



HAL
open science

Expérimentation et modélisation de l'endommagement sous chargements dynamiques de deux roches calcaires

Sébastien Grange

► **To cite this version:**

Sébastien Grange. Expérimentation et modélisation de l'endommagement sous chargements dynamiques de deux roches calcaires. Matériaux. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2007. Français. NNT: . tel-00505334

HAL Id: tel-00505334

<https://theses.hal.science/tel-00505334>

Submitted on 23 Jul 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ENSC-2007 n°63



**THESE DE DOCTORAT
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Présentée par
SEBASTIEN GRANGE

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN

Domaine :
MECANIQUE - GENIE MECANIQUE - GENIE CIVIL

Sujet de la thèse :
**Expérimentation et modélisation de l'endommagement sous chargements
dynamiques de deux roches calcaires**

Thèse présentée et soutenue à Cachan le 19 octobre 2007 devant le Jury composé de :

J. MAZARS	L3S - INPG	Président
A. DRAGON	LMPM - ENSMA	Rapporteur
M. TIJANI	Centre des Géosciences - ENSMP	Rapporteur
F. HILD	LMT - ENS de Cachan	Directeur de thèse
N. BURLION	LML - Polytech'Lille	Examineur
P. FORQUIN	LPMM - Université de Metz	Examineur
S. MENCACCI	Nitrochimie	Invité

L'étude des roches pour un mécanicien n'est pas habituelle, c'est la raison pour laquelle j'ai été captivé par ce matériau. Avant de commencer, je fus tout de suite attiré par faire des tirs réels en carrière. C'est au cours de ce projet de détonique que j'ai pu découvrir le métier des carrières, enfin exclusivement le bon côté : préparation technique des tirs, instrumentation et réflexion des différents résultats obtenus. Je tiens à remercier tous les acteurs de ce projet et notamment Benoît Ost, Renaud Chantry, Olivier Vandenabelle, Ricardo Chavez, Hervé Arnoux, Jean Monnery, Yves Sarrey, Philippe Capello, Rob Farnfield... pour toutes ces réunions fructueuses et pour votre bonne humeur. Mais ce projet s'est aussi bien déroulé car il était piloté de mains de maître par Stéphane Mencacci. Merci Stéphane de m'avoir fait participer à cette étude, merci aussi pour ton soutien et ton amitié. J'ai vraiment apprécié ton intérêt pour mon travail mais aussi la façon dont tu as réussi à animer ce groupe. J'essaie de m'en servir encore aujourd'hui.

Mon travail expérimental ne s'est pas arrêté dans les carrières belges et du Nord. J'ai également réalisé de nombreux essais au LMT, remarquablement encadré, formé, materné... par Bumedjen Raka et Xavier Pinelli. Merci à tous les deux pour avoir résolu les multiples problèmes que je devais affronter devant les machines. Merci pour votre amitié et votre bonne humeur. J'ai également réalisé des essais dans d'autres laboratoires. Je tiens à remercier Laurent Taravella du CEP d'Arcueil, Kamal Safa et Gérard Gary du LMS pour leurs accueils et leurs aides. Je remercie également Pascal Forquin, ton aide et ton analyse particulièrement judicieuse sur mon travail m'ont beaucoup fait progresser. J'avoue que ton rapport de thèse fut un de mes livres de chevet préféré pendant ces trois années de thèse.

Au LMT, j'ai souvent été confronté à divers problèmes d'ordre administratif, expérimental, informatique, pédagogique (je pense aux soutenances blanches notamment)... mais il y a toujours eu quelqu'un pour m'aider à les résoudre. Je remercie tous les personnes du LMT qui m'ont aidé lors de ces années de thèse. Je remercie également toutes les personnes de mon UTR qui au cours de réunions m'ont montré que la roche n'était pas le seul matériau d'étude en mécanique !!! Je tiens à remercier notamment Nicolas Malésys, merci pour ton aide diverse et variée et ton suivi dans mon travail.

Je remercie également les membres de mon jury que je n'ai pas encore cité : Jacky Mazars, André Dragon, Michel Tijani et Nicolas Burlion. Merci d'avoir participé à ce jury et merci pour l'attention particulière vous avez portée à mon travail.

Qui a dit qu'une thèse était un travail personnel ? Et pourtant je n'ai toujours pas remercié celui qui m'a proposé le sujet, celui qui m'a encadré durant ces trois années : François Hild. Merci pour ton soutien, pour ton travail, pour ta patience. Il était agréable de venir te voir à ton bureau avec un problème insoluble... pensais-je. Après une attente certaine qui montre que je ne suis pas le seul à apprécier ton entretien (heureusement qu'il y a un fauteuil et une fontaine devant ton bureau), tu as toujours trouvé une solution à mon problème que je n'ai certes pas toujours su réaliser. Merci également pour l'aide terriblement efficace que tu m'as donnée pour la rédaction de ce rapport.

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	iii
Liste des tableaux	vii
Introduction	1
1 Tirs instrumentés pour l’abattage de roche à l’explosif en carrière	3
1 Abattage de roche à l’explosif en carrière	4
1.1 Les produits explosifs	4
1.2 Les détonateurs	5
1.3 La conception d’un tir d’abattage à l’explosif	7
2 Tirs instrumentés	10
2.1 Objectifs et contexte d’étude	10
2.2 Organisation du projet	11
2.3 Influence de la séquence d’amorçage sur le résultat d’un tir	14
3 Bilan	20
2 Etude analytique d’un chargement dynamique de compression	21
1 Introduction	22
2 Ondes sphériques	23
2.1 Formulation du problème mécanique	23
2.2 Conditions aux limites	24
2.3 Adimensionnement	24
2.4 Analyse des contraintes	25
2.5 Analyse énergétique	33
3 Ondes cylindriques	35
3.1 Formulation du problème mécanique	35
3.2 Conditions aux limites	37
3.3 Adimensionnement	37
3.4 Analyse des contraintes	38
3.5 Analyse énergétique	44
4 Comparaison des ondes sphériques et cylindriques	45
5 Bilan	47
3 Présentation des matériaux, propriétés physiques et caractérisation quasi statique	49
1 Les matériaux étudiés	51
1.1 Le calcaire crinoïde	51
1.2 La blanche de Beaucaire	51
2 Masse volumique et porosité	51
2.1 Masse volumique	51

2.2	Porosité	54
3	Module d'Young et coefficient de Poisson	54
4	Rupture en compression et en traction	56
4.1	Essais de compression uniaxiale	56
4.2	Essais de compression quasi œdométrique	58
4.3	Rupture en tension	69
5	Ténacité	72
5.1	Essai SENB (Single-Edge Notched Beam)	73
5.2	Essai SB (Sandwiched Beam)	74
5.3	Mesure de ténacité	84
6	Bilan	91
4	Analyse expérimentale et modélisation de l'essai d'impact sur la tranche	93
1	Expérimentations	94
1.1	Observation à l'aide de la caméra ultra-rapide (CUR)	95
1.2	Observation post-mortem	98
2	Etude de l'endommagement en compression	100
2.1	Influence du chargement	100
2.2	Modèle de Drucker-Prager	108
2.3	Modèle KST	110
2.4	Bilan	112
3	Loi d'endommagement dynamique en tension	113
3.1	Mécanisme d'occultation	113
3.2	Estimation de l'expression de la zone d'occultation	116
3.3	Solution analytique et adimensionnement	118
3.4	Loi d'endommagement en tension	120
3.5	Passage micro-macro	121
3.6	Modèle multi-échelles	122
3.7	Simulations par éléments finis	124
4	Bilan	128
5	Analyse expérimentale et modélisation d'essais pyrotechniques	129
1	Introduction	130
2	Explosions sur la tranche	130
2.1	Fragmentation	130
2.2	Mesures de contrainte	132
2.3	Simulations	138
3	Bilan	144
	Conclusion et perspectives	145
	Annexe : calcul d'incertitude	149
	Bibliographie	153

Table des figures

1	Zones de fragmentation lors d'un essai à l'explosif.	2
1.1	Schéma d'un détonateur électrique.	7
1.2	Schéma d'un front de tir.	8
1.3	Coupe parallèle au front du tir.	11
1.4	Schéma du front du tir avec l'avant-trou.	13
1.5	Front d'onde créé par la détonation d'un explosif.	14
1.6	Mesure du relief du front de tir à l'aide d'un géolaser.	14
1.7	Positionnement et protection de la caméra rapide.	16
1.8	Positionnement de deux jauges en face de la charge de pied.	17
1.9	Mesures des jauges en carbone devant et derrière l'explosif.	18
1.10	Mesures des jauges en carbone pour la séquence 5 ms/10 ms.	19
2.1	Contrainte orthoradiale en fonction de la contrainte radiale pour une pression constante.	22
2.2	Cavité sphérique de rayon a sous une pression $p(t)$ et repère sphérique associé.	23
2.3	Contrainte orthoradiale en fonction de la contrainte radiale pour une pression "exponentielle".	25
2.4	Modélisation des différentes zones de fragmentation.	27
2.5	Contrainte équivalente de von Mises.	27
2.6	Contraintes maximales radiale et orthoradiale ($\nu = 0.3$).	28
2.7	Contraintes maximales radiale et orthoradiale pour différentes valeurs du coefficient de Poisson.	28
2.8	Rayons de fragmentation multiple et de broyage.	30
2.9	Valeur du facteur Y pour différentes géométries.	30
2.10	Contrainte orthoradiale adimensionnée en fonction du rayon adimensionnée pour $\bar{t} = 10$	31
2.11	Facteur d'intensité des contraintes en fonction du rayon adimensionné.	32
2.12	Déformation orthoradiale en fonction de la déformation radiale pour une pression "exponentielle".	32
2.13	Travail des efforts extérieurs et énergies.	34
2.14	Travail des efforts extérieurs pour différents paramètres de l'explosif.	34
2.15	Travail des efforts extérieurs pour différents paramètres du matériau.	35
2.16	Cavité cylindrique de rayon a sous une pression $p(t)$ et repère cylindrique associé.	36
2.17	Contrainte orthoradiale en fonction de la contrainte radiale pour une pression "exponentielle".	38
2.18	Contrainte équivalente de von Mises.	39
2.19	Contraintes maximales radiale et orthoradiale ($\nu = 0.3$).	40
2.20	Rayons de fragmentation multiple et de broyage pour une géométrie cylindrique.	41
2.21	Contrainte orthoradiale adimensionnée en fonction du rayon adimensionnée pour $\bar{t} = 10$	41
2.22	Facteur d'intensité des contraintes en fonction du rayon adimensionné pour une géométrie cylindrique.	42
2.23	Déformation orthoradiale en fonction de la déformation radiale pour une pression "exponentielle".	43

2.24	Travail des efforts extérieurs et énergies.	44
2.25	Erreur sur la conservation d'énergie de la solution analytique des ondes cylindriques.	45
2.26	Comparaison des tailles de zones de broyage.	46
2.27	Coefficients d'amortissement en fonction du coefficient de Poisson.	46
3.1	Micro-analyse d'un échantillon de calcaire crinoïde.	52
3.2	Matériel de pesée.	53
3.3	Module d'Young et coefficient du Poisson du calcaire crinoïde.	55
3.4	Module d'Young et coefficient du Poisson de la blanche de Beaucaire.	55
3.5	Essai de compression uniaxiale de calcaire crinoïde.	57
3.6	Contrainte radiale et pression hydrostatique d'un chargement cylindrique.	58
3.7	Résultats d'essai de compression triaxiale.	59
3.8	Schéma du dispositif d'un essai quasi œdométrique.	60
3.9	Données géométriques de l'essai quasi œdométrique.	61
3.10	Déformation orthoradiale extérieure de la cellule en fonction de la pression appliquée.	62
3.11	Schéma des barres d'Hopkinson.	64
3.12	Comportement déviatorique des deux roches.	65
3.13	Comportement sphérique des deux roches.	65
3.14	Surface de plasticité du modèle de Drucker-Prager linéaire.	66
3.15	Identification des paramètres de Drucker-Prager pour le calcaire crinoïde.	67
3.16	Loi de compaction linéaire par morceaux du modèle KST.	68
3.17	Modélisation du comportement déviatorique des deux roches.	69
3.18	Modélisation du comportement sphérique des deux roches.	70
3.19	Montage de flexion trois points.	73
3.20	Diagramme de Weibull des deux calcaires.	73
3.21	Essai SENB.	74
3.22	Essai SB.	74
3.23	Tendance de $f(\alpha)\phi(\alpha)$ en fonction de α	76
3.24	Tendance de K_I en fonction de α pour différentes charges.	76
3.25	Tendance de $f(\alpha)\phi(\alpha)$ en fonction de α pour deux valeurs de r_0	76
3.26	Scie à fil.	77
3.27	Micrographie des entailles réalisées par la scie à fil.	77
3.28	Tendance de P_{1c} en fonction de α	78
3.29	Notation pour définir l'intégrale de Rice J	79
3.30	Influence du frottement sur le facteur d'intensité des contraintes.	80
3.31	Contrainte normale pour différents coefficients de frottement pour l'essai SB.	81
3.32	Différents modes de sollicitation de l'entaille pour différents coefficients de frottement.	81
3.33	Contrainte de compression en fonction du coefficient de frottement pour la blanche de Beaucaire.	82
3.34	Déplacement imposé et contrainte de compression en fonction du coefficient de frottement.	83
3.35	Déplacement vertical mesuré par corrélation pour une éprouvette de calcaire crinoïde.	84
3.36	Déplacement vertical mesuré par corrélation pour une éprouvette de blanche de Beaucaire.	85
3.37	Influence de la base sur le facteur d'intensité des contraintes pour une éprouvette de calcaire crinoïde.	87
3.38	Influence de la base sur le facteur d'intensité des contraintes pour une éprouvette de blanche de Beaucaire.	88
3.39	Déplacement horizontal mesuré par corrélation pour une éprouvette de calcaire crinoïde.	89
3.40	Déplacement horizontal mesuré par corrélation pour une éprouvette de blanche de Beaucaire.	90

3.41	Influence de la taille de la zone d'étude sur l'incertitude en déplacement.	91
4.1	Essai d'impact sur la tranche observé à l'aide d'une caméra ultra-rapide.	95
4.2	Observation à la caméra ultra-rapide de l'essai 1.	96
4.3	Carreau reconstitué après l'essai 1.	96
4.4	Observation à la caméra ultra-rapide de l'essai 2.	97
4.5	Carreau reconstitué après l'essai 2.	97
4.6	Observation à la caméra ultra-rapide de l'essai 3.	97
4.7	Carreau reconstitué après l'essai 3.	97
4.8	Essai d'impact sur la tranche en configuration "sarcophage".	98
4.9	Micrographie de l'essai 1.	99
4.10	Observation à la loupe binoculaire de l'essai 2.	99
4.11	Micrographies de l'essai 2.	99
4.12	Micrographies de l'essai 3.	100
4.13	Maillage de l'essai d'impact sur la tranche.	101
4.14	Contraintes radiale et orthoradiale en fonction du temps pour les essais 1 et 2.	102
4.15	Contraintes radiale et orthoradiale en fonction du temps pour les essais 1 et 3.	104
4.16	Vitesse de la contrainte orthoradiale pour l'essai 2.	105
4.17	Comparaison de la zone de broyage expérimentale et simulée pour l'essai 2.	105
4.18	Comparaison de la zone de broyage expérimentale et simulée pour l'essai 3.	106
4.19	Influence de la limite d'élasticité sur la longueur de la zone de broyage.	106
4.20	Contraintes radiale et orthoradiale en fonction du temps pour deux limites d'élasticité.	107
4.21	Pression hydrostatique en fonction du temps.	109
4.22	Contrainte de Drucker-Prager en fonction du temps pour le modèle de Drucker-Prager.	110
4.23	contrainte KST en fonction du temps pour le modèle KST.	112
4.24	Simulation par éléments finis d'un chargement de traction σ^0 sur une fissure perpendiculaire.	113
4.25	Schématisme du mécanisme d'occultation [Denoual 98].	114
4.26	Occultation du point P	115
4.27	Horizon du point P	115
4.28	Représentation des composantes de $f(x)$ pour un chargement normal.	117
4.29	Représentation des composantes de $g(x)$ pour un chargement de cisaillement.	117
4.30	Densité de fissure en fonction du temps et du module de Weibull.	119
4.31	Influence du module de Weibull sur les zones d'occultation.	119
4.32	Endommagement en fonction du temps et du module de Weibull.	121
4.33	Contrainte macroscopique en fonction du temps et du module de Weibull.	121
4.34	Contrainte ultime en fonction de la vitesse de chargement $\dot{\sigma}$ des essais d'impact sur la tranche.	122
4.35	Contrainte de rupture moyenne en fonction de la vitesse de contrainte.	123
4.36	Contrainte principale maximale des essais d'impact sur la tranche.	125
4.37	Variable d'endommagement des essais d'impact sur la tranche.	126
4.38	Densité de fissuration des essais d'impact sur la tranche.	127
5.1	Essai d'explosion sur la tranche.	131
5.2	Fragmentation des roches lors d'un essai d'explosion sur la tranche.	131
5.3	Schéma d'un carreau de roche.	132
5.4	Schéma du dispositif d'un essai d'étalonnage de la jauge en carbone.	133
5.5	Méthode d'étalonnage de la jauge en carbone.	133
5.6	Relation entre la contrainte axiale de la roche et la variation de résistance de la jauge.	134
5.7	Simulation par éléments finis de l'essai de compression quasi statique.	134
5.8	Schéma de la jauge en carbone.	135

5.9	Identification dynamique de la jauge en carbone.	135
5.10	Schéma de la propagation de l'onde à l'interface.	136
5.11	Schéma de la chaîne d'acquisition lors d'un tir d'explosion sur la tranche.	138
5.12	Contrainte radiale maximale en fonction de la distance du centre de l'explosif.	139
5.13	Courbe de pression simulée du nitralex.	140
5.14	Contrainte radiale maximale mesurée et simulée en fonction de la distance du centre de l'explosif.	141
5.15	Influence du niveau de pression sur la taille de la zone de broyage simulée.	142
5.16	Contraintes radiale et orthoradiale en fonction du temps pour le calcaire crinoïde.	143
5.17	Contraintes radiale et orthoradiale en fonction du temps pour la blanche de Beaucaire.	143
5.18	Contrainte ultime en fonction de la vitesse de chargement $\dot{\sigma}$ pour les essais d'explosion sur la tranche.	144
5.19	Loi de comportement permettant de simuler la fragmentation de la roche face à un chargement dynamique.	147
5.20	Algorithme de propagation des fissures.	147

Liste des tableaux

1.1	Densités, vitesses de détonation et énergies de différents explosifs.	6
1.2	Mesures moyennes de vibrations.	15
1.3	Mesures moyennes de surpressions aériennes.	15
1.4	Mesures moyennes de la géométrie du tas.	19
2.1	Rayons de fragmentation adimensionnés.	32
2.2	Rayons de fragmentation adimensionnés.	43
2.3	Expressions des rayons de fragmentation adimensionnés.	48
3.1	Mesure de masse volumique des deux calcaires.	53
3.2	Module d'Young et coefficient de Poisson des deux calcaires.	54
3.3	Vitesse des ondes des deux calcaires.	56
3.4	Contrainte de rupture en compression des deux calcaires.	57
3.5	Caractéristiques du montage des essais quasi œdométriques.	63
3.6	Caractéristiques des éprouvettes des essais quasi œdométriques.	64
3.7	Identification des paramètres de Drucker-Prager.	67
3.8	Identification des paramètres du comportement déviatorique du modèle KST.	68
3.9	Identification des paramètres du comportement sphérique du modèle KST.	69
3.10	Paramètres utilisés pour la simulation des essais SB.	79
3.11	Ténacité mesurée pour chaque éprouvette à l'aide de l'essai SENB.	85
3.12	Ténacité pour différentes bases de projection utilisées.	89
3.13	Ténacité mesurée pour chaque éprouvette à l'aide de la corrélation d'images.	90
3.14	Erreur en déplacement pour différentes bases de projection utilisées.	90
3.15	Propriétés mécaniques des deux roches et de deux bétons.	92
4.1	Paramètres des essais d'impact sur la tranche.	95
4.2	Paramètres des matériaux pour les simulations avec un comportement plastique parfait.	103
4.3	Paramètres des matériaux pour les simulations avec un comportement plastique utilisant le modèle de Drucker-Prager.	109
4.4	Paramètres des matériaux pour les simulations avec un comportement plastique utilisant le modèle KST.	111
4.5	Paramètres caractéristiques des essais d'impact sur la tranche.	120
4.6	Contrainte à rupture moyenne "quasi statique".	122
4.7	Paramètres des matériaux pour les simulations avec la loi d'endommagement couplée à un comportement élasto-plastique.	124
5.1	Calcul de l'impédance des différents matériaux des essais d'explosion sur la tranche.	137
5.2	Paramètres des matériaux pour les simulations avec un comportement plastique parfait.	141
5.3	Vitesse de la contrainte orthoradiale.	142
5.4	Paramètres des matériaux pour les simulations avec la loi d'endommagement couplée à un comportement élasto-plastique.	143

Introduction

L'industrie française des explosifs industriels est en pleine mutation. En effet, la concurrence de l'exploitation mécanique ou celle des pays où la main d'œuvre est peu chère contraint les fournisseurs d'explosifs à faire évoluer leur métier. C'est pourquoi une entreprise qui fabrique des produits explosifs tente d'accroître son rôle lors d'un tir en carrière. Le client ne sera plus l'acheteur d'explosifs et d'accessoires mais l'acheteur de roche abattue. L'entreprise doit fabriquer les explosifs et les détonateurs, les transporter jusqu'à la carrière, concevoir et réaliser les tirs en carrière. L'objectif est donc de vendre du mètre cube de roche abattue.

Dans l'optique d'améliorer le rendement de la carrière, une optimisation de la blocométrie du tir est souhaitée. La blocométrie d'un tir est un histogramme représentant la granulométrie de la roche abattue. La blocométrie idéale est d'éviter les très petits et très gros blocs. Les blocs de très petite taille, assimilés à de la poussière, ont une valorisation faible car ils se vendent peu. C'est pourquoi différents laboratoires de recherche européens se sont associés autour du projet "Less Fines" afin d'étudier ce problème [Moser 05]. De la même manière, les blocs d'une taille de l'ordre du mètre cube sont difficilement transportables et ne passent pas à travers le concasseur. Il faut alors les découper à l'aide d'un brise roche hydraulique (BRH) ce qui augmente le coût d'exploitation du tir pour la carrière. Afin de mieux maîtriser la blocométrie, la conception des tirs doit être améliorée. Or la technique de tir en carrière repose sur des concepts principalement expérimentaux voire heuristiques. C'est pourquoi l'étude de la fragmentation sous chargement dynamique des roches intéresse les fabricants d'explosifs.

Un impact balistique ou une explosion sur un matériau fragile créent une fragmentation, processus discret, de l'éprouvette. Une fragmentation multiple est par exemple observée lors d'impacts sur les céramiques [Strassburger 94]. Les matériaux fragiles ont été la source de nombreuses études de blindages [den Reijer 91, Beylat 96]. Le verre utilisé pour les pare-brises armés se fragmentent aussi lors d'un impact de balles [Hornemann 84, Cagnoux 85, Brajer 04]. De plus, il a été montré que la résistance à la rupture est augmentée d'au moins un ordre de grandeur lorsque le matériau est soumis à un chargement dynamique [Rinehart 65]. Trois zones de fragmentation [Kutter 71] ont été identifiées lorsqu'une roche est soumise à une explosion (fig. 1). Dans la zone de broyage près de l'explosif, la roche est transformée en poussière. Lors d'un tir en carrière, cette zone est considérée comme perdue car la roche n'y est pas exploitable. Dans la zone de fragmentation multiple, des morceaux ou blocs de roche se détachent : c'est la zone utile d'un tir. Puis seulement quelques fissures débouchent de cette zone pour créer une zone de fragmentation simple. Les mêmes zones ont été observées pour le béton impacté par un projectile [Kennedy 76]. Cependant lorsque ces mêmes matériaux sont sollicités en tension ou en flexion de manière quasi statique, ces zones ne sont plus observées. Seule une fissure est créée et rompt l'éprouvette. De plus, la résistance à la rupture n'est plus un phénomène déterministe.

Les travaux présentés ici analysent la fragmentation de roches sous chargements dynamiques à partir de ces trois zones. Quels processus d'endommagement entraînent ces trois zones ? Pourquoi y a-t-il trois zones ? Ce document tente de répondre à ces questions en analysant le chargement d'une cavité sous pression et en étudiant des essais dynamiques. Deux roches sont caractérisées afin d'iden-

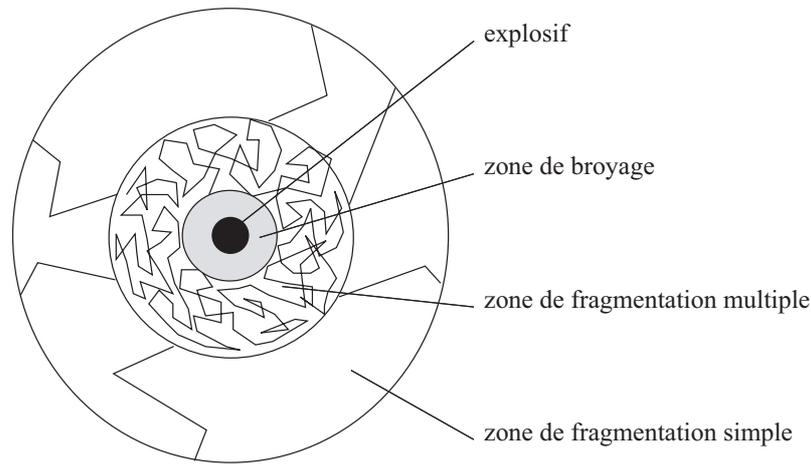


FIG. 1: Zones de fragmentation lors d'un essai à l'explosif.

tifier des modèles de comportement et d'endommagement. Une attention particulière a été portée sur le fait d'utiliser des modèles les plus simples possible (avec le moins de paramètres à identifier). L'objectif de cette analyse est de valider une "méthodologie" afin d'étudier des essais dynamiques sur des matériaux fragiles tels que les roches. Pour cela, afin d'observer et de modéliser cette fissuration, une étude du comportement des roches en traction et en compression est nécessaire. Des essais balistiques permettent de valider les différents modèles utilisés. Des essais pyrotechniques peuvent par la suite être analysés.

Afin d'établir le contexte industriel étudié, le chapitre 1 détaille le tir en carrière en s'appuyant sur des tirs réalisés avec de nombreuses instrumentations. Le chapitre 2 est consacré à l'analyse de la propagation d'une onde de compression pour différentes géométries afin de déterminer les causes et les paramètres prépondérants provoquant l'endommagement. Par la suite, deux calcaires sont plus particulièrement considérés. Ces roches sont présentées au chapitre 3. Une caractérisation quasi statique des matériaux est également effectuée afin d'identifier les paramètres utiles à la modélisation d'essais dynamiques. Une série d'essais dynamiques a ensuite été réalisée afin d'étudier le comportement dynamique des roches. Des essais d'impact sur la tranche sont présentés au chapitre 4. Des modèles de plasticité permettent de simuler l'endommagement sous confinement et une loi dynamique d'endommagement en tension est décrite et utilisée pour simuler la fragmentation. Une validation des modèles est alors réalisée. Enfin le chapitre 5 présente des essais effectués avec des explosifs sur des échantillons de roche ainsi que leur simulation.

Chapitre 1

Tirs instrumentés pour l'abattage de roche à l'explosif en carrière

La première partie de ce chapitre présente un tir à l'explosif en carrière. Les produits explosifs sont brièvement présentés [Quint 93, Ceficem 06] ainsi qu'une démarche de conception de tir [Thiard 91, AFTES 00, Blanchier 00, Martin 06]. La seconde partie se focalise sur un projet réalisé avec le groupe EPC. L'objectif de ce projet était de mesurer l'influence de paramètres (énergie explosive et séquence) sur le résultat du tir. Ces essais permettent de présenter les différentes mesures réalisables en carrière.

Sommaire

1	Abattage de roche à l'explosif en carrière	4
1.1	Les produits explosifs	4
1.2	Les détonateurs	5
1.3	La conception d'un tir d'abattage à l'explosif	7
2	Tirs instrumentés	10
2.1	Objectifs et contexte d'étude	10
2.2	Organisation du projet	11
2.3	Influence de la séquence d'amorçage sur le résultat d'un tir	14
3	Bilan	20

1 Abattage de roche à l'explosif en carrière

1.1 Les produits explosifs

Un explosif est un corps chimique qui, sous l'action d'une flamme ou sous l'action mécanique d'un choc, se décompose. Il produit en un temps très court (quelques millisecondes) une grande quantité de gaz à haute pression et à haute température.

1.1.1 Composition et classification

Les explosifs industriels couramment utilisés dans les mines et carrières sont généralement préparés à partir de nitrate d'ammonium (NO_3NH_4). La décomposition de nitrate d'ammonium libère de l'oxygène, il est donc nécessaire de lui adjoindre un combustible de manière à obtenir le meilleur rapport énergie/masse. Le combustible peut être du fuel, de la paraffine, de l'aluminium... Il est très difficile de faire détoner du nitrate d'ammonium. Il faut donc augmenter sa sensibilité à l'amorçage et à la détonation soit par un procédé chimique (dynamites) soit par un procédé physique (explosifs nitrates). Deux types d'explosifs sont distingués (les % suivants sont des pourcentages massiques) :

- les dynamites sont des explosifs qui comportent au moins 12 % de nitroglycérine. La nitroglycérine gèle à 8°C, on y ajoute alors du nitroglycol qui permet d'utiliser ces produits jusqu'à -25°C sans risque de cristallisation. En revanche, ce dernier produit peut provoquer des maux de tête et des nausées par inhalation ou pénétration par les pores de la peau ;
- les explosifs nitrates, qui sont eux-mêmes divisés en trois familles suivant leur concentration en nitrate d'ammonium et en combustible :
 - les nitrates-fuels (94 % de nitrate d'ammonium) dont le combustible est le fuel (6 %). Dans certains cas, les nitrates-fuels peuvent contenir une quantité plus ou moins importante de poudre d'aluminium ;
 - les bouillies et les gels (35 à 60 % de nitrate d'ammonium) composés d'explosifs nobles (5 à 40 % de TNT), d'aluminium (2 à 5 %) et d'eau (5 %). Les bouillies et les gels sont distingués par leur consistance respectivement liquide ou pâteuse ;
 - les émulsions (70 à 80 % de nitrate d'ammonium) dont les combustibles sont des huiles minérales (4 à 10 %) associées à de l'eau (8 à 15 %) et à une faible proportion d'émulsifiant (≤ 5 %). Certaines émulsions sont assez peu sensibles. Elles doivent alors être sensibilisées par addition de microbilles creuses, de moins de 1/10 mm de diamètre, ou de bulles gazeuses générées par un agent chimique.

Les explosifs peuvent être livrés en vrac dans des sacs de 25 kg ou en cartouche. Le conditionnement en cartouche est obligatoire pour les dynamites. Ces cartouches sont particulièrement utilisées en présence d'eau dans les trous de forage. Les nitrates-fuels, les bouillies et les émulsions peuvent aussi être livrés et fabriqués sur site avec des camions spéciaux : des unités mobiles de fabrication d'explosifs (UMFE).

1.1.2 Energie d'un explosif

L'explosif libère brutalement une quantité importante d'énergie dans le massif. Cette énergie est généralement partagée sous deux formes : l'énergie de choc et l'énergie de gaz. Lors d'un tir, la colonne d'explosifs est transformée en quelques millisecondes en colonne de gaz animée d'une vitesse. Ces gaz à haute pression et à haute vitesse entrent violemment en contact avec la paroi et créent une onde de choc à l'interface explosif/roche. Cette onde de choc se propage dans la roche, elle sera étudiée au chapitre 2. Lorsque l'onde de choc atteint le front de tir, elle se réfléchit. Cette onde provoque un phénomène de fissuration sensiblement parallèle au front (écaillage). Elle se propage vers l'arrière et va croiser le réseau de fissurations radiales précédemment formé. Les gaz résiduels pénètrent dans

les fissures et les ouvrent. Lorsque la roche est fragmentée par l'effet combiné de la fracturation radiale et de la fracturation réfléchie, les gaz résiduels propulsent les blocs de roches.

Il existe plusieurs méthodes de mesures de l'énergie. La méthode dite CUP (Coefficient d'Utilisation Pratique) consiste à mesurer la masse d'explosif qui permet d'obtenir le même effet que 15 g d'acide picrique (CUP = 100) lors d'un tir dans un bloc de plomb. Le CUP est une ancienne unité de mesure développée uniquement en France et pratiquement plus utilisée car elle ne différencie pas l'effet de choc et l'effet de gaz. Une deuxième méthode, appelée Travail du Mortier Balistique (TMB), consiste à faire détoner quelques dizaines de grammes d'explosif placés dans un mortier monté en pendule. Un boulet en acier fait office de bourrage. Au moment du tir, les gaz propulsent le boulet, le pendule est alors en oscillation. On enregistre sur un secteur gradué l'amplitude maximale du recul du pendule. Le travail correspondant est rapporté au travail fourni par une même quantité d'explosif de référence (acide picrique) tirée dans les mêmes conditions. Cette unité est de moins en moins utilisée car la charge est réduite en diamètre et en masse, et donc très éloignée des conditions des tirs. De plus cette méthode ne fournit qu'une estimation relative de l'énergie globale de détonation et ne prend pas suffisamment en compte l'énergie de choc. Depuis quelques années, la méthode de mesure d'énergie en piscine est majoritairement employée. Le principe consiste à faire détoner une charge explosive dans un bassin. L'énergie de choc est estimée en mesurant la variation de pression dans l'eau par rapport au temps. L'énergie de gaz est obtenue en mesurant la première pseudo-période de pulsation de la bulle de gaz [GEMO 00].

1.1.3 Autres propriétés des explosifs

Afin de choisir l'explosif lors d'un tir, différentes propriétés des explosifs sont également mesurées :

- la densité est le rapport de la masse d'un certain volume d'explosif à celle du même volume d'eau ;
- les indices de sécurité indiquent la capacité que possède un explosif à être amorcé par un choc, par frottement et sous l'effet d'un détonateur. L'aptitude d'une masse d'explosif donnée à transmettre la détonation à une masse de même nature placée dans son voisinage, la sensibilité à la température et à la résistance l'eau sont aussi mesurées ;
- le diamètre critique de détonation est le plus petit diamètre à partir duquel la détonation d'un explosif peut se propager, à l'air libre, dans une file de cartouches. Le diamètre critique dépend de la nature et de la densité de la substance considérée. Ce paramètre détermine le diamètre minimal du trou de mine, et dans le cas de l'emploi sous forme de cartouches, le diamètre minimal de celle-ci. Le diamètre des explosifs encartouchés est supérieur au diamètre critique du produit.
- la vitesse de détonation est la vitesse de décomposition des explosifs.

Le tableau 1.1 donne les caractéristiques de plusieurs produits des trois principaux fabricants français d'explosifs civils. On peut observer que les dynamites ont une énergie de choc très importante, c'est pourquoi elles sont souvent employées pour fragmenter le pied du front de tir. Depuis quelques années, pour des raisons de sécurité, des émulsions à forte énergie de choc ont été mises au point. Elles sont destinées à remplacer les dynamites. Les explosifs nitrates ont généralement un effet de gaz prédominant, ils sont donc utilisés pour pousser la roche. De plus, ces explosifs étant moins onéreux que les autres, il est intéressant de les placer en grande quantité dans le trou de mine.

1.2 Les détonateurs

Les détonateurs sont des artifices de tir, c'est-à-dire des dispositifs nécessaires à la mise en œuvre d'un tir. Ils permettent d'initier des explosifs détonants en provoquant un choc. En carrière, trois

TAB. 1.1: Densités, vitesses de détonation et énergies de différents explosifs français [Ceficem 06]
(- signifie que la propriété n'a pas été trouvée).

explosifs	densité	vitesse (m/s)	énergies de choc/gaz (MJ/kg)	Fabricant
dynamites				
Dynaroc 6A	1.42	6200	2.10/1.90	Nitrochimie
Dynaroc 9A	1.45	6500	2.40/2.10	Nitrochimie
Eurodyn 2000	1.42	6200	2.09/1.92	Nobel
F 19	1.45	6500	2.38/2.09	Nobel
Titadyn 30 AG	1.50	6000	2.37/2.28	Titanite
émulsions encartouchées				
Nitram 5	1.20	5500	1.70/1.80	Nitrochimie
Nitram 9	1.20	5500	1.70/2.10	Nitrochimie
Explus	1.28	5500	2.40/2.40	Nitrochimie
Emulstar 3000	1.26	5500	1.75/1.88	Nobel
Emulstar 5000	1.28	5500	1.82/2.07	Nobel
Emulstar 8000+	1.28	5600	2.26/2.67	Nobel
Titamax 4000	1.20	4900	1.46/1.55	Titanite
Titamax 5000	1.20	4750	1.94/1.93	Titanite
Titamax 6000	1.28	5000	1.82/2.07	Titanite
Titamax 8000+	1.28	5500	2.40/2.40	Titanite
nitrates fuels				
Nitro D8	0.80	3200	-/-	Nitrochimie
Nitral	0.81	3400	-/-	Nitrochimie
NR 20	0.83	3700	1.05/1.69	Nobel
N 135	0.90	3900	1.37/2.06	Nobel
Anfolite 1	0.83	2900	1.55/2.24	Titanite
Anfolite 3	0.95	3260	1.67/2.47	Titanite
émulsions fabriquées sur site				
Blendex 30	1.15	3400	-/-	Nitrochimie
Blendex 30A	1.17	3500	-/-	Nitrochimie
Blendex 70	1.22	4900	1.35/1.65	Nitrochimie
Blendex 70A	1.22	4500	1.62/1.95	Nitrochimie
Gemulsite 60	1.15	4000	1.31/1.73	Nobel
Gemulsite 80	1.25	5100	1.45/1.59	Nobel
Gemulsite 100	1.25	5100	1.71/1.78	Nobel
Emultex 100	1.25	5300	-/-	Titanite
Emultex 200	1.15	5100	-/-	Titanite
Emultex 300	0.95	-	-/-	Titanite

types de détonateurs sont principalement utilisés : les détonateurs électriques, les détonateurs non-électriques et les détonateurs électroniques. La figure 1.1 représente le schéma de principe d'un détonateur électrique. Le courant qui parcourt le circuit de tir passe par chaque perle d'allumage. Si

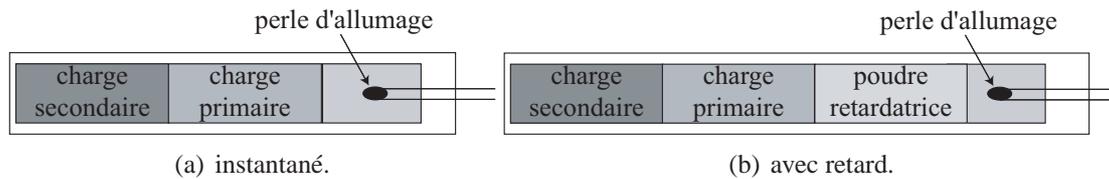


FIG. 1.1: Schéma d'un détonateur électrique.

l'intensité est suffisante, les perles d'allumage fondent. La chaleur dégagée initie les charges pyrotechniques contenues dans le tube en zamac (aluminium + zinc) du détonateur. La charge primaire (azoture de plomb) très sensible à la flamme génère un choc. Ce produit est en très faible quantité, trop peu pour amorcer les explosifs. Cette charge va initier une charge secondaire (pentrite) qui à son tour générera un choc suffisant pour initier les explosifs. Le détonateur instantané (fig. 1.1(a)) détone dans un temps compris entre 0 et 3 ms. Dans les détonateurs à court retard et à retard ordinaire, on incorpore entre la perle d'allumage et la charge primaire une poudre retardatrice qui va introduire un délai entre la fusion de la perle et la détonation de l'artifice (fig. 1.1(b)). Ce délai est appelé retard. Pour les détonateurs à court retard, les retards vont de 25 ms à 500 ms (avec un pas de temps de 25 ms). Pour les détonateurs à retard ordinaire, les retards vont de 500 ms à 6000 ms (avec un pas de temps de 500 ms). Pour les détonateurs électroniques, le retard est géré par un système électronique électronique, ce qui permet de choisir n'importe quel retard. De plus la chronologie est mieux maîtrisée que pour les détonateurs électriques.

1.3 La conception d'un tir d'abattage à l'explosif

La démarche classiquement utilisée pour concevoir un schéma de tir peut se faire en quatre étapes :

- recensement des données quantifiées de chantier et des équipements et formulation des objectifs poursuivis par le tir ;
- détermination des paramètres de base du tir : géométrie du front, diamètre de foration, nombre de rangées ;
- établissement des conditions de réussite du tir : banquette, amorçage, séquence d'utilisation ;
- établissement des paramètres secondaires du tir : rapport de maille, surprofondeur, bourrage.

Il s'agit d'une présentation très schématique qui peut évoluer au cas par cas dans la classification des paramètres. Cette démarche n'est pas toujours suivie mais l'amélioration des tirs et les méthodes modernes de conception à l'ordinateur, obligent le concepteur à effectuer une analyse préalable de ce type. Les différents paramètres de tirs vont maintenant être définis et discutés afin de mieux comprendre comment la conception de tir s'effectue. La figure 1.2 définit quelques paramètres de tir. L'influence de ces paramètres sur le résultat des tirs expliquée par la suite provient de l'observation expérimentale de l'abattage à l'explosif.

1.3.1 Les paramètres de tir

Afin de réaliser un tir en carrière, des trous sont forés derrière le front. La distance entre les trous dans la direction parallèle au front s'appelle l'espacement. La distance entre le front et les trous perpendiculairement au front s'appelle la banquette. L'ensemble des trous situés à la même banquette du front constituent une rangée. La figure 1.2 représente une configuration de tir à deux rangées. Le produit de l'espacement et de la banquette s'appelle la maille du tir. Dans le trou sont placés les explosifs.

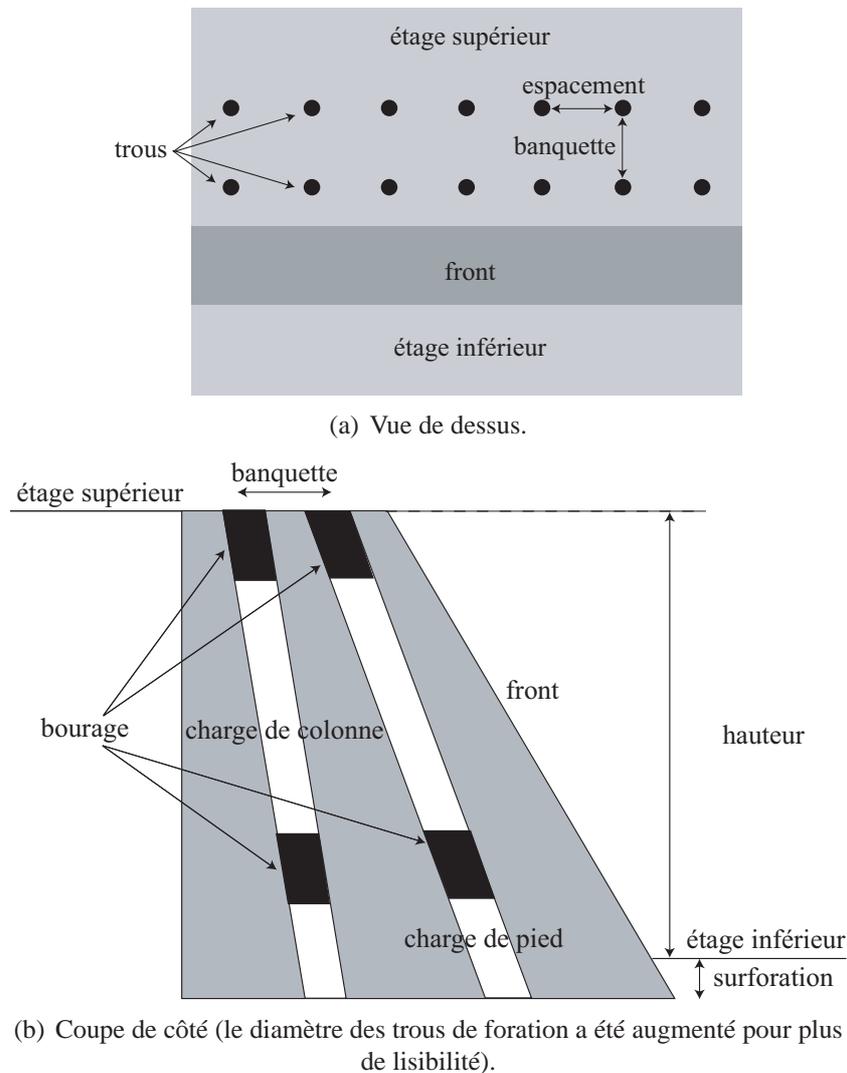


FIG. 1.2: Schéma d'un front de tir. Les échelles des deux vues ne sont pas les mêmes.

Ils sont disposés soit les uns après les autres soit séparés par un bourrage. Le bourrage est composé de granulats de roche. L'ensemble des explosifs non séparés forment une charge. Habituellement, deux charges sont utilisées, une charge au bas du front appelée charge de pied et une autre au milieu du trou appelée charge de colonne. La séquence d'initiation permet d'amorcer les explosifs de chaque charge à différents instants en modifiant les retards des détonateurs.

Les carrières sont soumises à une législation souvent contraignante en matière de vibrations. C'est pourquoi, l'amplitude maximale de la vitesse particulière du sol est souvent mesurée au cours d'un tir. Par habitude, on nomme vibrations cette mesure. Cette coutume sera conservée dans la suite de ce chapitre.

1.3.2 Influence des paramètres du tir

Toutes les conclusions sur l'influence de paramètres sur le résultat d'un tir proviennent exclusivement de constatations en carrière après des tirs et de l'expérience des carriers.

Le diamètre de foration est choisi en fonction de l'objectif de production de granulométrie et de coût global. Il conditionnera partiellement la granulométrie (qui dépend du diamètre à cause de son incidence directe sur la maille). Le coût de foration diminue généralement avec l'augmentation

du diamètre de foration. De plus, l'explosif peut avoir une vitesse de détonation plus élevée lorsque le diamètre augmente ce qui peut avoir une incidence sur le résultat du tir.

Le choix de l'explosif dépend surtout du massif rocheux et des objectifs technico-économiques de la carrière. L'humidité du massif rocheux détermine une première sélection forcément respectée : un explosif résistant à l'eau est choisi dans une roche humide (dynamites ou explosifs encartouchés ou explosifs pompables). De plus, l'explosif doit être adapté à la roche, ce choix peut se faire par l'examen du rapport d'impédance ou plus simplement par le choix d'un explosif de vitesse de détonation élevée dans une roche résistante. Si le massif est pré-facturé, on privilégie un explosif qui exerce surtout un effet de poussée (quantifiée par son énergie des gaz). Les objectifs technico-économiques de la carrière interviennent aussi dans le choix de l'explosif. Même si le coût de l'explosif est relativement faible dans le coût de l'exploitation, son prix est pris en compte dans son choix mais les exploitants tendent de plus en plus à l'associer au coût de la foration et au coût de chargement du tas qui sont des postes plus onéreux qui varient dans le sens inverse de celui de l'explosif. Par ailleurs, les objectifs de fragmentation et de foisonnement ainsi que l'environnement interviennent sur le choix de l'explosif.

La géométrie du front et le nombre de rangées dépendent tout d'abord de l'objectif de production, c'est-à-dire du volume de production par tir. Les performances des engins de chargement et de foration déterminent aussi la géométrie du front : une pelle rétro s'adapte bien à un nombre important de rangée mais pas à un front élevé. Le chargeur sur pneus orientera le choix de façon presque opposée. L'engin de foration n'intervient que par sa compatibilité avec la hauteur du front à cause des problèmes de déviation qui varient d'ailleurs avec le type d'équipement et le diamètre.

La banquette dépend des objectifs technico-économiques de la carrière dans le sens où elle est un facteur clé de la consommation d'explosif et des résultats du tir : la banquette varie proportionnellement à l'énergie de la charge d'explosif. Les vibrations sont aussi influencées par ce paramètre (paragraphe 2.2).

L'amorçage de l'explosif résulte essentiellement des caractéristiques :

- de l'explosif : sa force dépend de la sensibilité de l'explosif ;
- du diamètre du trou de mine : la sensibilité de l'explosif augmente avec le diamètre et le confinement ;
- de l'environnement : l'amorçage en fond de trou diminue généralement les vibrations ;

La séquence d'initiation résulte essentiellement de l'environnement car le niveau de vibrations limite la charge unitaire admissible par retard, par conséquent le nombre de trous détonant au même instant. Ce problème est étudié au paragraphe 2.2. Le choix de la séquence dépend aussi du nombre de rangées. Des règles sont à respecter pour le retard entre trous d'une rangée et le retard entre rangées surtout si on veut à la fois respecter un étalement correct du tas et éviter les projections. Les retards entre trous d'une même rangée fixés à 25 ms ou 50 ms sont souvent utilisés car ils sont imposés par les détonateurs électriques. Ce paramètre sera étudié au paragraphe 2.3 de ce chapitre.

La surfuration (fig. 1.2(b)) est liée à la banquette. Elle est souvent voisine de 0.3 fois la banquette. Celle-ci favorise nettement la sortie du pied. Elle augmente aussi avec la profondeur du trou et le nombre de rangées.

Le bourrage permet de diminuer les projections et le bruit ainsi que d'améliorer l'effet de confinement des gaz des explosifs. Il dépend à la fois de la banquette et de l'amorçage. Pour un amorçage latéral en mines profondes, sa longueur est souvent prise égale à la banquette. En mines courtes il peut être faible : il peut descendre à la moitié de la banquette dans ce cas, ainsi que lorsque l'amorçage est effectué en fond de trou en mines verticales profondes. Son efficacité dépend de sa nature : les

gravillons non compactés sont particulièrement efficaces.

L'inclinaison du trou est un paramètre secondaire relativement indépendant lié toutefois au mode de foration et à la qualité du foreur qui sont essentiels. L'inclinaison des trous entre 10° et 15° notamment de la première rangée présente généralement un bon compromis.

1.3.3 La conception du tir

Le respect de la consommation spécifique d'explosif estimée est probablement encore la méthode la plus utilisée. Ce facteur s'exprime généralement en gramme d'explosif utilisé pour abattre une tonne de roche (ou encore en gramme d'explosif par m³ de roche abattue). Le facteur utilisé en France varie entre 80 g/t pour les roches tendres à 250 g/t pour les roches raides. Il est généralement plus élevé à l'étranger. Cette règle, trop simple, tend à être remplacée par le respect d'une énergie spécifique donnée. Il est en effet aberrant de fixer par exemple à 100 g/t la consommation spécifique que l'on utilise du nitrate-fuel ou de la dynamite. Malgré sa facilité d'emploi, la méthode d'énergie spécifique ne prend pas en compte toutes les données et objectifs de l'exploitation. De plus, de nombreuses combinaisons des paramètres de tirs peuvent donner la même consommation ou énergie spécifique. Précisons que la répartition de la charge dans le trou, le diamètre de foration, le rapport de maille, la vitesse de détonation, les rapports de surforation, le bourrage et bien d'autres facteurs ne sont pas pris en compte dans une telle méthode globale. Les outils informatiques sont de plus en plus utilisés afin de limiter ces inconvénients.

Ces règles générales connues par les mineurs ne sont pas valables pour toutes les carrières. Chaque tir est différent. Ces règles viennent la plupart du temps de l'observation du mineur, les mesures effectuées in situ sont rares. C'est pourquoi, afin d'optimiser la conception d'un tir et de mesurer l'influence de certains paramètres, un projet détonique, initié par l'entreprise Nitrochimie (appartenant au groupe EPC) a vu le jour de septembre 2004 à juin 2005. Le paragraphe suivant explique la démarche expérimentale adoptée et les différents résultats obtenus.

2 Tirs instrumentés

Le projet détonique a pour objectif d'améliorer la démarche de conception d'un tir. La compréhension de l'influence des différents paramètres de tir sur le résultat devient indispensable. Trois paramètres semblent prépondérants : la séquence d'amorçage, l'énergie explosive et la maille. Seule la variation de la séquence sera développée ici. De nombreuses mesures ont été effectuées lors des tirs, des mesures classiques : vibrations, surpression aérienne, géométrie du tas et débit du concasseur, mais aussi des mesures innovantes : mesure de la vitesse de détonation de l'explosif, mesure de pression à l'intérieur de la roche, observation de la chronologie de la fragmentation sur le front à l'aide d'une caméra rapide et mesure de la granulométrie. Dans ce paragraphe les objectifs et le contexte de l'étude sont tout d'abord commentés, puis la démarche de conception utilisée afin de débiter le projet est expliquée. Ensuite, les différentes mesures sont détaillées et les résultats discutés.

2.1 Objectifs et contexte d'étude

Le choix de la carrière où les tirs instrumentés seront réalisés n'est pas simple. Le projet ne doit pas interférer avec l'exploitation de la carrière. Cela signifie que les tirs instrumentés doivent être réalisés aussi rapidement que les autres tirs de la carrière pour ne pas ralentir la production. Cette contrainte n'est pas simple à surmonter car l'instrumentation des tirs prend beaucoup de temps à mettre en place. De plus, un tir d'abattage de roche est un essai très dangereux, les paramètres de tir ne peuvent pas être modifiés de façon excessive ou irréfléchie. Les possibles conséquences de la

modification du tir doivent être connues et discutées avec le carrier. C'est pourquoi les premiers tirs devront utiliser des paramètres proches de ceux habituellement employés par les tirs antérieurs au projet. Enfin une coopération sereine et une relation de confiance entre l'équipe de la carrière et celle du projet sont indispensables afin de mener à bout le projet.

Le site choisi est la Carrière du Bassin de la Sambre (CBS) située à Limont Fontaine à côté de Maubeuge (59). Cette carrière travaille dans le domaine des granulats destinés aux industries, aux travaux publics et au bâtiment. La Société CBS possède un gisement calcaire de grande pureté et à forte teneur en carbonate de calcium qui répond aux spécifications des industries les plus rigoureuses. Le calcaire dur de CBS intervient dans la structure complète d'une chaussée offrant les résistances mécaniques, les caractéristiques physiques et la mise en œuvre nécessaires au bon déroulement des chantiers. De nature calcaire et de forme cubique, les granulats de roche massive de CBS présentent une maniabilité et des résistances très intéressantes pour tout béton coulé ou moulé, ainsi que pour la construction d'ouvrages d'art.

Les objectifs du projet pour la carrière sont :

- augmenter le débit de la carrière (ou dans un premier temps, ne pas le diminuer) ;
- ne pas dépasser les seuils de vibrations limites imposés par la législation ;
- éviter les risques de projections (objectif principal d'un point de vue de la sécurité) ;
- éviter les gros blocs et les pieds du front (très coûteux pour la carrière).

Le front utilisé pour le projet a une hauteur de 20 mètres et une longueur de 100 mètres. Pour les tirs antérieurs au projet, la maille était de $4 \times 4 \text{ m}^2$ avec une seule rangée de 25 trous de diamètre 115 mm. Les tirs étaient réalisés en bi-détonation (2 charges par trous) avec une surforation d'environ 1 mètre et un bourrage de 4 mètres. La séquence utilisée est dite 15 ms/30 ms, c'est-à-dire que le retard entre deux charges du même trou est de 15 ms et celui entre deux trous est de 30 ms (fig. 1.3). Ces paramètres seront conservés tout au long du projet excepté pour la séquence.

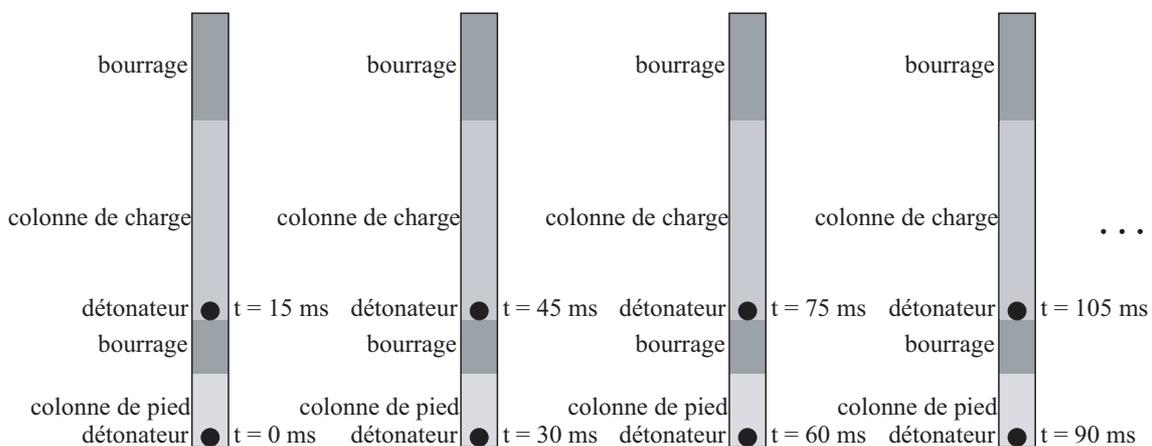


FIG. 1.3: Coupe parallèle au front du tir présentant la séquence utilisée par les exploitants de la carrière avant le projet.

2.2 Organisation du projet

Le front utilisé par le projet est à 800 mètres à vol d'oiseau d'une ferme. Le problème de vibrations est donc très contraignant sur ce front. C'est pourquoi, les exploitants de la carrière avaient décidé de placer trois charges dans quelques trous les plus proches de la ferme afin de diminuer le niveau de vibrations. En effet, le cahier des charges de la carrière impose que l'amplitude de la vitesse particulière du sol doit être inférieure à 10 mm.s^{-1} dans un bâtiment habité. Une loi phénoménologique, dite

loi de Chapot, montre que l'amplitude de la vitesse particulière V dépend de la banquette D et de la charge unitaire Q [Chapot 81]

$$V = K \left(\frac{D}{\sqrt{Q}} \right)^{-\alpha} \quad (1.1)$$

où K et α sont des paramètres dépendant du massif rocheux (α est compris entre 1.2 et 2.4). L'utilisation d'une tri-détonation à la place d'une bi-détonation réduit la charge unitaire Q et diminue par là même la vitesse particulière du sol, donc le niveau de vibrations. Cependant l'utilisation de trous en tri-détonation présente plusieurs inconvénients : ajouter une charge par trou augmente le prix du tir (les détonateurs étaient électroniques), accroît le temps de chargement du tir. Dans l'optique de généraliser les résultats du projet à d'autres carrières, l'utilisation de la bi-détonation, majoritairement employée, est indispensable. C'est pourquoi les premiers tirs du projet ont consisté à résoudre cette difficulté.

Le premier objectif est d'identifier la charge qui crée le pic de vibrations. Pour cela, des mesures de vibrations ont été effectuées tout autour des trous proches de la ferme. Les capteurs sont appelés géophones ou sismographes. Ils sont constitués de trois bobines perpendiculaires dans lesquelles coulisse un noyau métallique. Le champ magnétique induit est alors directement proportionnel à la vitesse particulière. Le capteur est scellé dans du plâtre. La qualité du scellement est primordiale pour garantir que les mesures fournies par le capteur correspondent bien aux vibrations de la structure sur laquelle il repose. L'orientation verticale du capteur est réalisée à l'aide d'un niveau à bulle. Les deux autres voies sont placées parallèlement et perpendiculairement au front du tir. A l'aide de ces mesures, une chronologie vibratoire est effectuée. Il s'avère que la charge de pied du trou 1 (trou le plus proche de la ferme) est la source du pic de vibrations. Ce trou se situe dans l'angle fermé du front (fig. 1.4(a)). A cause de l'inclinaison des fronts, la banquette qui se situe devant cette charge de pied est de 6 à 8 mètres au lieu de 4 mètres pour les autres trous. La loi Chapot (éq. (1.1)) montre que plus la banquette D est importante, plus le pic de vibrations V sera élevé. Afin de diminuer la banquette de ce trou, un avant-trou est placé devant le trou 1 (fig. 1.4(b)). Le pic de vibrations est alors environ divisé par deux alors que tous les trous sont en bi-détonation.

La résolution du problème de vibrations a été effectuée en trois tirs. Cependant, seuls les 4 premiers trous étaient en tri-détonation. Les autres trous ont permis d'éclairer quelques points de discussion au sein du groupe de projet. Certains préconisent que la charge de pied doit détoner avant la charge de colonne afin que le pied soit mieux dégagé grâce au confinement de la roche sous la colonne. En effet si la charge de colonne détone avant la charge de pied, lorsque cette dernière est mise à feu, les gaz pourront s'échapper par le dessus puisque la colonne sera déjà endommagée. Ils participeront donc moins au dégagement du pied du front, zone la plus difficile à découper. En revanche d'autres pensent que si la charge de pied démarre en premier, la colonne commence de tomber alors que l'explosif n'a pas encore détoné. La fragmentation de la colonne pourrait être plus grossière avec le risque d'avoir de gros blocs. Afin de résoudre ce problème, lors d'un tir, dix trous ont commencé de détoner par le pied et dix autres par la colonne. La vitesse de projection de pied du tir a été mesurée à l'aide du logiciel Frontcalc [Latourte 02]. Un film permet de suivre la trajectoire de la roche tout au long du tir. A l'aide d'une échelle de longueur et de temps, la vitesse de cette particule est alors estimée. Une vitesse de projection du pied de 10 m.s^{-1} a été mesurée lorsque la charge de pied est partie en premier alors qu'elle n'est que de 6 m.s^{-1} lorsque la charge de colonne est la première. Le pied est donc mieux dégagé lorsque la charge de pied détone avant la charge de colonne. De plus, le BRH (Brise Roche Hydraulique) a mis plus de temps pour "casser le pied" (c'est-à-dire enlever la roche qui n'était pas dégagée au pied du front) lorsque la colonne est partie en premier. En revanche, aucun gros bloc supplémentaire n'a été observé lorsque que le pied est parti en premier ce que craignaient certaines personnes. Les retards entre deux charges sont toujours inférieurs à 60 ms (temps à partir duquel le massif se déplace (paragraphe 2.3.3)), la colonne n'a donc pas le temps de tomber avant

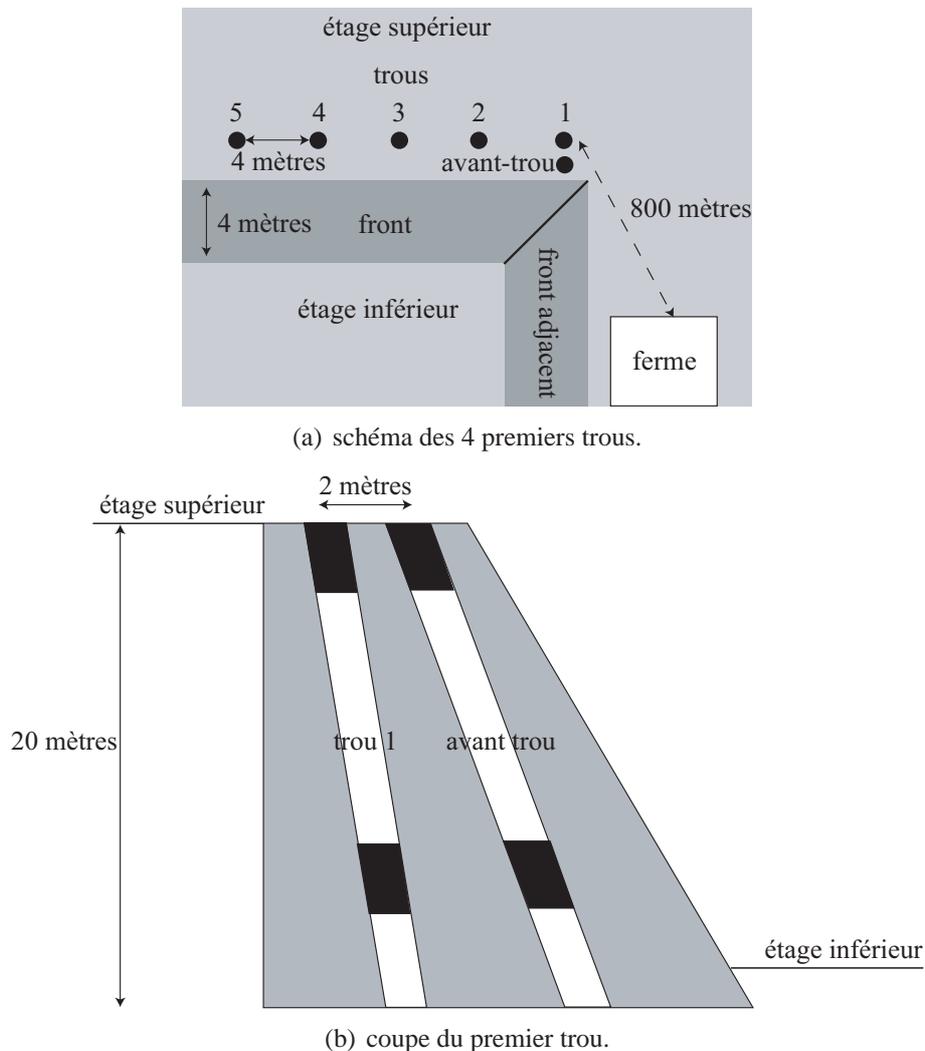


FIG. 1.4: Schéma du front du tir avec l'avant-trou.

que la charge de colonne détone lorsque le pied est parti en premier. La charge de colonne fragmente donc correctement la roche. Etant donné ces constatations, il a été décidé de faire partir la charge de pied avant la charge de colonne tout au long de projet.

On s'est aussi posé la question de la position du détonateur dans la charge : faut-il le placer en haut ou en bas de la charge ? Le choix de la position du détonateur est influencé par le fait que les produits explosifs tels que les émulsions peuvent être désensibilisés par la pression importante créée par la détonation d'autres charges. En effet lorsqu'un explosif détone, il crée un front d'onde comme représenté par la figure 1.5. A cause des fortes pressions induites à l'arrière des explosifs, lorsque la charge de pied part en haut, cette détonation peut désensibiliser les explosifs placés en bas de la charge de la colonne. C'est pourquoi les détonateurs sont placés en bas de la charge.

L'objectif du projet est de mesurer l'influence de la séquence d'amorçage sur le résultat du tir. Pour cela, tous les paramètres autres que la séquence d'amorçage doivent rester les mêmes pour tous les tirs. Or la géométrie du front n'est pas toujours identique, elle dépend du tir précédent. De la même manière, la position des trous et leur inclinaison peuvent changer car il est impossible de forer à un endroit très précis du fait de la rigidité aléatoire du sol et de la qualité du foreur. Les trous ne sont jamais droits, la déviation peut être importante. C'est pourquoi une méthode dite d'énergie volumique constante est utilisée. Cette méthode consiste à mesurer le volume de roche qui se trouve devant les trous et de choisir les explosifs qui permettent d'obtenir une certaine valeur d'énergie par mètre cube

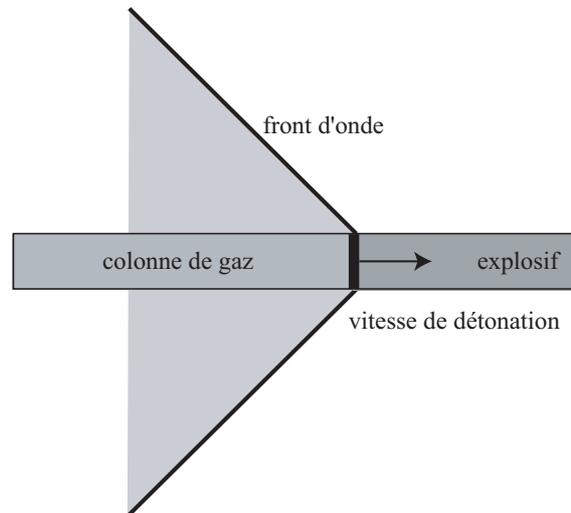


FIG. 1.5: Front d'onde créé par la détonation d'un explosif.

de roche. Cette énergie dépend bien sûr de la quantité d'explosif placée et de son énergie totale (énergie de choc + énergie de gaz). Afin de mesurer le volume de roche, la géométrie du front est scannée à l'aide d'un géolaser. Cet appareil émet une onde sur le front et la réceptionne après réflexion. À partir du temps de parcours de cette onde un relief du front est représenté (fig. 1.6) [Chavez 02, Chavez 07]. De plus, la position des trous par rapport au front ainsi que leur inclinaison sont mesurées à l'aide

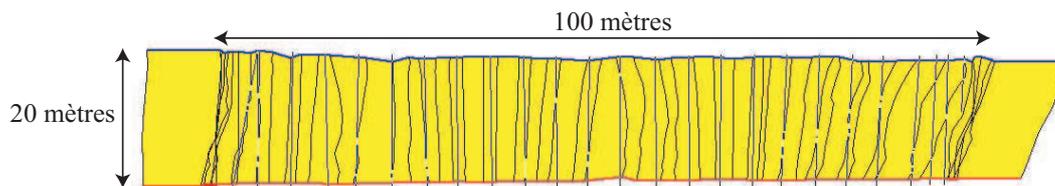


FIG. 1.6: Mesure du relief du front de tir à l'aide d'un géolaser.

d'un inclinomètre appelé pulsar. Le volume de roche devant les trous de tir peut alors être estimé. Cette méthode permet de sécuriser le tir, il est fréquent que la déviation réduise la banquette ce qui affaiblit le volume de roche devant le trou et entraîne des projections. La méthode d'énergie volumique constante permet de réduire l'énergie explosive dans ce cas et d'éviter les projections.

Tous les paramètres fixes des tirs sont maintenant déterminés, il reste à choisir les séquences d'amorçage à tester. Six tirs sont planifiés, étant donné la dispersion attendue des résultats et la difficulté et le nombre de mesures, il a été décidé de doubler les tirs : deux tirs pour chaque séquence. Les détonateurs électroniques seront utilisés afin de minimiser l'incertitude de séquence grâce à leur grande précision par rapport aux détonateurs électriques. De plus, les détonateurs électroniques permettent de choisir n'importe quelle séquence d'amorçage. La première séquence choisie est 15 ms/30 ms car c'est celle qu'utilisaient au préalable les exploitants de la carrière. Ensuite une séquence plus rapide 5 ms/10 ms et une autre plus lente 25 ms/50 ms ont été choisies. Le paragraphe suivant détaille l'influence de la séquence d'amorçage sur le résultat du tir.

2.3 Influence de la séquence d'amorçage sur le résultat d'un tir

Différentes mesures ont été effectuées pendant et après le tir pour évaluer l'influence de la séquence d'amorçage sur le résultat d'un tir.

2.3.1 Vibrations et surpression aérienne

Ce qui est appelé mesures de vibrations dans ce paragraphe, et communément employé dans le domaine minier, sont les mesures de l'amplitude maximale de la vitesse particulaire du sol en un point donné. Lors des tirs, une dizaine de sismographes sont placés tout autour du front de tir afin de mesurer les vibrations. Les valeurs du pic de la vitesse de vibrations sont données dans le tableau 1.2. Les sismographes ne sont pas tous à la même distance du front, les valeurs de vibrations des différents

TAB. 1.2: Mesures moyennes de vibrations en fonction de la séquence d'amorçage. Les vibrations latérales sont les mesures effectuées sur le côté du front, les vibrations en avant tir devant le front sur l'étage inférieur et les vibrations en arrière du tir derrière le front sur l'étage supérieur.

séquence	5 ms/10 ms	15 ms/30 ms	25 ms/50 ms
vibrations latérales	2.8 mm.s ⁻¹	4.1 mm.s ⁻¹	5.0 mm.s ⁻¹
vibrations en avant du tir	1.4 mm.s ⁻¹	1.7 mm.s ⁻¹	1.7 mm.s ⁻¹
vibrations en arrière du tir	1.7 mm.s ⁻¹	2.4 mm.s ⁻¹	3.6 mm.s ⁻¹

sismographes ne peuvent donc pas être comparées. En revanche, la position des appareils de mesure a été conservée pour tous les tirs. On peut donc comparer les vibrations d'un même sismographe pour chaque séquence. Le tableau 1.2 montre que pour toutes les positions, le pic de vibrations augmente avec la séquence. En revanche, le contenu fréquentiel des signaux est fortement modifié par la séquence. La fréquence dominante est réduite lorsque les retards sont diminués. De plus, on observe une amplification de la durée du signal lorsque la séquence décroît. En champ lointain, la durée de vibrations peut être 4 fois plus longue que la durée de tir pour la séquence 5 ms/10 ms. Au contraire, pour les retards de 50 ms, la durée de vibrations est augmentée de seulement 10 % par rapport à la durée du tir.

Certains sismographes possèdent un capteur de surpression aérienne. Les mesures (tab. 1.3) indiquent une augmentation importante lorsque les retards sont réduits. Cela pourrait constituer la nuisance la plus perceptible pour les riverains éloignés, chez qui les vibrations sismiques sont très atténuées.

TAB. 1.3: Mesures moyennes de surpressions aériennes en fonction de la séquence d'amorçage. Les surpressions latérales sont les mesures effectuées sur le côté du front, les surpressions en avant tir devant le front sur l'étage inférieur et les surpressions en arrière du tir derrière le front sur l'étage supérieur.

séquence	5 ms/10 ms	15 ms/30 ms	25 ms/50 ms
surpressions latérales	114 dB	122 dB	118 dB
surpressions en avant du tir	131 dB	127 dB	123 dB
surpressions en arrière du tir	122 dB	114 dB	111 dB

2.3.2 Vitesse de détonation des explosifs

La vitesse de détonation d'un explosif est la vitesse de sa décomposition. Afin de mesurer cette vitesse, on place un fil résistif dans le trou de forage pendant le chargement du tir. On fait passer un courant dans ce fil pour mesurer la résistance du fil. Cette valeur de résistance est proportionnelle à la longueur du fil. Lors du tir, l'explosif se consume ce qui brûle le fil et le raccourcit. La mesure de la résistance permet alors d'évaluer la vitesse de détonation. Cette mesure est réalisée dans le but de

vérifier la bonne réaction de l'explosif pendant le tir. Lors du projet, les explosifs ont parfaitement détoné car les mesures trouvées sont très proches de celles données par les fabricants.

2.3.3 Mesure de pression à l'intérieur de la roche

Une caméra rapide a été utilisée afin de détecter l'arrivée des fissures sur le front. La caméra possède un temps d'acquisition minimum de 1000 images par seconde. Cependant l'éclairage du front doit être très important pour utiliser ce temps d'acquisition. Or seul l'éclairage naturel pouvait être utilisé car un spot ou tout autre dispositif aurait été détruit pendant le tir. C'est pourquoi les temps d'acquisition de 250 ou 100 images par seconde (par mauvais temps) ont été utilisés. Etant donné la résolution des images, afin de pouvoir détecter l'arrivée des fissures sur le front, la zone d'étude est un rectangle de 1 à 2 m². Pour augmenter la luminosité de la photo et bien observer les fissures, la zone est peinte de couleur claire (le plus souvent en blanc, fig. 1.7). La caméra doit être placée devant le

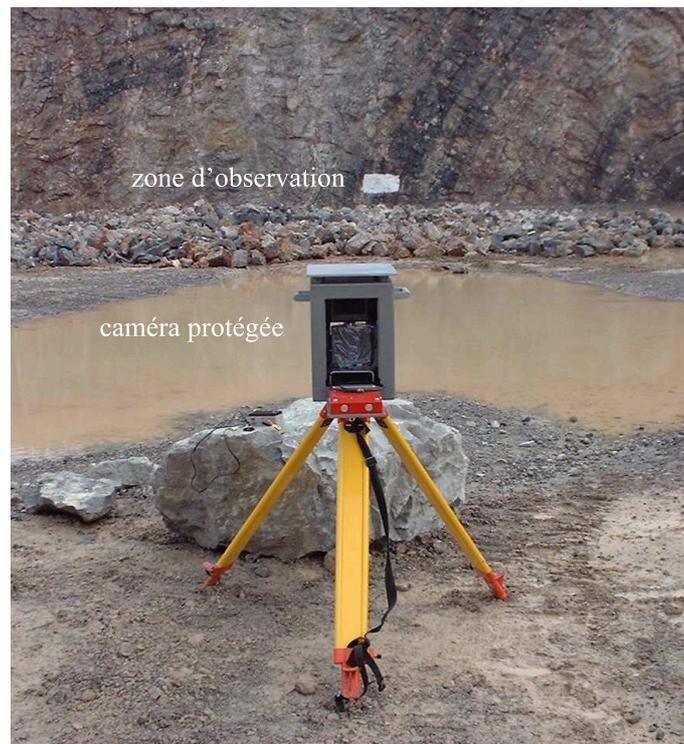


FIG. 1.7: Positionnement et protection de la caméra rapide.

front, pas trop loin pour pouvoir zoomer sur la zone d'étude sur toute l'image mais pas trop près non plus pour éviter que des blocs de roche ne viennent la percuter. C'est pourquoi la caméra a été placée dans un coffre fort posé sur un trépied (fig. 1.7). De plus un bloc de roche est posé devant le trépied. La caméra se trouve à environ 80 mètres du front. La zone d'observation se trouve juste devant la charge de pied de l'un des trous. Afin de synchroniser le départ de la charge et de la caméra rapide, le départ de l'enregistrement des images est piloté par un détonateur qui possède le même retard que celui placé dans la charge de pied étudiée. Les images de la caméra permettent de constater que les premières fissures sont détectées environ 10 ms après la mise à feu de la charge de pied, soit une vitesse moyenne de 400 m.s⁻¹. Le mouvement de la roche débute à 60 ms. Ce temps est supérieur aux retards entre deux trous voisins. Lorsqu'une charge détone, la colonne voisine ne s'est donc pas effondrée. Ceci explique pourquoi des retards de plus de 100 ms sont très rarement utilisés en carrière. L'efficacité de la charge explosive s'en trouverait amoindrie.

Une mesure de pression à l'intérieur de la roche est réalisée. Les mêmes jauges que celles employées pour les mesures d'énergies des explosifs lors de tirs en piscine sont utilisées [GEMO 00].

Pour que la jauge soit immergée dans l'eau, elle est placée dans un flacon de plastique mou. Afin de placer la jauge à l'intérieur de la roche, des trous supplémentaires ont été forés. Le flacon, placé dans le trou, est alors coulé dans du ciment. La position de la jauge est mesurée à l'aide du pulsar (fig. 1.8). On a tenté de la placer en face du milieu de la charge étudiée. Les figures 1.9(a) et 1.9(b) per-

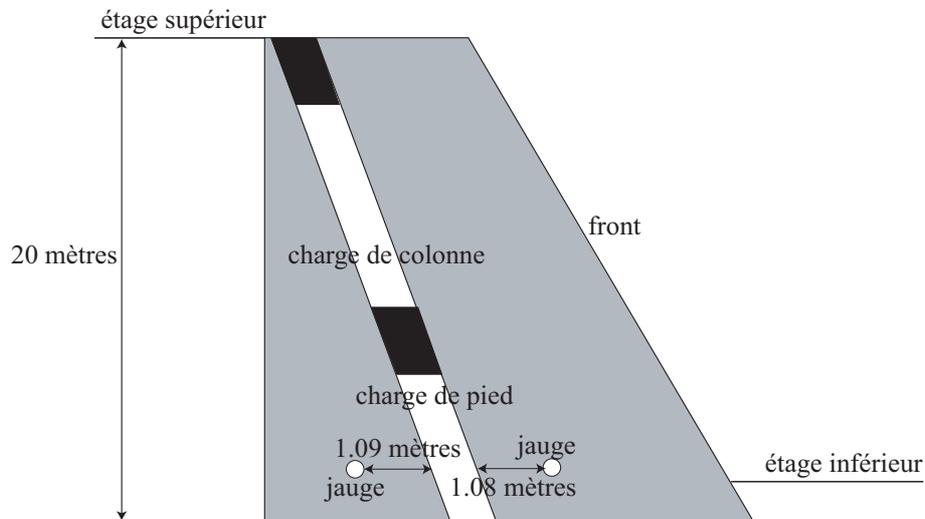
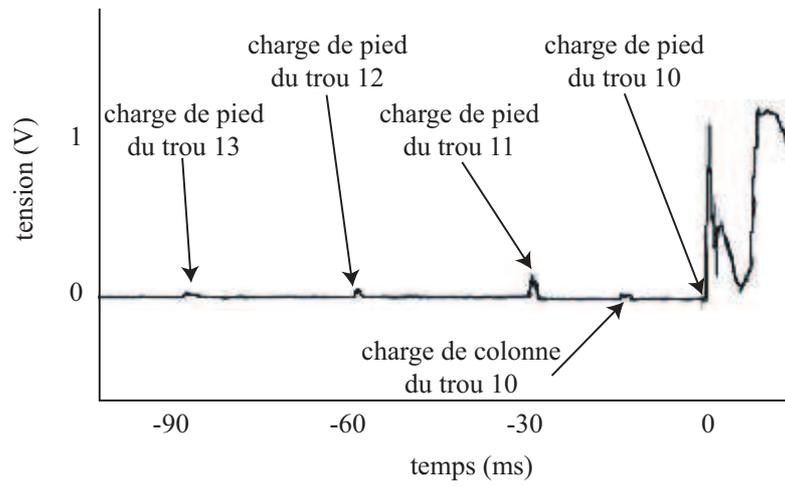


FIG. 1.8: Positionnement de deux jauges en face de la charge de pied du trou 10.

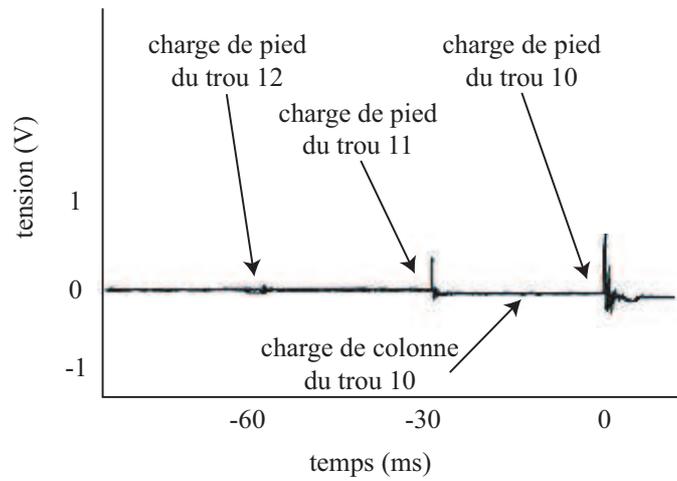
mettent d'observer que la jauge est suffisamment sensible pour détecter les détonations des charges précédentes. La chronologie de détonation est bien celle programmée. La figure 1.9(c) montre que le signal a une durée plus importante à l'avant de la charge. La durée du signal est certainement due aux gaz. En effet la durée de l'onde de choc est très faible et décroît très rapidement avec la distance. En revanche les gaz se propagent après l'onde de choc. Il est possible que les gaz restent sous pression pendant une dizaine de millisecondes puisqu'on observe l'arrivée des fissures à partir de 10 ms. La suite du signal (après 10 ms) n'est plus interprétable car les mouvements de la roche détruisent les câbles des jauges. On observe donc que les gaz se dégagent plus facilement vers le bord libre, c'est-à-dire le front. Ils s'échappent à partir de 10 ms. Etant donné que le niveau du signal est du même ordre de grandeur que celui de l'onde de choc, il est alors manifeste que les gaz ont une grande influence sur la fragmentation. Pour une séquence de 5 ms/10 ms, la figure 1.10 montre que la jauge détecte aussi la charge qui suit celle devant laquelle elle se trouve. Etant donné la durée du signal, on peut penser que ce sont les gaz qui sont détectés. Le milieu est déjà fissuré, les gaz y pénètrent donc plus facilement. Ceci n'a été observé que pour la séquence la plus courte 5 ms/10 ms. Les gaz ne s'échappent donc pas seulement par le front mais aussi par les trous voisins déjà fragmentés. Les gaz ne sont donc pas tout de suite perdus, ils vont s'allier avec ceux d'autres trous pour pousser la roche. On devrait donc obtenir un étalement plus important pour cette séquence.

2.3.4 Mesure de la géométrie du tas

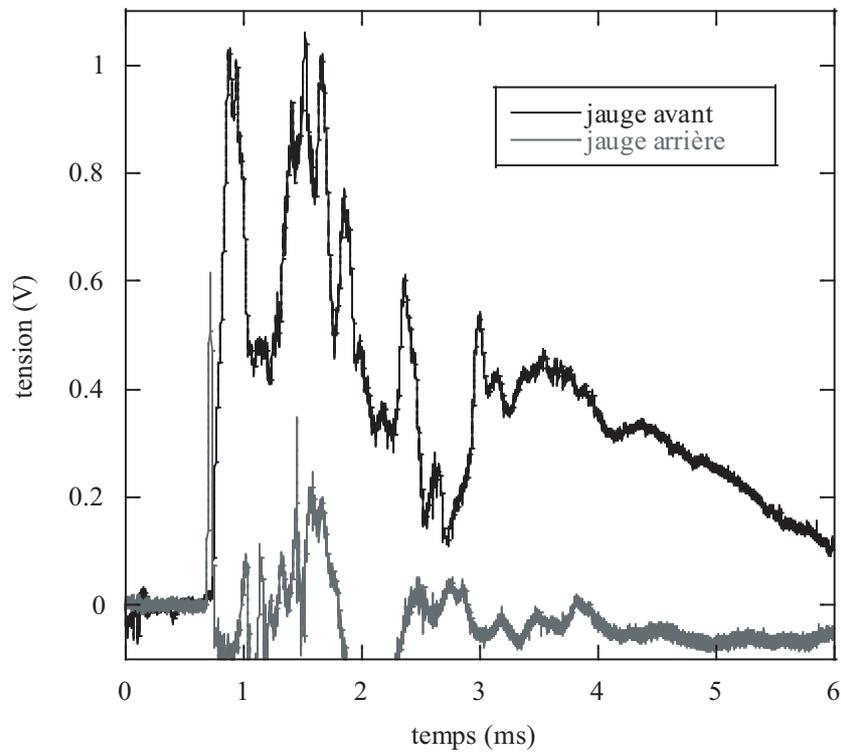
La géométrie du tas est un paramètre important pour la carrière. En effet, les engins disponibles dans la carrière sont plus efficaces lorsque le tas est très étalé et donc peu élevé. Afin de mesurer l'étalement du tas, des cibles sont placées à l'étage inférieur à une distance connue du front avant le tir. L'étalement est alors mesuré à l'aide de ces cibles après le tir. La hauteur est mesurée à partir de l'étage supérieur à l'aide d'un décimètre. Le tableau 1.4 montre que plus les retards sont importants plus l'étalement est faible et la hauteur importante. La jonction des gaz observée sur la figure 1.10 permet d'expliquer le phénomène. Lorsque la séquence est faible les colonnes de gaz peuvent se regrouper et pousser les blocs de roche plus loin que lorsque les retards sont élevés. Dans ce dernier cas, la roche a le temps de bien s'endommager entre deux charges consécutives, les gaz pourront donc s'échapper plus facilement et moins pousser la roche.



(a) Jauge placée devant la colonne d'explosifs.

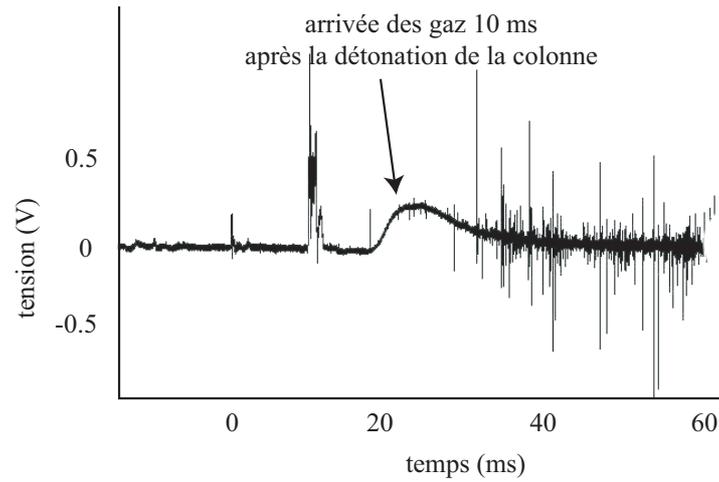


(b) Jauge placée derrière la colonne d'explosifs.

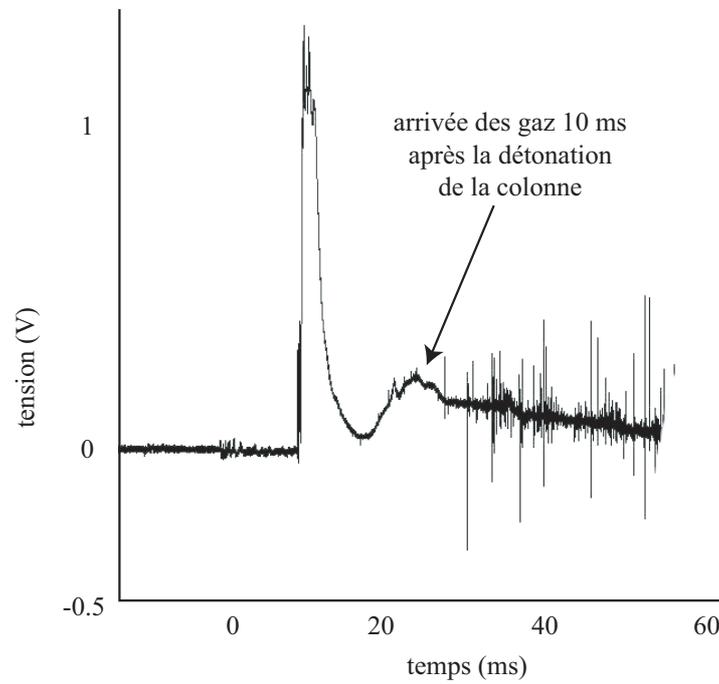


(c) Zoom des mesures.

FIG. 1.9: Mesures des jauges en carbone de la figure 1.8 pour la séquence 15 ms/30 ms.



(a) Jauge placée devant la colonne d'explosifs à 1.3 mètres.



(b) Jauge placée derrière la colonne d'explosifs à 0.7 mètre.

FIG. 1.10: Mesures des jauges en carbone sur la charge du haut pour la séquence 5 ms/10 ms.**TAB. 1.4:** Mesures moyennes de la géométrie du tas en fonction de la séquence d'amorçage.

séquence	5 ms/10 ms	15 ms/30 ms	25 ms/50 ms
étalement du tas	35 m	30 m	30 m
hauteur du tas	6 m	12 m	11.5 m

2.3.5 Granulométrie du tas

La granulométrie (ou blocométrie) du tas décrit la distribution des tailles des blocs de roche du tas. La granulométrie ne doit pas être trop élevée car les blocs trop volumineux ne peuvent pas être introduits dans le concasseur. Il faut les briser auparavant ce qui coûte cher. Les blocs très fins ont un prix de vente faible, il faut donc aussi les éviter. Afin de mesurer la granulométrie du tas, des photos du tas sont prises tout au long du marinage (chargement des blocs dans les camions). Une échelle de longueur en haut et en bas du tas est placée sur la photo afin de prendre en compte l'inclinaison du tas. Les photos sont ensuite traitées par le logiciel Wipfrag [WipFrag 04]. Aucune information sur la méthode de mesure de granulométrie de ce logiciel n'est publique. Seule la tendance des résultats sera donc présentée ici. La granulométrie est plus fine au coeur du tas que sur sa peau (c'est-à-dire les blocs de roche situés au dessus du tas). Aucun changement de blocométrie n'a été observé pour des tirs en bi-détonation ou en tri-détonation et lorsque la charge de pied détone avant la charge de colonne ou l'inverse. La granulométrie du tas est assez proche pour les séquences 5 ms/10 ms et 15 ms/30 ms. Pour la séquence 25 ms/50 ms, elle est plus élevée. Le temps de travail des BRH est aussi plus important pour la séquence la plus longue alors qu'il est le même environ pour les séquences 5 ms/10 ms et 15 ms/30 ms.

2.3.6 Données de la carrière

Afin de déterminer l'influence de la géométrie et de la granulométrie du tas sur la production de granulats de la carrière, le temps de marinage et le débit du concasseur sont mesurés. Le temps de marinage est la durée d'un cycle d'un camion. Deux camions effectuaient le marinage. Le temps de marinage comprend le temps de chargement des camions par la chargeuse, les temps d'attente des camions, le temps de parcours des camions jusqu'au concasseur puis le retour au tas et le temps de versement des blocs de roche dans le concasseur. Les temps de chargement des camions diminuent avec la séquence d'amorçage. Ce résultat était attendu : plus le tas est étalé et peu élevé et plus la granulométrie est faible, plus le chargeur remplit les camions facilement. Cette tendance est retrouvée pour la durée d'un cycle de camion. On trouve alors que plus la séquence est courte, plus le débit du concasseur est important.

3 Bilan

Le projet détonique a permis d'étudier l'impact de la séquence d'amorçage sur le résultat du tir. La diminution des retards permet de réduire les vibrations, de réduire la granulométrie et d'augmenter le débit de la carrière. En revanche, le bruit augmente lorsque la séquence diminue ce qui peut être gênant pour le voisinage. On a pu constater que l'effet des gaz est important dans la projection des blocs et donc l'étalement du tas. En diminuant les retards, les gaz des différents trous peuvent s'associer pour dégager la roche.

Chapitre 2

Etude analytique d'un chargement dynamique de compression

Une solution analytique pour deux géométries (sphérique ou cylindrique) soumises à une sollicitation dynamique est présentée dans ce chapitre. Un comportement élastique sera envisagé afin de déterminer les paramètres prédominants du modèle par rapport à l'endommagement en compression et en tension.

Sommaire

1	Introduction	22
2	Ondes sphériques	23
2.1	Formulation du problème mécanique	23
2.2	Conditions aux limites	24
2.3	Adimensionnement	24
2.4	Analyse des contraintes	25
2.5	Analyse énergétique	33
3	Ondes cylindriques	35
3.1	Formulation du problème mécanique	35
3.2	Conditions aux limites	37
3.3	Adimensionnement	37
3.4	Analyse des contraintes	38
3.5	Analyse énergétique	44
4	Comparaison des ondes sphériques et cylindriques	45
5	Bilan	47

1 Introduction

Lors d'un tir d'abattage de roche (chapitre 1), la charge explosive soumet le massif à une onde radiale de compression. Cependant, le caractère fragile des roches permet de penser que la fracturation observée en carrière est provoquée par une tension importante. Une étude analytique d'une onde de compression est donc présentée dans ce chapitre pour identifier le mécanisme de fracturation. Afin de décrire au mieux le tir à l'explosif, les sollicitations par ondes divergentes sont étudiées. Ces sollicitations sont à symétrie polaire : une contrainte est créée localement, puis se propage de manière sphérique ou cylindrique. L'état de contrainte n'est plus unidimensionnel mais est une fonction complexe de l'espace et du temps.

L'état de contrainte engendré par la propagation d'une onde sphérique divergente a été proposé par [Achenbach 75]. Le comportement du matériau est élastique. Le chargement est une cavité de rayon a sous une pression p constante. L'évolution de la contrainte orthoradiale σ_θ en fonction de la contrainte radiale σ_r est représentée sur la figure 2.1 pour différentes distances r du centre de la cavité. Pour plus de lisibilité, les contraintes sont normées par la valeur de la pression de la cavité. Le

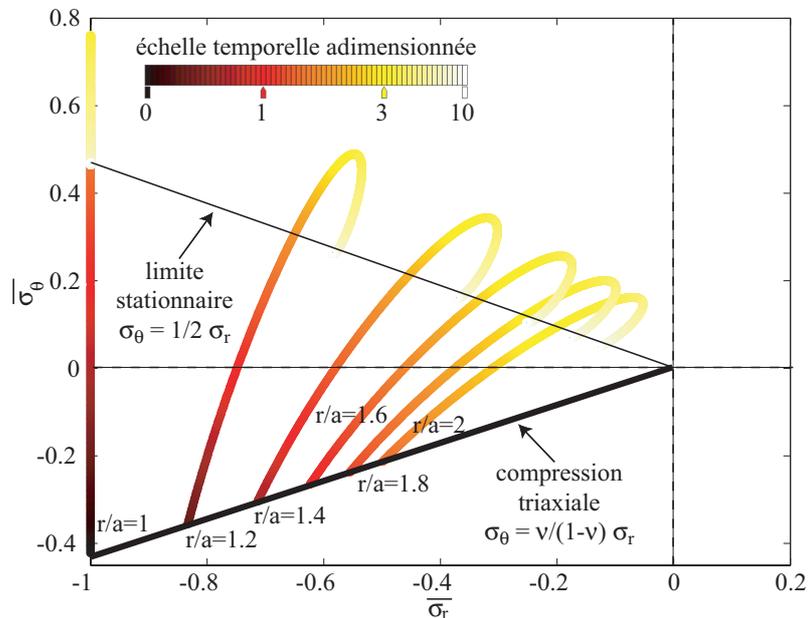


FIG. 2.1: Evolution de la contrainte orthoradiale adimensionnée en fonction de la contrainte radiale adimensionnée d'une onde divergente sphérique créée par une cavité de rayon a et de pression p constante [Achenbach 75] ($\nu = 0.3$, $E = 80$ GPa, $\rho = 2700$ kg.m⁻³).

temps est arbitrairement adimensionné par $5 \mu\text{s}$ qui correspondra au temps caractéristique τ du chargement dans la suite de l'étude. Le seul paramètre modifiant les formes des courbes est le coefficient de Poisson ν , choisi égal à 0.3. En effet, la pente du début de la courbe dépend de ν puisqu'une compression triaxiale est tout d'abord observée : $\sigma_\theta = \nu/(1-\nu)\sigma_r$. La contrainte orthoradiale σ_θ croît ensuite fortement pour devenir positive : l'état de contrainte est alors une compression - bitraction. Cette tension est due au déplacement radial de la matière. Etant donné que la pression p est constante, les contraintes radiale et orthoradiale ne tendent pas vers 0 mais vers la droite $\sigma_\theta = 1/2\sigma_r$. Le module d'Young E modifie seulement l'échelle de temps puisqu'il intervient dans la célérité des ondes.

Le chargement modélisé par une pression constante p ne représente pas la décroissance d'une charge explosive. Un chargement exponentiel est donc plus adapté pour la modélisation. Ce chapitre présente les solutions analytiques d'une onde divergente de compression pour différentes géométries.

2 Ondes sphériques

2.1 Formulation du problème mécanique

Le matériau est supposé homogène et isotrope. Le déplacement ne dépend que du rayon r (distance du centre de la cavité) et du temps t . La seule composante non nulle du vecteur déplacement \underline{u} est la composante radiale : $\underline{u} = u(r,t)\underline{e}_r$. La figure 2.2 représente le schéma du problème et le système de coordonnées sphériques. La relation entre les déformations et le déplacement associée à la relation

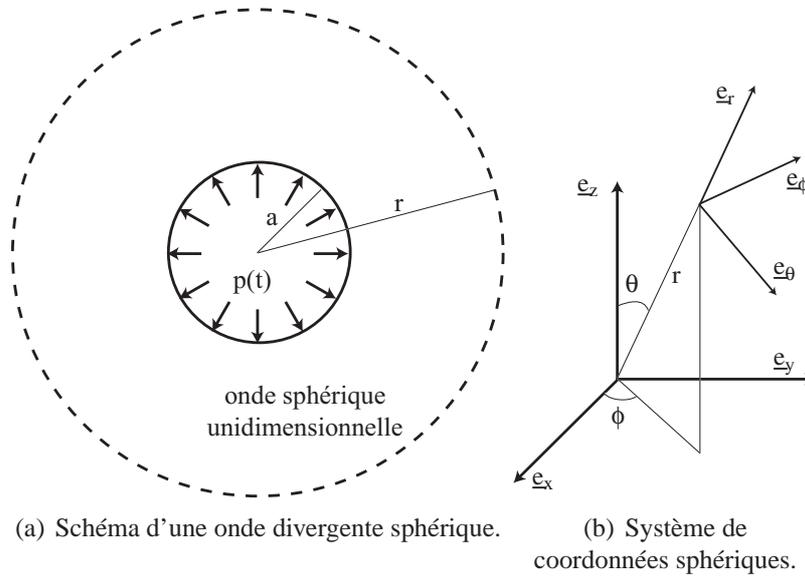


FIG. 2.2: Cavité sphérique de rayon a sous une pression $p(t)$ et repère sphérique associé.

de comportement élastique linéaire isotrope permet de relier les contraintes radiale et orthoradiale au déplacement radial

$$\sigma_r = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + 2\lambda \frac{u}{r} \quad (2.1)$$

$$\sigma_\theta = \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + 2(\lambda + \mu) \frac{u}{r} \quad (2.2)$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé. Les variables des contraintes et du déplacement sont le rayon r et le temps t . De plus l'équation d'équilibre s'écrit

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

où ρ est la masse volumique du matériau. En insérant l'expression des contraintes (éqs. (2.1) et (2.2)) dans l'équation d'équilibre (éq. (2.3)), une équation différentielle du déplacement est obtenue

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2u}{r^2} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

où c_L est la vitesse des ondes longitudinales : $c_L^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$. Afin de simplifier l'écriture, le changement de variable $u = \partial\phi/\partial r$ est utilisé. L'équation différentielle du déplacement (éq. (2.4)) s'écrit alors

$$\frac{\partial^2(r\phi)}{\partial r^2} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2(r\phi)}{\partial t^2} \quad (2.5)$$

Cette équation d'onde de célérité c_L (appelée aussi équation de d'Alembert) a pour solution

$$\phi(r,t) = \frac{1}{r}f\left(t - \frac{r}{c_L}\right) + \frac{1}{r}g\left(t + \frac{r}{c_L}\right) \quad (2.6)$$

Les deux termes de l'équation (2.6) représentent les ondes divergentes (f) et les ondes convergentes (g). Comme nous nous intéressons qu'aux ondes divergentes, on choisit

$$\phi(r,t) = \frac{1}{r}f\left(t - \frac{r}{c_L}\right) \quad (2.7)$$

Afin de prendre en compte le fait que l'onde soit initiée sur la paroi de la cavité pour $r = a$, la variable de f sera $s = t - (r - a)/c_L$. Le déplacement et les contraintes peuvent alors s'écrire en fonction de $f(s)$ de la manière suivante

$$u(r,t) = -\frac{f'(s)}{c_L r} - \frac{f(s)}{r^2} \quad (2.8)$$

$$\sigma_r(r,t) = \frac{\rho c_L^2}{1-\nu} \left(\frac{(1-\nu)f''(s)}{c_L^2 r} + 2(1-2\nu) \left(\frac{f'(s)}{c_L r^2} + \frac{f(s)}{r^3} \right) \right) \quad (2.9)$$

$$\sigma_\theta(r,t) = \frac{\rho c_L^2}{1-\nu} \left(\frac{\nu f''(s)}{c_L^2 r} - (1-2\nu) \left(\frac{f'(s)}{c_L r^2} + \frac{f(s)}{r^3} \right) \right) \quad (2.10)$$

où ν est le coefficient de Poisson.

2.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites permettent de résoudre complètement le problème mécanique. La continuité du déplacement au front d'onde impose les conditions initiales de f (d'après l'équation (2.8))

$$f(s=0) = f'(s=0) = 0 \quad (2.11)$$

La pression $p(t)$ impose une condition aux limites en contrainte en $r = a \Leftrightarrow s = t$

$$\sigma_r(a,t) = -p(t) = -p_0 \exp(-t/\tau) \quad (2.12)$$

où p_0 et τ sont des caractéristiques de l'explosif. L'expression de la contrainte radiale (éq. (2.9)) et la condition aux limites en contrainte (éq. (2.12)) permettent d'écrire une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants de $f(s)$

$$\tau^2 f''(s) + 2\tau\alpha f'(s) + (\alpha^2 + \beta^2)f(s) = -\frac{a\tau^2}{\rho} p(s) \quad (2.13)$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{c_L \tau}{a} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{\sqrt{1-2\nu}}{1-\nu} \frac{c_L \tau}{a}$$

2.3 Adimensionnement

Afin de simplifier les expressions et de mieux comprendre l'influence des facteurs prépondérants d'une onde divergente, un adimensionnement est utilisé. Pour paramètres d'adimensionnement, les paramètres de l'explosif peuvent être utilisés. En effet, ces paramètres permettent d'adimensionner des contraintes, des temps et des longueurs à l'aide de p_0 , de τ et de a qui est en fait le diamètre de la cartouche d'explosif

$$\bar{r} = \frac{r}{a} \quad \bar{t} = \frac{t}{\tau} \quad \bar{\sigma} = \frac{\sigma}{p_0} \quad (2.14)$$

L'expression adimensionnée des autres variables peut alors être déduite

$$\begin{aligned} \bar{c}_L = \frac{c_L \tau}{a} \quad \bar{s} = \frac{s}{\tau} \quad \bar{\underline{\underline{\varepsilon}}} = \frac{2E}{(1+\nu)p_0} \underline{\underline{\varepsilon}} \quad \bar{u} = \frac{2E}{(1+\nu)p_0} \frac{u}{a} \\ \bar{f}(\bar{s}) = \frac{2E}{(1+\nu)p_0} \frac{f(\bar{s})}{a^3} \quad \bar{\rho} = \frac{1+\nu}{2E} \frac{a^2}{\tau^2} \rho \end{aligned} \quad (2.15)$$

L'équation différentielle de f (éq. (2.13)) s'écrit alors

$$\bar{f}''(\bar{s}) + 2\alpha \bar{f}'(\bar{s}) + (\alpha^2 + \beta^2) \bar{f}(\bar{s}) = -\frac{\bar{p}(\bar{s})}{\bar{\rho}} \quad (2.16)$$

L'expression adimensionnée de f est

$$\bar{f}(\bar{s}) = -\frac{\exp(-\bar{s}) + \exp(-\alpha\bar{s}) \left(\frac{1-\alpha}{\beta} \sin(\beta\bar{s}) - \cos(\beta\bar{s}) \right)}{\bar{\rho} (1 - 2\alpha + (\alpha^2 + \beta^2))} \quad (2.17)$$

2.4 Analyse des contraintes

Les données utilisées pour les courbes suivantes sont : $p_0 = 10$ GPa, $\tau = 5$ μ s, $a = 5$ cm, $\rho = 2700$ kg.m⁻³, $E = 80$ GPa et $\nu = 0.3$. Ces paramètres sont représentatifs de l'explosif et de l'une des roches étudiées dans les chapitres suivants. La figure 2.3 présente la contrainte orthoradiale en fonction de la contrainte radiale. Cette évolution présente des similitudes avec la solution d'Achenbach (fig. 2.1). Le

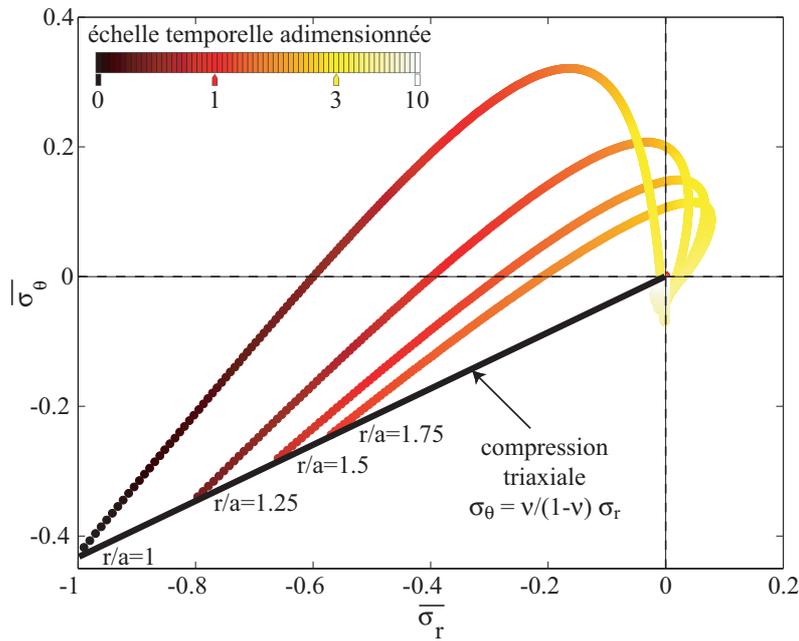


FIG. 2.3: Evolution de la contrainte orthoradiale adimensionnée en fonction de la contrainte radiale adimensionnée d'une onde divergente sphérique créée par une cavité de rayon a et de pression $p(t) = p_0 \exp(-t/\tau)$.

matériau subit une compression triaxiale dès les premiers instants et la contrainte orthoradiale devient positive en raison du déplacement radial de la matière. Cependant, le niveau de positivité est plus faible que celui de la solution d'Achenbach puisque la pression dans la cavité décroît avec le temps. L'état stationnaire (contraintes quasiment nulles) est atteint à partir de l'instant adimensionné $\bar{t} = 10$ pour les rayons choisis. La figure 2.3 montre aussi que la contrainte radiale devient positive ce qui n'est pas le cas lorsque la pression est constante. Ce phénomène provient d'un déplacement radial de

la matière en direction de la cavité dû à la décroissance de la pression. Cette tension peut entraîner une fragmentation orthoradiale du matériau en plus de la fragmentation radiale.

Afin d'étudier la fragmentation provoquée par une onde divergente de compression, des critères sont énoncés pour chaque zone de fragmentation (fig. 1). Pour la zone de broyage, on suppose un endommagement en compression. Afin de modéliser cette zone le plus simplement possible, un modèle élasto-plastique parfait est utilisé (critère de von Mises)

$$\sigma_{eq} = |\sigma_r - \sigma_\theta| \leq \sigma_r^{compression} \quad (2.18)$$

où $\sigma_r^{compression}$ est la contrainte de rupture en compression supposée être égale à la limite élastique. Pour la zone de fragmentation multiple, un critère de contrainte maximale (ou de Rankine) est écrit

$$\sigma_\theta, \sigma_r \leq \sigma_r^{tension} \quad (2.19)$$

où $\sigma_r^{tension}$ est la contrainte de rupture en tension. Pour la zone de fragmentation simple, un critère de propagation de fissure est utilisé à l'aide de la ténacité

$$K \leq K_c \quad (2.20)$$

où K est le facteur d'intensité des contraintes et K_c la ténacité. La zone de broyage peut être définie comme étant la zone où la contrainte équivalente de von Mises σ_{eq} est supérieure à la contrainte de rupture en compression $\sigma_r^{compression}$. La zone pour laquelle le critère de von Mises (éq. (2.18)) est vérifié et où une contrainte principale est supérieure à la contrainte de rupture en tension $\sigma_r^{tension}$ est la zone de fragmentation multiple. Enfin, la zone de fragmentation simple est limitée par la propagation des fissures radiales, c'est-à-dire lorsque le facteur d'intensité des contraintes est supérieur à la ténacité K_c . La figure 2.4 définit la zone de broyage et les deux zones de fragmentation.

La figure 2.5 présente la contrainte équivalente adimensionnée $\bar{\sigma}_{eq}$ en fonction du temps adimensionné pour différentes distances du centre de la cavité. Hormis pour $r = a$, le maximum de la contrainte équivalente est obtenu dès que l'onde arrive pour $s = 0$. Le critère de von Mises (éq. (2.18)) s'écrit alors pour un rayon r

$$\frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \frac{a}{r} p_0 \leq \sigma_r^{compression} \quad (2.21)$$

La zone de broyage a donc un rayon r_{broy}

$$r_{broy} = \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \frac{p_0}{\sigma_r^{compression}} a \quad (2.22)$$

L'équation (2.22) montre que plus le coefficient de Poisson est grand, plus la zone de broyage est petite. Pour un coefficient de Poisson ν variant de 0.2 à 0.4 (valeurs usuelles pour les roches), le rayon de la zone de broyage diminue de 55 %. En revanche le module d'Young n'intervient pas dans ce critère tout comme le temps caractéristique τ . Un échelon ou une impulsion de même amplitude créeront la même zone plastique pour ce modèle. Comme il a été supposé que la zone de broyage était due à un endommagement en compression, il est normal de constater que plus la contrainte de rupture en compression est élevée, plus la zone de broyage est petite.

Le critère de la contrainte maximale en tension (éq. (2.19)) est tracé sur la figure 2.6 pour les contraintes radiale et orthoradiale. Pour $r/a \leq 2$, la contrainte orthoradiale est supérieure à la contrainte radiale. En revanche plus loin de la cavité, la contrainte radiale est supérieure à la contrainte orthoradiale ce qui signifie que l'on devrait observer expérimentalement la création de fissures orthoradiales dans une zone plus grande. La figure 2.7 montre que plus le coefficient de Poisson est grand, plus les

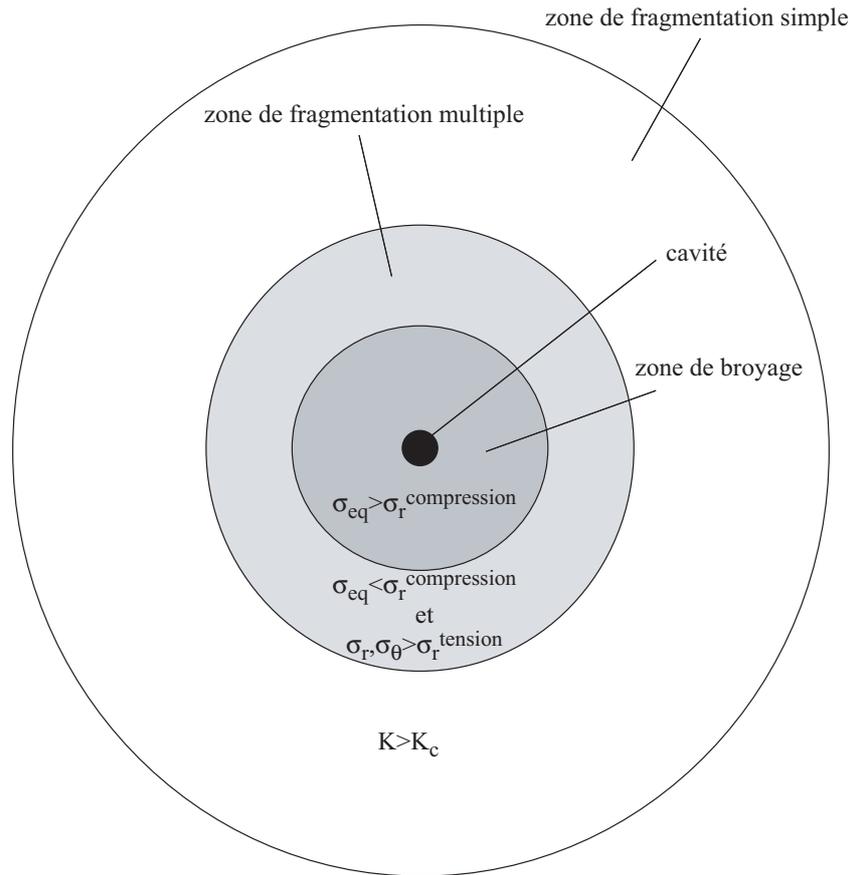


FIG. 2.4: Modélisation des différentes zones de fragmentation.

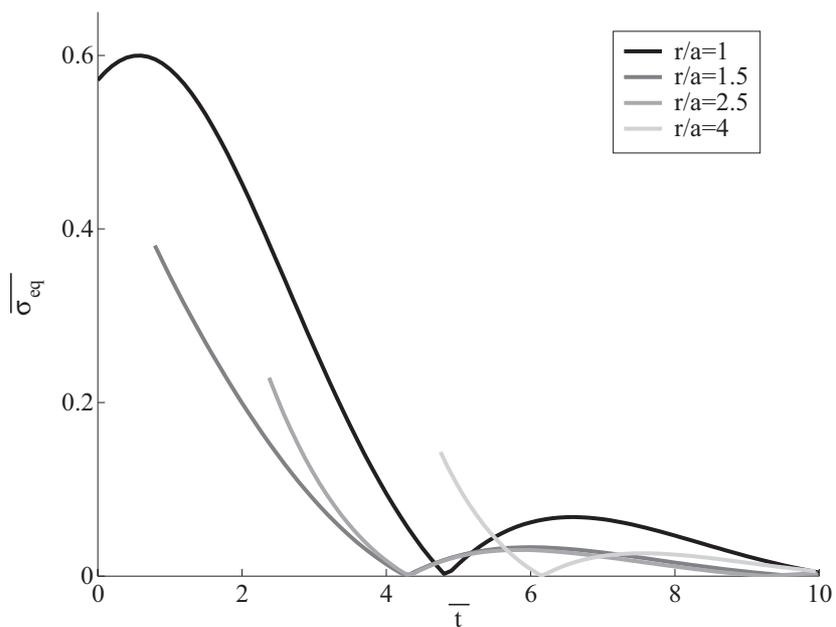


FIG. 2.5: Evolution de la contrainte équivalente de von Mises adimensionnée en fonction du temps adimensionné.

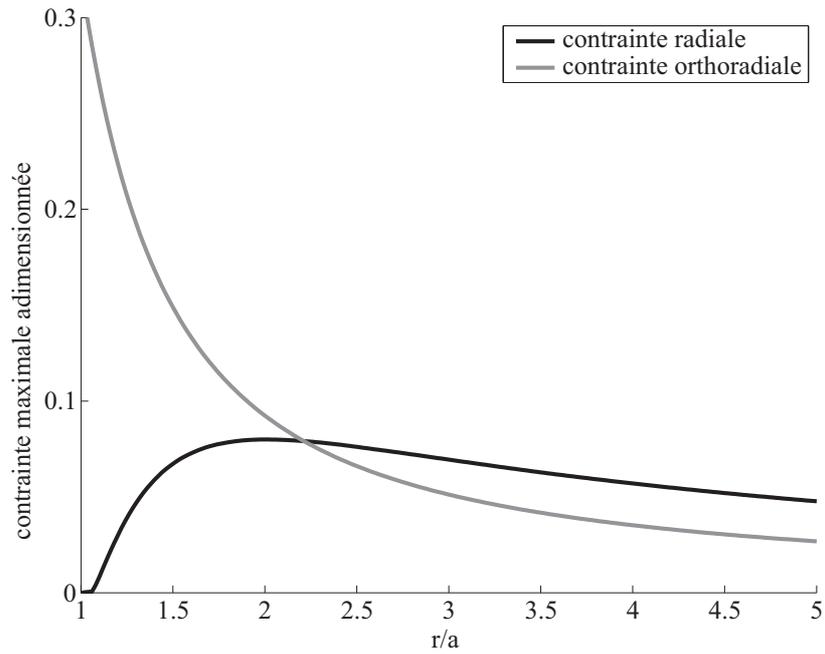
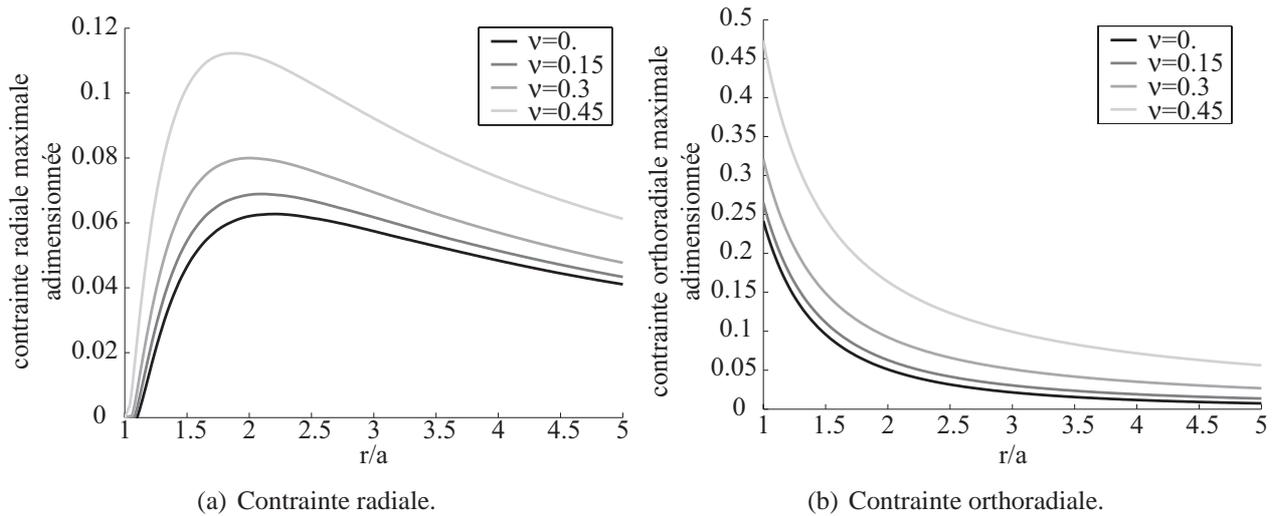


FIG. 2.6: Evolution des contraintes maximales radiale et orthoradiale adimensionnées en fonction du rayon adimensionné ($\nu = 0.3$).



(a) Contrainte radiale.

(b) Contrainte orthoradiale.

FIG. 2.7: Evolution des contraintes maximales radiale et orthoradiale adimensionnées en fonction du rayon adimensionné pour différentes valeurs du coefficient de Poisson.

contraintes radiale et orthoradiale maximales augmentent. De plus lorsqu'on s'éloigne de la cavité, l'écart entre les contraintes radiale et orthoradiale diminue quand le coefficient de Poisson augmente.

Afin d'écrire le critère de la contrainte maximale, seul le premier ordre en $1/r$ sera conservé dans l'expression des contraintes (éqs. (2.9) et (2.10)). Cette approximation permet d'avoir une expression analytique de la contrainte maximale. Les contraintes radiale et orthoradiale adimensionnées peuvent être estimées par

$$\bar{\sigma}_r = \frac{A(\nu, \bar{c}_L)}{\bar{r}} H(\nu, \bar{c}_L, \bar{s}) \quad (2.23)$$

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{A(\nu, \bar{c}_L)}{\bar{r}} \frac{\nu}{1-\nu} H(\nu, \bar{c}_L, \bar{s}) \quad (2.24)$$

avec

$$A(\nu, \bar{c}_L) = \frac{1}{\frac{1-\nu}{\bar{c}_L^2} - 2(1-2\nu) \left(\frac{1}{\bar{c}_L} - 1 \right)} \quad (2.25)$$

et

$$H(\nu, \bar{c}_L, \bar{s}) = \frac{1-\nu}{\bar{c}_L^2} \exp(-\bar{s}) \quad (2.26)$$

$$+ \left(-2\sqrt{1-2\nu} \left(\frac{\nu}{\bar{c}_L} + 1 - 2\nu \right) \sin(\beta\bar{s}) + 2(1-2\nu) \left(1 - \frac{1}{\bar{c}_L} \right) \cos(\beta\bar{s}) \right) \exp(-\alpha\bar{s})$$

$$\alpha = \frac{1-2\nu}{1-\nu} \bar{c}_L, \quad \beta = \frac{\sqrt{1-2\nu}}{1-\nu} \bar{c}_L \quad (2.27)$$

Pour exprimer le rayon de fragmentation multiple, on peut remarquer que les contraintes maximales radiale et orthoradiale sont obtenues pour une valeur de \bar{s} , notée \bar{s}_{lim} qui tend vers une valeur stable lorsque $\bar{r} \geq 6$. Pour des valeurs admissibles de ν (entre 0.15 et 0.45) et \bar{c}_L (entre 0.3 et 1) le rapport entre la valeur maximale de \bar{s}_{lim} et sa valeur minimale est de l'ordre de 2. Nous choisissons $\bar{s}_{lim} = 2.3$ pour la contrainte radiale et $\bar{s}_{lim} = 2$ pour la contrainte orthoradiale. On peut alors écrire un rayon de fragmentation multiple pour la contrainte radiale r_{fm}^r et pour la contrainte orthoradiale r_{fm}^θ

$$r_{fm}^r = \frac{p_0}{\sigma_r^{tension}} A(\nu, \bar{c}_L) H(\nu, \bar{c}_L, 2.3) a \quad (2.28)$$

$$r_{fm}^\theta = \frac{p_0}{\sigma_r^{tension}} \frac{\nu}{1-\nu} A(\nu, \bar{c}_L) H(\nu, \bar{c}_L, 2) a \quad (2.29)$$

Pour $\nu = 0.3$ et $\bar{c}_L = 0.63$, la figure 2.8 représente le rapport des rayons de fragmentation multiple avec le rayon de broyage en fonction du rapport de la contrainte de rupture en compression avec celle en tension. Le modèle prévoit une zone de fragmentation multiple radiale et orthoradiale proche. Elle est un peu plus grande pour la contrainte radiale (c'est-à-dire une fissuration orthoradiale). Ceci est dû au coefficient $\nu/(1-\nu)$ des expressions des rayons de fragmentation multiple (éqs. (2.28) et (2.29)).

Pour estimer le rayon de fragmentation simple, on considère une fissure proche de la cavité dont le facteur d'intensité des contraintes K_I est exprimé à l'aide d'un abaque [Murakami 87]

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi l_a} \quad (2.30)$$

où Y est une constante, σ une contrainte homogène à laquelle est soumise la fissure et l_a la longueur de la fissure. La figure 2.9 donne la valeur de Y pour différentes géométries. La figure 2.10 représente la contrainte orthoradiale adimensionnée en fonction du rayon adimensionné. La fissure n'est sollicitée

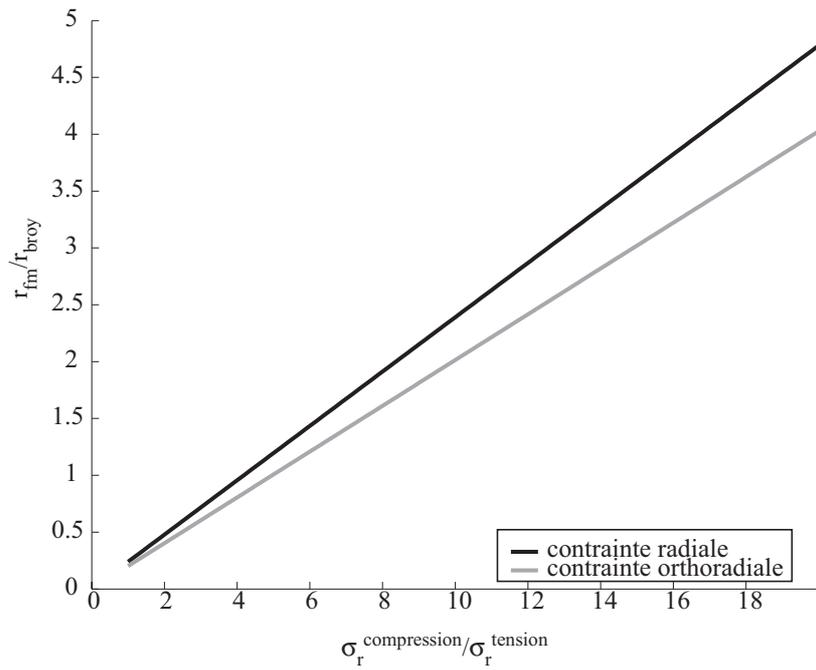


FIG. 2.8: Rapport des rayons de fragmentation multiple avec le rayon de broyage en fonction du rapport de la contrainte de rupture en compression avec celle en tension ($\nu = 0.3$ et $\bar{c}_L = 0.63$).

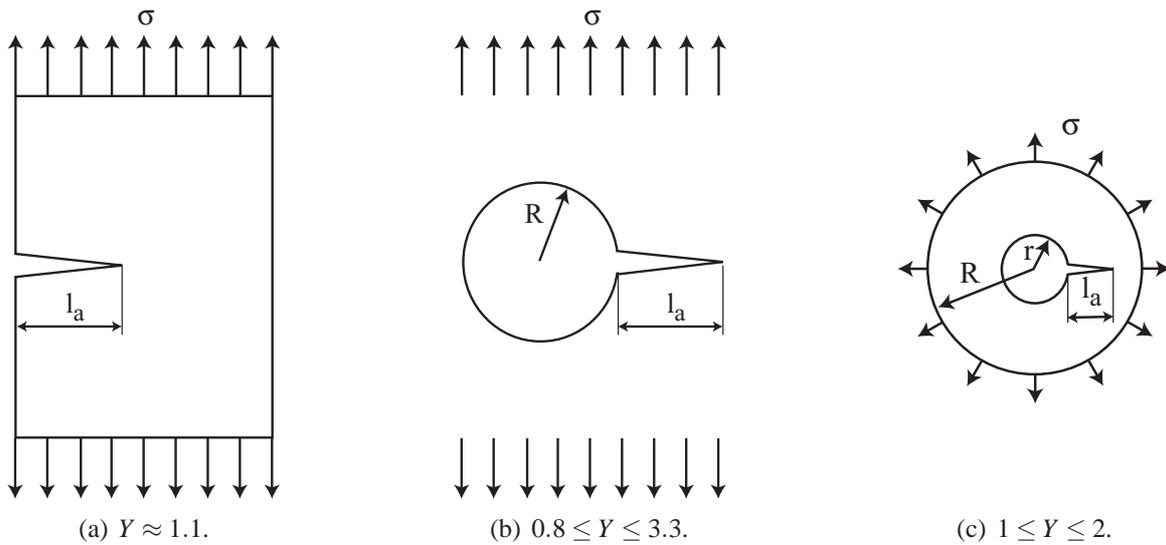


FIG. 2.9: Valeur du facteur Y pour différentes géométries [Murakami 87].

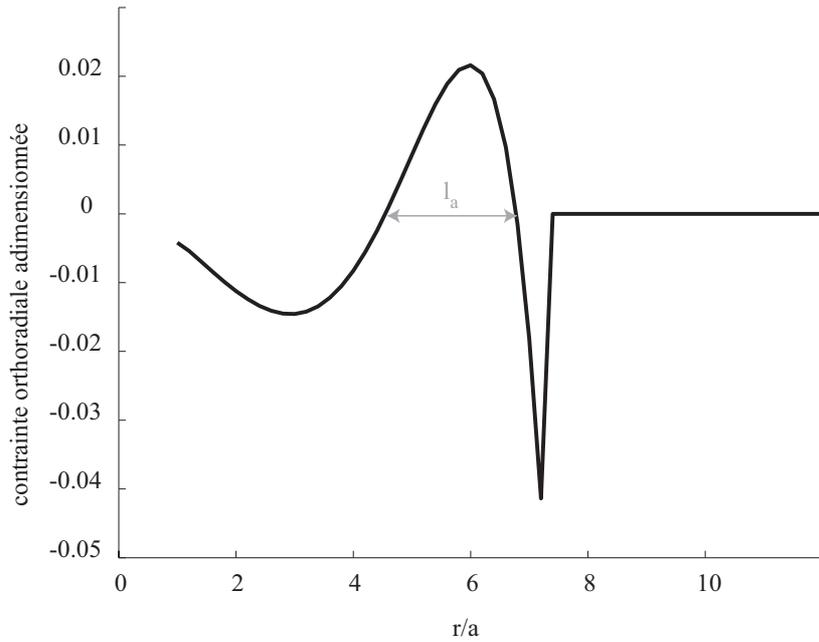


FIG. 2.10: Evolution de la contrainte orthoradiale adimensionnée en fonction du rayon adimensionnée pour $\bar{\tau} = 10$.

en traction (mode I) que sur une demi-période spatiale (environ $3a$ sur la figure 2.10). On va alors supposer que la longueur de la fissure l_a est égale à la demi-période spatiale

$$l_a = \frac{\pi(1-\nu)}{\sqrt{1-2\nu}}a \quad (2.31)$$

En supposant que la contrainte à laquelle est soumise la fissure vaut $\sqrt{2}/2$ fois la contrainte orthoradiale maximale (moyenne sinusoidale), une expression du facteur d'intensité des contraintes adimensionné par $p_0\sqrt{a}$ peut être écrite d'après les équations (2.24), (2.30) et (2.31)

$$\bar{K}_I = Y \frac{1}{\bar{r}} \sqrt{\frac{\pi^2(1-\nu)}{2\sqrt{1-2\nu}}} \frac{\nu}{1-\nu} A(\nu, \bar{c}_L) H(\nu, \bar{c}_L, 2) \quad (2.32)$$

La figure 2.11 représente le facteur d'intensité des contraintes adimensionné par rapport au rayon adimensionné (dans le cas de la figure 2.9(a)). Comme les contraintes, il décroît en $1/r$. Le rayon de fragmentation simple r_{fs} s'exprime alors

$$r_{fs} = Y \frac{p_0\sqrt{a}}{K_c} \sqrt{\frac{\pi^2(1-\nu)}{2\sqrt{1-2\nu}}} \frac{\nu}{1-\nu} A(\nu, \bar{c}_L) H(\nu, \bar{c}_L, 2) a \quad (2.33)$$

Une estimation des différents rayons de fragmentation est réalisée avec les paramètres suivants : $p_0 = 1$ GPa, $\tau = 5$ μ s, $a = 5$ cm, $\rho = 2700$ kg.m⁻³, $E = 80$ GPa, $\nu = 0.3$, $Y = 1.1$, $\sigma_r^{compression} = 150$ MPa, $\sigma_r^{tension} = 20$ MPa et $K_c = 1.5$ MPa. \sqrt{m} . Les résultats sont rassemblés dans le tableau 2.1. Le rayon de broyage est bien le plus petit et le rayon de fragmentation simple le plus grand. Les rayons de fragmentation multiple radiale et orthoradiale sont de même ordre de grandeur. En revanche le rayon de fragmentation simple est beaucoup plus grand que les autres.

Les déformations sont tracées sur la figure 2.12. La déformation orthoradiale est nulle à l'arrivée du front d'onde puis devient tout de suite positive contrairement à la contrainte orthoradiale (fig. 2.3).

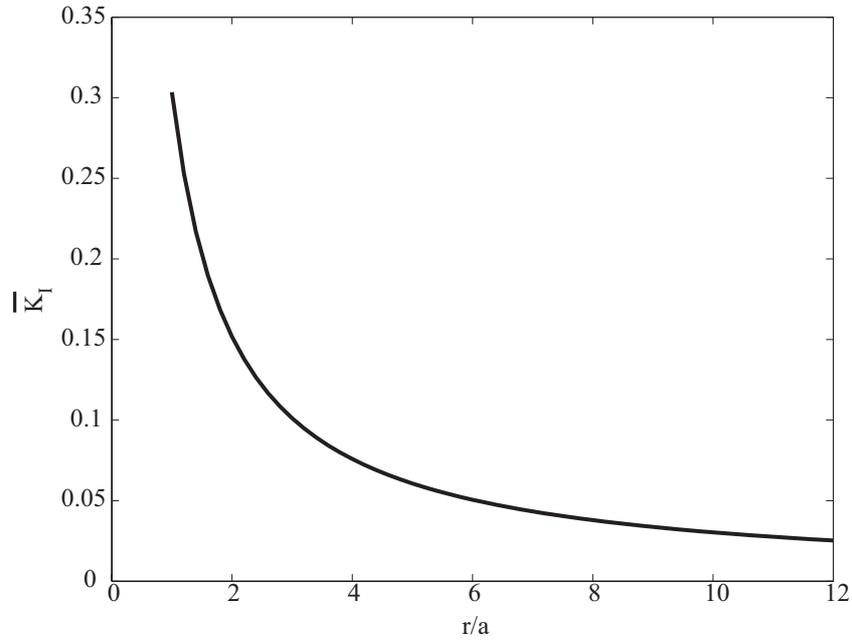


FIG. 2.11: Evolution du facteur d'intensité des contraintes en fonction du rayon adimensionné (pour le cas de la figure 2.9(a)).

TAB. 2.1: Rayons de fragmentation adimensionnés.

\bar{r}_{broy}	3.8
\bar{r}_{fm}^r	6.1
\bar{r}_{fm}^θ	5.3
\bar{r}_{fs}	45

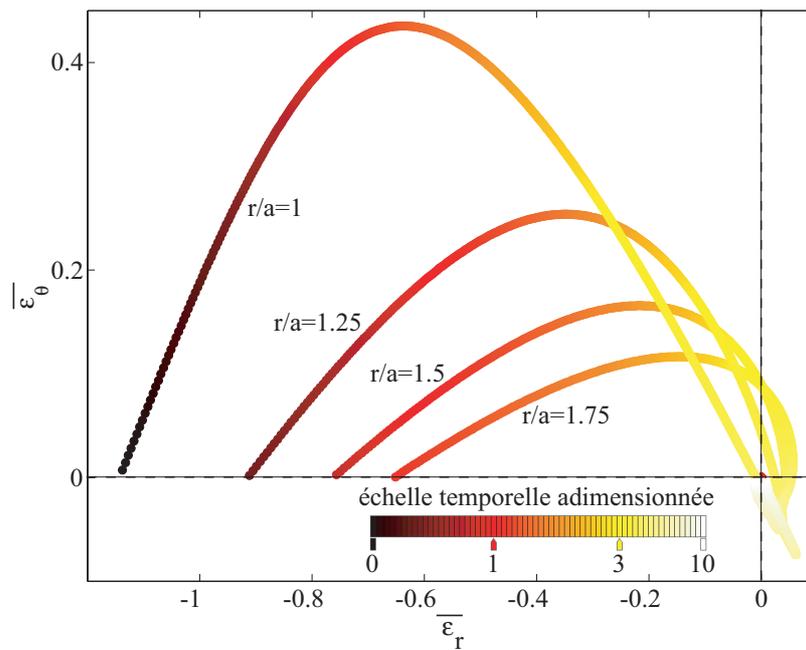


FIG. 2.12: Evolution de la déformation orthoradiale adimensionnée en fonction de la déformation radiale adimensionnée d'une onde divergente sphérique créée par une cavité de rayon a et de pression $p(t) = p_0 \exp(-t/\tau)$.

2.5 Analyse énergétique

Les performances des explosifs sont souvent données en énergie (tableau 1.1). Une étude énergétique de l'onde divergente permettra de comprendre comment l'énergie explosive de choc est distribuée dans la roche. Deux énergies sont à prendre en compte dans le matériau :

- l'énergie interne d'un volume Ω dont l'expression est déduite du premier principe de la thermodynamique

$$E_I(t) = \int_{\Omega} \rho e(r,t) d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}}(r,t) : \underline{\underline{\varepsilon}}(r,t) d\Omega \quad (2.34)$$

où $e(r,t)$ est l'énergie interne spécifique, $\underline{\underline{\sigma}}(r,t)$ et $\underline{\underline{\varepsilon}}(r,t)$ respectivement les tenseurs des contraintes et des déformations. L'opérateur $:$ est le produit contracté sur deux indices tel que

$$\underline{\underline{a}} : \underline{\underline{b}} = \sum_{i,j} a_{ij} \cdot b_{ij} \quad (2.35)$$

où a_{ij} est la composante de la i^e ligne et j^e colonne du tenseur $\underline{\underline{a}}$. L'énergie interne possède deux contributions avec les termes sphériques $E_S(t)$ et les termes déviatoriques $E_D(t)$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}}(r,t) : \underline{\underline{\varepsilon}}(r,t) &= \left(\underline{\underline{\sigma}}_S(r,t) \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{\sigma}}_D(r,t) \right) : \left(\underline{\underline{\varepsilon}}_S(r,t) \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{\varepsilon}}_D(r,t) \right) \\ &= 3\underline{\underline{\sigma}}_S(r,t) \underline{\underline{\varepsilon}}_S(r,t) + \underline{\underline{\sigma}}_D(r,t) : \underline{\underline{\varepsilon}}_D(r,t) \end{aligned} \quad (2.36)$$

On en déduit l'expression de l'énergie élastique

$$E_I(t) = E_S(t) + E_D(t) \quad (2.37)$$

Les expressions des énergies sphérique et déviatorique dans une sphère creuse de rayon intérieur a et de rayon extérieur R sont

$$E_S(t) = \frac{2\pi}{3} \int_{r=a}^{r=R} (\sigma_r(r,t) + 2\sigma_{\theta}(r,t)) (\varepsilon_r(r,t) + 2\varepsilon_{\theta}(r,t)) r^2 dr \quad (2.38)$$

$$E_D(t) = \frac{4\pi}{3} \int_{r=a}^{r=R} (\sigma_r(r,t) - \sigma_{\theta}(r,t)) (\varepsilon_r(r,t) - \varepsilon_{\theta}(r,t)) r^2 dr \quad (2.39)$$

- l'énergie cinétique dont l'expression est

$$E_C(t) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \left(\frac{\partial u(r,t)}{\partial t} \right)^2 d\Omega = 2\pi\rho \int_{r=a}^{r=R} \left(\frac{\partial u(r,t)}{\partial t} \right)^2 r^2 dr \quad (2.40)$$

Le travail des efforts extérieurs $W_{ext}(t)$ de la pression imposée $p(t)$ au rayon a s'écrit

$$\begin{aligned} W_{ext}(t) &= \int_{T=0}^{T=t} P_{ext}(T) dT = \int_{T=0}^{T=t} \int_S p(T) \frac{\partial \underline{\underline{u}}(r,T)}{\partial t} dS dT \\ &= 4\pi a^2 \int_{T=0}^{T=t} p(T) \frac{\partial \underline{\underline{u}}(a,T)}{\partial t} dT \end{aligned} \quad (2.41)$$

où P_{ext} est la puissance extérieure. Ces diverses expressions montrent que l'adimensionnement d'une énergie est

$$\bar{W} = \frac{2}{1+\nu} \frac{E}{p_0^2 a^3} W \quad (2.42)$$

La figure 2.13(a) montre que dans les premiers instants, l'énergie déviatorique est plus importante que l'énergie sphérique mais que par la suite l'énergie sphérique tend vers une plus grande valeur que l'énergie déviatorique. La figure 2.13(b) montre que la conservation de l'énergie est respectée : $W_{ext} = E_C + E_I$ et que l'énergie cinétique et interne ont des valeurs comparables et tendent même vers la même limite. Le travail total fourni par l'explosif a pour expression

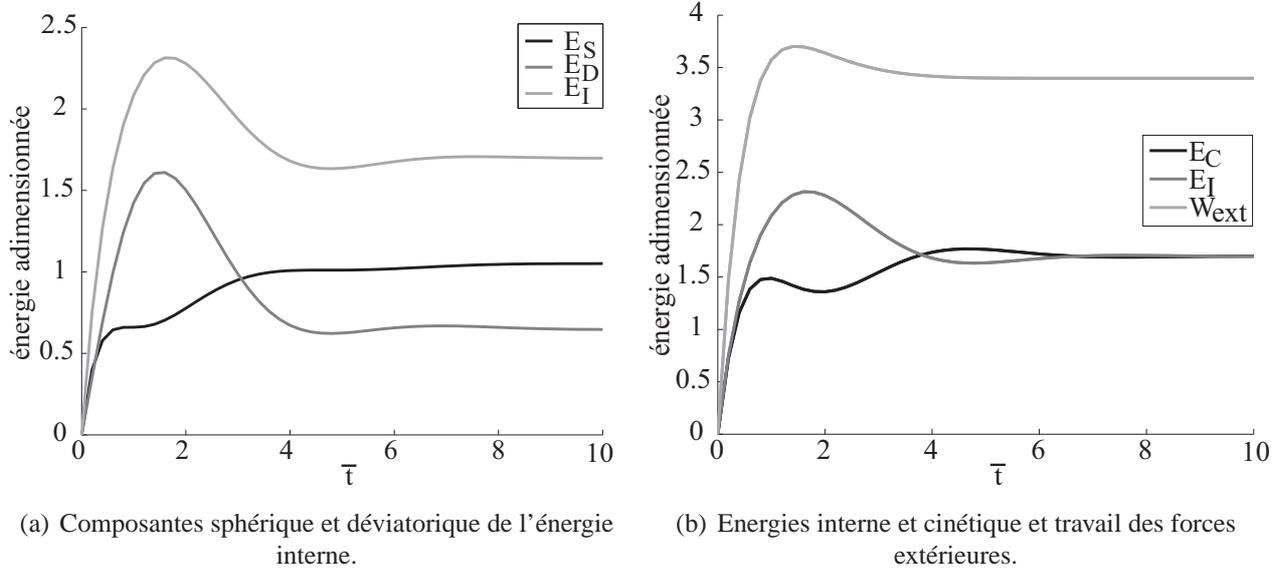


FIG. 2.13: Evolution des différentes énergies et du travail adimensionnés par rapport au temps adimensionné.

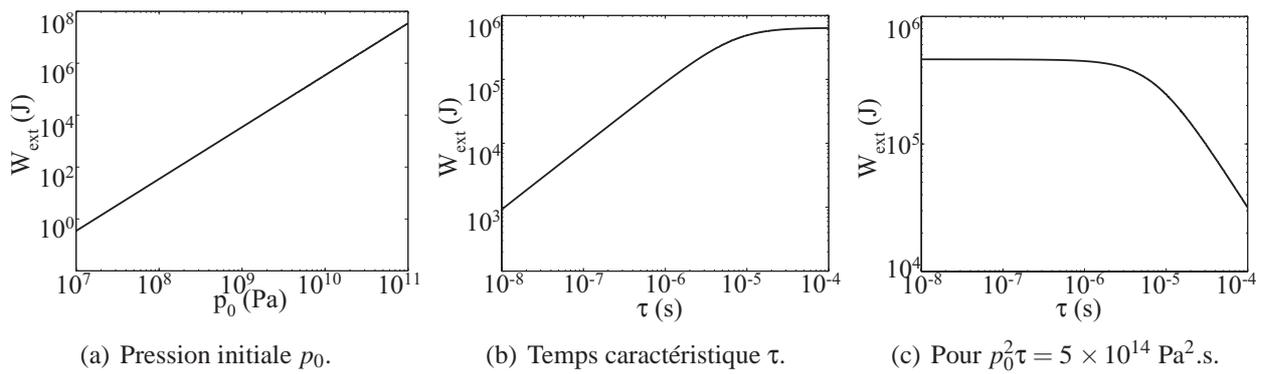


FIG. 2.14: Evolution du travail fourni par l'explosif en fonction des paramètres liés à l'explosif (p_0 et τ).

$$\bar{W}_{ext}(t \rightarrow \infty) = \frac{2\pi(1 + \bar{c}_L)}{\bar{\rho}\bar{c}_L \left(1 + \frac{2(1-2\nu)}{1-\nu}\bar{c}_L(1 + \bar{c}_L)\right)} \quad (2.43)$$

La figure 2.14 montre la dépendance du travail fourni par l'explosif en fonction de la pression initiale p_0 et du temps caractéristique τ . L'énergie explosive est proportionnelle à $p_0^2\tau$ si τ est inférieur à a/c_L , sinon l'explosif est moins efficace. La figure 2.15 montre la dépendance du travail fourni par l'explosion en fonction des propriétés du matériau. Lorsque le coefficient de Poisson est supérieur à

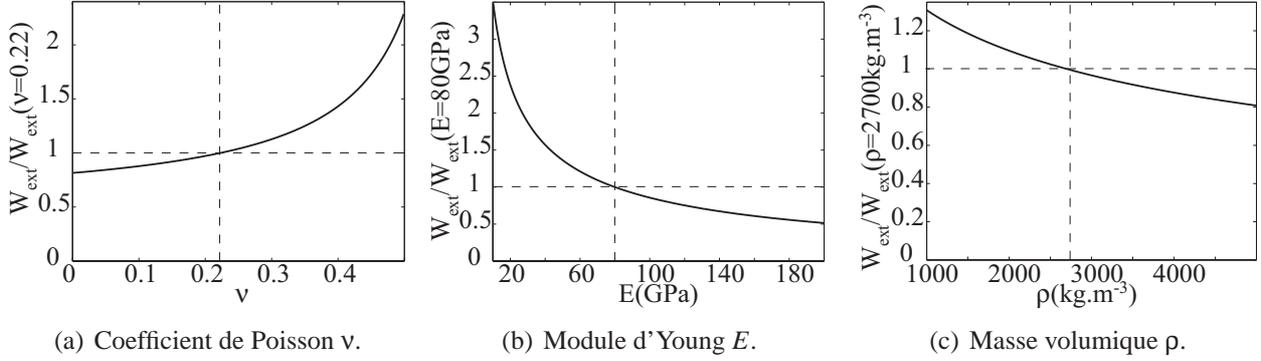


FIG. 2.15: Evolution du travail fourni par l'explosif en fonction des paramètres du matériau (ν , E et ρ).

0.3, l'efficacité de l'explosif sera accrue. Pour ν inférieur à 0.3, le travail est peu dépendant du coefficient de Poisson. L'influence du module d'Young est plus importante : plus il est faible, plus l'énergie explosive sera efficace. Enfin la masse volumique n'influence guère cette énergie.

L'onde créée par la colonne d'explosifs lors d'un tir en carrière est plus proche d'une onde cylindrique que d'une onde sphérique. En effet, les trous des tirs présentés au chapitre 1 ont un diamètre de 140 mm pour une hauteur de 20 m. Les carreaux des essais d'impacts sur la tranche présentés au chapitre 4 sont aussi soumis à des ondes cylindriques.

3 Ondes cylindriques

Les ondes cylindriques ont été étudiées [Quint 93] pour déterminer le champ de contrainte dû à l'explosif en régime élastique.

3.1 Formulation du problème mécanique

Les mêmes hypothèses que pour les ondes sphériques sont utilisées : le matériau est supposé homogène et isotrope. Le déplacement ne dépend que du rayon r (distance par rapport à l'axe de la cavité) et du temps t . La seule composante non nulle du vecteur déplacement \underline{u} est la composante radiale : $\underline{u} = u(r,t)\underline{e}_r$. On fait donc l'hypothèse des déformations planes. La figure 2.16 représente le schéma du problème et le système de coordonnées cylindriques. Contrairement au système sphérique où deux contraintes principales sont égales ($\sigma_\theta = \sigma_\phi$), dans un repère cylindrique trois contraintes principales peuvent être distinguées. La relation entre les déformations et le déplacement associée à la relation de comportement élastique linéaire isotrope permet de relier les contraintes principales au déplacement

$$\sigma_r = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial u}{\partial r} + \lambda\frac{u}{r} \quad (2.44)$$

$$\sigma_\theta = \lambda\frac{\partial u}{\partial r} + (\lambda + 2\mu)\frac{u}{r} \quad (2.45)$$

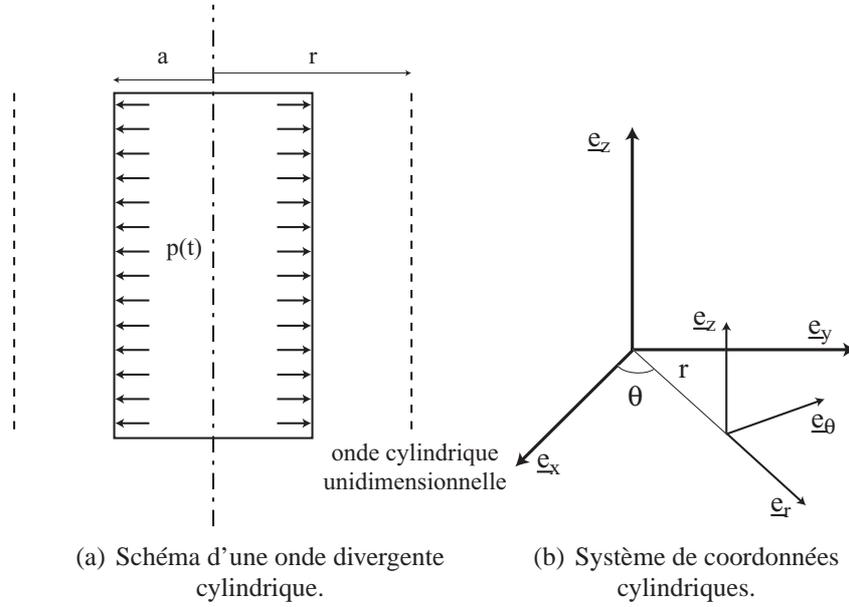


FIG. 2.16: Cavité cylindrique de rayon a sous une pression $p(t)$ et repère cylindrique associé.

$$\sigma_z = \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r} \quad (2.46)$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé. De plus l'équation d'équilibre s'écrit

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.47)$$

où ρ est la masse volumique du matériau. En insérant l'expression des contraintes (éqs. (2.44) et (2.45)) dans l'équation d'équilibre (éq. (2.47)), une équation différentielle du déplacement est obtenue

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.48)$$

où c_L est la vitesse des ondes longitudinales : $c_L^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$. La même vitesse de propagation des ondes est trouvée pour une géométrie sphérique ou cylindrique. Afin de simplifier l'écriture, le changement de variable $u = \phi/\sqrt{r}$ est utilisé. L'équation différentielle du déplacement (éq. (2.48)) s'écrit alors

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} - \frac{3}{4r^2} \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (2.49)$$

Contrairement au cas de l'onde sphérique, la solution de l'équation (2.49) n'est pas connue. Une solution en série en $1/r^k$ peut être obtenue

$$\phi(r, t) = \sum_{k \geq 0} \frac{f_k(t - \frac{r}{c_L})}{r^k} \quad (2.50)$$

La transposition de l'équation (2.50) dans (2.49) fournit la série d'équations différentielles en f_k

$$\text{Pour } k \geq 1 \quad f_k' = \frac{-k^2 + k + \frac{3}{4}}{2k} c_L f_{k-1} \quad (2.51)$$

Comme pour les ondes sphériques, le changement de variable $s = t - (r - a)/c_L$ est utilisé. Les termes du second ordre (au delà de $1/r\sqrt{r}$) sont négligés ce qui permet d'écrire l'expression du déplacement à l'aide d'une fonction d'une variable $f_{cyl}(s)$

$$u(r, t) = -\frac{f_{cyl}'(s)}{c_L \sqrt{r}} - \frac{3}{8} \frac{f_{cyl}(s)}{r \sqrt{r}} \quad (2.52)$$

En utilisant les expressions des contraintes (éqs. (2.44), (2.45) et (2.46)), on peut écrire

$$\sigma_r(r,t) = \frac{\rho c_L^2}{1-\nu} \left(k_1 \frac{f_{cyl}''(s)}{c_L^2 \sqrt{r}} + k_2 \frac{f_{cyl}'(s)}{c_L r \sqrt{r}} + k_3 \frac{f_{cyl}(s)}{r^2 \sqrt{r}} \right) \quad (2.53)$$

$$\sigma_\theta(r,t) = \frac{\rho c_L^2}{1-\nu} \left(k_1' \frac{f_{cyl}''(s)}{c_L^2 \sqrt{r}} + k_2' \frac{f_{cyl}'(s)}{c_L r \sqrt{r}} + k_3' \frac{f_{cyl}(s)}{r^2 \sqrt{r}} \right) \quad (2.54)$$

$$\sigma_z(r,t) = \frac{\rho c_L^2}{1-\nu} \left(k_1'' \frac{f_{cyl}''(s)}{c_L^2 \sqrt{r}} + k_2'' \frac{f_{cyl}'(s)}{c_L r \sqrt{r}} + k_3'' \frac{f_{cyl}(s)}{r^2 \sqrt{r}} \right) \quad (2.55)$$

où ν est le coefficient de Poisson et où les facteurs k_i , k_i' et k_i'' s'écrivent

$$\begin{aligned} k_1 &= 1 - \nu & k_2 &= \frac{7}{8} - \frac{15\nu}{8} & k_3 &= \frac{9}{16} - \frac{15\nu}{16} \\ k_1' &= \nu & k_2' &= -1 + \frac{15\nu}{8} & k_3' &= -\frac{3}{8} + \frac{15\nu}{16} \\ k_1'' &= \nu & k_2'' &= -\frac{\nu}{8} & k_3'' &= \frac{3\nu}{16} \end{aligned} \quad (2.56)$$

3.2 Conditions aux limites

Comme pour les ondes sphériques, les conditions aux limites permettent de résoudre entièrement le problème mécanique. La continuité du déplacement au front d'onde impose les conditions initiales de f_{cyl} (d'après l'équation (2.52))

$$f_{cyl}(s=0) = f_{cyl}'(s=0) = 0 \quad (2.57)$$

La pression $p(t)$ impose une condition aux limites en contrainte en $r = a \Leftrightarrow s = t$

$$\sigma_r(a,t) = -p(t) = -p_0 \exp(-t/\tau) \quad (2.58)$$

où p_0 et τ sont des caractéristiques de l'explosif. L'expression de la contrainte radiale (éq. (2.53)) et la condition aux limites en contrainte (éq. (2.58)) permettent d'écrire une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants de $f_{cyl}(s)$

$$\tau^2 f_{cyl}''(s) + 2\tau\alpha f_{cyl}'(s) + (\alpha_{cyl}^2 + \beta_{cyl}^2) f_{cyl}(s) = -\frac{\sqrt{a}\tau^2}{\rho} p(s) \quad (2.59)$$

$$\text{avec } \alpha_{cyl} = \frac{7-15\nu}{16(1-\nu)} \frac{c_L \tau}{a} \quad \text{et} \quad \beta_{cyl} = \frac{\sqrt{95-174\nu+15\nu^2}}{16(1-\nu)} \frac{c_L \tau}{a}$$

3.3 Adimensionnement

Le même adimensionnement que pour les ondes sphériques est réalisé à partir des paramètres de l'explosif : p_0 , τ et a . L'adimensionnement de f_{cyl} est

$$\bar{f}_{cyl}(\bar{s}) = \frac{2E}{(1+\nu)p_0} \frac{f_{cyl}(\bar{s})}{a^2 \sqrt{a}} \quad (2.60)$$

L'équation différentielle de f_{cyl} (éq. (2.13)) s'écrit alors

$$\bar{f}_{cyl}''(\bar{s}) + 2\alpha \bar{f}_{cyl}'(\bar{s}) + (\alpha_{cyl}^2 + \beta_{cyl}^2) \bar{f}_{cyl}(\bar{s}) = -\frac{\bar{p}(\bar{s})}{\bar{\rho}} \quad (2.61)$$

L'expression adimensionnée de f_{cyl} est :

$$\bar{f}_{cyl}(\bar{s}) = -\frac{\exp(-\bar{s}) + \exp(-\alpha_{cyl}\bar{s}) \left(\frac{1-\alpha_{cyl}}{\beta_{cyl}} \sin(\beta_{cyl}\bar{s}) - \cos(\beta_{cyl}\bar{s}) \right)}{\bar{\rho} \left(1 - 2\alpha_{cyl} + (\alpha_{cyl}^2 + \beta_{cyl}^2) \right)} \quad (2.62)$$

3.4 Analyse des contraintes

Les données des ondes sphériques sont utilisées : $p_0 = 10$ GPa, $\tau = 5 \mu\text{s}$, $a = 5$ cm, $\rho = 2700$ kg.m⁻³, $E = 80$ GPa et $\nu = 0.3$. La figure 2.17 présente la contrainte orthoradiale adimensionnée en fonction de la contrainte radiale adimensionnée. Cette évolution présente les mêmes caractéristiques que la solution des ondes sphériques (fig. 2.3). Le matériau subit une compression triaxiale dès les premiers instants et les contraintes orthoradiale et radiale deviennent positives.

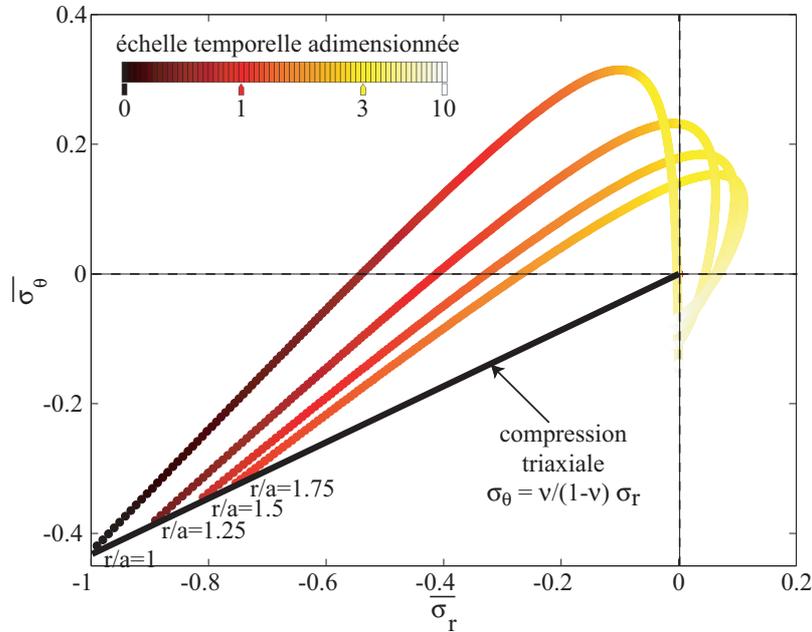


FIG. 2.17: Evolution de la contrainte orthoradiale adimensionnée en fonction de la contrainte radiale adimensionnée d'une onde cylindrique divergente créée par une cavité de rayon a et de pression $p(t) = p_0 \exp(-t/\tau)$.

Les différentes zones sont déterminées à l'aide des critères suivants

- Critère de von Mises en compression (zone de broyage)

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left((\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \right) \leq \sigma_r^{compression} \quad (2.63)$$

- Critère de la contrainte maximale en tension (zone de fragmentation multiple)

$$\sigma_\theta, \sigma_r, \sigma_z \leq \sigma_r^{tension} \quad (2.64)$$

- Critère de propagation (zone de fragmentation simple)

$$K \leq K_c \quad (2.65)$$

où $\sigma_r^{compression}$ et $\sigma_r^{tension}$ sont respectivement les contraintes de rupture en compression et en tension et K_c la ténacité. La figure 2.18 présente la contrainte équivalente adimensionnée $\bar{\sigma}_{eq}$ en fonction du temps adimensionné pour différentes distances du centre de la cavité. Le maximum de la contrainte équivalente est obtenu dès que l'onde arrive pour $s = 0$. Le critère de von Mises (éq. (2.63)) s'écrit alors

$$\text{Pour un rayon } r : \quad \frac{1-2\nu}{1-\nu} \sqrt{\frac{a}{r}} p_0 \leq \sigma_r^{compression} \quad (2.66)$$

Le rayon de la zone de broyage est défini par

$$r_{broy} = \left(\frac{1-2\nu}{1-\nu} \right)^2 \left(\frac{p_0}{\sigma_r^{compression}} \right)^2 a \quad (2.67)$$

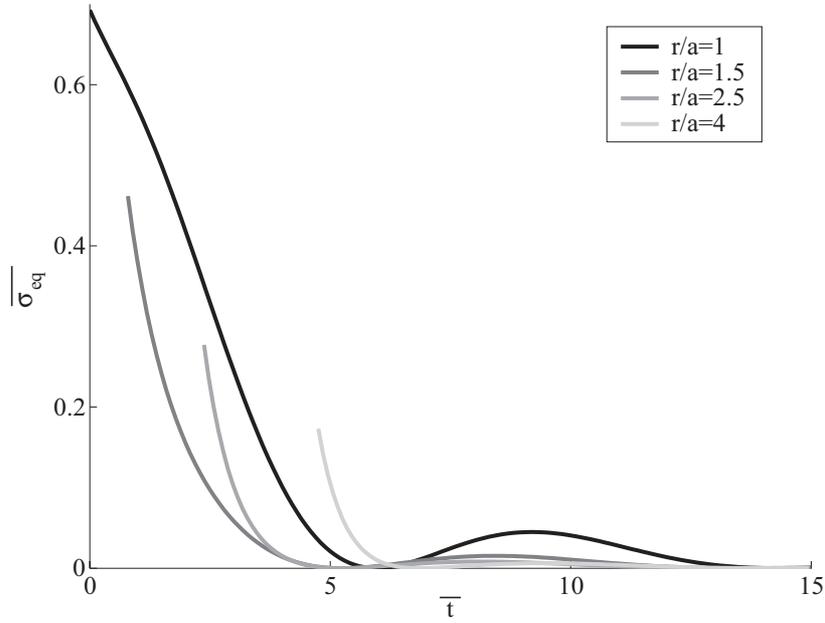


FIG. 2.18: Evolution de la contrainte équivalente de von Mises adimensionnée en fonction du temps adimensionné.

L'équation (2.67) montre que plus le coefficient de Poisson est grand, plus la zone de broyage est petite. Pour un coefficient de Poisson ν variant de 0.2 à 0.4 (valeurs usuelles pour les roches), le rayon de la zone de broyage diminue de 80 % (alors qu'il diminuait seulement de 55 % pour les ondes sphériques). Le module d'Young n'intervient pas dans ce critère tout comme le temps caractéristique τ . Un échelon ou une impulsion de même amplitude créeront la même zone plastique pour ce modèle. Cependant le rapport de la pression p_0 par la contrainte de rupture en compression $\sigma_r^{compression}$ intervient au carré pour la dimension de la zone de broyage pour une géométrie cylindrique alors que ce rapport était linéaire au rayon r_{broy} (éq. (2.22)) dans le cas sphérique.

Le critère de la contrainte maximale en tension (éq. (2.64)) est tracé sur la figure 2.19 pour les contraintes radiale et orthoradiale. La tendance est la même que pour les ondes sphériques (fig. 2.6). La contrainte axiale est toujours inférieure aux autres composantes.

Afin d'écrire le critère de la contrainte maximale, seul le premier ordre en $1/\sqrt{r}$ sera conservé dans l'expression des contraintes. Les contraintes radiale et orthoradiale adimensionnées peuvent être estimées par

$$\bar{\sigma}_r = \frac{A_{cyl}(\nu, \bar{c}_L)}{\sqrt{\bar{r}}} H_{cyl}(\nu, \bar{c}_L, \bar{s}) \quad (2.68)$$

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{A_{cyl}(\nu, \bar{c}_L)}{\sqrt{\bar{r}}} \frac{\nu}{1-\nu} H_{cyl}(\nu, \bar{c}_L, \bar{s}) \quad (2.69)$$

avec

$$A_{cyl}(\nu, \bar{c}_L) = \frac{1}{1 - 2\alpha_{cyl} + \alpha_{cyl}^2 + \beta_{cyl}^2} \quad (2.70)$$

et

$$\begin{aligned} H_{cyl}(\nu, \bar{c}_L, \bar{s}) &= \exp(-\bar{s}) \\ &+ \left(\left(-2\alpha_{cyl}\beta_{cyl} + \left(\alpha_{cyl}^2 - \beta_{cyl}^2 \right) \frac{1 - \alpha_{cyl}}{\beta_{cyl}} \right) \sin(\beta\bar{s}) \right) \exp(-\alpha\bar{s}) \\ &+ \left(\left(\beta_{cyl}^2 - \alpha_{cyl}^2 - 2\alpha_{cyl}(1 - \alpha_{cyl}) \right) \cos(\beta\bar{s}) \right) \exp(-\alpha\bar{s}) \end{aligned} \quad (2.71)$$

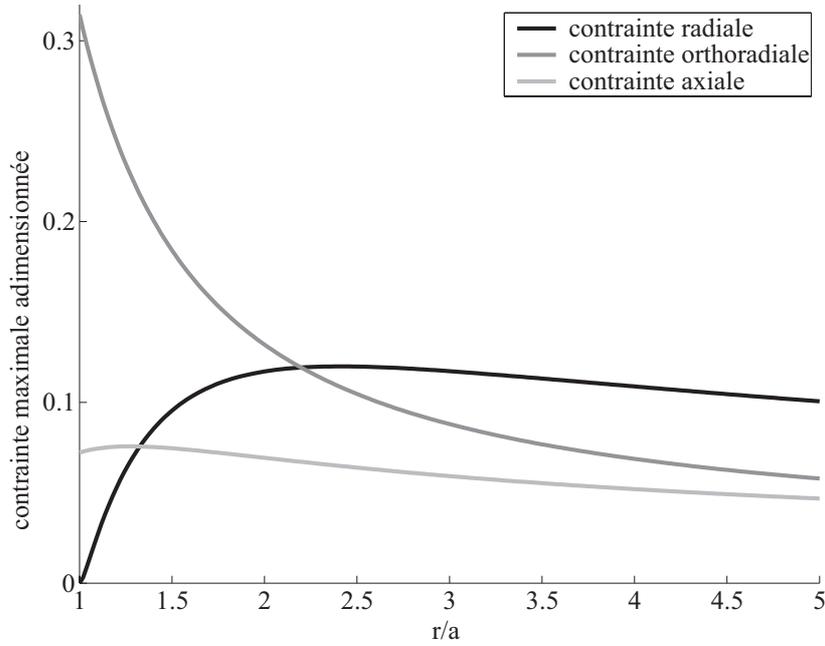


FIG. 2.19: Evolution de la contrainte maximale adimensionnée en fonction du rayon adimensionné.

$$\alpha_{cyl} = \frac{7 - 15\nu}{16(1 - \nu)} \bar{c}_L \quad , \quad \beta_{cyl} = \frac{\sqrt{95 - 174\nu + 15\nu^2}}{16(1 - \nu)} \bar{c}_L \quad (2.72)$$

Pour exprimer le rayon de fragmentation multiple, on peut remarquer que les contraintes maximales radiale et orthoradiale sont obtenues pour une valeur de \bar{r} , notée \bar{r}_{lim} qui tend vers une valeur stable lorsque $\bar{r} \geq 8$. Nous choisirons $\bar{r}_{lim} = 3.5$ pour la contrainte radiale et $\bar{r}_{lim} = 3.2$ pour la contrainte orthoradiale. On peut alors écrire un rayon de fragmentation multiple pour la contrainte radiale r_{fm}^r et pour la contrainte orthoradiale r_{fm}^θ

$$r_{fm}^r = \left(\frac{p_0}{\sigma_r^{tension}} A_{cyl}(\nu, \bar{c}_L) H_{cyl}(\nu, \bar{c}_L, 3.5) \right)^2 a \quad (2.73)$$

$$r_{fm}^\theta = \left(\frac{p_0}{\sigma_r^{tension}} \frac{\nu}{1 - \nu} A_{cyl}(\nu, \bar{c}_L) H_{cyl}(\nu, \bar{c}_L, 3.2) \right)^2 a \quad (2.74)$$

Pour $\nu = 0.3$ et $\bar{c}_L = 0.63$, la figure 2.20 représente le rapport des rayons de fragmentation multiple avec le rayon de broyage en fonction du rapport de la contrainte de rupture en compression avec celle en tension. Contrairement aux ondes sphériques, le modèle prévoit une zone de fragmentation multiple radiale et orthoradiale assez différentes lorsque le rapport $\sigma_r^{compression} / \sigma_r^{tension}$ croît. Elle est plus grande pour la contrainte radiale (c'est-à-dire une fissuration orthoradiale). Ceci est dû au coefficient $(\nu / (1 - \nu))^2$ des expressions des rayons de fragmentation multiple (éqs. (2.73) et (2.74)).

Pour estimer le rayon de fragmentation simple, on considère à nouveau une fissure proche du rayon de la cavité dont le facteur d'intensité des contraintes K_I est exprimé de la même manière que pour la géométrie sphérique

$$K_I = Y \sigma \sqrt{\pi l_a} \quad (2.75)$$

où Y est une constante, σ une contrainte homogène à laquelle est soumise la fissure et l_a la longueur de la fissure.

La figure 2.21 représente la contrainte orthoradiale adimensionnée en fonction du rayon adimensionné. La fissure n'est sollicitée en traction (mode I) que sur une demi-période spatiale (environ $4a$

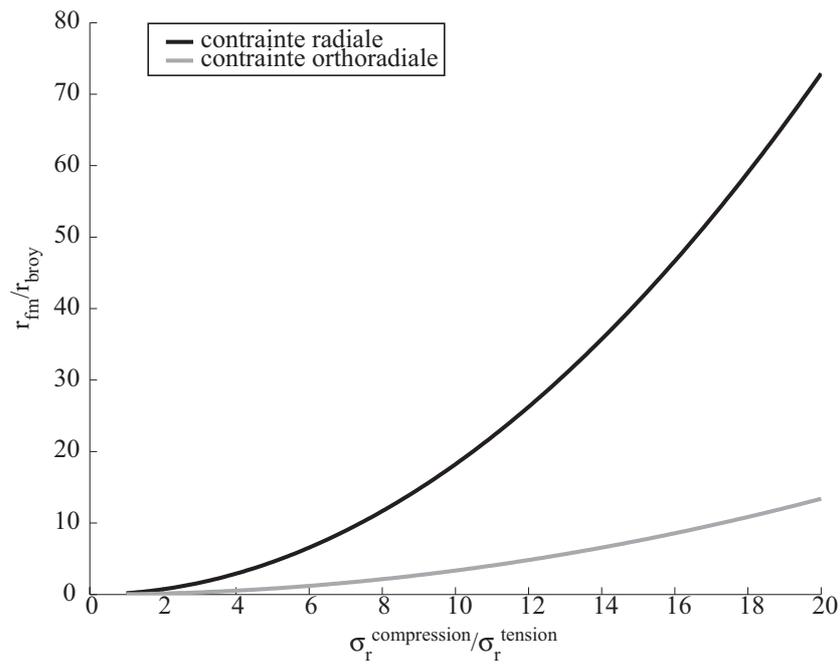


FIG. 2.20: Rapport des rayons de fragmentation multiple avec le rayon de broyage en fonction du rapport de la contrainte de rupture en compression avec celle en tension ($\nu = 0.3$ et $\bar{c}_L = 0.63$).

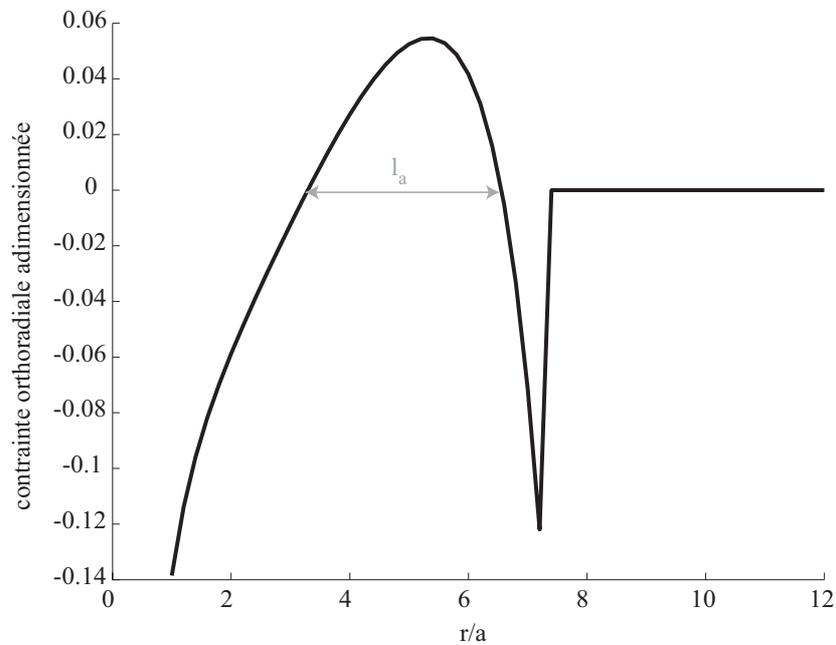


FIG. 2.21: Evolution de la contrainte orthoradiale adimensionnée en fonction du rayon adimensionnée pour $\bar{r} = 10$.

sur la figure 2.21). On suppose à nouveau que la longueur de la fissure l_a est égale à la demi-période spatiale

$$l_a = \frac{16\pi(1-\nu)}{\sqrt{95-174\nu+15\nu^2}}a \quad (2.76)$$

En supposant que la contrainte à laquelle est soumise la fissure vaut $\sqrt{2}/2$ fois la contrainte orthoradiale maximale, une expression du facteur d'intensité des contraintes adimensionné par $p_0\sqrt{a}$ peut être écrite

$$\bar{K}_I = Y \frac{1}{\sqrt{r}} \sqrt{\frac{8\pi^2(1-\nu)}{\sqrt{95-174\nu+15\nu^2}}} \frac{\nu}{1-\nu} A_{cyl}(\nu, \bar{c}_L) H_{cyl}(\nu, \bar{c}_L, 3.2) \quad (2.77)$$

La figure 2.22 représente le facteur d'intensité des contraintes adimensionné par rapport au rayon adimensionné (dans le cas de la figure 2.9(a)). Comme les contraintes, il décroît en $1/\sqrt{r}$. Le rayon

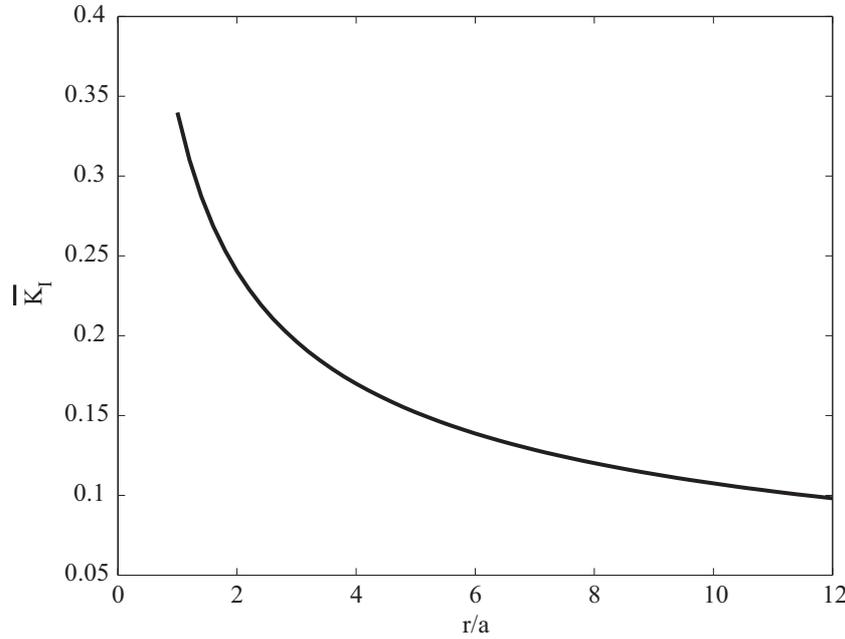


FIG. 2.22: Evolution du facteur d'intensité des contraintes en fonction du rayon adimensionné (pour le cas de la figure 2.9(a)).

de fragmentation simple r_{fs} s'exprime alors

$$r_{fs} = \left(Y \frac{p_0\sqrt{a}}{K_c} \sqrt{\frac{8\pi^2(1-\nu)}{\sqrt{95-174\nu+15\nu^2}}} \frac{\nu}{1-\nu} A_{cyl}(\nu, \bar{c}_L) H_{cyl}(\nu, \bar{c}_L, 3.2) \right)^2 a \quad (2.78)$$

Une estimation des différents rayons de fragmentation est réalisée avec les paramètres suivants : $p_0 = 1$ GPa, $\tau = 5 \mu s$, $a = 5$ cm, $\rho = 2700$ kg.m⁻³, $E = 80$ GPa, $\nu = 0.3$, $Y = 2/\sqrt{\pi}$, $\sigma_r^{compression} = 150$ MPa, $\sigma_r^{tension} = 20$ MPa et $K_c = 1.5$ MPa. \sqrt{m} . Les résultats sont rassemblés dans le tableau 2.2. Comme pour les ondes sphériques, le rayon de broyage est le plus petit et le rayon de fragmentation simple le plus grand. En revanche la différence entre les rayons de fragmentation multiple radiale et orthoradiale est importante. De manière générale les zones de fragmentation sont plus étendues avec une géométrie cylindrique. Cette propriété sera utilisée au chapitre 4.

Les déformations sont tracées sur la figure 2.23. La déformation orthoradiale est nulle à l'arrivée du front d'onde puis devient tout de suite positive contrairement à la contrainte orthoradiale (fig. 2.17).

TAB. 2.2: Rayons de fragmentation adimensionnés.

\bar{r}_{broy}	14
\bar{r}_{fm}^r	143
\bar{r}_{fm}^θ	28
\bar{r}_{fs}	2600

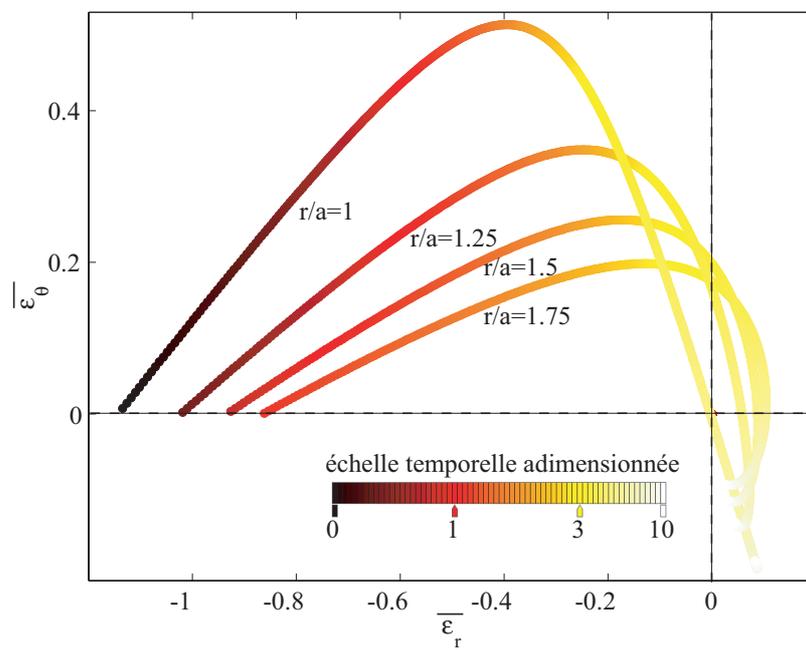


FIG. 2.23: Evolution de la déformation orthoradiale adimensionnée en fonction de la déformation radiale adimensionnée d'une onde cylindrique divergente créée par une cavité de rayon a et de pression $p(t) = p_0 \exp(-t/\tau)$.

3.5 Analyse énergétique

Les expressions des différentes énergies en coordonnées cylindriques sont

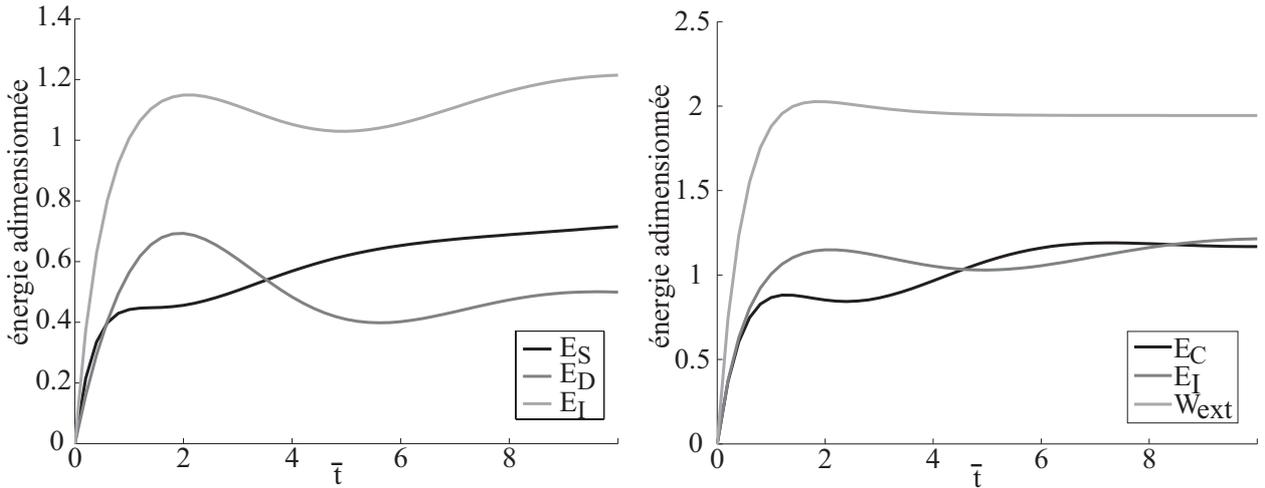
$$E_S(t) = \frac{\pi}{3} \int_{r=a}^{r=R} (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z) (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) r dr \quad (2.79)$$

$$\begin{aligned} E_D(t) &= \frac{\pi}{9} \int_{r=a}^{r=R} (2\sigma_r - \sigma_\theta - \sigma_z) (2\varepsilon_r - \varepsilon_\theta) r dr \\ &+ \frac{\pi}{9} \int_{r=a}^{r=R} (-\sigma_r + 2\sigma_\theta - \sigma_z) (-\varepsilon_r + 2\varepsilon_\theta) r dr \\ &+ \frac{\pi}{9} \int_{r=a}^{r=R} ((-\sigma_r - \sigma_\theta + 2\sigma_z) (-\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)) r dr \end{aligned} \quad (2.80)$$

$$E_c(t) = \pi \rho \int_{r=a}^{r=R} \left(\frac{\partial u(r,t)}{\partial t} \right)^2 r dr \quad (2.81)$$

$$W_{ext}(t) = 2\pi a \int_{T=0}^{T=t} p(T) \frac{\partial u(a,T)}{\partial t} dT \quad (2.82)$$

Ces énergies sont exprimées par unité de longueur de cylindre. La figure 2.24 montre l'évolution de ces énergies en fonction du temps. La figure 2.25 montre que la conservation de l'énergie n'est pas



(a) Composantes sphérique et déviatorique de l'énergie interne.

(b) Energies interne et cinétique.

FIG. 2.24: Evolution des différentes énergies et du travail adimensionnés par rapport au temps adimensionné.

respectée car la solution n'est pas exacte. L'erreur en énergie est inférieure à 5 % de la solution exacte dans les premiers instants puisqu'on néglige les termes en $1/r^{k+1/2}$ pour k supérieur à 2. Lorsque l'onde est proche de la cavité, l'approximation est alors très bonne. En revanche lorsque le temps tend vers l'infini, l'erreur tend vers 25 %. Le travail total fourni par l'explosif a pour expression

$$\bar{W}_{ext}(t \rightarrow \infty) = \frac{\pi}{\bar{\rho} \left(1 + \frac{7-15\nu}{8(1-\nu)} \bar{c}_L + \frac{9-15\nu}{16(1-\nu)} \bar{c}_L^2 \right)} \left(\frac{1}{\bar{c}_L} + \frac{3}{8} \right) \quad (2.83)$$

La dépendance du travail total par rapport aux paramètres de l'explosif ou du matériau est assez semblable à celle des ondes sphériques. L'énergie explosive croît avec p_0 et τ et est proportionnelle

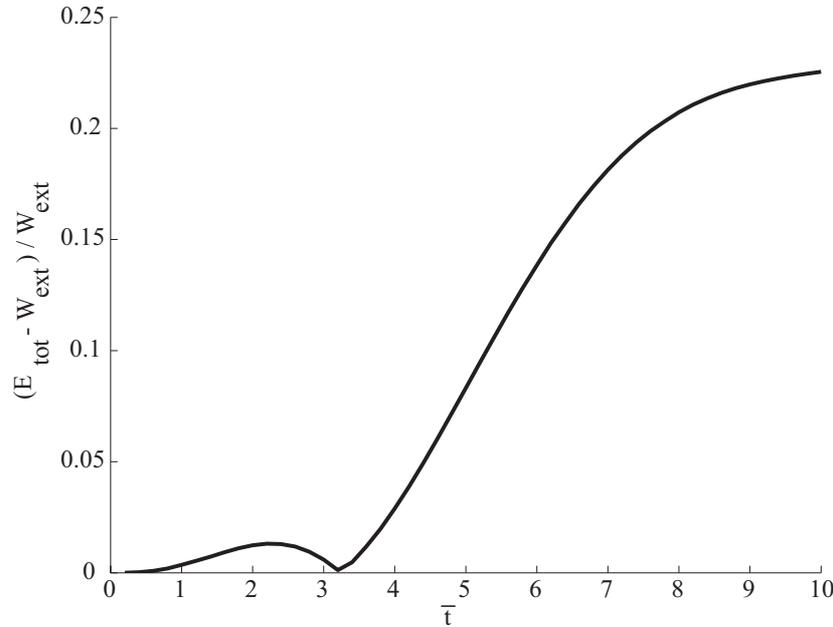


FIG. 2.25: Erreur sur la conservation d'énergie de la solution analytique des ondes cylindriques ($E_{tot} = E_c + E_i$).

à $p_0^2 \tau$ si τ est inférieur à a/c_L , sinon l'explosif est moins efficace. De même, lorsque le coefficient de Poisson est supérieur à 0.3, l'efficacité de l'explosif sera accrue. Pour ν inférieur à 0.3, le travail est peu dépendant du coefficient de Poisson. L'influence du module d'Young est plus importante : plus il est faible, plus l'énergie explosive sera efficace. Enfin la masse volumique n'influence guère cette énergie.

4 Comparaison des ondes sphériques et cylindriques

La divergence des ondes sphériques est en $1/r$ (éqs. (2.9) et (2.10)) alors que celle des ondes cylindriques est en $1/\sqrt{r}$ (éqs. (2.53), (2.54) et (2.55)). L'onde sphérique s'atténue donc plus rapidement dans le matériau. Ceci est observé sur les figures des contraintes (figs. 2.3 et 2.17), de la contrainte équivalente (figs. 2.5 et 2.18), des déformations (figs. 2.12 et 2.23) où à l'arrivée du front d'onde ($s = 0$), le niveau des ondes cylindriques est supérieur à celui des ondes sphériques. D'ailleurs les expressions du critère de von Mises montrent aussi cette dépendance en $1/r$ ou en $1/\sqrt{r}$ (éqs. (2.21) et (2.66)). Pour les mêmes paramètres de chargement (p_0 , a et τ), la zone de broyage et les zones de fragmentation multiple et simple causées par une onde cylindrique seront plus grandes que celles d'une onde sphérique (tabs. 2.1 et 2.2). Par exemple, le rapport des rayons de broyage a pour expression

$$\frac{r_{broy}^{cyl}}{r_{broy}^{sph}} = \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \frac{p_0}{\sigma_r^{compression}} \quad (2.84)$$

La figure 2.26 montre l'évolution de ce rapport en fonction de différents paramètres.

L'évolution des contraintes maximales (figs. 2.6 et 2.19) montre l'écart entre les deux géométries en fonction du rayon. Si on suppose que la fragmentation a lieu tant qu'une des contraintes principales maximales adimensionnées est supérieure à 0.1 par exemple, les figures 2.6 et 2.19 montrent que le rayon de la zone de fragmentation multiple est d'environ $2a$ pour les ondes sphériques alors qu'il est d'environ $6a$ pour les ondes cylindriques. La zone de fragmentation est donc plus importante pour un chargement cylindrique, c'est pourquoi les essais dynamiques des chapitres 4 et 5 sont effectués sur des éprouvettes dont l'une des dimensions est bien plus faible que les autres afin d'avoir

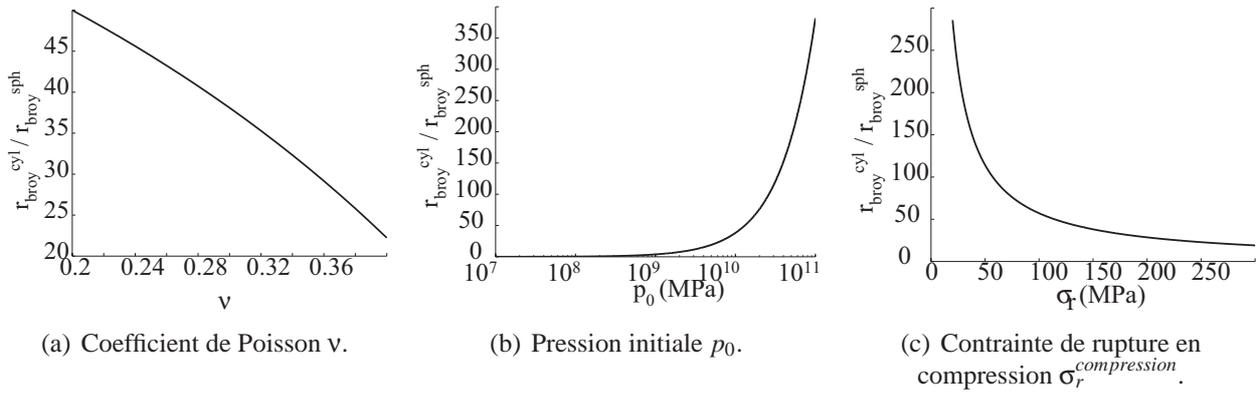


FIG. 2.26: Comparaison des tailles de zones de broyage en fonction de ν , p_0 et $\sigma_r^{\text{compression}}$.

un chargement cylindrique. On peut de plus remarquer que pour une fragmentation correspondant à une contrainte principale adimensionnée supérieure à 0.1, seule la contrainte orthoradiale dépasse le seuil pour une géométrie sphérique. La fissuration devrait être exclusivement radiale dans la zone de fragmentation multiple. En revanche dans le cas cylindrique, les contraintes radiale et orthoradiale dépassent le seuil. A partir du rayon adimensionné 3, seule la contrainte radiale dépasse le seuil : la fissuration orthoradiale devrait donc s'initier plus loin que la fissuration radiale.

Les équations différentielles que doivent vérifier f (éq. (2.16)) et f_{cyl} (éq. (2.61)) sont de la même forme : seuls les facteurs α et β sont modifiés. Les expressions de f (éq. (2.17)) et de f_{cyl} (éq. (2.62)) montrent que α est un paramètre d'amortissement, et β intervient sur la période des oscillations. La figure 2.27 montre l'influence du coefficient de Poisson ν sur α , β , α_{cyl} et β_{cyl} . L'amortissement est

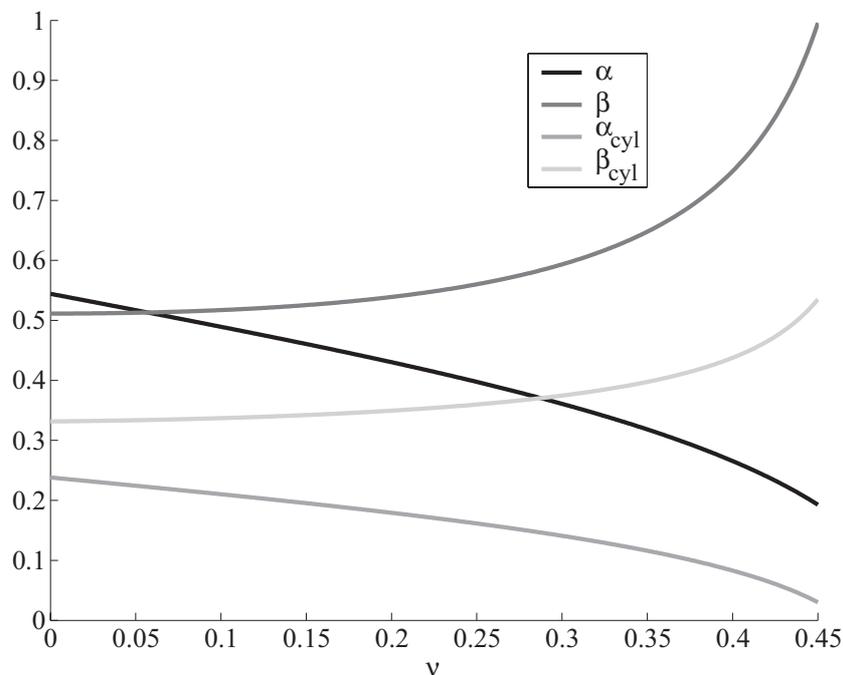


FIG. 2.27: Evolution de α , β , α_{cyl} et β_{cyl} en fonction du coefficient de Poisson.

plus important pour les ondes sphériques (α), ce qui va amplifier l'atténuation due à la dépendance en $1/r$. De plus, plus ν est petit plus l'amortissement est important. Les valeurs de β et β_{cyl} montrent que la période des oscillations est plus faible pour les ondes sphériques ce qui vient accentuer encore

la convergence rapide de ces ondes vers la valeur finale. L'état stationnaire est donc atteint plus tardivement pour les ondes cylindriques que pour les ondes sphériques. Ceci n'est pas dû à la vitesse des ondes : c'est la même dans les deux cas.

L'étude énergétique (figs. 2.13 et 2.24) montre que chaque contribution a un rôle équivalent dans les deux cas. Les oscillations semblent tout de même plus marquées pour les ondes sphériques. La convergence est aussi plus lente pour les ondes cylindriques.

5 Bilan

L'étude de l'onde divergente de compression due à une cavité mise sous pression "exponentielle" permet d'expliquer la fissuration radiale et orthoradiale observée expérimentalement. Le déplacement radial de la matière entraînant une tension orthoradiale avait déjà été observé [Denoual 98] et employé pour expliquer la fragmentation radiale. On peut de plus noter que lorsque le chargement décroît dans le temps, ce qui est le cas d'une charge explosive ou d'un impact balistique, la matière a tendance à revenir en direction de la cavité ce qui entraîne une tension radiale et donc une fragmentation orthoradiale.

Les géométries sphérique et cylindrique se distinguent essentiellement par la décroissance de l'onde en fonction du rayon : en $1/r$ pour les ondes sphériques et en $1/\sqrt{r}$ pour la géométrie cylindrique. On s'attend alors à trouver un endommagement et une fragmentation dans une zone plus étendue pour les ondes cylindriques. En effet, supposons que l'endommagement en compression se développe jusqu'à ce que la contrainte équivalente de von Mises soit supérieure à la contrainte de rupture en compression (éqs. (2.21) et (2.66)). Soit \bar{R}_s et \bar{R}_c les deux rayons adimensionnés limites d'endommagement en compression respectivement pour la géométrie sphérique et cylindrique : $\bar{R}_c = \bar{R}_s^2$. La même relation existe entre les rayons des zones de fragmentation radiale et orthoradiale. La même conclusion serait obtenue si un critère en déformation avait été employé au lieu de celui de la contrainte maximale.

Pour un comportement élastique, le paramètre du matériau le plus influent pour l'évaluation de la zone d'endommagement en compression est le coefficient de Poisson. Le module d'Young ainsi que la masse volumique n'interviennent pas dans l'écriture du critère de von Mises. En revanche l'influence du coefficient de Poisson (jusqu'à $\nu = 0.4$) est plus faible que celle de la limite élastique. La zone de plasticité (ici assimilée à la zone d'endommagement en compression) est pilotée par σ_Y . Pour les zones de fragmentation multiple et simple deux paramètres interviennent : le coefficient de Poisson ν , et la vitesse des ondes adimensionnées $\bar{c}_L = (c_L \tau)/a$. A partir de ces deux seules données, des contraintes de rupture et de la ténacité du matériau, on peut estimer les rayons des différentes zones de fragmentation. Le chapitre suivant sera donc consacré à la caractérisation des matériaux étudiés. Le tableau 2.3 récapitule les expressions des différents rayons de fragmentation pour les deux géométries. La masse volumique ρ , les paramètres élastiques E et ν , la vitesse des ondes longitudinales c_L , les contraintes de rupture en compression $\sigma_r^{compression}$ et en tension $\sigma_r^{tension}$ et la ténacité K_c sont donc nécessaires pour l'analyse d'essais dynamiques. Ils sont caractérisés au chapitre 3.

TAB. 2.3: Expressions des rayons de fragmentation adimensionnés.

	géométrie sphérique
\bar{r}_{broy}	$\frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{p_0}{\sigma_r^{compression}}$
\bar{r}_{fm}^r	$\frac{p_0}{\sigma_r^{tension}} A(\nu, \bar{c}_L) H(\nu, \bar{c}_L, 2.3)$
\bar{r}_{fm}^θ	$\frac{p_0}{\sigma_r^{tension}} \frac{\nu}{1-\nu} A(\nu, \bar{c}_L) H(\nu, \bar{c}_L, 2)$
\bar{r}_{fs}	$\frac{p_0 \sqrt{a}}{K_c} \sqrt{\frac{2\pi(1-\nu)}{\sqrt{1-2\nu}}} \frac{\nu}{1-\nu} A(\nu, \bar{c}_L) H(\nu, \bar{c}_L, 2)$
	géométrie cylindrique
\bar{r}_{broy}	$\left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}\right)^2 \left(\frac{p_0}{\sigma_r^{compression}}\right)^2$
\bar{r}_{fm}^r	$\left(\frac{p_0}{\sigma_r^{tension}} A_{cyl}(\nu, \bar{c}_L) H_{cyl}(\nu, \bar{c}_L, 3.5)\right)^2$
\bar{r}_{fm}^θ	$\left(\frac{p_0 \sqrt{a}}{K_c} \sqrt{\frac{32\pi(1-\nu)}{\sqrt{95-174\nu+15\nu^2}}} \frac{\nu}{1-\nu} A_{cyl}(\nu, \bar{c}_L) H_{cyl}(\nu, \bar{c}_L, 3.2)\right)^2$
\bar{r}_{fs}	$\left(\frac{p_0 \sqrt{a}}{K_c} \sqrt{\frac{32\pi(1-\nu)}{\sqrt{95-174\nu+15\nu^2}}} \frac{\nu}{1-\nu} A_{cyl}(\nu, \bar{c}_L) H_{cyl}(\nu, \bar{c}_L, 3.2)\right)^2$

Chapitre 3

Présentation des matériaux, propriétés physiques et caractérisation quasi statique

Deux roches calcaires sont étudiées dans ces travaux : le calcaire crinoïde et la blanche de Beaucaire. Cette dernière provient du Gard et est utilisée dans la cimenterie. Le calcaire crinoïde vient de Belgique et permet de confectionner des sculptures ou des pierres tombales. L'objectif de ce chapitre est de présenter ces deux matériaux. Des propriétés physiques seront abordées, une caractérisation quasi statique des paramètres élastiques est effectuée. Une étude du comportement des roches en compression confinée est également réalisée. Les roches sont considérées comme des matériaux fragiles. Leur rupture est alors un phénomène aléatoire. Afin de décrire ce comportement, la théorie de Weibull [Weibull 39] est utilisée. Les paramètres de Weibull seront identifiés. Dans le but d'étudier la fissuration de calcaires, une mesure de ténacité est enfin présentée.

Sommaire

1	Les matériaux étudiés	51
1.1	Le calcaire crinoïde	51
1.2	La blanche de Beaucaire	51
2	Masse volumique et porosité	51
2.1	Masse volumique	51
2.2	Porosité	54
3	Module d'Young et coefficient de Poisson	54
4	Rupture en compression et en traction	56
4.1	Essais de compression uniaxiale	56
4.2	Essais de compression quasi œdométrique	58
4.3	Rupture en tension	69
5	Ténacité	72

5.1	Essai SENB (Single-Edge Notched Beam)	73
5.2	Essai SB (Sandwiched Beam)	74
5.3	Mesure de ténacité	84
6	Bilan	91

1 Les matériaux étudiés

1.1 Le calcaire crinoïde

La première roche étudiée est un calcaire crinoïde du Tournaisien supérieur (Tn3b). Elle vient de Belgique et date de 350 millions d'années. Elle provient d'accumulation de débris de crinoïdes (animaux ressemblant à une plante carnivore à squelette calcaire, constitués d'une tige, de racines, d'un calice et d'un bras). Les débris de la tige des crinoïdes, appelés articles, se présentent comme des petits palets percés, ou anneaux, et sont recimentés par de la calcite microcristalline, avec plus ou moins de débris de coquilles et de coraux. Ils sont responsables de l'aspect scintillant de la pierre sur le faciès de rupture et de son nom petit granite. Lorsque la roche se fracture, il se dégage une odeur fétide attestant de la présence de sulfure d'hydrogène, typique des milieux riches en contenu organique. L'étude de cette roche au microscope électronique à balayage (MEB), montre la matrice de calcaire et quelques inclusions de silice, d'oxyde de magnésium, de soufre, de sulfure de fer ou encore d'oxyde de potassium (fig. 3.1).

1.2 La blanche de Beaucaire

La blanche de Beaucaire est une molasse coquillière du Gard (30). Une molasse est une roche sédimentaire formée au cours de l'orogénèse (phase de formation des montagnes) et qui s'est accumulée dans les bassins sédimentaires périphériques. Ce sont les premiers dépôts issus de l'érosion des montagnes, encore en cours de formation. Ce sont des grès à ciment de calcaire argileux formés par des sables marins, qui se sont déposés dans des deltas. La molasse coquillière est formée par un grès molasse d'un blanc jaunâtre, à pâte ordinairement très fine, solide et très homogène, et est composée d'une infinité de petits débris de coquilles et de polypiers (squelette calcaire) unis par un ciment calcaire cristallin. L'étude de la blanche de Beaucaire au microscope électronique à balayage (MEB), montre la matrice de calcaire et quelques inclusions de silice et d'aluminium.

2 Masse volumique et porosité

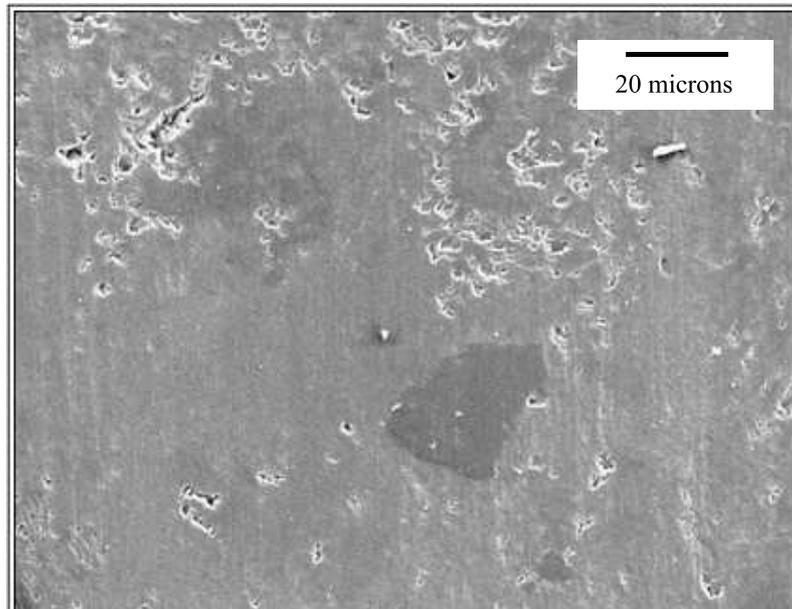
La mesure de la densité permettra par la suite de modéliser les essais dynamiques. Une estimation de la porosité des deux calcaires est aussi réalisée pour analyser sa relation avec le broyage des roches lors d'essais dynamiques.

2.1 Masse volumique

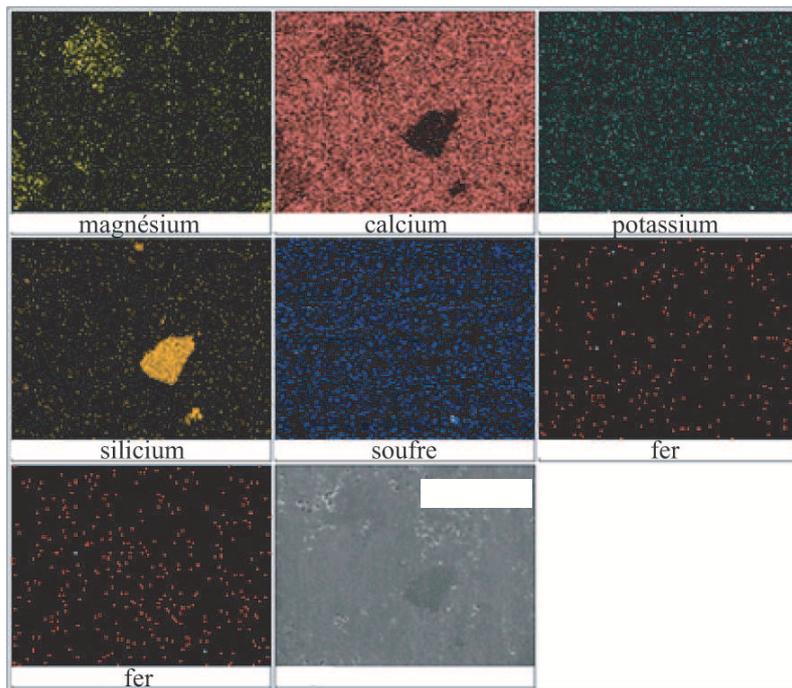
Pour la mesure de la masse volumique des calcaires, le principe d'Archimède est utilisé : *la masse de tout corps immergé dans un liquide diminue de la valeur de la masse du liquide déplacé*. La masse de l'échantillon mesurée dans l'air et dans l'eau est notée respectivement m^{air} et m^{eau} . La masse volumique ρ du calcaire s'écrit

$$\rho = \frac{m^{air}}{m^{air} - m^{eau}} \rho_{eau} \quad (3.1)$$

où ρ_{eau} est la densité de l'eau dans laquelle est immergée la roche. La mesure de masse volumique a été effectuée avec des échantillons découpés à l'aide d'une scie diamant. Leur volume est de l'ordre de 1 à 2 cm³ ce qui permet de supposer que dans un tel volume l'échantillon est homogène. La mesure de la masse dans l'air a été effectuée en premier. L'échantillon a été placé dans un four à 40°C pour évaporer les traces d'humidité. Ensuite, la masse de l'échantillon dans l'eau déminéralisée est mesurée. La mesure de la température de l'eau permet de déterminer la masse volumique de l'eau déminéralisée (pour $T = 21^\circ\text{C}$, $\rho_{eau} = 998.02 \text{ kg.m}^{-3}$). La figure 3.2 montre le matériel de mesure. Les mesures effectuées sur huit échantillons sont rassemblées dans le tableau 3.1. L'incertitude de



(a) Micrographie au MEB.



(b) Cartographie des différents éléments.

FIG. 3.1: Micro-analyse d'un échantillon de calcaire crinoïde.

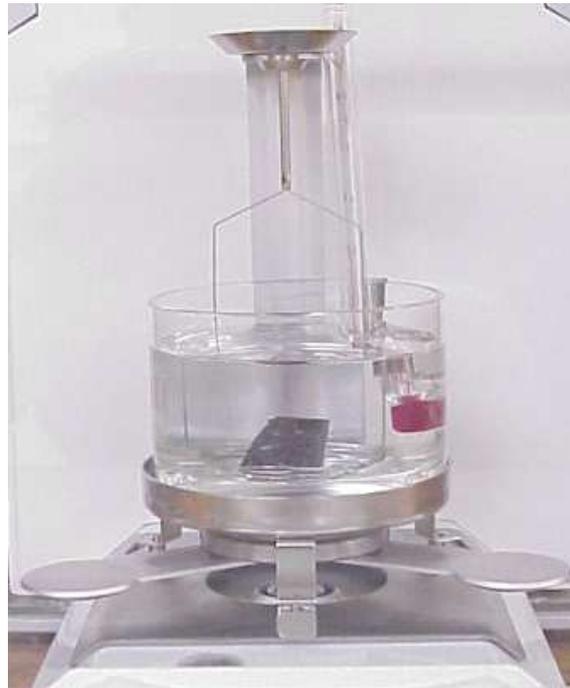


FIG. 3.2: Matériel de pesée.

TAB. 3.1: Résultats de la mesure de masse volumique des deux calcaires.

échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8
matériau	calcaire crinoïde							
m^{air}	5.20 g	6.47 g	3.83 g	7.35 g	8.31 g	5.22 g	18.15 g	18.50 g
m^{eau}	3.29 g	4.03 g	2.42 g	4.63 g	5.23 g	3.30 g	11.45 g	11.67 g
densité	2.72	2.65	2.71	2.70	2.69	2.71	2.70	2.70
matériau	blanche de Beaucaire							
m^{air}	8.70 g	10.04 g	10.74 g	4.95 g	7.24 g	5.88 g	6.99 g	3.69 g
m^{eau}	5.03 g	5.64 g	5.47 g	2.77 g	4.02 g	3.16 g	3.94 g	2.08 g
densité	2.37	2.28	2.03	2.27	2.24	2.16	2.29	2.29

mesure des masses est de 0.01 g. Pour la densité de l'eau déminéralisée, l'incertitude vaut 110 g.m^{-3} . Les masses volumiques des deux roches sont : $\rho_c = 2700 \pm 30 \text{ kg.m}^{-3}$ pour le calcaire crinoïde et $\rho_b = 2230 \pm 30 \text{ kg.m}^{-3}$ pour la blanche de Beaucaire. Le calcul des incertitudes de mesure est expliqué dans l'annexe.

2.2 Porosité

Le matériel classique permettant de déterminer la taille des pores, le volume, la distribution, la densité et autres caractéristiques liées à la porosité tel que la porosimétrie au mercure ne fait pas partie de l'équipement du LMT. Toutefois, une estimation de la porosité a été réalisée suivant certaines hypothèses : on suppose que l'eau peut s'infiltrer dans tous les pores de l'échantillon. C'est pourquoi les mesures ont été effectuées sur des éprouvettes ayant un rapport surface-volume important. Chaque échantillon a été séché afin d'éliminer toute humidité. Il est ensuite pesé, son volume est calculé à l'aide de la masse volumique. Puis, il est immergé dans un volume d'eau connu. La décroissance du volume total (échantillon et eau) est assimilée à la porosité en supposant que l'eau s'infiltrer dans les pores. Etant donné les volumes des échantillons et l'échelle de mesure de volume utilisés, l'incertitude de mesure de la porosité est de 1 %. Aucune décroissance du volume total n'a été observée pour le calcaire crinoïde, on peut donc en déduire que la porosité de cette roche est inférieure à 1 %. La porosité de la blanche de Beaucaire est de $14 \pm 1 \%$.

3 Module d'Young et coefficient de Poisson

Pour mesurer le module d'Young et le coefficient de Poisson, des essais de compression uniaxiale ont été réalisés sur quatre éprouvettes de chaque roche à l'aide d'une machine de traction-compression de capacité $\pm 100 \text{ kN}$. Les éprouvettes sont instrumentées de deux jauges de déformation, l'une mesurant des déformations longitudinales et transversales, l'autre seulement des déformations transversales. Chacune de ces jauges est placée sur deux faces opposées. L'accostage de l'éprouvette est asservi en effort alors que pendant l'essai, l'asservissement est en déplacement imposé. Les mesures effectuées pour le calcaire crinoïde et la blanche de Beaucaire sont représentées respectivement sur les figures 3.3 et 3.4. Les incertitudes de mesure des déformations sont de 10^{-6} et des contraintes de 0.4 MPa.

Les valeurs mesurées pour chaque éprouvette sont rassemblées dans le tableau 3.2. Les valeurs

TAB. 3.2: Résultats de la mesure du module d'Young et du coefficient de Poisson des deux calcaires.

échantillon	1	2	3
matériau	calcaire crinoïde		
module d'Young	80.85 GPa	75.67 GPa	76.54 GPa
coefficient de Poisson	0.30	0.28	—
matériau	blanche de Beaucaire		
module d'Young	14.64 GPa	16.91 GPa	5.78 GPa
coefficient de Poisson	—	—	0.343

prenant en compte les différentes incertitudes comme expliqué dans l'annexe du module d'Young et du coefficient de Poisson du calcaire crinoïde et de la blanche de Beaucaire sont respectivement : $E_c = 77.82 \pm 0.04 \text{ GPa}$, $\nu_c = 0.28 \pm 0.02$ et $E_b = 6.04 \pm 0.05 \text{ GPa}$, $\nu_b = 0.343 \pm 0.003$. Les propriétés élastiques du calcaire crinoïde sont assez proches de la moyenne arithmétique des trois essais (tab. 3.2), en revanche la courbe contrainte-déformation du troisième essai de la blanche de Beaucaire étant beaucoup plus linéaire que les autres, les valeurs du module d'Young et du coefficient de

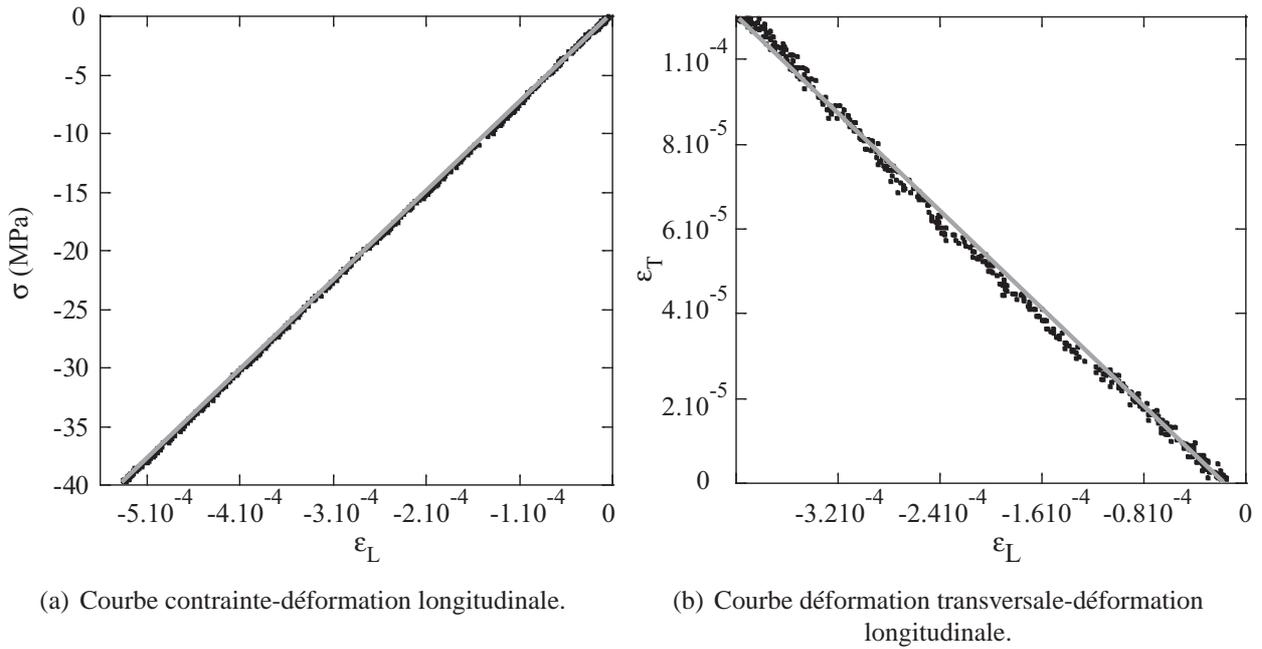


FIG. 3.3: Courbes permettant l'identification du module d'Young et du coefficient de Poisson de la seconde éprouvette de calcaire crinoïde.

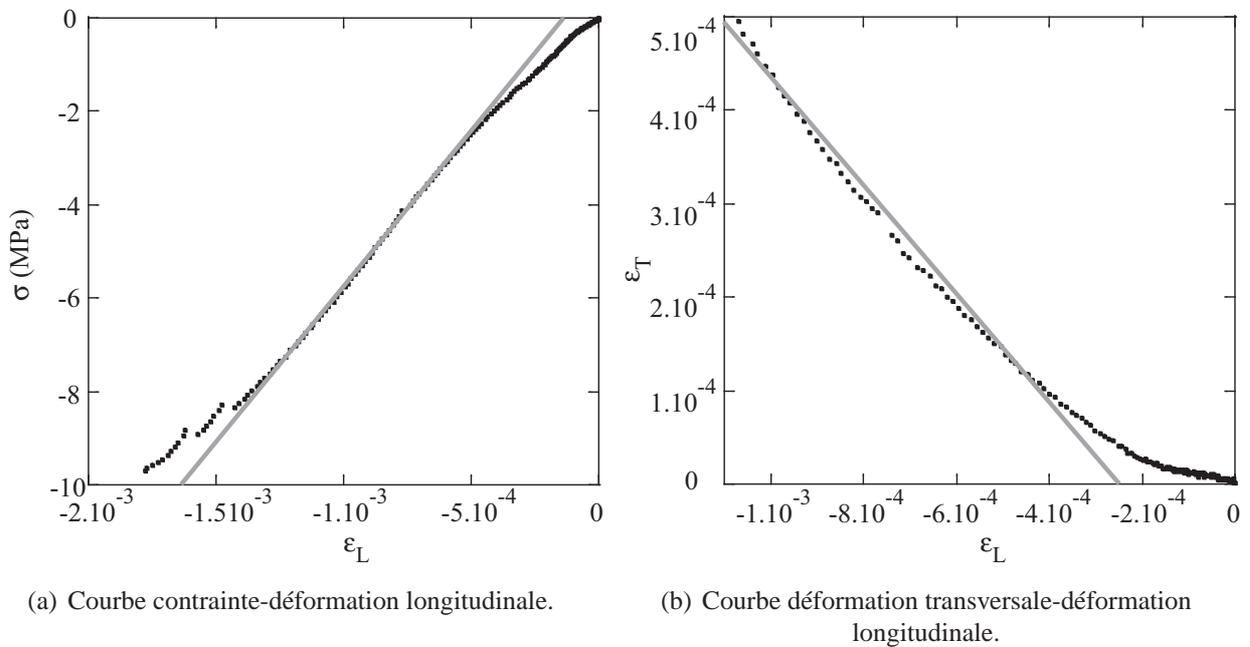


FIG. 3.4: Courbes permettant l'identification du module d'Young et du coefficient de Poisson de la troisième éprouvette de blanche de Beaucaire.

Poisson de cette roche sont très proches de celles mesurées lors du troisième essai (tab. 3.2 et annexe).

Le module d'Young et le coefficient de Poisson peuvent être déterminés à partir de mesures ultrasonores. En effet, la vitesse de propagation des ondes dans le matériau est liée à ses caractéristiques mécaniques élastiques statiques. Pour déterminer cette relation il faut résoudre un problème de dynamique dans un milieu isotrope homogène. On trouve alors

$$E = \rho c_T^2 \frac{3c_L^2 - 4c_T^2}{c_L^2 - c_T^2} \quad \text{et} \quad \nu = \frac{c_L^2 - 2c_T^2}{2(c_L^2 - c_T^2)} \quad (3.2)$$

où ρ est la masse volumique, c_T et c_L les vitesses des ondes transversales et longitudinales dans le matériau. Pour mesurer ces vitesses, on utilise deux transducteurs (un émetteur, capable d'émettre une onde transversale ou longitudinale et un récepteur). La mesure du temps que met l'onde pour traverser l'éprouvette et celle de l'épaisseur de l'éprouvette permettent de déduire les vitesses longitudinales et transversales. Deux mesures ont été effectuées sur deux échantillons pour chaque roche. L'incertitude de mesure vaut $0.1 \mu\text{s}$ pour le temps et 0.5 mm pour l'épaisseur. Les célérités des ondes sont alors $c_L = 6300 \pm 100 \text{ m.s}^{-1}$, $c_T = 3300 \pm 100 \text{ m.s}^{-1}$ pour le calcaire crinoïde et $c_L = 3400 \pm 100 \text{ m.s}^{-1}$, $c_T = 2100 \pm 100 \text{ m.s}^{-1}$ pour la blanche de Beaucaire. Les résultats du tableau 3.3 confirment les mesures des propriétés élastiques pour le calcaire crinoïde réalisées lors des essais de compression. En revanche, pour la blanche de Beaucaire les valeurs sont sensiblement différentes entre les essais

TAB. 3.3: Résultats de la mesure de la vitesse des ondes des deux calcaires.

échantillon	1	2
matériau	calcaire crinoïde	
vitesse longitudinale	6200 m.s^{-1}	6500 m.s^{-1}
vitesse transversale	3300 m.s^{-1}	3400 m.s^{-1}
matériau	blanche de Beaucaire	
vitesse longitudinale	3600 m.s^{-1}	3200 m.s^{-1}
vitesse transversale	2100 m.s^{-1}	2100 m.s^{-1}

de compression et les mesures ultrasonores. En effet, cette roche étant très poreuse, l'hypothèse de matériau homogène est loin d'être respectée et la mesure ultrasonore est moins fiable.

4 Rupture en compression et en traction

Afin de déterminer la contrainte de rupture en compression, deux types d'essais sont menés : des essais de compression uniaxiale et des essais quasi œdométriques. La rupture en tension étant un phénomène aléatoire pour les matériaux fragiles tels que les roches, la théorie de Weibull est utilisée pour la décrire [Weibull 39].

4.1 Essais de compression uniaxiale

L'essai de compression uniaxiale est certainement l'essai le plus classique permettant de mesurer la contrainte de rupture en compression. Cependant, cet essai est difficile à interpréter. En effet pour les matériaux fragiles tels que les roches la contrainte de rupture en compression est bien plus élevée que celle en tension. Beaucoup de modèles apparaissent dans la littérature afin de décrire les mécanismes de rupture lors d'un essai de compression uniaxiale. Il est notamment souvent observé une fissuration uniaxiale nommée en anglais "splitting fracture" [Li 98b, Li 98a, Wong 02] qui provient des extensions latérales dans la roche. La fissure est alors sollicitée en traction en mode I. De plus cet

essai dépend aussi de la géométrie de l'éprouvette et des conditions aux limites au niveau des mors [Forquin 03] telles que le frottement.

Des essais de compression uniaxiale ont été menés sur une machine de capacité ± 2500 kN pour le calcaire crinoïde et de ± 100 kN pour la blanche de Beaucaire. La section des éprouvettes est 50×50 mm² et leur longueur mesure 100 mm. La figure 3.5(a) présente la courbe contrainte-déformation d'un essai sur une éprouvette de calcaire crinoïde. Le comportement est linéaire jusqu'à 70 % de la charge

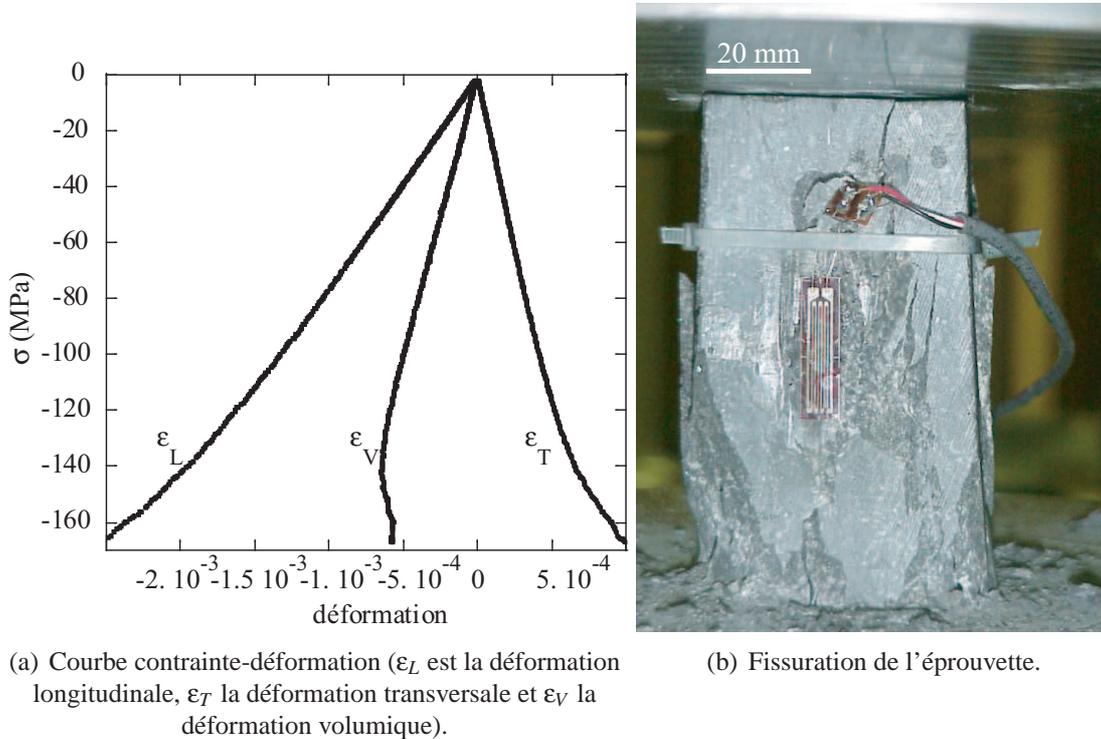


FIG. 3.5: Essai de compression uniaxiale de la deuxième éprouvette de calcaire crinoïde.

maximale. En étudiant la variation de volume de l'éprouvette sur le graphique 3.5(a), on voit que le volume décroît pendant la phase linéaire. Lorsque le chargement dépasse $0.7\sigma_{max}$, le comportement n'est plus linéaire. Pendant cette non-linéarité, on peut observer que la variation de volume change de signe. On peut en déduire que la non-linéarité est certainement due à l'apparition de fissures dans la direction de chargement (figure 3.5(b)). Ces fissures, sollicitées en mode I, montrent l'endommagement de l'éprouvette et provoquent son gonflement qui entraîne une variation de volume positive. Trois essais ont été effectués pour chaque roche. L'incertitude de mesure vaut, en effort, 10000 N pour le calcaire crinoïde et 100 N pour la blanche de Beaucaire et 0.5 mm pour la dimension. Les contraintes de rupture en compression sont donc $\sigma_c = 147 \pm 5$ MPa pour le calcaire crinoïde et $\sigma_b = 10.8 \pm 0.4$ MPa pour la blanche de Beaucaire. L'importante dispersion des mesures (tab. 3.4) est certainement due aux conditions aux limites au niveau des mors qui diffèrent selon les éprouvettes.

TAB. 3.4: Résultats de la mesure de la contrainte de rupture en compression des deux calcaires.

échantillon	1	2	3
matériau	calcaire crinoïde		
contrainte de rupture en compression	144 MPa	167 MPa	136 MPa
matériau	blanche de Beaucaire		
contrainte de rupture en compression	12.4 MPa	8.56 MPa	9.50 MPa

La dépendance de la rupture en compression vis-à-vis du confinement impose de réaliser des mesures lors d'essais quasi œdométriques.

4.2 Essais de compression quasi œdométrique

4.2.1 Analyse bibliographique

Les propriétés mécaniques des roches sous compression quasi statique et dynamique sont des données indispensables pour la compréhension d'essais dynamiques comme les explosions notamment pour la zone de broyage. En effet dans cette zone proche du chargement, les contraintes de compression sont les plus importantes et sont donc la cause de l'endommagement (voir chapitre 2). Il est de plus intéressant de réaliser des essais de compression confinée car près de la zone de chargement, le matériau subit un confinement inertiel. Devant le front d'onde, la matière est immobile alors que son déplacement radial est important après le front d'onde. L'immobilité de la matière autour du chargement crée le confinement inertiel. La figure 3.6 montre, à l'aide de la solution analytique d'un chargement cylindrique de compression du chapitre 2 paragraphe 3, que la pression hydrostatique vaut environ dixième de la pression initiale (p_0) jusqu'à une distance de 5 rayons (a) de la zone de chargement. La zone de broyage subit un confinement, il est donc indispensable d'étudier le rôle

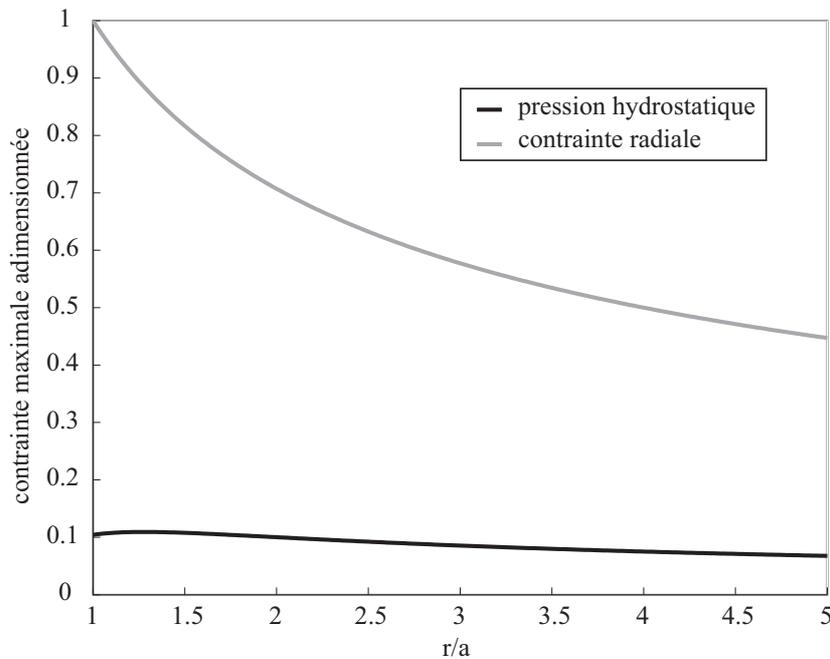


FIG. 3.6: Evolution de la contrainte radiale et de la pression hydrostatique pour un chargement cylindrique (chapitre 2).

de la pression hydrostatique sur le comportement en rupture des roches. Une étude bibliographique montre que la contrainte de rupture dépend surtout de deux paramètres : la vitesse de déformation et la pression hydrostatique. Les travaux déjà réalisés montrent tous la même tendance : la contrainte de rupture en compression augmente (en valeur absolue) avec la vitesse de déformation et la pression hydrostatique. Par exemple, Li et *al.* [Li 99] ont soumis des éprouvettes cylindriques de granite de diamètre 30 mm et de longueur 60 mm à quatre vitesses de déformation (10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-1} et 10^0 s^{-1}) et six pressions de confinement (20, 50, 80, 110, 140 et 170 MPa). Le dispositif est représenté sur la figure 3.7(a). Les résultats montrent que pour des vitesses de déformation faibles (de 10^{-4} à 10^{-2} s^{-1}) la contrainte ultime triple environ lorsque la pression de confinement varie de 20 MPa à 170 MPa. La figure 3.7(b) montre aussi que pour des vitesses de déformation plus grandes le rapport de la contrainte ultime n'est plus que de deux pour les mêmes pressions de confinement. De plus,

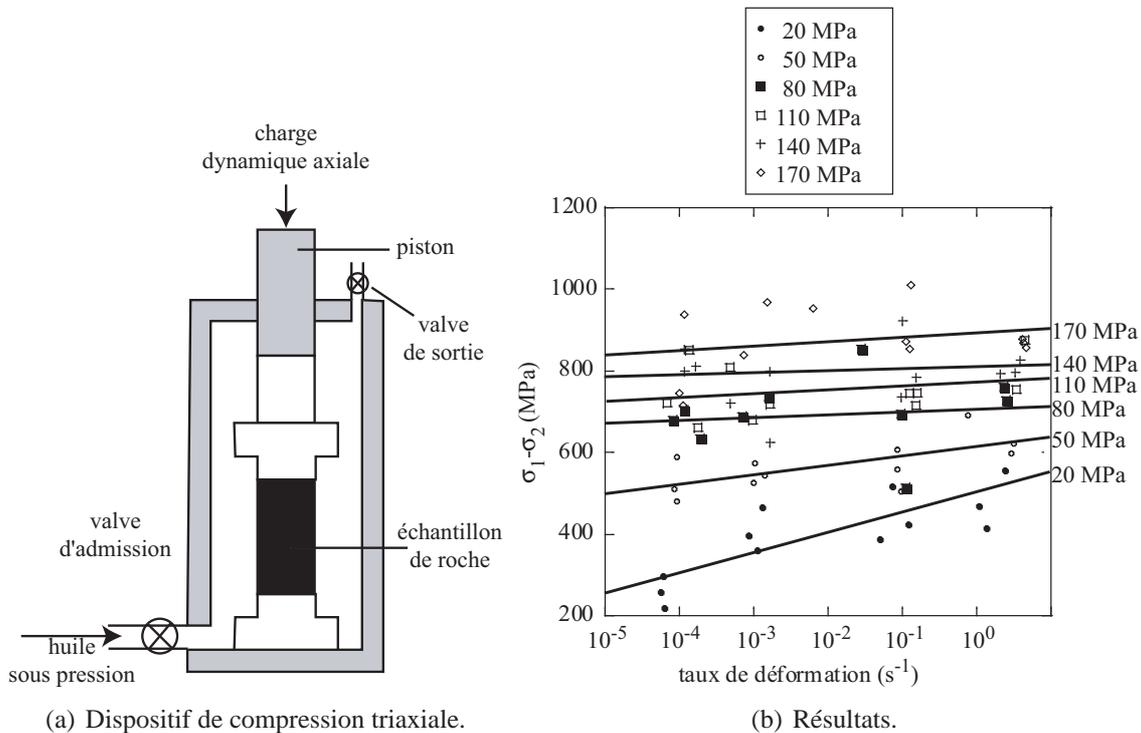


FIG. 3.7: Essais de compression triaxiale [Li 99].

pour des pressions de confinement élevées (ici 170 MPa) l'influence de la vitesse de déformation est plus faible. D'autres travaux [Masuda 87, Donath 71, Olsson 91, Hamami 99, Sari 06] menés sur des roches ont abouti aux mêmes conclusions. Des études sur des mortiers [Li 04] ou encore sur des bétons (dont un bilan est réalisé par Bischoff et Perry [Bischoff 91]) montrent que la contrainte de rupture en compression de ces matériaux a la même tendance vis-à-vis de la vitesse de déformation et de la pression de confinement. Le fait que la vitesse de déformation et la pression de confinement aient le même effet sur la contrainte de rupture en compression semble logique. En effet, on peut considérer que l'essai de compression dynamique est le siège d'un confinement inertiel, c'est-à-dire d'une augmentation de la pression hydrostatique au cœur de l'échantillon due à l'inertie radiale de la matière.

Pour réaliser un essai de compression confinée sur les roches, un essai quasi œdométrique [Burlion 97, Gatuingt 99] est proposé. Cette configuration (fig. 3.8) consiste à réaliser un essai de compression sur un cylindre enveloppé d'une cellule de matériau plus "résistant" qui va permettre de réduire les déplacements radiaux de l'échantillon. Une jauge de déformation est placée à l'extérieur de la cellule, elle permettra d'obtenir la mesure de la pression hydrostatique et de la contrainte équivalente de l'échantillon. Un produit est introduit entre l'éprouvette et la cellule afin d'éviter toute compression uniaxiale. En effet, les défauts de forme et de parallélisme sont quelquefois importants pour des éprouvettes de géomatériaux. Si le matériau n'est pas en contact avec la cellule, il sera soumis à un essai de compression uniaxiale jusqu'à ce qu'il touche la cellule. Or il risque de rompre avant d'être confiné. La présence d'un produit d'interface permet de réduire ce problème. Le produit utilisé est une résine époxyde bi-composant, le Chrysor C6120, utilisée habituellement comme colle à bétons pour combler les vides. Le Chrysor est introduit dans la cellule sous sa forme liquide puis durcit au bout de 24 heures. Gatuingt [Gatuingt 99] a réalisé de nombreux essais de compression quasi œdométrique dynamique sur un micro-béton MB50. Ces essais montrent que le matériau subit un fort écrouissage. Ils montrent aussi que la vitesse de déformation a une influence relativement faible par rapport aux essais de compression simple étudiés auparavant. Cela conforte l'idée d'un confinement artificiel causé par l'inertie radiale du matériau.

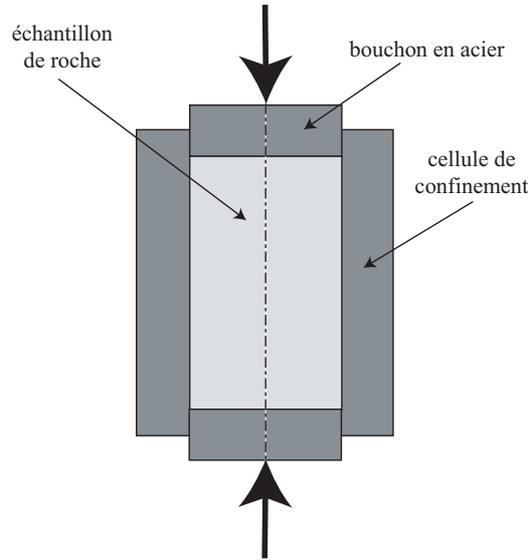


FIG. 3.8: Schéma du dispositif d'un essai quasi œdométrique.

4.2.2 Méthode d'analyse des résultats

Des essais quasi œdométriques ont été réalisés et analysés sur du béton et de l'aluminium [Forquin 06]. Les auteurs présentent une analyse des résultats d'essais qui sera utilisée pour les essais sur les calcaires. Afin d'exploiter les essais quasi œdométriques en vue d'identifier un modèle de comportement en compression confinée, il est nécessaire d'effectuer une hypothèse importante. L'essai de compression quasi œdométrique est un essai piloté en déformation axiale. Le confinement de l'éprouvette n'est pas piloté. La déformation axiale et la pression hydrostatique sont donc deux grandeurs liées. Comment savoir alors, si la variation de la contrainte de rupture est due à l'augmentation de la déformation axiale ou à l'augmentation de la pression hydrostatique ? Pour identifier les paramètres d'un modèle à partir d'essais quasi œdométriques, il faut distinguer les deux phénomènes. Par exemple Forquin et *al.* [Forquin 06] ont choisi de présenter le comportement en compression par une courbe contrainte déviatorique/déformation équivalente pour l'aluminium et par une courbe contrainte déviatorique/pression hydrostatique pour le béton. Les auteurs ont donc supposé que la pression hydrostatique a peu d'influence sur la rupture de l'aluminium, alors que pour le béton, ils supposent qu'il n'y a pas d'influence de la variation de la déformation pour une pression fixe. Pour les calcaires, la même hypothèse que celle faite pour le béton sera utilisée, c'est-à-dire que l'influence de l'augmentation de la déformation est négligeable devant celle de la pression hydrostatique.

Pour identifier le comportement des calcaires, une seule cellule est utilisée. Pour cela, la cellule est sollicitée de façon que son comportement reste élastique. Les mesures réalisées lors de l'essai sont l'effort axial, la déformation axiale de l'éprouvette et la déformation orthoradiale sur la face extérieure de la cellule. Une solution analytique relie la pression hydrostatique et la contrainte déviatorique de l'éprouvette aux mesures. L'objectif de cette analyse est de déterminer la relation entre la contrainte équivalente de von Mises σ_{eq} et la pression hydrostatique p des roches. Pour cela, il faut connaître les contraintes radiale et axiale auxquelles sont soumises les roches. En effet, le tenseur des contraintes d'un matériau soumis à un essai quasi œdométrique d'axe (O, \underline{e}_z) s'écrit dans la base cylindrique $(\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_z)$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{radiale} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{radiale} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{axiale} \end{pmatrix}_{(\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_z)} \quad (3.3)$$

Il vient alors que

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D : \underline{\underline{\sigma}}_D} = |\sigma_{axiale} - \sigma_{radiale}| \quad \text{et} \quad p = -\frac{1}{3}(\sigma_{axiale} + 2\sigma_{radiale}) \quad (3.4)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}_D$ est le tenseur des contraintes déviatorique.

Les données géométriques sont représentées sur la figure 3.9. Les propriétés mécaniques du confinement seront indexées par la lettre C . Le système de coordonnées cylindriques est utilisé. On suppose

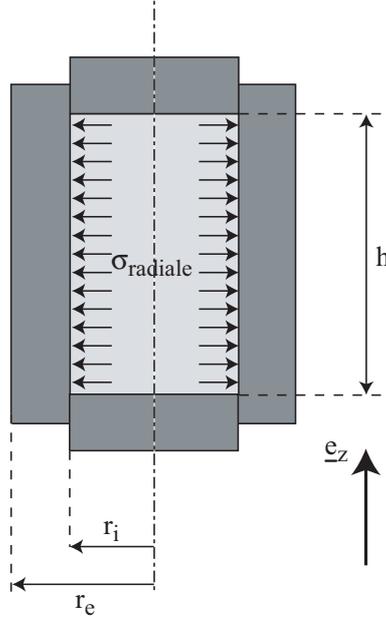


FIG. 3.9: Données géométriques de l'essai quasi œdométrique.

que la cellule de confinement garde son comportement élastique (module d'Young $E^C = 205$ GPa, coefficient de Poisson $\nu^C = 0.3$). On note $\sigma_{radiale}$ (fig. 3.9) la pression à laquelle est soumise la cellule de confinement. On suppose que la cellule est sollicitée par cette pression sur toute sa hauteur et que le déplacement de la cellule est exclusivement radial et ne dépend que du rayon r : $\underline{u}^C = u^C(r)\underline{e}_r$. L'équilibre et la relation de comportement élastique linéaire isotrope conduisent à l'équation suivante (voir chapitre 2)

$$r^2 u_{,rr}^C(r) + r u_{,r}^C(r) - u^C(r) = 0 \quad (3.5)$$

dont la solution est

$$u^C(r) = K_1 r + \frac{K_2}{r} \quad (3.6)$$

où K_1 et K_2 sont des constantes déterminées à l'aide des conditions aux limites

$$\sigma_r^C(r = r_i) = \sigma_{radiale} \quad \sigma_r^C(r = r_e) = 0 \quad (3.7)$$

On en déduit que

$$u_r^C(r) = -\frac{1 + \nu^C}{EC} \frac{r_i^2 r_e}{r_e^2 - r_i^2} \left((1 - 2\nu^C) \frac{r}{r_e} + \frac{r_e}{r} \right) \sigma_{radiale} \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_\theta^C(r) = -\frac{1 + \nu^C}{EC} \frac{r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} \left(1 - 2\nu^C + \frac{r_e^2}{r^2} \right) \sigma_{radiale} \quad (3.9)$$

L'équation (3.9) nous permet de déterminer $\sigma_{radiale}$ à partir de la mesure de la déformation orthoradiale de la cellule pour $r = r_e$. Pour calculer la contrainte axiale σ_{axiale} , il faut déterminer la déformation radiale $\epsilon_{radiale}$ à laquelle est soumise la roche puisqu'elle décrit la variation de section de l'éprouvette

$$\sigma_{axiale} = \frac{F_{axiale}}{S_0(1 + \epsilon_{radiale})} \quad (3.10)$$

où S_0 est la section initiale de l'éprouvette. Cette expression prend également en compte le fait que les bouchons ne se déforment quasiment pas par rapport à l'éprouvette [Forquin 06]. L'expression de $\epsilon_{radiale}$ s'écrit à l'aide de la continuité du déplacement radial entre la roche et la cellule en $r = r_i$

$$\epsilon_{radiale} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2(1 - \nu^C)} \left(\frac{r_e}{r_i} \right)^2 \right) \epsilon_{\theta}^C(r_e) \quad (3.11)$$

A partir des données F_{axiale} et $\epsilon_{\theta}^C(r_e)$, les équations (3.9), (3.10) et (3.11) permettent de déterminer $\sigma_{radiale}$ et σ_{axiale} et donc la contrainte déviatorique et la pression hydrostatique (éq. (3.4)).

Cependant, la solution analytique présentée nécessite des hypothèses discutables. En effet, le fait que la pression $\sigma_{radiale}$ ne s'applique pas sur la même hauteur au cours de l'essai et l'effet tonneau de la cellule ne sont pas pris en compte. Pour cela, Forquin *et al.* [Forquin 06] ont utilisé un calcul aux éléments finis de l'essai quasi œdométrique afin de s'affranchir de ces hypothèses. Des simulations de la cellule soumise à une pression $\sigma_{radiale}$ sont effectuées. Afin de prendre en compte la diminution de hauteur sur laquelle la pression $\sigma_{radiale}$ s'exerce, deux simulations sont réalisées : une pour la hauteur de l'éprouvette (dans notre cas 40 mm) et une autre pour une déformation axiale de 15 %, soit une hauteur de 34 mm. A partir de ces résultats, deux fonctions reliant $\sigma_{radiale}$ et $\epsilon_{\theta}^C(r_e)$ sont identifiées pour chaque hauteur ($f_{40}(\epsilon_{\theta}^C(r_e))$ pour une hauteur de 40 mm et $f_{34}(\epsilon_{\theta}^C(r_e))$ pour 34 mm) (fig. 3.10). On suppose alors que la contrainte radiale est une fonction linéaire de la déformation axiale

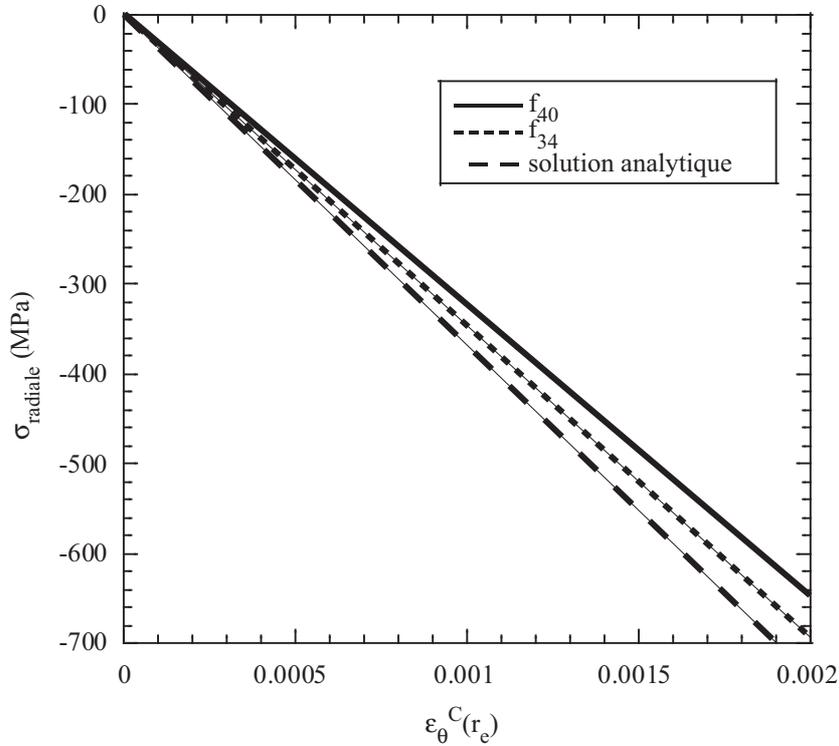


FIG. 3.10: Déformation orthoradiale extérieure de la cellule en fonction de la pression appliquée.

$$\sigma_{radiale} = \left(1 - \frac{\epsilon_{axiale}}{\epsilon_{ref}} \right) f_{40}(\epsilon_{\theta}^C(r_e)) + \left(\frac{\epsilon_{axiale}}{\epsilon_{ref}} \right) f_{34}(\epsilon_{\theta}^C(r_e)) \quad (3.12)$$

où $\varepsilon_{ref} = -0.15$. La figure 3.10 montre que les fonctions f_{40} et f_{34} sont linéaires étant donné que le comportement de la cellule est élastique. L'erreur relative de la pente entre f_{40} et f_{34} est de 14 % alors que celle entre f_{40} et la solution analytique est de 16 %. Ceci montre bien l'intérêt de l'utilisation d'une solution numérique.

De plus, l'effet tonneau est pris en compte pour déterminer $\varepsilon_{radiale}$. On suppose pour cela que la dépendance du déplacement radial de la cellule par rapport à la variable z est parabolique

$$u_r^C(z) = u_r^C(z=0) + \left(u_r^C(z=h/2) - u_r^C(z=0) \right) \left(\frac{2z}{h} \right)^2 \quad (3.13)$$

On en déduit alors que la déformation radiale moyenne vaut

$$\varepsilon_{radiale} = \frac{2}{3} \varepsilon_{\theta}^C(r_i, z=0) + \frac{1}{3} \varepsilon_{\theta}^C(r_i, z=h/2 - U_{axial}) \quad (3.14)$$

La prise en compte de ce phénomène nécessite une nouvelle mesure de déformation sur la cellule. La jauge de déformation est placée à $z = 18$ mm. Afin de relier les déformations du rayon intérieur à celles du rayon extérieur, la simulation est une nouvelle fois utilisée. Le comportement de la cellule étant toujours élastique, ces déformations sont proportionnelles. Pour prendre en compte le fait que la hauteur de la sollicitation diminue au cours de l'essai, une moyenne est retenue entre une hauteur de 40 mm et une de 34 mm. Le rapport $\varepsilon_{\theta}^C(r_i, z=0)/\varepsilon_{\theta}^C(r_e, z=0)$ vaut alors 3.04 et $\varepsilon_{\theta}^C(r_i, z=20)/\varepsilon_{\theta}^C(r_e, z=18)$ vaut alors 2.28. La solution analytique donne un rapport constant de 3.28.

4.2.3 Expérimentations

Trois essais quasi œdométriques ont été réalisés sur chaque roche. Ils ont été effectués au Laboratoire de Mécanique des Solides (LMS) de l'Ecole Polytechnique à Palaiseau (92). Afin de mettre en place l'éprouvette dans la cellule, un montage a été réalisé par Safa et Forquin au LMS. Les caractéristiques des différents composants sont données dans le tableau 3.5. Pour placer le Chryсор entre

TAB. 3.5: Caractéristiques des composants.

cellule	
matériau	acier 35 NCD16
module d'Young	205 GPa
coefficient de Poisson	0.3
limite d'élasticité	1700 MPa
diamètre intérieur	29.3 mm
diamètre extérieur	60 mm
hauteur	60 mm
bouchon	
matériau	acier 35 NCD16
module d'Young	205 GPa
coefficient de Poisson	0.3
limite d'élasticité	1700 MPa
diamètre	28.5 mm
hauteur	40 mm

la cellule et l'éprouvette, le produit est tout d'abord placé dans la cellule puis l'échantillon est inséré dans la cellule remplie de Chryсор liquide à l'aide d'une presse manuelle. Le Chryсор s'écoule alors entre la cellule et l'éprouvette, puis déborde pour être sûr qu'il n'y a pas des vides d'air. Le tout sèche

sous charge (quelques kN) pendant 24 heures environ.

Les propriétés géométriques des éprouvettes testées sont récapitulées dans le tableau 3.6. Les

TAB. 3.6: Caractéristiques des éprouvettes.

éprouvette	matériau	masse	diamètre min	diamètre max	hauteur
CR1	calcaire crinoïde	70.16 g	28.77 mm	28.80 mm	39.90 mm
CR2	calcaire crinoïde	70.08 g	28.78 mm	28.80 mm	39.89 mm
CR3	calcaire crinoïde	70.01 g	28.74 mm	28.76 mm	39.84 mm
CB1	blanche de Beaucaire	56.33 g	28.70 mm	28.74 mm	39.81 mm
CB2	blanche de Beaucaire	55.44 g	28.68 mm	28.76 mm	39.78 mm
CB3	blanche de Beaucaire	56.39 g	28.67 mm	28.77 mm	39.84 mm

essais ont été réalisés sur des barres d'Hopkinson [Hopkinson 14] en acier de 80 mm de diamètre. La contrainte et la déformation axiales sont mesurées de manière classique à l'aide de jauges placées sur les barres entrante et sortante. Avec un projectile, on induit une onde longitudinale de compression dans la barre entrante. Une partie de cette onde se réfléchit à l'interface barre-échantillon, une autre se transmet à l'échantillon puis dans la barre sortante (fig. 3.11). Dans l'hypothèse d'une propagation

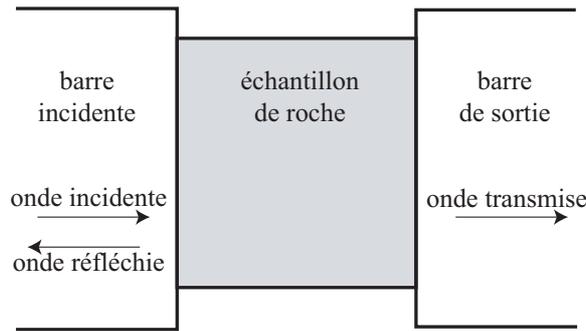


FIG. 3.11: Schéma des barres d'Hopkinson.

unidimensionnelle des ondes, déformations (ϵ_i , ϵ_r et ϵ_t), forces (F_e et F_s) et vitesses particulières (V_e et V_s) sont reliées par des relations linéaires. L'indice i signifie incidente, r réfléchie, t transmise, e entrante et s sortante

$$V_e(t) = c(\epsilon_i(t) - \epsilon_r(t)) \quad (3.15)$$

$$V_s(t) = c\epsilon_t(t) \quad (3.16)$$

$$F_e(t) = S_b E (\epsilon_i(t) + \epsilon_r(t)) \quad (3.17)$$

$$F_s(t) = S_b E \epsilon_t(t) \quad (3.18)$$

où c est la célérité des ondes dans la barre, S_b la section de la barre et E son module d'Young. En supposant que la contrainte et la déformation sont homogènes dans l'échantillon, la vitesse de déformation moyenne et la déformation moyenne s'écrivent

$$\dot{\epsilon}_m(t) = \frac{(V_s(t) - V_e(t))}{l_e} \quad (3.19)$$

$$\epsilon_m(t) = \int_0^t \frac{(V_s(t') - V_e(t'))}{l_e} dt' \quad (3.20)$$

où l_e est la longueur de l'échantillon. Afin de prendre en compte le caractère tridimensionnel des barres, une correction de dispersion est introduite [Davies 48].

Malgré les différences de vitesses du projectile des essais, la vitesse de déformation axiale est assez proche pour chacun des essais. Il sera donc impossible d'estimer l'influence de la vitesse de déformation à partir de ces seuls essais. Les vitesses de projectile ont été choisies afin de solliciter la cellule élastiquement.

Les figures 3.12 et 3.13 montrent les comportements déviatorique et sphérique des deux roches.

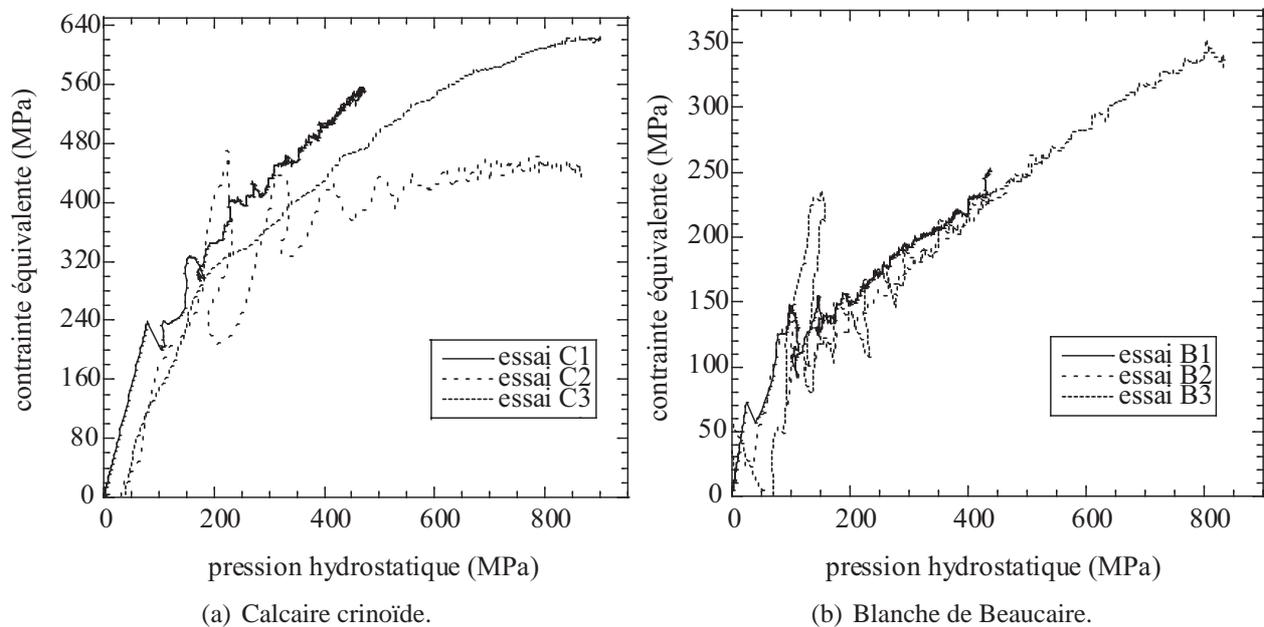


FIG. 3.12: Comportement déviatorique des deux roches.

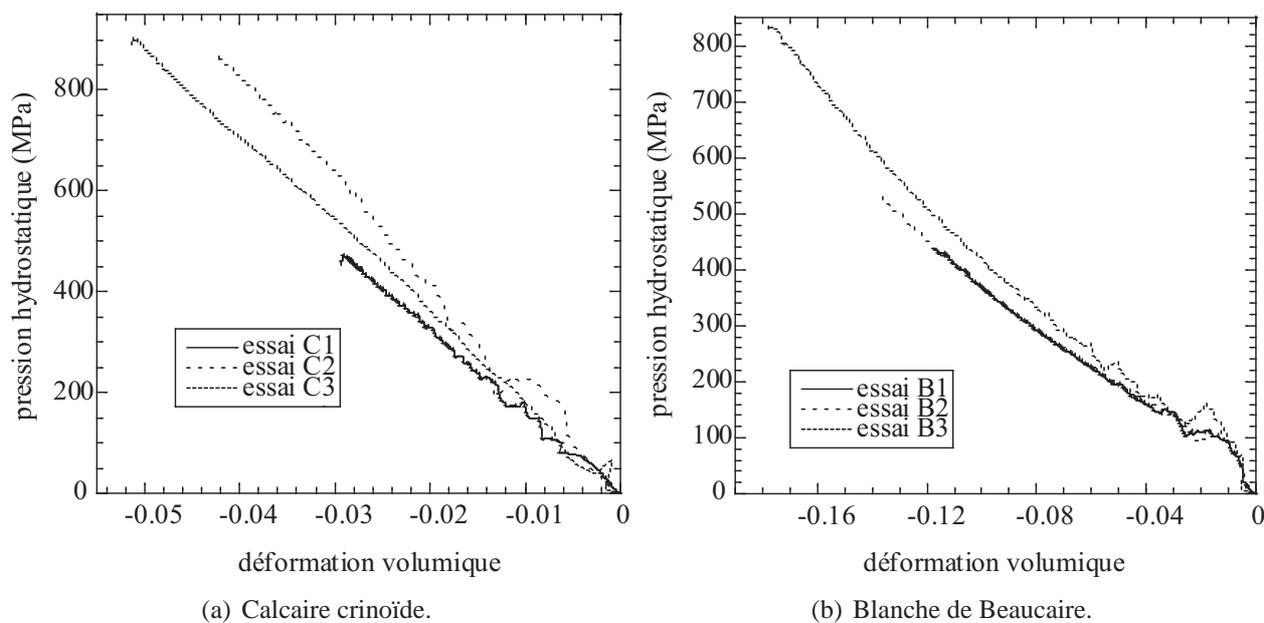


FIG. 3.13: Comportement sphérique des deux roches.

La pression hydrostatique, la contrainte équivalente et la déformation volumique sont déterminées à partir de l'analyse présentée dans le paragraphe 4.2.2 de ce chapitre. Le comportement déviatorique

(fig. 3.12) montre que plus la vitesse du projectile est importante, plus le signal est entaché de vibrations sauf pour l'essai C3. Pour ce dernier essai, il a été décidé d'utiliser un "pulse shaper". C'est un morceau de plomb placé sur la surface d'impact du projectile et de la barre entrante. Ce "pulse shaper" permet d'atténuer la pente du front de montée de la sollicitation. La figure 3.12 confirme la grande sensibilité des deux roches à la pression hydrostatique. Les trois essais de la blanche de Beaucaire (fig. 3.12(b)) ont un comportement déviatorique très proche. L'essai B3 atteint une pression de confinement de 800 MPa pour laquelle la contrainte équivalente vaut environ 350 MPa. Alors que la contrainte de rupture de la blanche de Beaucaire est de 11 MPa en compression simple, la contrainte équivalente atteint 120 MPa dès 200 MPa de confinement. Pour le calcaire crinoïde, il est difficile d'interpréter les essais C1 et C2 à cause des vibrations. En revanche l'essai C3 montre que la contrainte équivalente atteint 320 MPa dès 200 MPa de confinement alors que la contrainte de rupture de cette roche est de 150 MPa en compression simple. Cet essai atteint une pression de confinement de 900 MPa pour laquelle la contrainte équivalente vaut environ 630 MPa.

Le comportement sphérique de la blanche de Beaucaire (fig. 3.13(b)) est assez proche pour les trois essais. Pour une déformation volumique faible ($\leq 1\%$) la pente est plus élevée puis diminue par la suite. Pour l'essai B3 la déformation volumique atteint 18 % alors que la porosité est d'environ 14 %. Cependant aucune rupture de pente n'est observée pour une déformation volumique de 14 %. Les vibrations observées pour les essais C1 et C2 ne permettent pas d'observer la pente au début de la courbe du comportement sphérique (fig. 3.13(a)). Pour l'essai C3, la rupture de pente est moins importante en début de courbe que pour la blanche de Beaucaire. Ensuite la courbe est quasiment linéaire.

4.2.4 Identification de modèles de comportement en compression

Afin de modéliser les essais dynamiques, des modèles en compression sont présentés et identifiés à l'aide des essais quasi œdométriques.

Modèle de Drucker-Prager Le modèle de Drucker-Prager permet de prendre en compte le fait que la limite d'élasticité augmente avec la pression hydrostatique. Un modèle linéaire est proposé

$$f = \sigma_{eq} - p \tan \beta - d \quad \text{avec} \quad \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D : \underline{\underline{\sigma}}_D} \quad \text{et} \quad p = -\frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (3.21)$$

où p est la pression hydrostatique, $\underline{\underline{\sigma}}_D$ le tenseur déviatorique des contraintes, β l'angle de frottement et d le facteur de cohésion du matériau. La figure 3.14 représente une coupe de la surface de plasticité dans le plan méridional du modèle de Drucker-Prager linéaire.

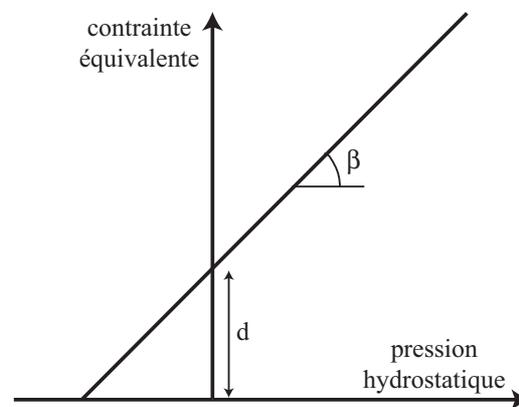


FIG. 3.14: Surface de plasticité dans le plan méridional du modèle de Drucker-Prager linéaire.

L'identification des paramètres du modèle de Drucker-Prager est seulement faite à partir de l'essai C3 pour le calcaire crinoïde (fig. 3.15). La régression linéaire est réalisée à partir d'une contrainte

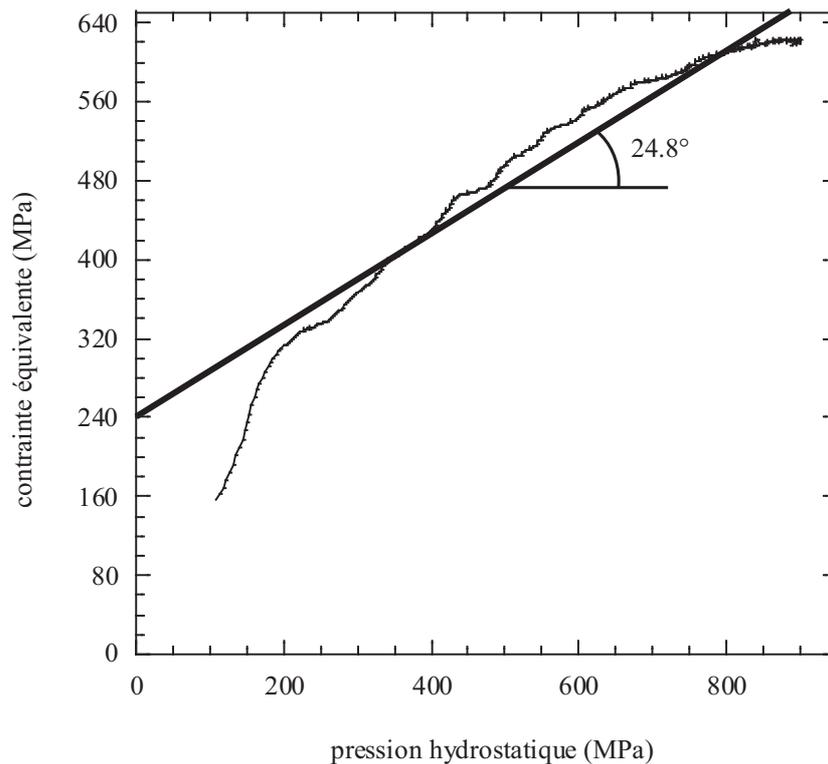


FIG. 3.15: Identification des paramètres de Drucker-Prager pour l'essai C3.

équivalente supérieure à 150 MPa, contrainte de rupture en compression uniaxiale. On trouve $\beta_c = 24.8 \pm 0.1^\circ$ et $d_c = 240 \pm 2$ MPa pour cette roche. Pour la blanche de Beaucaire, afin d'éviter le premier pic de vibration de la figure 3.12(b), la régression linéaire est réalisée à partir d'une pression hydrostatique de 100 MPa. Les résultats de chaque essai sont rassemblés dans le tableau 3.7. On trouve $\beta_b = 20.3 \pm 0.1^\circ$ et $d_b = 68.5 \pm 0.5$ MPa pour cette roche. L'angle de frottement β est assez

TAB. 3.7: Résultats de l'identification des paramètres de Drucker-Prager.

essai	angle de frottement β	cohésion d
C3	$24.8 \pm 0.1^\circ$	240 ± 2 MPa
B1	$20.3 \pm 0.2^\circ$	79.3 ± 0.7 MPa
B2	$21.8 \pm 0.1^\circ$	52.6 ± 0.6 MPa
B3	$18.7 \pm 0.1^\circ$	76.4 ± 0.6 MPa

proche pour les deux roches, ce qui signifie que la pression hydrostatique a environ la même influence pour ces matériaux. En revanche, le facteur de cohésion du calcaire crinoïde est supérieur à celui de la blanche de Beaucaire. Ce résultat était attendu étant donné que les caractéristiques mécaniques du calcaire crinoïde sont toujours plus élevées que celles de la blanche de Beaucaire. Cependant, on peut noter que le rapport des facteurs de cohésions des deux roches (environ 3.5) est beaucoup plus faible que celui des contraintes de rupture en compression uniaxiale (environ 13). Cela signifie que le confinement améliore davantage la résistance de la blanche de Beaucaire.

Modèle KST (Krieg-Swensson-Taylor) Afin de décrire le comportement des roches pour de forts chargements dynamiques, Krieg [Krieg 72], Swensson et Taylor [Swenson 83] ont écrit un modèle représentant à la fois la rupture en tension et les comportements déviatorique et sphérique du matériau.

La fragmentation est décrite par un critère sur la contrainte maximale principale qui ne sera pas utilisé. L'influence de la pression hydrostatique sur la limite d'élasticité est prise en compte de manière parabolique (et non linéaire comme le modèle de Drucker-Prager). La fonction de charge s'écrit alors

$$f = \sigma_{eq} - \sqrt{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \quad \text{avec} \quad \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D : \underline{\underline{\sigma}}_D} \quad \text{et} \quad p = -\frac{1}{3} \text{Tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (3.22)$$

Ce modèle permet de plus de décrire l'influence de la déformation volumique ε_V sur le comportement sphérique et notamment sur le module de compressibilité K

$$K = K(\varepsilon_V) \quad \text{avec} \quad p = K\varepsilon_V \quad \text{à la charge} \quad (3.23)$$

Forquin et *al.* [Forquin 07] proposent une loi linéaire par morceaux entre la pression hydrostatique p et la déformation volumique ε_V (fig. 3.16)

$$p = \begin{cases} -K_i \varepsilon_V & \text{lorsque } \varepsilon_V \leq \varepsilon_V^{(2)} \\ p^{(i-1)} \frac{\varepsilon_V - \varepsilon_V^{(i)}}{\varepsilon_V^{(i-1)} - \varepsilon_V^{(i)}} + p^{(i)} \frac{\varepsilon_V - \varepsilon_V^{(i-1)}}{\varepsilon_V^{(i)} - \varepsilon_V^{(i-1)}} & \text{lorsque } \varepsilon_V^{(i-1)} \leq \varepsilon_V \leq \varepsilon_V^{(i)} \\ -K_f \varepsilon_V & \text{lorsque } \varepsilon_V \geq \varepsilon_V^{(n)} \end{cases} \quad (3.24)$$

où K_i et K_f sont les modules de compressibilité initial et final.

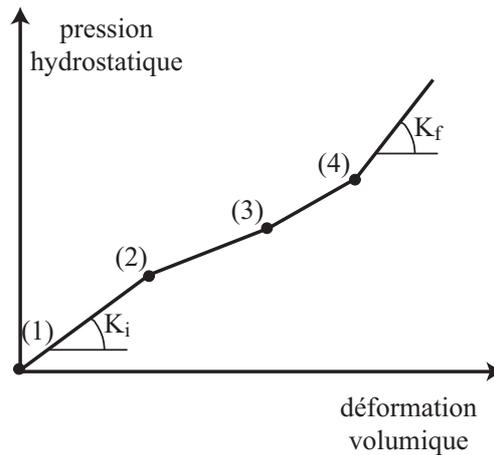


FIG. 3.16: Loi de compaction linéaire par morceaux du modèle KST.

L'identification des différents paramètres du modèle KST est rassemblée dans le tableau 3.8. Elle

TAB. 3.8: Résultats de l'identification des paramètres du comportement déviatorique du modèle KST.

L'essai "blanche de Beaucaire" est la moyenne des essais B1, B2 et B3.

nom de l'essai	a_0	a_1	a_2	σ_{eq}^{max}	σ_{eq}^{min}
C3	-63700 MPa^2	777 MPa	-0.297	635 MPa	150 MPa
B1	3600 MPa^2	86.1 MPa	0.0816	350 MPa	10 MPa
B2	629 MPa^2	63.4 MPa	0.123	350 MPa	10 MPa
B3	1490 MPa^2	90.2 MPa	0.0660	350 MPa	10 MPa
blanche de Beaucaire	1800 MPa^2	80 MPa	0.09	350 MPa	10 MPa

a été réalisée à partir d'une contrainte équivalente supérieure à 150 MPa et à l'aide seulement de l'essai C3 pour le calcaire crinoïde et à partir d'une pression hydrostatique de 100 MPa pour la blanche

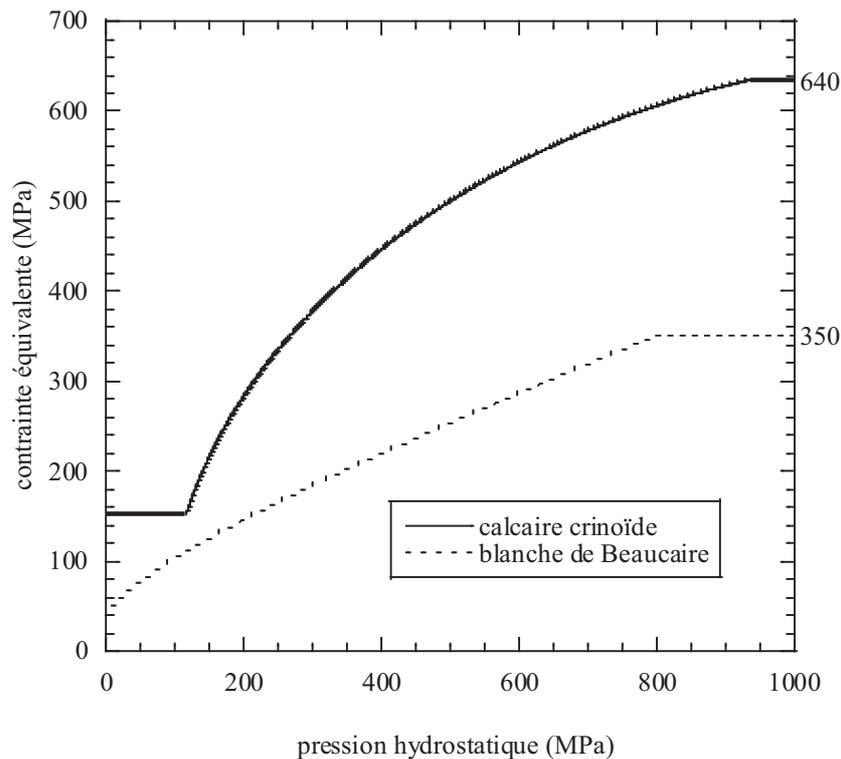


FIG. 3.17: Modélisation du comportement déviatorique des deux roches.

de Beaucaire. La figure 3.17 montre la modélisation du comportement déviatorique des deux roches. On peut observer que le comportement déviatorique de la blanche de Beaucaire est quasiment linéaire contrairement à celui du calcaire crinoïde. Le niveau de la contrainte équivalente est plus élevé pour le calcaire crinoïde. Une contrainte équivalente minimale σ_{eq}^{min} est utilisée pour éviter une résistance en compression trop faible. Elle est choisie égale à la contrainte de rupture en compression uniaxiale σ_c . Une contrainte équivalente maximale σ_{eq}^{max} est utilisée car la résistance n'est pas infinie. Leurs valeurs sont déduites de la valeur maximale mesurée lors des essais (tab. 3.8). Le comportement sphérique est modélisé par deux droites brisées dont les points sont indiqués dans le tableau 3.9. Il est repré-

TAB. 3.9: Résultats de l'identification des paramètres du comportement sphérique du modèle KST. Les points (2) et (3) sont définis dans la figure 3.16. ε_V est la déformation volumique et p la pression hydrostatique.

point (2)		point (3)	
calcaire crinoïde			
$\varepsilon_V(2) = -0.01$	$p(2) = 193 \text{ MPa}$	$\varepsilon_V(3) = -0.051$	$p(3) = 900 \text{ MPa}$
blanche de Beaucaire			
$\varepsilon_V(2) = -0.013$	$p(2) = 130 \text{ MPa}$	$\varepsilon_V(3) = -0.18$	$p(3) = 810 \text{ MPa}$

senté sur la figure 3.18. Comme observé sur la courbe expérimentale (fig.3.13(a)), le comportement sphérique du calcaire crinoïde est quasiment linéaire. En raison de la grande porosité de la blanche de Beaucaire, son module de compressibilité est plus faible que celui du calcaire crinoïde.

4.3 Rupture en tension

La rupture en tension d'une éprouvette de calcaire a un caractère aléatoire. En effet la contrainte à rupture est plutôt dispersée et l'augmentation de volume semble rendre plus fragile l'éprouvette. Ces

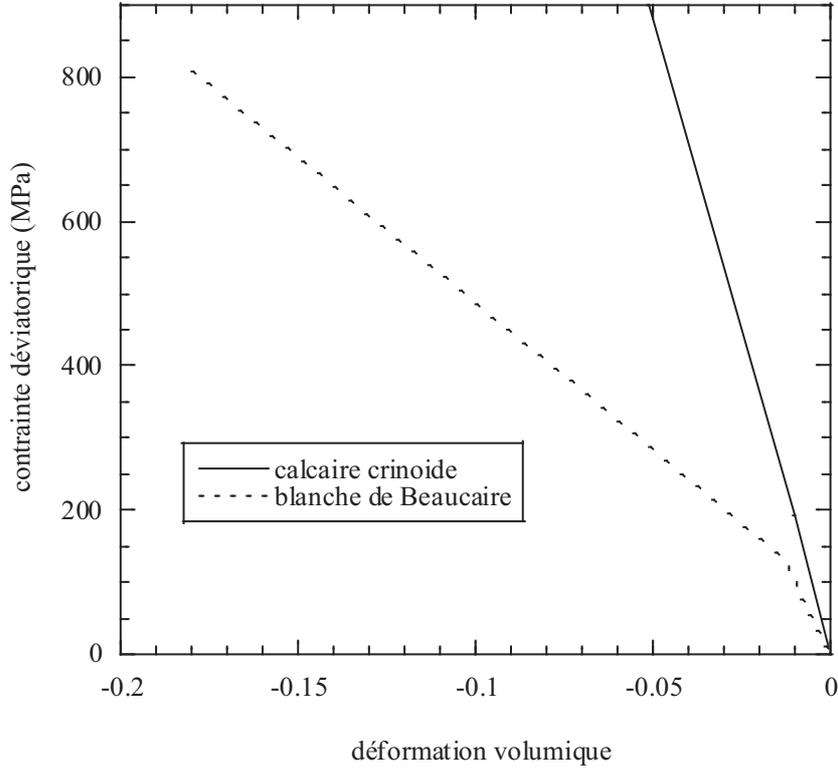


FIG. 3.18: Modélisation du comportement sphérique des deux roches.

phénomènes sont dûs à la présence de défauts ou d'inclusions dans la matière, qui sont à l'origine de la naissance des fissures conduisant à la rupture de l'éprouvette. La théorie de Weibull permet de modéliser ce caractère aléatoire de la rupture en établissant des liens entre la microstructure et le comportement macroscopique du matériau.

4.3.1 Théorie de Weibull

Afin de décrire l'aspect aléatoire de la rupture en tension de matériaux fragiles, Weibull introduit la notion de probabilité de rupture [Weibull 39, Weibull 51]. La théorie de Weibull relie la probabilité de rupture P_r et la contrainte appliquée à une structure Ω

$$P_r = 1 - \exp\left(-\frac{V_{eff}}{V_0} \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_0}\right)^m\right) \quad (3.25)$$

où σ_r est la contrainte principale maximale dans la structure, σ_0 la contrainte relative à un volume de référence $V_0 = 1/\lambda_0$ et V_{eff} le volume effectif défini par

$$V_{eff} = \int_{\Omega} \left(\frac{\langle \sigma_1 \rangle}{\sigma_r}\right)^m d\Omega \quad (3.26)$$

où σ_1 est la première contrainte principale et $\langle x \rangle$ la valeur positive de x . A partir de la probabilité de rupture, il est possible de déterminer la contrainte à rupture moyenne et son écart type

$$\bar{\sigma}_r = \int_0^{+\infty} \sigma_r \frac{dP_r}{d\sigma_r} d\sigma = \sigma_0 \left(\frac{V_0}{V_{eff}}\right)^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (3.27)$$

$$(\bar{\sigma}_r^{ef})^2 = \int_0^{+\infty} (\sigma_r - \bar{\sigma}_r)^2 \frac{dP_r}{d\sigma_r} d\sigma = \sigma_0^2 \left(\frac{V_0}{V_{eff}}\right)^{\frac{2}{m}} \Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \bar{\sigma}_r^2 \quad (3.28)$$

où $\Gamma(x)$ est l'intégrale eulérienne de seconde espèce définie par

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} u^{x-1} \exp(-u) du \quad (3.29)$$

Le modèle de Weibull peut aussi être utilisé pour donner une approximation de la distribution de défauts [Hild 92, Hild 98]. Un modèle de microstructure permet de décrire la population de défauts qui sont à l'origine de la rupture quasi statique, et même de la fragmentation dynamique (chapitre 4). Les paramètres de Weibull sont des indicateurs de la microstructure d'un matériau et plus particulièrement de la distribution de défauts et de ténacité locale [Jayatilaka 77, Hild 92]. Le module de Weibull est plus particulièrement relié à la rupture des défauts les plus grands. En effet, la densité des défauts activés est souvent modélisée par une loi puissance dont l'exposant est une fonction linéaire du module de Weibull. Ce dernier est donc un indicateur de la distribution de taille des défauts et plus particulièrement des plus gros qui rompent les premiers et créent la ruine du matériau lors d'essais quasi statiques. Pour un volume de référence donné V_0 , la contrainte σ_0 est représentative des différentes ténacités locales et de la taille moyenne des défauts.

La probabilité de rupture énoncée par Weibull (éq. (3.25)) peut être retrouvée à l'aide d'une hypothèse de répartition Point-Poissonnienne des défauts [Jeulin 91]. Dans une structure Ω , le nombre moyen de défauts $N(\Omega)$ est défini par sa densité $\lambda(x)$

$$N(\Omega) = \int_{\Omega} \lambda(x) d\Omega \quad (3.30)$$

avec x un point de Ω . Pour une densité constante $\lambda(x) = \lambda$, le processus est dit stationnaire et $N(\Omega) = \lambda V$ ou V est le volume de Ω . On peut alors définir la probabilité de trouver δ défauts dans la structure Ω

$$P(\delta) = \frac{(\lambda V)^\delta}{\delta!} \exp(-\lambda V) \quad (3.31)$$

On suppose que la rupture a pour origine le maillon le plus faible, c'est-à-dire que la rupture d'un seul défaut entraîne la rupture de la structure. Cela signifie que la probabilité de survie de la structure Ω de volume V , P_s est égale à la probabilité de ne trouver aucun défaut actif dans le volume V , $P(\delta = 0)$. On peut alors exprimer la probabilité de rupture du volume V , P_r

$$P_r = 1 - P_s = 1 - P(\delta = 0) = 1 - \exp(-\lambda V) \quad (3.32)$$

On suppose que la densité de défaut actif pour une contrainte uniforme σ suit la loi suivante

$$\lambda = \lambda_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (3.33)$$

où m est le module de Weibull et λ_0/σ_0^m le paramètre d'échelle de Weibull, identifiés sous chargement quasi statique. On trouve la probabilité de rupture

$$P_r = 1 - \exp\left(-\frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_0}\right)^m\right) \quad (3.34)$$

avec σ_r la contrainte de rupture et $V_0 = 1/\lambda_0$. Pour un état de contraintes hétérogènes dans la structure Ω , la probabilité de rupture s'écrit alors comme celle énoncée par Weibull (éq. (3.25))

$$P_r = 1 - \exp\left(-\int_{\Omega} \lambda(\sigma(x)) d\Omega\right) = 1 - \exp\left(-\frac{V_{eff}}{V_0} \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_0}\right)^m\right) \quad (3.35)$$

Le modèle de microstructure (éq. (3.33)) est valable même si l'hypothèse du maillon le plus faible n'est plus valable. Il sera d'ailleurs utilisé pour la modélisation de la fragmentation dynamique du chapitre 4. De plus, l'identification quasi statique des paramètres de Weibull peut être utilisée pour la modélisation dynamique [Grange 07].

4.3.2 Méthode d'identification des paramètres de Weibull

Comme la rupture de la roche est un phénomène aléatoire, il est important d'effectuer un grand nombre d'essais pour déterminer les paramètres de Weibull. Quarante essais sur éprouvettes de chaque calcaire ont été réalisés à l'aide d'un montage de flexion trois points (fig. 3.19). Un estimateur de la probabilité de rupture doit être choisi

$$P_r(i) = \frac{i - 0.5}{N} \quad (3.36)$$

où N est le nombre d'échantillon (ici $N = 40$) et i est le numéro de l'échantillon à avoir la i^e plus petite contrainte de rupture. Pour calculer la contrainte de rupture un modèle de poutre est utilisé. Après calcul et en supposant que la rupture se produit en traction (ce qui se vérifie lors des essais), on trouve que

$$\sigma_r = \frac{3 F_r L}{2 e h^2} \quad (3.37)$$

où F_r est l'effort à rupture, L la distance entre appuis du montage, e la largeur de l'éprouvette et h sa hauteur. D'après les équations (3.26) et (3.37), on en déduit que pour un essai de flexion trois points

$$V_{eff} = \frac{V}{2(m+1)^2} \quad (3.38)$$

En utilisant les expressions (3.35) et (3.38), on trouve

$$\ln(-\ln(1 - P_r)) = m \ln(\sigma_r) + \ln\left(\frac{V}{2(m+1)^2 V_0 \sigma_0^m}\right) \quad (3.39)$$

En traçant donc $\ln(-\ln(1 - P_r))$ en fonction de $\ln(\sigma_r)$, on obtient par interpolation linéaire une courbe qui nous permettra de déterminer m et $V_0 \sigma_0^m$.

4.3.3 Expérimentation

La machine utilisée a une capacité de ± 100 kN. Le montage permet d'avoir une distance maximale entre appuis de 150 mm. L'accostage a été effectué à effort imposé (jusqu'à ce que l'effort soit non nul) puis, pendant l'essai, le déplacement a été imposé. Le diagramme de Weibull est tracé sur la figure 3.20. La pente des courbes représente le module de Weibull. Les résultats sont $m_c = 22.3 \pm 0.1$ et $\sigma_{0c} = 18.6 \pm 0.7$ MPa pour $V_{0c} = 1$ cm³ pour le calcaire crinoïde et $m_b = 3.8 \pm 0.5$ et $\sigma_{0b} = 5 \pm 2$ MPa pour $V_{0b} = 1$ cm³ pour la blanche de Beaucaire. La figure 3.20 montre que la dispersion de la contrainte de rupture en tension du calcaire crinoïde est plus faible que celle de la blanche de Beaucaire ce qui explique la différence de module de Weibull. Plus la dispersion est importante, plus le module de Weibull est faible. De plus, le niveau de contrainte est plus élevé pour le calcaire crinoïde, ce qui est cohérent avec le comportement en compression. Pour un volume effectif de 1 cm³, la contrainte de rupture en tension du calcaire crinoïde est de 18 ± 0.7 MPa et de 4.5 ± 2 MPa pour la blanche de Beaucaire.

5 Ténacité

La ténacité est la valeur critique du facteur d'intensité des contraintes lors de la propagation de la fissure. En effet, lorsque le facteur d'intensité des contraintes dépasse la ténacité du matériau, la fissure se propagera de manière instable. La ténacité est une grandeur mécanique qui permet de caractériser la résistance à la propagation de fissures dans un matériau. Cette propriété a une grande influence sur la fissuration des roches. Notamment en carrière, celle-ci peut permettre d'anticiper les fissures dans le massif induites par les tirs précédents par la caractérisation du rayon de fragmentation simple par exemple (chapitre 2). Afin de caractériser le facteur d'intensité des contraintes, plusieurs géométries



FIG. 3.19: Montage de flexion trois points.

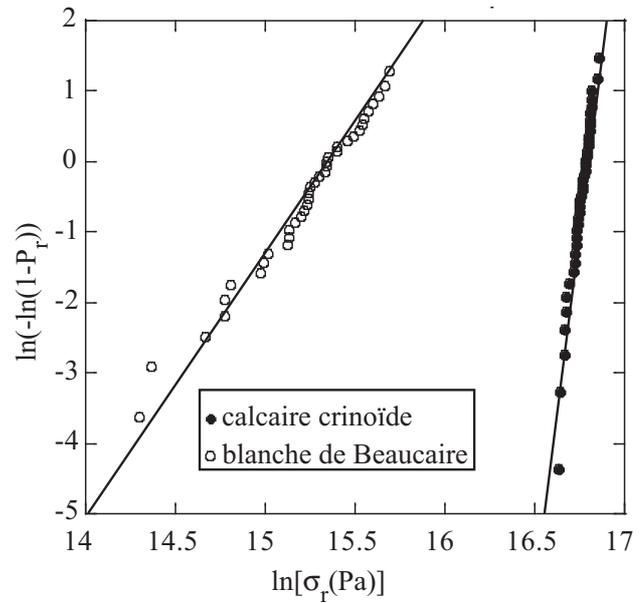


FIG. 3.20: Diagramme de Weibull des deux calcaires (l'incertitude en abscisse est de 0.02).

d'éprouvettes peuvent être utilisées [Murakami 87], dont les plus courantes sont : l'éprouvette de traction compacte (éprouvette CT) et l'éprouvette de flexion. Si le comportement du matériau en cours d'essai est parfaitement élastique, il est possible de déterminer la ténacité à partir de la mesure de la charge à rupture [Srawley 76]. On peut supposer que cette hypothèse est vérifiée pour les matériaux tels que les calcaires. Les éprouvettes utilisées doivent être entaillées, la géométrie de cette entaille doit être la plus proche possible de celle d'une fissure. Pour les matériaux fragiles, la propagation de la fissure est un phénomène instable qui amène à la ruine de l'éprouvette. Différentes méthodes de préfissuration d'éprouvettes de matériaux fragiles peuvent être utilisées [Nose 88, Lawn 93], dont l'essai sandwich [Pancheri 98] est un des plus simples à réaliser. Cet essai permet la préfissuration d'éprouvettes de calcaire. Afin d'observer la préfissure lors de l'essai une méthode de corrélation d'images est utilisée [Forquin 04]. Les résultats des essais de flexion, choisis pour mesurer la ténacité sont discutés. La mesure de la ténacité est à la fois déterminée en utilisant l'essai normalisé et la charge à rupture [Srawley 76] ou en utilisant les déplacements mesurés par corrélation d'images [Roux 06].

5.1 Essai SENB (Single-Edge Notched Beam)

Un essai de flexion 3 points d'une éprouvette entaillée (fig. 3.21) peut être utilisé pour évaluer la ténacité. Il est possible de déterminer le facteur d'intensité des contraintes K_I , respectivement la ténacité du matériau K_{Ic} , à l'aide de la taille de l'entaille supposée être de longueur a , de la géométrie de l'éprouvette et de la charge P , respectivement la charge critique P_c [Srawley 76]

$$K_I = \frac{LP}{bw^{3/2}}f(\alpha) \quad \text{où} \quad \alpha = \frac{a}{w} \quad \text{et} \quad L = 4w \quad (3.40)$$

$$\text{avec} \quad f(\alpha) = \frac{3}{2}\sqrt{\alpha} \frac{1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.93\alpha + 2.7\alpha^2)}{(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}}$$

L'équation (3.40) montre que la fonction f permet de calculer la ténacité K_{Ic} pour une géométrie et un effort critique P_c . Etant donné que f est une fonction strictement croissante, il ne peut pas y avoir de phase stable de propagation. En effet, lorsque l'éprouvette est soumise à l'effort P_c pour lequel la fissure commence à se propager, on observe une rupture catastrophique. L'effort appliqué et la géométrie restent inchangés. Seule la longueur de la fissure a augmente ce qui a pour conséquence

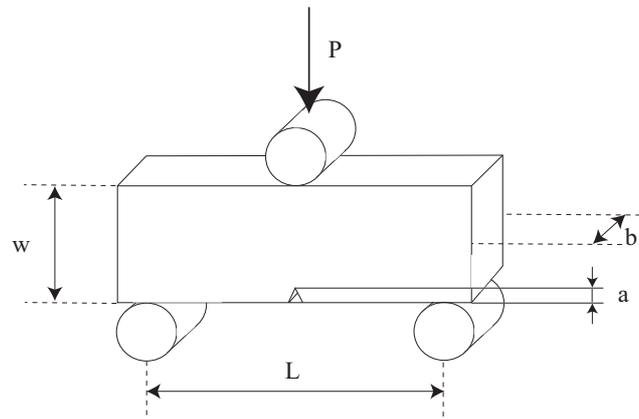


FIG. 3.21: Essai SENB.

d'augmenter le facteur d'intensité des contraintes (puisque f est croissante) qui reste au dessus de la valeur de la ténacité. La fissure se propage donc jusqu'à rupture de l'éprouvette. Pour avoir l'arrêt de la fissure, il faut que f ait un maximum. C'est pourquoi on peut utiliser une configuration sandwich pour préfissurer l'éprouvette.

5.2 Essai SB (Sandwiched Beam)

L'essai sandwich est représenté sur la figure 3.22. L'éprouvette de matériau fragile est placée entre deux poutres de matériau ductile (par exemple un acier ou alliage d'aluminium). Cet ensemble est soumis à un essai de flexion trois points. L'éprouvette de matériau fragile est entaillée à l'aide d'une scie à fil. Le raisonnement qui suit est inspiré de l'article de Pancheri et *al.* [Pancheri 98]. Le

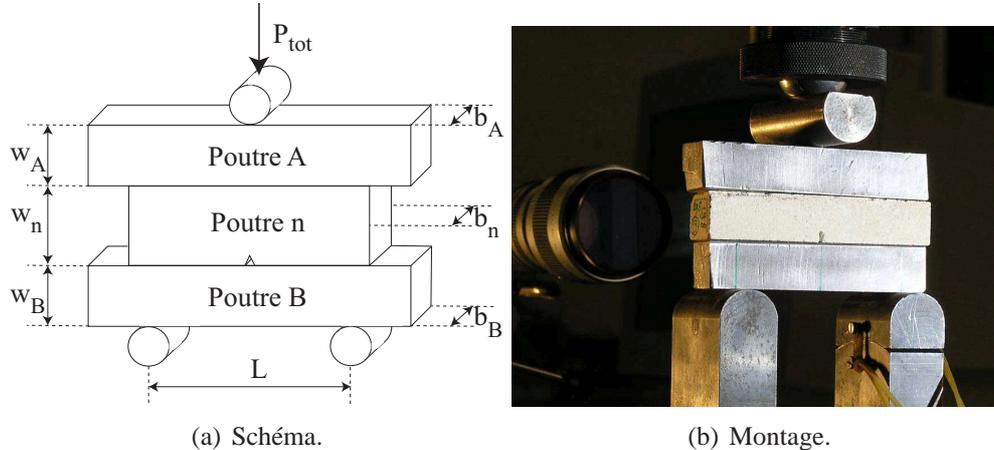


FIG. 3.22: Essai SB.

frottement entre les poutres est négligé et il est supposé que les hypothèses classiques du modèle de poutre sont vérifiées. La rigidité d'une poutre en flexion est (EI) où E est le module d'Young et I le moment d'inertie de la poutre en flexion ($I = bw^3/12$). Pour le système de l'essai sandwich (fig. 3.22(a)), la rigidité en flexion vaut

$$(EI)_{tot} = \sum_i (EI)_i \quad \text{où } i \text{ est l'indice de la poutre (A, B ou n).} \quad (3.41)$$

Chaque poutre subit la même déflexion, on en déduit que le moment fléchissant de chaque poutre M_i s'écrit

$$M_i = \frac{(EI)_i}{(EI)_{tot}} M_{tot} \quad (3.42)$$

où $M_{tot} = P_{tot}L/4$ et P_{tot} est la charge à laquelle est soumis l'ensemble des poutres. On en déduit la charge à laquelle est soumise chaque poutre i

$$P_i = \frac{4M_i}{L} = \frac{(EI)_i}{(EI)_{tot}} P_{tot} \quad (3.43)$$

Chaque poutre i est soumise à une charge P_i en flexion trois points. La poutre n est entaillée sur une longueur a . L'équation (3.40) permet de calculer le facteur d'intensité des contraintes en connaissant la charge P_n (en assimilant l'entaille à une fissure)

$$P_n = \frac{(EI)_n}{(EI)_{tot}} P_{tot} \quad (3.44)$$

Il faut donc exprimer la rigidité de la poutre n en fonction de sa géométrie et de la longueur de la fissure a . La mécanique de la rupture permet d'écrire

$$\frac{(EI)_n}{(EI)_0} = \left(1 + 2(1 - \nu^2) \int_0^{a/w} f^2(\alpha) d\alpha \right)^{-1} \quad (3.45)$$

où $(EI)_0$ est la rigidité de la poutre sans entaille

$$(EI)_0 = \frac{bw^3}{12} \quad (3.46)$$

Pancheri et al. [Pancheri 98] estiment l'expression (3.45) par

$$\left(\frac{(EI)_n}{(EI)_0} \right)_{approx} = (1 - \alpha)^{3/2} (0.992 + 1.639\alpha - 6.225\alpha^2 + 7.063\alpha^3 - 3.324\alpha^4) \quad (3.47)$$

On peut alors calculer le facteur d'intensité des contraintes de la poutre n à l'aide des équations (3.40) et (3.43)

$$K_I = \frac{P_{tot}L}{bw^{3/2}} f(\alpha)\phi(\alpha) \quad (3.48)$$

où ϕ s'écrit

$$\phi(\alpha) = \frac{(EI)_n}{(EI)_{tot}} = \frac{1}{1 + r_0 \frac{(EI)_0}{(EI)_n}} \quad \text{avec} \quad r_0 = \frac{(EI)_A + (EI)_B}{(EI)_0} \quad (3.49)$$

L'équation (3.49) montre que le matériau ductile n'intervient que dans l'expression r_0 . L'équation (3.48) montre que la dépendance du facteur d'intensité des contraintes K_I par rapport à α est $f(\alpha)\phi(\alpha)$ et non plus $f(\alpha)$ comme pour l'essai de flexion trois points SENB (éq. (3.40)). Le graphique 3.23 représente, pour une charge et une géométrie données, l'évolution du facteur d'intensité des contraintes en fonction de la longueur de la fissure a . Contrairement à $f(\alpha)$, la fonction $f(\alpha)\phi(\alpha)$ possède un maximum et tend vers zéro lorsque la fissure se propage. C'est pour cette raison que le facteur d'intensité des contraintes deviendra inférieur à la ténacité et que la fissure s'arrêtera lors de l'essai sandwich.

Pour comprendre le déroulement d'un essai de préfissuration, l'essai sandwich est supposé être piloté en effort. Le graphique 3.24 représente K_I en fonction de la longueur de la préfissure pour différentes charges. Avant l'essai sandwich, l'éprouvette n est entaillée d'une longueur représentée par le point A sur la figure 3.24. Il faut appliquer un effort $P_{tot} = P_1$ pour que la fissure commence à se propager. Elle se propagera brusquement jusqu'en B si l'effort reste à $P_{tot} = P_1$. Si l'effort augmente pendant la propagation jusqu'à $P_{tot} = P_2$, la fissure s'arrêtera en C. Si l'entaille initiale est plus grande que A', la fissure ne se propagera pas brutalement.

L'équation (3.49) montre que l'effet du matériau ductile sur le facteur d'intensité des contraintes

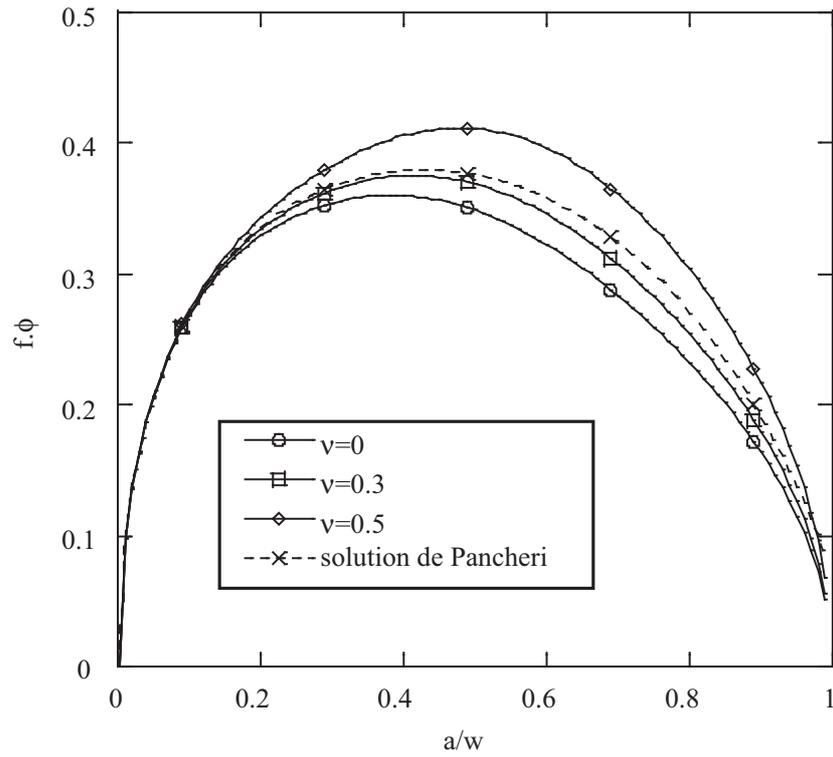


FIG. 3.23: Tendance de $f(\alpha)\phi(\alpha)$ en fonction de α pour $r_0 = 2$ (pour différentes valeurs de ν ou à l'aide de l'approximation de Pancheri et *al.* [Pancheri 98]).

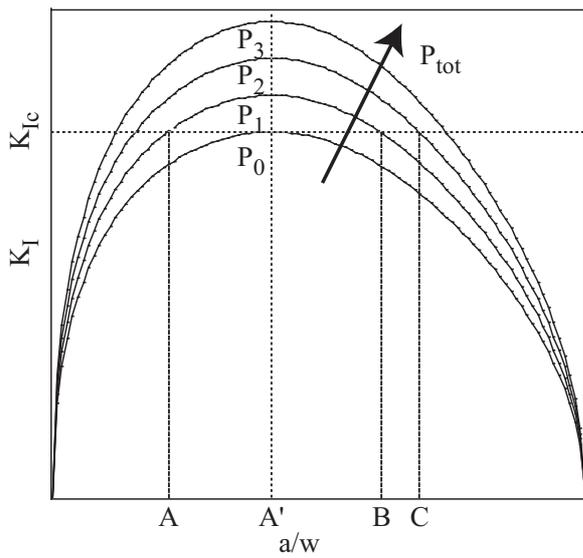


FIG. 3.24: Tendance de K_I en fonction de α pour différentes charges.

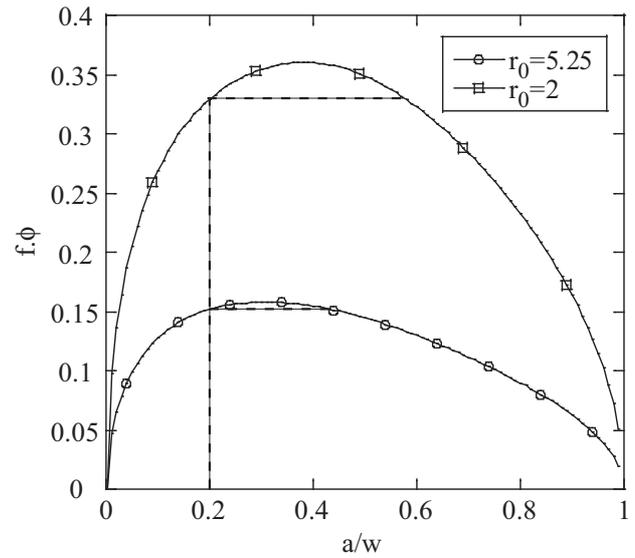


FIG. 3.25: Tendance de $f(\alpha)\phi(\alpha)$ en fonction de α pour deux valeurs de r_0 .

intervient seulement par le coefficient r_0 . De plus, pour une même géométrie on peut observer que plus le matériau est raide (module d'Young élevé), plus r_0 est élevé. La figure 3.25 montre l'allure de $f(\alpha)\phi(\alpha)$ en fonction de α pour deux valeurs de r_0 . Ce graphique montre que l'arrêt de la fissure a lieu pour une valeur de α plus petite lorsque r_0 est élevé. En revanche, la fissure est moins stable pour une valeur de r_0 plus élevée car la courbe est plus plate. Les poutres *A* et *B* (fig. 3.22(a)) choisies pour les essais sur les roches calcaires, sont des poutres d'acier de section carrée de 20 mm de côté, de 100 mm de longueur et de module d'Young $E = 210$ GPa. On choisira les mêmes dimensions pour les roches calcaires. Etant donné que la hauteur de l'éprouvette est de 20 mm, la distance entre appuis de l'essai de flexion 3 points est 80 mm pour respecter la norme des essais SENB (éq. (3.40)).

Afin d'imposer le lieu de la pré-fissure, une entaille est réalisée à l'aide d'une scie à fil (fig. 3.26). Le fil est en acier et a un diamètre de 50 μm . Un abrasif (chlorure de bore) est déposé à l'aide d'un

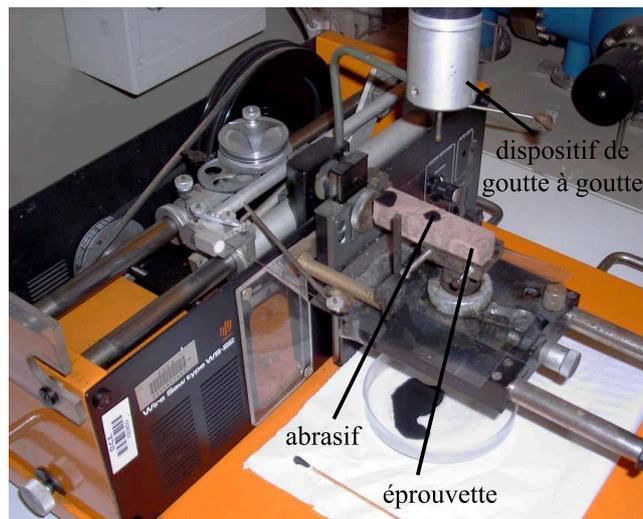
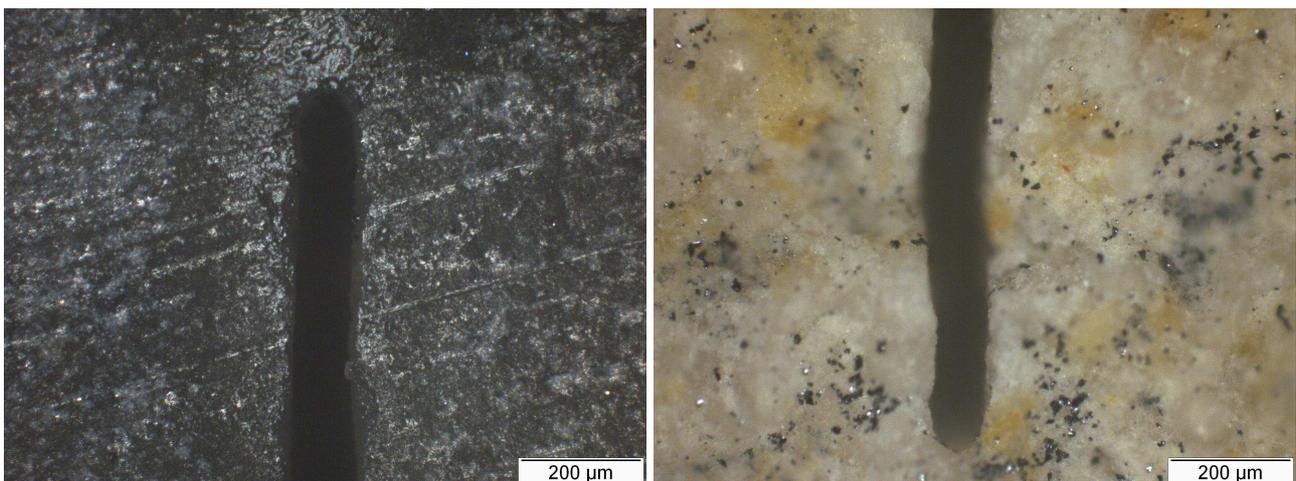


FIG. 3.26: Scie à fil.

dispositif de goutte à goutte pour réaliser l'entaille. La figure 3.27 montre que la largeur des entailles est d'environ 100 μm pour les deux roches.



(a) Calcaire crinoïde.

(b) Blanche de Beaucaire.

FIG. 3.27: Micrographie des entailles réalisées par la scie à fil.

L'objectif de l'essai sandwich est de créer une préfissure la plus courte possible pour que l'essai SENB suivant ait un effort de rupture le plus grand possible. C'est pourquoi, il est important de détecter rapidement la préfissure lorsqu'elle existe. Une estimation de la charge critique pour laquelle la préfissure apparaît peut être estimée. L'équation (3.48) s'écrit pour la première charge critique P_{1c}

$$K_{Ic} = \frac{P_{1c}L}{bw^{3/2}}f(\alpha_A)\phi(\alpha_A) \Rightarrow P_{1c} = \frac{K_{Ic}bw^{3/2}}{Lf(\alpha_A)\phi(\alpha_A)} \quad (3.50)$$

où α_A est la longueur adimensionnée de l'entaille avant l'essai. Pour déterminer P_{1c} , il est donc indispensable de connaître, outre la géométrie de l'éprouvette, un ordre de grandeur de la ténacité du matériau. Une estimation est alors faite pour les deux calcaires étudiés : $K_{Ic}^c = 1 \text{ MPa.m}^{1/2}$ et $K_{Ic}^b = 0.3 \text{ MPa.m}^{1/2}$ [Grange 04]. Le graphique 3.28 montre que pour une entaille de 20% de la hauteur

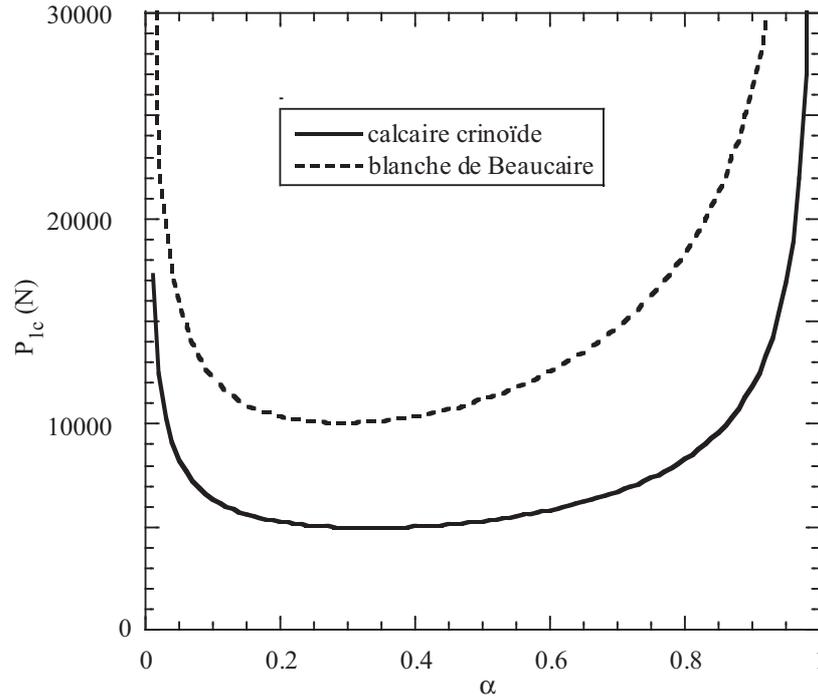


FIG. 3.28: Tendence de P_{1c} en fonction de α pour les deux calcaires avec $b = w = 20 \text{ mm}$ et $L = 80 \text{ mm}$ et deux poutres en acier ($r_0 = 5.25$).

de l'éprouvette ($\alpha_A = 0.2$), la première charge critique vaut : $P_{1c} = 5260 \text{ N}$ pour le calcaire crinoïde et $P_{1c} = 10400 \text{ N}$ pour la blanche de Beaucaire. Ces premières charges critiques ne sont pas du tout vérifiées expérimentalement ce qui est la conséquence du frottement entre les poutres, négligé lors de la modélisation. C'est pourquoi la corrélation d'images est utilisée pour détecter la préfissure.

Afin d'évaluer le rôle du frottement lors d'un essai sandwich, des simulations sont réalisées à l'aide du code aux éléments finis Abaqus. Les deux points du bas du montage de flexion sont fixes, le troisième est piloté en déplacement lors des simulations. Les paramètres nécessaires à la simulation (excepté le coefficient de frottement f) sont rassemblés dans le tableau 3.10. Le comportement des poutres A , B et n (fig. 3.22(a)) est élastique.

Pour calculer le facteur d'intensité en pointe de fissure, le code de calcul évalue l'intégrale de Rice J

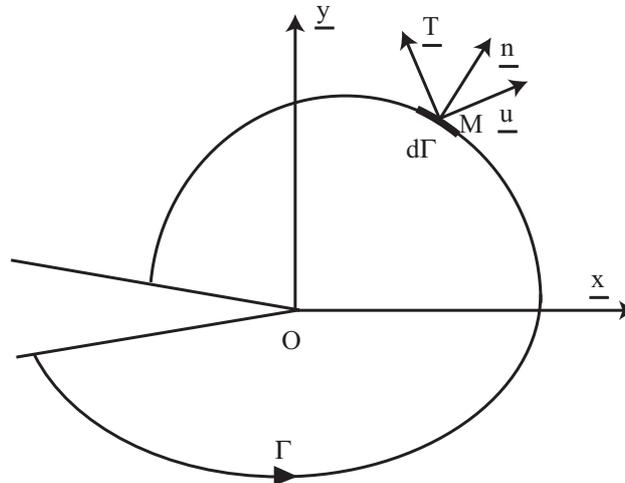
$$J = \int_{\Gamma} \left(W_e dx - \underline{T} \frac{\partial u}{\partial x} d\Gamma \right) \quad (3.51)$$

où Γ est un contour ouvert entourant la pointe de fissure, W_e la densité d'énergie de déformation élastique, \underline{T} le vecteur contrainte en un point M du contour Γ avec la normale \underline{n} tournée vers l'extérieur

TAB. 3.10: Paramètres utilisés pour la simulation des essais SB.

poutre A et B	
hauteur	20 mm
longueur	80 mm
matériau	acier
module d'Young	210 GPa
coefficient de Poisson	0.3
matériau	aluminium
module d'Young	70 GPa
coefficient de Poisson	0.3
poutre n	
hauteur	20 mm
longueur	80 mm
longueur de l'entaille	2 mm
matériau	calcaire crinoïde
module d'Young	78 GPa
coefficient de Poisson	0.28
matériau	blanche de Beaucaire
module d'Young	6 GPa
coefficient de Poisson	0.34

et \underline{u} le déplacement au même point (fig. 3.29). En supposant que l'essai sandwich se déroule en

FIG. 3.29: Notation pour définir l'intégrale de Rice J .

déformation plane, l'intégrale de Rice J et le facteur d'intensité des contraintes K_I sont reliés par

$$J = \frac{1 - \nu^2}{E} K_I^2 \quad (3.52)$$

où E et ν sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau pris en sandwich.

La figure 3.30 montre le déplacement imposé pour obtenir un facteur d'intensité des contraintes de $0.3 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ pour la blanche de Beaucaire et de $1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ pour le calcaire crinoïde. La figure 3.30(b) montre que pour le calcaire crinoïde plus le frottement est important, plus le déplacement

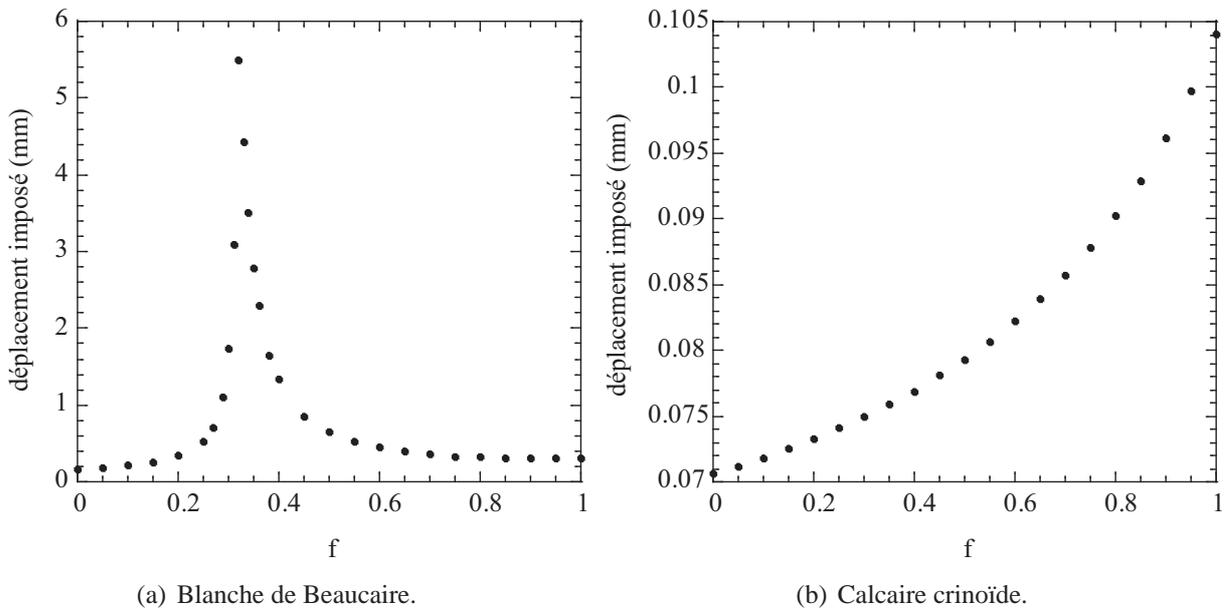


FIG. 3.30: Influence du frottement sur le déplacement à imposer pour atteindre un facteur d'intensité de $0.3 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ pour la blanche de Beaucaire et de $1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ pour le calcaire crinoïde.

imposé doit être grand pour atteindre le facteur d'intensité des contraintes de $1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. Cette tendance peut s'expliquer par le fait que le frottement diminue le déplacement de l'éprouvette de roche suivant l'axe perpendiculaire à l'entaille. L'entaille (assimilée à une fissure) est alors moins sollicitée pour un déplacement imposé donné et un grand coefficient de frottement. On observe que l'augmentation du déplacement imposé est d'environ 50 % entre un coefficient de frottement nul et égal à l'unité. En revanche, le coefficient de frottement a une plus grande influence pour la blanche de Beaucaire (fig. 3.30(a)). A partir de $f = 0.2$, le déplacement imposé croît énormément pour décroître à partir de $f = 0.32$. Pour expliquer la raison de la forme de la courbe 3.30(a), la figure 3.31 présente la contrainte normale (σ_{11}) des différentes poutres de l'essai sandwich pour différents coefficients de frottement pour atteindre un facteur d'intensité des contraintes de $0.3 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. Les figures 3.31(c), 3.31(d), 3.31(e) et 3.31(f) montrent tout d'abord que la contrainte normale dans les poutres d'acier est cohérente avec une sollicitation de flexion 3 points. La contrainte normale est négative au dessus de la ligne neutre et positive au dessous de celle-ci quelque soit le coefficient de frottement. En revanche, dans la poutre de blanche de Beaucaire, la contrainte normale dépend du coefficient de frottement. Pour $f = 0$, σ_{11} est linéaire par rapport à l'axe 2, s'annule sur la ligne neutre et est positive autour de l'entaille. Plus f augmente, plus la contrainte normale autour de l'entaille diminue et devient même négative. Cette contrainte négative vient du fait qu'à l'interface entre la poutre de blanche de Beaucaire et la poutre d'acier, le déplacement de la roche est réduit à cause du frottement. En effet, la différence de module d'Young entre les deux matériaux ($E = 6 \text{ GPa}$ pour la blanche de Beaucaire et $E = 210 \text{ GPa}$ pour l'acier) est tellement importante que lorsque le coefficient de frottement est élevé la contrainte normale est négative au niveau de l'entaille. Cette dernière n'est donc pas sollicitée de la même manière suivant le coefficient de frottement. La figure 3.32 montre les différents modes de sollicitation de l'entaille pour les différents coefficients de frottement. Pour $f = 0$, l'entaille est sollicitée suivant le mode I par la contrainte normale positive. En revanche lorsque f dépasse 0.32, cette tension n'existe plus, il faut donc que la contrainte de compression σ_{22} soit importante pour que le facteur d'intensité des contraintes dépasse la ténacité. Lorsque f est supérieur à 0.5 c'est la compression suivant l'axe 1 qui fait augmenter le facteur d'intensité des contraintes.

Le coefficient de frottement blanche de Beaucaire-acier n'est pas très bien connu et n'a pas été mesuré. Cependant, sa valeur se situe entre 0.2 et 0.5. Lorsque les essais sandwich de la blanche de

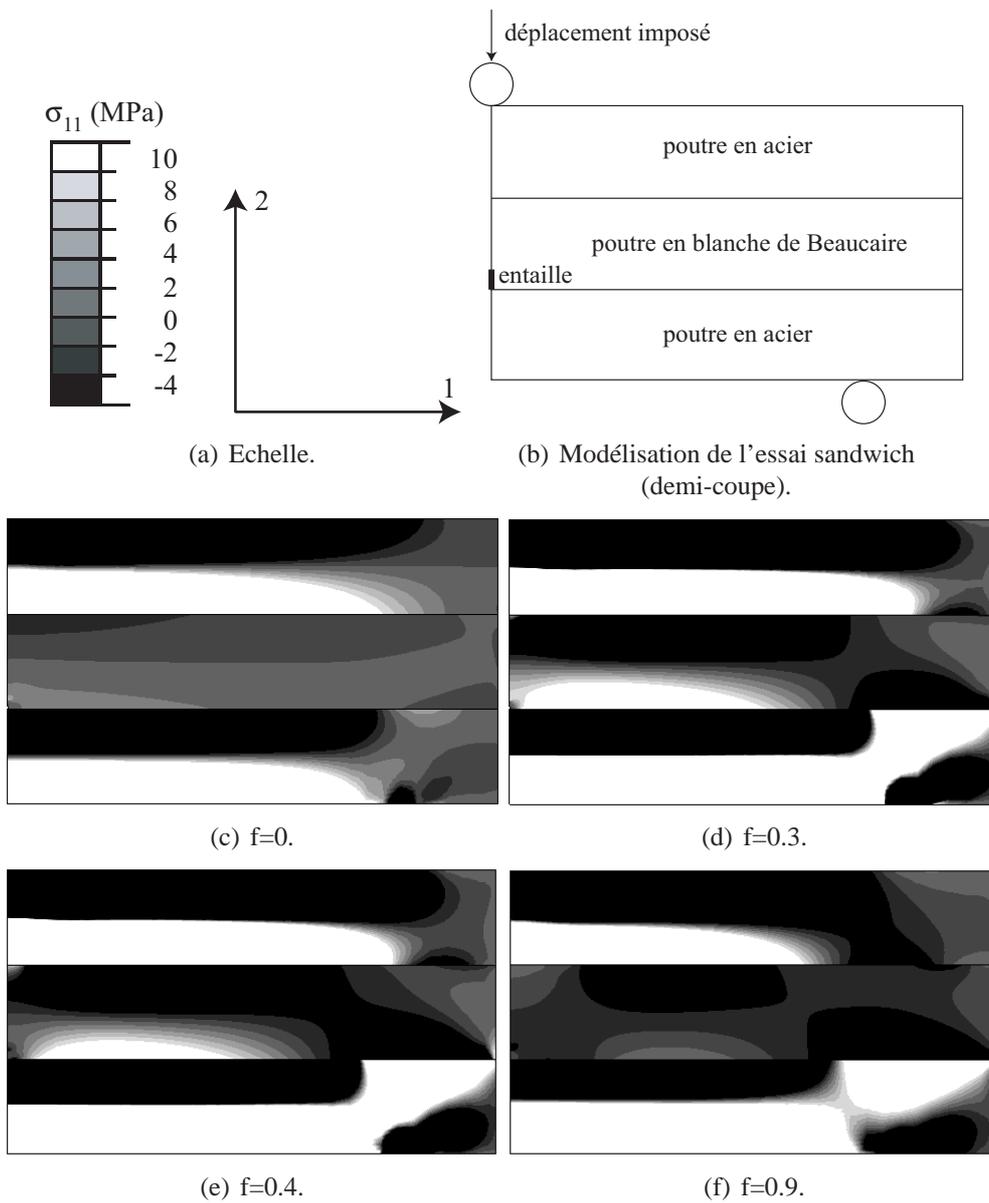


FIG. 3.31: Contrainte normale (σ_{11}) des différentes poutres de l'essai sandwich pour différents coefficients de frottement (les poutres sandwich sont en acier, la poutre centrale est en blanche de Beaucaire (tab. 3.10)).

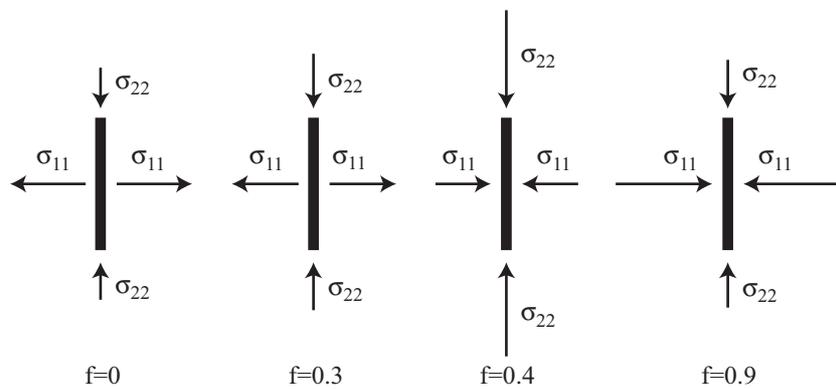


FIG. 3.32: Différents modes de sollicitation de l'entaille pour différents coefficients de frottement.

Beucaire ont été effectués, les éprouvettes de roche se sont rompues en compression (d'axe 2) avant que la préfissure ne soit créée. La figure 3.33 montre l'évolution de la contrainte maximale de compression σ_{22} en fonction du coefficient de frottement f lorsque le facteur d'intensité des contraintes vaut $0.3 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ pour la blanche de Beaucaire. On peut voir que lorsque le frottement dépasse la

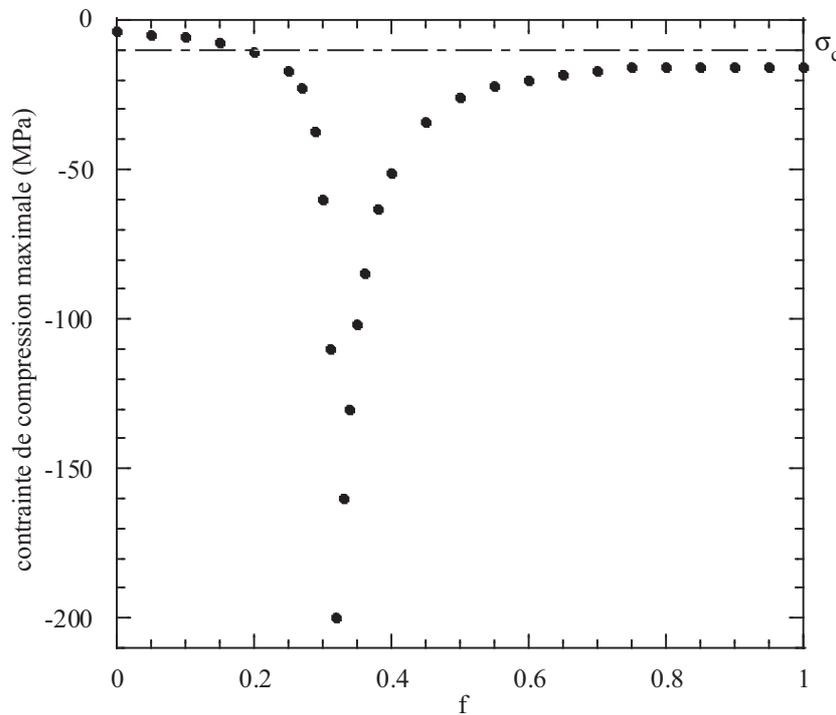


FIG. 3.33: Evolution de la contrainte de compression σ_{22} en fonction du coefficient de frottement f lorsque le facteur d'intensité des contraintes vaut $0.3 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ pour la blanche de Beaucaire avec les poutres en acier. (σ_c est la contrainte de rupture en compression de la blanche de Beaucaire).

valeur de 0.2, la contrainte σ_{22} est supérieure (en norme) à la contrainte de rupture en compression σ_c de la blanche de Beaucaire. Cela explique pourquoi les éprouvettes rompent en compression lors d'essais sandwich sur la blanche de Beaucaire avec des poutres en acier.

Afin de remédier à ce problème, des poutres en alliage d'aluminium sont utilisées pour les essais sandwich de la blanche de Beaucaire. L'alliage d'aluminium a un module d'Young trois fois moins élevé que l'acier. La figure 3.34(a) montre d'ailleurs que l'augmentation du déplacement imposé a lieu pour un coefficient de frottement plus élevé (0.65 au lieu de 0.32 pour l'acier). Etant donné que le coefficient de frottement blanche de Beaucaire-aluminium est compris entre 0.2 et 0.5, la figure 3.34(b) montre que σ_{22} est toujours supérieure (en norme) à la contrainte de rupture en compression σ_c . Les éprouvettes de blanche de Beaucaire se sont en effet bien préfissurées avec les poutres d'aluminium. Aucune n'a été rompue en compression.

Pour repérer le plus rapidement possible la création de la préfissure, le logiciel *CORRELI^{LMT}* [Besnard 06] a été utilisé. Le principe de la corrélation d'images est maintenant expliqué.

Mesure de champs de déplacement par corrélation d'images Ce paragraphe a pour but d'énoncer brièvement les principes de la corrélation d'images utilisés par *CORRELI^{LMT}* [Hild 99, Hild 02, Besnard 06]. La corrélation d'images permet de déterminer le déplacement entre deux images : l'image de référence et l'image déformée. Pour cela, l'image (ou la région d'étude) est décomposée en zones d'étude où l'hypothèse d'une déformation uniforme est faite. Soient f et g respectivement les distributions de niveaux de gris de l'image de référence et de l'image déformée, $\underline{u}(\underline{x})$ le déplacement

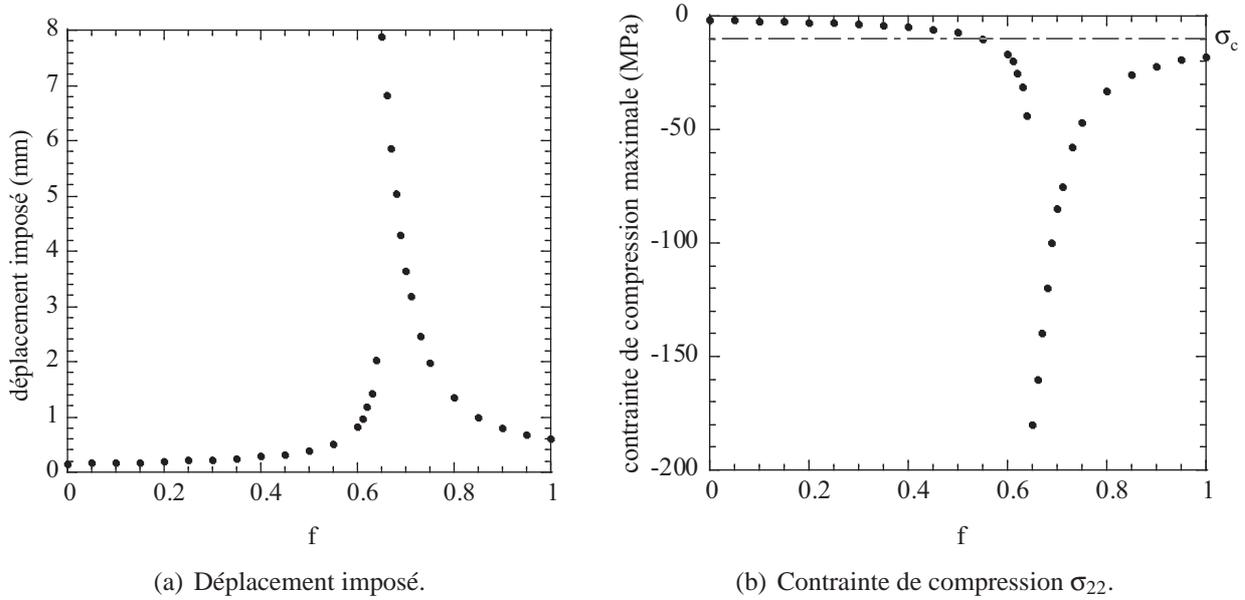


FIG. 3.34: Evolution du déplacement imposé et de la contrainte maximale de compression σ_{22} en fonction du coefficient de frottement f lorsque le facteur d'intensité des contraintes vaut $0.3 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ pour la blanche de Beaucaire avec les poutres en alliage d'aluminium. (σ_c est la contrainte de rupture en compression de la blanche de Beaucaire).

plan entre les deux images, la conservation du flux optique s'écrit

$$g(\underline{x} + \underline{u}(\underline{x})) = f(\underline{x}) \quad (3.53)$$

En choisissant la norme 2, déterminer le champs de déplacement approché \underline{v} consiste à minimiser la fonctionnelle Φ

$$\Phi(\underline{v}) = \int [g(\underline{x} + \underline{v}(\underline{x})) - f(\underline{x})]^2 d\underline{x} \quad (3.54)$$

Le problème nécessite des hypothèses de régularité pour être résolu. Supposons que f et g soient suffisamment régulières et que le déplacement \underline{v} soit petit en amplitude pour appliquer un développement de Taylor au premier ordre de Φ

$$\Phi(\underline{v}) = \int [g(\underline{x}) - f(\underline{x}) + \underline{v}(\underline{x}) \cdot \underline{\nabla}g(\underline{x})]^2 d\underline{x} \quad (3.55)$$

L'équation (3.55) montre que le déplacement ne peut être mesuré que dans la direction du gradient. Afin de résoudre ce problème, le champ de déplacement est écrit comme une combinaison linéaire d'une base de fonctions $\underline{V}_i(\underline{x})$

$$\underline{v}(\underline{x}) = \sum_i v_i \underline{V}_i(\underline{x}) \quad (3.56)$$

La minimisation de Φ s'écrit alors pour tout j

$$\left[\int (\underline{\nabla}g \otimes \underline{\nabla}g)(\underline{x}) : (\underline{V}_j \otimes \underline{V}_k)(\underline{x}) d\underline{x} \right] v_k = \int [f(\underline{x}) - g(\underline{x})] \underline{\nabla}g(\underline{x}) \cdot \underline{V}_j(\underline{x}) d\underline{x} \quad (3.57)$$

où \otimes et $:$ sont respectivement les produits tensoriel et contracté. L'équation (3.57) peut se mettre sous la forme d'un système linéaire

$$\underline{\underline{M}} \underline{\underline{V}} = \underline{\underline{F}} \quad (3.58)$$

où $\underline{\underline{V}}$ contient les composantes v_i recherchées et $\underline{\underline{M}}$ et $\underline{\underline{F}}$ sont connus à partir de f , g et \underline{V}_i . Cette méthode est limitée par l'hypothèse d'une amplitude de déplacement faible pour le développement

de Taylor (éq. (3.55)). Une stratégie multi-échelles est alors utilisée [Hild 02, Besnard 06]. L'algorithme de corrélation comporte alors plusieurs étapes à des échelles différentes : c'est-à-dire pour des régions d'étude de tailles différentes, de la plus grande à la plus petite. La première étape calcule un déplacement "grossier" qui sera déjà pris en compte pour la deuxième étape. Ceci permet donc de limiter l'amplitude des déplacements pour chaque étape de calcul. La base utilisée pour décomposer le déplacement peut être diverse. On peut notamment utiliser les éléments Q4 comme pour les calculs aux éléments finis. Cette base permet d'avoir une continuité du champ de déplacement. C'est ce qui a été fait ici.

Pour capturer les images, un appareil photo (CANON EOS 350) caméra 12 bits est utilisé. L'image de référence est prise pour un effort proche de 1 kN pour compenser tous les jeux de la machine et du montage. Pendant l'essai, l'effort augmente. Lorsqu'il s'approche de la première charge critique, l'essai est arrêté pour prendre une image à effort constant. Si l'analyse de cette image ne montre pas la création d'une fissure, l'essai continue. Sinon l'essai est terminé. Les figures 3.35 et 3.36 montrent le champ de déplacement vertical mesuré par corrélation. Elles permettent d'observer la création et la progression de la pré-fissure. Pour le calcaire crinoïde la pré-fissure a été créée entre 8800 N et 9100 N et pour la blanche de Beaucaire entre 4300 N et 4800 N.

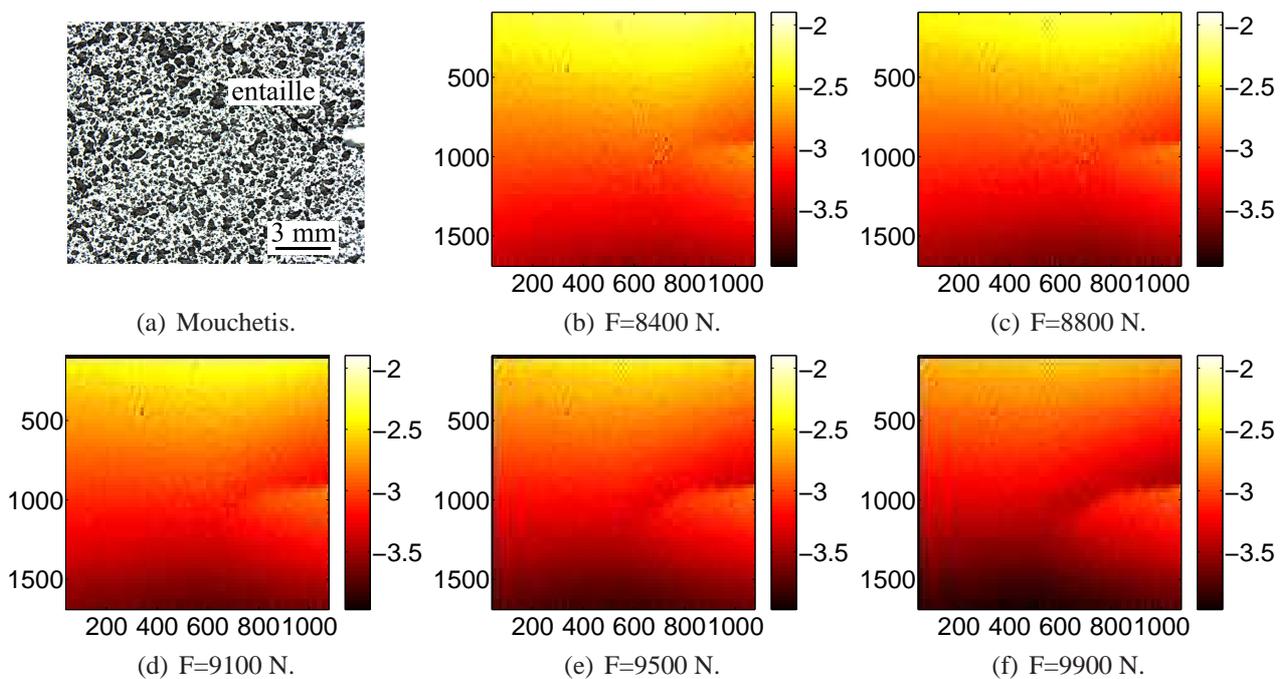


FIG. 3.35: Champ de déplacement vertical mesuré par corrélation pour une éprouvette de calcaire crinoïde pour différents efforts. La zone d'étude fait 16×16 pixels, 1 pixel \leftrightarrow $20.8 \mu\text{m}$.

5.3 Mesure de ténacité

Les essais sandwich ont permis de préparer les éprouvettes afin d'avoir une géométrie d'entaille la plus proche possible de celle d'une fissure. Des essais normalisés de flexion trois points (SENB) permettent de mesurer la ténacité des roches de deux manières différentes : soit en utilisant l'équation (3.40) [Srawley 76], soit en utilisant les déplacements mesurés par corrélation d'images [Roux 06].

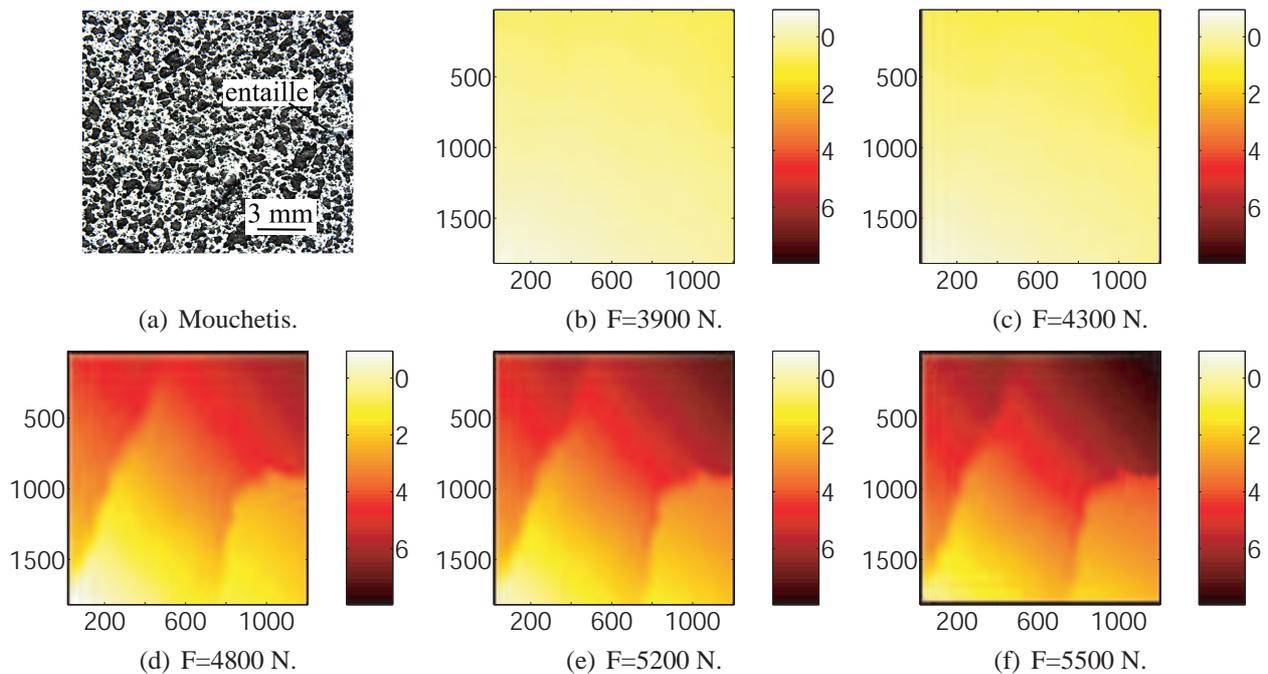


FIG. 3.36: Champ de déplacement vertical mesuré par corrélation pour une éprouvette de blanche de Beaucaire pour différents efforts. La zone d'étude fait 16×16 pixels, 1 pixel $\leftrightarrow 20.8 \mu\text{m}$.

5.3.1 Mesure de ténacité par essais normalisés

L'équation (3.40) peut être utilisée pour la charge critique pour laquelle l'éprouvette se rompt. La géométrie de l'éprouvette est connue et la charge critique est notée à la fin de chaque essai. La mesure de α est réalisée à l'aide des cartes de déplacements mesurées par corrélation et présentées dans le paragraphe suivant. Le tableau 3.11 donne les résultats des essais. La ténacité moyenne trouvée

TAB. 3.11: Ténacité mesurée pour chaque éprouvette à l'aide de l'essai SENB.

matériau	calcaire crinoïde		
charge critique (N)	338	220	381
α	0.52	0.67	0.47
ténacité ($\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$)	1.34	1.53	1.34
matériau	blanche de Beaucaire		
charge critique (N)	230	149	125
α	0.34	0.33	0.35
ténacité ($\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$)	0.58	0.38	0.36

pour le calcaire crinoïde est $1.40 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ alors que pour la blanche de Beaucaire, elle vaut $0.44 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$.

5.3.2 Mesure de ténacité par corrélation d'images

A l'aide de la mesure du champ de déplacement, pour différents efforts, il est possible d'estimer le facteur d'intensité des contraintes [Roux 06].

Mesure du facteur d'intensité des contraintes par corrélation d'images Afin de déterminer le facteur d'intensité des contraintes par corrélation d'images, des fonctions contribuant aux déplace-

ments autour d'une fissure sont écrites [Roux 06]

$$\begin{aligned}
 \underline{\Psi}_1(z) &= 1 \\
 \underline{\Psi}_2(z) &= i \\
 \underline{\Psi}_3(z) &= iz \\
 \underline{\Psi}_4(z) &= (\kappa - 1)z + 2\bar{z} \\
 \underline{\Psi}_5(z) &= \sqrt{r} \left(2\kappa e^{i\theta/2} - e^{3i\theta/2} - e^{-i\theta/2} \right) \\
 \underline{\Psi}_6(z) &= i\sqrt{r} \left(2\kappa e^{i\theta/2} + e^{3i\theta/2} - 3e^{-i\theta/2} \right) \\
 \underline{\Psi}_7(z) &= \sqrt{r^3} \left(2\kappa e^{3i\theta/2} - 3e^{i\theta/2} + e^{-3i\theta/2} \right) \\
 \underline{\Psi}_8(z) &= i\sqrt{r^3} \left(2\kappa e^{3i\theta/2} + 3e^{i\theta/2} - 5e^{-3i\theta/2} \right)
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

avec

$$\begin{aligned}
 \kappa &= 3 - 4\nu && \text{en déformation plane} \\
 \kappa &= \frac{3 - \nu}{1 - \nu} && \text{en contrainte plane}
 \end{aligned} \tag{3.60}$$

L'origine du repère est la pointe de la fissure. $z = re^{i\theta}$ sont les coordonnées polaires. Le déplacement de corps rigide est pris en compte par les fonctions $\underline{\Psi}_1$, $\underline{\Psi}_2$ (translation) et $\underline{\Psi}_3$ (rotation). $\underline{\Psi}_4$ permet de prendre en compte la contrainte T . La présence de la fissure engendre deux champs de déplacement singuliers indépendants correspondant au mode I ($\underline{\Psi}_5$) et au mode II ($\underline{\Psi}_6$) dont l'amplitude permet de déterminer les facteurs d'intensité des contraintes. Enfin, afin d'enrichir la base, des champs sub-singuliers sont ajoutés ($\underline{\Psi}_7$) et ($\underline{\Psi}_8$).

Deux méthodes peuvent être utilisées afin de déterminer le facteur d'intensité des contraintes :

- par post-traitement, en projetant le champ de déplacement mesuré par corrélation d'images sur la base $\underline{\Psi}$;
- par une approche intégrée [Roux 06], en utilisant la base $\underline{\Psi}$ pour la décomposition de \underline{v} lors de la mesure du champ de déplacement. Cette méthode ne sera pas utilisée.

La projection du champ de déplacement mesuré \underline{U}_i sur la base $\underline{\Psi}$ est réalisée en minimisant la fonction τ

$$\tau(\underline{a}) = \sum_i \left\| \underline{U}_i - \sum_k a_k \underline{\Psi}_k \right\|^2 \tag{3.61}$$

Cependant, cette méthode demande la connaissance de la localisation de la pointe de fissure. C'est pourquoi une minimisation de la fonction τ est également effectuée en fonction de la position supposée de la pointe de la fissure.

Pour déterminer la ténacité des roches à partir des facteurs d'intensité des contraintes pour différents efforts une régression linéaire est effectuée car l'équation (3.40) montre que P et K_I sont proportionnels pour une géométrie donnée. La ténacité est alors la valeur du facteur d'intensité des contraintes pour l'effort de rupture P_c . Une étude de l'influence de la base choisie sur le facteur d'intensité des contraintes est effectuée (figs. 3.37 et 3.38). Les figures 3.37(a), 3.37(b), 3.38(a) et 3.38(b) montrent que la fonction $\underline{\Psi}_6$ n'a pas une grande influence sur la détermination du facteur d'intensité des contraintes. Ceci est normal puisque pour un essai de flexion trois points, la fissure n'est sollicitée qu'en mode I pour une géométrie parfaite. Le champ correspondant à la contrainte T n'influe pas non plus beaucoup la valeur de K_I . Ce résultat est logique car pour l'essai SB celui-ci reste faible. En revanche les fonctions des champs sub-singuliers $\underline{\Psi}_7$ et $\underline{\Psi}_8$ diminuent le facteur d'intensité des

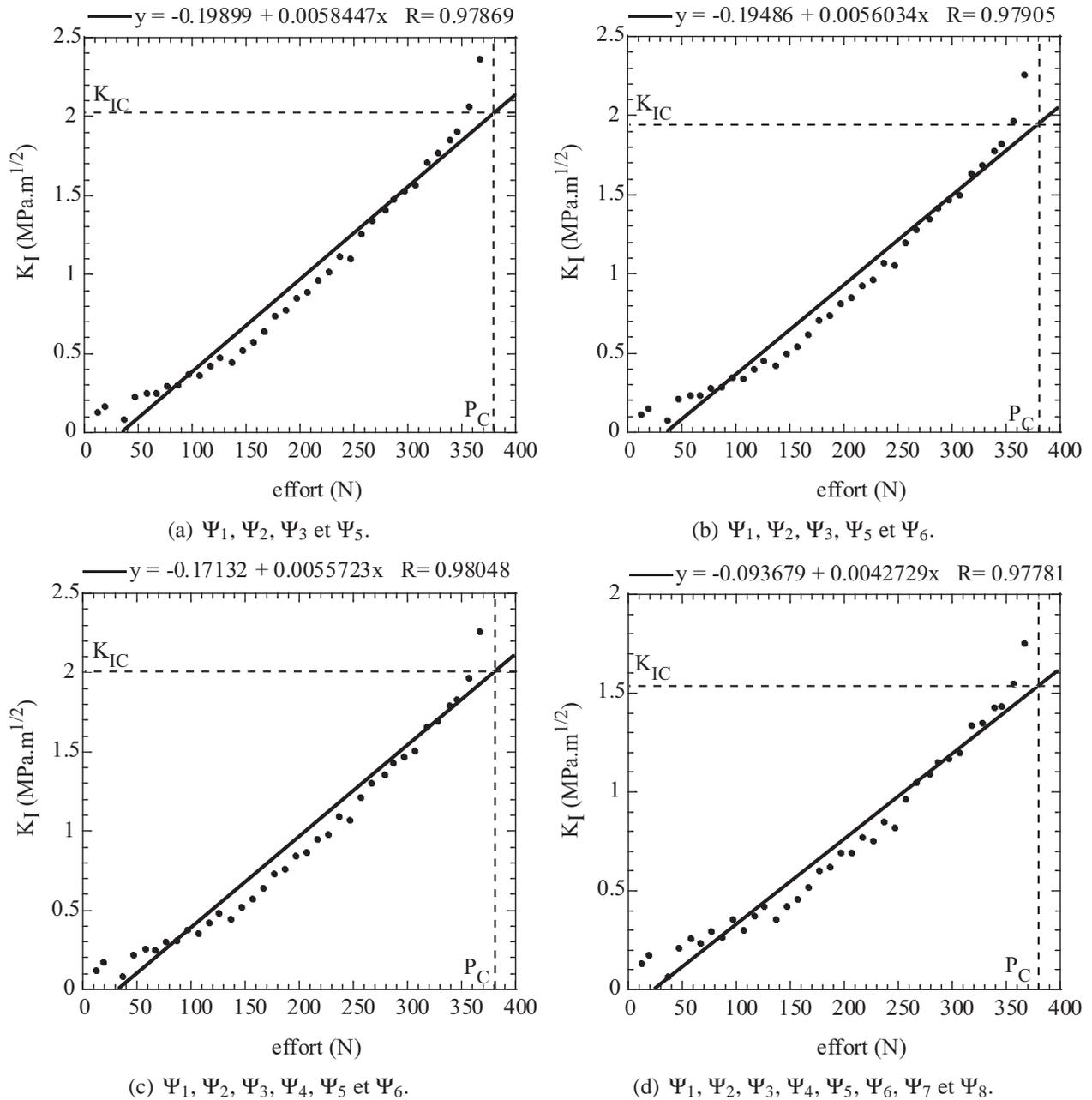


FIG. 3.37: Influence de la base sur le facteur d'intensité des contraintes pour une éprouvette de calcaire crinoïde. La légende des différentes figures donne les fonctions utilisées (éq. (3.59)). P_C est l'effort à rupture et K_{IC} la ténacité.

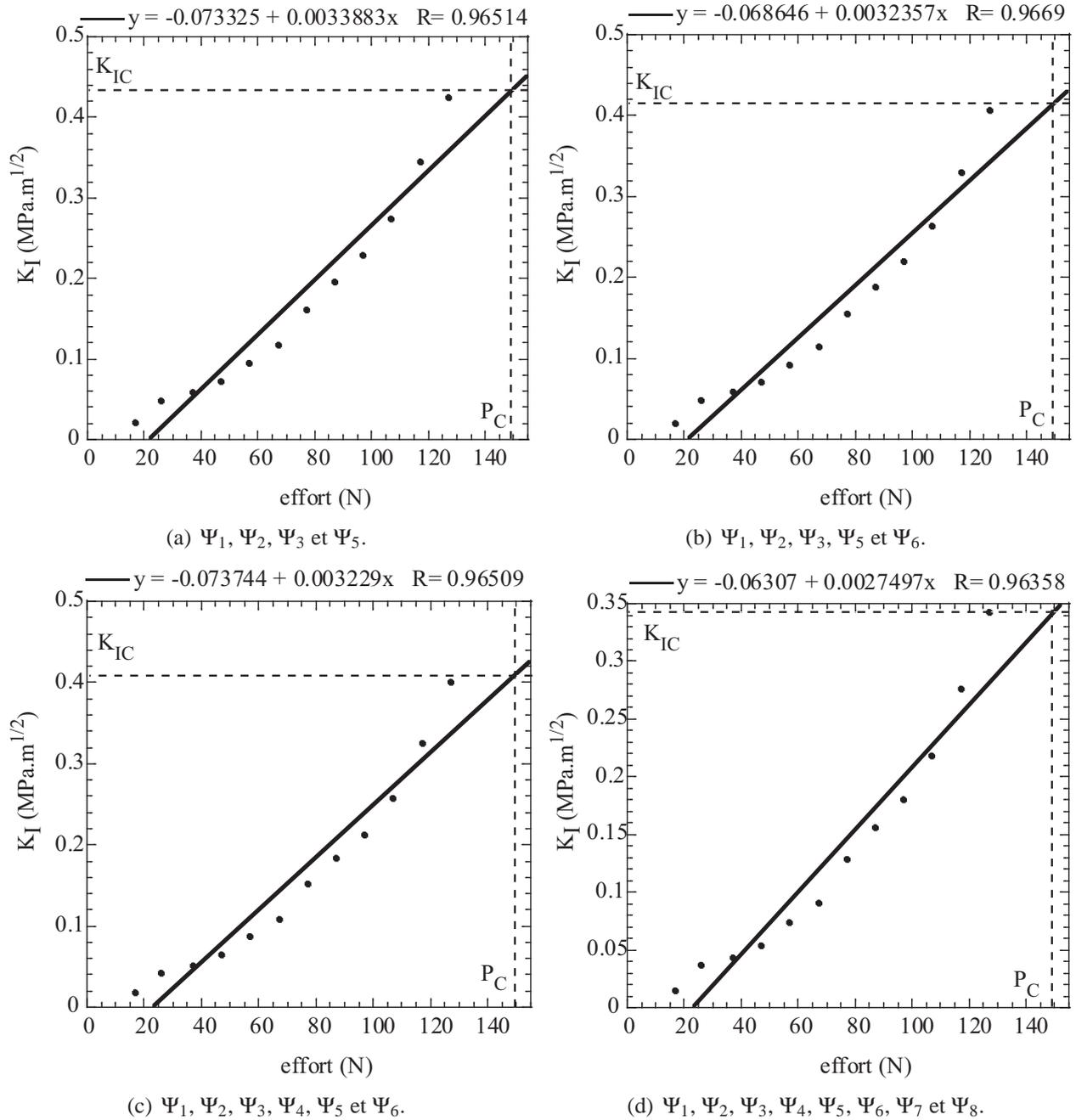


FIG. 3.38: Influence de la base sur le facteur d'intensité des contraintes pour une éprouvette de blanche de Beaucaire. La légende des différentes figures donne les fonctions utilisées (éq. (3.59)). P_c est l'effort à rupture et K_{Ic} la ténacité.

contraintes. Ces fonctions ont une faible influence proche de la pointe de fissure puisque qu'elles varient en $\sqrt{r^3}$. En revanche, plus on s'éloigne de la pointe de fissure, plus elles sont influentes. Elles traduisent donc que l'éprouvette de roche n'est pas un milieu infini : hypothèse supposée pour les solutions analytiques de déplacement en pointe de fissure. Le tableau 3.12 donne les différentes ténacités trouvées en fonction de la base utilisée pour chacune des roches. Les figures 3.39 et 3.40

TAB. 3.12: Ténacité pour différentes bases de projection utilisées pour une des éprouvettes de chaque roche.

fonctions utilisées dans la base	calcaire crinoïde	blanche de Beaucaire
$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_5$	2.03 MPa.m ^{1/2}	0.432 MPa.m ^{1/2}
$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_5, \Psi_6$	1.94 MPa.m ^{1/2}	0.414 MPa.m ^{1/2}
$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5, \Psi_6$	2.00 MPa.m ^{1/2}	0.408 MPa.m ^{1/2}
$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5, \Psi_6, \Psi_7, \Psi_8$	1.53 MPa.m ^{1/2}	0.347 MPa.m ^{1/2}

montrent les déplacements horizontaux lors des essais SENB. Le saut de déplacement en bas au

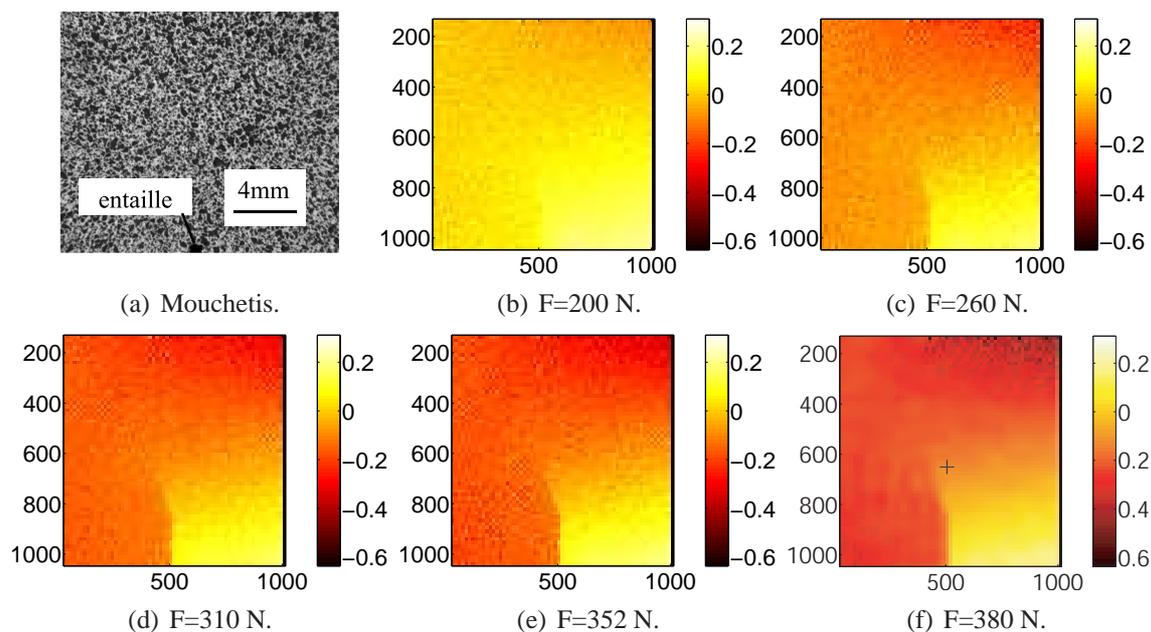


FIG. 3.39: Champ de déplacement horizontal mesuré par corrélation pour une éprouvette de calcaire crinoïde pour différents efforts. L'effort de rupture est de 381 N. La zone d'étude fait 16×16 pixels, $1 \text{ pixel} \leftrightarrow 16.8 \mu\text{m}$. La croix sur la dernière figure indique la position de la pointe de fissure.

centre des images est le signe de la présence d'une fissure. En fait, pour les deux figures, la fissure est tout d'abord verticale : c'est l'entaille faite à la scie à fil. Puis la fissure bifurque à gauche, c'est la préfissure qui a eu lieu lors de l'essai SB. Nous observons de plus que plus l'effort est élevé, plus le saut est important. Le tableau 3.13 rassemble les différentes mesures de ténacité de chaque éprouvette testée en utilisant les huit fonctions Ψ . En effet, les huit fonctions permettent de mieux prendre en compte le champ de déplacement mesurés lors des essais SB. D'ailleurs, l'erreur en déplacement est la plus faible lorsque toutes les fonctions sont utilisées (tab. 3.14). On peut remarquer de plus que plus l'effort est important (et donc les déplacements aussi), plus l'erreur relative aux déplacements est faible. La qualité de la méthode pour l'incertitude en déplacement dépend de la texture de l'image c'est-à-dire la dynamique du niveau de gris et la taille de la zone d'étude. Afin d'estimer l'incertitude en déplacement associée à l'algorithme de corrélation utilisé, une image artificielle est construite en

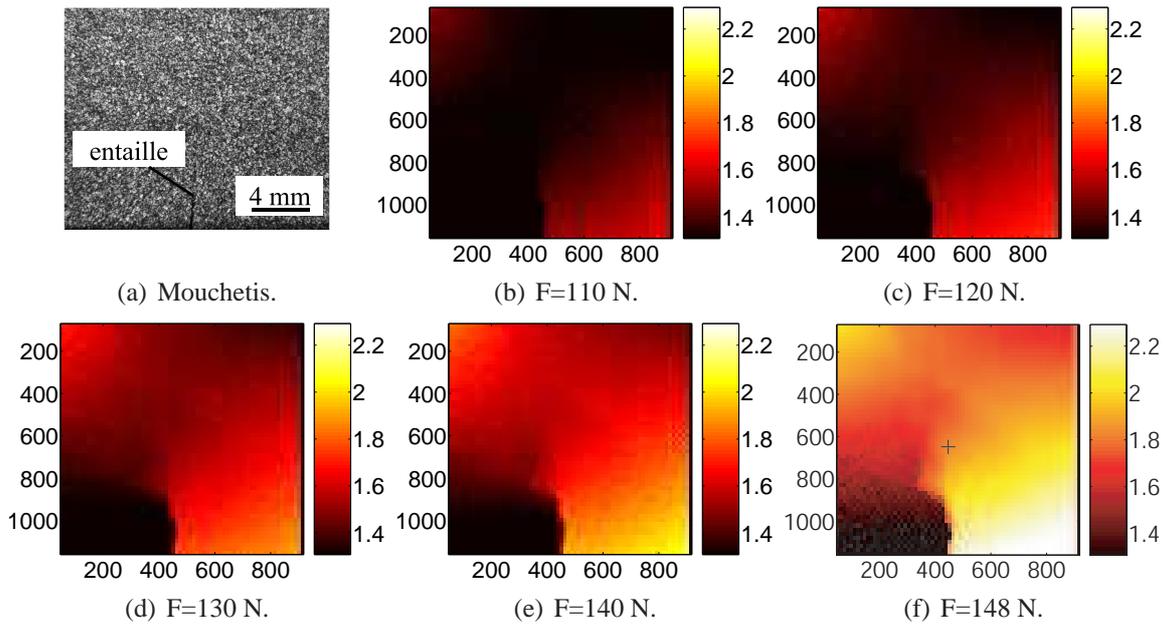


FIG. 3.40: Champ de déplacement horizontal mesuré par corrélation pour une éprouvette de blanche de Beaucaire pour différents efforts. L'effort de rupture est de 149 N. La zone d'étude fait 16×16 pixels, 1 pixel \leftrightarrow $16.8 \mu\text{m}$. La croix sur la dernière figure indique la position de la pointe de fissure.

TAB. 3.13: Ténacité mesurée pour chaque éprouvette à l'aide de la corrélation d'images.

matériau	calcaire crinoïde		
ténacité ($\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$)	1.51	1.28	1.53
matériau	blanche de Beaucaire		
ténacité ($\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$)	0.28	0.41	0.37

TAB. 3.14: Erreur en déplacement pour différentes bases de projection utilisées pour l'analyse de l'image juste avant la rupture d'une des éprouvettes de chaque roche (l'unité est le pixel).

fonctions utilisées dans la base	calcaire crinoïde	blanche de Beaucaire
$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_5$	5.0×10^{-2}	6.6×10^{-2}
$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_5, \Psi_6$	5.0×10^{-2}	5.6×10^{-2}
$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5, \Psi_6$	4.9×10^{-2}	5.5×10^{-2}
$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5, \Psi_6, \Psi_7, \Psi_8$	4.7×10^{-2}	4.7×10^{-2}

translatant l'image de référence d'un déplacement sub-pixel (compris entre 0 et 1 pixel). Une analyse de corrélation d'images est ensuite réalisée entre ces deux images ce qui permet d'évaluer l'incertitude. La figure 3.41 montre l'influence de la taille de la zone d'étude l (pour $l = 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$ et 2^7 pixels) sur l'incertitude en déplacement σ_u . Une forte décroissance de σ_u est observée en loi de

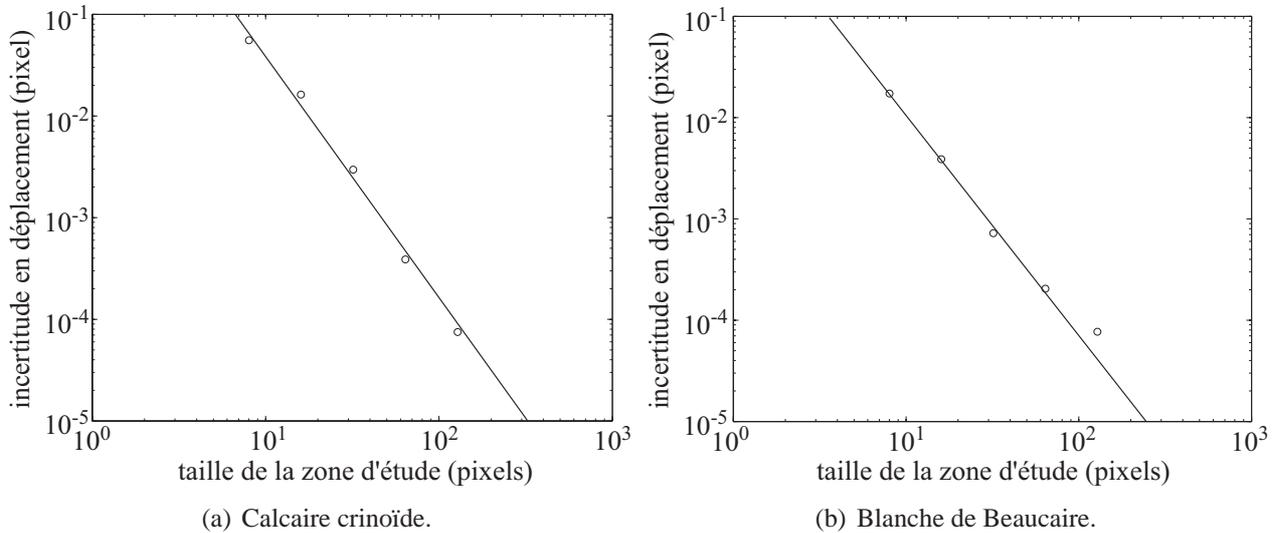


FIG. 3.41: Influence de la taille de la zone d'étude sur l'incertitude en déplacement.

puissance $\sigma_u \approx A^{1+\alpha}/l^\alpha$ avec $A \approx 1.96$ pixel et $\alpha \approx 2.39$ pour le calcaire crinoïde et $A \approx 1.14$ pixel et $\alpha \approx 2.16$ pour la blanche de Beaucaire. La figure 3.41 montre de plus que pour une taille de zone d'étude de 16 pixels (celle utilisée pour les analyses précédemment réalisées), l'incertitude en déplacement que permet d'atteindre la texture est d'environ 2×10^{-2} pixel pour le calcaire crinoïde et 4×10^{-3} pour la blanche de Beaucaire. Or l'erreur en déplacement est de 4.7×10^{-2} pixel pour les deux roches (tab. 3.14). La différence provient de bruits de mesure et de la présence de la fissure. On peut remarquer que l'erreur et l'incertitude sont assez proches pour le calcaire crinoïde.

La position de la pointe de la fissure est estimée être environ la même lorsque l'on utilise soit $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_5$, soit $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_5$ et Ψ_6 , soit $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5$ et Ψ_6 . La différence est environ de 25 pixels soit environ $400 \mu\text{m}$. En revanche si on utilise toutes les fonctions, la fissure est toujours plus longue que précédemment d'environ 50 pixels soit $840 \mu\text{m}$.

La ténacité moyenne trouvée pour le calcaire crinoïde est $1.44 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ alors que pour la blanche de Beaucaire, elle vaut $0.35 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$.

6 Bilan

Le calcaire crinoïde et la blanche de Beaucaire sont deux calcaires aux propriétés mécaniques très différentes. Le calcaire crinoïde est une roche peu poreuse, dure et dense. Ses caractéristiques élastiques sont proches de celles des alliages d'aluminium. La rupture en compression uniaxiale ou confinée est obtenue pour des valeurs proches des meilleurs bétons tels que le ductal [Forquin 03]. La rupture en tension est peu dispersive et dépend peu du volume étudié étant donné que son module de Weibull est élevé. Son niveau est proche de celui des meilleurs bétons. En revanche la blanche de Beaucaire est une roche poreuse, friable et peu dense. Ses propriétés élastiques sont faibles tout comme sa résistance en compression. Ce calcaire s'apparente plus à des bétons classiques tels que le MB50 [Forquin 03]. De plus sa dispersion en rupture en tension est très importante et dépend donc

beaucoup du volume considéré. Les propriétés des deux calcaires ainsi que celles du béton ductal et MB50 sont récapitulés dans le tableau 3.15. A partir des ces données, les essais dynamiques pourront être modélisés.

TAB. 3.15: Propriétés mécaniques des deux roches et de deux bétons [Forquin 03].

matériau	calcaire crinoïde	blanche de Beaucaire	Ductal	MB50
densité	2700 kg.m ⁻³	2230 kg.m ⁻³	2390 kg.m ⁻³	2250 kg.m ⁻³
module d'Young	78 GPa	6 GPa	57 GPa	38 GPa
coefficient de Poisson	0.28	0.34	0.18	0.2
rupture en compression	147 MPa	11 MPa	180 MPa	20 MPa
module de Weibull	22	3.8	11	6.5
σ_0 pour $V_0 = 1 \text{ cm}^3$	19 MPa	5 MPa	22 MPa	7 MPa
ténacité	1.44 MPa \sqrt{m}	0.35 MPa \sqrt{m}	1.75 MPa \sqrt{m}	1.55 MPa \sqrt{m}

Chapitre 4

Analyse expérimentale et modélisation de l'essai d'impact sur la tranche

Les essais d'impact sur la tranche sont présentés dans ce chapitre. Deux configurations expérimentales permettent d'analyser la fragmentation de la roche. Des modèles de compression sont utilisés afin de modéliser l'endommagement de la zone de broyage. Une loi d'endommagement dynamique en tension est présentée puis couplée à une loi de plasticité afin de simuler la fragmentation des essais d'impact sur la tranche.

Sommaire

1	Expérimentations	94
1.1	Observation à l'aide de la caméra ultra-rapide (CUR)	95
1.2	Observation post-mortem	98
2	Etude de l'endommagement en compression	100
2.1	Influence du chargement	100
2.2	Modèle de Drucker-Prager	108
2.3	Modèle KST	110
2.4	Bilan	112
3	Loi d'endommagement dynamique en tension	113
3.1	Mécanisme d'occultation	113
3.2	Estimation de l'expression de la zone d'occultation	116
3.3	Solution analytique et adimensionnement	118
3.4	Loi d'endommagement en tension	120
3.5	Passage micro-macro	121
3.6	Modèle multi-échelles	122
3.7	Simulations par éléments finis	124
4	Bilan	128

Le chapitre 2 a permis de connaître les sollicitations auxquelles sont soumis des matériaux élastiques et homogènes face à un chargement dynamique. Cependant, l'hypothèse de continuité n'est pas vérifiée lors d'essais balistiques ou pyrotechniques. En effet, une fragmentation multiple (phénomène discret) est observée lors d'essais d'impact sur des céramiques [Strassburger 94] comme sur des roches [Kutter 71]. Contrairement à la rupture en tension quasi statique, plusieurs fissures apparaissent dans les matériaux avant la rupture lorsqu'il est soumis à un chargement dynamique. Il y a donc une différence importante de fragmentation entre la rupture dynamique et les essais quasi statiques (chapitre 3) où le principe du maillon le plus faible impose seulement une fragmentation simple. L'observation de ces différentes zones [Shockey 74] a montré que la création des macro-fissures est due à l'activation, la croissance puis éventuellement la coalescence de défauts. Lors d'essais d'impact, des zones de broyage, de fragmentation multiple et simple sont observées sur du béton [Kennedy 76]. Afin de modéliser ces différentes zones, un modèle d'endommagement sera utilisé. Le modèle PRM (Pontiroli-Rouquand-Mazars) [Mazars 86, Pontiroli 95, Berthet-Rambaud 04, Mazars 04] permet de différencier l'endommagement en compression (zone de broyage) de l'endommagement en tension (zone de fragmentation). C'est un modèle écrit en trois dimensions qui permet de prendre en compte la dissymétrie en tension et compression, les déformations inélastiques, l'effet des vitesses de déformation et la dissipation hystérétique au sein du matériau. De plus, le modèle PRM décrit les effets d'ouverture-fermeture des fissures. Ce modèle a permis de simuler des impacts de blocs rocheux sur les structures en béton [Berthet-Rambaud 05] ou l'effet d'une avalanche sur des structures en béton armé [Berthet-Rambaud 07]. Afin de simuler les essais d'impact sur la tranche, un autre modèle, utilisant les caractéristiques mécaniques identifiées au chapitre 3, sera utilisé. Ce modèle comporte très peu de paramètres à identifier et permet d'estimer les densités de fissuration. Dans ce chapitre, des essais d'impact sur la tranche vont être présentés et analysés. La zone de broyage supposée être causée par un endommagement en compression sera ensuite modélisée. Pour cela différents modèles de plasticité seront présentés. La modélisation des zones de fragmentation multiple et simple est ensuite réalisée à l'aide d'une loi d'endommagement dynamique. Cette dernière sera couplée à un modèle de plasticité pour la simulation des essais sur le calcaire crinoïde et la blanche de Beaucaire.

1 Expérimentations

Les essais d'impact sur la tranche sont des essais balistiques. Un projectile, le plus souvent en acier ou en alliage d'aluminium, est envoyé sur un carreau du matériau étudié. La surface d'impact est située sur la dimension la plus faible du carreau d'où le terme "tranche". L'onde transmise dans le carreau est donc une onde cylindrique. Le chapitre 2 montre que la décroissance des contraintes est plus lente pour cette géométrie par rapport à la géométrie sphérique. Il sera donc plus aisé d'observer les différentes zones de fragmentation car elles sont plus étendues. Les essais présentés ont été effectués au CEP (Centre d'Expertise Parisien) à Arcueil (94). Les premiers essais ont été réalisés en observant la fragmentation à l'aide d'une caméra ultra-rapide (CUR) [Riou 96] et en reconstituant le puzzle des différents fragments retrouvés. Une deuxième configuration, dite "sarcophage" [Denoual 98], a également été utilisée. Les propriétés mécaniques du calcaire crinoïde et de la blanche de Beaucaire étant assez proches respectivement de celles du ductal non fibré et du MB50, le dimensionnement des essais utilisé les données obtenues lors des essais réalisés sur ces bétons [Forquin 03]. De plus, la taille du carreau est contrainte par celle du sarcophage. L'objectif de ces essais est d'observer les différentes zones de broyage et de fragmentation. Afin de diminuer la zone de broyage un dispositif de confinement a été placé près de la zone d'impact. En effet, plus la roche est confinée, c'est-à-dire plus la pression hydrostatique est grande, plus la résistance augmente (chapitre 3). Ainsi, la zone de broyage peut être limitée. Trois essais pour chaque configuration ont été menés, ce qui en fait six en tout. Les mêmes paramètres ont été gardés pour chacune des configurations. Le tableau 4.1 détaille les caractéristiques de chaque essai.

TAB. 4.1: Paramètres des essais d'impact sur la tranche.

essai	1	2	3
	carreau		
matériau	calcaire crinoïde		blanche de Beaucaire
hauteur	300 mm		
longueur	150 mm		
épaisseur	15 mm	8 mm	12 mm
	projectile		
matériau	alliage d'aluminium		
diamètre	20 mm		
longueur	50 mm		
vitesse du projectile (observation CUR)	102 m.s ⁻¹	200 m.s ⁻¹	101 m.s ⁻¹
vitesse du projectile (observation post-mortem)	98 m.s ⁻¹	204 m.s ⁻¹	90 m.s ⁻¹
	confinement		
matériau	tungstène		
diamètre	24 mm		
longueur	30 mm		

1.1 Observation à l'aide de la caméra ultra-rapide (CUR)

Une configuration d'essais d'impact sur la tranche a été mise au point au CEP [Riou 96] (fig. 4.1). La vitesse du projectile est mesurée à l'aide de deux diodes situées en amont de la cible et distantes

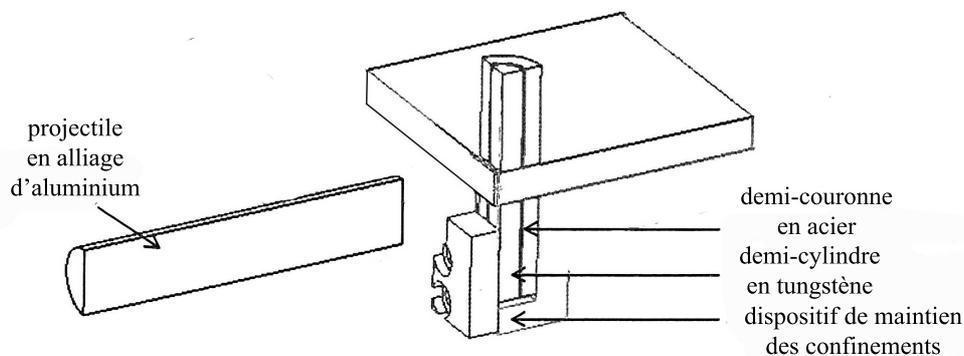


FIG. 4.1: Schéma de la configuration de l'essai d'impact sur la tranche observé à l'aide d'une caméra ultra-rapide (demi-coupe) [Riou 96, Denoual 98]. Un confinement dynamique est également utilisé [Forquin 03].

de 50 mm. Le flash associé à la caméra ultra-rapide est activé à partir du signal de la deuxième diode. Un film conducteur est déposé à l'endroit de l'impact afin de déclencher la caméra ultra-rapide. En effet, lorsque le projectile touche le film conducteur, il ferme un contacteur ce qui provoque le déclenchement de la caméra.

Un carreau de calcaire crinoïde d'épaisseur 15 mm (essai 1 du tableau 4.1) est impacté par un projectile en alliage d'aluminium ayant une vitesse de 102 m.s⁻¹. La figure 4.2 montre les images obtenues par la caméra ultra-rapide. Après l'essai, le carreau est reconstitué (fig. 4.3). La fenêtre de visualisation fait un peu plus de 60 mm de largeur. Il a été choisi de prendre des photos à intervalles

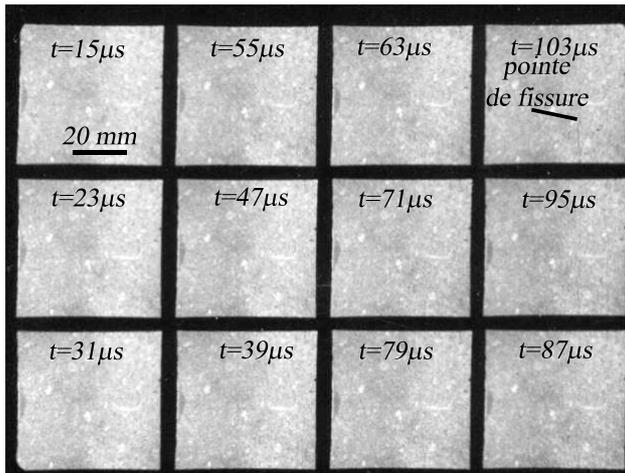


FIG. 4.2: Observation à la caméra ultra-rapide de l'essai 1 (tableau 4.1).

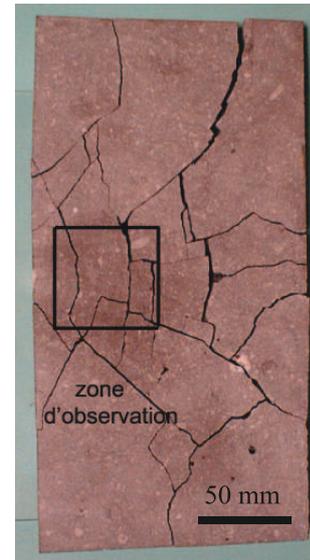


FIG. 4.3: Carreau reconstitué après l'essai 1 (tableau 4.1).

réguliers entre 15 et 100 μs . Une seule fissure orthoradiale est observable à l'aide de la caméra ultra-rapide (fig. 4.2). Elle correspond à la troisième macro-fissure (en partant du coin en bas à gauche) du puzzle reconstitué (fig. 4.3). De plus, on peut constater l'absence de zone de broyage. La vitesse de propagation de la fissure mesurée à l'aide de la longueur de la fissure observée est sous-estimée. Ces photos ne permettent pas d'observer la pointe de fissure car l'écartement des lèvres est trop petit. On ne peut pas voir la propagation des fissures car ces dernières ont des ouvertures trop petites. Nous avons vu lors des essais SB du chapitre 3 que le saut de déplacement des lèvres de la fissure était de moins d'un pixel, soit moins de 16.8 μm . Cela paraît alors normal de ne pas voir la propagation des fissures à l'oeil nu. La figure 4.3 montre deux directions de fissuration privilégiées qui vont dans le sens des conclusions de l'étude analytique des ondes et de la positivité de contraintes radiale et orthoradiale. En revanche, les images de la caméra ne nous permettent pas d'identifier la chronologie de la fragmentation : la fissuration radiale précède-t-elle la fissuration orthoradiale ?

Afin d'augmenter le niveau de chargement, l'épaisseur du carreau de calcaire crinoïde est de 8 mm pour le deuxième essai (tab. 4.1). De plus, la vitesse du projectile a été doublée. Les figures 4.4 et 4.5 montrent la présence d'une zone de broyage proche de la surface d'impact. Elle apparaît environ 40 μs après l'impact. Comme lors de l'essai 1 la caméra ultra-rapide ne permet pas d'observer la fissuration. La reconstitution des carreaux (figs. 4.3 et 4.5) permet de voir une macro-fissuration un peu plus importante pour l'essai 2 par rapport à l'essai 1. Cependant, on pouvait s'attendre à une différence plus importante étant donné la grande différence de chargement. Il se peut que la zone de broyage consomme beaucoup d'énergie, ce qui diminue la fragmentation dans les autres zones. Ce point sera discuté plus loin. Les deux directions principales sont toujours privilégiées en ce qui concerne la fissuration.

Un troisième essai d'impact sur la tranche a été réalisé sur la blanche de Beaucaire avec des paramètres assez proches de l'essai 1 afin de pouvoir comparer le comportement des deux roches (tableau 4.1). Les figures 4.6 et 4.7 montrent les résultats obtenus. La fissuration est observable à l'aide de la caméra ultra-rapide, dans la zone de broyage les fissures sont orthoradiales et radiales. Les fissures orthoradiales sont d'ailleurs plus visibles et semblent être les premières. Les figures 4.4 et 4.6 montrent un front de fissures débouchantes circulaires après le confinement. Ce front de fissures, en forme de coquillage, a déjà été observé sur du béton MB50 [Forquin 07]. Ces fissures sont dues à une rupture en compression non confinée (puisqu'elles se situent juste derrière le confinement dynamique). Au

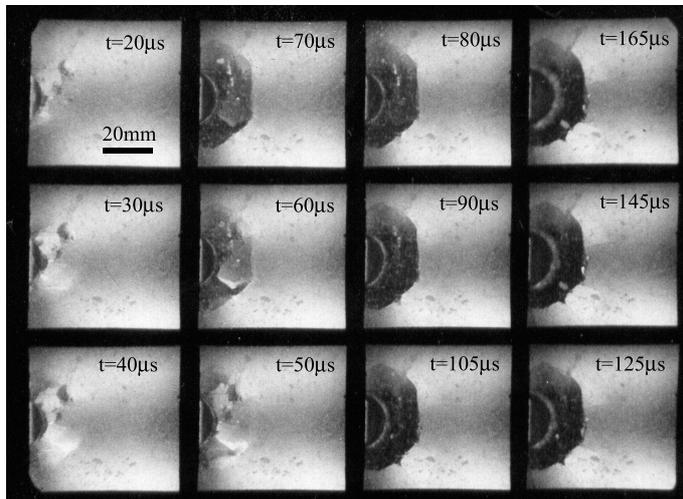


FIG. 4.4: Observation à la caméra ultra-rapide de l'essai 2 (tableau 4.1).



FIG. 4.5: Carreau reconstitué après l'essai 2 (tableau 4.1).

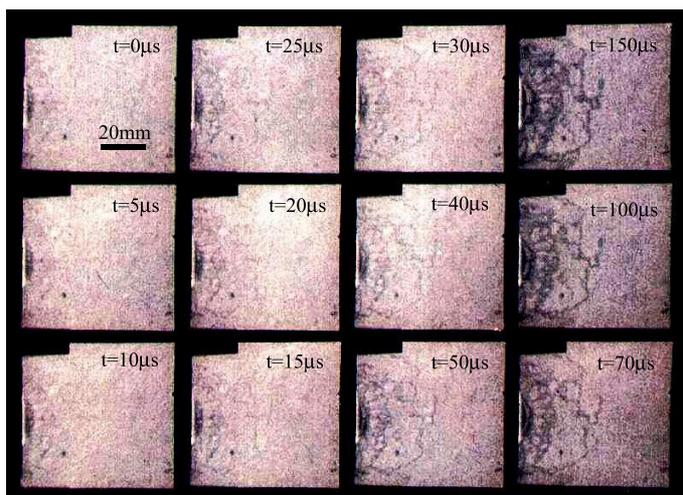


FIG. 4.6: Observation à la caméra ultra-rapide de l'essai 3 (tableau 4.1).



FIG. 4.7: Carreau reconstitué après l'essai 3 (tableau 4.1).

delà de ce front, on peut observer des fissures radiales [Grange 07]. La chronologie de la fragmentation est proche de celle du premier essai. En revanche la mesure de la vitesse de fissuration à l'aide de ces images n'a pas donné de résultats concluants pour les mêmes raisons que précédemment. La reconstitution du carreau (fig. 4.7) montre l'apparition d'une seule macro-fissure : il n'y a pas de zone de fragmentation multiple. L'énergie dépensée dans la zone de broyage peut en être une raison, mais elle n'est certainement pas suffisante. Le fait que la fissure macroscopique soit radiale confirme la chronologie supposée entre fragmentation radiale et orthoradiale déduites au chapitre 2.

Ces essais ont permis d'observer la fragmentation des calcaires à l'échelle macroscopique. Une configuration dite "sarcophage", permet une observation plus fine. Cette analyse est présentée dans la suite.

1.2 Observation post-mortem

Une seconde configuration d'essai d'impact sur la tranche permet aux fragments de roche de conserver leur position initiale : la configuration dite "sarcophage" (fig. 4.8) [Denoual 98]. Un sarco-

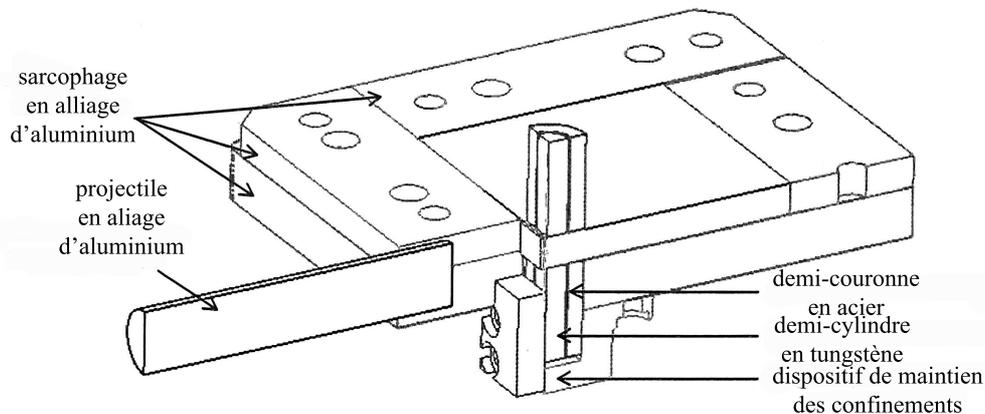
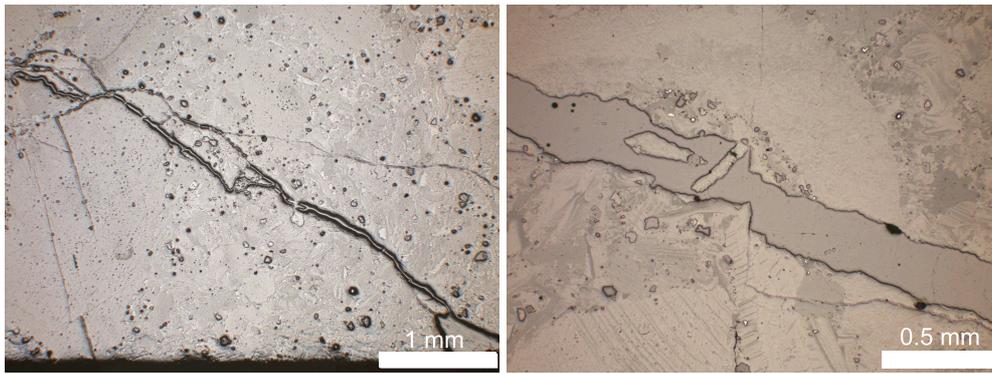


FIG. 4.8: Schéma de l'essai d'impact sur la tranche en configuration "sarcophage" (demi-coupe) [Denoual 98].

phage en alliage d'aluminium est placé autour du carreau de roche. Afin de modifier le moins possible le parcours des ondes par rapport aux essais précédents, un jeu de quelques dixièmes de millimètres est maintenu entre le sarcophage et les faces latérales du carreau. De plus, des cales en carton sont collées sur les différentes tranches du carreau. Après l'impact, les fragments sont imprégnés d'une résine époxyde coulée sous vide et durcie à pression ambiante. Le carreau est ensuite découpé, puis poli pour permettre des analyses au microscope.

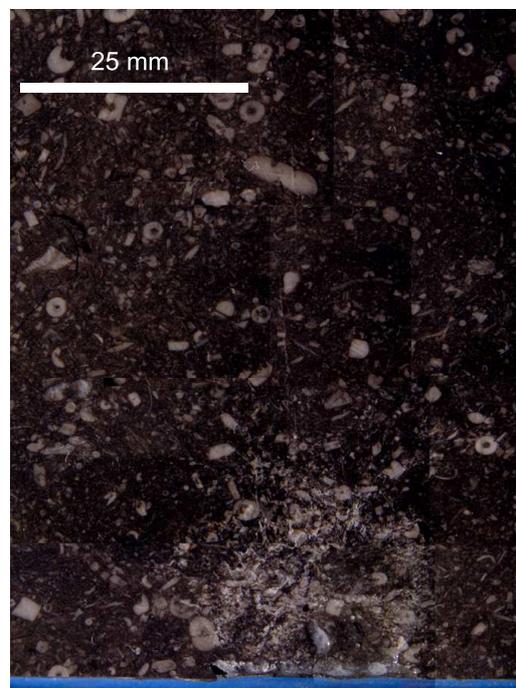
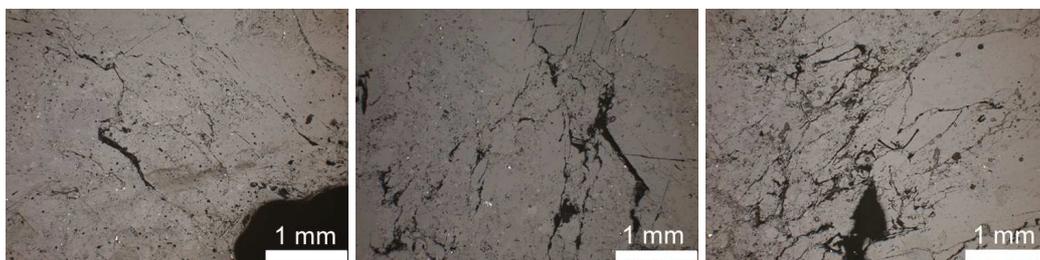
Le premier essai a été analysé à la loupe binoculaire mais aucune fissure n'est visible dans le carreau découpé. Une analyse au microscope optique permet d'observer quelques fissures (figs. 4.9(a) et 4.9(b)). Ces deux photos ont été prises au bord de la surface d'impact (à gauche du centre du projectile). Il y a très peu d'endommagement à cette échelle, peu de fissures traversent les images. La fissuration principale est radiale ce qui signifie qu'elle est certainement due à une tension orthoradiale ou à une forte compression puisqu'elle se situe proche de la surface d'impact. Les fissures passent par plusieurs inclusions mais il est difficile de savoir si elles sont le siège de l'amorçage ou si la création de la fissure a eu lieu sur un défaut de surface.

La figure 4.10 montre une photo de l'échantillon de l'essai 2. Les traces blanches que l'on voit au bas de la photo sont le signe d'une fissuration intense car la résine a pu s'infiltrer en abondance. C'est la zone de broyage. Les micrographies 4.11(a), 4.11(b) et 4.11(c) sont situées dans la zone de broyage respectivement à gauche, au dessus et à droite de la surface d'impact. Ces images montrent



(a) Observation au microscope optique.

(b) Zoom de la micrographie.

FIG. 4.9: Micrographie de l'essai 1 (tableau 4.1).**FIG. 4.10:** Observation à la loupe binoculaire de l'essai 2 (tableau 4.1).

(a) Observation au microscope optique à gauche de la surface d'impact.

(b) Observation au microscope optique au dessus de la surface d'impact.

(c) Observation au microscope optique à droite de la surface d'impact.

FIG. 4.11: Micrographies de l'essai 2 (tableau 4.1).

une direction de fissuration privilégiée : la direction radiale. Les fissures orthoradiales apparaissent mais sont moins nombreuses. Cette observation permet d'envisager deux sources de fissuration :

- soit la fragmentation observée provient d'un endommagement en compression dû à des contraintes fortement négatives par rapport à la contrainte de rupture en compression. La direction de fissuration peut être comparée à celle observée lors des essais quasi statiques (fig. 3.5(b)) ;
- soit la positivité de la contrainte orthoradiale est plus importante que celle de la contrainte radiale comme on a pu l'observer avec les solutions analytiques des ondes cylindriques (fig. 2.19). Les fissures passent par des défauts mais on peut remarquer que tous les défauts ne créent pas de fissures.

Un carreau de blanche de Beaucaire a été impacté (essai 3) puis analysé (figs. 4.12(a) et 4.12(b)). Comme l'avaient montrées les images de la caméra ultra-rapide (fig. 4.6), la zone de broyage est

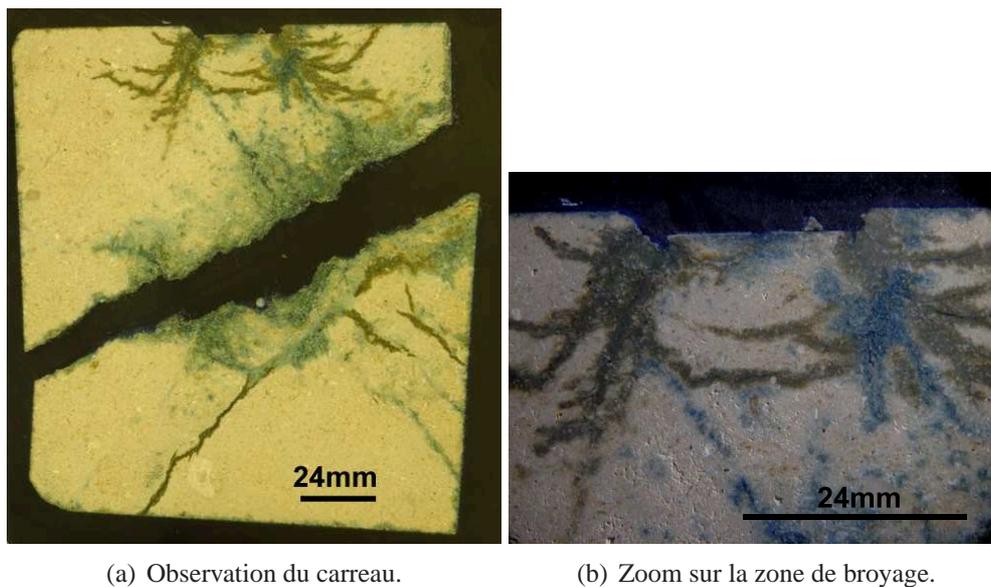


FIG. 4.12: Micrographies de l'essai 3 (tableau 4.1).

caractérisée par une fissuration en forme de coquillage due à une sollicitation de compression et couramment rencontrée dans les bétons [Forquin 07]. Une fissuration faible est également observée en dehors de cette zone.

Afin d'interpréter les différentes observations, différents modèles de compression sont proposés. Des simulations par éléments finis pourront être comparées à l'expérimentation.

2 Etude de l'endommagement en compression

Les essais d'impact sur la tranche ont montré une grande différence de comportement des deux roches que ce soit en terme d'endommagement en compression et zone de broyage ou en endommagement en tension et fragmentation. Les simulations vont permettre d'estimer l'influence du chargement entre les différents essais en fonction des modèles de comportement utilisés.

2.1 Influence du chargement

Pour prendre en compte le glissement des lèvres des fissures lors d'un chargement important en compression (zone de broyage), le comportement du matériau peut être décrit par un modèle de plasticité [Drucker 52, Andrieux 86, Burr 95]. Un modèle d'endommagement prenant en compte la

refermeture des fissures, le rétablissement du module d'Young ou encore la dissipation due aux frottements des fissures a également été proposé [Halm 98]. Dans ce paragraphe, des modèles de plasticité plus simples et plus faciles à identifier sont présentés.

2.1.1 Modèle élasto-plastique parfait

La relation de comportement élastique linéaire est en premier lieu utilisée

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} Tr(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} \quad (4.1)$$

où E et ν sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson, $\underline{\underline{\varepsilon}}$, $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{I}}$ sont les tenseurs des déformations et des contraintes, et le tenseur identité. Le critère de von Mises pour une plasticité parfaite permet d'écrire la fonction de charge f

$$f = \sigma_{eq} - \sigma_Y \quad \text{avec} \quad \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D : \underline{\underline{\sigma}}_D} \quad (4.2)$$

où σ_Y est la limite d'élasticité, σ_{eq} la contrainte équivalente de von Mises et $\underline{\underline{\sigma}}_D$ le tenseur des contraintes déviatorique. Ce modèle est implanté pour un calcul dynamique explicite. L'estimateur élastique $\underline{\underline{\sigma}}^{est}$ est calculé à l'aide de l'équation (4.1). Si cet estimateur vérifie le critère de von Mises $f \leq 0$, la réponse est élastique. Sinon une correction plastique est estimée

$$\underline{\underline{\sigma}}_D = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D^{est} : \underline{\underline{\sigma}}_D^{est}}} \underline{\underline{\sigma}}_D^{est} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_D + \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\sigma}}_D) \underline{\underline{I}} \quad (4.3)$$

La loi d'écoulement normal permet d'écrire

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\sigma_{eq}} \underline{\underline{\sigma}}_D \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D^{est} : \underline{\underline{\sigma}}_D^{est}} - \sigma_Y}{3G} \quad (4.4)$$

où G est le module de cisaillement $G = E/2(1+\nu)$ et $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ le tenseur de déformation plastique.

2.1.2 Simulations par éléments finis

Des simulations ont été réalisées avec le code de calcul Abaqus (dynamique explicite). Le maillage de l'essai est représenté sur la figure 4.13. Les calculs effectués utilisent les données quasi statiques

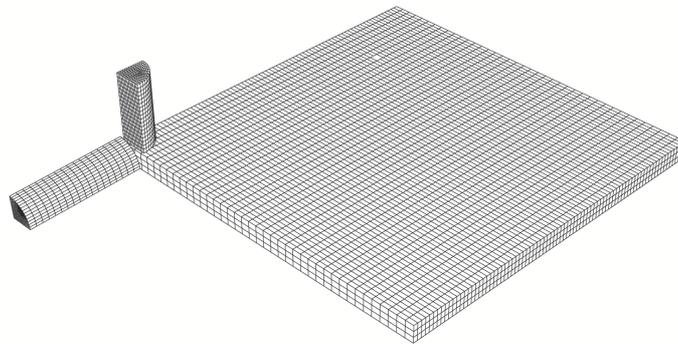
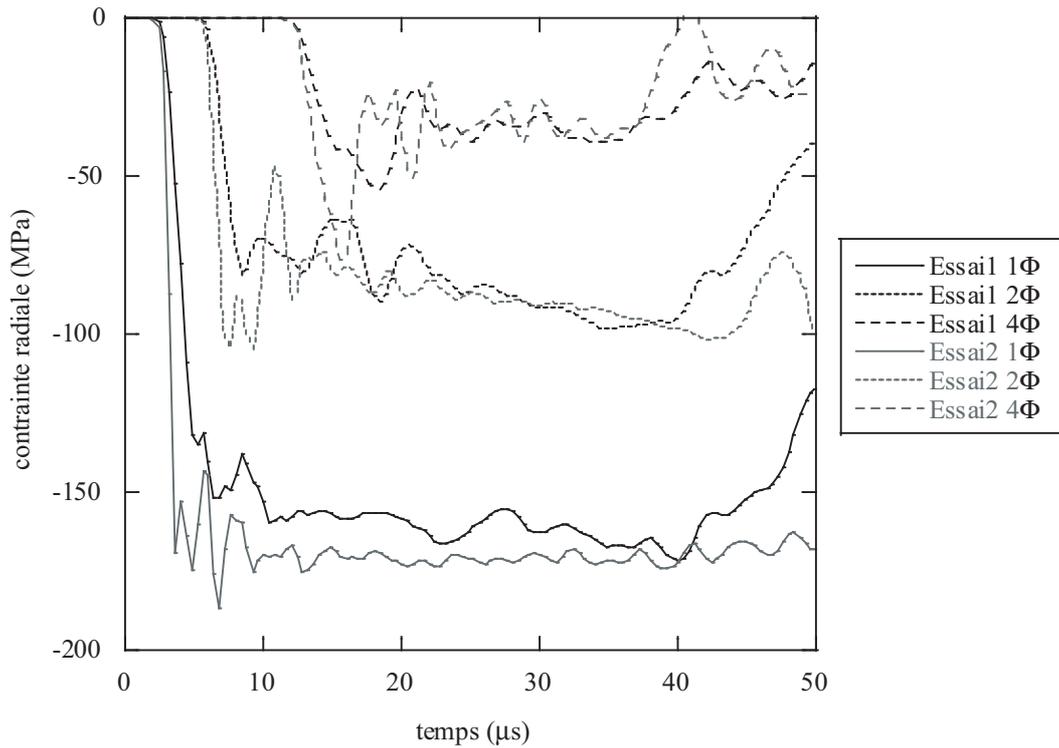
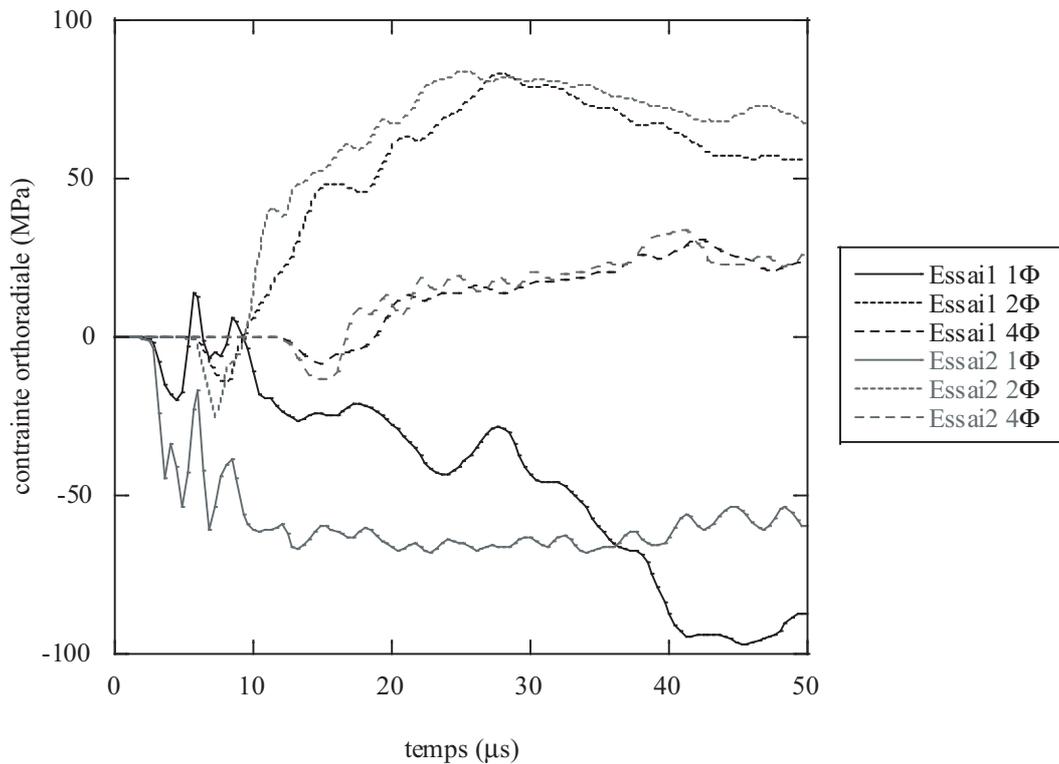


FIG. 4.13: Maillage de l'essai d'impact sur la tranche sur 1/4 du carreau.

des matériaux mesurées au chapitre 3 (tab. 4.2). La valeur de la limite d'élasticité σ_Y est prise égale à la contrainte de rupture en compression uniaxiale σ_c (chapitre 3). On néglige alors l'effet de la



(a) Contrainte radiale.



(b) Contrainte orthoradiale.

FIG. 4.14: Evolution des contraintes radiale et orthoradiale en fonction du temps pour différentes distances de la surface d'impact (1Φ = distance égale à un diamètre de projectile) pour les essais 1 et 2 (tab. 4.1).

TAB. 4.2: Paramètres des matériaux pour les simulations avec un comportement plastique parfait.

essai	1	2	3
matériau	calcaire crinoïde		blanche de Beaucaire
vitesse du projectile (m.s^{-1})	100	200	100
E (GPa)	78	78	6
ν	0.28	0.28	0.34
σ_Y (MPa)	147	147	11

pression hydrostatique.

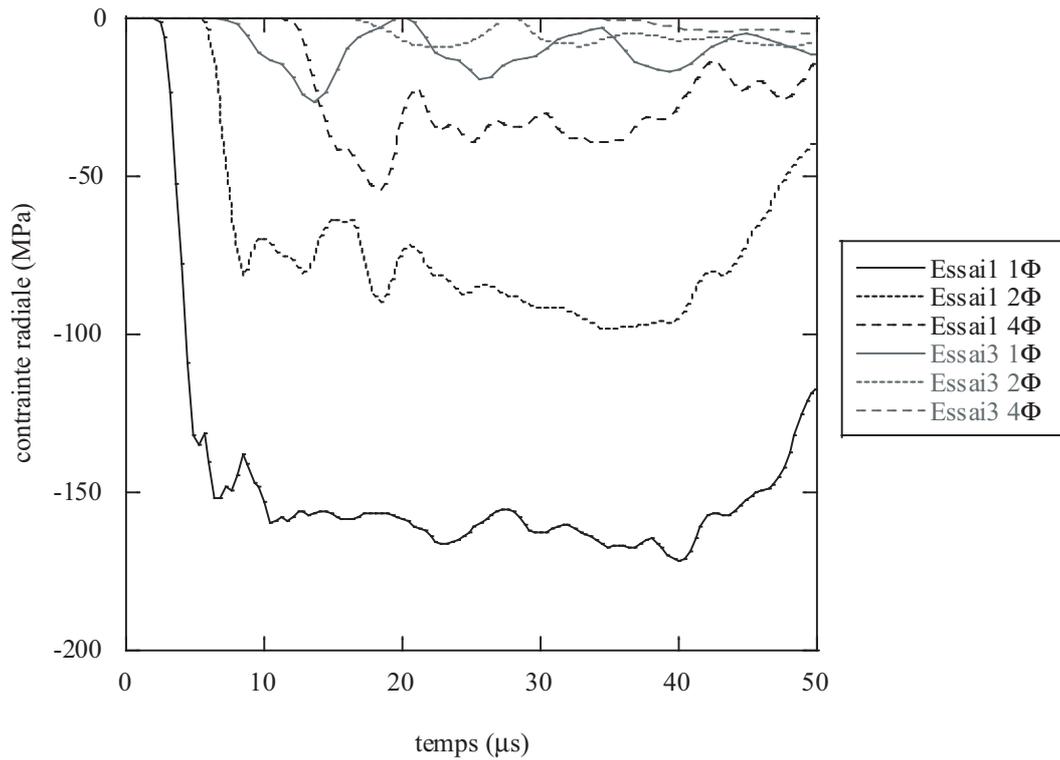
La figure 4.14 montre les contraintes radiale et orthoradiale pour les essais 1 et 2. Ces contraintes sont très proches entre les deux essais pour chaque distance de la surface d'impact alors que la vitesse du projectile et l'épaisseur du carreau sont très différentes. Pour la contrainte radiale, les deux courbes sont quasiment superposées. C'est uniquement un chargement de compression qui décroît avec la distance. La contrainte radiale est proche de la limite d'élasticité ($\sigma_Y = 147$ MPa) pour une distance égale à un diamètre de projectile car dans cette zone le comportement est plastique. Le chargement orthoradial à une distance d'un diamètre de projectile de la surface d'impact est négatif et semble un peu différent entre les deux essais. En revanche, pour les deux autres distances, le chargement est en tension et très proche. Ces figures montrent qu'avec un modèle élasto-plastique parfait, le chargement n'est piloté ni par l'épaisseur du carreau, ni par la vitesse du projectile.

La figure 4.15 représente les contraintes radiale et orthoradiale pour les essais 1 et 3 (tab. 4.1). Les courbes sont très différentes, le chargement dépend donc plus du matériau (notamment de la limite d'élasticité σ_Y) pour un modèle élasto-plastique que de la géométrie ou des conditions aux limites. Le paragraphe suivant tente d'évaluer l'influence de la limite d'élasticité.

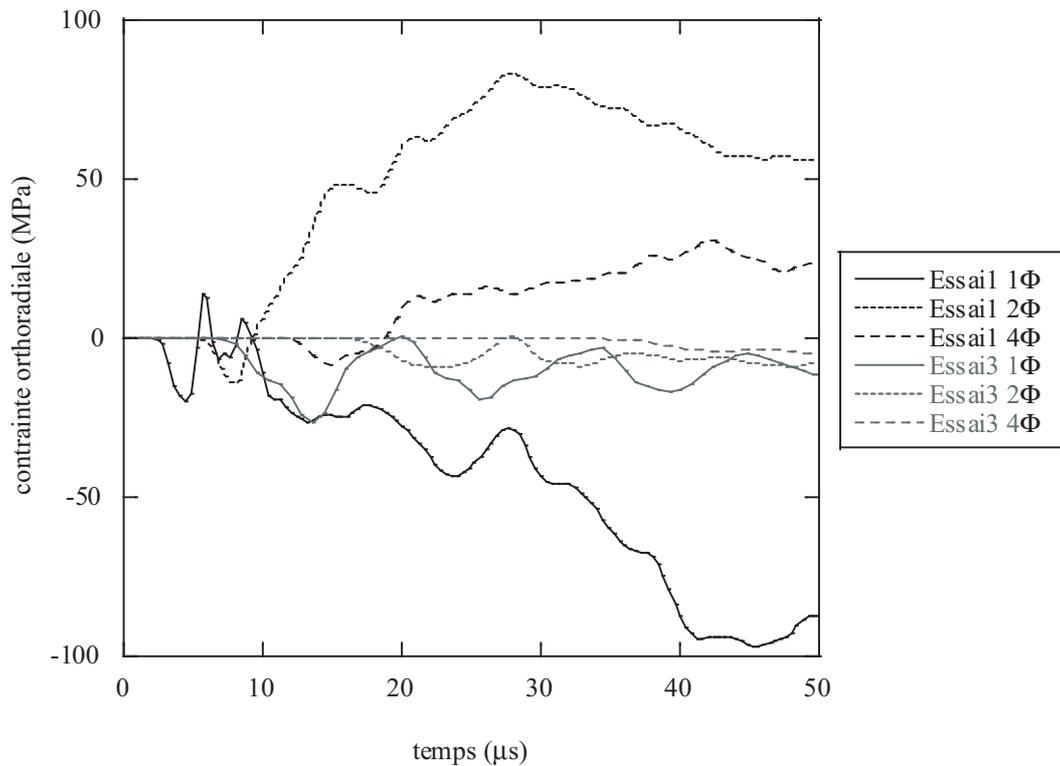
La figure 4.16 donne un ordre de grandeur de la vitesse de contrainte orthoradiale pour l'essai 1 sur le calcaire crinoïde. La vitesse maximale est de l'ordre de 10^{13} Pa.s⁻¹ pour une distance égale à deux diamètres de projectile et 5×10^{12} Pa.s⁻¹ pour quatre diamètres de projectile. Les vitesses sont environ multipliées par deux pour l'essai 2 et divisées par 10 pour l'essai 3 avec la blanche de Beaucaire.

2.1.3 Estimation de la zone de broyage

Les essais ont montré que la zone de broyage est principalement due à un endommagement confiné. Pour tenter de comparer les tailles de cette zone lors de l'expérimentation et pour les simulations, il faut introduire des critères de mesure. Pour les essais, la reconstitution des carreaux (figs. 4.3, 4.5 et 4.7) permet de définir la limite de la zone de broyage : c'est la surface qui n'est pas reconstituée car les fragments sont trop fins. Pour les simulations, on suppose que la zone de broyage est la zone ayant subi des déformations plastiques ou, ce qui revient au même pour le modèle élasto-plastique parfait, la zone où la contrainte équivalente de von Mises atteint la valeur de la limite élastique. Le paragraphe 4.2 du chapitre 3 a montré que la limite d'élasticité dépend de la pression hydrostatique c'est-à-dire du confinement. Or les simulations précédentes utilisaient la contrainte de rupture mesurée à l'aide d'essais quasi statiques de compression uniaxiale. C'est pourquoi d'autres calculs ont été réalisés en augmentant la limite d'élasticité afin de recalibrer la taille de la zone de broyage. Les figures 4.17 et 4.18 comparent ces zones pour les essais 2 et 3 avec une limite d'élasticité égale au double de la contrainte de rupture en compression uniaxiale σ_c mesurée expérimentalement (pour le premier essai, il n'y avait pas de zone de broyage expérimentale). Les tailles des zones sont assez proches pour cette limite d'élasticité. La figure 4.19 montre les différentes longueurs de la zone de broyage simulée



(a) Contrainte radiale.



(b) Contrainte orthoradiale.

FIG. 4.15: Evolution des contraintes radiale et orthoradiale en fonction du temps pour différentes distances de la surface d'impact (1Φ = distance égale à un diamètre de projectile) pour les essais 1 et 3 (tab. 4.1).

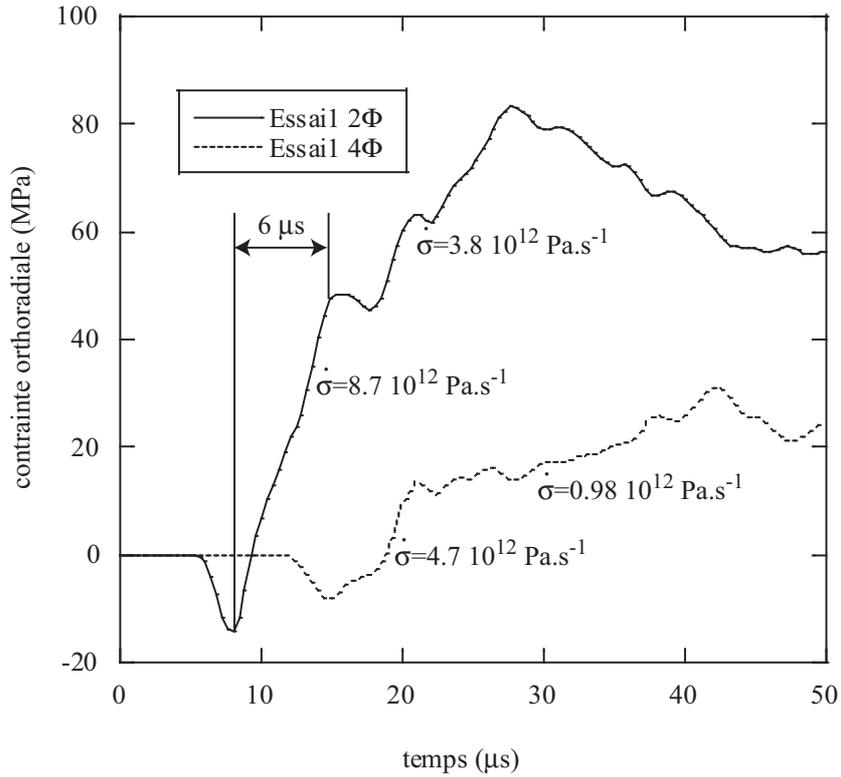
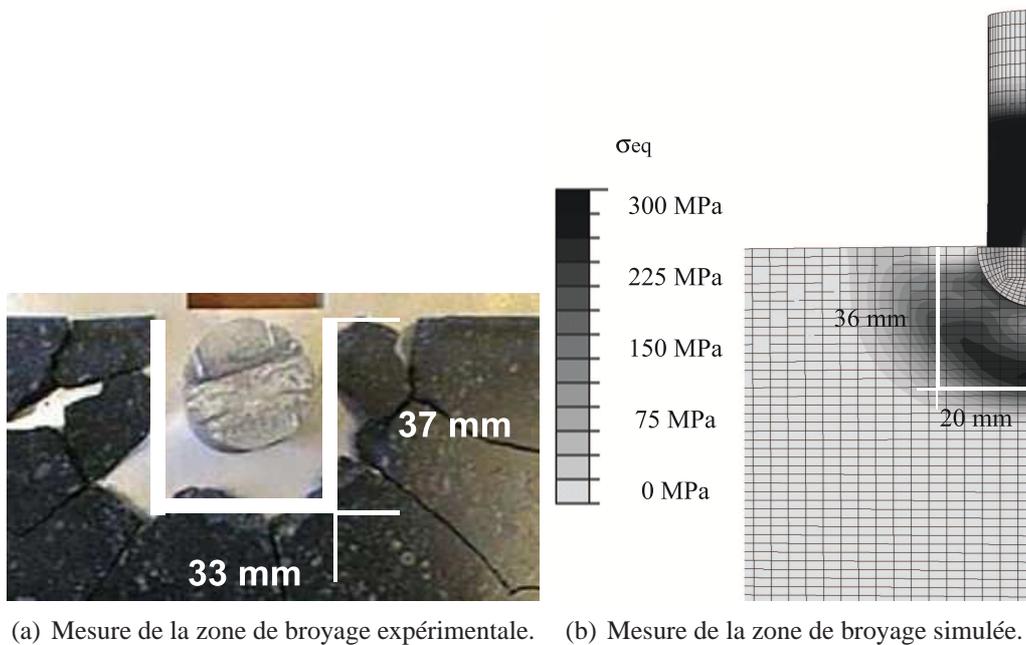


FIG. 4.16: Estimation de la vitesse de la contrainte orthoradiale pour différentes distances de la surface d'impact (1Φ = distance égale à un diamètre de projectile) pour l'essai 1 (tab. 4.1).



(a) Mesure de la zone de broyage expérimentale. (b) Mesure de la zone de broyage simulée.

FIG. 4.17: Comparaison de la zone de broyage expérimentale et simulée pour l'essai 2 (tab 4.1). Seule la moitié a été simulée.

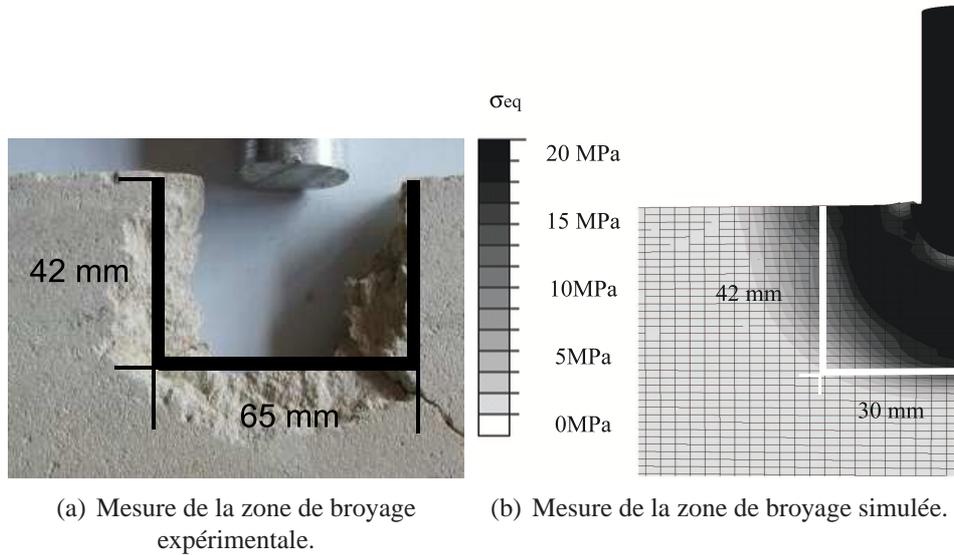


FIG. 4.18: Comparaison de la zone de broyage expérimentale et simulée pour l'essai 3 (tab 4.1). Seule la moitié a été simulée.

pour plusieurs limites d'élasticité. La limite d'élasticité égale au double de la contrainte de rupture

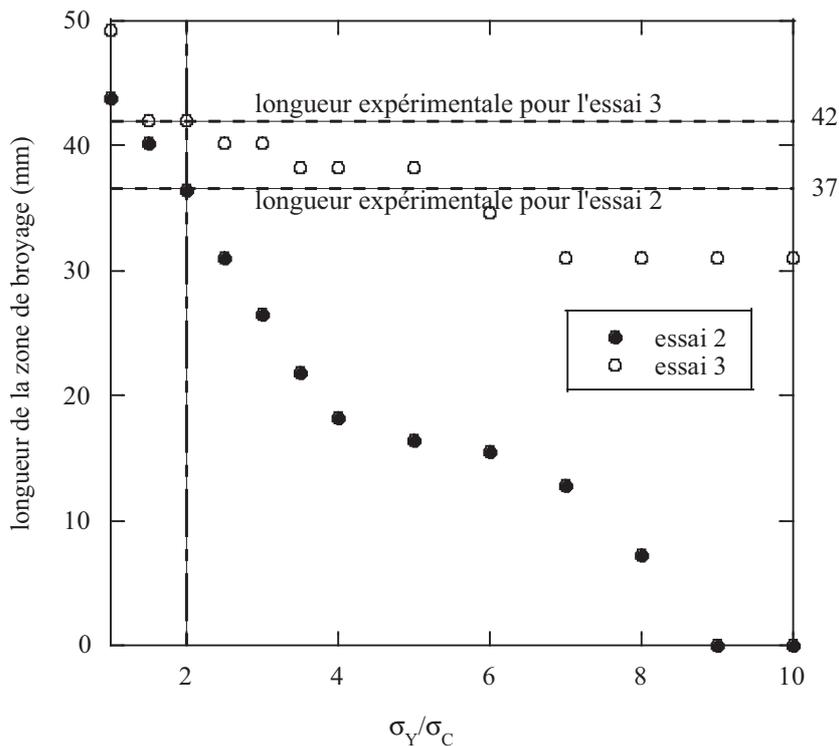


FIG. 4.19: Influence de la limite d'élasticité sur la longueur de la zone de broyage (σ_c est la contrainte de rupture en compression uniaxiale).

en compression uniaxiale σ_c permet de recalibrer la longueur de la zone de broyage expérimentale et simulée pour les deux calcaires. Etant donné la faible valeur de la limite d'élasticité de la blanche de Beaucaire, la décroissance de la courbe 4.19 est plus faible que pour le calcaire crinoïde. La limite élastique est donc un paramètre du matériau très influent pour les essais d'impact sur la tranche.

La figure 4.20 compare le chargement pour deux limites d'élasticité : la contrainte de rupture en compression uniaxiale σ_c et deux fois cette valeur. La contrainte radiale est quasiment doublée pour

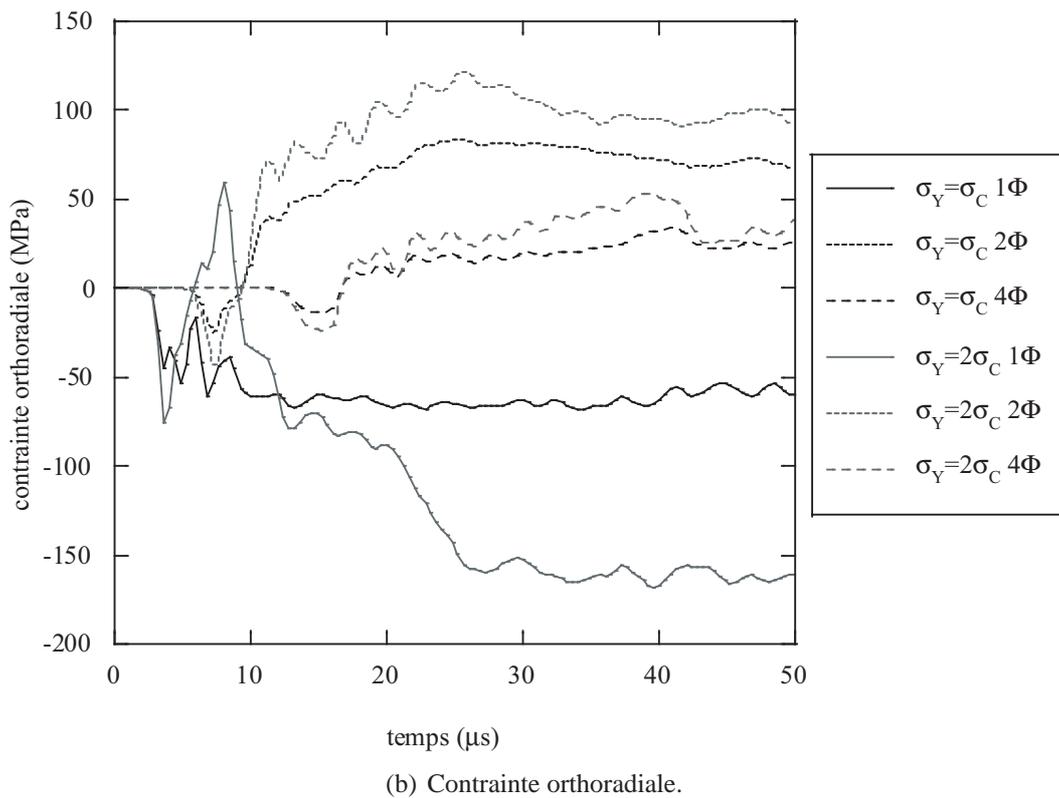
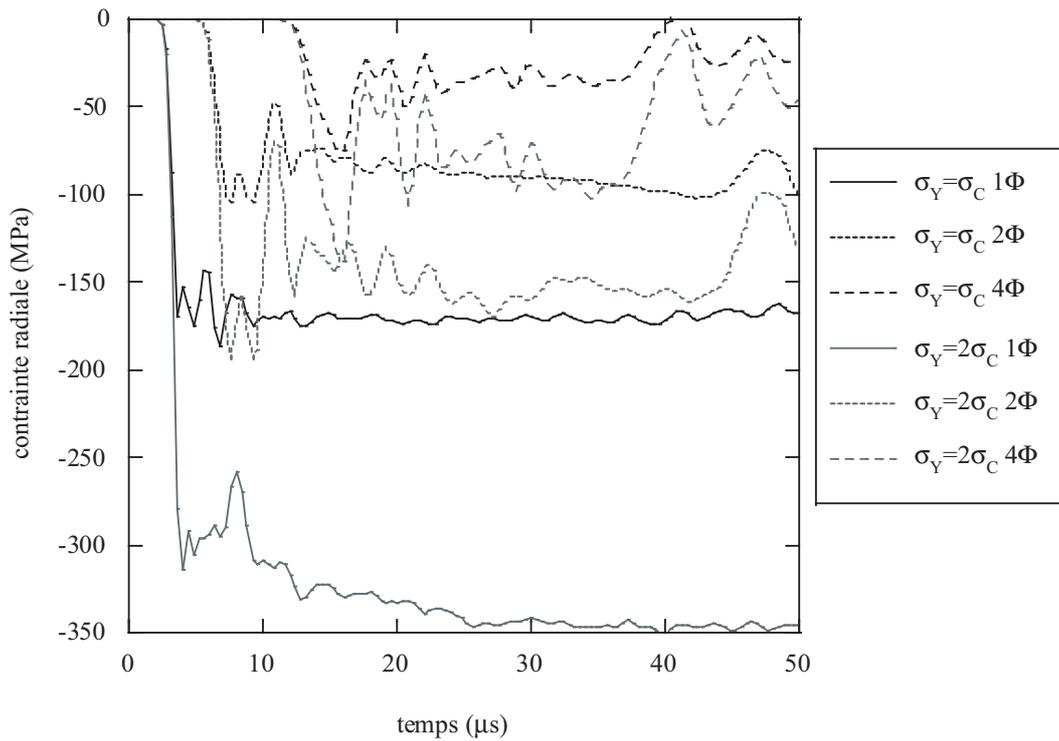


FIG. 4.20: Evolution des contraintes radiale et orthoradiale en fonction du temps pour différentes distances de la surface d'impact (1Φ = distance égale à un diamètre de projectile) et pour deux limites d'élasticité (σ_c et $2\sigma_c$ où σ_c est la contrainte de rupture en compression uniaxiale quasi statique).

chaque distance de la surface d'impact. Sa valeur est très proche de la limite d'élasticité pour une distance d'un diamètre de projectile car ce point se trouve dans la zone plastique. Pour la contrainte orthoradiale la différence est moins importante mais va dans le même sens. Ces courbes permettent d'affirmer que le niveau de chargement d'un impact sur la tranche est principalement piloté par la limite élastique du matériau. Afin de prendre en compte le fait que l'essai est dynamique et que la limite d'élasticité dépend, entre autres de la pression hydrostatique, le modèle de Drucker-Prager est utilisé.

2.2 Modèle de Drucker-Prager

La limite d'élasticité influence la valeur du chargement lors d'un essai d'impact sur la tranche. Or la pression hydrostatique n'est pas homogène dans le carreau, ni même au cours du temps. Pour tenir compte de la variation de la limite d'élasticité par rapport à la pression hydrostatique, le modèle de Drucker-Prager [Drucker 52] est utilisé. Les paramètres identifiés au paragraphe 4.2 du chapitre 3 seront utilisés.

2.2.1 Modèle théorique

Le modèle de Drucker-Prager permet de prendre en compte le fait que la limite d'élasticité augmente avec la pression hydrostatique. Un modèle linéaire est proposé

$$f = \sigma_{eq} - p \tan \beta - d \quad \text{avec} \quad \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D : \underline{\underline{\sigma}}_D} \quad \text{et} \quad p = -\frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (4.5)$$

où p est la pression hydrostatique, β l'angle de frottement et d le facteur de cohésion du matériau. La correction plastique s'écrit alors

$$\underline{\underline{\sigma}}_D = \frac{p \tan \beta + d}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D^{est} : \underline{\underline{\sigma}}_D^{est}}} \underline{\underline{\sigma}}_D^{est} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_D + \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\sigma}}_D^{est}) \underline{\underline{I}} \quad (4.6)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}_D^{est}$ est calculé à l'aide de la relation de comportement élastique (éq. (4.1)). La loi d'écoulement supposée normale permet d'écrire

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \lambda \left(\frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{\sigma}}_D}{\sigma_{eq}} + \tan \beta \underline{\underline{I}} \right) \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D^{est} : \underline{\underline{\sigma}}_D^{est}} - (p \tan \beta + d)}{3G} \quad (4.7)$$

où $\underline{\underline{I}}$ est le tenseur identité et G le module de cisaillement $G = E/2(1 + \nu)$.

2.2.2 Simulations par éléments finis

Le maillage de l'essai d'impact sur la tranche avec un comportement plastique parfait du carreau est conservé (fig. 4.13). Les calculs effectués utilisent les données quasi statiques et dynamiques des matériaux mesurées au chapitre 3 (tab. 4.3). La figure 4.21 montre la pression hydrostatique des essais 1 et 3 pour différentes distances de la surface d'impact. Les points situés à une distance de 1/4 et 1/2 diamètre de projectile de la surface d'impact sont sous le confinement dynamique. On peut observer que la pression hydrostatique est élevée pour ces deux distances. Elle atteint 130 MPa pour l'essai 1 et 60 MPa pour l'essai 3 ce qui peut augmenter la résistance en compression pour une distance d'un diamètre de projectile. Nommons contrainte de Drucker-Prager $\sigma_{DP} = p \tan \beta + d$. La figure 4.22 montre la contrainte de Drucker-Prager de ces deux essais. Son minimum est la cohésion d . Pour des distances supérieures à deux diamètres de projectile, elle est proche de d car la pression hydrostatique est faible. Pour l'essai 2, la pression hydrostatique et la contrainte de Drucker-Prager sont très ressemblantes de celles de l'essai 1, cependant le niveau de la pression hydrostatique est

TAB. 4.3: Paramètres des matériaux pour les simulations avec un comportement plastique utilisant le modèle de Drucker-Prager.

essai	1	2	3
matériau	calcaire crinoïde		blanche de Beaucaire
vitesse du projectile ($m.s^{-1}$)	100	200	100
E (GPa)	78	78	6
ν	0.28	0.28	0.34
β (°)	24.8	24.8	20.3
d (MPa)	240	240	68.5

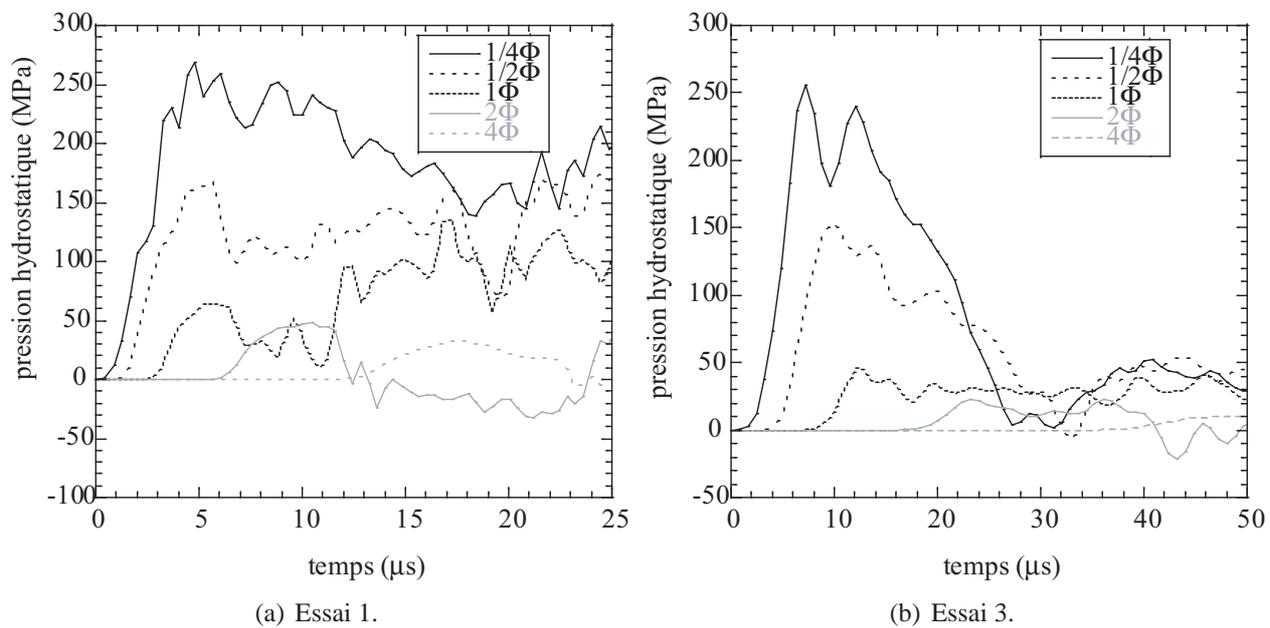


FIG. 4.21: Evolution de la pression hydrostatique en fonction du temps pour différentes distances de la surface d'impact (1Φ = distance égale à un diamètre de projectile).

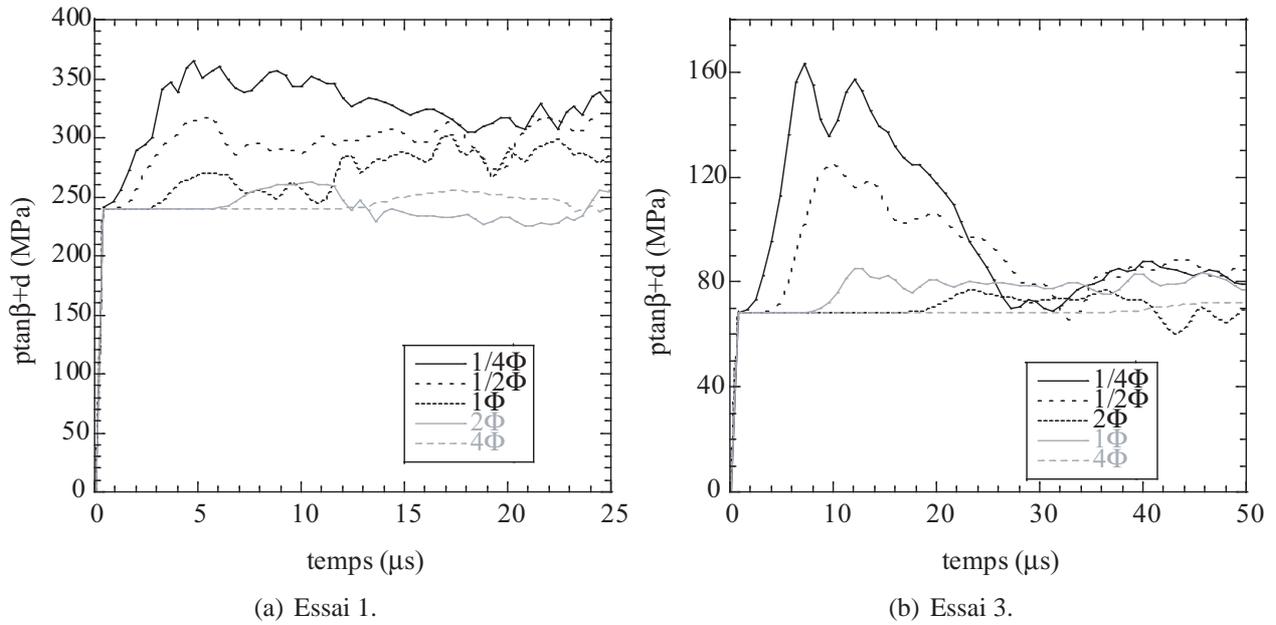


FIG. 4.22: Evolution de la contrainte de Drucker-Prager en fonction du temps pour différentes distances de la surface d'impact (1Φ = distance égale à un diamètre de projectile).

environ 3.5 fois supérieur.

Une estimation de la zone de broyage est réalisée de la même manière que dans le paragraphe 2.1.3. La zone de broyage est la zone dans laquelle le comportement plastique a eu lieu. Pour mesurer numériquement cette zone, la différence entre la contrainte de Drucker-Prager ($p \tan \beta + d$) et la contrainte équivalente de von Mises est calculée. Lorsque cette différence est nulle, la zone a un comportement plastique. Les dimensions trouvées sont très proches de celles déterminées avec le modèle plastique parfait et $\sigma_Y = 2 \sigma_c$: $37.5 \times 24 \text{ mm}^2$ pour l'essai 2 et $42 \times 28 \text{ mm}^2$ pour l'essai 3 ce qui est très proche des tailles expérimentales (figs. 4.17(a) et 4.18(a)).

2.3 Modèle KST

2.3.1 Modèle théorique

Afin de décrire le comportement des roches à de forts chargements dynamiques, Krieg [Krieg 72], Swensson et Taylor [Swenson 83] ont écrit un modèle représentant les comportements déviatorique et sphérique du matériau. Ce modèle programmé sous une Vumat pour le code aux éléments finis Abaqus a été implanté par Forquin [Forquin 03]. La fonction de charge s'écrit sous la forme

$$f = \sigma_{eq} - \sqrt{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \quad \text{avec} \quad \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D : \underline{\underline{\sigma}}_D} \quad \text{et} \quad p = -\frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (4.8)$$

où p est la pression hydrostatique, $\underline{\underline{\sigma}}_D$ le déviateur des contraintes, a_2 , a_1 et a_0 des paramètres du matériaux. Le comportement sphérique prend en compte la dépendance du module de compressibilité K par rapport à la déformation volumique ε_V

$$K = K(\varepsilon_V) \quad \text{avec} \quad p = K \varepsilon_V \quad \text{à la charge} \quad (4.9)$$

L'identification de cette loi a été réalisée au paragraphe 4.2.4 du chapitre 3 à l'aide d'une fonction linéaire par morceaux.

Dans l'implantation de cette loi, le comportement sphérique est tout d'abord utilisé (éq. (4.9)) afin de calculer la pression hydrostatique en tenant compte de la compaction. Puis à l'aide d'un estimateur élastique $\underline{\underline{\sigma}}_D^{est}$ calculé à l'aide de la relation de comportement élastique (éq. (4.1)), la correction plastique est calculée

$$\underline{\underline{\sigma}}_D = \frac{\sqrt{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_D^{est} : \underline{\underline{\sigma}}_D^{est}}} \underline{\underline{\sigma}}_D^{est} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_D + \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\sigma}}_D^{est}) \underline{\underline{I}} \quad (4.10)$$

2.3.2 Simulations par éléments finis

Le maillage de l'essai d'impact sur la tranche avec un comportement plastique parfait du carreau est conservé (fig. 4.13). Les calculs effectués utilisent les données quasi statiques et dynamiques des matériaux mesurées au chapitre 3 (tab. 4.4). Les comportements déviatorique et sphérique des deux

TAB. 4.4: Paramètres des matériaux pour les simulations avec un comportement plastique utilisant le modèle KST.

essai	1	2	3
materiau	calcaire crinoïde		blanche de Beaucaire
vitesse du projectile (m.s ⁻¹)	100	200	100
E (GPa)	78	78	6
ν	0.28	0.28	0.34
comportement déviatorique			
a_0 (MPa ²)	-63400	-63400	1800
a_1 (MPa)	777	777	80
a_2	-0.297	-0.297	0.09
σ_{eq}^{min} (MPa)	150	150	11
σ_{eq}^{max} (MPa)	635	635	350
comportement sphérique			
$\varepsilon_V(2)$	-0.01	-0.01	-0.013
$p(2)$ (MPa)	193	193	130
$\varepsilon_V(3)$	-0.051	-0.051	-0.18
$p(3)$ (MPa)	900	900	810

roches sont représentés sur les figures 3.17 et 3.18 du chapitre 3. Les niveaux de pression hydrostatique des trois essais sont semblables entre la simulation utilisant le modèle de Drucker-Prager ou le modèle KST. En revanche, la contrainte KST ($\sigma_{KST} = \sqrt{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$) est différente. La figure 4.23 montre la contrainte KST des essais 1 et 3. Son minimum pour le modèle KST est σ_{eq}^{min} prise égale à la contrainte de rupture en compression uniaxiale. Ce point sera discuté dans la suite. Pour des distances supérieures à un diamètre de projectile, la surface de charge est égale à σ_{eq}^{min} car la pression hydrostatique est faible. Pour l'essai 2, elle dépasse de très peu σ_{eq}^{min} (elle atteint 240 MPa) et très peu de temps (pendant 1 μ s). Pour le troisième essai, la contrainte KST minimale est $\sqrt{a_0} \approx 42$ MPa et non σ_{eq}^{min} . Dès que la pression hydrostatique est positive, la limite élastique est donc augmentée.

Une estimation de la zone de broyage est réalisée de la même manière que dans le paragraphe 2.1.3. La zone de broyage est la zone dans laquelle le comportement plastique a eu lieu. Pour mesurer numériquement cette zone, la différence entre la contrainte KST ($\sqrt{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$) et la contrainte équivalente de von Mises est calculée. Lorsque cette différence est nulle, la zone a un comportement plastique. Les dimensions trouvées sont supérieures à celles trouvées avec le modèle plastique parfait : 52×36 mm² pour l'essai 2. On se trouve dans le même cas de figure que pour le modèle de

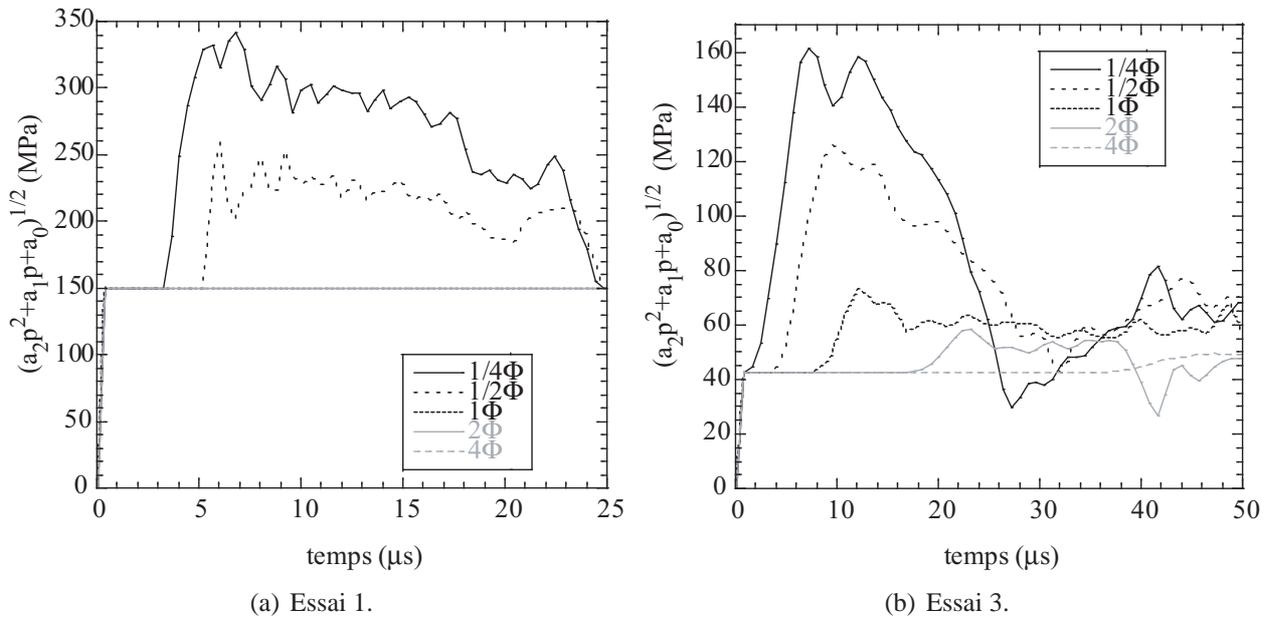


FIG. 4.23: Evolution de la contrainte KST en fonction du temps pour différentes distances de la surface d'impact (1Φ = distance égale à un diamètre de projectile).

plasticité parfaite avec une limite d'élasticité égale à 150 MPa. Or, une limite d'élasticité deux fois supérieure à la contrainte de rupture en compression est plus adaptée pour identifier la zone de broyage (fig. 4.17(a)). Pour le troisième essai, étant donné que la contrainte KST est toujours supérieure à $\sqrt{a_0} \approx 42$ MPa la taille de la zone de broyage est environ la même que pour le modèle plastique parfait ou le modèle de Drucker-Prager.

2.4 Bilan

Trois modèles de compression ont été utilisés afin de décrire la zone de broyage des essais d'impact sur la tranche. Le modèle le plus simple est le modèle de plasticité parfaite pour lequel un seul paramètre, la limite d'élasticité, est à identifier. Nous avons observé que la valeur égale à deux fois la contrainte de rupture en compression uniaxiale permet de simuler correctement la zone de broyage pour les deux roches. Il semble que ce rapport 2 soit bien adapté pour les essais d'impact sur la tranche mais il est difficile de prétendre qu'il est le même pour d'autres essais. C'est pourquoi, afin de prendre en compte l'influence de la pression hydrostatique sur la limite d'élasticité d'autres modèles ont été utilisés. L'inconvénient de ces modèles est qu'ils demandent des essais complexes (ici quasi œdométriques) pour être identifiés. Grâce au modèle de Drucker-Prager, de bons résultats sont obtenus. En revanche le modèle KST surestime la zone de broyage pour le calcaire crinoïde. Le même problème que celui du modèle plastique parfait est posé : comment choisir la limite d'élasticité minimum σ_{eq}^{min} ? Là encore la valeur égale à deux fois la contrainte de rupture de compression uniaxiale semble la meilleure pour ces essais. Afin d'éviter tout recalage en utilisant le modèle KST, une pression hydrostatique limite est utilisée en dessous de laquelle, la zone de broyage ne peut pas apparaître. Cependant, les simulations montrent que la taille de la zone de broyage est très dépendante de cette pression limite. De plus, hormis sous les confinements dynamiques, la pression hydrostatique est faible (fig. 4.21). Cette remarque permet d'affirmer que la zone de broyage n'est pas seulement due à un endommagement en compression confinée.

Afin d'interpréter les différentes observations expérimentales de fragmentation multiple et simple, une loi d'endommagement en tension dynamique est proposée. Des simulations, utilisant cette loi, seront présentées.

3 Loi d'endommagement dynamique en tension

Une loi d'endommagement dynamique en tension a été écrite [Denoual 98, Denoual 00, Denoual 02] afin de décrire l'endommagement dans les deux zones de fragmentation. Les directions de fragmentation radiale et orthoradiale étant privilégiées dans ces deux zones, on suppose que la fissuration provient de la positivité des contraintes orthoradiale et radiale qui dépassent alors la contrainte ultime en tension (chapitre 2). Elle sera bien sûr couplée à la loi décrivant l'endommagement en compression.

3.1 Mécanisme d'occultation

L'expérience [Shockey 74, Denoual 98] montre que les fissures s'amorcent sur les défauts du matériau. Cependant, beaucoup de défauts n'engendrent pas de fissures d'où l'idée du mécanisme d'occultation. Ce phénomène a été décrit par Denoual dans sa thèse [Denoual 98].

3.1.1 Description du phénomène

Lorsque l'on charge une fissure, une amplification de contrainte en pointe de fissure et une zone de relaxation autour de la fissure apparaissent (fig. 4.24). Dans cette zone de relaxation (zone claire sur la figure 4.24), la contrainte est supposée trop faible pour activer un défaut et donc créer une fissure. Le mécanisme d'occultation décrit la croissance de zones de relaxation dans lesquelles les défauts

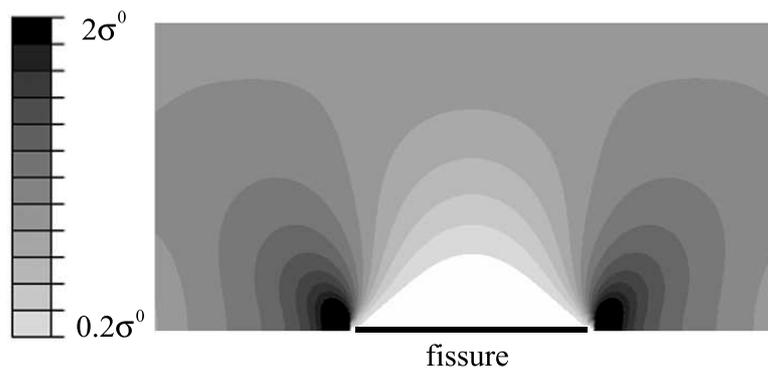


FIG. 4.24: Simulation par éléments finis d'un chargement de traction σ^0 sur une fissure perpendiculaire.

ne créent pas d'autres fissures. Ce phénomène peut expliquer pourquoi quelques défauts paraissent vierges dans les micrographies des différents impacts sur la tranche.

La figure 4.25 envisage le scénario du mécanisme d'occultation pour quatre défauts dans un espace unidimensionnel en supposant que la contrainte est une fonction croissante du temps. Le défaut M_1 a la contrainte de rupture la plus faible, il est donc le premier à rompre à l'instant T_1 . Cette rupture crée une fissure et une zone d'occultation. Cette dernière est représentée par un segment sur la figure 4.25. Etant donné que la fissure se propage avec le temps, la zone d'occultation augmente également. Par exemple, la zone d'occultation du défaut M_1 à l'instant T_2 est représentée par le segment $Z_{obs}^{M_1}(T_2 - T_1)$ (fig. 4.25). A l'instant T_2 , le défaut M_2 est également activé puisqu'il n'appartient pas à la zone d'occultation créée par M_1 . Cette rupture crée une nouvelle fissure accompagnée de sa zone d'occultation. Lorsque la contrainte de rupture de M_3 est atteinte, ce défaut ne rompt pas car il appartient à la zone d'occultation initiée par M_1 . Le défaut M_4 est aussi occulté.

3.1.2 Probabilité d'occultation

Afin de mettre en équation ce phénomène, différentes densités de défauts sont introduites. La densité de défauts totale pour laquelle la contrainte critique est $\sigma(T)$ est notée $\lambda_t(\sigma(T))$ (chapitre 3).

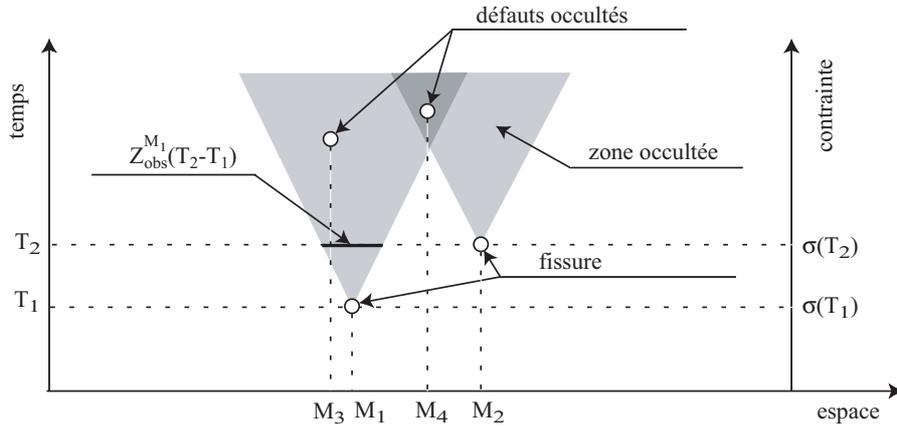


FIG. 4.25: Schématisation du mécanisme d'occultation [Denoual 98].

Un défaut peut appartenir à une zone d'occultation (densité $\lambda_o(\sigma(T))$) ou non ($\lambda_b(\sigma(T))$) avec

$$\lambda_b(\sigma(T)) = \lambda_t(\sigma(T)) - \lambda_o(\sigma(T)) \quad (4.11)$$

La probabilité d'occultation $P_o(T)$ est définie comme étant la probabilité qu'un défaut P soit occulté à l'instant T . $P_o(T)$ est le rapport entre les défauts qui vont être occultés entre les instants T et $T + dt$ et la variation des défauts critiques entre T et $T + dt$

$$\lambda_o(\sigma(T + dt)) - \lambda_o(\sigma(T)) = P_o(T) (\lambda_t(\sigma(T + dt)) - \lambda_t(\sigma(T))) \quad (4.12)$$

En faisant tendre dt vers 0, on trouve

$$\frac{d\lambda_o(\sigma(T))}{dt} = P_o(T) \frac{d\lambda_t(\sigma(T))}{dt} \quad (4.13)$$

D'après l'équation (4.11), on en déduit

$$\frac{d\lambda_b(\sigma(T))}{dt} = (1 - P_o(T)) \frac{d\lambda_t(\sigma(T))}{dt} \quad (4.14)$$

L'équation (4.14) signifie que le défaut initie une fissure au point P si ce défaut n'est pas occulté : $(1 - P_o(T))$ représente la probabilité qu'il ne soit pas occulté.

3.1.3 Horizon

Pour que le défaut, situé au point P (qui rompt pour $\sigma(T)$), soit occulté à l'instant T (fig. 4.26), il suffit qu'antérieurement un défaut, situé au point M par exemple, ait créé une fissure à l'instant t et que P se trouve dans le volume $Z_{obs}^M(T - t)$. On nommera l'ensemble des points géométriques M , horizon de P (fig. 4.27). La présence d'une seule fissure dans l'horizon de P permet d'occultier P . $\Delta P_{em}(t \rightarrow t + \Delta t)$ est la probabilité élémentaire pour qu'un défaut soit activé entre t et $t + \Delta t$ et qu'il vienne occultier le défaut P à l'instant T . Si aucun défaut n'apparaît dans l'horizon pour chaque instant précédent T , le défaut ne sera pas occulté. La probabilité que le défaut P ne soit pas occulté est donc égal à la probabilité qu'il n'y ait pas de défaut dans l'horizon pour chaque instant t

$$1 - P_o(T) = \prod_{t=0}^{t=T} (1 - \Delta P_{em}(t \rightarrow t + \Delta t)) \quad (4.15)$$

La densité de fissures qui sont activées entre t et $t + \Delta t$ passe de $\lambda_t(t)$ à $\lambda_t(t + \Delta t)$. Le nombre de fissures qui sont activées entre t et $t + \Delta t$ et qui occultent le défaut P à l'instant T , $N_{t \rightarrow \Delta t}$ s'écrit

$$N_{t \rightarrow \Delta t} = (\lambda_t(t + \Delta t) - \lambda_t(t)) Z_o(T - t) = \frac{d\lambda_t(t)}{dt} \Delta t Z_o(T - t) \quad (4.16)$$

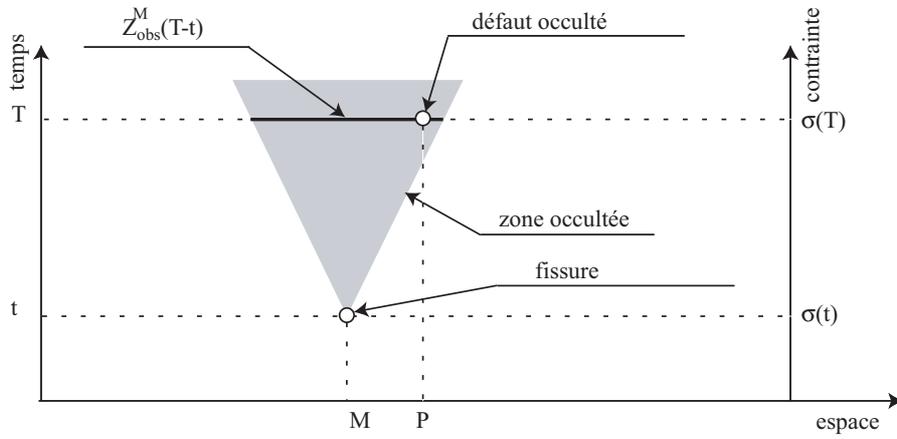


FIG. 4.26: Occultation du point *P*.

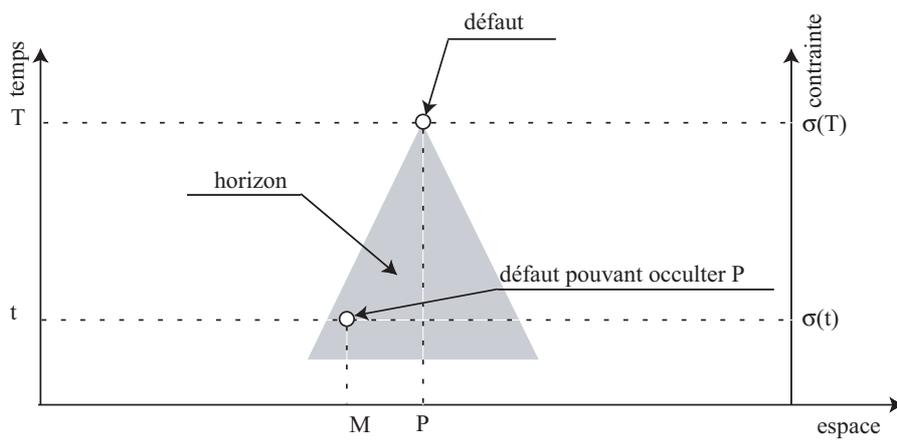


FIG. 4.27: Horizon du point *P*.

L'amorçage des défauts pendant un incrément de temps suit un processus de Poisson (paragraphe 4.3 du chapitre 3), soit

$$\Delta P_{em}(t \rightarrow t + \Delta t) = 1 - \exp\left(-\frac{d\lambda_t(t)}{dt}\Delta t Z_o(T-t)\right) \quad (4.17)$$

D'après l'équation (4.15), une nouvelle expression de la probabilité d'occultation $P_o(T)$ est déduite

$$P_o(T) = 1 - \exp\left(-\sum_{t=0}^{t=T} \frac{d\lambda_t(t)}{dt}\Delta t Z_o(T-t)\right) \quad (4.18)$$

En faisant tendre Δt vers zéro, on obtient

$$P_o(T) = 1 - \exp\left(-\int_{t=0}^{t=T} \frac{d\lambda_t(t)}{dt} Z_o(T-t) dt\right) \quad (4.19)$$

3.1.4 Description de la microstructure

Comme en quasi statique (paragraphe 4.3 du chapitre 3), la répartition des défauts est supposée suivre un processus ponctuel de Poisson d'intensité

$$\lambda_t(T) = \lambda_0 \left(\frac{\sigma(T)}{\sigma_0}\right)^m \quad (4.20)$$

où m est le module de Weibull et λ_0/σ_0^m le paramètre d'échelle, identifiés sous chargement quasi statique. Ceci suppose que la population de défauts responsable de la fragmentation quasi statique et dynamique est identique. C'est une des hypothèses fondamentales du modèle.

3.1.5 Expression de la zone d'occultation

La vitesse de croissance des fissures est supposée constante et égale à kC avec $C = \sqrt{E/\rho}$ et $k = 0.38$ [Kanninen 85]. La zone d'occultation s'écrit alors

$$Z_o(T-t) = S(kC(T-t))^n \quad (4.21)$$

où n est la dimension de l'espace, S est un facteur de forme, t est l'instant où le défaut a rompu et T l'instant présent ($S = \frac{4}{3}\pi$ pour une sphère dans un milieu 3D, $S = \pi$ pour un disque dans un milieu 2D ou $S = 2$ dans un milieu 1D). L'expression de S pour une fissure est estimée au paragraphe 3.2.

3.2 Estimation de l'expression de la zone d'occultation

Afin de déterminer l'expression de la zone d'occultation et notamment celle du facteur de forme S (éq. (4.21)), la solution analytique du champ de contrainte autour d'une fissure circulaire donnée par Fabrikant [Fabrikant 90] est utilisée. Deux chargements quasi statiques différents sont étudiés : un chargement de tension σ_{11}^0 suivant la normale à la fissure, dont la solution s'écrit

$$\sigma_{ij}(x) = \sigma_{ij}^0 - \sigma_{11}^0 f_{ij}(x) \quad (4.22)$$

où x est le vecteur position et un chargement de cisaillement σ_{12}^0 suivant le plan tangent de la fissure

$$\sigma_{ij}(x) = \sigma_{ij}^0 - \sigma_{12}^0 g_{ij}(x) \quad (4.23)$$

Les fonctions f_{ij} et g_{ij} sont représentées respectivement sur les figures 4.28 et 4.29.

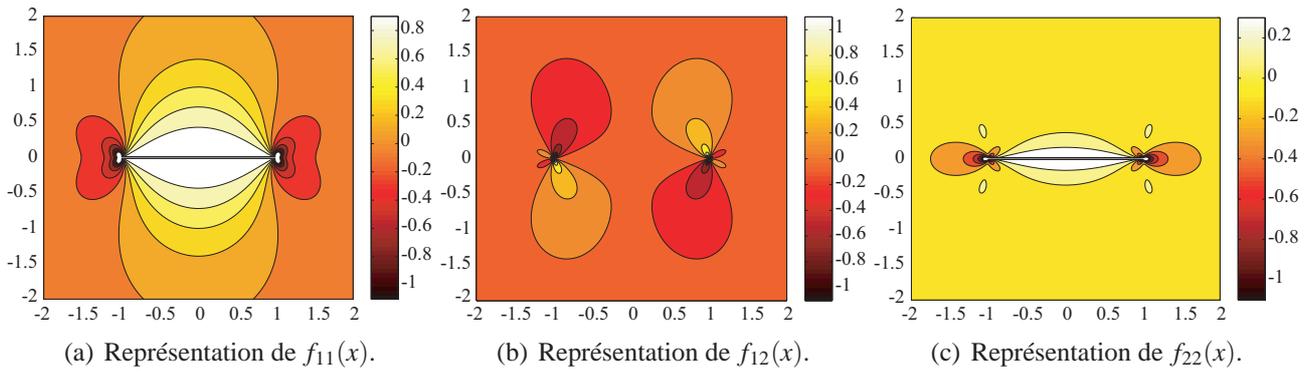


FIG. 4.28: Représentation des composantes de $f(x)$ pour un chargement normal.

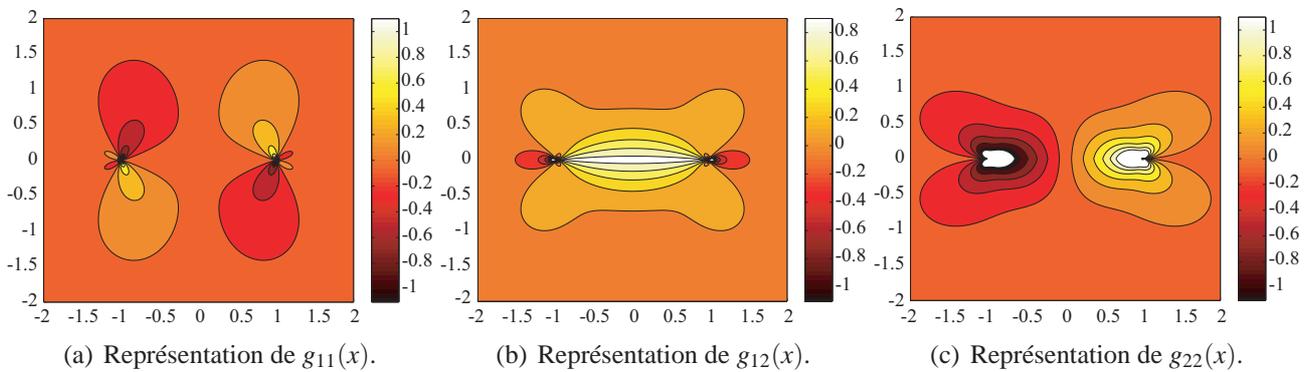


FIG. 4.29: Représentation des composantes de $g(x)$ pour un chargement de cisaillement.

La figure 4.28 montre que seule la contrainte σ_{11} est affectée de manière significative par la présence de la fissure pour un chargement normal (σ_{11}^0) alors que pour un chargement de cisaillement (σ_{12}^0), ce sont les contraintes σ_{12} et σ_{13} (fig. 4.29). La contrainte locale autour d'une fissure est approchée par [Denoual 98]

$$\underline{\underline{\sigma}}(x) = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^0(1-f(x)) & \sigma_{12}^0(1-g(x)) & \sigma_{13}^0(1-g(x)) \\ \sigma_{21}^0(1-g(x)) & \sigma_{22}^0 & \sigma_{23}^0 \\ \sigma_{31}^0(1-g(x)) & \sigma_{32}^0 & \sigma_{33}^0 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

pour un chargement $\underline{\underline{\sigma}}^0$ quelconque. La solution de Fabrikant n'est pas valable pour une faible densité de fissures. Pour simplifier le problème, les zones de relaxation des contraintes normales (Z_n) et tangentielles (Z_t) sont découplées

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^0(1-\frac{Z_n}{Z}) & \sigma_{12}^0(1-\frac{Z_t}{Z}) & \sigma_{13}^0(1-\frac{Z_t}{Z}) \\ \sigma_{21}^0(1-\frac{Z_t}{Z}) & \sigma_{22}^0 & \sigma_{23}^0 \\ \sigma_{31}^0(1-\frac{Z_t}{Z}) & \sigma_{32}^0 & \sigma_{33}^0 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

Pour estimer les zones de relaxation Z_n et Z_t , les solutions de Fabrikant et la relation entre les contraintes microscopique et macroscopique sont utilisées

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{1}{Z} \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}}(x) d\omega \quad (4.26)$$

$$Z_n = \int_{\Omega} f(x) d\omega = a^n S_n \quad Z_t = \int_{\Omega} g(x) d\omega = a^n S_t \quad \text{avec} \quad a = kC(T-t) \quad (4.27)$$

La valeur numérique de S_n est 3.68. La valeur de S_t , dépendant de ν , vaut 1.44 pour $\nu = 0.3$.

3.3 Solution analytique et adimensionnement

Afin de déterminer les paramètres caractéristiques de la fragmentation, une solution analytique adimensionnée est proposée [Denoual 98]. La vitesse de chargement $\dot{\sigma}$ est supposée constante. Les variables adimensionnées sont définies à partir de quantités caractéristiques

$$\begin{aligned} \bar{T} &= \frac{T}{t_c} & \bar{\lambda} &= \frac{\lambda}{\lambda_c} & \bar{Z} &= \frac{Z}{Z_c} & \bar{\sigma} &= \frac{\sigma}{\sigma_c} \\ \text{avec } \lambda_c &= \lambda(t_c) & Z_c &= Z_o(t_c) & \sigma_c &= \sigma(t_c) = \dot{\sigma}t_c \end{aligned} \quad (4.28)$$

Pour être certain d'avoir au moins un défaut dans la zone d'étude, il est imposé que

$$\lambda_c Z_c = 1 \quad (4.29)$$

Les expressions des quantités caractéristiques sont

$$\begin{aligned} t_c &= \left[\lambda_0 \left(\frac{\dot{\sigma}}{\sigma_0} \right)^m S(kC)^n \right]^{-\frac{1}{m+n}} & \sigma_c &= \left[\frac{\sigma_0^m \dot{\sigma}^n}{\lambda_0 S(kC)^n} \right]^{\frac{1}{m+n}} \\ \lambda_c &= \left[\left(\frac{\lambda_0 \dot{\sigma}^m}{\sigma_0^m} \right)^n (S(kC)^n)^{-m} \right]^{\frac{1}{m+n}} = \frac{1}{Z_c} \end{aligned} \quad (4.30)$$

L'expression de la probabilité d'occultation (P_o) et de la densité de défauts rompus adimensionnée ($\bar{\lambda}_b$) en fonction du temps adimensionné (\bar{T}) ne dépendent que de la dimension n et du module de Weibull m

$$P_o(\bar{T}) = 1 - \exp \left[-\frac{\Gamma(m+1)n!}{\Gamma(m+n+1)} \bar{T}^{m+n} \right] \quad (4.31)$$

$$\bar{\lambda}_b = \frac{m}{m+n} \left(\frac{\Gamma(m+n+1)}{\Gamma(m+1)n!} \right)^{\frac{m}{m+n}} \gamma \left(\frac{m}{m+n}, \frac{\Gamma(m+1)n!}{\Gamma(m+n+1)} \bar{T}^{m+n} \right) \quad (4.32)$$

où $\Gamma(x)$ et $\gamma(a, T)$ sont respectivement la fonction Gamma et Gamma incomplète

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} \exp(-t) dt \quad \gamma(a, T) = \int_0^T \exp(-t) t^{a-1} dt \quad (4.33)$$

La densité de défauts rompus croît avec le temps pour atteindre une valeur de saturation causée par une occultation de tout le volume d'étude (fig. 4.30). Une expression de la valeur de la densité de fissures à saturation $\bar{\lambda}_b(\bar{T} = \infty)$ peut s'écrire [Forquin 03]

$$\bar{\lambda}_b(\bar{T} = \infty) = \left(\frac{\Gamma(m+n+1)}{\Gamma(m+1)n!} \right)^{\frac{m}{m+n}} \Gamma \left(\frac{m}{m+n} + 1 \right)$$

La figure 4.30 montre que la densité de fissures à saturation $\bar{\lambda}_b(\bar{T} = \infty)$ augmente avec m . La figure 4.31 en montre la raison : plus le module de Weibull est grand, plus la dispersion des contraintes de rupture est faible, moins de défauts seront occultés et plus la densité de fissuration sera importante (fig. 4.31(b)). La différence de module de Weibull des deux calcaires peut ainsi expliquer la différence de fragmentation observée lors des impacts sur la tranche (figs 4.5 et 4.7).

L'évolution de la probabilité d'occultation P_o ne dure qu'un temps caractéristique t_c . L'équation (4.31) permet d'écrire que $P_o(\bar{T} = 1) \approx 0$ et $P_o(\bar{T} = 2) \approx 1$. Cela signifie que la fissuration se déroule pendant un temps t_c . Le tableau 4.5 compare les temps caractéristiques des trois essais. Seulement $0.47 \mu\text{s}$ permettent d'occulter le volume de l'élément considéré V_{eff} pour l'essai 2. Pour l'essai 1, $1.1 \mu\text{s}$ sont nécessaires en raison d'une vitesse de chargement plus faible. $t_c = 3.4 \mu\text{s}$ pour l'essai 3 tandis que la vitesse de chargement est dix fois plus faible que celle de l'essai 1. Plus le module de Weibull

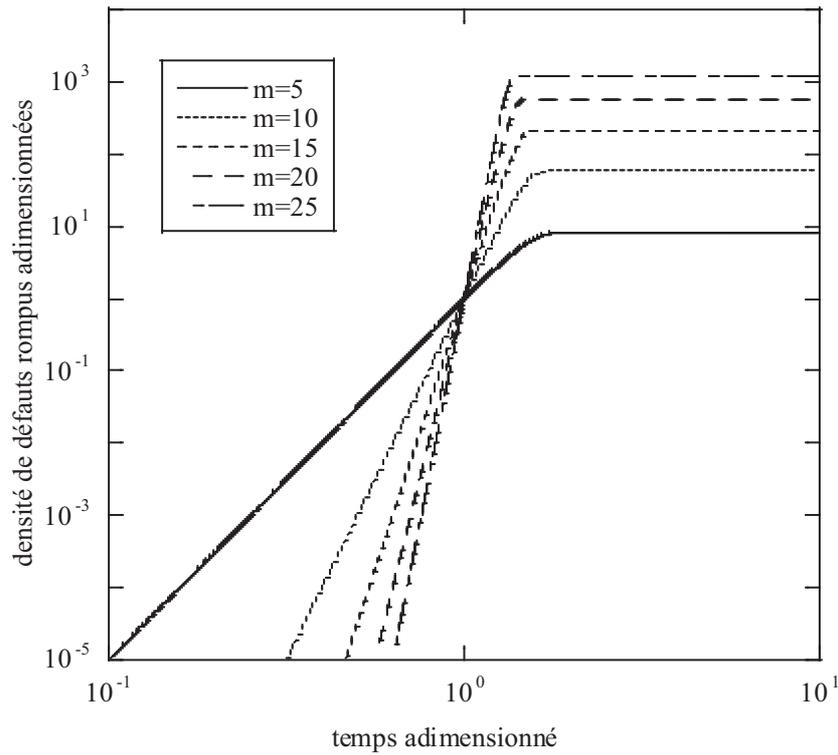


FIG. 4.30: Evolution de la densité de fissure en fonction du temps et du module de Weibull [Denoual 98].

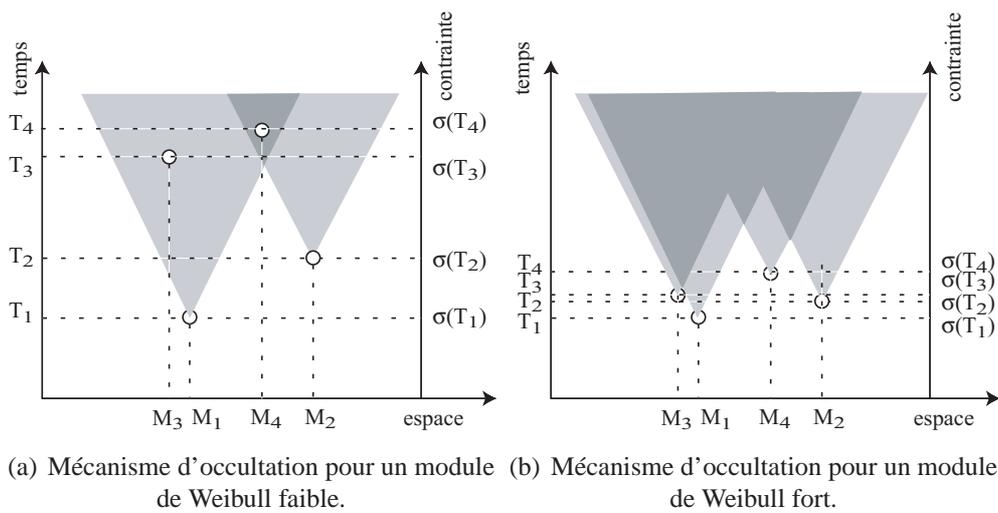


FIG. 4.31: Influence du module de Weibull sur les zones d'occultation.

est élevé, plus la fissuration est brusque.

Le front de montée de la contrainte orthoradiale est d'environ $6 \mu\text{s}$ pour le premier essai à deux diamètres de projectile de la surface d'impact (fig. 4.16). Or le temps caractéristique pour cet essai est de $1.1 \mu\text{s}$. On peut donc supposer que la densité de fissures à saturation $\bar{\lambda}_b(\bar{T} = \infty)$ a été atteinte lors du premier essai d'impact sur la tranche à cette distance. Le tableau 4.5 montre que le front de montée Δt de la contrainte orthoradiale est supérieur au temps caractéristique t_c pour tous les essais. Une estimation de la densité de fissures peut être déduite de la solution analytique [Grange 07]. Cette estimation est réalisée à une distance de deux diamètres de projectile de la surface d'impact. La simulation réalisée au paragraphe 2.1.2 permet de calculer la vitesse de chargement $\dot{\sigma}$ en ce point (tab. 4.5). La densité de fissures est d'environ 15 fissures par mm^3 pour l'essai 1, 170 fissures par mm^3 pour

TAB. 4.5: Paramètres caractéristiques des essais d'impact sur la tranche pour un point situé à deux diamètres de projectile de la surface d'impact. Le volume considéré est le volume d'un élément fini lors des simulations.

essai	1	2	3
matériau	calcaire crinoïde		blanche de Beaucaire
m	22.3	22.3	3.8
V_{eff} (mm^3)	17	9.1	14
$\dot{\sigma}$ (Pa.s^{-1})	2×10^{13}	5×10^{13}	2×10^{12}
t_c (μs)	1.1	0.47	3.4
Δt (μs)	6	4	7
σ_c (MPa)	21	24	6.8
λ_c (m^{-3})	1.7×10^7	1.9×10^8	3.2×10^6
$\lambda_b(\bar{T} = \infty)$	910	910	6.1

l'essai 2 et 0.019 fissure par mm^3 pour l'essai 3. Cette dernière valeur montre que pour la blanche de Beaucaire, la fragmentation multiple n'a pas lieu à cette distance. Nous verrons plus loin comment le prendre en compte. Plus le module de Weibull est grand, plus la densité de fissures à saturation est élevée. Ceci peut donc expliquer la différence de fissures observée expérimentalement lors des essais d'impact sur la tranche.

3.4 Loi d'endommagement en tension

Pour définir l'endommagement, il faut passer d'un mécanisme discret (la fragmentation) entraînant une inhomogénéité microstructurale à une description continue de l'altération des contraintes par les fissures. L'endommagement en tension D peut être défini comme étant la fraction des zones relaxées dans le volume Z [Denoual 98] qui peut être assimilée à la probabilité d'occultation

$$D(T) \approx \frac{Z_o}{Z} = P_o(T) \quad (4.34)$$

Pour une vitesse de contrainte constante, l'expression de l'endommagement en tension s'écrit alors

$$D(\bar{T}) = 1 - \exp\left(-\frac{\Gamma(m+1)n!}{\Gamma(m+n+1)}\bar{T}^{m+n}\right) \quad (4.35)$$

Une contrainte macroscopique Σ et une contrainte ultime Σ_u peuvent être définies

$$\Sigma = (1 - D)\sigma \quad \Sigma = \sigma \exp\left(-\frac{\Gamma(m+1)n!}{\Gamma(m+n+1)}\bar{\sigma}^{m+n}\right) \quad (4.36)$$

$$\Sigma_u = \Sigma(t_u) \quad \text{avec } t_u \text{ tel que } \frac{d\Sigma}{dt}(t_u) = 0 \quad \Sigma_u = \sigma_c \left(\frac{1}{e} \frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(m+1)n!} \right)^{\frac{1}{m+n}} \quad (4.37)$$

Les figures 4.32 et 4.33 montrent l'évolution de l'endommagement et de la contrainte macroscopique en fonction du temps adimensionné et du module de Weibull. Plus m est grand, plus l'endom-

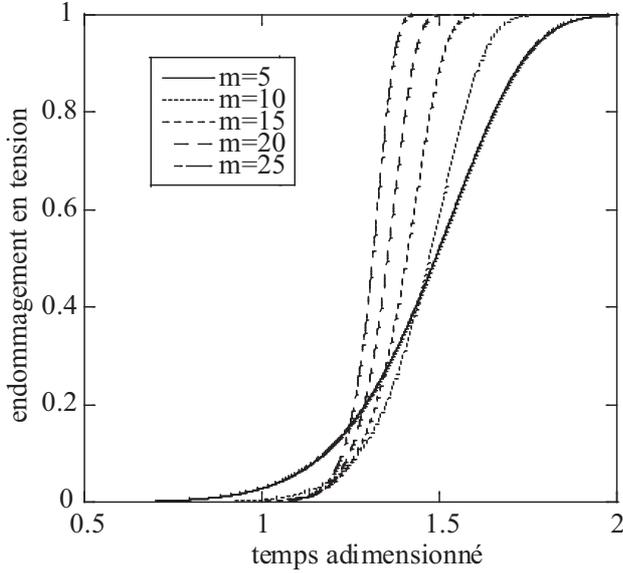


FIG. 4.32: Evolution de l'endommagement en tension en fonction du temps et du module de Weibull.

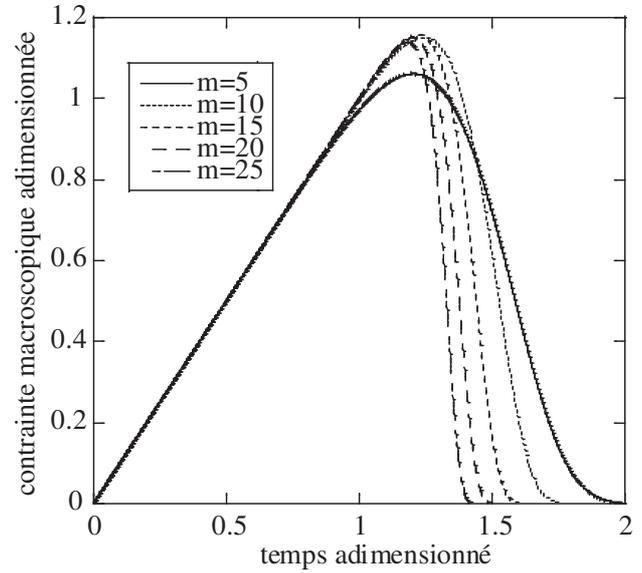


FIG. 4.33: Evolution de la contrainte macroscopique en fonction du temps et du module de Weibull.

magement passe rapidement de 0 à 1 (fig. 4.32). En effet, les contraintes de rupture des défauts étant proches, la création des fissures et donc l'endommagement sont pratiquement instantannés lorsque le module de Weibull est grand. Tant que l'endommagement est nul, la contrainte macroscopique croît linéairement avec le temps (fig. 4.33). Puis, lorsque la contrainte ultime est atteinte, la contrainte macroscopique décroît très rapidement quand m est grand car la fissuration est très rapide. La contrainte ultime adimensionnée est peu influencée par le module de Weibull.

3.5 Passage micro-macro

Une variable d'endommagement peut être définie pour chacune des directions principales. Le tenseur des souplesses endommagées $\underline{\underline{S}}^D$ est donné par

$$\underline{\underline{S}}^D = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \frac{1}{1-D_1} & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & \frac{1}{1-D_2} & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & \frac{1}{1-D_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu}{(1-D_2)^\alpha(1-D_3)^\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu}{(1-D_3)^\alpha(1-D_1)^\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu}{(1-D_1)^\alpha(1-D_2)^\alpha} \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

où $1 - D_i$ est la fraction de volume effectivement relaxée dans la direction i pour la contrainte normale à la fissure Σ_{ii} et $(1 - D_i)^\alpha$ pour les contraintes tangentielles Σ_{ij} ($i \neq j$) avec α le rapport S_t/S_n ($\alpha = 0.39$ pour $\nu = 0.3$).

3.6 Modèle multi-échelles

Le modèle présenté décrit de manière locale le processus de fragmentation en supposant un état de contrainte homogène à l'échelle du volume d'étude. Pour une vitesse de chargement faible où une seule fissure apparaît et mène à la rupture du volume considéré, cette modélisation locale n'est plus adaptée. En effet les équations (3.27) et (4.37) définissent deux régimes différents de rupture. Le premier a lieu lorsque l'hypothèse du maillon le plus faible est supposée : c'est la fragmentation simple. Le deuxième régime correspond à la fragmentation multiple. La figure 4.34 montre ces deux régimes pour les deux roches et un volume égal à celui d'un élément fini des simulations. La contrainte à

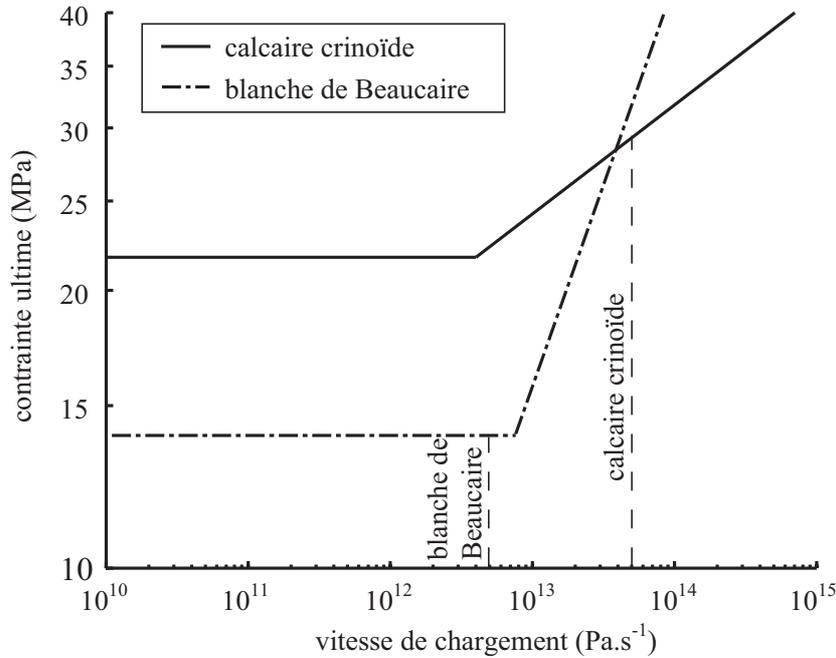


FIG. 4.34: Evolution de contrainte ultime en fonction de la vitesse de chargement $\dot{\sigma}$ (éqs. (3.27) et (4.37)) avec V_{eff} égal au volume d'un élément fini.

rupture moyenne $\bar{\sigma}_r$ (tab. 4.6 et fig. 4.34) du calcaire crinoïde est plus grande que celle de la blanche de Beaucaire. $\bar{\sigma}_r$ est quasiment la même pour les essais 1 et 2 bien que le volume considéré V_{eff} soit

TAB. 4.6: Contrainte à rupture moyenne "quasi statique".

essai	1	2	3
matériau	calcaire crinoïde		blanche de Beaucaire
m	22.3	22.3	3.8
V_{eff} (mm ³)	17	9.1	14
$\bar{\sigma}_r$ (MPa)	21.8	22.4	14

différent (hauteur divisée quasiment par 2) en raison du module de Weibull élevé du calcaire crinoïde. La pente de la courbe représentant la contrainte ultime en fonction de la vitesse de chargement $\dot{\sigma}$ est $3/(m+3)$ (fig. 4.34 et éq. (4.37)). Plus le module de Weibull est faible, plus l'influence de la vitesse de chargement est importante. Lorsque $\dot{\sigma}$ passe de 10^{13} Pa.s⁻¹ à 10^{14} Pa.s⁻¹, la résistance est multipliée par environ 2.6 pour la blanche de Beaucaire alors qu'elle est seulement multipliée par 1.3 pour le calcaire crinoïde. La figure 4.34 présente la vitesse de chargement des trois essais pour un point situé à deux diamètres de projectile de la surface d'impact. A cette distance, la fragmentation simple a lieu pour l'essai 3 ce qui peut expliquer la présence d'une seule macro-fissure (fig. 4.7). En revanche, la fragmentation multiple a lieu pour les essais 1 et 2 en accord avec l'expérimentation.

Un modèle multi-échelles est proposé [Denoual 98] avec pour paramètre aléatoire, la contrainte de rupture du premier défaut donnée par la loi de Weibull (paragraphe 4.3.1 du chapitre 3) [Weibull 39]. Une simulation par la méthode de Monte-Carlo a été effectuée [Denoual 98] pour une céramique S-SiC ($m = 9.3$) et est représentée par la figure 4.35. Lorsque la vitesse de chargement est élevée, la contrainte ultime tend vers la valeur de l'équation (4.37) et son écart-type est faible. Ce caractère déterministe vient des nombreuses fissures dans le volume considéré. En revanche lorsque la vitesse de chargement est faible la loi de Weibull quasi statique (éqs. (3.27) et (3.28)) est vérifiée puisque peu de fissures sont présentes.

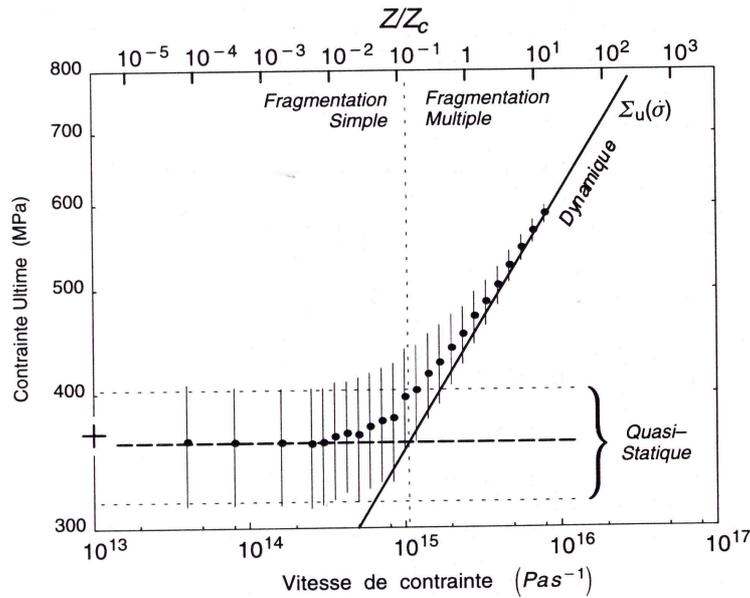


FIG. 4.35: Contrainte de rupture moyenne en fonction de la vitesse de contrainte. Le volume ($n=3$) considéré est $Z = Z_{eff} = 1.70 \text{ mm}^3$ [Denoual 98].

Ce raisonnement par nombre de fissures du caractère aléatoire ou non du modèle impose que la transition n'est pas seulement liée à la vitesse de chargement mais aussi au volume considéré. C'est une transition fragmentation multiple - fragmentation simple :

$$\begin{cases} Z/Z_c < G(m) & \text{fragmentation simple} \\ Z/Z_c \geq G(m) & \text{fragmentation multiple} \end{cases} \quad (4.39)$$

où Z est le volume d'étude, Z_c le volume caractéristique (éq. (4.30)) et $G(m)$ une fonction du module de Weibull m et de la dimension de l'espace n

$$G(m) = \left(e \frac{\Gamma(m+1)n!}{\Gamma(m+n)} \right)^{\frac{m}{m+n}} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right)^m \quad (4.40)$$

Afin d'implanter la transition dans un code aux éléments finis, le premier défaut seul est modélisé pour chaque élément fini. Ce défaut a une contrainte de rupture aléatoire σ_k dont la probabilité est donnée par la loi de Weibull. Si la contrainte σ appliquée à l'élément est inférieure à σ_k , l'élément est supposé vierge de toute rupture. Lorsque la contrainte σ est supérieure à σ_k , il y a au moins un défaut rompu dans l'élément. La variable λ_t a comme expression

$$\begin{cases} \lambda_t Z_{EF} = 0 & \text{si } \sigma \leq \sigma_k \\ \lambda_t Z_{EF} = \max \left(Z_{EF} \lambda_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m, 1 \right) & \text{si } \sigma \geq \sigma_k \end{cases} \quad (4.41)$$

où Z_{EF} est le volume d'un élément fini. L'écriture incrémentale de la loi d'endommagement est

$$\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \left(\frac{1}{1-D_i} \frac{dD_i}{dt} \right) = \lambda_r (\sigma_i(t)) n! S(kC)^n \quad \text{lorsque} \quad \frac{d\sigma_i}{dt} > 0 \quad \text{et} \quad \sigma_i > 0 \quad (4.42)$$

Une implémentation de cette loi d'endommagement dynamique dans un code éléments finis permet de simuler les essais d'impact sur la tranche.

3.7 Simulations par éléments finis

Des simulations ont été réalisées à l'aide du code aux éléments finis Abaqus (calcul explicite). La loi d'endommagement est implantée à l'aide d'une Vumat et couplée à un modèle élasto-plastique parfait. Le tableau 4.7 rassemble les différentes données des simulations.

TAB. 4.7: Paramètres des matériaux pour les simulations avec la loi d'endommagement couplée à un comportement élasto-plastique.

essai	1	2	3
matériau	calcaire crinoïde		blanche de Beaucaire
vitesse du projectile (m.s ⁻¹)	100	200	100
	propriété élasto-plastique		
E (GPa)	78	78	6
ν	0.28	0.28	0.34
σ_Y (MPa)	294	294	22
k	0.38	0.38	0.38
S	3.74	3.74	3.74
	paramètres de Weibull		
m	22.3	22.3	3.8
V_{eff} (mm ³)	17	9.1	14
$\bar{\sigma}_r$ (MPa)	21.8	22.4	14

La figure 4.36 montre la contrainte principale maximale des trois essais d'impact sur la tranche. Cette contrainte est à comparer à la contrainte ultime. Si elle est supérieure ou égale à la contrainte ultime alors la fragmentation (simple ou multiple) peut avoir lieu. Les figures 4.36(a) et 4.36(b) montrent que la contrainte principale maximale est supérieure à la contrainte ultime quasi statique $\bar{\sigma}_r$ dans une grande partie des carreaux de calcaire crinoïde des essais 1 et 2. En revanche pour le troisième essai (fig. 4.36(c)) elle est pratiquement toujours inférieure à $\bar{\sigma}_r$. La fragmentation ne peut avoir lieu qu'à proximité de la surface d'impact du carreau de blanche de Beaucaire.

La figure 4.37 montre que la variable d'endommagement vaut 1 dans une petite zone proche du point d'impact pour l'essai 3. La zone endommagée est nettement plus étendue pour les deux autres essais à cause de la fragmentation multiple.

La figure 4.38 montre que la densité de fissures est plus importante dans les carreaux de calcaire crinoïde (essais 1 et 2) que dans celui de blanche de Beaucaire (essai 3). Cette différence est principalement due aux modules de Weibull des deux roches (tab. 4.7). Plus le module de Weibull est élevé, plus la dispersion des contraintes de rupture est faible, plus de fissures peuvent être observées dans un volume donné. La densité de fissuration calculée à partir des simulations est de 6.8 mm⁻³ pour l'essai 1 et 14 mm⁻³ pour l'essai 2 pour une distance de deux diamètres de projectile du point d'impact. Le

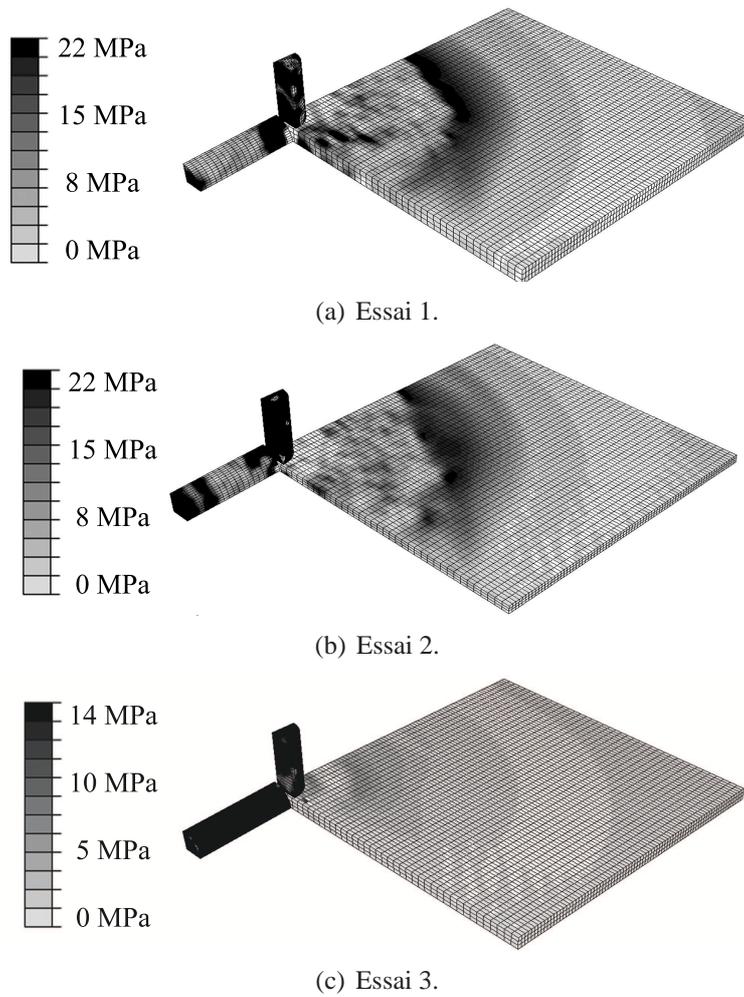


FIG. 4.36: Contrainte principale maximale des essais d'impact sur la tranche.

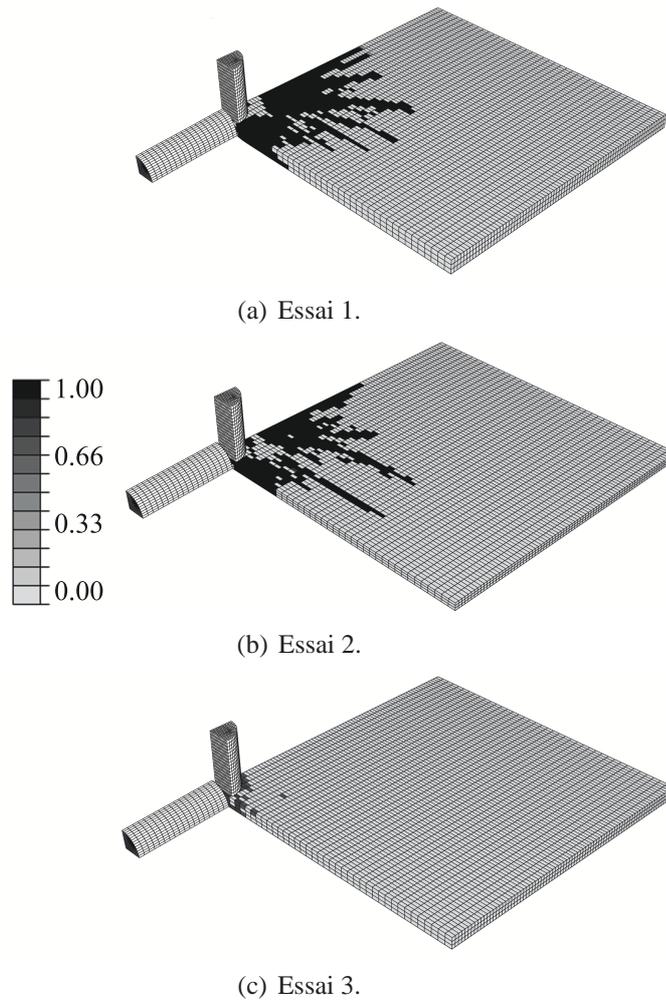


FIG. 4.37: Variable d'endommagement des essais d'impact sur la tranche suivant la direction parallèle à l'axe du projectile.

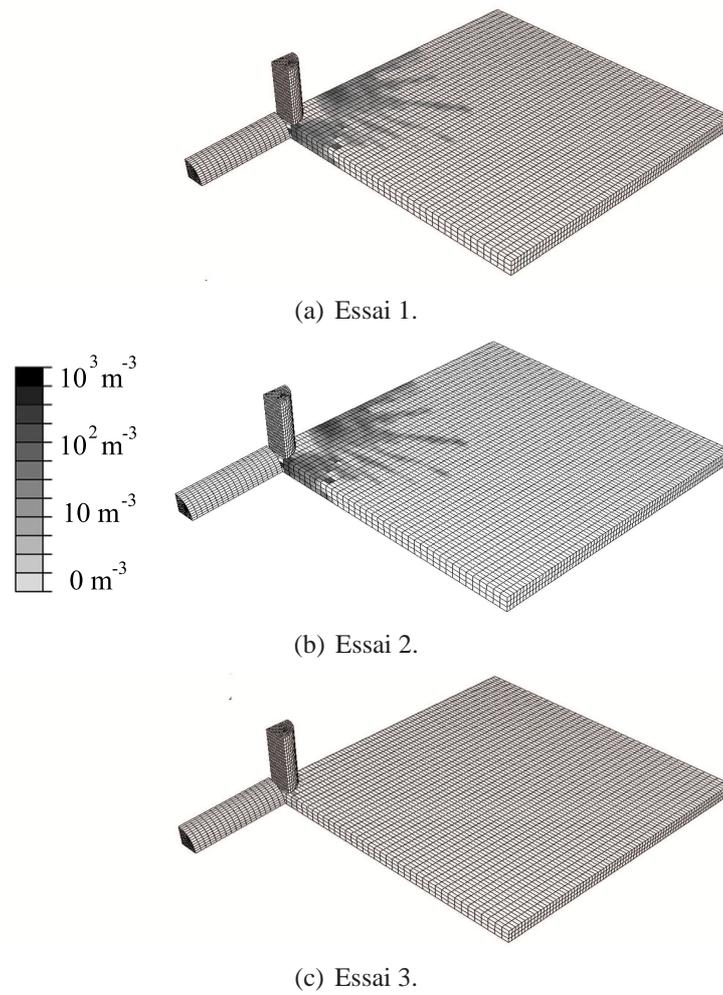


FIG. 4.38: Densité de fissuration des essais d'impact sur la tranche suivant la direction parallèle à l'axe du projectile.

rapport de densité entre les deux essais est de deux alors qu'il est environ de dix avec la solution analytique (paragraphe 3.3). De plus, la densité de fissures est plus faible pour les simulations. Cet écart provient du modèle multi-échelles : la solution analytique ne prend en compte que la fragmentation multiple. La vitesse de chargement maximale $\dot{\sigma}$ a été choisie pour la solution analytique ce qui amène à surestimer le densité de fissuration. Aucune fissure n'est trouvée à deux diamètres de projectile de la surface d'impact dans les simulations de l'impact de blanche de Beaucaire. L'expérience et les simulations donnent donc des résultats comparables.

4 Bilan

Les essais d'impact sur la tranche permettent de valider la modélisation des essais dynamiques. L'expérimentation montre les zones couramment observées : la zone de broyage à proximité de la surface d'impact puis les zones de fragmentation multiple et simple. En effet différents types d'endommagement sont rencontrés. La zone de broyage semble être caractérisée par un endommagement en compression confinée ou non. Près de la surface d'impact les contraintes de compression sont les plus élevées, de nombreuses fissures radiales et orthoradiales sont alors observées. Au delà de la zone confinée, après le confinement dynamique, l'endommagement en compression se caractérise par un front de fissures débouchantes circulaires en forme de coquillage. Ensuite, les zones de fragmentation multiple et simple proviennent d'un endommagement en tension. En effet, le chapitre 2 a montré que pour un matériau homogène et élastique les contraintes orthoradiales et radiales deviennent positives. Les matériaux fragiles tels que les roches ont des contraintes de rupture en tension beaucoup plus faibles qu'en compression.

Afin de modéliser les essais d'impacts sur la tranche, les deux types d'endommagement ont été étudiés séparément. Il a été choisi de modéliser le plus simplement possible l'endommagement en compression à l'aide d'un modèle de plasticité parfaite. Pour recalculer la limite d'élasticité σ_Y , les tailles des zones de broyage expérimentales et simulées ont été comparées. Il a été montré de plus que σ_Y pilote le niveau de chargement du carreau. Afin d'éviter ce recalage par rapport aux essais dynamiques et de prendre en compte l'influence de la pression hydrostatique sur la limite d'élasticité des géomatériaux, d'autres modèles ont été utilisés. Le modèle de Drucker-Prager linéaire et le modèle KST ont permis d'obtenir de bons résultats bien que le dernier oblige, tout comme le modèle plastique parfait, un recalage de la zone de broyage. L'inconvénient de ces modèles est qu'ils demandent des essais difficiles à mettre en oeuvre pour être identifiés.

Une loi d'endommagement en tension a été utilisée pour modéliser les zones de fragmentation multiple et simple. Cette loi fait apparaître l'importance du module de Weibull sur la fragmentation. Plus le module de Weibull est élevé, plus la densité de fissuration est importante. Un modèle multi-échelles permet de différencier la zone de fragmentation multiple de la zone de fragmentation simple. La transition entre ces deux zones peut être exprimée soit en vitesse de contrainte soit en taille de volume considéré. Les simulations des différents impacts ont permis de valider ces modèles en les comparant à l'expérimentation.

Des essais pyrotechniques vont maintenant être présentés et analysés de la même façon que les essais d'impact sur la tranche.

Chapitre 5

Analyse expérimentale et modélisation d'essais pyrotechniques

Des essais pyrotechniques sont présentés dans ce chapitre. Une analyse de la fragmentation ainsi que des contraintes dans la roche est réalisée. Des simulations utilisant les modèles présentés dans le chapitre précédent sont effectuées.

Sommaire

1	Introduction	130
2	Explosions sur la tranche	130
2.1	Fragmentation	130
2.2	Mesures de contrainte	132
2.3	Simulations	138
3	Bilan	144

1 Introduction

Des essais pyrotechniques sur des cylindres de roche ont été réalisés dans le cadre du projet européen "Less Fines". L'objectif de cette étude était de déterminer les facteurs prépondérants d'un tir à l'explosif afin de diminuer les granulats fins dont le prix de vente est faible. Pour cela des essais à l'échelle du "laboratoire" ont permis d'établir la relation entre la fragmentation et l'énergie explosive utilisée [Moser 03]. La fragmentation est mesurée en surface spécifique, c'est la surface créée par la fissuration. Six roches ont été étudiées dont cinq calcaires. Différents cylindres de diamètre allant de 100 à 300 mm et de hauteur allant de 40 à 500 mm ont été testés. Un trou de 5 mm a été percé au centre du cylindre afin de placer la charge explosive : du Nitropenta désensibilisé. Les trois zones de fragmentation identifiées par Kutter et Fairhurst [Kutter 71], sont observées lors de ces essais pyrotechniques : une zone de broyage proche de la charge explosive puis une zone de multi-fragmentation et enfin une zone de fragmentation simple. Pour les six roches, une relation linéaire a été identifiée entre la charge spécifique de l'explosif et la surface spécifique. La charge croît avec la surface spécifique. La granulométrie est aussi influencée par la charge spécifique : plus la charge est importante, plus la granulométrie est fine.

Des essais pyrotechniques ont également été réalisés en laboratoire sur des cylindres de calcaire [Rouabhi 05]. Un modèle d'endommagement couplé à un comportement élasto-viscoplastique a été écrit. Ce modèle permet après un post-traitement d'exprimer la fragmentation des blocs de roche soumis à un chargement explosif. Afin d'observer l'influence d'un chargement pyrotechnique sur des échantillons de calcaire crinoïde et de blanche de Beaucaire, une campagne d'essais à l'explosif a été menée.

Peu de travaux ont permis de mesurer un signal (de contrainte, de déformation ou autre) lors d'essais pyrotechniques. Ce chapitre présente des essais appelés explosion sur la tranche dont la géométrie des éprouvettes de roches permet d'avoir un chargement de compression cylindrique divergente et donc une décroissance des ondes plus lente que pour les ondes sphériques (chapitre 2). Une mesure dite de "pression" est effectuée lors de ces essais.

2 Explosions sur la tranche

Ces essais consistent à faire fragmenter un carreau de roche à l'aide d'un explosif situé au centre du carreau. L'explosif utilisé est du nitralex placé dans un trou de 14 mm de diamètre. Le nitralex est un explosif permettant de faire du découpage ou encore de déclencher les avalanches en montagne. Les essais ont été réalisés à l'usine de Nitrochimie à Saint-Martin de Crau (13). Afin d'éviter tous risques de projections, les essais sont réalisés à l'intérieur d'un box clos. Deux types d'essais ont été effectués : des essais sur des carreaux de $500 \times 500 \times 50 \text{ mm}^3$ afin d'observer la fragmentation du carreau et sur des carreaux de $250 \times 250 \times 50 \text{ mm}^3$ afin de réaliser une mesure de contrainte de compression.

2.1 Fragmentation

Un carreau de blanche de Beaucaire et un autre de calcaire crinoïde ont subi un essai d'explosion sur la tranche (fig. 5.1(a)). Un détonateur électrique permet de déclencher l'explosion. Un peu d'explosif dépasse du carreau pour qu'il soit en contact avec le détonateur. La mousse placée sur la plaque permet de protéger les câbles (fig. 5.1(b)). La figure 5.2 montre la fragmentation des plaques des deux calcaires après l'essai. La blanche de Beaucaire est bien plus fissurée que la plaque de calcaire crinoïde. Cette constatation est en contradiction avec l'observation des essais d'impact sur la tranche. En effet plus le module de Weibull est élevé, plus la fragmentation est importante. Or le module de

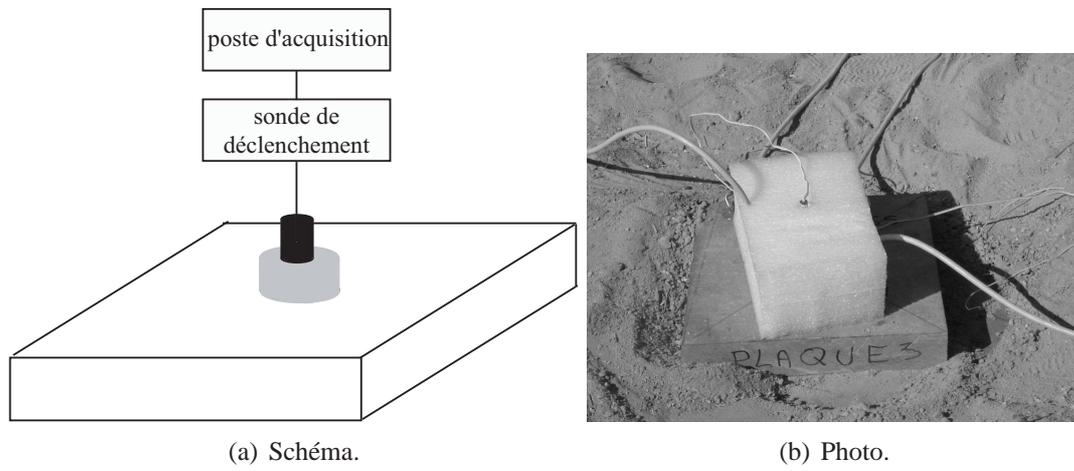


FIG. 5.1: Essai d'explosion sur la tranche.

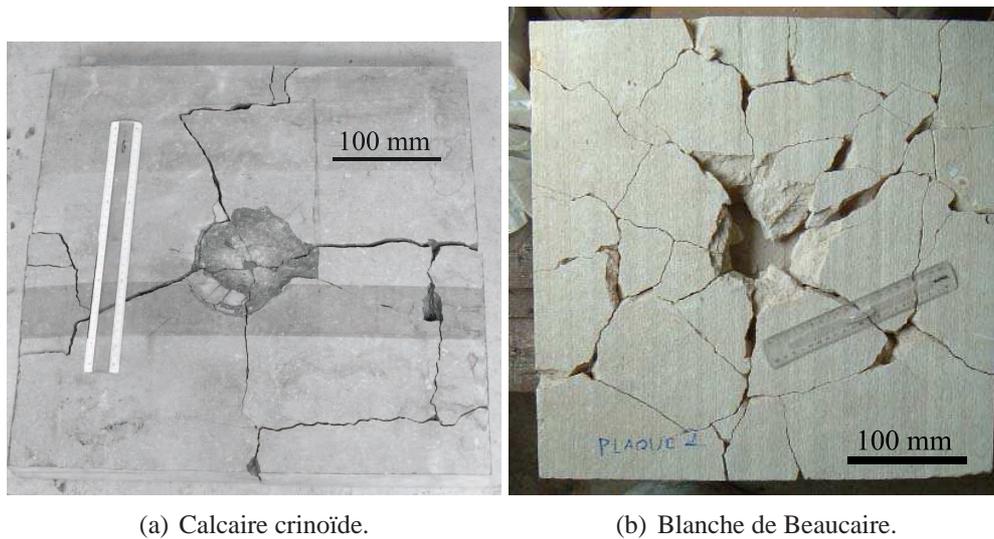


FIG. 5.2: Fragmentation des roches lors d'un essai d'explosion sur la tranche.

Weibull de la blanche de Beaucaire est plus faible que celui du calcaire crinoïde. Plusieurs explications peuvent être avancées. Les contraintes subies par la plaque de calcaire crinoïde sont trop faibles pour atteindre la rupture des défauts de cette roche. En revanche comme la contrainte de rupture de la blanche de Beaucaire est plus faible, une fissuration plus importante peut avoir lieu dans ce calcaire. Lorsque l'explosif détone, il dégage un volume de gaz. Ce gaz pourrait avoir soulevé la plaque de la blanche de Beaucaire (plus légère que celle du calcaire crinoïde). La fissuration aurait pu être créée par le choc avec le sol. Ces gaz peuvent aussi s'infiltrer plus facilement dans la blanche de Beaucaire, roche très poreuse, et donc créer plus de fissuration que dans le calcaire crinoïde.

2.2 Mesures de contrainte

L'objectif de ces essais est de mesurer les contraintes créées par la charge explosive dans la roche. L'expérimentation détruisant les jauges, elles devront être bon marché. Pour effectuer la mesure à l'intérieur de la roche, les jauges sont collées dans la plaque.

2.2.1 Moyens de mesures

Les jauges utilisées sont des résistances à couche de carbone aggloméré. Elles se reconnaissent par leur forme cylindrique de couleur brune. Le carbone finement broyé est compressé à chaud au centre d'un cylindre isolant. Le carbone noir se voit à l'intérieur de la résistance. Ces jauges ont été utilisées afin d'estimer la pression de détonation d'explosifs composites carbohydrates/métalliques [Austing 95] ou d'explosifs condensés [Ribovich 68, Austing 93]. Ces travaux ont permis d'étalonner les jauges pour des mesures à l'intérieur d'explosifs. Ces jauges en carbone ont été utilisées aussi en tirs souterrains [Wieland 88] ou en carrière pour étudier les dysfonctionnements des explosifs ou des détonateurs [Katsabanis 93, Katsabanis 94, Mencacci 05]. Des mesures de pression dans le bourrage ont également été effectuées afin d'étudier la désensibilisation des explosifs due à la pression [Mencacci 03]. Ces jauges ont été utilisées pour les essais d'explosion sur la tranche car elles permettent de déterminer les énergies des explosifs pour les tirs en piscine ou de mesurer la pression à l'intérieur des explosifs.

Un trou de 6 mm est percé dans la roche pour chaque jauge (fig. 5.3). Afin que la jauge en carbone

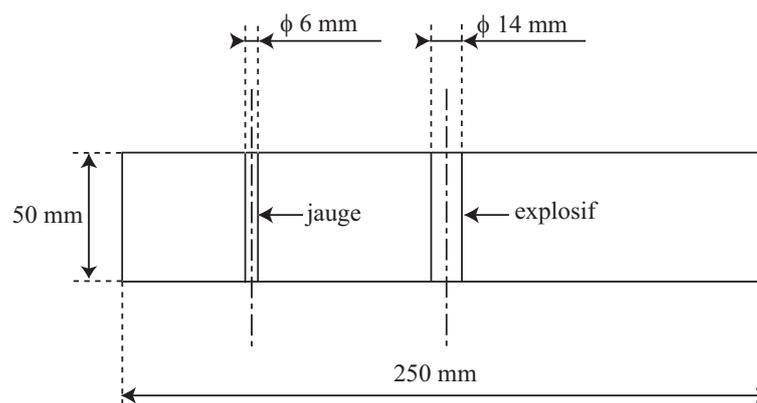


FIG. 5.3: Schéma d'un carreau de roche.

subisse les mêmes déformations que la roche à un endroit donné, la résistance doit être liée à la roche par l'intermédiaire d'un matériau ayant la même impédance que la roche pour éviter les réflexions à l'interface. Le premier matériau utilisé est le ciment [Grare 02]. Cependant ce matériau n'adhérait pas suffisamment à la jauge, après l'explosion la résistance et la roche étaient complètement désolidarisées. L'araldite a donc été choisie par la suite [Ricciardi 03, Grange 04]. Ce matériau a permis un bon maintien à la roche et une bonne reproductibilité des résultats malgré une impédance plus faible

que la roche. Lors de l'installation des jauges, une attention particulière a été portée afin d'enlever les bulles d'air à l'intérieur du trou et de placer la résistance parallèle au trou pour qu'elle soit en face de l'explosif. Pour chaque carreau quatre jauges, réparties en diagonale, sont installées. L'ensemble sèche durant 24 heures avant l'essai.

2.2.2 Validation des jauges de carbone

Méthode d'étalonnage Afin de connaître la quantité physique que mesurent les jauges en carbone, des essais de compression uniaxiale quasi statiques sont réalisés sur des éprouvettes de calcaire crinoïde et de blanche de Beaucaire instrumentées de la jauge en carbone (fig. 5.4). La figure 5.5 détaille la démarche d'étalonnage des jauges. L'expérimentation nous donne la relation entre la contrainte

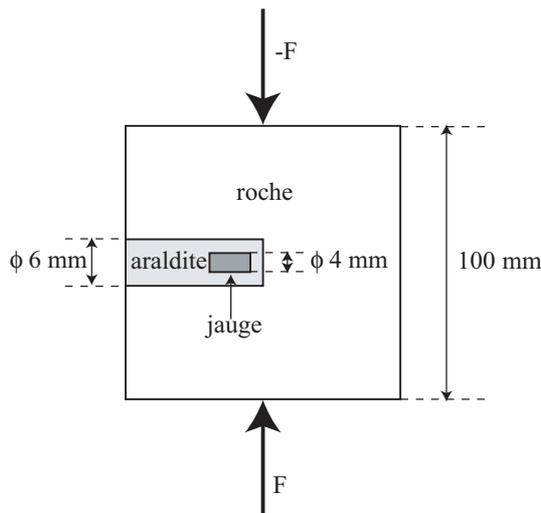


FIG. 5.4: Schéma du dispositif d'un essai d'étalonnage de la jauge en carbone.

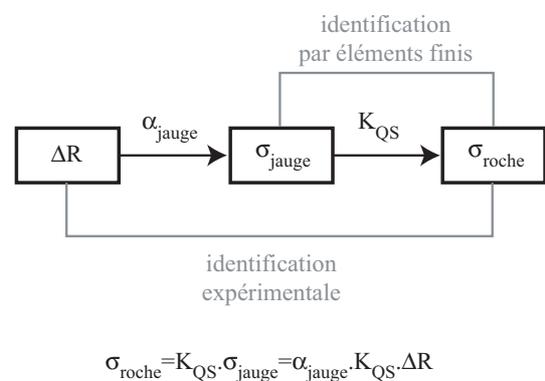


FIG. 5.5: Méthode d'étalonnage de la jauge en carbone.

axiale de la roche ($\sigma_{roche} = F/S$ où S est la section de l'éprouvette) et la variation de résistance de la jauge ΔR . Une modélisation par éléments finis permet d'écrire la relation entre la contrainte radiale dans la jauge σ_{jauge} et la contrainte axiale dans la roche σ_{roche} sous chargement quasi statique. De ces deux étalonnages, le facteur α_{jauge} qui relie la variation de résistance à la contrainte radiale dans la jauge (fig. 5.4) est déduit.

Essais quasi statiques Les jauges sont liées dans la roche exactement de la même manière que lors des essais d'explosion sur la tranche. L'effort exercé est aussi mesuré pour en déduire la contrainte axiale dans la roche supposée uniforme. La figure 5.6 montre la relation entre la contrainte axiale de la roche σ_{roche} et la variation de résistance de la jauge ΔR . Cette relation peut être considérée linéaire pour le calcaire crinoïde, on trouve alors que $\alpha_{jauge} \times K_{QS} = 1.35 \times 10^3 \text{ MPa} \cdot \Omega^{-1}$. Pour la blanche de Beaucaire (fig. 5.6(b)) la linéarité est moins respectée, cependant nous allons supposer que $\alpha_{jauge} \times K_{QS} = 6.57 \times 10^2 \text{ MPa} \cdot \Omega^{-1}$.

Modélisation par éléments finis Un calcul par éléments finis est réalisé afin d'identifier le facteur K_{QS} . Les paramètres élastiques de l'araldite et de la jauge ont été estimés à partir de données des fabricants. Les valeurs utilisées pour les simulations sont : $E = 5 \text{ GPa}$ et $\nu = 0.4$ pour l'araldite et $E = 100 \text{ GPa}$ et $\nu = 0.3$ pour la jauge. La figure 5.7 permet de vérifier que l'uniformité des contraintes dans chaque matériau est assez bien respectée. Pour le calcaire crinoïde $K_{QS} = 1.82$ et pour la blanche de Beaucaire $K_{QS} = 0.77$. Des simulations ont été réalisées en inclinant la jauge de 10° car il est difficile de maîtriser l'inclinaison de la jauge lorsque qu'on la place dans l'araldite. Aucune différence

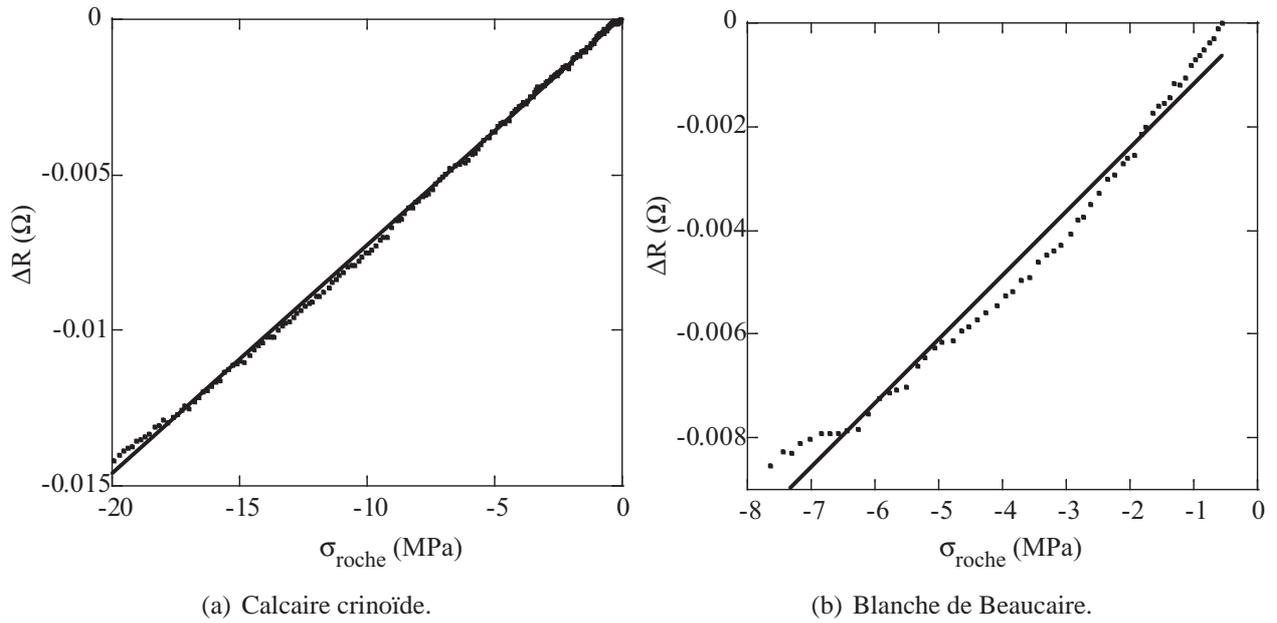


FIG. 5.6: Relation entre la contrainte axiale de la roche et la variation de résistance de la jauge.

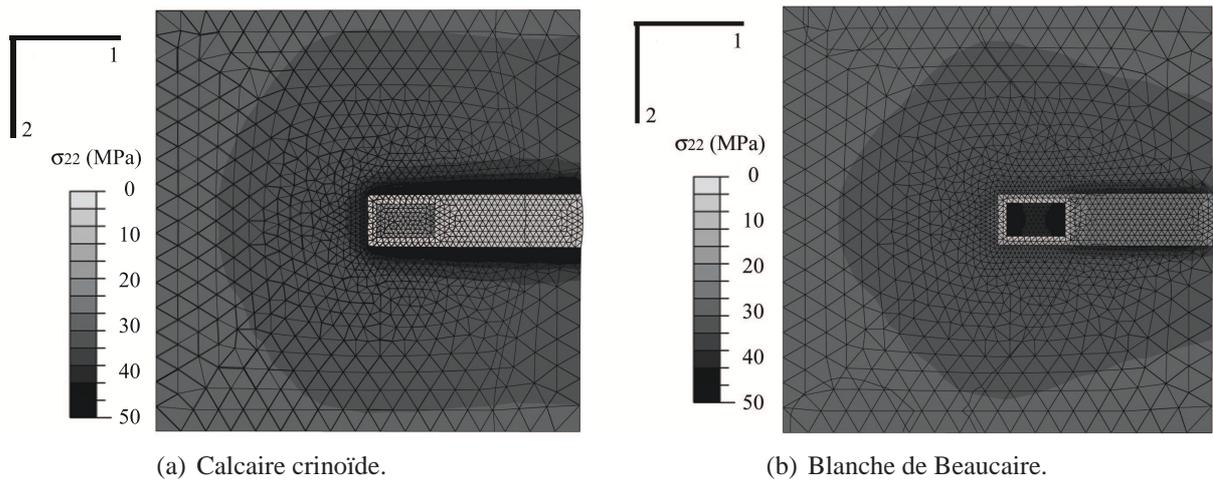


FIG. 5.7: Simulation par éléments finis de l'essai de compression quasi statique. Représentation de la contrainte suivant l'axe de compression en MPa.

significative de contrainte à l'intérieur de la jauge n'est observée par rapport à la simulation sans inclinaison.

Identification de α_{jauge} Les essais quasi statiques couplés avec la modélisation par éléments finis permettent d'identifier α_{jauge} pour les deux roches. Pour le calcaire crinoïde $\alpha_{jauge} = 7.42 \times 10^2 \text{ MPa} \cdot \Omega^{-1}$ et pour la blanche de Beaucaire $\alpha_{jauge} = 8.53 \times 10^2 \text{ MPa} \cdot \Omega^{-1}$. La valeur du calcaire crinoïde paraît plus fiable car la linéarité expérimentale (fig. 5.6) est meilleure que celle de la blanche de Beaucaire. La non-linéarité dans ce calcaire est certainement causée par sa porosité. L'araldite peut s'infiltrer dans la roche au delà du cylindre percé.

Une modélisation de la relation entre la variation de la résistance de la jauge ΔR et la contrainte radiale de la jauge σ_{roche} (fig. 5.8) peut être écrite. On suppose que la variation de résistance mesurée

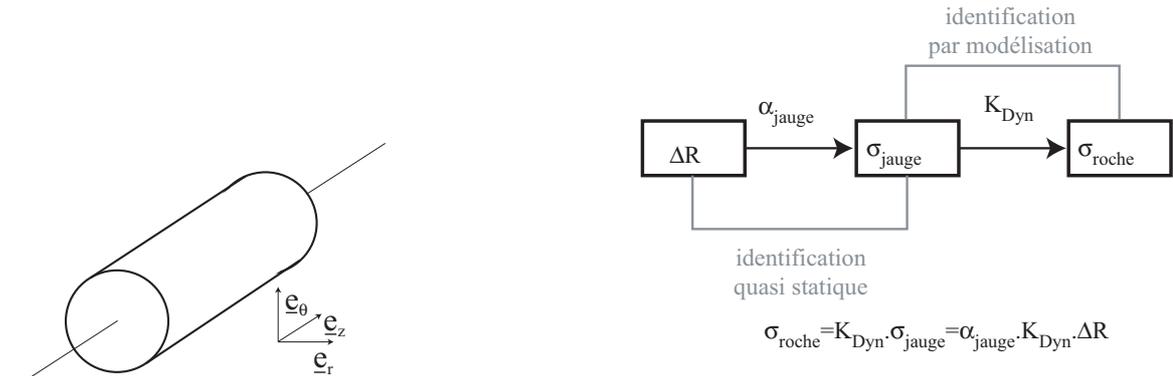


FIG. 5.8: Schéma de la jauge en carbone.

FIG. 5.9: Identification dynamique de la jauge en carbone.

lors de l'essai provient des variations dimensionnelles de la jauge. L'expression de la résistance s'écrit

$$R = \rho_j \frac{L_j}{S_j} = \rho_j \frac{L_j}{\pi r_j^2} \quad (5.1)$$

où ρ_j est la résistivité de la jauge (qu'on suppose toujours constante), L_j sa longueur, S_j sa surface et r_j son rayon (l'indice j représente les grandeurs de la jauge). La variation de la résistance s'exprime par

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L_j}{L_j} - \frac{2 \Delta r_j}{r_j} = \varepsilon_z^j - 2 \varepsilon_r^j \quad (5.2)$$

où ε_r^j et ε_z^j sont les déformations radiale et axiale de la jauge supposées uniformes (fig. 5.8). On suppose que le comportement de la jauge est élastique ce qui permet d'écrire

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{E_j} ((1 + 2\nu_j) \sigma_z^j - 2 \sigma_r^j) \quad (5.3)$$

où σ_r^j et σ_z^j sont les contraintes radiale et axiale de la jauge supposées uniformes. Lors de l'essai quasi statique la contrainte axiale est négligeable devant la contrainte radiale. L'expression de α_{jauge} est

$$\alpha_{jauge} = \frac{E_j}{2R} \quad (5.4)$$

L'application numérique donne $\alpha_{jauge} = 9.2 \times 10^2 \text{ MPa} \cdot \Omega^{-1}$. Le même ordre de grandeur est trouvé par rapport à la valeur identifiée précédemment. Par la suite, la valeur et l'incertitude de ce facteur sera : $\alpha_{jauge} = 750 \pm 100 \text{ MPa} \cdot \Omega^{-1}$. L'estimation de l'incertitude provient seulement des différentes valeurs mesurées dans les roches.

Extrapolation dynamique L'identification de la mesure physique des jauges en carbone a été réalisée sous sollicitation quasi statique en reliant la variation de la résistance de la jauge et une contrainte uniaxiale. Lors d'un essai d'explosion sur la tranche, étant donné que le carreau de roche a une épaisseur bien plus petite que ses côtés, on peut supposer qu'une onde cylindrique se propage. Les jauges mesurent donc une onde de compression supposée cylindrique. Si la contrainte axiale est négligée, la jauge sera donc sollicitée par des contraintes radiale et orthoradiale. L'onde cylindrique traverse deux interfaces avant d'arriver à la jauge : entre la roche et l'araldite et entre l'araldite et la jauge. Une étude des ondes transmises aux interfaces est donc nécessaire afin de déterminer $K_{D,yn}$ (fig. 5.9).

On étudie l'interface entre deux milieux 1 et 2 (fig. 5.10). On suppose qu'elle est plane et que

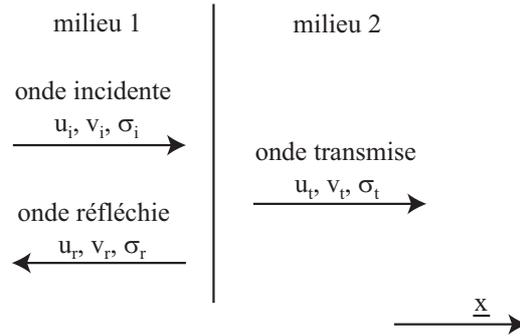


FIG. 5.10: Schéma de la propagation de l'onde à l'interface.

les deux milieux sont isotropes et élastiques. On étudie une onde dont l'expression du vecteur déplacement est

$$\underline{u}(x,t) = f(x - c_L t) \underline{x} \quad (5.5)$$

où x est la position du point considéré, t le temps, c_L la vitesse des ondes longitudinales et \underline{x} le vecteur directeur de l'onde (fig. 5.10) et f une fonction monovariante. L'expression de la déformation est alors

$$\underline{\underline{\epsilon}}(\underline{u}) = f'(x - ct) (\underline{x} \otimes \underline{x}) \quad (5.6)$$

où \otimes est le produit tensoriel tel que $(\underline{a} \otimes \underline{b})_{ij} = a_i b_j$. La relation de comportement en élasticité isotrope permet d'en déduire le tenseur des contraintes

$$\underline{\underline{\sigma}} = f'(x - ct) (\lambda \underline{I} + 2\mu \underline{x} \otimes \underline{x}) \quad (5.7)$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé. L'expression de la contrainte normale à l'interface est

$$\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{x} = f'(x - ct) (\lambda + 2\mu) \underline{x} = -\rho c_L v \underline{x} \quad \text{avec} \quad c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (5.8)$$

où v est la vitesse matérielle. A l'interface, la continuité de la vitesse de la matière et de la contrainte normale doit être vérifiée. Les conditions aux limites s'écrivent donc

$$\begin{cases} \text{continuité en vitesse} & v_i + v_r = v_t \\ \text{continuité en contrainte normale} & (\underline{\underline{\sigma}}_i + \underline{\underline{\sigma}}_r) \cdot \underline{x} = \underline{\underline{\sigma}}_t \cdot \underline{x} \end{cases} \quad (5.9)$$

où les indices i , r et t représentent respectivement les ondes incidentes, réfléchies et transmises. En notant $Z = \rho c_L$ l'impédance d'un matériau on trouve

$$\begin{cases} v_r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} v_i \\ v_t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} v_i \end{cases} \quad (5.10)$$

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \sigma_i \\ \sigma_t = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \sigma_i \end{cases} \quad (5.11)$$

La valeur de K_{Dyn} est alors

$$K_{Dyn} = \frac{(Z_{araldite} + Z_{jauge})(Z_{araldite} + Z_{roche})}{4Z_{jauge}Z_{araldite}} \quad (5.12)$$

Pour le calcaire crinoïde $K_{Dyn} = 1.9 \pm 0.4$ et pour la blanche de Beaucaire $K_{Dyn} = 1.0 \pm 0.3$. Ces valeurs sont déduites des données du tableau 5.1. Les incertitudes sont calculées à partir des méthodes énoncées dans l'annexe. On peut remarquer que K_{Dyn} et K_{QS} sont du même ordre de grandeur. K_{Dyn} est légèrement supérieur à K_{QS} pour les deux roches.

TAB. 5.1: Calcul de l'impédance des différents matériaux intervenant dans le calcul de K_{Dyn} .

matériau	ρ (kg.m ⁻³)	c_L (m.s ⁻¹)	$Z \times 10^{-6}$ (kg.m ⁻² .s ⁻¹)
calcaire crinoïde	2700 ± 30	6300 ± 100	17.0 ± 0.5
blanche de Beaucaire	2230 ± 30	3400 ± 100	7.5 ± 0.3
araldite	1180 ± 30	2630 ± 100	3.1 ± 0.2
jauge	2500 ± 100	7500 ± 300	18.8 ± 1.5

2.2.3 Résultats expérimentaux

Six carreaux de calcaire crinoïde et quatre de blanche de Beaucaire ont été testés. Chaque carreau est instrumenté de quatre jauges en carbone dont la position est mesurée par rapport à la charge explosive. Les distances choisies sont comprises de 10 mm à 120 mm. Certaines ont été doublées afin de vérifier la reproductibilité de la mesure. La jauge la plus proche et la plus éloignée sont placées sur le même carreau pour avoir une bonne mesure de la vitesse des ondes longitudinales et ainsi la comparer à celle mesurée par technique ultrasonore.

Différents appareils sont utilisés pour réaliser l'acquisition des mesures (fig. 5.11) :

- un pont de jauge afin de transformer la mesure de variation de résistance en une mesure de variation de tension ;
- un poste d'acquisition qui enregistre toutes les données ;
- une sonde de déclenchement qui donne le début de la mesure au poste d'acquisition dès l'amorçage du détonateur.

Cette méthode de déclenchement des mesures crée du bruit de mesure dû au démarrage de la sonde de déclenchement. Il faudrait que la sonde de déclenchement se mette en route juste avant l'explosion pour éviter ces bruits. C'est pourquoi cinq détonateurs ont été utilisés : un lié à la charge et les autres dans le sable (fig. 5.11). Si l'un des quatre explosifs situé dans le sable s'amorce en premier, il déclenchera l'acquisition juste avant que le détonateur lié à la charge s'amorce. Cette technique a 80 % de chance d'éviter le bruit de mesure dû au démarrage de la sonde de déclenchement.

La jauge est principalement sollicitée par une contrainte de compression radiale et orthoradiale dans les premiers instants. La mesure des jauges ne sera utilisée qu'aux premiers instants des essais pyrotechniques car elle est très vite artéfactée par la déflagration. C'est pourquoi, on ne garde que la valeur maximale du signal. L'étude des ondes cylindriques (chapitre 2) en milieu élastique provoquées par un chargement exponentiel (ressemblant au chargement pyrotechnique) a montré que la sollicitation de compression était maximale dans les premiers instants. De plus, le matériau subit alors

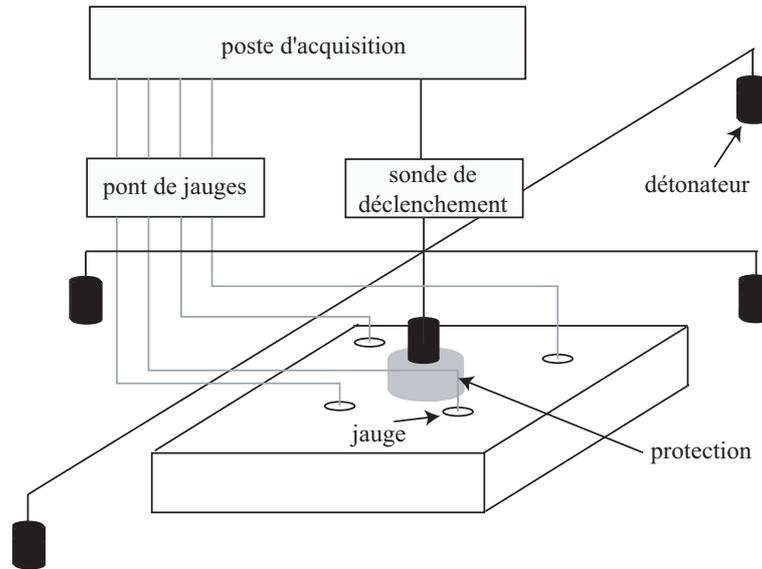


FIG. 5.11: Schéma de la chaîne d'acquisition lors d'un tir d'explosion sur la tranche.

une compression triaxiale où les contraintes radiale et orthoradiale sont reliées par

$$\sigma_{\theta} = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma_r \quad (5.13)$$

où σ_r et σ_{θ} sont respectivement les contraintes radiale et orthoradiale et ν est le coefficient de Poisson. On suppose donc que les valeurs maximales de la variation de la résistance de la jauge et de la contrainte radiale de compression sont reliées par

$$\alpha_{jauge} K_{Dyn} \Delta R^{max} = \sigma_r^{max} + \sigma_{\theta}^{max} = \frac{\sigma_r^{max}}{1 - \nu} \quad (5.14)$$

La contrainte radiale maximale est tracée en fonction de la distance du centre de l'explosif sur la figure 5.12. La contrainte décroît très rapidement avec le rayon pour les deux roches. Il est aussi intéressant de noter que la contrainte mesurée dans la blanche de Beaucaire est supérieure à celle du calcaire crinoïde. Ce résultat paraît étonnant mais il est en accord avec l'observation de la fragmentation des carreaux des deux calcaires (figs. 5.2(a) et 5.2(b)). Plus les contraintes sont élevées, plus la fragmentation sera importante surtout que la blanche a des contraintes de rupture bien plus faibles que le calcaire crinoïde.

2.3 Simulations

Afin de mieux comprendre les essais d'explosion sur la tranche, des simulations sont présentées dans ce paragraphe.

2.3.1 Conditions aux limites

Afin de déterminer le chargement de l'explosif, un code hydrodynamique a été mis au point par Saurel [Saurel 99] : HYDRO3D. Ce code a été mis en œuvre pour le calcul des détonations d'explosifs sous une formulation très compacte. Seules les équations décrivant le modèle sont présentées. Etant donné le niveau élevé de la pression lors de la détonation, les solides et les liquides deviennent compressibles et sont régis par les mêmes équations que celles de la dynamique des gaz. Les équations d'Euler permettent de décrire la dynamique des gaz en traduisant les principes de conservation de la masse, quantité de mouvement et d'énergie

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{v}) = 0 \quad (5.15)$$

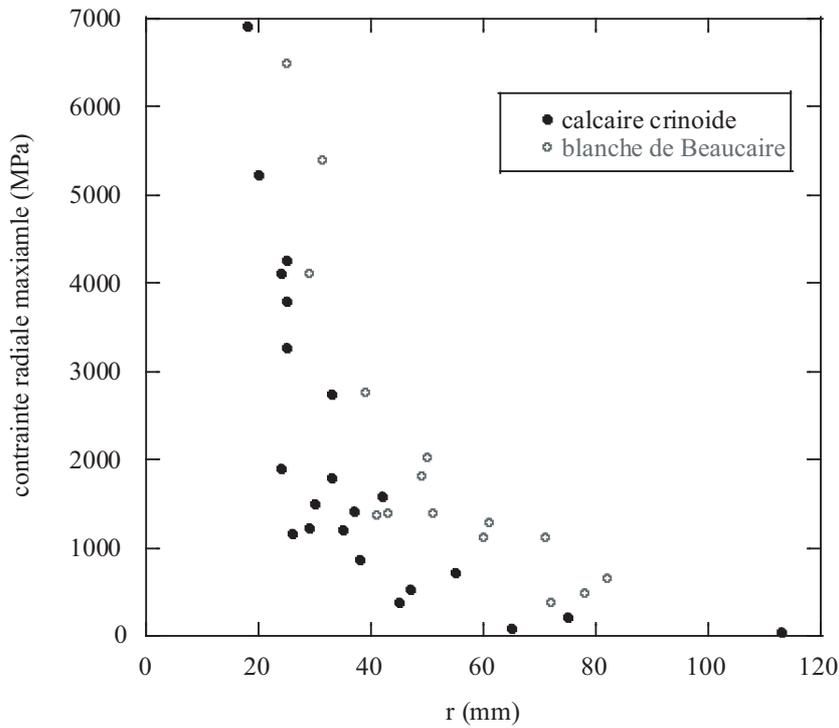


FIG. 5.12: Contrainte radiale maximale en fonction de la distance du centre de l'explosif lors des tirs d'explosion sur la tranche.

$$\frac{\partial \rho \underline{v}}{\partial t} + \nabla (\rho \underline{v} \otimes \underline{v} + p \underline{I}) = \underline{0} \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla (\rho E \underline{v} + p \underline{v}) = 0 \quad (5.17)$$

où ρ est la densité, \underline{v} le vecteur vitesse, t le temps, p la pression et E l'énergie totale définie par $E = e + 1/2 \underline{v} \cdot \underline{v}$ avec e l'énergie interne. La pression p est donnée par une loi d'état des mélanges. En cours de réaction, l'explosif passe de l'état solide à l'état gazeux. Trois états sont pris en compte : l'état où l'explosif solide est intact, l'état où l'explosif a complètement réagi et est composé exclusivement de gaz et un état intermédiaire composé de gaz et de solide dans la zone de réaction de l'explosif.

Lorsque le milieu est sujet à des transformations chimiques, comme c'est le cas lors de la propagation d'une détonation, les équations d'Euler ne sont plus suffisantes. Une équation permettant de suivre les concentrations en solide et en gaz est alors ajoutée. L'équation d'évolution de la fraction volumique de gaz λ s'écrit

$$\frac{\partial \rho \lambda}{\partial t} + \nabla (\rho \lambda \underline{v}) = \rho \dot{\lambda} f \quad (5.18)$$

où la fonction de l'espace f est un indicateur permettant de localiser l'explosif. En effet la loi de décomposition ne doit être appliquée qu'aux points où l'explosif est présent et non dans les matériaux inertes. La fonction f vaut initialement 0 partout, sauf dans l'explosif où elle vaut 1. Son évolution est donnée par

$$\frac{\partial \rho f}{\partial t} + \nabla (\rho f \underline{v}) = 0 \quad (5.19)$$

Une loi puissance est utilisée pour la modélisation de la cinétique de décomposition

$$\dot{\lambda} = (1 - \lambda) a p^n \quad (5.20)$$

où a et n sont les paramètres cinétiques de l'explosif.

La figure 5.13 montre la pression simulée par HYDRO3D pour un cylindre de nitralex de diamètre 14 mm et de longueur 50 mm.

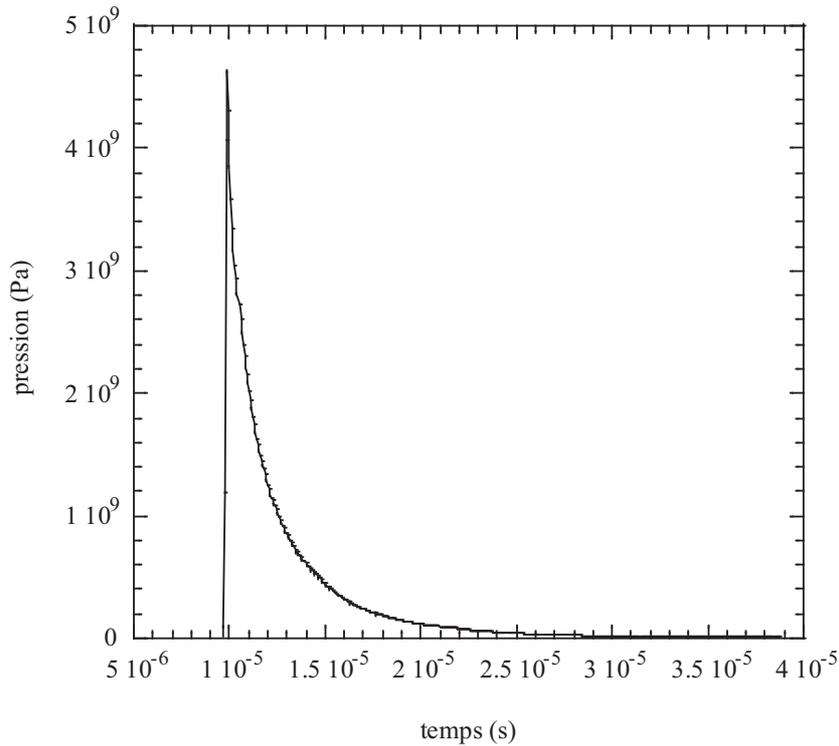


FIG. 5.13: Courbe de pression simulée du nitralex utilisé lors des essais d'explosion sur la tranche.

2.3.2 Modélisation analytique

Afin d'utiliser la modélisation analytique présentée au chapitre 2, la pression de chargement du nitralex calculée précédemment est approchée par une exponentielle

$$p(t) = p_0 \exp(-t/\tau) \quad \text{avec} \quad p_0 = 4.62 \text{ GPa} \quad \text{et} \quad \tau = 2.5 \mu\text{s} \quad (5.21)$$

La contrainte radiale est maximale à l'arrivée du front d'onde, c'est à dire lorsque $s = 0$ (notation du chapitre 2). Pour un comportement élastique l'expression (2.53) permet d'écrire la contrainte radiale maximale en remarquant que $f_{cyl}(s = 0) = f'_{cyl}(s = 0) = 0$ et $f''_{cyl}(s = 0) = -p_0 \sqrt{a}/\rho$

$$\sigma_r^{max}(r) = p_0 \sqrt{\frac{a}{r}} \quad (5.22)$$

où a est le rayon du trou dans lequel est placé l'explosif. Dans ce modèle la contrainte radiale maximale ne dépend pas du matériau. La figure 5.14 compare la solution élastique à la mesure. Pour les premiers rayons, la contrainte mesurée est plus forte que la contrainte analytique et même plus grande que p_0 . La cause peut être due à la modélisation de la pression du Nitralex ou encore à l'hypothèse de compression triaxiale (éq. (5.13)) valable qu'en élasticité. La quantité et la qualité de l'explosif sont difficiles à mesurer. L'explosif dépassait du carreau afin qu'il soit bien en contact avec le détonateur. En revanche, la contrainte simulée décroît beaucoup moins vite que la mesure. Le modèle élastique ne simule que l'onde de choc mais pas l'arrivée des gaz. De plus le modèle suppose que la contrainte radiale maximale est la même pour tous les matériaux. Le comportement élastique montre ici ses limites.

La modélisation élastique n'est pas acceptable pour un tel niveau de contrainte. De plus le fait

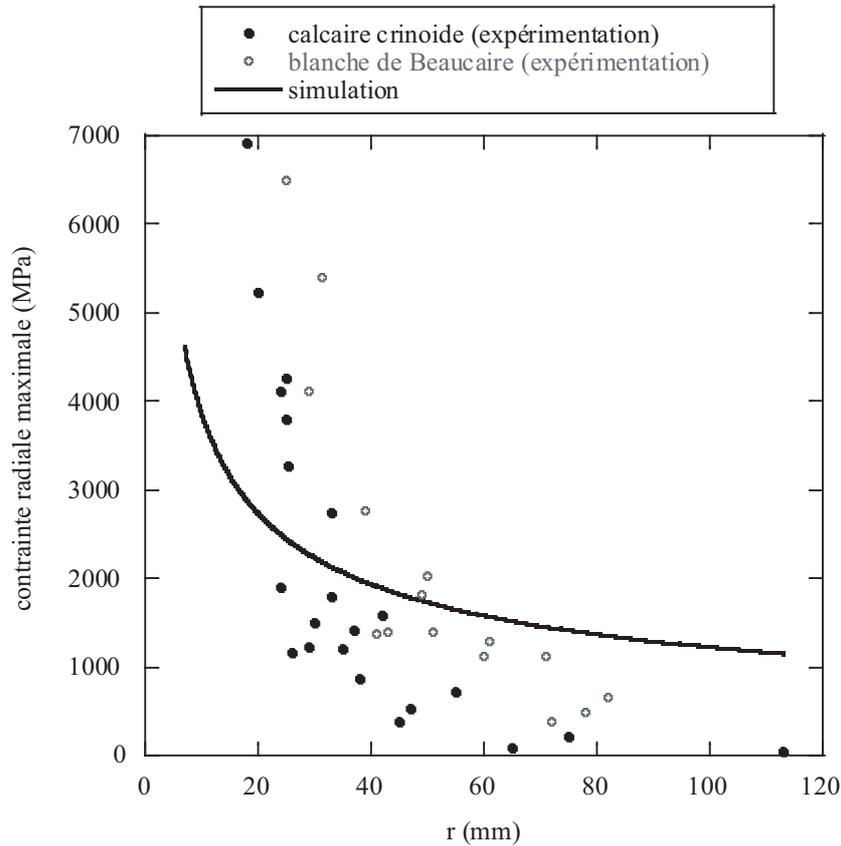


FIG. 5.14: Contrainte radiale maximale mesurée et simulée (comportement élastique) en fonction de la distance du centre de l'explosif lors des tirs d'explosion sur la tranche.

que les contraintes radiales mesurées soit supérieures à p_0 met en doute soit la simulation de la pression de nitralox soit la mesure de contrainte. Or la simulation surestime le chargement de l'explosif comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant. En effet, les gaz créés par l'explosif s'échappent très facilement par dessus ou par dessous le carreau lors de l'essai d'explosion sur la tranche. Cela signifie qu'une grande majorité du chargement ne fragmente pas la roche.

2.3.3 Simulation par éléments finis

Etude du chargement Comme pour l'essai d'impact sur la tranche, un recalage de la zone de broyage expérimentale et simulée est nécessaire pour l'analyse des essais d'explosion sur la tranche. L'étude du chargement est réalisée à l'aide d'un modèle élasto-plastique parfait. La limite élastique est prise égale à deux fois la contrainte de rupture en compression uniaxiale σ_c comme dans le paragraphe 2.1.3 du chapitre 4. Les calculs effectués utilisent les données quasi statiques des matériaux mesurées au chapitre 3 (tab. 5.2). Le recalage entre l'expérimentation et la simulation permet de dé-

TAB. 5.2: Paramètres des matériaux pour les simulations avec un comportement plastique parfait.

matériau	calcaire crinoïde	blanche de Beaucaire
E (GPa)	78	6
ν	0.28	0.34
σ_Y (MPa)	294	22

terminer à quel chargement l'explosif soumet le carreau. Pour cela la cinétique du chargement est supposée inchangée, seul le niveau de pression est modifié. Ce recalage permet de prendre en compte le fait que les gaz créés par l'explosif s'échappent du carreau au lieu de le solliciter. La figure 5.15

montre l'influence du niveau de pression sur la taille de la zone de broyage. Le niveau de pression

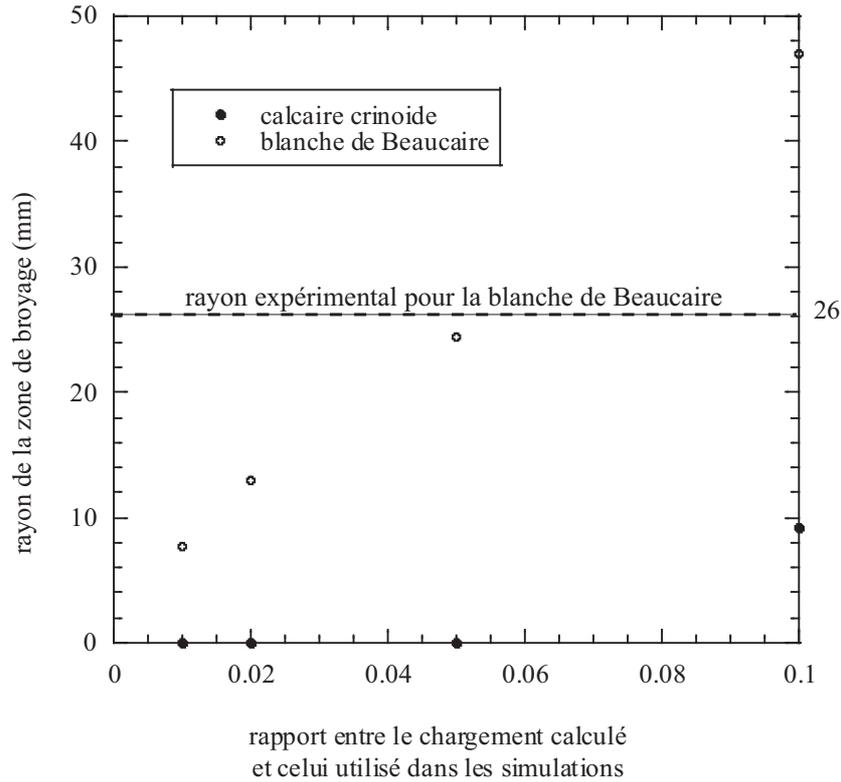


FIG. 5.15: Influence du niveau de pression sur la taille de la zone de broyage simulée.

simulé par HYDRO3D divisé par 20 est celui qui recale le mieux les tailles de zone de broyage expérimentale et simulée. Comme dans le paragraphe 2.1.3 du chapitre 4, la zone de broyage simulée est la zone dans laquelle le comportement plastique a eu lieu.

Les figures 5.16 et 5.17 montrent les contraintes radiale et orthoradiale pour différentes distances de l'explosif. La figure 5.16(a) montre que la contrainte radiale est toujours inférieure (en norme) à la limite d'élasticité du calcaire crinoïde ce qui montre que le comportement plastique n'a pas lieu dans le carreau. La contrainte radiale est alors tout d'abord négative puis devient positive comme l'a montré le chapitre 2. Pour la blanche de Beaucaire, le comportement est plastique dans les premiers instants pour une distance égale à un diamètre du trou d'explosif. L'allure des contraintes est la même que celle du calcaire crinoïde. Le tableau 5.3 donne la moyenne de la vitesse de la contrainte orthoradiale du premier front de montée.

TAB. 5.3: Vitesse de la contrainte orthoradiale du premier front de montée pour trois distances du centre de l'explosif (1Φ = distance égale à un diamètre de trou d'explosif). Le chiffre entre parenthèses est la durée du front de montée.

matériau	calcaire crinoïde	blanche de Beaucaire
1Φ	$4.1 \times 10^{13} \text{ Pa.s}^{-1}$ (3.5 μs)	$2.5 \times 10^{13} \text{ Pa.s}^{-1}$ (3.2 μs)
2Φ	$1.6 \times 10^{13} \text{ Pa.s}^{-1}$ (3.2 μs)	$4.5 \times 10^{12} \text{ Pa.s}^{-1}$ (4.7 μs)
4Φ	$1.3 \times 10^{13} \text{ Pa.s}^{-1}$ (3.4 μs)	$2.7 \times 10^{12} \text{ Pa.s}^{-1}$ (3.1 μs)

Fragmentation Afin d'étudier la fragmentation de la roche au cours des essais d'explosion sur la tranche, la loi d'endommagement en tension du chapitre 4 est utilisée. Le tableau 5.4 donne les

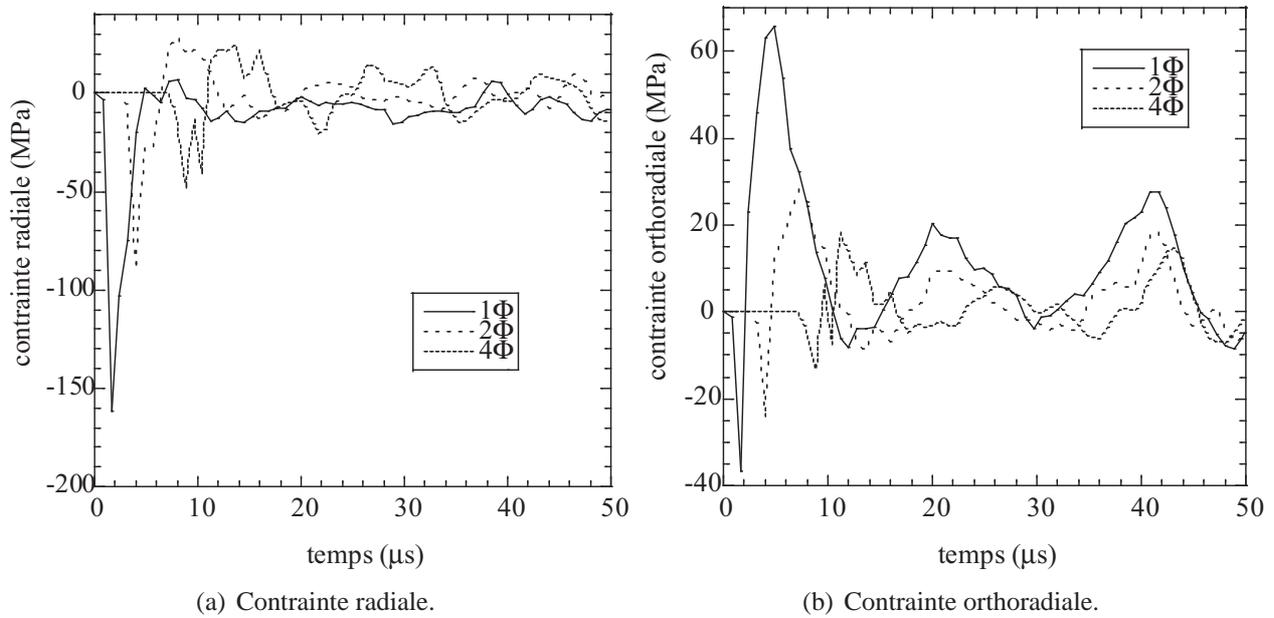


FIG. 5.16: Evolution des contraintes radiale et orthoradiale en fonction du temps pour différentes distances du centre de l'explosif (1Φ = distance égale à un diamètre de trou d'explosif) pour les essais sur le calcaire crinoïde.

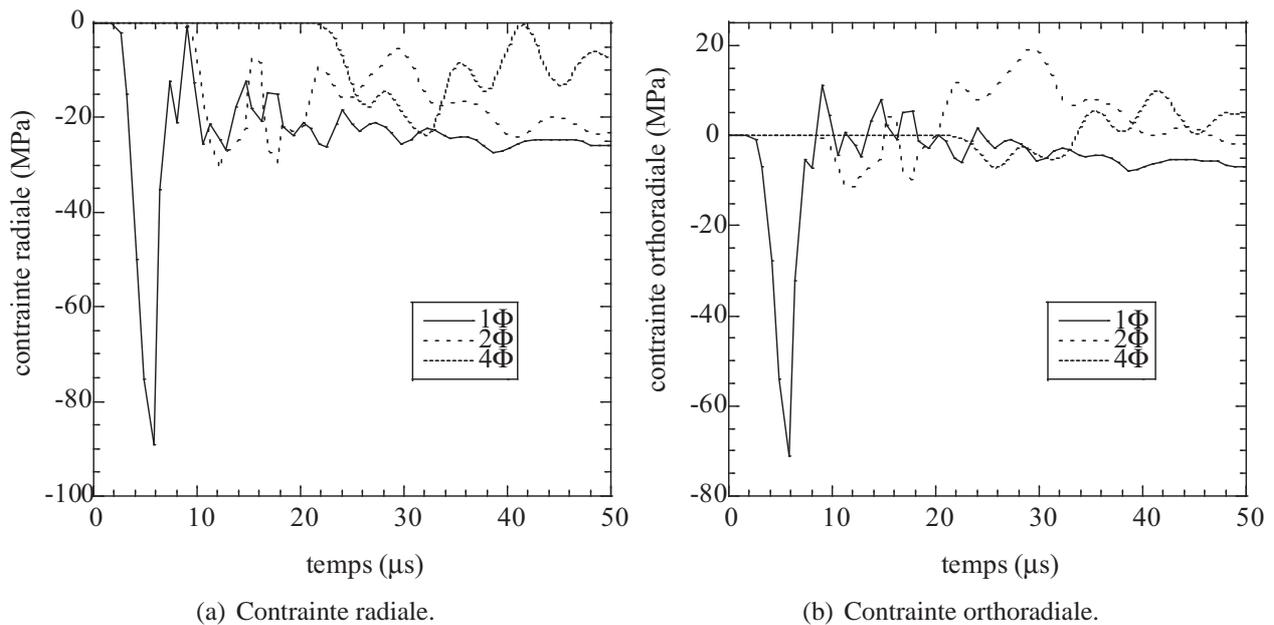


FIG. 5.17: Evolution des contraintes radiale et orthoradiale en fonction du temps pour différentes distances du centre de l'explosif (1Φ = distance égale à un diamètre de trou d'explosif) pour les essais sur la blanche de Beaucaire.

TAB. 5.4: Paramètres des matériaux pour les simulations avec la loi d'endommagement couplée à un comportement élasto-plastique.

matériau	calcaire crinoïde	blanche de Beaucaire
m	22.3	3.8
V_{eff} (mm^3)	4	4
$\bar{\sigma}_r$ (MPa)	23.3	19.3

différents paramètres utilisés pour la simulation. La figure 5.18 montre les régimes "quasi statique" et "dynamique" pour les deux roches pour un volume égal à celui d'un élément fini des simulations. La fragmentation multiple peut avoir lieu dans le carreau de calcaire crinoïde mais la figure 5.16(a)

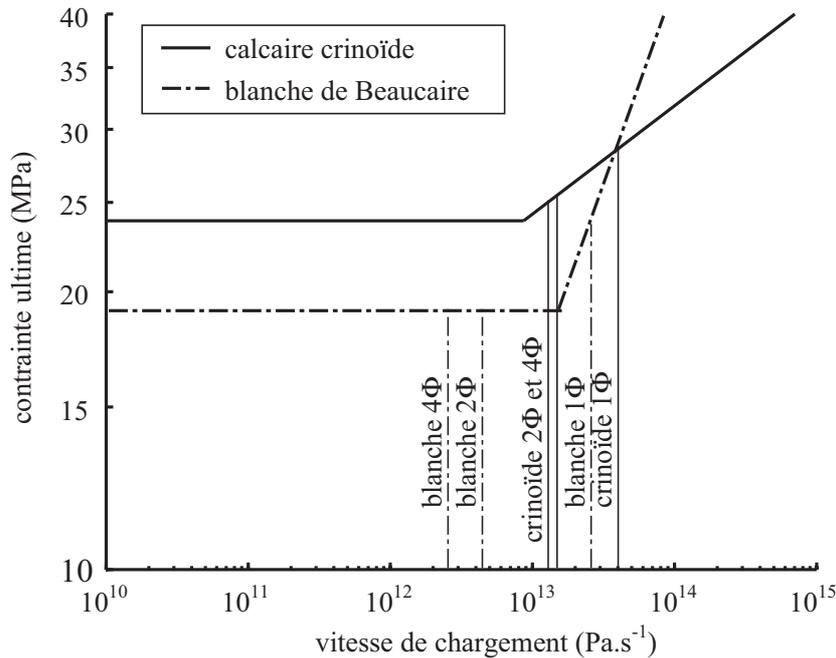


FIG. 5.18: Evolution de contrainte ultime en fonction de la vitesse de chargement $\dot{\sigma}$ avec V_{eff} égal au volume d'un élément fini. Trois distances du centre de l'explosif sont représentées (1Φ = distance égale à un diamètre de trou d'explosif).

montre que la contrainte orthoradiale est plus faible que la contrainte de rupture "quasi statique" dès la distance 2Φ . Pour la blanche de Beaucaire la fragmentation multiple ne pourrait avoir lieu que dans une zone très proche de l'explosif mais cette zone est endommagée en compression en premier lieu. La contrainte orthoradiale est encore supérieure à la contrainte de rupture "quasi statique" pour la distance 2Φ . Les faibles niveaux de contrainte expliquent le peu de fissures observées sur le calcaire crinoïde, en revanche la simulation n'explique pas la fragmentation plus importante du carreau de blanche de Beaucaire (fig 5.2). Différentes hypothèses peuvent alors être émises. Le modèle ne prend pas en compte les gaz qui s'infiltrent dans les fissures et augmentent donc la fissuration. Le carreau de blanche de Beaucaire a peut-être été soulevé par les gaz créés par l'explosif. Le choc aurait alors accentué la fragmentation.

3 Bilan

Les essais pyrotechniques sont des essais difficiles à réaliser. Il est délicat de maîtriser le chargement explosif et d'effectuer des mesures dans la roche comme on le fait pour d'autres expériences. Cependant, ces essais ont permis de mettre en évidence que le modèle d'endommagement couplé à un comportement plastique parfait donne des résultats raisonnables. En effet, il a été montré dans ce chapitre que le faible niveau de contrainte dans le carreau de calcaire crinoïde explique la faible fissuration expérimentale. Cependant, la fragmentation du carreau de blanche de Beaucaire n'est pas expliquée par ce modèle. Une modification du modèle prenant en compte l'effet des gaz permettrait de se rapprocher de l'expérience. De plus, un étalonnage dynamique ainsi qu'une caractérisation des propriétés des jauges semblent indispensables pour une comparaison des contraintes expérimentales et simulées.

Conclusion et perspectives

Le métier de mineur ou de carrier est un domaine où la recherche a beaucoup à découvrir, analyser et modéliser. Beaucoup de domaines sont concernés (géologie, chimie, mécanique des fluides...) dont la mécanique des solides, qui n'est pourtant pas la discipline vers laquelle on se dirige en premier. Pourtant les roches sont des matériaux fragiles pour lesquels les différentes lois de comportement et d'endommagement mises en place pour des matériaux plus communs pour le mécanicien des matériaux fragiles (céramique, verre, béton...) sont adaptées. C'est avec le principe d'appliquer les lois de la mécanique des milieux endommageables que ce mémoire a été écrit. Le trio expérience - modélisation - validation constitue la colonne vertébrale de ce travail. A partir d'observations expérimentales, des modèles ont été écrits puis des simulations ont permis de les valider. Pour cela deux roches aux caractéristiques très différentes ont été choisies. Il s'avère que le choix de ces matériaux "aux antipodes de la rupture mécanique" donne un poids plus important à la validation.

Les essais d'impacts sur la tranche ont mis en évidence les trois zones de fragmentation observées expérimentalement lors d'essais dynamiques : la zone de broyage et les zones de fragmentation multiple et simple. Quels processus d'endommagement entraînent ces trois zones ? Pourquoi y a-t-il trois zones ? Telles étaient les questions posées au début de ce mémoire.

Pour répondre à ces questions, une étude analytique d'un chargement dynamique de compression a été réalisée. On peut observer que le matériau (supposé élastique et homogène) est tout d'abord soumis à une forte compression. La zone de broyage semble donc être caractérisée par un endommagement en compression. Hormis les propriétés "classiques" des lois de comportement (densité, module d'Young, coefficient de Poisson), seule la limite d'élasticité doit être identifiée. Même si l'essai d'impact sur la tranche a une géométrie cylindrique, le matériau subit un fort confinement autour de la surface d'impact (confinements dynamique et inertiel). C'est pourquoi un recalage est nécessaire pour déterminer la limite élastique. Le double de la contrainte de rupture en compression uniaxiale permet d'obtenir une dimension de la zone de broyage proche de celle observée expérimentalement pour les deux roches. La faible résistance en compression de la blanche de Beaucaire par rapport au calcaire crinoïde explique alors que pour des essais aux propriétés assez similaires (essais 1 et 3), le carreau de blanche de Beaucaire soit complètement broyé dans une grande zone alors qu'aucune zone de broyage n'est observée pour le calcaire crinoïde. Afin de prendre en compte l'influence du confinement sur le comportement en compression des roches, et d'éviter ainsi un recalage, les modèles de Drucker-Prager (linéaire) et KST ont été utilisés et ont permis d'obtenir une bonne prévision de la zone de broyage. Cependant ces modèles demandent une identification plus difficile que celle du modèle plastique parfait de Von Mises. En effet, les essais quasi œdométriques sont longs à préparer car l'éprouvette doit être carottée puis rectifiée avec soin, un montage particulier est nécessaire pour la placer dans la cellule de confinement. De plus pour atteindre des pressions élevées, une machine de grande capacité est nécessaire. Pour modéliser des essais dynamiques de géométrie cylindrique (comme les essais d'impact sur la tranche) qui limite le confinement et favorise la rupture en tension, le modèle de plasticité parfait de Von Mises semble être le meilleur compromis pour modéliser la zone de broyage.

L'étude analytique montre aussi que les contraintes radiale et orthoradiale deviennent positives après la compression. Les matériaux fragiles tels que les roches ont des contraintes de rupture en tension beaucoup plus faibles qu'en compression. A partir d'un certain rayon, les contraintes de compression sont trop faibles pour broyer la roche, cependant la contrainte de rupture en tension est atteinte. Ce sont les zones de fragmentation multiple et simple. La positivité des contraintes radiale et orthoradiale explique aussi les directions privilégiées de fissuration. Afin de modéliser les zones de fragmentation, une loi d'endommagement en tension a été utilisée. Cette loi fait intervenir, en plus des paramètres du comportement du matériau, seulement les paramètres de Weibull. Ces derniers nécessitent certes un nombre important d'essais pour être identifiés (ici 40 pour chaque roche) mais ce sont des essais simples où seul l'effort de rupture est mesuré. Un modèle multi-échelles a de plus permis de faire apparaître deux régimes de fragmentation. Une zone où la contrainte de rupture augmente avec la vitesse de contrainte et est quasiment déterministe : la zone de fragmentation multiple. Une zone où l'hypothèse du maillon le plus faible est vérifiée, c'est-à-dire que la rupture d'un défaut entraîne la ruine de la structure et où la contrainte de rupture est aléatoire et égale à celle mesurée en quasi statique : la zone de fragmentation simple.

La loi d'endommagement en tension couplée à un modèle de plasticité parfaite ou non est donc validée par les essais d'impact sur la tranche. Ce modèle permet d'identifier les trois zones de fragmentation expérimentales. Des essais pyrotechniques ont été menés et une analyse équivalente à la précédente a été réalisée. Cependant le chargement des essais pyrotechniques est difficilement maîtrisable. En effet les gaz créés par l'explosif ne sollicitent pas complètement le carreau, une grande partie s'échappe surtout avec une géométrie cylindrique. Même lors de tirs en carrière, on s'est aperçu que les gaz participent à la fois à la fracturation et à la projection des blocs. Cependant, malgré toutes ces difficultés, le modèle parvient à expliquer la différence de fragmentation des deux roches.

Ces derniers essais ouvrent la porte à de nouvelles études sur les essais pyrotechniques. Des jauges ont été placées dans les carreaux lors des essais pyrotechniques cependant un étalonnage quasi statique et des simulations n'ont pas permis d'exploiter pleinement les mesures. Un étalonnage dynamique, aux barres d'Hopkinson par exemple, et une caractérisation des matériaux de la jauge devraient permettre d'améliorer les résultats obtenus. On pourrait aussi penser utiliser des accéléromètres ou d'autres moyens de mesure plus classiques. De plus ces jauges ont été utilisées en carrière avec succès que ce soit pour mesurer une pression dans l'explosif ou dans le bourrage. Il semble alors intéressant de continuer avec ce moyen de mesure.

L'objectif de ces travaux était également d'ouvrir la voie pour la simulation d'un tir en carrière. La figure 5.19 montre un algorithme de la loi de comportement permettant de simuler la fragmentation de la roche face à un chargement dynamique utilisé lors de ces travaux. Cette figure montre que peu de paramètres du matériaux sont nécessaires :

- la masse volumique ρ , indispensable en dynamique ;
- les paramètres élastiques E et ν ;
- Les paramètres d'un modèle plastique ;
- trois paramètres du modèle de Weibull pour le modèle de fragmentation multiple.

Lorsque l'on choisit un modèle élasto-plastique parfait, seulement sept paramètres du matériau sont à identifier. Cependant, le modèle doit être encore amélioré. La loi d'endommagement présentée modélise seulement l'initiation des fissures, pas la propagation. Une extension de cette loi, prenant en compte la propagation des fissures, a déjà été réalisée [Brajer 04] pour des défauts de surface du verre. La figure 5.20 montre comment cette loi peut être implantée. Tout se passe dans la "case fragmentation simple" de la figure 5.19. Le but est de modéliser la coalescence des différentes fissures et la propagation mésoscopique. Pour cela une variable d'endommagement δ_i peut se propager d'éléments en éléments. Son évolution est définie par la même loi incrémentale que celle utilisée auparavant (éq.

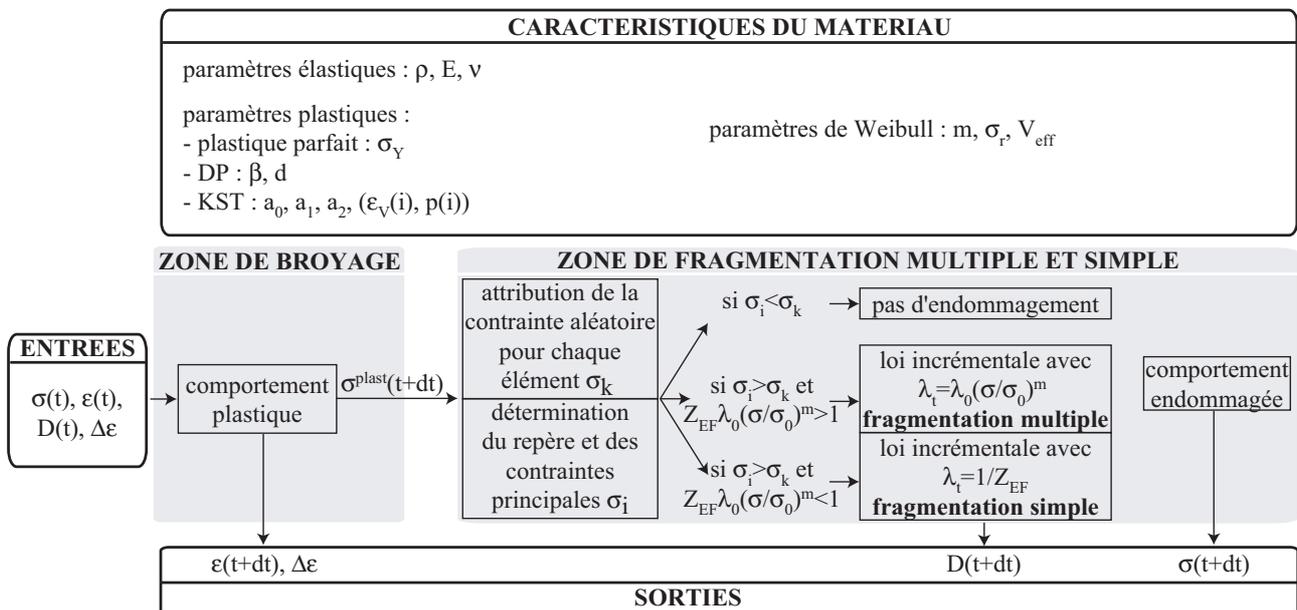


FIG. 5.19: Loi de comportement permettant de simuler la fragmentation de la roche face à un chargement dynamique.

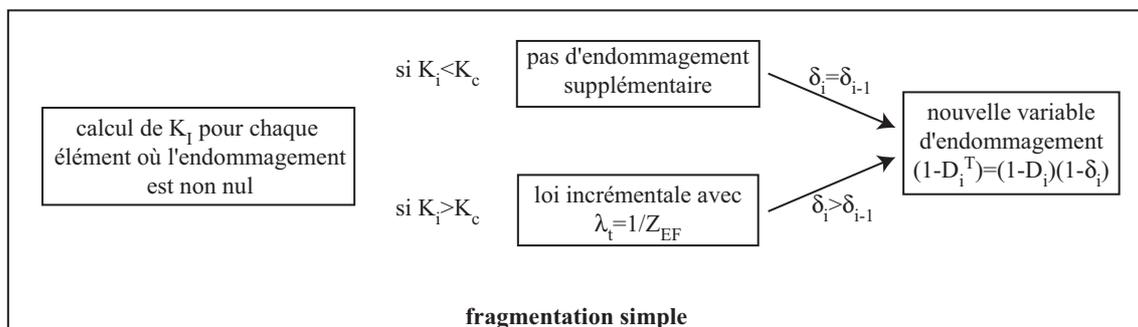


FIG. 5.20: Algorithme de propagation des fissures [Brajer 04].

(4.42)) avec $\lambda_t = 1/Z_{EF}$ où Z_{EF} est le volume d'un élément fini. Une nouvelle variable d'endommagement D^T est alors définie

$$1 - D^T = (1 - D)(1 - \delta) \quad (5.23)$$

La figure 5.20 montre aussi que le paramètre du matériau intervenant dans le critère de propagation est la ténacité K_c . Un seul paramètre supplémentaire permet donc de modéliser la propagation.

De plus, une prise en compte de l'effet des gaz dans la simulation permettrait de connaître leur rôle dans la fragmentation. Swenson et Taylor [Swenson 83] ont déjà introduit dans leur modèle l'effet d'une pression constante dans une fissure. Cette pression est prise en compte dans le calcul de la projection normale à la fissure de $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}$ (fig. 5.19). Des critères de propagation ont même été écrit en fonction de la ténacité du matériau pour une pression non-uniforme dans la fissure [Garagash 97, Haimson 04]. Cette partie devra donc être implantée dans la "case comportement plastique" de la figure 5.19. Cependant, quelle sera la valeur de la pression ? Elle dépend bien sûr de la densité de fissuration. Il sera alors nécessaire de faire des boucles entre la pression dans les fissures et la densité de fissuration jusqu'à la convergence.

Le chapitre 5 a montré aussi les limites de la simulation du chargement d'un explosif. Le calcul brièvement présenté [Saurel 99] a été très simplifié pour diminuer le temps de calcul. En résumé, pour pouvoir un jour modéliser un tir en carrière, trois points semblent indispensables :

- améliorer le calcul hydromécanique ;
- ajouter la propagation de fissure au modèle ;
- prendre en compte l'effet des gaz.

D'autres problèmes seront alors à résoudre et notamment l'effet d'échelle du modèle. Les éléments du maillage ne seront plus millimétriques lors de la simulation d'un tir en carrière.

Enfin, il semble important de réaliser des essais pyrotechniques en effectuant des mesures de déformations dans la roche et en observant la trajectoire des gaz. Une validation du modèle est indispensable. Quels essais peut-on faire pour observer l'effet des gaz ? Cette question est ouverte. Les essais en laboratoire sont-ils représentatifs de ce qu'il se passe en carrière ? D'importants et passionnants travaux expérimentaux seront à réaliser pour valider les modèles et arriver jusqu'à la prévision d'un tir en carrière complet.

Annexe : calcul d'incertitude

Quelques définitions

Erreur et incertitude L'erreur absolue de mesure δx est la différence entre le résultat de la mesure d'une grandeur x , et la valeur réelle x_0 de la grandeur. On appelle incertitude absolue d'une mesure Δx la borne supérieure de l'erreur.

Propagation des erreurs Si le mesurande Y est une fonction des grandeurs X_1, X_2, \dots, X_n mesurées avec des écart-types $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

alors l'écart-type sur Y est

$$\sigma_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \sigma_i^2}$$

à condition que les grandeurs X_i soient indépendantes. On peut déduire de cette relation la formule de l'incertitude ΔY

$$\Delta Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \Delta X_i^2}$$

Estimation d'une grandeur et de son incertitude à partir de plusieurs essais indépendants

Expression Soit x_i les différentes mesures d'écart-type σ_{xi} de n essais. L'estimation du maximum de vraisemblance dans l'hypothèse d'erreurs distribuées normalement donne la valeur moyenne x et l'écart-type σ_x dû aux erreurs de mesures [Baléo 03]

$$x = \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma_{xi}^2} \right) / \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{xi}^2} \right) \quad \sigma_x = \sqrt{1 / \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\sigma_{xi}^2} \right)}$$

Cette relation peut s'écrire avec les incertitudes

$$x = \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\Delta x_i^2} \right) / \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\Delta x_i^2} \right) \quad \sigma_x = \sqrt{1 / \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\Delta x_i^2} \right)}$$

Exemple pour la masse volumique Au chapitre 3, on a exprimé la masse volumique ρ à partir de

$$\rho = \frac{m_{air}}{m_{air} - m_{eau}} \rho_{eau}$$

où m^{air} et m^{eau} sont respectivement la masse de l'échantillon mesurée dans l'air et dans l'eau et ρ_{eau} la masse volumique de l'eau. La propagation des erreurs implique

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m_{air}}\right)^2 \Delta m_{air}^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial m_{eau}}\right)^2 \Delta m_{eau}^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial \rho_{eau}}\right)^2 \Delta \rho_{eau}^2}$$

L'incertitude de mesure des masses est estimée par : $\Delta m_{air} = \Delta m_{eau} = 0.01$ g. Pour la masse volumique de l'eau, l'incertitude est estimée à : $\Delta \rho_{eau} = 0.11$ kg.m⁻³ (elle provient surtout de l'erreur de lecture de la température de l'eau). Huit échantillons ont été testés pour les deux roches :

- pour le calcaire crinoïde : $\rho = 2700 \pm 30$ kg.m⁻³ ;
- pour la blanche de Beaucaire : $\rho = 2230 \pm 30$ kg.m⁻³.

Exemple pour la contrainte de rupture Au chapitre 3, on a exprimé la contrainte de rupture en compression uniaxiale σ_r à partir de

$$\sigma_r = \frac{F_r}{S}$$

où F_r est l'effort de rupture et S la surface nominale de l'éprouvette. La propagation des erreurs s'écrit

$$\Delta\sigma_r = \sqrt{\left(\frac{\partial\sigma_r}{\partial F_r}\right)^2 \Delta F_r^2 + \left(\frac{\partial\sigma_r}{\partial S}\right)^2 \Delta S^2}$$

L'incertitude de mesure est estimée : $\Delta S = 5$ mm². Pour l'effort, l'incertitude vaut un pourcent de la gamme choisie : $\Delta F_r = 10000$ N pour le calcaire crinoïde et $\Delta F_r = 500$ N pour la blanche de Beaucaire. Deux échantillons ont été testés pour les deux roches :

- pour le calcaire crinoïde : $\sigma_r = 147 \pm 5$ MPa ;
- pour la blanche de Beaucaire : $\sigma_r = 10.8 \pm 0.4$ MPa.

Régression linéaire avec erreur suivant les abscisses

Expression Soit les mesures x_i d'incertitude Δx_i et les mesures y_i . On veut effectuer la régression linéaire : $y(x_i) = a + bx_i$ qui se rapproche au "mieux" des mesures y_i . On utilise la fonction de mérite χ^2 que l'on minimise pour évaluer a et b

$$\chi^2(a, b) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - a - bx_i}{\Delta x_i} \right)^2$$

Pour cela on résout le système

$$\frac{\partial\chi^2}{\partial a} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial\chi^2}{\partial b} = 0$$

La résolution donne

$$a = \frac{S_y S_{xx} - S_x S_{xy}}{SS_{xx} - S_x^2} \quad b = \frac{SS_{xy} - S_x S_y}{SS_{xx} - S_x^2}$$

avec

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\Delta x_i^2} \quad S_x = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\Delta x_i^2} \quad S_{xx} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\Delta x_i^2} \quad S_y = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\Delta x_i^2} \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i y_i}{\Delta x_i^2}$$

La propagation des erreurs permet d'écrire

$$\Delta b^2 = \frac{S}{SS_{xx} - S_x^2}$$

$$\Delta a^2 = \frac{S_{xx}}{SS_{xx} - S_x^2}$$

Exemple pour le module de Weibull Au chapitre 3, on a identifié le module de Weibull m à partir de

$$\ln(-\ln(1 - P_r)) = m \ln(\sigma_r) + \ln\left(\frac{V}{2(m+1)^2 V_0 \sigma_0^m}\right)$$

où P_r est la probabilité de rupture, σ_r la contrainte de rupture, V le volume de l'éprouvette et $V_0 \sigma_0^m$ le facteur d'échelle du modèle de Weibull. Il faut exprimer les incertitudes $\Delta \ln(\sigma_r)$ de chaque abscisse. Soit $\Delta d = 0.5$ mm et $\Delta F = 200$ N les erreurs sur les distances et les efforts. La relation de la contrainte σ et de son incertitude avec les mesures effectuées est

$$\sigma = \frac{3 FL}{2 eh^2}$$

$$\Delta \sigma = \sqrt{\left(\frac{3 L}{2 eh^2}\right)^2 \Delta F^2 + \left(\frac{3 FL}{2 e^2 h^2}\right)^2 \Delta d^2 + \left(3 \frac{FL}{eh^3}\right)^2 \Delta d^2}$$

où F est l'effort, L la longueur entre appuis, e l'épaisseur et h la hauteur de l'éprouvette. Quarante échantillons ont été utilisés pour les régressions pour les deux roches :

- pour le calcaire crinoïde : $m = 22.3 \pm 0.1$ et $\sigma_0 = 18.6 \pm 0.7$ MPa pour $V_0 = 1$ cm³ ;
- pour la blanche de Beaucaire : $m = 3.8 \pm 0.5$ et $\sigma_0 = 5 \pm 2$ MPa pour $V_0 = 1$ cm³.

Régression linéaire avec erreur suivant les abscisses et suivant les ordonnées

Expression Soit les mesures x_i d'incertitude Δx_i et les mesures y_i d'incertitude Δy_i . On veut effectuer la régression linéaire : $y(x_i) = a + bx_i$ qui se rapproche au "mieux" des mesures y_i . On utilise la fonction de mérite χ^2 que l'on minimise pour évaluer a et b

$$\chi^2(a, b) = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - a - bx_i)^2}{\Delta y_i^2 + b^2 \Delta x_i^2}$$

La résolution de ce système ne peut pas se faire analytiquement, mais il permet tout de même de déterminer a , b , σ_a et σ_b .

Exemple pour le module d'Young et le coefficient de Poisson Au chapitre 3, on a identifié le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν à partir de

$$\sigma = E \varepsilon_L \quad \varepsilon_T = \nu \varepsilon_L$$

où σ est la contrainte de compression, ε_L la déformation longitudinale et ε_T la déformation transversale. Il faut exprimer les écart-types Δx_i et les Δy_i . En utilisant le même raisonnement que précédemment, on trouve : $\Delta \varepsilon = 10^{-6}$ et $\Delta \sigma = 0.4$ MPa. Quatre tests ont été effectués :

- pour le calcaire crinoïde : $E = 77.82 \pm 0.04$ GPa et $\nu = 0.28 \pm 0.02$;
- pour la blanche de Beaucaire : $E = 6.04 \pm 0.05$ GPa et $\nu = 0.343 \pm 0.003$.

Bibliographie

- [Achenbach 75] J. D. Achenbach. *Wave Propagation in Elastic Solids*. Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 1975.
- [AFTES 00] AFTES. *Les explosifs à l'usage des mines, travaux publics et carrières, commercialisés en France*. *Tunnels et Ouvrages Souterrains*, vol. 161, pages 289–301, 2000.
- [Andrieux 86] S. Andrieux, Y. Bamberger & J.-J. Marigo. *Un modèle de matériau microfissuré pour les bétons et les roches*. *J. Méc. Th. Appl.*, vol. 5, no. 3, pages 471–513, 1986.
- [Austing 93] J. L. Austing, A. J. Tulis, D. E. Baker, D. E. Brzycki, G. S. Gribbon, D. C. Heberlein, D. L. Patel & H. Egghert. *The Calibration of Carbon Resistor Gauges to Measure the Detonation Pressure of Explosives Confined in Glass Tubes*. pages 539–550, 5^e congrès international de pyrotechnie (EUROPYRO 93), Strasbourg, 1993.
- [Austing 95] J. L. Austing, A. J. Tulis, R. P. Joyce, C. E. Foxx, D. J. Hrdina & T. J. Bajzek. *Carbon Resistor Gauges for Measuring Shock and Detonation Pressures*. *Propellants Explos. Pyrotech.*, vol. 20, no. 4, pages 159–169, 1995.
- [Baléo 03] J. N. Baléo, B. Bourges, C. Faur-Brasquet & P. Le Cloiret. *Méthodologie expérimentale : méthodes et outils pour les expérimentations scientifiques*. Ed. TEC&DOC, Paris, 2003.
- [Berthet-Rambaud 04] P. Berthet-Rambaud. *Structures rigides soumises aux avalanches et chutes de blocs : modélisation du comportement mécanique et caractérisation de l'interaction phénomène-ouvrage*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier de Grenoble, 2004.
- [Berthet-Rambaud 05] P. Berthet-Rambaud, J. Mazars, L. Daudeville & P. Perrotin. *Impacts de blocs rocheux sur les structures en béton : expérimentation et modélisation*. Colloque National Mécamat, Mécanismes et mécanique du comportement, de la dégradation et de la rupture des matériaux sous sollicitations dynamiques, Aussois, 2005.
- [Berthet-Rambaud 07] P. Berthet-Rambaud, A. Limam, P. Roenelle, F. Rapin, J.-M. Tacnet & J. Mazars. *Avalanche Action on Rigid Structures : Back-Analysis of Taconnaz Deflective Walls' Collapse in February 1999*. *Cold Regions Sci. Tech.*, vol. 47, pages 16–31, 2007.
- [Besnard 06] G. Besnard, F. Hild & S. Roux. *"Finite-Element" Displacement Fields Analysis from Digital Images : Application to Portevin-Le Châtelier Bands*. *Exp. Mech.*, vol. 46, no. 6, pages 789–804, 2006.
- [Beylat 96] L. Beylat & C. E. Cottenot. *Characterization of SiC Materials after Interaction with a Kinetic Energy Projectile*. pages 459–468, Proceedings SUSI '96 symposium, 1996.

- [Bishoff 91] P. H. Bishoff & S. H. Perry. *Compressive Behavior of Concrete at High Strain Rates*. Mat. Struct., vol. 24, no. 6, pages 425–450, 1991.
- [Blanchier 00] A. Blanchier. *Le minage sous contrôle*. Industries Minérales - Mines & Carrières, vol. 82, pages 40–42, 2000.
- [Brajer 04] X. Brajer. *Comportement dynamique du verre sous impact*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- [Burlion 97] N. Burlion. *Compaction des bétons : éléments de modélisation et caractérisation expérimentale*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1997.
- [Burr 95] A. Burr, F. Hild & F. A. Leckie. *Micro-Mechanics and Continuum Damage Mechanics*. Arch. Appl. Mech., vol. 65, no. 7, pages 437–456, 1995.
- [Cagnoux 85] J. Cagnoux. *Déformation et ruine d'un verre pyrex soumis à un choc intense : étude expérimentale et modélisation du comportement*. Thèse d'Etat, Université de Poitiers, 1985.
- [Ceficem 06] Ceficem. *Préparation au certificat de préposé au tir*. Rapport Technique, Ceficem, 2006.
- [Chapot 81] P. Chapot. *Etude des vibrations provoquées par les explosifs dans les massifs rocheux*. Rapport Technique, Laboratoire des Ponts et Chaussées, 1981.
- [Chavez 02] R. Chavez. *Le contrôle de la géométrie du tir*. Industries Minérales - Mines & Carrières - Les Techniques, vol. 14, pages 23–31, 2002.
- [Chavez 07] R. Chavez, F. Leclerc & R. McClure. *Applying up-to-date Blasting Technology and Mine to Mill Concept in Quarries*. 33rd annual Conference of the International Society of Explosives Engineers, Nashville, 2007.
- [Davies 48] R. M. Davies. *A Critical Study of Hopkinson Pressure Bar*. Phil. Trans. Roy. Soc., vol. A240, pages 375–457, 1948.
- [den Reijer 91] P. C. den Reijer. *Impact on Ceramic Faced Armor*. Thèse de doctorat, Delft Technical University, 1991.
- [Denoual 98] C. Denoual. *Approche probabiliste du comportement à l'impact du carbure de silicium : application aux blindages moyens*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1998.
- [Denoual 00] C. Denoual & F. Hild. *A Damage Model for the Dynamic Fragmentation of Brittle Solids*. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., vol. 183, no. 3 & 4, pages 247–258, 2000.
- [Denoual 02] C. Denoual & F. Hild. *Dynamic Fragmentation of Brittle Solids : a Multi-Scale Model*. Eur. J. Mech. A/Solids, vol. 21, no. 1, pages 105–120, 2002.
- [Donath 71] F. A. Donath & L. S. Fruth. *Dependence of Strain-Rate Effects on Deformation Mechanism and Rock Type*. J. Geol., vol. 79, pages 347–371, 1971.
- [Drucker 52] D. C. Drucker & W. Prager. *Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design*. Quart. Appl. Math., vol. 10, no. 2, pages 157–165, 1952.
- [Fabrikant 90] V. I. Fabrikant. *Complete Solution to some Mixed Boundary Value Problem in Elasticity*. Adv. Appl. Mech., vol. 27, pages 153–223, 1990.
- [Forquin 03] P. Forquin. *Endommagement et fissuration de matériaux fragiles sous impact balistique, rôle de la microstructure*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2003.
- [Forquin 04] P. Forquin, L. Rota, Y. Charles & F. Hild. *A Method to Determine the Macroscopic Toughness Scatter of Brittle Materials*. Int. J. Fract., vol. 125, no. 1 & 2, pages 171–187, 2004.

- [Forquin 06] P. Forquin, A. Arias & R. Zaera. *An Experimental Method of Measuring the Confined Compression Strength of Geomaterials*. Int. J. Solids Struct., vol. 44, no. 13, pages 4291–4317, 2006.
- [Forquin 07] P. Forquin & F. Hild. *Dynamic Fragmentation of an Ultra-High Strength Concrete during Edge-On Impact Tests*. J. Eng. Mech., in press, 2007.
- [Garagash 97] D. Garagash & E. Detournay. *An Analysis of Influence of the Pressurization Rate on the Borehole Breakdown Pressure*. Int. J. Solids Struct., vol. 34, no. 24, pages 3099–3118, 1997.
- [Gatuingt 99] F. Gatuingt. *Prévision de la rupture d'ouvrages en béton sollicités en dynamique rapide*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1999.
- [GEMO 00] GEMO. *Détermination des énergies des explosifs en immersion sous confinement*. Rapport Technique, Nitrochimie, 2000.
- [Grange 04] S. Grange. *Fragmentation dynamique des roches*. Rapport de Stage de DEA, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- [Grange 07] S. Grange, P. Forquin, S. Mencacci & F. Hild. *On the Dynamic Fragmentation of two Limestones using Edge-On Impact Tests*. Int. J. Impact Eng., soumis, 2007.
- [Grare 02] L. Grare. *Approche numérique de l'abattage de roches*. Rapport de stage de Maîtrise, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2002.
- [Haimson 04] B. C. Haimson. *Hydraulic Fracturing and Rock Characterization*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol. 41, no. 3, pages 188–194, 2004.
- [Halm 98] D. Halm & A. Dragon. *An Anisotropic Model of Damage and Fictional Sliding for Brittle Materials*. Eur. J. Mech. A/Solids, vol. 17, no. 3, pages 439–460, 1998.
- [Hamami 99] M. Hamami. *Simultaneous Effect of Loading Rate and Confining Pressure on the Deviator Evolution in Rock Salt*. Int. J. Rock. Mech. Min. Sc., vol. 36, no. 6, pages 827–831, 1999.
- [Hild 92] F. Hild & D. Marquis. *A Statistical Approach to the Rupture of Brittle Materials*. Eur. J. Mech. A/Solids, vol. 11, no. 6, pages 753–765, 1992.
- [Hild 98] F. Hild. *Endommagement, rupture et changement d'échelle dans les matériaux hétérogènes*. Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), 1998.
- [Hild 99] F. Hild, J. N. Périé & M. Coret. *Mesure de champs de déplacements 2D par intercorrélation d'images : CORRELI^{2D}*. Rapport 230, LMT-Cachan, 1999.
- [Hild 02] F. Hild. *CORRELI^{LMT} : A Software for Displacement Field Measurements by Digital Image Correlation*. Rapport 254, LMT-Cachan, 2002.
- [Hopkinson 14] B. Hopkinson. *A Method of Measuring the Pressure in the Deformation of High Explosives by the Impact of Bullets*. Phil. Trans. Roy. Soc., vol. A213, pages 437–456, 1914.
- [Hornemann 84] U. Hornemann, J. F. Kalthoff, H. Rothenhäusler, H. Senf & S. Winkler. *Experimental Investigation of Wave and Fracture Propagation in Glass - Slabs Loaded by Steel Cylinders at High Impact Velocities*. EMI report E 4/84, Weil am Rhein, Allemagne, 1984.
- [Jayatilaka 77] A. S. Jayatilaka & K. Trustrum. *Statistical Approach to Brittle Fracture*. J. Mater. Sci., vol. 12, no. 7, pages 1426–1430, 1977.

- [Jeulin 91] D. Jeulin. *Modèles morphologiques de structures aléatoires et de changement d'échelle*. Thèse de doctorat d'Etat, Université de Caen, 1991.
- [Kanninen 85] M. F. Kanninen & C. H. Popelar. *Advanced fracture mechanics*. Oxford Univ. Press, Oxford, 1985.
- [Katsabanis 93] P. D. Katsabanis & C. Yeung. *Effects of Low Amplitude Shock Waves on Commercial Explosives - the Sympathetic Detonation Problem*. 4th symposium on rock fragmentation by blasting (Fragblast 4), Vienna, 1993.
- [Katsabanis 94] P. D. Katsabanis, C. Yeung, G. Fritz & R. Heater. *Explosives Malfunction from Sympathetic Detonation to Shock Desensitization*. 10th symposium on explosives and blasting research, Austin, Texas, 1994.
- [Kennedy 76] R. P. Kennedy. *A Review of Procedures for the Analysis and Design of Concrete Structures to Resist Missile Impact Effects*. Nucl. Eng. Des., vol. 37, no. 2, pages 183–203, 1976.
- [Krieg 72] R.D. Krieg. *A Simple Constitutive Description for Soils and Crushable Foams*. Rapport Technique, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM, 1972.
- [Kutter 71] H. K. Kutter & C. Fairhurst. *On the Fracture Process in Blasting*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol. 8, pages 181–202, 1971.
- [Latourte 02] F. Latourte. *Développement d'un logiciel de corrélation d'images adapté à l'analyse de tirs en carrière*. Rapport de stage de Maîtrise, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2002.
- [Lawn 93] B. R. Lawn. *Fracture of Brittle Material*. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- [Li 98a] C. Li, R. Prikryl & E. Nordlund. *The Stress-Strain Behaviour of Rock Material Related to Fracture under Compression*. Eng. Geol., vol. 49, no. 3 & 4, pages 293–302, 1998.
- [Li 98b] S. Li & E. Z. Lajtai. *Modeling the Stress-Strain Diagram for Brittle Rock Loaded in Compression*. Mech. Mat., vol. 30, no. 3, pages 243–251, 1998.
- [Li 99] H. B. Li, J. Zhao & T. J. Li. *Triaxial Compression Tests on a Granite at Different Strain Rates and Confining Pressures*. Int. J. Rock. Mech. Min. Sc., vol. 36, no. 8, pages 1057–1063, 1999.
- [Li 04] H. B. Li, J. Zhao, J. R. Li, Y. Q. Liu & Q. C. Zhou. *Experimental Studies on the Strength of Different Rock Types under Dynamic Compression*. Int. J. Rock. Mech. Min. Sc., vol. 41, no. 3, pages 68–73, 2004.
- [Martin 06] F. Martin. *Notes sur les usages des explosifs en génie civil*. Rapport Technique, Centre d'Etudes des Tunnels, 2006.
- [Masuda 87] K. Masuda, H. Mizutani & I. Yamada. *Experimental Study of Strain-Rate Dependence and Pressure Dependence of Failure Properties of Granite*. J. Phys. Earth, vol. 35, no. 1, pages 37–66, 1987.
- [Mazars 86] J. Mazars. *A Description of Micro and Macro-Scale Damage of Concrete Structures*. Eng. Fract. Mech., vol. 25, no. 5 & 6, pages 729–737, 1986.
- [Mazars 04] J. Mazars, P. Berthet-Rambaud & L. Daudeville. *Numerical Modelling of Reinforced Concrete Slabs for the Design of New Rock Shed*. volume 2, pages 957–964, *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, FRAMCOS, Colorado, 2004.

- [Mencacci 03] S. Mencacci & R. Farnfield. *The Measurement and Analysis of Near-Field Pressure Transients in Production Blasting*. 2nd European Federation of Explosives Engineers World Conference On Explosives and Blasting, Prague, 2003.
- [Mencacci 05] S. Mencacci & R. Chavez. *The Measurement and Analysis of Detonation Pressure during Blasting*. pages 231–236, 3rd European Federation of Explosives Engineers World Conference On Explosives and Blasting, Brighton, 2005.
- [Moser 03] P. Moser, A. Grasedieck, J. Du Mouza & E. Hamdi. *Breakage Energy in Rock Blasting*. pages 323–334, 2nd European Federation of Explosives Engineers World Conference On Explosives and Blasting, Prague, 2003.
- [Moser 05] P. Moser. *Less Fines in Aggregate and Industrial Minerals Production - Results of a European Research Project*. pages 567–574, 3rd European Federation of Explosives Engineers World Conference On Explosives and Blasting, Brighton, 2005.
- [Murakami 87] Y. Murakami. *Stress intensity factors handbook*. Pergamon Press, Tokyo, 1987.
- [Nose 88] T. Nose & T. Fujii. *Evaluation of Fracture Toughness for Ceramics Materials by a Single-Edge-Pre-cracked-Beam Method*. J. Am. Ceram. Soc., vol. 71, no. 5, pages 328–333, 1988.
- [Olsson 91] W. A. Olsson. *Compressive Strength of Tuff as a Function of Strain Rate 10^{-6} to 10^3 /s*. Int. J. Rock. Mech. Min. Sc., vol. 28, no. 1, pages 115–118, 1991.
- [Pancheri 98] P. Pancheri, P. Bosetti, R. Dal Maschio & V. M. Sglavo. *Production of Sharp Cracks in Ceramic Materials by Three-Point Bending of Sandwiched Specimens*. Eng. Fract. Mech., vol. 59, no. 4, pages 447–456, 1998.
- [Pontiroli 95] C. Pontiroli. *Comportement au souffle des structures en béton armé, analyse expérimentale et modélisation*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1995.
- [Quint 93] S. Quint. *Augmentation de la perméabilité d'un forage d'eau par fracturation à l'explosif*. Rapport de stage, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1993.
- [Ribovich 68] J. Ribovich, R. W. Watson & F. C. Gibson. *Instrumented Card Gap Test*. Am. Ins. Aero. Astro., vol. 6, no. 7, pages 1260–1263, 1968.
- [Ricciardi 03] G. Ricciardi. *Approche numérique de l'abattage de roches*. Rapport de stage de Maîtrise, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2003.
- [Rinehart 65] J. S. Rinehart. *Dynamic Fracture Strengths of Rocks*. Proceedings 7th Symp. Rock Mech., 1965.
- [Riou 96] P. Riou. *Contribution à l'étude de l'endommagement du carbure de silicium lors d'un impact de basse énergie : application aux blindages*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1996.
- [Rouabhi 05] A. Rouabhi, M. Tijani, P. Moser & D. Goetz. *Continuum Modelling of Dynamic Behavior and Fragmentation of Quasi-Brittle Materials : Application to Rock Fragmentation by Blasting*. Int. J. Anal. Meth. Geomech., vol. 29, pages 729–749, 2005.
- [Roux 06] S. Roux & F. Hild. *Stress Intensity Factor Measurements from Digital Image Correlation : Post-Processing and Integrated Approaches*. Int. J. Fract., vol. 140, no. 1–4, pages 141–157, 2006.

- [Sari 06] M. Sari & C. Karpuz. *Rock Variability and Establishing Confining Pressure Levels for Triaxial Tests Rocks*. Int. J. Rock. Mech. Min. Sc., vol. 43, no. 2, pages 328–335, 2006.
- [Saurel 99] R. Saurel, S. Mencacci & S. Mercier. *HYDRO3D : Un outil simple pour la simulation de problème de détonique*. pages 393–407, 7^e congrès international de pyrotechnie (EUROPYRO 99), Brest, 1999.
- [Shockey 74] D A. Shockey, D R. Curran, L. Seaman, J T. Rosenberg & C F. Petersen. *Fragmentation of Rocks under Dynamic Loads*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol. 11, no. 8, pages 303–317, 1974.
- [Srawley 76] J. E. Srawley. *Wide Range Stress Intensity Factor Expression for ASTM E 399 Standard Fracture Toughness Specimens*. Int. J. Fract., vol. 12, no. 3, pages 475–476, 1976.
- [Strassburger 94] E. Strassburger, H. Senf & H. Rothenhäusler. *Fracture Propagation during Impact in Three Types of Ceramics*. J. Phys., vol. IV, no. coll. C8 [suppl. IV], pages 653–658, 1994.
- [Swenson 83] D. V. Swenson & L. M. Taylor. *A Finite Element Model for the Analysis of Tailored Pulse Stimulation of Boreholes*. Int. J. Num. Analyt. Meth. Geomech., vol. 7, no. 4, pages 469–484, 1983.
- [Thiard 91] R. Thiard & Y. G. Sifre. *Principes des schémas de tirs à ciel ouvert*. Industries Minérales - Mines & Carrières - Les Techniques, vol. 73, no. 4-5, pages 43–50, 1991.
- [Weibull 39] W. Weibull. *A Statistical Theory of the Strength of Materials*. Roy. Swed. Inst. Eng. Res., vol. 151, 1939.
- [Weibull 51] W. Weibull. *A Statistical Distribution Function of Wide Applicability*. J. Appl. Mech., vol. 18, no. 3, pages 293–297, 1951.
- [Wieland 88] M. Wieland. *Cross Borehole Stress Wave Measurement in Underground Coal*. 4th minisymposium on explosives and blasting research, Anaheim, California, 1988.
- [WipFrag 04] WipFrag. *WipFrag For Windows ver. 2.3*. Rapport Technique, WipWare, 2004.
- [Wong 02] R. H. C. Wong, C. A. Tang, K. T. Chau & P. Lin. *Splitting Failure in Brittle Rocks Containing Pre-Existing Flaws under Uniaxial Compression*. Eng. Fract. Mech., vol. 69, no. 17, pages 1853–1871, 2002.