



**HAL**  
open science

# Modélisation des propriétés statistiques de la luminance infrarouge du fond de ciel observée au limbe depuis la stratosphère

Carine Quang

► **To cite this version:**

Carine Quang. Modélisation des propriétés statistiques de la luminance infrarouge du fond de ciel observée au limbe depuis la stratosphère. Océan, Atmosphère. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2009. Français. NNT : . tel-00511732

**HAL Id: tel-00511732**

**<https://theses.hal.science/tel-00511732>**

Submitted on 26 Aug 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THESE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité  
Téledétection dans l'atmosphère

Présentée par  
Mlle Carine QUANG  
Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Sujet de la thèse :

**Modélisation des propriétés statistiques de la luminance infrarouge du fond de ciel  
observée au limbe depuis la stratosphère**

soutenue le jeudi 10 septembre

devant le jury composé de :

M. Francis Dalaudier, Directeur de thèse

M. Georges Dury, Rapporteur

M. Richard Picard, Rapporteur

M. Alain Chédin

M. Jean-Claude Fontanella

Mme Laurence Picon

M. Antoine Roblin



## Résumé

Les performances des systèmes de veille IR aéroportés pour la détection de missiles balistiques sont limitées par les fluctuations spatiales de la luminance du fond de ciel. Cette thèse propose un nouveau code, FACLUM-2D, capable de calculer la fonction d'autocorrélation (FAC) 2D des fluctuations de la luminance atmosphérique, observées en visée quasi-horizontale depuis la stratosphère et spécifique à l'IR thermique. Les fluctuations du fond atmosphérique sont, dans ce cas, essentiellement dues aux fluctuations spatiales de la température et de la fraction massique de la vapeur d'eau. La prise en compte de ces dernières dans FACLUM-2D constitue la contribution majeure de ce travail de thèse. De plus, la détermination de la FAC de la luminance requiert la connaissance du coefficient d'absorption et de sa dérivée par rapport à la température et de la fraction massique de la vapeur d'eau. Pour cela, j'ai développé un code raie par raie pour l'IR thermique (RPR-IRT), permettant de tabuler la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température et par rapport à la fraction massique de la vapeur d'eau avec une résolution spectrale de  $10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ . Faute de mesures expérimentales, le code FACLUM-2D a été validé avec des solutions analytiques pour un milieu homogène gris et comparé, dans la mesure du possible, à des codes de transfert radiatif standards. Les premiers résultats montrent, pour la première fois, l'impact significatif des fluctuations de la fraction massique de vapeur d'eau sur les fluctuations de la luminance. Une des perspectives majeures est d'étendre FACLUM-2D à une bande spectrale plus large, afin de couvrir tout l'IR.

## Title

Development of a statistical model for infrared atmospheric limb radiance structure, observed in the stratosphere

## Abstract

Airborne IR surveillance systems are used to detect ballistic missiles but their performances are limited by the atmospheric background heterogeneities. This thesis offers a new code, FACLUM-2D, which computes the 2D atmospheric radiance fluctuations autocorrelation function (ACF) for airborne configurations and adapted to the thermal IR. In these conditions, the clear-sky atmospheric structures result mainly from local fluctuations in temperature and in water vapor mass fraction. FACLUM-2D is then the first model which takes into account the water vapor contribution. In addition, the radiance ACF calculation depends on the absorption coefficient and its derivative with respect to the temperature and to the water vapor mass fraction. Therefore, I have developed a line by line code, RPR-IRT, dedicated to the thermal IR, which tabulate these derivatives, with a spectral resolution of  $10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ . Lack of experimental measurement available in the literature, FACLUM-2D has been partially validated against analytical solutions for a homogeneous and gray medium and compared, as far as possible, to standard radiative transfer codes. First results show, for the first time, that water vapor mass fraction fluctuations impact strongly on radiance fluctuations. In the future, it could be interesting to extend FACLUM-2D to a larger spectral domain, so as to cover the whole IR region.

## Mots-clés

Fonction d'autocorrélation, luminance, stratosphère, infrarouge, hétérogénéités, vapeur d'eau, approche spectrale

## Key-words

Autocorrelation function, radiance, stratosphere, infrared, clutter, water vapor, spectral approach

## **Laboratoire de rattachement**

ONERA  
Département d'Optique Théorique et Appliquée  
Chemin de la Hunière  
91371 Palaiseau Cedex

### ***Deux ou trois mots de remerciements ...***

*Je tiens bien évidemment à remercier Antoine Roblin de m'avoir accueilli dans son équipe et de m'avoir encadré durant ses trois années de recherche. Mes remerciements s'adressent également à mon directeur de thèse, Francis Dalaudier. Leur patience, la confiance qu'il m'ont accordée et leur investissement dans mon travail ont été un moteur essentiel à l'aboutissement de ce travail.*

*Je remercie ensuite chaleureusement les rapporteurs de ce mémoire, Richard Picard et Georges Durry, ainsi que les autres membres du jury, Laurence Picon, Jean-Claude Fontanella et Alain Chédin.*

*Un grand MERCI à Valérie Rialland, qui m'a offert son soutien et son aide précieuse tout au long de cette thèse. Je n'oublie certainement pas le travail conséquent qu'elle a réalisé pour moi en fin de parcours et son appui logistique à l'approche de la soutenance.*

*Je remercie ensuite toute l'équipe MPSO de m'avoir entouré avec bienveillance. Pour nos séances de débogage en langage C et nos fourires, merci à Luc. Claire L., merci pour tes coups de main, autant dans le cadre de la thèse qu'en dehors du travail ! L'aide de Sandrine m'a permis de fournir un travail plus rigoureux au sens mathématique, je l'en remercie. Elle a été aussi une partenaire de badminton indispensable pour contrer la vague masculine : je pense à Pierre, Nicolas G., Nicolas C. mais surtout à Didier et Patrice : ma cheville droite s'en souviendra encore longtemps ! Merci à Claire M. pour sa présence rassurante, à Patrick pour son punch au travail et ses conseils « radins.com ». Pierre, bon courage pour tes 75 caisses de vin du père Jeannet. Je n'oublie pas Sidonie, ni le jeune doyen de l'équipe, Gérard. J'ai une pensée pour Annie qui profite depuis peu d'une retraite bien méritée. Je termine par Karine que j'estime tout particulièrement. Tu as toujours veillé discrètement à mon bien-être au sein de l'équipe et dans mon travail ; merci pour cette présence complice.*

*Bien sûr, les thésards du bâtiment D1 n'échapperont pas à cette « fouletitude » de remerciements. Je commence évidemment par mes deux drôles de dames, Suzanne et Baya. Merci pour les pauses chocolat, les QdV, les fourires et les potins. Nous nous sommes également soutenues et motivées mutuellement dans le travail : grâce à vous deux, la fin de thèse s'est déroulée dans la joie et la bonne humeur. Un petit clin d'œil à Nicolas et Matthieu, nos voisins de pallier pendant deux ans et mangeurs de Lu, à Julien T. (et ses bourdes sur mon âge), Julien J., Sophie, Guillaume et Bruno.*

*Comment continuer cette page de remerciements sans citer mes amies de toujours, Jess et Lisa. Merci pour votre fidélité inconditionnelle... Je n'oublie pas le reste du clan des amis d'enfance qui me sont chers : Flo, Annie et Fred. Du côté de Toulouse, je pense évidemment à ma chère Marion. Vous avez tous été derrière moi pour me remonter le moral dans les moments de doute et me changer les idées quand je tournais en boucle. Merci à tous !*

*Je remercie mon père de m'avoir poussé aussi loin dans les études et ma mère de m'avoir soutenu au quotidien avec une tendre inquiétude maternelle. Je souhaite clôturer cette (longue) page*

*de remerciements par mon compagnon Pierre. Malgré la distance, tu as été mon roc durant toutes ces années d'études.*

*Avant de refermer cette page, j'embrasse tendrement mes deux filles chéries, Jeanne et Hannah...*

# TABLE DES MATIÈRES

<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>15</b>
<b>CHAPITRE 1 LE SYSTEME D'ALERTE INFRAROUGE AEROPORTE, SON ENVIRONNEMENT, SES LIMITES 17</b>	
1.1 INTRODUCTION .....	17
1.2 CONTEXTE HISTORIQUE .....	18
1.2.1 <i>Les années 1960 : les prémices de l'alerte IR par satellite</i> .....	18
1.2.2 <i>Les années 1970 : premières mesures des hétérogénéités et premiers modèles spectraux</i> .....	18
1.2.3 <i>Les années 1980 : plus de mesures aéroportées et premières images de synthèse</i> .....	19
1.2.4 <i>Les années 1990 : les codes SHARC, SIG puis SAMM2</i> .....	23
1.2.5 <i>Les années 2000 : les débuts de l'alerte IR aéroportée</i> .....	30
1.2.6 <i>Positionnement de la thèse par rapport à l'état de l'art</i> .....	32
1.3 CARACTERISTIQUES ET LIMITES DU SYSTEME DE DETECTION IR AEROPORTE DANS SON ENVIRONNEMENT 33	
1.3.1 <i>Le domaine de fonctionnement et les échelles caractéristiques</i> .....	34
1.3.2 <i>Caractéristiques de l'atmosphère dans l'infrarouge thermique</i> .....	36
1.3.3 <i>Fluctuations de la luminance : identification des grandeurs atmosphériques responsables</i> .....	39
1.4 SYNTHÈSE DES PROPRIÉTÉS DE LA TEMPÉRATURE ET DE LA VAPEUR D'EAU DANS LA STRATOSPHERE.....	43
1.4.1 <i>Généralités sur les ondes de gravité et la turbulence atmosphérique</i> .....	44
1.4.2 <i>La température</i> .....	47
1.4.2.1 <i>Généralités sur le comportement moyen</i> .....	47
1.4.2.2 <i>Fluctuations à micro échelle et leurs propriétés spectrales</i> .....	51
1.4.2.3 <i>Corrélation entre la masse volumique et la température</i> .....	56
1.4.3 <i>La vapeur d'eau</i> .....	57
1.4.3.1 <i>Généralités sur les sources de vapeur d'eau dans la stratosphère</i> .....	57
1.4.3.2 <i>Fluctuations à micro échelle et corrélation avec la température</i> .....	62
1.5 CONCLUSION .....	70
<b>CHAPITRE 2 FORMALISATION MATHÉMATIQUE DES FLUCTUATIONS DE LA LUMINANCE ET DE LEURS PROPRIÉTÉS STATISTIQUES .....</b>	<b>73</b>
2.1 INTRODUCTION .....	73
2.2 LINÉARISATION AU PREMIER ORDRE DE LA LUMINANCE : SÉPARATION DE LA COMPOSANTE MOYENNE ET DE LA PERTURBATION .....	73
2.2.1 <i>Justification et résultat de la linéarisation</i> .....	74
2.2.2 <i>Validation de la linéarisation de la fonction de Planck</i> .....	76
2.2.3 <i>Validation de la linéarisation du coefficient d'absorption</i> .....	78
2.2.4 <i>Approximation de la transmission moyenne</i> .....	82
2.3 CONSÉQUENCES SUR LE FORMALISME DES FLUCTUATIONS DE LA LUMINANCE ET DE SES STATISTIQUES .....	83
2.3.1 <i>Les fluctuations de la luminance et la luminance moyenne</i> .....	84

2.3.2	<i>La fonction d'autocorrélation</i> .....	84
2.3.3	<i>La variance</i> .....	86
2.4	SOLUTION ANALYTIQUE EN MILIEU HOMOGENE.....	87
2.4.1	<i>Hypothèses sur les fonctions d'amplitude</i> .....	87
2.4.2	<i>Luminance moyenne</i> .....	88
2.4.3	<i>Fonction d'autocorrélation de la luminance</i> .....	89
2.4.4	<i>Variance de la luminance</i> .....	89
2.4.5	<i>Hypothèse sur la fonction d'autocorrélation de la température</i> .....	90
2.4.6	<i>Résolution analytique</i> .....	90
2.5	CONCLUSION.....	92
<b>CHAPITRE 3 MODELES DE CALCUL DES GRANDEURS RADIATIVES.....</b>		<b>95</b>
3.1	INTRODUCTION .....	95
3.2	LE MODELE CK : ETUDE DE FAISABILITE .....	96
3.2.1	<i>Calcul de la luminance thermique : une première étape</i> .....	96
3.2.2	<i>Application de la méthode CK au calcul des fluctuations de la luminance</i> .....	100
3.2.3	<i>Calcul du coefficient d'absorption et de ses dérivées premières</i> .....	101
3.2.3.1	Coefficient d'absorption : définitions.....	101
3.2.3.2	Dérivée par rapport à la fraction massique de la vapeur d'eau.....	103
3.2.3.3	Dérivée par rapport à la température .....	104
3.2.3.4	Contribution des variations relatives du profil de raie .....	105
3.2.3.5	Contribution des variations relatives de l'intensité de raie .....	109
3.2.4	<i>Mise en évidence des limites du modèle CK</i> .....	113
3.3	MISE AU POINT D'UNE APPROCHE RAIE PAR RAIE.....	116
3.3.1	<i>Choix de l'approche</i> .....	116
3.3.2	<i>Modélisation raie par raie du coefficient d'absorption</i> .....	116
3.3.2.1	Calcul des raie d'absorption.....	117
3.3.2.2	Calcul des continua.....	120
3.3.3	<i>Modélisation raie par raie de la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température</i> 120	
3.3.3.1	Calcul de la dérivée des raies d'absorption.....	120
3.3.3.2	Calcul de la dérivée des continua .....	121
3.3.4	<i>Modélisation raie par raie de la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la fraction massique de la vapeur d'eau</i> .....	122
3.3.5	<i>Tabulation des coefficients d'absorption et de leurs dérivées</i> .....	123
3.4	CONCLUSION.....	124
<b>CHAPITRE 4 MODELES SPECTRAUX DE FLUCTUATIONS DE LA TEMPERATURE ET DE LA VAPEUR D'EAU .....</b>		<b>127</b>
4.1	INTRODUCTION .....	127
4.2	FORMULATION ANALYTIQUE DE LA FONCTION D'AUTOCORRELATION .....	127
4.3	CAS D'UN SPECTRE COMPLEXE DE LA TEMPERATURE : LE MODELE DE SIDI.....	128

4.4	MODELE DE GURVICH .....	131
4.4.1	<i>Présentation du modèle</i> .....	131
4.4.2	<i>Résolution analytique avec un spectre en loi de puissance</i> .....	131
4.4.3	<i>Cas des ondes de gravité où <math>p=5</math></i> .....	133
4.5	COMPROMIS ENTRE REPRESENTATIVITE ET INTEGRABILITE DU SPECTRE .....	135
4.5.1	<i>Premier modèle</i> .....	135
4.5.2	<i>Deuxième modèle</i> .....	137
4.5.3	<i>Modèle combiné</i> .....	137
4.6	MODELE DE SAMM-2 .....	138
4.6.1	<i>Présentation du modèle</i> .....	138
4.7	METHODE DE FITTAGE ET RECONSTRUCTION DU SPECTRE : TESTS .....	141
4.7.1	<i>Comparaison solution analytique/solution numérique</i> .....	142
4.7.2	<i>Fittage de la fonction d'autocorrélation numérique</i> .....	142
4.7.3	<i>Discussion</i> .....	145
4.8	MODELISATION SPECTRALE DE LA VAPEUR D'EAU : DISCUSSION .....	145
4.9	CONCLUSION .....	146
<b>CHAPITRE 5 DESCRIPTION DU CODE FACLUM-2D .....</b>		<b>147</b>
5.1	INTRODUCTION ET DESCRIPTION GENERALE DU CODE .....	147
5.2	GEOMETRIE DU PROBLEME .....	148
5.3	PARAMETRES D'ENTREE .....	154
5.4	SORTIES DU CODE .....	156
5.4.1	<i>Transmission et luminance spectrales</i> .....	156
5.4.2	<i>Luminance moyenne cumulée et sa fonction de poids</i> .....	157
5.4.3	<i>Variance cumulée de la luminance et fonction de distribution de la variance</i> .....	158
5.4.4	<i>Solutions analytiques dans le cas du milieu homogène</i> .....	159
5.4.5	<i>Luminance moyenne 2D</i> .....	159
5.4.6	<i>Fonction d'autocorrélation 2D de la luminance</i> .....	160
5.5	ALGORIGRAMMES .....	160
<b>CHAPITRE 6 RESULTATS DU CODE FACLUM-2D .....</b>		<b>165</b>
6.1	INTRODUCTION .....	165
6.2	TESTS DE VALIDATION DU CODE RPR-IRT .....	166
6.2.1	<i>Validation du coefficient d'absorption avec LBLRTM</i> .....	166
6.2.2	<i>Validation de la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température</i> .....	169
6.3	TESTS DE VALIDATION DU CODE FACLUM-2D .....	170
6.3.1	<i>Comparaison de la luminance moyenne avec LBLRTM</i> .....	170
6.3.2	<i>Validation avec le modèle analytique</i> .....	173
6.3.2.1	<i>Récapitulatif</i> .....	173
6.3.2.2	<i>Etude du comportement asymptotique</i> .....	176
6.3.2.3	<i>Erreur relative entre le modèle analytique et le calcul numérique</i> .....	181

6.3.3	<i>Validation étape par étape</i> .....	183
6.4	QUELQUES EXPLOITATIONS DU CODE .....	187
6.4.1	<i>Comparaison avec le code SAMM-2</i> .....	187
6.4.2	<i>Impact de la vapeur d'eau</i> .....	191
6.4.3	<i>Résultats de la FAC de luminance</i> .....	193
6.5	CONCLUSION .....	198
<b>BILAN ET PERSPECTIVES</b> .....		<b>201</b>
<b>ANNEXE A EQUATIONS DE LA DYNAMIQUE DES FLUIDES</b> .....		<b>207</b>
A.1	LA THEORIE LINEAIRE DES ONDES .....	208
A.2	MODELISATION SPECTRALE .....	209
<b>ANNEXE B ANALYSE STATISTIQUE</b> .....		<b>213</b>
B.1	LE PROCESSUS STOCHASTIQUE .....	213
B.2	LA MOYENNE D'ENSEMBLE .....	213
B.3	LA MOYENNE TEMPORELLE .....	213
B.4	LES MOMENTS D'ORDRE 2 .....	213
B.5	LA STATIONNARITE ET L'ERGODICITE .....	214
B.6	LA DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE .....	215
<b>ANNEXE C ESTIMATION DE LA DSP PAR LA METHODE DE WELCH</b> .....		<b>217</b>
<b>ANNEXE D DEMONSTRATION DU LIEN ENTRE LES ERREURS DE LINEARISATION DU</b>		
<b>COEFFICIENT D'ABSORPTION</b> .....		<b>221</b>
<b>ANNEXE E GENERALITES SUR LE MODELE CK</b> .....		<b>223</b>
E.1	CAS SIMPLE DU CALCUL DE LA TRANSMISSION MOYENNE DANS UN MILIEU HOMOGENE .....	223
E.2	TRANSMISSION MOYENNE DANS UN MILIEU HETEROGENE .....	225
<b>ANNEXE F ESTIMATION DE L'ERREUR SUR L'INTEGRATION</b> .....		<b>227</b>
F.1	METHODE D'ESTIMATION .....	227
F.2	APPLICATION AU CALCUL DE LA FONCTION DE POIDS DE LA VARIANCE .....	228
<b>ANNEXE G IMPACT DE LA REFRACTION SUR L'ALTITUDE DE LA LIGNE DE VISEE</b> .....		<b>231</b>
<b>ANNEXE H CODES DE TRANSFERT RADIATIF</b> .....		<b>233</b>
H.1	LOWTRAN .....	233
H.2	MODTRAN .....	233
H.3	LBLRTM .....	233
H.4	MATISSE .....	234
<b>REFERENCES</b> .....		<b>235</b>

# GLOSSAIRE

## Repères

$\mathfrak{R}_T = (O, X, Y, Z)$	Repère terrestre
$x, y, z$	Coordonnées cartésiennes d'un point dans le repère $\mathfrak{R}_T$
$\theta, \varphi, r$	Coordonnées sphériques (longitude, latitude et rayon) dans le repère $\mathfrak{R}_T$
$\mathfrak{R}_g = (O, X_g, Y_g, Z_g)$	Repère de la grille atmosphérique
$\theta_g, \varphi_g, r_g$	Coordonnées sphériques (longitude, latitude et rayon) dans le repère $\mathfrak{R}_g$
$\mathfrak{R}_c = (C, X_c, Y_c, Z_c)$	Repère de la grille atmosphérique

## Caractéristiques du capteur et de la ligne de visée

$\vec{r}_0$	Position du capteur dans le repère $\mathfrak{R}_T$
$\beta_e$	Champ de vision élémentaire = ouverture angulaire d'un pixel (rad)
$\vec{n}$	Vecteur unitaire caractérisant la direction de la ligne de visée
$L$	Longueur de la ligne de visée (m)
$\alpha$	Azimut de la ligne de visée par rapport au nord du repère terrestre $\mathfrak{R}_T$
$\varepsilon$	Élévation de la ligne de visée par rapport à l'horizontale locale dans $\mathfrak{R}_T$

## Grandeurs radiatives

$\nu$	Nombre d'onde spectroscopique ( $\text{cm}^{-1}$ )
$L_\nu$	Luminance énergétique monochromatique ( $\text{W}/\text{m}^2/\text{sr}/\text{cm}^{-1}$ )
$\beta_\nu$	Coefficient d'extinction monochromatique ( $\text{cm}^{-1}$ )
$\kappa_\nu$	Coefficient d'absorption monochromatique ( $\text{cm}^{-1}$ )
$\tau_\nu$	Transmission monochromatique
$J_\nu$	Fonction source ( $\text{W}/\text{m}^2/\text{sr}/\text{cm}^{-1}$ )
$B_\nu$	Luminance du corps noir ou fonction de Planck ( $\text{W}/\text{m}^2/\text{sr}/\text{cm}^{-1}$ )
$\bar{L}_\kappa$	Longueur d'absorption (m)

## Grandeurs spectroscopiques

$S_r$ ou $S_{if}$	Intensité de la raie d'absorption $r$ ou de la transition $i \rightarrow f$ ( $\text{cm}^{-1}/(\text{moléc. cm}^{-2})$ )
$\phi_r$	Profil de la raie d'absorption $r$ (cm)
$\gamma_D$	Demi largeur à mi-hauteur d'une raie d'absorption en régime Doppler ( $\text{cm}^{-1}$ )
$\gamma_L$	Demi largeur à mi-hauteur d'une raie d'absorption en régime Lorentz ( $\text{cm}^{-1}$ )
$\gamma_r^{H_2O \rightarrow \text{air}}$	Coefficient d'élargissement de la raie d'absorption de vapeur d'eau $r$ dû aux collisions des molécules de vapeur d'eau avec celles de l'air sec ( $\text{cm}^{-1}/\text{atm}$ )
$\gamma_r^{H_2O \rightarrow H_2O}$	Coefficient d'élargissement de la raie d'absorption de vapeur d'eau d'eau $r$ dû aux collisions entre molécules de vapeur d'eau ( $\text{cm}^{-1}/\text{atm}$ )
$Q$	Fonction de partition totale

## Notations usuelles

$h$	Constante de Planck : $h \sim 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg/s}$
$c$	Vitesse de la lumière : $c \sim 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
$k_B$	Constante de Boltzmann : $k_B \sim 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
$c_1$	$= 2hc^2 \approx 1,191044 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ cm}^{-4} \text{ W}/\text{m}^2/\text{sr}/\text{cm}^{-4}$
$c_2$	$= \frac{hc}{k_B} \approx 1,438769 \text{ K cm}$
$g$	Accélération de la pesanteur : $g \sim 9,81 \text{ m/s}^2$
$R$	Constante des gaz parfait : $R = 287 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$ pour l'air sec.

### Grandeurs atmosphériques

$p$	Pression (Pa)
$T$	Température (K)
$\rho$	Masse volumique (kg/ m <sup>3</sup> )
$V$	Volume (m <sup>3</sup> )
$m$	Masse (kg)
$x_{H_2O}$	Fraction molaire de la vapeur d'eau (ppmv)
$y_{H_2O}$	Fraction massique de la vapeur d'eau (ppmv)
$\theta$	Température potentielle (K)
$N_{BV}$	Pulsation de Brunt-Väisälä (rad/s)

### Grandeurs de la dynamique des fluides

$\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$	Vitesse du vent (m/s)
$c_s$	Vitesse du son (m/s)
$f_c$	Pulsation de Coriolis (rad/s)
$H$	Echelle de hauteur en masse volumique de l'atmosphère (m)
$\Omega_t$	Vitesse angulaire de rotation de la Terre (rad/s)
$\nu$	Viscosité cinématique du fluide (m <sup>2</sup> /s)

### Grandeurs statistiques

$\Gamma_x$	Fonction d'autocorrélation
$\sigma_x$	Ecart-type
$DSP_x$	Densité spectrale de puissance

### Fonctions spéciales

$\Gamma$	Fonction Gamma
$K_p$	Fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce d'ordre p
$\delta$	Fonction Dirac

# ABRÉVIATIONS ET ACRONYMES

1-D, 2-D,...	Une dimension, deux dimensions, ...
AR	AutoRégression
CIRRIS	Cryogenic InfraRed Radiance Instrumentation for Shuttle
CK	Correlated- <i>k</i>
CIRA	Cospar International Reference Atmosphere
COSPAR	Commitee On SPACe Research
DSP	Densité Spectrale de Puissance
ETL	Equilibre Thermodynamique Local
FAC	Fonction d'AutoCorrélation
FACLUM-2D	Fonction d'AutoCorrélation de la LUMinance 2-D
FFT	Fast Fourier Transform
f.m.	Fraction Massique
IR	Infra Rouge
LBLRTM	Line By Line Radiative Transfer Model
LOWTRAN	LOW resolution atmospheric radiance an TRANSmittance model
LWIR	LongWave Infra Red band (7-14 $\mu\text{m}$ )
MATISSE	Modélisation Avancée de la Terre pour l'Imagerie et la Simulation des Scènes et de leur Environnement
MIDAS	Missile Defense Alarm System
MIMOSA	Modélisation Isentrope du transport Méso-échelle de l'Ozone Stratosphérique par Advection
MIRADOR	Moyen IR Aéroporté pour l'alerte et la Désignation d'Objectif Rapide anti-missile
MODTRAN	MOderate resolution atmospheric TRANSmission
MSX	Midcourse Space eXperiment
MWIR	MidWave Infra Red band (3-5 $\mu\text{m}$ )
NASA	National Aeronautics and Space Agency (Agence spatiale des Etats-Unis)
NCEP	National Center for Environmental Prediction
NSS	Non Stationnary Structure
ONERA	Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales
SAMM	Sharc And Modtran Merged
SDLA	Spectromètre à Diodes Laser Accordables
SHARC	Strategic High Altitude Radiance Code
SWIR	ShortWave Infra Red band (1-5 $\mu\text{m}$ )
TF	Transformée de Fourier
USAF	United States Air Force



# Introduction

La détection de missiles balistiques est assurée de nos jours par des systèmes de surveillance terrestres et satellitaires utilisant des capteurs infrarouge (IR) et des radars. Un nouveau moyen d'alerte est à l'étude pour compléter le plan de défense anti-missiles actuellement mis en place dans les pays occidentaux : le système de veille et de détection IR aéroporté. Ce système utilise un capteur IR, placé à bord d'un porteur (avion ou drone) évoluant en basse stratosphère et permettant la détection en visée horizontale de missiles balistiques sur fond de ciel.

En ciel clair, le problème de ces moyens d'alerte est que leur capacité de détection est limitée par les fluctuations spatiales de la luminance atmosphérique, pouvant alors masquer une cible ou à l'inverse déclencher une fausse alerte (en fonction des seuils de détection). La compréhension et la description de ces variabilités locales de fond sont donc nécessaires pour la conception du capteur optique et la chaîne de traitements de détection. Or, bien que de nombreux travaux aient été consacrés aux fonds terrestres et nuageux, très peu ont abordé les fonds de ciel clair.

L'objectif de ce travail de thèse est donc d'élaborer un modèle de calcul des propriétés statistiques des fluctuations spatiales de la luminance infrarouge observée en visée au limbe dans la stratosphère, en ciel clair. Nous nous limiterons au domaine IR thermique.

Le premier chapitre présente quelques éléments permettant de replacer l'alerte IR aéroportée dans son contexte historique. Un état de l'art des travaux abordant les mesures et la modélisation des fonds hétérogènes permettra de mettre en évidence le besoin actuel d'un outil spécifique à la description statistique des fonds de ciel clair observés dans l'infrarouge depuis un porteur stratosphérique. Nous décrirons ensuite les caractéristiques et les limites du système de détection IR aéroporté dans son environnement afin de définir le cadre d'étude de ce travail de thèse. Enfin nous présenterons une synthèse des propriétés de la température et de la vapeur d'eau stratosphériques à l'origine des fluctuations de la luminance atmosphérique dans l'IR thermique. Ces propriétés seront exploitées lors de la modélisation des propriétés statistiques de la luminance du fond atmosphérique.

Le Chapitre 2 est donc consacré à la mise en équation des propriétés statistiques de la luminance atmosphérique. Pour formuler les différentes statistiques, nous utiliserons et justifierons l'hypothèse de linéarisation au premier ordre des grandeurs physiques permettant de séparer la composante moyenne et la composante aléatoire de la luminance pour une faible perturbation. Nous définirons et formulerons grâce à cela la luminance moyenne ainsi que la fonction d'autocorrélation et la variance des fluctuations de la luminance. Nous introduirons également la notion de fonction de poids de la luminance et de fonction de distribution de la variance.

Le Chapitre 3 est consacré au choix du modèle radiatif permettant le calcul des propriétés statistiques des fluctuations de la luminance du fond atmosphérique. Pour calculer la fonction d'autocorrélation

angulaire des fluctuations de la luminance, nous verrons qu'une telle méthode requiert le calcul du spectre d'absorption en fonction de la température, la pression et la concentration des absorbants atmosphériques, mais aussi le calcul de ses dérivées par rapport à la température et la vapeur d'eau. Il existe trois classes de modèles permettant de calculer les propriétés radiatives d'un gaz : le calcul raie par raie, les modèles de bandes et les modèles globaux. Nous examinerons alors l'applicabilité de ces méthodes au cas du calcul des statistiques d'ordre 0 et 1 de la luminance du fond de ciel et nous justifierons notre choix final.

Le calcul de la fonction d'autocorrélation bidimensionnelle des fluctuations de la luminance requiert en particulier la connaissance de la fonction d'autocorrélation tridimensionnelle des fluctuations de la température et de celle de la fraction massique de la vapeur d'eau. Ces dernières sont obtenues en calculant la transformée de Fourier inverse de leur densité spectrale de puissance (ou spectre) respective. Le Chapitre 4 présente les différentes méthodes permettant la modélisation de la fonction d'autocorrélation de la température stratosphérique. Nous présenterons alors les différents modèles retenus. Nous aborderons ensuite la modélisation de la fonction d'autocorrélation de la fraction massique de la vapeur d'eau. Nous discuterons du peu d'informations disponibles dans la littérature sur les fluctuations de la vapeur d'eau stratosphérique et nous justifierons le choix du modèle retenu.

Le Chapitre 5 est consacré à une brève description du code de calcul FACLUM-2D (Fonction d'AutoCorrélation de la LUMinance 2-D) dont on a développé le modèle physique aux chapitres précédents. Le code FACLUM-2D calcule donc les propriétés statistiques des fluctuations de la luminance du fond de ciel clair, observées par un capteur IR aéroporté.

Nous exposerons ensuite dans le Chapitre 6 les tests de validation du code FACLUM-2D ainsi que les premiers résultats d'exploitation.

La conclusion finale de ce manuscrit synthétisera l'ensemble des travaux réalisés au cours de ce travail de thèse. Les perspectives de ces travaux seront enfin discutées.

# Chapitre 1 Le système d'alerte infrarouge aéroporté, son environnement, ses limites

## 1.1 Introduction

Le premier objectif de ce chapitre est de présenter quelques éléments permettant de replacer brièvement l'alerte IR aéroportée dans son contexte historique (paragraphe 1.2). En effet, l'alerte aéroportée pour la détection de missile est née 40 ans après les premiers systèmes de veille infrarouge satellitaires. On ne peut donc pas introduire l'alerte aéroportée sans discuter des travaux consacrés à l'amélioration des performances de ces systèmes optroniques spatiaux. Depuis la naissance de ces systèmes, le même problème persiste : leur capacité de détection est limitée par les fonds hétérogènes, qu'ils soient atmosphériques, terrestres ou nuageux. Ainsi, l'essentiel des travaux présentés dans ce paragraphe 1.2 aborde les campagnes de mesures IR et les modélisations permettant de comprendre et de prédire ces hétérogénéités auxquelles sont sensibles les détecteurs IR placés à bord de satellites. De ce contexte historique, nous verrons ensuite comment est née l'alerte IR aéroportée et en quoi les problèmes de détection qui en découlent diffèrent de ceux de l'alerte par satellite. Puis, nous dresserons un bilan des outils dont nous disposons à l'heure actuelle pour améliorer les performances des capteurs IR aéroportés afin de mettre en évidence ce qu'il manque pour expertiser au mieux ces nouveaux systèmes. C'est dans ce cadre et au bout de ce cheminement que nous détaillerons les objectifs de cette présente thèse et sa position par rapport à l'existant.

N.B. : la grandeur phare dans ce travail de thèse est la luminance énergétique exprimée en  $W/m^2/sr$ . Nous utiliserons par la suite le terme court « luminance » pour la désigner. La luminance désigne le flux lumineux traversant une unité de surface par unité d'angle solide.

Par ailleurs, dans la suite du manuscrit, les termes « hétérogénéités », « inhomogénéités » ou encore « structure fine » désigneront les fluctuations de la luminance.

Nous verrons au cours de ce bilan historique que la capacité de détection des systèmes de veille IR aéroportés est limitée concrètement par les fluctuations spatiales de la luminance du fond atmosphérique. Ainsi, le deuxième objectif de ce chapitre est d'identifier les grandeurs atmosphériques susceptibles d'affecter cette luminance du fond atmosphérique. Pour cela, nous présenterons les caractéristiques du détecteur IR, son domaine de fonctionnement ainsi que ses conditions d'observation afin d'identifier le type et les échelles de fluctuations de la luminance auxquelles il est sensible. Puis, nous décrirons les principales propriétés du rayonnement IR dans l'atmosphère. Nous

formaliserons ensuite l'expression de la luminance thermique en résolvant l'équation de transfert radiatif par le biais d'approximations liées aux conditions d'observation et aux propriétés de l'atmosphère dans l'infrarouge dont on aura parlé antérieurement. Les limites de ce modèle seront discutées. Nous identifierons alors formellement les grandeurs atmosphériques susceptibles d'affecter la luminance du fond atmosphérique.

Le dernier objectif de ce Chapitre 1 est de présenter le comportement moyen de ces grandeurs atmosphériques, de comprendre les mécanismes physiques à l'origine de leurs fluctuations afin de décrire leurs caractéristiques, leurs propriétés spectrales et les corrélations éventuelles entre elles.

## 1.2 Contexte historique

### *1.2.1 Les années 1960 : les prémices de l'alerte IR par satellite*

C'est dans les années 1960, soit quelques années après le lancement historique de Spoutnik 1 en 1958, que les premiers satellites d'observation de la Terre sont mis en place. La « course vers l'espace » entre la Russie et les Etats-Unis en cette période de guerre froide précipite l'arrivée de premiers satellites de télédétection et de télécommunications, qu'ils soient à usage civil ou militaire. C'est à bord d'un satellite américain en orbite basse, MIDAS, que naît également le premier système d'alerte et de défense anti-missile en 1960 [MacDowell 1995]. Conçu pour détecter le départ de missiles balistiques, MIDAS utilise un imageur IR. Toutefois, les scientifiques se rendent vite compte que la capacité de détection de ce système est limitée par les hétérogénéités du fond atmosphérique. Entre 1961 et 1963, la conception des satellites MIDAS est suspendue pour laisser place à une phase d'amélioration du système en vue de réduire les fausses alertes. Une campagne de mesures des hétérogénéités du fond atmosphérique est alors lancée [Reifenstein 1963]. L'objectif est d'obtenir des données du fond IR pour concevoir et évaluer les futurs systèmes de détection par satellite. Ces premières mesures des fluctuations de la luminance atmosphérique sont récoltées par un capteur IR placé à bord d'un avion stratosphérique (U-2) pour des angles de visée de  $-10^\circ$  et  $-45^\circ$  sous l'horizon local. A près de 20 km d'altitude, le capteur mesure la luminance dans la bande spectrale comprise entre 1 et 3  $\mu\text{m}$  lorsque la couverture nuageuse est de 50% minimum. Ces données sont restées vraisemblablement confidentielles puisque les résultats de cette campagne de mesures n'apparaissent pas dans la littérature scientifique.

### *1.2.2 Les années 1970 : premières mesures des hétérogénéités et premiers modèles spectraux*

Dans les années 1970, le thème des hétérogénéités du fond atmosphérique est également abordé avec l'arrivée des premiers télescopes IR aéroportés tels que le Kuiper Airborne Observatory à bord d'un C-141A modifié ou encore les observatoires à bord de Caravelle, le porteur français. Le rayonnement IR des étoiles est largement absorbé par la vapeur d'eau dans la troposphère. Les observatoires

aéroportés présentent donc deux avantages : d'une part, ils opèrent au-dessus de cette couche fortement absorbante et d'autre part, leur mise en place est bien moins coûteuse que celle d'un satellite astronomique. Toutefois, la qualité des observations reste limitée par les fluctuations de la luminance atmosphérique au-dessus de la tropopause. Mais, dans les années 1970, les mesures effectuées pour identifier ces hétérogénéités restent rares. En effet, les temps de vol sont alors coûteux et réservés aux observations astronomiques. En 1975, on profite d'une campagne d'observations astronomiques à bord d'une Caravelle pour conduire une campagne de mesure du bruit atmosphérique entre 30 et 200  $\mu\text{m}$  [Wijnbergen 1977]. L'avion évolue entre 10 et 12 km d'altitude et le télescope mesure la luminance avec un angle de visée de  $30^\circ$  au-dessus de l'horizon, un champ de vision angulaire de 300  $\mu\text{rad}$  et dans des conditions très diverses : vol au dessus de la mer, présence de dépôt de glace, traversée de cirrus, etc. Les auteurs montrent alors que le bruit observé n'est pas dû aux instruments ou à la turbulence induite par le système en vol mais qu'il est bien causé par des fluctuations aléatoires de l'émission atmosphérique. Pour cela, ils proposent un modèle de turbulence isotrope pour expliquer ce « bruit » et corroborent leurs résultats à ceux de l'analyse spectrale des données mesurées. Ce modèle est basé sur l'idée que les fluctuations de la densité de flux peuvent s'exprimer en fonction des fluctuations de la température et leur variance en fonction de la fonction d'autocorrélation de la température (ces hypothèses seront, dans le futur, repris dans de nombreux travaux sur les hétérogénéités atmosphériques). La fonction d'autocorrélation est calculée à partir de la densité spectrale de puissance (DSP) 3-D de Kolmogorov pour la turbulence isotrope [Kolmogorov 1941]. Cette DSP est une fonction en loi de puissance dont la pente spectrale (i.e. l'exposant) est de  $-11/3$ . En revanche, les auteurs considèrent que dans le volume défini par le cône d'observation du télescope, le coefficient d'absorption de la vapeur d'eau, principal émetteur dans les bandes spectrales de l'instrument, est constant.

N.B. : les notions de variance, fonction d'autocorrélation et densité spectrale de puissance sont décrites dans l'Annexe B.

### *1.2.3 Les années 1980 : plus de mesures aéroportées et premières images de synthèse*

C'est réellement à partir des années 1980 que les travaux sur les fonds hétérogènes dans l'IR se multiplient. La « banalisation » des campagnes de mesures aéroportées et la multitude des données ballons et satellitaires permettent aux scientifiques de développer des modèles permettant de prédire de manière de plus en plus précise la structure atmosphérique et de les confronter aux mesures. En 1981 par exemple, Lencioni et al. [Lencioni 1981] mènent des travaux dans le but de pouvoir prédire l'impact des fluctuations atmosphériques sur les performances des capteurs IR aéroportés dans la bande spectrale comprise entre 5 et 30  $\mu\text{m}$  et pour des champs de vue élémentaires inférieurs à 200  $\mu\text{rad}$ . Pour cela, les chercheurs s'appuient sur des mesures aéroportées enregistrées par un télescope de 30 cm à bord du NASA Lear Jet Observatory visant à  $21^\circ \pm 6^\circ$  au dessus de l'horizon

pour une altitude variant de 5 à 14 km. La Figure 1 représente le spectre du signal obtenu en laboratoire (courbe du bas) et celui du signal obtenu lors d'un vol en conditions de ciel clair (courbe du haut). Afin d'expliquer et de décrire le signal mesuré en vol, ils développent un modèle théorique basé sur la turbulence pour décrire les fluctuations de la luminance atmosphérique, afin de le confronter aux mesures. L'idée est de distinguer le signal dû à l'émission atmosphérique et le bruit instrumental du système en vol.

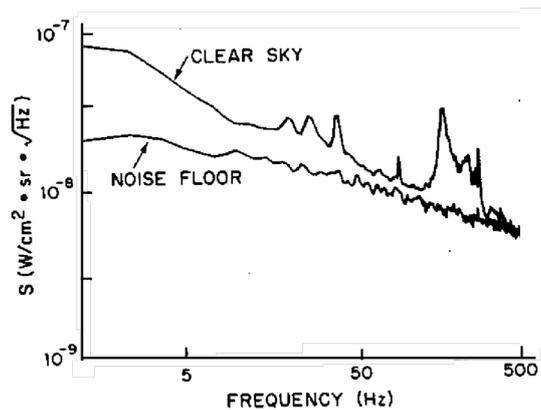


Figure 1 : Spectre du bruit mesuré dans la bande 5-9  $\mu m$  à 9 km d'altitude pour un angle de visée de 15° au-dessus de l'horizon [Lencioni 1981].

Pour cela, ils prennent en compte les fluctuations de la température et de la concentration de la vapeur d'eau ainsi que la présence de cirrus à hautes altitudes, considérées comme sources potentielles des fluctuations de la luminance atmosphérique. Ils supposent que la turbulence est le mécanisme à l'origine des fluctuations de la température et de la vapeur d'eau. Ils leur affectent alors une DSP similaire à l'étude précédemment citée : la DSP en loi de puissance pour la turbulence isotrope, extrapolé à la stratosphère. L'atmosphère est ensuite modélisée par une pile de couches indépendantes caractérisées chacune par une DSP. La DSP totale est la somme pondérée des DSP de chaque couche traversée par le champ de vision. Ils estiment ensuite le spectre des fluctuations de luminance atmosphérique causées par les fluctuations de température d'une part et celles causées par les fluctuations de la concentration de la vapeur d'eau d'autre part. Ils montrent alors qu'avec ce modèle, les fluctuations relatives de la luminance IR correspondant aux hautes fréquences (supérieures à 1 Hz) sont inférieures à 0,1%. La Figure 2 illustre les fluctuations relatives de la luminance atmosphérique entre 5 et 30  $\mu m$ , pour un écart-type de la température de 0,03 K (trait pointillé) puis un écart-type de la vapeur d'eau égale à 1% de sa concentration (trait plein). Notons que ces ordres de grandeur sont en fait bien inférieurs à ceux mesurés depuis dans l'atmosphère. Par ailleurs, on constate que la contribution des fluctuations de la concentration de la vapeur d'eau est significative dans le calcul des fluctuations relatives de la luminance dans certaines bandes spectrales, en particulier dans la bande 5-8  $\mu m$ .

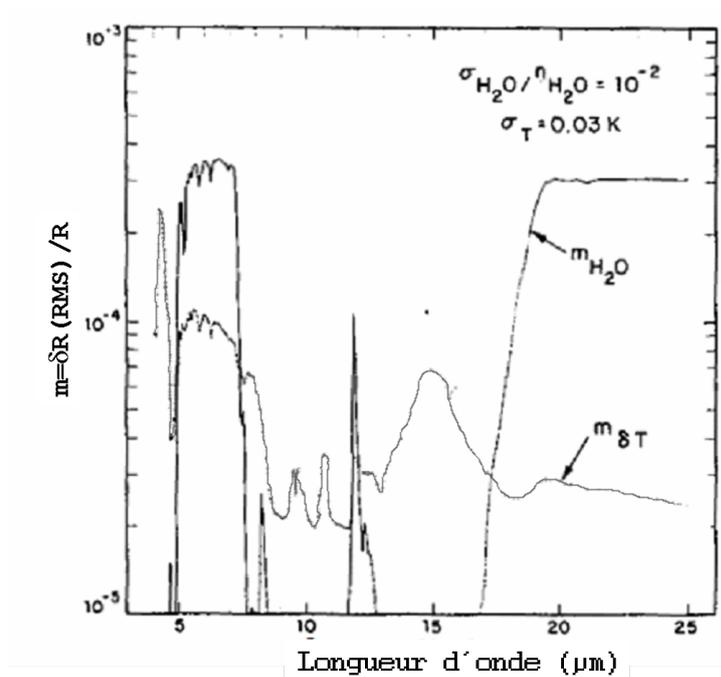


Figure 2 : Fluctuations relatives de la luminance atmosphérique dues aux fluctuations de la température (trait pointillé) et celles dues aux fluctuations de la concentration de la vapeur d'eau (trait plein) en fonction de la longueur d'onde en  $\mu\text{m}$  [Lencioni 1981].

Dans ce cas précis de mesures aéroportées, ils montrent finalement, après analyse des spectres mesurés et du spectre théorique de la turbulence, que le bruit causé par les fluctuations atmosphériques n'explique pas l'essentiel du bruit mesuré. Ce dernier est en fait la conséquence des vibrations du système en vol et des phénomènes de dégazage près de la cabine. Toutefois, malgré cette conclusion, il était intéressant de présenter les méthodes employées car elles seront reprises par la suite dans d'autres travaux sur les fonds hétérogènes.

C'est toujours dans les années 1980 que les premières techniques de génération numérique de scènes apparaissent timidement pour compléter l'analyse statistique jusque là largement utilisée pour l'étude de la structure atmosphérique. Ces simulations du fond hétérogène sont entre autre utilisées dans la mise au point des algorithmes de suppression de fond pour la détection de cibles en mouvement. Sachant que ces systèmes d'alerte sont placés à bord de satellites, les fonds étudiés restent les fonds terrestres et nuageux. Les premières techniques de génération de scènes sont rustiques : Futterman et Benson en sont les pionniers. Partant d'une photographie prise d'un satellite, la géométrie de la scène (les contours et les intensités) est extraite et discrétisée afin de numériser l'image [Futterman 1980]. A partir de cette trame, est calculée une scène IR en fonction du choix de la position du soleil, de l'altitude du capteur, de son angle de visée et de sa bande spectrale. Pour cela, l'altitude des nuages, le

type de terrain et la vitesse du vent à la surface de l'océan sont estimés à partir de la photographie et utilisés comme paramètres d'entrée dans le calcul de la luminance dans une bande IR. Cette dernière est calculée avec un code de transfert radiatif (LOWTRAN 5 [Kneisys 1980], cf. Annexe H) pour la nouvelle géométrie. A l'image de luminance, est ajoutée enfin la structure fine de la scène en utilisant un processus aléatoire gaussien pour générer les fluctuations. Partant de la DSP caractérisée par des paramètres empiriquement établis tels que la longueur de corrélation, l'écart-type et la pente spectrale, ils génèrent une réalisation du champ 2-D spatial par synthèse de Fourier.

Pour compléter cette méthode, les statistiques 1-D du modèle sont estimées. A chaque source, est reliée une DSP (DSP des nuages, DSP du sol, ...) dépendant de l'écart-type et de la longueur de corrélation du milieu considéré. La DSP totale est alors la somme pondérée des DSP de chaque composante de l'image et des DSP d'interface (sol-océan, nuage-atmosphère ...). La Figure 3 représente une DSP horizontale de la luminance obtenue dans la bande SWIR (1-5  $\mu\text{m}$ ) avec un modèle à deux niveaux : un sol de type rural et un niveau de nuages. La DSP totale est la somme de la DSP du sol (G), celle des nuages (C) et la DSP d'interface sol-nuage (E). Le modèle analytique est comparé à des mesures radiométriques (la courbe bruitée). Le résultat étant assez satisfaisant pour un modèle simple à deux niveaux, on suppose que plus le nombre de niveaux augmente, plus le modèle se rapproche de la DSP mesurée.

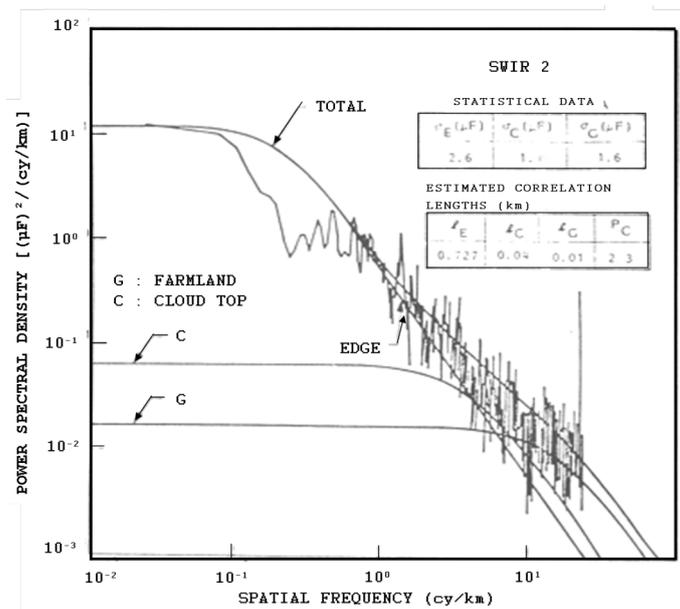


Figure 3 : Modèle de DSP horizontale de la luminance à deux niveaux comparé à une DSP mesurée [Futerman 1980].

Ces vingt années de recherche ont construit les bases de la modélisation spectrale des fonds hétérogènes. Deux idées fondamentales issues de ces travaux seront poursuivies jusqu'à nos jours et dans le cadre de cette présente thèse également. La première idée est celle qui consiste à exprimer les fluctuations de la luminance en fonction de celles de la température pour les scènes contenant des

fonds de ciel clair. Nous verrons dans le Chapitre 2 comment relier ces deux grandeurs. Cette approximation linéaire est la clé de l'approche spectrale des fonds atmosphériques. Grâce à cette méthode de linéarisation, les propriétés statistiques des fluctuations de la luminance peuvent être calculées si celles de la température sont connues. La deuxième idée est le choix du modèle aléatoire pour décrire spectralement le champ de température. En effet, le spectre (ici dans le sens de la DSP) de la turbulence sera repris dans les futurs travaux et étendu plus généralement aux spectres en loi de puissance afin d'englober la turbulence atmosphérique et les ondes de gravité (dont nous parlerons dans le paragraphe 1.4.1).

#### *1.2.4 Les années 1990 : les codes SHARC, SIG puis SAMM2*

A partir des années 1990, les travaux de Futterman et Benson précédemment décrits inspirent de nouveaux travaux dans le domaine des systèmes de surveillance du limbe terrestre par satellite. Ces travaux sont consacrés à l'élaboration d'un générateur de structure atmosphérique permettant d'inclure dans les codes de transfert radiatif IR les hétérogénéités aux petites échelles du fond atmosphérique. Le premier modèle développé [Strugala 1993] tient compte pour la première fois du caractère statistiquement non stationnaire du champ de fluctuations de la luminance : c'est le modèle NSS (« Non Stationary Structure »). Les auteurs reprennent l'idée d'exprimer les fluctuations de la luminance comme une réponse linéaire aux fluctuations de la température. Le comportement moyen des paramètres atmosphériques (température, masse volumique, concentration des espèces radiatives...) et leurs fluctuations supposées purement aléatoires sont une fonction de l'altitude. Seules les fluctuations de la température sont paramétrées : les fluctuations des autres paramètres sont donc toutes reliées à celles de la température. Toutefois, les auteurs ne précisent pas de quelle manière elles sont reliées. La structure 3-D du champ atmosphérique est décrite par une DSP 3-D en loi de puissance dont les paramètres sont les longueurs de corrélation horizontale et verticale de la température et sa variance. Ces paramètres sont obtenus empiriquement et dépendent de l'altitude. Cette DSP 3-D est reliée à la DSP 2-D du champ de luminance IR. En effet, la DSP 3-D, pondérée par des fonctions d'amplitude contenant les informations radiatives et spectroscopiques du milieu traversé, est intégrée le long de la ligne de visée (i.e. le trajet optique) afin d'obtenir une DSP 2-D de la luminance. Une fois la DSP 2-D obtenue, une réalisation du champ 2-D de luminance tel qu'il est observé par un capteur IR est générée par transformée de Fourier inverse d'un bruit blanc gaussien filtré par un filtre basé sur cette DSP 2-D. Pour prendre en compte la non stationnarité, les auteurs génèrent autant de scènes qu'il y a de lignes dans la matrice du capteur. En effet, chaque ligne correspond à un ensemble de pixels (donc à un ensemble de lignes de visée) avec la même altitude tangente (i.e. l'altitude la plus basse d'une ligne de visée par rapport à la surface terrestre). Si la matrice contient N lignes, il faut donc filtrer N fois la scène initiale avec une DSP 2-D calculée successivement pour les N altitudes tangentées.

La Figure 4 est un exemple de scène générée sur une matrice de 1524x1024 pixels. La scène, représentée en amplitude normalisée couvre un champ de 162,3 km dans la direction verticale et de 102,4 km dans la direction horizontale. L'anisotropie observée sur cet exemple est gouvernée par les longueurs de corrélation horizontale et verticale de la température. L'amplitude est gouvernée à la fois par ces longueurs de corrélation mais aussi par la variance de la température. Notons que la génération d'une seule scène (donc à une altitude donnée) nécessite un calcul de 4h30 en temps CPU avec les machines les plus rapides de l'époque (~100 MFLOPS). Pour générer par exemple une scène 2D non stationnaire de 1024x1024 pixels, il faut alors calculer 1024 scènes intermédiaires, ce qui nécessite deux semaines de calculs [Sears 1994].

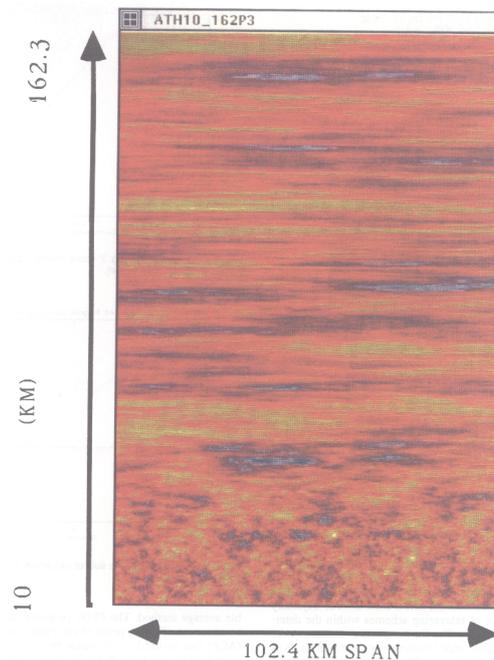


Figure 4 : Réalisation d'un champ 2-D de fluctuations relatives de luminance ; l'amplitude est comprise entre 0 et 1 [Strugala 1993].

En 1993, le premier code de calcul de la luminance IR permettant de simuler la structure fine du fond atmosphérique et terrestre est donc développé.

N.B. : nous entendons par code de calcul, une plateforme logicielle regroupant un ensemble de programmes informatiques. Nous utiliserons ce terme dans le reste du manuscrit.

Ce code est la quatrième version de SHARC (Strategic High Altitude Radiance Code), un code de transfert radiatif élaboré depuis la fin des années 80 par l'USAF Phillips Laboratory [Sundberg 1993]. SHARC permet de calculer la luminance IR dans un domaine spectral compris entre 1 et 40  $\mu\text{m}$  pour des lignes de visée dont l'altitude tangente est comprise entre 50 et 300 km d'altitude. Il modélise le rayonnement dû aux émissions des espèces radiatives hors équilibre thermodynamique local (ETL). Ce code répond à un besoin de mieux décrire la luminance du fond atmosphérique telle qu'elle peut

être observée par les systèmes de détection de cibles IR par satellite. Jusqu'à la version 4 de SHARC, les fluctuations du rayonnement IR ne sont donc pas prises en compte dans le calcul de la luminance. SHARC-4 intègre dans une première sous-version la technique de génération d'hétérogénéités non stationnaires de Strugala [Sears 1994] mais les temps de calcul considérables poussent les auteurs à développer de nouvelles méthodes de génération de scènes.

Notons que ce code restera jusqu'en 2007 l'unique outil disponible non classifié permettant de modéliser les hétérogénéités atmosphériques (en incluant ses évolutions futures). Nous verrons dans la suite de ce bilan historique que les années 2000 sont celles de l'alerte aéroportée, domaine dans lequel s'inscrit ce travail de thèse. Or SHARC-4 (et ses versions futures) a été développé pour les observations du limbe terrestre depuis l'espace. Il est donc important de comprendre les capacités et les limites de ce code, ainsi que les méthodes utilisées pour la modélisation des fonds atmosphériques et de leurs propriétés statistiques. Nous verrons en effet dans les sections suivantes pourquoi ce code n'est pas adapté aux problèmes de l'alerte aéroportée, quelles solutions ont été proposées, et quels sont les besoins restants. C'est ainsi que nous mettrons en évidence les objectifs de cette présente thèse.

Revenons à présent à la présentation du code SHARC-4. Notons tout d'abord que ce dernier ne génère pas directement des images de luminance mais calcule les propriétés statistiques des fluctuations de la luminance (fonction d'autocorrélation, variance, longueurs de corrélation) pour une ou plusieurs lignes de visée données. Les statistiques en sortie de SHARC-4 sont ensuite utilisées par un code de génération de scène, SIG (SHARC Image Generator), pour simuler des images de la luminance IR [Brown 1997]. Les paramètres statistiques non stationnaires du modèle NSS sont utilisés. Cinq méthodes différentes sont intégrées dans SIG et ce, en fonction du type de visée : deux pour les visées au nadir et trois pour les visées au limbe. Nous laissons de côté les premières pour nous intéresser aux secondes car ces dernières se rapprochent le plus des conditions d'observation de la surveillance aéroportée du fond de ciel. La première technique, « brute Force », est l'approche la plus fidèle, mais le calcul qui en découle est en revanche fastidieux et long. Une intégration des propriétés radiatives et atmosphériques le long de la ligne de visée est effectuée pour chaque pixel à travers un champ 3-D de fluctuations de température (Figure 5a) décrit par sa DSP en loi de puissance. Une deuxième méthode plus rapide consiste à générer une image synthétique 2-D à partir d'une combinaison entre une transformée de Fourier (TF) pour générer l'image de luminance à partir d'une DSP donnée et une technique autorégressive (AR) pour corrélérer les propriétés non stationnaires verticalement, en utilisant les longueurs de corrélation et la variance de la luminance calculées par SHARC (Figure 5b). Enfin, l'approche la plus rapide dépend d'un algorithme « étirement de l'espace » dans lequel une image est générée dans l'espace isotrope puis « étirée » par transformation des variables spatiales afin d'obtenir des fluctuations non stationnaires (Figure 5c). Les images de synthèse illustrées pour chacune de ces trois méthodes sur la Figure 5 sont calculées à partir d'une grille spatiale échantillonnée avec un pas de 200 m sur l'axe vertical et l'axe transverse du capteur et un pas de

30 km sur l'axe de la ligne de visée. Les images représentent les fluctuations de la luminance en  $W/cm^2/sr$ . L'altitude de l'observateur est de 425 km et l'altitude tangente centrale de 76,72 km.

Notons que SIG utilise une DSP 3-D de la température sous la forme d'un produit d'une composante purement verticale et d'une composante purement horizontale [Brown 2002]. Chaque composante représente une DSP en loi de puissance qui s'exprime en fonction de la variance de la température, de sa longueur de corrélation (horizontale ou verticale suivant la composante) et de la pente spectrale asymptotique à une altitude donnée. Ces paramètres sont choisis suivant les prédictions d'un modèle simplifié d'ondes de gravité. Les auteurs affirment également que l'hypothèse de séparabilité des variables est une approximation raisonnable pour le cas de la superposition d'ondes de gravité polychromatiques multiples, opposé au cas de l'onde de gravité isolée. Toutefois, on observe sur les trois images de la Figure 5 des stries verticales qui gênent la lisibilité des images. Bien que ce phénomène n'ait pas été expliqué par les auteurs, l'apparition de cet artefact nous laisse penser que l'hypothèse de séparabilité des variables, commune aux trois méthodes, en est la cause.

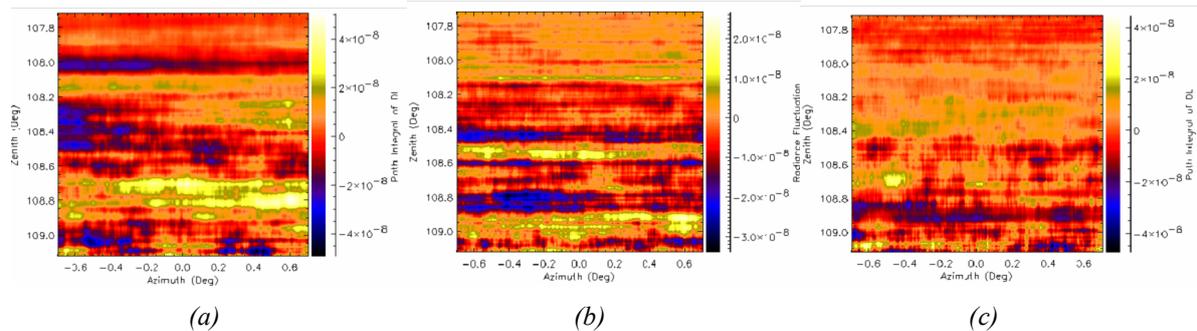


Figure 5 : Images synthétiques des fluctuations de la luminance calculées avec la méthode « brute Force » (a), la méthode hybride TF/AR (b) et la méthode d'« étirement de l'espace » (c) [Brown 1997].

Durant ces années 90, SHARC-4 est validé grâce à des mesures de la luminance IR collectées par le radiomètre SPIRIT-3 à bord du satellite MSX, lancé en 1996 à 900 km d'altitude en orbite polaire quasi héliosynchrone [O'Neil 1994, Picard 1998]. L'objectif est d'obtenir des données IR sur la structure fine de la moyenne et haute atmosphère avec une résolution spatiale de 300 m pour les visées au limbe et de 80 m pour les visées au nadir. L'incertitude sur les luminances absolues est inférieure à 10%. La Figure 6 illustre des images obtenues par le radiomètre SPIRIT-3 à  $4,3 \mu m$  pour cinq angles de visée différents par rapport au nadir :  $1,3^\circ$  (a),  $55^\circ$  (b),  $57^\circ$  (c),  $61^\circ$  (d) et  $61,5^\circ$  (e). Chaque image correspond à une fauchée du satellite : l'axe horizontal correspond à la distance parcourue par le satellite pendant la mesure et l'axe vertical représente la largeur du balayage (i.e. hauteur de la scène). En balayant ainsi les visées du nadir au limbe, la Figure 6 met en évidence le passage des hétérogénéités isotropes aux hétérogénéités stratifiées.

La Figure 7 illustre la luminance de fond (moyennée sur la longueur de la scène) et l'écart-type relatif de la luminance en fonction de l'altitude tangente pour la scène illustrée sur la Figure 6e. On remarque que l'écart-type relatif de la luminance varie de 4 à 14 % pour des altitudes tangentes comprises entre 40 et 56 km. Des calculs effectués avec SHARC-4 ont montré que cet écart-type relatif peut descendre jusqu'à 0,5 % aux altitudes tangentes inférieures. Enfin, les auteurs comparent les DSP horizontale et verticale de la luminance calculée à partir des sorties de SHARC-4 à celles estimées à partir des mesures MSX. Une comparaison est illustrée sur la Figure 8 pour la scène de la Figure 6e. La figure de gauche représente la DSP horizontale et la figure de droite la DSP verticale pour un calcul SHARC (en trait plein) et une estimation à partir des mesures MSX (en points). Les pentes sont indiquées au-dessus des courbes. Les nombreux tests effectués pour plusieurs angles de visée montrent d'ailleurs que cette pente varie avec l'altitude.

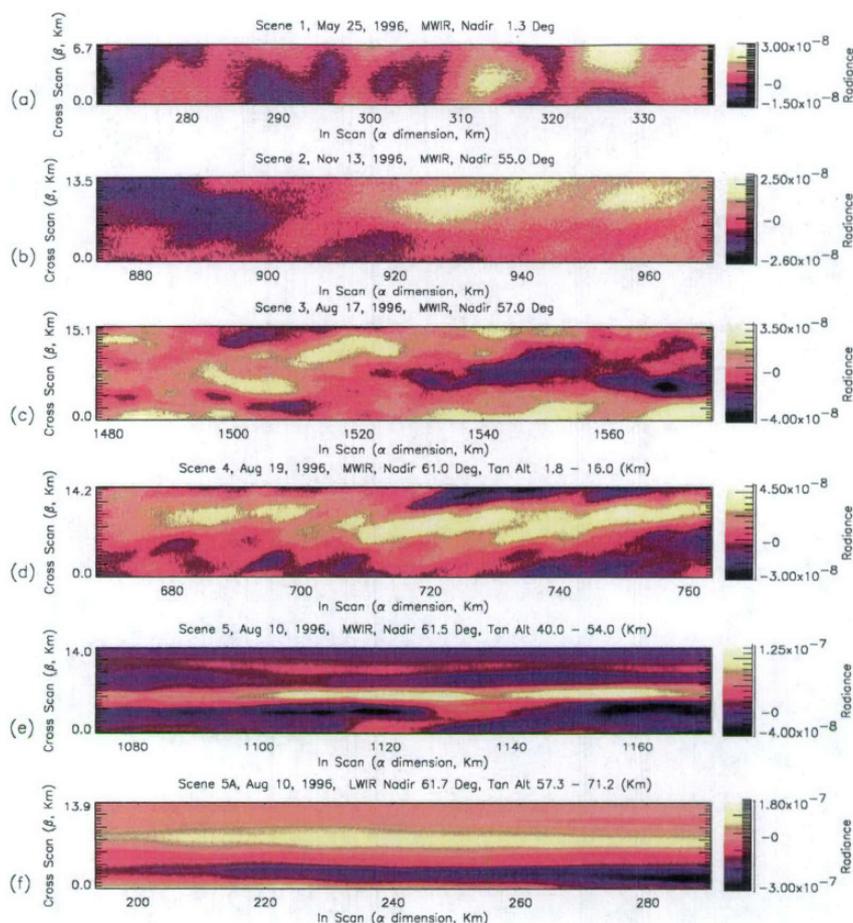


Figure 6 : Images obtenues par le radiomètre SPIRIT à  $4,3\mu\text{m}$  pour cinq angles de visée différents après un traitement permettant de soustraire la luminance moyenne. De haut en bas, l'angle par rapport au nadir est  $1,3^\circ$  (a),  $55^\circ$  (b),  $57^\circ$  (c),  $61^\circ$  (d) et  $61,5^\circ$  (e) [Brown 2002].

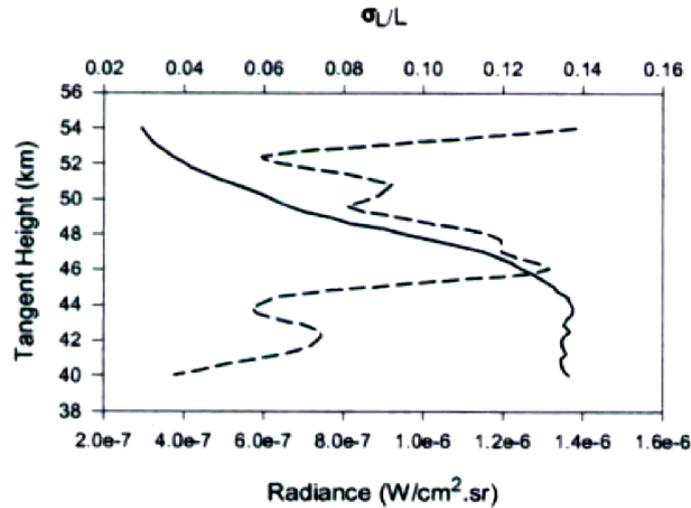


Figure 7 : Luminance de fond (courbe en trait plein, abscisse du bas) et écart-type relatif de la luminance (courbe en trait pointillé ; abscisse du haut) en fonction de l'altitude tangente des lignes de visées pour la scène 5 (e) de la Figure 6. La luminance est moyennée sur toute la ligne de visée [Brown 2002].

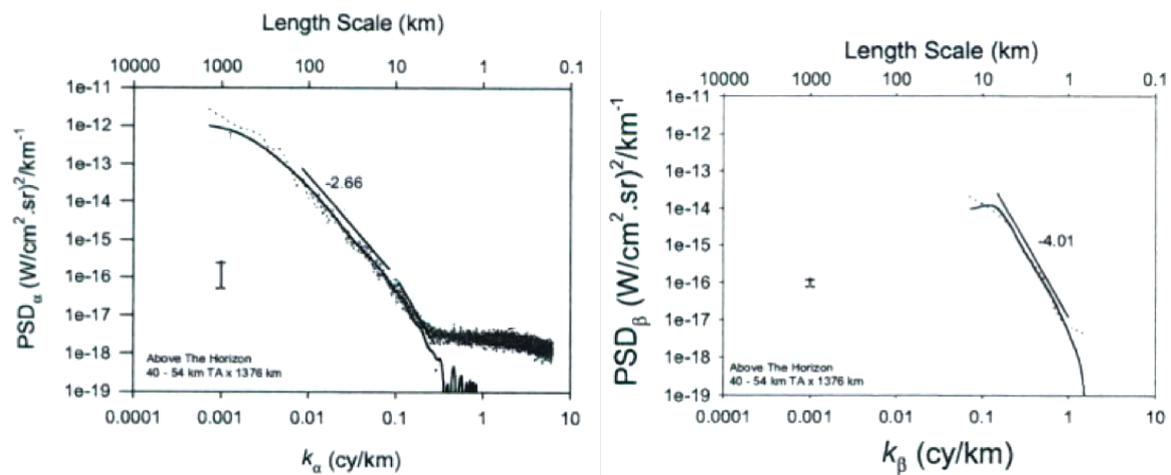


Figure 8 : DSP horizontale (graphe de gauche) et verticale (graphe de droite) des fluctuations de la luminance pour la scène 5 (e) de la Figure 6. En pointillé, estimation de la DSP à partir des mesures MSX ; en trait plein, estimation de la DSP calculée par SHARC avec la méthode AR [Brown 2002].

L'expérience MSX n'est pas la seule de cette décennie. En 1991, la navette spatiale Discovery (vol STS-39) embarque à son bord un interféromètre et un radiomètre pour l'expérience CIRRI-1A [Wise 2001]. L'étude consiste en un relevé des caractéristiques IR de l'atmosphère du nadir au limbe terrestre observée par la navette culminant à 260 km d'altitude dans la bande spectrale 2,5-25  $\mu\text{m}$ . L'objectif principal est d'obtenir simultanément des mesures spectrales et spatiales des émissions atmosphériques pour des altitudes comprises entre 0 et 150 km et des latitudes entre -68 et +68  $^\circ$ . Les mesures collectées par cette expérience sont destinées au développement et à l'amélioration des

performances des systèmes de détection IR par satellite. Par ailleurs, cette expérience a eu lieu deux mois avant l'éruption volcanique du Mont Pinatubo. L'ensemble de ses données constitue donc une ligne de base pour les nombreuses campagnes de mesures effectuées après l'éruption, permettant ainsi de mesurer l'impact à court et long termes de cette éruption sur la composition de la stratosphère. La Figure 9 présente un échantillon de ces mesures spectrales et spatiales. La Figure 9 représente le spectre de luminance entre 4,9 et 8  $\mu\text{m}$  pour la stratosphère (à 21 km d'altitude tangente) et pour la moyenne thermosphère (à 132 km d'altitude tangente), mesuré de nuit. Dans la stratosphère, le spectre est dominé par CO autour de 4,7  $\mu\text{m}$  (qui est en dehors du spectre de la Figure 9), le continuum de la vapeur d'eau et la bande vibrationnelle de H<sub>2</sub>O autour 6,3  $\mu\text{m}$  et le méthane autour de 7,7  $\mu\text{m}$ . Dans la thermosphère, l'émission unique est due à la bande fondamentale du NO à 5,3  $\mu\text{m}$ .

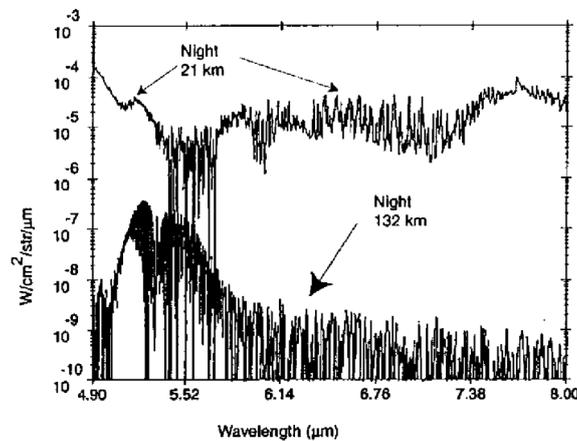


Figure 9 : Spectres de luminance dans la bande 4,9-8  $\mu\text{m}$  pour la stratosphère (21 km) et pour la basse thermosphère (132 km) la nuit [Wise 2001].

En 1996, les codes SHARC et MODTRAN [Berk 1989] sont fusionnés afin d'étendre le premier aux altitudes comprises entre 0 et 50 km d'altitude. Cette fusion donne naissance au code SAMM (SHARC And MODTRAN Merged) [Sharma 1996]. Le modèle à moyenne résolution spectrale ( $2 \text{ cm}^{-1}$ ) de MODTRAN pour la basse atmosphère et celui de SHARC-4 ( $1 \text{ cm}^{-1}$ ) pour la haute atmosphère sont réunis avec un algorithme de transfert radiatif unifié et corrélé. SAMM offre les mêmes possibilités en termes de sorties que SHARC-4, avec une résolution spectrale moyenne de  $2 \text{ cm}^{-1}$ . En 2004, une nouvelle version de SAMM intègre un algorithme de transfert radiatif quasi raie par raie permettant d'atteindre une résolution spectrale de  $0,001 \text{ cm}^{-1}$ . SAMM-2 [Dothe 2004] intègre aussi les effets de diffusion simple et multiple dus aux aérosols et aux nuages. Les calculs raie par raie étant coûteux en temps de calcul, une dernière amélioration de SAMM-2 est effectuée en 2007 : une nouvelle méthode dite des k-corrélés (notée méthode CK, cf. Annexe E) remplace la méthode quasi raie par raie pour calculer les grandeurs moyennes, i.e. la luminance et la transmission sans les fluctuations [Panfili 2007]. En revanche, cette méthode n'est pas utilisée pour calculer les fluctuations de la

luminance. Nous avons démontré durant ce travail de thèse que la méthode CK n'est, en fait, pas applicable à un calcul de fluctuations de luminance : c'est ce que nous verrons dans le Chapitre 3.

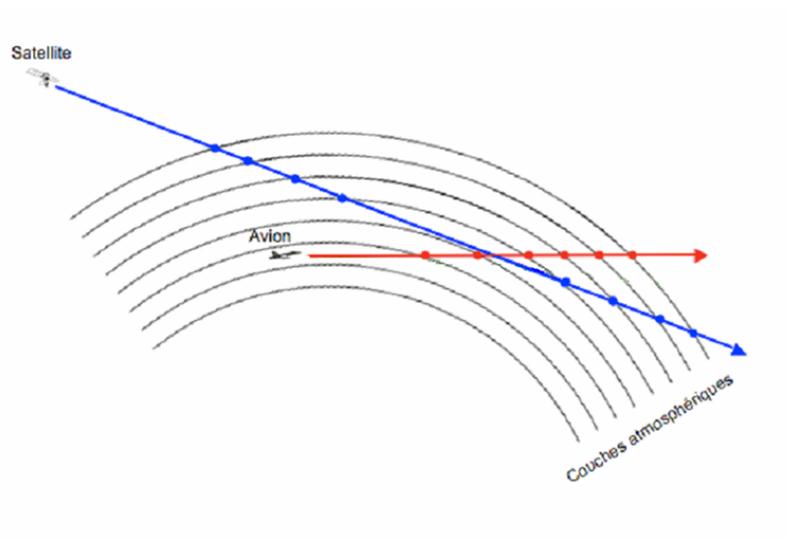
À l'aube des années 2000, le code SAMM-2 reste donc l'unique outil permettant de modéliser les fluctuations de la luminance IR du fond atmosphérique et leurs propriétés statistiques. Destiné aux observations du limbe terrestre depuis l'espace, SAMM-2 calcule la fonction d'autocorrélation, l'écart-type et les longueurs de corrélation des fluctuations de la luminance observées en un point donné, à partir d'une DSP 3-D de la température en loi de puissance. Cette DSP est supposée séparable en une composante purement verticale et une composante purement horizontale. De plus, elle peut être ajustée grâce aux paramètres tels que les longueurs de corrélation de la température, sa variance et la pente spectrale. Toutefois, le modèle par défaut est celui des ondes de gravité dont la pente spectrale est de -3 sur l'axe vertical et de  $-5/3$  sur l'axe horizontal. Le champ de température est anisotrope ; l'anisotropie est régie par les longueurs de corrélation horizontale et verticale. Les paramètres statistiques de la température sont issus du modèle NSS ou du modèle issu des données MSX (cf. paragraphe 1.2.4). Nous reparlerons de ces deux modèles dans la suite de ce manuscrit. Enfin, il faut noter que le modèle suppose que les fluctuations de la luminance s'expriment en fonction des fluctuations de la température seule : les fluctuations de la concentration des espèces radiatives comme  $H_2O$  sont négligées.

#### *1.2.5 Les années 2000 : les débuts de l'alerte IR aéroportée*

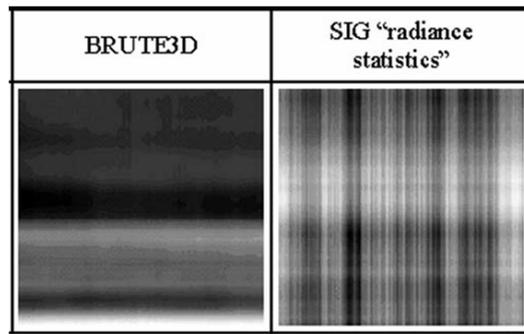
Depuis plus d'une décennie, le risque croissant d'emploi de missiles balistiques sur les théâtres d'opérations extérieurs et intérieurs conduit les pays occidentaux à mettre au point un nouveau système de défense anti-missiles. La détection et l'alerte peuvent être satisfaites par des moyens de détection infrarouge aéroportés, complétant alors l'alerte IR par satellite utilisée depuis 40 ans par les américains et les russes. Toutefois, le caractère confidentiel des projets militaires récents de ce type restreint considérablement la diffusion publique des travaux menés à cet effet. En France, une étude de définition d'un Moyen IR Aéroporté pour l'alerte et la Désignation d'Objectif Rapide anti-missile (MIRADOR) a été réalisée à l'ONERA. Les limites d'un tel système possèdent des points communs avec l'observation du fond atmosphérique par satellite : la performance des capteurs IR aéroportés est limitée par les hétérogénéités du fond atmosphérique. Toutefois, les conditions d'observation sont différentes puisque le capteur observe depuis la stratosphère le fond du ciel en visée au limbe. Les fonds terrestres ne sont donc pas dans le champ de vision ; seuls les fonds nuageux et les fonds de ciel clair sont observés. Les premières simulations de scènes hétérogènes destinées à étudier les limites de ces systèmes de surveillance IR aéroportés sont réalisées avec le code SAMM-2. Comme nous l'avons mentionné précédemment, ce dernier est effectivement le plus avancé en termes de prise en compte de la structure fine de l'atmosphère. Toutefois, SAMM-2 a été initialement développé et validé pour des configurations d'observations par satellite (voir Figure 10). Or, le cas des observations au limbe depuis

la stratosphère n'est pas adapté aux méthodes de génération de scène implémentées dans SIG, le générateur d'image de SAMM-2 (en particulier la méthode « brute force ») [Rialland 2007]. Les raisons sont les suivantes. Premièrement, si le capteur se trouve dans la stratosphère et vise au limbe, la plupart de ses lignes de visée se propagent avec une altitude croissante compte tenu de la courbure de la Terre : c'est ce qu'illustre la ligne de visée rouge de la Figure 10. Ainsi, dans la plupart des cas (ce n'est pas vrai pour les lignes de visée sous l'horizon), la contribution à la luminance est maximale près du capteur car ce dernier se trouve dans les couches les plus basses traversées par la ligne de visée. En effet, nous verrons par la suite que sous certaines conditions, en particulier pour les bandes d'absorption, la contribution à la luminance peut chuter dès les premiers kilomètres. En conséquence, les premiers segments contenant les contributions principales de la luminance devraient être plus finement échantillonnés que les suivants, ce qui n'est pas le cas dans un calcul SIG.

C'est pourquoi un nouveau code, BRUTE3D, adapté aux conditions de visée aéroportées est développé [Rialland 2007]. Ce code est une extension du modèle SIG. Basé sur la méthode « brute force » de SAMM-2, il utilise une grille 3-D des fluctuations de la température et les fonctions de transfert de SAMM-2 pour synthétiser une image de la structure du fond atmosphérique en fonction des caractéristiques du capteur.



*Figure 10 : Représentation schématique de l'atmosphère discrétisée en couches finies homogènes. La ligne de visée bleue représente une configuration de visée satellitaire typique de SAMM-2 ; les segments sont l'intersection entre la ligne de visée et les couches atmosphériques. La ligne de visée rouge représente une visée aéroportée au limbe.*



*Figure 11 : Fluctuations de la luminance pour un capteur à 13 km d'altitude visant horizontalement. L'image de gauche est un calcul effectué par BRUTE3D et l'image de droite est générée par SIG à partir des statistiques de la luminance [Rialland 2007].*

Comme il n'existe pas encore de mesures aéroportées de la luminance du fond atmosphérique en visée au limbe, le code BRUTE3D ne peut être validé par des mesures expérimentales. Il est donc pour le moment testé avec les résultats de SIG dans le cas des configurations satellitaires. En revanche, comme la méthode « brute force » de SIG ne peut pas fournir de résultats dans le cas de visées horizontales depuis la stratosphère, les scènes générées par BRUTE3D pour ces conditions sont comparées à celles de SIG générées simplement à partir des statistiques de la luminance. La Figure 11 présente une scène des fluctuations de la luminance calculées par BRUTE3D (image de gauche) d'une part et calculées par SIG (image de droite) d'autre part pour un capteur visant horizontalement à 13 km d'altitude. Pour les deux codes, les paramètres statistiques de la température issus du modèle MSX sont utilisés. La stratification horizontale est clairement visible sur l'image de BRUTE3D. En revanche, les stries verticales sur l'image de SIG masquent littéralement le fond hétérogène. Cet artefact gêne de manière significative la lecture et l'interprétation des images obtenues dans le cas des configurations aéroportées.

#### *1.2.6 Positionnement de la thèse par rapport à l'état de l'art*

L'hypothèse commune à tous les modèles et codes développés depuis les années 1960 (à l'exception des travaux de Lencioni) pour les systèmes d'alerte IR satellitaires ou aéroportés est que les fluctuations de la luminance du fond atmosphérique sont décrites comme une fonction des fluctuations de la température seules : c'est le cas de SAMM-2 et de BRUTE3D. Cette hypothèse reste fondée tant que les prédictions se font dans les fenêtres de transmission de l'IR (SWIR, MWIR et LWIR). Que devient cette hypothèse si l'on traite le cas de la bande d'absorption entre les bandes MWIR et SWIR, soit entre 5 et 8  $\mu\text{m}$  environ ? Nous avons vu avec les mesures de CIRRIS par exemple que l'émission de la vapeur d'eau joue un rôle essentiel pour la luminance à des altitudes inférieures à 70 km d'altitude. Or, la fenêtre spectrale pour laquelle le contraste entre un missile et le fond atmosphérique

est optimal peut se trouver dans cette bande d'absorption de la vapeur d'eau. Il est donc indispensable de disposer d'un modèle adapté à cette bande.

D'autre part, BRUTE3D n'est pas destiné aux calculs directs des propriétés statistiques des fluctuations de la luminance IR : son rôle premier est de générer des images de synthèse de ces fluctuations. Les images de synthèse, prises individuellement, apportent des informations sur l'aspect visuel des fonds hétérogènes telles que le caractère anisotrope des hétérogénéités ou encore leur taille. Mais ce type d'informations est peu utile pour améliorer la capacité de détection de cibles sur ces fonds hétérogènes. En effet, ce sont les propriétés statistiques des fluctuations de la luminance atmosphérique qui sont utilisées dans les algorithmes de suppression des fonds ou encore pour la détermination du seuil de détection lors de la conception des détecteurs IR. Les images de synthèse n'ont alors d'intérêt que si elles sont générées en grand nombre afin d'en extraire des informations statistiques telles que l'écart-type des fluctuations, les longueurs de corrélation et la DSP. Or, si nous connaissons la fonction d'autocorrélation de ces fluctuations sur le plan image du capteur, nous pouvons en déduire l'écart-type et les longueurs de corrélation et calculer la DSP correspondante par simple transformée de Fourier.

Il n'existe donc pas de code analogue à SAMM-2 permettant de calculer directement les propriétés statistiques des fluctuations de la luminance dans le cas des visées au limbe depuis la stratosphère et tenant compte des bandes d'absorption de la vapeur d'eau. L'objectif de cette présente thèse est donc de proposer un modèle de calcul direct (i.e. sans passer par le calcul répété d'une scène) de la fonction d'autocorrélation des fluctuations de la luminance, destiné aux systèmes de surveillance IR aéroportés. Ce modèle est dédié aux conditions de visée au limbe depuis la stratosphère d'une part et à la bande d'absorption de la vapeur d'eau dans l'infrarouge thermique d'autre part. Nous limitons notre domaine spectral à la bande 5-8  $\mu\text{m}$  pour laquelle le contraste entre la signature IR du missile et le fond atmosphérique semble être optimal.

Enfin, nous rappelons que les systèmes de veille aéroportés n'observent que les fonds de ciel. Nous ne nous intéressons donc pas aux fonds terrestres. Il faut ensuite considérer les deux types de fonds atmosphériques : les fonds nuageux et les fonds de ciel clair (i.e. libre de tout nuage). Nous nous intéresserons, dans le cadre de cette thèse, aux conditions de ciel clair.

### 1.3 Caractéristiques et limites du système de détection IR aéroporté dans son environnement

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 1.2.6, l'objectif de cette thèse est de modéliser la fonction d'autocorrélation des fluctuations de la luminance susceptibles d'affecter la probabilité de détection des systèmes de veille IR aéroportés. Une première étape consiste donc à connaître le type de fluctuations que nous devons considérer pour la modélisation. Sont-ce des fluctuations spatiales, temporelles ou les deux ? Quelles sont leurs échelles ? Quelles sont leurs origines dans l'infrarouge

thermique et dans la stratosphère ? Comment ses informations se traduisent-elles dans le calcul formel de la luminance ? Voilà les questions auxquelles nous allons répondre dans ce paragraphe 1.3. L'objectif est donc, dans un premier temps, de définir le domaine de fonctionnement du capteur et ses caractéristiques afin d'identifier les échelles spatiotemporelles auxquels il est sensible (paragraphe 1.3.1). Nous décrivons ensuite les caractéristiques de l'atmosphère dans l'IR.

### *1.3.1 Le domaine de fonctionnement et les échelles caractéristiques*

Nous considérons un détecteur placé à bord d'un aéroporteur évoluant entre 10 et 20 km d'altitude (voir Figure 12). Pour observer le fond du ciel, le système d'alerte vise l'horizon avec un angle d'élévation variant typiquement de  $-2$  à  $+30$  ° par rapport à l'horizon. Le système balaye l'horizon sur un champ azimutal de  $180$  ° typiquement. Le capteur peut se présenter soit sous forme matricielle soit sous forme de barrette. Son champ de vision élémentaire (i.e. le champ du pixel) est de l'ordre de quelques centaines de  $\mu\text{rad}$ . Par exemple, un champ élémentaire de  $300$   $\mu\text{rad}$  (en considérant le pixel carré) correspond à un champ de  $300$  m de côté à  $1000$  km de distance (Figure 13). Ainsi, la taille d'une cible de type missile balistique observée à grande distance est inférieure à celle du champ élémentaire : la cible est alors équivalente à une source quasi-ponctuelle dans le plan image du capteur. La capacité de détection du système d'alerte est donc limitée par les fluctuations spatiales de la luminance dont les échelles correspondent à la taille de l'objet dans le plan image du capteur. Le capteur est donc sensible aux échelles spatiales variant de quelques mètres (près du capteur) à plusieurs centaines de mètres (aux longues distances). Or, ces échelles sont celles respectivement de la turbulence et des ondes de gravité. En effet, nous verrons dans le paragraphe 1.4 qu'en ciel clair et dans la stratosphère, la turbulence (aux échelles inférieures à la dizaine de mètres) et les ondes de gravité (aux échelles comprises entre quelques dizaines de mètres et quelques kilomètres) sont majoritairement responsables des fluctuations locales de la température et de la masse volumique de l'atmosphère, entraînant à leur tour des fluctuations de la luminance du fond atmosphérique. Toutefois, l'impact potentiel de la turbulence n'a lieu qu'au voisinage du capteur, puisque ses échelles d'action ne dépassent pas quelques mètres, alors que la contribution des ondes de gravité s'étend sur tout le reste du trajet optique. De plus, l'amplitude des fluctuations induites par la turbulence est bien plus faible que celle des ondes de gravité. Enfin, la turbulence induit des fluctuations de nature isotrope. Pour ces trois raisons, il est raisonnable de penser que les effets de la turbulence sont moyennés le long du trajet optique et n'apportent donc pas de contribution significative en amplitude aux fluctuations de la luminance observées par le capteur. C'est pourquoi nous nous limiterons, dans le cadre de cette thèse, à l'impact des ondes de gravité. Toutefois, il existe probablement des cas particuliers pour lesquels le capteur peut être sensible aux fluctuations atmosphériques induites par la turbulence : nous pensons en particulier aux cas des milieux optiquement épais pour lesquels la courte visibilité du capteur peut donner du poids aux effets de la turbulence.

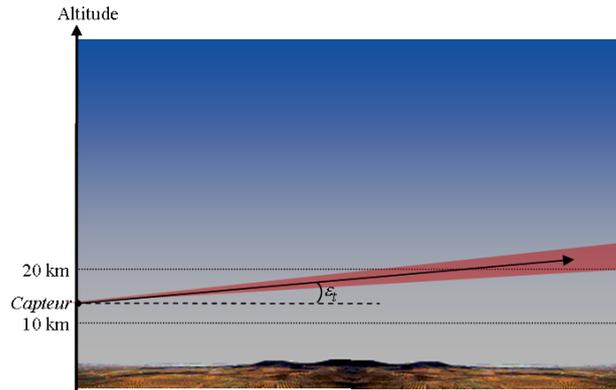


Figure 12 : Représentation de la géométrie de la visée.

Notons que la résolution angulaire du capteur n'est pas forcément donnée par le champ de vision élémentaire. Elle peut aussi correspondre à l'échelle de diffraction si celle-ci est plus grande que le champ du pixel. En effet, en raison de la nature ondulatoire de la lumière, celle-ci est sujette au phénomène de diffraction lors de son passage à travers la pupille du capteur. Il se forme alors dans le plan image une tâche de diffraction (ou tâche d'Airy) dont la taille est proportionnelle à la longueur d'onde d'observation et inversement proportionnelle au diamètre de la pupille d'entrée. Ainsi, pour un champ élémentaire de  $300 \mu\text{rad}$  et pour une longueur d'onde de  $8 \mu\text{m}$ , la tâche d'Airy est plus grande que le champ élémentaire si le diamètre de la pupille est inférieur à  $30 \text{ mm}$ .

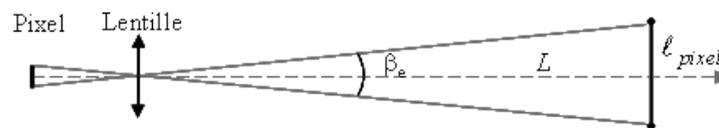


Figure 13 : Schéma décrivant le champ de vision d'un pixel de l'imageur infrarouge en fonction de son ouverture angulaire  $\beta_e$  et de sa distance à la cible  $L$ . Le champ élémentaire est donné par la relation

$$\ell_{\text{pixel}} \approx L\beta_e.$$

Par ailleurs, le détecteur est caractérisé principalement par deux grandeurs temporelles : le temps d'exposition, de l'ordre de quelques dizaines de microsecondes, et le temps entre deux images consécutives, de l'ordre de quelques secondes. Or, les échelles temporelles caractéristiques des ondes de gravité sont bien plus grandes que la seconde. En effet, leur période d'oscillation à travers l'atmosphère varie de plusieurs minutes à plusieurs heures. Les fluctuations des masses d'air semblent donc figées aux échelles temporelles du capteur. Le détecteur n'est donc pas sensible aux fluctuations temporelles de la luminance.

### 1.3.2 Caractéristiques de l'atmosphère dans l'infrarouge thermique

En télédétection spatiale, lorsque l'on parle de mesures dans le domaine infrarouge moyen, on fait référence aux deux bandes spectrales comprises respectivement entre 2000 et 3300  $\text{cm}^{-1}$  (i.e. entre 3 et 5  $\mu\text{m}$  ; la bande MWIR) et entre 700 et 1200  $\text{cm}^{-1}$  (i.e. entre 8 et 14  $\mu\text{m}$  ; la bande LWIR) pour lesquelles la transmission est supérieure à 70 % environ. Ces fenêtres sont représentées sur la Figure 14 illustrant la transmission sur un trajet total de la surface terrestre depuis l'espace en visée nadir. On distingue sur la figure la transmission en l'absence d'aérosols (en noir) et la transmission en présence d'aérosols stratosphériques de fond (en rouge) caractérisant l'état moyen actuel de la population d'aérosols dans la stratosphère. Les aérosols affectent le bilan radiatif en absorbant et/ou en diffusant une partie du rayonnement atmosphérique. Toutefois, on constate sur la Figure 14 que la présence d'aérosols a un impact négligeable sur le spectre de transmission dans l'infrarouge thermique pour des trajets sur toute l'épaisseur atmosphérique. D'autre part, on distingue sur ce spectre une bande d'absorption rendant l'atmosphère quasiment opaque entre 1300 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  (entre les bandes LWIR et MWIR) : cette bande correspond à la bande d'absorption de la vapeur d'eau autour de 6,3  $\mu\text{m}$  (soit 1587  $\text{cm}^{-1}$ ). C'est donc dans cette bande d'absorption que les fluctuations de la vapeur d'eau peuvent impacter sur la luminance thermique. Or, elle définit notre domaine d'étude dans le cadre de cette thèse.

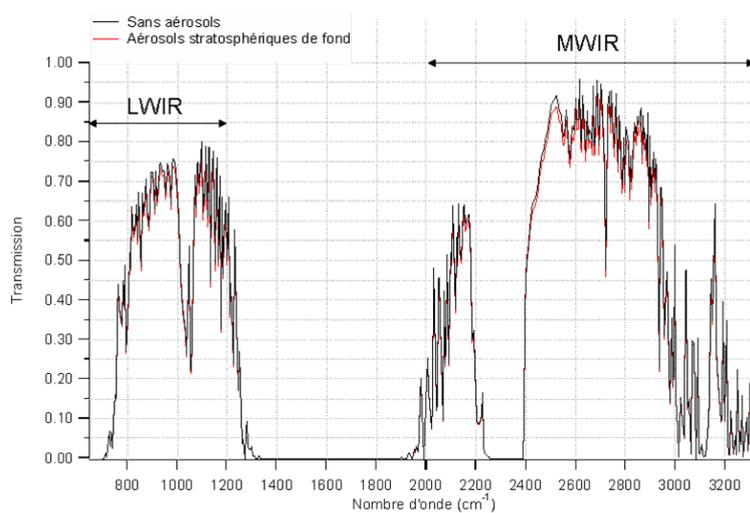


Figure 14 : Spectre de transmission de l'atmosphère totale calculé par MATISSE [Simoneau 2006] entre 700 et 3300  $\text{cm}^{-1}$  (i.e. entre 3 et 14  $\mu\text{m}$  environ) pour une observation à 700 km d'altitude en visée nadir e à travers une atmosphère standard de type mid-latitude summer. En noir, un calcul sans aérosols, en rouge, un calcul avec aérosols stratosphériques de fond.

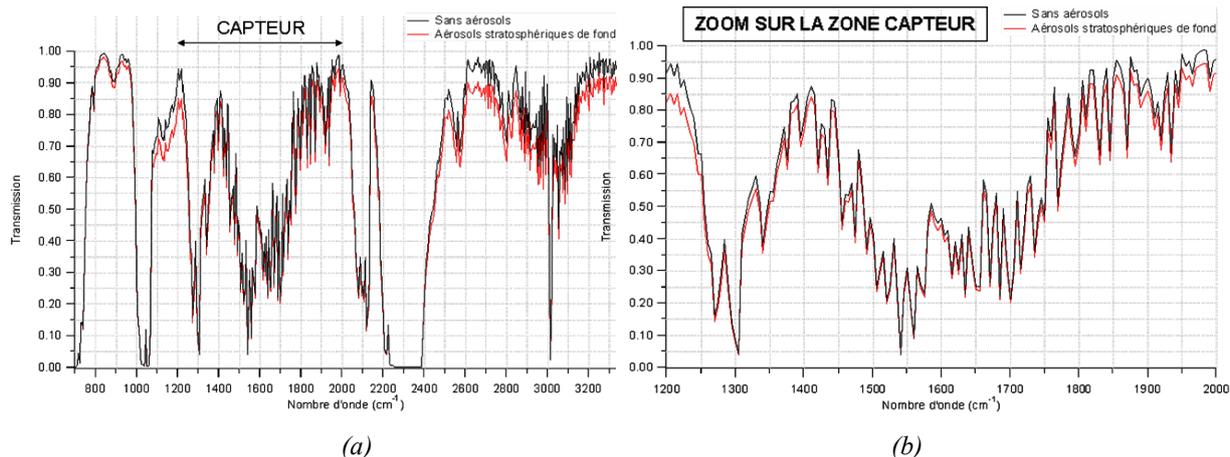


Figure 15 : (a) Spectre de transmission de l'atmosphère calculé par MATISSE [Simoneau 2006] entre 700 et 3300  $\text{cm}^{-1}$  (i.e. entre 3 et 14  $\mu\text{m}$  environ) pour une observation à 14 km d'altitude en visée horizontale à travers une atmosphère standard de type mid-latitude summer. En noir, un calcul sans aérosols, en rouge, un calcul avec aérosols stratosphériques de fond. (b) Zoom du spectre entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  correspondant au domaine spectral d'observation du capteur.

Que devient le spectre de transmission dans le cas de la veille aéroportée et quel est l'impact des aérosols sur ce dernier ? La Figure 15a illustre le spectre de transmission pour un trajet horizontal partant à 14 km d'altitude, pour une atmosphère sans aérosols (courbe noire) et pour une atmosphère avec aérosols stratosphériques de fond (courbe rouge). On constate que la présence d'aérosols peut alors diminuer la transmission de plusieurs pourcents ; son impact étant plus important dans les fenêtres atmosphériques que dans la bande d'absorption correspondant à la bande « capteur » sur la Figure 15a. Si l'on regarde la Figure 15b, la transmission dans cette bande entre 1300 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  est affaiblie de 5 % en moyenne, avec un maximum de 11 % en bord de bande. L'impact des aérosols restant tout de même faible dans ce domaine de l'infrarouge thermique, nous négligerons par la suite leur présence dans les calculs de la transmission. Notons que l'absorption par la vapeur d'eau est plus faible en visée aéroportée au limbe qu'en visée satellitaire au nadir puisque la ligne de visée ne traverse pas les couches denses et chargées en vapeur d'eau de la troposphère.

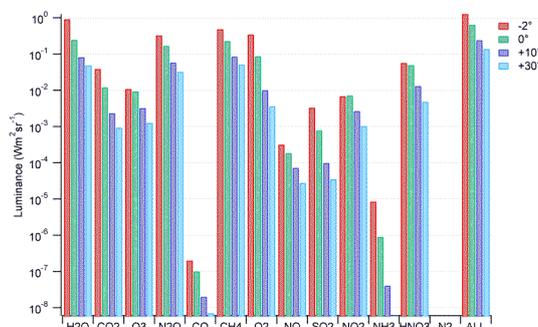


Figure 16 : Contributions des espèces radiatives à la luminance atmosphérique pour un observateur à 14 km en bande 1200-2000  $\text{cm}^{-1}$  en fonction de l'angle de visée (Source : rapport interne ONERA).

La vapeur d'eau présente dans l'atmosphère est l'absorbant principal dans la bande spectrale comprise entre 5 et 8  $\mu\text{m}$ . Il ne faut toutefois pas négliger l'absorption par le méthane  $\text{CH}_4$  et l'oxyde nitreux  $\text{N}_2\text{O}$  qui peuvent jouer un rôle non négligeable suivant l'altitude. Leur contribution respective à la luminance dans la bande 1200-2000  $\text{cm}^{-1}$  est illustrée sur la Figure 16 en fonction de l'angle d'élévation de la ligne de visée (-2, 0, +10 et +30 °) pour un observateur à 14 km d'altitude. On constate que la vapeur d'eau contribue majoritairement pour la ligne de visée subhorizontale puisque cette dernière traverse des couches de la haute troposphère, là où la fraction molaire de la vapeur d'eau y est encore importante. En revanche, pour les observations au dessus de l'horizon, le méthane et l'oxyde nitreux contribuent presque autant que la vapeur d'eau. Toutefois, la vapeur d'eau présente un comportement beaucoup moins stable que celui des autres molécules car ses fluctuations relatives peuvent atteindre plusieurs dizaines de pourcents. En effet, malgré les effets de la stratification, son comportement dans la stratosphère dépend fortement de celui dans la troposphère, contrairement aux autres constituants : nous le verrons dans la suite de ce chapitre. C'est pourquoi nous nous limitons dans cette étude à l'impact des fluctuations de la vapeur d'eau dans le calcul des fluctuations de la luminance atmosphérique, les autres espèces atmosphériques étant traitées comme des grandeurs moyennes.

Jusqu'où un capteur peut-il donc sonder dans cette bande d'absorption de la vapeur d'eau ? Bien sûr, la profondeur de visée (i.e. la distance au delà de laquelle la transmission est quasi nulle) dépend de la bande spectrale considérée mais elle dépend également fortement de l'angle d'élévation de la visée. En effet, la contribution à la luminance est d'autant plus forte que la densité de la couche atmosphérique est élevée. Autrement dit, ce sont les couches les plus basses qui contribuent majoritairement à la luminance. Ainsi, dans le cas d'un capteur visant au dessus de l'horizon, la ligne de visée traverse des couches d'altitude croissante, de moins en moins denses. La contribution principale à la luminance se fait donc près du capteur. En revanche, dans le cas d'une visée d'élévation négative, la ligne de visée traverse des couches de plus en plus denses avant d'atteindre son altitude tangente pour remonter ensuite en altitude et s'échapper de l'atmosphère. C'est donc autour de son altitude tangente que la contribution à la luminance est la plus forte. Pour l'illustrer, nous nous appuyons sur la Figure 17 montrant un histogramme cumulé normalisé de la luminance le long de la ligne de visée ainsi que celui de sa variance. L'intégration se fait sur toute la bande 1200-2000  $\text{cm}^{-1}$  et nous comparons les résultats pour un capteur à 14 km d'altitude, pour deux élévations extrêmes : une visée sous l'horizon, à -2 ° (graphe de gauche) et une visée au-dessus de l'horizon, à +30 ° (graphe de droite). Nous traçons également sur chacun des graphes l'altitude de la ligne de visée le long de sa trajectoire (axe de droite). Ces informations nous permettent de déterminer la distance et l'altitude au delà desquelles le rayonnement atmosphérique devient négligeable dans le bilan radiatif. L'exemple du capteur visant à +30 ° montre bien que 99% de la luminance est atteint au bout de 60 km : à cette distance, le point sur la ligne de visée est à 45 km d'altitude. La variance de ces fluctuations est quant à elle atteinte à 99 %

au bout de 20 km seulement. A l'inverse, pour la visée à  $-2^\circ$ , on constate que ce même pourcentage de la variance n'est atteint qu'après le passage au point tangent de la ligne de visée : ce trajet s'étend à 250 km environ. Les 99 % de la luminance sont atteints au bout de 400 km. Sur ces distances, l'altitude de la ligne de visée ne dépasse pas celle du capteur. Ces deux exemples montrent bien que la profondeur de visée dépend fortement de l'élévation de la visée. D'autre part, ils permettent de constater que 99% de la luminance et de la variance de ses fluctuations sont atteints dans la basse stratosphère.

Si on se place à l'altitude maximale du capteur, i.e. à 20 km, pour une visée la plus élevée possible, i.e.  $+30^\circ$  en élévation, on montre que 99 % de la luminance est atteinte bien avant que la ligne de visée atteigne 45 km d'altitude. On montre donc que les couches atmosphériques supérieures à 45 km d'altitude ont une contribution négligeable à la luminance infrarouge observée par un système de veille évoluant dans les conditions décrites au paragraphe 1.3.1.

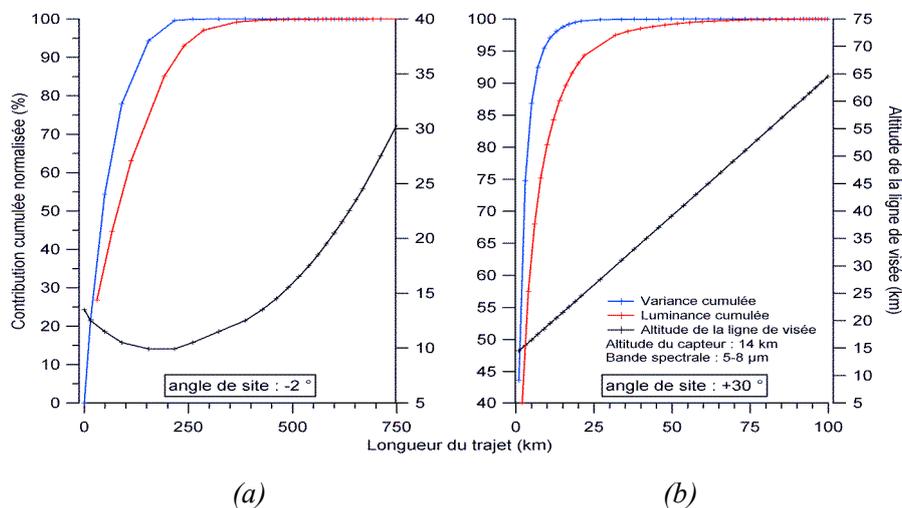


Figure 17 : (a) Luminance (en rouge) et variance des fluctuations de la luminance (en bleu) normalisées et cumulées le long de la ligne de visée pour un capteur à 14 km d'altitude visant à  $-2^\circ$  sous l'horizon entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ . La courbe noire représente l'altitude de la ligne de visée en fonction de sa distance de propagation. (b) idem à (a) pour un angle de visée de  $+30^\circ$  au dessus de l'horizon. Les calculs sont effectués avec SAMM-2 [Dothe 2004].

### 1.3.3 Fluctuations de la luminance : identification des grandeurs atmosphériques responsables

Soit  $q$  un champ scalaire et  $\vec{\phi}$  un vecteur. On note les opérateurs vectoriels définissant le gradient, la divergence, le rotationnel et le laplacien comme suit :

$$\vec{\nabla}q : \text{gradient de } q$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\phi} : \text{divergence de } \vec{\phi}$$

$\vec{\nabla} \wedge \vec{\phi}$  : rotationnel de  $\vec{\phi}$

$\nabla^2 \vec{\phi}$  : laplacien de  $\vec{\phi}$

où  $\cdot$  et  $\wedge$  représentent respectivement le produit scalaire et le produit vectoriel.

Nous considérons que l'équation générale du transfert radiatif est connue. Nous renvoyons le lecteur aux nombreux ouvrages sur le transfert radiatif tel que [Chandrasekhar 1960]. Nous rappelons que la luminance monochromatique  $L_\nu$  est définie comme le flux lumineux traversant une unité de surface par unité d'angle solide et de nombre d'onde ; son unité est le  $\text{W}/\text{m}^2/\text{sr}/\text{cm}^{-1}$ . L'équation générale de transfert radiatif décrit la distribution du rayonnement monochromatique de luminance  $L_\nu(\vec{r}, \vec{n})$  au point  $\vec{r}$ , défini dans le référentiel terrestre  $\mathfrak{R}_T$  (voir Figure 18), le long de la ligne de visée de direction  $\vec{n}$  :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{n} L_\nu(\vec{r}, \vec{n}) = \beta_\nu(\vec{r})(J_\nu(\vec{r}, \vec{n}) - L_\nu(\vec{r}, \vec{n})) \quad (1.1)$$

$\vec{n}$  est un vecteur unitaire,  $\beta_\nu$  le coefficient d'extinction du milieu défini comme la somme du coefficient d'absorption et du coefficient de diffusion et  $J_\nu$  la fonction source.

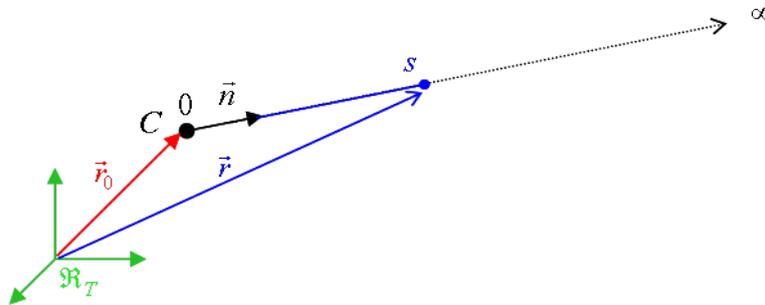


Figure 18 : Représentation géométrique de l'intégrale le long d'une ligne de visée tirée du capteur C vers l'infini, dans le repère terrestre.

Deux hypothèses nous permettent de simplifier la résolution de cette équation de transfert radiatif.

Premièrement, nous avons vu dans le paragraphe 1.3.2 qu'il suffit de prendre en compte uniquement les couches atmosphériques inférieures à 45 km d'altitude pour expliquer 99% de la luminance observée par un capteur infrarouge aéroporté. A ces altitudes, l'équilibre thermodynamique local (ETL) prévaut. En effet, la densité de l'air  $\rho$  est suffisamment élevée pour que le temps moyen entre les collisions moléculaires soit petit devant la durée de vie naturelle d'un état vibrationnel excité d'une molécule. Les processus d'excitation et de désexcitation des molécules dues aux collisions dominent alors les processus radiatifs. La distribution des niveaux d'énergie est ainsi déterminée par la loi de Boltzmann et le rayonnement infrarouge thermique peut être décrit par la loi d'émission du corps noir.

Deuxièmement, les effets de la diffusion du rayonnement solaire sont négligeables dans l'infrarouge thermique et en ciel clair. En effet, il existe trois types de diffusion classés suivant la taille décroissante des particules diffusantes : la diffusion non sélective, la diffusion de Mie et la diffusion Rayleigh. La première est causée par les particules dont la taille est très grande devant la longueur d'onde d'observation : ce sont principalement les gouttes d'eau précipitantes et les poussières lourdes. En ciel clair et dans la stratosphère, ces particules sont quasiment absentes donc la diffusion non sélective est négligeable. Ensuite, la diffusion de Mie concerne les particules dont la taille est équivalente à la longueur d'onde : ce sont les cristaux de glace, les gouttelettes d'eau et les aérosols. Encore une fois, les cristaux de glaces et les gouttelettes d'eau sont en quantité négligeable en ciel clair. En revanche, la présence d'aérosols dans la stratosphère est une source de diffusion inévitable : nous verrons ci-après quel est leur impact réel. Enfin, la diffusion Rayleigh est causée par les particules dont la taille est bien inférieure à la longueur d'onde : ce sont les molécules et les atomes constituant le gaz atmosphérique ainsi que les aérosols fins. La diffusion Rayleigh est donc présente dans toutes les couches de l'atmosphère mais son intensité est inversement proportionnelle à longueur d'onde à la puissance 4. Aux grandes longueurs d'onde telles que celles de l'IR thermique, son effet est donc limité.

Pour quantifier les effets de la diffusion par les molécules et les aérosols, nous nous sommes appuyés sur le code de transfert radiatif de l'ONERA, MATISSE [Simoneau 2006], pour calculer le spectre de la luminance observée en visée horizontale depuis la stratosphère (à 15 km d'altitude) dans l'IR thermique. Le code permet de distinguer les différentes contributions à la luminance, en particulier, l'émission thermique et la diffusion. La Figure 19 représente un spectre de luminance calculé par MATISSE pour une atmosphère de type « mid-latitude summer » contenant des aérosols stratosphériques de fond (courbe du haut) : le spectre contient donc la contribution de l'émission thermique et de la diffusion par les molécules et par les aérosols. La courbe du bas de la Figure 19 représente la contribution seule de la diffusion (molécules + aérosols). La figure illustre également la contribution de la diffusion par les molécules et par les aérosols afin de comparer. On constate que la contribution de la diffusion est très faible devant la luminance totale. Après calcul, on montre que la diffusion contribue à moins de 1% de 1200 à 1750  $\text{cm}^{-1}$ . De 1750 à 2000  $\text{cm}^{-1}$ , elle peut contribuer jusqu'à 10% ponctuellement mais reste en moyenne inférieure à 5% de la luminance totale.

On montre ainsi que les effets de la diffusion restent faibles dans l'infrarouge thermique et en ciel clair, si l'on ne tient compte que des aérosols de fond stratosphériques.

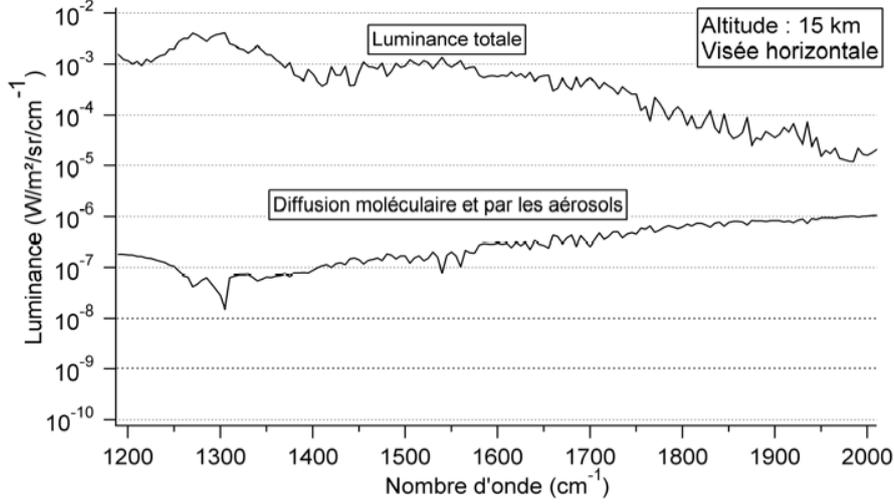


Figure 19 : Spectre de la luminance totale (émission thermique + diffusion) calculée pour une atmosphère mid-latitude summer US 76 avec la présence d'aérosols stratophériques de fond (courbe du haut). On représente également la contribution de la diffusion (moléculaire + aérosols) (courbe du bas). L'observateur est à 15 km d'altitude en visée horizontale dans la bande 1200-2000  $\text{cm}^{-1}$ . Les calculs sont effectués avec MATISSE [Simoneau 2006].

Le milieu étant à l'ETL et les effets de la diffusion étant négligeables, la fonction source  $J_\nu$  se résume donc à la luminance du corps noir  $B_\nu$  et le coefficient d'extinction se réduit au coefficient d'absorption du milieu  $\kappa_\nu$ . L'équation du transfert radiatif s'écrit alors comme suit :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{n} L_\nu(\vec{r}, \vec{n}) = \kappa_\nu(\vec{r}) (B_\nu(\vec{r}, \vec{n}) - L_\nu(\vec{r}, \vec{n})) \quad (1.2)$$

La luminance observée par un capteur en  $\vec{r}_0$  et visant dans la direction  $\vec{n}$  est alors donnée par :

$$L_\nu(\vec{r}_0, \vec{n}) = \int_0^\infty dr \exp\left(-\int_0^r dr' \kappa_\nu(\vec{r}')\right) \kappa_\nu(\vec{r}) B_\nu(\vec{r}) \quad (1.3)$$

où

$$\tau_\nu(\vec{r}) = \exp\left(-\int_0^r dr' \kappa_\nu(\vec{r}')\right) \quad (1.4)$$

est la transmission entre le détecteur et le point dont la position est définie par le vecteur  $\vec{r}$  parcourant la ligne de visée. Comme l'indique la Figure 18, le vecteur  $\vec{r}$  parcourt la ligne de visée de direction  $\vec{n}$  du capteur  $C$  à l'infini, tel que  $\vec{r} = \vec{r}_0 + s\vec{n}$ .

La luminance thermique (spectrale) traduit la contribution de l'émission thermique de l'atmosphère le long de la ligne de visée (suivant la loi d'émission du corps noir) pondérée en chaque point par le produit de l'absorption et de la transmission  $dr \tau_\nu(\vec{r}) \kappa_\nu(\vec{r})$ .

Les fluctuations du coefficient d'absorption  $\kappa_\nu$  et de la luminance du corps noir  $B_\nu$  le long de la ligne de visée vont donc induire une variation de la luminance au niveau du capteur. Ces fluctuations des fonctions  $\kappa_\nu$  et  $B_\nu$  sont la conséquence des fluctuations locales des variables atmosphériques dont elles dépendent.  $B_\nu$  est sensible uniquement aux variations de la température atmosphérique  $T(\vec{r})$  telle que :

$$B_\nu(\vec{r}) = B_\nu(T(\vec{r})) = \frac{c_1 \nu^3}{\exp\left(\frac{c_2 \nu}{T(\vec{r})}\right) - 1} \quad (1.5)$$

avec  $c_1 = 2hc^2$  et  $c_2 = \frac{hc}{k_B}$ .

Le coefficient d'absorption dépend en revanche de nombreuses variables atmosphériques : la température, la pression  $p(\vec{r})$  et la masse volumique  $\rho(\vec{r})$  tout d'abord, mais aussi la fraction massique de chacune des molécules constituant l'atmosphère. D'une part, l'air est considéré comme un gaz parfait : les trois premières grandeurs sont alors reliées par l'équation des gaz parfaits, ce qui permet de nous affranchir d'une de ces variables. Nous choisissons de ne dépendre que de la température et de la masse volumique car nous verrons au paragraphe 1.4.2.3 que, sous certaines conditions, les fluctuations de pression sont négligeables devant celles de la température et de la masse volumique. D'autre part, nous avons vu dans le paragraphe 1.3.2 que la vapeur d'eau est l'absorbant principal dans la bande 1200-2000  $\text{cm}^{-1}$ . On suppose en conséquence que le coefficient d'absorption est sensible à la température et à la masse volumique de l'air ainsi que la fraction massique de la vapeur d'eau  $y_{H_2O}(\vec{r})$  :

$$\kappa_\nu(\vec{r}) = \kappa_\nu(T(\vec{r}), \rho(\vec{r}), y_{H_2O}(\vec{r})) \quad (1.6)$$

Une description détaillée du coefficient d'absorption et de ses dépendances se trouve au Chapitre 3. Ainsi, les fluctuations de la luminance IR observées depuis la stratosphère en visée au limbe sont essentiellement dues aux variabilités locales de la température, de la masse volumique et de la fraction massique de la vapeur d'eau. Notons que la fraction massique et la fraction molaire sont proportionnelles.

## 1.4 Synthèse des propriétés de la température et de la vapeur d'eau dans la stratosphère

Comme nous l'avons vu précédemment, les fluctuations de la luminance sont essentiellement dues aux fluctuations locales de la température, de la masse volumique et de la fraction massique de la vapeur d'eau. Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux propriétés spatiales et spectrales à petite échelle de ces trois grandeurs, à l'origine de leurs fluctuations et aux éventuelles corrélations entre elles. Nous

présenterons donc dans un premier temps les mécanismes physiques à l'origine des fluctuations de la température ainsi que les propriétés principales du profil vertical moyen de la température puis de ses fluctuations. Nous expliquerons également pourquoi les fluctuations relatives de la température sont anti-corrélées à celles de la masse volumique. Ensuite, nous décrirons le profil vertical de la vapeur d'eau et ses sources dans la stratosphère. Nous discuterons enfin des causes potentielles de ses fluctuations et de sa corrélation avec la température. Ce paragraphe a donc pour objectif de mettre en évidence les propriétés spatiales et spectrales de ces grandeurs ainsi que leurs corrélations afin de nous guider dans la modélisation des propriétés statistiques de la luminance. Nous verrons effectivement dans le Chapitre 2 que ces dernières peuvent s'exprimer en fonction des propriétés statistiques des grandeurs locales fluctuantes.

N.B. : à partir de ce point, le terme « spectre » désigne de manière abrégée la densité spectrale de puissance. Lorsque nous parlerons du spectre optique ou du spectre d'absorption, par exemple, nous ferons clairement la distinction.

#### *1.4.1 Généralités sur les ondes de gravité et la turbulence atmosphérique*

Ce paragraphe décrit de manière qualitative les mécanismes, les échelles d'action et les paramètres caractéristiques des ondes de gravité et de la turbulence, à l'origine des fluctuations de température et de densité. Nous verrons par la suite que ces mécanismes physiques peuvent être une cause des fluctuations de la fraction massique de la vapeur d'eau mais qu'ils n'expliquent pas tout. Le lecteur trouvera dans l'Annexe A une description des équations de Navier-Stokes régissant la dynamique des fluides et une présentation de la solution décrivant les ondes de gravité, calculées à partir de la théorie linéaire des ondes. Une partie de cette annexe présente également l'approche spectrale des ondes de gravité et de la turbulence afin d'introduire les spectres en loi de puissance auxquels obéissent ces deux types de mouvement.

Rappelons tout d'abord qu'un fluide stratifié et stable est un fluide dans lequel la densité potentielle décroît avec l'altitude sous l'action de la gravité. En première approximation et à l'exception de sa couche limite planétaire et des régions convectives, l'atmosphère se comporte comme telle, grâce à l'action principale de la gravité. Cette variation continue de la densité traduit l'état d'équilibre hydrostatique de l'atmosphère au repos dont l'équation

$$dp = -\rho g dz \tag{1.7}$$

relie le gradient vertical de la pression  $p$  à la masse volumique locale  $\rho$  et à l'accélération de la pesanteur  $g$ . Cette relation reste vraie en milieu instable. Notons que cette équation dérive directement de l'équation du mouvement : le lecteur pourra se référer à l'Annexe A.

Une perturbation de l'état stratifié de l'atmosphère stable peut générer la propagation d'ondes atmosphériques dites ondes internes de gravité. Les sources de perturbations sont généralement troposphériques : passage d'une masse d'air sur un relief, présence de courants-jets, orages, etc. Ces

ondes de gravité se propagent avec des amplitudes croissantes et à des échelles verticales variant de quelques dizaines de mètres à quelques kilomètres. L'amplitude de ces ondes est limitée par les effets non linéaires de la dynamique de l'atmosphère. Les ondes finissent par saturer puis se brisent et déferlent en partie sous forme de turbulence. On distingue ainsi les ondes de gravité non saturées qui sont des mouvements de méso-échelle agissant près des sources aux ondes de gravité saturées se propageant aux échelles verticales inférieures au kilomètre. En se propageant, ces dernières emportent et déposent de la quantité de mouvement et de l'énergie affectant ainsi la structure atmosphérique par des variabilités locales de la température et de la densité.

La force de rappel responsable des oscillations des ondes de gravité est la force de flottabilité (somme algébrique de la poussée d'Archimède et du poids) qui agit sur les parcelles d'air déplacées adiabatiquement et qui tend à les ramener vers leur position d'origine. Lorsque ce déplacement est vertical, la force de flottabilité est caractérisée par la pulsation de Brunt-Väisälä  $N_{BV}$  définie par :

$$N_{BV} = \sqrt{\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}} \quad (1.8)$$

où  $\theta$  est la température potentielle :

$$\theta = T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} \quad (1.9)$$

$p_0$  est une pression de référence,  $c_p$  la capacité calorifique à pression constante et  $R$  la constante des gaz parfaits.  $\theta$  correspond donc à la température qu'aurait une parcelle d'air initialement à la température  $T$  et à la pression  $p$  si on l'amenait de manière adiabatique à une pression  $p_0$ .

La Figure 20 représente un exemple de mesure in situ de la fréquence de Brunt-Väisälä en fonction de l'altitude (en trait noir). Le profil, issu d'une campagne de mesure sous ballon à Hawaï en 1985 [Beland 1988], est comparé à un profil moyen (en trait rouge) estimé à partir du profil de température du modèle atmosphérique US Standard 1976 [US Committee 1976]. On constate que cette fréquence oscille autour de 0,025 rad/s dans la stratosphère, ce qui correspond à une période de 5 mn. D'un point de vue général, la période d'oscillation des ondes de gravité dans l'atmosphère peut varier de quelques dizaines de secondes à plusieurs heures suivant l'altitude, ce qui implique que les mouvements associés sont lents devant les temps caractéristiques du capteur définis au paragraphe 1.3.1. Par ailleurs, la pulsation de Brunt-Väisälä n'a de sens que si le gradient de la température potentielle est positif (cf. équation (1.8)) donc si l'atmosphère est stable. La solution décrit un mouvement ondulatoire : c'est le régime des ondes de gravité. Si le gradient est négatif, la solution décrit un accroissement continu du déplacement : c'est l'instabilité convective. En l'absence de nuages, on parle de convection en air clair. Mais, nous nous limitons dans le cadre de notre thèse aux cas de l'atmosphère stable.

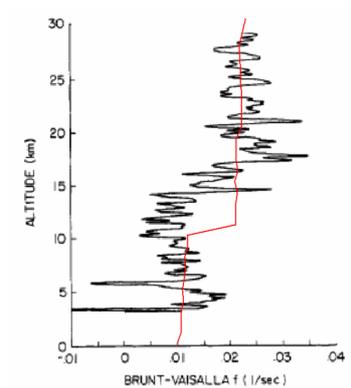


Figure 20 : Pulsation de Brunt-Väisälä (en rad/s) en fonction de l'altitude calculée partir de mesures ballon (en trait noir) [Beland 1988] et profil moyen calculé à partir du modèle US76 (en trait rouge).

Alors que les ondes de gravité présentent des mouvements fortement anisotropes (du fait de la stratification), la turbulence atmosphérique est fortement non linéaire et généralement isotrope. La turbulence agit aux échelles spatiales inférieures à quelques dizaines de mètres. De nombreux mécanismes sont à l'origine des turbulences atmosphériques. En effet, ces turbulences peuvent apparaître en présence d'un courant-jet, d'un nuage convectif profond ou encore à la suite de l'effondrement d'une onde de gravité. La turbulence agit en brassant le milieu à l'échelle du volume turbulent impliquant alors une cascade d'interactions non linéaires transportant l'énergie cinétique de l'échelle d'injection jusqu'aux échelles de dissipation, beaucoup plus petites. Cette théorie émise par Kolmogorov [1946] précise que dans ce domaine d'échelles dit inertiel, cette cascade turbulente est auto-similaire c'est-à-dire qu'elle est invariante d'échelle. De cette cascade turbulente auto-similaire, Kolmogorov en a exprimé une loi en puissance  $-5/3$  décrite dans l'Annexe A.

Le régime intermédiaire entre les ondes de gravité et la turbulence est complexe et encore mal connu. Toutefois, on sait maintenant que les mouvements à ces échelles intermédiaires sont influencés par la stabilité du milieu. Bien que l'anisotropie soit encore importante jusqu'aux échelles de 20 m, les mouvements semblent régis par des processus non linéaires qui rendent les fluctuations isotropes aux échelles spatiales plus petites [Dalaudier 1986].

Quelles que soient les échelles d'action, les fluctuations des grandeurs atmosphériques telles que la température ou la densité sont régies par les équations de Navier-Stokes couplées aux équations décrivant le comportement des gaz parfaits. Dans l'Annexe A, nous décrivons les ondes de gravité comme une solution des équations linéarisées de Navier-Stokes (i.e. les équations d'Euler) en traitant les fluctuations comme une petite perturbation de l'état moyen de l'atmosphère stratifiée. La résolution de ce système d'équations permet d'établir les relations de polarisation reliant les variables locales entre elles telles que la vitesse du vent, la température ou encore la pression. Nous verrons

ainsi dans le paragraphe 1.4.2 que le spectre de température obéit au spectre des ondes et de la turbulence.

### 1.4.2 La température

Comme nous l'avons mentionné au paragraphe précédent, les fluctuations de la température atmosphérique sont essentiellement causées par les ondes de gravité et la turbulence. De nombreuses mesures expérimentales réalisées au cours de ces dernières décennies confirment en effet ce lien. Le comportement des fluctuations de la température dans la stratosphère est donc de nos jours bien compris et décrit : ce paragraphe en présente une synthèse.

#### 1.4.2.1 Généralités sur le comportement moyen

Rappelons tout d'abord que la structure de l'atmosphère terrestre se caractérise par la distribution verticale de la température qui résulte de l'existence de différentes sources de chaleur entre le sol et les hautes altitudes. A l'émission de chaleur par la surface terrestre chauffée par le rayonnement solaire, s'ajoute, près de 25 km d'altitude, une nouvelle source de chaleur liée à la couche d'ozone.

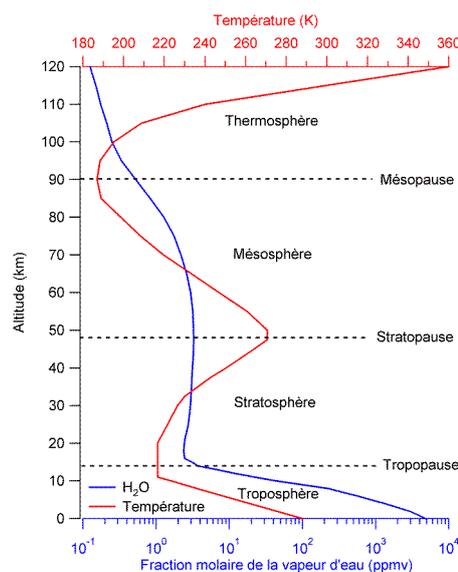


Figure 21 : Distribution verticale de la température et de la fraction molaire de la vapeur d'eau suivant le modèle standard d'atmosphère US76 [U.S. Committee 1976].

La Figure 21 illustre le profil vertical moyen de la température atmosphérique (courbe rouge) et les quatre couches atmosphériques définies par les inversions de température : la troposphère, la stratosphère, la mésosphère et la thermosphère. Le profil de température est issu du modèle standard US 76 [U.S. Committee 1976]. La couche inférieure de l'atmosphère, la troposphère, est une couche d'air instable, turbulente. La température de l'air y décroît de 6,5 K par kilomètre jusqu'à la tropopause, sa limite supérieure qui se situe vers 17 km à l'équateur et vers 8 km au dessus des pôles. Au dessus,

s'étend la stratosphère dont la température s'élève rapidement avec l'altitude, conséquence de l'absorption du rayonnement solaire de courte longueur d'onde par la couche d'ozone. Entre 50 et 90 km d'altitude environ, se situe la mésosphère où la température diminue jusqu'à la mésopause, pour croître à nouveau très rapidement au delà, dans la mésosphère où celle-ci peut atteindre, vers 250 km, des valeurs comprises entre 1000 K et 2000 K, suivant l'activité solaire.

Bien sûr, la distribution verticale de la température dépend de la latitude et de la saison car elle dépend fortement du rayonnement solaire incident et de la climatologie. Trois exemples de profils verticaux de température sont illustrés dans ce paragraphe afin de montrer la variabilité du profil moyen de la température suivant la latitude et la saison : un profil obtenu en hiver aux hautes latitudes, un profil en été aux latitudes moyennes et un un profil aux tropiques.

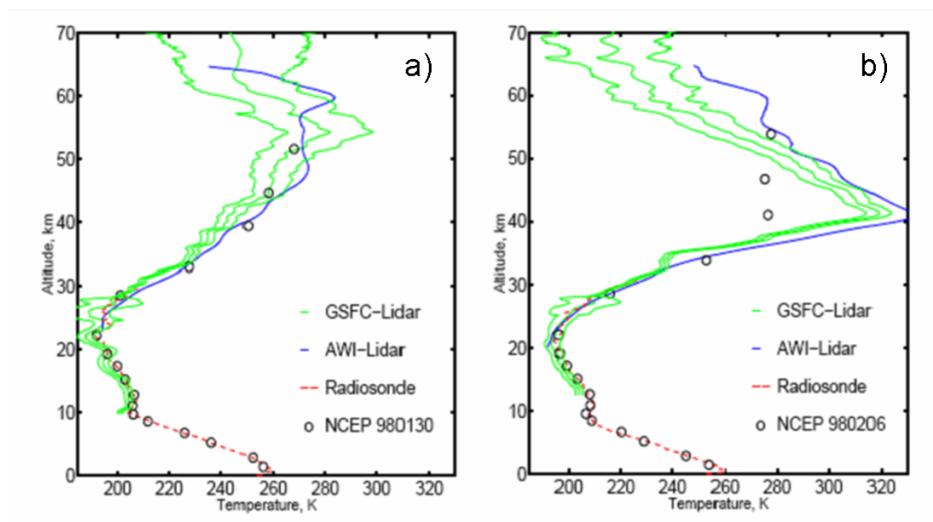


Figure 22 : Comparaison de profils de température issus de mesures lidar (en trait vert et en trait bleu), de mesures radiosondées (en trait rouge interrompu) et d'un modèle du NCEP (en cercle noir). Les mesures ont été réalisées à Spitzbergen en Norvège (a) le 30 janvier et (b) le 6 février 1998 [Neuber 2001].

Le premier exemple est illustré sur la Figure 22. Celle-ci représente des profils de température en hiver aux hautes latitudes, mesurés par une radiosonde (en trait interrompu rouge) et deux lidars (en trait vert) embarqués sous ballon, comparés à un modèle de prédiction (en cercles noirs) du NCEP (National Center for Environmental Prediction) lors d'une campagne de mesures réalisées en Norvège, à une latitude nord de 79° [Neuber 2001]. Les mesures de la Figure 22a ont été effectuées le 30 janvier 1998 et celles de la Figure 22b le 6 février 1998, entre 0 et 70 km d'altitude. La Figure 22a représente un résultat typique d'une situation normale à la mi-hiver. La Figure 22b illustre un réchauffement stratosphérique soudain et une descente de la stratopause, phénomène bien connu vers le mois de février durant le vortex polaire. Ce dernier est un tourbillon stagnant d'air stratosphérique extrêmement froid induit par la force de Coriolis, qui se forme au-dessus des régions polaires pendant l'hiver. Le tourbillon polaire s'établit dans la moyenne et basse stratosphère au-dessus de 16 km

d'altitude. Dans l'Arctique, la distribution des masses terrestres donne naissance à des ondes planétaires qui contribuent à la rupture du vortex. On appelle cette rupture le réchauffement stratosphérique soudain car elle est associée à un réchauffement de plus de 40-60 K sur plusieurs jours [Krüger 2005].

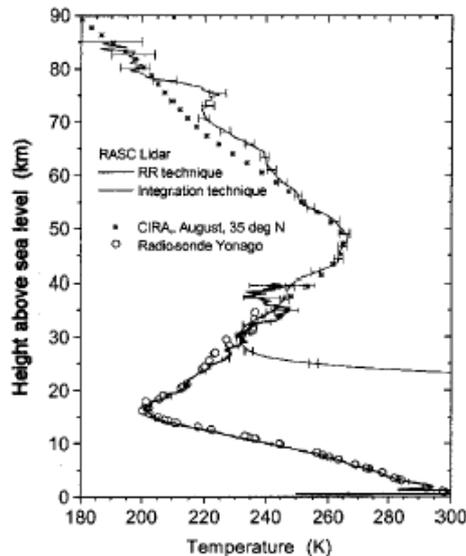


Figure 23 : Température mesurée avec le lidar Raman RASC les 9 et 10 août 2002 à une latitude nord de  $34,8^\circ$  au Japon. Deux techniques sont utilisées : la technique « Raman Rotationnelle » (RR) et la technique d'intégration (cf. texte). Un profil CIRA-86 pour une latitude nord de  $35^\circ$  au mois d'août (en point noir) et des données d'une radiosonde lancée plus au nord à une latitude de  $35,4^\circ$  (en cercle noir) sont représentés à titre de comparaison [Behrendt 2004].

Un deuxième exemple illustre des mesures lidar de température aux latitudes moyennes en été. La Figure 23 présente un profil vertical de température obtenu en août 2002 à une latitude de  $34,8^\circ$  N au Japon, par deux techniques différentes : la technique « Raman rotationnelle » (RR) et la technique d'intégration [Behrendt 2004]. Ces deux techniques sont décrites par les auteurs. Notons que la seconde est sensible à la diffusion par les aérosols et suppose que la colonne atmosphérique observée est à l'équilibre hydrostatique, alors que la première technique permet de mesurer la température sans aucune hypothèse sur l'état de l'atmosphère et est insensible à la présence de particules. Sur la Figure 23, la distinction entre le profil obtenu par la technique RR et celui obtenu par la technique d'intégration est difficile : notez donc que ce dernier correspond à la courbe qui diverge des autres en dessous de 35 km d'altitude. Cette divergence est due aux hypothèses imposées par la technique d'intégration. Le profil en points noirs est un profil moyen du Committee on Space Research (COSPAR) International Reference Atmosphere (CIRA-86) pour une latitude nord de  $35^\circ$  au mois d'août et le profil en cercles est issu de mesures par radiosonde enregistrées au Japon à la même date à une latitude de  $35,4^\circ$  N. Sur les deux profils offrant des mesures troposphériques (technique RR et

radiosondage), la tropopause est située vers 16,5 km d'altitude. Les profils lidar et le modèle CIRA présentent une stratopause à 47 km d'altitude environ. Le profil lidar montre clairement une activité dues aux ondes de gravité, avec une couche d'inversion du profil mésosphérique vers 75 km d'altitude pouvant traduire la rupture d'une onde de gravité. A cette altitude, la température mesurée se révèle être supérieure à la moyenne climatologique de 16 K.

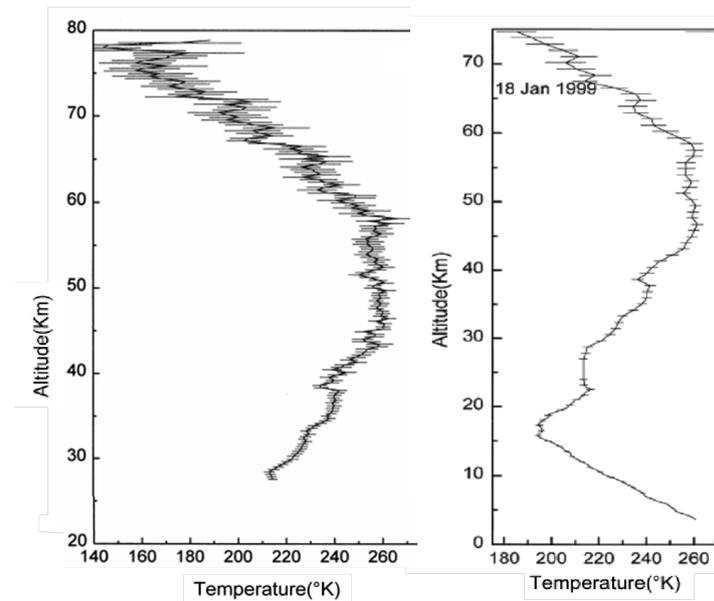


Figure 24 : Profil lidar (à gauche) et profil radar (à droite) de la température sur le site de Gadanski en Inde (latitude nord de 13,5°) mesuré dans la nuit de 18 au 19 janvier 1998 [Parameswaran 2000].

Le dernier exemple illustré par la Figure 24 est un profil lidar (graphe de gauche) et un profil radar (graphe de droite) de température mesuré aux tropiques (Gadanki, Inde, latitude nord de 13,5°) dans la nuit de 18 au 19 janvier 1999 [Parameswaran 2000]. Les mesures lidar moyennées sur 1 h ont été réalisées avec une résolution verticale de 300 m entre 27 et 78 km d'altitude et les mesures radar moyennées sur 2 h entre 3,5 et 75 km d'altitude. Les barres horizontales représentent l'erreur standard due au bruit statistique et au moyennage temporel. Une première remarque des auteurs est l'étendue de la tropopause et de la stratopause : la première s'étend entre 15 et 17 km d'altitude et la seconde entre 43 et 58 km d'altitude. Cette caractéristique se confirme sur les 6 jours de mesures effectuées le 23 janvier et entre le 27 et 31 janvier 1999 : certains profils présentent une tropopause épaisse de 5 km. La deuxième remarque des auteurs concernent les fluctuations de température. On distingue en effet sur le profil lidar des oscillations à différentes échelles, les plus petites (que la résolution spatiale des mesures permet de distinguer) semblant être de l'ordre du kilomètre. Les auteurs estiment que l'échelle verticale des fluctuations de température comprises entre 5 et 10 K est de 10 km environ, ce qui peut être considéré comme la longueur d'onde verticale des fluctuations. Les auteurs ont également analysé les variations temporelles du profil vertical de température à partir de profils

moyennés sur 12,5 min. Cette analyse spatiotemporelle révèle les caractéristiques de la propagation d'onde de gravité : l'amplitude croissante des fluctuations avec l'altitude, que l'on observe sur le profil lidar de la Figure 24, en est d'ailleurs une. Ils estiment la vitesse de propagation verticale à 14 cm/s environ et la période d'oscillation à 1-2 h, ces ordres de grandeur correspondant par ailleurs à ceux obtenus grâce à la relation de dispersion issue de la théorie linéaire des ondes (décrite dans l'Annexe A).

Ce dernier exemple nous amène donc à aborder le thème des fluctuations spatiales de la température atmosphérique. Comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe 1.3, nous nous intéressons aux échelles spatiales comprises entre quelques dizaines de mètres à quelques kilomètres. Le paragraphe suivant traite de leurs caractéristiques et de leurs propriétés spectrales.

#### 1.4.2.2 Fluctuations à micro échelle et leurs propriétés spectrales

Les fluctuations de la température atmosphérique en ciel clair sont essentiellement dues à la propagation des ondes de gravité et à la turbulence. De nombreux travaux ont permis d'estimer et de modéliser la densité spectrale de puissance des fluctuations de la température aux échelles comprises entre quelques mètres et quelques kilomètres : nous ne citerons que les travaux de Tsuda [2002] et Gurvich [1997] et plus anciennement Lilly [1983] et Lumley [1964]. Il en résulte que le spectre de la température suit celui décrit par les ondes de gravité saturées et la turbulence : c'est ce que nous allons vérifier dans ce paragraphe grâce à des mesures *in situ* mises à notre disposition.



Figure 25 : A gauche, gros plan sur la nacelle SDLA. A droite, préparation du décollage : la nacelle est soulevée par le ballon auxiliaire alors que le ballon principal est encore au sol (au fond). Source : CNRS.

Nous avons donc exploité des mesures issues du spectromètre SDLA<sup>1</sup> (Spectromètre à Diodes Laser Accordables) embarqué sous ballon, pendant le vol du 16 octobre 2001 à l'Aire sur l'Adour (43,7°N) en France [Durry 2002]. SDLA est un spectromètre (Figure 25) destiné à la mesure *in situ* de la vapeur d'eau et du méthane avec une résolution temporelle de 1s. Les mesures ont été effectuées à la descente du ballon de 29 à 13 km d'altitude environ ; la température et la pression sont mesurées en simultané. Nous discuterons du profil de vapeur d'eau et de ses propriétés dans le paragraphe 1.4.3.

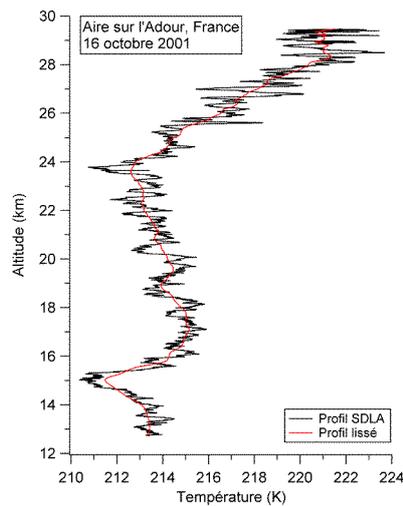


Figure 26 : Profil de température (en noir) obtenu lors du vol ballon du spectromètre SDLA le 16 octobre 2001 à l'Aire sur l'Adour (43,7°N), France [Durry 2002]. En trait rouge, profil lissé par moyenne glissante à l'aide d'une fenêtre rectangulaire de 400 points (~1000 m).

La Figure 26 montre le profil vertical de température obtenu lors de ce vol ballon (en trait noir). Nous avons également calculé un profil moyen obtenu après lissage des mesures par moyenne glissante sur 1 km (en trait rouge). On constate que le profil de température révèle des fluctuations d'amplitude croissante caractéristiques de la propagation d'ondes de gravité. L'estimation des propriétés spectrales le confirme dans la suite de ce paragraphe.

L'amplitude des fluctuations  $\Delta T$  correspond à l'écart entre le profil brut  $T$  et le profil lissé (par moyenne glissante)  $\bar{T}$  tel que  $\Delta T = T - \bar{T}$ . L'amplitude de  $\Delta T$  dépend donc de la taille de la fenêtre glissante utilisée pour le lissage. Ainsi, plus la fenêtre est large, plus l'échelle spatiale des fluctuations est grande et plus l'amplitude des fluctuations est élevée. La Figure 27 le vérifie : elle représente quatre profils de fluctuations relatives de la température  $\Delta T/\bar{T}$  obtenus pour quatre fenêtres de lissage différentes. De gauche à droite, on peut donc observer les fluctuations relatives obtenues après un lissage sur 30, 100, 500 et 1000 m respectivement. D'une part, on vérifie que pour chaque profil,

<sup>1</sup> Nous remercions Georges Durry du Service d'Aéronomie du CNRS de nous avoir fourni les données du vol SDLA du 16 octobre 2001.

l'amplitude des fluctuations croît avec l'altitude (c'est moins visible pour les fluctuations aux plus petites échelles). D'autre part, pour chaque profil, on a calculé l'écart-type moyen (calculé sur tout le profil) des fluctuations de la température : 0,09%, 0,14%, 0,29% et 0,35% respectivement. On constate donc que cet écart-type est croissant avec l'échelle considérée. Par ailleurs, ces valeurs d'écart-type sont cohérentes avec celles données dans la littérature. Notons également que la moyenne des fluctuations de la température est nulle, i.e.  $\overline{\Delta T} = 0$ .

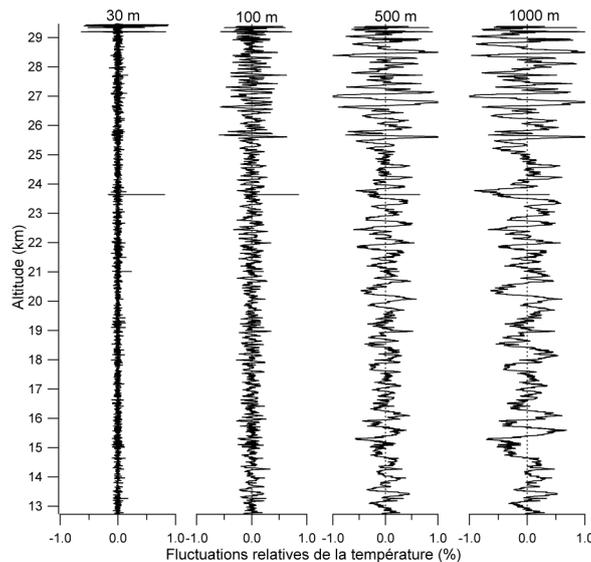


Figure 27 : Ecart relatif (en %) entre le profil brut SDLA et le profil lissé (par moyenne glissante) pour quatre tailles de fenêtre glissante différentes: de gauche à droite, lissage sur 30 m, 100 m, 500 m et 1000 m.

D'un profil vertical de la température, nous pouvons en estimer une densité spectrale de puissance dans la mesure où cette dernière est calculée pour une région stationnaire ou du moins quasi-stationnaire. Partant du profil de température mesuré par SDLA entre 13 et 29 km d'altitude (Figure 26), on extrait une région quasi-stationnaire entre 15,5 et 25,5 km d'altitude dans laquelle nous calculons la DSP verticale par la méthode de Welch (cf. Annexe C). Cette méthode consiste à découper le profil en séquences (qui peuvent se chevaucher) pondérées par un filtre (en général, une fenêtre de Hanning) afin d'en estimer de manière non biaisée la DSP. Une estimation de la DSP sur 12 séquences pondérées par une fenêtre de Hanning est représentée sur la Figure 28. Nous retrouvons les pentes observées dans les travaux cités précédemment : une pente de -3 entre 30 et 200 m en accord avec la prédiction ondulatoire (zone 1 du spectre) et aux échelles inférieures, une pente de l'ordre de -5/3 traduisant la région turbulente (zone 2). Enfin, on observe un « trou » entre 25 et 50 m (entre la zone 1 et la zone 2 de la Figure 28). Weinstock [1980] et Dalaudier [1987] parlent de cette particularité du spectre de température dans leurs travaux sur la turbulence dans les fluides stratifiés stables. Ils proposent une formulation analytique basée sur des hypothèses classiques décrivant le

spectre de l'énergie potentielle turbulente auquel est associé celui de la température. Cette formulation permet de prédire le trou entre les deux domaines spectraux où les fluctuations de température résultent essentiellement de la turbulence ou des ondes de gravité ; cette prédiction est confirmée par des mesures stratosphériques.

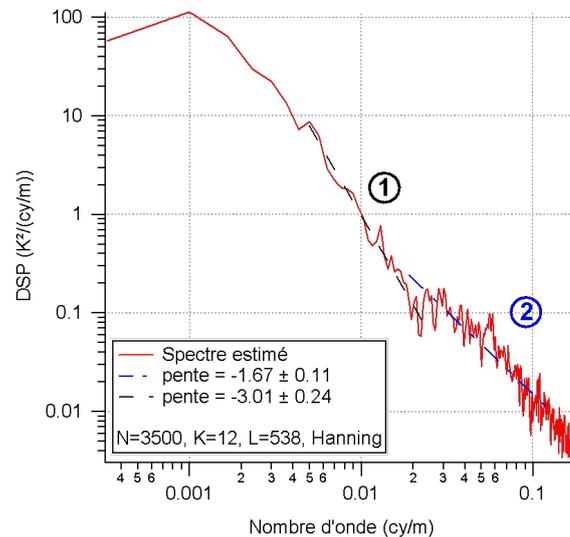


Figure 28 : Spectre de température estimé sur 12 séquences de 538 points pondérées par une fenêtre de Hanning. On retrouve une pente de -3 pour des échelles comprises entre 30 et 200 mètres (zone 1) et une pente de -5/3 si on considère les échelles comprises entre 10 et 50 mètres (zone 2).

Comme nous l'avons dit précédemment, le spectre obtenu à partir des mesures SDLA est celui que l'on retrouve dans les nombreux travaux consacrés à l'étude des processus dynamiques de micro et méso-échelles dans la stratosphère. Les travaux de Daludier et al. [1994] en sont un exemple. Le spectre vertical de la température dans la moyenne atmosphère a été mesuré utilisant deux techniques. La première technique consiste en l'observation de la scintillation des étoiles depuis une station orbitale pendant leur occultation par l'atmosphère terrestre. Le spectre temporel de la brillance de l'étoile est ensuite converti en un spectre de température. La seconde technique consiste en des mesures *in situ* de la température par un instrument embarqué sous ballon. La Figure 29 (graphe de gauche) représente les spectres des fluctuations relatives de la température, pour une région comprise entre 20 et 30 km d'altitude, obtenus d'une part par les mesures *in situ* (jeu de courbes se trouvant au dessus du trait interrompu) et d'autre part par la technique de scintillation (jeu de courbes se trouvant sous le trait interrompu, décalé vers le bas d'une décade). Le trait interrompu représente la pente en -3 des ondes de gravité. On observe le niveau de bruit des mesures *in situ* aux petites échelles spatiales (donc aux grands nombres d'onde). Les auteurs remarquent que durant un des vols ballon, une intensification de la turbulence atmosphérique a été détectée au dessus de 23 km d'altitude. Les spectres correspondants sont en trait interrompu court : ils montrent une augmentation locale du

spectre de température aux échelles comprises entre 5 et 50 m. Une dernière remarque est le changement de pente radical observé aux petites échelles spatiales pour la technique de scintillation. Cette coupure n'est pas observée avec les mesures ballon. Cette divergence indique qu'il existe un changement significatif des propriétés statistiques des hétérogénéités en dessous d'une échelle de transition de l'ordre de 50 m : ce changement n'est pas pris en compte dans les hypothèses de la technique de scintillation. Enfin, les spectres moyens calculés pour chacune des deux techniques (Figure 29, graphe de droite) présentent clairement une pente en -3, en accord avec la prédiction des ondes de gravité.

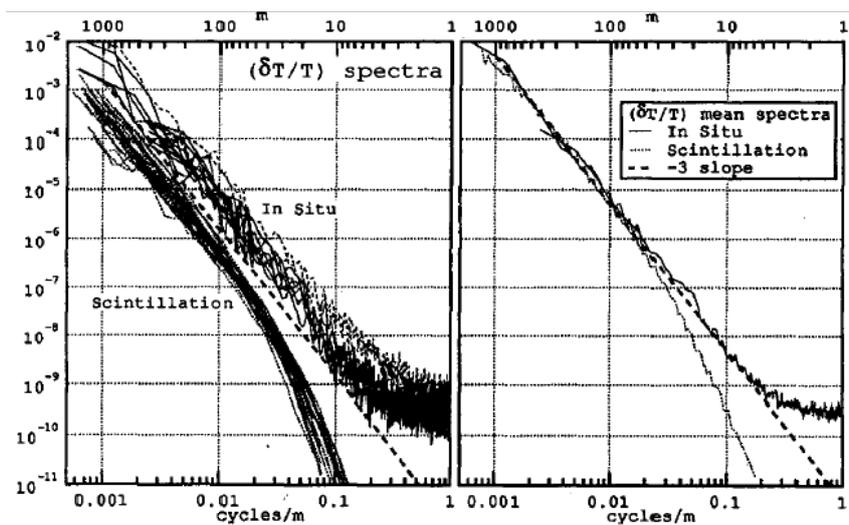


Figure 29 : A gauche, comparaison des spectres verticaux individuels obtenus à partir de mesures *in situ* et à partir de la scintillation d'étoiles (décalés vers le bas d'une décade). A droite, comparaison des spectres moyens. Une pente constante de -3 est représentée à titre de référence [Dalaudier 1994].

Nous pouvons également citer les travaux de thèse de Dalaudier, antérieurs aux travaux cités précédemment et consacrés à l'étude de l'influence de la stratification stable sur la turbulence atmosphérique [Dalaudier 1986]. Durant ces travaux, des mesures *in situ* de la température et de la vitesse du vent ont été récoltées lors d'un vol ballon effectué le 4 mai 1984 à l'Aire sur l'Adour dans le but d'en estimer les spectres verticaux. La Figure 30 illustre le spectre de température vertical obtenu sur la totalité des données stratosphériques comprises entre 11,5 et 18 km d'altitude environ. Un modèle turbulent, en trait interrompu, proposé par l'auteur et un modèle ondulatoire proposé par Sidi et al. (1988), représenté par des croix, permettent de montrer l'excellent accord des données avec les modèles de prédiction pour toutes les échelles supérieures à 10 m environ. Entre 10 m et 2 m, un domaine de pente -5/3 traduit l'influence de la turbulence atmosphérique : c'est ce que nous observons sur le spectre de la Figure 28. Enfin, aux grands nombres d'onde (c'est-à-dire aux échelles spatiales inférieures à 2 m), on observe une croissance en +2 due au bruit instrumental après correction de la constante de temps (liée au temps de réaction du capteur).

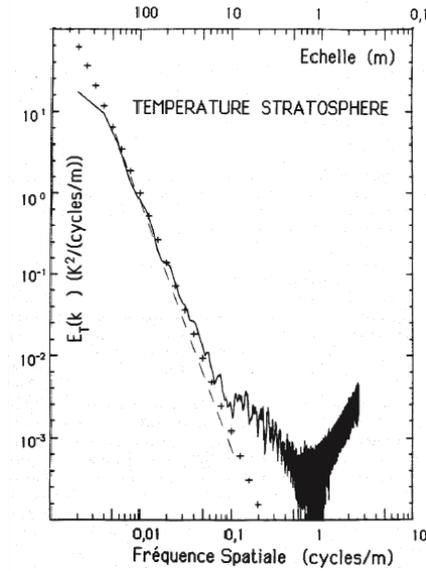


Figure 30 : Spectre de température obtenu sur la totalité des données stratosphériques (l'abscisse est graduée en cycles/m). Par ordre de nombre d'ondes croissant, on observe une partie de pente -3 en excellent accord avec le modèle ondulatoire (croix), une partie de pente -5/3 puis une croissance en +2 due au bruit [Dalaudier 1986].

#### 1.4.2.3 Corrélation entre la masse volumique et la température

Des travaux consacrés aux ondes de gravité [Makhlouf 1990] ont montré que sous certaines conditions, les fluctuations relatives de la température et de la masse volumique sont anti-corrélées. En effet, en utilisant la forme linéaire de l'équation de conservation du moment horizontal, on peut montrer que, pour une onde monochromatique,

$$\frac{\Delta p}{\bar{p}} = \gamma \frac{c_x u}{c_s^2} \quad (1.10)$$

où  $u$  est la vitesse de déplacement horizontale de la particule fluide,  $c_s$  la vitesse du son et  $c_x$  sa vitesse de phase horizontale telle que :

$$c_x = \frac{2\pi f}{k_x} \quad (1.11)$$

$f$  est la fréquence intrinsèque d'oscillation et  $k_x$  le nombre d'onde horizontal.

Or, d'après la loi des gaz parfaits, la masse volumique, la pression et la température sont reliées par :

$$\frac{\Delta \rho}{\bar{\rho}} = \frac{\Delta p}{\bar{p}} - \frac{\Delta T}{\bar{T}} = \gamma \frac{c_x u}{c_s^2} - \frac{\Delta T}{\bar{T}} \quad (1.12)$$

On constate que si  $c_x \ll c_s$ , alors on peut négliger les fluctuations relatives de pression devant celles de la température et écrire :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \approx -\frac{\Delta T}{T} \quad (1.13)$$

Or, d'après [Makhlouf 1990],  $c_x \ll c_s$  est vérifié pour tout  $c_x < c_x^{\text{lim}} = 45$  m/s. Sachant que la fréquence intrinsèque d'oscillation  $f$  est majorée par la fréquence de Brunt-Väisälä  $N_{BV}$  dans le domaine des ondes de gravité, alors :

$$c_x < \frac{N_{BV}}{k_x} \quad (1.14)$$

Pour que  $c_x < c_x^{\text{lim}}$ , il faut que  $k_x$  vérifie :

$$k_x < \frac{N_{BV}}{c_x^{\text{lim}}} \approx 5.10^{-4} \text{ rad/m} \quad (1.15)$$

Or  $k_x < 5.10^{-4}$  rad/m correspond aux échelles spatiales inférieures à 10 km environ. On démontre donc qu'aux échelles auxquelles est sensible le capteur IR (de quelques dizaines de mètres à l'ordre du kilomètre), on peut négliger les fluctuations relatives de la pression et vérifier la relation (1.13). En d'autres termes, les fluctuations relatives de la température et de la masse volumique dues à la propagation d'ondes de gravité sont grandes devant les fluctuations de pression, aux petites échelles spatiales.

En utilisant la relation (1.13), on montre alors que le coefficient d'absorption défini au paragraphe 1.3.3 ne dépend plus que de deux variables :

$$\kappa_v = \kappa_v(T, \rho(T), y_{H_2O}) = \kappa_v(T, y_{H_2O}) \quad (1.16)$$

Nous comprendrons l'impact de cette relation sur le calcul des propriétés statistiques de la luminance au paragraphe 2.2.

### 1.4.3 La vapeur d'eau

Alors que le comportement du champ de température dans la stratosphère est de nos jours bien compris, peut-on en dire autant de la vapeur d'eau stratosphérique ? Nous verrons dans ce paragraphe que ce n'est effectivement pas le cas. Toute la difficulté est de savoir si ces fluctuations de la vapeur d'eau sont reliées, aux échelles spatiales qui nous intéressent, à celles de la température ou pas. En d'autres termes, les fluctuations de la vapeur d'eau sont-elles essentiellement dues à la propagation d'ondes de gravité et à la turbulence ou leurs sources sont-elles toute autre ? C'est ce que nous tâchons d'élucider dans ce paragraphe.

#### 1.4.3.1 Généralités sur les sources de vapeur d'eau dans la stratosphère

La plupart des composés émis à la surface de la Terre n'atteignent pas la stratosphère pour diverses raisons. Certains sont décomposés par des gaz atmosphériques (comme OH, NO<sub>3</sub>, ou l'ozone) dans la basse atmosphère ou détruits par le rayonnement solaire. D'autres retombent sur le sol ou sont retenus

au niveau de la tropopause. Comme la variation de température en fonction de l'altitude s'inverse entre la troposphère et la stratosphère, les échanges de masses d'air entre ces deux couches sont lents. Dans la troposphère, les échanges verticaux prennent plusieurs heures ou plusieurs jours, alors que les mélanges dans la stratosphère mettent des mois ou des années à se faire.

La première de ces conséquences est la faible concentration de vapeur d'eau dans la stratosphère. En effet, l'essentiel de la vapeur d'eau réside dans la troposphère dans laquelle sa fraction molaire décroît avec l'altitude sur plusieurs ordres de grandeur, partant de 50 000 ppmv environ à la surface terrestre à quelques ppmv à la tropopause (cf. Figure 21, courbe bleue). Dans la stratosphère, cette fraction molaire augmente de quelques ppmv due à l'oxydation du méthane [Jones 1986]. Cette dernière est en fait l'unique source d'origine chimique de la vapeur d'eau dans la stratosphère. Elle est décrite par la formule suivante :



La Figure 31 montre un profil typique de la fraction massique de la vapeur d'eau moyenné sur 7 h avec une résolution spatiale de 250 m entre 0 et 18 km d'altitude [Sica 2000]. Le profil, obtenu le 10 mai 1999 par le Purple Crow Raman-scatter Lidar (PCRL), présente cette décroissance caractéristique de la fraction molaire de la vapeur d'eau troposphérique avec l'altitude. Au-delà de 12 km d'altitude, la fraction molaire est de l'ordre de 4 ppmv puis le profil commence à fluctuer au dessus de 16 km d'altitude due aux erreurs élevées de mesures à ces altitudes. Toutefois, on constate que vers 15 km d'altitude, la fraction molaire tend à croître légèrement, signe caractéristique de l'oxydation du méthane.

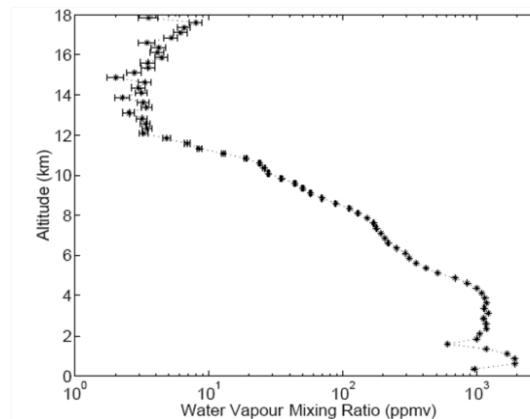


Figure 31 : Profil typique de la vapeur d'eau, moyenné sur 7 heures pendant la nuit, le 10 mai [Sica 2000].

Des études à long terme ont montré que la fraction molaire de la vapeur d'eau augmente de 1% par an en moyenne depuis un demi siècle [Rosenlof 2001]. Remarquons qu'entre 1991 et 2002, une augmentation exceptionnelle de 2% par an a été enregistrée, due à l'éruption du Mont Pinatubo en 1991 [Nedohula 2003]. L'augmentation des émissions de méthane anthropogénique n'explique pas à elle seule cette augmentation de 1 % sur ces cinquante dernières années. En effet, les échanges de

masses d'air entre la troposphère et la stratosphère en sont également responsables. Toutefois, ces processus d'intrusion de la vapeur d'eau dans la stratosphère sont encore mal compris de nos jours. D'après le modèle de Brewer-Dobson décrivant la circulation globale des masses d'air [Brewer 1949], la vapeur d'eau entre dans la stratosphère par les tropiques et est transportée vers les pôles où elle « replonge ». Les exemples qui vont suivre illustrent une partie des processus à l'origine de ce transport de la vapeur d'eau.

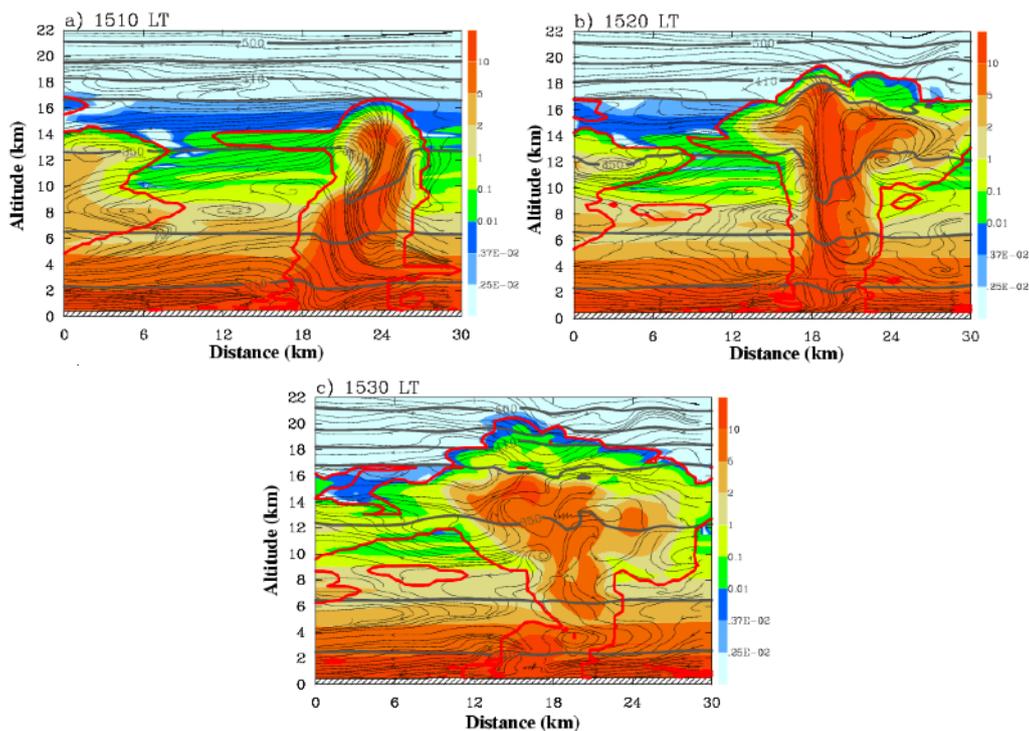


Figure 32 : Coupes méridionales de la fraction massique de la vapeur d'eau (g/kg) à 15h10, 15h20 et 15h30 le 4 février 2005 à une latitude de 21,1 °N (dans une des régions convectives de la zone orageuse). Les iso-lignes noires représentent la température potentielle à 310, 330, 350, 370, 410, 450 et 500 K. Les lignes de courant sont représentées en gris et les lignes rouges sont les contours du nuage pour lesquels la fraction massique de l'eau condensée est supérieure à  $10^{-3}$  kg/kg.

Aux tropiques, c'est le phénomène de convection profonde qui tend à soulever les masses d'air au-delà de la tropopause : ce processus d'injection convective cause alors un mélange irréversible de l'air troposphérique avec l'air stratosphérique. Un exemple a eu lieu durant la campagne TROCCINOX-2 (TROpical Convection, Cirrus and Nitrogn Oxides-2) au Brésil en 2005. Les instruments de mesure ont observé durant un orage violent des particules de glace à une altitude correspondant à une température potentielle de 410 K, i.e. environ 2 km au dessus de la tropopause locale [Chaboureau 2007]. De nombreux éléments observés suggèrent que les particules provenaient d'injections troposphériques ayant eu lieu pendant ce phénomène convectif violent. Dans les travaux de

Chaboureau et al., ce phénomène convectif tropical a été reproduit numériquement en utilisant un modèle de calcul non hydrostatique et anélastique à méso-échelle (méso-NH). La Figure 32 représente l'évolution de la bulle convective en terme de fraction massique de l'eau durant l'orage du 5 février 2005 dans l'état de Sao paulo au Brésil, entre 15h10 et 15h30, en fonction de l'altitude (comprise entre 0 et 22 km) et de la distance méridionale (de 0 à 30 km). A 15h10 (Figure 32a), un courant ascendant de 3 km à 18 km d'altitude s'est déjà établi emportant avec lui les masses humides de la bulle convective. La bulle s'étend en altitude jusqu'à 19 km à 15h20 (Figure 32b) et atteint 21 km d'altitude à 15h30 (Figure 32c). Notons que la bulle s'étend aussi horizontalement advectant ainsi avec elle les masses d'air humide. Cet exemple illustre donc la manière dont l'eau peut être injectée dans la stratosphère par les tropiques.

Aux pôles, les frontières du vortex polaire agissent comme une barrière et « empêchent » les masses d'air provenant des moyennes latitudes de pénétrer les régions polaires. Ainsi, la rupture du vortex peut induire un phénomène de filamentation qui est un processus de mélange d'air polaire et d'air tropical. Avec le temps de propagation, la taille des filaments se réduit de l'échelle synoptique à la méso-échelle puis à la micro-échelle jusqu'à la diffusion moléculaire. Dans les travaux de Müller et al. [2003] par exemple, des mesures ballon de la vapeur d'eau ont été utilisées pour analyser la distribution de la vapeur d'eau en Arctique, en hiver dans la basse stratosphère. Sur la Figure 33 (graphe de droite), la comparaison de deux profils verticaux de la fraction molaire de la vapeur d'eau obtenus le 17 janvier (en gris) et le 11 février (en noir) 2003 montre une déviation significative entre 17 et 19 km d'altitude. Cet assèchement brutal dans cette zone en février indique qu'une masse d'air plus sèche provenant des moyennes latitudes s'est introduite aux pôles par la tropopause. Les auteurs confirment cette hypothèse avec l'analyse du profil vertical de la température et avec l'appui de simulations issues du modèle MIMOSA (Modélisation Isentrope du transport Méso-échelle de l'Ozone Stratosphérique par Advection, [Hauchecorne 2002]). Sur la même Figure 33, une simulation du champ de la vorticité potentielle modifiée (i.e. à laquelle on a retiré son accroissement exponentiel avec l'altitude) est représentée en altitude-longitude pour une latitude de 78°N avec MIMOSA. Sur l'échelle de couleur représentant des unités de vorticité potentielle, le jaune indique l'air du vortex polaire alors que le rouge et le bleu indiquent l'air de moyennes latitudes. Le profil ballon de vapeur d'eau a été superposé (ainsi que le trajet du ballon) afin de mettre en évidence la présence des filaments d'air de moyennes latitudes (en bleu).

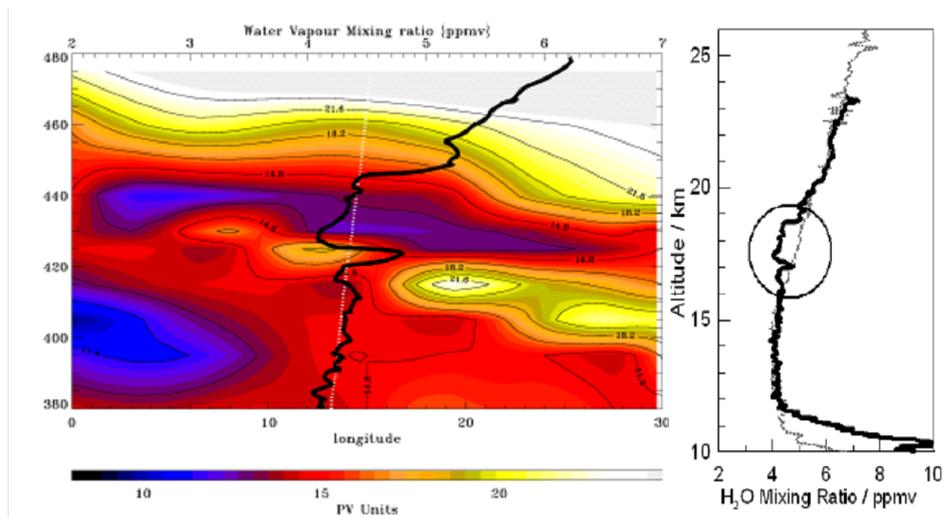


Figure 33 : Structure à fine échelle de la vorticité potentielle modifiée (code couleur) simulée par MIMOSA pour le 11 février 2003 à 06 :00 UTC sur une coupe longitudinale à une latitude de 78°N. En noir, profil vertical mesuré de la vapeur d'eau (abscisse du haut) et en pointillé blanc, trajectoire du ballon [Müller 2003].

Aux moyennes latitudes, des échanges de masses d'air entre la stratosphère et la troposphère peuvent avoir lieu également. D'autre part, les masses d'air provenant de la rupture du vortex polaire peuvent s'étendre par filaments jusqu'aux moyennes latitudes. La Figure 34 représente un profil vertical de la vapeur d'eau stratosphérique (en rouge) obtenu avec le spectromètre SDLA le 20 juin 2000 à Gap (France, 44°N) [Durry 2005]. Le profil montre une « bouffée » humide vers 550 K et 600 K en terme de température potentielle, ce qui correspond à une altitude respective de 22 et 24 km. Ces structures spatiales se retrouvent sur le profil de méthane représenté sur la Figure 34 (en noir) à l'échelle  $2[\text{CH}_4]+6,9$  ppmv. Or, ces valeurs de concentration de méthane observées vers 22 et 24 km d'altitude sont atypiques pour ces latitudes. Elles correspondent en fait aux valeurs mesurées par SDLA dans le vortex polaire arctique en février 1999 vers Kiruna (67°N) au nord de la Suède. Une coupe méridionale de la distribution de la vorticité potentielle avec la température potentielle, simulée par MIMOSA, est illustrée sur la Figure 35 pour le jour du vol SDLA. Elle confirme les deux régions où l'air polaire s'est introduit (régions de couleur jaune), aux environs de 600 K et 550 K. La barre verticale blanche indique la latitude du vol SDLA. L'erreur dans la localisation des structures advectées est de 2° à 3° pour une simulation de MIMOSA effectuée sur une période de un mois : sur la Figure 35, les deux structures à 600 K et 550 K sont prédites à une latitude de 47°N environ au lieu de 44°N, la latitude de Gap, lieu de départ du vol SDLA. C'est néanmoins en accord avec les incertitudes attendues de MIMOSA.

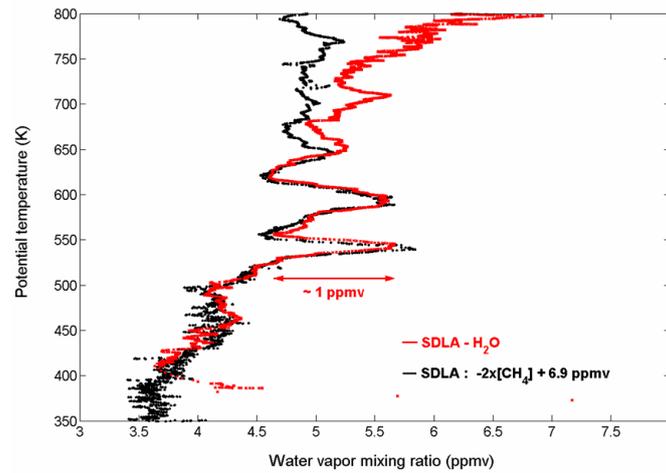


Figure 34 : Profil vertical de  $H_2O$  (en rouge) fourni par le spectromètre SDLA durant le vol du 20 juin 2000 partant de Gap, France ( $44^\circ N$ ). Les données en vapeur d'eau ont été obtenues pendant la descente de l'instrument dans la basse stratosphère la nuit. Les mesures de méthane correspondantes sont représentées en utilisant la relation  $-2[CH_4] + 6.9 \text{ ppmv}$  (en noir) [Durry 2005].

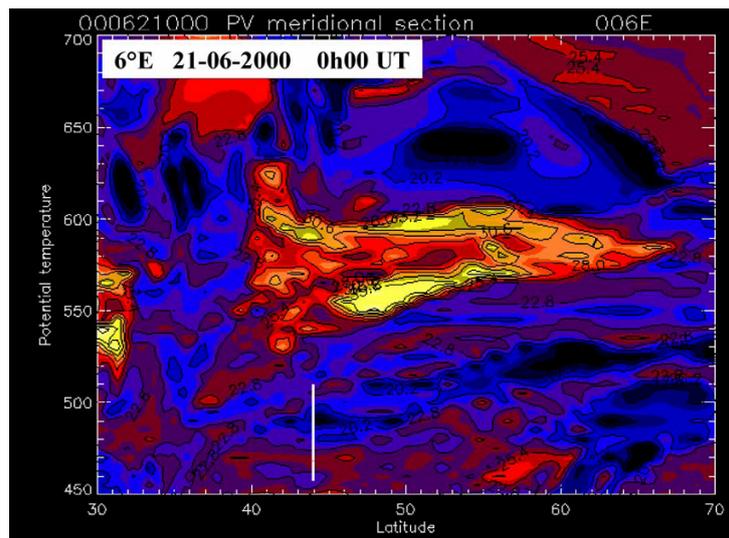


Figure 35 : Section méridionale de la distribution de la vorticité potentielle (en  $10^{-8} K m^2 s^{-1} kg^{-1}$ ) avec la température potentielle pour le 20 juin 2000 à minuit, fournie par le modèle MIMOSA. La couleur jaune traduit l'air polaire. La latitude de SDLA est indiquée avec la barre verticale blanche.

#### 1.4.3.2 Fluctuations à micro échelle et corrélation avec la température

Comme nous venons de le voir dans le paragraphe précédent, la vapeur d'eau troposphérique injectée dans la stratosphère aux tropiques est transportée à toutes les latitudes et se mélange aux masses d'air locales. Ce phénomène modifie alors les concentrations locales de la vapeur d'eau dans la stratosphère et peut conduire à des inhomogénéités spatiales pouvant atteindre la micro échelle par effet de filamentation. Toutefois, l'origine des fluctuations spatiales à petite échelle de la fraction massique de

la vapeur d'eau dans la stratosphère est encore bien mal comprise de nos jours. Outre les phénomènes d'intrusion dans la stratosphère, la propagation d'ondes de gravité peut également être la cause de ces fluctuations. Par exemple, durant la campagne EASOE en décembre 1991 en Suède, des mesures ballon de la température et de différents constituants mineurs tels que l'ozone et la vapeur d'eau ont révélé des structures de petite échelle dans la stratosphère [Teitelbaum 1994]. Pour comparer les fluctuations de la température potentielle avec celles de l'ozone ou de la vapeur d'eau, Teitelbaum et al. introduisent un facteur  $R(z)$  tel que :

$$R(z) = \left( \frac{1}{\bar{y}_i} \frac{dy_i}{dz} \right) \left( \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{d\theta}{dz} \right)^{-1}$$

où  $y_i$  est la fraction massique du constituant  $i$  ( $O_3$  ou  $H_2O$ ). La Figure 36 illustre le profil vertical des fluctuations normalisées de la température potentielle comparé à celui de l'ozone (graphe de gauche) et à celui de la vapeur d'eau (graphe de droite). Les données ont toutes été récoltées le 11 décembre 1991 mais le site et l'heure du lancement du ballon ne sont pas les mêmes pour les profils de gauche et ceux de droite : ils ne sont donc pas comparables. La comparaison avec les fluctuations de l'ozone (en trait plein sur le graphe de gauche) est effectuée après avoir multiplié les fluctuations de la température potentielle par le facteur  $R(z)$  (en trait pointillé). La correspondance entre les deux profils est satisfaisante exceptée pour la couche comprise entre 4 et 7 km d'altitude : c'est en fait dans cette couche que le gradient vertical de la fraction molaire de l'ozone change de signe. Malgré cela, le coefficient de corrélation calculé sur tout le profil est de 0,72. Sur le graphe de droite, les fluctuations de la vapeur d'eau sont comparées à celles de la température potentielle multipliées par le facteur  $R(z)$  (en trait interrompu) et sans le facteur (en trait pointillé). Les deux profils de température sur ce graphe de droite ont été multipliés par un facteur constant arbitraire pour permettre une comparaison visuelle des fluctuations. On remarque alors qu'entre 19 et 25 km, les fluctuations de la vapeur d'eau sont corrélées à celles de la température potentielle avec et sans le facteur  $R(z)$ . En revanche, entre 13 et 16 km d'altitude, les fluctuations de la vapeur d'eau sont corrélées à celles de la température potentielle multipliées par le facteur  $R(z)$  et anti-corrélées à celles de la température potentielle seule. La zone confuse entre 16 et 19 km d'altitude correspond à la région où le profil moyen de la vapeur d'eau s'inverse. Le coefficient de corrélation entre 13 et 25 km d'altitude est de 0,42 ; cette faible valeur étant due à la zone de transition entre 16 et 19 km d'altitude. Ainsi, les mesures de température, d'ozone et de vapeur d'eau révèlent des corrélations certaines entre ces grandeurs, ce qui signifie que l'origine de leurs fluctuations est la même. Or, aux échelles de l'ordre du kilomètre et dans la stratosphère, la propagation d'ondes de gravité est la cause principale des hétérogénéités atmosphériques.

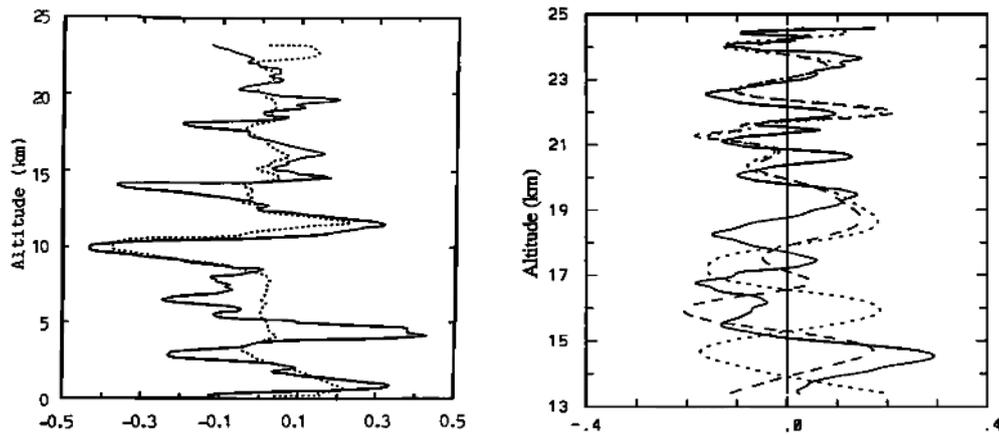


Figure 36 : A gauche, profils verticaux des fluctuations normalisées de la température potentielle (en trait pointillé) et de la fraction massique de l’ozone (en trait plein) entre 0 et 25 km d’altitude. Les fluctuations de la température potentielle ont été multipliée par le facteur  $R(z)$ . A droite, profils verticaux des fluctuations normalisées de la fraction massique de la vapeur d’eau (en trait plein) et de la température potentielle : multipliée par le facteur  $R(z)$  (en trait interrompu) et sans le facteur (en trait pointillé).

L’hypothèse de fluctuations de la température et de la vapeur d’eau induites par la présence d’ondes de gravité dans la stratosphère ce 11 décembre 1991 est confirmée par les travaux de Godin et al [1993]. Ces derniers ont en effet observé durant une campagne de mesures lidar les traces d’une onde de gravité dans un nuage stratosphérique polaire à 21 km d’altitude, s’étendant sur 300 km de part et d’autre de Kiruna en Suède. Ils affirment d’ailleurs que ce nuage a été induit par l’onde de gravité. En recoupant les informations données par Godin et al., Teitelbaum et al. montrent que la longueur d’onde verticale de l’onde de gravité vue par le ballon est de l’ordre de 2,5 km, ce qui correspond à l’échelle spatiale des fluctuations de la vapeur d’eau et de la température représentées sur la Figure 36.

Teitelbaum et al. montrent ainsi que les fluctuations stratosphériques de la température et de la vapeur d’eau observées ce 11 décembre 1991, aux échelles verticales de quelques kms, sont principalement dues à la présence d’ondes de gravité. Toutefois, si ce cas était fréquent, nous trouverions dans la littérature des travaux consacrés à l’étude spectrale de la vapeur d’eau stratosphérique, dans lesquels le spectre de la vapeur d’eau serait un spectre en loi de puissance de pente -3, caractéristique des ondes de gravité. Or, tel n’est pas le cas. En effet, il n’existe pas à notre connaissance de travaux reliant le spectre des ondes de gravité aux fluctuations de la vapeur d’eau en atmosphère libre pour la simple raison qu’il n’existe aucune étude spectrale de la vapeur d’eau stratosphérique dans la littérature scientifique. Cette constatation suggère t’elle qu’une approche spectrale n’a pas de sens physique dans ce cas ? Ceci impliquerait que les ondes de gravité sont certes une cause probable des fluctuations spatiales de la vapeur d’eau aux petites échelles, mais que d’autres mécanismes physiques influencent fortement le comportement de la vapeur d’eau à ces échelles.

Un exemple de mesures *in situ* permet de montrer une situation pour laquelle les ondes de gravité ne sont pas la cause principale des fluctuations de la vapeur d'eau dans la stratosphère. Ces mesures sont celles du vol ballon SDLA du 16 octobre 2001 à l'Aire sur l'Adour [Durry 2002], qui nous ont permis d'illustrer les fluctuations verticales de la température stratosphérique dans le paragraphe 1.4.2.2. Dans ce paragraphe, nous avons montré que les fluctuations de la température aux échelles spatiales verticales de quelques centaines de mètres à quelques kilomètres obéissent à un spectre en loi de puissance de pente -3, typique du spectre des ondes de gravité. Notre démarche pour l'analyse des données de la vapeur d'eau est donc identique. On va donc supposer pour cette étude qu'il existe un spectre de la vapeur d'eau : nous l'estimerons à partir des données ballon afin de le comparer au spectre de température de la Figure 28. L'objectif est de montrer que les fluctuations de la fraction massique de la vapeur d'eau, observées en octobre 2001 à l'Aire sur l'Adour, sont décorrélées de celles de la température, ce qui implique qu'elles ne sont pas causées par la propagation d'ondes de gravité.

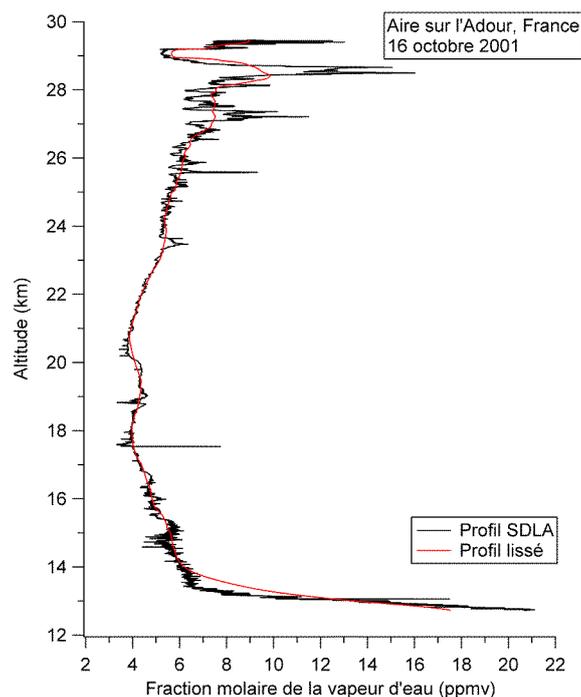


Figure 37 : Profil vertical de la fraction molaire de la vapeur d'eau (en noir) obtenu lors du vol ballon du spectromètre SDLA le 16 octobre 2001 à l'Aire sur l'Adour (43,7°N), France [Durry 2002]. En trait rouge, profil lissé par moyenne glissante à l'aide d'une fenêtre rectangulaire de 400 points (~1000 m).

La Figure 37 illustre le profil vertical de la fraction molaire de la vapeur d'eau (en noir), obtenu lors de la descente du ballon. Le profil de couleur rouge correspond au profil noir, lissé sur 1 km. Notons qu'une zone de déshydratation a été détectée par les auteurs entre 16 et 23 km d'altitude. En effet, la

fraction molaire de la vapeur d'eau est inférieure de 1 ppmv à la moyenne attendue à ces altitudes et à cette latitude (43°N), ce qui correspond à une baisse de 20 %. Cet événement est accompagné d'un gradient vertical de la température négatif (dans la stratosphère, le gradient vertical est normalement positif) et d'une baisse anormale de la fraction molaire de l'ozone (environ 0,5 ppmv). Les auteurs supposent que cet assèchement provient de l'intrusion d'une masse d'air sèche venant des tropiques. Pour étayer cette hypothèse, les auteurs s'appuient sur des simulations réalisées avec MIMOSA (Figure 38), afin de reproduire l'évolution de la distribution de la vorticité potentielle au mois d'octobre. On observe effectivement une masse d'air tropicale (de couleur bleue sur la figure) pénétrant les moyennes latitudes, au dessus du site de lancement du ballon (indiqué par un point blanc).

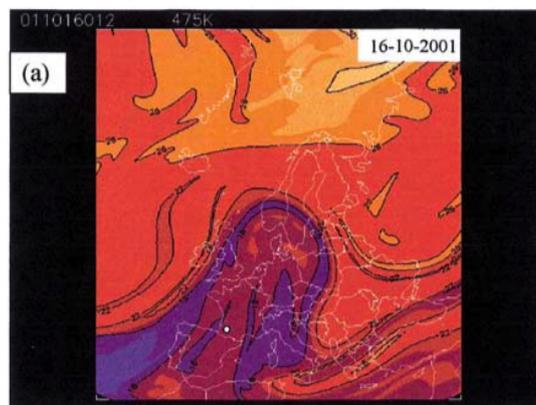


Figure 38 : Distribution de la vorticité potentielle ( $10^{-8} K m^2 s^{-1} kg^{-1}$ ) simulée avec le modèle MIMOSA, pour une température potentielle de 475 K, le 16 octobre 2001. Le point blanc indique le site de lancement du ballon (43°N). Les masses d'air à faible vorticité potentielle sont de couleur foncée et correspondent à de l'air tropical [Durry 2002].

Cet événement perturbe ainsi la dynamique moyenne de cette région du globe à cette date. On peut supposer que cette intrusion d'air tropical a un impact sur les fluctuations de méso-échelle de la vapeur d'eau, mais est-ce le cas aux échelles inférieures au kilomètre ? De manière analogue à la température (cf. Figure 27), nous avons lissé le profil brut avec quatre tailles de fenêtre de lissage différentes, i.e. 30, 100, 500 et 1000 m, afin d'en estimer les fluctuations relatives à ces échelles. Si l'on regarde la Figure 39 représentant le profil vertical des fluctuations relatives de la fraction molaire de la vapeur d'eau pour ces quatre échelles spatiales, on remarque que dans la zone de déshydratation, entre 16 et 23 km d'altitude, les fluctuations relatives sont plus faibles qu'ailleurs. Nous pouvons d'ailleurs l'observer sur le profil brut de la Figure 37. Il semblerait donc que le phénomène d'intrusion d'air tropical ait réellement un impact sur la structure à petite échelle du champ de vapeur d'eau.

La Figure 40 compare les fluctuations relatives de la température (en rouge) à celles de la vapeur d'eau (en noir) aux échelles de 100 m (graphe de gauche) et de 1000 m (graphe de droite), entre 21 et 23 km d'altitude. Les fluctuations relatives de la température ont été multipliées par 10 pour permettre une comparaison visuelle. Si les ondes de gravité étaient à l'origine des fluctuations de la vapeur d'eau, comme c'est le cas pour les fluctuations de la température, les deux profils seraient corrélés (ou anti-corrélés). Or, la Figure 40 semble nous indiquer le contraire car les deux profils ne montrent pas de corrélation évidente, quelque soit l'échelle spatiale considérée. La Figure 41 représente les deux profils l'un en fonction de l'autre pour chacune des deux échelles. Aux échelles de l'ordre de 100 m (graphe de gauche), l'absence de corrélation semble évidente. Aux échelles de 1000 m, le nuage de points semble plus resserré autour d'une droite de pente positive, mais la dispersion est toutefois très grande. Il est donc difficile de tirer une conclusion à ce stade.

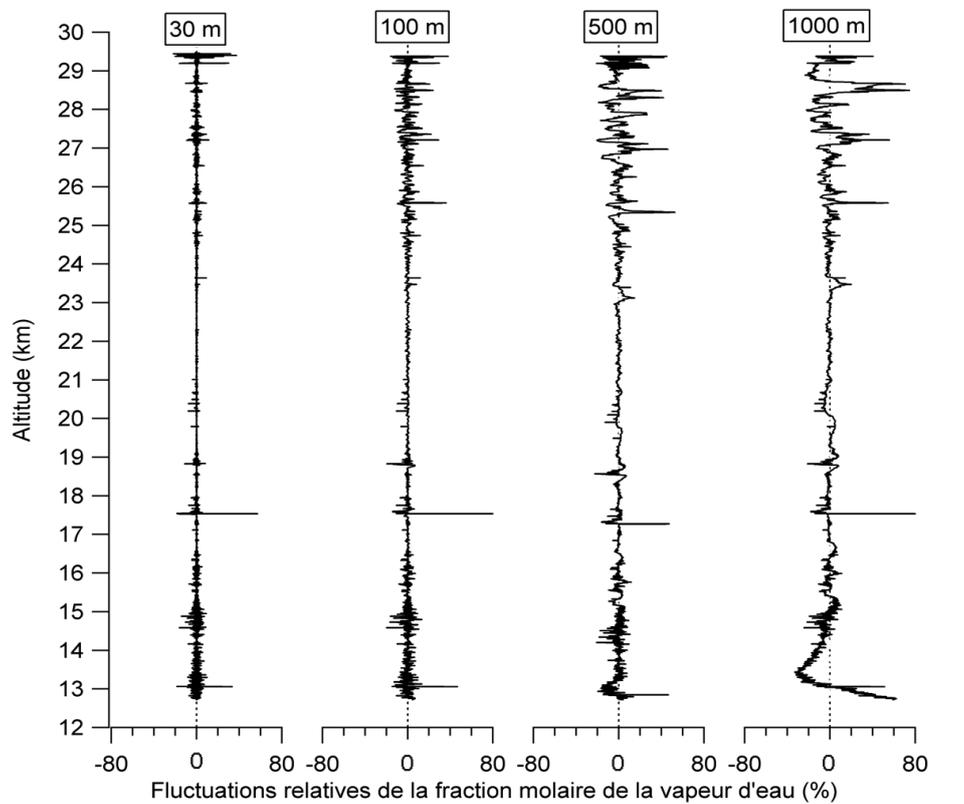


Figure 39 : Ecart relatif (en %) entre le profil brut SDLA et le profil lissé (par moyenne glissante) de la fraction molaire de la vapeur d'eau pour quatre tailles de fenêtre glissante différentes: de gauche à droite, lissage sur 30 m, 100 m, 500 m et 1000 m.

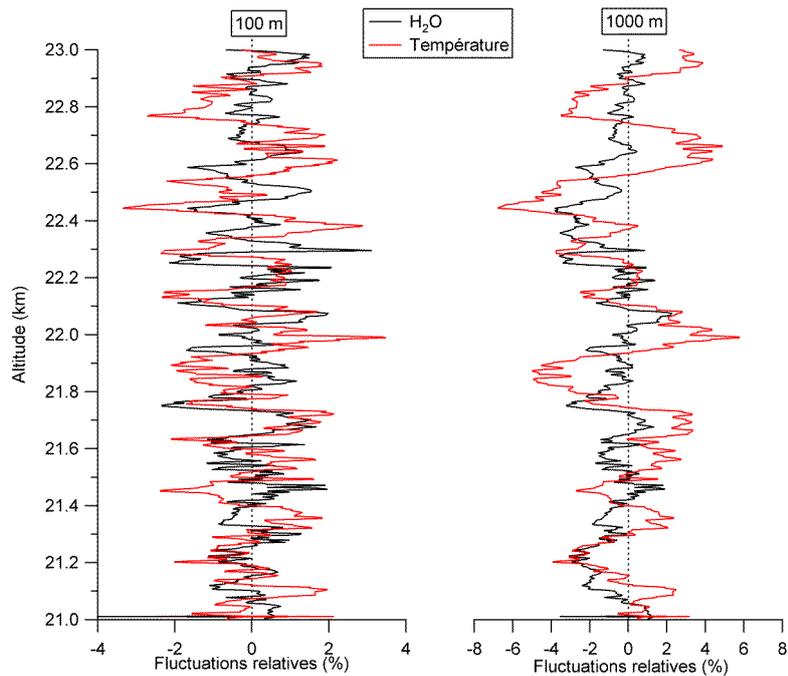


Figure 40 : Comparaison entre les fluctuations relatives (en %) de la fraction molaire de la vapeur d'eau (en noir) et celles de la température (en rouge) entre 21 et 23 km d'altitude pour deux tailles de fenêtre : 100 m (graphe de gauche) et 1000 m (graphe de droite). Les fluctuations relatives de la température ont été multipliées par un facteur 10 pour comparaison.

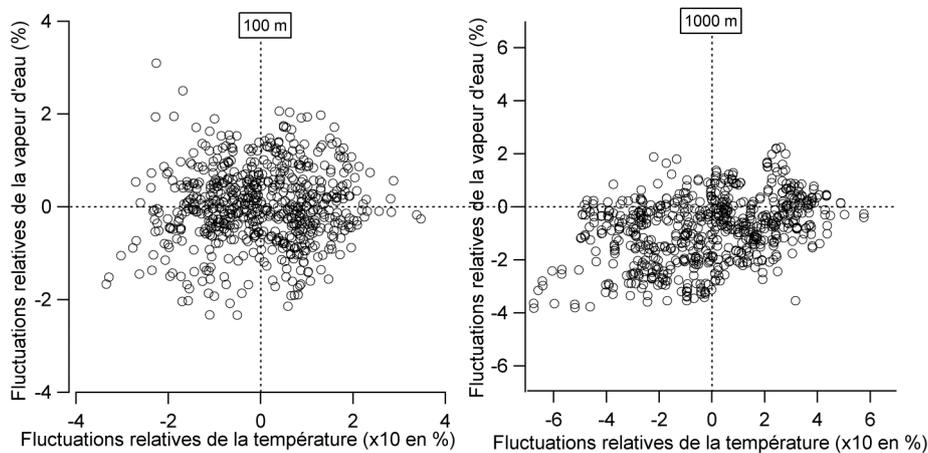


Figure 41 : Graphes de corrélation entre les fluctuations relatives de la vapeur d'eau (en ordonnée) et de la température (en abscisse) pour les deux cas décrits sur la Figure 40.

L'estimation du spectre vertical de la vapeur d'eau sur 12 séquences pondérées par une fenêtre de Hanning est représentée sur la Figure 42. Ce spectre a été calculé sur une région du profil qui se rapproche le plus d'un cas pseudo-stationnaire : il s'avère que cette région est comprise entre 16 et 25 km d'altitude, dans la région d'intrusion d'air tropical. On observe sur la figure un «rebond» entre 0,01 et 0,03 cy/m (i.e. entre 30 et 100 m) : ce n'est pas un lobe dû à un filtrage, la cause peut être soit

de nature physique soit de nature instrumentale. Quoiqu'il en soit, Cette zone incertaine divise le spectre en deux. Entre 100 et 1000 m (zone 1 sur le spectre), la pente est de  $-1,97 \pm 0,13$  et en deçà de 30 m (zone 2 sur le spectre), on observe une zone de pente  $-0,60$  qui ne traduit pas du bruit puisque le niveau n'est pas constant. Bien que la zone 1 corresponde aux échelles des ondes de gravité et la zone 2 à celles de la turbulence, les pentes ne sont pas égales à  $-3$  et  $-5/3$  respectivement. Que ce spectre soit caractéristique d'autres mécanismes physiques ou qu'il n'ait tout simplement pas de sens physique, il montre néanmoins que les fluctuations de la vapeur d'eau ne suivent pas le même spectre que celui de la température.

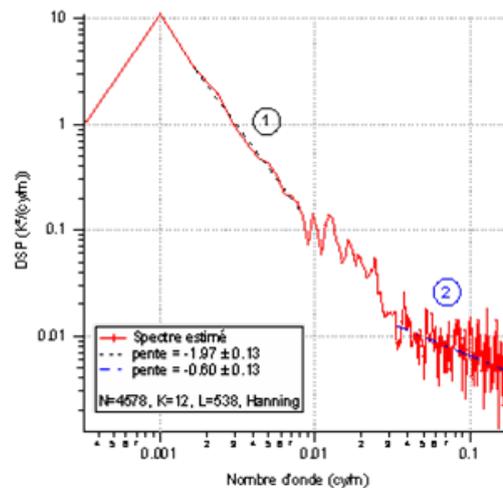


Figure 42 : Spectre de la vapeur d'eau estimé sur 7 séquences de 874 points pondérées par une fenêtre de Hanning.

Un autre outil est le spectre de cohérence qui nous informe sur la corrélation entre ces deux grandeurs sur tout le domaine spectral. Il est défini comme suit :

$$coDSP_{T-H_2O} = \frac{DSP_{T-H_2O}}{\sqrt{DSP_T DSP_{H_2O}}} \quad (1.18)$$

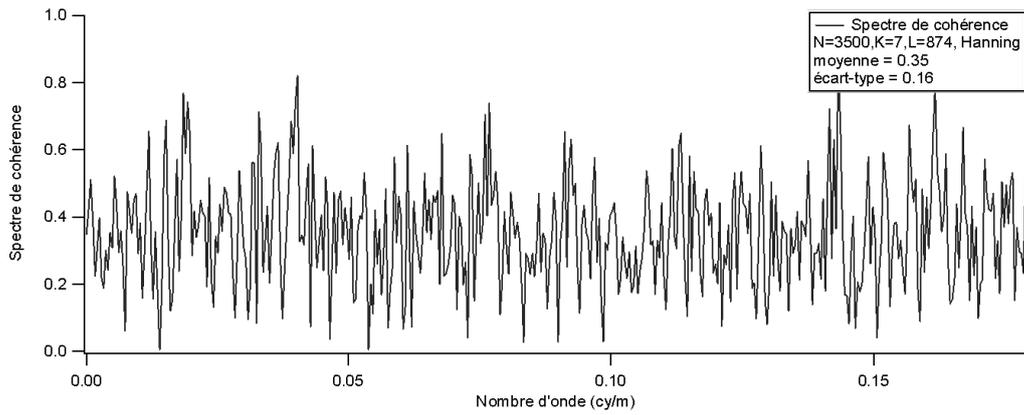
où  $DSP_{T-H_2O}$  st le spectre croisé de la température et la fraction molaire de la vapeur d'eau,  $DSP_T$  le spectre de température et  $DSP_{H_2O}$  celui de la vapeur d'eau. Si la corrélation est nulle, le spectre de cohérence doit converger vers 0 quand le nombre de séquences augmente. La Figure 43 illustre le spectre de cohérence pour 7, 20 et 100 séquences (de haut en bas). Elle montre que plus les séquences sont nombreuses, plus le spectre tend vers une valeur de l'ordre de 0,05 ce qui confirme l'idée que la température et la vapeur d'eau ne sont pas des grandeurs corrélées.

## 1.5 Conclusion

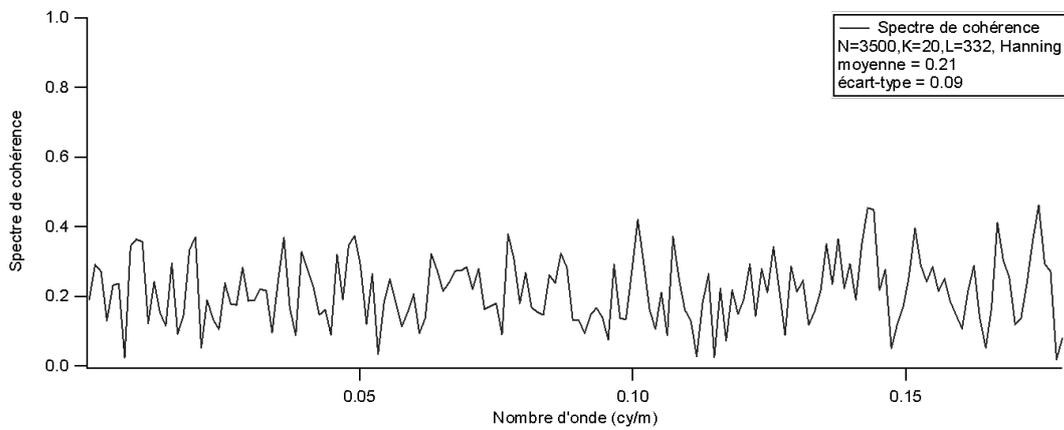
Un capteur IR aéroporté, évoluant entre 10 et 20 km d'altitude, visant entre  $-2$  et  $+30^\circ$  par rapport à l'horizon et dont le champ pixel est de l'ordre de quelques centaines de  $\mu\text{rad}$ , est sensible aux fluctuations spatiales de la luminance du fond de ciel aux échelles spatiales comprises entre quelques dizaines de mètres et quelques kilomètres. Dans la bande spectrale comprise entre 5 et 8  $\mu\text{m}$ , les fluctuations de la luminance thermique sont induites par les fluctuations de la luminance du corps noir (i.e. la fonction de Planck) et du coefficient d'absorption. Or, la fonction de Planck varie avec la température et le coefficient d'absorption est sensible à la température, à la masse volumique et dans cette bande spectrale à la fraction massique de la vapeur d'eau essentiellement. Ainsi, les propriétés statistiques de la luminance sont une fonction des propriétés statistiques de ces trois grandeurs atmosphériques.

En ciel clair et dans la stratosphère, les ondes de gravité et la turbulence sont essentiellement responsables des fluctuations de la température et de la masse volumique à petite échelle. Nous avons toutefois montré que les effets de la turbulence sont moyennés dans l'intégration spatiale le long de la ligne de visée du capteur. Nous ne parlerons donc dans la suite que des ondes de gravité. Nous avons également montré dans ce chapitre que la masse volumique, à ces échelles, est corrélée à la température. Ainsi, si nous connaissons la température, nous connaissons par conséquent la masse volumique.

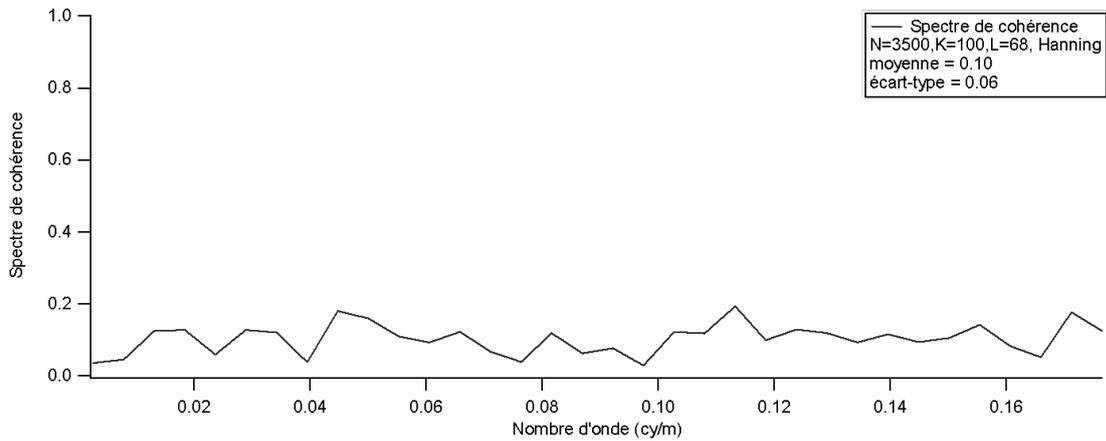
Les ondes de gravité peuvent être aussi une cause des fluctuations de la fraction massique de la vapeur d'eau mais les phénomènes d'intrusion d'air par advection ou par convection perturbent le comportement de la vapeur d'eau dans la stratosphère. Alors que les ondes de gravité peuvent être caractérisées par un modèle spectral, nous ne savons pas de nos jours comment prendre en compte les perturbations induites par ces intrusions. Par ailleurs, nous avons montré que ces intrusions ont également un impact sur la corrélation entre la température et la vapeur d'eau. En effet, dans les zones où une intrusion d'air a lieu, les fluctuations relatives de la température semblent décorrélées de celles de la vapeur d'eau. En résumé, nous ne pouvons modéliser les propriétés spectrales de la vapeur d'eau que si nous traitons les ondes de gravité seulement.



(a)



(b)



(c)

Figure 43 : Spectre de cohérence entre la température et la vapeur d'eau pour 7 séquences (a), 20 séquences (b) et 100 séquences (c).



# **Chapitre 2    Formalisation mathématique des fluctuations de la luminance et de leurs propriétés statistiques**

## **2.1 Introduction**

Comme nous l'avons mentionné au paragraphe 1.2.6, la connaissance des propriétés statistiques de la luminance atmosphérique est nécessaire au développement d'algorithmes de suppression des fonds ou à la détermination du seuil de détection lors de la conception des détecteurs IR. Or, si nous connaissons la fonction d'autocorrélation de ces fluctuations sur le plan image du capteur, nous pouvons en déduire l'écart-type et les longueurs de corrélation et calculer la DSP correspondante par simple transformée de Fourier. Nous rappelons donc que l'objectif de cette thèse est de proposer un modèle de calcul de la fonction d'autocorrélation 2-D des fluctuations de la luminance, destiné aux conditions imposées par les systèmes de surveillance IR aéroportés (et définies dans le paragraphe 1.3).

Ce chapitre est consacré à la mise en équation des propriétés statistiques de la luminance atmosphérique. Pour formuler les différentes statistiques, nous utiliserons et justifierons l'hypothèse de linéarisation au premier ordre des grandeurs physiques permettant de séparer la composante moyenne et la composante aléatoire de la luminance pour une faible perturbation. Nous définirons et formulerons grâce à cela la luminance moyenne ainsi que la fonction d'autocorrélation et la variance des fluctuations de la luminance. Nous introduirons également la notion de fonction de poids de la luminance et fonction de distribution de la variance. Enfin, nous verrons dans quels cas le calcul analytique de ces propriétés est possible. Le Chapitre 3 et le Chapitre 4 présenteront la démarche et les modèles développés qui ont permis de calculer numériquement ces grandeurs lorsque la résolution analytique n'est pas possible.

Les grandeurs statistiques abordées dans ce chapitre sont toutes définies dans l'Annexe B. Le lecteur est invité à s'y référer pour éviter toute confusion en terme de vocabulaire.

## **2.2 Linéarisation au premier ordre de la luminance : séparation de la composante moyenne et de la perturbation**

L'objectif de ce paragraphe est de formaliser l'expression des fluctuations de la luminance à partir de l'expression de la luminance thermique établie au paragraphe 1.3.3. Pour cela, nous avons appliqué à notre modèle la méthode de linéarisation de la luminance déjà utilisée dans le formalisme du modèle du code SAMM-2 [Brown 2002]. La démarche consiste à traiter le champ de température et le champ

de la fraction massique (f.m.) de la vapeur d'eau comme des champs stochastiques. Chacun des champs est décomposé en un champ déterministe (ou champ moyen) et en un champ de fluctuations considérées comme de faibles perturbations autour de la moyenne. Nous verrons dans ce paragraphe qu'un développement limité de la luminance du corps noir et du coefficient d'absorption autour des grandeurs moyennes permet alors de décomposer la luminance en un terme moyen et une perturbation représentant les fluctuations de la luminance. Ce sont ces fluctuations qui feront l'objet de l'étude statistique dans la suite de ce manuscrit. Nous justifierons également l'hypothèse de linéarisation de la luminance du corps noir et du coefficient d'absorption.

### 2.2.1 Justification et résultat de la linéarisation

On décompose respectivement le champ de température et le champ de la f.m. de la vapeur d'eau en un champ moyen et une perturbation  $\Delta$  tels que :

$$\begin{aligned} T(\vec{r}) &= \langle T(\vec{r}) \rangle + \Delta T(\vec{r}) \\ y_{H_2O}(\vec{r}) &= \langle y_{H_2O}(\vec{r}) \rangle + \Delta y_{H_2O}(\vec{r}) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Rappelons que l'opérateur  $\langle \rangle$  symbolise l'espérance mathématique (i.e. moyenne statistique sur un nombre infini de réalisations) ; nous utilisons l'opérateur « barre » pour désigner la moyenne spatiale (i.e. moyenne sur une seule réalisation). Lorsque nous avons exploité les mesures SDLA du 16/10/2001 au paragraphe 1.4 , nous avons utilisé la moyenne spatiale à la place de la moyenne statistique, faute d'un nombre suffisant de réalisations. On a supposé alors implicitement que l'ensemble des mesures issues d'une seule réalisation apporte la même information qu'un ensemble de mesures issues de plusieurs réalisations, mais en un point donné : c'est l'hypothèse d'ergodicité. Ces notions d'analyse statistique sont définies dans l'Annexe B. Dans la suite du manuscrit, nous confondrons donc les notions de moyenne spatiale et d'espérance mathématique, et nous utiliserons pour alléger l'écriture la notation suivante :

$$\begin{cases} \langle T \rangle = \bar{T} \\ \langle y_{H_2O} \rangle = \bar{y}_{H_2O} \end{cases}$$

Enfin, précisons que  $\Delta T(\vec{r})$  et  $\Delta y_{H_2O}(\vec{r})$  sont des champs stochastiques de moyenne nulle. En utilisant l'hypothèse d'ergodicité, on peut écrire :

$$\begin{cases} \langle \Delta T \rangle = \overline{\Delta T} = 0 \\ \langle \Delta y_{H_2O} \rangle = \overline{\Delta y_{H_2O}} = 0 \end{cases}$$

On développe ensuite en série de Taylor la luminance du corps noir  $B_v(T)$  autour de  $\bar{T}$  et le coefficient d'absorption  $\kappa_v(T, y_{H_2O})$  autour de  $\bar{T}$  et  $\bar{y}_{H_2O}$  jusqu'à l'ordre 1, on peut alors écrire :

$$\begin{cases} B_v(\vec{r}) = \bar{B}_v + \frac{\partial B_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T(\vec{r}) \\ \kappa_v(\vec{r}) \approx \bar{\kappa}_v + \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T(\vec{r}) + \frac{\partial \kappa_v}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta y_{H_2O} \end{cases} \quad (2.2)$$

On notera par la suite  $B_v(\bar{T}) = \bar{B}_v$  et  $\bar{\kappa}_v = \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})$ .

Nous estimerons l'erreur due à la linéarisation de la luminance du corps noir et du coefficient d'absorption dans les paragraphes 2.2.2 et 2.2.3 respectivement.

En injectant (2.2) dans l'expression de la luminance thermique définie en (1.3), on obtient :

$$L_v = \int_0^\infty dr \tau_v \left( \bar{\kappa}_v + \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T(\vec{r}) + \frac{\partial \kappa_v}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta y_{H_2O} \right) \left( \bar{B}_v + \frac{\partial B_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T(\vec{r}) \right) \quad (2.3)$$

avec  $\tau_v$  la transmission exprimée comme suit :

$$\tau_v = \exp \left( - \int_0^r dr' \left( \bar{\kappa}_v + \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T(\vec{r}') + \frac{\partial \kappa_v}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta y_{H_2O} \right) \right) \quad (2.4)$$

On montrera dans le paragraphe 2.2.4 que la transmission peut être approchée par :

$$\tau_v(\vec{r}) \approx \exp \left( - \int_0^r dr' \bar{\kappa}_v \right) \quad (2.5)$$

On notera cette transmission « moyenne »  $\bar{\tau}_v$ .

En ne gardant que les termes d'ordre 0 et 1, (2.3) devient :

$$L_v = \int_0^\infty dr \bar{\tau}_v \left( \bar{\kappa}_v \bar{B}_v + \left( \bar{\kappa}_v \frac{\partial B_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} + \bar{B}_v \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \right) \Delta T + \bar{B}_v \frac{\partial \kappa_v}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta y_{H_2O} \right) \quad (2.6)$$

Jusqu'à maintenant, nous avons raisonné en terme de luminance monochromatique. Or la grandeur recherchée est la luminance intégrée sur une bande spectrale  $\Delta \nu$ , i.e. :

$$L_{\Delta \nu} = \frac{1}{\Delta \nu} \int_{\Delta \nu} L_\nu d\nu \quad (2.7)$$

On peut alors séparer la luminance moyenne  $\langle L_{\Delta \nu} \rangle$  et les fluctuations de la luminance  $\Delta L_{\Delta \nu}$ , définies respectivement par :

$$\begin{cases} \langle L_{\Delta \nu} \rangle = \frac{1}{\Delta \nu} \int_0^\infty dr \int_{\Delta \nu} d\nu \bar{\tau}_v \bar{\kappa}_v \bar{B}_v \\ \Delta L_{\Delta \nu} = \frac{1}{\Delta \nu} \left( \int_0^\infty dr F_{\Delta \nu}^T \Delta T + \int_0^\infty dr F_{\Delta \nu}^{H_2O} \Delta y_{H_2O} \right) \end{cases} \quad (2.8)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{\Delta\nu}^T(\vec{r}) = \int_{\Delta\nu} d\nu \bar{\tau}_\nu(\vec{r}) \left( \bar{\kappa}_\nu(\vec{r}) \frac{\partial B_\nu(\vec{r})}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} + \bar{B}_\nu(\vec{r}) \frac{\partial \kappa_\nu(\vec{r})}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \right) \\ F_{\Delta\nu}^{H_2O}(\vec{r}) = \int_{\Delta\nu} d\nu \bar{\tau}_\nu(\vec{r}) \bar{B}_\nu(\vec{r}) \frac{\partial \kappa_\nu(\vec{r})}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \end{array} \right. \quad (2.9)$$

$F_{\Delta\nu}^T$  et  $F_{\Delta\nu}^{H_2O}$  sont les fonctions d'amplitude des fluctuations de la luminance dues respectivement aux fluctuations de la température et aux fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau. Elles pondèrent, le long de  $dr$ , la contribution de  $\Delta T$  et de  $\Delta y_{H_2O}$  en chaque point de la ligne de visée.

### 2.2.2 Validation de la linéarisation de la fonction de Planck

On cherche à démontrer que le développement en série de Taylor à l'ordre 1 de la luminance du corps noir  $B_\nu$  suffit.

Considérons la luminance du corps noir définie par :

$$B_\nu(\vec{r}) = B_\nu(T(\vec{r})) = \frac{c_1 \nu^3}{\exp\left(\frac{c_2 \nu}{T}\right) - 1} \quad (2.10)$$

Rappelons que nous travaillons dans la bande IR thermique comprise entre 1200 et 2000  $cm^{-1}$  et que la température en moyenne atmosphère est typiquement comprise entre 200 et 300 K environ. On définit donc le domaine  $D$  tel que  $\nu \in [1200, 2000] cm^{-1}$  et  $T \in [200, 300] K$ . La Figure 44 illustre un exemple du spectre de  $B_\nu$  à  $T=250$  K. Dans le domaine  $D$ , la luminance du corps noir est monotone décroissant.

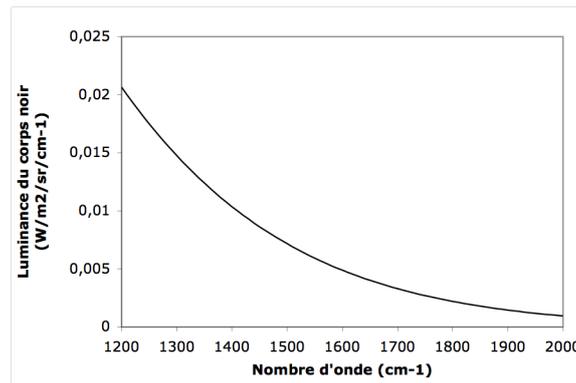


Figure 44 : Luminance du corps noir à 250 K en fonction du nombre d'onde.

Par ailleurs, on montre que dans  $D$ , le terme exponentiel de (2.10) est grand devant 1 :

$$\exp\left(\frac{c_2 \nu}{T}\right) \geq 400 \gg 1$$

On peut alors approcher la luminance du corps noir par :

$$B_\nu(T) \approx c_1 \nu^3 \exp\left(-\frac{c_2 \nu}{T}\right) \quad (2.11)$$

Le développement limité en série de Taylor de  $B_\nu$  autour de  $\bar{T}$  jusqu'à l'ordre 2 s'écrit comme suit :

$$B_\nu(T) = \bar{B}_\nu + \left. \frac{dB_\nu}{dT} \right|_{\bar{T}} \Delta T + \left. \frac{d^2 B_\nu}{dT^2} \right|_{\bar{T}} \frac{\Delta T^2}{2} + o(\Delta T^3) \quad (2.12)$$

En utilisant l'approximation de  $\bar{B}_\nu$  définie en (2.11), on calcule analytiquement les dérivées première et seconde :

$$\begin{cases} \left. \frac{dB_\nu}{dT} \right|_{\bar{T}} = \frac{c_2 \nu}{\bar{T}^2} \bar{B}_\nu \\ \left. \frac{d^2 B_\nu}{dT^2} \right|_{\bar{T}} = \frac{c_2 \nu}{\bar{T}^3} \left( \frac{c_2 \nu}{\bar{T}} - 2 \right) \bar{B}_\nu \end{cases} \quad (2.13)$$

Dans la stratosphère, on sait que les fluctuations relatives de la température ne dépassent pas 1%. On montre que, dans le domaine  $D$ , le terme d'ordre 1 dans (2.12) représente au maximum 15% de  $\bar{B}_\nu$  et le terme d'ordre 2 moins de 1%. On montre ainsi que le terme d'ordre 2 est négligeable devant le terme d'ordre 0.

On compare également la luminance du corps noir calculée en  $T = \bar{T} + \Delta T$  (terme de gauche de l'équation (2.12)) et celle linéarisée à l'ordre 1 autour de  $\bar{T}$  (les deux premiers termes de droite de l'équation (2.12)). L'objectif est d'estimer l'erreur relative due à la linéarisation,  $\varepsilon_{lin}$  :

$$\varepsilon_{lin} = \frac{B_\nu(\bar{T} + \Delta T) - \left( B_\nu(\bar{T}) + \left. \frac{dB_\nu}{dT} \right|_{\bar{T}} \Delta T \right)}{B_\nu(\bar{T} + \Delta T)} \quad (2.14)$$

La luminance du corps noir est alors calculée dans sa forme exacte.

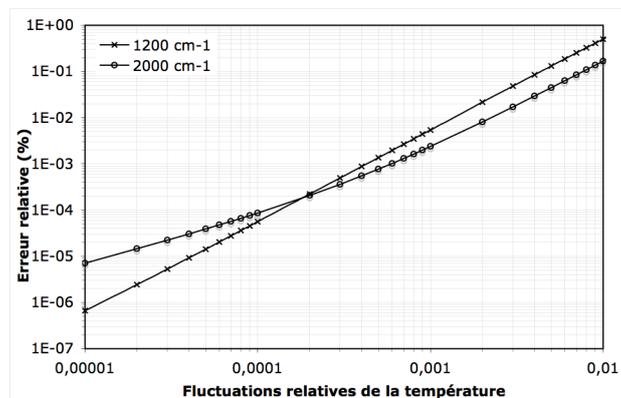


Figure 45 : Ecart relatif entre la luminance vraie du corps noir et la luminance linéarisée du corps noir en fonction des fluctuations relatives de la température à  $\bar{T} = 250 \text{ K}$  pour  $\nu = 1200 \text{ cm}^{-1}$  (croix) et  $\nu = 2000 \text{ cm}^{-1}$  (cercles).

Un premier résultat donne  $\varepsilon_{lin}$  en fonction d'une fluctuation relative de température  $\Delta T/\bar{T}$  variant de  $10^{-3}$  à 1 %, pour une température moyenne de 250 K (Figure 45). Sachant que la luminance du corps noir est décroissante monotone dans la bande spectrale comprise entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ , on a calculé l'erreur  $\varepsilon_{lin}$  aux bords de cette bande pour comparer les cas limites. La Figure 45 montre que dans le pire des cas, l'erreur relative due à la linéarisation n'atteint pas 1%, ce qui signifie que la luminance linéarisée à l'ordre 1 décrit 99% de la luminance vraie, ce qui est très satisfaisant.

### 2.2.3 Validation de la linéarisation du coefficient d'absorption

On rappelle le développement en série de Taylor à l'ordre 1 du coefficient d'absorption, pour de faibles perturbations  $\Delta T$  et  $\Delta y_{H_2O}$  :

$$\kappa_v(\bar{T} + \Delta T, \bar{y}_{H_2O} + \Delta y_{H_2O}) \approx \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + \left. \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T + \left. \frac{\partial \kappa_v}{\partial y_{H_2O}} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta y_{H_2O} \quad (2.15)$$

De manière analogue à la luminance du corps noir, on cherche à calculer l'écart relatif entre le terme de gauche et le terme de droite de la relation (2.15). Pour cela, nous allons procéder en deux étapes. La première consiste à tester la linéarisation en présence d'une fluctuation de température :

$$\kappa_v(\bar{T} + \Delta T, \bar{y}_{H_2O}) \approx \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + \left. \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T \quad (2.16)$$

L'erreur associée  $\varepsilon_{lin}^T$ , due à la linéarisation, est alors définie comme suit :

$$\varepsilon_{lin}^T = \left| \frac{\kappa_v(\bar{T} + \Delta T, \bar{y}_{H_2O}) - \left( \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + \left. \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T \right)}{\kappa_v(\bar{T} + \Delta T, \bar{y}_{H_2O})} \right| \quad (2.17)$$

La seconde étape permet de vérifier ensuite la linéarisation en présence d'une fluctuation de la f.m. de la vapeur d'eau :

$$\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + \Delta y_{H_2O}) \approx \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + \left. \frac{\partial \kappa_v}{\partial y_{H_2O}} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta y_{H_2O} \quad (2.18)$$

avec l'erreur associée  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}$  suivante :

$$\varepsilon_{lin}^{H_2O} = \left| \frac{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + \Delta y_{H_2O}) - \left( \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + \frac{\partial \kappa_v}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta y_{H_2O} \right)}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + \Delta y_{H_2O})} \right| \quad (2.19)$$

Nous montrerons dans le Chapitre 3 que le coefficient d'absorption est proportionnel à la f.m. de la vapeur d'eau, impliquant alors la relation suivante :

$$\frac{\partial \kappa_v}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} = \frac{\kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}{\bar{y}_{H_2O}} \quad (2.20)$$

où  $\kappa_v^{H_2O}$  est le coefficient d'absorption de la vapeur d'eau uniquement.

La relation (2.19) peut alors s'écrire comme suit :

$$\varepsilon_{lin}^{H_2O} = \left| \frac{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + \Delta y_{H_2O}) - \left( \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) \frac{\Delta y_{H_2O}}{\bar{y}_{H_2O}} \right)}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + \Delta y_{H_2O})} \right| \quad (2.21)$$

L'objectif est d'estimer les erreurs  $\varepsilon_{lin}^T$  et  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}$  en fonction du nombre d'onde pour des fluctuations relatives  $\Delta T/\bar{T}$  et  $\Delta y_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O}$  données. Sachant que ces dernières doivent rester faibles pour que la linéarisation ait un sens, nous fixerons  $\Delta T/\bar{T}$  et  $\Delta y_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O}$  à 1%.

Le coefficient d'absorption peut être calculé de manière quasi monochromatique grâce à un code raie par raie classique tel que LBLRTM (cf. Annexe H) dont nous disposons. On peut également utiliser LBLRTM pour calculer la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la f.m. de la vapeur d'eau grâce à la relation (2.20) la reliant directement au coefficient d'absorption. En revanche, LBLRTM, comme tout autre code raie par raie classique, ne permet pas le calcul de la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température. Nous verrons dans le Chapitre 3 que ce problème intervient également dans le calcul de la fonction d'autocorrélation de la luminance. Pour résoudre le problème, nous avons alors développé un modèle raie par raie permettant un calcul quasi-analytique de cette dérivée par rapport à la température. Nous justifierons ce choix et nous décrirons en détail le modèle développé dans le Chapitre 3. Toutefois, il faut savoir que notre code raie par raie (appelé RPR-IRT) n'est pour le moment destiné qu'à la bande spectrale comprise entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ . Dans cette bande, les raies d'absorption les plus intenses sont celles de la vapeur d'eau et du méthane, les raies secondaires sont celles de l'oxyde nitreux et du dioxyde de carbone, sans oublier les continua de la vapeur d'eau et du dioxygène. La contribution des autres molécules absorbantes est complètement négligeable. La Figure 46 représente un spectre d'absorption entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  calculé avec

LBLRTM pour une atmosphère standard US76 à 13 km d'altitude sur laquelle on indique la contribution des absorbants principaux. Le code RPR-IRT que nous avons développé, quant à lui, inclut uniquement les raies d'absorptions de la vapeur d'eau et du méthane (ainsi que les continua de la vapeur d'eau et du dioxygène). Les calculs sont donc réalisés sur cette base.

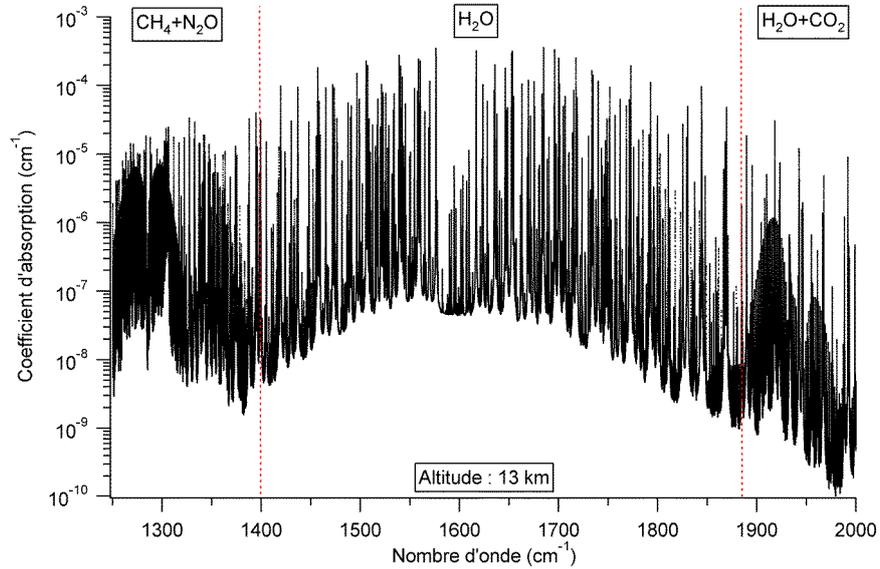


Figure 46 : Spectre d'absorption à 13 km d'altitude (pression à 165,8 mbar, température à 216,7 K et f.m. de la vapeur d'eau à 10,9 ppmv).

La Figure 47 trace  $\varepsilon_{lin}^T$  et  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}$  (respectivement les graphes *b* et *c*) dans la bande spectrale comprise entre 1550 et 1600  $\text{cm}^{-1}$ , correspondant à la bande d'absorption de la vapeur d'eau autour de 6,3  $\mu\text{m}$  (i.e. 1587  $\text{cm}^{-1}$ ). Nous avons restreint la bande spectrale pour un gain en temps de calcul. On constate alors que l'erreur relative due à la linéarisation ne dépasse pas 3% lorsque les fluctuations relatives de la température et/ou de la f.m. de la vapeur d'eau atteignent 1%.

Toutefois, les mesures ballon du vol SDLA, exploitées au Chapitre 1, nous ont montré que les fluctuations relatives de la f.m. de la vapeur d'eau peuvent largement dépasser 1% et atteindre jusqu'à 50%. Qu'en est-il de la validité de la linéarisation à ces échelles là ? Un calcul analytique (cf Annexe D) permet de relier l'erreur  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}$  due à 1% de fluctuations à celle due à N% de fluctuations :

$$\frac{1}{\varepsilon_{lin}^{H_2O}(N\%)} = \frac{1}{\varepsilon_{lin}^{H_2O}(1\%)} + \frac{(N-1)\kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) \frac{\Delta y_{H_2O}}{\bar{y}_{H_2O}}}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + \Delta y_{H_2O}) - \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) - \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) \frac{\Delta y_{H_2O}}{\bar{y}_{H_2O}}} \quad (2.22)$$

On montre alors que  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}$  diminue quand  $N$  augmente. Autrement dit, plus les fluctuations relatives de la f.m. de la vapeur d'eau sont fortes, plus l'erreur due à la linéarisation autour de la f.m. moyenne de la vapeur d'eau est faible : c'est ce qu'illustre la Figure 48. Les pics observés sur la figure ont lieu

lorsque le coefficient d'absorption est très faible (aux ailes des raies d'absorption) et l'écart entre le coefficient d'absorption réel et celui linéarisé à l'ordre 1 est relativement grand : l'écart relatif résultant est alors élevé.

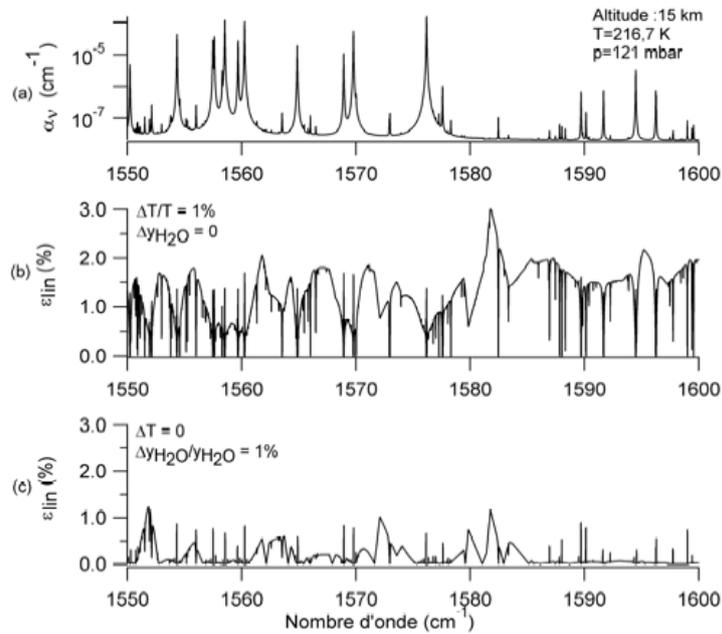


Figure 47 : (a) Spectre d'absorption pour les conditions atmosphériques rencontrées à 15 km d'altitude (les valeurs de la température, la pression et la fraction massique des molécules sont issues du modèle US Standard 76). (b) Erreur relative  $\epsilon_{lin}^T$  (en %) pour une fluctuation relative de la température de 1 % et sans fluctuation de la f.m. de la vapeur d'eau. (c) Erreur relative  $\epsilon_{lin}^{H_2O}$  (en %) pour une fluctuation relative de la f.m. de la vapeur d'eau de 1 % et sans fluctuation de la température.

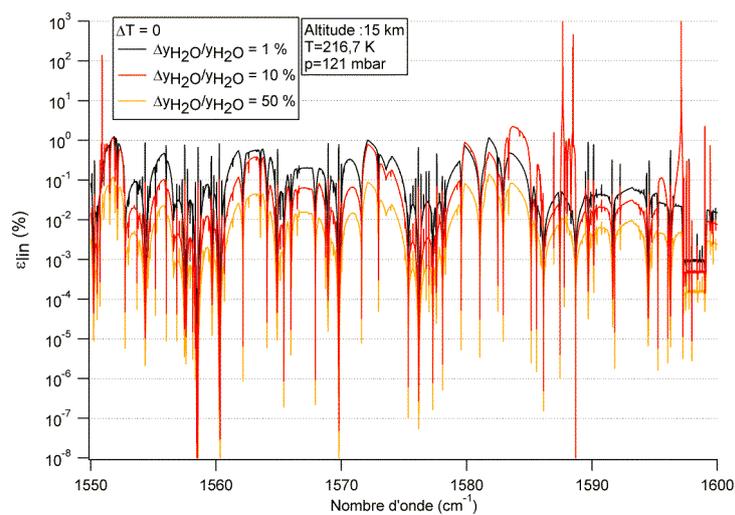


Figure 48 : Erreur relative  $\epsilon_{lin}^{H_2O}$  (en %) pour une fluctuation relative de la f.m. de la vapeur d'eau de 1 % (en noir), 10% (en rouge) et 50 % (en jaune), sans fluctuation de la température.

En conclusion, l'erreur due à la linéarisation du coefficient d'absorption à l'ordre 1 est de l'ordre de quelques % pour des fluctuations relatives de la température et de la f.m. de la vapeur d'eau typiques de la stratosphère. La validité de la linéarisation est donc vérifiée.

#### 2.2.4 Approximation de la transmission moyenne

La transmission dépend du coefficient d'absorption à l'ordre 0,  $\bar{\kappa}_v$ , et des termes d'ordre 1 tels que :

$$\tau_v = \exp \left( - \int dr' \left( \underbrace{\bar{\kappa}_v + \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T + \frac{\partial \kappa_v}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta y_{H_2O}}_1 \right) \right) \quad (2.23)$$

On veut montrer que l'on peut négliger les termes d'ordre 1 dans l'intégrale et se ramener à une transmission « moyenne » ne dépendant que de  $\bar{\kappa}_v$ , telle que :

$$\tau_v \approx \exp \left( - \int dr' \bar{\kappa}_v \right) \quad (2.24)$$

C'est l'approximation utilisée dans le paragraphe 2.2.1.

Posons le rapport  $R_\tau$  entre le terme (1) et le terme (0) de la relation (2.23). On cherche donc à montrer que  $R_\tau \ll 1$ , i.e. :

$$R_\tau = \frac{(1)}{(0)} = \left| \frac{\left( \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T + \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) \frac{\Delta y_{H_2O}}{\bar{y}_{H_2O}} \right)}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})} \right| \ll 1 \quad (2.25)$$

La Figure 49 trace le rapport  $R_\tau$  en % en fonction du nombre d'onde pour une altitude de 15 km (graphe du bas). A titre illustratif, le coefficient d'absorption moyen  $\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})$  correspondant est représenté sur le graphe du haut. On constate que le terme (1) dans (2.23) ne représente pas plus de 14% du coefficient d'absorption moyen (terme (0)). Bien sûr, une contribution de 14% ne semble pas négligeable mais cette valeur ne représente qu'un maximum qui est rarement atteint sur la bande spectrale considérée. Moyenné sur la bande spectrale, ce rapport  $R_\tau$  s'élève à 4% environ.

En conclusion, en ne gardant que la contribution du coefficient d'absorption moyen dans la relation (2.24), on tient compte de 96% du coefficient d'absorption réel en ordre de grandeur.

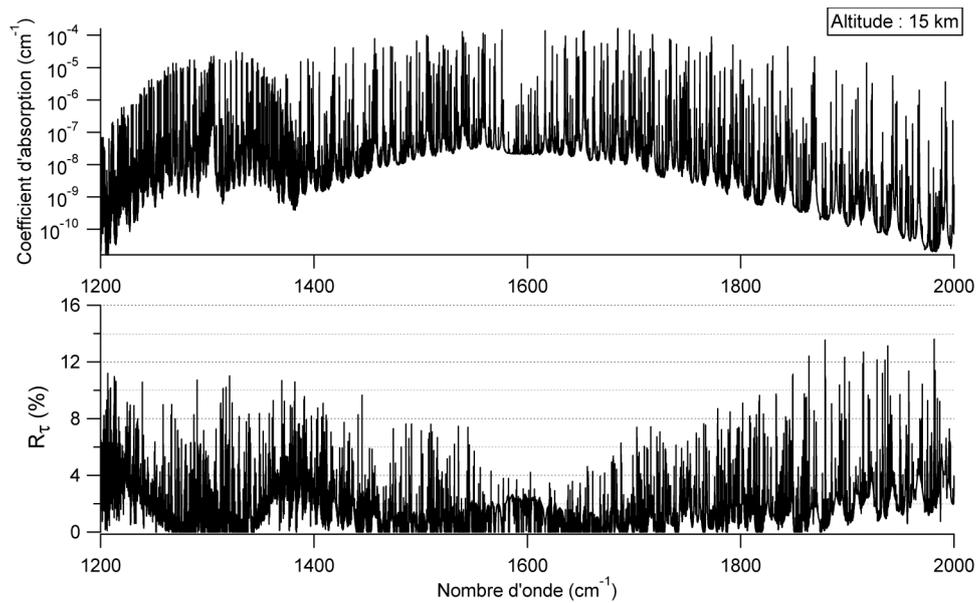


Figure 49 : En bas, contribution des termes d'ordre 1 du coefficient d'absorption linéarisé exprimée en % du coefficient d'absorption moyen  $\bar{\kappa}_v$ , en fonction du nombre d'onde, calculée pour une fluctuation relative de la température et une fluctuation relative de la f.m. de la vapeur d'eau de 1% chacune . En haut, spectre d'absorption (moyen) associé. Les calculs sont effectués pour une altitude de 15 km avec le modèle US 76.

### 2.3 Conséquences sur le formalisme des fluctuations de la luminance et de ses statistiques

Les différentes études menées sur les corrélations entre la température, la masse volumique et la f.m. de la vapeur d'eau ainsi que leur impact respectif sur les fluctuations de la luminance nous ont donc conduit au bilan suivant. Premièrement, les fluctuations relatives de la température et de la masse volumique sont anti-corrélées : le coefficient d'absorption ne dépend donc plus que de la température et de la f.m. de la vapeur d'eau. Deuxièmement, les fluctuations relatives de la température et de la f.m. de la vapeur d'eau sont décorréliées en présence d'intrusions : nous verrons tout l'impact que cela implique dans ce paragraphe. Enfin, En linéarisant à l'ordre 1 la luminance du corps noir et le coefficient d'absorption, nous avons exprimé les fluctuations de la luminance en fonction des fluctuations de la température, d'une part et des fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau d'autre part. Rappelons que ces conclusions sont valides dans la stratosphère dans le domaine IR thermique pour des échelles spatiales inférieures à quelques km. Ce paragraphe a pour objectif de formaliser l'expression des fluctuations de la luminance et de leurs propriétés statistiques une fois la méthode de linéarisation appliquée. C'est à partir de ce formalisme que le calcul des grandeurs statistiques sera réalisé. Nous verrons dans le paragraphe suivant dans quels cas un calcul analytique est possible. Puis, les Chapitre 3 et Chapitre 4 aborderont les méthodes employées pour calculer numériquement ces grandeurs lorsqu'une résolution analytique est impossible.

### 2.3.1 Les fluctuations de la luminance et la luminance moyenne

Ainsi, le calcul des propriétés statistiques se base sur l'expression des fluctuations de la luminance, observées en un point  $\vec{r}_0$  dans la direction  $\vec{n}$  et intégrées dans la bande spectrale  $\Delta\nu$ , décrite par :

$$\Delta L_{\Delta\nu}(\vec{r}_0, \vec{n}) = \int_0^{\infty} d\nu F_{\Delta\nu}^T(\vec{r}) \Delta T(\vec{r}) + \int_0^{\infty} d\nu F_{\Delta\nu}^{H_2O}(\vec{r}) \Delta y_{H_2O}(\vec{r}) \quad (2.26)$$

avec les fonctions d'amplitude  $F_{\Delta\nu}^T$  et  $F_{\Delta\nu}^{H_2O}$  suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{\Delta\nu}^T(\vec{r}) = \int_{\Delta\nu} d\nu \bar{\tau}_\nu(\vec{r}) \left( \bar{\kappa}_\nu(\vec{r}) \frac{\partial B_\nu(\vec{r})}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} + \bar{B}_\nu(\vec{r}) \frac{\partial \kappa_\nu(\vec{r})}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \right) \\ F_{\Delta\nu}^{H_2O}(\vec{r}) = \int_{\Delta\nu} d\nu \bar{\tau}_\nu(\vec{r}) \bar{B}_\nu(\vec{r}) \frac{\partial \kappa_\nu(\vec{r})}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \end{array} \right. \quad (2.27)$$

et la transmission « moyenne » définie par :

$$\bar{\tau}_\nu(\vec{r}) = \exp\left(-\int_0^r dr' \bar{\kappa}_\nu\right)$$

On rappelle l'expression de la luminance moyenne :

$$\langle L_{\Delta\nu}(\vec{r}_0, \vec{n}) \rangle = \int_0^{\infty} d\nu \int_{\Delta\nu} d\nu \bar{\tau}_\nu(\vec{r}) \bar{\kappa}_\nu(\vec{r}) \bar{B}_\nu(\vec{r}) \quad (2.28)$$

On introduit également la fonction de poids de la luminance, notée  $d\langle L_{\Delta\nu} \rangle / dr$ . Elle est définie comme suit :

$$\langle L_{\Delta\nu}(\vec{r}_0, \vec{n}) \rangle = \int_0^{\infty} dr \frac{d\langle L_{\Delta\nu} \rangle}{dr}$$

i.e. :

$$\frac{d\langle L_{\Delta\nu} \rangle}{dr} = \int_{\Delta\nu} d\nu \bar{\tau}_\nu(\vec{r}) \bar{\kappa}_\nu(\vec{r}) \bar{B}_\nu(\vec{r}) \quad (2.29)$$

La fonction de poids de la luminance représente la densité linéique de luminance le long de la ligne de visée.

### 2.3.2 La fonction d'autocorrélation

On note la fonction d'autocorrélation (FAC) des fluctuations de luminance observées en un point  $\vec{r}_0$  dans deux directions différentes  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  (voir Figure 50) de la manière suivante :

$$\Gamma_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2) = \langle \Delta L_{\Delta\nu}(\vec{r}_0, \vec{n}_1) \Delta L_{\Delta\nu}(\vec{r}_0, \vec{n}_2) \rangle$$

De (2.26), on en déduit donc  $\Gamma_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2)$  :

$$\Gamma_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2) = \int_0^\infty dr_1 \int_0^\infty dr_2 \begin{pmatrix} F_{\Delta v}^T(r_1) F_{\Delta v}^T(r_2) \Gamma_{\Delta T}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ + F_{\Delta v}^{H_2O}(r_1) F_{\Delta v}^{H_2O}(r_2) \Gamma_{\Delta y_{H_2O}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ + F_{\Delta v}^T(r_1) F_{\Delta v}^{H_2O}(r_2) \Gamma_{\Delta T - \Delta y_{H_2O}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ + F_{\Delta v}^{H_2O}(r_1) F_{\Delta v}^T(r_2) \Gamma_{\Delta T - \Delta y_{H_2O}}(\vec{r}_2, \vec{r}_1) \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

avec :

$$\begin{cases} \Gamma_{\Delta T}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle \Delta T(\vec{r}_1) \Delta T(\vec{r}_2) \rangle \\ \Gamma_{\Delta y_{H_2O}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle \Delta y_{H_2O}(\vec{r}_1) \Delta y_{H_2O}(\vec{r}_2) \rangle \\ \Gamma_{\Delta T - \Delta y_{H_2O}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle \Delta T(\vec{r}_1) \Delta y_{H_2O}(\vec{r}_2) \rangle \end{cases}$$

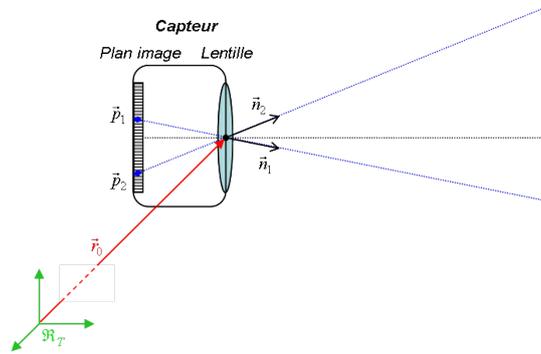


Figure 50 : Schéma du capteur à la position  $\vec{r}_0$  dans le repère terrestre. Chaque pixel correspond à une ligne de visée distincte. On s'intéresse donc à la corrélation entre les fluctuations de luminance observées par le pixel 1 et celles observées par le pixel 2.

On a montré que les fluctuations de la température et celles de la f.m. de la vapeur d'eau sont décorréées. Leur FAC croisée est donc séparable :

$$\langle \Delta T \Delta y_{H_2O} \rangle = \langle \Delta T \rangle \langle \Delta y_{H_2O} \rangle \quad (2.31)$$

Or, par définition, la moyenne des fluctuations de  $T$  et de  $y_{H_2O}$  est nulle, donc leur FAC croisée l'est aussi. La FAC des fluctuations de la luminance se réduit donc à l'expression suivante :

$$\Gamma_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2) = \int_0^\infty dr_1 \int_0^\infty dr_2 \left( F_{\Delta v}^T(r_1) F_{\Delta v}^T(r_2) \Gamma_{\Delta T}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + F_{\Delta v}^{H_2O}(r_1) F_{\Delta v}^{H_2O}(r_2) \Gamma_{\Delta y_{H_2O}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \right) \quad (2.32)$$

Comme l'indique la Figure 51, les vecteurs  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  parcourent les lignes de visée de direction  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  respectivement, du capteur  $C$  à l'infini, tels que :

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = \vec{r}_0 + s_1 \vec{n}_1 \\ \vec{r}_2 = \vec{r}_0 + s_2 \vec{n}_2 \end{cases}$$

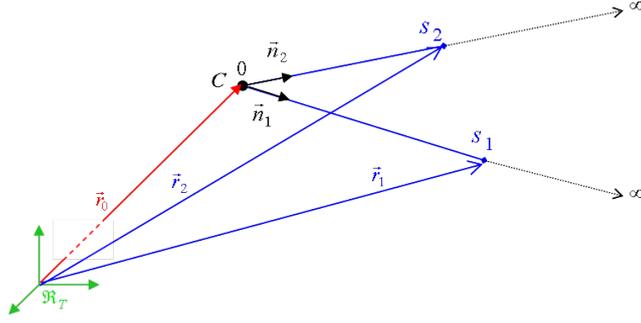


Figure 51 : Représentation des deux lignes de visée de direction  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$ , partant du capteur  $C$  jusqu'à l'infini et relation vectorielle entre  $\vec{r}_0$ ,  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$ .

Notons que la FAC des fluctuations de la luminance est une FAC angulaire puisqu'elle est définie pour deux directions différentes, donc deux angles de visée différents. Toutefois, si on se place sur le plan image du capteur (cf. Figure 50), sur lequel chaque ligne de visée correspond à un pixel, on parle aussi de FAC spatiale définie pour deux pixels distincts.

On peut également exprimer la fonction d'autocovariance des fluctuations de la luminance,  $Cov_{\Delta L}$ , définie comme la fonction d'autocorrélation centrée sur la moyenne  $\langle \Delta L \rangle$  :

$$Cov_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2) = \Gamma_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2) - \underbrace{\langle \Delta L(\vec{r}_0, \vec{n}_1) \rangle}_0 \underbrace{\langle \Delta L(\vec{r}_0, \vec{n}_2) \rangle}_0 = \Gamma_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2) \quad (2.33)$$

Comme la moyenne des fluctuations de la luminance est nulle, on constate que la fonction d'autocovariance et la fonction d'autocorrélation sont confondues.

### 2.3.3 La variance

La variance est définie comme la fonction d'autocovariance de la luminance en  $\vec{r}_0$  lorsque les directions  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  sont confondues ( $\vec{n}_1 = \vec{n}_2 = \vec{n}$ ) :

$$\sigma_{\Delta L}^2(\vec{r}_0, \vec{n}) = Cov_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}, \vec{n}) = \Gamma_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}, \vec{n}) \quad (2.34)$$

La variance s'écrit suivant la relation (2.32), mais pour des vecteurs  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  parcourant la même ligne de visée. De manière analogue à la fonction de poids de la luminance, on introduit la fonction de distribution de la variance, notée  $w_{\Delta v}$ . On distinguera la fonction de distribution découlant de la contribution de la température  $w_{\Delta v}^T$  et celle découlant de la contribution de la vapeur d'eau  $w_{\Delta v}^{H_2O}$ . On réécrit alors la variance de la luminance comme suit :

$$\sigma_{\Delta L}^2(\vec{r}_0, \vec{n}) = \int_0^{\infty} dr_1 \left( w_{\Delta v}^T(r_1) + w_{\Delta v}^{H_2O}(r_1) \right)$$

avec :

$$\begin{cases} w_{\Delta v}^T(\vec{r}_1) = F_{\Delta v}^T(\vec{r}_1) \int_0^{\infty} dr_2 F_{\Delta v}^T(\vec{r}_2) \Gamma_{\Delta T}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ w_{\Delta v}^{H_2O}(\vec{r}_1) = F_{\Delta v}^{H_2O}(\vec{r}_1) \int_0^{\infty} dr_2 F_{\Delta v}^{H_2O}(\vec{r}_2) \Gamma_{\Delta y_{H_2O}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \end{cases} \quad (2.35)$$

La fonction de distribution de la variance représente la densité linéique de la variance des fluctuations de la luminance le long de la ligne de visée : elle correspond à la dérivée de la variance par rapport à  $r$ .

## 2.4 Solution analytique en milieu homogène

Une solution analytique n'est possible que sous certaines hypothèses simplificatrices sur les fonctions d'amplitude d'une part et sur les FAC locales. En effet, le calcul analytique de la luminance moyenne, de la FAC et de la variance des fluctuations de la luminance est impossible en milieu hétérogène, et ce quelque soit les modèles choisis pour les FAC de la température et de la f.m. de la vapeur d'eau. Nous verrons dans ce paragraphe qu'il existe une solution analytique pour la luminance moyenne et la variance des fluctuations de la luminance lorsque le milieu est homogène et gris. Il s'avère alors que seule une FAC de la température en exponentielle décroissante conduit à une solution analytique. Pour simplifier les expressions, nous ignorerons les fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau.

Bien que ces hypothèses ne constituent pas un modèle réaliste, la solution analytique qui en découle permet, d'une part, d'étudier et de comprendre les comportements asymptotiques de la luminance moyenne et de la variance en fonction des paramètres d'entrée. D'autre part, cette solution analytique permet également de valider en partie le code de calcul numérique de la luminance moyenne et de la variance, dont nous détaillerons le modèle dans les chapitres suivants. L'étude asymptotique et les tests de validation seront présentés au Chapitre 6.

### 2.4.1 Hypothèses sur les fonctions d'amplitude

On considère le milieu homogène, i.e. les grandeurs atmosphériques moyennes sont constantes dans tout le milieu considéré. Nous ignorerons dans ce modèle analytique les fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau. Ainsi, le champ de température et de f.m. de la vapeur d'eau se décomposent comme tels :

$$\begin{cases} T(\vec{r}) = \bar{T} + \Delta T(\vec{r}) \\ y_{H_2O}(\vec{r}) = \bar{y}_{H_2O} \end{cases} \quad (2.36)$$

Par conséquent, la luminance moyenne du corps noir  $\bar{B}_v$  et le coefficient d'absorption moyen  $\bar{\kappa}_v$  sont également constants dans le milieu :

$$\begin{cases} \bar{\kappa}_v = \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) = cste \\ \bar{B}_v = B_v(\bar{T}) = cste \end{cases} \quad (2.37)$$

La luminance du corps noir et le coefficient d'absorption se décomposent comme suit :

$$\begin{cases} B_v(\bar{r}) = \bar{B}_v + \frac{\partial B_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T(\bar{r}) \\ \kappa_v(\bar{r}) = \bar{\kappa}_v + \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T(\bar{r}) \end{cases} \quad (2.38)$$

Par ailleurs, la transmission « moyenne »  $\bar{\tau}_v$  se simplifie de la manière suivante :

$$\bar{\tau}_v(\bar{r}) = \exp\left(-\int_0^{\bar{r}} dr' \bar{\kappa}_v\right) = \exp(-\bar{\kappa}_v \bar{r}) = \bar{\tau}_v(\bar{r}) \quad (2.39)$$

$r$  est la distance parcourue depuis le capteur le long de la ligne de visée.

En supposant le milieu gris, le coefficient d'absorption, la luminance du corps noir et leurs dérivées respectives par rapport à la température ne dépendent plus du nombre d'onde. On notera alors par la suite :

$$\begin{cases} \bar{\kappa}_v = \bar{\kappa} \\ \bar{B}_v = \bar{B} \\ \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} = \frac{\partial \kappa}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \\ \frac{\partial B_v}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} = \frac{\partial B}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \end{cases} \quad (2.40)$$

A partir de ces hypothèses, nous pouvons réécrire la fonction d'amplitude des fluctuations de la luminance dues aux fluctuations de la température  $F_{\Delta v}^T$  :

$$F_{\Delta v}^T(\bar{r}) = \int_{\Delta v} dv \left( \bar{\kappa} \frac{\partial B}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} + \bar{B} \frac{\partial \kappa}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \right) \bar{\tau}(r)$$

C'est-à-dire :

$$F_{\Delta v}^T(\bar{r}) = \Delta v \left( \bar{\kappa} \frac{\partial B}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} + \bar{B} \frac{\partial \kappa}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \right) \exp(-\bar{\kappa} r) = F_{\Delta v}^T(0) \exp(-\bar{\kappa} r) \quad (2.41)$$

La fonction d'amplitude qui pondère les fluctuations locales de la température est donc exponentiellement décroissante avec l'épaisseur optique  $\bar{\kappa} r$ . Ainsi, les fluctuations de température les plus proches du capteur sont celles qui contribuent le plus aux fluctuations de la luminance.

#### 2.4.2 Luminance moyenne

Soit  $L$  la longueur totale du trajet optique. On en déduit alors la luminance moyenne :

$$\langle L_{\Delta v}(\bar{r}_0, \bar{n}) \rangle = \int_0^L dr \int_{\Delta v} dv \bar{\kappa} \bar{B} \bar{\tau}(r)$$

c'est-à-dire :

$$\langle L_{\Delta v}(\bar{r}_0, \bar{n}) \rangle = \Delta v \bar{B} (1 - \exp(-\bar{\kappa} L)) \quad (2.42)$$

Lorsque l'épaisseur optique est infiniment grande, la luminance moyenne tend vers la valeur de la luminance du corps noir.

On peut également écrire la fonction de poids de la luminance le long de la ligne de visée :

$$\frac{d\langle L_{\Delta v} \rangle}{dr} = \Delta v \bar{\kappa} \bar{B} \exp(-\bar{\kappa} r) \quad (2.43)$$

Ainsi, la contribution locale à la luminance moyenne est d'autant plus faible que la distance au capteur est grande. Autrement interprété, en milieu homogène, lorsque l'épaisseur optique est élevée, la contribution majeure à la luminance se trouve près du capteur.

#### 2.4.3 Fonction d'autocorrélation de la luminance

De même, on réécrit l'expression des fluctuations de la luminance en appliquant les hypothèses du paragraphe 2.4.1 :

$$\Delta L_{\Delta v}(\vec{r}_0, \vec{n}) = F_{\Delta v}^T(0) \int_0^L dr \exp(-\bar{\kappa} r) \Delta T(\vec{r})$$

On en déduit alors la FAC des fluctuations de la luminance pour deux trajets de longueur  $L_1$  et  $L_2$  :

$$\Gamma_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2) = F_{\Delta v}^T(0)^2 \int_0^{L_1} dr_1 \exp(-\bar{\kappa} r_1) \int_0^{L_2} dr_2 \exp(-\bar{\kappa} r_2) \Gamma_{\Delta T}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (2.44)$$

La FAC des fluctuations de luminance dépend donc de la FAC des fluctuations de température, i.e. des caractéristiques du champ de température. Tout dépend alors du modèle de champ de température choisi. Nous discuterons du choix du modèle pour le calcul analytique dans le paragraphe 2.4.5.

#### 2.4.4 Variance de la luminance

De (2.44), on en déduit la variance des fluctuations de luminance,  $\sigma_{\Delta L}^2(\vec{r}_0, \vec{n})$ , pour un trajet de longueur  $L$  :

$$\sigma_{\Delta L}^2(\vec{r}_0, \vec{n}) = F_{\Delta v}^T(0)^2 \int_0^L dr_1 \exp(-\bar{\kappa} r_1) \int_0^L dr_2 \exp(-\bar{\kappa} r_2) \Gamma_{\Delta T}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (2.45)$$

ainsi que sa fonction de distribution de long de la ligne de visée :

$$w_{\Delta v}^T(\vec{r}_1) = F_{\Delta v}^T(0)^2 \exp(-\bar{\kappa} r_1) \int_0^L dr_2 \exp(-\bar{\kappa} r_2) \Gamma_{\Delta T}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (2.46)$$

De même, le calcul de la variance et de sa fonction de distribution dépend du modèle de température. Le paragraphe suivant discute de ce choix.

#### 2.4.5 Hypothèse sur la fonction d'autocorrélation de la température

La résolution analytique des équations (2.44), (2.45) et (2.46) dépendent maintenant du modèle de FAC de la température. Un modèle réaliste calculé à partir d'un spectre en loi de puissance n'aboutit à aucune solution analytique, et ce quelque soit la pente spectrale choisie. Il s'avère qu'une FAC en exponentielle décroissante a retenu notre attention pour deux raisons. Premièrement, le choix d'un tel modèle permet la résolution analytique de la variance et de la fonction de distribution de la variance. Deuxièmement, ce modèle permet de couvrir les cas extrêmes du bruit blanc et de la fonction constante.

En effet, considérons la variance de la température  $\sigma_T^2$  et la longueur de corrélation de la température  $L_c$ . Ces grandeurs sont constantes pour un milieu homogène. On suppose donc que la FAC de la température est sous une forme exponentielle décroissante telle que :

$$\Gamma_{\Delta T}(\Delta r) = \sigma_T^2 \exp\left(-\frac{\Delta r}{L_c}\right) \quad (2.47)$$

avec  $\Delta r = \|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|$

Si  $L_c$  tend vers 0, alors la FAC de la température tend vers un bruit blanc :

$$\Gamma_{\Delta T}(\Delta r) \xrightarrow{L_c \rightarrow 0} \sigma_T^2 L_c \delta(\Delta r)$$

où  $\delta$  est l'opérateur Dirac.

A l'inverse, si  $L_c$  tend vers  $\infty$ , alors la FAC de la température tend vers sa variance :

$$\Gamma_{\Delta T}(\Delta r) \xrightarrow{L_c \rightarrow \infty} \sigma_T^2$$

Il est important de noter que lorsque les vecteurs  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  parcourent la même ligne de visée de direction  $\vec{n}$ , alors  $\Delta r = |r_1 - r_2|$ . Cette différence distingue le calcul de la FAC de la luminance du calcul de sa variance. Nous verrons dans la section suivante les conséquences qu'elle implique.

#### 2.4.6 Résolution analytique

En injectant le modèle de température (2.47) dans le calcul de la FAC de la luminance (2.44), on obtient :

$$\Gamma_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2) = \sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 \int_0^{L_1} dr_1 \exp(-\bar{\kappa} r_1) \int_0^{L_2} dr_2 \exp(-\bar{\kappa} r_2) \exp\left(-\frac{\|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|}{L_c}\right)$$

Malheureusement, la dépendance en  $\|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|$  ne permet toujours pas une résolution analytique de la FAC de luminance car les relations géométriques entre les vecteurs parcourant les deux lignes de visée de directions distinctes compliquent fortement le calcul.

En revanche, une solution se profile dans le cas du calcul de la variance  $\sigma_{\Delta L}^2$  :

$$\sigma_{\Delta L}^2(\vec{r}_0, \vec{n}) = \sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 \int_0^L dr_1 \exp(-\bar{\kappa} r_1) \int_0^L dr_2 \exp(-\bar{\kappa} r_2) \exp\left(-\frac{|r_1 - r_2|}{L_c}\right) \quad (2.48)$$

En effet, l'exponentielle ne dépend alors plus que de l'écart  $|r_1 - r_2|$  sur une même et seule ligne de visée : cette différence simplifie les relations géométriques entre les vecteurs et donc le calcul au sein de la double intégrale spatiale. C'est pourquoi la variance admet une solution.

On définit avant tout la longueur d'absorption moyenne  $\bar{L}_\kappa$  telle que :

$$\bar{L}_\kappa = \frac{1}{\bar{\kappa}_v} \quad (2.49)$$

$\bar{L}_\kappa$ , assimilable à un libre parcours moyen, représente la distance moyenne parcourue par un rayon avant d'être absorbé : plus le coefficient d'absorption est fort, plus la longueur d'absorption est faible. Nous utiliserons cette grandeur dans l'expression des solutions analytiques afin de mettre en évidence des rapports de longueur qui serviront par la suite à l'analyse paramétrique et asymptotique.

Après calcul, la variance des fluctuations de luminance pour un trajet de longueur  $L$  peut s'écrire comme suit :

$$\sigma_{\Delta L}^2(\vec{r}_0, \vec{n}) = \frac{\sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 \bar{L}_\kappa^2}{1 - \left(\frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)^2} \left[ \left(1 - \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{2L}{\bar{L}_\kappa}\right)\right) + 2 \left( \exp\left(-\frac{2L}{\bar{L}_\kappa}\right) - \exp\left(-\frac{L}{\bar{L}_\kappa} \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) \right) \right] \quad (2.50)$$

Si nous voulons étudier la contribution de la variance le long de la ligne de visée  $\sigma_{\Delta L}^2(\vec{r}_0, \vec{n}; \vec{r})$ , l'intégrale sur  $dr_1$  de (2.48) doit parcourir la ligne de visée de 0 à  $r$  (un point courant le long de la ligne de visée) et non plus de 0 à  $L$  (la longueur totale de la ligne de visée). Alors  $\sigma_{\Delta L}^2(\vec{r}_0, \vec{n}; \vec{r})$  admet comme solution analytique :

$$\sigma_{\Delta L}^2(\vec{r}_0, \vec{n}; \vec{r}) = \frac{\sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 \bar{L}_\kappa^2}{1 - \left(\frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)^2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r}{\bar{L}_\kappa} \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c} \left( \exp\left(-\frac{2r}{\bar{L}_\kappa}\right) - 1 \right) + \exp\left(-\frac{L}{\bar{L}_\kappa} \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) \left( \exp\left(-\frac{r}{\bar{L}_\kappa} \left(1 - \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) - 1 \right) \right] \quad (2.51)$$

On calcule aussi la fonction de distribution de la variance de la luminance :

$$\frac{d\sigma_{\Delta L}^2}{dr} = \frac{\sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 \bar{L}_\kappa^2}{1 - \left(\frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)^2} \left[ -2 \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c} \exp\left(-\frac{2r}{\bar{L}_\kappa}\right) + \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right) \exp\left(-\frac{r}{\bar{L}_\kappa} \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) - \left(1 - \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right) \exp\left(-\frac{L}{\bar{L}_\kappa} \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) \exp\left(-\frac{r}{\bar{L}_\kappa} \left(1 - \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) \right] \quad (2.52)$$

Pour terminer, il faut retenir le fait que le milieu est caractérisé par trois longueurs : la longueur du trajet  $L$ , la longueur d'absorption  $\bar{L}_\kappa$  et la longueur de corrélation de la température  $L_c$ . Ces solutions analytiques seront étudiées dans le Chapitre 6 (consacré à l'ensemble des résultats clés de la thèse) en fonction de ces trois longueurs caractéristiques. Une étude asymptotique de ces solutions sera présentée. Avant cela, nous allons présenter dans les Chapitre 3 et Chapitre 4 l'ensemble de la démarche proposée pour calculer numériquement les propriétés statistiques dans les cas réalistes, donc sans solution analytique. Dans le Chapitre 6, les résultats numériques seront alors comparés aux solutions analytiques pour valider le code de calcul, du moins dans le cadre des hypothèses du modèle analytique.

## 2.5 Conclusion

Dans le Chapitre 1, nous avons montré qu'en ciel clair et dans la bande IR thermique, la luminance stratosphérique observée au limbe se réduit à la luminance thermique : seules l'absorption et l'émission (du corps noir) jouent un rôle prépondérant dans ce bilan radiatif. La propagation d'ondes de gravité dans la stratosphère cause alors des fluctuations de la température (corrélées à celles de la masse volumique) et de la f.m. de la vapeur d'eau aux petites échelles spatiales (inférieures à quelques centaines de mètres), entraînant à leur tour une fluctuation du coefficient d'absorption et de la luminance du corps noir dont ils dépendent. Ces variabilités locales dans l'atmosphère induisent donc des fluctuations de la luminance du fond atmosphérique dont on veut, dans ce travail de thèse, estimer les propriétés statistiques.

Une formalisation mathématique de ces propriétés a donc été proposée dans le Chapitre 2 en appliquant la méthode de linéarisation à l'ordre 1 du coefficient d'absorption et de la luminance du corps noir. Cette linéarisation a permis de séparer la composante moyenne de la luminance du fond de ciel de ses fluctuations spatiales. Ainsi, les fluctuations de la luminance ont pu être exprimées comme une réponse linéaire aux fluctuations de la température et de la f.m. de la vapeur d'eau. De manière analogue, la FAC de ces fluctuations et leur variance ont été exprimées comme une réponse linéaire à la FAC de la température d'une part et la FAC de la f.m. de la vapeur d'eau d'autre part. Nous avons par ailleurs montré que l'erreur due à la linéarisation n'était que de quelques pourcents.

De ce formalisme mathématique, nous avons cherché des solutions analytiques. Un calcul analytique de ces grandeurs en milieu hétérogène étant impossible, nous avons dû poser un certain nombre d'hypothèses restrictives pour atteindre notre objectif. Premièrement, le milieu doit être homogène. Deuxièmement, l'intégration spectrale rendant le calcul trop complexe pour qu'il soit analytique, nous devons supposer que le milieu est gris. Pour simplifier notre démarche, nous ignorons les fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau. Enfin, en choisissant une FAC de la température en exponentielle décroissante, on a montré que la luminance moyenne et la variance des fluctuations de la luminance admettent bien une solution analytique.

Dans un cas réaliste pour lequel le milieu est hétérogène et les FAC de la température et de la f.m. de la vapeur d'eau sont complexes, il n'existe pas de solution analytique. Dans ce cas, il est indispensable de développer un modèle de calcul numérique de ces grandeurs statistiques. Ce sera l'objet des chapitres suivants.



## Chapitre 3 Modèles de calcul des grandeurs radiatives

### 3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré au choix du modèle radiatif permettant le calcul des propriétés statistiques des fluctuations de la luminance du fond atmosphérique. Pour calculer la FAC des fluctuations de la luminance, une telle méthode requiert le calcul du spectre d'absorption en fonction de la température, la pression et la concentration des absorbants atmosphériques, mais aussi le calcul de ses dérivées par rapport à la température et la vapeur d'eau. Il existe trois classes de modèles permettant de calculer les propriétés radiatives d'un gaz : le calcul raie par raie, les modèles de bandes et les modèles globaux. Nous éliminons de suite les modèles globaux puisqu'ils nécessitent un calcul sur le spectre complet et non sur une bande spectrale limitée.

L'approche raie par raie (RPR) permet de calculer les propriétés radiatives d'un gaz de manière quasi monochromatique, c'est-à-dire avec une résolution spectrale pouvant atteindre  $10^{-4} \text{ cm}^{-1}$  aux hautes altitudes [Taine 1999]. Le coefficient d'absorption est alors calculé en faisant la somme des contributions de toutes les raies d'absorption de la bande spectrale d'intégration en supposant qu'elles sont indépendantes les unes des autres. La discrétisation spectrale nécessaire pour reproduire la dynamique des spectres requiert un volume considérable de points : plus d'un million de points sont nécessaires pour calculer le spectre d'absorption entre  $1200$  et  $2000 \text{ cm}^{-1}$  à  $15 \text{ km}$  d'altitude. Bien que cette méthode ne soit pas appropriée aux applications nécessitant des calculs répétitifs, elle reste cependant utile comme méthode de référence pour générer des cas de validation.

Les modèles de bandes sont des méthodes approchées permettant un calcul à moyenne résolution [Taine 1999]. Pour cela, le spectre est moyenné en regroupant les raies par bandes plus ou moins larges dans lesquelles on suppose que les grandeurs autres que le coefficient d'absorption (en l'occurrence, la luminance du corps noir) sont constantes. L'intégration se fait alors sur ces bandes, réduisant ainsi considérablement les temps de calcul par rapport à la méthode RPR. La largeur de ces bandes peut varier de quelques  $\text{cm}^{-1}$  à quelques centaines de  $\text{cm}^{-1}$ . Il existe deux grandes catégories de modèles de bandes. La première englobe les modèles statistiques à bandes étroites (MSBE) qui conduisent au calcul de la transmission en traitant les caractéristiques des raies d'absorption (position, largeur, profil et intensité) dans chaque bande d'un point de vue statistique. Or, que nous cherchions à calculer la luminance, ses fluctuations ou leur FAC, nous utilisons la propriété radiative fondamentale qui est le coefficient d'absorption. L'implémentation des modèles de bandes n'est donc pas directe. La seconde catégorie propose en revanche de calculer directement le coefficient d'absorption. Connue sous le nom de méthode « k-distribution » pour des milieux homogènes ou « k-corrélés » (CK) pour les milieux hétérogènes, elle permet de remplacer l'intégration sur le nombre d'onde par l'intégration sur les coefficients d'absorption [Taine 1999, Lacis 1991]. Pour cela, les bandes du spectre sont

réorganisées de manière à classer les raies par intensité croissante du coefficient d'absorption, et obtenir ainsi une fonction de distribution monotone croissante. L'intégration de la fonction de distribution peut se faire par quadrature numérique, ce qui réduit les temps de calcul. Cette solution semble donc la plus appropriée au calcul de la FAC des fluctuations de la luminance  $\Gamma_{\Delta L}$ . Toutefois, comme nous l'avons précisé ci-dessus, l'expression de  $\Gamma_{\Delta L}$  fait intervenir non seulement le coefficient d'absorption, mais aussi ses dérivées partielles par rapport à la température et à la fraction massique de la vapeur d'eau et ce, le long de deux chemins de visée différents. Or, le modèle CK n'a été utilisé à notre connaissance que pour calculer des transmissions, des flux ou des taux de réchauffement et de refroidissement radiatif. Nous avons donc cherché à savoir si la méthode CK permet de calculer une grandeur radiative aussi complexe que  $\Gamma_{\Delta L}$ . Une étude détaillée de l'applicabilité de la méthode CK à notre problème est présentée au paragraphe suivant. Au cours de ce paragraphe, nous expliquerons les limites de cette méthode et pourquoi finalement elle ne peut s'appliquer au calcul de  $\Gamma_{\Delta L}$ . La réflexion menée le long de cette étude n'est pas pour autant inutile puisqu'elle sera réutilisée dans le paragraphe 3.3 pour mettre en place l'unique modèle radiatif possible : le calcul raie par raie. Nous décrirons et justifierons alors la démarche suivie pour introduire le calcul des dérivées premières du coefficient d'absorption dans le calcul raie par raie. Nous avons pour cela créé un calcul « hybride » d'un type nouveau.

## 3.2 Le modèle CK : étude de faisabilité

### 3.2.1 Calcul de la luminance thermique : une première étape

La lecture de ce chapitre nécessite de connaître les principes et les hypothèses liées à la méthode CK. Le lecteur trouvera dans l'Annexe E une brève description de la méthode des « k-distribution » valable en milieu homogène puis la méthode CK pour les milieux hétérogènes. Le calcul de la transmission y est pris comme exemple.

Toutefois, il est important de savoir qu'en milieu hétérogène, la méthode CK permet le calcul de grandeurs radiatives telles que la transmission ou la luminance que sous deux hypothèses fondamentales. Premièrement, la grandeur radiative doit être une fonctionnelle de  $\kappa_{\nu}$ , i.e. le coefficient d'absorption doit être la seule fonction dépendante du nombre d'onde  $\nu$  pour permettre la réorganisation des raies d'absorption par intensité croissante. Deuxièmement, lorsque le calcul s'effectue en milieu hétérogène, le classement des raies d'absorption par intensité croissante doit être le même quelle que soit la variation des grandeurs thermodynamiques telles que la température et la pression. Autrement dit, lorsqu'un chemin optique traverse plusieurs couches atmosphériques, le spectre d'absorption, qui varie avec l'altitude, doit être corrélé verticalement. C'est l'hypothèse de la corrélation spectrale : cette notion est expliquée dans l'Annexe E.

La méthode CK peut donc être appliquée à n'importe quelle grandeur radiative tant qu'elle reste une fonctionnelle de  $\kappa_\nu$  et que l'hypothèse de corrélation spectrale est vérifiée. Une application de la méthode CK au calcul de la luminance thermique intégrée entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  est décrite dans ce paragraphe. La démarche sera ensuite étendue au calcul des fluctuations de la luminance puis à leur FAC.

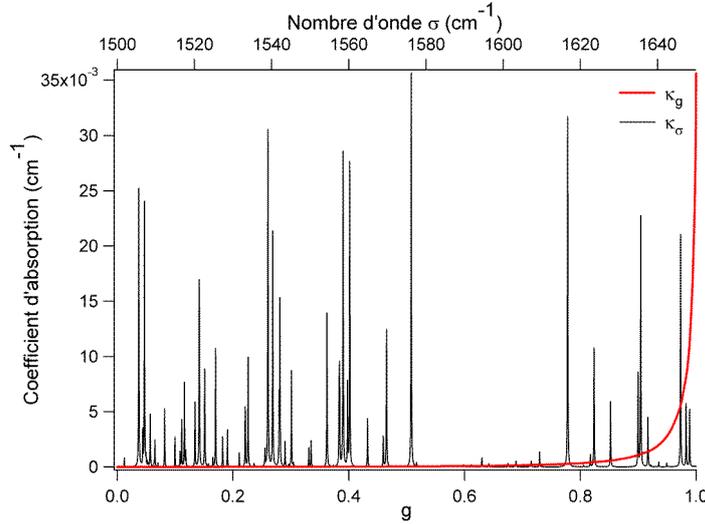


Figure 52 : coefficient d'absorption en fonction du nombre d'onde (en noir) et de la probabilité cumulée (en rouge).

Dans le calcul de la luminance thermique, seuls le coefficient d'absorption et la luminance du corps noir sont des fonctions de  $\nu$ . La première hypothèse est donc de considérer la luminance du corps noir comme constante dans  $\Delta\nu$ , i.e.  $B_\nu(\vec{r}) = B(\vec{r})$ . En réorganisant les  $\kappa$  par intensité croissante, on peut remplacer le spectre d'absorption par sa fonction de distribution cumulée  $g$  (cf. un exemple sur la Figure 52).  $g$  représente la probabilité pour que le coefficient d'absorption soit inférieur à  $\kappa_g$ . On peut remplacer les  $\kappa_\nu$  par les  $\kappa_g$  et l'intégration spectrale par l'intégration sur  $g$ . On peut alors écrire :

$$L_{\Delta\sigma}(\vec{r}_0, \vec{n}) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \int_0^\infty dr(\vec{r}) B(\vec{r}) \kappa_\nu(\vec{r}) \exp\left(-\int_0^r dr' \kappa_\nu(\vec{r}')\right) \approx \int_0^1 dg \int_0^\infty dr B(\vec{r}) \kappa_g(\vec{r}) \exp\left(-\int_0^r dr' \kappa_g(\vec{r}')\right) \quad (3.1)$$

Notons que pour appliquer la méthode CK, nous devons introduire le facteur  $1/\Delta\nu$  au calcul de la luminance et de ses propriétés statistiques.

Cette relation reste une approximation car l'hypothèse de corrélation spectrale dans l'atmosphère n'est pas parfaitement vérifiée. En effet, il apparaît des déviations de cette hypothèse pour le spectre d'absorption réel dues principalement au chevauchement partiel des raies et de leurs différences de largeur et d'intensité. Fu et Liou [1992] ont mesuré ces écarts en comparant les probabilités cumulées  $g$  pour différentes températures et pressions atmosphériques, sachant que pour une corrélation parfaite,

ces probabilités doivent être égales. Ils ont montré alors que l'erreur quadratique moyenne atteint quelques pourcents, la déviation étant plus forte pour une différence de température que pour une différence de pression.

L'intégration sur  $g$  dans (3.1) peut alors se faire sur  $nq$  points de quadrature :

$$L_{\Delta\nu}(\vec{r}_0, \vec{n}) = \sum_{q=1}^{nq} w_q \int_0^{\infty} dr B(\vec{r}) \kappa_q(\vec{r}) e^{-\int_0^r dr' \kappa_q(\vec{r}')} \quad (3.2)$$

Si on découpe le trajet de visée en  $nseg$  segments homogènes, alors :

$$L_{\Delta\nu} = \sum_{q=1}^{nq} w_q \sum_{m=1}^{nseg} \delta r_m B_m \kappa_{qm} \exp\left(-\sum_{n=1}^m \delta r_n \kappa_{qn}\right) \quad (3.3)$$

où  $\delta r_m$  est la longueur du  $m$ -ième segment,  $B_m$  est la valeur de la luminance du corps noir sur le  $m$ -ième segment et  $\kappa_{qm}$  la valeur du CK sur le  $m$ -ième segment et au  $q$ -ième point de quadrature.

Il s'agit maintenant d'intégrer la luminance entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ . Or dans une bande  $\Delta\nu$  aussi large, la luminance du corps noir  $B$  n'est pas constante. La Figure 53 illustre cette dernière entre 0 et 3000  $\text{cm}^{-1}$  pour  $T=200, 250$  et  $300$  K. On constate en effet que l'intervalle 1200-2000  $\text{cm}^{-1}$  correspond à une zone de forte décroissance de  $B_\nu$ , quelle que soit la température. Il est donc nécessaire de découper  $\Delta\nu$  en sous bandes dans lesquelles on peut supposer  $B$  constant.

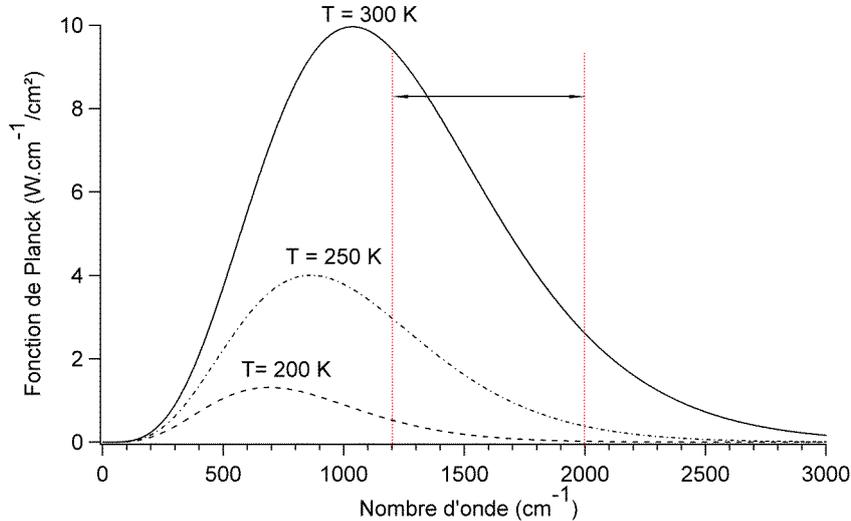


Figure 53 : Spectre de la luminance du corps noir (fonction de Planck) entre 0 et 3000  $\text{cm}^{-1}$  pour une température de 200, 250 et 300 K. La zone en trait interrompu rouge correspond à l'intervalle 1200-2000  $\text{cm}^{-1}$ .

Alors, si  $nb$  est le nombre de sous-bandes spectrales, la luminance exprimée en (3.3) se décompose de la manière suivante :

$$L_{\Delta\nu} = \sum_{b=1}^{nb} \frac{\delta\nu_b}{\Delta\nu} \sum_{q=1}^{nq} w_q \sum_{m=1}^{nseg} \delta r_m B_{bm} \kappa_{bqm} \exp\left(-\sum_{n=1}^m \delta r_n \kappa_{bqn}\right) \quad (3.4)$$

où  $\delta\nu_b$  est la largeur de la b-ième bande spectrale. Pour définir le nombre minimal de sous-bandes permettant d'appliquer la méthode CK, nous nous sommes inspirés du critère proposé par Taine et Soufiani [1996] permettant d'optimiser les largeurs des bandes de façon à limiter les variations de la luminance du corps noir. De manière différente, nous cherchons à connaître l'erreur relative commise sur la luminance du corps noir lorsqu'on la suppose constante dans une bande de largeur  $\delta\nu_b$ . Sachant que notre intervalle total  $\Delta\nu$  est compris entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ , cela revient à calculer cette erreur en fonction du nombre de sous-bandes de largeur  $\delta\nu_b$  qui composent  $\Delta\nu$ .

Soit  $nb$  le nombre de sous-bandes, on suppose alors que la luminance du corps noir est égale à sa valeur au centre de chaque sous bande. Alors, pour chaque sous bande de largeur  $\delta\nu_b$  et toute température comprise entre 200 et 300 K, on calcule la variation relative maximale  $\varepsilon$  de  $B$  autour de sa valeur au centre. On récupère l'erreur maximale  $\varepsilon_{\max}$  sur les  $nb$  bandes.

On définit donc la fonction  $\varepsilon_{\max}(nb)$  telle que :

$$\varepsilon_{\max}(nb) = \max_{200 < T < 300 K} \left[ \max_{1 < b < nb} \left[ \max_{1 < k < nk} \left| \frac{B_{bk}(T) - B_{b, nk/2}(T)}{B_{\max}(T)} \right| \right] \right] \quad (3.5)$$

Chaque sous bande  $\delta\nu_b$  contient  $nk$  fréquences spatiales  $(\nu_{bk})_{k=1..nk}$ .  $B_{bk}$  est la luminance du corps noir à la fréquence  $\nu_{bk}$ ,  $B_{b, nk/2}$  est la luminance du corps noir au centre de la bande  $b$  et  $B_{\max}$  est son maximum à la température  $T$ . Cette fonction, illustrée sur la Figure 54, représente donc la variation relative maximale de  $B$  sur les  $nb$  sous-bandes pour  $T$  compris entre 200 et 300 K. Ainsi, si on accepte une erreur relative maximale de 10 % sur la luminance du corps noir, on voit d'après le graphe que  $\Delta\nu$  peut être décomposé en 5 bandes de 150  $\text{cm}^{-1}$  de largeur.

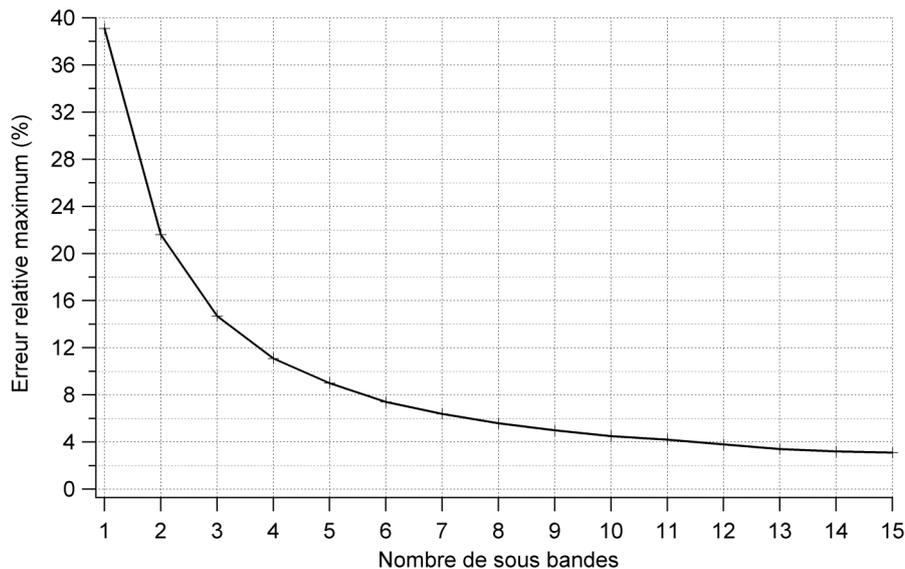


Figure 54 : Variation relative maximale de la luminance du corps noir en fonction du nombre de sous-bandes composant la bande 1200-2000  $\text{cm}^{-1}$  pour des températures comprises entre 200 et 300 K.

### 3.2.2 Application de la méthode CK au calcul des fluctuations de la luminance

Comme nous l'avons mentionné au chapitre 1, le calcul des fluctuations de la luminance ne nous intéresse pas en soi puisque nous souhaitons calculer directement leurs propriétés statistiques. Toutefois, l'application de la méthode CK aux fluctuations de la luminance permet de mettre en évidence les difficultés liées au calcul des dérivées partielles du coefficient d'absorption par rapport à la température  $\partial\kappa/\partial T$  et la fraction massique de la vapeur d'eau  $\partial\kappa/\partial y_{H_2O}$ . Nous verrons dans ce chapitre en quoi ces dérivées sont un problème et s'il est possible de les traiter.

Rappelons l'expression des fluctuations de la luminance :

$$\Delta L_{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \int_0^\infty dr \left( F_v^T(\bar{r}) \Delta T(\bar{r}) + F_v^{H_2O}(\bar{r}) \Delta y_{H_2O}(\bar{r}) \right) \quad (3.6)$$

avec les fonctions d'amplitude spectrales suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_v^T(\bar{r}) = \exp\left(-\int_0^r dr' \bar{\kappa}_v(\bar{r}')\right) \left( \bar{\kappa}_v(\bar{r}) \frac{\partial B(\bar{r})}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} + \bar{B}(\bar{r}) \frac{\partial \kappa_v(\bar{r})}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \right) \\ F_v^{H_2O}(\bar{r}) = \exp\left(-\int_0^r dr' \bar{\kappa}_v(\bar{r}')\right) \bar{B}(\bar{r}) \frac{\partial \kappa_v(\bar{r})}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \end{array} \right. \quad (3.7)$$

On suppose toujours que l'hypothèse de corrélation spectrale est vérifiée et que la luminance du corps noir est quasi constante dans l'intervalle spectral  $\Delta\nu$  ( $\Delta\nu$  est maintenant une sous-bande définie au paragraphe précédent par le critère  $\varepsilon_{\max}$ ). On admet également que  $\partial B/\partial T$  est aussi constant sur  $\Delta\nu$ .

Injectons les fonctions d'amplitude de (3.7) dans (3.6) et développons les termes factorisés. Alors on peut décomposer  $\Delta L_{\Delta\nu}$  en trois parties, telle que :

$$\Delta L_{\Delta\nu} = \Delta L_{\Delta\nu}^1 + \Delta L_{\Delta\nu}^2 + \Delta L_{\Delta\nu}^3 \quad (3.8)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta L_{\Delta\nu}^1 = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \int_0^\infty dr \exp\left(-\int_0^r dr' \bar{\kappa}_v(\bar{r}')\right) \bar{\kappa}_v(\bar{r}) \frac{\partial B(\bar{r})}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T(\bar{r}) \\ \Delta L_{\Delta\nu}^2 = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \int_0^\infty dr \exp\left(-\int_0^r dr' \bar{\kappa}_v(\bar{r}')\right) \bar{B}(\bar{r}) \frac{\partial \kappa(\bar{r})}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T(\bar{r}) \\ \Delta L_{\Delta\nu}^3 = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \int_0^\infty dr \exp\left(-\int_0^r dr' \bar{\kappa}_v(\bar{r}')\right) \bar{B}(\bar{r}) \frac{\partial \kappa(\bar{r})}{\partial y_{H_2O}} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta y_{H_2O}(\bar{r}) \end{array} \right. \quad (3.9)$$

On constate que  $\Delta L_{\Delta\nu}^1$  peut être calculé directement en terme de CK puisque  $\Delta T$  et  $\partial B/\partial T$  ne dépendent pas du nombre d'onde.

On peut donc écrire sous les conditions de corrélation spectrale :

$$\Delta L_{\Delta\nu}^1 = \int_0^1 dg \int_0^\infty dr \exp\left(-\int_0^r dr' \bar{\kappa}_g(\vec{r}')\right) \bar{\kappa}_g(\vec{r}) \frac{\partial B}{\partial T}(\vec{r}) \Delta T(\vec{r}) = \sum_{q=1}^{nq} w_q \sum_{m=1}^{nseg} \delta r_m \exp\left(-\sum_{n=1}^m \delta r_n \bar{\kappa}_{qn}\right) \bar{\kappa}_{qm} \frac{\partial B}{\partial T}\bigg|_m \Delta T_m \quad (3.10)$$

En revanche, le traitement de  $\Delta L_{\Delta\nu}^2$  et  $\Delta L_{\Delta\nu}^3$  n'est pas direct car il faut savoir calculer  $\partial\kappa/\partial T$  et  $\partial\kappa/\partial y_{H_2O}$ . Le prochain paragraphe est consacré à l'étude de ces deux grandeurs.

### 3.2.3 Calcul du coefficient d'absorption et de ses dérivées premières

#### 3.2.3.1 Coefficient d'absorption : définitions

Dans le cas d'un calcul raie par raie, le coefficient d'absorption  $\kappa$  pour un gaz donné (la vapeur d'eau dans notre cas) s'écrit comme la somme des raies d'absorption de la vapeur d'eau, telle que :

$$\kappa = n_{H_2O} \sum_r S_r(T) \phi_r(\nu, T, p, x_{H_2O}) \quad (3.11)$$

$n_{H_2O}$  est la densité moléculaire de la vapeur d'eau,  $S_r$  l'intensité de la raie au nombre d'onde  $\nu_r$  (en  $\text{cm}^{-1}/(\text{moléc.cm}^{-2})$ ) et  $\phi_r$  le profil de la raie (en cm), pour une température  $T$ , une pression  $p$  et la fraction molaire de la vapeur d'eau  $x_{H_2O}$ .

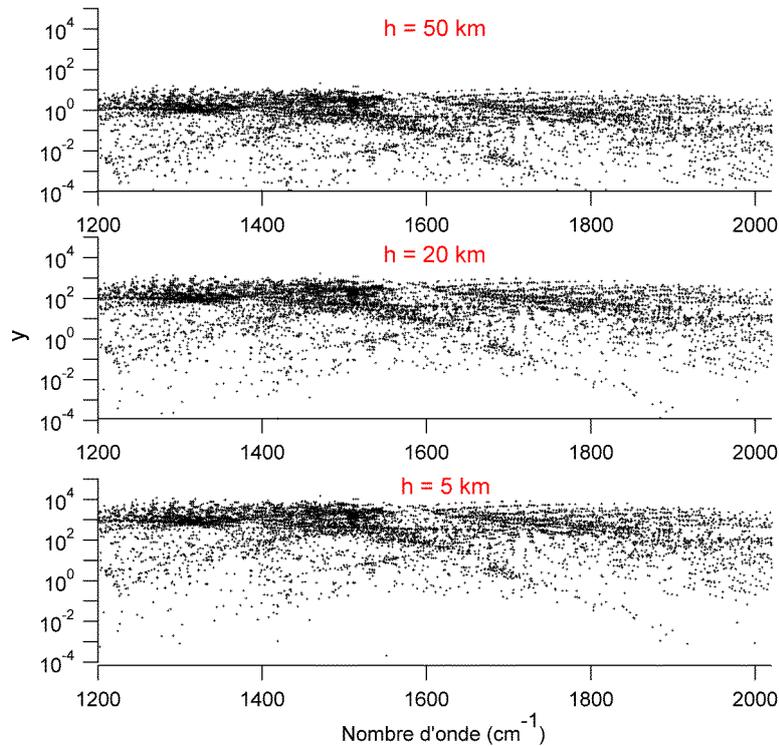


Figure 55 :  $y$  en fonction du nombre d'onde à 5 km (en bas), 20 km (au milieu) et 50 km (en haut) d'altitude.

Nous supposons par la suite que le profil de raie est un profil de Voigt défini comme suit :

$$\phi_r(x, y) = \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \frac{1}{\gamma_D} \frac{y}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t^2}}{y^2 + (x-t)^2} dt \quad (3.12)$$

avec

$$\begin{cases} x = \sqrt{\ln 2} \frac{\nu - \nu_r}{\gamma_D} \\ y = \sqrt{\ln 2} \frac{\gamma_L}{\gamma_D} \end{cases} \quad (3.13)$$

$x$  représente la fréquence relative normalisée et  $y$  le rapport de la largeur de Lorentz sur la largeur Doppler. La Figure 55 représente la variable  $y$  en fonction du nombre d'onde pour trois couples  $(T, p)$  correspondant à trois altitudes distinctes : 5, 20 et 50 km d'altitude.

On définit donc la demi-largeur à mi-hauteur de Lorentz telle que :

$$\gamma_L = p \left[ (1 - x_{H_2O}) \gamma_r^{H_2O \rightarrow air}(T_0, p_0) + x_{H_2O} \gamma_r^{H_2O \rightarrow H_2O}(T_0, p_0) \right] \left( \frac{T_0}{T} \right)^{\beta_r} \quad (3.14)$$

où  $\gamma_r^{H_2O \rightarrow air}$  et  $\gamma_r^{H_2O \rightarrow H_2O}$  sont respectivement le coefficient d'élargissement des raies dû aux collisions des molécules de vapeur d'eau avec celles de l'air sec et celui du aux collisions entre molécules de vapeur d'eau, aux conditions standard ( $T_0=296$  K et  $p_0=1$  atm).  $\beta_r^{H_2O}$  est un coefficient qui dépend du gaz et de la raie.

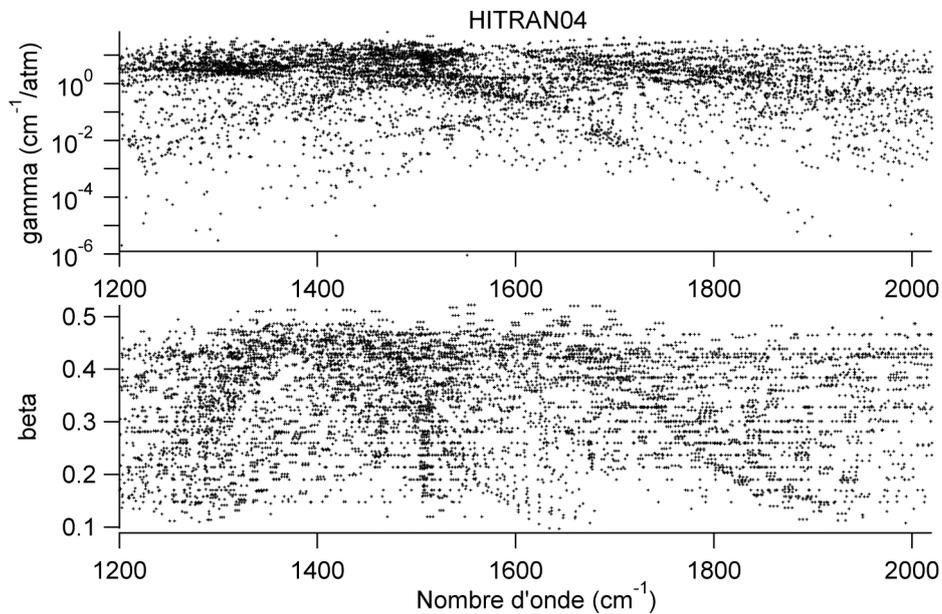


Figure 56 : coefficient d'élargissement des raies de la vapeur d'eau infiniment diluée dans l'air dans les conditions standard  $T=296$  K et  $p=1$  atm (graphe du haut) et l'exposant associé à la température (graphe du bas) issus de la base de données HITRAN 2004 [Rothman 2005].

La Figure 56 illustre  $\gamma_r^{H_2O \rightarrow air}$  en échelle logarithmique et  $\beta_r^{H_2O}$  en fonction du nombre d'onde (données issues de la banque spectroscopique HITRAN 2004 [Rothman 2005]).

La demi-largeur à mi-hauteur dans le régime Doppler s'écrit :

$$\gamma_D = \frac{v_r}{c} \sqrt{\frac{2 \ln 2 k_B T}{m_{H_2O}}} \quad (3.15)$$

où  $m_{H_2O}$  est la masse moléculaire de la vapeur d'eau,  $c$  la vitesse de la lumière et  $k_B$  la constante de Boltzmann.

### 3.2.3.2 Dérivée par rapport à la fraction massique de la vapeur d'eau

Afin d'écrire le terme  $\Delta L_{\Delta\nu}^3$  de (3.9) en termes de coefficients CK, on cherche à calculer la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la f.m. de la vapeur d'eau  $y_{H_2O}$ .

Or

$$\begin{cases} x_{H_2O} = \frac{M_{air}}{M_{H_2O}} y_{H_2O} \\ n_{H_2O} = \frac{p x_{H_2O}}{k_b T} \end{cases}$$

Donc le coefficient d'absorption devient :

$$\kappa = \frac{p}{k_b T} \frac{M_{air}}{M_{H_2O}} y_{H_2O} \sum_r S_r(T) \phi_r(v, T, p, y_{H_2O}) \quad (3.16)$$

Or, du fait de la faible concentration de la vapeur d'eau dans la moyenne atmosphère, le profil de raie est quasi invariant avec  $y_{H_2O}$  car la largeur à mi-hauteur de Lorentz définie en (3.14) se résume alors à :

$$\gamma_L \approx p \gamma_r^{H_2O \rightarrow air}(T_0, p_0) \left( \frac{T_0}{T} \right)^{\beta_r}$$

Par conséquent, le coefficient d'absorption est linéairement dépendant de  $y_{H_2O}$ . On en déduit alors sa dérivée par rapport à  $y_{H_2O}$  :

$$\left. \frac{\partial \kappa}{\partial y_{H_2O}} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} = \frac{\bar{\kappa}}{\bar{y}_{H_2O}} \quad (3.17)$$

La Figure 57 montre un exemple de la relation linéaire entre le coefficient d'absorption (en ordonnée) et  $y_{H_2O}$  (en abscisse) pour des altitudes comprises entre 9 et 25 km à  $1684.8353 \text{ cm}^{-1}$ .

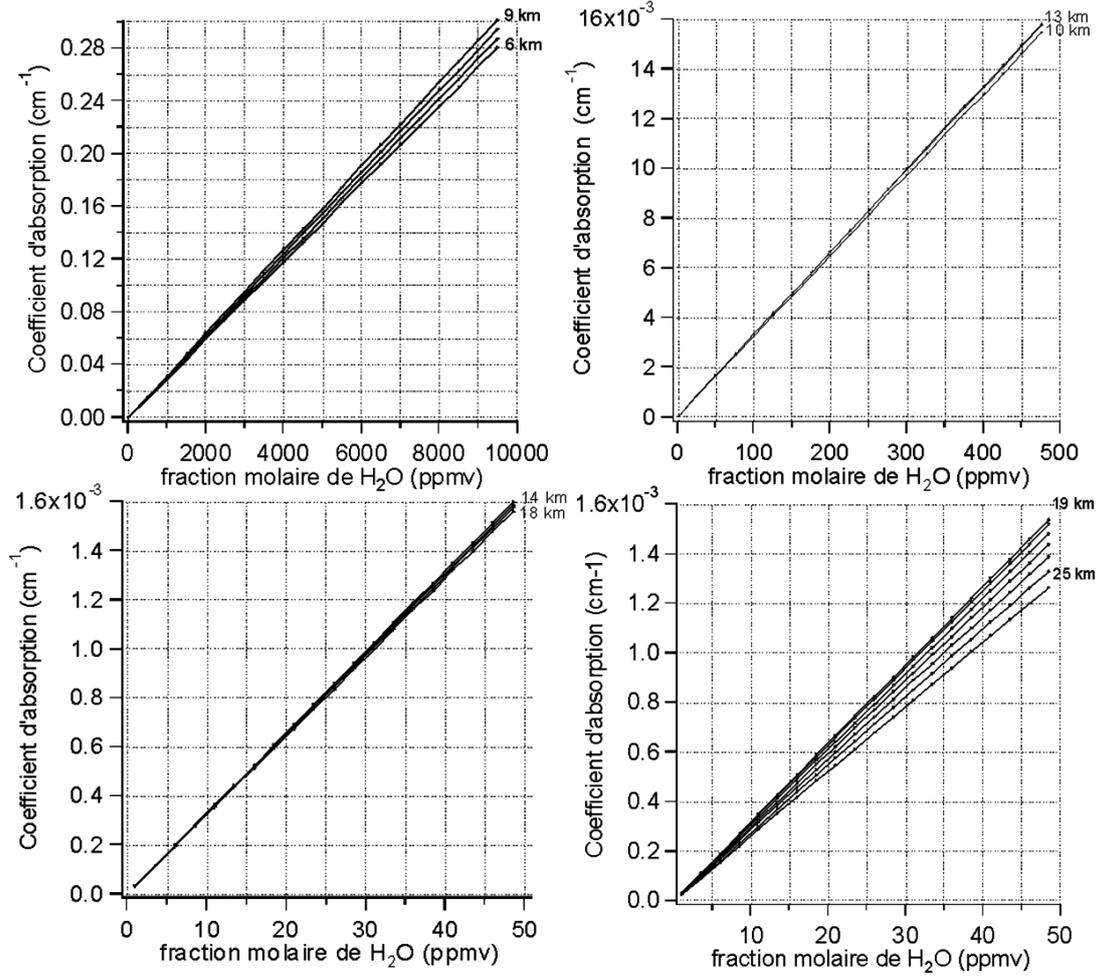


Figure 57 : Illustration de la linéarité du coefficient d'absorption avec le rapport de mélange (ou fraction molaire) de la vapeur d'eau pour la raie d'absorption à  $1684.8353 \text{ cm}^{-1}$  pour des altitudes comprises entre 6 et 9 km (en haut à gauche), 10 et 13 km (en haut à droite), 14 et 18 km (en bas à gauche) et 19 et 25 km (en bas à droite).

En utilisant (3.17) dans  $\Delta L_{\Delta v}^3$ , on a :

$$\Delta L_{\Delta v}^3 = \frac{1}{\Delta v} \int_{\Delta \sigma} dv \int_0^{\infty} dr \exp\left(-\int_0^r dr' \bar{\kappa}_v(\bar{r}')\right) \frac{\bar{\kappa}_v(\bar{r})}{\bar{y}_{H_2O}(\bar{r})} \bar{B}(\bar{r}) \Delta T(\bar{r}) \quad (3.18)$$

On peut alors réordonner les coefficients d'absorption et appliquer la méthode CK :

$$\Delta L_{\Delta v}^3 = \sum_{q=1}^{nq} w_q \sum_{m=1}^{nseg} \delta r_m \exp\left(-\sum_{n=1}^m dr_n \bar{\kappa}_{qn}\right) \frac{\bar{\kappa}_{qm}}{\bar{y}_{H_2O}} \bar{B}_m \Delta T_m \quad (3.19)$$

### 3.2.3.3 Dérivée par rapport à la température

De manière analogue au paragraphe précédent, on cherche à calculer la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température afin d'écrire le terme  $\Delta L_{\Delta v}^2$  de (3.9) en terme de coefficients CK.

A partir de (3.11), on peut écrire :

$$\frac{\partial \kappa_{\nu}}{\partial T} = n_{H_2O} \sum_r \left( S_r \frac{\partial \phi_r(\nu, T)}{\partial T} + \phi_r(\nu, T) \frac{\partial S_r(T)}{\partial T} \right) \quad (3.20)$$

Si la relation (3.20) peut s'écrire de telle sorte qu'elle ne dépende du nombre d'onde qu'à travers  $\kappa$ , alors la méthode CK est applicable. Récrivons (3.20) de manière différente :

$$\frac{\partial \kappa_{\nu}}{\partial T} = n_{H_2O} \sum_r S_r(T) \phi_r(\nu, T) \left( \frac{\partial \log \phi_r(\nu, T)}{\partial T} + \frac{\partial \log S_r(T)}{\partial T} \right) \quad (3.21)$$

On constate alors que l'hypothèse citée ci-dessus ne peut être vérifiée qu'à deux conditions.

Premièrement, il faut que  $\partial \log S_r / \partial T$  soit grand devant  $\partial \log \phi_r / \partial T$  afin de s'affranchir de ce dernier terme dépendant de la fréquence :

$$\frac{\partial \log S_r(T)}{\partial T} \gg \frac{\partial \log \phi_r(\nu, T)}{\partial T} \quad (3.22)$$

Deuxièmement,  $\partial \log S / \partial T$  doit varier faiblement sur l'ensemble des raies pour extraire ce terme de la somme dans (3.21), i.e.

$$\frac{\partial \log S_r(T)}{\partial T} \approx \overline{\frac{\partial \log S(T)}{\partial T}} \quad (3.23)$$

Alors, si les conditions (3.22) et (3.23) sont vraies, (3.21) peut s'écrire :

$$\frac{\partial \kappa}{\partial T} \approx \overline{\frac{\partial \log S}{\partial T}} n_{H_2O} \sum_r S_r \phi_r = \overline{\frac{\partial \log S}{\partial T}} \kappa \quad (3.24)$$

La dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température serait alors corrélée à  $\kappa$  et le terme  $\Delta L_{\Delta \nu}^2$  pourrait être calculé avec l'approche CK.

Les sections suivantes sont consacrées à l'étude de la contribution de  $\partial \log S / \partial T$  et  $\partial \log \phi / \partial T$  dans (3.21). A l'issue de ces paragraphes, nous concluons sur la validité ou non des conditions (3.22) et (3.23).

#### 3.2.3.4 Contribution des variations relatives du profil de raie

Le profil de Voigt  $\phi(\nu, T)$  est calculé numériquement à partir de la fonction  $\phi_r(x, y)$  définie en (3.12) connaissant  $x$  et  $y$  définis en (3.13) pour un jeu  $(\nu_r, \nu, p, T)$  donné, grâce à une routine de calcul basée sur un algorithme proposé par Humlicek [1982]. Nous rappelons que seules les raies de vapeur d'eau sont prises en compte dans le calcul. La Figure 58 représente  $\phi(\nu, T)$  à 10 km (graphe du bas) et 25 km (graphe du haut) d'altitude entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  et la Figure 59, une superposition de ces deux graphes sur un échantillon de 1  $\text{cm}^{-1}$  (le profil à 10 km d'altitude est en trait interrompu).

On peut alors calculer la dérivée du profil de Voigt par rapport à la température de la manière suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial T} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial T} \quad (3.25)$$

avec

$$\frac{\partial y}{\partial T} = -\frac{\beta_r + 1/2}{T} y \quad (3.26)$$

D'où

$$\frac{\partial \phi}{\partial T} = -\frac{\beta_r + 1/2}{T} y \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (3.27)$$

De manière similaire à  $\phi_r(x,y)$ ,  $\partial\phi/\partial y$  est calculé numériquement à partir d'un algorithme proposé par Humlicek [1982]. La Figure 60 illustre  $\partial\phi/\partial T$  à 10 km (graphe du bas) et 25 km (graphe du haut) d'altitude entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  et la Figure 61 est une superposition de ces deux graphes sur un échantillon de 1  $\text{cm}^{-1}$  (le profil à 10 km d'altitude est en trait interrompu).

On en déduit alors  $\partial \log \phi / \partial T$  que l'on représente en valeur absolue sur la Figure 62 à 10 km (graphe du bas) et 25 km d'altitude (graphe du haut) en fonction du nombre d'onde. La Figure 63 est la superposition de ces deux graphes sur un échantillon de 1  $\text{cm}^{-1}$  (le profil à 10 km d'altitude est en trait interrompu).

On constate que  $\partial \log \phi / \partial T$  n'exécède pas  $6.10^{-3} \text{ K}^{-1}$  avec une moyenne de l'ordre de  $3.10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , quelle que soit l'altitude comprise entre 10 et 50 km. Pour que  $\partial \log \phi / \partial T$  soit négligeable devant  $\partial \log S / \partial T$  (condition (3.22)), il faut que  $\partial \log S / \partial T$  soit grand devant  $10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Le paragraphe suivant est consacré au calcul de  $\partial \log S / \partial T$ .

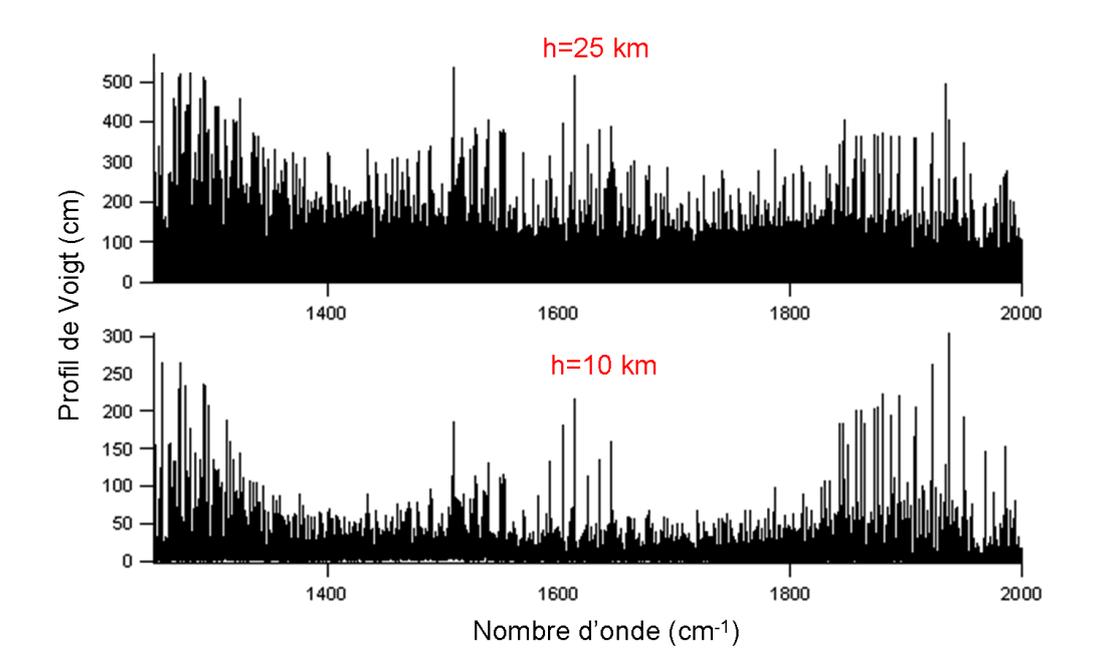


Figure 58 : Profil de Voigt en fonction du nombre d'onde calculé pour une altitude de 10 km (en bas) et une altitude de 25 km (en haut).

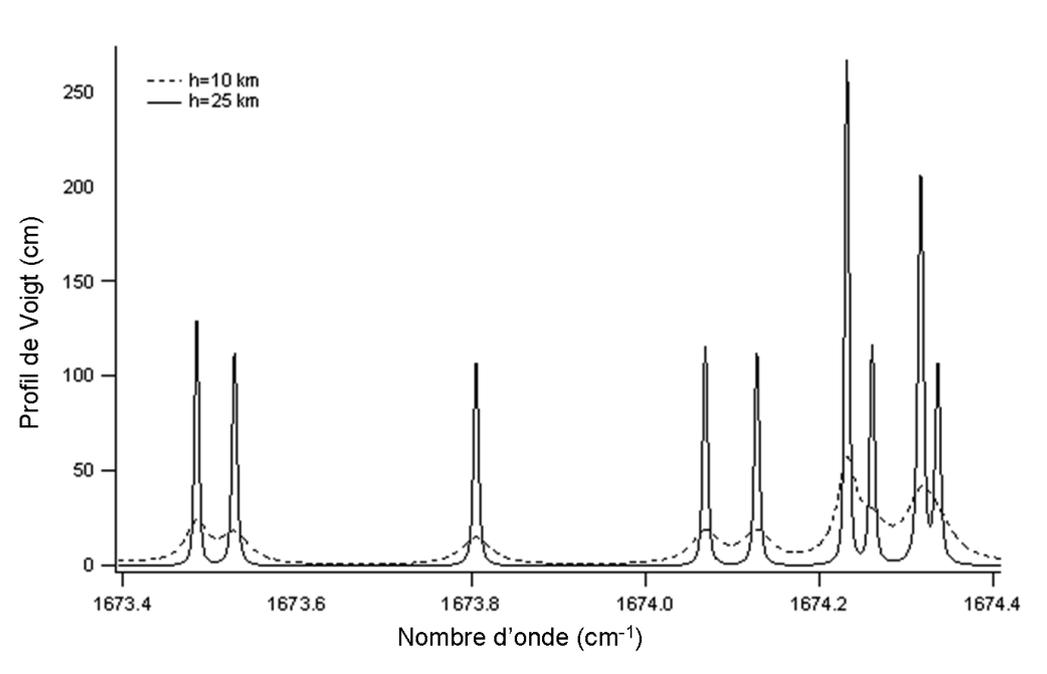


Figure 59 : Comparaison sur  $1 \text{ cm}^{-1}$  du profil de Voigt à 10 km (en trait interrompu) et 25 km (en trait continu) d'altitude.

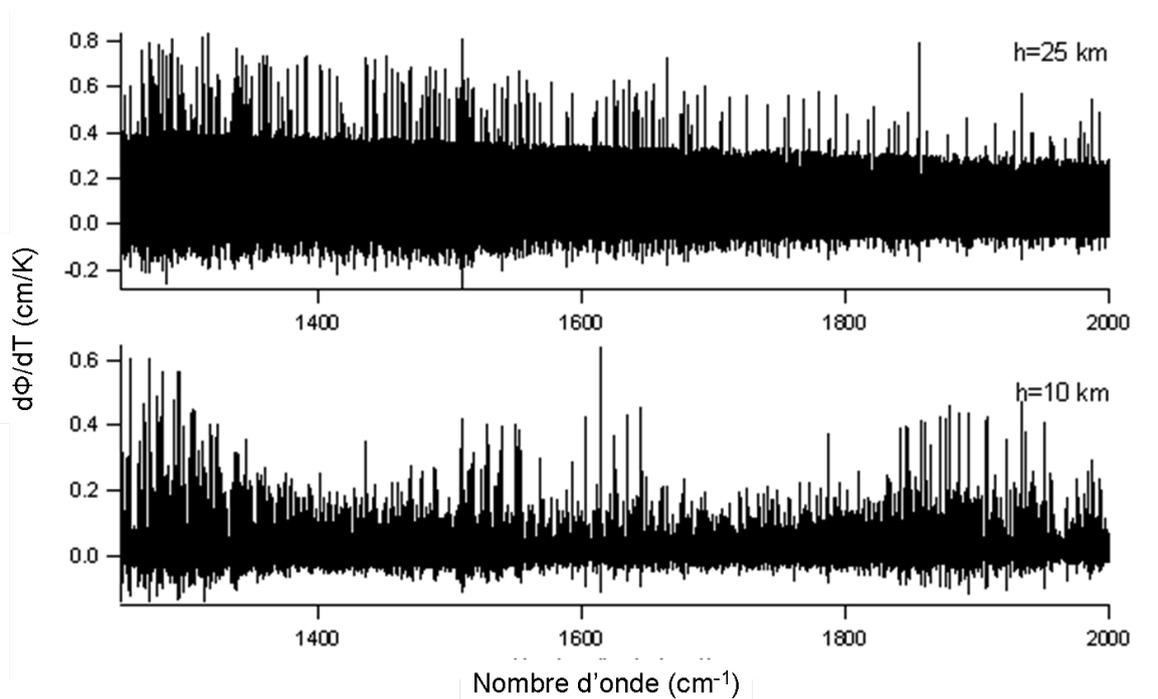


Figure 60: Dérivée par rapport à la température du profil de Voigt en fonction du nombre d'onde calculé pour une altitude de 10 km (en bas) et une altitude de 25 km (en haut).

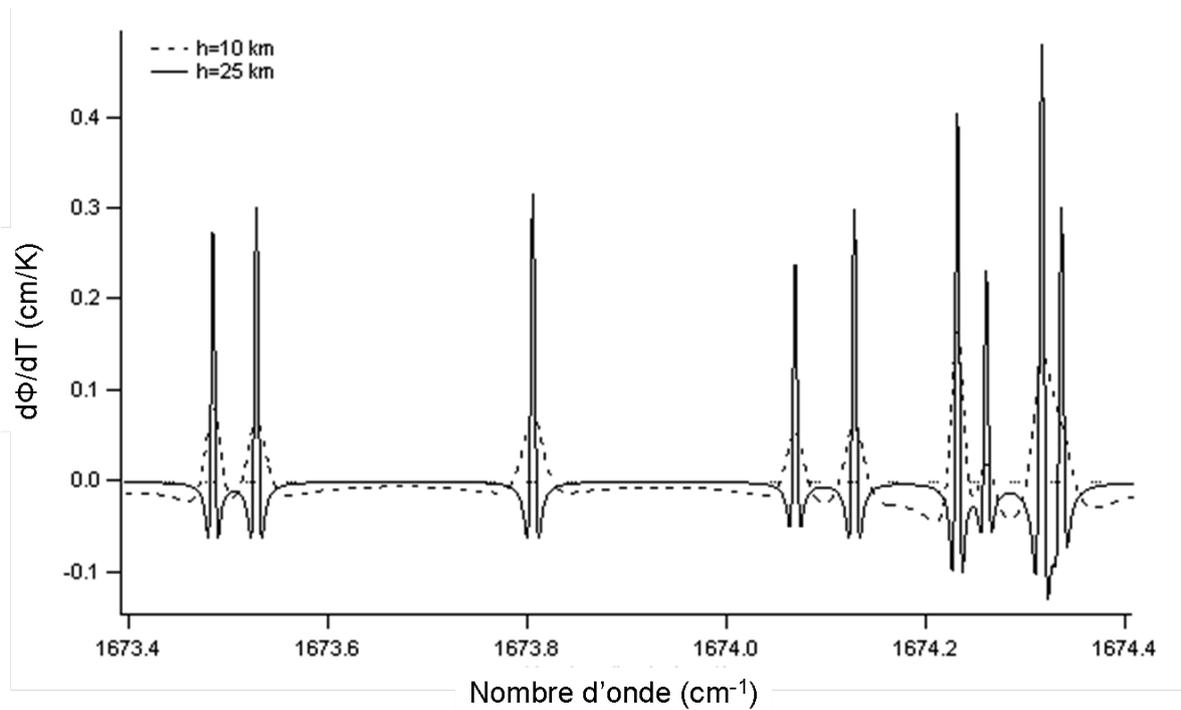


Figure 61 : Comparaison sur  $1 \text{ cm}^{-1}$  de la dérivée par rapport à la température du profil de Voigt à 10 km (en trait interrompu) et 25 km (en trait continu) d'altitude.

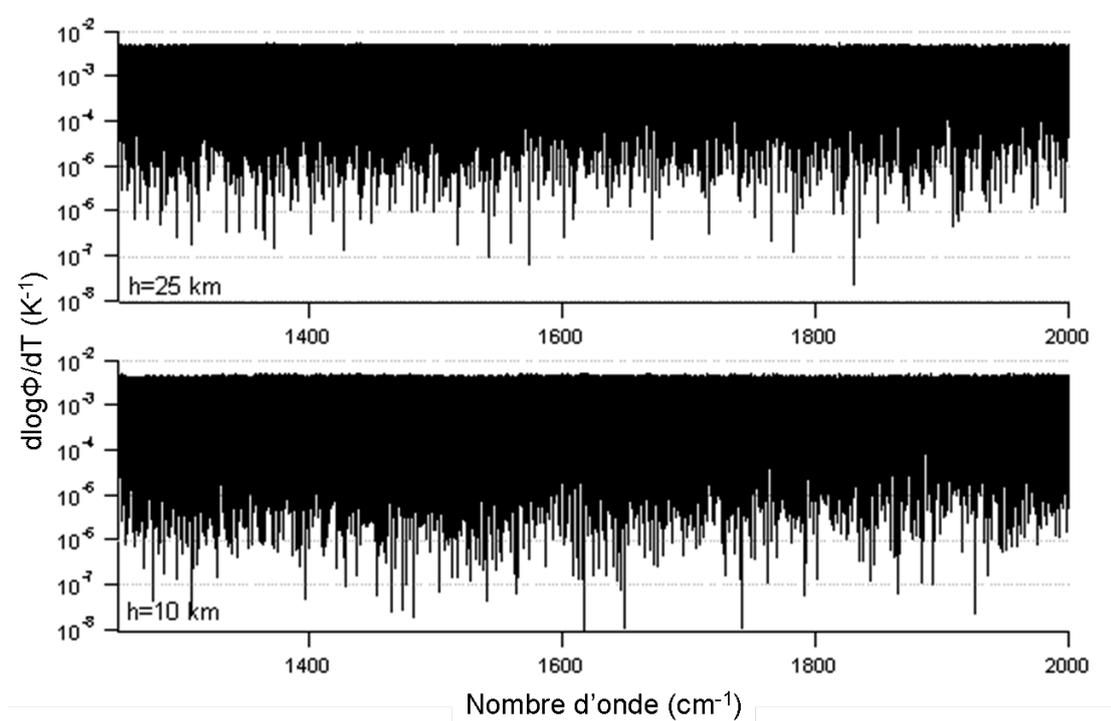


Figure 62 : Dérivée par rapport à la température du logarithme du profil de Voigt (en échelle Log) en fonction du nombre d'onde à 10 km (en bas) et 25 km d'altitude (en haut).

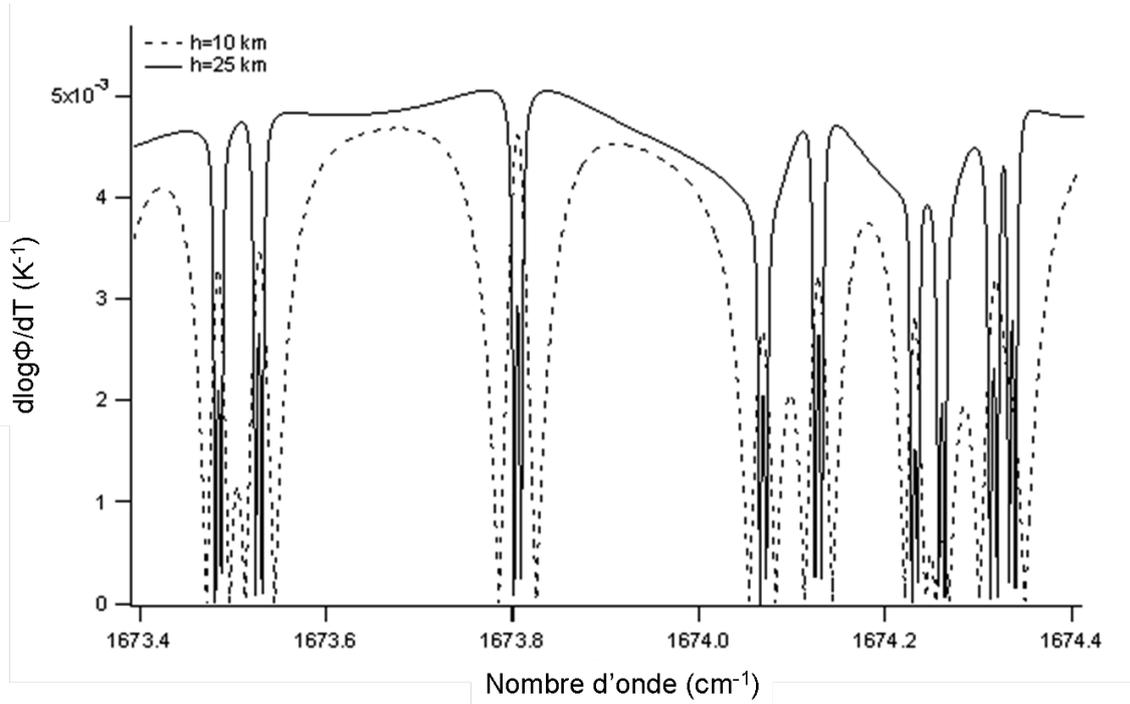


Figure 63 : Comparaison sur  $1 \text{ cm}^{-1}$  de la dérivée par rapport à la température du logarithme du profil de Voigt (en échelle linéaire) à 10 km (en trait interrompu) et 25 km (en trait continu) d'altitude.

### 3.2.3.5 Contribution des variations relatives de l'intensité de raie

On considère deux niveaux d'énergie  $E_i$  et  $E_f$  tels que  $E_i < E_f$  et  $\nu_{if}$  la fréquence de transition. Alors on définit l'intensité  $S$  de la transition  $i \rightarrow f$  comme suit :

$$S_{if}(T) = \frac{g_i \exp\left(-\frac{hcE_i}{k_B T}\right)}{Q(T)} \left(1 - \exp\left(-\frac{hc\nu_{if}}{k_B T}\right)\right) \frac{h\nu_{if}}{c} B_{if} \quad (3.28)$$

$g_i$  est le poids statistique du niveau  $i$  et  $B_{if}$  le coefficient d'Einstein d'absorption.  $Q(T)$  est la fonction de partition totale à la température  $T$ , c'est la somme sur tous les niveaux d'énergie telle que :

$$Q(T) = \sum_j g_j \exp\left(-\frac{hcE_j}{k_B T}\right) \quad (3.29)$$

$S(T)$  s'exprime en  $\text{cm}^{-1}/(\text{moléc} \cdot \text{cm}^{-2})$  et peut s'écrire en fonction de  $S(T_0)$  telle que :

$$S_{if}(T) = S_{if}(T_0) \frac{Q(T_0)}{Q(T)} \exp\left(-\frac{hcE_i}{k_B} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) \frac{1 - \exp\left(-\frac{hc\nu_{if}}{k_B T}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{hc\nu_{if}}{k_B T_0}\right)} \quad (3.30)$$

$S_{if}(T_0)$  et  $E_i$  sont données par les banques de données spectroscopiques (en l'occurrence, HITRAN 2004). La fonction de partition  $Q(T)$  est calculée numériquement à l'aide d'une routine écrite par

Gamache et al. [2003]. Elle permet de calculer  $Q(T)$  par une interpolation lagrangienne de degré 4, connaissant la molécule et son isotope (cataloguée dans HITRAN 2004) ainsi que la température, si elle est comprise entre 70 et 3000 K.

La Figure 64 illustre l'intensité de raie de la vapeur d'eau entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  à  $T=223,3$  K (graphe du bas) et  $T=272$  K (graphe du haut). Ces deux températures correspondent d'une part à une altitude respective de 10 et 50 km et représentent d'autre part les températures limites rencontrées dans la stratosphère. On constate que les raies d'absorption fortes sont très peu sensibles à la variation de température. Toutefois, si on regarde la Figure 65 qui correspond à la Figure 64 tracée cette fois-ci en échelle verticale logarithmique (et en points épais), on se rend compte qu'à l'inverse, les raies de faible intensité peuvent varier d'un facteur 100 entre ces deux couches d'altitude.

D'après (3.30), la dérivée de  $S$  par rapport à  $T$  dépend de la dérivée de la fonction de partition. En effet, on peut montrer que  $\partial S/\partial T$  s'écrit :

$$\frac{\partial S_{if}}{\partial T} = S_{if} \left( \frac{hcE_i}{k_B} + \frac{hcv_{if}}{k_B T} \left( 1 - \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{hcv_{if}}{k_B T}\right)} \right) - \frac{\partial Q(T)/\partial T}{Q(T)} \right) \quad (3.31)$$

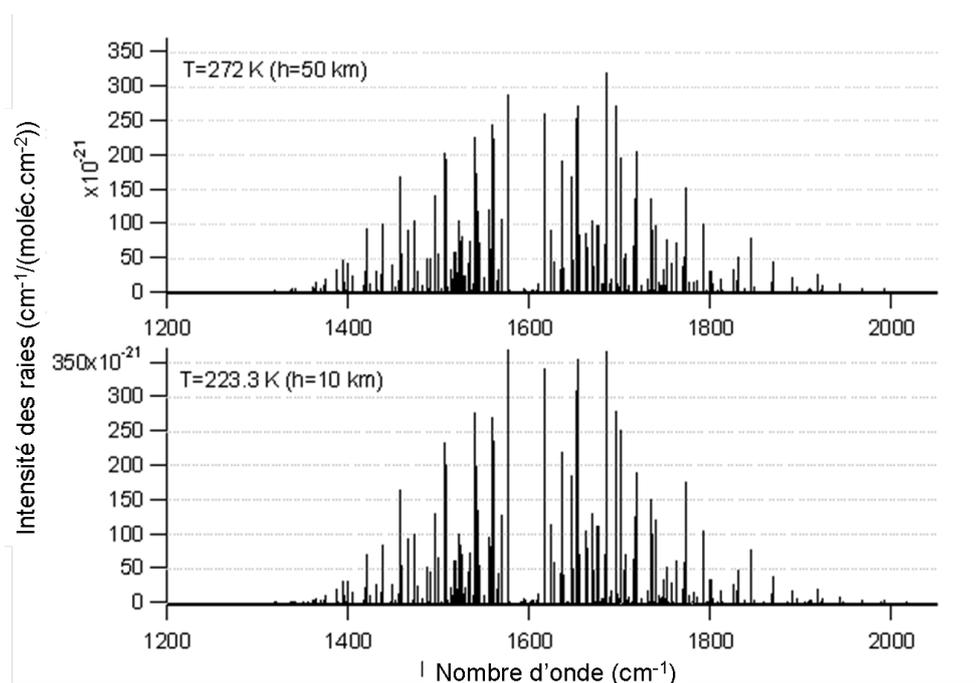


Figure 64 : Intensité des raies de la vapeur d'eau en fonction du nombre d'onde pour  $T=223,3$  K (en bas) et  $T=272$  K (en haut) correspondant respectivement à une altitude de 10 km et 50 km.

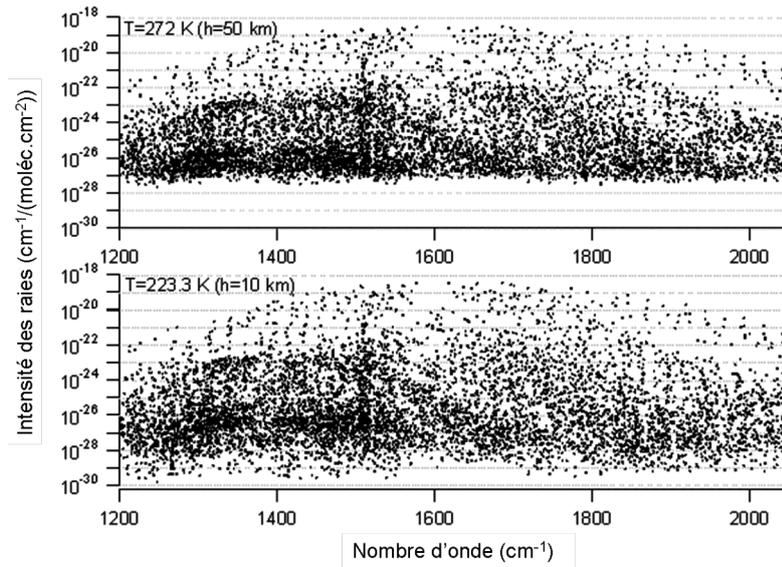


Figure 65 : Idem figure 13, en échelle logarithmique.

Or, dans un intervalle de température compris entre 185 et 315 K, la fonction de partition peut être approximée par un polynôme de degré 3 tel que :

$$\frac{Q(T)}{Q(T_0)} \approx k_0 + k_1 \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} + k_2 \cdot \left(\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}\right)^2 + k_3 \cdot \left(\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}\right)^3 \quad (3.32)$$

La Figure 66 illustre le rapport  $Q(T)/Q(T_0)$  (en trait interrompu rouge) et son approximation polynomiale (en trait noir) en fonction du rapport  $(T/T_0)^{3/2}$  pour les six isotopes de la vapeur d'eau (axe de gauche). L'erreur relative entre les deux grandeurs est donnée en %, en trait interrompu noir (axe de droite). On constate que l'erreur relative, de l'ordre de  $10^{-3}$  %, est extrêmement faible, ce qui valide l'approximation polynomiale. Les coefficients polynomiaux sont donnés dans le Tableau 2 en fonction des six isotopes de la vapeur d'eau.

isotope	$k_0$	$k_1$	$k_2$	$k_3$
1	$6,4882e-3 \pm 3,76e-5$	$9,9437e-1 \pm 1,44e-4$	$-4,8348e-3 \pm 1,78e-4$	$3,9856e-3 \pm 7,13e-5$
2	$-3,8521e-4 \pm 5,39e-5$	$1,0050e+0 \pm 2,06e-4$	$-1,1829e-2 \pm 2,55e-4$	$7,1844e-3 \pm 1,02e-4$
3	$-7,0225e-4 \pm 5,63e-5$	$1,0058e+0 \pm 2,16e-4$	$-1,7040e-2 \pm 2,67e-4$	$1,1958e-2 \pm 1,07e-4$
4	$-3,6584e-3 \pm 7,84e-6$	$1,0068e+0 \pm 3,00e-5$	$-1,2038e-2 \pm 3,71e-5$	$8,8933e-3 \pm 1,49e-5$
5	$3,4132e-3 \pm 1,87e-6$	$9,9975e-1 \pm 3,01e-5$	$-1,1882e-2 \pm 3,73 e-5$	$8,7151e-3 \pm 1,49e-5$
6	$3,4593e-3 \pm 8,75e-6$	$9,9961e-1 \pm 3,35 e 5$	$-1,1718e-2 \pm 4,15e-5$	$8,6454e-3 \pm 1,66e-5$

Tableau 1 : Coefficients  $k_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  du polynôme de degré 3 fittant  $Q/Q_0$  en fonction de  $(T/296K)^{3/2}$  pour chacun des six isotopes de la vapeur d'eau.

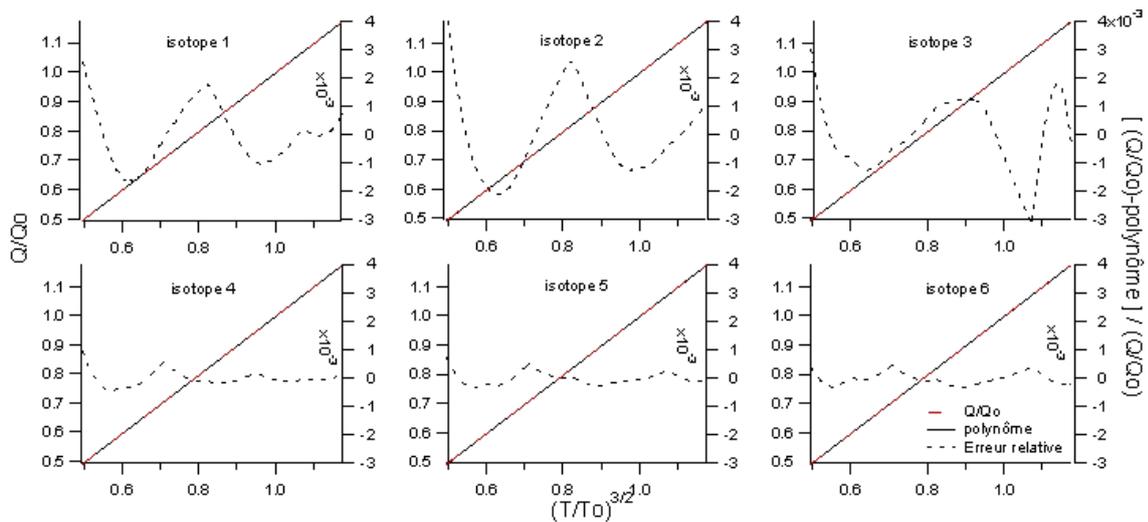


Figure 66 : Pour chacun des six isotopes de la vapeur d'eau, comparaison entre  $Q/Q_0$  en trait rouge interrompu et le polynôme de degré 3 correspondant en trait noir, en fonction de  $(T/296K)^{3/2}$  (axe vertical de gauche). Sur l'axe vertical de droite, erreur relative en % (en trait noir interrompu) en fonction de la température : c'est la différence relative entre  $Q/Q_0$  calculée par interpolation et le polynôme de degré 3.

On calcule alors la dérivée de la fonction de partition à partir de son approximation polynomiale :

$$\frac{dQ(T)}{dT} \approx \frac{3}{2T_0} \left( k_1 \left( \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} + 2k_2 \left( \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{4}{3}} + 3k_3 \left( \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{7}{3}} \right) \quad (3.33)$$

ce qui nous permet de calculer (3.31). La Figure 67 représente le résultat du calcul de la dérivée de l'intensité par rapport à la température, pour une température correspondant à une altitude de 10 km ( $T=223,3$  K, graphe du bas) et 50 km ( $T=272$  K, graphe du haut) en fonction de la fréquence des raies.

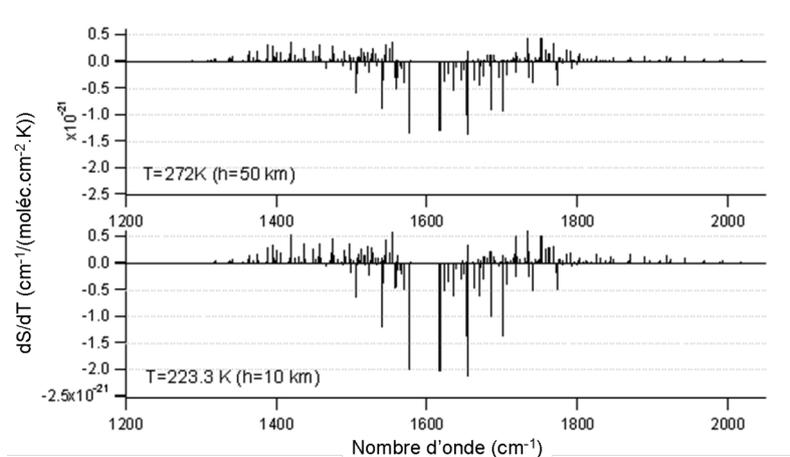


Figure 67 : Dérivée de l'intensité des raies de la vapeur d'eau par rapport à la température à  $T=223.3$  K (en bas) et  $T=272$  K (en haut), correspondant respectivement à 10 km et 50 km d'altitude) entre 1200 et 2000  $cm^{-1}$ .

On en déduit alors  $\partial \log S / \partial T$ , représenté en valeur absolue sur la Figure 68 à  $T=223,3$  K (graphe du bas) et  $T=272$  K (graphe du haut) en fonction de la fréquence des raies. Les conclusions sont apportées au paragraphe suivant.

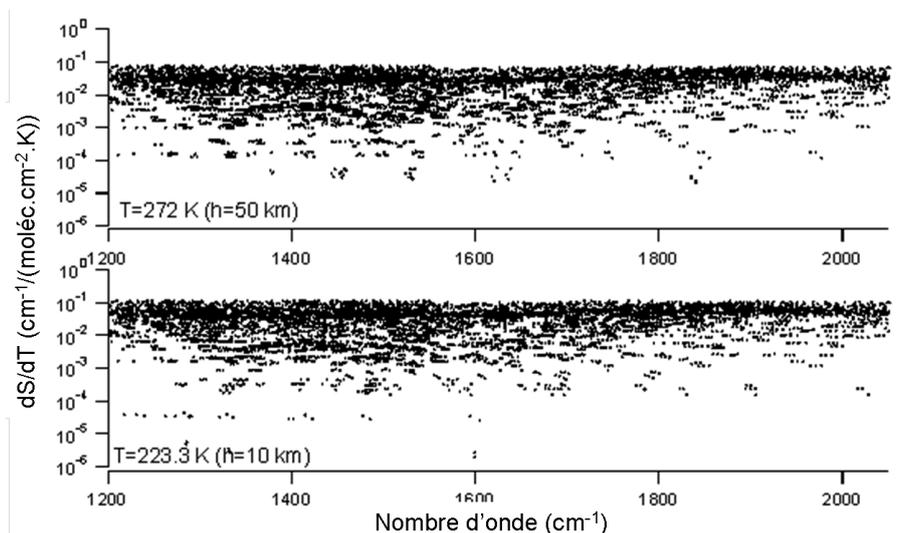


Figure 68 :  $|\partial \log S / \partial T|$  en fonction de la fréquence des raies à 10 km et 50 km d'altitude.

### 3.2.4 Mise en évidence des limites du modèle CK

Pour que  $\partial \kappa / \partial T$  soit corrélé à  $\kappa$ , on rappelle qu'il faut d'une part que  $\partial \log S / \partial T$  soit grand devant  $\partial \log \phi / \partial T$  (condition (3.22)) et d'autre part, que  $\partial \log S / \partial T$  varie faiblement sur l'ensemble des raies (condition (3.23)) afin de pouvoir écrire la relation (3.24). La Figure 69 est un bilan de la contribution de  $\partial \log \phi / \partial T$  (en rouge) et de  $\partial \log S / \partial T$  (en noir) à 10 km (à gauche), 25 km (au milieu) et 50 km (à droite), en rappelant que nous ne prenons en compte que les raies de la vapeur d'eau.

On constate sur la Figure 69 que  $\partial \log S / \partial T$  varie majoritairement entre  $10^{-1}$  et  $10^{-4}$   $K^{-1}$ , et atteint ponctuellement les  $10^{-5}$  à  $10^{-6}$   $K^{-1}$  en basse stratosphère. Les valeurs minimales de  $\partial \log S / \partial T$  sont donc bien inférieures aux valeurs maximales de  $\partial \log \phi / \partial T$  de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-3}$   $K^{-1}$ . En terme de valeurs limites, la condition (3.22) ne peut donc pas être vérifiée. Toutefois, en valeur moyenne, on remarque que  $\partial \log S / \partial T$  est de l'ordre de 3 à  $4 \cdot 10^{-2}$   $K^{-1}$  (en fonction de l'altitude), ce qui est un ordre de grandeur supérieur à la moyenne de  $\partial \log \phi / \partial T$ . Mais, sachant que leurs variations sont importantes (de plusieurs ordres de grandeur), la moyenne est-il un critère suffisant pour supposer que  $\partial \log S / \partial T$  est grand devant  $\partial \log \phi / \partial T$  ? Statistiquement, entre 1200 et 2000  $cm^{-1}$ , 78 à 85% des raies (en fonction de l'altitude) vérifient  $\partial \log S / \partial T > \partial \log \phi / \partial T$  mais 52 à 63% seulement vérifient  $\partial \log S / \partial T > 4 \partial \log \phi / \partial T$  et 7 à 24 %  $\partial \log S / \partial T > 10 \partial \log \phi / \partial T$ . On constate donc qu'en fonction du

seuil choisi, le critère  $\partial \log S / \partial T \gg \partial \log \phi / \partial T$  n'est pas toujours vérifié par la grande majorité des raies d'absorption.

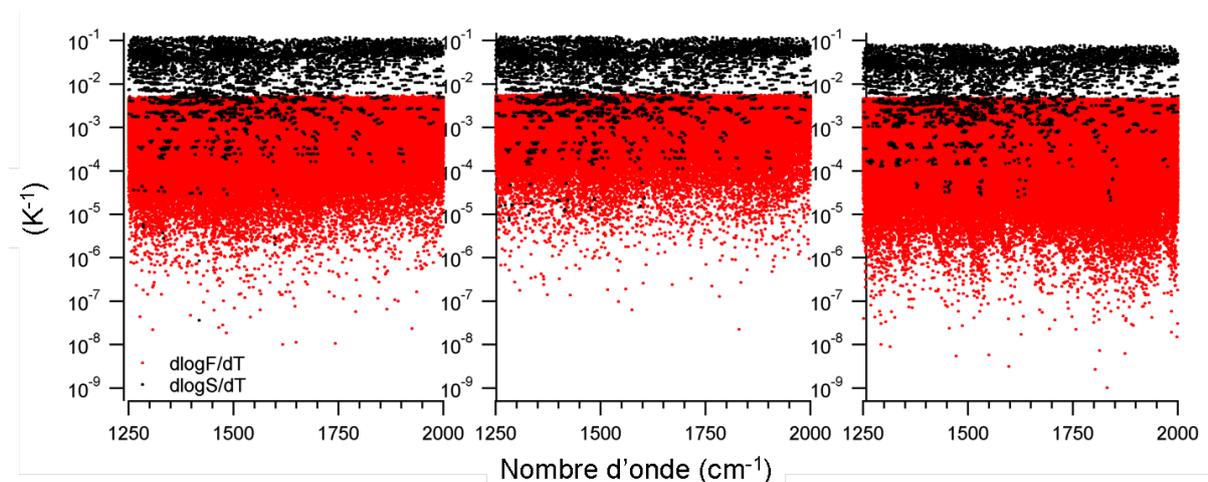


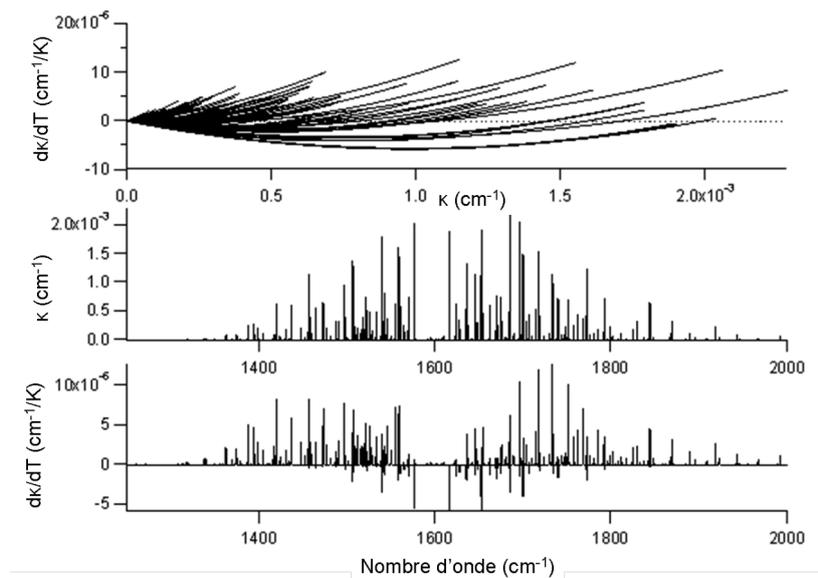
Figure 69 : Comparaison entre  $\partial \log \phi / \partial T$  (en rouge) et  $\partial \log S / \partial T$  (en noir) à 10 km (à gauche), 25 km (au milieu) et 50 km (à droite) entre 1250 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ .

D'autre part, d'après la Figure 69, on observe que  $\partial \log S / \partial T$  varie sur quatre ordres de grandeur, ce qui montre que ce terme dépend fortement de chaque raie et qu'il ne peut en ressortir un comportement moyen.  $\partial \log S / \partial T$  ne peut donc être exclu de la somme sur les raies dans le calcul de la dérivée du coefficient d'absorption décrite en (3.21), donc la condition (3.23) ne peut être justifiée.

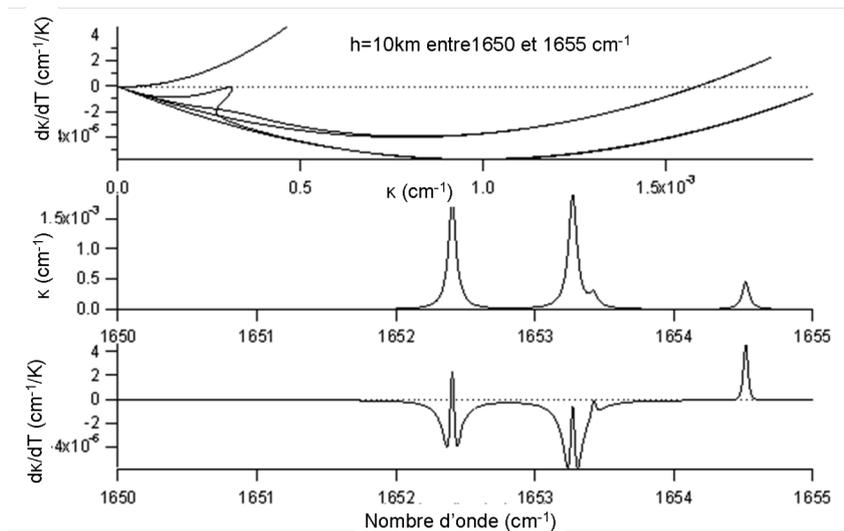
Une autre manière de présenter le problème est d'analyser la courbe de corrélation entre le coefficient d'absorption et sa dérivée par rapport à la température. En effet, connaissant  $S$ ,  $\phi$ ,  $\partial \log S / \partial T$  et  $\partial \log \phi / \partial T$ , nous savons maintenant calculer  $\kappa$  et  $\partial \kappa / \partial T$  pour les raies d'absorption de la vapeur d'eau.

La Figure 70a représente ces deux grandeurs entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  (respectivement, courbe du milieu et courbe du bas) ainsi que leur courbe de corrélation (courbe du haut) à 10 km d'altitude. Les branches observées sur cette dernière correspondent aux raies d'absorption. Si  $\kappa$  et  $\partial \kappa / \partial T$  étaient spectralement corrélées, les branches seraient confondues i.e. il y aurait un unique  $\kappa$  pour un  $\partial \kappa / \partial T$  donné. Or, on constate que ce n'est pas le cas. Sur la Figure 70b correspondant à l'intervalle spectral 1650-1655  $\text{cm}^{-1}$  de la Figure 70a, on peut observer différents cas suivant la raie. On distingue en effet sur le spectre d'absorption (graphe du milieu) trois raies : une raie isolée faible (raie de gauche), une raie isolée forte (à droite) et une raie forte doublée d'une raie faible (raie du milieu). A chacune de ces raies est associée une branche de corrélation. La plus faible présente une corrélation positive car  $\partial \kappa / \partial T$  est positif : c'est la branche courte et positive sur le graphe de corrélation. La raie double correspond à un  $\partial \kappa / \partial T$  négatif, sa branche est donc la branche négative présentant une bosse (due à la

raie faible quasi absorbée). Enfin, la raie de gauche correspond à un  $\partial\kappa/\partial T$  négatif aux ailes de raies et positif au centre : c'est la branche négative qui devient positive aux  $\kappa$  élevés. Ces trois exemples montrent que la corrélation entre  $\kappa$  et  $\partial\kappa/\partial T$  dépend des caractéristiques de chaque raie ; celles-ci sont décrites par le terme  $(\partial \log \phi_r(\nu)/\partial T + \partial \log S_r/\partial T)$  de la relation (3.21). Si ce terme avait été faiblement dépendant de la fréquence, nous aurions donc pu exprimer  $\partial\kappa/\partial T$  en fonction de  $\kappa$  et nous aurions alors observé des branches de corrélation confondues les unes avec les autres.



(a)



(b)

Figure 70 : En haut, corrélation entre le coefficient d'absorption (en abscisse) et sa dérivée par rapport à la température (en ordonnée) entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  à 10 km d'altitude. Au milieu, le spectre d'absorption et en bas sa dérivée par rapport à la température en fonction du nombre d'onde. (b) idem à (a) sur un intervalle de 5  $\text{cm}^{-1}$  (entre 1650 et 1655  $\text{cm}^{-1}$ ).

De ce bilan, nous devons en conclure que le calcul des fluctuations de la luminance et de leurs propriétés statistiques ne peut se faire par une méthode de type CK. Toutefois, comme nous l'avons vu dans la discussion du paragraphe introductif 3.1, un calcul raie par raie est toujours possible.

### 3.3 Mise au point d'une approche raie par raie

#### 3.3.1 Choix de l'approche

Il existe de nombreux codes, basés sur l'approche raie par raie, permettant le calcul du coefficient d'absorption de manière quasi-monochromatique, aux dépens d'un coût considérable en temps de calcul. Le code LBLRTM (cf. Annexe H), dont nous disposons pour effectuer en général des tests de validation, est un code raie par raie optimisé en temps de calcul et doté d'une résolution spectrale de  $0,001 \text{ cm}^{-1}$ . On peut également utiliser LBLRTM pour calculer la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la f.m. de la vapeur d'eau grâce à la relation (2.20) la reliant directement au coefficient d'absorption. En revanche, LBLRTM, comme tout autre code raie par raie classique, ne permet pas le calcul de la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température  $\partial\kappa/\partial T$ .

Deux solutions se présentent alors quant à l'approche raie par raie que nous devons appliquer. Soit, nous adaptons le code LBLRTM au calcul de  $\partial\kappa/\partial T$ . Ce choix implique alors de développer une routine de calcul de  $\partial\kappa/\partial T$  en accord avec les modèles utilisés dans LBLRTM et de l'injecter dans le code. Bien que ce choix permette de partir d'un code reconnu dans le domaine du transfert radiatif et validé de l'UV au submillimètre, une telle extension nécessite en revanche de maîtriser parfaitement les modèles utilisés par LBLRTM, sa structure, ses routines et les algorithmes d'optimisation. Une deuxième solution est de développer un nouveau code raie par raie répondant spécifiquement à nos besoins. L'idée n'est pas de proposer un code aussi efficace en temps de calcul et complet que LBLRTM, mais plutôt un code destiné au calcul des  $\kappa$  et de  $\partial\kappa/\partial T$  et dans la bande  $1200\text{-}2000 \text{ cm}^{-1}$  et valide dans la gamme de température et de pression de la moyenne atmosphère. Dans cette bande spectrale, les raies d'absorption les plus intenses sont celles de la vapeur d'eau et du méthane, les raies secondaires sont celles de l'oxyde nitreux et du dioxyde de carbone, sans oublier les continua de la vapeur d'eau et du dioxygène. Les autres molécules absorbantes sont complètement négligeables. Nous appellerons ce code « RPR-IRT » (Raie Par Raie pour l'IR Thermique) pour qu'il n'y ait pas de confusion dans la suite du manuscrit.

#### 3.3.2 Modélisation raie par raie du coefficient d'absorption

Dans la bande spectrale  $1200\text{-}2000 \text{ cm}^{-1}$  et en basse et moyenne atmosphère, les raies d'absorption les plus intenses sont celles de la vapeur d'eau ( $H_2O$ ) et du méthane ( $CH_4$ ), les raies secondaires celles de l'oxyde nitreux ( $N_2O$ ) et du dioxyde de carbone ( $CO_2$ ), sans oublier les continua de la vapeur d'eau et du dioxygène ( $O_2$ ). Les autres molécules absorbantes sont complètement négligeables. La Figure 71 représente le spectre d'absorption de ces quatre molécules principales à 15 km d'altitude. On remarque

que la contribution de  $CO_2$  et  $N_2O$  n'est pas négligeable. Or, le code RPR-IRT que nous avons développé ne tient pas encore compte des raies d'absorption secondaires : ce sera une des améliorations à fournir sur ce code. Nous verrons dans le Chapitre 6 les résultats de ce code et les comparaisons effectuées avec LBLRTM.

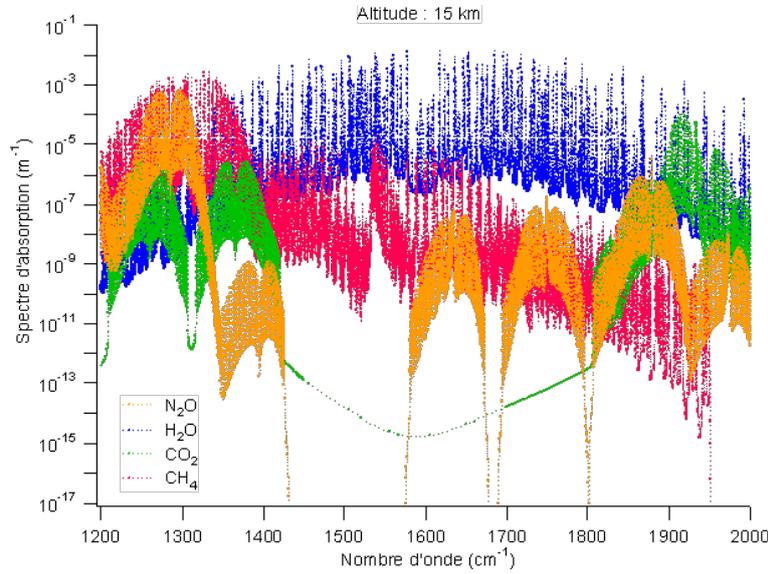


Figure 71 : Spectres d'absorption de  $N_2O$  (en orange),  $H_2O$  (en bleu),  $CO_2$  (en vert) et  $CH_4$  (en rose) à 15 km d'altitude.

### 3.3.2.1 Calcul des raie d'absorption

Le coefficient d'absorption est calculé en faisant la somme des contributions de toutes les raies d'absorption de la bande spectrale d'intégration en supposant qu'elles sont indépendantes les unes de autres :

$$\kappa = \frac{p}{k_b T} \frac{M_{air}}{M_{H_2O}} y_{H_2O} \sum_r S_r(T) \phi_r(\nu, T, p, y_{H_2O}) \quad (3.34)$$

L'intensité  $S$  de la raie  $r$ , correspondant à la transition  $i \rightarrow f$ , est définie par la relation (3.30), que nous rappelons ci-dessous :

$$S_r(T) = S_{if}(T) = S_{if}(T_0) \frac{Q(T_0)}{Q(T)} \exp\left(-\frac{hcE_i}{k_B} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) \frac{1 - \exp\left(-\frac{h\nu_{if}}{k_B T}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{h\nu_{if}}{k_B T_0}\right)} \quad (3.35)$$

$S_{if}(T_0)$  et  $E_i$  sont données par les banques de données spectroscopiques HITRAN 2004. Nous utiliserons la forme polynomiale de la fonction de partition déjà définie en (3.32) :

$$\frac{Q(T)}{Q(T_0)} \approx k_0 + k_1 \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} + k_2 \cdot \left(\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}\right)^2 + k_3 \cdot \left(\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}\right)^3 \quad (3.36)$$

Les coefficients  $k_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  dépendent de la molécule et de son isotope. Les coefficients de la vapeur d'eau sont donnés dans le Tableau 1 du paragraphe 3.2.3.5 et ceux du méthane sont donnés dans le Tableau 2 ci-dessous. La Figure 72 illustre l'erreur relative entre le rapport  $Q(T)/Q(T_0)$  calculé par la routine de Gamache [2003] et son approximation polynomiale en fonction du rapport  $(T/T_0)^{3/2}$  pour les trois isotopes du méthane. La comparaison pour la vapeur d'eau a été présentée sur la Figure 66 du paragraphe 3.2.3.5. Tout comme les erreurs relatives associées aux isotopes de la vapeur d'eau, les erreurs relatives associées au méthane sont de l'ordre de  $10^{-3}$  %, ce qui est extrêmement faible.

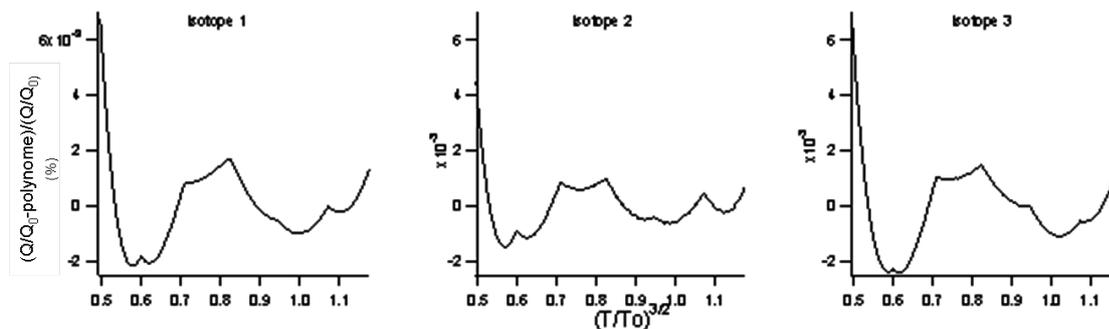


Figure 72 : Pour chacun des trois isotopes du méthane, erreur relative en % due à l'approximation polynomiale en fonction de  $(T/296K)^{3/2}$ .

isotope	$k_0$	$k_1$	$k_2$	$k_3$
1	$-3,8810e-3 \pm 4,73e-5$	$1,0265e+0 \pm 1,81e-4$	$-6,6875e-2 \pm 2,24e-4$	$4,4253e-2 \pm 8,98e-5$
2	$-3,4228e-3 \pm 2,88e-5$	$1,0248e+0 \pm 1,10e-4$	$-6,4834e-2 \pm 1,36e-4$	$4,3477e-2 \pm 5,46e-5$
3	$-4,0984e-3 \pm 5,03e-5$	$1,0254e+0 \pm 1,93e-4$	$-6,4853e-2 \pm 2,38e-4$	$4,3588e-2 \pm 9,55e-5$

Tableau 2 : Coefficients  $k_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  du polynôme de degré 3 fittant  $Q/Q_0$  en fonction de  $(T/296K)^{3/2}$  pour chacun des trois isotopes du méthane.

Le profil de raie  $\phi_r$  est un profil de Voigt défini dans le paragraphe 3.2.3.1. Nous utiliserons pour notre modèle raie par raie une approximation analytique, développée par McLean [1994] :

$$\phi_r(x, y) = \sum_{i=1}^4 \frac{c_i(y - a_i) + d_i(x - b_i)}{(y - a_i)^2 + (x - b_i)^2} \quad (3.37)$$

où les coefficients  $a_i \rightarrow d_i$  sont un jeu de 16 constantes données dans le Tableau 3. Les variables  $x$  et  $y$  sont définies par (3.13) du paragraphe 3.2.3.1 : elles dépendent des largeurs à mi hauteur de Lorentz et Doppler définies respectivement par (3.14) et (3.15). Les paramètres spectroscopiques dont ces derniers dépendent sont donnés par la base de données HITRAN 2004.

La Figure 73 compare la fonction de Voigt (graphe *a*) et ses dérivées premières par rapport à  $x$  (graphe *b*) et  $y$  (graphe *c*) calculées numériquement avec la routine de Humlicek [1978] (en trait noir) et l'approximation analytique de McLean (en trait interrompu rouge). L'erreur relative entre les fonctions numériques et les fonctions analytiques est représentée sur l'axe de droite de chaque graphe. On remarque que l'erreur n'excède pas 1 % sur la fonction de Voigt et 10 % (localement) sur les dérivées premières.

$i$	$a_i$	$b_i$	$c_i$	$d_i$
1	-1,2150	1,2359	-0,3085	0,0210
2	-1,3509	0,3786	0,5906	-1,1858
3	-1,2150	-1,2359	-0,3085	-0,0210
4	-1,3509	-0,3786	0,5906	1,1858

Tableau 3 : Paramètres utilisés pour générer l'approximation de la fonction de Voigt.

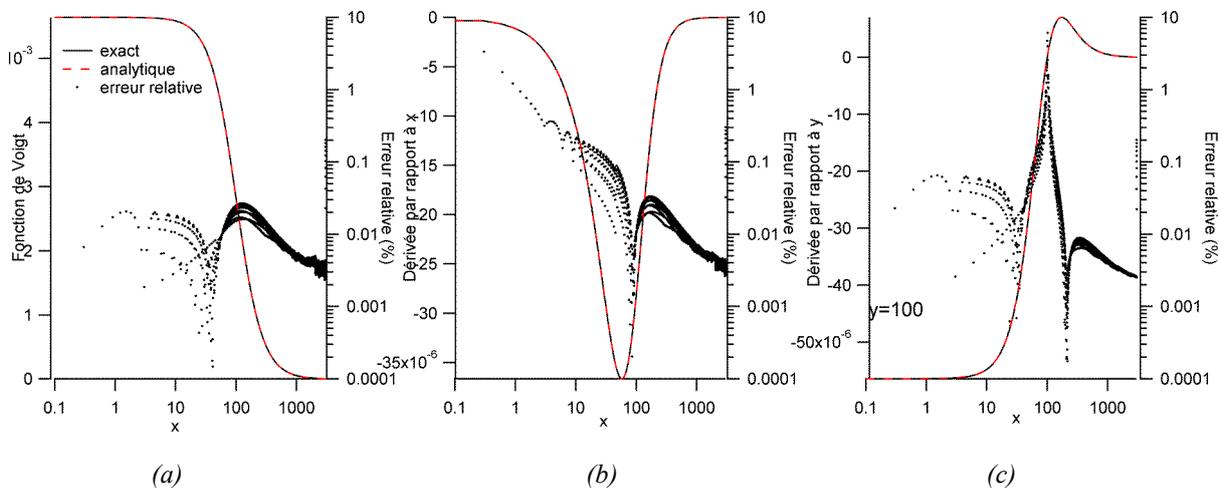


Figure 73 : (a) Sur l'axe de gauche, fonction de Voigt numérique [Humlicek 1978] (en trait noir) et analytique [McLean 1994] (en trait interrompu rouge) pour  $y=100$ . Sur l'axe de droite, erreur relative entre ces deux courbes en % (points noirs). (b) Idem pour la dérivée de la fonction de Voigt par rapport à  $x$ . (c) Idem pour la dérivée de la fonction de Voigt par rapport à  $y$ .

### 3.3.2.2 Calcul des continua

Les continua de la vapeur d'eau et du dioxygène sont calculés numériquement avec une routine de calcul développée à l'ONERA et à partir de valeurs tabulées [Hartmann 1997]. Le coefficient d'absorption de la vapeur d'eau dû au continuum est calculé avec un intervalle de coupure de  $5 \text{ cm}^{-1}$ . Les collisions avec l'air (79%  $N_2$  + 21%  $O_2$ ) ainsi que celles avec la vapeur d'eau sont considérées. La routine calcule également le coefficient d'absorption du dioxygène induit par collisions dans la bande autour de  $6,3 \mu\text{m}$  (i.e.  $1587 \text{ cm}^{-1}$ ). Les collisions avec l'air sont également considérées. Un exemple est illustré sur la Figure 74 avec le continuum de la vapeur d'eau, représenté pour différentes valeurs de température, entre  $1450$  et  $1700 \text{ cm}^{-1}$ .

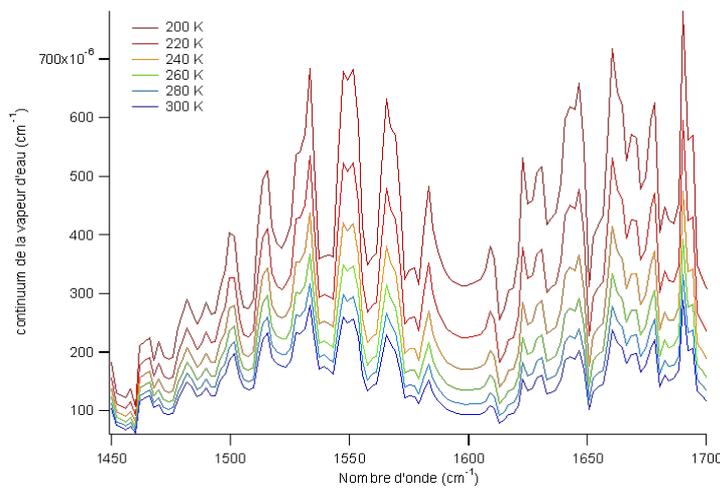


Figure 74 : Exemple du continuum de la vapeur d'eau entre  $1450$  et  $1700 \text{ cm}^{-1}$  pour différentes valeurs de température entre  $200$  et  $300 \text{ K}$ .

### 3.3.3 Modélisation raie par raie de la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température

#### 3.3.3.1 Calcul de la dérivée des raies d'absorption

A partir de la relation (3.34), on dérive le coefficient d'absorption par rapport à la température, tel qu'il a été fait au paragraphe 3.2.3.3 :

$$\frac{\partial \kappa_v}{\partial T} = n_{H_2O} \sum_r \left( S_r \frac{\partial \phi_r(v, T)}{\partial T} + \phi_r(v, T) \frac{\partial S_r(T)}{\partial T} \right) \quad (3.38)$$

Elle dépend donc des dérivées du profil de raie et de l'intensité de raies par rapport à la température.

La dérivée de la fonction de Voigt par rapport à la température est définie comme suit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial T} = -\frac{\beta_r + 1/2}{T} y \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (3.39)$$

La dérivée de la fonction de Voigt par rapport à  $y$  est calculée à partir de l'approximation analytique de McLean en (3.37). Nous avons vu sur la Figure 73b que l'erreur relative due à l'approximation pouvait atteindre 10 % localement (suivant  $x$ ) mais n'excédait pas 1% en moyenne.

La dérivée de l'intensité de raie par rapport à la température est calculée à partir de (3.35), et donnée par :

$$\frac{\partial S_{if}}{\partial T} = S_{if} \left( \frac{hcE_i}{k_B} + \frac{hcv_{if}}{k_B T} \left( 1 - \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{hcv_{if}}{k_B T}\right)} \right) - \frac{\partial Q(T)/\partial T}{Q(T)} \right) \quad (3.40)$$

Elle dépend donc de la dérivée de la fonction de partition par rapport à la température. Cette dernière est calculée à partir de l'approximation polynomiale de la fonction de partition et donnée par :

$$\frac{dQ(T)}{dT} \approx \frac{3}{2T_0} \left( k_1 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} + 2k_2 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{4}{3}} + 3k_3 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{7}{3}} \quad (3.41)$$

### 3.3.3.2 Calcul de la dérivée des continua

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 3.3.2.2, les continua de la vapeur d'eau  $C_v^{H_2O}$  et du dioxygène  $C_v^{O_2}$  sont calculées numériquement à partir de tables d'interpolation. Toutefois, à fréquence fixée,  $C_v^{H_2O}$  et  $C_v^{O_2}$  sont des fonctions monotones de la température : la Figure 75 illustre, en exemple, la décroissance monotone du continuum de la vapeur d'eau avec la température, à  $1450 \text{ cm}^{-1}$ . On peut donc dire qu'entre 200 et 300 K (gamme de température typique de la moyenne atmosphère),  $C_v^{H_2O}$  et  $C_v^{O_2}$  sont des fonctions continues (de type polynomial) et de premières dérivées continues. Il s'agit alors d'approcher numériquement leur dérivée respective par rapport à la température avec un pas de température  $\Delta T$  « petit », en utilisant la formule de différence centrale :

$$\left. \frac{\partial C_v(T)}{\partial T} \right|_{T_0} \approx \frac{C_v(T_0 + \Delta T/2) - C_v(T_0 - \Delta T/2)}{\Delta T} \quad (3.42)$$

Si  $C_v'''(T)$  est continue pour  $T$  entre  $T \in [T_0 - \Delta T/2, T_0 + \Delta T/2]$ , alors l'erreur est en  $\frac{(\Delta T/2)^2}{6} C_v'''(T)$

donc en  $O(\Delta T^2)$ .

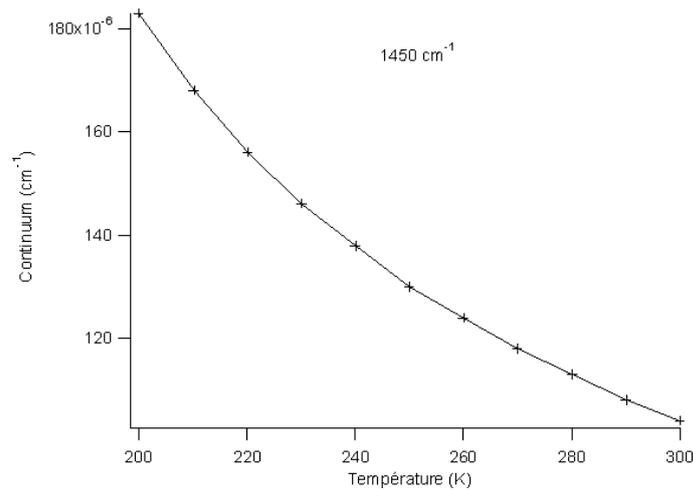


Figure 75 : Continuum de la vapeur d'eau en fonction de température à une fréquence fixée (1450 cm<sup>-1</sup>).

La dérivée numérique par rapport à la température de  $C_v^{H_2O}$  à 10 km d'altitude est représentée sur le graphe inférieur de la Figure 76 en fonction du nombre d'onde (le graphe du haut représente le continuum de la vapeur d'eau), pour différents pas de température. Le cas du continuum du dioxygène est illustré sur la Figure 77. Les pics observés sur la courbe des dérivées sont dus à l'erreur de précision numérique.

### 3.3.4 Modélisation raie par raie de la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la fraction massique de la vapeur d'eau

Comme nous l'avons vu à plusieurs reprises dans ce Chapitre 3, la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la f.m. de la vapeur d'eau est reliée directement au coefficient d'absorption de la vapeur d'eau :

$$\left. \frac{\partial \kappa}{\partial y_{H_2O}} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} = \frac{\bar{\kappa}^{H_2O}}{\bar{y}_{H_2O}}$$

Il est important de noter que cette relation a été mise en évidence pour un coefficient d'absorption  $\kappa$  égal à la somme des raies d'absorption et des continua. Ainsi, la linéarité se vérifie sur les raies d'absorption mais aussi sur les continua, i.e. :

$$\left. \frac{\partial C_v^{H_2O}}{\partial y_{H_2O}} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} = \frac{\bar{C}_v^{H_2O}}{\bar{y}_{H_2O}} \quad (3.43)$$

Par ailleurs, il faut noter que cette dérivée ne concerne que les raies d'absorption de la vapeur d'eau : il faut donc distinguer  $\kappa$  qui est le coefficient d'absorption total (dans notre code, il se résume aux raies d'absorption de la vapeur d'eau et du méthane) et  $\kappa^{H_2O}$  qui est le coefficient d'absorption de la vapeur d'eau uniquement.

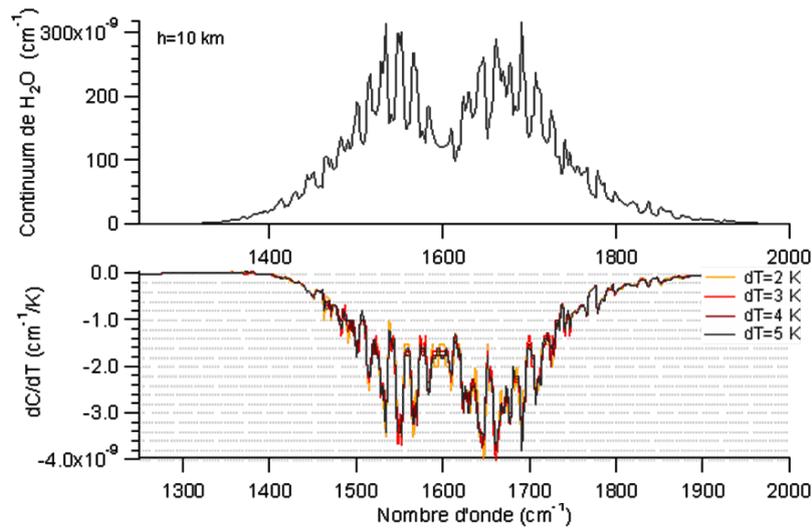


Figure 76 : En haut, continuum de la vapeur d'eau en fonction du nombre d'onde à 10 km d'altitude. En bas, dérivée (numérique) par rapport à la température du continuum en fonction du nombre d'onde pour plusieurs fluctuations de température  $dT$  (2, 3, 4 et 5 K).

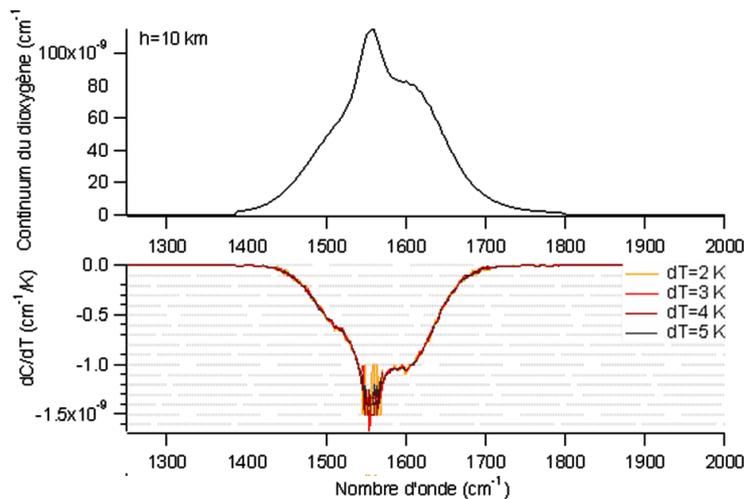


Figure 77 : Analogue à la Figure 78, pour le continuum du dioxygène.

### 3.3.5 Tabulation des coefficients d'absorption et de leurs dérivées

Rappelons que le calcul du coefficient d'absorption et de ses dérivées premières intervient dans le calcul de la FAC des fluctuations de la luminance observées depuis la stratosphère en visée au limbe, dans la bande spectrale comprise entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ . Nous avons vu dans le Chapitre 1 que les conditions de visée imposées par le système d'alerte aéroportée permettent de ne prendre en compte que les couches atmosphériques comprises entre 6 et 45 km d'altitude. Ainsi, le coefficient d'absorption et ses dérivées doivent être connus aux fréquences spatiales comprises entre 1200 et 2000

$\text{cm}^{-1}$  et aux conditions thermodynamiques (température, densité, pression, fraction molaire des constituants atmosphériques) correspondant aux couches atmosphériques comprises dans cette gamme d'altitude. Afin d'éviter la lourdeur en temps de calcul de l'approche raie par raie, nous avons donc choisi d'utiliser notre code RPR-IRT pour précalculer les coefficients d'absorption et leurs dérivées. Les coefficients sont alors stockés dans des tables de données, qui serviront de tables d'interpolation lors du calcul de la FAC des fluctuations de la luminance. Cette démarche évite donc de lancer des calculs raie par raie durant l'exécution du code de calcul de la FAC de luminance.

Le code RPR-IRT permet donc de calculer le coefficient d'absorption total  $\kappa$ , le coefficient d'absorption de la vapeur d'eau  $\kappa^{H_2O}$  et la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température  $\partial\kappa/\partial T$  sur une bande spectrale donnée, comprise entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  avec une résolution spectrale de  $10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ . Le modèle atmosphérique, donnant la température, la pression, la densité et la fraction molaire des principaux constituants de l'atmosphère, est par défaut le modèle US Standard 76. Toutefois, d'autres modèles peuvent être intégrés si le format du fichier est adapté. Une table contient donc  $\kappa$ ,  $\kappa^{H_2O}$  et  $\partial\kappa/\partial T$  en fonction du nombre d'onde (en ligne) et de l'altitude (en colonne). Pour le calcul de la FAC de la luminance, nous avons donc généré huit tables de coefficients, chacune contenant  $\kappa$ ,  $\kappa^{H_2O}$  et  $\partial\kappa/\partial T$  sur une largeur de bande de  $100 \text{ cm}^{-1}$  (1200-1300  $\text{cm}^{-1}$ , 1300-1400  $\text{cm}^{-1}$ , ..., 1900-2000  $\text{cm}^{-1}$ ) et pour des altitudes comprises entre 6 et 45 km d'altitude (avec un pas de 1 km entre 6 et 25 km d'altitude et un pas de 2,5 km entre 25 et 45 km d'altitude, suivant le modèle US Standard 76). Les huit tables couvrant la bande spectrale 1200-2000  $\text{cm}^{-1}$ , contiennent au total 672 millions de points, ce qui correspond à 7 Go de données environ. Il faut alors compter 2 mois de calcul pour générer l'ensemble des huit tables. Remarquons que le choix d'un autre modèle atmosphérique nécessite de recalculer l'ensemble des tables.

Les tests de validation du code RPR-IRT sont présentés dans le Chapitre 6.

### 3.4 Conclusion

Ce chapitre a conduit au choix et au développement du modèle radiatif permettant le calcul des propriétés statistiques des fluctuations de la luminance du fond atmosphérique. Pour calculer la FAC des fluctuations de la luminance,  $\Gamma_{\Delta L}$ , une telle méthode requiert le calcul du spectre d'absorption en fonction de la température, la pression et la concentration des absorbants atmosphériques, mais aussi le calcul de ses variabilités par rapport à la température et la vapeur d'eau.

Une étude détaillée de la méthode CK a donc montré que cette dernière ne peut s'appliquer au calcul de  $\Gamma_{\Delta L}$  car le calcul de  $\partial\kappa/\partial T$  ne vérifie pas les conditions imposées par la méthode. Ainsi, nous avons mis en place l'unique modèle radiatif possible : le calcul raie par raie.

Pour cela, nous avons développé un code raie par raie, RPR-IRT, capable de calculer le coefficient d'absorption total  $\kappa$  et sa dérivée par rapport à la température  $\partial\kappa/\partial T$  ainsi que le coefficient

d'absorption de la vapeur d'eau seule  $\kappa^{H_2O}$ , dans la bande IR thermique comprise entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  et pour les conditions thermodynamiques rencontrées entre 6 et 45 km d'altitude. Ce code utilise par défaut le modèle d'atmosphère standard US 76. Il a été développé pour précalculer et stocker les coefficients  $\kappa$ ,  $\partial\kappa/\partial T$  et  $\kappa^{H_2O}$  en fonction du nombre d'onde et de l'altitude dans des tables d'interpolation. Lors du calcul de  $\Gamma_{\Delta L}$ , les coefficients sont extraits des tables et interpolés en altitude le long des lignes de visée.

Les résultats et la validation du code RPR-IRT sont présentés au Chapitre 6.

Pour conclure ce chapitre, rappelons l'expression formelle de la FAC des fluctuations de la luminance  $\Gamma_{\Delta L}$ , définie par la relation (2.32) du paragraphe 2.3.2 :

$$\Gamma_{\Delta L}(\vec{r}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2) = \int_0^{\infty} dr_1 \int_0^{\infty} dr_2 \left( F_{\Delta v}^T(r_1) F_{\Delta v}^T(r_2) \Gamma_{\Delta T}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + F_{\Delta v}^{H_2O}(r_1) F_{\Delta v}^{H_2O}(r_2) \Gamma_{\Delta v H_2O}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \right)$$

Le calcul des fonctions d'amplitude  $F_{\Delta v}^T$  et  $F_{\Delta v}^{H_2O}$  a donc été traité dans ce chapitre en choisissant un modèle raie par raie pour calculer les coefficients spectroscopiques le long des lignes de visée et dans la bande spectrale  $\Delta v$ . Pour compléter le calcul de  $\Gamma_{\Delta L}$ , il reste à présent à choisir les modèles de FAC de la température  $\Gamma_{\Delta T}$  et de la f.m. de la vapeur d'eau  $\Gamma_{\Delta v H_2O}$ . C'est l'objet du chapitre suivant.



# Chapitre 4 Modèles spectraux de fluctuations de la température et de la vapeur d'eau

## 4.1 Introduction

Le calcul de la FAC des fluctuations de la luminance requiert en particulier la connaissance de la FAC des fluctuations de la température et de celle des fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau. Nous aborderons dans un premier temps le cas de la température dont les modèles spectraux existants sont nombreux. Le problème est que ces modèles existent sous forme de DSP (que nous appellerons également spectre dans ce chapitre) et non de FAC. L'objectif a donc été de sélectionner les modèles spectraux permettant un calcul analytique de la FAC à partir de la DSP. Nous verrons que cette sélection sera basée sur un compromis entre simplicité et représentativité du modèle. Les modèles les plus réalistes s'avérant complexes, nous verrons qu'ils n'admettent pas de solution analytique pour la FAC. Nous discuterons alors des solutions proposées pour ces cas là.

Le cas des fluctuations de la vapeur d'eau sera finalement discuté. Nous mettrons en évidence toute la difficulté à décrire leur comportement par une approche spectrale et nous discuterons alors de la pertinence du modèle spectral choisi.

Mais avant cela, nous rappelons dans le paragraphe suivant les quelques propriétés de la FAC permettant de simplifier son calcul analytique à partir de la DSP.

## 4.2 Formulation analytique de la fonction d'autocorrélation

Supposons un spectre 3-D quelconque,  $DSP^{(3)}$  et la FAC associée  $\Gamma^{(3)}$ . L'exposant  $(3)$  définit le caractère tridimensionnel de la fonction. Un rappel sur la définition de la DSP et de la FAC est présenté dans l'Annexe B. Lorsque le milieu est stationnaire (spatialement), la FAC ne dépend que de l'écart  $\overline{\Delta r} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  entre deux points dans le référentiel du milieu considéré. En On sait alors que  $\Gamma^{(3)}$  est la transformée de Fourier (TF) 3-D inverse de  $DSP^{(3)}$ , i.e. :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i(\Delta x k_x + \Delta y k_y + \Delta z k_z)) DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z \quad (4.1)$$

où  $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_z$  représentent respectivement le nombre d'onde horizontal, le nombre d'onde transverse et le nombre d'onde vertical. Ici, le nombre d'onde a le sens d'une fréquence spatiale.

Il est toujours vrai d'écrire qu'en  $(\Delta x, 0, 0)$ , (4.1) est égale à :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta x, 0, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\Delta x k_x) \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) dk_y dk_z \right) dk_x \quad (4.2)$$

$\Gamma^{(3)}(\Delta x, 0, 0)$  est alors la TF 1-D inverse (selon  $k_x$ ) de la fonction  $F^{(1)}$  définie par :

$$F^{(1)}(k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) dk_y dk_z \quad (4.3)$$

Supposons maintenant un spectre isotrope  $DSP_{ISO}^{(3)}$ . Alors quelques soient  $(k_x, k_y, k_z)$  tels que

$k_r^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ , il existe une fonction 1-D  $DSP^{(1)}$  telle que :

$$DSP^{(1)}(k_r) \equiv DSP_{ISO}^{(3)}(k_x, k_y, k_z)$$

L'isotropie est donc une propriété qui permet de ramener le problème à un calcul 1-D. Par ailleurs, on peut montrer que si  $DSP_{ISO}^{(3)}$  est isotrope, alors  $\Gamma^{(3)}$  l'est aussi. On a alors :

$$\Gamma^{(1)}(\Delta r) \equiv \Gamma^{(3)}(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$$

tel que  $\Delta r^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$ .

Alors, pour  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = (\Delta r, 0, 0)$ , on a :

$$\Gamma^{(1)}(\Delta r) \equiv \Gamma^{(3)}(\Delta r, 0, 0)$$

Ou autrement écrit :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \Gamma^{(3)}\left(\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}, 0, 0\right) \quad (4.4)$$

En combinant (4.2) et (4.4), on peut ainsi, dans le cas d'un spectre isotrope, décrire complètement la FAC  $\Gamma^{(3)}$  par une TF 1-D inverse d'une certaine fonction  $F^{(1)}$  définie en (4.3). Nous verrons que cette approche permettra, pour certains modèles de spectre, le calcul analytique de la FAC.

### 4.3 Cas d'un spectre complexe de la température : le modèle de Sidi

Comme nous l'avons vu à plusieurs reprises dans ce manuscrit, nous considérons uniquement les fluctuations de la température induites par les ondes de gravité. Un modèle de spectre des ondes de gravité a été proposé par Garrett et Munk [1975] dans le cas des océans stratifiés et stables. Adapté à l'atmosphère stratifiée et stable par Van Zandt [1982] puis par Sidi [1988], il suppose raisonnablement que le spectre est horizontalement isotrope et ne dépend donc que de  $k_h = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ , et verticalement symétrique et ne dépend que de  $|k_z|$ .

Dans [Dalaudier 1986] dans lequel le modèle spectral de Sidi est repris, le spectre 3-D de la température s'exprime alors ainsi :

$$DSP^{(3)}(k_h, k_z) = c_0 \frac{|k_z| k_h^2 k^{p-2}}{(k + aN_{BV})^t \left( N_{BV}^2 (k_x^2 + k_y^2) + f_c^2 k_z^2 \right)^{\frac{p+3}{2}}} \quad (4.5)$$

avec  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$ ,  $N_{BV}$  la pulsation de Brunt-Väisälä,  $f_c$  la pulsation de Coriolis et  $c_0$  un facteur défini par :

$$c_0 = \frac{T_0^2}{g^2} \varepsilon_0 \left( \frac{N_{BV}}{N_0} \right)^s \frac{N_{BV}^6}{2\pi} \frac{(p-1)f_c^{p-1}}{1 - \left( \frac{f_c}{N_{BV}} \right)^{p-1}} (t-1) (aN_{BV})^{t-1} \quad (4.6)$$

$N_0$  et  $T_0$  sont respectivement une pulsation et une température de référence,  $g$  est l'accélération de la pesanteur et  $\varepsilon_0$  a la dimension d'une énergie par unité de masse. Les paramètres  $s$ ,  $p$ ,  $t$ ,  $\varepsilon_0$  et  $a$  définissent le modèle utilisé. Ce modèle résulte de considérations mathématiques et semi-empiriques. D'après [Dalaudier 1986], les valeurs de paramètres permettant d'expliquer le maximum de mesures sont alors les suivantes :

$$\begin{cases} s = 0 \\ \varepsilon_0 = 6 \text{ J/kg} \\ p = 1,4 \pm 0,15 \\ t = 3 \\ a = 0,22 \text{ s/m} \quad (\text{stratosphère}) \end{cases}$$

On remarque que l'anisotropie est représentée par le rapport  $\eta = f_c / N_{BV}$ . Or,  $N_{BV}$  varie avec l'altitude donc le spectre également. D'un point de vue statistique, parler d'un spectre (i.e. d'une DSP) dépendant d'une variable spatiale n'a pas de sens puisqu'il ne peut exister que s'il y a stationnarité du milieu. Toutefois, on peut parler dans notre cas de stationnarité locale, si on suppose que  $N_{BV}$  est constante localement, i.e. dans une couche atmosphérique restreinte.

Le rapport  $\eta = f_c / N_{BV}$  est dans la stratosphère de l'ordre de  $1/200$  : elle traduit donc une très forte anisotropie verticale due à la stratification de l'atmosphère. Une représentation 3-D du spectre de Sidi est représenté sur la Figure 79 dans le cas d'une anisotropie  $\eta = 1/10$ . Cette valeur n'est pas réaliste mais permet de distinguer la forme du spectre (beaucoup trop étirée pour  $\eta = 1/200$ ). Ce même spectre peut être visualisé sous la forme de coupes des surfaces iso-densités spectrales dans le plan  $(k_h, k_z)$ . Pour simplifier, nous appellerons désormais ces coupes les iso-contours du spectre 3-D. Ces iso-contours sont illustrés sur la Figure 80 pour une anisotropie  $\eta = 1/10$  (graphe de gauche) et  $\eta = 1/200$  (graphe de droite). Les surfaces iso-densité sont tracées toutes les décades. Tous les graphes (3-D et iso-contours) sont tracés en échelle orthonormée. On remarque un trou central où toutes les fluctuations de la température s'annulent et le caractère très étiré du spectre en anisotropie réelle.

Bien que le modèle de Sidi soit un des modèles les plus représentatif des propriétés statistiques du champ de température atmosphérique, il s'avère en revanche difficilement utilisable pour le calcul analytique de la FAC associée. Précisons que nous utilisons le logiciel de calcul formel MATHEMATICA 5.2 pour les calculs de la FAC. Un calcul direct de la FAC par TF inverse 3-D du

spectre ne donne donc pas de solution analytique. Par ailleurs, aucune réduction de dimension, décrite au paragraphe 4.2, n'est possible car, bien qu'il soit isotrope horizontalement, le spectre de Sidi n'est pas intégrable suivant  $k_x$  (ou  $k_y$  par isotropie). Ce modèle ne peut donc être utilisé pour obtenir une FAC sous une forme analytique. Nous discuterons des autres solutions au paragraphe 4.7.

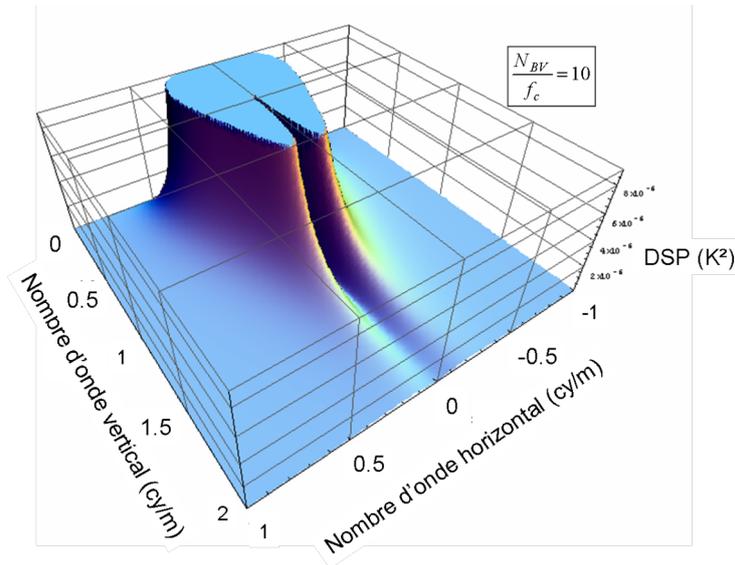


Figure 79 : Représentation 3-D du spectre de Sidi en fonction de  $k_z$  et  $k_h = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  pour une anisotropie  $\eta$  égale à 1/10.

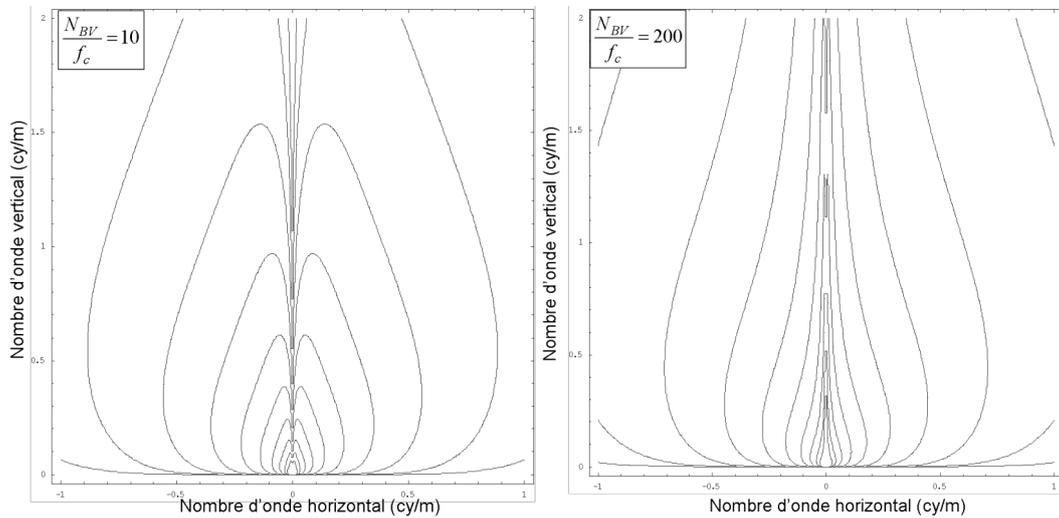


Figure 80 : iso-contours du spectre 3-D de Sidi avec  $k_z$  sur l'axe vertical et  $k_h = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  sur l'axe horizontal. A gauche, l'anisotropie  $\eta$  est de 1/10 et à droite, de 1/200.

## 4.4 Modèle de Gurvich

### 4.4.1 Présentation du modèle

Des travaux sur la scintillation ont permis également d'étudier les hétérogénéités spatiales de l'atmosphère. Rappelons que l'étoile est une source d'ondes de lumière planes incidentes à l'atmosphère. Des inhomogénéités aléatoires de l'indice de réfraction changent la phase de l'onde de lumière se propageant à travers l'atmosphère. Dans le processus de propagation, les perturbations de phase sont transformées en atténuation régulière de la réfraction et en fluctuations d'intensité : c'est la scintillation [Gurvich 2001]. Un satellite qui observe une étoile à travers l'atmosphère terrestre est donc sensible au phénomène de scintillation, ce qui n'est pas le cas d'un capteur aéroporté observant le fond de ciel. En effet, le premier observe une source ponctuelle (l'étoile) dont l'intensité (en W/sr) fluctue alors que le second observe une source étendue (le fond de ciel) dont la luminance (en W/m<sup>2</sup>/sr) fluctue. En effet, nous avons vu que le capteur est sensible aux fluctuations spatiales de l'ordre de 100 m à 1000 km de distance. Donc, la taille d'une étoile comparée à celle du champ de vue élémentaire du capteur à une distance considérée comme infinie est infiniment petite. La luminance de l'étoile est donc moyennée avec la luminance du fond environnant, dans le champ du pixel. Ainsi, par cet effet de moyennage spatial, le capteur aéroporté n'est pas sensible à la scintillation.

En revanche, ce parallèle entre la scintillation et les fluctuations de la luminance nous a amené à nous inspirer du modèle de spectre de scintillation en loi de puissance de Gurvich [2001]. Ce modèle traduit les propriétés statistiques des fluctuations de l'indice de réfraction  $\nu$  par un spectre en loi de puissance défini par :

$$DSP_v^{(3)}(k_h, k_z) = C_v^2 \eta^2 (k_c^2 + \eta^2 k_h^2 + k_z^2)^{-p/2} \varphi \left( \frac{\sqrt{\eta^2 k_h^2 + k_z^2}}{k_\infty} \right) \quad (4.7)$$

La fonction  $\varphi$  est responsable des effets de viscosité moléculaire ou turbulente,  $\eta$  représente l'anisotropie,  $k_c$  l'échelle de coupure externe et  $k_\infty$  l'échelle de coupure interne.  $p$  est la pente spectrale.  $C_v^2$  caractérise la structure de l'atmosphère mais est fixée à 1 dans le modèle de Gurvich. Nous avons adapté ce modèle spectral aux fluctuations de la température induites par les ondes de gravité. Le paragraphe suivant en décrit les détails.

### 4.4.2 Résolution analytique avec un spectre en loi de puissance

Soit un spectre 3-D anisotrope en loi de puissance :

$$DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) = c_0 (k_c^2 + k_x^2 + k_y^2 + \eta^2 k_z^2)^{-p/2} \quad (4.8)$$

Par la suite, Nous l'appellerons le modèle de Gurvich.

$p > 1$  est la pente spectrale,  $c_0$  une constante de normalisation et  $k_c$  une échelle de coupure externe. Dans notre modèle, nous appliquons l'anisotropie  $\eta$  à la direction  $k_z$ . On considère  $\eta$  comme constante dans l'espace spectral.

Le raisonnement développé au 4.2 pour les spectres isotropes  $DSP_{ISO}^{(3)}$  peut s'appliquer au spectre anisotrope  $DSP^{(3)}$  en posant la relation suivante :

$$DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) = DSP_{ISO}^{(3)}(k_x, k_y, \eta k_z) \quad (4.9)$$

Alors, la FAC 3-D décrite en (4.1) devient :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = c_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(i\left(\Delta x k_x + \Delta y k_y + \Delta z k_z\right)\right) (k_c^2 + k_x^2 + k_y^2 + \eta^2 k_z^2)^{-p/2} dk_x dk_y dk_z$$

Grâce aux propriétés d'échelle de la transformée de Fourier, on peut réécrire cette transformée de Fourier de la manière suivante :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = c_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(i\left(\Delta x k_x + \Delta y k_y + \frac{\Delta z}{\eta} k_z\right)\right) \frac{1}{\eta} (k_c^2 + k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{-p/2} dk_x dk_y dk_z \quad (4.10)$$

De là, (4.3) pour tout  $p > 2$  :

$$F^{(1)}(k_x) = c_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\eta} (k_c^2 + k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{-p/2} dk_y dk_z = c_0 \frac{1}{\eta} \frac{2\pi}{p-2} (k_c^2 + k_x^2)^{-(p-2)/2} \quad (4.11)$$

Alors, la FAC  $\Gamma^{(3)}$  peut s'écrire :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta r, 0, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\Delta r k_x) F^{(1)}(k_x) dk_x \quad (4.12)$$

$$\text{avec } \Delta r^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \left(\frac{\Delta z}{\eta}\right)^2$$

On peut alors écrire la FAC issue du modèle de Gurvich de la manière suivante :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta r, 0, 0) = c_0 \frac{1}{\eta k_c^2} \frac{\pi^{3/2} 2^{(7-p)/2}}{(p-2)\Gamma(p/2-1)} (k_c \Delta r)^{(p-3)/2} K_{(3-p)/2}(k_c \Delta r) \quad (4.13)$$

où  $\Gamma$  dans le terme de droite est la fonction spéciale Gamma (qu'il faut distinguer de la FAC  $\Gamma^{(3)}$ ) et  $K_n$  la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce d'ordre  $n$ . Or on sait par définition que la FAC en  $(0,0,0)$  est égale à la variance  $\sigma^2$ . On en déduit donc la constante  $c_0$  :

$$c_0 = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} x^{(p-3)/2} K_{(3-p)/2}(x)} \sigma^2 \eta k_c^2 \frac{(p-2)\Gamma(p/2-1)}{\pi^{3/2} 2^{(7-p)/2}} \quad (4.14)$$

#### 4.4.3 Cas des ondes de gravité où $p=5$

On sait que le spectre 3-D des ondes de gravité est caractérisé par une pente spectrale  $p = 5$  et une anisotropie  $\eta$  représentée par le rapport  $f_c/N_{BV}$ , où  $f_c$  est la pulsation de Coriolis et  $N_{BV}$  la fréquence de Brunt-Väisälä. En appliquant cette pente à (4.9) et (4.14), on a alors :

$$DSP_{OG}^{(3)}(k_x, k_y, k_z) = \frac{3}{4\pi} \sigma^2 \eta k_c^2 (k_c^2 + k_x^2 + k_y^2 + \eta^2 k_z^2)^{-5/2} \quad (4.15)$$

où  $DSP_{OG}^{(3)}$  est la DSP des ondes de gravité. Dans le cas des fluctuations de température,  $\sigma = \sigma_T$ .

Une représentation 3-D du spectre De Gurvich est représenté sur la Figure 81 dans le cas d'une anisotropie  $\eta = 1/10$ . La Figure 82 trace les iso-contours du spectre de Gurvich pour une anisotropie  $\eta$  de 1/10 (à gauche) et de 1/200 (à droite). Tous les graphes (3-D et iso-contours) sont tracés en échelle orthonormée. On constate que ce modèle ne représente pas le puits central observé avec le modèle de Sidi. En revanche, il tient compte de la pente spectrale des ondes de gravité et de la forte anisotropie induite par le rapport  $f_c/N_{BV}$ .

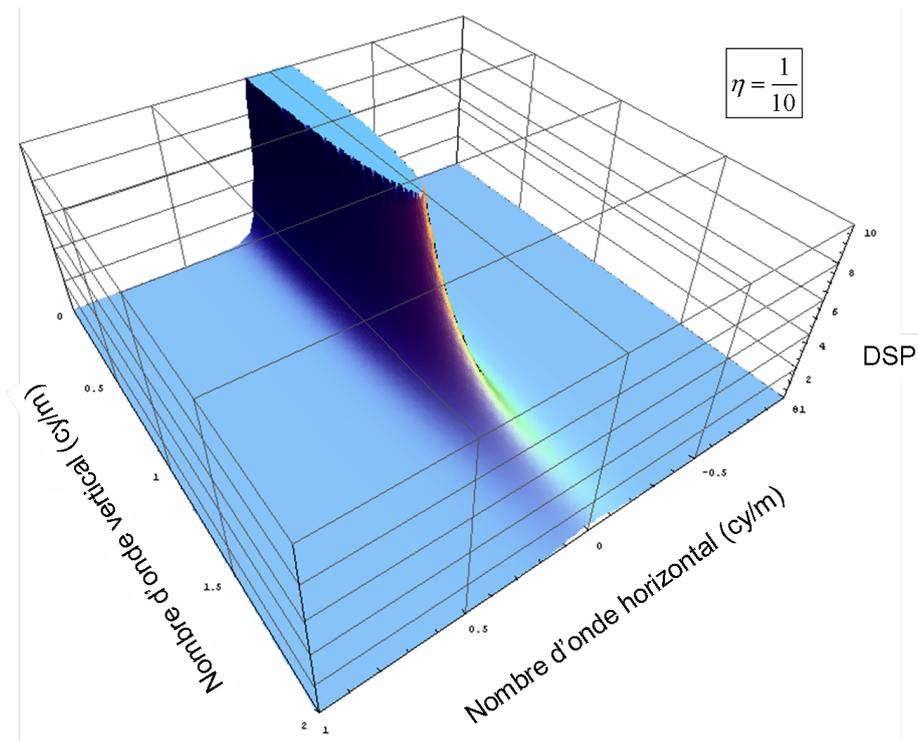


Figure 81 : Représentation 3-D du spectre de Gurvich en fonction de  $k_z$  et  $k_h = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  pour une anisotropie  $\eta$  égale à 1/10 et pour  $p = 5$ .

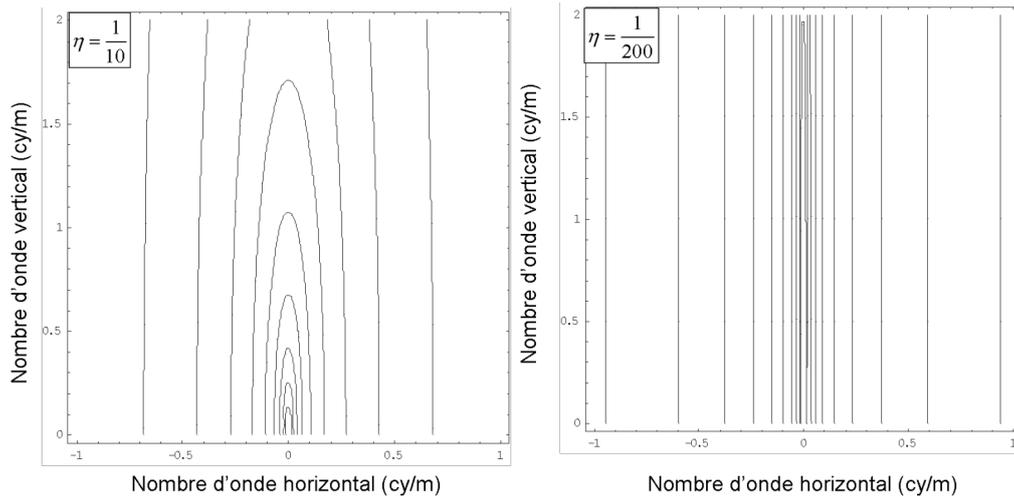


Figure 82 : Iso-contours du spectre 3-D de Gurvich de pente  $p = 5$  avec  $k_z$  sur l'axe vertical et  $k_h = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  sur l'axe horizontal. A gauche, l'anisotropie  $\eta$  est de 1/10 et à droite, de 1/200.

La FAC pour  $p = 5$  s'écrit ensuite comme suit :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta r, 0, 0) = \sigma^2 k_c \Delta r K_1(k_c \Delta r) \quad (4.16)$$

$$\text{avec } \Delta r^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \left(\frac{\Delta z}{\eta}\right)^2.$$

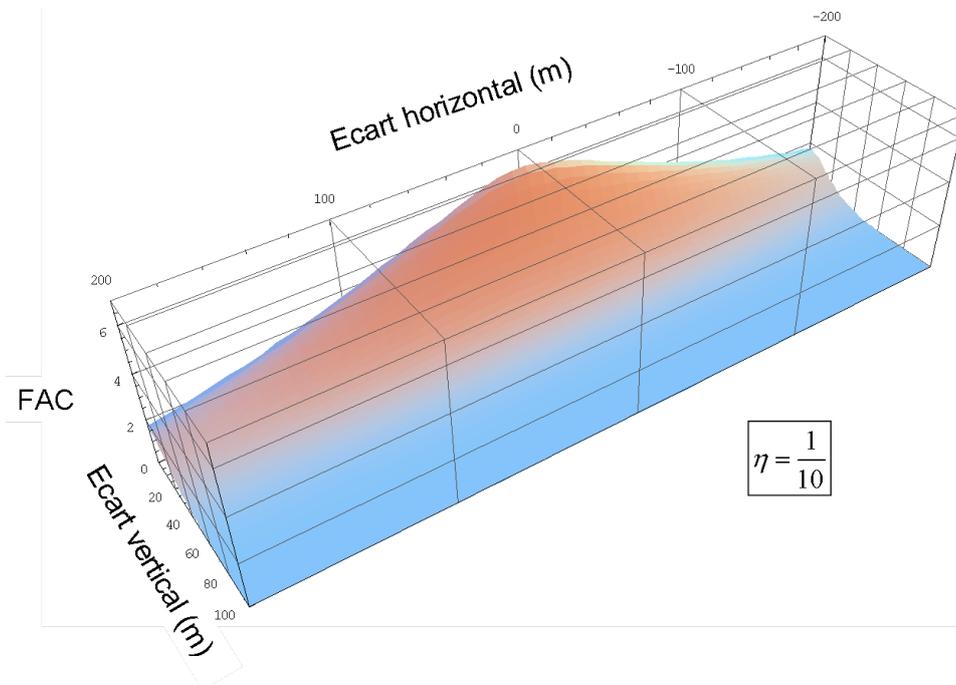


Figure 83 : Représentation 3-D de la FAC de Gurvich en fonction de  $\Delta z$  et de  $\Delta h = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  pour une pente  $p = 5$  et une anisotropie  $\eta$  égale à 1/10.

La Figure 83 est une représentation 3-D de cette fonction pour  $\eta = 1/10$  et la Figure 84 représente les iso-contours du spectre pour une anisotropie  $\eta$  de 1/10. Les graphes sont toujours tracés en échelle orthonormée. Nous n'avons pas représenté le cas  $\eta = 1/200$  car le rendu visuel est très mauvais, du fait de l'étirement extrême de profil.

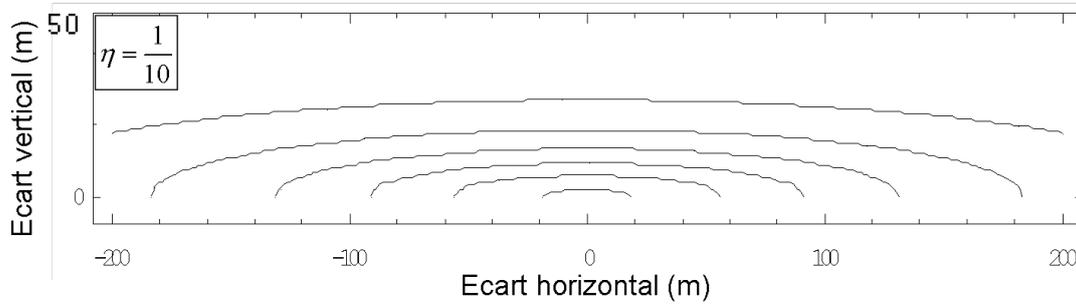


Figure 84 : Iso-contours de la FAC 3-D de Gurvich avec  $\Delta z$  sur l'axe vertical et  $\Delta h = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  sur l'axe horizontal. A gauche, l'anisotropie  $\eta$  est de 1/10.

Bien que le modèle de Gurvich ne soit pas aussi représentatif des ondes de gravité que le modèle de Sidi, il a l'avantage de proposer une FAC analytique. Il fait donc partie des modèles que nous utiliserons pour le calcul de la FAC de la luminance.

## 4.5 Compromis entre représentativité et intégrabilité du spectre

Partant du spectre de Gurvich dont on sait calculer analytiquement la FAC associée, nous avons cherché à construire un modèle plus proche du spectre de Sidi mais permettant toutefois de réduire notre problème 3-D à un problème 1-D. Parmi les trois modèles que nous avons testés, nous verrons qu'aucun n'a abouti à une solution analytique. Nous discuterons alors des solutions proposées au paragraphe 4.7.

### 4.5.1 Premier modèle

Soit le spectre 3-D tel que :

$$DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) = c_0 \frac{|k_z|}{(k_a^2 + k_x^2 + k_y^2 + \eta^2 k_z^2)^{p/2}} \quad (4.17)$$

La Figure 85 illustre les iso-contours du spectre (4.17) dans les cas  $\eta = 1/10$  et  $\eta = 1/200$ . En tenant compte de l'isotropie sur le plan horizontal, il est possible d'intégrer ce modèle suivant un des axes horizontaux :

$$F^{(2)}(k_x, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) dk_y = c_0 \sqrt{\pi} \frac{\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \frac{|k_z|}{(k_c^2 + k_x^2 + \eta^2 k_z^2)^{(p-1)/2}} \quad (4.18)$$

On définit alors la FAC comme suit :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta h, 0, \Delta z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\Delta h k_x + \Delta z k_z)} F^{(2)}(k_x, k_z) dk_x dk_z \quad (4.19)$$

avec  $\Delta h^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$ . Bien que la TF 2-D n'ait pas de solution analytique évidente, il est possible de calculer la TF de (4.18) suivant  $k_x$  :

$$\tilde{F}^{(2)}(\Delta h, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\Delta h k_x} F^{(2)}(k_x, k_z) dk_x \quad (4.20)$$

$$\tilde{F}^{(2)}(\Delta h, k_z) = c_0 \frac{\left(\frac{\Delta h}{2}\right)^{\frac{p}{2}-1}}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \frac{|k_z|}{(k_c^2 + \eta^2 k_z^2)^{(p-2)/4}} K_{1-\frac{p}{2}}\left(\Delta h \sqrt{k_c^2 + \eta^2 k_z^2}\right)$$

En combinant (4.19) et (4.20), on peut alors écrire la FAC comme suit :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta h, 0, \Delta z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\Delta z k_z} \tilde{F}^{(2)}(\Delta h, k_z) dk_z \quad (4.21)$$

On revient à une TF 1-D inverse pour laquelle il n'y a pas de solution analytique.

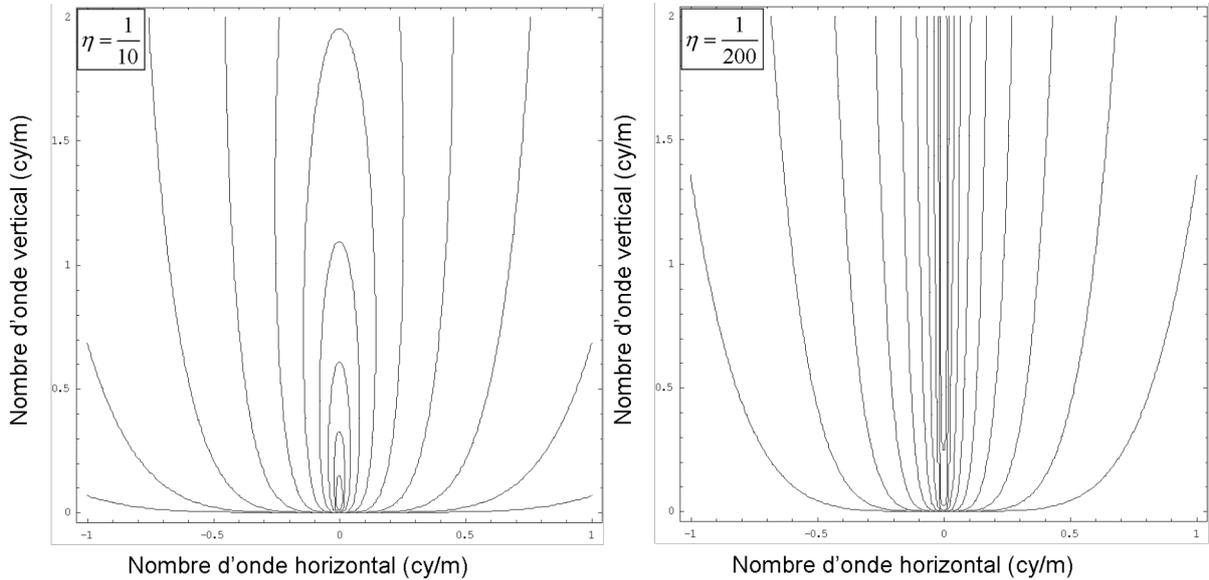


Figure 85 : Iso-contours du spectre 3-D de (4.17) avec  $k_z$  sur l'axe vertical et  $k_h = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  sur l'axe horizontal. A gauche, l'anisotropie  $\eta$  est de 1/10 et à droite, de 1/200.

#### 4.5.2 Deuxième modèle

Soit le spectre suivant :

$$DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) = c_0 \frac{k_x^2 + k_y^2}{(k_c^2 + k_x^2 + k_y^2 + \eta^2 k_z^2)^{p/2}} \quad (4.22)$$

La Figure 86 illustre les iso-contours du spectre (4.22) dans les cas  $\eta = 1/10$  et  $\eta = 1/200$ . En tenant compte de l'isotropie sur le plan horizontal, il est également possible d'intégrer ce modèle suivant un des axes horizontaux :

$$F^{(2)}(k_x, k_z) = c_0 \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{p-3}{2}\right) (k_c^2 + (p-2)k_x^2 + \eta^2 k_z^2)}{2 \Gamma\left(\frac{p}{2}\right) (k_c^2 + k_x^2 + \eta^2 k_z^2)^{(p-1)/2}} \quad (4.23)$$

La TF 1-D inverse de  $F^{(2)}$  suivant  $k_x$  existe mais la complexité de la fonction  $\tilde{F}^{(2)}(\Delta h, k_z)$  qui en découle ne permet pas le calcul de sa TF 1-D inverse suivant  $k_z$ . Le calcul de la FAC  $\Gamma^{(3)}$  par MATHEMATICA ne semble pas donner de solution.

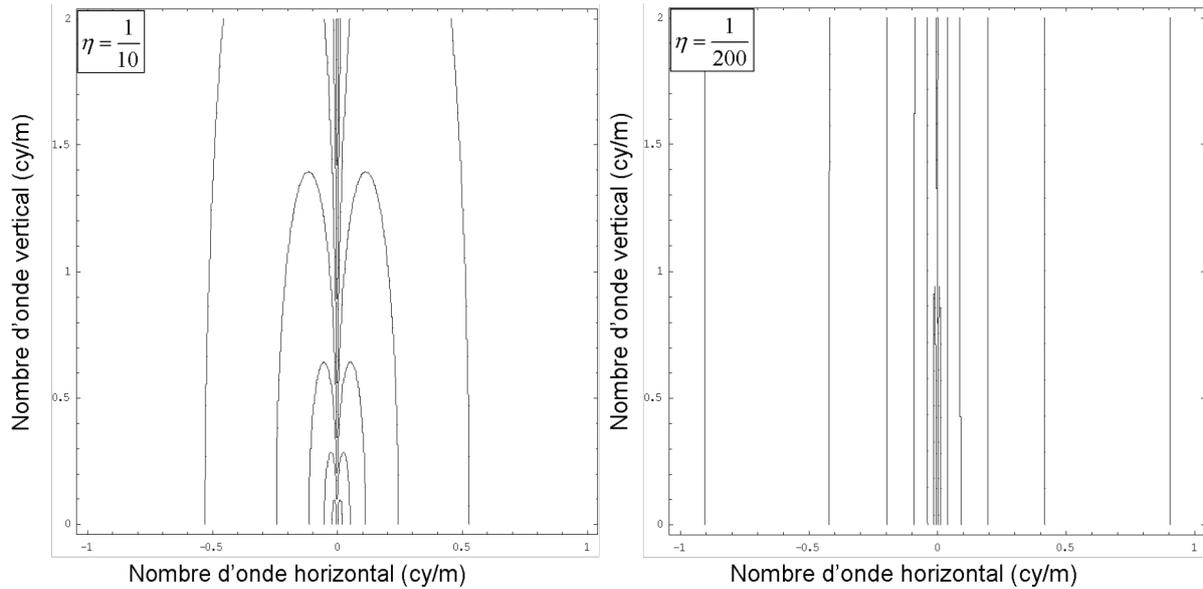


Figure 86 : Iso-contours du spectre 3-D de (4.22) avec  $k_z$  sur l'axe vertical et  $k_h = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  sur l'axe horizontal. A gauche, l'anisotropie  $\eta$  est de 1/10 et à droite, de 1/200.

#### 4.5.3 Modèle combiné

Soit le spectre suivant :

$$DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) = c_0 \frac{|k_z| (k_x^2 + k_y^2)}{(k_c^2 + k_x^2 + k_y^2 + \eta^2 k_z^2)^{p/2}} \quad (4.24)$$

La Figure 87 illustre les iso-contours du spectre (4.24) dans les cas  $\eta = 1/10$  et  $\eta = 1/200$ . On remarque que ce modèle fait apparaître le puits central caractéristique du modèle de Sidi. En tenant compte de l'isotropie sur le plan horizontal, il est possible d'intégrer ce modèle suivant un des axes horizontaux :

$$F^{(2)}(k_x, k_z) = c_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{p-3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \frac{(k_c^2 + (p-2)k_x^2 + \eta^2 k_z^2)}{(k_c^2 + k_x^2 + \eta^2 k_z^2)^{(p-1)/2}} \quad (4.25)$$

Le problème est alors le même que celui du deuxième modèle :  $F^{(2)}$  admet une TF 1-D inverse suivant  $k_x$  mais MATHEMATICA ne trouve pas de solution lors du calcul de TF 1-D inverse de  $\tilde{F}^{(2)}(\Delta h, k_z)$  suivant  $k_z$ .

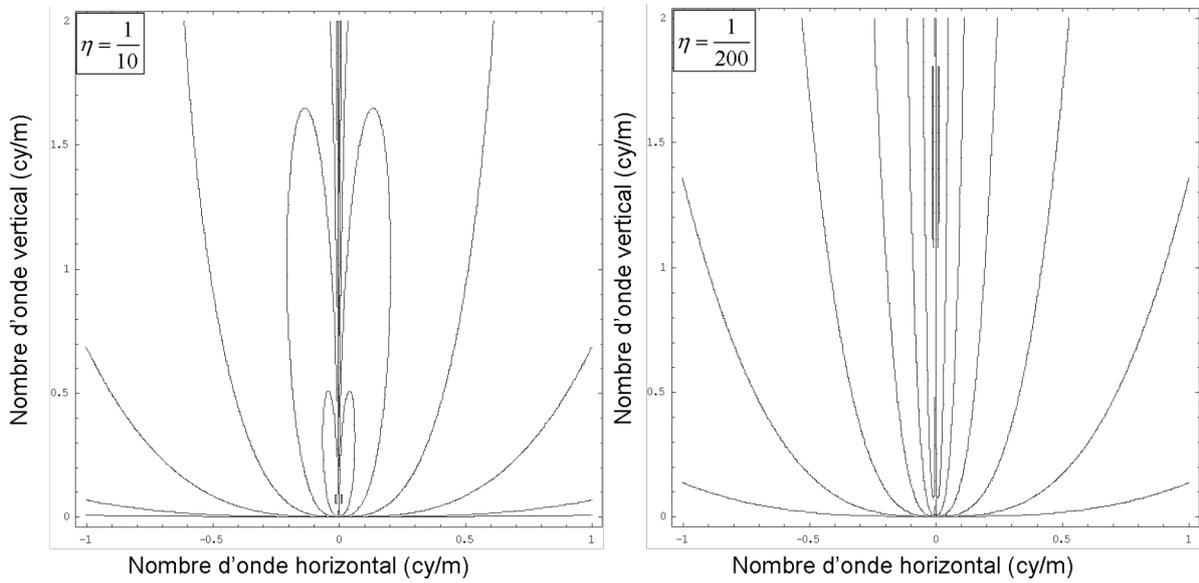


Figure 87 : Iso-contours du spectre 3-D de (4.24) avec  $k_z$  sur l'axe vertical et  $k_h = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  sur l'axe horizontal. À gauche, l'anisotropie  $\eta$  est de 1/10 et à droite, de 1/200.

## 4.6 Modèle de SAMM-2

### 4.6.1 Présentation du modèle

Le modèle spectral utilisé par le code américain SAMM-2 suppose que le spectre de température est séparable en une composante horizontale et en une composante verticale [Brown 2002], tel que :

$$DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) = \frac{DSP^{(2)}(k_x, k_x) DSP^{(1)}(k_z)}{\sigma_T^2} \quad (4.26)$$

Pour chaque composante, un modèle en loi de puissance est utilisé :

$$\begin{cases} DSP^{(1)}(k_z) = c_z L_z \sigma_T^2 \left(1 + L_z^2 k_z^2\right)^{-(p_z+1/2)} \\ DSP^{(2)}(k_x, k_y) = c_h L_h^2 \sigma_T^2 \left(1 + L_h^2 (k_x^2 + k_y^2)\right)^{-(p_h+1)} \end{cases} \quad (4.27)$$

$c_z$  et  $c_h$  sont des constantes de normalisation.  $L_z$  et  $L_h^2 = L_x^2 + L_y^2$  sont les longueurs de corrélation verticale et horizontale de la température.

La FAC de la température se présente donc de la manière suivante :

$$\Gamma^{(3)}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \frac{\Gamma^{(2)}(\Delta x, \Delta y) \Gamma^{(1)}(\Delta z)}{\sigma_T^2} \quad (4.28)$$

La composante horizontale et la composante verticale de cette FAC 3-D sont alors définies comme suit :

$$\begin{cases} \Gamma^{(1)}(\Delta z) = \frac{c_z}{2^{p_z - \frac{1}{2}} \Gamma\left(p_z + \frac{1}{2}\right)} \sigma_T^2 \left(\frac{\Delta z}{L_z}\right)^{p_z} \mathbf{K}_{p_z}\left(\frac{\Delta z}{L_z}\right) \\ \Gamma^{(2)}(\Delta x, \Delta y) = \frac{c_h \sqrt{\pi}}{2^{p_h - \frac{1}{2}} \Gamma(p_h + 1)} \sigma_T^2 \left(\frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{L_h}\right)^{p_h} \mathbf{K}_{p_h}\left(\frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{L_h}\right) \end{cases} \quad (4.29)$$

avec

$$\begin{cases} c_z = \frac{2^{p_z - \frac{1}{2}} \Gamma\left(p_z + \frac{1}{2}\right)}{\lim_{x \rightarrow 0} x^{p_z} \mathbf{K}_{p_z}(x)} \\ c_h = \frac{2^{p_h - \frac{1}{2}} \Gamma(p_h + 1)}{\sqrt{\pi} \lim_{x \rightarrow 0} x^{p_h} \mathbf{K}_{p_h}(x)} \end{cases} \quad (4.30)$$

$\mathbf{K}_{p_z}$  et  $\mathbf{K}_{p_h}$  sont des fonctions de Bessel modifiées de deuxième espèce d'ordre  $p_z$  et  $p_h$ , respectivement.

Dans le cas de sondes de gravité, les pentes verticale et horizontale prennent les valeurs respectives suivantes :

$$\begin{cases} p_z = 1 \\ p_h = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Alors, (4.27) s'écrit :

$$\begin{cases} DSP^{(1)}(k_z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} L_z \sigma_T^2 (1 + L_z^2 k_z^2)^{-3/2} \\ DSP^{(2)}(k_x, k_y) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} L_h^2 \sigma_T^2 (1 + L_h^2 (k_x^2 + k_y^2))^{-4/3} \end{cases} \quad (4.31)$$

et (4.29) devient :

$$\begin{cases} \Gamma^{(1)}(\Delta z) = \frac{1}{\pi} \sigma_T^2 \frac{\Delta z}{L_z} K_1\left(\frac{\Delta z}{L_z}\right) \\ \Gamma^{(2)}(\Delta x, \Delta y) = \frac{1}{3} \frac{1}{2^{1/3} \Gamma\left(\frac{4}{3}\right)} \sigma_T^2 \left(\frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{L_h}\right)^{1/3} K_{1/3}\left(\frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{L_h}\right) \end{cases} \quad (4.32)$$

En réécrivant (4.26) avec (4.31) et en posant l'anisotropie  $\eta = L_z/L_h$  et l'échelle de coupure  $k_c = 1/L_h$ , alors la DSP 3-D de SAMM-2, peut s'exprimer comme suit :

$$DSP^{(3)}(k_x, k_y, k_z) = \frac{\eta}{3} k_c^{8/3} \sigma_T^2 (k_c^2 + k_x^2 + k_y^2)^{-4/3} (k_c^2 + \eta^2 k_z^2)^{-3/2} \quad (4.33)$$

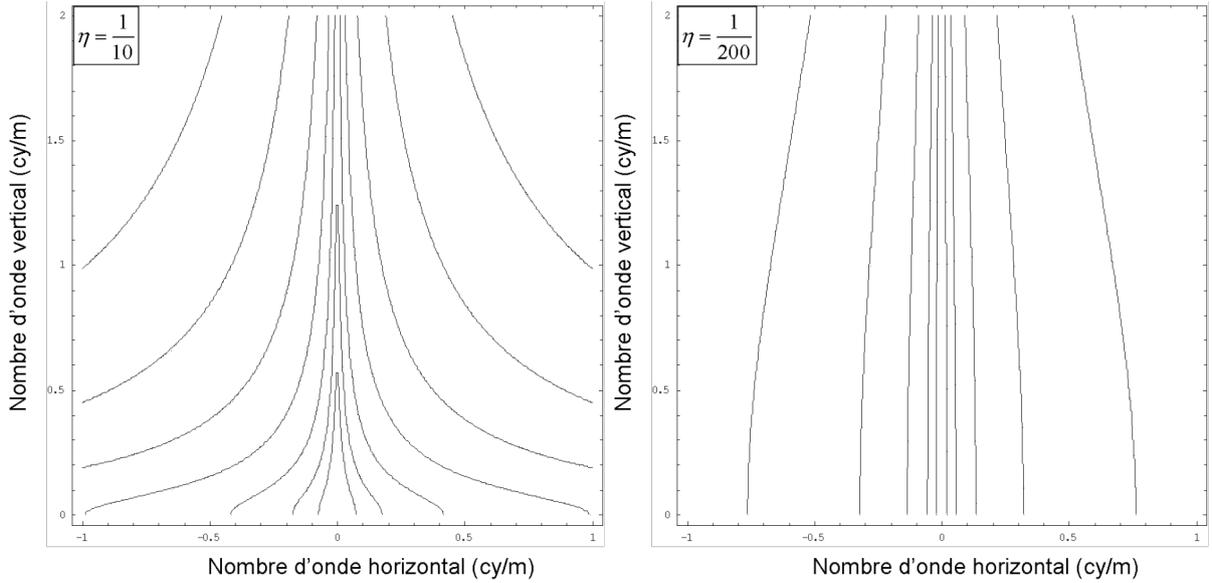


Figure 88: Iso-contours du spectre 3-D de SAMM-2 avec  $k_z$  sur l'axe vertical et  $k_h = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  sur l'axe horizontal. A gauche, l'anisotropie  $\eta$  est de 1/10 et à droite, de 1/200.

De la même manière, en réécrivant (4.28) avec (4.32), la FAC 3-D de SAMM-2 devient :

$$\Gamma^3(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \frac{1}{3\pi} \frac{1}{2^{1/3} \Gamma\left(\frac{4}{3}\right)} \sigma_T^2 \left(k_c \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}\right)^{1/3} \frac{k_c \Delta z}{\eta} K_{1/3}\left(k_c \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}\right) K_1\left(\frac{k_c \Delta z}{\eta}\right) \quad (4.34)$$

La Figure 88 représente les iso-contours du spectre de SAMM-2 dans les cas  $\eta = 1/10$  (à gauche) et  $\eta = 1/200$  (à droite). Notons encore une fois l'aspect très différent du spectre comparé au modèle de Sidi ou encore au modèle de Gurvich. La Figure 89 représente les iso-contours de FAC de SAMM-2 dans le cas  $\eta = 1/10$  uniquement (la FAC pour  $\eta = 1/200$  est trop aplatie pour que sa visualisation ait un intérêt). On ne représente sur cette figure que les  $\Delta h = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} > 0$ .

Tout comme le modèle de Gurvich, ce modèle sera proposé dans notre modèle de calcul de la FAC de la luminance

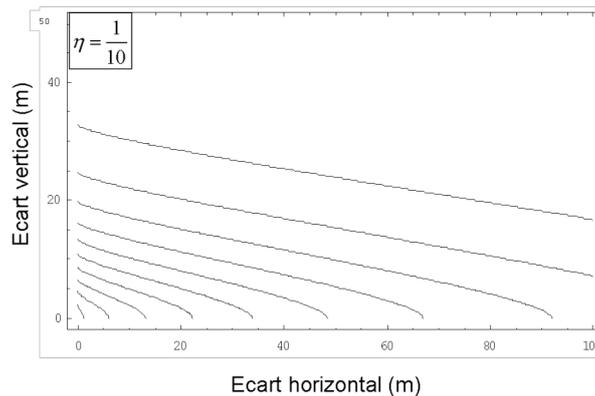


Figure 89: Iso-contours de la FAC 3-D de SAMM-2 avec  $\Delta z$  sur l'axe vertical et  $\Delta h = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  sur l'axe horizontal. L'anisotropie  $\eta$  est de 1/10.

#### 4.7 Méthode de fittage et reconstruction du spectre : tests

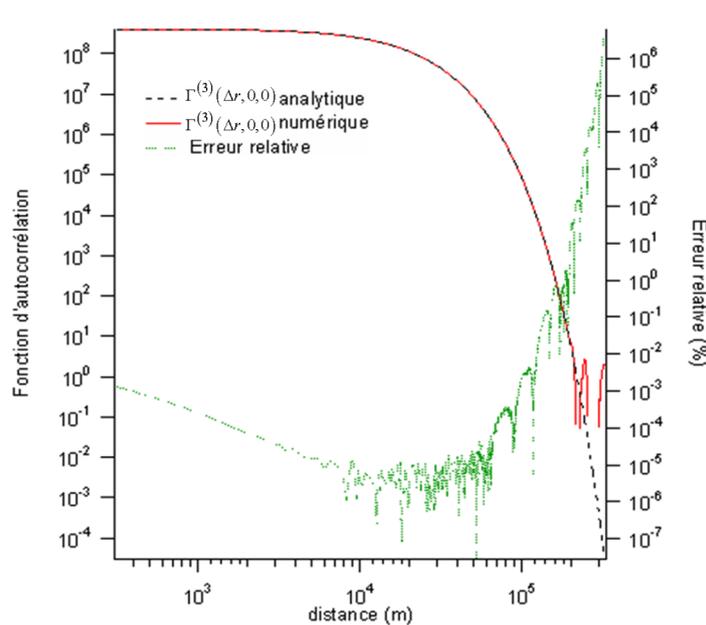
Nous venons de voir qu'une résolution analytique n'est pas toujours possible dans les cas plus complexes et réalistes comme le modèle de Sidi. Dans ce cas-là, la FAC doit être calculée numériquement par TF inverse du spectre. Si le spectre 3-D est isotrope (ou pseudo-isotrope grâce à des propriétés d'échelle appropriées) et s'il est intégrable suivant deux de ces variables, on peut appliquer le cas défini en (4.2) et se ramener à une TF inverse 1-D. L'idée est alors de fitter le résultat par une fonction analytique afin de se ramener à une solution analytique approchée de la FAC numérique. Si cette fonction de fittage existe, il est alors nécessaire de vérifier que sa TF directe (analytique et/ou numérique) donne un spectre le plus fidèle possible au spectre initial. Notons que ce raisonnement est également valable en 2-D, c'est-à-dire dans les cas où l'on ne peut se ramener qu'à une TF inverse 2-D. Ce chapitre est consacré tout d'abord à la validation du calcul numérique de la FAC (par TF inverse 1-D) puis à la validation des méthodes de fittage. Nous prendrons comme cas test le modèle de Gurvich : nous pourrons alors comparer la solution numérique à la solution analytique existante.

#### 4.7.1 Comparaison solution analytique/solution numérique

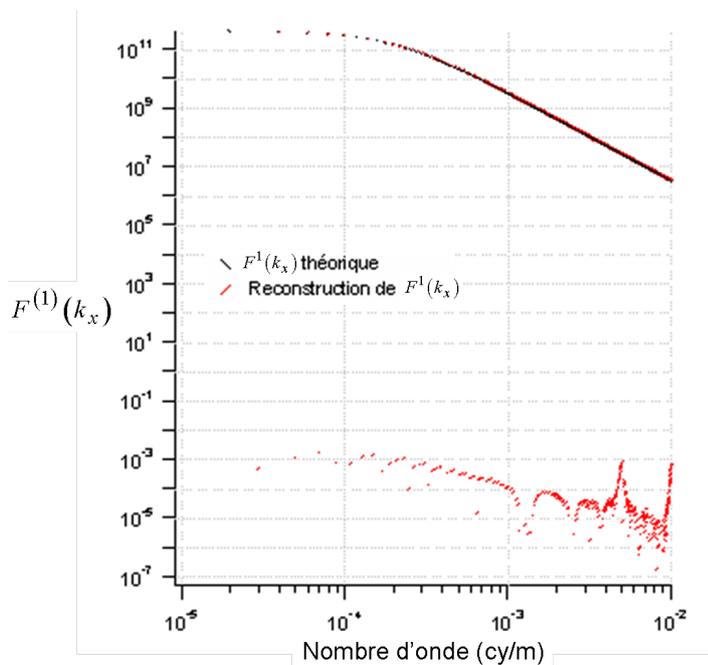
On souhaite vérifier dans un premier temps que la FAC analytique décrite en (4.16) et celle obtenue numériquement grâce à (4.15) sont concordantes. Concrètement, la solution numérique est obtenue en appliquant une transformée de Fourier rapide (FFT) de la fonction  $F^{(1)}(k_x)$  construite sur un intervalle spectral  $[k_{x\min}, k_{x\max}]$ . La Figure 90a compare les FAC  $\Gamma^{(3)}(\Delta r, 0, 0)$  analytique (en pointillés noirs) et numérique (en rouge) obtenues à partir du spectre isotrope 3-D défini en (4.15). On constate grâce à la représentation Log-Log que la solution numérique est limitée par l'erreur de précision des variables (définies en double précision) : c'est le bruit observé aux très faibles amplitudes. Le résultat numérique n'est donc pas représentatif de la FAC analytique aux distances élevées. En revanche, l'erreur relative entre ces deux solutions (illustrée en vert sur la Figure 90a) ne dépasse pas 1% en dehors de cette région bruitée. Par ailleurs, en calculant cette fois-ci la TF directe de la FAC numérique (en rouge sur la Figure 90a), on reconstruit le spectre 1-D  $F^{(1)}(k_x)$ . Si on regarde la Figure 90b qui compare le spectre théorique (en noir) et sa reconstruction par TF (en rouge), on vérifie bien que ces deux spectres sont parfaitement concordants. Notons que les points rouges en bas de la Figure 90b correspondent à la partie imaginaire du spectre reconstruit : ces valeurs sont résiduelles, on peut donc considérer le spectre reconstruit comme une fonction réelle.

#### 4.7.2 Fittage de la fonction d'autocorrélation numérique

Plusieurs fonctions ont été testées pour fitter au mieux la FAC numérique calculée à partir de (4.15). Entre autres, les fonctions exponentielle, double exponentielle et loi de puissance ont donné des résultats décevants. En revanche, une fonction de type  $A(x) = (c_0x + c_1)e^{-c_2x}$  a permis d'obtenir un fit assez proche de la FAC numérique. La Figure 91 récapitule les différentes étapes présentées précédemment dans ce paragraphe 4.7. Premièrement, on part d'un spectre  $F^{(1)}(k_x)$  défini en (4.15) (en noir sur la Figure 91b) dont on connaît la FAC associée (en trait noir interrompu sur la Figure 91a). On calcule la FFT inverse de  $F^{(1)}(k_x)$  pour obtenir une FAC numérique illustrée en trait rouge sur la Figure 91a. Ensuite, on fitte cette dernière par une fonction  $A$  définie ci-dessus : c'est la courbe bleue de la Figure 91a. Enfin, on calcule la FFT directe de la fonction  $A$  afin de reconstruire le spectre  $F^{(1)}(k_x)$  : on représente cette reconstruction en bleu sur la Figure 91b. On constate tout d'abord que le fittage engendre une erreur relative par rapport à la solution analytique pouvant atteindre 90% aux grandes distances : cette erreur est illustrée en vert sur la Figure 91a. Cette erreur, après reconstruction du spectre, se répercute sur la pente : on peut vérifier sur la Figure 91b que la pente passe d'une valeur théorique de -3 à une valeur après reconstruction de -2 environ.

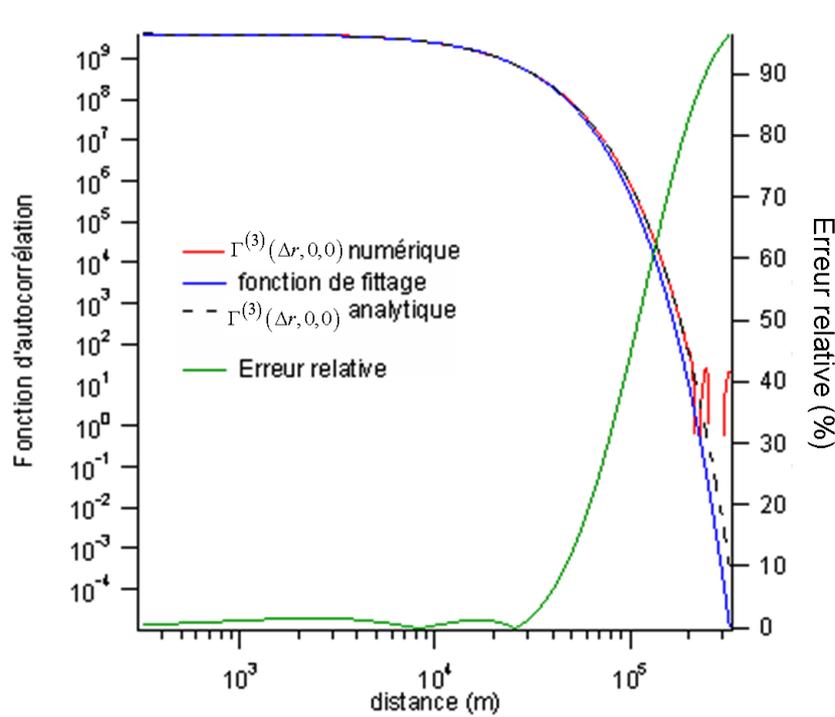


(a)

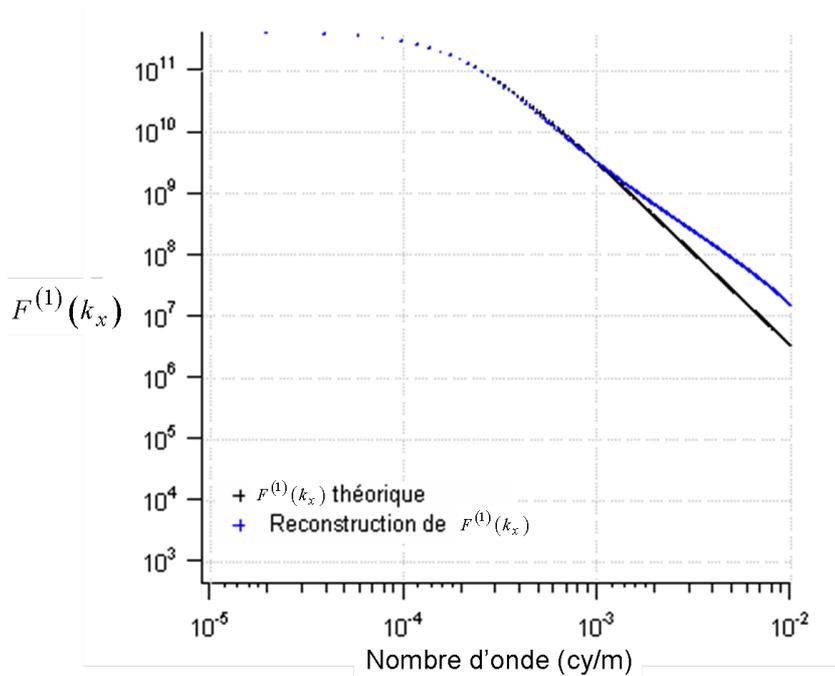


(b)

Figure 90 : (a) Sur l'axe vertical gauche, fonction d'autocorrélation analytique (en pointillés noirs) et celle obtenue par TF inverse (en rouge) en Log-Log. Paramètres utilisés :  $k_c=10^{-4} \text{ m}^{-1}$ ,  $p=5$ ,  $\eta=1$ . Sur l'axe vertical droit, erreur relative entre les deux courbes exprimée en %. (b) en noir, le spectre 1-D  $F^{(1)}(k_x)$  théorique et en rouge le spectre reconstruit à partir de la fonction d'autocorrélation numérique (en rouge sur le graphe a).



(a)



(b)

Figure 91 : (a) En rouge, fonction d'autocorrélation numérique et en bleu, fitage par une fonction de type A et en noir, fonction d'autocorrélation analytique (axe vertical gauche) ; en vert, erreur relative en % entre la fonction d'autocorrélation analytique et la fonction de fitage (axe vertical droit). (b) en noir, le spectre 1-D  $F^{(1)}(k_x)$  théorique et en bleu le spectre reconstruit.

#### 4.7.3 Discussion

L'idée d'une fonction de fittage est donc peu satisfaisante car elle ne permet pas de conserver les propriétés essentielles du spectre en loi de puissance. On peut penser que ces résultats peuvent être pire dans le cas de modèles plus complexes dont les FAC numériques sont plus difficiles à fitter. Ainsi, si l'on veut modéliser une FAC à partir d'un spectre complexe, la seule solution est de stocker ses valeurs numériques dans une table qui servira de grille d'interpolation lors du calcul de la FAC des fluctuations de la luminance. Cette solution est une des perspectives de ce travail de thèse.

### 4.8 Modélisation spectrale de la vapeur d'eau : discussion

Si les ondes de gravité sont une cause des fluctuations de la fraction massique de la vapeur d'eau, elles ne sont en revanche pas la cause principale. En effet, les phénomènes d'intrusion d'air perturbent fortement la distribution spatiale de la vapeur d'eau dans la stratosphère, du moins aux échelles inférieures à quelques kilomètres. Nous avons montré par ailleurs que ces intrusions tendent à décorrélérer les fluctuations de la température de celles de la vapeur d'eau aux échelles spatiales inférieures au kilomètre. Ainsi, on ne peut traiter les fluctuations de la fraction massique de la vapeur d'eau comme celles de la température, sauf si on ne considère que les situations où seules les ondes de gravité sont à l'origine des fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau.

Le problème est double. Premièrement, nous ne savons pas de nos jours comment prendre en compte les perturbations induites par ces intrusions. Le spectre « présumé » de la vapeur d'eau en présence d'intrusions existe-t-il et a-t-il un sens physique ? En effet, les ondes de gravité baignent l'atmosphère dans sa globalité et peuvent être traitées comme un champ aléatoire d'ondes dont les sources sont suffisamment éloignées pour traiter le phénomène d'un point de vue spectral. A l'inverse, le phénomène d'intrusions montre un caractère beaucoup plus local, éparse et fortement dépendant de sa source. C'est une raison intuitive qui semble indiquer que les intrusions ne peuvent être décrites par une approche spectrale. Toutefois, notre méconnaissance du comportement aux petites échelles spatiales de la vapeur d'eau dans la stratosphère ne nous permet pas de l'affirmer aujourd'hui.

Deuxièmement, il existe peut-être d'autres sources de fluctuations de la vapeur d'eau dans la stratosphère encore méconnues de nos jours. Si tel est le cas, existe-t-il un spectre qui les décrit ou le problème posé est-il le même que pour celui des intrusions ?

Ce manque cruel d'informations et toutes ces interrogations laissent planer un doute sur la possibilité de modéliser spectralement les fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau stratosphérique aux échelles spatiales inférieures au kilomètre. Par conséquent, la seule représentation spectrale sensée des fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau que nous pouvons proposer aujourd'hui est celles des ondes de gravité. Ce choix est donc en contradiction avec l'hypothèse de décorrélation spatiale des fluctuations de la température et de celles de la vapeur d'eau que nous avons posée au Chapitre 2. Toutefois, il faut garder en tête que ce choix ne représente que la situation de fond du comportement

de la vapeur d'eau stratosphérique et que le modèle est appelé, à l'avenir, à prendre en compte les autres phénomènes à l'origine de leurs fluctuations. Le fait de considérer dès maintenant cette décorrélation permettra à l'avenir d'accueillir un modèle spectral de la vapeur d'eau (s'il en existe) autres que celui des ondes de gravité.

Par conséquent, nous avons choisi d'appliquer le modèle de Gurvich aux fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau. Le problème est que les paramètres du modèle de Gurvich ne peuvent pas complètement être ajustés aux caractéristiques de la vapeur d'eau stratosphérique. D'une part, nous ne connaissons pas le comportement vertical de l'écart-type  $\sigma_{H_2O}$  de la f.m. de la vapeur d'eau dans la stratosphère.

Par défaut, nous avons choisi d'appliquer un pourcentage  $q$  de la f.m. moyenne de la vapeur d'eau  $\bar{y}_{H_2O}$  (à partir du modèle atmosphérique US Standard) tel que :

$$\sigma_{H_2O}(z) = q \cdot \bar{y}_{H_2O}(z)$$

Ce choix impose donc que les fluctuations relatives de la f.m. de la vapeur d'eau ont la même amplitude à toutes les altitudes, ce qui est une hypothèse très rigide. On a en effet vu dans le Chapitre 1 que ces fluctuations relatives peuvent varier de quelques dixièmes de pourcents à quelques dizaines de pourcents en fonction de l'altitude.

D'autre part, nous ne connaissons pas non plus l'échelle de coupure  $k_c$  pour la vapeur d'eau donc par défaut, nous avons conservé celle utilisée pour la température.

## 4.9 Conclusion

En résumé, nous avons retenu, pour notre modélisation de la FAC de la luminance, deux modèles de FAC de la température : le modèle de Gurvich et le modèle de SAMM-2. En effet, bien que le modèle de Gurvich ne soit pas aussi représentatif des ondes de gravité que le modèle de Sidi, il a l'avantage de proposer une FAC analytique. Quant au modèle de SAMM-2, il nous permettra de comparer nos résultats à ceux du code américain SAMM-2, dans le chapitre consacré aux résultats de ce travail de thèse (Chapitre 6).

Nous souhaitons à l'avenir intégrer le modèle de Sidi par une méthode de tabulation afin de proposer un modèle plus réaliste des ondes de gravité.

Par ailleurs, nous ne pouvons actuellement modéliser les propriétés spectrales de la vapeur d'eau que si nous traitons les ondes de gravité seulement. C'est pourquoi nous avons également choisi le modèle de Gurvich pour les fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau. Nous espérons que des études futures permettront de mieux comprendre le comportement de la vapeur d'eau stratosphérique aux petites échelles spatiales et qu'un modèle spectral plus réaliste, s'il existe, pourra remplacer le modèle de Gurvich.

# Chapitre 5 Description du code FACLUM-2D

## 5.1 Introduction et description générale du code

Ce chapitre est consacré à la description et au fonctionnement du code de calcul FACLUM-2D (Fonction d'AutoCorrélation de la LUMinance 2-D) dont on a développé le modèle physique aux chapitres précédents. Le code FACLUM-2D calcule donc les statistiques des fluctuations de la luminance du fond de ciel observées par un capteur IR aéroporté. Le code est valide pour une ligne de visée dont l'altitude de départ est comprise entre 10 et 20 km d'altitude et son angle de visée entre -2 et +30 ° par rapport à l'horizon. L'altitude tangente minimale d'une ligne de visée est de 6 km. On suppose qu'il n'y a pas de nuage le long de la ligne de visée.

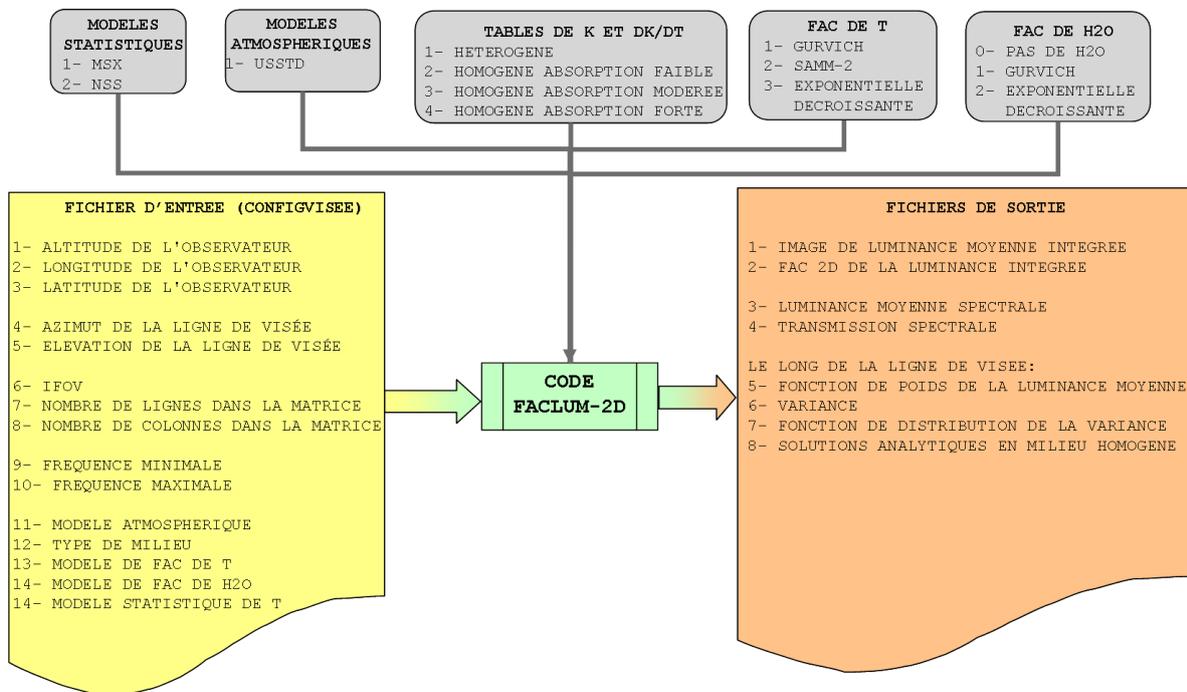


Figure 92 : Structure d'ensemble du code FACLUM-2D avec son fichier d'entrée (en jaune), ses fichiers de données et les différents modèles disponibles (en gris) et ses sorties (en orange).

La bande spectrale d'intégration est limitée à la bande IR thermique comprise entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ . La structure générale du code est représentée sur la Figure 92. L'ensemble se compose d'un fichier d'entrée *CONFIGISEE* lu par le programme principal *facfl2d.c*, permettant d'une part de faire appel à différents fichiers de données (données atmosphériques, tables raie par raie préalablement générées par le code RPR-IRT, écarts-type et longueurs de corrélation de la température) et d'autre part de sélectionner les divers modèles et paramètres choisis par l'utilisateur (type de la FAC de la

température et de FAC de la vapeur d'eau, type de calcul...). Construit de manière modulaire, le code permet d'accueillir de nouveaux modèles sans modifier l'algorithme. En sortie, le code fournit les grandeurs moyennes telles que la transmission et la luminance spectrale au pixel central, la luminance et sa fonction de poids en fonction de la distance au capteur le long de la ligne de visée centrale et l'image de la luminance moyenne sur la matrice capteur. Il calcule également les statistiques d'ordre supérieur comme la variance et sa fonction de distribution le long de la ligne de visée centrale, ainsi que la FAC 2-D de la luminance calculée sur la matrice du capteur.

Une description détaillée de la géométrie du code, de ses paramètres d'entrée, de ses sorties et de son algorithme se trouve dans la suite de ce chapitre.

## 5.2 Géométrie du problème

L'atmosphère est modélisée sous la forme d'une portion de grille sphérique. La modélisation de la grille néglige l'effet de la réfraction. Le lecteur trouvera dans l'Annexe G la justification de la non prise en compte de la réfraction.

La Figure 93 illustre la géométrie de visée dans le repère terrestre. On considère un capteur C repéré par son altitude  $z$  (sur la verticale locale rouge), sa longitude  $\theta$  et sa latitude  $\varphi$  dans le repère orthonormé terrestre  $(O, X, Y, Z)$  noté  $\mathcal{R}_T$ . Sa direction de visée au centre du champ de vision (la flèche verte) est donnée par son azimut  $\alpha$  et son élévation  $\varepsilon$  par rapport au plan horizontal local (plan gris). L'azimut est nul au nord et positif vers l'est.

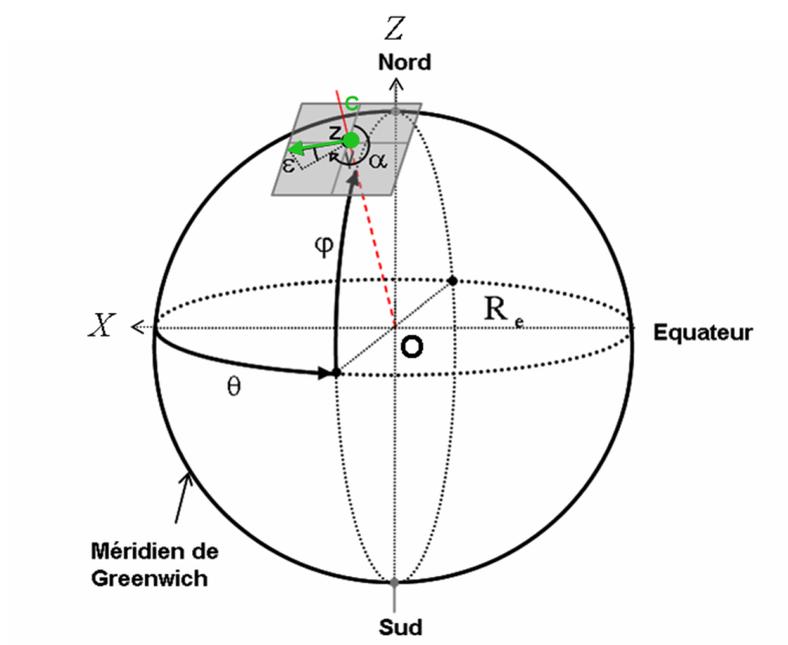


Figure 93 : Position du capteur dans le référentiel terrestre (altitude  $z$ , longitude  $\theta$  et latitude  $\varphi$ ) et direction de la ligne de visée (azimut  $\alpha$ , élévation  $\varepsilon$ ).

On définit le repère du capteur  $(C, X_c, Y_c, Z_c)$ , noté  $\mathfrak{R}_c$ , dont l'origine est la position du capteur C dans l'atmosphère (Figure 94). L'axe  $CZ_c$  est la verticale locale à C dans le repère terrestre. L'axe  $CX_c$  est la perpendiculaire à  $CZ_c$  passant par C dont l'azimut  $\alpha$  (dans le repère terrestre) est le même que celui de la direction de visée. L'axe  $CY_c$  est l'axe perpendiculaire aux deux autres, défini par la convention des repères orthonormés. Le champ de vision du capteur peut varier en élévation par rapport au plan  $(CX_c, CY_c)$  (Figure 95). En revanche, le repère est lié à l'azimut de la visée.

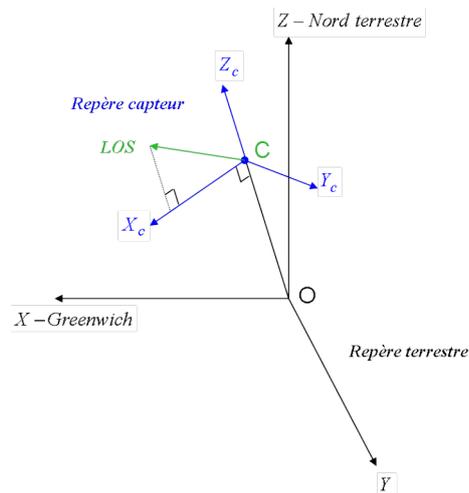


Figure 94 : Représentation du repère terrestre et du repère capteur.

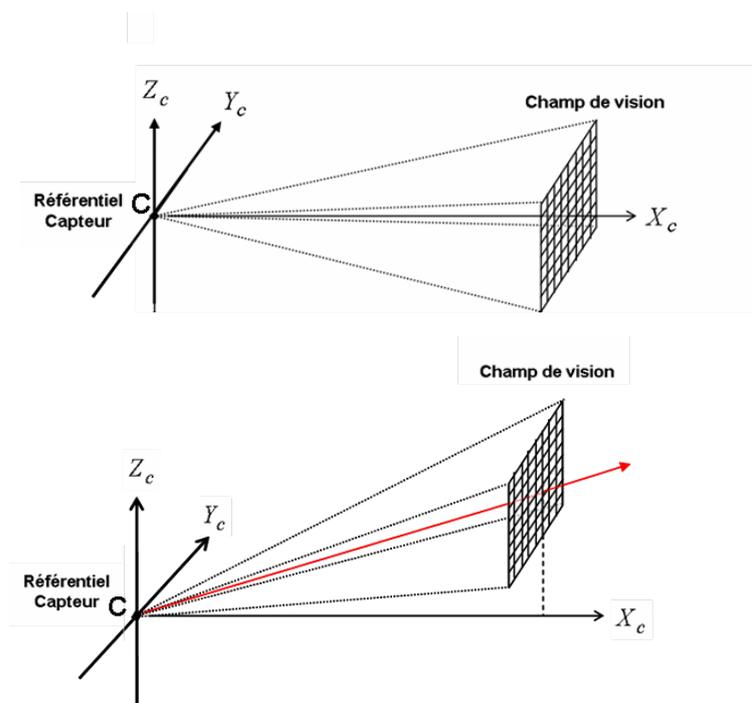


Figure 95 : Représentation du repère du capteur et de deux configurations différentes de son champ de vision. En haut, cas particulier pour lequel la ligne de visée centrale est horizontale donc confondue à l'axe  $CX_c$ . En bas, cas quelconque pour lequel la ligne de visée centrale n'est pas confondue à l'axe  $CX_c$ .

La grille atmosphérique n'est pas fixe sur la sphère terrestre mais suit le capteur. Le maillage de la grille est sphérique et défini selon des méridiens, des parallèles et des plans de rayon constant afin de travailler en coordonnées sphériques. Chaque nœud de la grille est alors défini par une altitude, une longitude et une latitude  $(z_g, \theta_g, \varphi_g)$ . Toutefois, si la grille suivait les vrais méridiens et parallèles de la Terre, lorsque le capteur (donc la grille) est près d'un pôle, nous rencontrerions un problème de convergence des méridiens en ce pôle et la grille aurait un maillage en toile d'araignée. Ce type de maillage est alors très difficile à traiter dans les calculs géométriques. D'autre part, nous avons vu au Chapitre 4 que les modèles de FAC de la température et de la f.m. de la vapeur d'eau sont définis en coordonnées cartésiennes. L'idée est alors de « plaquer » les modèles cartésiens sur la grille sphérique. IL faut donc premièrement que le maillage soit suffisamment fin pour que les cellules soient proches de parallélépipèdes. Deuxièmement, la sphéricité de la grille doit être la moins prononcée possible pour que le plaquage n'induisse pas d'erreur significative sur les amplitudes et les échelles des FAC. Or, c'est au voisinage de l'équateur que les cellules de la grille sont les moins déformées par la convergence des méridiens (voir Figure 96).

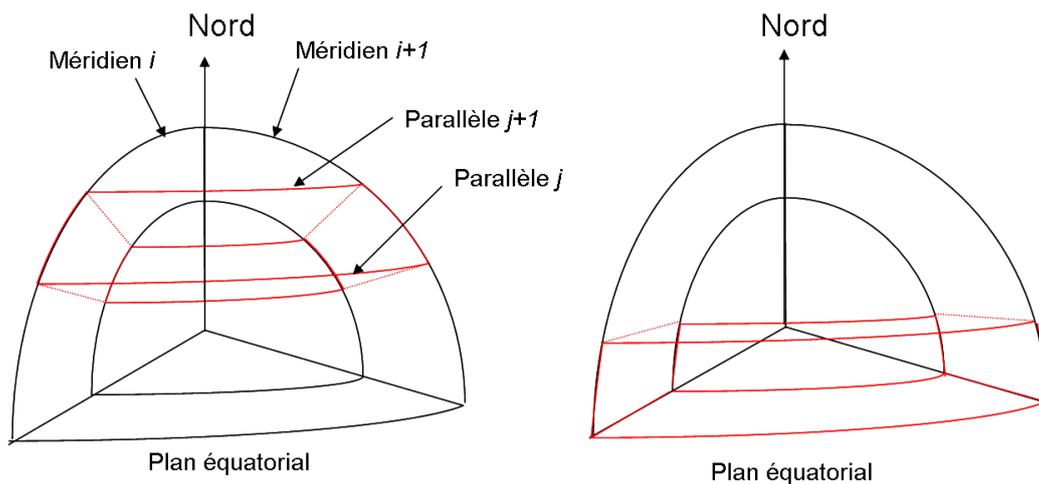


Figure 96 : Schéma d'une cellule (en rouge) délimitée par deux méridiens, deux parallèles et deux rayons donnés sur la sphère terrestre. A gauche, cellule aux latitudes élevées et à droite, cellule au niveau équatorial.

Nous voulons donc faire en sorte que la grille soit toujours définie au voisinage du plan équatorial. Pour que cela soit possible quelle que soit la position du capteur sur la sphère terrestre, nous faisons subir au repère terrestre une rotation telle que son axe  $OX$  soit toujours confondu avec l'axe vertical  $CX_c$  du capteur. Pour ne pas modifier le repère terrestre  $\mathfrak{R}_T$ , on redéfinit alors un repère lié à la grille,  $(O, X_g, Y_g, Z_g)$ , noté  $\mathfrak{R}_g$ , tel que  $OX_g$  passe par le centre de la Terre et le capteur C. Comme l'illustre la Figure 97, la direction de la ligne de visée nous permet de définir un plan pseudo-équatorial défini par le centre de la Terre et la direction de visée (le plan est en bleu ciel sur la figure).

A partir de là, on définit l'axe  $OZ_g$  comme l'axe perpendiculaire au plan pseudo-équatorial et  $OY_g$  l'axe transverse perpendiculaire aux deux autres axes dans le sens de la visée. On positionne alors des parallèles et des méridiens liés au repère de la grille, définissant ainsi la structure de la grille 3-D.

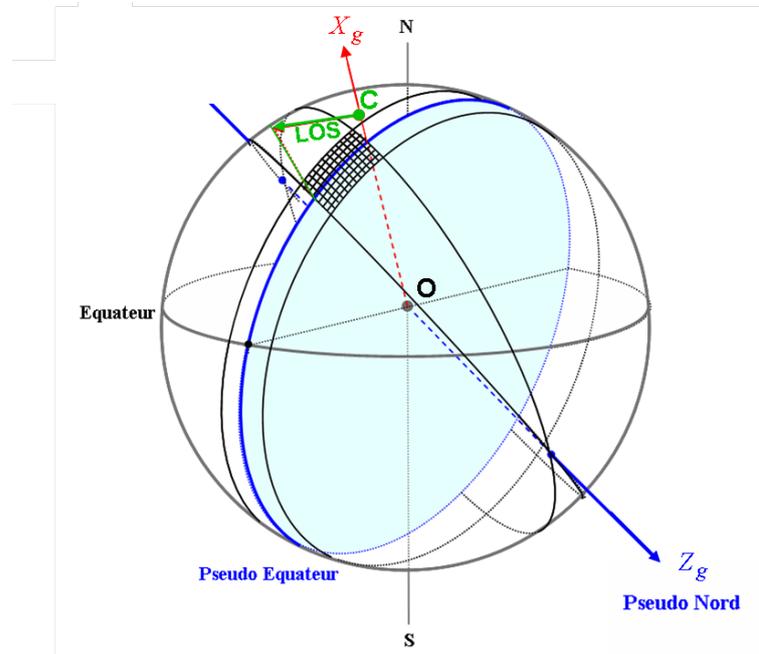


Figure 97 : Représentation de la sphère terrestre avec l'équateur, l'axe nord-sud et la position du capteur C (point vert). La flèche verte indique la direction de la ligne de visée principale du capteur. En bleu, représentation du pseudo équateur (cercle bleu sur la sphère) et de l'axe nord-sud correspondant. Le pseudo équateur est déterminé par l'intersection entre la surface terrestre et le plan défini par la ligne de visée principale (en vert) et le segment centre de la terre-capteur (en rouge). Les pseudo-méridiens et les pseudo-parallèles sont déduits à partir du pseudo-équateur et du pseudo-nord : ils forment la trame de la grille atmosphérique.

Nous avons choisi de projeter la ligne de visée sur un pseudo-parallèle (en l'occurrence le pseudo-équateur) et non pas sur un pseudo-méridien pour la raison suivante. D'une part, la grille est plus longue selon  $OX_g$  que selon  $OY_g$  car l'axe  $OX_g$  supporte une ligne de visée de plusieurs centaines de kilomètres alors que l'axe  $OY_g$  supporte le champ de vision du capteur, beaucoup plus petit. D'autre part, les cellules de la grille, délimitées par les méridiens et parallèles se compriment en direction des pôles du fait de la convergence des méridiens, ce qui déforme le maillage de la grille. Ainsi, pour que cet impact soit minimal, il faut que la grille s'étende un minimum le long des méridiens, il n'est donc pas judicieux d'orienter le côté le plus long de la grille (donc l'axe  $OY_g$ ) sur un méridien.

Le repère du capteur et le repère de la grille sont donc liés (Figure 98) puisque la verticale locale  $CZ_c$  du capteur correspond à l'axe  $OX_g$  du repère de la grille. Notons sur la Figure 98 que les axes  $OY_g$ ,  $CX_c$  et la ligne de visée centrale du capteur sont dans le plan  $(OX_g, OY_g)$  et les axes  $OZ_g$  et  $CY_c$  dans le plan  $(OX_g, OZ_g)$ .

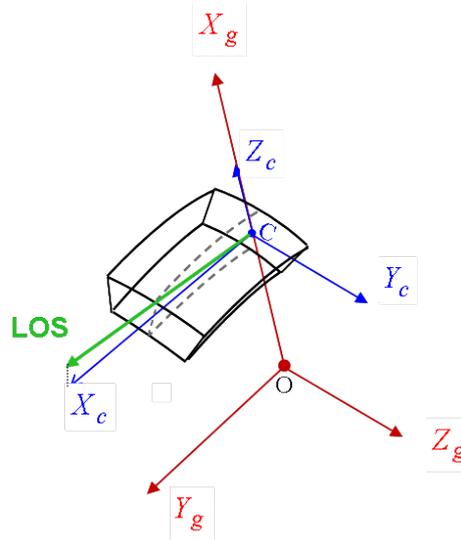


Figure 98 : Représentation du repère de la grille  $(O, X_g, Y_g, Z_g)$ , et du repère du capteur  $(C, X_c, Y_c, Z_c)$  et de la position de la grille dans cette géométrie.

Cette grille se présente donc sous la forme d'une portion de sphère (voir Figure 99). La grille est donc définie par son épaisseur  $L_z$ , sa longueur  $L_x(\varphi_g, z_g)$  et de sa largeur  $L_y(z_g)$ . La taille d'une cellule dépend donc du maillage sphérique  $\{\delta z, \delta \theta, \delta \varphi\}$ . Elle est donc définie par son épaisseur  $\ell_z$ , sa longueur  $\ell_x(\varphi_g, z_g)$  et de sa largeur  $\ell_y(z_g)$ . Une coupe transversale et longitudinale de la grille 3-D (Figure 100) permet de visualiser la géométrie de la grille.

La grille est définie entre 6 et 45 km d'altitude donc  $L_z=39$  km : ce choix a été justifié dans le paragraphe 1.3.2. Sa longueur doit être suffisamment grande pour que le rayonnement soit considéré comme négligeable au-delà : elle est fixée par défaut à  $L_x=1000$  km mais peut être modifiée si nécessaire (c'est un paramètre d'entrée). Elle s'adapte automatiquement en largeur pour contenir le champ de vision angulaire du capteur. La finesse du maillage est un paramètre d'entrée.

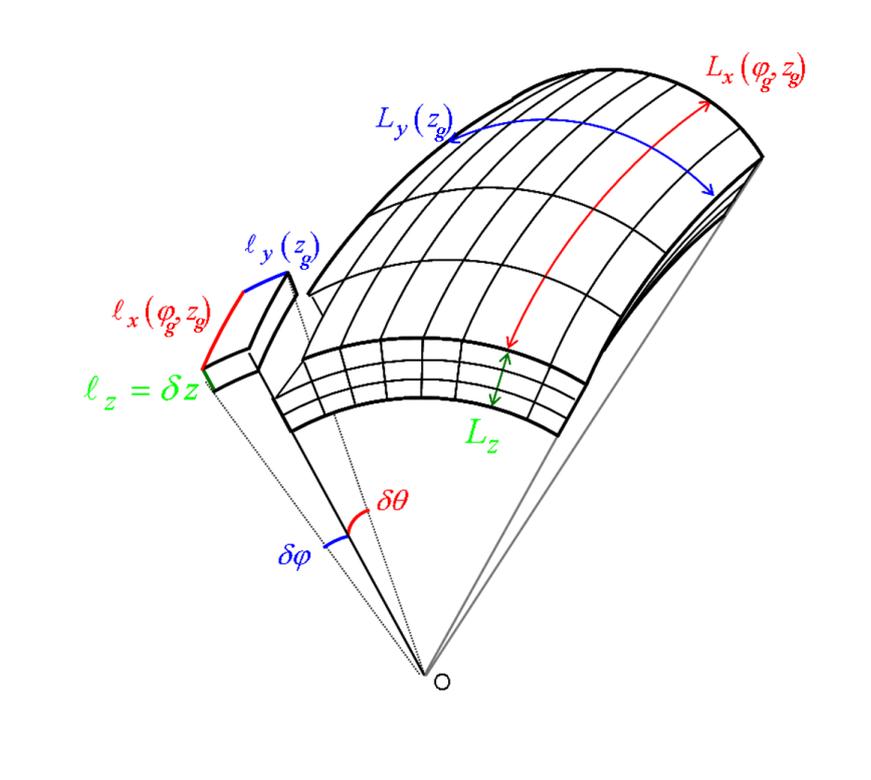


Figure 99 : Représentation 3-D de la grille atmosphérique et ses dimensions. Les coordonnées sont définies dans le repère de la grille  $(O, X_g, Y_g, Z_g)$ .

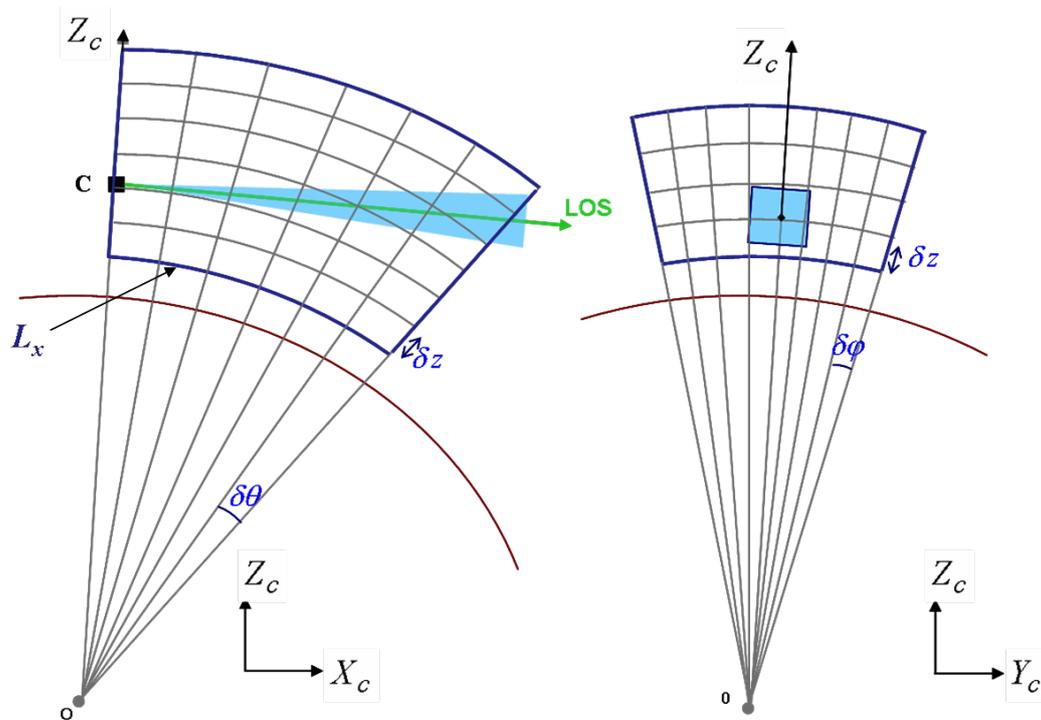


Figure 100 : Coupes de la grille atmosphérique suivant  $(X_c, Z_c)$ , à gauche, et  $(Y_c, Z_c)$ , à droite.

### 5.3 Paramètres d'entrée

Le fichier d'entrée *CONFIGVISEE* (Figure 101) contient les paramètres définissant les coordonnées sphériques de l'observateur dans le repère terrestre (ligne 1), la direction de la visée dans le repère terrestre (ligne 2), les caractéristiques du capteur (ligne 3), l'intervalle spectral (ligne 4) et les options diverses (ligne 5). Les paramètres d'entrée sont décrits dans le Tableau 4.

L'option T2 correspond au type de calcul souhaité. L'utilisateur peut choisir un calcul de la FAC de la luminance en milieu hétérogène mais aussi en milieu homogène s'il veut obtenir des solutions analytiques. Le modèle analytique utilisé est donc celui décrit au 2.4. Trois types de milieux homogènes sont proposés : un milieu faiblement absorbant ( $\bar{L}_k = 150000$  km), un milieu fortement absorbant ( $\bar{L}_k = 1$  km) et un milieu modérément absorbant ( $\bar{L}_k = 150$  km).

L'option T3 correspond au choix du modèle fournissant l'écart-type relatif et les longueurs de corrélation horizontale et verticale de la température en fonction de l'altitude. Le modèle NSS (Non Stationary Structure) [Strugala 1997] et le modèle MSX (Midcourse Space eXperiment) [O'Neil 1994, Picard 1998] ont été définis au paragraphe 1.2.4.

```

Ligne 1 15. 0. 0.
Ligne 2 0. 0.
Ligne 3 100. 300. 125 125
Ligne 4 1200. 2000.
Ligne 5 1 1 1 0 1

```

---

FORMAT DU FICHIER

---

```

O1 O2 O3
L1 L2
C1 C2 C3 C4
F1 F2
T1 T2 T3 T4 T5

```

Figure 101 : Fichier d'entrée *CONFIGVISEE*

Coordonnées sphériques de l'observateur dans le repère terrestre	
O1=OBSRTALT (km)	Altitude de l'observateur par rapport à la surface terrestre
O2=OBSRTLON (°)	Longitude de l'observateur dans le repère terrestre
O3=OBSRTLAT (°)	Latitude de l'observateur dans le repère terrestre

<b>Direction de la visée dans le repère terrestre</b>	
L1=LOSRTAZIM (°)	Azimut de la ligne de visée centrale dans le repère terrestre
L2=LOSRTELEV (°)	Elévation (par rapport à l'horizon) de la ligne de visée centrale dans le repère terrestre
<b>Caractéristiques du capteur</b>	
C1=IFOVROW (μrad)	Champ de vision élémentaire vertical (du pixel)
C2=IFOVCOL (μrad)	Champ de vision élémentaire horizontal (du pixel)
C3=NBROW	Nombre de lignes dans la matrice du capteur
C4=NBCOL	Nombre de colonnes dans la matrice du capteur
<b>Intervalle spectral</b>	
F1=FKINF (cm <sup>-1</sup> )	Borne inférieure de l'intervalle spectral d'intégration
F2=FKSUP (cm <sup>-1</sup> )	Borne supérieure de l'intervalle spectral d'intégration
<b>Options</b>	
T1=MODATM	Modèle atmosphérique T1=1 : US STANDARD 76
T2=TYPEMILIEU	Type de calcul T2=1 : hétérogène T2=2 : homogène, absorption faible T2=3 : homogène, absorption forte T2=4 : homogène, absorption modérée
T3=SPECTEMP	Modèle de FAC de la température T3=1 : modèle de Gurvich T3=2 : modèle exponentiel décroissant T3=3 : modèle de SAMM-2
T4=SPECH2O	Modèle de FAC de la vapeur d'eau T4=0 : pas de fluctuations de vapeur d'eau T4=1 : modèle de Gurvich T4=2 : modèle exponentiel décroissant
T5=MODSTAT	Modèle statistique de la température (lorsque T3=3) T5=1 : Modèle MSX T5=2 : Modèle NSS

Tableau 4 : Description des paramètres d'entrée du fichier CONFIGVISEE.

## 5.4 Sorties du code

### 5.4.1 Transmission et luminance spectrales

Le code FACLUM-2D calcule automatiquement le spectre de la transmission (Figure 102) et le spectre de la luminance moyenne (sans les fluctuations) en  $\text{W/m}^2/\text{sr}/\text{cm}^{-1}$  (Figure 103), calculés au pixel central et sur l'intervalle spectral choisi. La résolution spectrale est celle des tables raie par raie ( $10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ ). Les nombres d'onde sont donnés en  $\text{cm}^{-1}$ . Les spectres sont stockés dans le fichier *LUMSPEC* au format décrit dans le Tableau 5.

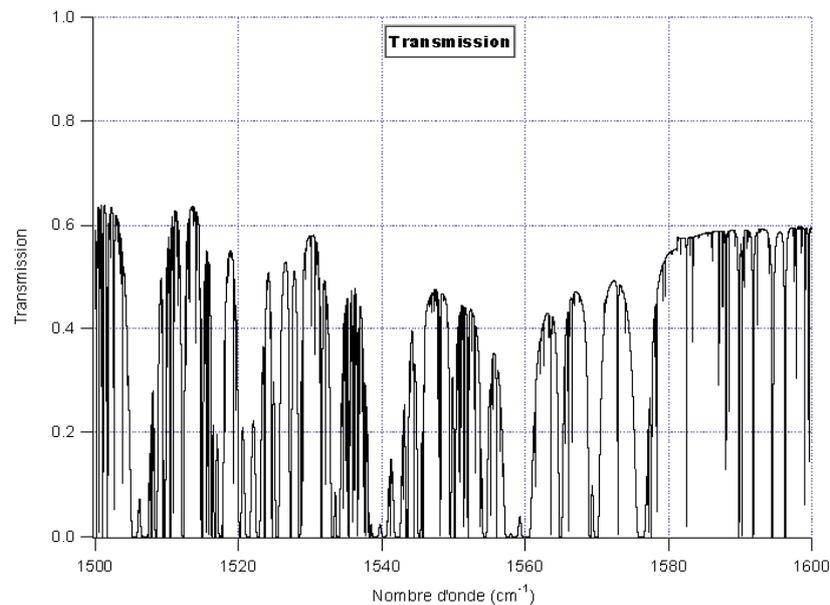


Figure 102 : Exemple d'un spectre de transmission calculé par FACLUM-2D.

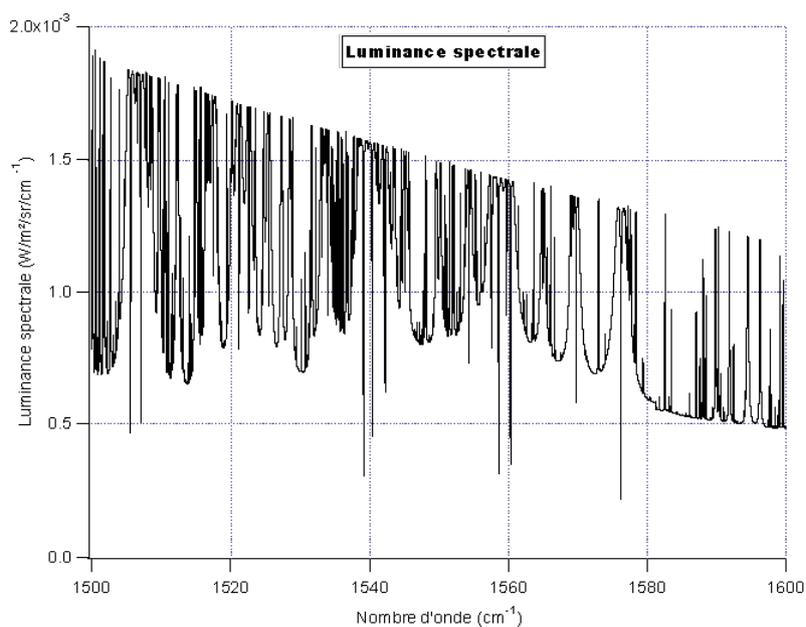


Figure 103 : Exemple d'un spectre de luminance calculé par FACLUM-2D.

Colonne 1	Colonne 2	Colonne 3
Nombre d'onde ( $\text{cm}^{-1}$ )	Luminance moyenne $\text{W/m}^2/\text{sr}/\text{cm}^{-1}$	Transmission

Tableau 5 : Format du fichier LUM\_SPEC.

#### 5.4.2 Luminance moyenne cumulée et sa fonction de poids

Le code FACLUM-2D calcule la luminance moyenne cumulée et intégrée sur la bande spectrale (Figure 104), en  $\text{W/m}^2/\text{sr}$ , ainsi que sa fonction de poids en  $\text{W/m}^2/\text{sr}/\text{km}$  (Figure 105) en fonction de la distance à l'observateur (en km), le long de la ligne de visée centrale (associée pixel central). On rappelle que la fonction de poids est la dérivée de la luminance par rapport à la distance le long de la ligne de visée. Les résultats sont stockés dans le fichier LOSSTAT. Le format du fichier LOSSTAT est décrit dans le Tableau 6.

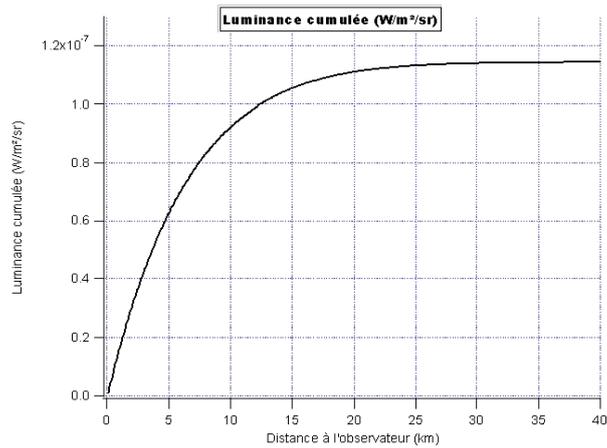


Figure 104 : Exemple de luminance moyenne, cumulée le long de la ligne de visée.

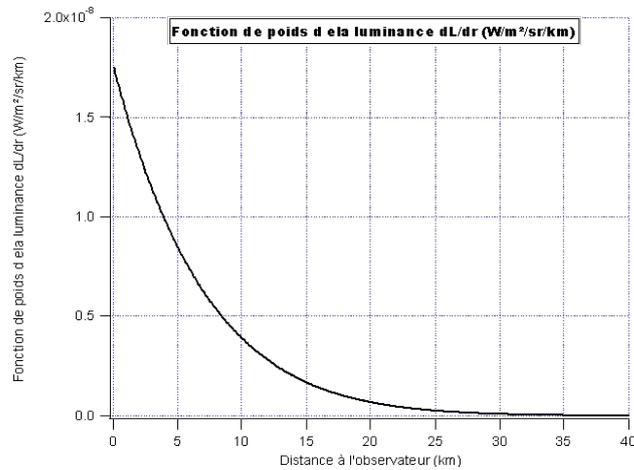


Figure 105 : Exemple d'une courbe de fonction de poids de la luminance en fonction de la distance à l'observateur, le long de la ligne de visée.

### 5.4.3 Variance cumulée de la luminance et fonction de distribution de la variance

Le code FACLUM-2D calcule la variance cumulée de la luminance en  $(\text{W}/\text{m}^2/\text{sr})^2$  et la fonction de distribution de la variance en  $(\text{W}/\text{m}^2/\text{sr})^2/\text{km}$  en fonction de la distance à l'observateur (en km), le long de la ligne de visée. Les résultats sont stockés dans le fichier de sortie *LOSSTAT* des colonnes 1 à 6. Nous verrons dans le paragraphe suivant que les colonnes 7 à 10 sont rajoutées lorsque des calculs analytiques sont demandés par l'utilisateur (option T2 différent de 1).

Colonne No	Sorties stockées dans LOSSTAT
1	Longueur du trajet en km
2	Fonction de poids de la luminance en $\text{W}/\text{m}^2/\text{sr}/\text{km}$
3	Luminance moyenne en $\text{W}/\text{m}^2/\text{sr}$
4	Fonction de distribution de la variance due à la température en $(\text{W}/\text{m}^2/\text{sr})^2/\text{km}$
5	Fonction de distribution de la variance due à $\text{H}_2\text{O}$ en $(\text{W}/\text{m}^2/\text{sr})^2/\text{km}$
6	Variance cumulée en $(\text{W}/\text{m}^2/\text{sr})^2$
7	Fonction de poids de la luminance analytique en $\text{W}/\text{m}^2/\text{sr}/\text{km}$
8	Luminance moyenne analytique en $\text{W}/\text{m}^2/\text{sr}$
9	Fonction de distribution analytique de la variance due à la température en $(\text{W}/\text{m}^2/\text{sr})^2/\text{km}$
10	Variance cumulée analytique en $(\text{W}/\text{m}^2/\text{sr})^2$

Tableau 6 : Format du fichier LOSSTAT.

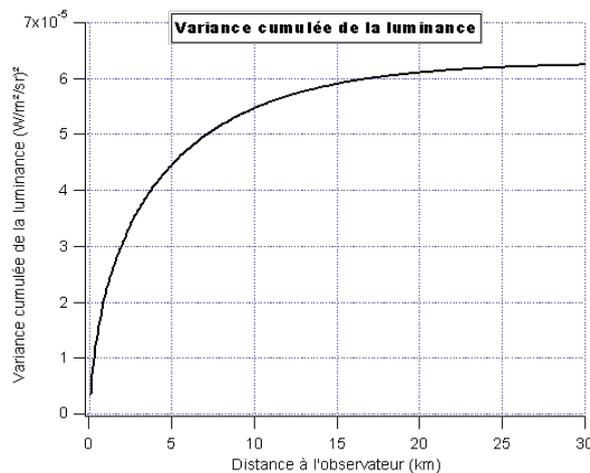


Figure 106 : Exemple de variance de la luminance, cumulée le long de la ligne de visée.

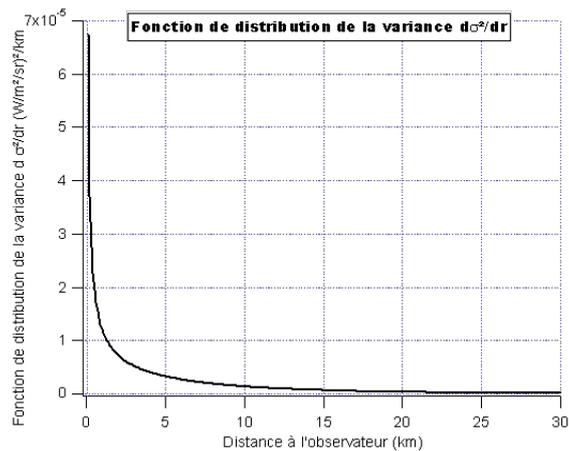


Figure 107 : Exemple de fonction de distribution de la variance de la luminance en fonction de la distance à l'observateur, le long de la ligne de visée.

#### 5.4.4 Solutions analytiques dans le cas du milieu homogène

Lorsque l'option T2 est différente de 1, le code FACLUM-2D calcule, en parallèle, les solutions analytiques de la luminance moyenne cumulée, sa fonction de poids, la variance cumulée de la luminance et sa fonction de distribution, en fonction de la distance à l'observateur. Les sorties sont alors stockées avec les résultats numériques décrits dans les deux paragraphes précédents (5.4.2 et 5.4.3) dans le fichier de sortie *LOSSTAT*. Le format du fichier *LOSSTAT*, lorsque  $T2 \neq 1$ , est donné dans le Tableau 6.

#### 5.4.5 Luminance moyenne 2D

Le code FACLUM-2D calcule la luminance moyenne en  $W/m^2/sr$ , en chaque pixel de la matrice du capteur, en fonction de l'écart azimutal  $\Delta\alpha$  et l'écart zénithal  $\Delta\varepsilon$  par rapport au pixel central (Figure 108). Il s'agit ici du champ de luminance en l'absence totale de fluctuations. L'image est stockée sous forme de matrice dans le fichier *LMOY2D*. Une colonne correspond à la luminance en fonction de  $\Delta\varepsilon$ , à  $\Delta\alpha$  fixé et une ligne correspond donc à la luminance en fonction de  $\Delta\alpha$ , à  $\Delta\varepsilon$  fixé (voir la matrice en rouge, sur la Figure 108). Le fichier *LMOY2D* est accompagné du fichier *AZIMUT* contenant les écarts azimutaux en  $^\circ$ . En lisant le fichier *AZIMUT* de haut en bas, on balaye la matrice horizontalement et de gauche à droite (donc des écarts azimutaux négatifs aux écarts azimutaux positifs). *LMOY2D* est aussi accompagné du fichier *ELEVATION* contenant les écarts zénithaux en  $^\circ$ . En lisant le fichier *ELEVATION* de haut en bas, on balaye la matrice verticalement et de haut en bas (donc des écarts zénithaux positifs aux écarts zénithaux négatifs).

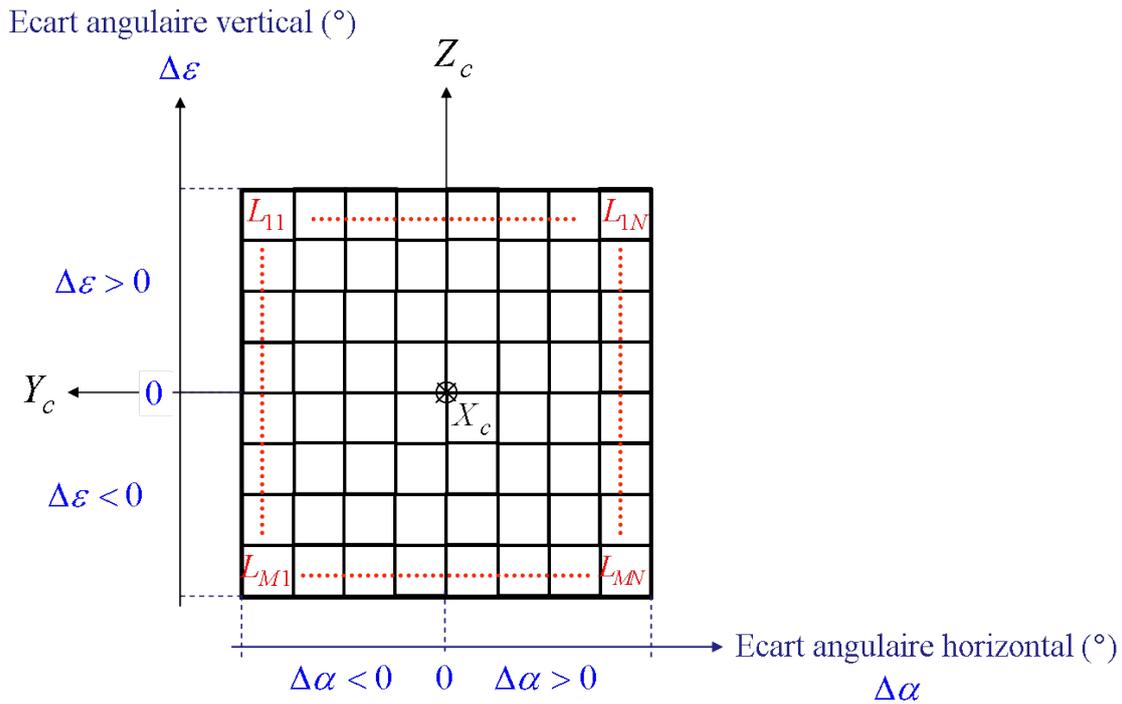


Figure 108 : Schéma de la matrice-image dans le repère  $(C, X_c, Y_c, Z_c)$  (en noir) avec la valeur de la luminance moyenne en chaque pixel (en rouge) et représentation de l'axe azimutal et de l'axe zénithal de la matrice (en bleu).

#### 5.4.6 Fonction d'autocorrélation 2D de la luminance

Le code FACLUM-2D calcule la FAC de la luminance en  $(W/m^2/sr)^2$ , entre le pixel central et chaque pixel de la matrice du capteur, en fonction de l'écart azimutal  $\Delta\alpha$  et l'écart zénithal  $\Delta\varepsilon$  entre les deux pixels. L'image est stockée sous forme de matrice dans le fichier *GAMMAL2D* (de manière analogue à *LMOY2D*) et est accompagnée des mêmes fichiers *AZIMUT* et *ELEVATION*.

### 5.5 Algorigrammes

Le code FACLUM-2D est écrit en langage C. Le programme principal, *facfl2d.c* est décomposé suivant l'algorigramme de la Figure 110. Il lit les paramètres d'entrée de *CONFIGVISEE* et charge toutes les bases de données sélectionnées par l'utilisateur. Il contient la boucle balayant pixel par pixel la matrice du capteur. Il stocke en sortie la FAC 2-D de la luminance dans le fichier de sortie *GAMMAL2D*.

Le sous-programme *facfl.c* calculant la valeur de la FAC de la luminance entre le pixel central et un pixel donné de la matrice, est décrit dans la Figure 111. Il contient la boucle parcourant la ligne de visée principale, imbriquée dans la boucle parcourant la ligne de visée courante afin d'effectuer la double intégrale spatiale nécessaire au calcul de la FAC de la luminance. Pour chaque segment *iseg2*

de la ligne de visée courante, il parcourt donc les segments *iseg1* de la ligne de visée principale pour calculer (entre autres) la valeur de la FAC de la température et la valeur de la FAC de la vapeur d'eau entre *iseg1* et *iseg2*.

A chaque appel du sous-programme *facfl.c*, celui-ci renvoie la valeur de la FAC de la luminance à *facfl2d.c* et remplit, au fur et à mesure qu'on l'appelle (donc pixel après pixel,) le fichier de sortie *LMOY2D*. Lorsque *facfl.c* est appelé pour le pixel central, il remplit également segment après segment le fichier de sortie *LOSSTAT*.

Enfin, la routine *ampfunc*, qui correspond à un bloc d'instructions utilisé dans *facfl2d.c* et *facfl.c*, calcule, pour une ligne de visée donnée, les fonctions d'amplitude intégrées sur la bande spectrale  $\Delta\nu$ , associées à la température  $F_{\Delta\nu}^T$  et à la f.m. de la vapeur d'eau  $F_{\Delta\nu}^{H_2O}$ . Elle est décrite sur la Figure 112. Elle stocke en sortie  $F_{\Delta\nu}^T$  et  $F_{\Delta\nu}^{H_2O}$  pour chaque segment de la ligne de visée courante. C'est dans cette routine que l'intégrale spectrale est effectuée. Dans *facfl2d.c*, la routine *ampfunc* stocke en sortie la luminance et la transmission spectrales, calculées au pixel central, dans le fichier de sortie *LUM\_SPEC*.

Le sous-programme *seglos.c* n'a pas été détaillé sous forme d'algorithme. Il calcule pour un pixel donné, la trajectoire de la ligne de visée à travers la grille atmosphérique. La ligne de visée est décomposée en segments correspondants à l'intersection entre la ligne de visée et les cellules traversées (Figure 109). Le sous-programme *seglos.c* calcule donc pour chaque segment, les coordonnées sphériques du centre de la cellule traversée et les coordonnées sphériques du point d'intersection entre la LOS et le plan de la cellule traversé (dans le repère de la grille) ainsi que la longueur de segment (en km). Ces données sont stockées dans un fichier de sortie *LOSPARAM*, écrasé à chaque nouvel appel de *seglos.c*.

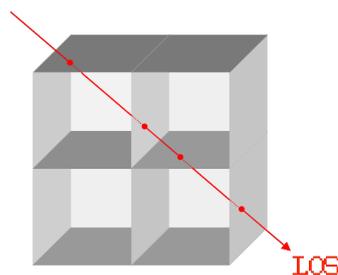


Figure 109 : Trajectoire de la ligne de visée à travers la grille atmosphérique (le schéma ne tient pas compte de sa sphéricité). En rouge, la ligne de visée traversant les cellules de la grille. Les intersections de la LOS avec les plans de la grille délimitent les segments.

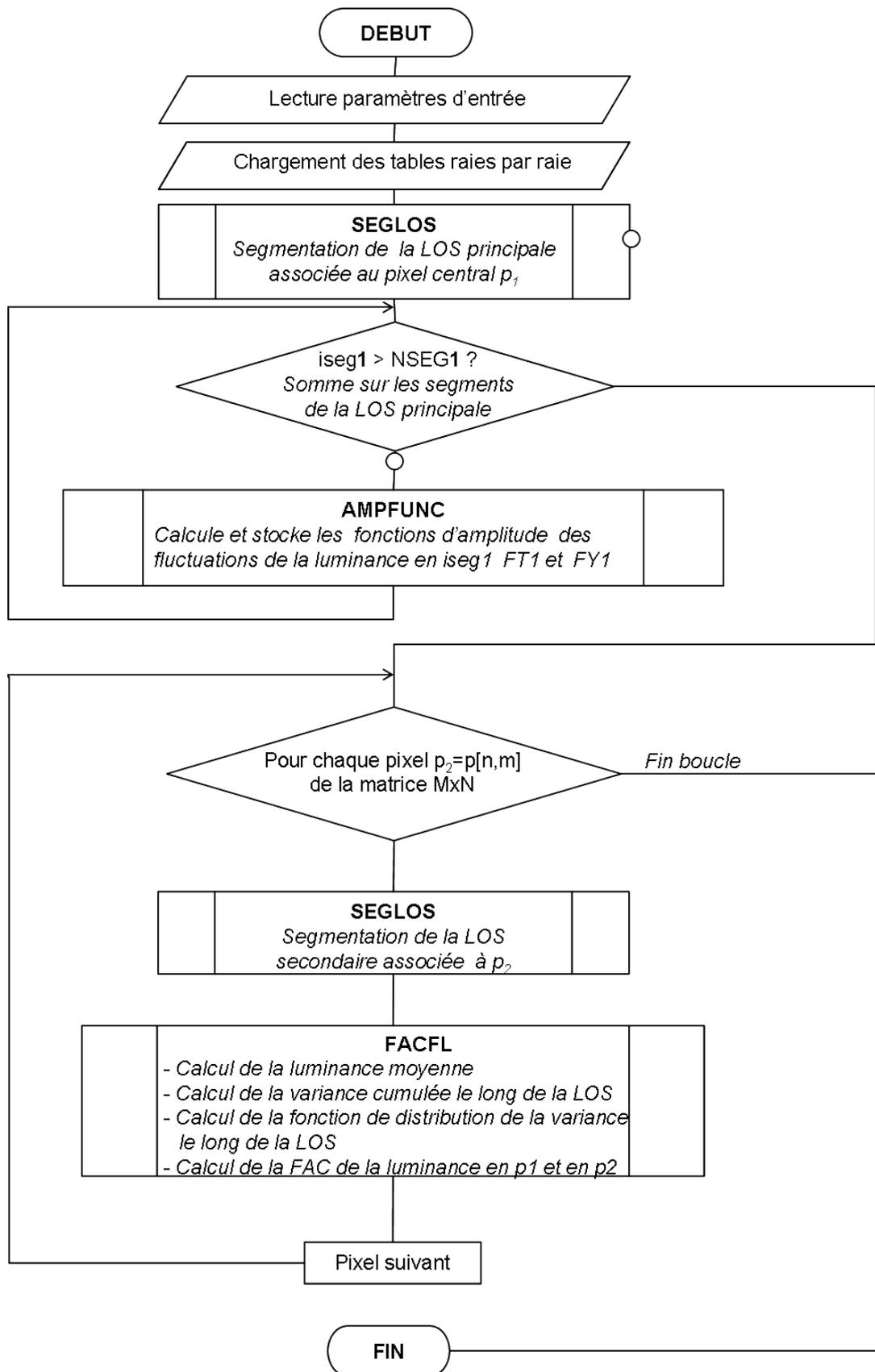


Figure 110 : Algorithme du programme principal facfl2d.c.

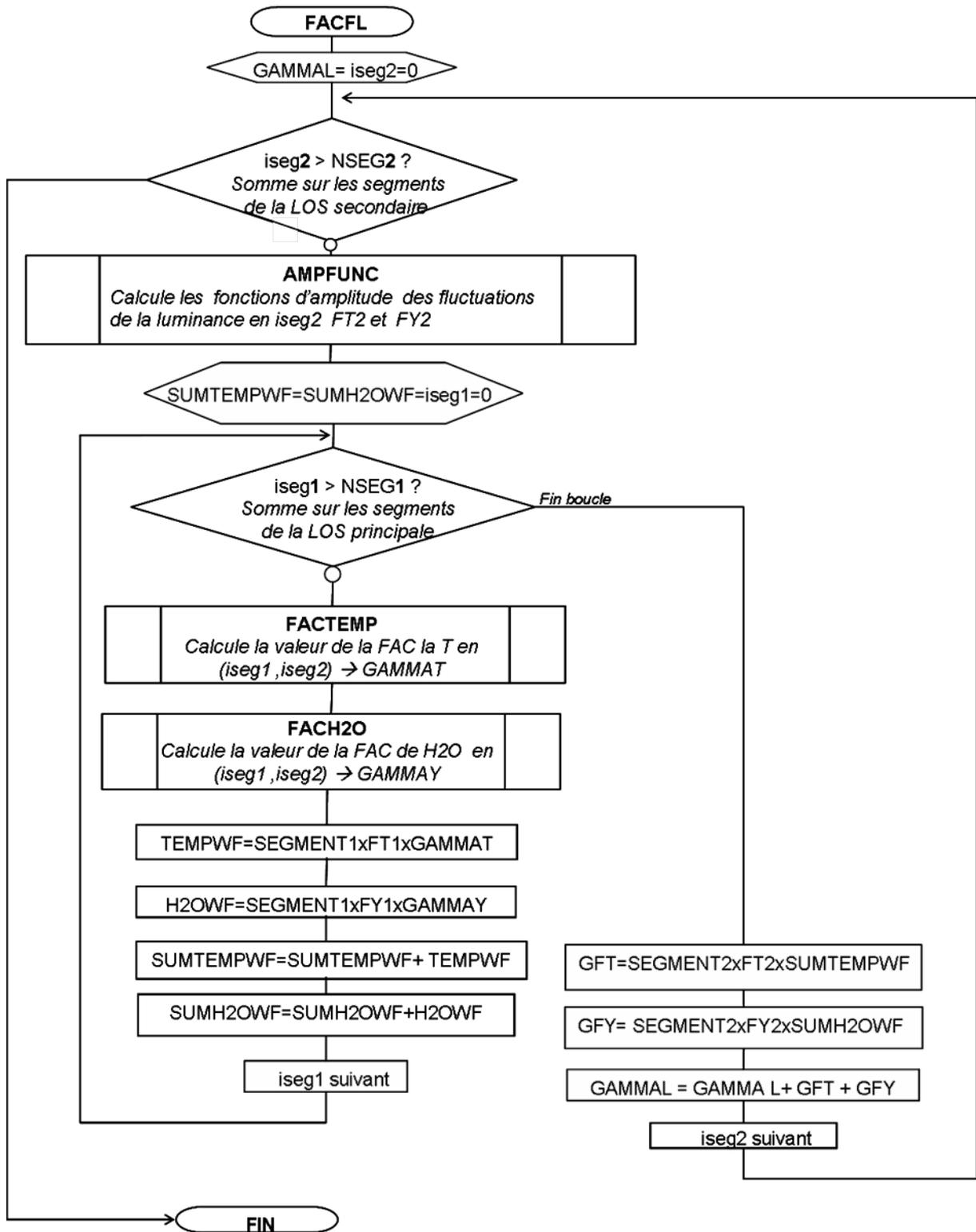


Figure 111 : Algorithme de la routine facfl.c calculant la valeur de la FAC de la luminance entre le pixel central et un pixel donné de la matrice.

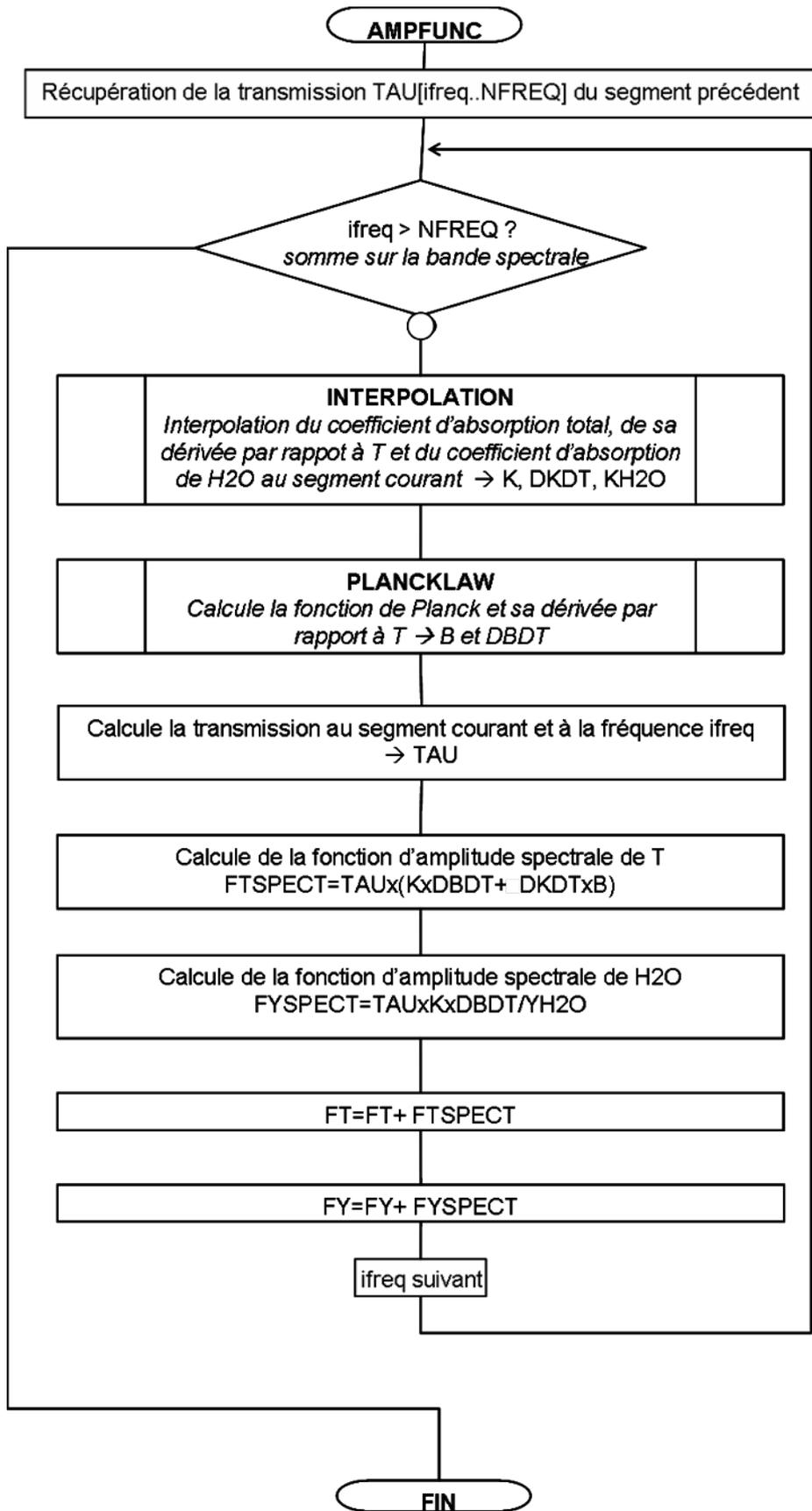


Figure 112 : Algorithme de la routine calculant les fonctions d'amplitude intégrées associées à la température

$$F_{\Delta v}^T \text{ et à la f.m. de la vapeur d'eau } F_{\Delta v}^{H_2O}.$$

## Chapitre 6 Résultats du code **FACLUM-2D**

### 6.1 Introduction

Ce dernier chapitre se compose de deux parties. La première partie présente tout d'abord les tests de validation du code raie par raie RPR-IRT, que nous avons développé au 3.3, puis ceux du code FACLUM-2D. La seconde partie présente les premiers résultats d'exploitation du code FACLUM-2D. Il existe différentes manières de valider les sorties d'un code de calcul mais la validation la plus reconnue est bien sûr la comparaison des résultats avec des mesures expérimentales. Dans le cas de la validation du code FACLUM-2D, des images de la luminance du fond atmosphérique enregistrées par un imageur IR situé dans la stratosphère et visant au limbe permettraient d'estimer les statistiques de la luminance mesurée dans les conditions réelles des systèmes de surveillance IR aéroportés. Alors que de nombreuses campagnes expérimentales ont été menées ces dernières décennies pour acquérir des images satellitaires ou encore des images aériennes des fonds terrestres, peu à ce jour ont été consacrées aux images IR du fond de ciel depuis la stratosphère et celles qui existent ne sont pas accessibles dans la littérature. Il n'existe donc pas actuellement de mesures expérimentales disponibles permettant de valider les statistiques calculées par notre code. Trois méthodes différentes ont donc été utilisées pour valider, autant que faire se peut, le code FACLUM-2D. Premièrement, les résultats numériques du code FACLUM-2D peuvent être comparés à ceux d'un code de référence existant, dans la mesure où les tests sont effectués dans le domaine de validité de ce dernier. Le code le plus proche de FACLUM-2D est SAMM-2 mais ce dernier n'a pas été validé dans les cas de visées aéroportées horizontales : il ne peut donc servir de code de validation. Nous verrons toutefois dans la deuxième partie de ce chapitre qu'une comparaison entre les deux codes sera faite pour discuter des différences majeures entre leurs résultats. Comme il n'existe pas d'autres codes de calcul d'hétérogénéités spatiales atmosphériques, il reste les nombreux codes de transfert radiatif permettant de calculer la luminance moyenne (i.e. sans les fluctuations) : nous ne pourrions donc pas comparer les statistiques d'ordre supérieur telles que la variance et la FAC des fluctuations de la luminance. Nous avons donc choisi le code raie par raie LBLRTM (Annexe H.3) disponible à l'ONERA. LBLRTM calcule la luminance spectrale pour une configuration de visée donnée mais aussi l'épaisseur optique. Ainsi, si on se place en milieu homogène, on peut en extraire le spectre d'absorption que nous comparerons à celui calculé par notre code RPR-IRT pour valider en partie ce dernier : c'est ce que nous verrons en première partie des tests de validation. Ce type de validation permet également de tester la géométrie et les intégrations. Une deuxième étape de tests concerne la comparaison des résultats numériques du code FACLUM-2D avec les solutions analytiques proposées au paragraphe 2.4. Dans cette étape, nous pourrions valider la méthode de calcul de la variance et de sa fonction de distribution le long de la ligne de visée, en milieu homogène. Enfin, une dernière phase de tests se penche sur la routine de calcul de la FAC de la température au sein du code FACLUM-2D. Ainsi, en

partant de milieux divers (du milieu homogène isotrope au milieu hétérogène anisotrope) mais pour lequel on connaît le comportement de la FAC de température, on vérifie, étape par étape, que cette dernière calculée au sein du programme de FACLUM-2D, sur la matrice du capteur, correspond bien au résultat attendu. Des tests analogues ont permis de vérifier, de la même manière, la routine de calcul de la FAC de la vapeur d'eau, mais ne seront pas présentés dans ce chapitre, pour éviter la redondance. Cette dernière phase de validation permet par ailleurs de tester les calculs géométriques du code FACLUM-2D puisque la FAC de température dépend de l'écart entre un point situé sur la ligne de visée centrale et un autre point situé sur une ligne de visée quelconque de la matrice capteur. La deuxième partie de ce chapitre présente donc les premiers résultats d'exploitation du code FACLUM-2D. Comme nous l'avons mentionné ci-dessus, le code FACLUM-2D a été comparé au code SAMM-2 afin de mettre en avant les différences entre un modèle adapté aux visées aéroportées au limbe (FACLUM-2D) et un modèle destiné aux observations satellitaires (SAMM-2) exploité dans les conditions de visées aéroportées. Un deuxième résultat important, présenté dans ce chapitre, est l'étude de l'impact des fluctuations de la vapeur d'eau sur les fluctuations de la luminance. Enfin, nous présenterons des images de la FAC de la luminance, calculées pour des conditions réalistes d'observation du fond atmosphérique. Nous détaillerons les profils horizontaux et verticaux de cette FAC, avec et sans fluctuations de la vapeur d'eau.

## 6.2 Tests de validation du code RPR-IRT

Ce paragraphe est consacré aux tests réalisés pour valider le code raie par raie RPR-IRT que nous avons développé au paragraphe 3.3.

### 6.2.1 Validation du coefficient d'absorption avec LBLRTM

Le code LBLRTM ne calcule pas le coefficient d'absorption mais l'épaisseur optique en fonction de la bande spectrale, de l'altitude et de l'angle de visée de l'observateur, de la longueur du trajet (finie ou infinie) et des molécules sélectionnées, en géométrie sphérique. L'épaisseur optique est ensuite stockée dans un fichier de sortie en fonction du nombre d'onde avec une résolution de l'ordre de  $10^{-3}$   $\text{cm}^{-1}$ . Or, en se plaçant en milieu homogène, l'épaisseur optique se réduit au coefficient d'absorption multiplié par la longueur du trajet optique. On peut donc en extraire le spectre d'absorption, si on choisit une longueur de trajet suffisamment courte pour que le milieu soit considéré comme homogène.

Nous comparons dans ce paragraphe le spectre d'absorption à 15 km d'altitude calculé par notre code raie par raie RPR-IRT et celui obtenu à partir de l'épaisseur optique calculée par LBLRTM (voir Figure 113). Pour obtenir de LBLRTM ce spectre d'absorption, nous avons défini un observateur à 15 km d'altitude visant horizontalement et nous avons fixé la longueur du trajet optique à 100 m. Sur ce trajet, les données thermodynamiques ne varient pas, on peut donc considérer le milieu comme homogène. Précisons que le calcul LBLRTM prend en compte toutes les molécules disponibles dans

sa base alors que RPR-IRT ne tient compte que des raies de la vapeur d'eau et du méthane ( $\text{CH}_4$ ) et les continua de la vapeur d'eau et du dioxygène ( $\text{O}_2$ ).

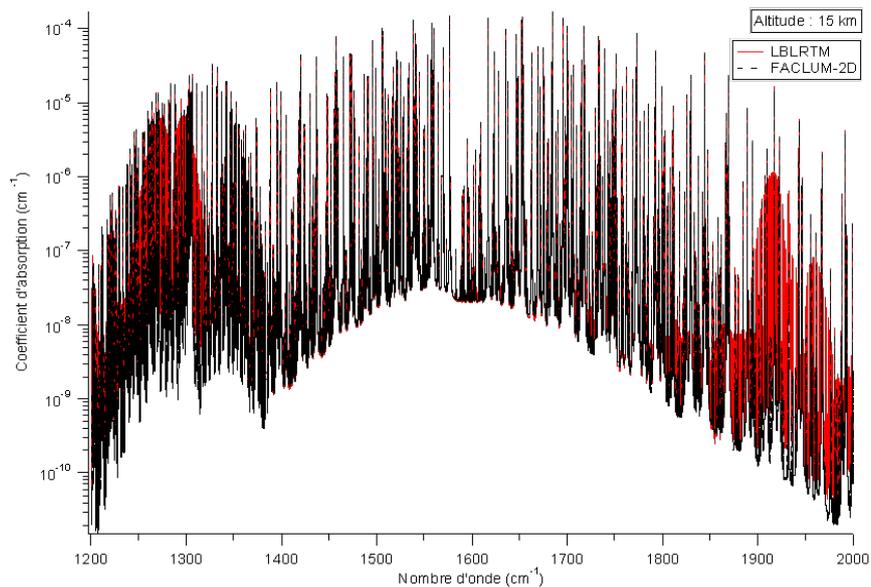


Figure 113 : Spectre d'absorption calculé à 15 km d'altitude avec FACLUM-2D (en trait interrompu noir) et LBLRTM (en trait rouge), entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ .

En regardant la Figure 113, on constate donc que le spectre d'absorption de RPR-IRT ignore des bandes d'absorption pourtant non négligeables : on identifie en effet les raies d'absorption du dioxyde de carbone ( $\text{CO}_2$ ) à droite du spectre et celles de l'oxyde nitreux ( $\text{N}_2\text{O}$ ) à gauche du spectre. La Figure 114 détaille entre 1888 et 1928  $\text{cm}^{-1}$  une partie de la bande d'absorption du  $\text{CO}_2$  du spectre de LBLRTM que RPR-IRT ignore. Notons par ailleurs que la contribution de ces bandes d'absorption augmente avec l'altitude. Le choix de ne pas avoir pris en compte ces deux molécules supplémentaires est purement lié au coût en temps de calcul. En effet, l'ajout de ces molécules augmente considérablement le temps de calcul de notre code raie par raie, car ce dernier n'a encore bénéficié d'aucune optimisation d'algorithmes permettant d'améliorer sa rapidité d'exécution. Dans un souci de gain en temps de calcul, nous avons donc limité notre code RPR-IRT à deux molécules. Toutefois, ce choix n'est absolument pas irréversible puisque nous avons élaboré RPR-IRT de manière modulaire, de telle sorte que l'ajout d'autres molécules dans le code soit possible et facile pour un prochain utilisateur. Nous verrons dans les conclusions de cette thèse, que l'optimisation des temps de calcul du code RPR-IRT est une des perspectives post-thèse. Dans l'avenir, si d'autres molécules sont ajoutées, il faudra alors penser à régénérer l'intégralité des tables raie par raie qui servent de tables d'interpolation dans le code FACLUM-2D.

Hormis les raies d'absorption ignorées par RPR-IRT, on constate que le spectre calculé par ce dernier est fidèle au spectre de LBLRTM. La Figure 115 illustre la très bonne concordance de ces deux

spectres dans la bande d'absorption de la vapeur d'eau, entre 1535 et 1545  $\text{cm}^{-1}$ . Cet excellent accord est vérifié sur toute la bande 1200-2000  $\text{cm}^{-1}$  tant que l'on compare les raies d'absorption de la vapeur d'eau et du méthane uniquement.

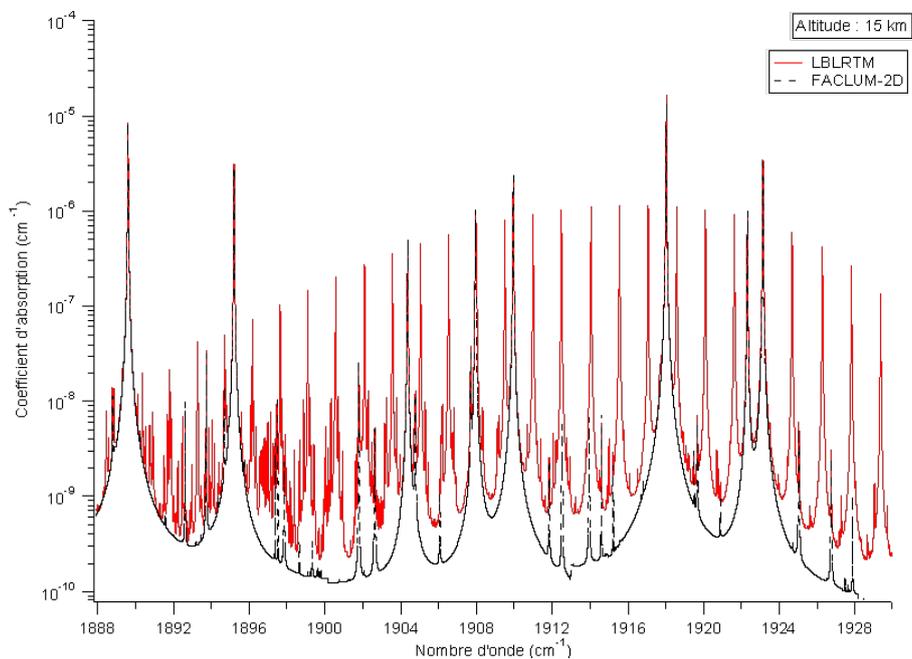


Figure 114 : Zoom entre 1888 et 1928  $\text{cm}^{-1}$  de la Figure 113.

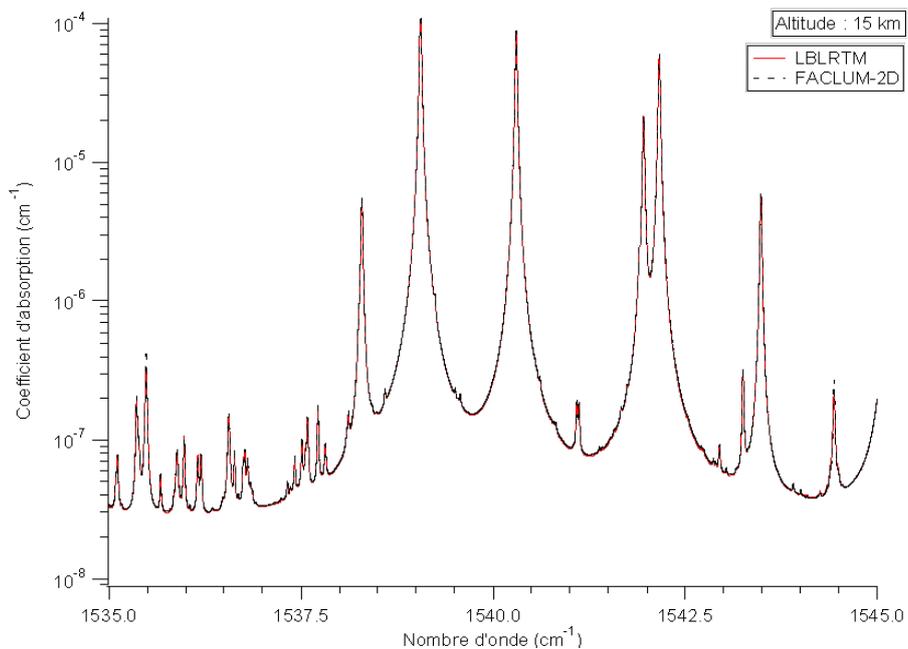


Figure 115 : Zoom entre 1535 et 1545  $\text{cm}^{-1}$  de la Figure 113.

### 6.2.2 Validation de la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température

Les tests présentés au paragraphe précédent nous ont permis de valider partiellement le code RPR-IRT avec le spectre d'absorption. Mais RPR-IRT calcule également le spectre de la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température. N'ayant pas d'autres codes de comparaison pour valider le calcul cette grandeur, la seule méthode est de vérifier la relation suivante, par le biais d'un calcul RPR-IRT :

$$\kappa_v(\bar{T} + \Delta T, \bar{y}_{H_2O}) \approx \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + \left. \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T \quad (6.1)$$

En effet, si le calcul de  $\partial \kappa_v / \partial T$  est correct, la relation ci-dessus, calculée d'une part et d'autre avec le code RPR-IRT, doit être vérifiée, tout du moins avec une erreur négligeable. Ceci revient à estimer l'erreur  $\varepsilon_{lin}^T$  calculée au paragraphe 2.2.3, considérée alors comme l'erreur due à la linéarisation du coefficient d'absorption à l'ordre 1 :

$$\varepsilon_{lin}^T = \frac{\kappa_v(\bar{T} + \Delta T, \bar{y}_{H_2O}) - \left( \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + \left. \frac{\partial \kappa_v}{\partial T} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta T \right)}{\kappa_v(\bar{T} + \Delta T, \bar{y}_{H_2O})} \quad (6.2)$$

Cette erreur prend désormais un autre sens. En effet, nous avons estimé cette erreur en calculant  $\kappa_v$  à  $\bar{T} + \Delta T$  puis  $\kappa_v$  et  $\partial \kappa_v / \partial T$  à  $\bar{T}$  avec le code RPR-IRT. En définissant l'erreur  $\varepsilon_{lin}^T$  comme l'erreur due à la linéarisation uniquement, nous avons supposé implicitement que le calcul de  $\kappa_v$  et de  $\partial \kappa_v / \partial T$  était exact. C'était donc ignorer l'erreur induite par le code RPR-IRT lui-même. Cette erreur, que nous noterons maintenant  $\varepsilon^{tot}$ , correspond en fait à la somme de l'erreur due à la linéarisation  $\varepsilon_{lin}^T$ , de l'erreur  $\varepsilon^K$  dans le calcul RPR-IRT de  $\kappa_v$  et de l'erreur  $\varepsilon^{\partial \kappa / \partial T}$  dans le calcul RPR-IRT de  $\partial \kappa_v / \partial T$  :

$$\varepsilon^{tot} = \varepsilon_{lin}^T + \varepsilon^K + \varepsilon^{\partial \kappa / \partial T}$$

Or, on a montré dans le paragraphe 2.2.3 que  $\varepsilon^{tot}$  est inférieure à quelques pourcents pour une fluctuation relative de la température de 1%. Comme  $\varepsilon^{tot}$  majore  $\varepsilon^{\partial \kappa / \partial T}$ , l'erreur sur la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température est donc, au plus, inférieure quelques pourcents.

Les tests présentés dans ces deux derniers paragraphes montrent donc que le code RPR-IRT peut être considéré comme faible, bien qu'il nécessite l'ajout de molécules supplémentaires pour être réellement représentatif du spectre d'absorption complet entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ .

### 6.3 Tests de validation du code FACLUM-2D

Ce paragraphe 6.3 est consacré aux tests réalisés pour valider le code FACLUM-2D pour le calcul des statistiques des fluctuations de la luminance IR atmosphérique.

#### 6.3.1 Comparaison de la luminance moyenne avec LBLRTM

Une des sorties du code FACLUM-2D est la luminance moyenne  $\langle L_\nu \rangle$  en  $W / (m^2 \cdot sr \cdot cm^{-1})$  en fonction du nombre d'onde  $\nu$ . Nous comparons donc ce spectre de luminance avec celui calculé par LBLRTM pour un observateur à 15 d'altitude visant horizontalement, entre 1200 et 2000  $cm^{-1}$ . Toutefois, le spectre étant trop dense sur une si grande largeur de bande, nous avons choisi une bande plus étroite, entre 1500 et 1600  $cm^{-1}$  mais représentative de l'ensemble du spectre. Cette comparaison est illustrée sur la Figure 116.

L'enveloppe décroissante des deux spectres traduit la limite vers le corps noir : en effet, dans cette bande spectrale et aux températures atmosphériques, la luminance spectrale du corps noir est une fonction décroissante.

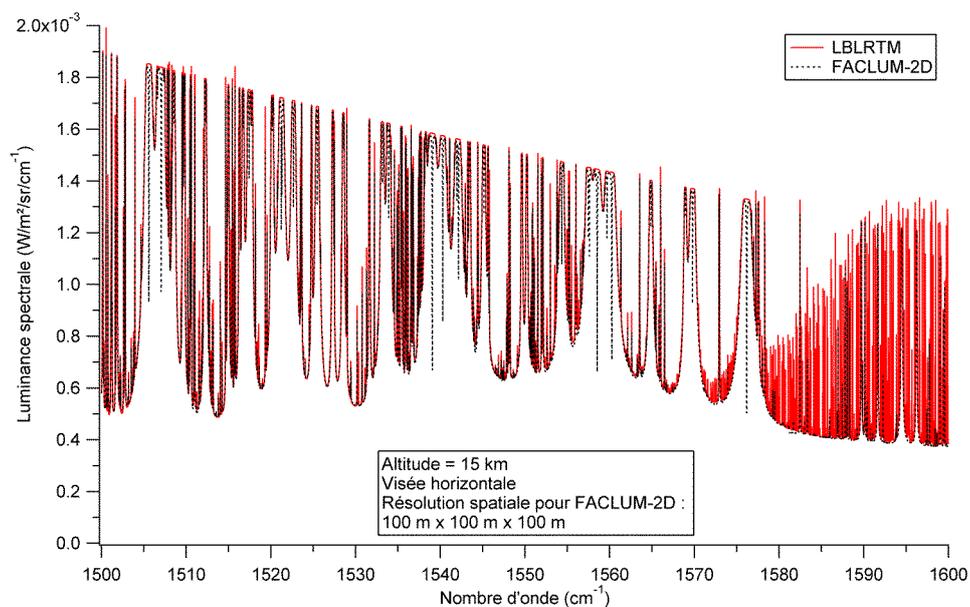


Figure 116 : Spectre de la luminance moyenne calculé avec FACLUM-2D (en noir) et LBLRTM (en rouge) entre 1500 et 1600  $cm^{-1}$ , pour un observateur à 15 km d'altitude visant horizontalement. La résolution spatiale est de 100 m x 100 m x 100 m.

On constate ensuite qu'aux nombres d'onde supérieurs à 1580  $cm^{-1}$ , le spectre de LBLRTM contient un ensemble de raies de luminance qui fait défaut au spectre de FACLUM-2D. C'est une conséquence directe des tables raie par raie de FACLUM-2D qui ne contiennent que les coefficients d'absorption de la vapeur d'eau et du méthane. En effet, en calculant un spectre de luminance avec LBLRTM uniquement avec ces deux molécules, on a vérifié que ces raies supplémentaires sont absentes. En fait,

pour un observateur à 15 km d'altitude visant horizontalement, la ligne de visée traverse les couches supérieures de l'atmosphère jusqu'à 50 km d'altitude. Or, plus on augmente l'altitude, plus les raies d'absorption du  $CO_2$  dans cette région spectrale sont intenses en valeur relative et prennent le dessus sur les autres molécules. On constate donc encore une fois la nécessité de prendre en compte le  $CO_2$  dans le code raie par raie RPR-IRT.

D'autre part, on constate que les raies saturées de luminance de FACLUM-2D présentent un « gap » en leur centre, que l'on n'observe pas sur le spectre de LBLRTM (voir graphe de gauche de la Figure 117). Le choix de la résolution spatiale est une cause directe de ce résultat. En, effet, la présence de ces raies est la conséquence d'un rayonnement émis d'un milieu « chaud » et réabsorbé par un milieu « froid ». On rappelle que le capteur est dans la stratosphère et vise horizontalement. Lorsque la ligne de visée s'élève en altitude, elle traverse des segments de plus en plus chauds. Schématisons maintenant le problème de manière naïve. On considère deux couches homogènes atmosphériques : la couche inférieure est une couche froide et la couche supérieure une couche chaude (voir Figure 118). Soit une source située dans la couche chaude et émettant un rayonnement en direction du capteur. L'émission  $E$  de ce rayonnement peut être approché par la relation :

$$E = L_{\nu}^{chaud} = B_{\nu}(T^{chaud}) \times \left(1 - \exp(-\kappa_{\nu}^{chaud} \times trajet^{chaud})\right) \quad (6.3)$$

$L_{\nu}^{chaud}$  est la luminance émise,  $B_{\nu}(T^{chaud})$  la luminance du corps noir et  $\kappa_{\nu}^{chaud}$  le coefficient d'absorption, dans le milieu homogène chaud.

Le rayonnement émis par la source et se dirigeant vers le capteur traverse le segment homogène froid et est absorbé tout au long de cette traversée par le milieu. La transmission du milieu froid est définie comme suit :

$$A = \tau_{\nu}^{froid} = \exp(-\kappa_{\nu}^{froid} \times trajet^{froid}) \quad (6.4)$$

où  $\tau_{\nu}^{froid}$  est la transmission dans la couche froide et  $\kappa_{\nu}^{froid}$  le coefficient d'absorption de la couche froide.

Alors, le rayonnement arrivant au capteur (si l'on ignore le rayonnement émis dans la couche froide) peut s'écrire comme le produit de  $E$  par  $A$  :

$$L_{\nu}^{capteur} = E \times A = B_{\nu}(T^{chaud}) \times \left(1 - \exp(-\kappa_{\nu}^{chaud} \times trajet^{chaud})\right) \times \exp(-\kappa_{\nu}^{froid} \times trajet^{froid}) \quad (6.5)$$

La Figure 119 illustre schématiquement le terme d'émission  $E$  (en vert), le terme de transmission  $A$  (en rouge) et leur produit  $E \times A$  en fonction du nombre d'onde (arbitraire)  $\nu$ , en considérant la raie d'absorption centrée en  $\nu = 5$ .  $E$  a été normalisé à 1 donc  $E \times A$  aussi. Le graphe de gauche représente le cas où la raie d'émission  $E$  est saturée, ce qui correspond à un milieu optiquement épais (coefficient d'absorption élevé, trajet long) : on tend vers le corps noir. En regardant le résultat  $E \times A$ ,

on arrive ainsi à expliquer le creux au centre de la raie d'émission. On constate que ce creux disparaît lorsque la raie d'émission E n'est pas saturée (graphe de droite de la Figure 119) : cette situation a lieu lorsque le milieu n'est plus opaque, i.e. lorsque le coefficient d'absorption est plus faible et/ou le trajet optique plus court. C'est pourquoi la finesse de la résolution spatiale dans le code FACLUM-2D joue un rôle prépondérant dans ce phénomène de saturation. Nous avons effectivement testé plusieurs résolutions spatiales et nous avons constaté que ce phénomène de réabsorption s'atténue au fur et à mesure que la résolution spatiale s'affine. Ainsi, plus les cellules (homogènes en température) de la grille atmosphérique sont grandes, plus l'écart en température entre deux cellules est élevé et plus le trajet optique au sein de chaque cellule est long. Dans le cas des raies saturées, le creux n'est alors pas rempli.

Toutefois, on constate qu'en dehors des raies saturées du spectre de la luminance moyenne, le calcul de FACLUM-2D est en très bon accord avec celui de LBLRTM : on le montre sur le graphe de droite de la Figure 117. Sachant que ce qui nous intéresse est la luminance spectralement intégrée, et surtout les propriétés statistiques des fluctuations de la luminance intégrée, ce phénomène de trou spectral, en restant à une résolution spatiale fine (de l'ordre de 100 m), est « noyé » dans l'intégration spectrale et n'a aucune incidence sur le résultat final. Bien sûr, si la résolution spatiale est trop grossière (de l'ordre de 1 km), le phénomène de gap s'accroît et se multiplie au sein du spectre de luminance : il peut alors y avoir un impact non négligeable sur la luminance intégrée. Il faut donc se tenir à des résolutions spatiales suffisamment fines : celle dictée par les échelles spatiales des ondes de gravité (saturées) suffit. Une autre solution serait d'interpoler linéairement la température au sein des cellules pour qu'il n'y ait plus de problème de discrétisation du champ de température.

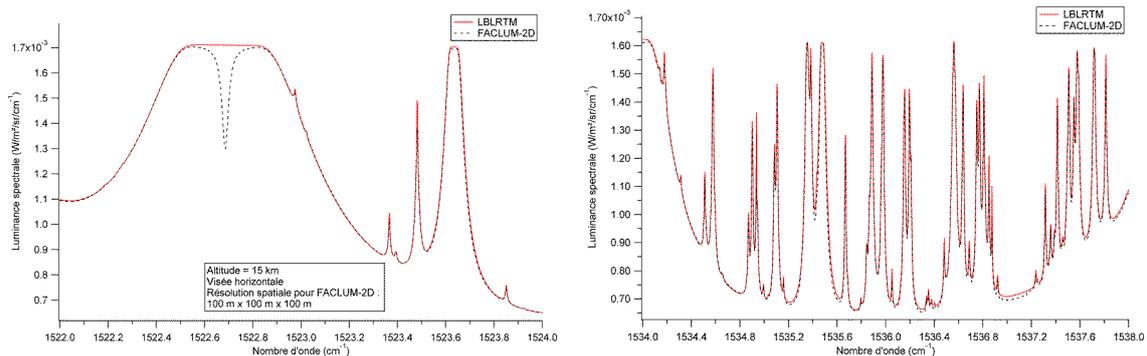


Figure 117 : Zoom de la Figure 117, entre 1522 et 1524  $\text{cm}^{-1}$  (à gauche) et 1534 et 1538  $\text{cm}^{-1}$  (à droite).

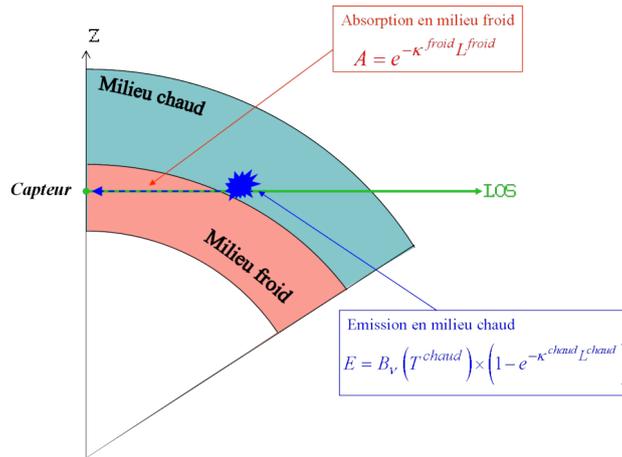


Figure 118 : Schématisation d'un rayonnement émis en milieu chaud puis absorbé durant son trajet par un milieu froid.

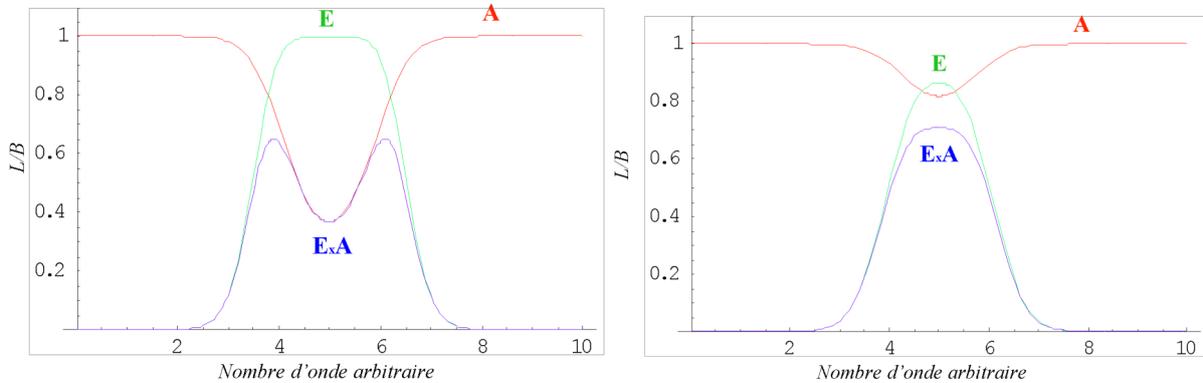


Figure 119 : A gauche, simulation (avec Mathematica), pour une raie d'absorption donnée (centrée sur le nombre d'onde arbitraire 5), du rayonnement spectral E émis en milieu chaud (en vert), de la transmission spectrale A en milieu froid (en rouge), et du rayonnement spectral E transmis jusqu'au capteur qui correspond à ExA (en bleu). A droite, idem pour deux couches dont la différence de température est plus faible.

### 6.3.2 Validation avec le modèle analytique

Le modèle analytique et ses solutions ont été présentés au Chapitre 2 ( paragraphe 2.4). On compare donc, dans cette partie, les résultats du code FACLUM-2D avec les solutions analytiques disponibles.

#### 6.3.2.1 Récapitulatif

Nous récapitulons les solutions analytiques obtenues au paragraphe 2.4. Les hypothèses cadrant le modèle analytique sont récapitulées dans le Tableau 7 et les paramètres d'entrée dans le Tableau 8.

Nous rappelons donc les résultats, en commençant par la luminance moyenne  $\langle L_{\Delta v} \rangle$  :

$$\langle L_{\Delta v} \rangle = \Delta v \bar{B} \left( 1 - \exp\left(-\frac{L}{L_{\kappa}}\right) \right) \quad (6.6)$$

ainsi que sa fonction de poids le long de la ligne de visée  $d\langle L_{\Delta v} \rangle(r)/dr$  :

$$\frac{d\langle L_{\Delta v} \rangle}{dr}(r) = \Delta v \bar{\kappa} \bar{B} \exp(-\bar{\kappa} r) \quad (6.7)$$

$r$  est la distance parcourue le long de la ligne de visée.

La variance totale  $\sigma_{\Delta L}^2$  des fluctuations de la luminance pour un trajet optique de longueur fixée  $L$  s'écrit comme suit :

$$\sigma_{\Delta L}^2 = \frac{\sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 \bar{L}_\kappa^2}{1 - \left(\frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)^2} \left[ \left(1 - \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{2L}{\bar{L}_\kappa}\right)\right) + 2 \left( \exp\left(-\frac{2L}{\bar{L}_\kappa}\right) - \exp\left(-\frac{L}{\bar{L}_\kappa} \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) \right) \right]$$

où  $F_{\Delta v}^T(0)$  est la fonction d'amplitude des fluctuations de la luminance dues aux fluctuations de la température prise à l'origine de la ligne de visée :

$$F_{\Delta v}^T(0) = \Delta v \left( \bar{\kappa} \frac{\partial B}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} + \bar{B} \frac{\partial \kappa}{\partial T} \Big|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \right)$$

La variance cumulée le long de la ligne de visée  $\sigma_{\Delta L}^2(r)$  est donnée par :

$$\sigma_{\Delta L}^2(r) = \frac{\sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 \bar{L}_\kappa^2}{1 - \left(\frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)^2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r}{\bar{L}_\kappa} \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c} \left( \exp\left(-\frac{2r}{\bar{L}_\kappa}\right) - 1 \right) + \exp\left(-\frac{L}{\bar{L}_\kappa} \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) \left( \exp\left(-\frac{r}{\bar{L}_\kappa} \left(1 - \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) - 1 \right) \right] \quad (6.8)$$

$r$  parcourt la ligne de visée donc est inférieur ou égal à la longueur totale  $L$  du trajet. Ainsi  $\sigma_{\Delta L}^2(r=L)$  est égale à la variance totale de la luminance. Cette grandeur permet d'étudier la manière dont converge la variance le long de la ligne de visée.

Enfin, on rappelle la fonction de distribution de la variance  $w(r) = d\sigma_{\Delta L}^2(r)/dr$  :

$$\frac{d\sigma_{\Delta L}^2}{dr}(r) = \frac{1}{\bar{L}_\kappa} \frac{\sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 \bar{L}_\kappa^2}{1 - \left(\frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)^2} \left[ -2 \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c} \exp\left(-\frac{2r}{\bar{L}_\kappa}\right) + \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right) \exp\left(-\frac{r}{\bar{L}_\kappa} \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) - \left(1 - \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right) \exp\left(-\frac{L}{\bar{L}_\kappa} \left(1 + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) \exp\left(-\frac{r}{\bar{L}_\kappa} \left(1 - \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c}\right)\right) \right] \quad (6.9)$$

Elle représente la contribution locale à la variance  $\sigma_{\Delta L}^2$  le long de la ligne de visée telle que :

$$\sigma_{\Delta L}^2 = \int_0^L dr \frac{d\sigma_{\Delta L}^2}{dr}(r)$$

<b>HYPOTHESES DU MODELE ANALYTIQUE</b>	
Milieu homogène	$\bar{T}(\bar{r}) = \bar{T}$ $\bar{y}_{H_2O}(\bar{r}) = \bar{y}_{H_2O}$
Pas de fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau	$\begin{cases} \Delta y_{H_2O} = 0 \\ F_{\Delta\nu}^{H_2O} = 0 \\ \Gamma_{\Delta y_{H_2O}} = 0 \end{cases}$
Bande spectrale d'intégration $\Delta\nu$ suffisamment petite	$\begin{cases} \bar{\kappa}_\nu = \bar{\kappa} \\ \bar{B}_\nu = \bar{B} \\ \left. \frac{\partial \kappa_\nu}{\partial T} \right _{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} = \left. \frac{\partial \kappa}{\partial T} \right _{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \\ \left. \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \right _{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} = \left. \frac{\partial B}{\partial T} \right _{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \end{cases}$
FAC de la température en exponentielle décroissante	$\Gamma_{\Delta T}(\Delta r) = \sigma_T^2 \exp\left(-\frac{\Delta r}{L_c}\right)$

Tableau 7 : Récapitulatif des hypothèses du modèle analytique.

<b>PARAMETRES D'ENTREE DU MODELE ANALYTIQUE</b>	
$\Delta\nu$	Bande spectrale d'intégration (doit rester faible pour la validité du modèle analytique)
$L$	Longueur du trajet optique
$L_c$	Longueur de corrélation de la température (modèle MSX)
$\sigma_T$	Ecart-type de la température (modèle MSX)
$\kappa \Leftrightarrow \bar{L}_\kappa$	Coefficient d'absorption et longueur d'absorption associée (table raie par raie)
$\left. \frac{\partial \kappa}{\partial T} \right _{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}}$	Dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température (table raie par raie)

Tableau 8 : Récapitulatif des paramètres d'entrée du modèle analytique

### 6.3.2.2 Etude du comportement asymptotique

Les solutions analytiques sont injectées dans le code FACLUM-2D en parallèle aux calculs numériques pour lesquels le code a été développé. Les paramètres d'entrée du modèle analytique sont donc ceux utilisés pour le code numérique. Toutefois, le calcul doit se faire en milieu homogène, i.e. pour une atmosphère pour laquelle les grandeurs atmosphériques (température, pression, rapport de mélange des constituants) sont identiques partout. Ceci implique donc que le coefficient d'absorption et ses dérivées sont également constants dans tout le milieu. Nous avons donc traité deux types de milieu suivant leur caractère absorbant :

- a) Le milieu transparent (faible épaisseur optique,  $L/\bar{L}_\kappa \ll 1$ )
- b) Le milieu opaque (épaisseur optique élevée,  $L/\bar{L}_\kappa \gg 1$ )

Sachant que la longueur d'un trajet optique dans la grille atmosphérique est de l'ordre de 1000 km, il faut choisir  $\bar{L}_\kappa$  de telle sorte que  $L/\bar{L}_\kappa$  remplisse la condition (a) ou (b). Le Tableau 9 récapitule le choix de  $\bar{L}_\kappa$  pour traiter les deux cas (a) ou (b).

$\bar{L}_\kappa$	$L/\bar{L}_\kappa$	Type de milieu
1 km	1000	opaque
150000 km	$\sim 7.10^{-3}$	transparent

Tableau 9 : Longueur d'absorption (km), épaisseur optique correspondante (pour  $L=1000\text{km}$ ) et type de milieu associé.

On constate que les solutions analytiques pour la variance et sa fonction de distribution reflètent le compromis entre la transmittivité du milieu (représentée par l'exponentielle décroissante en  $r/\bar{L}_\kappa$ ) et la corrélation des fluctuations de la température (représentée par l'exponentielle décroissante en  $r/L_c$ ). La prédominance de l'une ou de l'autre dépend donc du rapport  $L_c/\bar{L}_\kappa$  intervenant dans ces solutions. Ainsi, pour les deux types d'absorption cités ci-dessus (faible et forte), nous avons étudié le comportement asymptotique de ces solutions aux limites de  $L_c/\bar{L}_\kappa$ , i.e. pour  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$  et  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$ .

Le Tableau 10 présente l'expression analytique de  $\sigma_{\Delta L}^2(r)$  et de  $d\sigma_{\Delta L}^2(r)/dr$  lorsque  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$  puis  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$ . Une illustration de ces résultats pour les deux cas d'absorption se trouve sur la Figure 120, en utilisant les formules générales (6.8) et (6.9). Le calcul est effectué avec le code FACLUM-2D qui propose de calculer les solutions analytiques lorsque le milieu homogène est sélectionné par l'utilisateur. La figure représente  $\sigma_{\Delta L}^2(r)$  (graphes du bas) et  $d\sigma_{\Delta L}^2(r)/dr$  (graphes du haut) le long de la ligne de visée, lorsque  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$  (graphes de gauche) et  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$  (graphes de droite), pour

les deux cas d'absorption : en jaune, l'absorption faible et en marron, l'absorption forte. Les fonctions ont été normalisées à 1 pour pouvoir comparer leur comportement à échelle identique. Le rapport  $L_c/\bar{L}_\kappa$  caractérise en fait la quantité de variance disponible le long du chemin optique. D'une part,  $L_c$  est la distance au-delà de laquelle les propriétés physiques de la température ne dépendent plus du point de départ. Toute l'information physique de la région considérée se trouve donc avant  $L_c$ . D'autre part,  $\bar{L}_\kappa$ , qu'on a appelé longueur d'absorption, représente un libre parcours moyen d'absorption. On considère donc qu'au-delà de cette distance, le milieu est opaque, i.e. le rayonnement qui en provient est absorbé avant d'atteindre le capteur.

Ainsi, si la longueur de corrélation est grande devant la longueur d'absorption ( $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$ ), l'exponentielle décroissante de la FAC de température décroît beaucoup moins vite que celle de la transmission. La FAC de température peut alors être considérée comme constante (comparée à la fonction de transmission), i.e. les fluctuations de la température sont corrélées en tout point du milieu. La FAC de la température est alors égale à la variance de la température :

$$\Gamma_{\Delta T}(\Delta r) = \sigma_T^2 \exp\left(-\frac{\Delta r}{L_c}\right) \xrightarrow{L_c \rightarrow \infty} \sigma_T^2$$

$L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$	<p>Variance</p> $\lim_{L_c/\bar{L}_\kappa \rightarrow 0} \sigma_{\Delta L}^2(r) = \sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 L_c^2 \left[ \left( \exp\left(-\frac{r}{L_c}\right) - 1 \right) \left( 1 + \exp\left(\frac{r-L}{L_c}\right) \right) + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c} \left( 1 - \exp\left(-\frac{2r}{\bar{L}_\kappa}\right) \right) \right]$ <p>Fonction de distribution de la variance</p> $\lim_{L_c/\bar{L}_\kappa \rightarrow 0} \frac{d\sigma_{\Delta L}^2}{dr}(r) = \sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 L_c \left[ 2 \exp\left(-\frac{2r}{\bar{L}_\kappa}\right) - \exp\left(-\frac{r}{L_c}\right) \left( 1 + \exp\left(-\frac{L}{L_c}\right) \right) \right]$
$L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$	<p>Variance</p> $\lim_{L_c/\bar{L}_\kappa \rightarrow \infty} \sigma_{\Delta L}^2(r) = \sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 \bar{L}_\kappa^2 \left( \left( 1 - e^{-\frac{r}{\bar{L}_\kappa}} \right) \left( 1 - e^{-\frac{L}{\bar{L}_\kappa}} \right) + \frac{\bar{L}_\kappa}{L_c} \left( e^{-\frac{2r}{\bar{L}_\kappa}} - 1 \right) \right)$ <p>Fonction de distribution de la variance</p> $\lim_{L_c \rightarrow \bar{L}_\kappa} \frac{d\sigma_{\Delta L}^2}{dr}(r) = \sigma_T^2 F_{\Delta v}^T(0)^2 \bar{L}_\kappa \left( e^{-\frac{r}{\bar{L}_\kappa}} \left( 1 - e^{-\frac{L}{\bar{L}_\kappa}} \right) - \frac{2\bar{L}_\kappa}{L_c} e^{-\frac{2r}{\bar{L}_\kappa}} \right)$

Tableau 10 : Expression asymptotique de la  $\sigma_{\Delta L}^2(r)$  et de  $d\sigma_{\Delta L}^2(r)/dr$  lorsque  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$  et  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$ .

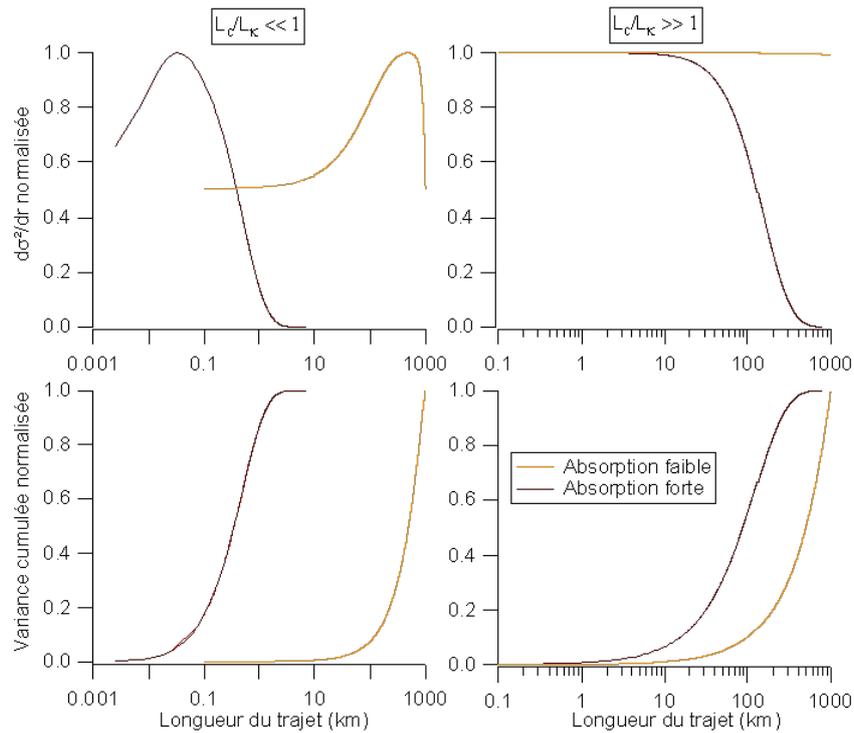


Figure 120 : En haut, fonction de distribution de la variance en fonction de la longueur du trajet, pour  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$  (à gauche) et  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$  (à droite) lorsque le milieu est faiblement absorbant (courbes jaunes) et fortement absorbant (courbes marrons). En bas, idem pour la variance cumulée.

On constate en effet dans le Tableau 10 (pour  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$ ), que la variance et sa fonction de distribution ne dépendent plus de l'exponentielle décroissante en  $r/L_c$ . L'épaisseur optique régit alors seule le comportement de  $\sigma_{\Delta L}^2(r)$  et  $d\sigma_{\Delta L}^2(r)/dr$ . Nous pouvons le constater sur la Figure 120 pour le cas  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$ . En effet, on remarque en regardant  $d\sigma_{\Delta L}^2(r)/dr$  (en haut, à droite) que pour le milieu opaque (courbe marron), la majeure contribution à la variance se trouve près du capteur, dans les 100 premiers kilomètres. Au-delà, la contribution devient négligeable. Dans le cas du milieu transparent (courbe jaune), la contribution à la luminance est quasiment la même tout le long du chemin optique. Le rayonnement émis loin du capteur est faiblement absorbé : il contribue donc quasiment autant à la variance que le rayonnement émis près du capteur. Ces différences se répercutent donc sur la variance cumulée  $\sigma_{\Delta L}^2(r)$  de la luminance. Cette dernière converge plus rapidement vers la variance totale  $\sigma_{\Delta L}^2$  en milieu opaque qu'en milieu transparent : c'est ce qu'illustre les courbes en bas à droite. On remarque d'ailleurs que la longueur du trajet  $L$  choisie pour le milieu transparent n'est pas suffisamment grande pour voir la variance converger. Toutefois, la longueur d'absorption pour le milieu transparent est de 150000 km, il faudrait donc que  $L$  soit bien plus grande que cette valeur pour y parvenir.

Dans le cas inverse où la longueur de corrélation est petite devant la longueur d'absorption ( $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$ ), l'exponentielle décroissante de la FAC de température décroît plus rapidement que celle de la transmission. Les fluctuations de la température sont donc faiblement corrélées (la limite asymptotique serait un bruit blanc) : c'est comme si l'on disposait d'une multitude de réalisations le long de la ligne de visée. L'intégration le long de cette ligne de visée tend à moyenniser ces réalisations pour obtenir au final un champ homogène en température. Toutefois, comme le révèle le Tableau 10 (pour  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$ ), la variance et sa fonction de distribution dépendent toujours des deux exponentielles. La faible corrélation des fluctuations de température n'efface pas la contribution de la transmission le long de la ligne de visée. Ainsi, le comportement asymptotique de  $\sigma_{\Delta L}^2(r)$  et  $d\sigma_{\Delta L}^2(r)/dr$  reste un compromis entre la transmission du milieu et la corrélation du champ de température. Ce compromis est constaté en particulier sur la fonction  $d\sigma_{\Delta L}^2(r)/dr$  (graphes en haut à gauche) dont le maximum n'est pas près du capteur, comme c'est le cas pour  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$  mais à une distance avoisinante  $\left\lfloor \ln(4L_c/\bar{L}_\kappa) \right\rfloor L_c$ . Ainsi, pour un milieu opaque (courbe marron), on constate que le maximum est à quelques dizaines de mètres du capteur pour un  $L_c \sim 10$  m et pour un milieu transparent (courbe jaune), à quelques centaines de kilomètres du capteur pour un  $L_c \sim 100$  km. Lorsque  $\left\lfloor \ln(4L_c/\bar{L}_\kappa) \right\rfloor L_c$  avoisine ou dépasse la longueur du trajet  $L$ , on constate alors que la variance cumulée (graphes en bas à gauche) n'a pas convergé vers son maximum avant la fin du trajet. Il est donc important de choisir une longueur de trajet  $L$  grande devant ce seuil  $\left\lfloor \ln(4L_c/\bar{L}_\kappa) \right\rfloor L_c$  pour s'assurer d'intégrer toute l'information sur la variance.

L'étude du comportement asymptotique de la variance et de sa fonction de distribution en valeurs normalisées ne nous permet pas d'analyser l'impact de  $L_c/\bar{L}_\kappa$  sur l'amplitude de ces fonctions. La Figure 121 comble donc ce manque, en illustrant dans le cas du milieu opaque la variance cumulée en valeur absolue lorsque  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$  et  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$ . On constate alors que la variance totale (égale à la valeur de convergence) est plus faible d'un ordre de grandeur lorsque la longueur de corrélation est faible devant la longueur d'absorption. Notons que  $\bar{L}_\kappa$  est fixé donc l'interprétation du résultat dépend de  $L_c$ . Or, plus la longueur de corrélation diminue, plus la FAC de température décroît rapidement, son amplitude à l'origine restant en revanche égale à  $\sigma_T^2$  (voir la Figure 122). Donc, l'aire sous la courbe de  $\Gamma_{\Delta T}$  diminue avec  $L_c$ . En schématisant, on peut alors dire que le cas  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$  revient à sommer la variance de la température  $\sigma_T^2$  uniquement de 0 à  $L_c$ , en supposant que sur le

reste du trajet, la contribution est nulle. En revanche, le cas  $L_c/\bar{L}_K \ll 1$  revient à sommer  $\sigma_T^2$  sur toute la longueur  $L$  du trajet. C'est pourquoi la variance de la luminance est plus élevée dans le cas  $L_c/\bar{L}_K \ll 1$  que dans le cas  $L_c/\bar{L}_K \gg 1$ . En résumé, la quantité d'informations en température est d'autant plus faible que la longueur de corrélation est petite. Or, comme la variance de la luminance dépend de cette quantité d'information, elle est d'autant plus faible également.

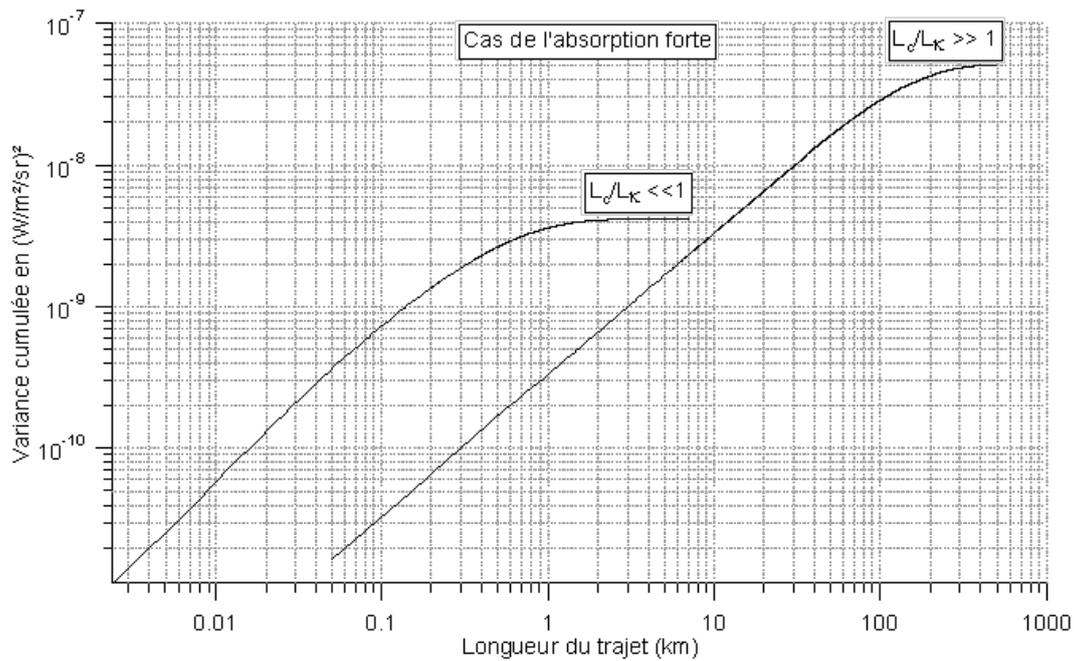


Figure 121 : Variance cumulée le long de la ligne de visée, en valeur absolue, dans le cas de l'absorption forte (milieu opaque) pour  $L_c/\bar{L}_K \ll 1$  et  $L_c/\bar{L}_K \gg 1$ .

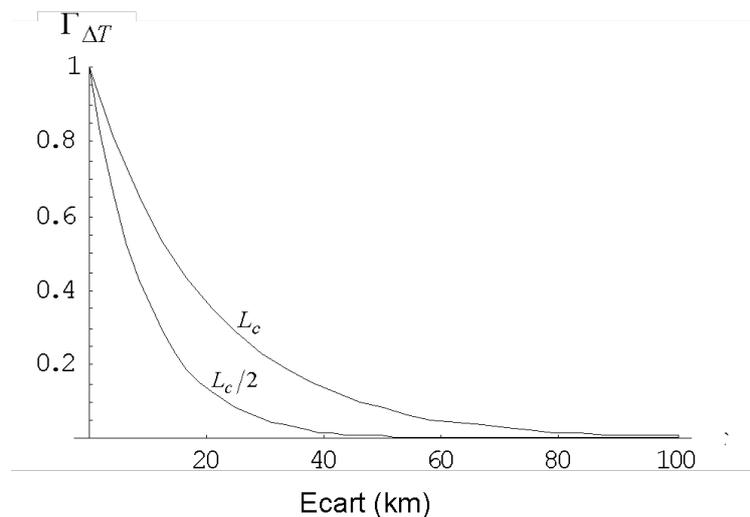


Figure 122 : Fonction d'autocorrélation de la température pour une variance égale à 1 et deux longueurs de corrélation différentes ( $L_c$  et  $L_c/2$ ).

### 6.3.2.3 Erreur relative entre le modèle analytique et le calcul numérique

L'objectif est de valider avec le modèle analytique l'algorithme du code FACLUM-2D (cf. paragraphe 5.4 « algorithme »). Comme le modèle analytique donne la solution analytique de la luminance moyenne et de sa fonction de poids, de la variance des fluctuations de la luminance et de sa fonction de distribution, nous pourrions valider l'algorithme du code dans ce cadre là au moins. Le code est donc testé dans le cas du milieu homogène, pour une FAC de température en exponentielle décroissante.

Ainsi, au sein du répertoire stockant les tables raie par raie, nous avons créé et ajouté des tables raie par raie spécifiques aux différents types de milieu homogène. Rappelons que les tables raie par raie contiennent le coefficient d'absorption total  $\kappa$  et sa dérivée par rapport à la température  $\partial\kappa/\partial T$  et le coefficient d'absorption de la vapeur d'eau  $\kappa^{H_2O}$ , en fonction de l'altitude (entre 6 et 45 km) et du nombre d'onde (sur une largeur de  $100 \text{ cm}^{-1}$  pour chaque table). En milieu homogène, ces paramètres doivent donc être identiques à toutes les altitudes. D'autre part, suivant les hypothèses du modèle analytique, le milieu doit être gris. Ainsi, une table raie par raie du modèle analytique est identique à celles conçues pour le milieu hétérogène, à la différence que  $\kappa$ ,  $\partial\kappa/\partial T$  et  $\kappa^{H_2O}$  sont constants sur toute la table. Arbitrairement, nous avons généré des tables homogènes entre  $1600$  et  $1700 \text{ cm}^{-1}$ . Comme nous l'avons expliqué au début du paragraphe 6.3.2.2, il existe une table (i.e. un jeu de  $\{\kappa, \partial\kappa/\partial T, \kappa^{H_2O}\}$ ) par type de milieu : le milieu homogène optiquement transparent et le milieu homogène optiquement épais, ainsi qu'un troisième type correspondant à un milieu modérément absorbant ( $\bar{L}_\kappa = 150 \text{ km}$ ).

Enfin, la routine de calcul de la FAC de la température propose différents modèles de FAC au choix, dont le modèle en exponentielle décroissante.

L'exécution du code en mode homogène nécessite donc :

- de préciser dans le fichier d'entrée du code que la matrice capteur se réduit au pixel central (puisque seule le calcul de la variance est nécessaire)
- de sélectionner le type de milieu souhaité
- d'entrer une bande spectrale entre  $1600$  et  $1700 \text{ cm}^{-1}$

Le code sélectionnera alors automatiquement la FAC de température du modèle analytique et le modèle atmosphérique homogène correspondant au milieu sélectionné. Il fournira en sortie la luminance moyenne et sa fonction de poids, ainsi que la variance de la luminance et de sa fonction de distribution, calculées suivant l'algorithme du code FACLUM-2D d'une part et calculées analytiquement suivant les solutions données par le modèle analytique d'autre part. C'est en comparant ces sorties que nous allons valider le procédé de calcul du code FACLUM-2D.

On définit donc l'erreur relative  $\varepsilon^{num}$  comme la différence absolue entre le résultat analytique et le résultat numérique, normalisée au résultat analytique :

$$\varepsilon^{num} = \left| \frac{\text{analytique} - \text{numérique}}{\text{analytique}} \right|$$

Les erreurs relatives pour la luminance moyenne  $\langle L \rangle$ , sa fonction de poids  $d\langle L \rangle/dr$ , la variance (cumulée)  $\sigma_{\Delta L}^2$  et sa fonction de distribution  $w_{\Delta v}(r) = d\sigma_{\Delta L}^2/dr$  ont été calculées pour les trois types de milieu homogène (faiblement, modérément ou fortement absorbant) et les deux cas asymptotiques  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$  et  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$ . On a constaté que les erreurs sur la luminance moyenne sont bien inférieures à celles commises sur la variance. Par souci de synthèse, nous ne présentons donc que ces dernières. La Figure 123 illustre l'erreur relative  $\varepsilon^{num}$  en % pour  $\sigma_{\Delta L}^2(r)$  (graphes du bas) et  $d\sigma_{\Delta L}^2/dr$  (graphes du haut) le long de la ligne de visée lorsque  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$  (graphes de gauche) et  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$  (graphes de droite), pour un milieu faiblement absorbant (courbes jaunes), modérément absorbant (courbes rouges) et fortement absorbant (courbes marrons).

Avant de commenter ces courbes, précisons que des tests ont montré que plus la résolution spatiale est fine, plus l'erreur relative  $\varepsilon^{num}$  est faible. La résolution spatiale de la grille atmosphérique a été fixée par défaut à  $\sim 100$  m sur le plan horizontal (axes X et Y) et à  $\sim 50$  m sur le plan vertical (axe Z). Ce choix permet de représenter les échelles des fluctuations dues aux ondes de gravité mais aussi de tenir compte de  $\bar{L}_\kappa$  et de  $L_c$ . En effet, cette résolution spatiale reste bien inférieure à  $\bar{L}_\kappa$  et  $L_c$  pour les milieux faiblement et modérément absorbants quelque soit  $L_c/\bar{L}_\kappa$ . Elle l'est aussi pour le milieu fortement absorbant lorsque  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$ . En revanche, elle n'est plus adaptée pour le milieu fortement absorbant lorsque  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$ . En effet,  $L_c$  est dans ce cas là égal à 10 m. Nous avons donc utilisé une résolution spatiale de 5 m sur le plan horizontal et 1 m sur le plan vertical dans ce cas particulier. Du fait de cette très fine résolution spatiale, le calcul n'a été réalisé que sur les 5 premiers kilomètres du trajet pour un gain en temps de calcul.

Dans le cas  $L_c/\bar{L}_\kappa \ll 1$ ,  $\varepsilon^{num}$  reste inférieure à 0,1% pour  $d\sigma_{\Delta L}^2/dr$  et 0,01% pour  $\sigma_{\Delta L}^2(r)$ , quelque soit le type d'absorption testé. En revanche, on constate que l'erreur  $\varepsilon^{num}$  est bien plus élevée dans le cas  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$  : elle peut atteindre 10 % dans les premiers kilomètres du trajet pour les cas fortement et modérément absorbants. Ceci révèle que la résolution spatiale choisie n'est pas assez fine comparée à  $\bar{L}_\kappa$  et/ou à  $L_c$  quand  $L_c/\bar{L}_\kappa \gg 1$ . Mais rappelons que les cas testés sont des cas asymptotiques donc extrêmes : les erreurs dont nous parlons sont donc des erreurs majorantes. Par ailleurs, l'erreur sur la variance ne dépasse pas 1% au-delà du premier kilomètre dans le cas critique cité ci-dessus.

D'autre part, on constate également sur la Figure 123 que certaines erreurs semblent osciller plus ou moins fortement autour d'une tendance. Nous ne savons pas expliquer l'origine de ces oscillations. Toutefois, nous avons montré que l'erreur commise entre la solution analytique et la solution numérique, même dans le cas le plus problématique (milieu fortement absorbant avec la longueur de corrélation petite devant la longueur d'absorption), reste inférieure à l'erreur maximale commise par la méthode d'intégration que nous avons choisie (la méthode des trapèzes). Cette démonstration est donnée en Annexe F.

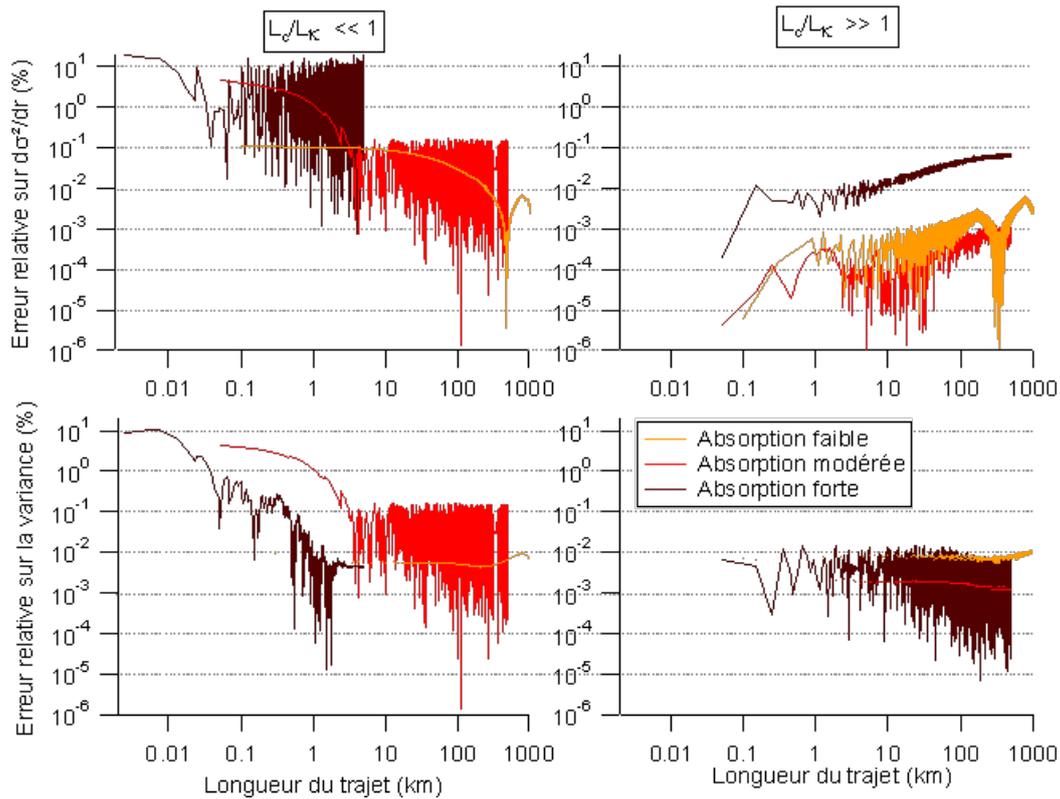


Figure 123 : En haut, erreur relative  $\epsilon^{num}$  sur la fonction de distribution de la variance en fonction de la longueur du trajet, pour  $L_c/\bar{L}_K \ll 1$  (à gauche) et  $L_c/\bar{L}_K \gg 1$  (à droite) lorsque le milieu est faiblement absorbant (courbes jaunes), modérément absorbant (courbes rouges) et fortement absorbant (courbes marrons).

En bas, idem pour l'erreur relative  $\epsilon^{num}$  sur la variance cumulée.

La comparaison entre les solutions analytiques et les résultats numériques est donc concluante : le procédé de calcul du code FACLUM-2D aboutit au résultat analytique avec une grande précision (moins de 1% sur la variance), ce qui permet de valider l'algorithme développé dans le code, dans les conditions particulières du modèle analytique.

### 6.3.3 Validation étape par étape

Le modèle de FAC de la température utilisé par défaut dans le code FACLUM-2D est le modèle de Gurvich dont nous rappelons l'expression ci-dessous :

$$\Gamma_{\Delta T}(\Delta h, \Delta z) = \sigma_T^2(z) k_c \sqrt{\Delta h^2 + \frac{\Delta z^2}{\eta(z)^2}} K_1 \left( k_c \sqrt{\Delta h^2 + \frac{\Delta z^2}{\eta(z)^2}} \right) \quad (6.10)$$

où  $\Delta h$  est l'écart spatial horizontal tel que  $\Delta h^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$ ,  $\Delta z$  l'écart spatial vertical,  $K_1$  la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre 1,  $\eta$  l'anisotropie et  $k_c$  l'échelle de coupure externe (c'est une fréquence spatiale). On notera  $\Delta r^2 = \Delta h^2 + \Delta z^2$ . Notons que  $\sigma_T^2$  et  $\eta$  en atmosphère réelle varient avec l'altitude.

L'objectif des tests que nous allons présenter dans ce paragraphe est de vérifier le calcul de la FAC de la température  $\Gamma_{\Delta T}$  au sein de l'algorithme du code FACLUM-2D. Différents types de milieux sont testés :

- a) milieu homogène isotrope :  $\sigma_T^2(z) = \sigma_T^2 = 1 K^2$  et  $\eta = 1$
- b) milieu homogène anisotrope  $\sigma_T^2(z) = \sigma_T^2 = 1 K^2$  et  $\eta = 1/2$
- c) milieu hétérogène isotrope :  $\sigma_T^2(z)$  du modèle MSX et  $\eta = 1$
- d) milieu hétérogène anisotrope :  $\sigma_T^2(z)$  du modèle MSX et  $\eta = 1/2$

La démarche est la suivante. On lance le code FACLUM-2D, comme si nous voulions calculer la FAC de la luminance sur la matrice-captur. Pour obtenir un profil horizontal ou un profil vertical, on choisit une matrice-ligne ou une matrice-colonne. Le code fournit en sortie la FAC de la luminance en fonction de l'écart angulaire  $\Delta\theta$  entre les lignes de visée. Pour obtenir la FAC de la température au lieu de la FAC de la luminance, plusieurs modifications sont effectuées dans le code. En effet, la FAC de la température est calculée en fonction de l'écart  $\Delta r$  entre un premier point  $M_1$  sur la ligne de visée principale et un deuxième point  $M_2$  sur la ligne de visée courante (voir Figure 124). Il faut donc relier l'écart angulaire  $\Delta\theta$  entre les deux lignes de visée et l'écart  $\Delta r$  entre  $M_1$  et  $M_2$ . On fixe alors  $M_1$  et  $M_2$  à une distance  $L$ .  $\Delta r$  est donc relié à  $L$  et  $\Delta\theta$  de la manière suivante :

$$\Delta r = 2L \sin \frac{\Delta\theta}{2}$$

Ainsi, pour chaque pixel de la matrice (donc pour un écart angulaire  $\Delta\theta$  donné), on extrait du code FACLUM-2D la valeur de la FAC de la température en  $\Delta r(\Delta\theta, L)$ . On peut alors tracer un profil 1-D de la FAC de la température en fonction de  $\Delta\theta$ .

Les tests sont donc effectués sur un profil vertical et un profil horizontal de  $\Gamma_{\Delta T}$ .

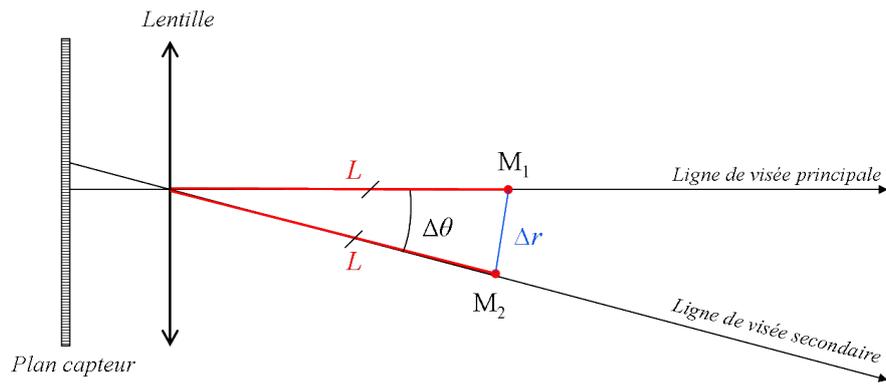


Figure 124 : Schéma expliquant le lien entre l'écart angulaire et l'écart spatial.

La Figure 125 représente le profil horizontal et le profil vertical de  $\Gamma_{\Delta T}$  en fonction de l'écart angulaire par rapport au pixel central dans le cas homogène isotrope (graphe de gauche) et dans le cas homogène anisotrope ( $\eta = 1/2$ ).

Dans le cas homogène isotrope,  $\Gamma_{\Delta T}$  doit être une fonction isotrope : le profil vertical et le profil horizontal doivent être confondus, symétriques par rapport à  $\Delta\theta = 0$  et leur maximum doit être égal à  $\sigma_T^2 = 1 K^2$ . C'est ce que nous pouvons vérifier sur le graphe de gauche de la Figure 125.

Dans le cas homogène anisotrope, l'anisotropie verticale de 1/2 impose un profil vertical de  $\Gamma_{\Delta T}$  deux fois plus étroit que le profil horizontal. On le vérifie sur le graphe de droite de la Figure 125 : à  $\Gamma_{\Delta T} = 0,996 K^2$ , la largeur du profil vertical est de  $1,2^\circ$  et celle du profil horizontal  $2,4^\circ$ .

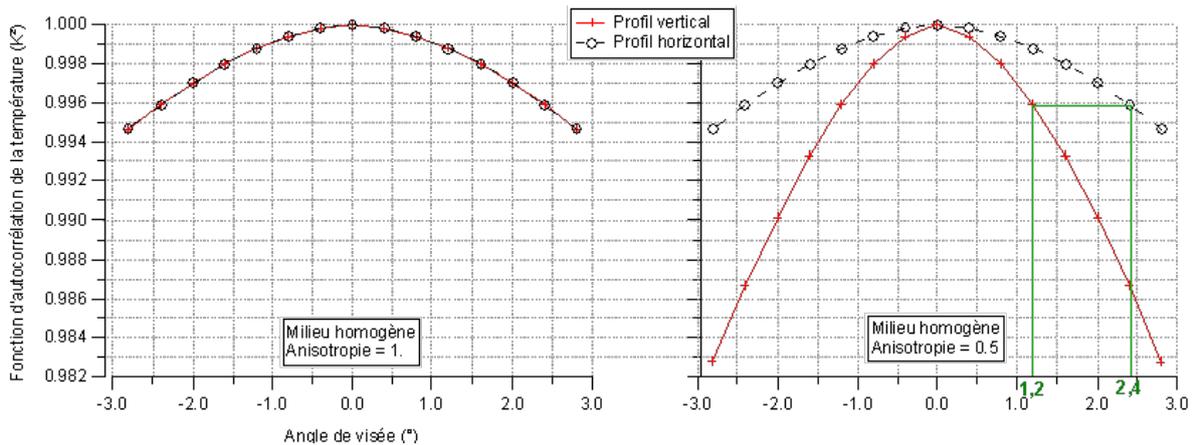


Figure 125 : A gauche, profil horizontal et profil vertical de la FAC de la température (en  $K^2$ ) en milieu homogène isotrope. A droite, idem avec une anisotropie verticale de 0,5.

Le cas du milieu hétérogène est présenté sur la Figure 126. Par milieu hétérogène, on entend un milieu dont les grandeurs atmosphériques varient avec l'altitude seule. Ainsi,  $\Gamma_{\Delta T}$  dépend de  $\sigma_T^2(z)$ ,  $z$  étant l'altitude moyenne entre les points  $M_1$  et  $M_2$  de la Figure 124. Le profil horizontal doit donc rester symétrique par rapport à  $\Delta\theta = 0$  puisque une ligne de visée à  $+\Delta\theta$  est à altitude égale de celle à  $-\Delta\theta$ , à une distance  $L$  fixée. L'anisotropie n'a également aucun impact sur le profil horizontal, même si elle varie avec l'altitude, puisqu'elle n'agit que sur les variations verticales. Nous pouvons le vérifier sur la Figure 126. D'autre part, le maximum du profil horizontal doit être à  $\Delta\theta = 0$ . La ligne de visée secondaire est alors confondue à la ligne de visée principale : le maximum est égal à la variance de la température à l'altitude du point  $M_1 (= M_2)$ . On vérifie effectivement que le maximum du profil horizontal de la Figure 126. est égal à la variance de la température correspondant à  $\Delta\theta = 0$  (Figure 127).

Le profil vertical, en revanche, est influencé par l'hétérogénéité et par l'anisotropie. Le cas hétérogène isotrope est présenté sur le graphe de gauche de la Figure 126. On remarque qu'il n'est pas symétrique par rapport à  $\Delta\theta = 0$  : ceci s'explique par la non stationnarité de la température donc par la variation de  $\sigma_T^2$  avec l'altitude. Comme le milieu est isotrope, alors  $\eta = 1$ . Ainsi, le profil vertical de  $\Gamma_{\Delta T}$  en milieu hétérogène correspond simplement au profil vertical normalisé de  $\Gamma_{\Delta T}$  en milieu homogène (profil horizontal de gauche de la Figure 125) multiplié par  $\sigma_T^2(z)$  (Figure 127). On obtient alors ce profil asymétrique. Dans le cas hétérogène anisotrope ( $\eta = 1/2$ ), on retrouve l'asymétrie du profil vertical mais l'anisotropie a comme effet de resserrer le profil vertical, comme nous l'avons expliqué dans le cas homogène. On a alors vérifié que ce profil correspond bien au profil vertical normalisé du milieu homogène anisotrope (profil vertical de droite de la Figure 125) multiplié par  $\sigma_T^2(z)$ .

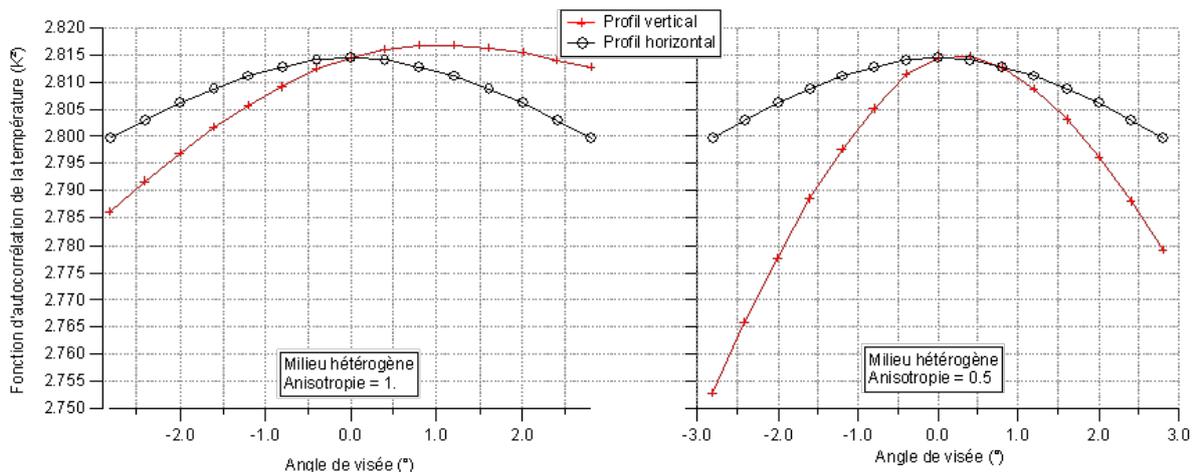


Figure 126 : A gauche, profil horizontal et profil vertical de la FAC de la température  $e$ (en  $K^2$ ) en milieu hétérogène isotrope. A droite, idem avec une anisotropie verticale de  $1/2$ .

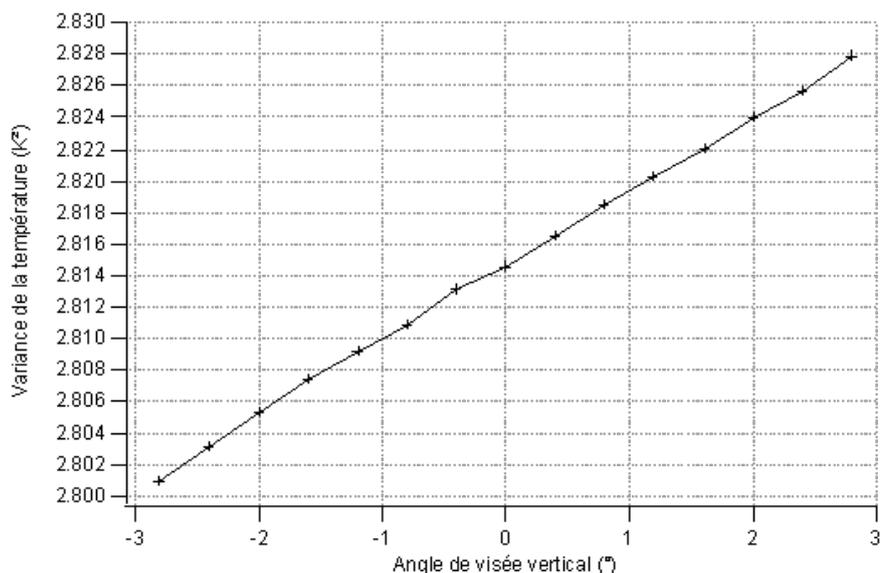


Figure 127 : Variance de la température (en K<sup>2</sup>) en fonction de l'écart angulaire à ligne de visée principale, avec le modèle statistique de température MSX.

Il est plus difficile de vérifier la forme de  $\Gamma_{\Delta T}$  quand l'anisotropie varie avec l'altitude. Toutefois, les différentes étapes de vérification qui ont été validées dans ce paragraphe permettent d'affirmer que le calcul de  $\Gamma_{\Delta T}$  au sein du code FACLUM-2D est solide. Ces tests valident également les calculs géométriques (calcul des trajectoires des lignes de visée, leurs segmentations, le calcul des écarts...) dont dépend entièrement  $\Gamma_{\Delta T}$ .

## 6.4 Quelques exploitations du code

### 6.4.1 Comparaison avec le code SAMM-2

L'objectif est de comparer les résultats du code FACLUM-2D et ceux de SAMM-2 en utilisant les paramètres d'entrée du Tableau 11. Notons que le modèle développé pour SAMM-2 ne prend pas en compte les fluctuations de la vapeur d'eau : nous n'en tiendrons donc pas compte dans FACLUM-2D. D'autre part, dans le cadre de cette comparaison, nous utilisons pour les calculs de FACLUM-2D la même fonction d'autocorrélation de la température que celle utilisée dans le modèle de SAMM-2 (voir paragraphe 4.6).

<b>Modèle atmosphérique</b>	US Standard 76
<b>Modèle statistique de la température</b>	MSX
<b>Modèle de la FAC de la température</b>	SAMM-2 (Von Karman)
<b>Fluctuations de la vapeur d'eau</b>	aucune

Tableau 11 : Paramètres d'entrée communs à FACLUM-2D et SAMM-2

Rappelons que le code SAMM-2 supporte les configurations de visée aéroportée au limbe mais n'a pas été conçu et validé à cet effet. En effet, SAMM-2 est un code de calcul des hétérogénéités atmosphériques et de leurs statistiques, dédié aux observations satellitaires. Nous ne cherchons donc pas à valider le code FACLUM-2D avec le code SAMM-2 mais plutôt à mettre en évidence ce qu'apporte le code FACLUM-2D par rapport à SAMM-2 dans le cas des visées aéroportées au limbe. Les tests sont effectués sur la fonction de distribution de la variance, car c'est une sortie commune aux deux codes.

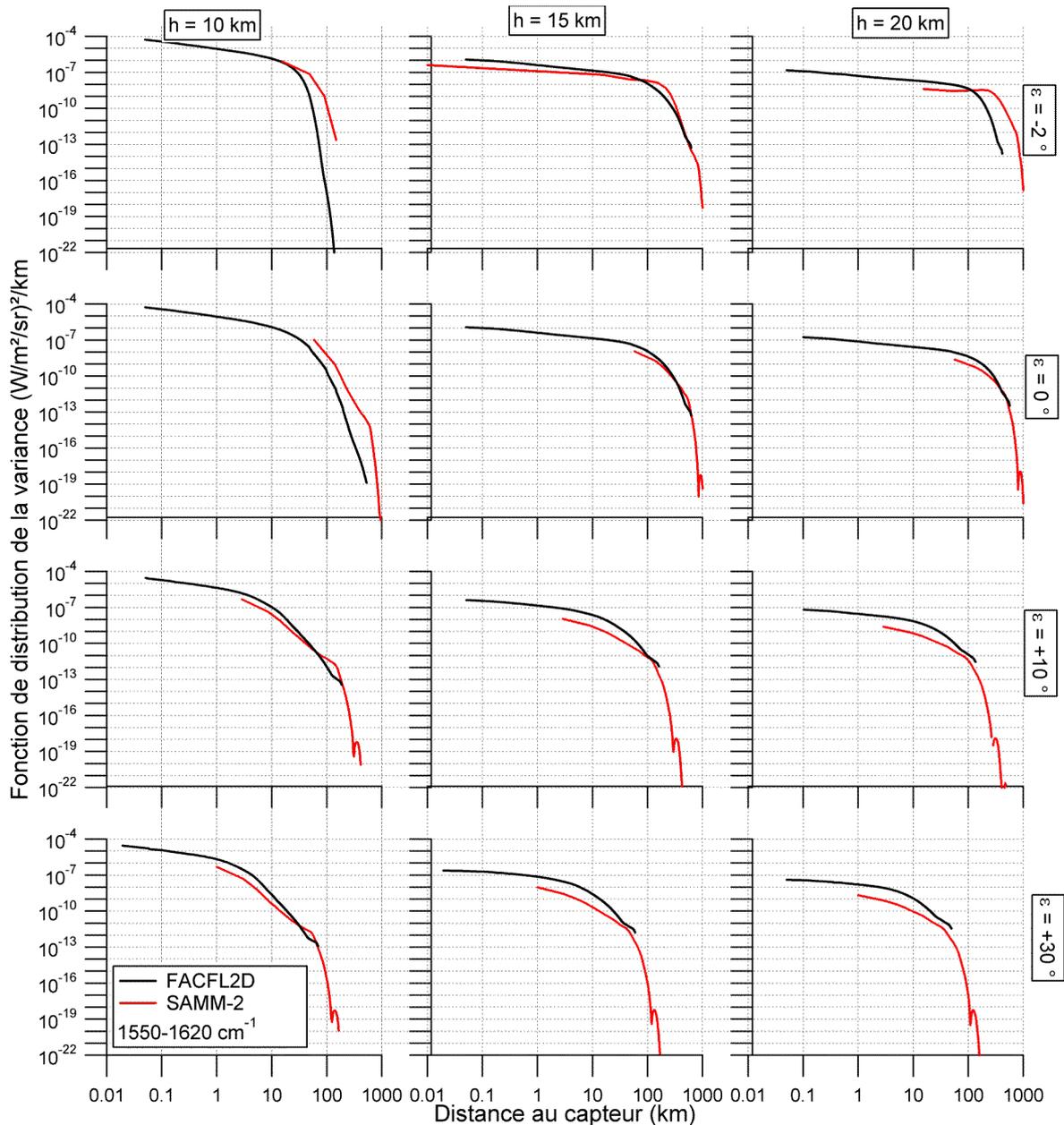


Figure 128 : Fonction de distribution de la variance pour un observateur placé à 10, 15 ou 20 km d'altitude (colonnes) et visant à  $-2$ ,  $0$ ,  $10$  et  $30^\circ$  par rapport à l'horizon (lignes). Comparaison d'un calcul SAMM-2 (courbes rouges) et d'un calcul FACLUM-2D (courbes noires) dans la bande spectrale  $1550-1620 \text{ cm}^{-1}$ .

La Figure 128 représente donc la fonction de distribution de la variance de la luminance,  $d\sigma_{\Delta L}^2/dr$ , en fonction de la distance au capteur calculée par le code FACLUM-2D (courbes noires) et par le code SAMM-2 (courbes rouges). Les tests ont été effectués pour trois altitudes (10, 15 et 20 km) et quatre angles de visée du capteur (-2, 0, 10 et 30° par rapport à l'horizon), pour une bande spectrale relativement large comprise entre 1550 et 1620  $\text{cm}^{-1}$  (au centre de la bande d'absorption de la vapeur d'eau). Une première remarque générale est de constater que les résultats entre FACLUM-2D et SAMM-2 sont cohérents : les ordres de grandeurs sont les mêmes. Toutefois, la concordance des résultats entre FACLUM-2D et SAMM-2 reste approximative car on note des variations de comportement et d'amplitude suivant l'altitude et l'angle de visée. Il est très difficile de justifier ces écarts car FACLUM-2D et SAMM-2 utilisent une méthode de calcul radiatif très différente. En particulier, le modèle utilisé par SAMM-2 permet de traiter le non équilibre thermodynamique local observé dans la moyenne et haute atmosphère.

La différence majeure entre FACLUM-2D et SAMM-2 est la capacité à décrire les fluctuations de la luminance au voisinage du capteur. En effet, FACLUM-2D permet à l'utilisateur de choisir une grille atmosphérique avec une résolution spatiale extrêmement fine (de l'ordre de la dizaine de mètres si nécessaire). Ainsi, il est possible de décrire les statistiques de la luminance au voisinage du capteur avec une grande précision spatiale, comme le montrent les résultats de la Figure 128. Or, SAMM-2 donne des résultats moins bien résolus : on observe en effet que la fonction de distribution de la variance est décrite avec une résolution spatiale variant de 1 à 50 km selon l'altitude et l'angle de visée du capteur. Notons toutefois que le cas à 15 km d'altitude pour une élévation de -2° donne un résultat mieux résolu pour SAMM-2 que pour FACLUM-2D. En fait, le cas des visées au limbe depuis la stratosphère est critique pour SAMM-2 en terme de géométrie. En effet, SAMM-2 segmente ses lignes de visée par couches atmosphériques. Pour une ligne de visée depuis l'espace, le premier segment commence donc quand la ligne de visée traverse le haut de l'atmosphère, i.e. quand elle rencontre le premier plan horizontal (Figure 129). Dans le cas d'une ligne de visée partant de la stratosphère et visant horizontalement, le premier segment, qui débute donc à partir du premier plan horizontal rencontré, va se situer déjà loin du capteur. De plus, les premiers segments sont bien plus longs que les suivants, comme peut le montrer la Figure 129. C'est pourquoi à 10 km d'altitude en visée horizontale, le premier segment commence à 60 km du capteur et est long de 80 km, le deuxième et le troisième de 40 km, le quatrième de 30 km, etc. Cet exemple est rappelé sur la Figure 130 (graphe de gauche). Pour une ligne de visée à 30° au dessus de l'horizon, les segments seront plus courts puisque la ligne de visée traverse plus « rapidement » les couches atmosphériques. Le graphe de droite de la Figure 130 montre en effet que pour un cet angle de visée à 10 km d'altitude, le premier segment commence à 1 km du capteur et est long de 2 km, la longueur des segments suivants étant équivalente.

Ainsi, la géométrie de FACLUM-2D, adaptée aux configurations de visées aéroportées au limbe, permet une description des fluctuations de la luminance tout près du capteur et avec une résolution spatiale très fine. Cette caractéristique est indispensable puisque l'on a vu que dans la plupart des visées, la contribution majeure aux fluctuations de la luminance se trouve au voisinage du capteur, en particulier dans une bande d'absorption comme celle de la vapeur d'eau autour de  $6,3 \mu\text{m}$ .

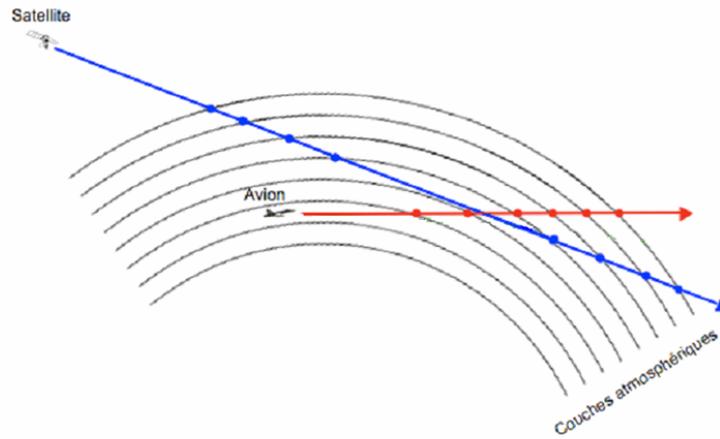


Figure 129 : Géométrie de visée pour une configuration satellitaire et une configuration aéroportée.

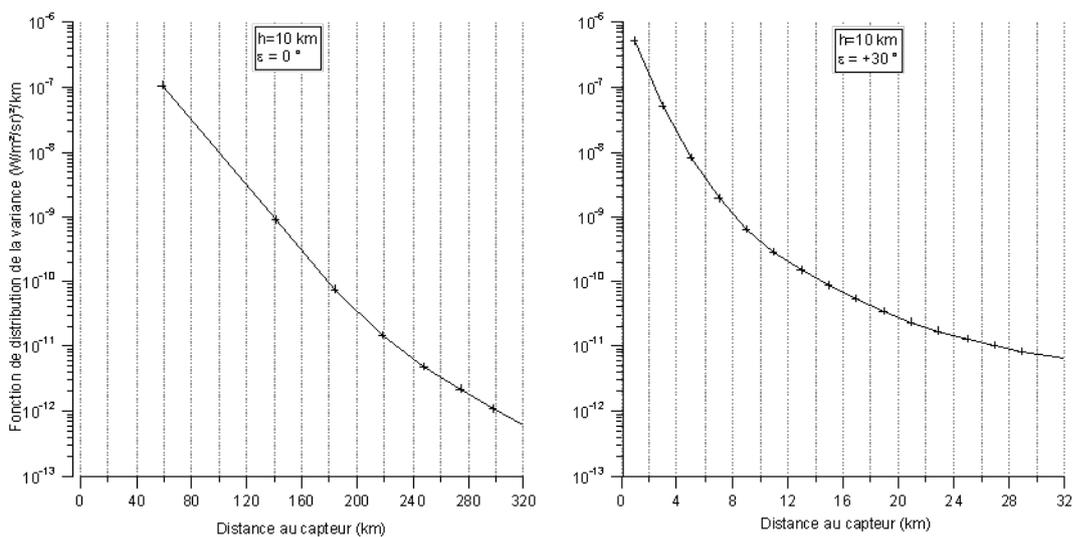


Figure 130 : Zoom sur les cas de calcul SAMM-2 correspondant à  $\{h=10 \text{ km}, \epsilon=0^\circ\}$  (à gauche) et  $\{h=10 \text{ km}, \epsilon=30^\circ\}$  (à droite) de la Figure 128 pour mettre en évidence la différence de résolution spatiale suivant l'angle de visée.

#### 6.4.2 Impact de la vapeur d'eau

L'atout majeur du code FACLUM-2D est incontestablement la prise en compte des fluctuations de la vapeur d'eau dans la stratosphère. Nous allons voir dans ce paragraphe l'impact significatif de ces fluctuations sur les statistiques de la luminance.

Comme nous l'avons vu au paragraphe 4.8, le modèle développé pour décrire la FAC de la f.m. de la vapeur d'eau est basé sur le modèle de Gurvich adapté aux caractéristiques des ondes de gravité. Nous savons, en utilisant un tel modèle, que seule la situation de fond des fluctuations de la vapeur d'eau est décrite. En effet, les phénomènes d'intrusion, que nous ne savons pas modéliser spectralement, contribuent, certes localement, mais de manière significative aux fluctuations du champ de vapeur d'eau stratosphérique. Par ailleurs, le modèle de Gurvich pour la vapeur d'eau souffre de l'absence d'informations concernant les caractéristiques de la f.m. de la vapeur d'eau (écart-type  $\sigma_{H_2O}$  et échelle de coupure  $k_c$ ). Par défaut, nous choisissons donc de fixer la valeur de  $k_c$  à celle utilisée dans le modèle de Gurvich pour la température. De plus, pour pallier l'absence de modèle statistique de la f.m. de la vapeur d'eau, nous considérons que l'écart-type de la f.m. de la vapeur d'eau représente un pourcentage fixe de la f.m. moyenne de la vapeur d'eau  $\bar{y}_{H_2O}$ . En utilisant le modèle atmosphérique US Standard, on obtient donc un  $\sigma_{H_2O}$  qui varie avec l'altitude. Les mesures in situ de la fraction molaire de la vapeur d'eau enregistrées lors du vol ballon SDLA nous ont permis d'estimer la gamme d'amplitudes des fluctuations rencontrées dans la stratosphère. Nous avons ainsi montré que ces fluctuations sont de l'ordre de quelques pourcents de la f.m. moyenne de la vapeur d'eau mais peuvent atteindre fréquemment 50%. Nous utiliserons donc ces ordres de grandeur pour le rapport  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O}$ .

La Figure 131 illustre l'impact des fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau sur la variance de la luminance. Pour cela, la variance cumulée de la luminance le long de la ligne de visée a été calculée sans fluctuations de vapeur d'eau puis pour des valeurs croissantes de  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O}$  : 1%, 5%, 10% et 50%. On considère l'observateur à 15 km d'altitude visant horizontalement, dans la bande d'absorption de la vapeur d'eau entre 1550 et 1620  $\text{cm}^{-1}$ . On constate qu'un écart-type relatif de la vapeur d'eau de 1% n'a pas d'impact sur la variance de la luminance. En revanche, on constate que cette dernière augmente significativement dès que l'écart-type relatif  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O}$  dépasse quelques pourcents. En effet, la variance totale de la luminance (sans fluctuations de vapeur d'eau) est multipliée respectivement par 4/3, 2 et 27 quand on ajoute 5%, 10% ou 50% de fluctuations relatives de  $\bar{y}_{H_2O}$ .

Une paramètre important dans l'étude des statistiques de la luminance est son écart-type relatif  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  : cette grandeur donne une indication de l'amplitude des fluctuations de la luminance par rapport à la luminance moyenne. La relation entre l'écart-type relatif de la luminance  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  et

celui de la vapeur d'eau  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O}$  est illustrée sur la Figure 132. Sans fluctuations de la vapeur d'eau, l'écart-type relatif de la luminance  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  est de l'ordre de 3% : ce résultat est cohérent avec les ordres de grandeur donnés par SAMM-2 et par les mesures MSX. Avec 16% de fluctuations de vapeur d'eau,  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  double pour atteindre 6%. Quand  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O}$  atteint 50%,  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  dépasse 16 %.

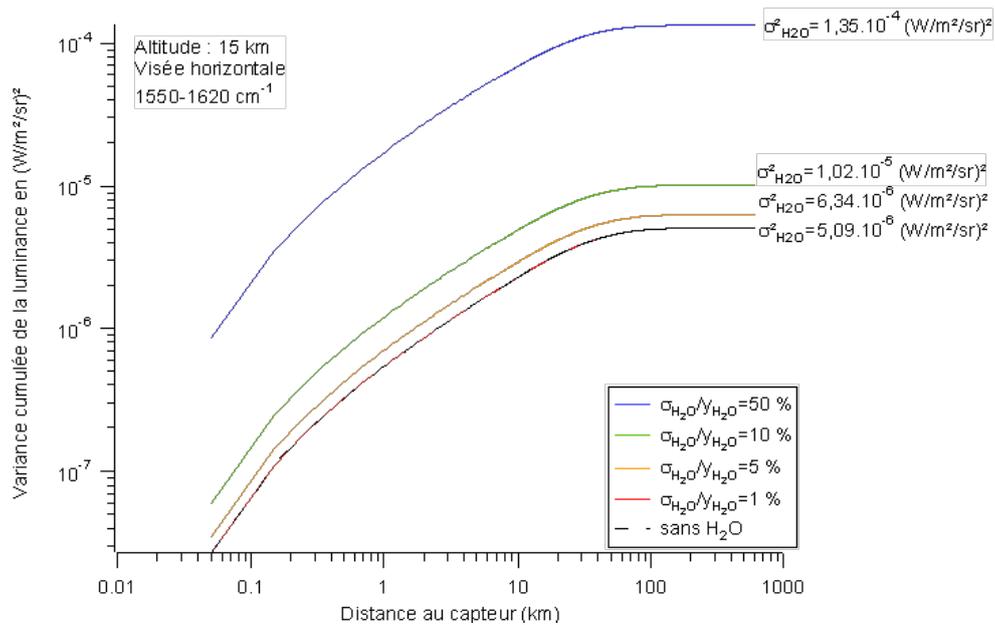


Figure 131 : Variance cumulée de la luminance le long de la ligne de visée pour un observateur à 15 km visant horizontalement, entre 1550-1620  $cm^{-1}$  pour plusieurs écarts-type relatifs de la vapeur d'eau  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O} = \{0, 1\%, 5\%, 10\%, 50\%\}$ .

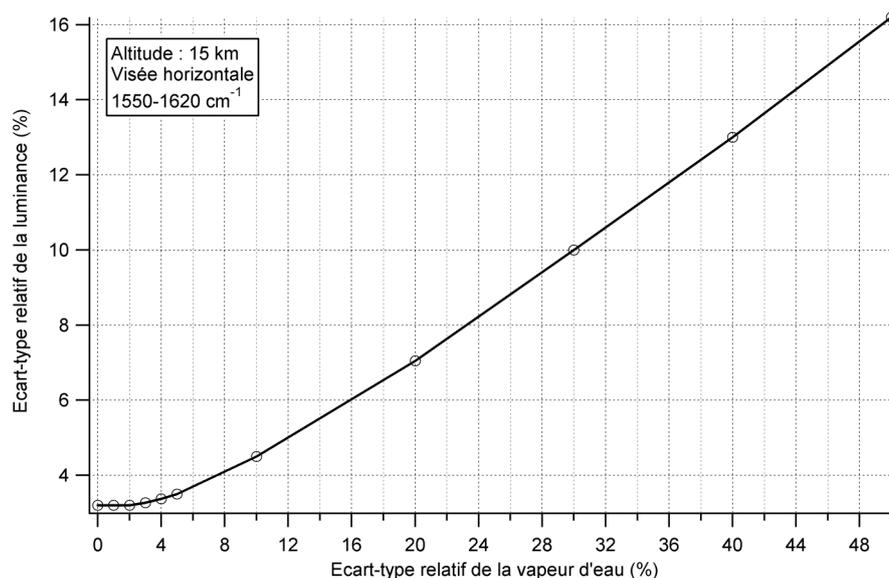


Figure 132 : Ecart-type relatif de la luminance en fonction de l'écart-type de la f.m. de la vapeur d'eau (en %) pour un capteur à 15 km d'altitude, visant horizontalement dans la bande 1550-1620  $cm^{-1}$ .

Les résultats obtenus dépendent bien sûr entièrement du modèle choisi pour la FAC de la f.m. de la vapeur d'eau. Une perspective, dont nous discuterons plus amplement dans le chapitre final « Conclusions et perspectives » de ce manuscrit, serait de développer un modèle statistique de la vapeur d'eau, comme il en existe pour la température (les modèles MSX ou NSS, par exemple). Pour cela, des mesures de la vapeur d'eau stratosphérique doivent être récoltées en grand nombre. D'autre part, un modèle tenant compte du phénomène d'intrusions permettrait de décrire de manière plus réaliste le champ de vapeur d'eau dans la stratosphère. Toutefois, un modèle spectral est-il alors possible, ou faut-il repenser le code FACLUM-2D pour intégrer ces phénomènes autrement que par l'approche spectrale ? Ces questions seront reprises en conclusion et mériteraient certainement une réflexion et une étude approfondies qui sort du cadre de cette thèse.

#### 6.4.3 Résultats de la FAC de luminance

Pour terminer ce chapitre consacré aux premiers résultats du code FACLUM-2D, nous présentons un exemple de la FAC 2-D de la luminance. Nous rappelons que la FAC est calculée entre le pixel central  $\vec{p}_0$  et chaque pixel  $\vec{p}_{ij}$  de la matrice capteur (voir Figure 133). Nous commencerons tout d'abord par présenter les profils verticaux et horizontaux de la FAC puis, nous terminerons par un exemple d'image 2-D de la FAC de la luminance.

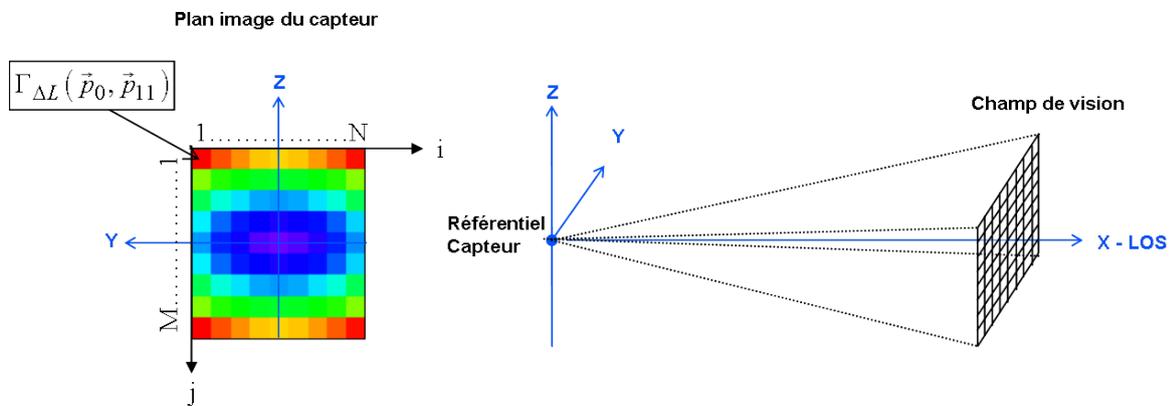


Figure 133 : A gauche, schéma illustrant une image (arbitraire) de la FAC de la luminance dans le plan image du capteur (dans l'échelle de couleur, le bleu correspond au maximum et le rouge au minimum). La matrice est composée de  $M \times N$  pixels. La couleur au pixel  $\vec{p}_{ij}$  correspond à la FAC de la luminance  $\Gamma_{\Delta L}(\vec{p}_0, \vec{p}_{ij})$  entre le pixel central  $\vec{p}_0$  et le pixel  $\vec{p}_{ij}$  : l'exemple est donné pour le premier pixel  $\vec{p}_{11}$ . A droite, configuration 3-D du champ de vision du capteur.

La Figure 134 représente le profil horizontal (à gauche) et le profil vertical (à droite) de la FAC de la luminance. Le profil vertical et le profil horizontal de la FAC sont calculés sans fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau. Chaque calcul est réalisé pour un capteur à 15 km d'altitude visant

horizontalement. Le capteur couvre un champ de vision angulaire de  $5,4^\circ$  verticalement pour le profil vertical et de  $56^\circ$  horizontalement pour le profil horizontal. Chaque calcul est effectué sur une bande spectrale de  $1 \text{ cm}^{-1}$  (entre  $1587$  et  $1588 \text{ cm}^{-1}$ , sur une raie d'absorption modérée) pour un gain en temps de calcul. Une bande de  $1 \text{ cm}^{-1}$  contient 8196 points. Une résolution spatiale de 200 m horizontalement et 50 m verticalement est utilisée. Les différents modèles d'entrée sont donnés dans le récapitulatif des paramètres d'entrée du Tableau 12.

<b>Modèle atmosphérique</b>	US Standard
<b>Modèle de FAC de la température</b>	Modèle de Gurvich
<b>Modèle de FAC de la vapeur d'eau</b>	Modèle de Gurvich
<b>Modèle statistique de la température</b>	MSX
<b>Ecart-type relatif de la f.m. de la vapeur d'eau</b>	10 %

Tableau 12 : Récapitulatif des options choisies pour le calcul 2-D de FAC de la luminance.

On constate que la FAC de la luminance, maximale au centre de la matrice, présente une décroissance beaucoup plus forte verticalement qu'horizontalement. Cette caractéristique traduit directement la forte anisotropie verticale du champ de température due à la stratification de l'atmosphère. En effet, si on définit la longueur de corrélation (en  $^\circ$ ) comme la demi-largeur à mi-hauteur du profil, on estime alors la longueur de corrélation verticale  $L_{cv}$  à  $0,15^\circ$  environ et la longueur de corrélation horizontale  $L_{ch}$  à  $15^\circ$  environ. Si  $\xi = L_{cv}/L_{ch}$  est définie comme l'anisotropie du champ de fluctuations de luminance, on constate alors que  $\xi$  est de l'ordre de  $10^{-2}$ . Or, on a vu au Chapitre 4 que l'anisotropie  $\eta = f_c/N_{BV}$  dont dépend la FAC de la température est de l'ordre de  $10^{-2}$  dans la basse stratosphère. On montre ainsi que l'anisotropie du champ de fluctuations de la température régit celle du champ de fluctuations de la luminance.

Plusieurs bandes spectrales de  $1 \text{ cm}^{-1}$  de largeur ont été testées pour le calcul des profils de la FAC de la luminance. On a constaté ainsi que l'impact des fluctuations de la vapeur d'eau sur les fluctuations de la luminance IR varie fortement selon la bande spectrale considérée. Pour l'illustrer, nous avons sélectionné deux exemples révélateurs. Le premier reprend le cas illustré sur la Figure 134. Nous avons effectué le même calcul en considérant cette fois-ci des fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau avec un écart-type relatif  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O}$  de 10%.

La Figure 136 reprend les résultats de la Figure 134 et les compare aux profils calculés avec les fluctuations de la vapeur d'eau. On observe alors l'influence quasiment négligeable des fluctuations de la vapeur d'eau sur les fluctuations de la luminance. En effet, l'amplitude de la FAC augmente de 3%

seulement lorsque l'on rajoute 10% de vapeur d'eau. Or, on a vu au paragraphe 6.4.2 que, dans la bande spectrale 1550-1620  $\text{cm}^{-1}$ , l'amplitude de variance de la luminance augmente quasiment de 100% pour un écart-type relatif de la f.m. de la vapeur d'eau de 10 %. On retrouve cet ordre de grandeur de 100% dans le deuxième exemple que nous avons sélectionné. Cette fois-ci, le calcul est effectué dans les mêmes conditions mais entre 1687 et 1688  $\text{cm}^{-1}$  ; les résultats sont présentés sur la Figure 135. On constate que dans cette bande spectrale, l'amplitude de la FAC de la luminance est doublée en présence de la vapeur d'eau. Tout comme le cas entre 1550 et 1620  $\text{cm}^{-1}$ , la FAC subit donc une augmentation de 100% entre 1687 et 1688  $\text{cm}^{-1}$ . On précise que la bande 1587-1588  $\text{cm}^{-1}$  correspond à une raie d'absorption de la vapeur d'eau dix fois plus faible que celle de la bande 1687-1688  $\text{cm}^{-1}$ .

On constate parfois que la présence de fluctuations de la vapeur d'eau n'a pas d'influence sur la largeur des profils de la FAC de la luminance, donc sur ses longueurs de corrélation. Ceci est une conséquence du modèle choisi pour la FAC de la f.m. de la vapeur d'eau. En effet, ce modèle est identique à celui de la FAC de la température, à l'exception de l'amplitude qui est proportionnelle à la variance de la f.m. de la vapeur d'eau au lieu d'être proportionnelle à la variance de la température. C'est pourquoi la présence de la vapeur d'eau ne joue un rôle qu'en amplitude.

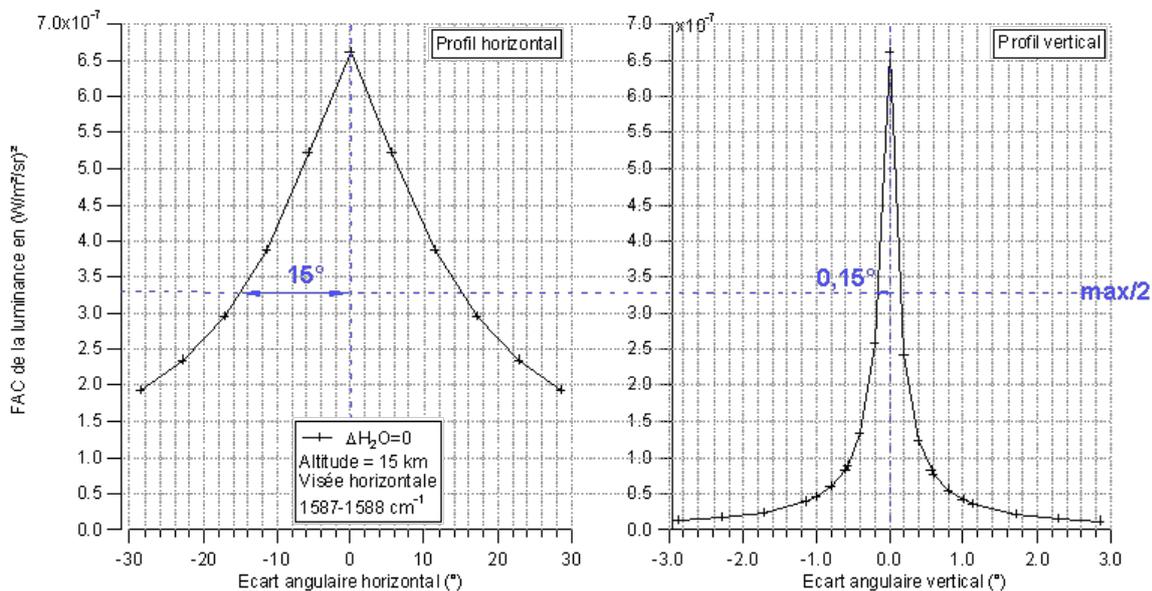


Figure 134 : A gauche, profil vertical de la FAC de la luminance sans fluctuations de la vapeur d'eau (courbe avec des croix) et avec fluctuations de vapeur d'eau (courbe avec des cercles) pour  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O} = 10\%$ . Le capteur est à 15 km d'altitude et vise horizontalement, entre 1587 et 1588  $\text{cm}^{-1}$ . A droite, idem pour le profil vertical de la FAC de la luminance.

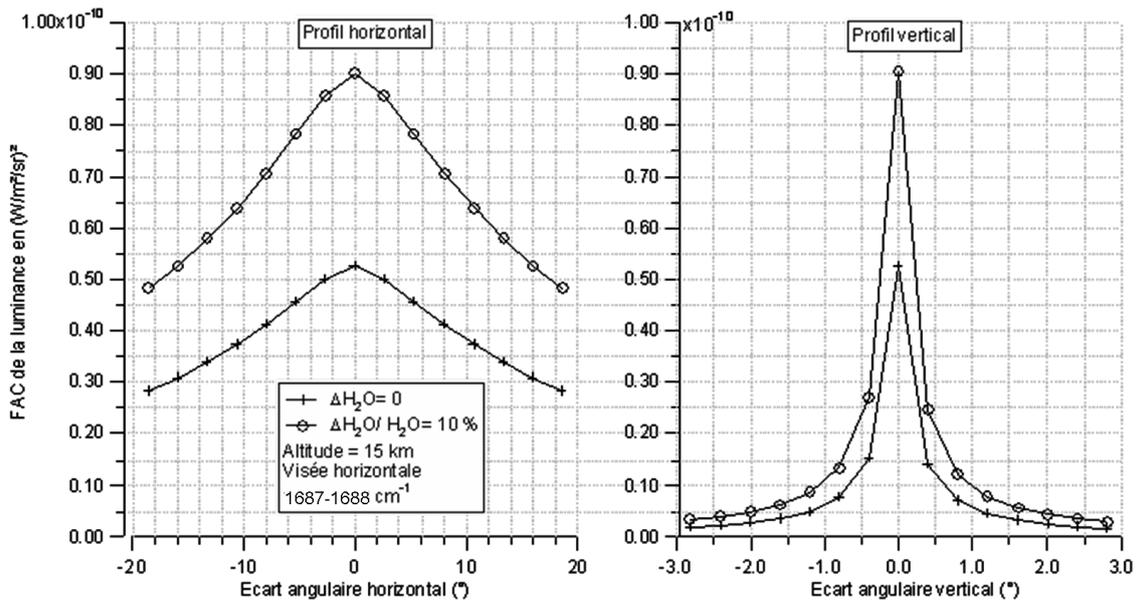


Figure 135 : A gauche, profil vertical de la FAC de la luminance sans fluctuations de la vapeur d'eau (courbe avec des croix) et avec fluctuations de vapeur d'eau (courbe avec des cercles) pour  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O} = 10\%$ . Le capteur est à 15 km d'altitude et vise horizontalement, entre 1687 et 1688  $cm^{-1}$ . A droite, idem pour le profil vertical de la FAC de la luminance.

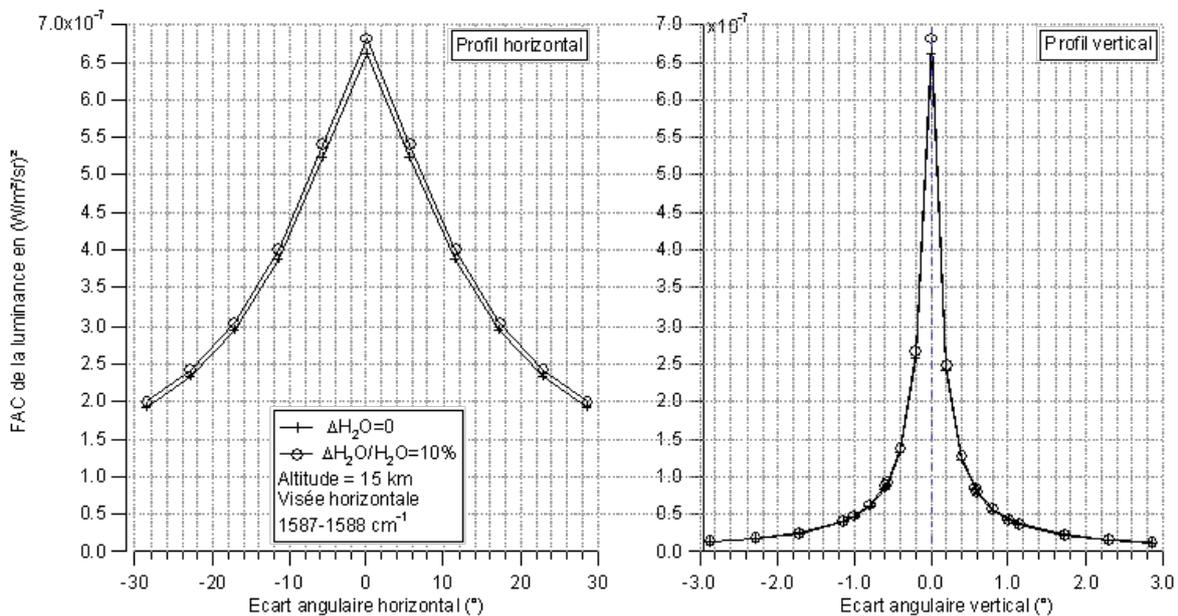


Figure 136 : Résultats de la Figure 134 (courbes avec des croix) superposés aux profils prenant en compte les fluctuations de la vapeur d'eau (courbes avec des cercles).

Pour terminer, on remarque que les profils verticaux ne sont pas exactement symétriques par rapport au pixel central, l'amplitude de la FAC de la luminance étant un peu plus grande pour les lignes de visée sous l'horizon (aux écarts angulaires négatifs) que pour celles au dessus de l'horizon. Ceci est la

conséquence de la variation de la densité atmosphérique avec l'altitude. Des tests préliminaires, que nous ne présentons pas dans ce manuscrit, ont montré que cet effet est d'autant plus marqué que l'anisotropie du champ de température est faible. Ainsi, la très forte anisotropie imposée par le facteur  $\eta = f_c / N_{BV}$  tend à masquer l'instationnarité du champ de luminance. Dans le cas isotrope, la FAC de la luminance devient une fonction monotone décroissante avec l'écart angulaire vertical. On peut alors se demander si le terme de fonction d'autocorrélation a alors un sens, sachant que par définition, elle doit être symétrique et maximum en son centre. Le peu de tests que nous avons pu réaliser ne nous permet pas d'affirmer tout ce que nous venons d'avancer. La poursuite des tests dans ce sens sera donc nécessaire pour asseoir cette discussion.

Pour toutes ces observations générales, il serait donc très intéressant de réaliser une étude paramétrique sur toute une gamme de bandes spectrales, suivant leur position centrale sur le spectre d'absorption et leur largeur, pour observer l'influence de la vapeur d'eau sur la FAC de la luminance. Des tests sur le compromis entre l'anisotropie et l'instationnarité semblent également être une perspective pour approfondir notre compréhension des fonds de ciel hétérogènes. Enfin, il serait pertinent de recalculer ces profils de la FAC de la luminance avec une résolution angulaire plus fine afin de mieux définir la forme de la FAC près son maximum. Nous en discuterons dans les perspectives de ce travail de thèse.

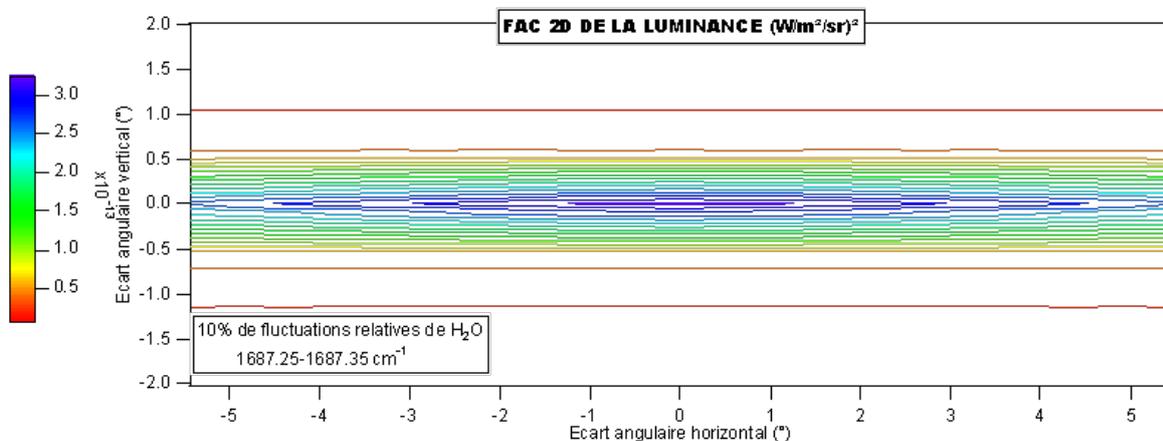


Figure 137 : FAC 2-D de la luminance calculée pour un champ de vision de  $4^\circ \times 11^\circ$  à 15 km d'altitude visant horizontalement entre  $1687,25$  et  $1687,35 \text{ cm}^{-1}$ . La résolution angulaire est de  $0,3^\circ$  verticalement et de  $0,5^\circ$  horizontalement.

Pour clore ce chapitre consacré aux premiers résultats du code FACLUM-2D, une image de la FAC 2-D de la luminance est représentée sur la Figure 137, sous forme d'iso-contours. Le calcul a été effectué à résolution dégradée et sur une bande spectrale très fine ( $1687,25-1687,35 \text{ cm}^{-1}$ ), pour un gain en temps de calcul. Les fluctuations relatives de la vapeur d'eau ont été prises en compte à

hauteur de 10%. L'intérêt de montrer une telle image est d'illustrer à nouveau le caractère fortement anisotrope de la FAC 2-D de la luminance, observé sur les profils 1-D précédents. L'effet de la stratification de l'atmosphère fait que les hétérogénéités spatiales de la luminance sont faiblement corrélées verticalement et à l'inverse fortement corrélées horizontalement.

## 6.5 Conclusion

Ce chapitre a été consacré aux tests de validation du code FACLUM-2D et à la présentation des premiers résultats d'exploitation.

Faute d'avoir à disposition des mesures expérimentales permettant de valider le code FACLUM-2D, nous avons testé les différentes sorties du code par le biais de méthodes diverses.

Tout d'abord, nous avons testé notre code raie par raie RPR-IRT avec le code de transfert radiatif LBLRTM en comparant le spectre d'absorption. Comme le code RPR-IRT ne prend en compte que la vapeur d'eau, le méthane et le dioxygène (pour son continuum), la comparaison avec LBLRTM a mis en évidence les raies d'absorption manquantes : le  $CO_2$  et le  $N_2O$ . Hormis cela, les résultats ont montré un excellent accord entre le spectre d'absorption de RPR-IRT et celui de LBLRTM, dans les régions où les raies d'absorption de vapeur d'eau et de méthane sont dominantes. D'autre part, nous avons montré que l'erreur sur le calcul de la dérivée du coefficient d'absorption est inférieure à quelques pourcents.

Une fois le code RPR-IRT validé dans son domaine de fonctionnement, nous avons testé le code FACLUM-2D. Premièrement, les résultats numériques du code FACLUM-2D ont été comparés à ceux de LBLRTM, dans le cas d'un milieu sans hétérogénéités spatiales. Les tests ont confirmé la nécessité d'intégrer plus de molécules (en l'occurrence le  $CO_2$  et le  $N_2O$ ) dans le code RPR-IRT puisque le spectre de luminance (moyenne) de LBLRTM révèlent des raies que le spectre de luminance, calculé par FACLUM-2D (à partir des tables raie par raie générées par RPR-IRT), ne contient pas. D'autre part, nous avons constaté sur les raies saturées de FACLUM-2D un phénomène de réabsorption qui n'apparaît pas sur celles de LBLRTM. Ce phénomène est lié en partie au choix de la résolution spatiale. Nous avons en effet montré (et justifié) que la résolution spatiale de la grille atmosphérique de FACLUM-2D doit être suffisamment fine pour que les trous s'effacent : la résolution spatiale imposée par les échelles spatiales des ondes de gravité saturées est un bon compromis. Ainsi, avec une résolution spatiale bien choisie, on constate sur l'ensemble de la bande spectrale  $1200-2000\text{ cm}^{-1}$  que la luminance moyenne spectrale calculée par FACLUM-2D est en très bon accord avec celle de LBLRTM, tant que la vapeur d'eau et le méthane dominant.

Une deuxième étape de tests a été consacrée à la comparaison des résultats numériques du code FACLUM-2D avec les solutions analytiques proposées au paragraphe 2.4. Cette fois-ci, nous nous sommes placés en milieu homogène gris. La comparaison entre les solutions analytiques et les résultats numériques a été concluante : le procédé de calcul numérique du code FACLUM-2D aboutit

au résultat analytique avec une grande précision (moins de 1% sur la variance), ce qui permet de valider l'algorithme développé dans le code, dans les conditions particulières du modèle analytique.

Enfin, une dernière phase de tests a été consacrée à la routine de calcul de la FAC de la température au sein du code FACLUM-2D. Ainsi, en partant de milieux divers pour lesquels on connaît le comportement de la FAC de température, on a vérifié étape par étape que cette dernière (calculée sur la matrice du capteur), calculée au sein du programme de FACLUM-2D, correspond bien au résultat attendu. Des tests analogues ont permis de vérifier de la même manière la routine de calcul de la FAC de la vapeur d'eau. Cette dernière phase de validation a permis par ailleurs de tester les calculs géométriques du code FACLUM-2D puisque la FAC de température dépend de l'écart entre un point situé sur la ligne de visée centrale et un autre point situé sur une ligne de visée quelconque de la matrice capteur.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons présenté les premiers résultats d'exploitation du code FACLUM-2D. Premièrement, le code FACLUM-2D a été comparé au code SAMM-2 afin de mettre en avant les différences entre un modèle adapté aux visées aéroportées au limbe (FACLUM-2D) et un modèle destiné aux observations satellitaires (SAMM-2) exploité dans les conditions de visées aéroportées. Nous avons ainsi montré que la géométrie de FACLUM-2D, adaptée aux configurations de visées aéroportées au limbe, permet une description des fluctuations de la luminance tout près du capteur et avec une résolution spatiale très fine, ce que SAMM-2 ne peut assurer dans ces conditions d'observation. Cette caractéristique est indispensable puisque l'on a vu que, dans la plupart des visées aéroportées, la contribution majeure aux fluctuations de la luminance se trouve au voisinage du capteur, en particulier dans une bande d'absorption comme celle de la vapeur d'eau autour de 6,3  $\mu\text{m}$ .

Un deuxième résultat important, présenté dans ce chapitre, a été l'étude de l'impact des fluctuations de la vapeur d'eau sur les fluctuations de la luminance. Dans un premier temps, nous avons montré que l'écart-type relatif de la luminance  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  est de l'ordre de 3% environ, sans fluctuations de la vapeur d'eau : ce résultat est cohérent avec les ordres de grandeur donnés par SAMM-2. En revanche,  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  augmente significativement lorsque l'on tient compte des fluctuations de f.m. de la vapeur d'eau. Quand l'écart-type relatif de la f.m. de la vapeur d'eau  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O}$  atteint 16%,  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  atteint 6%. Quand  $\sigma_{H_2O}/\bar{y}_{H_2O}$  atteint 50%,  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  dépasse 16%. Les résultats obtenus dépendent bien sûr du modèle choisi pour la FAC de la f.m. de la vapeur d'eau mais aussi de la bande spectrale considérée.

Enfin, nous avons présenté des profils (verticaux et horizontaux) de la FAC de la luminance, calculées pour des conditions réelles d'observation du fond atmosphérique. Ces quelques simulations préliminaires ont mis en évidence certaines caractéristiques du champ de fluctuations de la luminance (comme sa forte anisotropie verticale), mais en ont révélé d'autres que nous n'avons pas eu le temps

de confirmer ou d'approfondir. Cette dernière partie des résultats du code FACLUM-2D n'est donc qu'un échantillon de tout ce que ce code peut nous révéler. Nous discuterons, dans la conclusion générale de ce manuscrit, des différentes études que nous aurions souhaité mener avec ce nouvel outil qu'est FACLUM-2D, mais que la durée limitée de cette thèse nous a empêché d'accomplir.

## Bilan et perspectives

L'étude des hétérogénéités des fonds de ciel clair, observées par un système de surveillance infrarouge aéroporté, en est encore à ses balbutiements du fait du récent intérêt pour ce problème et du caractère confidentiel des résultats, destinés essentiellement à des fins militaires. Dans ce vaste sujet encore mal compris, deux voies se sont ouvertes à nous : développer un modèle le plus universel possible aux dépens de la qualité de la description physique du phénomène ou développer un modèle dédié à un domaine restreint mais encore inexploré et permettant une description physique précise du phénomène. Ces deux modèles peuvent se distinguer tout simplement par leur domaine spectral, par exemple. Plus le domaine spectral est large, plus les phénomènes physiques en jeu sont nombreux et plus la modélisation tend à être approximative : on vise alors un modèle « universel ». A l'inverse, si le domaine spectral est restreint, il est possible d'identifier et de décrire individuellement chaque phénomène physique prédominant dans ce domaine et de proposer alors un modèle plus représentatif de la réalité physique.

Pour un intérêt scientifique certain, nous avons donc opté pour la deuxième voie.

Dans le Chapitre 1, nous avons montré qu'en ciel clair et dans la bande IR thermique, la luminance stratosphérique observée au limbe se réduit à la luminance thermique : seules l'absorption et l'émission d'origine thermique jouent un rôle prépondérant dans ce bilan radiatif. La propagation d'ondes de gravité dans la stratosphère cause alors des fluctuations de la température (corrélées à celles de la masse volumique) et de la fraction massique de la vapeur d'eau aux petites échelles spatiales (inférieures à quelques centaines de mètres) entraînant à leur tour une fluctuation du coefficient d'absorption et de la luminance du corps noir. Ces variabilités locales dans l'atmosphère induisent donc des fluctuations de la luminance du fond atmosphérique dont on veut estimer les propriétés statistiques.

Une formalisation mathématique de ces propriétés a donc été proposée dans le Chapitre 2 en appliquant la méthode de linéarisation à l'ordre 1 du coefficient d'absorption et de la luminance du corps noir. Cette linéarisation a permis de séparer la composante moyenne de la luminance du fond de ciel de ses fluctuations spatiales. Ainsi, les fluctuations de la luminance ont pu être exprimées comme une réponse linéaire aux fluctuations de la température et de la fraction massique de la vapeur d'eau. De manière analogue, la fonction d'autocorrélation de ces fluctuations et leur variance ont été exprimées comme une réponse linéaire à la fonction d'autocorrélation de la température d'une part et la fonction d'autocorrélation de la fraction massique de la vapeur d'eau d'autre part. Nous avons par ailleurs montré que l'erreur relative due à la linéarisation n'était que de quelques pourcents.

De ce formalisme mathématique, nous avons cherché des solutions analytiques. Un calcul analytique de ces grandeurs en milieu hétérogène étant impossible, nous avons dû poser un certain nombre d'hypothèses restrictives pour atteindre notre objectif. Premièrement, le milieu doit être homogène. Deuxièmement, l'intégration spectrale rendant le calcul trop complexe pour qu'il soit analytique, nous devons supposer que le milieu est gris. Pour simplifier notre démarche, nous avons ignoré les fluctuations de la fraction massique de la vapeur d'eau. Enfin, en choisissant une fonction d'autocorrélation de la température en exponentielle décroissante, on a alors montré que la luminance moyenne et la variance des fluctuations de la luminance admettent bien une solution analytique.

Dans un cas réaliste pour lequel le milieu est hétérogène et les modèles des fonctions d'autocorrélation de la température et de la fraction massique de la vapeur d'eau sont complexes, il n'existe pas de solution analytique. Dans ce cas, il est indispensable de développer un modèle de calcul numérique de ces grandeurs statistiques.

Le Chapitre 3 a ainsi conduit au choix et au développement du modèle radiatif permettant le calcul numérique des propriétés statistiques des fluctuations de la luminance du fond atmosphérique. Pour calculer la fonction d'autocorrélation des fluctuations de la luminance, une telle méthode requiert le calcul du spectre d'absorption en fonction de la température, la pression et la concentration des absorbants atmosphériques, mais aussi le calcul de ses dérivées par rapport à la température et à la fraction massique de la vapeur d'eau. Après avoir écarté les modèles de bandes, faute de pouvoir les appliquer à un calcul de dérivée du coefficient d'absorption, nous avons opté pour la méthode raie par raie. Or, les codes raie par raie classiques dont nous disposons ne permettent pas le calcul de la dérivée du coefficient d'absorption par rapport à la température. Nous avons donc développé notre propre code raie par raie, RPR-IRT, capable de calculer le coefficient d'absorption et surtout sa dérivée par rapport à la température, dans la bande IR thermique comprise entre 1200 et 2000  $\text{cm}^{-1}$  et pour les conditions thermodynamiques rencontrées entre 6 et 45 km d'altitude. Afin d'éviter la lourdeur des calculs raie par raie lors du calcul de la fonction d'autocorrélation de la luminance, le code RPR-IRT a été développé pour précalculer et stocker ces coefficients en fonction du nombre d'onde et de l'altitude dans des tables d'interpolation, appelées tables raie par raie. Lors du calcul de la fonction d'autocorrélation de la luminance, les coefficients sont extraits des tables et interpolés en altitude le long des lignes de visée.

Le calcul de la fonction d'autocorrélation des fluctuations de la luminance requiert également la connaissance de la fonction d'autocorrélation 3-D des fluctuations de la température et de celle de la fraction massique de la vapeur d'eau. Dans le Chapitre 4, nous avons présenté les différentes méthodes permettant la modélisation de la fonction d'autocorrélation de la température stratosphérique à partir de modèles spectraux connus. A ce jour, nous avons opté pour le spectre en loi de puissance de Gurvich développé initialement pour la scintillation et dont les paramètres ont été adaptés aux

caractéristiques des ondes de gravité. Bien qu'il ne soit pas complètement représentatif du spectre réel des ondes de gravité, il permet en revanche, par transformée de Fourier inverse, un calcul analytique de la fonction d'autocorrélation. Cette dernière est alors une fonction dérivée de la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce d'ordre 1. Le modèle de fonction d'autocorrélation à composantes séparables utilisé par le code américain SAMM-2, est également proposé.

Nous avons également vu que les ondes de gravité peuvent être aussi une cause des fluctuations de la fraction massique de la vapeur d'eau. Toutefois, les phénomènes d'intrusion d'air par advection ou par convection perturbent le comportement de la vapeur d'eau dans la stratosphère. Alors que les ondes de gravité peuvent être caractérisées par un modèle spectral, nous ne savons pas de nos jours comment prendre en compte les perturbations induites par ces intrusions, en raison de leur caractère instationnaire. Par ailleurs, nous avons montré que ces intrusions ont également un impact sur la corrélation entre la température et la vapeur d'eau. En effet, dans les zones où une intrusion d'air a lieu, les fluctuations relatives de la température semblent décorréélées de celles de la vapeur d'eau. Actuellement, nous ne pouvons donc modéliser les propriétés spectrales de la vapeur d'eau que si nous traitons les ondes de gravité seulement. C'est pourquoi nous avons également choisi le spectre de Gurvich pour les fluctuations de la fraction massique de la vapeur d'eau.

Ces quatre premiers chapitres ont permis de présenter l'ensemble des méthodes mises au point pour constituer le modèle général de calcul de la fonction d'autocorrélation de la luminance IR du fond atmosphérique observée depuis la stratosphère. Ce modèle constitue donc l'ossature du code FACLUM-2D que nous avons développé à l'issue de ce travail théorique et qui a été présenté dans le Chapitre 5.

Les résultats des tests de validation du code FACLUM-2D et du code RPR-IRT ont été présentés au Chapitre 6.

Dans ce chapitre, nous avons également présenté les premiers résultats obtenus avec le code FACLUM-2D.

Nous avons montré que la géométrie de FACLUM-2D, adaptée aux configurations de visées aéroportées au limbe, permet une description des fluctuations de la luminance tout près du capteur et avec une résolution spatiale très fine, ce que SAMM-2 ne peut assurer dans ces conditions d'observation.

Nous avons également montré que l'écart-type relatif de la luminance  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  est de l'ordre de 3% environ, sans fluctuations de la vapeur d'eau : ce résultat est cohérent avec les ordres de grandeur donnés par SAMM-2. En revanche,  $\sigma_{\Delta L}/\langle L \rangle$  augmente significativement lorsque l'on tient compte des fluctuations de fraction massique de la vapeur d'eau.

Enfin, nous avons présenté des profils (verticaux et horizontaux) de la FAC de la luminance, calculées pour des conditions réelles d'observation du fond atmosphérique. Ces quelques simulations préliminaires ont mis en évidence la forte anisotropie verticale du champ de fluctuations de la luminance.

Une synthèse de l'ensemble des résultats a été présentée plus en détails dans la conclusion du Chapitre 6.

Nous avons enfin constaté que les résultats préliminaires présentés dans ce manuscrit ouvrent de nombreuses perspectives pour améliorer les codes RPR-IRT et FACLUM-2D et les étendre à des domaines de validité plus larges. Nous allons en discuter ci-après. Par ailleurs, les résultats du code FACLUM-2D présentés dans le Chapitre 6 ne représentent qu'une infime partie de tout ce que ce code peut nous révéler. Nous terminerons donc ce manuscrit sur les perspectives d'études que nous ouvre ce nouvel outil qu'est le code FACLUM-2D.

Les premières améliorations proposées concernent le code raie par raie RPR-IRT. Nous avons vu qu'il est en effet indispensable d'ajouter au minimum les raies d'absorption du  $CO_2$  et du  $N_2O$  pour compléter le spectre d'absorption entre 1200 et 2000  $cm^{-1}$  dans les conditions thermodynamiques rencontrées dans la stratosphère. Il sera alors nécessaire de générer de nouvelles tables raie par raie pour que le code FACLUM-2D tienne compte de ces molécules.

A long terme, il peut être intéressant également d'étendre le code RPR-IRT à un domaine spectral plus large et à une gamme d'altitudes allant jusqu'à 120 km d'altitude pour des applications autres que celle proposée dans ce travail de thèse.

Par ailleurs, toute extension du code RPR-IRT doit passer avant tout par l'optimisation de sa structure algorithmique pour réduire les temps de calcul, jusqu'à maintenant très élevés.

Le code FACLUM-2D a, quant à lui, manqué bien évidemment de données expérimentales pour le valider. Des images de la luminance du fond atmosphérique enregistrées par un imageur IR situé dans la stratosphère et visant au limbe permettraient d'estimer les propriétés statistiques de la luminance mesurée dans les conditions réelles des systèmes de surveillance IR aéroportés et de les comparer à celles calculées par FACLUM-2D. Une campagne expérimentale dans ce but est donc très attendue pour valider et ajuster les paramètres de notre code.

Il serait intéressant d'intégrer le modèle de Sidi parmi les modèles de FAC de la température proposés par FACLUM-2D pour disposer d'un modèle physique réaliste. Un calcul analytique de la fonction d'autocorrélation à partir du spectre de Sidi étant impossible, les valeurs de la fonction d'autocorrélation, calculées alors par transformée de Fourier inverse numérique, seraient stockées dans des tables 2-D en fonction de l'écart spatial et de l'altitude. Tout comme les tables raie par raie, les

tables de Sidi seraient chargées dans FACLUM-2D, si le modèle de Sidi est sélectionné par l'utilisateur.

La fonction d'autocorrélation de la fraction massique de la vapeur d'eau manque cruellement d'une description plus représentative des fluctuations de la vapeur d'eau dans la stratosphère. Premièrement, nous avons vu que les paramètres du modèle de Gurvich, utilisé par défaut, ne sont pas complètement ajustés aux caractéristiques de la vapeur d'eau stratosphérique (variance, échelle de coupure spectrale). Deuxièmement, le modèle de Gurvich ne représente que les situations atmosphériques pour lesquelles les ondes de gravité sont la seule origine des fluctuations de la f.m. de la vapeur d'eau. Or, l'effet d'intrusions troposphériques doit être pris en compte pour tenir compte des situations perturbées localement. Toutefois, nous avons mis en évidence, dans le Chapitre 4, le fait que l'approche spectrale n'est peut-être pas appropriée au cas des intrusions. Enfin, nous passons peut-être à côté d'autres phénomènes responsables des fluctuations aux petites échelles spatiales ( $< 1$  km) de la vapeur d'eau en ciel clair, faute de mesures suffisantes à haute résolution spatiale. La discussion menée au Chapitre 4 montre donc une méconnaissance évidente du comportement aux petites échelles spatiales de la vapeur d'eau dans la stratosphère. Ce sujet mérite une vaste campagne expérimentale dans le but de récolter un maximum de mesures de la fraction massique de la vapeur d'eau dans la stratosphère, avec une résolution spatiale de quelques mètres. Ces données permettraient d'identifier les différentes situations possibles (présence d'ondes de gravité uniquement, présence d'intrusions, etc...) et d'étudier pour chaque situation la faisabilité d'une modélisation spectrale afin de compléter dans la mesure du possible le modèle de fonction d'autocorrélation de la fraction massique de la vapeur d'eau dans FACLUM-2D.

Les premiers résultats fournis par FACLUM-2D et présentés dans le Chapitre 6 ne sont qu'un échantillon révélateur des caractéristiques du champ de fluctuations de la luminance IR.

Nous avons vu que l'impact de la vapeur d'eau sur l'écart-type relatif des fluctuations de la luminance dépend fortement de la bande spectrale. Il serait donc très intéressant de réaliser une étude paramétrique sur toute une gamme de bandes spectrales, suivant leur position centrale sur le spectre d'absorption et leur largeur, pour observer l'influence de la vapeur d'eau sur l'écart-type de la luminance. Par ailleurs, cette étude pourrait se poursuivre en testant d'autres modèles de fonction d'autocorrélation de la fraction massique de la vapeur d'eau plus réalistes car nous supposons également que les résultats dépendent du modèle choisi.

Il est bien entendu incontournable de tester le comportement de l'écart-type relatif de la luminance en fonction de l'altitude du porteur, de son angle de visée ou encore de l'altitude tangente des lignes de visée.

Une étude analogue sur les profils 1-D de la fonction d'autocorrélation de la luminance serait également indispensable pour estimer les longueurs de corrélation horizontale et verticale. Si un modèle plus réaliste de la fonction d'autocorrélation de la vapeur d'eau est proposé, il serait aussi intéressant d'étudier l'impact de la vapeur d'eau sur ces longueurs de corrélation.

Par ailleurs, il serait pertinent de calculer ces profils avec une résolution angulaire plus fine afin de mieux définir la forme de la FAC près son maximum.

Des tests sur le compromis entre l'anisotropie et l'instationnarité du champ de fluctuations de la luminance semblent également être une perspective intéressante pour approfondir notre compréhension des fonds de ciel hétérogènes. Ce travail pose d'ailleurs la question du sens statistique de notre fonction d'autocorrélation de luminance. Si cette fonction d'autocorrélation n'est pas une fonction symétrique, peut-on alors encore parler de fonction d'autocorrélation ? Quelle valeur peut-on lui accorder alors ? Quelles informations peut-on en extraire, sachant que la densité spectrale de puissance et la variance n'ont de sens statistique que si la fonction d'autocorrélation existe ? Ces questions méritent donc une discussion plus approfondie pour distinguer le sens physique du sens statistique des informations fournies par FACLUM-2D.

Ces quelques suggestions d'exploitation du code FACLUM-2D montrent l'ampleur des informations que ce code peut nous fournir, malgré le fait qu'il soit restreint au domaine 5-8  $\mu\text{m}$ . Son domaine de fonctionnement pourrait être étendu à un domaine spectral plus large, entre 2 et 12  $\mu\text{m}$  par exemple, afin d'étudier d'autres bandes spectrales de l'IR. Toutefois, il faudrait alors revoir les hypothèses de départ (équilibre thermodynamique local, diffusion solaire et thermique négligeables,...) et adapter, si cela est faisable, notre modèle de calcul de la fonction d'autocorrélation de la luminance à ces nouvelles contraintes.

Pour conclure ce travail de thèse, je pense que le code FACLUM-2D a un avenir certain s'il subit les améliorations proposées précédemment et si les nouveaux moyens d'alerte IR aéroportés font leur preuve et prennent de l'ampleur dans le plan de défense national ou à l'échelle européenne.

## Annexe A Equations de la dynamique des fluides

Les axiomes fondamentaux de la dynamique des fluides sont les lois de conservation comme la conservation de la masse, la conservation de la quantité de mouvement (plus connu sous le nom de seconde loi de Newton), et la conservation de l'énergie. Ce système d'équations aux dérivées partielles non-linéaires forment les équations de Navier-Stokes.

Les équations présentées par la suite sont adaptées de [Fritts 2003].

Soit  $\vec{u}$  la vitesse de déplacement d'un élément de fluide déterminée par ses deux composantes horizontales  $u$  et  $v$  et sa composante verticale  $w$ . On définit alors l'opérateur dérivée totale (ou dérivée lagrangienne) par:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (\text{A.1})$$

L'équation du mouvement appliquée à un élément de fluide compressible visqueux de densité  $\rho$  se déplaçant à la vitesse  $\vec{u}$  en présence d'un gradient de pression  $\vec{\nabla}p$  et soumis à un champ gravitationnel décrit par l'accélération de la pesanteur  $\vec{g}$  et à la force de Coriolis  $\vec{f}_c$  due à la rotation de la Terre est :

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\vec{\nabla}p + \rho (\vec{g} + \vec{f}_c) + (\mu + \lambda) \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (\text{A.2})$$

où  $\mu$  est la viscosité cinématique du fluide et  $\lambda$  un second coefficient de viscosité.

L'équation de conservation de la masse de l'élément de fluide est définie comme étant l'équation de continuité :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div}(\vec{u}) = 0 \quad (\text{A.3})$$

Pour un gaz parfait avec l'équation d'état  $p = \rho RT$  ( $R$  est la constante des gaz parfaits), l'équation d'évolution de l'entropie spécifique  $s$  s'écrit :

$$\rho \frac{ds}{dt} = \frac{Q}{T} \quad (\text{A.4})$$

$Q$  un terme non linéaire contenant les échanges de chaleur irréversibles et la puissance irréversible de frottement . L'entropie  $s$  étant reliée à la température potentielle, on peut réécrire l'équation (A.4) en fonction de  $\theta$  :

$$\frac{d \ln \theta}{dt} = \frac{Q}{c_p T} \quad (\text{A.5})$$

Les équations (A.2), (A.3) et (A.5) forment un système complet décrivant la dynamique des fluides compressibles visqueux.

## A.1 La théorie linéaire des ondes

Lorsque l'on néglige la viscosité de l'air et les échanges de chaleur, les équations (A.2) et (A.5) s'écrivent comme suit :

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = -\frac{\bar{\nabla}p}{\rho} + \bar{g} + \bar{f}_c \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{d \ln \theta}{dt} = 0 \quad (\text{A.7})$$

En décomposant le vecteur vitesse par ses trois composantes  $u$ ,  $v$  et  $w$ , on réécrit respectivement l'équation (A.6) :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f_c v \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + f_c u \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (\text{A.10})$$

et l'équation (A.3) :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (\text{A.11})$$

$f_c = 2\Omega_t \sin(\varphi)$  est la pulsation de Coriolis ( $\Omega_t$  est la vitesse angulaire de rotation de la Terre et  $\varphi$  la latitude). Notons que lorsque le fluide est au repos, l'équation (A.10) se réduit à l'équation hydrostatique :

$$dp = -\rho g dz \quad (\text{A.12})$$

La théorie linéaire est basée sur la méthode des perturbations. Chaque variable  $q$  est décomposée en un état moyen  $\bar{q}$  et une perturbation  $\Delta q$ . L'état moyen est supposé stable et varier lentement avec l'altitude. Les perturbations sont supposées faibles devant les valeurs moyennes et on suppose que les perturbations n'affectent pas l'état moyen. Ainsi, si les perturbations sont faibles, les produits de ces perturbations sont aussi faibles et peuvent alors être négligés. On applique donc une perturbation à chacune des variables atmosphériques :

$$\begin{aligned} (u, v, w) &= (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) + (\Delta u, \Delta v, \Delta w) \\ p &= \bar{p} + \Delta p \\ \theta &= \bar{\theta} + \Delta \theta \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

et on ne garde que les termes d'ordre 0 et 1. Une solution peut alors se mettre sous la forme d'une onde monochromatique [Fritts 2003]

$$(\Delta u, \Delta v, \Delta w, \Delta p, \Delta \theta) = (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}, \tilde{\theta}) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - 2\pi f t) + \frac{z}{2H}} \quad (\text{A.14})$$

où  $f$  la fréquence intrinsèque de l'oscillation et  $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_z$  les trois composantes du vecteur d'onde. Ainsi, en remplaçant les cinq inconnues par leur solution ondulatoire, on obtient un système d'équations dans le domaine fréquentiel. Si on calcule le déterminant de la matrice des coefficients de ce système, on obtient finalement l'équation fondamentale de dispersion reliant les composantes du vecteur d'onde à la fréquence apparente de l'onde  $\omega$  :

$$\omega^2 \left( k_z^2 + k_x^2 + k_y^2 + \frac{1}{4H^2} - \frac{\omega^2 - f_c^2}{c_s^2} \right) = N^2 (k_x^2 + k_y^2) + f_c^2 \left( k_z^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \quad (\text{A.15})$$

où  $\omega$  est définie par  $\omega = f - k_x \bar{u} - k_y \bar{v} - k_z \bar{w}$ .

Cette relation de dispersion montre que la solution supporte à la fois les ondes de gravité dont la fréquence intrinsèque est bornée entre  $f_c \leq 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$  et  $N \approx 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$  en basse atmosphère et les ondes acoustiques de fréquence de coupure  $N_a$  telle que  $N_a = \omega_{k_z \rightarrow 0} \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$  en basse atmosphère [Fritts 2003].

En ignorant la solution acoustique ( $c_s$  grand devant la vitesse de déplacement de l'élément fluide), on retrouve aussi les relations usuelles de polarisation pour les ondes de gravité :

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= \left( \frac{i\omega k_x - f_c k_y}{i\omega k_y + f_c k_x} \right) \tilde{v} \\ \tilde{w} &= \left( \frac{k_z - \frac{i}{2H}}{N^2 - \omega^2} \right) \tilde{p} \\ \tilde{p} &= \left( \frac{\omega^2 - f_c^2}{\omega k_x + i f_c k_y} \right) \tilde{u} \\ \tilde{\theta} &= \frac{N^2}{i\omega g} \tilde{w} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Ces relations permettent de relier les variables entre elles. C'est pourquoi un spectre de vitesse nous donne un spectre de température.

## A.2 Modélisation spectrale

Bien que personne n'ait pu encore établir de lien entre les équations de Navier-Stokes et la modélisation spectrale des ondes de gravité et de la turbulence, cette dernière a été largement vérifiée par les nombreuses mesures expérimentales réalisées depuis plusieurs décennies. Nous présentons les propriétés spectrales de ces mécanismes qui sont exploitées au Chapitre 2.

De nombreuses observations et théories montrent que le spectre d'onde de gravité peut se comporter de manière particulière dans certains domaines fréquentiels ou spatiaux. Toutefois, Ces études ont mené à un spectre canonique de l'onde de gravité qui offre un aperçu sur les propriétés significatives

du champ d'ondes et de sa variabilité avec l'altitude. Les écarts par rapport aux spectres observés peuvent être causés par des sources diverses, des environnements filtrants, des ondes quasi-discrètes et des interactions d'ondes de gravité avec des échelles de mouvement plus larges.

La caractéristique spectrale principale des ondes de gravité est que leur spectre asymptotique est en loi de puissance :

$$DSP(k) \sim k^p \text{ avec } x = \omega, k_x, k_y, k_z$$

$\omega$  est la fréquence intrinsèque de l'onde,  $k_x$  et  $k_y$  les nombres d'onde horizontaux et  $k_z$  le nombre d'onde vertical. La pente spectrale  $p$  (toujours négative) dépend du type de spectre que l'on regarde [Fritts 2003].

Ainsi, le spectre fréquentiel de la vitesse horizontale de déplacement et de la température présente une pente variant entre -1 et -2, la plus fréquente étant en -5/3. L'effet de décalage Doppler (qui est le changement apparent de la fréquence d'une onde quand le milieu se déplace par rapport à l'observateur) dans ce cas là est très petit et affecte très peu la forme du spectre intrinsèque.

Le spectre suivant le nombre d'onde vertical  $k_z$  des vitesses, des températures et des diverses concentrations des espèces contenues dans l'atmosphère présentent typiquement un pic distinct autour d'un nombre d'onde caractéristique  $k_c$  (ou échelle de coupure) correspondant à une longueur d'onde de 2-5 km dans la stratosphère et jusqu'à 10-30 km près de la mésopause. Pour des  $k_z > k_c$ , la pente spectrale varie entre -2,5 et -3 [Garrett 1975]. Toutefois, pour des  $k_z > k_{turb} > k_c$ , c'est la turbulence qui domine sur les ondes de gravité, et la pente spectrale remonte à -5/3 [Gardner 1993]. Ces deux régimes sont représentés sur la Figure 138 schématisant le spectre vertical de la vitesse horizontale du vent.

Le nombre d'onde caractéristique  $k_c$  définit le nombre d'onde de l'onde de gravité saturée d'échelle maximale c'est-à-dire qu'il définit la limite entre les ondes de gravité saturées ( $k_z > k_c$ ), c'est-à-dire celles que l'on a décrites dans cette section et les ondes de gravité non saturées ( $k_z < k_c$ ) dont nous ne parlerons pas dans ce manuscrit.

Enfin, pour le spectre spatial horizontal, la longueur d'onde varie de 10 à 1000 km. Le nombre d'onde caractéristique correspond à une longueur d'onde horizontale qui peut atteindre quelques centaines de kilomètres et la pente est de l'ordre de -5/3 dans la stratosphère [Gardner 1993].

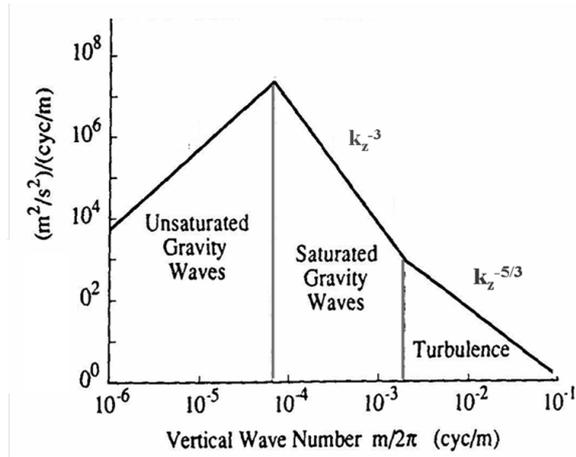


Figure 138 : Modèle de spectre vertical de la vitesse horizontale du vent [Gardner 1993].



## Annexe B Analyse statistique

### B.1 Le processus stochastique

Un processus stochastique est une famille de variables aléatoires indexées par un paramètre discret ou continu, en général le temps  $t$  ou la position  $\vec{r}$ . Nous nous intéressons dans cette thèse aux processus continus dépendant de la position  $\vec{r}$  dans l'espace 1-D, 2-D ou 3-D : on parle alors de champs stochastique que l'on note  $X(\vec{r}, \omega)$ . Ce dernier est donc une fonction de deux variables : la position  $\vec{r}$  et l'évènement  $\omega$  appartenant un espace probabilisé donné.

L'application qui à un  $\omega$  fixé associe  $X(\vec{r}, \omega)$ ,  $\vec{r}$  variable, est appelée réalisation du processus. Pour un  $\vec{r}$  donné,  $X(\vec{r}, \omega)$  est une simple variable aléatoire dont la valeur exacte n'est connue qu'en  $\vec{r}$ .

### B.2 La moyenne d'ensemble

La moyenne d'ensemble  $m_X(\vec{r})$  (ou espérance mathématique ou encore moyenne statistique) d'un processus stochastique  $X(\vec{r})$  est définie comme la valeur moyenne de chacune des variables aléatoires qui constituent le processus. Soit  $f_X(x, \vec{r})$  la densité de probabilité d'ordre 1 de  $X(\vec{r})$ , alors  $m_X(\vec{r})$  est définie par :

$$m_X(\vec{r}) = \langle X(\vec{r}) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x, \vec{r}) dx \quad (\text{B.1})$$

### B.3 La moyenne temporelle

Elle est appelée ainsi car l'analyse statistique s'applique en général à des signaux temporels. Elle correspond en fait à la moyenne intégrale sur une expérience donnée (une expérience dans le temps ou dans l'espace). Dans le domaine spatial, la moyenne « temporelle » est alors définie comme suit :

$$\overline{X(\vec{r})} = \lim_{\Delta r \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta r} \int_{r_0}^{r_0 + \Delta r} X(\vec{r}) dr \quad (\text{B.2})$$

### B.4 Les moments d'ordre 2

Soit  $f_{X_1 X_2}$  la densité de probabilité d'ordre 2 de  $X(\vec{r})$ , soit  $X_1 = X(\vec{r}_1)$  et  $X_2 = X(\vec{r}_2)$ . Alors, la fonction d'autocorrélation  $\Gamma_X$  est le moment non-centré d'ordre 2 tel que :

$$\Gamma_X(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle X_1 X_2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{X_1 X_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (\text{B.3})$$

La fonction d'autocorrélation peut être considérée comme la mesure de la « ressemblance » entre deux quantités.

La fonction d'autocovariance  $Cov_X$  est le moment centré d'ordre deux :

$$Cov_X(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle (X_1 - m_X(\vec{r}_1))(X_2 - m_X(\vec{r}_2)) \rangle \quad (\text{B.4})$$

On définit encore le coefficient de corrélation, qui est une mesure normalisée de la corrélation statistique entre les variables correspondantes aux deux positions dans l'espace,  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  :

$$C_X(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{K_X(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\sqrt{K_X(\vec{r}_1, \vec{r}_1)K_X(\vec{r}_2, \vec{r}_2)}} \quad (\text{B.5})$$

Le module du coefficient de corrélation est toujours inférieur à 1.

On définit enfin la variance comme suit :

$$\sigma_X^2(\vec{r}) = \Gamma_X(\vec{r}, \vec{r}) = \langle (X(\vec{r}) - m_X(\vec{r}))^2 \rangle \quad (\text{B.6})$$

La variance permet de caractériser la dispersion des valeurs par rapport à la moyenne.

## B.5 La stationnarité et l'ergodicité

Il existe deux types de stationnarité : la stationnarité au sens strict et la stationnarité au sens large. Nous ne traiterons ici que la dernière.

On dit ainsi qu'un processus est stationnaire au sens large lorsque sa moyenne est constante :

$$m_X(\vec{r}) = m_X \quad (\text{B.7})$$

et sa fonction d'autocorrélation ne dépend que de l'écart entre deux positions :

$$\Gamma_X(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Gamma_X(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (\text{B.8})$$

Un processus aléatoire est *ergodique* si ses moments peuvent être obtenus comme des moyennes à partir d'une seule de ses réalisations. Par exemple, ceci est vrai pour le moment d'ordre 1 :

$$\frac{1}{\Delta r} \int_{r_0}^{r_0 + \Delta r} X(\vec{r}, \omega) dr \xrightarrow{\Delta r \rightarrow \infty} m_X(\vec{r}) \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{1}{\Delta r} \int_{r_0}^{r_0 + \Delta r} X(\vec{r}_1, \omega) X(\vec{r}_2, \omega) dr \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \Gamma_X(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

Si l'on examine la première équation, on se rend compte que le membre gauche ne dépend pas du temps, et donc que pour que cette équation puisse être vérifiée, il faut que le processus ait une moyenne constante. De la même façon, pour que la deuxième équation soit possible le processus doit être stationnaire au sens large, on aura alors

$$\frac{1}{\Delta r} \int_{r_0}^{r_0+\Delta r} X(\vec{r}, \omega) dr \xrightarrow{\Delta r \rightarrow \infty} m_x$$

$$\frac{1}{\Delta r} \int_{r_0}^{r_0+\Delta r} X(\vec{r}_1, \omega) X(\vec{r}_2, \omega) dr \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \Gamma_x(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$
(B.10)

On peut donc affirmer que pour qu'un processus soit érgodique, il doit nécessairement être stationnaire.

En réalité, lorsque l'on cherche à calculer des statistiques sur des mesures *in situ*, on se sert très souvent de l'hypothèse d'ergodicité pour utiliser la moyenne « temporelle » (i.e. la moyenne sur une réalisation) à la place de la moyenne d'ensemble, faute d'un nombre insuffisant de réalisations à disposition. Mais, dans le cadre d'une expérience ou d'une simulation, l'hypothèse ergodique reste très souvent une simple hypothèse car elle est très difficile à vérifier au sens strict. On se débrouille toutefois pour la juger vraisemblable *a posteriori* quand elle permet de faire des prédictions correctes.

## B.6 La densité spectrale de puissance

Si le processus est stationnaire au sens large, on définit alors la densité spectrale de puissance  $DSP_X(\vec{k})$  comme la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation :

$$DSP_X(\vec{k}) = \int R(\Delta\vec{r}) e^{-j\vec{k} \cdot \Delta\vec{r}} d\Delta\vec{r}$$
(B.11)

$\vec{k}$  est alors le vecteur d'onde : en 3-D, il est défini par ses deux composantes horizontales  $k_x$  et  $k_y$  et sa composante verticale  $k_z$ .



## Annexe C Estimation de la DSP par la méthode de Welch

On cherche à estimer au mieux la densité spectrale de puissance (DSP) d'un signal discret  $s_N$  de longueur  $N$  : la méthode la plus simple est le périodogramme  $P$  défini, pour une fréquence  $k$  donnée, par

$$P(k) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} s_N[n] \exp(2i\pi nk) \right|^2 \quad (\text{C.1})$$

On sait que le périodogramme représente un estimateur non consistant (i.e. biaisé et de variance non nulle) mais il existe des méthodes pour pallier le problème. D'une part, on peut réduire la variance de l'estimateur en calculant plusieurs périodogrammes à partir du même signal  $s_N$  que l'on a découpé en  $K$  séquences  $s_L$  de longueur  $L$  ; la variance est alors réduite d'un facteur  $K$ . De plus, si les séquences se chevauchent, alors leur nombre aussi (Figure 139) et la variance diminue d'autant plus. On obtient alors l'estimateur suivant :

$$\hat{S}(k) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} P_L^{(i)}(k) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} \frac{1}{L} \left| \sum_{n=0}^{L-1} s_L[n+iD] \exp(2i\pi nk) \right|^2 \quad (\text{C.2})$$

D'autre part, on rappelle que  $s_L$  n'est autre que la troncature du signal à support infini  $s_\infty$  par une fenêtre rectangulaire  $W_R$  :

$$s_L = s_\infty \times W_R \quad \text{tel que} \quad W_N = \begin{cases} 1 & n \in [0..L-1] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

Si on applique une fenêtre générale  $W$  (par exemple, une fenêtre de Hanning, voir Figure 140) à la place d'une fenêtre rectangulaire, on introduit alors une constante de normalisation  $U$  telle que :

$$U = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} \|W[n]\|^2 \quad (\text{C.4})$$

qui rend l'estimateur  $\hat{S}(k)$  asymptotiquement non-biaisé. Il en résulte au final un estimateur de variance faible et sans biais :

$$\hat{S}(k) = \frac{1}{KLU} \sum_{i=0}^{K-1} \frac{1}{L} \left| \sum_{n=0}^{L-1} s_L[n+iD] W[n] \exp(2i\pi nk) \right|^2 = \frac{1}{KLU} \sum_{i=0}^{K-1} \left| \text{FFT}(s_L[n+iD] W[n]) \right|^2 \quad (\text{C.5})$$

où FFT est la transformée de Fourier rapide.

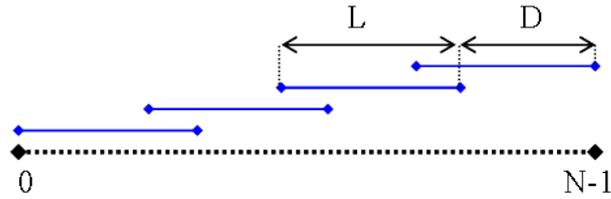


Figure 139 : Schéma de découpage d'un signal de longueur  $N$  en  $K$  séquences de longueur  $L$  se chevauchant de  $(L-D)$  points.  $N, L, D$  et  $K$  sont reliés par  $N=L+D(K-1)$ . Le nombre de séquences augmente quand  $L$  et/ou  $D$  diminuent.

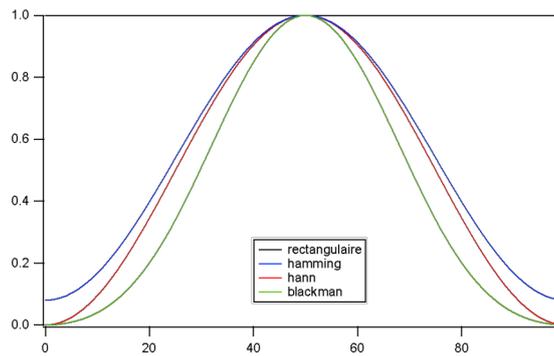


Figure 140 : Représentation de différentes fenêtres de lissage : de Hamming (en bleu), de Hanning (en rouge) et de Blackman (en vert). En noir, la fenêtre rectangulaire.

Afin de tester la fiabilité de l'estimateur, nous utilisons un signal témoin dont le spectre est connu. Nous savons que le spectre vertical de température obéit à une loi de puissance en  $-3$  (en échelle log-log) dans le domaine des ondes de gravité : nous nous en servons comme modèle de spectre.

Soit un spectre en  $-3$  (Figure 141, courbe bleue) tel que :

$$S(k) = C^2 (a^2 + k^2)^{-\nu} \quad (C.6)$$

avec :

$$\nu = 3/2$$

$$C^2 = 1,2 \cdot 10^{-7} \quad K^2 \cdot (cy/m)^2$$

$$a = 0,5 \cdot 10^{-3} \quad cy/m$$

Les paramètres  $C$  et  $a$  sont choisis empiriquement de telle sorte que l'on retrouve une variance de la température de 1 K. On crée ensuite un signal synthétique à partir de ce spectre en appliquant un filtre de Fourier sur un bruit blanc gaussien centré (Figure 142) : on vérifie alors que la variance est bien de l'ordre du Kelvin. L'estimée du spectre du signal artificiel est donc calculé sur 10 séquences pondérées par une fenêtre de Hanning. Le résultat illustré en rouge sur la Figure 141 montre que malgré l'aspect bruité, on retrouve (par régression linéaire) une pente en  $-3,04$  (en noir interrompu) avec un intervalle de confiance de 0,04 pour un niveau de confiance de 95%, ce qui est très satisfaisant.

Ainsi, si nous obtenons un tel intervalle de confiance pour l'estimée du spectre d'un signal réel (dans notre cas, profil mesuré in situ), alors nous pouvons considérer que les pentes obtenues sont très fiables.

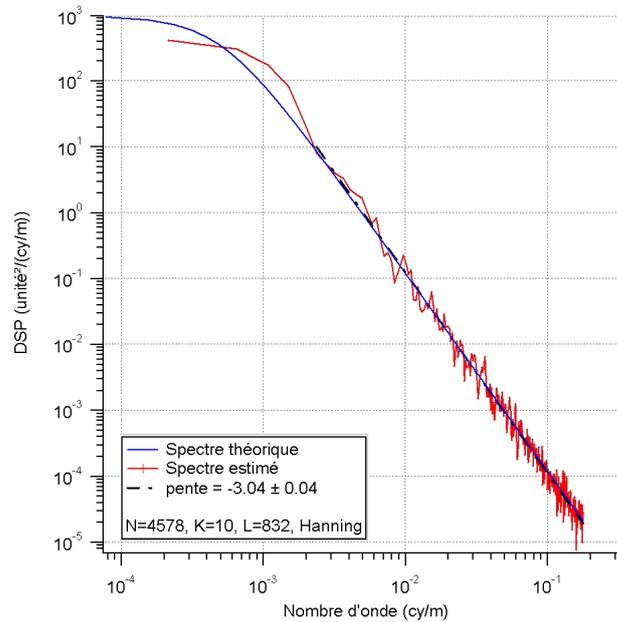


Figure 141 : En bleu spectre synthétique en loi de puissance pour une pente spectrale de -3. En rouge, estimation du spectre sur 10 séquences auxquelles on a appliqué une fenêtre de Hanning : on retrouve la pente en -3 (en trait interrompu noir) par régression linéaire.

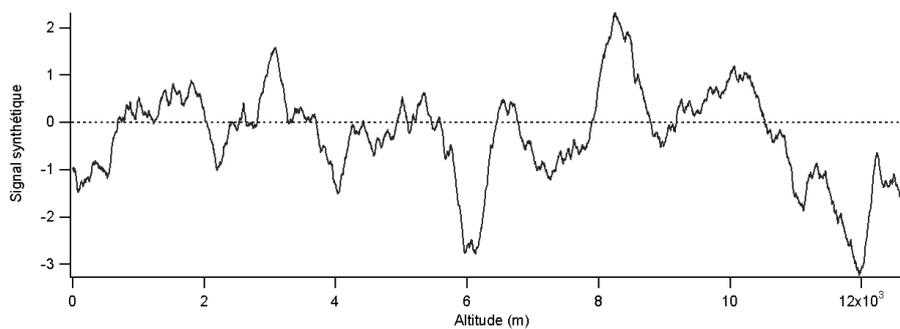


Figure 142 : Signal créé à partir du spectre synthétique suivant une loi de puissance de -3.



## Annexe D Démonstration du lien entre les erreurs de linéarisation du coefficient d'absorption

Cette annexe décrit les étapes qui ont amené à la relation (2.22) du paragraphe 2.2.3.

Soit  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q)$  l'erreur due à la linéarisation du coefficient d'absorption  $\kappa_v$  autour de  $\bar{y}_{H_2O}$  pour une fluctuation relative de la f.m. de la vapeur d'eau  $q = \Delta y_{H_2O} / \bar{y}_{H_2O}$  :

$$\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q) = \frac{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + \Delta y_{H_2O}) - \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) - q \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + \Delta y_{H_2O})}$$

(D.1)

Notons que  $\Delta y_{H_2O} = q \cdot \bar{y}_{H_2O}$ .

Soit  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_0)$  l'erreur calculée pour une fluctuation  $q_0 = 1\%$  et  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_p)$  celle calculée pour une fluctuation  $q_p = p \cdot q_0$ ,  $p \in \mathfrak{R}$  :

$$\begin{cases} \varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_0) = \frac{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) - \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) - q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O})} \\ \varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_p) = \frac{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + p \cdot q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) - \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) - p \cdot q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + p \cdot q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O})} \end{cases}$$

(D.2)

L'objectif de cette annexe est de relier  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_p)$  à  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_0)$ .

On relie tout d'abord  $\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O})$  et  $\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_p \cdot \bar{y}_{H_2O})$  en passant par leur développement limité à l'ordre 1 :

$$\begin{cases} \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) \approx \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + \left. \frac{\partial \kappa_v}{\partial y_{H_2O}} \right|_{\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}} \Delta y_{H_2O} = \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) \\ \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_p \cdot \bar{y}_{H_2O}) \approx \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) + p \cdot q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) \end{cases}$$

(D.3)

On en déduit donc que :

$$\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_p \cdot \bar{y}_{H_2O}) = \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) + (p-1) \cdot q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})$$

(D.4)

On injecte (D.4) dans  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_p)$  :

$$\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_p) = \frac{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) + (p-1) \cdot q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) - \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) - p \cdot q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) + (p-1) \cdot q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}$$

(D.5)

En simplifiant, on obtient :

$$\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_p) = \frac{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) - \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) - q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) + (p-1) \cdot q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}$$

(D.6)

Alors, l'inverse de  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_p)$  s'écrit :

$$\frac{1}{\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_p)} = \frac{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) + (p-1) \cdot q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) - \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) - q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}$$

(D.7)

On peut alors relier  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_p)$  à  $\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_0)$  de la manière suivante :

$$\frac{1}{\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_p)} = \frac{1}{\varepsilon_{lin}^{H_2O}(q_0)} + \frac{(p-1) \cdot q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}{\kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O} + q_0 \cdot \bar{y}_{H_2O}) - \kappa_v(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O}) - q_0 \cdot \kappa_v^{H_2O}(\bar{T}, \bar{y}_{H_2O})}$$

(D.8)

## Annexe E Généralités sur le modèle CK

Nous rappelons brièvement le principe de la méthode « k-distribution » en commençant par le cas simple du calcul de la transmission en milieu homogène puis de la méthode CK pour celui de la transmission en milieu hétérogène. Nous verrons ensuite les conditions nécessaires pour appliquer la méthode CK à un calcul de luminance. Cette annexe s'appuie sur [Taine 1996] et [Lacis 1991].

### E.1 Cas simple du calcul de la transmission moyenne dans un milieu homogène

Considérons les conditions homogènes sous lesquelles le coefficient d'absorption à une fréquence donnée est constant : ceci implique que la température, la pression et la concentration des composants atmosphériques sont constants.

On veut calculer  $\tau_{\Delta\nu}(\ell)$ , la transmission intégrée sur  $\Delta\nu$  dans une couche d'épaisseur  $\ell$  :

$$\tau_{\Delta\nu}(\ell) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp(-\kappa_\nu \ell) d\nu \quad (\text{E.1})$$

La connaissance précise de la position de chaque raie n'est pas nécessaire pour le calcul de  $\tau_{\Delta\nu}(\ell)$  (ou d'ailleurs de n'importe quelle autre grandeur radiative moyenne). Le spectre d'absorption obtenu par un calcul raie par raie peut donc être réordonné par intensité croissante dans  $\Delta\nu$  sans altérer le résultat de (11).

Soit  $f(\kappa)d\kappa$  la fraction de  $\Delta\nu$  pour laquelle  $\kappa_\nu$  prend des valeurs comprises entre  $\kappa$  et  $\kappa + d\kappa$ , telle que  $f(\kappa)$  soit normalisée à 1. Alors (E.1) peut aussi s'écrire :

$$\tau_{\Delta\nu}(\ell) = \int_0^{\infty} f(\kappa) \exp(-\kappa \ell) d\kappa \quad (\text{E.2})$$

Si le spectre est divisé en N intervalles tel que  $\kappa$  est monotone dans chaque intervalle, alors  $f(\kappa)d\kappa$  est donné, comme l'illustre la Figure 143, par :

$$f(\kappa)d\kappa = \sum_{i=1}^N \frac{\delta\nu_i}{\Delta\nu} [h(\kappa - \kappa_{\min,i}) - h(\kappa - \kappa_{\max,i})] \quad (\text{E.3})$$

où  $h$  est la fonction de Heaviside et  $\kappa_{\min,i}$  (respectivement,  $\kappa_{\max,i}$ ) le coefficient d'absorption minimum (respectivement, maximum) dans le i-ème intervalle.

On définit également la fonction de distribution cumulée  $g$  telle que :

$$g(\kappa) = \int_0^{\kappa} f(\kappa') d\kappa' \quad (\text{E.4})$$

$g$  est donc la probabilité pour que le coefficient d'absorption prenne des valeurs inférieures à  $\kappa$ . Alors,

$$\begin{cases} g(0) = 0 \\ g(\kappa \rightarrow \infty) = 1 \end{cases}$$

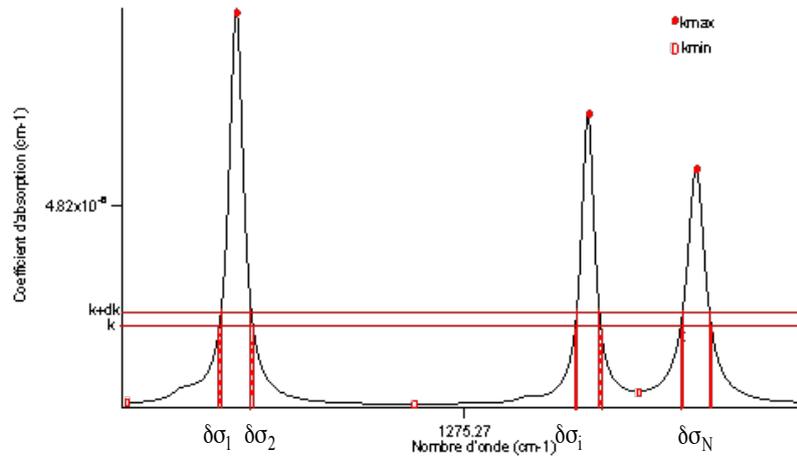


Figure 143: Fonction de distribution du coefficient d'absorption.  $f(k)dk$  est la somme des intervalles  $\delta v_i$  compris divisés par  $\Delta v$ .

Par définition,  $g(\kappa)$  est une fonction monotone croissante dans l'espace des  $\kappa$ . Il en résulte que la transmission moyenne peut être exprimée en terme de probabilité cumulée  $g$  sous la forme :

$$\tau_{\Delta v}(\ell) = \int_0^1 \exp(-\kappa_g \ell) dg \quad (\text{E.5})$$

où  $\kappa_g$  est la fonction inverse de  $g(\kappa)$ . Puisque  $g(\kappa)$  est une fonction lisse dans l'espace des  $\kappa$ ,  $\kappa_g$  doit aussi être une fonction lisse dans l'espace des  $g$ . La Figure 144 illustre le coefficient d'absorption en fonction du nombre d'onde,  $\kappa_v$ , et en fonction de la probabilité cumulée,  $\kappa_g$ .

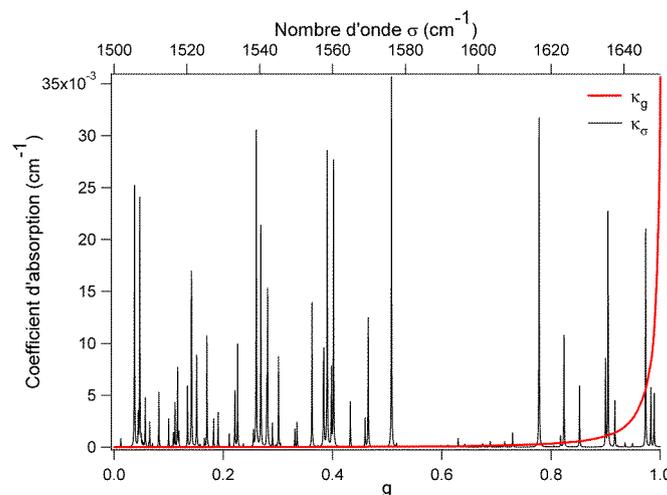


Figure 144 : Coefficient d'absorption en fonction du nombre d'onde (en noir) et de la probabilité cumulée  $g$  (en rouge).

De part la nature monotone de  $\kappa_g$ , l'intégration de (E.5) peut alors se faire par quadrature numérique pour réduire le coût de calcul. Si  $nq$  est le nombre de points de quadrature, alors (E.5) peut s'écrire :

$$\tau_{\Delta\nu}(\ell) = \sum_{q=1}^{nq} w_q \exp(-\kappa_q \ell) \quad (\text{E.6})$$

où  $w_q$  est le poids de quadrature et  $\kappa_q$  le  $q$ -ième coefficient d'absorption réordonné (CK).

Par ailleurs, les relations (E.2) et (E.5) s'applique à toute grandeur radiative  $G$  ne dépendant de  $\nu$  que par l'intermédiaire du coefficient d'absorption :

$$G_{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} G(\kappa_\nu) d\nu = \int_0^\infty f(\kappa) G(\kappa) d\kappa = \int_0^1 G(\kappa_g) dg \quad (\text{E.7})$$

De manière analogue à (E.6), on exprime (E.7) en termes discrets :

$$G_{\Delta\nu} = \sum_{q=1}^N w_q G(\kappa_q) \quad (\text{E.8})$$

## E.2 Transmission moyenne dans un milieu hétérogène

Supposons maintenant que le milieu est hétérogène :  $T$  et  $y_{H_2O}$  varient le long du trajet. Pour appliquer la méthode des « k-distribution » à un milieu hétérogène, il faut supposer que pour un  $g$  donné, le coefficient d'absorption correspondant est associé au même ensemble de nombres d'onde quelques soient  $T$  et  $y_{H_2O}$  : c'est l'approximation des  $\kappa$  corrélés (CK). On peut alors écrire la transmission définie en (E.1) en fonction du coefficient d'absorption réordonné telle que :

$$\tau_{\Delta\nu}(r) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp\left(-\int_0^r \kappa_\nu(\bar{r}') dr'\right) d\nu = \int_0^1 \exp\left(-\int_0^r \kappa_g(\bar{r}') dr'\right) dg \quad (\text{E.9})$$

Fu et Liou [1992] ont montré que pour satisfaire cette hypothèse de corrélation spectrale, il faut vérifier les deux conditions suivantes.

Premièrement, si les coefficients d'absorption à deux nombres d'onde  $\nu_i$  et  $\nu_j$  ( $i \neq j$ ) sont les mêmes à  $T_r$  et  $y_{H_2O,r}$  (respectivement la température et la f.m. de la vapeur d'eau aux conditions de référence), alors ils sont aussi égaux à  $T$  et  $y_{H_2O}$  arbitraires, i.e. :

$$\kappa_{\nu_i,r} = \kappa_{\nu_j,r} \Leftrightarrow \kappa_{\nu_j}(T, y_{H_2O}) = \kappa_{\nu_j}(T_r, y_{H_2O,r}) \quad (\text{E.10})$$

où  $\kappa_r$  désigne le coefficient d'absorption aux conditions de référence. La Figure 145a illustre ce premier postulat dans les conditions atmosphériques. La Figure 145b montre une situation pour laquelle le premier postulat n'est pas vérifié.

Deuxièmement, comme l'illustre la Figure 145c, si le coefficient d'absorption à  $\nu_i$  est supérieur au coefficient à  $\nu_j$  ( $i \neq j$ ) à  $T_r$  et  $y_{H_2O,r}$ , alors le coefficient d'absorption à  $\nu_i$  est supérieur au coefficient à  $\nu_j$  à  $T$  et  $y_{H_2O}$  arbitraires, i.e.:

$$\kappa_{\nu_i,r} > \kappa_{\nu_j,r} \Leftrightarrow \kappa_{\nu_i}(T, y_{H_2O}) > \kappa_{\nu_j}(T, y_{H_2O}) \quad (E.11)$$

De manière analogue à la Figure 145b, la Figure 145d montre une situation pour laquelle le deuxième postulat n'est pas vérifié.

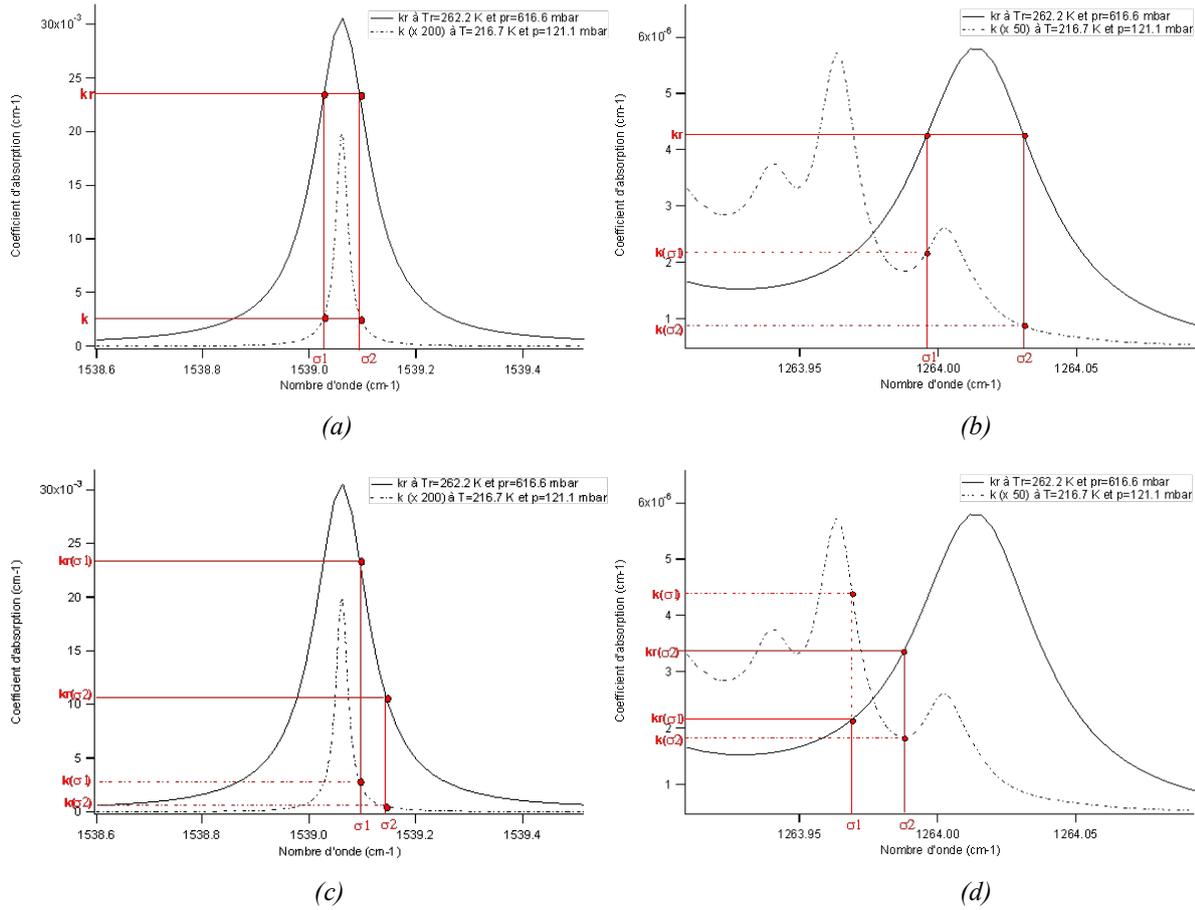


Figure 145 : Illustration du premier postulat (a) et du second postulat (c) de Fu et Liou [1992] et leur contre-exemple respectif (b) et (d), appliqué aux conditions atmosphériques. La courbe en trait plein représente le coefficient d'absorption  $\kappa_r$  à 4 km d'altitude (donc à 262,2 K et 616,6 mbar) et la courbe en trait interrompu le coefficient  $k$  à 15 km (donc à 216,7 K et 121,1 mbar). Ce dernier a été multiplié par 200 pour (a) et (c) et par 50 pour (b) et (d) pour une meilleure visibilité du graphe. (a) vérifie le 1<sup>er</sup> postulat  $\kappa_{\nu_i,r} = \kappa_{\nu_j,r} \Leftrightarrow \kappa_{\nu_i} = \kappa_{\nu_j}$  à l'inverse de (b) pour lequel  $\kappa_{\nu_i,r} = \kappa_{\nu_j,r}$  n'implique pas  $\kappa_{\nu_i} = \kappa_{\nu_j}$ . (c) vérifie le 2<sup>nd</sup> postulat :  $\kappa_{\nu_i,r} > \kappa_{\nu_j,r} \Leftrightarrow \kappa_{\nu_i} > \kappa_{\nu_j}$  à l'inverse de (d) pour lequel  $\kappa_{\nu_i,r} < \kappa_{\nu_j,r}$  n'implique pas  $\kappa_{\nu_i} < \kappa_{\nu_j}$ .

## Annexe F Estimation de l'erreur sur l'intégration

### F.1 Méthode d'estimation

L'intégration numérique est effectuée en appliquant la méthode des trapèzes. On cherche à calculer l'intégrale suivante :

$$\int_a^b f(x) dx \quad (\text{F.1})$$

Pour une fonction à valeurs réelles, deux fois continûment différentiable sur le segment  $[a,b]$ , on découpe l'intervalle  $[a,b]$  en  $n$  intervalles (irréguliers dans notre cas) et on applique la méthode sur chacun d'entre eux :

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta s_0}{2} f(x_0 = a) + \frac{\Delta s_n}{2} f(x_n = b) + \sum_{k=1}^{n-1} \Delta s_k f(x_k) \quad (\text{F.2})$$

où  $\Delta s_k = x_{k+1} - x_k$ . Pour chaque intervalle, l'erreur  $e(\Delta s_k)$  sur  $[x_k, x_{k+1}] = [x_k, x_k + \Delta s_k]$  est, selon la formule de l'aire d'un trapèze :

$$e(\Delta s_k) = \frac{\Delta s_k}{2} (f(x_k) + f(x_{k+1})) - \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x) dx \quad (\text{F.3})$$

En utilisant la 1ère formule de Maclaurin, on obtient immédiatement :

$$e(\Delta s_k) = -\frac{1}{12} \Delta s_k^3 f''(c), \quad c \in [x_k, x_{k+1}] \quad (\text{F.4})$$

Si  $|f''(x)|$  est majorée dans le segment  $[a,b]$  par une constante  $K$ , alors on peut aussi majorer l'erreur :

$$|e(\Delta s_k)| \leq \frac{K}{12} \Delta s_k^3 \quad (\text{F.5})$$

Il s'agit maintenant de faire la somme des erreurs pour  $i$  variant de 0 à  $n-1$  :

$$e \leq \frac{K}{12} \sum_{k=0}^{n-1} \Delta s_k^3 \quad (\text{F.6})$$

Dans notre cas, nous ne connaissons pas le majorant  $K$ . Pour s'en affranchir, il faut alors calculer un

rapport d'erreur. Soit l'intégrale  $I = \int_a^b f(x) dx$  calculée numériquement pour deux résolutions

spatiales de la grille différentes :

résolution 1 : 5m x 5m x 1m

résolution 2 : 1m x 1m x 1m

On calcule la fonction d'erreur  $e_1$  associée à la résolution 1 et la fonction d'erreur  $e_2$  associée à la résolution 2. Alors, le rapport des deux erreurs est majoré  $e_{MAX}$  tel que:

$$\frac{e_1}{e_2} \leq \frac{\sum_{i=0}^{n_1-1} \Delta s_{1,i}^3}{\sum_{j=0}^{n_2-1} \Delta s_{2,j}^3} = e_{MAX} \quad (F.7)$$

où  $n_1$  et  $\Delta s_{1,i}$  représentent respectivement le nombre de points et le  $i$ -ème segment d'intégration pour la résolution 1,  $n_2$  et  $\Delta s_{2,j}$  représentent respectivement le nombre de points et le  $j$ -ème segment d'intégration pour la résolution 2.

## F.2 Application au calcul de la fonction de poids de la variance

Nous allons donc considérer l'intégrale suivante :

$$w(s) = \frac{d\sigma_{\Delta L_\sigma}^2}{ds}(s) = \int_0^\ell ds' F_\sigma(s') F_\sigma(s) \gamma_{\Delta T}(|s' - s|) \quad (F.8)$$

La fonction de poids de la variance  $d\sigma_{\Delta L_\sigma}^2/ds$  est donc une intégrale du type  $\int_a^b f(x)dx$ , en revanche, elle dépend de la variable  $s$ .

Soit  $w_1^E(s)$  et  $w_2^E(s)$  les solutions exactes (i.e. analytique) de l'intégration pour les résolutions 1 et 2 respectivement, et  $w_1^N(s)$  et  $w_2^N(s)$  les solutions numériques respectives calculées avec la méthode des trapèzes. On montre que l'erreur entre la solution numérique et la solution analytique est due à l'erreur commise par la méthode des trapèzes si :

$$e_w(s) = \left| \frac{w_1^A(s) - w_1^E(s)}{w_2^A(s) - w_2^E(s)} \right| \leq e_{MAX}, \quad \forall s \in \text{LOS} \quad (F.9)$$

Ceci ne permet pas d'expliquer les oscillations autour de l'erreur relative moyenne observée sur la figure 1 mais si cette hypothèse est vérifiée, on montre de toute façon que l'erreur absolue commise entre la solution analytique et la solution numérique est inférieure à l'erreur maximale commise par la méthode des trapèzes.

Regardons maintenant la Figure 146. Le graphe du bas représente la fonction de poids analytique de la variance (courbe épaisse noire) en fonction de la longueur du trajet  $s$  (zoomé sur une courte distance de 15 m). La fonction de poids numérique est tracée pour les résolutions no 1 et 2 (resp. en bleu et en rose). Les pics correspondent à la traversée d'un plan horizontal de la grille spatiale par la ligne de visée (opposée à la traversée de plans verticaux). Le graphe du milieu le montre : il représente la

longueur des segments le long de la ligne de visée pour les résolutions spatiales no 1 et 2 et pour une élévation de  $-3^\circ$  sous l'horizon. Ainsi, la ligne de visée rasante traverse en majorité des cellules par leurs plans verticaux. Elle ne traverse jamais une cellule par ses deux plans horizontaux du fait de son angle rasant : de temps en temps, elle va donc traverser un plan vertical et ressortir par un plan horizontal (ou réciproquement). Pour la résolution no 1 de  $5\text{m} \times 5\text{m} \times 1\text{m}$ , lorsque la ligne de visée traverse les deux plans verticaux d'une cellule, le segment correspondant à l'intersection est de l'ordre de  $5\text{ m}$ . Lorsque la ligne de visée traverse un plan horizontal, le segment est de l'ordre de  $1\text{ m}$ . Pour la résolution no 2 de  $1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$ , lorsque la ligne de visée traverse des plans verticaux, le segment est de l'ordre de  $1\text{ m}$ . Lorsque la ligne de visée traverse un plan horizontal, le segment est inférieur à  $1\text{ m}$ . Regardons maintenant le graphe du haut de cette Figure 146. En rouge, on représente le rapport  $e_{MAX}$  défini dans l'équation (F.7) et en noir le rapport  $e_w(s)$  défini dans l'équation (F.9). On montre alors que :

$$e_w(s) \leq e_{MAX} \quad \forall s \in \text{LOS}$$

L'erreur commise entre la solution analytique et la solution numérique est inférieure à l'erreur maximale commise par la méthode des trapèzes.

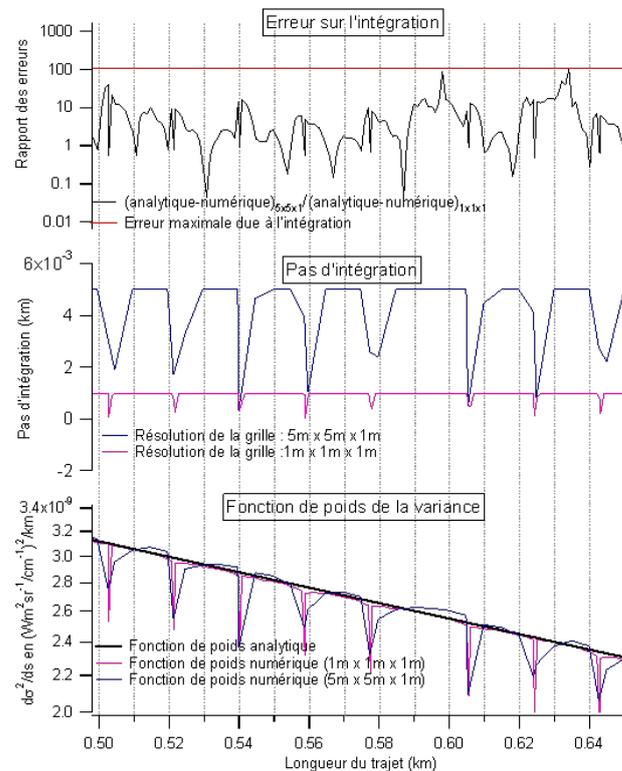


Figure 146 : Rapport des erreurs (en haut), pas d'intégration en km (au milieu) et fonction de distribution de la variance (en bas) le long de la ligne de visée.



## **Annexe G Impact de la réfraction sur l'altitude de la ligne de visée**

Nous justifions dans cette annexe le fait que nous négligeons dans notre modèle les effets de la réfraction atmosphérique sur la trajectoire des lignes de visée. L'indice de réfraction d'un milieu est le rapport de la vitesse de la lumière dans le vide sur celle de la lumière dans le milieu. A l'échelle de toute l'atmosphère, l'indice de l'air connaît de nombreuses variations (car il dépend de multiples variables telles que la température, la longueur d'onde, etc.) mais de façon générale, l'indice de l'air est proportionnel à sa densité. Ainsi, le gradient d'indice qui en résulte est dirigé vers le bas, mais il est d'autant moins prononcé que l'altitude est plus élevée. Ces propriétés ont donc pour effet de courber les rayons lumineux initialement rectilignes vers le bas avec un rayon de courbure croissant avec l'altitude (cf. Figure 147).

Nous avons testé l'effet de la réfraction sur un cas limite de notre modèle 3-D atmosphérique : nous considérons donc une ligne de visée (LOS) « tirée » par un observateur à 10 km d'altitude visant à  $-2^\circ$  sous l'horizon terrestre. Les calculs ont été effectués avec le code MATISSE (cf. Annexe H). La Figure 148 illustre l'altitude d'un point se déplaçant sur 1000 km le long de la LOS dans un cas sans réfraction (en rouge) et avec réfraction (en bleu). Ici, la LOS non réfractée est également courbe car nous représentons sa trajectoire dans un espace cartésien alors qu'elle évolue dans un espace à géométrie sphérique. Comme attendu, la LOS fléchissant sous l'effet de la réfraction augmente moins rapidement en altitude. Comme l'indique la courbe noire représentant l'écart en altitude entre la LOS non réfractée et celle réfractée, plus on s'éloigne de l'observateur, plus évidemment l'écart se creuse, atteignant 6 km à 1000 km de distance (correspondant à environ 50 km d'altitude). Au point tangent de la LOS, l'écart s'élève à 375 m sachant qu'il se situe environ à 220 km de l'observateur. A 500 km de distance, cet écart s'élève à 1,8 km environ vers 11 km d'altitude. En valeur relative (voir Figure 149), cet écart est maximal entre 500 et 600 km de l'observateur, ce qui correspond à une altitude sur les LOS de l'ordre de 13 km ; il atteint alors 17 % de l'altitude de la LOS réfractée. L'effet de la réfraction devient donc significatif loin du capteur, i.e. au-delà du point tangent de la ligne de visée lorsque son élévation est négative. Or, à ces distances, la contribution à la luminance devient faible : l'impact de la réfraction est donc minimal.

Alors, au vu des résultats présentés ci-dessus, nous pouvons en conclure que la réfraction est un phénomène négligeable dans le contexte de notre modélisation 3-D du champ atmosphérique.

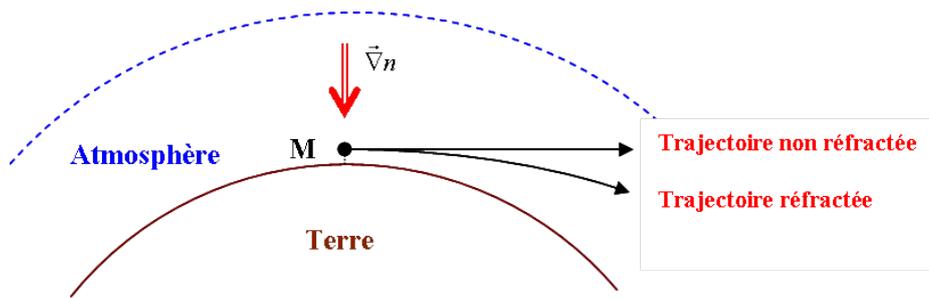


Figure 147 : Schéma explicatif de l'effet de la réfraction atmosphérique.

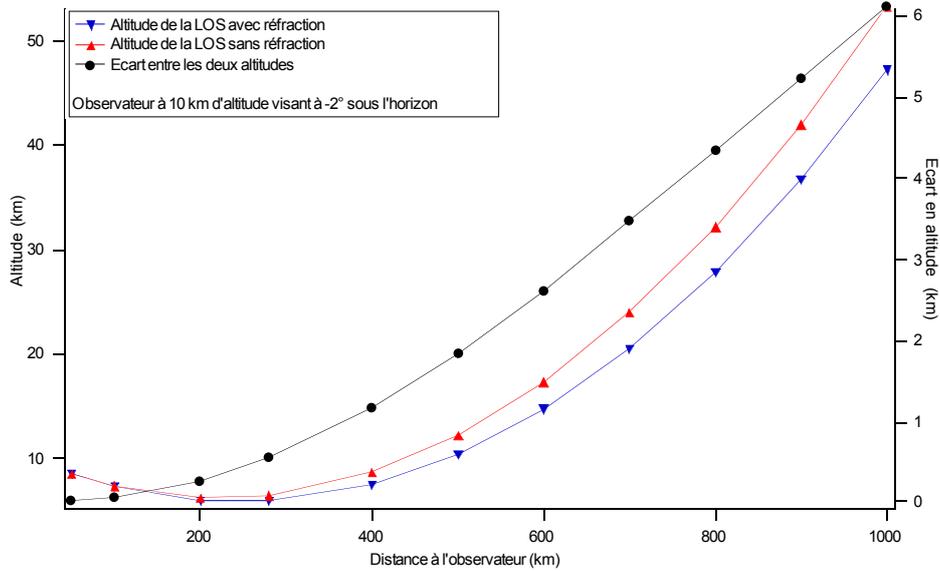


Figure 148 : Représentation de l'altitude (axe de gauche) d'un point sur une ligne de visée (LOS) en fonction de sa distance à l'observateur situé à 10 km d'altitude visant à  $-2^\circ$  sous l'horizon dans un cas sans réfraction (en rouge) et avec réfraction (en bleu). En noir, la différence d'altitude entre les deux cas (axe de droite).

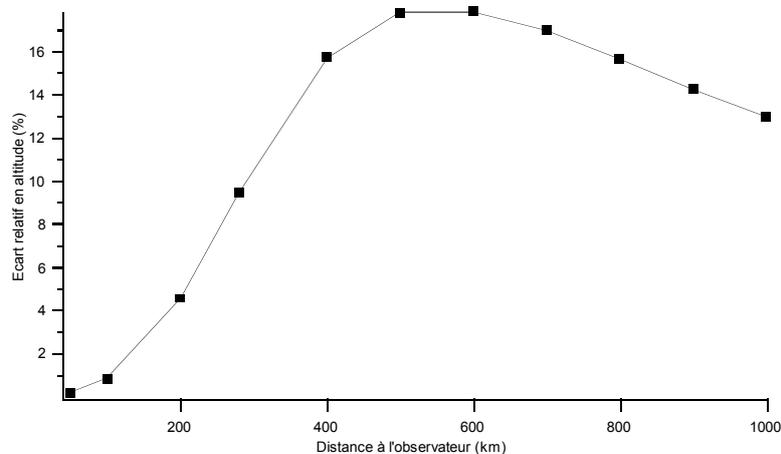


Figure 149 : Ecart relatif entre l'altitude de la LOS non réfractée et celle de la LOS réfractée, par rapport à cette dernière, en fonction de la distance à l'observateur.

# Annexe H Codes de transfert radiatif

## H.1 LOWTRAN

LOWTRAN est un modèle de propagation à basse résolution spectrale ( $20 \text{ cm}^{-1}$ ) et un code de calcul pour la transmission et la luminance du fond atmosphérique. La dernière version en date est LOWTRAN 7 [Kneizys 1988] qui permet le calcul radiatif pour des fréquences spatiales comprises entre 0 et  $50000 \text{ cm}^{-1}$ .

## H.2 MODTRAN

MODTRAN (Moderate Resolution Transmission) [Berk 1989] est un code permettant le calcul de la transmission et la luminance atmosphériques pour des fréquences spatiales comprises entre 0 et  $50000 \text{ cm}^{-1}$  à une résolution spectrale modérée, typiquement de  $2 \text{ cm}^{-1}$  (jusqu'à  $20 \text{ cm}^{-1}$  dans l'UV). MODTRAN a été développé pour répondre à un besoin de résolution spectrale plus fine et une précision plus grande que celles fournies par LOWTRAN. A l'exception de la paramétrisation du modèle de bande, MODTRAN utilise toutes les capacités de LOWTRAN 7. La dernière version en date est MODTRAN 4 qui reste jusqu'à aujourd'hui la référence parmi les modèles de transfert de rayonnement atmosphérique à résolution modérée.

## H.3 LBLRTM

LBLRTM (Line by Line Radiative Transfer Model) est un modèle raie par raie dérivé du code de signature atmosphérique FASCODE [Smith 1978], pour le calcul de la transmission spectrale et de la luminance spectrale [Clough 2005] à une résolution spectrale de  $0,001 \text{ cm}^{-1}$  environ. Des flux et des taux de réchauffement peuvent être calculés à partir des luminances LBLRTM via un programme séparé RADSUM.

Quelques caractéristiques importantes de LBLRTM :

- le profil de Voigt est utilisé à tous les niveaux atmosphériques avec un algorithme basé sur une combinaison linéaire de fonctions approchées,
- le code a été et continue d'être validé avec des spectres de luminance atmosphériques de l'UV au sub-millimètre,
- il intègre le modèle du continuum de la vapeur d'eau ainsi que les continua pour le dioxyde de carbone, l'oxygène, le nitrogène, l'ozone et l'extinction due à la diffusion Rayleigh,
- tous les paramètres de la banque de données HITRAN sont utilisés
- les sections efficaces sont celles disponibles dans HITRAN,

- le programme de calcul de la fonction de partition de Gamache [1990] est utilisé pour la dépendance en température des intensités de raies,
- les effets de couplage de raies sont traités au second ordre
- un algorithme est implémenté pour le traitement de la variation de la fonction de Planck au sein d'une couche verticalement inhomogène,
- les FFT sont utilisées
- la précision algorithmique de LBLRTM est de 0,5% environ et les erreurs associées aux procédures de calcul sont de l'ordre de 5 fois inférieures à celles associées aux paramètres de raies.

## H.4 MATISSE

MATISSE (Modélisation Avancée de la Terre pour l'Imagerie et la Simulation des Scènes et de leur Environnement) [Simoneau 2006] est un générateur de scènes de fonds, développé pour le calcul d'images en luminances spectrales de fonds naturels et de grandeurs radiatives spécifiques (luminance et transmission le long d'une ligne de visée, sphère d'éclairage, éclairage solaire,...). La bande spectrale s'étend de 0,4 à 14  $\mu\text{m}$ . les fonds sont constitués de l'atmosphère (prenant en compte la variabilité spatiale), les nuages haute et basse altitude, la mer et les terres émergées.

MATISSE a été développé par l'ONERA pour deux applications :

- Dimensionnement de nouveaux capteurs
- Prédiction de l'attaquabilité d'un point du globe

Il existe trois modes de calcul :

- Calculs d'images en luminance et transmission spectrale à moyenne résolution spectrale (minimum  $1 \text{ cm}^{-1}$ ) avec prise en compte de la réponse spectrale du capteur et pour tous types de géométrie d'observation
- Calcul de la luminance spectrale le long d'une ligne de visée à moyenne résolution spectrale (minimum  $1 \text{ cm}^{-1}$ ) avec prise en compte de la réponse spectrale du capteur et pour tous types de géométrie d'observation
- Calcul de la luminance thermique et de la transmission spectrale le long d'une ligne de visée à haute résolution spectrale (de  $10^{-2}$  à  $10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ ) avec prise en compte de la réfraction atmosphérique et pour tous types de géométrie d'observation

# Références

## Chapitre 1

- Beland R.R., J.H. Brown J.H., « A deterministic temperature model for stratospheric optical turbulence », *Physica Scripta*, 37 (1988)
- Brown J.H., Grossbard N.J., Bruneau P., Parsons C., « User's manual for SIG SHARC Image Generator », Phillips Laboratory Technical Report, PL-TR-97-2107 (1997)
- Brown J.H., O'Neil R.R., Picard R.H., Blumberg W.A.M., Dewan E.M., Grossbard N.A., Gruninger J.H., « Structure in middle and upper atmospheric infrared radiance », *Proceedings of SPIE*, 4539, 432-445 (2002)
- Chandrasekhar S., « Radiative Transfer », Clarendon Press, Oxford; réimprimé par Dover Publications Inc. (1960)
- Christensen R.E., « Clear skies at altitude », Air Force Studies and Analysis Final Report, AD-A144005 (1983)
- Clough S. A., Shephard M. W., Mlawer E. J., Delamere J. S., Iacono M. J., Cady-Pereira K., Boukabara S., Brown P. D., « Atmospheric radiative transfer modeling: a summary of the AER codes », *Short Communication Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 91, pp. 233-244 (2005)
- Dalaudier F., « Influence de la stratification stable sur la turbulence atmosphérique : une contribution expérimentale », Thèse de doctorat d'état, Université Pierre et Marie Curie (1986)
- Dothe H., Duff J.W., Gruninger J.H., Acharya P.K., Berk A., Brown J.H., Sharma R.D., Parsons C., « Users' manual for SAMM2, SHARC-4 and MODTRAN4 Merged », Air Force Research Laboratory Technical Report, AFRL-VS-HA-TR-2004-1145 (2004)
- Fritts D.C., M.J. Alexander M.J., « Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere », *Reviews of Geophysics*, 41 (2003)
- Futterman W.I., Benson R.S., « Infrared scene generation and analytical statistical modeling », *Proceedings of SPIE*, 253, pp. 107-121 (1980)
- Gardner C.S., C.A. Hostetler C.A., S.J. Franke S.J., « Gravity waves models for the horizontal wave number spectra of atmospheric velocity and density fluctuations », *Journal of Geophysics Research*, 98, 1035-1049 (1993)
- Garrett C., Munk W., « Space-time scales of internal waves : a progress report », *Journal of Geophysical Research*, 80(3), 291-297 (1975)
- Gossard E.E., Hooke W.H., « Waves in atmosphere », Elsevier Scientific Publishing Company (1975)
- Gruninger J.H., Sundberg R.L., Duff J.W., Bernstein L.S., Matthew M.W., Adler-Golden S.M., Robertson D.C., Sharma R.D., Brown J.H., Heatley R.J., « SHARC-3 : a model for infrared atmospheric radiance at high altitudes », *Proceedings of SPIE*, 2223 (1994)
- Kneizys F.X., Shettle E.P., Gallery W.O., Chetwynd J.H., Abreu L.W., « Atmospheric transmittance/radiance : computer code LOWTRAN 5 », Air Force Geophysical Laboratory Technical Report, AFGL-TR-80-0067 (1980)
- Kolmogorov A.N., « The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number », *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30, 301-305 (1941)

- Lencioni D.E., Bicknell W.E., Mooney D.L., Scouler W.J., « Airborne measurements of infrared atmospheric radiance and sky noise », Proceedings of SPIE, 280 (1981)
- Lenoble J., « Atmospheric radiative transfer », A. Deepak Publishing (1993)
- Lilly D.K., Lester P.F., « Waves and turbulence in the stratosphere », Journal of the Atmospheric Sciences, 31 (1973)
- Lilly D.K., « Stratified turbulence and the mesoscale variability of the atmosphere », Journal of the Atmospheric Sciences Journal of Atmos Sci., 40, 749-761 (1983)
- Lumley J.L., « The spectrum of nearly inertial turbulence in a stably stratified fluid », Journal of the Atmospheric Sciences, 21, 99-102 (1964)
- MacDowell J., « U. S. Reconnaissance Satellites Programs, Part 1: Photoreconnaissance », Quest, 4(2), 1995, 22-33 (1995)
- Mahalov A., Moustou M., Nichols B., « Characterization of Stratospheric Clear Air Turbulence for Air Force Platforms », HPCMP Users Group Conference, 0-7695-2797 (2006)
- Makhlouf U., Dewan E., Isler J., Tuan T.F., « On the importance of the purely gravitationally induced density, pressure, and temperature variations in gravity waves : their application to airglow observations », Journal of Geophysical Research, 95(A4), 4103-4111 (1990)
- Nappo C.J., « Atmospheric gravity waves », Academic Press, International Geophysics Series, 85 (2002)
- O'Neil R.R., Gardiner H.A.B., Gibson J., Humphrey C., Hegblom R., Fraser M.E., Kendra M., Wintersteiner P., Rice C., « Midcourse Space Experiment (MSX) », SPIE Proceedings, 31, 900-907 (1994)
- Panfili R., Dothe H., Duff J.W., Gruninger J., Brown J.H., « A new model for calculating infrared background radiance at all altitudes including atmospheric clutter and clouds », Proceedings of SPIE, 6745 (2007)
- Picard R.H., O'Neil R.R., Gardiner H.A., Gibson J., Winick J.R., Gallery W.O., Stair A.T., Wintersteiner P.P., Hegblom E.R., Richards E., « Remote sensing of discrete stratospheric gravity-wave structure at 4.3  $\mu\text{m}$  from the MSX satellite », Geophysical Research Letters, 25, 2809-2912 (1998)
- Reifenstein E.C., Thüna P.C.v, Blau H.H., « Near infrared background clutter and atmospheric transmission », Defense Technical Information Center OAI-PMH Repository, AD407251 (1963)
- Rialland V., Chervet P., Quang C., Roblin A., « Influence of temperature fluctuations on infrared limb radiance : a new simulation code », Optical Engineering, 46(11) (2007)
- Sears R.D., Strugala L.A., Newt J., Robertson D., Sharma R., Brown J., « Simulation of the infrared structured earthlimb background using the SHARC radiance code », Proceedings of AIAA, 94(0602) (1994)
- Sharma R.D., Brown J.H., Berk A., Acharya P.K., Gruninger J.H., Duff J.W., Sundberg R.L., « User's manual for SAMM, SHARC and MODTRAN Merged », Phillips Laboratory Technical Report, PL-TR-96-2090 (1996)
- Simoneau P., Caillault K., Fauqueux S., Huet T., Krapez J.C., Labarre L., Malherbe C., Miesch C., Roblin A., Rosier B., « MATISSE : version 1.4 and future developments », Proceedings of SPIE, 6239 (2006)
- Strugala L.A., Sears R.D., Newt J.E., Herman B.J., « Production of statistically nonstationary stochastic structure realizations for infrared background scene simulations », Optical Engineering, 32(5), 993-1001 (1993)

- Sundberg R.L., Duff J.W., Bernstein L.S., Gruninger J.H., Acharya P.K., Robertson D.C., Matthew M.W., Berk A., Adler-Golden S.M., Sharma R.D., Healy R.J., « SHARC, a comprehensive non-equilibrium infrared radiation model for the upper atmosphere », Phillips Laboratory Technical Report, PL-TR-93-2135 (1993)
- Sundberg R.L., Gruninger J., De P., Brown J., « Infrared radiance in the upper atmosphere », Proceedings of SPIE, 2223, 274-287 (1994)
- U.S. Committee on Extension to the Standard Atmosphere, « U.S. Standard Atmosphere, 1976 », U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., U.S.A. (1976)
- Weinstock J., « A theory of gaps in the turbulence spectra of stably stratified shear flows », Journal of the Atmospheric Sciences, 37, 1542-1549 (1980)
- Wijnbergen J.J., Lena P., Celnikier L.M., « Fluctuating sky emission in airborne infrared astronomy : measurements and interpretation », Infrared Physics, 18, 157-171 (1977)
- Wise J.O., Smith D.R., Wheeler N.B., Ahmadjian M., Nadile R.M., Sullivan B.F., « Overview and summary of results and significant findings from CIRRI-1A experiment », Journal of Spacecraft and Rockets, 38(3), 297-322 (2001)

## **Chapitre 2**

- Behrendt A., Nakamura T., Tsuda T., « Combined temperature lidar for measurements in the troposphere, stratosphere, and mesosphere », Applied Optics, 43(14), 2930-2939 (2004)
- Brewer A.W., « Evidence for a world circulation provided by the measurements of helium and water vapour distribution in the stratosphere », The Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 75(186), pp. 351-363 (1949)
- Chaboureau J.-P., Cammas J.-P., Duron J., Mascart P.J., Sitnikov N.M., Voessing H.-J., « A numerical study of tropical cross-tropopause transport by convective overshoots », Atmospheric Chemistry and Physics, 7, pp. 1731-1740 (2007)
- Dalaudier F., « Influence de la stratification stable sur la turbulence atmosphérique : une contribution expérimentale », Thèse de doctorat d'état, Université Pierre et Marie Curie (1986)
- Dalaudier F., Sidi C., « Evidence and interpretation of a spectral gap in the turbulent atmospheric temperature spectra », Journal of the Atmospheric Sciences, 44(20), 3121-3126 (1987)
- Dalaudier F., Gurvich A.S., Kan V., Sidi C., « Middle stratosphere temperature spectra observed with stellar scintillation and *in situ* techniques », Advances in Space Research, 14(9), pp. 61-64 (1994)
- Durry G., Hauchecorne A., Ovarlez J., Ovarlez H., Pouchet I., Zeninari V., Parvite B., « In situ measurement of H<sub>2</sub>O and CH<sub>4</sub> with telecommunication laser diodes in the lower stratosphere : dehydration and indication of a tropical air intrusion at mid-latitudes », Journal of Atmospheric Chemistry, 43, 175-194 (2002)
- Durry G., Hauchecorne A., « Evidence of long-lived polar vortex air in the mid-latitude summer stratosphere from *in situ* laser diode CH<sub>4</sub> and H<sub>2</sub>O measurements », Atmospheric Chemistry and Physics, 5, pp. 1467-1472 (2005)
- Godin S., Megie G., David C., Haner D., Flesia C., Emery Y., « Airborne lidar observations of mountain waves induced polar stratospheric clouds », Journal of Geophysical Research, 96(17), pp. 433-452 (1993)
- Gossard E.E., Hooke W.H., « Waves in atmosphere », Elsevier Scientific Publishing Company (1975)
- Gurvich A.S., « A heuristic model of three-dimensional spectra of temperature inhomogeneities in the stably stratified atmosphere », Annales Geophysicae, 15(7), 856-869 (1997)

- Hauchecorne A., Godin S., Marchand M., Heese B., Souprayen C., «Quantification of the transport of chemical constituents from the polar vortex to midlatitudes in the lower stratosphere using the high-resolution advection model MIMOSA and effective diffusivity », *Journal of Geophysical Research (Atmospheres)*, 107(D20), pp. SOL 32-1 (2002)
- Jones R.L., Pyle J.A., Harries J.E., Zavody A.M., Russel J.M., Gille J.C., « The water vapor budget of the stratosphere studied using LIMS and SAMS satellite data », *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 112 , pp. 1127-1143 (1986)
- Kley D., Stone E.J., Henderson W.R., Drummond J.W., Harrop W.J., Schmeltekopf A.L., Thompson T.L., Winkler R.H., « In situ measurements of the mixing ratio of water vapor in the stratosphere », *Journal of the Atmospheric Sciences*, 36, 2513-2524 (1979)
- Krüger K., Naujokat B., Labitzke K., « The unusual midwinter warming in the southern hemisphere stratosphere 2002 : a comparison to northern hemisphere phenomena », *American Meteorological Society*, 62, 603-613 (2005)
- Lilly D.K., Lester P.F., « Waves and turbulence in the stratosphere », *Journal of the Atmospheric Sciences*, 31 (1973)
- Lossow S., Khaplanov M., Gumbel J., Stegman J., Witt G., Dalin P., Kirkwood S., Schmidlin J.D., Fricke K.H., Blum A., « Middle atmospheric water vapor and dynamics in the vicinity of the polar vortex during the Hygrosonde-2 campaign », *Atmospheric Chemistry and Physics Discussions*, 8, 12227-12252 (2008)
- Lumley J.L., « The spectrum of nearly inertial turbulence in a stably stratified fluid », *Journal of the Atmospheric Sciences*, 21, 99-102 (1964)
- Makhlouf U., Dewan E., « On the importance of the purely gravitationally induced density, pressure, and temperature variations in gravity waves : their application to airglow observations », *Journal of Geophysical Research*, 95(A4), 4103-4111 (1990)
- Müller S.C., Kämpfer N., Feist D.G., Haeferle A., Milz M., Sitnikov N., Schiller C., Kiemle C., Urban J., « Validation of stratospheric water vapour measurements from the airborne microwave radiometer AMSOS », *Atmospheric Chemistry and Physics*, 8, 3169–3183 (2008)
- Nedoluha G.E., Bevilacqua R.M., Gomez R.M., Hicks B.C., Russell J.M., Connor B.J., « An evaluation of trends in middle atmospheric water vapor measured by HALOE, WVMS and POAM », *Journal of Geophysical Research (Atmospheres)*, 108(D13), pp. ACH 1-6 (2003)
- Neuber R., Beyerle G., von der Gathen P., Wahl P., Dahl A., Gross M., McGee T., Klein U., Steinbrecht W., « An intercomparison campaign of ozone and temperature measurements in the arctic (NAOMI-98, Ny-Ålesund/Spitsbergen) », *Memoirs of National Institute of Polar Research*, 54, 65-70 (2001)
- Parameswaran K., Sasi M.N., Ramkumar G., Nair P.R., Deepa V., Krishna Murthy B.V., Prabhakaran Nayar S.R., Revathy K., Mrudula G., Satheesan K., Bhavanikumar Y., Sivakumar V., Raghunath K., Rajendraprasad T., Krishnaiah M., « Altitude profiles of temperature from 4 to 80 km over the tropics from MST radar and lidar », *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 62,1327-1337 (2000)
- Parvitte B., Zeninaria V., Pouchet I., Durré G., « Diode laser spectroscopy of H<sub>2</sub>O in the 7165–7185 cm<sup>-1</sup> range for atmospheric applications », *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 75, 493–505 (2002)
- Rosenlof K. H., Chiou E.-W., Chu W. P., Johnson D. G., Kelly K. K., Michelsen H. A., Nedoluha G. E., Remsberg E. E., Toon G. C., McCormick M. P., « Stratospheric water vapor increases over the past half-century », *Geophysical Research Letters*, 28(7), pp. 1195-1198 (2001)

- Sica R.J., Argall P.S., Russel A.T., Bryant C.R., Mwangi M.M., « Dynamics and compition measurements in the lower and middle atmosphere with the purple crow lidar », *Recent research developments in geophysics*, 3, 1-16 (2000)
- Sidi C., Lefrère J., Dalaudier F., Barat J., « An improved atmospheric buoyancy wave spectrum model », *Journal of Geophysical Research*, 93(D1), pp. 774-790 (1988)
- Teitelbaum H., Obarlez J., Kelder H., Lott F., « Some observations of gravity-wave-induced structure in ozone and water vapour during ESAOE », *Geophysical Resarch Letters*, 21(13), pp. 1483-1486 (1994)
- Tsuda T., Hocke K., « Vertical wave number spectrum of temperature fluctuations in the stratosphere using GPS occultation data », *Journal of the Meteorological Society of Japan*, 80(4B), 925-938 (2002)
- Tuck A.F., Hovde S.J., Kelly K.K., Mahoney M.J., Proffitt M.H., Richard E.C., Thompson T.L., « Exchange between the upper tropical troposphere and the lower stratosphere studied with aircraft observations », *Journal of Geophysical Research*, 108 (2003)
- Weinstock J., « A theory of gaps in the turbulence spectra of stably stratified shear flows », *Journal of the Atmospheric Sciences*, 37, 1542-1549 (1980)

### ***Chapitre 3***

- Clough S. A., Shephard M. W., Mlawer E. J., Delamere J. S., Iacono M. J., Cady-Pereira K., Boukabara S., Brown P. D., « Atmospheric radiative transfer modeling: a summary of the AER codes », *Short Communication Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 91, pp. 233-244 (2005)
- Fischer J., Gamache R.R., Goldman A., Rothman L.S., Perrin A., « A total internal partition sums for molecular species on the 2000 edition of the HITRAN database », *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* (2003)
- Fu Q., Liou K.N., “On the correlated k-distribution method for radiative transfer in nonomogeneous atmospheres”, *American Meteorological Society*, 49, pp. 2139-2156 (1992)
- Gamache R. R., Hawkins R.L., Rothman L.S., « Total internal partition sums in the temperature range 70-3000K:atmospheric linear molecules », *Journal of Molecular Spectroscopy*, 142, pp. 205-219 (1990)
- Hartmann J.M., *Rapport de contrat SNECMA/LPMA* (1997)
- Humlicek J., An efficient method for evaluation of the complex probability function : the Voigt function and its derivatives, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 21, pp. 309-313 (1979)
- Humlicek J., “Optimized computation of the Voigt and complex probability functions », *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 27, pp. 437-444 (1982)
- Lacis A.A., Oinas V., « A description of the correlated  $k$  distribution method for modeling nongray gaseous absorption, thermal emission, and multiple scattering in vertically inhomogeneous atmospheres », *Journal of Geophysical Research*, 96(D5), pp. 9027-9063 (1991)
- McLean A.B., Mitchell C.E.J., Swantson D.M., “Implementation of an efficient analytical approximation to the Voigt function for photoemission lineshape analysis”, *Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena*, 69, pp. 125-132 (1994)
- Modest M.F., Zhang H., “The full-spectrum correlated-K distribution and its relationship to the weighted-sum-of-gray-gases method”, *Transactions of the ASME*, 124, pp. 30-38 (2002)

- Rothman L.S., Jacquemard D., Barbe A., Benner C.D., Birk M., Brown L.R., Carleer M.R., Chackerian C.Jr., Chance K., Coudert L.H., Dana V., Devi V.M., Flaud J.-M., Gamache R.R., Goldman A., Hartmann J.-M., Jucks K.W., Maki A.G., Mandin J.-Y., Massie S.T., Orphal J., Perrin A., Rinsland C.P., Smith M.A.H., Tennyson J., Tolchenov R.N., Toth R.A., Vander Auwera J., Varanasi P., Wagner G., "The HITRAN 2004 molecular spectroscopic database", , Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 96, pp. 139-204 (2005)
- Taine J., Soufiani A., « Modèles approchés de rayonnement des gaz », Ecole de Printemps de rayonnement thermique organisée par le C.N.R.S et la S.F.T, 2 (1996)
- Taine J., Soufiani A., « Gas IR radiative properties : from spectroscopic data to approximate models », Advances In Heat Transfer, 33, pp. 295-414 (1999)

## ***Chapitre 4***

- Brown J.H., O'Neil R.R., Picard R.H., Blumberg W.A.M., Dewan E.M., Grossbard N.A., Gruninger J.H., « Structure in middle and upper atmospheric infrared radiance », Proceedings of SPIE, 4539, 432-445 (2002)
- Daladier F., « Influence de la stratification stable sur la turbulence atmosphérique : une contribution expérimentale », Thèse de doctorat d'état, Université Pierre et Marie Curie (1986)
- Garrett C., Munk W., « Space-time scales of internal waves : a progress report », Journal of Geophysical Research, 80( 3), 291-297 (1975)
- Gurvich A.S., Brekhovskikh V.L., « Study of the turbulence and inner waves in the stratosphere based on the observations of stellar scintillations from space: a model of scintillation spectra », Waves Random Media, 11, pp. 163-181 (2001)
- Sidi C., Lefrère J., Daladier F., Barat J., « An improved atmospheric buoyancy wave spectrum model », Journal of Geophysical Research, 93, pp. 774-790 (1988)
- Van Zandt T.E., « A universal spectrum of buoyancy waves in the atmosphere », Geophysical Research Letter, 9, pp. 575-578 (1982)

## ***Annexes***

- Berk A., Bernstein L.S., Robertson D.C., « MODTRAN: A Moderate Resolution Model for LOWTRAN 7 », Air Force Geophysical Laboratory Final report AFGL-TR-89-0122 (1989)
- Clough S. A., Shephard M. W., Mlawer E. J., Delamere J. S., Iacono M. J., Cady-Pereira K., Boukabara S., Brown P. D., « Atmospheric radiative transfer modeling: a summary of the AER codes », Short Communication Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 91, pp. 233-244 (2005)
- Fritts D.C., M.J. Alexander M.J., « Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere », Reviews of Geophysics, 41 (2003)
- Gardner C.S., C.A. Hostetler C.A., S.J. Franke S.J., « Gravity waves models for the horizontal wave number spectra of atmospheric velocity and density fluctuations », Journal of Geophysics Research, 98, 1035-1049 (1993)
- Garrett C., Munk W., « Space-time scales of internal waves : a progress report », Journal of Geophysical Research, 80( 3), 291-297 (1975)
- Kneizys F.X., Shettle E.P., Abreu L.W., Chetwynd J.H., Anderson G.P., « Users Guide to LOWTRAN7 », Interim Scientific Report No A377602 (1988)

- Lacis A.A., Oinas V., « A description of the correlated  $k$  distribution method for modeling ongray gaseous absorption, thermal emission, and multiple scattering in vertically inhomogeneous atmospheres », *Journal of Geophysical Research*, 96(D5), pp. 9027-9063 (1991)
- Simoneau P., Caillault K., Fauqueux S., Huet T., Krapez J.C., Labarre L., Malherbe C., Miesch C., Roblin A., Rosier B., “ MATISSE : version 1.4 and future developments”, *Proceedings of SPIE*, 6239 (2006)
- Smith H.J.P., Dube D.J., Gardner M.E., Clough S.A., Kneizys F.X., Rothman L.S., « FASCODE- Fast Atmospheric Signature Code (Spectral Transmittance and Radiance) », *Air Force Geophysics Laboratory Technical Report AFGL-TR-78-0081* (1978)
- Taine J., Soufiani A., « Modèles approchés de rayonnement des gaz », *Ecole de Printemps de rayonnement thermique organisée par le C.N.R.S et la S.F.T*, 2 (1996)