



**HAL**  
open science

# Estimation des échos à basse fréquence dans un local de mesure

Alexandre Gintz

► **To cite this version:**

Alexandre Gintz. Estimation des échos à basse fréquence dans un local de mesure. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2009. Français. NNT: . tel-00511194

**HAL Id: tel-00511194**

**<https://theses.hal.science/tel-00511194>**

Submitted on 24 Aug 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*Université de Provence (Aix-Marseille I)*

THESE

pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université Aix-Marseille I**

Discipline : ACOUSTIQUE

présentée et soutenue publiquement

par

**Alexandre GINTZ**

le 11 décembre 2009

• • •

**Estimation des échos à basse fréquence  
dans un local de mesure**

• • •

**Directeurs de thèse :**

Philippe HERZOG - Emmanuel FRIOT

**Jury :**

MM.	Alain BERRY	GAUS	Rapporteur
	Christian CARME	TECHNOFIRST	Invité
	Emmanuel FRIOT	LMA-CNRS	Directeur de thèse
	Alexandre GARCIA	CNAM	Rapporteur
	Philippe HERZOG	LMA-CNRS	Directeur de thèse
	Philippe JEAN	CSTB	Examinateur
	Frédéric LEBON	LMA-CNRS	Examinateur



## **Estimation des échos à basse fréquence dans un local de mesure**

**Résumé :** Dans un local de mesure, les réflexions sur les parois (échos) peuvent s'avérer gênantes. Comme les performances des matériaux absorbants actuels sont réduites aux basses fréquences, le contrôle actif en temps réel des échos à basse fréquence est l'objet d'études au LMA depuis plusieurs années. La principale difficulté rencontrée dans la mise en oeuvre de ce contrôle réside dans l'estimation de ces échos, grandeurs non directement mesurables à l'aide d'un capteur. L'objectif de ce travail de thèse a donc été de trouver une méthode d'estimation. Le dispositif envisagé repose sur la discrétisation d'une surface fermée sur laquelle sont disposés des microphones de pression. Des « filtres d'échos », qui relient les signaux de pression sur la surface de microphone aux échos dans le local, sont identifiés *in situ* en utilisant un protocole expérimental spécifique ou, dans des cas de géométries et de conditions aux limites simples, via un modèle numérique. Les expériences menées dans une maquette de  $2 \times 1.1 \times 1.2 \text{ m}^3$  munie de 32 microphones ont ainsi montré qu'il était possible d'estimer raisonnablement les échos dans une cavité réfléchissante ou partiellement absorbante, jusqu'à une fréquence d'environ 350 Hz.

**Mots-clés :** Acoustique - Estimation des échos - Mesure des échos - Contrôle actif - Représentation intégrale - Chambre anéchoïque - Dipôle

## **Echoes estimation at low frequency in a measurement room**

**Abstract :** In a measurement room the sound reflexions on the boundaries (echoes) can prove to be a nuisance. Since performance of damping materials are limited at low frequencies, the real-time active control of echoes has been studied at the LMA for several years. The main difficulty encountered in the application of this control lies in the estimation of echoes, which are not directly measurable with a captor. The goal of this study was to find an estimation method. The system chosen consists in the discretization of a surface with pressure microphones placed on it. Some « echoes filters » connect the pressure signals on the surface together with echoes inside the room. They are identified by using an experimental protocol or, in the case of simple geometries and boundary conditions, by a numerical model. The experiments that have been realized in a  $2 \times 1.1 \times 1.2 \text{ m}^3$  mock-up with 32 microphones have shown that it was possible to reasonably evaluate the echoes in a reflective or partially absorbing room, until an approximate frequency of 350 Hz.

**Keywords :** Acoustics - Echoes estimation - Echoes measurement - Active control - Integral formulation - Anechoic chamber - Dipole

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Réduction des échos par absorption passive . . . . .	3
1.2	Réduction des échos par méthode active . . . . .	5
1.2.1	Les matériaux hybrides ou le contrôle d'impédance . . . . .	5
1.2.2	Le contrôle actif du champ diffracté . . . . .	7
1.3	Conclusion : comment estimer les échos dans un local ? . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Formulation intégrale des échos</b>	<b>13</b>
2.1	Contexte et définition . . . . .	15
2.2	Formulation intégrale des échos . . . . .	16
2.2.1	Domaine temporel . . . . .	17
2.2.2	Domaine fréquentiel . . . . .	19
2.3	Formulation sans gradient de pression . . . . .	20
2.3.1	Cas où le gradient de pression est négligeable . . . . .	20
2.3.2	Opérateur d'admittance ramené . . . . .	21
2.4	Formulation des échos en présence d'un objet . . . . .	23
2.4.1	Erreur d'estimation des échos en présence d'un objet . . . . .	23
2.4.2	Erreur d'estimation en présence d'une source usuelle . . . . .	24
2.5	Conclusion du chapitre . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Dispositif d'estimation des échos</b>	<b>27</b>
3.1	Principe du dispositif d'estimation d'échos . . . . .	29
3.1.1	Dispositif avec capteurs de gradient de pression . . . . .	30
3.1.2	Dispositif sans capteurs de gradient de pression . . . . .	31
3.2	Calcul des filtres d'échos . . . . .	32
3.2.1	Maillage QUAD . . . . .	33
3.2.2	Maillage TRILIN . . . . .	34
3.2.3	Intégration des filtres d'échos . . . . .	36

3.2.4	Conclusion sur le calcul des filtres d'échos . . . . .	37
3.3	Mesure des filtres d'échos . . . . .	37
3.3.1	Principe d'évaluation . . . . .	38
3.3.2	Mesure des échos . . . . .	41
3.3.3	Résolution du système linéaire . . . . .	45
3.3.4	Conclusion sur l'estimation des filtres d'échos . . . . .	52
3.4	Conclusion du chapitre . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Simulation d'estimation d'échos</b>	<b>55</b>
4.1	Simulation de champ acoustique . . . . .	57
4.1.1	Méthode modale . . . . .	57
4.1.2	Méthode des sources-images . . . . .	58
4.1.3	Méthode des éléments finis de frontière . . . . .	59
4.1.4	Méthode des éléments finis . . . . .	59
4.1.5	Conclusion : choix de la méthode . . . . .	60
4.2	Paramètres de simulation . . . . .	61
4.2.1	Maillages de surface d'estimation . . . . .	61
4.2.2	Conditions aux limites de la cavité . . . . .	62
4.2.3	Performances de l'estimation . . . . .	64
4.3	Résultats des simulations . . . . .	66
4.3.1	Résultats avec information de gradient de pression . . . . .	67
4.3.2	Résultats sans information de gradient de pression . . . . .	79
4.4	Conclusion du chapitre . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Expérience d'estimation d'échos</b>	<b>89</b>
5.1	Dispositif expérimental . . . . .	91
5.1.1	Les cavités . . . . .	91
5.1.2	Les sources utilisées . . . . .	92
5.1.3	Description de l'expérience . . . . .	97
5.1.4	Mesure des filtres d'échos . . . . .	100
5.1.5	Critère de performance de l'estimation des échos . . . . .	101
5.2	Résultats en cavité réfléchissante . . . . .	101
5.2.1	Résultats avec filtres calculés . . . . .	102
5.2.2	Résultats avec filtres mesurés . . . . .	109
5.2.3	Résultats avec filtres hybrides . . . . .	116

---

5.2.4	Conclusions sur les résultats en cavité réfléchissante . . . . .	120
5.3	Résultats en cavité absorbante . . . . .	122
5.3.1	Résultats avec filtres calculés . . . . .	122
5.3.2	Résultats avec filtres mesurés . . . . .	124
5.3.3	Conclusions sur les résultats en cavité absorbante . . . . .	129
5.4	Conclusion du chapitre . . . . .	129
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>131</b>
	<b>Liste des symboles</b>	<b>135</b>
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>144</b>
	<b>Annexes</b>	<b>145</b>
<b>A</b>	<b>Méthode des moindres carrés et régularisation</b>	<b>147</b>
<b>B</b>	<b>Microphones de pression à électret</b>	<b>153</b>
<b>C</b>	<b>Réflexions d'ondes sur deux plans orthogonaux</b>	<b>157</b>
C.1	Réflexion sonore sur un plan . . . . .	158
C.1.1	Formulation du problème . . . . .	159
C.1.2	Solution exacte . . . . .	159
C.1.3	Solution approchée . . . . .	160
C.1.4	Exemple de simulation . . . . .	161
C.1.5	Interprétation des ondes latérales . . . . .	164
C.2	Réflexions sonores sur deux plans . . . . .	165
C.2.1	Formulation du problème . . . . .	165
C.2.2	Résolution du problème . . . . .	166
C.2.3	Contributions des sources . . . . .	168
C.2.4	Exemple de simulation . . . . .	171
C.3	Conclusion . . . . .	176



# Chapitre 1

## Introduction

<b>1.1 Réduction des échos par absorption passive . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>1.2 Réduction des échos par méthode active . . . . .</b>	<b>5</b>
1.2.1 Les matériaux hybrides ou le contrôle d'impédance . . . . .	5
1.2.2 Le contrôle actif du champ diffracté . . . . .	7
<b>1.3 Conclusion : comment estimer les échos dans un local? . . . . .</b>	<b>10</b>

La production sonore est généralement effectuée dans des espaces clos. Si les parois de la zone d'écoute permettent de réduire les sons provenant de l'extérieur, en revanche elles sont à l'origine du phénomène de réverbération : lorsqu'un locuteur ou un système de reproduction sonore génère des ondes acoustiques à l'intérieur d'un local, celles-ci se répercutent sur les parois. On appelle communément ces ondes réfléchies les échos. Le message sonore capté par un auditeur ou un microphone est alors différent du signal sonore initial émis par la source. Dans certaines configurations, lorsque la réverbération est contrôlée, les échos peuvent favoriser l'intelligibilité ou la qualité du message sonore perçu par l'auditoire. On citera l'exemple de salles de classe ou de spectacle pour lesquelles la durée de réverbération a fait l'objet d'études approfondies (voir par exemple Kuttruff [35]). Pour d'autres applications, ces échos peuvent être perçus comme une perturbation. C'est notamment le cas dans les locaux de mesure, ou chambres anéchoïques, dont l'idéal est de proposer des conditions de champ libre : aucune onde acoustique n'est répercutée par les parois. L'objectif de ces locaux est de pouvoir capter uniquement les ondes sonores produites par la source étudiée. Un autre exemple est celui des studios d'enregistrement. Dans ces locaux, on ne recherche pas une condition de champ libre mais plutôt à réduire certaines résonances pouvant dégrader la qualité du son enregistré.

Notre objectif est d'augmenter la qualité des locaux de mesure en réduisant les échos. La technique la plus simple et la plus répandue est la technique qui consiste à utiliser des matériaux absorbants pour couvrir les parois du local. En revanche les propriétés des matériaux et les conditions dans lesquelles ils sont utilisés ne permettent pas de réduire les échos sur tout le spectre. Pour améliorer la réduction des échos, deux techniques utilisant le principe du contrôle actif sont alors étudiées.

## 1.1 Réduction des échos par absorption passive

La méthode la plus employée pour contrôler la réverbération consiste à disposer des matériaux absorbants sur les parois du local à traiter. Ces matériaux sont appelés matériaux passifs car ils ne requièrent pas d'alimentation électrique pour jouer leur rôle d'absorbeur. Souvent fibreux ou poreux, ils ont la particularité de transformer l'énergie des ondes acoustiques les traversant en chaleur. Par conséquent, l'amplitude des ondes répercutées par les parois est diminuée, ce qui entraîne une diminution de la réverbération dans tout l'espace. D'après Olson [50], à l'intérieur d'un local le rapport entre les échos et le son direct provenant d'une source acoustique vaut sensiblement :

$$\frac{E_e}{E_d} = 16\pi r^2 \frac{1 - \alpha}{S\alpha} \quad (1.1)$$

où  $E_e$  et  $E_d$  représentent respectivement la densité d'énergie des échos et du son direct de la source,  $r$  est la distance entre la source et le récepteur,  $S$  est la surface des murs traités du local et  $\alpha$  est le coefficient d'absorption énergétique des parois du local. D'après l'équation (1.1), pour diminuer l'influence des échos, il est préférable que le local possède de grandes dimensions. De la même manière, il faut alors utiliser des matériaux très absorbants, avec un coefficient  $\alpha$  proche de l'unité. Pour augmenter les qualités de tels locaux, les scientifiques ont alors recherché des revêtements de plus en plus performants, qu'ils ont employés dans les chambres anéchoïques. Dans les premières chambres anéchoïques, les murs porteurs étaient recouverts d'une dizaine de tapis de coton espacés entre eux de quelques centimètres (voir Bedell [6]). Finalement, les études révélèrent que le revêtement optimal consistait à disposer une multitude de dièdres de laine de verre de grande épaisseur (voir par exemple Beranek et Sleeper [7]). Aujourd'hui, les chambres anéchoïques modernes utilisent toujours le même procédé, comme l'atteste la photo 1.1 de la chambre anéchoïque du LMA<sup>1</sup> dont la rénovation s'est achevée en 2002. En revanche, pour des raisons d'hygiène, la mélamine, sorte de mousse alvéolaire à squelette rigide, a remplacé la laine de verre, plus volatile.

Cependant, l'efficacité de ces matériaux dépend grandement de la fréquence : les ondes à haute fréquence sont davantage atténuées que les ondes à basse fréquence. Pour les chambres anéchoïques, on parle alors de fréquence de coupure  $f_c$  (*cut-off frequency* en anglais), qui correspond à la fréquence au delà de laquelle le coefficient d'absorption  $\alpha$  des parois est supérieur à 99%. De nombreux articles consacrés aux performances des chambres anéchoïques construites à travers le monde (voir Koidan et al [34], Pancholy et al [51], et Velis et al [59]), attestent les problèmes d'échos

---

1. Laboratoire de mécanique et d'acoustique, CNRS.



FIG. 1.1 – **Photo de l'intérieur de la chambre anéchoïque du LMA.** Les 3720 dièdres couvrant l'intégralité des parois sont en mélamine. Ils mesurent 1.2 m de long.

résiduels aux basses fréquences. Récemment plusieurs campagnes de mesures similaires ont été menées pour étudier les limites de la chambre anéchoïque du LMA (voir Melon et *al* [42], et Schneider et Kern [54]). L'analyse des résultats permet de conclure que le champ acoustique mesuré à l'intérieur est perturbé en deçà mais surtout au-delà de la fréquence de coupure  $f_c$ , annoncée par le constructeur, à 80 Hz. Malgré la grande épaisseur de matériau absorbant qui tapisse les parois de la chambre, la solution passive n'est donc pas suffisante pour obtenir une importante réduction des échos à basse fréquence. Comme ce domaine spectral est approprié aux techniques de contrôle actif, il est envisageable d'utiliser certaines solutions décrites dans la littérature.

## 1.2 Réduction des échos par méthode active

La particularité des méthodes actives réside dans l'utilisation de sources acoustiques supplémentaires, dites secondaires, pilotées par un dispositif électronique. Leur domaine d'action est essentiellement limité aux basses fréquences, domaine spectral où les variations spatiales et temporelles du champ acoustique sont faibles. L'avantage des techniques actives est qu'elles sont complémentaires au contrôle passif des échos. De ce fait leur association permet de limiter la réverbération sur l'ensemble du spectre. Parmi ces techniques, on peut distinguer deux familles :

- les matériaux absorbants hybrides développés notamment au LMFA<sup>1</sup>,
- le contrôle actif global du champ diffracté proposé dès les années 1950 (voir Nelson et Elliott [47]).

Ces techniques ont certes le même objectif mais utilisent des moyens différents pour y parvenir.

### 1.2.1 Les matériaux hybrides ou le contrôle d'impédance

Puisque les matériaux passifs (lorsque leur épaisseur reste raisonnable) ne sont pas assez efficaces aux basses fréquences, la première méthode vise à accroître leur performance. Le concept utilise un générateur et un capteur sonores placés à l'arrière d'une épaisseur de matériau absorbant de manière à influencer les propriétés du matériau. En pratique, le procédé appliqué au traitement d'un local est constitué par des cellules, appelées « cellules hybrides », chacune étant pilotée indépendamment. Si plusieurs stratégies de contrôle existent (voir Furstoss et *al*. [23]), l'objectif commun est d'imposer une impédance  $Z_s$  à la surface de chaque cellule de manière à minimiser les ondes réfléchies. On appelle aussi cette technique le « contrôle d'impédance ». Idéalement, il faudrait donc connaître les ondes réfléchies par chaque cellule pour

---

1. Laboratoire de mécanique des fluides et d'acoustique, Ecole centrale de Lyon.

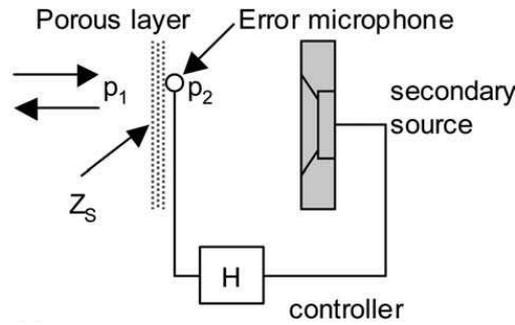


FIG. 1.2 – **Principe de fonctionnement d'une cellule à impédance contrôlée.** La pression à l'arrière du matériau absorbant est imposée grâce à une source secondaire pilotée par un contrôleur électronique (d'après Galland, Mazeaud et Sellen [24]).

identifier l'impédance optimale à imposer. Dans un environnement à 3 dimensions (autre qu'un tube), cette tâche n'est pas facile. Une manière de s'en affranchir est de forcer l'impédance  $Z_s$  de chaque cellule à être égale à celle,  $Z_0$ , d'une onde plane progressive dans l'air.

A basses fréquences, la résistance au passage de l'air  $\sigma$  d'un matériau absorbant d'épaisseur  $e$  s'écrit (voir Allard [1]) :

$$\sigma = \frac{p_1 - p_2}{ve} \quad (1.2)$$

où  $p_1$  et  $p_2$  représentent la pression acoustique de part et d'autre de l'épaisseur du matériau et où  $v$  représente la vitesse acoustique sur la face avant du matériau (voir la figure 1.2). Si le haut-parleur annule la pression acoustique sur le microphone placé à l'arrière du matériau ( $p_2 = 0$ ), il suit :

$$Z_s = \sigma e \quad (1.3)$$

En choisissant de manière appropriée le couple  $(\sigma, e)$  de telle sorte qu'il avoisine  $Z_0$ , chaque cellule se comporte comme un absorbant parfait lorsque l'onde incidente se propage dans la direction perpendiculaire à la cellule. Le traitement d'un local consiste alors à couvrir l'ensemble des parois de cellules hybrides. Cette technique peut donc être qualifiée de méthode globale, dans le sens où les échos sont réduits dans tout l'espace, par traitement local des parois.

Malheureusement, lorsque les ondes se répercutent avec une incidence oblique sur les cellules, l'absorption n'est plus totale. Une récente simulation employant la stratégie de contrôle d'impédance montre que le local traité n'est pas à proprement parler anéchoïque (voir Friot et *al.* [21]). Une cavité de  $1.2 \times 1.8 \times 2.4 \text{ m}^3$  a été équipée de 52 cellules couvrant l'intégralité des parois. Si la réduction du niveau sonore est effective, en revanche le champ direct de la source n'est pas convenablement reproduit. En outre, ces théories ont été développées pour une forme simple de matériaux

absorbants. Or dans une chambre anéchoïque la surface des parois est complexe car elle suit la forme des dièdres. Dans ce cas, la méthode serait certainement plus compliquée à mettre en oeuvre.

### 1.2.2 Le contrôle actif du champ diffracté

Le contrôle actif consiste habituellement à piloter des sources secondaires de manière à réduire la pression acoustique totale due à la génération d'ondes sonores par une source primaire. Néanmoins, en principe cette technique permet aussi de réduire uniquement les ondes de pression réfléchies par des objets soumis à un champ de pression incident (voir Nelson et Elliott [47]). Dans ce cas on l'appelle le « contrôle actif du champ diffracté ». Il y a quelques années, l'équipe SACADS du LMA a tenté de revisiter ce concept avec les outils du contrôle actif moderne, à savoir des algorithmes adaptatifs de type *feedforward* et un contrôleur électronique numérique multivoies (voir Friot et Bordier [20] et Friot, Guillermin et Winninger [22]). La technique développée peut être décomposée en deux phases distinctes, bien qu'étant simultanées pour une application temps-réel. La première phase consiste à estimer les ondes sonores réfléchies par l'objet en utilisant uniquement des microphones, sans connaissance *a priori* sur les ondes incidentes. La deuxième phase est une phase de reproduction de front d'onde. L'objectif est de rayonner à l'aide de haut-parleurs usuels le même front d'onde que celui des ondes réfléchies, mais en opposition de phase (voir Epain [15]); par interférences destructives, les ondes réfléchies sont annulées.

Pour illustrer les propos tenus, la figure 1.3 représente le dispositif expérimental mis en oeuvre dans l'article [22] pour réduire les réflexions sonores sur un objet de forme parallélépipédique. La théorie sur laquelle est basé le contrôle actif du champ diffracté est la représentation intégrale du champ acoustique. Néanmoins dans l'article en question, les intégrales de surface sont simplifiées en intégrales linéiques. L'objet étant très réfléchissant, le champ de pression réfléchi  $P_r$  aux points  $M_k$ , correspondant aux positions des microphones extérieurs (appelés *Outer microphones* sur la figure 1.3) est exprimé dans le domaine fréquentiel sous la forme :

$$\begin{aligned} P_r(\omega, M_k) &= - \int_{\Gamma_{obj}} \partial_{\mathbf{n}} G(\omega, M_k, S) P(\omega, S) d\Gamma(S) \\ &\approx \sum_{n=1}^N V_n(\omega, M_k) P(\omega, S_n) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Dans l'équation (1.4),  $\omega = 2\pi f$  représente la pulsation, avec  $f$  la fréquence,  $\Gamma_{obj}$  représente la surface de l'objet,  $\partial_{\mathbf{n}}$  représente le gradient normal à la surface et pointant à l'intérieur de l'objet,  $G(\omega)$  est la fonction de Green en champ libre et  $P(\omega)$  est la pression acoustique totale, étant la somme des ondes de pression incidentes

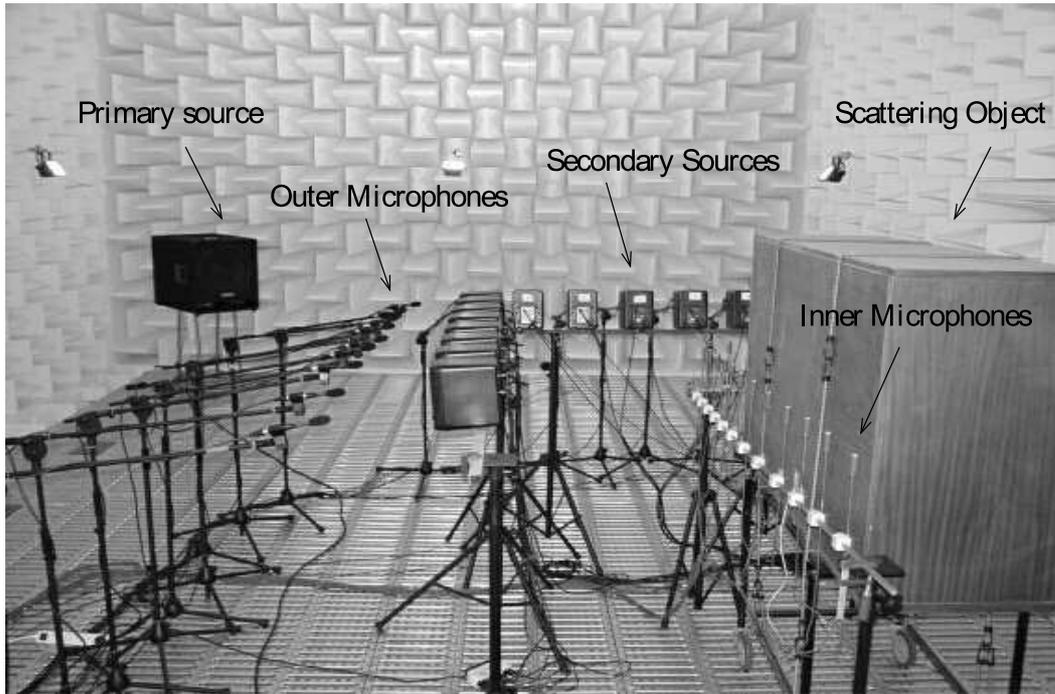


FIG. 1.3 – **Photo du montage de suppression des ondes réfléchies par un objet.** Les ondes réfléchies sont estimées d'après la mesure de la pression sur les microphones intitulés *Inner Microphones*. Les sources intitulées *Secondary Sources* pilotées par un contrôleur électronique génèrent un front d'onde sur les microphones intitulés *Outer Microphones* de manière à annuler les ondes réfléchies (d'après Friot et al. [22]).

provenant de la source primaire (*Primary source* sur la photo 1.3) et des ondes réfléchies par l'objet. L'intégrale est discrétisée de manière à n'utiliser qu'un nombre limité  $N$  de microphones, placés aux points  $S_n$  et mesurant la pression  $P(\omega, S_n)$ . Les points  $S_n$  correspondent aux emplacements des micros intérieurs (appelés *Inner microphones* sur la figure 1.3). Les grandeurs  $V_n(\omega, M_k)$  sont appelées « *diffraction filters* » en anglais (filtres de diffraction en français). Ces filtres relient le champ de pression réfléchi par l'objet à la mesure de la pression sur l'objet lui-même. En pratique, ils sont identifiés prioritairement par la mesure dont le principe est décrit dans le paragraphe suivant. Si  $\Gamma_{ext}$  représente une frontière infinie passant par la position des micros extérieurs, le champ de pression réfléchi au-delà, au point  $M_{ext}$  (à gauche des microphones extérieurs sur la figure 1.3), s'écrit :

$$P_r(\omega, M_{ext}) = \int_{\Gamma_{ext}} G(\omega, M_{ext}, S) \partial_{\mathbf{n}} P_r(\omega, S) - \partial_{\mathbf{n}} G(\omega, M_{ext}, S) P_r(\omega, S) d\Gamma(S) \quad (1.5)$$

où  $P_r(\omega, S)$  et  $\partial_{\mathbf{n}} P_r(\omega, S)$  représentent la pression réfléchi et son gradient normal dirigé vers l'extérieur. L'équation (1.5) montre que la pression réfléchi au-delà de la surface  $\Gamma_{ext}$  est entièrement déterminée par la donnée de sa valeur et de celle de sa dérivée normale sur la surface délimitée par les microphones extérieurs. En outre, en

faisant tendre  $M_{ext}$  vers  $\Gamma_{ext}$ , on montre qu'il existe une relation entre la pression et son gradient normal sur la surface  $\Gamma_{ext}$ . Ce constat laisse penser que le champ réfléchi au-delà de  $\Gamma_{ext}$  est déterminé uniquement par les signaux  $P(\omega, M_k)$  recueillis par les microphones extérieurs :

$$P_r(\omega, M_{ext}) \approx \sum_{k=1}^K Q_k(\omega) P_r(\omega, M_k) \quad (1.6)$$

où les  $Q_k(\omega)$  sont vus comme des filtres de pondération. Ce principe proposé à l'origine par Takane et *al.* [56] est baptisé « *Boundary Pressure Control* » (contrôle de la pression de surface en français). Ainsi, d'après (1.6), annuler la pression réfléchie  $P_r(\omega, M_k)$  sur les microphones extérieurs revient à annuler la pression réfléchie au-delà. Les signaux microphoniques  $P_r(\omega, M_k)$  sont alors les signaux d'erreur que l'algorithme de contrôle actif cherche à minimiser. Par ailleurs l'étude approfondie du fonctionnement des dispositifs de reproduction holophonique (voir Nicol [48]) a permis de montrer qu'il était possible dans la plupart des cas de n'utiliser que des sources acoustiques de type omnidirectionnel pour reproduire un front d'ondes de pression. Pour cela, il suffit que les sources secondaires (appelées *Secondary sources* sur la figure 1.3) soient situées entre la source virtuelle (l'objet) et les auditeurs (les points  $M_{ext}$  au-delà de la surface  $\Gamma_{ext}$ ). L'algorithme utilisé dans [22] est un algorithme de type *Filtered-Error LMS* multivoies, où le terme *Filtered-Error* signifie que les entrées d'erreur de l'algorithme sont obtenues par filtrage d'après (1.4) des signaux provenant des microphones intérieurs. Cet algorithme a pour objectif de calculer la commande à fournir aux sources secondaires pour annuler la pression réfléchie par l'objet sur les microphones extérieurs, et par extension, d'annuler la pression réfléchie au-delà. Pour donner un ordre d'idée, le dispositif expérimental temps réel décrit dans [22] a permis une réduction des ondes réfléchies comprise entre 5 et 20 dB au niveau des microphones extérieurs lorsque la source primaire émettait un sinus à la fréquence 280 Hz.

On l'aura compris, la clé du succès d'un tel procédé repose sur l'estimation des ondes réfléchies par l'objet au niveau des microphones extérieurs. En pratique l'estimation des ondes réfléchies est directement liée à l'identification des filtres de diffraction qui relie la pression sur l'objet et les ondes de pression réfléchies par celui-ci (voir l'équation (1.4)). Jusqu'à présent les expériences menées au LMA qui ont permis de démontrer la faisabilité temps-réel du contrôle du champ diffracté ont été effectuées lorsque l'objet réfléchissant était amovible. Ainsi, les filtres de diffraction ont été identifiés en actionnant une à une chaque source secondaire et en mesurant :

1. la pression  $P_i(\omega, M_k)$  sur les micros extérieurs lorsque l'objet était absent,
2. la pression  $P(\omega, S_n)$  et  $P(\omega, M_k)$  sur les micros intérieurs et extérieurs lorsque l'objet était présent.

L'indice  $i$  représente ici les ondes incidentes. De ces deux séries de mesures sont estimées les ondes réfléchies sur les micros extérieurs pour chaque source secondaire par  $P_r(\omega, M_k) = P(\omega, M_k) - P_i(\omega, M_k)$ . Les filtres de diffraction  $V_n(t, M_k)$  sont ensuite calculés par inversion matricielle. Il est clair cependant que lorsque l'objet réfléchissant n'est pas amovible, comme c'est le cas par exemple pour les parois d'un local, cette technique d'identification ne peut pas être employée.

### 1.3 Conclusion : comment estimer les échos dans un local ?

L'application principale envisagée est la réduction des échos parasites dans la chambre anéchoïque du LMA (voir Friot [19]). En effet, malgré ses grandes dimensions et sa récente rénovation, plusieurs études ont montré ses limites au-dessous de 100 Hz. Pour augmenter ses performances à basses fréquences, l'idée est de recourir à une technique active de réduction d'échos. Comme nous l'avons souligné précédemment, l'utilisation du contrôle actif d'impédance n'est pas à ce jour satisfaisante puisqu'elle ne permet pas de réduire convenablement les réflexions sonores avec peu de sources lorsque les ondes se répercutent avec une incidence oblique. De plus, les propriétés et la forme des dièdres ne sont pas adaptées à une telle stratégie. Le procédé retenu est alors basé sur le principe du contrôle actif du champ diffracté. Lorsque l'on se place dans un local le terme d'« échos » est plus approprié et plus intuitif que celui de « champ diffracté par les parois ». Pour cette raison, l'adaptation du procédé au traitement d'un local est renommé dans la suite « le contrôle actif des échos ».

Le procédé repose essentiellement sur l'estimation des échos lorsque les parois ne sont pas amovibles. La question qui reste en suspend est alors : « comment estimer les échos sur les microphones extérieurs ? » Une technique d'estimation a alors été envisagée dans [22] : le fenêtrage temporel. La méthode a été appliquée dans la chambre anéchoïque du LMA. Elle a consisté à générer des ondes en plaçant une source acoustique et à mesurer la réponse impulsionnelle entre un signal de référence et la pression  $p(t, M_k)$  mesurée par les microphones extérieurs, où  $t$  représente ici le temps. Le signal de référence devait être le plus représentatif possible du rayonnement de la source au niveau des microphones extérieurs. Ainsi en déconvoluant les signaux  $p(t, M_k)$  par le signal de référence, les supports temporels des ondes incidentes  $p_i(t, M_k)$  et réfléchies  $p_r(t, M_k)$  devaient être réduits ; en théorie il était donc possible d'identifier l'impulsion correspondant à l'onde directe de celles correspondant aux ondes réfléchies et de les séparer. Cependant les tests effectués n'ont pas été concluants. Le signal de référence  $p_{ref}(t)$  provenait d'un microphone placé à l'in-

térieur de l'enceinte acoustique close qui excitait la salle. Malgré la bonne cohérence à basse fréquence entre les signaux, les supports temporels des ondes incidentes et réfléchies par les parois de la chambre se chevauchaient. En effet, les signaux  $p(t, M_k)$  et  $p_{ref}(t)$  étaient cohérents jusqu'à une certaine fréquence  $f_h$ , correspondant à l'apparition des premiers modes de résonance de l'enceinte : au-delà de  $f_h$  le signal de référence n'était plus représentatif des ondes incidentes captées par les micros extérieurs. Par conséquent, après déconvolution les supports temporels n'étaient plus assez courts pour identifier les impulsions correspondant aux ondes directes et réfléchies. Malheureusement, le filtrage passe-bas des signaux à la fréquence  $f_h$  n'a pas été une solution satisfaisante puisque le principe de dualité temps-fréquence entraîne un étalement de la réponse impulsionnelle.

Le maillon manquant du contrôle actif des échos réside actuellement dans l'estimation des échos à l'intérieur d'un local, lorsque les parois ne sont pas amovibles. Le travail effectué a donc pour vocation de proposer des solutions, appliquées à n'importe quel type de local. Pour cela, la théorie de la représentation intégrale du champ acoustique en milieu clos est rappelée dans le chapitre suivant.



## Chapitre 2

# Formulation intégrale des échos

<b>2.1</b>	<b>Contexte et définition</b>	<b>15</b>
<b>2.2</b>	<b>Formulation intégrale des échos</b>	<b>16</b>
2.2.1	Domaine temporel	17
2.2.2	Domaine fréquentiel	19
<b>2.3</b>	<b>Formulation sans gradient de pression</b>	<b>20</b>
2.3.1	Cas où le gradient de pression est négligeable	20
2.3.2	Opérateur d'admittance ramené	21
<b>2.4</b>	<b>Formulation des échos en présence d'un objet</b>	<b>23</b>
2.4.1	Erreur d'estimation des échos en présence d'un objet	23
2.4.2	Erreur d'estimation en présence d'une source usuelle	24
<b>2.5</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>26</b>

Le contrôle actif des échos repose sur la connaissance des ondes réfléchies par les obstacles. Or ces ondes ne sont pas mesurables avec un simple microphone. La technique est alors basée sur l'estimation des échos en décrivant le champ acoustique par la méthode intégrale. Dans ce chapitre la méthode intégrale est appliquée pour décrire le champ sonore à l'intérieur d'une cavité vide. En choisissant la fonction de Green de l'espace libre, les échos sont alors simplement formulés comme une intégrale de surface. Cette formulation souligne *a priori* la nécessité d'employer à la fois des capteurs de pression et des capteurs de gradient de pression. Néanmoins, en pratique il est avantageux de n'utiliser que des capteurs de pression. Pour cette raison, un dispositif n'employant que ce type de capteur est étudié. Enfin, lorsque l'intérieur de la cavité est encombré d'objets, la formulation des échos comme elle est proposée n'est plus exacte. Les erreurs commises sont discutées en fonction du champ désiré.

## 2.1 Contexte et définition

Le système étudié est constitué d'une cavité fermée de forme quelconque. Les parois extérieures de la cavité sont notées  $\Gamma_0$ . Les parois  $\Gamma_0$  peuvent être traitées acoustiquement par l'ajout d'une couche de matériau absorbant décollée ou non des parois extérieures. Dans la suite du document, la mention « des parois de la cavité » fera référence à l'association des parois extérieures effectives de la cavité et de la couche de matériau absorbant. Les parois de la cavité délimitent donc une surface  $\Gamma_p$  (voir figure 2.1). Le domaine intérieur délimité par la frontière  $\Gamma_p$  est noté  $\Omega_p$  et constitue ce que nous appelons « l'intérieur de la cavité ». Il est rempli d'air homogène au repos et peut comporter des obstacles réfléchissants et des sources acoustiques.

Imaginons qu'un auditeur soit présent dans la cavité. Lorsqu'une source acoustique génère une onde sonore, cette onde se répercute sur les parois  $\Gamma_p$ , sur les différents obstacles présents et sur le corps de l'auditeur. L'auditeur entend l'onde de pression directe provenant de la source puis une succession d'ondes dont l'amplitude et le retard dépendent de leur trajet et des obstacles rencontrés durant leur propagation. Cette succession d'onde, communément appelée échos, peut apparaître à l'auditeur comme une perturbation. Cependant, avant d'envisager de réduire les échos, l'auditeur doit se poser la question : « Que voudrais-je vraiment entendre ? ». En effet, il peut désirer entendre uniquement le son direct de la source comme si elle évoluait dans un environnement anéchoïque. Ou bien alors il peut vouloir conserver l'influence de son propre corps sur le son qu'il perçoit, pour avoir une sensation d'écoute plus naturelle. Ou bien encore il peut souhaiter conserver l'influence du sol

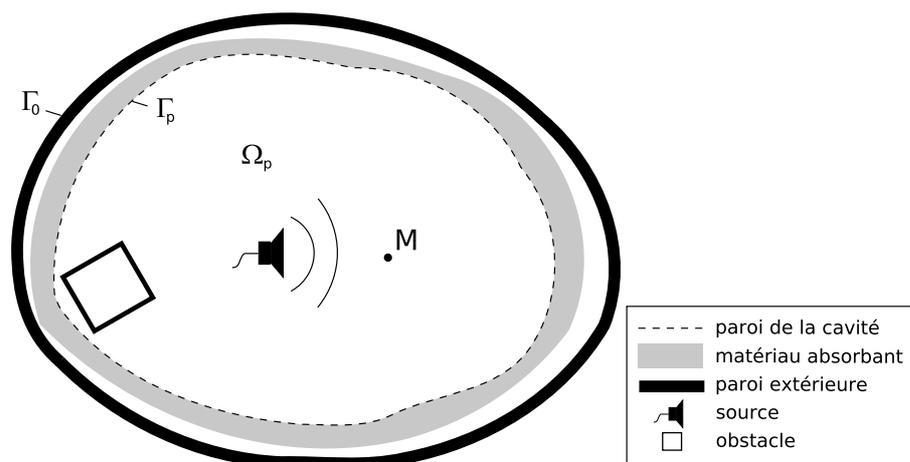


FIG. 2.1 – **Schématisme du problème dans un local fermé.** Une source émet des ondes sonores dans une cavité remplie d'air homogène. Les ondes se répercutent sur les parois et les objets.

pour simuler une écoute en plein air. Ainsi avant d'agir, l'auditeur doit définir les échos indésirables comme la différence entre ce qu'il entend en présence des obstacles et ce qu'il désire entendre.

Dans l'étude qui suit, le champ sonore désiré est celui produit par une source acoustique plongée dans un environnement anéchoïque ou espace infini, ce qui implique qu'aucune onde n'est réfléchi hormis sur le corps de la source elle-même si celle-ci possède un corps (voir figure 2.2). Les échos sont donc définis comme la différence entre la pression acoustique dans la cavité et l'onde acoustique directe provenant de la source. Une solution envisagée en pratique est d'utiliser un microphone directif orienté vers la source pour discriminer les échos. Cependant dans une cavité, les ondes réfléchies sur les obstacles arrivent de toutes les directions au point de réception. Si un tel capteur était utilisé, les ondes réfléchies arrivant sur le récepteur avec la même incidence que l'onde directe ne seraient pas filtrées.

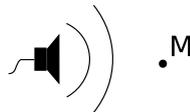


FIG. 2.2 – **Schématisme de la configuration désirée.** Une source émet des ondes sonores dans un environnement anéchoïque. Aucune onde n'est répercutée.

## 2.2 Formulation intégrale des échos

Les échos sont définis comme la différence entre la pression acoustique dans la cavité et l'onde acoustique directe provenant de la source. Ils représentent donc *a priori* une quantité non mesurable par un microphone puisque les variations de pression mesurées par celui-ci sont dues au champ direct de la source et aux ondes réfléchies. On ne peut donner qu'une estimation des échos. En exprimant la pression acoustique par la formulation intégrale, les échos à l'intérieur d'une cavité s'expriment comme l'intégrale d'une distribution de sources monopolaires et dipolaires sur une surface. Les intensités de ces distributions sont respectivement proportionnelles au gradient normal de pression et à la pression sur la surface considérée. La formulation des

échos sous forme intégrale est étudiée dans le domaine temporel pour démontrer la faisabilité d'une estimation en temps réel puis dans le domaine fréquentiel.

### 2.2.1 Domaine temporel

Notons  $\Gamma_e$  la frontière d'un sous-domaine  $\Omega_e$  de l'intérieur de la cavité  $\Omega_p$ . On considère que le domaine  $\Omega_e$  ne comporte aucun objet susceptible de répercuter les ondes sonores, comme indiqué sur la figure 2.3. Des objets réfléchissants peuvent en

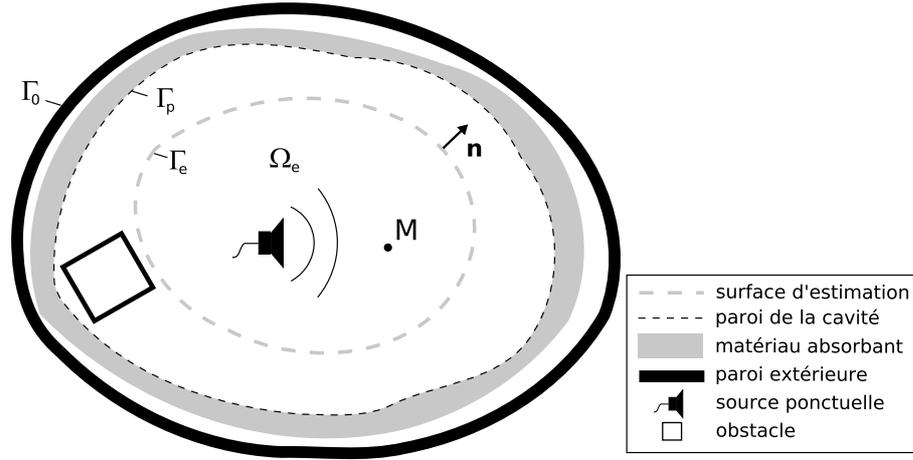


FIG. 2.3 – **Délimitation du domaine d'estimation  $\Omega_e$  par la frontière  $\Gamma_e$ .** Le domaine ne comporte aucun obstacle.

revanche être placés à l'extérieur du domaine. Une source ponctuelle est placée en  $S_0$ ,  $S_0$  appartenant à  $\Omega_e$ . Dorénavant, une seule source ponctuelle sera utilisée pour des simplifications d'écriture, bien que la théorie peut sans difficulté s'appliquer à une configuration utilisant plusieurs sources. La source agit sur l'air ambiant avec une force volumique de la forme  $f(t, S_0)$ . La pression acoustique  $p(t, M)$  au point  $M$  est à chaque instant  $t$  fonction de la pression acoustique  $p(t, S)$  et de son gradient normal  $\partial_{\mathbf{n}}p(t, S) = \nabla p(t, S) \cdot \mathbf{n}$  à la frontière  $\Gamma_e$  aux instants précédents. Ici  $\mathbf{n}$  représente la normale sortante au domaine  $\Omega_e$ . En utilisant le formalisme de convolution temporelle  $*$  et en considérant que les conditions initiales sont nulles, la pression acoustique s'écrit (voir par exemple Morse et Feshbach [45] ou Bruneau [9]) :

$$p(t, M) = \int_{\Omega_e} g(t, M, S) * f(t, S_0) d\Omega(S) + \int_{\Gamma_e} g(t, M, S) * \partial_{\mathbf{n}}p(t, S) - \partial_{\mathbf{n}}g(t, M, S) * p(t, S) d\Gamma(S) \quad (2.1)$$

où  $d\Omega(S)$  représente un volume infinitésimal de  $\Omega_e$  autour du point  $S$  et  $d\Gamma(S)$  représente une surface infinitésimale autour du point  $S$  sur la frontière  $\Gamma_e$ . La formulation (2.1) est appelée l'équation de Kirchhoff-Helmholtz. Les fonctions  $g(t, M, S)$  et

$\partial_{\mathbf{n}}g(t, M, S)$  sont respectivement la fonction de Green de l'espace infini et son gradient normal à la frontière  $\Gamma_e$ . La fonction de Green  $g(t, M, S)$  satisfait à l'équation de propagation des ondes en milieu homogène et à la condition de Sommerfeld à l'infini. Elle prend la forme d'une onde sphérique propagative :

$$g(t, M, S) = \frac{\delta(t - R(M, S)/c_0)}{4\pi R(M, S)} \quad (2.2)$$

où  $R(M, S)$  représente la distance entre les points  $M$  et  $S$  et  $c_0$  est la célérité des ondes acoustiques dans l'air. Le choix de la fonction de Green de l'espace infini est motivé par la forme désirée de la pression acoustique au point  $M$  (les cas où la pression désirée est d'une autre forme sont traités dans les paragraphes 2.4.1 et 2.4.2). En effet, en choisissant la fonction de Green de la forme de l'équation (2.2), la pression au point  $M$  s'écrit naturellement comme la somme d'un terme d'onde directe  $p_d(t, M)$  et d'un terme d'échos  $e(t, M)$  :

$$p(t, M) = p_d(t, M) + e(t, M) \quad (2.3)$$

L'onde directe représente l'onde provenant de la source  $S_0$  jusqu'au récepteur  $M$  sans rencontrer d'obstacle :

$$p_d(t, M) = \int_{\Omega_e} g(t, M, S) * f(t, S_0) d\Omega(S) \quad (2.4)$$

On considère que le comportement de la source n'est pas modifié par la présence des parois de la cavité. Le terme d'échos représente le train d'ondes provenant de la répercussion de l'onde directe sur les parois  $\Gamma_p$  de la cavité et atteignant le récepteur  $M$  :

$$e(t, M) = \int_{\Gamma_e} g(t, M, S) * \partial_{\mathbf{n}}p(t, S) - \partial_{\mathbf{n}}g(t, M, S) * p(t, S) d\Gamma(S) \quad (2.5)$$

Le premier terme  $\int_{\Gamma_e} g(t, M, S) * \partial_{\mathbf{n}}p(t, S)$  traduit l'effet d'une couche de sources monopolaires dont l'intensité est représentée par le gradient normal de pression sur la surface  $\Gamma_e$ . On l'appelle communément potentiel de simple couche. Le second terme  $\partial_{\mathbf{n}}g(t, M, S) * p(t, S)$  traduit quant à lui l'effet d'une couche dipolaire dont l'intensité est représentée par la pression acoustique sur  $\Gamma_e$ . Il est appelé potentiel de double couche, car une couche dipolaire peut être assimilée à deux couches de sources monopolaires très proches. En détaillant l'opération de convolution temporelle, on obtient finalement :

$$e(t, M) = \int_{\Gamma_e} \left( \int_0^\infty g(t_0, M, S) \partial_{\mathbf{n}}p(t - t_0, S) - \partial_{\mathbf{n}}g(t_0, M, S) p(t - t_0, S) dt_0 \right) d\Gamma(S) \quad (2.6)$$

L'expression (2.6) montre qu'à chaque instant  $t$ , les échos au point  $M$  sont connus à condition que la pression et son gradient normal soient mesurés sur toute la surface

$\Gamma_e$  du domaine aux instants précédents  $t_0 \leq t$  et ceci quelle que soit la position de la source  $S_0$  à l'intérieur de  $\Omega_e$  et quel que soit l'environnement extérieur à  $\Gamma_e$ . Le raisonnement développé ici est basé sur l'hypothèse qu'aucun objet n'est placé à l'intérieur du domaine d'estimation  $\Omega_e$ . Si cette condition n'est pas vérifiée, la formulation (2.6) n'est plus exacte. Ce cas est étudié dans la section 2.4.1.

En outre, on note que si une source est placée à l'extérieur du domaine  $\Omega_e$ , sa contribution totale au champ de pression acoustique à l'intérieur de  $\Omega_e$  prend la même forme que l'équation (2.1). Si on mesure  $p(t)$  et  $\partial_{\mathbf{n}}p(t)$  sur toute la surface d'estimation, on est en mesure de connaître les échos dus aux ondes générées par les sources à l'intérieur de  $\Omega_e$  ainsi que le champ total des sources placées à l'extérieur. En d'autres termes, les équations précédentes stipulent qu'en mesurant  $p(t, \Gamma_e)$  et  $\partial_{\mathbf{n}}p(t, \Gamma_e)$ , toutes les ondes entrantes dans le domaine  $\Omega_e$  sont connues. Les échos que nous traitons ici constituent bien les seules ondes entrantes dans le domaine.

### 2.2.2 Domaine fréquentiel

L'estimation des échos a été formulée jusqu'ici dans le domaine temporel de manière à insister sur la faisabilité d'une estimation en temps réel. Les techniques de simulation de champ sonore étant cependant généralement formulées dans le domaine des fréquences, les formulations du paragraphe précédent sont données dans ce même domaine. D'autre part la formulation fréquentielle permet de mettre en évidence les limites théoriques du dispositif qui sont principalement liées au rapport entre les dimensions caractéristiques des différents éléments et les longueurs d'ondes. Plus loin, les grandeurs représentées par une lettre majuscule seront des fonctions de la fréquence et les grandeurs représentées par une lettre minuscule feront référence à des fonctions du temps.

La formulation (2.5) des échos à l'intérieur du domaine  $\Omega_e$  devient :

$$E(\omega, M) = \int_{\Gamma_e} G(\omega, M, S) \partial_{\mathbf{n}}P(\omega, S) - \partial_{\mathbf{n}}G(\omega, M, S)P(\omega, S) d\Gamma(S) \quad (2.7)$$

où  $E(\omega)$ ,  $P(\omega)$  et  $\partial_{\mathbf{n}}P(\omega)$  sont respectivement les expressions de  $e(t)$ ,  $p(t)$  et  $\partial_{\mathbf{n}}p(t)$  dans le domaine fréquentiel. Les produits de convolution  $*$  sont transformés en simples produits. La fonction de Green de l'espace libre (2.2) devient maintenant :

$$G(\omega, M, S) = \frac{e^{-j\frac{\omega}{c_0}R(M, S)}}{4\pi R(M, S)} \quad (2.8)$$

et son gradient normal :

$$\partial_{\mathbf{n}}G(\omega, M, S) = \left( j\frac{\omega}{c_0}R(M, S) + 1 \right) \frac{e^{-j\frac{\omega}{c_0}R(M, S)}}{4\pi R^3(M, S)} \mathbf{SM.n} \quad (2.9)$$

avec  $\mathbf{n}$  la normale à la surface d'estimation  $\Gamma_e$ ,  $\mathbf{SM}$  le vecteur défini par les points  $M$  et  $S$ ,  $R(M, S)$  la distance euclidienne entre ces deux points et avec  $c_0$  la célérité des ondes dans l'air.

## 2.3 Formulation sans gradient de pression

D'après la formulation (2.6), l'information de pression et de gradient de pression est nécessaire pour estimer les échos dans le domaine  $\Omega_e$ . En pratique cependant, il est utile de n'utiliser qu'un seul type de capteur. Ainsi, l'objectif de cette partie est d'étudier les configurations pour lesquelles la mesure du gradient de pression n'est pas indispensable. Dans un premier temps, on étudie les conditions pour lesquelles il est possible de négliger le gradient normal de pression. Dans un second temps, on montre que sous certaines conditions, le gradient normal de pression est une combinaison linéaire de la pression et d'un opérateur d'admittance ramenée. L'information du gradient normal de pression apparaît alors sous la forme d'un filtre indépendant de la position de la source.

### 2.3.1 Cas où le gradient de pression est négligeable

Dans ce paragraphe, pour simplifier les écritures, les calculs sont effectués dans le domaine des fréquences. On a vu dans la section 2.2 précédente que la contribution aux échos d'un point  $S$  de la frontière  $\Gamma_e$  s'écrit comme la somme d'un terme proportionnel à la pression et d'un terme proportionnel au gradient normal de pression. On peut néanmoins considérer comme négligeable le terme de gradient de pression par rapport au terme de pression si la condition  $|G(\omega, M, \Gamma_e)\partial_{\mathbf{n}}P(\omega, \Gamma_e)| \ll |\partial_{\mathbf{n}}G(\omega, M, \Gamma_e)P(\omega, \Gamma_e)|$  est respectée.

Dans la majorité des locaux domestiques, les parois  $\Gamma_p$  sont constituées de murs réfléchissants sur lesquels, éventuellement, un mince revêtement acoustique est déposé. On considère que la paroi ainsi constituée est à réaction localisée. Son impé-

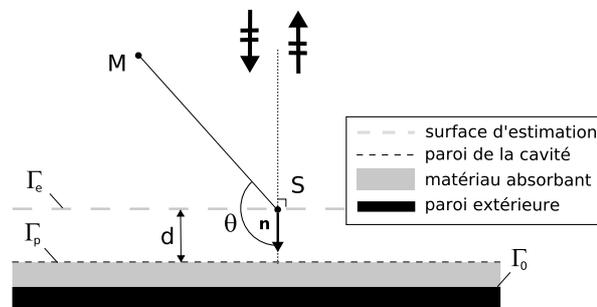


FIG. 2.4 – Réflexion d'une onde plane sur une paroi à réaction localisée.

dance de surface dans le domaine fréquentiel est notée  $Z_p(\omega) = P(\omega, \Gamma_p)/V_n(\omega, \Gamma_p)$ , où  $P(\omega, \Gamma_p)$  et  $V_n(\omega, \Gamma_p)$  représentent respectivement la pression acoustique sur la surface et la vitesse acoustique normale à la surface. On suppose que la frontière d'estimation  $\Gamma_e$  est placée à une distance  $d$  de la paroi  $\Gamma_p$ . Lorsqu'une onde plane se propageant en incidence normale se répercute sur la paroi (voir la figure 2.4), l'impédance  $Z_e$  au niveau de la frontière  $\Gamma_e$  vaut (voir Allard [1]) :

$$Z_e(\omega) = Z_0 \frac{Z_0 \tan(k_0 d) - jZ_p(\omega)}{Z_p(\omega) \tan(k_0 d) - jZ_0} \quad (2.10)$$

avec  $k_0 = \omega/c_0$  le vecteur d'onde et  $Z_0 = \rho_0 c_0$  l'impédance caractéristique d'une onde plane dans l'air,  $c_0$  et  $\rho_0$  étant la célérité des ondes et la densité de l'air. D'après les équations (2.8) et (2.9), le rapport entre la contribution au point  $M$  du terme de gradient de pression et du terme de pression d'un point  $S \in \Gamma_e$  vaut finalement :

$$\left| \frac{G(\omega, M, S) \partial_{\mathbf{n}} P(\omega, S)}{\partial_{\mathbf{n}} G(\omega, M, S) P(\omega, S)} \right| = \frac{Z_0}{|Z_e(\omega)|} \frac{k_0 R(M, S)}{|jk_0 R(M, S) + 1|} \frac{1}{\cos \theta} \quad (2.11)$$

avec  $\theta$  l'angle formé par les vecteurs  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{SM}$  et  $R(M, S)$  la distance entre les points  $S$  et  $M$ . On remarque d'après les équations (2.10) et (2.11) que le rapport  $|G(\omega, M, \Gamma_e) \partial_{\mathbf{n}} P(\omega, \Gamma_e)| / |\partial_{\mathbf{n}} G(\omega, M, \Gamma_e) P(\omega, \Gamma_e)|$  est négligeable lorsque  $|Z_p(\omega)| \gg Z_0$  et que  $k_0 d \ll 1$  à condition que le terme  $\cos \theta$  ne soit pas trop petit. Ce cas se présente lorsque le point  $M$  est proche d'une paroi ; la contribution des termes de gradient de pression peut être plus grande que la contribution des termes de pression lorsque les points  $M$  et  $S$  sont éloignés. Néanmoins dans cette configuration on peut considérer que les échos sont dominés par la contribution des points  $S$  proches du point  $M$ . Dans la pratique on pourra alors négliger le terme de gradient de pression lorsque l'impédance de surface de la paroi respecte la condition  $|Z_p(\omega)| \gg Z_0$  et lorsque la distance entre la surface d'estimation  $\Gamma_e$  et la paroi est petite par rapport à la longueur d'onde. Si ces conditions sont respectées, le terme  $G(\omega, M, S) \partial_{\mathbf{n}} P(\omega, S)$  de (2.7) est suffisamment petit pour qu'on puisse estimer les échos avec uniquement l'information de pression :

$$E(\omega, M) \approx - \int_{\Gamma_e} \partial_{\mathbf{n}} G(\omega, M, S) P(\omega, S) d\Gamma(S) \quad (2.12)$$

dans le domaine fréquentiel, et :

$$e(t, M) \approx - \int_{\Gamma_e} \partial_{\mathbf{n}} g(t, M, S) * p(t, S) d\Gamma(S) \quad (2.13)$$

dans le domaine temporel.

### 2.3.2 Opérateur d'admittance ramené

Lorsque les parois sont traitées avec une épaisse couche de matériau et/ou que la distance  $d$  entre les parois de la cavité et la frontière d'estimation  $\Gamma_e$  est grande

devant la longueur d'onde, le gradient normal de pression ne peut pas être négligé. Si seule l'information de pression acoustique est mesurée sur  $\Gamma_e$ , la formulation (2.13) représente *a priori* uniquement une partie des échos. Cependant la pression acoustique et son gradient normal à chaque instant  $t$  ne sont pas indépendants. Leur relation est déterminée par les propriétés du domaine extérieur  $\Omega_0/\Omega_e$ , représentant la portion de la cavité comprise entre les frontières  $\Gamma_0$  et  $\Gamma_e$  (voir la figure 2.3). Elle s'écrit sous la forme (voir Ohayon et Soize [49]) :

$$\partial_{\mathbf{n}}p(t, \Gamma_e) = \int_{\Gamma_e} \beta_e(t, \Gamma_e, S) * p(t, S) d\Gamma(S) = \mathbf{B}_e p(t, \Gamma_e) \quad (2.14)$$

L'opérateur  $\mathbf{B}_e$  est appelé ici opérateur d'admittance ramené par abus de langage, l'admittance étant habituellement une grandeur reliant la pression à la vitesse acoustique. Il est indépendant du type et de la position de la source acoustique excitant le local. Le terme « ramené » signifie qu'il rapporte le comportement du domaine extérieur à  $\Omega_e$  sur la frontière  $\Gamma_e$ . On comprend alors que si le domaine extérieur change, l'opérateur  $\mathbf{B}_e$  change également. Cet opérateur est *a priori* non-local, dans le sens où le gradient de pression en un point de la surface  $\Gamma_e$  est une combinaison linéaire de la pression sur toute la surface. Il est cependant local lorsque la surface d'estimation coïncide avec une surface à réaction localisée. Pour cette configuration, dans l'équation (2.14),  $\beta_e(t, S, S')$  vaut 0 pour  $S$  différent de  $S'$ . Cela signifie que le gradient normal de pression en un point est uniquement proportionnel à la pression au même point. Les échos prennent la forme :

$$e(t, M) = - \int_{\Gamma_e} [g(t, M, S) * \beta_e(t, S) - \partial_{\mathbf{n}}g(t, M, S)] * p(t, S) d\Gamma(S) \quad (2.15)$$

où le terme  $\beta_e(t, S)$  représente simplement l'admittance locale de la paroi, étant proportionnelle à l'inverse de l'impédance utilisée dans la section précédente. Dans les expérimentations du chapitre , l'étude porte essentiellement sur ce type de configuration.

En fait la relation (2.14) n'est unique que lorsque le milieu extérieur  $\Omega_0/\Omega_e$  est absorbant, comme sur l'exemple de la figure 2.3. Dans le cas contraire, il existe des fréquences particulières pour lesquelles la relation n'est pas unique : ce sont les fréquences propres du problème de Dirichlet intérieur au volume  $\Omega_0/\Omega_e$  (voir Epain [15]). D'après la formulation des échos (2.5) et en considérant la relation (2.14), la formule des échos devient finalement :

$$e(t, M) = \int_{\Gamma_e} \left[ \int_{\Gamma_e} g(t, M, S') * \beta_e(t, S', S) d\Gamma(S') - \partial_{\mathbf{n}}g(t, M, S) \right] * p(t, S) d\Gamma(S) \quad (2.16)$$

On le voit, une propriété importante que doit vérifier l'opérateur d'admittance ramené est la propriété de causalité. Néanmoins nous n'en avons pas la preuve. Cette

propriété traduit le fait que le gradient de pression au temps  $t$  dépend uniquement de la pression aux temps précédents. Si cette propriété était avérée, en connaissant  $p(t, \Gamma_e)$  on serait capable alors de connaître les échos au point  $M$  en avance. Si cette propriété ne l'était pas, les échos seraient estimés en retard. Il en découlerait une mauvaise estimation. En conclusion, on note que si le local n'est pas modifié et que l'opérateur d'admittance ramené est causal, il est théoriquement possible d'estimer les échos avec seule l'information de pression.

## 2.4 Formulation des échos en présence d'un objet

Cette partie fait suite à une question pertinente qui nous a été posée : « si on place un char à l'intérieur du domaine, peut-on toujours estimer les échos ? ». En effet, jusqu'à présent le domaine d'estimation  $\Omega_e$  ne comportait pas d'obstacles et les sources acoustiques étaient ponctuelles. En pratique cependant, cela n'est généralement pas vérifié. On étudie alors le cas où un objet est placé à l'intérieur du domaine (voir la figure 2.5). La frontière de l'obstacle, notée  $\Gamma_{obj}$ , est considérée à réaction localisée. L'admittance de surface  $\beta_{obj}$ , constante sur toute la frontière, vérifie :  $\partial_{\mathbf{n}} p(t, \Gamma_{obj}) = \beta_{obj}(t) * p(t, \Gamma_{obj})$ . Dans cette configuration, la formulation (2.5) n'est plus cohérente avec la définition des échos que nous avons posée auparavant. Plusieurs définitions des échos sont alors envisageables : on peut désirer soit obtenir uniquement le champ direct de la source, soit obtenir le champ direct plus le champ réfléchi sur l'objet.

### 2.4.1 Erreur d'estimation des échos en présence d'un objet

Comme dans les paragraphes précédents, le champ de pression acoustique désiré est défini ici comme le champ direct provenant d'une source. Puisque les ondes générées par la source se répercutent sur l'objet, la formulation du champ acoustique au point  $M \in \Omega_e$  devient :

$$p(t, M) = p_d(t, M) + \int_{\Gamma_e + \Gamma_{obj}} g(t, M, S) * \partial_{\mathbf{n}} p(t, S) - \partial_{\mathbf{n}} g(t, M, S) * p(t, S) d\Gamma(S) \quad (2.17)$$

Ici  $p(t)$  représente la pression lorsque les parois de la cavité et l'objet sont présents,  $p_d(t, M)$  est le champ direct de la source donné par l'équation (2.4) et  $g(t, M, S)$  est la fonction de Green de l'espace libre (2.2). On fait l'hypothèse ici que le champ direct de la source  $p_d(t, M)$  est identique dans les cas avec et sans l'objet. On définit les échos en retranchant à l'équation (2.17) le champ désiré et on obtient :

$$e(t, M) = \int_{\Gamma_e + \Gamma_{obj}} g(t, M, S) * \partial_{\mathbf{n}} p(t, S) - \partial_{\mathbf{n}} g(t, M, S) * p(t, S) d\Gamma(S) \quad (2.18)$$

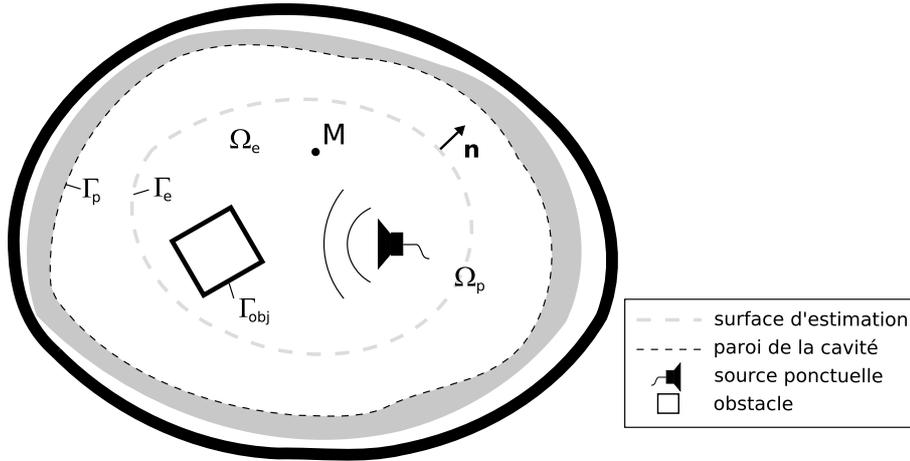


FIG. 2.5 – **Délimitation du domaine d'estimation  $\Omega_e$  par la frontière  $\Gamma_e$ .** Un objet est inséré dans le domaine d'estimation  $\Omega_e$ .

On remarque naturellement que pour estimer les échos il faut non seulement connaître la pression et son gradient normal sur la surface d'estimation  $\Gamma_e$  mais également sur l'objet lui-même. Lorsque la présence de l'objet est négligée, l'erreur  $b(t, M)$  théorique commise sur l'estimation des échos est :

$$b(t, M) = \int_{\Gamma_{obj}} [g(t, M, S) * \beta_{obj}(t) - \partial_{\mathbf{n}}g(t, M, S)] * p(t, S) d\Gamma(S) \quad (2.19)$$

Au regard de l'équation (2.19), l'erreur augmente avec la taille de l'objet (car elle est définie comme une intégrale sur sa surface) et diminue à mesure que le point  $M$  s'éloigne de l'objet (puisque  $g(t, M, S)$  décroît avec la distance entre  $M$  et  $S$ ). De plus, on constate que l'erreur diminue avec l'amplitude du champ acoustique sur l'objet. Or ce dernier dépend de l'intensité sonore dans la cavité et plus particulièrement de la distance entre la source et l'objet. En conclusion, on peut affirmer que l'erreur  $b(t, M)$  sur l'estimation des échos diminue lorsque l'absorption des parois de la cavité et de l'objet augmente. A la question posée au début de cette partie, on peut effectivement répondre qu'un char, volumineux et très réfléchissant, ne remplit pas les conditions pour que l'erreur commise soit petite. Dans ce cas, l'estimation des échos n'est pas envisageable si la pression à sa surface n'est pas connue.

#### 2.4.2 Erreur d'estimation en présence d'une source usuelle

En pratique, les sources utilisées sont généralement constituées d'une membrane vibrante insérée dans une enceinte. Les dimensions d'une enceinte dite basse fréquence ne sont pas négligeables et l'hypothèse de source ponctuelle n'est donc pas vérifiée. Dans cette partie, l'objet est matérialisé par le corps de la source elle-même, noté  $\Gamma_{obj}$ . La membrane dont la frontière est notée  $\Gamma_m$  est supposée infiniment rigide

de telle manière que son admittance tende vers 0. Elle vibre avec une accélération imposée  $a(t)$  sur toute sa surface. Comme auparavant, le champ de pression désiré  $p'(t, M)$  est le champ direct de la source. Celui-ci s'écrit, contrairement à une source ponctuelle, comme une intégrale sur la frontière de la source :

$$\begin{aligned} p'(t, M) &= \rho_0 a(t) * \int_{\Gamma_m} g(t, M, S) d\Gamma(S) \\ &+ \int_{\Gamma_{obj}} [g(t, M, S) * \beta_{obj}(t) - \partial_{\mathbf{n}} g(t, M, S)] * p'(t, S) d\Gamma(S) \end{aligned} \quad (2.20)$$

où la fonction  $g(t, M, S)$  est la fonction de Green (2.2). Le champ total  $p(t, M)$  effectivement mesuré dans la cavité s'exprime par :

$$\begin{aligned} p(t, M) &= \rho_0 a(t) * \int_{\Gamma_m} g(t, M, S) d\Gamma(S) \\ &+ \int_{\Gamma_{obj}} [g(t, M, S) * \beta_{obj}(t) - \partial_{\mathbf{n}} g(t, M, S)] * p(t, S) d\Gamma(S) \\ &+ \int_{\Gamma_e} g(t, M, S) * \partial_{\mathbf{n}} p(t, S) - \partial_{\mathbf{n}} g(t, M, S) * p(t, S) d\Gamma(S) \end{aligned} \quad (2.21)$$

où l'on a considéré que l'accélération de la membrane n'est pas modifiée lorsque la source est placée dans la cavité. On a donc  $p'(t) \neq p(t)$  dans tout le domaine  $\Omega_e$  y compris sur la frontière  $\Gamma_{obj}$  délimitée par la source. Les échos sont définis comme la différence entre les pression acoustique  $p(t, M)$  et  $p'(t, M)$  des équations (2.20) et (2.21) :

$$\begin{aligned} e(t, M) &= \int_{\Gamma_e} g(t, M, S) * \partial_{\mathbf{n}} p(t, S) - \partial_{\mathbf{n}} g(t, M, S) * p(t, S) d\Gamma(S) \\ &+ \int_{\Gamma_{obj}} [g(t, M, S) * \beta_{obj}(t) - \partial_{\mathbf{n}} g(t, M, S)] * [p(t, S) - p'(t, S)] d\Gamma(S) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Si les seules grandeurs connues sont  $p(t, \Gamma_e)$  et  $\partial_{\mathbf{n}} p(t, \Gamma_e)$ , l'erreur  $b(t, M)$  commise à chaque instant  $t$  sur les échos au point  $M \in \Omega_e$  est :

$$b(t, M) = \int_{\Gamma_{obj}} [g(t, M, S) * \beta_{obj}(t) - \partial_{\mathbf{n}} g(t, M, S)] * [p(t, S) - p'(t, S)] d\Gamma(S) \quad (2.23)$$

L'erreur commise dépend de la différence  $p(t, \Gamma_{obj}) - p'(t, \Gamma_{obj})$ . Elle est sensible non pas directement aux grandeurs acoustiques sur l'objet comme dans le paragraphe 2.4.1, mais à la perturbation du champ sonore engendrée par la présence des parois de la cavité. L'erreur est donc d'autant plus faible que les parois de la cavité sont absorbantes. De plus, on constate également ici que l'erreur d'estimation des échos augmente avec la taille de l'objet et diminue à mesure que le point  $M$  s'éloigne de l'objet. On note que l'erreur définie par la relation (2.23) est la même dans le cas où la pression acoustique désirée est composée du champ direct d'une source ponctuelle et de la réflexion sur un objet  $\Gamma_{obj}$ .

Notons également que si la fonction de Green  $g'(t, M, S)$  vérifiant la condition aux frontières  $g'(t, \Gamma_{obj}, S) * \beta_{obj}(t) - \partial_{\mathbf{n}}g'(t, \Gamma_{obj}, S) = 0$  est connue, alors l'erreur  $b(t, M)$  sur l'estimation des échos est nulle. Prenons l'exemple où le corps de la source est assimilable à une sphère. La fonction de Green appropriée  $g'(t, M, S)$  est la fonction qui représente la propagation d'une onde acoustique dans un milieu infini dans lequel est placée un obstacle de forme sphérique. Arnaoudov et *al.* [3] en donnent une approximation suivant l'impédance de la sphère. Néanmoins, pour des géométries d'obstacles plus complexes, la fonction de Green appropriée peut être calculée numériquement par un code d'éléments finis de frontière (BEM, pour *Boundary Element Method*).

## 2.5 Conclusion du chapitre

Comme nous l'avons vu, pour ôter toute ambiguïté il est nécessaire de définir les échos comme la différence entre les ondes captées dans une configuration donnée, et les ondes que l'on souhaiterait capter, si certains objets ou parois étaient absents. Les échos sont alors formulés comme une intégrale de la pression et de son gradient normal pondérés par la fonction de Green de l'espace infini et de son gradient normal. Cette surface n'a pas forcément de support physique. En revanche, lorsque la surface d'estimation est proche (en rapport à la longueur d'onde) d'une paroi réfléchissante, le terme de gradient de pression peut être négligé. Si cela n'est pas le cas, ce terme ne peut pas être omis. En revanche, le terme de gradient de pression dépend de la pression sur cette même surface. Cette relation est matérialisée par un opérateur d'admittance ramené qui dépend du milieu extérieur, situé entre la surface d'estimation et les parois physiques de la cavité. Si le milieu extérieur reste inchangé, il est théoriquement possible d'estimer les échos avec seulement l'information de pression. Enfin la formulation des échos repose sur l'hypothèse qu'aucun objet n'est placé à l'intérieur du domaine. Dans le cas contraire, les erreurs commises dépendent de la taille et des propriétés de l'objet ainsi que des conditions aux limites du local.

## Chapitre 3

# Dispositif d'estimation des échos

<b>3.1 Principe du dispositif d'estimation d'échos</b>	<b>29</b>
3.1.1 Dispositif avec capteurs de gradient de pression	30
3.1.2 Dispositif sans capteurs de gradient de pression	31
<b>3.2 Calcul des filtres d'échos</b>	<b>32</b>
3.2.1 Maillage QUAD	33
3.2.2 Maillage TRILIN	34
3.2.3 Intégration des filtres d'échos	36
3.2.4 Conclusion sur le calcul des filtres d'échos	37
<b>3.3 Mesure des filtres d'échos</b>	<b>37</b>
3.3.1 Principe d'évaluation	38
3.3.2 Mesure des échos	41
3.3.3 Résolution du système linéaire	45
3.3.4 Conclusion sur l'estimation des filtres d'échos	52
<b>3.4 Conclusion du chapitre</b>	<b>52</b>

L'objectif de ce chapitre est d'adapter les résultats théoriques obtenus dans le chapitre précédent pour configurer un système d'estimation d'échos. En effet, les échos s'expriment sous la forme d'une intégrale de surface qui comporte deux termes : un terme dit potentiel de simple couche dont l'amplitude est proportionnelle au gradient normal de la pression acoustique et un terme dit potentiel de double couche dont l'amplitude est proportionnelle à la pression acoustique. Lorsque le milieu extérieur au domaine d'estimation est invariant, les échos peuvent être exprimés uniquement par un terme proportionnel à la pression acoustique.

En pratique il n'est pas possible de connaître la pression et son gradient sur l'intégralité d'une surface. Le principe du dispositif consiste alors à utiliser un nombre fini de capteurs pour extraire à chaque instant une image du champ acoustique. Plus le nombre de capteurs est important, plus les images obtenues sont représentatives du champ acoustique réel. Néanmoins, le nombre de capteurs, et donc de voies d'acquisition, représente le facteur limitant du dispositif. La complexité du champ acoustique dans une cavité augmentant avec la fréquence, on parle alors de « dispositif basse fréquence ». Après discrétisation de la surface d'estimation par les capteurs, les échos en un point se forment comme la somme de la contribution de chaque signal issu d'un capteur, pondéré par un filtre. Ces filtres, appelés « filtres d'échos », relient chaque signal issu des capteurs aux échos. Ils dépendent uniquement de la position des capteurs et de l'endroit où on désire estimer les échos. Deux méthodes sont décrites dans la suite pour identifier ces filtres d'échos. La première méthode, théorique, consiste à intégrer la fonction de Green de l'espace libre sur un maillage tandis que la seconde requiert un protocole expérimental spécifique.

### 3.1 Principe du dispositif d'estimation d'échos

Dans ce chapitre, nous nous plaçons dans le cas idéal où la cavité étudiée ne comporte aucun objet réfléchissant et où la source acoustique générant les ondes sonores est assimilée à une source ponctuelle. Les seuls obstacles aux ondes acoustiques sont les parois fermées  $\Gamma_p$  de la cavité. Les échos sont alors naturellement définis comme la différence entre la pression acoustique en présence des parois et la pression acoustique directe provenant de la source, en l'absence de parois. Nous fixons une surface d'estimation fermée  $\Gamma_e$  à l'intérieur de la cavité et incluant la source. Cette surface peut coïncider avec les parois mais peut également représenter une surface virtuelle sans aucun support physique. Le volume  $\Omega_e$  à l'intérieur duquel on cherche à estimer les échos est donc le volume délimité par la surface d'estimation  $\Gamma_e$ .

On a vu dans le chapitre précédent qu'il est possible, connaissant la pression acoustique et son gradient normal sur la surface d'estimation, de prédire les échos à l'intérieur du volume  $\Omega_e$ . En pratique cependant les grandeurs acoustiques sont connues uniquement aux endroits où sont disposés des capteurs. Comme il est inenvisageable de placer des capteurs sur toute une surface, le dispositif proposé consiste à placer un nombre limité de capteurs de manière régulière sur la surface d'estimation  $\Gamma_e$ . Cette opération constitue l'opération de discrétisation. Elle permet d'obtenir une représentation discrète du champ acoustique. Par analogie avec une image numérisée, chaque donnée recueillie par un des capteurs correspond à un pixel. Le nombre de pixels nécessaire pour décrire précisément l'image dépend bien évidemment de la complexité de celle-ci. Si par exemple l'image est le drapeau français, seuls trois pixels bien disposés suffisent. En revanche, si on désire représenter celui de la Grande-Bretagne, bien plus sont nécessaires. En acoustique la complexité du champ

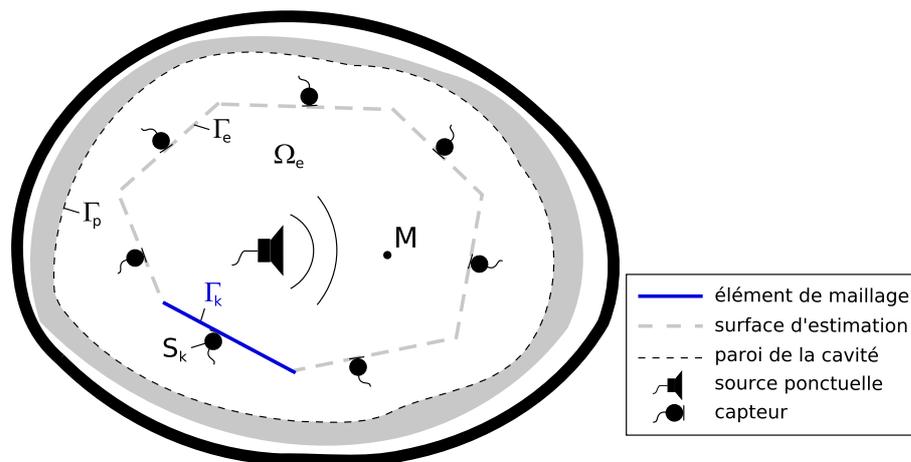


FIG. 3.1 – **Discrétisation de la surface d'estimation en éléments constituant un maillage.** Ici le nombre  $K$  d'éléments du maillage est identique au nombre  $N$  de positions de capteur.

augmente avec la fréquence. Pour décrire les échos à haute fréquence, il faut disposer de nombreux capteurs tandis qu'à basse fréquence seul un petit nombre suffit. Une analyse détaillée traitant du degré de discrétisation est réalisée au paragraphe 4.3.1, dans lequel la notion de nombre de capteurs par longueur d'onde est introduite.

La surface d'estimation  $\Gamma_e$  est discrétisée de la manière suivante. On note  $S_n$  une position de mesure, avec  $n$  allant de 1 à  $N$ ,  $N$  étant le nombre total de positions de mesure. Les  $N$  points correspondant aux positions de mesure sont organisés en  $K$  éléments de surface  $\Gamma_k : \Gamma_e = \Gamma_1 \cup \dots \cup \Gamma_k \cup \dots \cup \Gamma_K$  (voir la figure 3.1). L'organisation des points de mesure constitue le maillage. La formulation des échos (2.5) est alors modifiée de manière à faire apparaître la contribution de chaque élément de surface :

$$e(t, M) = \sum_{k=1}^K \int_{\Gamma_k} g(t, M, S) * \partial_{\mathbf{n}} p_k(t, S) - \partial_{\mathbf{n}} g(t, M, S) * p_k(t, S) d\Gamma(S) \quad (3.1)$$

Les grandeurs  $p_k(t, S)$  et  $\partial_{\mathbf{n}} p_k(t, S)$  représentent respectivement la pression et son gradient normal sur la surface de chaque élément  $k$ . Comme ces grandeurs ne sont pas mesurées sur tout l'élément, elles sont interpolées grâce à l'information fournie par les capteurs placés aux points de mesure.

### 3.1.1 Dispositif avec capteurs de gradient de pression

D'après l'équation 3.1, il faut connaître à la fois la pression et son gradient normal sur la surface d'estimation. La solution la plus rigoureuse est alors de placer à chaque point de mesure  $S_n$  un capteur de pression et un capteur de gradient de pression ; le nombre total de capteurs s'élève à  $2 \times N$ . Avec les images que fournissent ces capteurs, l'équation (3.1) est transformée en une somme pondérée des signaux de pression et de gradient de pression :

$$\tilde{e}(t, M) = \sum_{n=1}^N u(t, M, S_n) * \partial_{\mathbf{n}} p(t, S_n) - v(t, M, S_n) * p(t, S_n) \quad (3.2)$$

Puisque la surface d'estimation initiale a été discrétisée, on parle maintenant d'estimation d'échos, symbolisée par la fonction  $\tilde{e}(t, M)$ . Les signaux  $p(t, S_n)$  et  $\partial_{\mathbf{n}} p(t, S_n)$  représentent respectivement le signal de pression et de gradient de pression aux points de mesure  $S_n$ . Les signaux  $u(t, M, S_n)$  et  $v(t, M, S_n)$  sont des filtres de pondération qui relient chaque grandeur mesurée sur la surface aux échos au point  $M$ , c'est à dire aux ondes pénétrant dans le domaine  $\Omega_e$ . Ils sont appelés « filtres d'échos » :  $u(t, M, S_n)$  est un filtre d'échos en gradient de pression,  $v(t, M, S_n)$  est un filtre d'échos en pression. Bien que le calcul des filtres dépende du type d'élément employé, ils consistent dans leur forme la plus simple en l'intégration de la fonction de Green de l'espace libre et de son gradient entre chaque élément considéré et le point  $M$  (voir la section 3.2). Les filtres d'échos sont indépendants de la position et de la

directivité de la source  $S_0$  qui génère les ondes dans la cavité. Bien entendu, les échos au point  $M$  ne sont eux pas invariants si la source  $S_0$  est déplacée, mais ce sont alors uniquement les valeurs de la pression et de son gradient sur  $\Gamma_e$  qui sont modifiées.

En pratique, les capteurs de pression utilisés sont des microphones de pression, communément appelés microphones omnidirectionnels dans le milieu de l'audio (voir Rossi [52]). L'amplitude du gradient de pression peut quant à elle être mesurée de deux manières différentes. La première consiste à employer des microphones à gradient de pression, appelés microphones bidirectionnels (voir Rossi [52]). Ce type de capteur a l'avantage de fournir directement la quantité désirée. En revanche ces capteurs sont difficiles à étalonner (voir Jacobsen et Jaud [31]). En pratique on préfère alors utiliser la méthode consistant à estimer le gradient de pression en mesurant la différence entre les signaux fournis par deux microphones de pression espacés d'une distance petite par rapport à la longueur d'onde (voir Langrenne, Melon et Garcia [36]). Lorsque la pression et son gradient sont mesurés, les filtres d'échos  $u(t, M, S_n)$  et  $v(t, M, S_n)$  peuvent être évalués soit par calcul, soit par la mesure, soit par les deux méthodes couplées qu'on appelle alors méthode hybride.

### 3.1.2 Dispositif sans capteurs de gradient de pression

En pratique, le nombre de voies d'acquisition représente la principale limitation du dispositif. Pour cette raison, il convient de réduire le nombre de capteur lorsque la configuration le permet. Ainsi, comme on l'a vu dans la section 2.3, lorsque le milieu extérieur au domaine d'estimation  $\Omega_e$  est invariant dans le temps, le gradient normal de pression au point  $S_n$  est déduit de l'information de pression sur tous les points de mesure sous forme d'une combinaison linéaire. L'opérateur de proportionnalité est appelé opérateur d'admittance ramené; il est indépendant de la position de la source sonore  $S_0$  qui génère les ondes dans la cavité. D'après la relation (2.14), le gradient normal de pression de l'équation (3.1) prend la forme :

$$\partial_{\mathbf{n}}p(t, S_n) = \sum_{k=1}^K \int_{\Gamma_k} \beta_e(t, S_n, S') * p_k(t, S') d\Gamma(S') \quad (3.3)$$

où  $\Gamma_k$  représente la surface du  $k^{ieme}$  élément et  $S_n$  une position de capteur. En remplaçant la relation (3.3) dans la formulation (3.1), on obtient :

$$e(t, M) = \sum_{k=1}^K \int_{\Gamma_k} \left[ \sum_{l=1}^K \int_{\Gamma_l} g(t, M, S') * \beta_e(t, S', S) d\Gamma(S') - \partial_{\mathbf{n}}g(t, M, S) \right] * p_k(t, S) d\Gamma(S) \quad (3.4)$$

D'après la formulation (3.4), l'estimation des échos est donc envisageable en utilisant uniquement  $N$  capteurs de pression. Cette propriété permet de réduire le nombre de

capteur par 2 par rapport au cas où les deux types de capteur sont utilisés. Comme auparavant, on formule l'estimation des échos comme la somme des signaux recueillis par les microphones de pression pondérés par des filtres :

$$\tilde{e}(t, M) = \sum_{n=1}^N w(t, M, S_n) * p(t, S_n) \quad (3.5)$$

Les termes  $w(t, M, S_n)$  représentent les filtres d'échos en pression spécifiques. Le terme « spécifique » souligne le fait que les filtres d'échos en question sont uniquement valables pour une seule configuration du milieu extérieur au domaine d'estimation. À l'inverse les filtres sont indépendants de la position de la source  $S_0$ . S'il est possible de n'utiliser que l'information de pression acoustique, en revanche les filtres d'échos sont généralement difficiles à calculer. En effet, pour évaluer l'opérateur d'admittance ramenée il faudrait modéliser précisément le comportement acoustique du milieu extérieur au domaine d'estimation  $\Omega_e$ . Souvent, la solution pratique pour obtenir une bonne approximation des filtres d'échos spécifiques est de recourir à leur évaluation par la mesure (voir le paragraphe 3.3).

Les seuls cas simples pour lesquels l'opérateur d'admittance peut être évalué sans trop de difficultés sont les cas où la surface d'estimation coïncide avec une surface à réaction localisée. Cela signifie que le gradient normal de pression au point  $S_n$  est uniquement proportionnel à la pression au même point. Dans ce cas, on calcule les filtres d'échos spécifiques de l'équation (3.5) d'après :

$$w(t, M, S_n) = \beta_e(t, S_n, S_n) * u(t, M, S_n) - v(t, M, S_n) \quad (3.6)$$

où l'opérateur  $\beta_e(t, S_n, S_n)$  représente l'admittance locale de la paroi, qui peut par exemple être estimée en tube de Kundt (voir Levy [39]). Les termes  $u(t, M, S_n)$  et  $v(t, M, S_n)$  sont respectivement les filtres d'échos en gradient de pression et en pression de la formulation (3.2). Un cas particulier est le cas où les parois de la cavité sont très réfléchissantes. En effet, l'opérateur d'admittance  $\beta_e(t, S_n, S_n)$  est local et tend vers 0. Le gradient de pression peut alors être négligé (voir le paragraphe 2.3.1) et les filtres d'échos spécifiques en pression sont réduits à :

$$w(t, M, S_n) = -v(t, M, S_n) \quad (3.7)$$

équivalents, au signe près, aux filtres d'échos en pression du paragraphe 3.1.1 précédent.

## 3.2 Calcul des filtres d'échos

L'estimation des échos est mise sous la forme d'une somme de contributions de la pression et de son gradient pondérées par des filtres, appelés filtres d'échos. Par

mesure de simplicité, ces filtres sont calculés dans le domaine fréquentiel puis, par transformation de Fourier inverse, sont exprimés dans le domaine temporel. Le calcul direct faisant intervenir des différences finies est par exemple évoqué par Wu [63]. Après décomposition de la surface d'estimation en éléments, l'expression des échos (2.7) devient :

$$E(\omega, M) = \sum_{k=1}^K \int_{\Gamma_k} G(\omega, M, S) \partial_{\mathbf{n}} P_k(\omega, S) - \partial_{\mathbf{n}} G(\omega, M, S) P_k(\omega, S) d\Gamma(S) \quad (3.8)$$

où les grandeurs  $P_k(\omega, S)$  et  $\partial_{\mathbf{n}} P_k(\omega, S)$  représentent respectivement la pression et son gradient normal sur la surface de chaque élément  $k$ , avec  $\omega = 2\pi f$  la pulsation,  $f$  étant la fréquence. Les fonctions  $G(\omega, M, S)$  et  $\partial_{\mathbf{n}} G(\omega, M, S)$  sont données par les formules (2.8) et (2.9) de la section 2.2.2. Les deux méthodes de maillage présentées sont appliquées au cas d'une cavité parallélépipédique. Les capteurs sont volontairement placés en dehors des arêtes du parallélépipède car l'orientation des capteurs de gradient de pression y est délicate. Deux types de maillage sont alors proposés pour calculer les filtres d'échos en pression et en gradient de pression : un maillage d'éléments quadrilatéraux et un maillage d'éléments triangulaires. Ces deux techniques de maillage sont des techniques couramment employées dans les méthodes d'éléments finis de frontières (voir par exemple Wu [63] et Crighton et al. [11]). Les principales différences se situent au niveau de la forme des éléments et de la méthode d'interpolation utilisée pour estimer les grandeurs aux endroits où elles ne sont pas mesurées. Ces maillages ont été choisis arbitrairement. En effet, il faut souligner qu'il existe une infinité de possibilités pour mailler une surface.

Les différents maillages présentés dans cette partie permettent de formuler l'équation (3.8) simplement comme la combinaison linéaire des signaux mesurés par les capteurs et des filtres d'échos :

$$\tilde{E}(\omega, M) = \sum_{n=1}^N U(\omega, M, S_n) \partial_{\mathbf{n}} P(\omega, S_n) - V(\omega, M, S_n) P(\omega, S_n) \quad (3.9)$$

qui constitue simplement l'expression de l'équation (3.2) dans le domaine des fréquences. Les grandeurs  $U(\omega, M, S_n)$  et  $V(\omega, M, S_n)$  sont les équivalents dans le domaine des fréquences des filtres d'échos temporels  $u(t, M, S_n)$  et  $v(t, M, S_n)$ .

### 3.2.1 Maillage QUAD

La surface d'estimation est décomposée en éléments quadrilatéraux, en veillant à homogénéiser la taille de ceux-ci et à les rendre les plus réguliers possibles. Les capteurs sont placés au centre  $S_n$  de chaque élément  $n$ . Le maillage comporte autant d'éléments que de positions de capteur :  $K = N$ . Ce type de maillage est appelé

QUAD, pour quadrilatères. Il est représenté sur la figure 3.2 de gauche. Les grandeurs acoustiques, pression et gradient normal de pression, sont considérées comme constantes sur chaque élément. Les capteurs de gradient de pression sont orientés dans la direction de la normale  $\mathbf{n}$  à la surface d'estimation  $\Gamma_e$ , comme sur la figure 3.2. L'estimation des échos (3.8) prend finalement la forme de l'équation (3.9) où les filtres d'échos valent :

$$\begin{aligned} U(\omega, M, S_n) &= \int_{\Gamma_n} G(\omega, M, S) d\Gamma(S) \\ V(\omega, M, S_n) &= \int_{\Gamma_n} \partial_{\mathbf{n}} G(\omega, M, S) d\Gamma(S) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ce type de maillage est le plus simple et possède l'avantage d'être explicite. En effet, les filtres d'échos sont directement issus de l'intégration de la fonction de Green et de son gradient normal sur chaque élément du maillage. De plus le capteur étant positionné au centre de l'élément, la normale à la surface d'estimation est bien définie. L'orientation du capteur de gradient de pression ne pose pas de problème. Ce type de maillage est particulièrement adapté aux cas où la frontière d'estimation est de type parallélépipédique. Chaque dimension  $x$ ,  $y$  et  $z$  est découpée respectivement en  $N_x$ ,  $N_y$  et  $N_z$  portions égales et les éléments ainsi formés sont des rectangles.

### 3.2.2 Maillage TRILIN

Les capteurs représentent les noeuds du maillage. La surface est décomposée en éléments triangulaires de taille approximativement identique. Le maillage ainsi

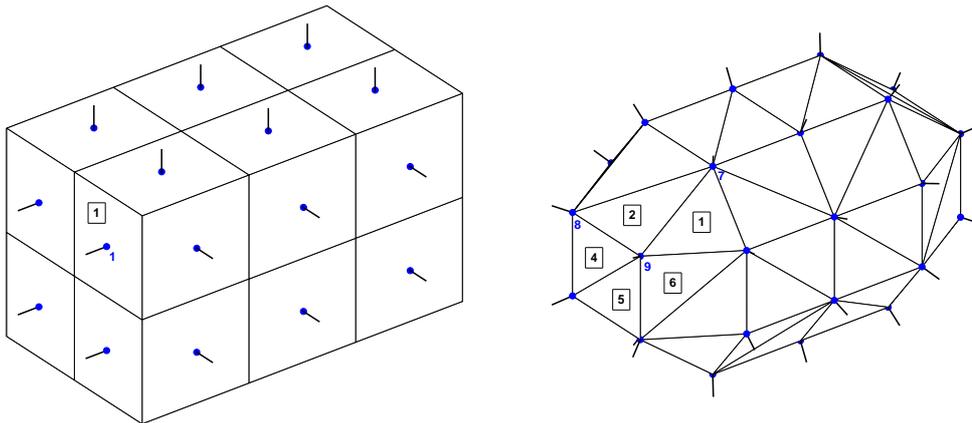


FIG. 3.2 – **Les deux types de maillage testés ici sur une surface parallélépipédique avec  $N_x = 3$ ,  $N_y = 2$  et  $N_z = 2$  donnant ainsi 32 positions de capteur.** A gauche : le maillage type QUAD pour lequel les capteurs coïncident avec le centre d'éléments rectangulaires, à droite : le maillage de type TRILIN pour lequel les capteurs coïncident avec les noeuds des éléments triangulaires. **1** représente l'élément 1 et **1** représente le noeud 1.

constitué comporte plus d'éléments que de positions de capteur :  $K > N$ . La pression et son gradient normal sont considérés sur chaque élément comme linéaires. Leur amplitude en n'importe quel point d'un élément est extrapolée d'après l'amplitude mesurée sur les trois sommets. L'image du champ acoustique sur la surface d'estimation  $\Gamma_e$  est continue. L'inconvénient de ce type de maillage est que la normale  $\mathbf{n}_n$  au noeud  $n$  ne peut pas être colinéaire aux normales de tous les éléments auxquels il appartient, notamment lorsque le noeud est sur une arête (voir la figure 3.2 de droite). Nous choisissons alors de définir la normale à chaque point de mesure comme la moyenne des normales des éléments qui comportent le noeud. Les capteurs de gradient de pression sont donc orientés selon cette direction. Ce maillage est appelé **TRILIN**, pour triangles et linéaire ; il est représenté sur la figure 3.2 de droite.

On note la matrice noeuds  $[No]$  de taille  $K \times 3$ , la matrice qui associe à chaque élément  $k$  les 3 numéros  $i$  des noeuds. Par exemple sur la figure 3.2 de droite, on a  $No(2, 1) = 9$ ,  $No(2, 2) = 7$  et  $No(2, 3) = 8$ . Les grandeurs acoustiques  $P_k(\omega)$  et  $\partial_{\mathbf{n}_n} P_k(\omega)$  sont interpolées linéairement sur toute la surface de l'élément d'après les valeurs aux noeuds (voir Wu [63]) :

$$\begin{aligned} P_k(\omega, S(x, y, z)) &= \sum_{i=1}^3 N_{No(k,i)}^k(x, y, z) P(\omega, S_{No(k,i)}) \\ \partial_{\mathbf{n}_n} P_k(\omega, S(x, y, z)) &= \sum_{i=1}^3 N_{No(k,i)}^k(x, y, z) \partial_{\mathbf{n}_n} P(\omega, S_{No(k,i)}) \end{aligned} \quad (3.11)$$

où les fonctions  $N_{No(k,i)}^k$  représentent les fonctions d'interpolation des points de mesure  $No(k, i)$  sur l'élément  $k$ . Elles dépendent uniquement de la géométrie de l'élément  $k$  considéré et du numéro du noeud  $i$ . D'après les équations (3.8) et (3.11) la formulation des échos devient :

$$\begin{aligned} E(\omega, M) &= \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^3 \partial_{\mathbf{n}_n} P(\omega, S_{No(k,i)}) \int_{\Gamma_k} N_{No(k,i)}^k G(\omega, M, S) d\Gamma(S) \\ &\quad - P(\omega, S_{No(k,i)}) \int_{\Gamma_k} N_{No(k,i)}^k \partial_{\mathbf{n}} G(\omega, M, S) d\Gamma(S) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Dans la formulation (3.12), on a sommé sur chaque élément  $k$  du maillage la contribution des 3 points de mesure localisés en  $S_{No(k,i)}$ . On transforme alors la matrice noeud  $[No]$ , associant à chaque élément 3 noeuds, en matrice élément  $[El]$ , associant à chaque noeud  $n$  les éléments auxquels il appartient. Le nombre de lignes de  $[El]$  vaut  $N$  et le nombre de colonnes  $I$  dépend du point de mesure. En effet, un noeud  $n$  peut faire partie de 4 à 8 éléments :  $I = I(n)$ . Par exemple dans le cas de la figure 3.2 de droite,  $El(9, 1) = 6$ ,  $El(9, 2) = 1$ ,  $El(9, 3) = 2$ ,  $El(9, 4) = 4$  et  $El(9, 5) = 5$ . En utilisant la matrice  $[El]$ , on peut alors formuler les échos en utilisant l'équation

(3.9) où les filtres d'échos valent :

$$\begin{aligned} U(\omega, M, S_n) &= \sum_{i=1}^{I(n)} \int_{\Gamma_{El(n,i)}} N_n^{El(n,i)} G(\omega, M, S) d\Gamma(S) \\ V(\omega, M, S_n) &= \sum_{i=1}^{I(n)} \int_{\Gamma_{El(n,i)}} N_n^{El(n,i)} \partial_{\mathbf{n}} G(\omega, M, S) d\Gamma(S) \end{aligned} \quad (3.13)$$

avec les fonctions  $N_n^{El(n,i)}$  représentant les fonctions d'interpolation des points de mesure  $n$  sur l'élément  $El(n, i)$ .

En utilisant ce type de maillage, les filtres d'échos représentent l'intégration de la fonction de Green et de son gradient normal pondérés par les fonctions d'interpolation. Le maillage de type TRILIN est plutôt adapté aux surfaces d'estimation possédant des formes complexes ou arrondies. Le choix de ce type de maillage est en revanche à proscrire dans le cas de surfaces parallélépipédiques car il tronque les arêtes (voir la figure 3.2 de droite). L'avantage du maillage TRILIN est qu'il permet une interpolation des grandeurs acoustiques sur les éléments. Le cas étudié ici utilise l'interpolation linéaire, mais il est tout à fait possible d'utiliser toute sorte d'interpolation plus ou moins complexes. Néanmoins l'orientation des capteurs de gradient de pression est délicate car la normale n'est pas définie aux noeuds du maillage. Ceci implique automatiquement une erreur sur l'interpolation du gradient normal de pression sur les éléments.

### 3.2.3 Intégration des filtres d'échos

Quel que soit le type de maillage employé, les filtres d'échos  $U(\omega, M, S_n)$  et  $V(\omega, M, S_n)$  correspondent à l'intégration de la fonction de Green de l'espace libre et de son gradient normal pondérées par les fonctions d'interpolation sur chaque élément. Pour les calculer, il suffit de repérer la position dans l'espace des différents capteurs, de repérer celle du point  $M$  où on désire estimer les échos et d'estimer la célérité des ondes  $c_0$  dans l'air de la cavité. Une bonne approximation de la célérité des ondes peut être obtenue en mesurant la température de l'air dans la pièce (voir Rossing [53]).

L'intégration des différentes fonctions sur chacun des éléments est réalisée numériquement en employant la méthode des points de Gauss (voir Wu [63]). La méthode consiste à transformer l'élément considéré par changement de base en carré de sommets  $(-1, -1)$ ,  $(+1, -1)$ ,  $(+1, +1)$  et  $(-1, +1)$ . Les fonctions à intégrer sont développées sur la base des polynômes orthogonaux de Legendre dans chaque direction de la base propre du carré. Chaque direction est discrétisée en  $N_g$  points, appelés points de Gauss, placés aux abscisses qui correspondent aux racines des polynômes de Legendre. Le nombre de points de Gauss utilisé est lié au degré du polynôme sur

lequel est développée la fonction. Le nombre total de points de Gauss utilisés pour calculer les filtres d'échos est donc  $N_g^2$ . En pratique on a utilisé  $N_g = 6$  soit un total de 36 points d'intégration sur chaque élément. Les filtres  $u(t, M, S_n)$  et  $v(t, M, S_n)$  dans le domaine temporel sont obtenus par transformation de Fourier inverse des filtres fréquentiels  $U(\omega, M, S_n)$  et  $V(\omega, M, S_n)$ .

### 3.2.4 Conclusion sur le calcul des filtres d'échos

Le calcul des filtres d'échos est réalisé en décomposant la surface d'estimation  $\Gamma_e$  en éléments virtuels formant le maillage. D'après les calculs présentés dans cette section, les filtres d'échos sont obtenus par intégration de la fonction de Green (2.2) de l'espace libre et de son gradient sur la surface des éléments. Or la fonction de Green étant causale, les filtres théoriques le sont également. Cette propriété mathématique se traduit simplement par le fait que les échos dans la cavité ne peuvent pas être mesurés avant qu'une onde ait été détectée par les capteurs d'estimation. La surface d'intégration étant de taille finie, les filtres d'échos possèdent un support temporel fini. En pratique, les signaux recueillis par les capteurs étant échantillonnés, les filtres d'échos sont des filtres numériques à réponse impulsionnelle finie (filtres RIF). On remarque également que les éléments sont intimement liés aux positions des capteurs. La précision de l'estimation des échos dépend ainsi en partie de la précision avec laquelle les différents composants du dispositif sont localisés. L'autre élément indispensable à une bonne estimation est l'étalonnage des capteurs. En effet, pour estimer les échos, il faut mesurer la pression et son gradient de manière absolue.

Finalement, le calcul des filtres d'échos est surtout utile lorsqu'à la fois la pression et son gradient normal sont mesurés. Or, pour s'affranchir des difficultés liées à l'étalonnage des capteurs, on envisage souvent de se dispenser de capteurs de gradient de pression. S'il existe une relation liant la pression au gradient sur la surface d'estimation, elle est difficile à estimer par le calcul à l'exception de quelques cas simples où la surface d'estimation coïncide avec la surface d'estimation. Dans les autres cas, il est nécessaire de recourir à une identification des filtres par la mesure.

## 3.3 Mesure des filtres d'échos

On a vu dans la section précédente que les filtres d'échos peuvent être calculés théoriquement à condition que les informations concernant le dispositif soient suffisamment précises. En effet, dans un premier temps il est nécessaire de procéder à l'étalonnage de tous les capteurs d'estimation utilisés. Dans un second temps, il faut repérer avec précision la position des points de mesure dans l'espace et d'estimer la célérité des ondes dans le milieu ambiant. Pour limiter les incertitudes liées à ces

mesures, il est d'usage en contrôle actif d'identifier les grandeurs nécessaires *in situ* (voir Friot [22]). De cette manière, aucune information *a priori* n'est nécessaire. En particulier l'étalonnage préalable des capteurs n'est pas utile.

En pratique, cela consiste à procéder à une phase d'apprentissage du système durant laquelle les filtres d'échos sont identifiés. Dans notre cas, cette technique repose sur un protocole expérimental spécifique qui permet d'isoler les filtres. La méthode d'identification décrite ci-dessous peut aussi être utilisée en complément des calculs de la section précédente. Cette technique hybride associe les connaissances théoriques à la mesure pour trouver les filtres optimaux. Dans ce cas néanmoins, l'étalonnage des capteurs est nécessaire.

### 3.3.1 Principe d'évaluation

L'estimation des échos est formulée comme la somme de signaux mesurés par les capteurs d'estimation pondérés par les filtres d'échos. Le principe d'évaluation des filtres est simplement basée sur la recherche des filtres qui conduisent à une estimation parfaite des échos. Ces filtres, dits optimaux, vérifient quels que soient la position et le type de source  $S_0$  générant les ondes dans la cavité :

$$J = E(\omega, M) - \tilde{E}(\omega, M) \rightarrow 0 \quad (3.14)$$

où  $E(\omega, M)$  désigne les échos et  $\tilde{E}(\omega, M)$  leur estimation. Si la pression et son gradient normal aux points de mesure ainsi que les échos  $E$  au point  $M$  sont connus, et compte tenu de la formulation de  $\tilde{E}(M)$  alors l'équation (3.14) forme un système linéaire dont les inconnues sont les filtres d'échos  $U(\omega, M, S_n)$  et  $V(\omega, M, S_n)$ . Lorsque l'information de gradient normal de pression est mesurée, les signaux provenant des capteurs d'estimation constituent les  $2 \times N$  références et l'équation (3.14) constitue la fonctionnelle à minimiser (voir la figure 3.3). Le système à résoudre pour évaluer les filtres est posé sous forme matricielle. Dans un premier temps, pour chaque fréquence, on note les vecteurs colonnes par :

$$[U(\omega, M)] = [U(\omega, M, S_1) \dots U(\omega, M, S_n) \dots U(\omega, M, S_N)]^T \quad (3.15)$$

$$[V(\omega, M)] = [V(\omega, M, S_1) \dots V(\omega, M, S_n) \dots V(\omega, M, S_N)]^T \quad (3.16)$$

$$[\partial_{\mathbf{n}}P(\omega)] = [\partial_{\mathbf{n}}P(\omega, S_1) \dots \partial_{\mathbf{n}}P(\omega, S_n) \dots \partial_{\mathbf{n}}P(\omega, S_N)]^T \quad (3.17)$$

$$[P(\omega)] = [P(\omega, S_1) \dots P(\omega, S_n) \dots P(\omega, S_N)]^T \quad (3.18)$$

avec  $S_n$  la position du  $n^{ieme}$  capteur de pression et du  $n^{ieme}$  capteur de gradient de pression et où l'opérateur  $T$  est l'opérateur transposition qui transforme un vecteur ligne en vecteur colonne et inversement. Les grandeurs entre parenthèses  $[ \cdot ]$  représentent des vecteurs. D'après l'équation (3.9) exprimée dans le domaine fréquentiel,

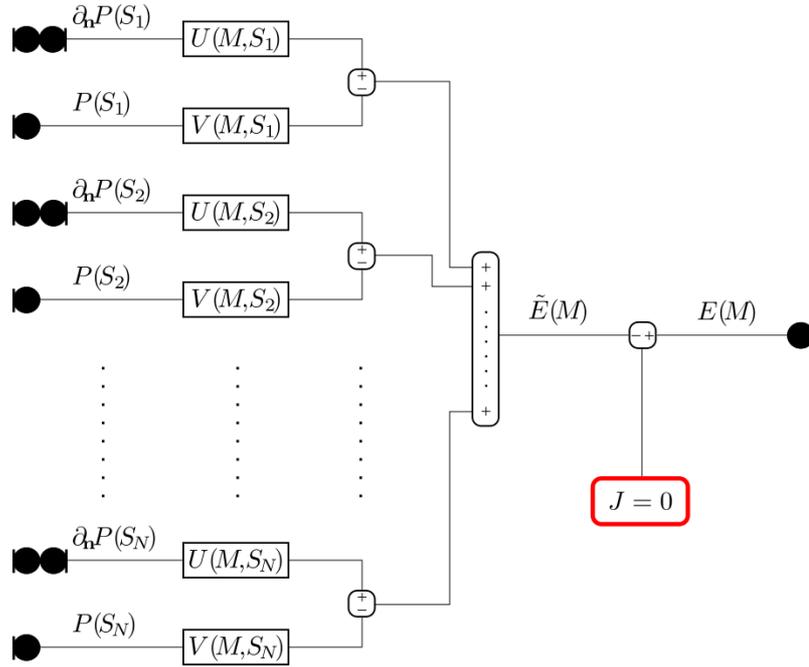


FIG. 3.3 – **Schéma du principe d'évaluation des filtres d'échos.** Les capteurs fournissent l'information de pression et de son gradient.

lorsque les deux types de capteur sont utilisés, l'estimation des échos se réduit à la formulation matricielle suivante :

$$\tilde{E}(\omega, M) = [\partial_{\mathbf{n}}P(\omega)]^T \cdot [U(\omega, M)] - [P(\omega)]^T \cdot [V(\omega, M)] \quad (3.19)$$

où  $\tilde{E}(\omega, M)$  est un scalaire. En concaténant les vecteurs  $[U(\omega, M)]$  et  $[V(\omega, M)]$  et les vecteurs  $[\partial_{\mathbf{n}}P(\omega)]$  et  $[P(\omega)]$ , l'équation (3.19) s'écrit finalement :

$$\tilde{E}(\omega, M) = [S(\omega)]^T \cdot [H(\omega, M)] \quad (3.20)$$

avec :

$$[H(\omega, M)] = \left[ [U(\omega, M)]^T \quad [-V(\omega, M)]^T \right]^T \quad (3.21)$$

$$[S(\omega)]^T = \left[ [\partial_{\mathbf{n}}P(\omega)]^T \quad [P(\omega)]^T \right] \quad (3.22)$$

Lorsque les échos sont estimés sans information de gradient de pression, les signaux de référence sont fournis uniquement par les  $N$  microphones de pression (voir la figure 3.4). Dans ce cas, le système à résoudre schématisé sur la figure 3.4 se réduit à la formulation (3.20) avec simplement :

$$\begin{aligned} [H(\omega, M)] &= [W(\omega, M)] \\ &= [W(\omega, M, S_1) \dots W(\omega, M, S_n) \dots W(\omega, M, S_N)]^T \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$[S(\omega)]^T = [P(\omega)]^T \quad (3.24)$$

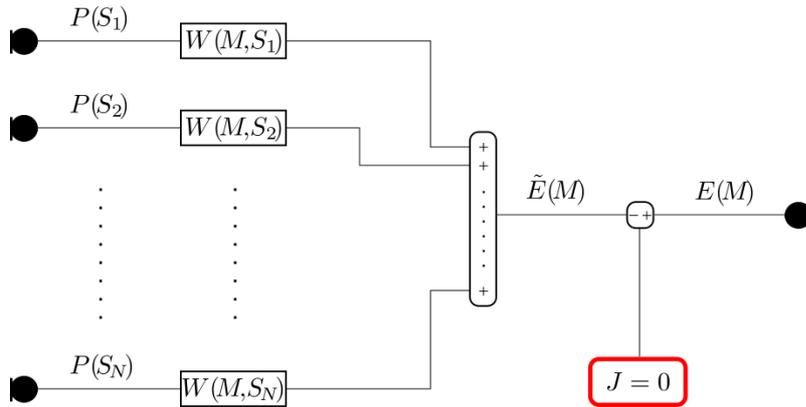


FIG. 3.4 – **Schéma du principe d'évaluation des filtres d'échos.** Les capteurs fournissent uniquement l'information de pression.

où les  $N$  inconnues sont les filtres d'échos en pression spécifiques  $W(\omega, M, S_n)$ . Si la surface d'estimation coïncide avec une surface à réaction localisée (voir le paragraphe 3.1.2), alors on peut représenter chaque voie d'acquisition de la figure 3.4 par le schéma de la figure 3.5. En revanche, si l'opérateur d'admittance ne peut pas être considéré comme diagonal, par exemple dans le cas où la surface  $\Gamma_e$  est placée loin des parois, alors le système devient plus complexe à représenter puisque le gradient normal de pression en un point est une combinaison linéaire de tous les signaux de pression  $P(\omega, S_n)$  recueillis.

Pour évaluer les filtres, il suffit de mesurer simultanément les échos  $E(\omega)$  au point  $M$  et les grandeurs acoustiques aux points d'estimation  $S_n$ . Néanmoins, formulé ainsi, le système comporte  $2 \times N$  ou  $N$  inconnues pour une seule équation. Or, les filtres d'échos ne dépendent ni du type ni de la position des sources qui génèrent les ondes sonores à l'intérieur de la cavité (voir les paragraphes 3.1.1 et 3.1.2). Pour fournir des équations supplémentaires, il convient d'enregistrer les échos au point  $M$  pour plusieurs positions ou types de source  $S_0$ . Il a pourtant été envisagé d'utiliser le principe de réciprocité de manière à modifier la position du microphone  $M$  plutôt que la position de la source. En théorie, en intervertissant la position  $S_0$  d'une source monopolaire et celle  $M$  du microphone de pression dans un local, les signaux de pression directe et totale restent inchangés (voir Fahy [16]). Par conséquent les échos sont également invariants. Néanmoins, les filtres d'échos ne sont eux pas invariants car ils dépendent de la position du capteur  $M$ . Les échos restent pourtant inchangés car les grandeurs acoustiques sur les capteurs d'estimation varient en fonction de la position de la source  $S_0$  : le principe de réciprocité ne peut pas être utilisé de manière simple pour soulager le protocole expérimental. La mesure des filtres d'échos est alors basée sur une phase d'identification durant laquelle une source sonore est déplacée

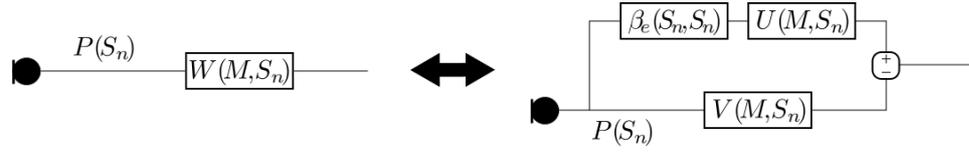


FIG. 3.5 – **Schéma équivalent du filtre d'échos spécifique pour chaque voie d'acquisition.** La surface d'estimation coïncide avec une paroi à réaction localisée.

au moins autant de fois qu'il existe de capteurs d'estimation. On obtient alors  $L$  mesures d'échos  $E_l(\omega, M)$  qui sont regroupées dans le vecteur :

$$[E(\omega, M)] = [E_1(\omega, M) \dots E_l(\omega, M) \dots E_L(\omega, M)]^T \quad (3.25)$$

et  $L$  vecteurs  $[S_l(\omega)]$  provenant des capteurs d'estimation qui sont regroupés pour former une matrice :

$$[[S(\omega)]] = [[S_1(\omega)] \dots [S_l(\omega)] \dots [S_L(\omega)]]^T \quad (3.26)$$

où  $[[ \cdot ]]$  symbolise une matrice. Le système matriciel final à résoudre se formule ainsi :

$$[E(\omega, M)] = [[S(\omega)]] \cdot [H(\omega, M)] \quad (3.27)$$

où  $[E(\omega, M)]$  est un vecteur  $[L \times 1]$  comportant les échos mesurés avec  $L$  positions de source,  $[[S(\omega)]]$  est une matrice  $[L \times 2N]$  ou  $[L \times N]$  (selon qu'on mesure le gradient normal de pression ou non) qui comporte les signaux des capteurs placés aux  $N$  points d'estimation pour les  $L$  positions de source et où  $[H(\omega, M)]$  est un vecteur  $[2N \times 1]$  ou  $[N \times 1]$  qui représente les inconnues. Le vecteur  $[[S(\omega)]] \cdot [H(\omega, M)]$  représente l'estimation des échos  $[\tilde{E}(\omega, M)]$  au point  $M$  pour toutes les positions de source  $S_0$ . L'objet des paragraphes suivants est de fournir une méthode de mesure des échos puis de résoudre le système (3.27) pour évaluer des filtres d'échos.

### 3.3.2 Mesure des échos

Pour résoudre le système (3.27), on procède à une phase d'identification ou d'apprentissage du système durant laquelle il faut mesurer  $L$  fois les échos au point  $M$ . Il faut bien entendu discerner la phase d'identification et l'utilisation même du dispositif d'estimation d'échos. En effet, le dispositif d'estimation d'échos doit être valable quelle que soit la source qui génère les ondes dans la cavité, pourvu qu'elle ne soit pas trop volumineuse, alors que durant la phase d'identification une source de notre choix peut être utilisée. On choisira alors une source dont nous connaissons le comportement. Elle est appelée source de référence.

Lorsqu'une source acoustique est placée dans le domaine  $\Omega_e$  de la cavité, la pression acoustique est composée de la contribution de l'onde directe  $P_d(\omega)$  provenant

de la source et de la contribution des échos  $E(\omega)$ . Les échos peuvent être formulés comme la mesure de la pression en un point  $M$  du volume d'estimation  $\Omega_e$  auquel on retranche le champ direct :

$$E(\omega, M) = P(\omega, M) - P_d(\omega, M) \quad (3.28)$$

Ainsi, la source de référence utilisée est une source dont le champ direct  $P_d(\omega)$  est connu. Une solution consiste à mesurer le champ de pression de la source de référence lorsque celle-ci est placée dans un environnement anéchoïque (comme une chambre anéchoïque par exemple). On place la source en repérant précisément le signal d'excitation choisi, le gain de l'amplificateur, l'orientation de la source ainsi que la distance  $d$  au microphone de mesure (voir la figure 3.6). La mesure de la pression acoustique  $P_d(\omega)$  est alors stockée. Ensuite, on place la source dans la cavité, en respectant les mêmes réglages et conditions qu'auparavant. D'après l'équation (3.28), en mesurant la pression sur le microphone placé au point  $M$ , et en retranchant la mesure effectuée en environnement anéchoïque, on obtient une mesure d'échos. Pour obtenir plusieurs mesures, on répète l'opération en modifiant la position de la source autant de fois que nécessaire. Si la technique n'est pas très compliquée à mettre en oeuvre, elle est néanmoins contraignante puisqu'il faut utiliser la source de référence exactement dans les mêmes conditions que durant la mesure en environnement anéchoïque. En outre, il convient de noter que les infrastructures nécessaires pour obtenir une mesure précise du champ direct à basse fréquence sont très lourdes et ont leurs limites. On citera évidemment le cas de la chambre anéchoïque du LMA qui a motivé cette étude et qui malgré ses grandes dimensions ne permet pas de mesurer précisément le champ direct d'une source au-dessous de 100 Hz (voir le chapitre 1). De plus, si l'objectif de cette étude est d'utiliser le protocole d'estimation d'échos dans la chambre anéchoïque du LMA, il devient absurde de vouloir mesurer avec précision le champ direct d'une source à l'intérieur. Il est donc délicat d'obtenir une source de référence.

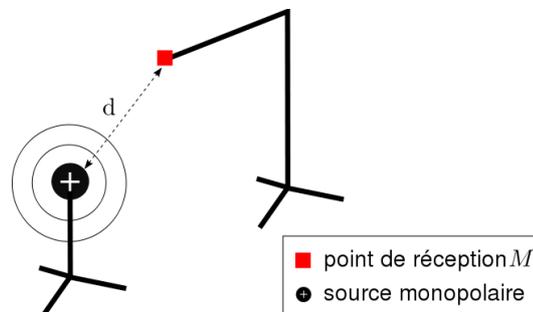


FIG. 3.6 – **Mesure du champ direct de la source de référence.** La mesure est effectuée dans un environnement anéchoïque en repérant précisément la distance  $d$  entre la source et le récepteur, l'orientation de la source ainsi que le gain de l'amplificateur et du signal d'excitation.

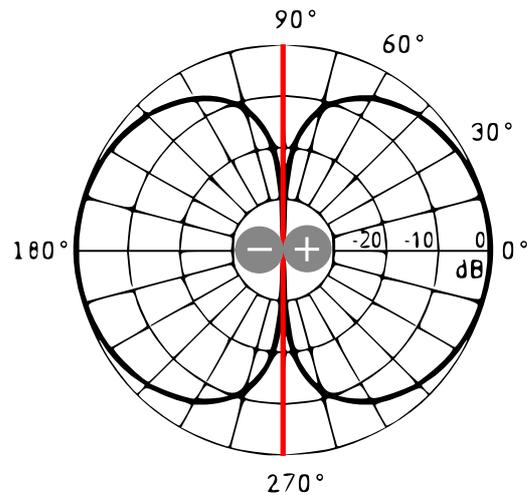


FIG. 3.7 – **Directivité théorique d'une source dipolaire.** La source dipolaire est schématisée par deux sources monopolaires rayonnant en opposition de phase. Le trait rouge vertical représente le « zéro de pression », portion de l'espace où le champ direct de la source est nul.

Pour s'affranchir des problèmes liés à la mesure de champ direct, la solution est d'utiliser comme source de référence une source dipolaire. En effet, une source dipolaire a la particularité intéressante de posséder un plan d'antisymétrie acoustique où le champ direct de la source  $P_d(\omega)$  est très faible quelle que soit la fréquence. Ce plan est appelé par abus de langage le « zéro de pression » de la source (voir la figure 3.7). Grâce à cette propriété, lorsqu'on oriente le zéro de pression du dipôle vers le microphone de pression placé au point  $M$ , celui-ci mesure directement les échos  $E(\omega)$ . Pour résoudre le système (3.27) on procède à la phase d'identification qui consiste à déplacer  $L$  fois le dipôle dans toute la cavité tout en gardant le plan de zéro de pression orienté vers le point  $M$  (voir la figure 3.8). Pour chaque disposition du dipôle, on mesure simultanément la pression sur le microphone placé au point  $M$  et les signaux des capteurs d'estimation. L'avantage de cette technique est sans aucun doute la souplesse d'utilisation par rapport à une source de référence quelconque. En effet, il n'est ni nécessaire de repérer la distance entre la source et le récepteur, ni d'utiliser le même signal d'excitation, ni de garder le même gain de l'amplificateur. Il suffit simplement d'orienter correctement la source. L'autre avantage est qu'une telle source est facile à fabriquer et est peu onéreuse (voir la partie 5.1.2). En utilisant simplement un ou deux haut-parleurs du commerce bien agencés, on parvient à obtenir un petit rapport entre la pression résiduelle dans le plan de zéro de pression (repéré aux angles 90 et 270° de la figure 3.7) et la pression dans l'axe (repéré aux angles 0 et 180°). Ce rapport représente ici les performances du dipôle. Le seul inconvénient de ce type de source est que le rendement à basse fréquence est faible. Il est par exemple inférieur à celui d'un monopôle qui aurait le même encombrement

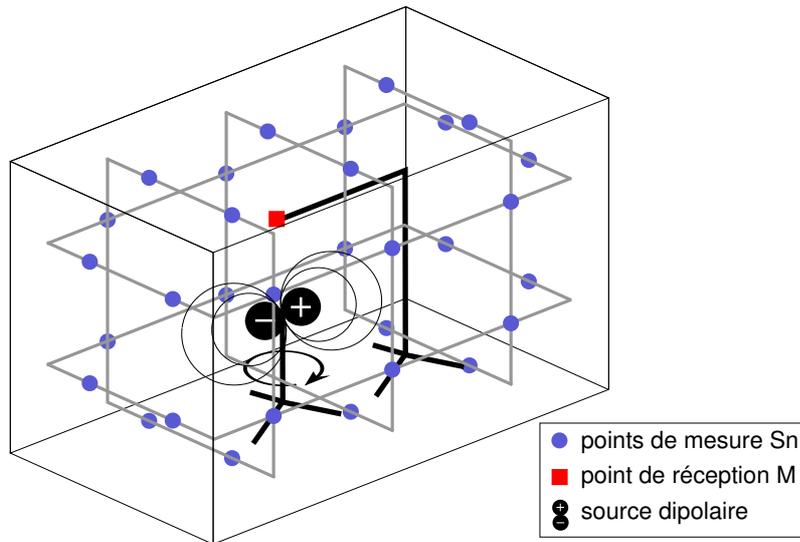


FIG. 3.8 – **Phase d'identification utilisant une source dipolaire à l'intérieur du domaine d'estimation  $\Omega_e$ .** A chaque position de la source dipolaire, on oriente son « zéro de pression » vers le point  $M$ . Ensuite on mesure simultanément les échos au point  $M$  ainsi que la pression et le gradient normal de pression (ou la pression seule) aux points de mesure  $S_n$  sur la surface d'estimation. L'opération est rééditée  $L$  fois.

(voir Crighton et *al.* [11]). Dans le cas où le faible rendement poserait problème, il est envisageable d'utiliser une source dite à directivité cardioïde. Cette source possède non pas un plan de zéro de pression comme le dipôle mais une ligne de zéro de pression sur laquelle le champ direct  $P_d(\omega) \rightarrow 0$ . L'utilisation est quasi identique à celle décrite plus haut. En revanche le rendement est supérieur à celui du dipôle tout en restant inférieur à celui du monopôle. Néanmoins sa fabrication requiert plus de soins et de précautions que celle d'un dipôle ou d'un monopôle.

Jusqu'ici dans le document nous faisons allusion à une source placée uniquement à l'intérieur du domaine d'estimation  $\Omega_e$ . Or on a vu à la fin du paragraphe 2.2.1 que le dispositif permet d'estimer toutes les ondes entrantes dans le domaine, quelle que soit la position de la source  $S_0$ . Ainsi, lorsque cela est possible, la phase d'identification des filtres d'échos peut faire intervenir des sources placées à l'extérieur du domaine, entre la surface d'estimation  $\Gamma_e$  et les parois physiques  $\Gamma_p$  de la cavité (voir la figure 3.9). Par exemple on peut imaginer  $L$  sources à directivité quelconque pouvant être directement incluses dans les murs de la cavité. De cette manière, pour remplir les matrices du système (3.27) il suffit de mesurer simultanément la pression acoustique au point  $M$  ainsi que les signaux mesurés par les capteurs aux point  $S_n$ .

Quelle que soit la configuration de la cavité, on a vu qu'il est possible assez simplement d'enregistrer les échos en simultané avec les signaux provenant de chaque capteur d'estimation pour différentes configurations de source. De cette manière, on

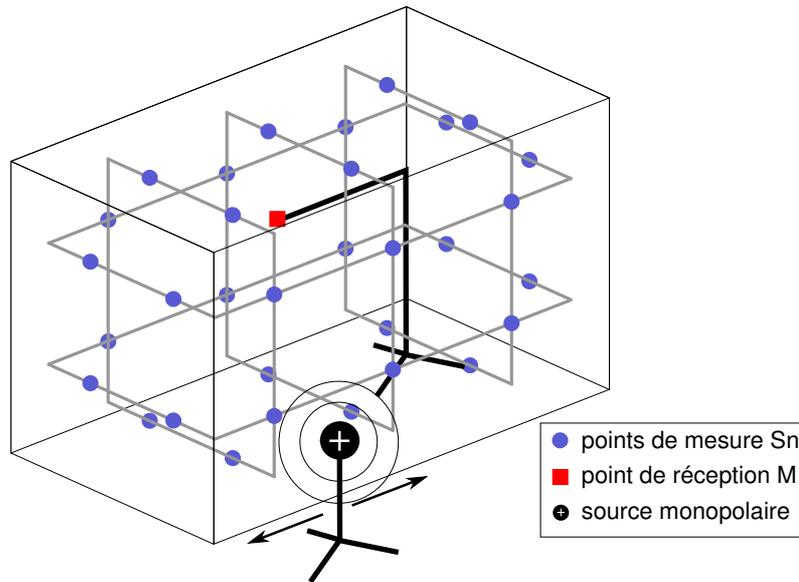


FIG. 3.9 – **Phase d'identification utilisant une source quelconque à l'extérieur du domaine d'estimation  $\Omega_e$ .** A chaque position de la source, on mesure simultanément la pression totale au point  $M$  ainsi que la pression et le gradient normal de pression (ou la pression seule) aux points de mesure  $S_n$  sur la surface d'estimation. L'opération est rééditée  $L$  fois.

peut remplir les matrices  $[E(\omega, M)]$  et  $[[S(\omega)]]$  du système (3.27). La prochaine section est consacrée à la résolution du système, pour obtenir les filtres d'échos  $[H(\omega, M)]$ . Le système étant souvent mal conditionné la résolution requiert quelques précautions particulières.

### 3.3.3 Résolution du système linéaire

Pour obtenir les filtres d'échos et pouvoir estimer les échos dans la cavité, on est amené à résoudre le système (3.27). La résolution du système est basée sur la méthode d'inversion matricielle dite des moindres carrés (*Least Square* en anglais). En pratique cependant, les systèmes de déconvolution comme celui que nous cherchons à résoudre sont souvent mal conditionnés (voir entre autres Hansen [29] et [26]). Le mauvais conditionnement se traduit sur les solutions par une forte sensibilité aux bruits additionnels tels que les bruits de mesure. Dans notre cas, les filtres d'échos ont tendance à être instables, c'est à dire qu'une faible perturbation peut provoquer une grande modification de l'estimation des échos. Pour rendre la solution du système plus stable, on recourt alors à des méthodes d'inversion avec régularisation. Une autre possibilité intéressante pour stabiliser la solution du système est de la contraindre la solution à ne pas trop s'éloigner d'une solution théorique (par exemple en utilisant les résultats (3.10) ou (3.13) précédents).

Jusqu'à présent, le système à résoudre a été formulé dans le domaine des fré-

quences pour plus de clarté. Un autre avantage de cette représentation est que les calculs liés à l'inversion sont effectués indépendamment fréquence par fréquence, ce qui permet de réduire la taille des matrices manipulées et donc la mémoire nécessaire. En revanche les filtres d'échos sont théoriquement causaux : lorsqu'une onde incidente se propage dans la direction d'une paroi, les échos ne peuvent pas être mesurés avant que l'onde incidente ait atteint la paroi. Or la méthode d'inversion des moindres carrés dans le domaine fréquentiel ne permet pas de prendre en compte simplement une telle contrainte de causalité. Pour cette raison, le système (3.27) est reformulé dans le domaine temporel où la contrainte de causalité des filtres est sous-entendue.

### Domaine fréquentiel : sans contrainte de causalité

La méthode employée est une méthode fréquentielle, ce qui implique que le système doit être résolu pour toutes les fréquences. Dans la suite, on omettra les variables  $\omega$  et  $M$  pour des raisons de lisibilité. Le système linéaire (3.27) est résolu par la méthode des moindres carrés (MC) qui consiste à donner une estimation de l'inverse de la matrice  $\llbracket S \rrbracket$ . Dans le cas où aucune contrainte n'est fournie concernant le type de filtres attendu, la méthode d'inversion des moindres carrés est basée sur la minimisation d'une fonctionnelle, ou fonction coût,  $J$  (voir par exemple Golub et Van Loan [25]) :

$$J = \|\llbracket S \rrbracket [H] - [E]\|_2^2 \rightarrow 0 \quad (3.29)$$

où  $\|\cdot\|_2^2$  représente le carré de la norme euclidienne. La méthode consiste à déterminer le vecteur  $[H]$  qui minimise l'écart entre les échos mesurés et estimés pour chaque position de source  $S_0$ . En effet, la forme de la solution au problème (3.29) est obtenue en cherchant le minimum de la fonction coût  $J$ . Lorsque le système est soumis à des perturbations, comme par exemple des bruits parasites, il est nécessaire de régulariser le système. Les deux méthodes de régularisation testées sont les méthodes dites de Tikhonov (Tikh) et de la *Tsvd*, pour *Truncated singular value decomposition*. Les méthodes étant conventionnelles, les détails sont fournis en l'annexe A.

Lorsque les deux types de capteur sont utilisés pour estimer les échos (capteurs de pression et de gradient de pression), les filtres d'échos sont indépendants du milieu extérieur à  $\Omega_e$ . Une possibilité pour estimer les filtres d'échos est de les calculer par la méthode décrite dans la section 3.2. De même, lorsque seule l'information de pression est fournie au dispositif et que la surface d'estimation  $\Gamma_e$  coïncide avec des parois à réaction localisée dont l'admittance est connue (mesurée en tube de Kundt par exemple), les filtres d'échos en pression spécifiques peuvent être calculés numériquement. Dans ces deux cas de figure, nous possédons une connaissance *a priori* qui

peut se révéler précieuse lors de la résolution du système (3.27), à condition que les capteurs employés soient étalonnés. Même si les calculs des filtres sont effectués sur la base de positions approximatives et qu'il existe une petite erreur d'étalonnage des différents capteurs, il est conseillé de contraindre le système à ne pas trop s'éloigner de la solution théorique donnée par le calcul. La méthode utilisant à la fois l'information théorique des filtres d'échos et la mesure est appelée ici méthode hybride. En notant  $[H]^{th}$  les filtres d'échos théoriques (3.10) ou (3.13) concaténés à la manière de la formulation (3.22), on cherche à minimiser par la méthode des moindres carrés avec régularisation la fonctionnelle suivante (voir Hansen [26]) :

$$J = \|[S][H] - [E]\|_2^2 + \alpha^2 \|[H] - [H]^{th}\|_2^2 \rightarrow 0 \quad (3.30)$$

où le poids de contrainte est piloté par le coefficient  $\alpha$ . En décomposant la matrice  $\llbracket S \rrbracket$  par SVD, la solution prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} [H] &= \left( \llbracket S \rrbracket^H \llbracket S \rrbracket + \alpha^2 \llbracket I \rrbracket \right)^{-1} \left( \llbracket S \rrbracket^H [E] + \alpha^2 [H]^{th} \right) \\ &= \llbracket B \rrbracket \left( \llbracket \Sigma_\alpha \rrbracket^\dagger \llbracket A \rrbracket^H [E] + \llbracket \Phi_\alpha \rrbracket^\dagger \llbracket B \rrbracket^H [H]^{th} \right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

où les matrices  $\llbracket A \rrbracket$  et  $\llbracket B \rrbracket$  sont issues de la décomposition en valeurs singulières (A.3), et où  $\llbracket \Sigma_\alpha \rrbracket^\dagger$  est donnée par (A.9) dans l'annexe A. La matrice  $\llbracket \Phi_\alpha \rrbracket^\dagger$  de taille  $[K \times K]$  est :

$$\llbracket \Phi_\alpha \rrbracket^\dagger = \begin{bmatrix} \alpha^2/(\sigma_1^2 + \alpha^2) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha^2/(\sigma_2^2 + \alpha^2) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \alpha^2/(\sigma_K^2 + \alpha^2) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

La régularisation par *Tsvd* quant à elle donne une solution du type :

$$[H] = \llbracket B \rrbracket \left[ \llbracket \Sigma_m \rrbracket^\dagger \llbracket A \rrbracket^H [E] + \llbracket \Phi_m \rrbracket^\dagger \llbracket B \rrbracket^H [H]^{th} \right] \quad (3.33)$$

où la matrice  $\llbracket \Phi_m \rrbracket^\dagger$  est identique à la matrice  $\llbracket \Phi_\alpha \rrbracket^\dagger$  dans laquelle les  $K - (m - 1)$  derniers termes de la diagonale valent 1.

La méthode de résolution du système (3.27) implémentée ici dans le domaine fréquentiel contraint la solution à ne pas être trop grande ou alors quand cela est possible, à ne pas trop s'éloigner d'une solution théorique. Cependant il existe une contrainte importante que nous n'avons pas mentionnée lors de la résolution du système dans le domaine fréquentiel : la contrainte de causalité des filtres d'échos. En effet, l'estimation des échos au point  $M$  doit être nulle avant que toute onde ait été détectée par les capteurs de pression et de gradient de pression sur la surface d'estimation  $\Gamma_e$ . Une méthode fréquentielle existe pour forcer la solution du système (3.27) à être causale. Cette méthode, décrite par exemple par Elliott [14], est

appelée *causally constrained Wiener filter* (en anglais, pour filtre de Wiener avec contrainte de causalité). Néanmoins il est nécessaire que les signaux recueillis par les capteurs d'estimation soient des bruits blancs ayant la particularité d'être décorrélés. Comme dans notre cas cette hypothèse n'est pas vérifiée, il faut pré-filtrer les signaux pour qu'ils aient la propriété désirée. Pour cette raison, nous avons opté pour une méthode de résolution temporelle. En effet dans ce domaine, la solution est par nature causale mais les calculs demandent aussi plus de ressources.

### Domaine temporel : avec contrainte de causalité

En résolvant le système dans le domaine temporel, la contrainte de causalité est assurée car la solution recherchée est naturellement nulle pour les échantillons vérifiant  $t < 0$ . Les filtres d'échos ainsi obtenus sont dits causaux : l'estimation des échos au point  $M$  est nulle avant que tout signal ait été transmis par les capteurs d'estimation. Le système (3.27) préalablement formulé dans le domaine des fréquences est reformulé dans le domaine temporel.

En pratique les signaux fournis par les différents capteurs sont échantillonnés à la fréquence  $f_e$  et le nombre de points  $N_{\text{filtre}}$  des filtres d'échos est fini. On note  $u(j, M, S_n)$  et  $v(j, M, S_n)$  les échantillons des filtres d'échos, avec  $j$  allant de 1 à  $N_{\text{filtre}}$ . Durant le protocole expérimental servant à identifier les filtres d'échos, la source acoustique est déplacée à  $L$  reprises. Pour chaque position de source  $S_0^l$ , on enregistre les signaux des capteurs d'estimation  $\partial_{\mathbf{n}} p_l(k, M, S_n)$  et  $p_l(k, M, S_n)$  sur  $N_{\text{capteur}}$  points,  $k$  allant donc de 1 à  $N_{\text{capteur}}$ . Simultanément, on enregistre  $N_{\text{echo}}$  échantillons des échos  $e_l(i, M)$  captés par le microphone de pression placé au point  $M$ , avec  $N_{\text{echo}} = N_{\text{filtre}} + N_{\text{capteur}} - 1$ . Pour plus de clarté, dans la suite les informations redondantes seront omises. Ainsi, les filtres d'échos  $u(j, M, S_n)$  et  $v(j, M, S_n)$  sont notés  $u_n(j)$  et  $v_n(j)$ . Les mesures  $e_l(i, M)$ ,  $\partial_{\mathbf{n}} p_l(k, M, S_n)$  et  $p_l(k, M, S_n)$  sont notés respectivement  $e_l(i)$ ,  $\partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(k)$  et  $p_{l,n}(k)$ . En notant  $\tilde{e}_{l,n}(i)$  l'estimation des échos au point  $M$  au temps correspondant à l'indice  $i$ , celle-ci s'exprime comme la somme des contributions de chaque capteur placé sur la surface d'estimation  $\Gamma_e$  :

$$\tilde{e}_l(i) = \sum_{n=1}^N \tilde{e}_{l,n}(i) \quad (3.34)$$

En développant les produits de convolution de la formulation (3.2), chaque contribution des capteurs s'écrit :

$$\tilde{e}_{l,n}(i) = \sum_{j=1}^{N_{\text{filtre}}} u_n(j) \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(i - j + 1) - v_n(j) p_{l,n}(i - j + 1) \quad (3.35)$$

L'expression (3.35) peut alors facilement être formulée de manière matricielle. En

effet, en définissant les matrices  $\llbracket \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n} \rrbracket$  et  $\llbracket p_{l,n} \rrbracket$  de dimension  $[N_{echo} \times N_{filtre}]$  par :

$$\llbracket \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n} \rrbracket = \begin{bmatrix} \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(1) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(1) & \ddots & \vdots \\ \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(k) & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(k) & & \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(1) \\ \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(N_{capteur}) & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(N_{capteur}) & & \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(k) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n}(N_{capteur}) \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$\llbracket p_{l,n} \rrbracket = \begin{bmatrix} p_{l,n}(1) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & p_{l,n}(1) & \ddots & \vdots \\ p_{l,n}(k) & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & p_{l,n}(k) & & p_{l,n}(1) \\ p_{l,n}(N_{capteur}) & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & p_{l,n}(N_{capteur}) & & p_{l,n}(k) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & p_{l,n}(N_{capteur}) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

avec les échantillons recueillis et les vecteurs  $[u_n]$  et  $[v_n]$  de dimension  $[N_{filtre} \times 1]$  par :

$$[u_n] = [u_n(1) \dots u_n(j) \dots u_n(N_{filtre})]^T \quad (3.38)$$

$$[v_n] = [v_n(1) \dots v_n(j) \dots v_n(N_{filtre})]^T \quad (3.39)$$

on obtient :

$$[\tilde{e}_{l,n}] = \llbracket \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n} \rrbracket [u_n] - \llbracket p_{l,n} \rrbracket [v_n] \quad (3.40)$$

Le vecteur  $[\tilde{e}_{l,n}]$  de taille  $[N_{echo} \times 1]$  représente la contribution aux échos du  $n^{ième}$  capteur placé en  $S_n$  à chaque instant  $i$ . Il est arrangé de la manière suivante :

$$[\tilde{e}_{l,n}] = [\tilde{e}_{l,n}(1) \dots \tilde{e}_{l,n}(i) \dots \tilde{e}_{l,n}(N_{echo})]^T \quad (3.41)$$

Comme pour la formulation du système dans le domaine fréquentiel du paragraphe 3.3.1, on concatène les matrices  $\llbracket \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n} \rrbracket$  et  $\llbracket p_{l,n} \rrbracket$  et les vecteurs  $[u_n]$  et  $[v_n]$  pour ne former respectivement qu'une seule matrice de mesure et qu'un seul vecteur d'inconnues de la manière suivante :

$$\llbracket s_{l,n} \rrbracket = \llbracket \llbracket \partial_{\mathbf{n}} p_{l,n} \rrbracket \llbracket p_{l,n} \rrbracket \rrbracket \quad (3.42)$$

$$[h_n] = \left[ [u_n]^T [v_n]^T \right]^T \quad (3.43)$$

Lorsque seule l'information de pression est utilisée pour estimer les échos, comme dans le paragraphe 3.3.1, la matrice et le vecteur sont réduits à  $\llbracket s_{l,n} \rrbracket = \llbracket p_{l,n} \rrbracket$  et  $[h_n] = [w_n]$ . L'estimation de la contribution du  $n^{i\text{ème}}$  capteur aux échos se formule par :

$$[\tilde{e}_{l,n}] = \llbracket s_{l,n} \rrbracket [h_n] \quad (3.44)$$

où la matrice  $\llbracket s_{l,n} \rrbracket$  est de taille  $[N_{echo} \times 2N_{filtre}]$  et où le vecteur  $[h_n]$  comportant les inconnues est de taille  $[2N_{filtre} \times 1]$ . L'objectif de la phase d'identification est de trouver les filtres d'échos pour que l'estimation des échos soit la plus proche de la mesure des échos, et ce quelle que soit la position  $S_0^l$  de la source. Finalement, puisque l'estimation des échos en  $M$  est la somme (3.34) des contributions de chacun des  $N$  positions de mesure et puisque la source a été déplacée  $L$  fois, on cherche à minimiser par la méthode des moindres carrés la fonctionnelle :

$$J = \|\llbracket s \rrbracket [h] - [e]\|_2^2 \rightarrow 0 \quad (3.45)$$

avec :

$$\llbracket s \rrbracket = \begin{bmatrix} \llbracket s_{1,1} \rrbracket & \cdots & \llbracket s_{1,n} \rrbracket & \cdots & \llbracket s_{1,N} \rrbracket \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \llbracket s_{l,1} \rrbracket & \cdots & \llbracket s_{l,n} \rrbracket & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \llbracket s_{L,1} \rrbracket & \cdots & \cdots & \cdots & \llbracket s_{L,N} \rrbracket \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$[h] = \left[ [h_1]^T \dots [h_n]^T \dots [h_N]^T \right]^T \quad (3.47)$$

$$[e] = \left[ [e_1]^T \dots [e_l]^T \dots [e_L]^T \right]^T \quad (3.48)$$

et où  $[e_l]$  représente le vecteur comportant les  $N_{echo}$  d'échantillons des échos mesurés au point  $M$  lorsque la source est placée en  $S_0^l$  :

$$[e_l] = [e_l(1) \dots e_l(i) \dots e_l(N_{echo})]^T \quad (3.49)$$

Contrairement au système posé dans le domaine fréquentiel, où le système global est décomposé en petits sous-systèmes à chaque fréquence, le système (3.45) est un gros système. La matrice  $\llbracket s \rrbracket$  et les vecteurs  $[h]$  et  $[e]$  ont des tailles respectives  $[LN_{echo} \times 2NN_{filtre}]$ ,  $[2NN_{filtre} \times 1]$  et  $[LN_{echo} \times 2NN_{filtre}]$  si les deux types de capteur sont utilisés. La création de la matrice  $\llbracket s \rrbracket$  requiert un espace mémoire très important. Dans l'exemple qui suit, les signaux des capteurs d'estimation sont échantillonnés

à  $f_e = 2048$  Hz sur une durée de 8 s et les filtres d'échos recherchés possèdent 32 échantillons. On dispose sur la surface d'estimation 32 positions de capteurs, avec pour chaque position 1 capteur de pression et 1 capteur de gradient de pression. Pour résoudre le système, il est préférable d'avoir au moins autant d'équations que d'inconnues. Pour ce faire, on déplace la source  $L$  fois, avec  $L = 2N = 64$ . La matrice  $\llbracket s \rrbracket$  formée est de taille  $[1050560 \times 2048]$  ce qui représente un espace mémoire de 16 Go si les signaux sont quantifiés en 64 bits !

La méthode de résolution employée est la méthode des moindres carrés, identique à celle utilisée dans le domaine fréquentiel du paragraphe précédent. D'après l'expression (A.2), la solution optimale sans contrainte est de la forme :

$$[h] = \left( \llbracket s \rrbracket^H \llbracket s \rrbracket \right)^{-1} \llbracket s \rrbracket^H [e] \quad (3.50)$$

Cependant puisque la matrice  $\llbracket s \rrbracket$  possède des dimensions trop importantes, la solution  $[h]$  ne peut pas être calculée en utilisant la décomposition en valeurs singulières. Néanmoins la matrice  $\llbracket s \rrbracket^H \llbracket s \rrbracket$  est définie positive ; elle est non-singulière et donc inversible (voir Golub et Van Loan [25]). La solution (3.50) est alors calculée numériquement en inversant la matrice  $\llbracket s \rrbracket^H \llbracket s \rrbracket$  en utilisant la fonction inverse `inv` sous `Matlab`. En pratique le système est généralement mal conditionné et de ce fait il est utile de régulariser la solution. En utilisant la régularisation de type Tikhonov, la solution prend la forme (voir l'équation (A.8)) :

$$[h] = \left( \llbracket s \rrbracket^H \llbracket s \rrbracket + \alpha^2 \llbracket I \rrbracket \right)^{-1} \llbracket s \rrbracket^H [e] \quad (3.51)$$

Ici encore la matrice  $\llbracket s \rrbracket^H \llbracket s \rrbracket + \alpha^2 \llbracket I \rrbracket$  est non-singulière et s'inverse facilement. Lorsque les capteurs sont étalonnés et qu'on est capable de donner une solution théorique  $[h]^{th}$ , on peut contraindre la solution à ne pas trop s'en éloigner. La solution est calculée d'après (3.31) :

$$[h] = \left( \llbracket s \rrbracket^H \llbracket s \rrbracket + \alpha^2 \llbracket I \rrbracket \right)^{-1} \left( \llbracket s \rrbracket^H [e] + \alpha^2 [h]^{th} \right) \quad (3.52)$$

La méthode de résolution temporelle est intéressante car elle garantit la causalité des filtres. En contrepartie, les matrices utilisées sont très volumineuses. Si l'application envisagée utilise un grand nombre de voies d'acquisition, il est nécessaire d'optimiser la méthode d'inversion pour limiter l'espace mémoire. Par exemple les propriétés des matrices de type Toeplitz peuvent être utilisées (voir Hansen [28]). Les paramètres de régularisation sont le nombre de points des filtres  $N_{filtre}$  ainsi que le coefficient  $\alpha$ . Malheureusement, comme les matrices sont trop grandes la technique de la *L-Curve* est indisponible pour évaluer ces coefficients. Ils sont alors choisis manuellement.

### 3.3.4 Conclusion sur l'estimation des filtres d'échos

L'estimation des filtres d'échos est basée sur un protocole expérimental spécifique qui consiste à enregistrer simultanément la pression acoustique au point où on désire estimer les échos et les signaux des capteurs d'estimation pour plusieurs positions de la source de référence. Il est préférable que le nombre de positions de la source soit au moins égal au nombre de capteurs d'estimation. Ainsi, si le nombre de capteurs est important, le protocole expérimental peut devenir trop contraignant. En effet, il convient d'utiliser une source à directivité dipolaire qui doit, pour chacune de ses différentes positions, pointer son zéro de pression vers le point  $M$ . Néanmoins, si aucune automatisation n'est possible, le protocole proposé est envisageable seulement lorsque le nombre de capteurs ne dépasse pas quelques dizaines. Lorsque la distance entre la surface d'estimation  $\Gamma_e$  et les parois  $\Gamma_p$  est suffisante, le protocole peut être légèrement simplifié. Effectivement il est alors possible d'utiliser une source quelconque qu'on déplace à l'extérieur du domaine d'estimation  $\Omega_e$ . De cette manière on évite les manipulations concernant l'orientation de la source.

Enfin si l'information de pression et de son gradient est utilisée, ou si seule l'information de pression est utilisée mais que les capteurs d'estimation coïncident avec une paroi à réaction localisée, les filtres d'échos peuvent être calculés théoriquement. Dans ces cas de figure, le protocole expérimental peut être envisagé de manière incomplète, c'est à dire en modifiant la position de la source à seulement quelques reprises. De cette manière la résolution du système peut être utilisée en complément d'information pour faire le lien entre le dispositif théorique et celui réalisé en pratique, à condition bien entendu que les capteurs soient étalonnés.

## 3.4 Conclusion du chapitre

Le dispositif d'estimation consiste à placer des capteurs sur la frontière  $\Gamma_e$ . Les échos sont alors estimés en pondérant chaque signal provenant d'un capteur par un filtre d'échos. Les filtres d'échos temporels  $u(t, M, S_n)$  et  $v(t, M, S_n)$  et leurs homologues  $U(\omega, M, S_n)$  et  $V(\omega, M, S_n)$  dans le domaine fréquentiel sont d'une importance capitale puisqu'ils relient les signaux mesurés aux échos à l'intérieur de la cavité. Ils consistent en l'intégration de la fonction de Green de l'espace libre et de son gradient normal sur des éléments virtuels épousant la surface d'estimation. On note que ces filtres ne sont fonctions que de la position du point de réception  $M$  et des positions  $S_n$  des capteurs, de la disposition et des dimensions des éléments et des propriétés de l'air dans la cavité. Cela signifie que si le point de réception est déplacé, alors il faut modifier les filtres pour évaluer les échos au nouvel emplacement. En revanche, les filtres ne dépendent en aucun cas de la position et du type de source qui génère

les ondes. De plus, si nous considérons que la température à l'intérieur de la cavité ne varie pas et que le fluide est homogène, les filtres d'échos sont invariants dans le temps.

Deux méthodes distinctes sont envisageables pour obtenir les filtres d'échos. Puisque la géométrie du problème est connue, la première technique consiste à calculer théoriquement les filtres sur chacun des éléments par intégration numérique. Cette technique nécessite l'utilisation de capteurs étalonnés et la connaissance précise des positions  $S_n$  des capteurs et du point de réception  $M$  dans la cavité. L'intégration numérique est très rapide et très simple à mettre en oeuvre. De ce fait la variation de température et le changement de position du point de réception  $M$  peuvent être pris en compte aisément. En pratique cependant, il est souvent préférable d'estimer les filtres d'échos par la mesure. En effet, cette technique permet de limiter les erreurs d'étalonnage et de positionnement. De plus, lorsque seuls des microphones de pression sont utilisés pour estimer les échos (voir le paragraphe 3.1.2) et que le gradient de pression ne peut être négligé, les filtres d'échos sont délicats à calculer. Un protocole expérimental est proposé de manière à estimer ces filtres d'échos par la mesure. En revanche pour obtenir les filtres avec une grande précision, le nombre de mesures à effectuer peut être supérieur au nombre de capteurs utilisés. En outre, comme les filtres dépendent de la position  $M$  où on désire estimer les échos, il faut rééditer autant de fois le protocole expérimental qu'il existe de points  $M$ . Cette technique peut donc devenir très fastidieuse.



## Chapitre 4

# Simulation d'estimation d'échos

<b>4.1 Simulation de champ acoustique</b>	<b>57</b>
4.1.1 Méthode modale	57
4.1.2 Méthode des sources-images	58
4.1.3 Méthode des éléments finis de frontière	59
4.1.4 Méthode des éléments finis	59
4.1.5 Conclusion : choix de la méthode	60
<b>4.2 Paramètres de simulation</b>	<b>61</b>
4.2.1 Maillages de surface d'estimation	61
4.2.2 Conditions aux limites de la cavité	62
4.2.3 Performances de l'estimation	64
<b>4.3 Résultats des simulations</b>	<b>66</b>
4.3.1 Résultats avec information de gradient de pression	67
4.3.2 Résultats sans information de gradient de pression	79
<b>4.4 Conclusion du chapitre</b>	<b>88</b>

L'objectif de cette section est de valider sur des simulations numériques les concepts du dispositif d'estimation d'échos, dans le cas de cavités réfléchissantes ou absorbantes. De plus, nous allons souligner les effets des principaux paramètres du dispositif et tenter de quantifier leur influence. Le champ acoustique est simulé numériquement dans une cavité parallélépipédique de dimensions  $2 \times 1.1 \times 1.2 \text{ m}^3$ . La cavité parallélépipédique a été sélectionnée car elle correspond à la configuration de salle la plus simple et la plus rencontrée en pratique, aussi bien en qualité de pièce d'écoute que de chambre anéchoïque. Les dimensions correspondent aux dimensions de la cavité dont nous disposons au LMA, qui elle-même est un modèle réduit au  $1/5^{\text{eme}}$  de la chambre anéchoïque du LMA. L'étude menée jusqu'à la fréquence 400 Hz permet donc d'étudier, par mise à l'échelle, la chambre anéchoïque jusqu'à 80 Hz. Le champ de pression acoustique est simulé dans la maquette par la méthode des éléments finis. Le choix de la méthode est important car celle-ci doit donner les résultats les plus exacts possibles dans tout le domaine et notamment aux alentours des parois de la cavité. Les principaux paramètres du dispositif testés sont le degré de discrétisation des parois ainsi que le pouvoir absorbant de la cavité. Pour quantifier les performances du dispositif, on simule un contrôle actif optimal des échos en retranchant l'estimation des échos à la pression sonore. On parle alors d'atténuation et de champ de pression résiduel, qui doit tendre vers le champ direct de la source.

En premier lieu on simule le contrôle optimal des échos en utilisant à la fois l'information de pression et de gradient normal de pression. Les filtres d'échos étant calculés numériquement, on analyse l'influence sur le contrôle optimal du niveau de discrétisation ainsi que de la position de la source et du point  $M$  où l'on désire estimer les échos. En pratique cependant, il est envisagé d'utiliser uniquement l'information de pression pour estimer les échos. Le protocole expérimental décrit dans le chapitre précédent est alors utilisé pour mesurer les filtres d'échos.

## 4.1 Simulation de champ acoustique

Pour étudier le dispositif d'estimation d'échos, on simule le champ acoustique dans une cavité. Comme on l'a vu dans la section 2.2, le dispositif d'estimation d'échos est basé sur la formulation de Kirchhoff-Helmholtz qui représente la pression sonore à l'intérieur d'un domaine par une intégrale de surface. La méthode employée pour simuler le champ sonore à l'intérieur de la cavité doit donc vérifier les mêmes hypothèses que celles utilisées pour parvenir à la formulation intégrale de Kirchhoff-Helmholtz. La méthode de simulation doit alors vérifier l'équation de propagation des ondes dans le domaine d'estimation composé d'air homogène. On recense plusieurs techniques permettant de simuler le champ sonore dans une cavité parallélépipédique, mais certaines sont plus appropriées que d'autres.

### 4.1.1 Méthode modale

La première méthode est la méthode modale. Elle permet de déterminer de manière exacte le champ de pression dans le cas d'une cavité parallélépipédique aux parois parfaitement réfléchissantes. Lorsqu'une source ponctuelle placée au point  $S$  génère un débit, la pression acoustique  $P(\omega)$  au point  $M = (x, y, z)$ , avec la pulsation  $\omega = 2\pi f$  où  $f$  est la fréquence, s'écrit (voir par exemple Morse et Ingard [46]) :

$$P(\omega, M) = \sum_{n_x} \sum_{n_y} \sum_{n_z} \frac{A_{(n_x, n_y, n_z)}(\omega, S, Q_s)}{k_{n_x}^2 + k_{n_y}^2 + k_{n_z}^2 - k_0^2} \Phi_{n_x}(x) \Phi_{n_y}(y) \Phi_{n_z}(z) \quad (4.1)$$

avec les termes d'amplitude  $A_{(n_x, n_y, n_z)}$  qui dépendent des dimensions de la cavité, du débit  $Q_s$ , de la position de la source, de la fréquence, et avec :

$$k_{n_x} = \frac{\pi n_x}{L_x}, \quad k_{n_y} = \frac{\pi n_y}{L_y} \quad \text{et} \quad k_{n_z} = \frac{\pi n_z}{L_z} \quad (4.2)$$

$$\Phi_{n_x}(x) = \cos(k_{n_x} x), \quad \Phi_{n_y}(y) = \cos(k_{n_y} y) \quad \text{et} \quad \Phi_{n_z}(z) = \cos(k_{n_z} z) \quad (4.3)$$

où  $k_0 = 2\pi f/c_0$  est le nombre d'onde et où l'origine du repère est fixée dans un des coins de la salle. On appelle fonctions propres les fonctions  $\Phi_{n_x}(x)$ ,  $\Phi_{n_y}(y)$  et  $\Phi_{n_z}(z)$  selon chaque direction  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Les modes propres sont définis comme le produit des fonctions propres. Ils dépendent uniquement de la position du point  $M$  et des dimensions de la cavité. Ils sont indépendants de la fréquence et de la position de la source, et sont caractérisés par la combinaison des trois entiers naturels  $(n_x, n_y, n_z)$ . La fréquence propre associée à chaque mode vaut :

$$f_{(n_x, n_y, n_z)} = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{k_{n_x}^2 + k_{n_y}^2 + k_{n_z}^2} \quad (4.4)$$

D'après l'équation (4.1) le champ de pression acoustique à l'intérieur de la cavité parallélépipédique s'exprime comme une combinaison linéaire de tous les modes propres

$(n_x, n_y, n_z)$ , avec  $n_x$ ,  $n_y$  et  $n_z$  allant de 0 à l'infini. Cependant, lorsque la fréquence  $f$  est proche d'une fréquence propre  $f_{(n_x, n_y, n_z)}$  de la cavité, le mode propre associé domine les autres termes. Le mode  $(1, 0, 0)$  par exemple représente le mode pour lequel  $n_x = 1$  et  $n_y = n_z = 0$ . Sa fréquence propre associée vaut  $f_{(1,0,0)} = c_0/(2L_x)$ . Si  $f \rightarrow f_{(1,0,0)}$ , alors la pression sonore vaut :

$$P(\omega, M) \approx \frac{A_{(1,0,0)}(\omega, S, Q_S)}{k_1^2 - k_0^2} \Phi_1(x) \quad (4.5)$$

En revanche, lorsque les parois sont faiblement absorbantes, les modes dépendent de la fréquence (voir Morse et Ingard [46]). Si les parois de la cavité sont trop absorbantes, la décomposition modale n'est plus réaliste. Cette méthode n'est alors utilisable que dans le cas de cavités dites réfléchissantes et donc inexploitable dans l'étude d'une chambre anéchoïque. Néanmoins elle possède l'avantage de représenter de manière analytique le champ acoustique et permet une représentation mentale de la répartition spatiale du champ acoustique en fonction de la fréquence et de la position de la source.

#### 4.1.2 Méthode des sources-images

La seconde méthode est la méthode géométrique dite des sources-images ou sources virtuelles. Elle assimile chaque onde provenant d'une source ponctuelle et atteignant le récepteur après de multiples réflexions sur les parois à une onde sphérique provenant d'une source-image virtuelle placée à l'extérieur de la cavité. Les échos, comme nous les avons formulés dans la section 2.2, sont équivalents au champ sonore généré par des sources extérieures au domaine  $\Omega_e$ . L'amplitude de ces ondes dépend du modèle de réflexion utilisé ainsi que de la géométrie du système. Plus les parois sont absorbantes, plus les calculs sont rapides. Lorsque le phénomène de réflexion sonore est représenté par un simple coefficient de réflexion indépendant de l'incidence des ondes, le calcul de la pression est exact. Néanmoins le modèle n'est pas réaliste car il néglige des phénomènes dont l'importance est capitale aux basses fréquences (voir Brekhovskikh [8] ainsi que Allen et Berkley [2]). Lorsque les parois de la cavité sont à réaction localisée, la méthode des sources-images conventionnelle assimile le phénomène de réflexion d'une onde sphérique à celui d'une onde plane. La méthode fournit seulement une approximation de la pression sonore. Cette approximation est d'autant plus grossière que le récepteur est proche des parois de la cavité et lorsque la fréquence d'étude est basse. L'utilisation d'une telle méthode peut donc être préjudiciable lors des conclusions sur les performances du dispositif. Nous avons alors envisagé d'utiliser le concept de sources-images en considérant le phénomène de réflexion d'ondes sphériques. L'appendice B décrit le champ acoustique généré à l'aide de cette méthode par une source ponctuelle au-dessus de deux plans infinis

caractérisés par une impédance de surface. On constate que les résultats obtenus par cette méthode et par la méthode des éléments finis sont cohérents dans l'exemple traité à basse fréquence et proche des surfaces réfléchissantes. En revanche, la forme de la solution est très complexe, ce qui laisse présager qu'une telle méthode employée dans une cavité, si elle existait, ne présenterait pas d'avantages par rapport aux méthodes d'éléments finis.

### 4.1.3 Méthode des éléments finis de frontière

La troisième méthode envisagée est une méthode d'éléments finis de frontière BEM (pour *Boundary Element Method*). Elle est basée sur la formulation intégrale de Kirschhoff-Helmholtz décrite dans la partie 2.2. Les parois de la cavité sont découpées en éléments de surface auxquels on attribue une impédance locale. Lorsqu'une source ponctuelle génère des ondes à l'intérieur de la cavité, le problème ainsi posé prend la forme d'un système linéaire dont la solution correspond au champ de pression sur les éléments (voir par exemple Wu [63] ainsi que Marburg et Nolte [41]). La pression réfléchie par les parois en un point de la cavité est ensuite déduite par intégration du produit de la pression et des filtres d'échos sur les éléments. La pression totale correspond à la somme des échos et du champ direct de la source jusqu'au récepteur. La méthode est dite exacte si les dimensions des éléments sont très petites par rapport à la longueur d'onde. C'est une méthode qui convient aux simulations à basses et moyennes fréquences audibles pour lesquelles le système à résoudre n'est pas trop grand. Le temps de calcul est bien plus important que les méthodes modales et de sources-images puisque la méthode requiert le calcul de la pression sur tout le maillage pour évaluer la pression en un point.

### 4.1.4 Méthode des éléments finis

La dernière méthode envisagée est la méthode des éléments finis FEM (pour *Finite Element Method*). Elle consiste à décomposer un domaine fluide en petits éléments volumiques et à résoudre l'équation des ondes dans chacun d'eux. Le problème se pose sous la forme d'un système linéaire dont la solution est la pression aux noeuds des éléments (Marburg et Nolte [41]). Les obstacles rencontrés par les ondes sonores peuvent être représentés soit par une impédance de surface, soit par un fluide équivalent dont les propriétés sont différentes de celles de l'air ambiant. Ceci permet de représenter un matériau absorbant (par exemple les dièdres de la chambre anéchoïque) par un fluide équivalent pénétrable, ce qui constitue une hypothèse plus réaliste qu'une simple surface à réaction localisée. La méthode est aussi dite exacte lorsque les dimensions des éléments sont petites par rapport aux longueurs d'ondes considérées. La méthode est utilisée aux basses et moyennes fréquences audibles. Le

temps de calcul est important et dépend du nombre d'éléments utilisés.

#### 4.1.5 Conclusion : choix de la méthode

Nous avons choisi de modéliser les parois par des surfaces à réaction localisée de manière à constituer un bon compromis entre complexité et réalisme du modèle utilisé. L'absorption des ondes acoustiques est alors matérialisée par une simple condition d'admittance  $\beta$  aux frontières. La méthode de simulation du champ acoustique retenue est la méthode des éléments finis FEM car elle permet d'une part une plus grande précision des résultats que la méthode des sources-images et d'autre part d'analyser aussi bien une cavité absorbante que réfléchissante. La priorité est accordée à la précision des résultats plutôt qu'à la rapidité des simulations. Si les temps de calcul sont similaires à ceux de la méthode des éléments finis de frontière BEM (voir Marburg et Nolte [41]), la méthode permet d'ôter un certain doute concernant un potentiel « crime inverse ». En effet, on cherche à prouver la performance du dispositif d'estimation d'échos qui est basé sur la formulation intégrale de Kirschoff-Helmholtz du champ acoustique. Le « crime inverse parfait » serait alors d'estimer les échos en utilisant le même maillage que celui utilisé pour simuler la pression par la méthode BEM, basée elle aussi sur l'intégrale de Kirschoff-Helmholtz (voir Wirgin [62]). Dans notre cas, le maillage employé pour la simulation du champ sonore est beaucoup plus fin que celui utilisé pour estimer les échos et les performances dépendent directement du niveau de discrétisation employé. En conclusion, même si nous ne voyons pas de crime dans l'affaire en cours, nous préférons par principe de précaution ne pas laisser le doute s'installer.

Le maillage utilisé est donc un maillage volumique. La cavité de dimensions  $2 \times$

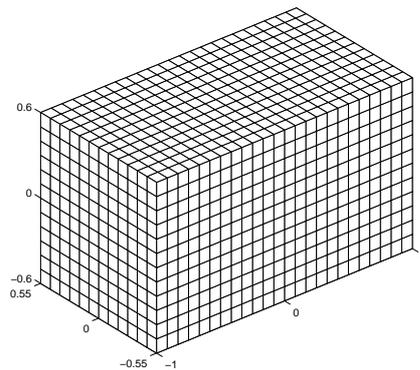


FIG. 4.1 – **Maillage FEM de la cavité.** Enveloppe du maillage FEM utilisé pour simuler le champ sonore à l'intérieur de la cavité de dimensions  $2 \times 1.1 \times 1.2 \text{ m}^3$ . Les axes indiquent les dimensions données en mètres. La cavité est découpée en 24 éléments selon la dimension  $x$  et en 12 éléments selon les dimensions  $y$  et  $z$ .

$1.1 \times 1.2 \text{ m}^3$  est découpée en 24 intervalles suivant la direction  $x$ , 12 intervalles suivant la direction  $y$  et 12 intervalles suivant la direction  $z$ . Le maillage FEM comporte ainsi 3456 éléments parallélépipédiques à 20 noeuds, représentant un total de 16081 noeuds (voir la figure 4.1). La plus grande dimension d'un élément respecte le critère de 0.12 longueur d'onde à la fréquence 400 Hz, la fréquence maximale de simulation. Le champ acoustique est simulé par le logiciel commercial **SYSNOISE**<sup>®</sup> (version 5.6). Le logiciel calcule la pression sur chaque noeud du maillage et déduit le gradient de pression par différence finie (voir le manuel [40]). C'est pour cette raison que les éléments volumiques à 20 noeuds ont été préférés aux éléments à 8 noeuds. Les calculs sont effectués sur un ordinateur comportant 16 processeurs et 16 Go de mémoire vive. A chaque fréquence et pour chaque position de source, la résolution du système dure approximativement 20 secondes.

## 4.2 Paramètres de simulation

La pression et le gradient de pression sont calculés dans toute la cavité y compris sur les parois. Plusieurs types de simulation sont effectués en faisant varier le niveau de discrétisation du dispositif d'estimation d'échos et en modifiant les conditions aux frontières de la cavité pour augmenter ou diminuer l'absorption des parois.

### 4.2.1 Maillages de surface d'estimation

Les performances du dispositif d'estimation d'échos dépendent principalement de la finesse du maillage pour discrétiser la surface d'estimation  $\Gamma_e$ . La discrétisation de cette surface et les types de maillage employés sont décrits dans les sections 3.2.1 et 3.2.2. Chaque dimension  $x$ ,  $y$  et  $z$  comporte  $N_x$ ,  $N_y$  et  $N_z$  positions de capteurs et on note le degré de discrétisation  $N_x N_y N_z$  qui comporte par conséquent  $N = 2 \cdot (N_x N_y + N_y N_z + N_z N_x)$  emplacements de capteurs. Les maillages de surface employés lors des simulations sont appelés **QUAD 322**, **TRILIN 322**, **QUAD 433**, et **QUAD 633** comportant respectivement 32, 32, 66 et 90 positions de capteurs ; ils sont affichés sur les figures 4.2 a), b), c) et d). Les indications **QUAD** et **TRILIN** signifient que les éléments sont de forme quadrilatérale ou triangulaire. Lorsque la surface d'estimation  $\Gamma_e$  affleure les parois de la cavité  $\Gamma_p$ , l'emplacement des capteurs de tous les maillages coïncident avec les noeuds du maillage volumique de la figure 4.1 utilisé pour simuler le champ acoustique. La pression acoustique est ainsi calculée sans interpolation par le logiciel de simulation. Dans la section 4.3.2 le dispositif est testé en écartant la surface d'estimation des parois de la cavité, de manière à valider le protocole de mesure des filtres d'échos. Le maillage utilisé est un maillage de type **QUAD 322** où les capteurs sont placés à environ 10 cm des parois. Ils coïncident

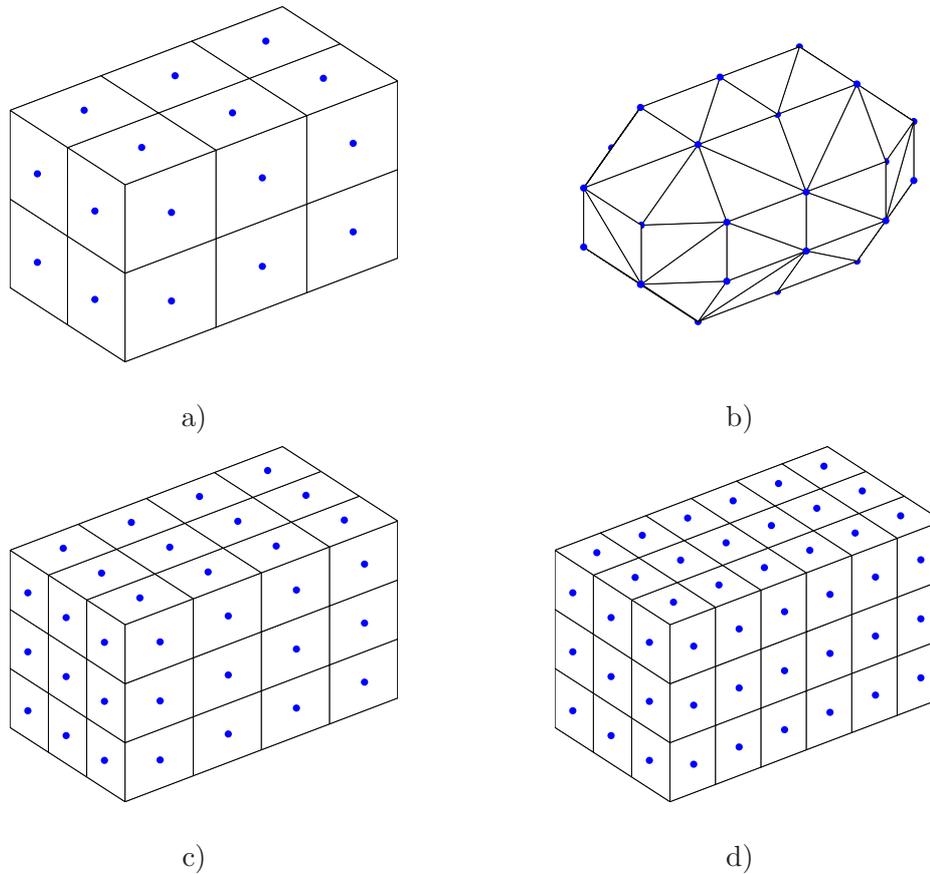


FIG. 4.2 – **Maillages du dispositif d'estimation d'échos.** Les différents maillages testés lors des simulations : a) QUAD 322 avec 32 points de mesure, b) TRILIN 322 avec 32 points de mesure, c) QUAD 433 avec 66 points de mesure, d) QUAD 633 avec 90 points de mesure. Les points (●) correspondent aux emplacements des capteurs de pression et de gradient de pression.

également avec les noeuds du maillage volumique.

#### 4.2.2 Conditions aux limites de la cavité

L'objectif des simulations n'est pas de reproduire à l'identique le comportement de la chambre anéchoïque du LMA mais uniquement de donner des tendances selon que le local est absorbant ou non. Ainsi les conditions aux limites sont considérablement simplifiées par rapport au cas réel. Les parois de la cavité sont considérées planes et à réaction localisée. Le caractère réfléchissant ou absorbant de la cavité est donc gouverné par une simple condition aux limites de type admittance. Par mesure de simplicité, on impose la même admittance sur toutes les parois. Trois cavités sont étudiées. La première est une cavité très réfléchissante dont le comportement est représenté par une admittance de paroi très faible  $\beta_1 = 10^{-6} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}$  quelle que soit la fréquence. La deuxième cavité est qualifiée de peu absorbante car son admittance

Admittance	e [m]	$\phi$ [1]	$\alpha_\infty$ [1]	$\sigma$ [N·m <sup>-4</sup> ·s]	$\Lambda$ [m]	$\Lambda'$ [m]
$\beta_2$	0.025	0.99	1.01	16800	$132 \cdot 10^{-6}$	$237 \cdot 10^{-6}$
$\beta_3$	0.100	1.00	1.00	9000	$192 \cdot 10^{-6}$	$384 \cdot 10^{-6}$

FIG. 4.3 – **Paramètres des couches de matériaux absorbants.** Paramètres des fluides équivalents utilisés pour représenter le comportement des couches de laine de verre et de laine de roche, chacune respectivement de 2.5 et 10 cm d'épaisseur. Ils sont tirés des travaux de Kino et Ueno [33] et de Allard [1].

de parois  $\beta_2$  représente le comportement d'une couche de laine de verre de 2.5 cm d'épaisseur appliquée sur un mur entièrement réfléchissant. L'admittance  $\beta_3$  de la troisième cavité représente le comportement d'une couche de laine de roche de 10 cm d'épaisseur appliquée sur un mur ; elle est qualifiée de très absorbante. Les laines absorbantes étant des matériaux à forte porosité  $\phi$ , on assimile leur comportement à celui d'un fluide équivalent (voir Allard [1]).

Les paramètres du fluide équivalent sont la tortuosité  $\alpha_\infty$ , la porosité  $\phi$ , la résistance au passage de l'air  $\sigma$  et les distances visqueuses et thermiques  $\Lambda$  et  $\Lambda'$ . Les paramètres résumés dans la table 4.3 sont donnés par Kino et Ueno [33] pour la couche de 2.5 cm de la deuxième cavité et par Allard [1] pour la couche de 10 cm de la troisième cavité. La densité et la compressibilité du fluide équivalent sont données par (voir Allard [1]) :

$$\rho_1 = \alpha_\infty \rho_0 \left( 1 - \frac{j\sigma\phi}{\omega\rho_0\alpha_\infty} \left( 1 + \frac{j4\alpha_\infty^2\eta\rho\omega}{\sigma^2\Lambda^2\phi^2} \right)^{1/2} \right) \quad (4.6)$$

$$\chi_1 = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1) \left[ 1 - \frac{j8\eta}{\Lambda^2 Pr \omega \rho_0} \left( 1 + \frac{j\rho_0 \omega Pr \Lambda^2}{16\eta} \right)^{1/2} \right]^{-1}} \quad (4.7)$$

Les caractéristiques de l'air utilisées pour les calculs sont : le nombre de Prandtl  $Pr = 0.72$ , la viscosité  $\eta = 1.8 \cdot 10^{-5}$  N·m<sup>-2</sup>·s, la densité  $\rho_0 = 1.21$  kg·m<sup>-3</sup>, le quotient de chaleur spécifique  $\gamma = 1.4$  et la pression statique  $P_0 = 101.3 \cdot 10^3$  N·m<sup>-2</sup>. L'impédance caractéristique  $Z_1$  et le vecteur d'onde  $k_1$  du fluide équivalent valent :

$$Z_1 = (\rho_1 \chi_1)^{1/2} \quad (4.8)$$

$$k_1 = \omega(\rho_1/\chi_1)^{1/2} \quad (4.9)$$

Lorsque le matériau d'épaisseur  $e$  est appliqué sur un mur totalement réfléchissant, l'admittance réduite imposée à la surface de l'interface devient :

$$\beta = \frac{j\phi \cos \theta_r}{Z_1} \tan(k_1 \cos \theta_r e) \quad (4.10)$$

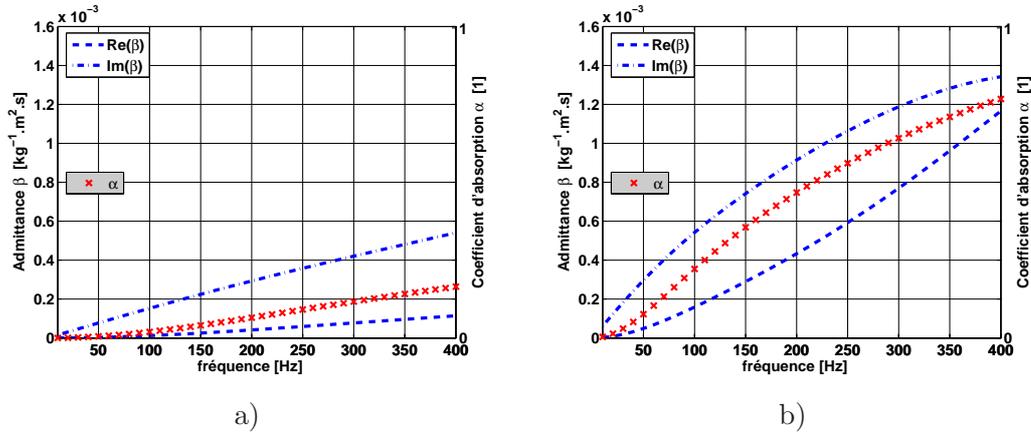


FIG. 4.4 – **Comportement des parois peu et très absorbantes.** Admittance de parois : a)  $\beta_2$  de la cavité peu absorbante dont les parois sont constituées d'une couche de laine de verre de 2.5 cm d'épaisseur, et b)  $\beta_3$  de la cavité très absorbante dont les parois sont constituées d'une couche de laine de roche de 10cm d'épaisseur. Les matériaux absorbants sont assimilés à des fluides équivalents dont le comportement est décrit par Allard [1].

où l'angle de réfraction  $\theta_r$  est fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$  de l'onde plane :  $\cos \theta_r = \sqrt{1 - (k_0 \sin \theta_1 / k_1)^2}$ . Etant donné que l'indice de réfraction  $|n| = |k_1 / k_0|$  est assez grand devant 1, les ondes sonores pénètrent le matériau absorbant avec une incidence proche de la normale, quelle que soit l'incidence  $\theta_1$  des ondes. De plus, l'épaisseur de l'absorbant  $e$  étant petite par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$ , on considère alors les parois comme des surfaces à réaction localisée dont l'admittance  $\beta$  est finalement obtenue d'après (voir Allard [1]) :

$$\beta \approx \frac{j \tan(k_1 e)}{Z_1} \quad (4.11)$$

Les conditions d'admittance de la cavité faiblement absorbante et de la cavité fortement absorbante utilisées dans les simulations sont affichées respectivement sur les figures (4.4) a) et b). Le coefficient d'absorption d'une onde plane en incidence normale  $\alpha = 1 - (|\beta \rho_0 c_0 - 1| / |\beta \rho_0 c_0 + 1|)^2$  est affiché de manière à illustrer le caractère absorbant de chaque cavité.

### 4.2.3 Performances de l'estimation

La cavité était excitée par une source ponctuelle délivrant une impulsion. Le support spatial et temporel  $f(t, S_0)$  de la source de l'équation (2.4) se réduit à  $f(t, S_0) = 4\pi \delta(t) \delta(M - S_0)$ . Dans le domaine des fréquences, l'onde de pression directe vaut alors  $P_d(\omega, M) = \exp(-jk_0 R(M, S_0)) / R(M, S_0)$  quelle que soit la pulsation  $\omega = k_0 c_0$ ,  $R(M, S_0)$  représentant la distance entre la source  $S_0$  et le point de réception  $M$ . Les échos étaient calculés simplement en retranchant la pression directe

$P_d(\omega, M)$  à la pression totale  $P(\omega, M)$  calculée par le logiciel SYSNOISE®. Il faudra distinguer par la suite le terme  $P(\omega, M) - P_d(\omega, M) = E(\omega, M)$  qui représente les échos réels et le terme  $\tilde{E}(\omega, M)$  qui représente l'estimation des échos obtenue grâce au dispositif décrit dans le chapitre 3.

Pour évaluer la qualité de l'estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$ , nous avons simulé un dispositif de contrôle actif optimal. Le dispositif imaginé consiste à générer une onde d'amplitude  $-\tilde{E}(\omega, M)$  uniquement au point  $M$  dans le but de réduire les échos. Lorsque le contrôle était désactivé (*OFF*), la pression mesurée était simplement  $P(\omega, M)$ . Lorsque le contrôle était activé (*ON*), la pression acoustique observée au point  $M$  était la pression résiduelle  $P(\omega, M) - \tilde{E}(\omega, M)$  qui doit naturellement tendre vers la pression directe  $P_d(\omega, M)$  si l'estimation des échos est précise. On exprime alors le résidu  $R_{ON}$  en dB lorsque le contrôle est activé par :

$$\begin{aligned} R_{ON}(\omega, M) &= 20 \log_{10} \left| \frac{P(\omega, M) - \tilde{E}(\omega, M)}{P_d(\omega, M)} \right| \\ &= 20 \log_{10} \left| 1 + \frac{E(\omega, M) - \tilde{E}(\omega, M)}{P_d(\omega, M)} \right| \end{aligned} \quad (4.12)$$

qui représente la pression résiduelle au point  $M$  rapportée à la pression directe de la source que l'on compare au résidu  $R_{OFF}$  en dB lorsque le contrôle est désactivé :

$$R_{OFF}(\omega, M) = 20 \log_{10} \left| \frac{P(\omega, M)}{P_d(\omega, M)} \right| = 20 \log_{10} \left| 1 + \frac{E(\omega, M)}{P_d(\omega, M)} \right| \quad (4.13)$$

et qui représente le rapport entre le champ total et le champ direct. Un résidu  $R_{ON}$  tendant vers 0 signifie que la cavité pourvue du dispositif d'estimation d'échos se comporte au point  $M$  comme une cavité parfaitement anéchoïque. Le second critère objectif caractérisant les performances du dispositif est l'atténuation  $A(\omega, M)$  des échos :

$$\begin{aligned} A(\omega, M) &= 20 \log_{10} \left| \frac{P(\omega, M) - P_d(\omega, M)}{P(\omega, M) - P_d(\omega, M) - \tilde{E}(\omega, M)} \right| \\ &= 20 \log_{10} \left| \frac{E(\omega, M)}{E(\omega, M) - \tilde{E}(\omega, M)} \right| \end{aligned} \quad (4.14)$$

Elle représente le rapport en dB des échos sans contrôle et des échos avec contrôle. Si l'atténuation est positive, cela signifie que les échos sont correctement estimés. Inversement, si elle est négative, l'estimation est mauvaise. Bien entendu, pour que l'atténuation soit grande, il faut que les échos dans la cavité le soient aussi. Donc une faible atténuation ne correspond pas forcément à une mauvaise estimation.

Puisque les échos et la qualité de leur estimation ne sont pas identiques dans tout le volume de la cavité, on définit l'atténuation moyenne  $m_A(\omega)$  et son écart

type  $\sigma_A(\omega)$  sur  $N_{visu}$  points tests  $M_n$  :

$$\begin{aligned} m_A(\omega) &= \frac{1}{N_{visu}} \sum_{n=1}^{N_{visu}} A(\omega, M_n) \\ \sigma_A(\omega) &= \sqrt{\frac{1}{N_{visu}} \sum_{n=1}^{N_{visu}} (A(\omega, M_n) - m_A(\omega))^2} \end{aligned} \quad (4.15)$$

ainsi que le résidu moyen  $m_R(\omega)$  et son écart type  $\sigma_R(\omega)$  :

$$\begin{aligned} m_R(\omega) &= \frac{1}{N_{visu}} \sum_{n=1}^{N_{visu}} R(\omega, M_n) \\ \sigma_R(\omega) &= \sqrt{\frac{1}{N_{visu}} \sum_{n=1}^{N_{visu}} (R(\omega, M_n) - m_R(\omega))^2} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Pour rendre compte de l'efficacité globale du dispositif aux points  $M_n$  considérés, on affiche les « zones de confiance »  $[m_A(\omega) - \sigma_A(\omega); m_A(\omega) + \sigma_A(\omega)]$ ,  $[m_{RON}(\omega) - \sigma_{RON}(\omega); m_{RON}(\omega) + \sigma_{RON}(\omega)]$  et  $[m_{ROFF}(\omega) - \sigma_{ROFF}(\omega); m_{ROFF}(\omega) + \sigma_{ROFF}(\omega)]$ . En effet, en considérant l'atténuation  $A$ , le résidu  $R_{ON}$  et le résidu  $R_{OFF}$  calculés aux points tests comme des variables aléatoires de loi normale, les zones de confiance représentent les intervalles pour lesquelles sont inclus 70% des résultats des tests (voir par exemple les figures 4.5 a) et b)).

### 4.3 Résultats des simulations

Théoriquement, d'après la formulation intégrale du champ acoustique, l'estimation des échos requiert la mesure de la pression et de son gradient normal à la surface d'estimation  $\Gamma_e$ . En pratique cependant, la mesure du gradient de pression n'est pas envisagée. La mesure des filtres d'échos passe par la résolution d'un système souvent mal posé, ce qui apporte un certain nombre d'incertitudes. Dans un premier temps on utilise alors l'information de gradient de pression pour estimer les échos. L'influence du nombre de capteurs à utiliser, de la position de la source et du récepteur  $M$  ainsi que du caractère réfléchissant ou absorbant de la cavité sont étudiées indépendamment des méthodes de mesure des filtres d'échos. Cette première partie fournit en quelque sorte un cadre théorique pour évaluer les performances optimales du dispositif d'estimation d'échos bien que le type de maillage employé soit arbitraire (voir section 3.2). La seconde partie se concentre sur les performances du dispositif d'estimation d'échos que nous avons utilisé durant nos expérimentations. Etant donné que seule la pression sonore est mesurée sur la surface d'estimation  $\Gamma_e$ , les filtres d'échos ne sont connus théoriquement que lorsque  $\Gamma_e$  coïncide avec les parois d'une cavité réfléchissante. Lorsque la cavité est absorbante et/ou que la surface

d'estimation n'affleure pas les parois, les filtres d'échos sont mesurés en utilisant le protocole expérimental spécifique.

### 4.3.1 Résultats avec information de gradient de pression

La pression et son gradient sont calculés sur les 16081 noeuds du maillage de dimensions  $2 \times 1.1 \times 1.2 \text{ m}^3$  par le logiciel d'éléments finis SYSNOISE®. Dans cette partie, l'information de gradient de pression fournie est utilisée pour estimer les échos. De cette manière, les filtres d'échos théoriques peuvent être calculés en utilisant les maillages décrits dans la section 3.2. Bien qu'il existe une infinité de maillages envisageables, seuls les maillages de type QUAD et TRILIN sont testés. Dans chaque configuration, on considère que la surface d'estimation  $\Gamma_e$  coïncide avec les parois physiques de la cavité, sur lesquelles les conditions d'impédance de la section 4.2.2 ont été imposées.

Les figures 4.5 a) affichent l'atténuation moyenne  $m_A$  et les résidus moyens avec contrôle  $m_{RON}$  et sans contrôle  $m_{ROFF}$  obtenus en utilisant le maillage QUAD 322. La source ponctuelle était placée proche du centre au point  $S_0^2 = -[0.23, 0.13, 0.14] \text{ m}$  et la cavité dont l'admittance de parois est  $\beta_2$  était considérée comme faiblement absorbante. Les figures 4.5 b) affichent les résultats obtenus dans les mêmes conditions mais en utilisant le maillage TRILIN 322 pour estimer les échos. Les moyennes ont été effectuées sur 81 positions régulièrement espacées du point  $M$  et dont la distance minimale à une paroi est de 22.5 cm. Puisque le domaine d'estimation disponible  $\Omega_e$  n'est pas identique pour les deux maillages (voir les figures 4.2 a) et b)), ces précautions ont été prises de manière à éviter que le point  $M$  soit à l'extérieur du domaine défini par le maillage TRILIN 322. Comme en attestent les résultats, le maillage QUAD 322 donne de meilleurs résultats en dessous de 200 Hz. Dans cette gamme de fréquences, le champ acoustique est modal et sa densité de mode est faible. L'interpolation linéaire du maillage TRILIN est inadaptée car la pression et son gradient normal ont des variations spatiales brutales. Un maillage dont les formes coïncident avec les parois et dont les variables acoustiques sont assimilées à des constantes par morceau est plus approprié. Au delà de 200 Hz cependant, l'absorption des parois est plus importante et les variations de la pression et du gradient de pression sont plus régulières. Le maillage TRILIN 322 semble par conséquent légèrement plus approprié.

Néanmoins, si le maillage de type TRILIN fournit une meilleure estimation des échos au centre de la cavité et à haute fréquence, en revanche le gain en performance n'est pas très important et le domaine d'estimation est plus restreint. De plus, le nombre d'éléments des maillages TRILIN est plus grand que le nombre de points de mesure. Par exemple, le nombre d'éléments  $K$  est de 60 pour le maillage TRILIN 322 alors que le nombre de points de mesure  $N$  est seulement de 32. Le temps de calcul

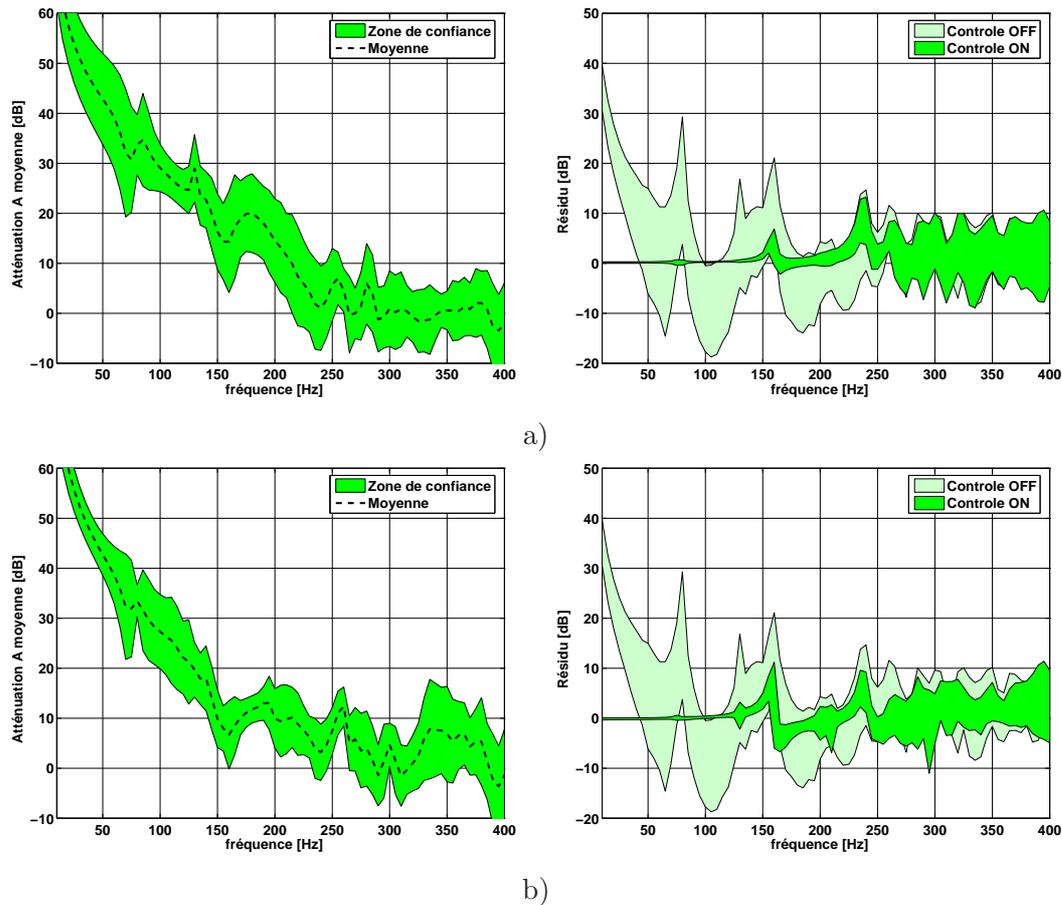


FIG. 4.5 – **Effet du type d'éléments QUAD ou TRILIN sur les performances du dispositif d'estimation d'échos.** Atténuation moyenne  $m_A$  à gauche et résidu avec contrôle  $R_{ON}$  et sans contrôle  $R_{OFF}$  à droite lorsque les échos sont estimés avec le maillage : a) QUAD 322, b) TRILIN 322. La source ponctuelle placée en  $S_0^2 = -[0.23, 0.13, 0.14]$  m proche du centre génère des ondes dans la cavité faiblement absorbante d'admittance de paroi  $\beta_2$ . La moyenne est effectuée sur 81 points du maillage FEM régulièrement espacés dans la cavité et distants d'au minimum 22.5 cm des parois.

est alors beaucoup plus long que pour le maillage de type QUAD qui a la particularité d'avoir autant de points de mesure que d'éléments. Pour ces raisons, on estimera par la suite les échos en utilisant uniquement le maillage de type QUAD pour tester l'influence des différents paramètres du système.

### Influence du critère de discrétisation

Les grandeurs acoustiques nécessaires à l'évaluation des échos ne sont mesurées qu'en un nombre discret  $N$  de points sur  $\Gamma_e$ . Puisque seul le maillage de type QUAD est analysé, la pression et son gradient normal sont assimilés à des constantes par morceaux, dont la valeur sur chacun des  $N$  éléments est identique à la valeur mesurée

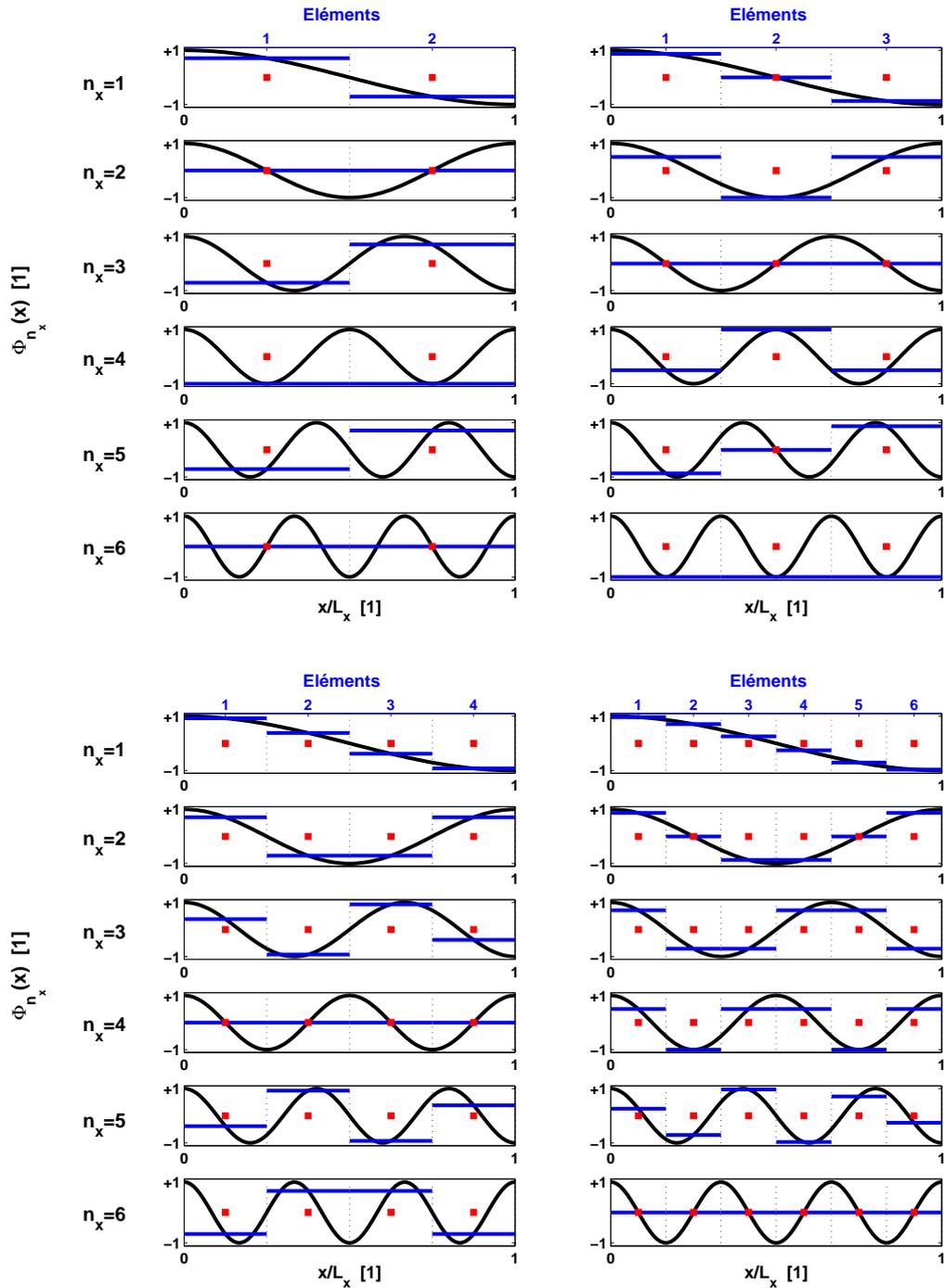


FIG. 4.6 – **Effet de la discrétisation sur l’image du champ sonore dans une cavité résonante.** Les courbes noires représentent la répartition spatiale  $\Phi_{n_x}(x/L_x)$  des modes propres selon la direction  $x$  pour  $n_x = 1, 2, 3, 4, 5$  et  $6$ . Les courbes bleues représentent l’image des modes propres obtenue par discrétisation de type QUAD en considérant 2, 3, 4 et 6 éléments selon la direction  $x$ . Les points (■) symbolisent les microphones de pression mesurant l’image de la pression sur les parois.

en leur centre. Le champ acoustique est en quelque sorte « pixélisé » à la manière d'une image numérisée. Pour poursuivre l'analogie, l'image est d'autant mieux représentée que ses pixels sont petits et nombreux, et que l'image elle-même est simple. Le nombre de capteur doit donc être suffisant pour représenter la complexité du champ acoustique sur la surface d'estimation  $\Gamma_e$ . La limite admise en contrôle actif (voir Friot [22]) et en reproduction sonore (voir Epain [15]) fait état de 2 positions de capteurs par longueur d'onde. La distance moyenne entre les capteurs voisins fixe la fréquence la plus basse  $f_{lim}$  au-delà de laquelle l'estimation des échos devient impossible. Cette fréquence est appelée fréquence de repliement (ou *d'aliasing* en anglais). Pour augmenter la fréquence limite il faut augmenter le nombre de capteurs. En pratique, le nombre de capteurs étant limité, le dispositif d'estimation d'échos est un dispositif dit « basse fréquence ».

Le concept de fréquence de repliement est illustré de manière très claire dans le cas d'une cavité parallélépipédique aux parois réfléchissantes. Dans cette configuration le champ acoustique se décompose, comme on l'a vu dans la section 4.1.1, sous la forme d'une somme de modes propres indépendants de la fréquence. Chaque mode propre est le résultat du produit de fonctions propres  $\Phi$  de forme cosinusoidale suivant chaque direction. Les figures 4.6 montrent la répartition spatiale de chaque fonction propre  $\Phi_{n_x}(x/L_x)$ ,  $x/L_x$  représentant la position relative à la dimension de la cavité et  $n_x$  l'ordre du mode. La qualité de l'image de la fonction  $\Phi$  obtenue après discrétisation dépend principalement du nombre  $N_x$  de positions de capteurs, qui représente également le nombre d'éléments dans le cas d'un maillage QUAD. On remarque que lorsque l'ordre du mode  $n_x$  est égal au nombre  $N_x$  de positions de capteurs, l'image de la fonction obtenue après discrétisation est nulle alors que la pression réelle ne l'est pas. Cette configuration illustre le concept de fréquences interdites qui correspondent aux fréquences  $f_{(n_x, n_y, n_z)}$  de l'équation (4.4) pour lesquelles l'indice modal  $(n_x, n_y, n_z)$  respecte au moins une des conditions suivantes :  $n_x = N_x$ ,  $n_y = N_y$ , ou  $n_z = N_z$ . Les fréquences de repliement selon chaque direction correspondent aux premières fréquences interdites. Elles valent  $f_{(N_x, 0, 0)}$ ,  $f_{(0, N_y, 0)}$  et  $f_{(0, 0, N_z)}$ .

Les figures 4.7 a), b) et c) montrent les performances du dispositif d'estimation d'échos testé avec les maillages de surface QUAD 322, QUAD 433 et QUAD 633 dans la cavité très réfléchissante d'admittance  $\beta_1$ . Dans cette cavité, le champ acoustique a un comportement de type modal quelle que soit la fréquence. Sur les figures de droite, les résidus sans contrôle  $R_{OFF}$  représentent en quelque sorte le comportement moyen de la cavité puisque les mesures sont réalisées sur un échantillon de 275 points régulièrement espacés dans toute la cavité. On observe les résonances aux fréquences 85, 140, 155, 170, 220, 255 et 290 Hz qui correspondent aux modes acoustiques  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$ ,  $(0, 1, 0)$ ,  $(2, 0, 0)$ ,  $(2, 0, 1)$ ,  $(3, 0, 0)$  et  $(3, 0, 1)$ . Conformément aux propos tenus précédemment, le maillage QUAD 322 ne permet pas d'estimer les

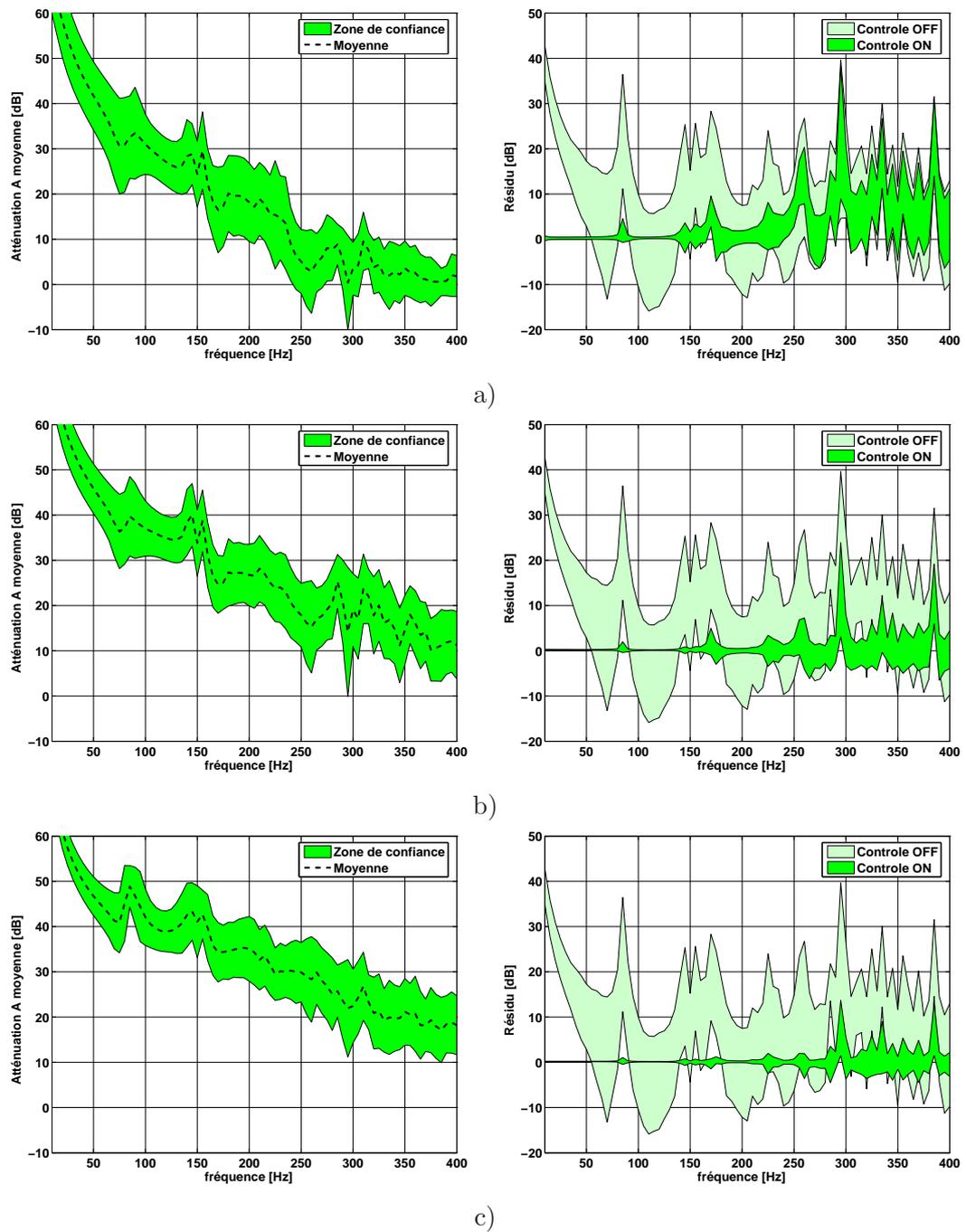


FIG. 4.7 – Effet du nombre  $N$  de positions de capteurs sur l'estimation des échos dans la cavité très réfléchissante. Atténuation moyenne  $m_A$  à gauche et résidu avec contrôle  $R_{ON}$  et sans contrôle  $R_{OFF}$  à droite lorsque les échos sont estimés avec le maillage : a) QUAD 322, b) QUAD 433 et c) QUAD 633. La source ponctuelle placée en  $S_0^2 = -[0.23, 0.13, 0.14]$  m proche du centre génère des ondes dans la cavité réfléchissante d'admittance de paroi  $\beta_1$ . La moyenne est effectuée sur 275 points du maillage FEM régulièrement espacés dans toute la cavité sauf sur les parois.

échos aux fréquences 255 et 290 Hz car à ces fréquences la condition  $N_x = n_x = 3$  est vérifiée. En réalité, ce raisonnement n'est plus valable lorsque la densité modale est trop importante, c'est à dire lorsque la fréquence est grande (voir par exemple Bruneau [9]). Le champ acoustique composé de la superposition de plusieurs modes peut avoir une répartition spatiale moins critique pour le maillage que chacun des modes considérés indépendamment. Par exemple, c'est pour cette raison qu'à la fréquence 340 Hz correspondant au mode (4, 0, 0) l'atténuation moyenne du dispositif utilisant le maillage QUAD 433 est supérieure à 0 dB. Inversement, l'estimation d'échos semble poser problème aux fréquences 290 et 385 Hz alors que celles-ci ne correspondent pas *a priori* à des fréquences interdites pour les maillages QUAD 433 et QUAD 633. En effet, à ces fréquences la densité modale étant importante, la combinaison de modes acoustiques peut présenter une répartition spatiale complexe et limiter les performances de l'estimation d'échos.

Le concept de fréquences interdites est donc valable dans le bas du spectre, lorsque la densité de mode et la densité du maillage sont faibles et dans une cavité très réfléchissante. Néanmoins, le raisonnement peut être transposé aux cas de cavités légèrement absorbantes en prenant toutefois quelques précautions. Les figures 4.8 a), b) et c) montrent les résultats obtenus dans les mêmes conditions que ceux des figures 4.7 mais dans la cavité faiblement absorbante d'impédance de parois  $\beta_2$ . Aux basses fréquences, la longueur d'onde est très supérieure à l'épaisseur de la couche de matériau absorbant. Le coefficient d'absorption étant faible, la cavité se comporte comme une cavité résonante. En revanche dans ce type de cavité, le matériau absorbant a pour effet de baisser les fréquences de résonances par rapport à la cavité très réfléchissante (voir Morse et Ingard [46]). On observe en effet, sur la figure 4.8 a), que la fréquence limite  $f_{lim}$  du dispositif utilisant le maillage QUAD 322 est maintenant de 240 Hz tandis qu'elle était égale à 255 Hz dans la cavité réfléchissante. Lorsque les parois de la cavité sont très absorbantes aux basses fréquences, le concept de fréquence interdite n'est plus applicable. En effet, le champ acoustique ne peut pas être décomposé en une somme de modes acoustiques indépendants de la fréquence comme dans le cas des cavités réfléchissantes et la répartition spatiale du champ acoustique n'est plus aussi simple. On aperçoit sur les figures 4.9 a), b) et c) que l'atténuation moyenne décroît avec la fréquence jusqu'à devenir nulle à des fréquences identiques que dans la cavité réfléchissante. La fréquence limite semble être équivalente quel que soit le type de revêtement de la cavité. Pour le dispositif employant le maillage QUAD 322, cette limite comprise entre 240 et 300 Hz alors que la fréquence de repliement selon la direction  $x$  est de 255 Hz. En revanche, lorsque le maillage QUAD 433 est utilisé pour discrétiser la surface d'estimation, la fréquence limite semble être comprise entre 350 et 450 Hz alors que la plus petite fréquence de repliement est de 340 Hz. Si la correspondance entre les limites théoriques et les

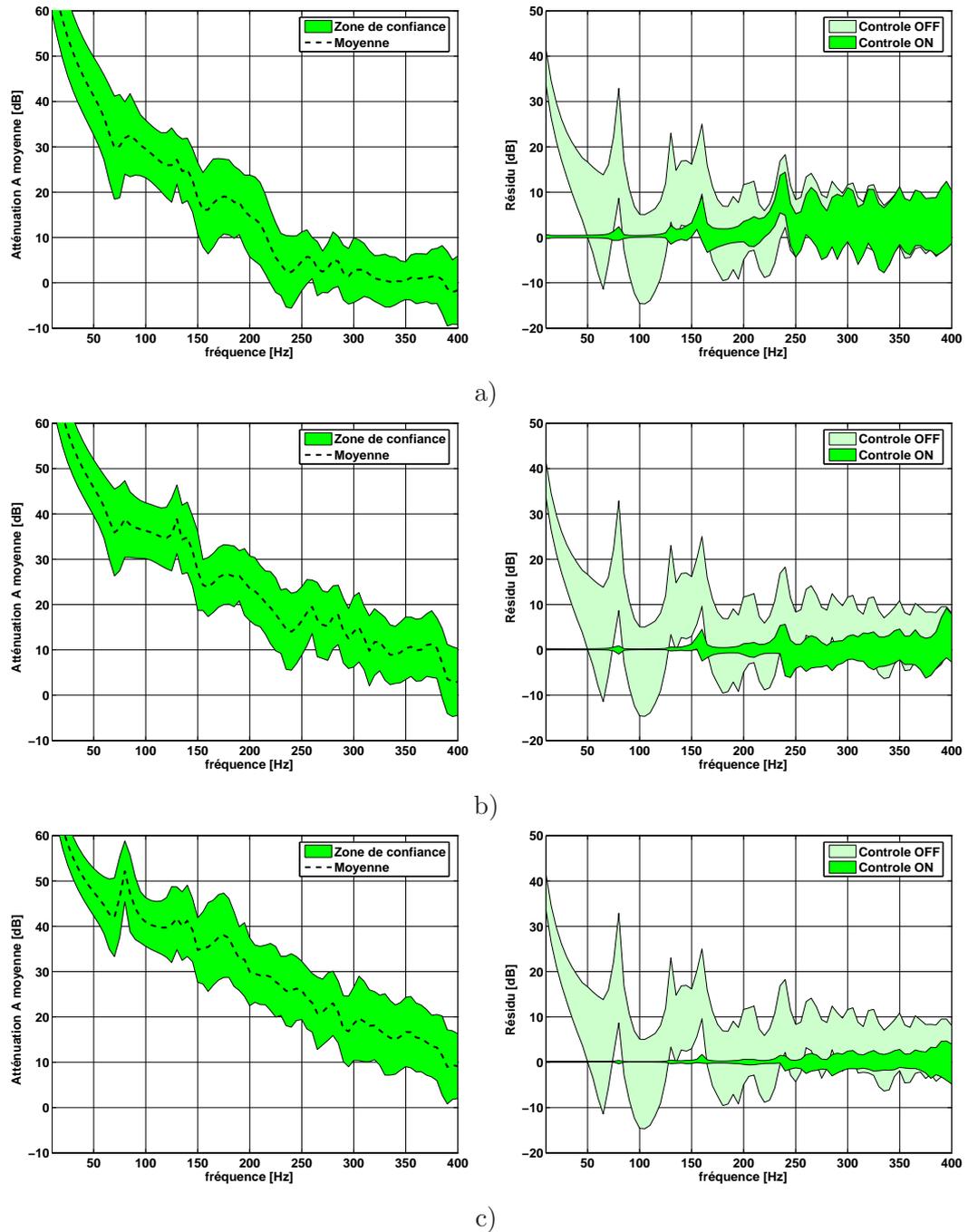


FIG. 4.8 – Effet du nombre  $N$  de positions de capteurs sur l'estimation des échos dans la cavité faiblement absorbante. Atténuation moyenne  $m_A$  à gauche et résidu avec contrôle  $R_{ON}$  et sans contrôle  $R_{OFF}$  à droite lorsque les échos sont estimés avec le maillage : a) QUAD 322, b) QUAD 433 et c) QUAD 633. La source ponctuelle placée en  $S_0^2 = -[0.23, 0.13, 0.14]$  m proche du centre génère des ondes dans la cavité faiblement absorbante d'admittance de paroi  $\beta_2$ . La moyenne est effectuée sur 275 points du maillage FEM régulièrement espacés dans toute la cavité sauf sur les parois.

limites observées en pratique n'est pas exacte, on peut considérer cependant que la fréquence de repliement est un bon indicateur de la limite d'utilisation du dispositif. En résumant les propos énoncés plus haut, on évalue la fréquence limite par :

$$f_{lim} \approx \min \left\{ \frac{c_0 N_x}{2L_x}, \frac{c_0 N_y}{2L_y}, \frac{c_0 N_z}{2L_z} \right\} \quad (4.17)$$

avec  $[L_x, L_y, L_z]$  les dimensions de la cavité. La fréquence limite dépend uniquement du nombre de positions de capteurs utilisés et de la dimension de la cavité selon chaque direction. Les résultats obtenus sont donc cohérents avec les critères couramment utilisés en contrôle actif et en reproduction sonore. Dans le cas où les dimensions de la cavité et la fréquence limite  $f_{lim}$  jusqu'à laquelle on souhaite estimer les échos sont fixées, alors on calcule le nombre minimal  $N_{lim}$  de positions de capteurs selon chaque direction par :

$$N_{lim,x,y,z} \approx \frac{2f_{lim}L_{x,y,z}}{c_0} \quad (4.18)$$

En conclusion, au vu des résultats des figures 4.7, 4.8 et 4.9 de gauche, l'atténuation diminue de manière quasi linéaire avec la fréquence au delà de 50 Hz, et ce, quel que soit le maillage utilisé. Naturellement nous pouvons affirmer qu'en augmentant le nombre de positions de capteurs, on augmente l'atténuation des échos ainsi que la plage de fréquences d'utilisation du dispositif. Cependant, en pratique le nombre de capteurs est souvent limité, et c'est par conséquent lui qui fixe la limite en fréquence d'utilisation du dispositif.

### **Influence du type de paroi de la cavité**

On a vu que l'atténuation des échos diminue avec la fréquence quel que soit le maillage utilisé jusqu'à une fréquence limite  $f_{lim}$ . Celle-ci est à peu près identique selon que la cavité soit absorbante ou réfléchissante. Ce phénomène prouve que le dispositif d'estimation d'échos est bénéfique pourvu qu'il soit utilisé en dessous de la fréquence limite fixée par son maillage. En revanche, en observant les figures 4.7, 4.8 et 4.9 de gauche il semble que l'atténuation moyenne soit plus faible à mesure que l'absorption des parois augmente. Ce comportement semble tout naturel puisque comme l'indique la définition (4.14) de l'atténuation, celle-ci dépend de l'amplitude des échos. Néanmoins, si l'atténuation est un indicateur important pour juger les performances du dispositif, il ne faut pas oublier que le principal objectif du dispositif est d'obtenir, après contrôle, le champ direct de la source. En analysant maintenant les figures 4.7, 4.8 et 4.9 de droite, qui affichent le résidu moyen et les zones de confiance, on remarque que plus l'absorption des parois augmente, plus le résidu  $R_{ON}$  tend vers 0. Cela signifie qu'en utilisant le même dispositif, le champ de pression

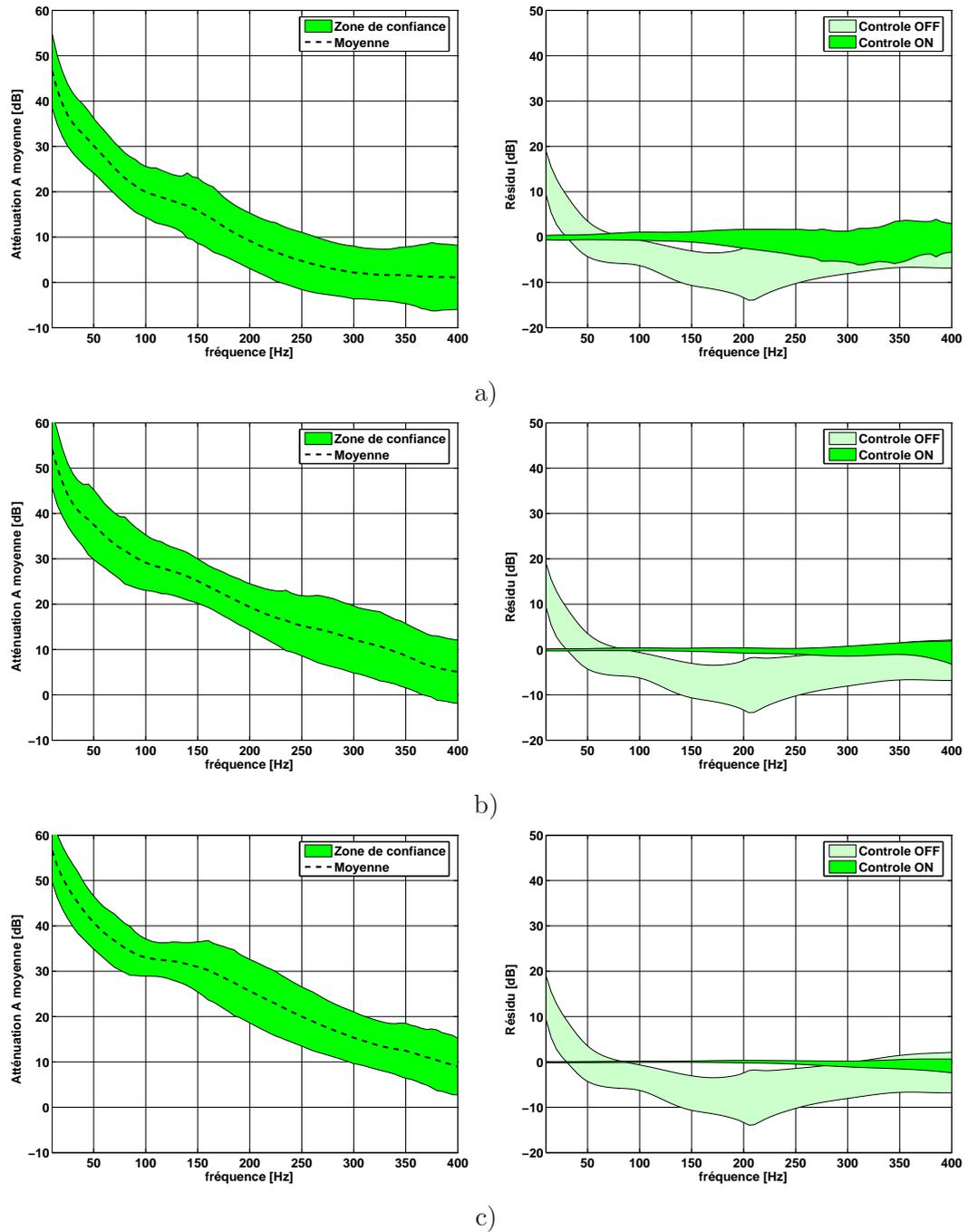


FIG. 4.9 – Effet du nombre  $N$  de positions de capteurs sur l'estimation des échos dans la cavité très absorbante. Atténuation moyenne  $m_A$  à gauche et résidu avec contrôle  $R_{ON}$  et sans contrôle  $R_{OFF}$  à droite lorsque les échos sont estimés avec le maillage : a) QUAD 322, b) QUAD 433 et c) QUAD 633. La source ponctuelle placée en  $S_0^2 = -[0.23, 0.13, 0.14]$  m proche du centre génère des ondes dans la cavité absorbante d'admittance de paroi  $\beta_3$ . La moyenne est effectuée sur 275 points du maillage FEM régulièrement espacés dans toute la cavité sauf sur les parois.

résiduel au point  $M$  est plus proche du champ direct de la source si les parois sont absorbantes. L'idée importante ici est que l'utilisation de matériaux absorbants sur les parois, et le contrôle actif des échos sont complémentaires.

Prenons l'exemple d'une cavité réelle ayant les mêmes dimensions que la cavité étudiée jusqu'ici. Ses parois (murs, sol et plafond) sont constituées de matériaux très rigides et très réfléchissants. On place la source ponctuelle en  $S_0^2 = -[0.23, 0.13, 0.14]$  et le micro  $M$  à un emplacement quelconque à l'intérieur de la cavité. La pression au point  $M$  est mesurée jusqu'à 400 Hz et on utilise le dispositif d'estimation des échos avec le maillage QUAD 322. D'après la figure 4.7 a), il y a 70% de chance que la pression sonore mesurée soit comprise entre -6 et +40 dB autour de la valeur réelle du champ direct de la source. D'après la figure 4.8 a), en ajoutant une épaisseur de 2.5 cm de laine de verre, la pression sonore est comprise entre -8 et +15 dB autour du champ direct. Si la couche de matériau est remplacée par une couche de 10 cm d'épaisseur, la pression mesurée est maintenant comprise entre -5 et +3 dB autour de la pression sonore directe (voir la figure 4.9 a)). On s'aperçoit donc que l'association du matériau absorbant et du dispositif permet de réduire les écarts de mesure autour du champ direct de la source.

### **Influence de la position du point $M$ et de la source $S_0$**

Dans les paragraphes précédents, on a étudié l'influence du niveau de discrétisation et du type de paroi sur l'efficacité du système d'estimation d'échos. Ces paramètres sont liés uniquement à la configuration du dispositif. Le dernier paramètre étudié n'est pas dépendant du dispositif lui-même mais plutôt de l'utilisation qui en est faite. Celui-ci est lié à la disposition géométrique de la source excitatrice et de l'endroit où l'on désire estimer les échos. Pour étudier l'influence de la position de la source, le point  $S_0$  a été déplacé dans la cavité suivant la demi-diagonale commençant à l'origine  $O = [0; 0; 0]$  m et s'achevant dans le coin. Les trois positions de sources étudiées ont été :  $S_0^2 = -[0.23, 0.13, 0.14]$  m (qualifiée de proche du centre),  $S_0^3 = -[0.52, 0.28, 0.31]$  m (qui représente le point à mi-distance entre l'origine et le coin) et  $S_0^4 = -[0.77, 0.42, 0.46]$  m (qualifiée de proche du coin). Les figures 4.10 a), b) et c) montrent les performances moyennes du dispositif employant le maillage QUAD 322 installé dans une cavité peu absorbante en fonction de la position de la source. Les moyennes sont effectuées comme dans les paragraphes précédents en modifiant la position du point de réception  $M$  à l'intérieur de la cavité. Dans chacun des cas, on aperçoit que la fréquence limite  $f_{lim}$  à partir de laquelle l'atténuation devient nulle est identique et correspond au critère de repliement selon la direction  $x$  cité plus haut. Néanmoins, la pression acoustique résiduelle avec contrôle est plus proche du champ direct de la source lorsque celle-ci est placée au centre que lorsqu'elle est

placée à proximité d'un coin.

Pour expliquer ce phénomène, on raisonne en terme de puissance acoustique sur chacun des éléments du maillage. Lorsque la source est placée au centre de la cavité, le maillage QUAD étant homogène, la puissance acoustique sur chacun des éléments due au champ direct de la source et aux échos est à peu près du même ordre de grandeur. De plus, la puissance acoustique sur toute la surface d'un élément est homogène. L'hypothèse affirmant que la pression et son gradient normal sont constants sur chacun des éléments est réaliste. En revanche lorsque la source se rapproche d'un coin, la puissance acoustique sur les éléments proches de la source est plus importante que sur les éléments plus éloignés. Les capteurs proches de la source contribuent davantage à l'estimation des échos à l'intérieur de la cavité. De plus, la source émettant des fronts d'ondes à caractère sphérique, le champ acoustique sur les éléments proche de la source n'est plus homogène sur leur surface. La pression et son gradient normal sur ces éléments ne peuvent plus être représentés par leur valeur mesurée au centre. Pour garantir les mêmes performances du dispositif il faudrait alors densifier le maillage à proximité de la source. Compte tenu du principe de réciprocité (voir Fahy [16]), un raisonnement analogue conduit aux mêmes conclusions lorsque le micro de contrôle  $M$  est placé proche des parois. En résumé, pour obtenir une bonne estimation des échos lorsque le maillage est homogène, il convient d'éloigner des parois la source et le point  $M$  où l'on désire estimer les échos.

### Influence de la variation de température

Le dispositif est basé sur l'estimation des échos. La contribution de chaque élément du maillage aux échos en  $M$  peut être vu de la sorte : les capteurs de pression et de gradient normal de pression estiment les ondes entrantes dans le domaine par chaque élément et les filtres d'échos les propagent virtuellement jusqu'au point  $M$  où l'on désire connaître les échos. Les filtres d'échos, représentant l'intégrale de la fonction de Green de l'espace libre et de son gradient, dépendent de la célérité des ondes dans l'air (voir l'équation 2.2). La célérité des ondes  $c_0$  dépendant directement de la température ambiante par  $c \approx 20.1\sqrt{T + 273}$  où  $T$  est la température ambiante en °C (voir Rossing [53]), le changement de saison peut donc induire une dérive des filtres d'échos.

Le temps de propagation d'une onde entre un capteur d'estimation et le micro  $M$  est  $t(M, S_n) = R(M, S_n)/c_0$ . La variation  $\Delta T$  de température entraîne alors la variation de la célérité des ondes notée  $\Delta c_0$ . En première approximation, on peut donc considérer que les ondes entrant par chaque élément et atteignant le point  $M$  sont estimées avec une erreur sur leur temps d'arrivée qui vaut :

$$\Delta t(M, S_n) \approx \frac{R(M, S_n)\Delta c_0}{c_0^2} \quad (4.19)$$

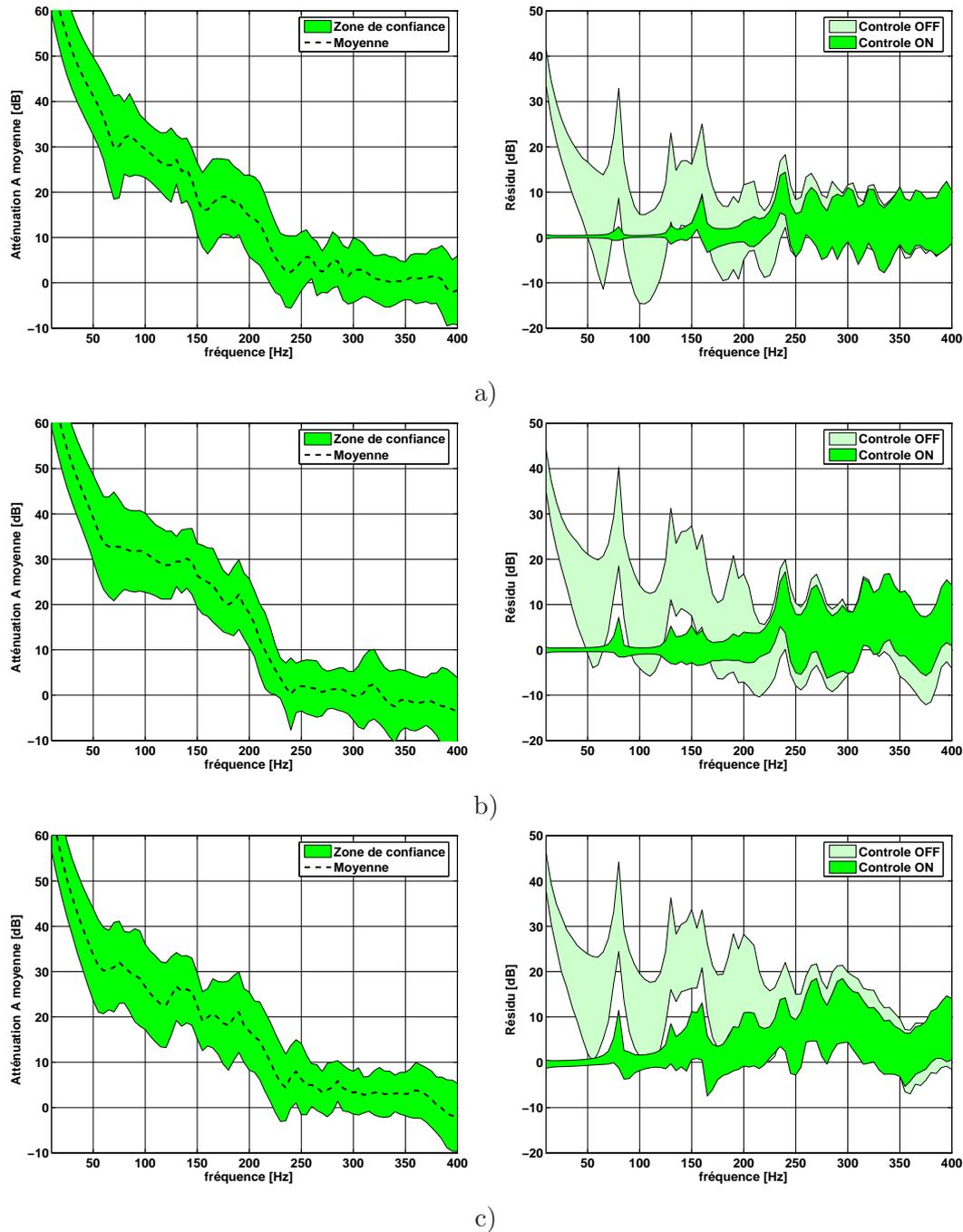


FIG. 4.10 – **Effet de la position de la source  $S_0$  sur l'estimation des échos.** Atténuation moyenne  $m_A$  à gauche et résidu avec contrôle  $R_{ON}$  et sans contrôle  $R_{OFF}$  à droite lorsque les échos sont estimés avec le maillage QUAD 322. La source ponctuelle placée en : a)  $S_0^2 = -[0.23, 0.13, 0.14]$  m proche du centre, b)  $S_0^3 = -[0.52, 0.28, 0.31]$  m et c)  $S_0^4 = -[0.77, 0.42, 0.46]$  m proche d'un coin génère des ondes dans la cavité faiblement absorbante d'admittance de paroi  $\beta_2$ . La moyenne est effectuée sur 275 points du maillage FEM régulièrement espacés dans toute la cavité sauf sur les parois.

Ce retard ou cette avance qui va dépendre du signe de  $\Delta T$  engendre une erreur de phase qui dépend de la fréquence. Par exemple, dans le cas de la cavité étudiée, les distances  $R(M, S_n)$  sont de l'ordre du mètre. A la fréquence 400 Hz, qui correspond à la fréquence jusqu'à laquelle on étudie le dispositif, l'erreur de phase  $\Delta\phi = \omega\Delta t$  engendrée par un écart de température de 10°C n'est que de 7°. On remarque que l'erreur est d'autant plus grande que les distances entre la surface d'estimation et le point  $M$  sont grandes. Ceci signifie que les variations de température ont plus d'influence dans une cavité dont les dimensions sont importantes. Dans la chambre anéchoïque du LMA, les distances sont 5 fois plus grandes que dans la maquette. Cependant, comme le facteur limitant est le nombre de capteurs utilisés, lorsque la taille de la cavité augmente, on réduit la gamme de fréquence d'utilisation du dispositif. L'erreur de phase commise à la fréquence limite d'utilisation du dispositif est donc du même ordre de grandeur.

### 4.3.2 Résultats sans information de gradient de pression

Dans la partie précédente, l'estimation des échos a été obtenue en prenant en compte l'information de pression et de son gradient normal sur la surface d'estimation. En pratique, néanmoins, l'utilisation de capteurs de gradient de pression n'est pas envisagée. Puisqu'il existe une relation de type admittance entre le gradient normal de pression et la pression sur la surface d'estimation, cette restriction ne doit pas, théoriquement, empêcher l'estimation des échos. En contrepartie, lorsque le local est quelconque, les filtres d'échos doivent être mesurés *in situ* en utilisant le protocole expérimental décrit dans la section 3.3. Ainsi il est important de souligner que, dans cette section, ni l'information de gradient de pression ni l'information d'admittance des parois n'ont été utilisées pour aboutir aux résultats de dé-réverbération.

#### Estimation avec filtres calculés

Comme nous l'avons souligné, les filtres d'échos ne peuvent théoriquement être calculés que dans le cas académique d'une cavité réfléchissante lorsque la surface d'estimation coïncide avec les parois. Cependant la notion de paroi réfléchissante étant floue, on étudie le comportement du dispositif pour les 3 déclinaisons de cavité lorsque le gradient normal de pression est négligé. Plutôt que de donner des résultats moyens comme pour la partie précédente, le dispositif a été testé uniquement en un point  $M = [0.17; -0.18; 0.20]$  m. Ce point coïncidait avec l'endroit où était placé le microphone de contrôle dans la cavité réelle, durant les expérimentations du chapitre 5. De plus, seul le maillage QUAD 322 a été utilisé, car il comporte peu de capteurs et que, ici encore, ce nombre correspond au nombre de voies d'acquisition simultanées disponibles au LMA. La première version du maillage est appelée QUAD 322p et

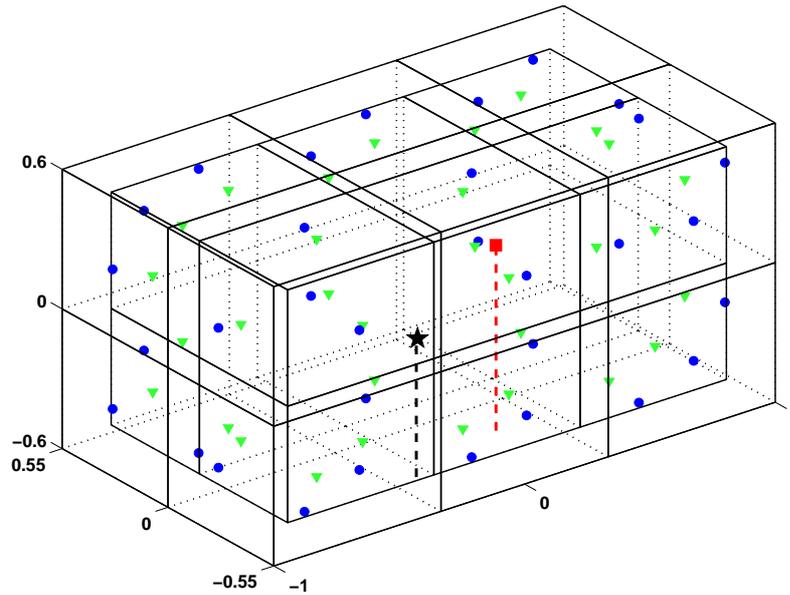


FIG. 4.11 – **Maillages QUAD 322p et QUAD 322v.** Les symboles (●) correspondent aux emplacements des 32 micros de pression du maillage QUAD 322p et les symboles (▼) aux emplacements des 32 micros de pression du maillage QUAD 322v. Le symbole (★) représente la position de la source  $S_0^{11}$  et le symbole (■) la position du micro  $M$ . Les axes indiquent les dimensions données en mètres.

épouse les parois de la cavité, où  $p$  désigne le terme paroi. La deuxième est une version réduite de la précédente et est appelée QUAD 322v. Les micros ont été espacés respectivement de 12.5, 9.2 et 10 cm des parois selon les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ , pour former un volume  $\Omega_e = 1.75 \times 0.92 \times 1.00 \text{ m}^3$ . Ici le terme  $v$  indique que la surface d'estimation est virtuelle car elle n'a pas de support physique. Les deux maillages utilisés sont affichés sur la figure 4.11. Pour cette version de maillage également, chacun des points d'estimation coïncide avec un noeud du maillage FEM principal. Le dispositif basé sur le maillage QUAD 322p a été testé dans un premier temps pour vérifier que l'éloignement de la surface d'estimation par rapport aux parois physiques joue un rôle important. De plus, ces résultats vont servir, dans un second temps, à vérifier que les filtres identifiés par la mesure entraînent une dé-réverbération de meilleure qualité. Pour chacun des tests, la source monopolaire était placée en  $S_0^{l=11} = -[0.24; 0.30; 0.00] \text{ m}$ , à environ 50 cm du point  $M$  (voir la figure 4.11).

Les figures 4.12 montrent l'efficacité du système d'estimation au niveau du point  $M$  pour les différentes configurations de la cavité, lorsque le maillage QUAD 322p est employé. Les courbes affichées représentent l'amplitude et la phase des signaux bruts  $R_{OFF}$  captés par le microphone de contrôle. L'estimation des échos  $\tilde{E}$  est obtenue à l'aide des filtres d'échos en pression calculés numériquement d'après (3.10) et de la mesure de la pression sur la surface d'estimation  $\Gamma_e$ . L'admittance servant à imposer la condition aux limites du modèle n'a pas été utilisée pour estimer les échos. Les

résidus après contrôle optimal  $R_{ON}$  sont obtenus en retranchant  $\tilde{E}$  à  $R_{OFF}$  et sont comparés au champ direct  $P_d^{mono}$  de la source. On observe qu'à basse fréquence, en dessous de 150 Hz, le champ de pression obtenu après dé-réverbération tend vers le champ direct de la source d'autant mieux que la cavité est réfléchissante. En réalité lorsque les parois sont entièrement réfléchissantes, le gradient de pression est négligeable alors qu'il l'est de moins en moins au fur et à mesure que les parois deviennent absorbantes (voir la section 2.3.1). En revanche, si l'on s'intéresse au champ direct de la source sur l'ensemble du spectre, alors il est préférable de traiter les parois en y appliquant des panneaux de matériau absorbant d'une grande épaisseur. En schématisant, les échos sont atténués à haute fréquence par l'absorbant et réduit par contrôle actif à basse fréquence. Les deux méthodes sont complémentaires.

L'hypothèse selon laquelle le terme de gradient de pression est faible en regard du terme de pression n'est plus acceptable lorsque l'on éloigne les micros d'estimation des parois. Le fait de déplacer de seulement 10 cm les micros entraîne de grandes modifications dans le comportement du dispositif, et ce, quelle que soit la quantité d'absorbant. Les résultats sont affichés sur la figure 4.13 pour seulement la cavité absorbante, mais le comportement global est identique pour les deux autres types de paroi. Les échos ne sont plus correctement estimés sur l'ensemble du spectre. Bien sûr, ceci s'explique en partie par le fait que plus on s'éloigne des parois, moins le terme de gradient de pression est négligeable. Mais il faut aussi avoir à l'esprit, et on le voit clairement sur la figure 4.11, qu'en réduisant le volume d'estimation, on rapproche ainsi le micro  $M$  et la source  $S_0$  de la surface d'estimation, ce qui entraîne des erreurs supplémentaires (voir la section 4.3.1). Le fait de densifier le maillage, en réduisant la surface d'estimation pour un nombre de capteurs identique augmente le nombre de capteurs par longueur d'onde. Néanmoins, cela ne compense pas les erreurs engendrées par l'omission du terme de gradient de pression. On comprend ainsi que si seuls des microphones de pression sont utilisés, il est conseillé de les placer autant que possible au plus proche des parois.

### Estimation avec filtres mesurés

Ici seule l'information de pression sur la surface d'estimation est utilisée. En pratique le logiciel de simulation n'a fourni que le niveau de pression sur les microphones d'estimation. L'information d'admittance n'a pas été utilisée. Pour évaluer les filtres d'échos, le principe du protocole expérimental de la partie 3.3 est appliqué dans la cavité de dimensions  $2 \times 1.1 \times 1.2 \text{ m}^3$ , avec ses différents revêtements. Comme on l'a vu, le protocole est assez contraignant puisqu'il faut déplacer une source à l'intérieur de la cavité au moins autant de fois qu'il existe de capteurs d'estimation. Pour chaque position de source, on a calculé la pression sur les capteurs d'estimation

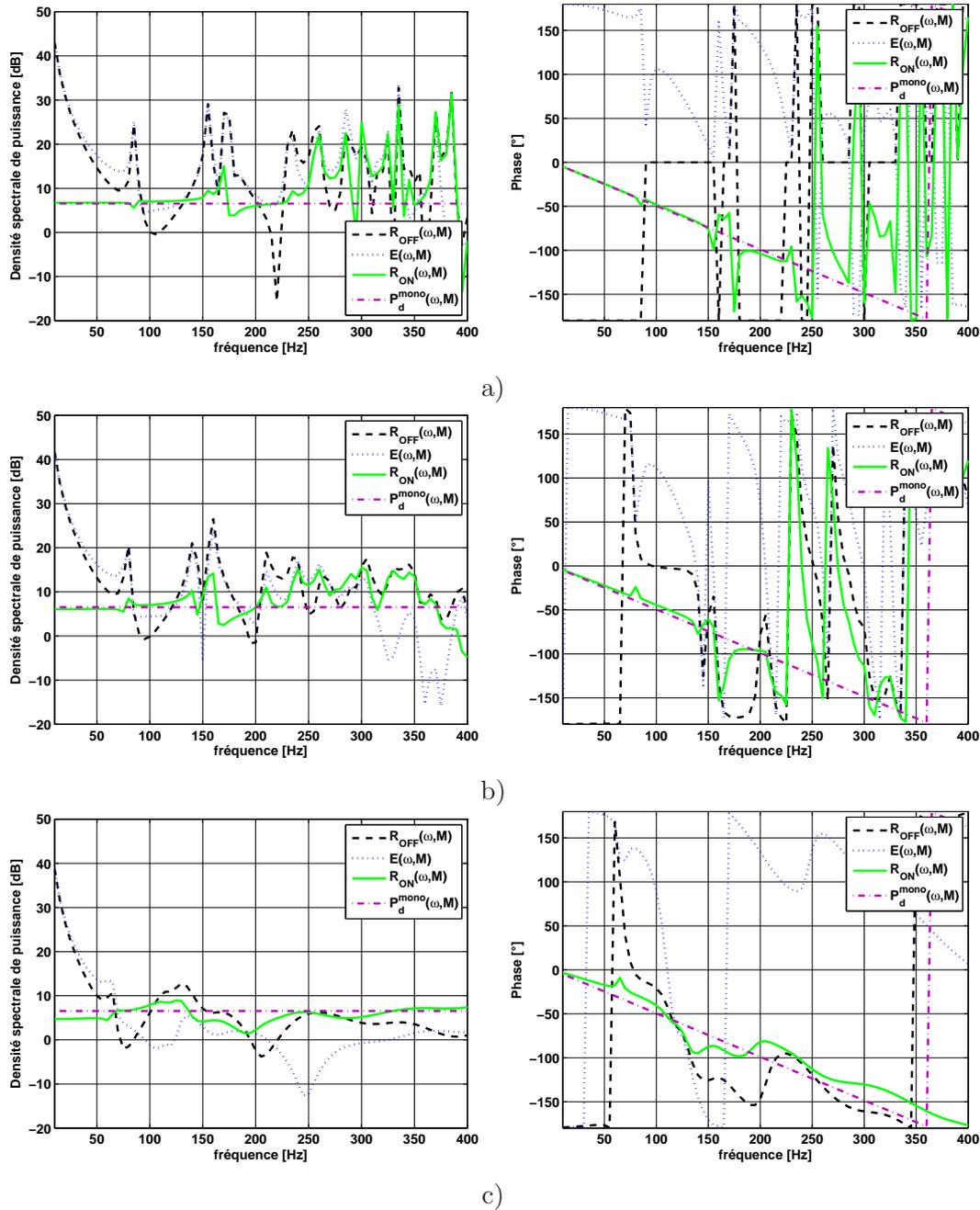


FIG. 4.12 – **Contrôle optimal sur le maillage QUAD 322p avec filtres calculés dans les différentes cavités en négligeant le terme de gradient de pression.** Les filtres d'échos en pression sont calculés d'après (3.10). Les tests sont effectués lorsque la source est placée en  $S_0^{l=11}$ , à 50 cm du micro  $M$ . Les figures de gauche montrent l'amplitude et les figures de droite la phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , de l'estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$ , des résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et du champ direct de la source  $P_d^{mono}(\omega, M)$  pour : a) la cavité réfléchissante d'admittance de parois  $\beta_1$ , b) la cavité faiblement absorbante d'admittance de parois  $\beta_2$  et c) la cavité absorbante d'admittance de parois  $\beta_3$ .

et sur le micro  $M$ . L'avantage des simulations est que le champ direct de la source est connu. De ce fait, pour identifier les filtres d'échos, l'utilisation d'un dipôle n'est pas nécessaire ; une simple source monopolaire est suffisante. Les échos sont déduits d'après l'équation (3.28), en retranchant le champ direct au champ de pression totale. Ainsi, le système à résoudre a été formé en calculant le champ de pression pour 32 positions de source, placées de manière à couvrir l'ensemble du volume d'estimation.

Le système (3.27) est résolu uniquement dans le domaine fréquentiel. En effet les simulations ont été réalisées dans ce domaine pour seulement un petit nombre de fréquences (79, de  $f=10$  à 400 Hz par pas de 5 Hz). Il est donc impossible de tester la méthode de résolution temporelle du système dans le cas de nos simulations. En revanche cette technique a été utilisée pour les expériences du chapitre 5. Les méthodes de résolution de type Tikhonov (Tikh) et par Tsvd requièrent un paramètre de régularisation à chaque fréquence. Comme les spectres manipulés possèdent trop de points, le paramètre de régularisation  $\alpha$  pour la méthode Tikh et le nombre  $m$  de valeurs singulières pour la méthode Tsvd sont choisis en utilisant la technique de la *L-Curve* implémentée dans la fonction `l_corner` de la boîte à outil *Regularization tools v 3.0* écrite par Hansen [27] sous Matlab. La technique consiste à tracer la norme de la solution du système linéaire à résoudre en fonction de l'erreur commise. Cette courbe, appelée la *L-Curve*, possède généralement une forme en « L » dont le coin constitue un bon compromis entre la norme de la solution et l'erreur commise. La figure 4.15 montre un exemple de la détermination du paramètre  $\alpha$  à la fréquence 100 Hz avec cette technique. Le coin de la *L-Curve* est bien identifiable et il n'existe

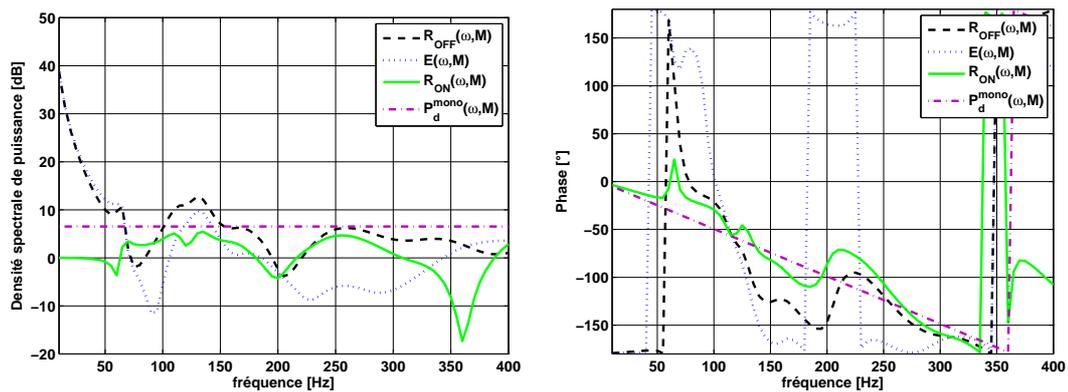


FIG. 4.13 – **Contrôle optimal sur le maillage QUAD 322v avec filtres calculés dans la cavité absorbante en négligeant le terme de gradient de pression.** Les filtres d'échos en pression sont calculés d'après (3.10). Les tests sont effectués dans la cavité absorbante d'admittance de parois  $\beta_3$  lorsque la source est placée en  $S_0^{l=11}$ , à 50 cm du micro  $M$ . La figure de gauche montre l'amplitude et la figure de droite la phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , de l'estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$ , des résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et du champ direct de la source  $P_d^{mono}(\omega, M)$ .

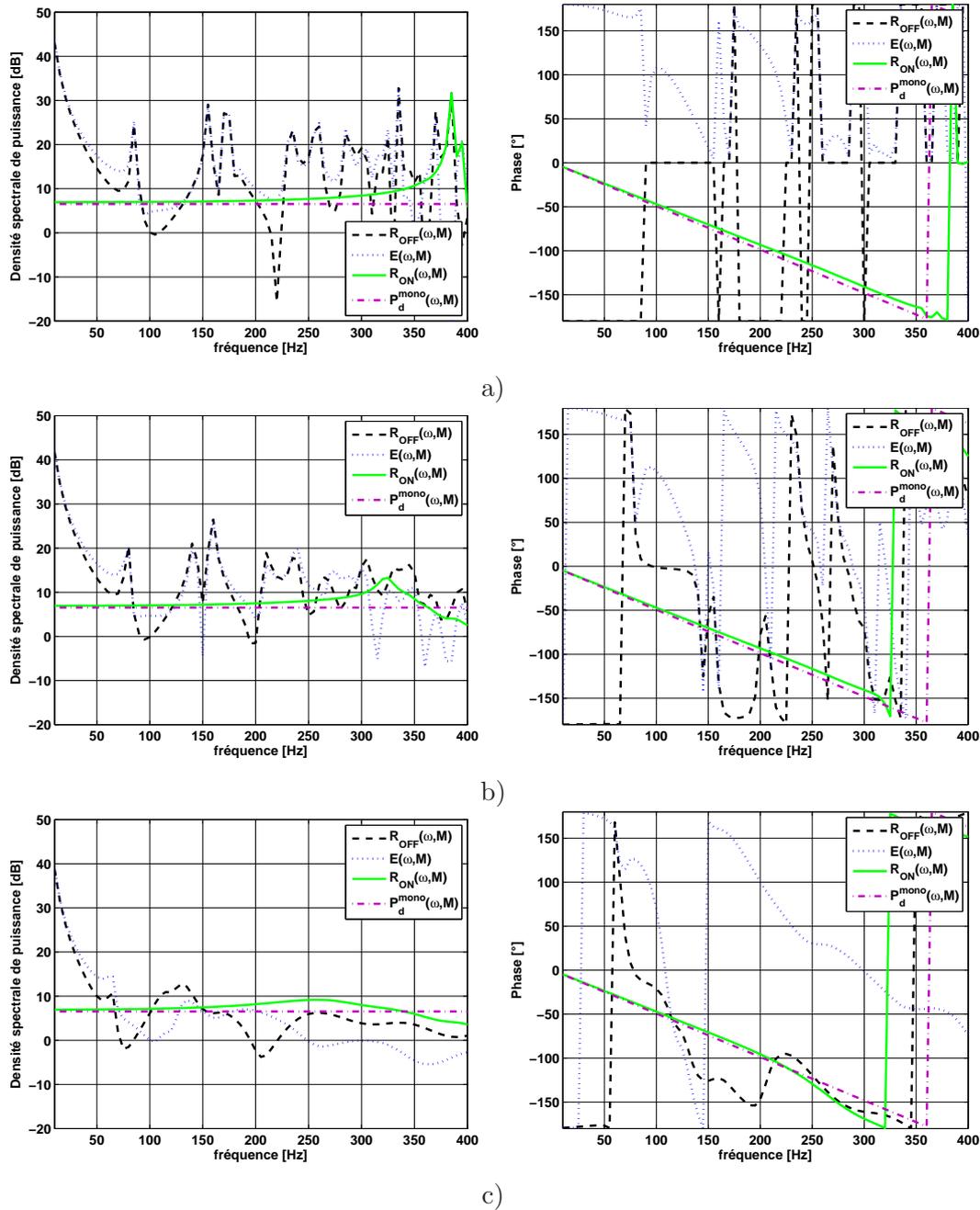


FIG. 4.14 – Contrôle optimal sur le maillage QUAD 322p avec filtres identifiés dans le domaine fréquentiel dans les différentes cavités. Les filtres d'échos spécifiques sont évalués par résolution du système linéaire par la méthode Tikh lorsque le système est formé en modifiant la position de la source monopolaire à 32 reprises. Les tests sont effectués lorsque la source est placée en  $S_0^{l=11}$ , à 50 cm du micro  $M$ . Les figures de gauche montrent l'amplitude et les figures de droite la phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , de l'estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$ , des résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et du champ direct de la source  $P_d^{mono}(\omega, M)$  pour : a) la cavité réfléchissante d'admittance de parois  $\beta_1$ , b) la cavité faiblement absorbante d'admittance de parois  $\beta_2$  et c) la cavité absorbante d'admittance de parois  $\beta_3$ .

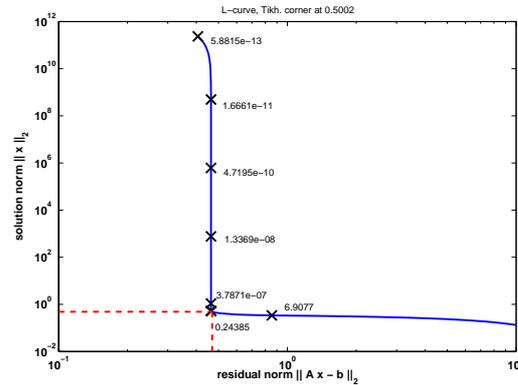


FIG. 4.15 – Localisation du coin de la L-Curve à la fréquence 100 Hz pour la méthode Tikh lorsque la cavité est réfléchissante. La fonction utilisée est la fonction `l_corner` de la boîte à outil *Regularization tools v 3.0* implémentée par Hansen [27].

pas d’ambiguïté. Par la suite, les filtres utilisés seront identifiés avec la méthode de résolution Tikh, car elle a donné les meilleurs résultats par rapport aux techniques Tsvd et MC. Il faut d’ailleurs signaler que la technique MC donne des résultats bien moins concluants que les deux autres méthodes car le système n’est pas régularisé. Cela souligne tout l’intérêt de la régularisation du système, même lorsque le rapport signal sur bruit est très grand, comme c’est le cas pour les simulations.

En observant les figures 4.14, on repère globalement que les résultats de déréverbération de la pression acoustique mesurée en  $M$  sont meilleurs lorsque les filtres sont identifiés que lorsqu’ils sont calculés. En particulier, la plage de fréquence d’utilisation du dispositif est augmentée. Pour s’en convaincre, il suffit de comparer les figures 4.12 a) et 4.14 a). Celles-ci montrent les résultats en cavité réfléchissante lorsque la surface d’estimation épouse les parois. Le gradient de pression  $y$  est nul. On s’aperçoit que le maillage QUAD 322p, qui considère la pression constante sur chaque élément et qui avait été choisi arbitrairement pour calculer les filtres d’échos n’est pas le maillage optimal dans la configuration donnée. Puisqu’il existe une infinité de manières différentes de mailler les parois, on peut imaginer que la solution obtenue par inversion du système correspond à un de ces maillages. La fréquence  $f_{lim}=255$  Hz que nous avons définie comme la fréquence maximale au-delà de laquelle il devenait impossible d’estimer les échos n’apparaît plus comme la fréquence limite de fonctionnement du dispositif. La nouvelle fréquence limite, pour laquelle l’erreur commise est la plus importante, semble être la fréquence 385 Hz qui correspond au mode de résonance(2, 2, 1) (voir les paragraphes 4.1.1 et la figure 4.6). Certes les erreurs d’identification du champ direct de la source augmentent avec la fréquence, mais les limites théoriques du dispositif sont repoussées. Lorsque la cavité devient absorbante, la fréquence limite décroît ; elle est de 325 Hz pour la cavité d’impédance de parois  $\beta_2$  et de 255 Hz pour la cavité d’impédance de parois  $\beta_3$ .

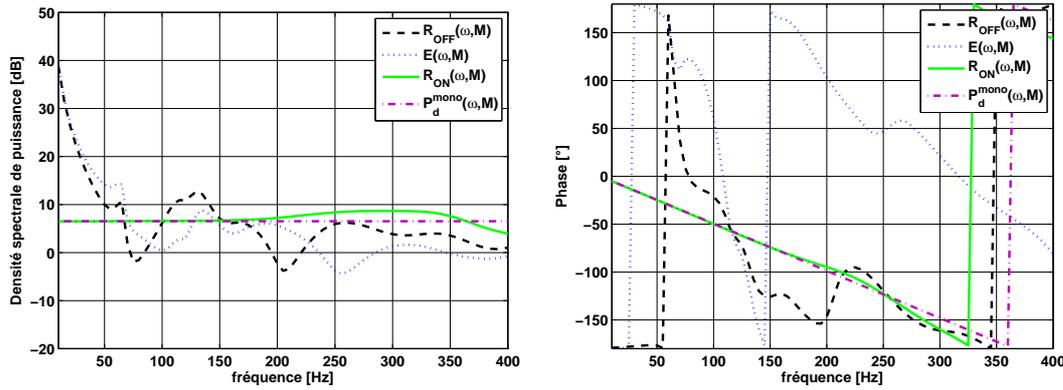


FIG. 4.16 – **Contrôle optimal sur le maillage QUAD 322p avec filtres identifiés sur la base de 35 mesures dans le domaine fréquentiel dans la cavité absorbante.** Les filtres d'échos spécifiques sont évalués par résolution du système linéaire par la méthode Tikh lorsque le système est formé en modifiant la position de la source monopolaire à 35 reprises. Les tests sont effectués lorsque la source est placée en  $S_0^{l=11}$ , à 50 cm du micro  $M$ . Les figures de gauche montrent l'amplitude et les figures de droite la phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , de l'estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$ , des résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et du champ direct de la source  $P_d^{mono}(\omega, M)$  pour la cavité absorbante d'admittance de parois  $\beta_3$ .

Au vu des résultats, on pourrait croire qu'il est préférable, pour obtenir le champ direct de la source le plus fidèlement possible, de ne pas traiter les parois du local. Ce constat irait à l'encontre du principe de complémentarité entre l'absorption passive et les techniques actives que nous avons mentionné. En fait il semblerait que ce phénomène soit dû aux difficultés rencontrées lors de la résolution du système. Le système a alors été formé en ajoutant de l'information supplémentaire, en utilisant plus d'équations que d'inconnues. Des calculs ont été réalisés pour 35 positions de source plutôt que 32, comme précédemment. On visualise sur la figure 4.16 que l'erreur commise sur l'estimation des échos a diminué par rapport aux résultats de la figure 4.14 c). L'ajout d'information a été uniquement concluant pour les cavités absorbantes. En revanche cela n'a pas influencé les résultats obtenus en cavité très réfléchissante. Cela tend à prouver que les résultats de la figure 4.14 a) sont les résultats optimaux. Il est donc préférable dans certains cas d'obtenir plus d'équations que d'inconnues pour converger vers la solution optimale. Il semblerait donc que plus la cavité est absorbante, plus il faut d'information.

Le maillage QUAD 322v n'a pas *a priori* un grand intérêt puisqu'il réduit le volume d'estimation disponible. Néanmoins, il a été étudié pour vérifier que l'information de gradient de pression peut effectivement être obtenue en ne mesurant que la pression. Cette propriété est très importante si l'on désire utiliser le dispositif dans un local déjà peu réverbérant. A cette fin, l'étude des performances du dispositif employant le maillage QUAD 322v est un bon test. En effet, étant donné que la surface d'es-

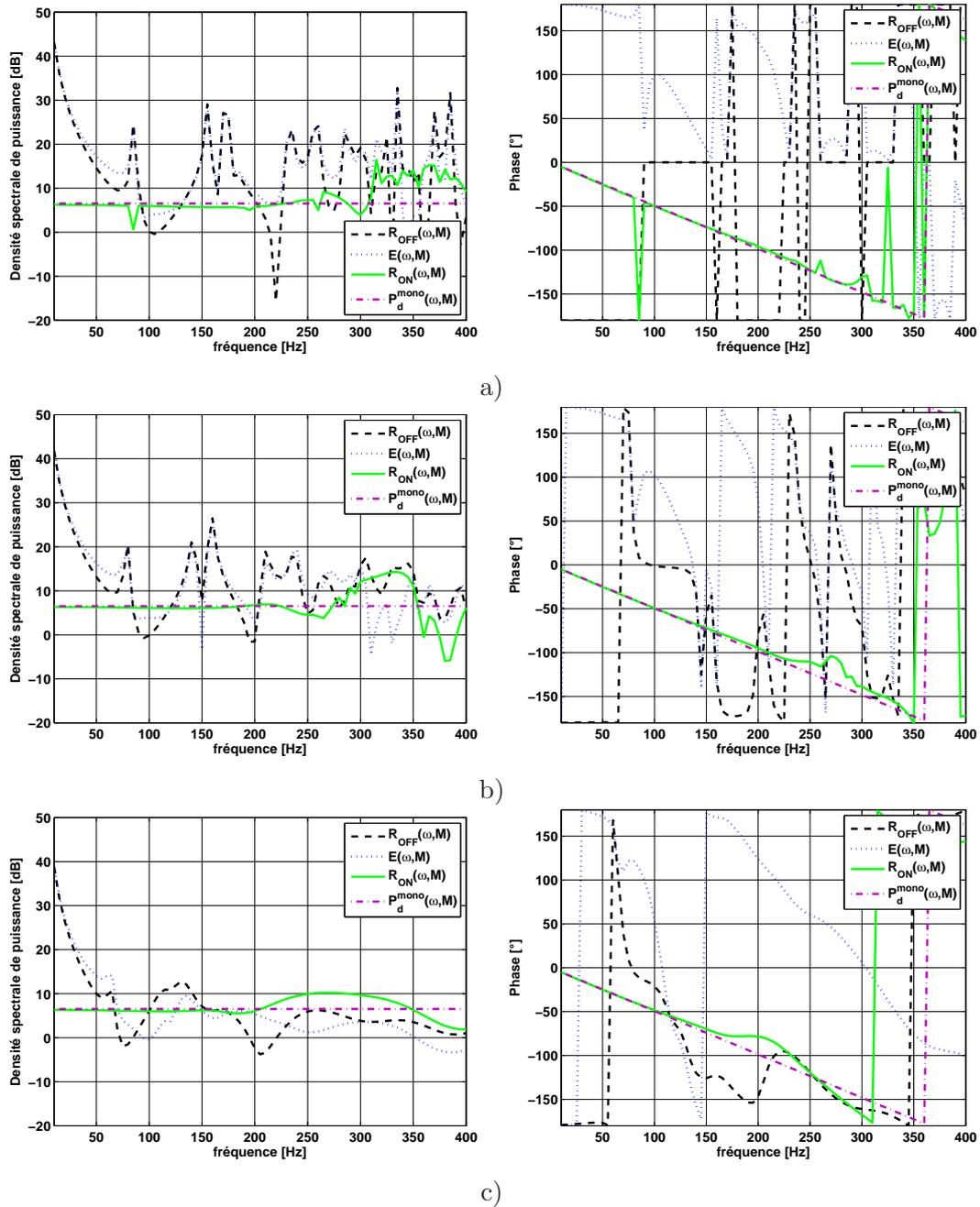


FIG. 4.17 – Contrôle optimal sur le maillage QUAD 322<sub>v</sub> avec filtres identifiés dans le domaine fréquentiel dans les différentes cavités. Les filtres d'échos spécifiques sont évalués par résolution du système linéaire par la méthode Tikh lorsque le système est formé en modifiant la position de la source monopolaire à 35 reprises. Les tests sont effectués lorsque la source est placée en  $S_0^{l=11}$ , à 50 cm du micro  $M$ . Les figures de gauche montrent l'amplitude et les figures de droite la phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , de l'estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$ , des résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et du champ direct de la source  $P_d^{mono}(\omega, M)$  pour : a) la cavité réfléchissante d'admittance de parois  $\beta_1$ , b) la cavité faiblement absorbante d'admittance de parois  $\beta_2$  et c) la cavité absorbante d'admittance de parois  $\beta_3$ .

timation  $\Gamma_e$  ne coïncide plus avec les parois, le gradient de pression ne peut plus être négligé sans que l'estimation des échos se dégrade et il n'existe plus de relation locale d'admittance. Pourtant, en observant les résultats de dé-réverbération sur la figure 4.17, on constate dans un premier temps que les performances du dispositif sont équivalentes à celles obtenues avec le maillage QUAD 322p affichées sur les figures 4.14. Ces résultats prouvent qu'il est possible, en identifiant les filtres d'échos avec un protocole adapté, d'obtenir l'information de gradient de pression en ne mesurant que la pression sur la surface d'estimation. Toutefois pour obtenir les résultats présentés, il a été utile quel que soit le type de cavité d'utiliser toute l'information dont nous disposions. Les 35 simulations disponibles réalisées avec des positions de source différentes ont été nécessaires. On note tout de même que la fréquence limite est plus basse que pour le maillage QUAD 322p. On peut également remarquer que le fait de placer la source proche des parois ne semble pas préjudiciable lorsque les filtres sont estimés expérimentalement.

## 4.4 Conclusion du chapitre

Le concept du dispositif a été validé sur des simulations numériques. De cette manière, les principaux paramètres influant sur l'estimation des échos ont été identifiés. Le facteur le plus important est sans nul doute le nombre de positions de capteurs utilisés. Plus le nombre de capteurs est grand, plus l'estimation des échos est précise. On remarque que le nombre minimal de capteurs dépend de la fréquence la plus haute que l'on souhaite traiter et des dimensions de la cavité. Si le nombre limite de 2 capteurs par longueur d'onde semble donner une bonne approximation quel que soit le type de paroi de la cavité lorsque les filtres sont calculés, en revanche il n'est pas tout à fait représentatif des performances du dispositif lorsque les filtres d'échos sont mesurés. En effet, lorsque le protocole expérimental est utilisé, la gamme de fréquences d'utilisation du dispositif est plus importante. Néanmoins, pendant la phase d'identification il est nécessaire de déplacer la source plus de fois qu'il existe de capteurs, ce qui rend le protocole assez contraignant. De plus, lorsque les filtres sont identifiés, la position de la source ou du micro  $M$  ne semble pas avoir d'influence tandis que c'est le cas lorsqu'ils sont calculés. Enfin, les résultats de simulation tendent à montrer qu'il existe bien une relation de type admittance entre la pression et son gradient normal sur la surface d'estimation. Le fait d'identifier les filtres permet de s'affranchir de la mesure du gradient normal de pression, quel que soit le domaine extérieur. Néanmoins, nous ne pouvons en aucun cas conclure que les résultats obtenus avec seule l'information de pression sont identiques à ceux que l'on obtiendrait en utilisant les deux types de capteurs.

## Chapitre 5

# Expérience d'estimation d'échos

<b>5.1 Dispositif expérimental</b> . . . . .	<b>91</b>
5.1.1 Les cavités . . . . .	91
5.1.2 Les sources utilisées . . . . .	92
5.1.3 Description de l'expérience . . . . .	97
5.1.4 Mesure des filtres d'échos . . . . .	100
5.1.5 Critère de performance de l'estimation des échos . . . . .	101
<b>5.2 Résultats en cavité réfléchissante</b> . . . . .	<b>101</b>
5.2.1 Résultats avec filtres calculés . . . . .	102
5.2.2 Résultats avec filtres mesurés . . . . .	109
5.2.3 Résultats avec filtres hybrides . . . . .	116
5.2.4 Conclusions sur les résultats en cavité réfléchissante . . . . .	120
<b>5.3 Résultats en cavité absorbante</b> . . . . .	<b>122</b>
5.3.1 Résultats avec filtres calculés . . . . .	122
5.3.2 Résultats avec filtres mesurés . . . . .	124
5.3.3 Conclusions sur les résultats en cavité absorbante . . . . .	129
<b>5.4 Conclusion du chapitre</b> . . . . .	<b>129</b>

Les expériences d'estimation d'échos ont été réalisées dans une cavité spécialement construite pour l'occasion. Ses dimensions ( $2 \times 1.1 \times 1.2 \text{ m}^3$ ) respectent les dimensions de la chambre anéchoïque du LMA au 1/5<sup>ème</sup> ; elles sont identiques à celles de la cavité étudiée dans le chapitre précédent. La cavité est déclinée en deux versions : une version réfléchissante de manière à valider le concept et une version absorbante plus réaliste. Le maillage qui a été utilisé est un maillage de type QUAD 322p dont les 32 capteurs de pression affleurent les parois de la cavité. Le gradient de pression n'a pas été mesuré. Une source dipolaire a été conçue pour appliquer le protocole expérimental permettant d'identifier les filtres d'échos. Une autre source, de type omnidirectionnel, a été mesurée dans la chambre anéchoïque de manière à constituer la source de référence. Cette source a servi à tester les performances du dispositif d'estimation d'échos. Les résultats sont donnés sous la forme de déréverbération des signaux microphoniques mesurés dans la maquette.

## 5.1 Dispositif expérimental

### 5.1.1 Les cavités

Pour tester le dispositif d'estimation d'échos décrit dans les chapitres précédents ou pour identifier les filtres d'échos par la mesure, il est utile de connaître le rayonnement des sources sonores utilisées. En pratique il est courant d'effectuer les mesures de rayonnement, autrement dit de champ direct, dans une chambre anéchoïque. Or on a montré que toutes les chambres anéchoïque possèdent une fréquence de coupure  $f_c$  en-deçà de laquelle les échos ne sont plus négligeables ; les mesures sont faussées. En l'occurrence la fréquence de coupure de la chambre anéchoïque du LMA observée en pratique est de  $f_c = 100$  Hz. Il n'est *a priori* pas possible d'étudier les sources de référence en-dessous. Pour contourner ce dilemme, l'étude est effectuée dans une gamme de fréquence supérieure à la fréquence  $f_c$ . Dans notre cas, le nombre de microphones de pression est limité à 32, car il correspond au nombre de voies synchrones d'acquisition disponibles au laboratoire. Le maillage employé pour estimer les échos est alors le maillage QUAD 322p décrit dans le chapitre précédent. Celui-ci discrétise la dimension  $x$  en 3 éléments et les dimensions  $y$  et  $z$  en 2 éléments. D'après les résultats obtenus par simulation, la fréquence limite  $f_{lim}$  dépend de la taille du local et du nombre de positions de micros selon chaque dimension. Elle est définie par :

$$f_{lim} \approx \min \left\{ \frac{c_0 N_x}{2L_x}, \frac{c_0 N_y}{2L_y}, \frac{c_0 N_z}{2L_z} \right\}$$

Cela signifie que si les dimensions de la cavité sont trop grandes, alors la fréquence limite  $f_{lim}$  est trop proche de la fréquence de coupure  $f_c$  de la chambre et le domaine d'étude est trop restreint. Cependant, si la cavité est trop petite, les manipulations à l'intérieur deviennent difficiles. Pour ces raisons, les dimensions définitives de la cavité ont été :  $2 \times 1.1 \times 1.2$  m<sup>3</sup>, ce qui permet à un homme de taille moyenne de manipuler à l'intérieur et de bénéficier théoriquement d'un domaine de validité de 155 Hz, puisque  $f_{lim} = 255$  Hz (voir section la 4.3.1) et  $f_c = 100$  Hz. En réalité, ces précautions sont trop restrictives car les sources utilisées sont mesurées dans la chambre anéchoïque à des distances inférieures au mètre. On peut donc considérer qu'à ces distances les échos dans la chambre sont négligeables par rapport au champ direct. Par conséquent le dispositif d'estimation d'échos peut être étudié en-dessous de la fréquence  $f_c$ .

La cavité a été construite spécialement pour les besoins de l'expérience. Les murs et le sol consistent en un assemblage de blocs de béton cellulaire (ou Siporex®) cimentés entre eux. Les murs intérieurs sont revêtus d'un crépi de manière à obtenir une surface parfaitement plane et imperméable aux ondes acoustiques (voir la figure 5.1 a)). Le toit quant à lui est constitué de deux plaques de plâtre de 12.5 mm

d'épaisseur chacune et de dimensions  $2.5 \times 1.2 \text{ m}^2$  vissées l'une sur l'autre. Il repose sur la caisse formée par les murs. L'isolation est réalisée par une bande de joint à fenêtre. Le toit amovible se remonte à l'aide d'un palan à chaîne relié à un portique métallique (voir la figure 5.1 c)). La cavité est déclinée en deux versions. La première version est dite entièrement réfléchissante. Les parois sont simplement constituées par les murs rigides et réfléchissants de la maquette.

Dans la seconde version, les murs et le toit sont recouverts de panneaux de laine de verre de 5 cm d'épaisseur (voir la figure 5.1 b)) de type *Acoustished®* de la marque *Eurocoustic®*. Le sol est laissé entièrement réfléchissant de manière à offrir une surface plane pour les pieds supportant le micro  $M$  et la source. Cette version, qualifiée de cavité absorbante, possède des dimensions internes égales à  $1.9 \times 1.0 \times 1.15 \text{ m}^3$  représentant 80% du volume total de la cavité réfléchissante.

### 5.1.2 Les sources utilisées

Durant les expérimentations deux sources ont été utilisées. La première est sans aucun doute la plus importante. Il s'agit d'un dipôle acoustique dont la particularité essentielle réside dans sa directivité. Le dipôle théorique est constitué de deux sources monopolaires identiques distantes d'une longueur  $D$ , et dont les débits sont en opposition de phase. La pression sonore directe  $P_d^{dipo}(\omega, M, S_0)$  générée au point  $M$  par le dipôle centré en  $S_0$  est égal à :

$$P_d^{dipo}(\omega, M, S_0) = -jk_0 D \left( 1 + \frac{1}{jk_0 R(M, S_0)} \right) \cos(\theta) P_d^{mono}(\omega, M, S_0) \quad (5.1)$$

où  $P_d^{mono}(\omega, M, S_0)$  représente la pression d'une source monopolaire de débit égal à chacun des monopôles constituant le dipôle, où  $R(M, S_0)$  est la distance entre les points  $M$  et  $S_0$  et où  $\theta$  est l'angle formé par la normale au plan d'antisymétrie du dipôle et par la droite  $S_0M$ . On observe que le rendement du dipôle dépend fortement de l'angle  $\theta$  ; on dit que le dipôle est bidirectionnel (voir la figure 3.7). Lorsque l'on se place dans le plan d'antisymétrie du dipôle, c'est à dire à  $\theta = 90^\circ$ , l'onde générée par la première source monopolaire est compensée exactement par l'onde provenant de la seconde. Ce plan est appelé plan de « zéro de pression » dans lequel le champ direct est théoriquement nul. C'est cette propriété qui a été utilisée dans la section 3.3 pour mesurer les filtres d'échos. En pratique néanmoins il est impossible d'atteindre une pression acoustique nulle dans ce plan. Par la suite on appellera le résidu du dipôle  $R^{dipo}$  la pression directe résiduelle  $P_d^{dipo}(\theta = 90^\circ)$  captée dans le zéro de pression du dipôle. Le rapport entre la pression à l'angle  $\theta = 90^\circ$  et la pression générée à  $\theta = 0^\circ$  renseigne sur la performance du dipôle. On remarque également que le rendement du dipôle est directement proportionnel à la longueur  $D$  séparant les deux monopôles.



a)



b)



c)

FIG. 5.1 – **Maquette utilisée lors des expérimentations.** a) Intérieur de la maquette dite très réfléchissante car les murs ne sont pas traités. On aperçoit le support métallique des microphones de parois, b) Parois de la cavité absorbante constituées de murs rigides sur lesquels on applique une épaisseur de 5 cm de laine de verre, c) Système de levage du toit de la cavité constitué d'un portique soutenant un palan à chaîne relié au toit par des cordes.

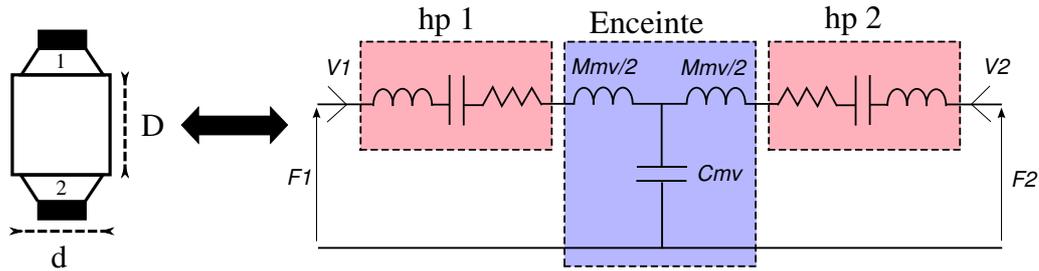


FIG. 5.2 – Montage de la source et schéma électro-acoustique équivalent.

Il existe plusieurs manières de réaliser une source dont le comportement se rapproche du dipôle théorique. La plus simple est d'utiliser un haut-parleur électrodynamique non chargé acoustiquement, sans enceinte. Chaque côté de la membrane du haut-parleur est assimilé à un monopôle. Les débits de chacun d'eux sont en opposition de phase et sont, en première approximation, identiques. Cette source possède l'avantage d'être extrêmement simple mais son zéro de pression n'est pas assez marqué. En effet, pour se rapprocher du cas idéal du dipôle, il est nécessaire que la source en question soit géométriquement la plus symétrique possible. Or, un haut-parleur électrodynamique n'est pas symétrique car sa membrane n'est pas plane et que le saladier à l'arrière du haut-parleur perturbe le champ acoustique. De plus le haut-parleur nu possède un rendement médiocre car la distance  $D$  séparant les deux monopôles est très faible. Pour palier ces problèmes, nous avons opté pour la solution schématisée sur la figure 5.2 de gauche utilisant deux haut-parleurs identiques fonctionnant en *push-pull* chargés par une enceinte cylindrique. Le montage *push-pull* est un terme anglophone couramment utilisé qui signifie simplement que lorsqu'un haut-parleur pousse, l'autre tire. En pratique on réalise ce montage en branchant un des haut-parleurs à l'envers. Dans ce cas, la symétrie géométrique est quasiment parfaite ce qui entraîne un résidu de pression très faible à  $\theta = 90^\circ$ . Cependant les dissymétries proviennent maintenant de la différence de comportement des deux haut-parleurs utilisés. En effet, s'ils sont issus de la même série cela ne garantit pas que leurs paramètres mécaniques sont identiques. La solution a été d'augmenter le couplage mécanique entre les haut-parleurs de manière à réduire les différences de comportement entre eux. Une possibilité aurait été de relier de manière rigide les deux membranes, mais cette solution n'a pas été retenue. Ici le couplage mécanique a été effectué par le volume d'air  $V = SD_{in}$  emprisonné entre les deux membranes à l'intérieur de l'enceinte,  $S$  étant la section interne de l'enceinte et  $D_{in}$  la distance séparant les membranes des deux haut-parleurs. Le schéma électro-mécanique (inspiré de Bruneau [9] et Rossi [52]) d'une telle source est représenté sur la figure 5.2 de droite. Chaque haut-parleur y est décrit comme un résonateur mécanique compor-

tant une masse, un ressort et une résistance. Ceux-ci sont alimentés par une force  $F$  dont le signe dépend de leur branchement. Dans le cas du dipôle en montage *push-pull*, nous avons bien entendu  $F_2 \approx -F_1$ . L'enceinte est caractérisée par deux masses mécaniques  $M_{mv}/2 = \rho D_{in} S/2$  représentant le volume d'air  $V$  et par un ressort de compliance  $C_{mv} = D_{in}/(\rho c_0^2 S)$  qui matérialise la compressibilité de ce même volume d'air. Pour augmenter le couplage mécanique, il convient alors de réduire la distance  $D_{in}$  entre les deux membranes. De ce fait, le volume d'air devient infiniment petit et par conséquent très peu compressible. Le mouvement du haut-parleur 1 est communiqué au haut-parleur 2, et inversement. Sur le schéma électro-mécanique, l'impédance liée à la compressibilité de l'air  $Z_{C_{mv}} = \rho c_0^2 S/(j\omega D_{in})$  devient très grande de manière à ce que la vitesse de la membrane du haut-parleur 1 devienne égale à celle du haut-parleur 2 :  $v_2 = -v_1$ . Néanmoins, on comprend bien que pour augmenter le couplage mécanique des deux haut-parleurs en diminuant  $D_{in}$ , on réduit par la même occasion le rendement du dipôle.

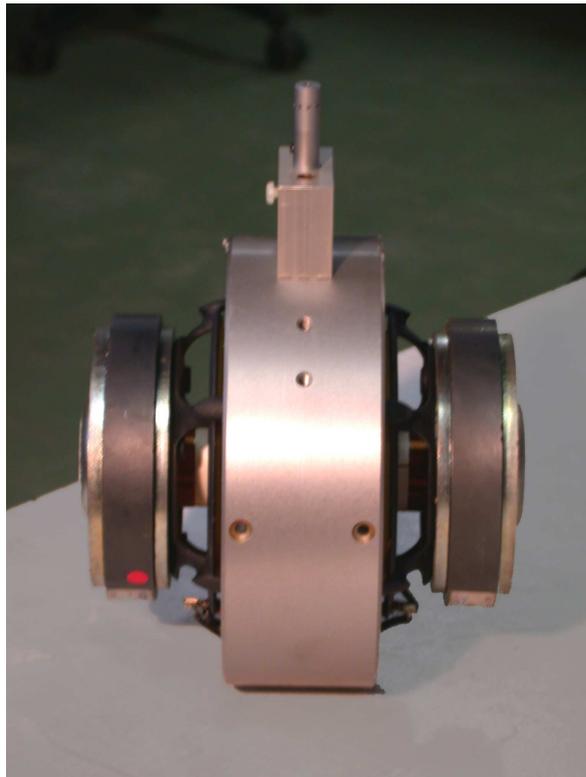


FIG. 5.3 – **Dipôle utilisé pour mesurer les filtres d'échos.** Le dipôle est constitué par deux haut-parleurs de 13 cm de diamètre fonctionnant en *push-pull* montés dans une enceinte cylindrique de 16 cm de diamètre. La distance de 5 mm séparant les membranes augmente le couplage mécanique qui contribue à améliorer les performances du dipôle et permet de réduire l'encombrement. Le zéro de pression est repéré grâce au pointeur laser amovible dont la forme épouse l'enceinte.

En pratique, le dipôle a été constitué par deux haut-parleurs électro-dynamiques Scan-Speak® de référence 15W/8530K00<sup>1</sup> de 13 cm de diamètre. L'enceinte était un cylindre symétrique en aluminium de longueur  $D = 6$  cm et de diamètre intérieur 16 cm au milieu duquel une excroissance permettait de fixer les haut-parleurs. La distance minimale  $L_{in}$  entre les faces avant de chacun des haut-parleurs à l'intérieur de l'enceinte était de 5 mm. A l'extérieur, la forme de l'enceinte a permis d'obtenir une distance  $D$  égale à 6 cm, correspondant à la longueur du cylindre. Cette configuration a l'avantage d'augmenter le rendement de la source tout en garantissant un très fort couplage entre les haut-parleurs. La source étant parfaitement symétrique, le zéro de pression est un plan perpendiculaire et équidistant à la membrane des haut-parleurs. Il était repéré grâce à un pointeur laser inséré dans une pièce d'aluminium dont la forme épousait le corps de la source. La source et le pointeur sont affichés sur la figure 5.3. Le niveau sonore de la source dipolaire a été mesuré dans la chambre anéchoïque à des distances  $R(M, S_0)$  assez petites pour pouvoir négliger l'influence des échos à très basse fréquence. Les mesures ont été effectuées pour les angles  $\theta = 0^\circ$  et  $90^\circ$  ce qui a permis d'évaluer la qualité du dipôle. L'angle  $90^\circ$  a été repéré en pointant le laser sur le microphone de mesure. Sur la figure 5.4 on constate que l'écart entre le champ direct dans l'axe à  $\theta = 0^\circ$  et dans le zéro de pression diminue avec la fréquence. On peut cependant considérer que les résidus étaient d'au moins 20 dB inférieurs au champ dans l'axe quelle que soit la distance de mesure et la fréquence. Le volume occupé par la source était d'environ 1 L, tandis que l'espace disponible dans la cavité était de 2640 L. La source était alors suffisamment petite pour que sa présence dans la maquette n'ait pas d'influence majeure sur l'estimation des échos (voir la section 2.4.2 qui traite de l'encombrement de la source).

La seconde source utilisée a servi uniquement à tester le dispositif d'estimation d'échos et n'a pas eu de contraintes concernant la directivité. Elle possédait la même constitution que le dipôle de la figure 5.2 de gauche à la différence que le volume d'air  $V$  disponible dans l'enceinte était plus grand et que les haut-parleurs fonctionnaient en *push-push* : les membranes se déplacent en sens opposé. Sur le schéma 5.2 de droite, on a  $F_1 \approx F_2$ . La distance  $D_{in}$  séparant les deux membranes était de 18 cm de manière à diminuer le couplage mécanique afin que les membranes ne restent pas immobiles. Les débits des monopôles étant en phase, le rayonnement de la source était quasiment omnidirectionnel dès lors que la distance  $R(M, S_0)$  était plus grande que la longueur  $D$ . On appelle alors cette source le monopôle puisqu'elle possède la même directivité. Le champ direct  $P_d^{mono}(\omega)$  du monopôle a été mesuré également en chambre anéchoïque pour pouvoir comparer les résultats de dé-réverbération du dispositif d'estimation d'échos. Conformément à l'équation 5.1, son rendement était

---

1. dont les paramètres de Thiele-Small sont disponibles à l'adresse : [http://www.scan-speak.dk/datasheet/pdf/15w\\_8530k00.pdf](http://www.scan-speak.dk/datasheet/pdf/15w_8530k00.pdf)

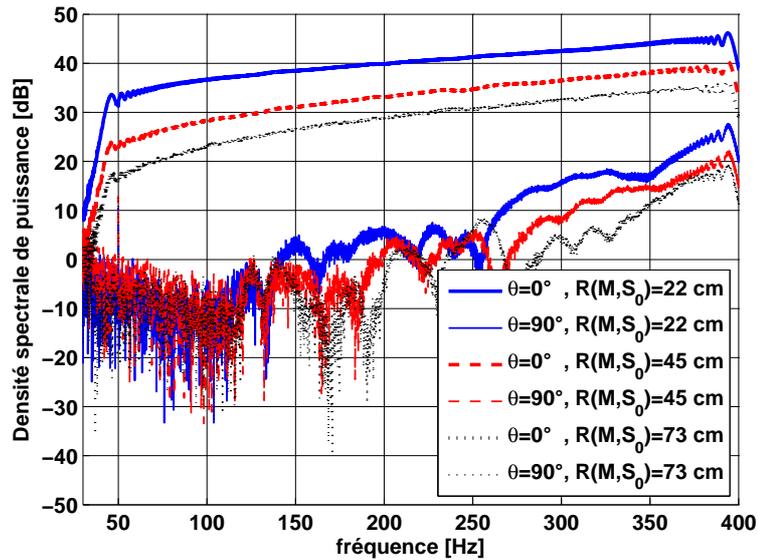


FIG. 5.4 – **Performances du dipôle.** Spectre du champ de pression du dipôle mesuré dans la chambre anéchoïque du LMA pour les angles  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 90^\circ$  à des distances  $R(M, S_0) = 22, 55$  et  $73$  cm.

bien supérieur à celui du dipôle quelle que soit la fréquence.

### 5.1.3 Description de l'expérience

La figure 5.5 montre le dispositif mis en oeuvre dans la cavité réfléchissante d'un point de vue aérien. Le dispositif était identique dans le cas de la cavité absorbante à l'exception des parois de cavité qui étaient recouvertes de panneaux de laine de verre. On observe en premier lieu l'armature métallique qui a servi de support aux microphones d'estimation. Le support était composé de trois arceaux verticaux et deux arceaux horizontaux de forme rectangulaire reliés entre eux par des noix de serrage. La forme conique de l'extrémité des pieds de l'armature permettait de limiter la transmission des vibrations du sol vers la structure. Les microphones de pression étaient fixés sur des tiges métalliques elles-mêmes reliées à l'armature par des noix de serrage. Ce système permettait de régler la distance aux parois des microphones, selon le type de cavité. Les 32 éléments rectangulaires de type QUAD 322p étaient délimités sur les parois. Le centre de chaque élément correspondait à l'emplacement d'un micro. Les micros étaient placés à 3 mm des parois. La surface d'estimation  $\Gamma_e$  coïncidait alors avec les parois de la cavité.

Les 32 microphones d'estimation utilisés étaient des microphones de pression dont les capsules à électret de diamètre  $\frac{1}{2}$  pouce sont bon marché (voir l'annexe B). Les micros étaient reliés par câblage symétrique à 4 conditionneurs de signaux comportant chacun 8 voies. Les modules de conditionnement étaient reliés à un boîtier

d'acquisition OROS® OR38 pourvu de 32 voies synchrones échantillonnées à la fréquence  $f_e = 2048$  Hz. L'alimentation de chaque voie d'acquisition était fournie par le boîtier d'acquisition en utilisant le standard ICP®. Le microphone placé à l'intérieur de la cavité, mesurant la pression sonore au niveau de ce que l'on a appelé jusqu'ici le point  $M$ , était un microphone de pression à capsule électrostatique de diamètre ½pouce de marque Brüel&Kjaer®. Il était connecté au boîtier d'acquisition par le biais d'un conditionneur GRASS® et était également échantillonné à la fréquence  $f_e = 2048$  Hz. Les 32 microphones d'estimation ont été étalonnés par rapport au micro  $M$ . L'étalonnage a été réalisé en utilisant une petite cavité cubique de  $125 \text{ cm}^3$  disposant d'un haut-parleur et de deux orifices de ½pouce de diamètre de manière à insérer le microphone de contrôle  $M$  et un microphone d'estimation  $S_n$ . La construction symétrique et les petites dimensions assuraient jusqu'à la fréquence 400 Hz un champ acoustique homogène dans la cavité. Les positions des microphones ont été permutées et l'étalonnage retenu a été la moyenne des deux mesures.

Le microphone de contrôle  $M$  a été immobile pour chaque configuration de cavité, seule la position et le type de source ont été modifiés. Lorsque la cavité était réfléchissante, le point  $M$  était placé en  $M = [0.18; -0.20; 0.15]$  m, l'origine étant le centre de la maquette. Le micro de contrôle était placé en  $M = [0.08; -0.20; 0.16]$  m lorsque le dispositif a été étudié dans la cavité absorbante. Le signal électrique envoyé à la source était un *sweep* de 4 s suivi d'un silence de même longueur, formant un signal final de 8 s. Le *sweep* retenu ici était un sinus dont la fréquence variait linéairement avec le temps, commençant à 40 Hz au temps  $t = 0$  s et terminant à 400 Hz au temps  $t = 4$  s. Ce type d'excitation facilite l'analyse puisque sa décomposition temps-fréquence est une simple droite (voir Müller et Massarani [44]). On repère alors facilement les résonances sur les signaux microphoniques. Le signal d'excitation était généré par le boîtier OROS® pour synchroniser l'émission et l'enregistrement. Le silence de 4 s inséré à la fin du signal d'excitation était supérieur au temps de réverbération  $TR_{60}$  de la cavité résonante. Cette sécurité a permis d'attendre l'extinction du champ acoustique dans la cavité pour ne pas tronquer les échos. Puisque le nombre de voies disponibles sur le boîtier d'acquisition était de 32 et que le nombre de voies nécessaires aux expériences était de 33, les acquisitions ont été réalisées en deux phases. Les signaux des microphones d'estimation  $S_2$  à  $S_{32}$  et le signal du microphone de contrôle  $M$  étaient mesurés lors de la première phase. La mesure du signal du microphone d'estimation  $S_1$  était enregistré durant une seconde phase. Nous avons alors fait l'hypothèse que le système étudié était invariant dans le temps. L'émission du *sweep* d'excitation et l'enregistrement étant synchronisés, les deux phases de mesure étaient donc assimilées comme simultanées.



FIG. 5.5 – **Dispositif expérimental dans la cavité réfléchissante.** Un cadre en acier supporte les 32 micros d'estimation. Ils sont placés au centre des éléments représentés sur les parois de la maquette. Dans le coin de la maquette, la source est placée sur un pied réglable en hauteur et sur une tête articulée. Supporté par un pied de couleur noir, on aperçoit le microphone de contrôle *M*, au niveau duquel on cherche à estimer les échos.

### 5.1.4 Mesure des filtres d'échos

Les filtres d'échos ont été mesurés en suivant le protocole décrit dans la section 3.3. Le dipôle a été déplacé 33 fois à l'intérieur de la maquette. Les 33 positions pour chaque type de cavité couvraient l'intégralité du volume d'estimation. L'orientation du dipôle a également été modifiée. A chaque emplacement, on prenait soin d'orienter le zéro de pression de la source vers le micro  $M$ . Cette opération a été réalisée en actionnant la tête articulée sur laquelle était fixé le dipôle et en vérifiant l'orientation de celui-ci en utilisant le pointeur laser, comme indiqué sur la photo 5.6. Le micro de contrôle mesurait ainsi directement les échos :  $P(\omega, M) \approx E(\omega, M)$ . Pour chaque position du dipôle, on a mesuré simultanément la pression sur les 33 micros : le micro  $M$  et les 32 micros d'estimation. Le système de taille  $[L \times 32]$  ainsi constitué a été résolu dans le domaine temporel ou fréquentiel selon les méthodes décrites dans la section 3.3. Pour que les tests de performance soient représentatifs lorsque les filtres sont mesurés, il faut que la position du dipôle ne coïncide pas avec une position utilisée pour estimer les filtres d'échos. Prenons comme exemple notre cas où nous avons modifié à 33 reprises la position du dipôle. Si les filtres d'échos sont estimés en résolvant le système créé par les mesures allant de  $l = 2$  jusqu'à  $l = 33$ , alors les performances du dispositif ne peuvent être testées que sur la mesure  $l = 1$ . Pour que le test prenne tout son sens, il est de plus important que la position du dipôle de la mesure  $l = 1$  soit éloignée de la position occupée par la source durant les autres



FIG. 5.6 – **Orientation du dipôle.** Le dipôle est monté sur une tête articulée fixée à un pied dont la hauteur est réglable. L'opérateur pointe le laser épousant le corps de la source vers le microphone de contrôle  $M$  de manière à vérifier que le micro soit inclus dans le plan de zéro de pression.

mesures.

### 5.1.5 Critère de performance de l'estimation des échos

Les performances du dispositif d'estimation d'échos sont testées en utilisant deux méthodes. La première consiste à utiliser le même dipôle que pour mesurer les échos. En orientant le zéro du dipôle vers le micro  $M$ , le signal  $P(\omega, M)$  représente quasiment les échos  $E(\omega, M)$ . Si le dispositif est performant, l'estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$  obtenue par le dispositif doit tendre vers  $P(\omega, M)$ . Les indicateurs de performances décrits dans la section 4.2.3 ne sont alors plus valides car le champ direct est considéré comme nul. Dans le cadre du contrôle actif optimal discuté dans le paragraphe 4.2.3, on redéfinit ici les résidus par :

$$R_{ON}(\omega, M) = 20 \log_{10} |P(\omega, M) - \tilde{E}(\omega, M)| \quad (5.2)$$

$$R_{OFF}(\omega, M) = 20 \log_{10} |P(\omega, M)| \quad (5.3)$$

L'indicateur  $R_{ON}$  représente les échos avec contrôle optimal alors que  $R_{OFF}$  représente les échos sans contrôle. Si le dispositif d'estimation est performant, alors le résidu  $R_{ON}$  tend vers  $-\infty$ . On définit également l'atténuation du contrôle optimal comme  $A(\omega, M) = R_{OFF}(\omega, M) - R_{ON}(\omega, M)$ . L'atténuation doit naturellement tendre vers  $+\infty$ .

La seconde technique n'utilise pas de dipôle. La source est le monopôle du paragraphe 5.1.2 dont le champ direct  $P_d^{mono}(\omega, M)$  a été mesuré dans la chambre anéchoïque à une distance précise. La source a été placée à l'intérieur de la maquette dans les mêmes conditions que dans la chambre anéchoïque (à la même distance du micro  $M$  et avec la même orientation). L'objectif du dispositif est de déréverbérer le signal capté par le microphone  $M$  afin d'obtenir le champ direct  $P_d^{mono}$  de la source.

## 5.2 Résultats en cavité réfléchissante

La cavité réfléchissante parallélépipédique a été étudiée car elle constitue un cas académique. En effet, les parois étant rigides elles sont assimilées à des parois à réaction localisée dont l'admittance tend vers zéro. Les capteurs d'estimation étant placés de manière à affleurer les parois, le gradient normal de pression est négligeable (voir la section 2.3.1). Les échos ont donc pu être estimés en calculant les filtres d'échos théoriques bien que seule l'information de pression ait été mesurée. De cette manière, les résultats théoriques de l'estimation des échos peuvent être directement confrontés aux résultats utilisant le protocole expérimental de la section 3.3 pour estimer les filtres d'échos.

En outre, dans une cavité parallélépipédique réfléchissante, le champ acoustique est réparti spatialement selon des fonctions modales de type cosinusoïdal indépendantes selon les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (voir le paragraphe 4.1.1). L'interprétation des performances de l'estimation des échos  $y$  est aisée, car on peut associer à chaque fréquence les fonctions modales selon les trois directions. Durant tous les tests effectués, le microphone de contrôle était placé en  $M = [0.18; -0.20; 0.15]$  m, où l'origine correspond au centre de la cavité. Cette position a été choisie de manière à ce qu'à cet emplacement le microphone  $M$  ne coïncide pas avec les noeuds des modes aux fréquences les plus basses. La position des 32 microphones de pression a été mesurée grâce à un théodolite. Enfin dans la suite, le comportement des sources utilisées est considéré comme imperturbable; la réverbération ne modifie pas le champ direct des sources. Cette hypothèse n'a pas été vérifiée mais nous semble crédible.

### 5.2.1 Résultats avec filtres calculés

Théoriquement les parois de la cavité étant très réfléchissantes, seuls les filtres d'échos en pression  $V(\omega, M, S_n)$  sont nécessaires. Ces derniers ont été calculés numériquement dans le domaine fréquentiel en utilisant la formulation (3.10). Le nombre de points de Gauss selon chaque direction était fixé à 6, ce qui représente 36 points de Gauss sur chaque élément. Les résultats exprimés dans le domaine temporel ont été obtenus par simple transformation de Fourier inverse des spectres. Durant les expérimentations menées, la température moyenne du hall d'essai dans lequel la cavité était construite était proche de 20 °C, avec des écarts maximaux de  $\pm 5$  °C. La célérité des ondes  $c_0$  pour le calcul des filtres a été fixée à 344 m.s<sup>-1</sup> (voir Rossing [53]).

La figure 5.7 montre l'atténuation moyenne et la zone de confiance (voir le paragraphe 4.2.3) des résultats du contrôle optimal des échos au point  $M$ . Les résultats ont été obtenus en calculant l'atténuation des échos par contrôle optimal sur 32 mesures pour lesquelles le dipôle a été déplacé en pointant son zéro de pression vers le micro  $M$ . Ce test peut être effectué sans précaution car les 32 mesures ne sont pas utilisées pour identifier les filtres, ces derniers étant calculés par intégration numérique du gradient de la fonction de Green. Les résultats sont comparés avec ceux obtenus par simulation du paragraphe 4.3.1. Les résultats de simulation avaient été obtenus en modifiant la position du microphone de contrôle  $M$  tandis que la source  $S_0^2$  était placée à proximité du centre de la cavité et restait immobile. Compte tenu des relations de réciprocité (voir Fahy [16]), les résultats théoriques et expérimentaux sont directement comparables. On remarque que l'atténuation expérimentale et l'atténuation attendue sont cohérentes au delà de la fréquence 150 Hz, bien que les résultats expérimentaux soient légèrement moins bons. En dessous de cette fréquence,

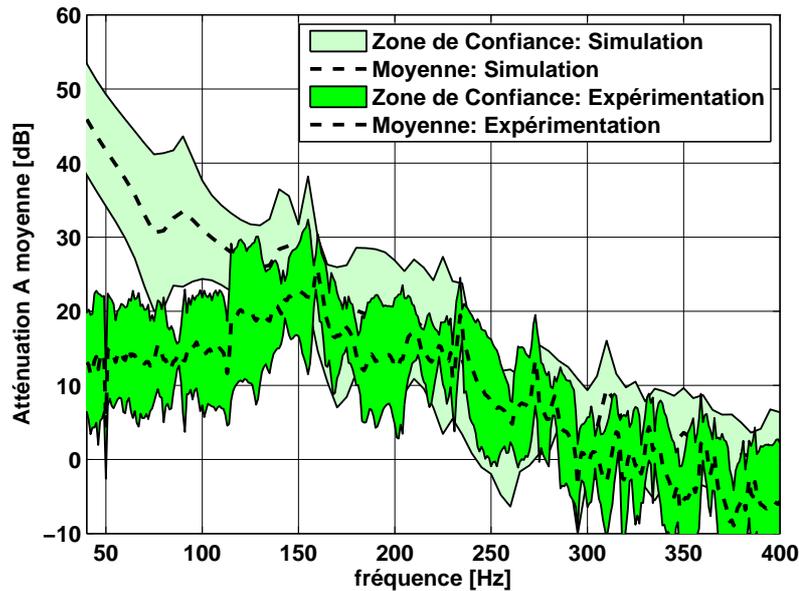


FIG. 5.7 – **Comparaison entre simulation et expérimentation de l'atténuation moyenne des échos du contrôle optimal dans la cavité réfléchissante lorsque les filtres sont calculés.** Lors des expérimentations, le dipôle est déplacé 32 fois dans tout le volume de la cavité en orientant son zéro de pression vers le micro de contrôle  $M$ . Pour les simulations, la source est placée à proximité du centre de la cavité et le microphone de contrôle est déplacé 81 fois dans tout le volume de la cavité.

l'atténuation expérimentale est nettement inférieure. En effet, théoriquement, l'atténuation moyenne doit respecter une décroissance à peu près linéaire, allant de 50 dB à la fréquence 40 Hz jusqu'à 0 dB à la fréquence 255 Hz. Cette dernière fréquence constitue la fréquence limite théorique du dispositif car elle correspond à la fréquence de résonance du mode  $(3,0,0)$  dans la direction  $x$ . A cette fréquence, 24 des 32 microphones d'estimation organisés suivant le maillage QUAD 322 étaient situés sur des noeuds de pression (voir le paragraphe 4.3.1). Expérimentalement, la décroissance linéaire n'est perceptible qu'à partir de la fréquence 150 Hz. En dessous, l'atténuation obtenue varie entre 10 et 20 dB seulement.

Plusieurs hypothèses permettent d'expliquer le phénomène. En premier lieu, la cavité a été considérée comme totalement hermétique. Dans ce cas, le niveau sonore à très basse fréquence doit être très important comme on l'observe sur les figures 4.12 obtenues par simulation. Or on remarque sur les figures 5.9 et 5.11 que le niveau mesuré en dessous du premier mode de résonance à la fréquence 80 Hz est plutôt faible lors des expérimentations. Ce comportement est caractéristique d'une cavité qui a des fuites. Les fuites peuvent alors expliquer qu'à basse fréquence le gradient normal n'est pas totalement nul au niveau des ouvertures, probablement localisées sur le pourtour du toit. Dans un second temps, la cavité a été assimilée à une cavité idéale

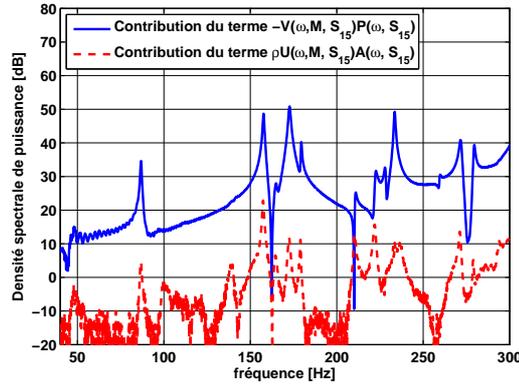


FIG. 5.8 – **Limitation des performances due aux vibrations des parois de la cavité.** Contribution du terme de pression et du terme d'accélération sur l'élément 15 du maillage QUAD322 pour l'estimation des échos au point  $M$ .

imposant un gradient de pression nul sur ses parois. Or, en pratique, les blocs de béton cellulaire utilisés pour former les parois de la cavité sont peu denses et vibrent sous l'effet du champ acoustique. Par exemple la figure 5.8 montre la contribution aux échos du terme de pression acoustique et l'estimation du terme de gradient de pression de l'élément 15 du maillage QUAD 322. Le terme de gradient de pression a été calculé en mesurant l'accélération  $A(\omega, S_{15})$  de la paroi au niveau du microphone d'estimation placé en  $S_{15} = [-0.67; -0.55; -0.30]$  m. En considérant que l'admittance locale de la paroi est nulle, par continuité de la vitesse acoustique et compte tenu de l'équation d'Euler, on a à l'interface de la paroi :  $\partial_{\mathbf{n}}P(\omega, S) = \rho_0 A(\omega, S)$ , où  $\mathbf{n}$  représente la normale sortante de la cavité et  $\rho_0$  la masse volumique de l'air. Les termes de pression et de gradient de pression utiles à l'estimation des échos valent alors respectivement  $-V(\omega, M, S_{15})P(\omega, S_{15})$  et  $\rho_0 U(\omega, M, S_{15})A(\omega, S_{15})$ . On remarque sur cet exemple que le terme dû aux vibrations des parois est d'environ 20 à 30 dB inférieur au terme dit de pression. De ce fait, puisque l'hypothèse affirmant que le gradient de pression est nul n'était pas totalement vérifiée et puisque seule l'information de pression a été utilisée pour estimer les échos, l'atténuation moyenne expérimentale est en quelque sorte bornée. Il est évidemment difficile d'estimer précisément la borne supérieure de l'atténuation puisqu'il aurait fallu prendre en considération la contribution des termes proportionnels à l'accélération des parois au niveau de tous les microphones d'estimation  $S_n$  et pour toutes les positions de source. Cependant, on peut raisonnablement affirmer que l'atténuation maximale moyenne, dans le cas de la cavité réfléchissante, ne peut dépasser 30 dB lorsque le terme de gradient de pression est négligé. Une autre explication envisageable vient du fait que la source utilisée était un dipôle, qui par nature a un mauvais rendement aux basses fréquences. Ce rendement est d'autant plus faible que la source est éloignée du microphone de contrôle  $M$  car le terme de rayonnement du dipôle

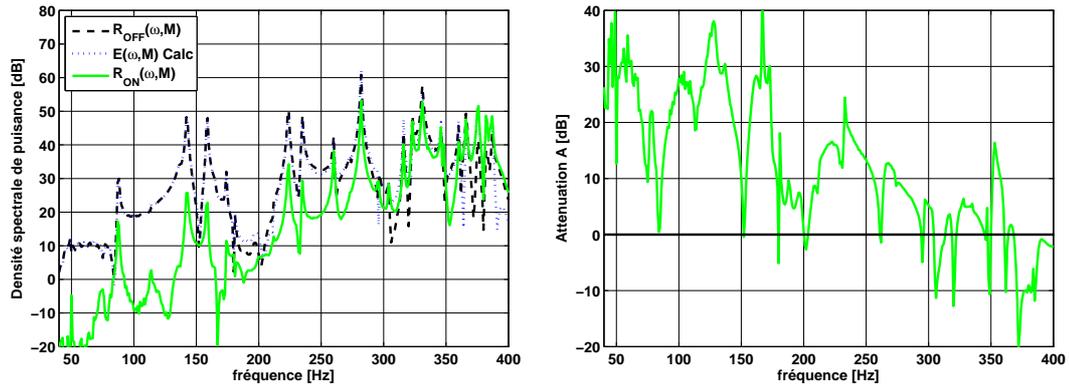


FIG. 5.9 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos calculés dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont calculés d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$  et résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$ , à droite : atténuation  $A(\omega)$  des échos après contrôle.

$jk_0D/(jk_0R(M, S_0))$  qui participe aux échos s'estompe rapidement avec la distance (voir le paragraphe 5.1.2 notamment la figure 5.4). De ce fait, le rapport signal sur bruit était faible, ce qui entraîne inévitablement des erreurs dues aux bruit électriques des différents composants de la chaîne de mesure, non seulement au niveau des microphones d'estimation, mais aussi au niveau du microphone de contrôle au point  $M$ . On remarque plus particulièrement que pour certaines positions du dipôle, le niveau sonore  $P(\omega, M)$  était très faible entre les fréquences 85 et 140 Hz qui correspondent aux deux premiers modes de résonance  $(1, 0, 0)$  et  $(0, 0, 1)$  de la cavité (voir le paragraphe 4.3.1). Dans cet intervalle de fréquences, on assiste à une superposition des deux modes qui entraîne des interférences destructives. Le niveau de pression  $P(\omega, M)$ , représentant directement les échos  $E(\omega, M)$ , étant très faible, il est difficile de l'atténuer davantage. Il faut également souligner que les bruits d'origine acoustique générés par des sources placées à l'extérieur de la cavité ne peuvent pas être à l'origine des mauvaises performances du dispositif. Comme nous l'avons précisé à la fin du paragraphe 3.3.2, le dispositif permet d'estimer toutes les ondes entrantes dans le domaine d'estimation  $\Omega_e$ . Lorsqu'aucune onde générée à l'extérieur ne pénètre à l'intérieur de la cavité, les ondes entrantes dans le domaine sont les ondes réfléchies par les parois, c'est à dire ce que nous appelons ici les échos. En revanche, lorsque des ondes provenant de l'extérieur pénètrent dans la cavité, le dispositif permet de les estimer, ce qui contribue à l'augmentation de l'atténuation par contrôle optimal des échos.

Si la figure 5.7 montre l'atténuation moyenne des échos obtenue grâce au dispositif, la figure 5.9 de gauche montre un exemple des résultats obtenus pour une seule position du dipôle. Celui-ci était placé en  $S_0^{l=21} \approx [0.10; .25; -.20]$  m, à 60 cm du

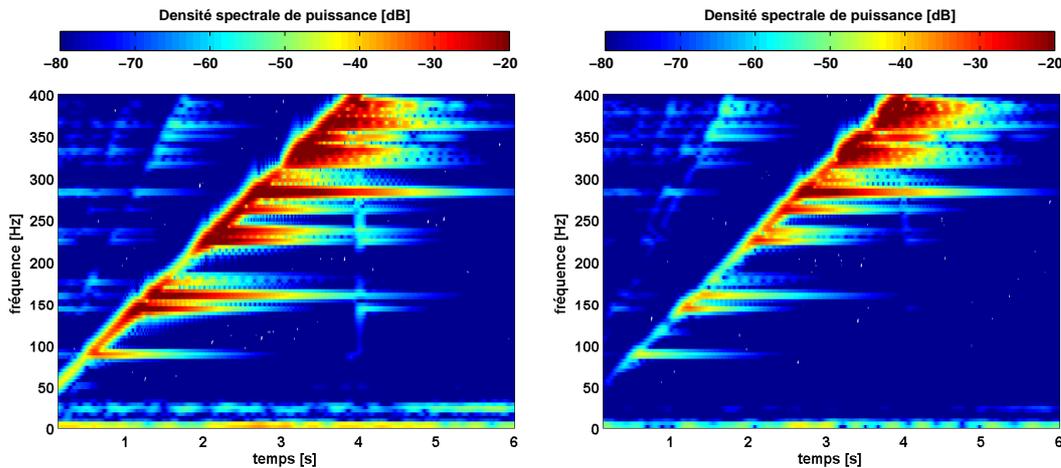


FIG. 5.10 – **Représentation temps-fréquence des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos calculés dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont calculés d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : résidus sans contrôle, à droite : résidus avec contrôle optimal des échos.

point  $M$ . Ici  $l = 21$  signifie que cette position de source correspond à la 21<sup>ème</sup> des 33 mesures utilisant le dipôle. Le spectre  $P(\omega, M)$  du signal mesuré par le micro  $M$  est affiché en traits discontinus noirs. Celui-ci représente le résidu des échos  $R_{OFF}(\omega, M)$  sans contrôle. Le dispositif évalue les échos  $\tilde{E}(\omega, M)$  (en pointillés bleus) que l'on a retranché au spectre  $P(\omega, M)$  pour simuler l'effet du contrôle des échos optimal  $R_{ON}(\omega, M)$ . La figure 5.9 de droite affiche l'atténuation correspondante. On observe qu'aux fréquences où l'amplitude du spectre  $P(\omega, M)$  est très faible, l'atténuation est faible. Cependant, jusqu'à la fréquence 300 Hz, le niveau global des échos après contrôle optimal est inférieur au niveau des échos sans contrôle. Cela signifie que le dispositif est performant. Les figures 5.10 montrent l'évolution du spectre avant (à gauche) et après (à droite) du contrôle optimal en fonction du temps pour la même position  $S_0^{21}$  du dipôle. Le signal électrique envoyé à la source étant un *sweep* dont la fréquence varie linéairement avec le temps, sa représentation temps-fréquence est une simple droite passant par les points 40 Hz au temps  $t = 0$  s et 400 Hz à  $t = 4$  s. Lorsque la source possède un comportement non-linéaire, on observe d'autres droites mais dont le coefficient directeur est plus important. Ce phénomène s'explique par le fait que des ondes à des fréquences non présentes dans le signal d'excitation sont émises par la source en même temps que la fréquence principale du *sweep*. C'est le résultat de la distorsion harmonique due aux effets non-linéaires de la source (voir Farina [17], et Müller et Massarani [44]). Sur ce type de représentation, on observe les résonances de la cavité dues aux échos sous la forme de droites horizontales. Après dé-réverbération du signal, la durée des résonances est nettement réduite jusqu'à la

fréquence limite 255 Hz. En dehors des résonances, l'amplitude des échos est également fortement diminuée. Pour illustrer les propos tenus précédemment, on aperçoit sur la figure de gauche un trait horizontal à la fréquence 25 Hz dont l'amplitude varie avec le temps. Il correspond au bruit généré dans le hall d'essai, à l'extérieur de la cavité, par le compresseur d'une machine de traction utilisée pour tester la résistance des matériaux. On note que sa contribution a disparu sur la figure de droite. Le dispositif d'estimation d'échos a permis de réduire la contribution des ondes provenant de l'extérieur de la cavité.

La deuxième méthode utilisée pour évaluer les performances du dispositif a été d'utiliser la mesure du champ direct de la source monopolaire réalisée dans la chambre anéchoïque du LMA. Cette méthode a été plus contraignante car il était nécessaire d'orienter la source de la même manière et de respecter la même distance de mesure par rapport au micro de mesure  $M$ . Lors de la mesure en chambre anéchoïque, le monopôle était placé à 45 cm du microphone de mesure. Dans la cavité, la source monopolaire était placée en  $S_0^{mono} \approx [-0.20; 0.10; 0.10]$ , soit à la même distance du microphone  $M$ . Sur les figures 5.11 sont affichés les résultats en amplitude et en phase sans et avec contrôle optimal des échos dans la cavité réfléchissante. Pour interpréter les résultats, les signaux ont été déconvolués par le signal d'excitation, ce qui n'avait pas été effectué pour les résultats précédents. L'amplitude de la densité spectrale de puissance ne peut donc pas être directement comparée avec celle calculée lorsque le dipôle excitait la cavité. Ici encore, on peut affirmer que la dé-réverbération est bénéfique jusqu'à la fréquence limite 255 Hz car, que ce soit en amplitude ou en phase, les résidus  $R_{ON}(\omega, M)$  tendent bien vers les résultats mesurés

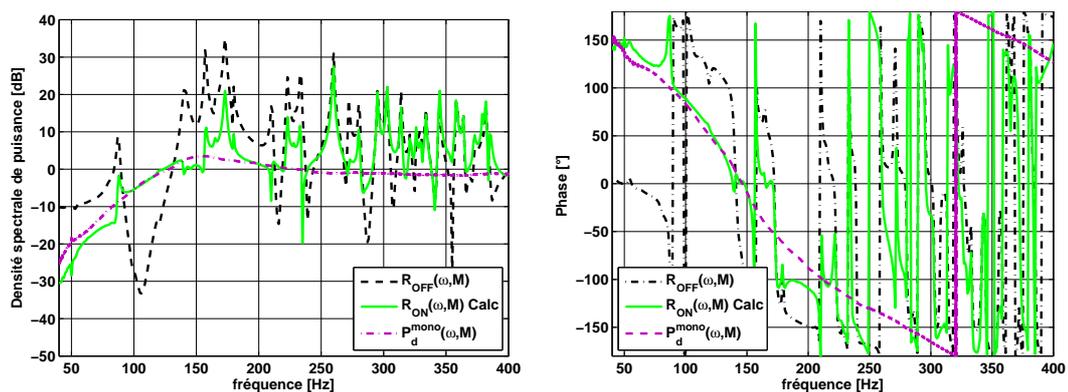


FIG. 5.11 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos calculés dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le monopôle.** Les filtres d'échos sont calculés d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : amplitude et à droite : phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et champ direct  $P_d^{mono}(\omega, M)$  mesuré en chambre anéchoïque.

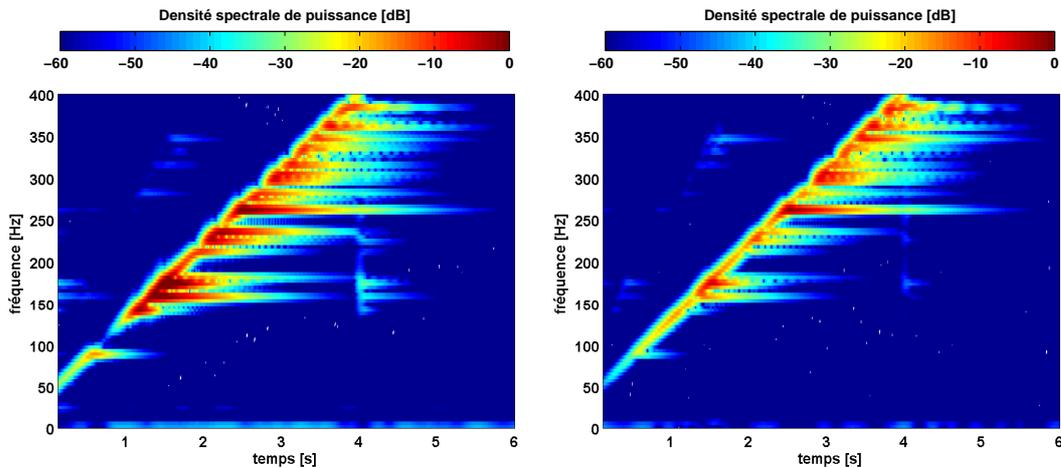


FIG. 5.12 – **Représentation temps-fréquence des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos calculés dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le monopôle.** Les filtres d'échos sont calculés d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : résidus sans contrôle, à droite : résidus avec contrôle optimal des échos.

en chambre anéchoïque. Comme le rendement en basses fréquences du monopôle était nettement supérieur à celui du dipôle, on remarque que les résultats sont bons en dessous de 150 Hz, ce qui indique que l'atténuation médiocre obtenue avec le dipôle est à imputer en partie au niveau sonore trop faible qu'il peut générer à très basse fréquence. Sur les figures 5.12 sont affichées les représentations temps-fréquence des mesures des signaux bruts (à gauche) et dé-réverbérés (à droite) lorsque la source est le monopôle. La durée des résonances est réduite et la réponse après contrôle optimal des échos tend vers la réponse d'un monopôle rayonnant dans un environnement peu réverbérant, à savoir une simple droite.

Les résultats de dé-réverbération affichés dans cette partie ont été obtenus en ayant pris comme seul soin d'étalonner les microphones d'estimation par rapport au microphone de contrôle  $M$  et de repérer leur position. Les filtres d'échos, calculés par méthode numérique, sont des filtres causaux à réponse impulsionnelle finie (RIF) car ils correspondent à l'intégration du gradient normal de la fonction de Green en espace infini. Le filtre théorique  $v(t, S_1)$ , noté Calc, est par exemple affiché en haut de la figure 5.26. Hormis les oscillations parasites dues au filtrage passe-bas sévère du filtre à la fréquence 400 Hz, le filtre est parfaitement causal : son énergie est concentrée sur quelques échantillons correspondant aux temps positifs. Ainsi, les échos estimés  $\tilde{e}(t, M)$  dans le domaine temporel ne peuvent pas intervenir avant que les microphones d'estimation captent un signal. Cette propriété implique qu'on n'observe pas de phénomène de pré-échos. En pratique, sur les représentations temps-fréquence des figures 5.10 et 5.12, cela se traduit par l'absence d'énergie (hormis l'énergie due

aux non-linéarités de la source) au-dessus de la droite principale correspondant à l'excitation par *sweep* .

### 5.2.2 Résultats avec filtres mesurés

Dans cette partie, les filtres d'échos sont évalués expérimentalement en utilisant le protocole décrit dans la section 3.3. Le système linéaire (3.27) est formé en utilisant les mesures décrites dans le paragraphe 5.1.4. Malheureusement, l'étude de l'atténuation moyenne des échos n'a pas pu être analysée car il aurait fallu, pour être rigoureux, disposer d'au moins 64 mesures avec le dipôle. Les 32 premières auraient été utilisées pour résoudre le système linéaire, et les 32 suivantes pour éprouver l'efficacité du dispositif. Dans notre cas les 33 mesures sont en nombre insuffisant. Les performances du dispositif sont alors testées en utilisant les mêmes mesures que dans la partie précédente : lorsque le dipôle est placé en  $S_0^{l=21}$  et lorsque le monopôle est placé en  $S_0^{mono}$ . Les mesures utilisées pour former la matrice  $\llbracket S(\omega) \rrbracket$  et le vecteur  $[E(\omega, M)]$  dans le domaine fréquentiel et la matrice  $\llbracket s(t) \rrbracket$  et le vecteur  $[e(t, M)]$  dans le domaine temporel sont les 33 mesures effectuées avec le dipôle exceptée la mesure  $l = 21$ , soit un total de 32 mesures de manière à obtenir autant d'équations que d'inconnues. Cette partie est scindée en deux sous-parties dont la différence réside dans le choix du domaine de résolution du système linéaire pour identifier les filtres d'échos.

#### Résolution fréquentielle : sans contrainte de causalité

Le système  $\llbracket S(\omega) \rrbracket [H(\omega)] = [E(\omega)]$  est résolu en utilisant les 3 méthodes décrites dans le paragraphe 3.3.3 :

- la méthode MC pour méthode des Moindres Carrés qui minimise le carré de l'écart entre l'estimation des échos  $[\tilde{E}(\omega, M)]$  et leur mesure  $[E(\omega, M)]$ ,
- la méthode Tikh pour méthode des moindres carrés avec contrainte de Tikhonov qui minimise le carré de l'écart entre l'estimation des échos  $[\tilde{E}(\omega, M)]$  et leur mesure  $[E(\omega, M)]$  en contraignant les filtres d'échos  $[H(\omega, M)]$  à ne pas être trop grands,
- la méthode Tsvd pour méthode *Truncated SVD* qui revient à minimiser le carré de l'écart entre l'estimation des échos  $[\tilde{E}(\omega, M)]$  et leur mesure  $[E(\omega, M)]$  et qui exclut les plus petites valeurs singulières de la matrice  $\llbracket S(\omega) \rrbracket$ .

Les méthodes Tikh et Tsvd requièrent un paramètre de régularisation à chaque fréquence. Comme les spectres manipulés possèdent 8193 points jusqu'à la moitié de la fréquence d'échantillonnage  $f_e = 2048$  Hz, il n'est pas concevable de fournir ce paramètre manuellement. Pour cette raison, le paramètre de régularisation  $\alpha$  pour la méthode Tikh et le nombre  $m$  de valeurs singulières pour la méthode Tsvd sont choisis

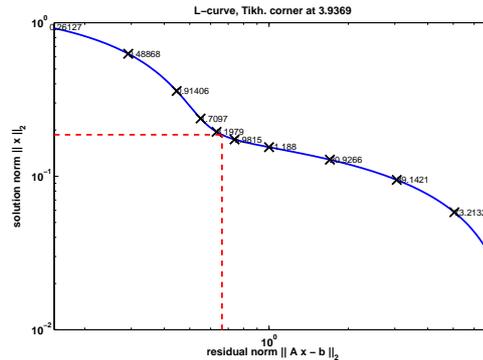


FIG. 5.13 – Localisation du coin de la *L-Curve* à la fréquence 100 Hz pour la méthode **Tikh**. La fonction utilisée est la fonction `l_corner` de la boîte à outil *Regularization tools v 3.0* implémentée par Hansen [27] sous Matlab.

en utilisant la technique de la *L-Curve* implémentée dans la fonction `l_corner`. La figure 5.13 montre un exemple de la détermination du paramètre  $\alpha$  à la fréquence 100 Hz avec cette technique. On aperçoit que le coin du « L » est moins marqué que dans le cas des simulations (voir la figure 4.15). Ceci est significatif d'un système mal conditionné.

Les figures 5.14 montrent les résultats d'atténuation des échos lorsque la source utilisée est le dipôle placé en  $S_0^{21}$  en utilisant les filtres évalués par les trois méthodes. Globalement, les trois méthodes utilisées engendrent des résultats d'atténuation similaires, bien que la méthode MC donne de légèrement moins bons résultats que les deux autres. En-dessous du premier mode à 80 Hz, l'atténuation est faible. Cela s'explique, comme pour les résultats obtenus avec les filtres d'échos calculés, par le fait que le rendement du dipôle est insuffisant à ces fréquences et que les fuites de la cavité perturbent les mesures. En revanche, dans le cas où les filtres d'échos sont évalués expérimentalement, les mesures effectuées avec le dipôle sont aussi utilisées pour former le système linéaire. Aux fréquences très basses, le système est très mal conditionné. Au-delà de la fréquence 80 Hz, et jusqu'à la fréquence 350 Hz, on observe que les résidus après contrôle optimal  $R_{ON}(\omega, M)$  atteignent un plancher dont le niveau augmente légèrement avec la fréquence. L'atténuation ne suit plus de décroissance avec la fréquence, comme c'est le cas lorsque les filtres d'échos utilisés sont les filtres théoriques (voir les figures 5.9 du paragraphe 5.2.1). Néanmoins cette forte atténuation de l'amplitude du spectre se fait au détriment de la phase. En effet, en observant maintenant les figures 5.15 qui représentent l'évolution du spectre en fonction du temps, on s'aperçoit que les résidus des échos ont été étalés dans le temps. Ce phénomène est visible pour les trois méthodes employées (MC, Tikh et Tsvd), mais semble moins accentué avec la méthode d'inversion Tikh. C'est pour cette raison que seule cette technique sera étudiée par la suite. L'énergie des échos a

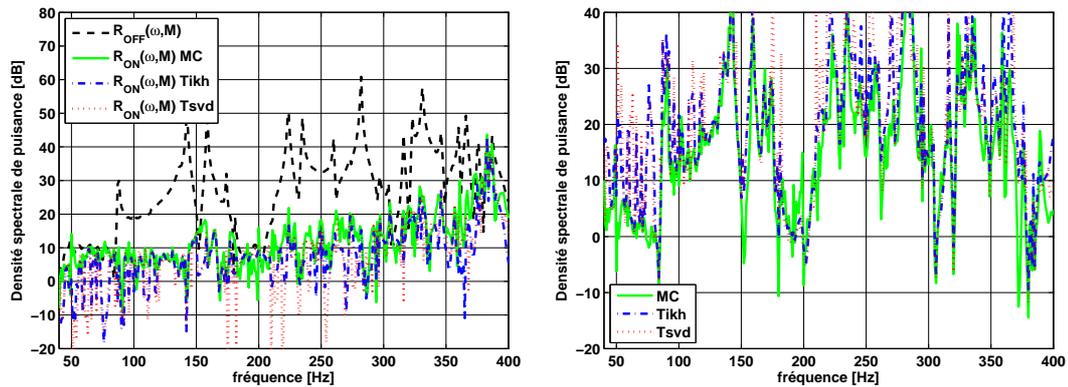


FIG. 5.14 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos estimés dans le domaine fréquentiel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire par les méthodes MC, Tikh et Tsvd. A gauche : résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$  et résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  avec les filtres d'échos évalués par les différentes méthodes de résolution, à droite : atténuation  $A(\omega)$  des échos après contrôle correspondant aux résultats affichés sur la figure de gauche.

en quelque sorte été disséminée dans le temps, de part et d'autre de la droite principale représentant l'excitation du *sweep*. On appelle ce phénomène le phénomène de pré et post-échos (voir Epain[15]). L'apparition de ces perturbations est provoquée par des erreurs de phase sur l'estimation des échos  $[\tilde{E}(\omega, M)]$ . En effet, les méthodes de résolution fréquentielle employées cherchent à réduire au mieux l'écart entre le spectre estimé  $[\tilde{E}(\omega, M)]$  et le spectre mesuré  $[E(\omega, M)]$ . Néanmoins aucune contrainte n'est formulée sur l'écart résiduel. Lorsque le système à résoudre est bien conditionné comme c'était le cas pour les simulations, la solution optimale est obtenue sans prendre de précautions concernant la causalité des filtres. En revanche, lorsque ce système est mal conditionné du fait des multiples perturbations, il semble manquer une contrainte pour obtenir une solution satisfaisante. On observe sur la figure 5.26, qui compare les filtres théoriques et les filtres estimés par la mesure avec les différentes techniques employée sur l'élément 1, que le filtre évalué par la méthode Tikh est clairement non-causal. Les échos peuvent être non nuls, même si aucun signal de pression n'a encore été détecté par le microphone d'estimation placé en  $S_1$ . Perceptivement, les phénomènes de pré et post-échos sont très gênants. Ils paraissent non naturels, car ils sont assimilables à aucun phénomène physique rencontré en pratique.

Si l'objectif du dispositif est de dé-réverbérer un signal microphonique pour étudier le champ direct d'une source acoustique, ces phénomènes sont également problématiques. En effet, sur les figures 5.16 on visualise la réponse en fréquence du monopôle dans la cavité réfléchissante, avec et sans contrôle optimal des échos avec

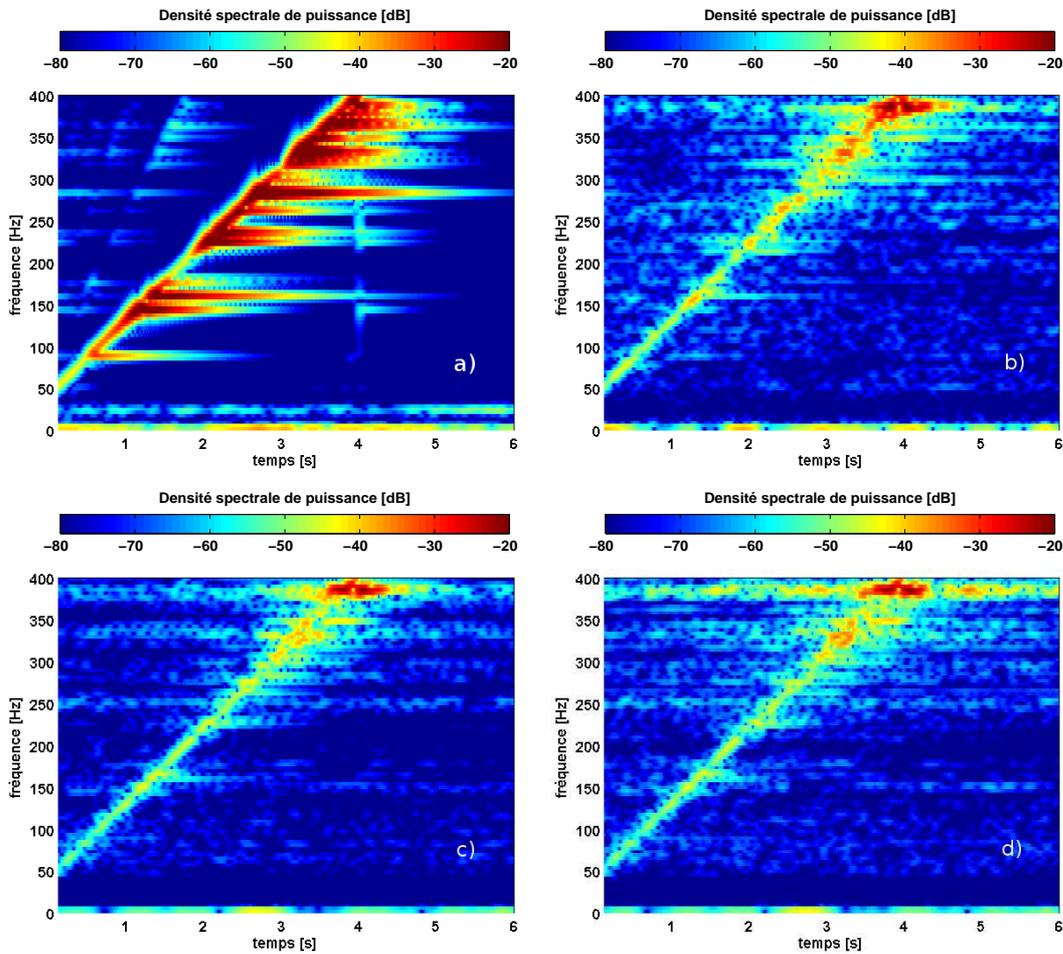


FIG. 5.15 – **Représentation temps-fréquence des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos estimés dans le domaine fréquentiel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le dipôle.** a) Résidus sans contrôle, résidus avec contrôle optimal avec filtres d'échos évalués par la méthode b) MC, c) Tikh et d) Tsvd.

les filtres évalués par la méthode Tikh. Si l'amplitude du spectre dé-réverbéré donne la tendance de la réponse de l'enceinte (ici le monopôle), la phase n'est pas du tout satisfaisante. Nous concluons que l'évaluation des filtres d'échos par inversion du système linéaire dans le domaine fréquentiel par les méthodes MC, Tikh et Tsvd n'est pas satisfaisante pour les applications envisagées.

### Résolution temporelle : avec contrainte de causalité

Contrairement au paragraphe précédent, le système  $\llbracket s(t) \rrbracket [h(t, M)] = [e(t, M)]$  formé par les 32 mesures utilisant le dipôle est résolu dans le domaine temporel. Les filtres d'échos spécifiques en pression  $w(t, M, S_n) = h(t, M, S_n)$  sont obtenus en résolvant le système par la méthode des moindres carrés avec contrainte de Tikhonov,

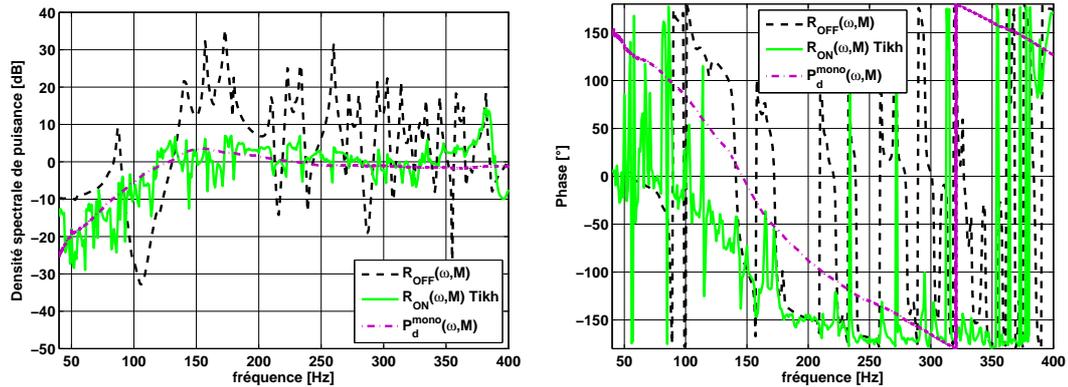


FIG. 5.16 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos estimés dans le domaine fréquentiel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le monopôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode Tikh. A gauche : amplitude et, à droite : phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et champ direct  $P_d^{mono}(\omega, M)$  mesuré en chambre anéchoïque.

comme pour la méthode fréquentielle. On l'appelle la méthode TikhCausal puisque la méthode impose que les filtres soient nuls aux temps négatifs. La différence avec la méthode Tikh réside uniquement dans la formation du système. Si la méthode de résolution *Truncated SVD* est applicable aux petits systèmes, en revanche ici elle ne peut pas être utilisée car la matrice  $\llbracket s(t) \rrbracket$  est trop volumineuse pour la décomposer en valeurs singulières. Les paramètres de résolution de la méthode TikhCausal sont donc le nombre de points  $N_{filtre}$  des filtres  $w(t, M, S_n)$  et le coefficient de régularisation  $\alpha$ . Le faible nombre de paramètres est la conséquence de la contrainte de causalité qui limite le degré de liberté. Du point de vue de l'utilisation, il est beaucoup plus facile d'agir sur 2 paramètres que sur une multitude, comme pour la méthode fréquentielle. En revanche, comme la technique de la *L-Curve* est basée sur la décomposition en valeurs singulières de  $\llbracket s(t) \rrbracket$ , celle-ci ne peut pas être utilisée.

Les deux paramètres  $N_{filtre}$  et  $\alpha$  sont choisis manuellement. Il a été délicat de les déterminer de manière à ce que la solution trouvée puisse satisfaire une bonne dé-réverbération des signaux quelle que soit la source utilisée (le dipôle placé en  $S_0^{21}$  ou le monopôle placé en  $S_0^{mono}$ ). Dans notre configuration, le nombre de points optimal était  $N_{filtre} = 10$ . Contrairement à ce que l'on pourrait imaginer, des filtres longs ne sont pas un gage de performance. Ceci est dû au fait que le système est mal conditionné et que donner de la latitude à la solution en augmentant le nombre de points ne revient en fait qu'à augmenter les possibilités de se tromper. Comme on l'a vu, les filtres d'échos théoriques (3.10) représentent l'intégration du gradient normal de la fonction de Green entre chacun des points de la surface d'estimation et le micro  $M$ . Dans le domaine temporel, ces filtres présentent donc un retard proportionnel à la distance séparant les parois et le micro  $M$ . Ici, la durée moyenne de propagation

d'une onde acoustique entre les microphones d'estimation  $S_n$  et le micro  $M$  est d'environ 3 ms, soit 6 échantillons à la fréquence d'échantillonnage  $f_e=2048$  Hz. Le nombre de points  $N_{filtre}$  optimal correspond en quelque sorte à la distance moyenne entre les microphones d'estimation  $S_n$  et le micro de contrôle  $M$ .

Les résultats obtenus lorsque la source est le dipôle sont affichés sur les figures 5.17 et 5.18. Une fois l'estimation des échos retranchée à la mesure du micro  $M$ , on constate que les résidus  $R_{ON}(\omega, M)$  tendent vers un plancher dont l'amplitude est relativement importante par rapport aux méthodes de résolution fréquentielle. Ce plancher est à imputer au mauvais conditionnement du système linéaire formé à la suite des 32 mesures en faisant varier la position du dipôle. Hormis les bruits de mesures mentionnés plus haut, plusieurs éléments ont pu perturber la résolution du système. Dans un premier temps, il faut souligner que pour chaque position du dipôle, celui-ci était orienté manuellement en pointant le laser vers le micro  $M$  (voir le paragraphe 5.1.4). Il est donc envisageable que celui-ci ait été parfois maladroitement placé, ce qui aurait pour effet de réhausser le niveau du champ direct de la source. Dans un deuxième temps, la cavité étant petite, l'espace disponible pour placer la source était restreint. Ainsi, pour quelques mesures le dipôle était placé assez proche du microphone  $M$ . Les résidus  $R^{dipo}$  du dipôle que l'on avait mesuré comme étant au moins 20 dB en dessous du niveau dans l'axe (voir paragraphe 5.1.2) peuvent néanmoins être non négligeables lorsque le capteur est proche. Enfin, l'hypothèse selon laquelle le dipôle n'était pas perturbé par la réverbération elle-même n'a pas été vérifiée, mais elle pourrait bien être réfutée lorsque la cavité est très réverbérante, comme dans notre situation. Ces derniers éléments montrent que le système a

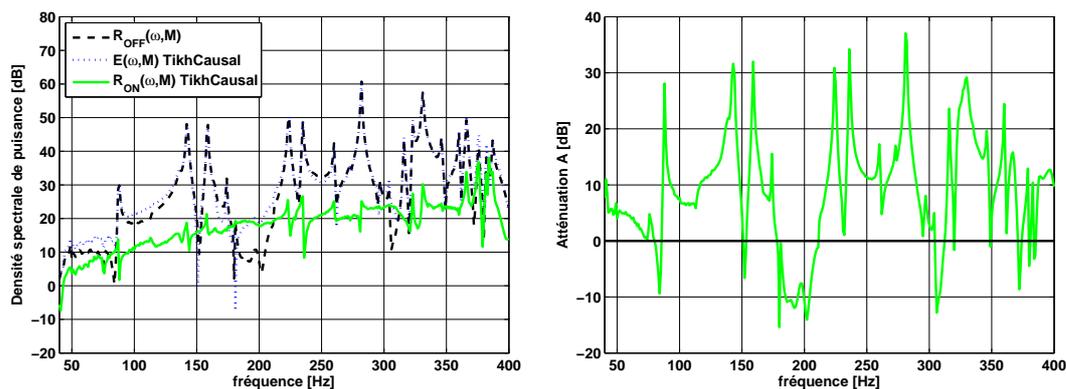


FIG. 5.17 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos estimés dans le domaine temporel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode TikhCausal. A gauche : résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , estimation des échos  $\hat{E}(\omega, M)$  et résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$ , à droite : atténuation  $A(\omega)$  des échos après contrôle.

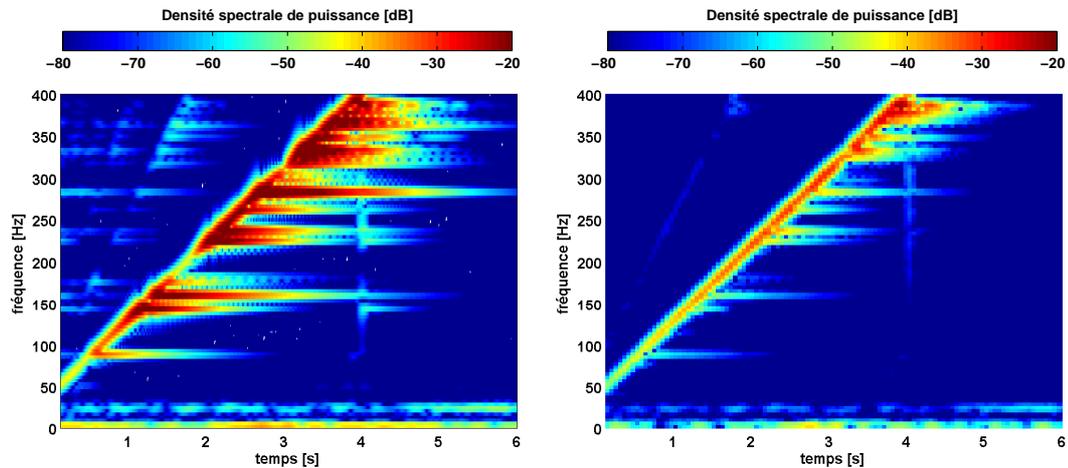


FIG. 5.18 – **Représentation temps-fréquence des résultats du contrôle optimal avec filtres estimés dans le domaine temporel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode TikhCausal. A gauche : résidus sans contrôle, à droite : résidus avec contrôle optimal des échos.

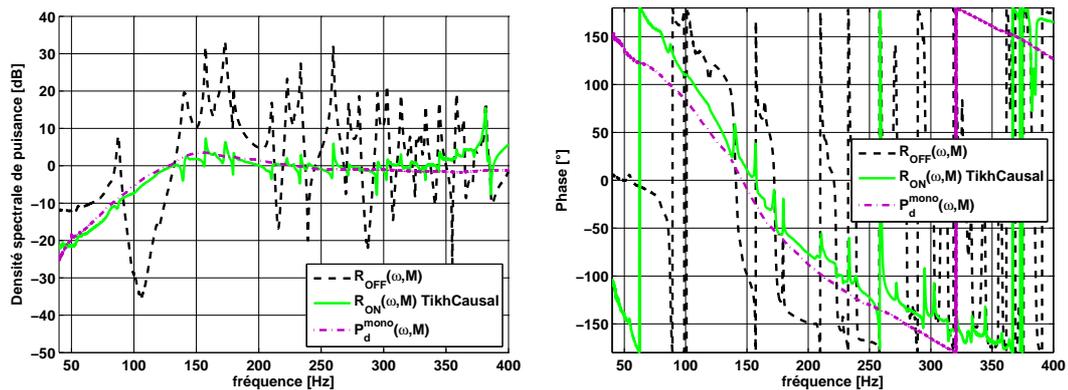


FIG. 5.19 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos estimés dans le domaine temporel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le monopôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode TikhCausal. A gauche : amplitude et à droite : phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et champ direct  $P_d^{mono}(\omega, M)$  mesuré en chambre anéchoïque.

probablement été pollué par les résidus du dipôle. Pour cette raison la régularisation du système est importante, car elle permet en variant les paramètres  $N_{filtre}$  et  $\alpha$  de filtrer les composantes correspondant aux perturbations. Par conséquent, les performances en terme de dé-réverbération de la solution régularisée sont réduites. Bien entendu, ces désagréments sont aussi la cause des mauvais résultats obtenus avec les méthodes fréquentielles, mais leur interprétation est moins aisée. On remarque également qu'en dessous du premier mode de résonance de la cavité, l'atténuation est

très faible, voire nulle. Encore une fois, nous pensons que cette mauvaise estimation est due aux fuites dans la cavité.

Cependant, en observant maintenant la représentation temps-fréquence, l'atout de la technique TikhCausal est évident. Le phénomène de pré et de post-échos constaté sur les figures 5.15 b), c) et d) a complètement disparu. Certes l'atténuation est moins importante, mais l'écourtement des résonances est visible, jusqu'à la fréquence 350 Hz, c'est à dire au-delà de la fréquence limite théorique. Sur la mesure du champ direct de la source monopolaire, affichée sur la figure 5.19, on voit que la dé-réverbération est efficace entre 80 et 350 Hz, malgré un léger écart en niveau et en phase, ce qui prouve que la technique ne dénature pas le son direct issu de la source. Cette propriété est très importante à l'écoute, car elle garantit un rendu naturel. La contrainte de causalité qui différencie les méthodes Tikh et TikhCausal est donc très importante. Elle permet de converger vers des filtres d'échos satisfaisants, dans le sens où après réduction des échos, on obtient le champ direct de la source sans le dénaturer.

### 5.2.3 Résultats avec filtres hybrides

La méthode dite hybride mentionnée dans le paragraphe 3.3.3 est applicable seulement dans le cas où une solution théorique des filtres d'échos est disponible. Dans notre configuration, les parois de la cavité étaient à réaction localisée et les microphones d'estimation affleuraient les parois (la surface d'estimation  $\Gamma_e$  coïncidait avec les parois de la cavité  $\Gamma_p$ ). Le gradient de pression étant en première hypothèse considéré comme négligeable, les filtres théoriques correspondent aux filtres numériques  $-V(\omega, M, S_n)$  utilisés dans le paragraphe 5.2.1, où le signe « - » provient de la convention employée dans le paragraphe 3.1.2. La méthode de résolution hybride du système linéaire est similaire à la méthode des moindres carrés avec contrainte de Tikhonov (méthode Tikh et TikhCausal). Cette dernière contraint les filtres d'échos à ne pas être trop grands en amplitude, autrement dit à ne pas trop s'éloigner de 0. En revanche cette contrainte n'est pas toujours satisfaisante comme l'atteste les résultats obtenus avec les méthodes fréquentielles MC, Tikh et Tsvd. La méthode hybride quant à elle contraint les filtres à ne pas trop s'éloigner des filtres théoriques qui eux sont causaux. La méthode appliquée au domaine fréquentiel est baptisée TikhX0 et TikhCausalX0 lorsqu'elle est appliquée dans le domaine temporel. Le terme X0 représente la solution théorique. En utilisant cette méthode, on souhaite en quelque sorte transformer légèrement les filtres théoriques de manière à corriger les erreurs commises. Les erreurs sont bien sûr liées à la mesure de la position des éléments par rapport au point  $M$ , à l'étalonnage des microphones, mais aussi au fait que le gradient normal de pression a été négligé. En effet, si les résultats de dé-réverbération

obtenus avec les filtres d'échos calculés montrent que les hypothèses formulées sont bonnes, en revanche on peut s'attendre à obtenir de meilleurs résultats en employant une méthode hybride. D'après les propos tenus dans le paragraphe 3.1.2, si le gradient normal de pression n'est pas nul sous l'effet des vibrations des parois, il est théoriquement possible de le prendre en compte en mesurant uniquement la pression à condition que les filtres soient identifiés *in situ*. La technique de résolution hybride est disponible dans le domaine fréquentiel et temporel.

Dans un premier temps, les résultats affichés sont obtenus par résolution fréquentielle du système d'après (3.31) où les filtres théoriques sont issus de (3.10). Cependant, dans cette partie la régularisation du système a été effectuée en fixant à la main un coefficient  $\alpha$  identique pour toutes les fréquences. Ce choix a été fait car les résultats issus de la *L-Curve* n'étaient pas satisfaisants. Lorsque la source est le dipôle placé en  $S_0^{21}$ , on observe une très bonne atténuation des échos, visible sur la figure 5.20. Notamment aux fréquences inférieures à 150 Hz, les résidus des échos sont très faibles, plus faibles que lorsque les filtres sont calculés (voir la figure 5.9) et lorsque les filtres sont évalués avec les méthodes d'inversion fréquentielle MC, Tikh et Tsvd (voir la figure 5.14). Sur la figure 5.21 on observe en complément que les erreurs de phase, à l'origine du phénomène de pré et post-échos sont réduites. Cela s'explique par le fait que la technique contraint la solution à ne pas s'éloigner des filtres théoriques, qui eux sont causaux. Sur la figure 5.26 on observe aisément que l'amplitude du filtre  $w(t, M, S_1)$  correspondant aux temps négatifs est considérablement diminuée en passant de la méthode Tikh à la méthode TikhX0. La dé-réverbération du

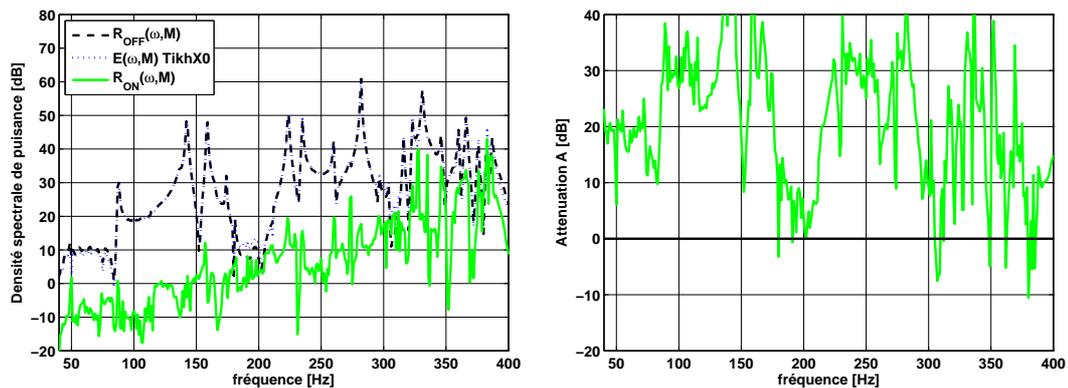


FIG. 5.20 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos hybrides estimés dans le domaine fréquentiel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode hybride TikhX0 utilisant des filtres d'échos calculés numériquement d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$  et résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$ , à droite : atténuation  $A(\omega)$  des échos après contrôle.

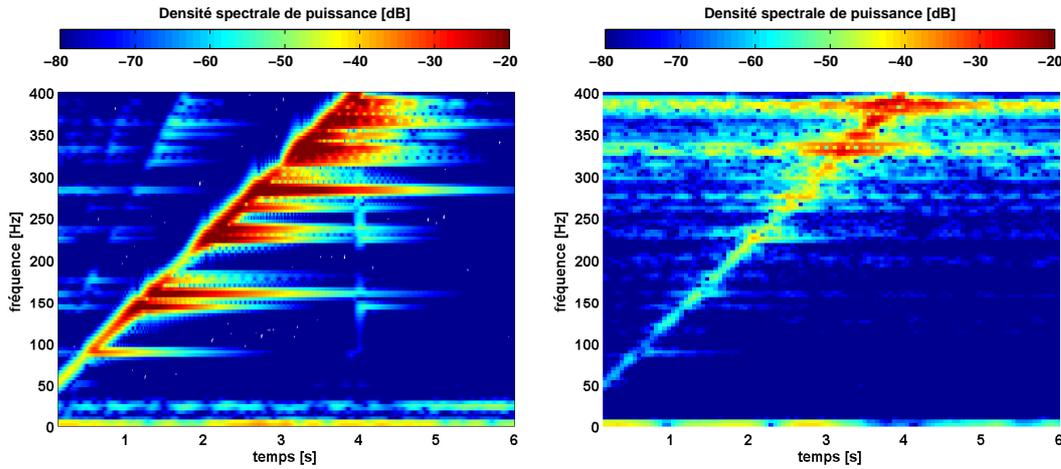


FIG. 5.21 – **Représentation temps-fréquence des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos hybrides estimés dans le domaine fréquentiel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode hybride TikhX0 utilisant des filtres d'échos calculés numériquement d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : résidus sans contrôle, à droite : résidus avec contrôle optimal des échos.

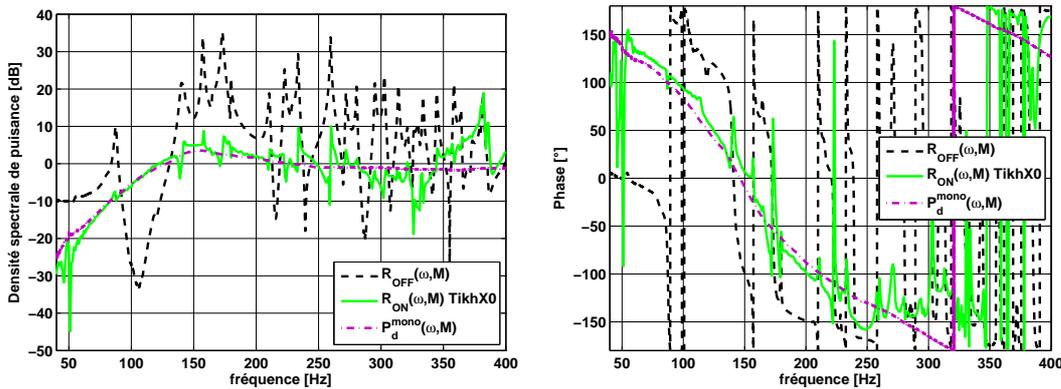


FIG. 5.22 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos hybrides estimés dans le domaine fréquentiel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le monopôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode hybride TikhX0 utilisant des filtres d'échos calculés numériquement d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : amplitude et à droite : phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et champ direct  $P_d^{mono}(\omega, M)$  mesuré en chambre anéchoïque.

signal microphonique capté par le micro  $M$  n'est pas parfaite, mais l'amplitude et la durée des résonances sont considérablement réduites. Comme l'atteste la figure 5.22, avec la méthode hybride il est envisageable d'étudier le comportement de la source monopolaire, même dans un environnement extrêmement réverbérant. Les résidus sont presque identiques à la mesure effectuée dans la chambre anéchoïque, en am-

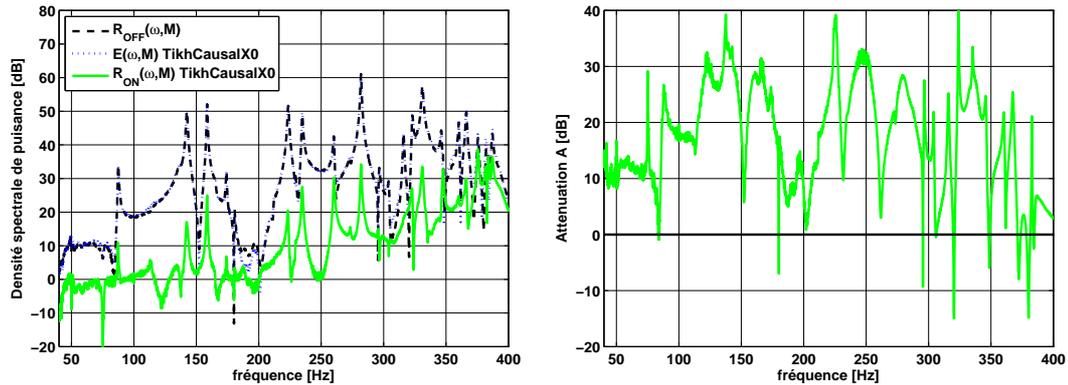


FIG. 5.23 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos hybrides estimés dans le domaine temporel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode hybride TikhCausalX0 utilisant des filtres d'échos calculés numériquement d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$  et résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$ , à droite : atténuation  $A(\omega)$  des échos après contrôle.

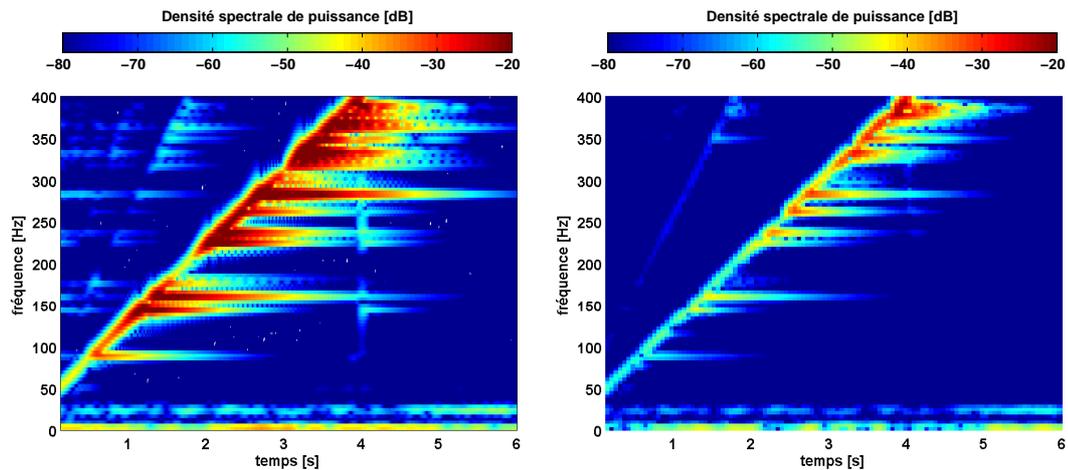


FIG. 5.24 – **Représentation temps-fréquence des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos hybrides estimés dans le domaine temporel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode TikhCausalX0 utilisant des filtres d'échos calculés numériquement d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : résidus sans contrôle, à droite : résidus avec contrôle optimal des échos.

plitude, mais aussi en phase jusqu'à environ 255 Hz, qui correspond à la fréquence limite théorique du maillage utilisé.

La méthode de résolution hybride avec contrainte de causalité est calculée d'après (3.52). Le nombre de points  $N_{filtre}$  et le coefficient de régularisation  $\alpha$  sont choisis manuellement. En revanche, les solutions sont beaucoup moins sensibles à ces pa-

ramètres. La solution est plus stable car elle s'appuie sur les filtres théoriques dont les performances sont déjà satisfaisantes. Les résultats sont légèrement différents de ceux obtenus après résolution dans le domaine fréquentiel. Si l'atténuation est moins conséquente notamment aux résonances de la cavité, les pré et post-échos sont par ailleurs inexistants (voir les figures 5.23 et 5.24). On s'aperçoit également que la mesure effectuée dans la cavité réfléchissante avec le monopôle est très bien déréverbérée. En effet, la pression obtenue après traitement ressemble à celle obtenue lorsque la source était placée en chambre anéchoïque.

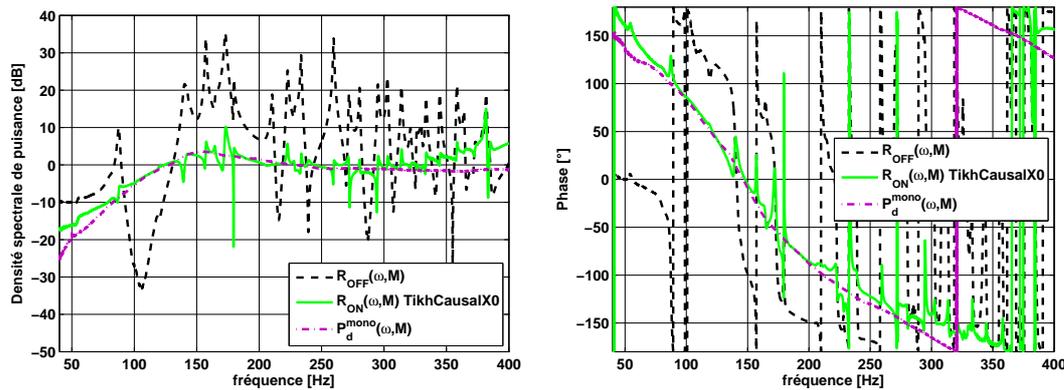


FIG. 5.25 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos hybrides estimés dans le domaine temporel dans la cavité réfléchissante lorsque la source est le monopôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode TikhCausalX0 utilisant des filtres d'échos calculés numériquement d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : amplitude et à droite : phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et champ direct  $P_d^{mono}(\omega, M)$  mesuré en chambre anéchoïque.

## 5.2.4 Conclusions sur les résultats en cavité réfléchissante

Dans cette partie, nous avons testé plusieurs méthodes pour estimer les filtres d'échos dans le cas simple d'une cavité très réfléchissante. La figure 5.26 affiche comme exemple un filtre estimé d'après chacune des méthodes. Le filtre affiché est le filtre d'échos  $w(t, M, S_1)$  de l'élément 1 du maillage QUAD 322, par lequel on convolue le signal de pression mesuré par le microphone d'estimation placé en  $S_1 = [1.00; -0.28; -0.30]$  m à environ 95 cm du micro  $M$ . Pour comparer les résultats issus des méthodes théoriques et expérimentales dans le domaine fréquentiel et temporel, les spectres des filtres ont été tronqués au-delà de la fréquence 400 Hz qui correspond à la fréquence maximale du *sweep* employé. Ce filtrage sévère entraîne inévitablement des oscillations parasites. La méthode théorique qui consiste à intégrer le gradient de la fonction de Green donne des résultats satisfaisants jusqu'à la fréquence limite  $f_{lim}$  (voir le paragraphe 4.3.1). Les méthodes d'identification utili-

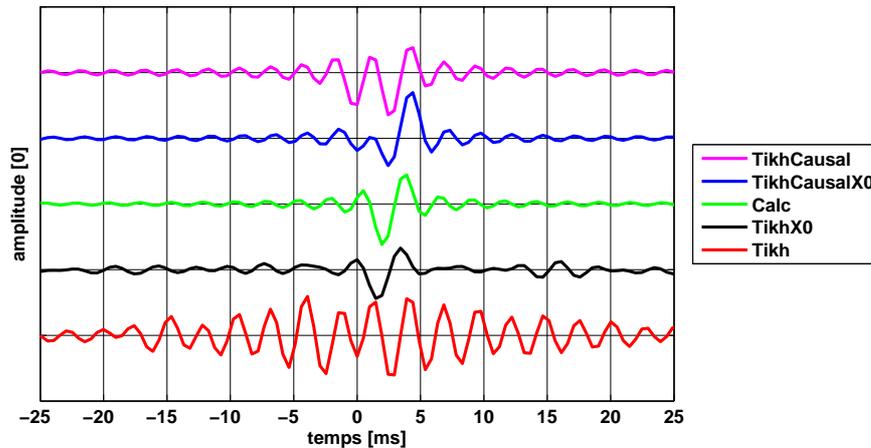


FIG. 5.26 – **Comparaison des filtres d'échos temporels théoriques et identifiés avec plusieurs méthodes de résolution du système linéaire.** Le filtre en question est le filtre d'échos de l'élément 1 du maillage dont le microphone de pression est placé en  $S_1 = [1.00; -0.28; -0.30]$  m à environ 95 cm du micro  $M$ .

sant le protocole expérimental décrit dans la section 5.1.4 donnent, quant à elles, des résultats différents selon la méthode de résolution. La méthode fréquentielle Tikh qui ne garantit pas la condition de causalité des filtres ne donne pas de bons résultats lorsqu'elle est associée à la méthode de la *L-Curve* pour calculer les paramètres de régularisation. Les filtres ainsi identifiés engendrent des pré et post-échos dont l'influence est importante. La méthode de résolution temporelle TikhCausal du système garantit la causalité des filtres ce qui semble régulariser le système. En revanche le système étant mal conditionné, la contrainte est importante ce qui engendre une atténuation des échos plus faible. De bons résultats de dé-réverbération sont cependant obtenus. Enfin les méthodes hybrides TikhX0 et TikhCausalX0 semblent associer les atouts des méthodes précédentes, avec un avantage pour la méthode TikhCausalX0 qui n'engendre pas de pré et post-échos. Cette partie a montré également que le système était mal conditionné. Les hypothèses retenues pour expliquer le mauvais conditionnement du système sont les fuites de la cavité aux très basses fréquences, les erreurs de placement et les mauvaises performances du dipôle utilisé pour le protocole expérimental. Etant donné que le conditionnement est lié au rapport entre le niveau des échos mesuré et le champ résiduel du dipôle dans son plan de zéro de pression, il est possible que le système soit moins bien conditionné dans une cavité absorbante.

### 5.3 Résultats en cavité absorbante

La cavité absorbante est identique à la cavité réfléchissante étudiée plus haut à l'exception du fait que ses parois ont été traitées en plaçant des plaques de laine de verre de 5 cm d'épaisseur, sauf sur le sol. Même si la quantité de matériau absorbant appliqué est plus faible que dans une chambre anéchoïque (le volume d'absorbant représente 20% du volume total contre 50% dans la chambre anéchoïque du LMA), elle constitue un test pour le dispositif d'estimation d'échos dans une configuration réaliste.

Ici encore, seuls 32 microphones de pression ont été utilisés pour estimer les échos. Ils étaient placés à 3 mm des parois en suivant le maillage QUAD 322p. Cependant les dimensions de la cavité ayant changé, les micros n'étaient plus placés aux mêmes positions que dans le cas de la cavité réfléchissante. Leur position précise a été mesurée grâce à un théodolite. Durant tous les tests, le microphone de contrôle était placé à la position  $M = [0.08; -0.20; 0.16]$  m. Dans cette configuration, le gradient de pression au niveau des parois ne peut plus être négligé. En toute rigueur, les échos ne peuvent donc plus être estimés en calculant les filtres d'échos théoriques, puisque seule l'information de pression est connue. La seule possibilité pour obtenir les filtres d'échos est de les identifier par la mesure. Néanmoins, les filtres d'échos calculés sont utilisés pour vérifier ces hypothèses.

#### 5.3.1 Résultats avec filtres calculés

D'après les formulations (3.2), (3.5) et (3.6) en toute rigueur il est nécessaire pour estimer les échos dans une cavité absorbante :

- soit de mesurer la pression et le gradient de pression sur les parois,
- soit de mesurer uniquement la pression si l'on connaît l'admittance des parois, à condition qu'elles puissent être considérées à réaction localisée.

Or lors des tests effectués, nous n'étions dans aucun des cas cités puisque malheureusement l'admittance du matériau absorbant n'a pas été mesurée en tube de Kundt. Néanmoins si nous ne sommes pas en mesure d'estimer le terme lié au gradient normal de pression sur chacun des éléments, nous connaissons au moins le terme proportionnel à la pression. Pour cette raison les échos ont tout de même été estimés d'après :

$$\tilde{E}(\omega, M) = - \sum_{n=1}^N V(\omega, M, S_n) P(\omega, S_n) \quad (5.4)$$

les filtres  $V(\omega, M, S_n)$  étant calculés numériquement d'après (3.10). En formulant les échos d'après (5.4), les sources d'erreur sont bien sûr liées à la négligence du terme de gradient normal de pression dont nous essayons de quantifier l'effet dans ce

paragraphe, mais aussi au nombre de capteurs utilisés, autrement dit à la finesse du maillage. Il existe pourtant un autre type d'erreur, dû à l'utilisation du dipôle comme source de test. En effet, dans la cavité absorbante, l'amplitude des échos diminue à mesure que la fréquence augmente, le coefficient d'absorption des parois traitées augmentant naturellement avec la fréquence. Les échos captés par le microphone placé au point  $M$  sont donc bien plus faibles que dans la cavité réfléchissante. De plus le dipôle rayonne une faible puissance acoustique du fait de sa directivité et de son faible rendement. D'un autre côté, le rapport entre le champ direct  $P_d^{dipo}(\theta = 0^\circ)$  dans l'axe du dipôle et le champ direct  $P_d^{dipo}(\theta = 90^\circ)$  dans son zéro de pression diminue lui aussi avec la fréquence. Pour illustrer ces propos, la figure 5.27 compare les résidus du dipôle mesurés dans la chambre anéchoïque à la pression totale mesurée dans la cavité absorbante lorsque le zéro de pression du dipôle est orienté vers le micro  $M$ . On remarque aisément que les résidus sont négligeables à basse fréquence mais qu'ils deviennent importants lorsque la fréquence augmente. On voit aussi clairement que lorsque le dipôle est mal orienté, ne serait-ce que de quelques degrés, les résidus croissent rapidement. Les résultats de contrôle optimal obtenus avec comme source le dipôle sont donc difficiles à interpréter pour les hautes fréquences. Les mesures que nous qualifions d'échos se trouvent en fait être la somme des résidus du champ direct du dipôle dans son zéro de pression et des échos eux-mêmes.

La figure 5.28 montre l'atténuation moyenne lorsque la source utilisée est le dipôle. Celui-ci a été déplacé 32 fois dans la cavité en pointant son zéro de pression vers le microphone  $M$ . On observe dans un premier temps que l'atténuation est en moyenne positive jusqu'à la fréquence 250 Hz, ce qui semble indiquer que la déréverbération est efficace à basse fréquence. Bien entendu celle-ci est faible comparée

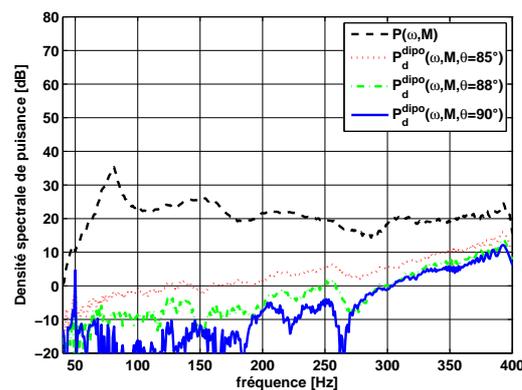


FIG. 5.27 – **Rapport entre la pression totale et les résidus du dipôle dans la cavité absorbante.** La pression  $P(\omega, M)$  mesurée dans la cavité absorbante lorsque le dipôle est placé en  $S_0^{l=21}$  à environ 50 cm du point  $M$  est comparée à la pression acoustique directe  $P_d^{dipo}(\omega, M)$  à une distance de 45 cm du dipôle dans la chambre anéchoïque, pour quelques orientations proche du zéro de pression de celui-ci.

aux résultats de la cavité réfléchissante. Les raisons invoquées sont la faible amplitude des échos en présence d'absorbant et le fait d'avoir négligé le terme de gradient de pression. Ces filtres théoriques ont également été utilisés pour estimer les échos lorsque les ondes sonores sont générées par le monopôle. Sur la figure 5.29 sont affichés les résultats avec et sans contrôle optimal des échos ainsi que la mesure de champ libre mesurée dans la chambre anéchoïque à une distance de 45 cm. Pour ce test, le dipôle n'a pas été utilisé et donc ne peut pas être incriminé. On remarque qu'entre les fréquences 100 et 220 Hz, le contrôle optimal des échos est bénéfique puisque le champ direct de la source est assez bien représenté. En dehors de cette plage, des erreurs de phase et d'amplitude sont commises. Comme nous l'attendions, l'hypothèse qui stipule que le gradient de pression est négligeable lorsque la distance au mur réfléchissant est faible devant la longueur d'onde est mise en défaut. Pour espérer obtenir de meilleures performances sur l'estimation des échos, il convient de prendre en compte le terme de gradient de pression. Pour cela, il est alors nécessaire d'identifier les filtres par la mesure en utilisant le protocole expérimental.

### 5.3.2 Résultats avec filtres mesurés

Comme pour la cavité réfléchissante, 33 mesures simultanées de la pression sur la surface d'estimation et sur le micro de contrôle  $M$  ont été effectuées en faisant varier la position du dipôle. Le système linéaire (3.27) à résoudre est formé en employant

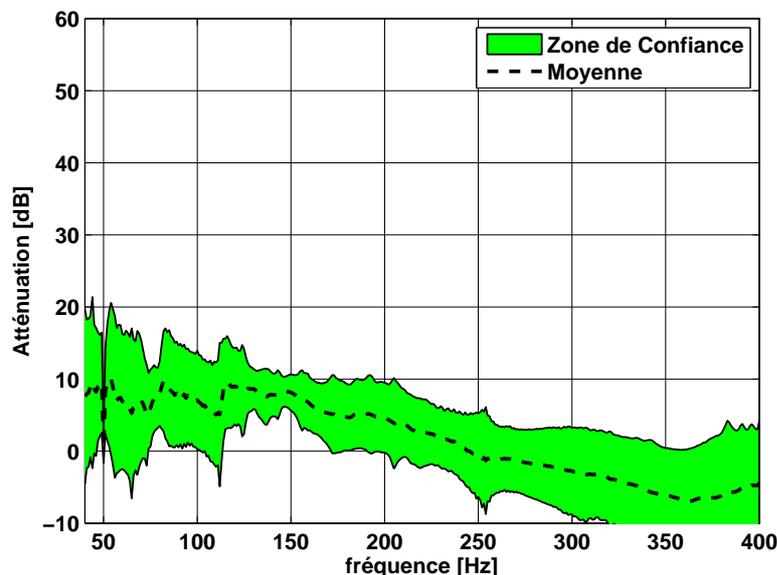


FIG. 5.28 – **Atténuation moyenne des échos du contrôle optimal dans la cavité absorbante lorsque les filtres sont calculés.** Lors des expérimentations, le dipôle a été déplacé 32 fois dans tout le volume de la cavité en orientant son zéro de pression vers le micro de contrôle  $M$ . Les filtres d'échos utilisés sont les filtres d'échos en pression calculés d'après l'équation (3.10).

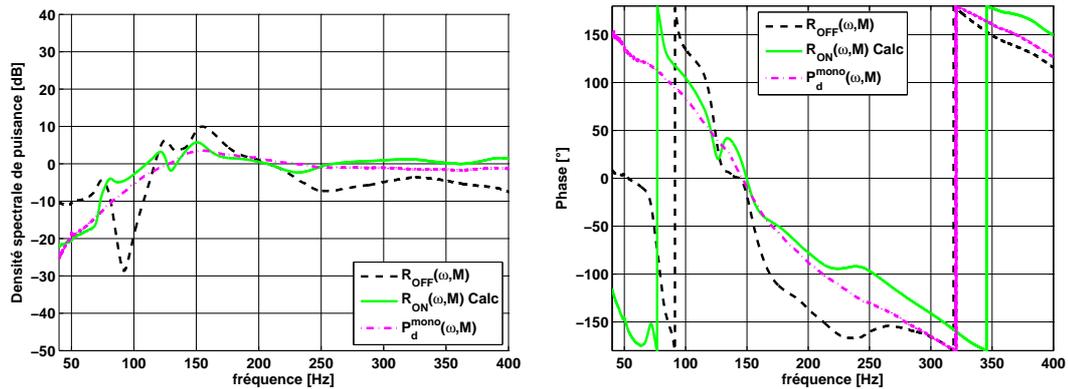


FIG. 5.29 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos calculés dans la cavité absorbante lorsque la source est le monopôle.** Les filtres d'échos sont calculés d'après les équations (3.10) dans le domaine fréquentiel. A gauche : amplitude et à droite : phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et champ direct  $P_d^{mono}(\omega, M)$  mesuré en chambre anéchoïque.

32 mesures, avec  $l$  allant de 1 à 20 et de 22 à 33, où  $l$  représente l'indice des mesures. La mesure effectuée avec la source dipolaire placée en  $S_0^{l=21}$  est mise de côté pour éprouver l'efficacité du dispositif. Une mesure réalisée avec le monopôle placé en  $S_0^{mono}$  à 45 cm du micro  $M$  est également disponible. La résolution du système ainsi formé est traitée dans un premier temps dans le domaine fréquentiel puis dans le domaine temporel. Comme précédemment, le système est par nature mal conditionné ; il faut le régulariser. Néanmoins les échos sont ici de faible amplitude et les résidus du dipôle ne sont plus négligeables. Ceci a pour effet de perturber l'identification des filtres d'échos.

### Résolution fréquentielle : sans contrainte de causalité

Les trois méthodes MC, Tikh et Tsvd ont été testées. Cependant seuls les résultats obtenus avec la méthode Tikh sont affichés, les autres étant moins bons. Les paramètres de régularisation  $\alpha$  pour chaque fréquence ont été obtenus en faisant usage de la  $L$ -curve. Sur la figure 5.30 sont affichés les résultats de dé-réverbération sur le micro  $M$  lorsque le monopôle excite la cavité. On remarque que la méthode n'est pas satisfaisante car le champ direct de la source n'est retrouvé ni en amplitude ni en phase. Ici encore, les filtres, transposés dans le domaine temporel par transformation de Fourier inverse, possèdent une forte composante non-causale qui les rend inutilisables. Comme la méthode automatique par la  $L$ -curve n'a pas donné de résultats intéressants, nous avons entrepris de faire varier le paramètre  $\alpha$  à la main. Puisqu'il était inconcevable de choisir un coefficient pour chaque fréquence, un coefficient constant a été recherché mais sans succès. Il faut souligner cependant que le

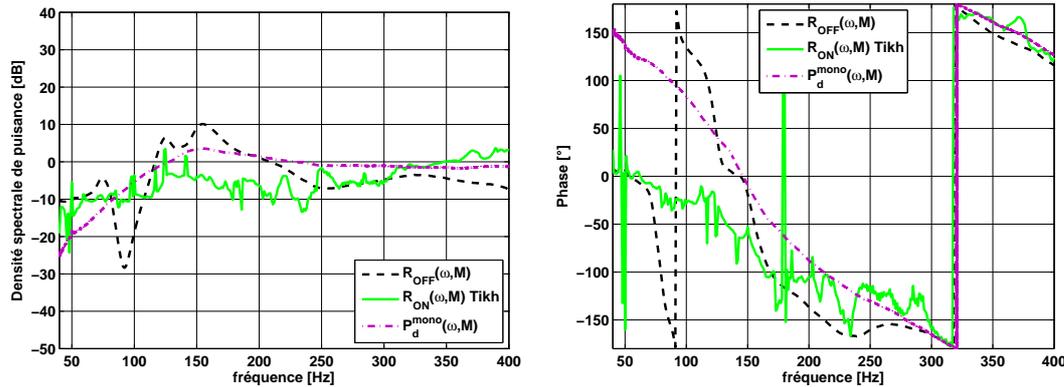


FIG. 5.30 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos estimés dans le domaine fréquentiel dans la cavité absorbante lorsque la source est le monopôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode Tikh. A gauche : amplitude et à droite : phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et champ direct  $P_d^{mono}(\omega, M)$  mesuré en chambre anéchoïque.

test de dé-réverbération paraît tout de même concluant lorsque le dipôle est placé en  $S_0^{21}$  (voir la figure 5.31), alors que l'on vient de voir que les filtres Tikh n'étaient pas convenables. Cela prouve qu'il est important d'éprouver les filtres d'échos identifiés avec plusieurs techniques, si possibles ne reposant pas sur les mêmes hypothèses.

La méthode de résolution fréquentielle ne permet pas d'obtenir des résultats de dé-réverbération acceptables, que ce soit en cavité absorbante ou réfléchissante. Le système étant décomposé en sous-systèmes indépendants pour chaque fréquence il n'existe de ce fait aucune cohérence entre le filtre à une fréquence et à sa fréquence voisine. En conséquence, les filtres obtenus sont non-causaux, et donc « non-physiques ». La contrainte de causalité, comme on va le voir, permet d'obtenir de bien meilleurs résultats. Celle-ci a été implémentée dans le domaine temporel mais peut également, après quelques traitements, être utilisée dans le domaine des fréquences (voir Elliott [14]).

### Résolution temporelle : avec contrainte de causalité

On voit sur la figure 5.27 que le système linéaire à résoudre est fortement perturbé en hautes fréquences par les résidus du dipôle. L'inversion du système est donc délicate. C'est à ce niveau là que les paramètres de régularisation prennent toute leur importance car ils permettent de limiter l'influence des perturbations apportées au système en les filtrant. La solution devient robuste. En contrepartie la solution retenue entraîne une atténuation moins importante que si le système n'avait pas été pollué. La régularisation est donc une histoire de compromis. Dans notre cas le nombre de points  $N_{filtre}$  des filtres qui a conduit aux meilleurs résultats de contrôle

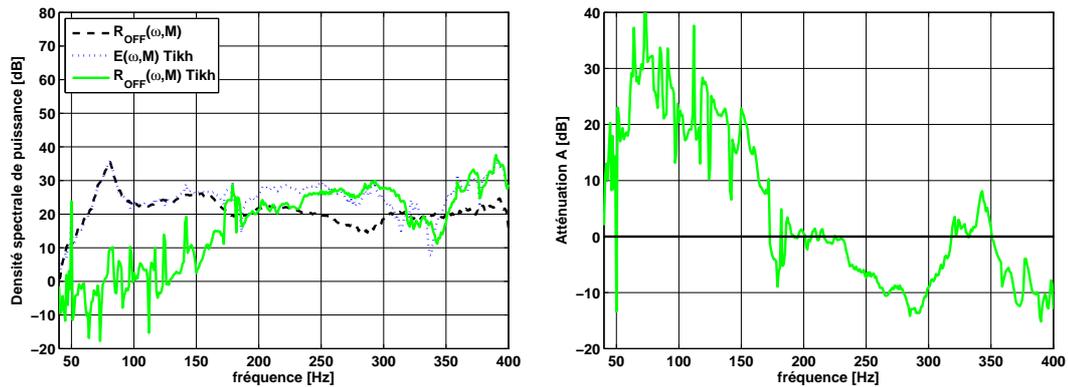


FIG. 5.31 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos estimés dans le domaine fréquentiel dans la cavité absorbante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode Tikh. A gauche : résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$  et résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$ , à droite : atténuation  $A(\omega)$  des échos après contrôle.

était égal à 10. La notion de temps de propagation entre les capteurs d'estimation et le point de mesure  $M$  est encore vérifiée ici. Le microphone d'estimation le plus éloigné du micro  $M$  était situé à 1.2 m, ce qui, rapporté à la célérité des ondes, représente un retard d'environ 7 échantillons à la fréquence d'échantillonnage  $f_e = 2048$  Hz. Autrement dit, le nombre de points optimal peut être associé à une distance. Les indices de performance sont affichés sur la figure 5.32. L'atténuation semble être supérieure à 10 dB entre les fréquences 50 et 200 Hz. Pour les très basses fréquences, nous pensons que l'atténuation décevante est en rapport avec le faible rendement du

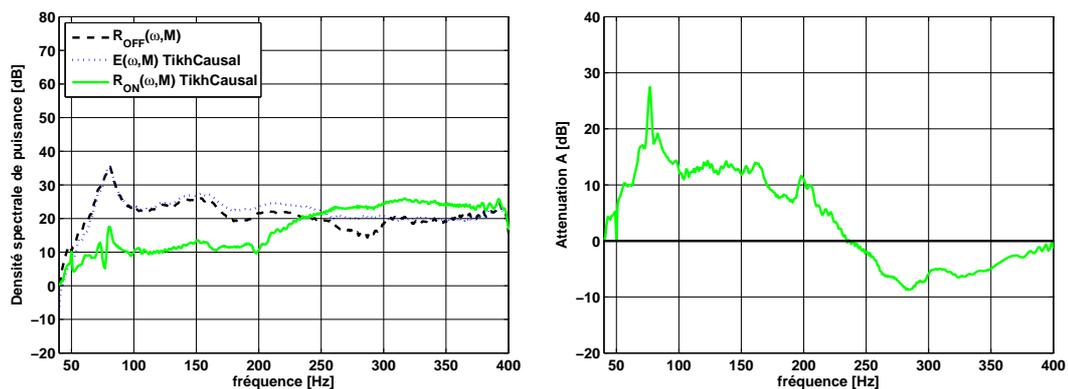


FIG. 5.32 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos estimés dans le domaine temporel dans la cavité absorbante lorsque la source est le dipôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode TikhCausal. A gauche : résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , estimation des échos  $\tilde{E}(\omega, M)$  et résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$ , à droite : atténuation  $A(\omega)$  des échos après contrôle.

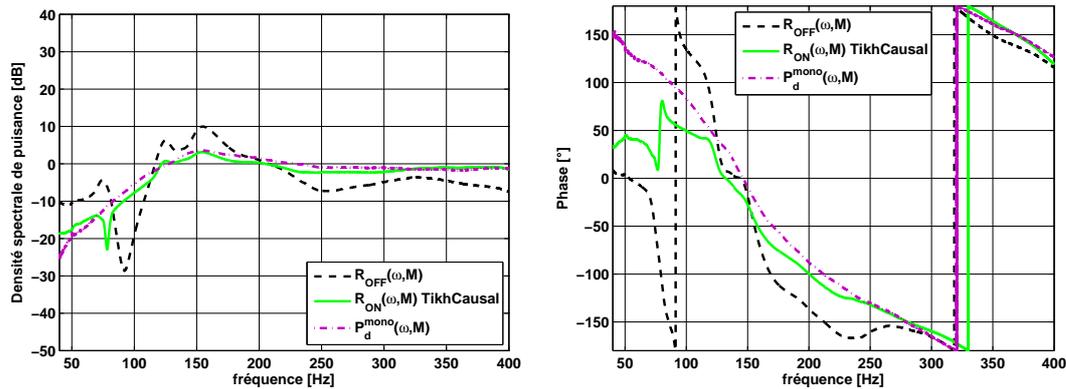


FIG. 5.33 – **Représentation fréquentielle des résultats du contrôle optimal avec filtres d'échos estimés dans le domaine temporel dans la cavité absorbante lorsque la source est le monopôle.** Les filtres d'échos sont évalués par résolution du système linéaire avec la méthode TikhCausal. A gauche : amplitude et à droite : phase des résidus sans contrôle  $R_{OFF}(\omega, M)$ , résidus avec contrôle  $R_{ON}(\omega, M)$  et champ direct  $P_d^{mono}(\omega, M)$  mesuré en chambre anéchoïque.

dipôle et avec le fait que la cavité n'était pas hermétique. Le signal utile est noyé dans le bruit de mesure ce qui rend difficile l'identification des échos. Au-delà de la fréquence 200 Hz, l'atténuation chute brusquement, avec une pente assez raide pour atteindre 0 dB à 240 Hz. Il est difficile d'affirmer que ce phénomène est lié aux limites du protocole expérimental, aux limites du dispositif d'estimation lui-même ou bien encore aux deux. Cependant la fréquence pour laquelle l'atténuation devient négative correspond à la fréquence limite  $f_{lim}$  que nous avons estimée à 255 Hz dans le cas de la cavité réfléchissante et que nous avons observée en simulation dans les cavités absorbantes. Nous pensons que l'information fournie pour identifier les filtres n'était pas suffisante. En effet, lors des simulations nous avons remarqué qu'en faisant plus de mesures lors de la phase d'identification, les résultats obtenus convergeaient vers la solution optimale. Ici le nombre de mesures utilisées était tout juste égal au nombre de capteurs. Nous pensons qu'il est nécessaire d'effectuer davantage de mesures avec le dipôle durant la phase d'identification. Néanmoins, la fréquence limite observée est cohérente avec la fréquence limite d'*anti-aliasing* fixée à 255 Hz.

La figure 5.32 montre également que lorsque le monopôle se substitue au dipôle le contrôle des échos est toujours favorable. Après dé-réverbération du signal, on reconnaît aisément la fonction de transfert du monopôle en chambre anéchoïque, en amplitude et en phase. On repère néanmoins quelques erreurs de phase notamment en dessous du premier mode de cavité, à 80 Hz, ce qui est significatif des fuites. Les résultats obtenus avec les filtres hybrides ne sont pas affichés mais sont sensiblement identiques à ceux obtenus avec la méthode de régularisation Tikh. Ceci est dû au fait que la solution théorique n'est pas satisfaisante puisque seuls les filtres d'échos en pression sont connus.

### 5.3.3 Conclusions sur les résultats en cavité absorbante

Dans cette partie, nous avons vu que lorsque les capteurs d'estimation (uniquement des capteurs de pression) sont proches des parois de la cavité et que celle-ci n'est pas trop absorbante, il est envisageable d'estimer les échos en calculant numériquement les filtres d'échos. En effet, dans notre configuration la distance séparant la paroi réfléchissante  $\Gamma_p$  n'était que de 10 cm, et donc pouvait être considérée comme petite par rapport aux longueurs d'ondes à basse fréquence. En toute logique, si l'épaisseur de matériau absorbant avait été plus importante, l'atténuation aurait été plus faible. Pour obtenir de meilleures performances dans une cavité absorbante, il convient alors d'identifier les filtres par la mesure. Pour résoudre le système linéaire, la méthode TikhCausal est sans aucun doute la plus appropriée car elle permet de contraindre les filtres à avoir une signification physique. La méthode de résolution fréquentielle n'est pas adaptée à ce genre de problème car le système est trop mal conditionné.

Bien qu'en pratique le dipôle utilisé pendant la phase d'identification n'était pas parfait, les résultats de dé-réverbération obtenus avec la méthode de résolution TikhCausal sont en accord avec les résultats issus des simulations. A ce titre, nous pensons qu'il aurait été utile d'effectuer davantage de mesures avec le dipôle durant la phase d'identification de manière à apporter plus d'information. En effet, nous avons vu dans le paragraphe 4.3.2 que l'estimation des échos était de meilleure qualité lorsque le nombre d'équations du système était supérieur au nombre de capteurs. Au vu des résultats, on peut également considérer que l'hypothèse selon laquelle la matrice d'admittance ramenée existe et qu'elle est causale n'est pas aberrante. De ce fait, on peut effectivement affirmer que le dispositif d'estimation d'échos est performant également en cavité absorbante. Le contrôle actif des échos et l'absorption passive sont complémentaires.

## 5.4 Conclusion du chapitre

Ce chapitre a permis de valider le concept d'estimation d'échos dans un cas concret, en mesurant uniquement l'information de pression acoustique. Les résultats observés sont sensiblement équivalents à ceux obtenus théoriquement dans le chapitre 4. Lorsque les microphones d'estimation sont proches des parois réfléchissantes d'un local, les filtres d'échos peuvent être simplement calculés en mesurant les distances entre tous les capteurs et les points où l'on désire estimer les échos et en étalonnant les capteurs. Dans une cavité absorbante, en revanche, aucun filtre d'échos théorique n'est connu pour constituer une solution satisfaisante. Néanmoins, dans tous les cas il est recommandé d'utiliser le protocole expérimental décrit dans la partie 3.3

pour identifier les filtres. La source dipolaire sur laquelle repose le principe peut être fabriquée avec de simples haut-parleurs du commerce. Bien sûr il faut veiller à ce que le rendement de la source soit suffisamment important dans la zone de fréquences utile du dispositif. Par exemple ce rendement peut être amélioré en modifiant les distances entre les deux haut-parleurs ou alors en plaçant des résonateurs devant chaque haut-parleur. En pratique les performances du dipôle influencent directement le conditionnement du système à résoudre pour identifier les filtres. Comme un dipôle parfait n'existe pas, il est alors conseillé d'utiliser les filtres théoriques, lorsque cela est possible, pour régulariser le système formé. Ces filtres, appelés filtres hybrides, sont ceux qui ont donné les meilleurs résultats. Lorsqu'aucun filtre théorique n'est connu, les contraintes à apporter à la solution font appel au bon sens : imposer la causalité des filtres d'échos et utiliser des filtres à support temporel réduit, représentant ainsi le trajet acoustique d'impulsions entre la surface d'estimation et les points  $M$ . Enfin, en s'appuyant sur les résultats expérimentaux réalisés dans la cavité réfléchissante, il semble que le fait d'identifier les filtres *in situ* permet de repousser la fréquence limite d'utilisation du dispositif. Le critère de deux points par longueur d'onde semble être trop restrictif pour évaluer la fréquence limite. En accord avec les simulations, nous sommes convaincus que ce phénomène aurait pu être perceptible si davantage de mesures avec le dipôle avaient été réalisées dans la cavité absorbante.

## Chapitre 6

# Conclusion

Le dispositif de contrôle actif des échos imaginé au LMA est avant tout basé sur l'estimation de la quantité à minimiser (les échos) en un ou plusieurs points. En effet les échos ne sont pas mesurables directement à l'aide d'un simple capteur. Le principe d'estimation est basé sur la représentation intégrale du champ acoustique. En pratique il consiste à placer régulièrement des capteurs de pression et/ou de gradient de pression sur l'objet réfléchissant. Jusqu'alors les expériences avaient été réalisées lorsque les obstacles pouvaient être déplacés. Les filtres d'échos étaient identifiés aisément en mesurant la pression acoustique avec et sans l'obstacle. Le travail fourni ici a étendu l'application du dispositif en milieu clos, où les parois ne sont pas amovibles. Si la cavité comporte des parois suffisamment réfléchissantes dans le domaine de fréquences considéré, alors les filtres d'échos peuvent être calculés numériquement. Dans le cas contraire, comme dans un studio d'enregistrement ou dans une chambre anéchoïque, les filtres doivent être identifiés par la mesure. Un des éléments clés du travail a été de proposer un protocole expérimental spécifique en utilisant les propriétés d'un dipôle acoustique. En revanche, ce protocole est contraignant puisqu'il nécessite le déplacement du dipôle autant de fois qu'il existe de capteurs d'estimation, et ce, pour chaque emplacement où l'on désire estimer les échos. S'il existe plusieurs points  $M$ , il est alors impératif d'automatiser le protocole. Il a néanmoins été souligné que le protocole peut être allégé si des emplacements sont prévus pour insérer des sources acoustiques à directivité quelconque entre les parois physiques de la cavité et la surface d'estimation.

Des tests de validation du principe d'estimation d'échos dans une cavité ont été réalisés. Le dispositif comportait 32 microphones de pression placés sur les parois d'une cavité représentant au  $1/5^{eme}$  les dimensions internes de la chambre anéchoïque du LMA. Théoriquement, la fréquence maximale de fonctionnement du dispositif était de 255 Hz. Cette fréquence correspond au critère bien connu de deux points de mesure par longueur d'onde. Or on a remarqué, que ce soit en simulation ou en

pratique, que cette fréquence limite a été repoussée plus haut dans le spectre lorsque les filtres d'échos ont été identifiés expérimentalement. De plus, les résultats obtenus semblent confirmer que l'absorption passive et le contrôle actif des échos sont complémentaires. Le premier traitement réduit la réverbération à haute fréquence tandis que le second la réduit à basse fréquence. Néanmoins, dans le cas où le traitement passif est important, le protocole d'identification des filtres d'échos requiert davantage de mesures. En effet le système à résoudre pour identifier les filtres d'échos est d'autant plus mal conditionné que la cavité est absorbante. Il a été montré que la régularisation de type Tikhonov du système était nécessaire mais surtout que la contrainte de causalité des filtres était indispensable. Sans cela, le contrôle en temps réel n'est pas envisageable. Par exemple la formulation du système dans le domaine temporel permet d'assurer cette dernière condition.

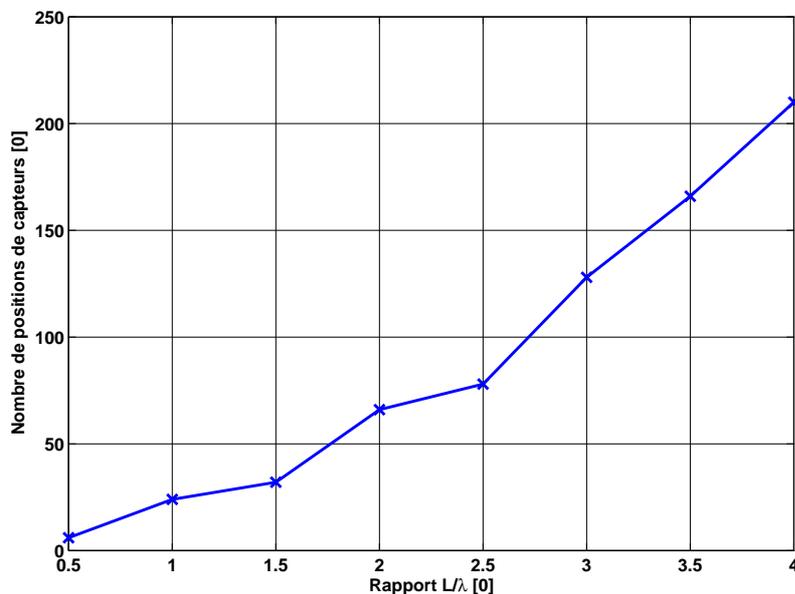


FIG. 6.1 – **Nombre de points de mesure en fonction du rapport entre taille de la cavité et longueur d'onde.** Les proportions de la cavité sont similaires à celles de la chambre anéchoïque et de la maquette utilisée pour les tests. Le nombre de positions de capteurs est obtenu en fixant comme contrainte au minimum deux capteurs par longueur d'onde.

Que la cavité soit réfléchissante ou absorbante, le travail réalisé a montré qu'il est possible d'estimer avec précision les échos. Le contrôle actif des échos peut dorénavant être envisagé en temps réel. Cependant, en pratique, le facteur limitant est sans nul doute le nombre de capteurs nécessaire pour estimer les échos. Celui-ci dépend de la fréquence maximale de contrôle et des dimensions de la cavité. Pour illustrer ces propos, la figure 6.1 affiche le nombre total de microphones de pression à placer sur les parois en fonction du facteur  $L/\lambda$ ;  $L$  est la plus grande dimension de la pièce (dont les proportions sont équivalentes à celles de la chambre anéchoïque) et  $\lambda$  la

longueur d'onde de la plus haute fréquence à traiter. Dans le cas de la chambre anéchoïque où  $L = 10$ , si la fréquence maximale des échos à traiter par contrôle actif est de 100 Hz, alors  $L/\lambda_{100Hz} \approx 3$ . Il faudrait donc utiliser 128 capteurs et autant de voies d'acquisition pour estimer avec précision les échos en n'importe quel point de la pièce. C'est ce défi que devront relever les acteurs de l'équipe SACADS pour réaliser un tel dispositif dans la nouvelle chambre anéchoïque du LMA qui sera construite à l'occasion du déménagement du laboratoire. Dans le cahier des charges du bâtiment il est d'ailleurs déjà stipulé qu'il faudra réserver des emplacements dans les murs de béton pour y disposer des enceintes acoustiques. De cette manière la formation du système pour l'identification des filtres d'échos sera effectuée en actionnant tour à tour chacune des sources. A défaut de réduire en temps réel la réverbération à basse fréquence par contrôle actif, le dispositif pourra permettre de dé-réverbérer un ou plusieurs signaux microphoniques.



# Liste des symboles

$\Gamma_0$	parois rigides de la cavité
$\Gamma_e$	surface d'estimation du dispositif
$\Gamma_p$	parois éventuellement traitées de la cavité
$\Gamma_{obj}$	surface d'un objet
$\Omega_e$	volume d'estimation du dispositif
$\Omega_p$	volume intérieur de la cavité
$M$	position où on désire estimer les échos
$R(M, S)$	distance géométrique entre les points $M$ et $S$
$S_0$	position de la source acoustique qui génère les ondes dans le local
$S_n$	$n^{ième}$ position de capteur
$\mathbf{n}$	vecteur normal à une surface
$\partial_{\mathbf{n}}G(\omega)$	gradient de la fonction de Green de l'espace libre exprimé dans domaine fréquentiel
$\partial_{\mathbf{n}}g(t)$	gradient de la fonction de Green de l'espace libre exprimé dans le domaine temporel
$\partial_{\mathbf{n}}P(\omega)$	gradient de pression acoustique exprimé dans le domaine fréquentiel
$\partial_{\mathbf{n}}p(t)$	gradient de pression acoustique exprimé dans le domaine temporel
$\tilde{E}(\omega)$	estimation des échos exprimée dans le domaine fréquentiel
$\tilde{e}(t)$	estimation des échos exprimée dans le domaine temporel
$E(\omega)$	échos exprimés dans le domaine fréquentiel
$e(t)$	échos exprimés dans le domaine temporel
$G(\omega)$	fonction de Green de l'espace libre exprimée dans le domaine fréquentiel
$g(t)$	fonction de Green de l'espace libre exprimée dans le domaine temporel

$P(\omega)$	pression acoustique totale exprimée dans le domaine fréquentiel
$p(t)$	pression acoustique totale exprimée dans le domaine temporel
$P_d(\omega)$	pression acoustique directe de la source vers le récepteur exprimée dans le domaine fréquentiel
$p_d(t)$	pression acoustique directe de la source vers le récepteur exprimée dans le domaine temporel
$P_d^{dipo}(\omega)$	pression acoustique directe de la source dipolaire vers le récepteur exprimée dans le domaine fréquentiel
$P_d^{mono}(\omega)$	pression acoustique directe de la source monopolaire vers le récepteur exprimée dans le domaine fréquentiel
$U(\omega)$	filtre d'échos en gradient de pression exprimé dans le domaine fréquentiel
$u(t)$	filtre d'échos en gradient de pression exprimé dans le domaine temporel
$V(\omega)$	filtre d'échos en pression exprimé dans le domaine fréquentiel
$v(t)$	filtre d'échos en pression exprimé dans le domaine temporel
$W(\omega)$	filtre d'échos spécifique en pression exprimé dans le domaine fréquentiel
$w(t)$	filtre d'échos spécifique en pression exprimé dans le domaine temporel
$\alpha$	paramètre de régularisation du type Tikhonov
*	produit de convolution
$\beta$	admittance acoustique
$\delta$	impulsion de Dirac
$\lambda$	longueur d'ondes acoustiques
$\omega$	pulsation
$\rho_0$	densité de l'air
$c_0$	célérité des ondes acoustiques dans l'air
$f$	fréquence
$f_e$	fréquence d'échantillonnage
$f_{lim}$	fréquence limite d'utilisation du dispositif liée au nombre de capteurs par longueur d'onde
$k_0$	vecteur d'ondes acoustiques dans l'air

---

$m$	paramètre de régularisation du type TSVD
$t$	temps
$Z$	impédance acoustique
$\mathbf{B}$	opérateur admittance acoustique
$\Phi_{n_x}$	fonction propre du mode d'ordre $n_x$ selon la direction $x$
$\Phi_{n_y}$	fonction propre du mode d'ordre $n_y$ selon la direction $y$
$\Phi_{n_z}$	fonction propre du mode d'ordre $n_z$ selon la direction $z$
$K$	nombre d'éléments du maillage
$L$	nombre de positions de source
$L_x$	longueur de la cavité suivant la direction $x$
$L_y$	longueur de la cavité suivant la direction $y$
$L_z$	longueur de la cavité suivant la direction $z$
$N$	nombre de positions de capteurs
$N_g$	nombre de points de Gauss pour l'intégration numérique
$N_x$	nombre d'éléments du maillage suivant la direction $x$
$N_y$	nombre d'éléments du maillage suivant la direction $y$
$N_z$	nombre d'éléments du maillage suivant la direction $z$
$N_{capteur}$	nombre d'échantillons des enregistrements des signaux issus des capteurs d'estimation
$N_{echo}$	nombre d'échantillons des enregistrements des signaux issus du micro placé au point M
$N_{filtre}$	nombre de points des filtres d'échos dans le domaine temporel
$[\tilde{E}(\omega)]$	vecteur de taille $[L \times 1]$ qui comporte l'estimation fréquentielle des échos pour $L$ positions de source par $[\tilde{E}(\omega)] = \llbracket S(\omega) \rrbracket \llbracket H(\omega) \rrbracket$
$[\tilde{e}(t)]$	vecteur de taille $[LN_{echo} \times 2NN_{filtre}]$ ou $[LN_{echo} \times NN_{filtre}]$ qui comporte l'estimation temporelle des échos pour $L$ positions de source par $[\tilde{e}(t)] = \llbracket s(t) \rrbracket \llbracket h(t) \rrbracket$
$[E(\omega)]$	vecteur de taille $[L \times 1]$ qui comporte les échos fréquentiels mesurés pour $L$ positions de source
$[e(t)]$	vecteur de taille $[LN_{echo} \times 2NN_{filtre}]$ ou $[LN_{echo} \times NN_{filtre}]$ qui comporte les échos temporels mesurés pour $L$ positions de source

$[H(\omega)]$	vecteur de taille $[2N \times 1]$ ou $[N \times 1]$ qui représente les filtres d'échos fréquentiels
$[h(\omega)]$	vecteur de taille $[2NN_{filtre} \times 1]$ ou $[NN_{filtre} \times 1]$ qui représente les filtres d'échos temporels
$[H(\omega)]^{th}$	vecteur de taille $[2N \times 1]$ ou $[N \times 1]$ qui représente les filtres d'échos fréquentiels calculés numériquement
$[h(\omega)]^{th}$	vecteur de taille $[2NN_{filtre} \times 1]$ ou $[NN_{filtre} \times 1]$ qui représente les filtres d'échos temporels calculés numériquement
$[[S(\omega)]]$	matrice de taille $[L \times 2N]$ ou $[L \times N]$ qui comporte les signaux fréquentiels des capteurs placés aux $N$ points d'estimation pour les $L$ positions de source
$[[s(t)]]$	matrice de taille $[LN_{echo} \times 2NN_{filtre}]$ ou $[LN_{echo} \times NN_{filtre}]$ qui comporte les signaux temporels des capteurs placés aux $N$ points d'estimation pour les $L$ positions de source
$J$	fonction coût à minimiser

# Références bibliographiques

- [1] ALLARD (J. F.), *Propagation of sound in porous media, modelling sound absorbing materials*. Elsevier, London, 1993. (cité pages 6, 21, 63, 64 et 161)
- [2] ALLEN (J. B.) et BERKLEY (D. A.), « Image method for efficiently simulating small-room acoustics », *Journal of the Acoustical Society of America*, **65**, 1979, p. 943–950. (cité pages 58 et 158)
- [3] ARNAOUDOV (Y.), DASSIOS (G.) et KOSTOPOULOS (V.), « The soft and the hard coated sphere within a point source wave field », *Journal of the Acoustical Society of America*, **104**, 1998, p. 1929–1942. (cité page 26)
- [4] ATTENBOROUGH (K.), « Propagation of sound above a porous half-space », *Journal of the Acoustical Society of America*, **68**, 1980, p. 1493–1501. (cité page 158)
- [5] ATTENBOROUGH (K.), « Predicted ground effect for highway noise », *Journal of Sound and Vibration*, **81**, 1982, p. 413–424. (cité page 161)
- [6] BEDELL (E. H.), « Some data on a room designed for free field measurements », *Journal of the Acoustical Society of America*, **8**, 1936, p. 118–125. (cité page 3)
- [7] BERANEK (L. L.) et SLEEPER (H. P.), « The design and construction of anechoic sound chambers », *Journal of the Acoustical Society of America*, **18**, 1946, p. 140–150. (cité page 3)
- [8] BREKHOVSKIKH (L. M.), *Wave in layered media*. Academic Press, New York, 1960. (cité pages 58, 158, 160 et 164)
- [9] BRUNEAU (M.), *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermes, Paris, 1998. (cité pages 17, 72 et 94)
- [10] CHIEN (C. F.) et SOROKA (W. W.), « Sound propagation along an impedance plane », *Journal of Sound and Vibration*, **43**, 1975, p. 9–20. (cité page 158)

- [11] CRIGHTON (D. G.), DOWLING (A. P.), FLOWCS-WILLIAMS (J. E.) et AL., *Modern Methods in Analytical Acoustics. Lecture Notes*. Springer-Verlag, London, 1994. (cité pages 33 et 44)
- [12] DI (X.) et GILBERT (K. E.), « An exact laplace transform formulation for a point source above a ground surface », *Journal of the Acoustical Society of America*, **93**, 1993, p. 714–720. (cité pages 167 et 169)
- [13] DONATO (R. J.), « Propagation of a spherical wave near a plane boundary with complex impedance », *Journal of the Acoustical Society of America*, **60**, 1976, p. 34–39. (cité pages 158 et 165)
- [14] ELLIOTT (S.), *Signal Processing for Active Control*. Academic Press, London, 2001. (cité pages 47 et 126)
- [15] EPAIN (N.). *Applications des techniques de contrôle actif à la reproduction étendue de champs sonores basses fréquences*. Thèse de doctorat, Université de la Méditerranée (Aix-Marseille II), 2007. (cité pages 7, 22, 70 et 111)
- [16] FAHY (F. J.), « Some applications of the reciprocity principle in experimental vibroacoustics », *Acoustical Physics*, **49**, 2003, p. 217–229. (cité pages 40, 77 et 102)
- [17] FARINA (A.). « Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique ». Dans *Audio Engineering Society 108th Convention*, Paris, France, 2000. (cité page 106)
- [18] FILIPPI (P.), « Extended sources radiation and laplace type integral representation : Application to wave propagation above and within layered media », *Journal of Sound and Vibration*, **91**, 1983, p. 65–84. (cité pages 158 et 159)
- [19] FRIOT (E.). « Control of low-frequency wall reflections in an anechoic room ». Dans *Active 2006*, Adelaide, Australie, 2006. (cité page 10)
- [20] FRIOT (E.) et BORDIER (C.), « Real-time active suppression of scattered acoustic radiation », *Journal of Sound and Vibration*, **278**, 2004, p. 563–580. (cité page 7)
- [21] FRIOT (E.), GINTZ (A.), HERZOG (P.) et SCHNEIDER (S.), *Motion and Vibration Control*. Springer, Netherland, 2009. Chapitre : *Improving Absorption of sound using active control*. (cité page 6)
- [22] FRIOT (E.), GUILLERMIN (R.) et WINNINGER (M.), « Active control of scattered acoustic radiation : a real-time implementation for a 3-dimensional object »,

- Acta Acustica united with Acustica*, **92**, 2006, p. 278–288. (cité pages 7, 8, 9, 10, 38 et 70)
- [23] FURSTOSS (M.), THENAIL (D.) et GALLAND (M. A.), « Surface impedance control for sound absorption : direct and hybrid passive/active strategies », *Journal of Sound and Vibration*, **203**, 1997, p. 219–236. (cité page 5)
- [24] GALLAND (M. A.), MAZEAUD (B.) et SELLEN (N.), « Hybrid passive active absorbers for flow ducts », *Applied Acoustics*, **66**, 2005, p. 691–708. (cité page 6)
- [25] GOLUB (G. H.) et LOAN (C. F. V.), *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1983. (cité pages 46, 51 et 148)
- [26] HANSEN (P. C.), *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems : Numerical Aspects of Linear Inversion*. SIAM, Philadelphia, 1998. (cité pages 45 et 47)
- [27] HANSEN (P. C.), « Regularization tools - a matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems - version 3.0 for matlab 5.2 », *Numerical Algorithms*, **6**, 1998, p. 1–35. (cité pages 83, 85, 110 et 151)
- [28] HANSEN (P. C.), « Deconvolution and regularization with toeplitz matrices », *Numerical Algorithms*, **29**, 2002, p. 323–378. (cité page 51)
- [29] HANSEN (P. C.) et O'LEARY (D. P.), « The use of the l-curve in the regularization of discrete ill-posed problems », *SIAM J. Sci. Comput.*, **14**, 1993, p. 1487–1503. (cité pages 45, 149 et 150)
- [30] INGARD (U.), « On the reflection of a spherical sound wave from an infinite plane », *Journal of the Acoustical Society of America*, **23**, 1951, p. 329–335. (cité page 158)
- [31] JACOBSEN (F.) et JAUD (V.), « A note on the calibration of pressure-velocity sound intensity probes », *Journal of the Acoustical Society of America*, **120**, 2006, p. 830–837. (cité page 31)
- [32] KILMER (M. E.) et O'LEARY (D. P.), « Choosing regularization parameters in iterative methods for ill-posed problems », *SIAM. J. Matrix Anal. and Appl.*, **22**, 2001, p. 1204–1221. (cité page 151)
- [33] KINO (N.) et UENO (T.), « Comparisons between characteristic lengths and fibre equivalent diameters in glass fibre and melamine foam materials of similar flow resistivity », *Applied Acoustics*, **69**, 2008, p. 325–331. (cité page 63)

- [34] KOIDAN (W.) et HRUSKA (G.), « Acoustical properties of the National Bureau of Standards anechoic chamber », *Journal of the Acoustical Society of America*, **64**, 1978, p. 79–94. (cité page 3)
- [35] KUTTRUFF (H.), *Room Acoustics*. Elsevier, London, 1991. (cité page 2)
- [36] LANGRENNE (C.), MELON (M.) et GARCIA (A.), « Boundary element method for the acoustic characterization of a machine in bounded noisy environment », *Journal of the Acoustical Society of America*, **121**, 2007, p. 2750–2757. (cité page 31)
- [37] LAWHEAD (R. B.) et RUDNICK (I.), « Acoustic wave propagation along a constant normal impedance boundary », *Journal of the Acoustical Society of America*, **23**, 1951, p. 546–549. (cité page 158)
- [38] LAWSON (C. L.) et HANSON (R. J.), *Solving Least Squares Problems*. Prentice-Hall, Englewood, 1983. (cité page 150)
- [39] LEVY (S.), *Acoustique industrielle et aéroacoustique*. Hermes, Paris, 2000. (cité page 32)
- [40] LMS, *Sysnoise Rev. 5.6 User's Manual*. LMS Numerical Technologies, Leuven. (cité page 61)
- [41] MARBURG (S.) et NOLTE (B.), *Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids - Finite and Boundary Element Methods*. Elsevier, 2008. (cité pages 59 et 60)
- [42] MELON (M.), LANGRENNE (C.), ROUSSEAU (D.), ROUX (B.) et HERZOG (P.). « Comparison of four subwoofer measurement techniques ». Dans *Proceedings of the 120th AES Convention*, Paris, France, 2006. (cité page 5)
- [43] MINTZER (D.), « Transient sound in rooms », *Journal of the Acoustical Society of America*, **22**, 1952, p. 341–352. (cité page 166)
- [44] MÜLLER (S.) et MASSARANI (P.), « Transfert-function measurement with sweeps », *Journal of the Audio Engineering Society*, **49**, 2001, p. 443–471. (cité pages 98 et 106)
- [45] MORSE (P.) et FESHBACH (H.), *Methods of Theoretical Physics*. McGraw-Hill, New-York, 1953. (cité page 17)
- [46] MORSE (P. M.) et INGARD (K. U.), *Theoretical Acoustics*. Princeton University Press, Princeton, 1986. (cité pages 57, 58 et 72)

- [47] NELSON (P. A.) et ELLIOTT (S.), *Active Control of Sound*. Academic Press, London, 1992. (cité pages 5 et 7)
- [48] NICOL (R.). *Restitution sonore spatialisée sur une zone étendue : Application à la téléprésence*. Thèse de doctorat, Université du Maine, 1999. (cité page 9)
- [49] OHAYON (R.) et SOIZE (C.), *Structural acoustics and Vibrations*. Academic Press, New York, 1998. (cité page 22)
- [50] OLSON (H. F.), *Elements of Acoustical Engineering*. Von Nostrand, New York, 1940. (cité page 3)
- [51] PANCHOLY (M.), CHHAPGAR (A. F.) et MOHANAN (V.), « Design and construction of an anechoic chamber at the national physical laboratory of India », *Applied Acoustics*, **14**, 1981, p. 101–111. (cité page 3)
- [52] ROSSI (M.), *Audio*. Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 2007. (cité pages 31 et 94)
- [53] ROSSING (E. T. D.), *Springer handbook of acoustics*. Springer, New York, 2007. (cité pages 36, 77 et 102)
- [54] SCHNEIDER (S.) et KERN (C.), « Acoustical behavior of the large anechoic chamber at the Laboratoire de Mécanique et d’Acoustique in the low frequency range », *Acta Acustica united with Acustica*, **94**, 2008, p. 141–147. (cité page 5)
- [55] SCHWARTZ (L.), *Mathematics for the physical sciences*. Pearson Education, New York, 1967. (cité page 166)
- [56] TAKANE (S.), SUZUKI (Y.) et SONE (T.), « A new method for global sound field reproduction based on kirchhoff’s integral equation », *Acta Acustica united with Acustica*, **85**, 1999, p. 250–257. (cité page 9)
- [57] THOMASSON (S. I.), « Reflection of waves from a point source by an impedance boundary », *Journal of the Acoustical Society of America*, **59**, 1976, p. 780–785. (cité pages 158, 159 et 165)
- [58] THOMASSON (S. I.), « Sound propagation above a layer with a large refraction index », *Journal of the Acoustical Society of America*, **61**, 1977, p. 659–674. (cité page 160)
- [59] VELIS (A. G.), GUILIANO (H. G.) et MÉNDEZ (A. M.), « The anechoic chamber at the Laboratorio de Acústica y Luminotecnia CIC », *Applied Acoustics*, **44**, 1995, p. 79–94. (cité page 3)

- [60] WENZEL (A. R.), « Propagation along an impedance boundary », *Journal of the Acoustical Society of America*, **55**, 1974, p. 956–963. (cité pages 158 et 165)
- [61] WESTWOOD (E. V.), « Complex ray methods for acoustic interaction at a fluid-fluid interface », *Journal of the Acoustical Society of America*, **85**, 1989, p. 1872–1884. (cité page 164)
- [62] WIRGIN (A.). « The inverse crime ». disponible sur le web à l'adresse <http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/00/10/84/PDF/invcrim.pdf>. (cité page 60)
- [63] WU (T. W.), *Boundary Element Acoustics : Fundamentals and Computer Code*. WIT Press, 2000. (cité pages 33, 35, 36 et 59)

# **Annexes**



## **Annexe A**

# **Méthode des moindres carrés et régularisation**

La méthode d'inversion des moindres carrés est basée sur la minimisation d'une fonctionnelle, ou fonction coût,  $J$  de la forme suivante (voir par exemple Golub et Van Loan [25]) :

$$J = \| \llbracket S \rrbracket [H] - [E] \|_2^2 \rightarrow 0 \quad (\text{A.1})$$

où  $\|\cdot\|_2^2$  représente le carré de la norme euclidienne. La méthode consiste à déterminer le vecteur  $[H]$  qui minimise au mieux la fonctionnelle  $J$ . Pour ce faire, on cherche la solution qui annule la dérivée de la fonctionnelle  $J$  par rapport aux inconnues constituées par le vecteur  $[H]$ . La solution prend alors la forme :

$$[H] = \left( \llbracket S \rrbracket^H \llbracket S \rrbracket \right)^{-1} \llbracket S \rrbracket^H [E] \quad (\text{A.2})$$

où l'opérateur  $^H$  est l'opérateur transposition conjuguée et l'opérateur  $^{-1}$  est l'opérateur inversion. La solution (A.2) est obtenue en faisant usage de la décomposition en valeurs singulières (SVD pour *Singular Value Decomposition* en Anglais) de la matrice  $\llbracket S \rrbracket$ , de taille  $[L \times K]$  avec  $K = 2N$  ou  $N$  et qui vérifie  $L > K$  selon que l'on utilise ou non  $N$  capteurs de gradient de pression en supplément des  $N$  capteurs de pression. La matrice se décompose de la manière suivante (voir Golub et Loan [25]) :

$$\llbracket S \rrbracket = \llbracket A \rrbracket \llbracket \Sigma \rrbracket \llbracket B \rrbracket^H \quad (\text{A.3})$$

Les matrices  $\llbracket A \rrbracket$ ,  $\llbracket B \rrbracket$  et  $\llbracket \Sigma \rrbracket$  de taille  $[L \times L]$ ,  $[K \times K]$  et  $[L \times K]$  vérifient respectivement  $\llbracket A \rrbracket^H \llbracket A \rrbracket = \llbracket A \rrbracket \llbracket A \rrbracket^H = \llbracket I \rrbracket$ ,  $\llbracket B \rrbracket^H \llbracket B \rrbracket = \llbracket B \rrbracket \llbracket B \rrbracket^H = \llbracket I \rrbracket$ , où  $\llbracket I \rrbracket$  est la matrice identité, et :

$$\llbracket \Sigma \rrbracket = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_K \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Les valeurs  $\sigma_n$  sont appelées les valeurs singulières de la matrice  $\llbracket S \rrbracket$ . Elles sont arrangées en ordre décroissant de telle manière que  $\sigma_1 > \sigma_2 > \cdots > \cdots > \sigma_K \geq 0$ . En utilisant la décomposition de la matrice  $\llbracket S \rrbracket$  dans l'expression de la solution (A.2) et en considérant qu'aucune valeur singulière n'est nulle, il vient simplement :

$$[H] = \llbracket B \rrbracket \llbracket \Sigma \rrbracket^\dagger \llbracket A \rrbracket^H [E] \quad (\text{A.5})$$

où  $[[\Sigma]]^\dagger$  est la matrice pseudo-inverse de  $[[\Sigma]]$  de taille  $[K \times L]$

$$[[\Sigma]]^\dagger = \begin{bmatrix} 1/\sigma_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_2 & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1/\sigma_K & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Cependant, dans la plupart des problèmes de déconvolution comme celui que nous traitons, le système est mal conditionné (voir Hansen et O'Leary [29]). En pratique cela signifie qu'un petit écart dans la matrice  $[[S]]$ , comme par exemple le bruit de fond enregistré lors de la phase d'identification, peut causer de grandes modifications dans la solution  $[H]$  recherchée. Le mauvais conditionnement du système se manifeste mathématiquement en faisant apparaître de très petites valeurs singulières  $\sigma_K, \sigma_{K-1} \dots$  dans la matrice  $[[S]]$ . Or en observant la matrice pseudo-inverse  $[[\Sigma]]^\dagger$  on remarque que plus les valeurs singulières sont petites plus elles influencent la solution. Les termes  $1/\sigma_K, 1/\sigma_{K-1} \dots$  deviennent dès lors très grands.

Il convient de limiter l'influence des petites valeurs singulières dans la solution en régularisant la matrice  $[[S]]$ . Parmi les méthodes de régularisation généralement employées, on distingue la régularisation de Tikhonov qui consiste à ajouter un terme à la fonctionnelle (3.29) dans le but de limiter la norme de la solution. La fonction coût avec contrainte de type Tikhonov s'écrit :

$$J = \| [[S]] [H] - [E] \|_2^2 + \alpha^2 \| [H] \|_2^2 \rightarrow 0 \quad (\text{A.7})$$

où  $\alpha$  est appelé coefficient de régularisation, permettant d'accentuer la contrainte sur l'amplitude des filtres  $[H]$ . En utilisant la même démarche que pour la méthode des moindres carrés sans contrainte, et en utilisant la décomposition (A.3) de la matrice  $[[S]]$ , la solution qui minimise au mieux la fonctionnelle (A.7) s'écrit :

$$\begin{aligned} [H_\alpha] &= \left( [[S]]^H [[S]] + \alpha^2 [[I]] \right)^{-1} [[S]]^H [E] \\ &= [[B]] [[\Sigma_\alpha]]^\dagger [[A]]^H [E] \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

où la matrice  $[[\Sigma_\alpha]]^\dagger$  vaut :

$$[[\Sigma_\alpha]]^\dagger = \begin{bmatrix} \sigma_1/(\sigma_1^2 + \alpha^2) & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2/(\sigma_2^2 + \alpha^2) & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_K/(\sigma_K^2 + \alpha^2) & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

On observe, en notant les termes diagonaux de la matrice  $[[\Sigma_\alpha]]^\dagger$ , que la contrainte joue le rôle d'un filtre qui limite l'influence des valeurs singulières trop petites :

lorsque la valeur singulière  $\sigma_n$  est grande par rapport à  $\alpha$ , où  $1 \leq n \leq K$ , on a  $\sigma_n/(\sigma_n^2 + \alpha^2) \rightarrow 1/\sigma_n$ , tandis que lorsqu'elle est petite, on entre dans le cas de figure suivant :  $\sigma_n/(\sigma_n^2 + \alpha^2) \rightarrow 0$ . En revanche, il est également possible, si  $\alpha$  est mal choisi, que le filtrage opère même sur les grandes valeurs singulières et de ce fait que la solution soit biaisée. C'est pour cette raison, que l'on utilise en général, un coefficient normalisé par rapport à la plus grande valeur singulière  $\sigma_1$  et qui est inférieur à 1 de manière à vérifier que le coefficient n'est pas trop élevé.

Une autre méthode couramment utilisée est la méthode de décomposition en valeur singulière tronquée (*Truncated SVD* en Anglais). Celle-ci consiste à ne garder que les  $m$  (avec  $1 < m < K$ ) premières valeurs singulières issues de la décomposition de  $[[S]]$  par (A.3). De cette manière, les petites valeurs singulières sont filtrées. La solution  $[[S]]$  du problème est formulée de la même manière que pour la résolution par la méthode des moindres carrés sans contrainte (A.5) en remplaçant la matrice  $[[\Sigma]]^\dagger$  par  $[[\Sigma_m]]^\dagger$ , avec :

$$[[\Sigma_m]]^\dagger = \begin{bmatrix} 1/\sigma_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1/\sigma_m & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Le paramètre de régularisation est cette fois-ci caractérisé par le nombre  $m$  de valeurs singulières considérées dans le calcul de la matrice pseudo-inverse. D'après Hansen et O'Leary [29], cette méthode consiste à contraindre non pas la norme euclidienne au carré des filtres  $[[H]]$  comme pour la régularisation de type Tikhonov mais la valeur absolue.

Néanmoins, à l'utilisation, il est difficile de donner de manière analytique la valeur optimale des paramètres de régularisation  $\alpha$  et  $m$  car ils dépendent à la fois du système à résoudre mais également du rapport signal sur bruit. Dans bien des cas, ces paramètres sont choisis à la main. Pourtant des techniques existent pour trouver le paramètre optimal permettant de limiter au mieux les perturbations sans pour autant négliger l'information utile contenue dans la matrice  $[[S]]$ . Par exemple, une méthode simple à mettre en oeuvre est la méthode dite de la *L-Curve* (terme Anglais signifiant courbe en L) introduite par Lawson et Hanson [38] et popularisée par Hansen. La *L-Curve* est une courbe paramétrique de type log – log dont l'abscisse représente la norme du résidu  $\| [[S]] [H_\alpha] - [E] \|_2^2$  ou  $\| [[S]] [H_m] - [E] \|_2^2$  selon la méthode de régularisation employée et où l'ordonnée est la norme de la solution

---

régularisée  $\| [H_\alpha] \|_2^2$  ou  $\| [H_m] \|_2^2$ . Quel que soit le problème à résoudre, la courbe possède une forme de "L", comme son nom l'indique. Le paramètre de régularisation optimal est celui dont le point se situe dans l'angle d'inflexion du "L". Il est l'argument du système qui donne le meilleur compromis entre réduction de l'erreur et minimisation de la norme de la solution. D'autres méthodes permettant de trouver le paramètre optimal existent, mais elles ne seront pas utilisées. Pour plus d'information, il est recommandé de consulter l'article de Kilmer et O'Leary [32] qui recense un grand nombre de méthodes itératives. Le paramètre de régularisation sera déterminé par la suite en utilisant la fonction `l_corner` de la boîte à outil *Regularization tools v 3.0* implémentée par Hansen [27] sous `Matlab`.



## **Annexe B**

# **Microphones de pression à electret**



## Microphones ICP



Principe de montage

### Principe

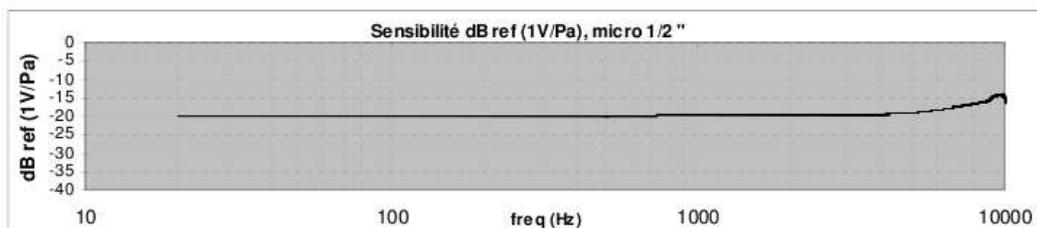
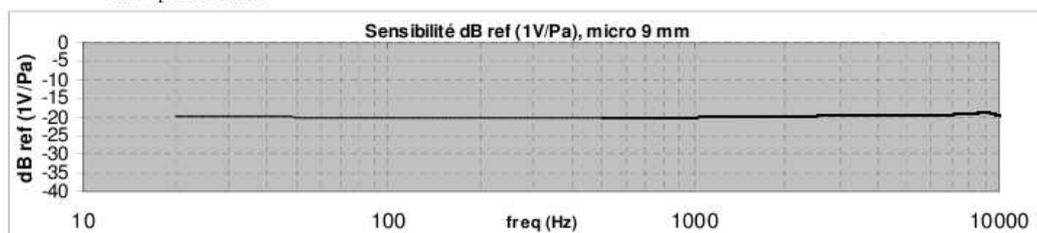
- Initialement destiné à l'antennerie acoustique (application holographique), ce microphone a été développé en partenariat avec le Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille.
- Il est fabriqué à partir d'une capsule à électret (Panasonic) et existe en deux modèles.

### Caractéristiques techniques et mécaniques

- Directivité : omni directionnelle.
- Niveau de pression maxi (3% de THD à 1kHz) : 124 dB (ref 20  $\mu$ Pa).
- Niveau de bruit de fond à 1 kHz : 3 dB (ref 20  $\mu$ Pa).
- Sensibilité à 1kHz (20°C) : 100 mV/Pa.
- Réponse en fréquence :  $\pm 1$ dB de 20Hz à 5000Hz
- Alimentation de type ICP.
- Diamètre extérieur du microphone : 9 ou 13.3 mm ( $\frac{1}{2}$  ")
- Câblage : longueur de 3 m avec connecteur DIN



microphone 9 mm





## **Annexe C**

# **Réflexions d'ondes sur deux plans orthogonaux**

La méthode dite des sources-images est une méthode de simulation de champ sonore en milieu homogène qui assimile une onde réfléchi par un obstacle à une onde provenant d'une source-image virtuelle. Dans sa forme conventionnelle, elle décrit le phénomène de réflexion d'une onde sphérique par le phénomène de réflexion d'une onde plane. Cette méthode, également appelée méthode géométrique, a pour avantage d'être très rapide, même pour simuler le champ sonore dans le cas où le nombre de réflexions considérées est très grand (voir Allen et Berkley [2]). Cependant, dans le cas d'une cavité, son domaine d'application est limité aux hautes fréquences et aux configurations pour lesquelles les sources et les récepteurs sont placés loin des parois. Les restrictions soulignées étant dues à la simplification du phénomène de réflexion des ondes sphériques, ce document traite le cas simple de la réflexion d'ondes par deux plans orthogonaux. La méthode de simulation utilise la technique des sources-images virtuelle mais ici chaque phénomène de réflexion est décrit par un modèle exact et un modèle approché prenant en considération le caractère sphérique des ondes incidentes. Dans la première partie, on rappelle les modèles de réflexion sur un plan infini et l'hypothèse retenue sur l'interprétation des ondes latérales. La seconde partie fournit les détails de la résolution du problème de réflexion sur deux plans et les résultats confrontés à ceux obtenus par la méthode d'éléments finis.

## C.1 Réflexion sonore sur un plan

La simulation du champ de pression acoustique généré par une source ponctuelle au dessus d'un plan à réaction localisée défini par son impédance a été largement traitée. Plusieurs auteurs dont Ingard [30], Lawhead et Rudnick [37], Wenzel [60], Chien et Soroka [10], Thomasson [57], Donato [13], Attenborough [4], Filippi [18] ont proposé des solutions exactes et approchées qui correspondent de manière satisfaisante aux résultats expérimentaux. Chacun des auteurs formule le champ de pression réfléchi par le plan à réaction localisée comme une onde générée par une source-image et par une onde de surface ("surface wave" en Anglais). Cependant pour certains modèles proposés, leur forme complexe ne convient pas au cas de plusieurs réflexions. Dans cette section, on rappelle la solution exacte proposée par Thomasson [57] ainsi que l'approximation donnée par Brekhovskikh [8].

### C.1.1 Formulation du problème

Une source ponctuelle est placée en  $S_0 = [0, +y_0, 0]$  dans l'air (dont la densité  $\rho$  et la célérité des ondes  $c$  sont constantes) à une altitude  $y_0$  au dessus d'un plan infini. Le plan est caractérisé par son impédance normale réduite  $Z_s$  qui est le ratio entre l'impédance normale du sol et  $\rho c$ , impédance d'une onde plane dans l'air. Le plan est considéré comme une impédance de type ressort de telle sorte que la partie imaginaire de  $Z_s$  est positive. On considère ici que  $Z_s$  est indépendante de l'incidence des ondes. En notant  $\omega$  la pulsation de la source,  $k = \omega/c$  le vecteur d'onde et en adoptant la dépendance temporelle  $\exp(-j\omega t)$ , le problème devient :

$$\begin{aligned} (\Delta + k^2)g(M) &= \delta(M - S_0) && \text{pour } y > 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial y} + \frac{jk}{Z_s}\right)g(M) &= 0 && \text{sur } y = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

où  $g(M)$  représente la pression sonore au point  $M = [x, y, z]$  et  $\delta(M - S_0) = \delta(x)\delta(y - y_0)\delta(z)$  représente la distribution de source,  $\delta$  étant la distribution de Dirac. La configuration géométrique du problème (C.1) est décrite sur la figure C.1. La réflexion de l'onde peut être entendue comme une onde provenant d'une source-image virtuelle  $S_1 = [0, -y_0, 0]$ , symétrique de la source réelle  $S_0$  par rapport au plan. Les distances entre les sources et le point  $M$  sont notées  $R_0 = R(M, S_0) = \sqrt{x^2 + (y - y_0)^2 + z^2}$  et  $R_1 = R(M, S_1) = \sqrt{x^2 + (y + y_0)^2 + z^2}$ . On note  $\theta_1$  l'angle formé par le rayon  $\overrightarrow{S_1M}$  et la normale par rapport au plan.

### C.1.2 Solution exacte

Thomasson [57] et plus tard Filippi [18] formulent la solution exacte  $g$  au point  $M$  comme la somme d'une onde directe  $g_D$  de la source  $S_0$ , d'une onde réfléchie  $g_R$

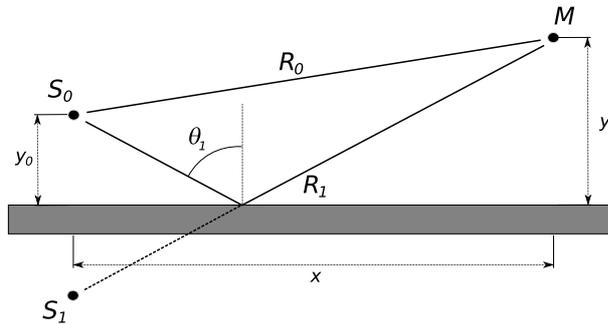


FIG. C.1 – La source réelle  $S_0$  émet des ondes sphériques au dessus d'un plan d'impédance. Lorsque les réflexions sonores sont considérées comme spéculaires, les ondes réfléchies sont interprétées comme provenant d'une source-image virtuelle  $S_1$ , symétrique de  $S_0$  par rapport au plan.

provenant de la source-image  $S_1$  et d'une onde latérale  $g_L$  :

$$g(M) = g_D(M, S_0) + g_R(M, S_1) + g_L(M, S_1) \quad (\text{C.2})$$

Les différents termes valent :

$$g_D(M, S_0) = -\frac{e^{jkR_0}}{4\pi R_0} \quad (\text{C.3})$$

$$\begin{aligned} g_R(M, S_1) &= -\frac{e^{jkR_1}}{4\pi R_1} \\ &- \frac{k \cos \theta_p e^{jkR_1}}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\varepsilon e^{-kR_1 t} dt}{\sqrt{a(\theta_1)^2 + b(\theta_1)t - t^2}} \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

$$\begin{aligned} g_L(M, S_1) &= Y(\theta_1 - \theta_c) \frac{k}{2Z_s} H_0^{(1)}(k \sin \theta_p x) e^{jk \cos \theta_p (y+y_0)} \\ &\approx -Y(\theta_1 - \theta_c) \sqrt{\frac{-jk \cos^2 \theta_p}{2\pi \sin \theta_p \sin \theta_1}} \frac{e^{jk \cos(\theta_1 - \theta_p) R_1}}{\sqrt{R_1}} \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

avec  $a(\theta_1) = \cos \theta_1 - \cos \theta_p$ ,  $b(\theta_1) = 2j(1 - \cos \theta_1 \cos \theta_p)$  et où le pôle du coefficient de réflexion en ondes planes vaut  $\theta_p = \arccos(-1/Z_s)$ . La quantité  $\varepsilon$  assure la continuité de la fonction racine carrée dans le plan complexe de l'équation (C.4) et est égal à  $-1$  si  $\text{Re}(a^2 + bt_0 - t_0^2) < 0$  et  $t > t_0$ , et vaut  $+1$  sinon,  $t_0 = -2\text{Re}(a)\text{Im}(a)/\text{Im}(b)$  représentant l'argument de la racine carrée pour laquelle la fonction coupe l'axe réel. L'angle critique  $\theta_c$  à partir duquel les ondes latérales apparaissent est défini par  $\cos(\text{Re}(\theta_p) - \theta_c) = 1/\cosh(\text{Im}(\theta_p))$  et où  $Y(\theta)$  est la fonction de Heavyside, valant 1 si  $\theta > 0$  et valant 0 sinon.  $H_0^{(1)}$  est la fonction de Hankel du premier type et d'ordre 0 qui peut raisonnablement être réduite à son expansion asymptotique (voir Thomasson [58]).

### C.1.3 Solution approchée

L'approximation de la solution du problème (C.1) proposée par Brekhovskikh [8] comporte les mêmes termes que la solution exacte hormis le terme (C.4) qui devient :

$$\widetilde{g}_R(M, S_1) = - \left[ A(\theta_1) + \frac{B(\theta_1)}{R_1} \right] \frac{e^{jkR_1}}{4\pi R_1} \quad (\text{C.6})$$

avec :

$$A(\theta_1) = \frac{\cos \theta_1 + \cos \theta_p}{\cos \theta_1 - \cos \theta_p} \quad (\text{C.7})$$

$$B(\theta_1) = \frac{-2j \cos \theta_p (1 - \cos \theta_1 \cos \theta_p)}{k(\cos \theta_1 - \cos \theta_p)^3} \quad (\text{C.8})$$

L'équation (C.7) représente le coefficient de réflexion en ondes planes. En dehors de la zone où se manifestent les ondes latérales, le phénomène de réflexion d'une onde sphérique est décrit d'après le phénomène de réflexion d'une onde plane et d'un terme correctif. Le terme correctif engendre une onde de la forme  $\exp(jkR_1)/(4\pi kR_1^2)$  qui décrit l'effet d'un certain champ proche. Pour parvenir à sa solution approchée, Brekhovskikh utilise la méthode d'intégration dite "de plus grande pente" ("steepest descent" en Anglais) qui consiste à transformer un chemin d'intégration dans le plan des angles complexes pour réduire le domaine d'intégration. Cependant, lorsque le nouveau chemin d'intégration est trop proche du pôle  $\theta_p$  dans le plan complexe, le résultat (C.6) devient incorrect. Physiquement, la proximité du pôle dépend de la fréquence et de la distance  $R_1$  par le paramètre  $kR_1$  ainsi que par l'écart entre l'angle d'indidence  $\theta_1$  et l'angle critique  $\theta_c$ . En pratique lorsque l'angle d'incidence et l'angle critique satisfont  $\pi - \theta_1 > 2(\pi - \theta_c)$ , le résultat (C.6) est valable pour les fréquences audibles. Alors, puisque  $\theta_c$  est dans la plupart des configurations supérieur à  $0.45\pi$  (voir Attenborough [5]), en première approximation,  $\theta_1$  doit être inférieur à  $0.40\pi$ .

Lorsque la fréquence et/ou la distance entre la source-image et le récepteur deviennent grandes ( $kR_1 \rightarrow \infty$ ), les ondes inhomogènes s'affaiblissent et le front d'onde devient plan. La solution  $g(M)$  devient simplement :

$$g(M) = -\frac{e^{jkR_0}}{4\pi R_0} - A(\theta_1) \frac{e^{jkR_1}}{4\pi R_1} \quad (\text{C.9})$$

où  $A(\theta_1)$  est donné par l'équation (C.7). La méthode des sources-images dite conventionnelle consiste à décrire chaque phénomène de réflexion d'une onde sphérique par un modèle d'onde plane.

#### C.1.4 Exemple de simulation

Dans cet exemple, la source ponctuelle émet des ondes à la fréquence 100 Hz d'amplitude  $1 \text{ N}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{m}^{-2}$ . Elle est placée à l'altitude  $y_0 = 1 \approx 0.3\lambda$  m au dessus du plan d'impédance, où  $\lambda$  représente la longueur d'onde. Le sol est composé d'une couche de laine de verre d'épaisseur  $h = 10$  cm appliquée sur un mur entièrement réfléchissant. Les propriétés acoustiques du sol ainsi constitué sont évaluées en considérant le matériau absorbant comme un fluide équivalent et en utilisant le modèle et les paramètres donnés par Allard [1]. La densité et la compressibilité du fluide équivalent sont données par :

$$\rho_1 = \alpha_\infty \rho \left( 1 + \frac{j\sigma\phi}{\omega\rho\alpha_\infty} \left( 1 - \frac{j4\alpha_\infty^2\eta\rho\omega}{\sigma^2\Lambda^2\phi^2} \right)^{1/2} \right) \quad (\text{C.10})$$

$$\chi_1 = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1) \left[ 1 + \frac{j8\eta}{\Lambda^2 Pr\omega\rho} \left( 1 - \frac{j\rho\omega Pr\Lambda^2}{16\eta} \right)^{1/2} \right]^{-1}} \quad (\text{C.11})$$

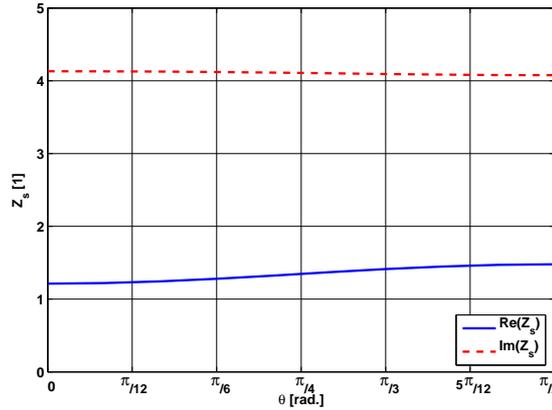


FIG. C.2 – Impédance réduite équivalente  $Z_s$  à la fréquence 100 Hz d'une couche de laine de verre de 10 cm d'épaisseur appliquée sur un mur réfléchissant en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$ .

où la porosité  $\phi \approx 1$ , la tortuosité  $\alpha_\infty \approx 1$ , la résistivité au flux  $\sigma = 9000 \text{ N}\cdot\text{m}^{-4}\cdot\text{s}$  et les distances visqueuses et thermiques  $\Lambda = 192 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  et  $\Lambda' = 384 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ . Les paramètres de l'air sont : le nombre de Prandtl  $Pr = 0.72$ , la viscosité  $\eta = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}$ , la densité  $\rho = 1.225 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , le quotient de chaleur spécifique  $\gamma = 1.4$  et la pression statique  $P_0 = 101.3 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ . L'impédance caractéristique  $Z_1$  et le vecteur d'onde  $k_1$  du fluide équivalent valent :

$$Z_1 = (\rho_1 \chi_1)^{1/2} \quad (\text{C.12})$$

$$k_1 = \omega(\rho_1/\chi_1)^{1/2} \quad (\text{C.13})$$

Lorsque le matériau d'épaisseur  $e$  est appliqué sur un mur totalement réfléchissant, l'impédance réduite imposée à la surface de l'interface devient :

$$Z_s = \frac{jZ_1}{\rho c \phi \cos \theta_r} \cot(k_1 \cos \theta_r e) \quad (\text{C.14})$$

où l'angle de réfraction  $\theta_r$  est lié à l'angle d'incidence  $\theta_1$  de l'onde plane par  $\cos \theta_r = \sqrt{1 - (k \sin \theta_1 / k_1)^2}$ . L'indice de réfraction  $|n| = |k_1/k| \approx 3.9$  étant "assez élevé" devant 1 et l'épaisseur de l'absorbant étant petite par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$ , on considère le sol comme une surface à réaction localisée. De plus cette impédance est indépendante de l'angle d'incidence et vaut  $Z_s = 1.2 + 4.1j$  (voir figure C.2). Dans ces conditions, l'angle critique vaut  $\theta_c \approx 0.45\pi$ .

La figure C.3 b) représente le niveau sonore évalué par le modèle exact en calculant les termes (C.3), (C.4) et (C.5). L'intégration numérique est effectuée en utilisant la méthode des trapèzes avec 100 points. L'approximation de Brekhovskikh est calculée en additionnant les termes (C.3), (C.6) et (C.5) et le résultat est affiché sur la figure C.3 a). La figure C.3 c) représente quant à elle le niveau sonore évalué par le modèle conventionnel de sources-images (C.9) On s'aperçoit que

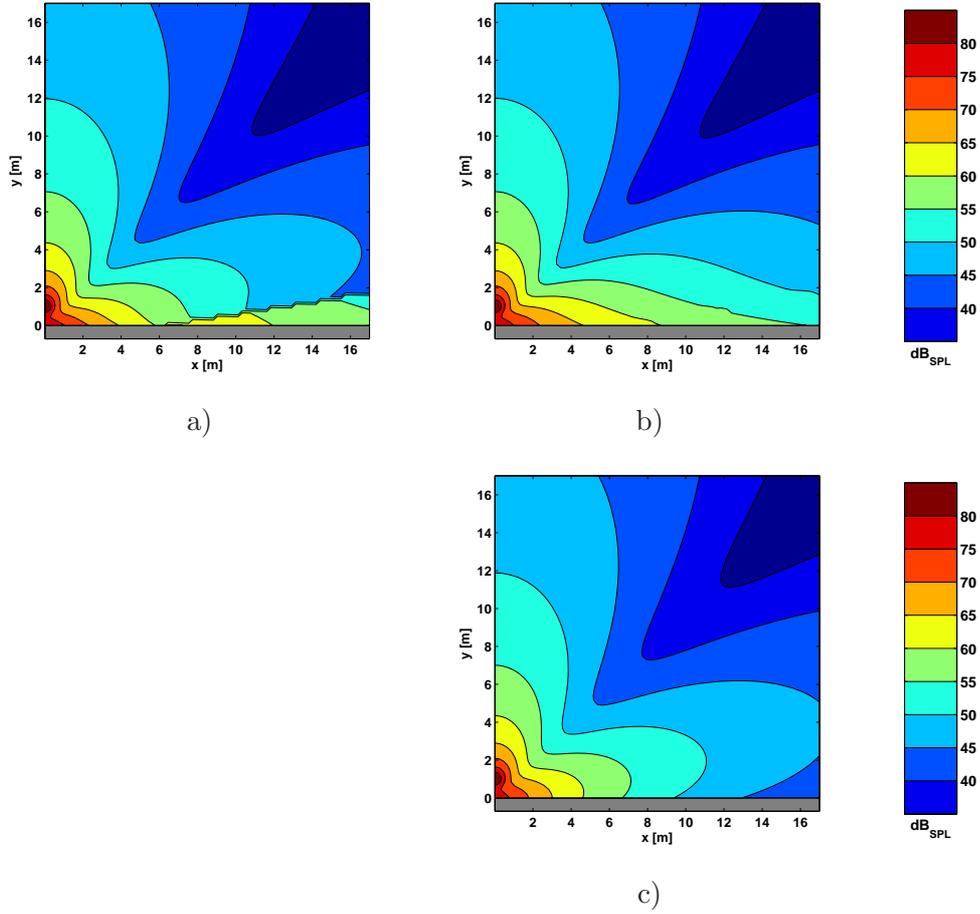


FIG. C.3 – Niveau sonore en  $\text{dB}_{SPL}$  à la fréquence 100 Hz simulé par le modèle : a) approché de Brekhovskikh, b) exact de Thomasson, c) approché des sources-images conventionnel. La source ponctuelle est placée à l'altitude  $y_0 = 1 \approx 0.3\lambda$  m au dessus du sol caractérisé par son impédance normale de surface réduite  $Z_s = 1.2 + 4.1j$ .

pour les faibles angles d'incidence, les résultats obtenus par la méthode approchée de Brekhovskikh et par la méthode conventionnelle sont identiques aux résultats obtenus par la méthode exacte. Cependant, lorsque l'angle d'incidence est proche de l'angle critique  $\theta_c$ , les formulations approchées ne sont plus valables. Le champ acoustique décrit par l'expression de Brekhovskikh est discontinu lorsque  $\theta_1 = \theta_c$ , car la méthode d'intégration utilisée pour obtenir le résultat n'est plus valide. Si les deux méthodes approchées paraissent équivalentes dans la configuration testée, le domaine de validité en terme d'angle d'incidence de la formulation de Brekhovskikh est généralement plus étendu que pour la méthode conventionnelle. En considérant les propriétés des matériaux utilisés en pratique, on peut considérer que l'approximation (C.6) des ondes réfléchies est valide pour les angles d'incidence respectant  $\theta_1 < 0.40\pi$ .

### C.1.5 Interprétation des ondes latérales

Brekhovskikh [8] et Westwood [61] ont interprété le terme d'onde latérale  $g_L$  comme une onde de surface ("surface wave" en Anglais). Les auteurs basent leur conclusion en analysant le champ sonore généré par une source ponctuelle placée en l'air au dessus d'un sol constitué d'un fluide homogène, l'interface entre les deux milieux étant plan. La célérité des ondes  $c_1$  dans le milieu inférieur est réelle et plus grande que la célérité des ondes  $c$  dans l'air. Dans cette configuration, l'angle critique  $\theta_c = \arcsin c/c_1$  représente l'angle d'incidence à partir duquel l'angle de réfraction dans le milieu inférieur atteint  $\pi/2$  : l'onde sonore dont l'incidence est égale ou supérieure à  $\theta_c$  devient colinéaire à l'interface lorsqu'elle pénètre dans le fluide. L'"interaction" entre l'onde réfractée dans le sol et l'onde réfléchie dans l'air génère une "onde de surface". Physiquement, cette onde générée par la source heurte le sol avec un angle d'incidence  $\theta_c$ , se propage le long de l'interface à la vitesse  $c_1$  puis retourne dans l'air avec la même incidence  $\theta_c$  pour finalement atteindre le point de réception  $M$  (voir figure C.4). Par conséquent, lorsque les deux milieux sont infinis et que  $c_1 > c$  ( $c_1$  étant réel), la réflexion n'est pas spéculaire et l'interface ne peut être considéré comme étant à réaction localisée. Dans ce document cependant, on considère uniquement les cas où le milieu inférieur est constitué de matériau poreux dont le squelette ne vibre pas. On assimile le matériau à un fluide équivalent dont la célérité des ondes est inférieure ou égale à la célérité des ondes dans l'air :  $|c_1| < |c|$ . D'après les lois de la réfraction, lorsqu'une onde atteint l'interface avec une incidence  $\theta_1 > \theta_c$ , elle pénètre à l'intérieur du sol et est réfractée avec un angle inférieur à  $\theta_1$ . L'onde réfractée ne se propage pas *a priori* le long de l'interface et aucune "interaction" n'a lieu entre l'onde réfléchie et l'onde réfractée pour donner naissance à une onde de surface. Pourtant le terme d'onde latérale  $g_L$  n'est pas nul dans cette configuration. Pour cette raison certains auteurs interprètent l'onde

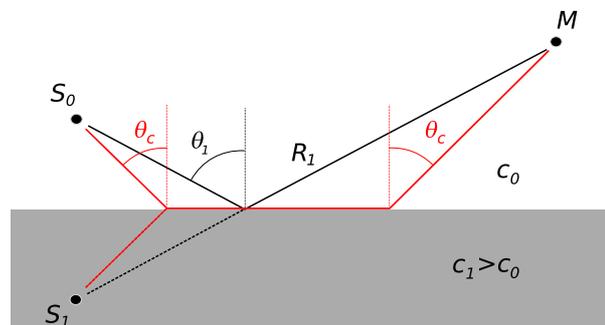


FIG. C.4 – Chemin parcouru par l'onde de surface lorsque la célérité des ondes dans le milieu contenant la source est inférieure à celle dans l'autre milieu d'après l'interprétation de Brekhovskikh

latérale comme une onde de surface qui se propage le long de l'interface quelles que soient les propriétés des fluides (voir Wenzel [60], Donato [13]).

En accord avec Thomasson [57], on considère dans le reste du document que la décomposition des ondes réfléchies en deux termes,  $g_R$  et  $g_L$ , est uniquement due au choix arbitraire des contours d'intégration utilisés. Les termes  $g_R$  et  $g_L$  sont simplement interprétés comme résultant de la réflexion spéculaire des ondes planes homogènes et inhomogènes rayonnées par la source. Les ondes planes homogènes prédominent en champ lointain tandis que les ondes planes inhomogènes participent principalement au rayonnement de champ proche. L'interprétation physique des ondes latérales est pourtant d'une grande importance lorsque l'on analyse plusieurs réflexions. En effet la méthode des sources-images ne peut être utilisée que lorsque les réflexions sonores sont spéculaires. Dans la section suivante les ondes latérales sont alors assimilées à des ondes réfléchies de manière spéculaire pour étudier le champ sonore dans un espace fermé par deux plans orthogonaux. Les résultats obtenus sont confrontés à ceux obtenus par la méthode des éléments finis.

## C.2 Réflexions sonores sur deux plans

Dans cette section on étudie le champ sonore généré par une source ponctuelle dans un milieu constitué d'air et fermé par deux plans orthogonaux semi-infinis. En faisant l'hypothèse que les ondes se réfléchissent de manière spéculaire quelle que soit leur incidence, le chemin acoustique d'une onde subissant plusieurs réflexions peut être traité d'un point de vue géométrique assez simplement. Chaque onde réfléchie est considérée comme provenant d'une source-image virtuelle. La phase et l'amplitude de l'onde dépendent uniquement de l'angle d'incidence avec lequel elle atteint les obstacles ainsi que de la distance parcourue pour atteindre le récepteur. Les modèles de réflexion utilisés sont les modèles exacts et approchés de la réflexion d'une onde sur un plan infini de la section précédente de manière à prendre en compte le caractère sphérique des ondes.

### C.2.1 Formulation du problème

Une source ponctuelle  $S_0 = [+x_0, +y_0, 0]$  est placée dans un milieu infini fermé par deux plans semi-infinis orthogonaux (voir figure C.5). Les plans sont à réaction localisée et, par mesure de simplicité, possèdent la même impédance normale réduite  $Z_s$ . Le problème s'écrit de la même façon que le problème précédent (C.1) hormis le

fait qu'une nouvelle condition apparaît à la frontière  $x = 0$  :

$$\begin{aligned} (\Delta + k^2) p(M) &= \delta(M - S_0) \quad \text{pour } x, y > 0 \\ \left( \frac{\partial}{\partial y} + \frac{jk}{Z_s} \right) p(M) &= 0 \quad \text{sur } y = 0 \\ \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{jk}{Z_s} \right) p(M) &= 0 \quad \text{sur } x = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

où  $p(M)$  représente la pression acoustique au point  $M = [x, y, z]$  et où  $\delta(M - S_0) = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z)$  représente la distribution de source.

La solution est recherchée sous la même forme que dans la configuration impliquant un seul plan réfléchissant. Par commodité la solution du problème (C.1) de la section C.1 est reformulée :

$$\begin{aligned} g(M) &= g_D(M, 0) * \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z) \\ &+ [g_R(M, 0) + g_L(M, 0)] * \delta(x - x_0)\delta(y + y_0)\delta(z) \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

avec le produit de convolution spatial  $*$  et où les distributions  $\delta(y - y_0)$  et  $\delta(y + y_0)$  représentent la translation de la source respectivement dans la direction positive et négative de l'axe  $y$ . La distribution  $\delta(x - x_0)$  représente la translation de la source réelle  $S_0$  en  $x = x_0$ . D'après Mintzer [43], chaque onde réfléchie est assimilée à une onde générée par une source-image virtuelle. Dans notre configuration, il existe au total 4 sources : la source réelle  $S_0$  générant l'onde directe, les sources-images  $S_1 = [x_0, -y_0, 0]$  et  $S_2 = [-x_0, +y_0, 0]$  de premier ordre générant des ondes équivalentes à celles ayant subi une seule réflexion, et la source-image  $S_3 = [-x_0, -y_0, 0]$  de second ordre générant une onde équivalente à celle ayant subi deux réflexions. La pression totale au point de réception  $M$  est la somme des ondes générées par chaque source-image.

## C.2.2 Résolution du problème

Dans la section C.1.2, le champ acoustique au dessus d'un plan infini est composé du champ direct de la source réelle et de la réflexion des ondes sphériques sur le plan. Connaissant la solution exacte  $g(M)$ , on recherche la distribution de source  $F$  qui génère un tel champ de pression :

$$\begin{aligned} F &= (\Delta + k^2) g(M) \\ &= (\Delta + k^2) \{g_D(M, 0) * \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z) \\ &\quad + [g_R(M, 0) + g_L(M, 0)] * \delta(x - x_0)\delta(y + y_0)\delta(z)\} \\ &= \delta(M - S_0) + (\Delta + k^2) [g_R(M, S_1) + g_L(M, S_1)] \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

puisque l'opérateur laplacien  $\Delta$  et l'opérateur convolution  $*$  sont commutatifs (voir Schwartz [55]) et que  $(\Delta + k^2) g_D(M) = \delta(x)\delta(y)\delta(z)$ . Le premier terme représente

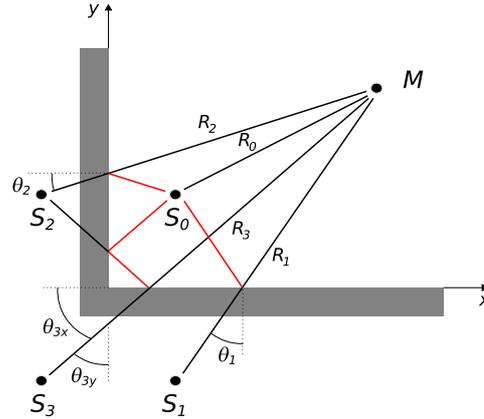


FIG. C.5 – Configuration géométrique du problème à deux interfaces (C.15) la solution est recherchée sous la forme d'une somme d'ondes provenant de sources-images

la source réelle  $S_0$ . Le second terme de (C.17) représente la distribution de source générant le même champ de pression dans le domaine  $x, y > 0$  que la réflexion des ondes par le plan  $y = 0$  et provenant de la source réelle  $S_0$ . En remplaçant  $g_R$  et  $g_L$  par (C.4) et (C.5) dans l'équation (C.17) et en appliquant l'opérateur laplacien  $\Delta$ , on observe que le terme ne dépend que de la distance au point  $S_1$ . Une telle source est centrée en  $S_1$  mais n'est pas ponctuelle (voir Di et Gilbert [12]).

On réécrit le problème (C.15) de manière équivalente par :

$$\begin{aligned} (\Delta + k^2) p(M) &= F \quad \text{pour } x, y > 0 \\ \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{jk}{Z_s} \right) p(M) &= 0 \quad \text{sur } x = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

Pour résoudre le problème (C.18), on résout le problème (C.1) impliquant une source ponctuelle au dessus d'un plan infini en  $x = 0$  (voir équation (C.2)) et on convolve la solution par la distribution de source  $F$ . La solution est exprimée en arrangeant chaque terme et en commutant les opérateurs  $\Delta$  et  $*$ . Finalement, la solution  $p(M)$  de (C.15) s'écrit :

$$\begin{aligned} p(M) &= p(M, S_0) + p(M, S_1) + p(M, S_2) + p(M, S_3) \\ &= g_D(M, S_0) \\ &+ [g_R(M, S_1) + g_L(M, S_1)] \\ &+ [g_R(M, S_2) + g_L(M, S_2)] \\ &+ [g_R(M, S_3) + g_L(M, S_3)] * (\Delta + k^2) [g_R(M) + g_L(M)] \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

où les points  $S_0, S_1, S_2$  et  $S_3$  sont représentés sur la figure C.4. La solution est développée en une somme de 4 termes correspondant à chacune des sources. Le

premier terme  $p(M, S_0)$  représente l'onde directe de la source réelle  $S_0$  au récepteur  $M$ . Le terme  $p(M, S_1)$  correspond à l'onde réfléchiée une seule fois par le plan  $y = 0$  alors que le terme  $p(M, S_2)$  correspond à l'onde réfléchiée sur le plan  $x = 0$ . Comme attendu, la première réflexion spéculaire sur un plan semi-infini est décrite de la même manière que si le plan était infini. Le dernier terme  $p(M, S_3)$  décrit la contribution de l'onde qui est réfléchiée sur chacun des deux plans durant son chemin. Si le calcul des contributions des sources  $S_0$ ,  $S_1$  et  $S_2$  ne présentent pas de problèmes, l'évaluation de la contribution de la source  $S_3$  est plus complexe et sera obtenue en faisant usage de l'approximation de Brekhovskikh qui revient à concentrer l'action de la source équivalente au point  $S_3$ .

### C.2.3 Contributions des sources

#### Contribution de $S_0$ , $S_1$ et $S_2$

La contribution des sources-images  $S_0$ ,  $S_1$  et  $S_2$  est directement évaluée en utilisant la solution exacte de la section C.1.2. En notant  $R_0 = R(M, S_0) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2}$  la distance entre la source  $S_0$  et le récepteur  $M$ , le champ direct devient :

$$p(M, S_0) = -\frac{e^{jkR_0}}{4\pi R_0} \quad (\text{C.20})$$

La contribution  $p(M, S_1)$  est donnée par les équations (C.4) et (C.5) où  $R_1 = R(M, S_1) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y + y_0)^2 + z^2}$  et  $\theta_1$  est l'angle formé par le vecteur  $\overrightarrow{S_1M}$  et l'axe  $y$  :

$$\begin{aligned} p(M, S_1) &= -\frac{e^{jkR_1}}{4\pi R_1} \\ &- \frac{k \cos \theta_p e^{jkR_1}}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\varepsilon e^{-kR_1 t} dt}{\sqrt{a(\theta_1)^2 + b(\theta_1)t - t^2}} \\ &- Y(\theta_1 - \theta_c) \sqrt{\frac{-jk \cos^2 \theta_p}{2\pi \sin \theta_p \sin \theta_1} \frac{e^{jk \cos(\theta_1 - \theta_p)R_1}}{\sqrt{R_1}}} \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

Le terme  $p(M, S_2)$  est obtenu de la même manière que le terme  $p(M, S_1)$  en remplaçant  $R_1$  par  $R_2 = R(M, S_2) = \sqrt{(x + x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2}$  la distance entre la source  $S_2$  et le récepteur  $M$  et en remplaçant  $\theta_1$  par  $\theta_2$  l'angle formé par le vecteur  $\overrightarrow{S_2M}$  et l'axe  $x$  :

$$\begin{aligned} p(M, S_2) &= -\frac{e^{jkR_2}}{4\pi R_2} \\ &- \frac{k \cos \theta_p e^{jkR_2}}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\varepsilon e^{-kR_2 t} dt}{\sqrt{a(\theta_2)^2 + b(\theta_2)t - t^2}} \\ &- Y(\theta_2 - \theta_c) \sqrt{\frac{-jk \cos^2 \theta_p}{2\pi \sin \theta_p \sin \theta_2} \frac{e^{jk \cos(\theta_2 - \theta_p)R_2}}{\sqrt{R_2}}} \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

Chacun des paramètres des équations (C.21) et (C.22) est donné dans la section C.1.2.

### Contribution de $S_3$

Lorsque les plans sont parfaitement réfléchissants, la source-image concentre sa force au point  $S_3$ . Son support spatial prend la forme d'une distribution de Dirac  $\delta(M - S_3)$ . Dans de nombreuses situations en revanche, les plans sont absorbants et la force de la source-image est représentée par une fonction dont le support spatial n'est plus uniquement concentrée en un point. La source centrée en  $S_3$  possède une force étendue (voir Di et Gilbert [12]) ce qui complique les calculs de convolution spatiale. Pour remédier à ces complications, on se place en un point  $M$  vérifiant  $\theta_{3y} < \theta_{3y}$  et  $\theta_{3y} < 0.40\pi$ , dans une zone où le terme approché  $\widetilde{g}_R(M)$  est valide pour les ondes se réfléchissant sur le plan  $y = 0$  (voir section C.1.4) et où le terme d'ondes latérales peut être négligé. En effet, en pratique la nature des parois impliquent que l'angle critique  $\theta_c$  est souvent supérieur à  $0.40\pi$ . Dans les cas contraires, la partie réelle  $\text{Re}[jk \cos(\theta_{3y} - \theta_p)R_3]$  de la fonction exponentielle de l'équation (C.5) est suffisamment élevée pour négliger le terme. Ainsi en remplaçant  $g_R(M)$  par  $\widetilde{g}_R(M)$ , la force de la source-image représentant la réflexion des ondes sur le plan  $y = 0$  devient :

$$\begin{aligned} F' &= (\Delta + k^2) [g_R(M) + g_L(M)] \\ &\approx (\Delta + k^2) \widetilde{g}_R(M) \\ &\approx -(\Delta + k^2) \left[ A(\theta_y) \frac{e^{jkR}}{4\pi R} + B(\theta_y) \frac{e^{jkR}}{4\pi R^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

où  $\theta_y$  est l'angle entre l'axe  $y$  et le vecteur  $\vec{R} = \overrightarrow{OM}$ ,  $O$  étant l'origine des axes. Le terme  $F'$  est calculé pour chaque angle d'incidence  $\theta_y$ . Les coefficients  $A(\theta_y)$  et  $B(\theta_y)$  sont donc constants et le terme source ne dépend ainsi que de la distance  $R$ . De plus puisque  $\exp(jkR)/R^2 = jk \exp(jkR)/R - \partial[\exp(jkR)/R]/\partial R$ , le terme se réduit à :

$$\begin{aligned} F' &\approx -A(\theta_y) (\Delta + k^2) \frac{e^{jkR}}{4\pi R} - B(\theta_y) (\Delta + k^2) \frac{e^{jkR}}{4\pi R^2} \\ &\approx [A(\theta_y) + jkB(\theta_y)]\delta(M) - B(\theta_y)\delta'(M) \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

où  $\delta'(M)$  est la dérivée de la distribution  $\delta(M)$  agissant sur la composante radiale  $R$ . L'approximation de Brekhovskikh revient à assimiler la source-image étendue à une source dont la force est uniquement concentrée au point  $S_3$ . Les modes de rayonnement sont de deux types : un monopolaire représenté par le terme  $\delta(M)$  et un dipolaire orienté vers le point  $M$  et représenté par le terme  $\delta'(M)$ . D'après (C.19)

et (C.24) l'onde sonore générée par la source-image  $S_3$  devient alors :

$$p(M, S_3) \approx [A(\theta_{3y}) + jkB(\theta_{3y})][g_R(M, S_3) + g_L(M, S_3)] - B(\theta_{3y})\frac{\partial}{\partial R_3}[g_R(M, S_3) + g_L(M, S_3)] \quad (C.25)$$

Finalement, en remplaçant  $g_R$  et  $g_L$  par leur expression (C.4) et (C.5) on obtient l'expression suivante valable lorsque  $\theta_{3y} < \theta_{3x}$  et  $\theta_{3y} < 0.40\pi$  :

$$\begin{aligned} p(M, S_3) \approx & - \left[ A(\theta_{3y}) + \frac{B(\theta_{3y})}{R_3} \right] \frac{e^{jkR_3}}{4\pi R_3} \\ & - \frac{k \cos \theta_p e^{jkR_3}}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{[A(\theta_{3y}) + kB(\theta_{3y})t] e^{-kR_3 t} dt}{\sqrt{a(\theta_{3x})^2 + b(\theta_{3x})t - t^2}} \\ & - Y(\theta_{3x} - \theta_c) \left[ A(\theta_{3y}) + B(\theta_{3y}) \left( jk(1 - \cos(\theta_{3x} - \theta_p)) + \frac{1}{2R_3} \right) \right] \\ & \times \sqrt{\frac{-jk \cos^2 \theta_p}{2\pi \sin \theta_p \sin \theta_{3x}}} \frac{e^{jk \cos(\theta_{3x} - \theta_p) R_3}}{\sqrt{R_3}} \end{aligned} \quad (C.26)$$

dont les différents paramètres numériques sont décrits dans les sections C.1.2 et C.1.3. Puisque nous avons considéré ici la réflexion des ondes de manière spéculaire, l'équation (C.26) contient un terme représentant la réflexion d'une onde latérale par un plan infini : l'onde latérale engendrée par la première réflexion est réfléchiée comme une "onde conventionnelle" par la seconde interface. De la même manière, on considère ici que la réflexion d'une onde déjà réfléchiée par une autre interface peut engendrer une onde latérale à condition que l'angle d'incidence soit supérieur à l'angle critique  $\theta_c$ . En suivant le même raisonnement avec maintenant  $\theta_{3x} < \theta_{3y}$  et  $\theta_{3x} < 0.40\pi$ , le résultat est identique à l'équation (C.26) où, cette fois, les angles d'incidence  $\theta_{3x}$  et  $\theta_{3y}$  sont intervertis. La contribution de la source-image  $S_3$  est donc valide lorsque  $\theta_{3x} + \theta_{3y}$  est approximativement inférieur à  $\pi/2 + 0.40\pi = 0.9\pi$ . Cela signifie que l'on peut décrire de manière précise le champ sonore à l'aide des équations (C.20), (C.21), (C.22) et (C.26) uniquement lorsque l'onde réfléchiée à deux reprises ne se répercute pas avec une incidence rasante sur chacun des plans  $x = 0$  et  $y = 0$ . Cette configuration est rencontrée lorsque l'on éloigne le plan  $z_{S_0}$  contenant la source réelle  $S_0$  et le plan  $z_M$  contenant le récepteur  $M$  puisque lorsque  $\theta_{3y} > \theta_c$  l'onde latérale engendrée par la première réflexion engendre à son tour une onde latérale en se réfléchissant sur la seconde interface. Ce phénomène n'est pas décrit par notre modèle.

Si la fréquence et/ou les distances source-récepteur sont élevées, le paramètre  $kR$  est "très grand" par rapport à 1 et l'approximation de Brekhovskikh est valable quel que soit l'angle d'incidence. Le terme  $g_R(M)$  est remplacé par son approximation  $\widetilde{g}_R(M)$  quelle que soit la source-image considérée. Les contributions des sources-images  $S_1$  et  $S_2$  ne créent pas de difficultés car il suffit de modifier les notations pour

les angles et les distances dans les équations (C.5) et (C.6). En revanche, tout en respectant  $\theta_{3y} < \theta_{3x}$  et  $\theta_{3y} < 0.40\pi$ , la contribution de la source-image  $S_3$  devient :

$$p(M, S_3) \approx - \left[ A(\theta_{3x})A(\theta_{3y}) + A(\theta_{3x}) \frac{B(\theta_{3y})}{R_3} + A(\theta_{3y}) \frac{B(\theta_{3x})}{R_3} + \frac{2B(\theta_{3x})B(\theta_{3y})}{R_3^2} \right] \frac{e^{jkR_3}}{4\pi R_3} \quad (\text{C.27})$$

où  $A(\theta)$  et  $B(\theta)$  sont donnés dans la section C.1.3. Le terme d'onde latérale est négligé car la partie réelle  $\text{Re}[jk \cos(\theta_{3y} - \theta_p)R_3]$  dans l'équation (C.26) est très inférieure à 0. Comme auparavant, lorsque  $\theta_{3y} > 0.40\pi$  la contribution de  $S_3$  est obtenue en intervertissant les angles d'incidence  $\theta_{3x}$  et  $\theta_{3y}$ . En négligeant à présent le terme correctif  $B(\theta)$ , l'expression (C.27) devient :

$$p(M, S_3) \approx -A(\theta_{3x})A(\theta_{3y}) \frac{e^{jkR_3}}{4\pi R_3} \quad (\text{C.28})$$

qui correspond à l'approximation de la méthode conventionnelle des sources-images qui assimile le phénomène de réflexion des ondes sphériques à celui des ondes planes.

#### C.2.4 Exemple de simulation

La solution obtenue par la méthode des sources-images est testée à plusieurs fréquences. Dans chaque cas, les interfaces sont constituées d'une couche de laine de verre de 10 cm d'épaisseur appliquée sur un mur totalement réfléchissant. L'impédance caractéristique  $Z_s$  et l'angle critique  $\theta_c$  sont calculés d'après le modèle de Allard et sont listés dans la table C.1. Le coefficient de réflexion en onde plane d'incidence normale  $A = |Z_s - 1|/|Z_s + 1|$  est également indiqué. On simule le champ

$f$ [Hz]	50	100	150
$Z_s$ [1]	$1.3 + 7.9j$	$1.2 + 4.1j$	$1.1 + 2.8j$
$\theta_c$ [rad.]	$0.467\pi$	$0.450\pi$	$0.441\pi$
$A$ [1]	0.96	0.88	0.80

FIG. C.1 – Impédance normale réduite  $Z_s$ , angle critique  $\theta_c$  et coefficient d'absorption en onde plane et en incidence normale  $A$  à plusieurs fréquences de la paroi constituée d'une couche de 10 cm de laine de verre appliquée sur un mur réfléchissant

acoustique dans le plan  $z = 0$  contenant la source placée en  $S_0 = [4, 0.1, 0]$  m. Les résultats sont analysés en 6400 points espacés régulièrement sur une section de  $17 \times 17$  m<sup>2</sup>. Dans cette configuration la condition  $\theta_{3x} + \theta_{3y} < 0.9\pi$  est toujours vérifiée puisque  $\theta_{3x} + \theta_{3y} = \pi/2$  et ainsi l'approximation (C.26) est proche de la solution exacte. La zone dans laquelle les ondes latérales engendrées par la réflexion sur le

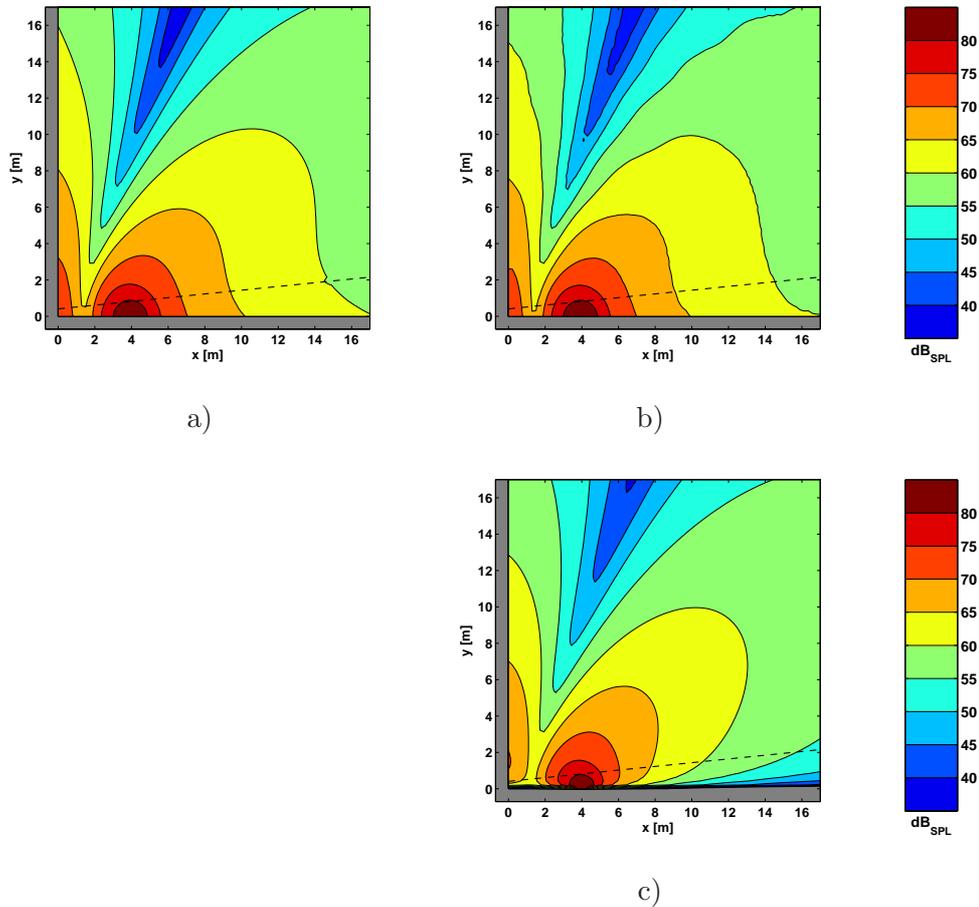


FIG. C.6 – Niveau sonore en  $\text{dB}_{SPL}$  à la fréquence 50 Hz simulé par le modèle : a) de sources-images avec réflexions d'ondes sphériques, b) éléments finis, c) de sources-images conventionnel avec réflexions d'ondes planes. La source ponctuelle est placée en  $S_0 = [4, 0.1, 0]$  m ; les plans perpendiculaires semi-infinis composés d'une couche de 10 cm de laine de verre sur un mur réfléchissant sont considérés à réaction localisée.

plan  $y = 0$  sont réfléchies par l'interface  $x = 0$  est délimitée sur les figures C.6, C.7 et C.8 par une ligne en pointillés et le sol  $y = 0$ . Une telle zone existe car la position de la source  $S_0$  vérifie la condition  $\theta_1 = \arctan(x_0/y_0) \approx 0.492\pi > \theta_c$  quelle que soit la fréquence (voir table C.1).

La pression sonore  $p_{msie}$  évaluée par la méthode des sources-images "exacte" qui prend en compte la sphéricité des ondes dans le phénomène de réflexion est obtenue en sommant les termes (C.20), (C.21), (C.22) et (C.26). Les intégrales sont calculées par la méthode des trapèzes en utilisant 100 points d'intégration. Le temps de calcul nécessaire pour obtenir l'image du champ sonore aux 6400 points sur un ordinateur de bureau est d'environ 10 s par fréquence. Les figures C.6, C.7 et C.8 a) montrent la pression sonore en  $\text{dB}_{SPL}$  lorsque l'amplitude de la source réelle est de

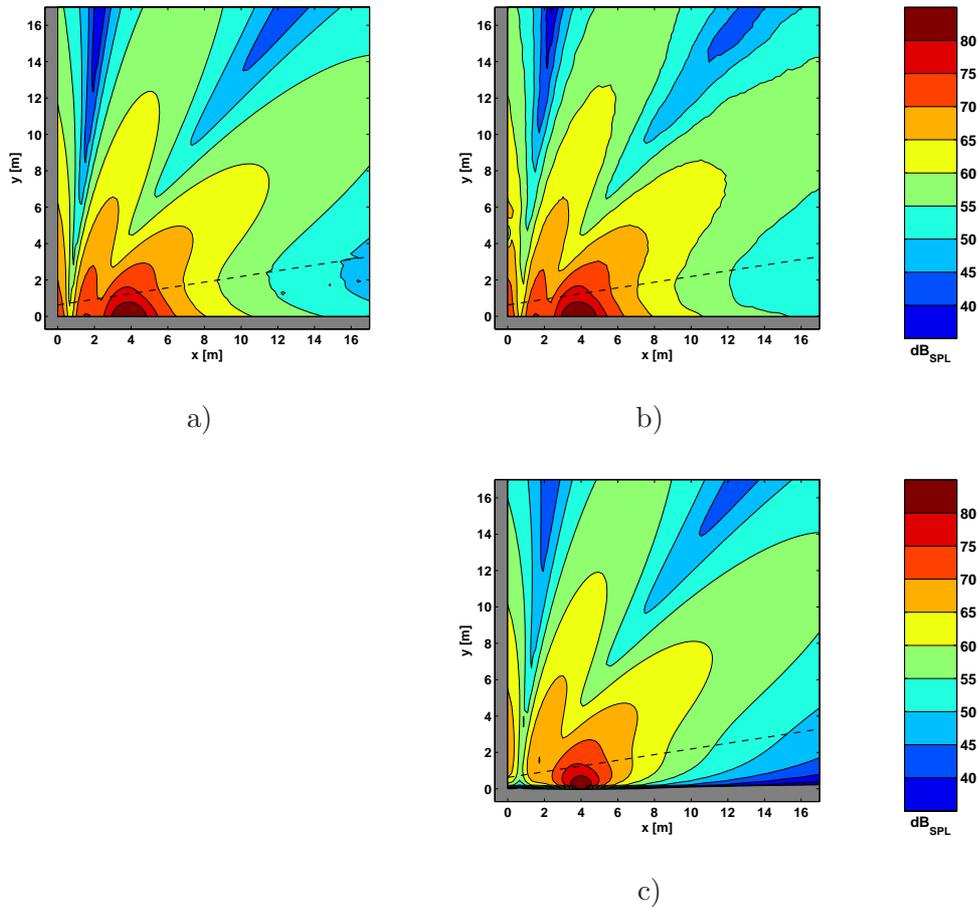


FIG. C.7 – Niveau sonore en  $\text{dB}_{SPL}$  à la fréquence 100 Hz simulé par le modèle : a) de sources-images avec réflexions d’ondes sphériques, b) éléments finis, c) de sources-images conventionnel avec réflexions d’ondes planes. La source ponctuelle est placée en  $S_0 = [4, 0.1, 0]$  m ; les plans perpendiculaires semi-infinis composés d’une couche de 10 cm de laine de verre sur un mur réfléchissant sont considérés à réaction localisée.

$1 \text{ N}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{m}^{-2}$  aux fréquences 50, 100 et 150 Hz. Les résultats sont comparés à ceux obtenus par le logiciel commercial SYSNOISE (version 5.6) sur un maillage de 680 000 points avec la méthode des éléments finis. Le maillage consiste en un  $1/8^{\text{ème}}$  de sphère de rayon 30 m construit en discrétisant respectivement la coordonnée radiale et les coordonnées angulaires en 120 et 90 intervalles égaux. Les 4 550 000 éléments du maillage sont des tétraèdres à 4 points. Les plans  $x = 0$  et  $y = 0$  représentent les interfaces semi-infinis. Le plan  $z = 0$  est un plan de symétrie du système et les faces des éléments de l’enveloppe sphérique à la distance  $R = 30$  m sont considérées à réaction localisée dont l’impédance normale réduite est égale à 1 de manière à simuler une terminaison anéchoïque. Pour chaque fréquence le calcul dure 35 h sur un ordinateur à 16 processeurs. La pression sonore  $p_{mef}$  obtenue par la méthode des

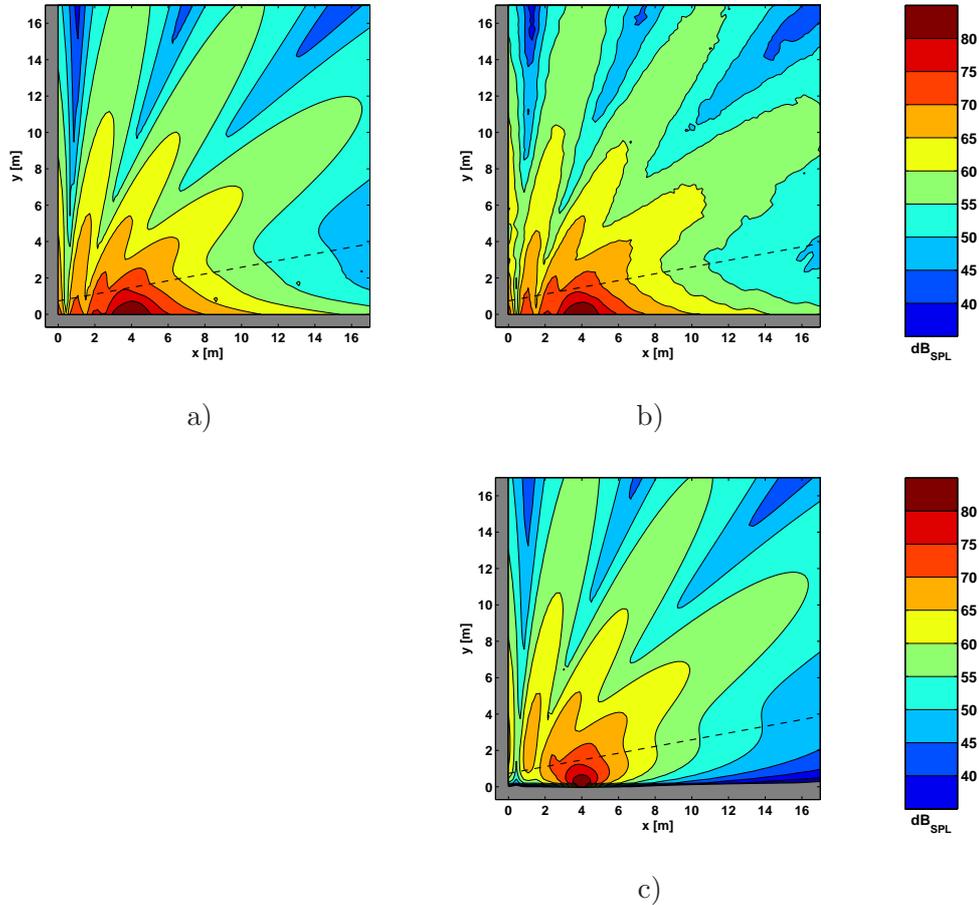


FIG. C.8 – Niveau sonore en  $\text{dB}_{SPL}$  à la fréquence 150 Hz simulé par le modèle : a) de sources-images avec réflexions d'ondes sphériques, b) éléments finis, c) de sources-images conventionnel avec réflexions d'ondes planes. La source ponctuelle est placée en  $S_0 = [4, 0.1, 0]$  m ; les plans perpendiculaires semi-infinis composés d'une couche de 10 cm de laine de verre sur un mur réfléchissant sont considérés à réaction localisée.

éléments finis est affichée pour chaque fréquence sur les figures C.6, C.7 et C.8 b). La pression sonore  $p_{msic}$  calculée par la méthode des sources-images conventionnelle, dont le phénomène de réflexion assimile les ondes sphériques à des ondes planes, est représentée sur les figures C.6, C.7 et C.8 c).

On constate de manière générale que les résultats  $p_{msie}$  et  $p_{mef}$  obtenus sont très ressemblants dans tout le domaine. Pour exemple, l'erreur quadratique  $E$  définie par  $E = 10 \log(|p_{mef} - p_{msie}|^2 / (|p_{mef}| |p_{msie}|))$  atteint le maximum de -20 dB à 50 Hz, de -10 dB à 100 Hz et de -5 dB à 150 Hz. On remarque que les résultats ont par ailleurs tendance à diverger légèrement lorsque le point de réception s'éloigne de l'origine  $O = [0, 0, 0]$  et lorsque la fréquence augmente. En effet, la taille des éléments devient alors trop grande par rapport à la longueur d'onde pour que les

calculs par éléments finis soient suffisamment précis. De plus la condition anéchoïque en  $R = 30$  m n'est qu'approximative et entraîne des réflexions résiduelles dans tout le domaine. Dans la zone critique où les ondes latérales ont été assimilées à des ondes se répercutant de manière spéculaire, on observe une forte similitude entre les deux types de simulations ce qui laisse présager que l'hypothèse retenue est valide, au moins dans le cas étudié ici. En comparant  $p_{msie}$  et  $p_{msic}$  sur les figures C.6, C.7 et C.8 a) et c), on remarque que la précision de l'estimation du niveau sonore proche des obstacles est considérablement augmentée grâce à la prise en compte de la sphéricité des ondes dans le phénomène de réflexion.

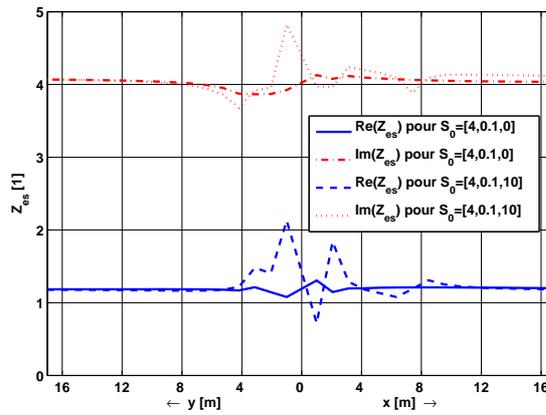


FIG. C.9 – Calcul de l'impédance réduite en  $z = 0$  sur les interfaces en simulant la pression sonore  $p_{msie}$  par la méthode des sources-images et en estimant le gradient normal de pression par différence finie. Les sources ponctuelles situées en  $S_0 = [4, 0.1, 0]$  m et en  $S_0 = [4, 0.1, 10]$  m rayonnent à la fréquence 100 Hz dans un domaine limité par deux interfaces semi-infinis caractérisés par une impédance réduite de surface  $Z_s = 1.2 + 4.1j$

Pour vérifier si la méthode des sources-images utilisée vérifie les conditions aux limites imposées, on estime l'impédance de surface sur les interfaces pour  $z = 0$  lorsque le milieu est sonorisé. Le gradient de pression est estimé par différence finie en calculant la pression sonore  $p_0$  sur les interfaces et la pression  $p_1$  à une distance  $d = 1$  mm. L'impédance réduite  $Z_{es}$  est calculée d'après :

$$Z_{es} = \frac{jk d (p_0 + p_1)}{2(p_0 - p_1)} \quad (\text{C.29})$$

Sur la figure C.9 on peut voir l'estimation numérique de l'impédance  $Z_{es}$  à la fréquence 100 Hz lorsque la source est placée dans le même plan que les points de réception en  $S_0 = [4, 0.1, 0]$  et lorsque la source est placée en  $S_0 = [4, 0.1, 10]$ . Lorsque la condition  $\theta_{3x} + \theta_{3y} < 0.9\pi$  est satisfaite (c'est à dire lorsque la source est dans le même plan que le récepteur), les conditions aux frontières sont bien vérifiées car l'estimation de l'impédance est proche de l'impédance imposée  $Z_s = 1.2 + 4.1j$ . Lorsque

la source  $S_0 = [4, 0.1, 10]$  rayonne, la condition  $\theta_{3x} + \theta_{3y} < 0.9\pi$  n'est plus vérifiée dans la zone proche du coin où se rencontrent les deux interfaces. Comme attendu, on s'aperçoit que dans cette zone les simulations ne sont pas réalistes.

### C.3 Conclusion

Dans ce document on a étudié le champ acoustique créé par une source ponctuelle dans un milieu délimité par deux plans orthogonaux à réaction localisée. Chaque onde se réfléchissant sur un plan est assimilée à une onde provenant d'une source-image virtuelle. Le phénomène de réflexion utilisé est basé sur le modèle de réflexion exacte de Thomasson et sur le modèle approché de Brekhovskikh décrivant le caractère sphérique des ondes contrairement à la méthode des sources-images conventionnelle qui utilise un modèle d'onde plane. Lorsque les interfaces sont composées de matériaux absorbants, les ondes latérales sont ici assimilées à des ondes se propageant dans l'air et se réfléchissant de manière spéculaire. Leur naissance est interprétée comme la conversion d'ondes planes inhomogènes générées par la source en ondes homogènes et inhomogènes sous certaines conditions dépendant de l'incidence des ondes et des propriétés de l'interface. La concordance entre les résultats obtenus par la méthode développée et ceux obtenus par la méthode des éléments finis montre que la méthode est valide lorsque les angles d'incidence sur chaque interface vérifient  $\theta_{3x} + \theta_{3y} < 0.9\pi$ . Le domaine de validité est limité car les calculs mathématiques deviennent complexes notamment lorsqu'une onde se répercute sur deux obstacles avec une incidence rasante. On imagine alors difficilement employer la même méthode pour décrire plus de deux réflexions sur des obstacles. C'est pour cette raison que la méthode n'est pas applicable pour simuler le champ acoustique dans un milieu clos où les ondes se réfléchissent un grand nombre de fois sur chaque paroi.