



HAL
open science

Modélisation multi-échelle d un assemblage riveté aéronautique - Vers un modèle de fragilisation structurale

Anne-Sophie Bayart

► **To cite this version:**

Anne-Sophie Bayart. Modélisation multi-échelle d un assemblage riveté aéronautique - Vers un modèle de fragilisation structurale. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2005. Français. NNT: . tel-00512558

HAL Id: tel-00512558

<https://theses.hal.science/tel-00512558>

Submitted on 30 Aug 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ACADÉMIE DE LILLE
UNIVERSITÉ DE VALENCIENNES ET DU HAINAUT CAMBRÉSIS

THÈSE DE DOCTORAT
SPÉCIALITÉ : MÉCANIQUE

Présentée par

ANNE-SOPHIE BAYART

**MODÉLISATION MULTI-ÉCHELLE D'UN ASSEMBLAGE
RIVETÉ AÉRONAUTIQUE - VERS UN MODÈLE DE
FRAGILISATION STRUCTURALE -**

Soutenue le 8 Septembre 2005, devant le jury composé de :

M. É. DELETOMBE	ONERA-Lille	Président du jury
M. A. COMBESCURE	INSA-Lyon	Rapporteur
M. F. HILD	ENS-Cachan	Rapporteur
M. P. DRAZÉTIC	Université de Valenciennes	Directeur de thèse
M. B. LANGRAND	ONERA-Lille	Encadrant Onera
M. S. KRUCH	ONERA-Châtillon	Examineur
M. É. MARKIEWICZ	Université de Valenciennes	Examineur
Mme A. MENEGAZZI	DGA	Invité
M. M. MAHÉ	AIRBUS	Invité

*"Il est vrai que l'on ne peut trouver la pierre philosophale,
mais il est bon qu'on la cherche."*

Bernard Le Bovier de Fontenelle

Remerciements

Les recherches présentées dans ce mémoire ont été menées à l'Onera Centre de Lille dans le cadre d'une collaboration entre le groupe de recherche Dynamique Rapide et Collision du Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielles et Humaines de l'Université de Valenciennes, et l'unité de recherche Résistance et Conception des Structures du Département Mécanique du Solide et de l'Endommagement de l'Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales. A cette occasion, je tiens à remercier vivement :

- la branche Matériaux et Structures et son directeur scientifique Monsieur Khan, le Département Mécanique du Solide et de l'Endommagement et son directeur Monsieur Geoffroy,
- le Centre de l'Office de Lille et sa directrice Madame Mainguy, le Laboratoire d'Automatique, de Mécanique, et d'Informatique Industrielles et Humaines et son directeur Monsieur le Professeur Millot,
- le conseil régional du Nord Pas de Calais - en la personne de Monsieur Frimat vice président du conseil régional, et de Madame Buquet directrice recherche et technologie - pour le cofinancement de ces travaux,
- les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour ce travail, Monsieur Alain Combescure, Professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, et Monsieur François Hild, Directeur de Recherche au CNRS, qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir être rapporteurs, Monsieur Serge Kruch, Maître de Recherche à l'Onera-Châtillon, et Monsieur Éric Markiewicz, Professeur de l'Université de Valenciennes, qui ont accepté de juger ce travail, Madame Aude Menegazzi, Ingénieur de Recherche à la DGA, Monsieur Éric Deletombe, Maître de Recherche à l'Onera-Lille, et Monsieur Michel Mahé, Responsable Transnational Vulnérabilité Airbus, d'avoir eu la bienveillance d'accepter de participer à ce jury,
- Messieurs Pascal Drazétic et Bertrand Langrand pour leur encadrement et la confiance qu'ils m'ont accordée,
- Messieurs Jean-Louis Chaboche et Serge Kruch, pour leur accueil et l'aide qu'ils m'ont apportée dans le domaine de la Mécanique des Milieux Hétérogènes, et plus récemment, Madame Pascale Kanouté,
- mes nombreux collègues du Centre de l'Office de Lille, le personnel administratif, le personnel informatique, et autres membres de l'Office pour l'aide ou l'écoute qu'ils m'ont accordées à un moment ou un autre.

Je garderai toujours un excellent souvenir de mon passage dans l'unité RCS. Je tiens à remercier plus particulièrement Alain, Bertrand, David, Éric, Gérald, Jacky, Jacques, Jean-François, Jean-Luc, Jean-Michel, Roland, ainsi que les doctorants Antonin, François, Grégory, Manuel, et Pierre, qui par leur bonne humeur quotidienne, ont rendu ces trois années très agréables. Merci pour votre aide, votre écoute, mais aussi et surtout pour votre amitié et les bons moments que nous avons partagés.

Enfin, je tiens à remercier mes proches pour leur soutien et leur encouragement. Un grand merci à Alain & Cécile, Christophe, Éric, Érika & Olivier, Grégory, Julien, Pierre & Virginie, sans oublier Caroline.

Résumé

Dans le cadre de l'étude par éléments finis du crash des structures aéronautiques, la prédiction des modes de ruine engendrés au sein ou au voisinage des assemblages rivetés, telle la déchirure d'une tôle le long d'une ligne de rivets, s'avère, encore aujourd'hui, délicate. Dans ce contexte, une méthodologie permettant la formalisation et la caractérisation d'un modèle de fragilisation structurale est proposée. Ce modèle a pour objectif de simuler la rupture d'une plaque métallique perforée à un niveau macroscopique.

La notion de fragilisation structurale est rappelée dans la première partie du mémoire. Engendrée par présence de perforations, celle-ci a une incidence directe sur la tenue mécanique des structures et elle est définie comme la distribution inhomogène des déformations le long du futur chemin de rupture. Le rapport de la déformation locale, observée le long de ce chemin, à une déformation de référence permet d'accéder à une "mesure" particulière de cette fragilisation. Sur la base d'observations expérimentales menées en quasi-statique sur des éprouvettes perforées ou non, le second chapitre tente de proposer un cadre théorique qui permet de mieux comprendre les fondements physiques de l'exercice de modélisation proposé. Le formalisme algébrique de Dvorak est ensuite mis en oeuvre dans le troisième chapitre, pour poser les premiers jalons d'une méthode numérique multi-échelle de caractérisation du modèle de fragilisation structurale. Le développement de ce modèle, entrepris dans un premier temps dans le domaine élastique, a permis de démontrer la faisabilité d'une telle approche. Le développement de cette démarche en plasticité est ensuite tenté et discuté. Le quatrième chapitre cherche enfin à étudier l'influence de la dynamique sur le modèle de fragilisation structurale, via une étude expérimentale mettant en oeuvre des matériaux sensibles ou non à la vitesse de déformation.

Mots-clés: Perforation, Non-linéaire, Rupture, Expérimentation, Crash.

Abstract

As part of crash simulations, one difficulty concerns the representativeness of material and geometrical non-linear behaviours, especially in the jointed areas. For instance, the mechanical ruin of punched plates is not correctly predicted. In that sense, the aim of this work is to propose a methodology to formalize and characterize a structural embrittlement model, which will enable to model the structural weakening effects of holes in metallic plates at a macroscopic level.

The structural embrittlement concept is presented in the first part. Coming from the perforations, the structural embrittlement is defined as the inhomogeneous strain field along the future crack path. The local and nominal strain ratio observed along this crack path enables to measure the embrittlement phenomena. In the second part, the structural embrittlement mechanisms are analyzed from quasi-static experiments undertaken on punched and not punched samples. The embrittlement model is then formalized and a modelling task is carried out for a better understanding of physical basis of this model. The third part is devoted to the development of multiscale tool using a Transformation Field Analysis approach in order to characterize the embrittlement model. The elastic developments have shown the feasibility of the method. The plastic behaviour is then implemented in the multiscale model and discussed. Finally, the dependency of the structural model to strain rate is studied using dynamic experiments. Sensitive and insensitive materials are investigated.

Keywords: Perforated plate, Non-linear, Failure, Experimental, Crashworthiness.

Table des matières

INTRODUCTION GÉNÉRALE	11
Bibliographie	15
1 Problématique générale de la modélisation du comportement et de la résistance des assemblages rivetés	17
1.1 Introduction	19
1.2 Les assemblages rivetés	19
1.3 Modélisation par éléments finis d'un assemblage riveté	23
1.3.1 Modélisation simplifiée du rivet	23
1.3.2 Modélisation des effets de la perforation	26
1.4 Conclusions	32
Bibliographie	35
2 Une étude multi-échelle de la rupture	39
2.1 Introduction	41
2.2 Déformation lointaine - Déformation locale de référence	41
2.2.1 Étude mise en oeuvre	42
2.2.2 Caractérisation de la déformation de référence	43
2.3 Etude expérimentale de la fragilisation structurale	48
2.3.1 Mesure du champ des déformations	48
2.3.2 Mise en oeuvre expérimentale	50
2.3.3 Cas d'un alliage d'aluminium (2024-PL3)	52
2.3.4 Cas d'un acier doux (XES)	57
2.3.5 Synthèse	61
2.4 Introduction à un modèle de fragilisation structurale η	66
2.4.1 Modèle de fragilisation structurale	67
2.4.2 Équivalent de la fonction η en Mécanique Linéaire de la Rupture [9]	68
2.4.3 Amorce de rupture et champ de fragilisation structurale η	69
2.5 Synthèse	76

Bibliographie	77
3 Formulation algébrique du modèle de fragilisation structurale	79
3.1 Introduction	81
3.2 Techniques numériques	82
3.2.1 Éléments finis enrichis et levels sets [1]	82
3.2.2 La méthode-p des éléments finis [6]	84
3.2.3 La Mécanique des Milieux Hétérogènes	86
3.3 La méthode "Transformation Field Analysis" [33]	94
3.4 Comportement macroscopique d'une plaque perforée dans le domaine élastique .	97
3.4.1 Modélisation multi-échelle	97
3.4.2 Modélisation du comportement élastique [39]	99
3.4.3 Choix du VER	102
3.5 Comportement macroscopique d'une plaque perforée dans le domaine plastique (sans endommagement) [41]	107
3.6 Synthèse	111
Bibliographie	115
4 Fragilisation structurale et vitesse de déformation	119
4.1 Introduction	121
4.2 Mise en oeuvre expérimentale	122
4.3 Cas d'un alliage d'aluminium (2024-PL3)	124
4.3.1 Résultats dynamiques	124
4.3.2 Influence de la vitesse de déformation	128
4.4 Cas d'un acier doux (XES)	131
4.4.1 Résultats dynamiques	131
4.4.2 Influence de la vitesse de déformation	134
4.5 Synthèse	139
Bibliographie	141
CONCLUSION GÉNÉRALE	143
A Résultats expérimentaux des éprouvettes en alliage d'aluminium	147
B Résultats expérimentaux des éprouvettes en acier	153

Table des figures

1	Déchirure d'une tôle ($813 \times 559 \text{ mm}^2$) le long d'une ligne de rivets suite à l'impact d'un oiseau [3].	11
2	Modèle éléments finis d'une structure aéronautique [10].	12
3	Modélisation éléments finis d'un assemblage riveté.	13
1.1	Assemblage riveté.	19
1.2	Paramètres associés aux normes de rivetage.	20
1.3	Configuration du cas étudié.	26
1.4	Évolution du coefficient élastique de concentration le long du futur chemin de rupture.	28
1.5	Évolution dans le domaine plastique.	29
1.6	Modélisation équivalente des phénomènes de fragilisation structurale [19].	31
1.7	Modèle équivalent d'assemblage riveté [20].	32
2.1	Maillages des plaques perforées.	42
2.2	Déformation de référence théorique et déformation globale.	44
2.3	Points d'observation dans les domaines de l'élasticité et de la plasticité.	45
2.4	Distribution des déformations dans les domaines de l'élasticité et de la plasticité.	46
2.5	Évolution de la déformation globale et des déformations locales.	46
2.6	Distribution des déformations dans les domaines, élastique et plastique.	47
2.7	Déformations observées dans le domaine plastique pour les plaques de 80 et 160 mm.	47
2.8	Évolution d'un motif de l'image initiale dans l'image finale [1].	49
2.9	Principe de corrélation d'images.	49
2.10	Éprouvette de traction perforée.	50
2.11	Dispositif expérimental.	51
2.12	Choix des états d'observation.	51
2.13	Réponse effort-déplacement d'une éprouvette en alliage d'aluminium.	53
2.14	Evolution des déformations observées en différents points du chemin de rupture.	54
2.15	Processus de rupture de l'éprouvette non perforée.	54
2.16	Processus de rupture de l'éprouvette perforée.	55

2.17	Déformation observée suivant l'axe de traction - Éprouvettes non perforées.	55
2.18	Déformation observée suivant l'axe de traction - Éprouvettes perforées.	56
2.19	Déformation observée le long du chemin de rupture en plasticité.	56
2.20	Déformation observée le long du chemin de rupture avant l'initiation de la rupture	57
2.21	Réponse effort-déplacement d'une éprouvette en acier doux.	58
2.22	Evolution des déformations observées en différents points le long du chemin de rupture.	59
2.23	Processus de rupture de l'éprouvette non perforée en acier.	59
2.24	Processus de rupture de l'éprouvette perforée en acier.	60
2.25	Distribution des déformations le long du chemin de rupture.	60
2.26	Comparaison des déformations le long du chemin de rupture pour les éprouvettes non perforées ou perforées en alliage d'aluminium.	61
2.27	Comparaison des déformations le long du chemin de rupture pour les éprouvettes non perforées ou perforées en acier.	62
2.28	Distribution des déformations observées pour les éprouvettes non perforées ou perforées à l'état 1 (élasticité).	62
2.29	Distribution des déformations observées pour les éprouvettes non perforées ou perforées à l'état 2 (plasticité).	63
2.30	Distribution des déformations observées pour les éprouvettes non perforées ou perforées à l'état 3 (effort maximal).	63
2.31	Distribution des déformations observées pour les éprouvettes non perforées ou perforées en acier à l'état 4 (phase d'adoucissement).	64
2.32	Évolution de η pour les éprouvettes non perforées.	65
2.33	Évolution de η pour les éprouvettes perforées.	66
2.34	Évolution de η pour les éprouvettes en acier et en aluminium.	66
2.35	Loi d'évolution schématique du modèle de fragilisation.	73
2.36	Schématisation d'un solide sans défaut initial.	74
2.37	Schématisation d'un solide avec défaut initial.	75
3.1	Élément fini de coque sollicité en mode I.	81
3.2	Sélection des noeuds pour le traitement des trous et des surfaces libres dans X- FEM [1].	84
3.3	Objectif de la Mécanique des Milieux Hétérogènes.	86
3.4	Schématisation des différentes échelles.	87
3.5	Conditions limites.	88
3.6	Approche séquencée - Approche intégrée.	94
3.7	Principe de la démarche multi-échelle.	98
3.8	Volume élémentaire représentatif.	99
3.9	Déformations et contraintes obtenues suivant une démarche multi-échelle.	100

3.10	Modèle de fragilisation $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}$ discrétisé obtenu suivant une démarche multi-échelle dans le domaine élastique.	101
3.11	Évolution du modèle η au cours d'un chargement de traction.	101
3.12	VER soumis à un chargement de traction	102
3.13	Maillages des différents VER.	104
3.14	Résultats obtenus par la méthode multi-échelle et la théorie pour les différentes tailles de VER.	105
3.15	Différents maillages du VER de largeur 20 mm.	106
3.16	Comparaison des résultats obtenus par la méthode multi-échelle et la théorie pour les différents maillages du VER de largeur 20 mm.	107
3.17	Principe de résolution de la démarche multi-échelle en élastoplasticité.	108
3.18	Concentration des déformations en bordure de perforation obtenue suivant une démarche multi-échelle dans le domaine plastique.	111
3.19	VER soumis à un chargement de traction dans le domaine plastique.	111
3.20	Modification de l'algorithme de résolution.	112
3.21	Modification de l'écroutissage.	112
3.22	Caractérisation multi-échelle du modèle de fragilisation structurale.	113
4.1	Éprouvette de traction perforée.	123
4.2	Choix des points d'observation.	124
4.3	Réponse effort-déplacement d'une éprouvette en alliage d'aluminium.	125
4.4	Évolution des déformations observées en différents points du chemin de rupture des éprouvettes en alliage d'aluminium - $V = 1m/s$	126
4.5	Rupture des éprouvettes en alliage d'aluminium - $V = 1m/s$	126
4.6	Comparaison des déformations le long du chemin de rupture pour les éprouvettes non perforées et perforées en alliage d'aluminium - $V = 1m/s$	127
4.7	Distribution des déformations le long du chemin de rupture pour les éprouvettes en alliage d'aluminium - $V = 1m/s$	127
4.8	Vitesses de déformation plastique pour les éprouvettes en alliage d'aluminium.	128
4.9	Vitesses de déformation plastique normalisées pour les éprouvettes en alliage d'aluminium.	129
4.10	Distribution des déformations observées à l'état 2 (plasticité) pour les éprouvettes en alliage d'aluminium.	130
4.11	Distribution des déformations observées à l'état 3 (effort maximal) pour les éprouvettes en alliage d'aluminium.	130
4.12	Évolution de la fragilisation structurale avec la vitesse du chargement (éprouvettes non perforées en alliage d'aluminium).	131
4.13	Évolution de la fragilisation structurale avec la vitesse du chargement (éprouvettes perforées en alliage d'aluminium).	131

4.14	Réponse effort-déplacement d'une éprouvette en acier - $V = 1m/s$	132
4.15	Évolution des déformations observées en différents points du chemin de rupture des éprouvettes en acier - $V = 1m/s$	133
4.16	Distribution des déformations le long du chemin de rupture pour les éprouvettes en acier - $V = 1m/s$	133
4.17	Distribution des déformations observées pour les éprouvettes non perforées ou perforées en acier - $V = 1m/s$	134
4.18	Réponse effort-déplacement pour les éprouvettes en acier.	135
4.19	Faciès de rupture des éprouvettes non perforées en acier.	135
4.20	Faciès de rupture des éprouvettes perforées en acier.	136
4.21	Vitesses de déformation plastiques pour les éprouvettes en acier.	136
4.22	Vitesses de déformation normalisées pour les éprouvettes en acier (adoucissement).	137
4.23	Distribution des déformations de l'éprouvette non perforée en acier.	138
4.24	Distribution des déformations de l'éprouvette perforée en acier.	138
4.25	Évolution de la fragilisation structurale pour les éprouvettes non perforées en acier.	139
4.26	Évolution de la fragilisation structurale pour les éprouvettes perforées en acier.	139
A.1	Éprouvette de traction perforée.	147
A.2	Position théorique des points de mesure de déformation.	148
B.1	Éprouvette de traction perforée.	153
B.2	Position théorique des points de mesure de déformation.	154

Liste des tableaux

1.1	Normes de rivetage.	22
1.2	Valeurs discrètes de la fragilisation structurale [19].	30
2.1	Caractéristiques des maillages des plaques perforées.	43
2.2	Caractéristiques mécaniques du matériau.	43
2.3	Position des points de mesure des déformations par rapport au centre des éprouvettes non perforées.	52
2.4	Position des points de mesure des déformations par rapport au centre des éprouvettes perforées.	52
2.5	Résultats expérimentaux des éprouvettes en alliage d'aluminium.	53
2.6	Résultats expérimentaux des éprouvettes en acier.	57
2.7	Position des points de mesure des déformations par rapport au centre des éprouvettes en acier.	59
2.8	Schématisation du comportement d'un solide Ω	73
3.1	Caractéristiques des maillages étudiés.	103
3.2	Caractéristiques des maillages étudiés (VER 20 mm).	106
3.3	Loi de comportement élastoplastique.	110
4.1	Position des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes lisses en alliage d'aluminium.	124
4.2	Position des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes perforées en alliage d'aluminium.	125
4.3	Résultats expérimentaux des éprouvettes en alliage d'aluminium - $V = 1m/s$	125
4.4	Quantité d'énergie absorbée par les éprouvettes en alliage d'aluminium.	128
4.5	Résultats expérimentaux des éprouvettes en acier - $V = 1m/s$	132
4.6	Position des points de mesure des déformations par rapport au centre des éprouvettes en acier - $V = 1ms$	133
4.7	Énergie consommée au cours de chaque essai.	135

A.1	Position effective des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes lisses en alliage d'aluminium.	148
A.2	Position effective des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes perforées en alliage d'aluminium.	148
A.3	Déformations mesurées à l'état 1 pour les éprouvettes non perforées.	149
A.4	Déformations mesurées à l'état 2 pour les éprouvettes non perforées.	149
A.5	Déformations mesurées à l'état 3 pour les éprouvettes non perforées.	149
A.6	Vitesses de déformation mesurées dans le domaine élastique pour les éprouvettes non perforées.	150
A.7	Vitesses de déformation mesurées dans le domaine plastique pour les éprouvettes non perforées.	150
A.8	Déformations mesurées à l'état 1 pour les éprouvettes perforées.	150
A.9	Déformations mesurées à l'état 2 pour les éprouvettes perforées.	151
A.10	Déformations mesurées à l'état 3 pour les éprouvettes perforées.	151
A.11	Vitesses de déformation mesurées dans le domaine élastique pour les éprouvettes perforées.	151
A.12	Vitesses de déformation mesurées dans le domaine plastique pour les éprouvettes perforées.	152
B.1	Position effective des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes lisses en acier.	154
B.2	Position effective des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes perforées en acier.	154
B.3	Déformations mesurées à l'état 1 pour les éprouvettes non perforées.	154
B.4	Déformations mesurées à l'état 2 pour les éprouvettes non perforées.	155
B.5	Déformations mesurées à l'état 3 pour les éprouvettes non perforées.	155
B.6	Déformations mesurées à l'état 4 pour les éprouvettes non perforées.	155
B.7	Vitesses de déformation mesurées dans le domaine élastique pour les éprouvettes non perforées.	155
B.8	Vitesses de déformation mesurées dans le domaine plastique pour les éprouvettes non perforées.	156
B.9	Vitesses de déformation mesurées durant la phase d'adoucissement pour les éprouvettes non perforées.	156
B.10	Déformations mesurées à l'état 1 pour les éprouvettes perforées.	156
B.11	Déformations mesurées à l'état 2 pour les éprouvettes perforées.	156
B.12	Déformations mesurées à l'état 3 pour les éprouvettes perforées.	156
B.13	Déformations mesurées à l'état 4 pour les éprouvettes perforées.	157
B.14	Vitesses de déformation mesurées dans le domaine élastique pour les éprouvettes perforées.	157

B.15 Vitesses de déformation mesurées dans le domaine plastique pour les éprouvettes perforées.	157
B.16 Vitesses de déformation mesurées durant la phase d'adoucissement pour les éprouvettes perforées.	157

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les structures aéronautiques sont constituées d'un assemblage de pièces conséquent. Ces pièces, de géométries plus ou moins complexes, sont généralement des profilés de tôles d'aluminium de fonctionnalités (eg. cadre, clip, peau), de propriétés matérielles (eg. nuance de la matière) et structurales (eg. épaisseur) très variées. Celles-ci sont en majorité assemblées les unes aux autres par des rivets. Le nombre de ces rivets se compte en millions pour une structure telle qu'un avion commercial. Les principales caractéristiques de l'assemblage riveté (type, matériau, nombre, distance au bord, pas de rivetage, motif, etc.) sont calculées pour la tenue mécanique selon des règles de l'art [1, 2]. Celles-ci imposent, à l'échelle de l'avion, la prise en compte d'une grande variété de paramètres liés aux assemblages. Ces zones de liaison mécanique correspondent souvent aux zones d'amorçage des ruptures (figure 1), celles-ci étant initiées par fatigue mécanique [4, 5, 6, 7] et/ou thermique, ou par sollicitations statiques ou dynamiques (crash [8, 9], amerrissage [10], impact oiseau [11], explosion [12]). Leur analyse constitue donc une étape fondamentale dans la conception et le calcul des structures aéronautiques.

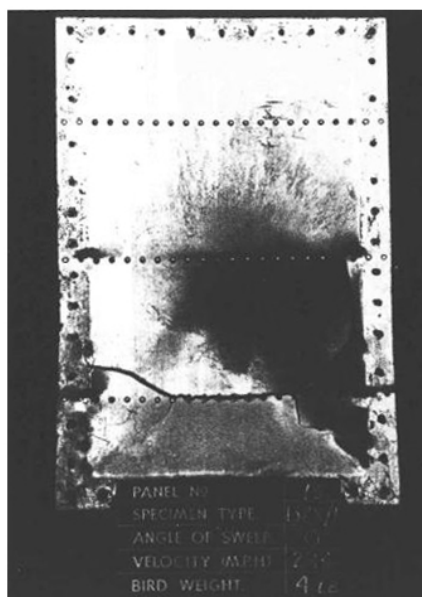
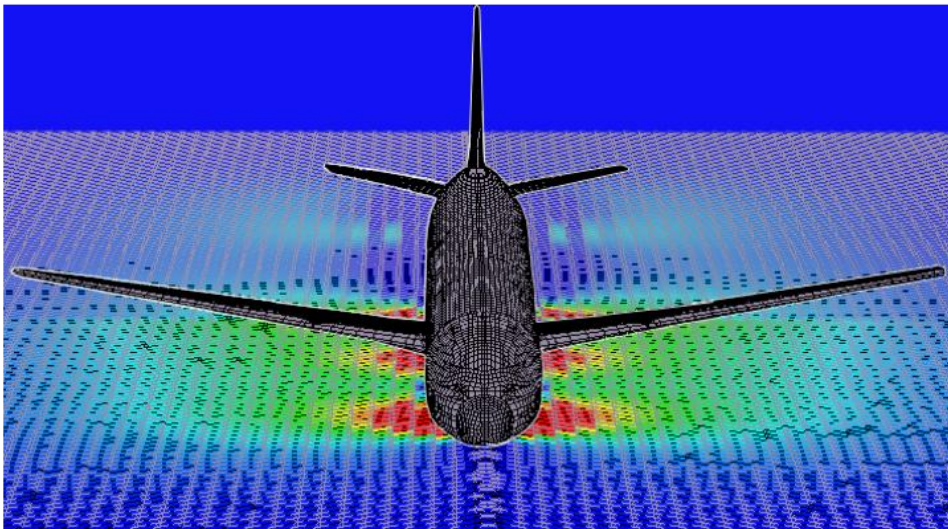
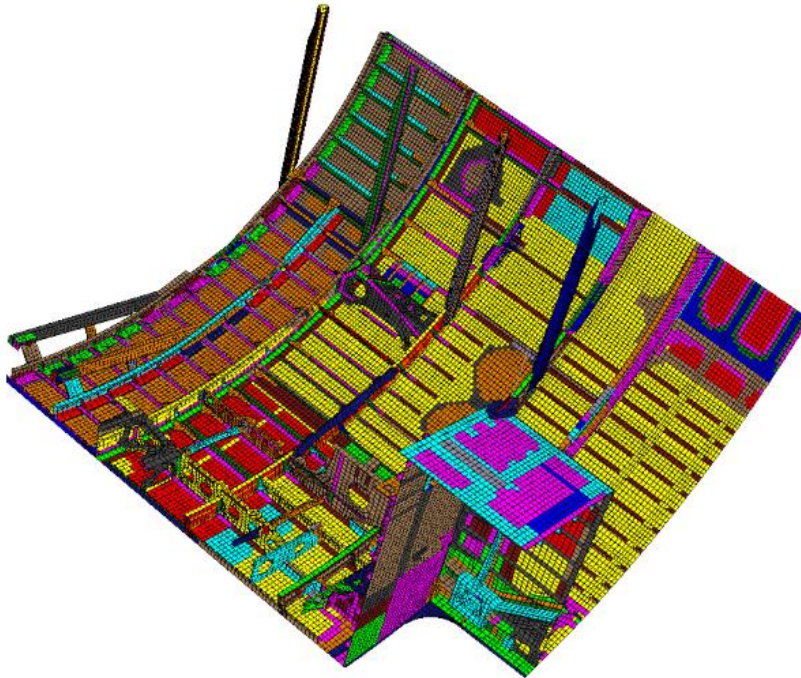


FIG. 1: Déchirure d'une tôle ($813 \times 559 \text{ mm}^2$) le long d'une ligne de rivets suite à l'impact d'un oiseau [3].

L'étude de ces structures soumises à des sollicitations de type crash ou impact est de plus en plus finement menée par l'intermédiaire de simulations numériques. Elles sont réalisées à l'aide de codes éléments finis explicites. L'augmentation des capacités des logiciels et des machines de calcul permet aujourd'hui de prétendre traiter le problème dans sa globalité. La structure complète est modélisée avec un niveau de détail important (figure 2), de même que les sollicitations dynamiques complexes, voire les couplages fluide/structure auxquels elle est soumise.



(a) Amerrissage d'un avion complet



(b) Détails de la partie avant de l'avion

FIG. 2: Modèle éléments finis d'une structure aéronautique [10].

Cependant, en dépit de récents développements, les limites de ces codes sont atteintes dès qu'il s'agit de prédire des comportements liés à la rupture locale de tôles ou d'assemblages. En effet, la prise en compte des assemblages dans la modélisation d'une structure fait apparaître clairement un problème d'échelle. Deux échelles (figure 3) peuvent être identifiées : d'une part l'échelle qu'il serait bon d'utiliser afin de prédire correctement la rupture de l'assemblage - l'échelle mésoscopique -, et d'autre part l'échelle qu'il est nécessaire d'utiliser afin de mener à bien un calcul de structures sans un coût prohibitif - l'échelle macroscopique. C'est pourquoi, un assemblage riveté est représenté à l'échelle de la structure par un modèle simplifié (eg. élément de poutre pour la fixation, élément de coque avec une épaisseur éventuellement calibrée pour la tôle perforée) censé reproduire les différents mécanismes non-linéaires complexes d'un assemblage de façon empirique, phénoménologique ou physique.

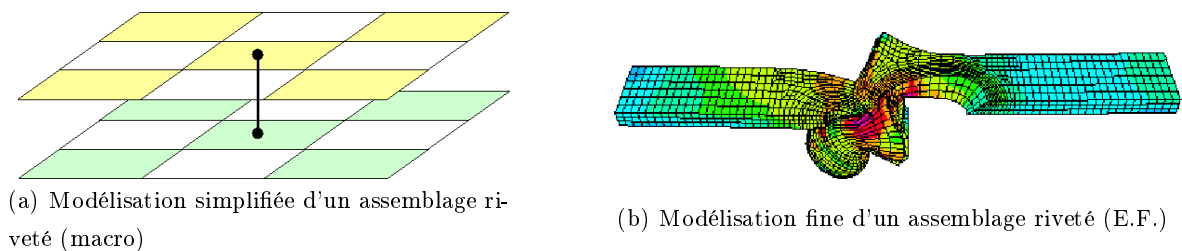


FIG. 3: Modélisation éléments finis d'un assemblage riveté.

La complexité des phénomènes rencontrés pour la prise en compte des assemblages a mené à considérer le problème de la modélisation d'un assemblage de façon disjointe : la fixation et la tôle. La première partie des travaux a concerné l'étude de la fixation proprement dite [13, 14, 15]. Les recherches ont mené au développement de nouveaux modèles de liaison associés à de nouvelles procédures expérimentales. La dernière génération de ces modèles de fixation repose sur la description d'un comportement non-linéaire endommageable de l'élément de liaison [16]. Celle-ci s'avère satisfaisante pour la modélisation des fixations dont la rupture est peu ductile, voire fragile. Toutefois, il reste à améliorer les outils dans le cas où les ruptures, amorcées au sein ou au voisinage de la fixation, se propagent en pleine tôle [17].

Le second axe des travaux concerne l'environnement de la fixation, à savoir la pièce perforée, dans le cas d'un assemblage riveté. Une partie des travaux s'est intéressée à la recherche des paramètres conduisant à la rupture d'une tôle comportant deux perforations, ceci de façon expérimentale et numérique [18]. La suite de ces recherches s'est focalisée sur le développement d'un modèle empirique puis phénoménologique de ce qui fut appelé la fragilisation structurale liée à la perforation, implémenté dans un modèle EF de type coque spécifique [19]. Néanmoins, ce modèle ne s'est pas montré suffisamment robuste dans le cas d'ensembles rivetés complexes (eg. sous structure comportant 700 rivets) sous chargement réaliste [20]. Il s'avère donc que l'amélioration prioritaire à apporter sur la modélisation des assemblages rivetés concerne le développement

de modèles plus théoriques et physiques - qu'on espère plus robuste - pour prendre en compte l'influence de la perforation sur le comportement d'un élément de coque riveté.

Sur la base de travaux antérieurs et récents, la fragilisation structurale est donc définie comme étant l'expression de la conséquence de la distribution inhomogène des déformations, engendrée par la présence de perforation, sur la tenue mécanique des structures. Dans ce contexte, l'objectif final de l'ONERA et du LAMIH est de développer une modélisation de type élément fini spécifique, capable de simuler la rupture d'une plaque métallique perforée en utilisant un élément de coque macroscopique, que l'on enrichira d'un modèle de fragilisation structurale. En d'autres termes, cet élément permettra de tenir compte à un niveau macroscopique de l'influence de la présence d'une perforation sur son comportement et sa tenue mécanique. Pour accéder à un modèle de fragilisation structurale, nous proposons de mettre en place une méthodologie fondée sur l'analyse multi-échelle de la rupture d'une plaque perforée et non perforée.

Dans le premier chapitre, une étude bibliographique met en évidence la complexité des phénomènes engendrés par la présence des assemblages rivetés dans les structures aéronautiques. Puis, les différentes techniques permettant leur prise en compte dans la modélisation par éléments finis du crash de structures complexes sont présentées. Enfin, la notion de fragilisation structurale est introduite.

Le second chapitre vise à comprendre les phénomènes mécaniques mis en jeu et à modéliser la fragilisation structurale, due à la présence d'un défaut géométrique (ici une perforation). Dans la première partie, une campagne expérimentale est menée sous sollicitations quasi statiques sur des éprouvettes perforées et non perforées, réalisées en alliage d'aluminium ou en acier. Une analyse multi-échelle du processus de rupture des différents échantillons est réalisée. Ces résultats expérimentaux sont ensuite utilisés comme base de réflexion au développement d'un modèle de fragilisation structurale et d'un critère de rupture.

Le troisième chapitre vise à mettre en place une méthode numérique permettant d'accéder à la loi d'évolution du modèle de fragilisation structurale au cours du chargement. Dans cette optique, une démarche multi-échelle est mise en oeuvre. Le formalisme algébrique de Dvorak est utilisé à cet effet. Il s'avère que la principale difficulté de cette démarche réside dans la prise en compte des non-linéarités de comportement matériel.

Le quatrième chapitre cherche finalement à analyser l'influence de la vitesse de déformation sur cette fragilisation structurale, ainsi que sur les modèles et méthodes multi-échelles qui lui sont associés. Une étude expérimentale dynamique est menée sur des éprouvettes perforées et non perforées, faites d'un matériau sensible ou non à la vitesse de déformation. Les résultats obtenus lors de cette étude permettent de donner de plus amples recommandations quant à la nécessité d'intégrer ou non l'influence de la vitesse de déformation dans le modèle multi-échelle de fragilisation structurale.

Bibliographie

- [1] E.F. BRUHN. Analysis and design of flight vehicle structures - Fitting and connections - Bolted and riveted joints. *Jacobs publishing, 1973.*
- [2] MILITARY STANDARD. Military standard preparation for and installation of rivets and screws, rocket, missile, and airframe structures. *Norme militaire, MIL-STD-403C-14, 1992.*
- [3] B. DRIFILL. GARTEUR Bird Strike Group - Round Robin Work Package : Metallic Structures Phase 1 - Task 2 & Phase 2 - Task 1. *2000.*
- [4] V. SELIGER. Effect of rivet pitch upon the fatigue strength of single-row riveted joints of 0.025- to 0.025-inch 24S-T Alcad. *Rapport technique NACA, n°TN 900, 1943.*
- [5] A. HARTMAN, F.A. JACOBS, P. DE RIJK. Tests on the effect of the size on the specimen on the fatigue strength of 2024-T2 Alclad double row riveted single lap joints. *Rapport technique NLR, n°TN-M-2104, 1962.*
- [6] R. MULLER. Fatigue crack initiation in riveted lap joints and in pressurized fuselages. *SAMPE European Conference, Birmingham (Angleterre), Octobre 1993.*
- [7] R. MULLER. An experimental and analytical investigation on the fatigue behaviour of fuselage riveted lap joints. *Thèse de doctorat, Université Technologique de Delft, 1995.*
- [8] D. DELSART, J-L. CHARLES, J-F. SOBRY, V. LASSUS, Y. CHAUVEAU. Development of cost effective tools for the design of crashworthy helicopter structures. *American Helicopter Society, 59th Annual Forum, Phoenix (USA), Mai 2003.*
- [9] D. DELSART, D. JOLY, M. MAHE, G. WINKELMULLER. Evaluation of finite element modelling methodologies for the design of crashworthy composite commercial aircraft fuselage. *24th ICAS Congress, Yokohama (Japon), Septembre 2004.*
- [10] R. ORTIZ, J-L. CHARLES, J-F. SOBRY. Structural loading of a complete aircraft under realistic crash conditions : Generation of a load database for passenger safety and innovative design. *24th ICAS Congress, Yokohama (Japon), Septembre 2004.*
- [11] B. LANGRAND, A-S. BAYART, Y. CHAUVEAU, E. DELETOMBE. Assessment of multi-physics F.E. methods for bird strike modelling - Application to a metallic riveted airframe. *Int. J. of Crashworthiness, Vol. 7, n°4, pp. 415-428, 2002.*

- [12] B. LANGRAND, E. DELETOMBE, J-L. CHARLES, J-F. SOBRY, S. MARTIN, H. CHAZAL. Armoured vehicles subject to mine explosions - An analysis method for operationability and survivability. *J. de Physique IV, Vol. 110, pp. 621-626, 2003.*
- [13] B. LANGRAND. Contribution à la caractérisation numérique et expérimentale d'assemblages structuraux rivetés sous sollicitation dynamique. *Thèse de doctorat, Université de Valenciennes, 1998.*
- [14] T. FOURMENTAUX. Contribution à la caractérisation numérique et expérimentale d'assemblages soudés par points soumis à des sollicitations quasi-statiques. *Thèse de doctorat, Université de Valenciennes, 1999.*
- [15] L. CEBULSKI. Caractérisation expérimentale et numérique de la tenue mécanique des assemblages par rivets aveugles. Application aux véhicules de transport guidé. *Thèse de doctorat, Université de Valenciennes, 2002.*
- [16] A. COMBESURE, F. DELCROIX, L. CAPLAIN, S. ESPANOL, P. ELIOT. A finite element to simulate the failure of weld points on impact. *Int. J. of Impact Engineering, Vol. 28, pp. 783-802, 2003.*
- [17] B. LANGRAND, A. COMBESURE. Non linear and failure behaviour of spot-welds : a global finite element and experiments in pure and mixed modes I/II. *Int. J. of Solids and Structures, Vol. 41, pp. 6631-6646, 2004.*
- [18] L. PATRONELLI. Contribution au développement d'un élément de type coque fragilisée pour la prise en compte des phénomènes de fragilisation structurale liés aux techniques de rivetage. *Thèse de doctorat, Université de Valenciennes, 2001.*
- [19] L. PATRONELLI, B. LANGRAND, E. DELETOMBE, E. MARKIEWICZ, P. DRAZETIC. Structural embrittlement due to riveted joints. Evolution to a macroscopic model for crash analysis. *5th Int. Conf. on Computational Technology, Leuven (Belgique), Septembre 2000.*
- [20] L. PATRONELLI, A-S. BAYART, B. LANGRAND, E. DELETOMBE, E. MARKIEWICZ, P. DRAZETIC. Tôles perforées et fragilisation structurale liée à la mise en oeuvre des techniques d'assemblages. *Mécanique et Industries, Vol. 4, pp. 29-39, 2003.*

Chapitre 1

Problématique générale de la modélisation du comportement et de la résistance des assemblages rivetés

Ce chapitre aborde le thème de la modélisation des assemblages rivetés pour le calcul par éléments finis des structures de grande envergure. La première partie est consacrée aux règles régissant le dimensionnement de ces assemblages. Dans la seconde partie, les modèles numériques d'assemblage, adaptés à la modélisation du crash de structures complexes, sont présentés.

1.1	Introduction	19
1.2	Les assemblages rivetés	19
1.3	Modélisation par éléments finis d'un assemblage riveté	23
1.3.1	Modélisation simplifiée du rivet	23
1.3.2	Modélisation des effets de la perforation	26
1.4	Conclusions	32

1.1 Introduction

L'étude des assemblages fait l'objet d'un intérêt certain, tant pour les fabricants d'avions que pour les exploitants de ces appareils. Il s'agit pour les premiers de mener des études de dimensionnement en fatigue [1, 2] ou de tolérance aux dommages [3, 4], alors que la détermination de l'état de santé de ces composants après un temps d'exploitation ne peut qu'aider les seconds à mieux établir et gérer leur plan de maintenance. L'une des difficultés dans la prévision de la vie des assemblages rivetés, que ce soit en fatigue ou lors de crash, réside dans leur variété (tenue géométrique, etc) ainsi que dans la complexité des phénomènes mis en jeu par leur présence (fonction de transfert de charge, concentration des contraintes et des déformations en leur voisinage, etc). Une meilleure représentation de ces composants sous sollicitation permettra d'abord de mieux connaître leur comportement en service, ensuite de réfléchir sur les moyens pouvant améliorer leur durée de vie.

Dans le cadre de ce chapitre, une liste non exhaustive des différentes règles de l'art régissant le dimensionnement des assemblages rivetés métalliques est tout d'abord présentée. Une description des modèles numériques de liaisons rivetées, adaptés à la modélisation du crash de structures complexes et de grande envergure, est ensuite réalisée.

1.2 Les assemblages rivetés

Une structure complexe telle que celle d'un avion est composée de très nombreuses pièces distinctes. Afin d'assurer la fonction structurale de l'ensemble, ces pièces doivent être assemblées, grâce à différents procédés. Il peut s'agir d'assemblages rivetés, vissés, soudés ou collés. Dans le cas des structures aéronautiques, les assemblages rivetés sont encore majoritaires et se comptent en millions sur un avion commercial. Qu'ils soient aveugles, à tête fraisée, "H", ou encore bombée, tous nécessitent l'usinage d'une perforation pour la mise en place de la jonction. Un assemblage est donc composé d'une fixation, d'une part, et, d'autre part, d'un site de mise en place, c'est-à-dire une plaque perforée (le site de mise en place devient site de fragilisation structurale, figure 1.1).

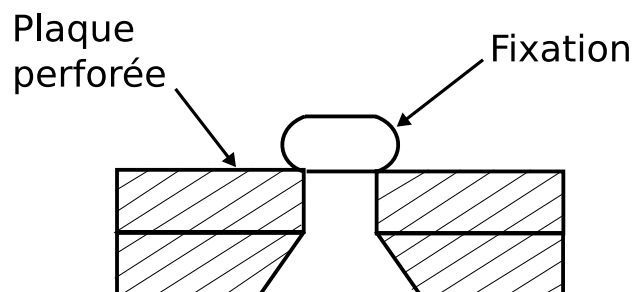


FIG. 1.1: Assemblage riveté.

Leur dimensionnement est soumis à des contraintes et paramètres de conception variés. Ceux-ci dérivent de règles de l'art empiriques obtenues pour des sollicitations statiques et de fatigue [5]. Les différentes normes de rivetage (tableau 1.1) permettent de définir le pas de rivetage, la distance au bord, ainsi que la distance entre les rangées de rivets, et le nombre de rivets. Celles-ci sont présentées ci-après dans le cas d'un rivet à tête fraisée de diamètre 4 mm et de tôles d'aluminium d'épaisseur de 1.6 mm , les différentes valeurs provenant de tables et d'abaques. Elles sont fonction des caractéristiques mécaniques des pièces à assembler, ainsi que des paramètres géométriques suivants (figure 1.2) :

- d , le diamètre du rivet ou de la perforation,
- W , la largeur de la plaque,
- p et p_1 , les pas de rivetage : transversal et longitudinal respectivement,
- b et b_1 , les distances de bord : transversale et longitudinale respectivement,
- e , l'épaisseur de la plaque.

Les caractéristiques d'un assemblage peuvent s'avérer très différentes selon la norme choisie. L'un des objectifs des méthodes de dimensionnement développées, dans le contexte des assemblages, vise également à chercher à rationaliser ces dimensions afin d'optimiser, en fonction de critères (dont la tenue aux sollicitations extrêmes), la performance des assemblages.

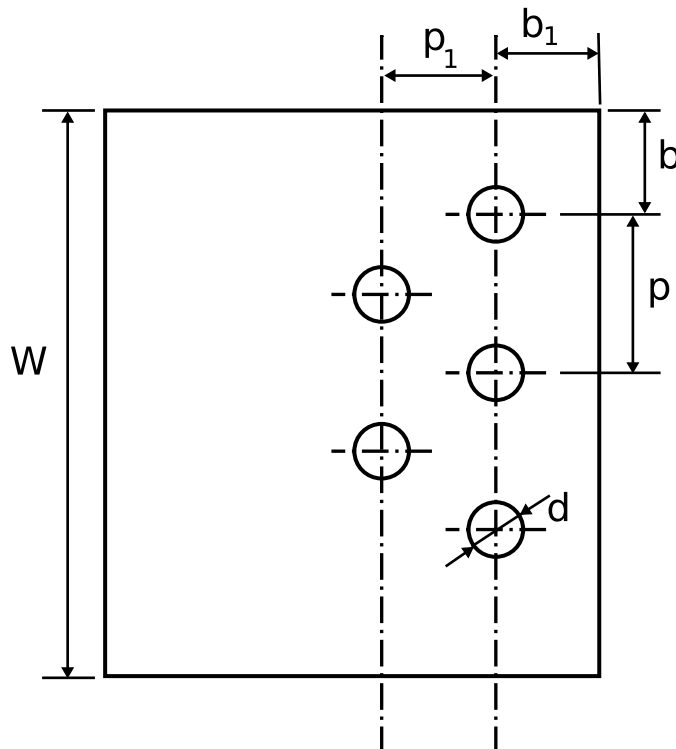


FIG. 1.2: Paramètres associés aux normes de rivetage.

Les assemblages assurent trois fonctions mécaniques : **contact** (rôle de cohésion), assujettissement des pièces (rôle de **liaison**), et **transfert** de charges (rôle structural). Ils sont donc le lieu de mécanismes physiques complexes. Des non-linéarités locales ou des processus d'endommagement et de ruine sont fréquemment observés dans ces zones. Deux principaux modes de ruine sont rencontrés. Il s'agit d'une part de la rupture de la fixation, par cisaillement du fût ou de la tête, et de la défaillance ou rupture des tôles assemblées d'autre part. La défaillance consiste en une ovalisation des trous par la pression de matage qui entraîne le "couchage" de la fixation puis la traversée des plaques. La rupture des pièces assemblées est quant à elle provoquée par un amorçage de fissures dans la zone de concentration de contraintes due à l'effet du matage et à la présence du trou dans le site d'accueil de la fixation. L'ensemble de ces phénomènes doit donc pouvoir être représenté si l'on souhaite prédire le comportement réel et la rupture de ces assemblages.

Norme	Référence	Distance au bord	Pas de rivetage	Distance entre les rangées de rivets
Française	Adin [6] Norme militaire	La distance au bord doit être deux fois supérieure au diamètre du rivet, $b = b_1$	$\frac{W-d}{n_I}$ où n_I représente le nombre d'intervalles entre les rivets	
Française	Agrafage, sertissage [7], rivetage	La distance au bord doit être supérieure à 1.5 fois le diamètre du rivet, $b = b_1$		
Américaine	Military specification [8]	(table) $b_1 = 8.736 \text{ mm}$, $b = b_1$	$p = 15.875 \text{ mm}$	
Américaine	EF. Bruhn [5]	La distance au bord doit être supérieure à 1.5 fois le diamètre du rivet pour les têtes fraisées, sinon 2 fois le diamètre du rivet	$p = 21.43 \text{ mm}$	
Française	Technique de l'ingénieur [7]	$b_1 \leq 2.5d$, $1.5d \leq b \leq 2.5d$	Capitonnage : $p \leq 30e$, sinon p doit être compris entre 3 et 7 fois le diamètre du rivet	
Russe	Chavroff [9]	$2.5d \leq b_1 \leq 3d$	1 rangée : $p = 3.5d$, 2 rangées : $p = 5d$	$p_{min} = 3.5d$
Française	"L'aluminium français"	$b_1 = 1.5d + 10$	$3.5d \leq p \leq 5d$ et $p \leq 20e$	$p_1 = 0.75d$

TAB. 1.1: Normes de rivetage.

1.3 Modélisation par éléments finis d'un assemblage riveté

La complexité des phénomènes mécaniques mis en jeu dans les zones d'assemblages (comportement non linéaire, rupture de la fixation et/ou de son site d'accueil) incite à modéliser finement ces zones. Toutefois, pour mener l'étude numérique du crash d'un avion complet par la méthode des éléments finis, il est nécessaire de maîtriser le coût de calcul. Dans une méthode de calcul explicite, celui-ci dépend de l'incrément de temps, lui-même conditionné par la taille des éléments. C'est pourquoi, certains détails de structure, de très petite taille à l'échelle de l'avion, sont simplifiés pour éviter que les temps de calcul ne deviennent trop importants. Il en est ainsi pour les rivets et perforations, dont la modélisation fine par E.F. mènerait à des coûts de calcul rédhibitoires. La difficulté consiste alors à parvenir à traduire de manière représentative la complexité des phénomènes locaux par le biais de modèles simplifiés.

1.3.1 Modélisation simplifiée du rivet

Le degré de complexité dans la modélisation (même simplifiée) d'un assemblage riveté est fonction de l'importance de son rôle sur le comportement de la structure. En effet, deux cas de figure peuvent être dissociés. Dans un premier cas, l'assemblage ne se situe pas dans une zone de la structure fortement sollicitée. On considère qu'il ne présente pas de risque de rupture ou qu'il influe peu sur le comportement d'ensemble de la structure. La méthode consiste alors à modifier l'agencement des géométries en fusionnant par exemple les pièces assemblées. La superposition des pièces est quant à elle prise en compte en rajoutant des surépaisseurs locales aux éléments concernés du maillage. Dans un second cas, l'assemblage est situé dans une zone de l'appareil subissant directement l'impact (eg. soute arrière et pointe avant dans le cas d'un atterrissage forcé). La rupture de l'assemblage peut alors être source de "bifurcation" du comportement structural. Sa modélisation s'avère impérative afin de prédire correctement le comportement, voire la ruine de la structure. Il s'agit donc de traduire au travers d'un modèle simplifié d'assemblage, les différentes fonctions de celui-ci, à savoir : contact, liaison, et transfert de charge, et la possibilité de leur rupture.

Différentes approches peuvent être envisagées. Elles reposent sur l'utilisation de contraintes cinématiques, d'éléments non-linéaires, ou encore de formulations hybrides couplant contrainte cinématique et élément non-linéaire [10]. La référence [11] présente les caractéristiques de ces différents modèles. La pertinence de chaque approche y est également évaluée grâce à la modélisation d'une éprouvette de cisaillement en simple recouvrement. L'analyse a très nettement démontré l'influence du modèle utilisé sur le comportement général de l'éprouvette. Les deux premières approches employées (contrainte cinématique, éléments non-linéaire) se sont révélées être soit trop contraignantes (maillage fonction de la position des rivets), soit trop coûteuses en terme de temps de calcul, soit incorrectes (incapacité à reprendre le chargement, non respect du critère de rupture). La formulation hybride s'est avérée la méthode la plus appropriée pour décrire le comportement d'un assemblage.

Par la formulation hybride, un assemblage est représenté au moyen d'un élément de liaison non-linéaire connecté à deux éléments finis de coque, les noeuds de l'élément de liaison étant différents de ceux des éléments finis de coque. La connexion entre le rivet et les plaques est, quant à elle, assurée par des conditions cinématiques. Les noeuds extrémités de l'élément rivet étant directement liés aux éléments de coque représentant les pièces à assembler, cette méthode permet de s'affranchir de la dépendance de la position du rivet par rapport au maillage. Néanmoins, cette souplesse d'utilisation peut être préjudiciable. En effet, numériquement, les points d'articulation d'une structure correspondent aux noeuds du maillage (points de pliage ou d'articulation naturels d'un élément fini). Ceux-ci ne coïncident donc plus avec les points physiques d'articulation que sont ceux associés aux liaisons.

Par cette modélisation, les fonctions caractérisant l'assemblage, à savoir contact, liaison et transfert de charge, sont donc représentées de la manière suivante : la fonction de **contact** est gérée par la biais d'interfaces de contact (conditions cinématiques). Celles-ci ont pour but d'empêcher l'interpénétration des tôles assemblées. La **liaison** est réalisée grâce à un élément non-linéaire, et une condition cinématique. Dans le code de calcul par éléments finis Radioss, un élément à une dimension et 6 degrés de liberté, appelé "poutre-ressort", est utilisé afin de **transmettre** les efforts de translation et de rotation. Une nouvelle génération de modèles utilise un modèle de type Ludwik (1.1), qui associe un critère de plasticité paramétré (1.2) cumulant les efforts dans les différentes directions de sollicitation, et un modèle d'endommagement (1.3) pour décrire le comportement non-linéaire de l'élément jusqu'à rupture. Ce modèle [12] illustre parfaitement le degré de complexité nécessaire à la modélisation du comportement de la liaison. Testé en quasi-statique dans le cadre de l'étude d'assemblages soudés [13], celui-ci retranscrit de façon satisfaisante le comportement non-linéaire de la liaison jusqu'au pic d'effort. Néanmoins, il ne permet pas de rendre compte de l'énergie dissipée après l'apparition du pic d'effort, cette énergie étant représentative du déchirement de tôle qui se poursuit après déboutonnage de la liaison soudée. A ce stade de la recherche, il est tout à fait envisageable d'utiliser ce modèle afin de modéliser le comportement de la liaison rivetée (le rivet).

$$\sigma = A + B p^n \quad (1.1)$$

où σ représente la contrainte équivalente de von Mises, A la limite d'élasticité du matériau, B et n étant les paramètres d'écrouissage.

$$F^2(p) = \left(\frac{N_3}{N_0}\right)^2 + 3(a_1(p))^2 \left(\frac{N_1}{N_0}\right)^2 + 3(a_2(p))^2 \left(\frac{N_2}{N_0}\right)^2 + 3(b_1(p))^2 \left(\frac{M_1}{M_0}\right)^2 + 3(b_2(p))^2 \left(\frac{M_2}{M_0}\right)^2 + 3(c(p))^2 \left(\frac{M_3}{T_0}\right)^2 = \beta^2(p) \quad (1.2)$$

où p représente une variable interne modélisant l'écrouissage telle que la déformation plastique cumulée de l'élément de poutre, N_i et M_i les efforts et moments calculés au centre de l'élément,

N_0 , M_0 , et T_0 étant les limites élastiques en effort dans chacune des directions (traction, flexion, et cisaillement).

$$\begin{cases} E(D) = E(1 - D) \\ \dot{D} = 0 \quad \text{si } \dot{p} = 0 \quad \text{et } p < P_s \\ \dot{D} = \frac{D_c}{P_u - P_s} \dot{p} \quad \text{si } \dot{p} \neq 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

où le paramètre D_c est le dommage critique. Les paramètres P_s et P_u représentent respectivement les déformations plastiques cumulées seuil et ultime. La première équation permet quant à elle de décrire l'évolution du module d'Young.

Deux types de critère sont généralement utilisés pour gérer la rupture d'un assemblage. Le premier, matériel, est piloté par l'allongement des liaisons (rupture de la liaison). La rupture est établie lorsqu'une valeur phénoménologique telle que l'allongement, la déformation plastique ou le dommage (tel que décrit dans le modèle précédent) ont atteint une valeur maximale ou critique dans l'élément de liaison. Le second, macroscopique, repose sur un critère mécanique combinant les efforts normaux (traction) et tranchants (cisaillement). Il est défini par la relation (1.4) et est implémenté (dans certains codes éléments finis) dans les interfaces cinématiques. Il pourrait être, dans ce cas, assimilé à un critère de décohésion local. D'autres types de critères mécaniques (1.5) considèrent des efforts normaux et tranchants normés ainsi que certains paramètres caractérisant la nature du chargement (uniaxial ou biaxial) [14].

$$\left(\frac{N}{N_u}\right)^a + \left(\frac{T}{T_u}\right)^b \geq 1 \quad (1.4)$$

où N_u représente l'effort normal à rupture, et T_u l'effort tranchant à rupture ; a et b sont des paramètres de couplage. Ces différents paramètres sont caractérisés expérimentalement ou numériquement [15, 16].

$$[1 - 2\alpha + 2\alpha^2] \bar{N}^2 + \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{4t}{\pi D}\right)^2\right] (k\bar{T}^2) = 1 \quad (1.5)$$

avec $\bar{N} = N/\max(F_t)$ et $\bar{T} = T/\max(F_t)$ où F_t est l'effort maximal relevé en traction pure. α représente le paramètre décrivant les conditions de chargement (1 dans un cas de chargement uniaxial, 0.5 dans un cas de chargement biaxial), t l'épaisseur de la tôle, D le diamètre de la fixation, k étant un paramètre du critère.

Ce type de modélisation permet de représenter de manière satisfaisante le comportement et la rupture de la fixation (rivet) [17, 18]. Toutefois, certaines limites restent non solutionnées à ce jour. En effet, les effets de la concentration des contraintes engendrée par les perforations, de même que les contraintes résiduelles induites par le processus de rivetage ne sont pas pris en compte dans ce type de modélisation [10]. Pour représenter les effets de la perforation (sans avoir recours à une discrétisation fine), les codes actuels ne proposent que l'utilisation d'artifices numériques. Il s'agit en l'occurrence, soit de calibrer la loi de comportement, soit d'assouplir les

plaques localement en diminuant l'épaisseur des éléments de coque dans la zone d'assemblage. Ces artifices améliorent sensiblement les résultats de simulation mais ne permettent cependant pas une prévision correcte des non-linéarités de comportement. Typiquement, la localisation des contraintes et déformations au voisinage de la perforation servant à la mise en place du rivet n'est à aucun moment décrite dans l'élément de coque. Les phénomènes de rupture qui en découlent (amorçage et propagation de fissures le long d'une ligne de rivets) ne peuvent donc être correctement simulés [4].

1.3.2 Modélisation des effets de la perforation

L'utilisation du rivetage comme technique d'assemblage mène à la mise en oeuvre de nombreuses perforations dans les tôles métalliques. Ces perforations jouent un rôle prédominant dans les phénomènes de ruine de structures métalliques. C'est en effet à leur voisinage qu'apparaît l'endommagement qui conduit à la rupture de la tôle environnante. Mécaniquement, celles-ci entraînent une perturbation des champs locaux de contraintes et de déformations. Une distribution inhomogène des différents champs est observée. Celle-ci se traduit par une localisation de contraintes et de déformations en bordure de perforation. Le terme "**fragilisation structurale**" et la notion de fonction η , sont utilisés par la suite pour décrire l'effet de la présence de ces perforations sur la tenue mécanique des pièces assemblées.

Les références [19] et [20] présentent l'état d'avancement de la recherche dans ce domaine. Elles ont pour objectif commun le développement d'un modèle de fragilisation structurale adapté à la modélisation du crash d'une structure aéronautique rivetée. Il s'agit non seulement de prédire le comportement de l'élément perforé mais également d'en provoquer la rupture, ceci sans avoir recours à une finesse de maillage rédhibitoire en termes de coût de calcul. Avant la présentation de ces travaux de recherche, il semble pertinent de formaliser, par une étude théorique simplifiée, les effets provoqués par la présence d'une perforation. On s'intéressera plus particulièrement au cas d'une plaque perforée soumise à un chargement lointain de traction uniaxiale (figure 1.3).

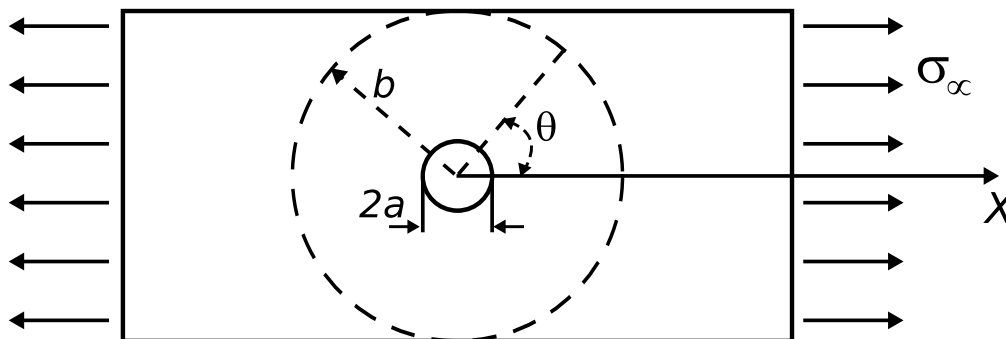


FIG. 1.3: Configuration du cas étudié.

Fragilisation structurale - Relations théoriques [21]

La Mécanique des Milieux Continus permet de quantifier, dans les domaines de l'élasticité et de la plasticité, la perturbation du champ des contraintes et des déformations liée à la présence d'un défaut d'ordre géométrique. Cette perturbation s'exprime sous la forme d'un coefficient de concentration en bordure de ce défaut. Celui-ci établit une relation (1.6) entre la contrainte, respectivement la déformation, maximale et la contrainte, respectivement la déformation, "à l'infini", c'est-à-dire celle existant là où l'influence de la perforation (dans notre cas) ne se fait plus sentir.

$$K_t^\sigma = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_\infty} \quad \text{et} \quad K_t^\varepsilon = \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_\infty} \quad (1.6)$$

Dans le domaine élastique et pour un chargement de traction uniaxial, la linéarité de la loi de comportement rend ces deux coefficients égaux. Ils sont déterminés en bordure de perforation, grâce aux abaques de Peterson [22] ou par l'intermédiaire de formules empiriques, telle la formule (1.7) de Heywood [23] (dans lesquelles la largeur de la plaque peut tendre vers l'infini).

Cette notion, définie de manière locale en bordure de perforation, peut être étendue en tout point de la plaque. La référence [24] présente la méthode de détermination analytique des champs de contraintes et de déformations dans le domaine élastique pour une plaque perforée de dimension infinie. L'expression du champ des contraintes (planes) est donnée par la relation (1.8). La connaissance de cette distribution en tout point, et donc plus particulièrement le long du futur chemin de rupture (chemin passant par le centre de la plaque et perpendiculaire à la direction du chargement de traction), permet de proposer une première description mathématique de la fragilisation structurale, η , par l'intermédiaire d'un coefficient de concentration généralisé (équation 1.9, $\theta = \frac{\pi}{2}$). La figure 1.4 présente la distribution de ce coefficient le long du futur chemin de rupture pour une perforation de rayon 2 mm . Elle met en évidence le caractère localisé de la perturbation. De plus, il est intéressant de noter que les différentes relations déterminant le coefficient de concentration généralisé ne sont fonction que de paramètres géométriques, à savoir le rayon de la perforation et la largeur de la plaque. A partir d'une distance de l'ordre de 10 mm du centre de la perforation, cette dernière n'a plus d'influence significative sur les champs de contrainte et de déformation : $\eta \cong 1$ ou $\sigma_\theta \cong \sigma_\infty$.

$$K_t = 2 + \left(1 - \frac{2a}{W}\right)^3 \quad (1.7)$$

où a représente le rayon de la perforation et W la largeur de la plaque.

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta = \frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \end{cases} \quad (1.8)$$

où (r, θ) représente les coordonnées cylindriques du point considéré.

On propose de prendre, comme expression simplifiée du modèle de fragilisation structurale proposé dans le domaine élastique :

$$\eta = \frac{\sigma_{\theta}(\theta = \frac{\pi}{2})}{\sigma_{\infty}} = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \quad (1.9)$$

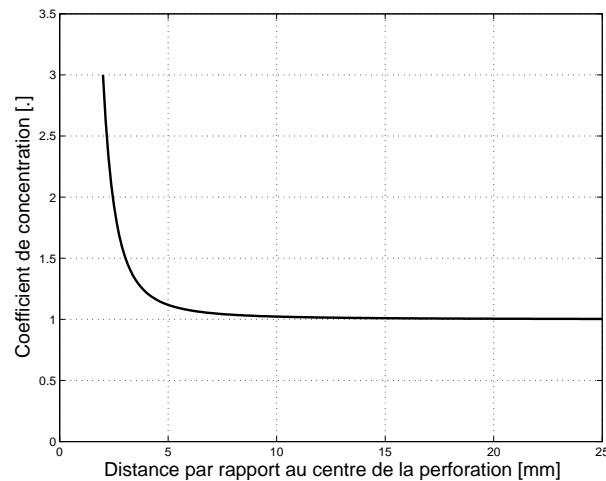


FIG. 1.4: Évolution du coefficient élastique de concentration le long du futur chemin de rupture.

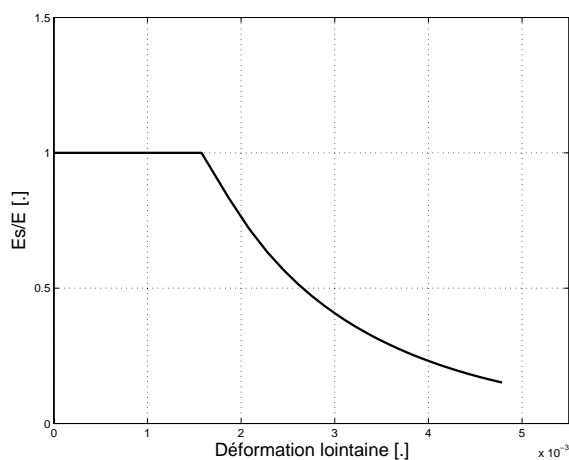
Le domaine du crash étant indissociable de celui des comportements fortement non-linéaires et dynamiques, il s'avère nécessaire de déterminer un coefficient de concentration généralisé dans le domaine plastique. Il s'agit cette fois de prendre en compte un défaut géométrique (qu'on appellera non-linéarité géométrique) associée à une non-linéarité matérielle. De plus, la non-linéarité de la loi de comportement oblige à considérer séparément les coefficients de concentration exprimés en contrainte et en déformation. Des théories simplifiées, telle Neuber [25], permettent de déterminer ces coefficients en contrainte ou en déformation au point le plus sollicité. Une extension de la théorie de Neuber en viscoplasticité pourra être trouvée dans les références [26, 27, 28]. La distribution des contraintes est, quant à elle, obtenue en tout point par la linéarisation du comportement du matériau et l'utilisation du module sécant [29]. Elle est donnée par la relation (1.10) en tout point d'une plaque perforée de dimension infinie soumise à un chargement de traction. Il est alors possible de proposer une expression de la fragilisation structurale η en contrainte (1.11) et en déformation (1.12) dans le domaine non-linéaire. La figure 1.5 présente l'évolution, en fonction du chargement, de ces deux coefficients au point le plus sollicité, c'est-à-dire en bordure de perforation, pour un matériau aluminium de type 2024 – T351. Alors que celui exprimé en contrainte tend vers 1, le coefficient exprimé en déformation croît notablement et permet de visualiser plus nettement l'influence de la perforation sur le comportement de la plaque. On notera également que, dans ce cas, les expressions analytiques font intervenir non seulement des paramètres géométriques (rayon de la perforation) mais également des paramètres matériaux (module sécant).

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} + \frac{E_s}{E_s^\infty} \left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right) \\ \sigma_\theta = \frac{\sigma_\infty}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} - \frac{E_s}{E_s^\infty} \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right) \\ \tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_\infty}{2} \frac{E_s}{E_s^\infty} \left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \end{cases} \quad (1.10)$$

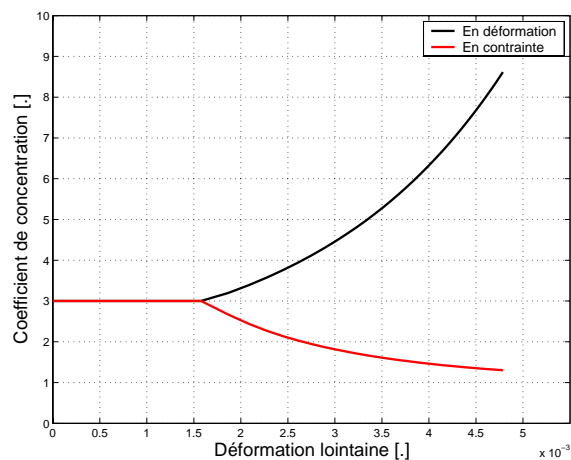
où a représente le rayon de la perforation, et E_s le module sécant.

$$\eta_\sigma = \frac{\sigma_\theta(\theta = \frac{\pi}{2})}{\sigma_\infty} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} + \frac{E_s}{E_s^\infty} \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right)\right) \quad (1.11)$$

$$\eta_\varepsilon = \frac{\varepsilon_\theta(\theta = \frac{\pi}{2})}{\varepsilon_\infty} = \frac{1}{4} \left(\left(1 + 3\frac{a^2}{r^2}\right) \frac{E_s^\infty}{E_s} + 3 - 4\frac{a^2}{r^2} + 9\frac{a^4}{r^4} \right) \quad (1.12)$$



(a) E_s/E



(b) coefficients de concentration en bordure de perforation

FIG. 1.5: Évolution dans le domaine plastique.

Ces développements analytiques permettent donc d'obtenir une expression approchée de la fragilisation d'une plaque perforée suivant certaines hypothèses : sollicitation de traction, plaque de dimension infinie, connaissance de l'évolution du module sécant, déformation infinie élastique. Ils ont également souligné l'importance de la prise en compte des effets dus à la perforation. En particulier, dans le domaine plastique, la valeur locale de la déformation en bordure de perforation peut être 9 fois supérieure à celle observée en champ lointain, alors que celle-ci n'est que de l'ordre de 0.5%. Cette concentration a une incidence non négligeable sur l'état du matériau en bordure de perforation (endommagement, rupture).

Modélisation phénoménologique de la fragilisation structurale

Dans la référence [19], l'auteur propose de développer un élément de coque équivalent qui, une fois intégré dans un maillage, permet de représenter l'influence de la présence d'une perforation (sans pour autant la mailler physiquement) sur l'état de contrainte et de déformation de l'élément. Ce modèle empirique est basé sur l'observation de résultats de simulation numérique. Il vise, plus précisément, à modéliser les phénomènes de fragilisation décrits précédemment, en s'intéressant aux déformations observées le long du chemin de rupture. L'auteur a choisi de caractériser le phénomène de fragilisation structurale par un ensemble de couples de valeurs de η_ε , l'une dans le domaine élastique et l'autre dans le domaine plastique (tableau 1.2). Cet ensemble définit un modèle discret de fragilisation structurale. Une telle démarche permet de présumer que plus la discrétisation sera d'ordre élevé, plus la modélisation sera riche et précise.

Indices i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$r_i[mm]$	2	2.8	3.7	4.9	6.25	7.6	9	10.5	11.8	13.3
η_e^i	3	2	1.2	1.1	1	1	1	1	1	1
η_p^i	6	4.9	4	2.7	1.9	1.5	1.3	1.1	1	1

TAB. 1.2: Valeurs discrètes de la fragilisation structurale [19].

Sur la base de ces observations, l'auteur propose une première implémentation sous la forme d'un élément fini de coque équivalent construit par superposition de 10 éléments finis de coque (figure 1.6), chacun relatif à un point de discrétisation du chemin de rupture. L'effet de la perforation est introduit dans chacune de ces "strates" par le biais des descripteurs définis précédemment, qui permettent de calculer un état de déformation concentrée de la manière suivante : $\varepsilon_i = \eta^i \times \dot{\varepsilon}_{globale}$. Les efforts internes F_i relatifs à chaque "strate" sont ensuite intégrés/sommés pour obtenir la réponse globale de l'élément équivalent.

Comparé aux résultats d'une simulation fine, ce nouvel élément permet de mieux décrire les comportements non-linéaires à moindre coût. Néanmoins, l'utilisation de cet élément se révèle délicate, en particulier pour des cas de sollicitation structurale plus complexes que la traction pure. Se pose alors le problème de la robustesse de l'élément fini équivalent et/ou de la pertinence des paramètres η_e^i et η_p^i caractérisés en traction pure uniquement et de façon empirique.

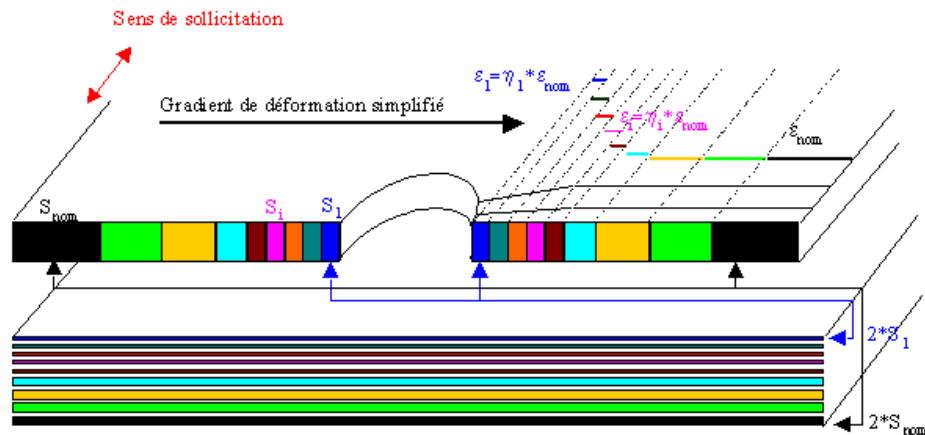


FIG. 1.6: Modélisation équivalente des phénomènes de fragilisation structurale [19].

Modélisation couplée du rivet et de la perforation

Dans la référence [20], l'auteur s'intéresse également à la prise en compte de la fragilisation structurale dans la modélisation des assemblages rivetés, ceci afin de prédire le déboutonnage de la liaison. Dans les travaux présentés dans le paragraphe précédent [19], l'auteur étudie de façon totalement découplée les phénomènes liés à la fragilisation structurale de ceux liés au modèle de liaison. L'approche présentée ici associe ces deux phénomènes. L'auteur propose de modéliser la liaison par un élément de type poutre auquel est associé un ensemble de 8 connecteurs (figure 1.7). Ces connecteurs, de type élément de poutre, représentent l'interaction de l'élément rivet sur les éléments de coque représentant les plaques assemblées. Ils ont pour objectif de modéliser le comportement en flexion des pièces assemblées au voisinage de la perforation. Neuf noeuds supplémentaires peuvent être additionnés afin d'améliorer la prévision du comportement de l'ensemble, suivant que l'assemblage est modélisé en 2 ou 3 dimensions (élément de coque ou élément solide). Le positionnement des connecteurs est réalisé de façon automatique. Il nécessite la donnée des coordonnées des 2 noeuds extrêmes de l'élément liaison ainsi que le rayon de la zone de localisation autour de la perforation (zone des déformations plastiques observées autour de la perforation).

D'un point de vue calculatoire, l'élément de liaison transmet des points de forces ainsi que des moments aux noeuds des connecteurs. Ces composantes supplémentaires sont ensuite additionnées en tant que forces internes dans les éléments de coque décrivant les plaques assemblées. Les résultats des simulations menées sur des éprouvettes en simple recouvrement sont en accord avec les résultats expérimentaux en particulier dans le cas d'un chargement de traction. Pour un chargement de cisaillement (provoquant d'un point de vue expérimental le déboutonnage de la liaison), la pente de déchargement post "rupture" s'avère trop faible. Le comportement des éléments de coque n'est donc pas suffisamment altéré par la présence des connecteurs. L'initia-

tion de la rupture de l'assemblage par **déboutonnage** est donc accessible par ce type de modèle (connecteur qui rompt), mais celle-ci reste dépendante des lois de comportement et des critères de rupture utilisés. Par contre, la rupture de la tôle perforée semble ne pouvoir être envisagée par le seul biais de ces connecteurs. De plus, ce modèle s'avère coûteux. Des améliorations sont également nécessaires afin d'envisager l'utilisation de ce modèle lors de simulations de structures de grande envergure.

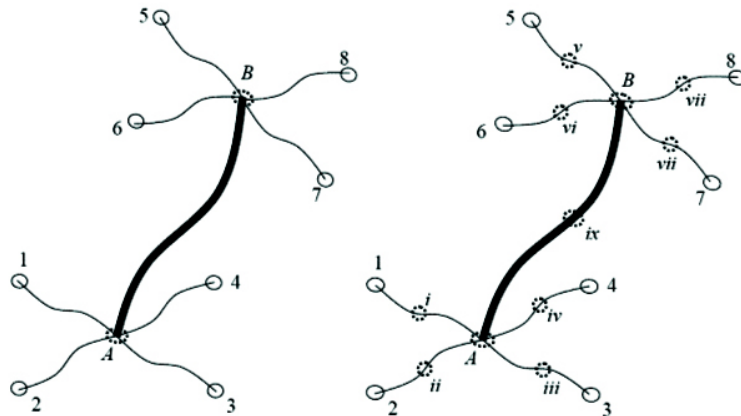


FIG. 1.7: Modèle équivalent d'assemblage riveté [20].

1.4 Conclusions

Une structure aéronautique est généralement constituée de tôles d'aluminium et d'une armature complexe, les différents éléments étant assemblés par rivetage. Lors du crash-test de ces structures, deux principaux types de ruptures sont généralement constatés : soit les rivets cassent, soit la tôle rompt. De plus, le développement des déchirures de tôle est étroitement lié à la localisation des contraintes et des déformations due à la présence des rivets et des perforations nécessaires à leur mise en place. La prise en compte de ces phénomènes ne peut donc être occultée lors de la modélisation du comportement au crash de ces structures.

La représentativité vis-à-vis des phénomènes de rupture lors des simulations par éléments finis est encore aujourd'hui délicate à assurer. La taille de maille "raisonnable" utilisée dans les modèles de crash aéronautique ne permet pas, en effet, de représenter correctement les comportements des assemblages. Cette description locale est pourtant cruciale puisqu'elle pilote souvent le mode d'effondrement global de la structure métallique. Des techniques de modélisation simplifiée ont donc été développées. Si le comportement non-linéaire et à rupture de la fixation est aujourd'hui appréhendé de façon satisfaisante, la prédiction de la rupture de la tôle le long d'une ligne de rivets pose encore de nombreux problèmes. Les modèles actuels ne permettent pas de concentrer suffisamment les déformations au voisinage de l'assemblage, celles-ci étant à l'origine de l'amorçage des fissures.

Dans ce contexte, les recherches actuelles ont pour objectif de prendre en compte la fragilisation structurale introduite par la présence de la perforation. En effet, la perforation présente dans la tôle, site d'accueil de la liaison rivet, conduit à une distribution inhomogène des champs de contrainte et de déformation. Par "fragilisation structurale" est donc désigné l'ensemble des effets dus à la présence des perforations sur la tenue mécanique des pièces assemblées. La notion η , définie comme le rapport entre la déformation observée localement le long du chemin de rupture et une déformation dite de référence, $\eta = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{ref}}$, permet d'étudier cette fragilisation structurale. D'un point de vue théorique, la fragilisation structurale est connue en bordure de perforation par le biais d'un coefficient de concentration. Dans ce cas, la déformation de référence est choisie à l'infini et reste donc élastique quel que soit le chargement. Disposer d'un milieu infini ne peut être envisagé, se pose alors la question du sens physique et de la détermination d'une telle déformation.

L'objectif final de la recherche vise à proposer une méthode de développement d'un élément fini spécifique, capable d'amorcer la rupture d'une plaque métallique perforée. Cet élément devra donc prendre en compte, à un niveau macroscopique (échelle de la structure), la fragilisation structurale liée à la présence de la perforation dans la tôle. Par conséquent, celui-ci doit reposer sur des modèles de comportement et de rupture caractéristiques de ceux observés dans le cas d'une plaque perforée. Il s'agit donc non seulement d'identifier les mécanismes mis en jeu par la présence de la perforation, mais également de fournir des méthodes et outils permettant d'alimenter ces modèles spécifiques. De plus, le modèle de fragilisation étant destiné à des applications de type crash, il sera intéressant d'étudier l'influence de la vitesse de déformation sur la fragilisation structurale.

Bibliographie

- [1] A. HARTMAN, F.A. JACOBS, P. DE RIJK. Tests on the effect of the size on the specimen on the fatigue strength of 2024-T2 Alclad double row riveted single lap joints. *Rapport technique NLR, n°TN-M-2104, 1962.*
- [2] R. MULLER. An experimental and analytical investigation on the fatigue behaviour of fuselage riveted lap joints. *Thèse de doctorat, Université Technologique de Delft, 1995.*
- [3] D. DELSART, D. JOLY, M. MAHE, G. WINKELMULLER. Evaluation of finite element modelling methodologies for the design of crashworthy composite commercial aircraft fuselage. *24th ICAS Congress, Yokohama (Japon), Septembre 2004.*
- [4] B. LANGRAND, A-S. BAYART, Y. CHAUVEAU, E. DELETOMBE. Assessment of multi-physics F.E. methods for bird strike modelling - Application to a metallic riveted airframe. *Int. J. of Crashworthiness, Vol. 7, n°4, pp. 415-428, 2002.*
- [5] E.F. BRUHN. Analysis and design of flight vehicle structures - Fitting and connections - Bolted and riveted joints. *Jacobs publishing, 1973.*
- [6] Préparation pour, et pose des rivets et vis sur les structures de roquettes, missiles, et cellules d'avion. *Association de documentation pour l'industrie nationale, Norme militaire, MIL-STD-403-B, 1982.*
- [7] J. CHALIER. Technique de l'ingénieur. *Vol. B5-535, pp. 1-19, 1981.*
- [8] MILITARY STANDARD. Military standard preparation for and installation of rivets and screws, rocket, missile, and airframe structures. *Norme militaire, MIL-STD-403C-14, 1992.*
- [9] CHAVROFF. L'aéronautique. *Vol. 57, pp. 287-288, 1927.*
- [10] B. MALHERBE, B. LANGRAND, J-L. CHARLES, J-F. SOBRY. Improvement of crash models of large aeronautical structures. *22nd ICAS Congress, Harrogate (Angleterre), Septembre 2000.*
- [11] B. LANGRAND. Contribution à la caractérisation numérique et expérimentale d'assemblages structuraux rivetés sous sollicitation dynamique. *Thèse de doctorat, Université de Valenciennes, 1998.*
- [12] A. COMBESCURE, F. DELCROIX, L. CAPLAIN, S. ESPANOL, P. ELIOT. A finite element to simulate the failure of weld points on impact. *Int. J. of Impact Engineering, Vol. 28, pp. 783-802, 2003.*

- [13] B. LANGRAND, A. COMBESCURE. Non linear and failure behaviour of spot-welds : a global finite element and experiments in pure and mixed modes I/II. *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 41, pp. 6631-6646, 2004.
- [14] S-H. LIN, J. PAN, T. TYAN, P. PRASAD. A general failure criterion for spot-welds under combined loading conditions. *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 40, pp. 5539-5564, 2003.
- [15] B. LANGRAND, E. DELETOMBE, E. MARKIEWICZ, P. DRAZETIC. Caractérisation matérielle d'une liaison rivetée. *Mécanique Industrielle et Matériaux*, Vol. 51, n°2, pp. 76-79, 1998.
- [16] B. LANGRAND, E. DELETOMBE, E. MARKIEWICZ, P. DRAZETIC. Riveted joint modelling for numerical analysis of airframe crashworthiness. *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 38, pp. 21-44, 2001.
- [17] B. LANGRAND, E. DELETOMBE, E. MARKIEWICZ, P. DRAZETIC. Numerical approach for assessment of dynamic strength of riveted joint. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 3, n°7, pp. 431-446, 1999.
- [18] B. LANGRAND, E. DELETOMBE, E. MARKIEWICZ, P. DRAZETIC. Characterisation of dynamic failure for riveted joint assemblies. *Shocks and Vibration*, Vol. 7, n°3, pp. 121-138, 2000.
- [19] L. PATRONELLI. Contribution au développement d'un élément de type coque fragilisée pour la prise en compte des phénomènes de fragilisation structurale liés aux techniques de rivetage. *Thèse de doctorat, Université de Valenciennes*, 2001.
- [20] N. PETRINIC, L. WANG, L.P. WEISS. Numerical model for riveted single lap aluminium joints subjected to impact loading. *Rapport technique de l'Université d'Oxford, n°CRAHVI D.1.3.1*, 2004.
- [21] A-S. BAYART, B. LANGRAND. Tôles perforées et fragilisation structurale liée aux techniques d'assemblages par rivetage. *Rapport technique ONERA-Lille, n°1/06972 DMSE, Novembre 2002*.
- [22] R.E. PETERSON. Stress concentration factor - Charts and relations useful in making strength calculations for machine parts and structural elements. *A Willey Interscience publication*, 1974.
- [23] R.B. HEYWOOD. Designing by photoelasticity. *Chapman and Hall, London*, 1952.
- [24] S. TIMONSHENKO. Theory of elasticity. *First Ed., McGraw-Hill Book Co., Inc.*, 1934.
- [25] H. NEUBER. Theory of stress concentration for shear strained prismatical bodies with an arbitrary non linear strain stress law. *J. Appl. Mech.*, Vol. 28, 1961.
- [26] M. CHAUDONNERET, J-P. CULIE. Adaptation de la théorie de Neuber au cas de concentration de contrainte en viscoplasticité. *La Recherche Aérospatiale*, Vol. 4, pp. 243-250, 1985.

- [27] M. CHAUDONNERET. Structure computation in viscoplasticity - Application to two-dimensional calculation of stress concentrations. *2nd Colloque International sur les Développements Nouveaux dans les Méthodes Numériques de l'Ingénieur, Montréal (Canada), Juin 1980.*
- [28] J-L. CHABOCHE, G. CAILLETAUD. Structure calculations in cyclic viscoplasticity. *La Recherche Aérospatiale, Vol. 1, pp. 41-54, 1985.*
- [29] E.Z. STOWELL. Stress and strain concentration at a circular hole in an infinite plate. *Rapport technique NACA, n°TN 2073, 1950.*

Chapitre 2

Une étude multi-échelle de la rupture

Ce chapitre aborde le thème de la fragilisation structurale liée à la présence d'une perforation et des phénomènes de ruine qui en découlent. Une première partie, expérimentale, présente les résultats des essais quasi-statiques sur des éprouvettes de traction perforées et non perforées. Une analyse des mécanismes induits par la présence d'une perforation est effectuée. Un modèle de fragilisation structurale est ensuite proposé. Ce modèle, basé sur une approche multi-échelle, a pour objectif d'amorcer la rupture d'un élément de coque comportant une perforation non modélisée topologiquement. La dernière partie du chapitre s'intéresse à un exercice de modélisation et à la définition d'un critère de fragilisation structurale.

2.1	Introduction	41
2.2	Déformation lointaine - Déformation locale de référence	41
2.2.1	Étude mise en oeuvre	42
2.2.2	Caractérisation de la déformation de référence	43
2.3	Etude expérimentale de la fragilisation structurale	48
2.3.1	Mesure du champ des déformations	48
2.3.2	Mise en oeuvre expérimentale	50
2.3.3	Cas d'un alliage d'aluminium (2024-PL3)	52
2.3.4	Cas d'un acier doux (XES)	57
2.3.5	Synthèse	61
2.4	Introduction à un modèle de fragilisation structurale η	66
2.4.1	Modèle de fragilisation structurale	67
2.4.2	Équivalent de la fonction η en Mécanique Linéaire de la Rupture [9]	68
2.4.3	Amorce de rupture et champ de fragilisation structurale η	69
2.5	Synthèse	76

2.1 Introduction

Comme cela a pu être explicité dans le chapitre précédent, la modélisation des assemblages rivetés pour le calcul par éléments finis des structures est entreprise par le biais de modèles simplifiés de type poutre pour la fixation et de type coque pour la tôle perforée. Dans ce domaine, la recherche s'intéresse aujourd'hui à la prise en compte de la perforation servant à la mise en place du rivet. L'objectif final vise à proposer un élément fini spécifique capable de simuler la rupture d'une plaque métallique perforée. Celui-ci permettra ainsi d'amorcer des phénomènes de ruine structurale, tels ceux illustrés par la figure 1 de l'introduction générale, à savoir la déchirure de la tôle le long d'une ligne de rivets.

L'élément fini de coque doit reposer sur un modèle de comportement et de rupture, représentatif des phénomènes mécaniques exacerbés par la présence de la perforation. Il est donc nécessaire d'identifier, voire de développer ces modèles spécifiques. Une fois cette étape de modélisation franchie, des outils et méthodes robustes devront être implémentés afin d'alimenter le modèle de comportement et de rupture ou de permettre l'identification de ses paramètres en délivrant des courbes de comportement pertinentes. Comme cela a été évoqué au chapitre précédent, la variété géométrique et matérielle des assemblages rivetés est telle qu'il n'est pas envisageable de procéder à une caractérisation empirique, même non-exhaustive, des modèles correspondants.

Ce chapitre s'inscrit donc dans une recherche méthodologique au travers de l'étude des phénomènes et des mécanismes particuliers liés à la présence de la perforation, ceci en vue d'identifier les modèles, les méthodes et les outils pertinents à développer ou à mettre en oeuvre pour modéliser et caractériser la fragilisation structurale telle qu'elle a été définie au chapitre précédent. Celle-ci repose sur l'expression discrète de fonctions η définies comme le rapport d'une déformation locale, ε_i , à une déformation lointaine, ε_∞ . La première partie du présent chapitre s'intéresse, au travers d'une étude numérique, à l'analyse de la déformation lointaine, ainsi qu'à sa signification physique vis-à-vis des modèles et des méthodes qui seront proposées dans le cadre du développement de l'élément de coque "fragilisée". La seconde partie, expérimentale, concerne l'étude de la distribution des déformations locales le long du chemin de rupture. Les cas d'une éprouvette perforée et non perforée (lisse) sont analysés pour un alliage d'aluminium (2024-PL3) et un acier doux (XES). Les résultats sont utilisés en dernière partie comme base de réflexion pour la proposition d'un modèle de fragilisation structurale associé à un élément fini de coque "fragilisée".

2.2 Déformation lointaine - Déformation locale de référence

La déformation de référence est définie comme étant la déformation existant là où l'influence de la perforation ne se fait plus sentir. Dans un contexte théorique, celle-ci est identifiée à l'infini et reste donc élastique tout au long du chargement. Dans le cadre d'un calcul par éléments

finis ou encore d'un essai, les dimensions de la plaque perforée sont finies. L'identification d'une déformation de référence théorique s'avère donc difficile, voire impossible. De plus, une telle déformation semble peu pertinente dans le cadre du développement d'un élément fini de coque fragilisé, celui-ci pouvant être soumis à des déformations globales non-linéaires. Deux déformations sont donc candidates pour servir de déformation de référence. Il s'agit, d'une part, de la déformation globale de l'élément définie par $\varepsilon_g = \frac{\Delta L}{L_0}$ où ΔL représente l'allongement à l'instant t et L_0 la longueur initiale de l'éprouvette et, d'autre part, d'une déformation mesurée localement dans la plaque. Cette partie a pour objectif d'étudier dans quelle mesure ces deux déformations peuvent s'apparenter à une déformation de référence.

2.2.1 Étude mise en oeuvre

La notion de déformation de référence est étudiée au travers de la modélisation par éléments finis d'une plaque perforée et l'utilisation d'un code de calcul explicite. Deux plaques, ayant une perforation centrale de diamètre 4 mm , sont maillées finement (taille de maille de l'ordre de 0.75 mm au voisinage de la perforation et de 2 mm pour les éléments plus lointains). La première plaque, mesurant $80 \times 80\text{ mm}^2$, est un sous-maillage extrait de la seconde plaque de $160 \times 160\text{ mm}^2$, de façon à limiter l'influence du maillage sur les résultats des calculs (figure 2.1). La comparaison de ces deux cas permettra de déterminer si la localisation du point de référence dépend ou non des dimensions du modèle. Les caractéristiques des maillages sont présentées dans le tableau 2.1.

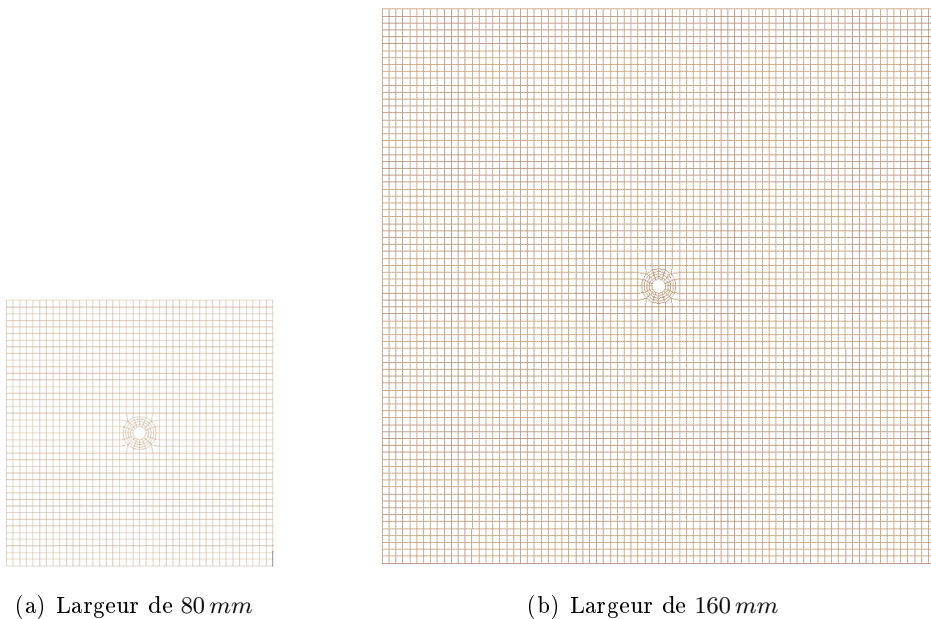


FIG. 2.1: Maillages des plaques perforées.

Dimensions de la plaque	Nombre d'éléments	Nombre de noeuds
$80 \times 80mm^2$	1652	1736
$160 \times 160mm^2$	6448	6616

TAB. 2.1: Caractéristiques des maillages des plaques perforées.

Les simulations numériques sont réalisées à l'aide du code éléments finis Radioss. Les éléments utilisés sont des éléments de coques d'épaisseur 1 mm . Les propriétés du matériau qui leur sont affectées sont celles de l'aluminium 2024-T351 et la loi de comportement est de type élasto-plastique (modèle de Ludwig (2.1)). Toutes les valeurs sont rappelées dans le tableau 2.2. Par ailleurs, pour simuler la rupture, la méthode retenue consiste à utiliser une déformation plastique cumulée macroscopique ultime à rupture. Dans le cas de l'aluminium, elle est de 16%. Cette méthode, très globale, ne permet pas d'appréhender les phénomènes complexes d'endommagement et de rupture, mais elle est suffisante pour l'étude comparative entreprise.

$$\sigma = A + B p^n \quad (2.1)$$

où σ représente la contrainte équivalente de von Mises, A la limite d'élasticité, B et n étant des paramètres caractérisant l'écroutissage.

Masse volumique ρ [g/mm^3]	Module d'Young E [MPa]	Coefficient de poisson ν	Paramètres élastoplastiques		
			A [MPa]	B [MPa]	n
0.0028	74000	0.33	350	600	0.5025

TAB. 2.2: Caractéristiques mécaniques du matériau.

Afin de simuler un effort de traction uniaxiale, les noeuds du bord inférieur sont bloqués tandis que les noeuds du bord supérieur, guidés en translation, sont soumis à un chargement de traction à $1m/s$. Les côtés de la plaque ont des conditions de bords libres.

2.2.2 Caractérisation de la déformation de référence

La déformation globale, définie comme le rapport entre le déplacement et la longueur initiale de l'éprouvette, est une observable accessible facilement que l'on soit dans un contexte élément fini ou expérimental. Elle peut donc être envisagée comme déformation de référence. D'un point de

vue théorique, la concentration des déformations, $\varepsilon_{r=a}/\varepsilon_{ref}$, est définie par la relation (2.2). Il est alors possible d'en déduire l'expression de la déformation de référence théorique, c'est-à-dire de la déformation infinie, ε_∞ , en fonction de la déformation observée en bordure de perforation, $\varepsilon_{r=a}$.

$$\eta_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{r=a}}{\varepsilon_\infty} = \frac{E_s^\infty}{E_s} + 2 \quad (2.2)$$

où a représente le rayon de la perforation, E_s^∞ et E_s étant respectivement le module d'Young et le module sécant du matériau.

Numériquement, la déformation au bord de la perforation est obtenue via le déplacement relatif des noeuds de l'élément le plus proche de la perforation. La figure 2.2 présente une comparaison des déformations de référence obtenues de façon théorique (déformation infinie) et numérique (déformation globale). Les déformations globales obtenues pour chacun des deux modèles éléments finis sont similaires à la déformation de référence théorique jusqu'à une valeur de l'ordre de 0.5% (figure 2.2), c'est-à-dire jusqu'à ce que la limite élastique en effort soit atteinte. Une fois ce seuil atteint, la caractérisation d'une déformation de référence théorique n'a plus de sens physique, l'infini ne pouvant plastifier. Les évolutions des déformations globales de chacun des modèles sont, quant à elles, similaires, l'écart maximal obtenu entre ces deux déformations étant de 5%. Au cours du chargement, celles-ci sont donc amenées à plastifier. Utiliser la déformation globale comme déformation de référence nécessitera donc le développement d'outils permettant de donner une expression de la fragilisation structurale, η , non seulement dans le cas d'une déformation de référence élastique mais également dans le cas où celle-ci plastifie. De plus, son utilisation semble être pertinente dans le cadre du développement d'un élément de coque fragilisé, la déformation globale permettant de faire le lien entre la fragilisation structurale et le chargement imposé.

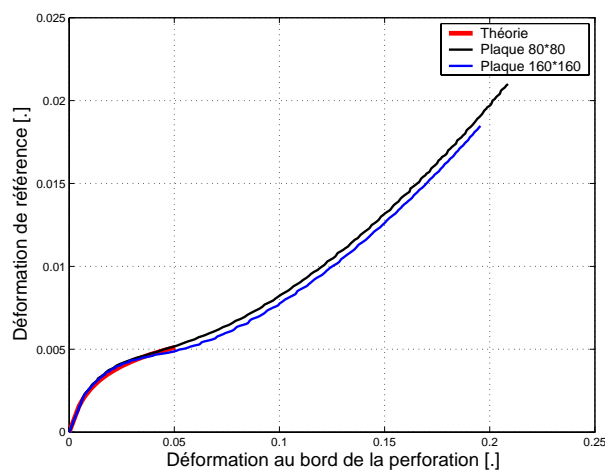


FIG. 2.2: Déformation de référence théorique et déformation globale.

La détermination d'une déformation locale de référence est maintenant envisagée. La distribution du champ des déformations est relevée pour la plaque de largeur 80 mm sur deux axes majeurs, l'un étant l'axe de symétrie vertical de la plaque et le second le chemin de rupture. L'observation s'arrête au début de l'instabilité numérique. Les déformations sont observées en deux instants, l'un situé dans le domaine élastique et le second dans le domaine plastique (figure 2.3).

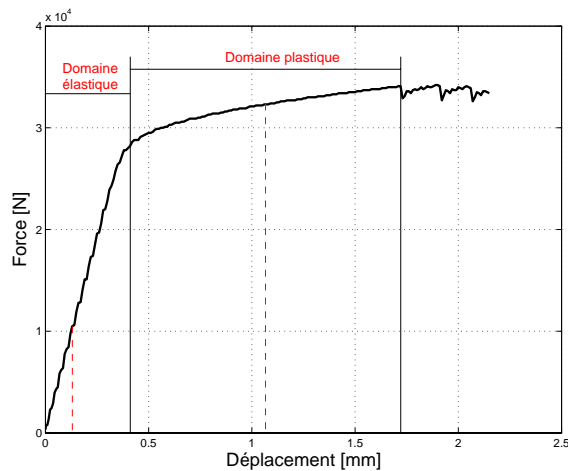


FIG. 2.3: Points d'observation dans les domaines de l'élasticité et de la plasticité.

Pour chacun des domaines (figure 2.4), la déformation varie en fonction de la position du point de mesure sur l'axe. On est en présence de deux effets de bord, l'un dû à la perforation, l'autre, au bord de la plaque. En effet, la déformation mesurée sur l'axe vertical est minimale en bordure de perforation (elle devient même négative en plasticité car il y a une compression locale en bordure de trou). Puis, elle augmente jusqu'à atteindre un palier (zone comprise entre 10 mm et 25 mm). Mais rapidement, la déformation diminue à nouveau car l'effet du bord de plaque intervient. Des observations similaires peuvent être faites le long du chemin de rupture. La déformation mesurée le long du chemin de rupture est tout d'abord maximale au bord du trou. Puis, au fur et à mesure que l'on s'en éloigne, la déformation diminue jusqu'à atteindre un palier (zone supérieure à 20 mm) : l'effet de trou s'estompe. Les effets de bord de plaque semblent cette fois-ci quasi inexistant. Il semble donc exister une zone, assez limitée, où la déformation locale subit peu les effets de bord et de trou. Dans cette zone, fonction de l'axe observé, la déformation est quasiment constante. Alors que la déformation de référence théorique est normalement élastique, on notera que, comme dans le cas de la déformation globale, une déformation locale de référence prise dans cette zone sera amenée à plastifier au cours du chargement.

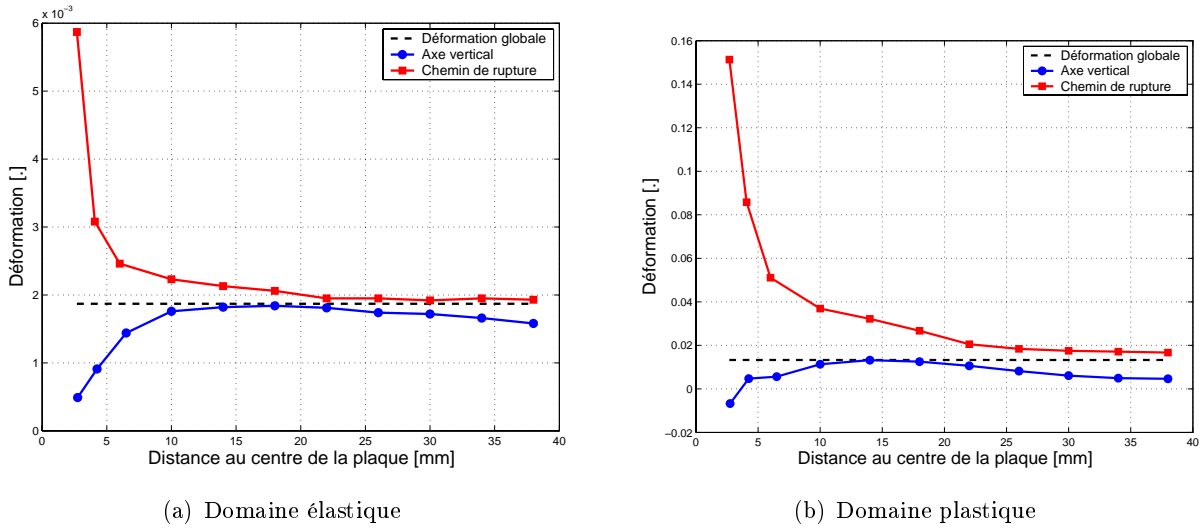


FIG. 2.4: Distribution des déformations dans les domaines de l'élasticité et de la plasticité.

L'observation de la figure 2.4 laisse également entrevoir la possibilité de déterminer une déformation globale mais mesurée localement. Cependant, la localisation de cette déformation s'avère dépendante de l'axe choisi. En effet, le long du chemin de rupture, celle-ci se situe à environ 30 mm du centre de la plaque, alors qu'elle n'en est qu'à 14 mm suivant l'axe de symétrie vertical (figure 2.5). De plus, en ces différents points, les courbes sont proches mais non confondues. En particulier, les résultats diffèrent pendant la première moitié du domaine plastique, la différence pouvant atteindre jusqu'à 25% pour la déformation observée sur l'axe vertical. La détermination locale d'une déformation de référence semble donc quelque peu sujette à caution.

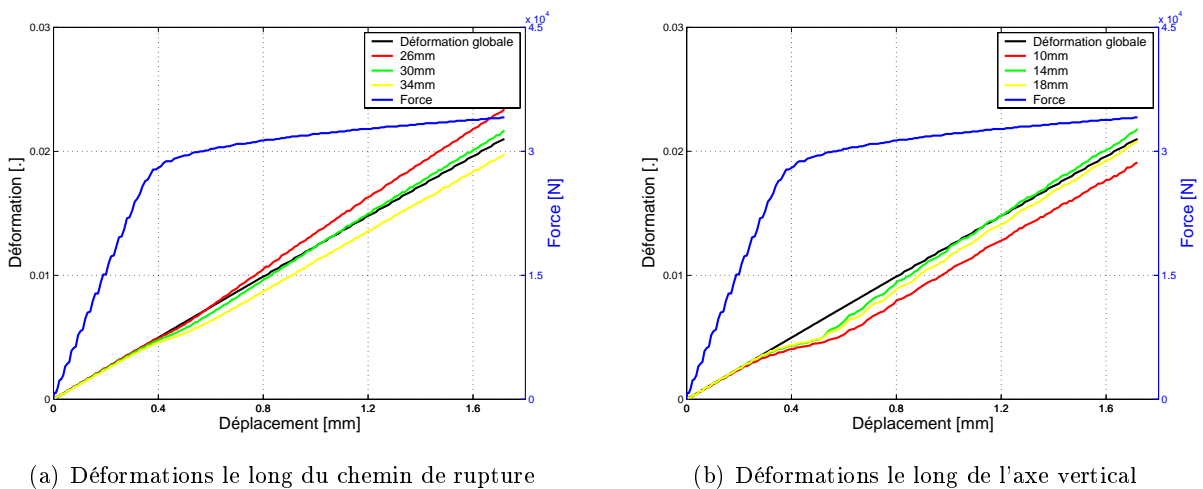
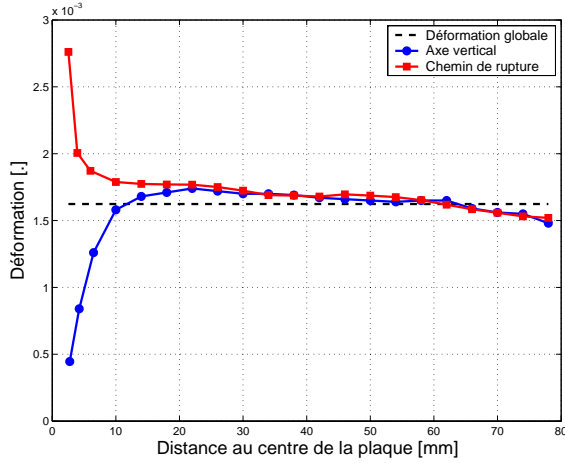


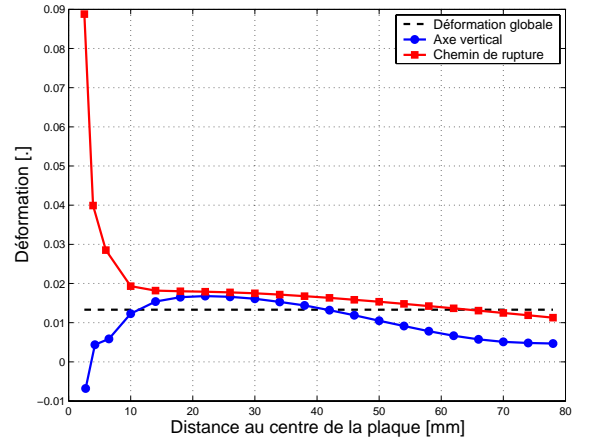
FIG. 2.5: Évolution de la déformation globale et des déformations locales.

Afin de compléter cette étude, la traction d'une plaque de $160 \times 160\text{ mm}^2$ est simulée. La dépendance de la localisation d'une déformation locale de référence vis-à-vis des dimensions de la plaque (ou des effets d'échelle) peut ainsi être étudiée.

Pour la plaque de 160 mm de côté, les deux effets de bord, respectivement dus au trou et au bord de plaque, sont retrouvés, que l'on soit sur l'axe vertical ou le long du chemin de rupture (figure 2.6). Entre les deux se situe, comme précédemment, un "palier", cette fois-ci de longueur plus importante. Ce palier, dont la longueur diminue au cours du chargement, semble de plus être commun aux deux axes. La synthèse des résultats montre qu'il n'est pas envisageable de déterminer une déformation locale de référence sur l'axe vertical de l'éprouvette (figure 2.7(a)) ou sur le chemin de rupture (figure 2.7(b)). Il serait en effet nécessaire de paramétrer la zone de localisation de la déformation locale de référence en fonction de la dimension de la plaque.

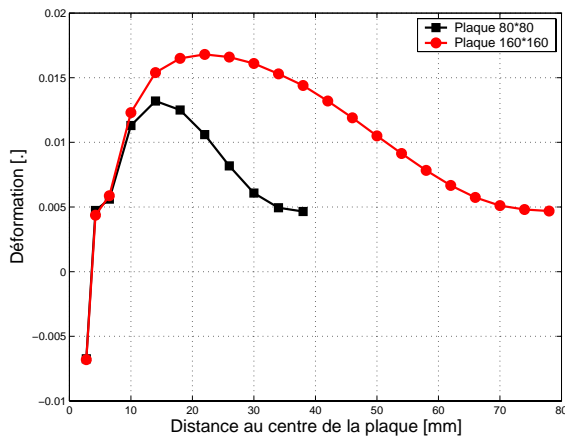


(a) Domaine élastique

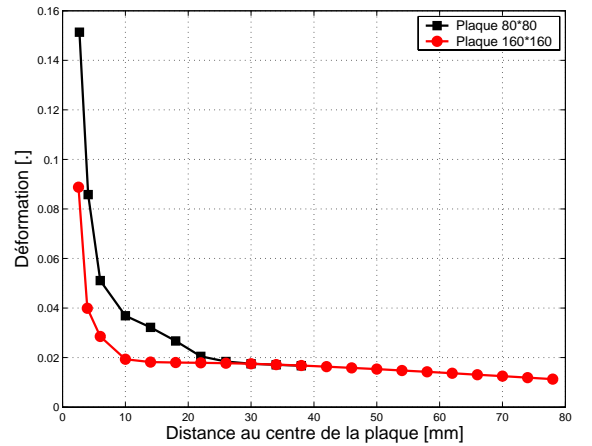


(b) Domaine plastique

FIG. 2.6: Distribution des déformations dans les domaines, élastique et plastique.



(a) Axe vertical



(b) Chemin de rupture

FIG. 2.7: Déformations observées dans le domaine plastique pour les plaques de 80 et 160 mm.

Compte tenu de l'ensemble de ces résultats, la détermination d'une déformation locale de référence semble quelque peu subjective. Il s'avère donc préférable de choisir comme déformation de référence la déformation globale définie par le rapport $\varepsilon_g = \frac{\Delta L}{L_0}$, ΔL étant l'allongement à l'instant t et L_0 la longueur initiale de l'éprouvette. Elle est notée dans la suite du mémoire ε_{ref} .

2.3 Etude expérimentale de la fragilisation structurale

Dans cette partie, nous cherchons à analyser les champs de déformations locaux, ε , perturbés par la présence de la perforation. Le chapitre précédent met en évidence le caractère localisé de ces phénomènes, qui sont observés jusqu'à une distance, au mieux, quatre fois supérieure au rayon de la perforation ($4a$). Classiquement, les déformations sont mesurées par le biais de jauges extensométriques. Toutefois, les mesures qu'elles fournissent sont discrètes et ne permettent pas d'accéder au champ complet des déformations. L'étendue de mesure des jauges grandes déformations est souvent limitée à 20% et il est difficile de les disposer en bordure de perforation (surface de la grille active, décollement du support). C'est pourquoi elles sont difficilement utilisables dans le cadre de la détermination de la distribution des déformations pour des éprouvettes perforées. Une méthode de mesure du champ des déformations utilisant la corrélation d'images est donc retenue. Ses fondements théoriques sont tout d'abord rappelés. Elle est ensuite mise en oeuvre pour les cas d'éprouvettes perforées ou non, faites en acier ou en alliage d'aluminium.

2.3.1 Mesure du champ des déformations

Les fondements théoriques de la technique de corrélation d'images sont présentés dans la référence [1] dans le cas de déformations sur surfaces planes. Une extension au domaine tridimensionnel pourra être trouvée dans la référence [2]. Cette méthode est fondée sur une approche de corrélation entre deux images et suppose donc l'existence de motifs singuliers dans les images traitées. Ceux-ci sont obtenus grâce à la présence de niveaux de gris aléatoires à la surface des éprouvettes étudiées. Il s'agit donc maintenant de déterminer le champ de déplacement d'un ensemble de pixels, appelé motif, permettant de passer de l'image initiale à l'image déformée (figure 2.8). Il est recherché sous la forme (2.3) où d_x et d_y représentent les termes de translation de corps rigide, a_x , b_x , a_y , et b_y les termes d'élongation, c_x , et c_y étant les termes de cisaillement [1].

$$\begin{cases} u_x(x, y) = a_x \cdot x + b_x \cdot y + c_x \cdot xy + d_x \\ u_y(x, y) = a_y \cdot x + b_y \cdot y + c_y \cdot xy + d_y \end{cases} \quad (2.3)$$

Les déplacements sont déterminés par corrélation de deux motifs entre un état initial et un état déformé. Pour cela, une grille virtuelle composée d'éléments carrés est définie sur l'image initiale. La grille déformée est retrouvée grâce à l'utilisation d'un paramètre caractérisant la ressemblance entre deux zones Z_i et Z_f (figure 2.9). Ce paramètre de corrélation se présente sous la forme suivante :

$$C = \int_{\Delta} S [f(x, y) \cdot f^*(x^*, y^*)]^2 \cdot dx dy \quad (2.4)$$

où ΔS est l'aire de la zone de corrélation. Les fonctions discrètes $f(x, y)$ et $f^*(x^*, y^*)$ représentent, quant à elles, le niveau de gris de l'image initiale et déformée respectivement. Ce paramètre C prend une valeur comprise entre 0 et 1 et est nul lorsque la ressemblance est parfaite. Le calcul du tenseur des déformations est issu de ces champs de déplacements.

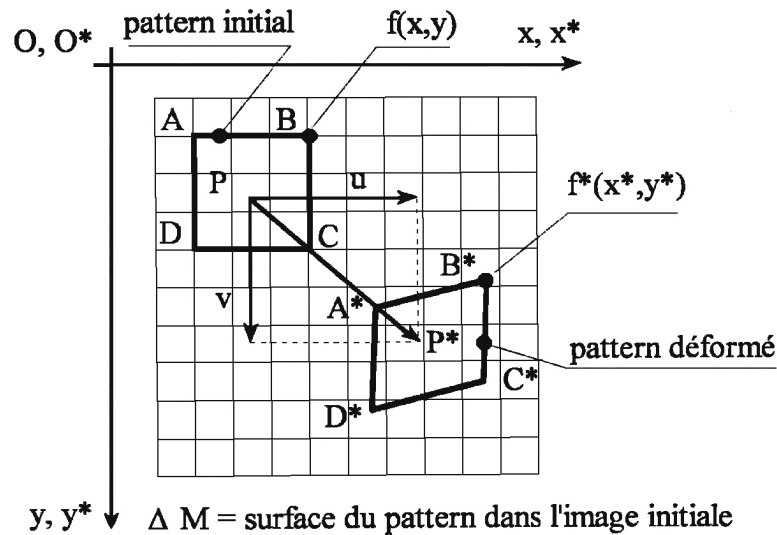


FIG. 2.8: Évolution d'un motif de l'image initiale dans l'image finale [1].

Les références [3] et [4] présentent diverses applications de cette méthode de mesure sans contact. Celles-ci ont permis de valider ce procédé de mesure du champ de déplacement. L'incertitude de mesure est inférieure à 0.05 pixel. Cela se traduit par une erreur absolue en déformation inférieure à 1%. Toutefois, les différents articles précités soulignent l'attention qui doit être apportée lors de l'acquisition d'images. En particulier, l'image à traiter doit présenter le caractère le plus aléatoire possible pour que chaque motif dans l'image soit différent, l'un par rapport à l'autre. La qualité de la mesure en dépend. La mesure du champ des déformations s'avère donc dépendante de la qualité du mouchetis, du réglage des caméras ainsi que de leur positionnement, particulièrement dans le cas $2D$ où les déformations suivant l'axe z ne sont pas mesurées.

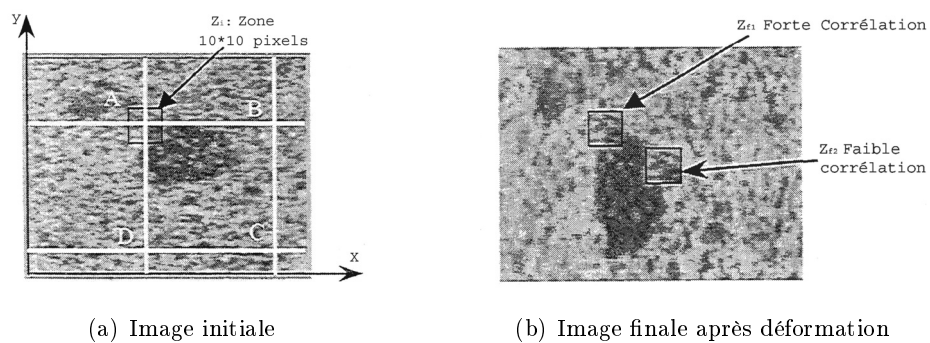


FIG. 2.9: Principe de corrélation d'images.

2.3.2 Mise en oeuvre expérimentale

L'étude expérimentale est menée sur des éprouvettes de traction avec et sans perforation. Leur dimensionnement soulève plusieurs questions. Disposer d'un milieu infini ne peut être envisagé et il est nécessaire de limiter au maximum les effets de bord sur les phénomènes engendrés par la perforation. Les dimensions des échantillons sont données dans la figure 2.10, les épaisseurs étant respectivement de 1 mm et de 1.17 mm pour les éprouvettes en alliage d'aluminium ($2024-PL3$) et en acier doux (XES). Ces dimensions respectent, d'une part, les normes des éprouvettes de traction uniaxiale [5], et, d'autre part, la demi-largeur de la plaque est supérieure à $4a$; au-delà de cette distance les effets de la perforation sont en théorie quasiment inexistantes [6]. Ce dimensionnement est bien sûr conditionné par la capacité des machines d'essais disponibles à solliciter et à rompre les éprouvettes.

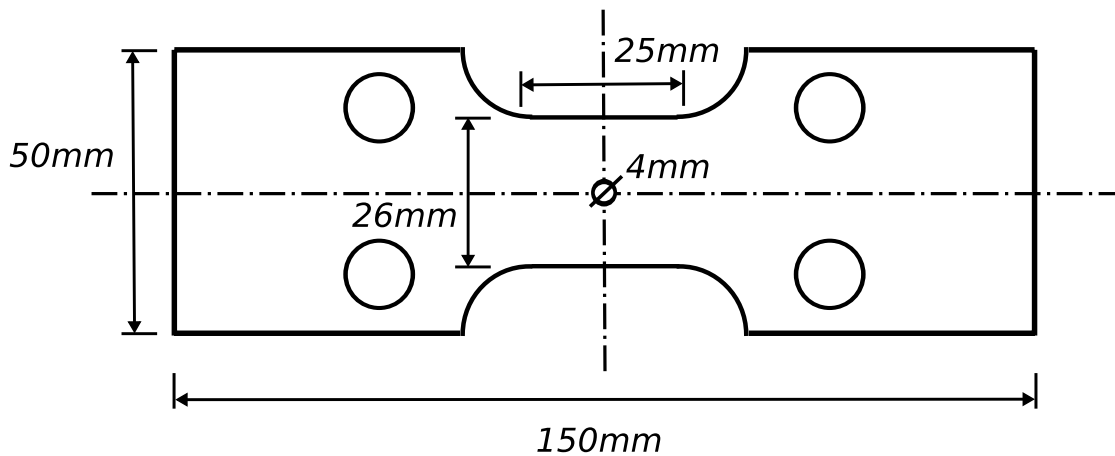


FIG. 2.10: Éprouvette de traction perforée.

Les éprouvettes sont testées à vitesse de sollicitation quasi statique ($5\text{ mm}/\text{mn}$) à l'aide d'un vérin hydraulique (figure 2.11). Plusieurs essais sont menés pour chaque configuration afin d'analyser la répétitivité des mesures. La chaîne de mesure se compose :

- d'une cellule de force piézoélectrique unidimensionnelle Kistler,
- d'un capteur de déplacement Keyence,
- d'une caméra Vosskuhmer pour la prise d'images,
- d'une jauge de déformation grand allongement Vishay.

Les champs de déformation sont analysés avec le logiciel Aramis distribué par la société GOM. Le mouchetis est réalisé par pulvérisation manuelle de peinture blanche puis noire. Une jauge permet de valider la mesure de déformation sans contact.

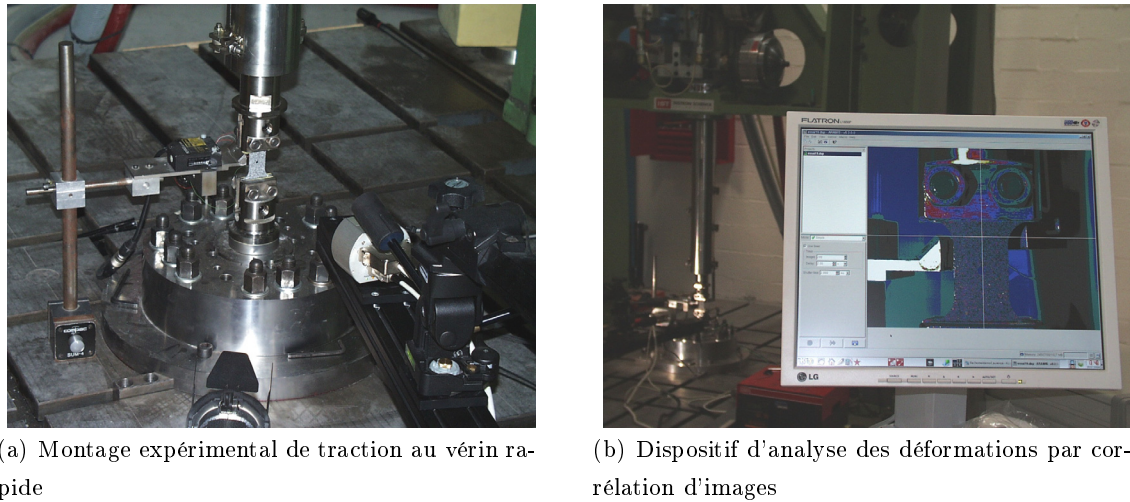


FIG. 2.11: Dispositif expérimental.

Enfin, les observables globales sont l'effort maximal, F_{max} , l'allongement maximal, δ_{max} , et l'énergie totale absorbée, W (2.5). Les observables locales sont l'évolution de la déformation mesurée en différents points du chemin de rupture. L'analyse est également complétée par l'observation des phénomènes mécaniques mesurés pour trois états de l'essai caractérisant l'élasticité, la plasticité et le début de la rupture (figure 2.12).

$$\begin{aligned}
 W(\delta) &= \int_0^{\delta_{max}} F(\delta) \cdot d\delta \\
 &\simeq \sum_i W_i = \sum_{i=0}^N \frac{1}{2} (\delta^{i+1} - \delta^i) (F(\delta^{i+1}) + F(\delta^i))
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

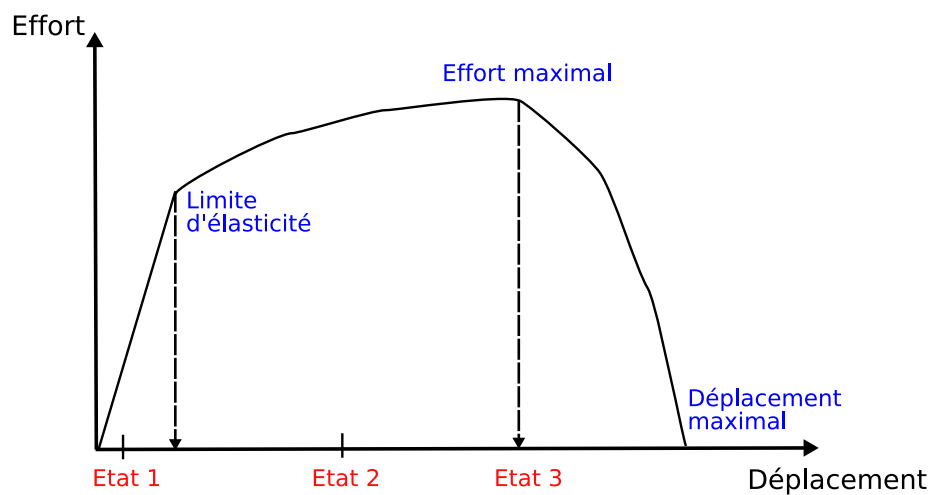


FIG. 2.12: Choix des états d'observation.

2.3.3 Cas d'un alliage d'aluminium (2024-PL3)

Les déformations locales sont mesurées, selon la direction de sollicitation, en plusieurs points de l'éprouvette situés le long du chemin de rupture (tableaux 2.3 et 2.4). La position effective des points de mesure est fonction de la grille "virtuelle" (nécessaire à l'analyse des déformations par corrélation d'images) qui est différente d'un essai à l'autre. Chaque configuration fait l'objet de trois essais. L'écart entre les coordonnées des points d'observation pour les différents essais est faible. Néanmoins, les phénomènes mis en jeu étant localisés, il convient d'identifier précisément le lieu des mesures de déformation. La taille de la cellule d'analyse (ou parttern), sur laquelle la déformation est intégrée, est de l'ordre de 0.5 mm .

N°	Point 0 [mm]	Point 1 [mm]	Point 2 [mm]	Point 3 [mm]	Point 4 [mm]	Point 5 [mm]
1	-0.12	2.26	2.74	3.68	5.59	10.34
2	0.06	2.23	2.79	3.74	5.63	10.34
3	-0.15	2.22	2.68	3.62	5.54	10.24

TAB. 2.3: Position des points de mesure des déformations par rapport au centre des éprouvettes non perforées.

N°	Point 1 [mm]	Point 2 [mm]	Point 3 [mm]	Point 4 [mm]	Point 5 [mm]
1	2.23	2.68	3.61	5.52	10.27
2	2.54	3.01	3.94	5.83	10.53
3	2.46	2.92	3.85	5.74	10.49

TAB. 2.4: Position des points de mesure des déformations par rapport au centre des éprouvettes perforées.

La réponse effort-déplacement des éprouvettes non perforées laisse apparaître des "stries" à partir d'un déplacement de l'ordre de 3 mm (figure 2.13). Celles-ci sont dues à l'effet Portevin Le Châtelier [7], phénomène métallurgique s'accompagnant de l'apparition d'intenses zones de localisation se propageant sur l'éprouvette [8]. La présence de la perforation semble atténuer, voire annuler, cet effet (les déformations sont, dans ce cas, localisées et inhomogènes).

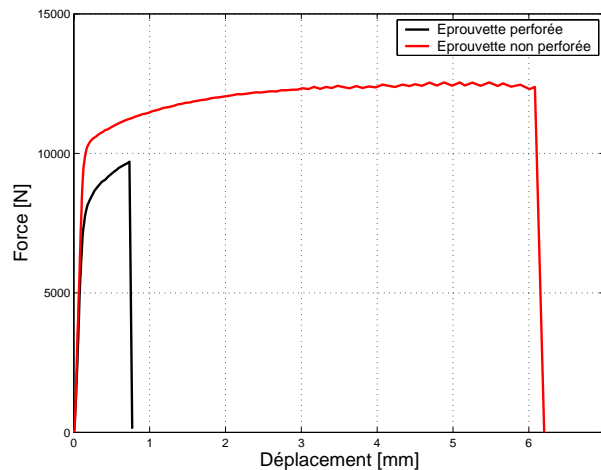


FIG. 2.13: Réponse effort-déplacement d'une éprouvette en alliage d'aluminium.

Les résultats des essais sont synthétisés dans le tableau 2.5. L'analyse de l'ensemble des résultats de la campagne expérimentale montre une bonne répétabilité des mesures locales ou globales. La contrainte maximale déterminée pour l'éprouvette non perforée est proche des caractéristiques mécaniques obtenues avec des éprouvettes normalisées de caractérisation des matériaux ($\#480MPa$). En considérant la section effective de l'éprouvette perforée ($S_0 = 22\text{ mm}^2$ au lieu de 26 mm^2), la contrainte maximale est de l'ordre de $440MPa$, soit un écart inférieur à 10% comparé à l'éprouvette lisse. Un écart similaire est obtenu sur la contrainte seuil, c'est-à-dire à la limite élastique ($\sigma_y = 385MPa$ pour les éprouvettes lisses et $\sigma_y = 370MPa$ pour les éprouvettes perforées). La présence de la perforation pénalise principalement le déplacement à rupture (fragilisation) de l'éprouvette (0.8 mm au lieu de 6 mm , figure 2.13). Sa capacité d'absorption d'énergie est quant à elle réduite de 90% (ce qui est du même ordre de grandeur que la pénalisation en déplacement). Dans les deux configurations, l'adoucissement est faible, la rupture est franche et intervient peu après l'effort maximal (figure 2.13).

N°	$F_{max}[N]$	$\delta_{max}[mm]$	$W_{max}[J]$	N°	$F_{max}[N]$	$\delta_{max}[mm]$	$W_{max}[J]$
1	12416	6.15	83	1	9715	0.81	9.5
2	12454	6.25	81	2	9690	0.82	10
3	12608	6.55	92.5	3	9754	0.78	10.5

(a) Éprouvette non perforée

(b) Éprouvette perforée

TAB. 2.5: Résultats expérimentaux des éprouvettes en alliage d'aluminium.

D'un point de vue local, la perforation affecte la distribution des déformations. La figure 2.14 présente l'évolution de la déformation pour les points de mesure placés le long du chemin de rupture. Pour les éprouvettes non perforées, les déformations sont homogènes le long du chemin de rupture et au cours du chargement (figures 2.14(a) et 2.15(a)). Puis, des bandes de localisation, dues à l'effet Portevin Le Châtelier, se propagent à travers l'éprouvette. La rupture survient ensuite à l'intersection de deux bandes $+45^\circ$ et -45° (figure 2.15(b)). La présence de la perforation mène à une distribution inhomogène des déformations le long du chemin de rupture, dès le début de l'essai (figure 2.14(b)). La figure 2.16 met clairement en évidence la concentration des déformations observées en bordure de perforation et l'atténuation, voire la disparition, des effets Portevin Le Châtelier.

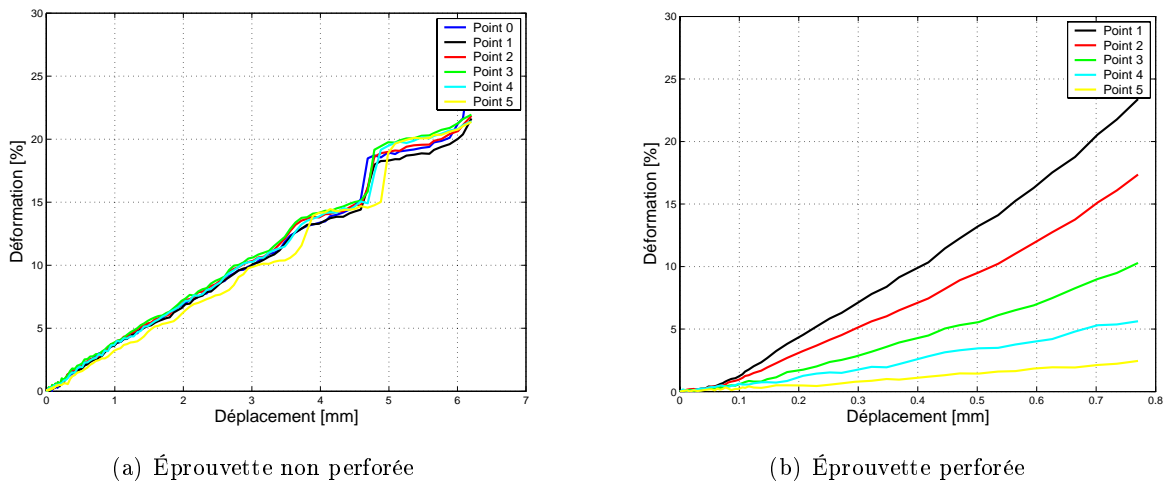


FIG. 2.14: Evolution des déformations observées en différents points du chemin de rupture.

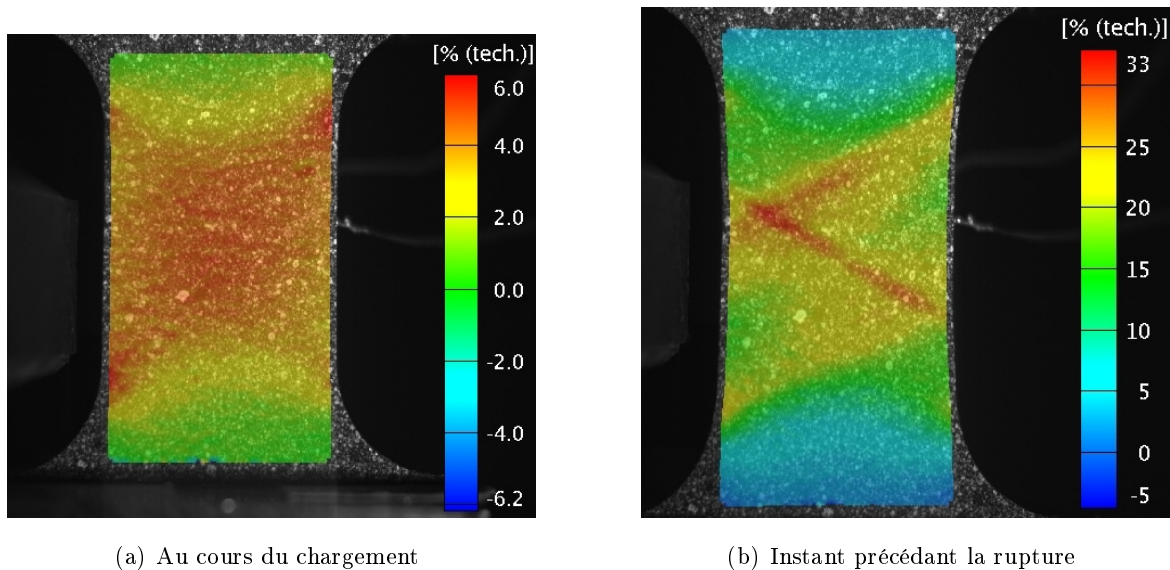


FIG. 2.15: Processus de rupture de l'éprouvette non perforée.

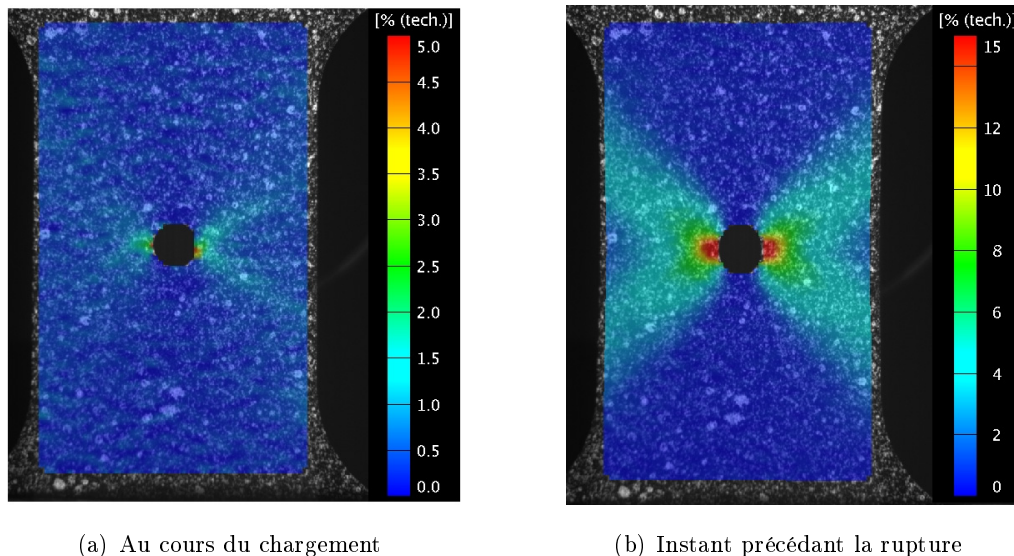


FIG. 2.16: Processus de rupture de l'éprouvette perforée.

Les figures 2.17 et 2.18 présentent l'évolution des déformations en fonction du déplacement aux points 1, 2 et 5 pour les trois éprouvettes lisses et perforées. Pour les éprouvettes non perforées, les déformations sont homogènes le long du chemin de rupture et similaires en chaque point pour les différents essais jusqu'à 3 mm de déplacement approximativement. Les résultats montrent une bonne répétabilité des mesures locales jusqu'à l'apparition des effets Portevin Le Châtelier.

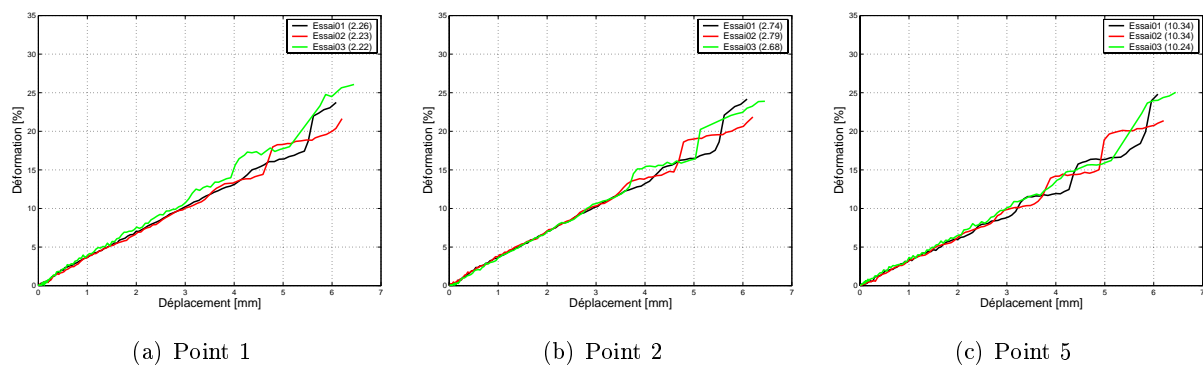


FIG. 2.17: Déformation observée suivant l'axe de traction - Éprouvettes non perforées.

Pour les éprouvettes perforées, les déformations obtenues au point 5 sont similaires pour l'ensemble des essais. Ce point se situe à une distance suffisamment éloignée de la perforation pour qu'il n'en subisse que faiblement l'influence. La position de ce point (de l'ordre de 10 mm par rapport au centre de la perforation) est supérieure à $4a$, distance à partir de laquelle la perforation n'influence plus la distribution des déformations en théorie. Par contre, aux points 1 et 2, deux zones peuvent être distinguées. Les résultats sont d'abord similaires jusqu'à un déplacement global de l'ordre de 0.08 mm , puis les résultats diffèrent. L'écart entre les coordonnées effectives des points de mesure justifie la différence observée entre les déformations. Les mesures de défor-

mation locales sont en effet cohérentes avec la position à laquelle elles sont effectuées. Ainsi, au point 1, la courbe présentant l'évolution des déformations de l'essai 01 est au-dessus de celle de l'essai 03, elle-même au-dessus de celle de l'essai 02, et il vient pour un déplacement supérieur à 0.08 mm : $\varepsilon_{01} > \varepsilon_{03} > \varepsilon_{02}$; la distribution des déformations étant fonction des positions effectives de la mesure de la déformation, du plus proche au plus éloigné de la perforation (tableau 2.4).

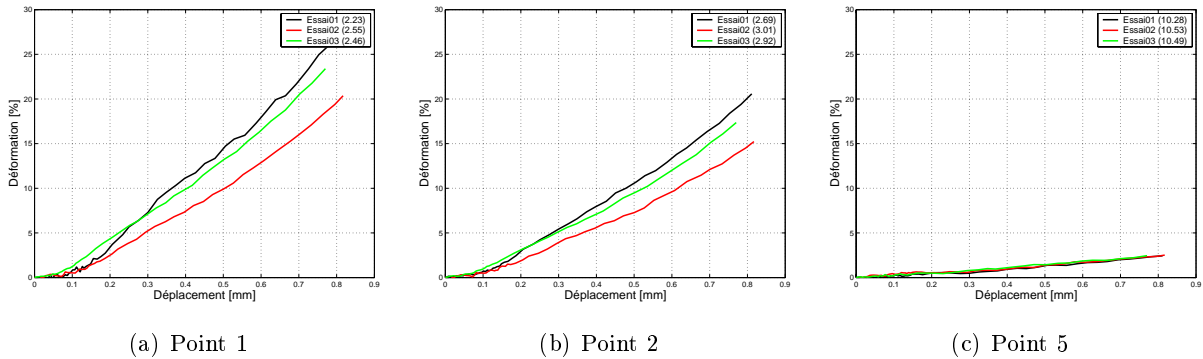


FIG. 2.18: Déformation observée suivant l'axe de traction - Éprouvettes perforées.

La synthèse des niveaux de déformation mesurés aux états 2 et 3 de l'essai mécanique de traction met en évidence une faible dispersion des résultats (figures 2.19 et 2.20), jusqu'à l'apparition des effets Portevin Le Châtelier (figure 2.20(a)). Ces résultats soulignent le caractère localisé des effets engendrés par la perforation. Ils soulignent également la nécessité de recourir à des moyens de mesure de champs afin de capturer la fragilisation structurale. La distribution des déformations le long du chemin de rupture de l'éprouvette perforée (figure 2.20(b)) est similaire au profil déterminé par la théorie présentée dans le chapitre 1.

Dans la suite du chapitre, les résultats d'un seul essai seront présentés pour chaque configuration.

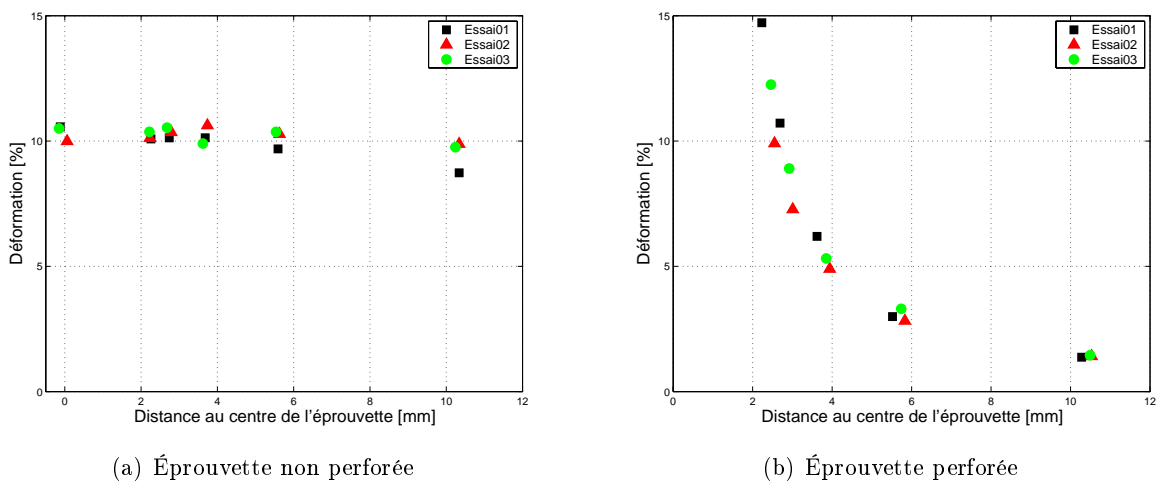


FIG. 2.19: Déformation observée le long du chemin de rupture en plasticité.

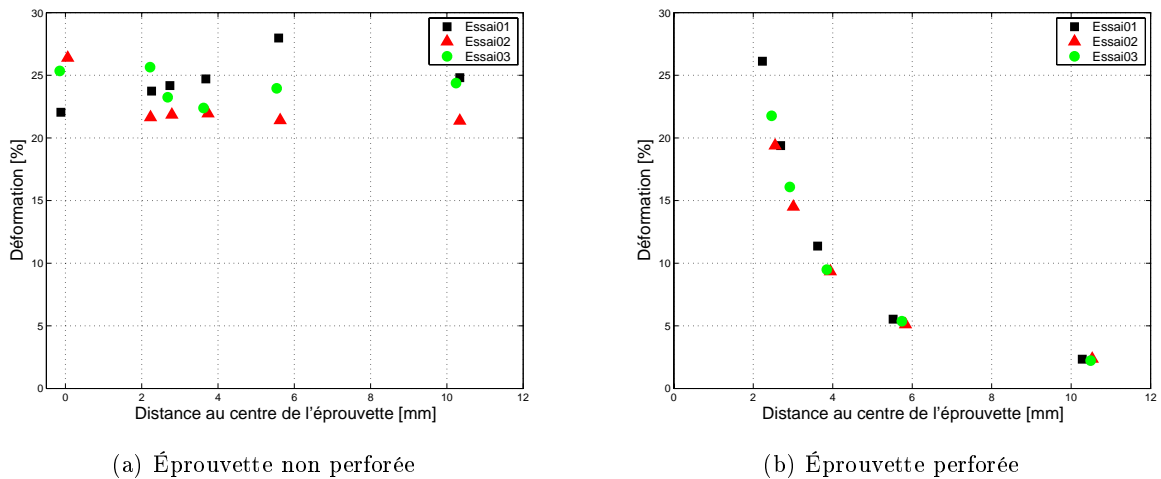


FIG. 2.20: Déformation observée le long du chemin de rupture avant l'initiation de la rupture

2.3.4 Cas d'un acier doux (XES)

La synthèse des résultats globaux est présentée dans le tableau 2.6 pour un essai représentatif d'une éprouvette perforée ou non. Une observation similaire au cas de l'alliage d'aluminium peut être faite : la présence de la perforation pénalise principalement le déplacement à rupture de l'éprouvette ainsi que sa capacité d'absorption d'énergie. Cette pénalisation était de l'ordre de 90% dans le cas de l'alliage d'aluminium, elle est cette fois-ci de l'ordre de 50% en terme de déplacement et de 60% en terme d'énergie. Les réponses élastiques des deux éprouvettes semblent similaires (dans l'épaisseur du trait, figure 2.21). Néanmoins, une faible différence entre les courbes peut être observée. Celle-ci s'explique par la valeur "faible" de la contrainte seuil de l'acier doux (170MPa). En effet, l'analyse fine des résultats met en évidence des contraintes seuils quasiment identiques pour les deux éprouvettes lorsque la section résistante effective est considérée pour chacune d'elles. De même, la contrainte maximale déterminée pour l'éprouvette non perforée est proche des caractéristiques mécaniques du matériau (330MPa). La contrainte maximale de l'éprouvette perforée est réduite de 10% approximativement (295MPa), comme dans le cas de l'aluminium précédent.

	Éprouvette non perforée	Éprouvette perforée
F_{max} [N]	9900	8780
δ_{max} [mm]	15.95	7.97
W_{max} [J]	138	51

TAB. 2.6: Résultats expérimentaux des éprouvettes en acier.

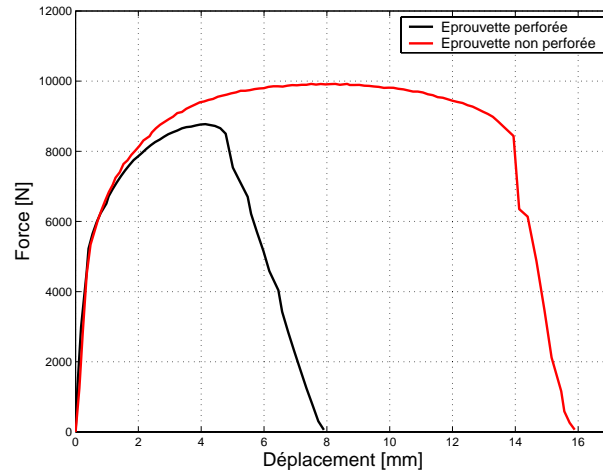


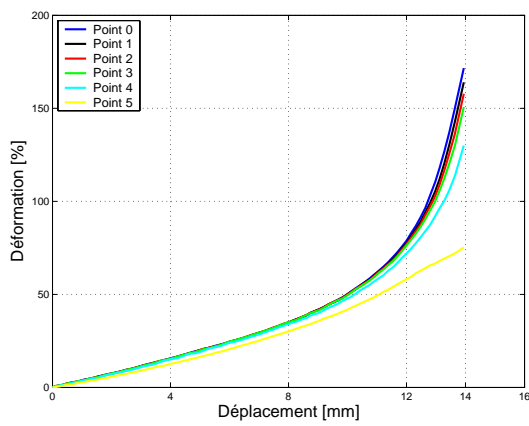
FIG. 2.21: Réponse effort-déplacement d'une éprouvette en acier doux.

Postérieurement à l'effort maximal, une phase d'adoucissement importante précède la rupture. Cette phase s'étend sur plusieurs millimètres de déplacement dans le cas de l'acier, alors qu'elle n'était que de quelques $1/10^{es}$ de millimètres pour les éprouvettes en alliage d'aluminium. Un quatrième état, permettant de caractériser les phénomènes durant cette phase d'adoucissement, est donc utilisé par la suite afin de compléter l'observation des phénomènes mécaniques locaux. D'un point de vue global, l'effet de la perforation semble être identique jusqu'à l'apparition de l'effort maximal quel que soit le matériau considéré. Selon l'adoucissement du matériau testé, l'effet de la perforation diffère, ce qui a un effet direct sur l'énergie absorbée jusqu'à rupture.

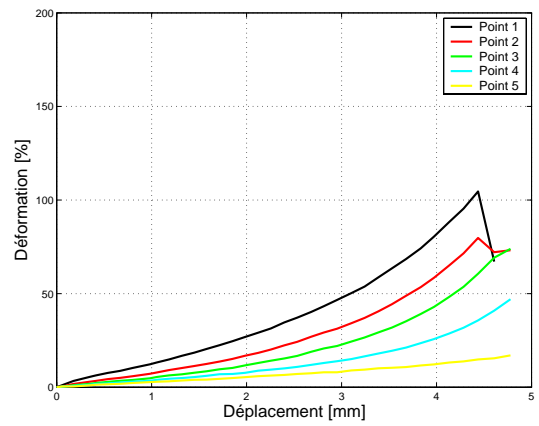
La figure 2.22 présente l'évolution des déformations en différents points du chemin de rupture, la position effective de ces points de mesure étant précisée dans le tableau 2.7. Pour les éprouvettes non perforées, les déformations sont identiques pour l'ensemble des points d'observation jusqu'à un déplacement de 10 mm . Puis, une évolution de la déformation est observée au centre de l'éprouvette. A partir de cet instant, les déformations ne sont plus homogènes. Elles s'intensifient au centre provoquant ainsi l'amorçage de la ruine de l'échantillon (figure 2.23). Pour les éprouvettes perforées, un processus de rupture similaire à celui observé pour les éprouvettes en alliage d'aluminium est obtenu. La présence de la perforation entraîne, dès le début du chargement, des niveaux de déformation différents le long du chemin de rupture (figure 2.22(b)). Ces niveaux de déformation sont d'autant plus élevés que le point considéré est proche du trou. Ce processus est illustré par la figure 2.24.

Point	0	1	2	3	4	5
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
Éprouvette non perforée	0.20	2.50	3.30	4	5.55	10.15
Éprouvette perforée		2.60	3.35	4.15	5.70	10.30

TAB. 2.7: Position des points de mesure des déformations par rapport au centre des éprouvettes en acier.

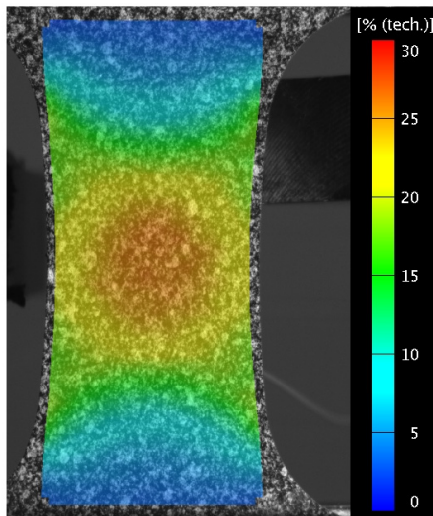


(a) Éprouvette non perforée

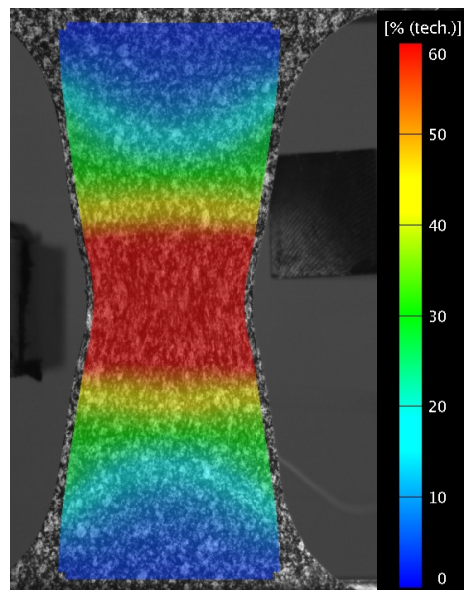


(b) Éprouvette perforée

FIG. 2.22: Evolution des déformations observées en différents points le long du chemin de rupture.

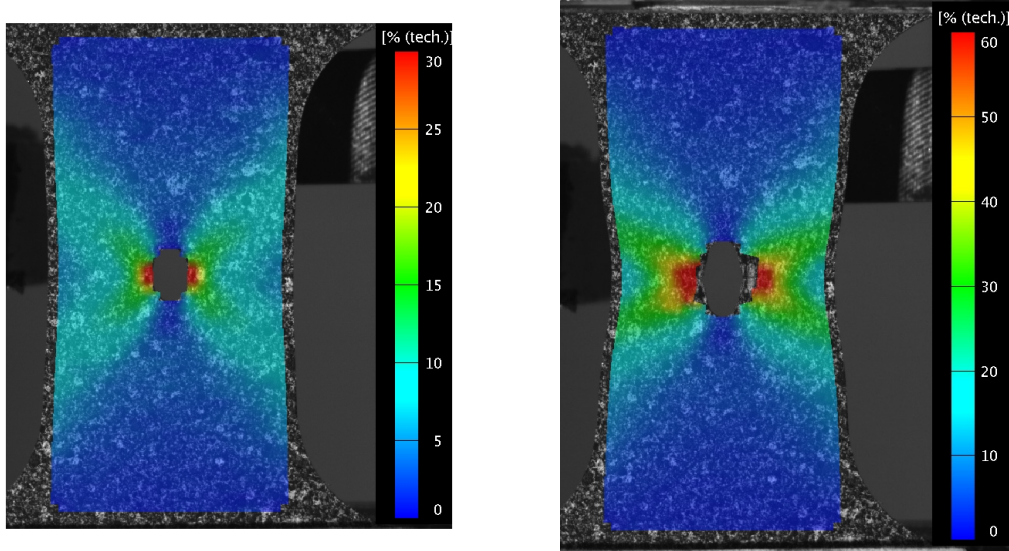


(a) Au cours du chargement



(b) Instant précédant la rupture

FIG. 2.23: Processus de rupture de l'éprouvette non perforée en acier.

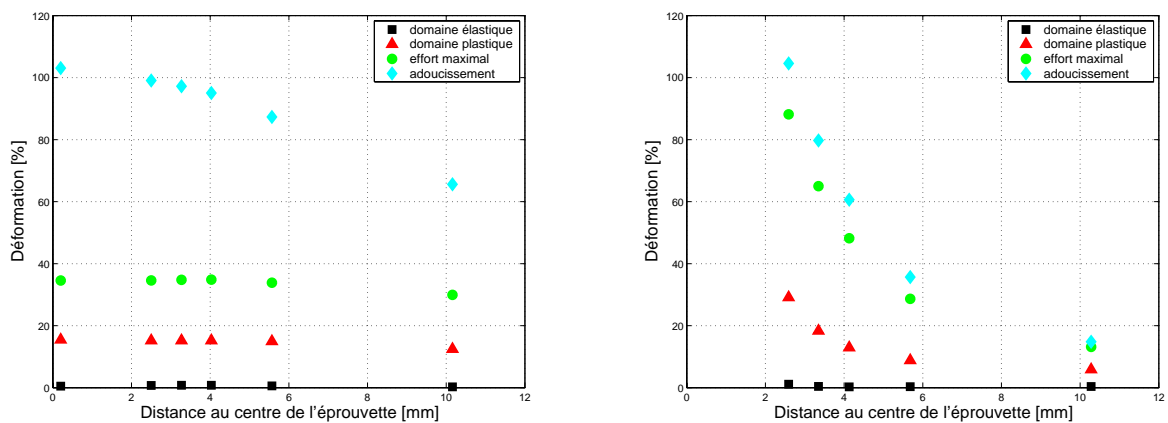


(a) Au cours du chargement

(b) Instant précédant la rupture

FIG. 2.24: Processus de rupture de l'éprouvette perforée en acier.

La figure 2.25 présente une synthèse des niveaux de déformation mesurés aux différents états, respectivement l'élasticité, la plasticité, l'effort maximal et la phase d'adoucissement (état 4). Dans les deux cas, la rupture survient suite à une concentration des déformations. Pour l'éprouvette lisse, celle-ci apparaît au cours du chargement : les déformations sont homogènes dans l'éprouvette jusqu'à l'effort maximal, puis une concentration, observée au centre de l'éprouvette, conduit à la rupture de l'échantillon (un écart de 40% existe entre les déformations au centre et au bord de l'éprouvette, figure 2.25(a)). Pour l'éprouvette perforée, cette concentration est présente dès le début du chargement (figure 2.25(b)).



(a) Éprouvette non perforée

(b) Éprouvette perforée

FIG. 2.25: Distribution des déformations le long du chemin de rupture.

2.3.5 Synthèse

Deux processus de rupture ont été identifiés. Dans le cas de l'éprouvette non perforée, l'évolution des déformations se fait de façon homogène dans l'éprouvette, puis apparaît localement une concentration des déformations (naissance d'un défaut géométrique - fissure) amenant à la rupture de l'échantillon. Dans le cas de l'éprouvette perforée, une concentration des déformations est observée dès le début du chargement (le défaut géométrique - i.e. la perforation - est présent dès le départ). Celle-ci précipite la ruine de l'éprouvette. On notera donc que dans les deux cas, la rupture de l'échantillon survient suite à une concentration des déformations, donc suite à l'intervention des fonctions η au cours du chargement. D'un point de vue plus global, la perforation pénalise l'énergie absorbée principalement au travers de l'allongement à rupture. Ce dernier est fortement diminué par la modification du champ des déformations qui est inhomogène dès le début de la sollicitation mécanique, dans le cas de l'éprouvette perforée.

La comparaison des déformations locales, mesurées sur les éprouvettes perforées ou non perforées, pour chaque matériau, le long du chemin de rupture, montre que l'influence de la perforation est localisée en son voisinage. Les deux signaux sont distincts dès le début du chargement (figures 2.26(a) et 2.27(a)). Par contre, au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la perforation, les deux signaux peuvent être confondus pendant une partie plus ou moins importante du chargement (figures 2.26(b) et 2.27(b)). Pour le point le plus éloigné de la perforation (figures 2.26(c) et 2.27(c)), le processus de déformation locale est identique durant tout l'essai, c'est-à-dire, que le chargement soit élastique ou plastique, que l'éprouvette soit perforée ou non. La perforation agit donc comme un concentrateur des déformations et un catalyseur de la rupture.

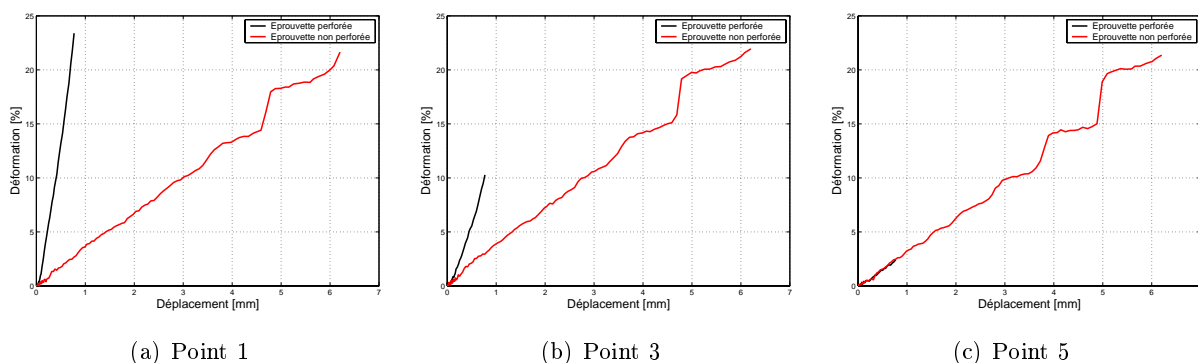


FIG. 2.26: Comparaison des déformations le long du chemin de rupture pour les éprouvettes non perforées ou perforées en alliage d'aluminium.

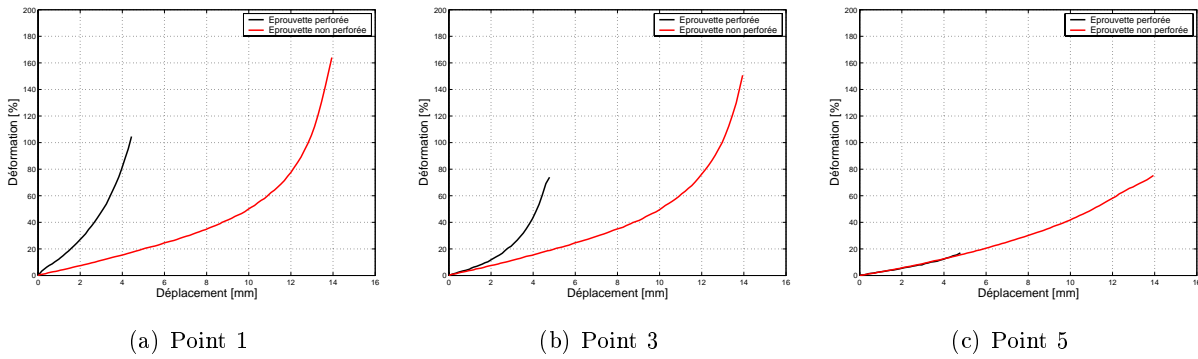


FIG. 2.27: Comparaison des déformations le long du chemin de rupture pour les éprouvettes non perforées ou perforées en acier.

L'expérimentation permet de mesurer la distribution des déformations dans les domaines de l'élasticité, de la plasticité, et à l'effort maximal. Dans le domaine élastique, les résultats de l'éprouvette perforée en acier sont difficilement exploitables. Une erreur importante est obtenue sur la mesure des déformations, celle-ci étant due à la faible valeur de la contrainte seuil (échantillonnage insuffisant des prises de vue dans le domaine élastique). Néanmoins, pour l'éprouvette en aluminium, l'analyse de la distribution des déformations le long du chemin de rupture met en évidence que la perforation agit non seulement comme un "concentrateur" mais également comme un "intensificateur" de déformation en bordure de perforation (figure 2.28). La perforation a en effet modifié la distribution des déformations et a également augmenté leur niveau comparé à l'éprouvette non perforée.

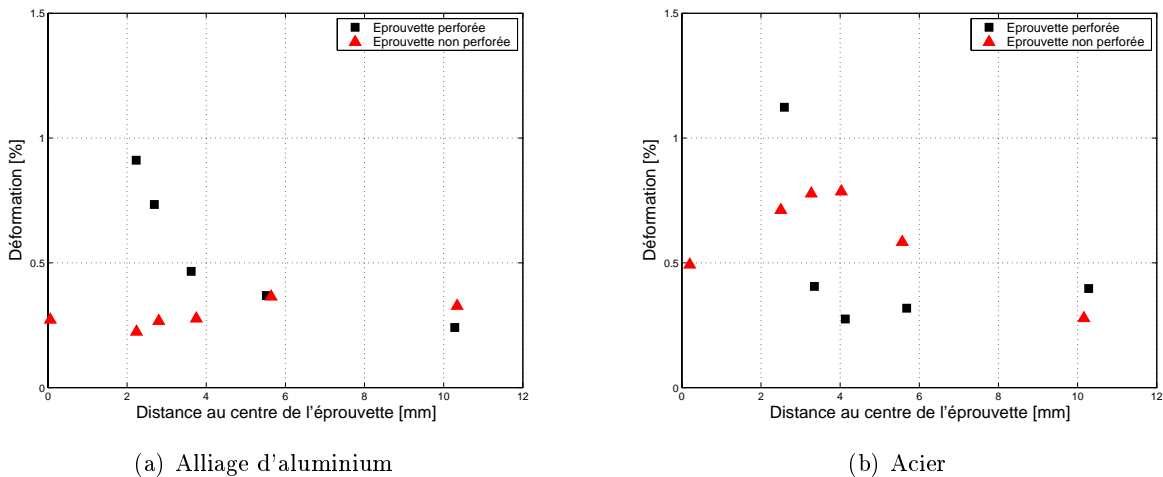
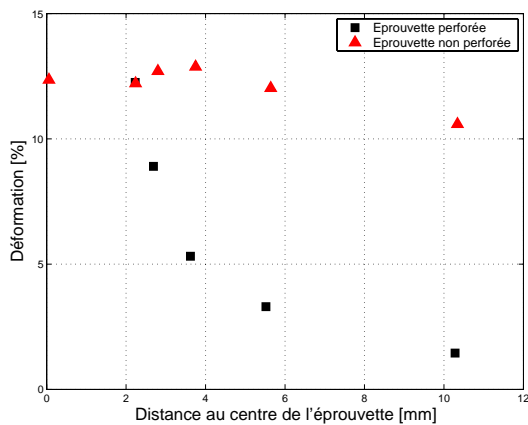
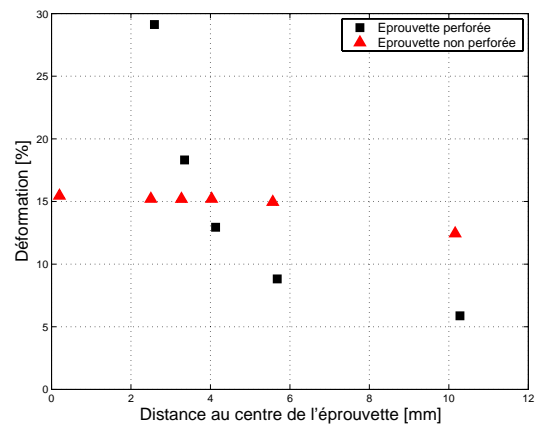


FIG. 2.28: Distribution des déformations observées pour les éprouvettes non perforées ou perforées à l'état 1 (élasticité).

Dans le domaine plastique et à l'effort maximal, l'analyse révèle des mécanismes différents selon le matériau considéré. Dans le cas de l'alliage d'aluminium, les niveaux mesurés, en bordure de perforation sur l'éprouvette perforée, sont comparables à ceux observés sur une éprouvette non perforée (déformation de l'ordre de 12% et de 24% dans le domaine plastique et à l'effort maximal respectivement, figures 2.29(a) et 2.30(a)). Par conséquent, la perforation a modifié la distribution des déformations, mais sans augmenter leur niveau en bordure de perforation. Elle agit donc comme un "concentrateur" de déformation, et non plus comme un "intensificateur". Dans le cas de l'aluminium, la rupture intervient peu après l'apparition de l'effort maximal. La déformation ultime déclenchant la rupture de l'échantillon s'avère être d'ordre matériau.

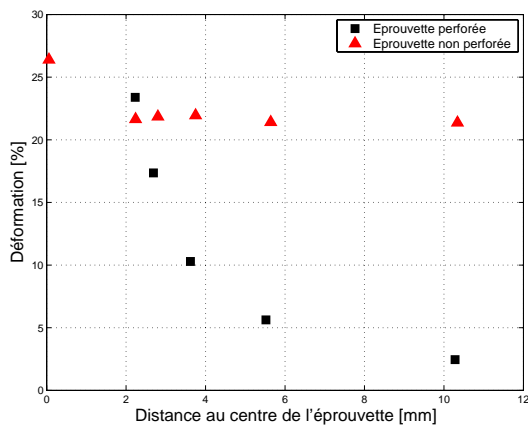


(a) Alliage d'aluminium

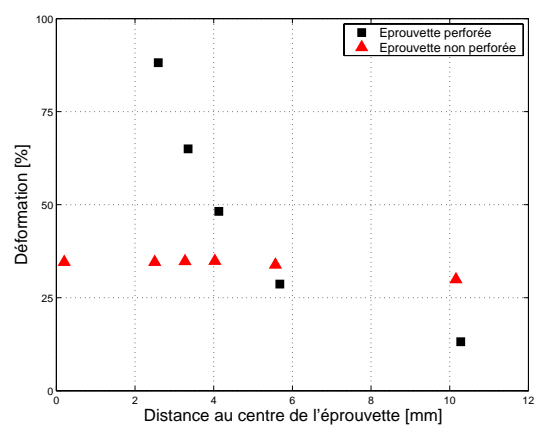


(b) Acier

FIG. 2.29: Distribution des déformations observées pour les éprouvettes non perforées ou perforées à l'état 2 (plasticité).



(a) Alliage d'aluminium



(b) Acier

FIG. 2.30: Distribution des déformations observées pour les éprouvettes non perforées ou perforées à l'état 3 (effort maximal).

Dans le cas de l'acier, les effets de la perforation se traduisent, dans le domaine plastique et à l'effort maximal, tant en terme de concentration que d'intensification. Quel que soit le domaine, les déformations sont localisées en bordure de perforation (effet "concentrateur") et leur niveau a augmenté (effet "intensificateur") (figures 2.29(b) et 2.30(b)).

L'analyse des résultats observés pour l'acier montre que les effets d'intensification des déformations liés à la présence de la perforation s'amenuisent durant la phase d'adoucissement. L'amplitude des incréments de déformation est très élevée entre l'effort maximal et l'effort ultime de l'éprouvette non perforée (il s'agit d'une phase de localisation, figure 2.22(a)), alors que les niveaux de déformation progressent moins vite dans le cas de l'éprouvette perforée (saturation). Aux 3/4 de la phase d'adoucissement, la perforation n'agit qu'en terme de concentrateur (figure 2.31).

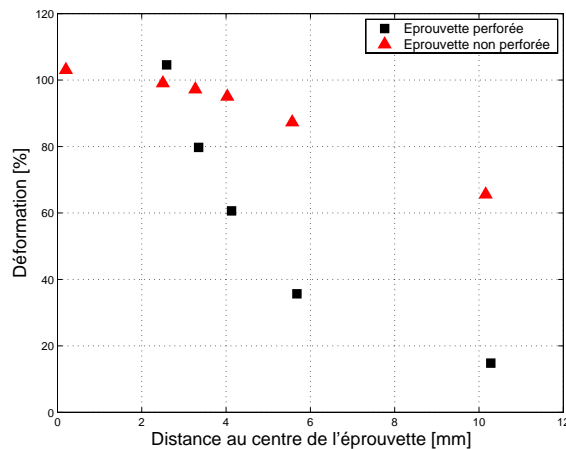


FIG. 2.31: Distribution des déformations observées pour les éprouvettes non perforées ou perforées en acier à l'état 4 (phase d'adoucissement).

Ainsi, dans le cas de l'éprouvette vierge de perforation, le mécanisme de déformation semble tout d'abord piloté par la loi de comportement du matériau (plasticité et endommagement) lui-même. Puis, l'apparition d'un défaut conduit à des phénomènes de fragilisation amenant par la suite à la rupture de l'échantillon. Dans le cas de l'éprouvette entaillée (perforée), la perforation mène dès le début de la sollicitation à des phénomènes de fragilisation conduisant à une "concentration" et une "intensification" des déformations dans son voisinage. Dans le domaine non-linéaire (plastique et adoucissement), les phénomènes d'intensification vont en s'amenuisant. La perforation n'agit plus alors que comme un concentrateur de déformation uniquement. Une fois la déformation ultime (matériau) atteinte, la rupture de l'échantillon est déclenchée. L'influence de la nature du matériau s'observe à partir de la phase de plasticité et affecte l'effet de fragilisation en termes de concentration et d'intensification.

Exprimons maintenant l'évolution des phénomènes locaux comme le rapport de la déformation locale à la déformation lointaine ou de référence : $\varepsilon_i/\varepsilon_{ref}$. Le choix de la déformation de référence, ε_{ref} , ayant été discuté précédemment, celle-ci est définie par le rapport δ/L_0 où δ et L_0 représentent respectivement le déplacement et la longueur initiale de l'éprouvette. Normer les déformations locales, ε_i , par la déformation de référence, ε_{ref} , telle que définie, permet d'obtenir l'expression de la variable adimensionnée, η , et d'introduire l'influence du domaine de chargement (élastique, plastique, endommagement, etc).

Dans le cas de l'éprouvette non perforée (figure 2.32), les déformations sont homogènes dans les domaines de l'élasticité et de la plasticité, η vaut 1. Juste avant l'initiation de la rupture, on observe une augmentation de η , celle-ci traduisant l'apparition d'un concentrateur de déformation, c'est-à-dire la présence d'un défaut géométrique (une fissure). Dans le cas de l'éprouvette perforée (figure 2.33), la distribution des déformations est inhomogène dès le début du chargement. On a donc $\eta > 1$, le long du chemin de rupture (sauf pour des positions très éloignées de la perforation), que l'éprouvette soit sollicitée élastiquement ou plastiquement. La variable η permet, de plus, de tenir compte de l'influence du matériau. Des valeurs de η sont différentes entre un acier et un alliage d'aluminium (figure 2.34). Qu'il y ait présence d'une perforation ou non, le modèle $\varepsilon/\varepsilon_{ref}$ est donc un indicateur de la potentialité d'une rupture de l'éprouvette. Tant que $\eta = 1$, il n'y a pas de risque de rupture. Si $\eta > 1$, il y a une situation, un risque de rupture.

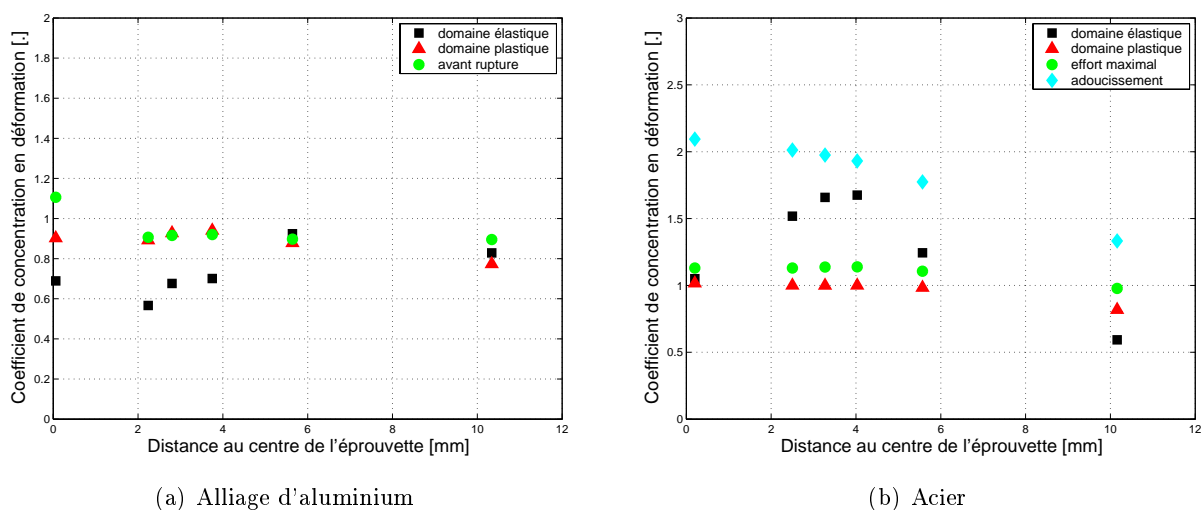


FIG. 2.32: Évolution de η pour les éprouvettes non perforées.

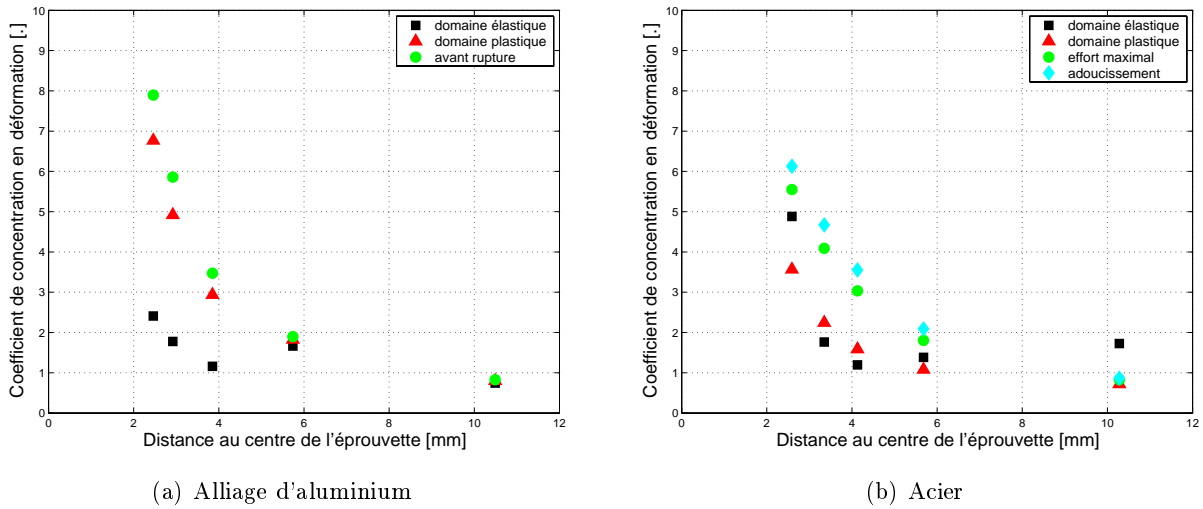


FIG. 2.33: Évolution de η pour les éprouvettes perforées.

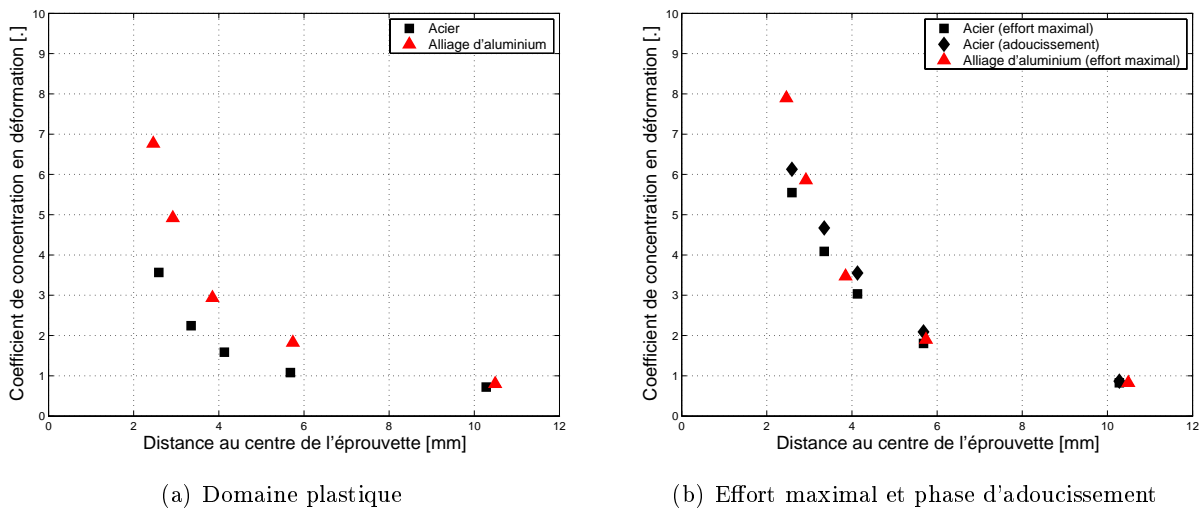


FIG. 2.34: Évolution de η pour les éprouvettes en acier et en aluminium.

2.4 Introduction à un modèle de fragilisation structurale η

L'analyse expérimentale montre que l'énergie dissipée par une éprouvette perforée (entallée) jusqu'à rupture, W_1 , est notablement inférieure à l'énergie dissipée par une éprouvette de même dimension mais non perforée (lisse), W_0 . Les résultats disponibles (acier et aluminium) montrent que le rapport W_1/W_0 est fonction du matériau et en particulier de sa capacité "d'adoucissement". La pénalisation énergétique due à la singularité géométrique (entaille) résulte principalement de la précipitation de la rupture, elle-même liée à l'existence d'une distribution du champ des déformations inhomogène. Le défaut géométrique (entaille) semble agir comme : un "intensificateur" de déformation en élasticité, un intensificateur/concentrateur de déformation en

plasticité, puis un "concentrateur" durant la phase d'adoucissement (endommagement) menant à la rupture de l'échantillon. La suite du chapitre propose un exercice de modélisation de ces phénomènes.

2.4.1 Modèle de fragilisation structurale

Soit la fonction η définie comme le rapport de la déformation locale ε à la déformation lointaine macroscopique ε_{ref} (ou ε_∞ dans un cadre théorique); il a été montré que la distribution $\eta = \eta(r, \theta)$ pouvant être définie le long du futur chemin de rupture ($\eta = \eta(r, 0)$) de façon analytique ou empirique durant tout le processus de déformation jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Cette fonction est appelée descripteur ou indicateur de la fragilisation structurale, fragilisation provenant de l'existence d'une entaille ou d'un défaut géométrique. Lorsque $\eta = 1$, le milieu ne présente ni risque ni situation de rupture (sauf peut-être en cas de rupture parfaitement ductile). Si $\eta > 1$, le milieu présente clairement un risque ou une situation de rupture. Enfin, $\eta < 1$ signifie que la distribution des déformations locales ε est inférieure à la déformation lointaine ε_{ref} . Nous proposons la définition d'un critère de fragilisation structurale, fonction des valeurs de η , comme :

- $\eta > 1$ situation de fragilisation structurale et $\varepsilon > \varepsilon_{ref}$,
- $\eta = 1$ absence de fragilisation structurale et $\varepsilon = \varepsilon_{ref}$,
- $\eta < 1$ situation de "durcissement" structural et $\varepsilon < \varepsilon_{ref}$.

Les paramètres déterminant la fonction η sont principalement liés à la nature du matériau (de son comportement non-linéaire) et à celle du défaut géométrique (e.g. a , le rayon d'une perforation ou la longueur d'une fissure). Il vient donc : $\eta = \eta(r, \sigma, a)$ avec classiquement $\sigma(p, d)$. L'analyse empirique menée sur les éprouvettes non entaillées (vierges de perforation) établit une valeur de la déformation "lointaine", ε_A , au-delà de laquelle une singularité géométrique apparaît sur l'échantillon et la distribution η s'active (tant que $\varepsilon_{ref} \leq \varepsilon_A \Rightarrow \eta = 1$). On dira que cette valeur seuil ε_A caractérise un état matériau qui traduit la **potentialité** de l'apparition d'un défaut géométrique (e.g. entaille, concentration). Dans le cas d'une éprouvette comportant un défaut géométrique initial (i.e. une perforation), le paramètre seuil prend naturellement pour valeur : $\varepsilon_A = 0$. On écrit finalement :

$$\eta = \eta(r, \sigma, a, \varepsilon_A) \quad \text{avec} \quad \sigma(p, d) \quad \text{et} \quad \eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}} \quad (2.6)$$

η permet donc d'étudier l'état de fragilisation de la structure dû à la présence de la perforation, et on l'appelle modèle de fragilisation structurale.

2.4.2 Équivalent de la fonction η en Mécanique Linéaire de la Rupture [9]

Considérons un solide Ω de section initiale S_0 , sur laquelle on crée un défaut géométrique de surface $A(t)$ variable dans le temps. L'équilibre thermodynamique du corps requiert que :

$$dW_{ext} = dW_{elas} + dW_{cin} + dW_S \quad (2.7)$$

où W_{ext} est le travail des forces extérieures, W_{elas} est l'énergie élastique récupérable stockée dans le solide, W_{cin} est l'énergie cinétique et W_S est l'énergie dissipée dans la séparation.

En Mécanique Linéaire de la Rupture, la section totale du solide qui comporte une fissure s'exprime comme : $S(t) = S_0 + A(t)$ et l'énergie dW_S s'écrit :

$$dW_S = 2\gamma dS \quad (2.8)$$

γ représente l'énergie nécessaire à la création d'une surface unitaire de rupture. Dans le cas d'une sollicitation quasi-statique ($W_{cin} = 0$), le bilan énergétique s'exprime comme :

$$\frac{\partial}{\partial S}(W_{ext} - W_{elas}) = G \quad (2.9)$$

G est appelée force d'extension de la fissure. Celle-ci se propage lorsque G atteint une valeur critique G_C caractéristique du matériau. Or, G s'exprime généralement en fonction du coefficient d'intensité de contrainte K_I et des constantes élastiques du matériau isotrope (E et ν) comme :

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} K_I^2 \quad (2.10)$$

avec K_I de la forme :

$$K_I = \alpha \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \quad (2.11)$$

α est un facteur caractéristique de la forme de la fissure (entaille) et du mode de sollicitation.

Le champ des contraintes au voisinage de la pointe de la fissure peut alors s'exprimer en coordonnées polaires en fonction de K_I sous la forme [10] :

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} 5 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \\ 3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Remarquons qu'en pointe de fissure, le champ des contraintes et des déformations est par définition infini ($r \rightarrow 0$).

Dans la direction de propagation de la fissure ($\theta = 0$) sous chargement uniaxial, la contrainte locale et la déformation locale dans la direction du chargement (\vec{e}_θ) s'expriment donc comme :

$$\sigma_\theta = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_\theta = \frac{K_I}{4\mu\sqrt{2\pi r}}(K - 1) \quad (2.13)$$

avec $K = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ en contraintes planes.

En introduisant (2.11) dans (2.13), nous obtenons une relation entre les variables locales et lointaines à partir de laquelle il est possible d'extraire l'expression de fonctions η_σ et η_ε indépendantes de la variable de champ lointain.

$$\eta_\sigma(r, a) = \frac{\sigma_\theta}{\sigma_\infty} = \alpha \sqrt{\frac{a}{2r}} \quad \text{et} \quad \eta_\varepsilon(r, a) = \frac{\varepsilon_\theta}{\varepsilon_\infty} = \alpha \frac{1-\nu}{1+\nu} \sqrt{\frac{a}{2r}} \quad (2.14)$$

d'où :

$$K_I = \eta_\sigma \sqrt{2\pi r} \sigma_\infty \quad \text{ou} \quad K_I = \eta_\varepsilon \frac{1-\nu}{1+\nu} \sqrt{2\pi r} \varepsilon_\infty \quad (2.15)$$

Finalement, l'énergie disponible pour développer la rupture s'exprime comme :

$$\frac{\partial}{\partial S}(W_{ext} - W_{elas}) = 2\pi r \frac{1-\nu^2}{E} (\eta_\sigma \sigma_\infty)^2 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial}{\partial S}(W_{ext} - W_{elas}) = 2\pi r \frac{(1-\nu)^2}{E} \frac{1-\nu}{1+\nu} (\eta_\varepsilon \varepsilon_\infty)^2 \quad (2.16)$$

L'énergie nécessaire pour la création d'une surface unitaire de rupture est donc fonction de $\eta(r, a)$, de r et de σ_∞ ou ε_∞ .

2.4.3 Amorce de rupture et champ de fragilisation structurale η

La Mécanique de la Rupture traite de la problématique de la propagation de rupture, et en particulier la question de la prédiction de la direction et de la vitesse de la propagation de la fissure. Néanmoins, pour être mise en oeuvre, cette théorie requiert (hypothèse) l'existence d'une fissure initiale (amorce). La Mécanique des Milieux Continus permet d'étudier le comportement du solide dans les domaines de l'élasticité, la plasticité et de l'endommagement. Une difficulté commune aux deux théories concerne la prédiction de l'amorce de la rupture : macroscopique, mésoscopique ou microscopique. Nous proposons d'étudier cette problématique d'amorce de la rupture au travers de la variable de champ de fragilisation structurale.

Reprenons le solide précédent Ω de section initiale S_0 et considérons qu'un défaut géométrique, de surface $A(t)$ variable dans le temps, y est créé initialement ou va apparaître au cours du processus de déformation menant à la rupture. Reprenons également l'expression de l'équilibre thermodynamique initial (2.7) à laquelle nous ajoutons les énergies irréversibles dissipées dans le solide par plastification W_{plas} , endommagement W_{endo} , et échange de chaleur W_{temp} (2.17).

$$dW_{ext} = dW_{elas} + dW_{cin} + dW_S + dW_{plas} + dW_{endo} + dW_{temp} \quad (2.17)$$

Les variables thermodynamiques d'**état** sont la déformation ε et la température T , auxquelles sont associées les forces thermodynamiques σ et s . Les variables thermodynamiques **cachées** sont la déformation plastique ε_p et un certain nombre de paramètres rassemblés sous la forme α_j (l'endommagement diffus d , par exemple), auxquelles sont associées les forces thermodynamiques σ_p et A_j respectivement.

Considérons dans un premier temps que l'énergie dissipée par échange de chaleur est négligeable ($W_{temp} = 0$) et que les sollicitations appliquées au milieu sont à vitesse statique ($W_{cin} = 0$). Les énergies dissipées de façon irréversibles (W_{plas} , W_{endo} , et W_S) s'expriment sous une forme générique W_i comme :

$$W_i = f(\varepsilon, \alpha_j) \quad (2.18)$$

L'équilibre thermodynamique est vérifié à l'échelle de la structure et aussi à l'échelle locale. Pour cette dernière et en supposant le principe de l'état local, nous assimilerons ε_{ref} (§ 1.1) à ε . La fonction η , telle que définie en (2.6), est une variable locale thermodynamique cachée qui dérive du champ de déformation. Elle définit un champ de fragilisation (due à la présence de défaut) de la structure occupant le volume Ω . En première hypothèse, nous supposons que l'énergie dissipée de façon irréversible se limite à la plastification, l'endommagement et la rupture, notée de façon générique comme :

$$W_i = f(\varepsilon, \alpha_j) = f(\varepsilon, \varepsilon_p, d, \eta) \quad (2.19)$$

En faisant l'hypothèse que le principe de l'état local s'applique pour traiter la rupture et donc aux variables la pilotant, nous considérons que le solide Ω peut être partitionné en une section $S(t)$ contenant la future surface de rupture macroscopique, telle que $S(t) = S_0 + A(t)$, et son complémentaire Ω^* dans Ω , domaine dans lequel l'état matériau ne pilote pas des phénomènes se développant dans S . Cette partition se traduit pour chacune des énergies dissipées de façon irréversibles comme :

$$dW_i = dW_{i\Omega^*} + dW_{iS} \text{ et } dW_i = \frac{dW_i}{d\Omega^*} d\Omega^* + \frac{dW_i}{dS} dS \quad (2.20)$$

avec

$$\frac{dW_i}{d\Omega^*} = \frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*} + \frac{dW_{iS}}{d\Omega^*} \text{ et } \frac{dW_i}{dS} = \frac{dW_{i\Omega^*}}{dS} + \frac{dW_{iS}}{dS} \quad (2.21)$$

Le principe de l'état local, tel qu'appliqué dans ce mémoire, permet de simplifier la relation 2.21 en supprimant les termes "croisés" : $dW_{i\Omega^*}/dS = 0$ et $dW_{iS}/d\Omega^* = 0$ (pas de contribution

de dS dans l'énergie dissipée par Ω^* et inversement).

$$\frac{dW_i}{d\Omega^*} = \frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*} \text{ et } \frac{dW_i}{dS} = \frac{dW_{iS}}{dS} \quad (2.22)$$

Il vient l'expression générique des énergies irréversibles dissipées par plastification, endommagement et rupture :

$$dW_i = \frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* + \frac{dW_{iS}}{dS} dS \quad (2.23)$$

ou

$$dW_i = \frac{dW_i}{d\Omega^*} d\Omega^* + \frac{dW_i}{dS} dS \quad (2.24)$$

$dW_i/d\Omega^*$ représente la variation de quantité d'énergie qui serait emmagasinée dans le volume Ω indépendamment de l'existence du défaut (partie saine) et dW_i/dS représente la variation d'énergie emmagasinée dans la partie de ce volume Ω concerné par la présence et l'accroissement du défaut surfacique $S(t)$.

Au cours de la vie du volume Ω , ce dernier sera amené à se déformer et à s'endommager (ce problème est traité à l'aide de la théorie de la Mécanique des Milieux Continus). Puis, il va survenir une amorce de rupture qui se propagera, menant à la ruine complète du volume Ω (la propagation de la rupture est traitée à l'aide de la théorie de la Mécanique de la Rupture). Au cours de ce processus menant à la rupture, il existe un instant t_A (et donc un état matériau caractérisé par ε_A) pour lequel les champs de déformation deviennent inhomogènes (un défaut macroscopique peut potentiellement apparaître). Pour les énergies dissipées de façon irréversibles, le volume est sain tant que $t \leq t_A$ et donc pour $t \in [0, t_A]$: $\eta = 1$. Pour $t > t_A$, le volume est fragilisé par la présence d'un défaut géométrique et η prend une valeur supérieure à 1. Chaque contribution de dissipation énergétique **irréversible** (cumulatif) W_i se partitionne en fonction d'une valeur caractéristique de η comme :

$$dW_i = \left(\frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{t \leq t_A} + \left(\frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{t > t_A} + \left(\frac{dW_{iS}}{dS} dS \right)_{t \leq t_A} + \left(\frac{dW_{iS}}{dS} dS \right)_{t > t_A} \quad (2.25)$$

ou

$$dW_i = \left(\frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta=1} + \left(\frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta>1} + \left(\frac{dW_{iS}}{dS} dS \right)_{\eta=1} + \left(\frac{dW_{iS}}{dS} dS \right)_{\eta>1} \quad (2.26)$$

les relations (2.27-2.29) déclinent l'équation (2.26) pour chaque dissipation énergétique irréversible.

$$dW_{plas} = \left(\frac{dW_{plas\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta=1} + \left(\frac{dW_{plas\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta>1} + \left(\frac{dW_{plasS}}{dS} dS \right)_{\eta=1} + \left(\frac{dW_{plasS}}{dS} dS \right)_{\eta>1} \quad (2.27)$$

$$dW_{endo} = \left(\frac{dW_{endo\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta=1} + \left(\frac{dW_{endo\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta>1} + \left(\frac{dW_{endoS}}{dS} dS \right)_{\eta=1} + \left(\frac{dW_{endoS}}{dS} dS \right)_{\eta>1} \quad (2.28)$$

$$dW_S = \left(\frac{dW_{S\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta=1} + \left(\frac{dW_{S\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta>1} + \left(\frac{dW_{SS}}{dS} dS \right)_{\eta=1} + \left(\frac{dW_{SS}}{dS} dS \right)_{\eta>1} \quad (2.29)$$

Selon nos hypothèses, l'énergie de rupture dW_S (de séparation) ne concerne que la partition S du volume Ω (hérité du principe de l'état local). Il vient donc pour toute valeur de η : $dW_{S\Omega^*}/d\Omega^* = 0$. De plus, S étant supposé petit devant Ω^* , nous faisons l'hypothèse, en première approximation pour des raisons de simplification, que l'énergie de plastification et d'endommagement dissipée dans S est négligeable devant celle dissipée dans Ω^* quelles que soient les valeurs de η d'une part, et d'autre part, devant l'énergie de séparation (matériau non fragile). Il vient donc pour les énergies dissipées par plastification et endommagement : $(dW_{iS}/dS)_{\forall\eta} \approx 0$. Enfin, il n'est pas possible, selon nos hypothèses, de générer de la surface de rupture lorsque $\eta = 1$ et donc : $(dW_{SS}/dS)_{\eta=1} = 0$

Les équations générales (2.27-2.29) se simplifient, en fonction des hypothèses d'état local et de partition du solide Ω (tel que $S \ll \Omega^*$), finalement comme :

$$dW_{plas} = \left(\frac{dW_{plas\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta=1} + \left(\frac{dW_{plas\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta>1} \quad (2.30)$$

$$dW_{endo} = \left(\frac{dW_{endo\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta=1} + \left(\frac{dW_{endo\Omega^*}}{d\Omega^*} d\Omega^* \right)_{\eta>1} \quad (2.31)$$

$$dW_S = \left(\frac{dW_{SS}}{dS} dS \right)_{\eta>1} \quad (2.32)$$

– Les termes $(dW_{plas\Omega^*}/d\Omega^*)_{\eta=1}$ et $(dW_{endo\Omega^*}/d\Omega^*)_{\eta=1}$ représentent les énergies irréversibles dissipées dans le domaine supposé sain de Ω par plastification et endommagement pour un champ de déformation homogène ($\eta = 1$). Ces énergies irréversibles sont donc accessibles via la théorie de la Mécanique des Milieux Continus et l'utilisation de lois de comportement et d'endommagement diffus.

– Le terme $(dW_{SS}/dS)_{\eta>1}$ représente l'énergie de séparation dissipée dans la propagation de la ruine et la création de la surface S supplémentaire. Cette énergie est donc accessible via la théorie de la Mécanique de la Rupture et l'utilisation de lois de propagation, lorsque la rupture est déjà initiée.

– Les termes $(dW_{plas\Omega^*}/d\Omega^*)_{\eta>1}$ et $(dW_{endo\Omega^*}/d\Omega^*)_{\eta>1}$ représentent les énergies irréversibles dissipées dans le domaine Ω^* (partition supposée saine de Ω) pour des valeurs de fragilisation

structurale supérieures à 1 (hétérogénéité du champ de déformation). Ces termes sont donc relatifs à l'énergie dissipée dans la partition Ω^* pour préparer et participer à l'amorçage de la surface de rupture. Une fois ces énergies complètement consommées, une surface de rupture est initiée.

Nous proposons de définir une énergie d'amorçage comme la somme des termes $(dW_{i\Omega^*}/d\Omega^*)_{\eta>1}$, soit $(dW_{plas\Omega^*}/d\Omega^*)_{\eta>1} + (dW_{endo\Omega^*}/d\Omega^*)_{\eta>1}$. Cette dernière relation laisse supposer l'existence d'un paramètre critique ε_S pour lequel η est supposé supérieur 1 et à partir duquel la surface de rupture commence à se développer et l'énergie de séparation dW_S à être dissipée dans la partition S . Les valeurs t_A et t_S (respectivement ε_A et ε_S) représentent les paramètres d'amorçage et d'initiation de la rupture du modèle η respectivement. Il vient finalement le comportement du solide en fonction du modèle η :

$t \in [0, t_A]$	$\eta = 1$	Dissipation énergétique par plastification et endommagement du domaine Ω^* . Champs de déformation homogènes. Pas de risque de rupture. Mécanique des Milieux Continus.
$t \in [t_A, t_S]$	$\eta > 1$	Dissipation énergétique par plastification et endommagement du domaine Ω^* . Champs de déformation inhomogènes. Amorçage de rupture. Pas de création de surface de rupture. Mécanique des Milieux Continus.
$t > t_S$	$\eta > 1$	Dissipation énergétique de séparation du domaine S . Champs de déformation inhomogènes. Création de surface de rupture. Mécanique de la Rupture.

TAB. 2.8: Schématisation du comportement d'un solide Ω .

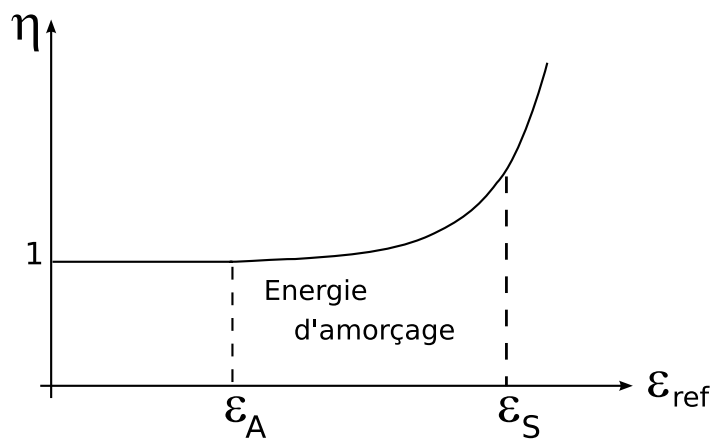


FIG. 2.35: Loi d'évolution schématisée du modèle de fragilisation.

L'intérêt de la loi d'évolution du modèle de fragilisation (figure 2.35) est qu'elle permet de définir le moment de "l'amorçage" de la phase de la rupture à l'aide du paramètre ε_A (η devient supérieur à 1) et celui de l'initiation de la rupture à l'aide du paramètre ε_S . Une fois la loi $\eta(\varepsilon_{ref})$ implémentée dans un élément fini orienté calcul de structure, elle permettra d'identifier des situations de fragilisation structurale et d'initiation de ruine structurale. Le modèle est explicité dans les cas d'école d'un solide Ω sans et avec défaut initial.

Cas d'un solide Ω sans défaut initial

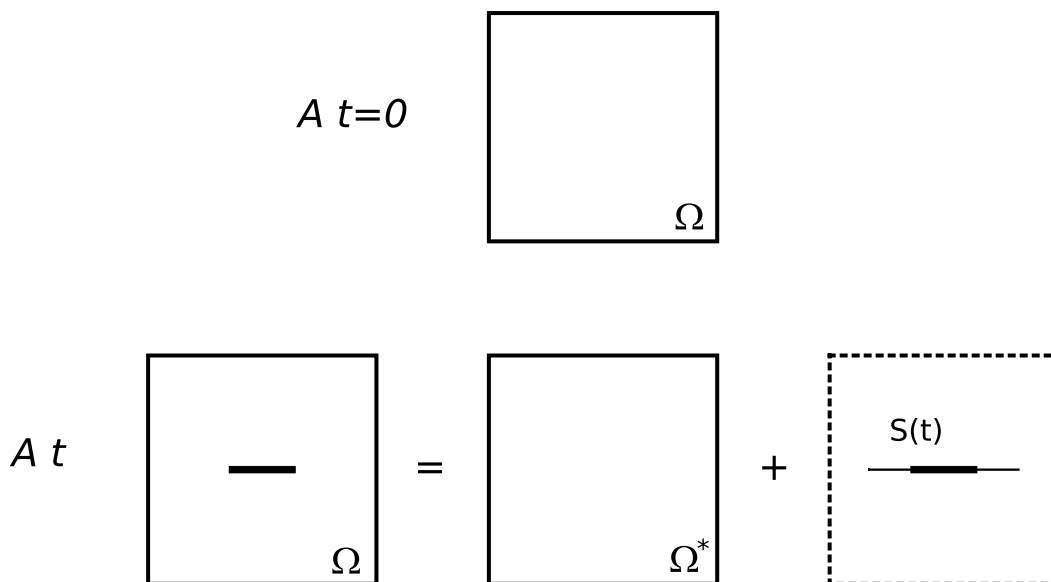


FIG. 2.36: Schématisation d'un solide sans défaut initial.

La Mécanique des Milieux Continus (ou Mécanique de la Rupture Ductile, par opposition à la Mécanique de la Rupture Fragile présentée précédemment) permet de déterminer l'énergie dissipée par plastification puis endommagement à l'aide d'une loi d'écoulement plastique et d'endommagement diffus.

Dans le cas d'un endommagement diffus, on suppose que le matériau reste homogène ($\eta = 1$) jusqu'à l'apparition d'un macro endommagement ou d'une microfissure. Les termes $\left(\frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*}\right)_{\eta=1}$ des relations (2.30) et (2.31) correspondent donc à l'énergie de plastification et d'endommagement diffus respectivement.

Au cours du processus de déformation et d'endommagement du solide Ω , une microfissure ou un macro endommagement apparaît dans le milieu. Les champs de déformation deviennent inhomogènes jusqu'à l'apparition d'une macrofissure. Durant cette étape du processus de déformation et d'endommagement, la valeur du champ de fragilisation est telle que $\eta > 1$. L'énergie

de plastification et d'endommagement ne concerne que la partition Ω^* qui présente une situation ou un risque de rupture (mais pas de génération de surface de rupture) et concerne les termes $\left(\frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*}d\Omega^*\right)_{\eta>1}$ des relations (2.30) et (2.31).

Une fois la rupture macroscopique amorcée, on a $\eta > 1$ et on suppose que la totalité de l'énergie de rupture est dissipée dans la création de la surface $S(t)$ (2.32).

Cas d'un solide Ω avec défaut initial

Considérons maintenant que le domaine Ω^* contient le défaut initial (figure 2.37).

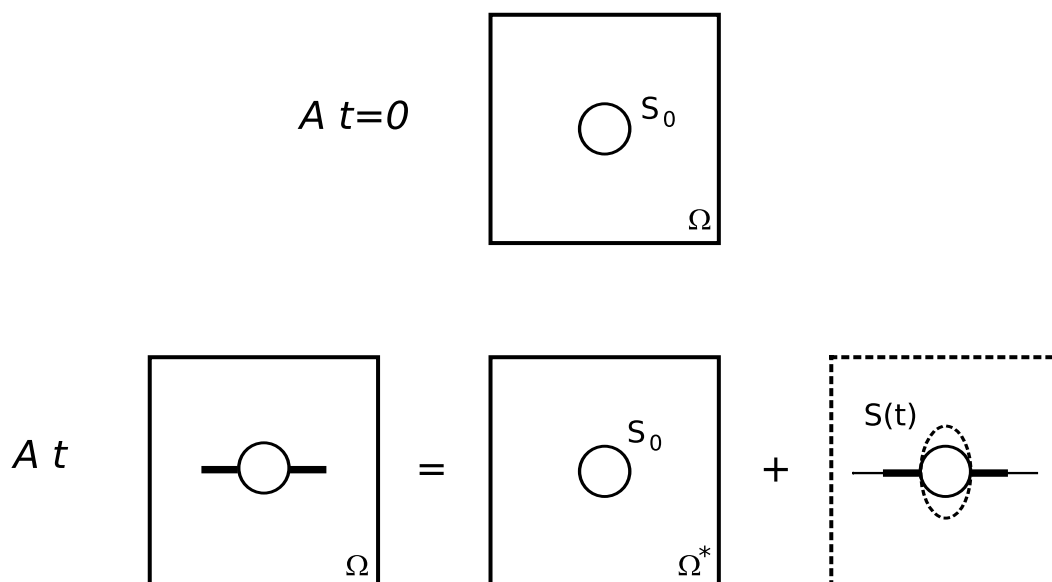


FIG. 2.37: Schématisation d'un solide avec défaut initial.

Pour chaque mode de dissipation énergétique (plastification, endommagement et rupture) exprimée dans les relations (2.30-2.32), la fonction η prend comme valeur : $\eta > 1$, car Ω^* contient un défaut géométrique préexistant. Enfin, on considère que la totalité de l'énergie de rupture est dissipée dans la création de la surface $S(t)$.

Dans ce cas, les relations (2.30-2.32) se simplifient comme :

$$dW_{plas} = \left(\frac{dW_{plas\Omega^*}}{d\Omega^*}d\Omega^*\right)_{\eta>1} \quad (2.33)$$

$$dW_{endo} = \left(\frac{dW_{endo\Omega^*}}{d\Omega^*}d\Omega^*\right)_{\eta>1} \quad (2.34)$$

$$dW_S = \left(\frac{dW_{SS}}{dS}dS\right)_{\eta>1} \quad (2.35)$$

Dans ces conditions, le solide Ω ne peut pas puiser dans le "réservoir" énergétique donné par les termes $\left(\frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*}d\Omega^*\right)_{\eta=1}$. Le solide est en situation de rupture dès le début du processus de déformation et d'endommagement ($\eta > 1$ à t_0) et consomme aussitôt une énergie d'amorçage $\left(\frac{dW_{i\Omega^*}}{d\Omega^*}d\Omega^*\right)_{\eta>1}$ qui précipite la rupture. L'énergie totale dissipée dans le solide est irrémédiablement inférieure à celle dissipée dans le cas précédent.

2.5 Synthèse

Une étude expérimentale, menée en sollicitation quasi statique, a permis de mettre en évidence les phénomènes liés à la notion de fragilisation structurale. Celle-ci mène à une précipitation de la rupture, le déplacement ultime de l'éprouvette perforée, et de fait, sa capacité d'absorption en énergie étant fortement pénalisés. Il a également été montré que le défaut géométrique (la perforation) agissait comme un "intensificateur" et un "concentrateur" des déformations dans les domaines de l'élasticité et de la plasticité, puis comme un "concentrateur" durant la phase d'adoucissement, caractéristique du matériau.

Dans la première partie, la notion de fragilisation structurale η est définie et formulée comme étant le rapport d'une déformation locale ε à une déformation lointaine ou de référence ε_{ref} . Ce modèle permet de définir un critère naturel de fragilisation structurale : $\eta > 1$. Une fois atteint, ce critère établit que le domaine étudié Ω évolue vers un état de diminution de son potentiel de dissipation énergétique (situation ou risque de rupture). La variable de fragilisation structurale est introduite dans le bilan énergétique selon les hypothèses d'état local, de partition du solide en un domaine sain Ω^* et son complémentaire S contenant la rupture et enfin en considérant que les énergies dissipées dans S par plastification et endommagement sont négligeables devant celles consommées par Ω^* et par la phase de séparation. Selon ces hypothèses, nous avons proposé une définition de l'énergie d'amorçage fondée sur la loi d'évolution de la variable de champ de fragilisation structurale et les deux paramètres caractérisant l'amorçage et l'initiation de la rupture, ε_A et ε_S respectivement.

Le modèle de fragilisation proposé fait intervenir la déformation macroscopique de référence qui pilotera l'état de fragilisation structurale jusqu'à la ruine. L'introduction de la variable η dans le bilan thermodynamique nécessite la détermination de sa loi d'évolution. La bibliographie (Chapitre I) rappelle l'expression d'une loi d'évolution théorique dans le domaine élasto-plastique. Néanmoins, l'expression analytique fait intervenir au dénominateur une déformation théorique ε_∞ à l'infini dont la valeur est bornée au seuil plastique (Chapitre II). La théorie ne permettant donc pas d'atteindre directement l'expression d'une telle loi d'évolution, nous proposons dans le chapitre III de développer un outil numérique qui puisse permettre de caractériser ce modèle ou plus précisément sa loi d'évolution.

Bibliographie

- [1] F. MORESTIN. Méthode de mesure de champs de déformations par une méthode optique de corrélation d'images numériques. *Journée technique organisée par le CETIM, Senlis (France), Octobre 2000.*
- [2] D. GARCIA, J-J. ORTEU. 3D Deformation measurement using stereo-correlation applied to the forming of metal or elastomer sheets. *Int. Workshop on Video-Controlled Materials Testing and In-Situ Microstructural Characterization, Nancy (France), Novembre 2000.*
- [3] P. VACHER, S. DUMOULIN. Extensométrie par techniques de corrélation d'images. *1er Colloque francophone : Méthodes et techniques optiques pour l'industrie, Biarritz (France), Novembre 2000.*
- [4] Aramis V5.3 - User manual. *GOM Optical Measuring Techniques, 2004.*
- [5] Matériaux métalliques - Essai de traction. *Association française de normalisation, Afnor, 1990.*
- [6] S. TIMONSHENKO. Theory of elasticity. *First Ed., McGraw-Hill Book Co., Inc., 1934.*
- [7] A. PORTEVIN, F. LE CHÂTELIER. Sur un phénomène observé lors de l'essai de traction d'alliages en cours de transformation. *C. R. Acad. Sci., Vol. Paris 176, pp. 507-510, 1923.*
- [8] H. LOUCHE, P. VACHER, R. ARRIEUX. Observations cinématiques et acoustiques du phénomène de Portevin Le Châtelier lors d'un essai de traction sur éprouvette d'alliage d'aluminium. *J. de Physique, Vol. IV, n°12, pp. 317-323, 2002.*
- [9] H.D. BUI. Mécanique de la rupture fragile. *Masson, 1978.*
- [10] J-B. LEBLOND. Mécanique de la rupture fragile et ductile. *Hermes Science Publication, Paris, 2003.*

Chapitre 3

Formulation algébrique du modèle de fragilisation structurale

Ce chapitre vise à mettre en place une méthode permettant la détermination, à l'échelle de la structure, du modèle de la fragilisation structurale et de son évolution au cours du chargement. Différentes techniques numériques sont tout d'abord présentées. Dans un second temps, une démarche multi-échelle, basée sur une formulation dite intégrée et l'utilisation des relations de localisation de Dvorak, est mise en oeuvre.

3.1	Introduction	81
3.2	Techniques numériques	82
3.2.1	Éléments finis enrichis et levels sets [1]	82
3.2.2	La méthode-p des éléments finis [6]	84
3.2.3	La Mécanique des Milieux Hétérogènes	86
3.3	La méthode "Transformation Field Analysis" [33]	94
3.4	Comportement macroscopique d'une plaque perforée dans le domaine élastique	97
3.4.1	Modélisation multi-échelle	97
3.4.2	Modélisation du comportement élastique [39]	99
3.4.3	Choix du VER	102
3.5	Comportement macroscopique d'une plaque perforée dans le domaine plastique (sans endommagement) [41]	107
3.6	Synthèse	111

3.1 Introduction

La modélisation d'une structure aéronautique rivetée fait intervenir deux échelles distinctes : d'une part, l'échelle qu'il faudrait utiliser pour prédire correctement la rupture de l'assemblage, l'échelle mésoscopique, et d'autre part l'échelle qu'il est nécessaire d'utiliser afin de mener à bien un calcul de structures sans un coût de calcul prohibitif, l'échelle macroscopique. Ainsi, comme cela a pu être montré au chapitre 1, un assemblage riveté est souvent modélisé à l'échelle macroscopique par un élément de type poutre ressort (rivet) connecté à un élément de coque (environnement de l'assemblage). La perforation servant à la mise en place du rivet n'est donc à aucun moment considérée (de façon géométrique, pour des raisons de coût de calcul) alors que celle-ci influence fortement le comportement de la structure. La présence de perforation mène en effet à une concentration des déformations, qui favorise le développement de phénomènes non-linéaires déterminant pour l'amorçage de la rupture. Par conséquent, l'analyse des effets de ces singularités est fondamentale pour modéliser le comportement mécanique ainsi que la rupture des structures aéronautiques sujettes à des situations de crash.

Considérons un élément fini de coque (perforé ou non perforé) utilisé en calcul des structures et soumis à un chargement (par exemple en mode I, que l'on schématise par un déplacement imposé, figure 3.1). Cette sollicitation conduit à un état de déformation globale dans l'élément que nous appelons ε_{ref} , qui caractérise la nature et le type de chargement appliqué à l'élément fini de coque. Le comportement mécanique de l'élément est décrit au travers de lois de comportement et d'endommagement, et son état de fragilisation structurale peut y être introduit à l'aide de la variable tensorielle de champ $\bar{\eta}$ définie aux paragraphes précédents comme : $\bar{\eta} = \left[\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_{ref}} \right]$ ou $\eta_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{ref\ ij}}$ (ou simplifié le long du futur chemin de rupture comme $\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}$), où $\bar{\varepsilon}$ représente l'état de déformation local et $\bar{\varepsilon}_{ref}$ le chargement appliqué à l'élément et donc au milieu.

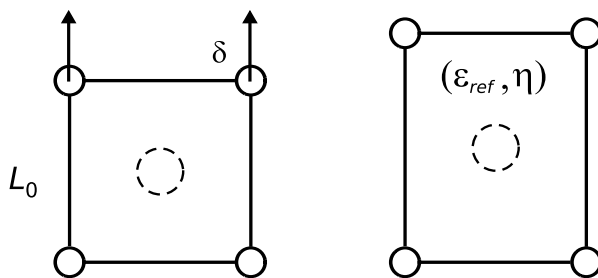


FIG. 3.1: Élément fini de coque sollicité en mode I.

Dans ce cadre, nous cherchons une méthode numérique permettant de déterminer la loi d'évolution de la fragilisation structurale. La fonction $\bar{\eta}$ établit un lien entre les champs de déformation locaux, $\bar{\varepsilon}$, perturbés par la présence du défaut géométrique (la perforation) et la sollicitation appliquée au milieu, caractérisée par la variable $\bar{\varepsilon}_{ref}$. La nature du modèle de fra-

gilisation structurale nous conduit naturellement vers l'étude des approches multi-échelles qui relient les champs de déformation et de contrainte observés à une échelle locale (ici l'assemblage riveté) et à une échelle macroscopique (ici la structure). Différentes techniques numériques sont tout d'abord présentées. Dans un second temps, une démarche multi-échelle, permettant la caractérisation des fonctions $\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}$, est explicitée. Celle-ci est tout d'abord mise en oeuvre dans le cas simple où le comportement est élastique. Puis, la prise en compte des non-linéarités de comportement est détaillée. Finalement, ce chapitre montre que les possibilités offertes par la démarche multi-échelle sont nombreuses, mais que celle-ci présente encore certaines difficultés de mise en oeuvre, en particulier lors de la prise en compte de la plasticité.

3.2 Techniques numériques

Différentes techniques sont envisagées afin de caractériser le modèle de fragilisation structurale η . Le but recherché est donc de déterminer une méthode permettant de modéliser le comportement, à un niveau macroscopique, d'une tôle perforée sans représentation topologique de la perforation. La méthode choisie *in fine* devra permettre d'intégrer/tenir compte d'informations locales et si possible d'obtenir une indépendance (idéalement) du nombre d'éléments constituant le maillage de la plaque perforée à l'échelle de la structure.

3.2.1 Éléments finis enrichis et levels sets [1]

Le calcul des structures par éléments finis est un outil aujourd'hui incontournable pour l'analyse des structures. Néanmoins, cette méthode s'avère lourde à mettre en oeuvre lorsqu'il s'agit de prendre en compte les discontinuités géométriques d'une structure. En effet, afin de modéliser correctement une singularité (e.g. fissure, perforation), le maillage doit se conformer à la position et à la géométrie de celle-ci. Bien que la génération du maillage soit un processus bien maîtrisé à l'heure actuelle, la représentation de l'ensemble de ces discontinuités engendrerait des coûts de développement de modèles E.F. et de calcul prohibitifs. Devant cette difficulté, une alternative consiste à utiliser une technique basée sur la méthode des "levels sets" [2] et des éléments finis étendus [3]. Cette méthode présente l'intérêt de faciliter le maillage d'une structure, puisqu'il n'est pas nécessaire de respecter les frontières internes (e.g. fissure, perforation, etc.). La localisation de la surface de discontinuité se fait par le biais d'une ou plusieurs fonctions de niveau définies sur le maillage. La méthode des fonctions de niveau ("level sets") permet, quant à elle, de propager cette surface sous un champ de vitesse connu.

En pratique, le bord de la perforation est décrit de façon implicite, en affectant à chaque noeud I du maillage, une distance ϕ_I à la frontière de la perforation (avec un signe positif ou négatif selon qu'on se situe à l'extérieur ou à l'intérieur de la perforation). On peut alors obtenir une représentation continue de la fonction de niveau en utilisant les fonctions de forme éléments finis classiques (relation (3.1)). L'iso-zéro de la fonction de niveau ϕ représente ainsi la position

de la frontière interne. Dans le cas d'une perforation, il s'agit de la relation (3.2). L'évolution de cette frontière sera suivie grâce à l'équation d'évolution de $\phi(x, t)$ qui est donnée par la relation (3.3).

$$\phi(x) = \sum_I \phi_I N_I(x) \quad (3.1)$$

$$\phi_I = \min_{x_c \in \Omega_c} \{ \|x - x_c\| - r_c \} \quad (3.2)$$

où Ω_c est le domaine correspondant à la perforation, x_c et r_c sont respectivement le centre et le rayon de la perforation.

$$\begin{aligned} \phi_t + V \|\nabla \phi\| &= 0 \\ \phi(x, 0) &\text{ donnée} \end{aligned} \quad (3.3)$$

où $V(x, t)$ représente la vitesse de l'interface au point x suivant la direction de la normale extérieure à l'interface.

Dans l'outil X-FEM (Extended Finite Element Method), un enrichissement est ajouté à l'approximation de la méthode classique des éléments finis. Des fonctions de forme simple, permettant de représenter la discontinuité des déformations à la frontière, sont introduites suivant la technique dite de la partition de l'unité [4]. L'approximation en déplacement s'écrit sous la forme générique (3.4). Dans cette expression, les degrés de liberté additionnels a_J apparaissent pour les noeuds dont le support est traversé par une frontière (figure 3.2). La fonction F doit être choisie avec pour objectif de représenter au mieux la physique du problème. Dans le cas d'une perforation, la valeur absolue de la fonction de niveau $\phi(x)$ peut être utilisée (3.5).

$$U_h(x) = \sum_I U_I N_I(x) + \sum_J a_J N_J(x) F(x) \quad (3.4)$$

où I représente l'ensemble des noeuds du maillage et J l'ensemble de ceux relatifs à la discontinuité.

$$F(x) = \left| \sum_I \phi_I N_I(x) \right| \quad (3.5)$$

La méthode X-FEM permet finalement d'enrichir les éléments finis prenant en compte des discontinuités au sein d'un élément. Néanmoins, il est nécessaire de considérer un maillage assez fin au voisinage des frontières internes, c'est-à-dire au niveau de la bordure de la perforation dans notre cas [5], afin d'obtenir une bonne approximation géométrique. L'utilisation de cette méthode ne peut donc être envisagée en vue d'un calcul de structure complexe (on se retrouve avec le même problème de coûts qu'avec une méthode éléments finis classique).

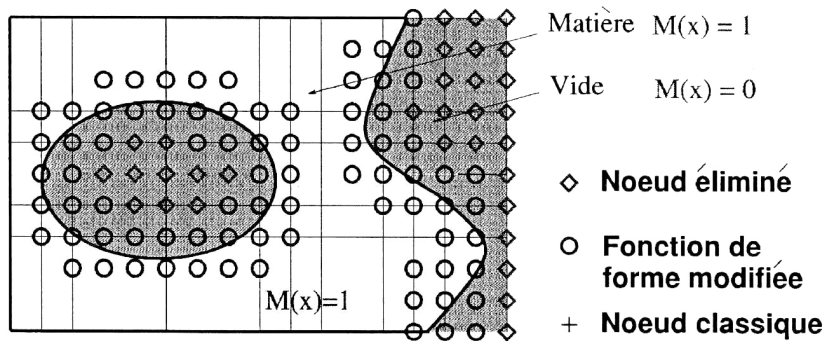


FIG. 3.2: Sélection des noeuds pour le traitement des trous et des surfaces libres dans X-FEM [1].

3.2.2 La méthode-p des éléments finis [6]

Les résultats fournis par la méthode des éléments finis sont entachés d'erreurs provenant de diverses origines, les deux principales étant liées à la discrétisation de la géométrie et à la discrétisation fonctionnelle qui provient du remplacement du champ des déplacements exact par le champ des déplacements discrétisé. Dans les codes éléments finis conventionnels, l'exactitude des résultats est recherchée en faisant varier la taille des éléments tout en conservant leur degré d'interpolation constant. En effet, dans le cadre classique de la méthode des éléments finis ou méthode-h, la finesse de maillage contrôle l'erreur puisque le degré d'interpolation des éléments est généralement fixé à 1 ou 2. Donc si l'on désigne par h la grandeur caractéristique du plus grand élément, on notera que l'erreur est d'autant plus petite que la valeur h est petite. Le terme méthode-h fait référence à cette approche.

Par opposition, la méthode-p des éléments finis propose une stratégie de contrôle de l'erreur qui consiste à faire varier le degré d'interpolation des éléments tout en conservant leur taille constante. Ainsi, dans la méthode-p, le premier rôle du maillage est de représenter la géométrie de la structure. L'erreur est, dans ce cas, contrôlée par le degré polynomial des éléments dénoté p . C'est pourquoi, la diminution de l'erreur sera fonction de l'augmentation du degré des polynômes d'interpolation.

La méthode-p est basée sur l'utilisation d'éléments dont le degré polynomial est élevé. La génération de ces éléments fait appel à l'utilisation de fonctions de forme de type hiérarchique construites à l'aide des polynômes de Legendre. Dans le cas de l'élément unidimensionnel, les fonctions de forme hiérarchiques sont définies par la relation (3.6). Dans ces relations, les fonctions N_1 et N_2 sont les fonctions de forme nodales ou externes. Elles sont identiques à celles utilisées dans la méthode classique des éléments finis. Les fonctions N_i désignent, quant à elles, des fonctions de forme internes. Les fonctions de forme externes permettent de se connecter avec d'autres éléments pour assurer la continuité des déplacements, tandis que les fonctions de forme internes permettent d'enrichir le champ des déplacements à l'intérieur de l'élément.

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= \frac{1-\xi}{2} & N_2(\xi) &= \frac{1+\xi}{2} \\ N_i(\xi) &= \phi_{i-1}(\xi) & i &= 3, 4, \dots, p+1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

où ϕ_i est définie à partir des polynômes P_i de Legendre par :

$$\phi_i(\xi) = \sqrt{\frac{2i-1}{2}} \int_{-1}^{\xi} P_{i-1}(t) dt \quad \text{avec} \quad \begin{cases} P_0(x) = 1 \\ P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2-1)^n], \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

Le terme "hiérarchique" est utilisé car l'ensemble des fonctions de forme de degré p inclut ceux des degrés inférieurs $p-1, p-2, \dots, 1$ comme sous-ensembles. Le champ des déplacements discrétisé à l'intérieur de l'élément est donné par la relation (3.7). Dans cette expression, liées aux fonctions N_1 et N_2 , les constantes q_1 et q_2 représentent les déplacements nodaux. Par contre, q_3, \dots, q_{p+1} ne représentent pas des déplacements réels mais plutôt des amplitudes des fonctions de forme internes ou des déplacements relatifs.

$$U_h = \sum_{j=1}^{p+1} N_j(\xi) q_j \quad (3.7)$$

L'écriture de p -éléments en bidimensionnel conduit à l'introduction de fonctions de forme supplémentaires appelées fonctions de forme de côté. En $3D$, une quatrième classe de fonctions appelée fonction de forme de face est utilisée. Les détails permettant la génération d'éléments $2D$ et $3D$ (éléments quadrangulaires, triangulaires, hexaédriques, etc.) pourront être trouvés dans la référence [8].

Par sa formulation, la méthode- p s'avère plus précise et sa convergence plus rapide que celle de la méthode classique des éléments finis [7]. De plus, la tâche de modélisation est réduite. Le maillage contient en effet peu d'éléments, et la qualité des solutions s'avère peu sensible à la distorsion des éléments (l'utilisation d'éléments aplatis est permise). Néanmoins, les études référencées [9] et [10] mettent en évidence l'attention qui doit être portée à la construction de ce maillage. En effet, l'utilisation d'éléments de grande taille impose de nouvelles contraintes : ceux-ci doivent représenter de manière exacte les frontières et il est conseillé d'utiliser des procédures de maillage avancées (blending function method [11]). Par conséquent, dans notre cas, le maillage de la perforation reste nécessaire. D'un point de vue coût, si l'on note T_{comp} le temps lié au calcul de la matrice des raideurs et T_{solv} le temps lié à la résolution itérative du système d'équations généré, on observe que contrairement à la méthode classique des éléments finis, $T_{comp} \gg T_{solv}$. Pour un même nombre de degrés de liberté, les besoins en mémoire et temps de calcul sont donc plus importants. C'est pourquoi, lors d'un degré polynomial élevé, il est intéressant de coupler la méthode- p avec des techniques de calcul parallèle [9].

L'application de la méthode- p à la modélisation d'une plaque perforée peut être trouvée dans les articles [12] et [7]. Il est intéressant de souligner l'exactitude de la solution obtenue

tout en ayant recours à l'utilisation d'un maillage grossier. Néanmoins, dans notre cas, cette méthode s'avère pénalisée par la modélisation des dizaines de milliers de perforations, qui resterait nécessaire.

3.2.3 La Mécanique des Milieux Hétérogènes

Lorsque le comportement macroscopique d'un matériau dépend fortement de phénomènes d'échelle inférieure (comportement des constituants), les modélisations classiques basées sur la Mécanique des Milieux Continus atteignent leurs limites. Le mécanicien aura recours à des méthodes basées sur la Mécanique des Milieux Hétérogènes (MMH) afin de décrire correctement au niveau macroscopique le comportement d'un tel matériau. Pour cela, l'objectif de la MMH est de substituer un milieu macroscopique homogène équivalent au milieu hétérogène (figure 3.3). Ce nouveau milieu sera construit en tenant compte du comportement physique des hétérogénéités. En d'autres termes, il s'agit de déduire, par un processus plus ou moins complexe, une loi de comportement représentative d'un élément de volume à partir de la connaissance du comportement des constituants.

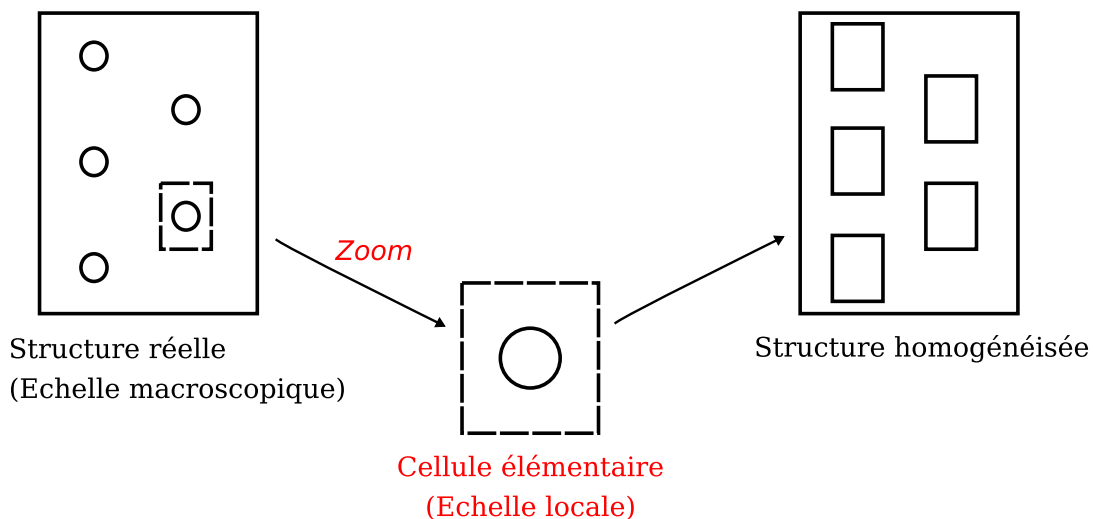


FIG. 3.3: Objectif de la Mécanique des Milieux Hétérogènes.

La démarche de la MMH peut être décomposée selon les étapes suivantes. Il est tout d'abord nécessaire d'exprimer les phénomènes microscopiques déterminants et leurs échelles associées afin de définir les Volumes Élémentaires Représentatifs (VER) associés. Il s'agit ensuite de caractériser le milieu homogène équivalent. Celui-ci, de même géométrie que le VER, doit avoir une réponse globale identique à celle du VER lorsqu'il est soumis aux mêmes sollicitations que ce dernier. Pour cela, il est donc nécessaire d'explicitier des relations de passages macro-micro et micro-macro. Ces relations vont permettre de relier le comportement mécanique du milieu homogène équivalent à celui du VER. Le détail de ces différentes étapes est présenté ci-après.

Notion d'échelle et Volume Élémentaire Représentatif (VER)

La première étape consiste à définir un volume élémentaire représentatif (VER). Celui-ci est un volume physique contenant un nombre suffisant d'hétérogénéités afin de donner une image "fidèle" de ce qui se passe localement. Il correspond donc à un assemblage complexe de nombreux éléments homogènes de petite taille, de caractéristiques mécaniques et géométriques variables. Il sera dit représentatif si tout volume équivalent prélevé en un point quelconque de la structure s'écarte peu du modèle. Par conséquent, la définition du VER peut s'avérer délicate, en particulier dans le cas de matériaux aléatoires tels que l'acier polycristallin. C'est pourquoi, la description géométrique et mécanique du VER se fait généralement de manière statistique.

Deux hypothèses majeures permettent d'aider à la définition du VER. La première est liée à la notion de séparation des échelles. Le triplet microstructure/VER/structure (figure 3.4) doit pouvoir être défini sans ambiguïté. Pour cela, la relation (3.8) reliant les différentes échelles caractéristiques du problème doit être satisfaite. La seconde hypothèse suppose que la mécanique des milieux continus peut encore être appliquée à l'échelle du VER. Le comportement de celui-ci peut donc être caractérisé via les lois phénoménologiques habituelles. La notion de VER étant définie, il faut encore déterminer les relations de passage permettant de lier les grandeurs mécaniques associées aux différentes échelles.

$$d < l < \begin{cases} L \\ L_w \end{cases} \quad (3.8)$$

où d représente la grandeur caractéristique des hétérogénéités (longueur moyenne), l la grandeur caractéristique du VER, L la dimension caractéristique de la structure, c'est-à-dire de l'échelle macroscopique, et L_w la longueur d'onde de la sollicitation.

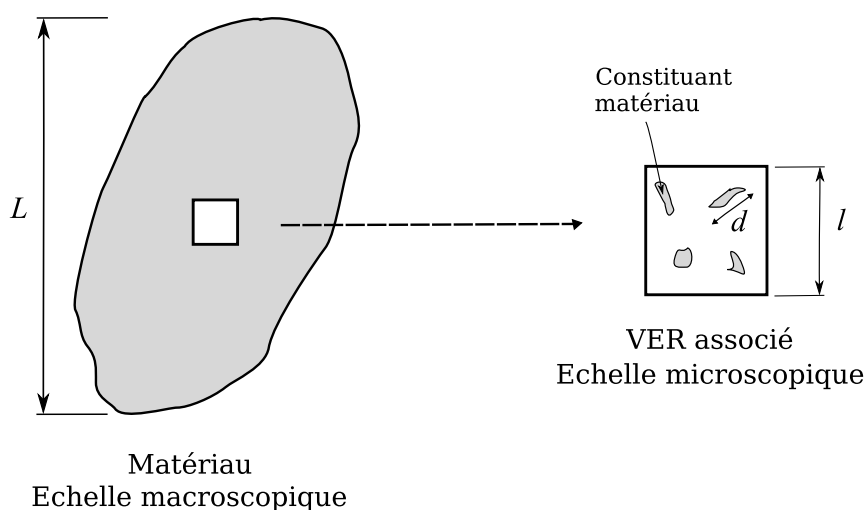


FIG. 3.4: Schématisation des différentes échelles.

Relations de passage [13]

La détermination des relations de passage entre les différentes échelles du problème va permettre d'assimiler le VER à la particule macroscopique qui contient la microstructure. Dans la mesure du possible, les grandeurs macroscopiques seront notées avec une majuscule, la minuscule étant réservée à la désignation de grandeurs locales.

Les relations dites de **localisation** permettent de déterminer des champs locaux en fonction des données macroscopiques. Elles sont déduites d'une analyse mécanique effectuée sur le VER. En d'autres termes, il s'agit de déterminer la réponse $(\bar{\sigma}, \bar{u})$ de la cellule élémentaire à partir de la donnée d'une déformation macroscopique. Pour cela, on résout le problème mécanique sur le VER, qui s'écrit de la manière suivante :

- équilibre local : $div \bar{\sigma} = 0$,
- lois de comportement,
- conditions limites.

La complexité de ce problème provient du fait qu'il n'est généralement pas complètement défini. Il est en effet souvent nécessaire de s'accommoder d'une description statistique et incomplète des caractéristiques mécaniques du VER. De plus, la définition des conditions aux limites s'avère complexe. En effet, comment obtenir les conditions limites vues par un VER plongé dans un matériau sous sollicitation macroscopique ? Trois hypothèses sont généralement utilisées afin de répondre à cette question. Pour cela, des conditions de déformation (condition de Dirichlet) ou de contrainte (condition de Neumann) homogènes au contour ou encore des conditions de périodicité sont imposées quand cela est possible. La figure 3.5 synthétise ces différentes conditions aux limites.

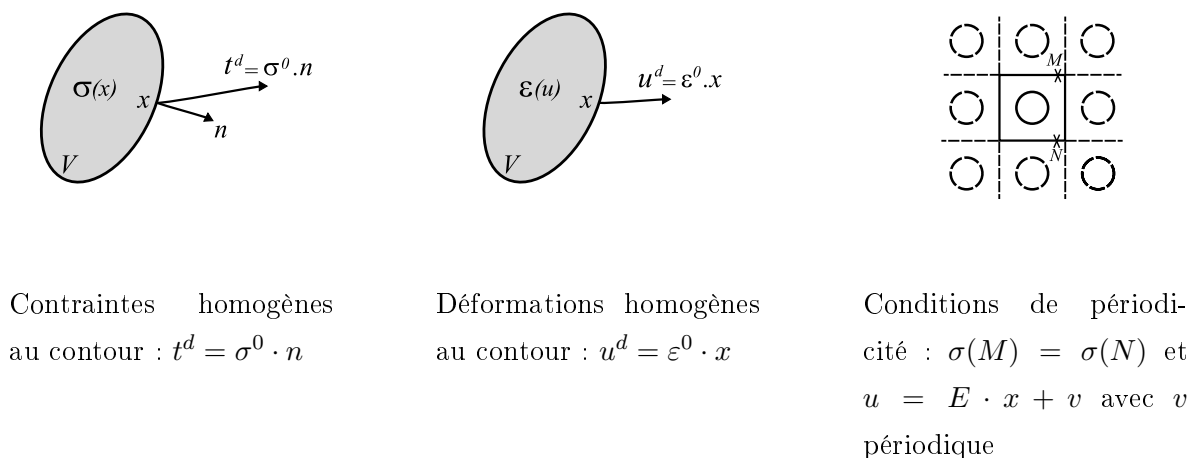


FIG. 3.5: Conditions limites.

La résolution de ce problème local [13] aboutit à la détermination des lois de passage micro-macro. Celles-ci s'écrivent sous les formes génériques (3.9) et (3.10) selon qu'elles sont exprimées en contrainte ou en déformation. Dans ces expressions, $\bar{A}(x)$ et $\bar{B}(x)$ sont des tenseurs d'ordre 4,

appelés tenseurs de localisation des déformations et des contraintes respectivement.

$$\bar{\varepsilon}(x) = \bar{\bar{A}}(x) : \bar{E} \quad (3.9)$$

$$\bar{\sigma}(x) = \bar{\bar{B}}(x) : \bar{\Sigma} \quad (3.10)$$

où \bar{E} et $\bar{\Sigma}$ représentent respectivement la déformation et la contrainte macroscopiques, $\bar{\varepsilon}$ et $\bar{\sigma}$ étant respectivement leur homologue microscopique.

Entre les variables macroscopiques et locales, qu'il s'agit de déterminer, des relations de moyennes peuvent être établies. Celles-ci proviennent de l'utilisation du théorème de Gauss (théorème permettant de relier une intégrale de volume à une intégrale de surface) et du lemme de Hill [13] sur les conditions aux limites. On montre alors que la moyenne du champ des contraintes locales doit être égale à la contrainte macroscopique. Une relation similaire est déduite entre la moyenne des déformations locales et la déformation macroscopique. Ces relations, explicitées dans les expressions (3.11) et (3.12), sont appelées relations **d'homogénéisation**. Elles permettent d'assurer la conservation de l'énergie entre les échelles macroscopiques et microscopiques.

$$\bar{E} = \langle \varepsilon(\bar{x}) \rangle_V \quad (3.11)$$

$$\bar{\Sigma} = \langle \bar{\sigma} \rangle_V \quad (3.12)$$

où $\langle x \rangle_V = \frac{1}{V} \int_V x dx$ correspond à la moyenne de x sur le volume V .

Les relations de passage étant établies, le calcul du comportement homogénéisé peut être obtenu suivant deux schémas. Partant de la déformation macroscopique à laquelle le VER est soumis, la relation de passage (3.9) et la loi de comportement locale sont successivement utilisées afin de déterminer la contrainte macroscopique homogénéisée (3.12). Ce schéma est appelé schéma **primal**. Le schéma **dual** consiste, quant à lui, à déterminer la déformation macroscopique homogénéisée à partir de la connaissance de la contrainte macroscopique, ceci par un cheminement identique au précédent (utilisation des relations (3.10) et (3.11)). On considèrera à chaque fois que les sollicitations auxquelles le VER est soumis découlent des valeurs prises par les variables mécaniques (contraintes, déformations, etc.) au point macroscopique de la structure d'où il est extrait. Cependant, ces deux schémas restent théoriques et ne permettent pas, dans le cas général, d'aboutir à une relation analytique entre les deux grandeurs macroscopiques. Cela tient du fait de la complexité de la détermination des tenseurs de localisation $\bar{\bar{A}}(x)$ et $\bar{\bar{B}}(x)$, en particulier dans le domaine non-linéaire.

Détermination des tenseurs de localisation

Les tenseurs $\bar{\bar{A}}(x)$ et $\bar{\bar{B}}(x)$ sont dépendants de la géométrie du volume élémentaire représentatif, de celle des hétérogénéités ainsi que des caractéristiques mécaniques des différents constituants. Ils doivent vérifier les propriétés (3.13) et (3.14). Celles-ci découlent de l'application du principe de moyenne volumique aux relations de localisation, suivi d'une identification avec les relations d'homogénéisation.

$$\langle \bar{\bar{A}}(x) \rangle_V = \bar{\bar{I}} \quad (3.13)$$

$$\langle \bar{\bar{B}}(x) \rangle_V = \bar{\bar{I}} \quad (3.14)$$

En **élasticité**, différents formalismes, analytiques ou périodiques, permettent de déterminer, sous certaines conditions, les tenseurs de localisation. Les détails de ces méthodes pourront être trouvés dans les références [13] et [14]. Quelques exemples sont ici présentés. Une première catégorie de méthodes est connue sous le nom de méthode **de bornes**. La méthode de Voigt, par exemple, est fondée sur l'hypothèse simplificatrice que le champ de déformation microscopique à travers le VER est constant (ie. $\bar{\varepsilon} = \bar{E}$). Le tenseur de localisation associé est considéré comme étant le tenseur identité d'ordre 4. Cette méthode, écrite en déformation, trouve son homologue en contrainte dans les travaux de Reuss. Les résultats obtenus par la méthode de Voigt et Reuss (méthode encore connue sous le nom de loi des mélanges) sont rarement fiables du fait de l'état de déformation ou de contrainte trop idéalisé dans la cellule élémentaire. L'article [15] présente le fonctionnement de la théorie appelée "bornes de Hashin et Shtrikman". Reposant sur un principe variationnel, ce travail fournit des bornes supérieures et inférieures aux coefficients d'élasticité homogénéisés.

Les différents coefficients des tenseurs de localisation peuvent également être obtenus par des méthodes dites **analytiques**. Ces méthodes trouvent leurs origines dans les travaux d'Eshelby [16]. Eshelby propose de déterminer le tenseur homogénéisé des souplesses \bar{S}^{esh} d'un milieu hétérogène constitué d'une inclusion Ω plongée dans un milieu homogène et infini. Le domaine Ω possède les mêmes propriétés mécaniques que le milieu l'entourant et subit une déformation non élastique. La démonstration et l'expression de \bar{S}^{esh} pourront être trouvées dans la référence [17] pour un certain nombre de cas particuliers. Fondées sur la théorie d'Eshelby, on trouve les méthodes dites de l'inclusion équivalente, de l'inclusion diluée, auto-cohérente et de Mori-Tanaka [18]. Dans la méthode de l'inclusion équivalente, l'hétérogénéité est cette fois-ci considérée ellipsoïdale et de rigidité différente du milieu environnant. Les autres méthodes considèrent, quant à elles, un matériau constitué de n inclusions de rigidité L_i entourées par un milieu de rigidité L_m . Leur domaine d'application est essentiellement celui des matériaux composites. Une comparaison des résultats obtenus par ces différentes méthodes est donnée dans la référence [14].

Une autre méthode couramment employée dans la détermination des coefficients homogénéisés est l'**homogénéisation périodique**. Historiquement, cette méthode est fondée sur le

principe des développements asymptotiques. Elle repose sur l'hypothèse de périodicité de la microstructure. Cette hypothèse peut évidemment être rigoureusement vérifiée, mais peut également servir d'approximation lorsque la répartition des composants est assez régulière. Cette périodicité géométrique s'accompagne d'une hypothèse de périodicité des champs de contrainte et de déformation. Les développements conduisant à la détermination des différents tenseurs homogénéisés pourront être trouvés dans les références [19, 20, 21, 22, 23].

Dans le domaine **non-linéaire**, la linéarisation du comportement permet de considérer des relations de localisation identiques à celles utilisées dans le domaine linéaire. Les méthodes basées sur l'utilisation des modules sécants [24, 25] ou tangents [26, 27] en sont un exemple. Une extension du modèle auto-cohérent au domaine non-linéaire est référencée dans les articles [28] et [29]. Plus récemment, le comportement non-linéaire d'un matériau hétérogène a été étudié au travers d'estimation affine ou du second ordre. Les références [30] et [31] présentent de telles approches dans le cas d'un matériau composite. Le comportement non-linéaire des matériaux à structure périodique peut également être étudié par le formalisme de Dvorak [32, 33]. Cette méthode, appelée "Transformation Field Analysis", repose sur la notion de déformations libres (déformations auxiliaires superposées à un chargement induisant des déformations élastiques) et introduit les effets liés aux phénomènes inélastiques par l'intermédiaire de tenseurs d'influence. Le développement d'une loi de comportement homogénéisée, basé sur l'utilisation de cette méthode pourra être trouvé dans les références [34] et [35] dans le cas de matériaux composites.

Les relations de passage macro-micro étant définies, les différents modèles issus de la Mécanique des Milieux Hétérogènes peuvent être classifiés selon deux catégories. Les modèles basés sur une approche **séquentée** sont à dissocier de ceux basés sur une approche **intégrée**. Les différences entre ces deux approches sont exposées dans le paragraphe suivant.

Modèles issus de la Mécanique des Milieux Hétérogènes

Une première classe de modèles, basée sur une approche **séquentée**, consiste à utiliser un modèle de comportement macroscopique construit à partir de relations de passage micro-macro. Pour cela, le modèle est considéré comme un modèle purement phénoménologique à l'échelle macroscopique, mais contenant des données microscopiques. L'objectif est donc de déterminer une expression analytique reliant la contrainte à la déformation macroscopique à partir de la connaissance des phénomènes se passant à une échelle inférieure. Une telle expression a pour forme générique la relation (3.15). En d'autres termes, on cherche à déterminer le tenseur des raideurs du matériau homogène équivalent à partir de la connaissance des propriétés élastiques des différents constituants du matériau. Le formalisme permettant d'aboutir à cette relation est rappelé ci-dessous.

$$\bar{\Sigma} = \bar{L}^{hom} : \bar{E} \quad (3.15)$$

où \bar{L}^{hom} représente le tenseur des raideurs du matériau homogène équivalent.

Localement, la relation de comportement est donnée par la relation (3.16), où $\bar{\bar{L}}(x)$ représente le tenseur des raideurs locales. Sont à notre disposition également, les relations de localisation ($\bar{\varepsilon}(x) = \bar{\bar{A}}(x) : \bar{E}$) et d'homogénéisation ($\bar{\Sigma} = \langle \bar{\sigma}(x) \rangle_V$). En injectant dans cette dernière la loi de comportement local (3.16), la relation (3.17) est obtenue. L'utilisation de la relation de localisation aboutit ensuite à une relation entre la contrainte et la déformation macroscopique (3.18). L'expression du tenseur des raideurs du matériau homogène équivalent en est déduite (3.19).

$$\bar{\sigma}(x) = \bar{\bar{L}}(x) : \bar{\varepsilon}(x) \quad (3.16)$$

$$\bar{\Sigma} = \left\langle \bar{\bar{L}}(x) : \bar{\varepsilon}(x) \right\rangle_V \quad (3.17)$$

$$\bar{\Sigma} = \left\langle \bar{\bar{L}}(x) : \bar{\bar{A}}(x) \right\rangle_V : \bar{E} \quad (3.18)$$

$$\bar{\bar{L}}^{hom} = \left\langle \bar{\bar{L}}(x) : \bar{\bar{A}}(x) \right\rangle_V \quad (3.19)$$

L'intérêt de cette approche est de fournir une loi de comportement macroscopique facilement implémentable dans un code de calcul par éléments finis. Cette méthode aboutit à la description d'un comportement macroscopique homogénéisé, mais ne permet cependant pas de transcrire de manière précise des concentrations de contraintes ou de déformations fortement localisées (eg. interface fibre/matrice d'un composite).

La seconde classe de modèles, basée sur une approche **intégrée**, repose sur l'utilisation des relations micro-macro en temps réel. Elle repose sur la résolution des lois constitutives à l'échelle des hétérogénéités. Pour cela, se donnant une déformation globale, les relations de localisation permettent de déduire les déformations locales dans chaque sous-volume. L'intégration des lois de comportement local permet ensuite d'obtenir la valeur des contraintes locales. Enfin, l'utilisation des lois d'homogénéisation permet de remonter à la contrainte macroscopique. Cette méthode (figure 3.6) présentée en déformation (schéma primal) peut également être menée en raisonnant à partir d'une contrainte macroscopique donnée (schéma dual). Une telle approche est encore appelée approche multi-échelle puisqu'elle élimine le besoin d'exprimer une loi de comportement macroscopique grâce à une vraie analyse multi-échelle. Elle se sert en effet d'une caractérisation à une échelle inférieure pour prédire le comportement global observé à une échelle supérieure.

La méthode, appelé EF² [36], est une parfaite illustration de l'approche intégrée. Elle repose sur l'utilisation d'une discrétisation par éléments finis du volume élémentaire représentatif, ce maillage étant indépendant de celui de l'échelle macroscopique. Le comportement macroscopique résulte de l'analyse par éléments finis, in situ et en temps réel, de ce motif microscopique. La dénomination de cette méthode, encore appelée méthode des éléments finis imbriqués, tient donc

à la présence, lors d'un calcul de structure par éléments finis, de **deux** échelles de modélisation éléments finis. La première, l'échelle macroscopique, est celle du maillage de la structure, tandis que la seconde est celle induite par le traitement, en chaque point d'intégration, du problème éléments finis lié à la modélisation du volume élémentaire représentatif. Sa démarche peut être synthétisée comme suit. Le point de départ est la donnée d'un tenseur de déformation à l'échelle macroscopique. Dans le cadre d'un calcul de structure, il s'agit de la valeur prise au point de Gauss d'où est extraite la cellule de base. La règle de localisation permet ensuite de descendre à l'échelle microscopique sur le maillage du VER. La résolution du problème éléments finis local donne alors accès au champ des contraintes locales. Finalement, la valeur de la contrainte macroscopique au point de Gauss est obtenue en réalisant une moyenne spatiale (loi d'homogénéisation).

La définition même du modèle EF² s'appuie sur la notion de ré-entrance, ou de récursivité puisqu'un problème éléments finis macroscopique fait appel à un certain nombre de problèmes éléments finis microscopiques. En supposant que l'échelle macroscopique nécessite K points d'intégration, que celle microscopique en implique k , le coût de calculs est équivalent à $K \times k$ calculs pour une itération. Le modèle EF² peut donc, en fonction de la taille de la structure et de celle du problème local, se révéler être très gourmand tant sur le plan de la place mémoire nécessaire que sur la puissance de calcul requise. C'est pourquoi, malgré la puissance toujours croissante des stations de travail, ce type de calcul reste hors de portée des architectures classiques. Afin de pouvoir traiter des structures réalistes tant sur le plan de la géométrie (finesse de la discrétisation) que sur le plan de la mécanique (lois de comportement à grand nombre de variables internes), il est donc nécessaire de coupler cette méthode avec des techniques de calcul parallèle [37]. Néanmoins, la combinaison de cette méthode aux techniques de calcul parallèle n'est pas suffisante pour envisager effectuer des calculs de structures tels qu'ils sont menés au sein de l'unité DMSE/RCS tout en conservant un coût de calcul acceptable (e.g. amerrissage d'un avion complet). Une alternative, moins coûteuse, consiste à ne résoudre à l'échelle microscopique que la loi de comportement locale, l'équation d'équilibre n'étant plus vérifiée sur le VER.

Ainsi, l'approche intégrée s'avère plus complexe à mettre en oeuvre que l'approche séquentielle, mais présente un avantage non négligeable. A chaque pas de calcul, les champs locaux sont déterminés dans la cellule de base et permettent d'analyser les risques d'instabilité élastoplastique locale. Cette méthode semble donc pouvoir représenter de façon satisfaisante l'hétérogénéité des champs de déformations observée en bordure d'une perforation.

Une schématisation de ces méthodes basées sur l'approche séquentielle ou intégrée est présentée sur la figure 3.6.

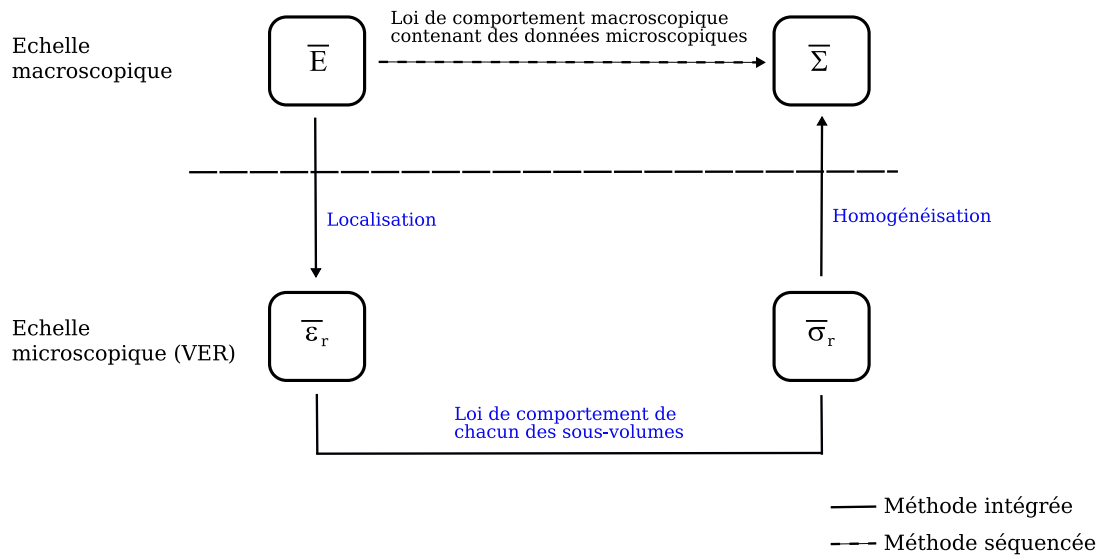


FIG. 3.6: Approche séquencée - Approche intégrée.

3.3 La méthode "Transformation Field Analysis" [33]

La prise en compte de la concentration des contraintes et des déformations induites par une perforation dans une plaque est nécessaire pour prédire correctement la ruine mécanique de cette plaque. Or, il est clairement impensable d'introduire dans une modélisation E.F. de structure une description géométrique fine permettant la capture de ces champs. Au vu des différentes techniques numériques précitées, une alternative, permettant de prendre en compte les caractéristiques locales dans un problème macroscopique, consiste à adopter un concept de modélisation multi-échelle. Ce concept permet de réaliser des allers et retours entre les différentes échelles sans perdre de précision et de limiter l'ajout de coûts de calculs ou de stockage prohibitifs. Certes, cette approche est initialement dédiée à l'étude des matériaux hétérogènes, mais il est important de noter que l'interprétation donnée au mot "microscopique" dépend de la structure dont le comportement est étudié et également du type de résultats recherchés. C'est pourquoi, il est proposé de chercher à appliquer une telle approche à des milieux de type structure, et en particulier, des structures perforées-rivetées. Cette méthode permettra de substituer dans une modélisation de structure un milieu homogène à un milieu perforé, tout en conservant un certain niveau d'information sur les champs locaux. On espère ainsi pouvoir obtenir une expression mathématique du modèle multi-échelle de fragilisation structurale $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}$.

La méthode TFA repose sur les travaux de Dvorak [32, 33]. Il propose un formalisme permettant de généraliser l'écriture des relations de localisation dans le domaine non-linéaire. La spécificité de cette méthode tient en l'idée d'une redistribution purement élastique des déforma-

tions (respectivement des contraintes) macroscopiques, et considère les déformations de nature thermique ou plastique comme des champs locaux de déformations libres. Pour cela, le volume élémentaire représentatif V est décomposé en n sous-volumes V_r à l'intérieur desquels les champs sont supposés uniformes. En d'autres termes, chacun des sous-volumes correspond à une partie homogène du VER. L'approche TFA relie les champs locaux aux grandeurs macroscopiques grâce aux relations de localisation (3.20) et (3.21). Dans ces expressions, $\bar{\varepsilon}_r$ et $\bar{\sigma}_r$ désignent les moyennes volumiques de la déformation et de la contrainte microscopique dans le sous-volume V_r . De même, $\bar{\bar{A}}_r$ et $\bar{\bar{B}}_r$ sont les moyennes volumiques des tenseurs élastiques de localisation respectivement en déformation et en contrainte dans le sous-volume V_r . Les tenseurs $\bar{\bar{D}}_{rs}$ et $\bar{\bar{F}}_{rs}$ sont des tenseurs d'ordre 4 appelés tenseurs d'influence. $\bar{\bar{D}}_{rs}$ (respectivement $\bar{\bar{F}}_{rs}$) représente l'influence d'une déformation (respectivement d'une contrainte) d'origine inélastique (plastique ou thermique) dans le sous-volume V_s sur le champ des déformations (respectivement des contraintes) du sous-volume V_r .

$$\bar{\varepsilon}_r = \bar{\bar{A}}_r : \bar{E} + \sum_{s=1}^n \bar{\bar{D}}_{rs} : \left(\bar{\varepsilon}_s^p + \bar{\varepsilon}_s^{th} \right) \quad (3.20)$$

$$\bar{\sigma}_r = \bar{\bar{B}}_r : \bar{\Sigma} - \sum_{s=1}^n \bar{\bar{F}}_{rs} : \bar{\bar{L}}_s : \left(\bar{\varepsilon}_s^p + \bar{\varepsilon}_s^{th} \right) \quad (3.21)$$

De façon pratique, les tenseurs de localisation $\bar{\bar{A}}_r$ et $\bar{\bar{B}}_r$ sont déterminés dans le cadre de l'homogénéisation périodique comme explicité dans le paragraphe 3.2.3. Le calcul des tenseurs d'influence, $\bar{\bar{D}}_{rs}$ et $\bar{\bar{F}}_{rs}$, se fait quant à lui numériquement. Ces derniers sont dépendants des propriétés géométriques et matérielles de la cellule de base. En imposant tour à tour une déformation plastique unitaire dans chaque sous-volume, puis en assurant l'équilibre du VER sous un chargement extérieur nul, il est possible de déterminer le tenseur d'influence $\bar{\bar{D}}_{rs}$. Pour cela, il est nécessaire de résoudre $6 \times n$ calculs élastiques, 6 correspondant au nombre de composantes du tenseur des déformations plastiques et n étant le nombre de sous-volumes constituant le VER. A partir de la connaissance du tenseur d'influence $\bar{\bar{D}}_{rs}$, le tenseur $\bar{\bar{F}}_{rs}$ peut être calculé par la relation (3.22).

$$\bar{\bar{F}}_{rs} = \bar{\bar{L}}_r \left[\delta_{rs} : \bar{I} - c_s \bar{\bar{A}}_r : \bar{\bar{B}}_s^t - \bar{\bar{D}}_{rs} \right] : \bar{\bar{L}}_s^{-1} \quad (3.22)$$

où $\bar{\bar{L}}_r$ représente le tenseur des raideurs du sous-volume V_r , δ désigne le symbole de Kronecker et $c_s = \frac{V_s}{V}$ est la fraction volumique du sous-volume en question.

Les tenseurs d'influence doivent vérifier les relations (3.23) à (3.28). La démonstration de ces propriétés pourra être trouvée dans les travaux de Dvorak [33]. Elles permettent de vérifier l'exactitude des coefficients calculés. Ils peuvent être également calculés analytiquement dans le cas particulier d'un milieu constitué uniquement de 2 sous-volumes [33].

$$\sum_r c_r \bar{\bar{D}}_{rs} = 0 \quad (3.23)$$

$$\sum_r c_r \bar{\bar{F}}_{rs} = 0 \quad (3.24)$$

$$\sum_r \bar{\bar{D}}_{sr} = \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{A}}_s \quad (3.25)$$

$$\sum_r \bar{\bar{F}}_{sr} = \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{B}}_s \quad (3.26)$$

$$\sum_r \bar{\bar{D}}_{sr} : \bar{\bar{L}}_r^{-1} = 0 \quad (3.27)$$

$$\sum_r \bar{\bar{F}}_{sr} : \bar{\bar{L}}_r = 0 \quad (3.28)$$

Les relations de localisation définies par les expressions (3.20) et (3.21) font donc intervenir le calcul de plusieurs tenseurs : les tenseurs de localisation et d'influence. Ces tenseurs sont calculés en résolvant des problèmes linéaires. Si les propriétés élastiques des sous-volumes varient, sous l'influence de l'endommagement par exemple, il s'avère nécessaire de recalculer ces différents tenseurs. Ceci peut être très lourd, voire impossible à faire de façon systématique pour un VER constitué de nombreux sous-volumes. Pour pallier ce problème, une extension de la méthode TFA peut être trouvée dans la référence [14]. Celle-ci, appelée méthode des déformations libres généralisées, a été développée afin d'éviter la réactualisation des tenseurs de localisation et d'influence pour des lois de comportement locales endommageables. Son principe consiste à introduire dans la loi de comportement locale initiale une déformation libre traduisant les effets d'une variation des propriétés élastiques. La loi de comportement, décrite de manière générale par la relation (3.29), est écrite sous la forme équivalente (3.30).

$$\bar{\sigma} = \bar{\bar{L}}^* : (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^{in}) \quad \text{où} \quad \bar{\varepsilon}^{in} = \bar{\varepsilon}^p + \bar{\varepsilon}^{th} \quad (3.29)$$

où $\bar{\bar{L}}^*$ représente le tenseur des raideurs "actuel" dépendant des effets d'endommagement et de température, $\bar{\varepsilon}^{in}$ étant la déformation totale inélastique.

$$\bar{\sigma} = \bar{\bar{L}}^0 : (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^{in} - \bar{\varepsilon}^{gl}) \quad (3.30)$$

où $\bar{\bar{L}}^0$ représente le tenseur initial des raideurs, $\bar{\varepsilon}^{gl}$ étant la déformation libre généralisée.

La déformation libre ainsi définie est introduite dans les relations de localisation de la méthode TFA au même titre qu'une déformation inélastique (relations (3.31) et (3.32)). Ainsi, le calcul des tenseurs de localisation et d'influence n'est à effectuer qu'une seule fois, leur réactualisation

n'étant plus nécessaire. Cette approche peut donc être appliquée à un VER comportant un grand nombre de sous-volumes. Toutefois, on notera que la méthode proposée ne fournit qu'un résultat approché. En effet, la déformation libre généralisée n'est pas à proprement parler une déformation libre puisqu'elle fait intervenir la contrainte. Néanmoins, différentes études ont permis de valider cette approche dans le cas de matériaux composites à matrice métallique [14, 34], ou organique [38].

$$\bar{\varepsilon}_r = \bar{A}_r : \bar{E} + \sum_{s=1}^n \bar{D}_{rs} : (\bar{\varepsilon}_s^{in} + \bar{\varepsilon}_s^{gl}) \quad (3.31)$$

$$\bar{\sigma}_r = \bar{B}_r : \bar{\Sigma} - \sum_{s=1}^n \bar{F}_{rs} : \bar{L}_s^0 : (\bar{\varepsilon}_s^{in} + \bar{\varepsilon}_s^{gl}) \quad (3.32)$$

3.4 Comportement macroscopique d'une plaque perforée dans le domaine élastique

Une démarche multi-échelle, basée sur un schéma intégré et l'utilisation de la méthode TFA, est mise en oeuvre afin de capturer, à un niveau macroscopique, la distribution des champs de déformations et de contraintes induite par la présence d'une perforation dans une plaque. Cette approche permettra ainsi de caractériser, au cours du chargement, le modèle de fragilisation structurale multi-échelle présenté précédemment et exprimé sous sa forme $\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}$. Pour cela, il est tout d'abord nécessaire de définir les échelles pertinentes de notre problème. L'échelle macroscopique fera référence à la structure étudiée, alors que l'échelle locale (mésoscopique) sera relative à la perforation. Cette démarche est tout d'abord mise en oeuvre dans le cas simple où le comportement de la plaque est élastique. Puis, le cas d'un comportement élastoplastique est traité.

3.4.1 Modélisation multi-échelle

La première étape de la démarche consiste à vérifier la séparation des échelles et à déterminer un volume élémentaire représentatif. Le VER s'apparente à une plaque perforée en son centre, de dimensions suffisamment grandes, afin d'éviter l'influence des bords et des autres perforations. Ses dimensions respectent la relation (3.33) et permettent de se placer dans le cadre de l'homogénéisation périodique. De plus, la dimension 20 mm correspond au pas de rivetage requis par les règles de l'art pour une perforation de diamètre 4 mm . Cette cellule élémentaire est découpée en N sous-volumes dans lesquels les champs de contrainte et de déformation sont considérés homogènes. Ce découpage est donc effectué de manière à garder un lien "physique" avec les phénomènes de concentration que nous souhaitons observer.

$$\begin{array}{ccccc} d(\text{perforation}) & & l(\text{VER}) & & L(\text{structure}) \\ 4\text{mm} & < & 20\text{mm} & < & \approx 5\text{m} \end{array} \quad (3.33)$$

La démarche adoptée consiste en un perpétuel dialogue entre les différentes échelles, macroscopique et mésoscopique. A chaque pas de temps t , connaissant l'évolution de la déformation macroscopique $\bar{\mathbf{E}}$, les relations de **localisation** sont utilisées afin de charger le volume élémentaire représentatif et de calculer le tenseur des déformations à l'échelle locale. Ensuite, l'intégration de la loi de comportement locale permet d'obtenir la distribution des contraintes locales. Finalement, le tenseur des contraintes macroscopiques est obtenu grâce à la règle **d'homogénéisation**. Celui-ci est défini à partir de ses homologues mésoscopiques par leurs moyennes volumiques sur le VER. De plus, l'hypothèse d'homogénéité des champs locaux dans chacun des sous-volumes permet d'exprimer la relation d'homogénéisation de la manière suivante :

$$\bar{\Sigma} = \langle \bar{\sigma} \rangle = \sum_r c_r \bar{\sigma}_r \quad (3.34)$$

Avec une telle approche, le comportement mécanique macroscopique de la plaque perforée est donc directement calculé à partir de ce qui se passe à l'échelle mésoscopique. Cette démarche est synthétisée sur la figure 3.7.

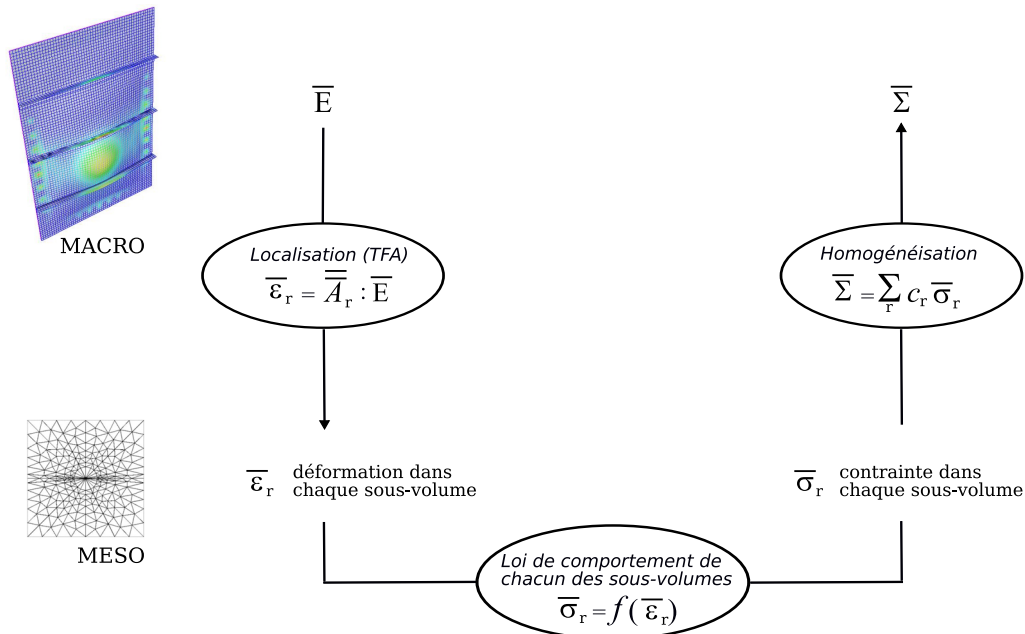


FIG. 3.7: Principe de la démarche multi-échelle.

3.4.2 Modélisation du comportement élastique [39]

La démarche multi-échelle présentée ci-dessus est tout d'abord mise en oeuvre dans le domaine élastique. Dans ce cas, le second membre des relations de localisation de Dvorak n'est pas à prendre en compte puisque celui-ci est caractéristique de déformations inélastiques. Seuls les tenseurs de localisation $\bar{\bar{A}}$ et $\bar{\bar{B}}$ sont à calculer. Leur détermination est réalisée numériquement dans le cadre de l'homogénéisation périodique. Elle est obtenue par la résolution d'un ensemble de problèmes élastiques correspondant à des chargements élémentaires sur la cellule de base, la périodicité des champs de contrainte et de déformation étant assurée par l'application de conditions aux limites. Le calcul de ces tenseurs fait appel à l'utilisation de programmes développés en déformation plane au sein de l'équipe DMSE/LCME pour des VER en matériaux composites fibre-matrice unidirectionnel [21, 14]. La perforation de la cellule de base est maillée et des caractéristiques matériaux quasi nulles (de l'ordre de $1MPa$ pour le module d'Young) lui sont imposées afin de représenter le "vide" (aucune influence de ces caractéristiques n'a été constatée sur les résultats des simulations). La figure 3.8 présente la géométrie et la division en sous-volumes du volume élémentaire représentatif utilisé (raffiné le long du chemin de rupture en mode I).

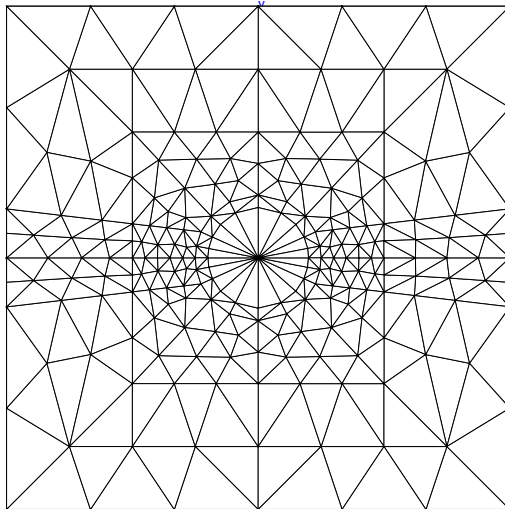


FIG. 3.8: Volume élémentaire représentatif.

Dans le cadre de l'élasticité, les tenseurs de localisation étant déterminés au préalable, la démarche multi-échelle se déroule, suivant un schéma primal, de la manière suivante : partant d'une déformation macroscopique \bar{E} donnée, on cherche à calculer la contrainte macroscopique $\bar{\Sigma}$ correspondante grâce aux relations de passage méso-macro. Pour cela, les déformations locales $\bar{\epsilon}_s$ sont tout d'abord calculées dans chacun des sous-volumes grâce à la relation de localisation (3.35) écrite en déformation. Les contraintes locales $\bar{\sigma}_s$ en sont déduites à l'aide de la loi de comportement locale (3.36). Il s'agit, dans le domaine élastique, de la loi de Hooke. La contrainte

macroscopique $\bar{\Sigma}$ est ensuite déterminée par application de la relation d'homogénéisation (3.37) exprimée en contrainte.

$$\bar{\varepsilon}_s = \bar{A}_s : \bar{E} \quad (3.35)$$

$$\bar{\sigma}_s = \bar{L}_s : \bar{\varepsilon}_s \quad (3.36)$$

où \bar{L}_s représente la matrice des rigidités du sous-volume s .

$$\bar{\Sigma} = \sum_s c_s \bar{\sigma}_s \quad (3.37)$$

où $c_s = \frac{V_s}{V}$.

Le volume élémentaire, représentatif d'une plaque perforée en aluminium, est soumis à une déformation macroscopique selon la direction \vec{y} (mode I). Les résultats en terme de contraintes et de déformations maximales sont présentés sur la figure 3.9 en différents points du futur chemin de rupture. La concentration des contraintes et des déformations est clairement observée en bordure de perforation. La démarche multi-échelle nous permet donc de capturer la distribution inhomogène de ces différents champs le long du futur chemin de rupture.

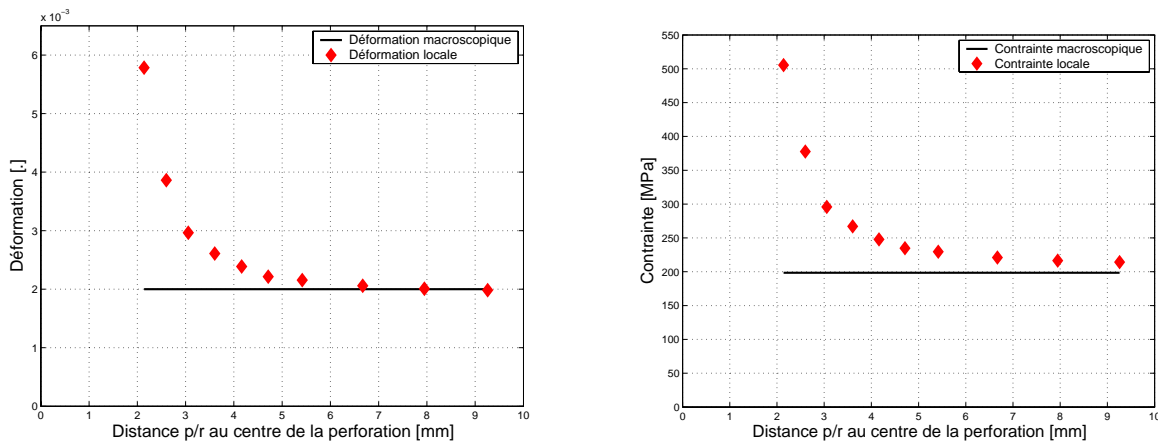


FIG. 3.9: Déformations et contraintes obtenues suivant une démarche multi-échelle.

Cette démarche permet donc de déduire des valeurs discrètes du modèle de fragilisation structurale η tel que $\eta_i = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{ref}}$. La déformation de référence ε_{ref} est égale à la déformation macroscopique $E (E_{22})$. Les valeurs, obtenues en différents points du chemin de rupture par la démarche multi-échelle, sont comparées à la théorie (figure 3.10(a)). L'erreur maximale observée entre ces résultats est de l'ordre de 5%. On peut donc supposer que le VER est suffisamment étendu pour que les résultats de l'approche multi-échelle puissent être comparés à la théorie.

L'intérêt de l'approche multi-échelle est qu'elle permet éventuellement d'accéder aux valeurs du modèle η quel que soit le chargement imposé. Le cas d'un chargement de cisaillement (mode II)

est illustré à titre d'exemple sur la figure 3.10(b). Celui-ci est moins pénalisant qu'une sollicitation de traction, la valeur du modèle n'étant cette fois-ci que de 1.7 alors qu'il était de 3 dans le cas de la traction.

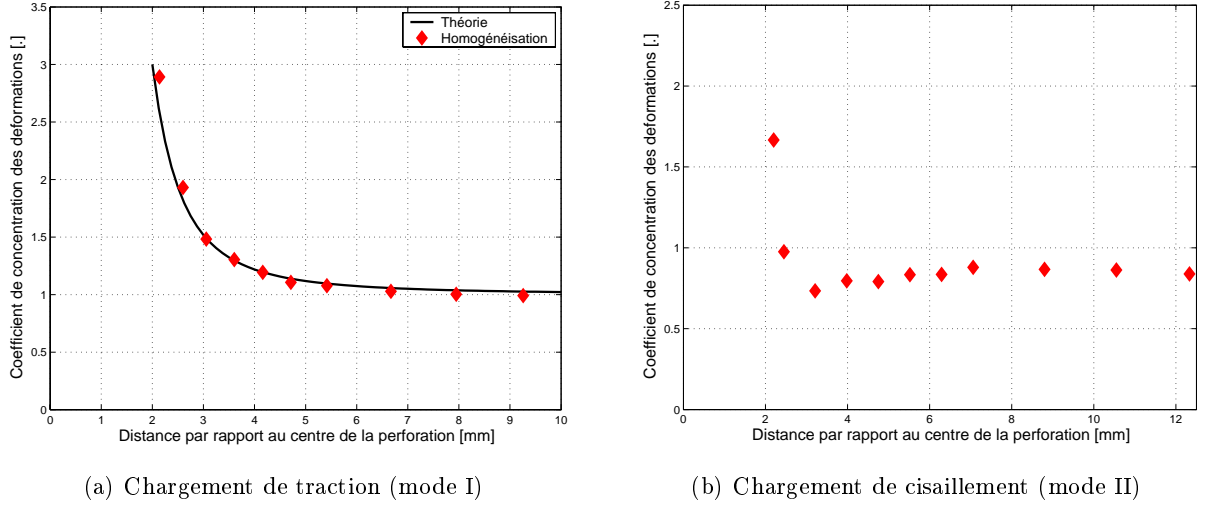


FIG. 3.10: Modèle de fragilisation $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}$ discrétisé obtenu suivant une démarche multi-échelle dans le domaine élastique.

La figure 3.11 présente l'évolution du modèle $\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}$ discrétisé au cours du chargement. Les résultats montrent que, dans ce cas élastique, le modèle multi-échelle de fragilisation structurale n'est pas dépendant du chargement appliqué. Pour vérifier que dans le domaine élastique, la fragilisation structurale est un problème purement géométrique, la démarche multi-échelle est mise en oeuvre pour un matériau différent de celui considéré jusqu'à présent. En effet, le calcul du modèle η repose sur l'expression des déformations locales $\varepsilon_s = A_s : E$, les coefficients A_s tenant implicitement compte de la géométrie du VER et des constantes élastiques du matériau (module d'Young E et coefficient de poisson ν).

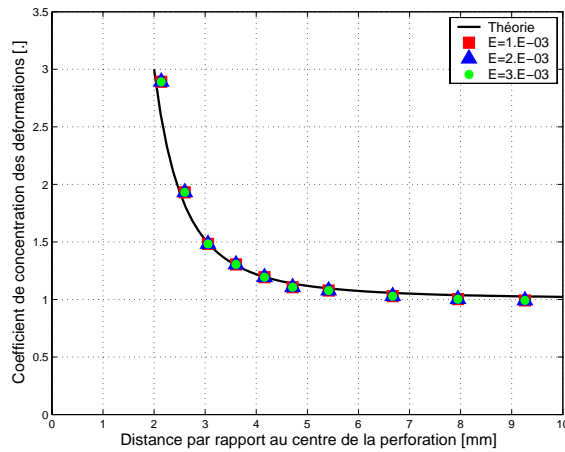


FIG. 3.11: Évolution du modèle η au cours d'un chargement de traction.

Les résultats obtenus, par exemple pour un acier, (figure 3.12(a)) s'avèrent être très proches de ceux obtenus pour un aluminium, et pour la théorie. L'approche utilisée permet donc de vérifier le caractère géométrique de la fragilisation structurale dans le domaine élastique. De plus, il est intéressant de noter que cette approche permet également d'étudier les valeurs du modèle η dans le cas d'une plaque non perforée. Dans ce cas, une distribution homogène des déformations et des contraintes est obtenue dans l'ensemble de la plaque. Les valeurs du modèle η restent égales à 1, ce que l'on pouvait prévoir, en tout point (figure 3.12(b)).

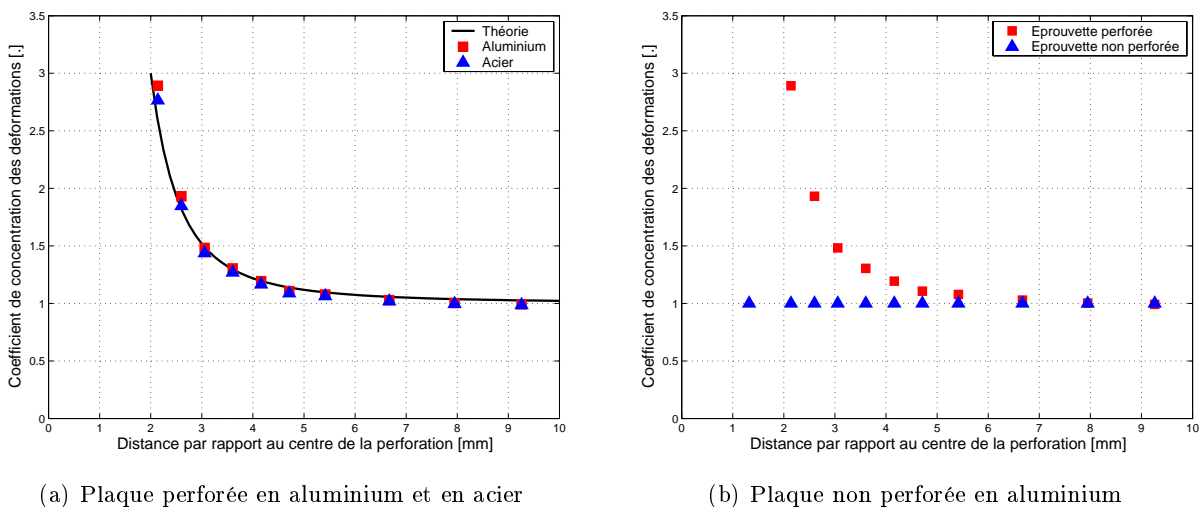


FIG. 3.12: VER soumis à un chargement de traction .

3.4.3 Choix du VER

Comme cela a pu être précisé précédemment, les différents résultats obtenus sont dépendants de la discrétisation du volume élémentaire représentatif. Dans cette partie, nous étudions l'influence des paramètres liés au VER, tels la taille ou le découpage en sous-volumes, sur les résultats de l'approche multi-échelle et des valeurs du modèle η .

Influence de la taille du VER [40]

D'après le paragraphe 3.4.1, le VER est choisi de largeur 20 mm avec une perforation de diamètre 4 mm . Le choix de ces dimensions est fondé sur la valeur du pas de rivetage utilisé dans le dimensionnement des structures aéronautiques. Par ailleurs, il est nécessaire de respecter l'inégalité $d \ll l$ (d représentant le diamètre de la perforation et l la grandeur caractéristique du VER). Or, le respect de cette inégalité est un point délicat de la théorie, car il est assez difficile d'apprécier, à partir de quelle valeur, d ne peut plus être considéré comme petit devant l .

Afin de déterminer l'influence du rapport d/l sur les résultats du modèle multi-échelle, plusieurs maillages ont été réalisés avec un diamètre de perforation constant de 4 mm , mais en

augmentant progressivement la largeur du VER. Quatre VER ayant pour largeur 10, 20, 40 puis 80 *mm* ont été maillés, ce qui conduit à des rapports d/l de 2/5, 1/5, 1/10 et 1/20 respectivement. Le maillage a été réalisé de telle sorte que chaque VER de taille inférieure puisse être "imbriqué" dans celui de taille supérieure (figure 3.13). Ceci permet de minimiser l'influence du maillage dans l'étude et de se concentrer principalement sur l'incidence du rapport d/l . Comme indiqué précédemment, la perforation est maillée et des caractéristiques mécaniques quasi nulles lui sont affectées. De plus, le découpage en sous-volumes est affiné au niveau du chemin de rupture de manière à conserver une précision suffisante en terme d'observation des phénomènes de concentration de déformations. Les quatre maillages sont présentés sur la figure 3.8 et leurs caractéristiques sont données dans le tableau 3.1.

Largeur du VER [<i>mm</i>]	Rapport d/l	Nombre de noeuds	Nombre d'éléments
10	2/5	143	256
20	1/5	219	408
40	1/10	281	532
80	1/20	343	656

TAB. 3.1: Caractéristiques des maillages étudiés.

Les distributions obtenues pour des VER de taille 20 *mm* et 40 *mm* (figure 3.14) convergent vers celles du VER de plus grande dimension (80 *mm*). Donc à partir de 20 *mm*, le milieu est suffisamment étendu pour le considérer comme un véritable VER. On remarque d'ailleurs qu'au-delà d'une distance de 8 *mm* à partir du centre de la perforation, le descripteur η tend vers 1. Il n'y a donc plus de réelle influence de la perforation. Pour le VER de taille 10 *mm*, les résultats ne corrént pas les résultats théoriques présentés dans le chapitre 1 (figure 3.14(a)). η prend la valeur 1 de façon prématurée. La séparation des échelles, nécessaire à l'utilisation de la méthode d'homogénéisation, n'est donc pas vérifiée par le VER de taille 10 *mm*. La perforation est de dimension trop importante par rapport à celle de la plaque.

L'augmentation de la taille du VER mène donc à des résultats en meilleure adéquation avec la théorie. Plus la séparation des échelles est importante, plus la méthode multi-échelle est précise. Il est donc nécessaire que la perforation soit un détail local vis-à-vis du volume élémentaire représentatif. Le choix d'un VER de 20 *mm* donne néanmoins des résultats concluants quant à l'évaluation de la distribution des déformations et du modèle η .

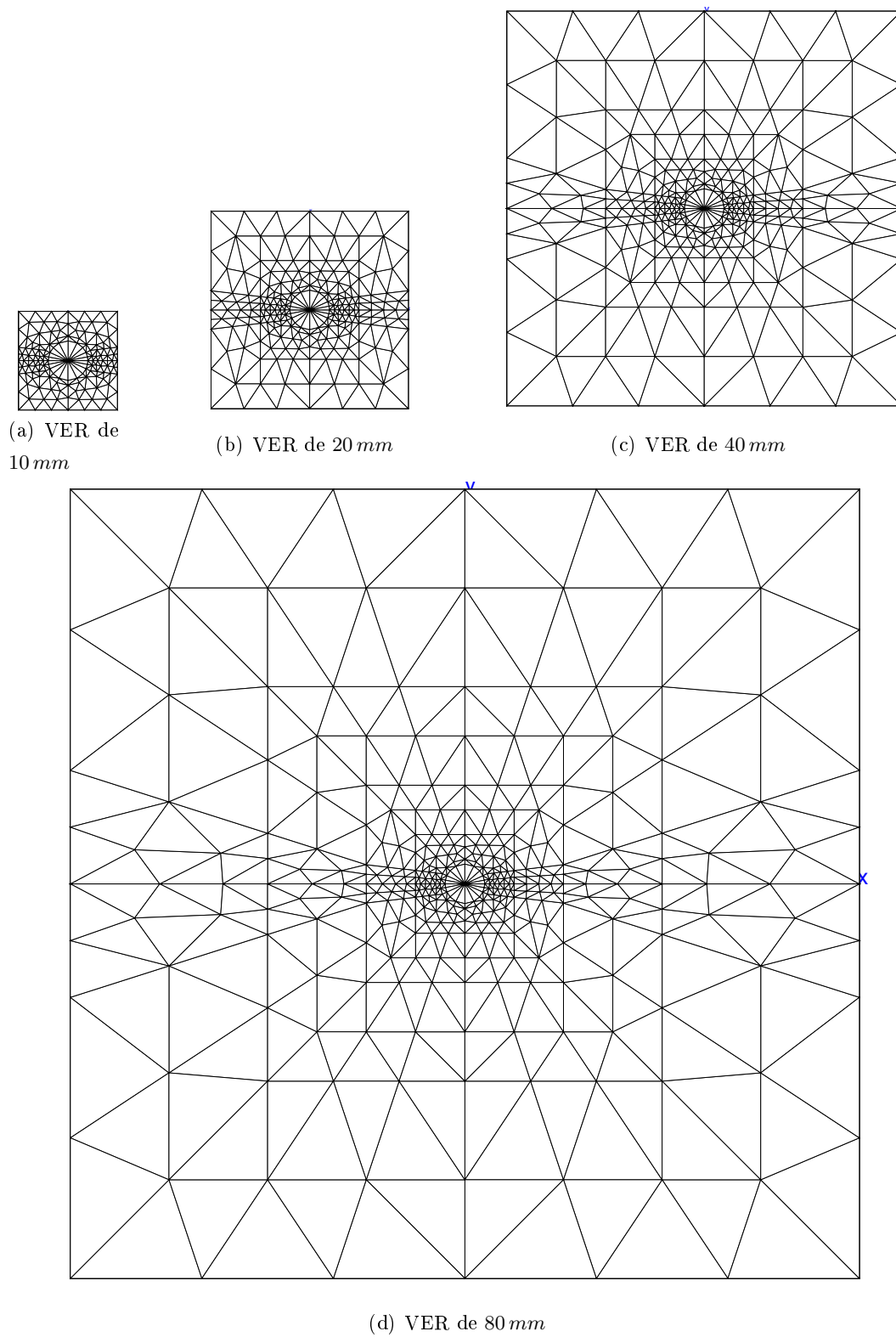


FIG. 3.13: Maillages des différents VER.

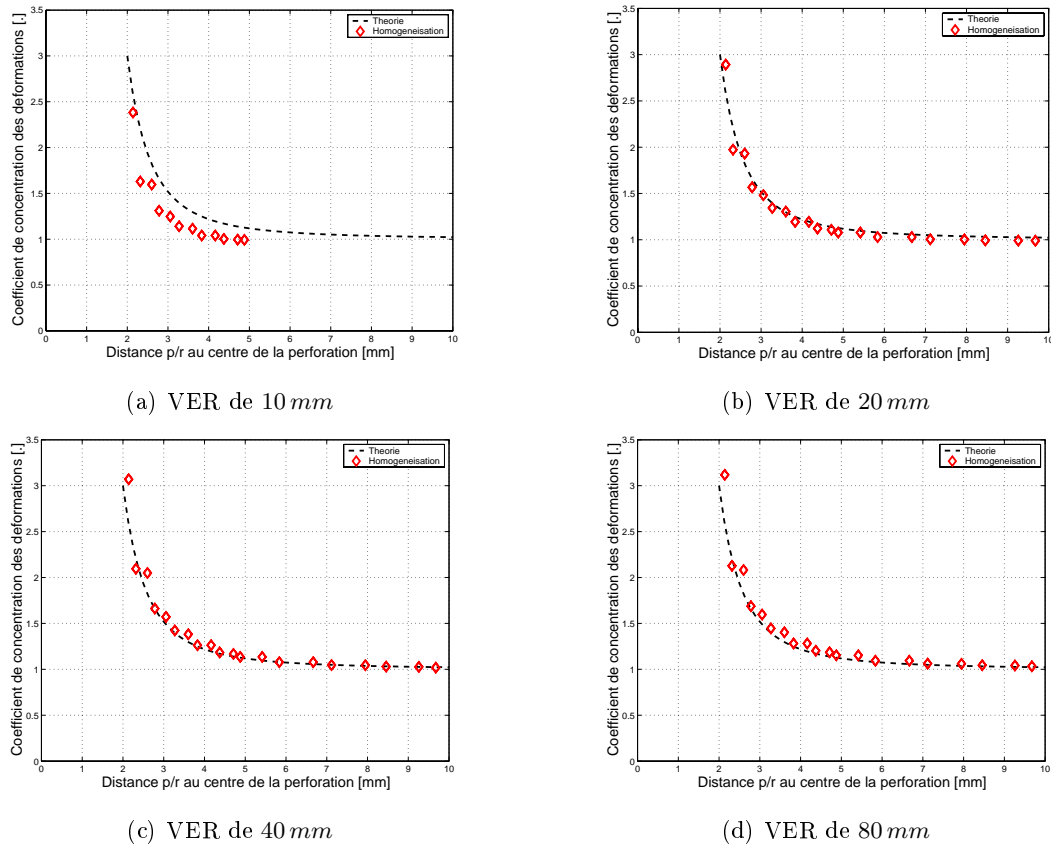


FIG. 3.14: Résultats obtenus par la méthode multi-échelle et la théorie pour les différentes tailles de VER.

Influence du nombre de sous-volumes

L'étude présentée dans cette partie s'intéresse au découpage en sous-volumes de la cellule élémentaire. D'après le paragraphe précédent, le choix d'un VER de largeur 20 mm, avec une perforation de diamètre 4 mm, permet d'obtenir des résultats satisfaisants. Différents maillages du VER de largeur 20 mm sont réalisés afin de déterminer l'influence du nombre de sous-volumes sur l'évolution des champs locaux. Les différents maillages utilisés sont présentés sur la figure 3.15, le maillage du VER 1 pouvant être considéré fin et celui du VER 3 comme grossier. Le maillage est raffiné le long du chemin de rupture. Les caractéristiques de ces maillages sont données dans le tableau 3.2.

Les champs de déformation sont obtenus dans chacun des sous-volumes. Un coefficient de concentration des déformations est déduit en différents points du "futur" chemin de rupture, la déformation globale étant prise comme déformation de référence. La figure 3.16 présente ce coefficient pour les différents maillages. Ceux-ci sont comparés à la théorie.

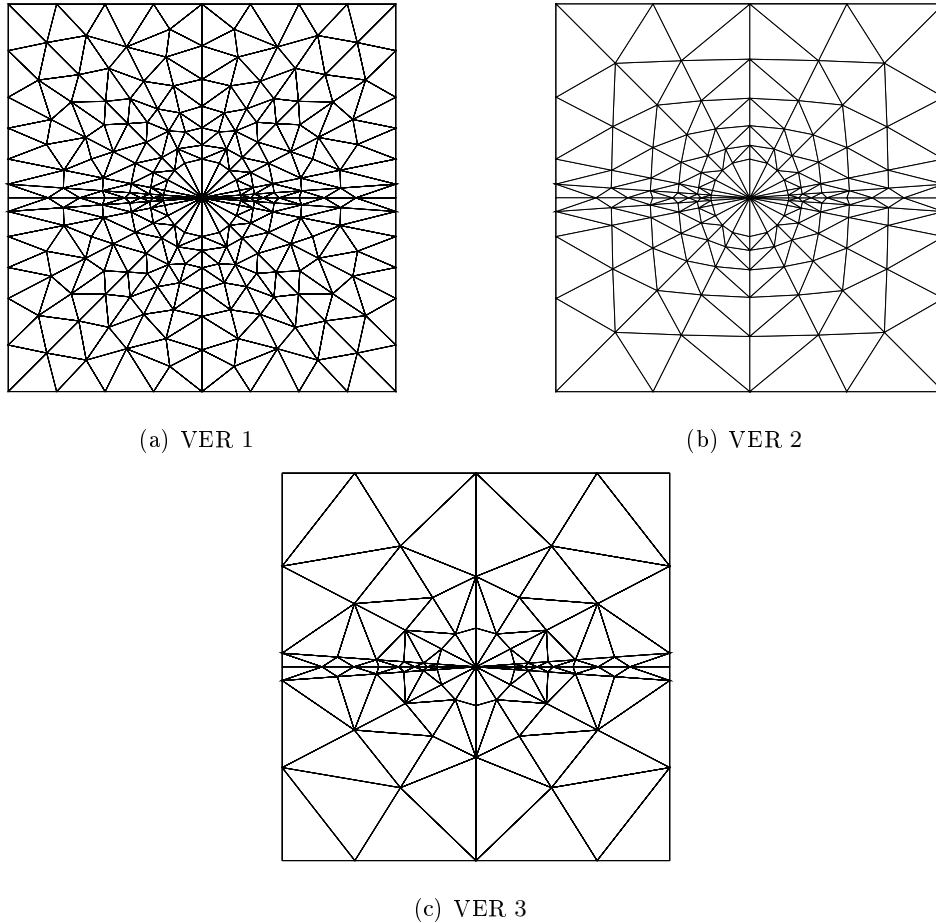


FIG. 3.15: Différents maillages du VER de largeur 20 mm.

N° du VER	Nombre de noeuds	Nombre d'éléments
1	239	436
2	149	272
3	83	144

TAB. 3.2: Caractéristiques des maillages étudiés (VER 20 mm).

Les résultats obtenus convergent avec l'augmentation du nombre de sous-volumes, les résultats des VER 1 et 2 étant déjà très similaires. L'utilisation du maillage du VER 3 génère une erreur plus importante. Cette erreur diminue en s'éloignant du bord de la perforation, ceci s'expliquant par le fait que plus on s'éloigne de la perforation, moins l'hétérogénéité du champ de déformation est importante. Le diagramme 3.16 ne montre donc pas d'influence flagrante vis-à-vis du découpage en sous-volumes de la cellule de base. Néanmoins, il est évident que considérer le cas extrême de 2 sous-volumes, l'un pour la perforation, l'autre pour son environnement, ne permettrait pas de décrire la concentration des déformations observées en bordure de perforation.

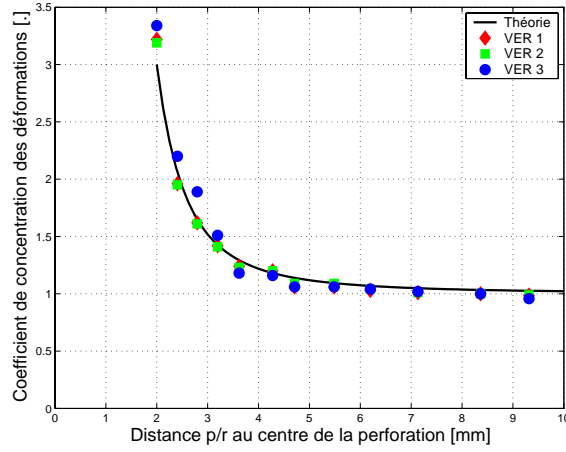


FIG. 3.16: Comparaison des résultats obtenus par la méthode multi-échelle et la théorie pour les différents maillages du VER de largeur 20 mm .

3.5 Comportement macroscopique d'une plaque perforée dans le domaine plastique [41]

Les non-linéarités plastiques du comportement sont introduites dans la démarche multi-échelle grâce à la loi de comportement locale et aux relations de localisation. En présence de plasticité, une nouvelle variable est à considérer. Il s'agit de la déformation plastique locale. Celle-ci est présente dans les relations de localisation (3.38) et (3.39). La seule connaissance de la déformation macroscopique ne nous permet donc plus de déterminer les variables locales. Il est donc nécessaire d'adopter un nouveau schéma de résolution. Celui-ci est présenté dans la figure 3.17. Pour des raisons de simplification des équations, les symboles $\bar{\cdot}$ et $\bar{\cdot}$ indiquant respectivement les tenseurs d'ordre 2 et d'ordre 4, sont omis.

$$\varepsilon_s = A_s : E + \sum_{r=1}^n D_{sr} : \varepsilon_r^p \quad (3.38)$$

$$\sigma_s = B_s : \Sigma - \sum_{r=1}^n F_{sr} : L_r : \varepsilon_r^p \quad (3.39)$$

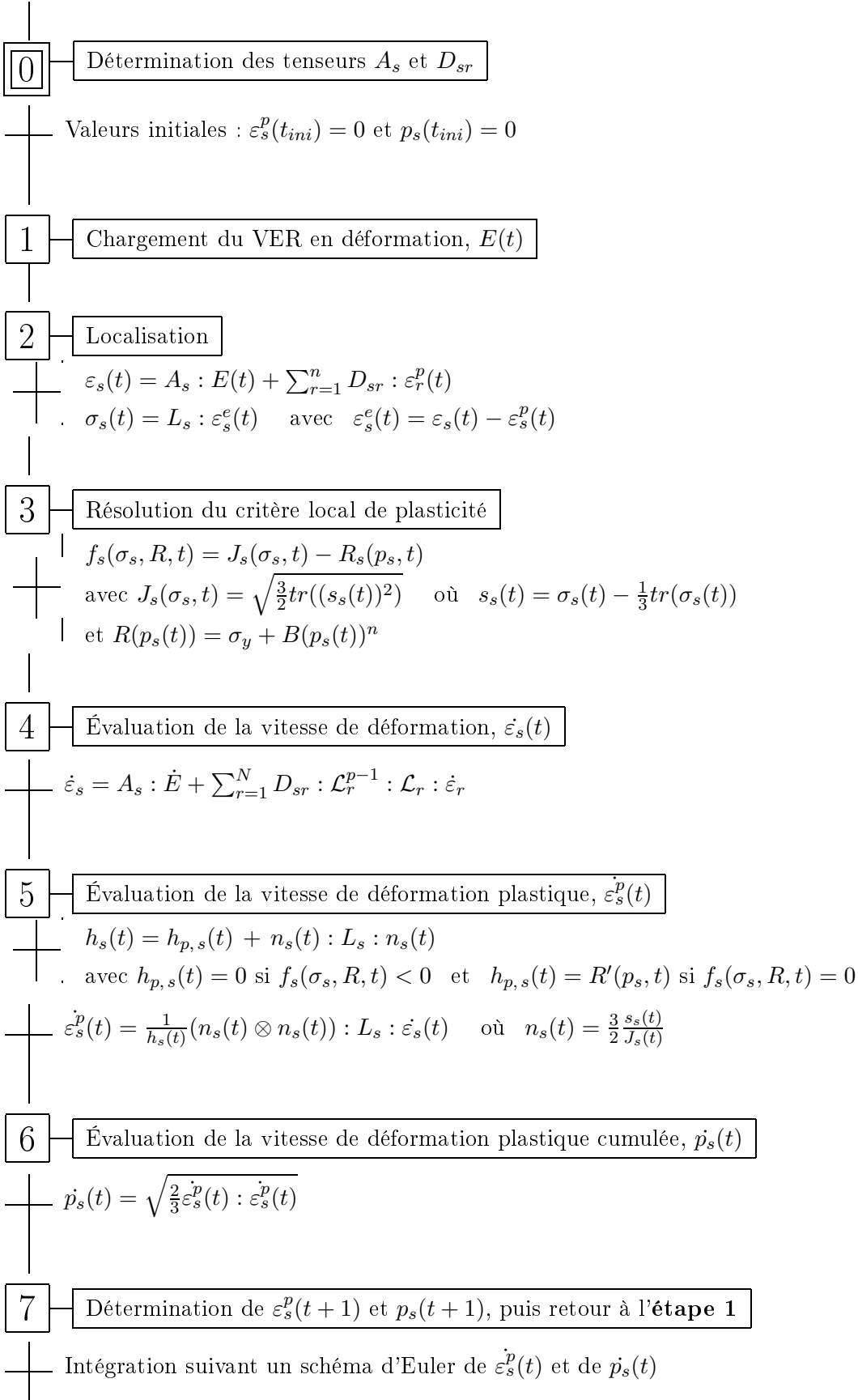


FIG. 3.17: Principe de résolution de la démarche multi-échelle en élastoplasticité.

Comme précédemment, une étape préliminaire est nécessaire afin de déterminer les tenseurs de localisation et d'influence (*étape 0*). A chaque incrément de chargement, le volume élémentaire représentatif est soumis à un chargement macroscopique imposé en déformation (*étape 1*). Les déformations locales en sont déduites par la relation de localisation (3.38). Le premier incrément de chargement sera choisi suffisamment petit afin de permettre une première localisation élastique, la valeur initiale des déformations plastiques locales pouvant être dans ce cas prise égale à 0. Les contraintes locales sont quant à elles déduites de la relation $\sigma_s = L_s : (\varepsilon_s - \varepsilon_s^p)$ (*étape 2*). La connaissance de ces variables permet d'évaluer le critère de plasticité f dans chacun des sous-volumes (*étape 3*).

L'*étape 4* s'avère plus complexe. Il s'agit de déterminer la vitesse de déformation locale $\dot{\varepsilon}_s$. En dérivant par rapport au temps l'équation (3.38), et en supposant que les opérateurs A et D sont indépendants du temps (ce qui est une hypothèse justifiée dans un problème de plasticité indépendante de la température), il est possible d'obtenir l'expression de $\dot{\varepsilon}_s$ en fonction des vitesses de déformations plastiques locales $\dot{\varepsilon}_s^p$ (relation (3.40)).

$$\dot{\varepsilon}_s = A_s : \dot{E} + \sum_{r=1}^n D_{sr} : \dot{\varepsilon}_r^p \quad (3.40)$$

Puis, la théorie classique de la plasticité permet d'écrire cette relation de localisation sous forme tangente (3.41). Pour cela, l'évolution de $\dot{\varepsilon}_s^p$ est décrite en fonction de celle de $\dot{\varepsilon}_s$ grâce aux opérateurs tangents (équation (3.42)). La détermination de $\dot{\varepsilon}_s$ conduit donc à résoudre un système composé de $6 \times n$ équations (n étant le nombre de sous-volumes) de la forme $\sum_{r=1}^N [\delta_{sr} I - D_{sr} : \mathcal{L}_r^{p-1} : \mathcal{L}_r] : \dot{\varepsilon}_r = A_s : \dot{E}$.

$$\dot{\varepsilon}_s = A_s : \dot{E} + \sum_{r=1}^N D_{sr} : \mathcal{L}_r^{p-1} : \mathcal{L}_r : \dot{\varepsilon}_r \quad (3.41)$$

$$\dot{\varepsilon}_s^p = \mathcal{L}_s^{p-1} : \mathcal{L}_s : \dot{\varepsilon}_s \quad (3.42)$$

où \mathcal{L}_s et \mathcal{L}_s^p sont respectivement l'opérateur tangent et l'opérateur tangent plastique liés au sous-volume s : $\dot{\sigma}_s = \mathcal{L}_s : \dot{\varepsilon}_s$ et $\dot{\varepsilon}_s^p = \mathcal{L}_s^{p-1} : \dot{\sigma}_s$.

Une fois $\dot{\varepsilon}_s$ connue, $\dot{\varepsilon}_s^p$ et \dot{p}_s sont calculées (*étapes 5 et 6*). Un schéma d'intégration permet ensuite de déterminer ε_s^p et p_s à $t + 1$, variables nécessaires au calcul de l'incrément suivant.

Par conséquent, dans le domaine plastique, l'expression proposée pour le modèle de fragilisation η est fonction du chargement, de paramètres géométriques et des matériaux. Les différents paramètres cités dans le chapitre 2 sont donc présents. La déformation de référence est relative au chargement, c'est-à-dire à la déformation macroscopique. Les paramètres géométriques permettant de traduire les caractéristiques du défaut et de la plaque transparaissent dans la description du VER. Enfin, les paramètres matériaux interviennent au travers des lois de comportement.

La démarche multi-échelle présentée ci-dessus est mise en oeuvre dans le cas d'un alliage d'aluminium. Son comportement est décrit par une loi de type Prandtl-Reuss avec à un écrouis-

sage isotrope non linéaire et un critère de plasticité de von Mises. Une introduction au cadre théorique de ces lois pourra être trouvée dans la référence [42]. Son identification pourra, quant à elle, être trouvée dans la référence [43]. Les équations relatives à ces différentes lois sont présentées dans le tableau 3.3. Un schéma d'intégration d'Euler est utilisé afin d'intégrer la déformation plastique ainsi que la déformation plastique cumulée.

Partition des déformations	$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}^e + \bar{\epsilon}^p$
Critère de plasticité	$f = J_2(\bar{\sigma}) - R(p)$ avec $J_2(\bar{\sigma}) = \sqrt{\frac{3}{2}tr(\bar{s}^2)}$ et $\bar{s} = \bar{\sigma} - \frac{1}{3}\delta_{ij}tr\bar{\sigma}$
Écrouissage isotrope	$R(p) = \sigma_y + B p^n$ avec $\sigma_y = 350MPa$, $B = 600MPa$, et $n = 0.5025$
Déformation plastique cumulée	$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\bar{\epsilon}}^p : \dot{\bar{\epsilon}}^p}$

TAB. 3.3: Loi de comportement élastoplastique.

La figure 3.18 présente les résultats obtenus par cette démarche. La concentration des déformations obtenue en bordure de perforation est sous-estimée, de même qu'en tout autre point du chemin de rupture, dès le début de la plasticité. En effet, dès que la limite élastique est atteinte, la loi de comportement imposée n'est plus vérifiée (figure 3.19(a)), les contraintes générées sont beaucoup trop importantes. Le modèle semble être trop rigide. Néanmoins, il permet, certes de façon moindre, de localiser les déformations dans la plaque. Les déformations les plus élevées sont obtenues en bordure de perforation (figure 3.19(b)).

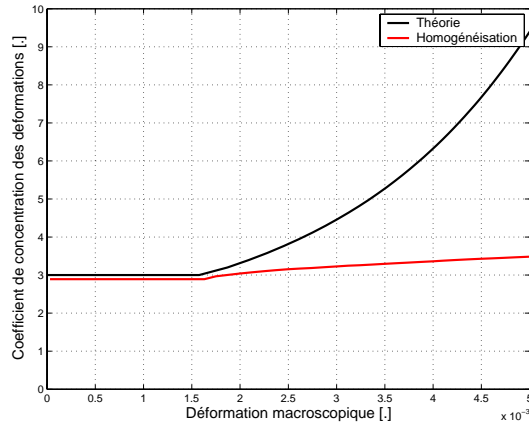
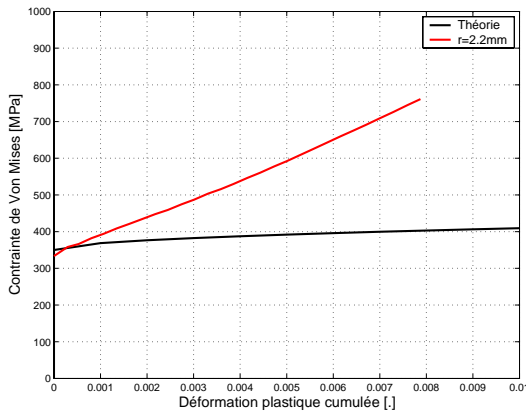
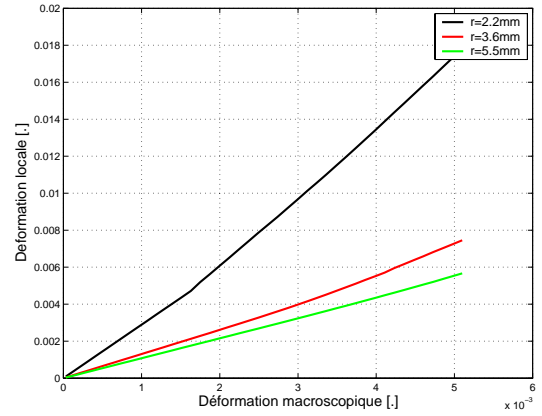


FIG. 3.18: Concentration des déformations en bordure de perforation obtenue suivant une démarche multi-échelle dans le domaine plastique.



(a) Loi de comportement



(b) Évolution des déformations le long du chemin de rupture

FIG. 3.19: VER soumis à un chargement de traction dans le domaine plastique.

Afin d'améliorer et de réduire les coûts de calcul de cette première approche, l'étape 4 est simplifiée. La vitesse de déformation locale est maintenant obtenue au travers de l'expression approchée (3.43). Comme précédemment, dès le début de la plasticité, la loi de comportement imposée n'est plus respectée, alors que la convergence du schéma d'intégration d'Euler était vérifiée (figure 3.20). En augmentant les caractéristiques de l'écroutissage ($A = 350\text{MPa}$, $B = 3000\text{MPa}$, et $n = 0.4$), on constate que la loi de comportement imposée localement est mieux appréhendée. Le début du calcul de la plasticité est décrit correctement (figure 3.21). Pour améliorer le programme, une première solution pourrait consister à implémenter un retour radial sur la surface de charge ou à opter pour une boucle itérative entre les étapes 2 et 5 afin de vérifier la convergence de l'incrément de déformation plastique.

$$\dot{\varepsilon}_s(t) = \frac{\varepsilon_s(t) - \varepsilon_s(t-1)}{\Delta t} \quad (3.43)$$

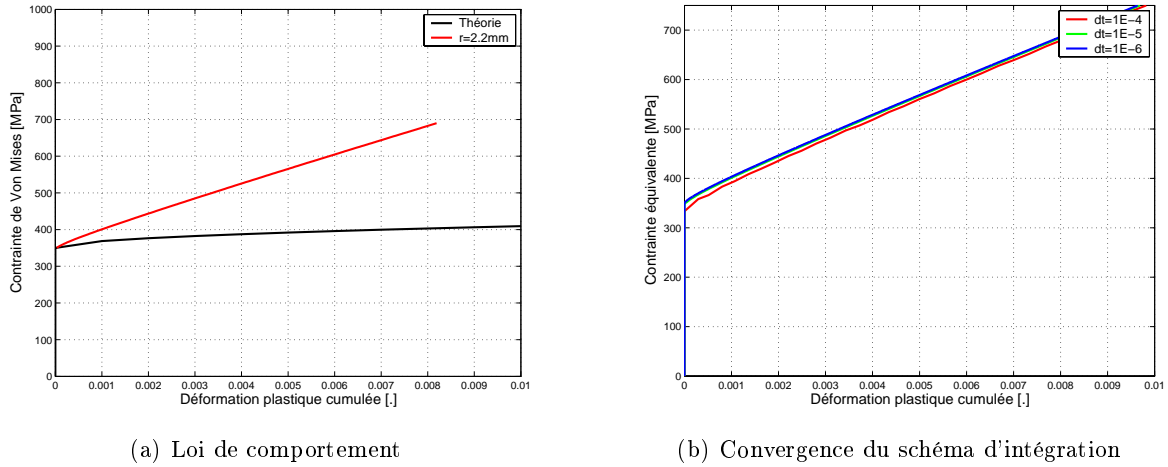


FIG. 3.20: Modification de l'algorithme de résolution.

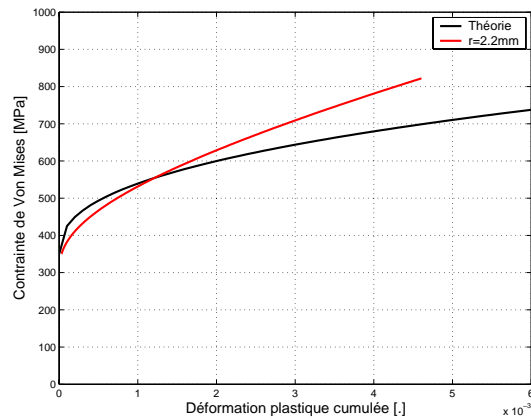


FIG. 3.21: Modification de l'écroissage.

3.6 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons présenté différentes méthodes permettant d'accéder à la caractérisation du modèle de fragilisation structurale et de son évolution au cours du chargement, pour finalement retenir celle de l'homogénéisation. Cette méthode permet de faire le lien entre les différentes échelles de notre problème, à savoir l'échelle macroscopique relative à la structure et l'échelle mésoscopique relative à la perforation.

Les développements présentés dans ce chapitre montrent qu'il est possible de construire un modèle macroscopique de fragilisation structurale à l'aide de considérations issues d'une échelle inférieure : un modèle macroscopique de plaque perforée est développé, basé sur un schéma d'homogénéisation intégrée et l'utilisation des relations de localisation de Dvorak. Cette approche permet de rendre compte, à l'échelle de la structure, des phénomènes induits par la présence de la singularité topologique et donc d'estimer les champs locaux de déformation et de contrainte. Une caractérisation discrète du modèle de fragilisation structurale, présenté précédemment, peut

alors être obtenue grâce à cette approche multi-échelle.

De plus, les travaux ont permis de programmer et valider les concepts par une implémentation dans le domaine élastique. Une étude de sensibilité, menée vis-à-vis de la cellule élémentaire, a quant à elle permis de valider l'échelle du VER, la robustesse, et la convergence des solutions par rapport au maillage. Les résultats obtenus, dans le domaine de l'élasticité, en utilisant un VER de 20 mm s'avèrent concluants, ce qui nous rassure quant à l'application de ce concept à la modélisation des structures aéronautiques rivetées. Pour le VER choisi, la démarche multi-échelle permet de connaître les effets engendrés par une discontinuité géométrique sur les champs locaux de contrainte et de déformation avec une précision raisonnable. Les développements dans le domaine plastique sont par contre à poursuivre et devront résoudre avant tout les problèmes de non-convergence du schéma plastique vers la loi de comportement théorique locale. L'implémentation d'un retour radial pourrait permettre d'atteindre une meilleure représentation de la concentration des déformations plastiques.

Les méthodes multi-échelles, établissant des relations entre une échelle macroscopique et une échelle locale, se révèlent être un outil pertinent pour accéder aux valeurs du modèle de fragilisation structurale η . De plus, ce type d'approche pourrait permettre d'accéder aux valeurs du champ complet de la fragilisation structurale (c'est-à-dire sur le volume du domaine local) défini comme un tenseur $\bar{\eta} = \left[\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_{ref}} \right]$ ou $\eta_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{ref\ ij}}$. Cela pourrait également permettre de définir des valeurs "intégrées", surfaciques ou linéiques, de ce modèle de fragilisation structurale, le long du futur chemin de rupture par exemple. Cette approche permettrait ainsi d'accéder à des critères macroscopiques de fragilisation structurale Π_λ (3.44) (volumique, surfacique ou linéique en fonction de λ), voire même à des critères de rupture (figure 3.22).

$$\Pi_\lambda = \int_\lambda \eta_{ij} d\lambda \quad (3.44)$$

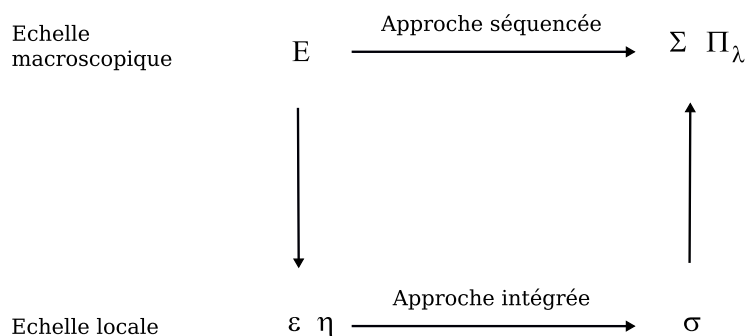


FIG. 3.22: Caractérisation multi-échelle du modèle de fragilisation structurale.

Ce modèle de fragilisation structurale étant dédié à des applications de type crash, l'introduction de la vitesse de déformation dans la formulation algébrique du problème sera à envisager par la suite. Mais, avant toute implémentation, il est proposé dans la suite de ce travail d'étudier l'influence de la dynamique sur les phénomènes de fragilisation structurale. Dans cette optique, une analyse expérimentale des phénomènes est entreprise sous sollicitation dynamique dans le chapitre 4.

Bibliographie

- [1] N. MOËS, T. BELYTSCHKO. X-FEM de nouvelles frontières pour les éléments finis. *Revue européenne des éléments finis*, n°Giens/01, 2002.
- [2] J.A. SETHIAN. Level set methods and fast marching methods : Evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science. *Cambridge university Press*, 1999.
- [3] N. MOËS, J. DOLBOW, T. BELYTSCHKO. A finite element method for crack growth without remeshing. *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, pp. 131-150, 1999.
- [4] J.M. MELENK, I. BABUSKA. The partition of unity finite element method : basic theory and applications. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 39, pp. 289-314, 1996.
- [5] N. SUKUMAR, D.L. CHOPP, N. MOËS, T. BELYTSCHKO. Modeling holes and inclusions by level sets in the extended finite element method. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, pp. 6183-6200, 2001.
- [6] I. BABUSKA, M. SURI. The p and h-p versions of the finite element method, basic principles and properties. *SIAM J. of Numerical Analysis*, Vol. 36, n°4, pp. 578-632, 1994.
- [7] F. CUGNON, P. BECKERS. Comparison between the p-and h-version of the finite element method and their combinations to achieve an efficient hp-version. *4th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Leuven (Belgique), Mai 1997*.
- [8] F. CUGNON. Automatisation des calculs éléments finis dans le cadre de la méthode-p. *Thèse de doctorat, Université de Liège (Belgique), 2000*.
- [9] E. RANK, M. RÜCKER, A. DÜSTER, H. BRÖKER. The efficiency of the p-version finite element method in a distributed computing environment. *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 52, pp. 589-604, 2001.
- [10] X-J. LUO, M.S. SHEPHARD, J-F. REMACLE, R.M. O'BARA, M.W. BEAL, B. SZABO, R. ACTIS. p-version mesh generation issues.
- [11] G. KIRALYFALVI, B. SZABO. Quasi-regional mapping for the p-version of the finite element method. *Analysis and Design*, Vol. 27, pp. 85-97, 1997.

- [12] A. DÜSTER, E. RANK. The p-version of the finite element method compared to an adaptive h-version for the deformation theory of plasticity. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, pp. 1925-1935, 2001.
- [13] M. BORNERT, T. BRETHERAU, P. GILORMINI. Homogénéisation en mécanique des matériaux 1. *Hermes Science publication*, 2001.
- [14] T. POTTIER. Modélisation multi-échelle du comportement et de l'endommagement de composites à matrice métallique. *Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Ponts et Chaussées*, 1998.
- [15] Z. HASHIN, S. SHTRIKMAN. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *J. of the Mechanics and Physic of Solids*, Vol. 11, pp. 127-140, 1963.
- [16] J.D. ESHELBY. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proceeding of the Royal Society, London*, Vol. A, n°421, pp. 376-396, 1957.
- [17] D. FRANÇOIS, A. PINEAU, A. ZAOUI. Comportement mécanique des matériaux, Élasticité et Plasticité. *Hermès, Paris*, 1992.
- [18] K. TANAKA. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, Vol. 21, pp. 571-574, 1957.
- [19] A. BENOUSSAN, J.L. LIONS, G. PAPANICOLAOU. Asymptotic analysis for periodic structures. *North Holland, Amsterdam*, 1978.
- [20] G. DUVAUT. Analyse fonctionnelle et mécanique des milieux continus, application à l'étude des matériaux composites élastiques à structure périodique, homogénéisation. *CNorth Holland, Amsterdam*, 1976.
- [21] S. KRUCH. Comportement global des matériaux composites viscoélastiques. *Thèse de doctorat, Université de Paris 6*, 1988.
- [22] D. LEGUILLON, E. SANCHEZ-PALENCIA. On the behaviour of a cracked elastic body with (or without) friction. *J. de Mécanique Théorique et Appliquée*, Vol. 1, n°2, pp. 195-209, 1982.
- [23] P. SUQUET. Plasticité et homogénéisation. *Thèse de doctorat, Université de Paris 6*, 1982.
- [24] M. BERVEILLER, A. ZAOUI. An extension of the self-consistent scheme to plastically flowing polycrystals. *J. of the Mechanics and Physic of Solids*, Vol. 26, pp. 325-344, 1979.
- [25] P. SUQUET. Overall properties of nonlinear composites : a modified secant moduli theory and its link with Ponte Castaneda's nonlinear variational procedure. *C.R. Acad. Sci., Paris, Série Iib*, n°320, pp. 563-571, 1995.
- [26] R. HILL. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *J. of Mechanics Physic Solids*, Vol. 13, pp. 89-101, 1965.
- [27] J.W. HUTCHINSON. Elastic-plastic behaviour of polycrystalline metals and composites. *Proceeding of the Royal Society. London*, Vol. A, n°319, pp. 247-272, 1970.

-
- [28] A. MOLINARI, G.R. CANOVA, S. AHZI. A self-consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity. *Acta metall. Mater.*, Vol. 35, pp. 2983-2994, 1987.
- [29] G.P. TANDON, G.J. WENG. A theory of particle-reinforced plasticity. *J. of Applied Mechanics*, Vol. 55, pp. 126-135, 1988.
- [30] P. PONTE CASTANEDA. Exact second order estimates for the effective mechanical properties of non-linear composites. *J. of the Mechanics and Physic of Solids*, Vol. 44, n°6, pp. 827-862, 1996.
- [31] R. MASSON, M. BORNERT, P. SUQUET, A. ZAOUI. An affine formulation for the prediction of the effective properties of non-linear composites and polycrystals. *J. of the Mechanics and Physic of Solids*, Vol. 48, pp. 1203-1227, 2000.
- [32] G. DVORAK. On uniform fields in heterogeneous media. *Proceeding of the Royal Society, London*, Vol. A, n°431, pp. 89-110, 1990.
- [33] G. DVORAK, Y. BENVENISTE. On transformation strains and uniform fields in multi-phase elastic media. *Proceeding of the Royal Society, London*, Vol. A, n°437, pp. 291-310, 1992.
- [34] N. CARRÈRE. Sur l'analyse multi-échelle des matériaux composites à matrice métallique : application au calcul de structure. *Thèse de doctorat, École polytechnique*, 2001.
- [35] J-L. CHABOCHE, S. KRUCH, J-F. MAIRE, T. POTTIER. Towards a micromechanics based inelastic and damage modeling of composites. *Int. J. of Plasticity*, Vol. 17, pp. 411-439, 2001.
- [36] F. FEYEL. Application du calcul parallèle au grand nombre de variables internes. *Thèse de doctorat, École Nationale des Mines de Paris*, 1998.
- [37] F. FEYEL. Multiscale FE² elastoviscoplastic analysis of composite structures. *Computational Materials Science*, Vol. 16, pp. 344-354, 1999.
- [38] A. SCHIEFFER. Modélisation multi-échelle du comportement mécanique des composites à matrice organique et effets du vieillissement thermique. *Thèse de doctorat, Université de Technologie de Troyes*, 2003.
- [39] A-S. BAYART. Modélisation macroscopique d'une plaque perforée par une méthode multi-échelle. *Rapport technique ONERA-Lille, n°4/06974 DMSE, Janvier 2004*.
- [40] L. BODELOT. Analyse numérique et expérimentale multi-échelle - Application aux assemblages rivetés aéronautiques. *Mémoire de DEA, Université de Lille, Septembre 2004*.
- [41] A-S. BAYART, B. LANGRAND, P. DRAZETIC. Multiscale modelling for non-linear behaviour of perforated plates in riveted airframe crashworthiness. *4th European Congress on Computational Methods in Applied Science and Engineering, Jyväskylä (Finlande), Juillet 2004*.
- [42] J. LEMAITRE, J-L. CHABOCHE. Mécanique des matériaux solides. *Dumod, Paris, 2nde édition, 1985*.

- [43] B. LANGRAND. Caractérisation du modèle d'endommagement de Gurson pour l'alliage d'aluminium 2024-T351 - Comportement dynamique d'une éprouvette perforée en traction. *Rapport technique ONERA-Lille, n°98/02 DMSE, 1998.*

Chapitre 4

Fragilisation structurale et vitesse de déformation

Ce chapitre traite de l'influence de la vitesse de déformation sur la fragilisation structurale. Une réflexion est tout d'abord menée quant aux possibilités de prendre en compte les effets visqueux dans la formulation algébrique du modèle de fragilisation structurale. Une campagne expérimentale est entreprise sous sollicitation dynamique sur des éprouvettes perforées ou non perforées, faites d'un matériau sensible ou non à la vitesse de déformation, à savoir un acier doux et un alliage d'aluminium. Une analyse multi-échelle de la rupture des échantillons est ensuite menée. Cette analyse a pour objectif d'étudier la dépendance à la vitesse de déformation de la distribution des déformations locales. Cette étude permettra ainsi d'évaluer la nécessité d'intégrer un terme visqueux dans le modèle de fragilisation structurale, ce dernier ayant été établi sur des observations quasi statiques.

4.1	Introduction	121
4.2	Mise en oeuvre expérimentale	122
4.3	Cas d'un alliage d'aluminium (2024-PL3)	124
4.3.1	Résultats dynamiques	124
4.3.2	Influence de la vitesse de déformation	128
4.4	Cas d'un acier doux (XES)	131
4.4.1	Résultats dynamiques	131
4.4.2	Influence de la vitesse de déformation	134
4.5	Synthèse	139

4.1 Introduction

Dans le chapitre 2, un modèle de fragilisation structurale a été proposé. Ce modèle, développé pour l'étude numérique du comportement des structures soumises à des chargements extrêmes (crash, impacts, explosions), propose de simuler la ruine d'une plaque perforée (entaillée) à une échelle macroscopique. Il est défini comme le rapport $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}$, où ε et ε_{ref} représentent respectivement la déformation locale et la déformation dite de référence. Il permet ainsi de faire le lien entre les phénomènes se passant aux différentes échelles du problème, à savoir l'échelle mésoscopique relative à l'assemblage et à la perforation, et l'échelle macroscopique relative à la structure.

Comme cela a pu être démontré au cours des chapitres précédents, la perforation agit comme un "concentrateur" et/ou un "intensificateur" des déformations, et de fait des vitesses de déformation. En effet, des vitesses de déformation de l'ordre de $7000 s^{-1}$ peuvent, par exemple, être atteintes dans la zone fortement sollicitée d'une éprouvette de traction perforée, testée à une vitesse de $5 m/s$ [1]. En vue d'applications de type crash, il s'avère donc important d'étudier l'influence de l'augmentation des vitesses de déformation locales (via l'augmentation de la vitesse de sollicitation), ainsi que sa prise en compte dans le modèle de fragilisation structurale, de même que dans les méthodes et outils permettant d'accéder à ses valeurs.

Dans la formulation algébrique du modèle de fragilisation structurale, la prise en compte d'un terme dynamique peut être réalisée via le calcul des déformations locales. Une première méthode pourrait consister à écrire la déformation locale, ε_s , explicitement en fonction de la vitesse du chargement, \dot{E} , comme :

$$\varepsilon_s = A_s : E + \sum_{r=1}^n D_{sr} : \varepsilon_r^p + G_s : \dot{E} \quad (4.1)$$

Il se pose néanmoins le problème de la détermination des valeurs du tenseur G_s (il faudrait charger le VER avec \dot{E}), en particulier lorsque le comportement non-linéaire du matériau est visqueux (par analogie avec la méthode de détermination des valeurs de A_s qui repose sur un calcul numérique de type EF linéaire). Cette première solution n'est par conséquent pas envisageable.

Une seconde méthode réside en l'introduction des effets visqueux au travers de la déformation inélastique de la relation de localisation de Dvorak [2, 3, 4]. Dans ce cas, elle est caractérisée par une déformation viscoplastique, notée ε_r^{vp} (4.2). Un critère de viscoplasticité et une loi d'écoulement viscoplastique sont alors utilisés afin de résoudre le schéma présenté dans le chapitre précédent (section 3.5). L'ajout d'un terme visqueux entraîne, par conséquent, une modification, à la fois, des contraintes et des déformations.

$$\varepsilon_s = A_s : E + \sum_{r=1}^n D_{sr} : \varepsilon_r^{vp} \quad (4.2)$$

L'introduction d'un terme dynamique dans la formulation algébrique du modèle de fragilisation structurale est donc réalisée via la loi de comportement locale. En d'autres termes, si un matériau est non sensible à la vitesse du chargement, le modèle η ne peut alors pas l'être dans sa formulation algébrique. Il serait donc nécessaire que η soit tel que :

$$\eta = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}) \quad si \quad \sigma = \sigma(\varepsilon_{ref}) \quad (4.3)$$

De la même manière, si un matériau est sensible à la vitesse du chargement, une sensibilité à la vitesse de sollicitation doit être retrouvée sur le modèle η . ε_{ref} étant caractéristique du chargement appliqué au milieu, la vitesse de cette déformation, $\dot{\varepsilon}_{ref}$, peut être choisie afin de représenter la vitesse du chargement. Elle est définie par $\dot{\varepsilon}_{ref} = \frac{d\varepsilon_{ref}}{dt}$. Pour un matériau sensible à la vitesse de déformation, il vient alors :

$$\eta = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}) \quad si \quad \sigma = \sigma(\varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}) \quad (4.4)$$

Afin de déterminer l'influence de la vitesse du chargement sur la fragilisation structurale, des essais dynamiques sont tout d'abord menés sur des éprouvettes faites d'un alliage d'aluminium. Le matériau étant réputé peu sensible à la vitesse de déformation, la sensibilité du modèle de fragilisation structurale à la vitesse du chargement $\dot{\varepsilon}_{ref}$ pourra être étudiée sans cumuler des effets dynamiques matériau. La campagne expérimentale est ensuite complétée par des essais dynamiques sur des éprouvettes en acier (matériau réputé sensible à la vitesse de déformation) [5] afin d'étudier l'influence dynamique d'ordre matériel sur le modèle de fragilisation structurale. Les résultats permettront de juger du niveau de représentativité de la méthode algébrique de détermination de la fonction η pour des cas de chargements dynamiques.

4.2 Mise en oeuvre expérimentale

Les dimensions des éprouvettes (perforées ou non) sont identiques à celles des échantillons testés en chargement quasi statique (chapitre 2). Elles sont rappelées dans la figure 4.1, les épaisseurs étant respectivement de 1 mm et de 1.17 mm pour les éprouvettes en alliage d'aluminium (2024-PL3) et en acier doux (XES).

Les échantillons sont testés sur un vérin hydraulique rapide pour des vitesses de sollicitation égales à $V(m/s) = \{8.3 \cdot 10^{-5}, 8.3 \cdot 10^{-3}, 0.1, 1, 2\}$. Dans le cas d'une éprouvette matériau, une vitesse de déformation théorique peut être définie comme le rapport de la vitesse de sollicitation à la longueur initiale de l'éprouvette (4.5). En considérant la longueur initiale de l'éprouvette lisse (non perforée), il vient alors $\dot{\varepsilon}_{ref}(s^{-1}) = \{3.3 \cdot 10^{-3}, 0.33, 4, 40, 80\}$.

$$\dot{\varepsilon}_{ref} = \frac{\dot{\delta}}{L_0} = \frac{V}{L_0} \quad (4.5)$$

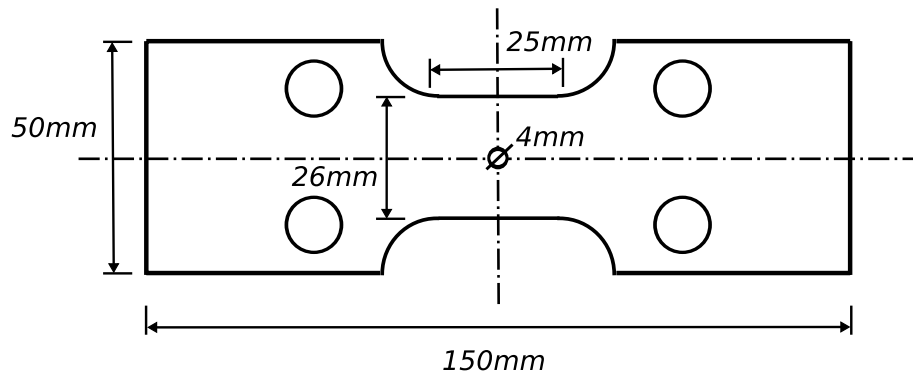


FIG. 4.1: Éprouvette de traction perforée.

La force et le déplacement sont mesurés via une cellule de force piézo-électrique unidimensionnelle Kistler et un capteur laser Keyence. Le champ des déformations est déterminé par corrélation d'images. Une caméra rapide Visario est utilisée afin de réaliser les prises d'images nécessaires à l'obtention de ce champ. Sa capacité maximale d'acquisition est de 10000 images par seconde. L'augmentation de la cadence de prise de vue des images, associée à une capacité de stockage du système d'acquisition limitée, impose une diminution de la résolution des images. Ainsi, la taille de la cellule d'analyse, qui était de l'ordre de 0.5 mm en quasi statique, est de l'ordre de 1.5 mm pour un essai à 1 m/s . De plus, l'échantillonnage de ces images est limité par les caractéristiques de la caméra rapide. Ainsi, l'analyse d'un essai d'une éprouvette perforée en alliage d'aluminium est réalisée à partir de l'acquisition de 55 images en quasi statique (soit $\Delta\delta_{moyen} = 0.015\text{ mm}$ entre deux images successives), alors que seules 12 images sont disponibles pour une vitesse de sollicitation de 1 m/s (soit $\Delta\delta_{moyen} = 0.07\text{ mm}$ entre deux images successives). Par conséquent en dynamique, le logiciel d'analyse du champ des déformations peut rencontrer quelques difficultés dans l'exploitation de deux images.

Pour chaque essai, les déformations sont observées en différents points du chemin de rupture. Cette analyse est également complétée par l'observation des phénomènes mécaniques mesurés en trois états de l'essai caractérisant l'élasticité, la plasticité et le début de la rupture. Pour les éprouvettes en acier, un quatrième état permet d'étudier la phase d'adoucissement (figure 4.2).

En dynamique, une oscillation apparaît sur la réponse effort-déplacement. Ce phénomène est attribué aux vibrations du montage expérimental qui perturbent la réponse du capteur d'effort placé au bas du montage d'essai [6, 7]. Avec l'augmentation de la vitesse de sollicitation, cette vibration est de plus en plus pénalisante pour l'analyse des essais.

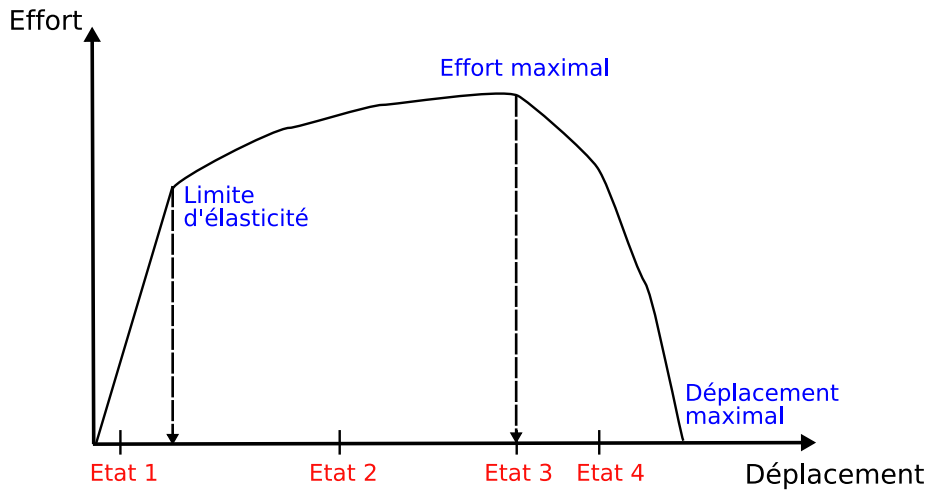


FIG. 4.2: Choix des points d'observation.

4.3 Cas d'un alliage d'aluminium (2024-PL3)

4.3.1 Résultats dynamiques

La distribution des déformations est mesurée le long du chemin de rupture. La position effective des différents points d'observation est précisée dans les tableaux 4.1 et 4.2, respectivement pour les éprouvettes lisses ou perforées.

Vitesse de sollicitation [m/s]	Point 0 [mm]	Point 1 [mm]	Point 2 [mm]	Point 3 [mm]	Point 4 [mm]	Point 5 [mm]
8.310^{-5}	0.06	2.23	2.79	3.74	5.63	10.34
8.310^{-3}	0.05	2.70	3.25	4.30	5.40	10.30
0.1	0.01	2.15	3.05	3.90	5.65	10.45
1	-0.15	2.10	3.25	4.45	5.55	10.15
2	-0.35	3	4.15	5.20	6.20	10.65

TAB. 4.1: Position des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes lisses en alliage d'aluminium.

Quelle que soit la vitesse de sollicitation, le processus menant à la rupture de l'éprouvette est identique. Seuls les résultats des essais à $1m/s$ sont présentés. La réponse effort-déplacement est montrée dans la figure 4.3. Une erreur (de l'ordre de 20%) est observée sur la mesure du déplacement ultime. Le déplacement à rupture est finalement déterminé par analyse post-mortem de l'éprouvette. L'ensemble des résultats globaux est synthétisé dans le tableau 4.3, les niveaux

Vitesse de sollicitation [m/s]	Point 1 [mm]	Point 2 [mm]	Point 3 [mm]	Point 4 [mm]	Point 5 [mm]
8.310^{-5}	2.46	2.92	3.85	5.74	10.49
8.310^{-3}	2.75	3.25	3.80	6	10.80
0.1	2.50	2.90	3.80	5.95	10.45
1	×	2.90	4	5.25	11.05
2	2.40	3.10	3.90	5.65	10.45

TAB. 4.2: Position des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes perforées en alliage d'aluminium.

d'énergie absorbée étant donnés à titre indicatif. Comme cela a pu être constaté en quasi statique, la perforation n'a que peu d'influence sur la contrainte maximale et la contrainte seuil. En dynamique comme en quasi statique, la présence de la perforation pénalise principalement le déplacement à rupture de l'éprouvette. De fait, la capacité d'absorption d'énergie de l'éprouvette perforée en est fortement diminuée. Cette pénalisation est comparable à celle observée sur le déplacement à rupture (de l'ordre de 85%).

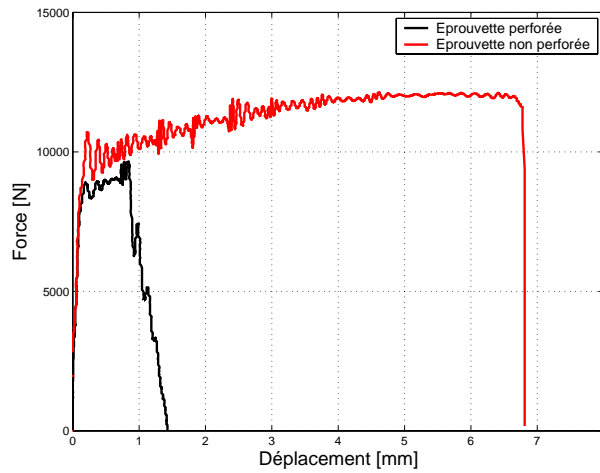


FIG. 4.3: Réponse effort-déplacement d'une éprouvette en alliage d'aluminium.

	F_{max} [N]	δ_{max} [mm]	W_{max} [J]
Éprouvette non perforée	12050	6.43	77
Éprouvette perforée	9200	0.81	10

TAB. 4.3: Résultats expérimentaux des éprouvettes en alliage d'aluminium - $V = 1m/s$.

Pour les éprouvettes non perforées, les déformations locales sont homogènes le long du chemin de rupture durant quasiment tout l'essai (figure 4.4(a)). Puis, la rupture de l'échantillon survient suite à une concentration des déformations (figure 4.5(a)). Pour les éprouvettes perforées, la présence de la perforation mène très rapidement à une modification de la distribution des déformations (figure 4.4(b)). Celle-ci est inhomogène et se traduit par une concentration des déformations en bordure de perforation (figure 4.5(b)).

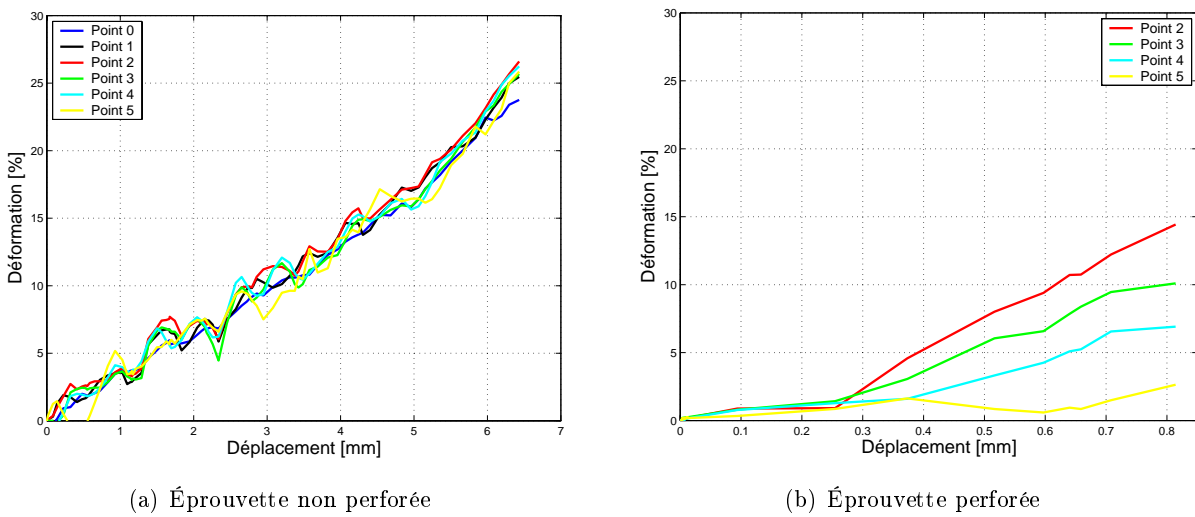


FIG. 4.4: Évolution des déformations observées en différents points du chemin de rupture des éprouvettes en alliage d'aluminium - $V = 1m/s$.

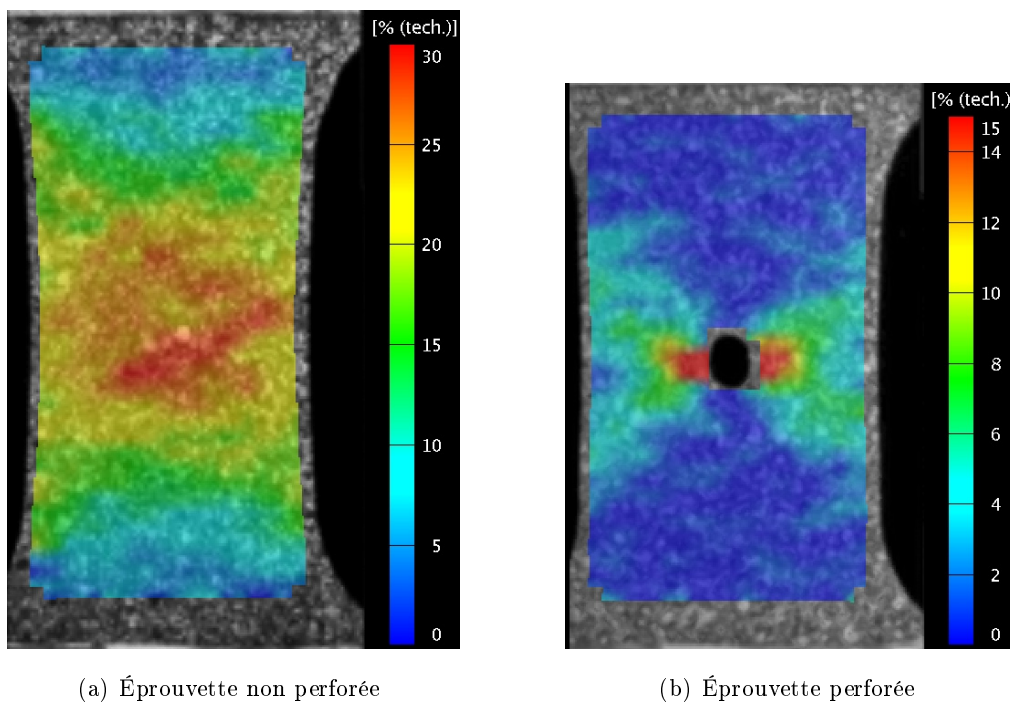


FIG. 4.5: Rupture des éprouvettes en alliage d'aluminium - $V = 1m/s$.

Les phénomènes de concentration et d'intensification observés en quasi statique sont également ressentis en dynamique. En effet, à proximité de la perforation, les signaux de déformation des éprouvettes perforées ou non perforées divergent très rapidement (figure 4.6(a)). Lorsque l'on s'éloigne de la perforation, ces signaux se confondent sur une durée plus ou moins grande, en fonction de la position du point de mesure. À une distance approximative de 10 mm , les deux signaux sont confondus durant tout le chargement (figure 4.6(c)). En bordure de perforation, on peut donc supposer une différenciation de ces signaux dès le début de l'essai (phénomènes constatés pour les autres vitesses de sollicitation). Par conséquent, la perforation agit comme un concentrateur de déformation en son voisinage, et ce, tout au long de l'essai. Dans le domaine élastique, les résultats obtenus ne nous permettent pas de juger du rôle d'intensificateur de la perforation (figure 4.7(a)), car l'échantillonnage des prises de vue est insuffisant. Néanmoins, ce phénomène a pu être confirmé pour de plus faibles vitesses de sollicitation. Dans le domaine plastique et à l'effort maximal (figures 4.7(b - c)), "l'extrapolation" des résultats en bordure de perforation peut laisser supposer des niveaux de déformation similaires entre les deux configurations. Par conséquent, des mécanismes de déformation similaires aux essais statiques sont retrouvés en dynamique.

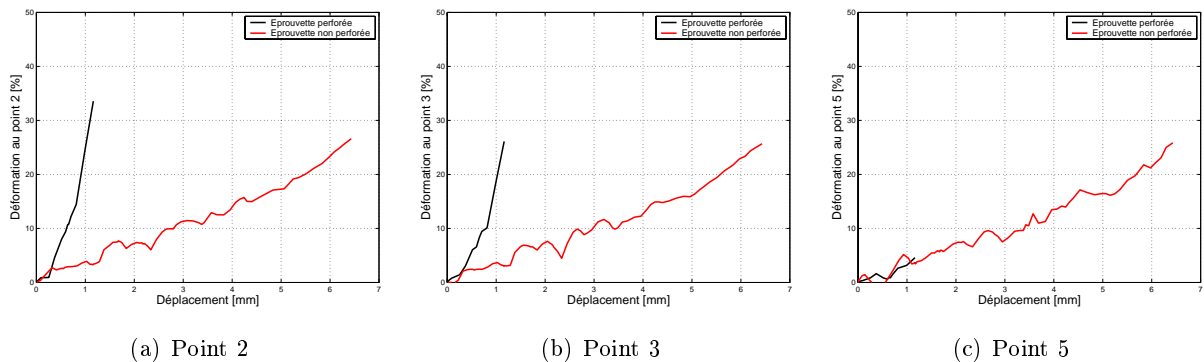


FIG. 4.6: Comparaison des déformations le long du chemin de rupture pour les éprouvettes non perforées et perforées en alliage d'aluminium - $V = 1\text{ m/s}$.

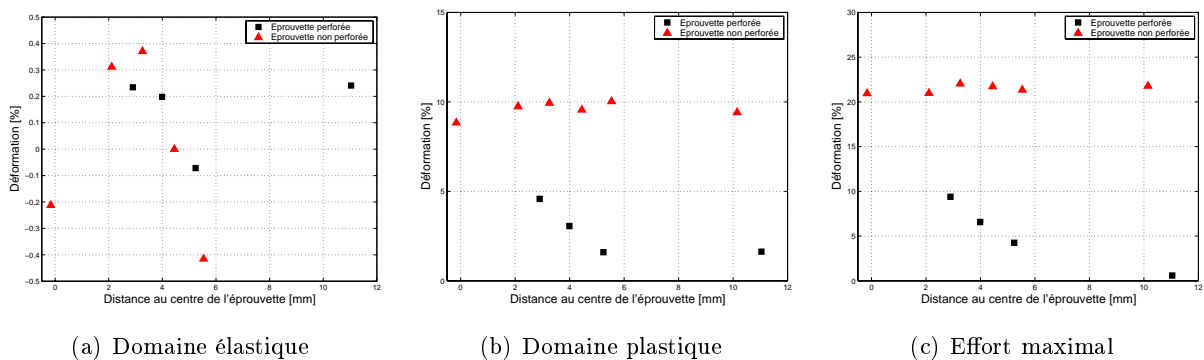


FIG. 4.7: Distribution des déformations le long du chemin de rupture pour les éprouvettes en alliage d'aluminium - $V = 1\text{ m/s}$.

4.3.2 Influence de la vitesse de déformation

La réponse effort-déplacement ne laisse entrevoir aucune influence significative de la vitesse du chargement sur le comportement des éprouvettes lisses ou perforées. Que l'on soit en quasi statique ou en dynamique, la perforation semble pénaliser de manière similaire le comportement de l'éprouvette. Une diminution de l'ordre de 85% est obtenue sur le déplacement à rupture ainsi que sur la capacité d'absorption d'énergie de l'éprouvette (tableau 4.4).

Vitesse de sollicitation [m/s]	$8.3 \cdot 10^{-5}$	$8.3 \cdot 10^{-3}$	0.1	1	2
Éprouvette lisse [J]	81	73.5	71.5	77	79.5
Éprouvette perforée [J]	10.5	9	9	10	9.5

TAB. 4.4: Quantité d'énergie absorbée par les éprouvettes en alliage d'aluminium.

Le bruit de mesure des déformations locales mesurées en dynamique ne permet pas d'évaluer précisément une vitesse de déformation "instantanée" locale. Seule une vitesse de déformation moyenne peut être déterminée dans les deux zones principales de comportement, à savoir la zone élastique et la zone plastique. Néanmoins, l'échantillonnage des prises de vue étant insuffisant dans le domaine élastique, seules des vitesses de déformation moyennes exprimées dans le domaine plastique sont accessibles.

Pour les éprouvettes lisses, la distribution des vitesses de déformation est homogène le long du chemin de rupture (figure 4.8(a)). Leurs valeurs sont comprises entre $0.003s^{-1}$ pour un essai quasi statique et $70s^{-1}$ pour une vitesse de sollicitation de $2m/s$. Ces valeurs sont proches de celles déterminées théoriquement. Il vient donc $\dot{\epsilon}_i/\dot{\epsilon}_{ref} \approx 1$ (figure 4.9(a)).

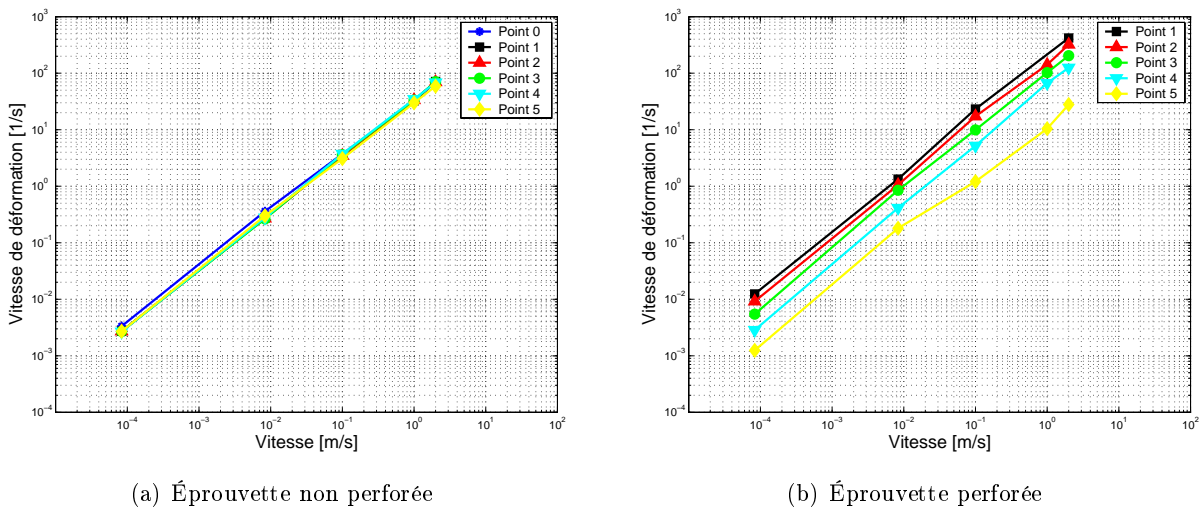


FIG. 4.8: Vitesses de déformation plastique pour les éprouvettes en alliage d'aluminium.

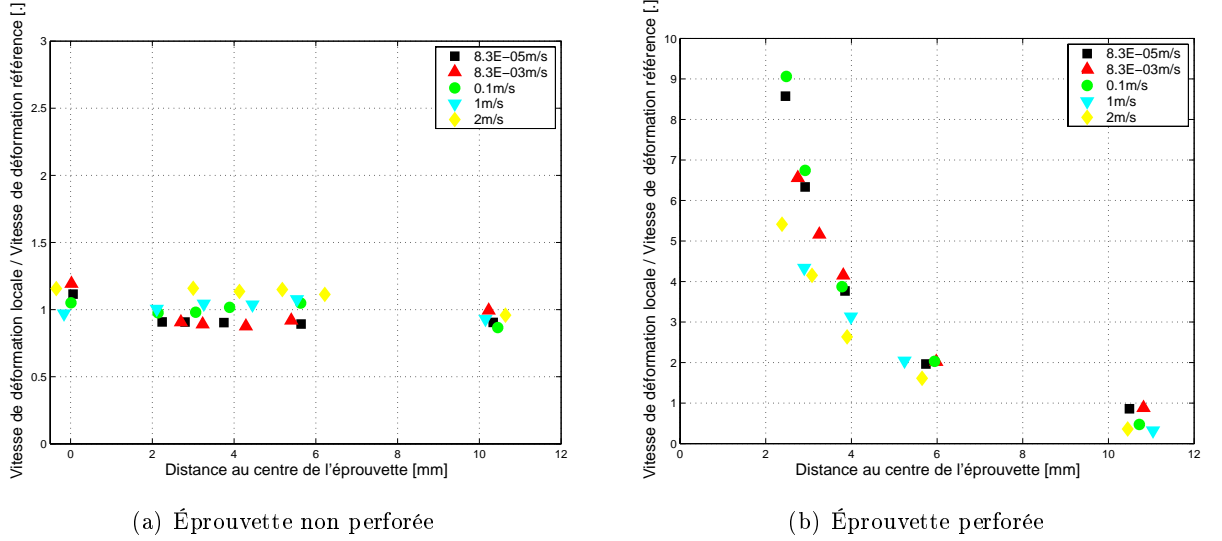


FIG. 4.9: Vitesses de déformation plastique normalisées pour les éprouvettes en alliage d'aluminium.

Pour les éprouvettes perforées, les vitesses de déformation sont fonction du point d'observation, celles-ci étant plus élevées en bordure de perforation (jusqu'à $420s^{-1}$ pour un essai à $2m/s$) qu'en bord de plaque (figure 4.8(b)). Néanmoins pour des points situés le long du chemin de rupture, le rapport $\dot{\epsilon}_i/\dot{\epsilon}_{ref}$ (caractéristique de l'accroissement des déformations locales par rapport à la vitesse de déformation de référence ou théorique) n'est pas fonction de la vitesse du chargement (figure 4.9(b)).

Pour des éprouvettes en alliage d'aluminium, il vient donc :

$$\frac{\dot{\epsilon}_i}{\dot{\epsilon}_{ref}} = f(r, a, \sigma, \epsilon_{ref}) \quad \text{avec} \quad \sigma = \sigma(\epsilon_{ref}) \quad (4.6)$$

où r représente la position le long du chemin de rupture, a et ϵ_{ref} caractérisant respectivement le défaut géométrique et le chargement.

La synthèse des niveaux de déformation dans le domaine plastique et à l'effort maximal met en évidence une faible dispersion des résultats (figures 4.10 et 4.11). En ces deux états du chemin de déformation, les niveaux de déformation des éprouvettes non perforées sont homogènes le long du chemin de rupture, quelle que soit la vitesse du chargement. Pour les éprouvettes perforées, la distribution des déformations présente un profil similaire, que l'on soit en quasi statique ou en dynamique. Par conséquent, bien que les vitesses de déformation soient élevées (en particulier en bordure de perforation), l'augmentation de la vitesse du chargement ne semble pas avoir d'influence notable sur la distribution des déformations, que l'éprouvette soit perforée ou non. Il vient donc pour l'alliage d'aluminium :

$$\epsilon_i = f(r, a, \sigma, \epsilon_{ref}) \quad \text{avec} \quad \sigma = \sigma(\epsilon_{ref}) \quad (4.7)$$

Enfin, la déformation de référence ε_{ref} n'est également pas fonction de la vitesse du chargement.

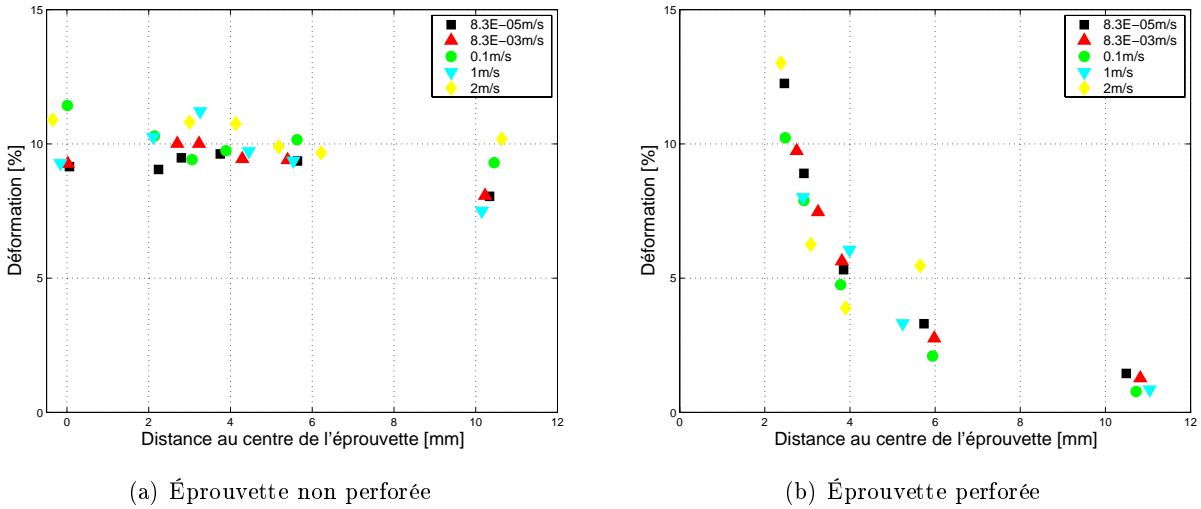


FIG. 4.10: Distribution des déformations observées à l'état 2 (plasticité) pour les éprouvettes en alliage d'aluminium.

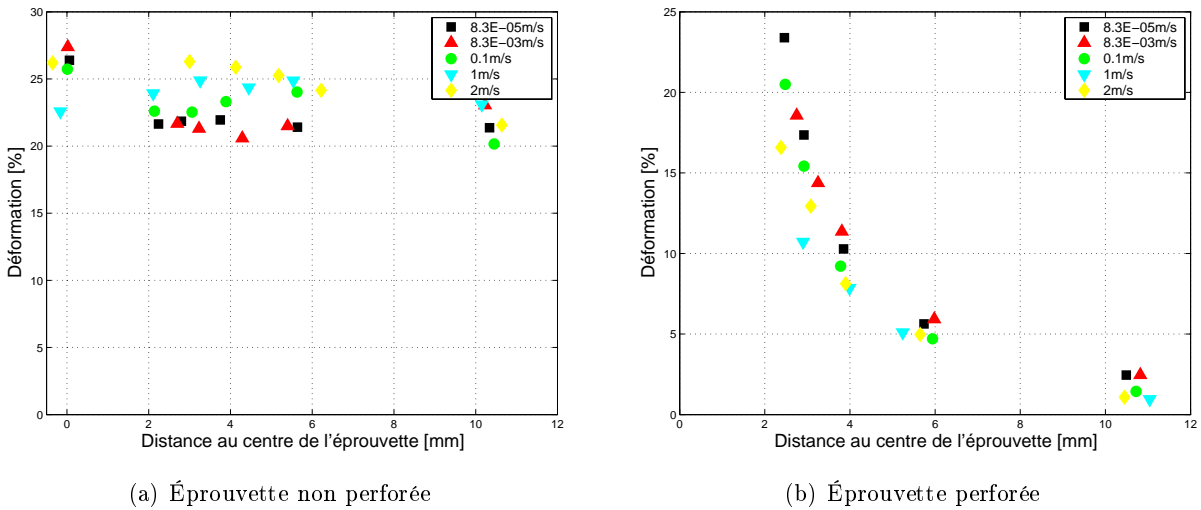
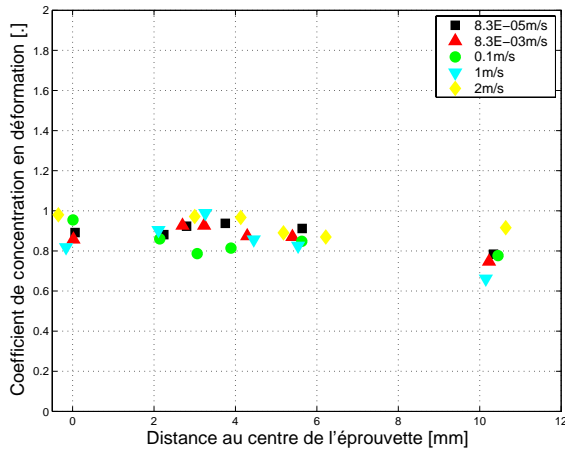


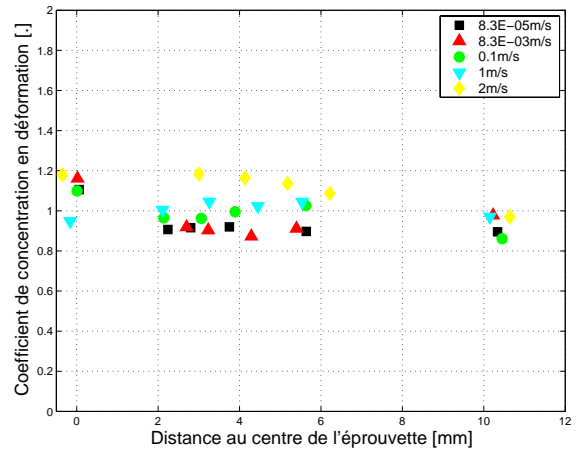
FIG. 4.11: Distribution des déformations observées à l'état 3 (effort maximal) pour les éprouvettes en alliage d'aluminium.

Par conséquent, le modèle de fragilisation structurale η n'est pas dépendant de la vitesse du chargement $\dot{\varepsilon}_{ref}$, comme le mettent en évidence les figures 4.12 et 4.13. Il vient finalement pour un matériau insensible à la vitesse de déformation :

$$\eta = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}) \quad avec \quad \sigma = \sigma(\varepsilon_{ref}) \quad (4.8)$$

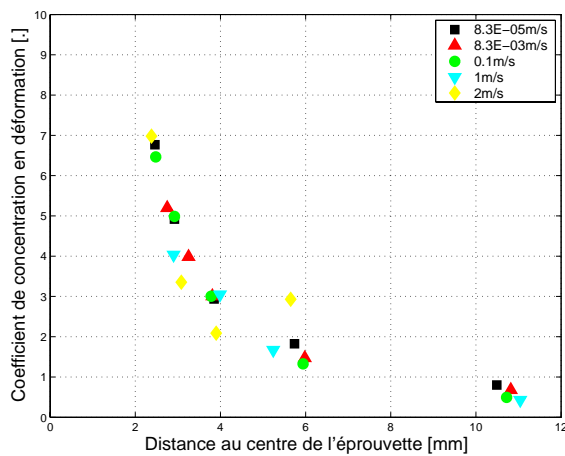


(a) État 2 (plasticité)

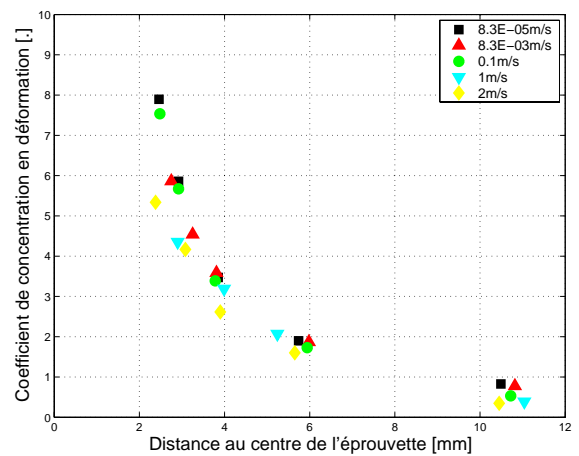


(b) État 3 (effort maximal)

FIG. 4.12: Évolution de la fragilisation structurale avec la vitesse du chargement (éprouvettes non perforées en alliage d'aluminium).



(a) État 2 (plasticité)



(b) État 3 (effort maximal)

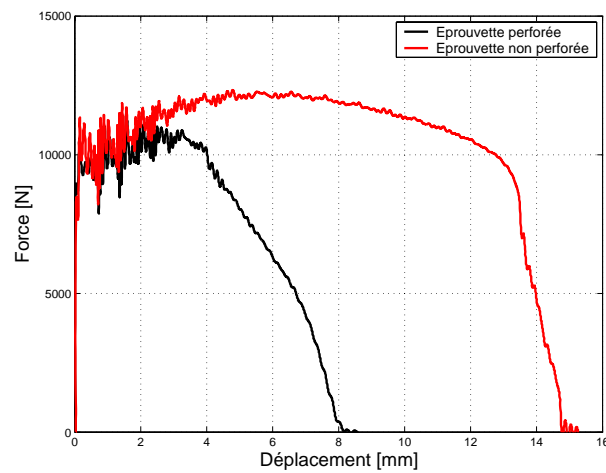
FIG. 4.13: Évolution de la fragilisation structurale avec la vitesse du chargement (éprouvettes perforées en alliage d'aluminium).

4.4 Cas d'un acier doux (XES)

4.4.1 Résultats dynamiques

La figure 4.14 présente les réponses effort-déplacement des essais sur éprouvettes, perforées ou non perforées, à une vitesse de traction de 1m/s . Comme cela avait pu être constaté en quasi statique et dans le cas de l'alliage d'aluminium, la perforation pénalise principalement le déplacement à rupture de l'éprouvette ainsi que sa capacité d'absorption d'énergie. Cette pénalisation est du même ordre de grandeur que celle observée en quasi statique, à savoir 45% en terme de déplacement à rupture et 60% en terme d'énergie. Les résultats globaux sont synthétisés dans le tableau 4.5.

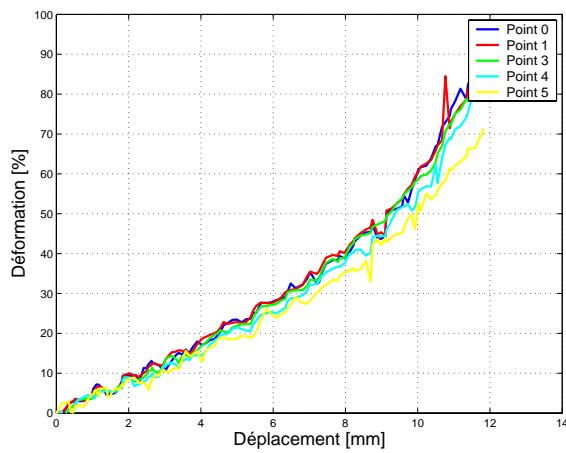
	F_{max} [N]	δ_{max} [mm]	W_{max} [J]
Éprouvette non perforée	12160	14.75	157
Éprouvette perforée	10790	8.1	64

 TAB. 4.5: Résultats expérimentaux des éprouvettes en acier - $V = 1m/s$.

 FIG. 4.14: Réponse effort-déplacement d'une éprouvette en acier - $V = 1m/s$.

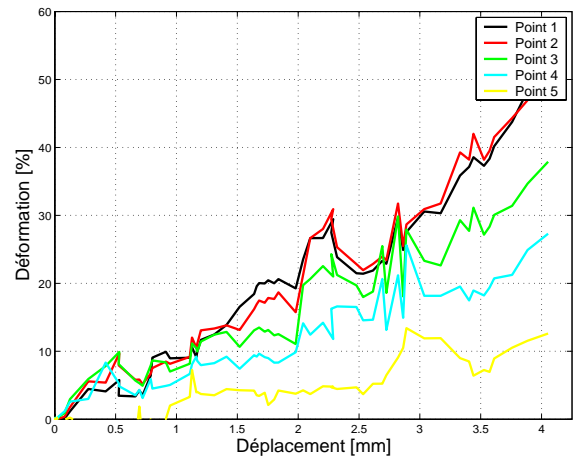
D'un point de vue local, l'évolution du champ des déformations est observée en différents points du chemin de rupture (tableau 4.6). Le signal de déformation, mesuré par corrélation d'images, est très bruité en dynamique (e.g. diminution de l'échantillonnage, corrélation plus difficile). Pour les éprouvettes non perforées, les déformations sont tout d'abord homogènes le long du chemin de rupture (figure 4.15(a)). Puis, le faisceau de courbes semble s'élargir. L'observation des déformations à différents instants du chargement met clairement en évidence le phénomène de concentration (figure 4.16(a)) qui se développe durant la phase d'adoucissement. Un écart de 15% est mesuré entre les déformations observées au centre de la plaque (point 0) et en bord de plaque (point 5). Pour les éprouvettes perforées, la distribution des déformations est inhomogène dès le début du chargement (figure 4.15(b)). Les déformations mesurées aux points 1 et 2 sont très similaires (pas de surlocalisation en bordure de perforation, figure 4.16(b)). Les points sont distants de 0.9 mm alors que la taille d'analyse d'une cellule de corrélation est égale à 1.5 mm . Il est probable que la déformation mesurée au point 1 soit sous-estimée (recouvrement des cellules d'analyse 1 et 2). C'est pourquoi, un indice de confiance limité est accordé aux résultats du point 1. Ceux-ci sont présentés plus à titre indicatif que quantitatif.

Point	0	1	2	3	4	5
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
Éprouvette non perforée	0.45	2.05	3.65	5.30	×	10
Éprouvette perforée		2.85	3.75	5	7.65	10.75

TAB. 4.6: Position des points de mesure des déformations par rapport au centre des éprouvettes en acier - $V = 1m/s$.

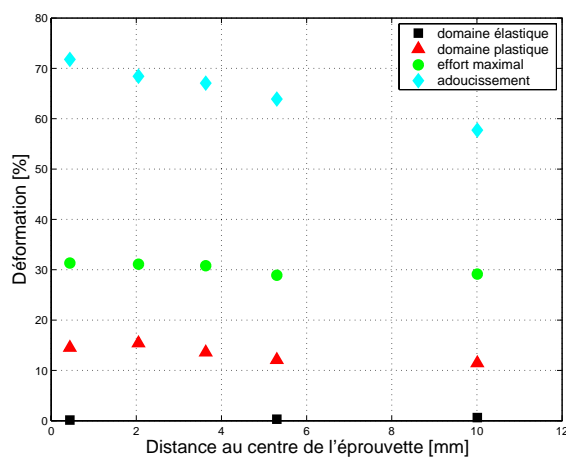


(a) Éprouvette non perforée

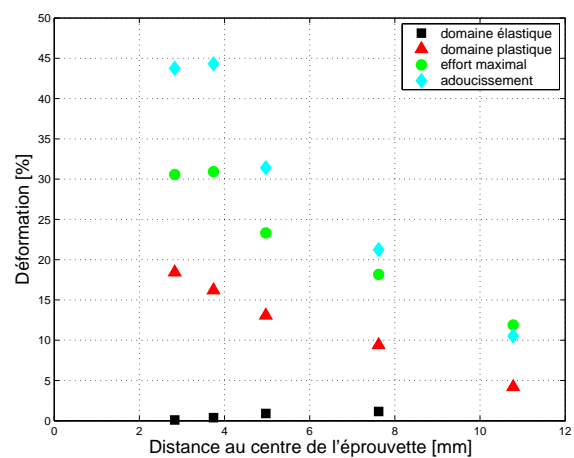


(b) Éprouvette perforée

FIG. 4.15: Évolution des déformations observées en différents points du chemin de rupture des éprouvettes en acier - $V = 1m/s$.



(a) Éprouvette non perforée



(b) Éprouvette perforée

FIG. 4.16: Distribution des déformations le long du chemin de rupture pour les éprouvettes en acier - $V = 1m/s$.

La figure 4.17 nous permet de juger des phénomènes d'intensification engendrés par la perforation. Alors que ces phénomènes étaient présents en quasi statique dans les domaines, élastique (figure 2.28(b)), plastique (figure 2.29(b)) et à l'effort maximal (figure 2.30(b)), ceux-ci ne semblent être observés que dans les domaines de l'élasticité et de la plasticité (figure 4.17(a)) pour une sollicitation dynamique de $1m/s$. A l'effort maximal, les niveaux de déformation observés en bordure de perforation semblent similaires à ceux de l'éprouvette lisse. Durant la phase d'adoucissement, les niveaux de déformation de l'éprouvette perforée progressent moins, comparés à ceux de l'éprouvette lisse, et sont inférieurs. Dans le cas d'un matériau sensible à la vitesse de déformation, l'augmentation de la vitesse de sollicitation pourrait atténuer le rôle "intensificateur" de la perforation.

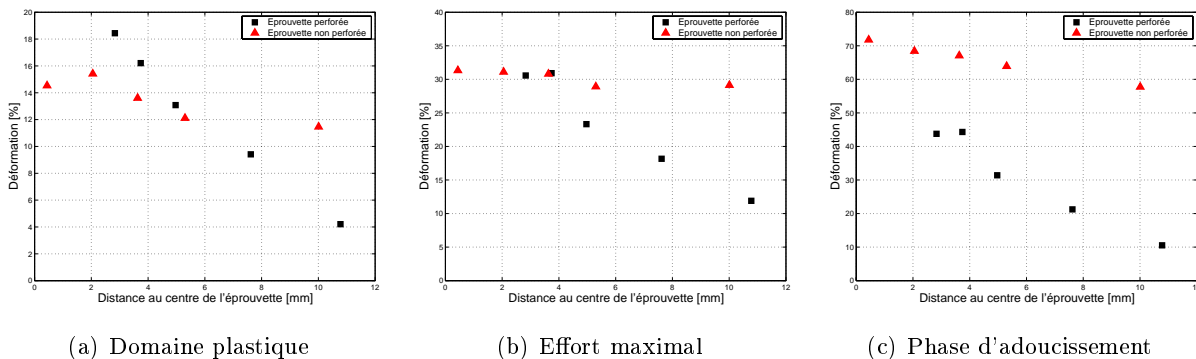


FIG. 4.17: Distribution des déformations observées pour les éprouvettes non perforées ou perforées en acier - $V = 1m/s$.

4.4.2 Influence de la vitesse de déformation

Les courbes effort-déplacement témoignent d'une sensibilité à la vitesse de déformation (figure 4.18). L'augmentation de la vitesse de sollicitation mène à une élévation des niveaux d'effort et à une diminution du déplacement à rupture. L'accroissement des niveaux d'effort semble être similaire, que l'éprouvette soit perforée ou non. Pour chacune des configurations, un écart de 20% est observé sur la valeur de l'effort maximal. L'énergie consommée est, quant à elle, plus élevée en dynamique qu'en statique (tableau 4.7). Une augmentation de l'ordre de 15% et de 25% est mesurée respectivement pour les éprouvettes non perforées ou perforées. De plus, pour chacune des configurations, le faciès de rupture des éprouvettes sollicitées à $1m/s$ est différent de celui obtenu pour une sollicitation quasi statique (figures 4.19 et 4.20).

Vitesse de sollicitation [m/s]	Éprouvette lisse [J]	Éprouvette perforée [J]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	138	51
1	157	64

TAB. 4.7: Énergie consommée au cours de chaque essai.

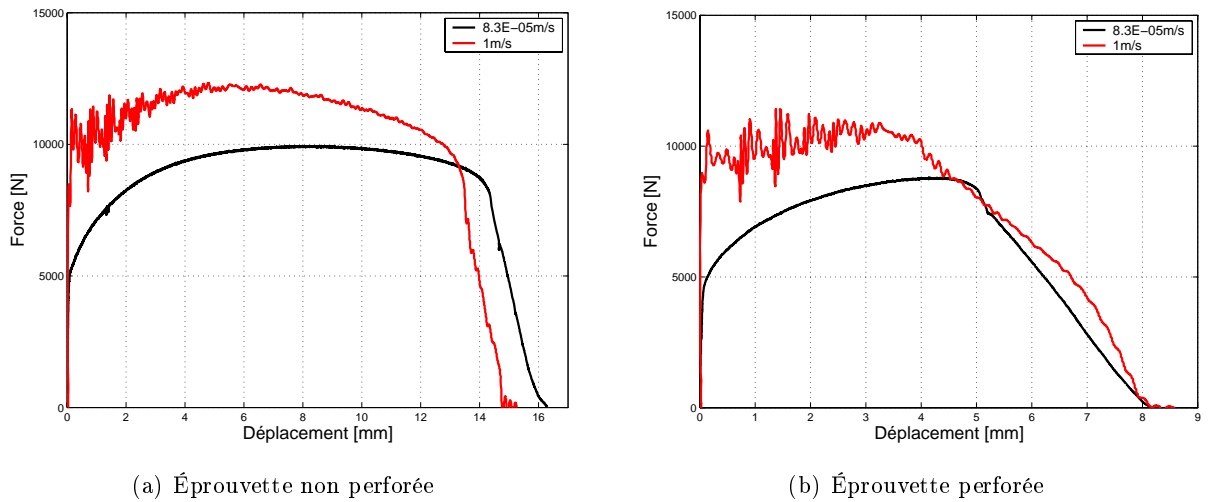
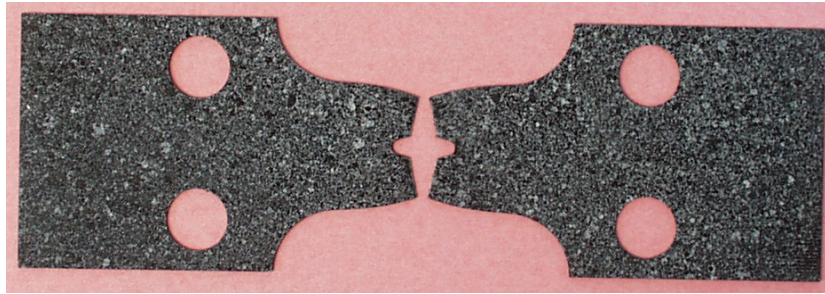


FIG. 4.18: Réponse effort-déplacement pour les éprouvettes en acier.

(a) $V = 5 \text{ mm/min}$ (b) $V = 1 \text{ m/s}$

FIG. 4.19: Faciès de rupture des éprouvettes non perforées en acier.



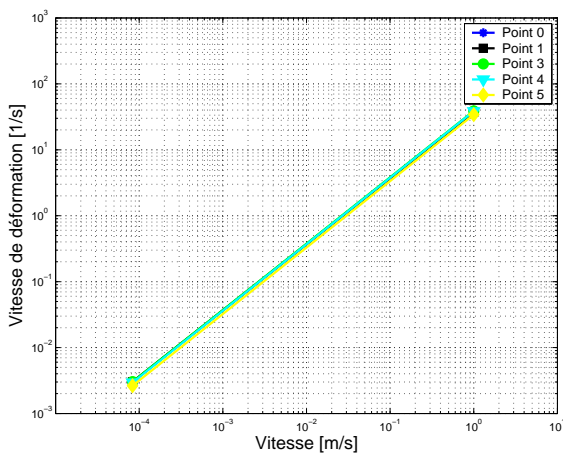
(a) $V = 5\text{mm/min}$



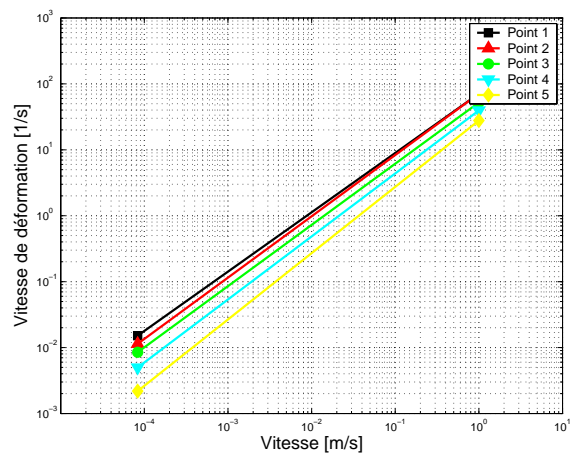
(b) $V = 1\text{m/s}$

FIG. 4.20: Faciès de rupture des éprouvettes perforées en acier.

L'évolution des vitesses de déformation plastique moyennes est présentée dans la figure 4.21. Celles-ci sont homogènes dans l'éprouvette lisse et leurs valeurs sont similaires à celles déterminées sur les éprouvettes lisses en aluminium ou de façon théorique : 0.003s^{-1} en quasi statique et 38s^{-1} pour un essai à 1m/s . Comme pour l'alliage d'aluminium, on a $\dot{\epsilon}_i/\dot{\epsilon}_{ref} \approx 1$ jusqu'à l'apparition d'un défaut géométrique dans la phase d'adoucissement. Pour ce dernier, le rapport $\dot{\epsilon}_i/\dot{\epsilon}_{ref}$ est plus faible en dynamique qu'en statique (figure 4.22(a)). L'accroissement des déformations locales rapporté à la vitesse du chargement est par conséquent plus faible en dynamique qu'en statique.



(a) Éprouvette non perforée

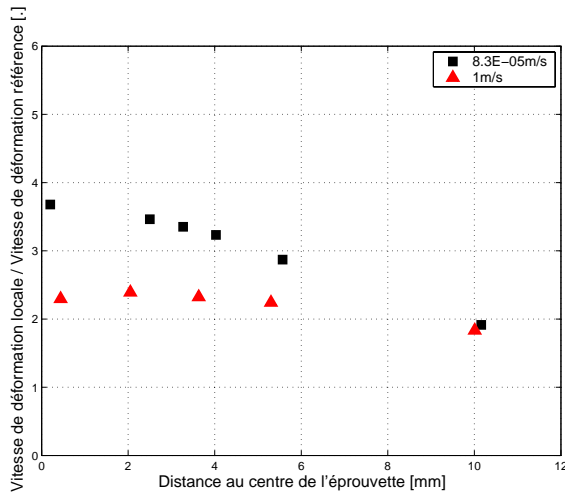


(b) Éprouvette perforée

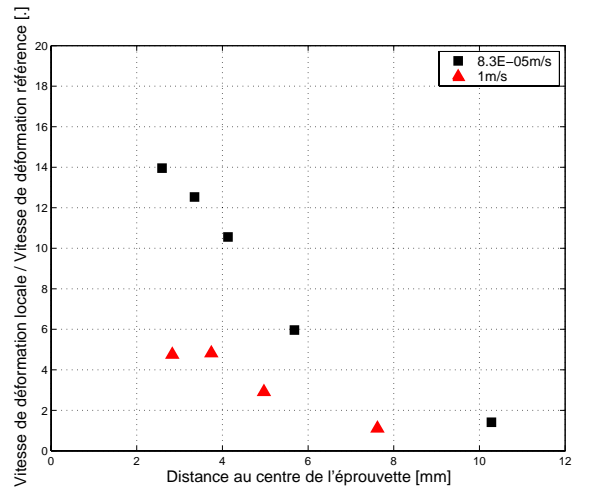
FIG. 4.21: Vitesses de déformation plastiques pour les éprouvettes en acier.

Dans le cas de l'éprouvette perforée, les vitesses de déformation sont fonction de la position du point de mesure. Alors qu'elles étaient différentes aux points 1 et 2 en quasi statique, celles-ci sont similaires pour un essai à $1m/s$, puisque les signaux de déformation en ces deux points sont très proches. Les niveaux de vitesse de déformation atteints pour l'acier sont nettement inférieurs à ceux observés sur des éprouvettes perforées faites en alliage d'aluminium (au moins un rapport 2). La figure 4.22(b) présente le rapport des vitesses de déformation $\dot{\epsilon}_i$ à la vitesse de déformation de référence $\dot{\epsilon}_{ref}$. Pour les éprouvettes perforées, ce dernier s'avère être fonction de la position du point de mesure (inhomogène) et de la vitesse du chargement $\dot{\epsilon}_{ref}$. Comme dans le cas de l'éprouvette non perforée durant la phase d'adoucissement, on observe que le rapport $\dot{\epsilon}_i/\dot{\epsilon}_{ref}$ est plus faible en dynamique qu'en statique. Donc pour un matériau présentant une sensibilité à la vitesse de déformation, il vient :

$$\text{Pour } \frac{\dot{\epsilon}_i}{\dot{\epsilon}_{ref}} \neq 1, \quad \frac{\dot{\epsilon}_i}{\dot{\epsilon}_{ref}} = f(r, a, \sigma, \epsilon_{ref}, \dot{\epsilon}_{ref}) \quad \text{avec } \sigma = \sigma(\epsilon_{ref}, \dot{\epsilon}_{ref}) \quad (4.9)$$



(a) Éprouvette non perforée



(b) Éprouvette perforée

FIG. 4.22: Vitesses de déformation normalisées pour les éprouvettes en acier (adoucissement).

Les figures 4.23 et 4.24 présentent une synthèse des niveaux de déformation pour les éprouvettes non perforées ou perforées respectivement. L'augmentation de la vitesse de sollicitation semble limiter les niveaux de déformation locale observés en différents états de l'essai. On a $\epsilon_i|_{sta} > \epsilon_i|_{dyn}$. De même, la valeur de la déformation de référence, considérée en ces différents états, est fonction de la vitesse du chargement et on a $\epsilon_{ref}|_{sta} > \epsilon_{ref}|_{dyn}$. Finalement, dans le cas d'un matériau sensible à la vitesse de déformation, il vient :

$$\epsilon_i = f(r, a, \sigma, \epsilon_{ref}, \dot{\epsilon}_{ref}) \quad \text{avec } \sigma = \sigma(\epsilon_{ref}, \dot{\epsilon}_{ref}) \quad (4.10)$$

et

$$\epsilon_{ref} = f(\dot{\epsilon}_{ref}) \quad (4.11)$$

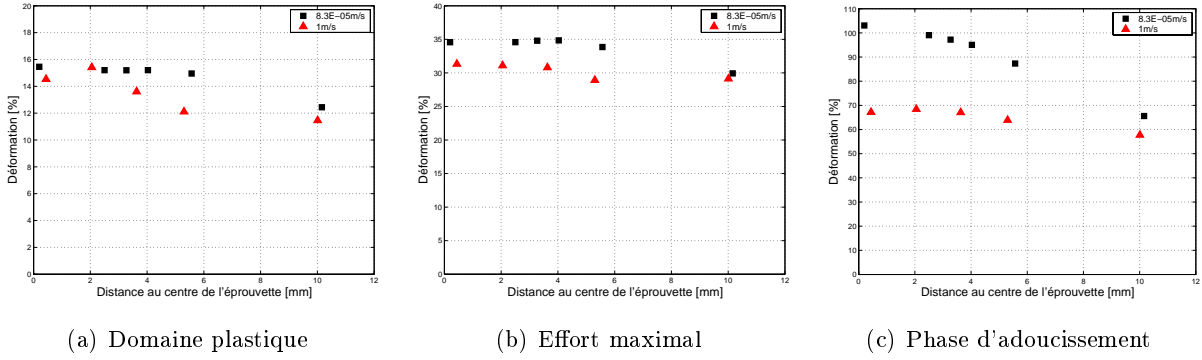


FIG. 4.23: Distribution des déformations de l'éprouvette non perforée en acier.

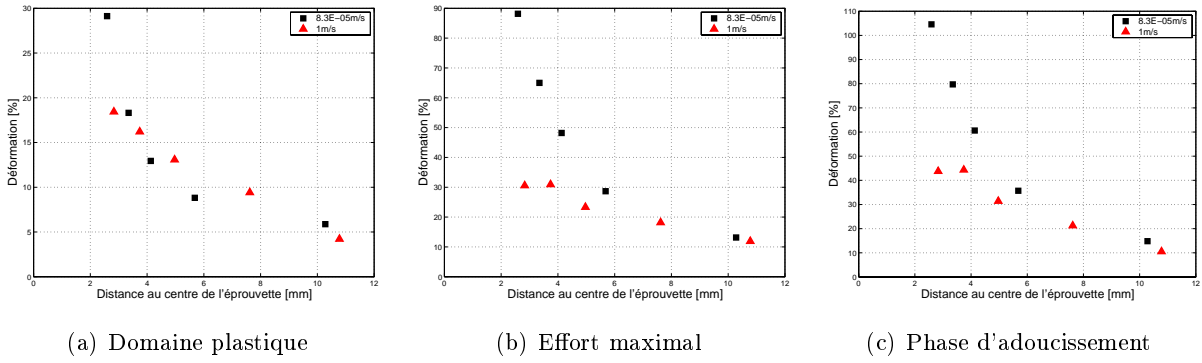


FIG. 4.24: Distribution des déformations de l'éprouvette perforée en acier.

Les valeurs du modèle de fragilisation structurale $\eta_i = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{ref}}$ sont présentées dans les figures 4.25 et 4.26. Dans le cas de l'éprouvette non perforée, η_i reste égale à 1, quelle que soit la vitesse du chargement $\dot{\varepsilon}_{ref}$, jusqu'à l'apparition d'un défaut géométrique durant la phase d'adoucissement. L'influence de la vitesse du chargement sur la distribution des déformations locales ε_i est compensée par la dépendance de ε_{ref} à la vitesse du chargement. Finalement, il vient :

$$\forall \dot{\varepsilon}_{ref}, \quad \eta = 1 \quad (4.12)$$

Par contre, pour l'éprouvette perforée et la phase d'adoucissement de l'éprouvette non perforée, un défaut géométrique est présent et $\eta > 1$. Dans ce cas, on observe que $\eta_i|_{sta} > \eta_i|_{dyn}$, ce qui signifie que l'augmentation de la vitesse du chargement diminue la valeur du modèle de fragilisation structurale et donc l'influence du défaut géométrique. On remarque enfin que le rapport $\frac{\eta_i|_{dyn}}{\eta_i|_{sta}}$ est du même ordre de grandeur que $\frac{W|_{sta}}{W|_{dyn}}$, soit 15% dans le cas d'une éprouvette non perforée et 25% dans le cas d'une éprouvette perforée. Pour un matériau sensible à la vitesse de déformation, il vient finalement :

$$Pour \quad \eta \neq 1, \quad \eta = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}) \quad avec \quad \sigma = \sigma(\varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}) \quad (4.13)$$

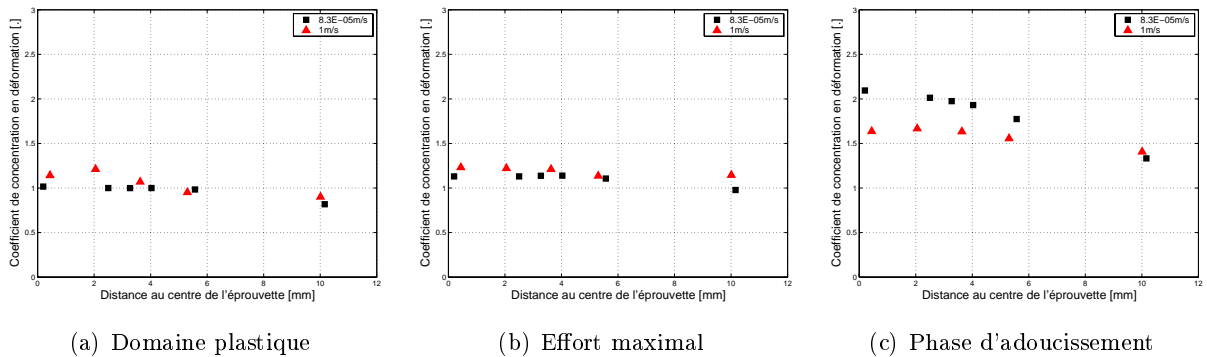


FIG. 4.25: Évolution de la fragilisation structurale pour les éprouvettes non perforées en acier.

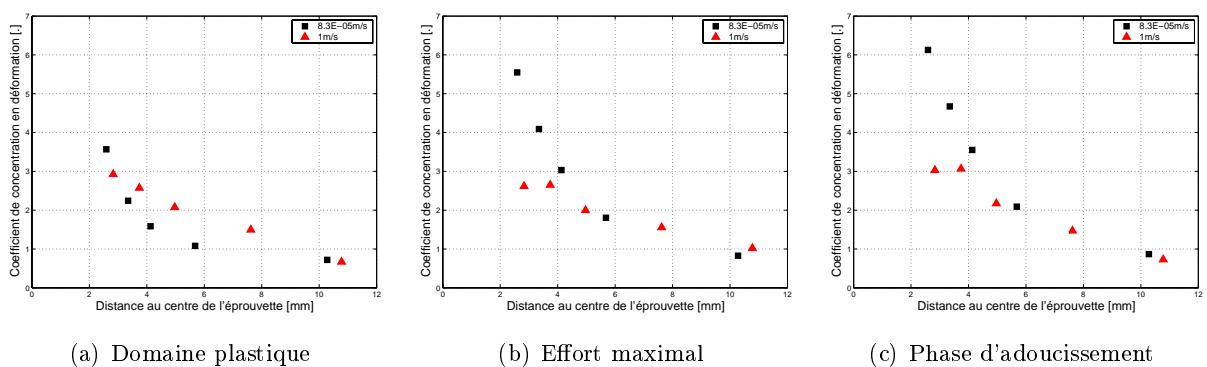


FIG. 4.26: Évolution de la fragilisation structurale pour les éprouvettes perforées en acier.

4.5 Synthèse

Les essais menés sous sollicitation dynamique ont permis d'étudier l'influence de la vitesse du chargement sur les phénomènes de fragilisation structurale. Une analyse multi-échelle du comportement menant à la rupture des éprouvettes, perforée ou non perforée, montre que les mécanismes menant à la rupture sont semblables en dynamique et en statique.

Pour un matériau réputé peu sensible à la vitesse de déformation, aucune influence significative n'a pu être constatée sur l'énergie absorbée, la distribution des déformations locales et les valeurs du modèle de fragilisation structurale η . En conséquence, pour un matériau insensible à la vitesse du chargement, il vient :

$$\forall \dot{\varepsilon}_{ref}, \quad \varepsilon_i = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}) \quad \text{avec} \quad \sigma = \sigma(\varepsilon_{ref}) \quad (4.14)$$

et

$$\forall \dot{\varepsilon}_{ref}, \quad \eta = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}) \quad \text{avec} \quad \sigma = \sigma(\varepsilon_{ref}) \quad (4.15)$$

Pour un matériau sensible à la vitesse de déformation, une légère influence de la vitesse du chargement a été mesurée sur l'énergie absorbée par une éprouvette perforée ou non perforée. Par contre, l'augmentation de la vitesse du chargement a modifié de façon notable les valeurs de la distribution des déformations locales ε_i et de référence ε_{ref} . Il vient :

$$\varepsilon_i = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}) \quad \text{avec} \quad \sigma = \sigma(\varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}) \quad (4.16)$$

et

$$\varepsilon_{ref} = f(\varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}) \quad (4.17)$$

Dans le cas d'un milieu non entaillé, les influences se compensent jusqu'à la phase d'adoucissement et $\forall \dot{\varepsilon}_{ref}, \quad \eta = 1$. En présence d'un défaut macroscopique, la fragilisation structurale devient dépendante de la vitesse du chargement et :

$$\text{Pour } \eta \neq 1, \quad \eta = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}) \quad \text{avec} \quad \sigma = \sigma(\varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}) \quad (4.18)$$

Nous remarquons enfin que les valeurs de η peuvent être reliées à l'énergie absorbée :

- pour l'acier : $W|_{dyn} > W|_{sta}$ et $\eta|_{dyn} < \eta|_{sta}$,
- en statique : $W|_{acier} > W|_{alu}$ et $\eta|_{acier} < \eta|_{alu}$ (chapitre 2).

L'influence de la dynamique sur le modèle de fragilisation structurale est donc à considérer dans le cas d'un matériau sensible à la vitesse de déformation. Cette influence pourra, en premier lieu, être prise en compte dans la formulation algébrique du modèle au travers de la loi de comportement local. Les résultats alors obtenus permettront de juger de la pertinence de l'introduction de nouveaux paramètres.

Bibliographie

- [1] B. LANGRAND. Contribution à la caractérisation numérique et expérimentale d'assemblages structuraux rivetés sous sollicitation dynamique. *Thèse de doctorat, Université de Valenciennes, 1998.*
- [2] T. POTTIER. Modélisation multi-échelle du comportement et de l'endommagement de composites à matrice métallique. *Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Ponts et Chaussées, 1998.*
- [3] N. CARRÈRE. Sur l'analyse multi-échelle des matériaux composites à matrice métallique : application au calcul de structure. *Thèse de doctorat, École polytechnique, 2001.*
- [4] A. SCHIEFFER. Modélisation multi-échelle du comportement mécanique des composites à matrice organique et effets du vieillissement thermique. *Thèse de doctorat, Université de Technologie de Troyes, 2003.*
- [5] L. BODELOT. Analyse numérique et expérimentale multi-échelle - Application aux assemblages rivetés aéronautiques. *Mémoire de DEA, Université de Lille, Septembre 2004.*
- [6] J. FABIS. Contribution à la caractérisation en dynamique rapide de lois de comportement de matériaux composites. *Rapport technique ONERA-Lille, n°99/40 DMSE/N, Septembre 1999.*
- [7] G. HAUGOU. Moyens d'essais de caractérisation de lois de comportement matérielles en dynamique moyennes vitesses. *Thèse de doctorat, Université de Valenciennes, 2003.*

CONCLUSION GÉNÉRALE

La recherche présentée dans ce mémoire s'intéresse au problème de la modélisation des assemblages rivetés pour des applications de type crash ou impact. Pour cela, elle vise à améliorer la capacité de prédiction des modes de ruine engendrés au sein ou au voisinage des fixations, telle la déchirure d'une tôle le long d'une ligne de rivets. Plus précisément, l'objectif des travaux présentés dans ce mémoire concerne la formalisation d'un modèle de fragilisation structurale liée à la présence des perforations, et la définition d'une méthodologie permettant de caractériser, à l'échelle de la structure, les valeurs de ce modèle.

Dans un premier chapitre, une étude bibliographique a dressé un état de l'art des différentes techniques utilisées pour la prise en compte des assemblages rivetés dans la modélisation du crash de structures complexes. Celle-ci a permis de mettre en évidence le nombre restreint de travaux dédiés à la prise en compte des phénomènes liés à la présence des perforations. Ces phénomènes, définis ici sous le terme de "fragilisation structurale", sont étudiés via la notion η définie comme le rapport entre la déformation observée localement le long du chemin de rupture et une déformation dite de référence, $\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}$. Afin de simuler le comportement mécanique et la rupture d'une plaque perforée dans un calcul de structures, il est nécessaire de justifier la pertinence de la notion de fragilisation structurale et de formuler un modèle dédié.

Le second chapitre s'intéresse à la compréhension des phénomènes et des mécanismes de fragilisation structurale au travers d'une étude expérimentale et numérique. La notion de fragilisation structurale est définie par une distribution inhomogène de la déformation locale ε , et une déformation de référence, ε_{ref} . L'étude numérique s'est intéressée à la déformation de référence. Les résultats montrent qu'elle ne peut pas être définie localement, même loin de la discontinuité, mais qu'elle doit être déterminée globalement comme le rapport d'un déplacement à une dimension caractéristique du milieu. La distribution des déformations locales est ensuite étudiée expérimentalement pour des échantillons entaillés ou non, faits en différents matériaux. Il est montré que les phénomènes de fragilisation structurale précipitent la rupture de l'éprouvette. Son déplacement ultime et sa capacité d'absorption en énergie sont fortement pénalisés. Cette

pénalisation est fonction du matériau considéré, en particulier de la capacité d'adoucissement qui le caractérise. Que l'éprouvette soit initialement perforée ou non, la rupture survient à chaque fois suite à une distribution inhomogène des déformations. $\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}$ s'avère caractériser les effets d'un défaut géométrique dans un milieu, et est pertinent pour la modélisation de la fragilisation structurale. Il est montré également qu'il peut définir un critère d'amorçage de rupture comme :

$$\begin{cases} Si & \eta = 1, & \text{pas de risque de rupture} \\ Si & \eta > 1, & \text{situation de risque de rupture} \end{cases}$$

La notion η devient donc un modèle de fragilisation défini comme :

$$\eta = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}) \quad \text{avec} \quad \sigma = \sigma(p, d)$$

Le troisième chapitre est consacré au développement d'une formulation algébrique permettant la caractérisation du modèle de fragilisation structurale et de sa loi d'évolution au cours du chargement. La nature même du modèle de fragilisation structurale nous a naturellement orienté vers l'étude des méthodes de type multi-échelle, celles-ci permettant d'établir des relations entre une échelle macroscopique et une échelle locale. Une formulation, basée sur un schéma d'homogénéisation intégrée et l'utilisation des relations de localisation de Dvorak, a finalement été développée. Un premier développement a concerné le domaine élastique. Il a permis de démontrer la faisabilité d'une telle approche. Des études de sensibilité ont également montré la bonne séparation des échelles. La prise en compte des non linéarités de comportement matériel s'est avérée délicate. Les développements réalisés à ce sujet sont à poursuivre afin d'améliorer la convergence du schéma plastique.

Le modèle de fragilisation présenté au cours de ce mémoire sera dédié *in fine* à des applications de type crash. C'est pourquoi, le quatrième chapitre aborde le thème de la dépendance des phénomènes de fragilisation structurale vis-à-vis de la vitesse du chargement. Son influence peut être introduite dans la formulation algébrique du modèle η (dans la relation de localisation de modèle TFA) via une dépendance de la loi de comportement du matériau (à l'échelle locale) à la vitesse de déformation. Sans cette dépendance, la formulation algébrique du modèle η sera difficilement sensible à la vitesse du chargement. L'influence de la vitesse de déformation a été étudiée par une campagne expérimentale dynamique menée sur des éprouvettes faites d'un matériau sensible ou non à la vitesse de déformation. Les mécanismes, menant à la rupture des échantillons, se sont révélés être identiques que l'on soit en statique ou en dynamique. En présence d'un défaut macroscopique, une sensibilité à l'augmentation de la vitesse du chargement a été mesurée dans le cas d'un matériau réputé sensible à la vitesse de déformation. Il est finalement montré que :

$$Si \quad \sigma = \sigma(\varepsilon_{ref}), \quad alors \quad \eta = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}) \quad \forall \dot{\varepsilon}_{ref}$$

$$Si \quad \sigma = \sigma(\varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}), \quad alors \quad \begin{cases} \eta = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}) & si \quad \eta = 1 \\ \eta = f(r, a, \sigma, \varepsilon_{ref}, \dot{\varepsilon}_{ref}) & si \quad \eta > 1 \end{cases}$$

En conclusion, les travaux menés dans le cadre de ce mémoire ont permis d'aboutir à la formalisation d'un modèle de fragilisation structurale et au développement d'une formulation algébrique permettant la détermination de sa loi d'évolution au cours du chargement. Néanmoins, ces travaux peuvent être poursuivis et les résultats améliorés.

En premier lieu, il serait intéressant d'achever le développement de la formulation algébrique du modèle η dans le domaine plastique. De plus, en vue du développement d'un élément de coque fragilisé, la loi d'évolution du modèle η doit pouvoir être déterminée jusqu'à la rupture complète du milieu considéré. La prise en compte d'un comportement endommageable serait donc à envisager. Celui-ci pourrait être introduit via la loi de comportement locale grâce à l'utilisation d'une déformation libre généralisée.

Une fois la prise en compte de l'endommagement effectuée, se poserait néanmoins un problème lié à la propagation de la fissure dans le volume élémentaire représentatif. L'apparition de cette fissure modifierait topologiquement le VER et engendrerait une nouvelle distribution des déformations qu'il serait alors nécessaire de caractériser.

Afin de déterminer la loi d'évolution du modèle de fragilisation structurale, un second axe de recherche pourrait s'orienter vers la définition d'une formulation thermodynamique et/ou analytique du modèle η . Même si celle-ci semble être la mieux adaptée au développement futur d'un élément de coque fragilisé, elle peut s'avérer délicate à définir vu la complexité des phénomènes mis en jeu par la présence d'une singularité, en particulier sous sollicitation dynamique.

Enfin, le modèle de fragilisation structurale étant dédié à la modélisation des assemblages, il serait intéressant d'étudier le couplage de ce modèle avec un élément de type rivet. Ce couplage soulève en effet une nouvelle problématique, la perforation étant cette fois non plus constituée de vide, mais "habité". Dans ce contexte, il serait également intéressant d'introduire (ou étudier) l'influence des déformations plastiques et des contraintes résiduelles dans les plaques provenant du processus de rivetage, dans la démarche multi-échelle.

Ces recherches ont été appliquées au cas des assemblages rivetés. Il paraît intéressant d'évaluer la possible généralisation des modèles η et des méthodes multi-échelles développées au cas d'autres assemblages structuraux, tels que les points et les cordons de soudure, électriques ou par friction et malaxage.

Dans ces recherches, le matériau des plaques a été considéré comme homogène, isotrope et continu. Une autre généralisation envisageable concerne les assemblages rivetés de pièces faites d'un matériau ne répondant plus à l'hypothèse de continuité de la matière, d'homogénéité ou

d'isotropie (par exemple, une fissure de fatigue, un matériau composite). Des méthodes multi-échelles existent pour analyser le comportement des matériaux composites ou hétérogènes. De la même façon, il serait possible d'imbriquer une approche multi-échelle "matériau" et une autre "assemblage", permettant ainsi de définir des modèles de fragilisation structurale à trois échelles : la structure, l'assemblage et le matériau.

Annexe A

Résultats expérimentaux des éprouvettes en alliage d'aluminium

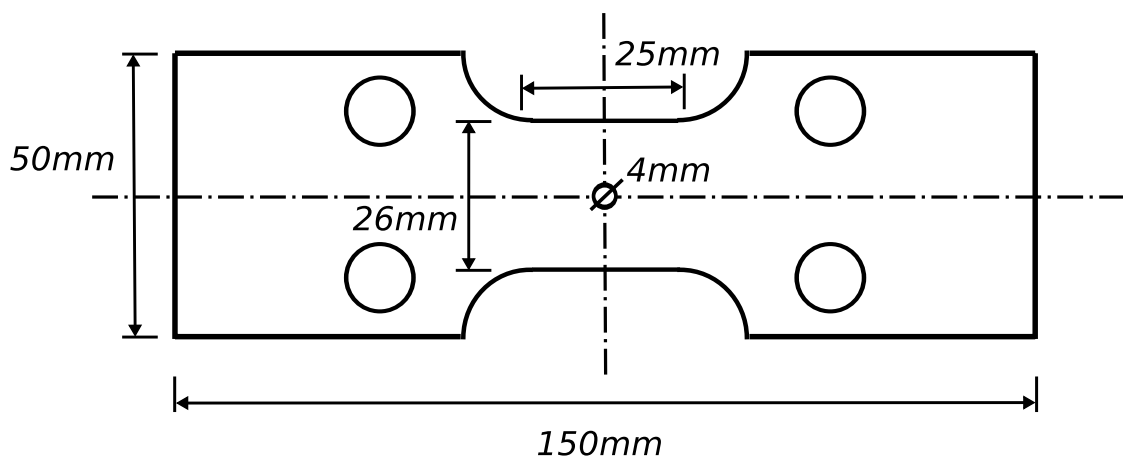


FIG. A.1: Éprouvette de traction perforée.

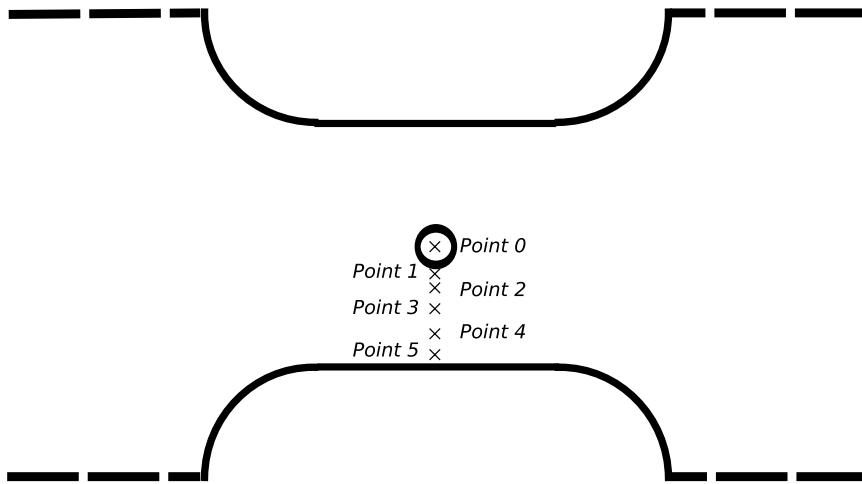


FIG. A.2: Position théorique des points de mesure de déformation.

Vitesse de sollicitation [m/s]	Point 0 [mm]	Point 1 [mm]	Point 2 [mm]	Point 3 [mm]	Point 4 [mm]	Point 5 [mm]
8.310^{-5}	0.06	2.23	2.79	3.74	5.63	10.34
8.310^{-3}	0.05	2.70	3.25	4.30	5.40	10.30
0.1	0.01	2.15	3.05	3.90	5.65	10.45
1	-0.15	2.10	3.25	4.45	5.55	10.15
2	-0.35	3	4.15	5.20	6.20	10.65

TAB. A.1: Position effective des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes lisses en alliage d'aluminium.

Vitesse de sollicitation [m/s]	Point 1 [mm]	Point 2 [mm]	Point 3 [mm]	Point 4 [mm]	Point 5 [mm]
8.310^{-5}	2.46	2.92	3.85	5.74	10.49
8.310^{-3}	2.75	3.25	3.80	6	10.80
0.1	2.50	2.90	3.80	5.95	10.45
1	×	2.90	4	5.25	11.05
2	2.40	3.10	3.90	5.65	10.45

TAB. A.2: Position effective des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes perforées en alliage d'aluminium.

V	$\varepsilon_{point 0}$	$\varepsilon_{point 1}$	$\varepsilon_{point 2}$	$\varepsilon_{point 3}$	$\varepsilon_{point 4}$	$\varepsilon_{point 5}$	ε_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.13	0.32	0.35	0.35	0.3	0.23	0.3
$8.3 \cdot 10^{-3}$	-0.04	0.89	0.88	0.45	0.06	0.38	0.27
0.1	0.84	-0.32	-0.16	-0.15	0.13	0.14	0.29
1	-0.004	-0.09	-0.11	-0.05	-0.02	-0.02	-0.004
2	0.04	0.04	0.006	-0.09	-0.06	0.08	0.009

TAB. A.3: Déformations mesurées à l'état 1 pour les éprouvettes non perforées.

V	$\varepsilon_{point 0}$	$\varepsilon_{point 1}$	$\varepsilon_{point 2}$	$\varepsilon_{point 3}$	$\varepsilon_{point 4}$	$\varepsilon_{point 5}$	ε_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	9.15	9.05	9.48	9.63	9.36	8.05	10.27
$8.3 \cdot 10^{-3}$	9.26	10.01	10.01	9.44	9.4	8.07	10.81
0.1	11.43	10.29	9.41	9.74	10.15	9.3	11.96
1	9.28	10.25	11.21	9.72	9.36	7.5	11.35
2	10.9	10.81	10.75	9.89	9.66	10.18	11.12

TAB. A.4: Déformations mesurées à l'état 2 pour les éprouvettes non perforées.

V	$\varepsilon_{point 0}$	$\varepsilon_{point 1}$	$\varepsilon_{point 2}$	$\varepsilon_{point 3}$	$\varepsilon_{point 4}$	$\varepsilon_{point 5}$	ε_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	26.39	21.64	21.85	21.95	21.41	21.37	23.86
$8.3 \cdot 10^{-3}$	27.39	21.67	21.3	20.58	21.49	23.05	23.58
0.1	25.73	22.6	22.53	23.31	24.03	20.16	23.42
1	22.58	23.17	24.88	24.35	24.87	23.09	23.81
2	26.2	26.29	25.87	25.25	24.15	21.56	22.23

TAB. A.5: Déformations mesurées à l'état 3 pour les éprouvettes non perforées.

V	$\dot{\epsilon}_{point 0}$	$\dot{\epsilon}_{point 1}$	$\dot{\epsilon}_{point 2}$	$\dot{\epsilon}_{point 3}$	$\dot{\epsilon}_{point 4}$	$\dot{\epsilon}_{point 5}$	$\dot{\epsilon}_{ref}$
[m/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.00051	0.00046	0.00051	0.00056	0.00048	0.0005	0.0005
$8.3 \cdot 10^{-3}$	0.015	0.041	0.04	0.027	0.025	0.021	0.034
0.1	1.74	0.8	0.69	0.69	0.7	0.77	0.99
1	—	7.78	9.26	0.0005	—	31.27	8
2	33.3	34.38	36.4	13.3	5.19	23.82	18

TAB. A.6: Vitesses de déformation mesurées dans le domaine élastique pour les éprouvettes non perforées.

V	$\dot{\epsilon}_{point 0}$	$\dot{\epsilon}_{point 1}$	$\dot{\epsilon}_{point 2}$	$\dot{\epsilon}_{point 3}$	$\dot{\epsilon}_{point 4}$	$\dot{\epsilon}_{point 5}$	$\dot{\epsilon}_{ref}$
[m/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.0033	0.0027	0.0027	0.0027	0.0026	0.0027	0.003
$8.3 \cdot 10^{-3}$	0.36	0.27	0.27	0.26	0.28	0.3	0.3
0.1	3.73	3.46	3.48	3.61	3.72	3.07	3.55
1	31.21	32.34	33.57	33.36	34.64	29.92	32.18
2	71.06	71.18	69.75	70.64	68.41	58.88	61.45

TAB. A.7: Vitesses de déformation mesurées dans le domaine plastique pour les éprouvettes non perforées.

V	$\epsilon_{point 1}$	$\epsilon_{point 2}$	$\epsilon_{point 3}$	$\epsilon_{point 4}$	$\epsilon_{point 5}$	ϵ_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.41	0.4	0.21	0.33	0.16	0.19
$8.3 \cdot 10^{-3}$	0.45	0.16	0.12	0.54	0.005	0.21
0.1	0.38	0.49	0.31	0.41	0.45	0.19
1	×	0.23	0.2	-0.07	0.24	-0.05
2	-0.04	0.08	-0.02	-0.14	-0.08	0.008

TAB. A.8: Déformations mesurées à l'état 1 pour les éprouvettes perforées.

V	$\varepsilon_{point 1}$	$\varepsilon_{point 2}$	$\varepsilon_{point 3}$	$\varepsilon_{point 4}$	$\varepsilon_{point 5}$	ε_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	12.25	8.9	5.31	3.3	1.45	1.81
$8.3 \cdot 10^{-3}$	9.73	7.46	5.92	2.76	1.27	1.87
0.1	10.23	7.89	4.76	2.1	0.78	1.58
1	×	8.01	6.05	3.32	0.85	1.99
2	13.01	6.25	3.89	5.46	2.5	1.86

TAB. A.9: Déformations mesurées à l'état 2 pour les éprouvettes perforées.

V	$\varepsilon_{point 1}$	$\varepsilon_{point 2}$	$\varepsilon_{point 3}$	$\varepsilon_{point 4}$	$\varepsilon_{point 5}$	ε_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	23.39	17.35	10.28	5.62	2.45	2.96
$8.3 \cdot 10^{-3}$	18.57	14.38	11.36	5.92	2.46	3.17
0.1	20.5	15.42	9.21	4.7	1.44	2.72
1	×	10.71	7.85	5.09	0.95	2.46
2	16.58	12.93	8.12	4.97	1.08	3.1

TAB. A.10: Déformations mesurées à l'état 3 pour les éprouvettes perforées.

V	$\dot{\varepsilon}_{point 1}$	$\dot{\varepsilon}_{point 2}$	$\dot{\varepsilon}_{point 3}$	$\dot{\varepsilon}_{point 4}$	$\dot{\varepsilon}_{point 5}$	$\dot{\varepsilon}_{ref}$
[m/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.00095	0.00077	0.00042	0.00045	0.00019	0.0003
$8.3 \cdot 10^{-3}$	0.165	0.121	0.089	0.059	0.021	0.039
0.1	2.81	2.25	1.61	0.73	0.48	0.73
1	×	2.51	4.75	2.38	4.43	0.3
2	—	2.54	—	—	—	0.3

TAB. A.11: Vitesses de déformation mesurées dans le domaine élastique pour les éprouvettes perforées.

V	$\dot{\epsilon}_{point 1}$	$\dot{\epsilon}_{point 2}$	$\dot{\epsilon}_{point 3}$	$\dot{\epsilon}_{point 4}$	$\dot{\epsilon}_{point 5}$	$\dot{\epsilon}_{ref}$
[m/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.0125	0.0091	0.0055	0.0028	0.0012	0.0014
$8.3 \cdot 10^{-3}$	1.34	1.05	0.84	0.41	0.18	0.204
0.1	23.2	17.26	9.92	5.2	1.21	2.56
1	×	141.6	102.3	66.73	10.44	32.65
2	419.31	321.57	203.97	124.84	27.89	77.27

TABLE A.12: Vitesses de déformation mesurées dans le domaine plastique pour les éprouvettes perforées.

Annexe B

Résultats expérimentaux des éprouvettes en acier

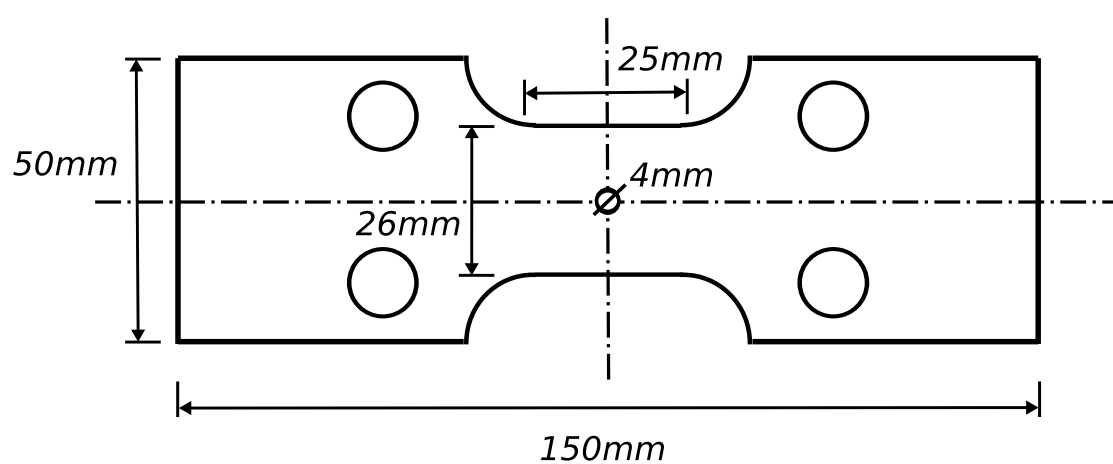


FIG. B.1: Éprouvette de traction perforée.

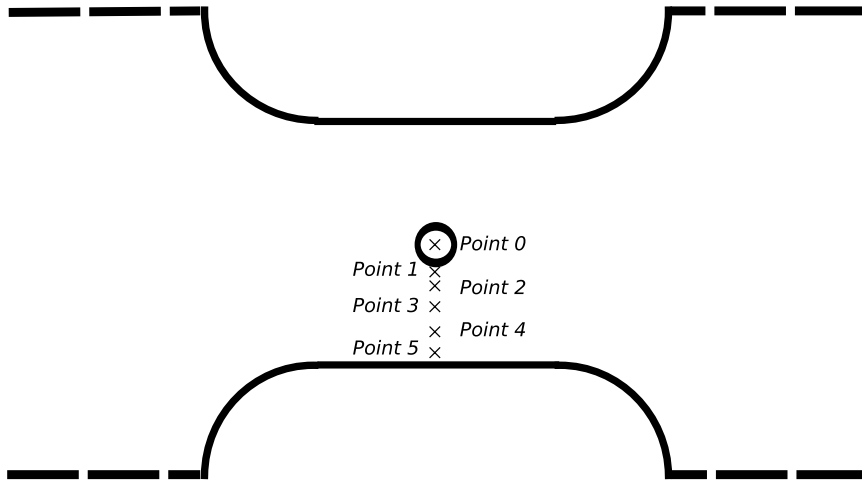


FIG. B.2: Position théorique des points de mesure de déformation.

Vitesse de sollicitation [m/s]	Point 0 [mm]	Point 1 [mm]	Point 2 [mm]	Point 3 [mm]	Point 4 [mm]	Point 5 [mm]
8.310^{-5}	0.20	2.50	3.30	4	5.55	10.15
1	0.45	2.05	3.65	5.30	×	10

TAB. B.1: Position effective des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes lisses en acier.

Vitesse de sollicitation [m/s]	Point 1 [mm]	Point 2 [mm]	Point 3 [mm]	Point 4 [mm]	Point 5 [mm]
8.310^{-5}	2.60	3.35	4.15	5.70	10.30
1	2.85	3.75	5	7.65	10.75

TAB. B.2: Position effective des points de mesure par rapport au centre des éprouvettes perforées en acier.

V [m/s]	ε_{point0} [%]	ε_{point1} [%]	ε_{point2} [%]	ε_{point3} [%]	ε_{point4} [%]	ε_{point5} [%]	ε_{ref} [%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.49	0.71	0.78	0.79	0.58	0.28	0.47
1	0.14	-0.03	×	-0.05	0.31	0.63	0.16

TAB. B.3: Déformations mesurées à l'état 1 pour les éprouvettes non perforées.

V	$\varepsilon_{point 0}$	$\varepsilon_{point 1}$	$\varepsilon_{point 2}$	$\varepsilon_{point 3}$	$\varepsilon_{point 4}$	$\varepsilon_{point 5}$	ε_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	15.45	15.21	15.2	15.2	14.96	12.44	15.19
1	14.53	15.41	×	13.61	12.11	11.46	12.73

TAB. B.4: Déformations mesurées à l'état 2 pour les éprouvettes non perforées.

V	$\varepsilon_{point 0}$	$\varepsilon_{point 1}$	$\varepsilon_{point 2}$	$\varepsilon_{point 3}$	$\varepsilon_{point 4}$	$\varepsilon_{point 5}$	ε_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	34.58	34.58	34.8	34.85	33.85	29.92	30.62
1	31.33	31.09	×	30.81	28.91	29.13	25.46

TAB. B.5: Déformations mesurées à l'état 3 pour les éprouvettes non perforées.

V	$\varepsilon_{point 0}$	$\varepsilon_{point 1}$	$\varepsilon_{point 2}$	$\varepsilon_{point 3}$	$\varepsilon_{point 4}$	$\varepsilon_{point 5}$	ε_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	103.06	99.06	97.22	95.04	87.31	65.57	49.23
1	67.17	68.42	×	67.06	63.9	57.73	38.73

TAB. B.6: Déformations mesurées à l'état 4 pour les éprouvettes non perforées.

V	$\dot{\varepsilon}_{point 0}$	$\dot{\varepsilon}_{point 1}$	$\dot{\varepsilon}_{point 2}$	$\dot{\varepsilon}_{point 3}$	$\dot{\varepsilon}_{point 4}$	$\dot{\varepsilon}_{point 5}$	$\dot{\varepsilon}_{ref}$
[m/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.0018	0.0017	0.0017	0.0017	0.0018	0.0011	0.0017
1	24.4	25.82	×	10.17	—	31.6	14.55

TAB. B.7: Vitesses de déformation mesurées dans le domaine élastique pour les éprouvettes non perforées.

V	$\dot{\epsilon}_{point 0}$	$\dot{\epsilon}_{point 1}$	$\dot{\epsilon}_{point 2}$	$\dot{\epsilon}_{point 3}$	$\dot{\epsilon}_{point 4}$	$\dot{\epsilon}_{point 5}$	$\dot{\epsilon}_{ref}$
[m/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.003	0.003	0.003	0.003	0.0029	0.0026	0.0027
1	37.83	37.36	×	38.82	38.36	34.14	31.36

TAB. B.8: Vitesses de déformation mesurées dans le domaine plastique pour les éprouvettes non perforées.

V	$\dot{\epsilon}_{point 0}$	$\dot{\epsilon}_{point 1}$	$\dot{\epsilon}_{point 2}$	$\dot{\epsilon}_{point 3}$	$\dot{\epsilon}_{point 4}$	$\dot{\epsilon}_{point 5}$	$\dot{\epsilon}_{ref}$
[m/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.011	0.01	0.0097	0.0086	0.0057	0.011	0.003
1	103.67	100.71	×	97.18	79.45	99.56	43.58

TAB. B.9: Vitesses de déformation mesurées durant la phase d'adoucissement pour les éprouvettes non perforées.

V	$\epsilon_{point 1}$	$\epsilon_{point 2}$	$\epsilon_{point 3}$	$\epsilon_{point 4}$	$\epsilon_{point 5}$	ϵ_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	1.12	0.41	0.27	0.31	0.39	0.23
1	0.095	0.38	0.9	1.15	-0.052	0.31

TAB. B.10: Déformations mesurées à l'état 1 pour les éprouvettes perforées.

V	$\epsilon_{point 1}$	$\epsilon_{point 2}$	$\epsilon_{point 3}$	$\epsilon_{point 4}$	$\epsilon_{point 5}$	ϵ_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	29.12	18.31	12.94	8.82	5.87	8.15
1	18.44	16.21	13.08	9.41	4.21	6.31

TAB. B.11: Déformations mesurées à l'état 2 pour les éprouvettes perforées.

V	$\epsilon_{point 1}$	$\epsilon_{point 2}$	$\epsilon_{point 3}$	$\epsilon_{point 4}$	$\epsilon_{point 5}$	ϵ_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	88.15	64.99	48.19	28.67	13.16	15.88
1	30.57	30.92	23.32	18.16	11.9	11.69

TAB. B.12: Déformations mesurées à l'état 3 pour les éprouvettes perforées.

V	$\varepsilon_{point 1}$	$\varepsilon_{point 2}$	$\varepsilon_{point 3}$	$\varepsilon_{point 4}$	$\varepsilon_{point 5}$	ε_{ref}
[m/s]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	104.57	79.73	60.62	35.68	14.82	17.07
1	43.76	44.32	31.41	21.24	10.53	14.46

TAB. B.13: Déformations mesurées à l'état 4 pour les éprouvettes perforées.

V	$\dot{\varepsilon}_{point 1}$	$\dot{\varepsilon}_{point 2}$	$\dot{\varepsilon}_{point 3}$	$\dot{\varepsilon}_{point 4}$	$\dot{\varepsilon}_{point 5}$	$\dot{\varepsilon}_{ref}$
[m/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.0063	0.0034	0.0022	0.0018	0.13	0.0016
1	1.05	4.23	10.05	12.81	—	3.45

TAB. B.14: Vitesses de déformation mesurées dans le domaine élastique pour les éprouvettes perforées.

V	$\dot{\varepsilon}_{point 1}$	$\dot{\varepsilon}_{point 2}$	$\dot{\varepsilon}_{point 3}$	$\dot{\varepsilon}_{point 4}$	$\dot{\varepsilon}_{point 5}$	$\dot{\varepsilon}_{ref}$
[m/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.015	0.014	0.0085	0.005	0.002	0.0026
1	70.87	71.02	52.12	39.55	27.78	26.46

TAB. B.15: Vitesses de déformation mesurées dans le domaine plastique pour les éprouvettes perforées.

V	$\dot{\varepsilon}_{point 1}$	$\dot{\varepsilon}_{point 2}$	$\dot{\varepsilon}_{point 3}$	$\dot{\varepsilon}_{point 4}$	$\dot{\varepsilon}_{point 5}$	$\dot{\varepsilon}_{ref}$
[m/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]	[1/s]
$8.3 \cdot 10^{-5}$	0.041	0.036	0.031	0.0174	0.0041	0.003
1	164.88	167.48	101.1	38.46	—	34.63

TAB. B.16: Vitesses de déformation mesurées durant la phase d'adoucissement pour les éprouvettes perforées.