C. W. Siders *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **76** 3570 (1996).
- [29] Stimulated Raman Backscattering Instability in Short Pulse Laser Interaction with Helium Gas, V. Malka *et al.*, *Phys. Plasma*, **3** 1682 (1996).
- [30] The LULI 100-TW Ti:Sapphire/Nd:Glass Laser : a First Step Towards a High Performance Petawatt Facility, J.P. Zou *et al.*, presented at the 3<sup>rd</sup> Annual International Conference on Solid State Lasers for Application to Inertial Confinement Fusion, Proc. SPIE, to be published.
- [31] Laser Wakefield Acceleration of Electrons at Ecole Polytechnique, presented by D. Bernard at the 8<sup>th</sup> Workshop on Advanced Accelerator Concepts, Baltimore, USA, July 5-11, 1998, F. Amiranoff *et al.*, *AIP Conf.Proc.* **472:303-314**,1999.
- [32] Electron Acceleration from the Breaking of Relativistic Plasma Waves, A. Modena *et al.*, *Nature*, **377** 606 (1995).
- [33] Observation of Raman Forward Scattering and Electron Acceleration in the Relativistic Regime, presented by A. Modena at the 2<sup>nd</sup> Generation Plasma Accelerator Concept, Kardamily Greece, June 26-30 1995, proc in A. Modena *et al.*, *IEEE Trans. on Plasma Science*, **24** (1996) 289.
- [34] Observation of Electron Energies Beyond the Linear Dephasing Limit from a Laser-Excited Relativistic Plasma Wave, D. Gordon *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **80** 2133 (1998).
- [35] Overview of Plasma-Based Accelerator Concepts, E. Esarey *et al.*, *IEEE Trans. Plasma Science*, **24** (1996) 252.
- [36] Laser Injection of Ultrashort Electron Pulses into Wakefield Plasma Waves D. Umstadter, J. K. Kim, and E. Dodd *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2073 (1996)
- [37] Simulation of ultrashort electron pulse generation from optical injection into wake-field plasma waves E. S. Dodd, J. K. Kim, and D. Umstadter *Phys. Rev. E* **70**, 056410 (2004)

- [38] Electron Injection into Plasma Wakefields by Colliding Laser Pulses Phys. Rev. Lett. 79, 2682 (1997)  
E. Esarey et al
- [39] Beat wave injection of electrons into plasma waves using two interfering laser pulses G. Fubiani, E. Esarey, C. B. Schroeder, and W. P. Leemans Phys. Rev. E 70, 016402 (2004)
- [40] “All Optical Injection Laser Wakefield Accelerator”, A. Thomas *et al.*, Central Laser Facility, Annual Report 2003-2004 p72, CCLRC Rutherford Appleton Laboratory, RAL Report No. RAL-TR-2004-025.
- [41] Alec Thomas, communication privée.
- [42] A laser plasma accelerator producing monoenergetic electron beams J. Faure et al. Nature 431, 541-544 (2004).
- [43] High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding C. G. R. Geddes et al. Nature 431, 538-541 (2004).
- [44] Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser plasma interactions S. P. D. Mangles et al. Nature 431, 535-538 (2004).
- [45] P. Piot, “Review of experimental results on high-brightness photo-emission electron sources”, DESY-M-02-02
- [46] “Laser wake field acceleration : the highly non-linear broken-wave regime”, A. Pukhov, J. Meyer-ter-Vehn, J. Appl. Phys. B **74** 355, (2002).
- [47] S. Gordienko and A. Pukhov, “Scalings for ultra-relativistic laser plasmas and monoenergetic electrons”, Oct 2004 arXiv:physics/0410268.
- [48] A. Pukhov, S. Gordienko, S. Kiselev and I. Kostyukov, “The Bubble regime of laser-plasma acceleration: monoenergetic electrons and the scalability,” Sep 2004, Submitted to Comments Plasma Phys. Contr. Fusion, arXiv:physics/0409089.
- [49] Second Generation BeatWave Experiments at UCLA, C. E. Clayton *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A 410 (1998) 378.
- [50] C. E. Clayton, presented at the 8<sup>th</sup> Workshop on Advanced Accelerator Concepts, Baltimore, USA, July 5-11, 1998.
- [51] One GeV Acceleration with Laser Wake-Field in the Linear Regime, D. Bernard, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 410 (1998) 520.
- [52] Nonlinear Theory of Intense Laser Plasma Interactions, P. Sprangle, E. Esarey and A. Ting, Phys. Rev. Lett. **64** 2011 (1990);  
Nonlinear Interaction of Intense Laser Pulses in Plasmas, P. Sprangle, E. Esarey and A. Ting, Phys. Rev. A **41** 4463 (1990).
- [53] Kinetic Modeling of Intense, Short Laser Pulses Propagating in Tenuous Plasmas, P. Mora, T. M. Antonsen Jr, Phys. Plasma **4** 217 (1997).
- [54] Three-Dimensional Effects in the Acceleration of Test Electrons in a Relativistic Electron Plasma Wave, P. Mora, J. Appl. Phys. **71** 2087 (1992).
- [55] Acceleration of injected electrons in a laser wakefield experiment, F. Dorchies et al., Phys. Plasmas **6**, 2903 (1999).
- [56] Beam loading in plasma accelerators, T. Katsouleas, S. Wilks, P. Chen, J. M. Dawson, and J. J. Su, Part. Accel. **22**, 81 (1987);

- [57] “High Beam Quality and Efficiency in Plasma-Based Accelerators”, T. C. Chiou and T. Katsouleas, *Phys. Rev. Lett.* 81, 3411 (1998)
- [58] Energy Spread in plasma-based accelerators, A. Reitsma, R. Trines, and V. Goloviznin, *IEEE Trans. Plasma Sci.* 26, 1150 (2000).
- [59] Femtosecond Optical Breakdown in Dielectrics M. Lenzner et al., *Phys. Rev. Lett.* 80, 4076 (1998)
- [60] Observation of relativistic and charge-displacement self-channeling of intense subpicosecond ultraviolet (248 nm) radiation in plasmas A. B. Borisov et al. *Phys. Rev. Lett.* 68, 2309 (1992)
- [61] Experimental demonstration of relativistic self-channeling of a multiterawatt laser pulse in an underdense plasma, P. Monot, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* 74, 2953 (1995)
- [62] Propagation and Guiding of Intense Laser Pulses in Plasmas, P. Sprangle, E. Esarey, J. Krall, and G. Joyce, *Phys. Rev. Lett.* 69, 2200 (1992)
- [63] Electron Acceleration in an Ultraintense-Laser-Illuminated Capillary, Y. Kitagawa et al., *Phys. Rev. Lett.* 92 (2004) 205002.
- [64] B. Cros, et al *Phys. Scripta* T107 (2004) 125.
- [65] D. J. Spence et al. *J. Phys. B* 34 4103 (2001)
- [66] Guiding of laser pulses in plasma channels created by the ignitor-heater technique P. Volfbeyn, E. Esarey, and W. P. Leemans *Physics of Plasmas* 6 (1999) 2269
- [67] Optical guidance of terrawatt laser pulses by the implosion phase of a fast Z-pinch discharge in a gas-filled capillary T. Hosokai et al. *Opt. Lett.* 25 (2000) 10
- [68] T. Hosokai *et al.*, “Fast Z-pinch optical guiding for laser wake field acceleration,” *Nucl. Instrum. Meth. A* **455**, 155 (2000).
- [69] Plasma Light Pipe for High Intensity Laser Pulses, C. G. Durfee, H. M. Milchberg, *Phys. Rev. Lett.* **71** 2409 (1993)
- [70] Development of a Plasma Waveguide for High-Intensity Laser Pulse, C. G. Durfee, J. Lynch, H. M. Milchberg, *Phys. Rev. E* **51** 2368 (1995)
- [71] Production and characterization of a fully ionized He plasma channel E. W. Gaul, et al, *Appl. Phys. Lett.* 77 4112 (2000)
- [72] P. Sprangle et al., *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000) 5110.
- [73] Complete characterization of a plasma mirror for the production of high-contrast ultraintense laser pulses, G. Doumy et al., *Phys. Rev. E* 69, 026402 (2004).
- [74] B. Cros, communication privée.
- [75] B. Cros, et al *PRE* 65 026405
- [76] S-BAND - Conceptual Design Report  
<http://www.desy.de/lc-cdr/s-band/s-band.html>
- [77] CLIC contribution to the Technical review Committee on a 500 GeV  $e^+e^-$  Linear Collider, CLIC-2003-007, Ed. G. Guignard.
- [78] Studies of laser-driven 5 TeV  $e^+e^-$  colliders in strong quantum beamstrahlung regime, M. Xie *et al.*, *Talk given at 7th Workshop on Advanced Accelerator Concepts, Lake Tahoe, CA, 13-19 Oct 1996*, AIP Conference Proceedings – March 5, 1997 – Volume 398, Issue 1, pp. 233-242.

- [79] T. Katsouleas Part. Acc. 1985.
- [80] Y. Honda *et al.*, “Achievement of ultra-low emittance beam in the ATF damping ring,” Phys. Rev. Lett. **92**, 054802 (2004).
- [81] Advanced Accelerator System Requirements for Future Linear Collider, G. Dugan, presented at AAC2004, the Eleventh Advanced Accelerator Concepts Workshop Stony Brook, New York 21-26 June 2004
- [82] K. Oide, “Synchrotron Radiation Limit On The Focusing Of Electron Beams,” Phys. Rev. Lett. **61**, 1713 (1988).
- [83] “Bird’s IP view of Limits of Conventional e+e- Linear Collider technology”, J. Irwin, AIP Conf. Proc. **335**, 3, 1995.
- [84] A. Ogata, J. B. Rosenzweig and M. Ferrario, “Characterization of plasma accelerators with RF linac terminology,” Nucl. Instrum. Meth. A **410** (1998) 549.
- [85] R. Assmann and K. Yokoya, “Transverse beam dynamics in plasma-based linacs,” Nucl. Instrum. Meth. A **410** (1998) 544.
- [86] “Laser wake-field acceleration and optical guiding in a hollow plasma channel”, T. C. Chiou *et al.*, Phys. Plasmas **2**, 310 (1995)
- [87] B. W. Montague, CERN-LEP-TH/84-24, 1984. Contribution to CAS-ECFA-INFN Workshop on Generation of High Fields for Particle Acceleration to Very High Energies, Frascati, Italy, Sep 25 - Oct 1, 1984. Published in Frascati Workshop 1984:208
- [88] “Zettawatt-exawatt lasers and their applications in ultrastrong-field physics” T. Tajima, G. Mourou, Phys. Rev. ST Accel. Beams **5**,031301 (2002)
- [89] “Monoenergetic laser wake field acceleration” N.E. Andreev, et al., Phys.Rev.ST Accel.Beams **3**:021301,2000
- [90] Accélération de Particules par Sillage Laser dans un Plasma, D. Bernard, note interne ALP 97-02, mai 1997.
- [91] Sillage Laser, F. Amiranoff, P. Mora, note interne, 1993.

## 8 Liste des articles joints en Annexe

Ils sont repérés dans le mémoire par une boulette ●.

- **A** [16] The Plasma Beat-Wave Acceleration Experiment at Ecole Polytechnique, F.Amiranoff *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A 363 (1995) 497.
- **B** [18] Electron Acceleration in Nd-Laser Plasma Beat-Wave Experiments, F. Amiranoff *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 5220 (1995).
- **C** [2] Electron Capture in an Electron Plasma Wave, D. Bernard, in Proceedings of the 13th Advanced ICFA Beam Dynamics Workshop and 1st ICFA Novel and Advanced Accelerator Workshop, Kyoto, Japan, 1997, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 410 (1998) 418.
- **D** [51] One GeV Acceleration with Laser Wake-Field in the Linear Regime, D. Bernard, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 410 (1998) 520.
- **E** [3] Observation of Laser Wakefield Acceleration of Electrons, F. Amiranoff *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81** , (1998) 995.
- **F** [23] Alternative Interpretation of Nuclear Instruments and Methods A410 (1998) 357 (H. Dewa *et al.*), D. Bernard *et al.*, Nucl.Instrum.Meth.A432:227-231,1999.

## 9 Tableau récapitulatif des notations utilisées dans le mémoire

$a$	rayon d'un capillaire
$a$	champ électrique du laser normalisé à la limite de déferlement dans un plasma froid
$\beta$	fonction bétatronique dans l'onde plasma
$c$	vitesse de la lumière
$\delta$	perturbation relative de densité électronique du plasma
$\delta_{\perp}$	perturbation relative transverse de densité électronique du plasma
$\Delta W$	gain (perte) de l'énergie d'un électron accéléré (décéléré) par l'onde plasma
$\Delta W_g$	valeur de $\Delta W$ limité par déphasage, en présence de guidage
$e$	charge électrique de l'électron
$e$	$\exp(1)$
$\epsilon$	émittance du faisceau d'électrons $\epsilon = \sigma\sigma'$
$\epsilon_0$	permittivité du vide
$\mathcal{E}$	champ électrique du laser
$E$	énergie de l'impulsion laser
$E_0$	champ électrique longitudinal de l'onde plasma au déferlement dans un plasma froid
$E_z$	champ électrique longitudinal de l'onde plasma
$E_r$	champ électrique radial de l'onde plasma
$\eta$	indice de réfraction du plasma
$\eta$	fraction de beam loading
$\gamma_e$	facteur de Lorentz des électrons à l'injection
$\gamma_p$	facteur de Lorentz associé à la vitesse de phase de l'onde plasma
$k$	vecteur d'onde du laser
$k_p$	vecteur d'onde de l'onde plasma
$\lambda_p$	longueur d'onde de l'onde plasma
$\lambda$	longueur d'onde du laser
$L_{\varphi}$	longueur de déphasage électron/onde plasma
$L$	$L = 2z_0$
$I$	intensité lumineuse
$m$	masse de l'électron
$n$	densité électronique du plasma
$n_c$	densité électronique critique
$\omega_p$	fréquence plasma
$P$	puissance laser à son maximum
$P_{crit}$	puissance laser critique d'auto-focalisation
$r_e$	rayon classique de l'électron
$\sigma$	taille du faisceau RMS
$\sigma'$	divergence angulaire du faisceau RMS
$\tau$	durée de l'impulsion laser FWHM
$\tau_0$	durée de l'impulsion laser : $I \propto \exp(-t^2/\tau_0^2)$
$w$	rayon du faisceau laser "à $1/e^2$ en intensité", soit $w = 2\sigma$
$z_0$	longueur de Rayleigh du laser : c'est la position sur l'axe de propagation ( $Oz$ ) pour laquelle l'intensité laser vaut la moitié de sa valeur maximale
$Z$	l'impédance du vide

## Appendices

Je donne ici un extrait d'une note que j'ai écrite en préparation à l'expérience de sillage à l'Ecole Polytechnique. [90].

On considère un déroulement en deux temps : tout d'abord, une impulsion courte ( $\approx 0.35\text{ps}$ ) crée un plasma et excite une onde plasma, ensuite l'onde "vit" longtemps (plusieurs ps), et peut accélérer des particules. Seul le mode linéaire est décrit ici.

Les valeurs numériques utilisés dans ce texte sont celles qui étaient prévues à l'époque.

## A Description du faisceau laser

### A.1 Géométrie, densité volumique d'énergie

L'impulsion laser a un profil transverse gaussien : c'est la solution de plus petit diamètre des équations de Maxwell paraxiales. Le profil temporel est aussi gaussien. La densité volumique d'énergie est :

$$\rho = \frac{E}{(\pi/2)^{3/2} w^2 w_z} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2} - \frac{2(z-ct)^2}{w_z^2}\right) \quad (51)$$

$E$  est l'énergie totale de l'impulsion laser, et  $w_z$  décrit la longueur du paquet :  $w_z = c\tau/\sqrt{2\ln 2}$  où  $\tau$  est la durée de l'impulsion à mi-hauteur. Pour  $\tau = 350\text{fs}$ , on a  $w_z/c = 297\text{fs}$ , soit  $w_z = 89.2\mu\text{m}$ . La taille transverse du faisceau est décrite par  $w$  :

$$w = w_0 \left[1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right]^{1/2} \quad (52)$$

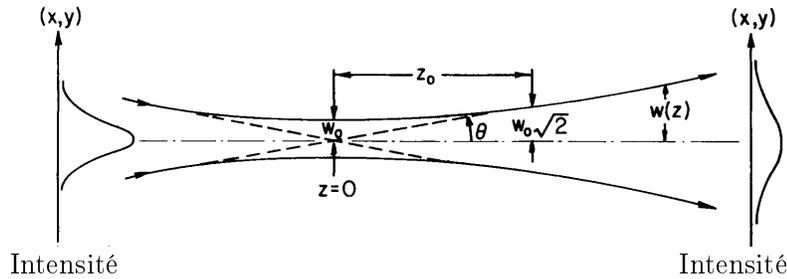


FIG. 16 – Variation de la taille  $w$  du faisceau en fonction de  $z$  près du waist.

C'est le rayon du faisceau "à  $1/e^2$  en intensité". Notons que  $w$  est égal au double de l'écart-type de la distribution en intensité du faisceau,  $w = 2\sigma$ .

Avant focalisation, le faisceau est décrit par le même formalisme gaussien. Le waist au foyer  $w_0$  s'exprime à partir du waist  $w_i$  du faisceau incident par :

$$w_0 = M^2 \frac{\lambda f}{\pi w_i} \quad (53)$$

$f$  est la focale de l'optique de focalisation. Le facteur de qualité du faisceau  $M^2$  est appelé coefficient de Siegman. Pour un faisceau limité par diffraction, il vaut  $M^2 = 1$ . Pour  $\lambda = 1.053\mu\text{m}$ ,

$f=1.4\text{m}$ ,  $\phi_i = 2w_i = 80\text{mm}$ , et  $M^2 = 1$ , on obtient  $w_0 = 11.7\mu\text{m}$ .  $z_0 = M^2\pi(w_0/M^2)^2/\lambda$  est la longueur de Rayleigh (ici  $z_0 = 411\mu\text{m}$ ), soit :

$$\boxed{z_0 = M^2 \frac{\lambda f^2}{\pi w_i^2}} \quad (54)$$

Sur l'axe, l'amplitude du champ varie comme  $w_0/w$ , c'est à dire comme  $1/\sqrt{1 + (z/z_0)^2}$ . L'intensité lumineuse est une Lorentzienne en  $z$  de demi-largeur à mi-hauteur égale à  $z_0$ .

A grand  $z$ , le comportement asymptotique  $w \sim w_0 z/z_0$  permet de définir une divergence angulaire  $w' = w/z \sim w_0/z_0$ . On constate que la taille du waist  $w_0$  et la longueur de Rayleigh  $z_0$  varient ensemble comme  $M^2$ . La divergence angulaire ne dépend donc pas de  $M^2$  : seules les propriétés du faisceau au foyer sont affectées par la valeur de  $M^2$ . On obtient l'émittance  $\epsilon = \sigma_0\sigma' = w_0 w'/4 = M^2\lambda/4\pi$ .

La densité volumique d'énergie maximale est :

$$\rho_{max} = \frac{E}{(\pi/2)^{3/2} w_0^2 w_z} \quad (55)$$

soit

$$\rho_{max} = \frac{E}{c\tau} \left( \frac{w_i}{M^2\lambda f} \right)^2 4\sqrt{\pi \ln 2} \quad (56)$$

soit pour  $E=10\text{ J}$ ,  $\rho_{max} = 414\text{ MJcm}^{-3}$ .

## A.2 Intensité, puissance

L'intensité est :

$$I = \rho c \quad (57)$$

soit :

$$\boxed{I_{max} = \frac{E}{\tau} \left( \frac{w_i}{M^2\lambda f} \right)^2 4\sqrt{\pi \ln 2}} \quad (58)$$

d'où  $I_{max} = 12.4 \cdot 10^{18}\text{ Wcm}^{-2}$ . En intégrant dans le plan transverse, on obtient la puissance :

$$P = \int I dS = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Ec}{w_z} \exp\left(-\frac{2(z-ct)^2}{w_z^2}\right) \quad (59)$$

soit  $P = \pi w_0^2 I/2$ . La puissance maximale est :

$$\boxed{P_{max} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Ec}{w_z} = \frac{E}{\tau} 2\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}} \quad (60)$$

soit  $P_{max} = 0.939E/\tau$ , et ici  $P_{max} = 26.8\text{ TW}$ .

## A.3 Champ électrique

On obtient la valeur du champ électrique  $\mathcal{E}$  par :

$$I = \epsilon_0 c \mathcal{E}^2 / 2 \quad (61)$$

soit :

$$\mathcal{E} = \sqrt{2I/\epsilon_0 c} \quad (62)$$

En utilisant  $Z = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  et  $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ , on obtient :

$$\epsilon_0 c = \frac{1}{Z} \quad (63)$$

$Z$  est l'impédance du vide et vaut  $Z = 376.6\Omega$ . Il vient finalement :

$$\boxed{\mathcal{E} = \sqrt{2ZI}} \quad (64)$$

et  $\mathcal{E}_{max} = 9.66\text{TV/m}$ . On utilise souvent le champ électrique normalisé<sup>13</sup> :

$$\boxed{a = \frac{e\mathcal{E}}{m\omega c}} \quad (65)$$

soit  $\mathcal{E}[\text{TV/m}] = 3.21a/\lambda[\mu\text{m}]$ , et :

$$\boxed{a^2 = \frac{2r_e\lambda^2 I}{\pi mc^3}} \quad (66)$$

soit  $a^2 = 0.731 \cdot 10^{-18}(\lambda[\mu\text{m}])^2 I[\text{W/cm}^2]$ , et ici  $a^2=10.1$ . **On est donc ici en régime relativiste.**

On obtient aussi la relation entre le champ électrique et la puissance maximale :  $P_{max} = \pi\omega_0^2 I/2 = \pi\mathcal{E}_{max}^2\omega_0^2/4Z$ .

## B Excitation de l'onde plasma

La fréquence d'oscillation naturelle des électrons dans le plasma,  $\omega_p$ , est donnée en fonction de la densité électronique  $n$  :

$$\boxed{\omega_p = \left(\frac{ne^2}{m\epsilon_0}\right)^{1/2} = \left(\frac{4\pi\alpha n\hbar c}{m}\right)^{1/2} = c(4\pi r_e n)^{1/2}} \quad (67)$$

$r_e=2.818$  fm est le rayon classique de l'électron. La longueur d'onde plasma correspondante est :

$$\boxed{\lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p} = \left(\frac{\pi}{r_e n}\right)^{1/2}} \quad (68)$$

Pour une densité électronique  $n = 10^{17}\text{cm}^{-3}$ , on obtient  $\lambda_p = 105.5\mu\text{m}$ . Lors du passage de l'impulsion laser, les électrons sont soumis à la force pondéromotrice, moyenne temporelle de la force de Lorentz :

$$\boxed{\vec{F}_P = -\frac{e^2}{2\epsilon_0 mc\omega^2} \vec{\nabla} I} \quad (69)$$

On peut aussi l'exprimer en fonction de variables décrivant le plasma :

$$\vec{F}_P = -\frac{1}{2nc} \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2 \vec{\nabla} I = -\frac{1}{2n_c c} \vec{\nabla} I \quad (70)$$

$n_c$  est la densité électronique critique, pour laquelle  $\omega_p = \omega$ .

---

13. On veillera à ne pas confondre  $w$ , mesure de l'étendue transverse du faisceau, et  $\omega$ , la pulsation.

## B.1 Amplitude plasma

Je suis ici le traitement de la référence [91]. La perturbation de densité est notée  $\delta n$ .  $\vec{E}$  désigne ici le champ électrique de l'onde plasma électronique, et  $\Phi$  le potentiel associé.  $\Phi_P$  est le potentiel pondéromoteur de l'impulsion laser. Les équations décrivant le plasma s'écrivent :

$$\text{conservation du nombre de particules} \quad \frac{\partial \delta n}{\partial t} + n \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (71)$$

$$\text{équation du mouvement} \quad m \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -e \vec{E} - \vec{\nabla} \Phi_P \quad (72)$$

$$\text{équation de Poisson} \quad \Delta \Phi = -\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \delta n \frac{e}{\epsilon_0} \quad (73)$$

On en tire :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) \delta n = + \frac{n}{m} \Delta \Phi_P \quad (74)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) \vec{E} = -\omega_p^2 \vec{\nabla} \Phi_P / e \quad (75)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) \Phi = +\omega_p^2 \Phi_P / e \quad (76)$$

On peut résoudre (76) et en déduire la perturbation de densité et le champ électrique à l'aide des relations  $\delta n = \epsilon_0 \Delta \Phi / e$  et  $\vec{E} = -\vec{\nabla} \Phi$ . On suppose  $\Phi_P$  séparable en  $r$  et en  $(z, t)$ .

$$\Phi_P = -e \Phi_0(r) f_0(z - ct) \quad (77)$$

On a alors d'après (76):

$$\Phi = \Phi_0(r) f(z - ct) \quad (78)$$

En posant  $u = \omega_p(t - z/c)$ , l'équation (76) devient :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 1 \right) f(u) = -f_0(u) \quad (79)$$

dont la solution qui s'annule à  $u = -\infty$  est :

$$f(u) = - \int_{-\infty}^u f_0(u') \sin(u - u') du' \quad (80)$$

soit encore :

$$f(u) = - \sin(u) \int_{-\infty}^u f_0(u') \cos(u') du' + \cos(u) \int_{-\infty}^u f_0(u') \sin(u') du' \quad (81)$$

Après passage de l'impulsion laser, c'est à dire pour  $u$  grand, on peut étendre la borne d'intégration dans (81) à  $+\infty$ . Si, de plus,  $f_0$  est une fonction paire, il reste :

$$f(u) = - \sin(u) \int_{-\infty}^{+\infty} f_0(u') \cos(u') du' \quad (82)$$

Dans notre cas, l'impulsion est gaussienne ( $\Phi_P \propto I$ ) :

$$f_0(u) = - \exp(-u^2/u_0^2) \quad (83)$$

On obtient alors :

$$f(u) = \sin(u) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-u'^2/u_0^2) \cos(u') du' \quad (84)$$

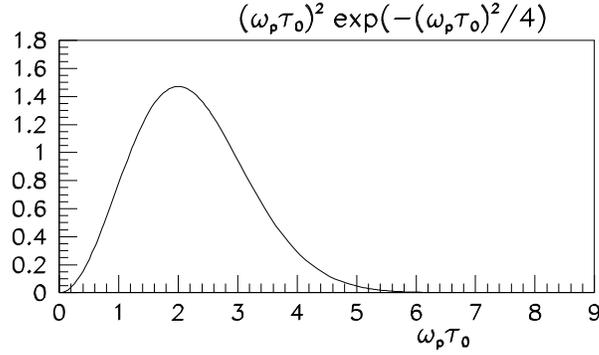


FIG. 17 – Amplitude de l'onde plasma en fonction de  $\omega_p \tau_0$ .

c'est à dire :

$$f(u) = \sqrt{\pi} u_0 \exp(-u^2/4) \sin(u) \quad (85)$$

On se souvient que  $\Phi_P = e^2 I / 2\epsilon_0 m c \omega^2$  a été paramétrisé ici  $\Phi_P = -e\Phi_0(r)f_0(z - ct)$ , soit  $\Phi_P = e\Phi_{max} \exp(-u^2/u_0^2) \exp(-2r^2/w^2)$ , avec  $\Phi_{max} = I_{max}e/(2\epsilon_0 m c \omega^2)$ . On obtient donc  $\Phi$  en grandeurs dimensionnées :

$$\Phi(r, z, t) = \sqrt{\pi} \omega_p \tau_0 \exp\left(-\frac{\omega_p^2 \tau_0^2}{4}\right) \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \sin(\omega_p t - k_p z) \Phi_{max} \quad (86)$$

avec  $\tau = \tau_0 2\sqrt{\ln 2}$ , et  $k_p = \omega_p/c$ , soit :

$$\Phi(r, z, t) = \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \sin(\omega_p t - k_p z) \varphi \quad (87)$$

avec :

$$\varphi = \sqrt{\pi} \omega_p \tau_0 \exp\left(-\frac{\omega_p^2 \tau_0^2}{4}\right) \Phi_{max} \quad (88)$$

On en déduit le champ électrique de l'onde plasma :

$$E_r = \frac{4r}{w^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \sin(\omega_p t - k_p z) \varphi \quad (89)$$

$$E_z = k_p \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \cos(\omega_p t - k_p z) \varphi \quad (90)$$

soit à un terme trigonométrique près, et au maximum de  $E_r$ ,  $r = w/2$  :

$$E_r/E_z \approx \frac{4r}{k_p w^2} \approx \frac{\lambda_p}{\pi w} \quad (91)$$

Oubliant le terme de phase, le champ longitudinal s'écrit :

$$E_z = k_p \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \sqrt{\pi} \omega_p \tau_0 \exp\left(-\frac{\omega_p^2 \tau_0^2}{4}\right) \frac{I_{max} e}{2\epsilon_0 m c \omega^2} \quad (92)$$

Ce champ est maximum à **durée d'impulsion fixée** lorsque  $\omega_p^2 \exp(-\omega_p^2 \tau_0^2/4)$  est maximum (figure 17), soit pour  $\omega_p = \hat{\omega}_p$  telle que<sup>14</sup> :

$$\hat{\omega}_p \tau_0 = 2 \quad \text{soit} \quad \boxed{\hat{\omega}_p \tau = 4\sqrt{\ln 2}} \quad (93)$$

La densité électronique correspondante est donnée par :

$$\boxed{\hat{n} = \frac{4 \ln 2}{\pi} \frac{1}{c^2 \tau^2 r_e}} \quad (94)$$

où  $\tau$  est la durée à mi-hauteur définie dans la première section. On obtient  $\hat{n}[\text{cm}^{-3}] = 3.5 \cdot 10^{15}/(\tau[\text{ps}])^2$ , soit ici  $\hat{n} = 2.8 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ . La pression correspondante est  $\hat{P}_r[\text{bar}] = V_0 \hat{n}/(Z_e N_a)$ , où  $V_0$  est le volume molaire,  $N_a$  le nombre d'Avogadro, et  $Z_e$  le nombre d'électrons fournis par chaque molécule :  $\hat{P}_r = 0.5 \text{mbar}$  pour de l'Hélium. La longueur d'onde plasma correspondante est  $\hat{\lambda}_p$  :

$$\boxed{\hat{\lambda}_p = c\tau \frac{\pi}{2\sqrt{\ln 2}}} \quad (95)$$

soit  $\hat{\lambda}_p[\mu\text{m}] = 566 \tau[\text{ps}]$ , et ici  $\hat{\lambda}_p = 198 \mu\text{m}$ . Le facteur relativiste de Lorentz  $\gamma_p$  associé à la vitesse de phase de l'onde plasma est :

$$\gamma_p = \frac{\omega}{\omega_p} = \sqrt{\frac{n_c}{n}} = \frac{\lambda_p}{\lambda} \quad (96)$$

soit :

$$\boxed{\hat{\gamma}_p = \frac{\pi}{2\sqrt{\ln 2}} \frac{c\tau}{\lambda}} \quad (97)$$

soit  $\hat{\gamma}_p = 566\tau[\text{ps}]/\lambda[\mu\text{m}]$ , et ici  $\hat{\gamma}_p = 188$ .

## B.2 Champ électrique longitudinal

Reprenant l'expression (92) du champ électrique longitudinal  $E_z$ , on obtient :

$$E_z = \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \left[ \omega_p^2 \tau_0^2 \exp\left(-\frac{\omega_p^2 \tau_0^2}{4}\right) \right] \frac{I_{max} \lambda^2 r_e}{e\tau c^2} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \quad (98)$$

d'où<sup>15</sup> :

$$\hat{E}_z = \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \left[ \frac{4}{e} \right] \frac{I_{max} \lambda^2 r_e}{e\tau c^2} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \quad (99)$$

et :

$$\boxed{(\hat{E}_z)_{max} = \frac{I_{max} \lambda^2 r_e}{e\tau c^2} \left[ \frac{4}{e} \right] \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}} \quad (100)$$

soit :

$$(\hat{E}_z)_{max}[\text{GV/m}] = 1.35 \cdot 10^{-18} \frac{I_{max}[\text{Wcm}^{-2}](\lambda[\mu\text{m}])^2}{\tau[\text{ps}]} \quad (101)$$

Ici, on obtient  $(\hat{E}_z)_{max} = 53.2 \text{GV/m}$ .

14. Le chapeau dénote les quantités à la résonance.

15. On prendra garde à ne pas confondre  $e$ , unité de charge électrique, et  $e = \exp(1)$ .

### B.3 Gain d'énergie maximal d'un électron

On néglige ici le déphasage des électrons accélérés par rapport à l'onde plasma au cours de la propagation et on écrit l'expression de leur gain en énergie par la simple intégrale du champ à la traversée du waist :

$$\Delta W = e \int E_z dz \quad (102)$$

Pour un faisceau de profil transverse gaussien, on a vu que le profil longitudinal de l'intensité laser, et donc aussi de  $E_z$ , est lorentzien, de demi-"longueur" à mi-hauteur égale à la longueur de Rayleigh. On obtient alors :

$$\boxed{\Delta W = e\pi z_0 (E_z)_{max}} \quad (103)$$

soit :

$$\Delta \widehat{W} = e\pi M^2 \frac{\lambda f^2}{\pi w_i^2} \frac{E}{\tau} \left( \frac{w_i}{M^2 \lambda f} \right)^2 4\sqrt{\pi \ln 2} \frac{\lambda^2 r_e}{e\tau c^2} \left[ \frac{4}{e} \right] \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \quad (104)$$

On obtient finalement :

$$\boxed{\Delta \widehat{W} = \frac{r_e \lambda}{c^2 \tau^2} \frac{16 \ln 2}{e M^2} E} \quad (105)$$

Les variables  $f$  et  $w_i$  qui sont reliées à l'ouverture de l'optique de focalisation n'apparaissent pas dans l'expression de  $\Delta W$  : lorsque la focale diminue, le waist est plus petit, et le champ augmente mais la longueur d'accélération, proportionnelle à la longueur de Rayleigh, diminue, et les deux effets se compensent. Ça donne :

$$\Delta \widehat{W} [\text{MeV}] = 0.798 \frac{1}{M^2} \frac{\lambda [\mu\text{m}] E [\text{J}]}{(\tau [\text{ps}])^2} \quad (106)$$

, soit  $\Delta \widehat{W} = 68.6$  MeV. Deux effets limitent la valeur de  $\Delta \widehat{W}$ , la non-linéarité de l'onde à haute énergie, et le déphasage des électrons accélérés par rapport à l'onde plasma. La variation en  $E/\tau^2$ , soit  $P/\tau$ , de  $\Delta \widehat{W}$  montre l'intérêt d'utiliser des **impulsions courtes**. A partir de (103) et utilisant  $z_0 = \pi w_0^2 / \lambda M^2$  et  $P = \pi w_0^2 I / 2$ , on voit parfois le gain exprimé sous la forme :

$$\boxed{\Delta \widehat{W} = P \frac{1}{M^2} \frac{\lambda}{\lambda_p} \frac{r_e}{c} \frac{4\pi^{3/2}}{e}} \quad (107)$$

soit :

$$\Delta \widehat{W} [\text{MeV}] = 481 \frac{1}{M^2} \frac{\lambda}{\lambda_p} P [\text{TW}] \quad (108)$$

### B.4 Amplitude de l'onde plasma longitudinale

On obtient l'amplitude de l'onde plasma à l'aide de la loi de Poisson :

$$\delta n = \frac{\epsilon_0}{e} \Delta \Phi = \frac{\epsilon_0}{e} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \Phi \quad (109)$$

d'où :

$$\delta n = -\frac{\epsilon_0}{e} \left[ k_p^2 + \frac{8}{w^2} \left( 1 - \frac{2r^2}{w^2} \right) \right] \Phi \quad (110)$$

En particulier en  $r = 0$  :

$$\delta n_{(r=0)} = -\frac{\epsilon_0 k_p^2 \Phi}{e} \left( 1 + \frac{8}{k_p^2 w^2} \right) \quad (111)$$

On peut écrire :  $\delta n = \delta n_{\parallel} + \delta n_{\perp}$ , avec :

$$\delta n_{\parallel} = \frac{\epsilon_0}{e} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad \text{et} \quad \delta n_{\perp} = \frac{\epsilon_0}{e} \Delta_{\perp} \Phi \quad (112)$$

On a alors en  $r = 0$  :

$$\delta n = \delta n_{\parallel} \left( 1 + \frac{8}{k_p^2 w^2} \right) \quad (113)$$

et :

$$|E_z| = \frac{e}{\epsilon_0 k_p} |\delta n_{\parallel}| = k_p \varphi \quad (114)$$

Oubliant les valeurs absolues, on obtient l'expression de la perturbation de densité électronique longitudinale :

$$\delta n_{\parallel} = \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \sqrt{\pi} \left[ \omega_p^3 \tau_0^3 \exp\left(-\frac{\omega_p^2 \tau_0^2}{4}\right) \right] \frac{I_{max} \lambda^2}{2\pi^2 m c^5 \tau^2} \ln 2 \quad (115)$$

On définit la perturbation relative de densité :

$$\delta_{\parallel} = \frac{\delta n_{\parallel}}{n} \quad (116)$$

Il vient :

$$E_z = \frac{m c \omega_p}{e} \delta_{\parallel} \quad (117)$$

soit :

$$\boxed{\delta_{\parallel} = \frac{E_z}{E_0}} \quad (118)$$

où  $E_0$  est la valeur du champ électrique longitudinal de l'onde plasma au déferlement, dans l'approximation non relativiste et de plasma froid,  $E_0 = m c \omega_p / e$  (c'est justement la valeur pour laquelle la perturbation de densité est maximale, cf éq. (73)).

On en tire l'expression du gain  $\Delta W$  en fonction de la perturbation relative de densité :

$$\boxed{\Delta W = 2\pi^2 m c^2 \frac{\delta_{\parallel} z_0}{\lambda_p}} \quad (119)$$

Enfin, en utilisant l'expression (94) de  $\hat{n}$ , il vient :

$$\boxed{\hat{\delta}_{\parallel} = \frac{1}{e\sqrt{\pi}} \frac{r_e}{m c^3} I_{max} \lambda^2} \quad (120)$$

L'expression de  $\hat{\delta}_{\parallel}$  est indépendante de  $\tau$  à  $I_{max}$  donné. On a  $\hat{\delta}_{\parallel} = 2.38 \cdot 10^{-19} I_{max} [\text{Wcm}^{-2}] (\lambda [\mu\text{m}])^2$ , et ici  $\hat{\delta}_{\parallel} = 3.28$ .

## B.5 Expressions utilisant le champ électrique normalisé

Utilisant l'expression (66) du champ électrique normalisé  $a$  du laser, on obtient :

Pour le champ électrique longitudinal de l'onde plasma :

$$E_z = \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \left[ \omega_p^2 \tau_0^2 \exp\left(-\frac{\omega_p^2 \tau_0^2}{4}\right) \right] \frac{m c a^2}{e \tau} \frac{\sqrt{\pi} \ln 2}{2} \quad (121)$$

soit :

$$E_z = \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) \left[ \omega_p \tau_0 \exp\left(-\frac{\omega_p^2 \tau_0^2}{4}\right) \right] a^2 E_0 \frac{\sqrt{\pi}}{4} \quad (122)$$

et :

$$\hat{E}_z = a^2 E_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2e} \quad (123)$$

Pour la perturbation relative de densité :

$$\hat{\delta}_{\parallel} = \frac{\sqrt{\pi}}{2e} a^2 = \frac{\hat{E}_z}{E_0} \quad (124)$$

Les trois phénomènes suivants apparaissent donc en même temps :

- la non-linéarité de l'onde
- le plasma relativiste
- un champ électrique longitudinal de l'onde plasma approchant sa limite au déferlement, dans l'approximation non relativiste et de plasma froid.

## B.6 Mode linéaire

On définit la limite du domaine linéaire par  $\delta_{\parallel} = 1$ . L'intensité maximale correspondante est  $\check{I}_{max}$  :

$$\check{I}_{max} = e\sqrt{\pi} \frac{mc^3}{r_e \lambda^2} \quad (125)$$

correspondant à :

$$\check{a}^2 = \frac{2e}{\sqrt{\pi}} \quad (126)$$

et l'on rappelle que l'on a alors :

$$(\check{E}_z)_{max} = E_0 \quad (127)$$

soit  $\check{I}_{max} [\text{Wcm}^{-2}] = 4.19 \cdot 10^{18} / (\lambda[\mu\text{m}])^2$ , ici  $\check{I}_{max} = 3.78 \cdot 10^{18} \text{Wcm}^{-2}$ , et  $\check{a}^2 = 3.07$ . L'énergie laser correspondante est  $\check{E} = 3.05 \text{J}$ , le gradient maximal  $(\check{E}_z)_{max} = \hat{E}_0 = 16.2 \text{GV/m}$  et le gain en énergie maximal en négligeant le déphasage  $\Delta\check{W} = 20.9 \text{ MeV}$ .

## B.7 Mode non-linéaire

Dans le mode non-linéaire, l'onde plasma n'est plus sinusoïdale. La pente est alors très raide et un champ électrique supérieur à  $E_0$  peut exister[35]. Il s'exprime approximativement sous la forme  $E_z = a^2 [1 + a^2/4]^{-1/2} \frac{\sqrt{\pi}}{2e} E_0$ . Les valeurs maximales envisagées ici ( $E = 10 \text{ J}$ ,  $\delta = 3.28$ ) sont dans le domaines non-linéaire, et  $E_z = 28 \text{GV/m}$ .

Pour des valeurs extrêmement élevées, on finit par atteindre le déferlement. Dans l'approximation d'un plasma froid, et en théorie 1D, celui-ci est atteint pour  $E = E_{WB} = [2(\gamma_p - 1)]^{1/2} E_0$ , soit ici  $E_{WB} = 19.3 E_0 = 313 \text{GV/m}$ . Lorsque l'on prend en compte la température du plasma,  $E_{WB}$  est réduit d'un facteur proche de 2.

Quand on prend en compte les effets tri-dimensionnels, la situation est incertaine. Lors de simulations, des champs supérieurs à  $E_0$  ont été "observés" (Cf. la discussion pages 258-259 de la référence [35]).

Pour un accélérateur de particules, ce mode non-linéaire apparaît défavorable. La raison la plus importante est certainement la variation de  $\lambda_p$  avec l'intensité laser :  $\lambda_p^{NL} = \lambda_p(2/\pi)E_{max}/E_0$ , pour  $E_{max} \gg E_0$ . L'électron voit la longueur d'onde de la structure accélératrice augmenter jusqu'au foyer, puis diminuer en s'éloignant, d'un facteur qui peut être important. De même, les colonnes de plasma situées à différentes positions dans le plan transverse verront à  $z$  donné des ondes plasma ayant des phases et des fréquences différentes, avec des surfaces iso-densités électronique en forme de bol. De plus, tout cela se décale dans le temps.

## B.8 Amplitude de l'onde plasma transverse

L'amplitude de l'onde plasma transverse est maximale sur l'axe :

$$\delta n_{\perp} = \delta n_{\parallel} \left( \frac{8}{k_p^2 w^2} \right) = 2 \delta n_{\parallel} \left( \frac{\lambda_p}{\pi w} \right)^2 \quad (128)$$

soit :

$$\frac{\delta n_{\perp}}{\delta n_{\parallel}} = \left( \frac{\widehat{E_r}}{E_z} \right)^2 \quad (129)$$

## C Effets du champ transverse sur le faisceau accéléré

Les champs transverse et longitudinal d'une EPW sont décalés de  $\pi/2$  (eq. 89, 90). L'axe de phase peut être segmenté en quatre parties :

$\zeta$	0	$\pi/2$	$\pi$	$3\pi/2$	$2\pi$
	accél.	accél.	décél.	décél.	
	défoc.	foc.	foc.	défoc.	

Seul le quart focalisant, accélérateur est d'intérêt ici.

### C.1 (Dé)focalisation

L'amplitude du champ transverse  $E_r$  étant proportionnelle à  $r$  près de l'axe, l'angle de déflexion l'est aussi au premier ordre, et l'onde plasma est équivalente à une lentille. A partir de la rigidité  $K_r$  :

$$K_r = \frac{E_r}{\gamma mc^2 r} \quad (130)$$

et de l'expression (90) de  $E_r$ , on obtient :

$$K_r = \frac{2\sqrt{\pi}}{e} \frac{a_0^2}{\gamma w_0^2} \frac{\exp(-2r^2/w^2) \sin(\omega_p t - k_p z)}{[1 + (z/z_0)^2]^2} \quad (131)$$

La fonction bétatronique de l'onde plasma au waist vaut :

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{K_r}} = \frac{w_0}{2} \sqrt{\frac{\gamma}{\delta \sin \zeta}}, \quad (132)$$

où  $\zeta = \omega_p t - k_p z$ .

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Expériences de première génération</b>	<b>6</b>
2.1	Accélération par battement d'ondes . . . . .	6
2.1.1	Battement d'ondes: laser au CO <sub>2</sub> ( $\lambda = 10\mu\text{m}$ ) . . . . .	6
2.1.2	Battement d'ondes: laser au Néodyme ( $\lambda = 1\mu\text{m}$ ) . . . . .	7
2.1.3	Battement d'ondes: quels enseignements? . . . . .	9
2.2	Accélération par sillage laser . . . . .	9
2.2.1	Sillage laser: mesures optiques . . . . .	11
2.2.2	Expériences d'accélération par sillage laser au Japon . . . . .	12
2.2.3	Expérience à l'Ecole Polytechnique . . . . .	13
2.3	SM-LWFA: Sillage auto-modulé . . . . .	16
2.4	Injection optique . . . . .	17
2.5	Production d'impulsions d'électrons mono-cinétiques . . . . .	18
2.6	Expériences de première génération: quels enseignements? . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Vers un développement de deuxième génération</b>	<b>24</b>
3.1	Dimensionnement d'une expérience d'accélération par sillage laser . . . . .	24
3.1.1	Détermination des limites . . . . .	24
3.1.2	Optimisation . . . . .	26
3.2	Guidage du Laser . . . . .	29
3.2.1	Guidage dans un milieu d'indice de réfraction inhomogène . . . . .	29
3.2.2	Auto-focalisation relativiste dans un plasma . . . . .	29
3.2.3	Guidage d'une impulsion dans un plasma préformé . . . . .	30
3.2.4	Guidage d'une impulsion dans un capillaire . . . . .	31
3.3	Conclusion . . . . .	33
<b>4</b>	<b>Vers un accélérateur laser-plasma multi-TeV?</b>	<b>33</b>
4.1	Beam loading . . . . .	37
4.2	Longueur de paquets, émittance transverse . . . . .	37
4.3	Taux de répétition, durée de vie de l'onde plasma . . . . .	37
4.4	Taille de faisceau . . . . .	39
4.5	Filamentation; alignement . . . . .	39
4.6	Diffusion multiple . . . . .	40
4.7	Conclusion? . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Systèmes laser</b>	<b>42</b>
<b>6</b>	<b>Vers un programme d'expérience de 2ème génération: suite</b>	<b>43</b>
6.1	Injecteur . . . . .	43
6.2	Cavité . . . . .	43
6.3	Programme scientifique . . . . .	44
<b>7</b>	<b>Références</b>	<b>45</b>
<b>8</b>	<b>Liste des articles joints en Annexe</b>	<b>50</b>
<b>9</b>	<b>Tableau récapitulatif des notations utilisées dans le mémoire</b>	<b>51</b>

<b>A</b>	<b>Description du faisceau laser</b>	<b>52</b>
A.1	Géométrie, densité volumique d'énergie . . . . .	52
A.2	Intensité, puissance . . . . .	53
A.3	Champ électrique . . . . .	53
<b>B</b>	<b>Excitation de l'onde plasma</b>	<b>54</b>
B.1	Amplitude plasma . . . . .	55
B.2	Champ électrique longitudinal . . . . .	57
B.3	Gain d'énergie maximal d'un électron . . . . .	58
B.4	Amplitude de l'onde plasma longitudinale . . . . .	58
B.5	Expressions utilisant le champ électrique normalisé . . . . .	59
B.6	Mode linéaire . . . . .	60
B.7	Mode non-linéaire . . . . .	60
B.8	Amplitude de l'onde plasma transverse . . . . .	61
<b>C</b>	<b>Effets du champ transverse sur le faisceau accéléré</b>	<b>62</b>
C.1	(Dé)focalisation . . . . .	62