



HAL
open science

Étude locale du mélange induit par gravité de deux fluides dans la géométrie confinée d'un tube incliné

Jemil Znaïen

► **To cite this version:**

Jemil Znaïen. Étude locale du mélange induit par gravité de deux fluides dans la géométrie confinée d'un tube incliné. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Paris Sud - Paris XI, 2009. Français. NNT: . tel-00525440

HAL Id: tel-00525440

<https://theses.hal.science/tel-00525440v1>

Submitted on 11 Oct 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SUD 11

Spécialité : PHYSIQUE DES LIQUIDES

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR de
L'UNIVERSITÉ de PARIS-SUD 11**

Présentée par

Jemil Znaïen

Sujet de la thèse :

**Étude locale du mélange
induit par gravité de deux fluides
dans la géométrie confinée d'un tube incliné**

Soutenue le :
2 octobre 2009

Devant le jury composé de :

C. Nore Présidente
O. Masbernat Rapporteur
E. Villermaux Rapporteur
E. J. Hinch Examineur
J. Magnaudet Examineur
J.-P. Hulin Directeur de Thèse
F. Moisy Co-directeur de Thèse

Remerciements

J'ai eu le privilège de faire ma thèse sous la direction de Jean-Pierre Hulin. Son incroyable disponibilité, son enthousiasme communicatif, sa gentillesse, sa rigueur et sa culture scientifique ont mené et soutenu mon travail et ont largement contribué à la réussite de cette thèse. Je ne sais comment exprimer ma reconnaissance pour ces presque quatre années, depuis le stage de M2 où j'ai, en plus, bénéficié de l'aide et des conseils de Thomas Séon qui m'a précédé sur la manip, jusqu'à la soutenance un petit matin d'octobre. Je mesure ma chance d'avoir été votre dernier thésard, merci de votre confiance, d'avoir cru en moi et de m'avoir permis de donner le meilleur de moi-même au cours de cette thèse.

J'ai eu de la chance d'avoir un co-directeur, Frédéric Moisy qui s'est joint à nous au cours de la thèse. Sa profonde connaissance des phénomènes turbulents, des mesures de PIV et de Matlab furent l'occasion d'apprendre beaucoup et le tout toujours assaisonné de son humour. Et aussi pour la découverte de Bob Dylan dans un Starbuck's à Salt Lake City à deux heures du matin, merci Fred. Merci au passage à Marianne Peuch qui a permis à Fred d'être officiellement mon co-directeur aux yeux de l'École Doctorale puisque P11 ne reconnaît pas la codirection. Une petite taquinerie en souvenir de ta pression pour que je rédige plus rapidement, finalement, j'ai soutenu ma thèse avant que tu soutiennes ton HDR!

Merci à vous deux pour la qualité inégalable de l'encadrement, du temps passé sur les manips comme sur le dépouillement et l'interprétation (les profils de vitesse transverse!) et à corriger encore et encore ce manuscrit qui, sans vous, n'aurait jamais atteint ce niveau.

Je remercie beaucoup Caroline Nore de m'avoir fait l'honneur et le plaisir de présider mon jury de thèse, Olivier Masbernat (qui, en plus m'a parlé et m'a prêté des particules fluorescentes) et Emmanuel Villermaux d'avoir accepté de consacrer une partie de ce bel été 2009 à la lecture de ce manuscrit et à la rédaction du rapport, et John Hinch et Jacques Magnaudet d'avoir été membre de ce jury.

J'ai bénéficié d'un financement de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR GIMIC ANR-07-BLAN-0181 *GIMIC*) qui nous a permis non seulement d'acheter lasers, ordi et autres composants d'optique, mais surtout d'établir une collaboration avec deux autres équipes : celle de Bernard Castaing, Francesca Chillà, Matthieu Gibert et Jean-Christophe Tisserand qui, à l'École Normale Supérieure de Lyon, étudient un mélange par convection dans un régime d'écoulement permanent et celle de Jacques Magnaudet et Yannick Hallez de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse ont effectué une simulation numérique de l'écoulement dans mon montage. La comparaison de nos résultats a été intéressante et fructueuse avec publiés à la clé s'il vous plaît! Le chapitre sur le mélange turbulent doit beaucoup à ces discussions passionnées.

J'ai eu le plaisir de travailler avec deux stagiaires, deux magistériennes, Alexandra

Sourbier et Lucille Mendonca. Grâce à elles, une étude avec des fluides non miscibles a commencé et je peux qu'être admiratif de leur abnégation et de leur courage d'avoir travaillé avec cette s*** qu'est l'huile silicone ... surtout avec l'interdiction de laver avec quelque tensio-actif que ce soit. Les premiers résultats ont été très encourageant, nul doute que ça continuera. Merci les filles !

Ce fut un plaisir de passer presque quatre années au FAST merci à tous pour l'ambiance et votre soutien, Maryse et Monique, Léonor, Anne et Neil, Nicole et Jérôme, Georges, Béatrice et Frédéric qui m'ont accueilli en stage de Licence et m'ont permis de partir en Allemagne chez Friedrich Kremer en stage de Master (oui, je sais, j'ai un peu changé depuis ma période matière molle ...), Marc avec qui j'ai eu tant de longues conversations, Guillaume et Yann, Marc et Philippe que j'ai d'abord rencontré à l'Orchestre Symphonique du Campus d'Orsay, Laurent, Éric qui m'a donné plein de conseil pour mon postdoc là bas, en Batavie et à tous les thésards également, Nolwenn, Fahmi, Angélique, Blandine, Mourad, Floriane.

J'adresse un merci tout particulier pour l'atelier, Raf, Christian, Alban et Lionel sans vous et votre aide cette expérience n'aurait ni vu le jour ni été améliorée.

Je me suis découvert au FAST un tonton et une tata qui ont toujours été là pour un moment de bavardage, un moment de déconnade, pour tout et rien. Tonton, je sais, je te l'avais promis, cette annexe sur les polynômes de Legendre, par manque de temps, elle n'apparaît pas dans ce manuscrit, mais promis, je te l'enverrai !

Comment ne pas penser à Antoine qui a été mon voisin de salle de manip ? Même si nos goûts musicaux n'ont pas été tout le temps exactement les mêmes, au passage, un grand merci à Baptiste, Marc-Antoine, Jean-Philippe et les autres, ce furent des moments bien sympa et un clin d'oeil à la pétanque, physique d'un sport de la journée des thésards 2008.

J'ai passé ma dernière année dans le bureau 324 en compagnie de Marie-Hélène, Harold, Benoît et Greg. J'y ai appris le dur métier de troisième secrétaire du Dr. Harold Auradou, patiemment guidé et conseillé par Benoît et Marie-Hélène respectivement premier et deuxième secrétaire. Cependant, ce bureau un peu excentré réservait de bonnes surprises culinaires à celui qui venait y faire un tour, le rythme d'un gâteau par semaine fut tenu, tout comme l'atelier de dégustation de thé deux fois par jour avec Marie-Hélène et celui du carré de chocolat anti-déprime. Ca va me manquer ...

Non, Camille, je ne t'ai pas oublié, et c'est par toi que je finis l'évocation de ceux avec qui j'ai passé cette thèse au laboratoire, même si c'est bien avant d'arriver au FAST que je t'ai connu. En L3 d'abord et puis en M2, pauvres universitaires perdus dans un océan de normaliens et d'X. Merci pour tous ces moments, nos si nombreuses discussions sur tout et rien, en pause ou le soir, Louise Labé ("je vis je meurs ...") ou Phèdre, nos voyages à New-York et en Tunisie, d'avoir été là quand ça allait ou quand ça n'allait pas. Nos chemins se sont séparés pour le postdoc et en bretons que nous sommes, je te dis bons vents !

L'enseignement fut, pour moi, une grande découverte et un plaisir toujours constant. Grâce à Jean Nahmias, j'ai pu retrouver mes p'tits monstres tous les vendredis matins. Et ces vacances à l'IUT de chimie d'Orsay m'ont détendu, ouvert l'esprit, formé à la vulgarisation, à la correction de copies aussi ! Un coucou à Anne, Bertrand, Aurèl, Alexis, à la bande des quatre du groupe 1A de 2007-2008, Édouard, Philou, Manue et Jerèm, à Alexandre et nos discussions tout sauf scientifiques, et merci Aude pour tes macarons et nos échanges de recettes de cuisine. Et à ce TP de pompes centrifuges, terreur des étudiants et désespoir du prof pour tenter de le rendre compréhensible.

Il y eu bien sur des à-côtés plus ou moins scientifiques.

Ces années de thèse m'ont permis de réaliser un vieux rêve, me mettre à la viole de gambe et fréquenter par là le conservatoire municipal de Palaiseau. J'y ai rencontré une joyeuse bande de baroqueux, Catherine Ramona tout d'abord, qui, tous les lundis, m'a enseigné l'art de ce si bel instrument (je n'oublie pas l'importance de la pointe ni l'obligation de garder les doigts posés, promis Catherine!) et le bonheur des chaconnes de Marin Marais. Il y eut aussi l'ensemble de musique ancienne dirigé par Marc Perbost et Céline Cavagnac avec qui j'ai eu la chance de jouer la Passion selon St-Jean de J.-S. Bach et l'opéra Don Quichotte chez la Duchesse de Boismortier (et ouais, rien que ça!) et faire des gueletons le dimanche midi. Cet hommage musical serait incomplet si je ne mentionnais Alpha que j'ai rencontré sur les bancs de la fac et que j'ai convaincu de se mettre au traverso. Ça a tellement bien marché qu'il l'emporte avec lui à Yale en postdoc. Que le souffle de Quantz et les doigtés de Hotteterre soient avec toi!

Autre activité extra-thèse, ma chère association dont j'ai été président lors de ma deuxième année. Ses permanences et sa Giostra ont rythmés tous les jeudis soirs de mes six ans à Orsay, ses discussions et ses actions m'ont beaucoup aidé et m'ont fait découvrir tout un monde que je ne faisais qu'entrevoir. Longue vie à HBO! Un p'tit coucou à Elisabeth, Luc, Syssy, Cédric, Nicolas et tous les autres. Une pensée, enfin, à Mathias.

Par le plus grand des hasards, j'ai découvert les colos durant ces années de thèse, organisées par Aventures Scientifiques (je n'arriverai pas à utiliser leur nouveau nom ...). Ce furent des moments de pur bonheur, des moments de délire, de rire ou de stress intense et surtout, la satisfaction de bâtir des séjours grandioses pour les jeunes. Quelques souvenirs pêle-mêle, l'invasion des sauterelles, la microfusée bi-étage, le coming-out à table de Sylvère, la veillée camouflage de Masseube. À Aignan, j'ai rencontré mes fidèles J/Ψ , ma Clairounette, Antonin et Yonie qui m'ont fait le plaisir immense de venir à la soutenance malgré la distance et leur emploi du temps. Avec eux, ce fût le GN transformé en GR, la recherche d'anti-top bleu, les immondes repas de Damien, nos amis bosons évidemment, les cours de méca stat et donc le calcul de fonction de partition à 5h du matin en salle anim (merci Isa!), Gloups, la découverte de l'astro. Enfin, à Damvillers, les grands jeux et veillées de Solenne et Antoine, le PinguLand, Qui veut gagner des mini-lions et l'incroyable Civilisation grandeur nature. À refaire!

Avec mes J/Ψ et Olga et Abdelaïde et Zéa, il y eut Taulignan, BigMac 2008 et 2009, la chasse aux Dédés (facile à reconnaître, ils sont jeunes et font du sport ... aaaahhhh jeunesse et sport!!!!), le vin de figue et de cerise et évidemment, les soirées à regarder les étoiles. Quel ciel! Le Grand Maître vous remercie et Antonin, rendez-vous à ta soutenance de thèse :]

Ces années à Orsay furent également celles de l'insouciance et de la liberté. Par le Magistère de Physique brillamment dirigé par Alain Cordier et Suzanne Maury, j'ai fait la connaissance d'un grand nombre de gens, certains sont devenus des amis proches. On s'est tous et toujours rassemblé chez Mimi qui nous attirait par ses productions du terroir creusois, son immense gentillesse, sa disponibilité et puis tout simplement parce que c'est Mimi et que c'est inenvisageable de faire autrement. Mimi je me souviendrai toujours de la bibliothèque de Bures-Nord, de notre passion commune pour Renaud, de la soupe que je te remuais pendant que tu faisais ta huilegrette au poivre, merci, merci pour tout . Dans la bande des limousins montés à Paris, il y a aussi Mathias, mon ex-binôme. Nous avons

communié autour d'un même rejet viscéral de l'électronique et, malgré les apparences, nos chemins scientifiques ne sont pas si éloignés que ça, Gross-Pitaevskii et Navier-Stokes, après tout, c'est un peu la même chose ! Et puis Jean-Philippe, notre astrophysicien, m'a fait découvrir les étoiles, la bonne bière et le vin d'Alsace, Maud évidemment, Caroline la coquine, Claire qu'on a retrouvé et avec qui et zou, une nouvelle fournée de docteurs, cuvée automne 2009.

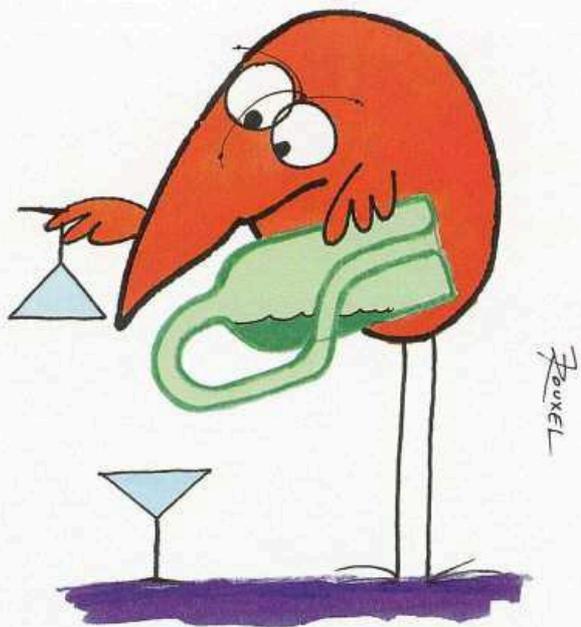
Un p'tit coucou aussi à tous les autres, les bretons bien sûr (Julian, Pierre-François, Thomas), les magistériens (Ben, Anaëlle, Julien, Nicolas, Sophie, Thomas, Pierre, Max, Max et les autres), de cité U (Pierre, George, Dan, Sarah, Mouna) et, bien entendu, *je remercie Luigi*.

Comme tout à une fin, sauf la saucisse qui en a deux¹, je terminerai ces longues pages par remercier ma famille, mes parents, ma soeur et ma future nièce, mon frère et ma chère belle-soeur pour leur organisation du pot de thèse incroyable, une réussite éclatante qui restera dans les annales du labo. Mais surtout, ils m'ont toujours témoigné une confiance et un soutien quant à mes choix qui m'ont permis en toute liberté de faire ce que je voulais de ma vie.

¹Alles hat ein Ende, nur die Wurst hat zwei

*À Mikaël enfin
sans qui,
rien de tout cela n'aurait été possible*

Les devises Shadok



S'IL N'Y A PAS DE SOLUTION
C'EST QU'IL N'Y A PAS DE PROBLÈME.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Cadre général de la these	1
1.1.1	Différentes configurations du mélange induit par gravité	1
1.1.2	Intérêt fondamental et applications de notre étude	3
1.2	Mécanismes de base du mélange en tube incliné	5
1.2.1	Instabilité de Rayleigh-Taylor en géométrie libre et confinée	5
1.2.2	Mélange transverse et instabilité de Kelvin-Helmholtz	8
1.2.3	Courants de gravité non confinés	11
1.3	Travaux antérieurs en tube incliné	18
1.3.1	Études expérimentales	18
1.3.2	Simulations numériques	25
1.4	Conclusion	26
2	Montage et techniques expérimentales	27
2.1	Dispositif expérimental	27
2.1.1	Caractérisation des fluides	27
2.2	Techniques expérimentales	29
2.2.1	Mesure des champs de concentration par fluorescence induite par laser (LIF)	30
2.2.2	Mesure des champs de vitesse par vélocimétrie par imagerie de particules (PIV)	36
2.3	Domaine d'utilisation du système de mesures	41
2.3.1	Contrastes de concentration	41
2.3.2	Résolution spatiale et temporelle des mesures de vitesse et de concentration	42
2.4	Conclusion	43
3	Régimes d'écoulements	45
3.1	Les trois phases de l'écoulement	45
3.1.1	Phase 1 : front d'interpénétration	46
3.1.2	Phase 2 : contre-écoulement quasi stationnaire	48
3.1.3	Phase 3 : arrivée du front retour	49
3.2	Domaines d'existence des régimes	51
3.2.1	Régime d'écoulement laminaire (EL)	53
3.2.2	Régime de mélange turbulent (MT)	54
3.2.3	Régime de mélange intermittent (MI)	57
3.3	Outils d'analyse	58
3.3.1	Grandeurs caractéristiques du système	58
3.3.2	Définition des moyennes	59

4	Régime d'écoulement laminaire	61
4.1	Présentation des écoulements	61
4.1.1	Évolution du champ de concentration et de vitesse avec θ	61
4.1.2	Évolution des profils transverses de vitesse longitudinale et de densité avec θ	62
4.2	Calcul des profils de vitesse	65
4.3	Influence de la couche de mélange	66
4.3.1	Relation entre la vitesse moyenne des fluides, la vitesse de front et l'épaisseur de la couche de mélange	66
4.3.2	Influence de la couche de mélange sur la vitesse de l'écoulement	69
4.4	Conclusion	71
5	Régime de mélange turbulent	73
5.1	Vitesse et concentration moyenne	73
5.1.1	Profils transverses de densité	73
5.1.2	Profils transverses de vitesse moyenne	74
5.2	Flux de quantité de mouvement	80
5.2.1	Équations vérifiées par la vitesse moyenne	81
5.2.2	Transport de la quantité de mouvement	83
5.3	Modélisation de la vitesse longitudinale	86
5.3.1	Profil de $\langle \tilde{u} \rangle$ près des parois du tube	86
5.3.2	Profil de $\langle \tilde{u} \rangle$ au centre du tube	89
5.4	Comparaison avec les simulations numériques	97
5.4.1	Description de la technique de simulation numérique	99
5.4.2	Profils du contraste de densité et de la vitesse moyens	100
5.4.3	Équation du transport de la quantité de mouvement à trois dimensions	103
5.4.4	Profil de longueur de mélange	104
5.5	Conclusion	105
6	Stabilité et stationnarité	107
6.1	Stabilité du contre-écoulement	107
6.1.1	Nombres sans dimensions de associés à l'expérience	107
6.1.2	Nombre de Richardson local	110
6.2	Gradients de concentration et de vitesse	115
6.2.1	Influence de l'intervalle δx	116
6.2.2	PDF des gradients de concentration et de vitesse	119
6.3	Identification contre-écoulement / mélange	120
6.3.1	L'information des fonctions de structure de concentration	120
6.3.2	Lois d'échelle attendues pour la fonction de structure $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x; t)$	121
6.3.3	Variation temporelle des fonctions de structure dans les différents régimes d'écoulement	123
6.3.4	Évolution des gradients de concentration en fonction de θ et At	124
6.4	Conclusion	130
7	Conclusion générale et perspectives	133
7.1	Résultats	133
7.1.1	Carte des régimes d'écoulement	133
7.1.2	Régime d'écoulement laminaire stable	134
7.1.3	Régime de mélange turbulent	134
7.1.4	Stabilité de l'écoulement	135

7.2	Perspectives	136
7.2.1	Transition entre mélange confiné et non confiné	136
7.2.2	Caractéristiques spatio-temporelles des écoulements; intermittence et instabilités	137
7.2.3	Etude locale du transfert de masse dans l'écoulement et généralisa- tion à d'autres systèmes	137
7.2.4	Extension des résultats obtenus à d'autres systèmes	138

Chapitre 1

Introduction

1.1 Cadre général de la these

Nous nous intéressons dans la présente thèse à l'étude locale du mélange spontané sous l'effet de la gravité de deux fluides de densités différentes initialement séparés dans la géométrie confinée d'un tube incliné. Les deux fluides sont initialement en configuration instable, le fluide lourd occupe la moitié supérieure du tube, le fluide léger la moitié inférieure. Contrairement à beaucoup d'opérations de mélange industriel, les deux fluides ne sont pas agités, le mélange est ici induit par la différence de densité entre les deux fluides. Nous verrons que des problèmes de ce type se rencontrent fréquemment en océanographie, en hydrologie ou encore en génie pétrolier ou chimique.

1.1.1 Différentes configurations du mélange induit par gravité

Prenons tout d'abord le cas où les deux fluides sont initialement superposés dans une configuration stable (le fluide léger étant au-dessus). Le seul mécanisme qui permette à ces fluides de s'interpénétrer de façon spontanée est alors la diffusion moléculaire qui reflète l'agitation thermique des molécules : l'épaisseur de la zone de mélange croît dans ce cas comme la racine carrée du temps (figure 1.1a). Ce mélange par diffusion moléculaire est très homogène à l'échelle moléculaire mais extrêmement lent aux grandes échelles : il est donc inefficace. La figure 1.2 présente un exemple d'une telle stratification stable de densité, créée par la présence de polluant dans les hautes couches de l'atmosphère : celles-ci s'échauffent alors en absorbant le rayonnement solaire et leur température devient plus élevée que celle du sol. La densité de l'air est alors plus faible en altitude qu'au sol et aucun mouvement de convection n'apparaît : dans cette configuration stable, la pollution ne peut se mélanger avec les autres couches de l'atmosphère et elle s'accumule en augmentant encore plus l'effet d'absorption du rayonnement solaire. Notons tout de même que la pollution ne fait qu'accentuer une stratification stable de l'atmosphère déjà possible de par la présence de couches d'air de températures et donc de densités différentes.

En fait, tout mélange efficace requiert une première phase d'interpénétration convective à grande échelle suivie de mouvements à des échelles de plus en plus petites jusqu'à ce que la diffusion moléculaire assure un mélange homogène. Aussi, dans le présent travail, nous nous intéressons au cas de deux fluides de densités différentes initialement séparés dans une configuration instable de contraste de densité (fluide lourd situé au-dessus du fluide léger). Les instabilités qui se développent dans ce cas — instabilités de Rayleigh-Taylor — provoquent les mouvements convectifs permettant une interpénétration des fluides.

L'instabilité de Rayleigh-Taylor et le mélange qu'elle induit ont fait l'objet de nom-

breuses recherches dans le cas d'une interface étendue par rapport à la longueur d'onde des instabilités qui se développent initialement [74]. Quand il n'y a pas d'effet de confinement, il apparaît un système de doigts multiples qui permet aux deux fluides de s'interpénétrer (figure 1.1b); ces doigts grossissent ensuite par coalescence. Il faut cependant noter que, si on réalise ainsi une interpénétration à grande échelle, il faudra, pour obtenir un vrai mélange, qu'il apparaisse des mouvements du fluide à plus petite échelle transverses aux doigts.

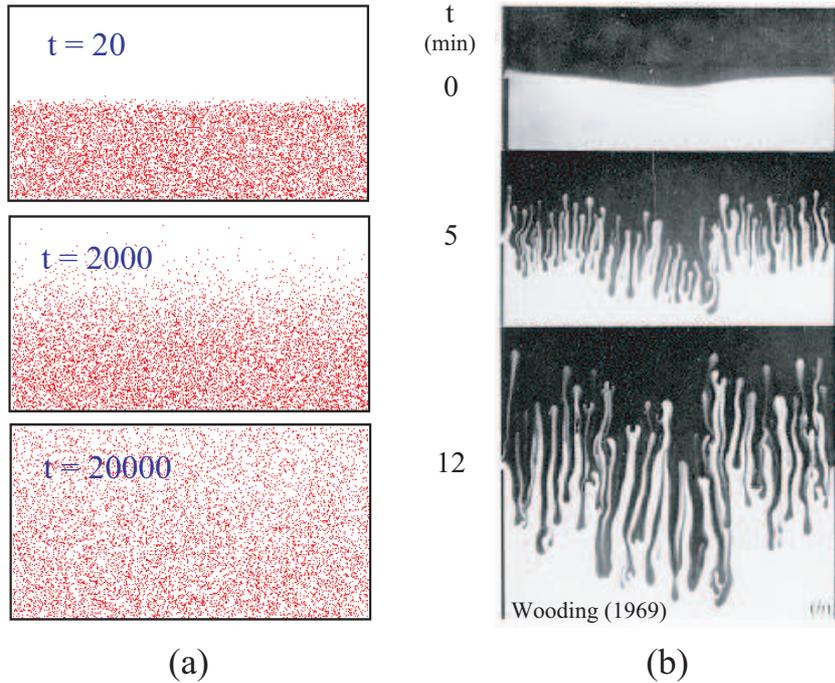


FIG. 1.1 – (a) Fluides stratifiés avec contraste de densité stabilisant : mélange lent par diffusion moléculaire. (b) Fluides stratifiés avec contraste de densité déstabilisant : développement d'une instabilité de Rayleigh-Taylor (expérience de Wooding en cellule de Hele-Shaw [106]).

Dans notre expérience, et au contraire des études dont nous venons de discuter, nous nous intéressons au mélange induit par gravité dans des tubes de grande longueur par rapport à leur diamètre (Fig. 1.3). Les fluides sont toujours initialement séparés dans une configuration instable et le mélange est étudié aux temps longs de sorte que l'épaisseur de la zone de mélange suivant l'axe du tube soit grande devant le diamètre de celui-ci. On est alors dans une géométrie confinée transversalement, ce qui sélectionne les modes d'instabilité qui peuvent se développer : en particulier, dans le cas d'un tube vertical, le diamètre de celui-ci impose une taille maximum transversale des doigts qui se développent alors que la propagation longitudinale reste libre.

Une configuration particulièrement intéressante est celle du mélange dans un tube incliné (figure 1.3). Il apparaît alors une composante de la gravité transverse à l'axe du tube qui rompt la symétrie de révolution du système en induisant des effets de stratification : on aura un effet d'accumulation du fluide léger dans la partie supérieure de la section du tube et du fluide lourd dans la partie inférieure. Par ailleurs, cette stratification fait apparaître un gradient horizontal de la densité qui induit un écoulement vers le haut du fluide léger compensé par un écoulement vers le bas du fluide lourd. On peut alors représenter le système d'une manière simplifiée comme deux écoulements en sens inverse localisés près



FIG. 1.2 – Exemple d’une stratification stable de densité au-dessus de Los Angeles, créée par la présence de polluant dans les hautes couches de l’atmosphère : celles-ci s’échauffent en absorbant le rayonnement solaire et leur température devient plus élevée que celle du sol. La densité de l’air est alors plus faible qu’au sol. Dans cette configuration stable, la pollution ne peut se mélanger avec les autres couches de l’atmosphère ce qui conduit à la formation du "smog".

des parois et interagissant par une zone de mélange.

La figure 1.3 résume les processus à l’œuvre dans cette dernière configuration que nous avons utilisé dans cette thèse, chacun de ces processus pouvant être illustré par un phénomène physique que nous décrirons un peu plus tard :

- Interpénétration des deux fluides de densité différente sous l’effet de la composante longitudinale $g \cos \theta$ de la gravité.
- Mélange transverse, en particulier par les instabilités de cisaillement à l’interface entre les deux fluides en contre-écoulement.
- Ségrégation des deux fluides dans la section du tube induite par la composante transverse $g \sin \theta$ de la gravité.

1.1.2 Intérêt fondamental et applications de notre étude

Conceptuellement, l’utilisation d’une géométrie confinée réduit le nombre de modes d’instabilité qui se développent : le mélange s’effectue donc par des scénarios plus simples à étudier et à modéliser.

La modélisation peut être facilitée en inclinant le tube. A priori, l’ajout de ce degré de liberté supplémentaire, et la brisure de la symétrie de révolution qui en résulte, ne simplifie pas ce problème, mais en réalité, la stratification obtenue permet de représenter le mélange en première approximation comme deux écoulements en sens inverse, l’un au dessus de l’autre, et couplés par une zone de mélange.

Outre la motivation fondamentale que nous venons de décrire, ces études ont des applications importantes. Historiquement, elles ont été d’ailleurs initiées au laboratoire FAST par une coopération avec la société de services pétroliers Schlumberger (Dr. G. Daccord,

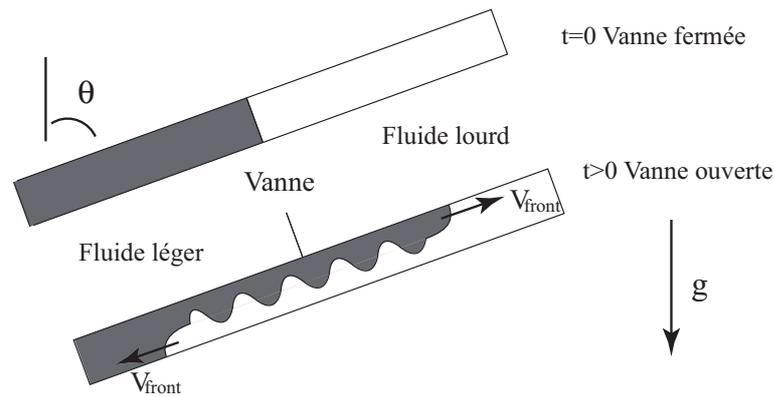


FIG. 1.3 – Schéma du mélange induit par gravité dans un tube incliné (en bas) de deux fluides de densités différentes initialement séparés dans une configuration instable (en haut). Deux fronts d'interpénétration d'un fluide dans un autre se créent. Le cisaillement à l'interface provoque l'apparition d'instabilités de Kelvin-Helmholtz qui induisent un mélange transverse.

division Dowell) : le problème pratique était celui des mélanges de fluides injectés lors des opérations de "complétion" de puits de pétrole après leur forage.

Lors de la construction d'un puits de pétrole, on réalise en effet d'abord un forage de quelques centimètres à quelques dizaines de centimètres de diamètre, puis on met en place, à l'intérieur, un long tube métallique (formé de nombreuses sections raccordées par vissage les unes aux autres). Il faut ensuite consolider la roche et éviter les circulations parasites de fluide entre les différentes couches géologiques, en cimentant l'espace annulaire de quelques centimètres de largeur entre la roche et le tube métallique. L'injection du coulis de ciment dans le puits se fait par l'intérieur du tube (figure 1.4), en chassant la boue initialement présente qui remonte ensuite par l'espace annulaire. Des fluides intermédiaires de "nettoyage" sont également souvent injectés avant le ciment. Comme ces différents fluides sont de densités différentes, il peut se développer des instabilités qui les mélangent. Or, pour éviter de compromettre la solidité mécanique du puits en mettant en place un ciment de mauvaise qualité peu résistant, la contamination du ciment par les autres fluides doit être évitée. Il faut donc pouvoir évaluer avec précision la quantité de chaque fluide à injecter pour déplacer complètement le fluide précédent (une très grande marge de sécurité n'est pas acceptable à cause du coût élevé des fluides utilisés). Ainsi, il est important de bien comprendre et de quantifier les processus de mélange dans de telles injections. Il faut noter que les forages pétroliers sont souvent inclinés (voire même horizontaux), comme dans notre étude, et que, par ailleurs, les fluides utilisés sont souvent non newtoniens (cependant nous n'étudierons pas l'influence de la rhéologie dans le présent travail).

Outre la complétion des forages pétroliers que nous venons de décrire, ces études de mélange en géométrie confinée de canaux allongés ont des applications dans de nombreux domaines :

- Réactions chimiques entre des fluides de densités différentes dans des récipients de grande longueur ou des réacteurs tubulaires.
- Échangeurs de chaleur tubulaires (les contrastes de densité résultent dans ce cas des gradients de température).
- Propagation d'incendie et de fumée dans une cage d'ascenseur, une galerie ou un tunnel [16, 112].
- Dispersion de polluants denses dans des couches d'eau peu profonde.
- Océanographie : mélange d'eau douce et d'eau salée ou d'eaux de salinités différentes

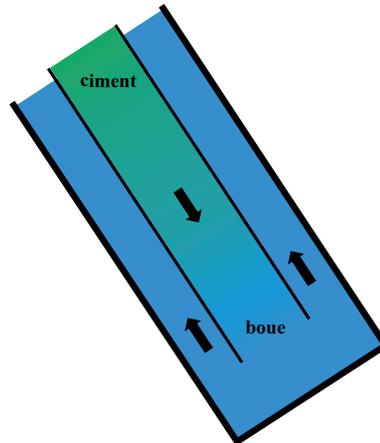


FIG. 1.4 – Schéma de l'injection du ciment lors de la complétion d'un puits de pétrole.

dans des couches de faible épaisseur sur des fonds horizontaux ou faiblement inclinés [65].

1.2 Mécanismes de base du mélange en tube incliné

Nous observerons, dans la suite de cette étude, des effets de mélange originaux et, parfois même, inattendus. Cependant ils résultent toujours de la combinaison de mécanismes simples qui, eux, ont déjà largement été étudiés. Dans cette section, nous revenons sur ceux-ci en rappelant quelques résultats particulièrement importants pour la suite de notre étude.

1.2.1 Instabilité de Rayleigh-Taylor en géométrie libre et confinée

Dans nos expériences, la phase initiale de l'interpénétration des deux fluides lorsque le tube est vertical correspond au développement d'une instabilité de Rayleigh-Taylor qui apparaît à l'interface entre deux fluides de densités différentes $\rho_2 > \rho_1$ soumis à une accélération non nulle et normale à l'interface [93]. Cette instabilité se manifeste par une interpénétration des deux fluides : elle se développe lorsque l'accélération (due à la pesanteur ou à toute autre source) est dirigée du fluide le plus lourd vers le plus léger [93]. Par ailleurs, même aux temps longs et en écoulement incliné, le "moteur" de notre écoulement reste, comme pour l'instabilité de Rayleigh-Taylor, les forces d'Archimède liées à la composante longitudinale de la gravité et à la différence de densité entre les fluides. Aussi, allons-nous tout d'abord rappeler les propriétés de l'instabilité de Rayleigh-Taylor décrites dans la littérature (l'article de Sharp [74] fournit une bonne vue d'ensemble de cette instabilité). Les études des instabilités de type Rayleigh-Taylor sont très nombreuses, en liaison, par exemple, avec leurs applications à la fusion inertielle, à la modélisation des explosions nucléaires ou à l'astrophysique [58]. Nous discuterons plus loin un peu plus en détail ces études qui traitent surtout le cas où l'épaisseur de la zone de mélange est inférieure ou similaire à la dimension transverse.

Les structures correspondant à la longueur d'onde la plus instable λ vont se développer de part et d'autre de l'interface. L'amplitude du mode le plus instable croît exponentiellement jusqu'à atteindre une valeur de l'ordre de $0,1\lambda$ à $0,4\lambda$, mesurée perpendiculairement

à l'interface. Le taux de croissance peut être calculé analytiquement [20] :

$$\sigma = \sqrt{Atgk} \quad (1.1)$$

pour une interface infiniment fine entre deux fluides miscibles non visqueux. Dans cette équation, $k = 2\pi/\lambda$ est le nombre d'onde, g est l'accélération imposée et At le nombre d'Atwood défini comme :

$$At = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}. \quad (1.2)$$

Les perturbations croissent ensuite sous forme de doigts qui évoluent souvent vers des formes de "champignons" interagissant non linéairement avec leurs voisines, jusqu'à atteindre une taille d'environ 10λ . Ensuite, nous observons la coalescence des différents doigts et la mémoire des conditions initiales est perdue. Dans cette dernière phase, la seule accélération exercée par exemple sur une poche de fluide léger est due à la flottabilité, avec une gravité réduite gAt . La vitesse de la poche va évoluer en $Atgt$ et sa position en $Atgt^2$. On peut alors déduire que la croissance de la zone de mélange se comporte comme :

$$\delta = \alpha Atgt^2. \quad (1.3)$$

Cette intuition est corroborée par de nombreuses études numériques [108, 110, 111, 28] et expérimentales [109, 70] et le coefficient α vaut entre 0,04 et 0,06 [35], la faible valeur et la variabilité de α restant des sujets d'études très actifs.

Enfin, si on prend en compte l'effet de la diffusion moléculaire que nous avons négligé jusqu'ici, celle-ci peut être dominante aux temps très courts. Indépendamment de la perturbation initiale, l'épaisseur de l'interface va croître en \sqrt{t} , la phase en t^2 arrivera ensuite [25].

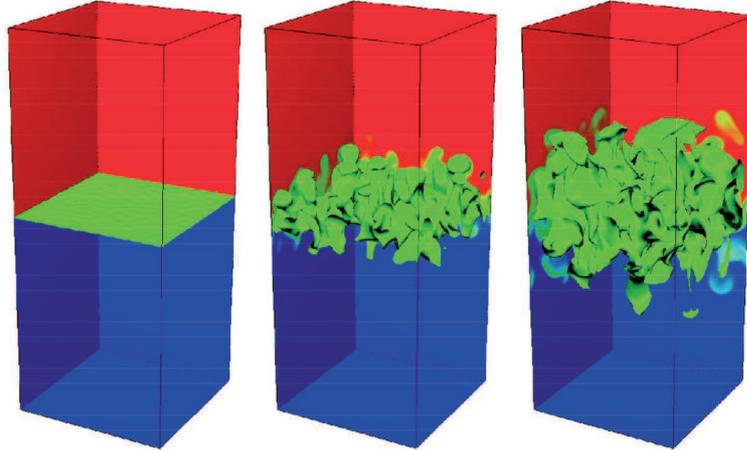


FIG. 1.5 – (a) Evolution du front de mélange entre deux fluides lié au développement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Le fluide lourd apparaît en rouge et le fluide léger en bleu et le front de séparation en vert. Les temps normalisés correspondant aux trois images sont respectivement $t/\tau = 0$, $t/\tau = 3.44$ et $t/\tau = 4.63$ où τ correspond à la transition entre les deux régimes en $t^{0.5}$ et t^2 [25].

Assez peu d'études ont, cependant, été réalisées sur les caractéristiques aux temps longs des instabilités dans une géométrie confinée. Dans le cas d'un tube vertical, on citera

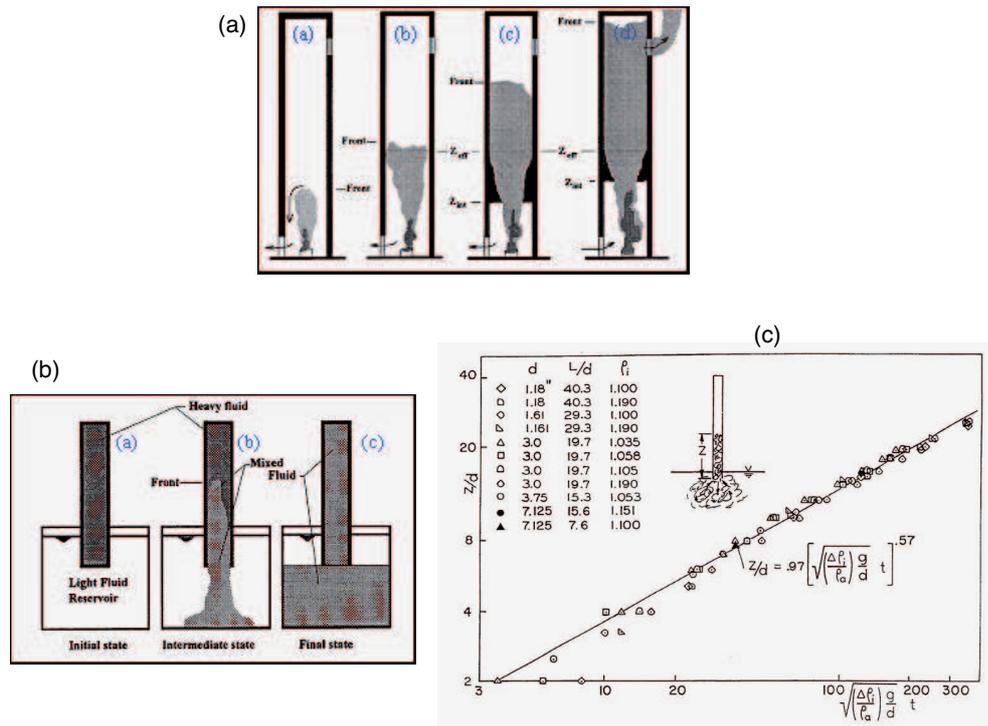


FIG. 1.6 – (a) Schéma de l'ascension de la fumée dans un conduit ouvert en bas. (b) Modélisation expérimentale de ce phénomène avec deux liquides. (c) Variation (en coordonnées logarithmiques) de la hauteur du front montant de fluide léger par rapport au bas de la conduite en fonction du temps normalisé (la hauteur a été normalisée par la largeur de la conduite) [16]

tout d'abord les travaux de Taylor [94] qui, dans une configuration instable, a calculé analytiquement le gradient de densité critique pour le développement de la convection naturelle.

Zukoski *et al.* [16, 112] se sont intéressés en 1975 au mélange de deux liquides (chaud et froid) dans une conduite verticale de section carrée, dans le but de modéliser la propagation de la fumée lors d'un incendie dans une cage d'escalier ou d'ascenseur (figures 1.6a-b). Ces auteurs ont mis en évidence une variation en $t^{0.57}$ de la hauteur du front au-dessus du bas de la conduite (figure 1.6c). Cependant, ils n'ont pas étudié l'évolution au cours du temps des profils de concentration, ce qui sera un des éléments clé de notre étude.

Plus récemment, Baird *et al.* (1992) [6] ont introduit en haut d'un tube vertical rempli d'eau une petite quantité de solution miscible plus dense (figure 1.7a). Ces auteurs observent notamment que le déplacement de la position du front de mélange dans le tube en fonction du temps compatible avec une loi en \sqrt{t} comme on le voit dans la figure 1.7b. Comme dans les expériences de Zukoski, la mesure locale des champs de vitesse et de concentration n'a pas été effectuée.

Signalons, également, le cas des instabilités de Rayleigh-Taylor dans une cellule de Hele-Shaw étudiées en particulier par Wooding (Fig. 1.1b) : l'écoulement est alors confiné dans la direction perpendiculaire aux plaques mais non confiné parallèlement à celles-ci. On observe expérimentalement que la taille des déformations augmente d'abord comme le carré du temps, puis linéairement [106, 105]. Cette différence provient probablement du fait que le confinement dans la direction perpendiculaire aux plaques finit par bloquer le processus d'appariement des "doigts" créés par l'instabilité. Ceux-ci se développent ensuite

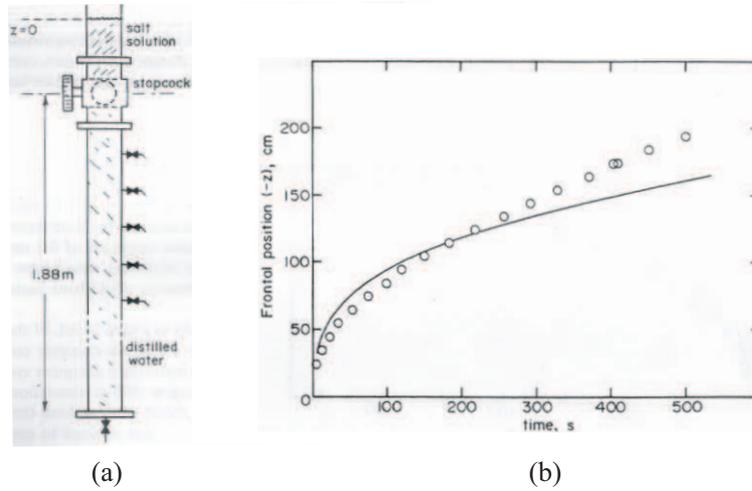


FIG. 1.7 – (a) Montage expérimental pour réaliser le mélange, le tube a un diamètre intérieur de 2.63 cm. (b) Position du front de mélange dans le tube en fonction du temps, lorsqu'on ajoute 50 mL de fluide lourd à 100 g.L^{-1} de chlorure de sodium (document extrait de la référence [6]).

avec une largeur approximativement constante.

1.2.2 Mélange transverse et instabilité de Kelvin-Helmholtz

Dans les tubes fortement inclinés, on s'écarte encore plus du cas classique de l'instabilité de Rayleigh Taylor en géométrie non confinée. A l'instant initial, si l'interface est perpendiculaire à l'axe du tube, on a un gradient horizontal de concentration (et donc de densité). Plutôt que le développement d'une instabilité par amplification de perturbations de petite amplitude, on a alors mise en mouvement sous l'effet de gradients de pression présents dès le départ. Le fluide léger monte dans la partie supérieure de la section du tube alors que le fluide lourd descend dans la partie inférieure.

Le contre-écoulement des deux fluide provoque un cisaillement en arrière du front et donc un développement d'instabilités dans le sillage de ce front. Ces instabilités, au moins dans leur phase de départ, résultent du mécanisme classique de type Kelvin-Helmholtz [21] rencontré dans de nombreux écoulements de cisaillement et observé depuis la nuit des temps¹. Elles peuvent induire un mélange transverse important et ont alors une influence clé sur l'écoulement.

Développement de l'instabilité

Une configuration modèle typique d'apparition de cette instabilité d'origine inertielle est la mise en contact de deux courants parallèles d'un même fluide animés initialement de vitesses différentes. Considérons, pour commencer, le cas du contre-écoulement de deux fluides parfaits de même densité animés respectivement d'une vitesse U et $-U$ de part et d'autre de l'interface les séparant, le tout en géométrie horizontale (figure 1.8).

Si l'interface est déformée par une petite perturbation, les lignes de courant sont resserrées du côté de la face convexe. Il y a donc une augmentation de la vitesse et, conjointement, la pression locale (notée P^-) va diminuer par effet Bernoulli. Inversement, la pression sur

¹"La Terre était vide et nue et le souffle de Dieu régnait à la surface des flots", Genèse 1.1 [1]

la face concave (notée P^+) augmente : l'écoulement induit par cette différence de pression renforcera donc la déformation initiale. De plus, les parties déformées de l'interface arrivent dans des zones de vitesse différente de leur vitesse initiale : cela tend à les faire déferler (figure 1.8) ou même à enrouler l'interface sur elle-même : on a ainsi l'amorce du mélange entre les deux fluides.

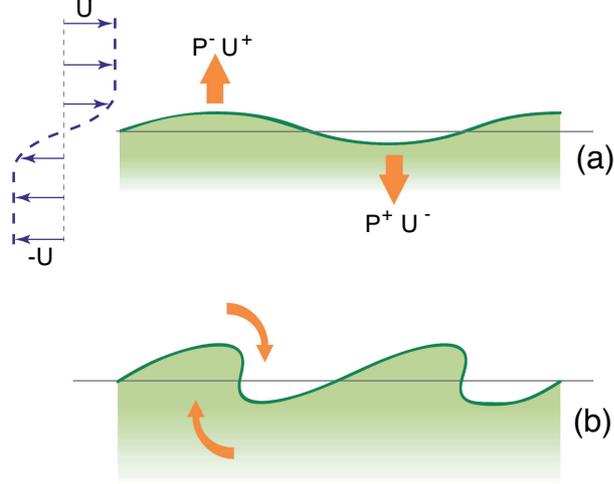


FIG. 1.8 – Principe du développement de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz pour deux couches liquides superposées animées de vitesses différentes (flèches bleues). (a) Une faible déformation de l'interface est amplifiée par les variations de pression résultant de l'effet Bernoulli. (b) Des effets non linéaires conduisent, aux grandes amplitudes, à un déferlement similaire à celui observé pour des vagues.

Appelons maintenant $\delta l(x, t)$ le déplacement de l'interface perturbée par rapport à sa position moyenne $z = z_0$. Le déplacement de l'interface va modifier la composante longitudinale de la vitesse initiale U_i : la vitesse finale sera alors $U_f = U_i + u$ où $u(x, z; t)$ est la perturbation de la vitesse. Soit une déformation d'amplitude normale $\delta l > 0$ de l'interface et de longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$, la composante normale w de la vitesse près de la zone perturbée sera de l'ordre de $k\delta l U_i$ (c'est-à-dire du produit de la vitesse U_i et de la pente locale de l'interface $k\delta l$). Supposons maintenant que la perturbation apportée aux champs de vitesse et de pression par la déformation de l'interface décroisse sur une distance de l'ordre de grandeur de $\lambda \sim 1/k$; par ailleurs, l'équation de conservation de la masse impose que les deux dérivées partielles $\partial u/\partial x$ et $\partial w/\partial z$ soient égales et opposées. Ces deux dérivées seront respectivement alors de l'ordre de u/λ et w/λ et il en résulte que $u \sim w \sim k\delta l U_i$.

En appliquant l'équation de Bernoulli loin de l'interface perturbée et au niveau de celle-ci, la perturbation de pression vaudra $P_f - P_i = p \sim \rho(U_f^2 - U_i^2) \sim \rho U_i u \sim \rho k\delta l U_i^2$ (le terme ρu^2 est en effet négligeable). En écrivant que l'accélération transverse du fluide $\rho dw/dt$ résulte du gradient $\partial p/\partial z \sim \rho k^2 \delta l U_i^2$ de cette pression, on trouve à partir des résultats précédents l'ordre de grandeur du taux de croissance de l'instabilité :

$$\sigma = \frac{1}{w} \frac{dw}{dt} = \frac{1}{\rho w} \frac{\partial p}{\partial z} \sim k U_i. \quad (1.4)$$

L'interface serait donc instable par rapport à toutes les perturbations, avec un taux de croissance d'autant plus élevé que le nombre d'onde k est grand. Ce résultat peu physique résulte de l'approximation de fluide parfait utilisée. En pratique, la viscosité joue le rôle d'un filtre en lissant les perturbations. Cet effet de la viscosité est important pour un

mode donné de longueur d'onde λ si la distance de diffusion visqueuse $(\nu/\sigma)^{0.5}$ pendant le temps caractéristique $1/\sigma$ de croissance de l'instabilité est supérieure à λ (la distance à l'interface sur laquelle se fait sentir l'influence d'une déformation). Cela conduit à la condition $\lambda \gg \nu/U_i$ pour qu'une perturbation puisse se développer sans être atténuée par la viscosité; ν/U_i sera donc l'ordre de grandeur des longueurs d'onde des modes de plus fort taux de croissance une fois la viscosité prise en compte (plus la viscosité sera élevée et plus cette longueur d'onde sera importante).

Jusqu'ici, nous n'avons pas tenu compte de l'influence de la différence de densité et de l'angle d'inclinaison du tube. Quand le tube est incliné par rapport à la verticale, les fluides se ségrègent par l'action de la composante de la gravité transverse à l'axe du tube : le fluide léger se place préférentiellement dans la partie supérieure de la section du tube, et le fluide lourd dans la partie inférieure. Il apparaît alors un gradient horizontal de densité, présent sur toute la zone d'interpénétration des fluides et induisant des écoulements en sens inverse des fluides léger (vers le haut) et lourd (vers le bas). Comme nous l'avons vu, ce contre-écoulement déstabilise l'interface alors que la composante de la gravité transverse à l'axe du tube le stabilise.

La section suivante est consacrée à des expériences montrant le développement de telles instabilités dans des écoulements de cisaillement stratifiés. Nous discuterons ensuite les conditions d'apparition de ces instabilités.

Expériences de mélange dans les écoulements stratifiés en conduits inclinés

Des instabilités hydrodynamiques de ce type ont été observées pour la première fois dans une telle configuration par Osborne Reynolds en 1883 : dans un article publié dans la revue "*Philosophical Transactions of the Royal Society of London*" [71], il présente un montage expérimental constitué d'un tube coudé aux deux extrémités et rempli de deux fluides non miscibles. Lorsqu'on incline ce tube par rapport à l'horizontale, les deux couches de fluide se mettent en mouvement en sens opposé : l'interface se déstabilise sous forme de tourbillons. L'apparition de ces tourbillons ou "sinuosités" caractérise, d'après Reynolds, une transition d'un écoulement "direct" à un écoulement "sinueux".

Depuis 1883, de nombreux travaux ont abordé des écoulements similaires. Parmi les plus marquants, on note l'expérience de Thorpe qui, en 1968, a repris l'expérience de Reynolds, et utilisé un réservoir basculant (4 m de long et de section carrée de 10 cm de côté) pour étudier la formation des tourbillons dans un fluide stratifié cisailé. Le réservoir, rempli des deux fluides, est ensuite légèrement incliné ($\sim 5^\circ$ par rapport à l'horizontal) pour créer un contre-écoulement.

Mis à part dans son article de 1969 [98], Thorpe a utilisé deux fluides miscibles : de l'eau et de l'eau salée. Il a ainsi pu obtenir, grâce à ce dispositif, des vues particulièrement esthétiques et démonstratives du développement des instabilités de Kelvin-Helmholtz (figure 1.9).

Sur la figure 1.9 (a), les deux fluides commencent à accélérer, ils sont parfaitement séparés et le gradient de densité, localisé à l'interface, est très élevé. À mesure que les fluides accélèrent, le gradient de vitesse augmente, jusqu'à ce que l'interface se déstabilise et forme des vagues caractéristiques des instabilités de Kelvin-Helmholtz (figure (c)). L'amplitude de ces "vagues" augmente alors puis celles-ci déferlent (figure (d)), induisant ainsi du mélange transverse entre les deux fluides (figure (e)&(f)) et donc une diminution du gradient de concentration transverse. Si le gradient de concentration diminue encore, le gradient de vitesse n'est plus assez élevé pour que les instabilités subsistent à l'interface : les deux fluides se croisent alors en un contre-écoulement parallèle stable. Cette suite de phénomènes

allant de l'apparition de vagues jusqu'au mélange turbulent en passant par le déferlement et la création de tourbillons est décrite dans les références [96] et [97].

Quantitativement, Thorpe a mesuré dans un premier temps le seuil et le taux de croissance de l'instabilité [99]. Il s'est ensuite intéressé à la saturation non-linéaire des rouleaux et à l'apparition de la turbulence à deux dimensions [100], puis à trois dimensions dans un conduit plus large [101]. La stabilité d'un tel écoulement peut être analysée par la valeur d'un nombre sans dimension, le nombre de Richardson Ri , sur lequel nous reviendrons au cours de ce manuscrit.

On remarque que, quand le contraste de densité entre les deux fluides (ou At) augmente, le gradient de pression longitudinal provoquant la mise en mouvement du fluide (et donc l'apparition d'instabilités) et le gradient de pression transverse stabilisant le contre-écoulement augmentent tous les deux. Ces deux effets de la variation de At agissent donc en sens inverse sur la stabilité de l'écoulement. Par contre, lorsqu'on rapproche le canal de l'horizontale, les gradients longitudinaux diminuent alors que les gradients transverses augmentent : ces deux effets contribuent, eux, à stabiliser le contre-écoulement.

Exemples géophysiques

Pour finir, rappelons que le mélange induit par les instabilités de cisaillement dans un fluide stratifié n'est pas uniquement un objet de laboratoire, mais se rencontre dans de nombreuses situations géophysiques : c'est notamment le cas lorsque deux couches de fluides, généralement de densités différentes, glissent l'une sur l'autre [30, 15].

En océanographie, par exemple, différentes mesures ont montré que la turbulence apparaissait par bouffées provenant de la formation de tourbillons. La thermocline (zone où la température de la mer décroît brusquement avec la profondeur) peut ainsi présenter des rangées régulières de telles structures [107]. Dans l'atmosphère, la jonction de couches d'air de températures et de vitesses différentes peut donner lieu à des phénomènes semblables visualisés sur la figure 1.10 par la présence de nuages. Dans tous les écoulements géophysiques (ou industriels) où ils apparaissent, ces tourbillons contribuent de façon significative au transport de quantité de mouvement, de chaleur ou de polluants. Cela a motivé de très nombreuses études sur les couches de mélange stratifiées.

Malgré l'abondance de la littérature, il existe peu d'études sur le transfert de quantité de mouvement et des forces motrices de fluides en contre-écoulement et en géométrie confinée. Au-delà du développement de telles instabilités et de la transition vers la turbulence, un point encore plus crucial pour l'interprétation de nos expériences est la connaissance du mélange qu'elles induisent. L'explication et la quantification du mélange induit par ces instabilités de cisaillement ont fait l'objet de nombreuses études [66, 39, 80, 84, 102]. Toutefois, malgré la somme importante de travaux réalisés sur ces écoulements, le cas d'un tube de section circulaire incliné à un angle quelconque n'a semble-t-il pas été étudié.

1.2.3 Courants de gravité non confinés

Le terme "courants de gravité" est souvent utilisé pour décrire l'écoulement, sous l'effet de la gravité, d'un fluide dense au fond d'une couche horizontale ou inclinée de fluide moins dense. La différence de densité peut résulter de la présence de particules et de poussière en suspension dans de l'air (écoulements pyroclastiques créés par une éruption volcanique) ou dans de l'eau (courant de turbidité transportant des sédiments), ou encore par une différence de température et/ou de salinité. Ces écoulements sont très fréquents en géophysique, en océanographie et en météorologie [76] : les forces d'Archimède (aussi

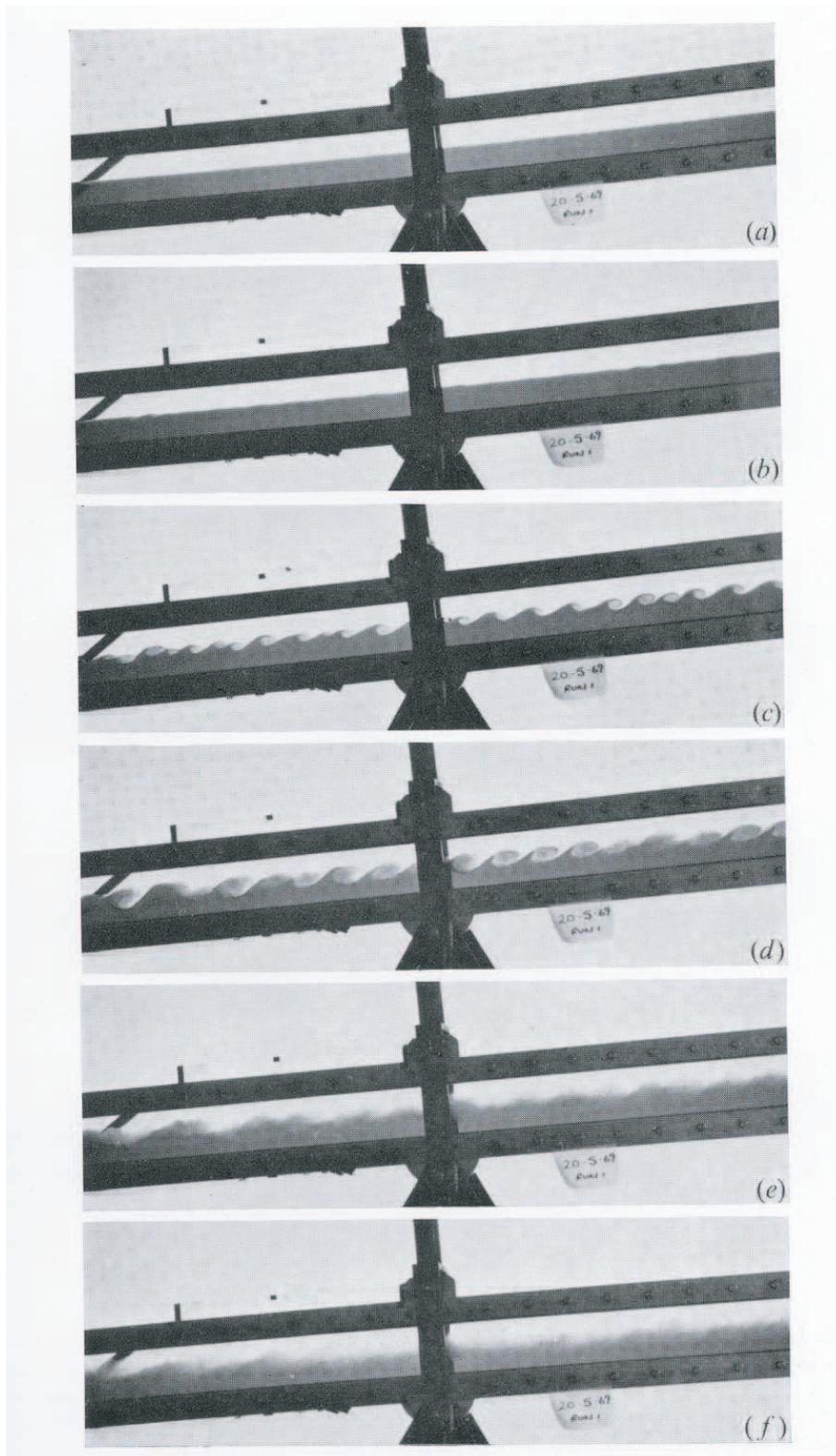


FIG. 1.9 – Croissance d'instabilités à l'interface entre une couche d'eau et une d'eau salée colorée. La différence de densité est $\Delta\rho = 7.95.10^{-2}\text{g.c}^{-3}$. La diffusion moléculaire a agi pendant 30 min avec le tube à l'horizontale avant qu'il ne soit incliné à 4.4° . Le premier cliché est pris 3.35 s après l'inclinaison du tube et l'intervalle de temps entre les clichés est de 0.35 s. D'après Thorpe [99].



FIG. 1.10 – Nuages en forme de vagues dans le Wyoming aux États-Unis. Ils résultent du déplacement relatif de couches d'air de vitesses différentes (Document Brooks Martner, NOAA Environmental Technology Laboratory).

appelées de flottabilité) sont à l'origine de ces phénomènes qui apparaissent lorsqu'on met en présence des masses de fluides de densités différentes.

Donnons tout d'abord quelques exemples de tels écoulements. Dans l'atmosphère, par exemple, l'arrivée d'une masse d'air froide et dense sous forme de courant de gravité est parfois rendue visible par la présence en suspension de poussières et de particules comme dans la figure 1.11. Les tempêtes de sable (appelées *Haboob* au Soudan) peuvent résulter d'effets similaires (le fluide "lourd" est alors de l'air chargé de sable). Les nuages tels que ceux présentés sur la figure 1.11 peuvent atteindre 1000 m de hauteur et une vitesse de 90 km.h^{-1} .

Un autre exemple de courant de gravité, cette fois en milieu océanique, a lieu au niveau du détroit de Gibraltar, où la mer Méditerranée déverse de façon permanente des eaux chaudes mais fortement salées dans l'Océan Atlantique [7]. La plus forte salinité de la mer Méditerranée (et donc sa densité plus élevée) résulte de la forte évaporation dans cette mer fermée et chaude, qui est supérieure à l'apport en eau douce par les précipitations et les rivières. Cette eau pénètre en profondeur les eaux plus froides mais moins salées de l'Océan Atlantique.

Les configurations de courants de gravité peuvent se diviser en deux catégories : celles où la source est de volume fixe comme dans les expériences de "lock-exchange", générant un écoulement transitoire, et celles où la source est continue. Dans les expériences de "lock-exchange", deux fluides de densités différentes sont initialement situés dans un canal horizontal (ou peu incliné) et séparés par une "porte" verticale qui est ensuite retirée : cet écoulement simule par exemple la propagation d'eau douce au-dessus d'eau salée lors de l'ouverture d'une écluse à l'embouchure d'une rivière. Cette méthode permet de générer d'une manière simple un front de déplacement lorsque chaque fluide pénètre à l'intérieur de l'autre fluide dont la densité est différente. De fait, notre dispositif expérimental n'est autre qu'un dispositif de "lock-exchange", dont la caractéristique est d'utiliser un tube dont le diamètre est faible devant sa longueur.

De façon générique [76], un courant de gravité se présente sous la forme d'une structure



FIG. 1.11 – Vues de courants de gravité : avalanche neigeuse à gauche, écoulement pyroclastique (poussières en suspension dans l'air) en haut à droite et masse d'air dense chargée de sable en bas à droite.

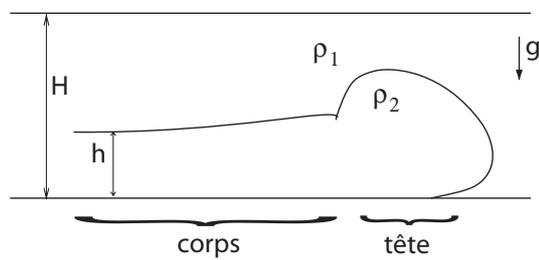


FIG. 1.12 – Schéma d'un courant de gravité.

allongée (le corps) coulant le long d'une surface, et commençant par une tête (figure 1.12). Alors que, dans la plupart des cas, un mélange se produit entre le courant et le fluide ambiant le long du corps, au niveau du front une frontière très nette est conservée quelque soit le nombre de Reynolds et la turbulence en arrière de ce front. La géométrie précise d'un courant de gravité peut dépendre de beaucoup de conditions : du nombre de Reynolds, du nombre de Schmidt, du régime d'écoulement, de la géométrie, de la nature et de l'inclinaison de la surface sur lequel il se propage etc. Nous allons maintenant décrire quelques caractéristiques essentielles de ces courants de gravité.

Tête du courant de gravité

Les courants de gravité sont limités à l'avant par un front généralement assez raide ; en arrière de celui-ci, on trouve un bourrelet dont la hauteur se réduit ensuite lorsqu'on s'éloigne du front. La figure 1.13, issue des travaux de Schmidt (1911) [73], montre l'évolution du profil du front (et de la forme du bourrelet) pour une série de courants de gravité observés avec deux fluides de différence de température croissante, d'une très faible valeur dans le cas (a) jusqu'à 35° dans le cas (f), qui correspond à une différence de densité de 1%. Augmenter le contraste de densité a pour conséquence d'augmenter le nombre de Reynolds, ce qui modifie considérablement la forme du front. Pour de faibles nombres de Reynolds ((a) : $Re < 10$), les forces visqueuses dominent les forces de flottabilité, la tête n'est quasiment pas marquée et il y a peu de mélange. Lorsque le nombre de Reynolds augmente ((f) : $Re > 1000$), le corps du courant devient horizontal, la tête grandit et se démarque de plus en plus ; des instabilités de cisaillement apparaissent en arrière et induisent du mélange avec le fluide ambiant. En augmentant le nombre de Reynolds au delà de 1000, il n'y a plus de changement significatif de la forme du courant par rapport à l'image (f).

Les nombres de Reynolds que nous rencontrerons lors de nos expériences sont, au maximum, de l'ordre de 10^3 , situation qui se retrouve dans nombre d'écoulements géophysiques (coulées de laves ou de boues) ou dans des applications industrielles dans lesquelles les courants sont confinés.

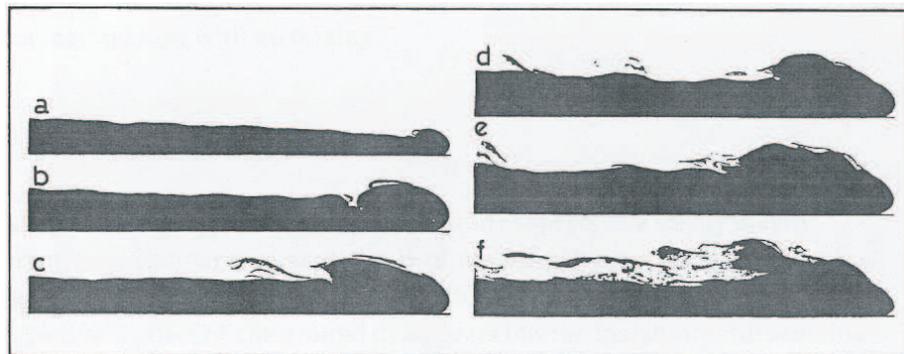


FIG. 1.13 – Écoulement d'air froid sous de l'air chaud avec des écart de températures de (a) $0,5^\circ$, (b) $1,5^\circ$, (c) 4° , (d) 7° , (e) 15° et (f) 35° . D'après Schmidt [73].

La forme de la tête est influencée par la nature de la surface sur laquelle se propage le courant, condition d'adhérence (surface solide) ou de glissement (surface libre). Simpson [76] expérimentalement, Härtel [54] et Cantero [17] numériquement, ont montré que, pour un courant de gravité dans un canal horizontal, l'application d'une condition de non glissement fait s'élever au dessus de la surface le point le plus avancé du courant (figure 1.14), piégeant une fine couche de fluide moins dense. Une partie de ce fluide peu

dense s'élève par flottabilité en déstabilisant le front pour former des structures de lobes et fentes (figure 1.15). Non seulement l'instabilité ne se propage jamais très loin dans le corps en aval de la tête mais, en plus, le flux de fluide léger piégé sous la tête ne représente qu'au plus 1% du mélange total, le reste ayant lieu au niveau de la surface supérieure du courant [55].

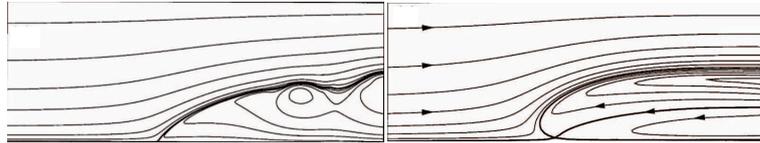


FIG. 1.14 – Lignes de courant dans le référentiel du front d'un courant de gravité à 3 dimension, coulant sur une surface horizontale, (a) condition de glissement à la paroi, (b) condition de non glissement à la paroi. D'après Härtel [54].

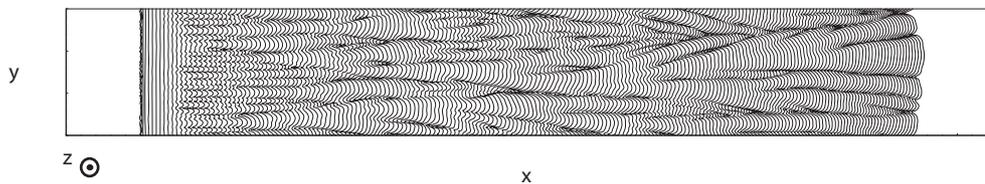


FIG. 1.15 – Vue du dessus d'un courant de gravité coulant de gauche à droite dans un canal horizontal. Mise en évidence de l'instabilité de fentes et creux au niveau de la tête du courant (à droite) et déstabilisant le corps proche de la tête. D'après Cantero [17]. La figure 3.3 du chapitre 3 montre une vue en perspective de cette instabilité.

La vitesse d'un front de courant de gravité a été prédite théoriquement, en particulier par Benjamin [9] puis par Shin [75], en supposant des fluides parfaits en écoulement non turbulents et dans une géométrie de canal rectangulaire horizontal (voir schéma dans la figure 1.12). La vitesse de propagation du courant de gravité est déterminée par des équilibres de pression sur la partie avant du front, et une approximation de fluide parfait suffit à la déterminer, indépendamment des processus dissipatifs en aval.

Ces résultats ont été complétés par une analyse de l'évolution temporelle des courants de gravité réalisée par Huppert, Britter et Simpson [53, 14, 78]. Ces auteurs ont identifié trois phases distinctes des écoulements de lock-exchange dans un canal horizontal. Une première phase de "chute" est caractérisée par un courant de gravité se propageant avec une vitesse de front constante. Cette phase est suivie par une phase inertielle auto-similaire, dans laquelle les forces de flottabilité sont équilibrées par les forces inertielles : on a alors une diminution la vitesse de front au cours du temps [72]. Dans la dernière phase, les forces de flottabilité sont équilibrées par des forces visqueuses. Seule la phase initiale de vitesse constante est, en fait, correctement décrite par la théorie de Benjamin supposant la conservation de l'énergie.

Un paramètre particulièrement important est l'inclinaison du fond sur lequel s'écoulent ces courants de gravité (en liaison avec nos expériences dans lesquelles l'inclinaison du tube varie entre la verticale et l'horizontale). Britter et Linden ont ainsi étudié [13] le mouvement sur un fond incliné et sans confinement d'un courant de gravité produit par l'introduction d'une quantité finie de fluide dense. La vitesse de la tête reste quasi constante et égale à 60% de la vitesse moyenne de l'écoulement du corps du courant. L'apport de fluide résultant

de la différence entre ces deux vitesses entraînant un grossissement de la tête au cours du temps. Cette augmentation de taille est contrebalancée par l'entraînement par la tête de fluide ambiant léger, ce qui a pour effet de diminuer le contraste de densité entre la tête du courant et le fluide ambiant. C'est l'équilibre entre ces deux effets qui conduit à une vitesse constante [13, 38]. Le confinement modifie profondément le comportement du courant de gravité en fonction de l'angle d'inclinaison du dispositif et nous présenterons à la section 1.3 les résultats obtenus précédemment obtenus par Séon [87] au laboratoire FAST.

Corps du courant de gravité

En arrière de la tête, à cause du cisaillement dû à la différence de vitesse entre le courant et le fluide environnant, des instabilités de type Kelvin-Helmholtz se développent, en générant des tourbillons. Ceux-ci, moteur principal du mélange dans le corps du courant, se détachent pour être advectés en arrière de la tête [14, 78]. Ces instabilités entraînent le fluide ambiant, il y a alors mélange entre les masses de fluides de densités différentes. Des techniques modernes de mesure de vitesse (LDV, PIV) et de densité (LIF) ont permis l'analyse des propriétés de ce type de courant.

Altınakar pour un courant de turbidité [4] et Kneller pour un courant de densité [57], tous deux sur un support horizontal, ont modélisé le profil de la vitesse longitudinale moyenne U en divisant le corps du courant en deux parties suivant le signe du gradient de U . Ils ont supposé que le frottement à la paroi était suffisant pour générer près de celle-ci une couche limite logarithmique, tandis que le reste du profil est approximé empiriquement par une fonction erreur (figure 1.16)

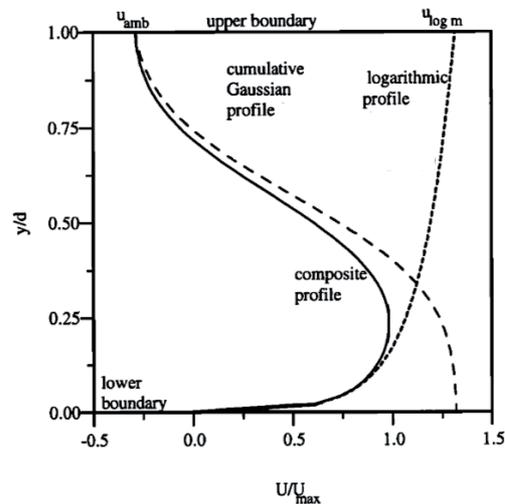


FIG. 1.16 – Profil de la vitesse longitudinale moyenne U , modélisée par un profil de couche limite logarithmique près de la paroi inférieure et par une distribution cumulative gaussienne pour des gradients de U négatifs. D'après Kneller [57].

Kneller [57] a également observé que le mélange se faisait sous forme de bouffées turbulentes qui arrivent régulièrement. L'existence d'instabilités de cisaillement provoquant ces bouffées et leur développement au sein du courant de gravité est déterminé par la valeur du nombre de Richardson, rapport des effets stabilisants de la stratification et des effets

déstabilisants du cisaillement. Il faut que ce nombre sans dimension, défini comme :

$$\text{Ri}(z) = \frac{-g\partial_z\rho}{\rho(\partial_z U)^2}, \quad (1.5)$$

où U est la vitesse dans le sens du courant, soit inférieur à $1/4$ pour qu'il y ait déstabilisation du courant [37]. L'étude de l'évolution de ce nombre de Richardson, local comme nous venons de l'écrire ou moyenné, est un grand classique de la stabilité des couches de mélange stratifiées soumises à cisaillement et non confinées [39, 85, 84]. L'application de cette méthode aux courants de gravité sur support incliné a été réalisé théoriquement à deux dimensions par Stacey [82, 83] et des mesures ont été effectuées par Buckee (voir [55]). Leurs résultats sont valables tant que le gradient de la vitesse U ne s'annule pas. Près de la paroi sur laquelle glisse le courant, ce gradient s'annule et le nombre de Richardson diverge, rendant impossible l'analyse de stabilité de l'écoulement par une telle approche. Nous reviendrons sur ce problème au chapitre 6.

Bonometti [10] a regardé l'influence du nombre de Schmidt sur la déstabilisation du courant. Ce nombre sans dimension est défini comme le rapport de la viscosité cinématique et de la diffusivité moléculaire :

$$\text{Sc} = \frac{\nu}{\kappa}. \quad (1.6)$$

Pour un nombre de Reynolds modéré (typiquement $\text{Re} < 10^3$), l'interface est épaissie lorsque la diffusivité moléculaire domine, *i.e.* pour un nombre de Schmidt petit (~ 1). A contrario, pour $\text{Sc} \sim 10^3$, ordre de grandeur du nombre de Schmidt de nos expériences, les effets stabilisants de la stratification sont beaucoup plus importants et l'apparition des rouleaux de Kelvin-Helmholtz nécessitent alors un cisaillement plus élevé.

Signalons enfin les expériences récentes de Ecke *et. al.* (2009) [65] de mélange induit par un courant de gravité stratifié sur un support incliné et l'analyse statistique de l'écoulement quasi stationnaire correspondant. Par des mesures simultanées du champ de vitesse et du champ de concentration, ces auteurs ont évalué les flux de quantité de mouvement et de densité dus aux fluctuations de vitesse turbulente hors de la zone immédiatement proche de la paroi sur lequel coule le courant de gravité. Le transport a été modélisé par une viscosité et une diffusivité turbulentes, toutes deux variant comme le gradient de la vitesse moyenne longitudinale. Les longueurs de mélanges associées au transport de la quantité de mouvement et de la densité ont été trouvées constantes et de même valeur. Même si l'approche de ce travail est proche de la nôtre, il s'agit là d'un écoulement stationnaire dans un seul sens (les fluides sont en contre-écoulement dans les travaux effectués lors de cette thèse) et non confiné.

1.3 Travaux antérieurs dans la géométrie confinée d'un tube incliné

1.3.1 Études expérimentales

La précédente thèse de Thomas Séon [87], également préparée au laboratoire FAST, a eu pour objet l'étude expérimentale, d'un point de vue macroscopique, du mélange de deux fluides miscibles (eau et eau salée) en écoulement induit par gravité dans la géométrie confinée d'un tube incliné. Les expériences ont été menées dans un tube de 4 m de long et

d'un diamètre d pouvant valoir 12, 20 ou 30 mm, avec des angles d'inclinaisons θ (repérés par rapport à la verticale) compris entre 0 et 90°. Les autres paramètres de contrôles ont été le contraste de densité mesuré par le nombre d'Atwood At (valant entre 2.10^{-5} et 10^{-1}), et les viscosités des deux solutions, entre 1 et 4 fois celle de l'eau (pour chaque expérience, la viscosité des deux fluides est identique). Nous présenterons ici, parmi les résultats obtenus par Séon, ceux concernant la vitesse d'avancement des fronts de déplacement et l'étalement macroscopique des profils de concentration à temps long. Nous ne rappellerons pas les résultats obtenus pour les régimes d'écoulement transitoires observés au début des expériences puisque, dans la suite de la présente thèse, nous nous concentrerons sur les propriétés des écoulements en régime quasi-stationnaire.

Vitesse d'avancement des front d'interpénétration

Les travaux de Séon ont mis à jour trois régimes d'écoulement différents suivant l'inclinaison du tube (figure 1.17a), et ce, pour n'importe quel jeu de paramètres. Ces régimes font intervenir les notions de vitesses caractéristiques résultant d'un équilibre entre forces de flottabilité et forces d'inerties ou visqueuses.

La force de flottabilité peut s'écrire :

$$(\rho_2 - \rho_1)gd. \quad (1.7)$$

Le terme de pression inertielle peut quant à lui s'écrire :

$$(\rho_2 + \rho_1)V^2, \quad (1.8)$$

tandis que les contraintes visqueuses sont de l'ordre de

$$(\rho_2 + \rho_1)\nu\frac{V}{d}. \quad (1.9)$$

En supposant que le terme de flottabilité a toujours un rôle important à jouer puisqu'il est l'unique moteur de l'écoulement, il est possible de définir des vitesses caractéristiques résultant d'un équilibre flottabilité-inertie V_t et d'un équilibre flottabilité-viscosité V_ν . L'égalité entre (1.7) et (1.8) donne :

$$V_t = \sqrt{Atgd} \quad (1.10)$$

tandis que l'égalité entre (1.7) et (1.9) définit :

$$V_\nu = \frac{Atgd^2}{\nu}. \quad (1.11)$$

On peut alors définir deux nombres de Reynolds, basés sur V_t ou V_ν . Dans la gamme d'écoulements que nous étudierons dans la suite de ce manuscrit, c'est l'inertie qui sera le terme dominant pour équilibrer la gravité. Nous allons donc définir un nombre de Reynolds basé sur la vitesse inertielle :

$$Re_t = \frac{V_t d}{\nu} = \frac{\sqrt{Atgd}d}{\nu}. \quad (1.12)$$

- Dans le premier régime (petits angles), appelé régime inertiel avec mélange au front (ou non saturé), la vitesse du front d'interpénétration V_f augmente fortement avec l'angle mais reste toujours inférieure à la vitesse maximale que peut atteindre le front² dans le deuxième régime. Il y a le long de la génératrice supérieure du tube

²celui-ci est bien défini dès que le tube n'est plus vertical

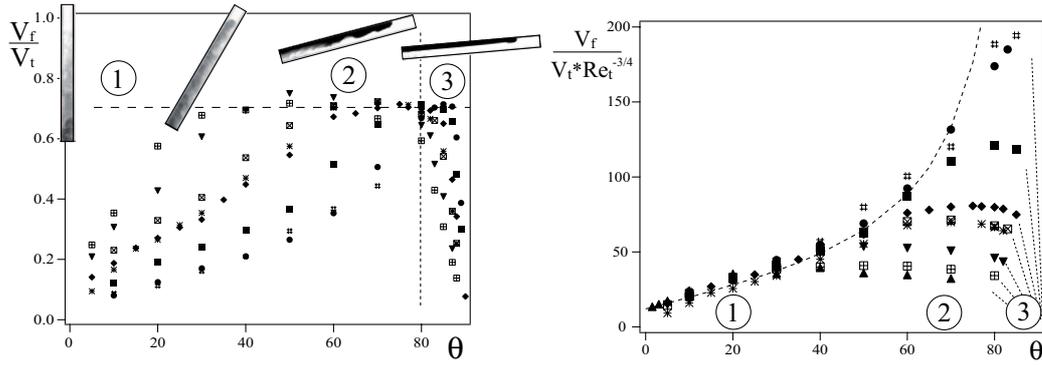


FIG. 1.17 – Variation des vitesses de front normalisées avec l'angle d'inclinaison θ pour différentes valeurs de viscosité (de $10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ à $4.10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$), de contrastes de densités (At allant entre 4.10^{-4} et $3.5.10^{-2}$) et de diamètre de tube ($d=12, 20$ ou 30 mm). (a) normalisation de la vitesse de front par la vitesse caractéristique inertielle $V_t = \sqrt{Atgd}$. (b) normalisation par $V_t \text{Re}_t^{-3/4}$ [87].

un écoulement vers le haut de fluide léger et le long de la génératrice inférieure un écoulement de fluide lourd. L'augmentation de la vitesse est induite par le gradient horizontal de concentration. En arrière du front, l'écoulement est turbulent, le mélange transverse est efficace et finit par homogénéiser les concentrations relatives des deux fluides dans la section du tube. Nous verrons un peu plus loin que, dans cette gamme d'angles, le profil de concentration le long de l'axe suit une loi de diffusion macroscopique. Dans ce régime d'écoulement inertiel, des mesures de concentration par fluorescence induite par laser (LIF) ont montré qu'il y a un mélange jusqu'au niveau du front d'interpénétration. Enfin, dans ce régime, Séon a montré que la vitesse des fronts, normalisée par la vitesse inertielle, obéissait à une loi d'échelle empirique (figure 1.17b) :

$$\frac{V_f}{V_t} = \text{Re}_t^{-3/4} (a + b \tan \theta) \text{ avec } a \simeq 12 \text{ et } b \simeq 44. \quad (1.13)$$

- Le deuxième régime (angles intermédiaires), appelé régime inertiel sans mélange au front (ou saturé), est caractérisé par une vitesse de front maximale par rapport à celles observées aux autres valeurs de l'angle d'inclinaison et indépendante de θ . Cette vitesse de front vaut $\simeq 0,7V_t$, confirmant par là la nature inertielle de ce régime d'écoulement. Il y a suffisamment de ségrégation pour qu'un canal de fluide léger pur apparaisse le long de la génératrice supérieure du tube et alimente le front en continu. Ainsi, de part et d'autre du front d'interpénétration, le contraste de densité local $\delta\rho$ est alors égal au contraste de densité global : $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$.
- Enfin, dans le troisième régime (angles élevés), la vitesse du front décroît fortement avec l'angle. Il y a maintenant un contre écoulement stable de fluide visqueux et, à la différence des deux autres cas où l'énergie fournie par la gravité est dissipée par les structures turbulentes, ici, cette énergie est dissipée directement par la viscosité sur toute la longueur de l'écoulement. Le phénomène de ségrégation est devenu si fort qu'il empêche le développement des instabilités de cisaillement, il n'y a donc plus aucun mélange entre les deux fluides. Nous sommes dans une situation analogue à celle du contre-écoulement de deux fluides non miscibles. Dans ce cas, le contraste de densité au front est bien entendu égal à $\Delta\rho$. Ce régime de contre écoulement parallèle

est caractérisé par une diminution de la vitesse de front avec θ : le mouvement est en effet généré par la composante longitudinale $g \cos \theta$ de la gravité et la vitesse est proportionnelle à $g \cos \theta$.

Par la suite, nous étudierons de façon locale les champs de vitesses et de concentrations surtout dans le régime inertiel non saturé avec mélange au front (régime 1). Le lecteur curieux pourra trouver [91] les résultats de l'étude des vitesses du front pour des tubes très proches de l'horizontale ($85^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$).

Influence du contraste local de concentration au niveau du front

Séon a relié la dynamique des fronts de déplacement au contraste local de densité $\delta\rho$ entre les deux fluides de part et d'autre de la tête du front dans les régimes d'écoulements inertiels (régimes 1 et 2). Après un transitoire, les fronts avancent à vitesse constante et le contraste local de concentration normalisée $C_f = \delta\rho/\Delta\rho$ au front ne varie plus. Il est inférieur à 1 dans le régime inertiel non saturé et augmente jusqu'à 1, valeur atteinte tout au long du régime inertiel saturé.

Ainsi, en supposant que c'est ce contraste de densité qui pilote la vitesse du front, on obtient dans le régime 1, $V_f^{(1)} \sim \sqrt{\delta\rho g d}$ et dans le régime 2, $V_f^{(2)} \sim \sqrt{\Delta\rho g d}$. En normalisant la vitesse d'avancée de front par la vitesse maximale atteinte dans le régime inertiel saturé ($V_f^M = 0,7\sqrt{Atgd}$) on obtient :

$$\frac{V_f}{V_f^M} = \sqrt{C_f} = \sqrt{\frac{\delta\rho}{\Delta\rho}}. \quad (1.14)$$

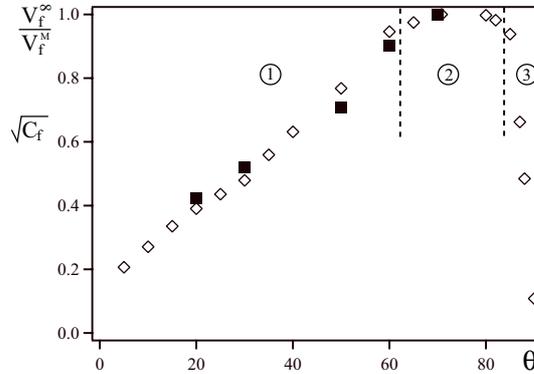


FIG. 1.18 – Variation avec l'angle d'inclinaison de la vitesse de front expérimentale normalisée en régime stationnaire V_f/V_f^M (losanges) et de sa valeur théorique $\sqrt{C_f}$ (carrés noirs) calculée à partir des concentrations mesurées expérimentalement, $d=20$ mm, $At = 4.10^{-3}$ et $\nu = 10^{-6}$ m².s⁻¹ [87].

La figure 1.18 montre que cette équation (1.14) est bien vérifiée dans les régimes d'écoulements inertiels. Avec cette relation, les variations de la vitesse du front avec la viscosité ainsi qu'avec le contraste de densité des solutions et avec le diamètre du tube peuvent se comprendre simplement : plus il y a d'instabilités de cisaillement à l'interface et plus les deux fluides se mélangent, diminuant ainsi le contraste de densité local au front ($\delta\rho$) et donc la vitesse de front. Il faudra donc d'autant plus augmenter la composante transverse de la gravité, c'est à dire l'inclinaison du tube, pour limiter le mélange entre les fluides et ainsi passer au régime 2 (régime sans mélange au front).

Étalement macroscopique diffusif de la zone de mélange

Tout d'abord, rappelons rapidement la procédure expérimentale utilisée par Séon lors de la plus grande partie de sa thèse [87] : le fluide léger, initialement séparé du fluide lourd, est coloré avec un colorant noir et le tube est rétro-éclairé. Après ouverture de la vanne centrale, les images de l'intensité lumineuse transmise à travers le tube sont transformées en profils de la concentration moyennée sur la section et normalisée le long du tube. Ces profils sont reportés dans un système d'axe distance-temps pour construire des diagrammes spatio-temporels dont un exemple est donné sur la figure 1.19a.

Le diagramme spatio-temporel présente, hors des fronts de déplacement, une variation quasiment continue des nuances de gris, ce qui indique que les fluctuations de concentration sont faibles. Si les profils de concentration normalisée à différents instants sont tracés, non pas en fonction de la variable x (figure 1.19b) mais en fonction de la variable x/\sqrt{t} (figure 1.19c), on observe une excellente superposition des différents profils sur une même courbe. Sur le même graphique est tracée la fonction :

$$C(x, t) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right), \quad (1.15)$$

solution de l'équation de diffusion à une dimension :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (1.16)$$

où C est la concentration, erf est la fonction erreur et D un coefficient de diffusion. Celui-ci est de l'ordre de $10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, soit supérieur de cinq ordres de grandeur au coefficient de diffusion moléculaire ($D_m \simeq 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$). Nous sommes ainsi en présence d'un processus de diffusion macroscopique, résultant des mouvements aléatoires des "paquets de fluides" lourds et légers, et non pas d'un processus de diffusion à l'échelle moléculaire.

Séon a démontré ainsi le caractère diffusif de l'étalement de la zone de mélange, tout en caractérisant ce mélange par un coefficient de diffusion D . Cependant, l'existence d'une diffusion macroscopique des profils de concentration dépend du contraste de densité, de l'angle d'inclinaison du tube et de la viscosité des solutions. Nous présentons sur la figure 1.20a les domaines d'existence de ce coefficient en fonction de θ et du nombre d'Atwood, les deux paramètres de contrôles que nous utiliserons dans les prochains chapitres. Les douze carrés (rouges, verts et bleus) sur la figure 1.20a correspondent aux couples At- θ que nous avons exploré durant cette thèse. Nous y avons également ajoutés les régimes d'écoulement observés, régimes que nous développerons au chapitre 3.

À l'aide de la vitesse caractéristique inertielle et du diamètre du tube, le coefficient de diffusion est normalisé et ses variations en fonction du nombre de Reynolds Re_t sont tracées en échelle log-log sur la figure 1.20b. Quel que soit l'angle θ , deux régimes de variation indépendants de θ sont observés :

- dans le régime correspondant à $\operatorname{Re}_t < 900$, $D/(V_t d) \propto \operatorname{Re}_t^{-3/2}$
- dans le régime observé pour $\operatorname{Re}_t > 900$, $D/(V_t d) \propto \operatorname{Re}_t^{-1/2}$

En l'absence de mesures locales de vitesse et de concentration, Séon n'a pas pu identifier l'origine de la transition à $\operatorname{Re}_t \sim 900$ qui sépare ces deux régimes de mélange et la dynamique de chacun de ceux-ci. Cette dynamique de l'écoulement est l'un des points majeurs mises en évidence par Séon et dont l'explication a été l'une des principales motivations de notre travail où nous nous placerons dans le régime $\operatorname{Re}_t < 900$.

Dans ce régime, le coefficient de diffusion macroscopique obéit à une loi d'échelle em-

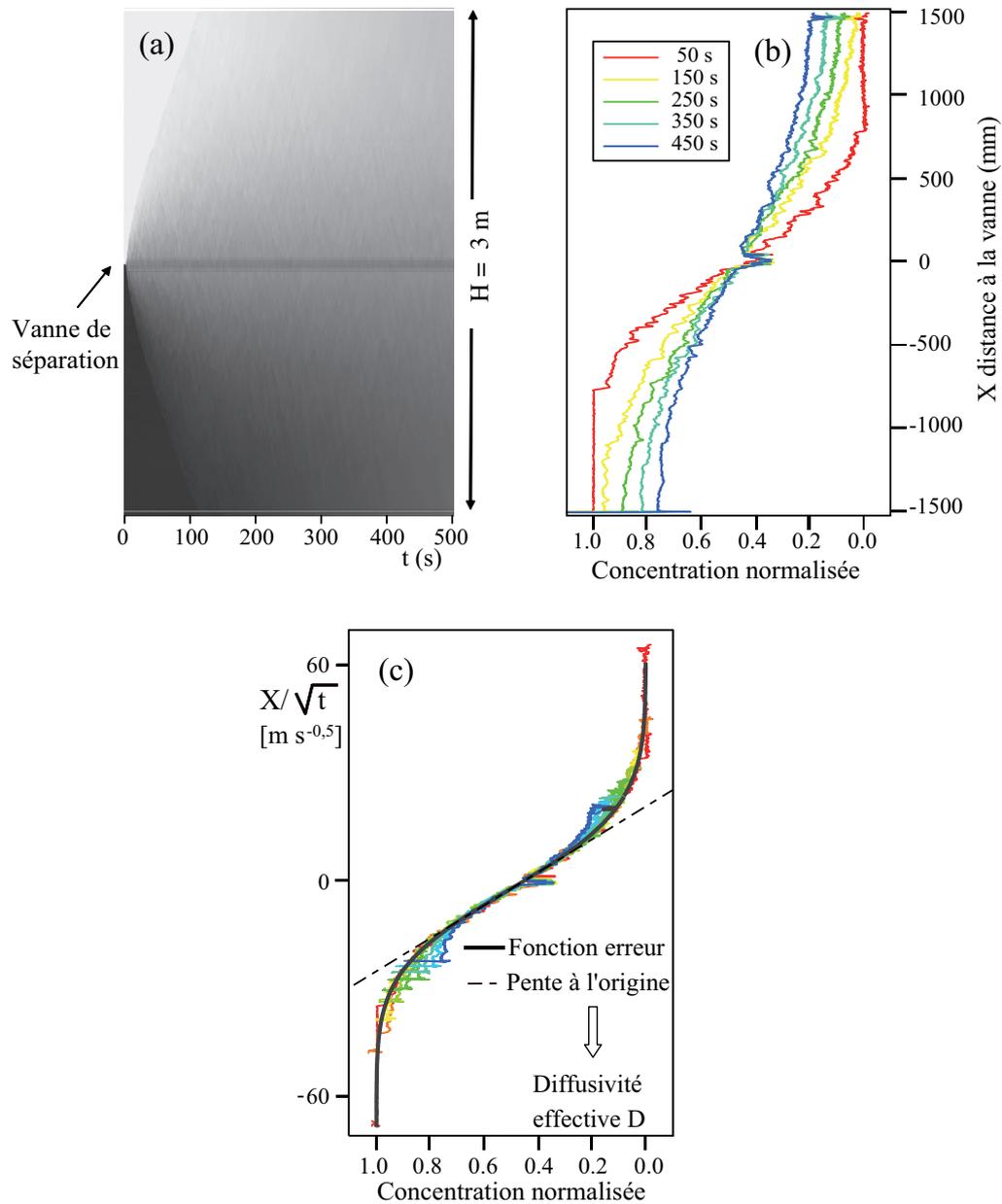


FIG. 1.19 – Expérience réalisée en tube incliné ($\theta = 30^\circ$) montrant un étalement diffusif du profil de concentration pour : $At = 1.10^{-2}$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $d = 20 \text{ mm}$. (a) Diagramme spatio-temporel de la concentration normalisée moyennée sur la section du tube. (b) Profils de concentration normalisée, à différents instants. (c) Profils de variation de la concentration normalisée, en fonction de x/\sqrt{t} ajustés par une fonction erreur et par la tangente à l'origine.

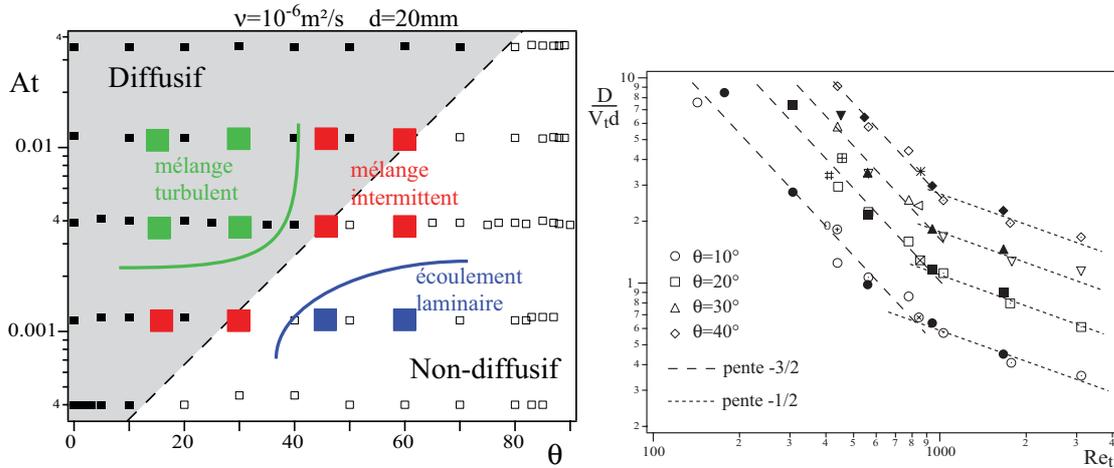


FIG. 1.20 – Domaines d'existence des régimes d'étalement diffusif et convectif en tube incliné : (a) plan de coordonnées At , θ (pour $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $d = 20 \text{ mm}$). Nous avons superposé les régimes d'écoulement que nous avons observés (chapitre 3). (b) Variation du rapport $D/V_t d$ avec le nombre de Reynolds $Re_t = V_t d/\nu$. Cette seconde figure est réalisée pour différents contrastes de densité, viscosités et diamètres de tube, et pour quatre angles d'inclinaison du tube [87].

pirique en fonction de l'angle d'inclinaison du tube (figure 1.20b) :

$$\frac{D}{V_t d} = Re_t^{-3/2} (a' + b' \tan \theta) \text{ avec } a' \simeq 71 \text{ et } b' \simeq 260. \quad (1.17)$$

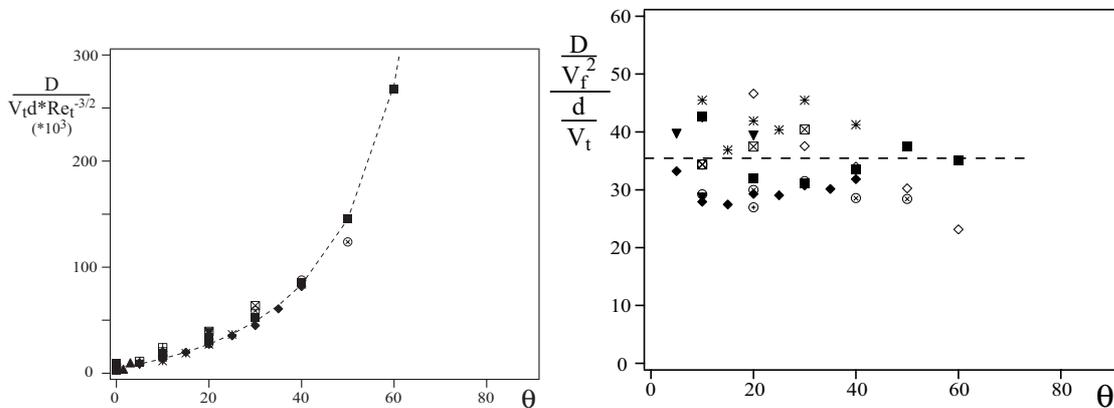


FIG. 1.21 – (a) Variation du coefficient de diffusion normalisé $D/(V_t Re_t^{-3/2})$ en fonction de θ dans le régime $Re_t < 900$ (b) Evolution du temps caractéristique normalisé $\frac{D/V_f^2}{d/V_t}$ en fonction de l'inclinaison du tube θ [87].

Dans certains régimes d'écoulement, Séon a observé un mélange diffusif intermittent comme par exemple pour $\theta = 40^\circ$, $At = 4 \cdot 10^{-3}$, $d = 20 \text{ mm}$ et $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Dans ce cas, le mélange intermittent se distingue par des bouffées turbulentes arrivant régulièrement et espacées d'un temps caractéristique τ . Par la réécriture de l'équation de diffusion de la concentration où $D = (V_f^2 \tau)/2$, il a interprété ce temps comme un temps caractéristique du mélange transverse. En traçant ce temps caractéristique $\tau = 2D/V_f^2$, normalisé par d/V_t

en fonction de l'angle d'inclinaison dans le régime $Re_t < 900$, Séon a observé un rapport curieusement à peu près constant, valant environ 35 ± 10 (figure 1.21b). Cette valeur de τ est corroborée par le rapport des deux lois d'échelles empiriques, pour la vitesse des fronts (équation (1.13)) et pour le coefficient de diffusion (équation (1.17)).

Ce temps caractéristique τ , interprété par l'équation de diffusion macroscopique de la concentration comme un temps typique de mélange transverse a été observé comme étant du même ordre que la période d'intermittence entre deux bouffées turbulentes.

Ces travaux expérimentaux ont laissé plusieurs questions en suspens : comment pourraient être reliés les profils transverse de concentration et de vitesse dans l'écoulement à la vitesse de front mesurée par Séon ? La relation entre la concentration et la vitesse au front reste-elle valable en aval de celui-ci ? Quelle est l'origine du coefficient de diffusion macroscopique ? Pourquoi les régimes diffusifs n'existent que dans certaines gammes de valeurs de l'angle d'inclinaison du tube et du contraste de densité ? D'où proviennent les instabilités à l'origine du mélange intermittent ? Comment pourrait-on associer τ avec les échanges transverses turbulent. Et pourquoi le temps caractéristique est-il si constant quelle que soit la valeur des paramètres de contrôle ?

1.3.2 Simulations numériques

Hallez et Magnaudet ont simulé numériquement l'écoulement, expérimentalement réalisé par Séon, avec deux fluides ayant les mêmes propriétés que ceux utilisées dans les expériences. Dans la mesure où la comparaison entre résultats expérimentaux et numériques fera l'objet d'une étude détaillée dans le cas où l'angle d'inclinaison vaut $\theta = 15^\circ$ et le contraste de densité $At = 10^{-2}$ (chapitre 5), nous n'évoquerons ici que quelques résultats issus de la thèse de Hallez [45].

Un gros travail a été fait pour caractériser l'influence de la géométrie du tube en simulant l'écoulement dans un tube cylindrique, un canal à 3D et un canal bidimensionnel, ce dernier cas étant évidemment plus facile à simuler et beaucoup moins gourmand en temps CPU. La figure 1.22 regroupe des vues instantanées de l'écoulement dans ces trois géométries. Les simulations à 3D fournissent à temps long des résultats proches quelle que soit la géométrie, cylindrique ou cartésienne. Dans la phase transitoire à temps court, par contre, les vitesses des fronts de déplacement sont sensibles à la géométrie. Les simulations dans le canal 2D ne sont pas représentatives des écoulements réels tant au niveau quantitatif de la vitesse et de la concentration des fronts qu'au niveau phénoménologique : à cause de la cohérence et de l'intensité plus grande des tourbillons bidimensionnels, Hallez a montré qu'il n'existe pas de régime de vitesse en plateau (régime inertiel saturé) car les canaux de fluides purs près des parois ne peuvent se développer et, ceci, quel que soit l'angle d'inclinaison.

Un autre apport essentiel de ces simulations numériques est l'accès à toutes les composantes des champs de vitesse et de concentration, permettant de visualiser les structures tourbillonnaires à trois dimensions dans l'écoulement dont nous donnons un exemple sur la figure 1.23. Ces structures jouent un rôle essentiel dans le transport de la quantité de mouvement comme nous le verrons au chapitre 5.

Il est également possible de faire le bilan énergétique global dans le tube et d'analyser son évolution temporelle. Une fois qu'un régime d'écoulement stationnaire est atteint, l'énergie cinétique est constante alors que l'énergie de dissipation augmente linéairement avec le temps. Cette augmentation est compensée par la baisse au cours de l'expérience de l'énergie potentielle : l'énergie potentielle libérée dans l'écoulement est presque totalement

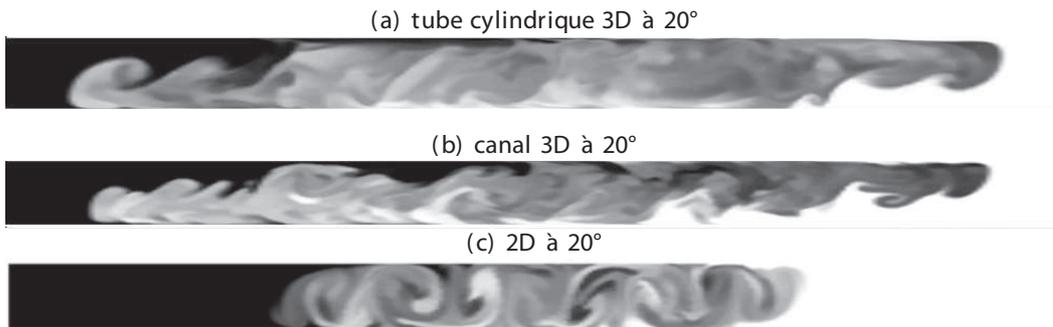


FIG. 1.22 – Images instantanées obtenus par simulation numérique du contre-écoulement des deux fluides avec différentes géométries de tube : (a) tube cylindrique, (b) canal à trois dimensions et (c) canal à deux dimensions. Tous ces tubes sont inclinés de $\theta = 20^\circ$.

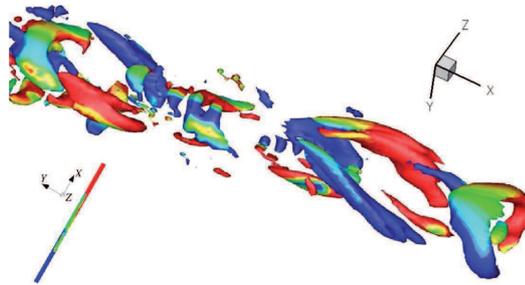


FIG. 1.23 – Visualisation des tourbillons dans un tube incliné pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$, le code couleur correspond à la vorticité selon \vec{Y} : bleu pour les valeurs positives et rouges pour les valeurs négatives.

dissipée.

1.4 Conclusion

Nous avons vu dans cette introduction que le mélange induit par gravité dans un tube vertical ou incliné ne faisait pas simplement intervenir une interpénétration sous l'effet des forces de flottabilité (ou d'Archimède) parallèles à l'axe du tube, mais également que le mélange transverse par des instabilités de cisaillement (atténuées à des degrés divers suivant l'inclinaison par les effets de ségrégation associés à la composante transverse de la gravité) jouait un rôle crucial. Dans cette perspective, nous avons vu que, si assez peu d'études portent sur le problème spécifique qui nous intéresse, il présente des points communs avec plusieurs phénomènes qui, eux, font l'objet d'une littérature abondante (courants de gravité, instabilités de Rayleigh-Taylor et de Kelvin-Helmholtz).

C'est pour tenter de répondre aux questions posées par les travaux de Séon et de Hallez (coefficient de diffusion, intermittence, constance de τ etc) nous avons repris et adapté le dispositif expérimental développé par Debacq et Séon [31, 88] pour réaliser des mesures locales du champ de vitesse et de celui de concentration, la description de ce dispositif étant objet du prochain chapitre.

Chapitre 2

Montage et techniques expérimentales

Nous allons d'abord décrire dans ce chapitre l'expérience elle-même puis les techniques expérimentales utilisées pour étudier la dynamique du mélange entre deux fluides miscibles de densités différentes, initialement stratifiés en configuration instable dans un tube incliné de grande longueur et de petit diamètre.

2.1 Dispositif expérimental

Notre dispositif expérimental (figure 2.1) est constitué d'un tube de plexiglas rigide et transparent, d'une longueur de 3,60 m et d'un diamètre de 20 mm. Le tube peut être séparé de façon étanche en deux parties par une vanne guillotine située au milieu du tube. Le tube pivote autour d'un axe horizontal et peut s'incliner de $\theta = 0^\circ$ à $\theta = 90^\circ$ par rapport à la verticale. L'angle d'inclinaison, fixe pour chaque expérience, est mesuré grâce à un niveau à affichage digital d'une précision de $0,1^\circ$.

La partie supérieure du tube est éclairée par en dessous, par une nappe laser verticale de 1 mm d'épaisseur et de longueur d'onde $\lambda=532$ nm traversant le tube diamétralement sur une longueur d'environ un mètre (figure 2.2), la zone d'observation étant alors située au dessus de la vanne. Pour réduire les effets de lentille cylindrique dus à la géométrie du tube, la partie de celui-ci éclairée par la nappe laser est incluse dans un tube de plexiglas de section carrée (40 mm de côté), orienté pour que la nappe laser soit normale à l'une des faces de ce tube carré. L'espace compris entre les deux tubes est alors soigneusement rempli avec une solution d'eau et de NaN_3 préalablement dégazée. L'ajout de NaN_3 à une concentration de $0,2 \text{ g.L}^{-1}$ évite le développement d'algues et autre micro-organismes dans l'enceinte extérieure. Tout ceci a pour effet de réduire nettement la déviation des rayons lumineux due aux différences d'indice optique entre l'air, le plexiglas, et l'eau.

2.1.1 Caractérisation des fluides

Initialement la partie inférieure du tube est remplie de fluide léger et la moitié supérieure de fluide lourd. Les deux fluides, des solutions aqueuses miscibles entre elles, sont au repos avant le commencement de l'expérience. Le fluide dans la partie supérieure est rendu plus dense par l'ajout d'un sel (du chlorure de calcium CaCl_2) dont la concentration varie de 3 g.L^{-1} à 100 g.L^{-1} . Le fluide léger que nous utilisons est de l'eau. Le contraste de densité

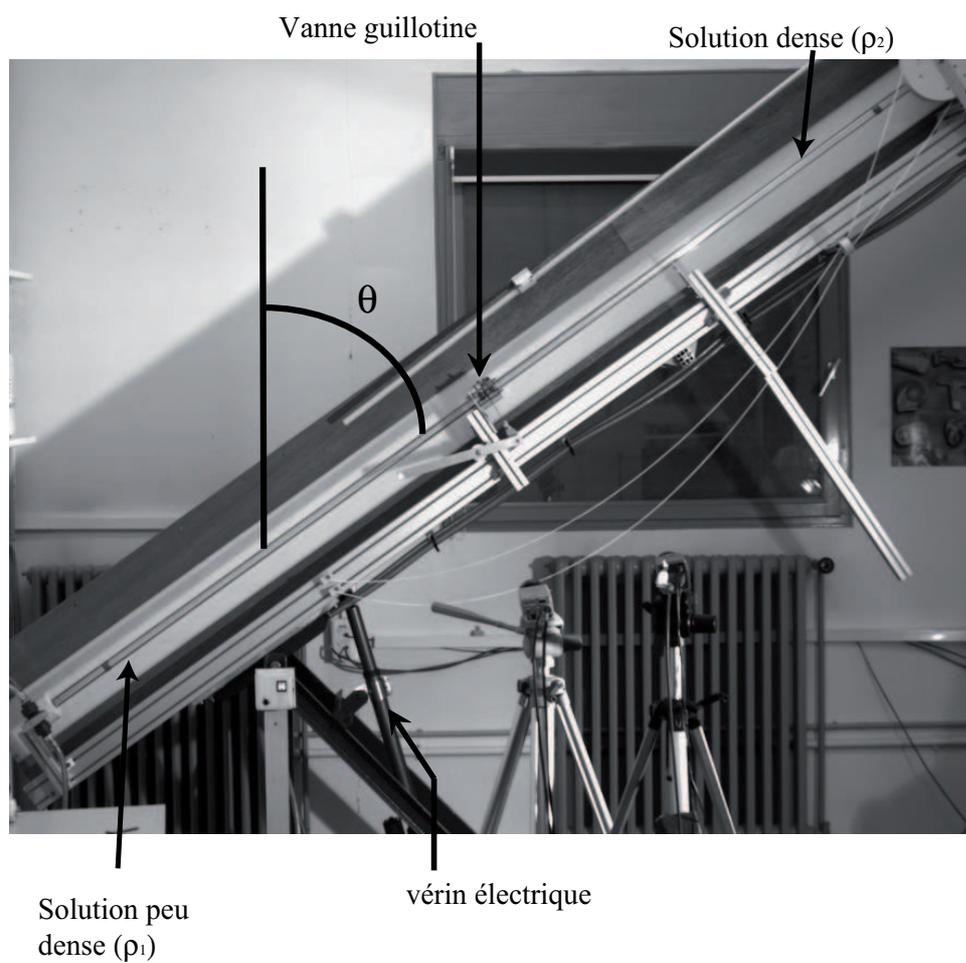


FIG. 2.1 – Montage expérimental.

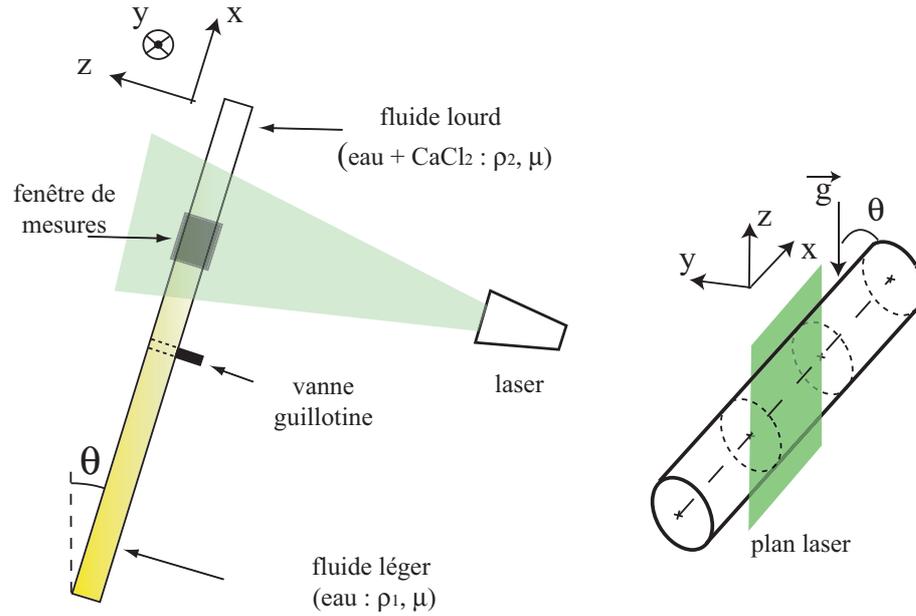


FIG. 2.2 – Schéma du montage expérimental pour les expériences de fluorescence induite par laser et de vélocimétrie par image de particules avec détail, à droite, de la place du plan laser au niveau du tube.

est mesuré par un nombre sans dimension, le nombre d'Atwood, défini par :

$$At = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad (2.1)$$

où ρ_1 est la densité du fluide léger et ρ_2 celle du fluide lourd. La gamme de variation de contrastes de densité, correspondant aux différentes concentrations données plus haut, est d'un ordre de grandeur : $1.10^{-3} < At < 1.10^{-2}$.

L'augmentation de viscosité due à l'ajout de sel est suffisamment faible pour ne pas introduire de contraste de viscosité significatif entre les deux fluides (figure 2.3). La viscosité des deux solutions est alors environ égale à 1.10^{-3} Pa.s (au maximum, $\Delta\eta/\eta_0 = 1,061$). De même, les faibles contrastes de densité permettent de négliger les éventuels effets non Boussinesq : l'écoulement dans le demi-tube supérieur sera alors symétrique à celui dans le demi-tube inférieur. La densité et la température des deux fluides sont mesurées avant chaque expérience et on veille à ce que leurs températures initiales soient les plus proches possibles : nous avons fixé l'écart maximal à un demi degré. Les deux fluides sont introduits dans le tube, vanne fermée, à l'aide de deux pompes péristaltiques. Afin de minimiser la création de bulles d'air, les deux demi-tubes sont chacun lentement remplis par le bas.

Après ouverture de la vanne guillotine qui sépare initialement les fluides, nous mesurons les champs de vitesse et de concentration du mélange des fluides au cours du temps, le début d'une expérience correspondant à l'ouverture de la vanne.

2.2 Techniques expérimentales

Les champs de concentration et de vitesse sont mesurés lors d'expériences différentes, les premiers par fluorescence induite par laser¹ et les seconds par vélocimétrie par images

¹Laser-Induced Fluorescence ou LIF

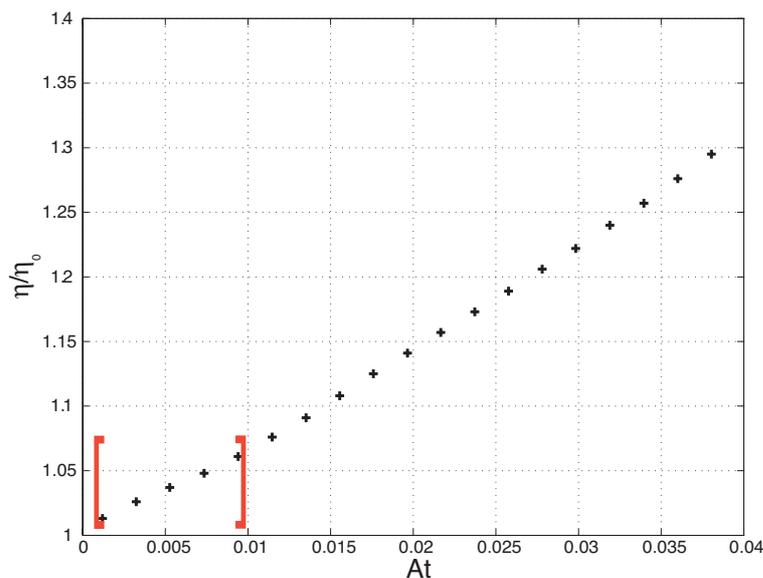


FIG. 2.3 – Variation de la viscosité à 20°C d’une solution de CaCl_2 normalisée par celle de l’eau pure en fonction du nombre d’Atwood [104]. La gamme des valeurs des contrastes de densité utilisés dans cette thèse correspond à l’intervalle entre les crochets rouges.

de particules². Ces deux mesures sont réalisées dans une fenêtre d’une longueur de 6 cm dans la direction \vec{x} (pour la PIV) ou de 12 cm (pour la LIF) situées dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) à une trentaine de centimètres au dessus de la vanne guillotine (figure 2.2).

Dans la direction z , la fenêtre contient l’ensemble du diamètre du tube. Dans les deux cas, PIV et LIF, la méthode de mesure consiste à acquérir à intervalles de temps réguliers des images de l’intensité lumineuse à l’aide d’une caméra numérique capable de distinguer 4096 niveaux de gris. Les caméras utilisées sont refroidies par effet Peltier et possèdent ainsi un très faible niveau de bruit, de l’ordre de 0,02 %. Le grand nombre de niveaux de gris qui peuvent être alors distingués permet d’analyser une large gamme d’intensités lumineuses.

Ces deux techniques sont assez répandues depuis une quinzaine d’années, mais assez peu souvent pour la mesure quantitative de vitesse et de concentration dans la géométrie fortement confinée d’un tube. Nous décrirons au fur et à mesure les solutions que nous avons trouvées pour résoudre les problèmes expérimentaux engendrés par l’adaptation de ces techniques à notre dispositif expérimental.

2.2.1 Mesure des champs de concentration par fluorescence induite par laser (LIF)

La technique de fluorescence induite par laser, non intrusive, permet la visualisation d’écoulements mais surtout, dans certaines circonstances, permet de mesurer de façon quantitative des champs de concentration [2, 5, 27]. Elle utilise la propriété de réémission de lumière dans une longueur d’onde différente par des colorants fluorescents excités par un laser.

²Particle Image velocitmetry ou PIV

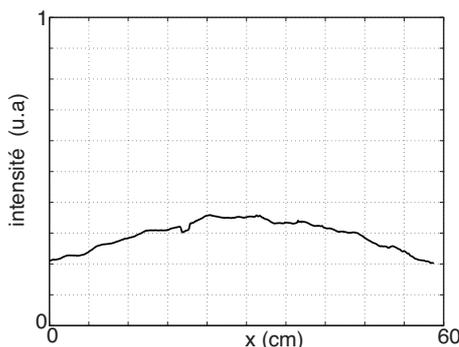


FIG. 2.4 – Exemple de profil longitudinal, moyenné sur la hauteur z de la lumière fluorescée.

Le plan laser éclairant le tube est formé par l'ajout à un laser Nd :YAG doublé (longueur d'onde $\lambda=532$ nm) d'une lentille d'élargissement plane-cylindrique. Le laser, un Laser Quantum Excel continu d'une puissance de 2,5 W, est utilisé en faisceau direct, le passage à travers une fibre optique provoque une instabilité spatiale et temporelle du faisceau en sortie rendant impossible toute mesure quantitative. Ce plan présente un maximum d'intensité lumineuse en son centre (figure 2.4).

Le fluide léger dans la partie basse du tube est coloré par un colorant fluorescent, de la rhodamine 6G : seules les régions éclairées par la nappe laser et contenant de la rhodamine apparaissent lumineuses. La filtration des solutions élimine les particules solides non dissoutes (de diamètre supérieur à environ $8 \mu\text{m}$) réduisant ainsi la diffusion de lumière parasite qui est cause d'un bruit de fond important. Pour obtenir ensuite des valeurs quantitatives de la concentration locale des fluides, les images acquises par la caméra sont normalisées entre les images de référence obtenues avec le tube respectivement rempli de fluide lourd (transparent) et léger (coloré). La normalisation faite avec le fluide fluorescent pur permet de s'affranchir de l'inhomogénéité spatiale de l'éclairage laser sur la longueur du tube, provoquée par la lentille d'élargissement. Cette normalisation est valable seulement s'il n'y a aucun déplacement, même minime, des caméras et/ou de la nappe laser entre la réalisation des images de référence et l'expérience ou au cours de celle-ci, d'où la grande attention portée à la stabilité temporelle et spatiale du laser.

Cette méthode de mesure donne alors des cartes de la fraction relative locale de fluide léger dans la zone illuminée par la nappe laser, en supposant que les images normalisées fournissent directement la valeur de la fraction relative locale de fluide léger. Pour que cette hypothèse soit valable, il faut négliger la différence entre les valeurs des coefficients de diffusion moléculaire du sel et du colorant entre les deux solutions afin de pouvoir déduire du champ de concentration en colorant le champ de densité. Au signe près, les variations relatives de concentration δc et de densité $\delta \rho$ sont alors égales et :

$$\delta \rho = -\delta c \Delta \rho. \quad (2.2)$$

Il faut pour cela que l'expérience ne soit pas trop longue : typiquement un quart d'heure après l'ouverture de la vanne, les résultats ne sont plus fiables mais une expérience dure tout au plus 8 min.

Pour rendre plus visibles les variations de concentrations, les images sont codées en fausses couleurs (figure 2.5) : le fluide lourd transparent apparaît en bleu et le fluide léger fluorescent en rouge, les régions où il y a mélange entre les deux fluides apparaissent quant

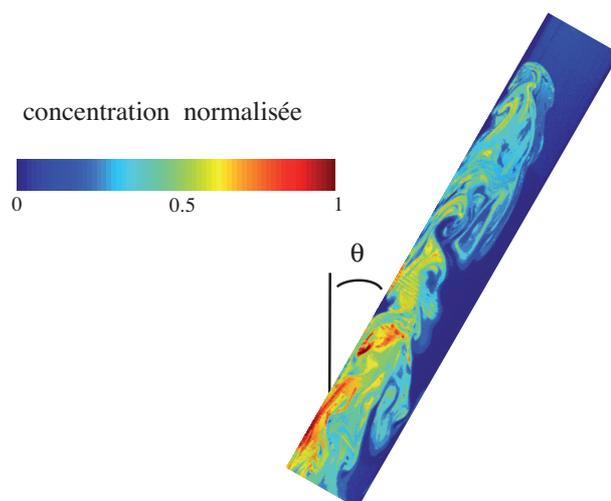


FIG. 2.5 – Exemple de champ de concentration relative locale codée en fausses couleurs : le fluide lourd est codé en bleu et le léger en rouge. L'échelle de couleurs à gauche montre la correspondance entre les couleurs et la concentration relative en fluide léger.

à elles en couleurs intermédiaires. La mesure fournit alors une carte de concentration locale normalisée, dans le plan diamétral du tube illuminé par la nappe laser.

Colorant

La fluorescéine sodique ou la rhodamine 6G sont utilisées comme colorants fluorescents pour les mesure de LIF. Ils présentent l'avantage d'être solubles dans l'eau et d'être stables. Ces deux colorants présentent en outre l'intérêt majeur d'avoir leur spectre d'émission fluorescente suffisamment éloigné de celui d'absorption pour être sûr que la réabsorption de l'émission fluorescente soit minimale. Ainsi l'intensité de l'émission fluorescente ne dépend principalement que de l'intensité du faisceau laser excitant le colorant pour une concentration de colorant donnée.

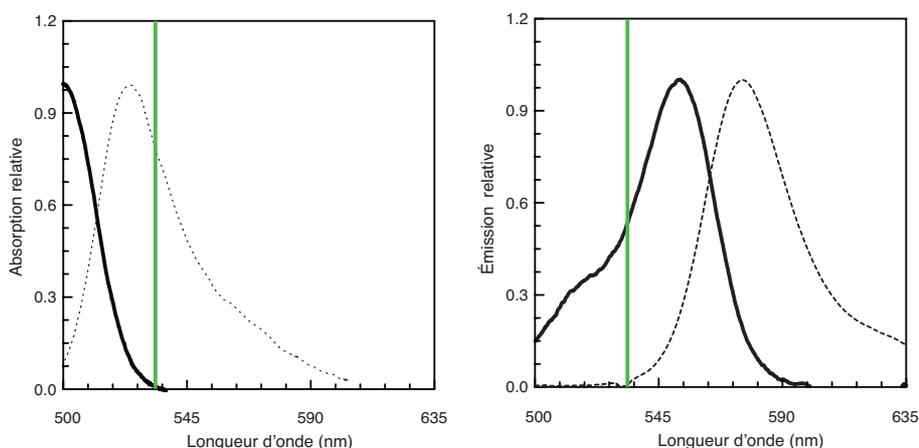


FIG. 2.6 – Spectres d'absorption (en traits pleins) et d'émission fluorescente (en pointillés) de la fluorescéine (à gauche) et de la rhodamine B (à droite) en fonction de la longueur d'onde en nm. La raie verte correspond à la longueur d'onde du laser.

	absorption max.	émission max.
fluorescéine	~ 500 nm	~ 520 nm
rhodamine 6G	~ 550 nm	~ 590 nm

TAB. 2.1 – Longueurs d’ondes correspondant à l’absorption et à l’émission maximale de deux colorants fluorescents : fluorescéine et rhodamine 6G.

Des deux colorants pouvant être utilisés pour colorer le fluide léger, nous préférons la rhodamine car la longueur d’onde du laser est proche du pic d’absorption de ce colorant et la réémission se situe dans une gamme de longueurs d’ondes éloignées de celle du laser (tableau 2.1). Au contraire, la fluorescéine est excitée au bout de la queue de son spectre d’absorption et réémet par fluorescence à une longueur d’onde trop proche de celle du laser (figure 2.6). L’émission fluorescente de la rhodamine est donc plus facile à séparer spectralement de la longueur d’onde du laser.

Notons que l’émission fluorescente dépend de la température [26, 86] : pour la rhodamine, l’intensité augmente quand la température diminue mais sans décaler spectralement l’absorption et l’émission fluorescentes. Ainsi, même si notre contrôle de la température n’est pas optimal, une modification de la température n’affectera que l’intensité de la lumière recueillie par la caméra.

L’autre conséquence de la proximité (ou non) des longueurs d’onde correspondant au pic d’absorption et au laser d’excitation est la grande différence entre les concentrations en colorant utilisées. Plus cette concentration est élevée, plus la lumière fluorescée sera intense et donc plus le temps de pose de la caméra pourra être réduit afin d’obtenir des images très nettes des écoulements. Néanmoins, une trop forte concentration absorbe la lumière provenant du laser dans la dimension transverse du tube. Les valeurs maximales des concentrations nécessaires pour obtenir une fluorescence sans qu’il n’y ait pas d’absorption du faisceau laser incident sont :

- fluorescéine : 50 mg.L^{-1}
- rhodamine 6G : $0,2 \text{ mg.L}^{-1}$

Avec un objectif macro d’une focale de 60 mm, ouvert au maximum ($f=2,8$), le temps de pose est d’environ une milli-seconde (sa valeur exacte change un peu suivant les expériences, dépendant surtout de la quantité de lumière fluorescée et donc de la température des solutions).

Pour des concentrations en colorant inférieures ou égales à celle de la solution que nous avons utilisée, l’intensité lumineuse émise par fluorescence varie linéairement avec la concentration en rhodamine et également linéairement avec l’intensité du laser (figure 2.7). Il est alors très facile de traduire les images d’intensité lumineuse en cartes de concentration normalisée à l’aide d’images de référence obtenues préalablement avec chacune des deux solutions pures (la concentration relative sera prise égale à 0 pour le fluide lourd non coloré et égale à 1 pour le fluide léger coloré).

Filtres optiques

À cause des réflexions parasites du plan laser provoquées par la courbure du tube, il apparaît des zones où l’intensité lumineuse mesurée est très élevée. Ces zones sont localisées sur les bords supérieurs et inférieurs de l’image. Ces réflexions et diffusions parasites sont à la longueur d’onde du laser et, pour séparer cette lumière de celle de longueurs d’ondes plus élevées et d’intensité plus faible provenant de l’émission fluorescente, il nous faut filtrer

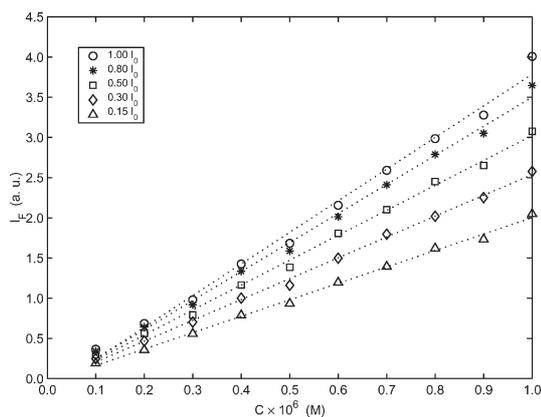


FIG. 2.7 – Variation de l'intensité lumineuse émise par la rhodamine 6G en fonction de la concentration en colorant en mol.L^{-1} ($1 \text{ mol.L}^{-1} = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ g.L}^{-1}$) et pour différentes intensités lumineuses [19]. La rhodamine est excitée à 532 nm par un laser Nd :YAG pulsé : I_0 correspond à une intensité de 250 mJ pendant 6 ns.

spectralement la lumière recueillie en utilisant un filtre optique placé sur la caméra. Deux types de filtres peuvent être utilisés :

- les filtres coupe-bande interférentiels Semrock laissent passer tout le spectre lumineux sauf la longueur d'onde du laser, avec une largeur de bande très étroite ($\sim 18 \text{ nm}$)
- les filtres passe-bas Schott de couleur orange, moins efficaces, absorbent toutes les longueurs d'ondes inférieures à environ 500 nm (figure 2.8).

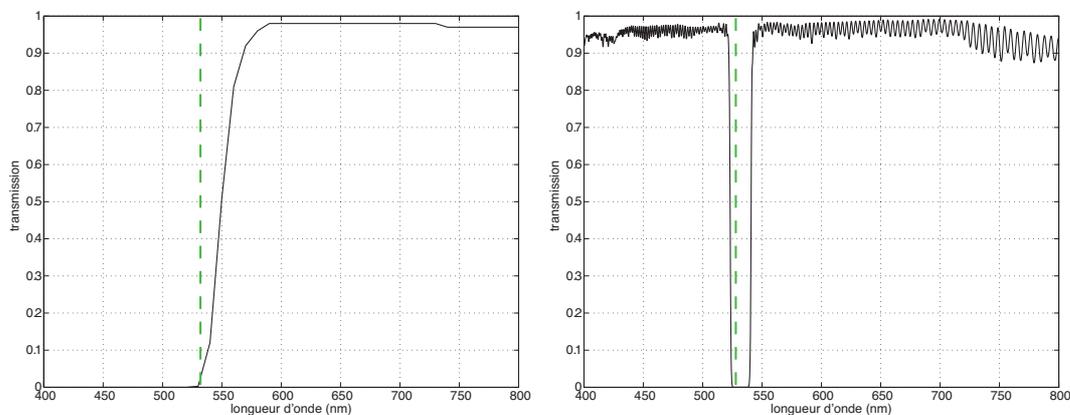


FIG. 2.8 – Transmission optique en fonction de la longueur d'onde pour un filtre passe-bas Schott (à gauche) et pour un filtre interférentiel Semrock (à droite). La longueur d'onde de notre laser est repérée par la ligne vert en pointillé. Courbes extraites des catalogues constructeurs.

Comme on peut le voir (figure 2.9), l'ajout d'un filtre optique améliore grandement les images de concentration recueillies : en supprimant les réflexions parasites de forte intensité du faisceau laser sur les interfaces des tubes, un gain beaucoup plus élevé peut être utilisé pour la caméra sans risquer de la saturer et l'on peut ainsi détecter des intensités de lumière fluorescée beaucoup plus faibles. L'autre avantage de ces filtres est la possibilité de réaliser des mesures fiables de la concentration en colorant quasiment jusqu'à la paroi du tube.

Nous obtenons une même qualité d'image avec un filtre interférentiel ou deux filtres de couleur. Néanmoins les filtres optiques absorbent une partie de la lumière émise par le

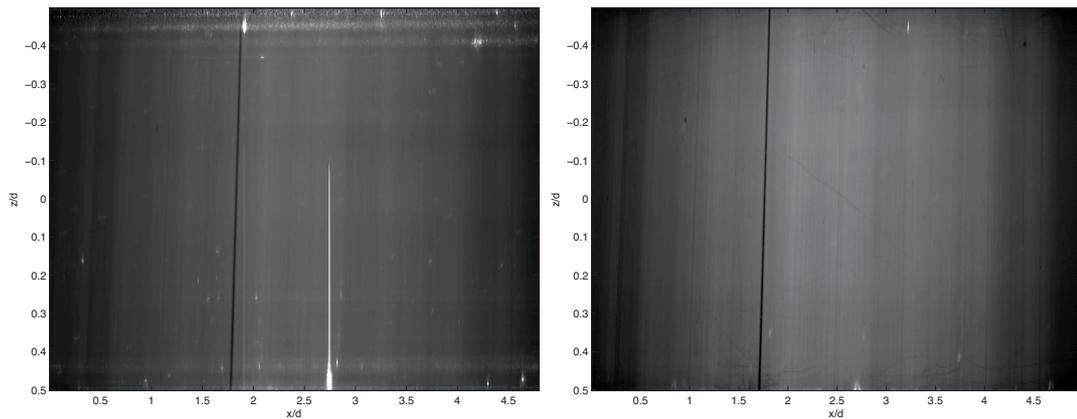


FIG. 2.9 – Cartes d'intensité normalisée mesurées pour un tube rempli d'une solution de rhodamine 6G vue sans aucun filtre (à gauche) et à travers un filtre interférentiel (à droite).

colorant : la figure 2.10 compare le profil longitudinal (moyenné sur la hauteur) de l'intensité lumineuse recueillie par la caméra. Avec deux filtres passe-bas, moins de la moitié de la lumière, mesurée par la caméra sans aucun filtre, est transmise alors que la proportion est l'ordre de 80 % pour le filtre interférentiel.

Pour toutes ces raisons, nous utiliserons un filtre optique afin d'obtenir les images les plus propres possibles. En utilisant un filtre interférentiel plutôt que deux filtres passe-bas, l'absorption de la lumière fluorescée sera plus faible et donc, le temps de pose pourra être diminué pour une meilleure précision des images.

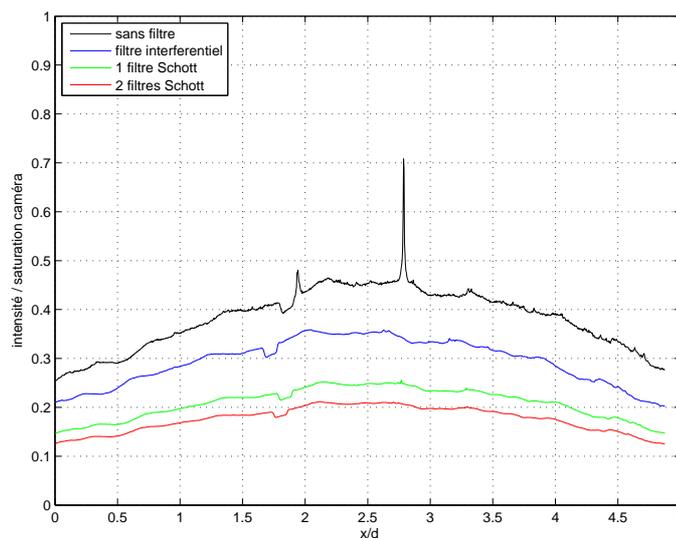


FIG. 2.10 – Profil longitudinal, moyenné sur la hauteur, de la lumière fluorescée pour différents filtres optiques. Notons la disparition des pics qui correspondent aux réflexions parasites de la nappe laser lorsqu'un filtre est présent.

2.2.2 Mesure des champs de vitesse par vélocimétrie par imagerie de particules (PIV)

La mesure de vitesse des écoulements turbulents a longtemps été l'apanage de l'anémométrie à fil chaud (parmi l'abondante littérature, citons quelques ouvrages de synthèse [61, 24]), technique intrusive qui présente une excellente réponse en fréquence. L'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs et la baisse du prix de la mémoire a permis de s'affranchir, pour la plupart des cas, de cette technique qui souffre de ne fournir la vitesse qu'en un point et donc de devoir balayer tout l'écoulement pour obtenir le champ de vitesse, limitant par là les types d'écoulements étudiables.

Depuis une vingtaine d'années, de nouvelles méthodes non intrusives, mesurant des champs de vitesse en un grand nombre de points dans l'écoulement, ont été développées consistant à rendre visible le déplacement du fluide en y ajoutant des traceurs. De fait, ce n'est pas la vitesse de l'écoulement qui est mesurée directement mais celle de particules en suspension dans celui-ci. Ces traceurs particulaires doivent évidemment être de petite taille afin de ne pas perturber l'écoulement tout en étant suffisamment gros pour être observés et en ayant une masse volumique la plus proche possible du fluide en écoulement. Nous reviendrons un peu plus tard sur les traceurs utilisés dans cette étude. Une caméra CCD est utilisée pour filmer les points lumineux en mouvement que sont les traceurs particulaires réfléchissant la nappe laser lorsqu'ils passent dans le plan éclairé (figure 2.11). Deux voies sont alors possibles : la première (PTV ou particle tracking velocimetry) consiste à suivre individuellement la trajectoire de chaque particule donnant par là une vision lagrangienne de l'écoulement. La résolution temporelle nécessairement très fine et la difficulté de suivi individuel de chaque particule dans son mouvement à trois dimensions rend cette technique très lourde à utiliser tant du point de vue des détecteurs que des algorithmes de traitements de données (citons par exemple les expériences de turbulence lagrangienne de Bodenschatz *et al.* [103]).

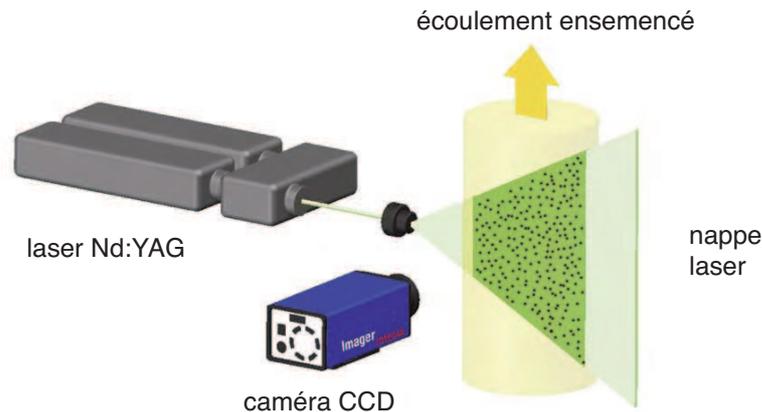


FIG. 2.11 – Schéma du principe d'une expérience de vélocimétrie par image de particules [42].

Le principe de l'autre méthode (PIV ou particle image velocimetry) est de découper les images en petits sous-ensembles, ou fenêtres d'interrogation, contenant plusieurs particules (figure 2.12). Un algorithme analyse les images par paires en calculant la fonction de corrélation d'intensité lumineuse par transformée de Fourier, entre deux fenêtres d'interrogation identiques d'une image à l'autre séparées par un intervalle de temps δt . Par ce calcul, on

peut obtenir la vitesse moyenne des particules dans chaque fenêtre [3, 68] : la fonction de corrélation est maximale pour le déplacement réel des particules et prend idéalement des valeurs nulles pour les autres. Un défaut de cette technique est qu'elle a tendance à donner des résultats quelle que soit la qualité des images, la fonction de corrélation étant naturellement sensible aux défauts des images (points lumineux provenant de réflexions laser parasites, rayures ...).

Dans notre cas, nous mesurons les composantes longitudinale u et transverse w du champ de vitesses situées dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) . Notons qu'il existe d'autres techniques de PIV plus raffinées qui donnent accès à toutes les composantes de la vitesse (PIV stéréo, PIV 3D etc), mais nous utiliserons dans cette thèse la technique classique de PIV 2D à 2 composantes.

Connaissant l'intervalle de temps δt , les vitesses peuvent être estimées très simplement :

$$\vec{u} = \frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x + \frac{dz}{dt}\vec{e}_z = u\vec{e}_x + w\vec{e}_z. \quad (2.3)$$

où $d\vec{l}$ est le déplacement correspondant au maximum de la fonction de corrélation.

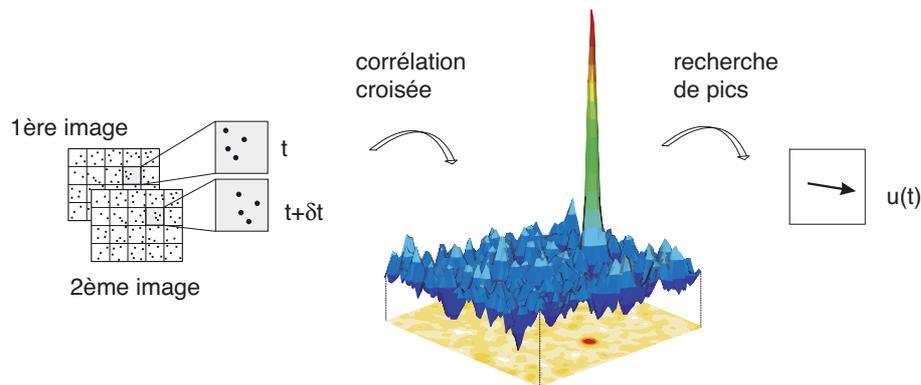


FIG. 2.12 – Illustration de l'algorithme de calcul des vecteurs vitesses [42].

Nous allons maintenant détailler quelques points essentiels du protocole expérimental : les caractéristiques des particules, la précision de la mesure de vitesse en fonction de la taille des fenêtres d'interrogation et du pas de temps δt . Enfin, nous verrons rapidement le post-traitement mis en œuvre pour éliminer les vecteurs vitesse aberrants.

Ensemencement

La qualité des mesures dépend très fortement de la qualité des images enregistrées. Il faut donc conjuguer un bon ensemencement avec une bonne illumination : il est en particulier important que l'ensemencement de l'écoulement soit le plus homogène possible. Dans nos expériences, la concentration en particules est ajustée, à une valeur typique de $3 \cdot 10^{-4} \text{ g.L}^{-1}$. Les deux fluides sont ensemencés par des particules sphériques polydisperses (de 1 à 20 μm de diamètre) de polystyrène d'une densité de 1,05, très proche de celle des fluides. La vitesse de sédimentation d'une particule dans un fluide est donnée par la loi de Stokes :

$$\frac{2}{9}ga^2 \left(\frac{\rho_p - \rho_f}{\eta} \right) \leq 10^{-2} \text{ mm.s}^{-1} \quad (2.4)$$

avec ρ_p la masse volumique de la particule dans un fluide de masse volumique ρ_f et a le diamètre des particules. Cette vitesse de sédimentation est très inférieure à la vitesse typique mise en jeu dans nos écoulements qui, elle, est de l'ordre du millimètre par seconde. L'effet de la différence de densité non nulle entre les particules et l'eau est ainsi largement compensée par la petite taille des traceurs. On pourra donc les considérer comme advectés passivement par l'écoulement.

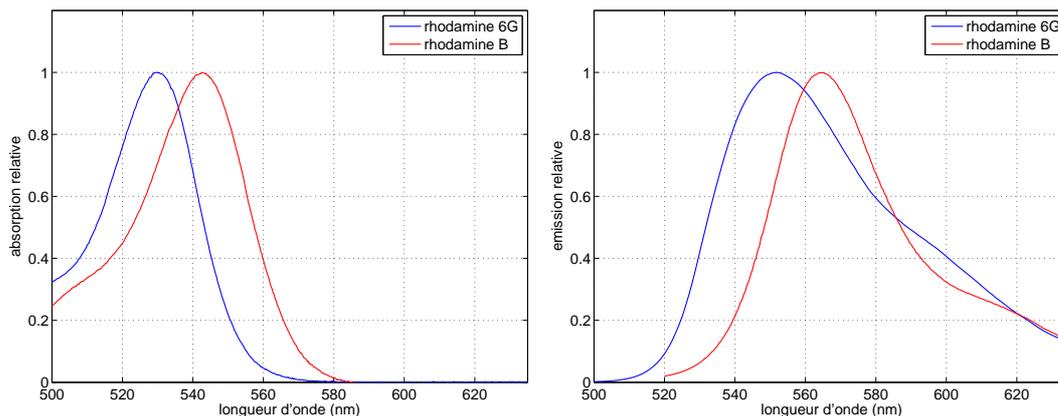


FIG. 2.13 – Spectres d'absorption (à gauche) et d'émission (à droite) de la rhodamine 6G, utilisée comme colorant pour la LIF, et de la rhodamine B qui remplit les particules de polystyrène, utilisées pour la PIV. Ces spectres sont tracés en fonction de la longueur d'onde (en nm).

Les particules, fabriquées par MicroParticles GmbH [43], sont remplies de rhodamine B, colorant dont les spectres d'absorption et d'émission sont très proches de la rhodamine 6G utilisée pour la mesure des champs de concentration (voir la figure 2.13). De ce fait, elles peuvent être repérées non seulement par la lumière qu'elles réfléchissent à la longueur d'onde du laser mais surtout par la lumière fluorescée qu'elles émettent. En utilisant un filtre interférentiel pour éliminer l'intensité provenant du laser et ses réflexions parasites (figure 2.8), la qualité de l'image (figure 2.14) est grandement améliorée : les particules sont clairement visibles jusqu'aux bords du tube et les taches lumineuses intenses venant de réflexions parasites de la nappe laser sont éliminées. Ainsi les champs de vitesse peuvent être calculés quelle que soit la hauteur z et les calculs de corrélation d'images ne sont perturbés ni par la présence de taches lumineuses fixes ni par celle de particules diffusantes immobiles (piégées par exemple, par des micro aspérités du tube, près des parois là où la vitesse de l'écoulement n'est pas suffisante pour les déloger) qui conduiraient à des vitesses apparentes nulles.

Taille des fenêtres d'interrogation

La taille l_e des fenêtres d'interrogation dans lesquelles est calculée la fonction de corrélation détermine le nombre total de vecteurs qui sont obtenus pour une paire d'image. Cette taille dépend des écoulements étudiés puisque la particularité et l'une des spécificités des écoulements turbulents vient de leurs importantes fluctuations de vitesse dans l'espace à un instant donné. De façon générale, il faut que les fenêtres soient suffisamment petites pour que l'écoulement soit le plus uniforme possible à l'intérieur (tout en étant suffisamment grandes pour contenir un nombre suffisant de particules), de trop grandes fenêtres lissent artificiellement le champ de vitesse reconstruit.

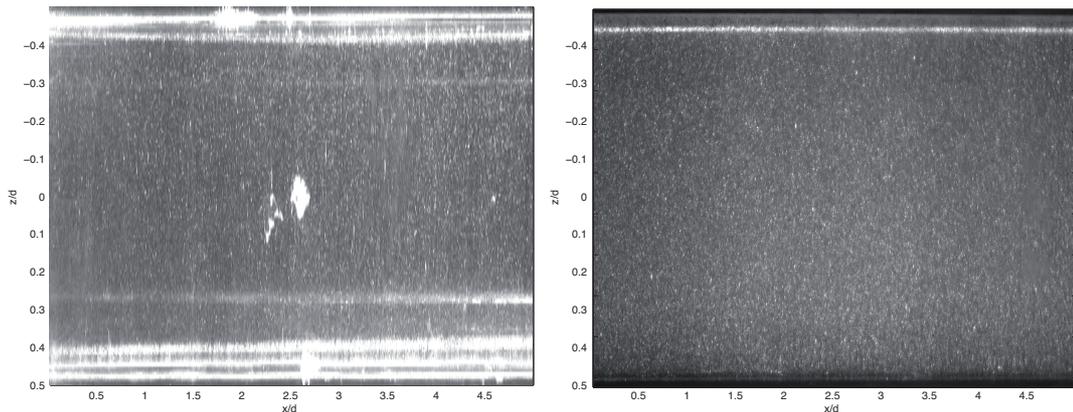


FIG. 2.14 – Particules de verre creuses (à gauche) et particules de polystyrène remplies de rhodamine B (à droite) en solution dans de l’eau, à l’intérieur du tube expérimental illuminé par la nappe laser. L’image de gauche est prise par une caméra sans aucun filtre tandis que l’image de droite a été obtenue en utilisant un filtre interférentiel.

Pour que l’algorithme puisse suivre les particules au sein de la paire d’image, la taille de ces fenêtres doit être ajustée en fonction de la densité d’ensemencement de l’écoulement. De façon empirique, chaque fenêtre doit contenir 4 à 10 particules pour optimiser le résultat. Avec la concentration en particules que nous utilisons, un premier calcul avec des fenêtres de taille 32×32 pixels (soit 1,6 mm de côté) permet de déterminer un mouvement moyen. Chacune de ces fenêtres est ensuite divisée en quatre fenêtres de taille 16×16 pixels, pour suivre plus précisément le déplacement des particules et affiner le champ de vitesse. Nous avons également imposé un recouvrement de 50% entre les fenêtres adjacentes afin d’augmenter la résolution spatiale de l’écoulement. Finalement, les champs de vitesse obtenus sont composés de vecteurs espacés tous les 8 pixels (soit tous les 0,4 mm), répartis sur une grille de 160×50 vecteurs vitesse (soit 64×20 mm).

Choix du pas de temps

Nous utilisons un laser pulsé Continuum Minilite qui émet des flashes par groupe de deux (25 mJ par pulse d’une durée de 5 ns chacun), séparés par un intervalle de temps δt . Une caméra double ouverture est déclenchée en synchronisation avec chaque impulsion du laser pulsé, et le tout est piloté par le logiciel DaVis de LaVision [42].

Tout comme le choix de la taille des fenêtres d’interrogation, le choix de l’intervalle de temps δt entre deux images est un paramètre essentiel pour une bonne détermination du champ de vitesse mesuré. Cet intervalle de temps est ajusté pour avoir une amplitude de déplacement idéale des particules correspondant à un tiers de la fenêtre d’interrogation, soit 5 à 6 pixels (0,27 mm) pour des petites fenêtres d’interrogation.

Pour s’assurer que les champs de vitesses soient réellement instantanés, il faut que l’intervalle de temps δt soit petit devant le temps caractéristique τ^* de variation de l’écoulement, celui-ci ne devant pas évoluer de façon significative pendant δt . Le temps τ^* peut être défini comme le temps que met le champ de vitesse pour se décorréler. On peut alors le caractériser par le temps correspondant au premier zéro de la fonction d’autocorrélation temporelle normalisée du champ de vitesse :

$$C_N(\tau) = \frac{\langle u'(t)u'(t + \tau) \rangle}{\langle u'^2 \rangle}, \quad (2.5)$$

dont nous voyons un exemple obtenu à $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$ sur la figure 2.15.

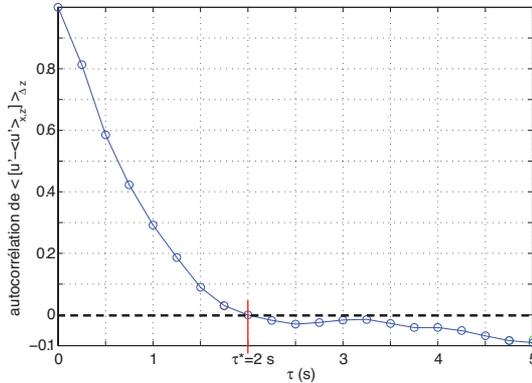


FIG. 2.15 – Fonction d'autocorrélation temporelle des fluctuations de la vitesse longitudinale (équation 2.5). Courbe obtenue pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$.

Quel que soit la composante considérée de la vitesse (longitudinale ou transverse, moyenne ou fluctuante), τ^* est de l'ordre de la seconde. Avec $\delta t = 5$ ms, la plus grande vitesse que peut calculer de façon optimale l'algorithme sera de l'ordre de :

$$v_{max} \sim \frac{l_e/3}{\delta t} = 0,05 \text{ m.s}^{-1}. \quad (2.6)$$

Les vitesses maximales que nous obtiendrons (figure 4.3 et 5.2) étant au plus de cet ordre de grandeur, nous sommes assurés de déterminer correctement les vitesses les plus élevées de notre écoulement.

Post-traitement des champs de vitesses

Même dans le cas idéal où tous les paramètres de la mesure de PIV sont parfaitement choisis, il y a toujours quelques vecteurs aberrants qui apparaissent en raison de l'inhomogénéité de l'éclairage, de corrélations fortuites, de rayures sur le tubes ou de réflexions parasites du laser. Un post traitement adéquat permet d'éliminer une grande partie de ces vecteurs. Nous utilisons deux critères : le premier est un facteur de qualité, comparant les maxima de la fonction de corrélation au bruit de celle-ci. Ce facteur est défini par :

$$Q = \frac{P_1 - P_{\min}}{P_2 - P_{\min}}, \quad (2.7)$$

où P_{\min} est la valeur minimale de la corrélation, tandis que P_1 et P_2 correspondent respectivement à la hauteur du premier et du deuxième pic. Idéalement, le calcul de PIV conduit à un maxima de grande intensité de la fonction d'autocorrélation (correspondant au déplacement des particules) contrastant avec une mer de bruit (voir la figure 2.12). Dans ce cas là, le deuxième pic le plus élevé est non seulement beaucoup faible mais du même ordre de grandeur que le bruit, conduisant à une valeur élevée du facteur de qualité Q . Si, par contre, l'algorithme n'arrive pas à identifier un déplacement des particules, aucun maximum de la fonction d'autocorrélation ne ressort et Q se rapprochera de 1. Ainsi, plus ce facteur Q est important, plus le vecteur vitesse correspondant aura une grande probabilité d'être valide. Empiriquement, en dessous de $Q = 1,3$ nous considérons que les vecteurs vitesse ne sont pas pertinents et ils sont alors supprimés.

L'étape suivante consiste à filtrer les champs de vitesse en appliquant un filtre qui compare chaque vecteur à ses huit voisins : un vecteur très différent que ceux qui l'entourent est probablement aberrant. Le critère de ce filtre de lissage est :

$$|U| - 2 U_{\text{rms}} \leq u \leq |U| + 2 U_{\text{rms}}, \quad (2.8)$$

où u est un vecteur vitesse considéré tandis que $|U|$ et U_{rms} désignent respectivement la vitesse moyenne et la variance de la vitesse des huit vecteurs voisins. Si cette condition, calculée pour chaque composante x et z de chaque vecteur, n'est pas vérifiée, l'algorithme considère les vecteurs vitesse associés au deuxième et au troisième pic de corrélation. Si aucun des trois vecteurs vitesse associés aux trois plus haut pics de corrélations ne respecte le critère de filtre, le vecteur vitesse est effacé et remplacé par interpolation.

2.3 Domaine d'utilisation du système de mesures

2.3.1 Contrastes de concentration

Le maximum du contraste de densité dans la gamme que nous explorons correspond à un nombre d'Atwood égal à 10^{-2} . En augmentant le contraste au delà de cette limite, non seulement la viscosité de la solution saline s'écarte significativement de la viscosité du fluide léger (figure 2.3) mais, en plus, les gradients d'indice optique à l'intérieur de la zone où les liquides se mélangent augmentent (figure 2.16).

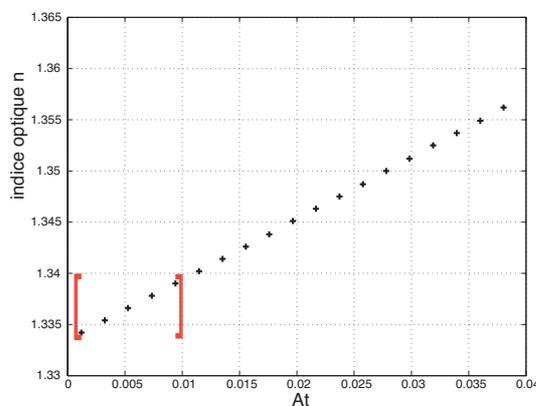


FIG. 2.16 – Variation de l'indice optique n d'une solution d'eau salée en fonction du nombre d'Atwood [104]. La gamme de contraste de densité utilisés ici est entre les crochets rouges.

La conséquence de ces forts gradients est illustrée par la figure 2.17 comparant les cartes d'intensité lumineuse fluorescée résultant de la pénétration de gouttes d'eau salée de concentration en sel différente dans de l'eau pure colorée. Lorsque le contraste de densité est élevé, les rayons lumineux perpendiculaires à des forts gradients d'indice (ils sont alors tangents aux lignes d'iso-indices) génèrent ces importantes striations, analogue à la formation de caustiques. L'analyse quantitative des champs de concentration n'est plus possible et la reconstruction des champs de vitesse est perturbée lors du calcul des corrélations d'images.

L'une des solutions possible pour réduire les gradients d'indices optiques pourrait être l'ajout d'éthanol dans la solution d'eau pure [29, 56]. Prenons l'exemple d'un contraste

de densité de $At = 4.10^{-2}$. Une concentration en éthanol de 200 g.L^{-1} permet d'avoir un indice de $n_{\text{eau+ethanol}} = 1,3484$ [104] mais l'alcool modifiant la densité de la solution ($\rho = 969 \text{ kg.m}^{-3}$), une concentration en sel plus basse est suffisante, l'indice optique provoqué par cette concentration valant $n_{\text{sel}} = 1,35$. Deux problèmes empêchent néanmoins l'application de cette méthode à nos expériences : l'éthanol fragilisant le plexiglas dont est constitué le tube, il faudrait donc changer de matériau. Du verre pourrait être utilisé mais les contraintes mécaniques du montage expérimental poseraient alors problème, notamment au niveau du tube carré utilisé pour réduire les effets de lentille cylindrique. L'autre conséquence est l'augmentation de la viscosité de la solution d'eau et d'éthanol : à 200 g.L^{-1} , $\eta/\eta_{\text{eau pure}} = 2,254$ soit plus de deux fois la viscosité normalisée de la solution saline (figure 2.3). Un ajustement peut être réalisé à l'aide par exemple de glycérol ou de natrosol (polymère augmentant la viscosité sans modifier la densité [8, 92] dans la solution saline, mais cet ajout modifie à son tour l'indice optique et donc la quantité d'éthanol nécessaire pour réduire le gradient d'indice etc.

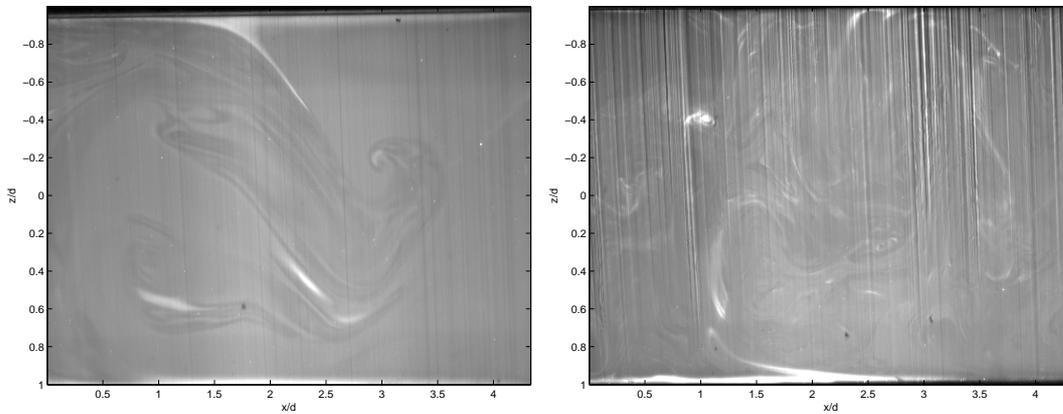


FIG. 2.17 – Injection d'une goutte d'une solution d'eau salée dans de l'eau pure colorée avec de la rhodamine 6G. Expérience réalisée dans un tube de section carrée 40 mm (a) CaCl_2 à une concentration de 3 g.L^{-1} correspondant à $At \sim 10^{-3}$, (b) CaCl_2 à une concentration de 100 g.L^{-1} soit $At \sim 4.10^{-2}$.

Nous étudierons par la suite l'influence du contraste de densité avec trois valeurs du nombre d'Atwood : 10^{-3} , 4.10^{-3} et 10^{-2} qui restent suffisamment faibles pour ne pas avoir l'apparition de ces striations sur les cartes de concentration.

2.3.2 Résolution spatiale et temporelle des mesures de vitesse et de concentration

Nous allons maintenant préciser la résolution spatiale et temporelle des mesures de concentration et de vitesse que nous avons effectuées.

Champ de concentration

La résolution spatiale est de l'ordre du dixième de millimètre, les champs de concentration sont définis à $0,1 \text{ mm}$ près.

La précision des mesures de concentration est excellente : grâce au grand nombre de niveaux de gris, nous pouvons capturer des variations de densité entre $3.10^{-4} \text{ kg.m}^{-4}$ et $7.10^{-3} \text{ kg.m}^{-3}$ suivant les contrastes de densité entre les deux fluides, soit une variation relative, comparée à la différence de densité initial $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$, de l'ordre de $\delta\rho/\Delta\rho \sim 0,01$ à $0,02\%$.

La résolution temporelle englobe deux notions : avoir des images nettes et donc un temps de pose de la caméra le plus bas possible, et suivre au cours du temps les évolutions de l'écoulement. Pour la LIF, le temps de pose de la caméra est le temps le plus bas possible (1 ms) auquel nous pouvons descendre en recueillant une quantité de lumière suffisante pour utiliser l'ensemble des 4096 niveaux de gris de la caméra.

L'intervalle entre les images successives de concentration est de 0,5 s, valeur minimale permise par la vitesse de transmission des images de la caméra vers l'ordinateur. En augmentant la fréquence, le flux de données devient excessif et nous ne sommes plus sûr d'avoir un intervalle de temps constant entre deux images successives.

Champ de vitesse

Là aussi, la résolution spatiale est de l'ordre du dixième de millimètre, il y a un vecteur vitesse tous les 0,4 mm.

La gamme des vitesses mesurables est étendue par la résolution subpixel que l'algorithme de reconstruction du champ de vitesse est capable d'obtenir, à condition qu'une particule ait une taille comprise entre deux et quatre pixels. Dans ce cas, un déplacement d'un dixième de pixel (soit $5 \cdot 10^{-3}$ mm) est détectable. On va ainsi de $5 \cdot 10^{-2}$ m.s⁻¹ pour les vitesses les plus élevées (équation (2.6)) à $1 \cdot 10^{-3}$ m.s⁻¹ pour les plus faibles.

L'éclairage de l'écoulement se fait par le laser pulsé et la caméra acquiert un couple d'images dont la lumière ne provient que des brefs flashes (~ 5 ns). Le temps de pose, toujours plus grand que la durée des pulses, n'est alors moins crucial que lors des mesures de concentration.

La fréquence d'acquisition des couples d'images est de 4 Hz, compromis entre avoir une précision suffisante pour être résolu en temps et pour avoir des films de tailles raisonnables et donc un temps de calcul pour la reconstruction des champs de vitesse décent (une quinzaine d'heures sur un ordinateur mono-processeur). L'intervalle de temps est néanmoins faible par rapport au temps de décorrélation des champs de vitesse (figure 2.15) et assure par là une résolution temporelle tout à fait correcte.

2.4 Conclusion

Nous allons donc étudier l'évolution temporelle des champs de vitesse et de concentration locaux. Ils sont mesurés avec une excellente précision lors d'expériences différentes dans un plan diamétral de 6 cm de long, une trentaine de centimètres au dessus de la vanne centrale. Nous utiliserons trois valeurs du contraste de densité repéré par le nombre d'Atwood, 10^{-3} , $4 \cdot 10^{-3}$ et 10^{-2} , et quatre angles d'inclinaison du tube (repérés par rapport à la verticale) : 15°, 30°, 45° et 60°.

Chapitre 3

Analyse qualitative des régimes d'écoulement

L'objectif de ce chapitre est d'identifier les différents régimes d'écoulement en fonction des paramètres de contrôles qui sont ici l'angle d'inclinaison du tube et le contraste de densité. Ces régimes, étudiés plus précisément lors des chapitres suivants, seront identifiés ici visuellement et à partir de diagrammes spatio-temporels.

3.1 Les trois phases de l'écoulement

L'ouverture de la vanne guillotine au milieu du tube définit le début d'une expérience. Notons que cette ouverture n'est pas neutre pour l'écoulement : des vortex sont créés de part et d'autre de la vanne et accélèrent le mélange des fluides au moment où les fluides commencent à s'interpénétrer.

L'évolution de l'écoulement, vue par la caméra placée une trentaine de centimètres au dessus de la vanne centrale, peut être divisée en trois phases comme indiqué sur la figure 3.1 : tout d'abord le passage dans le champ de vision de la caméra du front d'interpénétration et des instabilités en résultant. Après avoir suffisamment attendu pour que l'influence du passage du front ait disparu, nous atteignons un contre écoulement macroscopique qui peut s'accompagner d'un mélange transverse intense, c'est cette phase de l'expérience qui nous intéressera plus particulièrement ici. Elle est repérée par des accolades rouges sur la figure 3.1. Les fronts de déplacement des fluides atteignent ensuite chacun une extrémité du tube et le fluide correspondant s'accumule en générant un front de retour qui repart vers la vanne centrale. Il finit par arriver dans le champ de la caméra en venant détruire l'écoulement initial, et provoque alors l'arrêt du contre-écoulement macroscopique initial, même s'il subsiste encore quelques fluctuations turbulentes. Le front de retour peut être assez diffus et une image de celui-ci est par conséquent difficile à obtenir¹. L'état final dépend de l'efficacité du mélange et peu conduire soit à une stratification stable, soit à une concentration homogène dans tout le tube.

Nous allons maintenant regarder un peu plus précisément l'évolution temporelle de l'écoulement dans les trois phases que nous venons de définir. Nous nous appuyerons sur l'exemple d'un écoulement correspondant à $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$.

¹Dans le cas des fluides non miscibles, tout comme pour les écoulements avec faible mélange transverse observés aux forts angles d'inclinaison, ce front de retour est spectaculairement visible.

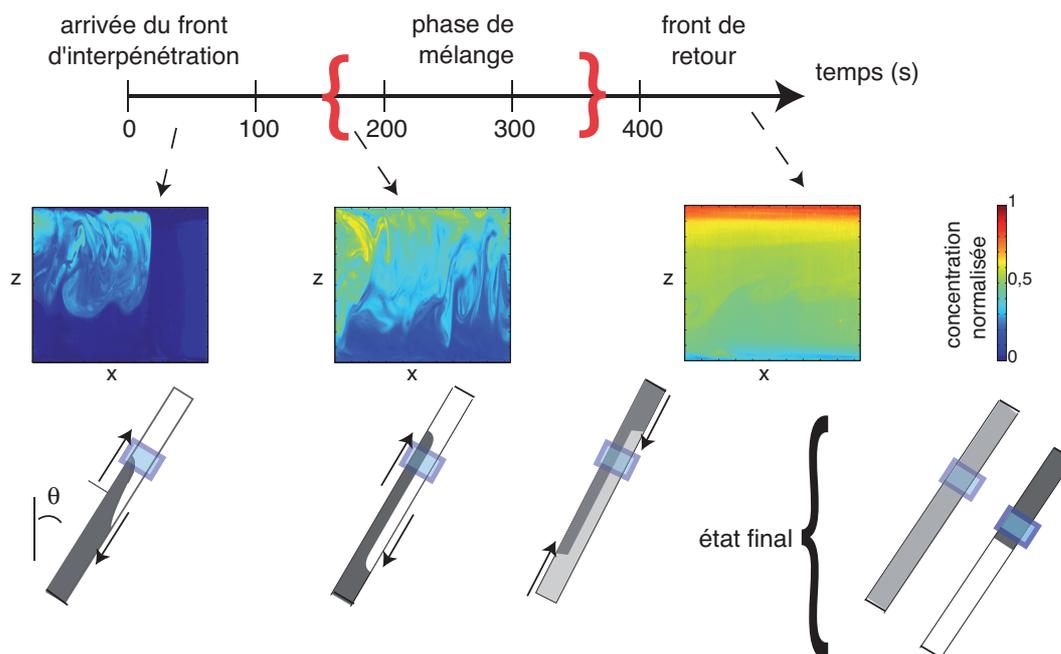


FIG. 3.1 – Vues instantanées de la concentration normalisée au cours du temps. La vanne centrale est ouverte à $t = 0$ et la zone d'écoulement statistiquement stationnaire est repéré par les accolades rouges. Ces images, étirées verticalement pour une meilleure visibilité, correspondent à un champ de 2 cm de haut et de 12 cm de long. Expérience correspondant à $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$.

3.1.1 Phase 1 : front d'interpénétration

Le front d'interpénétration, dont nous pouvons voir sur la figure 3.2 une vue instantanée de la vitesse et de la concentration normalisée², met une trentaine de secondes avant d'arriver dans le champ de la caméra, ce qui correspond à une vitesse moyenne d'un centimètre par seconde, comme attendu pour ces valeurs de At et θ [87].

La dynamique de ce front a fait l'objet de nombreuses études, tant numériques qu'expérimentales, dans la configuration de type "courant de gravité" rencontrée dans des canaux ou conduites horizontaux ou faiblement inclinés par rapport à l'horizontale. Gardons cependant à l'esprit qu'en géométrie inclinée, l'écoulement résulte d'un équilibre gravité-inertie et que la présence d'une composante de la gravité alignée dans la direction de l'écoulement force en permanence l'écoulement. Ce forçage dure tant qu'un mélange homogène ou une configuration stable des contrastes de densité (fluide léger au dessus du fluide lourd) n'ont pas été atteints. Par contre, dans le cas d'une propagation des courants sur un support horizontal, c'est la viscosité qui domine, et l'absence de composante horizontale de la gravité empêche d'atteindre une vitesse stationnaire.

Attardons-nous un instant sur les caractéristiques de la distribution de la concentration et des vitesses locales des fluides dans la région du front dont nous montrons sur la figure 3.2 des vues instantanées. Les images, comme toutes celles qui seront présentées dans la suite de ce manuscrit, sont agrandies (d'un facteur 3) suivant la hauteur z et ne respectent donc pas le rapport d'aspect. La zone de concentration plus faible, visible en teinte bleue sombre

²Rappelons que les champs de vitesse et ceux de concentration sont mesurés au cours d'expériences différentes.

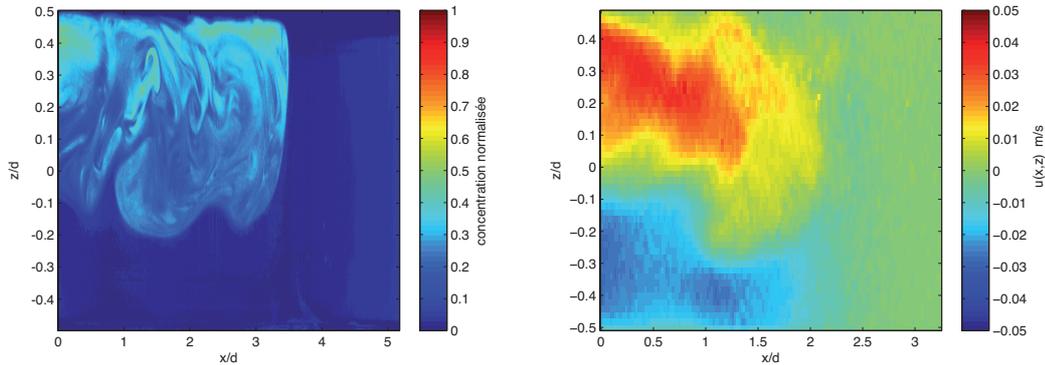


FIG. 3.2 – Vues instantanées du front d'interpénétration, à gauche, le champ de concentration normalisée et à droite le champ de vitesse longitudinale instantanée $u(x, z)$. Expérience correspondant à $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$.

près de la paroi supérieure, sur laquelle glisse le front est une conséquence de la condition de non glissement imposée par la viscosité. En effet, en comparant les distributions de concentration près du front avant mesurées pour un courant de gravité sur un support fixe et pour un autre réalisé avec les mêmes caractéristiques mais sur un tapis roulant dans le sens opposé à la propagation du courant, Simpson [76] a montré la disparition de cette zone de concentration plus faible et la modification de la forme du front. Cette fine couche, plus lourde, sur laquelle "surfe" le courant est responsable d'instabilités juste derrière le front : elle va avoir tendance à descendre sous l'action des forces de flottabilité. Ce raisonnement est valable dans la moitié inférieure du tube où un front de fluide lourd descend le long de la génératrice inférieure. Dans les images de l'écoulement dans le demi-tube supérieur que nous proposons ici en exemple, le front de fluide léger monte en chevauchant un film de fluide lourd et c'est le mouvement descendant de dernier qui provoquera l'instabilité.

Ce mouvement parasite crée de petites structures tridimensionnelles qui sont ensuite amplifiées pour aboutir à des structures en lobes et fentes. Celles-ci sont particulièrement visibles si la dimension transverse est grande. Les expériences de Simpson [76] ou les simulations à trois dimensions de Härtel *et al.* [54], réalisées les unes comme les autres pour des courants de gravité dans la géométrie horizontale d'un canal et pour un écoulement de "lock-exchange"³, ont particulièrement bien capturé ces instabilités comme nous pouvons le voir sur la figure 3.3. Puisque l'on ne mesure les champs de vitesse et de concentration que dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) , ces structures tridimensionnelles ne ressortent pas clairement dans nos expériences car, vues dans ce plan, elles peuvent être confondues avec les instabilités créées par le cisaillement. Ce dernier, provoqué par le déplacement du front, crée de fortes instabilités de l'interface entre les deux fluides immédiatement en arrière du front, instabilités qui se propagent si elles ne sont pas atténuées par les effets stabilisants présents : la ségrégation due à la différence de densité entre les deux fluides et la viscosité (et dans le cas de fluides non miscibles, la tension de surface).

La vitesse d'avancée du front dans ce montage a été mesurée expérimentalement [90] et par simulations numériques [46]. Elle est imposée par un équilibre inertie-gravité et ces deux auteurs ont montré que la vitesse de front $V_f = \sqrt{Atgd}$ était de l'ordre de la vitesse caractéristique inertielle V_t . Assez loin de la vanne centrale, la vitesse d'avancée des courants

³Lâcher d'un volume de fluide dense au sein d'un fluide moins dense/

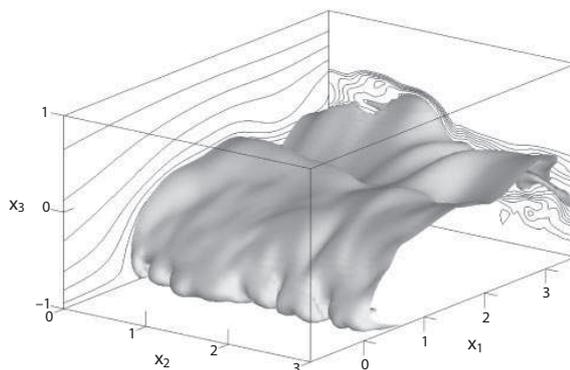


FIG. 3.3 – Instabilités en lobes et fentes provoquées par la présence sous le front d'interpénétration d'une couche de fluide plus léger, $Re_t=750$. Image extraite de Härtel *et al.* [54]. La figure 1.15 de l'introduction montre une vue de dessus de cette instabilité.

est constante et le contraste local de concentration au front⁴ C_f pilote la dynamique. On a alors : $V_f = \sqrt{C_f} V_t$. La différence entre cette vitesse de front et la vitesse dans l'écoulement qui peut être plus élevée induit alors une recirculation au niveau du nez.

La figure 3.4(a) présente les lignes de courant dans le "nez", obtenues à partir de nos données expérimentales, pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 10^{-2}$ (avec changement de référentiel pour se placer dans celui du front). Cette structure de recirculation avec notamment la présence d'un point de stagnation à l'extrémité du front est assez universelle : elle a été observée, par exemple, expérimentalement par Britter & Simpson [77, 76] dans le cas d'un courant de gravité avançant sur une surface horizontale.

Pour comparaison avec nos résultats, nous avons ajouté la figure 3.4(b). Elle est issue d'une simulation numérique à trois dimensions d'un courant de gravité en canal horizontal⁵ avec une condition de non glissement à la paroi [54]. Le nombre de Reynolds Re_t vaut 10^3 dans notre expérience présentée ici comme dans la simulation numérique.

Malgré les différences de géométrie et d'inclinaison, les deux figures sont qualitativement proche avec une même structure globale de recirculation. Les différences entre ces deux figures peuvent être imputés aux mouvements tridimensionnels, différents entre la géométrie cartésienne de la simulation et celle, fortement confinée, de notre tube.

3.1.2 Phase 2 : contre-écoulement quasi stationnaire

Continuons à observer l'écoulement : il est fortement perturbé par le passage du front mais, au fur et à mesure, l'influence de celui-ci diminue et l'on se trouve dans la situation de deux fluides en contre-écoulement. La stabilité de l'interface entre deux fluides est un problème classique de la littérature. Le cisaillement peut provoquer deux types d'instabilités :

- une instabilité de Kelvin-Helmholtz. L'interface se déstabilise sous la forme de vagues qui vont croître puis déferler, générant ainsi un ensemble de tourbillons alignés co-rotatifs. Les mécanismes de croissance et de saturation de l'amplitude de ces tourbillons ont été décrits dans différentes configurations de couches de mélange [50] et

⁴Défini comme la fraction de fluide initial pur, dans le fluide déplaçant, au niveau du front, en supposant que, de l'autre côté du front, le fluide déplacé reste pur.

⁵La géométrie de ces écoulements en canal horizontal est évidemment différente de celle en tube incliné présentée ici mais, à temps long, les comportements sont qualitativement et quantitativement très proches, comme l'ont montré Hallez & Magnaudet [45, 46].

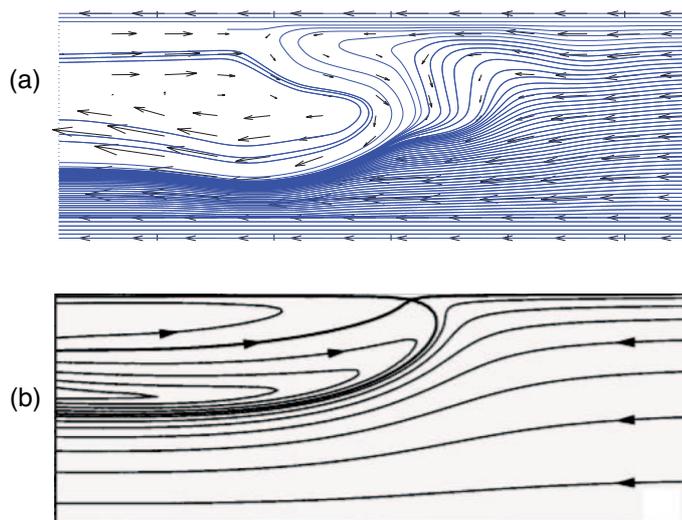


FIG. 3.4 – Lignes de courant près de l'avant d'un front d'interpénétration : (a) Lignes de courant expérimentales dans le référentiel du front, image instantanée obtenue pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 10^{-2}$, soit $Re_t = 10^3$. (b) simulation numérique issue de la référence [54] pour un nombre de Reynolds $Re_t = 10^3$. La simulation est effectuée à trois dimensions dans un canal horizontal (le rapport hauteur sur largeur vaut $2/3$) avec condition de non glissement à la paroi, et moyennée dans l'épaisseur alors que la mesure est effectuée dans le plan diamétral du tube. Pour une meilleure comparaison avec la vue expérimentale, cette image est tournée de 180° .

des diagrammes de stabilité linéaire ont été calculés aussi bien pour des conduits horizontaux [60] que faiblement inclinés [33].

- une onde de Holmboe [67, 33, 60, 51, 79]. Elle peut apparaître lorsque la variation de densité s'opère sur une distance transverse à l'écoulement moyen plus faible que la variation de vitesse, c'est-à-dire lorsque le gradient de densité se développe à l'intérieur d'une couche de cisaillement de plus grande épaisseur. Il apparaît alors de part et d'autre de l'interface deux trains de tourbillons d'amplitude finie qui se propagent dans des directions opposées le long de l'interface et qui proviennent des couches limites de diffusion.

Les ondes de Holmboe ne sont pas observées dans notre expérience, à la différence des instabilités de Kelvin-Helmholtz qui jouent dans notre écoulement un rôle essentiel dans le mélange.

L'interaction entre toutes les instabilités présentes peut induire, selon les valeurs de At et θ un fort mélange transverse : on peut en voir un exemple avec la figure 3.5 qui présente une vue instantanée du champ de concentration et du champ de vitesse. Ce régime de mélange est observé pendant une bonne partie de l'expérience, typiquement entre 100 et 200 secondes suivant l'angle d'inclinaison et le contraste de densité. Nous appellerons Δt la durée de cette phase. C'est sur cette phase que se concentreront essentiellement les chapitres qui vont suivre.

3.1.3 Phase 3 : arrivée du front retour

Les fronts d'interpénétration finissent par atteindre chacun l'extrémité des demi-tubes situés à 2 m de la vanne centrale. Les fluides s'accumulent aux extrémités et un front de retour peut apparaître de chaque côté, et remonte vers la vanne centrale en "cassant" l'écoulement initial. L'existence de ce front de retour dépend de la valeur des paramètres

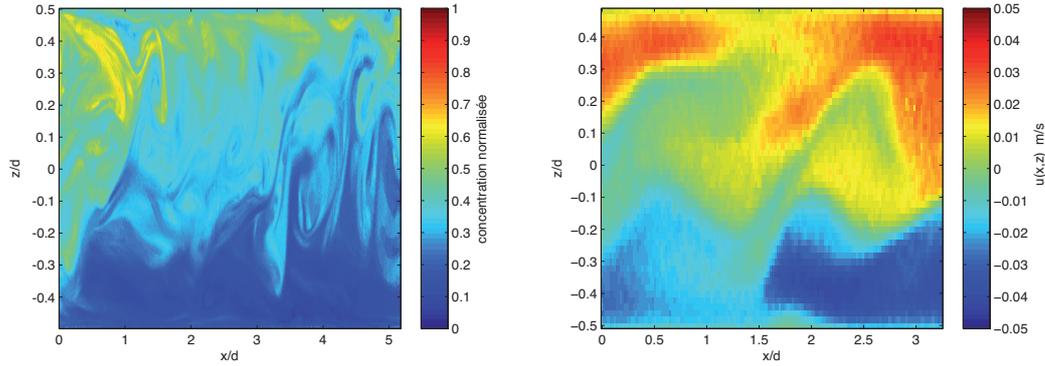


FIG. 3.5 – Vue instantanée de l'écoulement de mélange statistiquement stationnaire, à gauche, la concentration normalisée et à droite la vitesse longitudinale instantanée $u(x, z)$. Expérience pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$.

de contrôle de l'expérience : si le mélange entre les deux fluides durant l'écoulement est important, l'état final stable observé correspond à une concentration homogène dans tout le tube.

Si, par contre, les deux fronts de retour subsistent jusqu'à se rencontrer, on obtient une stratification stable (fluide léger dans la demi-longueur supérieure du tube sur du fluide lourd dans la demi-longueur inférieure). L'arrivée de ces fronts de retour dans le champ de vision de la caméra peut être spectaculaire, la vitesse longitudinale décroît alors très fortement et la concentration devient homogène (modulo quelques fluctuations résiduelles) sur tout le diamètre du tube, comme on peut le voir sur la figure 3.6. Dans nos expériences, la phase de mélange où l'écoulement est statistiquement stationnaire se termine quand le front de retour du demi tube supérieur arrive dans le champ de vision de la caméra. En pratique nous arrêtons de moyenner un peu avant pour éviter toute influence du front retour sur la valeur des moyennes.

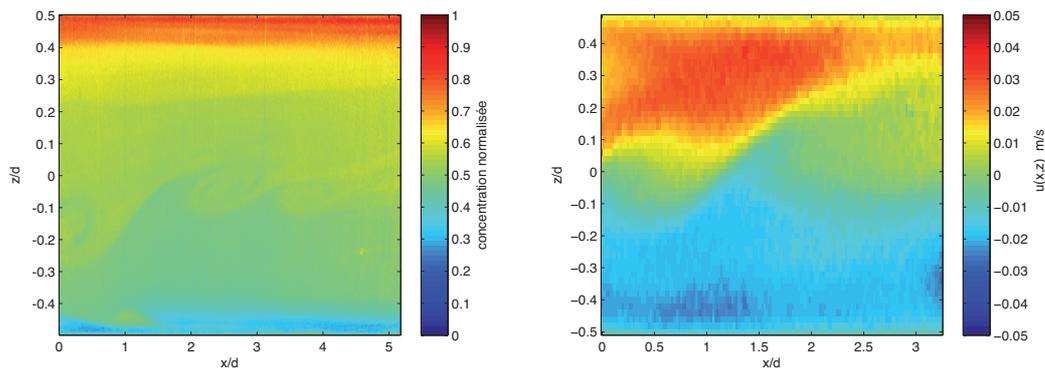


FIG. 3.6 – Vue instantanée de l'écoulement après passage du front retour, à gauche, la concentration normalisée et à droite la vitesse longitudinale instantanée $u(x, z)$. Expérience pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$.

Des trois phases de l'écoulement, nous nous intéresserons tout particulièrement par la suite à la phase de contre-écoulement quasi stationnaire, observée comme nous l'avons vu entre la fin de l'influence du passage du front d'interpénétration et l'arrivée du front de

retour.

3.2 Domaines d'existence des régimes d'écoulement en fonction des paramètres de contrôle

L'intensité relative des différents mécanismes déstabilisants l'écoulement (cisaillement à l'interface entre les deux fluides) et des mécanismes stabilisants (ségrégation des fluides et viscosité) à l'œuvre dans cette expériences dépend de l'angle d'inclinaison du tube θ et du contraste de densité (toujours caractérisé par le nombre d'Atwood At). L'étude quantitative de la compétition entre ces mécanismes aura lieu au chapitre 6. Nous allons continuer, ici, de décrire qualitativement les écoulements en fonction des paramètres de contrôle de l'expérience.

En faisant varier nos deux paramètres de contrôle, l'écoulement présente une grande variété de comportements que nous pouvons classer en trois domaines comme nous pouvons le voir sur la carte des régimes de la figure 3.7 :

- pour des angles élevés et des contrastes de densité faibles ($At = 10^{-3}$), nous observons, dans la phase de contre-écoulement quasi stationnaire que nous venons de définir, un contre-écoulement laminaire stable de deux fluides qui glissent l'un sur l'autre sans mélange turbulent. Ce régime, repéré en gris sur la carte, sera appelé **régime d'écoulement laminaire (EL)**.
- à l'inverse, pour des tubes proches de la verticale et des contrastes de densité élevés, l'écoulement présente un fort mélange transverse turbulent durant toute la phase de contre-écoulement quasi stationnaire. Ce régime, repéré en bleu sur la carte, sera appelé **régime de mélange turbulent (MT)**.
- entre les deux, le contre-écoulement laminaire est déstabilisé par des explosions turbulentes dont l'intensité et la fréquence dépendent de At et θ . Ce régime, repéré en rouge sur la carte, sera appelé **régime de mélange intermittent (MI)**.
- Enfin, il reste une zone où l'écoulement est difficilement classable, pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-3}$: au vu des films, il semblerait que le front soit alimenté par des bulles de fluides presque purs qui se propagent rapidement mais les images ne sont pas assez contrastées pour conclure. Avec un contraste de densité encore plus faible ($At = 10^{-4}$) peut-être arriverait-on alors à identifier le régime d'écoulement.

Il est intéressant de comparer ce diagramme avec celui de l'existence du coefficient de diffusion macroscopique obtenu par Séon (figure 1.20 (a)). Dans le domaine d'existence du régime de mélange turbulent, le processus d'étalement de la zone de concentration est diffusif. Le régime d'écoulement laminaire correspond par contre à la zone où le mélange est trop faible pour qu'il puisse être possible de définir un coefficient de diffusion. Quant au régime de mélange intermittent, il se situe à la lisière des régimes d'étalement diffusifs et convectifs établis par Séon.

Nous pensons que ce point pourra se révéler important pour comprendre le transport de la masse par des fluctuations de vitesse, données que nous obtiendrons en mesurant simultanément les champs de vitesse et de concentration locaux.

Pour pouvoir distinguer les trois phases de l'écoulement et analyser leurs comportements, nous utiliserons des diagrammes spatio temporels du champ de concentration $\langle c(z; t) \rangle_x$ et du champ de vitesse longitudinale $\langle u(z; t) \rangle_x$. Des images de la concentration ou de la vitesse sont acquises à intervalle réguliers : une fréquence de 2 Hz pour la concen-

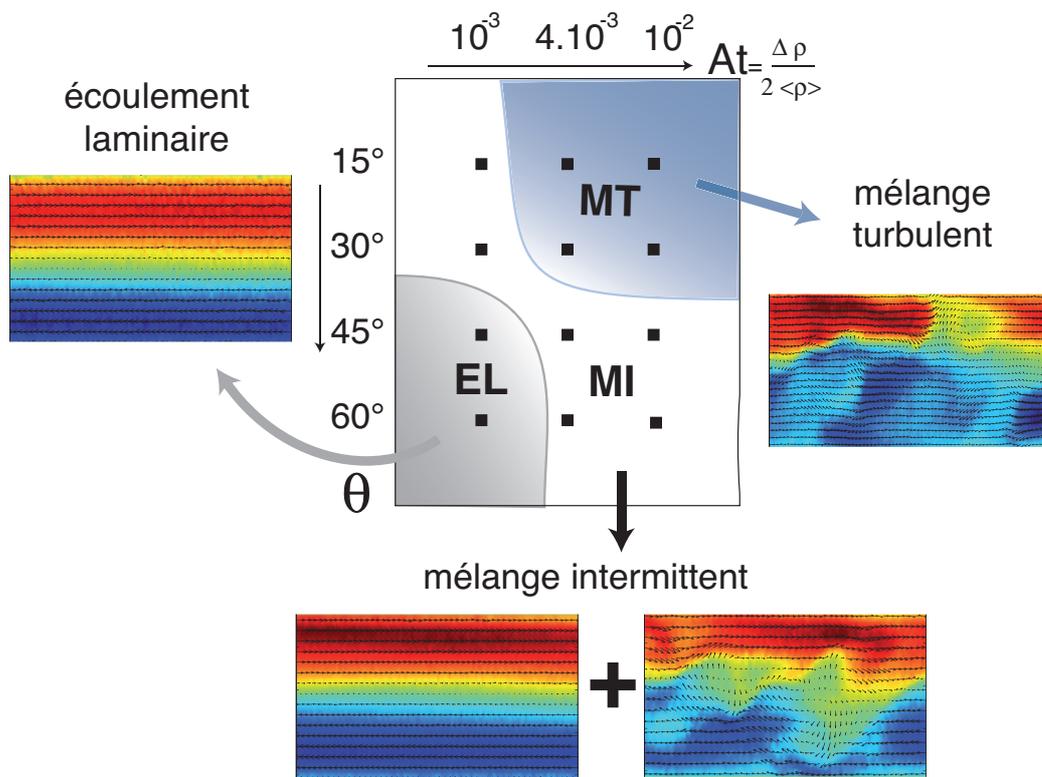


FIG. 3.7 – Carte des régimes d'écoulements observés suivant la valeur des paramètres de contrôle : contraste de densité (caractérisé par le nombre d'Atwood At) en fonction de l'angle d'inclinaison θ du tube.

tration et de 4 Hz pour la vitesse. Chaque image est moyennée suivant la longueur de l'image Δx et, en accolant les profils instantanés selon z les uns aux autres, on obtient un diagramme spatio-temporel du type de celui de la figure 3.9 dans lequel le temps est en ordonnée et la hauteur de l'image z en abscisse. Rappelons quelques ordres de grandeurs :

- Δx vaut une douzaine de centimètres lors des mesures du champ de concentration, la moitié pour le champ de vitesse.
- la vitesse d'avancée des fronts varie avec l'angle d'inclinaison du tube et le contraste de densité. Le temps Δt , compris entre le moment où l'on ne distingue plus l'influence du front d'interpénétration dans l'écoulement et l'arrivée du front de retour, vaudra entre 100 et 300 secondes suivant les expériences.

Même si l'absence d'un montage mesurant simultanément la vitesse et la concentration nous a empêché d'étudier les corrélations entre les variations de vitesse et de concentration, ces diagrammes spatio-temporels permettent de dégager les caractéristiques générales des écoulements : en particulier l'importance du mélange et sa régularité, ainsi que le développement des instabilités.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons préciser ces régimes et dégager les principales caractéristiques de ces écoulements qui seront étudiés plus en détails et de façon quantitative dans les chapitres suivants.

3.2.1 Régime d'écoulement laminaire (EL)

Plaçons nous tout d'abord dans le régime d'écoulement laminaire. Nous l'avons observé dans la phase de contre-écoulement quasi-stationnaire, pour de faibles contrastes de densité (typiquement $At = 10^{-3}$) et des l'angles d'inclinaison par rapport à la verticale élevés ($\theta = 45^\circ$ ou 60°). Nous prendrons comme exemple, $At = 10^{-3}$ et $\theta = 60^\circ$. Le profil de concentration dont on peut voir sur la figure 3.8 une vue instantanée, adopte une configuration avec trois couches de concentrations différentes superposées : dans le tiers inférieur et supérieur de la hauteur les fluides purs de départ et, dans le tiers central, un mélange avec une concentration normalisée proche de 0,5.

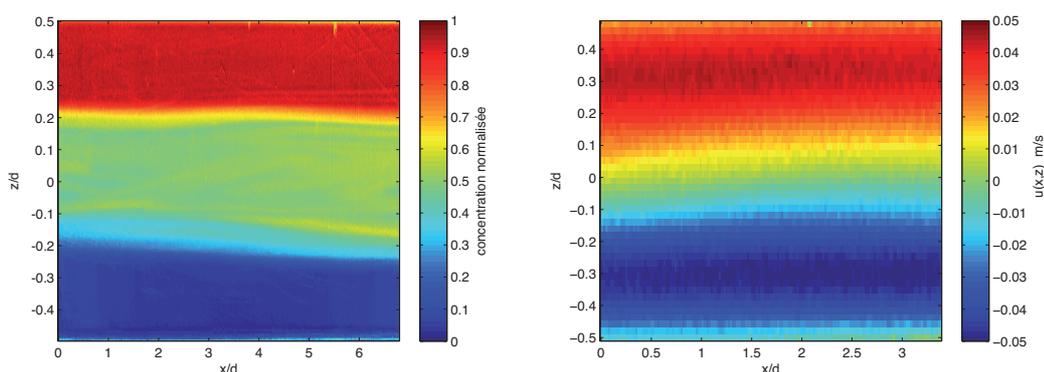


FIG. 3.8 – Image de l'écoulement stationnaire (la phase de contre-écoulement quasi-stationnaire). À gauche, la concentration normalisée et à droite la vitesse longitudinale instantanée $u(x, z)$. Expérience réalisée pour $\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$.

Les diagrammes spatio-temporels des profils transverses de la vitesse longitudinale et de la concentration, visibles sur la figure 3.9, nous montrent l'existence d'instabilités provoquées par le passage du front, induisant un mélange dans la partie médiane du tube.

L'écoulement se stabilise ensuite, modulo quelques fluctuations impliquant l'ensemble de la couche centrale et les zones latérales proches. Entre le passage du front d'interpénétration et celui de front de retour, les profils de concentration comme de vitesse sont remarquablement stables au cours du temps. Tandis que le champ de concentration adopte une structure à trois couches superposées, chacune de concentration constante, le profil de vitesse montre, pendant la phase stationnaire, un écoulement en sens inverse dans chacune des deux moitiés du tube. Dans ces diagrammes, nous voyons clairement arriver le front d'interpénétration dans le champ de vision de la caméra (vers 45 secondes) et la destruction du contre écoulement stationnaire par le front de retour (vers 210 secondes). On a ensuite un écoulement de faible vitesse avec des couches de concentrations quasi constantes sur les bords du tube dont la taille diminue progressivement.

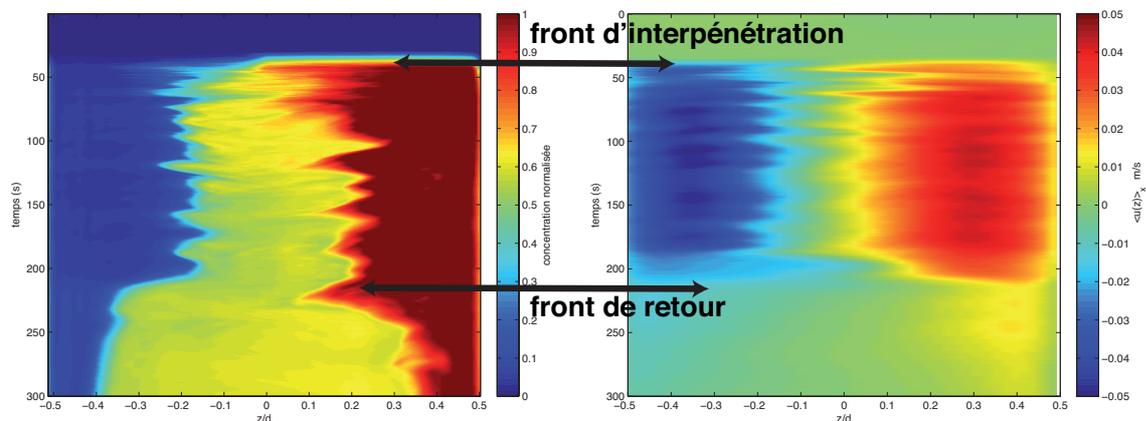


FIG. 3.9 – Diagrammes spatio-temporels des profils moyens de concentration normalisée (à gauche) et de vitesse longitudinale (à droite) dans le régime d'écoulement laminaire ($\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$).

Pour analyser plus quantitativement cette stabilité temporelle du contre écoulement, nous avons tracé sur la figure 3.10 la variation temporelle, à z fixé, de la vitesse longitudinale moyennée sur la longueur Δx de l'image : le passage du front d'interpénétration dans le champ de vision de la caméra perturbe l'écoulement qui se stabilise ensuite très rapidement. La vitesse ne fluctue que peu pendant près d'une centaine de secondes et l'arrivée du front de retour est clairement visible : la vitesse chute brutalement et tend progressivement vers zéro. Les images de la figure 3.8 sont prises pendant la phase stationnaire de l'écoulement.

3.2.2 Régime de mélange turbulent (MT)

À l'opposé du régime d'écoulement laminaire, le tube est ici proche de la verticale, $\theta = 15^\circ$ ou 30° et le contraste de densité est plus élevé : $At = 4.10^{-3}$ ou 10^{-2} . Nous nous appuyerons sur l'exemple d'un écoulement réalisé à un angle de 15° avec un contraste de densité de 4.10^{-3} pour lequel nous reproduisons sur la figure 3.11 des images instantanées des champs de concentration et de vitesse dans la phase de contre-écoulement quasi-stationnaire.

Dans ces conditions, l'écoulement est alors une suite rapprochée d'explosions turbulentes d'intensité comparable, visibles sur les diagrammes spatio-temporels des profils moyens de la vitesse et de la concentration (figure 3.12) ainsi que sur l'évolution temporelle à z fixé de la vitesse longitudinale moyennée suivant x (figure 3.13). La durée de cette phase de mélange ($\Delta t \simeq 300$ s) est beaucoup plus grande que la durée de la phase

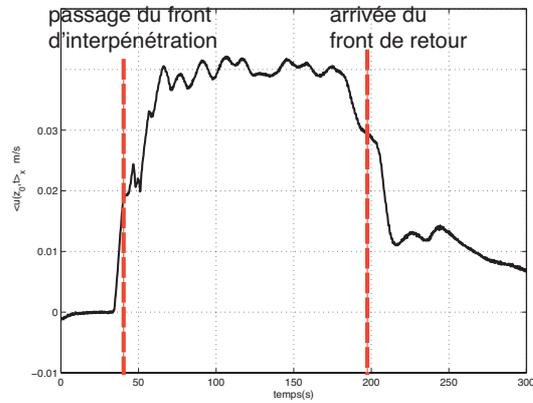


FIG. 3.10 – Évolution temporelle de $\langle u \rangle_x$ à $z_0/d = 0,3$ fixé dans le régime d'écoulement laminaire ($\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$).

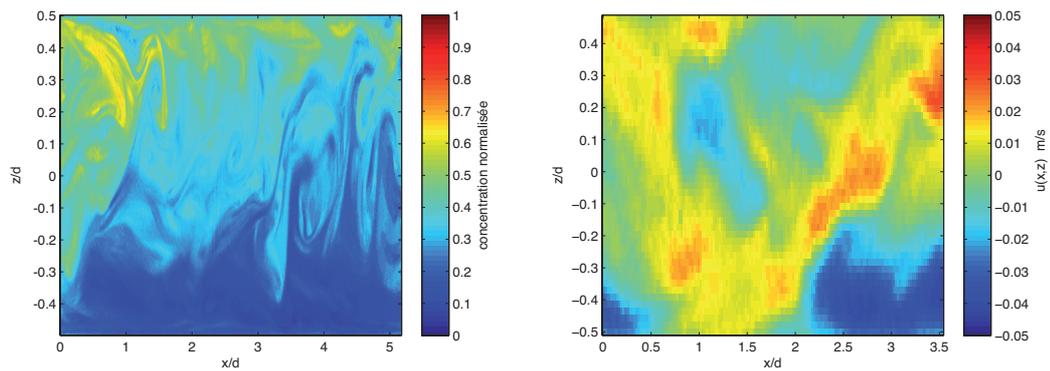


FIG. 3.11 – Image instantanée obtenue dans le régime d'écoulement turbulent quasi-stationnaire. À gauche, le champ de concentration normalisée et à droite le champ de vitesse longitudinale instantanée $u(x, z)$. Expérience pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$.

de contre-écoulement laminaire observée lors de l'étude du régime d'écoulement précédent ($\Delta t \simeq 150$ s). En effet, les fluides avancent d'autant plus rapidement que l'angle d'inclinaison est élevé ou que le contraste de densité est faible [90], réduisant d'autant l'intervalle de temps entre le passage du front d'interpénétration et le passage du front de retour. Le temps d'acquisition trop court n'a pas permis d'observer le front de retour.

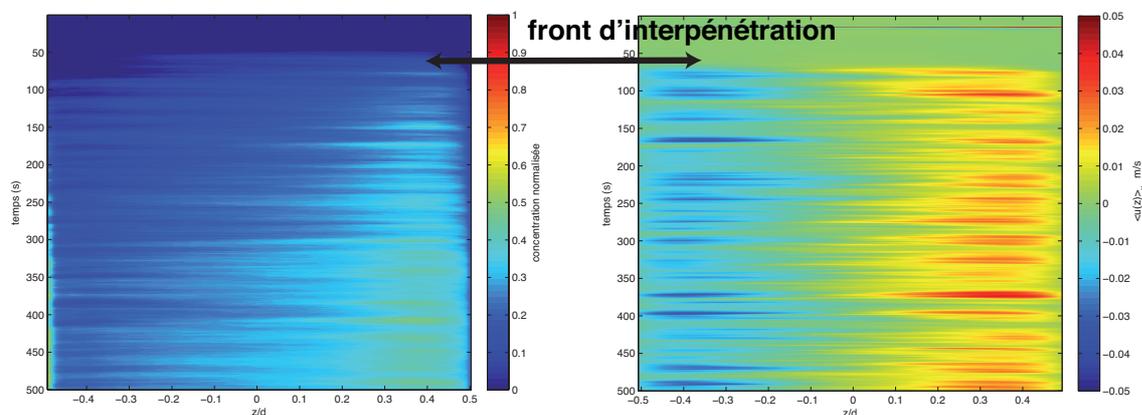


FIG. 3.12 – Diagrammes spatio-temporels des profils moyens de concentration normalisée (à gauche) et de vitesse longitudinale (à droite) dans le régime de mélange turbulent ($\theta = 15^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$).

L'efficacité du mélange transverse résultant de cet écoulement turbulent est importante comme nous pouvons le voir sur l'image instantanée du champ de concentration normalisée (figure 3.11). La conséquence est une concentration normalisée dont la variation globale est beaucoup plus lente sur la section du tube que dans le cas précédent. Notons enfin que la valeur de la concentration moyenne dans la section dérive au cours du temps alors qu'il n'en est pas de même pour la vitesse. Cet effet s'observe bien en comparant les deux diagrammes spatio-temporels de la figure 3.12.

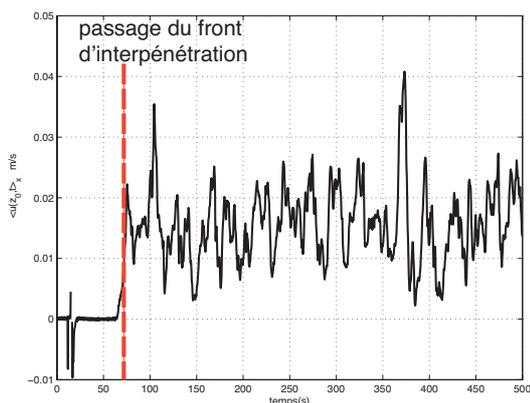


FIG. 3.13 – Évolution temporelle de $\langle u \rangle_x$ à $z/d = 0,3$ dans le régime de mélange turbulent ($\theta = 15^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$).

L'évolution temporelle de la vitesse longitudinale $\langle u \rangle_x$ à z fixé (figure 3.13) indique une succession rapide de bouffées turbulente. Un pareille évolution a été observée par Kneller [56, 55] lors d'expériences de lock-exchange en canal horizontal, mais avec un confinement beaucoup plus faible que celui atteint lors de nos expériences. Les valeurs

du rapport longueur sur diamètre/profondeur sont en effet respectivement de 22 pour les expérience de Kneller contre 200 pour les nôtres.

3.2.3 Régime de mélange intermittent (MI)

Le troisième régime d'écoulement, celui d'un mélange intermittent, est observé pour des couples de valeurs de θ - At intermédiaires entre celles conduisant à un écoulement laminaire et celles correspondant à un écoulement de mélange turbulent. Ce régime peut être qualitativement décrit comme un écoulement laminaire entrecoupé de bouffées de mélange turbulent.

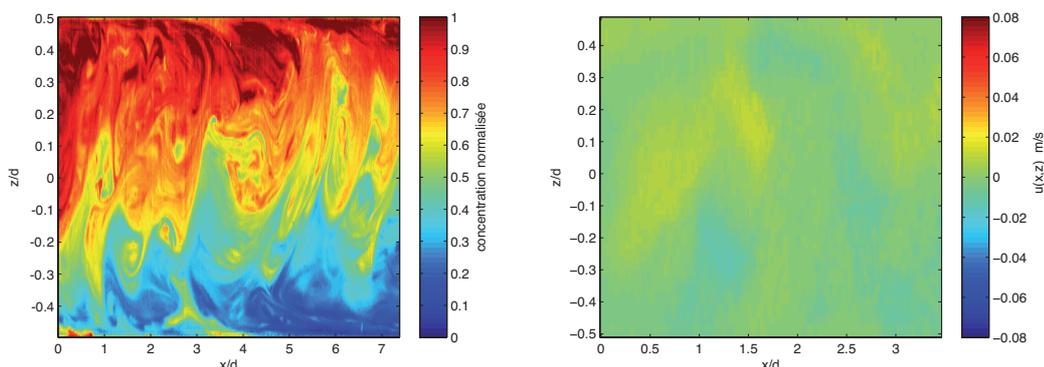


FIG. 3.14 – Images instantanées d'une explosion turbulente dans le régime de mélange intermittent : champ de concentration à gauche et champ de vitesse longitudinale à droite, $\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$.

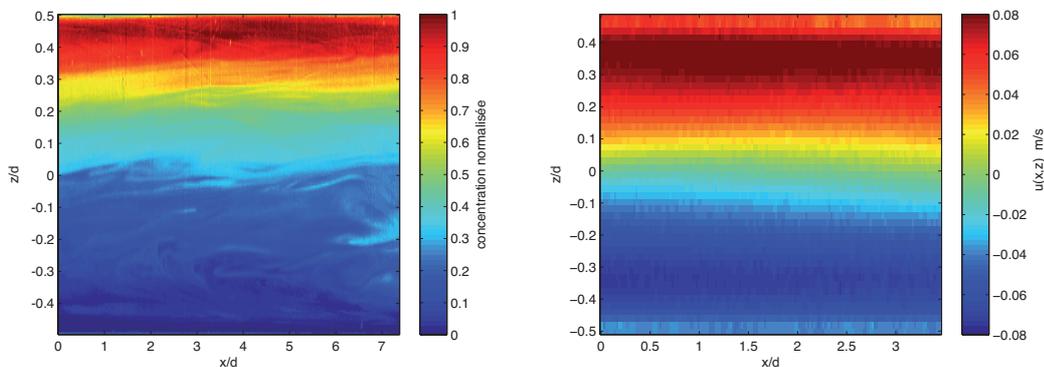


FIG. 3.15 – Images instantanées d'une phase de contre-écoulement dans le régime de mélange intermittent : champ de concentration à gauche et champ de vitesse longitudinale à droite, $\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$.

L'écoulement présente un caractère intermittent avec, en alternance, des phases de contre-écoulement organisé, suivies du développement très rapide d'instabilités assurant un fort mélange transverse et bloquant le contre écoulement. Une fois que la concentration a été homogénéisée dans tout le diamètre, le contre-écoulement se développe de nouveau et le cycle recommence. Ces phases correspondent à des champs de concentration et de vitesse instantanées très différents (figures 3.14 et 3.15) et sont clairement identifiables sur les diagrammes spatio-temporels de la figure 3.16. Durant les phases de contre-écoulement laminaire, la vitesse longitudinale augmente (figure 3.17) et la variation de concentration

sur le diamètre du tube devient de plus en plus importante (les concentrations dans les parties inférieure et supérieure de la section se rapprochent de plus en plus de celle des fluides purs). Lors des explosions turbulentes, la vitesse s'annule quasiment (figure 3.17) et les gradients transverses de concentration moyennes dans la section du tube sont réduits.

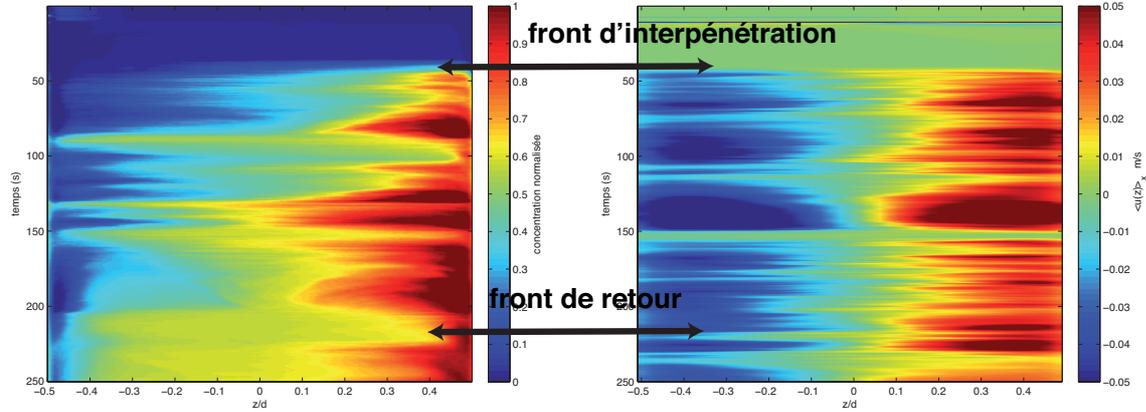


FIG. 3.16 – Diagrammes spatio-temporels des profils moyens de concentration normalisée (à gauche) et de vitesse longitudinale (à droite) dans le régime de mélange intermittent ($\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$).

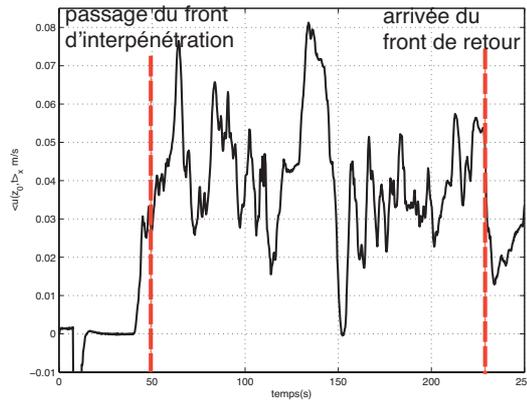


FIG. 3.17 – Évolution temporelle de $\langle u \rangle_x$ à $z/d = 0,3$ dans le régime de mélange intermittent, $\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$.

3.3 Outils d'analyse

Nous utiliserons dans les chapitres suivants quelques approches communes. Nous introduisons maintenant les définitions de quelques grandeurs caractéristiques de notre système ainsi que les outils statistiques qui sont nécessaires pour décrire nos écoulements.

3.3.1 Grandeurs caractéristiques du système

Dans la gamme de valeurs de paramètres de contrôle considérée ici, Séon [89] a montré que les écoulements reflètent un équilibre entre gravité et inertie.

Dans le tableau 3.1 sont reportés, pour les trois contrastes de densité que nous étudierons, les valeurs de la vitesse caractéristique inertielle $V_t = \sqrt{Atgd}$ et du nombre de

Reynolds $Re_t = V_t d / \nu$ (définis dans la section 1.3) correspondants.

	$At = 10^{-3}$	$At = 4.10^{-3}$	$At = 10^{-2}$
V_t (m.s ⁻¹)	$1,4.10^{-2}$	$2,8.10^{-2}$	$4,4.10^{-2}$
Re_t	280	560	880

TAB. 3.1 – Valeurs de la vitesse caractéristique inertielle $V_t = \sqrt{Atgd}$ et du nombre de Reynolds $Re_t = V_t d / \nu$ pour les trois contrastes de densité étudiés.

À partir de ces grandeurs caractéristiques, nous définirons les variables sans dimension suivantes, repérées par la suite à l'aide d'un tilde, pour la vitesse, les distances et le temps :

$$\tilde{u}_i = \frac{u_i}{V_t}, \tilde{x}_i = \frac{x_i}{d} \text{ et } \tilde{t} = \frac{t}{T} \quad (3.1)$$

où T est le temps inertiel défini par $T = d/V_t = \sqrt{d/Atg}$. Le contraste de densité mesuré peut varier un peu d'une expérience à l'autre et c'est sa moyenne sur plusieurs expériences réalisées dans les mêmes conditions, qui est utilisée pour calculer At .

3.3.2 Définition des moyennes

Décomposition de Reynolds

Dans certains domaines d'angles d'inclinaison et de contrastes de densité, le mélange transverse est associé à d'importantes fluctuations de la vitesse. Suivant la méthode de Reynolds, chaque composante de la vitesse est décomposée en la somme d'une valeur moyenne et des fluctuations liées à la turbulence :

$$u_i = \langle u_i \rangle + u'_i, \quad (3.2)$$

où u_i la composante selon l'axe i (x ou z) de la vitesse, l'opérateur $\langle \rangle$ désignant la moyenne de la vitesse. Par construction, la valeur moyenne des fluctuations est nulle : $\langle u'_i \rangle = 0$.

Moyennes d'ensemble et temporelle

En principe, la moyenne utilisée lors de la décomposition de Reynolds de l'équation (3.2) est une moyenne d'ensemble, *i.e.* la moyenne sur un grand nombre de réalisations indépendantes $u_i^{(\alpha)}$ réalisées pour des conditions initiales identiques et une même géométrie. Cette moyenne,

$$\langle u_i \rangle_e(\vec{r}, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N u_i^{(\alpha)}(\vec{r}, t), \quad (3.3)$$

n'est pas évidente à mettre en pratique. Mais dans le cas où l'écoulement est presque stationnaire statistiquement, en utilisant l'hypothèse classique d'ergodicité, la moyenne d'ensemble peut être assimilée à la moyenne temporelle :

$$\langle u_i \rangle_t(\vec{r}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_i(\vec{r}, t') dt'. \quad (3.4)$$

où t_0 est une origine des temps a priori quelconque. Dans notre cas, t_0 est choisi après le passage du front. Pour que cette moyenne converge, il faut non seulement que l'échantillon soit grand mais aussi que le temps d'observation T soit à la fois beaucoup plus grand que le

temps caractéristique des fluctuations de vitesse les plus lentes associées aux mouvements turbulents et beaucoup plus court que le temps d'évolution à grande échelle de l'écoulement global (mais nous verrons que cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée). Pour assurer une meilleure convergence des moyennes, quatre ou cinq réalisations sont effectuées pour chaque couple contraste de densité-angle d'inclinaison.

En pratique, nous pouvons considérer que l'écoulement est statistiquement invariant dans la direction \vec{x} de l'axe du tube (au moins à l'intérieur de l'image). Pour obtenir des profils transverses, nous combinerons les différents types de moyennes : une moyenne sur les différentes expériences réalisées dans des conditions identiques, sur l'intervalle de temps durant lequel l'écoulement peut être considéré comme statistiquement stationnaire et sur la longueur Δx de l'image.

Pour chaque couple $At-\theta$, nous pouvons estimer la dispersion des résultats à partir de la répétabilité des expériences, et les barres d'erreurs sont définies comme l'écart-type entre les valeurs obtenues pour les différentes réalisations.

L'étude quantitative détaillée des régimes d'écoulement, que nous venons de décrire qualitativement, sera présentée dans les prochains chapitres :

- le chapitre 4 sera consacré aux écoulements laminaires. Ce type d'écoulement permettra en outre une validation de notre approche expérimentale qui utilise une mesure de la vitesse et de la concentration au cours d'expériences différentes.
- le chapitre 5 sera focalisé sur le régime de mélange turbulent avec, en particulier, une analyse statistique des champs de vitesse et de concentration.
- dans le chapitre 6, nous étudierons les conditions de stabilité de deux fluides en contre-écoulement dans la géométrie confinée de notre tube en fonction de l'angle d'inclinaison et du contraste de densité.

Chapitre 4

Régime d'écoulement laminaire

Dans ce chapitre, nous étudierons le cas des écoulements laminaires, observés pour des angles d'inclinaison élevés par rapport à la verticale et pour un faible contraste de densité. Ces écoulements, brièvement évoqués lors du chapitre 3, permettront de valider nos techniques de mesure dans un cas où la vitesse peut être facilement calculée numériquement à partir du champ de concentration. Nous irons ensuite un peu plus loin pour voir comment l'apparition d'une zone de mélange modifie la vitesse d'écoulement des fluides.

4.1 Présentation des écoulements

Lorsque l'angle d'inclinaison est élevé (le tube est proche de l'horizontale), la ségrégation des fluides provoquée par la composante transverse de la gravité peut devenir suffisamment importante pour contrebalancer le mélange transverse en bloquant le développement des instabilités de cisaillement à l'interface des deux fluides en contre écoulement. Le passage du front et les instabilités générées par celui-ci déstabilise l'écoulement en créant une zone mélangée où la concentration est homogène. Puis l'écoulement se stabilise et devient laminaire : dans ce cas, la zone de mélange n'occupe plus qu'une partie du diamètre du tube, et il apparaît entre cette zone de mélange et les parois du tube des canaux de fluide purs qui s'étendent dans la direction de l'axe du tube jusqu'aux fronts d'interpénétration.

Les écoulements dans ce régime ont la particularité d'être assez stables et cette stationnarité est visible, tant pour les champs de concentration que de vitesse à travers des diagrammes spatio-temporels dont la construction est détaillée dans la section 3.2. Nous avons tracé ces diagrammes pour la concentration et pour la vitesse dans le cas d'une expérience à $\theta = 45^\circ$ (figure 4.1) et d'une expérience à $\theta = 60^\circ$ (figure 4.2).

4.1.1 Évolution du champ de concentration et de vitesse avec θ

Entre le passage du front d'interpénétration dans le champ de la caméra et l'arrivée du front retour, le champ de concentration normalisé adopte une structures à trois couches : deux couches de fluides quasi purs (concentration normalisée égale à 0 pour le fluide lourd et 1 pour le fluide léger), séparées par une couche de mélange où la concentration normalisée est égale à 0,5. À cause de l'importance croissante de la ségrégation s'opposant aux mécanismes provoquant le mélange, l'épaisseur de cette couche de mélange diminue lorsque l'angle d'inclinaison augmente.

La ségrégation diminue le nombre et l'importance des explosions turbulentes qui, si elles sont encore un peu visibles sur le diagramme de la vitesse longitudinale pour $\theta = 45^\circ$

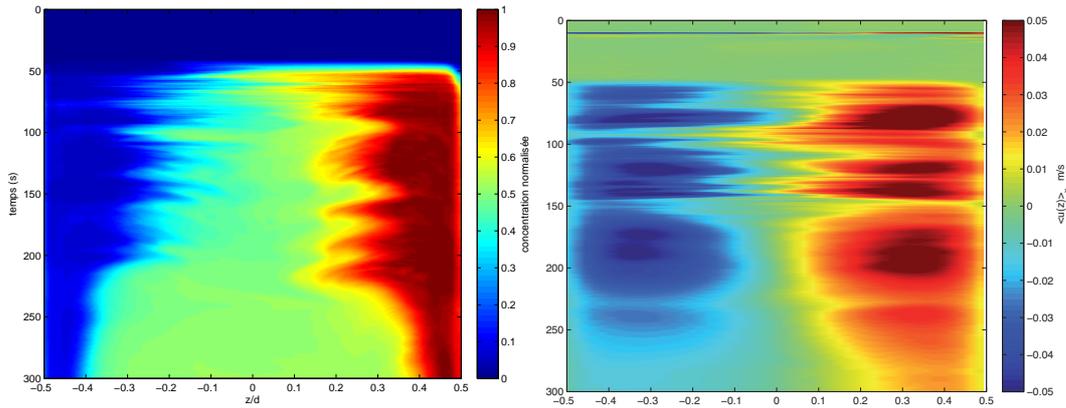


FIG. 4.1 – Diagrammes spatio-temporels de la concentration normalisée (à gauche) et de la vitesse longitudinale (à droite) pour $\theta = 45^\circ$ et $At = 10^{-3}$. Les champs de concentration et de vitesse sont moyennés sur la longueur de l'image, la distance transverse à l'axe est en abscisse et le temps est en ordonnée.

ne le sont plus à $\theta = 60^\circ$. Les fluides sont alors en contre-écoulement laminaire presque stationnaire pendant près de 150 secondes, jusqu'à l'arrivée du front de retour.

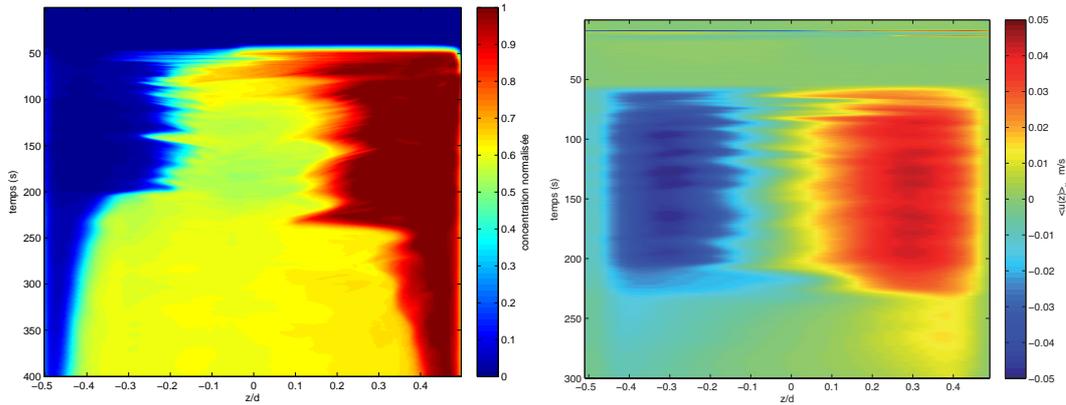


FIG. 4.2 – Diagrammes spatio-temporels de la concentration normalisée (à gauche) et de la vitesse longitudinale (à droite) pour $\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$. Les champs de concentration et de vitesse sont moyennés sur la longueur de l'image, la distance transverse à l'axe est en abscisse et le temps est en ordonnée.

4.1.2 Évolution des profils transverse de vitesse longitudinale et de densité avec θ

La quasi-stationnarité de l'écoulement que nous venons de voir¹ permet de calculer des moyennes temporelles pertinentes et, comme nous l'avons expliqué à la section 3.3.2, nous effectuerons une moyenne à la fois sur la longueur de l'image, sur toute la durée de la phase stationnaire de l'écoulement et sur les quatre expériences réalisées au même angle d'inclinaison et contraste de densité. Pour alléger l'écriture, nous noterons simplement cette moyenne $\langle \rangle$.

¹pour $\theta = 45^\circ$, la moindre stationnarité de l'écoulement, rend la convergence des moyennes un peu plus hasardeuse, mais le comportement qualitatif demeure.

Profils du contraste de densité normalisé

La pression hydrostatique associée à la densité moyenne dans la section est constamment équilibrée par le gradient longitudinal de densité. Aussi, on ne s'intéressera pas à la densité locale moyennée dans la section $\langle \rho \rangle$ mais à sa variation suivant la distance transverse z . Dans une section, cette variation est donnée par la différence $\delta\rho(z) = \langle \rho(z) \rangle - \langle \rho(0) \rangle$ où $\langle \rho(0) \rangle$ est la valeur de la densité à $z = 0$. En supposant de plus que la différence entre la densité locale et la densité moyenne dans la section est proportionnelle à la différence $\delta c = \langle c(z) \rangle - \langle c(0) \rangle$, où $c(z)$ est la concentration en fluide léger, nous obtenons :

$$\delta\rho(z) = \langle \rho(z) \rangle - \langle \rho(0) \rangle = -\delta c(z)\Delta\rho, \quad (4.1)$$

où $\Delta\rho$ est la différence de densité entre les fluides purs.

Nous avons tracé les profils de variation du contraste de densité normalisé² $\frac{\delta\rho}{\langle \rho \rangle} \frac{\cos\theta}{At}$ avec la distance à l'axe z/d sur la figure 4.3. Notons que, pour chacun des contrastes de densité, la dispersion des résultats n'excède pas 5% d'une expérience à l'autre. Les canaux de fluides purs, où le contraste de densité est presque constant, sont clairement visibles près des parois du tube ainsi que la couche de mélange au centre, dans laquelle la valeur du contraste de densité normalisé est voisine de zéro. Quand l'angle d'inclinaison augmente, l'épaisseur des zones de concentration homogène fait de même car la largeur des zones de transition diminue : à $\theta = 60^\circ$, le contraste de densité adopte un profil en escalier à trois marches bien distinctes sur lesquelles la concentration est presque constante.

Profils des vitesses moyennes normalisées

La figure 4.3 nous montre les profils de variation suivant z/d de la vitesse longitudinale normalisée par la vitesse inertielle $\langle u \rangle/V_t$. La dispersion des mesures, plus grande à 45° qu'à 60° , s'explique par la moindre stationnarité de l'écoulement moyen pour l'angle d'inclinaison le plus faible. Elle est apparente dans les diagrammes spatio-temporels de la vitesse des figures 4.1 et 4.2. La forme du profil de vitesse $\langle u \rangle/V_t$ dépend aussi lui aussi de l'angle d'inclinaison : à $\theta = 60^\circ$, nous voyons apparaître, dans la partie centrale, une zone de variation linéaire qui correspond à la couche de mélange où $\frac{\delta\rho}{\langle \rho \rangle} \frac{\cos\theta}{At} = 0$. Le profil de vitesse peut être alors divisé en trois zones :

- des écoulements de type Poiseuille dans les zones de concentration constante situées près des parois du tube. Alors que, dans l'axe, le gradient de pression est égal au gradient de pression hydrostatique moyen, quand on s'écarte de l'axe, le gradient de pression (qui reste toujours le même) n'est plus égal au gradient de pression hydrostatique en raison de la variation de densité. La différence entre ces deux gradients de pression est le terme moteur de l'écoulement.
- un profil de type Couette au centre du tube. Cet écoulement de type Couette reflète l'absence aussi bien de force de pression que de contraste de densité ρz qui, dans le centre du tube, est presque nul.

Quant à la vitesse moyenne transverse $\langle w \rangle/V_t$, elle est au moins cent fois plus faible que la composante longitudinale (pour une meilleure lecture, nous avons dilaté l'échelle verticale de $\langle \tilde{w} \rangle$ d'un facteur 100). Dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) , l'écoulement peut donc être considéré

²Rappelons que les distances sont normalisées par le diamètre d et les vitesses par $V_t = \sqrt{Atgd}$ tel qu'il a été vu à la section 3.3.1. Les quantités normalisées sont repérées par un tilde

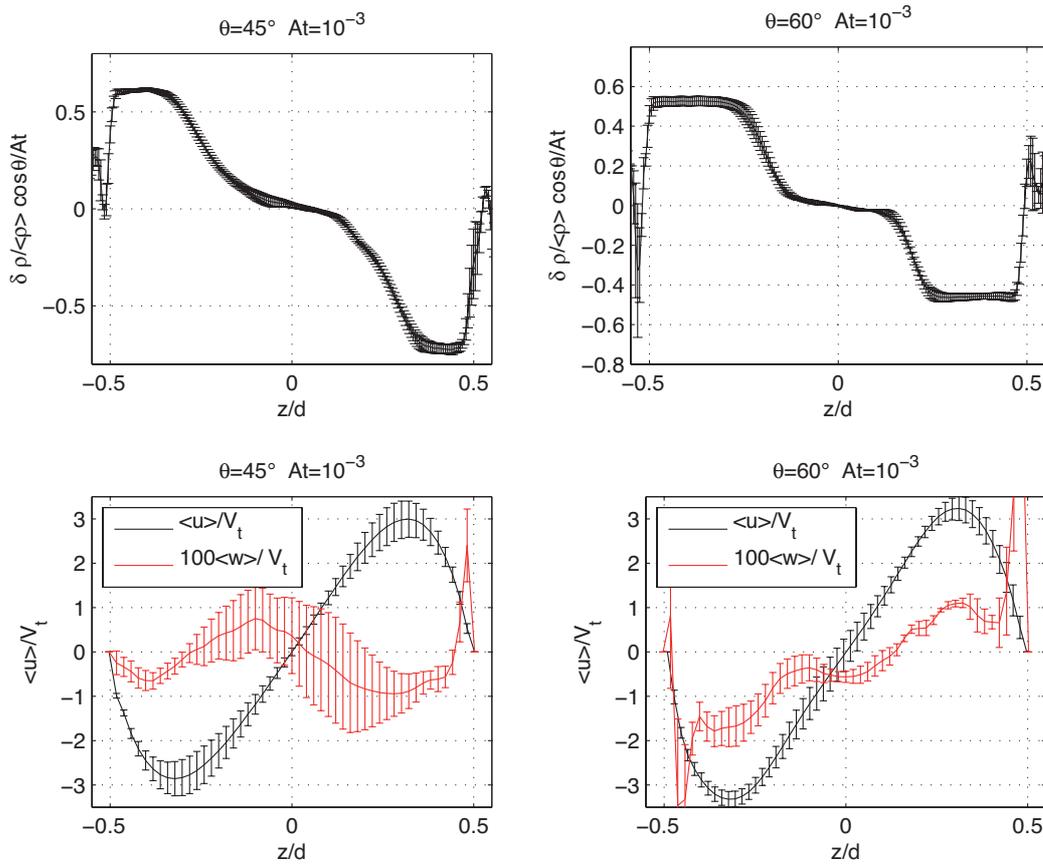


FIG. 4.3 – En haut, profils transverses du contraste normalisé de densité $\frac{\delta \rho}{\langle \rho \rangle} \frac{\cos \theta}{At}$. En bas, profils transverses de la vitesse longitudinale normalisée $\langle u \rangle / V_t$ en noir et de la vitesse transverse normalisée $\langle w \rangle / V_t$, multipliée par 100, en rouge. Ces profils sont obtenus en moyennant les champs de vitesse et de concentration sur la durée du contre écoulement laminaire. À gauche, les profils correspondent à $\theta = 45^\circ$ et $At = 10^{-3}$ et à droite les profils correspondent à $\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$.

comme presque parallèle. Nous verrons dans le prochain chapitre que dans les régimes plus turbulents, la composante transverse a un profil en "S" (que l'on voit apparaître pour $\theta = 45^\circ$ et $At = 10^{-3}$). Elle est d'un ordre de grandeur supérieure à ce que l'on observe ici lorsque l'écoulement est laminaire et elle reflète la présence d'un écoulement secondaire perpendiculaire à l'écoulement principal.

4.2 Calcul des profils de vitesse à partir des profils de concentration

Ce régime de contre-écoulement stationnaire est suffisamment simple pour permettre de calculer numériquement les profils de vitesse à partir des profils de concentration, en traduisant ceux-ci en termes de contrastes de densité. Ceci permet en outre de valider notre méthode de mesure séparée de la vitesse et de la concentration.

Comme les fluctuations peuvent être supposées négligeables et l'écoulement stationnaire, la vitesse moyenne $\langle u(\varphi, r) \rangle$ obéit à une équation de Stokes (φ et r sont les coordonnées polaires définies sur la figure 4.4) qui, projetée sur \vec{x} , s'écrit :

$$\eta \Delta \langle u(r, \varphi) \rangle = -\frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x} + (\langle \rho(0) \rangle + \delta \rho) g \cos \theta. \quad (4.2)$$

En normalisant cette équation (cf. équation (3.1)), nous obtenons :

$$\frac{1}{\text{Re}_t} \tilde{\Delta} \langle \tilde{u}(\tilde{r}, \varphi) \rangle = -\frac{\partial \langle \tilde{P} \rangle}{\partial \tilde{x}} + \left[\frac{\langle \rho(0) \rangle + \delta \rho}{\langle \rho \rangle} \right] \frac{\cos \theta}{\text{At}}. \quad (4.3)$$

La condition aux limites impose l'annulation de la vitesse sur les parois :

$$\tilde{u} = 0 \text{ pour } \tilde{r} = 1/2.$$

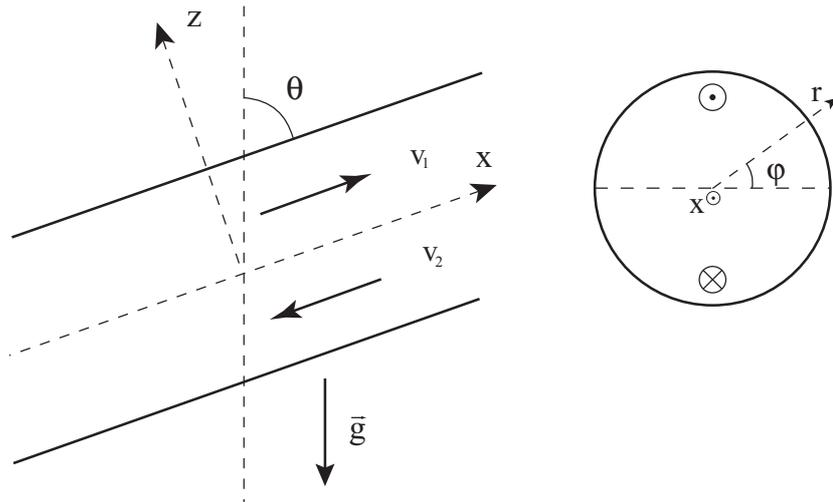


FIG. 4.4 – Schéma d'un contre-écoulement stratifié dans un tube incliné. φ et r sont les coordonnées polaires du tube, θ est l'angle que fait le tube par rapport à la verticale.

Dans cette équation, le gradient de pression longitudinal moyen $\partial_x \langle P \rangle$ est indépendant de \tilde{z} puisque l'écoulement moyen est quasi parallèle à \vec{x} comme nous l'avons vu plus haut.

De plus, le débit global dans la section est nul, ce qui implique que $\partial_x \langle P \rangle$ est équilibré par le gradient de pression hydrostatique moyen $\langle \rho \rangle g \cos \theta$. Compte tenu de la symétrie de révolution suivant x de l'écoulement, on suppose que ce dernier terme est égal à $\langle \rho(0) \rangle g \cos \theta$. Ces deux termes peuvent donc être supprimés de l'équation (4.3).

Ainsi, l'équation de la vitesse moyenne se réduit à :

$$\tilde{\Delta} \langle \tilde{u} \rangle = \text{Re}_t \frac{\delta \rho}{\langle \rho \rangle} \frac{\cos \theta}{\text{At}} \text{ avec } \text{Re}_t \simeq 300. \quad (4.4)$$

L'équation (4.4) est résolue par FreeFem ++, logiciel libre de résolution d'équations aux dérivées partielles par une méthode d'éléments finis [49]. En partant d'une courbe analytique dont les paramètres sont ajustés pour reproduire le profil de contraste de densité expérimental, nous obtenons par calcul de l'équation (4.4) le profil de la vitesse $\langle \tilde{u} \rangle$. Nous modélisons le profil de contraste de densité normalisé différemment suivant les angles d'inclinaison :

- pour $\theta = 45^\circ$, $\frac{\delta \rho}{\langle \rho \rangle} \frac{\cos \theta}{\text{At}}$ est approché par un polynôme de degré 9
- pour $\theta = 60^\circ$, la modélisation est plus simple car $\frac{\delta \rho}{\langle \rho \rangle} \frac{\cos \theta}{\text{At}}$ est un profil en escalier. La figure 4.3b suggère donc de poser

$$\frac{\delta \rho}{\langle \rho \rangle} \frac{\cos \theta}{\text{At}} = f(\tilde{z}) = \begin{cases} -1/2 & -1/2 < \tilde{z} < -1/6 \\ 0 & -1/6 < \tilde{z} < 1/6 \\ 1/2 & 1/6 < \tilde{z} < 1/2. \end{cases} \quad (4.5)$$

Pour comparaison, nous avons superposé sur la figure 4.5 ces courbes approchées aux profils expérimentaux de contraste de densité normalisé.

La figure 4.5 montre les profils transverses expérimentaux de vitesse longitudinale moyenne auxquels sont superposés les profils calculés en utilisant l'équation (4.4) et en supposant que la concentration en (y, z) est donnée par sa valeur en $(y, z = 0)$. L'accord est meilleur pour $\theta = 45^\circ$ que pour $\theta = 60^\circ$ car, même si elle n'est pas "élégante", la modélisation par un polynôme ajuste mieux le profil expérimental de contraste de densité. Il est intéressant de remarquer que l'on reproduit très bien la zone de variation linéaire du profil de vitesse dans la partie centrale du tube pour $\theta = 60^\circ$. Le profil de vitesse en dehors de cette zone centrale est beaucoup moins bien modélisé : au fur et à mesure que l'on se rapproche des parois, les effets du confinements et de la courbure du tube augmentent³.

On peut donc en conclure que, pour ce régime d'écoulement stationnaire simple, les mesures de concentration effectuées pendant une expérience permettent de bien prédire le profil de la vitesse d'écoulement moyen dans une autre expérience en utilisant les mêmes paramètres expérimentaux.

4.3 Influence de l'épaisseur de la couche de mélange sur la vitesse des fluides

4.3.1 Relation entre la vitesse moyenne des fluides, la vitesse de front et l'épaisseur de la couche de mélange

Le cisaillement initial à l'interface entre les deux fluides en contre-écoulement crée une zone de mélange au centre du tube. Nous venons de voir que cette zone pouvait avoir,

³Une démarche inverse peut être tentée, partir du profil de vitesse pour atteindre celui de contraste de densité mais la double dérivation de $\langle \tilde{u} \rangle$ fait exploser le bruit qui perturbe fortement le profil de densité.

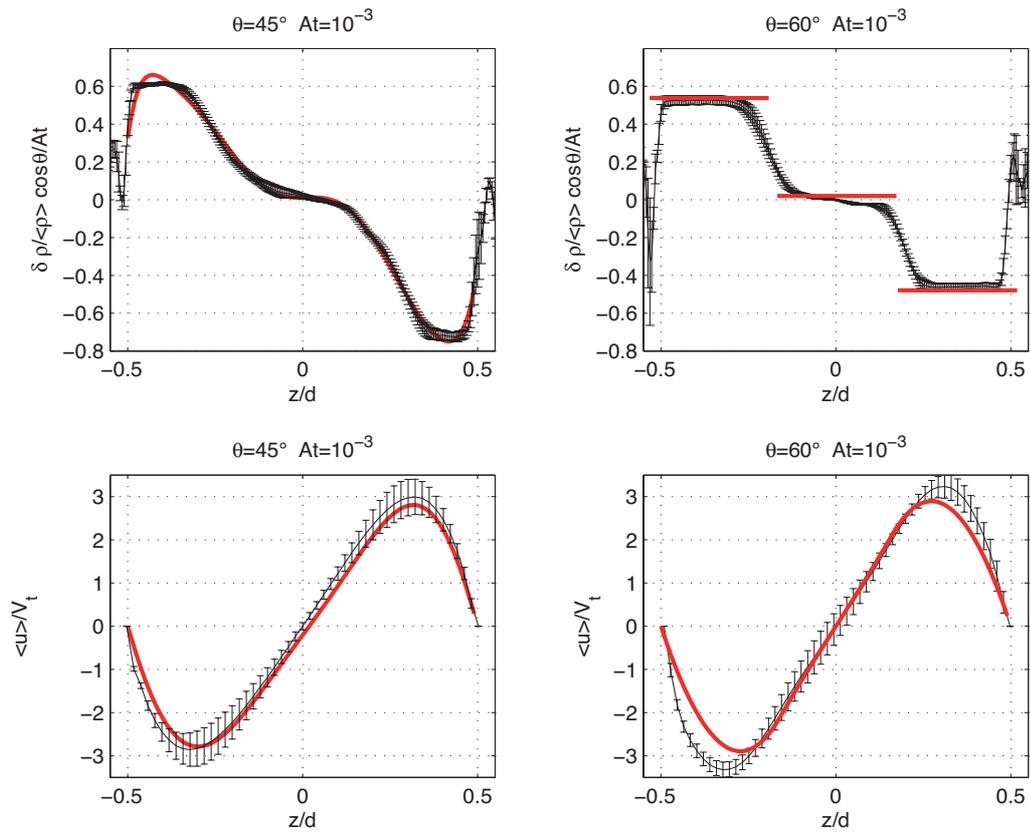


FIG. 4.5 – En haut : profils du contraste de densité normalisé (en noir) avec ajustement (en rouge) par un polynôme de degré 9 pour $\theta = 45^\circ$ (à gauche) et par une fonction en escalier pour $\theta = 60^\circ$ (à droite). En bas : profils de la vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle / V_t$ expérimentale (en noir) et profil obtenu par résolution numérique de l'équation (4.4) (en rouge). À gauche, profils pour $\theta = 45^\circ$, à droite, profils pour $\theta = 60^\circ$.

pour certaines valeurs de l'angle d'inclinaison et du contraste de densité, une concentration homogène. Nous savons également que l'épaisseur de cette zone dans la direction z diminue quand l'angle d'inclinaison θ augmente : la ségrégation créée par la composante transverse de la gravité limite en effet de plus en plus le développement des instabilités de cisaillement à l'interface. La zone de mélange turbulent efficace s'étend jusqu'aux extrema de la vitesse longitudinale. À partir de $\theta \simeq 40^\circ$ (pour un contraste de densité de $At = 10^{-3}$), commencent à apparaître des canaux de fluides purs près des parois. L'épaisseur de la couche de mélange représente un tiers du diamètre à 60° , toujours pour $At = 10^{-3}$, et s'annule pour des tubes très proches de l'horizontale. On observe dans ce dernier cas un contre-écoulement sans mélange de deux fluides purs⁴.

Nous pouvons relier l'existence de cette zone de mélange à l'évolution de la vitesse de front V_f avec l'angle d'inclinaison θ mesurée par Séon [87] dont nous avons reproduit sur le figure 1.17 la variation pour les trois contrastes de densité étudié. Lorsque la couche de mélange occupe tout le diamètre, V_f croît à mesure que les fluides qui arrivent aux fronts sont de plus en plus purs ; ce régime a été appelé inertiel non saturé. À partir du moment où il existe des canaux de fluide pur de part et d'autre de la couche de mélange, la vitesse sature à $V_f \simeq 0,7V_t$: on est alors dans le régime dit inertiel saturé qui existe sur une large gamme d'angles, typiquement de 40° à 70° pour ce contraste de densité. Puis, lorsque l'inclinaison du tube se rapproche encore plus de l'horizontale (θ augmente vers 90°), la vitesse décroît rapidement en suivant la diminution de la composante longitudinale de la gravité. Dans ce régime de contre-écoulement complètement séparé des deux fluides, la vitesse des fronts est déterminée par la vitesse dans la zone d'écoulement parallèle entre ces fronts qui reflète, elle-même, un équilibre gravité-viscosité dans toute cette zone. Dans ce chapitre, nous n'étudierons pas ce dernier régime et nous resterons dans le régime inertiel saturé avec un tube incliné à $\theta = 60^\circ$ par rapport à la verticale.

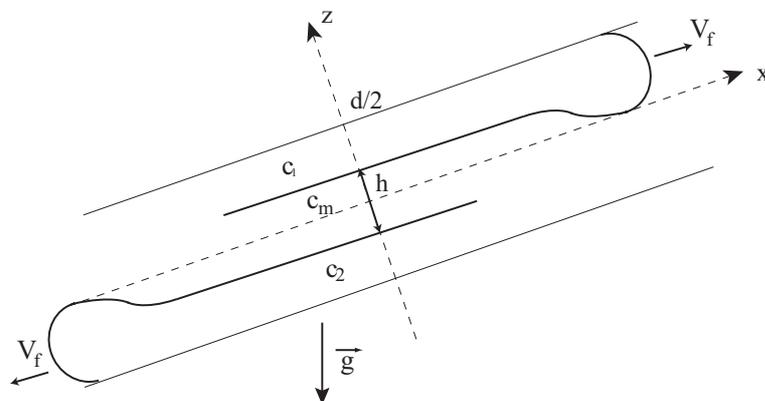


FIG. 4.6 – Schéma dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) de l'écoulement de la couche de mélange d'épaisseur h/d et de concentration c_m en sandwich entre deux couches de fluides purs, fluide léger en haut ($h/2 < z < d/2$), fluide lourd en bas ($-d/2 < z < -h/2$). Nous prendrons comme concentration normalisée : $c_1 = 1/2$, $c_m = 0$ et $c_2 = -1/2$.

Dans ce cas, la vitesse du front est déterminée par un équilibre inertie-gravité et est de l'ordre de $0,7\sqrt{Atgd}$. L'écoulement, suffisamment loin de ce front pour ne plus en ressentir l'influence est, par contre, régi par un équilibre viscosité-gravité et l'épaisseur h/d de la couche de mélange s'ajuste pour que les débits au niveau du front et dans le corps

⁴La diffusion moléculaire affecte évidemment le saut de concentration à l'interface en le lissant sur de très courtes distances.

de l'écoulement soient égaux (figure 4.6). Seul le front est tridimensionnel, l'écoulement stratifié quasi-parallèle est, lui, à deux dimensions. Le front avance à la vitesse V_f et, en accord avec les données expérimentales, nous supposons que dans chacune des trois zones la concentration est constante, avec en haut et en bas des fluides purs ($c_1 = 1$ et $c_2 = 0$) et au milieu du fluide parfaitement mélangé ($c_m = 1/2$).

Dans ce régime d'écoulement quasi-stationnaire, la surface de séparation entre les fluides dans la zone d'écoulement à trois couches n'évolue que très lentement. Pendant un temps δt , cette zone s'allongera donc d'une longueur $V_f \delta t$. Par conservation du débit, ceci équivaut à remplacer un volume $V_f \delta t \pi d^2 / 4$ de fluide lourd devant le front (donc de concentration c_2) par un volume égal mais contenant trois couches de concentration avec un profil de variation $c(z) : V_f \delta t \int c(z) a(z) dz$ avec $a(z)$ la corde horizontale à la distance z . Ainsi, par conservation du débit pendant le temps δt entre le front qui avance à la vitesse V_f et le fluide dans le corps de l'écoulement dont la vitesse longitudinale $u(z)$ dépend de la hauteur, nous obtenons :

$$V_f \int c(z) a(z) dz = \int u(z) a(z) c(z) dz. \quad (4.6)$$

Ces débits sont décomposés en fonction de z dans les trois zones de concentration distinctes. Sachant que le profil de vitesse est impair,

$$\begin{aligned} V_f \left(S_1 + \frac{S_m}{2} \right) &= \int_{h/2}^{d/2} u(z) S(z) dz \\ V_f \frac{\pi d^2}{8} &= S_1 \langle u \rangle_{S_1}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

où S_1 (resp. S_m) est l'aire de la section du tube où la concentration est égale à c_1 (resp. c_m). Le rapport entre la vitesse du front et la vitesse moyenne du fluide passant à travers l'aire S_1 vaut :

$$\frac{V_f}{\langle u \rangle_{S_1}} = \frac{S_1}{\pi d^2 / 8} \text{ avec } S_1 = \frac{d^2}{4} \left(2 \arccos(\tilde{h}) - \sin(2 \arccos(\tilde{h})) \right) \quad (4.8)$$

Nous avons trouvé expérimentalement que l'épaisseur (normalisée) de la couche de mélange vaut $\tilde{h} = h/d = 0,37 \pm 0,05$. En utilisant cette valeur, on trouve que $0,48 \leq V_f / \langle u \rangle_{S_1} \leq 0,6$, ce qui du même ordre de grandeur de la mesure directe des vitesses : $V_f / \langle u \rangle_{S_1} \simeq 0,30$ (il y a un peu moins d'un facteur deux d'écart). Ce modèle très simple, basé sur la conservation du débit permet de reproduire qualitativement la vitesse moyenne des fluides dans le corps de l'écoulement en régime stationnaire.

L'une des explications du facteur 2 d'écart est que la vitesse moyenne utilisée ici est calculée à partir du profil de vitesse dans le tiers supérieur de la section, là où l'hypothèse d'un écoulement uniquement 2D où la vitesse ne dépend que de z est moins valable et également là où les profils de concentration utilisés pour la modélisation du champ de vitesse sont trop simplifiés.

4.3.2 Influence de la couche de mélange sur la vitesse de l'écoulement

L'apparition d'une couche de mélange entre les deux couches de fluide pur a pour effet de réduire la vitesse et le débit de chacun des fluides. Nous allons caractériser cet effet en comparant pour différentes épaisseurs de la couche de mélange ces grandeurs aux

valeurs qu'on obtiendrait pour deux fluides purs en contre-écoulement. Du point de vue de la conservation de la masse, il faut intégrer sur toute la section mais ce calcul peut être simplifié dans certains cas en utilisant comme ici la symétrie des profils.

Nous allons reprendre les équations (4.5) en les généralisant pour une épaisseur quelconque de la couche de mélange $\tilde{h} = h/d$:

$$\tilde{\Delta}\langle\tilde{u}\rangle = \text{Re}_t f(\tilde{z}), \text{ où } f(\tilde{z}) = \begin{cases} -1/2 & -1/2 < \tilde{z} < -\tilde{h}/2 \\ 0 & -\tilde{h}/2 < \tilde{z} < \tilde{h}/2 \\ 1/2 & \tilde{h}/2 < \tilde{z} < 1/2. \end{cases} \quad (4.9)$$

Le schéma de la figure 4.7 nous indique la structure du profil de concentration normalisée dans le plan (\tilde{y}, \tilde{z}) , dans chacune des trois zones. La concentration sera constante, avec en haut et en bas des fluides purs ($c_1 = 1/2$ et $c_2 = -1/2$) et, au milieu, du fluide parfaitement mélangé ($c_m = 0$).

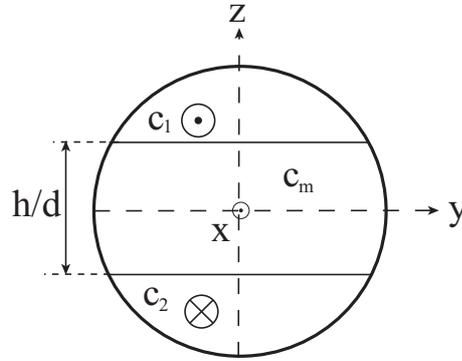


FIG. 4.7 – Schéma dans le plan (\tilde{y}, \tilde{z}) de la couche de mélange d'épaisseur h/d et de concentration c_m . Nous prendrons comme concentration normalisée : $c_1 = 1/2$, $c_m = 0$ et $c_2 = -1/2$.

Les profils de vitesse, solution de l'équation (4.9) pour différentes épaisseurs de la couche de mélange, sont tracés sur la figure 4.8. La vitesse \tilde{u} diminue quand \tilde{h} augmente et l'on voit apparaître une zone de variation linéaire de la vitesse dont la taille grandit avec \tilde{h} . Pour mieux appréhender la réduction de la vitesse engendrée par un épaississement de la couche de mélange, nous avons tracé sur la figure 4.8 le rapport entre la moyenne dans la demi section $\tilde{z} \geq 0$ de la vitesse obtenue avec une couche de mélange d'épaisseur \tilde{h} et celle obtenue pour un contre-écoulement sans couche de mélange.

En supposant, pour simplifier, que l'écoulement est à deux dimensions, nous avons essayé de retrouver analytiquement les résultats du calcul numérique *i.e.* la réduction de la vitesse en fonction de \tilde{h} . En supposant que la vitesse moyennée dans une demi section du tube $\tilde{z} \geq 0$ correspond à la vitesse de d'avancée des fronts d'interpénétration, on a alors :

$$Q_{\tilde{z} \geq 0} = \int_0^{d/2} c(z)u(z)dz = (d-h)(V_f/2)$$

pour une couche d'épaisseur h . La réduction de la vitesse moyenne engendrée par la couche de mélange se comporte comme :

$$\frac{V_{h \neq 0}}{V_{h=0}} = \frac{d-h}{d}. \quad (4.10)$$

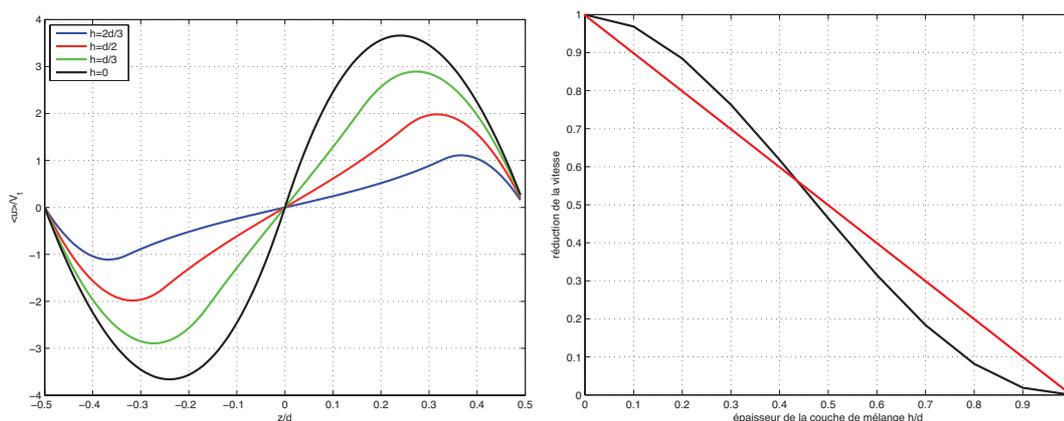


FIG. 4.8 – À gauche, profils de vitesse $\langle u \rangle / V_t$ obtenus par la résolution de l'équation (4.9) dans laquelle on fait varier l'épaisseur de la couche de mélange h/d . À droite, réduction de la vitesse moyenne dans la demi section supérieure du tube par rapport à la vitesse, moyennée dans les mêmes conditions, que l'on obtiendrait en l'absence d'une couche de mélange. En noir, courbe issue de la résolution numérique de l'équation (4.9) et en rouge hypothèse d'un écoulement purement 2D, courbes tracées en fonction de l'épaisseur de la couche de mélange (équation (4.10)).

Nous retrouvons bien que la présence de la couche de mélange réduit la vitesse par rapport à un écoulement de même débit où les fluides sont purs. Par contre, ici la décroissance est linéaire, ce qui constitue un accord qualitatif avec la décroissance obtenue numériquement (figure 4.8), l'hypothèse d'un écoulement 2D est évidemment trop simple.

4.4 Conclusion

La mesure séparée des champs de vitesse et de concentration lors d'expériences différentes nous a permis, en moyennant sur l'intervalle de temps pendant lequel l'écoulement est stationnaire, la reconstitution de la structure de l'écoulement.

Pour $At = 10^{-3}$ et $45^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$, le champ de concentration s'organise en trois couches dont l'épaisseur dépend de l'angle d'inclinaison, chacune étant de concentration constante : à $\theta = 60^\circ$, les trois couches, fluides purs de part et d'autres d'une couche de fluides parfaitement mélangés, sont d'égale épaisseur. Elles sont créées lors de la relaminarisation de l'écoulement en arrière du front d'interpénétration et sont détruites par le passage du front de retour. La hauteur de ces zones de concentration homogène s'ajuste pour que les débits dans le front d'interpénétration et dans le corps de l'écoulement soient égaux. Pour un même contraste de densité, lorsque le tube est moins incliné, nous avons observé que les fluctuations tant de vitesse que de concentration augmentent en intensité et en nombre et augmentent l'épaisseur de la couche de mélange centrale. Tant que les effets stabilisants de la stratification des fluides dominent, des phases de contre-écoulement d'une durée significative sont clairement visibles.

Les profils transverses de la vitesse longitudinale $\langle u \rangle / V_t$ et transverse $\langle w \rangle / V_t$ ont été mesurés. L'écoulement est pratiquement à deux dimensions : $\langle w \rangle / V_t$ est au moins cent fois inférieure à $\langle u \rangle / V_t$. Le profil de la vitesse longitudinale est symétrique et a, pour $\theta = 60^\circ$, une variation linéaire dans la partie centrale du tube, là où se situe la couche de mélange. L'écoulement peut être décrit comme deux écoulements de Poiseuille sur les bords du tube

encadrant un écoulement de type Couette au centre.

À partir du profil transverse de densité, le profil de $\langle u \rangle / V_t$ a pu être calculé en supposant que, en moyennant sur l'intervalle de temps pendant lequel le régime de contre-écoulement laminaire est stable, cet écoulement obéit à une équation de Stokes. Par résolution numérique, le profil de vitesse longitudinal est correctement reproduit, surtout dans la partie centrale, là où la variation de $\langle u \rangle / V_t$ est linéaire, moins bien près des bords du tube où le confinement n'est plus négligeable.

Dans le chapitre suivant, consacré au régime de mélange turbulent, nous nous servirons de cette validation puisque l'écoulement sera alors statistiquement stationnaire et que les expériences que nous venons de décrire indiquent que, dans un état stationnaire (ou quasi-stationnaire), les résultats sont suffisamment reproductibles pour que l'on puisse associer des valeurs de vitesse moyennées obtenues au cours d'une expérience à des valeurs de concentration moyennées mesurées lors d'autres expériences.

Chapitre 5

Régime de mélange turbulent

Nous nous intéresserons dans ce chapitre aux écoulements observés lorsque le tube est proche de la verticale et pour un contraste de densité élevé. Dans cette configuration, les explosions turbulentes sont suffisamment nombreuses et d'intensités comparables pour que l'on puisse considérer l'écoulement comme statistiquement stationnaire (chapitre 3).

Pour caractériser ces écoulements dont les variables locales fluctuent en permanence, nous utiliserons la plupart du temps des valeurs moyennes. Celles-ci seront obtenues par moyenne sur les différentes expériences réalisées dans des conditions identiques, sur l'intervalle de temps durant lequel l'écoulement peut être considéré comme statistiquement stationnaire et sur la longueur Δx de l'image. Nous omettrons les indices de l'opérateur de moyenne pour alléger l'écriture :

$$\langle \rangle_{\Delta x, e, t} = \langle \rangle. \quad (5.1)$$

Nous commencerons par étudier les profils moyens de concentration qui caractérisent le mélange et les profils de vitesse moyenne qui donnent des informations sur la structure globale de l'écoulement. Les flux de quantité de mouvement, essentiels pour identifier les mécanismes de transport dominants au sein de l'écoulement seront évalués dans une seconde partie. Puis nous discuterons des termes expérimentalement accessibles de l'équation de transport. Nous modéliserons ensuite le flux de quantité de mouvement par une approche simple de type "longueur de mélange", pour l'utiliser dans une équation simplifiée à deux dimensions afin de prédire le profil de vitesse moyenne. Enfin, nous comparerons nos résultats avec ceux obtenus par simulation numérique directe, par Hallez et Magnaudet à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, qui donnent une vision tridimensionnelle de l'écoulement.

5.1 Vitesse et concentration moyenne

5.1.1 Profils transverses de densité

Nous pouvons voir sur la figure 5.1, la variation du contraste de densité normalisé $\frac{\delta\rho}{\langle\rho\rangle} \frac{\cos\theta}{At}$ avec la distance à l'axe pour les quatre couples θ - At correspondant au régime de mélange turbulent. Notons que, pour chacun des contrastes de densité et des angles d'inclinaison présentés ici, la dispersion des résultats d'une réalisation à l'autre n'excède pas 5% sauf à proximité immédiate des parois où la courbure du tube produit des artefacts optiques, sources d'erreurs importantes et marqués par des pics à $|z|/d \simeq 0,5$. Nous considérons que les résultats sont pertinents jusqu'à $\tilde{z} = \pm 0,48$.

Alors que, pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$, le contraste de densité varie linéairement sur

quasiment toute la distance transverse \tilde{z} , plus le tube est incliné et/ou plus on réduit le contraste de densité global $\Delta\rho$, plus la largeur de la zone de variation linéaire diminue. Il apparaît alors de chaque côté de cette zone de variation linéaire des couches de fluide de concentration $c(z)$ plus proches de 0 ou de 1. Chacun de ces canaux transporte donc l'un des fluides de départ moins mélangé avec l'autre que dans la zone centrale. Ces canaux sont particulièrement développés pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$ et apportent ce fluide peu mélangé jusqu'au niveau du front d'interpénétration. Dans ces couches proches des parois, la vitesse suivant \vec{x} est plus élevée comme on peut le voir sur la figure 5.2. Ces canaux, initialement décrits dans [87], réduisent la taille de la zone de mélange et reflètent une efficacité plus faible du mélange transverse. On peut voir cet effet à travers le gradient de densité normalisé dans la zone où celui-ci varie linéairement avec z : si le mélange était parfait, la densité serait homogène quelque soit \tilde{z} et la pente serait nulle. À l'opposé, pour un contre écoulement sans mélange de fluide, la pente serait infinie. Le gradient de densité est définie comme :

$$\tilde{\beta} = -\frac{\cos\theta}{\langle\rho\rangle At} \frac{\partial}{\partial\tilde{z}} \langle\delta\rho\rangle. \quad (5.2)$$

Ici, nous passons d'une pente de 0,25 pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$ à 0,5 pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$. Les valeurs sont reportées dans le tableau 5.1. Remarquons que la valeur de cette pente varie d'environ 20% avec l'angle d'inclinaison du tube à contraste de densité fixé (c'est juste la taille de la zone de variation linéaire qui change en diminuant lorsque θ augmente). À l'inverse, le doublement de At conduit à une division de près d'un facteur 2 de $\tilde{\beta}$. Le contraste de densité apparaît ainsi comme le paramètre de contrôle essentiel pour modifier, à ces angles d'inclinaison, le mélange transverse.

	$\theta = 15^\circ$ $At = 4.10^{-3}$	$\theta = 15^\circ$ $At = 10^{-2}$	$\theta = 30^\circ$ $At = 4.10^{-3}$	$\theta = 30^\circ$ $At = 10^{-2}$
$\tilde{\beta}$	0,4	0,25	0,5	0,3

TAB. 5.1 – Pente de la variation avec la distance transverse normalisée de la densité normalisée dans la portion du diamètre où le profil transverse de densité est linéaire.

5.1.2 Profils transverses de vitesse moyenne

Les profils des vitesses moyennes longitudinale $\langle\tilde{u}\rangle$ et transverse $\langle\tilde{w}\rangle$ normalisés sont tracés sur la figure 5.2 en fonction de la distance transverse \tilde{z} . À proximité immédiate des parois, la mesure des champs de vitesse est plus difficile à cause de la courbure du tube et, comme pour la concentration, nous considérons les résultats comme valables jusqu'à $\tilde{z} = \pm 0,48$.

Quels que soient l'angle d'inclinaison et le contraste de densité dans les quatre cas présentés ici, le profil de vitesse $\langle\tilde{u}\rangle$ est symétrique par rapport à l'origine et presque linéaire sur près de 70% du diamètre. Ce profil présente des extrema pour $\tilde{z} = \pm\tilde{z}_0$ avec \tilde{z}_0 à peu près constant (entre 0,35 et 0,39) lorsque At et θ varient (cf. tableau 5.2). Par contre, les valeurs extrémales de $\langle\tilde{u}\rangle$ augmentent significativement (entre 0,38 et 0,90) lorsque l'on diminue le contraste de densité ou lorsque l'on augmente l'angle d'inclinaison.

Cette variation de la vitesse avec At et θ rejoint celle trouvée par Séon *et al.* [87] pour la vitesse des fronts d'interpénétration. Dans le tableau 5.2 sont également reportées, pour comparaison, les valeurs de la vitesse de front normalisée pour chacun des quatre cas présentés dans ce chapitre. La vitesse $\langle\tilde{u}\rangle$ est environ trois fois plus grande que cette vitesse de front, ce qui traduit une recirculation au niveau du front (section 3.1.1).

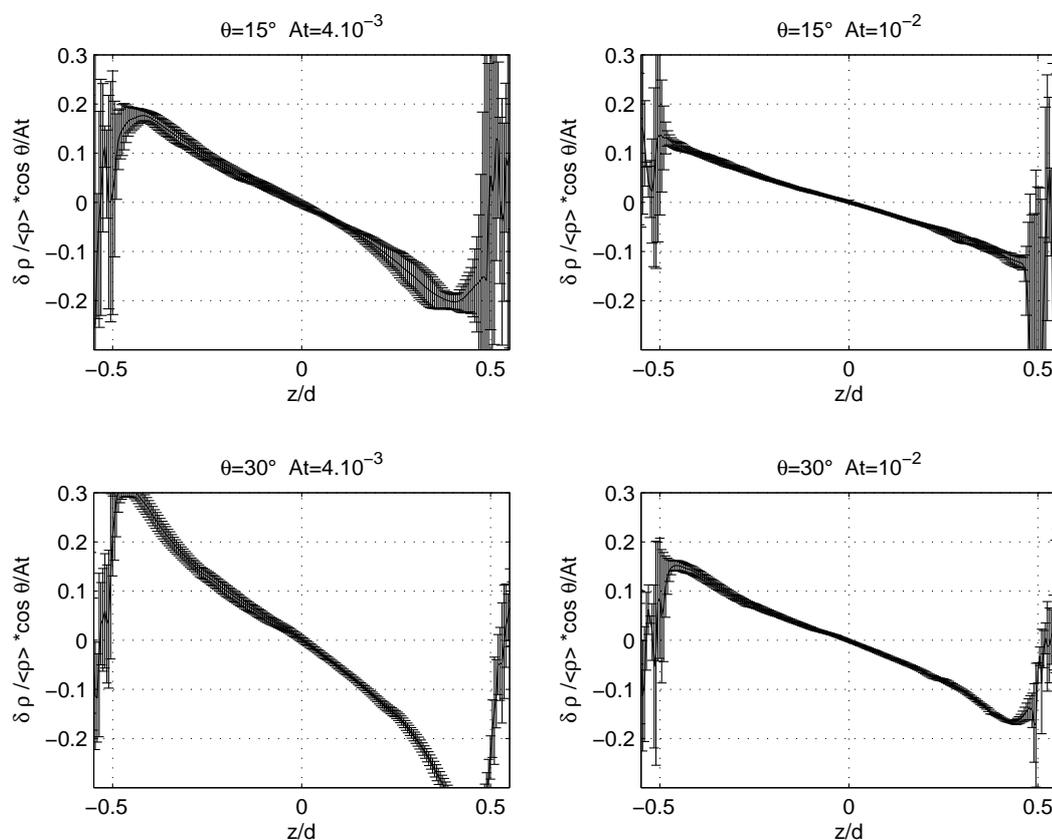


FIG. 5.1 – Variation du contraste normalisé de densité $\frac{\delta\rho}{\langle\rho\rangle} \frac{\cos\theta}{At}$ en fonction de la distance transverse à l'axe pour les quatre couples θ - At correspondant au régime de mélange turbulent.

	$\theta = 15^\circ$ $At = 4.10^{-3}$	$\theta = 15^\circ$ $At = 10^{-2}$	$\theta = 30^\circ$ $At = 4.10^{-3}$	$\theta = 30^\circ$ $At = 10^{-2}$
\tilde{V}_{front}	0,24	0,16	0,33	0,24
V_t (m.s $^{-1}$)	$2,76.10^{-2}$	$4,75.10^{-2}$	$2,83.10^{-2}$	$5,3.10^{-2}$
Re_t	552	950	566	1077
\tilde{z}_0	0,35	0,37	0,36	0,39
$\max_{\tilde{z}} \langle\tilde{u}\rangle $	0,57	0,38	0,90	0,59
$\max_{\tilde{z}} \langle\tilde{w}\rangle $	0,013	0,011	0,02	0,02
$\max_{\tilde{z}} \langle\tilde{w}\rangle / \max_{\tilde{z}} \langle\tilde{u}\rangle $	0,023	0,029	0,022	0,033
$\max_{\tilde{z}} \langle\tilde{u}\rangle / V_f$	2,38	2,38	2,73	2,4

TAB. 5.2 – Quelques valeurs caractéristiques des profils de vitesse $\langle\tilde{u}\rangle$ et $\langle\tilde{w}\rangle$. Le contraste de densité mesuré peut varier un peu d'une expérience à l'autre et c'est sa moyenne, pas toujours exactement égale au contraste indiqué dans la première ligne de ce tableau, qui est utilisée pour calculer V_t .

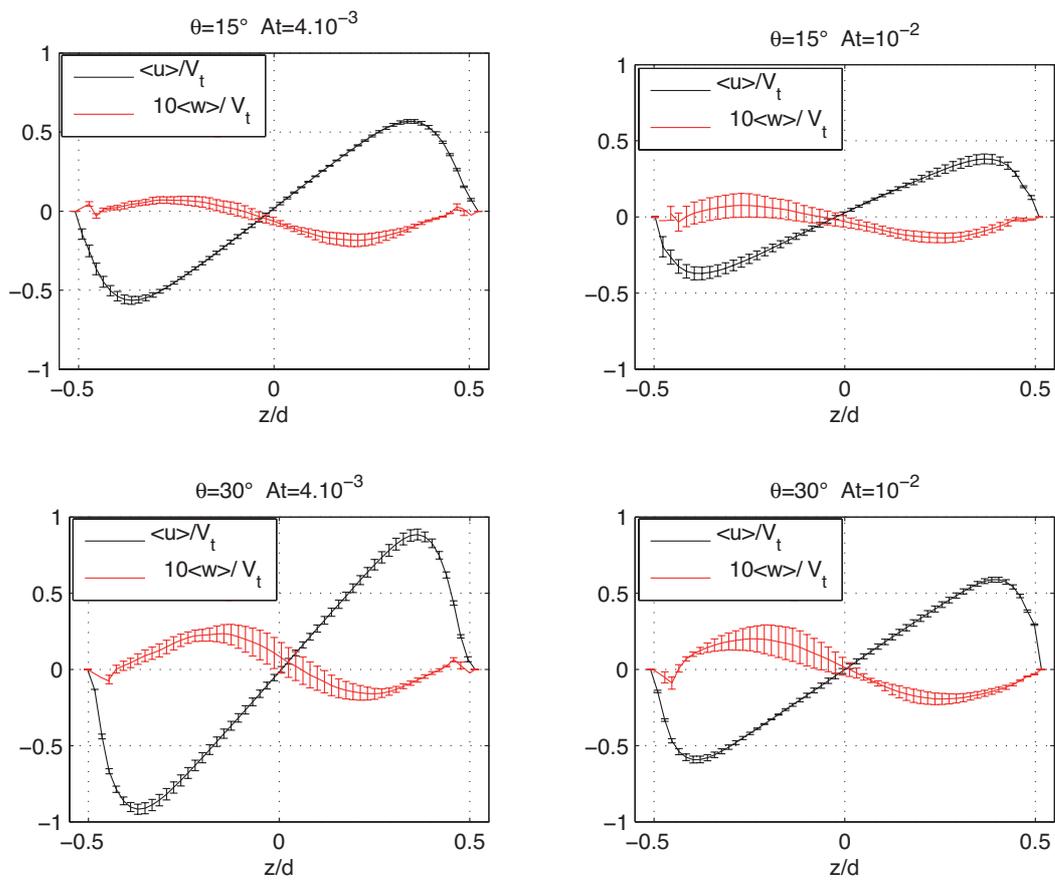


FIG. 5.2 – Profils transverse des vitesses moyennes en fonction de la distance transverse par rapport à l'axe du tube. Pour plus de commodité de lecture, nous avons tracé $\langle \tilde{u} \rangle$ en noir et $10\langle \tilde{w} \rangle$ en rouge.

Profil de $\langle \tilde{w} \rangle$

Attardons nous un instant sur le profil de vitesse moyenne transverse $\langle \tilde{w} \rangle$ également tracé sur la figure 5.2 (avec une échelle verticale dilatée d'un facteur 10). Cette composante est beaucoup plus faible que la vitesse longitudinale $\langle \tilde{u} \rangle$: les extrema sont, en valeur absolue, de 30 à 50 fois petits. L'erreur relative importante sur $\langle \tilde{w} \rangle$, visible par la grande dispersion d'une réalisation, s'explique par la moins bonne convergence de la moyenne de $\langle \tilde{w} \rangle$, une vitesse faible sera toujours plus difficile à mesurer compte tenu des fluctuations de l'écoulement. Le signe de cette vitesse transverse correspond à un mouvement de convergence du fluide dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) vers l'axe du tube.

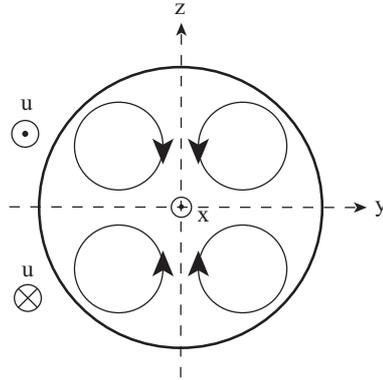


FIG. 5.3 – Cellules de recirculation de la vitesse moyenne dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) déduites du profil de $\langle \tilde{w} \rangle$ mesuré.

L'écoulement moyen le plus simple expliquant la variation de $\langle \tilde{w} \rangle$ est alors constitué de quatre cellules de recirculation de sens alterné dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) (figure 5.3). Pour cette structure quadripolaire, nous vérifions bien que $\langle \tilde{w} \rangle$ est négative pour $\tilde{z} > 0$ et positive pour $\tilde{z} < 0$ et nous voyons de plus que du fluide s'écarte du plan de mesure (\vec{y}, \vec{z}) selon \vec{y} à proximité de l'axe $\tilde{z} = 0$. Ce fluide revient près des bords du tube en $\tilde{z} = \pm 0,5$.

Même si, expérimentalement, nous n'avons pas accès directement à la vitesse dans la direction \vec{y} , nous pouvons néanmoins estimer le gradient de $\langle \tilde{v} \rangle$ suivant \vec{y} qui doit être opposé à la divergence de l'écoulement moyen dans le plan de mesure (\vec{x}, \vec{z}) pour assurer la conservation de la masse du fluide : $-\partial_{\vec{y}} \langle \tilde{v} \rangle = \partial_{\vec{x}} \langle \tilde{u} \rangle + \partial_{\vec{z}} \langle \tilde{w} \rangle$. Le profil transverse de la variation de $\partial_{\vec{y}} \langle \tilde{v} \rangle$ déterminé de cette manière est tracé en fonction de la distance \tilde{z} sur la figure 5.4. Nous vérifions que ce terme est bien positif près des bords et négatif au centre du tube, comme ce que produiraient des cellules de recirculation dans la section du tube transportant du fluide du centre vers les bords en dehors du plan de mesure.

Structure tridimensionnelle de l'écoulement

Nous allons maintenant décrire, par des arguments phénoménologiques, un mécanisme qui donne naissance à cet écoulement secondaire moyen. Ce mécanisme est basé sur la perturbation, par des fluctuations de vitesse turbulente, de la vorticité moyenne associée à l'écoulement de base.

Dans ce type d'écoulement unidirectionnel où $\vec{u} = \langle u(y, z) \rangle \vec{e}_x$ la vorticité $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{u} = \partial_z \langle u \rangle \vec{e}_y - \partial_y \langle u \rangle \vec{e}_z$ est toujours perpendiculaire au gradient de vitesse $\vec{\nabla} \langle u \rangle = \partial_y \langle u \rangle \vec{e}_y +$

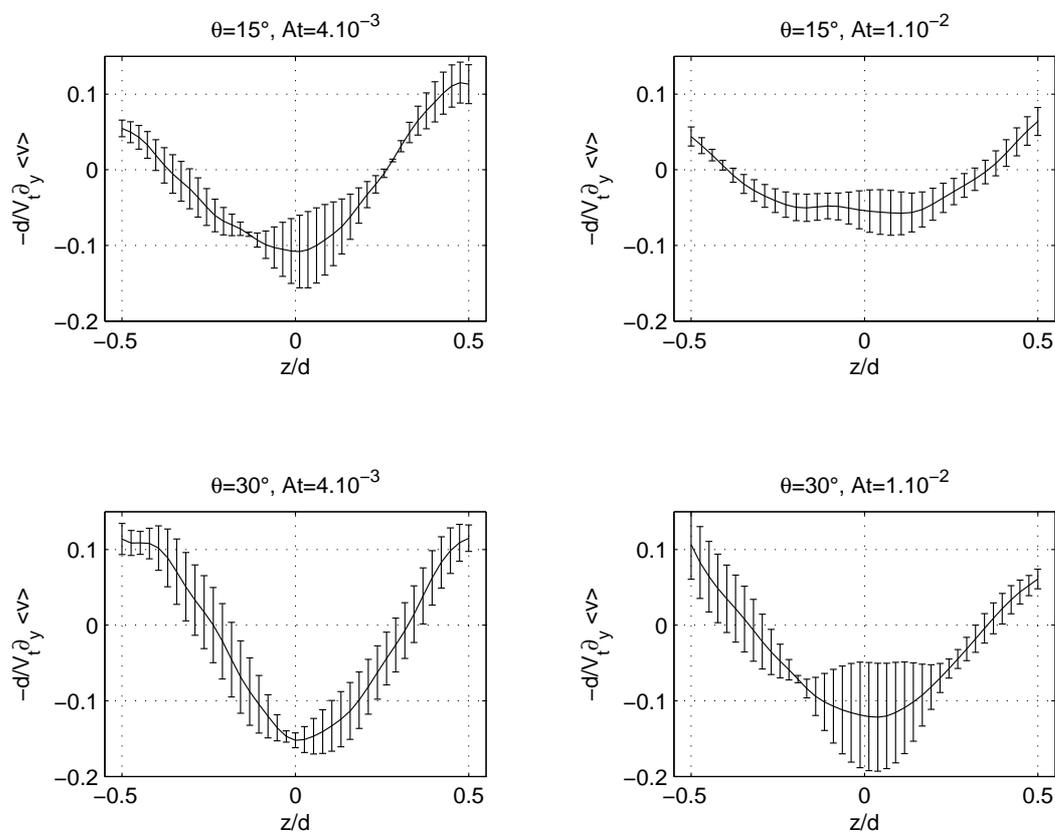


FIG. 5.4 – Profils transverses de la divergence à deux dimensions du champ de vitesse moyenne dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) , $\partial_{\vec{x}}\langle\tilde{u}\rangle + \partial_{\vec{z}}\langle\tilde{w}\rangle$. Par conservation de la masse, ce terme est égal à $-\partial_{\vec{y}}\langle\tilde{v}\rangle$.

$\partial_z \langle u \rangle \vec{e}_z$. Les lignes d'isovitesse $\langle u \rangle$ sont aussi les lignes de vorticité. Dans la section du tube (figure 5.5), les lignes de vorticité sont des boucles tournant dans le sens des aiguilles d'une montre autour du maximum de la vitesse $\langle u \rangle$ dans la partie supérieure et des boucles tournant dans l'autre sens dans la partie inférieure. Le gradient de vitesse (et donc la vorticité) est plus élevé près des parois (sauf pour $\tilde{z} \simeq 0$). Ces zones, à partir desquelles se forment les cellules de recirculation, sont repérées par des couleurs vives situées au voisinage des bords du tube sur le schéma de droite.

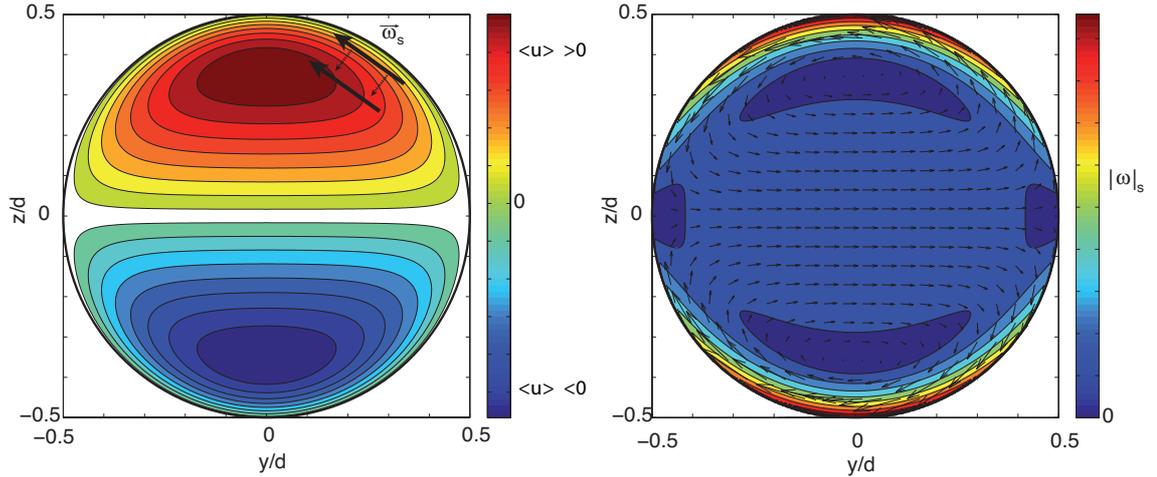


FIG. 5.5 –   gauche, schéma des lignes d'isovitesses $\langle u \rangle$ dans la section du tube, les flèches noires représentent un élément de vorticité ω_s dans le plan qui est déplacé vers le centre de la section sous l'effet d'une fluctuation de vitesse.   droite, schéma des composantes de la vorticité dans le plan xz (norme en couleur et direction indiquée par les flèches), mettant en évidence les zones de forte vorticité près des parois du tube (hors du plan $z = 0$).

De façon générale, l'évolution de la vorticité est donnée par l'équation de Helmholtz :

$$\underbrace{\frac{d\omega_i}{dt}}_{\text{convection}} = \underbrace{\omega_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{\text{étirement/ inclinasion}} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial x_j \partial x_j}}_{\text{diffusion visqueuse}}. \quad (5.3)$$

Nous allons négliger les effets de viscosité et c'est le deuxième terme, correspondant à un étirement (*vortex stretching*) ou un basculement (*vortex tilting*) des tourbillons, qui va nous intéresser. Nous allons discuter quantitativement l'évolution de la composante ω_x dont nous allons montrer qu'elle donne naissance à l'écoulement secondaire moyen.

Il n'y a pas, dans l'écoulement de base, de mécanismes de basculement de la vorticité, capable de produire une composante ω_x non nulle puisque les lignes de vorticité et les isovitesses sont confondues et donc $\omega_x \partial u / \partial x = 0$. La génération de l'écoulement secondaire provient donc des fluctuations de vitesse turbulente qui vont déplacer la vorticité dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) . La composante de la vorticité suivant \vec{x} suit l'équation suivante :

$$\frac{d\omega'_x}{dt} = (\omega_y \partial_y + \omega_z \partial_z) \langle u \rangle, \quad (5.4)$$

soit le produit scalaire entre la vorticité dans la section, que nous appellerons $\vec{\omega}_s$, et le gradient suivant y et z de la vitesse longitudinale moyenne.

Considérons une fluctuation de vitesse et regardons comment est affectée la distribution de la vorticité, en supposant que ce mouvement ne modifie pas la géométrie et l'orientation des lignes de vorticité. La variation (spatiale) de l'espacement entre ces lignes d'isovitesse (et donc les lignes de vorticité) est l'ingrédient principal de la création de la structure de recirculation.

Si la fluctuation a lieu dans le quart supérieur droit de la section (par exemple à $\tilde{y} = \tilde{z} = 0,3$), il y aura échange entre un petit élément de volume de forte vorticité, initialement situé près des parois, et un autre dont la vorticité est de plus basse intensité plus au centre de la section. L'échange de vorticité est repéré par les flèches noires sur la figure 5.5a. L'écoulement moyen $\langle u \rangle$ fait alors basculer, dans le sens des x positifs la vorticité $\bar{\omega}_s$, créant ainsi de la vorticité $\omega'_x > 0$ et donc un tourbillon tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.

Le même effet est observé dans le quart opposé ($\tilde{y} < 0$ et $\tilde{z} < 0$). Par contre, dans les deux derniers quarts, les tourbillons créés tournent dans le sens des aiguilles d'une montre. En $y = 0$, par contre, l'orthogonalité de la vorticité dans la section avec le gradient de vitesse ne fait que déplacer, et non basculer, la vorticité sous l'action d'une fluctuation de vitesse. On aboutit ainsi aux quatre cellules contrarotatives (en supposant que les fluctuations de ω_x donnent, en moyenne, naissance à une vorticité moyenne $\langle \omega_x \rangle$) qui permettent d'expliquer l'écoulement moyen transverse.

Nous avons vu que l'espacement entre les lignes d'isovitesse joue un rôle essentiel. Par exemple, cet écoulement secondaire ne peut naître dans un écoulement de Poiseuille axisymétrique en tube. Dans une conduite carrée, par ce même raisonnement, nous retrouvons l'écoulement secondaire de huit tourbillons classiquement observé dans la littérature [34, 12].

Notons enfin que ce raisonnement simple ne fait pas intervenir les effets de la flottabilité. Par cette approche de type fluide parfait, nous ne pouvons déterminer si la fluctuation de vorticité est amortie ou amplifiée par les effets non linéaires et ceux de viscosité. Pour cela, Hallez & Magnaudet [47] ont calculé explicitement, par simulation numérique de l'écoulement, les termes sources de vorticité ω_x que ce soient les termes obtenus à partir du tenseur de Reynolds que ceux venant de la viscosité et expliquent de façon plus rigoureuse cet écoulement moyen secondaire.

Avec l'existence de structures de recirculation, le rapport 1/30 entre les extrema des vitesses transverses et longitudinales suggère que l'écoulement moyen est structuré en hélices dont le pas vaut un trentième de la longueur du tube, ce qui représente environ trois pas de part et d'autre de la vanne centrale. Bien que très faibles, nous allons voir par la suite que ces structures vont jouer un rôle non négligeable dans le transport de la quantité de mouvement.

5.2 Profils transverses des flux de quantité de mouvement

L'évaluation des différents flux de quantité de mouvement est essentielle pour identifier les mécanismes dominants de transport dans les différentes régions de l'écoulement. Nous allons tout d'abord rappeler l'expression des termes de l'équation de mouvement correspondant à ces différents mécanismes.

5.2.1 Équations vérifiées par la vitesse moyenne

Nous partons des équations normalisées de Navier-Stokes et de conservation de la masse. Pour mémoire (section 3.3.1), la vitesse est normalisée par la vitesse inertielle $V_t = \sqrt{Atgd}$, les distances par d , le temps par $T = \sqrt{d/V_t}$ et la pression par une pression de Bernoulli $P_{\text{Bernoulli}} = \langle \rho \rangle V_t^2$ où At est le nombre d'Atwood et d le diamètre du tube.

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} = -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{x}_i} + \frac{\rho g_i}{Atg\langle \rho \rangle} + \frac{1}{Re_t} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j^2} \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_i} = 0. \quad (5.6)$$

L'écoulement étant statistiquement stationnaire, nous appliquerons la décomposition de Reynolds définie par l'équation (3.2) consistant à séparer la contribution moyenne d'une quantité de ses fluctuations. Nous avons vu au chapitre 3 que la moyenne d'ensemble peut être assimilée à une moyenne temporelle. En utilisant la linéarité de l'opérateur de moyenne $\langle \cdot \rangle$, l'équation de la vitesse moyenne, appelée équation de Reynolds ou RANS¹, s'écrit² :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial \tilde{t}} + \langle \tilde{u}_j \rangle \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial \tilde{x}_j} &= -\frac{\partial \langle \tilde{P} \rangle}{\partial \tilde{x}_i} + \frac{(\langle \rho(0) \rangle + \delta\rho)g_i}{Atg\langle \rho \rangle} \\ &+ \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_j} \left(-\langle \tilde{u}'_i \tilde{u}'_j \rangle + \frac{1}{Re_t} \left(\frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial \tilde{x}_j} + \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial \tilde{x}_i} \right) \right). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Cette équation représente l'équilibre entre un terme moteur lié au contraste de densité et au gradient de pression et plusieurs termes de transport de la quantité de mouvement. En plus du terme instationnaire (qui sera par la suite supposé nul), nous retrouvons un transport par les gradients de vitesse moyens $\langle \tilde{u}_j \rangle \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial \tilde{x}_j}$, par les fluctuations turbulentes de vitesse via le tenseur de Reynolds $-\langle \tilde{u}'_i \tilde{u}'_j \rangle = \tilde{\tau}_{ij}^R$ et par la viscosité via le tenseur des contraintes visqueuses : $\frac{1}{Re_t} \left(\frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle}{\partial \tilde{x}_j} + \frac{\partial \langle \tilde{u}_j \rangle}{\partial \tilde{x}_i} \right) = \tilde{\tau}_{ij}^\nu$.

Le tenseur de Reynolds est le tenseur des contraintes turbulentes dont les composantes non diagonales $\tilde{\tau}_{i \neq j}^R$ correspondent à des contraintes de cisaillement. Elles favorisent donc l'apparition de nouveaux mouvements de rotation. Les termes diagonaux $\tilde{\tau}_{ii}^R$ correspondent, eux, à des contraintes normales. Le tenseur de Reynolds est symétrique ($\tilde{\tau}_{ij}^R = \tilde{\tau}_{ji}^R$) et n'a alors que six composantes indépendantes :

$$\tilde{\tau}^R = - \begin{pmatrix} \langle \tilde{u}'^2 \rangle & \langle \tilde{u}' \tilde{v}' \rangle & \langle \tilde{u}' \tilde{w}' \rangle \\ \langle \tilde{u}' \tilde{v}' \rangle & \langle \tilde{v}'^2 \rangle & \langle \tilde{v}' \tilde{w}' \rangle \\ \langle \tilde{u}' \tilde{w}' \rangle & \langle \tilde{v}' \tilde{w}' \rangle & \langle \tilde{w}'^2 \rangle \end{pmatrix}. \quad (5.8)$$

Expérimentalement, nous avons uniquement accès à trois composantes parmi ces six :

$$\tilde{\tau}^R|_{exp} = - \begin{pmatrix} \langle \tilde{u}'^2 \rangle & \cdot & \langle \tilde{u}' \tilde{w}' \rangle \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \langle \tilde{u}' \tilde{w}' \rangle & \cdot & \langle \tilde{w}'^2 \rangle \end{pmatrix}. \quad (5.9)$$

¹Reynolds-averaged Navier-Stokes

²Pour des détails du calcul, on peut consulter Guyon *et al.* [44] dans le cas iso-densité

Nous commencerons par discuter les valeurs et les variations dans la direction z des différentes composantes accessibles du tenseur de Reynolds, puis nous nous intéresserons au transport de la quantité de mouvement tant par la viscosité que par les fluctuations de vitesse turbulente et par l'écoulement transverse moyen.

Termes du tenseur de Reynolds

Nous pouvons mesurer deux des trois composantes diagonales du tenseur de Reynolds : $\langle \tilde{u}'^2 \rangle$ et $\langle \tilde{w}'^2 \rangle$. Leurs variations en fonction de la coordonnée transverse \tilde{z} ainsi que celle du terme non diagonal $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ sont tracées sur la figure 5.6. Alors que $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ et $\langle \tilde{w}'^2 \rangle$ restent du même ordre de grandeur quels que soient l'angle d'inclinaison et le contraste de densité, le terme diagonal suivant \tilde{x} , $\langle \tilde{u}'^2 \rangle$, varie d'un facteur 2 entre $\theta = 15^\circ - At = 10^{-2}$ et $\theta = 30^\circ - At = 4.10^{-3}$ tout en présentant un profil à double bosses symétriques par rapport à l'axe du tube. Il est intéressant de noter la forte différence d'ordre de grandeur (allant d'un facteur 5 à 10 suivant l'angle et de le contraste de densité) entre ce terme et les termes de fluctuations transverses comme $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ ou $\langle \tilde{w}'^2 \rangle$.

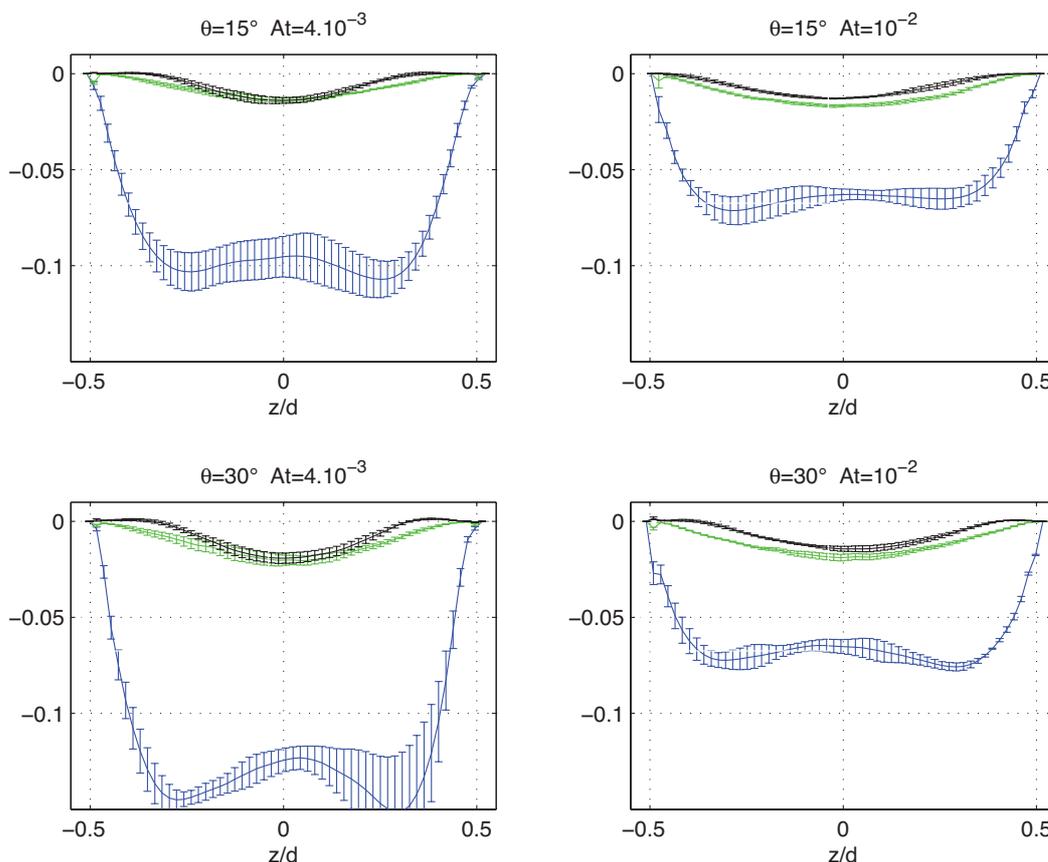


FIG. 5.6 – Variation des composantes du tenseur de Reynolds en fonction de la distance transverse par rapport à l'axe. En bleu $\langle \tilde{u}'^2 \rangle$, en vert $\langle \tilde{w}'^2 \rangle$ et en noir $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$.

La forte dépendance de $\langle \tilde{u}'^2 \rangle$ avec At et θ pourrait refléter la difficile séparation de l'écoulement moyen de ses fluctuations. Pour s'en rendre compte, nous avons tracé sur la figure 5.7 les diagrammes spatio temporels de la vitesse longitudinale avec, en abscisse, le temps normalisé et, en ordonnée, la distance transverse par rapport à l'axe. Alors que pour

$\theta = 15^\circ$ et $At = 1.10^{-2}$ on observe de nombreuses fluctuations de la vitesse d'intensités toujours comparables, pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$, le nombre d'événements correspondant à de fortes variations de la vitesse diminue et l'intensité de chacun augmente. Il devient alors de plus en plus difficile de séparer l'écoulement moyen de ses fluctuations comme c'est le cas aux angles d'inclinaisons plus élevés et pour des contrastes de densité plus faibles. La valeur de $\langle \tilde{u}'^2 \rangle$ pourrait devenir sensible aux variations temporelles de la vitesse moyenne et la double bosse serait la signature du profil de vitesse moyenne $\langle u \rangle$ élevé au carré.

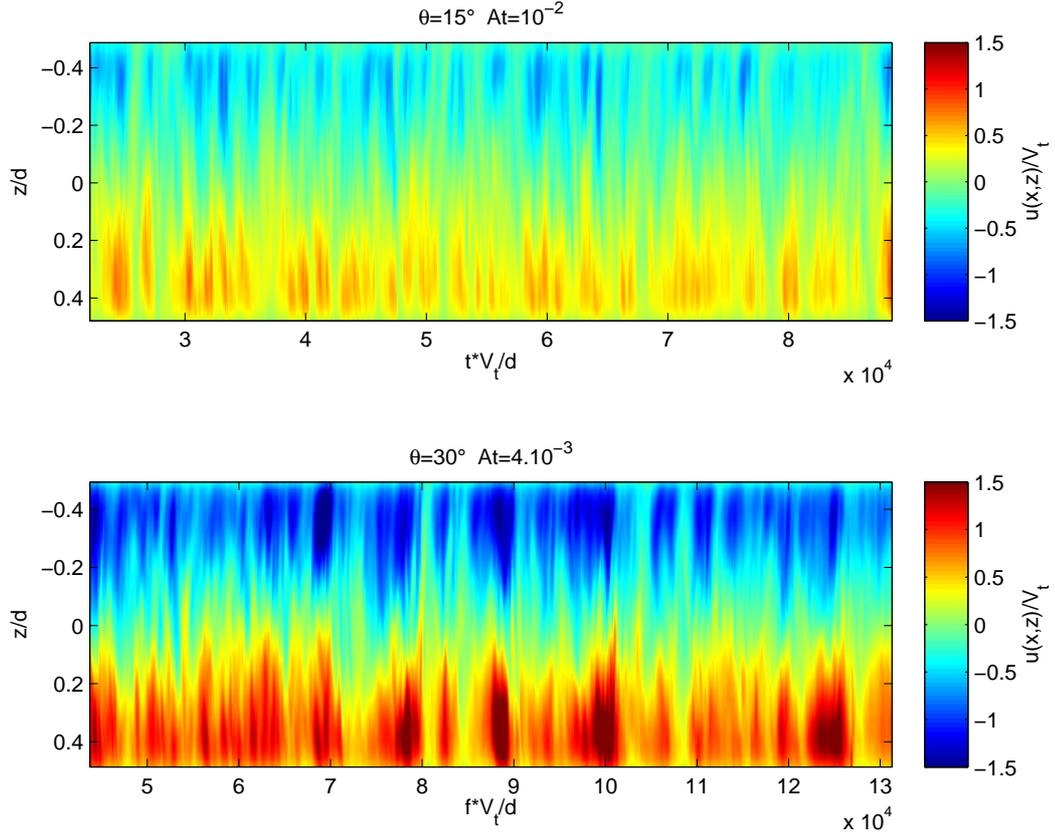


FIG. 5.7 – Diagrammes spatio-temporels de la vitesse moyenne $\langle \tilde{u} \rangle_x$ avec comme axe vertical la distance transverse normalisée z/d et comme axe horizontal le temps normalisé. En haut, $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$, en bas, $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$

5.2.2 Transport de la quantité de mouvement

En supposant que l'écoulement est stationnaire et invariant par translation suivant l'axe du tube, l'équation de Navier-Stokes moyennée (éq. (5.7)) projetée sur \vec{x} pour la vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle$ devient :

$$\begin{aligned} \langle \tilde{v} \rangle \partial_{\tilde{y}} \langle \tilde{u} \rangle + \langle \tilde{w} \rangle \partial_z \langle \tilde{u} \rangle + \partial_{\tilde{y}} \langle \tilde{u}' \tilde{v}' \rangle + \partial_z \langle \tilde{u}' \tilde{w}' \rangle = \\ -\partial_{\tilde{x}} \langle \tilde{P} \rangle - \frac{\langle \rho(0) \rangle + \delta \rho \cos \theta}{\langle \rho \rangle} \frac{1}{At} + \frac{1}{Re_t} (\partial_{\tilde{y}^2} \langle \tilde{u} \rangle + \partial_{\tilde{z}^2} \langle \tilde{u} \rangle). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Expérimentalement, nous avons accès aux flux de quantité de mouvement dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) et nous nous intéresserons particulièrement au flux associé au terme non diagonal du

tenseur de Reynolds $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ et à la composante visqueuse de ce flux associée au gradient de vitesse suivant \vec{z} : $-\text{Re}_t^{-1}\partial_z\langle\tilde{u}\rangle$. Quant à la composante $\langle\tilde{u}'\tilde{v}'\rangle$ du flux de la quantité de mouvement dirigé suivant \vec{y} , elle ne peut être évaluée que par simulation et sera discutée lors de la comparaison avec les résultats numériques (section 5.4).

Les variations des deux flux $\langle\tilde{u}'\tilde{w}'\rangle$ et $-\text{Re}_t^{-1}\partial_z\langle\tilde{u}\rangle$ sont tracées en fonction de z/d sur la figure 5.8. Au centre du tube, sur près de 80% du diamètre (*i.e.* dans la région où le gradient de la vitesse moyenne longitudinale est positif), le flux total de la quantité de mouvement est négatif : il y a un flux des régions où la vitesse $\langle\tilde{u}\rangle$ est positive vers celles où la vitesse est négative et ce flux est maximal sur l'axe du tube. Dans la partie centrale de l'écoulement, le terme inertiel est dominant par rapport au terme visqueux de près d'un facteur 10 en $z = 0$.

Dans les parties de l'écoulement proches de parois, *i.e.* pour $|\tilde{z}| \geq 0.4$, le terme inertiel diminue, le terme visqueux devient négatif et augmente fortement en valeur absolue, devenant largement supérieur au terme inertiel. Alors que le flux de quantité de mouvement associé à la viscosité est toujours négatif entre le point de vitesse maximal et la paroi, le comportement du flux associé à $\langle\tilde{u}'\tilde{w}'\rangle$ dépend, lui, de la fraction du diamètre occupé par la couche de cisaillement turbulent (par comparaison avec l'épaisseur occupée par les canaux de vitesse rapide). En effet, pour le mélange le plus intense présenté ici ($\theta = 15^\circ$ et $\text{At} = 10^{-2}$) le terme inertiel s'annule près des parois du tube, alors que lorsque le mélange est moins efficace ($\theta = 30^\circ$ et $\text{At} = 4.10^{-3}$), le signe de la composante $\langle\tilde{u}'\tilde{w}'\rangle$ du tenseur de Reynolds s'inverse près des parois. Dans le premier cas, le transport visqueux est dominant et est orienté vers les parois. Pour comprendre la deuxième situation, nous avons vu que, moins le mélange était intense, plus se développaient près des parois des canaux de fluides purs de vitesse élevée (figures 5.1 et 5.2). La taille de ces canaux et les vitesses d'écoulement à l'intérieur pourraient être suffisamment élevées pour que commence à se développer une couche turbulente induisant un transport inertiel de quantité de mouvement en direction des parois.

Par le même raisonnement que dans la section 4.2, nous éliminons de cette équation le gradient de pression longitudinal moyen $\partial_x\langle P \rangle$ et le gradient de pression hydrostatique moyen $\langle\rho\rangle_{xz}g\cos\theta$ car ces deux termes se compensent. L'équation (5.10) peut alors être mise sous la forme d'une égalité entre un terme de source représenté par la force de flottabilité et la divergence de flux de quantité de mouvement de différentes sources : par convection (transport par les écoulements moyens transverses suivant \vec{y} et \vec{z} et par les fluctuations turbulentes de vitesse) et par diffusion (transport visqueux) :

$$\underbrace{\frac{\delta\rho\cos\theta}{\langle\rho\rangle\text{At}}}_{\text{flottabilité}} = \underbrace{-\langle\tilde{v}\rangle\partial_{\tilde{y}}\langle\tilde{u}\rangle - \langle\tilde{w}\rangle\partial_{\tilde{z}}\langle\tilde{u}\rangle}_{\text{par vitesse transverse moyenne}} - \underbrace{\partial_{\tilde{z}}\langle\tilde{u}'\tilde{w}'\rangle - \partial_{\tilde{y}}\langle\tilde{u}'\tilde{v}'\rangle}_{\text{par fluctuations de vitesse}} + \underbrace{\frac{1}{\text{Re}_t}(\partial_{\tilde{y}^2}\langle\tilde{u}\rangle + \partial_{\tilde{z}^2}\langle\tilde{u}\rangle)}_{\text{par diffusion visqueuse}} \quad (5.11)$$

Sur la figure 5.9 sont tracés les termes expérimentalement mesurables de l'équation (5.11), c'est à dire ceux qui ne font intervenir que des composantes ou des variations dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) . Dans la partie centrale du tube, entre $\pm\tilde{z}_0$, le transport par viscosité $\text{Re}_t^{-1}\partial_{\tilde{z}^2}\langle\tilde{u}\rangle$ est négligeable devant le transport par les fluctuations de vitesse transverse $-\partial_{\tilde{z}}\langle\tilde{u}'\tilde{w}'\rangle$.

Les cellules de circulations moyennes induisent aussi un transport de la quantité de mouvement et ce terme, $\langle\tilde{w}\rangle\partial_{\tilde{z}}\langle\tilde{u}\rangle$, est du même ordre de grandeur (mais de signe opposé) que le terme turbulent. Ils s'annulent partiellement mais comme le terme de transport

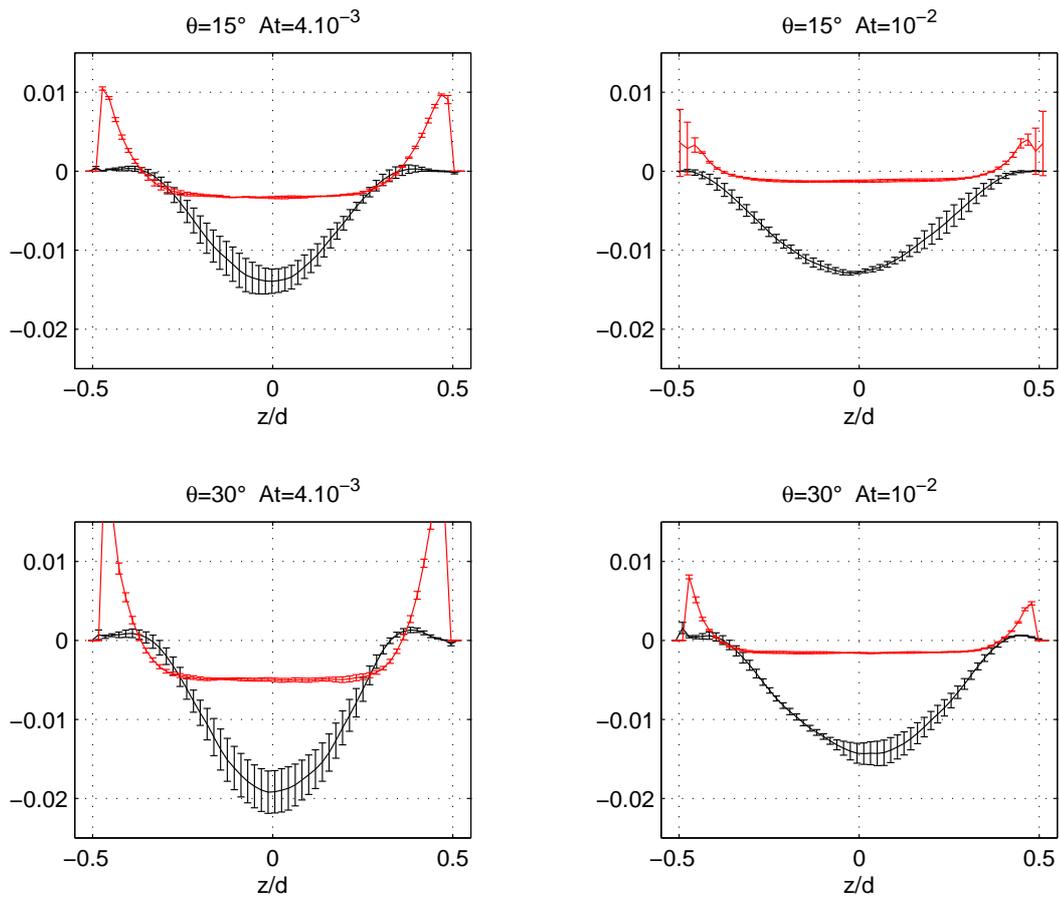


FIG. 5.8 – Profils des flux de la quantité de mouvement dus aux fluctuations de vitesses turbulentes $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ en noir et à la viscosité $-\text{Re}_\tau^{-1} \partial_z \langle \tilde{u} \rangle$ en rouge.

turbulent est toujours le plus important des deux, c'est surtout par les fluctuations de vitesse que sera au final transportée la quantité de mouvement. La dispersion de $\langle \tilde{w} \rangle$ d'une expérience à l'autre est importante à cause de sa faible valeur qui entraîne une variabilité plus grande de la valeur moyenne, ce qui explique les grandes barres d'erreurs visibles sur le terme de transport par la composante transverse de la vitesse moyenne.

En diminuant le contraste de densité et/ou en inclinant le tube, l'épaisseur de la couche de mélange suivant \tilde{z} se réduit (cf. figure 5.1). La zone où la variation de concentration avec la distance est linéaire occupe quasiment tout le diamètre du tube pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$, mais seulement environ un tiers pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 4 \cdot 10^{-3}$.

La pente de la variation du contraste de densité avec z/d est de plus en plus importante et donc le terme moteur de l'écoulement $\frac{\delta\rho}{\langle\rho\rangle} \frac{\cos\theta}{At}$ augmente. Cette hausse est compensée par l'augmentation du transport par les fluctuations turbulentes et par la composante transverse de la vitesse, le transport par viscosité étant toujours du même ordre de grandeur quels que soient At et θ .

En se rapprochant des bords du tube, le transport par viscosité devient dominant par rapport au transport par les fluctuations de vitesse turbulente et par le gradient de vitesse moyenne. La distance aux parois correspondant à cette transition entre transport convectif et diffusif ne dépend sensiblement ni de l'angle d'inclinaison ni du contraste de densité. La valeur normalisée de cette distance vaut alors $0,39 \pm 0,1$.

5.3 Modélisation du champ de vitesse moyen et du transport de la quantité de mouvement

Nous chercherons dans cette partie à modéliser le profil de vitesse longitudinal $\langle u \rangle$ et le transport de la quantité de mouvement dans le plan (\tilde{x}, \tilde{z}) .

Au vu de l'importance respective des différents termes de transport de la quantité de mouvement, nous pouvons identifier deux zones où la physique de l'écoulement diffère : une zone proche des parois où la quantité de mouvement est principalement transférée par diffusion visqueuse et une zone au centre du tube où le transport par les fluctuations turbulentes de vitesse et par les écoulements moyens transverses domine. Nous allons modéliser séparément le profil de vitesse longitudinal dans ces différentes zones. Nous avons vu précédemment que, de toutes les contributions au transport de quantité de mouvement, seules celles dans le plan (\tilde{x}, \tilde{z}) peuvent être mesurées expérimentalement. Les termes manquants, accessibles par une simulation numérique, seront discutés après.

5.3.1 Profil de $\langle \tilde{u} \rangle$ près des parois du tube

Nous allons supposer, en accord avec les résultats du transport de quantité de mouvement que nous venons de voir (figure 5.9), que le transport est uniquement visqueux dans la région entre $\pm\tilde{z}_0$ et les parois du tube.

Pour assurer la condition de non glissement due à la viscosité sur les bords du tube, le profil de vitesse $\langle \tilde{u} \rangle$ doit se raccorder en $\tilde{z} = \pm 1/2$ à zéro, d'où de forts gradients entre $\pm\tilde{z}_0$ et les parois. Dans cette zone proche des bords du tube, nous sommes en présence d'une mince couche de fluide d'épaisseur $1/2 - \tilde{z}_0 = h_0$ qui tombe sous l'effet de l'écart de son poids par rapport à celui qui correspondrait à la densité moyenne sur l'axe du tube en $z = 0$. Pour simplifier le calcul, nous travaillerons en unité normalisées. Nous nous placerons dans la configuration décrite dans la figure 5.10 où l'orientation de l'axe z change

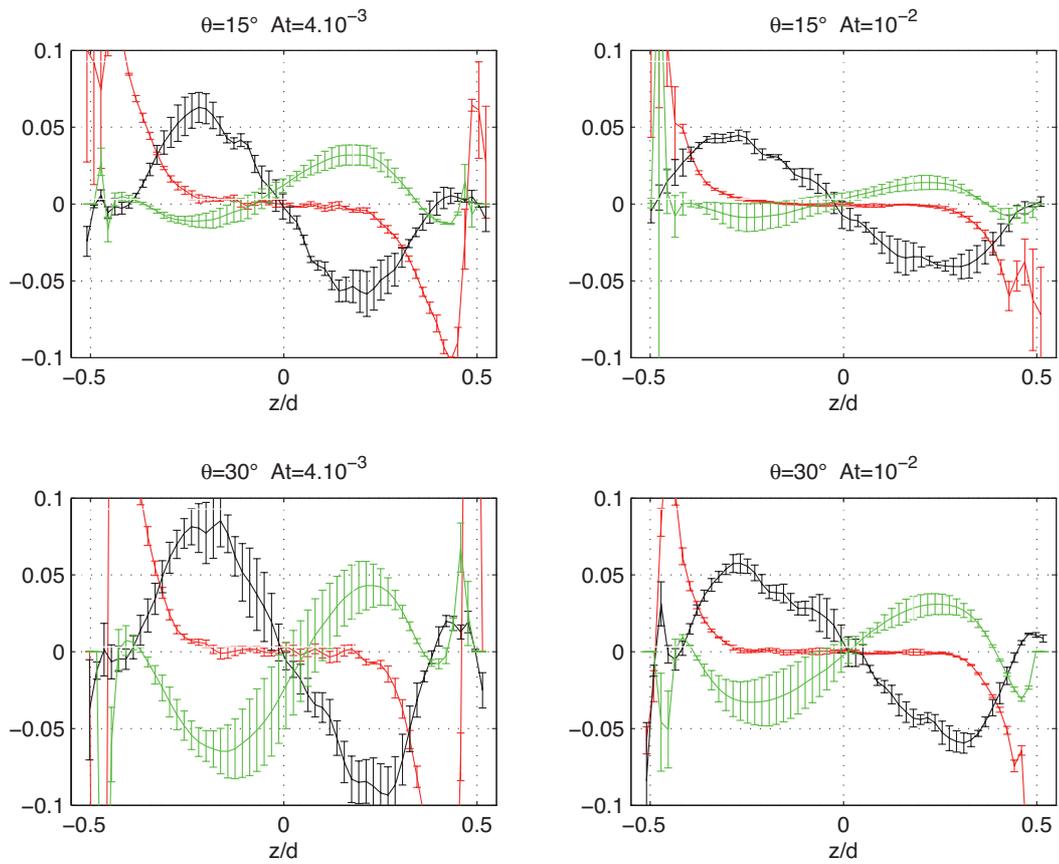


FIG. 5.9 – Variation des termes expérimentalement mesurables de l'équation de transport de la quantité de mouvement, issus de l'équation (5.11), en fonction de la distance transverse par rapport à l'axe. En rouge, le transport par la viscosité $Re_t^{-1} \partial_{zz} \langle \tilde{u} \rangle$, en vert le transport par la vitesse transverse moyenne $-\langle \tilde{w} \rangle \partial_z \langle \tilde{u} \rangle$ et en noir le transport par les fluctuations de vitesse turbulentes $-\partial_z \langle \tilde{u}' \tilde{w}' \rangle$.

dans cette section par rapport au reste de la thèse $z_n = 1/2 - z$. Pour alléger l'écriture, nous omettrons dans le calcul qui vient l'indice "n".

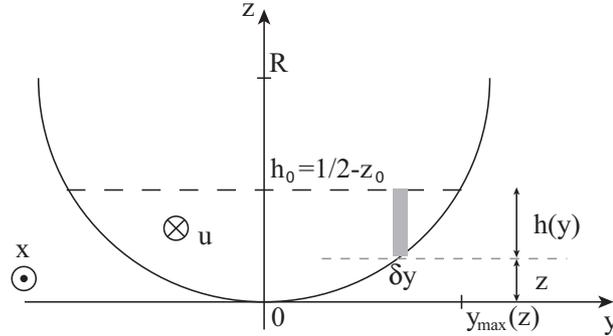


FIG. 5.10 – Schéma d'un contre-écoulement stratifié dans un tube incliné.

Nous supposons que l'écoulement est stationnaire et, au vu du faible rapport entre les extrema de la vitesse transverse w et de la vitesse longitudinale u (figure 5.2), qu'il est parallèle. L'équation du mouvement projetée sur \vec{x} se réduit à l'équation de Stokes :

$$\eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \delta \rho g \cos \theta. \quad (5.12)$$

Commençons par calculer la vitesse dans la tranche de largeur δy et de hauteur $h(y)$, grisée sur le schéma. En prenant comme conditions aux limites une contrainte nulle en $z = h_0$ et une vitesse nulle sur les bords du tube $u(z = h_0 - h(y)) = 0$, la vitesse est égale à :

$$u(y, z) = \frac{\delta \rho g}{\eta} \cos \theta \left(\frac{z^2}{2} - h_0 z + \frac{h_0^2 - h^2}{2} \right). \quad (5.13)$$

L'hypothèse de contrainte nulle peut être faite car il y a, en z_0 un flux visqueux qui s'annule et un flux turbulent qui est presque nul de telle sorte qu'il n'y a presque pas de contrainte sur le plan $z = z_0$. Le débit δq dans cette tranche vaut alors :

$$\delta q = \int_y^{y+\delta y} \int_{z=h_0-h}^{z=h_0} u dy dz = -\frac{\delta \rho g}{\eta} \cos \theta \delta y \frac{h^3}{3}. \quad (5.14)$$

Pour avoir le débit total dans la couche de fluide, il suffit d'intégrer ce débit δq entre $y = 0$ et y_{\max} :

$$Q = 2 \int_{y=0}^{y_{\max}} \delta q dy = -\frac{2}{3} \frac{\delta \rho g}{\eta} \cos \theta \int_0^{h_0} h^3(y) \frac{dy}{dz} dz. \quad (5.15)$$

Pour des z petits, $z \simeq \frac{y^2}{d}$, d'où $\frac{dy}{dz} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d}{z}}$.

$$Q = -\frac{2}{3} \frac{\delta \rho g}{\eta} \cos \theta \int_0^{h_0} (h_0 - z)^3 \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d}{z}} dz. \quad (5.16)$$

Pour résoudre cette intégrale, nous poserons : $\xi = \sqrt{z}$ et donc $d\xi = \frac{dz}{2\sqrt{z}}$. Alors,

$$Q = -\frac{2}{3} \frac{\delta \rho g}{\eta} \cos \theta \int_0^{\sqrt{h_0}} (h_0 - \xi^2)^3 d\xi. \quad (5.17)$$

Au final,

$$Q = -\frac{32}{105} \frac{\delta\rho g}{\eta} \cos\theta \sqrt{d} h_0^{7/2}. \quad (5.18)$$

La vitesse moyenne normalisée dans la fine couche est donnée par

$$\tilde{u}_{\text{couche}} = \frac{Q}{S V_t}, \quad (5.19)$$

où S est la surface de la section comprise entre $z = 0$ et $z = h_0$ qui est calculée par :

$$S = \frac{R^2}{2} \left(2 \arccos \frac{R - h_0}{R} - \sin 2 \left(\arccos \frac{R - h_0}{R} \right) \right) \quad (5.20)$$

	$\theta = 15^\circ$ At = 4.10^{-3}	$\theta = 15^\circ$ At = 10^{-2}	$\theta = 30^\circ$ At = 4.10^{-3}	$\theta = 30^\circ$ At = 10^{-2}
expérience	0,46	0,32	0,68	0,54
modélisation	0,54	0,35	0,77	0,51

TAB. 5.3 – Comparaisons entre les vitesses longitudinales $\langle \tilde{u} \rangle$ moyennées sur l'épaisseur de la couche visqueuse (entre $\pm z_0$ et le bords du tube) obtenues expérimentalement et par modélisation visqueuse du profil de vitesse.

Les résultats de ce calcul de la vitesse du fluide près des bords du tube sont regroupés dans le tableau 5.3 où l'on a ajouté les valeurs de la vitesse longitudinale moyennée dans cette fine couche. Bien que très approximatif³, nous constatons que ce modèle reproduit correctement, à 15% près, les vitesses mesurées. L'avantage de cette méthode est la prise en compte des variations d'épaisseur locales de la couche de fluide en écoulement visqueux dues à la courbure du tube. En effet, si l'on suppose que l'épaisseur $h(y)$ est constante on obtient un débit valant à peu près deux fois le débit Q obtenu par le calcul présenté ci dessus :

$$-\frac{2}{3} \frac{\delta\rho g}{\eta} \cos\theta \sqrt{d} h_0^{7/2} \simeq 2Q.$$

5.3.2 Profil de $\langle \tilde{u} \rangle$ au centre du tube

Nous nous intéressons maintenant à la zone centrale pour $|z|/d < 0,35$. Nous proposons une modélisation à deux dimensions du transport turbulent de quantité de mouvement $\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ (on ignore toujours le transport moyen dû aux cellules de recirculation) à l'aide du modèle classique de longueur de mélange dans la zone où le transfert visqueux est négligeable *i.e.* $|\tilde{z}| \leq h_0 \simeq 0,4$. Nous comparerons la valeur de cette longueur de mélange à des longueurs caractéristiques issues d'une analyse des corrélations spatiales du champ de vitesse. Puis en utilisant cette longueur de mélange dans une équation de transport simplifiée, nous chercherons à reproduire le profil de vitesse moyenne $\langle \tilde{u} \rangle$ dans la partie du tube où le transport convectif est dominant.

³ce modèle pourrait être raffiné afin de calculer non plus la vitesse moyenne dans la couche mais le profil transverse de vitesse longitudinale $\langle \tilde{u} \rangle$. Pour cela, il nous faut avoir une approximation linéaire du profil de concentration proche des parois et c'est là que le bât blesse puisqu'à l'exception du cas à $\theta = 15^\circ$ et At = 10^{-2} (figure 5.1, aucun de ces profils ne peut être décemment exprimé sous cette forme. De plus, la comparaison entre ce modèle et les résultats expérimentaux serait relativement délicate car il y a tout au plus une dizaine de vecteur vitesse dans cette couche visqueuse qui sont, à cause de la présence de la paroi, les plus sujets à caution parmi ceux que nous mesurons.

Le modèle de longueur de mélange

Si l'on néglige les termes incluant des composantes de la vitesse dans la direction \vec{y} ou leurs dérivées, l'équation de transport de la quantité de mouvement (5.11) se réduit à :

$$\frac{\delta\rho}{\langle\rho\rangle} \frac{\cos\theta}{At} = -\langle\tilde{w}\rangle\partial_z\langle\tilde{u}\rangle - \partial_z\langle\tilde{u}'\tilde{w}'\rangle + \frac{1}{\text{Re}_t}(\partial_{z^2}\langle\tilde{u}\rangle). \quad (5.21)$$

En raison du terme de corrélation croisée $\langle\tilde{u}'\tilde{w}'\rangle = -\tilde{\tau}_{xz}^R$, cette équation (5.21) n'est pas fermée. On pourrait écrire une autre équation d'évolution incluant ce terme mais celle-ci contiendrait en plus des corrélations d'ordre supérieur de type $\langle\tilde{u}_i\tilde{u}_j\tilde{u}_k\rangle$ qui elles-mêmes pourraient s'exprimer par des corrélations d'ordre encore supérieur et ainsi de suite. Pour tronquer cette hiérarchie, l'une des fermetures les plus couramment utilisées consiste à exprimer directement les corrélations croisées à partir du champ de vitesse moyenne par l'intermédiaire d'une viscosité turbulente. Cette hypothèse, introduite par Boussinesq en 1877, suppose que $\tilde{\tau}_{xz}^R$ en un point et à un temps donné ne dépend que des valeurs de la vitesse et du gradient de vitesse en ce point au même instant : $\tilde{\tau}_{xz}^R(\vec{r}, t) = f_{xz}[\tilde{u}(\vec{r}, t), \partial_z\tilde{u}(\vec{r}, t)]$. Par analogie avec le tenseur des contraintes visqueuses, on pose :

$$\tilde{\tau}_{xz}^R = \tilde{\nu}_T \frac{\partial\langle\tilde{u}\rangle}{\partial\tilde{z}}, \quad (5.22)$$

où $\tilde{\nu}_T$ est la viscosité turbulente normalisée par $V_t d$. La simplicité de ce modèle, qui suppose que le tenseur visqueux et le tenseur de Reynolds aient les mêmes signes, présente en contrepartie quelques inconvénients dont celui de donner à un phénomène grande échelle, qui a pour origine des termes convectifs non linéaires, un caractère diffusif. La conséquence est que $\tilde{\nu}_T$ n'est pas une propriété intrinsèque du fluide et donc qu'il faut déterminer $\tilde{\nu}_T$ en chaque point de tout écoulement turbulent.

Il reste maintenant à déterminer cette viscosité turbulente. Il existe de très nombreux modèles pouvant faire appel à des équations de transport supplémentaires (énergie cinétique turbulente, dissipation etc.) dont le lecteur trouvera dans le livre de Chassaing [22] un vaste panorama. Nous nous limiterons à une approche phénoménologique élaborée par Prandtl dans les années 1920 dont nous rappellerons brièvement le principe. Il s'agit, en s'inspirant de la théorie cinétique des gaz, d'exprimer simplement $\tilde{\nu}_T$ sans devoir rajouter de nouvelles équations de transport. Il faut alors définir une échelle de longueur qui jouera le rôle du libre parcours moyen et une échelle de vitesse jouant le rôle de la vitesse d'agitation thermique. Examinons cette modélisation dans notre cas où le gradient de vitesse $\partial_z\langle\tilde{u}\rangle$ est constant dans la partie centrale du tube comme nous l'avons vu à la section 5.1.2. Dans un plan $\tilde{z} = \tilde{z}_*$ donné, un paquet de fluide provenant de la région $\tilde{z}_* - \Delta\tilde{z} < \tilde{z}_*$ et advecté par une fluctuation $\tilde{w}' > 0$ induira une variation locale de la vitesse selon \vec{x} en z_* :

$$u'(z_*) \approx \langle\tilde{u}(\tilde{z}_* - \Delta\tilde{z})\rangle - \langle\tilde{u}(\tilde{z}_*)\rangle \approx -\Delta\tilde{z}\partial_z\langle\tilde{u}\rangle. \quad (5.23)$$

Par une moyenne sur l'ensemble des trajectoires et vitesses possibles, on peut définir un flux de quantité de mouvement :

$$\langle\tilde{u}'\tilde{w}'\rangle = -\langle\tilde{w}'\Delta\tilde{z}\rangle\partial_z\langle\tilde{u}\rangle. \quad (5.24)$$

La dernière étape est d'estimer la corrélation $\langle\tilde{w}'\Delta\tilde{z}\rangle$. Pour ce faire, nous introduisons une longueur, dite longueur de mélange, $\tilde{l}_m(\tilde{z})$, qui peut être considérée comme la distance moyenne sur laquelle une variation de la vitesse d'un élément de fluide reste corrélée à elle

même. Quant à l'échelle de vitesse, elle est prise égale à $\tilde{l}_m(\tilde{z})|\partial_{\tilde{z}}\langle\tilde{u}\rangle|$. Ces deux échelles sont supposées être les échelles caractéristiques des structures les plus efficaces pour transporter la quantité de mouvement.

On obtient au final une fermeture simple de la composante xz du tenseur de Reynolds :

$$\tilde{\tau}_{xz}^R = \tilde{l}_m^2(\tilde{z})\partial_{\tilde{z}}\langle\tilde{u}\rangle|\partial_{\tilde{z}}\langle\tilde{u}\rangle|. \quad (5.25)$$

Profils expérimentaux de longueur de mélange

Regardons à présent ce que vaut la longueur de mélange que nous pouvons construire à partir des profils de vitesse expérimentaux. Elle est calculée à partir de l'équation (5.25) par :

$$\tilde{l}_m(\tilde{z}) = \sqrt{\frac{\tilde{\tau}_{xz}^R}{\partial_{\tilde{z}}\langle\tilde{u}\rangle|\partial_{\tilde{z}}\langle\tilde{u}\rangle|}}. \quad (5.26)$$

Cette longueur de mélange est tracée en fonction de \tilde{z} sur la figure 5.11 pour différents angles d'inclinaison du tube et différents contrastes de densité. Elle n'est définie qu'entre $-\tilde{z}_0$ et \tilde{z}_0 , les pics en $\pm\tilde{z}_0$ étant dus à l'annulation du gradient de vitesse moyenne. Nous avons vu dans la section 5.2.1 que, dans la zone centrale du tube, le transport de la quantité de mouvement est principalement convectif. On retrouve ici une limitation propre au modèle de Prandtl qui repose sur un transfert purement convectif de la quantité de mouvement. Près des parois, cette hypothèse n'est plus vérifiée, tout comme celle d'avoir les tenseurs visqueux et tenseur de Reynolds de même signe. Les pics visibles ne sont tout simplement pas physiques.

Précisons le comportement de la longueur de mélange dans la partie de l'écoulement où le transport convectif est dominant. Excepté pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$, \tilde{l}_m a une variation d'allure parabolique, dont l'extrapolation de la courbe semble se raccorder à zéro vers $\tilde{z} = \pm 1/2$. La valeur maximale de \tilde{l}_m , obtenue en $\tilde{z} = 0$, est d'environ un dixième du diamètre du tube, $\tilde{l}_m^{max} \sim 0,05$ à $0,09$, et diminue lorsque l'efficacité du mélange décroît, i.e., lorsque l'on baisse le contraste de densité ou que l'on incline le tube. Ces valeurs sont reportées dans le tableau 5.5.

Une valeur presque constante de la longueur de mélange a été précédemment mesurée par Ecke [65] lors de l'étude de l'ascension sur un plan incliné d'un courant de fluide plus léger que le milieu environnant. Avec un nombre de Reynolds basé sur la micro échelle de Taylor et une différence de densité proches de ce que nous avons, la longueur de mélange (normalisée par l'épaisseur du courant) calculée par Ecke vaut 0,05, soit un ordre de grandeur similaire à ce que nous obtenons.

Notons enfin que le comportement de la longueur de mélange que nous trouvons ne ressemble pas aux résultats que l'on trouve dans la littérature pour des écoulements simples [22]. Pour des écoulements cisailés libres, $l_m = a\delta$ où δ est l'échelle transversale de la zone de cisaillement, la longueur de mélange restant approximativement constante dans cette zone (la valeur de a résulte d'ajustements avec des résultats expérimentaux : pour une couche de mélange par exemple $a \simeq 0,07$). Dans le cas des écoulements parallèles développés en présence de parois solides, la longueur de mélange varie avec la distance $|z|$ à la paroi la plus proche comme par exemple dans un écoulement de Couette turbulent $\tilde{l}_m \propto |1/2 - z|$.

Nous avons rajouté sur la figure 5.11 des paraboles d'équation $\tilde{l}_m^{max}(1 - 4\tilde{z}^2)$ qui repro-

duisent bien la tendance des variations des courbes expérimentales. Cet ajustement n'est plus très adapté pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$: une droite horizontale $\tilde{z} = \tilde{l}_m^{max}$ reproduit mieux les faibles variations de \tilde{l}_m avec z . On obtient alors une longueur de mélange à peu près constante et du même ordre de grandeur que pour des écoulements cisailés libres.

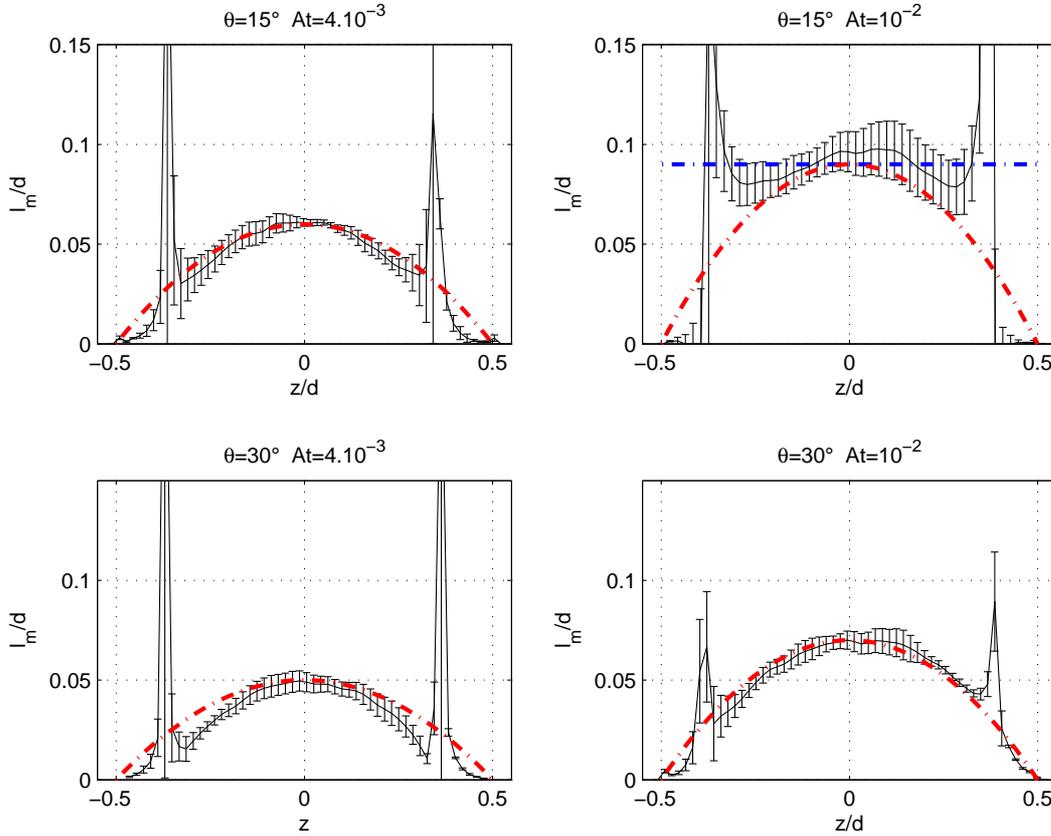


FIG. 5.11 – Variation de la longueur de mélange normalisée l_m/d en fonction de la distance transverse par rapport à l'axe pour quatre couples $\theta - At$. Profils expérimentaux (en noir), ajustement par des paraboles $\tilde{l}_m^{max}(1 - 4\tilde{z}^2)$ (en rouge) et par une valeur constante $\tilde{l}_m^{max}/d = 0,9$ pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$ (en bleu).

Longueur de corrélation

La longueur de mélange utilisée plus haut est supposée correspondre aux plus grandes structures responsables du transport de la quantité de mouvement, dont la taille est nécessairement limitée par le confinement du tube. \tilde{l}_m est donc bien comparable au diamètre du tube avec un facteur valant ici 0,05 à 0,09 qui est du même ordre que ceux obtenus dans la littérature pour des écoulements pas trop éloignés des nôtres, tel celui d'une couche de mélange,.

Pour caractériser plus directement ces structures turbulentes qui transportent la quantité de mouvement, nous allons regarder la longueur sur laquelle se décorrèle le champ de vitesse fluctuant. En effet, nous pouvons espérer que cette longueur fournira une taille caractéristique des plus grosses structures. Parmi les quatre corrélations que l'on peut construire à partir des mesures 2D du champ de vitesse (\tilde{u}' suivant \tilde{x} , \tilde{u}' suivant \tilde{z} , \tilde{w}' suivant \tilde{x} et \tilde{w}' suivant \tilde{z}), il faut éliminer celles mettant en jeu la composante \tilde{u}' des fluc-

tuations du champ de vitesse à cause de la mauvaise définition de la valeur moyenne de celui-ci, trop influencé par les variations temporelles de la vitesse moyenne (comme nous l'avons vu à propos de la figure 5.6). La corrélation dans la direction longitudinale \vec{x} est préférée à la corrélation dans la direction transverse \vec{z} car c'est la seule dont nous pourrions étudier l'évolution avec la distance transverse \tilde{z} . Nous choisissons donc de caractériser ces structures par la corrélation de w' suivant \vec{x} (voir la figure 5.12).

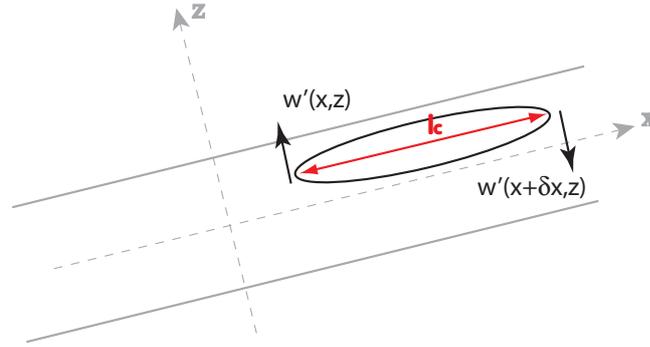


FIG. 5.12 – Schéma de la corrélation de \tilde{w}' suivant \vec{x} , \tilde{l}_c est alors la longueur de corrélation.

L'autocorrélation longitudinale des fluctuations de vitesse transverse est définie par :

$$C_N(\delta x; z) = \frac{\langle \tilde{w}'(\tilde{x}, \tilde{z}) \tilde{w}'(\tilde{x} + \delta \tilde{x}, \tilde{z}) \rangle}{\langle \tilde{w}'^2 \rangle}. \quad (5.27)$$

Pour obtenir la longueur de corrélation l_c associée à cette fonction de corrélation, nous utiliserons en pratique la définition suivante :

$$C_N(\delta \tilde{x} = l_c(\tilde{z})/d; \tilde{z}) = 0, 1. \quad (5.28)$$

Les variations de la longueur de corrélation en fonction de la distance transverse \tilde{z} sont tracées, pour les différents cas expérimentaux étudiés, sur la figure 5.14. Remarquons tout d'abord qu'à la différence des longueurs de mélange, $\tilde{l}_c = l_c/d$ est définie pour toutes les valeurs de la distance transverse, les deux ou trois valeurs exagérément élevées près des parois sont des points aberrants. Ils peuvent être dus à des réflexions parasites sur les bords du tube ou bien à l'amplitude très faibles des fluctuations turbulentes près de $|z| = 0, 5$. La valeur maximale de la longueur de corrélation normalisée est d'environ 0,5 (\tilde{l}_c^{max} vaut entre 0,4 pour $\theta = 30^\circ$ et $At = 10^{-2}$ et 0,7 pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$) soit environ dix fois la longueur de mélange (tableau 5.4). Cependant, il n'apparaît pas de relation claire entre ces deux quantités : à la différence de la longueur de mélange, la longueur de corrélation ne dépend pas sensiblement de l'angle θ . Notons enfin que la variation de la longueur de corrélation paraît plus plate dans la zone centrale que la longueur de mélange.

Nous allons supposer que les structures les plus efficaces pour le transport de la quantité de mouvement sont les plus grosses et que leur taille est de l'ordre de la longueur de corrélation. Nous obtenons alors des structures de la taille d'un demi diamètre dont le rapport d'aspect est de l'ordre de 1. N'oublions pas cependant que cette taille est liée à la définition arbitraire de la longueur de corrélation (équation (5.28)), ce raisonnement donne une vision qualitative des structures présentes dans l'écoulement.

Le raisonnement en terme de longueur de corrélation est plus directement relié au champ de fluctuations turbulentes alors que la longueur de mélange fait intervenir à la fois la corrélation $u'w'$ et le champ de vitesse moyen.

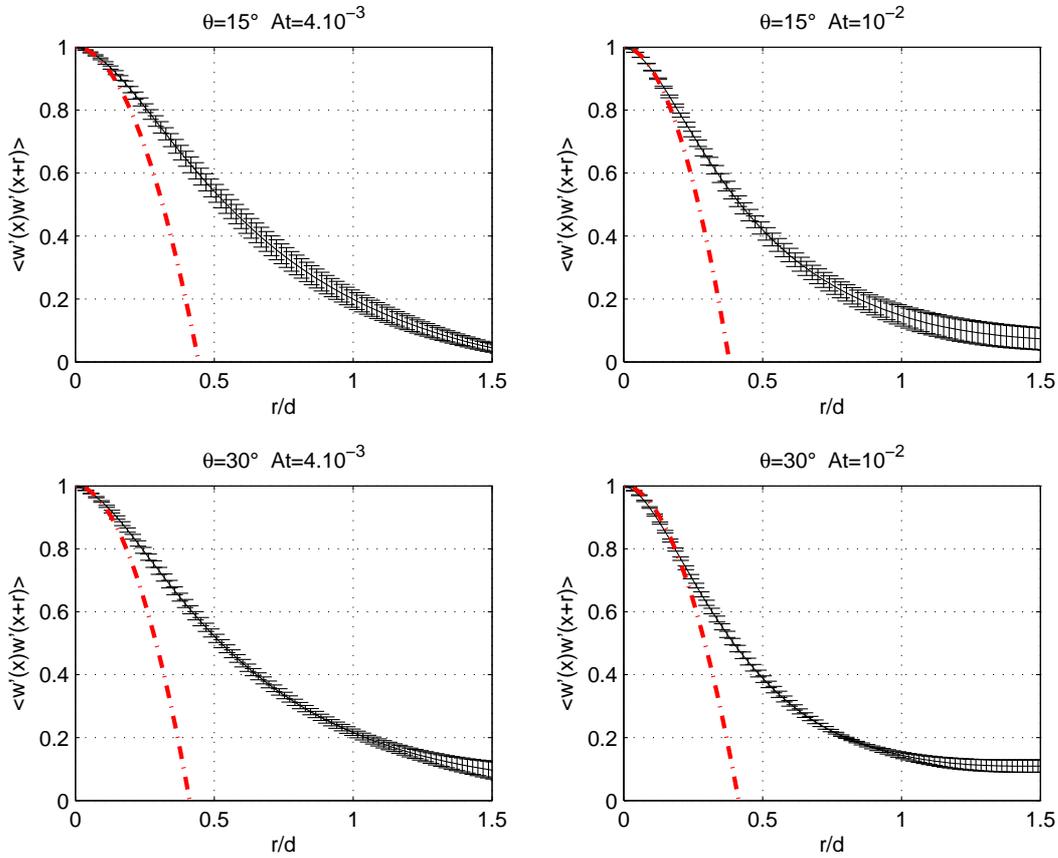


FIG. 5.13 – Autocorrélation longitudinale du champ de vitesse transverse fluctuant w' définie par l'équation (6.25). La courbe rouge est une parabole ajustée en $\delta x = 0$ à la courbe d'autocorrélation.

	$\theta = 15^\circ$ $At = 4.10^{-3}$	$\theta = 15^\circ$ $At = 10^{-2}$	$\theta = 30^\circ$ $At = 4.10^{-3}$	$\theta = 30^\circ$ $At = 10^{-2}$
\tilde{l}_c^{max}	0,65	0,5	0,6	0,4
\tilde{l}_m^{max}	0,06	0,09	0,05	0,07

TAB. 5.4 – Valeurs maximales de la longueur de mélange et de la longueur de corrélation longitudinale du champ de de vitesse transverse.

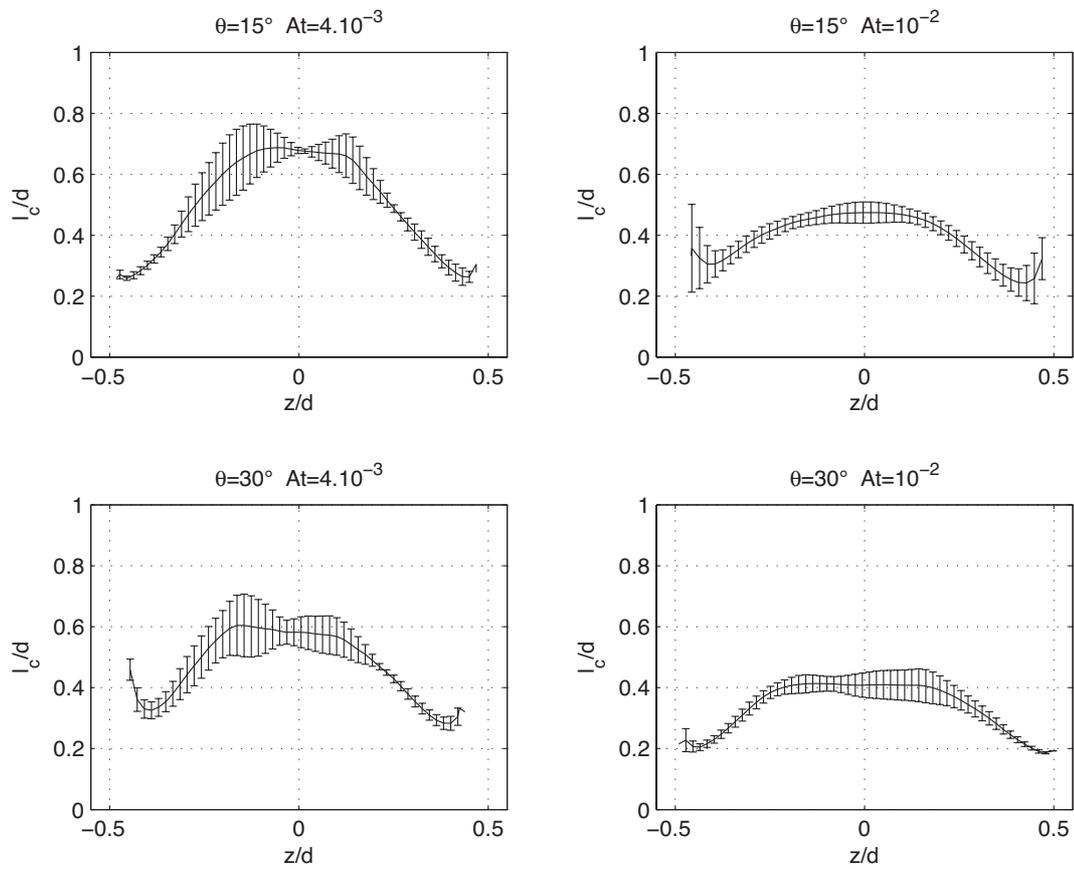


FIG. 5.14 – Variation de la longueur de corrélation normalisée l_c/d de \tilde{w}' suivant \vec{x} en fonction de la distance transverse.

Modèle analytique bidimensionnel du profil de vitesse moyenne

En utilisant la fermeture du tenseur de Reynolds par le modèle de longueur de mélange défini par l'équation (5.25), nous allons chercher à modéliser le profil de vitesse moyenne $\langle \tilde{u} \rangle$ dans la zone où le transport convectif prédomine, pour $-\tilde{z}_0 < \tilde{z} < \tilde{z}_0$. Pour ce faire, nous utiliserons l'équation simplifiée de transport de la quantité de mouvement (5.21) où les contributions faisant intervenir la coordonnée y sont négligées.

Le profil de $\langle \tilde{u} \rangle$ étant presque antisymétrique par rapport à $\tilde{z} = 0$ (section 5.1.2), nous limiterons au cas des \tilde{z} positifs : $0 \leq \tilde{z} \leq \tilde{z}_0$. Suivant (5.25), on suppose que le tenseur de Reynolds peut s'écrire à l'aide d'une longueur de mélange qui, comme le montrent les résultats expérimentaux de la figure 5.11, dépend de la distance à l'axe. Le contraste de densité variant linéairement avec la distance transverse (cf. figure 5.1), on l'écrit comme dans la section 5.1.1 sous la forme :

$$\frac{\delta\rho \cos\theta}{\langle \rho \rangle \text{At}} = -\tilde{\beta}\tilde{z} \text{ avec } \tilde{\beta} > 0. \quad (5.29)$$

L'équation (5.21) devient :

$$-\tilde{\beta}\tilde{z} = -\langle \tilde{w} \rangle \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle + \partial_{\tilde{z}} [\tilde{l}_m^2(\tilde{z}) \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle | \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle |] + \frac{1}{\text{Re}_t} \partial_{\tilde{z}^2} \langle \tilde{u} \rangle. \quad (5.30)$$

Remarquons que, dans le cas d'un écoulement laminaire parallèle seul reste le troisième terme, ce qui donne :

$$-\tilde{\beta}\tilde{z} = \frac{1}{\text{Re}_t} \langle \partial_{\tilde{z}^2} u \rangle \text{ soit } \langle \tilde{u}(\tilde{z}) \rangle = \text{Re}_t \tilde{\beta} \frac{\tilde{z}}{6} \left(\frac{1}{4} - \tilde{z}^2 \right). \quad (5.31)$$

On retrouve donc bien l'écoulement de Poiseuille classique.

Pour notre écoulement turbulent, dans la zone centrale, les effets visqueux sont faibles par rapport aux effets inertiels et nous pouvons négliger le terme $\text{Re}_t^{-1} \partial_{\tilde{z}^2} \langle \tilde{u} \rangle$. De plus, nous nous plaçons aux distances $|\tilde{z}| < \tilde{z}_0$ où le gradient de vitesse est positif i.e. $\partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle \geq 0$.

Nous allons faire une dernière hypothèse consistant à négliger le transport de la quantité de mouvement par l'écoulement transverse moyen $\langle \tilde{w} \rangle \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle$. Expérimentalement, on trouve que ce dernier a une variation avec la distance transverse similaire à celle de $\langle \tilde{u}' \tilde{w}' \rangle$ mais de signe opposé. On peut donc tenir compte de l'existence de ce terme en appliquant à $\langle \tilde{u}' \tilde{w}' \rangle$ un coefficient de correction. Cette hypothèse revient à pondérer le tenseur de Reynolds d'un coefficient effectif α^2 dont la valeur sera obtenue en ajustant aux profils expérimentaux la solution analytique de ce modèle.

Ainsi nous obtenons l'équation différentielle :

$$\partial_{\tilde{z}^2} \langle u \rangle = \frac{-\tilde{\beta}\tilde{z}}{2\alpha^2 \tilde{l}_m^2(\tilde{z}) \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle} - \frac{\partial_{\tilde{z}} \tilde{l}_m(\tilde{z})}{\tilde{l}_m(\tilde{z})} \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle \quad (5.32)$$

qui admet une solution analytique pour $\partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle$ quelque soit la variation de l_m pourvu que cette longueur de mélange ne soit pas nulle :

$$\partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u}(\tilde{z}) \rangle = \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle |_{\tilde{z}=0} \sqrt{1 - \frac{\tilde{\beta}}{2\alpha(\partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle |_{\tilde{z}=0})^2} \frac{\tilde{z}^2}{\tilde{l}_m^2(\tilde{z})}} \quad (5.33)$$

avec comme conditions aux limites :

$$\partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u}(\tilde{z}) \rangle = 0 \text{ pour } \tilde{z} = \tilde{z}_0.$$

Suivant la forme de la longueur de mélange trouvée expérimentalement (fig. 5.11), on peut distinguer deux cas : soit \tilde{l}_m peut être considérée comme une constante (pour $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$), soit \tilde{l}_m peut être ajustée par une parabole inversée (dans les trois autres cas).

Longueur de mélange constante

Dans ce cas, l'équation (5.33) admet une solution analytique pour $\langle u(z) \rangle$ en rajoutant comme condition aux limites l'annulation de la vitesse en $\tilde{z} = 0$:

$$\langle \tilde{u}(\tilde{z}) \rangle = \frac{\partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle |_{\tilde{z}=0}}{2} \left(\tilde{z} \sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{z}}{\alpha \tilde{z}_1} \right)^2} + \tilde{z}_1 \alpha \arcsin \left(\frac{\tilde{z}}{\alpha \tilde{z}_1} \right) \right) \quad (5.34)$$

avec $\tilde{z}_1 = \sqrt{\frac{2}{\tilde{\beta}}} \tilde{l}_m^{max} \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle |_{\tilde{z}=0}$.

Longueur de mélange parabolique

On ajuste la courbe de longueur de mélange par une parabole inversée, s'annulant en $\tilde{z} = \pm 0,5$ et valant \tilde{l}_m^{max} pour $\tilde{z} = 0$, i.e., $\tilde{l}_m = \tilde{l}_m^{max} (1 - 4\tilde{z}^2)$. Alors, l'équation (5.33) devient

$$\langle \partial_{\tilde{z}} \tilde{u}(\tilde{z}) \rangle = \partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle |_{\tilde{z}=0} \sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{z}}{\alpha \tilde{z}_1} \frac{1}{1 - 4\tilde{z}^2} \right)^2}. \quad (5.35)$$

Cette équation n'est pas intégrable analytiquement mais peut l'être numériquement.

La figure 5.15 reproduit les profils transverses expérimentaux du gradient de la vitesse longitudinale moyenne $\partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle$. On y ajoute les profils obtenus avec le modèle (équ. (5.33)) en prenant pour paramètre ajustable $\alpha = 0$ et pour $\partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u} \rangle |_{\tilde{z}=0}$, la valeur du gradient de vitesse en $\tilde{z} = 0$ obtenue expérimentalement, ce qui permet de faire coïncider toutes les courbes à l'origine. L'accord qualitatif entre la solution analytique (équ. (5.33)) et les résultats expérimentaux est bon : la forme du profil du gradient de vitesse est correctement reproduite. Les gradients de vitesse expérimentaux et calculés ne s'annulent pas à la même distance \tilde{z} mais ce décalage peut être réduit en faisant varier le facteur correctif α dans la solution analytique. Les valeurs de celui-ci sont reportées dans le tableau 5.5 et l'on voit que pour $2 \leq \alpha \leq 2,3$ (dans les cas où la variation de longueur de mélange est parabolique), on obtient une superposition des courbes expérimentales et celles issues de la modélisation.

Cette correction reflète probablement les nombreuses approximations qui ont été faites : écoulement simplement bidimensionnel, trois termes de transport sur quatre négligés. Néanmoins un simple facteur correctif permet de reproduire les profils expérimentaux à partir de notre modèle (équation (5.33)). En effet, le terme de transport turbulent dans la direction \vec{y} comme nous le verrons par la suite (figure 5.22 dans la section 5.4) a, à un facteur constant près, une variation en fonction de z proche de celle trouvée pour $-\partial_{\tilde{z}} \langle \tilde{u}' \tilde{w}' \rangle$ et peut empiriquement compenser le transport par la vitesse transverse moyenne qui n'est pas pris en compte.

5.4 Comparaison avec les simulations numériques

Comme nous venons de le voir, nos mesures expérimentales ont fourni des informations très complètes sur les caractéristiques spatiales et temporelles des champs de vitesse et de

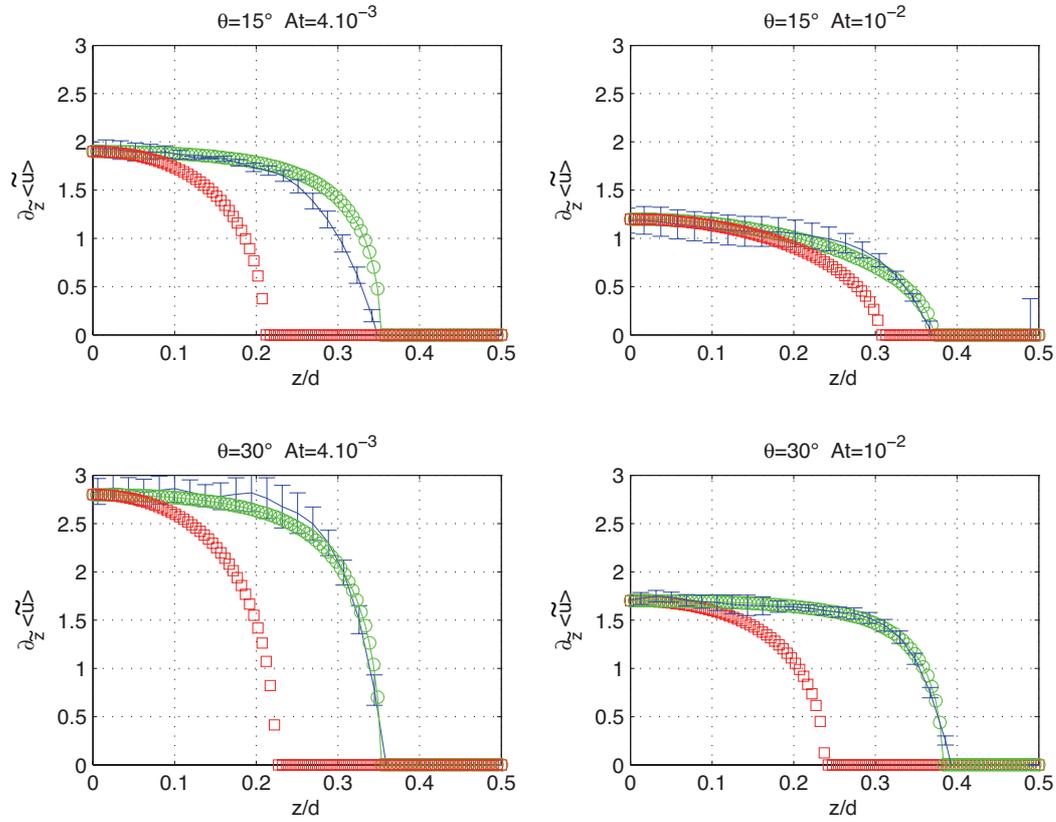


FIG. 5.15 – Profils transverse du gradient de la vitesse longitudinale moyenne $\partial_z \langle \tilde{u} \rangle$ en fonction de la distance transverse z/d . En bleu les profils expérimentaux, en rouge et vert les prédictions du modèle basé sur la longueur de mélange (équation (5.33)). Pour la courbe rouge, $\alpha = 1$ et pour la courbe verte, $\alpha = 2$ à 2,3 suivant les valeurs du contraste de densité et de l'angle d'inclinaison (tableau 5.5).

	$\theta = 15^\circ$ $At = 4.10^{-3}$	$\theta = 15^\circ$ $At = 10^{-2}$	$\theta = 30^\circ$ $At = 4.10^{-3}$	$\theta = 30^\circ$ $At = 10^{-2}$
β	0,4	0,25	0,5	0,3
\tilde{l}_m^{max}	0,06	0,09	0,05	0,07
$\partial_z \langle \tilde{u} \rangle _{\tilde{z}=0}$	1,9	1,2	2,8	1,7
\tilde{z}_1	0,35	0,36	0,36	0,39
α	2	1	2	2,3

TAB. 5.5 – Paramètres expérimentaux pour la modélisation à l'aide d'une longueur de mélange du profil transverse de vitesse longitudinale.

concentration et sur leur dépendance par rapport à l'inclinaison du tube et au contraste de densité.

Ces mesures ont été cependant limitées au plan diamétral vertical éclairé par la nappe laser. Or nos analyses ont montré que les composantes de la vitesse dans la direction perpendiculaire au plan de mesure pouvaient jouer un rôle important. C'est en particulier le cas pour l'explication de la présence d'une composante non nulle de la vitesse moyenne transverse $\langle w \rangle$. Par ailleurs, l'influence des termes de transport de quantité de mouvement faisant intervenir la composante v' des fluctuations de vitesse normale au plan de mesure ne peut être mesurée expérimentalement.

Afin de vérifier ces différents points, nous avons comparé nos résultats à ceux obtenus par simulation numérique directe par Hallez et Magnaudet (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse) dans une géométrie et pour des valeurs de paramètres expérimentaux identiques à ceux que nous avons utilisés expérimentalement. Ces simulations fournissent des informations très complémentaires aux nôtres car elles permettent de déterminer les champs de vitesse et de concentration tridimensionnels dans tout l'écoulement, au prix cependant d'un coût en calcul considérable qui limite en nombre les expériences numériques qui peuvent être réalisées.

5.4.1 Description de la technique de simulation numérique

Nous donnerons ici les grandes lignes de la technique de simulation numérique ; pour plus de précisions, le lecteur peut se reporter à la référence [45]. Il s'agit d'une simulation numérique directe tridimensionnelle résolvant pour des fluides incompressibles les équations de Navier-Stokes instationnaires par une méthode de volumes finis. L'équation de transport de la concentration est résolue par une méthode de type Flux Corrected Transport (FCT) pour assurer un bon rendu des interface entre des zones de densités différentes. La condition aux limites sur la concentration $\partial C / \partial z = 0$ correspondant à l'annulation du flux de masse normal à la paroi.

La simulation numérique est effectuée sur le maillage présenté sur la figure 5.16, soit 64 mailles radiales \times 64 mailles azimutales \times 2112 mailles longitudinales. Globalement, la précision est du deuxième ordre en espace et du premier ordre en temps. Le calcul est effectué dans un cas : $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$. Le nombre de Schmidt $Sc = \nu / D$, rapport des temps de diffusion de la masse et de la quantité de mouvement, est théoriquement infini dans ces simulations. En pratique, la discrétisation des interfaces sur deux ou trois mailles induit une diffusion numérique finie de la masse. Le nombre de Schmidt numérique est alors de l'ordre de 10^3 alors que le nombre de Schmidt expérimental est d'environ 700. Ainsi, les simulations numériques sont à même de bien reproduire le mélange des deux fluides observé expérimentalement.

Les simulations numériques donnent accès à toutes les composantes du champ de vitesse et du champ de concentration sur toute la partie du tube où l'écoulement est calculé. Ainsi, nous pouvons suivre les structures tridimensionnelles tourbillonnaires sur une grande distance et leurs évolutions. Néanmoins, le coût en temps de calcul est tel que suivre un écoulement sur 1,3 m de tube (soit 45 secondes) nécessite une centaine de jours sur seize processeurs ! Pour cette raison, il faudra garder à l'esprit que les moyennes des champs de vitesse et de concentration ne seront pas parfaitement convergées. Rappelons pour comparaison que les moyennes calculées sur les résultats expérimentaux le sont sur quatre réalisations indépendantes, sur un intervalle de 300 secondes pris entre le moment où les effet du passage du front sont atténués et l'arrivée du front retour dans le champ de vision de la caméra.

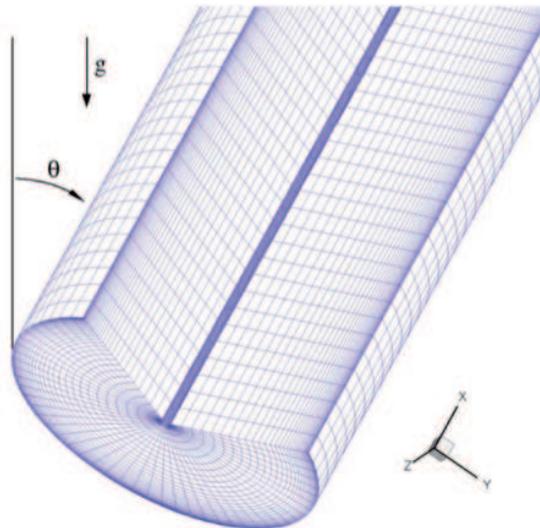


FIG. 5.16 – Maillage utilisé pour la simulation numérique.

Notons cependant une différence entre le début des simulations et celui des expériences. Cette différence porte sur les écoulements induits par l'ouverture de la vanne au début de l'expérience. Les vortex générés par le mouvement de la plaque constituant la vanne accélèrent le mélange des fluides dans l'écoulement passe au travers de ces vortex. Ainsi la vitesse des fronts atteint plus rapidement sa valeur asymptotique, correspondant à un contraste de densité au niveau du front constant au cours du temps [87, 45]. Durant cette phase de transition, la concentration au niveau du front décroît depuis la valeur du contraste de densité global entre les deux fluides jusqu'à sa valeur asymptotique qui dépend de l'angle d'inclinaison et du contraste de densité. Cette décroissance est plus lente dans les simulations numérique car il faut attendre le développement d'instabilités à l'interface entre les fluides une fois que le processus d'interpénétration a commencé. Ceci retarde alors le début du régime de mélange statistiquement stationnaire et réduit d'autant la fenêtre de temps où sont calculées les moyennes dans les simulations numériques.

Les champs de vitesse et de concentrations sont moyennés sur cinq fenêtres de 6 cm de long, une centrale et deux de chaque côté de la vanne. Les barres d'erreurs sont alors définies comme la variance entre les résultats issus de ces fenêtres.

Pour comparer quantitativement les données issues des simulations numériques à celles provenant des expériences, nous adopterons le même plan que précédemment en commençant par les profils moyens du contraste de densité et de la vitesse pour une première vérification de l'accord avec les expériences. Nous évoquerons ensuite l'un des apports essentiels de ces simulations numériques : les structures tourbillonnaires tridimensionnelles et leur influence sur le mélange. Enfin, nous examinerons le transport de la quantité de mouvement : à la différence des expériences, les simulations permettent d'avoir accès à tous les termes de transport.

5.4.2 Profils du contraste de densité et de la vitesse moyens

Sur la figure 5.17 sont tracés les profils de la vitesse issus des simulations numériques sur lesquels, pour comparaison, nous avons superposé les résultats expérimentaux correspondants. Les légers écarts et autres bosses sur les courbes provenant des simulations peuvent

être attribués à la non convergence des moyennes évoquée plus haut. Modulo ces petits défauts, nous pouvons constater le bon accord, tant sur la vitesse longitudinale moyenne $\langle \tilde{u} \rangle$ que sur la vitesse transverse moyenne $\langle \tilde{w} \rangle$, entre expérience et simulations, la différence des valeurs extrémales des profils de vitesse étant petite devant la variabilité d'une expérience à l'autre et comprise dans les barres d'erreur. Les simulations numériques donnent également la vitesse moyenne $\langle v \rangle$ dans la direction \vec{y} inaccessible expérimentalement. Cette composante est proche de zéro dans le plan de mesure $y = 0$, ce qui est cohérent avec la symétrie droite-gauche attendue. En effet, les courbes présentées ici sont obtenues dans le plan diamétral (\vec{x}, \vec{z}) de coordonnée $y = 0$, soit le même plan que celui des mesures expérimentales. Ce bon accord entre expériences et simulations se retrouve également sur les profils de concentration moyennes (figure 5.18).

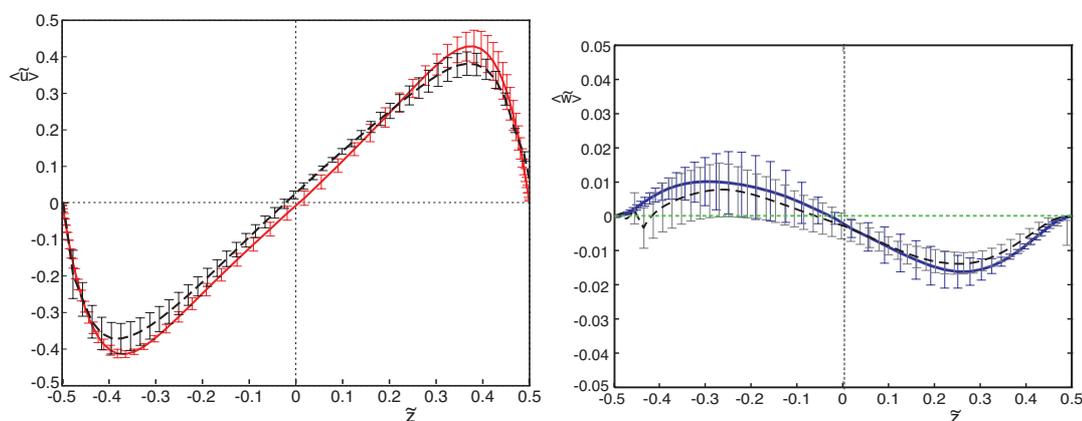


FIG. 5.17 – (a) Profils de la vitesse moyenne longitudinale $\langle \tilde{u} \rangle$, simulation en traits pleins rouges, expérience en traits pointillés noirs. (b) Profils de la vitesse moyenne transverse suivant \vec{z} ($\langle \tilde{w} \rangle$ (simulation en traits pleins bleus expérience en traits pointillés noirs) et $\langle \tilde{v} \rangle$, simulation en vert).

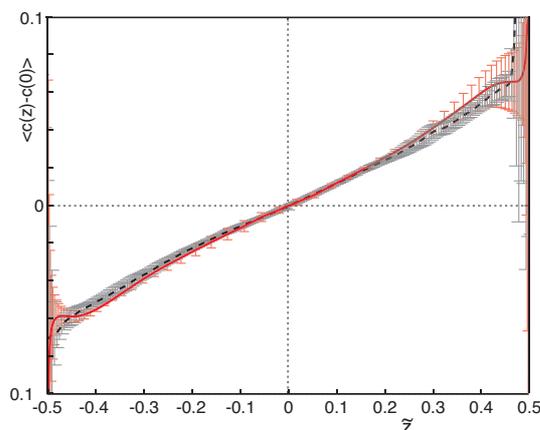


FIG. 5.18 – Profil transverse de la variation de la concentration relative moyenne par rapport à la valeur sur l'axe : simulation en traits pleins rouge et résultats expérimentaux en traits pointillés noirs.

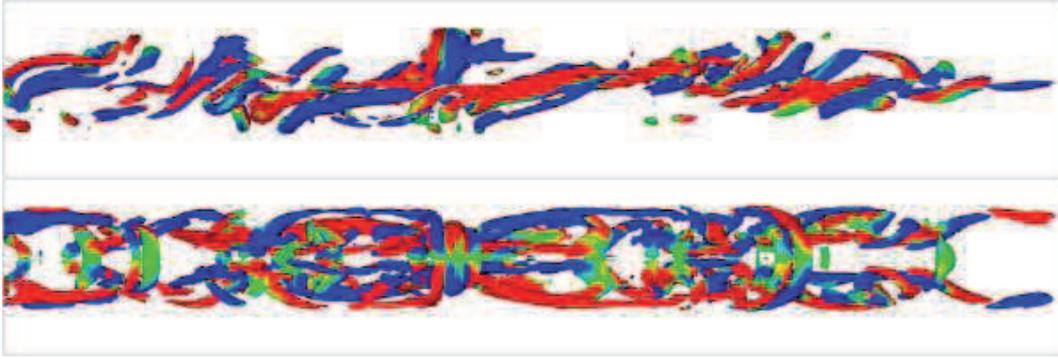


FIG. 5.19 – Image instantanée de structures tridimensionnelle de l'écoulement dans la partie supérieure du tube. En haut vue de côté du tube et en bas vue de dessus.

Structure tridimensionnelle de l'écoulement

L'autre apport essentiel de ces simulations numériques est la vision tridimensionnelle de l'écoulement et de ses structures. Nous voyons sur la figure 5.19 une vue instantanée de l'écoulement dans la partie supérieure du tube où les tourbillons sont identifiés par λ_{ci} (intensité de vrillage⁴ utilisée par Hallez & Magnaudet pour identifier les structures présentes dans l'écoulement) et coloriés en fonction de la valeur de la vorticité suivant \vec{x} pour montrer leur sens de rotation. Les tourbillons sont à peu près symétriques par rapport au plan vertical médian. D'autre part, la vue de côté montre que ces tourbillons sont inclinés par rapport à l'axe du tube, situation générique pour un écoulement à cisaillement constant.

Cette structuration, également observée par Hallez à $\theta = 30^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$ [45] sur une simulation beaucoup plus courte et donc peu convergée, est provoquée par le mécanisme d'instabilité décrit dans la section 5.1.2.

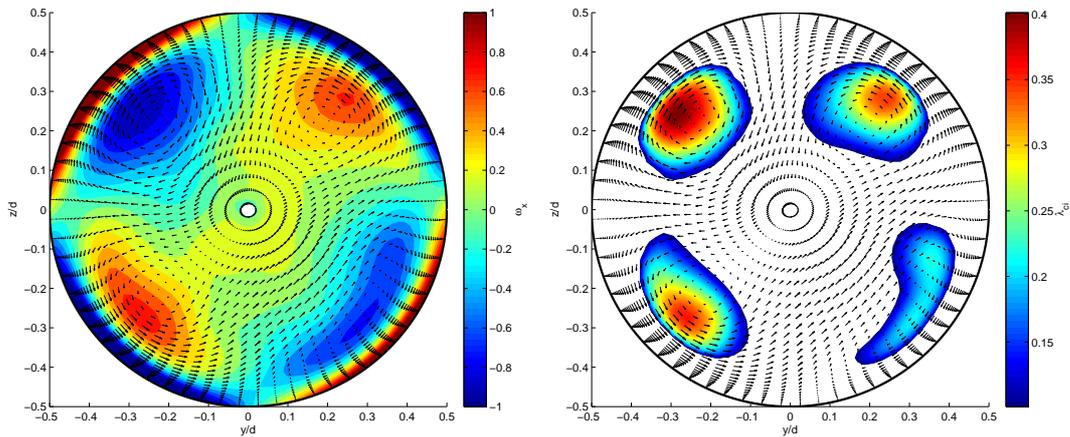


FIG. 5.20 – Cellules de recirculation moyennes dans le plan \vec{y}, \vec{z} obtenues par simulations numériques. À gauche, champ de la composante ω_x de la vorticité. À droite, matérialisation des structures tourbillonnaires par l'intensité de vrillage λ_{ci} .

En moyennant sur la durée de la partie statistiquement stationnaire de la simulation

⁴Il s'agit d'une approche basée sur la partie imaginaire des valeurs propres conjuguées du tenseur de gradient de vitesse dont Chakraborty [18] a montré qu'elle détermine "l'intensité" de rotation autour du coeur du tourbillon.

numérique, Hallez a pu obtenir l'écoulement moyen dans la section. Nous reportons dans la figure 5.20 ses résultats : l'image de gauche correspond à la composante ω_x de la vorticité moyenne dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) et l'image de droite à l'intensité de vrillage λ_{ci} dans le même plan. La première donnée fournit le sens de rotation de l'écoulement moyen qui s'organise bien en quatre tourbillons contrarotatifs. Par λ_{ci} (qui a comme avantage de distinguer la vorticité des tourbillons de celle des couches limites), nous voyons les structures qui existent dans l'écoulement moyen et l'on peut supposer que la forme différente des tourbillons provient d'une convergence insuffisante. Suggérée par la simple analyse (section 5.1.2) des profils de vitesse moyenne expérimentaux dans le plan de mesure (\vec{x}, \vec{z}) , la structuration quadripolaire de l'écoulement est bien confirmée par ces simulations numériques.

5.4.3 Équation du transport de la quantité de mouvement à trois dimensions

Poursuivons la comparaison entre les résultats des simulations numériques et des expériences en regardant l'importance des différents termes de transport de la quantité de mouvement à travers, tout d'abord, les profils des flux de quantité de mouvements suivant \vec{z} . Sont tracés sur la figure 5.21 le flux associé aux fluctuations de vitesse turbulente $-\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ et celui dû à la diffusion visqueuse $\text{Re}_t^{-1} \partial_{\vec{z}} \langle \tilde{u} \rangle$. Les deux approches fournissent des résultats remarquablement comparables et dont l'écart est compris dans les barres d'erreur. La légère non symétrie des résultats numériques peut être imputée à la dérivation de résultats non parfaitement convergés, opération qui a pour conséquence d'accentuer systématiquement les erreurs et autres défauts.

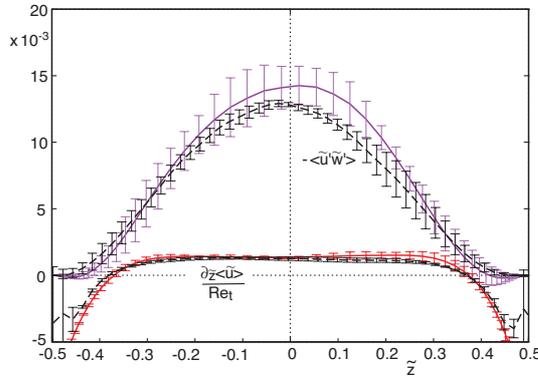


FIG. 5.21 – Profils des flux de quantité de mouvement dus aux fluctuations de vitesse turbulentes $-\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle$ (simulations numériques en trait plein violet, expérience correspondante en traits pointillés noirs en haut de la figure) et à la viscosité $\text{Re}_t^{-1} \partial_{\vec{z}} \langle \tilde{u} \rangle$ (simulations numériques en trait plein rouge, expérience correspondante en traits pointillés noirs en bas de la figure).

Les simulations numériques permettent de calculer le transport de la quantité de mouvement dans toutes les directions et les termes de transports issus de l'équation (5.11) sont tracés sur la figure 5.22. Rappelons qu'en supposant la stationnarité de l'écoulement et son invariance suivant \vec{x} , nous avons identifié trois mécanismes de transport :

- par les composantes transverses de la vitesse moyenne : $\langle \tilde{v} \rangle \partial_{\vec{y}} \langle \tilde{u} \rangle$ et $\langle \tilde{w} \rangle \partial_{\vec{z}} \langle \tilde{u} \rangle$
- par les fluctuations de vitesse turbulente : $-\partial_{\vec{y}} \langle u'v' \rangle$ et $-\partial_{\vec{z}} \langle u'w' \rangle$
- par diffusion via la viscosité : $\frac{1}{\text{Re}_t} \partial_{y^2} \langle \tilde{u} \rangle$ et $\frac{1}{\text{Re}_t} \partial_{z^2} \langle \tilde{u} \rangle$

Expérimentalement, il manque tous les termes suivant \vec{y} que la simulation fournit. Remarquons pour commencer que le terme visqueux $\frac{1}{\text{Re}_t} \partial_{y^2} \langle \tilde{u} \rangle$ est complètement négligeable par

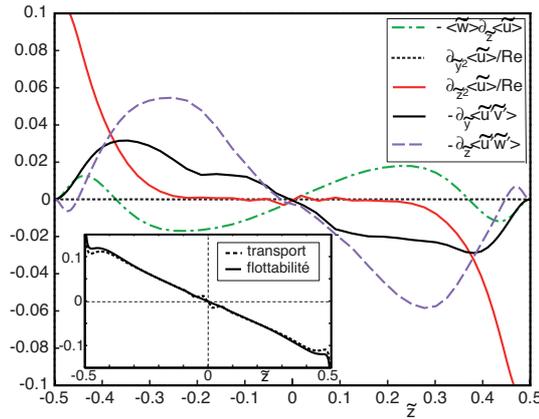


FIG. 5.22 – Profils des termes de transport de la quantité de mouvement issus de l'équation (5.11) calculés par simulation numérique. En insert, fermeture de l'équation (5.11), superposition du terme moteur $\frac{\delta \rho \cos \theta}{\rho} \frac{\partial}{\partial t}$ en trait plein et de la somme des termes de transport de l'équation (5.11) en pointillé.

rapport à tous les autres termes et ce, quelque soit z . Ce terme crée un petit gradient de pression transverse que l'on peut supposer identique à toutes les distances, en accord avec le fait que le gradient de pression suivant \vec{x} est indépendant de y .

Le transport de la quantité de mouvement par fluctuations de vitesse turbulente est, lui, du même ordre de grandeur et de même parité suivant \vec{y} et \vec{z} . Ceci explique entre autre, les bons résultats qualitatifs de la modélisation à deux dimensions du profil de vitesse longitudinale (section 5.3.2) : puisque les termes négligés ont un comportement semblable à celui que nous modélisons, les approximations ne se soldent que par l'introduction d'un facteur multiplicatif.

En sommant tous les termes de transport, nous pouvons fermer l'équation (5.11) en vérifiant l'équilibre entre ces termes et le terme moteur issu du contraste de densité. Le bon accord entre ces deux courbes, visibles en insert sur la figure 5.22, valide ainsi nos hypothèses de départ de stationnarité et d'invariance de l'écoulement suivant \vec{x} , c'est à dire le fait que nous avons négligé les termes faisant intervenir les dérivées partielles de grandeurs moyennées par rapport au temps ou par rapport à la coordonnées x . Les simulations numériques nous montrent aussi que le transport de quantité de mouvement $\partial_y \langle u'v' \rangle$ n'est pas du tout négligeable. Notons enfin, qu'avec les informations fournies par ces simulations, nous pouvons identifier point à point dans les profils expérimentaux $\partial_y \langle u'v' \rangle$ par simple soustraction entre le profil de contraste de concentration et la somme des termes de transport accessibles par nos mesures.

5.4.4 Profil de longueur de mélange

Enfin, la dernière comparaison que nous avons effectuée porte sur le profil de la longueur de mélange, définie plus haut par l'équation (5.26). Les dérivations successives brulent évidemment les courbes qui, malgré tout, restent quantitativement comparables. Notons quand même que la courbure du profil de $l_m(z)$ issu des simulations numérique est plus prononcée que celle calculée expérimentalement, se rapprochant par là, des longueurs de mélange obtenues à des angles d'inclinaison plus élevés et/ou à des contrastes de densité plus faibles (figure 5.11).

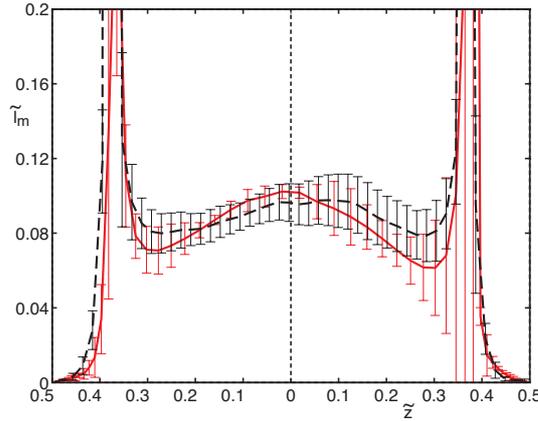


FIG. 5.23 – Profils de la longueur de mélange normalisée calculés à partir de l'équation (5.26). Simulation (traits pleins rouges) et résultats expérimentaux (traits pointillés noirs).

5.5 Conclusion

Lorsque le tube est proche de la verticale ($\theta = 15^\circ$ ou 30°) et pour les contrastes les plus élevés que nous avons utilisés ($At = 4.10^{-3}$ ou 10^{-2}), l'écoulement présente d'importantes fluctuations de vitesse et de concentration induisant un mélange efficace même à petite échelle. Les profils moyens transverses de densité présentent alors une variation linéaire. La taille de cette zone diminue lorsque l'angle d'inclinaison augmente ou lorsque le contraste de densité diminue : des canaux de fluides plus purs se développent près des bords du tube réduisant d'autant la zone de variation linéaire.

La vitesse moyenne longitudinale $\langle u \rangle / V_t$ est beaucoup plus importante (d'un facteur 30) que la vitesse transverse $\langle w \rangle / V_t$ mais cette dernière n'est cependant pas nulle. Les profils de $\langle w \rangle$ indiquent que, dans le plan de mesure $y = 0$, le fluide converge vers le centre de la section par l'action de quatre cellules de recirculation contrarotatives, cet écoulement se superposant à l'écoulement principal. Cet écoulement secondaire peut être expliqué par un déplacement, sous l'action de fluctuations de vitesse, de la vorticité de proche paroi, qui s'oriente alors partiellement suivant l'axe du tube.

La quantité de mouvement est transportée suivant trois mécanismes différents : un transport par les fluctuations de vitesses turbulentes via le tenseur de Reynolds, un transport par le gradient de vitesse moyen et un transport par diffusion visqueuse. Expérimentalement, nous avons accès au transport dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) .

Dans le centre du tube, ce transfert se fait des régions de vitesse $\langle u \rangle / V_t$ négatives vers les régions de vitesse positive. Dans cette partie, le flux de la quantité de mouvement $\langle u'w' \rangle$ est maximal sur l'axe du tube et le transport par diffusion visqueuse est négligeable devant les deux autres mécanismes qui eux sont du même ordre de grandeur. Près des parois, là où le transfert est principalement causé par la diffusion visqueuse, la quantité de mouvement est transférée en direction des parois du tube.

La dernière partie de ce chapitre a été consacrée à la modélisation du profil transverse de vitesse moyen $\langle u \rangle / V_t$. Dans la zone près des parois, l'écoulement peut être vu comme une couche de fluide se mouvant sous l'action de la gravité équilibrée par des forces de viscosité

avec une contrainte nulle à l'emplacement des extrema de vitesse. Un modèle simple, basé sur le débit dans la couche en pondérant la masse de fluide qui tombe par la courbure du tube, permet de prédire la vitesse $\langle u \rangle$ moyenne dans la couche avec moins de 15% d'écart.

Dans le centre du tube, le tenseur de Reynolds est modélisé par une longueur de mélange qui est maximale sur l'axe du tube. En supposant que l'écoulement est à deux dimensions et que le transport de la quantité de mouvement est uniquement dû aux fluctuations de vitesse, une formule analytique reproduit qualitativement le comportement du gradient transverse de la vitesse moyenne longitudinale. Par l'introduction d'une constante empirique, cette modélisation peut être améliorée en vue d'une reproduction qualitative du profil de vitesse $\langle u \rangle$.

Enfin, des simulations numériques directes effectuées par Hallez & Magnaudet ont permis de confirmer ces résultats en donnant accès aux structures tridimensionnelles de l'écoulement, et en confirmant l'existence de l'écoulement secondaire moyen et en précisant ses caractéristiques. Ces simulations permettent également de vérifier que le transport dans la direction \vec{y} , qui n'est pas accessible expérimentalement, n'est pas négligeable et est nécessaire pour assurer la fermeture de l'équation de transport.

Chapitre 6

Stabilité et stationnarité

Nous avons vu dans les chapitres précédents que l'écoulement pouvait présenter de fortes fluctuations de vitesse et de concentration suivant l'angle d'inclinaison du tube et le contraste de densité, signe d'une compétition entre la stratification stabilisatrice et le cisaillement qui déstabilise l'écoulement. Nous avons pu établir une carte des différents régimes d'écoulement (figure 3.7) à partir des diagrammes spatio-temporels des profils transverses de la vitesse longitudinale et de la concentration normalisée. Les deux chapitres précédents étaient consacrés aux régimes d'écoulements bien identifiés : contre-écoulement laminaire et mélange turbulent.

Nous allons tout d'abord étudier dans ce chapitre la stabilité du contre-écoulement par une analyse de stabilité décrite par le nombre de Richardson. Dans un second temps, nous chercherons à proposer une observable permettant de caractériser la stationnarité statistique des écoulements observés : on pourra ainsi discriminer entre les trois régimes d'écoulement notamment une identification du régime d'écoulement intermittent.

6.1 Stabilité du contre-écoulement

6.1.1 Nombres sans dimensions de associés à l'expérience

Trois temps caractéristiques peuvent être construits dans ce type d'expérience, chacun d'entre eux associé à un mécanisme physique essentiel dans le processus de mélange. Il y a tout d'abord deux mécanismes stabilisant l'écoulement et donc deux temps caractéristiques, un temps correspondant à la diffusion visqueuse de la quantité de mouvement :

$$\tau_\nu = \frac{d^2}{\nu} \quad (6.1)$$

et un temps caractérisant l'effet d'amortissement de la stratification :

$$\tau_s = \left(\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)^{-1/2} \quad (6.2)$$

qui est l'inverse de la fréquence de Brunt-Väisälä, classiquement utilisée dans le cas des fluides stratifiés. Au cisaillement entre les deux fluides, mécanisme déstabilisant, on peut associer le temps

$$\tau_c = \frac{d}{u}, \quad (6.3)$$

correspondant à l'advection de la quantité de mouvement.

Le rapport entre un des temps correspondant à un mécanisme stabilisant et τ_c permet de construire deux nombres sans dimensions, un nombre de Reynolds Re :

$$Re = \frac{\text{diffusion}}{\text{convection}} = \frac{\tau_\nu}{\tau_c} \quad (6.4)$$

et un nombre de Richardson, Ri :

$$Ri = \frac{\text{stratification}}{\text{cisaillement}} = \frac{\tau_c^2}{\tau_s^2}. \quad (6.5)$$

C'est l'étude conjointe des valeurs de ces deux nombres qui nous donneront des informations sur la stabilité de l'écoulement.

Diagramme nombre de Richardson global-nombre de Reynolds

Nous allons construire un diagramme Re - Ri en utilisant un nombre de Reynolds moyen défini à partir du maximum de la vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle$:

$$Re_c = \frac{\langle u \rangle_{max} z_0}{\nu} = Re_t \langle \tilde{u} \rangle_{max} \tilde{z}_0. \quad (6.6)$$

(rappelons que z_0 correspond à la distance transverse où $\langle u \rangle$ est extrémale). Le nombre de Richardson que nous allons utiliser est calculé de façon globale entre $z = 0$ et z_0 . Ceci permet d'englober la zone de cisaillement au centre du tube, créée par le contre-écoulement des deux fluides et ce nouveau nombre de Richardson moyen est alors défini comme :

$$Ri_c = \frac{g \sin \theta}{\langle \rho \rangle_{[0, z_0]}} \frac{\Delta \rho_{[0, z_0]}}{z_0} \left(\frac{z_0}{\langle u \rangle_{max}} \right)^2 = \frac{\sin \theta}{At} \frac{\Delta \rho_{[0, z_0]}}{\langle \rho \rangle_{[0, z_0]}} \frac{\tilde{z}_0}{\langle \tilde{u} \rangle_{max}^2}. \quad (6.7)$$

Ce type de nombre de Richardson est un classique de l'étude de stabilité des écoulements tant naturels [64, 59] qu'en laboratoire [39, 85, 84].

Les tableaux 6.1 et 6.2 regroupent les valeurs de ces deux nombres sans dimension qui sont définis si l'écoulement est suffisamment stationnaire pour calculer des gradients moyens¹. Les croix correspondent soit à des expériences pour lesquelles nous n'avons pas de données, soit à des écoulements dont l'intermittence est telle que la définition d'une valeur moyenne n'est pas pertinente.

Nous voyons sur le diagramme $Ri_c - Re_c$ de la figure 6.1 que se détachent les deux écoulements les moins statistiquement stationnaires pour lesquelles nous avons des mesures : $\theta = 30^\circ$ et 45° - $At = 10^{-2}$.

Il est surprenant de constater que les écoulements stationnaires correspondent à des valeurs faibles du nombre de Richardson et des valeurs élevée du nombre de Reynolds. L'écoulement turbulent, observé pour des angles d'inclinaisons faibles et des contrastes de densité élevés, est en fait stabilisé par le transfert turbulent de quantité de mouvement, transfert qui joue le même rôle stabilisant que la viscosité dans le cas du contre-écoulement laminaire. Le mélange peut être intermittent si, ni le transfert visqueux ni le transfert turbulent de la quantité de mouvement ne sont suffisants pour contrer la déstabilisation provoquée par le cisaillement comme nous pouvons le constater sur ce diagramme.

¹Lorsque le mélange est fortement intermittent, comme par exemple pour $\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$, il faudrait pouvoir regarder l'évolution temporelle de Ri comme ce qu'ont fait par exemple Strang & Fernando [84] ou bien Monti *et al.* [63]. Pour l'instant, nos mesures séparées des champs de vitesse et de concentration ne nous permettent pas d'effectuer ce type d'études.

Re_c	$At = 10^{-3}$	$At = 4.10^{-3}$	$At = 10^{-2}$
$\theta = 15^\circ$	×	110	134
$\theta = 30^\circ$	×	183	247
$\theta = 45^\circ$	315	×	289
$\theta = 60^\circ$	315	×	×

TAB. 6.1 – Valeur du nombre de Reynolds global Re_c défini à partir du maximum de la vitesse longitudinale moyenne et de la distance transverse z_0 où $\langle u \rangle$ est extrémale (équation (6.6)) en fonction de l'angle d'inclinaison du tube θ et du contraste de densité caractérisé par le nombre d'Atwood At pour des écoulements stationnaires.

Ri_c	$At = 10^{-3}$	$At = 4.10^{-3}$	$At = 10^{-2}$
$\theta = 15^\circ$	×	0,060	0,056
$\theta = 30^\circ$	×	0,046	0,117
$\theta = 45^\circ$	0,031	×	0,090
$\theta = 60^\circ$	0,037	×	×

TAB. 6.2 – Valeur du nombre de Richardson moyen Ri_c basé sur le cisaillement des fluides en contre-écoulement (équation (6.7)) en fonction de l'angle d'inclinaison du tube θ et du contraste de densité caractérisé par le nombre d'Atwood At pour des écoulements stationnaires.

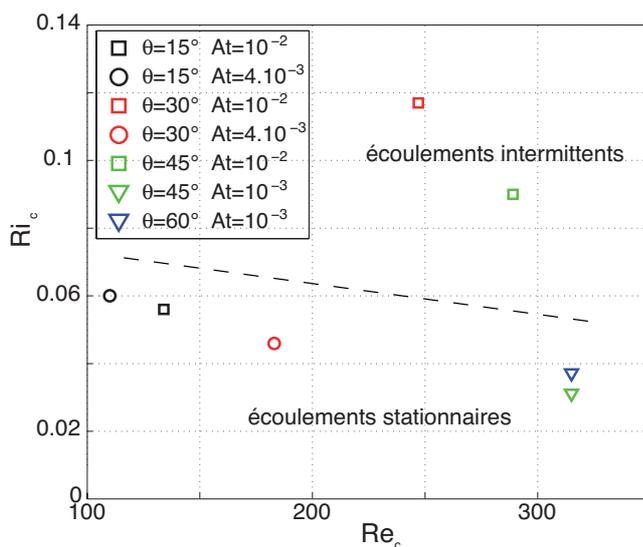


FIG. 6.1 – Diagramme nombre de Reynolds Re_c -nombre de Richardson Ri_c globaux pour différents jeux de paramètres de contrôle. Le trait pointillé sépare schématiquement les écoulements stables des écoulements intermittents.

La définition globale du nombre de Richardson a l'avantage d'être pertinente pour tous nos écoulements à condition que l'on puisse définir des gradients moyens. Le prix à payer est qu'il n'existe pas de valeur critique théorique du nombre de Richardson global, basé sur le cisaillement comme ici ou sur une autre échelle, permettant de prédire la stabilité des écoulements à la différence du nombre de Richardson local sur lequel nous allons désormais nous concentrer.

6.1.2 Nombre de Richardson local

Nous allons désormais définir un nombre de Richardson local :

$$\text{Ri}_l = -\frac{g}{\rho} \frac{d\rho/dz}{(dU/dz)^2}. \quad (6.8)$$

Nous allons étudier la stabilité de l'écoulement en négligeant les effets de viscosité devant les effets d'inertie en essayant d'identifier une valeur critique de ce nombre de Richardson local séparant les écoulements stables des écoulements instables. Cette démarche est valable dans la majeure partie du diamètre, là où, comme nous l'avons vu précédemment, le transport de la quantité de mouvement par diffusion visqueuse est négligeable par rapport au transfert convectif (section 5.2.2). Depuis Squire [81, 21], nous savons qu'à tout mode tridimensionnel instable peut être associé un mode bidimensionnel plus instable. Ainsi, pour déterminer les conditions de stabilité, nous ne considérerons que les perturbations bidimensionnelles.

2

Nous continuons de négliger les effets visqueux devant les effets inertiels : la diffusion visqueuse de la masse est négligé devant le transport convectif. Enfin, le fluide est supposé stratifié de façon stable avec un gradient de densité $d\rho/dz < 0$ et on néglige la diffusion moléculaire.

Le mécanisme essentiel du développement de l'instabilité lorsque le fluide est stratifié est la conversion de l'énergie des mouvements relatifs des couches de l'écoulement de base en énergie cinétique de perturbation, venant dominer l'énergie potentielle associée à la stratification.

Modèle d'un écoulement stratifié

Pour quantifier cet effet, reprenons la démonstration heuristique développée par Chandrasekhar [20] de l'échange de deux particules fluides voisines de même volume respectivement situées à des hauteurs z et $z + \delta z$. Ces particules sont dans un fluide de vitesse moyenne $U(z)$ et de densité moyenne ρ , continûment stratifié avec un gradient de densité : $-d\rho/dz$. L'intérêt de cette idée est de n'utiliser que des arguments énergétiques en ignorant le mouvement et la dynamique de l'échange.

²Pour savoir si l'écoulement de cisaillement entre les contre-courants est potentiellement instable, le critère le plus simple est celui du théorème du point d'inflexion de Rayleigh [69] :

- l'existence d'un point d'inflexion dans le profil de vitesse de base de l'écoulement $\langle u \rangle$ est une condition nécessaire (mais non suffisante) d'instabilité.

Il est complété par le théorème de Fjørtoft [40] :

- pour un profil de vitesse monotone, une condition nécessaire d'instabilité (mais toujours pas suffisante) est que le point d'inflexion corresponde à un maximum de vorticité.

Dans tous les profils de vitesse moyenne $\langle u \rangle$ que nous avons mesurés (figure 4.3 dans les cas du contre-écoulement laminaire et figure 5.2 pour le mélange turbulent), un point d'inflexion existe toujours et est situé au centre ($z = 0$) pour des raisons évidentes de symétrie. Cependant, il est clair que le profil de vitesse étant approximativement linéaire près du centre du tube, ce point d'inflexion n'est pas très prononcé en pratique.

Le travail élémentaire par unité de volume nécessaire pour surmonter la gravité vaut :

$$\delta W = -g\delta\rho\delta z, \text{ où } \delta\rho = \frac{d\rho}{dz}\delta z. \quad (6.9)$$

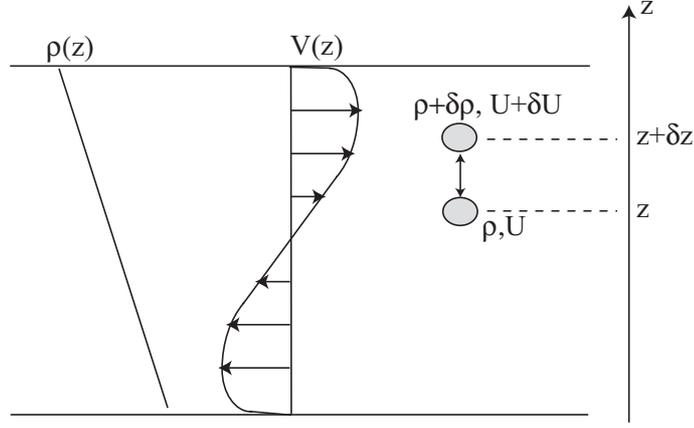


FIG. 6.2 – Vue schématique de l'échange de deux particules fluides dans un écoulement bidimensionnel stratifié. Les profils de vitesse moyenne et du gradient de densité sont indiqués sur la figure.

Après échange, la particule initialement située en z a une vitesse finale de l'ordre de $[U + k\delta U]$ tandis que la vitesse de l'autre particule vaut $[U + (1 - k)\delta U]$ où $\delta U = \frac{dU}{dz}\delta z$ (figure 6.2). Le facteur k caractérise l'importance de l'échange de vitesse et est tel que $0 \leq k \leq 1$.

L'énergie cinétique par unité de volume, libérée par l'écoulement de base lors de l'échange, est égale à :

$$\delta E_c = \frac{1}{2}\rho U^2 + \frac{1}{2}[\rho + \delta\rho][U + \delta U]^2 - \frac{1}{2}\rho[U + k\delta U]^2 \quad (6.10)$$

$$- \frac{1}{2}[\rho + \delta\rho][U^2 + (1 - k)\delta U]^2 \quad (6.11)$$

$$= k(1 - k)\rho(\delta U)^2 + U\delta U\delta\rho. \quad (6.12)$$

$$(6.13)$$

Cette énergie cinétique est maximale pour $k = 1/2$ et donc

$$\delta E_c \leq \delta E_c^{max} = \frac{1}{4}\rho(\delta U)^2 + U\delta U\delta\rho. \quad (6.14)$$

Une condition nécessaire pour que cet échange soit énergétiquement favorable (et donc pour que l'instabilité se développe) est que $\delta W \leq \delta E_c$, et donc que partout dans l'écoulement :

$$-g\frac{d\rho}{dz} \leq \frac{1}{4}\rho\left(\frac{dU}{dz}\right)^2 + U\frac{dU}{dz}\frac{d\rho}{dz}. \quad (6.15)$$

Si l'on fait une approximation de type Boussinesq en négligeant les variations de densité dans le terme d'inertie mais pas dans celui de flottabilité, on a donc :

$$-\frac{g}{\rho}\frac{d\rho/dz}{(dU/dz)^2} = \text{Ri}_1 \leq \frac{1}{4}. \quad (6.16)$$

Ainsi, lorsque le nombre de Richardson local est inférieur à $1/4$, l'écoulement est potentiellement instable. Par un calcul plus rigoureux, Miles et Howard ont établi un théorème pour évaluer la stabilité d'un écoulement stratifié parallèle non visqueux [52, 62, 37] : un écoulement parallèle stratifié sera stable vis-à-vis de fluctuations de faibles amplitudes tant que $Ri_l(z) > 0,25$ pour tout z quels que soient le nombre de Reynolds de l'écoulement et la longueur d'onde de la perturbation. En revanche, dès que $Ri_l(z) < 0,25$ quelque part dans l'écoulement, des instabilités peuvent apparaître [37] et le premier mode observé est du type Kelvin-Helmholtz [96].

Précédentes études de stabilité linéaire d'écoulements stratifiés

Il existe, dans la littérature, des analyses de stabilité linéaire d'écoulements cisailés dans des fluides stratifiés. Même si ces études ne sont valables qu'à temps court, avant que les effets non linéaires ne dominent, elles décrivent qualitativement la stabilité générale des écoulements. De nombreuses travaux théoriques ont porté sur des écoulements 2D avec des profils de vitesse et de concentration simplifiés. Holmboë [51], pour un écoulement non confiné de fluides parfait, *i.e.* $Re \rightarrow \infty$, avec un profil de vitesse linéaire dans la zone de cisaillement et un saut de densité à l'interface, a identifié deux types d'instabilités qui se développent suivant la valeur du nombre de Richardson Ri : pour $Ri < 0,071$ des instabilités de Kelvin-Helmholtz et pour $Ri > 0,071$ des ondes de Holmboë.

Hazel a fait une étude similaire en y ajoutant des parois [48] : plus le confinement augmente, plus les perturbations de grande longueur d'onde sont atténuées. La transition instabilités de Kelvin-Helmholtz/ondes de Holmboë se décale vers les petites valeurs de Ri_c : lorsque la distance entre les parois H ne vaut que deux fois la distance sur laquelle a lieu le cisaillement δ_c , seules des ondes de Holmboë peuvent exister. Enfin, lorsque $H \sim \delta_c$, l'écoulement est stable vis-à-vis de toutes les perturbations. Ces résultats ne sont pas quantitativement comparables à ce que nous observons car l'analyse de stabilité linéaire de Hazel utilise des profils de vitesse et surtout de concentration très différents des nôtres.

Plus récemment enfin, Defina *et al.* [33] ont introduit les effets de la viscosité, toujours pour une analyse de stabilité linéaire à 2D d'écoulement cisailé confiné de fluides stratifiés. À l'aide de profils de vitesse et de concentration très proches de ceux que nous mesurons, ces auteurs ont regardé l'évolution du nombre de Richardson critique en fonction du nombre de Reynolds. Alors que dans la limite des fluides parfaits ($Re \rightarrow \infty$), le nombre de Richardson critique vaut $1/4$ (la valeur prédite par le théorème de Miles et Howard), lorsque le nombre de Reynolds diminue, le seuil au dessus duquel se stabilise l'écoulement diminue jusqu'à ce que, pour $Re \simeq 75$, on obtienne un écoulement complètement stable (figure 6.3).

Signalons enfin les expériences de Strang & Fernando [39, 85, 84] de cisaillement de fluides stratifiés non confinés. Ces auteurs ont identifié les instabilités observées en fonction de la valeur des nombres de Richardson Ri_c et Ri_l , moyennés sur un grand intervalle de temps. Pour un nombre de Reynolds de l'ordre de 10^4 , ils trouvent, dans les gammes de Ri_c que nous mesurons, des instabilités de Kelvin-Helmholtz et aucun autre type d'instabilité.

Profils expérimentaux du nombre de Richardson

Du fait de l'inclinaison du tube et de l'utilisation des gradients de densité moyenne $\partial_z \langle \rho \rangle$ et de vitesse longitudinale moyenne $\partial_z \langle u \rangle$, nous définissons un nombre de Richardson local à partir de ces valeurs moyennes :

$$Ri_l(z) = \frac{-g \sin \theta}{\langle \rho \rangle} \frac{\partial_z \langle \rho \rangle}{(\partial_z \langle u \rangle)^2} \quad (6.17)$$

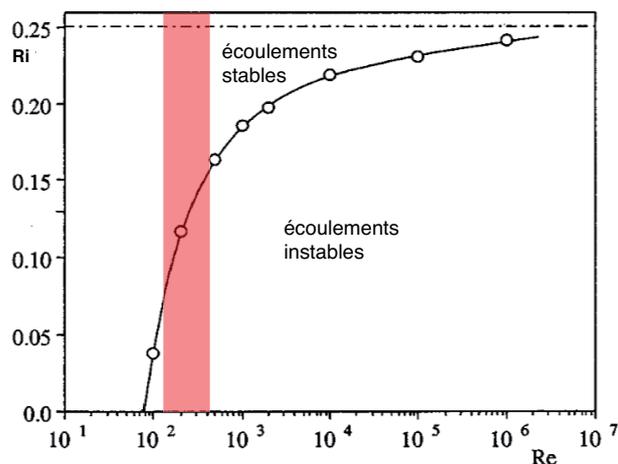


FIG. 6.3 – Courbe des nombres de Richardson locaux critiques pour le déclenchement de l’instabilité de Kelvin-Helmholtz en fonction du nombre de Reynolds. Figure issue d’une analyse de stabilité linéaire à 2D du cisaillement de fluides réels stratifiés et confinés [33]. La zone rouge correspond aux nombres de Reynolds mesurés lors de nos expériences.

Le facteur $\sin\theta$ provient de l’inclinaison du tube car la stratification est causée par la composante transverse $g \sin\theta$ de la gravité.

Les profils du nombre de Richardson sont calculés à partir des profils de densité et de vitesse moyennés à la fois sur le temps (entre la fin de l’influence du front d’interpénétration et l’arrivée du front de retour), sur la longueur δx de l’image et sur quatre réalisations indépendantes. Ces profils, obtenus dans les quatre cas où l’on a observé un mélange turbulent ($\theta = 15^\circ$ et 30° , $At = 4.10^{-3}$ et 10^{-2}) et pour les deux cas où le contre-écoulement est laminaire ($\theta = 15^\circ$ et 30° et $At = 10^{-3}$), sont tracés sur la figure 6.4.

Notons tout d’abord que la définition d’un nombre de Richardson correspondant à l’équation 6.17 n’est valable que lorsque le gradient de vitesse n’est pas nul. Ainsi, dans les courbes présentées ici, les pics près des bords correspondent à la divergence de $Ri_1(z)$ provoquée par les extrema du profil de vitesse. Dans une étude théorique à deux dimensions de courants de turbidité sur plan inclinés, Stacey & Bowen [82, 83] ont eu le même problème de divergence non physique du profil du nombre de Richardson au maximum du profil de vitesse. Pour palier cet effet, ils évoquent comme possibilité d’interpoler le profil de $Ri_1(z)$ en ignorant les ses divergences. L’application de cette méthode n’est malheureusement pas possible du fait de l’absence d’un nombre suffisant de points entre les bords du tube et la distance à laquelle s’annule le gradient de vitesse.

Dans la gamme des nombres de Reynolds que nous utilisons (tableau 6.1), le nombre de Richardson critique calculé par Defina *et al.* (figure 6.3) vaut entre 0,12 et 0,15 soit des valeurs supérieures à celles obtenues dans notre expérience (figure 6.4), indiquant par là que l’écoulement de cisaillement compris entre les deux extrema de vitesse est potentiellement instable pour $|z|/d < 0,3$ et ce, quels que soient le contraste de densité et l’angle d’inclinaison ! Pour analyser ces profils, il faut séparer les cas selon le comportement des gradients de concentrations :

- Pour un angle d’inclinaison de $\theta=15^\circ$ ou 30° , le profil de concentration est linéaire sauf immédiatement près des parois (figure 5.1) et l’écoulement est instable, excepté tout près des bords comme nous l’avons vu sur les diagrammes spatio-temporels de la vitesse et de la concentration (figure 3.12). La valeur du nombre de Richardson

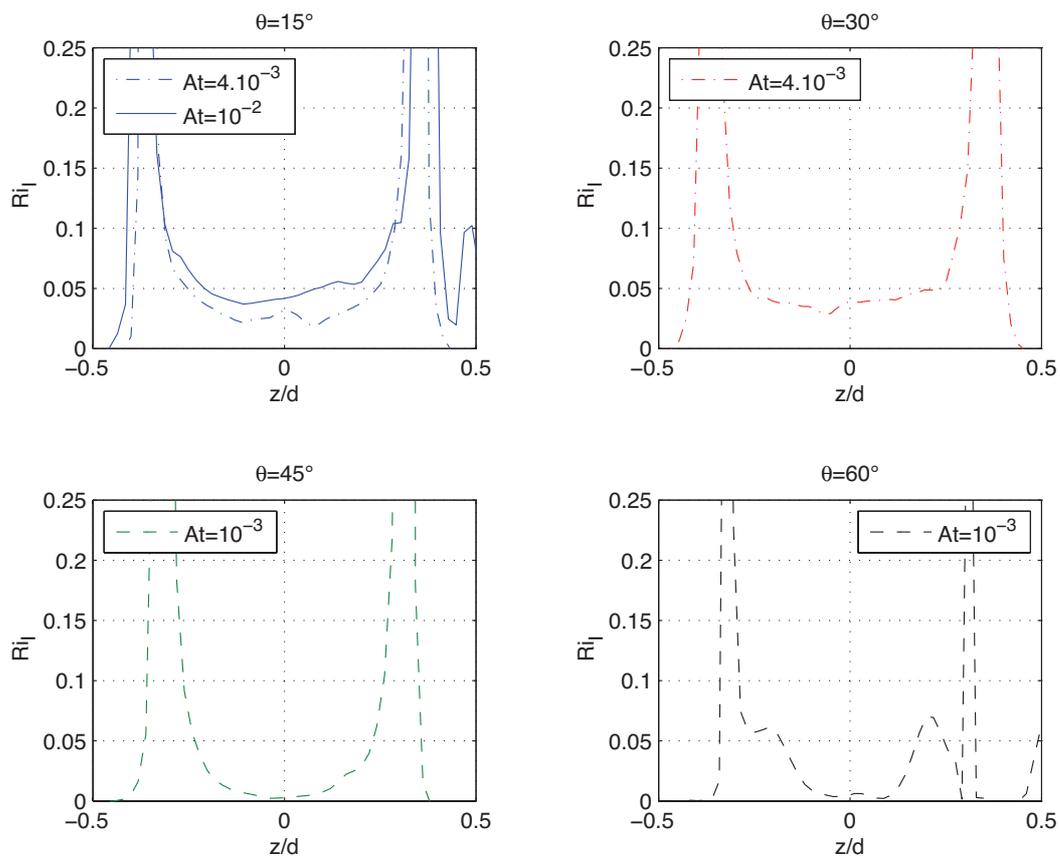


FIG. 6.4 – Profils transverses du nombre de Richardson local $Ri_l(z)$ en fonction de la distance transverse z/d pour différents angles d'inclinaisons et différents contrastes de densité. Les pics sur les bords correspondent à l'annulation du gradient de vitesse. Les courbes du haut correspondent à des écoulements de mélange turbulent, celles du bas au contre-écoulement laminaire.

est cohérente avec le type d'écoulement observé. Le minimum de ces profils à $z = 0$ correspond à la "jonction" entre les deux couches de fluides en contre écoulement, là où l'écoulement est le plus susceptible de se déstabiliser.

- La définition de Ri à un angle de $\theta = 45^\circ$ ou 60° et pour un faible contraste de densité $At = 10^{-3}$ est plus problématique. En effet, au vu des profils de densité et de vitesse (figure 4.3), nous avons décomposé cet écoulement en trois parties : écoulements de type Poiseuille sur les côtés et écoulement de type Couette (concentration constante, profil de vitesse $\langle u \rangle$ linéaire et sans point d'inflexion prononcé) au centre du tube (section 4.1.2). Dans les écoulements de type Poiseuille, les divergences du nombre de Richardson dues à l'annulation de $\partial_z u$ sont malheureusement trop proches des maxima du gradient de densité pour pouvoir séparer les deux effets (figure 4.3). Lorsqu'une couche de concentration homogène apparaît au milieu du tube, le gradient de concentration s'annule et Ri fait de même. L'écoulement est alors un cisaillement d'un fluide de densité constante, potentiellement instable suivant l'analyse en termes de nombre de Richardson.

6.2 Variation temporelle des gradients de concentration et de vitesse longitudinale

Nous allons, dans cette partie, nous intéresser aux fluctuations spatiales et temporelle des champs de vitesse et de concentration pour identifier les différentes phases de l'écoulement (soit de mélange intense provoqué par des explosions turbulentes, soit de contre-écoulement laminaire) pour mieux isoler les écoulements intermittents.

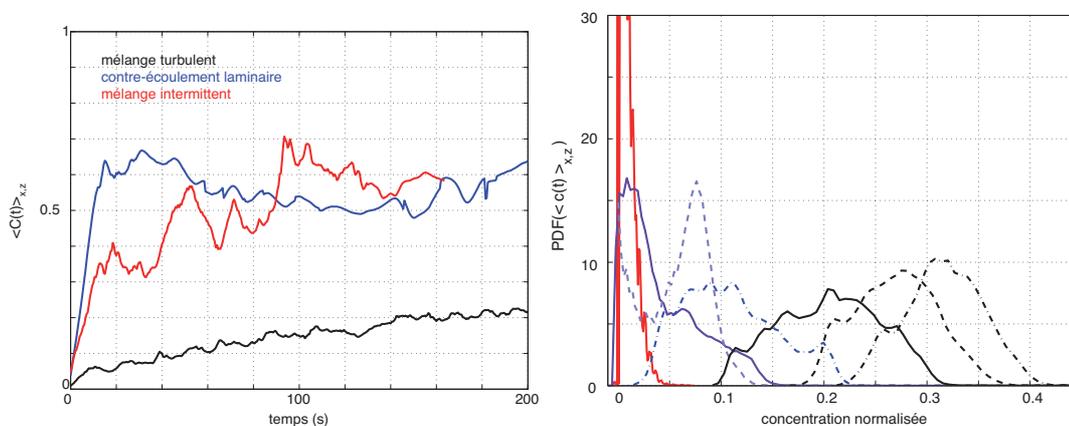


FIG. 6.5 – À gauche : évolution temporelle de la concentration pour un écoulement turbulent en noir ($\theta=15^\circ$ et $At = 10^{-2}$), un écoulement intermittent en rouge ($\theta=45^\circ$ et $At = 4 \cdot 10^{-3}$) et un contre-écoulement laminaire en bleu ($\theta=60^\circ$ et $At = 10^{-3}$). À droite, PDF de la concentration instantanée (moyennée sur une image) pour $\theta=15^\circ$ et $At = 10^{-2}$ pour différents instants.

Au cours d'une expérience et dans une section donnée de l'écoulement, du fluide lourd de concentration normalisée nulle est remplacé par du fluide léger de concentration normalisée égale à 1. La concentration mesurée dans la section tendra donc vers cette valeur qu'elle atteint plus ou moins rapidement suivant l'intensité de la turbulence de l'écoulement (figure 6.5a), quasi-immédiatement lorsque l'écoulement est laminaire (les fronts sont constitués de fluides purs, avec des larges fluctuations caractéristiques de bouffées turbulentes dans le cas d'un mélange intermittent ou beaucoup plus lentement (la vitesse

d'avancée des front est alors beaucoup moins élevée [87]) mais avec de fluctuations peu intenses. L'autre manière de regarder l'évolution temporelle de la concentration est d'étudier l'évolution de sa distribution de concentration au cours d'une expérience. La figure 6.5b représente l'évolution de la densité de probabilité³ de la concentration d'un écoulement turbulent. Nous mesurons les champs de concentration dans la partie supérieure du tube initialement rempli de fluide lourd dont la PDF correspondante est très piquée autour de zéro (courbe rouge). Arrive ensuite le front d'interpénétration (courbe violette en très plein) qui élargit la PDF (courbe violette pointillée). Les nombreuses fluctuations en arrière des fronts vont conduire à une forme générique de la PDF (courbe noire) signant là que l'on atteint la phase de mélange dans laquelle l'influence du front d'interpénétration peut être considéré comme négligeable (figure 3.1) : le maximum de la distribution, qui est à peu près symétrique, va ensuite se décaler progressivement vers des concentrations normalisées plus élevées

Cette variation globale de la concentration moyenne dans les sections du tube au cours du temps ainsi qu'avec la distance x rend parfois délicat la séparation entre les fluctuations spatiales et temporelles de la concentration locale et cette variation globale. Plutôt que d'utiliser la concentration, il est donc préférable de construire une observable sur le gradient de concentration qui n'est pas affecté par la dérive temporelle. Comme la stratification entre les deux fluides conduit à une variation transverse systématique de la concentration, seul le gradient longitudinal (suivant \vec{x}) nous intéressera : $\partial c/\partial x$. Il est approximé comme la différence finie de la concentration entre deux points séparés d'une faible distance δx :

$$\frac{\partial c(\delta x, z; t)}{\partial x} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{c(x + \delta x, z; t) - c(x, z; t)}{\delta x}, \quad (6.18)$$

où $c(x, z; t)$ est la valeur de la concentration instantanée au point (x, z) . De la même façon, le gradient de vitesse permet de retrancher automatiquement l'écoulement moyen. Nous allons donc regarder le gradient longitudinal de la vitesse longitudinale :

$$\frac{\partial u(\delta x, z; t)}{\partial x} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \delta x, z; t) - u(x, z; t)}{\delta x}, \quad (6.19)$$

où $u(x, z; t)$ est la valeur de la vitesse instantanée au point (x, z) .

6.2.1 Influence de l'intervalle δx

Pour pouvoir calculer ces gradients, nous devons choisir une valeur finie de δx . On trouvera sur la figure 6.6 des cartes de $[c(x + \delta x) - c(x)]/\delta x$ instantanés pour deux échelles différentes $\delta x = 0,5$ mm et $\delta x = 2,5$ mm dans le cas du contre-écoulement laminaire et du mélange turbulent. La figure équivalente pour $[u(x + \delta x) - u(x)]/\delta x$ est présentée sur la figure 6.7.

L'augmentation de l'échelle de séparation δx ne modifie ni l'ordre de grandeur des incréments de $[c(x + \delta x) - c(x)]/\delta x$ ni ceux de $[u(x + \delta x) - u(x)]/\delta x$ comme on peut le constater sur les figure 6.6 et 6.7 (les stries visibles sur les cartes de gradient de concentration à faible δx peuvent être imputables au bruit). La principale conséquence de l'augmentation de δx est la réduction du bruit par le lissage à petite échelle, même si l'approximation du gradient de concentration (resp. de vitesse) par l'incrément $\delta c/\delta x$ (resp. $\delta u/\delta x$) est alors moins rigoureux. Nous choisissons de prendre $\delta x = 2,5$ mm afin de ne pas noyer sous le bruit les gradients de concentration et de vitesse que nous allons désormais utiliser.

³ou Probability Density Function, PDF

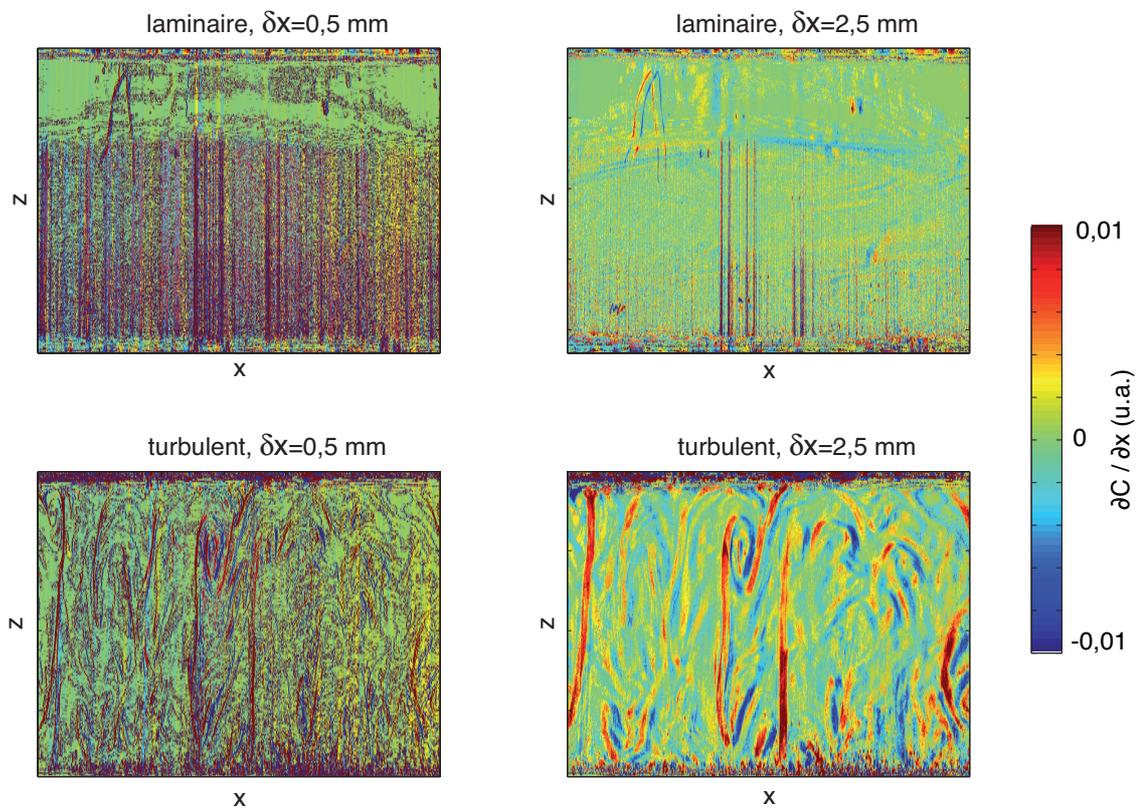


FIG. 6.6 – Cartes du gradient longitudinal instantané de la concentration $[c(x + \delta x) - c(x)] / \delta x$ (en unités arbitraires) dans le cas du mélange turbulent en haut : $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$ et du contre-écoulement laminaire en bas : $\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$. À gauche $\delta x = 0,5$ mm, à droite $\delta x = 2,5$ mm.

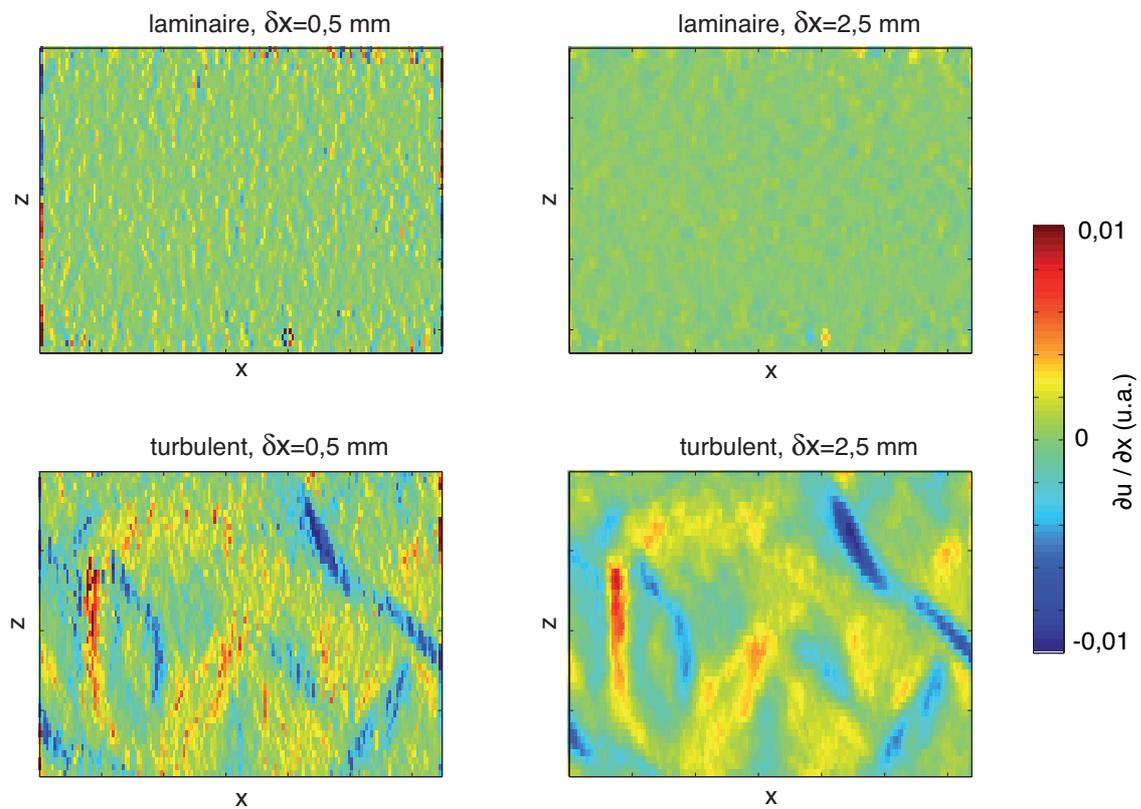


FIG. 6.7 – Cartes du gradient longitudinal instantané de la vitesse longitudinale $[u(x + \delta x) - u(x)]/\delta x$ (en unités arbitraires) dans le cas du mélange turbulent en haut : $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$ et du contre-écoulement laminaire en bas : $\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$. À gauche $\delta x = 0,5$ mm, à droite $\delta x = 2,5$ mm.

Ces cartes permettent en outre de repérer, près des parois du tube, des bandes où les gradients sont noyés dans le bruit de mesure. Dans la suite de ce chapitre, nous excluons ces zones avant de calculer toute grandeur issue des champs de concentration ou de vitesse.

6.2.2 PDF des gradients de concentration et de vitesse

Afin de caractériser l'intensité du mélange, nous allons maintenant étudier les distributions des grandeurs mesurées.

Les distributions de probabilité du gradient longitudinal tant de concentration que de vitesse vont avoir une largeur qui dépend du type d'écoulement : dans les cas d'écoulement laminaire stable, on s'attend à une distribution relativement étroite car les événements de grande intensité relative sont rares. Par contre, dans le cas du mélange turbulent ou intermittent, le faible nombre d'explosions turbulentes ou l'intensité importante de celles-ci devrait provoquer des queues importantes sur les distributions.

La figure 6.8 représente, à gauche, les densités de probabilité du gradient de concentration pour $\delta x = 2,5$ mm pour les quatre exemples typiques d'écoulements : un contre-écoulement laminaire ($\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$), un mélange intermittent avec explosions régulières de faible intensité ($\theta = 45^\circ$ et $At = 10^{-2}$) et ou avec quelques explosions isolées intenses ($\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$) et un mélange turbulent ($\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$). Les PDF sont calculées dans l'intervalle de temps entre le passage du front d'interpénétration et l'arrivée du front de retour, puis sont moyennées afin de produire les courbes visibles sur cette figure 6.8.

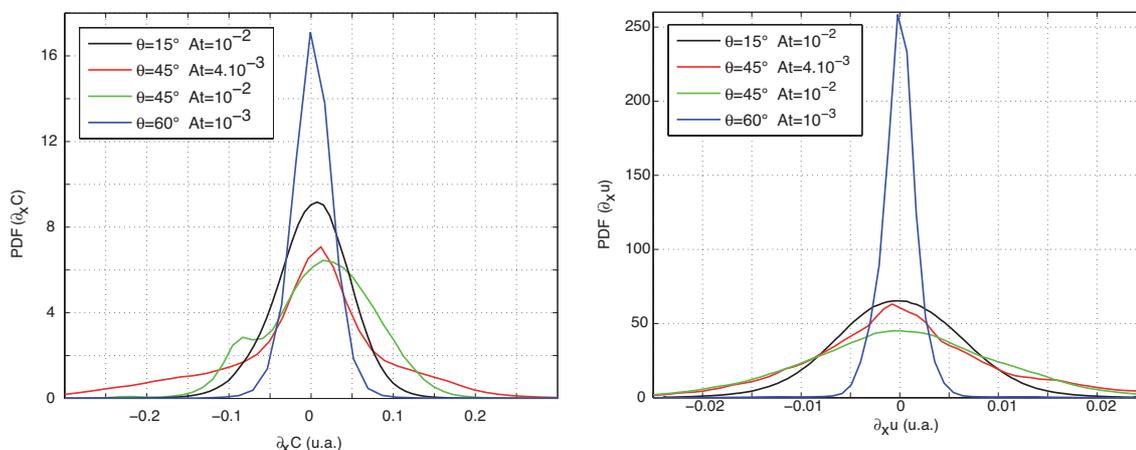


FIG. 6.8 – PDF des gradients longitudinaux de concentration $\partial c / \partial x$ (à gauche) et des gradients longitudinaux de la vitesse longitudinale $\partial u / \partial x$ (à droite) pour des exemples typiques des trois régimes d'écoulement. Les gradients ont été calculés avec $\delta x = 2,5$ mm.

La concentration et la vitesse fournissent des informations complémentaires : les PDF de gradient de concentration correspondant au régime de mélange intermittent sont bien celles qui présentent les queues les plus larges à cause de quelques explosions turbulentes qui induisent de fortes variations du gradient de concentration. Pour $\theta = 45^\circ$ et $At = 10^{-2}$, la PDF est bi-modale et son maximum absolu est décentré vers les $\partial_x c > 0$ signalant à la fois l'importance de gradients de concentration faiblement positifs et l'existence, moins nombreuse, de gradients très négatifs. Par contre, dans le cas d'un contre-écoulement laminaire ou d'un régime de mélange turbulent, les distributions de $\partial_x c$ sont plus étroites, les

premières étant plus piquées que les secondes car il y a évidemment moins de fluctuations lorsque les fluides sont en contre-écoulement laminaire.

La PDF du gradient de vitesse est, par contre, bien plus piquée à $\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$ que dans les autres régimes d'écoulement. Cette courbe confirme bien les observations d'un contre-écoulement très laminaire avec peu de variation du champ de vitesse entre, bien sûr, le front d'interpénétration et le front de retour. Les différences entre PDF de concentration et de vitesse viennent à la fois de la meilleure définition expérimentale des mesures de LIF mais aussi de la nature différentes de ces deux variables. En effet, la vitesse n'intègre pas comme la concentration, une partie de l'histoire de des fluctuations de l'écoulement.

6.3 Identification des phases de contre-écoulement et de mélange turbulent

La partie précédente a confirmé la forte sensibilité des distributions de concentration et de vitesse aux régimes d'écoulement. Dans cette dernière partie, nous allons construire une observable sur le gradient de concentration, permettant une identification des phases de contre-écoulement laminaire de celles de mélange turbulent, et donc un classement possible des écoulements suivant les trois régimes que nous avons identifié. Nous avons fait le choix de la concentration car la résolution spatiale des mesures expérimentales de concentration est bien plus grande que celle des champs de vitesse (section 2.3.2)

6.3.1 L'information des fonctions de structure de concentration

Plutôt que l'évolution de la concentration qui est affectée au cours du temps par une dérive systématique (figure 6.5 à gauche), nous étudierons plutôt l'évolution temporelle de la variance de ce gradient de concentration $\langle (\partial c / \partial x)^2 \rangle$ (figure 6.9) où l'opérateur $\langle \rangle$ représente la moyenne suivant \vec{x} et \vec{z} . On peut parler de variance car on suppose que la valeur moyenne du gradient de concentration est nulle. Cette variance du gradient longitudinal de concentration est égale, à un facteur δx^2 près, au moment d'ordre deux des incréments de concentration sur une séparation δx tendant vers 0. Nous définissons ici la fonction de structure longitudinale instantanée d'ordre 2 :

$$S_{\parallel}^{(2)}(\delta x; t) = \langle [c(x + \delta x, z; t) - c(x, z; t)]^2 \rangle. \quad (6.20)$$

On a alors :

$$\left\langle \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)^2 \right\rangle = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{S_{\parallel}^{(2)}(\delta x; t)}{\delta x^2}. \quad (6.21)$$

Cette fonction de structure est liée aux PDF introduite précédemment puisque la largeur instantanée de ces distribution est donnée par le variance du gradient de concentration.

Les fonctions de structure telles que nous les avons définies, sont liées à l'autocorrélation de la concentration entre deux points séparés d'une distance δx (suivant \vec{x}). Leur valeur représente un bon discriminant entre les phases de contre-écoulement laminaire et les phases de mélange intense. Nous pouvons le voir sur la figure 6.10 à droite où sont tracées deux fonctions de structure instantanées⁴ correspondant à chacune de ces deux phases (pour $\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$) :

⁴Partant des cartes de concentrations normalisées, on obtient les fluctuations de concentration en retranchant la valeur moyenne de la concentration calculée sur toute cette image. En chaque point $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x; t)$ est calculée puis le tout est moyenné suivant x et z pour produire la fonction de structure longitudinale de chaque image.

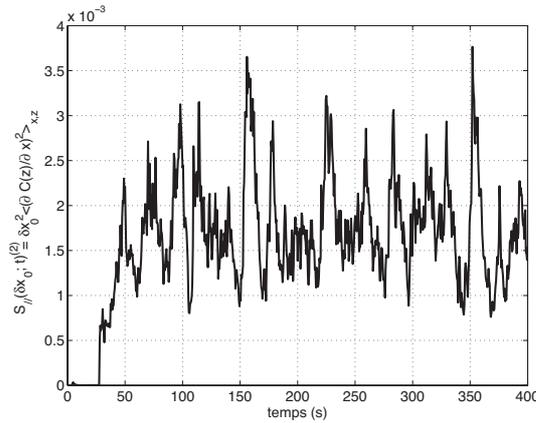


FIG. 6.9 – À gauche : évolution temporelle du champ de concentration $\langle c(t) \rangle$, moyenné sur l'image. À droite : évolution temporelle à z fixé de la fonction de structure longitudinale d'ordre deux $S_{||}^{(2)}(\delta x; t)$ avec $\delta x = 2,5$ mm. Expérience réalisée avec un angle d'inclinaison de 15° et un contraste de densité correspondant à $At = 4.10^{-3}$.

- Pour un contre-écoulement laminaire, la valeur de $S_{||}^{(2)}(\delta x; t)$ est très faible et sa variation en fonction de l'échelle de séparation r reflète en partie le bruit inhérent à la mesure de très faibles variations de concentration.
- lorsque le mélange est important, les valeurs de la concentration en deux points deviennent rapidement décorréelées lorsque δx augmente. La valeur de $S_{||}^{(2)}(\delta x; t)$ est beaucoup élevée que dans une phase d'écoulement laminaire où la corrélation existe sur une grande distance. La fonction de structure dans cette phase augmente continûment avec r .

6.3.2 Lois d'échelle attendues pour la fonction de structure $S_{||}^{(2)}(\delta x; t)$

Les fonctions de structure sont un outil classique en turbulence pour étudier les corrélations entre fluctuations, que ce soit de la vitesse (cette fonction de structure sur la vitesse donne l'énergie cinétique des fluctuations de taille δx) ou de la concentration. De façon générale, la forme de la fonction de structure fournit des informations sur la variation de l'amplitude des fluctuations en fonction de leur échelle. Il existe des lois d'échelles limites que $S_{||}^{(2)}(\delta x; t)$ vérifie dans certains cas que nous allons préciser et que nous avons tracées, pour information, sur la figure 6.10 à gauche. Nous allons les discuter brièvement maintenant.

Loi d'échelle de $S_{||}^{(2)}(\delta x)$ quand $\delta x \rightarrow 0$

Lorsque la distance δx est petite, la fonction de structure est équivalente à la variance du gradient de concentration longitudinal comme nous l'avons vu à l'équation (6.20). Ainsi,

$$S_{||}^{(2)}(\delta x) \sim \delta x^2 \text{ pour } \delta x \rightarrow 0. \quad (6.22)$$

Dans la gamme de valeurs de δx pour lesquelles cette limite est atteinte, est tracée sur la figure 6.10 à droite la variation de $S_{||}^{(2)}(\delta x)/\delta x^2$ en fonction de δx : quand $S_{||}^{(2)}(\delta x)$ se comporte comme δx^2 , un plateau doit être observé. Nous ne voyons ici que l'extrémité de ce plateau qui est en grande partie occulté par le lissage aux petites échelles du champ de concentration. Comme nous venons de le voir sur les figures 6.7 et 6.6, la principale

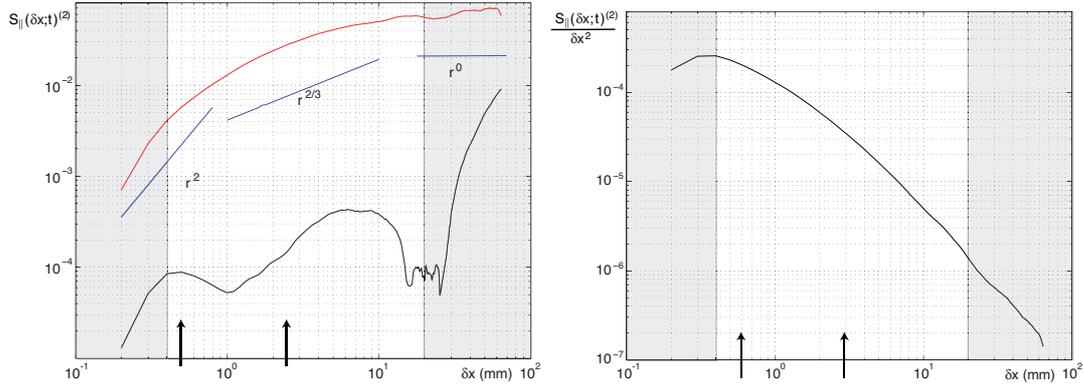


FIG. 6.10 – À gauche : exemples de fonctions de structure instantanées obtenues pour $\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$ correspondant à une phase de mélange (en rouge) et à une phase de contre-écoulement laminaire (en noir). Ces deux courbes sont, tracées en fonction de la distance de séparation δx . Les flèches noires repèrent les deux valeurs de δx considérées : 0,5 mm et 2,5 mm. Pour comparaison sont tracées les lois de puissances que pourrait vérifier $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x; t)$: $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x) \sim \delta x^2$ pour de faibles valeurs de δx , $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x) \sim \delta x^{2/3}$ pour une turbulence développée dans le domaine inertiel et $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x) \sim cste$ à grands δx . La courbe de droite est la valeur de $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x)$ divisée par δx^2 pour mettre en évidence la gamme de δx pour laquelle la fonction de structure est assimilable à la variance du gradient de concentration. Dans ces deux figures, les zones grisées correspondent à des valeurs de δx pour lesquelles $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x; t)$ n'est pas pertinente : pour $\delta x \leq 0,3$ mm il y a en effet un lissage dû au calcul et, lorsque δx est supérieur au diamètre du tube, la convergence des calculs est moins bonne.

différence entre les échelles $\delta x = 0,5$ mm et $\delta x = 2,5$ mm est la réduction du bruit quand le gradient est calculé avec la plus grande de ces deux échelles. Pour la suite de ce manuscrit, nous calculerons donc les fonctions de structures avec $\delta x_0 = 2,5$ mm.

Loi d'échelle de $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x)$ dans le domaine inertiel

Pour une turbulence développée, c'est à dire pour des nombres de Reynolds basé sur la micro-échelle de Taylor (équation (6.24)) valant au minimum 150 [36], la fonction de structure adopte la forme d'une loi de puissance [95] dans le domaine inertiel (domaine d'échelles sur lequel les effets de dissipation visqueuse et l'influence des grandes échelles peuvent être négligés). C'est la loi de Corrsin-Obukhov :

$$S_{\parallel}^{(2)}(\delta x) \sim \delta x^{2/3} \text{ pour } \delta x \text{ compris dans le domaine inertiel.} \quad (6.23)$$

Pour connaître l'intensité de la turbulence de l'écoulement, le plus simple est de calculer non pas le nombre de Reynolds Re mais le nombre de Reynolds basé sur la micro échelle transverse de Taylor λ_g . Ce nouveau nombre de Reynolds se définit comme suit :

$$Re_{\lambda} = \frac{\sqrt{\langle w'^2 \rangle} \lambda_g}{\nu} \quad (6.24)$$

(on peut montrer qu'il varie comme $Re_{\lambda} \propto \sqrt{Re}$.) Quant à λ_g , qui correspond à la longueur de décorrélation transverse du champ de vitesse fluctuant w' , elle est obtenue en ajustant à la courbe de l'autocorrélation spatiale du champ de vitesse \tilde{w}' :

$$C_N(\tilde{z}) = \frac{\langle \tilde{w}'(\tilde{x}, \tilde{z}) \tilde{w}'(\tilde{x} + \delta \tilde{x}, \tilde{z}) \rangle}{\langle \tilde{w}'^2 \rangle} \quad (6.25)$$

une parabole coïncidant en $\delta\tilde{x} = 0$ (courbes rouges sur la figure 5.13). L'intersection de cette parabole avec l'axe des abscisses donne λ_g/d .

Les valeurs de la micro échelle de Taylor et du nombre de Reynolds basé sur cette échelle sont reportées dans le tableau pour les écoulement du régime de mélange turbulent 6.3 : λ_g/d vaut environ 0,4 et Re_λ vaut au maximum 50.

	$\theta = 15^\circ$ At = 4.10^{-3}	$\theta = 15^\circ$ At = 10^{-2}	$\theta = 30^\circ$ At = 4.10^{-3}	$\theta = 30^\circ$ At = 10^{-2}
λ_g/d	0,4	0,4	0,4	0,4
Re_λ	22	49	24	47

TAB. 6.3 – Valeurs des nombres de Reynolds basées sur la micro échelle de Taylor λ_g .

En raison du caractère faiblement développé de nos écoulements turbulents, nous n'observerons pas de domaine de δx où cette loi de puissance est vérifiée comme on peut le voir sur la figure 6.10. Notons toutefois que la valeur de la micro-échelle de Taylor, étonnement constante, suggère que notre mesure de λ_g/d est perturbée par le lissage à petite échelle du champ de vitesse.

Loi d'échelle de $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x)$ pour δx grand

Quand la distance δx est suffisamment grande, les variations de concentration entre deux points séparés de δx ne sont plus corrélées et $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x)$ est quasiment constante :

$$S_{\parallel}^{(2)}(\delta x) \sim \text{cste pour } \delta x \text{ grand.} \quad (6.26)$$

Nous observons un tel plateau sur la figure 6.10 pour $\delta x \geq d$ où d est le diamètre du tube. Dans cette zone, les petites fluctuations visibles sont causées par la moins bonne convergence des moyennes intervenant dans le calcul de la fonction de structure. En effet, plus δx est grand, moins il existe de couples de points écartés de r .

Nous étudierons la variation des fonctions de structure dans une gamme de valeurs de la distance de séparation δx : $0,3 \text{ mm} < \delta x < 20 \text{ mm}$ pour éviter d'être perturbé à la fois par le lissage artificiel à petite échelle des cartes de concentration et par la mauvaise convergence des moyennes à grande échelle. Les domaines à l'extérieur de cet intervalle sont repérés en grisé sur la figure 6.10.

6.3.3 Variation temporelle des fonctions de structure dans les différents régimes d'écoulement

Pour visualiser de façon simple l'évolution temporelle des fonctions de structure, nous bâtissons des diagrammes temps-échelle de longueur, obtenus en accolant les fonctions de structure correspondant à des temps différents : l'échelle horizontale est le temps écoulé depuis l'ouverture de la vanne définissant le début de l'expérience et l'échelle verticale est la distance de séparation δx dont la valeur maximale correspond, comme on l'a vu un peu plus haut, au diamètre du tube. La couleur code la valeur de $S_{\parallel}(\delta x; t)^{(2)}$, allant du bleu au rouge à mesure que cette valeur augmente.

En faisant varier les paramètres de contrôle, nous obtenons la carte de diagrammes représentée en figure 6.11, où l'angle d'inclinaison augmente du haut vers le bas et le

contraste de densité caractérisé par le nombre d'Atwood croît de gauche à droite. Avant de commencer l'analyse de cette carte, précisons que tous les diagrammes présentés ici n'ont pas une durée identique puisque la vitesse d'avancée des fronts, et donc le temps s'écoulant entre le passage du front d'interpénétration et l'arrivée du front de retour, dépend fortement des paramètres de contrôle [87]. De plus, l'intervalle des $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x; t)$ codés par la couleur diffère d'une expérience à l'autre afin d'utiliser au maximum la palette disponible.

L'arrivée du front d'interpénétration dans le champ de vision de la caméra est marquée par une forte variation de la fonction de structure à toutes les échelles δx , provoquée par l'apparition d'un front de fluide léger (plus ou moins pur) dans le fluide pur plus dense au repos. Le comportement de l'écoulement après le passage du front dépend de l'angle θ ainsi que du contraste de densité (section 3.2) et les diagrammes présentés ici illustrent particulièrement bien les trois différents régimes d'écoulements que nous avons identifiés :

- dans le cas du régime de contre-écoulement laminaire stable ($\theta=45^\circ$ ou 60° , $At = 10^{-3}$), le passage du front d'interpénétration est le seul moment où $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x; t)$ n'a pas une valeur très faible : la zone de couleur unie après cette bouffée est le signe d'une forte corrélation de la concentration due à l'écoulement laminaire.
- lors des explosions turbulentes du régime de mélange intermittent, le champ de concentration se décorrèle très rapidement en temps et en espace. Les fonctions de structure ont ainsi une valeur élevée, tranchant sur leurs faibles valeurs dans les phases de contre-écoulement laminaire. Ces explosions peuvent être isolées ($\theta=45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$) ou bien assez régulières ($\theta=45^\circ$ et $At = 10^{-2}$).
- enfin, le mélange turbulent se caractérise par une succession de bouffées turbulentes suffisamment rapprochées pour que les phases de contre-écoulement laminaire ne soient plus observées ($\theta=15^\circ$ ou 30° , $At = 4.10^{-3}$ ou 10^{-2}).

6.3.4 Évolution des gradients de concentration en fonction de θ et At

Pour mieux appréhender la richesse des informations que fournit cette carte, nous allons nous focaliser sur l'évolution temporelle des gradients de concentration.

Comme nous venons de le voir à l'équation (6.18), la variance du gradient de concentration peut être assimilée au second moment (non centré) de ce gradient et donc, à la limite des faibles distances δx à la fonction de structure. Nous regarderons donc l'évolution temporelle de $S_{\parallel}(\delta x_0; t)^{(2)}$, qui représente l'évolution (à un facteur δx_0^2 près) de la variance des gradients de concentration à l'échelle $\delta x_0 = 2,5$ mm, en fonction des paramètres de contrôle.

Dans un premier temps, nous analyserons la forme globale de la variation temporelle des gradients de concentration. Puis, nous comparerons plus quantitativement ces courbes pour mieux dégager la dynamique du mélange à petite échelle..

Identification des régimes d'écoulement

Les échelles de temps des courbes (normalisées par leur valeur maximale) présentées sur la figure 6.12 sont décalées pour faire coïncider le passage du front à $t = 0$ s afin de faciliter les comparaisons. Au chapitre 3, nous avons étudié les régimes d'écoulement à l'aide des diagrammes spatio-temporels des profils moyens de vitesse longitudinale et de concentration. Ici nous chercherons à définir précisément les domaines d'existence de ces différents régimes à l'aide des courbes de variation temporelle du gradient de concentration.

Il est aisé de différencier entre contre-écoulement laminaire où les gradients de concentration sont quasi-nuls et bouffées turbulentes où les gradients varient assez violemment.

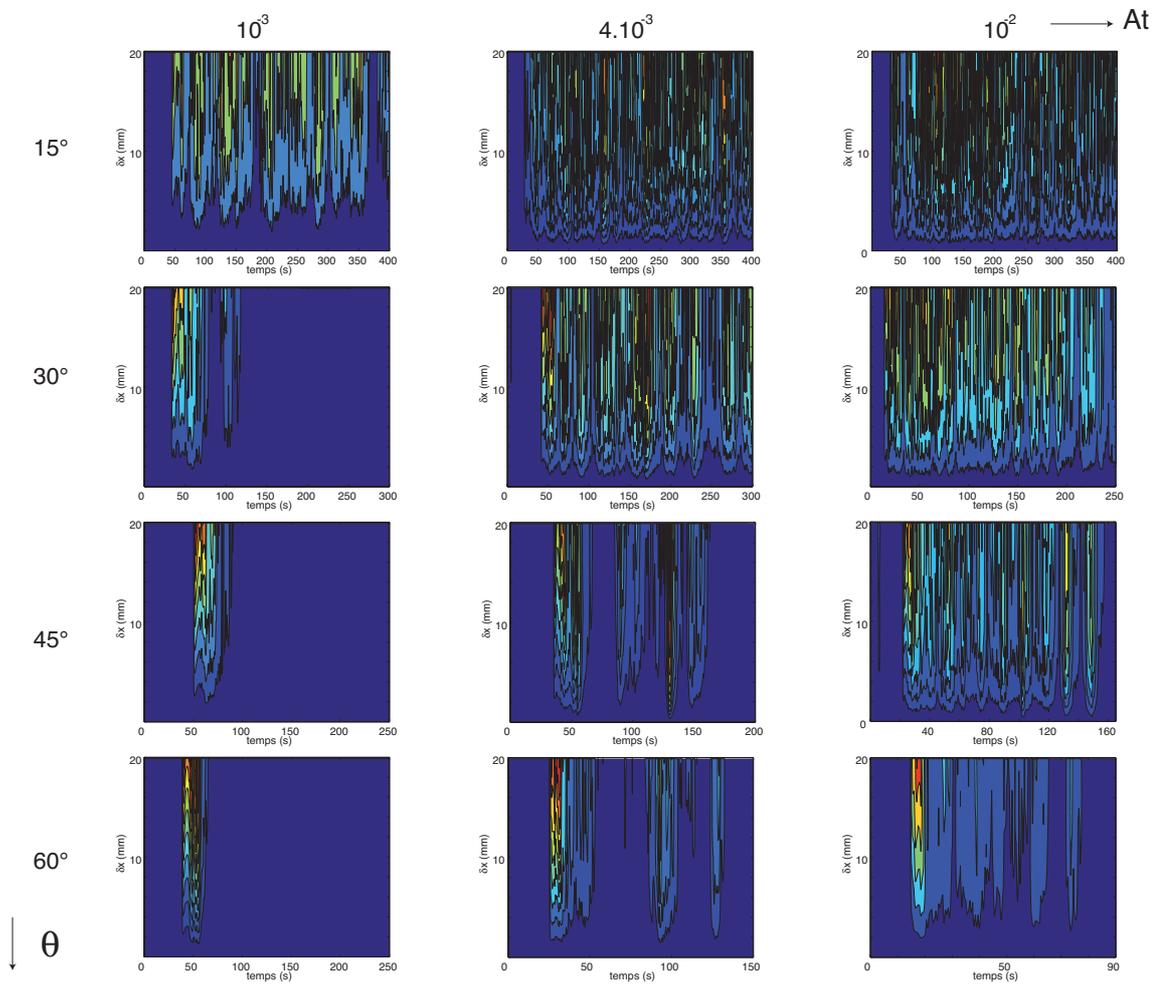


FIG. 6.11 – Carte de diagrammes échelle-temps des fonctions de structure longitudinales de la concentration $S_{||}^{(2)}(\delta x; t)$ pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison du tube (échelle verticale) et du contraste de densité (échelle horizontale). Pour chaque diagramme, la coordonnée horizontale est le temps, la coordonnée verticale la séparation δx et le code de couleur correspond à la valeur de la fonction de structure. Ce code de couleurs (bleu pour une faible valeur, rouge pour une forte valeur) est normalisé par les extrema atteints au cours de chaque expérience.

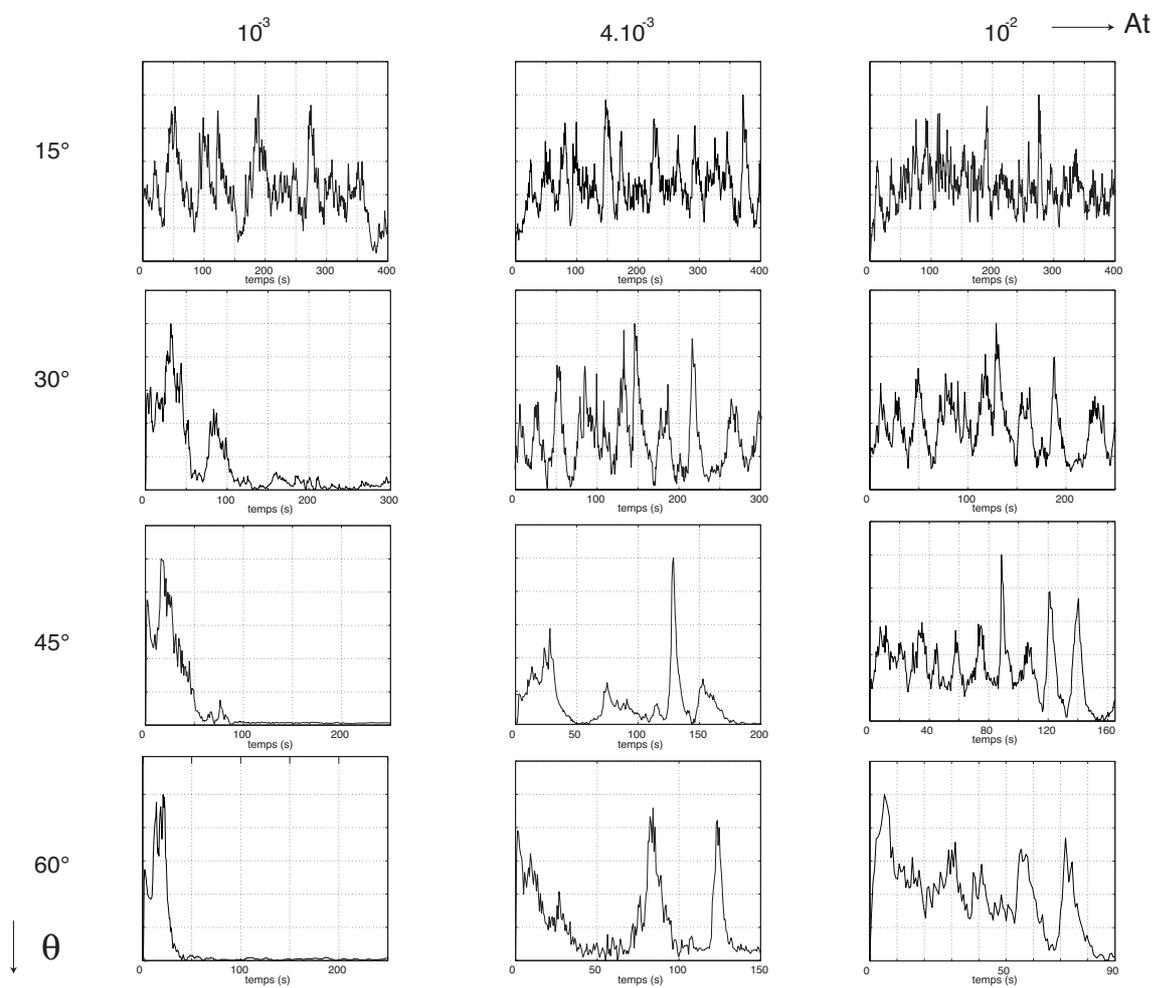


FIG. 6.12 – Variation temporelle pour $\delta x_0 = 2,5$ mm de la fonction de structure longitudinale de la concentration $S_{||}(\delta_0; t)^{(2)}$ pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison du tube (échelle verticale) et du contraste de densité (échelle horizontale). Ces courbes représentent, à un facteur δx_0^2 près, l'évolution de la variance du gradient de la concentration selon \vec{x} . Ces courbes sont normalisées par leur valeur maximale.

Ces régimes sont définis, après le passage du front et jusqu'à l'arrivée du front de retour, comme :

- contre-écoulement laminaire : très faibles valeurs de $S_{\parallel}(\delta x_0; t)^{(2)}$ en comparaison avec celles observées quand arrive le front d'interpénétration dans la zone du tube filmée ($\theta = 45^\circ$ et 60° , $At = 10^{-3}$)
- mélange intermittent : persistance de phases de contre-écoulement laminaire en alternance avec des bouffées turbulentes, ces dernières conduisant à des valeurs de $S_{\parallel}^{(2)}(\delta x_0; t)$ d'intensités égales ou supérieures à celles provoquées par le front d'interpénétration ($\theta = 30^\circ$ et $At = 10^{-3}$, $\theta = 45^\circ$ et 60° et $At = 4.10^{-3}$, $\theta = 45^\circ$ et 60° et $At = 10^{-2}$). Ce régime va d'un écoulement avec un seul pic de très forte intensité et donc une explosion turbulente très violente ($\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$) à celui où les explosions turbulentes sont régulièrement espacées d'une quinzaine de secondes ($\theta = 45^\circ$ et $At = 10^{-2}$).
- mélange turbulent : les bouffées turbulentes se succèdent à des intervalles suffisamment rapprochés les unes des autres pour ne plus pouvoir identifier un contre-écoulement stable ($\theta = 15^\circ$ et 10° , $At = 4.10^{-3}$ et 10^{-2})

Nous allons maintenant utiliser des courbes non normalisées afin de comparer quantitativement l'évolution de la variance des gradients de concentration dans les trois régimes d'écoulements.

Régime de contre-écoulement laminaire

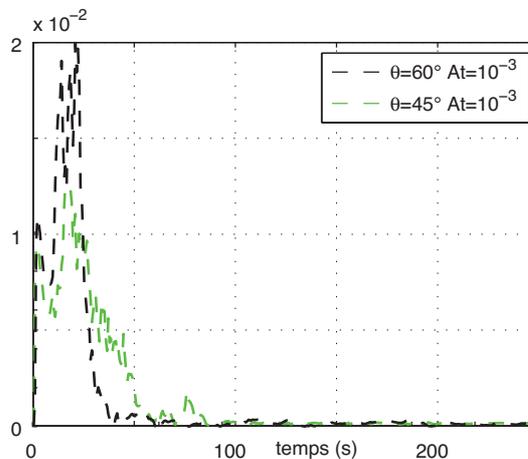


FIG. 6.13 – Évolution temporelle de la variance des gradients de concentration $\langle (\partial c / \partial x)^2 \rangle$ dans le cas du contre-écoulement laminaire. Ces gradients sont calculés avec $\delta x_0 = 2,5$ mm.

Commençons comme à l'accoutumée par le régime d'écoulement laminaire. La figure 6.13 regroupe l'évolution de la variance des gradients de concentration dans ce régime (section 3.2). Le passage du front d'interpénétration induit de forts gradients, d'autant plus élevés que le tube est incliné et donc que la concentration en fluide léger est grande. Les effets de stratification dépendent de la composante transverse de la gravité $g \sin \theta$ et sont plus importants aux forts angles d'inclinaison. Ainsi, à $\theta = 60^\circ$, le mélange est suffisamment réduit pour que les fronts d'interpénétration soient alimentés par un courant de fluide correspondant presque pur. Le contraste de densité local au niveau du front d'interpénétration

est alors égal au contraste de densité initial entre les deux fluides [?]. L'écoulement se laminarise après le passage du front par la suite et ne fluctue quasiment plus. La laminarisation est plus plus rapide à $\theta = 60^\circ$ qu'à 45° , toujours grâce à des effets de stratification plus importants.

Régime de mélange turbulent

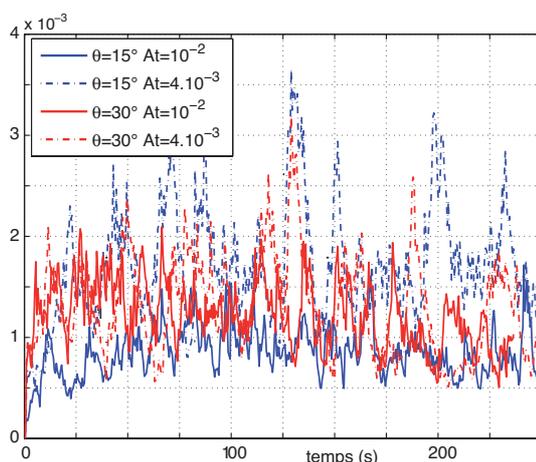


FIG. 6.14 – Évolution temporelle de la variance des gradients de concentration $\langle \partial c / \partial x^2 \rangle$ dans le cas du régime de mélange turbulent. Ces gradients sont calculés avec $\delta x_0 = 2,5$ mm.

Le régime de mélange turbulent se caractérise, lui, par de nombreuses fluctuations rapides des gradients de concentration : la figure 6.14 regroupe l'évolution de la variance des gradients de concentration pour quatre écoulements correspondants à ce régime (section 3.2). Ces fluctuations de faible amplitude indiquent l'efficacité permanente du mélange permanent : le temps de transit des fluides purs entre la vanne et la fenêtre d'observation est assez long pour permettre un brassage jusqu'aux petites échelles, ce qui réduit d'autant les gradients de concentration.

Régime de mélange intermittent

Dans le régime de mélange intermittent, l'écoulement commence par se relaminariser après le passage du front d'interpénétration, mais à la différence du régime laminaire stable, des bouffées turbulentes apparaissent de temps à autre et induisent alors un mélange efficace à toutes échelles. La figure 6.15 superpose les variations temporelles de la variance des gradients de concentration observées dans ce régime pour différents jeux de paramètres de contrôle (section 3.2).

L'ordre de grandeur de $\langle (\partial c / \partial x)^2 \rangle$ au moment où passe le front d'interpénétration est similaire à celui qui est observé lorsque l'on a un contre-écoulement laminaire stable (figure 6.13), signifiant par là que dans le cas des écoulements intermittents les fluides qui arrivent au niveau du front sont presque purs.

Dans les phases de mélange turbulent, les variations des gradients de concentration peuvent être importantes, alternant avec des phases d'écoulement laminaire où $\langle (\partial c / \partial x)^2 \rangle$ est quasi nulle. Les pics correspondant aux bouffées turbulentes sont souvent d'une intensité plus importante que ce que le front d'interpénétration génère comme variations de

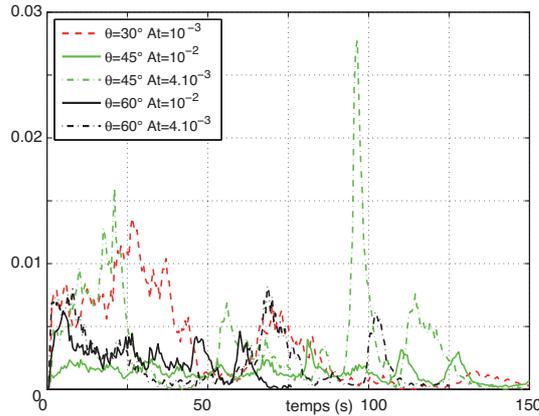


FIG. 6.15 – Évolution temporelle de la variance des gradients de concentration $\langle(\partial c/\partial x)^2\rangle$ dans le cas du régime de mélange intermittent. Ces gradients sont calculés avec $\delta x_0 = 2,5$ mm.

concentration.

Nous avons remarqué (figure 6.12) que pour le couple $\theta = 45^\circ$ et $At = 10^{-2}$, l'écoulement se déstabilisait périodiquement. En comparant quantitativement cet écoulement avec les autres écoulements du régime de mélange intermittent (figure 6.15), les bouffées turbulentes apparaissent moins clairement, avec un contraste peu élevé par rapport à la valeur minimale de la variance des gradients de concentration dans cet écoulement. Cet écoulement avec déstabilisations périodiques ne correspond jamais à la situation de deux fluides en contre-écoulement laminaire stable à cause de la présence de fortes fluctuations résiduelles. Il n'atteint jamais non plus un état de mélange efficace à toutes échelles car les instabilités sont advectées par l'écoulement avant de se développer complètement.

Notons enfin que de telles fluctuations périodiques ont déjà été observées, notamment par Kneller [56, 57, 55] dans le profil de vitesse longitudinal lors d'une expérience de courant de gravité dans une configuration de *lock-exchange* en canal horizontal. Cet auteur a interprété ces fluctuations, qui ont lieu toutes les $0,5 \pm 0,2$ s, par le passage de tourbillons éjectés de la tête du front d'interpénétration. La différence entre ces écoulements et les nôtres pourraient expliquer que la période des fluctuations n'est pas la même.

Comparaison de la variance des gradients de concentration dans les différents régimes d'écoulement

Enfin, la figure 6.16 compare l'évolution temporelle des variances des gradients de concentration $\langle(\partial c/\partial x)^2\rangle$ pour trois exemples d'écoulements caractéristiques des différents régimes. Remarquons tout d'abord que le passage du front d'interpénétration provoque, comme on pouvait s'y attendre, des variations d'autant plus importantes que le mélange au niveau de ce front est faible : $\langle(\partial c/\partial x)^2\rangle$ est maximale à $\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$ où le mélange est si peu développé qu'il y a de part et d'autre du front des fluides purs [?]. Elle est par contre minimale à $\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$ où la turbulence dilue suffisamment les deux fluides pour que l'arrivée du front de fluide léger dans le fluide lourd au repos ne provoque pas de fortes variations du gradient de concentration. Ce qui se passe derrière le front est tout aussi intéressant : les faibles variations à grande échelle de la concentration de fluide presque pur (régime de contre-écoulement laminaire stable : $\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$) conduisent à des valeurs instantanées de la variance du gradient de concentration quasi nulles, comparées à celles observées lors du régime de mélange turbulent ($\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$).

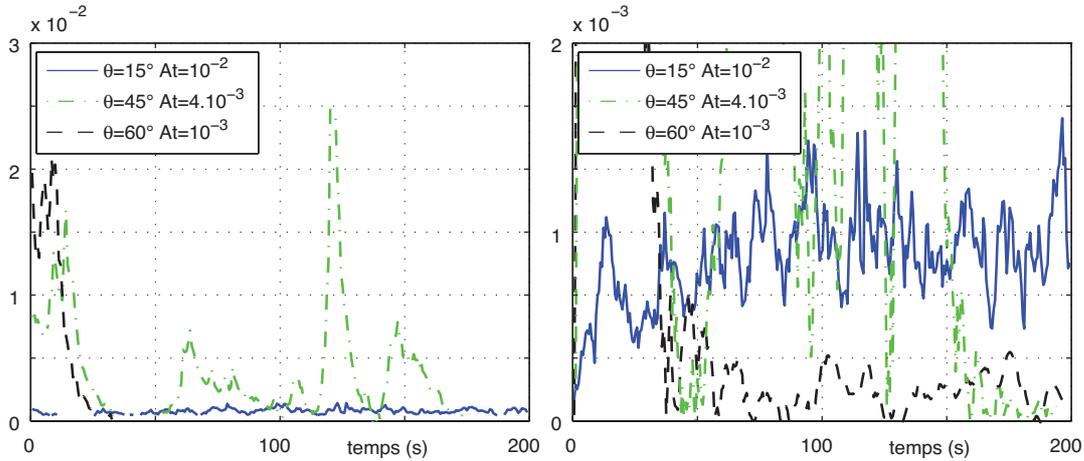


FIG. 6.16 – Évolution temporelle des variances des gradients de concentration $\langle(\partial c/\partial x)^2\rangle$ pour trois exemples caractéristiques correspondant aux différents régimes d'écoulement : contre-écoulement laminaire ($\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$), mélange turbulent ($\theta = 15^\circ$ et $At = 10^{-2}$), et mélange intermittent avec une explosion turbulente de très grande intensité ($\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$). L'échelle verticale de la figure de droite est dilatée de près d'un facteur 10 par rapport à la figure de gauche. Ces gradients sont calculés avec $\delta x_0 = 2,5$ mm.

Les gradients de concentration dans les phases de contre-écoulement laminaire entre deux bouffées turbulentes dans le régime de mélange intermittent ($\theta = 45^\circ$ et $At = 4.10^{-3}$) sont du même ordre de grandeur que ce que donne le contre écoulement laminaire stable ($\theta = 60^\circ$ et $At = 10^{-3}$), indiquant par là que l'écoulement peut devenir presque laminaire par moment, ce qui est confirmé par les films que nous avons réalisés.

6.4 Conclusion

En raisonnant sur les temps caractéristiques des mécanismes du mélange, nous avons construit deux nombres sans dimension, un nombre de Reynolds et un nombre de Richardson global, tous deux basés sur le cisaillement entre les deux fluides. Un diagramme Re-Ri a fait apparaître deux zones : dans la première, le transfert turbulent ou visqueux de la quantité de mouvement stabilise l'écoulement (régime de contre-écoulement laminaire et une partie du régime de mélange turbulent). Dans l'autre, correspondant à des écoulements de mélange intermittent, ce transfert n'est pas suffisant pour stabiliser l'écoulement.

Pour essayer de prédire la stabilité de l'écoulement, nous avons ensuite effectué une analyse local du nombre de Richardson. En effet, de nombreuses études de stabilité linéaire ont prédit un nombre de Richardson local critique qui différencie les écoulements stables des écoulements instables. Nous avons alors tracé des profils transverses du nombre de Richardson moyen dans le régime de mélange turbulent. Les valeurs obtenues sont en accord avec les celles issues d'analyses de stabilité linéaire d'écoulements assez proches des nôtres. Ces résultats encourageants incitent à continuer les travaux initiés par Séon et Hinch [87] qui ont commencé à appliquer une analyse de stabilité linéaire à notre situation expérimentale.

Nous nous sommes ensuite attachés à définir une observable discriminant les phases de mélange turbulent et celles de contre-écoulement laminaire afin de préciser la carte des régimes d'écoulements. Nous avons préféré pour cela le champ de concentration au

champ de vitesse car une meilleure résolution spatiale est accessible expérimentalement. Néanmoins, le champ de concentration présente l'inconvénient d'intégrer les fluctuations passées. Nous avons choisi la variance du gradient longitudinal de la concentration pour son insensibilité aux variations globales de concentration au cours de l'expérience et sa robustesse vis à vis du bruit de mesure.

L'évolution de cette variance, équivalente aux fonctions de structure longitudinale d'ordre deux de la concentration à la limite des δx petits, avec le contraste de densité et l'angle d'inclinaison permet l'identification précise des limites d'existence des différents régimes d'écoulement.

Autant il est facile de différencier les régimes d'écoulement laminaire de ceux de mélange turbulent, autant le domaine d'existence du régime de mélange intermittent est moins facile à déterminer. La nature de la transition (douce? à seuil?) entre les régimes reste une question ouverte, nos résultats ne permettant pas de trancher clairement entre les différentes hypothèses du fait des intervalles trop importants entre les valeurs de θ et At que nous avons utilisés.

L'origine des instabilités qui provoquent des bouffées turbulentes et donc la déstabilisation des écoulements n'est pas claire. Il peut s'agir de tourbillons générés par le front d'interpénétration qui, éjectés par ce dernier, se propageraient dans l'écoulement en s'amplifiant. L'autre scénario possible à l'origine de ces bouffées est une déstabilisation de l'écoulement quand les effets stabilisants à l'œuvre ne sont plus suffisants : le déclenchement de l'instabilité serait provoqué par l'augmentation de la vitesse du contre-écoulement au dessus d'une valeur seuil, valeur définie par un nombre de Richardson local. Ces instabilités et leur propagation au sein de l'écoulement sont donc une des interrogations majeures mise en lumière par notre étude.

Chapitre 7

Conclusion générale et perspectives

Nous avons, dans cette thèse, étudié, à l'échelle locale, le mélange induit par gravité de deux fluides miscibles de densités différentes dans un long tube incliné. Nous avons mesuré, sur des expériences indépendantes, les champs de vitesse (PIV) et les champs de concentration (LIF) dans un plan diamétral vertical. Avec l'aide des profils de vitesse et de concentration moyenne nous avons pu établir une carte des régimes d'écoulement observés en fonction des paramètres de contrôles : angle d'inclinaison du tube θ (repéré par rapport à la verticale) variant de 15° à 60° , et contraste de densité caractérisé par le nombre d'Atwood At allant de 10^{-3} à 10^{-2} . Nous avons étudié le transport de quantité de mouvement dans les régimes d'écoulement quasi-stationnaires en comparant les résultats expérimentaux à des modèles simples et à des simulations numériques. Nous nous sommes également intéressés à la stationnarité et la stabilité des écoulements.

Nous allons maintenant rappeler les principaux résultats obtenus avant de dégager les perspectives de travaux de recherche futurs.

7.1 Résultats

7.1.1 Carte des régimes d'écoulement

Nous nous sommes surtout intéressés, dans notre étude, à la phase intermédiaire entre le passage du front d'interpénétration initial et des perturbations qu'il déclenche immédiatement derrière lui d'une part et d'autre part, l'arrivée du front de retour causé par l'accumulation des fluides aux extrémités du tube. Durant cette phase, on observe différents régimes d'écoulement suivant les valeurs de l'angle d'inclinaison du tube et du contraste de densité :

- un contre-écoulement laminaire stable pour pour des angles élevés ($\theta = 45^\circ$ et 60°) et des contrastes de densité faibles ($At = 10^{-3}$).
- à l'inverse pour des tubes proches de la verticale ($\theta = 15^\circ$ et 30°) et des contrastes de densité élevés, ($At = 4 \cdot 10^{-3}$ et 10^{-2}), un régime de fort mélange transverse turbulent.
- entre les deux, le contre-écoulement laminaire déstabilisé par des explosions turbulentes dont l'intensité et la fréquence dépendent de At et θ .

Les profils transverses moyens de vitesse et de concentration sont obtenus en moyennant les champs mesurés sur la longueur des images et sur la durée de cette phase de l'écoulement. Une large part de notre étude a été consacrée aux deux premiers régimes où les écoulements sont quasi-stationnaires et nous nous sommes attaché à identifier un critère et une observable discriminant les écoulements en fonction de leur stabilité.

7.1.2 Régime d'écoulement laminaire stable

Ce régime d'écoulement stationnaire nous a permis de valider notre procédure de mesure de champs de vitesse et de concentration au cours d'expériences indépendantes : les mesures sont, en effet, suffisamment reproductibles pour que l'on puisse associer des valeurs de vitesse obtenues au cours d'une expérience à des valeurs de concentration mesurées lors d'autres expériences.

Pour $At = 10^{-3}$ et $45^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$, le champ de concentration s'organise en trois couches, chacune de concentration constante, dont l'épaisseur dépend de l'angle d'inclinaison : à $\theta = 60^\circ$, les trois couches sont d'égale épaisseur avec deux couches de fluide pur de part et d'autre d'une couche de fluide parfaitement mélangé. Elles sont créées lors de la relaminarisation de l'écoulement en arrière du front d'interpénétration et sont détruites par le passage du front de retour. La hauteur de ces zones de concentration homogène s'ajuste pour que les débits dans le front d'interpénétration et dans le corps de l'écoulement soient égaux. Au même contraste de densité, lorsque le tube est moins incliné ($\theta = 45^\circ$), les fluctuations tant de vitesse que de concentration augmentent en intensité et en nombre. Elles augmentent, par le mélange qu'elles provoquent, la zone de transition entre les couches de concentration constantes. Cependant, dans ce régime d'écoulement, les effets stabilisants de la stratification des fluides dominant et des phases de contre-écoulement d'une durée significative sont clairement visibles.

Les profils transverses de la vitesse longitudinale $\langle u \rangle$ et transverse $\langle w \rangle$ ont été mesurés dans un plan diamétral vertical : l'écoulement est principalement à deux dimensions, $\langle w \rangle$ est au moins cent fois inférieure à $\langle u \rangle$: aux erreurs de mesure près, l'écoulement est parallèle à l'axe du tube. Le profil de $\langle u \rangle$ est symétrique avec une zone linéaire dans la partie centrale, zone correspondant à la couche parfaitement mélangée. L'écoulement peut être décrit comme des écoulements de type Poiseuille sur les bords du tube entourant un écoulement de type Couette au centre.

Cet écoulement obéit à une équation de Stokes et le profil de $\langle u \rangle$ peut être calculé à partir du profil transverse de densité. Par résolution numérique, le profil de vitesse longitudinal est reproduit, correctement dans la partie centrale là où la variation de $\langle u \rangle$ est linéaire, moins bien près des bords du tube où la variation de la vitesse dans la direction perpendiculaire au plan de mesure joue un rôle important.

7.1.3 Régime de mélange turbulent

Lorsque le tube est proche de la verticale ($\theta = 15^\circ$ ou 30°) et pour les contrastes de densité élevés parmi ceux que nous utilisons ($At = 4 \cdot 10^{-3}$ ou 10^{-2}), l'écoulement présente d'importantes fluctuations turbulentes de vitesse et de concentration induisant un mélange efficace jusqu'à petite échelle dans la partie centrale du tube. Les profils moyens transverses de densité présentent alors une variation linéaire dans cette zone de mélange : la taille de cette zone change en fonction des valeurs de l'angle d'inclinaison et du contraste de densité. Pour la valeur de θ la plus faible (15°) et celle de At la plus élevée (10^{-2}) le profil de concentration est linéaire sur toute la section du tube alors qu'il ne l'est que sur la partie centrale pour la valeur de θ la plus élevée de ce régime (30°) et celle de At la plus basse ($4 \cdot 10^{-3}$). Des canaux de fluides plus purs se développent alors près des bords du tube réduisant d'autant la zone de variation linéaire. Le profil de la vitesse longitudinale $\langle u \rangle$ est lui linéaire jusqu'à des extrema situés en $|z|/d \simeq 0,35$.

La vitesse longitudinale moyenne $\langle u \rangle$ est plus élevée (d'un facteur 30) que la vitesse transverse $\langle w \rangle$. Le profil de $\langle w \rangle$ a suggéré que cette vitesse transverse est due à la présence de quatre cellules de recirculation contrarotatives dans la section. Cet écoulement secondaire peut être expliqué par un déplacement, sous l'action des fluctuations de vitesse, de la vorticité associée aux zones de fort gradient de vitesse près des parois générant ainsi une composante de vorticité suivant l'axe du tube.

La quantité de mouvement est transportée suivant trois mécanismes différents : par les fluctuations de vitesses turbulentes à travers le tenseur de Reynolds, par la composante transverse de l'écoulement moyen et par diffusion visqueuse. Expérimentalement, nous avons accès aux transports dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) uniquement.

Dans le centre du tube, le transfert de quantité de mouvement s'effectue à l'intérieur de la région délimitée par les deux extrema de la vitesse moyenne $\langle u \rangle$ et non vers les parois. Dans cette zone, le flux de quantité de mouvement $\langle u'w' \rangle$ se fait des régions de vitesse $\langle u \rangle$ négatives vers les régions de vitesse positive. Il est maximal dans l'axe du tube et le transport par diffusion visqueuse est négligeable devant les deux autres mécanismes qui eux sont du même ordre de grandeur. Dans les deux régions entre les extrema $\langle u \rangle$ et la paroi la plus proche, le transfert est principalement causé par la diffusion visqueuse et s'effectue vers la paroi.

Nous avons enfin cherché à modéliser le profil transverse de vitesse moyenne $\langle u \rangle$ observé dans ce régime d'écoulement. La contrainte globale sur le fluide au niveau des extrema de vitesse étant presque nulle, on peut considérer l'écoulement dans chacune des zones situées entre un extremum et la paroi comme résultant purement d'un équilibre entre la viscosité et les forces de gravité dues au contraste de densité moyenne par rapport à l'axe du tube. Dans le centre du tube, le tenseur de Reynolds, qui est le terme dominant de transport de la quantité de mouvement, peut être représenté en introduisant une longueur de mélange qui est maximale sur l'axe du tube. En supposant que l'écoulement est à deux dimensions et que le transport de la quantité de mouvement est uniquement assuré par la composante mesurable du tenseur de Reynolds, on peut reproduire le profil de la vitesse moyenne en introduisant un facteur correctif tenant compte empiriquement des termes de l'équation de mouvement négligés. Ceux-ci se trouvent en effet présenter une variation dans la section proche de celle de la composante mesurée du tenseur de Reynolds.

Enfin, des simulations numériques directes effectuées par Hallez & Magnaudet ont confirmé ces résultats et, en particulier, l'existence d'un écoulement secondaire moyen en donnant accès à la structure tridimensionnelle de l'ensemble de l'écoulement pour un des cas expérimentaux que nous avons abordé. Ces simulations ont également permis de vérifier que le transport dans la troisième direction, \vec{y} , qui n'est pas accessible expérimentalement, n'est pas négligeable et est nécessaire pour assurer la fermeture de l'équation de transport.

7.1.4 Stabilité de l'écoulement

L'étude conjointe des deux nombres sans dimension identifiés (nombres de Richardson global et de Reynolds) en fonction des paramètres de contrôle de l'expérience fait apparaître deux types d'écoulements : soit le transfert turbulent ou visqueux de la quantité de mouvement est suffisant pour stabiliser l'écoulement (régime de contre-écoulement laminaire et une partie du régime de mélange turbulent), soit il ne l'est pas, ce dernier cas correspondant aux écoulements de mélange intermittent.

Comme de nombreuses études de stabilité linéaire ont prédit un nombre de Richardson local critique différenciant les écoulements stables des écoulements instables, nous avons alors tracé des profils transverses du nombre de Richardson moyen dans le régime de mélange turbulent. Les valeurs obtenues sont en accord avec les celles issues d'analyses de stabilité linéaire d'écoulements assez proches des nôtres. Ces résultats encourageants incitent à continuer les travaux initiés par Séon et Hinch [87] qui ont commencé à appliquer une analyse de stabilité linéaire à notre situation expérimentale.

Nous nous sommes ensuite attachés à définir une observable discriminant les phases de mélange turbulent et celles de contre-écoulement laminaire afin de préciser la carte des régimes d'écoulement. Nous avons choisi pour cela le champ de concentration au champ de vitesse car une meilleure précision est accessible expérimentalement. Nous avons utilisé la variance du gradient longitudinal de la concentration pour sa faible dépendance par rapport aux variations globales de concentration au cours de l'expérience et sa robustesse vis à vis du bruit de mesure.

L'évolution de cette variance, équivalente à la fonction de structure longitudinale d'ordre deux de la concentration (à séparation fixée), avec le contraste de densité et l'angle d'inclinaison permet l'identification précise des domaines d'existence des différents régimes d'écoulement.

Ces résultats sont corroborés par une étude statistique des distributions du gradient longitudinal de la concentration. Celles-ci s'avèrent parfois plus précises pour distinguer les régimes intermittent des écoulement quasi-stationnaires.

7.2 Perspectives

Plus généralement, si de nombreuses caractéristiques du transfert de quantité de mouvement ont pu être étudiées en détail et souvent expliqués qualitativement au cours de notre travail, il reste encore plusieurs questions importante à résoudre. Il nous semble en particulier prioritaire d'examiner de manière approfondie le transfert de masse au cours de l'écoulement et son évolution temporelle. Le développement des instabilités constitue l'autre axe de recherche à envisager. Enfin, il serait intéressant d'étendre les résultats de ce travail à d'autres systèmes physiques ayant des propriétés de confinement ou de transfert de masse similaires : fluides non miscibles, suspensions de particules ou encore convection thermique.

7.2.1 Transition entre mélange confiné et non confiné

Une des caractéristiques essentielles de notre système expérimental est le confinement par les parois du tube qui influence fortement le développement des différents modes d'instabilité et le processus de mélange. Il nous paraît nécessaire d'étudier spécifiquement plusieurs aspects de son influence.

Un objectif particulièrement intéressant serait de déterminer s'il existe une taille caractéristique transverse du tube marquant la transition entre des comportements confinés et non confinés. On pourra par exemple répéter les expériences dans des tubes de diamètre de plus en plus grand; une étude antérieure a en effet montré que, dans des tubes de 44 mm de diamètre, le comportement différait fortement de celui observé dans les tubes plus petits [32]. Nous pourrions par exemple augmenter le nombre de Reynolds Re_t afin d'avoir un écoulement turbulent plus intense et explorer le deuxième régime de mélange, celui existant à $Re_t > 900$ mis en évidence par Séon (section 1.3). Il serait intéressant de

voir si l'écoulement secondaire de quatre cellules contrarotatives persiste lorsque le nombre de Reynolds augmente.

7.2.2 Caractéristiques spatio-temporelles des écoulements ; intermittence et instabilités

L'origine des instabilités de cisaillement, qui peuvent se développer en arrière du front d'interpénétration, et leur propagation au sein de l'écoulement est une des questions majeures qui subsistent à la suite de la présente étude. Ces instabilités, essentielles pour assurer un mélange efficace, se propagent dans la zone de mélange et peuvent soit s'amortir pendant leur propagation, soit se développer et provoquer le mélange transverse.

Par l'utilisation de caméras ayant une fréquence d'acquisition plus rapide que les 2 Hz de notre caméra, nous pourrions, étant mieux résolu en temps, capturer plus précisément la déstabilisation du contre-écoulement. L'éclairage sur une plus grande longueur de tube, nécessitant un laser plus puissant pour conserver un temps de pose réduit et donc une bonne qualité d'image, permettra de suivre le développement des instabilités de cisaillement le long de l'écoulement.

7.2.3 Etude locale du transfert de masse dans l'écoulement et généralisation à d'autres systèmes

Analyse des fluctuations de vitesse et de concentration

Les fluctuations de vitesse turbulentes transportent au cours du mélange, dans la partie centrale de l'écoulement, non seulement de la quantité de mouvement mais aussi de la masse, ce qui entraîne le mélange des fluides. Connaître les propriétés de ce dernier transport est essentiel pour comprendre l'écoulement. Pour obtenir les profils transverses moyens de $\langle u'_i c' \rangle$, un montage de mesure simultanée de champs de vitesse par PIV et de champ de concentration par LIF est nécessaire. Le développement de celui-ci a pu commencer en 2008-2009 grâce à une post-doctorante présente au laboratoire FAST, Yukie Tanino.

Comme pour la quantité de mouvement, une modélisation de type longueur de mélange pourra être utilisée : Ecke *et al* [65] ont trouvé, dans le régime stationnaire d'un courant de gravité sur support incliné, que les longueurs de mélange associées au transfert de la quantité de mouvement et de la masse avaient une variation et une valeur quasiment identiques. Il serait intéressant de voir si l'on aboutit à des résultats semblables.

Un tel montage pourrait aussi nous aider à comprendre les lois d'échelles établies par Séon [87] sur la vitesse d'avancée des fronts d'interpénétration. Pour ce faire, l'exploration de la déstabilisation et des transferts provoqués par l'arrivée du front d'interpénétration sera nécessaire. La détermination de la variation du flux massique turbulent transverse à l'écoulement moyen est particulièrement importante pour comprendre l'évolution temporelle du profil le long du tube de la concentration moyenne dans la section. Séon *et al.* [87] ont montré que, dans le régime de diffusion macroscopique, l'évolution de ce profil au cours du temps pouvait être décrite par une loi de diffusion macroscopique caractérisée par un coefficient D . La valeur de D est déterminée à la fois par les vitesses des deux écoulements en sens inverse et par le transfert entre ceux-ci qui caractérise le mélange transverse. La mesure du transfert transverse sera donc cruciale pour comprendre les lois d'échelles expérimentales trouvées pour ce coefficient D .

7.2.4 Extension des résultats obtenus à d'autres systèmes

Fluides non miscibles

Au cours de cette thèse nous n'avons utilisé que des fluides miscibles newtoniens. Pour des fluides non miscibles de densités différentes, la différence majeure est, évidemment, l'absence de diffusion moléculaire et la présence d'une tension de surface qui stabilise l'interface entre les fluides. Des expériences exploratoires, utilisant de l'huile silicone et de l'eau salée ont mis en évidence la constance de la vitesse de front quel que soit l'angle d'inclinaison du tube. L'action stabilisatrice de la tension de surface permet d'avoir un domaine d'existence de régime sans mélange beaucoup plus large. Une exploration plus détaillée des écoulements en fonction de la tension de surface, de la viscosité et de la différence de densité est nécessaire pour mieux identifier les régimes d'écoulement, et leurs transitions, observés en arrière des fronts d'interpénétration : aux forts angles d'inclinaison par rapport à la verticale, on observe un contre-écoulement des deux fluides avec plus ou moins de perturbations de l'interface ; près de la verticale, il apparaît des émulsions et/ou des suspensions de gouttelettes (une part significative de l'énergie potentielle de gravité est dissipée dans la génération de ces nouvelles interfaces).

Certains codes numériques tels que celui développé par l'équipe de Jacques Magnaudet à l'IMFT peuvent traiter le cas des fluides non miscibles et pourraient servir de base de comparaison.

Suspensions de particules

Pour une suspension de particules, un problème très proche de nos expériences est la sédimentation de particules en tube incliné. Il fait en effet intervenir un contre-écoulement avec des instabilités, un mouvement global dû à des contrastes de densité et une ségrégation transverse. Par rapport au cas du tube vertical, la sédimentation est beaucoup plus rapide en tube incliné, c'est l'effet Boycott [11]. Cet effet a déjà été beaucoup étudié mais il serait intéressant d'expliquer et de modéliser la transition entre régimes à partir d'expériences du type des nôtres. Les résultats pourraient, par exemple, être comparés à des simulations numériques utilisant un suivi de particules par méthode lagrangienne ; celles-ci ont, en effet, permis de modéliser le problème comparable de l'effet des forces d'Archimède dans les écoulements de bulles [23].

Régime d'écoulement permanent et convection thermique

L'une des améliorations majeures du dispositif expérimental serait de pouvoir disposer d'un écoulement véritablement permanent plutôt que de notre écoulement transitoire. Pour cela, le tube devrait être alimenté par deux réservoirs, l'un de fluide léger en bas et l'autre de fluide lourd en haut. Avec une évacuation permanente des fluides une fois qu'ils sont passés dans le tube, nous pouvons espérer atteindre des régimes stationnaires pendant suffisamment de temps pour rendre possible une analyse statistique des écoulements de mélange intermittent.

Ce nouveau dispositif est à rapprocher d'une expérience de convection thermique turbulente de Rayleigh-Bénard en canal, développée à l'École Normale Supérieure de Lyon par Bernard Castaing et Francesca Chillà. Une chambre où est chauffé le fluide est reliée, via un canal, à une chambre, située au dessus, où est refroidi le fluide. En régime de convection permanente, le champ de vitesse et celui de température sont mesurés simultanément [41] permettant une étude du transport de quantité de mouvement et de chaleur et une modélisation à l'aide d'une longueur de mélange. Une étude fouillée a été réalisée avec un canal

vertical et il serait intéressant de comparer nos résultats avec ceux que commence à obtenir l'équipe de Bernard Castaing en inclinant leur canal.

Au final, notre dispositif expérimental, simple dans son principe, a révélé une grande richesse d'écoulements suivant les valeurs de l'angle d'inclinaison du tube et du contraste de densité initial entre les deux fluides : contre-écoulement laminaire, écoulement laminaire avec bouffées turbulentes, régime de mélange turbulent. Cette thèse a permis de les identifier et d'établir ainsi une carte des types d'écoulements en fonction des paramètres de contrôle. Nous avons analysé le transfert de quantité de mouvement pour les écoulements stationnaires et découvert l'importance du mélange induit par les vitesses transverses à l'écoulement. Enfin, nous avons débuté une analyse de stabilité du mélange mettant en évidence les questions majeures du transfert de masse et l'origine et de la propagation des instabilités dans l'écoulement

Bibliographie

- [1] *La Sainte Bible*, Alliance Biblique Universelle, 1988.
- [2] C. Aarcoumanis, J.J. McGuik, and J.M.L.M. Palma, *On the use of fluorescence dyes for concentration measurements in water flows*, *Exp. Fluids* **10** (1990), 177–190.
- [3] R.J. Adrian, *Particule-image techniques for experimental fluid mechanics*, *Ann. Rev. Fluid. Mech.* **23** (1991), 261–304.
- [4] M.S. Altinakar, W.H. Graf, and E.J. Hopfinger, *Flow structure in turbidity currents*, *J. Hydraul. Res* **34** (1996), 713–718.
- [5] P.S. Karasso and M.G. Mungal, *PLIF measurements in aqueous flows using the Nd :YAG laser*, *Exp. Fluids* **23** (1997).
- [6] M.H.I. Baird, K. Aravamudan, N.V.R. Rao, J. Chadam, and A.P. Peirce, *Unsteady axial mixing by natural convection in a vertical column*, *AIChE J.* **38** (1992), no. 11, 1825–1834.
- [7] M.O.N. Baringer and J.F. Price, *Mixing and spreading of the Mediterranean outflow*, *J. Phys. Oceanography* **27** (1997), no. 8, 1654–1677.
- [8] M. Le Bars and A. Davaille, *Large interface deformation in two-layer thermal convection of miscible viscous fluids*, *J. Fluid. Mech.* **469** (2002), 121–160.
- [9] T.B. Benjamin, *Gravity currents and related phenomena*, *J. Fluid. Mech.* **31** (2006), no. 02, 209–248.
- [10] T. Bonometti and S. Balachandar, *Effect of Schmidt number on the structure and propagation of density currents*, *Theor. Comput. Fluid Dyn.* **22** (2008), 341–361.
- [11] A.E. Boycott, *Sedimentation of blood corpuscles*, *Nature* **104** (1920), no. 2621, 532.
- [12] P. Bradshaw, *Turbulent secondary flows*, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **19** (1987), no. 1, 53–74.
- [13] R.E. Britter and P.F. Linden, *The motion of the front of a gravity current travelling down an incline*, *J. Fluid. Mech.* **99** (1980), no. 03, 531–543.
- [14] R.E. Britter and J.E. Simpson, *Experiments on the dynamics of a gravity current head*, *J. Fluid. Mech.* **88** (1978), no. 02, 223–240.
- [15] K.A. Browning and C.D. Watkins, *Observations of Clear Air Turbulence by High Power Radar*, *Nature* **227** (1970), no. 5255, 260–263.
- [16] J.B. Cannon and E.E. Zukoski, *Turbulent mixing in vertical shafts under conditions applicable to fires in high rise buildings*, Technical Fire Report n°1 to the National Science Foundation, California Institute of Technology, Pasadena, California (1975).
- [17] M.I. Cantero, J.R. Lee, S. Balachandar, and M.H. Garcia, *On the front velocity of density current*, *J. Fluid Mech.* **586** (2007), 1–39.
- [18] P. Chakraborty, S. Balachandar, and R.J. Adrian, *On the relationships between local vortex identification schemes*, *J. Fluid. Mech.* **535** (2005), 189–214.

- [19] J.W. Chan, D.B. Lang, and P.E. Dimotakis, *Scalar concentration measurements in liquid-phase flows with pulsed laser*, Exp. Fluids **36** (2004), 268–273.
- [20] S. Chandrasekhar, *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*, Oxford, Clarendon Press, 1961.
- [21] Francois Charru, *Instabilités hydrodynamiques*, EDP Sciences/CNRS éditions, 2007.
- [22] P. Chassaing, *Turbulence en mécanique des fluides*, Cépaduès-Éditions, 2000.
- [23] E. Climent and J. Magnaudet, *Large-scale simulations of bubble-induced convection in a liquid layer*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999), no. 24, 4827–4830.
- [24] G. Comte-Bellot, *Hot-wire anemometry*, Ann. Rev. Fluid. Mech. **8** (1976), 209–231.
- [25] A. W. Cook and P.E. Dimotakis, *Transition stages of Rayleigh–Taylor instability between miscible fluids*, J. Fluid. Mech. **443** (2001), 69–99.
- [26] J. Coppeta and C. Rogers, *Dual emission laser induced fluorescence for direct planar scalar behaviour*, Exp. Fluids **25** (1998), 1–15.
- [27] I. Van Cruyningen, A. Lozano, and R.K. Hanson, *Quantitative imaging of concentration by planar laser-induced fluorescence*, Exp. Fluids **10** (1990), 41–49.
- [28] S.B. Dalziel, P.F. Linden, and D.L. Youngs, *Self-similarity and internal structure of turbulence induced by Rayleigh–Taylor instability*, J. Fluid. Mech. **399** (1999), 1–48.
- [29] G.J. Daviero, P.J.W. Roberts, and K. Maile, *Refractive index matching in large-scale stratified experiments*, Exp. Fluids **31** (2001), 119–126.
- [30] I.P.D. De Silva, H.J.S. Fernando, F. Eaton, and D. Hebert, *Evolution of Kelvin–Helmholtz billows in nature and laboratory*, Earth Planet. Sci. Lett. **143** (1996), no. 1–4, 217–231.
- [31] M. Debacq, V. Fanguet, J.P. Hulin, D. Salin, and B. Perrin, *Self-similar concentration profiles in buoyant mixing of miscible fluids in a vertical tube*, Phys. Fluids **13** (2001), no. 11, 3097–3100.
- [32] M. Debacq, J.P. Hulin, D. Salin, B. Perrin, and E.J. Hinch, *Buoyant mixing of miscible fluids of varying viscosities in vertical tubes*, Phys. Fluids **15** (2003), no. 12, 3846–3855.
- [33] A. Defina, S. Lanzoni, and F.M. Susin, *Stability of a stratified viscous shear flow in a tilted tube*, Phys. Fluids **11** (1999), 344–355.
- [34] A.O. Demuren and W. Rodi, *Calculation of turbulence-driven secondary motion in non-circular ducts*, J. Fluid. Mech. **140** (1984), 189–222.
- [35] G. Dimonte, D.L. Youngs, A. Dimits, S. Weber, M. Marinak, S. Wunsch, C. Garasi, A. Robinson, M.J. Andrews, P. Ramaprabhu, et al., *A comparative study of the turbulent Rayleigh–Taylor instability using high-resolution three-dimensional numerical simulations : The Alpha-Group collaboration*, Phys. Fluids **16** (2004), 1668.
- [36] P.E. Dimotakis, *The mixing transition in turbulent flows*, J. Fluid. Mech. **409** (2000), 69–98.
- [37] P.G. Drazin and W.H. Reid, *Hydrodynamic stability*, Cambridge Univ. Press, 1981.
- [38] T.H. Ellison and J.S. Turner, *Turbulent entrainment in stratified flows*, J. Fluid. Mech. **6** (1959), no. 03, 423–448.
- [39] H.J.S. Fernando, *Turbulent mixing in stratified fluids*, Annu. Rev. Fluid Mech. **23** (1991), no. 1, 455–493.

- [40] R. Fjørtof, *Application of integrals theorems in deriving criteria of stability for laminar flows for the baroclinic circular vortex*, Geofys. Publ. Oslo **17** (1950), no. 6, 1–52.
- [41] M. Gibert, *Convection thermique turbulente : panaches et fluctuations*, Ph.D. thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 2007.
- [42] La Vision GmbH, Anna-Vandenhoeck-Ring 19, D-37081 Goettingen, Germany.
- [43] Microparticle GmbH, Volmerstr. 9A, UTZ, Geb.3.5.1, D-12489 Berlin, Germany.
- [44] E. Guyon, J.P. Hulin, and L. Petit, *Hydrodynamique physique*, EDP Sciences/ CNRS Editions, 2001.
- [45] Y. Hallez, *mélange gravitationnel de fluides en géométrie confinée*, Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.
- [46] Y. Hallez and J. Magnaudet, *Effects of channel geometry on buoyancy-driven mixing*, Phys. Fluids **20** (2008), no. 053306.
- [47] ———, *Turbulence-induced secondary motion in a buoyancy-driven flow in a circular pipe*, Phys. Fluids **21** (2009), no. 081704.
- [48] P. Hazel, *Numerical studies of the stability of inviscid stratified shear flows*, J. Fluid Mech. **51** (1972), 39–51.
- [49] F. Hecht, O. Pironneau, J. Morice, A. Le Hyaric, and K. Ohtsuka, *Freefem++, version 3.0-1*, <http://www.freefem.org/ff++> (2007).
- [50] C.M. Ho and P. Huerre, *Perturbed free shear layers*, Annu. Rev. Fluid Mech. **16** (1984), 365–422.
- [51] J. Holmboe, *On the behavior of symmetric waves in stratified shear layer*, Geophys. Publ. **24** (1962), 67–113.
- [52] L.N. Howard, *Note on a paper of John W. Miles*, J. Fluid. Mech. **10** (1961), 509–512.
- [53] H.E. Huppert and J.E. Simpson, *The slumping of gravity currents*, J. Fluid. Mech. **99** (1980), no. 04, 785–799.
- [54] C. Härtel, E. Meiburg, and F. Necker, *Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head. Part 1. Flow topology and front speed for slip and no-slip boundaries*, J. Fluid. Mech. **418** (2000), 189–212.
- [55] B. Kneller and C. Buckee, *The structure and fluid mechanics of turbidity currents : a review of some recent studies and their geological implications*, Sedimentology **47** (2000), 62–94.
- [56] B.C. Kneller, S.J. Bennett, and W.D. McCaffrey, *Velocity and turbulence structure of density currents and internal solitary waves : potential sediment transport and the formation of waves ripples in deep water*, Sediment Geol. **112** (1997), 235–250.
- [57] ———, *Velocity structure, turbulence and fluid stresses in experimental gravity currents*, J. Geophys. Res. **104** (1999), no. C3, 5381–5391.
- [58] H.J. Kull, *Theory of the Rayleigh-Taylor instability*, Phys. Rep. **206** (1991), no. 5, 197–325.
- [59] P. K. Kundu and R. C. Beardsley, *Evidence of a critical Richardson number in moored measurements during the upwelling season of Northern California*, J. Geophys. Res. **37** (1991), 643–655.
- [60] Lawrence, G. A., F.K. Browand, and L.G. Redekopp, *The stability of a sheared density interface*, Phys. Fluids **3** (1991), no. 10, 2360–2370.

- [61] C.G. Lomas, *Fundamentals of hot-wire anemometry*, Cambridge University Press, 1986.
- [62] J.W. Miles, *On the stability of heterogeneous shear flows*, J. Fluid. Mech. **10** (1961), 496–508.
- [63] P. Monti, G. Querzoli, A. Cenedese, and S. Piccinini, *Mixing properties of a stably stratified parallel shear flow*, Phys. Fluids **19** (2007), no. 085104.
- [64] J. N. Moum, D. R. Cadwell, and C.A. Paulson, *Mixing in the equatorial surface layer*, J. Geophys. Res. **94** (1989), 2005–2021.
- [65] P. Odier, J. Chen, M.K. Rivera, and R.E. Ecke, *Fluid mixing in stratified gravity currents : the Prandtl mixing length*, Phys. Rev. Lett. **102** (2009), no. 134504.
- [66] W.R. Peltier and C.P. Caulfield, *Mixing efficiency in stratified shear flows*, Annu. Rev. Fluid Mech. **35** (2003), no. 1, 135–167.
- [67] O. Pouliquen, J.M. Chomaz, and P. Huerre, *Propagating Holmboe waves at the interface between two immiscible fluids*, J. Fluid. Mech. **266** (1994), 277–302.
- [68] M. Raffel, C. Willert, S. Wereley, and J. Kompenhans, *Particle image velocimetry : a practical guide*, Springer-Verlag, Heidelberg, 2007.
- [69] L. Rayleigh, *On the stability, or instability, of certain fluid motion*, Proc. Lond. Math. Soc **11** (1880), 57–70.
- [70] K.I. Read, *Experimental investigation of turbulent mixing by Rayleigh-Taylor instability*, Physica D **12** (1984), no. 1-3.
- [71] O. Reynolds, *An Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. **174** (1883), 935–982.
- [72] J.W. Rottman and J.E. Simpson, *Gravity currents produced by instantaneous releases of a heavy fluid in a rectangular channel*, J. Fluid. Mech. **135** (1983), 95–110.
- [73] W. Schmidt, *Zur Mechanik der Bön*, Z. Meteor. **28** (1911), 355–362.
- [74] D.H. Sharp, *An overview of Rayleigh-Taylor instability*, Physica D **12** (1984), no. 1-3.
- [75] J.O. Shin, S.B. Dalziel, and P.F. Linden, *Gravity currents produced by lock exchange*, J. Fluid. Mech. **521** (2004), 1–34.
- [76] J.E. Simpson, *Gravity current in the environment and the laboratory*, Cambridge University Press, 1997.
- [77] J.E. Simpson and R.E. Britter, *The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface*, J. Fluid. Mech. **94** (1979), 477–495.
- [78] J.E. Simpson and R.E. Britter, *The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface*, J. Fluid. Mech. **94** (1979), no. 03, 477–495.
- [79] W.D. Smyth, G.P. Klaassen, and W.R. Peltier, *Finite amplitude holmboe waves*, Geophys. Astrophys. Fluid dyn. **10** (1988), 53.
- [80] W.D. Smyth and J.N. Moum, *Length scales of turbulence in stably stratified mixing layers*, Phys. Fluids **12** (2000), no. 6, 1327–1342.
- [81] H. B. Squire, *On the stability of three-dimensional disturbances of viscous flow between parallel walls*, Proc. R. Soc. Lond. **142** (1933), no. A, 621–628.
- [82] M.W. Stacey and A.J. Bowen, *The vertical structure of density and turbidity currents : theory and observations*, J. Geophys. Res. **93** (1988), no. C4, 3528–3542.

- [83] ———, *The vertical structure of turbidity currents and a necessary condition for self-maintenance*, J. Geophys. Res. **93** (1988), no. C4, 3543–3553.
- [84] E.J. Strang and H.J.S. Fernando, *Entrainment and mixing in stratified shear flows*, J. Fluid. Mech. **428** (2001), 349–386.
- [85] ———, *Vertical mixing and transports through a stratified shear layer*, J. Phys. Oceanography **31** (2001), no. 8, 2026–2048.
- [86] J.A. Sutton, B.T. Fisher, and J.W. Fleming, *A laser-induced fluorescence measurement for aqueous fluid flows with improved temperature sensitivity*, Exp. Fluids **45** (2008), 869–881.
- [87] T. Séon, *Du mélange turbulent aux courants de gravité en géométrie confinée*, Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie -Paris 6, 2006.
- [88] T. Séon, J.P. Hulin, D. Salin, B. Perrin, and E.J. Hinch, *Buoyant mixing of miscible fluids in tilted tubes*, Phys. Fluids **16** (2004), no. 12, 103–106.
- [89] ———, *Buoyancy driven miscible front dynamics in tilted tubes*, Phys. Fluids **17** (2005), no. 31702.
- [90] ———, *Laser-induced fluorescence measurements of buoyancy driven mixing in tilted tubes*, Phys. Fluids **18** (2006), no. 041701.
- [91] T. Séon, J. Znaien, D. Salin, J.P. Hulin, E.J. Hinch, and B. Perrin, *Transient buoyancy-driven front dynamics in nearly horizontal tubes*, Phys. Fluids **19** (2007), no. 123603.
- [92] S. Tait and C. Jaupart, *Compositional convection in viscous melts*, Nature **338** (1989), 571–754.
- [93] G.I. Taylor, *The Instability of Liquid Surfaces when Accelerated in a Direction Perpendicular to their Planes. I*, Proc. R. Soc. London, Ser. A **201** (1950), no. 1065, 192–196.
- [94] ———, *Diffusion and mass transport in tubes*, Proc. Roy. Soc., Ser. B **67** (1954), 857–869.
- [95] H. Tennekes and J.L. Lumley, *A first course in turbulence*, MIT Press, 1972.
- [96] S.A. Thorpe, *A method of producing a shear flow in a stratified fluid*, J. Fluid. Mech. **32** (1968), 693–704.
- [97] ———, *Experiments on the stability of stratified shear flows*, Radio Sci. **4** (1969), 1327–1331.
- [98] ———, *Experiments on the stability of stratified shear flows : immiscible fluids*, J. Fluid. Mech. **39** (1969), 25.
- [99] ———, *Experiments on the instability of stratified shear flows : miscible fluids*, J. Fluid. Mech. **46** (1971), 299–319.
- [100] ———, *Experiments on instability and turbulence in a stratified shear flow*, J. Fluid. Mech. **61** (1973), 731–751.
- [101] ———, *Laboratory observations of secondary structures in Kelvin-Helmholtz billows and consequences for ocean mixing*, Geophys. Astrophys. Fluid dyn. **34** (1985), 175–199.
- [102] ———, *Transitional phenomena and the development of turbulence in stratified fluids : a review*, J. Geophys. Res. **92** (1987), no. C5, 5231–5248.

- [103] G.A. Voth, A. La Porta, A.M. Crawford, J. Alexander, and E. Bodenschatz, *Measurement of particle accelerations in fully developed turbulence*, J. Fluid. Mech. **469** (2002), 121–160.
- [104] R.C. Weast and M.J. Astle (eds.), *Crc handbook of chemistry and physics*, 63 ed., CRC Press, 1982.
- [105] R.A. Wooding, *Instability of a viscous liquid of variable density in a vertical Hele-Shaw cell*, J. Fluid. Mech. **7** (1959), no. 04, 501–515.
- [106] ———, *Growth of fingers at an unstable diffusing interface in a porous medium or Hele-Shaw cell*, J. Fluid. Mech. **39** (1969), no. 03, 477–495.
- [107] J.D. Woods, *Wave-induced shear instability in the summer thermocline*, J. Fluid. Mech. **32** (1968), 791–800.
- [108] D.L. Youngs, *Numerical simulation of turbulent mixing by Rayleigh-Taylor instability*, Physica D **12** (1984), no. 1-3.
- [109] ———, *Modelling turbulent mixing by Rayleigh-Taylor instability*, Physica D **37** (1989), no. 1-3.
- [110] ———, *Three-dimensional numerical simulation of turbulent mixing by Rayleigh-Taylor instability*, Phys. Fluids A **3** (1991), 1312.
- [111] ———, *Rayleigh-Taylor instability : numerical simulation and experiment*, Plasma Phys. and Controlled Fusion **34** (1992), 2071–2076.
- [112] E.E. Zukoski, *A review of flows driven by natural convection in adiabatic shafts*, NIST report NIST-GCR-95-679 (1995).

Résumé

Ce travail expérimental analyse le mélange de deux fluides miscibles associé à un écoulement induit par gravité dans la géométrie confinée d'un tube incliné.

Nous avons, dans cette thèse, étudié, à l'échelle locale, le mélange induit par gravité de deux fluides miscibles de densités différentes dans un long tube incliné. Nous avons mesuré, sur des expériences indépendantes, les champs de vitesse (PIV) et les champs de concentration (LIF) dans un plan diamétral vertical. Avec l'aide des profils de vitesse et de concentration moyenne nous avons pu établir une carte des régimes d'écoulement observés en fonction des paramètres de contrôles : angle d'inclinaison du tube θ (repéré par rapport à la verticale) variant de 15° à 60° , et contraste de densité caractérisé par le nombre d'Atwood At allant de 10^{-3} à 10^{-2} . Nous avons étudié le transport de quantité de mouvement dans les régimes d'écoulement quasi-stationnaires en comparant les résultats expérimentaux à des modèles simples et à des simulations numériques. Nous nous sommes également intéressés et la stationnarité et la stabilité des écoulements.

Abstract

The buoyancy driven mixing of two fluids of different densities (Atwood numbers $10^{-3} \leq At \leq 10^{-2}$) interpenetrating each other has been studied at the local scale in a 20mm diameter tube tilted at an angle $15^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ from vertical. The velocity and concentration maps are measured by means of PIV and LIF techniques in a vertical diametral plane. At large angles ($\theta = 45 - 60^\circ$) and low density contrast ($At=10^{-3}$) the flow is laminar with three layers of different densities stabilized by transverse gravity. At high At ($4 \cdot 10^{-3} - 10^{-2}$) and low θ (15° - 30°) there is a turbulent shear mixing region with linear velocity and concentration transverse profiles in the middle of the tube section and with two channels of less mixed fluids at the top and bottom. The size of the channels increases at lower At and higher θ . The local viscous and turbulent momentum fluxes have been determined and their variation in the section and their dependence on θ will be discussed. At intermediate At and θ values, isolated or periodic turbulent bursts between which the flow returns to laminar are observed and both the velocity and concentration spatial correlations have been determined.