

Endommagement de stratifiés aéronautiques à fibres de carbone et matrice polymère soumis à des chargements monotones ou cycliques à plusieurs températures. Expériences et modélisation

Anh Thang Vu

▶ To cite this version:

Anh Thang Vu. Endommagement de stratifiés aéronautiques à fibres de carbone et matrice polymère soumis à des chargements monotones ou cycliques à plusieurs températures. Expériences et modélisation. Sciences de l'ingénieur [physics]. ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechique - Poitiers, 2010. Français. NNT: . tel-00523580

HAL Id: tel-00523580 https://theses.hal.science/tel-00523580

Submitted on 5 Oct 2010 $\,$

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

pour l'obtention du Grade de

DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE MECANIQUE ET D'AEROTECHNIQUE

(Diplôme National - Arrêté du 7 Août 2006)

Ecole Doctorale : Sciences pour l'Ingénieur & Aéronautique

Secteur de Recherche : Mécanique des Solides et des Matériaux

Présentée par :

VU Anh Thang

Endommagement de stratifiés aéronautiques à fibres de carbone et matrice polymère soumis à des chargements monotones ou cycliques à plusieurs températures. Essais et modélisation

Directeurs de Thèse : Marie-Christine LAFARIE FRENOT, Denys GAMBY

Soutenue le 06 Juillet 2009 devant la Commission d'Examen

Manuscrit provisoire

<u>JURY</u>

M. Abderrahim EL MAHIProfesseur, IUT – GMP – Le MansRapporteurM. Laurent GUILLAUMATProfesseur, ISAT – NeversRapporteurM. Francis COLLOMBETProfesseur, IUT – GMP – ToulousePrésidentMme. Marie-Christine LAFARIE FRENOTProfesseur, ENSMA, PoitiersExaminatriceM. Denys GAMBYProfesseur, ENSMA, PoitiersExaminateur

Remerciements

En premier lieu, j'aimerais remercier vivement les premiers auteurs de cette réussite, Marie-Christine Lafarie-Frenot et Denys Gamby, qui m'ont confié ce sujet de thèse. Je tiens à saluer leur disponibilité, leur gentillesse et leur soutien qu'ils ont porté à ma thèse.

Mes remerciements s'adressent ensuite aux membres du jury. Je remercie vivement Monsieur Francis Collombet qui m'a fait l'honneur d'exercer les fonctions de président du jury. J'exprime mes remerciements à Monsieur Laurent Guillaumat et Monsieur Abderrahim El Mahi, qui ont bien voulu accepter d'être les rapporteurs de ce travail.

Je n'oublierai pas non plus tous ceux qui, de près ou de loin, par leur compétence, leur aide technique et leurs conseilles ont contribué à la réalisation de ce travail.

J'aimerais ensuite saluer tous les permanents LMPM et de l'ENSMA qui m'ont accueilli pendant ces trois années de thèse. Leur gentillesse et leur amitié m'ont vraiment touché.

Toute mon amitié et mes remerciements aux thésards du laboratoire. Merci à Romain "Porche addicted", à Bert et à Gaëlle qui m'ont supporté pendant tous ces années. Grâce à eux, les jours de travail sont plus animés et moins longs. Un grand merci à ATEM pour les activités organisées qui permettent de construire l'amitié entre les thésards.

Enfin, je tiens à exprimer ma gratitude à mon épouse, à mon fils, à mes parents et à mes beaux-parents.

SOMMAIRE

Sommaire

| Sommaire | 5 |
|---|--------|
| Notation1 | 1 |
| | _ |
| INTRODUCTION | 5 8 |
| | J |
| CHAPITRE 1 : ENDOMMAGEMENT DANS LES STRATIFIES CARBONE/EPOXYD | E |
| SOUS CHARGEMENT DE FATIGUE2 | 3 |
| 1.1 Modes 'andommercoments | 2 |
| 1.1. Modes endominagements | Э Л |
| 1.2. Queiques parametres dont depend r endominagement | 4 6 |
| 1.4 Observation des délaminages ? | 8 |
| 1.5 Modélisation de l'endommagement sous chargement de fatigue | 8 |
| Références | 6 |
| | |
| CHAPITRE 2 : MATERIAUX ET EQUIPEMENTS EXPERIMENTAUX4 | 3 |
| 2.1 Matériany | 2 |
| 2.1. Materiaux | 2 2 |
| 2.1.1. Deux premiers materiaux INT/977-2-a(0)4 2.1.2 Troisième matériaux IMS/M21 | 5 |
| 2.2. Montage expérimental 4 | 8 |
| 2.2.1. Polissage | 8 |
| 2.2.2. Machines d'essais | 9 |
| 2.3. Chargement | 2 |
| Références | 3 |
| | |
| CHAPITRE 3: MODELES POUR EVALUER LE TAUX DE RESTITUTIO | N |
| D'ENERGIE | 7 |
| 3.1. Introduction | 7 |
| 3.2. Notion de taux de restitution d'énergie | 7 |
| 3.3. Modèle de Mendels et Nairn | 8 |
| 3.3.1. Répartition des contraintes | 8 |
| 3.3.2. Taux de restitution d'énergie associé à l'apparition d'une fissure transverse6 | 0 |
| 3.4. Modèle de Nairn | 1 |
| 3.5. Modèle de Lim et Li | 2 |
| 3.6. Modèle de Zang et Gudmunson | 5 |
| 3.7. Limitations de ces modèles | 8 |
| 3.8. Comparaison des modèles | 9 |
| References7 | 2 |
| CHAPITRE 4: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEMEN | т |
| MONOTONE. INFLUENCE DE LA TEMPERATURE | 7 |

| 4.1. | Outils de la modélisation | 77 |
|--|--|---|
| | 4.1.1. Choix d'un critère de fissuration | 77 |
| | 4.1.2. Expression de l'énergie de rupture. Effet de courbe « R » | 79 |
| | 4.1.2.1. Energie de rupture constante | 79 |
| | 4.1.2.2. Effet de courbe « R » | 81 |
| | 4.1.2.3. Hypothèse fondamentale concernant l'énergie de rupture | 86 |
| | 4.1.2.4. Détermination expérimentale de l'énergie de rupture | 87 |
| | 4.1.3. Saturation de la densité de fissures | 91 |
| | 4.1.4. Prise en compte du délaminage | 97 |
| 4.2. | Endommagement du matériau IM7/977-2-a à l'ambiante | 96 |
| 4.3. | Endommagement du matériau IM7/977-2-b à l'ambiante | 100 |
| 4.4. | Endommagement du matériau IMS/M21 à 90°C | 102 |
| | 4.4.1. Vérification de l'effet de courbe « R » sur le matériau IMS/M21 à 90°C | 103 |
| | 4.4.2. Hypothèse concernant la formation des délaminages dans le composite | 104 |
| | IMS/M21 | 104 |
| | 4.4.3. Delaminage et parametres de la courbe « R » | 105 |
| 15 | 4.4.4. Verification portant sur les courbes de fissuration | 109 |
| 4.5. | Endommagement du materiau IMS/M21 a differentes temperatures | 110 |
| 4.6. | A 6.1 Courbe maîtresse | 115 |
| | 4.6.1. Courbe manresse | 110 |
| | 4.6.2. Application de l'apploche de Miyano aux materiaux de notre etude | 123 |
| | 4.6.2.2. Construction des courbes de fissuration | 127 |
| . – | 4.0.2.2. Construction des courbes de fissuration | 127 |
| $\Lambda'I$ | LONCIUCION | 130 |
| 4.7. Rófói | | |
| 4.7. Réféi | rences | 130 <i>131</i> |
| 4.7. Référ CHA | Conclusion rences APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM | 130 <i>131</i> ENT DE |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT | rences | 130 <i>131</i> ENT DE 137 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT | Conclusion rences | 130 131 ENT DE 137 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. | Conclusion rences | 130 <i>131</i> ENT DE 137 137 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. | Conclusion. rences. APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM TIGUE. Critère utilisé. 5.1.1. Modèle de Vinogradov. 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov. | 130 131 ENT DE 137 137 138 142 |
| 4.7. <i>Réféi</i> CHA FAT 5.1. | Critère utilisé | 130 131 ENT DE 137 137 138 142 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. 5.2. | Conclusion rences APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM TGUE Critère utilisé 5.1.1. Modèle de Vinogradov 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte | 130 131 ENT DE 137 137 138 142 niveau de 143 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. | Conclusion rences APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM TGUE Critère utilisé 5.1.1. Modèle de Vinogradov 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux | 130 131 ENT DE 137 137 138 142 niveau de 143 pour les |
| 4.7. <i>Réféi</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. | Critère utilisé 5.1.1. Modèle de Vinogradov 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante | 130 131 ENT DE 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. | Conclusion rences APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM TGUE Critère utilisé 5.1.1. Modèle de Vinogradov 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante 5.3.1. Taux de restitution d'énergie | 130 131 ENT DE 137 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 146 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. | Conclusion. rences. APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM TGUE. Critère utilisé. 5.1.1. Modèle de Vinogradov. 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov. Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte. Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante. 5.3.1. Taux de restitution d'énergie 5.3.2. Fonction γ _f prenant en compte l'effet de courbe « R ». | 130 131 ENT DE 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 146 146 |
| 4.7. <i>Réféi</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. | Critère utilisé. S.1.1. Modèle de Vinogradov. 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov. Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte. Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante. 5.3.1. Taux de restitution d'énergie | 130 131 ENT DE 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 146 147 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. | Conclusion rences APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM TGUE Critère utilisé 5.1.1. Modèle de Vinogradov 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte. Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante. 5.3.1. Taux de restitution d'énergie 5.3.2. Fonction γ _f prenant en compte l'effet de courbe « R » 5.3.3. Matériau IM7/977-2-b | 130 137 ENT DE 137 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 146 146 147 152 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. | Conclusion rences APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM TGUE Critère utilisé 5.1.1. Modèle de Vinogradov 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte. Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante. 5.3.1. Taux de restitution d'énergie 5.3.2. Fonction γ _f prenant en compte l'effet de courbe « R ». 5.3.3. Matériau IM7/977-2-b. Matériau IMS/M21-Effet du niveau de contrainte ou de la température. | 130 131 ENT DE 137 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 146 146 147 152 154 |
| 4.7. <i>Réféi</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. | Conclusion. rences. APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM TGUE . Critère utilisé | 130 137 ENT DE 137 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 146 146 147 152 154 154 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. | ConclusionrencesAPITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEMTGUECritère utilisé5.1.1. Modèle de Vinogradov5.1.2. Généralisations possibles du modèle de VinogradovApplication du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainteComparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante5.3.1. Taux de restitution d'énergie5.3.2. Fonction γ_f prenant en compte l'effet de courbe « R »5.3.3. Matériau IM7/977-2-a5.3.4. Matériau IM7/977-2-bMatériau IMS/M21-Effet du niveau de contrainte ou de la température5.4.1. Essais et simulations à 30°C - Effet du niveau de contrainte | 130 137 ENT DE 137 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 146 146 146 147 154 154 154 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. | Conclusion rences APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM IGUE Critère utilisé 5.1.1. Modèle de Vinogradov 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante | 130 137 ENT DE 137 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 146 146 146 152 154 156 156 |
| 4.7. <i>Réféi</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. | Conclusion rences APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM TGUE Critère utilisé 5.1.1. Modèle de Vinogradov 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante 5.3.1. Taux de restitution d'énergie 5.3.2. Fonction γ _f prenant en compte l'effet de courbe « R » 5.3.3. Matériau IM7/977-2-a 5.3.4. Matériau IM7/977-2-b Matériau IMS/M21-Effet du niveau de contrainte ou de la température 5.4.1. Essais et simulations à 30°C - Effet du niveau de contrainte | 130 137 ENT DE 137 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 146 146 146 152 154 154 156 156 158 |
| 4.7. <i>Référ</i> CHA FAT 5.1. 5.2. 5.3. 5.4. 5.5. | Conclusion rences APITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEM IGUE Critère utilisé 5.1.1. Modèle de Vinogradov 5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a. Effet du contrainte Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante 5.3.1. Taux de restitution d'énergie 5.3.2. Fonction γ_f prenant en compte l'effet de courbe « R » 5.3.3. Matériau IM7/977-2-b Matériau IMS/M21-Effet du niveau de contrainte ou de la température 5.4.1. Essais et simulations à 30°C - Effet du niveau de contrainte 5.4.2. Essais et simulations à plusieurs températures 5.4.2.1. Conditions expérimentales 5.4.2.2. Influence de la température Conclusion | 130 137 ENT DE 137 137 138 142 niveau de 143 pour les 146 146 146 154 154 154 156 158 158 162 |

| CONCLUSION | |
|--------------|--|
| Références | |
| PERSPECTIVES | |
| Références | |
| ANNEYE | |

ANNEXE

| Annexe 2.1 : Calcul empirique de G ₂₃ | 177 |
|---|-----|
| Annexe 3.1 : Calcul du taux de restitution d'énergie selon le modèle de Mendels | 179 |
| Références | 189 |

NOTATIONS

Notations

| $a_{To}(T)$ | Coefficient de décalage temps-température | | |
|---------------------------------|---|--|--|
| d | Densité de fissures transverses, $d = 1/(2L)$ | | |
| d _{sat} | Densité de fissures transverses à la saturation en fatigue | | |
| E_1 | Module du pli unidirectionnel suivant la direction des fibres | | |
| E ₂ , E ₃ | Module du pli unidirectionnel suivant la direction orthogonale aux fibres | | |
| G | Taux de restitution d'énergie | | |
| G _{max} | Taux de restitution d'énergie pour l'apparition de la première fissure transverse | | |
| G_{12}, G_{23} | Modules de cisaillement du pli unidirectionnel | | |
| h_1 | Demi-épaisseur de la couche centrale à 90° du stratifié croisé | | |
| h ₂ | Epaisseur des couches extérieures à 0° du stratifié croisé | | |
| h ₁₂ | h_1/h_2 | | |
| h | $h_1 + h_2$ | | |
| H(t) | Fonction de Heaviside | | |
| L | Demi-distance entre deux fissures transverses | | |
| Ν | Nombre de cycles de fatigue | | |
| N _{in} | Nombre de cycles nécessaires à l'apparition de la première fissure transverse | | |
| N _e | Très grand nombre de cycles après lequel plus aucune fissure n'est créée | | |
| R | Rapport de charge en fatigue (= $F_{min}/F_{max} = \overline{\sigma}_{min}/\overline{\sigma}_{max}$) | | |
| t | Temps réel | | |
| ť | Temps réduit | | |
| Т | Température | | |
| T _s | Température de l'état libre de contrainte ou température de cuisson | | |
| T ₀ | Température de référence pour le principe de superposition temps-température | | |
| u ⁽ⁱ⁾ | Déplacement suivant x dans la couche (i) du stratifié fissuré (i = 1,2) | | |
| V | Vitesse de traverse | | |
| W | Déplacement suivant z dans la couche centrale à 90° du stratifié fissuré | | |
| X | Abscisse dans la direction de sollicitation suivant la longueur de l'éprouvette | | |
| у | Coordonnée suivant la largeur de l'éprouvette | | |
| Z | Coordonnée suivant l'épaisseur de l'éprouvette | | |
| α_1, α_2 | Coefficients de dilatation thermique longitudinal et transversal du pli | | |

| | unidirectionnel |
|---------------------------------------|--|
| β | Paramètre « shear-lag » utilisé dans le modèle de Mendels |
| $\gamma_{\rm f}$ | Energie de rupture évoluant au cours du chargement cyclique (obtenu après N cycles pour un chargement d'amplitude constante) |
| γ_{st} | Energie de rupture « statique » |
| $\gamma^{(i)}_{xz}$ | Distorsion due au cisaillement $\tau_{xz}^{(i)}$ dans la couche (i), i=1,2 |
| ΔT | $T-T_0$ |
| $\Delta \alpha_{12}$ | $\alpha_1 - \alpha_2$ |
| $\Delta \alpha_{21}$ | $\alpha_2 - \alpha_1$ |
| v_{12}, v_{23} | Coefficients de Poisson du pli unidirectionnel |
| ξ | Abscisse entre deux fissures transverses préexistantes (-L $\leq \xi \leq L$) |
| ρ | $\rho = L/\ h_1$: demi-espacement sans dimension entre deux fissures transverses |
| $\sigma_{x}^{(i)}$ | Contrainte normale suivant x ($i = 1,2$) dans la couche (i) |
| $\boldsymbol{\tilde{\sigma}}_x^{(i)}$ | Moyenne sur l'épaisseur de la couche (i) du stratifié fissuré de la contrainte normale suivant x (i=1,2) |
| ${\bf \tilde{\sigma}}_{max}^{(1)}$ | Contrainte maximale dans la couche à 90° du stratifié lors d'un chargement cyclique (évaluée dans l'état non fissuré) |
| $\sigma_{_{e}}$ | Paramètre représentant une « contrainte limite de fatigue » |
| σ_{r} | Contrainte à rupture d'un stratifié |
| $\overline{\sigma}$ | Contrainte normale moyenne appliquée au stratifié selon l'axe x |
| $\dot{\sigma}$ | vitesse de chargement |
| $\overline{\sigma}_{max}$ | Valeur maximale de la contrainte appliquée au stratifié en fatigue |
| $\overline{\sigma}_{_{min}}$ | Valeur minimale de la contrainte appliquée au stratifié en fatigue |
| $\tau_{xz}^{(i)}$ | Cisaillement dans la couche (i) dans le plan (xz) du stratifié (i=1,2) |
| τ* | Cisaillement interlaminaire à l'interface des deux couches à 0° (couche 2) et 90° (couche 1) |

INTRODUCTIONS

INTRODUCTION

Les composites stratifiés à fibres longues de carbone et à matrice époxyde présentent d'excellentes propriétés mécaniques spécifiques. Dans les industries aérospatiale et aéronautique, ils ont donc pris une place importante dans certaines pièces de structures.



Figure I. Les composites sur A380.

A haute altitude, compte tenu du frottement de l'atmosphère et du froid ambiant, les températures de peau de la structure sont importantes. La température élevée et les contraintes dues au vol peuvent provoquer des déformations de fluage et une oxydation du matériau. La succession des phases de vol peut entraîner de la fatigue en présence de variation d'environnement. Le développement des structures dans de telles conditions pose le problème de la durabilité et de la tolérance au dommage.

En pratique, les composants de la voilure sont fabriqués à partir de stratifiés comprenant des plis avec plusieurs directions préférentielles, et ils sont soumis à des chargements complexes. Les

essais de laboratoire sont généralement effectués sur des stratifiés simples (unidirectionnels, croisés,...) soumis à des chargements simples (traction, flexion pure,...). Les modèles obtenus à partir de ces essais ne sont donc valables que dans des cas assez particuliers. Il faut ensuite les étendre pour qu'ils puissent s'appliquer à des structures réelles.

NGUYEN The Hoang [1] et ses prédécesseurs au LMPM ont étudié l'évolution de la densité de fissures dans des stratifiés croisés ou quasi-isotropes de composites aéronautiques carbone/époxyde à fibres longues. M.C. Lafarie-Frenot et C. Hénaff-Gardin [2] ont fait des essais de fatigue, à l'ambiante, sur deux types d'empilements différents de stratifiés carbone/époxyde T300/914, à deux niveaux de contrainte maximale différents (60% et 80% de la contrainte à rupture notée σ_r); les résultats expérimentaux concernant l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles ont mis en évidence, pour chaque stratifié, le lien qui existe entre le niveau de chargement et l'accélération de la multiplication des fissures transverses.

C. Hénaff-Gardin et M.C. Lafarie-Frenot [3] ont montré une influence marquée, même à la température ambiante, de la fréquence (de 1 Hz à $1,5\times10^{-4}$ Hz) sur le développement de la fissuration en fatigue dans la couche à 90°C d'un stratifié [(0,45,-45,0,90)₃]_S en carbone/époxyde T300/914.

A la température de 150°C, pour des stratifiés $[0_3/90_3]_S$ de carbone/époxyde IM7/977-2, M.C. Lafarie-Frenot et S. Rouquié [4] ont réalisé des essais de fatigue sous azote sec aux deux fréquences de 0,7 Hz et 8×10^{-4} Hz; un effet important de la fréquence sur la fissuration a été observé même sous environnement neutre.

C. Hénaff-Gardin et M. C. Lafarie-Frenot [5] ont trouvé que la valeur de la densité à saturation reste sensiblement indépendante du niveau de chargement appliqué.

Les paramètres physiques et géométriques gouvernant l'initiation, la multiplication et la saturation des fissures transverses, dans la couche à 90° des stratifiés $[0_m/90_n]_S$ de carbone/époxyde T300/914, sous chargement mécanique ou thermique ont été identifiés dans les études de M. C. Lafarie-Frenot et al. [4], C. Hénaff-Gardin et M.C. Lafarie-Frenot [6]. La propagation progressive des fissures dans la largeur des éprouvettes a été étudiée expérimentalement et modélisée pour différentes séquences d'empilement par D. Gamby et al. [7]. Ces études ont montré l'intérêt de la notion de taux de restitution d'énergie pour décrire l'évolution de la fissuration pendant la durée de vie du matériau. Un modèle assez raffiné pour

exprimer le taux de restitution d'énergie pour des chargements mécaniques et thermiques a été proposé [6].

NGUYEN The Hoang [1] a réalisé une étude expérimentale et proposés certaines modélisations de la cinétique d'endommagement par multifissuration matricielle dans des stratifiés carbone/époxyde soumis à des chargements monotones à vitesse imposée ou à des chargements de fatigue à fréquence imposée. Le lien expérimental existant entre un chargement monotone et un chargement de fatigue a été mis en évidence [8].

L'objectif principal de cette thèse est de continuer à étudier la cinétique d'endommagement par multi fissuration dans la matrice des stratifiés carbone/époxyde de type $[0_m/90_n]_S$, sous chargement monotone et de fatigue. De nouveaux essais sur deux matériaux différents ont été réalisés. Une attention particulière a été apportée à la modélisation de l'énergie de rupture pour ces types de chargement. L'influence de la température a été étudiée.

La confrontation entre l'expérience, provenant d'une base de données expérimentales du LMPM, des essais réalisés dans le cadre de cette thèse, et les simulations obtenues à l'aide de modèles analytiques simples proposés dans ce mémoire, constituent l'essentiel de ce document.

Ce mémoire est divisé en 5 chapitres :

- Dans le premier chapitre, nous présentons les principaux modes d'endommagement dans un stratifié carbone/époxyde croisé à fibres longues sous l'influence de chargements thermomécaniques, monotones ou cycliques, et un certain nombre de paramètres dont dépend l'endommagement. Une bibliographie très sélective présente quelques résultats provenant de la littérature et concernant principalement les essais de fatigue et l'évolution de la densité de fissures (avec apparition éventuelle de délaminages) sous sollicitations cycliques.
- Le deuxième chapitre consiste en une présentation des éprouvettes et des matériaux étudiés, des conditions d'essai, ainsi que des équipements expérimentaux utilisés au cours de cette thèse.
- Plusieurs modèles analytiques simples pour calculer le taux de restitution d'énergie et leur comparaison sont présentés dans le chapitre 3, ce qui permet de retenir l'approche la mieux adaptée à nos besoins dans l'expression du critère de fissuration.

- Dans le quatrième chapitre, l'évolution de la densité de fissures dans des stratifiés [0_m/90_n]_S de trois matériaux différents sous chargement monotone est étudiée expérimentalement puis décrite par un critère énergétique faisant intervenir l'énergie de rupture. Nous nous intéressons aussi à l'influence du délaminage et de la température sur les courbes de fissuration. L'influence de la température est expliquée au moyen du principe de superposition Temps-Température, en cherchant à construire des courbes maîtresses d'iso-endommagement.
- Le chapitre 5 marque un passage de l'étude de la fissuration sous chargement monotone à l'étude de la fissuration progressive sous chargement de fatigue. Dans ce chapitre, une étude expérimentale et une simulation de l'évolution de la densité de fissures transverses en fonction du nombre de cycles sont présentées. Nous utilisons une loi de dégradation de l'énergie de rupture en fatigue du matériau qui repose sur une génération de l'hypothèse simple de Vinogradov [9] concernant la forme des courbes S-N de première fissuration et qui prend en compte l'éffet de courbe «R».

Nous essayons également d'expliquer l'influence de la température sur l'évolution de la densité de fissures.

<u>Références</u>

- 1 NGUYEN The Hoang. Etude expérimentale et modélisation de la cinétique d'endommagement par multifissuration matricielle dans des stratifiés carbone/époxyde soumis à des chargements monotones à vitesse imposée ou à des chargements de fatigue à fréquence imposée. Thèse, Université de Poitiers, 2005, Poitiers, France
- 2 Hénaff-Gardin C. Influence de la séquence d'empilement sur la fissuration par fatigue des plis transverses de stratifiés à fibres longues. Thèse, Université de Poitiers, 1990, Poitiers, France
- 3 Henaff-Gardin C, Lafarie-Frenot MC. *Specificity of matrix cracking development in CFRP laminates under mechanical or thermal loadings*. International Journal of Fatigue 2002; 24: 171-177

- 4 Rouquié S. Vieillissement de structures composites à matrice organique soumises à des chargements thermomécaniques répétés. Thèse, Université de Poitiers, 2004, Poitiers, France
- 5 Lafarie-Frenot MC, Hénaff-Gardin C, Gamby D. *Matrix cracking induced by cyclic ply stresses in composite laminates.* Composites Science and Technology 2001; 61: 2327-2336
- 6 Hénaff-Gardin C, Lafarie-Frenot MC. *The use of a characteristic damage variable in the study of transverse cracking development under fatigue loading in cross-ply laminates.* International Journal of Fatigue 2002; 24: 389-395
- 7 Gamby D, Hénaff-Gardin C, Lafarie-Frenot MC. *Propagation of edge cracking towards the centre of laminated composite plates subjected to fatigue loading*. Composite Structures 2002; 56: 183-190
- 8 NGUYEN The Hoang, Denys GAMBY, Marie-Christine LAFARIE-FRENOT. *Relationship between constant strain-rate and fatigue cracking curves for aeronautical carbon/epoxy laminates*, International Journal of Fatigue, 2009, à paraître.
- 9 Vinogradov V. Analysis of transverse cracking in fibre composite laminates under static and cyclic loadings. Thèse, Tel-Aviv University, 2002, Tel-Aviv, Israel

CHAPITRE 1

ENDOMMAGEMENT DANS LES STRATIFIES CARBONE/EPOXYDE SOUS CHARGEMENT DE FATIGUE

CHAPITRE 1: ENDOMMAGEMENT DANS LES STRATIFIES CARBONE/EPOXYDE SOUS CHARGEMENT DE FATIGUE

Dans cette étude, on s'intéresse essentiellement à des stratifiés croisés soumis à des chargements de traction monotone ou cyclique.

L'évolution des dégradations dans des stratifiés composites est un phénomène complexe qui résulte de différents modes d'endommagements souvent couplés, comme la fissuration matricielle, le délaminage entre les couches, la rupture des fibres, etc...

Dans un stratifié à fibres longues, sous l'influence de sollicitations monotones ou cycliques, mécaniques ou thermiques, la « fissuration transverse » est en général le premier endommagement observé dans la matrice d'un pli le plus désorienté par rapport à l'axe de sollicitation. Des fissures transverses peuvent apparaître très tôt dans la durée de vie de la structure et elles peuvent constituer des zones d'amorçage pour d'autres mécanismes d'endommagement plus dangereux. La connaissance de la fissuration transverse est donc un préalable indispensable aux études ayant pour but d'assurer l'intégrité de la structure.

1.1. Modes d'endommagements

Sous l'influence de chargements thermomécaniques, monotones ou cycliques, les principaux modes d'endommagement, dans un stratifié croisé à fibres longues, peuvent être classés en quatre catégories [1] :

- Fissuration transverse : il s'agit de fissures qui traversent toute l'épaisseur des couches les plus désorientées par rapport à l'axe de sollicitation. Des micro-défauts au sein du matériau (comme des vides, des fibres cassées, le décollement fibre/matrice ou des microfissures de la matrice) peuvent être à l'origine de ces fissures amorcées par une forte concentration de contrainte locale. Ces fissures sont assez rectilignes et généralement perpendiculaires aux interfaces entre les couches adjacentes.
- Fissuration longitudinale : Il s'agit de fissures qui sont analogues aux précédentes, apparaissent toujours dans la matrice et sont perpendiculaires aux interfaces des couches, mais qui traversent toute l'épaisseur des couches orientées à 0° par rapport à l'axe de sollicitation.

- Délaminage entre couches : c'est un mécanisme de décohésion entre les couches qui apparaît sur le bord libre ou/et à l'intérieur de l'éprouvette. A cause des contraintes interlaminaires élevées près des bords, le délaminage s'amorce généralement à cet endroit, puis progresse en séparant les couches.
- *Rupture des fibres* : c'est un dernier mécanisme qui va généralement conduire à la rupture finale de l'éprouvette.



Figure 1.1. Modes d'endommagements dans un stratifié croisé

Dans de nombreuses situations (notamment lors d'un impact) la fissuration matricielle et le délaminage sont des phénomènes fortement couplés (Collombet et al., [2, 3]). Dans notre étude, nous nous intéressons principalement au comportement de stratifiés croisés $[0_m/90_n]_S$ dans des conditions expérimentales telles que la fissuration transverse soit le mode d'endommagement prépondérant.

1.2. Quelques paramètres dont dépend l'endommagement

L'influence de la contrainte maximale appliquée a été étudiée dans [4,5,6] ; les auteurs ont montré que, pour divers drapages et matériaux, la cinétique de fissuration est bien sûr plus rapide quand la contrainte est élevée. Lafarie-Frenot et Hénaff-Gardin [7] ont fait des essais de fatigue, sur deux types d'empilements différents de stratifiés carbone/époxyde T300/914, à deux niveaux de contrainte maximale différents (60% et 80% de la contrainte à rupture notée σ_R) ; les résultats expérimentaux concernant l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles ont montré que, pour chaque stratifié, un chargement plus élevé donne une accélération de la multiplication des fissures transverses. Takeda et al. [8] ont étudié l'influence de la contrainte appliquée sur la fissuration dans des stratifiés $[0/90_m/0]$ de carbone/époxyde T800H/3631 (m = 4, 8, 12) ; plusieurs niveaux de la contrainte maximale, variant de 40% à 95% de la contrainte à rupture statique, ont été utilisés.

D'autres paramètres importants sont la fréquence du chargement et le rapport de charge : Hénaff-Gardin et Lafarie-Frenot [9] ont montré une influence marquée, même à la température ambiante, de la fréquence (de 1 Hz à $1,5\times10^{-4}$ Hz) sur le développement de la fissuration en fatigue dans la couche à 90° du stratifié [(0,45,-45,0,90)₃]_S de carbone/époxyde T300/914 (cf. Figure 1.2).



Figure 1.2. Influence de la fréquence sur l'évolution de la densité de fissures dans la couche à 90° du stratifié [(0,45,-45,0,90)₃]_s de T300/914 d'après [9]

A la température de 150°C, pour des stratifiés $[0_3/90_3]_S$ de carbone/époxyde IM7/977-2, Lafarie-Frenot et Rouquié [10] ont réalisé des essais de fatigue sous azote sec aux deux fréquences de 0,7 Hz et 8×10^{-4} Hz ; un effet important de la fréquence sur la fissuration a été observé même sous environnement neutre.

Pour considérer l'influence de la température, le principe de superposition temps-température a été aussi utilisé [11], [12]. La notion de temps réduit est introduite pour regrouper sur une même « courbe maîtresse » les variations d'une certaine grandeur mécanique en fonction du temps à différentes températures. Des détails concernant cette approche seront donnés plus loin.

La séquence d'empilement a aussi une influence très nette sur la fissuration. La comparaison entre simulation et expérience pour différents stratifiés carbone/époxyde $[90/0_n]_s$ AS4/Hercules 3501-6 [13] est présentée sur la Figure 1.3.



Figure 1.3. Evolution de la densité de fissures pour $[90/0_n]_S$ AS4/Hercules 3501-6 [13]. Comparaison entre l'expérience et la simulation.

J. Brillaud et A. El Mahi [14] ont étudié numériquement (par la méthode des éléments finis) l'influence de la séquence d'empilement sur la variation de la rigidité et du taux de restitution d'énergie du stratifié en fonction de la densité de fissures. Pour des stratifiés ayant le même nombre de plis à 0° et 90°, la perte du rigidité et le taux de restitution d'énergie augmentent quand l'épaisseur des couches augmente ; à l'état de saturation l'espacement des fissures semble être proportionnel à l'épaisseur des couches, tandis que la perte de rigidité n'en dépend pas.

1.3. Etudes expérimentales en fatigue

Pour le stratifié $[0_7/90]_S$ T300/914, en observant cinquante fissures sur 20mm de longueur d'éprouvette à l'aide de rayons X [15], les fissures transverses ont pu être classées en trois types : fissures naissantes, fissures se propageant, fissures arrêtées.



Figure 1.4. Classification en trois types des fissures transverses [15] : n = naissante ; p = se propageant ; a = arrêtée.

Pendant cet essai de fatigue le nombre de fissures « naissantes » diminue à partir de 10^3 cycles et s'annule à 10^5 cycles. De 10^3 à 10^4 cycles le nombre de fissures « se propageant » augmente rapidement, et au delà de 10^4 cycles leur diminution correspond à l'apparition de nombreuses fissures « arrêtées ». À la fin de l'essai de fatigue, les fissures « se propageant » ont disparu.

L'augmentation du nombre de fissures transverses en fonction du nombre de cycles a été observée expérimentalement par Reifsnider [16]. Pour un niveau de chargement imposé, l'initiation de la première fissure est caractérisée par la valeur du nombre de cycles à l'amorçage. Une détermination de la cinétique de fissuration transverse a été entreprise expérimentalement sur des stratifiés à base de matrice époxyde et de fibres de carbone (T300 et T400) par Petitpas et al. [17]. Une loi de variation de la contrainte de première rupture de la couche à 90° en fonction du nombre de cycles, de type courbe de Wohler, a été proposée. Les premières fissures apparaissent de manière aléatoire le long de l'éprouvette. Plus le nombre de cycles est élevé, plus les fissures se répartissent régulièrement. La densité de fissures atteint une valeur de saturation pour un grand nombre de cycles [16]. Hénaff-Gardin et Lafarie-Frenot ont montré que la valeur de la densité à saturation reste sensiblement indépendante du niveau de chargement appliqué (cf. Figure 1.5 [18]). Les caractéristiques de ces essais sont résumées dans le Tableau 1.1. [18].



Figure 1.5. Densité de fissures sur la tranche en fonction du nombre de cycles pour deux niveaux de contraintes et deux stratifiés. T300/914, R = 0,1, f = 10 Hz [18]

| Fatigue T300/914 | {0 ₇ /90} _s 80% σ _r | {0 ₇ /90} _s 60% σ _r | {0 ₃ /90/0 ₄ } _s 80% σ _r | {0 ₃ /90/0 ₄ } _s 60% σ _r |
|---|---|---|---|---|
| N _{fpf} (cycles) | 1 | 10 | 10² | 10⁴ |
| d _s (mm ⁻¹) | 1.8 | 1.8 | 4.55 | 4.5 |
| N _s (cycles) | 10² | 10 ⁴ | 10 ⁶ | \geq 2.5 10 ⁶ |

Tableau 1.1. Nombre de cycles N_{fpf} à l'apparition de la première fissure, densité de fissures à la saturation d_s et nombre de cycles N_s après lequel plus aucune fissure n'est créée [18]

Gamstedt et Sjögren [19] ont étudié expérimentalement le cas où l'amplitude du chargement de fatigue n'est pas constante. Ils montrent que la règle de cumul linéaire des endommagements Palmgren-Miner n'est pas toujours vérifiée. Une explication a été proposée à partir de l'étude des micro-mécanismes d'endommagement.

Talreja [20] a mis en évidence une « limite de fatigue » pour la fissuration transverse ; aucune fissure n'est observée avant la fin de l'essai ($N\approx 10^6$) lorsque la déformation maximale imposée au stratifié est inférieure à cette limite.

1.4. Observation des délaminages

Concernant les délaminages, plusieurs techniques permettent d'accéder à leurs dimensions. Nous ne signalerons qu'une seule d'entre elles.

Guillaumat et al [21] ont utilisé une « méthode du flash » pour mesurer la taille des délaminages internes : une impulsion thermique est appliquée sur la face avant de l'échantillon, puis la réponse thermique sur cette face est enregistrée à l'aide d'une caméra pour obtenir une cartographie des propriétés thermo-physiques. Le délaminage se comporte comme une résistance thermique s'opposant à la diffusion de la chaleur. Une formule définissant le coin d'air équivalent au délaminage est proposée. La méthode est appliquée à un stratifié translucide verre/époxyde et fournit une cartographie tridimensionnelle du délaminage.

1.5. Modélisation de l'endommagement sous chargement de fatigue

Degrieck et Van-Paepegem [22] ont classé les principaux modèles proposés depuis les dernières décennies en trois grandes catégories:

- Les « modèles de durée de vie » ne prennent pas vraiment en compte le mécanisme de dégradation (comme les fissures transverses dans la matrice, la rupture des fibres, etc.) mais utilisent la courbe S-N de ruine (ou le diagramme de Goodman) et introduisent certains critères de rupture en fatigue ; ces approches nécessitent un travail expérimental considérable.
- Les modèles « phénoménologiques » concernent la rigidité et la résistance résiduelles.
 Ces modèles proposent une loi d'évolution de la dégradation des propriétés à l'échelle macroscopique des stratifiés.
- Enfin les « modèles d'endommagement progressif » introduisent une ou plusieurs variables d'endommagement pour décrire la dégradation des stratifiés composites.

Un article de synthèse sur l'évolution des fissures transverses et du délaminage sous chargements statique et de fatigue a été écrit par J.M. Berthelot [23]. Il a présenté plusieurs modèles pour décrire la répartition des contraintes dans les stratifié fissurés et les a comparés avec la méthode des éléments finis.

Pour montrer la diversité des approches rencontrées, nous présentons à titre d'exemple quelques modèles typiques, sans prétendre être exhaustif et sans aucune tentative de classification.

Une simulation de l'évolution de la fissuration transverse a été proposée par El Mahi et al. dans [24]. La largeur de l'échantillon est divisée en bandes dans lesquelles le champ des contraintes est évalué au moyen d'un modèle analytique simple. Un critère de type « contrainte », appliqué sur les bords libres de l'échantillon régit la naissance des fissures, aux points où le critère est vérifié, en utilisant une distribution statistique de la contrainte à rupture ; aux autres points, un second critère indique quel est le nombre de cycles nécessaires pour que le critère en contrainte soit vérifié ; ensuite, la vitesse de propagation des fissures dans le sens de la largeur est une fonction de l'énergie dissipée en pointe de fissure au cours des cycles de fatigue. La simulation a été comparée à des résultats expérimentaux obtenus sur des stratifiés verre/époxyde.

El Mahi et al. [25] ont analysé le comportement de fatigue de stratifiés croisés verre/époxyde soumis à des essais de flexion trois points. La modélisation du comportement de fatigue est basée sur la réduction expérimentale de la rigidité des stratifiés. L'endommagement est décrit

29

globalement par un paramètre de fatigue lié à la variation de la force appliquée (resp. le déplacement appliqué) pour des essais à déplacement imposé (resp. force appliquée)

Guillaumat et Hamdoun [26] ont étudié l'influence de la qualité du perçage sur l'endommagement de stratifiés en composite carbone/époxyde T300/914 avec couches à 0°, 45°,-45°, 90°. Pour interpréter les observations microscopiques et par rayons-X, un modèle tridimensionnel d'éléments finis utilisant le critère de Hashin a été employé. Ce modèle a correctement prévu le premier endommagement apparaissant au bord d'un trou (suivant le mode fibre ou matrice). Ensuite la résistance cyclique en compression de tels stratifiés composite carbone/époxyde a été étudiée dans [27]. Les fissures transverses et les délaminages apparus après le chargement de fatigue ont été observés ; un critère de rupture et un calcul par éléments finis ont été utilisés pour interpréter les observations.

Nairn J.A. et al [13] ont utilisé des résultats expérimentaux statiques provenant de 18 stratifiés AS4/3501-6 pour construire une courbe maîtresse « contrainte réduite »-« densité réduite ». En utilisant une valeur constante de l'énergie de rupture et un modèle bidimensionnel du champ des contraintes, ils ont trouvé que pour différents stratifiés, il existe une seule courbe « contrainte réduite »-« densité réduite ». Pour améliorer leur modèle, ils ont introduit un paramètre f, rapport de la longueur de l'intervalle entre deux fissures dans lequel apparaît une nouvelle fissure sur la longueur moyenne de l'intervalle entre deux fissures.

Lubineau et al. [28] prennent en compte 4 mécanismes de dégradation des stratifiés : fissures transverses, délaminage, décohésion diffuse entre les fibres et la matrice, délaminage naissant diffus. Pour les deux derniers mécanismes, deux paramètres d'endommagement sont introduits : \tilde{d} (dégradation du module de cisaillement) et \tilde{d} ' (dégradation du module transverse).

En fatigue, l'endommagement est représenté par la superposition de deux contributions, statique et fatigue :

$$(\widetilde{\mathbf{d}},\widetilde{\mathbf{d}}') = (\widetilde{\mathbf{d}}_{s},\widetilde{\mathbf{d}}'_{s}) + (\widetilde{\mathbf{d}}_{f},\widetilde{\mathbf{d}}'_{f})$$

Pour prédire l'évolution de la fissuration, ils ont utilisé le critère suivant :

$$\left(\left(\frac{\mathbf{G}_{\text{ini}}}{\mathbf{G}_{\text{c}}} \right)^{\alpha} + \left(\frac{\mathbf{G}_{\text{ini}}}{\mathbf{II}} \right)^{\alpha} + \left(\frac{\mathbf{G}_{\text{ini}}}{\mathbf{G}_{\text{c}}} \right)^{\alpha} + \left(\frac{\mathbf{G}_{\text{ini}}}{\mathbf{G}_{\text{c}}} \right)^{\alpha} \right)^{1/\alpha} = 1$$

и п п

où : G_{ini}^{I} , G_{ini}^{II} , G_{ini}^{III} sont les taux de restitution d'énergie correspondant aux 3 modes de rupture et G_{c}^{I} , G_{c}^{I} , G_{c}^{I} sont leurs valeurs critiques ; α est une constante.

Dans le cas statique, {G_c} est représenté sous la forme :

$$\{\mathbf{G}_{c}\} = \left\{\overline{\mathbf{G}}_{c}\right\} = \left[\mathbf{G}_{c}^{I}\big|_{0}, \mathbf{G}_{c}^{II}\big|_{0}, \mathbf{G}_{c}^{III}\big|_{0}\right] \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\rho})$$

où : $G_c^I|_0$, $G_c^{II}|_0$, $G_c^{III}|_0$ sont des constantes ; $\psi(\rho)$ est une fonction de la densité ρ des fissures transverses

Dans le cas de la fatigue, on introduit une nouvelle variable η_f telle que:

$$\{G_c\} = \left\{\overline{G}_c\right\} \left(1 - \eta_f\right)$$

dont la loi d'évolution est de la forme

$$\frac{\partial \eta_{\rm f}}{\partial {\rm N}} = F(\langle \langle {\rm e} \rangle \rangle_{\partial \omega}, \eta_{\rm f})$$

 $\langle \langle . \rangle \rangle_{\partial \omega}$ désignant la valeur moyenne sur un volume fini $\partial \omega$ entre deux fissures.

Hashin et Rotem [29] ont utilisé deux critères pour distinguer deux modes de rupture : « fibre » et « matrice » :

$$\sigma_{A} = \sigma_{A}^{u}$$
 pour le mode « fibre » et $\left(\frac{\sigma_{T}}{\sigma_{T}}\right)^{2} + \left(\frac{\tau}{\tau^{u}}\right)^{2} = 1$ pour le mode « matrice »

où : σ_A et σ_T sont les contraintes longitudinale et transverse ; τ est la contrainte tangentielle ; σ_A^u et τ^u sont des contraintes de rupture, fonctions de la contrainte maximale, du rapport de charge et du nombre de cycles . Ce critère n'est valable que pour des composites unidirectionnels.

Ellyin et El-Kadi [30] ont utilisé la densité d'énergie de déformation pour le critère de rupture en fatigue :

$$\Delta W^{t} = \kappa N_{f}^{\alpha}$$

où N_f est le nombre de cycles à rupture de fatigue ; W^t est la densité d'énergie de déformation ; ΔW^t est l'amplitude d'énergie de déformation ; κ et α sont des fonctions de l'angle des fibres identifiées par des expériences.

Ils ont utilisés l'hypothèse de contrainte plane pour calculer la densité d'énergie de déformation.

Diao et al. [31] ont mis au point un modèle cumulatif statistique d'endommagement qui a la capacité de décrire et de prévoir la résistance résiduelle et la durée de vie des stratifiés composites sous une sollicitation de chargement cyclique. La comparaison entre la simulation et l'expérience a été réalisé pour un stratifié CF/PEEK $[0_2/90_2]_{2S}$.

Tserpes et al. [32] ont utilisé le concept « méso-mécanique » pour prévoir l'initiation, la propagation et la vie d'un composite organique à fibres de carbone.

Le champ de contraintes 3D est calculé par les équations de la mécanique des milieux continus (théorie des stratifiés), puis, à l'aide de critères en contraintes, sept mécanismes microscopiques d'endommagement sont prédits dans chaque méso-volume et deux types de propriétés mécaniques de chaque méso-volume (raideurs et résistances résiduelles) sont dégradées. Utilisant la méthode des éléments finis 3D, la prévision de la durée de vie, l'initiation et la propagation du délaminage sont bien prévus conformément aux expériences.

La baisse de la résistance des plis à 90° a été constatée expérimentalement par Caron [33], Caron et Ehrlacher [34]. Une loi de variation de la résistance résiduelle, à partir de la résistance initiale, après N cycles de chargement avec amplitude constante de contrainte appliquée S, a été proposée : $\frac{dR_e}{dN} = g(R_e, \Delta S, r)$

où : R_e est la résistance résiduelle de la couche à 90° ; $\Delta S = S_{max} - S_{min}$; $r = S_{min}/S_{max}$

La construction de cette loi est basée sur un modèle micromécanique de couche contenant une microfissure progressant en fatigue suivant une loi de Paris et se rompant lorsque le facteur d'intensité de contrainte atteint une valeur critique.

Avec la loi de Paris $\frac{dR_e}{dN} = -CR_e^{3-\eta} \Delta S^{\eta}$, la durée de vie est estimée par la formule suivante :

$$N_{r} = \frac{\Delta S^{-\eta}}{C(\eta - 2)} (R_{e}^{init \eta - 2} - S^{\eta - 2}) \text{ et } S = \Delta S / (1 - r)$$

où : C, n sont des paramètres de la loi de Paris.

Une grande campagne d'essais a été réalisée par ces auteurs afin d'identifier les constantes caractéristiques de la couche à 90° intervenant dans la loi. Un critère de rupture de type contrainte maximale est ensuite utilisé pour simuler la cinétique de la fissuration transverse

durant des essais de fatigue d'un stratifié carbone époxyde de type $[0_m/90_n]_S$. Les auteurs divisent la couche à 90° en « sections » (50 à 1000 sections/cm). Ils attribuent à chaque section une résistance résiduelle initiale statistique (avec une distribution statistique de R_e^{init} suivant la loi de Weibull)

Pour un chargement donné, ils calculent la contrainte dans la couche à 90° par un modèle de type shear-lag (modèle unidimensionnel qui repose sur des hypothèses simples concernant le champ des contraintes dans le stratifié fissuré, comme le modèle de Mendels présenté en détail au chapitre 3). Après avoir appliqué un certain nombre de cycles, ils font un test pour chercher la plus petite différence contrainte-résistance, d'où la première section cassée en son milieu, puis ils recommencent.

On peut trouver dans l'étude de Shokrieh et Lessard [35,36] un bilan étendu des différents modèles qui décrivent la dégradation de la « résistance résiduelle » de la couche à 90° en fonction du nombre de cycles N au cours d'un chargement d'amplitude constante σ . Le mécanisme de dégradation est schématisé sur la Figure 1.6 : sous chargement statique, ou équivalent à N = 0,25 cycles en fatigue, la résistance transverse de l'unidirectionnel est R(0) ; quand on augmente le nombre de cycles N, la résistance en fatigue R(N) se dégrade. Après un certain nombre de cycles, dit nombre de cycles à rupture N_f, lorsque la résistance en fatigue diminue jusqu'à l'amplitude de la contrainte appliquée σ , la ruine totale est observée. La courbe S-N de ruine finale est le lieu des points terminaux (N_f, σ) de chaque courbe de résistance résiduelle associée à la contrainte σ .



Figure 1.6. Dégradation de la résistance d'un unidirectionnel sous chargement constant de fatigue [35]
Caron et Ehrlacher [37] ont utilisé la méthode indirecte des éléments de contour avec la loi de probabilité de rupture pour décrire la cinétique de fissuration transverse dans un $[\alpha/90_p]_s$. Les coefficients sont identifiés par les essais de rupture avec 23 éprouvettes de 8 couches à 90°. Le comportement en fatigue des plis à 90° est décrit par un modèle d'endommagement incrémental donnant la baisse de résistance de ces plis pour un cycle de chargement en fonction de l'amplitude du cycle et de l'état de la section caractérisé par sa résistance résiduelle.

Adam et al. [38] ont proposé un modèle faisant intervenir des variables normalisées (avec loi puissance), n'utilisant que deux paramètres expérimentaux, pour décrire la dégradation de la résistance résiduelle sous un chargement en fatigue de niveau quelconque de contrainte maximale appliquée. Ces auteurs ont réussi à appliquer ce modèle à des stratifiés [0/90]_S à base de matrice époxyde et avec différents types de fibres (carbone, verre et Kevlar-49). En partant du modèle d'Adam et al. [38], Shokrieh et Lessard [35, 36] ont proposé une loi de dégradation de la résistance résiduelle plus générale, R(N, σ , κ), dépendant du nombre de cycle N, de l'état de contrainte σ et du rapport de charge κ (= $\sigma_{min}/\sigma_{max}$); une grande campagne d'essais sur le composite graphite/époxyde AS4/3501-6 a été réalisée afin de valider le modèle proposé.

A partir de l'échelle du pli, Li et al. [39] ont utilisé deux paramètres d'endommagement : variation relative de module des deux couches effectives (homogénéisées dans leur état fissuré) du stratifié : subcritique (à 90°- « sc ») et critique (à 0°- « cr »)

- soit, pour la couche subcritique (à 90°) : $D_{sc}^{ms}(\rho) = \frac{E_{sc}(0) E_{sc}(\rho)}{E_{sc}(0)}$
- et pour la couche critique (à 0°) : $D_{cr}^{ms} = \frac{E_{cr}(0) E_{cr}^{ms}}{E_{cr}(0)}$

 $E_{sc}^{ms}(\rho)$ est le module de la couche à 90° correspondant à la densité de fissures ρ .

 E_{cr}^{ms} est le module de la couche à 0° après délaminage, fissuration longitudinale rupture de fibres, ...

La répartition des contraintes et l'endommagement en fatigue sont décrits en utilisant le modèle : $D_{sc}^{ms}(\rho) = \alpha \rho t_{sc}$ et la loi de Paris sous la forme :

$$\frac{dD_{sc}^{ms}}{dN} = \kappa(\sigma_{sc})^{n} \text{ (étape 1 : fissuration matricielle)}$$

 $\frac{dD_{cr}}{dN} = \kappa_{l}(\sigma_{cr}(CDS))^{n'}$ (étape 2 : délaminage, fissuration longitudinale rupture de fibres, ...)

où t_{sc} est l'épaisseur de la couche à 90°; σ_{sc} et σ_{cr} sont les contraintes moyennes dans les couches à 90° et à 0° respectivement ; α , κ , κ_1 , n, n' sont des constantes ; CDS est l'état saturé juste avant le délaminage.

Hochard et al. [40] et Payan et Hochard [41] ont utilisé une loi de Paris faisant intervenir une force motrice analogue à un taux de restitution d'énergie, pour décrire l'endommagement en fatigue.

Les paramètres physiques et géométriques gouvernant l'initiation, la multiplication et la saturation des fissures transverses, dans la couche à 90° des stratifiés $[0_m/90_n]_S$ de carbone/époxyde T300/914, sous chargement mécanique ou thermique ont été identifiés dans les études de Lafarie-Frenot et al. [18], Hénaff-Gardin et Lafarie-Frenot [42]. Pendant un essai de fatigue, dans certains stratifiés croisés avec une couche à 90° de faible épaisseur, les fissures transverses dans la couche à 90° apparaissent initialement sur les bords libres et s'allongent progressivement suivant la largeur de l'éprouvette quand le nombre de cycles augmente. Ce phénomène a été étudié expérimentalement et modélisé pour différentes séquences d'empilement par Gamby et al. [43]. Il a aussi été étudié numériquement au moyen d'une modélisation par éléments finis par El Mahi et al. [44].

La plupart de ces études ont montré l'intérêt de la notion de taux de restitution d'énergie pour décrire l'évolution de la fissuration pendant la durée de vie du matériau.

Vinogradov et Hashin [45] ont proposé un modèle d'endommagement en fatigue basé sur un critère de taux de restitution d'énergie critique établi par Hashin [46] et une loi de variation du taux de restitution d'énergie critique en fatigue $\gamma_f(\sigma,N)$, qui se dégrade à partir de la valeur initiale en « statique » γ_{st} , en fonction du nombre de cycles N et du chargement constant σ ; l'obtention de cette loi est basée sur la courbe S-N de première fissuration, un critère énergétique et quelques hypothèses. Des simulations numériques de la fissuration progressive pour différents stratifiés de type $[0_m/90_n]_S$ ont été réalisées, mais ces résultats n'ont pas encore été systématiquement confrontés à l'expérience.

Nous partirons de cette approche pour des raisons qui seront développées au chapitre suivant.

Références

- 1 Stinchcomb WW, Reifsnider KL. *Fatigue damage mechanisms in composite materials: a review*. In: Fatigue mechanisms, ed. JT Fong; 1979. pp. 762-787: ASTM STP 675
- 2 Collombet F, Lalbin X, Lataillade JL. *Damage prediction of laminated composites under heavy mass-low velocity impact*. Key Engineering Materials 1998; 141 (143): 743-776
- 3 Collombet F, Lalbin X, Bonini J, Martin V, Lataillade JL. Damage criteria for the study of impacted composite laminates. Composites Science and Technology 1998; 58: 679-686
- 4 Stinchcomb WW. *Nondestructive evaluation of damage accumulation processes in composite laminates*. Composites Science and Technology 1986; 25: 103-118
- 5 Petitpas E, Valentin D, Bunsell A. *La fatigue des stratifiés carbone-résine: étude du mode de fissuration transverse.* Groupe Fragilité/Rupture, Ecole des Mines Paris, 3/12/1987 Paris, France
- 6 Daniel IM, Charewicz A. *Fatigue damage mechanisms and residual properties of graphite/epoxy laminates*. Engineering Fracture Mechanics 1986; 25 (5-6): 793-808
- 7 Hénaff-Gardin C. Influence de la séquence d'empilement sur la fissuration par fatigue des plis transverses de stratifiés à fibres longues. Thèse, Université de Poitiers, 1990, Poitiers, France
- 8 Takeda N, Ogihara S, Kobayashi A. *Microscopic fatigue damage progress in CFRP cross-ply laminates*. Composites 1995; 26 (12): 859-867
- 9 Henaff-Gardin C, Lafarie-Frenot MC. Specificity of matrix cracking development in CFRP laminates under mechanical or thermal loadings. International Journal of Fatigue 2002; 24: 171-177
- Rouquié S. Vieillissement de structures composites à matrice organique soumises à des chargements thermomécaniques répétés. Thèse, Université de Poitiers, 2004, Poitiers, France
- 11 Y.T. Yeow, D.H. Morris and H.F. Brinson. *Time-Temperature Behavior of a Unidirectional Graphite/Epoxy Composite*. Composite Materials: Testing and Design (Fifth Conference), ASTM STP 674. S. W. Tsai, Ed., American Society for Testing and Materials, 1979, pp. 263-281

- Y. Miyano, M. Nakada, K. Nishigaki. Prediction of long-term fatigue life of quasiisotropic CFRP laminates aircraft use. International Journal of Fatigue 28 (2006) 1217-1225
- 13 John A. Nairn, Shoufeng Hu, Jong Seok Bark. A critical evaluation of theories for predicting microcracking in composite laminates. Journal of materials science 28 (1993) 5099-5111.
- 14 J. Brillaud et A. El Mahi. Numérical Simulation of the Influence of Stacking Sequence on Transverse Ply Cracking in Composite Laminates. Composite Structures 17 (1991), pp : 23-35
- M. C. Lafarie-Frenot, C. Hénaff-Gardin. Formation and Growth of 90° Ply Fatigue Crack in Carbon/Epoxy Laminates. Composites Science and Technology 40 (1991) 307-324
- 16 Reifsnider KL, Highsmith A. 1981. Characteristic damage states: a new approach to representing fatigue damage in composite laminates. Materials representation and design in fatigue, Fatigue 81, Soc. of Environment Engineers, Fatigue group, Warwick University, England
- 17 Petitpas E, Renault M, Valentin D. *Fatigue behaviour of cross-ply CFRP laminates made* of T300 or T400 fibres. International Journal of Fatigue 1990; 12 (4): 245-251
- 18 Lafarie-Frenot MC, Hénaff-Gardin C, Gamby D. Matrix cracking induced by cyclic ply stresses in composite laminates. Composites Science and Technology 2001; 61: 2327-2336
- 19 E.K. Gamstedt, B.A. Sjögren. An experimental inverstigation of the sequence effect in block amplitude loading of cross-ply composite laminates. International Journal of Fatigue 24 (2002), 437-446
- 20 Talreja R. Fatigue of composite materials: damage mechanisms and fatigue-life diagrams. Proc. of R. Soc. Lond. A 1981; 378: 461-475
- 21 L. Guillaumat, J.C. Batsale, D. Mourand. *Real time infra-red image ^processing for the detection of delamination in composite plates*. Composites Part A, Vol. 35, Issues 7-8, pp: 939-944, juillet 2004
- 22 Degrieck J, Van-Paepegem W. Fatigue Damage Modelling of Fibre-reinforced Composite Materials: Review. Applied Mechanics Reviews 2001; 54 (4): 279-300

- 23 Jean-Marie Berthelot. *Transverse cracking and delamination in cross-ply glass-fiber and carbon-fiber reinforced plastic laminates: Static and fatigue loading*. Appl Mech Rev 56 (2003) (1), pp. 111–147
- 24 J.-M. Berthelot, A. El Mahi, J.-F. Le Corre. Development of transverse cracking in crossply laminates during fatigue tests. Composites Science and Technology 61 (2001), pp : 1711–1721
- 25 A. El Mahi, A[•] Bezazi[•] Describing the Flexural Behaviour of Cross-ply. Laminates Under Cyclic Fatigue. Appl Compos Mater (2009), Vol.16, n°1, pp : 33–53
- 26 L. Guillaumat, Z. Hamdoun. *Reliability model of drilled composite materials*. Composite structures, Vol. 74, n°4, pp 467-474, 2006
- 27 Zouheir Hamdoun, Laurent Guillaumat, Jean-Luc Lataillade. *Influence of the drilling quality on the fatigue compression behaviour of carbon epoxy laminates*. International journal of fatigue, vol. 28, n°1, pp. 1-8, 2006
- 28 G. Lubineau, P. Ladevèze, D. Violeau. Durability of CFRP laminates under thermomechanical loading: A micro-meso damage model. Composites science and technology 2006, vol. 66, no7-8, pp. 983-992
- 29 Hashin Z. and Rotem A. A fatigue criterion for fibre reinforced composite materials. J Composite (1973) Mat 7, 448-464
- 30 Ellyin F. and El-Kadi H.. A fatigue failure criterion for fiber reinforced composite laminae. Composite Structures 1990, 15, n°1, 61-74.
- 31 X. Diao, L. Ye and Y-W. Mai. A statistical study of the fatigue performance of fibrereinforced composite laminates. In Fatigue in Composites (Bryan Harris, ed.). CRC Press, Boca Raton Boston New York Washington, DC, 2003.
- 32 K. I. Tserpes, P. Papanikos, G. Labeas, Sp. Pantelakis. *Fatigue Damage Accumulation and Residual Strength Assessment of CFRP Laminates*. Composite Structures, 63 (2004), pp. 219-230.
- 33 Caron JF. *Modélisation de la cinétique de fissuration transverse en fatigue dans les stratifiés*. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1993, France
- 34 Caron JF, Ehrlacher A. *Modelling of fatigue microcracking kinetics in crossply composites and experimental validation*. Composites Science and Technology 1999; 59: 1349-1359

- 35 Shokrieh MM, Lessard LB. Multiaxial fatigue behaviour of unidirectional plies based on uniaxial fatigue experiments I. Modelling. International Journal of Fatigue 1997; 19 (3): 201-207
- 36 Shokrieh MM, Lessard LB. Multiaxial fatigue behaviour of unidirectional plies based on uniaxial fatigue experiments - II. Experimental evaluation. International Journal of Fatigue 1997; 19 (3): 209-217
- J.F. Caron, A. Ehrlacher. Modélisation de la cinétique de fissuration transverse en fatigue dans les composites stratifiés. Colloque national en calcul des structures, Giens, 11-14 mai 1993, pp 681-688
- 38 Adam T, Dickson RF, Jones CJ, Reiter H, Harris B. A power law fatigue damage model for fibre-reinforced plastic laminates. Proc. Instn. Mech. Engrs. Part C. Mechanical Engineering Science 1986; 200 (C3): 155-166
- 39 Chingshen Li, F. Ellyin, A. Wharmby. A damage meso-mechanical approach to fatigue failure prediction of cross-ply laminate composites. International Journal of Fatigue 24 (2002) 429-435
- 40 Hochard C, Payan J, Montagnier O. *Design and computation of laminated composite structures*. Composites Science and Technology 2004; 65: 467-474
- 41 Payan J, Hochard C. Damage modelling of laminated carbon/epoxy composites under static and fatigue loadings. International Journal of Fatigue 2002; 24: 299-306
- 42 Hénaff-Gardin C, Lafarie-Frenot MC. The use of a characteristic damage variable in the study of transverse cracking development under fatigue loading in cross-ply laminates. International Journal of Fatigue 2002; 24: 389-395
- 43 Gamby D, Hénaff-Gardin C, Lafarie-Frenot MC. *Propagation of edge cracking towards the centre of laminated composite plates subjected to fatigue loading*. Composite Structures 2002; 56: 183-190
- 44 J.-M. Berthelot, A. El Mahi and P. Leblond. *Transverse cracking of cross-ply laminates: Part 2. Progressive widthwise cracking.* Composites Part A 27A (1996), pp : 1003-1010
- 45 Vinogradov V. Analysis of transverse cracking in fibre composite laminates under static and cyclic loadings. Thèse, Tel-Aviv University, 2002, Israel
- 46 Hashin Z. *Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis.* Journal of Mechanics and Physics of Solids 1996; 44: 1129-1145

CHAPITRE 2

MATERIAUX ET EQUIPEMENTS EXPERIMENTAUX

CHAPITRE 2 : MATERIAUX ET EQUIPEMENTS EXPERIMENTAUX

Dans ce chapitre, nous présentons les matériaux étudiés et les techniques expérimentales utilisées au cours de ce travail.

2.1 Matériaux

Dans cette étude, nous utilisons des résultats expérimentaux préexistants obtenus par d'autres chercheurs du LMPM ainsi que des résultats issus de nos propres essais. Les matériaux étudiés et les conditions expérimentales sont présentés dans le Tableau 2.1.

| | | IM7/977-2-a | IM7/977-2-b | IMS/M21 | |
|--------------------|---|----------------------|---------------------|----------------------------|--|
| Stratifié | | $[0_{3}/90_{3}]_{S}$ | [0/90] _S | $[0_{3}/90_{3}]_{S}$ | |
| Epaisseur d'un pli | | 0,125 mm | 0,25 mm | 0,125 mm | |
| Monotone | Température | 20°C, 70°C, 120°C | 20°C | 30°C, 60°C, 90°C, 120°C | |
| | Vitesse de traverse | 0,01 ; 1 ; 10 mm/min | 0,01 mm/min | 0,01 ; 10 mm/min | |
| Fatigue | Température | 20°C | 20°C | 30°C, 60°C, 90°C, 120°C | |
| | Fréquence | 1Hz, 5Hz | 1Hz, 5Hz | 1Hz, 5Hz | |
| | Niveau de contrainte $\overline{\sigma}/\sigma_r$ | 30%, 39%, 54%, 64% | 26%, 31%, 37%, 49% | 20%, 30%, 40% | |

 Tableau 2.1.
 Matériaux étudiés et conditions expérimentales

2.1.1. Deux premiers matériaux IM7/977-2-a(b)

Les deux premiers matériaux étudiés IM7/977-2-a(b) sont des composites à fibres longues de carbone de module intermédiaire de référence IM7 et à matrice époxyde/amine de référence 977-2, fournis par le Centre Commun de Recherche EADS à Suresnes. Ils sont issus de lots différents et leur épaisseur de pli élémentaire est aussi différente. La structure interne des deux composites peut ne pas être identique, ce qui se traduira par des dimensions et répartitions différentes des micro-défauts, d'où des énergies de rupture différentes....

La résine est produite sous la forme de film ; elle est ensuite déposée sur les fibres pour former des plis unidirectionnels. Des plaques de composites sont obtenues en assemblant les plis unidirectionnels selon les orientations choisies. Elles sont portées à différents paliers de température afin d'améliorer les caractéristiques du matériau pour des applications à « température moyenne » (cf. Figure 2.1). La température de transition vitreuse de ce matériau (T_s) mesurée au LMPM par DSC (« *differential scanning calorimetry* ») a été trouvée comprise entre 200°C et 210°C suivant le lot de fabrication des plaques.



Figure 2.1. Cycle de polymérisation des stratifiés IM7/977-2

Les caractéristiques thermo-élastiques du pli unidirectionnel IM7/977-2-a sont présentées dans le Tableau 2.2 (toutes les constantes ont été fournies par EADS). La direction 1 est suivant l'axe des fibres, la direction 2 est perpendiculaire à l'axe des fibres dans le plan des couches et la direction 3 est perpendiculaire à l'axe des fibres et au plan des couches.

| Propriétés | 120°C | 20°C | |
|--|-----------------|--------------------------|---------|
| Module longitudinal (suivant la direction 1 des fibres) | E ₁ | 148 GPa | 157 GPa |
| Module transversal (suivant la direction 2 orthogonale aux fibres) | E ₂ | 7,12 GPa | 8,5 GPa |
| Coefficient de Poisson dans le plan (12) | V ₁₂ | 0,326 | 0,29 |
| Module de cisaillement dans le plan (12) | G ₁₂ | 3,3 GPa | 5 GPa |
| Coefficient de dilatation thermique longitudinal | α_1 | 0,23×10 ⁻⁶ °C | |
| Coefficient de dilatation thermique transversal | α ₂ | 30×10 ⁻⁶ °C | |

Tableau 2.2.Caractéristiques thermo-élastiques du pli unidirectionnel IM7/977-2-a à 120°C et à
20°C

Les expériences nécessaires pour déterminer le module G_{23} des matériaux composites sont délicates, aussi ne les réalise-t-on pas souvent ; nous avons donc eu recours à des formules empiriques. Nous utilisons des formules de Halpin et Kardos [1] pour calculer le module G_{23} (Annexe 2.1) et nous prendrons $G_{23} = 3,3$ GPa dans les chapitres suivants.

Les essais sont réalisés sur des éprouvettes $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a et $[0/90]_S$ IM7/977-2-b sans talon dont les dimensions se trouvent sur la Figure 2.2. Une tranche de l'éprouvette est bien polie afin de pouvoir procéder au comptage des fissures « in situ » durant les essais.





Figure 2.2. Dimensions des éprouvettes $[0_3/90_3]_s$ et $[0/90]_s$ de carbone/époxyde IM7/977-2a(b) sans talons

2.1.2. Troisième matériau IMS/M21

Le troisième matériau étudié est aussi un composite à fibres longues de carbone IMS et à matrice polymère M21. Dans cette étude, nous utilisons les caractéristiques élastiques du pli unidirectionnel T700GC/M21 [2] (les comportements des deux matériaux ne sont pas très différents)

| E ₁ | E ₂ | V ₁₂ | V ₁₃ | V ₂₃ | G ₁₂ |
|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (GPa) | (GPa) | | | | (GPa) |
| 116 ± 2 | $7,9\pm0,1$ | $0,30 \pm 0,01$ | $0,30 \pm 0,02$ | 0,55 | $4,1 \pm 0,1$ |

Tableau 2.3. Caractéristiques élastiques du pli unidirectionnel T700GC/M21

Le cycle de polymérisation des stratifiés IMS/M21 est schématisé sur la Figure 2.3.



Figure 2.3. Cycle de polymérisation des stratifiés IMS/M21

Les dimensions des éprouvettes sont données sur la Figure 2.4. Une tranche de l'éprouvette est bien polie afin de pouvoir procéder au comptage des fissures « in situ » durant les essais.



Figure 2.4. Dimensions des éprouvettes [0₃/90₃]_S de carbone/époxyde IMS/M21 sans talons

2.2 Montage expérimental

2.2.1. Polissage

Le polissage est réalisé sur une machine PEDEMAX-2.



Figure 2.5. Montage de polissage

La qualité du polissage est très importante puisqu'elle va conditionner le résultat des observations microscopiques. Les éprouvettes sont polies sur une polisseuse semi-automatique (cf. Figure 2.5) en quatre étapes successives utilisant du papier abrasif de granulométrie 1000 au spray diamanté de 1 μ m, correspondant à différentes vitesses de rotation du drap. Le Tableau 2.4 présente les différents paramètres choisis pour une séquence type de polissage.

| Papier SprayNiveau dediamantépression | | Vitesse (tr./min.) | Temps (min.) | |
|---------------------------------------|---|-----------------------|--------------|--|
| 1000 | 2 | 150 | 5 | |
| 4000 | 2 | 150 | 5 | |
| 3 µm | 2 | 300 | 8 | |
| 1 μm 2 | | 300 | 8 | |

Tableau 2.4. Différents paramètres pour les étapes successives du polissage

La Figure 2.6 montre un exemple de bon polissage lors d'une observation sous microscope optique sur la tranche d'une éprouvette $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a.



microscopique

 b/ Observation sous microscope optique de la couche centrale

Figure 2.6. Echantillon $[0_3/90_3]_s$ après polissage

Sous l'influence du chargement monotone ou cyclique, les fissures transverses peuvent être observées par microscope optique (cf. Figure 2.7).



Figure 2.7. Exemple de fissure transverse dans le stratifié $[0_3/90_3]_S$, IMS/M21

2.2.2. Machines d'essais

Les essais de fatigue sont réalisés sur une machine hydraulique INSTRON 1251 de capacité ± 10 tonnes.

Les éprouvettes sont fixées dans des mors à vis par contact intermédiaire avec des pièces métalliques qui jouent le rôle de talons. Le serrage est réalisé par 9 vis M10 vissées avec une visseuse à couple constant (de l'ordre de grandeur 30 N.m). Une équerre métallique que l'on pose sur la chape et contre l'éprouvette est utilisée afin de vérifier le parallélisme entre l'axe de sollicitation et l'axe de l'éprouvette (cf. Figure 2.8). La machine est équipée d'un caisson permettant de réaliser des essais jusqu'à la température de 200°C. La température dans l'enceinte est contrôlée par des thermocouples dont l'un est fixé sur l'éprouvette (par une pince) pendant toute la durée d'un essai afin de suivre correctement la température de l'échantillon (cf. Figure 2.8).



Figure 2.8. Montage de l'éprouvette et du contrôle de température dans le caisson sur la machine hydraulique.

Des observations « in situ » de la tranche polie de l'échantillon sont réalisées en cours d'essai sans démontage de l'éprouvette grâce à l'installation sur le bâti de la machine d'une loupe binoculaire de grossissement maximal 63 (cf. Figure 2.99). Lors de la mise au point du dispositif, l'observation des fissures transverses sous microscope optique à des grossissements plus élevés après démontage de l'éprouvette est comparée avec l'observation « in situ », ce qui a permis de vérifier la bonne qualité de ce type de montage.



Figure 2.9. Montage d'observation « in situ » sur la machine Instron 1251 pour des essais à différentes températures.

Pour des raisons de disponibilité, les essais de traction monotone ont été réalisés avec deux machines Instron 1251 et Instron 4505. La machine Instron 4505 a une capacité de chargement de 100000 N (cf. Figure 2.1010). Les vitesses de traverse maximale et minimale de la machine sont 0,001 mm/min et 1000 mm/min, respectivement.



Figure 2.10. Machine de traction (INSTRON 4505) pour les essais monotones sur des stratifiés $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21.

Des observations « in situ » de la tranche polie de l'échantillon sur l'écran d'ordinateur sont réalisées en cours d'essai sans démontage de l'éprouvette grâce à l'installation d'une caméra et d'un microscope longue distance QUESTAR de grossissement maximal 44 (cf. Figure 2.11) ; en effet, avec la machine Instron 4505 on ne peut pas utiliser la loupe binoculaire. La caméra transfère les images prises sur l'éprouvette vers l'écran de l'ordinateur ; on peut donc compter les fissures transverses à chaque étape du chargement. Le microscope longue distance QUESTAR est un cadre avec un système de lentilles permettant de voir nettement les fissures avant de former leur image avec la caméra.



Figure 2.11. Montage d'observation « in situ » sur la machine d'essai pour les essais monotones

2.3 Chargement

La Figure 2.12 représente la forme du chargement progressif « réel ». L'éprouvette est chargée progressivement. Une fois le palier de chargement atteint, on arrête le déplacement de traverse et on compte les fissures sur la longueur utile de la tranche (L_0) sans démontage de l'éprouvette (observation « in situ »). A la cause de la viscosité du matériau, le chargement diminue légèrement pendant le comptage.



Figure 2.12. Chargement monotone théorique et chargement progressif « réel »

Les essais de fatigue ont été réalisés avec deux fréquences : 1Hz et 5Hz (suivant le niveau de contrainte). Ils sont pilotés en charge ; dans un souci de cohérence avec les travaux précédents, le

signal imposé est triangulaire (cf. Figure 2.13) ; le rapport de contrainte est légèrement supérieur à zéro pour éviter tout risque de flambage.



Figure 2.13. Chargement cyclique appliqué

Références

¹ J.C. Halpin and J.L. Kardos. *Polymer engineering and science*. May, 1976, vol. 16, No. 5, p. 344-352

D. Lévêque, K. Longuet, A. Mavel, G. Le Besnerais and F. Champagnat. Interet des mesures de champs dans la caracterisation experimentale du comportement des composites stratifiés ; Experimental investigation of composite laminates behavior with full-field measurements. In : Journées Nationales sur les Composites 15, Marseille, France, 2007.

CHAPITRE 3

MODELES POUR EVALUER LE TAUX DE RESTITUTION D'ENERGIE

CHAPITRE 3: MODELES POUR EVALUER LE TAUX DE RESTITUTION D'ENERGIE

3.1. Introduction

Pour la prévision de la propagation des fissures transverses dans des stratifiés composites croisés, les divers auteurs ont utilisé différents critères de valeur critique des déformations, des contraintes, de l'énergie de déformation... Les critères qui supposent que le taux de restitution d'énergie (T.R.E.) atteint une valeur critique sont parmi ceux qui donnent les meilleurs résultats. Comme la détermination de l'énergie de rupture passe par le choix d'un modèle de T.R.E., il est important de comparer entre eux un certain nombre de modèles analytiques simples.

3.2. Notion de taux de restitution d'énergie

Une expression possible du T.R.E. est, dans le cas où les contraintes d'origine thermique ne sont pas prises en compte

$$G = \frac{\partial W(\overline{\sigma}, A)}{\partial A}$$

où :

W est l'énergie de déformation du stratifié, A est l'aire fissurée et $\overline{\sigma}$ la contrainte globale de traction appliquée.

On considère des stratifiés croisés [0_m/90_n]_s:



Figure 3.1. Apparition d'une nouvelle fissure à l'abscisse $\mathbf{x} = \boldsymbol{\xi}$ (-L $\leq \boldsymbol{\xi} \leq L$) dans la couche à 90° du stratifié entre deux fissures préexistantes

3.3. Modèle de Mendels et Nairn

3.3.1. Répartition des contraintes

L'établissement complet des équations [1] est donné en annexe [Annexe 3.1]. Le point de départ est une répartition suivant l'épaisseur complètement quelconque du cisaillement dans chaque couche du stratifié.

Ce modèle est une généralisation d'un modèle proposé antérieurement par Mac Cartney et dans lequel la répartition des cisaillements dans l'épaisseur de chaque couche est linéaire [2]

Dans le cas d'un stratifié multicouche constitué de N couches (ici N = 3), la couche (i),

d'épaisseur t_i , occupe l'intervalle $z_{i-1} < z < z_i$. On pose $\zeta_i = \frac{z - z_{i-1}}{t_i}$.

la contrainte $\sigma_{xz}(x,z)$ dans la couche (i) admet la répartition quelconque:

$$\sigma_{xz}^{(i)}(x,z) = \tau_{i-1}(x)L_i(\zeta_i) + \tau_i(x)R_i(\zeta_i)$$

où $\tau_i(x)$ est le cisaillement interlaminaire à l'interface des deux couches i et (i+1)

 $L_i(\zeta_i)$ et $R_i(\zeta_i)$ sont des fonctions de forme vérifiant les conditions de raccordement:

$$L_i(0) = 1, L_i(1) = 0, R_i(0) = 0, L_i(1) = 1.$$

Les équations d'équilibre de type "shear-lag" sont:

$$\frac{d}{dx} p_i(x) = \tau_{i-1}(x) - \tau_i(x)$$

où $p_i(x) = t_i \langle \sigma_{xx}^{(i)} \rangle = t_i \tilde{\sigma}_x^i(x) = \int_{z_i}^{z_i} \sigma_{xx}^{(i)}(x,z) dz$

On a, dans la couche centrale fissurée rebaptisée (1), d'épaisseur $t_1 = 2h_1$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\,\mathbf{p}_1 - \boldsymbol{\beta}^2 \mathbf{p}_1 = -\,\boldsymbol{\beta}^2 \mathbf{p}_{\infty,1}$$

où $p_{\infty,1}$ prend en compte le chargement (mécanique et thermique) du stratifié et

$$\beta^{2} = \frac{\frac{1}{h_{1}E_{2}} + \frac{1}{h_{2}E_{1}}}{\frac{h_{1}\langle \zeta_{1}R_{1}\rangle}{G_{23}} + \frac{h_{2}\langle (1-\zeta_{2})L_{2}\rangle}{G_{12}}}$$

Si la répartition du cisaillement est linéaire on a :

$$\beta = \beta_0 = \sqrt{\frac{\frac{1}{h_1 E_2} + \frac{1}{h_2 E_1}}{\frac{h_1}{3G_{23}} + \frac{h_2}{3G_{12}}}}$$

Si la répartition est quelconque, on peut toujours poser $\beta = k\beta_0$ où

$$k = \sqrt{\frac{3G_{12}h_1 + 3G_{23}h_2}{G_{12}h_1\langle\zeta_1R_1\rangle + G_{23}h_2\langle(1-\zeta_2)L_2}} \text{ est un coefficient proche de l'unité.}$$

Les conditions aux limites $p_1(\pm L) = 0$ aux extrémités de la cellule comprise entre deux fissures d'espacement 2L donnent:

$$\langle \sigma_{xx}^{(1)} \rangle = \widetilde{\sigma}_{x}^{1}(x) = E_{2}\left[\frac{\overline{\sigma}}{E_{x}} + (\alpha_{x} - \alpha_{2})\Delta T\right] \left(1 - \frac{\cosh(\beta x)}{\cosh(\beta L)}\right)$$

où α_x est le coefficient de dilatation équivalent du stratifié donné très approximativement par la loi des mélanges

$$\alpha_{x} = \frac{1}{hE_{x}}(h_{1}E_{2}\alpha_{2} + h_{2}E_{1}\alpha_{1}), d'où \alpha_{x} - \alpha_{2} = \frac{E_{1}(\alpha_{1} - \alpha_{2})}{E_{x}(1 + h_{12})}$$

Le module effectif est calculé par la formule :

$$\frac{1}{E(L)} = \frac{1}{E_x} \left(1 + \frac{h_1 E_2 \tanh(\beta L)}{h_2 E_1 \beta L} \right) \quad \text{avec} \quad E_x = \frac{E_1 + h_{12} E_2}{1 + h_{12}}; \ h_{12} = h_1 / h_2$$

La répartition de σ_{xx} suivant l'épaisseur dans la couche à 90° est alors une fonction parabolique de z s'exprimant en fonction de la moyenne de σ_{xx} sur l'épaisseur

$$\begin{split} \widetilde{\sigma}_{x}^{1}(x) &= \frac{1}{2h_{1}} \int_{-h_{1}}^{+h_{1}} \sigma_{xx}(x,z) \, dz \\ \sigma_{xx}(x,z) &= \sigma_{xx}^{(1)}(x,z) = \widetilde{\sigma}_{x}^{1}(x) + \frac{h}{2h_{2}E_{1}} \left[E_{2}\overline{\sigma} - E_{x} \, \widetilde{\sigma}_{x}^{1}(x) \right] \left(\frac{3z^{2}}{h_{1}^{2}} - 1 \right), \end{split}$$

On a aussi $\sigma_{yy}^{(1)} = 0, \ \sigma_{zz}^{(1)} = 0, \ \sigma_{xy}^{(1)} = 0, \ \sigma_{yz}^{(1)} = 0$

Dans les couches extérieures (2), on a

$$\sigma_{xx}^{(2)}(x,z) = \tilde{\sigma}_{x}^{2}(x) = \frac{1}{h_{2}}(h\bar{\sigma} - h_{1}\tilde{\sigma}_{x}^{1}(x)), \qquad \sigma_{yy}^{(2)} = 0, \ \sigma_{zz}^{(2)} = 0, \ \sigma_{xy}^{(2)} = 0, \ \sigma_{yz}^{(2)} = 0$$

3.3.2. Taux de restitution d'énergie associé à l'apparition d'une fissure transverse

D'après ce modèle, l'énergie de déformation du stratifié fissuré de volume V est de la forme

 $W(\overline{\sigma}, A(L)) = V \frac{\overline{\sigma}^2}{2E(L)}$, où E(L) est le module équivalent du stratifié fissuré, donné par :

$$\frac{1}{E(L)} = \frac{1}{E_x} \left(1 + \frac{h_1 E_2 tanh(\beta L)}{h_2 E_1 \beta L} \right)$$

Considérons la cellule élémentaire de longueur 2L du stratifié fissuré limitée par deux fissures préexistantes, en x = -L et en x = +L (cf. Figure 3.1). Utilisons la définition par rapport d'accroissements finis du taux de restitution d'énergie $G: G = \frac{\Delta W(\overline{\sigma}, A)}{\Delta A}$. Si l'on fait l'hypothèse de périodicité du réseau de fissures complètement traversantes, A est proportionnelle à $\frac{1}{L}$.

Nous obtenons l'expression du taux de restitution d'énergie associé à l'apparition d'une nouvelle fissure à l'abscisse x = 0 entre deux fissures préexistantes sous la forme :

$$G = G_{max}(\overline{\sigma})f(L)$$

Pour le problème thermo-élastique, l'obtention du T.R.E. est beaucoup plus délicate. On peut utiliser l'approche générale établie par Nairn [3]. Le résultat final montre qu'il faut remplacer dans la formule donnant le T.R.E. $\overline{\sigma}$ par ($\overline{\sigma} - \sigma_{th}$), où σ_{th} est une "contrainte thermique" dont l'expression dépend du modèle utilisé pour évaluer le T.R.E.; $\overline{\sigma}$ fait notamment intervenir les coefficients de dilatation thermique du pli élémentaire dans la direction des fibres (α_1) et dans la direction perpendiculaire (α_2), les caractéristiques mécaniques (E₁, E₂, etc.) et la variation de température $\Delta T = T - T_s$, où T est la température à laquelle a lieu l'essai et T_s est la température de l'état libre de contraintes.

Si l'on tient compte des termes d'origine thermique, on obtient:

$$G_{\max}(\overline{\sigma}) = \frac{E_2(1+h_{12})}{\beta E_x E_1} \left[\overline{\sigma} - \frac{E_1}{1+h_{12}} \Delta \alpha_{21} \Delta T \right]^2$$
$$f(L) = 2 \tanh(\frac{\beta}{2L}) - \tanh(\beta L)$$

3.4. Modèle de Nairn

C'est une extension du modèle de Hashin [4,5], dans laquelle Nairn et al. [6,7] ont pris en compte la contrainte d'origine thermique.

En l'absence de fissures, les contraintes dans les couches à 90^0 (couche 1) et à 0^0 (couche 2) sont, d'après la théorie des stratifiés :

$$\sigma_{x0}^{(1)} = \frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_x} \,\overline{\sigma} \qquad \qquad \sigma_{x0}^{(2)} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{E}_x} \,\overline{\sigma}$$

Le point de départ est la forme suivante du champ des contraintes qui s'exprime à l'aide d'une fonction inconnue $\psi(x)$:

$$\sigma_{xx}^{(1)}(x,z) = \sigma_{x0}^{(1)} - \psi(x) \qquad \sigma_{xz}^{(1)}(x,z) = \psi'(x)z \qquad \sigma_{zz}^{(1)}(x,z) = \frac{1}{2}\psi''(x)(hh_1 - z^2)$$

$$\sigma_{xx}^{(2)}(x,z) = \sigma_{x0}^{(2)} + \frac{h_1}{h_2}\psi(x) \qquad \sigma_{xz}^{(2)} = \frac{h_1}{h_2}\psi'(x)(h-z) \qquad \sigma_{zz}^{(2)} = \frac{h_1}{2h_2}\psi''(x)(h-z)^2$$

 $\sigma_{yy}=0,\,\sigma_{xy}=0,\,\sigma_{yz}=0.$

C'est un champ de contraintes statiquement admissible.

La fonction $\psi(x)$ recherchée rend stationnaire l'énergie potentielle complémentaire. Elle vérifie l'équation différentielle

$$\psi^{IV} + p\psi'' + q\psi = \frac{\Delta\alpha\Delta T}{C_3} \quad C_3 = \frac{\lambda + 1}{60E_2}(3\lambda^2 + 12\lambda + 8)$$
$$\lambda = h_2/h_1 = 1/h_{12}$$

 ψ peut se mettre sous la forme

$$\psi = (\sigma_{x0}^{(1)} - \frac{\Delta \alpha \Delta T}{C_1})\phi + \frac{\Delta \alpha \Delta T}{C_1} \text{ où } C_1 = \frac{hE_x}{h_2 E_1 E_2}$$

où ϕ est une fonction de $\xi = \frac{x}{h_1}$, $\rho = \frac{L}{h_1}$, de h_1 et des paramètres α_n et β_n tels que

$$\alpha_n = \frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{q}-p} \qquad \qquad \beta_n = \frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{q}+p}$$

où

$$p = \frac{C_3 - C_4}{C_3}$$
 $q = \frac{C_1}{C_3}$ avec $C_4 = \frac{1}{3}(\frac{1}{G_{12}} + \frac{1}{G_{23}})$

Le taux de restitution d'énergie s'exprime à l'aide de $\chi(\rho) = -\phi'''(\rho)$.

$$\chi(\rho) = 2\alpha_n\beta_n(\alpha_n^2 + \beta_n^2) \frac{\cosh(2\alpha_n\rho) - \cos(2\beta_n\rho)}{\beta_n\cosh(2\alpha_n\rho) + \alpha_s\sin(2\beta_n\rho)}$$

On a alors, en utilisant la définition par rapport d'accroissements finis, et en supposant qu'une nouvelle fissure se forme au centre de l'intervalle entre deux fissures préexistantes,

$$\mathbf{G} = \left(\frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{E}_x}\overline{\mathbf{\sigma}} - \frac{\Delta\alpha\Delta\mathbf{T}}{\mathbf{C}_1}\right)^2 \mathbf{C}_3\mathbf{h}_1[2\ \chi(\frac{\mathbf{\rho}}{2}) - \chi(\mathbf{\rho})].$$

Pour tenir compte du fait que l'espacement entre fissures n'est pas constant et qu'une nouvelle fissure apparaît donc dans un intervalle de longueur 2fL (et non 2L), avec f >1, 2L étant l'espacement moyen, Nairn utilise le « modèle modifié » obtenu en remplaçant (ρ) par (f. ρ) :

$$G = \left(\frac{E_2}{E_x}\overline{\sigma} - \frac{\Delta\alpha\Delta T}{C_1}\right)^2 C_3 h_1 [2 \chi(\frac{f.\rho}{2}) - \chi(f.\rho)]$$

3.5. Modèle de Lim et Li

Ce modèle [8] est une généralisation de celui de Nairn, dans lequel l'état de chaque couche est maintenant un état de déformation plane généralisée tel que $\varepsilon_{yy} = \varepsilon^{\circ}$.

Dans chaque couche (k), (k = 0 ou k = 90), la loi de comportement est maintenant de la forme

$$\{\boldsymbol{\epsilon}\} = [S^k]\{\boldsymbol{\sigma}\} + \{\boldsymbol{\epsilon}_T^k\} + \{\boldsymbol{h}^k\}(\boldsymbol{\epsilon}^\circ - \boldsymbol{\alpha}_y^k \Delta T)$$

où:

$$[\mathbf{S}^{k}] = \begin{pmatrix} \frac{1 - v_{xy}v_{yx}}{k} & -\frac{v_{xz} + v_{xy}v_{yz}}{k} & 0\\ E_{x} & E_{x} & E_{x} \\ -\frac{v_{xz} + v_{xy}v_{yx}}{k} & \frac{1 - v_{yz}v_{zy}}{k} & 0\\ E_{x} & E_{x} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}^{k}} \end{pmatrix}$$

est la matrice plane des complaisances de

la couche (k)

$$\{\sigma\} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xz} \end{pmatrix}, \quad \{\epsilon\} = \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xz} \end{pmatrix}, \quad \{\epsilon_T^k\} = \begin{pmatrix} \alpha_x^k \\ \alpha_y \\ \alpha_y \end{pmatrix} \Delta T, \qquad \{h^k\} = \begin{pmatrix} -\nu_{yx} \\ -\nu_{yz} \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\sigma_y = -\{h^k\}^T\{\sigma\} \ E_y^k \ (\epsilon^0 - \alpha_y^k \Delta T)$$

On utilise un champ de contraintes statiquement admissible de la forme suivante :

$$\begin{split} \{\sigma\}^{(90)} &= \begin{pmatrix} \sigma_{x}^{(90)} \\ \sigma_{z}^{(90)} \\ \tau_{xz}^{(90)} \end{pmatrix} = \sigma_{x0}^{(90)} \begin{pmatrix} 1 - \phi(\xi) \\ \frac{1}{2}(1 + \lambda - \zeta^{2})\phi''(\xi) \\ \zeta\phi'(\xi) \end{pmatrix} \\ \\ \{\sigma\}^{(0)} &= \begin{pmatrix} \sigma_{x}^{(0)} \\ \sigma_{z}^{(0)} \\ \tau_{xz}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{x0}^{(0)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{\sigma_{x0}^{(0)}}{\lambda} \begin{pmatrix} \phi(\xi) \\ \frac{1}{2}(1 + \lambda - \zeta^{2})\phi''(\xi) \\ (1 + \lambda - \zeta)\phi'(\xi) \end{pmatrix} \\ \\ (1 + \lambda - \zeta)\phi'(\xi) \end{pmatrix} \\ \\ \sigma_{y}^{(90)} &= E_{2}^{(90)}(\epsilon^{0} - \alpha_{y}^{(90)}T) + \begin{pmatrix} v_{yx}^{(90)} \\ v_{yz}^{(90)} \\ 0 \end{pmatrix}^{T} \begin{pmatrix} \sigma_{x0}^{(90)}(1 - \phi(\xi)) \\ \frac{1}{2}(1 + \lambda - \zeta^{2})\sigma_{x0}^{(90)}\phi''(\xi) \\ \zeta\sigma_{x0}^{(90)}\phi''(\xi) \end{pmatrix} \\ \\ \\ \sigma_{y}^{(0)} &= E_{2}^{(0)}(\epsilon^{0} - \alpha_{y}^{(0)}T) + \begin{pmatrix} v_{yx}^{(0)} \\ v_{yz}^{(0)} \\ 0 \end{pmatrix}^{T} \begin{pmatrix} \sigma_{x0}^{(0)} + \frac{1}{\lambda}\sigma_{x0}^{(90)}\phi(\xi) \\ \frac{(1 + \lambda - \zeta)^{2}}{2\lambda}\sigma_{x0}^{(90)}\phi''(\xi) \\ \frac{1 + \lambda - \zeta}{\lambda}\sigma_{x0}^{(90)}\phi''(\xi) \end{pmatrix} \end{split}$$

où $\lambda = \frac{h_2}{h_1}$, $\zeta = \frac{z}{h_1}$, $\xi = \frac{x}{h_1}$ et les contraintes axiales dans le stratifié non fissuré sont

$$\begin{split} \sigma_{x0}^{(90)} &= \ F_{\sigma}^{90} \,\overline{\sigma} + F_{\epsilon}^{90} \,\epsilon^{0} + F_{th}^{90} \,\Delta T \ , \qquad \sigma_{x0}^{(0)} = \ F_{\sigma}^{0} \,\overline{\sigma} + F_{\epsilon}^{0} \epsilon^{0} + F_{th}^{0} \,\Delta T \\ \text{avec} \ F_{\sigma}^{90} &= \frac{1 + \lambda 1 - \nu_{xy}^{0} \nu_{yx}^{0}}{\lambda C_{1}}, \ F_{\epsilon}^{90} &= \frac{\nu_{yx}^{90} - \nu_{yx}^{0}}{C_{1}}, \\ F_{th}^{90} &= \frac{-\left(\alpha^{(90)} + \nu_{yx}^{(90)} \alpha^{(90)}\right) + \left(\alpha^{(0)} + \nu_{yx}^{(0)} \alpha^{(0)}\right)}{C_{1}} \\ F_{\sigma}^{0} &= \frac{1 + \lambda}{\lambda C_{1}} \frac{1 - \nu_{xy}^{90} \nu_{yx}^{90}}{E_{x}^{90}}, \ F_{\epsilon}^{0} &= -\frac{1}{\lambda} F_{\epsilon}^{90}, \ F_{th}^{0} &= -\frac{1}{\lambda} F_{th}^{90} \\ C_{1} &= \frac{1 - \nu_{xy}^{(90)} \nu_{yx}^{(90)}}{E_{x}^{(90)}} + \frac{1}{\lambda} \frac{1 - \nu_{xy}^{(0)} \nu_{yx}^{(0)}}{E_{x}^{(0)}} \end{split}$$

 ϕ est une fonction de ξ , $\rho = \frac{L}{h_1}$, h_1 et des paramètres α_L et β_L tels que

00

$$\alpha_{L}^{} = \frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{q_{L}^{}} - p_{L}^{}} \beta_{L}^{} = \frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{q_{L}^{}} + p_{L}^{}}$$

La fonction ϕ qui minimise l'énergie potentielle complémentaire est solution de l'équation

$$\frac{d^{4}\phi}{d\xi^{4}} + p_{L}\frac{d^{2}\phi}{d\xi^{2}} + q_{L}\phi = 0 \qquad \text{où} \qquad p_{L} = \frac{C_{2} - C_{4}}{C_{3}}, \ q_{L} = \frac{C_{1}}{C_{3}}$$

$$C_{2} = \frac{v_{xz}^{(90)} + v_{xy}^{(90)}v_{yz}^{(90)}}{E_{x}^{(90)}} \left(\lambda + \frac{2}{3}\right) - \frac{v_{xz}^{(0)} + v_{xy}^{(0)}v_{yz}^{(0)}}{E_{x}^{(0)}} \left(\frac{\lambda}{3}\right)$$

$$C_{3} = \left(\frac{1}{E_{3}^{(90)}} - \frac{v_{yz}^{(90)}}{E_{y}^{(90)}}\right) \left(\frac{15\lambda^{2} + 20\lambda + 8}{60}\right)$$

$$C_{4} = \frac{1}{G_{xz}^{(90)}} \frac{1}{3} + \frac{1}{G_{xz}^{(0)}} \frac{\lambda}{3}$$

Ici, on a $E_x^0 = E_1$, $E_y^{90} = E_2$, $G_{xz}^{(90)} = G_{23}$, $G_{xz}^{(0)} = G_{12}$

$$v_{yx}^{90} = v_{xy}^{0} = v_{12}, \quad v_{yx}^{0} = v_{xy}^{90} = v_{21}, \quad v_{xz}^{90} = v_{23}$$
$$\alpha_{x}^{(90)} = \alpha_{y}^{(0)} = \alpha_{2}, \quad \alpha_{y}^{(90)} = \alpha_{x}^{(0)} = \alpha_{1}$$

La déformation ϵ^0 s'obtient en écrivant que la résultante N_y est nulle, ce qui revient à minimiser l'énergie potentielle complémentaire par rapport à ϵ^0 , soit

$$\epsilon^{0} = \frac{\Delta T\{\rho(E_{1}\alpha_{1}h_{1} + E_{2}\alpha_{2}h_{2}) + F_{th}^{90}(\nu_{12} - \nu_{21})h_{1}[\frac{C_{3}}{C_{1}}\chi(\rho) - \rho]\} + \overline{\sigma}[F_{\sigma}^{90}(\nu_{12} - \nu_{21})h_{1}\frac{C_{3}}{C_{1}}\chi(\rho) - (F_{\sigma}^{90}\nu_{12}h_{1} + F_{\sigma}^{0}\nu_{21}h_{2})\rho]}{\rho\{(E_{1}h_{1} + E_{2}h_{2}) - F_{\epsilon}^{90}(\nu_{12} - \nu_{21})h_{1}[\frac{C_{3}}{C_{1}}\chi(\rho) - \rho]\}}$$

Taux de restitution d'énergie :

En utilisant la définition de G comme dérivée de l'énergie potentielle complémentaire par rapport à la surface fissurée, et en supposant qu'une nouvelle fissure se forme au centre de l'intervalle entre deux fissures préexistantes, le taux de restitution d'énergie s'exprime à l'aide de $\chi(\rho)$ telle que:

$$\chi(\rho) = 2\alpha_{\rm L}\beta_{\rm L}(\alpha_{\rm L}^{2} + \beta_{\rm L}^{2}) \frac{\cosh(2\alpha_{\rm L}\rho) - \cos(2\beta_{\rm L}\rho)}{\beta_{\rm L}\sinh(2\alpha_{\rm L}\rho) + \alpha_{\rm s}\sin(2\beta_{\rm L}\rho)}$$
$$G = -h_{\rm I}C_{\rm 3}(F_{\sigma}^{90}\overline{\sigma} + F_{\epsilon}^{90}\epsilon^{0} + F_{\rm th}^{90}\Delta T)^{2}[\rho\chi'(\rho) - \chi(\rho)]$$

3.6. Modèle de Zang et Gudmunson

Dans ce modèle [9,10,11], la matrice plane S des souplesses du stratifié fissuré est exprimée en fonction d'une matrice β_k qui relie l'ouverture moyenne d'une fissure dans la couche « k » au vecteur-contrainte sur la surface qui va se fissurer :

$$S(\rho) = \left(Q - \frac{h_1}{h}\rho.A_k^T\beta_k(\rho).A_k\right)^{-1}$$

Ici le paramètre ρ est l'inverse du précédent, soit $\rho = \frac{h_1}{L}$; il représente la densité sans dimension des fissures.

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{h_2}{h}Q_{11} + \frac{h_1}{h}Q_{22} & Q_{12} & 0\\ Q_{12} & \frac{h_1}{h}Q_{11} + \frac{h_2}{h}Q_{22} & 0\\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix}$$
 est la matrice plane des raideurs

du stratifié non fissuré

$$A_{k} = N_{1}^{k} Q_{k} \quad N_{1}^{k} = \begin{pmatrix} n_{1}^{k} & 0 & n_{2}^{k} \\ 0 & n_{2} & n_{1} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad n_{j}^{k} \text{ étant les composantes de la}$$

normale unitaire sur une surface fissurée dans la couche « k »

$$Q_{k} = \begin{pmatrix} Q_{22} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{11} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix}$$
 est la matrice plane des raideurs de la couche qui va

se fissurer

$$\beta_{k}(\rho) = \begin{pmatrix} \beta_{2}(\rho) & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{1}(\rho) & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{3}(\rho) \end{pmatrix}$$
(la direction 1 étant celle des fibres, c'est-à-

dire la direction y dans la couche fissurée, et la direction 2 est la direction perpendiculaire aux fibres, c'est-à-dire la direction x dans la couche fissurée) et l'on a

$$\beta_{1}(\rho) = \frac{4}{\pi} \gamma_{1} \frac{\ln\left(ch\frac{\rho\pi}{2}\right)}{\rho^{2}} \qquad \gamma_{1} = \frac{1}{2G_{12}}$$
$$\beta_{2}(\rho) = \frac{\pi}{2} \gamma_{2} \sum_{j=0}^{9} \frac{a_{j}}{(1+\rho)^{j+1}} \qquad \gamma_{2} = \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{E_{2}}$$
$$\beta_{3}(\rho) = \frac{\pi}{2} \gamma_{3} \sum_{j=0}^{8} \frac{b_{j}}{(1+\rho)^{j-1}} \qquad \gamma_{3} = \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{E_{2}}$$

où les coefficients d'interpolations aj et bj, déterminés de façon numérique, sont donnés dans le tableau suivant

| j | a _j | b _j |
|---|----------------|----------------|
| 0 | 0,63666 | 0,63662 |
| 1 | 0,51806 | -0,08945 |
| 2 | 0,51695 | 0,15653 |
| 3 | -1,04897 | 0,13964 |
| 4 | 8,95572 | 0,16463 |
| 5 | -33,09444 | 0,06661 |
| 6 | 74,32002 | 0,54819 |
| 7 | -103,06411 | -1,07983 |
| 8 | 73,60337 | 0,45704 |
| 9 | -20,34326 | |

Tableau 3.1. Coefficients a_j et b_j du modèle de Zang

Le taux de restitution d'énergie est de la forme :

$$G(\rho, \overline{\sigma}) = \frac{2h}{\rho} \left(\overline{\sigma} - \sigma_{th}\right)^2 \left(\frac{1}{E(\rho)} - \frac{1}{E(\frac{\rho}{2})}\right)$$

où $E(\rho) = \frac{1}{S(\rho)_{1,1}}$ est le module équivalent du stratifié fissuré dans la direction (x)

$$\sigma_{th} = -\frac{Q_{22}(\alpha_{x} - \alpha_{2}) + Q_{12}(\alpha_{y} - \alpha_{1})}{Q_{22}S_{xx} + Q_{12}S_{xy}}\Delta T$$

Les composantes du tenseur des souplesses du stratifié non fissuré sont

$$\mathbf{S}_{xx}^{0} = \frac{(h_1 Q_{11} + h_2 Q_{22})h}{(h_1 Q_{22} + h_2 Q_{11})(h_1 Q_{11} + h_2 Q_{22}) - h^2 Q_{12}^2}$$

$$S_{xy}^{0} = \frac{-h^2 Q_{12}}{(h_1 Q_{22} + h_2 Q_{11})(h_1 Q_{11} + h_2 Q_{22}) - h^2 Q_{12}^2}$$

Les coefficients de dilatation thermique du stratifié dans les directions (x) et (y) sont

$$\alpha_{x} = \frac{(h_{1}Q_{11} + h_{2}Q_{22})(h_{1}Q_{22}\alpha_{2} + h_{2}Q_{11}\alpha_{1}) - h(h_{1}\alpha_{2} + h_{2}\alpha_{1})Q_{12}^{2} + h_{1}h_{2}(\alpha_{2} - \alpha_{1})Q_{12}(Q_{11} - Q_{22})}{(h_{1}Q_{22} + h_{2}Q_{11})(h_{1}Q_{11} + h_{2}Q_{22}) - h^{2}Q_{12}^{2}}$$

$$\alpha_{y} = \frac{(h_{2}Q_{11} + h_{1}Q_{22})(h_{2}Q_{22}\alpha_{2} + h_{1}Q_{11}\alpha_{1}) - h(h_{1}\alpha_{1} + h_{2}\alpha_{2})Q_{12}^{2} + h_{1}h_{2}(\alpha_{2} - \alpha_{1})Q_{12}(Q_{11} - Q_{22})}{(h_{1}Q_{22} + h_{2}Q_{11})(h_{1}Q_{11} + h_{2}Q_{22}) - h^{2}Q_{12}^{2}}$$

On retrouve l'expression approchée de α_x donnée plus haut en négligeant Q_{12} devant Q_{11} et Q_{22} .

3.7. Limitations de ces modèles

Les modèles précédents sont basés sur l'hypothèse que la répartition des fissures transverses reste périodique pendant leur multiplication. Les observations expérimentales ont montré que les fissures transverses n'ont pas une répartition complètement périodique, surtout au début de leur apparition. De nombreuses approches statistiques ont été proposées pour décrire ce phénomène. Parmi les modèles précédents, seul le modèle « modifié » de Nairn prend en compte très sommairement cet aspect du problème en remplaçant la longueur (2L) par (2fL).

Les auteurs précédents ont utilisé des champs de contraintes assez simples. Dans le modèle de type « shear-lag » de Mendels et Nairn [1] on suppose que le champ de contraintes est plan, ce qui constitue une grande simplification. Nairn [6] a utilisé aussi un champ de contraintes plan mais avec la condition que la contrainte normale σ_x dans la direction x du chargement ne dépend que la variable x. Lim et Li [8] ont tenu compte de la contrainte normale σ_y dans la direction de la largeur mais la contrainte normale σ_x ne dépend aussi que de la variable x. Quant au modèle de Zang, il fait intervenir des hypothèses sur le tenseur des souplesses du stratifié fissuré. Concernant le champ de contraintes, il existe des modèles semi-analytiques plus raffinés : par exemple Varna [12], Rebière [13]. L'application de ces modèles pour le calcul du taux de restitution d'énergie pourrait théoriquement améliorer la détermination de l'énergie de rupture.

Pour calculer le taux de restitution d'énergie, les auteurs précédents ne tiennent pas compte du délaminage. Lors des essais, le délaminage apparaît quand la densité de fissures atteint une valeur à saturation, ou plus tôt, et le taux de restitution d'énergie se compose alors de deux parties :

l'une pour les fissures transverses et l'autre pour le délaminage. Nous abordons plus tard ce problème quand la valeur à saturation de la densité de fissures sera étudiée.

3.8. Comparaison des modèles

Pour cette comparaison, on utilise les caractéristiques du stratifié IM7/977-2-a [0₃/90₃]_s.

| Paramètres | E ₁ (Pa) | E ₂ (Pa) | G ₁₂ (Pa) | G ₂₃ (Pa) | V ₁₂ | $\alpha_1 (1/^{\circ}C)$ | $\alpha_2(1/^{\circ}C)$ |
|------------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|--------------------------|-------------------------|
| Valeurs | 148.10 ⁹ | 7,12.10 ⁹ | 3,3.10 ⁹ | 2,4.10 ⁹ | 0,3 | 0,23.10 ⁻⁶ | 30.10-6 |

Tableau 3.2. Caractéristiques du pli élémentaire IM7/977-2-a

L'épaisseur d'un pli élémentaire est e = 0,125 mm ; la contrainte à rupture du stratifié est σ_r = 1237 MPa.

La variation du taux de restitution d'énergie en fonction de la densité de fissures d'après les modèles précédents est présentée sur la Figure 3.2 pour une valeur de la contrainte globale égale à 10^8 Pa. Pour le modèle de Mendels, on a pris k = 1.



Figure 3.2. Variation du taux de restitution d'énergie en fonction de la densité de fissures pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a à l'ambiante, $\overline{\sigma} = 10^8$ Pa, d'après les différents modèles.
On peut faire les constatations suivantes :

- ✓ Les modèles de Nairn (pour f = 1) et Lim et Li donnent presque la même forme de courbe (G, d), à un décalage près. De plus, la variation de G n'est pas monotone.
- ✓ L'introduction du coefficient f dans le modèle de Nairn « modifié » a essentiellement pour effet de modifier la valeur de la pente de la courbe ; lorsque f est « grand » (f = 2, par exemple), la pente se rapproche de celle qui est obtenue avec les modèles de Zang et Mendels
- ✓ Pour les modèles de Mendels et Zang, quand la densité de fissures n'est pas trop petite les courbes de G sont très proches, mais les ordonnées à l'origine sont différentes. Lorsque l'on modifie la valeur du coefficient β dans le modèle de Mendels (β dépend de la répartition du cisaillement), cela a essentiellement pour effet de faire varier l'ordonnée à l'origine de la courbe.

Lorsque l'on possède une courbe de fissuration expérimentale $d = d(\overline{\sigma})$, on utilise le critère de fissuration : $\gamma = G(\overline{\sigma}, d)$ pour en déduire la variation de l'énergie de rupture γ en fonction de la densité de fissures d, G étant exprimé grâce à l'un des modèles précédents.

Nous allons utiliser les résultats expérimentaux de traction monotone pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2 [14] à l'ambiante, et les modèles de Mendels (k =1), Nairn (f = 1 et f = 2), Zang, Lim et Li.



Figure 3.3. Variation de l'énergie de rupture en fonction de la densité de fissures pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a [14] à l'ambiante, pour une vitesse de traverse de 0,01 mm/min obtenue à partir de plusieurs modèles.

Sur la Figure 3.3 on voit que seuls les modèles de, Mendels, Nairn modifié (f = 2) et Zang prévoient une variation monotone croissante de l'énergie de rupture. Le modèle de Nairn modifié ne donne ce type de résultat que pour $f \ge 2$, valeurs qui semblent nettement plus élevées que les valeurs telles que $1 \le f \le 1,4$ utilisées par Nairn pour des stratifiés voisins.

Le modèle de Zang prévoit trois phases dans la variation de l'énergie de rupture : une montée rapide, un palier, puis une nouvelle montée lorsque la densité de fissures devient grande ; cette variation semble bien traduire l'augmentation de l'énergie de rupture à cause de la disparition progressive des défauts « absorbés » graduellement par les fissures transverses.

Ce modèle peut être pris comme référence. Le modèle de Mendels donne des résultats très proches. Comme il est d'une utilisation beaucoup plus simple, nous l'adopterons par la suite pour exprimer le taux de restitution d'énergie entrant dans le critère de fissuration.

<u>Références</u>

- 1 Nairn J.A., Mendels D.A.. On the use of planar shear-lag methods for stress-transfer analysis of multilayered composites. Mechanics of Materials 33 (2001) 335-362
- 2 McCartney, L. N., 1992. Analytical Models of Stress Transfer in Unidirectional Composites and Cross-Ply Laminates, and Their Application to the Prediction of Matrix/Transverse Cracking. Local Mechanics Concepts for Composite Material Systems, eds., J. N. Reddy and K. L Reifsnider, Proc. IUTAM Symposium, Blacksburg, VA, 251-282
- 3 Nairn J.A. *Fracture mechanics of composites with residual thermal stresses.* J. of Applied Mechanics, Dec.1997; 64: 804-810
- Hashin Z. Analysis of Cracked Laminates: A Variational Approach. Mechanics of materials, Vol. 4, 1985: 121-136
- 5 Hashin Z. Analysis of stiffness reduction of cracked cross-ply laminates. Engineering Fracture Mechanics 25, 1986: 771-778
- 6 Nairn J.A.. *The strain energy release rate of composite microcracking: A variational approach*. Journal of Composite Materials, Vol.23-November 1989: 1106-1129
- 7 Liu S., Nairn J.A. The formation and propagation of matrix microcracks in cross-ply laminates during static loading. Journal of Reinforced Plastics and Composites, vol. 11-February 1992 : 158-178
- 8 Lim S.H., Li S. Energy release rates for transverse cracking and delaminations induced by transverse cracks in laminated composites. Composites: Part A, 36 (2005), 1467-1476
- 9 Gudmundson P., Zang W. An analytic model for thermoelastic properties of composite laminates containing transverse matrix cracks. International Journal of Solids and Structures, vol. 30, n°23, 1993 : 3211-3231
- 10 Zang W., Gudmundson P. *Damage evolution and thermoelastic properties of composite laminates.* International Journal of Damage Mechanics, vol.2, July 1993 : 290-308
- Kobayashi S., Ogihara S., Takeda N. Damage mechanics analysis for predicting mechanical behavior of general composite laminates containing transverse cracks. Advanced Composite Materials, vol.9, n°4 (2000) : 363-375
- 12 Varna J., Berglund L.A.. *Thermo-elastic properties of composite laminates with transverse cracks*. J. Compos. Technol, 1994; 16(1): 77-87

- J.-L. Rebière, D. Gamby. A criterion for modelling initiation and propagation of matrix cracking and delamination in cross-ply laminates. Composites sience and technology, 2004; 64 : 2239-2250
- 14 Lafarie-Frenot MC. 2002. Influence of strain rate and temperature on transverse ply cracking of CFRP laminates. ECCM 10, Bruges, Belgique

CHAPITRE 4

EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEMENT MONOTONE. INFLUENCE DE LA TEMPERATURE

CHAPITRE 4: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEMENT MONOTONE. INFLUENCE DE LA TEMPERATURE

On présente d'abord les outils utilisés pour décrire l'évolution de la densité de fissures dans des stratifiés $[0_m/90_n]_S$ sous chargement monotone : on utilise un critère énergétique avec prise en compte de l'effet de courbe « R », puis on indique plusieurs façons de prévoir l'existence d'une valeur à saturation de la densité de fissures ; celle-ci est associée à l'apparition de délaminages que l'on décrit au moyen d'une approche simple .

Ensuite, on applique la démarche suggérée à l'étude des cinétiques de fissuration et de délaminage de plusieurs matériaux pour lesquels on propose une simulation des courbes de fissuration.

Pour les deux premiers matériaux IM7/977-2-a(b), on compare les courbes de fissuration d- $\overline{\sigma}$ expérimentales à l'ambiante et leur description à l'aide de l'approche proposée.

Pour le troisième matériau IMS/M21, d'abord à la température unique de 90°C, on reprend la même approche avec une hypothèse légèrement différente concernant l'apparition des délaminages.

Pour le même matériau, cette approche est étendue pour prendre en compte le paramètre température dans la gamme (30°C, 120°C), en observant que l'évolution de la densité de fissures ne dépend pas de la vitesse de chargement. On constate ensuite que cette extension ne convient pas au premier matériau IM7/977-2-a.

Enfin, pour ce premier matériau IM7/977-2-a, on essaie d'expliquer l'influence de la température sur les courbes de fissuration au moyen du principe de superposition Temps-Température, en cherchant à construire des courbes maîtresses d'iso-endommagement.

4.1. Outils de la modélisation

4.1.1. Choix d'un critère de fissuration

Les principaux critères de fissuration font intervenir des seuils critiques, soit pour les valeurs *locales* d'une contrainte, d'une déformation ou de l'énergie de déformation soit pour une quantité *globale*, le taux de restitution d'énergie.

Chapitre 4

Le champ des contraintes et des déformations ayant une répartition fortement non-uniforme dans un stratifié fissuré, les modèles simples conduisent généralement à des valeurs très approchées des maxima des champs mécaniques, c'est pourquoi les critères locaux sont rarement précis. Par contre ces modèles peuvent donner des valeurs suffisamment exactes du taux de restitution d'énergie, c'est pourquoi nous donnerons la préférence au critère énergétique consistant à supposer que le taux de restitution d'énergie (TRE) atteint une valeur critique, soit

$$G = \gamma_{st}$$
.

pour décrire les résultats expérimentaux obtenus pour des stratifiés $[0_m/90_n]_S$ sous chargement monotone.

Au chapitre précédent, nous avons présenté quelques modèles analytiques pour calculer le taux de restitution d'énergie. Dans ce chapitre nous allons présenter la démarche suivie en utilisant le modèle le plus simple, à savoir le modèle de Mendels, pour calculer le taux de restitution d'énergie, car on a vu qu'il conduisait à des variations physiquement vraisemblables de l'énergie de rupture. En tenant compte de l'influence de la température, on a :

$$G = G_{\max}(\overline{\sigma})f(L) \tag{4.1}$$

$$G_{\max}(\overline{\sigma}) = \frac{E_2(1+h_{12})}{\beta E_x E_1} \left[\overline{\sigma} - \frac{E_1}{1+h_{12}} \Delta \alpha_{21} \Delta T \right]^2$$
(4.2)

$$f(L) = 2 \tanh(\frac{\beta}{2L}) - \tanh(\beta L)$$
(4.3)

Le taux de restitution d'énergie G est une fonction de la contrainte appliquée $\overline{\sigma}$, de la demi distance L entre deux fissures (ou de la densité de fissures d telle que d = $\frac{1}{2L}$) et dépend des caractéristiques du matériau E₁, E₂ et des paramètres du drapage Le paragraphe suivant est consacré à la recherche d'une expression de γ_{st} .

4.1.2. Expression de l'énergie de rupture. Effet de courbe « R »

4.1.2.1. Energie de rupture constante

On part du critère de fissuration suivant :

$$G(\overline{\sigma}, d) = \gamma_{st}$$
 (4.4)

On suppose ici que la valeur de l'énergie de rupture « statique » γ_{st} est indépendante de la densité de fissures d = $\frac{1}{2L}$.

Reportons (4.1), (4.2), (4.3) dans (4.4) : on obtient l'équation d'inconnue (α L) :

$$2 \tanh(\frac{\beta L}{2}) - \tanh(\beta L) = \frac{\gamma_{st}}{k_1(\bar{\sigma})^2}$$
(4.5)

où $k_1 = \frac{1}{\beta} \frac{E_2}{E_x} \frac{1}{E_1} (1 + h_{12})$. En résolvant l'équation (4.5), on trouve l'évolution de la densité de

fissures en fonction de la contrainte appliquée $\overline{\sigma}$.

Si l'on choisit comme valeur de l'énergie de rupture $\gamma_{st} = 600 \text{ J/m}^2$, la courbe de fissuration simulée pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a est présentée sur la Figure 4.1.



Figure 4.1. Evolution de la densité de fissures pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a [1], obtenue à partir des essais monotones à 20°C et à 0,01 mm/min. Comparaison entre l'essai et sa simulation ; $\gamma_{st} = 600 \text{ J/m}^2$

Les caractéristiques du stratifié IM7/977-2-a(b) sont présentées dans le Tableau 4.1.

| Paramètres | E ₁ (Pa) | E ₂ (Pa) | G ₁₂ (Pa) | G ₂₃ (Pa) | σ _r (Pa) | V ₁₂ | α ₁ (1/°C) | α ₂ (1/°C) |
|----------------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|-----------------|--------------------------|--------------------------|
| IM7/977-2-a(b) | 157.10 ⁹ | 8,5.10 ⁹ | 5,0.10 ⁹ | 3,3.10 ⁹ | 1,2.10 ⁹ | 0,29 | 0,23.10 ⁻⁶ | 30.10-6 |

Tableau 4.1. Caractéristiques du composite IM7/977-2-a(b) à 20°C

L'épaisseur d'un pli élémentaire du composite IM7/977-2-a est e = 0,125 mm et pour le composite IM7/977-2-b, on a e = 0,25 mm.

La variation du taux de restitution d'énergie en fonction de la densité de fissures d'après le modèle de Mendels est représentée sur la Figure 4.2 pour quelques valeurs de la contrainte.



Figure 4.2. Variation du taux de restitution d'énergie pour différents niveaux de contrainte à 20°C, stratifié [0₃/90₃]_s IM7/977-2-a.

Sur la Figure 4.2, on voit qu'il n'existe pas d'horizontale pouvant couper toutes les courbes $G = G(\overline{\sigma}, d)$. Donc si γ_{st} est constant, on ne peut pas trouver de courbe de fissuration simulée pour toutes les valeurs de la contrainte.

Par exemple, si l'on choisit $\gamma_{st} = 600 \text{ (J/m}^2)$, on ne trouve la courbe de fissuration simulée que pour $\overline{\sigma}/\sigma_r > 0,6$ (cf. Figure 4.1). Ce modèle très simple ne permet de simuler convenablement la courbe de fissuration que pour des valeurs "pas trop petites" de d.

4.1.2.2. Effet de courbe « R »

Si l'on prend en compte l'effet de courbe « R », on peut décrire de façon aussi précise que l'on veut les courbes de fissuration.

En partant des résultats expérimentaux de Wang [2] et de l'expression de G d'après le modèle de Steif (cas particulier du modèle de Mendels tel que $\beta^2 = \frac{3G_{23}}{h_1} \left(\frac{1}{h_2 E_1} + \frac{1}{h_1 E_2} \right)$)

Hahn et Han [3] ont utilisé le critère de fissuration :

Chapitre 4

 $G(\overline{\sigma},d) = \gamma$, où γ est l'énergie de rupture, pour en déduire la valeur de γ en fonction de d, connaissant la courbe de fissuration $d = d(\overline{\sigma})$, pour les stratifiés $[0/90_4/0]$ et $[0/90_3/0]$ T300/934, en négligeant l'effet des contraintes thermiques. Les résultats sont présentés sur les deux Figures 4.3 et 4.4.



Figure 4.3. Variation de l'énergie de rupture en fonction de la densité de fissures pour le stratifié [0/90₄/0] T300/934 [3]



Figure 4.4. Variation de l'énergie de rupture en fonction de la densité de fissures pour le stratifié [0/90₃/0] T300/934 [3]

On constate que, pour ce matériau, la valeur de γ dépend fortement de la densité de fissures d. En tenant compte de l'effet de courbe-R, le critère de fissuration devient :

$$G(\overline{\sigma}, d) = \gamma_{st}(d) \tag{4.6}$$

Nous allons mettre en évidence l'effet de courbe « R » sur les résultats expérimentaux de M-C. Lafarie et J.M. Lebeau [1]. J.M. Lebeau a réalisé des essais de traction monotone pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a avec trois vitesses de traverse : 0,01 ; 1 et 10 mm/min et trois températures 20°C ; 70°C et 120°C. Nous utiliserons ici seulement les résultats à 20°C : à cette température, les résultats sont pratiquement les mêmes pour les trois vitesses de traverse ; nous ne retiendrons donc que les résultats pour la vitesse de 0,01 mm/min.

Concernant les essais de traction monotone de M.C. Lafarie et M. Garcia [document interne LMPM, « *Influence du comportement visco-élastique sur la fissuration transverse de stratifiés composite. Influence de la température* », Novembre 2006] pour le stratifié [0/90]_S IM7/977-2-b, nous n'utiliserons que le résultat à 20°C avec la vitesse de 0,01 mm/min. Nous allons choisir la définition par la dérivée du taux de restitution d'énergie G et prendre en compte les contraintes d'origine thermique, soit:

$$G(\overline{\sigma},d) = G_{max}(\overline{\sigma}).f_d(d)$$

Chapitre 4

où :

$$G_{\max}(\overline{\sigma}) = \frac{1}{\beta} \frac{E_2}{E_x} \frac{1}{E_1} (1 + h_{12}) \left(\overline{\sigma} - \frac{1}{(1 + h_{12})} E_1 \Delta \alpha_{21} \Delta T\right)^2$$
(4.7)

$$f_{d}(d) = \tanh\left(\frac{\beta}{2d}\right) - \frac{\beta}{2d}\left(1 - \tanh^{2}\left(\frac{\beta}{2d}\right)\right)$$
(4.8)

Lors d'un essai de traction, la contrainte appliquée $\overline{\sigma}$ est une fonction de la densité de fissures d déterminée par l'essai, soit $\overline{\sigma} = \overline{\sigma}(d)$. Au moment de l'apparition d'une nouvelle fissure, on a : $G(\overline{\sigma}(d),d) = \gamma_{st}(d)$, ce qui donne la loi de variation de l'énergie de rupture γ_{st} en fonction de la densité de fissures d. La Figure 4.5 représente le résultat obtenu pour le matériau étudié. Une nette augmentation de γ_{st} au cours de la variation de la densité de fissures d est ainsi mise en évidence.

Sur la Figure 4.5, obtenue avec les résultats expérimentaux sur le matériau IM7/977-2-a [1], la courbe semble divisée en trois régions différentes. La première, appelée « stade 1 », où la densité de fissures d varie de 0 cm⁻¹ à environ 2 cm⁻¹, correspond à l'initiation de la fissuration transverse. A ce stade, une augmentation brutale de γ_{st} est observée. Dans la deuxième, appelée « stade 2 », où d varie de 2 cm⁻¹ à environ 7 cm⁻¹, γ_{st} continue à augmenter, mais lentement. La dernière région, appelée « stade 3 », où d varie de 7 cm⁻¹ à 10 cm⁻¹, et où γ_{st} semble augmenter fortement, correspond à la saturation de la fissuration transverse.



Chapitre 4

Figure 4.5. Variation apparente de l'énergie de rupture γ_{st} en fonction de la densité de fissures pour le stratifié $[0_3/90_3]_s$ IM7/977-2-a, obtenue à partir d'un essai monotone à 120° C et à 0,01 mm/min [1]

L'approche simple de Hahn, Han et al. [3, 4, 5] permet de mettre en évidence l'augmentation de l'énergie de rupture quand la densité de fissures augmente, mais ces auteurs n'ont pas donné d'interprétation du phénomène. On peut trouver dans [6] par exemple l'explication suivante : dans le matériau sain, la répartition de l'énergie de rupture, γ_{st} , est aléatoire le long de la couche à 90° à cause des micro-défauts préexistants (cf. Figure 4.6) ; la moyenne de γ_{st} le long du bloc compris entre deux fissures transverses adjacentes est assez faible à ce stade. Chaque fois qu'une fissure transverse apparaît, elle prend naissance sur les plus gros micro-défauts qu'elle absorbe ; les micro-défauts restants sont plus petits, ce qui correspond à une valeur moyenne de γ_{st} plus grande dans le matériau qui n'est pas encore fissuré.



Figure 4.6. Explication de l'effet de courbe « R ». a/ différents endroits où les plus grands micro-défauts imposent les valeurs les plus faibles de γ_{st} . b/ l'apparition des fissures transverses « supprime » les plus gros micro-défauts

4.1.2.3. Hypothèse fondamentale concernant l'énergie de rupture

La forte augmentation **apparente** de γ_{st} lorsque d tend vers la valeur à saturation $d_{sat} \approx 10 \text{ cm}^{-1}$ signifie qu'il n'est plus possible de créer de nouvelles fissures transverses. Ce stade annonce d'autres types d'endommagement (comme le délaminage et la rupture des fibres...).

Il est physiquement acceptable de supposer que la disparition progressive des micro-défauts due à la fissuration transverse fasse tendre γ_{st} vers une valeur limite correspondant à un matériau « sans défaut » ; la forte augmentation **apparente** de γ_{st} pendant le stade 3 semble contredire cette hypothèse : elle traduit certainement un autre phénomène, à savoir l'apparition de délaminages que nous allons prendre en compte ultérieurement ; par conséquent l'expression du taux de restitution d'énergie utilisée jusqu'ici n'est plus valable pendant le stade 3, puisqu'elle néglige ce phénomène.

En ignorant l'aspect statistique de la fissuration, ce qui permet de revenir à l'hypothèse de périodicité du réseau de fissures, on va chercher une fonction qui représente la variation de l'énergie moyenne de rupture γ_{st} pendant les stades 1 et 2. On ne s'intéresse pas pour l'instant au stade 3 puisqu'il correspond à l'apparition d'un autre type d'endommagement.

On suppose que l'énergie moyenne de rupture γ_{st} est une fonction de la densité de fissures d définie par 4 paramètres γ_0 , B, C, k sous la forme suivante :

$$\gamma_{\rm st}(d) = \gamma_0 \frac{\exp\left(\frac{d^k}{C^k}\right)}{B + \exp\left(\frac{d^k}{C^k}\right)}$$
(4.9)

Avec cette représentation, quand la densité de fissures d devient grande, γ_{st} tend vers une valeur limite γ_0 , qui correspond à l'énergie de rupture du matériau sans micro-défauts, pratiquement « sain ».

4.1.2.4. Détermination expérimentale de l'énergie de rupture

La détermination de l'énergie de rupture à partir des courbes de fissuration dépend du modèle utilisé pour exprimer le taux de restitution d'énergie. Nous avons effectué au chapitre 3 une comparaison des résultats obtenus à partir de plusieurs modèles différents et notre choix s'est finalement porté sur le modèle de Mendels.

En utilisant les formules (4.6), (4.7), (4.8), (4.9) avec le critère $G(\overline{\sigma}, d) = \gamma_{st}(d)$ nous exploiterons les courbes de fissuration pour obtenir l'énergie de rupture point par point pour les deux stratifiés étudiés. Le résultat est présenté sur la Figure 4.7

Les caractéristiques des matériaux étudiés sont indiquées dans le Tableau 4.1:

L'interpolation proposée pour γ_{st} donne les résultats suivants

| Drapage | Matériau | épaisseur d'un pli élémentaire e (mm) | γ ₀ (J/m2) | В | C (1/cm) | k | lot |
|---|-------------|---|--------------------------|-----|-------------|-----|---------|
| [0 ₃ /90 ₃] _S | IM7/977-2-a | 0,125 | 680 | 2 | 0,5 | 0,5 | 09/2000 |
| [0/90] _S | IM7/977-2-b | 0,25 | 350 | 1,2 | 1,8 | 0,7 | 11/2006 |

Tableau 4.2. Paramètres γ_0 , B, C, k pour les deux stratifiés étudiés



Figure 4.7. Variation de l'énergie de rupture en fonction de la densité de fissures pour le stratifié [0₃/90₃]_s du matériau IM7/977-2-a et le stratifié [0/90]_s du matériau IM7/977-2-b, obtenue à partir des essais monotones à 20°C et à 0,01 mm/min ; essais et représentations

Sur la Figure 4.7 on voit que la valeur maximale (γ_0) de l'énergie de rupture γ_{st} du stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a est deux fois plus grande que celle du stratifié $[0/90]_S$ IM7/977-2-b. Les valeurs à saturation de la densité de fissures pour les deux stratifiés sont très différentes. Ici, nous définissons la densité de fissures à saturation (d_{sat}) comme la valeur qui correspond à la fin du stade 2. Quand la densité de fissures est supérieure à d_{sat} , nous supposons qu'il y a apparition d'autres types d'endommagement.

Par contre, si l'on remplace la densité de fissures (d) par la densité réduite $(d.h_1)$ on peut voir sur la Figure 4.8 que les deux stratifiés ont pratiquement la même valeur à saturation $(d_{sat}.h_1)$.



Figure 4.8. Variation de l'énergie de rupture en fonction de la densité réduite de fissures pour le stratifié [0₃/90₃]_S de matériau IM7/977-2-a et le stratifié [0/90]_S de matériau IM7/977-2-b, obtenue à partir des essais monotones à 20°C et à 0,01 mm/min

On constate ici que la seule différence réside dans la valeur maximale de γ_{st} : l'apparition de fissures transverses est plus facile dans le stratifié [0/90]_S. La différence de l'énergie de rupture des deux matériaux peut avoir une des causes suivantes:

- Les matériaux ne sont pas identiques : l'épaisseur d'un pli élémentaire est différente, le cycle de fabrication est un peu différent, la répartition initiale de défauts peut être différente.
- Il faut peut-être utiliser des critères de rupture différents pour les deux stratifiés, car le critère à utiliser dépend de l'épaisseur de la couche à 90°. D'après [7], pour une couche centrale mince (< 1mm) Parvizi et al. ont trouvé que la fissuration obéissait au critère énergétique, tandis que quand l'épaisseur de la couche centrale est assez grande, c'est un critère « en contrainte » qui s'applique. Dvorak et Laws [8] ont utilisé un critère avec deux expressions différentes du taux de restitution suivant que la couche fissurée est mince ou épaisse.
- Les campagnes d'essais sont différentes (les conditions expérimentales ne sont pas les mêmes, les opérateurs sont différents,...)

Maintenant, la propagation des fissures transverses est décrite par le système :

 $G(\overline{\sigma},d) = \gamma_{st}(d)$

$$\gamma_{st}(d) = \gamma_0 \frac{exp\left(\frac{d^k}{C^k}\right)}{B + exp\left(\frac{d^k}{C^k}\right)}$$

Cette description est aussi précise qu'on le souhaite, pourvu que la représentation de $\gamma_{st}(d)$ soit suffisamment fidèle.



Figure 4.9. Evolution de la densité de fissures pour le stratifié [0₃/90₃]_S IM7/977-2-a, obtenue à partir des essais monotones à 20°C et à 0,01 mm/min. Comparaison entre l'essai et sa description



Figure 4.10. Evolution de la densité de fissures pour le stratifié [0/90]_s IM7/977-2-b, obtenue à partir des essais monotones à 20°C et à 0,01 mm/min. Comparaison entre l'essai et sa description

Chapitre 4

En introduisant l'effet de courbe « R » dans l'expression de γ_{st} , on retrouve bien une description de la propagation des fissures transverses conforme aux résultats de l'essai de chargement monotone sur le matériau IM7/977-2-a. Cependant, pour l'essai sur le matériau IM7/977-2-b, aux environs de d = 5 cm⁻¹, la courbe expérimentale présente quelques points aberrants ; par ailleurs, l'expression (4.9) n'a plus de sens pour d > 15 cm⁻¹ (\approx d_{sat}); ce problème sera attaqué au paragraphe suivant en tenant compte du délaminage quand la densité de fissures atteint sa valeur à saturation.

4.1.3. Saturation de la densité de fissures

La densité de fissures à la saturation d_{sat} semble être une caractéristique du stratifié (elle ne dépend que de la séquence d'empilement) indépendante du niveau de contrainte appliqué [9, 10].

Pour prévoir un ordre de grandeur de la valeur à saturation d_{sat} de la densité de fissures, on peut s'appuyer sur plusieurs démarches différentes. Schoeppner et Pagano [11] ont supposé que la densité limite de fissures est obtenue quand la contrainte normale au centre de la cellule comprise entre deux fissures adjacentes devient négative.

Cette hypothèse a été appliquée dans [12] et a donné des valeurs à saturation assez proches des résultats expérimentaux.

D'après les théories de type "shear-lag", au moins lorsque la répartition du cisaillement dans la couche à 90° est supposée linéaire, la valeur locale (en fonction de x et z) de la contrainte normale dans la couche à 90° peut être exprimée (voir par exemple Berthelot et al. [13]) sous la forme :

$$\sigma_{x}^{(1)}(x,z) = \tilde{\sigma}_{x}^{(1)}(x) + \frac{1}{2}(1+h_{12})\frac{1}{E_{1}}\left[E_{2}\overline{\sigma} - E_{x}\tilde{\sigma}_{x}^{(1)}(x)\right]\left(\frac{3z^{2}}{h_{1}^{2}} - 1\right)$$
(4.10)

où x est l'abscisse dans la direction de sollicitation suivant la longueur de l'éprouvette ; z est la coordonnée suivant l'épaisseur de l'éprouvette ; $2h_1$ et h_2 sont respectivement les épaisseurs de la couche centrale à 90° et des couches extérieures à 0° du stratifié croisé ; E_1 et E_2 sont respectivement les modules du pli unidirectionnel suivant la direction des fibres et la direction orthogonale aux fibres ; $\overline{\sigma}$ est la contrainte normale globale de traction appliquée ; $\widetilde{\sigma}_x^{(1)}$ est la contrainte normale moyenne sur l'épaisseur de la couche centrale du stratifié fissuré.

$$\widetilde{\sigma}_{x}^{(1)}(x) = \frac{E_{2}}{E_{x}} \left[1 - \frac{\cosh(\beta x)}{\cosh(\beta L)} \right] \overline{\sigma}$$

$$h_{12} = \frac{h_{1}}{h_{2}} \qquad E_{x} = \frac{E_{1} + h_{12}E_{2}}{1 + h_{12}} \qquad \beta^{2} = \frac{3G_{23}}{h_{1}} \left(\frac{1}{h_{2}E_{1}} + \frac{1}{h_{1}E_{2}} \right)$$
(4.11)

pour le cas particulier du modèle de Mendels correspondant au modèle de Steif.

En utilisant la formule (4.10) et l'hypothèse de Schoeppner et Pagano, on peut admettre que la valeur à saturation de la densité de fissures est obtenue lorsque $\sigma_x^{(1)}(0, 0) = 0$, soit :

$$ch\left(\frac{\beta}{2d_{sat}}\right) = \frac{3}{2} + \frac{h_1 E_2}{2h_2 E_1}$$
 (4.12)

d'où

$$d_{sat} = \frac{\beta}{2\ln(A_1 + \sqrt{A_1^2 - 1})}$$
(4.13)

où
$$A_1 = \frac{3}{2} + \frac{h_1 E_2}{2h_2 E_1}$$

Cette approche très simple prévoit les valeurs de d_{sat} indiquées dans le Tableau 4.3 suivant pour les deux stratifiés étudiés

| Drapage | Matériau | lot | épaisseur d'un pli élémentaire e (mm) | d _{sat} (1/cm) | $h_1 d_{sat}$ |
|---|-------------|---------|---|----------------------------|---------------|
| [0 ₃ /90 ₃] _S | IM7/977-2-a | 09/2000 | 0,125 | 14 | 0,525 |
| [0/90] _S | IM7/977-2-b | 11/2006 | 0,25 | 21 | 0,525 |

Tableau 4.3. Prévision des valeurs à saturation de la densité de fissures

Nous comparons les valeurs à saturation de la densité fournies par les essais et la prévision utilisant l'hypothèse de Schoeppner et Pagano [11] (cf. Tableau 4.4)

| Drapage | Matériau | lot | épaisseur d'un pli élémentaire | d, (1/c | sat cm) | h_1 | l _{sat} |
|---|-------------|---------|--------------------------------------|------------|------------|--------|------------------|
| | | | e (mm) | essais | prévision | essais | prévision |
| [0 ₃ /90 ₃] ₈ | IM7/977-2-a | 09/2000 | 0,125 | 9,5 | 14 | 0,325 | 0,525 |
| [0/90] _s | IM7/977-2-b | 11/2006 | 0,25 | 15,5 | 21 | 0,325 | 0,525 |

Tableau 4.4.Valeurs à saturation de la densité de fissures pour les stratifiés [0₃/90₃]_S IM7/977-2-a, [0/90]_S IM7/977-2-b. Comparaison entre les essais et les prévisions

Cette approche ne donne qu'un ordre de grandeur de d_{sat} , mais elle traduit correctement l'effet de l'épaisseur de la couche à 90°.

Dharani et al. [12] ont proposé un autre critère pour estimer la valeur à saturation de la densité de fissures.





Le taux de restitution d'énergie est calculé par la formule:

$$G = - \frac{\Delta W_l}{\Delta S}$$

Chapitre 4

où W1 est l'énergie de déformation du stratifié entier ; S est l'aire fissurée.

L'énergie de déformation de la cellule soumise à la déformation globale ε est W(ε , d, 2L_d), où 2L_d est la longueur délaminée.

La contrainte globale nécessaire pour obtenir la déformation ϵ est:

 $\overline{\sigma} = E_{xx}(\epsilon - \alpha_x \Delta T)$, où E_{xx} est le module équivalent du stratifié fissuré dans la direction x ; α_x est le coefficient de dilatation thermique équivalent du stratifié fissuré dans la direction x

Le taux de restitution d'énergie pour la formation de fissures transverses est:

$$G_n = -\frac{\Delta W_1}{\Delta S} = -\frac{\Delta W}{\Delta A}; \quad \Delta A = 4d.h_1 - 2d.h_1 = 2d.h_1$$

Le taux de restitution d'énergie pour la formation du délaminage est :

$$G_{d}=-\frac{\Delta W}{\Delta A}\,;\quad \Delta A=4d\Delta L_{d}$$

Les critères de fissuration sont:

• Pour la fissuration transverse $G_n(\overline{\sigma}, d, L_d) = G_c$

où G_c est l'énergie de rupture pour la fissuration transverse.

On a alors $\overline{\sigma} = \sigma_n(d, L_d, G_c)$

• Pour le délaminage $G_d(\overline{\sigma}, d, L_d) = G_{cd}$

où G_{cd} est l'énergie de rupture pour la délamination.

On a alors $\overline{\sigma} = \sigma_d(d, L_d, G_{cd})$

La courbe d'apparition du délaminage s'obtient pour $L_d = 0$. : $\overline{\sigma} = \sigma_d(d, 0, G_{cd})$

La courbe de fissuration transverse juste avant délaminage est : $\overline{\sigma} = \sigma_n(d, 0, G_c)$

Si $\sigma_n(d, 0, G_c) < \sigma_d(d, 0, G_{cd})$, il y a d'abord fissuration transverse, sinon il y a d'abord délaminage.

La densité à saturation correspond au point d'intersection des deux courbes.



Figure 4.12. Prévision de la valeur à saturation de la densité de fissures par le modèle de Dharani [12]

Le tableau suivant donne la comparaison de cette approche avec celle de Schoeppner et Pagano (critère de la contrainte de compression) et avec des résultats expérimentaux.

| Composite | | Valeurs à saturation de la densité de fissures | | | | | |
|-----------|---|--|----------------------------------|-----------|--|--|--|
| | Drapage | Modèle de Schoeppner et Pagano [11] | Modèle de Dharani et al. [12] | Essai | | | |
| T300/934 | [0 ₂ /90 ₂] _S | 1,87 | 1,80 | 1,7 [14] | | | |
| | [0 ₂ /90 ₃] _S | 1,25 | 1,35 | 1,4 [12]) | | | |
| | [0 ₂ /90 ₄] _S | 0,94 | 1,10 | 1,1 [12] | | | |

Tableau 4.5.Comparaison des valeurs à saturation de la densité de fissures d'après les deux
modèles de Schoeppner et Pagano [11], Dharani et al. [12]

4.1.4. Prise en compte du délaminage

On explique généralement le phénomène de saturation en supposant que pour des valeurs de d proches de d_{sat} , une partie de plus en plus grande de l'énergie fournie au matériau sert à créer un autre mécanisme d'endommagement, ici essentiellement le délaminage.

On a vu que les courbes de fissuration d - $\overline{\sigma}$ simulées présentées dans les figures précédentes ne mettaient pas en évidence le phénomène de saturation de la densité de fissures.

Pour améliorer la simulation des courbes de fissuration, nous supposons alors que le taux de restitution d'énergie total se compose de deux parties : G_{fiss} pour les fissures transverses et $G_{dél}$ pour les délaminages. D'abord, quand il n'y a pas de délaminage, $G = G_{fiss}$. Quand il y a des délaminages $G = (1 - \alpha) G_{fiss} + \alpha G_{dél}$, où $0 < \alpha < 1$. Quand $\alpha = 1$, $G = G_{dél}$ et il n'y a plus création de nouvelles fissure transverses; on a la valeur saturée de la densité de fissures.



Figure 4.13. Fissures transverses et délaminage dans les stratifiés $[0_m/90_n]_S$

Pour décrire le délaminage, nous aurons recours à un schéma assez simpliste qui consiste à supposer que chaque fissure transverse est encadrée par quatre interfaces délaminés de même longueur L_d. Quand il y a des délaminages à l'interface des couches à 0° et 90°, l'expression des contraintes dans les couches du stratifié fissuré s'obtient en remplaçant la distance sans dimension $\rho = \frac{L}{t_1} \text{ par } (\rho - \delta)$ où $0 < \delta = \frac{L_d}{t_1} < \rho$ et on peut vérifier que les formules donnant G_{fiss} sont encore valables à condition de remplacer aussi ρ par (ρ - δ) [Takeda et Ogihara [15]]. Pour éviter les complexités d'un modèle couplé faisant intervenir à la fois G_{fiss} et G_{dél}, nous allons chercher une fonction empirique $\delta(\rho)$ qui satisfait deux conditions :

• Quand la densité de fissures d est encore petite, $\delta = 0$.

• Quand la densité de fissures d'atteint la valeur saturée d_{sat} telle que $\delta = \delta_{saturation}$, $G_{fiss} = 0$.

Nous supposons donc que δ est une fonction connue de ρ ou d et nous choisissons, pour le composite IM7-977-2-a(b), la forme suivante qui permet de raccorder les deux valeurs limites donc $\delta = 0$ et $\delta = \frac{1}{2h_1d_{sat}}$:

$$\delta(\mathbf{d}) = \frac{\frac{10}{2d_{\text{sat}}h_1}}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} + \arctan\frac{d \cdot d_1}{d_0}\right)$$
(4.14)

où d_{sat} est la valeur saturée de la densité de fissures, d_1 est une constante et d_0 est une densité de fissures unitaire.

La formule du taux de restitution d'énergie devient :

$$G_{\text{fiss}}(\overline{\sigma}, \mathbf{d}, \delta) = \frac{1}{\beta} \frac{E_2}{E_x} \frac{1}{E_1} \left(1 + \frac{h_1}{h_2} \right) \left(\overline{\sigma} - \frac{1}{1 + \frac{h_1}{h_2}} E_1(\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T \right)^2 \left(\text{th}[\beta.h_1\{\rho - \delta(d)\}] - \beta.h_1\{\rho - \delta(d)\} \left(1 - \left(\text{th}[\beta.h_1\{\rho - \delta(d)\}] \right)^2 \right) \right)$$

$$(4.15)$$

Le critère de fissuration adopté est alors

$$G_{\text{fiss}}(\overline{\sigma}, d, \delta(d)) = \gamma_{\text{st}}(d),$$
 (4.16)

où γ_{st} admet l'expression (4.9) ; il permet de trouver l'évolution de la densité de fissures (cm⁻¹) en fonction de la contrainte globale et de comparer la simulation qui en résulte aux résultats de J.M. Lebeau et de M. Garcia.

4.2. Endommagement du matériau IM7/977-2-a [1] à l'ambiante

D'après les essais sur matériau IM7/977-2-a [1] à 20°C et à 0,01 mm/min la valeur à saturation de la densité de fissures est $d_{sat} = 9,5$ cm⁻¹. Quand la densité de fissures atteint la valeur à saturation d_{sat} , la distance entre deux fissures adjacentes est $2L_{sat} = \frac{1}{d_{sat}}$ et nous supposons que le délaminage est présent sur toute la longueur $2L_{sat}$: $L_d = L_{sat}$. En utilisant la formule (4.14) nous cherchons les paramètres d_1 , d_0 pour satisfaire les conditions remplies par la fonction δ :

• Quand la densité de fissures d est encore petite, $\delta = 0$.

• Quand la densité de fissures d'atteint la valeur saturée d_{sat} , $\delta = \delta_{sat} = \frac{1}{2.h_1.d_{sat}}$

Ces paramètres sont présentés dans le Tableau 4.6 et la variation de δ est présentée sur la Figure 4.14

| Drapage | Matériau | d ₁ (1/cm) | d ₀ (1/cm) | d _{sat} (1/cm) | épaisseur d'un pli élémentaire e (mm) | lot |
|---|-------------|--------------------------|--------------------------|----------------------------|---|---------|
| [0 ₃ /90 ₃] _S | IM7/977-2-a | 9,4 | 0,05 | 9,5 | 0,125 | 09/2000 |

Tableau 4.6. Paramètres utilisés pour décrire la fonction δ pour le stratifié $[0_3/90_3]_s$ IM7/977-2-a



Figure 4.14. Variation de $\delta(d)$ pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a, $\delta_{sat} = 1,48$

En utilisant la formule (4.15) qui prend en compte la présence de δ , la variation du taux de restitution d'énergie en fonction de la densité de fissures pour une valeur de la contrainte globale égale à 5.10⁸ Pa est présentée sur la Figure 4.15.



Figure 4.15. Fonction G_{fiss} pour le stratifié $[0_3/90_3]_s$ IM7/977-2-a ; $\overline{\sigma} = 5.10^8$ Pa

Sur la Figure 4.15 on voit que quand la densité de fissures atteint la valeur à saturation, le taux de restitution d'énergie tend vers zéro. Alors le critère $G = \gamma_{st}$ ne peut plus être satisfait et de nouvelles fissures transverses ne peuvent plus apparaître.

La courbe de fissuration pour le matériau IM7/977-2-a obtenue en utilisant le critère de fissuration $G_{fiss}(\overline{\sigma}, d, \delta(d)) = \gamma_{st}(d)$ est présentée sur la Figure 4.16.



Figure 4.16. Evolution de la densité de fissures pour le stratifié [0₃/90₃]_S IM7/977-2-a en tenant compte du délaminage, obtenue à partir des essais monotones à 20°C et à 0,01 mm/min. Comparaison entre l'essai [1] et sa description.

99

4.3. Endommagement du matériau IM7/977-2-b à l'ambiante

D'après les essais monotones sur matériau IM7/977-2-b, la valeur à saturation de la densité de fissures est environ 15,5 cm⁻¹. Les deux conditions pour la fonction δ sont satisfaites avec les paramètres donnés dans le Tableau 4.7 La variation de δ est présentée sur la Figure 4.17.

| Drapage | Matériau | d ₁ (1/cm) | d ₀ (1/cm) | d _{sat} (1/cm) | épaisseur d'un pli élémentaire e (mm) | lot |
|---------------------|-------------|--------------------------|--------------------------|----------------------------|---|---------|
| [0/90] _S | IM7/977-2-b | 15,4 | 0,2 | 15,5 | 0,25 | 11/2006 |

Tableau 4.7. Paramètres utilisés pour décrire la fonction δ pour le stratifié [0/90]_S IM7/977-2-b



Figure 4.17. Fonction $\delta(d)$ pour le stratifié [0/90]_S IM7/977-2-b ; $\delta_{sat} = 1,5$.

La variation du taux de restitution d'énergie en fonction de la densité de fissures pour une valeur de la contrainte globale égale à 5.10^8 Pa est présentée sur la Figure 4.18.



Figure 4.18. Fonction G_{fiss} pour le stratifié $[0/90]_{\text{S}}$ IM7/977-2-b ; $\overline{\sigma} = 5.10^8$ Pa

Sur la Figure 4.18 on voit que le taux de restitution d'énergie s'annule à partir de la densité de fissures d = 15,5 cm⁻¹ (valeur à saturation) ; aucune nouvelle fissure ne sera créée.

En tenant compte de l'influence du délaminage, la courbe de fissuration pour le matériau IM7/977-2-b est présentée sur la Figure 4.19.



Figure 4.19. Evolution de la densité de fissures pour le stratifié [0/90]_S IM7/977-2-b en tenant compte du délaminage, obtenue à partir des essais monotones à 20°C et à 0,01 mm/min. Comparaison entre l'essai et sa description.

Sur les Figures 4.16 et 4.19 on constate bien l'apparition d'une valeur à saturation de la densité de fissures pour les courbes simulées.

4.4. Endommagement du matériau IMS/M21 à 90°C

Chapitre 4

Nous réalisons des essais monotones à deux vitesses de 0,01 et 10 mm/min et à 90°C sur la machine de traction INSTRON 4505. Des observations « in situ » de la tranche polie de l'échantillon sur l'écran d'ordinateur ont été réalisées en cours d'essai sans démontage de l'éprouvette grâce à l'installation d'un microscope longue distance QUESTAR.



Figure 4.20. Montage d'observation « in situ » sur la machine d'essai pour les essais monotones

L'essai de fissuration a été doublé pour évaluer la dispersion et obtenir la courbe moyenne de fissuration (courbe « lissée »).

On a d'abord étudié l'influence de la vitesse de traverse sur les courbes de fissuration au moyen d'essais à 90°C sous air et aux deux vitesses 0,01 et 10 mm/min.



Figure 4.21. Essais avec deux vitesses 0,01 et 10 mm/min, à 90°C sous air ; stratifié [0₃/90₃]_S IMS/M21

Sur la Figure 4.21 on voit que les résultats pour les deux vitesses 0,01 et 10 mm/min ne sont pas très différents ; on ne gardera donc que ceux qui ont été obtenus avec la vitesse de 10 mm/min. La Figure 4.21 montre aussi une légère dispersion entre les essais à 90°C sous air à 0,01 mm/min et à 10 mm/min. Cette dispersion se traduit essentiellement par la différence de contrainte d'amorçage de la fissuration, les deux courbes expérimentales de fissuration ayant des formes à peu près similaires.

4.4.1. Vérification de l'effet de courbe « R » sur le matériau IMS/M21 à 90°C

On peut observer l'effet de courbe R sur un autre composite, IMS/M21, de drapage $[0_3/90_3]_S$ (épaisseur du pli élémentaire e = 0,125mm) à 90°C et à 10 mm/min.

En utilisant la courbe de fissuration « lissée », on obtient la variation apparente de l'énergie de rupture représentée sur la Figure 4.22.



Figure 4.22. Variation de l'énergie de rupture en fonction de la densité de fissures pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 (à 90°C et à 10 mm/min)

On trouve que l'énergie de rupture ($\gamma = G(\overline{\sigma},d)$) apparente augmente fortement quand la densité de fissures atteint 4,5 cm⁻¹ mais que de nouvelles fissures transverses continuent à apparaître jusqu'à la valeur à saturation $d_{90sat} = 8 \text{ cm}^{-1}$.

4.4.2. Hypothèse concernant la formation des délaminages dans le composite IMS/M21

Comme on l'a déjà indiqué pour le premier matériau, lorsque la fissuration transverse est proche de son état saturé, $d = d_{sat}$, on peut voir apparaître des délaminages. Lors des essais, le délaminage entre deux couches à 0° et à 90° est observable juste avant la rupture de l'éprouvette mais on ne peut pas voir ces délaminages pendant les essais, s'ils existent, à cause de leur très petite taille. Pour observer les délaminages, il faudrait démonter l'éprouvette et utiliser une optique avec un grandissement plus important, mais nous ne l'avons pas fait, afin de ne pas interrompre les essais. Par ailleurs, après une phase de croissance lente, le taux de restitution d'énergie calculé à partir des formules (4.7) et (4.8), qui prend en compte la seule fissuration matricielle, se met à augmenter brutalement juste avant l'état saturé. On a déjà supposé que le taux de restitution d'énergie associé à la seule fissuration matricielle tendait dans le stade 2 vers une valeur limite γ_0 qui correspond à la l'énergie de rupture du matériau pratiquement sain, c'est-

à-dire débarrassé de ses plus gros défauts qui ont été « absorbés » par les fissures matricielles. **Dans ce nouveau matériau, le stade 2 est très court**. On a été ainsi amené à faire l'hypothèse que le taux de restitution d'énergie associé à la seule fissuration matricielle n'est plus décrit par la formule

$$G(\overline{\sigma},d) = \frac{1}{\beta} \frac{E2}{Ex} \frac{1}{E1} (1 + h_{12}) \left(\overline{\sigma} - \frac{1}{(1 + h_{12})} E1\Delta\alpha_{21}\Delta T\right)^2 \left(\tanh\left(\frac{\beta}{2d}\right) - \frac{\beta}{2d} \left(1 - \tanh^2\left(\frac{\beta}{2d}\right)\right) \right)$$

mais, comme pour le matériau précédent, par une formule modifiée tenant compte de la présence d'une certaine longueur de délaminage de part et d'autre de chaque pointe de fissure transverse à partir d'une certaine valeur seuil de la densité de fissures. Il est important de remarquer qu'un tel modèle simplifié fait doubler brutalement la longueur de délaminage chaque fois que le nombre des fissures transverse est multiplié par deux.

Pour le deuxième stratifié IMS/M21, sur la Figure 4.22 on ne voit pas l'effet de courbe « \mathbf{R} » de la même façon, c'est-à-dire que la courbe ne présente pas de plateau ; on suppose donc qu'il y a présence de délaminages très tôt, à partir de d = $d_{dél} = 4,5$ cm⁻¹ et qu'alors la formule de Mendels n'est plus valable, la longueur (2L) devenant (2L – 2L_d)

Le taux de restitution d'énergie pour la fissuration transverse, compte-tenu du délaminage, est, en remplaçant $\frac{1}{2h_1d} = \rho$ par (ρ - $\delta(d)$) dans la formule précédente :

$$G(\overline{\sigma},d,\delta) = \frac{1}{\beta E_x} \frac{1}{E_1} \left(1 + \frac{h_1}{h_2}\right) \left(\overline{\sigma} - \frac{1}{1 + \frac{h_1}{h_2}} E_1(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T\right)^2 \left(th[\beta.h_1\{\rho - \delta(d)\}] - \beta.h_1\{\rho - \delta(d)\}\left(1 - \left(th[\beta.h_1\{\rho - \delta(d)\}]\right)^2\right)\right)$$

Lorsque l'on applique cette formule, la différence entre les deux matériaux IM7/977-2 et IMS/M21 est l'instant d'apparition du délaminage. Pour le matériau IM7/977-2 le délaminage apparaît quand la densité de fissures atteint la valeur à saturation d_{sat} tandis que pour le deuxième matériau IMS/M21, le délaminage apparaît plus tôt $d = d_{dél} (d_{dél} < d_{sat})$.

4.4.3. Délaminage et paramètres de la courbe « R »

On interpole d'abord la courbe R expérimentale pour $d < 4.5 \text{ cm}^{-1}$ à l'aide de la formule
$$\gamma_{st}(d) = \gamma_0 \frac{exp\left(\frac{d}{C}\right)^k}{B + exp\left(\frac{d}{C}\right)^k}$$

où γ_0 est l'énergie de rupture qui correspond à la l'énergie de rupture du matériau «pratiquement sain»; B, C et k sont des paramètres (cf. Tableau 4.8). La courbe théorique supposée de l'énergie de rupture est présentée sur la Figure 4.23.



Figure 4.23. Comparaison entre le taux de restitution d'énergie G (essai) et l'énergie de rupture γ_{st} supposée pour le stratifié [0₃/90₃]s IMS/M21 (à 90°C et à 10 mm/min).

| Drapage | Matériau | épaisseur d'un pli élémentaire e (mm) | γ ₀ (J/m2) | В | C (1/cm) | k |
|---|----------|---|--------------------------|-----|-------------|------|
| [0 ₃ /90 ₃] _S | IMS/M21 | 0,125 | 375 | 1,8 | 1 | 0,56 |

Tableau 4.8. Paramètres γ_0 , B, C, k pour le stratifié IM7/M21 (à 90°C et à 10 mm/min)

Nous avions proposé un peu plus haut une première expression possible pour la fonction δ , valable pour le premier matériau. Nous allons maintenant déterminer point par point les valeurs de δ qui permettent de satisfaire exactement le critère $G(\sigma, d, \delta(d)) = \gamma_{st}(d)$ pour le deuxième matériau.

Pour chaque point expérimental (σ , d ; d > 4,5 cm⁻¹) de la courbe de fissuration, on résout par rapport à la variable δ l'équation G(σ , d, δ (d)) = γ_{st} (d) et l'on suppose que δ = 0 pour d < 4,5 cm⁻¹.

La variation de δ ainsi obtenue est représentée sur la Figure 4.24.



Figure 4.24. Variation de la longueur sans dimension du « délaminage théorique » δ pour décrire l'effet de courbe « R » ; stratifié [0₃/90₃]_S IMS/M21 (à 90°C et à 10 mm/min)

D'après la Figure 4.24, la fonction δ est approximativement proportionnelle à une fonction échelon. Pour la simulation, on utilisera donc dorénavant la nouvelle expression suivante

$$\delta(d) = \delta_{d\acute{e}l} H(d - d_{d\acute{e}l})$$

où H est la fonction de Heaviside ; d_{dél} est la valeur de la densité de fissures correspondant à

l'initiation du délaminage ; $\delta_{d\acute{e}l} = \frac{L_d}{h_1}$

Pour ce matériau IMS/M21, la représentation de δ à l'aide d'une fonction de Heaviside est plus simple que celle qui avait déjà été proposée plus haut, mais elle est pratiquement aussi bonne que celle de la formule (4.14).

La variation correspondante de δ est représentée sur la Figure 4.25 :

- Quand la densité de fissures d est encore petite $(d < d_{dél})$: $\delta = 0$, où $d_{dél}$ est la valeur correspondant à l'initiation du délaminage
- Quand la densité de fissures d'atteint la valeur $d_{dél}$, $\delta = \delta_{dél} = constante$



Figure 4.25. Hypothèse sur la variation de la fonction $\delta(d)$

Au moment de l'apparition d'une nouvelle fissure, on a : $G(\overline{\sigma}, d, \delta(d)) = \gamma_{st}(d)$. La courbe rouge de la Figure 4.26 est obtenue avec les résultats expérimentaux pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 (à 90°C et à 10 mm/min) en prenant la formule (4.15) et $\delta_{del} = 0,77$; l'effet de courbe « R » est bien représenté pour 0 < d < 8 cm⁻¹.



Figure 4.26. Prise en compte de l'influence du délaminage sur la variation du taux de restitution d'énergie pour le stratifié [0₃/90₃]_S IMS/M21(à 90°C et à 10 mm/min), essai et simulation

4.4.4. Vérification portant sur les courbes de fissuration

Maintenant, la propagation des fissures transverses est décrite par le système :

$$G(\overline{\sigma}, d, \delta(d)) = \gamma_{st}(d)$$
$$\gamma_{st}(d) = \gamma_0 \frac{exp\left(\frac{d}{C}\right)^k}{B + exp\left(\frac{d}{C}\right)^k}$$

Pour le second type de matériau, il s'agit simplement de vérifier que l'expression choisie pour $\gamma_{st}(d)$ permet de reconstituer fidèlement la courbe de fissuration. La courbe de vérification est donnée sur la Figure 4.27



Figure 4.27. Evolution de la densité de fissures pour le stratifié [0₃/90₃]_S IMS/M21, obtenue à partir des essais monotones à 90°C et à 10 mm/min. Comparaison entre l'essai et sa description

La Figure 4.27 montre que la description est en bon accord avec l'essai sur le matériau IMS/M21 à 90°C.

4.5. Endommagement du matériau IMS/M21 à différentes températures

Nous allons maintenant tenter d'incorporer le nouveau paramètre température pour étendre la description précédente.

Pour les stratifiés $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21, des essais monotones avec deux vitesses de traverse 0,01 et 10 mm/min et quatre températures (30°C, 60°C, 90°C et 120°C) ont été réalisés sur la machine de traction INSTRON 4505.

La variation du taux de restitution d'énergie obtenue sans tenir compte du délaminage pour quatre températures différentes est présentée sur la Figure 4.28.



Figure 4.28. Variation du taux de restitution d'énergie pour le stratifié [0₃/90₃]_S IMS/M21 aux différentes températures et à 10 mm/min

Sur la Figure 4.28, on voit que :

• Les courbes pour les deux températures 30°C et 60°C sont très proches, leur position l'une par rapport à l'autre n'étant pas significative.

• Le début des courbes (quand la densité de fissures est encore petite) correspondant aux deux températures 90°C et 120°C est presque le même.

Chapitre 4

Maintenant, on prend en compte l'influence du délaminage en introduisant la longueur sans dimension du délaminage $\delta_{d\acute{e}l}$ dans la formule (4.15) ; pour chaque température, la valeur de $\delta_{d\acute{e}l}$ est déterminée comme au paragraphe précédent. La variation du taux de restitution d'énergie est présentée sur la Figure 4.29.



Figure 4.29. Prise en compte de l'influence du délaminage sur la variation du taux de restitution d'énergie pour le stratifié [0₃/90₃]_S IMS/M21 aux différents températures et à 10 mm/min ; essais et descriptions.

D'après les points expérimentaux, on constate que l'énergie de rupture n'est pas très différente pour les différentes températures. On peut donc supposer que l'énergie de rupture « statique » du composite IMS/M21 ne dépend pratiquement pas de la température dans cette gamme $30^{\circ}C/120^{\circ}C$. On a alors utilisé un seul jeu de paramètres pour l'expression de γ_{st} aux différentes températures. On a ainsi obtenu une courbe de description unique pour les quatre températures 30°C, 60°C, 90°C et 120°C (cf. Figure 4.29). Les paramètres de la courbe de description et les caractéristiques de délaminage sont donnés dans le Tableau 4.9.

Chapitre 4

| Température | γο | В | С | k | d _{sat} | $\delta_{d\acute{e}l}$ |
|-------------|--------|-----|--------|-----|------------------|------------------------|
| (°C) | (J/m2) | | (1/cm) | | | |
| 30 | | | | | 10 | 0,6 |
| 60 | 330 | 0.9 | 14 | 0.8 | 9 | 0,65 |
| 90 | | 0,9 | 1,1 | 0,0 | 8 | 0,77 |
| 120 | | | | | 6 | 1 |

Tableau 4.9.Paramètres γ_0 , B, C, k et caractéristiques d_{sat} , $\delta_{dél}$ pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 aux différentes températures et à 10 mm/min

La description des courbes de fissuration résultant du critère $G(\overline{\sigma}, d, \delta(d)) = \gamma_{st}(d)$ est vérifiée sur la Figure 4.30.



Figure 4.30. Evolution de la densité de fissures pour le stratifié [0₃/90₃]s IMS/M21, obtenue à partir des essais monotones aux différents températures et à 10 mm/min. Comparaison entre les essais et leur description.

Sur la Figure 4.30 on voit qu'après avoir introduit la longueur sans dimension du délaminage δ dans l'expression du taux de restitution d'énergie, on obtient des descriptions des courbes de fissuration pour le composite IMS/M21 aux différentes températures en bon accord avec les essais.

A ce stade, on ne prévoit pas encore la valeur à saturation de la densité de fissures.

La variation de la longueur sans dimension du « délaminage théorique » en fonction de la température est présentée sur la Figure 4.32. Elle a été obtenue par la même démarche qu'au paragraphe précédent pour la température de 90°C.

 δ_{del}^{\max} est la distance entre deux fissures adjacentes quand la densité de fissures atteint la valeur à saturation (cf. Figure 4.31).



Figure 4.31. Définition de $\delta_{d\ell}^{\text{max}}$

Chapitre 4



Figure 4.32. Evolution de la longueur du délaminage théorique pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21, aux différentes températures et à 10 mm/min

Pour le matériau IM7/977-2 nous avions supposé que quand la densité de fissures atteignait sa valeur à saturation d_{sat} , toute la longueur entre deux fissures adjacentes était délaminée. Sur la Figure 4.32, une autre hypothèse pour le deuxième matériau IMS/M21 est utilisée : à partir de d = $d_{dél}$, le délaminage apparaît, et seule une partie de la longueur entre deux fissures adjacentes est délaminée.

Sur les résultats expérimentaux pour le troisième matériau IMS/M21, on ne voit pas d'influence de la vitesse sur la courbe de fissuration, même aux autres températures. On peut donc supposer

qu'avec ce matériau, un comportement de type thermo-élastique est suffisant pour traduire l'évolution de la densité de fissures à différentes températures.

4.6. Endommagement du matériau IM7/977-2-a à différentes températures

On peut se demander si l'approche précédente est applicable au premier matériau IM7/977-2-a pour décrire l'évolution de la densité de fissures à différentes températures.

Or la Figure 4.33 présente les courbes de fissuration expérimentales pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a à 120°C et à trois vitesses de chargement (0,01 ; 1 et 10 mm/min).



Figure 4.33. Evolution expérimentale de la densité de fissures pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a à 120°C et à trois vitesse de chargement [1]

Cette Figure 4.33 montre que la courbe de fissuration dépend nettement de la vitesse de chargement. On peut constater qu'il y a présence d'un comportement de type visqueux et il est probable qu'un modèle de type thermo-élastique ne sera pas suffisant pour traduire l'évolution de la densité de fissures à différentes températures dans ce matériau.

C'est pourquoi, dans ce paragraphe, nous utilisons le principe de superposition Temps-Température pour simuler des courbes de fissuration à différentes vitesses et à différentes températures.

4.6.1. Courbe maîtresse

La loi de comportement des résines polymériques dépend du temps et de la température, ce qui traduit en partie leur caractère visco-élastique, non seulement au-dessus de la température de transition vitreuse T_g mais aussi au-dessous de T_g . Ainsi, on peut s'attendre à ce que le comportement mécanique des composites polymériques dépende également du temps et de la température en dessous de T_g . Cette dépendance a été confirmée par plusieurs études expérimentales [16, 17, 18].

Quand le principe de superposition temps-température est applicable, on peut trouver la courbe maîtresse pour une grandeur A(T, t) qui dépend du temps et de la température. Ce principe utilise un coefficient de décalage temps-température $a_{To}(T) = \frac{t}{t'}$, où t est le temps réel, t' est le temps réduit, T₀ est la température de référence, T est la température actuelle.

Par exemple : supposons que l'on connaisse quatre courbes $A(T_i, t) - log(t)$ qui correspondent aux 4 températures T_1 , T_2 , T_3 , T_4 (Figure 4.34) et que ces courbes puissent être déduites d'une même courbe maîtresse.



Figure 4.34. Variation de la grandeur A à différentes températures.

Pour construire la courbe maîtresse, on choisit d'abord comme température de référence $T_0 = T_1$. Ensuite, on conserve la courbe qui correspond à la température T_1 et on décale horizontalement les autres de façon qu'elles se placent toutes sur une même courbe comme sur la Figure 4.35.



Figure 4.35. Courbe maîtresse de A

Chapitre 4

On a utilisé ici les coefficients de décalage : $a_{To}(T) = \frac{t}{t'}$



Figure 4.36. Coefficient de décalage temps-température

On peut alors représenter l'ensemble des courbes par l'équation commune

A = A(T, t) =
$$\mathcal{A}(t') = \mathcal{A}\left(\frac{t}{a_{T_0}(T)}\right)$$

Plusieurs auteurs [19, 20] supposent que le coefficient de décalage $a_{To}(T)$ varie selon la loi d'Arrhenius :

$$\log(a_{\rm To}(T)) = \frac{\Delta H}{2,303G} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{\rm To}\right)$$

où Δ H est une énergie d'activation, G est la constante des gaz (G = 8,314x103 kJ/K mol).

D'après cette loi $log(a_{To}(T))$ serait une fonction linéaire de $\frac{1}{T}$.

Yeow et al. [21,22] ont utilisé la matrice des souplesses de composites unidirectionnels T300/934 pour déterminer le coefficient de décalage temps-température grâce à des essais de fluage. Ils ont d'abord réalisé des essais de traction de fluage (16 et 15 minutes) à différentes températures. Pour chaque température, ils ont tracé les variations en fonction du temps de la souplesse réduite S_{22} définie par:

$$\mathbf{S}_{22}(\mathbf{t}, \mathbf{T}) = \frac{\varepsilon_{22}(\mathbf{T}, \mathbf{t})}{\sigma_0} \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{T}_0}$$

Les essais sont réalisés sur un stratifié $[90^{\circ}]_{8S}$ T300/934 [21] avec 27 températures différentes; la variation de la grandeur $1/S_{22}$ (on a une courbe correspondant à chaque température) est présentée sur la Figure 4.37.





Figure 4.37. Courbe maîtresse de $1/S_{22}$ pour le stratifié [90°]₈₈ T300/934 [21].

En utilisant comme température de référence $T_0 = 180$ °C, une courbe maîtresse de $1/S_{22}$ a été obtenue en décalant graphiquement les courbes le long de l'axe du temps jusqu'à ce qu'une courbe continue unique apparaisse (Figure 4.38), ce qui donne également le coefficient de décalage temps-température. Les variations du coefficient de décalage temps-température pour $1/S_{22}$, $1/S_{66}$ et v_{21} sont présentées sur la Figure 4.38



Figure 4.38. Variation du coefficient de décalage temps-température du stratifié [90°]_{8S} T300/934 [21].

Sur la Figure 4.38 on voit que les coefficients de décalage temps-température de ce stratifié sont presque les mêmes pour $1/S_{22}$, $1/S_{66}$ et v_{21} .

Plusieurs essais ont été réalisés avec différents angles de fibres [22] ; les variations de $log(a_{To}(T))$ en fonction de T sont présentées sur la Figure 4.39



Figure 4.39. Coefficient de décalage temps-température pour 1/S22 du composite T300/934 [22] avec différents angles de fibres

Sur la Figure 4.39 on remarque une certaine dispersion, mais Yeow et al. [22] constatent que le coefficient $a_{To}(T)$ est indépendant de l'angle des fibres. La Figure 4.39 ne présente pas une relation linéaire entre $log(a_{To})$ et 1/T ; le coefficient de décalage $a_{To}(T)$ ne varie donc pas selon la loi d'Arrhenius.

Miyano et al. [20] ont fait des essais de flexion statiques pour un stratifié T400/3601 avec 10 températures différentes. A chaque température, 4 essais avec 4 vitesses de traverse 0,2 ; 2 ; 20 et 200 mm/min ont été réalisés pour déterminer la contrainte de rupture σ_s et le temps de rupture t_s correspondant. Pour chaque température on a donc une courbe de 4 points $\sigma_s(t_s)$. A partir des 10 courbes qui correspondent aux 10 températures différentes, on peut obtenir une courbe maîtresse représentée sur la Figure 4.40 ; la température de référence est $T_0 = 50^{\circ}$ C.



Figure 4.40. Courbe maîtresse pour la contrainte de rupture du stratifié T400/3601 [20]

 $t'_s = \frac{t_s}{a_{T_0}(T)}$ est le temps réduit.

Miyano et al. [20] ont trouvé qu'un ensemble de deux équations d'Arrhenius est bien adapté pour représenter le coefficient de décalage $a_{To}(T)$ comme sur la Figure 4.41.



Figure 4.41. Coefficient de décalage temps-température de la matrice 3601 et du composite T400/3601 [20]

4.6.2. Application de l'approche de Miyano aux matériaux de notre étude

4.6.2.1. Courbes maîtresses pour le premier matériau IM7/977-2-a

Pour analyser l'influence de la température, nous utilisons les résultats expérimentaux de traction monotone obtenus pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a [1, 23]. Les essais sont réalisés à 3 températures (20°C, 70°C et 120°C) et à 3 vitesses de traverse (0,01 ; 1 et 10 mm/min). La Figure 4.42 représente un essai monotone à 20°C et à la vitesse 0,01 mm/min : la densité de fissures dépend de la contrainte globale appliquée.



Figure 4.42. Evolution expérimentale de la densité de fissures pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a [1], obtenue à partir des essais monotones à 20°C et à 0,01 mm/min.

Miyano a cherché une courbe maîtresse pour la contrainte à rupture mais, ce qui nous intéresse, c'est la propagation des fissures matricielles. Nous allons alors essayer d'appliquer le principe de Miyano aux états endommagés (pas encore ruinés), caractérisés par une certaine valeur de la densité de fissures.

Avec les trois vitesses de chargement 0,01 ; 1 et 10 mm/min ($\dot{\sigma} = 6,07.10^4$; 6,07.10⁶ ; 6,07.10⁷ Pa/s) chaque valeur de la densité de fissures d correspond à trois valeurs possibles de la contrainte σ_1 dans la couche centrale et aux trois instants t auxquels cette contrainte est atteinte ;

pour chacune des trois températures (20°C, 70°C et 120°C) on peut tracer une courbe σ_1 – t isoendommagement (d = constante) comme sur la Figure 4.43.



Figure 4.43. Courbe iso-endommagement $d = 1 \text{ cm}^{-1}$ pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a [1]

Pour chaque valeur de la densité de fissures d, on va chercher à regrouper les trois courbes isoendommagement d = constante sur une courbe maîtresse σ_1 – t' en utilisant la définition du temps réduit. (cf. Figure 4.44). On garde la courbe pour la température T = 20°C et on décale les deux autres en utilisant les deux coefficients $\log_{aT0}(70^\circ) = -6$ et $\log_{aT0}(120^\circ) = -8$ pour avoir une seule courbe iso-endommagement fonction du temps réduit.



Figure 4.44. Courbe maîtresse $\sigma_1 - t'$ pour l'endommagement d = 1 cm⁻¹

On suppose que le coefficient de décalage temps-température varie suivant la loi:

$$a_{\text{To}}(\text{T}) = 10^{6.10^{15}} \left(\frac{1}{\text{T}+273}\right)^{6-9.6}$$

forme qui traduit une relation linéaire entre log($a_{To}(T)$) et $\left(\frac{1}{T+273}\right)^6$

La comparaison des coefficients de décalage temps-température simulés et constatés est présentée sur la Figure 4.45.



Figure 4.45. Variation du coefficient de décalage temps-température

On suppose que, pour la courbe maîtresse d'iso-endommagement, la contrainte dans la couche centrale est une fonction du temps réduit et de la densité de fissures de la forme suivante :

$$\sigma_1(t', d, T) = A_1(1 - \exp(A_2(\log(t') - A_3))) + A_4(d)$$

où A_1 , A_2 , A_3 sont des coefficients qui dépendent du matériau ; $A_4(d)$ est une fonction de la densité de fissures.

La représentation de la courbe maîtresse pour $d = 1 \text{ cm}^{-1}$ est donnée sur la Figure 4.46.



Figure 4.46. Représentation de la courbe maîtresse d'iso-endommagement (d = 1 cm⁻¹) et points expérimentaux pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IM7/977-2-a [1]

Les représentations des courbes maîtresses correspondant aux différents endommagements sont présentées sur la Figure 4.47. Les coefficients des représentations des courbes maîtresses sont donnés dans le Tableau 4.10

| A1 | A2 | A3 |
|------|------|------|
| 0,24 | 0,35 | 12,6 |

Tableau 4.10. Coefficients des représentations des courbes maîtresses

 $A_4(d) = k_1.d + k_2$; k1 = 0,015 et k2 = 7,75 avec les unités choisies.





4.6.2.2. Construction des courbes de fissuration

On va maintenant chercher à résoudre le problème suivant :

Connaissant le réseau des courbes maîtresses d'iso-endommagement $log(\sigma_1)-log(t')$, reconstituer,

pour une température donnée et une vitesse de chargement donnée $\dot{\sigma}$, la courbe de fissuration

d-σ:

a. Chaque vitesse de chargement $\dot{\sigma}$ correspond à une droite dans le plan log(σ_1)-log(t') :

$$\sigma = \dot{\sigma}.t \Longrightarrow \log(\sigma) = \log(\dot{\sigma}) + \log(t) = \log(\dot{\sigma}) + \log(t') + \log(a_{T0}(T))$$
$$\sigma_1 = \frac{E_2}{E_x} \sigma$$

$$=> \log(\sigma_1) = \log\left(\frac{E_2}{E_x}\right) + \log(\dot{\sigma}) + \log(t) + \log(t') + \log(a_{T0}(T))$$

b. Cette droite va couper le réseau des courbes maîtresses d'iso-endommagement log(σ₁)-log(t')
 (cf. Figure 4.48). Chaque point d'intersection donne deux valeurs : densité de fissures d et temps réduit t'.

Pour la valeur choisie de T, la formule $a_{To}(T) = \frac{t}{t'}$ donne les valeurs de t correspondant à chaque point d'intersection. La contrainte globale σ correspondant à chaque point d'intersection est déduite par la formule : $\sigma = \dot{\sigma}.t$

c. On a ainsi un ensemble de points (d, σ) qui constitue la courbe de fissuration que l'on voulait prévoir.



Figure 4.48. Construction de la courbe de fissuration

La comparaison entre les essais et les simulations des courbes de fissuration est présentée sur les Figures 4.49, 4.50 et 4.51.



Figure 4.49. Courbes de fissuration pour le stratifié [0₃/90₃]_s IM7/977-2-a ; Comparaison entre les courbes expérimentales obtenues à partir des essais monotones à 20°C et les courbes reconstituées à partir des courbes maîtresses.



Figure 4.50. Courbes de fissuration pour le stratifié [0₃/90₃]_s IM7/977-2-a ; Comparaison entre les courbes expérimentales obtenues à partir des essais monotones à 70°C et les courbes reconstituées à partir des courbes maîtresses.



- Figure 4.51. Courbes de fissuration pour le stratifié [0₃/90₃]_s IM7/977-2-a ; Comparaison entre les courbes expérimentales obtenues à partir des essais monotones à 120°C et les courbes reconstituées à partir des courbes maîtresses.
- Sur la Figure 4.49 on voit que les résultats expérimentaux à 20°C sont très proches les uns des autres pour les différentes vitesses : à l'ambiante il n'y a pratiquement pas d'influence de la vitesse pour ce premier matériau.
- La simulation pour 70°C n'est pas très bonne, mais à cette température l'influence de la vitesse est encore faible. Pour améliorer la simulation on pourrait modifier la loi de variation du coefficient de décalage temps-température.
- Cette méthode permet de prévoir des courbes de fissuration monotone à une température et à une vitesse quelconques quand on a obtenu les courbes maîtresses et le coefficient de décalage temps-température à partir de résultats à certaines températures et vitesses.

4.7. Conclusions

Compte-tenu de l'effet de courbe « R », on suppose que l'énergie de rupture tend vers une valeur limite quand la densité de fissures augmente. En traduisant cet effet dans le critère de fissuration G(σ, d) = γ_{st}(d), on obtient une courbe de fissuration d-σ qui présente bien une forme en « S » pour les matériaux IM7/977-2 et IMS/M21.

- La valeur à saturation de la densité de fissures est prévue pour le matériau IM7/977-2 en utilisant l'hypothèse de l'apparition du délaminage quand la densité de fissures atteint une valeur limite. Ce mode d'endommagement est décrit de façon simple en introduisant dans le taux de restitution d'énergie une « longueur de délaminage », fonction connue « a priori » de la densité de fissures. La comparaison entre la description et les résultats des essais monotones [1] montre un bon accord.
- La même hypothèse prend une forme légèrement différente pour le matériau IMS/M21 pour lequel on suppose que l'apparition du délaminage se produit bien avant la saturation et que l'énergie de rupture ne dépend pas de la température. La description est en assez bon accord avec les résultats des essais monotones à quatre températures (30°C, 60°C, 90°C et 120°C). Pour ce matériau, les résultats expérimentaux montrent qu'il n'y a pas d'influence de la vitesse du chargement.
- Les courbes de fissuration ne dépendent pas de la vitesse pour le matériau IMS/M21 ; dans ce cas il serait inutile d'appliquer le principe de superposition temps-température pour trouver des courbes maîtresses d'iso-endommagement.
- Pour le matériau IM7/977-2-a, dont la fissuration est sensible à la vitesse de chargement, le principe de superposition temps-température permet de construire des courbes maîtresses iso-endommagement avec les mêmes coefficients de décalage pour les différents endommagements. Les simulations sont acceptables ; elles pourraient être améliorées en modifiant la loi de variation du coefficient de décalage temps-température. Le principe de superposition temps-température permet de prévoir la courbe de fissuration pour une température et une vitesse de chargement quelconques.

<u>Références</u>

Chapitre 4

¹ Lafarie-Frenot MC. 2002. *Influence of strain rate and temperature on transverse ply cracking of CFRP laminates.* ECCM 10, Bruges, Belgique

Wang A.SD. Fracture analysis of matrix cracking in laminated composites. NADC-85 : 118 160. Naval Air Development Center, Warminster, PA, 1985

- 3 H.T. Hahn, Y.M. Han, and R.Y. Kim. *Resistance Curves for Ply Cracking in Composite Laminates.* Materials Pathway to the Future, SAMPE, Vol. 33, 1988, pp. 1101-1108
- 4 Hahn HT, Johannesson T. 1983. *Fracture of unidirectional composites: theory and applications*. Mechanics of Composite Materials, AMD, ASME, New York : 135-142
- 5 Han YM, Hahn HT, Croman RB. *A simplified analysis of transverse ply cracking in cross-ply laminates*. Composites Science and Technology 1988; 31: 165-177
- 6 Nairn JA. Matrix Microcracking in Composites. Polymer Matrix Composites, vol. 2 of Comprehensive Composite Materials, eds., edited by R. Talreja and J.-A. E. Manson, Elsevier Science, 403 - 432 (2000)
- 7 Dominique Leguillon. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. European Journal of Mechanics A/Solids 21 (2002) 61-72
- 8 Dvorak G.J., Laws N. *Analysis of progressive matrix cracking in composite laminates II. First ply failure.* Journal of Composite Materials, Vol. 21, No. 4, 309-329 (1987).
- 9 Henaff-Gardin C. Influence de la séquence d'empilement sur la fissuration par fatigue des plis transverses de stratifiés à fibres longues. Thèse, Université de Poitiers, 1990, Poitiers, France
- 10 Lafarie-Frenot MC, Hénaff-Gardin C, Gamby D. *Matrix cracking induced by cyclic ply stresses in composite laminates.* Composites Science and Technology 2001; 61: 2327-2336
- 11 G. A. SCHOEPPNER, N. J. PAGANO. 3-D thermoelastic Moduli and Saturation Crack Density for Cross-Ply Laminates with Transverse Cracks. International Journal of Damage Mechanics; Vol. 8, No. 3, 273-309 (1999)
- 12 L. R. Dharani, J. Wei and F. S. Ji. Saturation of Transverse Cracking with Delamination in Polymer Cross-ply Composite Laminates. International Journal of Damage Mechanics, Vol. 12, No. 2, 89-114 (2003)
- 13 Berthelot JM, Leblond P, El-Mahi A, Le-Corre JF. Transverse cracking of cross-ply laminates: Part 1. Analysis. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing 1996, 27A: 989-1001
- 14 Wang A.S.D., Chou P.C and Lei S.C. A stochastic Model for the Growth of Matrix Cracks in Composite Laminates. Journal of Composite Materials, Vol. 18, No. 3, 239-254 (1984)
- 15 Takeda N. et Ogihara S. In situ observation and probabilistic prediction of microscopic failure processes in CFRP cross-ply laminates. Composites Science and Technology 1994, 52: 183-195

- 16 J. Aboudi, G. Cederbaum. Analysis of viscoelastic laminated composite plates. Composite structures (1989) vol. 12, no4, pp. 243-256
- 17 Sullivan, J. L.. *Creep and Physical Aging of Composites*. Composites Science and Technology (1990), 39 : 207-232
- 18 Miyano Y., McMurray M.K., Enyama J., Nakada M.. Loading rate and temperature dependence on flexural fatigue behavior of a satin woven CFRP laminate. Journal of Composite Materials 28 (1994), pp. 1250-1260
- 19 Y. Miyano, M. Nakada, K. Nishigaki. *Prediction of long-term fatigue life of quasi-isotropic CFRP laminates aircraft use*. International Journal of Fatigue 28 (2006) 1217-1225
- 20 Y. Miyano, M. Nakada, M.K. McMurray, R. Muki. Prediction of Flexural Fatigue Strength of CRFP Composites under Arbitrary Frequency, Stress Ratio and Temperature. Journal of Composite Materials 31 (6/1997), pp. 619-638
- Y.T. Yeow, D.H. Morris and H.F. Brinson. *Time-Temperature Behavior of a Unidirectional Graphite/Epoxy Composite*. Composite Materials: Testing and Design (Fifth Conference), ASTM STP 674. S. W. Tsai, Ed., American Society for Testing and Materials, 1979, pp. 263-281
- 22 D.H. Morris, H.F. Brinson and Y.T. Yeow. The Viscoelastic Behavior of the Principal Compliance Matrix of a Unidirectional Graphite/Epoxy Composite. Polymer Composites, 1(1), pp. 32-36, 1980
- 23 Lafarie-Frenot MC, Gamby D, Nguyen TH. Experimental and numerical analysis of loading rate and temperature effects on matrix cracking in CFRP laminates. Proc. Instn. Mech. Engrs. Part L: J. Materials: Design and Applications 2004; 218: 47-53.

CHAPITRE 5

EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEMENT DE FATIGUE

CHAPITRE 5: EVOLUTION DE LA FISSURATION SOUS CHARGEMENT DE FATIGUE

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux essais de fatigue réalisés sur des composites carbone/époxyde IM7/977-2-a(b) et IMS/M21 à deux fréquences (1Hz, 5Hz), le rapport de charge R étant voisin de zéro. Les essais sont réalisés à différentes températures (20°C pour les matériaux IM7/977-2-a(b) et quatre températures (30°C, 60°C, 90°C et 120°C) pour le matériau IMS/M21)

Les données expérimentales obtenues pour deux types de stratifiés $[0_m/90_m]_s$ ont été comparés avec les résultats de la simulation de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles. Les simulations sont réalisées en utilisant une loi de dégradation de l'énergie de rupture en fatigue γ_f du matériau qui repose sur une hypothèse simple concernant la forme de la courbe S-N de première fissuration et qui prend en compte l'éffet de courbe «R».

Le taux de restitution d'énergie G est exprimé à l'aide du modèle de Mendels avec la définition dérivée. L'influence des délaminages est prise en compte en introduisant une distance de délaminage sans dimension δ dans la formule donnant G.

L'influence de la température sur l'évolution de la densité de fissures pour le matériau IMS/M21 a été étudiée.

5.1. Critère utilisé

Un des objectifs de ce chapitre est de proposer un critère de fissuration qui permette de bien décrire les résultats expérimentaux obtenus pour les stratifiés $[0_m/90_n]_S$ sous chargement de fatigue.

Nous reprenons un critère proposé par V. Vinogradov [1]. La forme de ce critère est

 $G = \gamma_f$.

où G est le taux de restitution d'énergie, $\gamma_f = \gamma_f(\overline{\sigma}, N)$ est l'énergie de rupture en fatigue dans le cas d'un chargement de fatigue à contrainte maximale imposée constante $\overline{\sigma}$ et N est le nombre de cycles.

Comme au chapitre précédent, nous allons utiliser le modèle de Mendels pour exprimer le taux de restitution d'énergie:

$$G(\overline{\sigma},d) = G_{\max}(\overline{\sigma}).f_d(d)$$
(5.1)

où :

$$G_{\text{max}}(\overline{\sigma}) = \frac{1}{\beta} \frac{E_2}{E_x} \frac{1}{E_1} (1 + h_{12}) \left(\overline{\sigma} - \frac{1}{(1 + h_{12})} E_1 \Delta \alpha_{21} \Delta T \right)^2$$
(5.2)

$$f_{d}(d) = \tanh\left(\frac{\beta}{2d}\right) - \frac{\beta}{2d}\left(1 - \tanh^{2}\left(\frac{\beta}{2d}\right)\right)$$
(5.3)

$$\beta^{2} = \frac{\frac{1}{h_{1}E_{2}} + \frac{1}{h_{2}E_{1}}}{\frac{h_{1}\langle\zeta_{1}R_{1}\rangle}{G_{23}} + \frac{h_{2}\langle(1-\zeta_{2})L_{2}\rangle}{G_{12}}}, \qquad h_{12} = \frac{h_{1}}{h_{2}}$$

Le paragraphe suivant est consacré à la recherche d'une expression de γ_f prenant comme point de départ des hypothèses simples sur la forme des courbes S-N.

5.1.1. Modèle de Vinogradov [1]

L'amplitude maximale constante $\overline{\sigma}_{max}$ de la contrainte cyclique appliquée au stratifié $\overline{\sigma}$ va entraîner une amplitude maximale $\widetilde{\sigma}_{max}^{(1)}$ dans la couche à 90° du stratifié exprimée dans l'état non fissuré. On suppose que, pour ce type particulier de chargement, la variation de γ_f , à partir de sa valeur initiale γ_{st} , est une fonction de l'amplitude maximale constante de la contrainte $\widetilde{\sigma}_{max}^{(1)}$ et du nombre de cycles N : $\gamma_f = \gamma_f$ ($\widetilde{\sigma}_{max}^{(1)}$, N). Si l'on suppose ensuite qu'une nouvelle fissure n'apparaît que lorsque la contrainte atteint son amplitude maximale et que le critère de fissuration dans le cas d'un chargement de fatigue a la même forme que le chargement monotone, le nombre de cycles N = N_{in} nécessaire pour créer la première fissure transverse dans la couche à 90° peut être trouvé en utilisant le critère de rupture sous la forme:

$$\gamma_{\rm f}(\,\widetilde{\sigma}_{\rm max}^{(1)},\,{\rm N}) = {\rm G}_{\rm max}(\widetilde{\sigma}_{\rm max}^{(1)})$$
(5.4)

Cette relation permet de représenter la contrainte $\tilde{\sigma}_{max}^{(1)}$ en fonction du nombre de cycles à l'apparition de la première fissure N = N_{in} (Courbe S-N de première fissuration).

Valentin et al. [2] ont supposé que pour le stratifié T300/914 CTS la courbe correspondante est rectiligne dans le plan semi-logarithmique S-logN où S = σ_{2R} est la contrainte normale dans la couche à 90⁰.



Figure 5.1. Hypothèse et essai concernant les courbes S-N de première fissuration pour différents stratifiés [0/90]_S de T300/914 CTS, d'après [2].

Vinogradov [1] a supposé que la courbe S-N de première fissuration est rectiligne dans le plan log-log (cf. Figure 5.2) et que pour différents stratifiés i = 1, 2,... $[0_m/90_n]_s$ toutes les courbes obtenues passent par un même point (σ_e , N_e), N_e étant un très grand nombre de cycles choisi arbitrairement et σ_e étant une «limite de fatigue ».





D'après la Figure 5.2, en appliquant le théorème de Thalès au triangle $((0, \tilde{\sigma}_{max}^{(1)}), (0, \sigma_e), (\sigma_e, N_e))$ on a :

$$\frac{\log(N)}{\log(N_e)} = \frac{\log(\sigma_{st}^{(1)}) - \log(\tilde{\sigma}_{max}^{(1)})}{\log(\sigma_{st}^{(1)}) - \log(\sigma_e)} \qquad \text{soit}$$

$$\log(\tilde{\sigma}_{max}^{(1)}) = \log(\sigma_{st}^{(1)}) - \frac{\log(N)}{\log(N_e)} \log\left(\frac{\sigma_{st}^{(1)}}{\sigma_e}\right) \qquad \text{d'où}$$

$$\log(\tilde{\sigma}_{max}^{(1)}) = \log(\sigma_{st}^{(1)}) - \log N^{\frac{\log\left(\frac{\sigma_{st}^{(1)}}{\sigma_e}\right)}{\log(N_e)}} \qquad \text{ou}$$

$$\log(\tilde{\sigma}_{max}^{(1)}) = \log\left(\frac{\sigma_{st}^{(1)}}{\sigma_{st}} \cdot N^{-\frac{\log\left(\frac{\sigma_{st}^{(1)}}{\sigma_e}\right)}{\log(N_e)}}\right)$$

Avec cette hypothèse, on obtient l'équation de la courbe S-N de première fissuration sous la forme:

$$\widetilde{\sigma}_{max}^{(1)} = \sigma_{st}^{(1)} N^{-\frac{\log(\sigma^{(1)}/\sigma)}{st \ e}}, \qquad 1 \le N \le N_e \qquad (5.5)$$

où $\sigma_{st}^{(1)} = (E_2/E_x)\sigma_{st}$, $\sigma_{st}^{(1)}$ et σ_{st} étant les résistances statiques de la couche à 90° et du stratifié (à la première fissuration) respectivement.

D'après ce modèle, avec des stratifiés différents, les contraintes statiques $\sigma_{st}^{(i)}$ (N = 1) nécessaires pour produire la première fissure sont différentes mais la valeur minimale de la contrainte pour avoir la première fissure σ_e ne change pas. S'il n'y a pas de fissure pour N = N_e on peut constater qu'il n'y aura pas non plus de fissure quand N > N_e. La valeur de N_e est commune aux différentes stratifiés.

Reportons l'expression (5.5) dans l'expression de G_{max} donné par l'équation (5.2), puis utilisons le critère de fissuration donné par l'équation (5.4) ; la variation de γ_f en fonction du nombre de cycles N le long de la courbe S-N est de la forme :

$$\gamma_{\rm f} = \gamma_{\rm f} \left(\tilde{\sigma}_{\rm max}^{(1)}, N \right) = \gamma_{\rm st} N^{-2} \frac{\log \left(\tilde{\sigma}_{\rm max}^{(1)} / \sigma_{\rm e} \right)}{\log({\rm Ne}/{\rm N})}$$
(5.6)

où

$$\gamma_{st} = \frac{1}{\beta} \frac{E_2}{E_x} \frac{1}{E_1 h_2} (\sigma_{st}^{(1)})^2 = \frac{1}{\beta} \frac{E_2}{E_x} \frac{1}{E_1 h_2} (\sigma_{st})^2$$
(5.7)

est l'énergie de rupture « statique » de la couche à 90° au sein du stratifié ; notons que σ_{st} est probablement une propriété du stratifié, tandis que γ_{st} est en principe une propriété intrinsèque de l'unidirectionnel (rappelons que β dépend du stratifié).

L'expression (5.7) n'est a priori valable qu'en chaque point ($\tilde{\sigma}_{max}^{(1)}$, N = N_{in}) de la courbe S-N. On va supposer, comme dans [1], que cette expression reste valable même si le point ($\tilde{\sigma}_{max}^{(1)}$, N) n'appartient pas à la courbe S-N, soit :

$$\gamma_{\rm f}(\overline{\sigma}, N) = \gamma_{\rm st} N^{-2} \frac{\log\left(\widetilde{\sigma}_{\rm max}^{(1)}(\overline{\sigma})/\sigma_{\rm e}\right)}{\log({\rm Ne}/{\rm N})}$$
(5.8)

$$\tilde{\sigma}_{\max}^{(1)}(\bar{\sigma}) \approx \frac{E_2}{E_x} \bar{\sigma}$$
(5.9)
où $\overline{\sigma}$ est la contrainte globale (maximale) appliquée au stratifié, et $\widetilde{\sigma}_{max}^{(1)}$ est la contrainte maximale qui régnerait dans la couche à 90° si elle n'était pas fissurée.

Nous supposons que cette expression de γ_f reste aussi valable quand on prend en compte l'influence des contraintes d'origine thermique dans le taux de restitution d'énergie.

On peut généraliser l'approche de Vinogradov comme on l'indique dans le paragraphe suivant.

5.1.2. Généralisations possibles du modèle de Vinogradov

 On peut d'abord s'affranchir de l'hypothèse de courbes S-N rectilignes en coordonnées logarithmiques. Supposons que le long d'une courbe S-N, on ait maintenant, avec q ≠ 1,

$$\gamma = \gamma_{st} N^{-2q} \frac{\log\left(\frac{\sigma}{\sigma_{e}}\right)}{\log\left(\frac{N_{e}}{N}\right)} \text{ (on a posé } \sigma = \widetilde{\sigma}_{max}^{(1)} \text{, contrainte maximale dans la couche 90°) soit}$$
$$\log\left(\frac{\gamma}{\gamma_{st}}\right) = -2q \frac{\log\left(\frac{\sigma}{\sigma_{e}}\right)}{\log\left(\frac{N_{e}}{N}\right)} \log(N) \text{ avec } \log\left(\frac{\gamma}{\gamma_{st}}\right) = 2\log\left(\frac{\sigma}{\sigma_{st}}\right); \text{ d'après le critère de fissuration}$$

(sans terme d'origine thermique), d'où:

 $\langle \rangle$

$$\begin{split} &\log\left(\frac{\sigma}{\sigma_{st}}\right) = -q\frac{\log\left(\frac{\sigma}{\sigma_{e}}\right)}{\log\left(\frac{N_{e}}{N}\right)}\log(N) = q\frac{\log\left(\frac{\sigma}{\sigma_{e}}\right)}{\log\left(\frac{N_{e}}{N_{e}}\right)}\left[\log\left(\frac{N_{e}}{N_{e}}\right) + \log(N_{e})\right] \\ &= q\left[\log\left(\frac{\sigma}{\sigma_{st}}\right) + \log\left(\frac{\sigma_{st}}{\sigma_{e}}\right)\right]\left(1 + \frac{\log(N_{e})}{\log\left(\frac{N}{N_{e}}\right)}\right), \text{ d'où} \\ &1 + \frac{\log\left(\frac{\sigma}{\sigma_{e}}\right)}{\log\left(\frac{\sigma}{\sigma_{st}}\right)} = \frac{1}{q}\left(1 - \frac{\log(N_{e})}{\log(N)}\right), \text{ soit en posant } x = \log(N), y = \log(\sigma) \end{split}$$

142

 $y(q, x) = \log(\sigma_{st}) + \frac{qx \log\left(\frac{\sigma_{st}}{\sigma_e}\right)}{(1-q)x - \log(N_e)}, \text{ réseau d'hyperboles pour } q \neq 1, \text{ qui se réduisent, si } q =$

1, au faisceau de droites de Vinogradov.



Figure 5.3. Généralisation de l'hypothèse de Vinogradov pour les courbes S-N de première fissuration : q < 1, q = 1, q > 1.

Nous n'utiliserons pas cette généralisation du modèle de Vinogradov car elle n'apporterait pas une grande amélioration.

• Ensuite, pour tenir compte de l'effet de courbe R, on peut prendre

$$\gamma_{f}(N, \sigma, d) = \gamma_{st}(d)N^{-2q} \frac{\ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_{e}}\right)}{\ln\left(\frac{N_{e}}{N}\right)} \quad \text{où la fonction } \gamma_{st}(d) \text{ est déterminée, à partir des résultats}$$

expérimentaux, à l'aide des relations suivantes, utilisées en chaque point d'une courbe de fissuration monotone :

$$d = d(\sigma)$$
 et $G(\sigma, d) = \gamma_{st}(d)$

Pendant chaque cycle, γ_{st} augmente si d augmente. Ensuite, tant que d ne varie pas, γ_{st} diminue quand N augmente, à cause du chargement cyclique.

5.2. Application du modèle de Vinogradov initial au composite IM7/977-2-a à l'ambiante. Effet du niveau de contrainte

On utilise ici un critère de fissuration avec le taux de restitution d'énergie G de Mendels et l'énergie de rupture γ_f de Vinogradov (γ_{st} = constante) :

$$\frac{E_2(1+h_{12})}{\beta E_x E_1} \left[\overline{\sigma} - \frac{E_1}{1+h_{12}} \Delta \alpha_{21} \Delta T\right]^2 \left[\tanh\left(\frac{\beta}{2d}\right) - \frac{\beta}{2d} \left(1 - \tanh^2\left(\frac{\beta}{2d}\right)\right) \right] = \gamma_{st} N^{-2} \frac{\log\left(\widetilde{\sigma}_{max}^{(1)}(\overline{\sigma})/\sigma e\right)}{\log(Ne/N)}$$
(5.10)

Pour le niveau de contrainte appliquée $\overline{\sigma}$ (la contrainte globale), la formule (5.10) permet de trouver la relation entre la densité de fissures d et le nombre de cycles N.

On va comparer la simulation qui en résulte avec les résultats expérimentaux du matériau IM7/977-2-a [3].

Des éprouvettes avec des talons en fibre de verre aux deux extrémités, de stratifié $[0_3/90_3]_S$ en IM7/977-2-a, sont utilisées dans les essais de fatigue, à l'ambiante ($\approx 20^{\circ}$ C), à différents niveaux de contrainte maximale.

Les essais sont pilotés en charge, le signal imposé est triangulaire, le rapport de charge est environ 0,1 afin d'éviter l'effet de la contrainte minimale et de rester toujours en traction (charge non négative) ; les amplitudes de force appliquées ΔF choisies pour chaque essai correspondent aux quatre niveaux de contrainte maximale différents ci-dessous.

| | Essai 1 | Essai 2 | Essai 3 | Essai 4 |
|---|---------|---------|---------|---------|
| Environnement | | Air, 2 | 20°C | |
| Fréquence (Hz) | 5 | 5 | 1 | 1 |
| Contrainte maximale | 30 % | 39 % | 54 % | 64 % |
| $(\overline{\sigma}/\sigma_r, \sigma_r=1237 \text{ MPa})$ | 50 /0 | 57 10 | 5 7 70 | 01 /0 |

 Tableau 5.1.
 Récapitulatif des conditions des essais de fatigue.

Les comparaisons entre les essais et les simulations sont présentées sur les Figure 5.4 et 5.5 ; deux valeurs constantes de γ_{st} sont utilisées pour les deux niveaux de contrainte.



Figure 5.4. Comparaison entre l'essai [3] et la simulation de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles à l'ambiante pour le stratifié [0₃/90₃]_S IM7/977-2-





Figure 5.5. Comparaison entre l'essai [3] et la simulation de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles à l'ambiante pour le stratifié [0₃/90₃]₈ IM7/977-2-

a,
$$\overline{\sigma}/\sigma_r = 54\%$$
, $\sigma_e/\sigma_r = 1, 1.10^{-2}$, $N_e = 10^{24}$, $\gamma_{st} = 620 \text{ J/m}^2$

Remarquons que $N_e = 10^{24}$ correspondrait à plusieurs milliards d'années, mais que le choix de N_e vient de considérations purement numériques !!!

En conclusion :

✓ En prenant γ_{st} constant, on ne peut pas retrouver la forme en « S » des courbes de fissuration d-N. Seule la seconde partie de la courbe de fissuration est bien décrite.

✓ On est pour l'instant obligé de prendre des coefficients (γ_{st} , σ_e , N_e) différents pour les différents niveaux de contrainte.

5.3. Comparaison d'une nouvelle modélisation avec les résultats expérimentaux pour les composites IM7/977-2-a et IM7/977-2-b à l'ambiante.

5.3.1. Taux de restitution d'énergie

Au chapitre précédent, pour calculer le taux de restitution d'énergie, compte tenu du délaminage, nous avons utilisé le modèle de Mendels avec la formule généralisée suivante :

$$G(\overline{\sigma}, d, \delta) = \frac{1}{\beta} \frac{E_2}{E_x} \frac{1}{E_1} \left(1 + \frac{h_1}{h_2} \right) \left(\overline{\sigma} - \frac{1}{1 + \frac{h_1}{h_2}} E_1(\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T \right)^2 \left(th[\beta.h_1\{\rho - \delta(d)\}] - \beta.h_1\{\rho - \delta(d)\} \left(1 - \left(th[\beta.h_1\{\rho - \delta(d)\}] \right)^2 \right) \right)$$

$$(5.11)$$

Cette formule contenant la longueur sans dimension $\delta(d)$ du délaminage sera appliquée dans les paragraphes suivants pour simuler les courbes de fissuration. Nous utilisons les expressions de $\delta(d)$ avec les mêmes paramètres que dans le chapitre précédent :

> IM7-977-2-a(b):
$$\delta(d) = \frac{\frac{10^{-2}}{2d_{sat}h_1}}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} + \arctan\frac{d-d_1}{d_0}\right)$$

> IMS/M21: $\delta(d) = \delta_{d\acute{e}l} H(d - d_{d\acute{e}l})$

5.3.2. Fonction γ_f prenant en compte l'effet de courbe « R »

Pour un chargement monotone, en prenant en compte l'effet de courbe « R » sous la forme

$$\gamma_{st}(d) = \gamma_0 \frac{exp\left(\frac{d^k}{C^k}\right)}{B + exp\left(\frac{d^k}{C^k}\right)},$$

où γ_0 correspond à la ténacité du matériau sans micro-défauts, pratiquement « sain », B, C et k sont des constantes, on peut restituer parfaitement la forme en « S » de la courbe de fissuration monotone d- σ . Nous supposons que l'expression (5.8) est encore valable pour un chargement de fatigue en remplaçant γ_{st} par $\gamma_{st}(d)$:

$$\gamma_{f}(\overline{\sigma}, N, d) = \gamma_{st}(d) N^{-2} \frac{\log(\widetilde{\sigma}_{max}^{(1)}(\overline{\sigma}, T)/\sigma_{e})}{\log(N_{e}/N)}$$
(5.12)

En tenant compte des contraintes d'origine thermique, la contrainte maximale $\tilde{\sigma}_{max}^{(1)}$ que subirait la couche à 90° si elle était non fissurée est exprimée par la formule :

$$\widetilde{\sigma}_{\max}^{(1)}(\overline{\sigma}, T) = \frac{E_2}{E_x} \left(\overline{\sigma} - \frac{1}{1 + \frac{h_1}{h_2}} E_1(\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T\right)$$

5.3.3. Matériau IM7/977-2-a

On utilise maintenant le critère de fissuration $G(\overline{\sigma}, d, \delta(d)) = \gamma_f(\overline{\sigma}, N, d)$, où γ_f admet l'expression (5.12), pour trouver l'évolution de la densité de fissures (cm⁻¹) en fonction du nombre de cycles N (le niveau de contrainte étant imposé) et comparer la simulation qui en résulte aux résultats des essais sur le matériau IM7/977-2-a [3].

Avec les paramètres de courbe « R » du Tableau 5.2, nous utilisons la courbe de fissuration correspondant au niveau de contrainte $\sigma/\sigma_r = 39\%$ du matériau IM7/977-2-a [3] ou $\overline{\sigma}/\sigma_r = 37\%$ du matériau IM7/977-2-b pour identifier les paramètres σ_e et N_e pour chaque matériau. Comme valeur de N_e, on prend un nombre très grand arbitraire et l'on choisit ensuite σ_e pour faire coïncider au mieux la courbe de fissuration expérimentale et sa description. Les valeurs correspondantes sont données dans le Tableau 5.3.

| Drapage | Matériau | épaisseur d'un | γο | В | C | k | lot |
|---|-------------|------------------------|-----|-----|--------|-----|---------|
| | | pli élémentaire (J/m2) | | | (1/cm) | | |
| | | e (mm) | | | | | |
| [0 ₃ /90 ₃] _S | IM7/977-2-a | 0,125 | 680 | 2 | 0,5 | 0,5 | 09/2000 |
| [0/90] _S | IM7/977-2-b | 0,25 | 350 | 1,2 | 1,8 | 0,7 | 11/2006 |

Tableau 5.2. Paramètres γ_0 , B, C, k pour les deux stratifiés étudiés IM7/977-2-a(b)

| | Matériau | σ_{e} | N _e | épaisseur d'un pli | lot |
|---|-------------|--------------------|------------------|--------------------|---------|
| | | (Pa) | (cycle) | élémentaire e | |
| | | | | (mm) | |
| [0 ₃ /90 ₃] _S | IM7/977-2-a | 14.10 ⁶ | 10 ²⁴ | 0,125 | 09/2000 |
| [0/90] _S | IM7/977-2-b | 16.10 ⁶ | 10 ²⁴ | 0,25 | 11/2006 |

Tableau 5.3. Paramètres supplémentaires dans γ_f pour deux stratifiés étudiés IM7/977-2-a(b)

La simulation d'une courbe de fissuration est obtenue de la façon suivante :

On choisit d'abord une valeur de N, puis on cherche d tel que G ($\overline{\sigma}$, d) = γ_f ($\overline{\sigma}$, d, N), où $\overline{\sigma}$ = 39% σ_r ; on recommence pour plusieurs valeurs de N, ce qui permet d'obtenir la courbe de fissuration.



Figure 5.6. Comparaison entre l'essai [3] et la description de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles à l'ambiante pour le stratifié $[0_3/90_3]_s$

IM7/977-2-a, $\overline{\sigma}/\sigma_r = 39\%$

En choisissant les paramètres donnés dans les Tableaux 5.2 et 5.3, on peut reconstituer une courbe de fissuration en assez bon accord avec les résultats expérimentaux (Figure 5.6).

Une fois ces paramètres identifiés, nous simulons la réponse des stratifiés aux autres niveaux de contrainte. Pour conserver des durées d'essais raisonnables, on n'a pas attendu la rupture des éprouvettes.



Figure 5.7. Comparaison entre les essais [3] et les prédictions de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles à l'ambiante pour le stratifié [0₃/90₃]_S IM7/977-2-a à différents niveaux de contrainte

On peut en tirer les premières conclusions suivantes :

- L'expression (5.12) permet maintenant de simuler correctement les courbes de fissuration d-N pour les différents niveaux de contrainte avec les mêmes coefficients σ_e, N_e. Remarquons que plusieurs couples (σ_e, N_e) différents peuvent donner à peu près la même simulation.
- On prédit bien la forme en « S » des courbes de fissuration d-N et le modèle prévoit l'existence d'une saturation de la densité de fissures d, de valeur indépendante du niveau de contrainte appliqué, alors que les courbes expérimentales semblent annoncer des valeurs différentes pour chaque niveau de contrainte. D'après [4] en réalisant des essais de fatigue pour différents stratifiés T300/914 (R = 0,1, f = 10 Hz), C. Hénaff-Gardin et M.C. Lafarie-Frenot ont trouvé que la valeur de la densité à saturation restait sensiblement indépendante du niveau de chargement appliqué. On peut supposer que pour le matériau IM7/977-2-a(b), soit la valeur de la densité à saturation dépend du niveau de chargement appliqué, soit les essais ne durent pas assez longtemps pour qu'on puisse atteindre cette valeur.

o Dans ce modèle, nous supposons que l'énergie de rupture dépend de trois variables

 $\gamma_f = \gamma_f(\overline{\sigma}, N, d)$ au lieu de deux ($\overline{\sigma}$, N) comme dans le modèle de Vinogradov initial. La description de Vinogradov paraît plus naturelle car au cours d'un même essai de fatigue ($\overline{\sigma}$, N, d) ne sont pas des variables indépendantes puisque N et d sont liés le long de la courbe de fissuration. On aurait d'ailleurs pu exprimer γ_{st} en fonction de $\overline{\sigma}$ (au lieu de d), et γ_f aurait été une fonction de ($\overline{\sigma}$, N) seulement. La nouvelle description a cependant le mérite d'être proche du phénomène physique : elle peut faire apparaître des sauts correspondant à une petite augmentation probable de γ_f chaque fois que de nouvelles fissures transverses apparaissent, tandis qu'une augmentation de N sans variation de d conduit à une diminution de γ_f due à la croissance des défauts sous l'effet du chargement cyclique. On suppose ainsi que, pour N quelconque, l'augmentation de γ_f en fonction de d suit la même loi que pendant le premier cycle (effet de «courbe R »), tandis γ_f décroît en fonction de N tant que d ne varie pas.



Figure 5.8. Variation de l'énergie de rupture au cours d'un essai de fatigue

En résumé, au moment de l'apparition d'une nouvelle fissure, la valeur de l'énergie de rupture augmente brutalement à cause de la disparition des gros micro-défauts situés à l'emplacement de la fissure. Le modèle initial de Vinogradov ne décrit pas ce phénomène.

5.3.4. Matériau IM7/977-2-b

Pour confirmer la validité de l'expression (5.12), nous avons fait des essais de fatigue sur des stratifiés $[0/90]_S$ en IM7/977-2-b de fabrication différente (cycle de polymérisation, lots de matériaux) et comparé la simulation avec les résultats des expériences.

• Les conditions expérimentales sont les suivantes:

| | Essai 1 | Essai 2 | Essai 3 | Essai 4 |
|---|-----------|---------|---------|---------|
| Environnement | Air, 20°C | | | |
| Fréquence (Hz) | 5 | 5 | 1 | 1 |
| Contrainte maximale (σ/σ_r , σ_r =1200 MPa) | 26 % | 31 % | 37 % | 49 % |

 Tableau 5.4.
 Récapitulatif des conditions des essais de fatigue.

Les contraintes effectivement imposées par la machine ne sont pas exactement celles qui ont été programmées, d'où les valeurs $\sigma/\sigma_r = 26\%$, 31%,... Nous n'avons pas utilisé de fréquence supérieure à 5Hz pour être sûr de ne pas provoquer d'échauffement du matériau et nous supposons qu'à l'ambiante il n'y a pas d'effet de vitesse en dessous de 5Hz. Nous utilisons la courbe de fissuration correspondant aux niveaux de contrainte $\overline{\sigma}/\sigma_r = 37\%$ pour identifier les paramètres σ_e et N_e. Ces valeurs sont données dans le Tableau 5.3.



Figure 5.9. Comparaison entre l'essai et la description de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles à l'ambiante pour le stratifié [0/90]_S IM7/977-2-b,

$\overline{\sigma}/\sigma_r = 37\%$

Une fois ces paramètres identifiés, nous simulons la réponse des stratifiés aux autres niveaux de contrainte, en gardant toujours les mêmes valeurs de σ_e et N_e.



Figure 5.10. Comparaison entre les essais et les prédictions de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles à l'ambiante pour le stratifié [0/90]_s IM7/977-2-b à différents niveaux de contrainte

Sur la Figure 5.10, on voit que les courbes de simulation qui correspondent aux niveaux de contrainte les plus bas ont bien une forme en « S ». Au niveau de contrainte $\overline{\sigma}/\sigma r = 49\%$, il y a une assez grande différence entre la simulation et l'expérience au premier cycle, ce qui vient peut-être du caractère imprévisible de l'apparition des premières fissures transverses, à cause de la répartition initiale aléatoire des défauts dans chaque échantillon.

Les simulations sont assez conformes aux résultats expérimentaux et on peut constater que l'expression (5.12) est encore valable pour le nouveau stratifié $[0/90]_S$ IM7/977-2-b.

Bien que les matériaux IM7/977-2-a [3] et IM7/977-2-b soient de la même famille IM7/977-2, les coefficients σ_e , N_e et de $\gamma_{st}(d)$ sont différents parce que les stratifiés n'ont pas été fabriqués exactement dans les mêmes conditions et que les drapages sont différents.

On voit apparaître une valeur à saturation de la densité de fissures sur les courbes simulées. Cette valeur ne dépend toujours pas du niveau de contrainte appliquée, contrairement à ce que semblent indiquer les courbes expérimentales.

5.4. Matériau IMS/M21-Effet du niveau de contrainte ou de la température

5.4.1. Essais et simulations à 30°C-Effet du niveau de contrainte

A 30°C trois niveaux de contrainte sont appliqués ($\sigma_{max} = 0, 2\sigma_r$; $0, 3\sigma_r$ et $0, 4\sigma_r$). Nous utilisons encore le critère G($\overline{\sigma}$, d, δ (d), T) = $\gamma_f(\overline{\sigma}$, N, T) où le taux de restitution d'énergie et l'énergie de rupture sont exprimés par les formules (5.11) et (5.12)

Comme dans le chapitre précédent, nous supposons que γ_{st} ne dépend pas de la température et sa variation est présentée sur la Figure 5.11 ; les paramètres de l'interpolation de γ_{st} sont présentés dans le Tableau 5.5



Figure 5.11. Variation de l'énergie de rupture (avec prise en compte du délaminage) pour les stratifiés [0₃/90₃]_S IMS/M21 à 30°C et à 10 mm/min, essai et représentation.

| γο | В | С | k |
|--------|-----|--------|-----|
| (J/m2) | | (1/cm) | |
| 330 | 0,9 | 1,4 | 0,8 |

Tableau 5.5. Paramètres γ_0 , B, C, k pour les stratifiés $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 aux différentes températures et à 10 mm/min

En utilisant les deux paramètres $\sigma_e = 28.10^6$ Pa, $N_e = 10^{24}$, on obtient les courbes de fissuration présentées sur la Figure 5.12



Figure 5.12. Comparaison entre les essais et la prédiction de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles à 30°C pour [0₃/90₃]_S IMS/M21 avec les trois niveaux de contrainte

Sur la Figure 5.12 on voit que le critère précédent reste bien adapté au nouveau matériau IMS/M21. Au niveau de contrainte $\overline{\sigma}/\sigma_r = 30\%$, quand la densité de fissures est petite (d < 3 cm⁻¹) la simulation prévoit une apparition des fissures plus précoce que celle des essais. Ce léger désaccord est à rapprocher de la différence entre les essais monotones et les essais de fatigue quand le nombre de cycles N = 1 (cf. Tableau 5.6). Pour ce matériau on ne voit pas de valeur à saturation sur les courbes simulées à cause de l'hypothèse que seule une partie de l'interface comprise entre deux fissures adjacentes est délaminé ; le taux de restitution d'énergie est donc encore assez grand pour atteindre l'énergie de rupture et les fissures transverses continuent à apparaître. Par contre, pour les matériaux IM7-977-2-a(b) nous avions supposé que quand la densité de fissures atteignait sa valeur à saturation d'énergie tend alors vers zéro et le critère de fissures adjacentes était délaminé ; le taux de restitution d'énergie entre deux fissures adjacentes était délaminé ; le taux de restitution d'énergie entre deux fissures atteignait sa valeur à saturation d'énergie tend alors vers zéro et le critère de fissures de fissures était délaminé ; le taux de restitution d'énergie tend alors vers zéro et le critère de fissures ne peut plus être satisfait, ce qui met en évidence la valeur à saturation.

5.4.2. Essais et simulations à plusieurs températures

5.4.2.1. Conditions expérimentales

Pour étudier l'influence de la température dans le cas d'un chargement de fatigue, nous utilisons les stratifiés $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 à cause de l'épuisement des stratifiés en IM7/977-2. Les essais de fatigue sont réalisés sur une machine hydraulique INSTRON 1251 de capacité ±10 tonnes avec quatre températures (30°C, 60°C, 90°C et 120°C) et deux fréquences (1Hz et 5Hz). D'abord nous réalisons des essais à la fréquence 1Hz pour mieux observer le démarrage de l'évolution des fissures transverses. Ensuite nous remplaçons la fréquence 1Hz par 5Hz pour diminuer le temps d'essai. Deux essais de fatigue à 120°C avec le même niveau de contrainte sont réalisés aux deux fréquences 1Hz et 5Hz pour évaluer l'influence de la fréquence ; les résultats sont présentés sur la Figure 5.13.



Figure 5.13. Essais de fatigue à deux fréquences (1Hz et 5Hz) pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 à 120°C, $\overline{\sigma}/\sigma_r = 30\%$

Sur la Figure 5.13 on voit que les essais aux deux fréquences 1Hz et 5Hz donnent des résultats très proches.

Pendant le premier cycle, le chargement est augmenté « à la main » de zéro jusqu'à la valeur maximale (cf. Figure 5.14) et on compte ainsi les fissures qui correspondent au nombre de cycles N = 1. Nous allons comparer ce résultat avec ceux du chargement monotone pour évaluer l'influence de la façon dont est appliqué le chargement. La comparaison est présentée dans le Tableau 5.7.

| | Monotone (v = $0,01$ mm/min) | Monotone (v = 10mm/min) | Fatigue (N = 1) |
|-------|------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| 30°C | $d = 1 \text{ cm}^{-1}$ | $d = 1 \text{ cm}^{-1}$ | $d = 0,143 \text{ cm}^{-1}$ |
| 60°C | $d = 0,3 \text{ cm}^{-1}$ | $d = 0 \text{ cm}^{-1}$ | $d = 0 \text{ cm}^{-1}$ |
| 90°C | $d = 0 \text{ cm}^{-1}$ | $d = 0 \text{ cm}^{-1}$ | $d = 0 \text{ cm}^{-1}$ |
| 120°C | $d = 0 \text{ cm}^{-1}$ | $d = 0 \text{ cm}^{-1}$ | $d = 0 \text{ cm}^{-1}$ |

Tableau 5.6.Comparaison de la densité de fissures des stratifiés $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 dans deux
cas : chargement monotone et chargement de fatigue (N = 1) ; $\sigma/\sigma_r = 30\%$

Sur le Tableau 5.7 à 30°C on voit des valeurs légèrement différentes de la densité de fissure dans les deux cas correspondant au chargement à vitesse constante (v = 0,01 et 10 mm/min) et au chargement « à la main », peut-être à cause de la dispersion, ou de la façon dont est appliqué le chargement. Aux autres températures (60°C, 90°C et 120°C) on ne voit pas cette différence, car à cause de la faible valeur de la contrainte dans la couche centrale, les fissures transverses n'apparaissent pas encore (d ≈ 0 cm⁻¹)



Figure 5.14. Chargement cyclique appliqué pour [0₃/90₃]_S IMS/M21

5.4.2.2. Influence de la température

Les essais de fatigue sont réalisés à quatre autres températures 30°C, 60°C, 90°C et 150°C, avec $\overline{\sigma}/\sigma_r = 30\%$. Au chapitre précédent, lors des essais monotones sur les stratifiés $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 on n'a pas constaté d'influence de la vitesse du chargement sur l'évolution des fissures

transverses. Comme il y a un lien entre l'influence de la vitesse et celle de la température, nous supposerons que, pour ce matériau, l'influence de la température ne se manifeste qu'à travers les contraintes d'origine thermique, d'autres propriétés du matériau étant pratiquement insensibles à la température. Nous essayons d'appliquer le critère

$$G(\overline{\sigma} + \sigma_{th}(T), d, \delta(d, T)) = \gamma_f(\widetilde{\sigma}_{max}^{(1)}(\overline{\sigma}, T), N, d)$$

où $\sigma_{th}(T) = -\left(\frac{1}{1+\frac{h_1}{h_2}}E_1(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T\right)$ est une contrainte thermique et $\tilde{\sigma}_{max}^{(1)}(\bar{\sigma}, T) = \frac{E_2}{E_x}\left(\bar{\sigma} - \frac{1}{1+\frac{h_1}{h_2}}E_1(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T\right),$

pour simuler les courbes de fissuration aux différentes températures.

Avec les mêmes paramètres σ_e et N_e qu'à 30°C, les courbes de fissuration aux trois autres températures sont présentées sur la Figure 5.15.



Figure 5.15. Comparaison entre les essais et la prédiction de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles à trois températures pour $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 ; $\overline{\sigma} / \sigma_r$ = 30% ; σ_e et N_e indépendants de la température

Sur la Figure 5.15 on voit que les simulations sont très éloignées des résultats expérimentaux.

Cependant les trois essais précédents sont réalisés avec la même valeur de $\overline{\sigma}$, ce qui correspond à des valeurs différentes de la contrainte totale $\overline{\sigma} + \sigma_{th}(T)$, et donc des valeurs différentes de la contrainte dans la couche centrale. Pour mieux comparer entre eux les essais à différentes températures, nous superposons sur la Figure 5.16 les résultats d'essais correspondant **à des**



valeurs différentes de $\overline{\sigma}$, de façon que la contrainte totale dans le stratifié ou dans la couche fissurée soit pratiquement la même aux différentes températures.

Figure 5.16. Influence de la contrainte thermique pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21

Sur la Figure 5.16 on voit encore une très nette différence entre les résultats expérimentaux correspondant aux différentes températures, même quand les contraintes totales dans la couche à 90° (nécessairement beaucoup plus faibles que les contraintes appliquées au stratifié) sont assez proches les unes des autres. On constate que la seule contrainte d'origine thermique ne peut pas expliquer l'influence de la température sur l'évolution des fissures transverses pour le matériau IMS/M21. Pour l'instant γ_f ne dépend de la température que par l'intermédiaire de $\tilde{\sigma}_{max}^{(1)}(\bar{\sigma}, T)$. Dans des études ultérieures, il faudrait donc supposer que d'autres paramètres dépendent aussi de la température.

Maintenant, quand on superpose les évolutions expérimentales de la densité de fissures aux différentes températures, mais pour le même niveau de contrainte appliquée, on obtient la. Figure 5.17.



Figure 5.17. Evolution expérimentale de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles à trois températures pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 ; $\overline{\sigma}/\sigma_r = 30\%$

Sur la Figure 5.17, on constate que quand la contrainte globale appliquée est la même, les courbes de fissuration ne sont pas très différentes les unes des autres aux quatre températures étudiées. Sous sa forme actuelle, le critère précédent ne peut pas simuler correctement ce phénomène car, les contraintes thermiques aux quatre températures sont très différentes les unes des autres, la valeur de la contrainte globale appliquée étant la même, et les courbes de fissuration simulées sont alors assez éloignées les unes des autres. Peut-être d'autres paramètres de l'énergie de rupture en fatigue γ_f dépendent-ils aussi de la température. Signalons cependant que des simulations réalisées avec σ_e fonction de la température (Figure 5.18) ont permis de retrouver un assez bon accord avec les courbes expérimentales, mais la signification physique de cette dépendance resterait à justifier. A titre indicatif, nous donnons les résultats de cette simulation (Figure 5.19)



Figure 5.18. Variation hypothétique de σ_e en fonction de la température



Figure 5.19. Comparaison entre les essais et la prédiction de l'évolution de la densité de fissures en fonction du nombre de cycles à trois températures pour le stratifié $[0_3/90_3]_S$ IMS/M21 ; $\sigma/\sigma_r = 30\%$; σ_e dépend de la température.

5.5. Conclusion

En utilisant une nouvelle expression de l'énergie de rupture (5.12) prenant notamment en compte l'effet de courbe R, et une expression du taux de restitution d'énergie G prenant en compte l'existence de délaminages (5.11), les courbes de fissuration simulées pour différents matériaux sont en assez bon accord avec les résultats expérimentaux. Pour les composites IM7/977-2-a(b) et IMS/M21 à l'ambiante, on décrit correctement l'influence du niveau de contrainte ; par contre en ce qui concerne l'influence de la température pour le composite IMS/M21, une bonne modélisation nécessiterait de prendre en compte la variation avec la température de certains paramètres encore insuffisamment identifiés.

<u>Références</u>

- 1 Vinogradov V. Analysis of transverse cracking in fibre composite laminates under static and cyclic loadings. Thèse, Tel-Aviv University, 2002, Tel-Aviv, Israel
- 2 E. Petitpas, M. Renault and D. Valentin. *Fatigue behaviour of cross-ply CFRP laminates made of T300 or T400 fibres*. International Journal of Fatigue 12 No 4 (1990) pp 245-251
- 3 NGUYEN The Hoang, Denys GAMBY, Marie-Christine LAFARIE-FRENOT. *Relationship* between constant strain-rate and fatigue cracking curves for aeronautical carbon/epoxy laminates, International Journal of Fatigue, 2009, à paraître.
- 4 Lafarie-Frenot MC, Hénaff-Gardin C, Gamby D. *Matrix cracking induced by cyclic ply stresses in composite laminates.* Composites Science and Technology 2001; 61: 2327-2336

CONCLUSION

CONCLUSION

Dans le cadre de cette thèse, nous avons étudié la cinétique d'endommagement par multifissuration matricielle dans des stratifiés croisés en composites aéronautiques à fibres longues de carbone et à matrice thermodurcissable époxyde, soumis à des chargements monotones ou des chargements cycliques, à plusieurs températures. Les principaux résultats obtenus sont les suivants :

1) Choix du modèle pour exprimer le taux de restitution d'énergie.

La détermination expérimentale de l'énergie de rupture comme fonction de la densité de fissures à partir d'une courbe de fissuration monotone est extrêmement sensible au choix du modèle utilisé pour évaluer le taux de restitution d'énergie, ce qui nous a conduit à comparer les résultats provenant de plusieurs modèles analytiques simples reposant sur des approches différentes. Nous avons ainsi retenu le modèle de Mendels qui a le mérite d'une grande simplicité et donne une « courbe R » conforme à ce que des hypothèses d'origine physique permettent d'attendre, ce qui permet de retrouver la forme en « S » de la courbe de fissuration

- contrainte appliquée « $\overline{\sigma}$ » fonction de la densité de fissures « d » – pour les matériaux IM7/977-2 et IMS/M21. Le modèle de Mendels utilise un champ de contraintes simple et repose sur une hypothèse de la répartition périodique des fissures transverses.

2) Chargement monotone.

Nous avons présenté les résultats d'essais de traction monotone à différentes vitesses de traverse et à différentes températures réalisés par nous-mêmes ou d'autres chercheurs du laboratoire sur des échantillons de carbone/époxyde IM7/977-2-a(b) et IMS/M21.

a) Critère.

Un critère énergétique consistant à supposer que le taux de restitution d'énergie atteint une valeur critique qui prend en compte l'effet de courbe « R » (énergie de rupture) a été retenu pour décrire le processus de fissuration monotone.

b) Délaminage et saturation de la fissuration transverse.

En utilisant l'hypothèse de l'apparition du délaminage quand la densité de fissures atteint une valeur limite, la valeur à saturation de la densité de fissures est prévue pour le matériau IM7/977-2 en introduisant une certaine longueur de délaminage fonction de la densité de fissures dans l'expression du taux de restitution d'énergie. La comparaison entre la description et les résultats des essais monotones [1] montre un bon accord ; la valeur à saturation a été correctement prévue.

Pour le matériau IMS/M21, on suppose que l'apparition du délaminage se produit bien avant la saturation et que l'énergie de rupture ne dépend pas de la température. La description est en assez bon accord avec les résultats des essais monotones à différentes températures. Pour ce matériau, le modèle ne prévoit pas de valeur à saturation de la densité de fissures.

c) Comportement visqueux des matériaux.

Les résultats expérimentaux concernant le matériau IMS/M21 montrent que la courbe de fissuration ne dépend pas de la vitesse de chargement dans la gamme 0,01-10 mm/min. Un modèle qui repose sur le comportement thermo-élastique suffit pour décrire l'évolution des fissures transverses à différentes températures.

Pour le matériau IM7/977-2-a, la courbe de fissuration expérimentale dépend nettement de la vitesse de chargement. On peut constater qu'il y a présence d'un comportement de type visqueux et il est probable qu'un modèle de type thermo-élastique ne sera pas suffisant pour traduire l'évolution de la densité de fissures à différentes températures dans ce matériau.

d) Principe de superposition temps-température.

D'après les résultats expérimentaux concernant la traction monotone du matériau IM7/977-2a, on peut supposer qu'il y a présence d'un comportement de type visqueux, ce qui suggère d'utiliser le principe de superposition temps-température pour construire des courbes maîtresses d'iso-endommagement avec les mêmes coefficients de décalage aux différents endommagements. Les simulations sont acceptables pour ce matériau. On pourrait améliorer les simulations en modifiant la loi de variation du coefficient de décalage temps-température. Ce principe permet de prévoir la courbe de fissuration pour une température et une vitesse de chargement quelconques.

Par contre, on ne peut pas appliquer ce principe pour le matériau IMS/M21 à cause de son insensibilité à la vitesse de chargement pour les courbes de fissuration.

3) Chargement de fatigue.

Des essais de fatigue à différents niveaux de contrainte ont été réalisés sur des échantillons de carbone/époxyde IM7/977-2-a(b) et IMS/M21. Pour le matériau IMS/M21 des essais de fatigue ont aussi été réalisés à différentes températures.

a) Energie de rupture.

Le processus de fissuration est encore décrit par un critère énergétique semblable au critère « monotone », mais qui utilise une nouvelle expression de l'énergie de rupture γ_f supposée dépendre de trois variables, la contrainte globale, le nombre de cycles et la densité de fissures (cf. chapitre 5). Cette nouvelle description a le mérite d'être proche du phénomène physique : elle traduit la compétition entre deux effets, à savoir une augmentation de γ_f chaque fois que de nouvelles fissures transverses apparaissent, et une diminution de γ_f due à la croissance des défauts sous l'effet du chargement cyclique lorsque le nombre N de cycles augmente, tant que la densité d de fissures ne varie pas. En utilisant une expression du taux de restitution d'énergie G prenant en compte l'existence de délaminages dont la surface est liée à la densité de fissures (cf. chapitre 5), les courbes de fissuration (densité de fissures fonction du nombre de cycles) simulées pour différents matériaux IM7/977-2-a(b) et IM7/M21 sont en assez bon accord avec les résultats expérimentaux à l'ambiante et à différentes niveaux de contrainte.

b) Valeur à saturation de la densité de fissures.

La valeur à saturation de la densité de fissures est bien simulée pour les matériaux IM7/977-2a(b). Les courbes expérimentales semblent annoncer des valeurs à saturation différentes pour chaque niveau de contrainte tandis que d'après [2] en réalisant des essais de fatigue pour différents stratifiés T300/914 (R = 0,1, f = 10 Hz), C. Hénaff-Gardin et M.C. Lafarie-Frenot ont trouvé que la valeur de la densité à saturation restait sensiblement indépendante du niveau de chargement appliqué. On peut supposer que pour les matériaux IM7/977-2-a(b) et IMS/M21, soit la valeur de la densité à saturation dépend du niveau de chargement appliqué, soit les essais ne durent pas assez longtemps pour qu'on puisse atteindre cette valeur.

c) Influence de la température.

Sur les résultats expérimentaux pour le matériau IMS/M21, on voit une très nette différence entre les courbes de fissuration correspondant aux différentes températures, même quand les contraintes totales dans la couche à 90° sont assez proches les unes des autres. On constate que la seule contrainte d'origine thermique ne peut pas expliquer l'influence de la température sur l'évolution des fissures transverses pour le matériau IMS/M21. Une bonne modélisation nécessiterait de prendre en compte la variation avec la température de certains paramètres encore insuffisamment identifiés.

<u>Références</u>

¹ Lafarie-Frenot MC. *Influence of strain rate and temperature on transverse ply cracking of CFRP laminates*. ECCM 10, Bruges, Belgique, 2002

Lafarie-Frenot MC, Hénaff-Gardin C, Gamby D. Matrix cracking induced by cyclic ply stresses in composite laminates. Composites Science and Technology 2001; 61: 2327-2336

PERSPECTIVES

PERSPECTIVES

A court terme, on peut continuer cette étude de plusieurs façons différentes.

1) Faute de temps, nous n'avons pas pu aborder tous les sujets que nous avions initialement fixés dans nos objectifs, en particulier l'étude de l'influence de la séquence d'empilement, pour laquelle nous disposions des stratifiés nécessaires.

2) Ici nous avons proposé des hypothèses concernant l'apparition du délaminage pour deux types de matériaux, IM7/977-2-a(b) et IMS/M21 ; or ces hypothèses n'ont pas encore été confirmées au moyen d'observations. Lors des essais, les délaminages entre les couches à 0° et à 90° sont visibles juste avant la rupture de l'éprouvette mais pas pendant les essais, s'ils existent, à cause de leur très petite taille. Pour les observer, il faudrait démonter l'éprouvette en cours d'essai et utiliser une optique avec un grandissement plus important.

Hosoi A. et al. [1] ont réussi à observer à la fois des fissures transverses et des délaminages sur le matériau T800H/3631 au cours d'essais de fatigue. L'initiation de l'endommagement a été vue au moyen d'un microscope optique et sa propagation a été observée à l'aide de rayons X. Ces auteurs ont mis en évidence le lien entre l'évolution du délaminage et le niveau de contrainte appliquée.

3) Pour étudier l'influence de la température dans le cas d'un chargement de fatigue du matériau IMS/M21, nous avons d'abord réussi à simuler des courbes de fissuration à 30°C et à différents niveaux de contrainte. Nous avons ensuite constaté que la seule contrainte d'origine thermique ne permettait pas d'expliquer l'influence de la température sur l'évolution des fissures transverses pour ce matériau. Il faut donc assurer la validité de ce modèle en déterminant quels paramètres doivent dépendre de la température.

4) On pourrait essayer d'appliquer le principe de superposition temps-température aux essais de fatigue. Dans le cas de chargements de fatigue, Miyano [2] a construit des courbes maîtresses pour la contrainte à rupture fonction du temps à rupture t_f en utilisant comme temps réduit

t'_f =
$$\frac{t_f}{a_{T_0}(T)} = \frac{N_f}{f'}$$
; f' = f.a_{To}(T), où f est la fréquence du chargement.

On peut encore essayer d'appliquer le principe de Miyano aux états endommagés (pas encore ruinés), caractérisés par une certaine valeur de la densité de fissures. Cependant, pour construire des courbes maîtresses d'iso-endommagement, il faudra réaliser plusieurs essais à différentes températures pour chaque niveau de contrainte, ce qui représentera un nombre considérable de chargements.

Ensuite, on a des perspectives à plus long terme pour prolonger cette étude :

1) Il serait naturel de l'étendre à des histoires de chargement plus complexes, en faisant varier le rapport de charge et la fréquence des essais de fatigue. Il serait également intéressant d'étudier la réponse des matériaux à des chargements de fatigue d'amplitude non constante (succession de « blocs de fatigue » d'amplitudes différentes), le but étant d'établir une loi d'évolution de l'endommagement pour des histoires de chargement assez générales, par exemple sous la forme d'un système différentiel régissant la variation des variables d'endommagement.

2) Dans cette thèse, nous avons étudié l'endommagement sur des éprouvettes soumises à des essais de laboratoire, donc à des états de contrainte très simples. Pour que les résultats obtenus puissent trouver un usage industriel, il resterait à étendre le modèle (pour l'instant valable pour des états de traction pure à l'échelle du stratifié) à des états tridimensionnels pour le rendre applicable à une pièce de géométrie quelconque faisant partie d'une structure complexe.

<u>Références</u>

A. Hosoi, J. Shi, N. Sato, H. Kawada. Variations of fatigue damage growth in cross-ply and quasi-isotropic laminates under high-cycle fatigue loading. Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, Vol. 3, No. 2, 2009, pp. 138-149

² Y. Miyano, M. Nakada, M.K. McMurray, R. Muki. Prediction of Flexural Fatigue Strength of CRFP Composites under Arbitrary Frequency, Stress Ratio and Temperature. Journal of Composite Materials 31 (6/1997), pp. 619-638

ANNEXES

ANNEXES

Annexe 2.1

✓ Halpin et Kardos [1] ont proposé une formule pour calculer le module G_{23} du matériau composite connaissant les caractéristiques des fibres et de la matrice (on parle de la formule d'Halpin-Tsai) :

$$G_{23} = G_{23m} \frac{1 + \zeta \eta \phi}{1 - \eta \phi}$$
 (A 2.1-1)

où :

$$\zeta = \frac{1 + v_{23m}}{3 - v_{23m} - 4v_{12m}v_{21m}}$$
(A 2.1-2)

$$\eta = \frac{M_R - 1}{M_R + \zeta} \tag{A 2.1-3}$$

$$M_{\rm R} = \frac{G_{23f}}{G_{23m}} \tag{A 2.1-4}$$

 G_{23} , v_{12} , v_{21} , v_{23} sont les caractéristiques de chaque matériau et les indices « f » et « m » désignent la fibre et la matrice respectivement; les fractions volumiques sont ϕ et (1 - ϕ) respectivement.

Avec les caractéristiques des fibres IM7 et de la matrice 977-2 [2] données dans le Tableau A 2.1-3, nous utilisons la formule (A 2.1-1) pour prédire le module G_{23} du pli IM7/977-2 (la fraction volumique de la fibre est de 60%) :

$$\begin{split} M_{R} &= 4,38 \\ \zeta &= 0,714 \\ \eta &= 0,664 \\ G_{23} &= 2,69 \text{ GPa.} \end{split}$$
| | IM7 | 977-2 |
|-----------------------|------|-------|
| E ₁ (GPa) | 276 | 3,52 |
| E ₂ (GPa) | 13,8 | 3,52 |
| G ₁₂ (GPa) | 20 | 1,26 |
| G ₂₃ (GPa) | 5,52 | 1,26 |
| V ₁₂ | 0,25 | 0,4 |
| V ₂₃ | 0,25 | 0,4 |

Tableau A 2.1-1. Caractéristiques des fibres IM7 et de la matrice 977-2 [5] à l'ambiante

La matrice 977-2 est isotrope tandis que les fibres sont anisotropes.

Halpin et Kardos [4] ont aussi proposé une formule pour calculer G₁₂:

$$G_{12} = G_{12m} \frac{1 + \zeta \eta \phi}{1 - \eta \phi} (= 4,08 \text{ GPa})$$

où :

$$\zeta = 1$$

$$\eta = \frac{M_R - 1}{M_R + \zeta} (= 0.88)$$

$$M_R = \frac{G_{12f}}{G_{12m}} (= 15.87)$$

$$\frac{G_{12}}{G_{23}} = 1.52$$

✓ Lebeau [3] a fait l'hypothèse que les modules de cisaillements G_{12} et G_{23} restent dans les mêmes proportions pour différents matériaux voisins. Il a utilisé les caractéristiques du stratifié carbone/époxyde T300/914 pour prédire le module G_{23} du stratifié IM7/977-2 à 120°C.

Pour le stratifié T300/914 à 20°C on a : G_{12} = 5,27 GPa ; G_{23} = 3,39 GPa

donc
$$\frac{G_{12}}{G_{23}} = \frac{5,27}{3,39} = 1,55$$

Pour le stratifié IM7/977-2 [6] à 20°C on a : $G_{12} = 5$ GPa.

Avec l'hypothèse de Lebeau, nous prédisons le module G_{23} pour le composite IM7/977-2 à $20^{\circ}C$: $G_{23} = \frac{5}{1,55} = 3,23$ GPa.

Nous allons utiliser le rapport $\frac{G_{12}}{G_{23}} = 1,52$ obtenu en appliquant les fomules de Halpin-Tsai et la valeur expérimentale de G_{12} (qui a été fournie par EADS) pour calculer le module G_{23} à l'ambiante.

On trouve $G_{23} = \frac{5}{1,52} = 3,3$ GPa.

Annexe 3.1 :

Le modèle de Mendels et Nairn [4] permet d'obtenir une solution approchée du problème d'élasticité à partir de deux hypothèses seulement :

γ_{xz} ≅
$$\frac{\partial u}{\partial z}$$
 (c'est-à-dire $\frac{\partial w}{\partial x}$ ≅ 0 : w varie lentement en fonction de x).

 $\left| \frac{v_{xz}^{(i)}}{E_z^{(i)}} \frac{d\left\langle \sigma_z^{(i)} \right\rangle}{dx} \right| \ll \left| \frac{d\left\langle \sigma_x^{(i)} \right\rangle}{dx} \right|, \text{ cette hypothèse moins forte que l'hypothèse de traction pure dans}$

chaque couche.

La configuration est la suivante:





On pose:

$$\zeta_{1} = \frac{z}{h_{1}}, 0 \le z \le h_{1}$$
(A 3.1-1)

$$\zeta_{2} = \frac{z - h_{1}}{h_{2}}, h_{1} \le z \le h_{1} + h_{2}$$
(A 3.1-2)

 ζ_1, ζ_2 varient de 0 à 1 dans chaque couche.

Les contraintes $\sigma_{xz}(x, z)$ dans deux couche à 0° et à 90° admettent la répartition quelconque:

$$\sigma_{xz}^{(1)} = R_1(\zeta_1) \ \tau^*(x); \qquad \sigma_{xz}^{(2)} = L_2(\zeta_2) \ \tau^*(x)$$
(A 3.1-3)

où $\tau^*(x)$ est le cisaillement interlaminaire à l'interface des deux couches à 0° (couche 2) et 90° (couche 1).

 $L_2(\zeta_2)$ et $R_1(\zeta_1)$ sont des fonctions de forme vérifiant les conditions de raccordement:

$$L_2(0) = 1;$$
 $L_2(1) = 0;$ $R_1(0) = 0;$ $R_1(1) = 1$ (A 3.1-4)

A partir de l'équation d'équilibre

$$\frac{\partial \sigma_{x}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \tag{A 3.1-5}$$

en intégrant sur l'épaisseur de la couche (1) on a l'équation de type « shear-lag »:

$$h_1 \frac{d}{dx} \langle \sigma_x^{(1)} \rangle + \tau^* = 0 \tag{A 3.1-6}$$

en posant $\langle f^{(i)} \rangle = \frac{1}{h_i} \int f(x, z) dz = \int_0^1 f(x, \zeta_i) d\zeta_i$

de même, en intégrant l'épaisseur de la couche (2) on a

$$h_2 \frac{d}{dx} \langle \sigma_x^{(2)} \rangle - \tau^* = 0 \tag{A 1.1-7}$$

On va établir l'équation dont τ^* est solution.

> A partir de la loi de Hooke pour la contrainte tangentielle σ_{xz}

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\sigma_{xz}}{G_{xz}}$$
(A 3.1-8)

et la première hypothèse fondamentale du type shear-lag $\left(\frac{\partial w}{\partial x} = 0\right)$

on a

$$\frac{\partial u^{(1)}}{\partial \zeta_1} = \frac{h_1}{G_{23}} R_1 \tau^*$$
(A 3.1-9)
$$\frac{\partial u^{(2)}}{\partial \zeta_2} = \frac{h_2}{G_{12}} L_2 \tau^*$$
(A 3.1-10)

On multiplie les deux côtés de l'équation (A 3.1-9) par ζ_1 et on intègre par parties sur l'épaisseur de la couche (1) pour obtenir :

$$\begin{bmatrix} \zeta_{1} u \end{bmatrix}_{0}^{1} - \int_{0}^{1} u d\zeta_{1} = \frac{h_{1} \tau^{*}}{G_{23}} \int_{0}^{1} \zeta_{1} R_{1} d\zeta_{1} \quad d'o\tilde{u}$$
$$u^{*} - \langle u^{(1)} \rangle = \frac{h_{1} \tau^{*}}{G_{23}} \langle \zeta_{1} R_{1} \rangle$$
(A 3.1-11)

en posant $u^*(x) = u(x, h_1)$.

On multiplie de même les deux côtés de l'équation (A 3.1-10) par $(1 - \zeta_2)$ et on intègre par parties sur l'épaisseur de la couche (2) pour obtenir :

$$-u^{*} + \langle u^{(2)} \rangle = \frac{h_{2}\tau^{*}}{G_{12}} \langle (1-\zeta_{2})R_{2} \rangle$$
 (A 3.1-12)

(A 3.1-11), (A 3.1-12) =>
$$\langle u^{(2)} \rangle - \langle u^{(1)} \rangle = \left[\frac{h_1}{G_{23}} \langle \zeta_1 R_1 \rangle + \frac{h_2}{G_{12}} \langle (1 - \zeta_2) R_2 \rangle \right] \tau^*$$
 (A 3.1-13)

> On utilise la loi de Hooke pour la déformation ε_x

$$\varepsilon_x^{(1)} = \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} = \frac{\sigma_x^{(1)}}{E_2} - \frac{v_{23}\sigma_z}{E_3} + \alpha_2 \Delta T$$
(A 3.1-14)

$$\varepsilon_x^{(2)} = \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} = \frac{\sigma_x}{E_1} - \frac{\nu_{13}\sigma_z}{E_3} + \alpha_1 \Delta T$$
 (A 3.1-15)

avec la deuxième hypothèse (on suppose que la contrainte moyenne $\langle \sigma_z \rangle$ varie beaucoup plus lentement dans la direction x que la contrainte moyenne $\langle \sigma_x \rangle$).

En combinant les équations (A 3.1-6), (A 3.1-7) on a:

.....

$$\frac{d^{2}\langle u^{(2)} \rangle}{dx^{2}} - \frac{d^{2}\langle u^{(1)} \rangle}{dx^{2}} = \left(\frac{1}{E_{1}h_{2}} + \frac{1}{E_{2}h_{1}}\right)\tau^{*}$$
(A 3.1-16)

En différentiant l'équation (A 3.1-13) deux fois par rapport à la variable x et en utilisant l'équation (A 3.1-16), on a :

$$\frac{d^2}{dx^2} \tau^* - \beta^2 \tau^* = 0$$
(A 3.1-17)
$$\frac{1}{h_1 E_2} + \frac{1}{h_2 E_1}$$
(B) = h ((1 - \xi) L)

où
$$\beta^2 = \frac{h_1 E_2 + h_2 E_1}{\frac{h_1 \langle \zeta_1 R_1 \rangle}{G_{23}} + \frac{h_2 \langle (1 - \zeta_2) L_2 \rangle}{G_{12}}}$$

Dans le cas le plus simple où R_1 et L_2 sont des fonctions linéaires ($R_1(\zeta_1) = \zeta_1$; $L_2(\zeta_2) = 1 - \zeta_2$): $\langle \zeta_1 R_1 \rangle = \langle (1 - \zeta_2) L_2 \rangle = \frac{1}{3}$, le coefficient β est donné par la formule suivante :

$$\beta = \sqrt{\frac{\frac{1}{h_1 E_2} + \frac{1}{h_2 E_1}}{\frac{h_1}{3G_{23}} + \frac{h_2}{3G_{12}}}}$$

La solution de l'équation (A 3.1-17) est :

$$\tau^* = \operatorname{Ash}(\beta x) + \operatorname{Bch}(\beta x) \tag{A 3.1-18}$$

où A et B sont des constantes.

On a deux conditions aux limites :

•
$$\tau^*(x=0) = 0 \Longrightarrow B = 0 \Longrightarrow \tau^* = Ash(\beta x)$$
 (A 3.1-19)

•
$$\langle \sigma_x^{(1)} \rangle (L) = 0; \langle \sigma_x^{(2)} \rangle (L) = \frac{h}{h_2} \overline{\sigma}$$
 (A 3.1-20)

D'après (A 3.1-14), (A 3.1-15)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \langle \mathbf{u}^{(1)} \rangle = \frac{1}{\mathrm{E}_2} \langle \boldsymbol{\sigma}_x^{(1)} \rangle + \alpha_2 \Delta \mathbf{T}$$
(A 3.1-21)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}\langle \mathbf{u}^{(2)}\rangle = \frac{1}{\mathrm{E}_{\mathrm{I}}}\langle \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{x}}^{(2)}\rangle + \alpha_{\mathrm{I}}\Delta\mathrm{T}$$
(A 3.1-22)

En x = L, on a donc

$$\frac{d}{dx} \langle u^{(2)} \rangle - \frac{d}{dx} \langle u^{(1)} \rangle = \frac{h}{h_2} \frac{\overline{\sigma}}{E_1} + \alpha_1 \Delta T - \alpha_2 \Delta T$$

D'après (A 3.1-13), on a donc

$$\left[\frac{h_1}{G_{23}}\langle\zeta_1R_1\rangle + \frac{h_2}{G_{12}}\langle(1-\zeta_2)R_2\rangle\right]\frac{d}{dx}\tau^*|_{x=L} = \frac{h}{h_2}\frac{\overline{\sigma}}{E_1} + \alpha_1\Delta T - \alpha_2\Delta T$$

soit

$$A \beta ch(\beta L) \left[\frac{h_1}{G_{23}} \langle \zeta_1 R_1 \rangle + \frac{h_2}{G_{12}} \langle (1 - \zeta_2) R_2 \rangle \right] = \frac{h}{h_2} \frac{\overline{\sigma}}{E_1} + \alpha_1 \Delta T - \alpha_2 \Delta T$$
$$A = \left[\frac{h}{h_2} \frac{\overline{\sigma}}{E_1} + \alpha_1 \Delta T - \alpha_2 \Delta T\right] \left\{\beta ch(\beta L) \left[\frac{h_1}{G_{23}} \langle \zeta_1 R_1 \rangle + \frac{h_2}{G_{12}} \langle (1 - \zeta_2) R_2 \rangle \right]\right\}^{-1}$$
(A 3.1-23)

ou encore

$$A = \left[\frac{h}{h_2}\frac{\overline{\sigma}}{E_1} + \alpha_1 \Delta T - \alpha_2 \Delta T\right] \frac{\beta}{ch(\beta L)} \frac{1}{\frac{1}{h_1 E_2} + \frac{1}{h_2 E_1}}$$
(A 3.1-24)

$$(A 3.1-6) \Longrightarrow \langle \sigma_x^{(1)} \rangle = \int_{X}^{L} \frac{\tau^*(\xi)}{h_1} d\xi = \frac{A}{\beta h_1} (ch(\beta L) - ch(\beta x))$$

so it
$$\langle \sigma_x^{(1)} \rangle = \left[\frac{h}{h_2}\frac{\overline{\sigma}}{E_1} + \alpha_1 \Delta T - \alpha_2 \Delta T\right] \frac{h_2 E_1 E_2}{h E_x} \frac{ch(\beta L) - ch(\beta x)}{ch(\beta L)}$$

$$\langle \boldsymbol{\sigma}_{x}^{(1)} \rangle = E_{2} \left[\frac{\overline{\boldsymbol{\sigma}}}{E_{x}} + \frac{h_{2}E_{1}}{hE_{x}} (\alpha_{1} - \alpha_{2})\Delta T \right] \left\{ 1 - \frac{ch(\beta x)}{ch(\beta L)} \right\}$$
(A 3.1-25)

L'équilibre global du stratifié se traduit par

$$h_{1}\langle \sigma_{x}^{(1)} \rangle + h_{2}\langle \sigma_{x}^{(2)} \rangle = h\overline{\sigma} , \text{ d'où}$$

$$\langle \sigma_{x}^{(2)} \rangle = \frac{1}{h_{2}} \left[h\overline{\sigma} - h_{1}E_{2} \left[\frac{\overline{\sigma}}{E_{x}} + \frac{h_{2}E_{1}}{hE_{x}} (\alpha_{1} - \alpha_{2})\Delta T \right] \left\{ 1 - \frac{ch(\beta x)}{ch(\beta L)} \right\} \right]$$
(A 3.1-26)

D'après (A 3.1-22) on a

$$\langle \mathbf{u}^{(2)} \rangle (L) - \langle \mathbf{u}^{(2)} \rangle (0) = L\alpha_1 \Delta T + \frac{h\overline{\sigma}}{h_2 E_1} L - L \frac{h_1 E_2}{h_2 E_1} [\frac{\overline{\sigma}}{E_x} + \frac{h_2 E_1}{h E_x} (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta T] \{1 - \frac{th(\beta L)}{\beta L}\}$$

On peut prendre $\langle u^{(2)} \rangle(0) = 0$, donc

$$\langle u^{(2)} \rangle (L) = L\alpha_1 \Delta T + \frac{h\overline{\sigma}}{h_2 E_1} L - L \frac{h_1 E_2}{h_2 E_1} [\frac{\overline{\sigma}}{E_x} + \frac{h_2 E_1}{h E_x} (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta T] \{1 - \frac{th(\beta L)}{\beta L}\}$$
(A 3.1-27)

Le problème thermo-élastique complet est résolu par la superposition de 2 problèmes; un problème « m » élastique isotherme et un problème « r » thermo-élastique. Donc :

$$\langle \boldsymbol{\sigma}_{x}^{(1)} \rangle = \langle \boldsymbol{\sigma}_{x}^{(1)} \rangle_{m} + \langle \boldsymbol{\sigma}_{x}^{(1)} \rangle_{r}$$

$$\langle \boldsymbol{\sigma}_{x}^{(2)} \rangle = \langle \boldsymbol{\sigma}_{x}^{(2)} \rangle_{m} + \langle \boldsymbol{\sigma}_{x}^{(2)} \rangle_{r}$$

$$\langle \boldsymbol{u}^{(2)} \rangle (L) = \langle \boldsymbol{u}_{m}^{(2)} \rangle (L) + \langle \boldsymbol{u}_{r}^{(2)} \rangle (L)$$

où

$$\langle \boldsymbol{\sigma}_{x}^{(1)} \rangle_{m} = \frac{E_{2}}{E_{x}} \left(1 - \frac{ch(\beta x)}{ch(\beta L)} \right) \overline{\boldsymbol{\sigma}}$$
 (A 3.1-28)

$$\langle \boldsymbol{\sigma}_{x}^{(1)} \rangle_{r} = \frac{h_{2}E_{1}E_{2}}{hE_{x}} (\alpha_{1} - \alpha_{2})\Delta T \left(1 - \frac{ch(\beta x)}{ch(\beta L)}\right)$$
(A 3.1-29)

$$\langle \sigma_x^{(2)} \rangle_m = \frac{1}{h_2} \left[h\overline{\sigma} - h_1 E_2 \left[\frac{\overline{\sigma}}{E_x} \right] \left(1 - \frac{ch(\beta x)}{ch(\beta L)} \right) \right]$$
 (A 3.1-30)

$$\langle \sigma_x^{(2)} \rangle_r = -h_1 E_2 \frac{1}{h_2} \left[\frac{h_2 E_1}{h E_x} (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta T \right] \left(1 - \frac{ch(\beta x)}{ch(\beta L)} \right)$$
(A 3.1-31)

$$\langle u_{m}^{(2)} \rangle(L) = \frac{h\overline{\sigma}}{h_{2}E_{1}}L - L\frac{h_{1}E_{2}}{h_{2}E_{1}}\frac{\overline{\sigma}}{E_{x}}\left(1 - \frac{th(\beta L)}{\beta L}\right)$$
(A 3.1-32)

$$\langle u_{r}^{(2)} \rangle(L) = L\alpha_{1}\Delta T - L\frac{h_{1}E_{2}}{h_{2}E_{1}} \left[\frac{h_{2}E_{1}}{hE_{x}}(\alpha_{1} - \alpha_{2})\Delta T\right] \left(1 - \frac{th(\beta L)}{\beta L}\right)$$
(A 3.1-33)

Considérons la cellule élémentaire de longueur 2L représentée sur la Figure A 3.1-2.

Les conditions aux limites sont:

$$\overrightarrow{T} = \overrightarrow{T}_{0} \operatorname{sur} \Sigma_{\sigma}, \operatorname{avec} \Sigma_{\sigma} = \Sigma_{1} + \Sigma_{2}$$
$$\overrightarrow{T}_{0} = 0 \operatorname{sur} \Sigma_{1} \operatorname{et} \overrightarrow{T}_{0} = \pm \sigma_{x}^{(2)}(L, z) \operatorname{sur} \Sigma_{2}$$

Le déplacement sur la frontière est $\vec{u} = \vec{u}_m + \vec{u}_r$, indépendant de z, car le plan x = L est plan de symétrie.



Figure A 3.1-2. Cellule élémentaire du stratifié fissuré

D'après Nairn [5], le taux de restitution d'énergie est tel que

 $G = G_{mech} + G_{ther} \ avec$

$$G_{\text{mech}} = \frac{d}{dA} \left(\frac{1}{2} \int_{\Sigma_{\sigma}} \vec{T}_{0.} \vec{u}_{m} \, dS \right), \text{ avec } \int_{\Sigma_{\sigma}} \vec{T}_{0.} \vec{u}_{m} \, dS = \vec{u}_{m}(L). \int_{\Sigma_{\sigma}} \vec{T}_{0} dS$$
$$G_{\text{mech}} = \frac{d}{dA} \left(2bh_{2} \langle \sigma_{m}^{(2)} \rangle (L) \langle u_{m}^{(2)} \rangle (L) \right)$$

Si l'on utilise la définition avec $\frac{\Delta}{\Delta A}$ (où $\Delta A = 2bh_1$), on suppose qu'une cellule de longueur 2L se divise en deux cellules de longueur L et on a

$$G_{mech} = 2bh_2 \times \frac{1}{2bh_1} \left[2\langle \sigma_m^{(2)} \rangle (\frac{L}{2}) \langle u_m^{(2)} \rangle (\frac{L}{2}) - \langle \sigma_m^{(2)} \rangle (L) \langle u_m^{(2)} \rangle (L) \right]$$
(A 3.1-34)

On obtient alors

$$G_{\text{mech}} = \frac{1}{\beta E_x E_1 h_2} \overline{\sigma}^2 [2 \text{th}(\beta \frac{L}{2}) - \text{th}(\beta L)]$$
(A 3.1-35)

En gardant les notations de Nairn [6], on a

$$G_{\text{ther}} = \frac{1}{2} V \Delta T \{ \frac{d}{dA} \text{ ou } \frac{\Delta}{\Delta A} \} [2 \langle \bar{\bar{\sigma}}_{m} : \bar{\bar{\alpha}} \rangle + \langle \bar{\bar{\sigma}}_{r} : \bar{\bar{\alpha}} \rangle]$$
(A 3.1-36)

où $\langle f \rangle = \frac{1}{V} \int f dV$, V = 4bhL étant le volume de la cellule élémentaire. V

On peut montrer que $\int_{\sigma_{m}:\tilde{\alpha}\Delta}^{=} T dV = \int_{\sigma_{m}:\tilde{\alpha}\Delta}^{=} T dV = \int_{\sigma_{m}}^{=} \vec{T}_{0} \cdot \vec{u}_{r} dS - \int_{\sigma}^{=} \vec{T}_{r} \cdot \vec{u}_{0} dS, \quad \vec{u}_{0} \text{ étant le déplacement imposé}$

sur la partie $\Sigma_u = \emptyset$ de la frontière; il en résulte que, avant formation d'une nouvelle fissure, on a

$$\langle \overline{\sigma}_{m}:\overline{\alpha}\Delta T \rangle^{-} = \frac{1}{4bhL} 4 \int \sigma_{x}^{(2)}(L)u_{r}^{(2)}(L)dS = \frac{1}{L}\overline{\sigma}\langle u_{r}^{(2)}\rangle(L)$$
(A 3.1-37)

Après formation d'une nouvelle fissure

$$\left\langle \bar{\overline{\sigma}}_{m}: \bar{\overline{\alpha}} \Delta T \right\rangle^{+} = \frac{1}{4bhL} 8 \int \sigma_{x}^{(2)} (\frac{L}{2}) u_{r}^{(2)} (\frac{L}{2}) dS = \frac{2}{L} \overline{\sigma} \left\langle u_{r}^{(2)} \right\rangle (\frac{L}{2})$$
(A 3.1-38)

$$\begin{split} \Delta \langle \bar{\bar{\sigma}}_{m} : \bar{\bar{\alpha}} \Delta T \rangle &= \frac{1}{L} \overline{\sigma} [2 \langle u_{r}^{(2)} \rangle (\frac{L}{2}) - \langle u_{r}^{(2)} \rangle (L)] \text{, soit, avec} \\ \langle u_{r}^{(2)} \rangle (L) &= L \alpha_{1} \Delta T + L \frac{h_{1} E_{2}}{h E_{x}} (\alpha_{2} - \alpha_{1}) \Delta T \{1 - \frac{th(\beta L)}{\beta L}\} \\ \Delta \langle \bar{\bar{\sigma}}_{m} : \bar{\bar{\alpha}} \Delta T \rangle &= -\frac{h_{1} E_{2}}{\beta L h E_{x}} \overline{\sigma} (\alpha_{2} - \alpha_{1}) \Delta T [2 th(\beta \frac{L}{2}) - th(\beta L)] \end{split}$$
(A 3.1-39)

On montre ensuite que $\langle \bar{\sigma}_r : \bar{\alpha} \Delta T \rangle = \frac{1}{V} \left[\int_{V_1}^{\sigma} \sigma_r^{(1)} \alpha_2 \Delta T dV_1 + \int_{V_2}^{\sigma} \sigma_r^{(2)} \alpha_1 \Delta T dV_2 \right]$, V_1 et V_2 étant les

volumes des couches à 90° et 0°. On a par ailleurs

$$\begin{split} &\langle \sigma_{r}^{(1)} \rangle = E_{2} \, \frac{h_{2}E_{1}}{hE_{x}} \, (\alpha_{1} - \alpha_{2}) \Delta T \{ 1 - \frac{ch(\beta x)}{ch(\beta L)} \} \\ &\langle \sigma_{r}^{(2)} \rangle = E_{1} \, \frac{h_{1}E_{2}}{hE_{x}} \, (\alpha_{2} - \alpha_{1}) \Delta T \{ 1 - \frac{ch(\beta x)}{ch(\beta L)} \} \end{split}$$

d'où

$$\int_{V_1}^{(1)} \sigma_r^{(1)} \alpha_2 \Delta T dV_1 = 2h_1 \alpha_2 \Delta T \times 2 \int_{0}^{L} \langle \sigma_r^{(1)} \rangle b dx = 4bh_1 L E_2 \frac{h_2 E_1}{h E_x} \alpha_2 (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta T^2 [1 - \frac{th\beta L}{\beta L}];$$

de même

$$\int_{V_2} \sigma_r^{(2)} \alpha_1 \Delta T dV_2 = 2h_2 \alpha_1 \Delta T \times 2 \int_{V_2} \langle \sigma_r^{(2)} \rangle b dx = 4bh_2 L E_1 \frac{h_1 E_2}{h E_x} \alpha_1 (\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T^2 [1 - \frac{th\beta L}{\beta L}]$$

d'où, avant la formation d'une nouvelle fissure

$$\langle \bar{\sigma}_{r} : \bar{\alpha} \Delta T \rangle^{-} = -\frac{h_{1}h_{2}E_{1}E_{2}}{h^{2}Ex} (\alpha_{1} - \alpha_{2})^{2} \Delta T^{2} [1 - \frac{th\beta L}{\beta L}]$$
(A 3.1-40)

après formation d'une nouvelle fissure

$$\left\langle \vec{\sigma}_{r}: \vec{\alpha} \Delta T \right\rangle^{+} = \frac{1}{V} \left[2 \int_{\frac{1}{2}V_{1}} \sigma_{r}^{(1)} (\frac{L}{2}) \alpha_{2} \Delta T dV_{1} + 2 \int_{\frac{1}{2}V_{2}} \sigma_{r}^{(2)} (\frac{L}{2}) \alpha_{1} \Delta T dV_{2} \right]$$
(A 3.1-41)

$$= -\frac{h_1h_2E_1E_2}{h^2Ex}(\alpha_1 - \alpha_2)^2\Delta T^2[1 - \frac{th\beta\frac{L}{2}}{\beta\frac{L}{2}}] \qquad D'o\dot{u}$$

$$\Delta\langle \bar{\sigma}_r:\bar{\alpha}\Delta T\rangle = \langle \bar{\sigma}_r:\bar{\alpha}\Delta T\rangle^+ - \langle \bar{\sigma}_r:\bar{\alpha}\Delta T\rangle^- = \frac{1}{\beta L}\frac{h_1h_2E_1E_2}{h^2Ex}(\alpha_1 - \alpha_2)^2\Delta T^2[2th(\beta\frac{L}{2}) - th(\beta L)]$$

$$(A 3.1-42)$$

$$G_{ther} = \frac{1}{2}V\frac{\Delta}{\Delta A}[2\langle \bar{\sigma}_m:\bar{\alpha}\Delta T\rangle + \langle \bar{\sigma}_r:\bar{\alpha}\Delta T\rangle]$$

$$= \frac{h}{h_{1}} \left[-2 \frac{h_{1}E_{2}}{\beta hE_{x}} \overline{\sigma}(\alpha_{2} - \alpha_{1}) \Delta T \left[2th(\beta \frac{L}{2}) - th(\beta L) \right] + \frac{h_{1}h_{2}E_{1}E_{2}}{\beta h^{2}Ex} (\alpha_{1} - \alpha_{2})^{2} \Delta T^{2} \left[2th(\beta \frac{L}{2}) - th(\beta L) \right] \right]$$
$$= \frac{E_{2}}{\beta E_{x}} \left[-2\overline{\sigma}(\alpha_{2} - \alpha_{1}) \Delta T + \frac{h_{2}E_{1}}{h} (\alpha_{1} - \alpha_{2})^{2} \Delta T^{2} \right] \left\{ 2th(\beta \frac{L}{2}) - th(\beta L) \right\}$$
(A 3.1-43)

Le taux de restitution d'énergie total est

$$G = G_{mech} + G_{ther} = \frac{1}{\beta E_x E_1 h_2} \left[\overline{\sigma} - 2(\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T \frac{h_2 E_1}{h} \right]^2 \left\{ 2th(\beta \frac{L}{2}) - th(\beta L) \right\}$$
(A 3.1-44)

Grâce aux fonctions de forme R_1 et L_2 , on peut exprimer facilement la répartition quelconque de la contrainte $\sigma_{xz}(x,z)$ dans les deux couches à 0° et à 90°.

Mendels et Nairn [1] ont comparé ce modèle avec des analyses par éléments finis pour un stratifié $[0/90_2]_S$ Verre-E/Epoxyde pour la détermination de la réduction du module élastique. Deux expressions simples du coefficient β sont d'abord utilisées :

$$\beta_{1} = \sqrt{\frac{\frac{1}{E_{1}h_{2}} + \frac{1}{E_{2}h_{1}}}{\frac{h_{1}}{G_{23}}}}, \quad \langle \zeta_{1}R_{1} \rangle = 1 \text{ et } \langle (1 - \zeta_{2})L_{2} \rangle = 0$$

$$\beta_{2} = \sqrt{\frac{\frac{1}{E_{1}h_{2}} + \frac{1}{E_{2}h_{1}}}{\frac{h_{1}}{3G_{23}}}}, \quad \langle \zeta_{1}R_{1} \rangle = 1/3 \text{ et } \langle (1 - \zeta_{2})L_{2} \rangle = 0$$

Ensuite, Mendels et Nairn [1] ont montré qu'en prenant $\langle \zeta_1 R_1 \rangle = 0,330$ et $\langle (1 - \zeta_2) L_2 \rangle = 0,307$, on retrouvait pratiquement les résultats donnés par les éléments finis (symboles carrés) avec une

erreur inférieure à 0,2% pour les densités de fissures en dessous de 0,9 mm⁻¹ et 0,48% pour la plus grande densité de fissures de 1 mm⁻¹.

Les résultats sont donnés dans la Figure A 3.1-3.



Figure A 3.1-3. Réduction de module élastique pour le stratifié Verre-E/Epoxyde $[0/90_2]_S$ en fonction de la densité de fissures. Comparaison entre la modélisation [1] et l'analyse par éléments finis. E₂ = 13GPa ; G₂₃ = 4,58GPa ; E₁ = 41,7GPa ; G₁₂ = 3,4GPa ; h₁ = 0,42 mm et h₂ = 0,21mm

<u>Références</u>

of CFRP laminates. ECCM 10, Bruges, Belgique

- 4 Nairn J.A., Mendels D.A.. On the use of planar shear-lag methods for stress-transfer analysis of multilayered composites. Mechanics of Materials 33 (2001) 335-362
- 5 Nairn J.A. The strain energy release rate of composite microcracking: A variational approach. Journal of Composite Materials, Vol.23-November 1989: 1106-1129
- 6 Nairn J.A. Fracture mechanics of composites with residual thermal stresses. J. of Applied Mechanics, Dec.1997; 64: 804-810

¹ J.C. Halpin and J.L. Kardos. *Polymer engineering and science*. May, 1976, vol. 16, No. 5, p. 344-352

² Linfa Zhu, Heung Soo Kim, Aditi Chattopadhyay and Robert K. Goldberg. *Improved Transverse Shear Calculations for Rate-Dependent Analyses of Polymer Matrix Composites*. AIAA JOURNAL, Vol. 43, No. 4, April 2005, p. 895-905

³ Lafarie-Frenot MC. 2002. Influence of strain rate and temperature on transverse ply cracking