



**HAL**  
open science

# Condensat de Bose-Einstein de sodium dans un piège mésoscopique

Emmanuel Mimoun

► **To cite this version:**

Emmanuel Mimoun. Condensat de Bose-Einstein de sodium dans un piège mésoscopique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT : . tel-00527457

**HAL Id: tel-00527457**

**<https://theses.hal.science/tel-00527457>**

Submitted on 19 Oct 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE de DOCTORAT de l'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité :  
Physique Quantique

présentée par

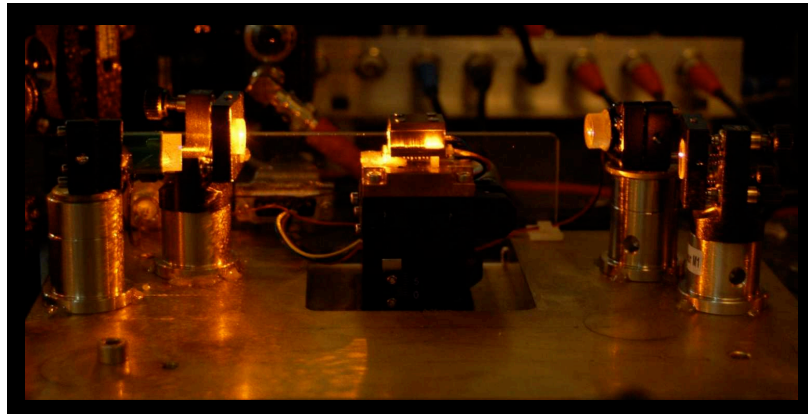
**Emmanuel Mimoun**

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS 6

---

**Condensat de Bose-Einstein de sodium  
dans un piège mésoscopique**

---



**A soutenir le 28 septembre 2010**

devant le jury composé de :

- |                                    |                    |
|------------------------------------|--------------------|
| <b>M. Stefan KUHR</b> .....        | Rapporteur         |
| <b>M. Pascal SZRIFTGISER</b> ..... | Rapporteur         |
| <b>M. David PUREUR</b> .....       | Examineur          |
| <b>M. Jakob REICHEL</b> .....      | Examineur          |
| <b>M. Jean DALIBARD</b> .....      | Directeur de thèse |



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>I Condensats de Bose-Einstein mésoscopiques et états quantiques fortement corrélés</b>	<b>15</b>
<b>1 Condensation de Bose-Einstein dans un piège de profondeur finie</b>	<b>19</b>
1.1 Rappels sur la condensation de Bose-Einstein	20
1.1.1 Condensation de Bose-Einstein d'un gaz idéal dans un piège harmonique à trois dimensions	20
1.1.2 Rôle des interactions : équation de Gross-Pitaevskii	21
1.2 Existence d'un état lié dans un piège de profondeur finie	22
1.2.1 Rôle de la dimension sur l'existence d'un état lié dans le cas idéal	23
1.2.2 Méthode variationnelle en présence d'interactions	24
1.3 Condensat de Bose-Einstein dans un piège gaussien unidimensionnel	27
1.3.1 Résolution numérique	28
1.3.2 "Seuil d'explosion" de la taille de l'état fondamental	28
1.4 Excitations collectives dans un piège gaussien unidimensionnel	30
1.4.1 Etats excités dans le cas idéal	31
1.4.2 L'équation de Bogoliubov-de Gennes	36
1.4.3 Résolution numérique : spectre et nature des états excités	38
1.4.4 Fraction d'atomes piégés non-condensés	41
1.5 Pertes et chauffage dans le piège	42
1.5.1 Dispositif expérimental envisagé	42
1.5.2 Sources de pertes et de chauffage dans un piège optique	44
1.5.3 Fluctuations d'intensité du piège	45
1.5.4 Recouvrement entre l'état fondamental lié et les états excités non-piégés	48
1.6 Conclusion	50
<b>2 Condensats spinoriels fortement corrélés</b>	<b>53</b>
2.1 Description théorique d'un condensat spinoriel	54
2.1.1 Hamiltonien d'interaction	54
2.1.2 Approximation à un mode unique	56
2.1.3 Condensat spinoriel de sodium	58
2.1.4 Contrôle externe du spin par un champ magnétique oscillant	59
2.2 Génération d'états corrélés avec un condensat de spin 1	62

2.2.1	Etat fondamental d'un condensat de spin 1 dans un champ magnétique . . . . .	62
2.2.2	Description du condensat dans l'état singulet . . . . .	65
2.2.3	Comparaison entre état singulet et état cohérent . . . . .	66
2.2.4	Passage adiabatique vers l'état singulet . . . . .	67
2.3	Superposition macroscopique pour un condensat de spin 1/2 . . . . .	70
2.3.1	Condensat à deux états de spin . . . . .	70
2.3.2	Phase des états quantiques et interférométrie . . . . .	72
2.3.3	Chat de Schrödinger spinoriel . . . . .	75
2.3.4	Rôles de pertes . . . . .	80
 <b>II Laser tout-solide pour le refroidissement de l'atome de sodium <math>^{23}\text{Na}</math></b>		<b>85</b>
 <b>3 Somme de fréquence non linéaire en cavité</b>		<b>89</b>
3.1	Somme de fréquence dans un cristal non linéaire . . . . .	90
3.1.1	Les équations régissant la somme de fréquence . . . . .	90
3.1.2	Puissance produite dans le cas de faisceaux collimatés . . . . .	93
3.1.3	Cristaux périodiquement polarisés et accord de phase . . . . .	94
3.1.4	Faisceaux gaussiens focalisés : théorie de Boyd-Kleinman . . . . .	96
3.2	Cavité doublement résonnante et conversion non linéaire . . . . .	100
3.2.1	Rappels sur les cavités optiques . . . . .	100
3.2.2	Cavité doublement résonnante et conversion non linéaire . . . . .	103
3.3	Optimisation de l'efficacité de conversion . . . . .	103
3.3.1	Cas idéal : conversion totale . . . . .	104
3.3.2	Prise en compte des pertes . . . . .	106
3.3.3	Conclusion . . . . .	108
 <b>4 Réalisation expérimentale d'un laser à 589 nm par somme de fréquence</b>		<b>109</b>
4.1	Dispositif expérimental . . . . .	110
4.1.1	Réalisation de la cavité optique pour la somme de fréquence . . . . .	110
4.1.2	Description détaillée du système . . . . .	113
4.2	Asservissements électroniques intriqués . . . . .	117
4.2.1	Principe général . . . . .	117
4.2.2	Haute efficacité de conversion et asservissement . . . . .	119
4.2.3	Optimisation de la robustesse de l'asservissement . . . . .	120
4.3	Caractérisation du laser à 589 nm . . . . .	121
4.3.1	Comparaison à la théorie . . . . .	121
4.3.2	Stabilité en intensité, qualité du mode spatial . . . . .	123
4.3.3	Asservissement du laser pour le refroidissement du sodium . . . . .	123
4.4	Collaboration avec le MIT . . . . .	126
4.5	Conclusion . . . . .	128

<b>III Réalisation expérimentale d'un micro-condensat dans un piège optique mésoscopique</b>	<b>129</b>
<b>5 Conception du dispositif expérimental et refroidissement laser</b>	<b>133</b>
5.1 Interface informatique . . . . .	134
5.1.1 Organisation de la prise de données . . . . .	134
5.1.2 Contrôle informatique des entrées/sorties . . . . .	136
5.2 Dispositif expérimental robuste face aux perturbations . . . . .	137
5.2.1 Enceinte à vide amagnétique . . . . .	137
5.2.2 Compacité du montage expérimental . . . . .	139
5.3 Réalisation du piège magnéto-optique . . . . .	140
5.3.1 Sources atomiques pour le chargement . . . . .	141
5.3.2 Montage expérimental . . . . .	142
5.3.3 Imagerie par absorption . . . . .	146
5.3.4 Paramètres du PMO . . . . .	148
5.4 Désorption induite par la lumière (LIAD) . . . . .	149
5.4.1 Un modèle pour le chargement du PMO . . . . .	149
5.4.2 Chargement du PMO par LIAD . . . . .	150
5.4.3 Constante de temps du processus de désorption . . . . .	153
5.4.4 Durée de vie dans un piège optique et LIAD . . . . .	154
5.4.5 Conclusion . . . . .	156
<b>6 Atomes de sodium dans un piège dipolaire optique</b>	<b>159</b>
6.1 Pièges non dissipatifs et refroidissement par évaporation . . . . .	159
6.2 Piège dipolaire optique . . . . .	161
6.2.1 Le potentiel dipolaire . . . . .	161
6.2.2 Réalisation expérimentale . . . . .	165
6.3 Contrôle et asservissement de l'intensité du piège . . . . .	166
6.3.1 Contrôle de l'intensité du laser . . . . .	166
6.3.2 Asservissement de l'intensité de laser . . . . .	168
6.3.3 Coupure du piège et temps de vol . . . . .	168
6.4 Capture des atomes dans le piège dipolaire . . . . .	170
6.4.1 Alignement du piège dipolaire croisé . . . . .	170
6.4.2 Séquence de transfert depuis le PMO vers le piège dipolaire . . . . .	171
6.4.3 Optimisation du branchement du piège dipolaire à haute puissance . . . . .	173
6.5 Refroidissement par évaporation dans le piège croisé . . . . .	176
6.5.1 Modélisation de l'évaporation . . . . .	177
6.5.2 Évaporation libre . . . . .	179
6.5.3 Optimisation de la rampe d'évaporation . . . . .	180
<b>7 Condensat de Bose-Einstein dans un micro-piège optique</b>	<b>183</b>
7.1 Objectif de grande ouverture numérique . . . . .	184
7.1.1 Conception et caractéristiques techniques . . . . .	184
7.1.2 Piège dipolaire fortement focalisé ( <i>dimple</i> ) . . . . .	186
7.1.3 Imagerie haute résolution . . . . .	188

7.2	Condensation dans le piège fortement focalisé . . . . .	189
7.2.1	Transfert évaporatif depuis le piège croisé . . . . .	189
7.2.2	Evolution de la densité dans l'espace des phases . . . . .	192
7.2.3	Mesure de la fraction condensée . . . . .	195
7.3	Imagerie par fluorescence . . . . .	196
7.3.1	Nuage atomique dans une mélasse optique . . . . .	197
7.3.2	Comptage des atomes par fluorescence . . . . .	199
7.3.3	Condensats spinoriels . . . . .	201
7.4	Vers piège avec un unique état lié . . . . .	203
7.5	Conclusion . . . . .	205
	<b>Conclusion</b>	<b>207</b>
	<b>Annexe A Condensat dans un piège 1D de profondeur finie</b>	<b>213</b>
A.1	Résolution numérique de l'équation de Gross-Pitaevskii . . . . .	213
A.2	La méthode WKB pour un BEC 1D dans un piège de profondeur finie . . . . .	214
	<b>Annexe B Hamiltonien d'interaction à N corps pour un condensat spinoriel</b>	<b>217</b>
B.1	Interaction à deux corps . . . . .	217
B.2	Hamiltonien à $N$ corps . . . . .	218
	<b>Annexe C Contrôle informatique de l'expérience</b>	<b>221</b>
C.1	Synchronisation des cartes d'entrées/sorties . . . . .	221
C.2	Interface logicielle . . . . .	222
C.3	Logiciels de prise d'image et viseur . . . . .	222
	<b>Annexe D Un modèle de refroidissement par évaporation</b>	<b>225</b>
	<b>Annexe E Articles Publiés</b>	<b>229</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>257</b>

# Remerciements

*Je souhaiterais remercier l'ensemble des personnes qui m'ont aidé dans la réalisation de ce travail de thèse, de septembre 2006 à septembre 2010. Il me faut tout d'abord rappeler que celui-ci a été réalisé au sein du Laboratoire Kastler Brossel, dirigé par Paul Indelicato, au département de physique de l'école Normale Supérieure, sous les directions successives de Jean-Michel Raimond et de Werner Krauth. Un environnement scientifique d'une telle qualité a profité immensément à mon travail de thèse.*

*Je suis reconnaissant envers Jean Dalibard, mon directeur de thèse, et Fabrice Gerbier, responsable du projet que nous avons débuté. J'ai d'abord rencontré Jean qui m'a exposé ce projet. La gentillesse et la patience dont il a alors fait preuve ont perduré tout au long de ma thèse, où chaque question a trouvé une oreille attentive et bien sur réponse d'une qualité exceptionnelle, toujours capable de faire progresser l'analyse du problème. Jean a su encourager le moindre succès, et se servir de chaque échec pour rebondir vers une amélioration. Je le remercie pour cette attitude positive et productive, ainsi que pour tous ses conseils toujours à propos.*

*Je voudrais remercier tout particulièrement Fabrice Gerbier, avec lequel j'ai travaillé seul à la construction de cette expérience, à partir d'une salle entièrement vide, pendant près d'un an et demi. Pendant cette période, nous avons progressé ensemble, malgré des moments difficiles pour l'un comme l'autre. Cela nous a permis de faire avancer suffisamment l'expérience pour obtenir nos premiers résultats expérimentaux sur le laser solide à 589 nm, avant d'être rejoint par d'autres membres. Je dois également à Fabrice la quasi-totalité des connaissances que j'ai acquises dans le domaine de la physique expérimentale des atomes froids, pour laquelle il m'a fait partager sa passion. C'est sous son impulsion et grâce à son implication constante que l'expérience est devenue ce qu'elle est aujourd'hui.*

*Nous avons été rejoints en janvier 2008 par Luigi De Sarlo, post-doc pour notre expérience. Luigi est depuis devenu un très bon ami, qui m'a aidé à traverser les difficultés du travail de thèse avec une bonne humeur et une générosité peu communes. Je le remercie pour cette expérience unique qu'a été ma collaboration professionnelle avec lui. Mais je souhaite également dire ici le plaisir que j'ai eu à voir se fonder sa merveilleuse famille, d'abord avec son mariage avec sa charmante femme Valentina, puis avec la naissance de sa petite Anna. Ces événements personnels ont égayé nos vies durant cette thèse d'une manière inoubliable. Je souhaite à Luigi tout le bonheur qu'une personne si remarquable que lui mérite.*

*David Jacob a ensuite rejoint notre expérience en tant qu'étudiant en thèse. Bien que la construction de l'expérience fût nettement avancée lors de son arrivée, David a su ai-*



sément s'y adapter et la faire progresser comme s'il avait été présent depuis sa création. Que ce soit par sa capacité à travailler à des heures matinales qui m'étaient malheureusement étrangères, ou par sa maîtrise de l'automatisation des programmes de fit, David a beaucoup apporté à l'expérience, et le groupe que nous avons formé avec Luigi et lui constitue un cadre de travail idéal, agréable et chaleureux, dont je suis véritablement reconnaissant. Je souhaite bonne chance à David pour la poursuite de son travail de thèse, qui j'en suis sûr sera excellent. Je souhaite également beaucoup de réussite à Lingxuan Shao, étudiant en thèse qui nous a rejoints cette année.

Cette ambiance était complétée par les membres de l'autre équipe de Jean Dalibard, dits les "Rubidium". Je voudrais remercier les membres de cette équipe présents à mon arrivée dans le laboratoire, Baptiste Battelier, Marc Cheneau, Steffen Patrick Rath, Peter Krüger et Zoran Hadzibabic, qui m'ont aidé à intégrer le groupe Atomes Froids. Au fil des années, j'ai pu rencontrer les nouveaux membres, Tarik Yefsah, Rémi Desbuquois et Kenneth Günter. Tous les membres de cette équipe ont toujours été très proches de la nôtre, aussi bien géographiquement, car travaillant dans la pièce d'à côté et traversant (très) souvent notre salle, que professionnellement et humainement, toujours présent pour un conseil, un emprunt de matériel ou une pause. L'équipe "Rubidium" fut donc une composante importante de ma vie au laboratoire, et je les en remercie.

Je tiens également à mentionner le rôle très positif de tous les membres des équipes du groupe Atomes Froids, aussi bien les étudiants et les post-docs que les permanents, pour l'aide et les conseils qu'ils m'ont apportés au cours de mon travail au laboratoire. Je remercie également Jean-Jacques Zondy, pour sa collaboration dans le cadre de la réalisation du laser par somme de fréquence, et Aviv Keshet et Wolfgang Ketterle, avec lesquels j'ai travaillé au MIT sur ce même laser.

Je tiens à remercier Stefan Kuhr et Pascal Szriftgiser pour leur travail de rapporteur, leur lecture attentive et l'intérêt qu'ils ont exprimé pour mon travail. Je remercie de même Jakob Reichel et David Pureur pour avoir accepté le rôle d'examineur de ce manuscrit, et l'ensemble du jury pour leurs remarques et leur attention lors de la soutenance.

Je voudrais également remercier tous les membres des ateliers du laboratoire, qui nous ont permis de travailler dans de bonnes conditions. Je remercie aussi l'équipe du secrétariat, partenaires indispensables pour les commandes, les missions et toutes les formalités administratives. Enfin je remercie les autres services généraux du département de physique pour leur assistance.

Je voudrais enfin remercier tout particulièrement mes parents, qui ont eu le mérite immense de me soutenir durant ces quatre années d'un travail qui leur était étranger mais dont ils comprenaient l'importance à mes yeux. Leur présence et leurs efforts pour me porter jusqu'à ce jour sont pour moi un cadeau irremplaçable. Je remercie également ma sœur, Elsa, qui est venue souvent partager un déjeuner ou un café avec moi, en m'écoutant (parfois) me plaindre. J'ai une pensée pour ma grand-mère, Alice Riahi, qui était là pour me voir débiter ce travail mais qui ne l'a malheureusement jamais vu s'achever. J'aime à penser qu'elle en aurait été fière. Enfin, je voudrais remercier ma chère Eloïse, pour ses conseils, ses relectures d'un texte qu'elle ne comprenait pas mais qu'elle connaît aujourd'hui presque par cœur. Ce manuscrit a été écrit sous son regard protecteur, dont je lui serai toujours reconnaissant.

# Introduction

L'étude des atomes froids est une voie privilégiée pour l'observation et l'étude de phénomènes quantiques collectifs. Le comportement ondulatoire des particules devient en effet très marqué à basse température : la longueur d'onde caractéristique appelée longueur de de Broglie diminue alors pour devenir comparable à la distance entre atomes, quand la densité atomique est suffisamment élevée. Si ces atomes sont des bosons, ils tendent à former un condensat de Bose-Einstein : ils se regroupent dans un seul état quantique, et le gaz d'atomes est décrit alors par une unique "onde de matière géante".

La condensation de Bose-Einstein dans les gaz d'atomes alcalins dilués a été observée expérimentalement en 1995 [1, 2], ce qui a valu en 2001 l'attribution d'un prix Nobel à E. Cornell, W. Ketterle et C. Wieman [3, 4]. Cette réalisation s'est appuyée sur les travaux sur le refroidissement laser, pour lesquels un premier prix Nobel avait été décerné en 1997 à S. Chu, C. Cohen-Tannoudji et W. D. Phillips [5, 6, 7]. Peu après 1995, une série d'expériences a mis en évidence les propriétés particulières de ces condensats. Ainsi, la cohérence à longue portée a été démontrée dans des expériences d'interférences [8]. La superfluidité de ces gaz dégénérés a également été démontrée par l'observation de vortex dans des condensats en rotation [9, 10, 11]. Tous ces effets sont observables sur des gaz où les interactions atomiques sont faibles. Dans cette limite, ils sont bien décrits par les théories de champ moyen de Gross-Pitaevskii et de Bogoliubov, qui font apparaître les concepts de fonction d'onde macroscopique et d'excitations collectives.

Plus récemment, des expériences tirant parti des progrès réalisés dans la préparation et la manipulation de nuages atomiques ultra-froids, ont permis de se placer dans un régime où l'approche de champ moyen n'est plus suffisante. Les systèmes étudiés se rapprochent alors de ceux rencontrés dans la physique de la matière condensée. Leur intérêt réside dans la capacité à contrôler les interactions, que ce soit directement via l'utilisation d'une résonance de Feshbach [12], ou bien en modifiant la nature et l'intensité du confinement des atomes. Ainsi, l'ajustement des interactions a permis l'observation de gaz de fermions dégénérés dans un régime de fortes interactions [13, 14], ou encore de condensats de molécules [15, 16, 17, 18]. L'utilisation de potentiels de piégeage périodiques a conduit à l'observation de la transition entre un gaz superfluide et un isolant de Mott [19, 20, 21]. Enfin, l'utilisation de confinements très anisotropes permet l'exploration de systèmes dont la dimensionnalité réduite engendre des corrélations à  $N$  corps remarquables. A deux dimensions, la transition BKT (Berezinskii-Kosterlitz-Thouless) a été mise en évidence [22]. Pour un gaz de Bose à une dimension, l'observation de gaz

de Tonks-Girardeau a révélé un comportement fermionique des bosons [23, 24], issu de la combinaison des interactions répulsives entre atomes et de la réduction extrême des degrés de liberté de mouvement. La formation de ces états fortement corrélés s'accompagne souvent d'une modification des fluctuations quantiques de certaines variables qui permet de les détecter. Ainsi, dans le cas d'un isolant de Mott, les fluctuations du nombre d'atomes sur chacun des sites du réseau sont réduites [25].

Dans ce mémoire, nous traitons de condensats dits "spinoriels" [26]. Dans ces gaz quantiques, les atomes possèdent un degré de liberté interne supplémentaire, leur spin, pour lequel peuvent également apparaître des corrélations du fait des interactions entre deux états de spin différentes [27, 28, 29, 30]. Nous verrons notamment comment l'on peut former des états pour lesquelles les fluctuations quantiques sont réduites en-dessous du bruit quantique standard [31, 32, 33]. De tels états ont été proposés pour améliorer les performances des interféromètres atomiques [34, 35] et de mesures métrologiques [36, 37, 38]. Un exemple extrême d'états fortement corrélés sont les états de type "Chat de Schrödinger", ou encore superposition macroscopique d'états [39, 40, 41, 42, 43]. Dans ce cas, les corrélations sont maximales, et une mesure sur l'une des particules entraîne la projection de l'ensemble du système. Si de tels états ont déjà pu être observés pour de petits nombres de particules (expériences d'électro-dynamique quantique en cavité menées au Laboratoire Kastler Brossel [44], ou utilisant des ions piégés [45]), leur formation avec un nombre de particules mésoscopiques constituerait un pas supplémentaire important dans l'exploration de la frontière classique/quantique.

### **Une nouvelle expérience : pourquoi et comment ?**

C'est avec l'idée de former des états quantiques de spin fortement corrélés que nous avons entrepris en 2006 la création d'une nouvelle expérience au sein du groupe "Atomes Froids" du Laboratoire Kastler Brossel. Rapidement, la principale difficulté qui s'opposait à la réussite d'une telle expérience a été identifiée : les états quantiques présentant de fortes corrélations sont très sensibles à la décohérence, rendant difficile leur observation. Deux moyens s'offrent à nous pour amoindrir cette difficulté : d'une part réduire le nombre d'atomes pour diminuer les effets de décohérence, d'autre part choisir un système dans lequel les interactions sont importantes pour en accélérer la dynamique d'évolution. La première proposition nous a conduits au choix d'un piège optique fortement focalisé de faible profondeur, qui s'avère être un dispositif bien adapté à l'étude d'un condensat avec un petit nombre d'atomes. La seconde proposition a eu une influence encore plus importante, car elle a déterminé l'espèce atomique avec laquelle nous allions travailler : le sodium. En effet, celui-ci possède des interactions entre états de spin très intéressantes aussi bien par leur nature (anti-ferromagnétique) que par leur intensité, significativement plus importante que celle observée pour le rubidium plus communément employé. Ainsi la première grande étape de l'expérience était définie : la réalisation d'un dispositif expérimental permettant l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein de sodium dans un piège mésoscopique.

Une fois ce cap déterminé, ce sont les contraintes techniques qui ont jalonné notre

parcours lors de la construction de cette expérience :

- L'observation d'états quantiques de spin fortement corrélés passe par un contrôle drastique des champs magnétiques présents au voisinage de l'expérience. Il est donc nécessaire d'entourer celle-ci par un blindage magnétique, et de s'assurer qu'aucun matériau magnétique ne se trouve dans son enceinte. Cela interdit en particulier l'utilisation d'un ralentisseur Zeeman pour la production de Sodium pré-refroidi, comme c'est le cas pour l'ensemble des expériences étudiant des condensats de Bose-Einstein de sodium à ce jour. Cela empêche également l'utilisation de confinement de nature magnétique.

Nous avons trouvé une autre voie, combinant l'utilisation de *dispensers* de sodium et la désorption d'atomes induite par la lumière. Le piège conservatif employé pour effectuer le refroidissement par évaporation nécessaire à l'obtention d'un condensat est quant à lui un piège dipolaire optique croisé, capable de piéger toutes les composantes de spin, contrairement à un piège magnétique.

- La mise en place d'un piège optique fortement focalisé nécessite un très bon accès optique dans l'enceinte à vide où se déroule l'expérience.

Une enceinte sur mesure a donc été dessinée, autorisant une ouverture numérique de 0.35 pour un objectif de microscope, notamment grâce à l'emploi de brides rentrantes pour rapprocher cet objectif du centre de l'enceinte. Celle-ci ainsi que tous les composants qui l'entourent ont été conçus dans des matériaux amagnétiques (le titane pour l'enceinte elle-même), et l'agencement de l'ensemble de l'expérience a été soigneusement étudié pour être contenu dans un cylindre de 60 cm de diamètre, afin de pouvoir convenir au blindage magnétique lorsque celui-ci sera installé.

- L'utilisation de l'atome de sodium, peu répandu dans le monde des atomes froids comparé au rubidium, l'est avant tout du fait de l'absence de laser solide (par ex. une diode laser) à la longueur d'onde de sa transition atomique de refroidissement, 589 nm. Ainsi à ce jour, toutes les expériences travaillant avec un BEC de sodium sont contraintes d'utiliser un laser à colorant, dont l'utilisation et la maintenance au quotidien est bien plus ardue que dans le cas d'un laser solide.

Nous avons donc décidé de prendre une autre voie, et nous avons conçu un laser tout-solide, à 589 nm, permettant de fournir la puissance nécessaire au refroidissement laser de l'atome de sodium.

Ces difficultés contournées, la voie vers la condensation de l'atome de sodium dans un piège optique fortement focalisé au sein d'un environnement approprié à l'étude de condensats spinoriels fortement corrélés nous était ouverte. Le travail qui nous a mené de la proposition d'une expérience originale à la réalisation de cet objectif est présenté dans ce mémoire.

## Plan du mémoire

Ce mémoire de thèse se compose de trois parties.

La première partie présente les aspects théoriques qui justifient l'intérêt et la faisabilité de notre expérience. Elle est composée de deux chapitres :

- Le chapitre 1 présente une étude détaillée originale de l'état fondamental et des états excités d'un condensat de Bose-Einstein confiné dans un piège optique gaussien de faible profondeur mais fortement focalisé. Pour un tel piège, du fait des interactions répulsives, la profondeur peut être ajustée pour qu'il ne subsiste qu'un unique état lié. Les excitations du condensat, non liées, prennent alors une forme particulière que nous avons caractérisée. Le recouvrement de ces excitations libres avec l'état fondamental est réduit significativement, ce qui abaisse la probabilité de transition d'un atome hors du piège. Les fluctuations du nombre d'atomes dans le condensat, notamment du fait des perturbations mécaniques du piège, sont alors clairement diminuées.
- Le chapitre 2 est dédié à l'étude d'un condensat spinoriel. Deux propositions d'expériences tirant parti des interactions entre spins sont présentées, en mettant l'accent sur les méthodes permettant la mise en évidence de la formation d'états corrélés, ainsi que sur la faisabilité expérimentale de ces propositions. Dans une première expérience, la nature anti-ferromagnétique des interactions entre spins pour le sodium est mise à profit pour mettre le système dans un état fondamental présentant de fortes corrélations, en ajustant un champ micro-onde extérieur. Dans la seconde expérience, le modèle d'un condensat à deux modes de spin interagissant est développé pour aboutir à la formation d'états de spin comprimés, voire d'une superposition macroscopique d'états quantiques.

La seconde partie concerne le développement et la caractérisation du système laser tout-solide conçu durant ce travail de thèse. Les résultats présentés dans cette partie ont donné lieu à deux publications [46, 47], et au dépôt d'un brevet. Elle est composée de deux chapitres :

- Le chapitre 3 traite des résultats théoriques nécessaires à la conception du laser. Les principes de la somme de fréquence, processus non linéaire au cœur de son fonctionnement, sont rappelés : deux sources laser (ici infrarouges) sont combinées pour obtenir une troisième source dont la fréquence est la somme des deux autres. Des résultats sur l'efficacité de conversion maximale que l'on peut obtenir en couplant ce processus à l'utilisation d'une cavité optique doublement résonnante sont présentés. Dans le cas idéal où les pertes passives sont négligées, nous montrons que la totalité des photons de la source laser la moins puissante peut être convertie. Le rôle des pertes est ensuite pris en compte, avec la détermination d'un optimum de fonctionnement pour les paramètres de la cavité.
- Dans le chapitre 4, les résultats théoriques du chapitre précédent sont mis à profit pour réaliser notre source laser. Les différents aspects de cette réalisation sont présentés, en particulier la construction d'une cavité optique doublement résonnante, ainsi que les asservissements électroniques nécessaires au bon fonctionnement de l'ensemble. A partir de 1.2 W à 1064 nm et 0.5 W à 1319 nm, la puissance maximale produite à 589 nm est de 800 mW. Ceci correspond à une conversion de 92% des photons à 1319 nm couplés dans la cavité optique. Ce laser, une fois sa fréquence verrouillée sur la transition atomique de refroidissement du sodium, constitue une alternative au laser à colorant pour la réalisation d'un piège magnéto-optique de

sodium.

Dans la troisième partie, nous décrivons l'ensemble du dispositif expérimental conçu pendant ce travail de thèse, et nous présentons les résultats qu'il nous a permis d'obtenir. Cette dernière partie se compose de trois chapitres :

- Le chapitre 5 décrit la construction du dispositif expérimental, en insistant sur les points qui singularisent notre expérience. Les étapes permettant l'obtention d'un piège magnéto-optique (PMO) sont ensuite présentées. La méthode de chargement employée pour ce piège, permettant de refroidir plus de  $10^7$  atomes de sodium grâce à la désorption induite par la lumière est détaillée. Cette technique permet de charger le PMO en quelques secondes, tout en conservant une durée de vie des atomes dans le piège de 30 s, dans une enceinte à vide unique. Cela est possible grâce à un basculement rapide ( $< 100$  ms) entre un régime de pression de sodium élevée et une pression de base faible, qui a été caractérisé dans [48].
- Le chapitre 6 présente le piège dipolaire croisé que nous utilisons pour poursuivre le refroidissement entamé par le PMO, et nous rapprocher du seuil de dégénérescence quantique. Nous utilisons pour cela un mécanisme maintenant standard de refroidissement par évaporation. Le problème s'est avéré plus ardu dans notre cas, car le nombre d'atomes initial, relativement faible comparé aux autres expériences utilisant cette méthode, limite le nombre d'atomes chargés dans le piège, ainsi que l'efficacité de l'évaporation. Le premier point a été grandement amélioré par une séquence de compression qui optimise le chargement du piège. Le second point a pu être résolu par l'ajout d'une source de confinement supplémentaire.
- Le chapitre 7 décrit la méthode employée pour obtenir un condensat de Bose-Einstein de sodium dans un piège optique focalisé à  $8 \mu\text{m}$ . L'objectif de microscope que nous employons pour former ce piège et faire l'image des atomes qui s'y trouvent est présenté et caractérisé. La séquence d'évaporation combinée du piège dipolaire croisé et de ce piège focalisé conduit à des condensats de plusieurs milliers d'atomes quasi-purs. L'obtention de ces condensats constitue la réalisation de l'objectif principal de cette thèse. Le refroidissement et le passage de la transition sont analysés, confirmant notamment la capacité du modèle numérique développé à décrire l'évaporation dans un piège gaussien. Enfin, des résultats préliminaires sont présentés, orientant les recherches futures pour cette expérience vers la réalisation expérimentale d'un piège avec un unique état lié, et l'observation par fluorescence de condensats spinoriels confinés dans ce piège.



**Première partie**

**Condensats de Bose-Einstein  
mésoscopiques et états  
quantiques fortement corrélés**





## **Introduction**

Dans cette première partie, nous présentons les résultats théoriques qui ont motivé la création de notre expérience. Ces résultats démontrent l'intérêt et la faisabilité de la formation d'états quantiques de spin fortement corrélés, à partir d'un condensat de Bose-Einstein spinoriel possédant un petit nombre d'atomes. Dans le premier chapitre, nous étudions de manière théorique la réalisation d'un piège optique possédant un état lié unique. L'état fondamental d'un condensat dans ce piège, ainsi que ses excitations élémentaires, sont calculés. La stabilisation du nombre d'atomes du condensat ainsi piégé, due à la profondeur finie du piège et aux interactions répulsives, est démontrée. Le second chapitre traite des condensats spinoriels. Pour un condensat de spin 1, nous montrons qu'il est possible de fabriquer un système pour lequel l'état fondamental présente des corrélations importantes caractérisées par une diminution des fluctuations en dessous du bruit quantique standard. Nous considérons ensuite un condensat ne possédant que deux états de spin. Ce système peut être modélisé par un ensemble de spin  $1/2$ , et nous présentons une évolution tirant parti des interactions entre spins menant à la formation d'états de spin comprimés, puis d'une superposition macroscopique d'états, de type "Chat de Schrödinger".



# Chapitre 1

## Condensation de Bose-Einstein dans un piège de profondeur finie

Dans ce chapitre, nous étudions le problème d'un condensat de Bose-Einstein dans un piège de profondeur finie. Nous verrons qu'un tel piège de profondeur ajustable va nous permettre de travailler avec un petit nombre d'atomes (quelques centaines ou moins), bien contrôlé [49, 50] et en profitant d'une stabilité accrue. Ce petit nombre d'atomes est une condition incontournable pour pouvoir observer des états fortement corrélés [51, 52] (voir Ch. 2).

Nous avons procédé à l'étude théorique des propriétés de l'état fondamental et des excitations collectives d'un condensat dans un tel piège. Le premier problème étudié concerne l'existence d'un ou plusieurs états liés dans le piège en fonction de sa profondeur, en tenant compte de la présence d'interactions répulsives. Cette étude a été menée en effectuant des calculs analytiques, ainsi que des simulations numériques dans le cas unidimensionnel (1D). Il en ressort que l'action conjuguée d'un potentiel de profondeur bien contrôlée et des interactions permet de définir le nombre d'atomes contenus dans le piège. Une fois l'état fondamental du système caractérisé, nous avons calculé les excitations élémentaires du système, toujours dans le cas 1D. Nous observons que les interactions répulsives "expulsent" les excitations hors du piège. La fraction d'atomes piégés non condensés s'en trouve considérablement réduite. Par ailleurs, les interactions contribuent à améliorer la stabilité du condensat piégé vis-à-vis des fluctuations des paramètres du piège.

## 1.1 Rappels sur la condensation de Bose-Einstein

### 1.1.1 Condensation de Bose-Einstein d'un gaz idéal dans un piège harmonique à trois dimensions

Tout d'abord, rappelons brièvement quelques résultats sur la condensation de Bose-Einstein dans un piège harmonique isotrope [Fig. 1.1 (a)]. Pour un tel piège, le hamiltonien du système s'écrit  $\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m + V(\mathbf{r})$ , où  $V(\mathbf{r}) = m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)/2$ . L'approximation semi-classique pour un gaz thermique de  $N$  bosons permet de conserver la même forme pour la distribution dans l'espace des phases que dans le cas homogène ( $V = 0$ ), soit la distribution de Bose [53] :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{e^{\beta(\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \mu)} - 1} \quad (1.1)$$

avec  $\beta = 1/k_B T$  et  $\mu$  le potentiel chimique. En intégrant sur les impulsions, on peut ainsi obtenir la densité spatiale de particules :

$$n_{\text{th}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Lambda_{\text{th}}^3} g_{3/2}(z_0 e^{-\beta V(\mathbf{r})}), \quad (1.2)$$

où l'on a introduit la longueur d'onde de de Broglie thermique  $\Lambda_{\text{th}} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$ , la fugacité  $z_0 = e^{\beta\mu}$ , et la fonction  $g_{3/2}$  qui appartient à la famille des fonctions polylogarithmes [54],  $g_\alpha(x) = \sum_{j=1}^{+\infty} x^j/j^\alpha$ . Enfin, l'intégration spatiale permet d'exprimer le nombre d'atomes comme

$$N = \left(\frac{k_B T}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 g_3(z_0), \quad (1.3)$$

avec  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ .

Loin du seuil de condensation, on a  $\left(\frac{k_B T}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 \gg N$ ,  $z_0 \ll 1$ , et l'on retrouve la statistique de Maxwell-Boltzmann. En revanche, si la température diminue suffisamment, on peut atteindre la condition  $z_0 = 1$ , valeur au-delà de laquelle la fonction  $g_3$  n'est plus définie. On parle de "saturation des états excités". On observe alors la formation d'un condensat de Bose-Einstein. En effet, l'approximation semi-classique ne prend pas en compte l'état fondamental du système, très peu peuplé à haute température. A basse température, les atomes excédentaires par rapport à l'équation (1.3) vont au contraire s'y retrouver, formant ainsi un condensat de Bose-Einstein. De ce raisonnement, on déduit que cette condensation a lieu pour  $z_0 = 1$ , ce qui conduit directement à une température

critique de condensation :

$$k_B T_c = \hbar\bar{\omega} \left( \frac{N}{g_3(1)} \right)^{1/3}, \quad (1.4)$$

avec  $g_3(1) \simeq 1.202$ . Au-delà de cette limite, le nombre d'atomes dans l'état fondamental  $N_0$  augmente pour devenir macroscopique en respectant la condition  $N = N_0 + (k_B T / \hbar\bar{\omega})^3 g_3(1)$ , soit

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^3. \quad (1.5)$$

On dispose alors d'un ensemble macroscopique d'atomes possédant presque tous la même fonction d'onde. Cette fonction d'onde macroscopique pourra donc s'écrire comme  $\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{N} \varphi_0(\mathbf{r})$ , où  $\varphi_0$  est simplement la fonction d'onde à un corps solution de l'équation de Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_0(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) \varphi_0(\mathbf{r}) = E \varphi_0(\mathbf{r}). \quad (1.6)$$

### 1.1.2 Rôle des interactions : équation de Gross-Pitaevskii

Les collisions entre atomes constituent pour un condensat une source d'interaction, qui modifie sa fonction d'onde. La méthode standard utilisée pour prendre en compte ces interactions est l'introduction de l'approximation de champ moyen. Dans une telle approximation, à trois dimensions, la fonction d'onde de l'état fondamental s'écrit toujours comme  $\sqrt{N} \varphi_0(\mathbf{r})$ , mais la fonction  $\varphi_0$  vérifie cette fois-ci l'équation de Gross-Pitaevskii [55] :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_{\mathbf{r}} + V(\mathbf{r}) + gN |\varphi_0(\mathbf{r})|^2 \right] \varphi_0(\mathbf{r}) = \mu \varphi_0(\mathbf{r}), \quad (1.7)$$

avec  $\mu$  le potentiel chimique du condensat. La constante de couplage d'interaction  $g$  est reliée à la longueur de diffusion  $a$  caractérisant les collisions entre atomes par  $g = 4\pi a \hbar^2 / m$ , avec  $a, g > 0$  pour des interactions répulsives [53].

Pour un piège de fréquence  $\omega$ , on peut définir la taille caractéristique de l'oscillateur harmonique associé,  $a_H = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ . Il existe alors deux limites pour lesquelles on connaît la solution de l'équation de Gross-Pitaevskii [55]. Lorsque les interactions sont très faibles ( $aN/a_H \ll 1$ ), nous sommes ramenés au cas sans interaction, les atomes se condensent dans l'état fondamental du piège harmonique, ce dernier étant gaussien, de largeur  $a_H$ . Lorsque les interactions sont fortes ( $aN/a_H \gg 1$ ), le condensat entre dans le régime de Thomas-Fermi. L'énergie cinétique devient alors négligeable et l'énergie de

l'interaction équilibre l'énergie potentielle, ce qui nous permet d'approcher la fonction d'onde par

$$|\varphi_0(\mathbf{r})|^2 \simeq \max\left(\frac{\mu - V(\mathbf{r})}{gN}, 0\right). \quad (1.8)$$

Cela conduit à un profil parabolique lorsque le piège est harmonique.

Pour caractériser l'état fondamental du condensat à une dimension, en prenant en compte les interactions, il est nécessaire de faire intervenir un piège à trois dimensions, mais très anisotrope. Supposons par exemple (cas quasi-unidimensionnel) que deux des fréquences spatiales du piège, notées  $\omega_\perp$ , soient bien plus grandes que la troisième. Il est alors possible de considérer un tel piège comme unidimensionnel [56], si l'on a  $\hbar\omega_\perp \gg k_B T, \mu$  [Fig. 1.1 (b)] : le mouvement dans les directions transverses fortement confinantes est figé. La fonction d'onde dans ces deux directions,  $y$  et  $z$  par exemple, est simplement l'état fondamental du piège harmonique bidimensionnel correspondant, et l'on peut écrire la fonction d'onde du condensat comme le produit d'une gaussienne d'extension  $\sqrt{\hbar/m\omega_\perp}$  dans les directions  $y$  et  $z$  et d'une fonction d'onde unidimensionnelle selon  $x$  que l'on cherche à déterminer. Le terme d'interaction intégré sur les direction  $y$  et  $z$  s'écrit  $g_{1D}N|\varphi_0(x)|^2$ , avec [56]

$$g_{1D} = 2a\hbar\omega_\perp. \quad (1.9)$$

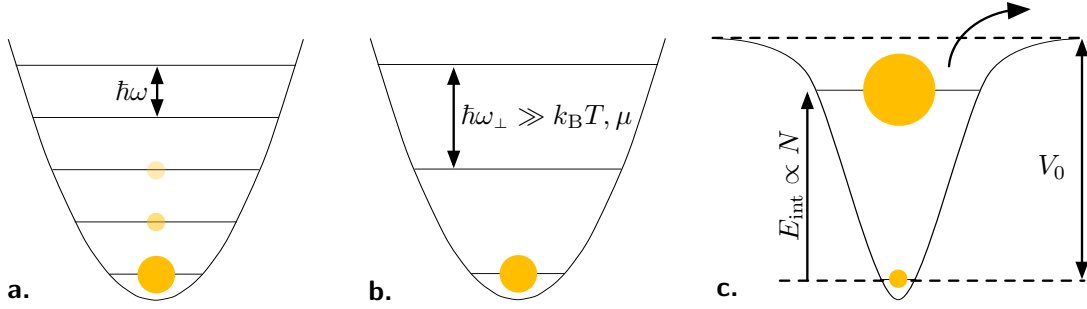
Si l'on prend une fréquence de confinement transverse  $\omega_\perp/2\pi = 3$  kHz (voir §1.5.1), cela conduit à  $g_{1D} = 10^{-38}$  kg m<sup>3</sup> s<sup>-2</sup>, qui sera la valeur utilisée dans ce chapitre.

Ainsi, l'équation de Gross-Pitaevskii unidimensionnelle se déduit directement de l'équation tridimensionnelle par une modification de la constante de couplage. Dans la suite de ce chapitre, nous effectuons des simulations numériques sur l'état fondamental et les états excités d'un condensat confiné dans un piège de profondeur finie. Afin de simplifier la modélisation du problème nous nous placerons dans le cas unidimensionnel, et l'équation de Gross-Pitaevskii à résoudre sera donc

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d\varphi_0}{dx} + V(x)\varphi_0(x) + g_{1D}N|\varphi_0(x)|^2\varphi_0(x) = \mu\varphi_0(x). \quad (1.10)$$

## 1.2 Existence d'un état lié dans un piège de profondeur finie

Pour un condensat de Bose-Einstein, le confinement dans un piège gaussien réalisé par un faisceau laser focalisé diffère fortement de celui réalisé par un piège harmonique idéal [55]. La principale différence provient de la profondeur finie du piège, qui rend incertaine l'existence d'un état lié. En effet, dans un puits carré de profondeur finie tridimensionnel par exemple, il n'y a pas d'état lié si le piège est trop peu profond. Dans



**FIGURE 1.1.** (a) Dans un piège harmonique de fréquence  $\omega$ , les niveaux d'énergie, séparés d'une énergie constante  $\hbar\omega$ , correspondent tous à des états liés. (b) Dans le cas d'un piège de profondeur, au-delà d'une certaine énergie de l'ordre de la profondeur  $V_0$ , les états sont libres. De plus, du fait de la présence d'interaction atomique répulsive, certains niveaux liés dans le cas idéal sont expulsés hors du piège, repoussés par les interactions. (c) Afin de pouvoir considérer une direction de l'espace comme figée pour le condensat, il faut que l'écart en énergie des niveaux du piège dans cette direction soit grand devant l'énergie cinétique ( $k_B T$ ) et les interactions ( $\mu$ ).

cette section, nous nous interrogeons sur les conditions d'existence d'un état lié en fonction de la dimensionnalité du piège. D'autre part, les interactions répulsives entre atomes ont une influence dépendant du nombre d'atomes dans le piège. Les effets de ces interactions sur la fonction d'onde du condensat sont aussi étudiées ici.

### 1.2.1 Rôle de la dimension sur l'existence d'un état lié dans le cas idéal

Classiquement, quelque soit la dimension considérée, un piège de profondeur finie, tel un puits carré, est toujours capable de piéger une particule pourvu que son énergie soit assez faible. Du point de vue quantique, le problème revient à se demander si l'état fondamental du système possède toujours une énergie négative, constituant ainsi un état lié. Nous allons voir que la réponse diffère suivant la dimension du piège. Comme nous venons de le voir, la fonction d'onde du condensat est simplement proportionnelle à la fonction d'onde à une particule (si l'on néglige les interactions, voir section suivante), et le problème se ramène donc à un problème de mécanique quantique à un corps traité dans [57], dans le cas à une, deux (p.162) et trois dimensions (p.110). Dans tous les cas, on pourra supposer que le piège est un puits carré, de profondeur  $V_0$  et d'extension spatiale  $a$ , sans perte de généralité. En effet, pour un potentiel de piégeage quelconque, il est toujours possible de trouver un puits carré d'énergie inférieure en valeur absolue en tout point. Ce potentiel de piégeage s'écrit donc  $V(\mathbf{r}) = -V_0$ ,  $r < a$ , et nul sinon.

Dans le cas tridimensionnel, le problème de la recherche d'un état lié ( $E < 0$ ) peut être résolu exactement. Il conduit à la condition d'existence d'un état lié :

$$V_0 > \frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2}. \quad (1.11)$$

Ainsi, à trois dimensions, il existe bien une profondeur minimum en dessous de laquelle il n'existe pas d'état lié à une particule.



La situation est différente pour des dimensions inférieures. La stratégie employée dans ce cas est la suivante : considérer le piège comme une perturbation par rapport à la particule libre (cela est possible pour des profondeurs assez faibles, la preuve de l'existence d'un état lié dans ce cas-ci justifiant a fortiori son existence dans le cas général). Dans ce cas, on peut démontrer qu'à une et deux dimensions, un état lié existe indépendamment de la profondeur du piège. L'énergie de cet état peut être exprimée en fonction des paramètres du problème comme :

$$\text{A une dimension, } E_{0,1D} = \frac{2m(aV_0)^2}{\hbar^2}, \quad (1.12)$$

$$\text{A deux dimensions, } E_{0,2D} = \frac{\hbar^2}{2ma^2} \exp\left(-\frac{2\hbar^2}{mV_0a^2}\right). \quad (1.13)$$

A la lecture de ces expressions, on constate que si l'expression de l'énergie de l'état lié  $E_{0,1D}$  à une dimension est polynomiale en la profondeur  $V_0$ , ce qui est caractéristique d'un développement perturbatif, l'énergie  $E_{0,1D}$  dans le cas à deux dimensions est exponentiellement faible avec la profondeur du piège. Cela démontre dans ce dernier cas que si l'état lié existe bien quelque soit la profondeur du piège, l'état résultant est très fragile, car n'importe quelle perturbation sera capable de libérer la particule piégée.

### 1.2.2 Méthode variationnelle en présence d'interactions

D'après les résultats présentés, il est possible, à une et à deux dimensions, de piéger un condensat de Bose-Einstein sans interaction dans un piège de profondeur arbitrairement faible. Cependant, les interactions répulsives présentes dans le cas du sodium augmentent l'énergie du condensat, proportionnellement au nombre d'atomes [Fig. 1.1 (c)]. Il n'est alors pas évident qu'un état lié possédant une énergie faiblement négative dans le cas idéal subsiste en présence d'interactions. Les interactions répulsives entre atomes instaurent-elles une borne inférieure sur la profondeur du piège pouvant confiner un condensat de Bose-Einstein ?

Dans le cas du problème avec interactions, la mise en oeuvre de la méthode perturbative décrite plus haut pour la détermination de l'existence d'un état lié est plus complexe. A trois dimensions, cette existence n'est déjà pas garantie sans interaction, et il en va donc de même si l'on prend en compte des interactions répulsives. Qu'en est-il pour des dimensions inférieures ? Nous nous contenterons ici de traiter le problème unidimensionnel. Une méthode commune pour déterminer l'existence d'un état lié est la méthode variationnelle [57], qui permet de donner une borne supérieure de l'énergie de l'état fondamental du condensat dans le piège. Ainsi, si celle-ci est négative, un état lié existe nécessairement. Pour ces calculs, nous pouvons utiliser un ansatz gaussien normalisé pour la fonction d'onde du condensat

$$\varphi_\sigma(x) = \frac{1}{\pi^{1/4}\sigma^{1/2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad (1.14)$$

où  $\sigma$ , l'extension spatiale de la fonction d'onde, est le paramètre que nous voulons optimiser. Ce choix est justifié car il correspond à la forme de l'état fondamental dans la limite des interactions faibles, pour un piège profond.

L'énergie cinétique  $E_{\text{cin}}[\sigma]$  du condensat s'écrit :

$$E_{\text{cin}}[\sigma] = \frac{\hbar^2}{2m} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left( \frac{\partial}{\partial x} \varphi_\sigma(x) \right)^2 = \frac{\hbar^2}{4m\sigma^2}. \quad (1.15)$$

Le potentiel de piégeage est supposé négatif en tout point, pair, de profondeur finie (il existe une profondeur  $V_0 > 0$  telle que  $|V(x)| < V_0$ ), et d'extension spatiale finie (il existe une position  $l$  telle que pour  $|x| > l$ ,  $V(x) = 0$ ). Nous nous intéressons aux grandes valeurs de  $\sigma$ , et l'on peut donc considérer que sur l'extension spatiale  $l$  la fonction d'essai vaut  $\varphi_\sigma(0)$ . Dans ce cas, l'énergie potentielle  $E_p[\sigma]$  du condensat peut s'écrire comme

$$E_p[\sigma] = \int_{-\infty}^{+\infty} dx |\varphi_\sigma(x)|^2 V(x) \underset{\sigma \rightarrow +\infty}{\propto} -\frac{1}{\sigma}. \quad (1.16)$$

Dans le cas idéal, l'énergie par particule du condensat est simplement la somme de ces deux quantités. Si on considère la limite  $\sigma \rightarrow +\infty$ , le terme d'énergie potentielle de piégeage  $E_p$  domine l'énergie cinétique :  $\mu[\sigma] \underset{\sigma \rightarrow +\infty}{\rightarrow} 0^-$ . Si on ajoute le fait que  $\mu[\sigma] \underset{\sigma \rightarrow 0}{\rightarrow} +\infty$ , on peut en déduire l'existence d'un minimum négatif d'énergie. L'énergie de l'état fondamental exact étant toujours inférieure à la valeur obtenue par la méthode variationnelle [57], il existe toujours un état lié pour un potentiel globalement attractif, et l'on retrouve le résultat annoncé précédemment.

A présent, nous pouvons prendre en compte les interactions, et calculer l'énergie correspondante :

$$E_{\text{int}}[\sigma] = \frac{g_{1D}N}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi_\sigma(x)|^4 dx = \frac{g_{1D}N}{2\sqrt{2\pi}\sigma}. \quad (1.17)$$

Le potentiel chimique du condensat est alors

$$\mu[\sigma] = E_{\text{cin}}[\sigma] + E_p[\sigma] + 2E_{\text{int}}[\sigma]. \quad (1.18)$$

Nous utilisons le signe de cette grandeur pour caractériser la nature liée du condensat, car elle détermine s'il est énergétiquement favorable d'expulser une particule hors de celui-ci ( $\mu = \partial E / \partial N$ ). D'après [58], nous pouvons utiliser de la même manière que précédemment une fonction d'essai pour la solution de l'équation de Gross-Pitaevskii, en étant assuré que le potentiel chimique du condensat sera toujours inférieur à celui auquel conduit cette fonction. Un raisonnement équivalent au principe variationnel sur l'énergie dans le cas sans interaction peut donc être mené.

L'énergie d'interaction [Eq. (1.17)] est proportionnelle à  $\frac{1}{\sigma}$ , tout comme l'énergie potentielle [Eq. (1.16)], mais avec un signe opposé. Ces deux termes entrent donc en compétition et peuvent empêcher l'existence d'un minimum négatif de  $\mu[\sigma]$  quand  $N$  devient trop important. Le raisonnement mis en oeuvre pour le cas idéal ne peut, par conséquent, être mené à bien avec cette fonction d'essai.

Cela signifie que  $\varphi_0$  est un *ansatz* mal choisi pour décrire la fonction d'onde en présence d'interactions importantes, et il nous faut envisager une autre fonction d'essai. En fait, on se rend compte que le problème persiste tant que la fonction d'onde d'essai implique une seule longueur caractéristique, comme l'*ansatz* gaussien. En suivant cette idée, nous proposons d'introduire la fonction d'essai

$$\varphi_{\sigma,\alpha}(x) = \mathcal{N} \frac{\sigma^\alpha}{(x^2 + \sigma^2)^{\alpha/2}}, \quad (1.19)$$

où  $\sigma$  et  $\alpha$  sont deux paramètres variationnels. La longueur  $\sigma$  est la taille caractéristique de  $\varphi_{\sigma,\alpha}$ . Loin du piège, la fonction d'onde décroît en  $1/r^\alpha$ , ce qui implique que  $\alpha > 1/2$  afin que  $\varphi_{\sigma,\alpha}$  demeure normalisable. Il s'agit cependant d'une décroissance en loi de puissance, bien plus lente que les décroissances exponentielles ou gaussiennes. La normalisation est assurée par la relation

$$\mathcal{N} = (\sigma F(\alpha))^{-1/2}, \quad (1.20)$$

où nous définissons la fonction

$$F(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{du}{(1+u^2)^\alpha}. \quad (1.21)$$

Nous pouvons donner ici quelques propriétés de la fonction  $F(\alpha)$  :

- $F(1) = \pi$
- Quand  $\alpha \rightarrow (1/2)^+$ ,  $F(\alpha) \simeq 2 \int_1^\infty \frac{du}{u^{2\alpha}} = \frac{2}{2\alpha-1} \rightarrow +\infty$
- Quand  $\alpha \rightarrow +\infty$ ,  $F(\alpha) \simeq \int_{-\infty}^{\infty} du e^{-\alpha u^2} \simeq \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \rightarrow 0$

Estimons tout d'abord l'énergie cinétique comme

$$E_c[\sigma, \alpha] = \frac{\hbar^2}{2m} \int_{-\infty}^{\infty} dx \left( \frac{\partial \varphi_{\sigma,\alpha}}{\partial x} \right)^2 = \frac{\hbar^2}{2m\sigma} \mathcal{N}^2 \alpha^2 [F(\alpha+1) - F(\alpha+2)]. \quad (1.22)$$

Ensuite, l'énergie potentielle peut être bornée supérieurement, tant que  $\sigma \gg l$ . Dans ce cas,  $\varphi_{\sigma,\alpha}$  peut être considérée constante sur l'extension  $l$  du piège, et nous pouvons écrire

$$|E_p[\sigma, \alpha]| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} dx |\varphi_{\sigma,\alpha}(x)|^2 V(x) \right| \leq \mathcal{N}^2 V_0 l, \quad (1.23)$$

cette énergie étant bien sûr négative.

Enfin, l'énergie d'interaction peut simplement s'exprimer comme

$$E_{\text{int}}[\sigma, \alpha] = Ng_{1\text{D}} \int_{-\infty}^{\infty} dx |\varphi_{\sigma, \alpha}(x)|^4 \quad (1.24)$$

$$= Ng_{1\text{D}} \mathcal{N}^4 \sigma F(2\alpha). \quad (1.25)$$

En comparant  $E_c$  et  $E_p$ , on constate que prendre  $\sigma \gg \frac{\hbar^2}{ml|V_0|}$  permet d'obtenir la relation  $E_c \ll |E_p|$ . D'autre part, en comparant  $E_{\text{int}}$  et  $E_p$ , nous pouvons écrire

$$\frac{E_{\text{int}}}{|E_p|} = \frac{Ng_{1\text{D}} \mathcal{N}^4 \sigma F(2\alpha)}{\mathcal{N}^2 V_0 l} = \frac{Ng_{1\text{D}}}{V_0 l} \mathcal{N}^2 \sigma F(2\alpha). \quad (1.26)$$

Pour des valeurs données de  $N$ ,  $g_{1\text{D}}$  et  $V_0$ , on a  $\mathcal{N}^2 \sigma F(2\alpha) \underset{\alpha \rightarrow 1/2^+}{\sim} \pi(\alpha - 1/2) \rightarrow 0$ . Ainsi, choisir  $\alpha$  de plus en plus près de  $1/2$  permet d'obtenir  $E_{\text{int}} \ll |E_p|$ , indépendamment du nombre d'atomes  $N$ .

Nous avons trouvé une fonction d'essai pour laquelle l'énergie potentielle de piégeage est bien supérieure en valeur absolue à l'énergie cinétique et à l'énergie d'interaction entre atomes. Nous en déduisons que nous pouvons toujours trouver des valeurs de  $\sigma$  et  $\alpha$  telles que l'on ait  $\mu[\sigma, \alpha] < 0$ . L'équivalent de la méthode variationnelle sur le potentiel chimique [58] assure alors qu'il existe une solution de l'équation de Gross-Pitaevskii pour laquelle le potentiel chimique est négatif, et qui est donc liée.

### 1.3 Condensat de Bose-Einstein dans un piège gaussien unidimensionnel

Afin d'illustrer le raisonnement général qui précède, nous avons mis au point une solution numérique de l'équation (1.10). On utilisera à présent et dans la suite de ce chapitre un potentiel de piégeage  $V(x)$ , possédant un profil gaussien, défini comme :

$$V(x) = -V_0 e^{-\frac{2x^2}{w_0^2}}, \quad V_0 > 0. \quad (1.27)$$

Ce potentiel décrit le potentiel dipolaire créé par un laser décalé vers le rouge, avec un col  $w_0$  à son foyer, dans une direction transverse à sa propagation [59, 60] (voir Ch. 6). Si on prend  $w_0$  comme échelle de longueur et l'énergie correspondante  $E_c = \frac{\hbar^2}{mw_0^2}$  comme échelle d'énergie, cela nous permet de définir plusieurs quantités sans dimension :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{w_0}; \quad \tilde{\mu} = \frac{\mu}{E_c}; \quad \tilde{V}_0 = \frac{V_0}{E_c}; \quad \tilde{g} = \frac{g_{1D}N}{w_0 E_c}. \quad (1.28)$$

### 1.3.1 Résolution numérique

Nous avons écrit un programme permettant la résolution numérique de l'équation de Gross-Pitaevskii [Eq. (1.10)] pour le potentiel de piégeage défini par Eq. (1.27). Le principe de cette simulation est expliqué dans l'annexe A.1.

La solution de l'équation de Gross-Pitaevskii est représentée sur la figure 1.2 pour les paramètres  $\tilde{V}_0 = 1$  et  $\tilde{g} = 0.76$ . L'extension de la fonction d'onde demeure du même ordre de grandeur que la taille  $w_0$  du piège. Afin de déterminer la nature du profil de la fonction d'onde, nous avons tracé deux fonctions limite pour les comparer aux données de la figure 1.2 :

$$\varphi_G = \mathcal{N}_G e^{-\sqrt{\tilde{V}_0}(x/w_0)^2}, \quad (1.29)$$

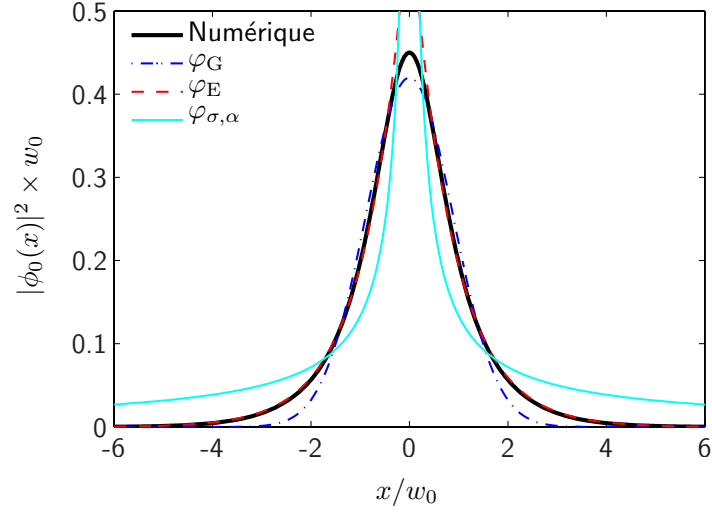
$$\varphi_E = \mathcal{N}_E e^{-\sqrt{2m|\mu|/\hbar}|x|}, \quad (1.30)$$

où  $\mathcal{N}_G$  et  $\mathcal{N}_E$  sont des constantes de normalisation. La première fonction ( $\varphi_G$ ) est l'état fondamental dans le potentiel harmonique équivalent à basse énergie. La seconde ( $\varphi_E$ ) est le comportement asymptotique de la fonction d'onde d'un état lié par un potentiel  $\delta$  de Dirac d'énergie  $\mu$ . On observe que la région  $x \leq w_0$  est bien décrite en considérant le potentiel comme harmonique, et la fonction d'onde est bien ajustée par  $\varphi_G$ . Pour  $x \gg w_0$ , soit loin du piège, celui-ci peut être considéré comme ponctuel, et la fonction d'onde est bien ajustée par  $\varphi_E$ .

Le dernier profil tracé à titre de comparaison sur la figure 1.2 est un ajustement obtenu à partir de la fonction d'essai  $\varphi_{\sigma,\alpha}$  définie par Eq. (1.19). Le désaccord de l'ajustement avec la simulation numérique montre que ce type de fonction s'étale beaucoup trop lentement pour décrire la situation lorsque le nombre d'atomes est faible, et est par conséquent mal adapté. La situation est cependant différente lorsque le nombre d'atomes augmente.

### 1.3.2 "Seuil d'explosion" de la taille de l'état fondamental

Une méthode efficace pour obtenir un aperçu de l'évolution de la taille de la fonction d'onde lorsque le nombre d'atomes augmente est l'emploi de la méthode variationnelle avec l'ansatz gaussien  $\varphi_\sigma$  défini dans (1.14) pour obtenir analytiquement la valeur du paramètre  $\sigma$  qui minimise le potentiel chimique. Comme nous l'avons vu, cette fonction d'essai est relativement adéquate pour des nombres d'atomes faibles ( $\tilde{g} \leq \tilde{V}_0$ ). Qu'en est-il pour  $\tilde{g} \gg \tilde{V}_0$  ?



**FIGURE 1.2.** Solution de l'équation de Gross-Pitaevskii pour un condensat dans un piège 1D gaussien. Nous comparons ces résultats aux profils gaussien  $\varphi_G$  (état fondamental de l'oscillateur harmonique) et exponentiel  $\varphi_E$  (particule dans un potentiel  $\delta$ ), ainsi qu'à la fonction d'essai à deux paramètres  $\varphi_{\sigma,\alpha}$  Eq. (1.19) avec une décroissance en loi de puissance ( $1/|x|^\alpha$ ).

Pour le potentiel gaussien (1.27), le potentiel chimique (1.18) devient [Eqs. (1.15, 1.16, 1.17, 1.18)]

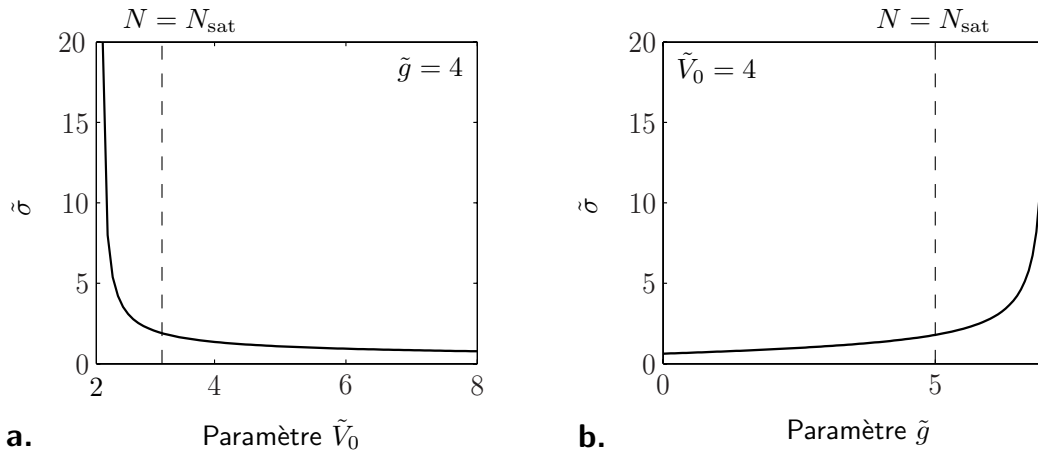
$$\tilde{\mu}[\tilde{\sigma}] = \frac{1}{4\tilde{\sigma}^2} - \frac{\tilde{V}_0}{\sqrt{1+2\tilde{\sigma}^2}} + \frac{\tilde{g}}{\sqrt{2\pi}\tilde{\sigma}}. \quad (1.31)$$

Les résultats de la minimisation de  $\tilde{\mu}[\sigma]$  sont présentés sur les figures 1.3. La taille du condensat augmente lentement avec le nombre d'atomes [1.3 (a)], avant de s'étaler très rapidement quand le nombre d'atomes dépasse une valeur critique. Cela est vrai également lorsque l'on diminue la profondeur du piège tout en gardant le nombre d'atomes constant [1.3 (b)], et montre que la fonction d'essai gaussienne n'est alors plus adaptée.

Ce comportement met en évidence une valeur critique du nombre d'atomes pour un piège de profondeur donnée, au-delà de laquelle la taille de la fonction d'onde "explose". Pour estimer cette valeur, nous suivons le raisonnement suivant : nous savons qu'il n'y a plus d'état lié dès que  $\mu = 0$ . Au niveau de ce seuil, la fonction d'onde est largement étalée. Si l'on considère alors l'énergie cinétique comme négligeable<sup>1</sup>, cela permet de définir un nombre d'atomes  $N_{\text{sat}}$  à partir de l'équation de Gross-Pitaevskii tel que

$$V(x) + g_{1D}N_{\text{sat}}|\varphi_0(x)|^2 = 0. \quad (1.32)$$

1. En réalité elle ne l'est pas tout à fait et c'est ce qui garantit l'existence inconditionnelle d'un état lié précédemment prouvée. L'hypothèse faite ici est simplement destinée à extraire un ordre de grandeur du nombre d'atomes à partir duquel la fonction d'onde s'étale.



**FIGURE 1.3.** Taille  $\bar{\sigma}$  caractéristique du condensat calculée à partir de la méthode variationnelle, en fonction de la profondeur du potentiel  $\tilde{V}_0$  à  $\tilde{g} = 4$  fixé, et en fonction du paramètre d'interaction  $\tilde{g}$ , à  $\tilde{V}_0 = 4$  fixé.

Etant donné que la fonction d'onde  $\varphi_0$  est normalisée, on obtient

$$N_{\text{sat}} = \frac{1}{g_{1D}} \int_{-\infty}^{\infty} dx |V(x)| = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{V_0 w_0}{g_{1D}}. \quad (1.33)$$

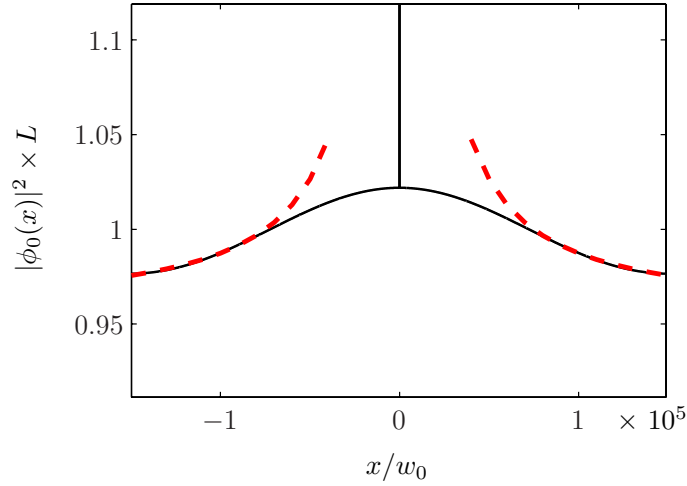
La condition  $N = N_{\text{sat}}$  correspond à  $\tilde{V}_0/\tilde{g} = \sqrt{2/\pi} \simeq 0.8$ . Elle est représentée sur les figures 1.3 par un trait tireté. Le nombre  $N_{\text{sat}}$  donne effectivement l'ordre de grandeur du nombre d'atomes pour lequel le paramètre  $\sigma$  décrivant la taille de la fonction d'essai gaussienne “explose”. Nous avons vu que l'état fondamental était toujours lié, mais il faut alors avoir recours à l'*ansatz*  $\varphi_{\sigma,\alpha}$ .

Nous pouvons vérifier ce comportement vis-à-vis du nombre d'atomes en utilisant la résolution numérique de l'équation de Gross-Pitaevskii, avec  $\tilde{g} \gg \tilde{V}_0$ . La fonction d'onde obtenue est représentée sur la figure 1.4, pour  $\tilde{V}_0 = 1$  et  $\tilde{g} = 760$ . Lorsque  $N > N_{\text{sat}}$ , on s'attend à ce que la taille de la fonction d'onde augmente énormément afin d'abaisser l'énergie d'interaction. Cela se traduit par un étalement des ailes de son profil. Celles-ci sont alors très bien ajustées par une fonction  $\varphi_{\sigma,\alpha}$  [Eq. (1.19)].

Cependant, ces fonctions d'ondes extrêmement délocalisées sont peu réalistes expérimentalement. Par conséquent, nous travaillerons désormais avec un nombre d'atomes  $N$  inférieur à  $N_{\text{sat}}$ .

## 1.4 Excitations collectives dans un piège gaussien unidimensionnel

Après avoir caractérisé la fonction d'onde de l'état fondamental du condensat, nous nous sommes intéressés aux états excités. En effet, nous savons qu'en raison de la température ou des interactions, une fraction des atomes peut être excitée en dehors



**FIGURE 1.4.** Fonction d'onde du condensat, pour  $\tilde{V}_0 = 1$  et  $\tilde{g} = 760$ . La solution numérique est tracée en noir. Les ailes de la fonction d'onde sont bien ajustées par un profil en loi de puissance ( $1/|x|^\alpha$ ) [Eq. (1.19)], avec  $\alpha = 1.17$  (trait rouge tireté).

du condensat. Il est impossible de décrire cette fraction non condensée en se limitant à l'équation de Gross-Pitaevskii. D'autre part, dans notre cas, le piège a une profondeur finie, ce qui implique que certains de ces états excités (tous dans le cas d'un piège à un seul niveau) sont libres, bien qu'ils puissent différer d'ondes planes en raison de la présence du piège. Les atomes non condensés ne peuvent dès lors plus être piégés, et l'on peut espérer un condensat quasi-pur piégé dans le puits de faible profondeur. Il ressort de ces considérations que les excitations du condensat dans un piège de profondeur finie constituent un sujet d'investigation intéressant.

Pour traiter ce problème, nous envisageons un boîte à une dimension d'une longueur  $L$ , dans laquelle se trouve un gaz de bosons. Au centre de cette boîte se trouve un puits gaussien de faible profondeur (*dimple*), tel que  $L \gg w_0$ , avec  $w_0$  la taille caractéristique du *dimple*. On peut alors donner une description simplifiée des niveaux d'énergie pour ce piège, s'il possède un unique état lié, en distinguant trois catégories de niveaux d'énergie : l'état fondamental, lié ; les premières excitations libres, d'énergie faible, et par conséquent perturbées par le *dimple* ; enfin, les excitations libres d'énergie élevée, très proches d'ondes planes. Afin de vérifier et de préciser cette description, nous avons d'abord étudié le cas idéal, et nous avons ensuite utilisé l'approche de Bogoliubov afin de calculer les excitations du condensat en prenant en compte les interactions.

### 1.4.1 États excités dans le cas idéal

Nous étudions en premier lieu le cas sans interaction ( $\tilde{g} = 0$ ). Dans ce cas, l'équation à résoudre est simplement l'équation de Schrödinger

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_x + V(x) \right] u_k(x) = \epsilon_k u_k(x), \quad (1.34)$$



où  $u_k$  est la fonction d'onde d'un état excité et  $\epsilon_k$  son énergie. Nous pouvons séparer l'étude des états excités en deux parties, suivant que leur énergie est faible ou non comparée à l'énergie caractéristique  $E_c$ .

**Excitations de faible énergie** ( $\epsilon < E_c$ )

Les excitations d'énergie faible devant  $E_c$  possédant des longueurs d'ondes grandes devant l'extension  $w_0$  du piège, nous pouvons considérer ce dernier comme ponctuel, et ainsi le modéliser par un potentiel de piégeage delta de Dirac :  $V(x) = -\alpha\delta(x)$ , avec  $\alpha > 0$ . Dans ce cas, on peut montrer aisément [57] qu'il n'existe qu'un seul état lié pour ce potentiel de piégeage, avec comme énergie et comme fonction d'onde

$$E_0 = -\frac{m\alpha^2}{2\hbar^2}, \quad \text{et} \quad (1.35)$$

$$\psi_0(x) = \mathcal{N}e^{-\frac{m\alpha}{\hbar^2}|x|}. \quad (1.36)$$

L'état fondamental est donc proche de celui trouvé numériquement pour le potentiel gaussien (voir Fig. 1.2).

Les états excités pairs (impairs)  $\phi_k(x)$  ( $\psi_k(x)$ ),

$$\begin{cases} \phi_k(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cos(k|x| + \theta_{\epsilon_k}) \\ \psi_k(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin(kx) \end{cases} \quad (1.37)$$

sont tous libres. Leur relation de dispersion et le saut de phase à l'origine (pour les états pairs) sont donnés par les relations

$$\epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}; \quad (1.38)$$

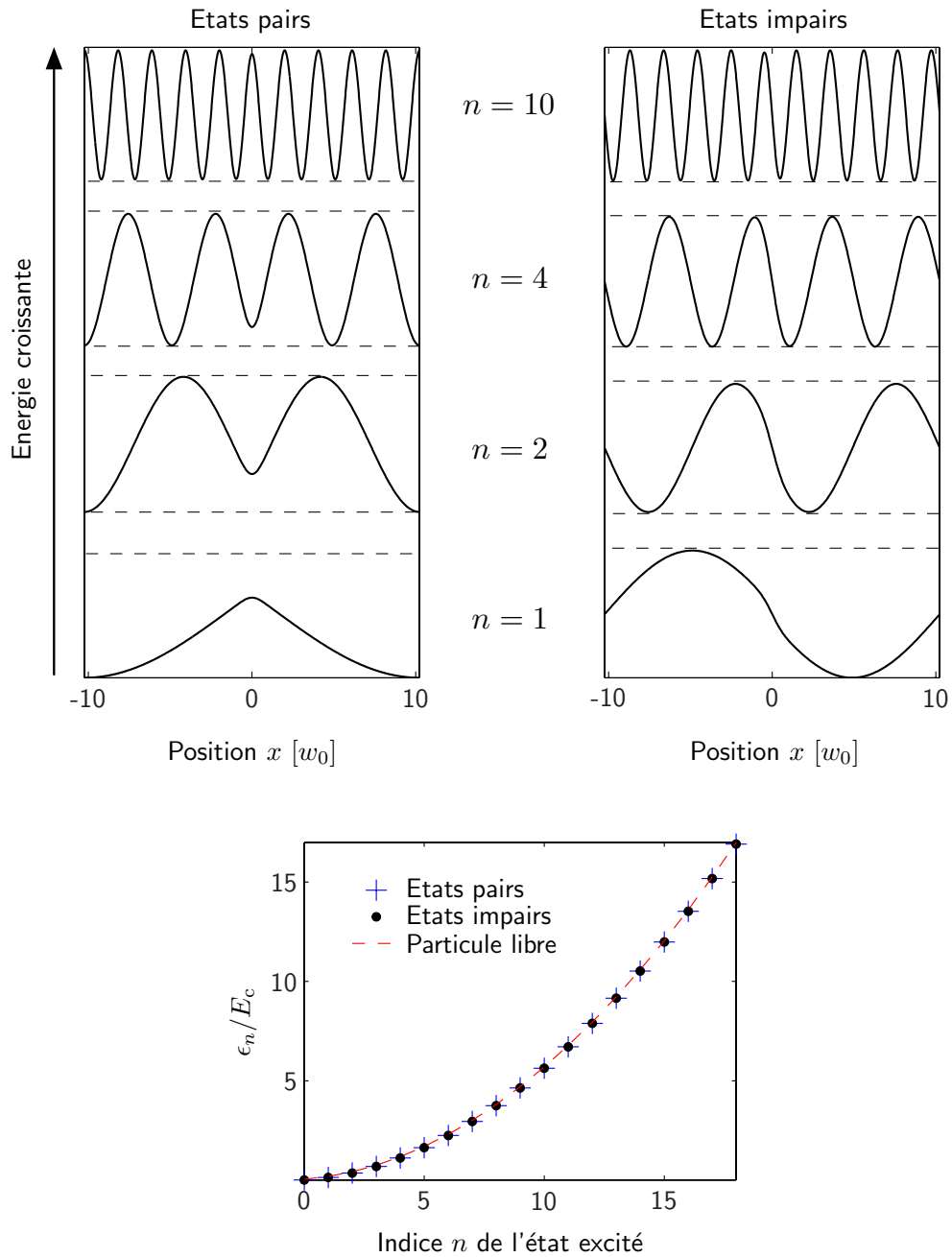
$$\tan^2(\theta_\epsilon) = \frac{m\alpha^2}{2\hbar^2\epsilon}. \quad (1.39)$$

Le spectre des excitations est le même que celui d'une particule libre. Les excitations impaires sont des fonctions quasi-sinusoidales non perturbées. Enfin, les excitations paires sont proches d'ondes cosinusoidales, avec une chute d'amplitude au voisinage de  $x = 0$ .

Voyons si nous retrouvons ces éléments dans les fonctions d'ondes des états excités obtenus numériquement pour le potentiel gaussien [Eq. (1.27)]. Nous résolvons (1.34), en diagonalisant le hamiltonien  $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_x + V(x)$  dans la base des positions, avec des conditions aux limites périodiques. Les vecteurs propres obtenus sont normalisés, et des conditions aux limites périodiques sont employées<sup>2</sup>. Les résultats sont représen-

---

2. Les énergies prises en compte dans le calcul sont bornées par la condition  $\epsilon \ll \frac{\hbar^2}{m\Delta x^2}$ , avec  $\Delta x$  le pas de discrétisation. Cette simulation permet de reproduire le spectre et les fonctions propres pour un potentiel



**FIGURE 1.5.** Les fonctions d'onde et le spectre des états excités pour un piège gaussien avec un unique état lié ( $\tilde{N}_0 = 1$ ) dans le cas idéal, obtenu par calcul numérique, en prenant des conditions aux limites périodiques. Les niveaux correspondent aux nombres quantiques  $n = 1, 2, 4$  et  $10$ , et les fonctions d'onde sont représentées en unités arbitraires. Le spectre des états pairs et impairs est comparé à celui d'une particule libre,  $\epsilon_{k_n} = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m}$ , avec  $k_n = \frac{2\pi n}{L}$ .

tés sur la figure 1.5. Comme ils ont été effectués pour  $\tilde{V}_0 = 1$ , nous sommes dans la situation d'un piège à un unique état lié, où toutes les excitations sont libres. Nous retrouvons qualitativement toutes les propriétés déduites du modèle analytique : les fonctions d'onde proches d'ondes planes pour les énergies élevées, et de plus en plus perturbées au fur et à mesure que l'énergie diminue. Les fonctions paires seules sont affectées à basse énergie par une chute d'amplitude au voisinage du *dimple*, en  $x = 0$ . En ce qui concerne le spectre des états excités, les énergies sont quasi-dégénérées deux à deux, et suivent de très près le spectre d'une particule libre.

Pour comparer les deux situations de manière plus quantitative, nous pouvons estimer le coefficient  $\alpha$  devant le potentiel  $\delta$  par  $\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} V(x) dx$ , i.e. "l'aire" sous le potentiel. Pour un potentiel gaussien, ceci nous amène à la définition suivante de  $\theta_\epsilon$

$$\tan(\theta_\epsilon) = \sqrt{\frac{\pi m \omega_0^2 V_0^2}{2\hbar\epsilon}} = \sqrt{\frac{\pi \tilde{V}_0^2}{2\epsilon/E_c}}. \quad (1.40)$$

Si l'on admet que les fonctions d'onde obtenues numériquement peuvent s'écrire de la même manière que dans l'équation (1.37), un angle  $\theta_{\epsilon_n}$  peut être extrait de chaque fonction numérique paire  $u_n$  d'énergie  $\epsilon_n$  en utilisant la relation simple

$$\theta_{\epsilon_n} = \text{acos}\left(\frac{u_n(0)}{\max(u_n(x))}\right), \quad (1.41)$$

et ces valeurs peuvent être comparées à l'expression analytique donnée par l'équation 1.40 dans le cas d'un potentiel ponctuel.

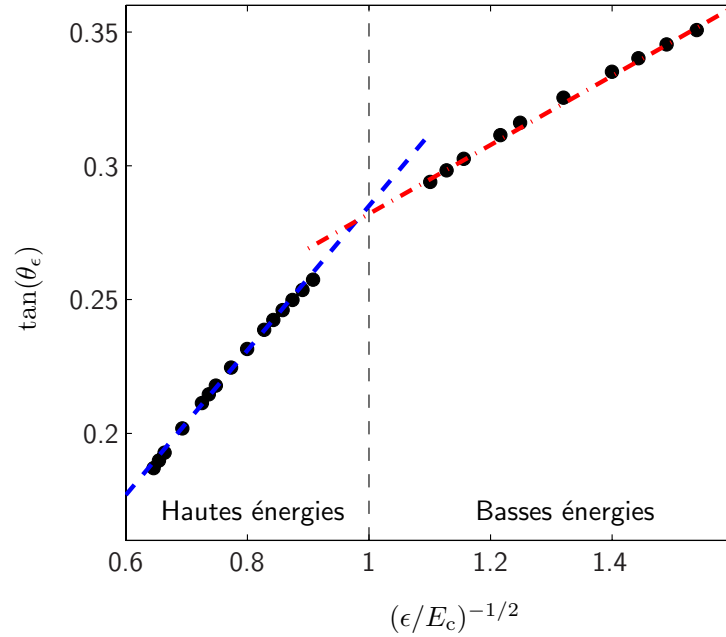
Les résultats de cette comparaison apparaissent sur la figure 1.6, pour l'exemple d'un potentiel gaussien avec un seul état lié obtenu pour  $\tilde{V}_0 = 0.16$ . Les valeurs de  $\tan(\theta_\epsilon)$  extraites des calculs numériques sont bien ajustées par l'expression analytique (1.40) (en trait rouge pointillé-tiré) pour des valeurs de  $\epsilon$  inférieures à  $E_c$ . Cependant, comme attendu, cela devient faux lorsque on prend en compte les énergies plus hautes que  $E_c$ , qui correspondent à des longueurs d'onde comparables à l'extension spatiale du potentiel. Le modèle d'un potentiel ponctuel n'est alors plus adapté. En effet,  $\tan(\theta_\epsilon)$  semble rester linéaire en  $\left(\frac{\epsilon}{E_c}\right)^{-1/2}$ , mais il y a un changement clair de pente autour de  $E_c$ .

### Excitations de haute énergie ( $\epsilon > E_c$ )

Pour décrire le comportement des fonctions d'onde des états excités de haute énergie, nous utilisons une approche WKB, en considérant une onde plane traversant le potentiel  $V(x)$ . Les détails du calcul sont reportés dans l'appendice A.2. L'expression trouvée pour

---

harmonique avec une précision de  $10^{-2}$ , limitée par la discrétisation.



**FIGURE 1.6.** Résultats obtenus avec les calculs numériques pour  $\theta_\epsilon$ , en fonction de  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon/E_c}}$  (points noirs). En trait rouge pointillé-tiré, les valeurs analytiques dérivées de l'équation (1.46), pour un potentiel ponctuel. En trait bleu tiré, celles dérivées de l'équation (1.47) dans le cadre de l'approximation WKB.

l'onde WKB avec l'énergie  $\epsilon$  est

$$\phi_\epsilon(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \left[ \frac{\epsilon}{\epsilon - V(x)} \right]^{1/4} \cos \left( \int_{-L/2}^x \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (\epsilon - V(x))} dx \right), \quad (1.42)$$

avec la condition de quantification de Bohr-Sommerfeld pour les conditions aux limites périodiques :

$$\int_{-L/2}^{L/2} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (\epsilon - V(x))} dx = 2\pi n. \quad (1.43)$$

Il est possible d'approcher ces fonctions d'onde WKB par la forme  $\cos(k|x| + \theta_\epsilon)$ , aussi bien pour  $|x| \gg w_0$  et pour  $x \sim 0$ . Pour  $|x| \gg w_0$ , on constate que le déphasage total accumulé en passant à travers le potentiel est

$$\theta_\epsilon = \sqrt{\frac{m}{2\hbar^2\epsilon}} \int_{-\infty}^{\infty} V(x) dx, \quad (1.44)$$

ce qui correspond exactement au résultat suggéré dans Eq. (1.40). Proche de l'origine, si l'on essaie d'identifier la baisse d'amplitude en  $x = 0$  à un déphasage soudain (ce qui

revient à employer l'expression (1.41) pour trouver  $\theta_\epsilon$ , l'expression WKB conduit à

$$\left[ \frac{\epsilon}{\epsilon - V(x)} \right]^{1/4} \simeq 1 - \frac{V_0}{4\epsilon} \simeq \cos \left( \sqrt{\frac{V_0}{2\epsilon}} \right), \quad (1.45)$$

le terme cosinus dans Eq. (1.42) étant égal à  $(-1)^n$  en raison de la condition de quantification. Cela conduit à un déphasage en  $x = 0$  valant  $\theta_\epsilon = \sqrt{\frac{V_0}{2\epsilon}} = \sqrt{\frac{\tilde{V}_0}{2\epsilon/E_c}}$ , ce qui est cohérent avec l'observation menée pour les hautes énergies (en trait bleu tireté dans la figure 1.6).

On conclut de ce développement que les excitations paires libres dans le cas idéal pour un piège de profondeur finie avec un unique état lié peuvent être approchées par les fonctions  $\sqrt{\frac{2}{L}} \cos(|kx| + \theta_\epsilon)$ , où  $\theta_\epsilon$  varie en  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$ , avec un préfacteur dépendant de l'énergie  $\epsilon$  :

$$\theta_\epsilon = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \tilde{V}_0 \times \frac{1}{\sqrt{\epsilon/E_c}} \quad \text{pour } \epsilon/E_c \lesssim 1 \quad (1.46)$$

$$\theta_\epsilon = \sqrt{\frac{\tilde{V}_0}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{\epsilon/E_c}} \quad \text{pour } \epsilon/E_c \gg 1. \quad (1.47)$$

### 1.4.2 L'équation de Bogoliubov-de Gennes

A présent que nous avons une bonne connaissance des états excités dans le cas idéal, nous pouvons réintroduire les interactions de champ moyen en utilisant la théorie de Bogoliubov. Dans l'approche de Gross-Pitaevskii, nous avons supposé que tous les atomes  $N$  étaient condensés, à température nulle. Il s'agit bien sûr d'une approximation. Pour prendre en compte la fraction des atomes non condensés, nous utilisons l'approche de Bogoliubov [61]. Nous écrivons l'opérateur champ des atomes comme une partie condensée et une autre non condensée,

$$\hat{\psi} = \varphi_0 \hat{a}_0 + \delta\hat{\psi}. \quad (1.48)$$

Ensuite, une expression perturbative en  $\frac{\delta N}{N}$  de l'opérateur  $\delta\hat{\psi}$

$$\delta\hat{\psi} = \sum_k [u_k(x) \hat{b}_k + v_k^*(x) \hat{b}_k^\dagger] \quad (1.49)$$

diagonalise l'hamiltonien comme suit :

$$H = E_0 + \sum_k \epsilon_k \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k, \quad (1.50)$$

si les fonctions  $u_k$  et  $v_k$  sont prises comme solutions des équations de Bogoliubov-de Gennes [62]

$$\begin{cases} (H_{\text{GP}} + gN|\varphi_0|^2)u_k(x) + gN\varphi_0^2 v_k(x) = \epsilon_k u_k(x) \\ -gN\varphi_0^{*2} u_k(x) - (H_{\text{GP}} + gN|\varphi_0|^2)v_k(x) = \epsilon_k v_k(x). \end{cases} \quad (1.51)$$

De plus, le respect des relations de commutation entre les opérateurs bosoniques  $b_k$  et  $b_k^\dagger$  conduit à

$$[b_k, b_{k'}^\dagger] = \int dx [u_k(x)u_{k'}^*(x) - v_k^*(x)v_{k'}(x)] = \delta_{kk'}. \quad (1.52)$$

Les opérateurs  $b_k^\dagger$  et  $b_k$  ainsi définis créent et annihilent ce qu'on peut appeler une "quasi-particule", avec une énergie  $\epsilon_k$ , le vide de ces quasi-particules correspondant à l'état fondamental du système en interaction. Par conséquent, en trouvant les couples  $(u_k, v_k)$  et les énergies correspondantes  $\epsilon_k$ , *i.e.* en diagonalisant la matrice

$$\mathcal{L}_{\text{GP}} = \begin{pmatrix} H_{\text{GP}} + gN|\varphi_0|^2 & gN\varphi_0^2 \\ -gN\varphi_0^{*2} & -[H_{\text{GP}} + gN|\varphi_0|^2]^* \end{pmatrix}, \quad (1.53)$$

on obtient une description globale des excitations du condensat. La connaissance des fonctions  $u_k$ ,  $v_k$  et  $\epsilon_k$  permet en effet de calculer plusieurs quantités intéressantes.

Par exemple, même à température nulle, le nombre d'atomes non condensés n'est pas strictement nul. En effet, si on note cette déplétion quantique  $\delta N_{\text{QD}}$ , on peut calculer [62] :

$$\delta N_{\text{QD}} = \int dx \sum_{k \neq 0} |v_k(x)|^2. \quad (1.54)$$

Pour une température non nulle, l'excitation thermique des quasi-particules ajoute une contribution thermique à la déplétion, notée  $\delta N_{\text{TD}}$  :

$$\delta N_{\text{TD}} = \int dx \sum_{k \neq 0} [|u_k(x)|^2 + |v_k(x)|^2] n_k, \quad (1.55)$$

où  $n_k = \left( e^{\frac{\epsilon_k - \mu}{k_B T}} - 1 \right)^{-1}$  est la distribution de Bose-Einstein pour l'énergie  $\epsilon_k$ .

### 1.4.3 Résolution numérique : spectre et nature des états excités

La méthode de résolution numérique utilisée ici est semblable à celle de la section 1.3.1. Cependant, l'opérateur diagonalisé est, bien entendu,  $\mathcal{L}_{\text{GP}}$ . Nous présentons ici quelques exemples significatifs des résultats obtenus avec cette simulation. Trois types de paramètres sont considérés :

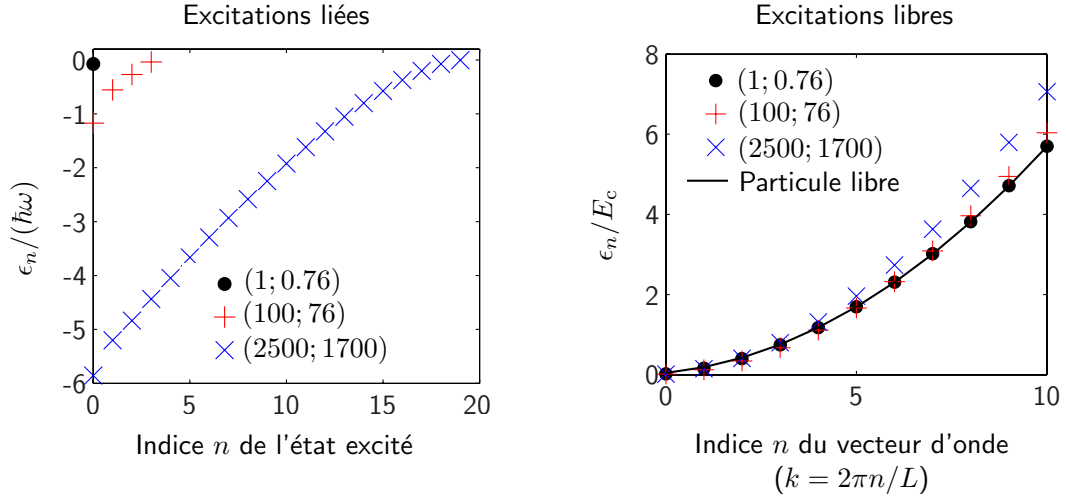
- ( $\tilde{V}_0 = 1$ ;  $\tilde{g} = 0.76$ ), un piège à un seul niveau ( $N/N_{\text{sat}} = 0.6$ ),
- ( $\tilde{V}_0 = 100$ ;  $\tilde{g} = 76$ ), un piège comprenant quelques excitations liées, avec un nombre modéré d'atomes ( $N/N_{\text{sat}} = 0.6$ ),
- ( $\tilde{V}_0 = 2500$ ;  $\tilde{g} = 1700$ ), un piège très profond, avec un nombre modéré d'atomes ( $N/N_{\text{sat}} = 0.6$ ).

En premier lieu, nous allons analyser le spectre des excitations, représentées sur la figure 1.7. Le spectre des excitations libres est ainsi presque le même dans les trois cas, ce qui est raisonnable car il ne dépend que de la dimension de la boîte. Cependant, on peut remarquer que lorsque le piège devient plus profond, des excitations liées apparaissent. Sans surprise, le spectre linéaire à basse énergie est analogue à celui d'un piège harmonique.

Les fonctions  $u(x)$  et  $v(x)$  ont également été représentées pour ces valeurs des paramètres, et pour deux niveaux d'énergie différents. Les fonctions  $u$  demeurent presque identiques à celles calculées dans le cas idéal (voir (1.3.1)); c'est pourquoi nous avons décidé de montrer seulement la zone centrale où les fonctions  $v$  étaient remarquables. Sur la figure 1.8 (a), la première excitation libre est représentée dans chaque cas. On peut voir que pour un niveau d'énergie aussi bas,  $u(x)$  et  $v(x)$  sont comparables, même lorsque le nombre d'atomes est bas. C'est le signe d'une excitation collective. Cela ne demeure pas vrai lorsque un niveau d'énergie plus élevé est considéré [Fig. 1.8 (b)]. En effet, on peut voir dans ce cas que  $v(x)$  a une amplitude bien plus basse que  $u(x)$  dans le cas d'un faible nombre d'atomes, et que les bosons se comportent comme des particules libres. Cependant,  $v(x)$  devient logiquement de plus en plus comparable à  $u(x)$  quand le nombre d'atomes augmente.

Ce résultat coïncide avec celui bien connu d'un gaz homogène dans une boîte. En effet, dans ce cas, les fonctions de Bogoliubov correspondent à des ondes planes  $u_k(x) = U_k e^{ikx}$  et  $v_k(x) = V_k e^{ikx}$  dont les amplitudes vérifient alors les relations suivantes [62] :

$$\begin{cases} U_k + V_k &= \left( \frac{\epsilon_k}{\epsilon_k + 2\rho g} \right)^{1/4}, \\ U_k - V_k &= \left( \frac{\epsilon_k}{\epsilon_k + 2\rho g} \right)^{-1/4}, \end{cases} \quad (1.56)$$



**FIGURE 1.7.** Spectre des excitations de Bogoliubov pour différents couples de paramètres  $(\tilde{V}_0; \tilde{g})$ . Afin de rendre la figure plus lisible, les énergies positives et négatives ont été représentées séparément, et dans des échelles d'énergie différentes. Pour la profondeur la plus faible, un unique état lié est présent. Quelques états liés supplémentaires apparaissent lorsque  $\tilde{V}_0$  augmente. Pour le dernier cas très profond, on retrouve le spectre linéaire des états liés du potentiel harmonique. En ce qui concerne les excitations libres, leur spectre est dans tous les cas très proche de celui d'un condensat homogène, avec un spectre linéaire à basse énergie (excitations collectives) et qui retrouve une forme quadratique pour les grands vecteurs d'onde.

où  $\epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  et  $\rho$  est la densité des atomes dans la boîte. Pour les deux régimes asymptotiques  $\epsilon_k \gg \rho g$  et  $\epsilon_k \ll \rho g$ , on a

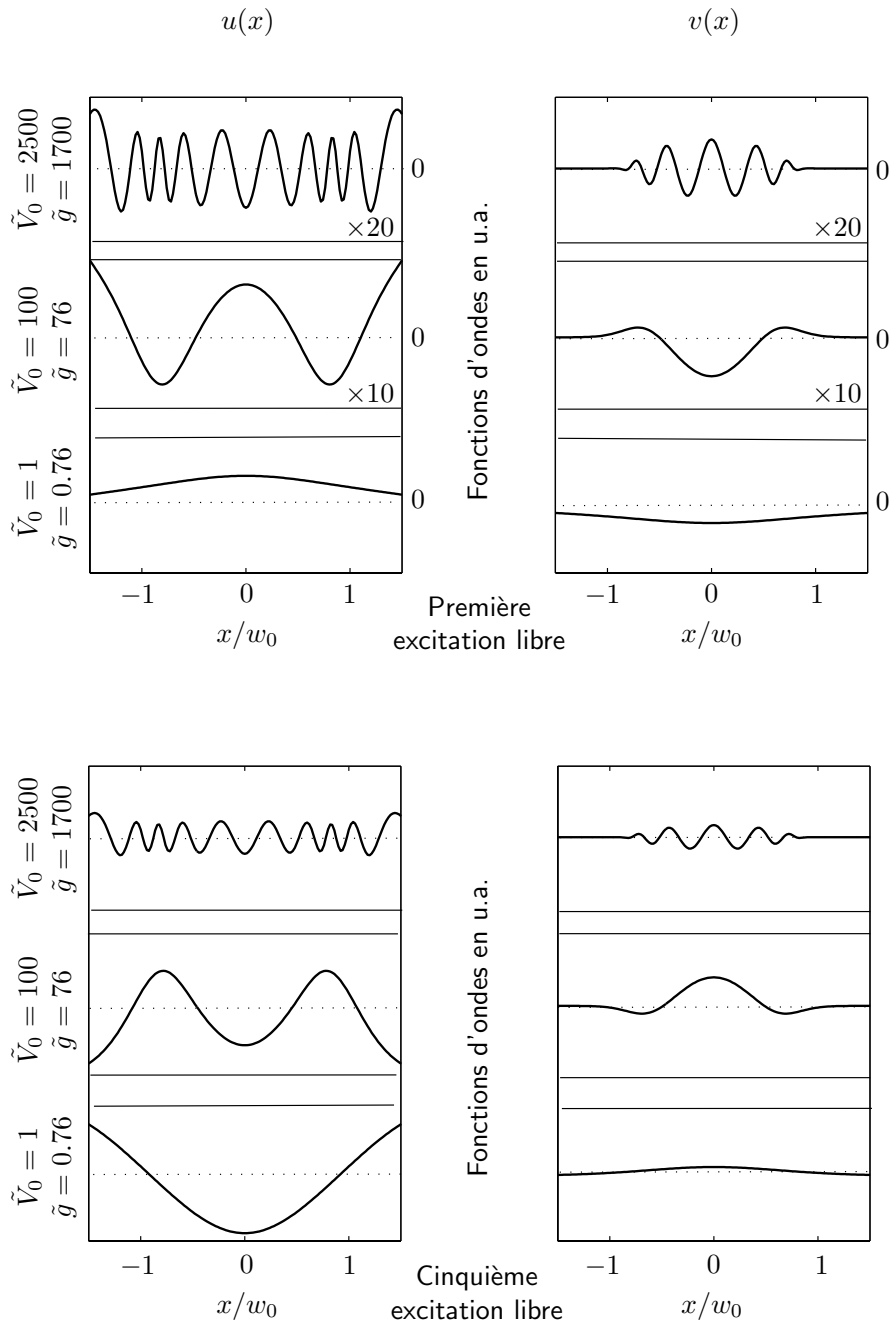
$$U_k \simeq -V_k \simeq \left( \frac{\rho g}{8\epsilon_k} \right)^{1/4} \quad \text{when } \epsilon_k \ll \rho g, \quad (1.57)$$

$$U_k \simeq 1 \quad V_k \simeq -\frac{\rho g}{\epsilon_k} \ll 1 \quad \text{when } \epsilon_k \gg \rho g. \quad (1.58)$$

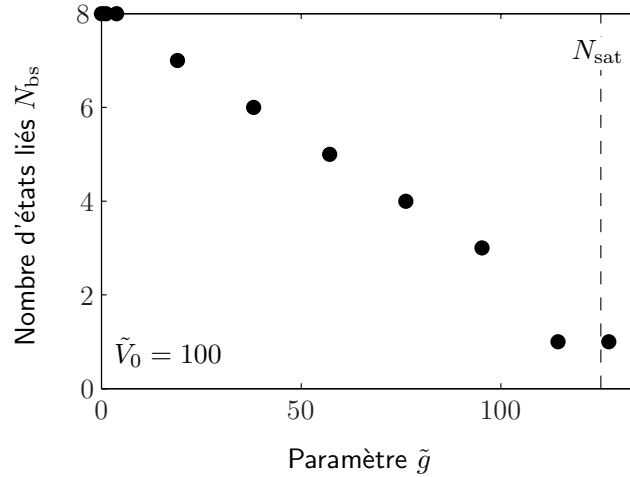
ce qui est cohérent avec ce qui a été observé sur la figure 1.8.

Un autre aspect intéressant de ce piège de profondeur finie est le nombre d'excitations liées. On sait que le piège harmonique a un nombre infini d'états liés, avec un écart en énergie constant égal à  $\hbar\omega$  entre eux. Le nombre d'états liés pour un piège de profondeur finie dépend en général de la hauteur du potentiel et du nombre d'atomes dans le condensat à travers les interactions de champ moyen. Nous avons déjà expliqué dans la section (1.3.2) que pour  $\tilde{V}_0 = \sqrt{2/\pi}\tilde{g}$  le piège est saturé. Partons d'un potentiel relativement profond, *e.g.*  $\tilde{V}_0 = 100$ . Nous traçons sur la figure 1.9 le nombre d'états liés dans le piège en fonction du paramètre  $\tilde{g}$ , soit du nombre d'atomes. Dans cette configuration, avec un seul atome, les calculs numériques prévoient un nombre d'états liés  $N_{\text{bs}} = 8$ . Au fur et à mesure que le nombre d'atomes dans le condensat augmente,  $N_{\text{bs}}$  diminue régulièrement, jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un unique état lié : les interactions "expulsent" les excitations liées hors du piège. Au final, lorsque  $N \sim N_{\text{sat}}$ , seul l'état fondamental demeure lié.





**FIGURE 1.8.** Les fonctions  $u(x)$  et  $v(x)$  sont représentées pour différents couples de paramètres  $(\tilde{V}_0; \tilde{g})$ , et seulement dans la région où se trouve le piège. En haut, le niveau d'énergie représenté est le premier présentant une énergie positive (première excitation libre). La période d'oscillation change car  $\varphi_0$  est très différent dans les trois cas. En bas, le niveau d'énergie représenté est le cinquième présentant une énergie positive (cinquième excitation libre).



**FIGURE 1.9.** Nombre d'états liés  $N_{bs}$  calculé numériquement, en fonction du paramètre  $\tilde{g}$ , pour  $\tilde{V}_0 = 100$ . La ligne tirée verticale marque la valeur de  $\tilde{g}$  pour laquelle  $N = N_{sat}$  [Eq. (1.33)]. Au fur et à mesure que le nombre d'atomes augmente, les excitations sont "expulsées" du piège.

#### 1.4.4 Fraction d'atomes piégés non-condensés

Le fait de connaître les fonctions de Bogoliubov  $u_n$  et  $v_n$  nous permet de calculer de nombreuses quantités concernant le condensat piégé, comme la fraction d'atomes excités hors du condensat due aux interactions (déplétion quantique) et à la température non nulle. La fraction d'atomes non condensés dans le piège est importante, car ces derniers sont responsables d'une perte de cohérence du condensat, alors que nous le voudrions aussi pur que possible. Cependant, les atomes qui ne sont pas piégés sont exclus de notre estimation, parce que leur densité bien plus basse les rend moins nuisibles à la cohérence. Calculons donc le nombre d'atomes piégés hors du condensat.

Nous avons déjà vu (voir §1.4.2) que les déplétions quantique et thermique dans le piège peuvent être calculées selon

$$N' = \int \left[ \underbrace{\sum_l [u_l^2(x) + v_l^2(x)] n_l}_{\text{Déplétion thermique}} + \underbrace{\sum_l v_l^2(x)}_{\text{Déplétion quantique}} \right] dx, \quad (1.59)$$

où  $l$  est un indice numérotant les excitations liées seulement,  $\epsilon_l < 0$  les énergies correspondantes, et  $n_l$  la distribution de Bose-Einstein pour l'énergie  $\epsilon_l$ .

On a alors deux situations très différentes. Quand le nombre d'atomes est faible, les comportements des pièges harmonique et de profondeur finie sont sensiblement les mêmes. Cela est dû au fait que le spectre pour ces deux pièges est comparable à basse énergie. Cependant, quand la profondeur du piège est comparable aux interactions ( $N \sim N_{sat}$ ), un seul niveau lié demeure, de sorte que le nombre d'atomes piégés non condensés est drastiquement réduit comparé au cas harmonique pour lequel tous les niveaux excités sont liés. Ainsi le potentiel *dimple* peu profond permet d'atteindre

une plus grande pureté qu'un piège harmonique profond, magnétique par exemple [59] : lorsque la profondeur du piège  $V_0$  est comparable au potentiel chimique du condensat  $\mu$ , toutes les excitations sont "expulsées" hors du piège.

Nous avons considéré ici la déplétion des atomes dans une situation d'équilibre. Un développement très intéressant pourrait consister dans l'étude de la dynamique de cette déplétion lorsque l'on abaisse la profondeur du piège. En effet, elle constitue un processus quantique qui expulse les atomes hors du piège, une forme d'évaporation quantique.

## 1.5 Pertes et chauffage dans le piège

A présent que nous avons une bonne description des excitations du condensat dans un piège à une dimension de profondeur finie, on peut s'interroger sur la stabilité d'un tel condensat dans une situation expérimentale "réaliste", lorsque certains paramètres physiques du piège fluctuent. En effet, ces perturbations peuvent constituer une source de chauffage [63], qui se traduit par des pertes d'atomes s'il n'y a qu'un seul état lié.

### 1.5.1 Dispositif expérimental envisagé

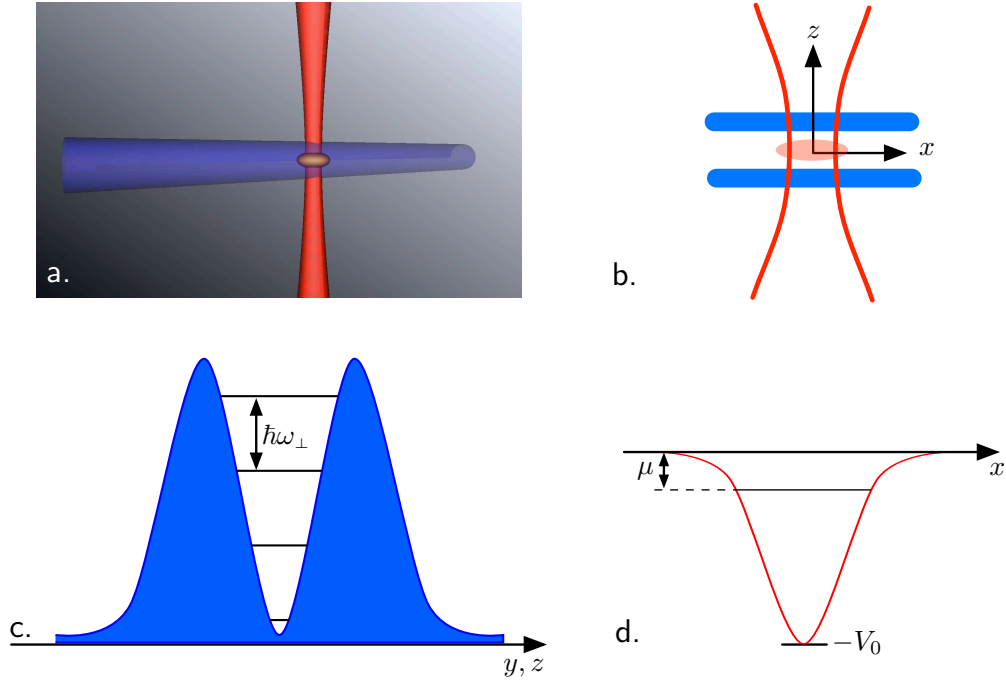
La réalisation du piège *dimple* utilisé pour les calculs numériques peut être envisagée en utilisant des faisceaux lasers focalisés, tirant parti du potentiel dipolaire ainsi créé. Un faisceau laser fortement désaccordé vers le rouge forme un piège attractif pour les atomes (voir Ch. 6). Cependant, si l'on souhaite réaliser un piège pour lequel un seul niveau est piégé, cela conduit à une profondeur de piège assez faible. Or, il faut compter avec la gravité, qui ajoute un gradient de potentiel  $mgw_0$  dans la direction verticale (si le faisceau se propage le long d'un axe horizontal). Cette quantité doit rester petite devant la profondeur du piège, dont on sait qu'elle doit être de l'ordre de  $E_c$  pour obtenir la condition d'état lié unique. On peut donc écrire :

$$w_0 \ll \left( \frac{\hbar^2}{m^2 g} \right)^{1/3} \simeq 1 \mu\text{m}, \quad (1.60)$$

ce qui est pratiquement impossible à réaliser du fait de la diffraction<sup>3</sup>.

Pour résoudre ce problème, nous pouvons employer un second faisceau, désaccordé vers le bleu. On considère un faisceau possédant un mode de Laguerre-Gauss (LG), se propageant dans le plan horizontal et orthogonal avec le faisceau principal (maintenant vertical, voir Fig. 1.10 (a-b)). Or, un piège désaccordé vers le bleu confine les atomes dans les zones de faible intensité lumineuse [60]. Pour un mode LG, les atomes ne sont donc confinés que dans deux directions, dont la direction verticale  $z$ , et l'on peut régler l'intensité de ce faisceau pour que la gravité soit compensée. Dans la direction  $x$ , seul le

3. Un calcul WKB des pertes par effet tunnel dans ce cas conduit à un facteur  $\sim 3$  en moins sur la valeur de  $w_0$  à atteindre, ce qui rend cette configuration encore moins réalisable expérimentalement.



**FIGURE 1.10.** Dispositif expérimental envisagé pour la réalisation d'un piège de profondeur finie possédant un unique état lié, avec un confinement unidimensionnel. Le piège est constitué d'un faisceau fortement focalisé décalé vers le rouge, que l'on croise avec une faisceau décalé vers le bleu dans un mode de Laguerre-Gauss (vue 3D **(a)** et en coupe **(b)**). Le potentiel créé par le faisceau bleu est très fortement confinant, avec une fréquence  $\omega_{\perp}$  telle que  $\omega_{\perp} \gg k_B T, \mu$  **(c)**. Le potentiel créé par le faisceau rouge constitue le puits de faible profondeur unidimensionnel, de profondeur  $V_0$ , possédant un unique état lié avec un potentiel chimique  $\mu$  **(d)**.

	$\lambda$ [nm]	$P$ [mW]	$w_0$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\omega_{\perp}/2\pi$ [Hz]	$\omega_{//}/2\pi$ [Hz]	$N_{\text{sat}}$
Faisceau "rouge"	650	$4 \times 10^{-3}$	1.5	1000	150	100
Faisceau "bleu"	532	100	10	3000	35	

**TABLE 1.1.** Paramètres du piège composé d'un faisceau laser décalé vers le rouge et d'un autre, dans un mode LG, décalé vers le bleu, permettant un confinement 1D tout en assurant un unique état lié. Les fréquences du piège composé sont les fréquences transverses  $\omega_{\perp}$  pour chacun des deux faisceaux, les fréquences longitudinales  $\omega_{//}$  sont données à titre indicatif. La longueur d'onde  $\lambda$ , la puissance  $P$  et la taille du col au foyer  $w_0$  sont également données pour chaque faisceau. Le nombre d'atomes  $N_{\text{sat}}$  saturant le piège à un unique état lié est calculé selon Eq. (1.33).

piège principal assure le confinement, et sa profondeur peut alors être assez faible pour maintenir l'existence d'un état lié unique. De plus, avec cette configuration de piège à deux faisceaux, il est possible de rendre le confinement unidimensionnel [64] [voir Fig. 1.10 (c)]. En effet, pour des intensités lumineuses bien choisies, les fréquences de confinement issues du faisceau "bleu" peuvent être très importantes, et ainsi rendre le confinement 1D au sens défini dans la section 1.2, tout en compensant largement la gravité.

Dans le dernier chapitre, nous étudierons une configuration similaire, mais impliquant un faisceau avec un mode Hermite-Gauss, permettant également de compenser la gravité. Ici, nous nous contenterons de donner quelques ordres de grandeur des paramètres du piège 1D. Ces paramètres sont reportés dans la table 1.1. Pour la suite, nous voulons profiter de notre connaissance de l'état fondamental et des excitations collectives dans le cas 1D pour caractériser la sensibilité du condensat dans un tel piège relativement aux perturbations physiques des faisceaux. En particulier, un exemple est donné avec les fluctuations en intensité des lasers. Le piège rouge étant de faible profondeur, il est inévitablement le plus fragile, et nous nous limiterons à l'étude de ses fluctuations. Avant cela, nous rappelons les sources de pertes et de chauffage intrinsèques au confinement d'atomes dans un piège optique.

## 1.5.2 Sources de pertes et de chauffage dans un piège optique

### Emission spontanée

Bien que la lumière utilisée pour le piège soit très désaccordée (avec un désaccord  $\Delta$  grand devant la largeur naturelle  $\Gamma$  de la résonance optique), le taux d'émission spontanée pour un atome piégé n'est pas complètement négligeable, et ces diffusions de photons se traduisent par un chauffage du nuage piégé dans le piège dipolaire à cause de l'effet de recul aléatoire. Ce taux de diffusion  $\Gamma_{\text{dif}}$  a l'expression suivante dans l'approximation d'un atome à deux niveaux [60] :

$$\Gamma_{\text{dif}} = \frac{V_0 \Gamma}{\hbar \Delta}. \quad (1.61)$$

On peut estimer le taux de chauffage correspondant par l'équation

$$\dot{T} = \Gamma_{\text{dif}} \frac{m v_{\text{rec}}^2}{k_B}, \quad (1.62)$$

où  $v_{\text{rec}} = \hbar \omega_L / mc$  est la vitesse de recul du sodium à la fréquence  $\omega_L$  du laser de piégeage. Pour une profondeur de piégeage  $V_0$  donnée, on obtient pour une longueur d'onde de piégeage  $\lambda_L = 1.06 \mu\text{m}$  un taux de chauffage  $k_B \dot{T} / V_0 = 4 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Ce taux est peu élevé et les pertes liées aux collisions constituent une limitation plus sérieuse.

### Pertes par collisions

On pourra distinguer trois types de collisions qui provoquent des pertes d'atomes piégés [65] :

- Les pertes à "un corps", issues de la collision entre un atome froid piégé et un atome de la vapeur résiduelle. Les atomes de la vapeur étant nettement plus chauds que la profondeur du potentiel, ces collisions entraînent systématiquement une perte d'atome, avec un taux  $k_1$ .
- Les pertes à deux corps (relaxation hyperfine dans  $|F = 2\rangle$  et interaction dipole/dipole magnétique). Le taux de pertes résultant peut s'écrire sous la forme  $k_2\langle n\rangle$ , où  $\langle n\rangle$  désigne la densité atomique moyenne dans le piège. A bas champ magnétique, et dans l'état Zeeman le plus bas (par ex.  $F = 1, m_F = -1$ ), ces pertes sont faibles [66].
- Les pertes à trois corps (recombinaison en une molécule et un atome libre [66]), qui donne naissance à un terme de pertes de la forme  $k_3\langle n^2\rangle$ . Ce terme devient dominant à haute densité, comme c'est souvent le cas dans un piège optique (par exemple, une densité de  $2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  correspond à une durée de vie de 10 s).

La prise en compte de ces trois termes de pertes conduit à l'équation différentielle

$$\frac{\dot{N}_\otimes}{N_\otimes} = -k_1 - k_2\langle n\rangle - k_3\langle n^2\rangle \quad (1.63)$$

qui décrit l'évolution du nombre d'atomes  $N_\otimes$  dans le piège dipolaire croisé au cours du temps, si celui-ci conserve une profondeur constante. On trouve dans [67] pour les coefficients  $k_2$  et  $k_3$  pour l'atome de sodium dans l'état  $|F = 1\rangle$  une borne supérieure pour le taux de collisions à deux corps  $k_2 \leq 4 \times 10^{-16} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  et une mesure du taux de collisions à trois corps  $k_3 = 2 \times 10^{-30} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$ . Enfin, on peut noter que pour l'état  $|F = 2, m_F = \pm 2\rangle$  on a  $k_2 = 3 \times 10^{-15} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  et  $k_3 = 2 \times 10^{-29} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$ , soit des pertes plus importantes d'un ordre de grandeur. Pour  $|F = 2, m_F \neq \pm 2\rangle$ , les taux de collisions à deux corps sont beaucoup plus importants encore, à cause de la relaxation hyperfine [66]. Il est donc nécessaire de s'assurer expérimentalement que tous les atomes se trouvent bien dans l'état  $|F = 1\rangle$  afin de maximiser la durée de vie des atomes dans le piège.

### 1.5.3 Fluctuations d'intensité du piège

Outre ces sources de pertes et de chauffage intrinsèques, les imperfections du dispositif expérimental sont également sources de chauffage. Nous prendrons l'exemple des fluctuations de l'intensité du laser. Elles peuvent être prises en compte en écrivant le potentiel créé par le laser comme :

$$V(x, t) = (V_0 + \delta V_0(t)) V_x, \quad (1.64)$$

où  $V_x = e^{-2\frac{x^2}{w_0^2}}$  et  $\delta V(t)$  représente un terme de fluctuations de moyenne nulle, décrivant le bruit en intensité du faisceau laser. Nous supposons que ces fluctuations sont un processus stationnaire, de sorte que la fonction de corrélation  $\overline{\delta V_0(t)\delta V_0(t')}$  dépende seulement de  $(t - t')$ . Dans ce cas on peut introduire une densité spectrale de bruit relative  $S_I$  pour les fluctuations  $\delta V_0$  de la profondeur du piège,

$$S_I(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\overline{\delta V_0(0)\delta V_0(t)}}{V_0^2} e^{i\omega t} dt. \quad (1.65)$$

Ces fluctuations peuvent induire des transitions de l'état fondamental vers des excitations libres. On utilise une théorie de perturbation dépendante du temps afin d'estimer le taux de transition vers les états non piégés. La probabilité pour faire une transition de l'état fondamental  $|0\rangle$  avec l'énergie  $\mu$  à l'état non piégé  $|n\rangle$  avec l'énergie  $\epsilon_n$  (moyenné sur les réalisations du processus stochastique  $\delta V_0(t)$ , comme le dénote la barre horizontale) est

$$\overline{P}_{0n} = \left| \int_0^T dt \langle n | \delta V_0(t) V_x | 0 \rangle \frac{e^{-i(\epsilon_n - \mu)t/\hbar}}{i\hbar} \right|^2 \quad (1.66)$$

$$= |\langle n | V_x | 0 \rangle|^2 \int_0^T dt \int_0^T dt' \overline{\delta V_0(t)\delta V_0(t')} e^{i(\epsilon_n - \mu)(t-t')/\hbar} \quad (1.67)$$

$$\simeq T \frac{2\pi}{\hbar^2} |V_0 \langle n | V_x | 0 \rangle|^2 S_I \left( \frac{\epsilon_n - \mu}{\hbar} \right). \quad (1.68)$$

On suppose ici que le temps de corrélation des fluctuations est plus court que le temps d'observation  $T$ . On peut donc en déduire un taux de transition hors du piège par atome

$$\Gamma_I = \frac{2\pi}{N\hbar^2} V_0^2 \sum_n |\langle n | V_x | 0 \rangle|^2 S_I \left( \frac{\epsilon_n - \mu}{\hbar} \right). \quad (1.69)$$

La fonction d'onde de  $|0\rangle$  est la fonction  $\sqrt{N}\varphi_0$ , où  $\varphi_0(x)$  est solution de l'équation (1.10). L'état final  $|n\rangle$  vers lequel la transition a lieu est un état où s'est créée une quasi particule de Bogoliubov (voir Sec. 1.4), et par conséquent  $|n\rangle = b_n^\dagger |0\rangle$ . On peut également écrire l'opérateur de perturbation  $V_x$  avec le formalisme de seconde quantification,

$$\hat{V}_x = \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-2x^2/w_0^2} \psi^\dagger(x) \psi(x) \quad (1.70)$$

$$\simeq \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-2x^2/w_0^2} N + \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-2x^2/w_0^2} \sqrt{N} \varphi_0(x) (\delta\psi(x) + \delta\psi^\dagger(x)). \quad (1.71)$$

en conservant les termes au premier ordre en  $\delta\psi$ , et en prenant  $\varphi_0$  réelle. Alors que le premier terme décrit seulement la diffusion de la phase du condensat, le second caractérise la création des excitations, ce qui nous intéresse ici. On peut utiliser l'équa-

tion (1.49) pour écrire

$$\hat{V}_x = \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-2x^2/w_0^2} \sqrt{N} \varphi_0(x) \left( \sum_n [u_k(n)b_n + v_n^*(x)b_n^\dagger] + \sum_n [u_n^*(n)b_n^\dagger + v_n(x)b_n] \right). \quad (1.72)$$

On ne s'intéresse qu'à l'élément de matrice entre  $|0\rangle$  et  $|n\rangle$ , ce qui permet de simplifier l'expression précédente ainsi :

$$\langle n | V_x | 0 \rangle = \langle 0 | b_n^\dagger V_x | 0 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-2x^2/w_0^2} \sqrt{N} \varphi_0(x) (u_n(x) + v_n(x)). \quad (1.73)$$

On peut noter que ce résultat est celui que l'on obtiendrait dans le cas idéal, mais où la solution de l'équation de Schrödinger pour les fonctions d'onde des états excités a été remplacée par les fonctions  $u_n + v_n$ . Etant donné que l'hamiltonien perturbatif est une fonction paire de la position, une transition ne peut intervenir qu'entre l'état fondamental et un état de même parité (un état excité pair). On suppose qu'ici la densité spectrale prend la forme<sup>4</sup>  $S_I(\omega) = \alpha_I/\omega^\beta$ , où  $\alpha_I$  est une constante dépendant du dispositif expérimental. On obtient

$$\begin{aligned} \Gamma_I &= \frac{2\pi}{N\hbar^2} V_0^2 \sum_{n \text{ pair}} |\langle n | V_x | 0 \rangle|^2 S_I \left( \frac{\epsilon_n - \mu}{\hbar} \right) \\ &= 2\pi\alpha_I \hbar^{\beta-2} \sum_{n \text{ pair}} \frac{1}{(\epsilon_n - \mu)^\beta} \left| \int_{-\infty}^{\infty} dx [u_n(x) + v_n(x)] e^{-2\frac{x^2}{w_0^2}} \varphi_0(x) \right|^2 \end{aligned} \quad (1.74)$$

$$= \alpha_I \hbar^{\beta-2} \sum_{n \text{ pair}} \frac{m_n}{(\epsilon_n - \mu)^\beta}. \quad (1.75)$$

avec les éléments de matrices  $m_n$  définis comme

$$m_n = 2\pi \left| \int_{-\infty}^{\infty} dx [u_n(x) + v_n(x)] e^{-2\frac{x^2}{w_0^2}} \varphi_0(x) \right|^2. \quad (1.76)$$

On peut enfin réécrire cela dans une forme adimensionnée :

$$\tilde{\Gamma}_I = \frac{\hbar\Gamma_I}{E_c} = \tilde{V}_0^2 \frac{\hbar^{\beta-1}\alpha_I}{E_c^{\beta-1}} \left( \sum_{n \text{ even}} \frac{m_n}{((\epsilon_n - \mu)/E_c)^\beta} \right). \quad (1.77)$$

4. Ceci est une approximation dans un domaine de fréquence donné, à l'exception des résonances diverses.



### 1.5.4 Recouvrement entre l'état fondamental lié et les états excités non-piégés

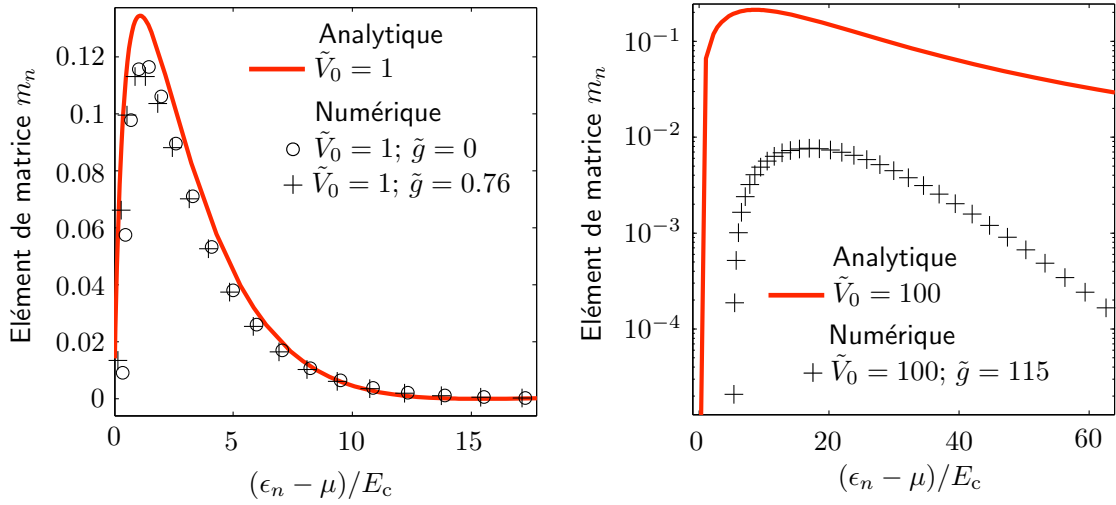
Etudions tout d'abord les éléments  $m_n$ . Ils peuvent être calculés numériquement, ou de manière approchée en suivant notre modèle analytique dans le cas sans interaction. Pour ce second point, nous pouvons utiliser les résultats développés dans les sections 1.3.2 et 1.4.1 afin de déduire dans le cas idéal une expression analytique de  $\varphi_0$  et des  $u_n$ . La fonction  $\varphi_0$  peut être approchée par l'ansatz gaussien (1.14), avec  $\sigma = w_0$ . Le spectre des excitations peut quant à lui être pris comme celui d'une particule libre,  $\epsilon_n = \frac{\hbar^2 k_{\epsilon_n}^2}{2m}$ , les fonctions  $v$  prises égales à 0, et les fonctions  $u_n$  approchées par  $\sqrt{\frac{2}{L}} \cos(k_{\epsilon_n}|x| + \theta_{\epsilon_n})$ , avec  $\theta_{\epsilon_n}$  défini par les équations (1.46) et (1.47). On obtient l'expression analytique suivante

$$(m_n)_{\text{th}} = 2e^{-\frac{\tilde{k}^2}{8}} \pi^{3/2} \frac{w_0}{L} \frac{(\tilde{k}^2 - \tilde{V}_0 \operatorname{erfi}[\tilde{k}/4])^2}{\tilde{k}^4 + \tilde{V}_0^2}. \quad (1.78)$$

Les résultats des calculs numériques d'une part et des calculs analytiques approchés sans interaction d'autre part sont représentés sur la figure 1.11. Sur le tracé de gauche, la profondeur du piège est faible ( $\tilde{V}_0 = 1$ ). Selon que le piège contient beaucoup d'atomes ( $\tilde{g} = 0.76$ ) ou bien un seul ( $\tilde{g} = 0$ ), les résultats sont similaires, principalement parce que l'énergie d'interaction dans le piège demeure faible. Les  $m_n$  sont aussi décrits très correctement par les calculs analytiques. Par conséquent, on retrouve une fois de plus que le modèle analytique développé est valide lorsque le terme d'interaction est faible.

Le tracé de droite de la figure 1.11 représente les éléments de matrice  $m_n$  pour  $\tilde{V}_0 = 100$  et  $\tilde{g} = 115$  ( $N = 3000$ ,  $N_{\text{sat}} = 3353$ ). Dans ce cas, le potentiel plus profond permet d'obtenir des interactions plus importantes (avec plus d'atomes), et cela a des conséquences remarquables. En effet, les  $m_n$  sont plus d'un ordre de grandeur plus faibles que ceux calculés avec le modèle analytique, qui constitue une situation témoin sans interaction. Il apparaît ainsi que les interactions ont un rôle stabilisateur pour le condensat. Cela se comprend mieux en considérant les équations de Bogoliubov-de Gennes (1.51). Pour le cas homogène par exemple, on peut voir sur l'équation (1.57) que  $u_k = -v_k$  dans le cas où le nombre d'atomes est important, au moins pour les basses énergies ( $\epsilon_k \ll \rho g_{1D}$ ). Cela explique, étant donné l'expression (1.74) de  $\Gamma_I$ , que les effets des fluctuations sont diminués dans ce cas. Comme nous l'avons évoqué dans la section (1.4.3), cela demeure vrai pour un condensat piégé, dans les régions où la densité est importante, qui dominant l'intégrale dans 1.74. Une autre interprétation intéressante de ce résultat peut s'exprimer en termes de fluctuations de densité. En effet,  $u_n \simeq -v_n$  revient à dire que les fluctuations de densité sont supprimées pour les basses énergies. En effet, grâce aux interactions, il est plus difficile d'exciter une quasi particule qu'une particule libre dans un gaz idéal. Cependant, toutes les informations ne sont pas contenues dans les  $m_n$ , et les sommes complètes

$$s(\beta) = \sum_{n \text{ even}} \frac{m_n}{[(\epsilon_n - \mu)/E_c]^\beta} \quad (1.79)$$



**FIGURE 1.11.** A gauche, les éléments de matrice  $m_n$  sont représentés pour un piège peu profond, contenant peu d'atomes ou bien vide, calculés numériquement. Ils sont également calculés avec le modèle analytique présenté précédemment. A droite, le piège est plus profond pour pouvoir contenir un plus grand nombre d'atomes. Les interactions rendent alors le résultat très différent du cas idéal. Pour des raisons de lisibilité, l'échelle de représentation des  $m_n$  est logarithmique.  $E_c$  correspond à 400 Hz.

doivent également être comparées afin de prendre en compte la densité d'états et la largeur spectrale des  $m_n$ . Nous avons calculé, pour  $\beta = 2$  par exemple, que cette somme est égale à  $s(2) = 7 \times 10^{-4}$  selon les calculs numériques prenant en compte les interactions, alors que le modèle analytique sans interaction conduit à  $5 \times 10^{-2}$ . L'effet stabilisateur des interactions est par conséquent confirmé par ces derniers résultats. On peut en conclure que la bonne méthode pour construire un piège possédant un unique état lié avec un nombre  $N$  d'atomes est de régler la profondeur du piège afin que  $N_{\text{sat}} \simeq N$ . Ainsi, les interactions sont maximisées, et la stabilité du condensat est améliorée grâce aux effets mentionnés ci-dessus.

Une fois les  $m_n$  calculés, nous pouvons estimer le taux de transition des atomes hors du condensat. Nous devons pour cela donner un ordre de grandeur des fluctuations d'intensité du laser de piégeage. Le coefficient  $\alpha_I$  peut être estimé de la manière suivante : nous considérons les fluctuations d'intensité relatives du laser  $\epsilon$  sur une gamme de fréquence  $\Delta = \omega_2 - \omega_1$  "sélectionnée" par les  $m_n$ . Pour l'exemple montré à droite sur la figure 1.11, on pourra prendre  $\omega_1 \simeq 6E_c/\hbar$  et  $\omega_2 \simeq 50E_c/\hbar$  (valeurs pour lesquelles  $m_n$  vaut 10% de sa valeur maximale). Nous calculons alors les fluctuations d'intensité relatives  $\epsilon^2$  comme

$$\epsilon^2 = \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega \frac{\alpha_I}{\omega^\beta}, \quad (1.80)$$

$$\simeq \frac{\hbar^\beta \alpha_I}{E_c^\beta} \Delta. \quad (1.81)$$

Cela nous permet de réécrire  $\tilde{\Gamma}_I$  comme

$$\tilde{\Gamma}_I = \tilde{V}_0^2 \epsilon^2 \frac{E_c}{\hbar \Delta} s(\beta). \quad (1.82)$$

Pour  $\beta = 2$  et des fluctuations raisonnables de l'ordre de  $\epsilon = 1\%$ , avec les valeurs  $\tilde{V}_0 = 100$  et  $\tilde{g} = 115$ , le taux de transition obtenu est  $\Gamma_I^{-1} \simeq 600$  ms. Cela est acceptable comme première estimation et montre qu'il est possible d'étudier un condensat dans un tel piège. La comparaison entre le cas idéal et le cas avec interaction pour  $\tilde{V}_0 = 100$  et  $\tilde{g} = 115$  est résumée dans la table 1.2.

$\tilde{V}_0 = 100, \tilde{g} = 115$	Cas idéal	Interactions
$m_n$ (Maximum)	$1.3 \times 10^{-1}$	$7.6 \times 10^{-3}$
$s(2)$	$5 \times 10^{-2}$	$7 \times 10^{-4}$
$\Gamma_I^{-1}$ [ms]	20	600

**TABLE 1.2.** Comparaison entre les résultats du modèle analytique dans le cas idéal et les résultats numériques prenant les interactions en considération. Les interactions ont un effet stabilisateur.

On aurait pu étudier d'autres fluctuations, comme les fluctuations de la position des faisceaux lasers, également source de chauffage. Il est aisé de voir que tous les taux de chauffage qui peuvent être calculés selon la méthode décrite ici font apparaître les fonctions  $[u_n + v_n]$ , toujours de faible amplitude dans la région du piège où la densité est élevée, en raison des fortes interactions entre atomes. Par conséquent, la conclusion selon laquelle la présence des interactions assure une stabilisation du condensat dans le piège est valide pour tous les types de perturbations physiques du piège.

## 1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude détaillée du système constitué d'un condensat de Bose-Einstein piégé dans un piège de profondeur finie unidimensionnel. L'état fondamental du système a tout d'abord été analysé. Nous avons démontré l'existence d'un état lié pour le condensat dans un piège de profondeur finie, et déterminé deux régimes distincts pour sa fonction d'onde. Plus précisément, nous avons montré l'existence d'un nombre d'atomes  $N_{\text{sat}}$  qui distingue, pour une profondeur donnée du piège, un condensat localisé dans le piège d'une fonction d'onde très étalée dans l'espace. Ensuite, nous avons étudié les excitations élémentaires du condensat. Nous avons résolu numériquement les équations de Bogoliubov-de Gennes, et interprété les différents effets de la profondeur finie du piège et des interactions répulsives entre les atomes sur la nature des états excités. En particulier, on observe que le nombre d'excitations liées diminue avec le nombre d'atomes, pour finir dans la situation où un unique état lié subsiste : les interactions "expulsent" les excitations hors du piège. Enfin, l'utilisation d'un piège dipolaire optique a été évoquée, et les sources de chauffage et de pertes

d'atomes ont été étudiées dans un tel contexte. Nous avons pu en particulier estimer le taux de départ des atomes hors du piège dû aux fluctuations en intensité du laser. Cela nous a permis de mettre en évidence la stabilisation du condensat dans le piège par les interactions.

Il ressort de cette étude que l'utilisation d'un piège de profondeur finie pour piéger un condensat de Bose-Einstein en interaction répulsive permet de sélectionner le nombre d'atomes contenus dans le piège. En effet, nous avons montré comment les interactions limitaient le nombre d'atomes piégés : en partant d'une situation où le piège est profond et en diminuant sa profondeur, on aboutit à un piège de faible profondeur, et qui contient un nombre d'atomes défini par celle-ci, avec des fluctuations réduites. Ces atomes sont alors stabilisés vis-à-vis des perturbations mécaniques du système. Ce dispositif expérimental paraît ainsi adapté à la réalisation d'états quantiques fortement corrélés, très sensibles aux pertes d'atomes et pour lesquels disposer d'un condensat mésoscopique est un atout majeur. Le prochain chapitre est destiné à la description des états quantiques que nous souhaitons observer grâce à ce piège.



## Chapitre 2

# Condensats spinoriels fortement corrélés

Un piège dipolaire optique permet de piéger des atomes quel que soit leur état interne. Ainsi, les atomes d'un condensat de Bose-Einstein confiné dans un tel piège, s'ils possèdent tous la même fonction d'onde spatiale, ont un degré de liberté supplémentaire, leur spin [26]. Ce degré de liberté est à l'origine de phénomènes physiques riches et complexes, tant pour l'état fondamental que pour l'évolution temporelle de ces condensats, dits spinoriels.

Le mécanisme au cœur de ces phénomènes est l'interaction cohérente entre deux atomes, qui peut faire basculer leur spin, tout en préservant la magnétisation totale [68, 69]. La faiblesse de l'énergie associée à ces interactions implique qu'elles ne sont facilement mises en évidence que dans le cadre d'un gaz dégénéré, pour lequel on peut définir un mode spatial (au sens de l'optique quantique). Dans ce dernier cas, une approximation à un mode unique peut être faite [70, 27, 68], qui simplifie grandement la compréhension des phénomènes spinoriels.

On peut également distinguer deux grandes familles d'interactions, suivant le signe de la constante de couplage impliquée. On distinguera ainsi les interactions ferromagnétiques, qui tendent à maximiser le spin total en alignant tous les spins sur l'axe de quantification, des interactions anti-ferromagnétiques, qui tendent à minimiser le spin en favorisant les états de spin total faible. La nature des interactions dépend de l'espèce atomique et de l'état considéré. Nous traiterons ici le cas du sodium, dans l'état  $3S_{1/2}$  ( $F = 1$ ). Pour ces atomes, les interactions sont anti-ferromagnétiques. L'une des caractéristiques les plus intéressantes de ces interactions est leur capacité à créer des corrélations entre les atomes du condensat [27, 28, 29, 30], générant ainsi des états fortement non classiques. De tels états sont potentiellement utiles pour l'interférométrie [34, 35] et la métrologie [36, 37, 38], car ils permettent en principe des mesures plus précises que le bruit quantique standard [31, 32, 33].

Ce chapitre décrit certains aspects théoriques des condensats spinoriels, et propose des protocoles expérimentaux pour la réalisation d'états quantiques fortement corrélés

mettant en jeu les interactions entre états de spin. En particulier, deux situations expérimentales sont proposées permettant d'aboutir à la formation de superpositions mésoscopiques d'états quantiques, y compris des états de type "Chat de Schrödinger" [71]. Nous discuterons aussi bien de la formation de tels états que de leur détection, mais également de la faisabilité expérimentale de telles réalisations. En effet, la caractéristique de ces états fortement corrélés est leur fragilité vis-à-vis de la décohérence [51, 72]. Ainsi, nous traiterons en détail pour chacune des deux expériences proposées du rôle des pertes d'atomes et des perturbations magnétiques extérieures, ainsi que des moyens de diminuer leurs effets. En particulier, nous verrons que le choix de l'atome de sodium, ainsi que du système décrit dans le chapitre précédent, permettant de piéger de manière contrôlée un petit nombre d'atomes, s'avèrera déterminant. En ce qui concerne les champs magnétiques extérieurs, leurs fluctuations sont une source de décohérence majeure pour un condensat spinoriel fortement corrélé. L'installation à terme d'un blindage magnétique sur notre expérience devrait isoler le système de telles perturbations. Cela nous permettra également de nous contenter de faibles champs magnétiques directeurs pour définir l'axe du système de spin, afin de ne pas masquer la riche dynamique qui en découle.

Dans un premier temps, nous présenterons les outils théoriques permettant l'étude de condensats spinoriels, en insistant sur la nature des interactions mises en jeu. Nous présenterons ensuite la première proposition expérimentale, visant la génération d'un état fondamental pour un condensat anti-ferromagnétique présentant d'importantes corrélations sur l'ensemble du système. Enfin, nous exposerons une autre proposition expérimentale mettant en jeu les interactions non linéaires entre les atomes de spin non nul, en développant un formalisme faisant l'analogie avec un condensat à deux modes, de spin  $1/2$  [73]. Ce type d'interaction permet la formation d'états comprimés, et de superposition mésoscopique d'états quantiques [39, 40, 41, 42, 43].

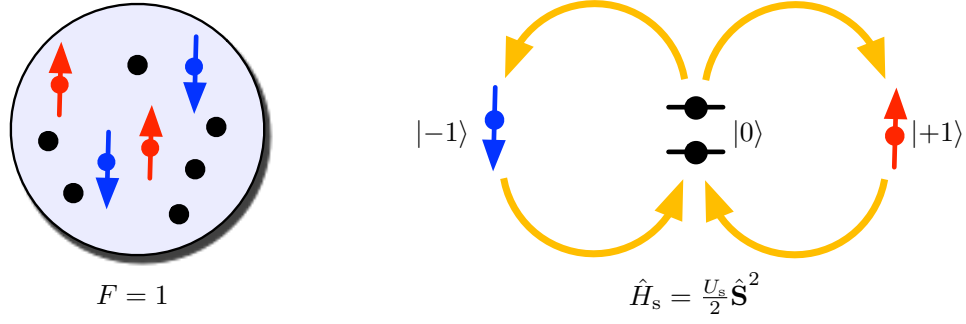
## 2.1 Description théorique d'un condensat spinoriel

Nous commençons dans cette section par établir le cadre théorique nécessaire à l'étude d'un condensat spinoriel. Ainsi, le hamiltonien d'interaction entre espèces de spin sera décrit ici, ainsi que les propriétés plus particulières d'un condensat anti-ferromagnétique de sodium.

### 2.1.1 Hamiltonien d'interaction

Considérons en premier lieu deux atomes de sodium dans l'état  $|3S_{1/2}, F = 1\rangle$ , qui peuvent chacun occuper un état Zeeman  $m_F = \{-1, 0, 1\}$ . Ces trois états seront notés respectivement  $|-1\rangle$ ,  $|0\rangle$  et  $|+1\rangle$ . Le potentiel d'interaction entre ces deux atomes peut s'exprimer comme (voir Annexe B.1) :

$$\hat{V}_s(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \bar{g} \mathbf{1} + g_s \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2, \quad (2.1)$$



**FIGURE 2.1.** Interactions entre spin pour des atomes dans  $F = 1$ . Les atomes peuvent occuper l'un des trois états Zeeman  $|+1\rangle$ ,  $|0\rangle$  et  $| -1\rangle$ . Le hamiltonien  $\hat{H}_s$  conserve la magnétisation du système, le seul changement de spin pouvant se produire lors d'une collision est donc la formation d'une paire d'atomes dans  $|0\rangle$  à partir d'un atome dans  $|+1\rangle$  et un atome dans  $| -1\rangle$ , ainsi que le processus inverse.

avec une constante de couplage indépendante du spin

$$\bar{g} = \frac{2g_2 + g_0}{3}, \quad (2.2)$$

et une constante de couplage correspondant à une interaction effective entre spins :

$$g_s = \frac{g_2 - g_0}{3}. \quad (2.3)$$

Etant donné le potentiel  $V_s$  d'interaction à deux corps donné ci-dessus, il est possible d'écrire le potentiel d'interaction à  $N$  corps suivant (voir Annexe B.2) :

$$\hat{H}_{\text{int}} = \bar{H} + \hat{H}_s \quad (2.4)$$

avec

$$\bar{H} = \frac{\bar{g}}{2} \int d^3\mathbf{r} \hat{\rho}^2(\mathbf{r}), \quad (2.5)$$

où l'on a introduit l'opérateur "densité spatiale"  $\hat{\rho} = \sum_i \hat{\Psi}_i^\dagger \hat{\Psi}_i$ , et d'autre part

$$\hat{H}_s = \frac{g_s}{2} \int d^3\mathbf{r} \hat{S}(\mathbf{r})^2. \quad (2.6)$$

Les composantes de l'opérateur vectoriel  $\hat{S}(\mathbf{r})$  s'écrivent quant à elle comme



$$\begin{cases} \hat{S}_x(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{+1} + \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{-1} + \hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_0 + \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_0 \right), \\ \hat{S}_y(\mathbf{r}) = \frac{i}{\sqrt{2}} \left( \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_1 + \hat{\Psi}_0^\dagger \hat{\Psi}_{-1} - \hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_0 - \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_0 \right), \\ \hat{S}_z(\mathbf{r}) = \hat{\Psi}_{+1}^\dagger \hat{\Psi}_{+1} - \hat{\Psi}_{-1}^\dagger \hat{\Psi}_{-1}. \end{cases} \quad (2.7)$$

### 2.1.2 Approximation à un mode unique

Considérons maintenant le problème d'un condensat de Bose-Einstein spinoriel piégé dans un potentiel  $V(\mathbf{r})$ . Il est possible de simplifier ce problème en séparant les variables spatiales des variables de spin. Pour ce faire, on introduit l'approximation de mode unique [70, 27, 68]. Cette approximation néglige la fraction non condensée et suppose que tous les atomes dans les différents états de spin ont le même mode spatial  $\varphi_0(\mathbf{r})$  (fonctions d'ondes spatiales "rigides"). Bien que cette approximation soit communément employée dans les travaux théoriques sur les condensats spinoriels, les interactions anti-ferromagnétiques pour le sodium entraînent en réalité une séparation spatiale des différentes espèces de spin [74, 75]. Cependant une investigation approfondie de la validité de l'approximation à un mode unique dans le cas anti-ferromagnétique [76] démontre la validité de cette approximation pour les nombres d'atomes inférieurs à  $10^5$ .

Les condensats mésoscopiques que nous étudions ici sont largement en-dessous de cette limite, et l'approximation de mode unique est donc applicable. Dans le cadre de cette approximation, les opérateurs champ  $\hat{\Psi}_i$  pour un atome dans un état de spin  $|i\rangle$  sont donc pris égaux à des opérateurs de la forme  $\varphi_0(\mathbf{r})\hat{a}_i$ , où les  $\hat{a}_i$  n'agissent que sur les degrés de liberté de spin. La fonction d'onde  $\varphi_0$  est supposée normalisée par la condition  $\int d^3\mathbf{r} |\varphi_0|^2 = 1$ , de telle sorte que le nombre d'atomes dans un état de spin donné est obtenu par l'opérateur  $\hat{N}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ . La fonction d'onde  $\varphi_0$  est quant à elle la solution de l'équation de Gross-Pitaevskii dans l'approximation de champ moyen (voir Ch. 1) prenant en compte l'énergie cinétique, l'énergie potentielle de piégeage et le hamiltonien d'interaction  $\bar{H}$  :

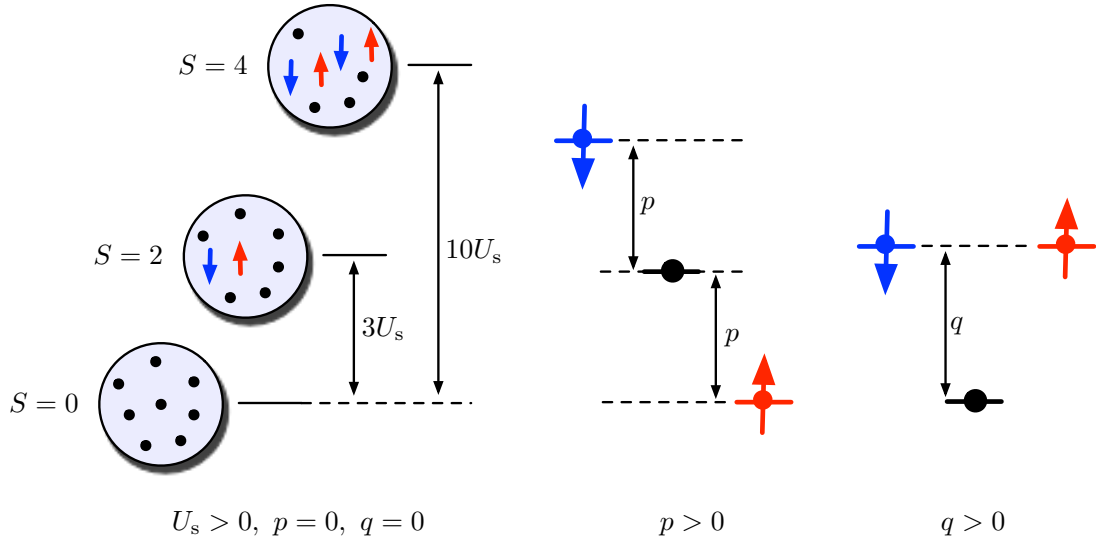
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi_0 + V(\mathbf{r})\varphi_0 + \bar{g}|\varphi_0|^2\varphi_0 = \mu\varphi_0, \quad (2.8)$$

où  $\mu$  est le potentiel chimique du condensat. De son côté, la dynamique de spin est régie par le hamiltonien  $\hat{H}_s$ , que la séparation des variables ( $\hat{\Psi}_i(\mathbf{r}) = \varphi_0(\mathbf{r})\hat{a}_i$ ) permet d'écrire :

$$\hat{H}_s = \frac{U_s}{2} \hat{S}^2, \quad (2.9)$$

avec d'après les relations (2.7)

$$\hat{S}^2 = \hat{N} + \hat{N}_0 + 2\hat{N}_0(\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1}) + \left( \hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1} \right)^2 + 2 \left( \hat{a}_{+1}^\dagger \hat{a}_{-1}^\dagger \hat{a}_0^2 + \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_{+1} \hat{a}_{-1} \right), \quad (2.10)$$



**FIGURE 2.2.** Effet des différents termes du hamiltonien d'interaction  $\hat{H}_s$ . En premier, le terme d'interaction spinoriel, favorisant dans le cas anti-ferromagnétique l'état  $S = 0$ , d'énergie nulle. L'énergie des autres états vaut  $S(S+1)U_s/2$ . Si l'on part de  $S = 0$ , seuls des états de spin total pair peuvent être occupés, du fait de la conservation de la magnétisation. En second, l'effet Zeeman linéaire, qui sépare les trois états de spin de l'énergie  $p$ , en favorisant l'état  $|+1\rangle$  (spin aligné sur le champ magnétique). En dernier, l'effet Zeeman quadratique, qui favorise l'état  $|0\rangle$  en augmentant de  $q$  l'énergie des autres états Zeeman.

et en intégrant sur la partie spatiale de  $\hat{S}^2(\mathbf{r})$

$$U_s = g_s \int d^3\mathbf{r} |\varphi_0(\mathbf{r})|^4. \quad (2.11)$$

Sachant que la densité locale s'écrit  $n_0(\mathbf{r}) = N|\varphi_0(\mathbf{r})|^2$ ,  $U_s$  pourra être estimé simplement par  $U_s \sim g_s/L^3$ , où  $L$  est la taille caractéristique du système ( $|\varphi_0(\mathbf{r})|^2 \sim 1/L^3$ ).

Tous les termes de l'équation (2.10) sauf le dernier décrivent les collisions élastiques entre les atomes, et le dernier terme décrit la collision inélastique (renversement de spin) produisant une paire  $m_1 = +1$  et  $m_2 = -1$  à partir de deux atomes dans l'état  $m_F = 0$ , et le processus inverse. Aucun processus de renversement de spin modifiant la magnétisation totale lors de la collision n'est présent (voir Fig. 2.1). Ainsi, ce hamiltonien assure la conservation de la magnétisation du système.

Enfin, pour compléter la description du problème du condensat de spineur, nous devons tenir compte de l'effet d'un champ magnétique extérieur. Celui-ci se couple au système via l'effet Zeeman, que l'on prend en compte jusqu'à l'ordre 2 (effet Zeeman quadratique)<sup>1</sup> :

$$\hat{H}_{\text{mag}} = -\frac{\mu_B B}{2} (\hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1}) + \frac{(\mu_B B)^2}{4\hbar\omega_{\text{hf}}} (\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1}), \quad (2.12)$$

1. Cette expression est valable tant que l'on a  $\frac{\mu_B B}{2} \gg \frac{(\mu_B B)^2}{4\hbar\omega_{\text{hf}}}$ . Ces deux termes s'équilibrent pour un champ magnétique de  $\sim 640$  G. Dans des conditions expérimentales habituelles, nous serons toujours bien en dessous de cette condition (effet Paschen-Back).

pour un champ magnétique  $B$  orienté selon l'axe  $z$ , et  $\hbar\omega_{\text{hf}}$  l'écart en énergie entre les niveaux hyperfins  $|F = 1\rangle$  et  $|F = 2\rangle$ . On pose alors les variables réduites :

$$p = \frac{\mu_B B}{2}, \quad q = \frac{(\mu_B B)^2}{4\hbar\omega_{\text{hf}}}, \quad (2.13)$$

pour pouvoir écrire finalement le hamiltonien total régissant la dynamique de spin  $\hat{H}_{\text{spin}} = \hat{H}_s + \hat{H}_{\text{mag}}$  :

$$\hat{H}_{\text{spin}} = \frac{U_s}{2} \hat{S}^2 - p (\hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1}) + q (\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1}), \quad (2.14)$$

l'expression de  $\hat{S}^2$  étant donnée dans l'équation (2.10). L'effet de chaque terme de ce hamiltonien est résumé sur la figure 2.2. Le terme d'interaction entre spins pris seul a pour états propres des états de spin total  $S$  bien défini, avec pour valeur propre  $S(S+1)U_s/2$ . Dans le cas anti-ferromagnétique ( $U_s > 0$ , comme pour le sodium, voir §2.1.3), l'état de plus faible énergie est obtenu pour  $S = 0$ . Le terme proportionnel à  $p > 0$  agit sur la polarisation du gaz, le spin des atomes tendant à s'aligner sur le champ magnétique, et donc ici en peuplant  $N_{+1}$ . Le terme proportionnel à  $q > 0$  donne quant à lui la préférence énergétique à des atomes dans  $|0\rangle$  par rapport aux autres états Zeeman.

### 2.1.3 Condensat spinoriel de sodium

On peut ici donner quelques ordres de grandeurs. La table 2.1 permet la comparaison entre l'atome de sodium et l'atome le plus communément refroidi, le rubidium, sur différents points caractérisant un condensat de spineur. Tout d'abord, la différence entre les longueurs de diffusions  $a_2$  et  $a_0$  y est reportée [77, 78] pour les deux espèces atomiques dans  $|S_{1/2}, F = 1\rangle$ . Cette différence permet de calculer la constante de couplage  $g_s$ . Or les effets combinés d'une masse plus faible et d'une interaction entre espèces de spin plus importante conduisent à une constante de couplage supérieure d'un ordre de grandeur pour le sodium. L'observation de l'effet des interactions est donc bien plus aisé à réaliser pour le sodium, car le temps typique de l'évolution du système est plus bref. De plus,  $g_s < 0$  pour le rubidium, ce qui dénote un comportement ferromagnétique, qui interdit l'étude de la physique développée dans la section suivante. En ce qui concerne les pertes dues aux collisions [67, 79], le sodium est là aussi mieux placé, aussi bien en ce qui concerne les collisions à deux qu'à trois corps. Ainsi, un condensat spinoriel de sodium évolue beaucoup plus rapidement qu'un condensat de rubidium sous l'effet des interactions, et peut être conservé plus longtemps du fait des pertes réduites pour cet atome. Celui-ci apparait donc comme le choix judicieux pour l'observation d'états de spin fortement corrélés traitée dans ce chapitre.

On peut également se poser la question, en réalité naïve, du champ magnétique nécessaire, pour obtenir un condensat polarisé. La valeur prise par  $\hat{S}^2$  étant  $N^2$  dans ce cas, on constate que l'on atteint cette situation pour  $\frac{U_s}{2} N^2 = pN$ , soit pour un champ

	$^{23}\text{Na}$	$^{87}\text{Rb}$
$a_2 - a_0$ [ $a_B$ ]	2.7	-1.1
$g_s/h$ [ $\text{Hz m}^3$ ]	$25 \times 10^{-20}$	$-3 \times 10^{-20}$
$U_s/h$ [ $\text{mHz}$ ]	250	-30
$k_2$ [ $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ ]	$\leq 5 \times 10^{-16}$	$\leq 10 \times 10^{-16}$
$k_3$ [ $\text{cm}^6 \text{s}^{-1}$ ]	$2 \times 10^{-30}$	$6 \times 10^{-30}$

**TABLE 2.1.** Paramètres utiles pour la description d'un condensat spinoriel, pour le sodium (anti-ferromagnétique) et le rubidium (ferromagnétique) dans  $F = 1$ . Les différences mesurées entre longueurs de diffusion  $a_2 - a_0$  sont en unités de rayon de Bohr  $a_B \simeq 53$  pm, et sont données dans [77] (sodium) et [78] (rubidium). Elles permettent de calculer les constantes de couplage  $g_s = 4\pi\hbar^2 a_s/m$ . L'énergie d'interaction  $U_s \simeq g_s/L^3$  est quant à elle estimée pour un confinement du gaz dans les trois dimensions sur une taille typique  $L = 1 \mu\text{m}$  (correspond à l'intégrale sur  $|\varphi_0|^4$  pour un piège harmonique avec une fréquence moyenne de 2 kHz (voir Ch. 1)). Les coefficients de pertes dus aux collisions à deux ( $k_2$ ) et trois corps ( $k_3$ ) sont issus de [67] (sodium) et [79] (rubidium).

magnétique

$$B_c = \frac{NU_s}{\mu_B}. \quad (2.15)$$

Pour des condensats avec de petits nombres d'atomes, tels que ceux évoqués dans le chapitre 1, ce champ est très faible. Ainsi, pour  $N = 100$ , cela constitue des champs de l'ordre de  $20 \mu\text{G}$ . On ne devrait donc observer que des condensats complètement polarisés. Ce n'est en fait pas le cas, car comme nous l'avons vu le hamiltonien d'interaction conserve la magnétisation. L'évolution se fera donc à magnétisation constante et ne dépendra pas de l'effet Zeeman linéaire, sauf si un mécanisme supplémentaire tel qu'une évaporation d'atomes sélective en spin est envisagé.

#### 2.1.4 Contrôle externe du spin par un champ magnétique oscillant

Afin d'obtenir des états fortement corrélés en profitant de la dynamique induite par les collisions de spin, il nous faut disposer de techniques expérimentales pour la manipulation de l'état Zeeman des atomes.

##### Obtention d'un condensat d'une seule espèce de spin

Comme nous venons de le voir, il n'est pas trivial de préparer un condensat complètement polarisé, car une fois qu'il a été produit avec une magnétisation donnée, il n'est plus possible de la modifier. Une solution consiste à favoriser un état de spin plutôt qu'un autre pendant la phase de refroidissement par évaporation menant à la condensation (voir Ch. 6). Ce processus, appelé distillation de spin [80, 81], utilise un gradient de champ magnétique pour déformer le potentiel de piégeage en fonction du spin, et ainsi favoriser l'échappement d'une espèce de spin plutôt qu'une autre. En utilisant cette technique, des condensats d'une seule espèce de spin ont pu être réalisés, qu'il

s'agissent des états  $|\pm 1\rangle$  ou de l'état  $|0\rangle$ , suivant la direction verticale ou horizontale du gradient appliqué.

### Transfert de population entre états Zeeman

Nous voulons également pouvoir transférer des atomes dans un autre état de spin à partir d'un gaz complètement polarisé. Pour ce faire, il est possible de réaliser une opération à un corps sur chaque atome, en utilisant un champ magnétique oscillant dans une direction orthogonale au champ statique définissant l'axe de quantification du spin, par exemple  $S_x$ . De cette manière, une oscillation de Rabi [82] a lieu entre l'état  $|+1\rangle$  et l'état  $|-1\rangle$ . L'état  $|+1\rangle$  subit alors une rotation de la forme  $R(t) = e^{-i\Omega_R t F_x}$ , où  $\Omega_R$  est la fréquence de Rabi réalisée par le champ magnétique oscillant et  $F_x$  la première matrice de Pauli pour un spin 1. Un calcul simple donne alors

$$R(t)|+1\rangle = \cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)^2 |+1\rangle - \sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)^2 |-1\rangle - i \sin(\Omega_R t) |0\rangle, \quad (2.16)$$

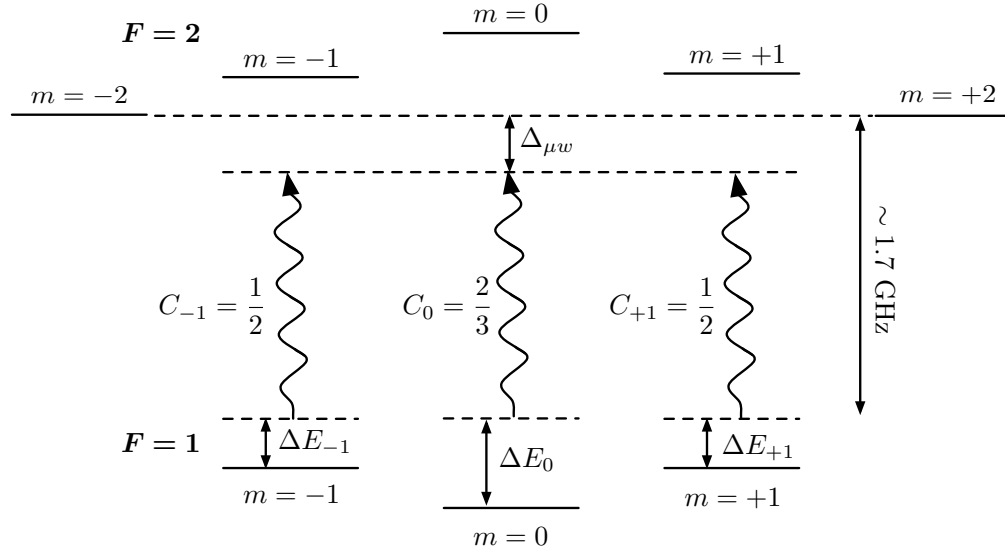
$$R(t)|0\rangle = \cos(\Omega_R t) |0\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}} \sin(\Omega_R t) (|1\rangle + |-1\rangle). \quad (2.17)$$

Ainsi, une impulsion dite  $\pi/2$ , obtenue pour  $\Omega_R t = \pi/2$ , produira l'état de magnétisation nulle  $\frac{1}{2}(|+1\rangle - |-1\rangle - i\sqrt{2}|0\rangle)$ . De même une impulsion  $\pi$  transférera tous les atomes dans  $|-1\rangle$ . Il est donc possible de préparer un état de magnétisation voulue à partir d'un état complètement polarisé. On peut aussi noter que du fait des faibles constantes de couplage entre spins, il est aisé d'obtenir des durées d'impulsion courtes devant le temps d'évolution typique dû au hamiltonien d'interaction de spin. Ces impulsions pourront donc être considérées comme instantanées du point de vue de l'évolution globale du système.

### Effet Zeeman quadratique négatif

Outre de simples manipulations ponctuelles sur l'état de spin des atomes, nous voulons être capables d'influer sur la nature de l'état fondamental du système. Nous avons vu que l'hamiltonien  $\hat{H}_s$  conserve la magnétisation. Ainsi, si l'on part dans un état de magnétisation donné, celle-ci est conservée et l'effet Zeeman linéaire ne constitue alors qu'un terme constant. Le seul moyen extérieur d'influer sur la dynamique est alors l'effet Zeeman quadratique,  $q(\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1})$ . Le coefficient  $q$  est toujours positif par définition, et cet effet favorise toujours les particules dans l'état  $|0\rangle$ .

Afin de pouvoir plutôt favoriser les états  $|\pm 1\rangle$ , il est possible d'utiliser un rayonnement micro-onde quasi-résonnant avec la transition hyperfine  $|F=1\rangle \rightarrow |F=2\rangle$  [43, 83]. Les sous niveaux Zeeman se couplent différemment à un rayonnement micro-onde avec une polarisation  $\pi$  suivant que  $|m|=1$  ou  $m=0$ . Un terme  $q_{\mu\nu}(\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1})$  vient alors se rajouter au hamiltonien, du même type que l'effet Zeeman quadratique, mais de signe dépendant du désaccord en fréquence  $\Delta_{\mu\nu}$  par rapport à la



**FIGURE 2.3.** Transition hyperfine micro-onde en polarisation  $\pi$ . Les carrés des coefficients de Clebsch-Gordan  $C_i$  pour les transitions  $|F = 1, m_F = i\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = i\rangle$  sont indiqués. Ces transitions sont réalisées avec un désaccord  $\Delta\mu_w$ , et entraînent un déplacement d'énergie  $\Delta E_i$  pour le niveau  $|i\rangle$ .

transition hyperfine, éventuellement négatif. En réglant indépendamment le champ statique  $B$  et le champ micro-onde  $B_{\mu w}$ , il sera donc possible de choisir le signe de  $(q + q_{\mu w})$ . Afin d'exprimer  $q_{\mu w}$ , nous utilisons l'expression du déplacement d'énergie pour un rayonnement de polarisation  $\pi$  habillant les états  $|F = 1, m\rangle$ , donnée dans [83] pour  $\mu_B B \leq \hbar\Delta_{\mu w}$  :

$$\frac{\Delta E_m}{\hbar} = \frac{3\Omega_\pi^2 C_m}{8\Delta_{\mu w}} \frac{1}{1 - m \frac{\mu_B B}{\hbar\Delta_{\mu w}}}, \quad (2.18)$$

où les coefficients  $C_m$  sont les modules carrés des coefficients de Clebsch-Gordan (voir Fig. 2.3) pour la transition  $\pi$   $|\langle F = 1, m | F = 2, m \rangle|^2$ ,  $\Omega_\pi = \mu_B B_{\mu w} / \hbar$  la fréquence de Rabi pour la transition. Etant donné que  $C_{-1} = C_{+1}$ , utiliser un champ magnétique statique assez faible pour que  $\mu_B B \ll \hbar\Delta_{\mu w}$  permet d'obtenir un décalage en énergie similaire pour  $|+1\rangle$  et  $|-1\rangle$ <sup>2</sup>. Autrement dit, le déplacement Zeeman des niveaux doit être faible devant le décalage en fréquence des micro-ondes. Pour un champ magnétique ambiant faible, cette condition sera toujours réalisée.

Dans ces conditions, le hamiltonien  $\hat{H}_{\text{spin}}$  se voit ajouter un terme

$$\Delta E_{\pm 1}(\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1}) + \Delta E_0 \hat{N}_0, \quad (2.19)$$

où  $\Delta E_{\pm 1} = \Delta E_{+1} = \Delta E_{-1}$ . Le nombre d'atomes étant toujours considéré constant et les termes du hamiltonien qui lui sont proportionnels étant négligés, il est possible de

2. De plus, la conservation de la magnétisation implique qu'une différence d'énergie entre  $|+1\rangle$  et  $|-1\rangle$  n'aura pas d'effet sur la dynamique, car il ne peut y avoir de transition de l'un vers l'autre.

réécrire ce terme sous la forme  $q_{\mu w}(\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1})$ , avec

$$q_{\mu w} = \Delta E_{\pm 1} - \Delta E_0 = -\frac{\hbar \Omega_\pi^2}{16 \Delta_{\mu w}}. \quad (2.20)$$

On obtient bien un terme négatif pour  $\Delta_{\mu w} > 0$ , qui vient abaisser l'énergie des états  $|+1\rangle$  et  $|-1\rangle$  par rapport à l'état  $|0\rangle$ . Nous disposons de deux moyens pour augmenter ce terme : créer un champ micro-onde important, et utiliser un décalage plus faible par rapport à la transition hyperfine. Cependant, nous voulons éviter de peupler les états dans  $|F=2\rangle$ . Cela impose que  $|\Delta_{\mu w}|$  soit grande devant la fréquence de Rabi  $\Omega_\pi$ , pour s'assurer d'un faible taux d'excitation hors résonance proportionnel à  $|\Omega_\pi/\Delta_{\mu w}|^2$ . On prendra donc  $\Delta_{\mu w}$  de l'ordre de quelques dizaines de megaHertz.

Le champ micro-onde que l'on peut réaliser connaît quant à lui des contraintes techniques. En effet, il n'est pas simple de générer ce champ, à 1.7 GHz, au centre d'une enceinte à vide en métal. Seule une faible partie de la puissance injectée dans une antenne pourra ainsi être utilisée. Pour que cet effet "Zeeman quadratique négatif" soit utile, il faut au moins qu'il soit capable de compenser l'effet Zeeman quadratique traditionnel lié au champ magnétique statique. Si l'on travaille avec un champ statique de 100  $\mu\text{G}$ , envisageable à l'intérieur du blindage magnétique où les fluctuations du champ seront bien inférieures encore, le champ micro-onde correspondant est de seulement 30  $\mu\text{G}$ , pour  $\Delta_{\mu w} = 50$  MHz. Pour influencer sur la dynamique de spin, on doit pouvoir compenser la valeur maximale prise par l'énergie  $H_s$ , soit  $q_{\mu w} \sim NU_s$ . Pour  $N = 100$ , et la valeur de  $U_s$  donnée dans la table 2.1, le champ micro-onde nécessaire est de l'ordre de 100 mG. Des essais préliminaires ont montré que de tels champs pourraient être atteints au centre de l'enceinte à vide pour des puissances micro-ondes de l'ordre de 10 W.

## 2.2 Génération d'états corrélés avec un condensat de spin 1

Le hamiltonien  $\hat{H}_{\text{spin}}$  [Eq. (2.14)] régissant les interactions des atomes dans  $F = 1$  conduit à une physique très riche dans le cas anti-ferromagnétique ( $U_s > 0$ ), que nous pouvons étudier grâce à l'atome de sodium. Ainsi, nous allons voir que l'état fondamental d'un tel condensat peut posséder sous certaines conditions des propriétés de nature purement quantique, impliquant des états fortement corrélés. C'est ce que nous nous proposons de traiter dans cette section.

### 2.2.1 Etat fondamental d'un condensat de spin 1 dans un champ magnétique

Dans un premier temps, il est possible de déterminer l'état fondamental du système formé par  $N$  atomes en faisant une approximation de champ moyen, pour laquelle la

fonction d'onde à  $N$  corps peut s'écrire comme  $(\hat{a}_{\vec{\zeta}}^\dagger)^N |0\rangle$ , où l'opérateur de création  $\hat{a}_{\vec{\zeta}}^\dagger$  crée une particule dans l'état de spin à un corps ayant pour fonction d'onde normalisée  $\vec{\zeta}$ . L'état de spin pour  $N$  particules peut alors s'écrire

$$\vec{\zeta}_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{pmatrix} \sqrt{N_{+1}} e^{i\varphi_{+1}} \\ \sqrt{N_0} e^{i\varphi_0} \\ \sqrt{N_{-1}} e^{i\varphi_{-1}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{x+m} e^{i\varphi_{+1}} \\ \sqrt{2(1-x)} e^{i\varphi_0} \\ \sqrt{x-m} e^{i\varphi_{-1}} \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

où l'on a posé les quantités réduites

$$x = \frac{N_{+1} + N_{-1}}{N} \quad \text{et} \quad m = \frac{N_{+1} - N_{-1}}{N}. \quad (2.22)$$

Il est alors aisé d'appliquer le hamiltonien  $\hat{H}_{\text{spin}}$  à cet état pour en déterminer l'énergie moyenne par particule à la limite thermodynamique ( $N \rightarrow +\infty$ ,  $NU_s$  constant)

$$\frac{E_{\text{spin}}}{N^2 U_s} = \frac{1}{2} \left[ 2x(1-x) + m^2 + 2(1-x)\sqrt{x^2 - m^2} \cos(\Delta\varphi_s) \right] - \tilde{p}m + \tilde{q}x, \quad (2.23)$$

avec  $\Delta\varphi_s = \varphi_{+1} + \varphi_{-1} - 2\varphi_0$ ,  $\tilde{p} = \frac{p}{NU_s}$  et  $\tilde{q} = \frac{q+q_{\mu w}}{NU_s}$ .

Si l'on cherche l'état fondamental absolu, la magnétisation étant un paramètre ajustable, rappelons que l'effet Zeeman quadratique peut être négligé car l'effet Zeeman linéaire domine ( $\tilde{q} \ll \tilde{p}$ ) pour des champs typiques expérimentalement et sans champ micro-onde. La minimisation de cette énergie conduit à  $x = 1$ ,  $\cos(\Delta\varphi_s) = -1$ , et

$$m = \tilde{p}. \quad (2.24)$$

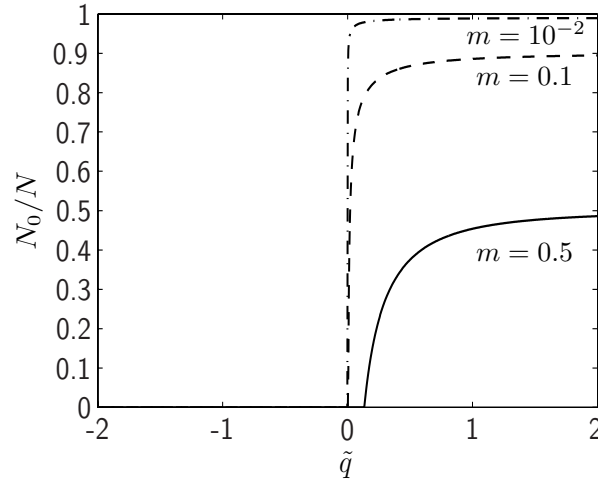
La magnétisation  $m$  prend donc une valeur d'autant plus importante que le champ extérieur augmente, et le nombre d'atomes dans  $|0\rangle$  est nul. En particulier, on retrouve notamment  $m = 1$  dès que  $B \geq B_c$ , le gaz étant alors complètement polarisé. Si l'on fait au contraire tendre le champ magnétique vers 0, on se retrouve dans une situation pour laquelle la dynamique est entièrement régie par le hamiltonien d'interaction  $\hat{H}_s$  [Eq. (2.9)]. L'état fondamental qui en résulte est décrit dans [70], sous le nom de *polar state*. Etant donné qu'il n'y a alors plus de direction privilégiée, il s'agit de l'ensemble des états obtenus par rotation  $(\theta, \varphi)$  de l'état cohérent de spin nul  $(0, 1, 0)$ , soit

$$\vec{\zeta}_{\text{pol}}(\theta, \varphi) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -\sin\theta e^{-i\varphi} \\ \sqrt{2} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) e^{i\varphi} \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

Le mélange statistique équiprobable des  $\vec{\zeta}_{\text{pol}}(\theta, \varphi)$  constitue l'état fondamental du système à champ nul, dans l'approximation de champ moyen.

Cependant, nous avons vu que le hamiltonien  $\hat{H}_s$  maintient la magnétisation  $m$





**FIGURE 2.4.** Evolution de la fraction d'atomes dans  $|0\rangle$  dans l'état fondamental calculé selon l'approximation de champ moyen, en fonction du paramètre  $\tilde{q}$ , pour différentes valeurs de la magnétisation  $m$ . Les deux régimes asymptotiques sont  $N_0/N = 0$  pour  $\tilde{q} < q_c$  et  $N_0/N = 1$  pour  $\tilde{q} \gg q_c$ . La transition entre ces deux régimes est d'autant plus abrupte que  $|m|$  est faible.

constante. Ainsi, si un système ne vérifie pas la condition (2.24) au départ, il ne pourra pas évoluer vers l'état décrit ci-dessus. Cela revient en fait à dire que le terme dû à l'effet Zeeman linéaire n'a plus d'effet sur la dynamique, et le terme quadratique ne doit alors plus être négligé (ainsi que le terme non linéaire en  $m^2$ ). L'énergie à minimiser se réduit alors à partir de Eq. (2.23) à

$$\frac{E_{\text{spin}}}{N^2 U_s} = (1-x) \left( x - \sqrt{x^2 - m^2} \right) + \tilde{q}x. \quad (2.26)$$

Le résultat de la minimisation dépend alors de la valeur de  $m$  :

- Si  $m = 0$ , seule l'énergie due à l'effet Zeeman quadratique effectif persiste, et l'on aura tous les atomes dans  $|0\rangle$ , ou bien répartis également entre  $|+1\rangle$  et  $|-1\rangle$ , suivant le signe de  $\tilde{q}$ .
- Si  $|m| > 0$ , l'énergie demeure une fonction décroissante de  $x$  tant que

$$\tilde{q} \leq 1 - \sqrt{1 - m^2} = q_c. \quad (2.27)$$

- Si cette condition est vérifiée, l'énergie est minimisée pour  $x = 1$  ( $N_0 = 0$ ), et l'on retrouve l'état fondamental absolu décrit précédemment. Cela signifie que l'effet Zeeman quadratique est trop faible devant l'énergie d'interaction pour permettre le peuplement de l'état  $|0\rangle$ .
- En revanche, si  $\tilde{q} > q_c$ , l'état fondamental est obtenu pour une valeur de  $x$  telle que  $N_0 > 0$ . L'état  $|0\rangle$  étant énergétiquement favorable, il se remplit autant que le permet la condition de magnétisation  $m = N_{+1} - N_{-1}$ .

La fraction d'atomes  $N_0/N = (1-x)$  dans l'état  $|0\rangle$  est représentée sur la figure 2.4 en fonction de la valeur de  $\tilde{q}$ . La zone autour de  $\tilde{q} = q_c$  montre un changement abrupt

de l'état fondamental en champ moyen. En particulier, dans le cas où  $m = q_c = 0$ , on observe une transition brutale entre un état où tous les atomes sont également répartis entre  $|+1\rangle$  et  $|-1\rangle$  ( $\tilde{q} < 0$ ) et tous les atomes sont dans  $|0\rangle$  ( $\tilde{q} < 0$ ). Pour  $\tilde{q} = 0$ , on retrouve l'état cohérent de spin nul [Eq. (2.25)]. Cette discontinuité montre les limites de l'approche de champ moyen, et une approche purement quantique est nécessaire pour mieux décrire l'état à  $N$  particules au voisinage de  $m = 0$  et  $q = 0$ .

### 2.2.2 Description du condensat dans l'état singulet

Il est possible de calculer de manière purement quantique l'état fondamental du système lorsque  $\tilde{q} = 0$  [27]. En effet, le hamiltonien du système est dans ce cas réduit à  $\hat{H}_s = \frac{U_s}{2} \hat{S}^2$ , qui est diagonalisable par les états de magnétisation  $m$  bien définie, l'état de plus faible énergie étant alors celui pour lequel  $m = 0$ . Pour obtenir cet état fondamental, nous introduisons l'opérateur

$$\hat{A}^\dagger = \hat{a}_0^{\dagger 2} - 2\hat{a}_{-1}^\dagger \hat{a}_{-1}, \quad (2.28)$$

qui crée une paire d'atomes dans un état singulet, de spin nul. Cet état peut s'exprimer dans la base  $|+1 : N_{+1}, 0 : N_0, -1 : N_{-1}\rangle$  comme

$$\psi_{\text{sing}} = \sqrt{\frac{1}{3}} |0, 2, 0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |1, 0, 1\rangle. \quad (2.29)$$

Si l'on note  $|n\rangle_{\text{sing}} = \psi_{\text{sing}}^{\otimes n}$ , où  $n$  est le nombre de paires dans l'état singulet, on a

$$\hat{A}^\dagger |n\rangle_{\text{sing}} = \sqrt{(2n+2)(2n+3)} |n+1\rangle_{\text{sing}} \quad \text{et} \quad \hat{A} |n\rangle_{\text{sing}} = \sqrt{(2n)(2n+1)} |n-1\rangle_{\text{sing}}. \quad (2.30)$$

On déduit alors immédiatement les relations suivantes :

$$|n\rangle_{\text{sing}} = \frac{\hat{A}^{\dagger n}}{\sqrt{(2n+1)!}} |0\rangle \quad \text{et} \quad {}_{\text{sing}}\langle n | \hat{A}^\dagger \hat{A} |n\rangle_{\text{sing}} = 2n(2n+1). \quad (2.31)$$

Or, un simple calcul montre que l'on a [Eq. (2.10)]

$$\hat{S}^2 = N(N+1) - \hat{A}^\dagger \hat{A}. \quad (2.32)$$

Il est donc clair que le vecteur propre du hamiltonien  $H_s$  pour lequel l'énergie est minimale est un état dans lequel un maximum de paires de particules dans l'état singulet sont créées. Il s'agit de l'état  $|\psi_G\rangle = |N/2\rangle_{\text{sing}}$  (pour  $N$  pair), possédant donc une énergie rigoureusement nulle :

$$E_G = \langle \psi_G | \hat{H}_s | \psi_G \rangle = 0. \quad (2.33)$$

### 2.2.3 Comparaison entre état singulet et état cohérent

Si l'on calcule l'énergie moyenne de l'état prédit en champ moyen pour  $\tilde{q} = 0$  [Eq. (2.25)], en prenant en compte tous les termes du développement de  $\hat{S}^2$  [Eq. (2.10)], on trouve

$$E_{\text{mf}} = \frac{NU_s}{2}. \quad (2.34)$$

On voit bien alors qu'il ne s'agit pas du réel état fondamental du système, car  $E_G < E_{\text{mf}}$ . De plus, l'état singulet possède des propriétés statistiques qui le différencient de l'état cohérent [84, 69, 27, 72]. Les moments d'ordre 1 et 2 des nombres d'atomes pour les différents états de spin peuvent être calculés dans l'état  $|\psi_{\text{mf}}\rangle$  en faisant la moyenne sur les angles  $\theta$  et  $\varphi$  qui seront déterminés aléatoirement à chaque mesure :

$$\begin{cases} \langle N_{+1} \rangle_{\text{mf}} = \langle N_0 \rangle_{\text{mf}} = \langle N_{-1} \rangle_{\text{mf}} = \frac{N}{3}, \\ (\Delta^2 N_0)_{\text{mf}} = \frac{2N}{15}, \\ (\Delta^2 [N_{+1} - N_{-1}])_{\text{mf}} = \frac{2N}{3}. \end{cases} \quad (2.35)$$

Les mêmes moments calculés pour  $|\psi_G\rangle$  (invariant par rotation) conduisent à

$$\begin{cases} \langle N_{+1} \rangle_G = \langle N_0 \rangle_G = \langle N_{-1} \rangle_G = \frac{N}{3}, \\ (\Delta^2 N_0)_G = \frac{N^2}{5} + \frac{4N}{15}, \\ (\Delta^2 [N_{+1} - N_{-1}])_G = 0. \end{cases} \quad (2.36)$$

Si les populations moyennes sont équiréparties dans les deux cas, on observe une sur-fluctuation des populations dans l'état fondamental de singulets par rapport à la solution de champ moyen, tandis que les fluctuations de la magnétisation sont quant à elle complètement supprimées. Ces différences statistiques doivent permettre de discriminer expérimentalement un état formé de singulets d'un état cohérent équiréparti.

Cependant, l'état singulet  $|\psi_G\rangle$  est très fragile, et peut être projeté sur l'état  $|\psi_{\text{mf}}\rangle$  par des perturbations de l'environnement extérieur. Ce problème est étudié dans [72], où l'on voit que chaque perte d'atome rapproche l'état singulet de l'état cohérent : la mesure possible de cet atome perdu renseigne sur l'état de spin de l'autre atome de la paire, qui est projeté dans un état de spin bien défini. Cela revient à dire que la perte d'atomes (ou de manière équivalente une mesure effectuée sur le nuage atomique) brise la symétrie par rotation présente à champ nul. Ce mécanisme de projection est en compétition avec le hamiltonien d'interaction  $\hat{H}_s$ , qui tend à faire disparaître toute direction privilégiée. On peut estimer l'ordre de grandeur de la constante de temps de ce retour à un état symétrique par  $\tau_{\text{mix}} \sim \hbar/U_s$  [85]. Afin de pouvoir observer l'état singulet, il est donc nécessaire que ce processus de mélange de spin possède une constante de

temps bien plus brève que la constante de temps des pertes atomiques. Cette condition peut donc s'écrire :

$$\frac{U_s}{\hbar} \gg \gamma_1 N, \quad (2.37)$$

où  $\gamma_1$  est le taux de perte par atome. Cette condition impose une limite sur le nombre d'atomes avec lequel l'état singulet est expérimentalement observable. Ainsi, si l'on considère les pertes dues aux collisions avec le gaz résiduel, un temps de vie de  $\gamma_{1L}^{-1} = 30$  s limite le nombre d'atomes à 50 atomes environ. Si l'on considère plutôt les pertes à trois corps, nous avons vu dans le chapitre précédent (§1.5.2) qu'elles conduisent à un taux de perte par atome  $\gamma_{3L} = k_3 N^2 / L^6$ , où  $L$  est la taille typique du confinement. En écrivant  $U_s = g_s / L^3$ , on obtient alors une condition sur le nombre d'atomes maximal

$$N \ll \left( \frac{g_s L^3}{\hbar k_3} \right)^{1/3} \simeq 90 \quad (2.38)$$

On trouve donc une limite similaire sur le nombre d'atomes. Le piège mésoscopique étudié dans le chapitre 1, permettant de piéger de manière contrôlée un petit nombre d'atomes, devrait donc s'avérer très utile pour l'obtention d'états fortement corrélés et par conséquent très fragiles tels que l'état singulet.

La symétrie du hamiltonien d'interaction peut également être brisée par un gradient de champ magnétique  $b'$  dans une direction donnée. Les effets d'une telle perturbation sont analysés en détail dans [84], mais il est possible de les quantifier simplement en utilisant la taille typique  $L$  déjà introduite. La différence d'énergie entre les deux extrémités du nuage due au gradient  $N\mu_B b' L$  peut alors être comparée à l'écart en énergie entre l'état singulet et l'état cohérent  $U_s N / 2 \simeq g_s N / (2L^3)$  [Eq. (2.34)]. On obtient alors la condition suivante pour l'observation de l'état singulet :

$$\mu_B b' \ll \frac{g_s}{2L^4} \quad (2.39)$$

Cette condition conduit à s'intéresser à des nuages atomiques de petite taille, afin de minimiser sa sensibilité au gradient. Le micro-piège présenté dans le chapitre 1 est là encore bien adapté, car il s'agit d'un piège très confinant, garantissant des nuages de l'ordre du micron. Pour cette taille typique et les paramètres du sodium, la condition devient  $b' \ll 0.5$  G cm<sup>-1</sup>, ce qui n'est pas très contraignant.

#### 2.2.4 Passage adiabatique vers l'état singulet

La nature de l'état singulet et les conditions nécessaires à son observation ayant été caractérisées, il nous faut établir une séquence expérimentale permettant d'obtenir un tel état fortement corrélé. Pour ce faire, nous proposons d'utiliser la manipulation de spin par micro-ondes décrite à la fin de la section 2.1 pour passer adiabatement

d'un état cohérent de spin à l'état singulet.

Nous supposons donc maintenant que le terme d'effet Zeeman quadratique effectif est présent dans le hamiltonien du système en plus de  $\hat{H}_s$ . Nous venons de décrire l'état fondamental à  $\tilde{q} = 0$ . En revanche, si  $|\tilde{q}| \gg 1$ , l'état fondamental devient radicalement différent selon le signe de  $\tilde{q}$  :

- Si  $\tilde{q} > 0$ , l'état  $|0\rangle$  a l'énergie la plus basse, et tous les atomes sont donc dans cet état. L'état à  $N$  particules du système est donc un état cohérent :  $(N!)^{-1/2} \hat{a}_0^\dagger{}^N |0\rangle$ .
- Si  $\tilde{q} < 0$ , ce sont les états  $|+1\rangle$  et  $|-1\rangle$  qui ont l'énergie la plus faible. Ainsi, si l'on passe de  $\tilde{q} > 0$  à  $\tilde{q} < 0$ , à partir d'un état de magnétisation nulle, chaque paire d'atomes dans  $|0\rangle$  va devenir une paire ( $|+1\rangle, |-1\rangle$ ). L'état du système va donc évoluer vers des états de Fock dits "jumeaux", pour lesquelles la moitié des atomes sont dans  $|+1\rangle$  et l'autre dans  $|-1\rangle$  :  $(N/2)!^{-1} \hat{a}_{+1}^\dagger{}^{N/2} \hat{a}_{-1}^\dagger{}^{N/2} |0\rangle$ . Ces états sont fortement corrélés, et ont été proposés pour constituer la base d'interféromètre à la limite d'Heisenberg avec des photons [34] ou des atomes [35].

Nous proposons d'explorer ces trois régimes par passage adiabatique (voir Fig. 2.5). Pour ce faire, nous partons d'une situation où tous les atomes sont dans l'état  $|0\rangle$ , ce qui est l'état fondamental pour  $\tilde{q} \geq 1$  et une magnétisation nulle (l'obtention d'un gaz de magnétisation nulle a été évoquée dans §2.1.4). La condition sur  $\tilde{q}$  est réalisée en appliquant un champ magnétique statique important, compensé partiellement par un champ micro-onde ( $\tilde{q} \geq 1$ ,  $q_{\mu\nu} \sim -NU_s$ ). L'étape suivante consiste alors à abaisser lentement le champ magnétique statique, le champ micro-onde étant maintenu constant. On peut ainsi arriver à un point où  $q = -q_{\mu\nu}$ , soit  $\tilde{q} = 0$ . Si cette diminution est réalisée suffisamment lentement, l'état singulet devrait alors être obtenu. Si l'on abaisse encore  $q$ , on atteint alors une situation où  $\tilde{q}$  est négatif, et la formation d'états de Fock jumeaux.

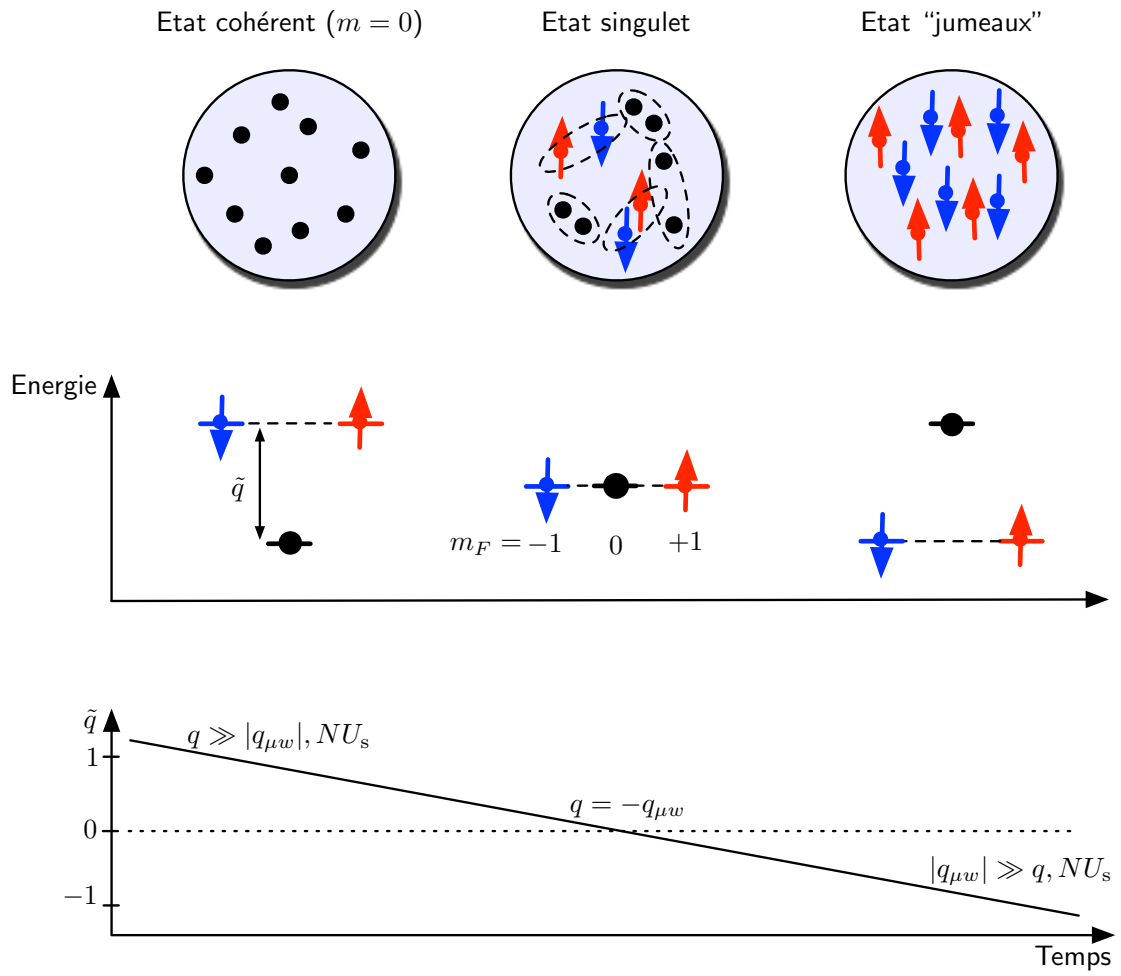
Pour déterminer une borne supérieure sur la durée de cette évolution adiabatique  $\tilde{q}$ , nous pouvons considérer le critère d'adiabaticité usuel [86] :

$$|\dot{E}| \ll \frac{\Delta E^2}{\hbar}, \quad (2.40)$$

où  $E$  est l'énergie du système et  $\Delta E$  l'écart entre l'énergie de l'état fondamental et celle du premier état excité. Si cette condition est réalisée, le passage d'un état à l'autre sera adiabatique : le système demeurera à chaque instant dans son état fondamental, réalisant l'évolution décrite ci-dessus. Or  $\Delta E$  n'est faible que lorsque  $\tilde{q} \sim 0$ , car autrement l'effet Zeeman quadratique éloigne suffisamment le premier état excité. En  $\tilde{q} = 0$ , il est facile de voir que  $\Delta E = 3U_s$ <sup>3</sup>. Ainsi, si l'on considère la situation la plus défavorable où l'on diminue linéairement  $\tilde{q}$  entre  $-1$  et  $1$  en un temps  $\tau$  pour réaliser le passage adiabatique, la condition d'adiabaticité s'écrit

$$\frac{2NU_s}{\tau} \ll \frac{9U_s^2}{\hbar}, \quad \text{soit } \tau \gg \frac{2N\hbar}{9U_s} \quad (2.41)$$

3. Pour  $\tilde{q} = 0$ , le hamiltonien est simplement  $\hat{H}_s$ , le premier état excité ( $S = 2$  pour conserver la magnétisation) a une énergie  $-U_s S(S+1)/2 = 3U_s$ .



**FIGURE 2.5.** Passage adiabatique de l'état champ moyen  $\hat{a}_0^{\dagger N} |0\rangle$  à l'état de Fock "jumeau"  $\hat{a}_{+1}^{\dagger N/2} \hat{a}_{-1}^{\dagger N/2} |0\rangle$ , en passant par l'état singulet  $\hat{A}^{\dagger N/2} |0\rangle$ . Le paramètre  $q$  est diminué pendant que  $q_{\mu w}$  est maintenu constant, ce qui permet de passer de  $\tilde{q} = 1$  à  $\tilde{q} = -1$ . L'énergie relative des niveaux Zeeman est alors modifiée de manière à explorer ces différents états fortement corrélés.

Avec un nombre d'atomes de quelques dizaines, la rampe devra être réalisée en une dizaine de secondes. Il est clair qu'un profil de diminution de  $\tilde{q}$  optimisé, plus rapide loin de  $\tilde{q} \sim 0$  et plus lent à la traversée de 0 permettrait sans doute d'aller bien plus rapidement.

## 2.3 Superposition macroscopique pour un condensat de spin 1/2

Nous nous intéressons maintenant à un autre type d'expérience pouvant être réalisée avec un condensat de spineur dans  $F = 1$ . Le hamiltonien d'interaction décrit dans la section 2.1 possède un terme non linéaire vis-à-vis de la polarisation, soit proportionnel à  $(N_{+1} - N_{-1})^2$ . Ce terme, qui n'a pas d'influence si l'on considère un état de polarisation donné du fait de la conservation de la magnétisation, agit en revanche de manière très intéressante sur l'évolution d'un état cohérent de  $N$  atomes. Dans cette section, nous développons le formalisme nécessaire à l'analyse d'un tel système, et étudions les états quantiques intriqués qu'il est capable de produire.

### 2.3.1 Condensat à deux états de spin

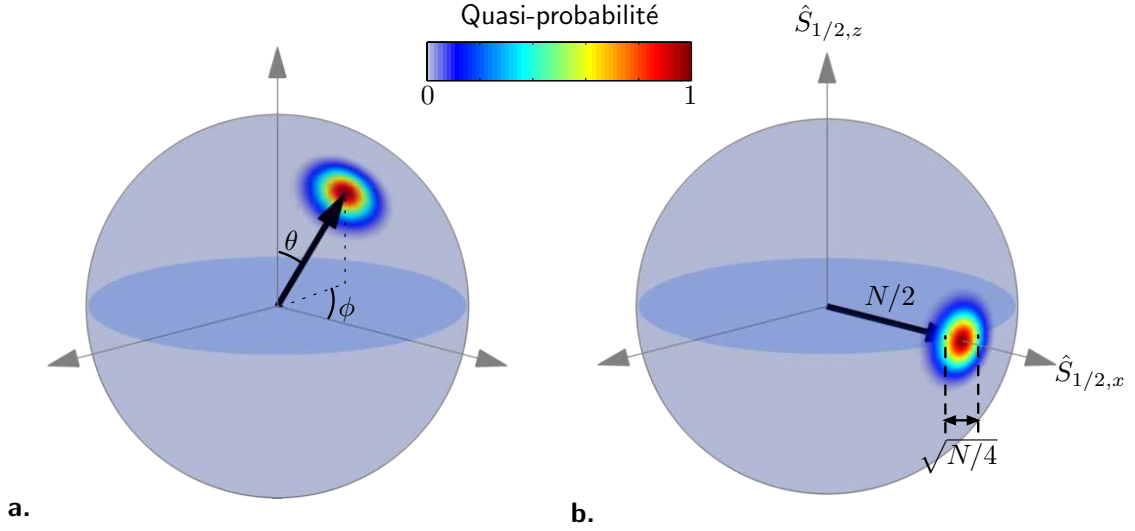
#### Modélisation par un pseudo-spin 1/2

Considérons un condensat à deux modes, c'est-à-dire constitué d'atomes pouvant uniquement occuper deux états de spin  $| - 1 \rangle$  et  $| + 1 \rangle$ . Il est alors commode de faire l'analogie entre un tel condensat et un ensemble de spins 1/2, les spins  $+1/2$  et  $-1/2$  représentant respectivement les deux états de spin  $| + 1 \rangle$  et  $| - 1 \rangle$ . Cet ensemble de  $N$  spins forme alors un pseudo-spin 1/2, avec un spin collectif  $\hat{S}_{1/2}$  d'amplitude  $N/2$ . Les composantes de ce spin peuvent s'exprimer simplement comme

$$\begin{cases} \hat{S}_{1/2,x} = \frac{1}{2} (\hat{a}_{+1}^\dagger \hat{a}_{-1} + \hat{a}_{-1}^\dagger \hat{a}_{+1}), \\ \hat{S}_{1/2,y} = \frac{1}{2i} (\hat{a}_{+1}^\dagger \hat{a}_{-1} - \hat{a}_{-1}^\dagger \hat{a}_{+1}), \\ \hat{S}_{1/2,z} = \frac{1}{2} (\hat{a}_{+1}^\dagger \hat{a}_{+1} + \hat{a}_{-1}^\dagger \hat{a}_{-1}). \end{cases} \quad (2.42)$$

On peut également introduire les opérateurs  $\hat{S}_{1/2,+}$  et  $\hat{S}_{1/2,-}$  traditionnellement définis comme

$$\begin{cases} \hat{S}_{1/2,+} = \hat{S}_{1/2,x} + i\hat{S}_{1/2,y} = \hat{a}_{+1}^\dagger \hat{a}_{-1}, \\ \hat{S}_{1/2,-} = \hat{S}_{1/2,x} - i\hat{S}_{1/2,y} = \hat{a}_{-1}^\dagger \hat{a}_{+1}. \end{cases} \quad (2.43)$$



**FIGURE 2.6.** (a) : Formalisme de la sphère de Bloch pour décrire un ensemble de spins 1/2. Les états cohérents de spin  $|\theta, \varphi\rangle$ ,  $\theta = 0 \dots \pi$ ,  $\varphi = -\pi \dots \pi$  sont représentés par un vecteur  $\frac{N}{2} [\sin(\theta) \cos(\varphi), \sin(\theta) \sin(\varphi), \cos(\theta)]$  sur la sphère de Bloch. Le recouvrement de cet état avec un autre état cohérent est une quasi-densité de probabilité représentée en niveaux de couleur sur la surface de la sphère. Pour l'état cohérent  $|\psi_0\rangle = |\pi/2, 0\rangle$  (b), la valeur moyenne de  $\hat{S}_{x,1/2}$  vaut  $N/2$ , et la variance de  $\hat{S}_{y,1/2}$  et  $\hat{S}_{z,1/2}$  vaut  $N/4$  (bruit quantique standard).

On note ici que l'on a une relation simple entre la différence de populations entre les deux états de spin et la composante du pseudo-spin selon  $z$  :

$$\hat{S}_{1/2,z} = \frac{1}{2} (\hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1}). \quad (2.44)$$

### Etats cohérents de spin

Nous nous intéressons tout d'abord à une famille particulière d'états appelés "Etats cohérents de spin", qui peuvent être paramétrés par deux angles  $\theta$  et  $\varphi$  et s'écrivent alors

$$|\theta, \varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}} \left( \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\varphi/2} \hat{a}_1^\dagger + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\varphi/2} \hat{a}_{-1}^\dagger \right)^N |0\rangle. \quad (2.45)$$

Un tel vecteur peut être visualisé sur une sphère de Bloch de rayon  $N/2$ , pour  $\theta \in [0, \pi]$  et  $\varphi \in [-\pi, \pi]$  [voir Fig. 2.6 (a)]. Ainsi, l'état  $|0, 0\rangle$  correspond à un état complètement polarisé, pour lequel tous les atomes sont dans l'état  $|1\rangle$ , et la composante  $z$  du pseudo-spin 1/2 vaut alors  $N/2$ . Il est représenté par un vecteur vertical pointant vers le pôle nord de la sphère de Bloch. D'une manière générale, l'état  $|\theta, \varphi\rangle$  est représenté par le vecteur  $\frac{N}{2} [\sin(\theta) \cos(\varphi), \sin(\theta) \sin(\varphi), \cos(\theta)]$ .

Considérons maintenant l'état  $|\pi/2, 0\rangle$ , que nous noterons  $|\psi_0\rangle$ . Pour cet état, pouvant être préparé à partir de l'état complètement polarisé par un pulse  $\pi/2$  sur le pseudo-spin, chacun des spins est après le pulse  $\pi/2$  dans une superposition des deux



états internes  $|+1\rangle$  et  $|-1\rangle$  :

$$|\psi_0\rangle = |\pi/2, 0\rangle = \left( \frac{|+1\rangle + |-1\rangle}{\sqrt{2}} \right)^{\otimes N} |0\rangle. \quad (2.46)$$

L'état  $|\psi_0\rangle$  est un état propre de  $\hat{S}_{1/2,x}$ , de valeur propre  $N/2$ . Les valeurs moyennes des composantes de spin pour cet état valent donc

$$\langle \hat{S}_{1/2,x} \rangle = N/2, \quad \langle \hat{S}_{1/2,y} \rangle = 0, \quad \langle \hat{S}_{1/2,z} \rangle = 0, \quad (2.47)$$

et constituent les composantes du vecteur de sa représentation sur la sphère de Bloch. De la même manière, les variances des composantes  $\Delta S_{1/2,u}^2 = \langle \hat{S}_{1/2,u}^2 \rangle - \langle \hat{S}_{1/2,u} \rangle^2$ ,  $u = x, y, z$ , peuvent être calculées :

$$\Delta S_{1/2,x}^2 = 0, \quad \Delta S_{1/2,y}^2 = \frac{N}{4}, \quad \Delta S_{1/2,z}^2 = \frac{N}{4}. \quad (2.48)$$

Elles peuvent être représentées sur la sphère de Bloch si l'on considère la distribution de quasi-probabilité qui caractérise le recouvrement de  $|\psi_0\rangle$  avec les vecteurs  $|\theta, \varphi\rangle$  comme :

$$\mathcal{Q}(\theta, \varphi, t = 0) = |\langle \theta, \varphi | \psi_0 \rangle|^2. \quad (2.49)$$

Cette distribution est représentée sur la figure 2.6 (b), et ses moments d'ordre 2 dans les trois directions correspondent aux valeurs calculées plus haut. On peut noter que pour cet état les incertitudes sur les valeurs de  $\hat{S}_{1/2,y}$  et  $\hat{S}_{1/2,z}$  réalisent l'égalité dans l'inégalité d'Heisenberg, et sont donc à la limite quantique standard.

### 2.3.2 Phase des états quantiques et interférométrie

Pour un spin  $1/2$  seul, toujours paramétré par les angles  $\theta$  et  $\varphi$ , la caractérisation de l'état quantique est simple. Les populations dans l'état  $+1/2$  et  $-1/2$  sont respectivement  $\cos(\theta)^2$  et  $\sin(\theta)^2$  et la phase relative entre ces deux modes de la fonction d'onde à 1 particule est  $\varphi$ . Dans le cas d'un système de  $N$  spins  $1/2$ , la définition de la phase relative est plus délicate.

La définition d'un opérateur phase est en effet un problème complexe [87, 88], si l'on souhaite obtenir un opérateur hermitien décrivant la phase absolue d'un état quelconque. En revanche, si l'on se contente de la phase relative entre les 2 modes considérés, un opérateur hermitien  $\hat{\varphi}$  peut être construit [89], tel que

$$\hat{S}_{1/2,+} = e^{i\hat{\varphi}} \sqrt{\frac{N}{2} \left( \frac{N}{2} + 1 \right) - \hat{S}_{1/2,z} \left( \hat{S}_{1/2,z} + 1 \right)}. \quad (2.50)$$

Il est possible de simplifier l'expression ci-dessus pour  $N \gg 1$  et  $\hat{S}_{1/2,z} \gg 1$  afin d'obtenir :

$$\hat{S}_{1/2,+} = \frac{1}{2} \sqrt{N^2 - 4\hat{S}_{1/2,z}^2} e^{i\hat{\varphi}} \quad (2.51)$$

Il est alors naturel de former la paire d'opérateurs  $(\hat{\varphi}, \hat{S}_{1/2,z})$ , jouant respectivement le rôle d'opérateurs phase et nombre. Cependant, dans le cas général, ces opérateurs ne sont pas conjugués, car  $[\hat{\varphi}, \hat{S}_{1/2,z}] \neq i$  [89]. Si l'on se limite au cas où la dispersion de la phase n'est pas trop importante ( $\Delta\varphi \ll 2\pi$ ), on peut en revanche écrire :

$$\hat{S}_{1/2,y} = \frac{1}{2i} (\hat{S}_{1/2,+} - \hat{S}_{1/2,-}) = \frac{1}{2} \sqrt{N^2 - 4\hat{S}_{1/2,z}^2} \sin(\hat{\varphi}) \simeq \frac{1}{2} \sqrt{N^2 - 4\hat{S}_{1/2,z}^2} \hat{\varphi}, \quad (2.52)$$

$$\hat{S}_{1/2,x} = \frac{1}{2} (\hat{S}_{1/2,+} + \hat{S}_{1/2,-}) = \frac{1}{2} \sqrt{N^2 - 4\hat{S}_{1/2,z}^2} \cos(\hat{\varphi}) \simeq \frac{1}{2} \sqrt{N^2 - 4\hat{S}_{1/2,z}^2}. \quad (2.53)$$

Etant donné que  $[\hat{S}_{1/2,y}, \hat{S}_{1/2,z}] = i\hat{S}_{1/2,x}$ , on a

$$[\hat{S}_{1/2,z}, \hat{\varphi}] \simeq i, \quad (2.54)$$

et les opérateurs nombre et phase sont dans ce cas conjugués. On peut alors écrire l'inégalité d'Heisenberg

$$\Delta S_{1/2,z} \Delta\varphi \geq \frac{1}{2}. \quad (2.55)$$

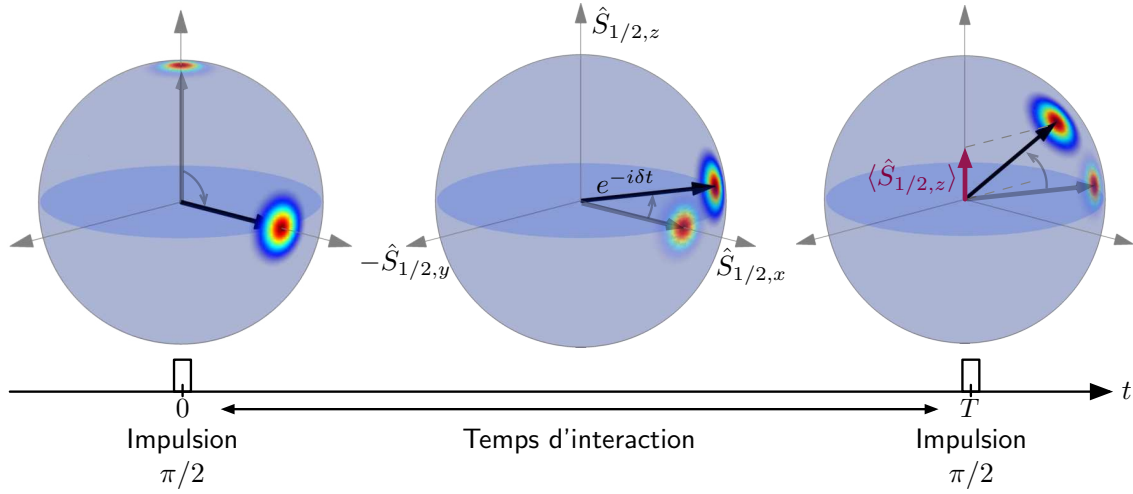
Afin de vérifier la validité de cet opérateur phase, nous pouvons le tester avec les états cohérents de spin. On peut ainsi calculer de manière exacte :

$$\langle \theta, \varphi | N^2 - 4\hat{S}_{1/2,z}^2 | \theta, \varphi \rangle \simeq N^2 \sin^2(\theta), \quad \text{et} \quad (2.56)$$

$$\langle \theta, \varphi | \hat{S}_{1/2,+} | \theta, \varphi \rangle = \frac{N}{2} \sin(\theta) e^{i\varphi}. \quad (2.57)$$

Nous trouvons donc que l'opérateur phase  $\hat{\varphi}$  construit [Eq. (2.51)] vérifie pour les états cohérents de spin  $\langle \theta, \varphi | \hat{\varphi} | \theta, \varphi \rangle = \varphi$  : la phase pour un tel état est bien identifiée. Pour un état plus complexe, le calcul des moments statistiques de l'opérateur  $\hat{S}_{1/2,+}$  (ou  $\hat{S}_{1/2,y}$  si la phase possède une variance faible) permettra de caractériser la phase relative entre les deux modes du condensat.

Nous pouvons retrouver ce lien entre la phase du pseudo-spin et l'opérateur  $\hat{S}_{1/2,+}$  en considérant une expérience de Ramsey [90] pour mesurer cette phase relative (voir Fig. 2.7). Pour ce faire, on part d'un état totalement polarisé  $|0, 0\rangle$ , et l'on applique une impulsion  $\pi/2$  pour obtenir l'état  $|\pi/2, 0\rangle$ . Ce pulse est réalisé par l'action de l'opérateur



**FIGURE 2.7.** Interféromètre de Ramsey réalisé à partir de l'état  $|\psi_0\rangle$ . A  $t = 0$ , une première impulsion  $\pi/2$  fabrique l'état  $|\psi_0\rangle$  à partir d'un état complètement polarisé. Après un temps d'évolution  $T$  où la phase évolue sous l'influence d'un hamiltonien  $\hbar\delta$ , une seconde impulsion  $\pi/2$  est effectuée. La mesure des populations dans les différents états Zeeman permet de connaître  $\langle \hat{S}_{z,1/2} \rangle$ , et d'en déduire  $\delta T$ .

$e^{-i\pi\hat{S}_{1/2,y}/2}$ , qui réalise une rotation de  $\pi/2$  autour de l'axe  $y$  de la sphère de Bloch. On laisse évoluer l'état pendant un temps  $T$  jusqu'à un état  $|\psi(T)\rangle$ , par exemple sous l'effet d'un couplage  $\hbar\delta$  entre les deux états de spin que l'on souhaite mesurer (gravimètre, gyroscope, etc. . .). On applique alors une seconde impulsion  $\pi/2$ , avec une phase  $\beta$  par rapport à la première. L'opérateur de rotation correspondant est :

$$\hat{R}_\beta = e^{i\frac{\pi}{2}[\cos(\beta)\hat{S}_{1/2,y} - \sin(\beta)\hat{S}_{1/2,x}]}, \quad (2.58)$$

de telle sorte qu'une impulsion avec  $\beta = 0$  ait l'effet inverse de l'impulsion initiale. Après ce second pulse, on peut mesurer  $\langle \hat{S}_{1/2,z} \rangle$  pour obtenir le signal Ramsey :

$$\langle \hat{S}_{1/2,z} \rangle = \langle \psi(T) | \hat{R}_\beta^\dagger \hat{S}_{1/2,z} \hat{R}_\beta | \psi(T) \rangle \quad (2.59)$$

$$= \left\langle \psi(T) \left| \frac{1}{2} \left( e^{-i\beta} \hat{S}_{1/2,+} + e^{i\beta} \hat{S}_{1/2,-} \right) \right| \psi(T) \right\rangle \quad (2.60)$$

$$\langle \hat{S}_{1/2,z} \rangle = \mathcal{R} \left( e^{-i\beta} \langle \hat{S}_{1/2,+} \rangle^* \right), \quad (2.61)$$

où  $\langle \rangle^*$  désigne la valeur moyenne prise sur l'état quantique juste avant la seconde impulsion, et  $\mathcal{R}$  la partie réelle. On retrouve bien le résultat classique pour un interféromètre de Ramsey, avec une oscillation de fréquence  $\delta$  en fonction de  $T$ , si l'on prend  $e^{i\varphi} = e^{i\delta T} = \langle \hat{S}_{1/2,+} \rangle^*$  pour la phase de l'état  $|\psi(T)\rangle$ .

On peut noter ici que la mesure réalisée par cette interféromètre de Ramsey possède une propriété intéressante si  $|\psi(T)\rangle$  est un état cohérent  $|\theta, \varphi\rangle$ . En effet, l'incertitude

sur la mesure de la phase vaut  $\Delta\hat{S}_{1/2,+} = \sqrt{N}|\sin(\theta)|e^{i\varphi}/2$ . La précision de la mesure de phase extraite de l'interféromètre est ainsi proportionnelle à

$$\Delta(e^{i\varphi}) = \Delta\left(\frac{\Delta\hat{S}_{1/2,+}}{(N/2)\sin(\theta)}\right) = \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (2.62)$$

Cette incertitude sur la phase constitue une limite sur les mesures effectuées par interféromètre sur des ensembles d'atomes froids (bruit de projection quantique) [37, 38]. Cependant, il est possible d'améliorer la précision de la mesure en utilisant des états où les atomes sont fortement corrélés entre eux, pour lesquels l'incertitude sur  $\hat{S}_{1/2,+}$  sera réduite par rapport à celle des états cohérents [91]. Nous allons maintenant voir que l'évolution de l'état  $|\psi_0\rangle$  sous l'influence des interactions entre composantes de spin décrites dans la section 2.1 conduit à de tels états fortement corrélés.

### 2.3.3 Chat de Schrödinger spinoriel

La partie non linéaire du hamiltonien  $\hat{H}_s$  [Eq. (2.14)] s'écrit, en utilisant le formalisme du pseudo-spin 1/2 [d'après Eq. (2.44)] :

$$\hat{H}_{nl} = 2U_s\hat{S}_{1/2,z}^2. \quad (2.63)$$

Nous limitons par la suite notre étude à ce terme du hamiltonien. Expérimentalement, si l'on se place dans une configuration où l'effet Zeeman quadratique effectif est important et négatif ( $\tilde{q} \leq -1$ ), on obtient bien un condensat à deux modes, où seuls les états  $|+1\rangle$  et  $|-1\rangle$  sont présents. Le seul terme restant dans le hamiltonien est alors le terme non linéaire vis-à-vis de la magnétisation. On peut noter ici que s'il est nettement plus aisé de présenter l'évolution du système à deux modes avec cet hamiltonien simplifié, des résultats similaires sont obtenus en considérant directement le hamiltonien complet pour des atomes de spin 1 pouvant occuper tous les états Zeeman [92].

Afin de calculer l'évolution temporelle de  $|\psi_0\rangle$  sous l'effet de  $\hat{H}_{nl}$ , il faut donner une base d'états propres de ce hamiltonien. Ces états, que l'on peut noter  $|m\rangle_{1/2}$ ,  $m = -N/2 \dots N/2$ , forment une base analogue à une base de Fock. Ils sont états propres de  $\hat{S}_{1/2,z}$ , et le nombre  $m$  est la valeur propre associée à chaque vecteur qui n'est autre que la moitié de la magnétisation de l'état considéré. On peut donc écrire :

$$|m\rangle_{1/2} = \frac{\hat{a}_{+1}^\dagger (\frac{N}{2}+m)\hat{a}_{-1}^\dagger (\frac{N}{2}-m)}{\sqrt{(\frac{N}{2}+m)!(\frac{N}{2}-m)!}}|0\rangle. \quad (2.64)$$

Cette base permet d'exprimer aisément les états cohérents de spin comme :

$$|\theta, \varphi\rangle = \sum_{m=-N/2}^{N/2} \mathcal{C}_{\theta, \varphi}(m) |m\rangle_{1/2}, \quad (2.65)$$

avec des coefficients

$$\mathcal{C}_{\theta, \varphi}(m) = \sqrt{\frac{N!}{(\frac{N}{2} + m)! (\frac{N}{2} - m)!}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)^{\binom{N}{2} + m} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)^{\binom{N}{2} - m} e^{-im\varphi}. \quad (2.66)$$

On note que l'état complètement polarisé est simplement  $|N/2\rangle_{1/2}$ .

Il est alors aisé décrire l'état  $|\psi(t)\rangle$ , obtenu par évolution de l'état  $|\psi_0\rangle$  sous l'effet du hamiltonien  $\hat{H}_{nl}$ , dont les états propres sont les  $|m\rangle_{1/2}$  :

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\hat{H}t/\hbar} |\psi_0\rangle = \sum_{m=-N/2}^{N/2} \mathcal{C}_{\pi/2, 0}(m) e^{-i\chi m^2 t} |m\rangle_{1/2}, \quad (2.67)$$

où l'on a posé  $\chi = 2U_s/\hbar$ . On observe ainsi un déphasage non linéaire en  $m$  sur les différentes composantes de l'état, ce qui a des conséquences remarquables sur son évolution quantique. Cette évolution constitue une transposition utilisant des atomes et l'interaction entre spin du schéma proposé par Yurke et Stoler [71] pour l'obtention d'un état maximalelement corrélé avec des photons dans un milieu optique non-linéaire.

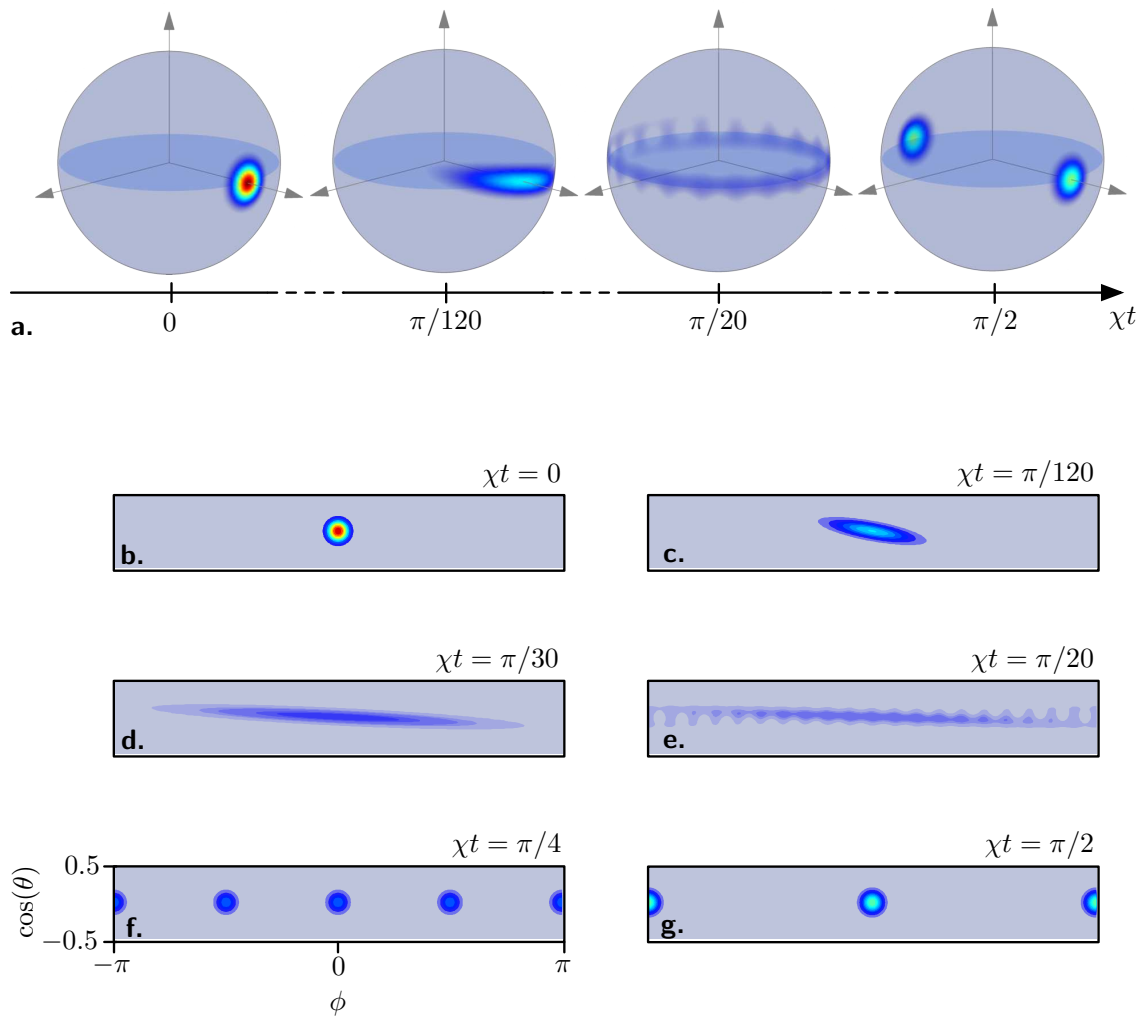
Nous pouvons calculer la distribution de quasi-probabilité pour l'état  $|\psi(t)\rangle$ , et l'on obtient facilement :

$$\mathcal{Q}(\theta, \varphi, t) = \left| \sum_{m=-N/2}^{N/2} \mathcal{C}_{\theta, \varphi}(m) \mathcal{C}_{\pi/2, 0}(m) e^{-i\chi m^2 t} \right|^2 \quad (2.68)$$

Cette distribution est tracée au cours du temps sur la figure 2.8, d'une part sur la sphère de Bloch (**a**), et d'autre part en projetant la sphère sur le plan  $(\varphi, \cos\theta)$  (**b-g**), l'équateur de la sphère correspondant à  $\cos(\theta) = 0$ . En analysant cette évolution, on peut distinguer plusieurs étapes.

### Compression de spin ( $\chi t \ll 1$ )

Au début de l'évolution, on observe que la distribution  $\mathcal{Q}(\theta, \varphi, t)$ , initialement isotrope [2.8 (b)], devient une ellipse de plus en plus allongée, visible sur les figures 2.8 (c-d) [27, 39, 40, 41, 42]. Cet étirement d'un des axes de l'ellipse est le signe d'une augmentation



**FIGURE 2.8.** Evolution sur la sphère de Bloch pour le Hamiltonien d'interaction non linéaire  $\hat{H}_{nl} = \chi \hat{S}_{z,1/2}^2$ . **(a)** : Evolution en fonction du temps représentée en trois dimensions par la quasi-probabilité  $Q(\theta, \varphi, t)$ . **(b,c,d,e,f,g)** : Même évolution représentée en différents instants par une projection de la sphère de Bloch sur le plan  $(\varphi, \cos(\theta))$ .

de l'incertitude sur la mesure de  $\hat{S}_{1/2,y}$ <sup>4</sup>. Comme nous l'avons vu [Eq. (2.52)], cela est équivalent dans les premiers temps de l'évolution à une augmentation de l'incertitude sur la phase de l'état. Ce phénomène est souvent dénommé "diffusion de phase" [39]. Il s'agit plutôt d'une dispersion de phase, la diffusion étant un processus irréversible tandis que cette évolution a lieu sous l'effet d'un hamiltonien unitaire.

Le petit axe de l'ellipse, quant à lui, représente l'incertitude sur la mesure de  $\hat{S}_{1/2,z}$ , qui n'est autre que la magnétisation du condensat. Cette grandeur étant dans ces conditions conjuguée à la phase de l'état [Eq. (2.55)], elle diminue au cours du début de l'évolution. Elle vaut initialement  $N/4$  pour  $|\psi_0\rangle$ , et descend donc en dessous de cette valeur qui constitue la limite quantique standard. C'est ce que l'on appelle la compression de spin (*spin squeezing*). Ces états de spin comprimés sont des états intriqués abondamment étudiés [93, 36]. Des états comprimés du champ électromagnétique ont par exemple été réalisés dans des expériences d'optique quantique [94, 95, 96]; des états atomiques comprimés ont quant à eux été fabriqués à partir d'interactions avec de la lumière préalablement comprimée [97]. La méthode proposée ici permet de générer des états de spin comprimés pour un nombre mésoscopique de particules, simplement en laissant agir les interactions entre atomes [25, 31, 32]. La variance minimale sur la mesure de  $\hat{S}_{1/2,z}$  est calculée dans [93] comme :

$$V_{\min} = \frac{1}{2} \left( \frac{N}{6} \right)^{1/3}, \quad (2.69)$$

et est observée après un temps

$$\chi t_{\min} = 6^{1/6} N^{-2/3}, \quad (2.70)$$

soit  $\chi t_{\min} \sim 0.04$  pour  $N = 200$  atomes. La compression obtenue par rapport au bruit quantique standard est alors  $V_{\min}/V_{\text{BQS}} \simeq 0.03$ .

L'augmentation de l'incertitude sur la phase peut quant à elle être mise en évidence avec une expérience d'interférométrie Ramsey décrite précédemment. On sait qu'il est alors possible de observer une oscillation de la valeur moyenne de  $\hat{S}_{1/2,z}$ , avec un contraste proportionnel à  $|\langle \hat{S}_{1/2,+} \rangle|$  [Eq. (2.61)]. Cette quantité est calculée dans [93] :

$$|\langle \hat{S}_{1/2,+} \rangle| = \frac{N}{2} |\cos(\chi t)|^{N-1} \simeq \frac{N}{2} e^{-\frac{N\chi^2 t^2}{2}}. \quad (2.71)$$

La seconde expression, valable pour des temps  $\chi t \ll 1$ , montre bien un effondrement de la phase relative en un temps caractéristique  $\chi t_{\text{coll}} = 1/\sqrt{N}$ , qui est plus long que le  $t_{\min}$  correspondant au maximum de compression sur les populations. Expérimentalement,

4. On observe également une inclinaison du grand axe de cette ellipse, qui fait un angle avec l'équateur de la sphère de Bloch s'amenuisant au cours de l'évolution. Ce phénomène appelé *swirliness*, est en fait un facteur limitant pour la production d'état comprimé. Une méthode complexe envisageant la rotation autour de deux axes orthogonaux au lieu d'un seul ( $z$  ici) permet de supprimer cet effet et d'obtenir des compressions encore plus importantes [93]. Nous négligerons cet effet dans notre description.

cela se traduira par une suppression des franges de Ramsey que l'on observe avec un état cohérent. On peut noter que l'étalement de la phase à temps court est analogue à celui d'un paquet d'ondes pour une particule libre. On peut également observer que l'on s'attend à voir réapparaître ces franges de Ramsey pour des temps ultérieurs à  $t_{\text{coll}}$ , du fait de la nature oscillante de l'expression. De telles résurgences de la phase ont été observées dans d'autres contextes [98, 99].

### Etat maximalement corrélé : chat de Schrödinger ( $\chi t = \pi/2$ )

Pour des temps ultérieurs, on observe une diffusion de la phase sur l'ensemble de la ligne équatoriale de la sphère de Bloch, qui revêt alors une structure complexe [2.8 (e)]. Par exemple, on peut observer des résurgences partielles, où la distribution de phase se ramasse en certains points, et l'état est alors une superposition d'états cohérents de spin avec différentes phases sur l'équateur [2.8 (f)]. Nous pouvons nous attarder particulièrement sur l'état obtenu après un temps d'interaction  $\chi t_{\text{cat}} = \pi/2$ , représenté sur la figure 2.8 (g). L'expression de l'état quantique à cet instant peut être calculé simplement à partir de l'expression (2.67), en scindant les termes de la somme entre les valeurs de  $m$  paires et impaires (on supposera pour simplifier que  $N/2$  est divisible par 4). Le terme de phase  $\exp(-i\chi m^2 t_{\text{cat}})$  dû à l'évolution multiplie donc les coefficients  ${}_{1/2}\langle m | \psi_0 \rangle$  de la décomposition initiale par 1 pour  $m$  pair et  $-i$  pour  $m$  impair. Ces coefficients peuvent alors s'écrire comme

$${}_{1/2}\langle m | \psi(t_{\text{cat}}) \rangle = \frac{1-i}{2} \mathcal{C}_{\pi/2,0}(m) + (-1)^m \frac{1+i}{2} \mathcal{C}_{\pi/2,0}(m) \quad (2.72)$$

$$= \frac{1-i}{2} \mathcal{C}_{\pi/2,0}(m) + \frac{1+i}{2} \mathcal{C}_{\pi/2,\pi}(m) \quad (2.73)$$

L'état du pseudo-spin est donc simplement la superposition de deux états cohérents de spin de phases 0 et  $\pi$  sur le plan équatorial, soit

$$|\psi(t_{\text{cat}})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{-i\pi/4} |\pi/2, 0\rangle + e^{i\pi/4} |\pi/2, \pi\rangle \right) \quad (2.74)$$

Cette superposition macroscopique de tous les spins dans la direction  $x$  et tous les spins dans la direction  $-x$  de la sphère de Bloch est un état de type "Chat de Schrödinger".

Une impulsion  $\pi/2$  sur cet état autour de l'axe  $-y$  (ce qui revient à le multiplier par l'opérateur  $R_0$  défini par Eq. (2.58)) transforme cette superposition de deux états de phase différents en deux états de population différents. Plus précisément, on obtient l'état dit "NOON" :

$$|\psi_{\text{NOON}}\rangle = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} (|0, 0\rangle - i|\pi, 0\rangle) \quad (2.75)$$



soit en revenant dans le formalisme des atomes avec  $F = 1$  :

$$|\psi_{\text{NOON}}\rangle = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} (|+1 : N, -1 : 0\rangle - i|+1 : 0, -1 : N\rangle), \quad (2.76)$$

cette notation justifiant le nom donné à cet état :  $|N, 0\rangle + |0, N\rangle$ . Il s'agit d'un état où les atomes sont très fortement corrélés entre eux. Cependant, la réalisation de tels états est extrêmement délicate, d'autant plus que le nombre d'atomes devient important (voir §2.3.4). Jusqu'à présent, seules des superpositions de faible nombre de particules, ou "chatons de Schrödinger", ont été réalisées, avec des ions [45] ou des photons [44, 100].

### Résurgence totale : retour à l'état initial ( $\chi t = 2\pi$ )

Pour un temps d'interaction encore quatre fois plus long ( $\chi t = 2\pi$ ), il est clair d'après l'équation (2.67) que l'on retrouve l'état initial. Tous les termes de la somme composant l'état reviennent alors en phase. On parle de résurgence de l'état quantique.

### 2.3.4 Rôles de pertes

L'évolution présentée permet la génération d'états quantiques fortement corrélés très intéressants, qu'il s'agisse simplement d'états comprimés ou de superpositions mésoscopiques comme dans le cas de l'état "NOON". Cependant, s'il est vrai que le hamiltonien d'interaction considéré produit ces états sans intervention particulière, uniquement via les interactions entre spins, nous avons pour obtenir ces résultats fait l'hypothèse qu'aucun atome n'était perdu durant l'évolution considérée. Cette condition est extrême, et nous nous demandons à présent dans quelle mesure les pertes d'atomes doivent être contrôlées pour ne pas détruire la cohérence de ces états.

L'influence des pertes atomiques sur la dynamique de formation de corrélations entre atomes a été étudiée dans [51] en utilisant une approche de fonction d'onde stochastique. La modélisation est la suivante : on considère une évolution du type décrite ici pendant un temps  $t$ , au cours duquel  $k$  atomes parmi les  $N$  de départ sont perdus, chacun dans l'état  $|+1\rangle$  ou  $|-1\rangle$ . Pour ce faire, on note  $t_1, \dots, t_k$  les temps auxquels ces atomes sont perdus,  $t_0 = 0$  l'origine de l'évolution, et l'on suppose que le hamiltonien change à chacun de ces instants pour prendre en compte la perte d'atome, en demeurant constant entre-temps. Le hamiltonien initial est [Eq. (2.63)]

$$\hat{H}_{\text{nl}} = \frac{\hbar\chi}{4} (\hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1})^2. \quad (2.77)$$

Prendre en compte les pertes d'atomes équivaut à faire agir au cours de l'évolution l'opérateur  $\hat{a}_{+1}$  ( $\hat{a}_{-1}$ ) aux instants où une perte d'atome dans l'état  $|+1\rangle$  ( $|-1\rangle$ ) a lieu. L'évolution de l'état  $|\psi_0\rangle$  au cours du temps s'écrit donc, à une normalisation près :

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\hat{H}_{\text{nl}}(t-t_k)/\hbar} \hat{a}_{s_k} e^{-i\hat{H}_{\text{nl}}(t_k-t_{k-1})/\hbar} \dots e^{-i\hat{H}_{\text{nl}}(t_2-t_1)/\hbar} \hat{a}_{s_1} e^{-i\hat{H}_{\text{nl}}(t_1-t_0)/\hbar} |\psi_0\rangle, \quad (2.78)$$

où  $s_j = \pm 1$  désigne l'état de spin de l'atome perdu à chaque étape  $j$ . Afin d'obtenir un hamiltonien effectif agissant sur l'état comprenant les pertes d'atomes,  $\prod_{j=1}^k \hat{a}_{s_j} |\psi_0\rangle$ , nous pouvons faire commuter les opérateurs d'annihilation et les termes d'évolution en utilisant la relation

$$\hat{a}_s \hat{H}_{\text{nl}} = \left[ \hat{H}_{\text{nl}} + \frac{\hbar\chi}{2} s(\hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1}) + 1 \right] \hat{a}_s. \quad (2.79)$$

En resommant les hamiltoniens pendant chaque intervalle de temps entre pertes, on obtient l'opérateur d'évolution pendant le temps  $t$  en prenant en compte les pertes atomiques

$$\exp(-i\hat{H}_1 t) = \exp \left[ -i \left( \hat{H}_{\text{nl}} t + t + \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^j \frac{\hbar\chi}{2} s_l (\hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1}) (t_{l+1} - t_l) \right) \right]. \quad (2.80)$$

En plus de l'évolution sans perte, on observe l'ajout d'un terme constant qui n'a pas d'effet sur la dynamique, ainsi que d'un terme que l'on peut réécrire

$$\sum_{j=1}^k \hbar\chi s_l t_j \hat{S}_{1/2,z}. \quad (2.81)$$

Ce terme est un terme de précession autour de l'axe vertical sur la sphère de Bloch, et ajoute donc une phase à l'état quantique (*phase kick*) qui s'exprime comme

$$\varphi_1 = \sum_{j=1}^k \chi s_l t_j. \quad (2.82)$$

Les coefficients  $s_j$  et  $t_j$  étant des variables aléatoires, ils sont différents à chaque réalisation de l'expérience, et l'état quantique exécute au cours de l'évolution une marche aléatoire sur la ligne équatoriale de la sphère de Bloch. Cela aura pour effet de brouiller la dynamique de corrélation décrite dans cette section. La phase ajoutée est de moyenne nulle car la probabilité de perdre un atome dans  $|+1\rangle$  ou  $|-1\rangle$  à chaque étape est la même. Son écart-type  $\Delta^2 \varphi_1$  peut être calculé en supposant que les  $k$  pertes d'atomes sont un phénomène poissonnien de paramètre  $\lambda$ , de telle sorte que le nombre moyen de pertes pendant le temps  $t$  soit  $\lambda t$ , et l'écart moyen entre deux pertes soit  $1/\lambda$ . On a alors

$$\Delta^2 \varphi_1 = \sum_{j=1}^{\lambda t} \chi^2 \left( \frac{j}{\lambda} \right)^2, \quad (2.83)$$

$$\sim \frac{\lambda \chi^2 t^3}{3}. \quad (2.84)$$

Les pertes d'atomes ont donc pour effet de modifier la valeur moyenne de l'opérateur  $\hat{S}_{1/2,+}$ , à la fois en diminuant directement le nombre d'atomes dans l'état final, mais aussi en ajoutant un terme pour prendre en compte le brouillage de la phase. L'expression de  $\langle \hat{S}_{1/2,+} \rangle_l$  en prenant en compte les pertes est donc modifiée par rapport à l'expression sans perte [Eq. (2.71)] par un facteur correctif [51]

$$\frac{\langle \hat{S}_{1/2,+} \rangle_l}{\langle \hat{S}_{1/2,+} \rangle} \simeq \frac{N - \lambda t}{N} \exp\left(-\frac{\lambda \chi^2 t^3}{6}\right). \quad (2.85)$$

Il est alors clair que pour maintenir la dynamique jusqu'à l'observation de l'état "Chat" ( $\chi t_{\text{cat}} = \pi/2$ ), il faut que le terme dans l'exponentielle demeure suffisamment faible, typiquement inférieur à  $1/2$ . Cette condition s'écrit au temps  $t_{\text{cat}}$  :

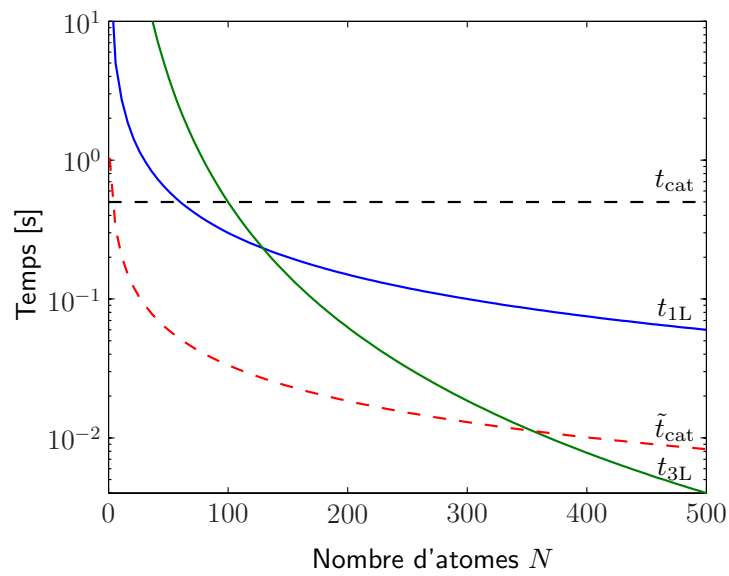
$$\lambda t_{\text{cat}} \leq \frac{3}{\chi t_{\text{cat}}^2} = \frac{12}{\pi^2} \simeq 1.2 \quad (2.86)$$

La quantité  $\lambda t_{\text{cat}}$  étant le nombre d'atomes perdus pendant l'évolution, cette condition signifie simplement que la perte d'un seul atome a déjà un effet significatif sur la dynamique de corrélation des spins. Ce résultat peut être retrouvé de manière empirique en considérant l'état  $|\psi_{\text{NOON}}\rangle$  réalisé [Eq. (2.76)] : si l'on mesure l'état d'un seul atome (mesure et perte étant équivalent du point de vue de l'information perdue par l'état quantique), on connaît l'état de l'ensemble des atomes, et l'état est donc projeté dans l'un ou l'autre des états entièrement polarisé. La superposition quantique est alors détruite. On retrouve ici l'idée évoquée dans la section précédente, selon laquelle un petit nombre d'atomes facilite l'observation d'états fortement corrélés (pour un taux de perte par atome donné). Cependant, dans le cas de l'observation de l'état "NOON", le temps pendant lequel aucun atome ne doit être perdu est  $t_{\text{cat}} = \pi/(2\chi) \sim 0.5$  s, avec les valeurs de la table 2.1. Cela semble expérimentalement difficile à réaliser.

Une solution permettant de réduire considérablement le temps d'interaction nécessaire à l'obtention de l'état "NOON" a été proposé dans [101]. Dans ce cas, un couplage  $\hbar\Omega$  entre les deux niveaux  $|+1\rangle$  et  $|-1\rangle$  est maintenu pendant l'évolution. Ce couplage est obtenu comme nous l'avons vu en appliquant un champ magnétique oscillant selon  $S_x$ . Si la condition  $\Omega \sim \chi N/2$  est vérifiée, il est alors calculé que le temps nécessaire  $\tilde{t}_{\text{cat}}$  pour obtenir un état maximalelement corrélé est réduit par un facteur

$$\frac{\tilde{t}_{\text{cat}}}{t_{\text{cat}}} = \ln(8N)/N \sim 0.07, \quad (2.87)$$

pour  $N = 100$ . Le temps nécessaire passe alors en dessous de 50 ms. Nous avons donc pour projet d'utiliser cette stratégie pour obtenir ces états fortement corrélés. La figure 2.9 résume les contraintes sur le nombre d'atomes par rapport aux pertes, en faisant apparaître les deux méthodes ci-dessus pour l'obtention d'un état "NOON".



**FIGURE 2.9.** Comparaison entre les temps d'interaction nécessaires pour obtenir un état "NOON" et les limites imposées par les pertes liées aux collisions avec le gaz résiduel ( $t_{1L} = (N\gamma_{1L})^{-1}$ , en bleu) et aux collisions à trois corps ( $t_{3L} = (N\gamma_{3L})^{-1}$ , en vert). Les temps d'interaction reportés sont d'une part le temps  $t_{cat}$  (noir pointillé) nécessaire en laissant simplement agir les interactions, et d'autre part le temps  $\tilde{t}_{cat}$  en utilisant la méthode décrite dans [101] (rouge pointillé).



## **Deuxième partie**

# **Laser tout-solide pour le refroidissement de l'atome de sodium $^{23}\text{Na}$**



## Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent comment réaliser des états quantiques fortement intriqués en tirant parti des propriétés physiques de l'atome de sodium. Les étapes nécessaires à l'obtention de tels états comprennent le ralentissement et le piégeage des atomes de sodium dans un piège magnéto-optique, puis un refroidissement par évaporation pour observer la condensation de Bose-Einstein. Or, un frein sérieux à l'usage du sodium dans les expériences manipulant des atomes froids est la nécessité d'employer des lasers à colorant pour le refroidissement laser. En effet, la transition  $D_2$  utilisée se situe à 589.158 nm [102], une longueur d'onde difficilement accessible avec des lasers solides. Ainsi, il n'existe pas de diode laser émettant à cette longueur d'onde, et aucune solution commerciale n'est encore proposée<sup>5</sup>. De plus, bien que les lasers à colorant soient maîtrisés techniquement, ils sont chers, encombrants et relativement difficiles à entretenir et à faire fonctionner. Cette contrainte justifiait selon nous le développement d'une source laser alternative à cette longueur d'onde.

Une telle source est par ailleurs utile dans d'autres domaines que celui du refroidissement laser. En réalité, la recherche d'une source laser à 589 nm alternative au laser à colorant a jusqu'à présent été principalement menée en astrophysique, avec le développement de lasers très puissants, afin de créer des étoiles artificielles en excitant les atomes de sodium de la mésosphère [103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111]. Un laser à cette longueur d'onde possède également des applications à la détection induite par laser dans l'atmosphère (LIDAR) [112], la chirurgie ophtalmique et la dermatologie [107]. Plusieurs méthodes pour la génération de lasers continus autour de 589 nm ont été publiées, incluant la somme de deux lasers infrarouges autour de 1319 nm et 1064 nm [103, 104, 105, 106, 107], le doublage de fréquence d'un laser à fibre Raman [108, 109, 110], ou encore la somme de fréquence de deux lasers à fibre autour de 938 nm et 1535 nm [111]. Nous avons choisi de fonder notre travail sur la première solution consistant à sommer deux lasers à 1319 nm et 1064 nm, car les sources laser disponibles à ces longueurs sont des lasers monolithiques, les mieux maîtrisés techniquement et les plus stables parmi les options citées.

Le refroidissement laser nécessite quant à lui des puissances proches du Watt, la possibilité de verrouiller la fréquence du laser sur la fréquence de la transition atomique du sodium, ainsi qu'une largeur spectrale bien plus étroite que la largeur naturelle de cette transition, de l'ordre de 10 MHz dans le cas du sodium.

---

5. Toptica, GmbH a annoncé la vente d'un tel laser, mais sans donner encore de prix ou de date de sortie.



Dans cette partie du mémoire, nous rapportons tous les aspects de la réalisation d'un laser à 589 nm par somme de fréquence pour le refroidissement de l'atome de sodium. Il s'agit de produire dans un cristal non linéaire la longueur d'onde visible désirée à partir de deux sources infrarouges à  $\lambda_1 = 1064$  nm et  $\lambda_2 = 1319$  nm, la somme des fréquences de ces deux lasers correspondant à 589 nm. Ces sources sont des lasers Yttrium Aluminium Garnet (YAG) monolithiques, ce qui fait du laser visible ainsi conçu un laser tout-solide. En utilisant une cavité doublement résonnante pour maximiser l'efficacité du processus de somme de fréquence, nous parvenons dans les conditions optimales à convertir 92% des photons du laser source le plus faible en photons visibles. Dans le cadre d'une utilisation quotidienne, notre laser possède une puissance nominale de 650 mW, ce qui est suffisant pour notre expérience de refroidissement d'atomes par laser.

Nous traiterons dans un premier temps des aspects théoriques qu'il nous a fallu résoudre pour concevoir un tel laser dans le chapitre 3, puis de sa réalisation expérimentale dans le chapitre 4.

Les travaux exposés dans cette partie ont été publiés dans [46] et [47]. Les simulations numériques sur l'efficacité de conversion intra-cavité ont été réalisées en collaboration avec J.-J. Zondy<sup>6</sup>.

---

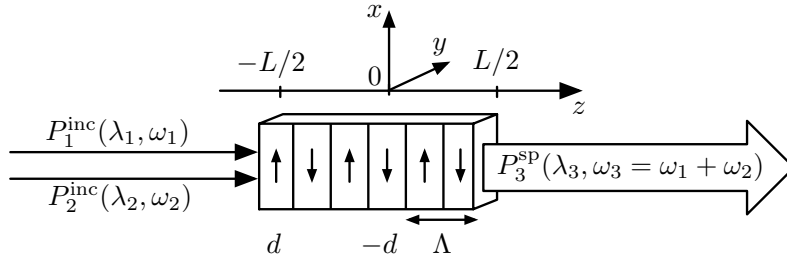
6. INM-CNAM, 61 rue du Landy, 93210 La Plaine Saint Denis, France.

## Chapitre 3

# Somme de fréquence non linéaire en cavité

Le paramètre clé à considérer lors de la réalisation expérimentale d'un laser par génération non-linéaire est l'efficacité de la conversion du ou des lasers incidents en laser produit. En effet, les processus de génération non linéaire sont souvent peu efficaces, du fait des faibles susceptibilités non linéaires des matériaux cristallins utilisés. Cela limite souvent les applications de ces dispositifs aux faibles puissances. Dans notre cas, une faible efficacité ne saurait convenir, car les lasers source disponibles à 1064 nm et à 1319 nm ont une puissance qui n'est pas très supérieure à la puissance désirée pour le laser produit à 589 nm. Afin d'optimiser l'efficacité de conversion de notre système, nous avons donc étudié le problème de la somme de fréquence dans une cavité doublement résonnante. De cette étude a résulté une efficacité de conversion qui atteint 92% des photons de la source laser la plus faible dans les conditions optimales.

Dans un premier temps, nous poserons le problème de la somme de fréquence, tout d'abord en simple passage dans un cristal non linéaire, puis avec l'ajout d'une cavité doublement résonnante autour de ce cristal. Par la suite, nous examinerons comment optimiser l'efficacité de conversion en cavité, avec notamment le résultat suivant : dans un système idéal, c'est-à-dire sans pertes passives, une conversion totale de la source la plus faible est toujours possible. En prenant en compte les pertes passives liées aux différents composants optiques, nous obtiendrons un optimum pour les paramètres de la cavité, que nous validerons expérimentalement dans le chapitre suivant.



**FIGURE 3.1.** Schéma de principe de la somme de fréquence en simple passage dans un cristal périodiquement polarisé. Les deux ondes de fréquence  $\omega_1$  et  $\omega_2$  se propageant selon l'axe  $z$  sont superposées et envoyées sur un cristal non linéaire périodiquement polarisé de longueur  $L$ . Les puissances incidentes sont notées  $P_1^{(inc)}$  et  $P_2^{(inc)}$ , et la puissance produite à la fréquence somme  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  est notée  $P_3^{SP}$ . Le coefficient de non linéarité du cristal est noté  $d$ . Le signe de ce coefficient est alterné le long de l'axe de propagation avec une période spatiale  $\Lambda$ .

### 3.1 Somme de fréquence dans un cristal non linéaire

#### 3.1.1 Les équations régissant la somme de fréquence

On considère ici le cas de deux ondes électro-magnétiques superposées spatialement, ayant pour fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , et pour puissances  $P_1^{(inc)}$  et  $P_2^{(inc)}$ , et se propageant dans un cristal non linéaire. La propagation a lieu selon l'axe  $z$ , entre  $-L/2$  et  $L/2$ ,  $L$  étant la longueur du cristal (Fig. 3.1). A la sortie du cristal, une partie des ces ondes est convertie en une onde à la fréquence  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ , d'après la condition de conservation de l'énergie. Pour le reste de ce mémoire, on supposera que l'onde 1 possède un flux de photons plus important que l'onde 2, ce qui peut s'écrire en terme de puissance  $\lambda_1 P_1^{(inc)} \geq \lambda_2 P_2^{(inc)}$ .

La conversion non-linéaire en fréquence somme dans ce cristal a lieu car les ondes incidentes créent un terme non linéaire du deuxième ordre dans la polarisation du matériau, la puissance produite étant d'autant plus grande que ce terme est important. Il peut s'écrire [113]

$$P_a = \sum_{b,c=x,y,z} \epsilon_0 \chi_{abc}^{(2)} \mathbf{E}_{1,b} \mathbf{E}_{2,c}, \quad (3.1)$$

où les indices  $a, b, c$  désignent les composantes des vecteurs selon les trois directions de l'espace,  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$  les champs électriques des ondes 1 et 2, et  $\chi_{abc}^{(2)}$  l'une des composantes du tenseur susceptibilité non linéaire d'ordre 2  $\chi^{(2)}$ . Du fait des très nombreuses symétries du problème, ce tenseur peut être ramené à dix-huit coefficients, qui sont notés  $d_{lm}$ ,  $l = 1 \dots 3, m = 1 \dots 6$  ( $l, m$  constituant un jeu d'indices contractés). Ainsi, si l'on considère par exemple le cas où  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$  sont suivants  $x$  (polarisation verticale avec les conventions de la figure 3.1), on aura :  $\chi_{x,x,x}^{(2)} = 2d_{33}$ ,  $\chi_{y,x,x}^{(2)} = 2d_{23}$  et  $\chi_{z,x,x}^{(2)} = 2d_{13}$ , le facteur 2 provenant de la contraction<sup>1</sup>.

1. On trouve généralement dans la littérature une convention différente, l'axe principal du cristal étant noté  $z$ , et non  $x$  comme ici. Nous avons préféré conserver  $z$  pour désigner la direction de propagation des

Pour le cristal que nous utilisons la composante la plus forte de ce tenseur est  $d_{33}$ , et nous avons donc choisi de nous placer dans la configuration où tous les champs électriques sont polarisés suivant  $x$ . Nous noterons  $d$  le coefficient non linéaire du cristal, sachant que dans ce cas  $d = d_{33}$ . Nous pouvons également nous affranchir de la nature vectorielle des champs électriques, en écrivant  $\mathbf{E}_i = E_i \mathbf{u}_x$ , où l'indice désigne alors l'onde 1 ou 2. Enfin, le champ électrique  $E_i$  pour l'onde  $i$  peut être représenté par son amplitude complexe  $\mathcal{A}_i$  de la manière suivante :

$$E_i(x, y, z, t) = \mathcal{A}_i(x, y, z) e^{i(k_i z - \omega_i t)}, \quad k_i = \frac{2\pi n_i}{\lambda_i} = \frac{n_i \omega_i}{c}, \quad (3.2)$$

où  $k_i$  est le vecteur d'onde pour l'onde  $i$ ,  $\lambda_i$  sa longueur d'onde et  $n_i$  l'indice du milieu à cette longueur d'onde.

En écrivant les équations de propagation selon l'axe  $z$  dans un milieu non linéaire d'indices de refraction  $\{n_1, n_2, n_3\}$  pour ces trois ondes dans le cadre de l'approximation paraxiale, on obtient le système d'équations non linéaires couplées suivant :

$$\begin{cases} (\nabla_{\perp}^2 + 2ik_1 \partial_z) \mathcal{A}_1 = \frac{2\omega_1^2 d}{c^2} \mathcal{A}_2^* \mathcal{A}_3 e^{i\Delta k z}, \\ (\nabla_{\perp}^2 + 2ik_1 \partial_z) \mathcal{A}_2 = \frac{2\omega_2^2 d}{c^2} \mathcal{A}_1^* \mathcal{A}_3 e^{i\Delta k z}, \\ (\nabla_{\perp}^2 + 2ik_1 \partial_z) \mathcal{A}_3 = \frac{2\omega_3^2 d}{c^2} \mathcal{A}_1 \mathcal{A}_2 e^{-i\Delta k z}, \end{cases} \quad (3.3)$$

où  $\nabla_{\perp}^2$  désigne l'opérateur laplacien dans les directions transverses  $x$  et  $y$ ,  $\partial_z$  la dérivée partielle selon  $z$ , et où  $\Delta k = k_3 - k_1 - k_2$  est le paramètre qui caractérise la vitesse de déphasage entre les 3 ondes au cours de la propagation dans le cristal.

On décompose alors  $\mathcal{A}$  en introduisant les fonctions  $a_i(z)$  et  $f_i(x, y, z)$  telles que

$$\mathcal{A}_i(x, y, z) = \sqrt{\frac{2\hbar\omega_i}{c\epsilon_0 n_i}} f_i(x, y, z) a_i(z), \quad (3.4)$$

où, pour chaque onde,  $f_i$  est le profil transverse normalisé, réel et positif, du faisceau ( $\iint dx dy |f_i|^2 = 1$ ) dans le cadre de la propagation linéaire.  $f_i(x, y, z)$  vérifie l'équation de propagation linéaire :

$$\frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2} + 2ik_i \frac{\partial f_i}{\partial z} = 0. \quad (3.5)$$

La signification physique des  $a_i(z)$  apparaît quant à elle si l'on calcule le flux du vecteur de Poynting  $\mathbf{\Pi} = c\epsilon_0 n_i^2 \frac{|E_i|^2}{2} \mathbf{u}_z$  associé au champ  $E_i \mathbf{u}_x$  à travers un plan transverse,

soit la puissance du faisceau  $i$  au point  $z$  dans le cristal :

$$P_i(z) = \iint \Pi \mathbf{u}_z \cdot d\mathbf{S} \quad (3.6)$$

$$= \hbar\omega_i |a_i(z)|^2, \quad (3.7)$$

où  $\hbar\omega_i$  est l'énergie d'un photon et par conséquent  $|a_i(z)|^2$  est alors identifiable comme le flux de photons à la fréquence  $\omega_i$  dans le cristal à la position  $z$ .

Le système d'équation (3.3) se réécrit alors, en utilisant Eq. (3.5),

$$\begin{cases} f_1 \frac{\partial a_1}{\partial z} = -i\gamma a_2^* a_3 f_2^* f_3 e^{i\Delta k z}, \\ f_2 \frac{\partial a_2}{\partial z} = -i\gamma a_1^* a_3 f_1^* f_3 e^{i\Delta k z}, \\ f_3 \frac{\partial a_3}{\partial z} = -i\gamma a_1 a_2 f_1 f_2 e^{-i\Delta k z}, \end{cases} \quad (3.8)$$

avec

$$\gamma^2 = \frac{2\hbar d^2 \omega_1 \omega_2 \omega_3}{\epsilon_0 c^3 n_1 n_2 n_3}. \quad (3.9)$$

Afin de pouvoir résoudre ces équations, nous allons faire l'approximation dite des  *pompes faiblement consommées* . Dans cette approximation, nous pouvons considérer que les flux de photons pour les deux sources lasers  $a_1$  et  $a_2$  diminuent peu en traversant le cristal, ce qui se justifie tant que l'efficacité de conversion en simple passage demeure faible ( $\gamma|a_1 a_3| \ll |a_2|/L$ ,  $\gamma|a_2 a_3| \ll |a_1|/L$ ). Cette hypothèse a été proposée initialement par Boyd and Kleinman [114]. Nous verrons qu'elle est bien vérifiée expérimentalement, du fait de la faible efficacité de conversion en simple passage. Par la suite on aura donc  $a_1(z) \simeq a_1(-L/2)$  et  $a_2(z) \simeq a_2(-L/2)$ . Nous pouvons donc nous restreindre à la troisième équation du système (3.5), qui devient en multipliant par  $f_3^*$  et intégrant dans les directions transverses :

$$\frac{\partial a_3}{\partial z} = -i\gamma a_1 a_2 \mathcal{I}(z) e^{-i\Delta k z}, \quad (3.10)$$

avec

$$\mathcal{I}(z) = \iint f_1 f_2 f_3^* dx dy. \quad (3.11)$$

### 3.1.2 Puissance produite dans le cas de faisceaux collimatés

Cette dernière expression (3.11) constitue une intégrale de recouvrement des trois ondes dans le cristal, qui a la dimension d'une longueur, et dépend *a priori* de la direction de propagation. Par souci de simplification, nous supposons donc dans un premier temps que nous travaillons avec des faisceaux au profil transverse gaussien indépendant de  $z$ , de la forme [115] :

$$f_i(x, y) = \sqrt{\frac{2}{\pi w_i^2}} \exp\left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{w_i^2}\right). \quad (3.12)$$

où  $w_i$  est le rayon à  $1/e^2$  du faisceau  $i$ . Nous négligeons donc ici la divergence due à la focalisation du faisceau, ce qui est valide tant que la longueur de Rayleigh du faisceau  $z_{R,i} = \pi n_i w_i^2 / \lambda_i \gg L$ . Nous supposons également les  $w_i$  tous égaux à la même valeur  $w$ . Ceci permet de calculer simplement  $\mathcal{I}(z)$ , qui est alors indépendante de  $z$  et vaut  $\mathcal{I} = \sqrt{S} = 3\sqrt{\pi w^2/2}$ . La résolution de l'équation (3.10) est alors immédiate, avec la condition initiale  $a_3(-L/2) = 0$  :

$$a_3(z) = \frac{\gamma}{\sqrt{S}} a_1 a_2 \frac{(e^{-i\Delta k z} - e^{-i\Delta k \frac{L}{2}})}{\Delta k}. \quad (3.13)$$

La puissance à la fréquence somme  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  à la sortie du cristal  $P_3(L/2)$  est alors obtenue en utilisant Eq. (3.7) :

$$\hbar\omega_3 |a_3(L/2)|^2 = P_3^{\text{sp}} = \alpha_{\text{sp}} P_1^{(\text{inc})} P_2^{(\text{inc})} \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta k L}{2}\right), \quad (3.14)$$

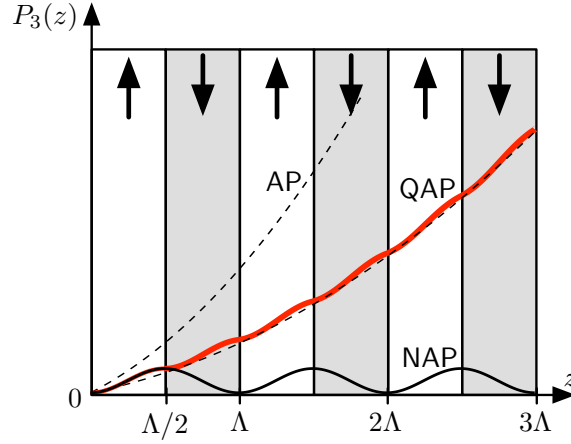
avec

$$\alpha_{\text{sp}} = \frac{\gamma^2 \omega_3 L^2}{\hbar S \omega_1 \omega_2} = \frac{2d^2 L^2 \omega_3^2}{\epsilon_0 S c^3 n_1 n_2 n_3}, \quad (3.15)$$

que l'on désignera par la suite comme coefficient de conversion en simple passage.

Au vu de ces résultats, on peut réaliser les observations suivantes :

- Le coefficient de conversion croît avec la longueur du cristal (quadratiquement dans ce modèle) : un long cristal est donc un avantage pour la somme de fréquence.
- Le coefficient de conversion est d'autant plus important que la section transverse des ondes est faible : la conversion est donc d'autant plus efficace que l'intensité des ondes pompes est importante dans le cristal.
- On observe un comportement résonnant de la somme de fréquence autour de la condition de conservation d'impulsion  $\Delta k = 0$ , avec une puissance générée à réso-



**FIGURE 3.2.** Production de puissance  $P_3(z)$  à la fréquence somme en fonction de la position  $z$  dans le cristal périodiquement polarisé avec une période  $\Lambda$ . AP : Condition d'accord de phase  $\Delta k = 0$  réalisée. NAP : Condition d'accord de phase non réalisée ( $\Delta k = 0 \gg 1/L$ ). Ces deux cas sont observables dans un cristal sans période de polarisation. QPM : Condition de quasi-accord de phase  $\Delta^{(PP)}k = 0$ . L'inversion de la magnétisation du cristal permet de "redresser" l'oscillation du cas non accordée (ligne rouge) pour parvenir à approcher une production de puissance de la même forme que dans le cas de l'accord de phase, mais avec une diminution globale par un facteur  $4/\pi^2$  (ligne tiretée).

nance :

$$P_3^{\text{sp}} = \alpha_{\text{sp}} P_1^{(\text{inc})} P_2^{(\text{inc})}. \quad (3.16)$$

Elle s'effondre dès que l'on s'éloigne de cette condition, dite condition d'accord de phase. La largeur du pic de résonance est proportionnelle à  $L$ , ce qui indique que l'accord de phase doit avoir lieu à la longueur du cristal près, et est d'autant plus difficile à remplir que le cristal est long (voir Fig. 3.2).

### 3.1.3 Cristaux périodiquement polarisés et accord de phase

Chacune de ces conditions s'accompagne de réserves. En effet, il est difficile de concilier un cristal long avec une forte focalisation des faisceaux, du fait de la diffraction, qui n'est pas décrite par ce modèle (voir §3.1.4). Cependant, la condition la plus restrictive est la condition d'accord de phase, qui a pendant longtemps été responsable d'une efficacité médiocre dans les processus non linéaires. Le moyen d'action le plus simple pour annuler  $\Delta k$  est la température, dont il dépend à travers la dépendance en température des indices de réfraction du cristal aux trois longueurs d'ondes :

$$\Delta k = \frac{2\pi n_3(T)}{\lambda_3} - \frac{2\pi n_1(T)}{\lambda_1} - \frac{2\pi n_2(T)}{\lambda_2}. \quad (3.17)$$

Pour des températures accessibles facilement en laboratoire, la condition d'accord de phase n'est pas vérifiée pour les longueurs d'ondes utilisées.

Une méthode permettant de réaliser cette condition peut être mise en oeuvre en tirant profit de la birefringence des cristaux. Il s'agit de faire intervenir des indices de réfraction différents pour les trois ondes en présence, afin d'annuler  $\Delta k$ . Pour ce faire, la polarisation d'au moins une des trois ondes doit être différente des autres, et se propager sur l'axe extraordinaire du cristal tandis que les autres demeurent sur l'axe ordinaire. Par exemple, on peut envisager le cas où les deux ondes incidentes sont respectivement envoyées sur les axes ordinaire et extraordinaire du cristal, la différence d'indice de réfraction entre ces deux axes, pour un angle d'incidence bien choisi, permettant en conjonction avec un réglage fin de la température d'atteindre la condition d'accord de phase. Cette méthode présente de multiples difficultés techniques. L'angle d'incidence et la température du cristal doivent généralement être réglés avec une tolérance très faible. Le fait d'avoir deux ondes incidentes polarisées orthogonalement ne permet pas d'avoir accès au plus grand terme du tenseur  $\chi^{(2)}$ . Finalement, les deux ondes incidentes se propagent avec un angle et avec des indices de réfraction différents. Cela entraîne la séparation spatiale des faisceaux au cours de la propagation dans le cristal, dite *walk-off*, et par conséquent une diminution de leur recouvrement et de l'efficacité de conversion.

Une alternative à cette méthode est l'utilisation de cristaux périodiquement polarisés, qui permet d'atteindre un régime dit de "quasi-accord de phase" [116, 117]. Un tel cristal possède une magnétisation permanente alternée, avec une période spatiale notée  $\Lambda$  (voir Fig. 3.1). Ainsi,  $d$  devient une fonction périodique dans la direction  $z$ ,

$$d(z) = \begin{cases} d_{33} & \text{pour } p\Lambda < z < (p + \frac{1}{2})\Lambda \\ -d_{33} & \text{pour } (p + \frac{1}{2})\Lambda < z < (p + 1)\Lambda \end{cases}, \quad p \in \mathbb{Z}. \quad (3.18)$$

Il peut être décomposé en une série de Fourier,  $d(z) = d_{33} \sum_n c_n e^{iq_n z}$ , où  $q_n = 2\pi n/\Lambda$ . Ici, nous nous contenterons de considérer le premier terme de cette décomposition ( $n = 1$ ), pour lequel le coefficient de Fourier vaut  $c_1 = \frac{2}{\pi}$ , ce qui constitue un quasi-accord de phase du premier ordre. On a alors  $d(z) = \frac{2}{\pi} d_{33} e^{i\frac{2\pi}{\Lambda} z}$ . Si l'on utilise cette expression de  $d(z)$  dans l'équation (3.10), on obtient des expressions identiques à celles de la sous-section précédente, à condition de prendre  $d$  égal à  $d_{\text{PP}} = \frac{2}{\pi} d_{33}$  et  $\Delta k$  égal à  $\Delta^{(\text{PP})} k = \Delta k - \frac{2\pi}{\Lambda}$  :

$$P_3^{\text{sp}} = \alpha_{\text{sp}} P_1^{(\text{inc})} P_2^{(\text{inc})} \text{sinc}^2 \left[ \left( \Delta k - \frac{2\pi}{\Lambda} \right) \frac{L}{2} \right]. \quad (3.19)$$

Au prix d'une réduction de la puissance produite par un facteur  $\frac{4}{\pi^2}$ , on peut donc atteindre cette condition de quasi-accord de phase  $\Delta^{(\text{PP})} k(T) = 0$ , soit  $\Delta k(T) = \frac{2\pi}{\Lambda}$ , pour une température proche de la température ambiante, en choisissant judicieusement la valeur de  $\Lambda$ . Dans ces conditions, le signe de  $d$  s'inverse là où la puissance produite atteint un maximum local (voir Fig. 3.2), et celle-ci peut alors croître tout le long du cristal au lieu d'osciller sans jamais vraiment augmenter comme elle le ferait dans un



crystal non périodiquement polarisé (voir Fig. 3.2). On s'affranchit alors de toutes les contraintes imposées par la méthode de la biréfringence. En utilisant les valeurs des indices de réfraction de Ref. [118, 119], on obtient par exemple le quasi-accord de phase pour une température de 28 °C, pour une période spatiale  $\Lambda = 12.36 \mu\text{m}$ .

En supposant maintenant cette condition de quasi-accord de phase remplie, la puissance obtenue à la fréquence somme est proportionnelle au produit des puissances incidentes, avec un coefficient noté  $\alpha_{\text{sp}}$  dépendant uniquement des paramètres physiques du cristal, des longueurs d'ondes utilisées, et de la taille des faisceaux.

On peut ici donner une idée de la valeur de  $\alpha_{\text{sp}}$  avec les paramètres expérimentaux utilisés. Le cristal utilisé est un cristal de  $\text{KTiOPO}_4$  périodiquement polarisé (ppKTP). On trouve dans la littérature pour ce cristal une valeur de  $d_{33} = 16 \text{ pm/V}$  [120, 121, 122], soit  $d_{\text{pp}} = 10.2 \text{ pm/V}$ . La longueur du cristal est 20 mm, les sources sont focalisées à  $w \sim 45 \mu\text{m}$  et les indices de réfraction pour les longueurs d'ondes  $\lambda_1 = 1064 \text{ nm}$ ,  $\lambda_2 = 1319 \text{ nm}$  et  $\lambda_3 = 589 \text{ nm}$  sont respectivement  $n_1 = 1.83$ ,  $n_2 = 1.82$  et  $n_3 = 1.87$ . La longueur de Rayleigh pour ces faisceaux est comparable à la longueur du cristal. Leur taille varie donc peu sur cette distance et justifie notre hypothèse sur le profil des faisceaux. On obtient  $\alpha_{\text{sp}} = 0.023 \text{ W/W}^2$ . Pour 1.2 W à  $\lambda_1$  et 500 mW à  $\lambda_2$ , cela correspond à une perte de puissance de moins de 1% en un passage dans le cristal pour les deux longueurs d'onde. Pour de telles valeurs, l'hypothèse des pompes faiblement consommées nécessaire à l'obtention du résultat (3.14) est donc bien vérifiée.

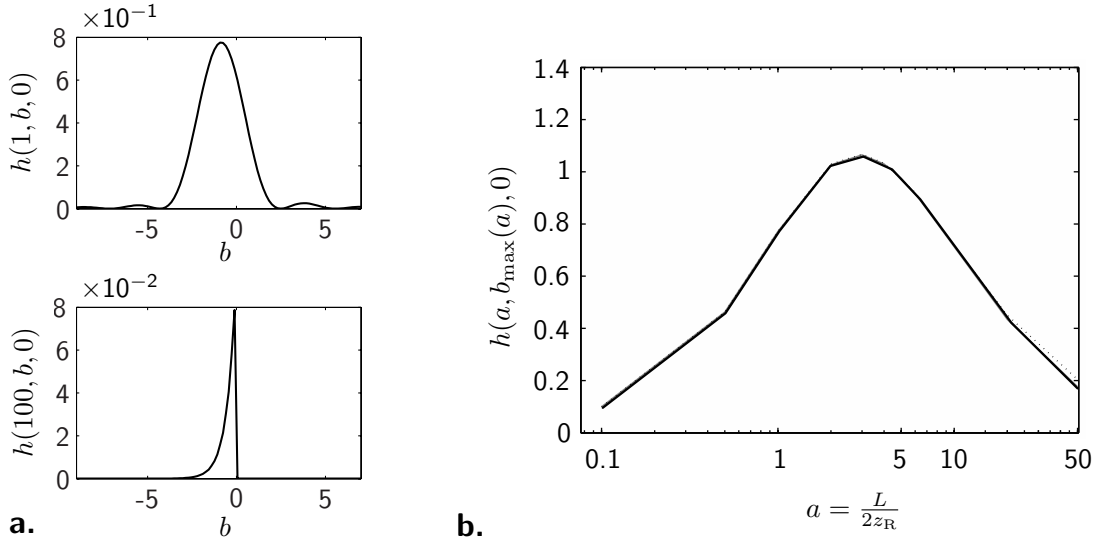
### 3.1.4 Faisceaux gaussiens focalisés : théorie de Boyd-Kleinman

En réalité, les faisceaux gaussiens utilisés sont des faisceaux focalisés, dont le profil transverse ainsi que la phase dépendent de la direction de propagation  $z$ . Ce profil s'écrit alors [115] :

$$f_i(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi w_i^2}} \frac{1}{1 + i\tau_i} \exp\left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{w_i^2(1 + i\tau_i)}\right). \quad (3.20)$$

Ce profil décrit un faisceau focalisé en  $z = 0$ , au centre du cristal, avec un rayon à  $1/e^2$  (ou col)  $w_i$ , et dont la longueur de Rayleigh  $z_{\text{R},i} = \pi w_i^2 n_i / \lambda_i$  permet de définir le paramètre sans dimension  $\tau_i = z / z_{\text{R},i}$  caractérisant la divergence du faisceau.

Les processus non linéaires avec des faisceaux gaussiens furent étudiés dans un article fondateur de Boyd et Kleinman [114], où des expressions littérales sont données dans le cadre de l'approximation des pompes faiblement consommées (voir aussi [123]). Les expressions dans le cas général sont relativement complexes, mais elles peuvent être grandement simplifiées en considérant le cas où les longueurs de Rayleigh  $z_{\text{R},i}$  de chacune des trois ondes sont identiques. Cette hypothèse est plus adaptée que celle des waists identiques utilisée précédemment, car dans notre expérience les deux sources laser aux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  résonnent dans la même cavité optique (voir 3.2), ce qui implique l'égalité de leur longueur de Rayleigh, essentiellement déterminée par la géo-



**FIGURE 3.3.** (a) : Facteur de Boyd-Kleinman en fonction de  $b$  pour deux valeurs de  $a$  :  $a = 1$  en haut et  $a = 100$  en bas. On retrouve les formes asymptotiques calculées dans le texte. (b) : Facteur de Boyd-Kleinman  $h(a, b_{\max}(a), 0)$  en fonction de  $a = L/(2z_R)$ . Le valeur  $b_{\max}(a)$  est la valeur de  $b$  pour laquelle  $h$  est maximal pour un  $a$  donné. Le facteur est maximal pour  $a = 3$ , et vaut alors  $\sim 1.1$ .

métrie de la cavité. Bien que l'onde 3 générée ne soit pas résonnante, elle n'est produite que dans les régions de l'espace où les deux ondes incidentes se recouvrent significativement, justifiant ainsi son approximation par un faisceau gaussien de même longueur de Rayleigh que les deux sources [117]. On peut alors calculer analytiquement une expression de l'intégrale de surface  $\mathcal{I}(z)$  définie en (3.11), pour le cas de trois faisceaux gaussiens de même longueur de Rayleigh  $z_R$  :

$$\mathcal{I}(z) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{w_{\text{eff}}^2}{w_1 w_2 w_3} \frac{1}{(1+i\tau)(1+ic\tau)}, \quad (3.21)$$

où l'on a posé

$$w_{\text{eff}} = \frac{w_1 w_2 w_3}{(w_1^2 w_2^2 + w_1^2 w_3^2 + w_2^2 w_3^2)^{1/2}},$$

$$c = \frac{w_1^2 w_2^2 - w_1^2 w_3^2 - w_2^2 w_3^2}{w_1^2 w_2^2 + w_1^2 w_3^2 + w_2^2 w_3^2} = \frac{\Delta k w_{\text{eff}}^2}{2z_R}.$$

On peut alors intégrer formellement l'équation (3.10) avec cette expression de  $\mathcal{I}(z)$  pour déterminer la puissance de l'onde 3 à la sortie du cristal :

$$P_3^{\text{SP}} = \hbar \omega_3 |a_3(L/2)|^2 = \frac{2\gamma^2}{\pi \hbar} \frac{\omega_3}{\omega_1 \omega_2} \frac{w_{\text{eff}}^4}{w_1^2 w_2^2 w_3^2} \left| \int_{-L/2}^{L/2} \frac{e^{-i\Delta(\text{PP})kz} dz}{(1+i\tau)(1+ic\tau)} \right|^2 P_1^{(\text{inc})} P_2^{(\text{inc})}. \quad (3.22)$$

On pose  $a = L/(2z_R)$ ,  $b = \Delta^{(\text{PP})}kz_R$ , et l'on définit la fonction  $h(a, b, c)$

$$h(a, b, c) = \frac{1}{4a} \left| \int_{-a}^a d\tau \frac{e^{-ib\tau}}{(1+i\tau)(1+ic\tau)} \right|^2. \quad (3.23)$$

dite facteur de Boyd-Kleinman, couramment introduit dans les problèmes de génération non linéaire de fréquence [114]. L'équation (3.22) s'écrit alors :

$$P_3^{\text{SP}} = \frac{32\pi^2 d_{\text{PP}}^2 L}{\epsilon_0 c \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3^3 \left( \frac{n_1}{\lambda_1} + \frac{n_2}{\lambda_2} + \frac{n_3}{\lambda_3} \right)^2} h(a, b, c) P_1^{(\text{inc})} P_2^{(\text{inc})}. \quad (3.24)$$

Pour des valeurs de waists des ondes 1 et 2 de l'ordre de  $50 \mu\text{m}$ , le paramètre  $c \simeq 0.1$  et peut être négligé. La fonction de Boyd-Kleinman  $h(a, b, 0)$  possède alors deux limites asymptotiques assez simples :

- **Cas de faisceaux collimatés** ( $z_R \geq L$  soit  $a \leq 1$ )

Dans ce cas,  $h(a, b, 0) \sim \frac{1}{4a} \left| \int_{-a}^a d\tau e^{-i(b+1)\tau} \right|^2 = a \text{sinc}^2 [(b+1)a]$ . On retrouve alors une fonction du même type que dans l'approximation de la section précédente. On peut noter que le quasi-accord de phase n'a plus lieu pour  $b = 0$  mais  $b = -1$ , soit une correction sur la valeur de  $1/\Lambda$  de l'ordre de  $1/z_R$ .

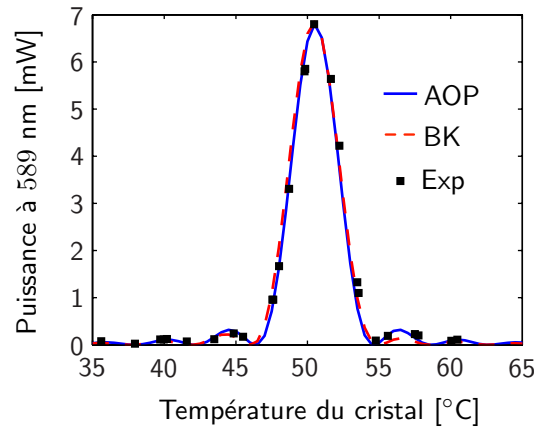
- **Cas de faisceaux fortement focalisés** ( $z_R \gg L$  soit  $a \gg 1$ )

Dans ce cas, on peut faire tendre les bornes de l'intégrale vers l'infini, et utiliser le théorème des résidus sur le pôle unique de  $h(a, b, 0)$  pour trouver une fonction limite

$$h(a \gg 1, b, 0) \approx \begin{cases} \frac{\pi^2}{a} e^{-2b}, & b < 0, \\ 0, & b > 0. \end{cases}$$

Sur la figure 3.3 (a) sont tracés ces deux cas, avec les valeurs  $a = 1$  et  $a = 100$ . On retrouve bien les deux régimes décrits ci-dessus. L'optimisation de l'efficacité de conversion est possible en recherchant la focalisation dans le cristal qui maximise le facteur de Boyd-Kleinman, autrement dit la valeur de  $a$  qui maximise  $h(a, b_{\text{max}}(a), 0)$ , où  $b_{\text{max}}(a)$  est la valeur de  $b$  qui maximise  $h$  pour un  $a$  donné. Nous avons calculé numériquement  $h(a, b_{\text{max}}(a), 0)$  en fonction de  $a$ , reporté sur la figure 3.3 (b). On observe un maximum autour de  $a = 3$ , soit  $z_R = L/6 = 3.3\text{mm}$ ; ceci correspond à des waists inférieurs à  $30 \mu\text{m}$ . Cet optimum est en revanche assez mou et des focalisations moins importantes peuvent être choisies sans diminuer significativement l'efficacité de conversion. On peut aussi noter que le régime très fortement focalisé ( $a = 100$ ) est très peu efficace, dix fois moins que celui dans lequel nous nous trouvons. En effet, si l'intensité est certes très forte au foyer, elle décroît très rapidement quand on s'en éloigne et l'utilisation du volume du cristal n'est pas du tout optimisée.

Nous avons réalisé expérimentalement cette somme de fréquence en simple passage, avec les paramètres expérimentaux donnés précédemment. La température du cristal



**FIGURE 3.4.** Puissance produite à la fréquence somme en simple passage en faisant varier la température du cristal. Les données expérimentales (carrés, EXP) sont ajustées pour une période de polarisation du cristal  $\Lambda = 12.32 \mu\text{m}$ , dans l'approximation des faisceaux collimatés (ligne continue, AOP) and selon la théorie de Boyd-Kleinmann (ligne tiretée, BK).

est variée pour croiser la condition de quasi-accord de phase, ce qui correspond à changer  $b$  pour  $a$  fixé valant dans notre cas  $\sim 1$ . Le résultat est reporté dans la figure 3.4. Deux ajustements sont proposés. L'un utilise la relation (3.19) obtenue dans le cadre de l'approximation des faisceaux collimatés, l'autre la relation (3.24) donnée par la théorie de Boyd-Kleinman. Les paramètres de cet ajustement sont la période de polarisation du cristal non-linéaire  $\Lambda$  et l'efficacité de conversion en simple passage  $\alpha_{\text{sp}}$ . Les profils donnés par l'approximation des faisceaux collimatés et par la théorie de Boyd-Kleinman sont extrêmement voisins, justifiant cette approximation pour nos valeurs de focalisation. D'autre part, la température permettant d'obtenir l'accord de phase se trouve plus haute que théoriquement attendu, autour de  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ , ce qui se traduit par une période de polarisation  $\Lambda = 12.32 \mu\text{m}$ , soit une erreur de  $60 \text{ nm}$  sur la valeur demandée au fabricant.

En ce qui concerne la valeur du coefficient  $\alpha_{\text{sp}}$ , elle est ajustée à  $0.022 \text{ W/W}^2$ . Ce résultat est en accord avec le résultat précédemment cité dans l'approximation des faisceaux collimatés [Eq. (3.15)] pour une valeur de  $d_{33} = 16 \text{ pm/V}$ . Le calcul prenant en compte la divergence due à la focalisation des faisceaux [Eq. (3.24)] donne quant à lui  $0.020 \text{ W/W}^2$ .

Ainsi, le modèle théorique exposé dans cette section offre une description satisfaisante de la somme de fréquence en simple passage dans un cristal périodiquement polarisé, et permet de retrouver les valeurs de l'efficacité de conversion mesurées expérimentalement. Cette configuration étant caractérisée, il nous faut maintenant étudier le problème d'une telle conversion à l'intérieur d'une cavité doublement résonnante.

## 3.2 Cavité doublement résonnante et conversion non linéaire

Afin de compenser les faibles efficacités des processus non linéaires en simple passage, il est souvent nécessaire de faire résonner les sources lasers dans une cavité optique autour du cristal. Les photons qui pénètrent dans cette cavité font alors de multiples passages dans le cristal, ce qui permet d'augmenter la puissance à la fréquence somme obtenue en sortie. On considère la géométrie de cavité décrite dans la figure 3.5 (a). Cette cavité est composée de quatre miroirs, disposés en sablier, avec le cristal non linéaire dans l'un de ses bras. Le cristal diminue l'amplitude des champs électriques incidents à chaque passage, les multipliant ainsi par un facteur  $\sqrt{C_i}$  pour l'onde  $i = 1, 2$ , afin de faire augmenter l'amplitude de l'onde 3. Les miroirs  $M_2$ ,  $M_3$  et  $M_4$  sont supposés parfaitement réfléchissants pour les ondes 1 et 2 et parfaitement transparents pour l'onde 3, tandis que le miroir  $M_1$ , dit coupleur d'entrée, par lequel les sources entrent dans la cavité, ne réfléchit que partiellement les ondes infrarouges. Les pertes passives de ces miroirs, ainsi que du cristal, sont pour l'instant négligées, ce que nous appellerons le cas idéal. Le rôle de ces pertes sera traité à la fin de ce chapitre.

### 3.2.1 Rappels sur les cavités optiques

Nous allons tout d'abord décrire la situation pour une onde donnée dans la cavité. Toutes les grandeurs non indicées ici le seront par la suite lorsque les deux ondes seront prises en compte simultanément.

Il est tout d'abord nécessaire de caractériser le fonctionnement du miroir  $M_1$ . Celui-ci reçoit deux modes  $a$  et  $b$  et renvoie deux modes  $c$  et  $d$  [3.5 (b)]. L'unitarité de l'opérateur d'entrée/sortie représentant ce miroir impose alors que les relations liant ces différents modes soient de la forme [115] :

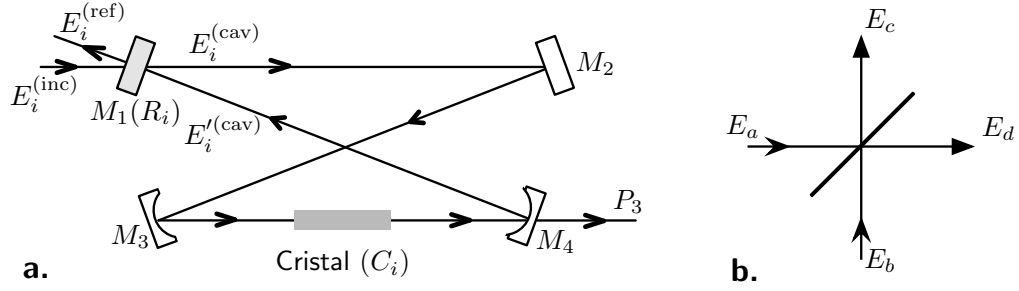
$$\begin{cases} E_c = \sqrt{T}E_b - \sqrt{R}E_a, \\ E_d = \sqrt{T}E_a + \sqrt{R}E_b, \end{cases} \quad (3.25)$$

où  $R$  et  $T$  sont des coefficients compris entre 0 et 1, respectivement la réflectivité et la transmission du coupleur d'entrée  $M_1$ . Si celui-ci est sans défaut,  $T + R = 1$ .

On peut alors utiliser ces relations sur les différents champs électriques  $E^{(\text{inc})}$ ,  $E^{(\text{ref})}$ ,  $E^{(\text{cav})}$  et  $E'^{(\text{cav})}$ , qui dénotent respectivement le champs incident sur la cavité, le champ réfléchi à l'extérieur de la cavité par  $M_1$ , et les champs à l'intérieur de la cavité après et avant  $M_1$  [voir Fig. 3.5 (a)] :

$$E^{(\text{cav})} = \sqrt{1 - R}E^{(\text{inc})} + \sqrt{R}E'^{(\text{cav})}, \quad (3.26)$$

$$E^{(\text{ref})} = \sqrt{1 - R}E_i^{(\text{cav})} - \sqrt{R}E^{(\text{inc})}. \quad (3.27)$$



**FIGURE 3.5.** (a) : Schéma de principe de la somme de fréquence en cavité. La cavité est composée de quatre miroirs, le cristal non linéaire se situant dans l'un des bras.  $M_{2,3,4}$  sont totalement réfléchissant à  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .  $M_4$  laisse entièrement passer l'onde produite (puissance  $P_3$ ).  $M_1$  est un miroir semi-réfléchissant, de réflectivité  $R_i$  pour l'onde  $i$ . Le cristal absorbe quant à lui une partie des ondes à chaque tour et ne transmet qu'un facteur  $C_i$ . Pour une onde  $i$  donnée, le champ électrique incident  $E_i^{(inc)}$  est partiellement réfléchi hors de la cavité ( $E_i^{(ref)}$ ) et partiellement transmis à l'intérieur de la cavité ( $E_i^{(cav)}$ ). Après un tour dans la cavité, ce dernier devient le champ  $E_i'^{(cav)}$ . (b) : Modèle du coupleur d'entrée  $M_1$  de la cavité. Il s'agit d'un miroir semi-réfléchissant qui reçoit deux modes de champ électrique  $E_a$  et  $E_b$  et en renvoie deux autres  $E_c$  et  $E_d$ .

Afin déterminer la relation entre  $E^{(cav)}$  et  $E'^{(cav)}$ , il nous faut déterminer les sources d'altération du champ électrique au cours d'un tour dans la cavité. Pour ce faire, nous pouvons distinguer d'une part le facteur de réduction appliqué à son amplitude par le cristal ( $\sqrt{C}$ ), et d'autre part la phase accumulée par l'onde au cours d'un tour. Pour une cavité de longueur quelconque  $L_{cav}$ , le déphasage accumulé s'écrit  $\phi = 2\pi L_{cav}/\lambda$ . Ce déphasage vaut  $0[2\pi]$  lorsque la longueur de la cavité est un multiple de la longueur d'onde considérée, l'onde  $E'^{(cav)}$  vient alors s'ajouter de manière constructive à l'onde  $E^{(cav)}$ , et la cavité est résonnante. Pour qu'elle soit résonnante aux deux longueurs d'onde, il faut que sa longueur soit un multiple commun de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

On obtient donc la relation suivante entre  $E_i^{(cav)}$  et  $E_i'^{(cav)}$  :

$$E_i'^{(cav)} = e^{\frac{2i\pi}{\lambda} L_{cav}} \sqrt{C} E_i^{(cav)}. \quad (3.28)$$

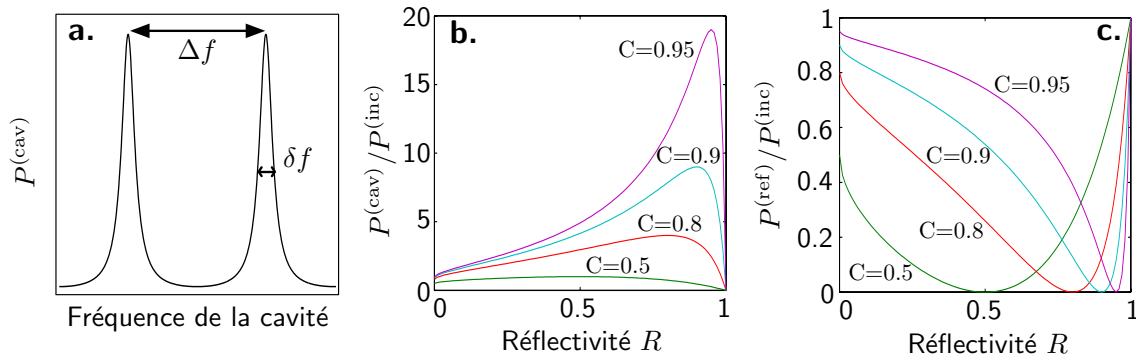
La combinaison des équations (3.26) et (3.28) permet d'écrire :

$$E^{(cav)} = \frac{\sqrt{1-R}}{1 - e^{\frac{2i\pi}{\lambda} L_{cav}} \sqrt{RC}} E^{(inc)}, \quad (3.29)$$

soit en terme de puissance  $P^{(cav)} = \frac{\epsilon_0 c}{2} |E^{(cav)}|^2$

$$P_i^{(cav)} = \frac{1-R}{(1-\sqrt{RC})^2 + 4\sqrt{RC} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} L_{cav}\right)} P^{(inc)}. \quad (3.30)$$

Si l'on fait varier la longueur de la cavité, la puissance intra-cavité est piquée autour des valeurs de  $L_{cav}$  multiples de  $\lambda$ . On peut alors définir l'intervalle spectral libre de la cavité comme l'écart en fréquence entre deux de ces multiples,  $\Delta f = c/L_{cav}$ . Un



**FIGURE 3.6.** (a) : Profil de résonance dans une optique de la puissance intra-cavité. Les longueurs de cavité pour lesquelles il y a résonance sont séparées d'une longueur d'onde  $\lambda$ , soit en terme de fréquence  $\Delta f = c/L_{\text{cav}}$ , appelé intervalle spectral libre de la cavité. Chacun de ces pics de résonance possède une largeur  $\delta f$ , caractéristique de la finesse de la cavité. (b-c) : Puissances intra-cavités (b) et réfléchies par la cavité (c) en fonction de la valeur de la réflectivité  $R$  coupleur d'entrée, pour différentes valeurs de la transmission du cristal  $C$ . La condition d'adaptation d'impédance est clairement visible ( $R = C$ ).

développement du terme périodique autour de l'un de ces maxima montre que la forme du pic est Lorentzienne, avec une largeur  $\delta f$  d'autant plus faible que  $\sqrt{RC}$  est proche de 1 [voir Fig. 3.6 (a)]. Ceci caractérise les modes longitudinaux transverses de la cavité, mais la cavité possède également des modes transverses. Nous voulons nous restreindre au mode fondamental, ce qui implique des conditions sur la géométrie de la cavité, qui seront explicitées dans le chapitre suivant.

On se limitera à présent à la situation dans laquelle la cavité est à résonance, condition dont la réalisation expérimentale sera détaillée dans le chapitre 4. On peut alors simplement écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} P^{(\text{cav})} = \frac{1 - R}{(1 - \sqrt{RC})^2} P^{(\text{inc})}, \\ P_i^{(\text{ref})} = \frac{(\sqrt{C} - \sqrt{R})^2}{(1 - \sqrt{RC})^2} P_i^{(\text{inc})}. \end{array} \right. \quad (3.31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_i^{(\text{ref})} = \frac{(\sqrt{C} - \sqrt{R})^2}{(1 - \sqrt{RC})^2} P_i^{(\text{inc})}. \end{array} \right. \quad (3.32)$$

Il est aisé de maximiser l'expression (3.31) par rapport à  $R$ , ce qui conduit à  $R = C$ . Ceci constitue la condition d'adaptation d'impédance de la cavité [124] : la transmission  $(1 - R)$  du coupleur d'entrée de la cavité compense exactement la perte  $(1 - C)$  subie par l'onde au cours d'un tour de cavité. Quand cette condition est remplie, on peut noter en regardant Eq. (3.32) que la puissance réfléchiée par la cavité s'annule : il y a dans la voie  $E_i^{(\text{ref})}$  une interférence destructive entre la contribution de l'onde incidente sur la cavité et celle de l'onde intra-cavité. Les figures 3.6 (b-c) représentent les puissances intra-cavité et réfléchies par la cavité en fonction de la valeur de la réflectivité  $R$  coupleur d'entrée, pour différentes valeurs de la transmission du cristal  $C$ . La condition d'adaptation d'impédance est clairement visible.

### 3.2.2 Cavité doublement résonnante et conversion non linéaire

Pour maximiser la conversion non linéaire, chacune des deux ondes infrarouges doit être résonnante dans la cavité. On obtient alors un système de deux équations couplées :

$$\begin{cases} P_1^{(\text{cav})} = \frac{1-R_1}{(1-\sqrt{RC_1})^2} P_1^{(\text{inc})}, \\ P_2^{(\text{cav})} = \frac{1-R_2}{(1-\sqrt{RC_2})^2} P_2^{(\text{inc})}, \end{cases} \quad (3.33)$$

où  $R_i$  est la réflectivité du coupleur d'entrée  $M_1$  à la longueur d'onde  $\lambda_i$ , et  $C_i$  la transmission du cristal pour l'onde  $i$ .

Le couplage entre ces deux équations est caché dans les paramètres  $C_i$ , qui peuvent être explicités en appliquant la relation (3.16) à l'intérieur de la cavité, pour peu que l'approximation des pompes faiblement consommées soit vérifiée. On aura alors, si l'on note  $P_3$  la puissance produite à la fréquence somme :

$$P_3 = \alpha_{\text{sp}} P_1^{(\text{cav})} P_2^{(\text{cav})}. \quad (3.34)$$

La perte fractionnaire de puissance pour l'onde 1 est donc  $\frac{\lambda_3}{\lambda_1} \alpha_{\text{sp}} P_2^{(\text{cav})}$ , et de même  $\frac{\lambda_3}{\lambda_2} \alpha_{\text{sp}} P_1^{(\text{cav})}$  pour l'onde 2. La fraction transmise  $C_i$  de l'onde  $i$  à travers le cristal s'écrit donc :

$$C_i = 1 - \frac{\lambda_3}{\lambda_i} \alpha_{\text{sp}} P_j^{(\text{cav})}, \quad j \neq i. \quad (3.35)$$

Il apparait bien que chacune des deux puissances intra-cavité dépend de l'autre via ces coefficients  $C_i$ . L'approximation des pompes faiblement consommées intra-cavité [Eq. (3.34)] est valide tant que  $C_i \simeq 1$ .

Les deux paramètres que l'on peut choisir expérimentalement sont les réflectivités  $R_1$  et  $R_2$  du coupleur d'entrée aux deux longueurs d'onde. On peut alors se demander quel est le couple  $(R_1, R_2)$  qui maximise la puissance de l'onde 3 produite en sortie de la cavité, soit le produit des puissances intra-cavité  $P_1^{(\text{cav})} P_2^{(\text{cav})}$  dans l'approximation des pompes faiblement consommées.

## 3.3 Optimisation de l'efficacité de conversion

La limite théorique de puissance pouvant être produite à la fréquence somme par le système est déterminée par la source lumineuse la plus faible en terme de flux de photons, ici l'onde 2 par hypothèse. En effet, pour la production de chaque photon à  $\omega_3$ , un photon à  $\omega_1$  et un photon à  $\omega_2$  sont nécessaires. La puissance maximum produite est atteinte lorsque tous les photons de l'onde 2 sont convertis, et vaut donc



$P_3^{max} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3} P_2^{(inc)}$ . On peut ainsi définir un coefficient  $\eta$ , caractérisant l'efficacité de la conversion en cavité

$$\eta = \frac{P_3}{P_3^{max}} = \frac{\lambda_3 P_3}{\lambda_2 P_2^{(inc)}}. \quad (3.36)$$

Le problème de la maximisation de l'efficacité de conversion en cavité est donc celui de la maximisation de  $\eta$ , pour le rapprocher de la valeur maximale 1.

### 3.3.1 Cas idéal : conversion totale

Soit  $R_2$  la valeur de la réflectivité du coupleur d'entrée pour l'onde 2. On se pose la question suivante : existe-t-il une valeur de  $R_1$ , réflectivité du coupleur d'entrée pour l'onde 1, telle que la conversion de l'onde 2 soit totale? Dans un premier temps, il est possible de déterminer en fonction de  $R_2$  la valeur de  $C_2$  qui convient pour obtenir  $\eta = 1$ . En effet,  $P_2^{(cav)}$  s'exprime dans cette situation à partir de la relation (3.31) :

$$P_2^{(cav)} = \frac{1 - R_2}{(1 - \sqrt{R_2 C_2})^2} P_2^{(inc)}. \quad (3.37)$$

D'autre part, on peut exprimer  $P_1^{(cav)}$  à partir de l'équation (3.35)

$$P_1^{(cav)} = (1 - C_2) \frac{\lambda_2}{\alpha_{sp} \lambda_3}. \quad (3.38)$$

La puissance produite à  $\omega_3$  s'écrit donc :

$$P_3 = \alpha_{sp} P_1^{(cav)} P_2^{(cav)} = \frac{\lambda_2 (1 - R_2) (1 - C_2)}{\lambda_3 (1 - \sqrt{R_2 C_2})^2} P_2^{(inc)}. \quad (3.39)$$

La maximisation de cette puissance par rapport à  $C_2$  conduit à la condition d'adaptation d'impédance pour l'onde 2 déjà caractérisée,  $C_2^{opt} = R_2$ . On a alors  $P_3^{opt} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3} P_2^{(inc)} = P_3^{max}$ , soit  $\eta = 1$  : la conversion est donc totale. On obtient également les résultats suivants :

$$P_2^{(cav,opt)} = \frac{P_2^{(inc)}}{1 - R_2}, \quad (3.40)$$

$$C_1^{opt} = 1 - \frac{\lambda_3 \alpha_{sp}}{\lambda_1 (1 - R_2)} P_2^{(inc)}, \quad (3.41)$$

$$P_1^{(cav,opt)} = (1 - R_2) \frac{\lambda_2}{\lambda_3 \alpha_{sp}}. \quad (3.42)$$

Le problème peut donc être reformulé en se demandant s'il existe une valeur  $R_1$  qui permet d'obtenir cette valeur  $P_1^{(\text{cav,opt})}$  ; autrement dit, est-il possible de faire résonner suffisamment fort la cavité pour atteindre la puissance intra-cavité nécessaire pour l'onde 1 ? L'équation à résoudre pour répondre à cette question est obtenue en égalant les expressions (3.42) et (3.31) dans le cas idéal :

$$\frac{1 - R_1}{\left(1 - \sqrt{R_1 C_1^{\text{opt}}}\right)^2} P_1^{(\text{inc})} = (1 - R_2) \frac{\lambda_2}{\lambda_3 \alpha_{\text{sp}}}. \quad (3.43)$$

Sans chercher à résoudre analytiquement cette équation, on peut observer qu'elle possède toujours une solution. En effet, la maximisation du membre de gauche par rapport à  $R_1$  est équivalente à la maximisation faite plus haut de l'expression (3.39) par rapport à  $C_2$ , et conduit donc à  $R_1 = C_1^{\text{opt}}$ , soit [Eqs. (3.41, 3.31)]

$$R_1^{\text{max}} = 1 - \frac{\lambda_1 \alpha_{\text{sp}}}{\lambda_3 (1 - R_2)} P_2^{(\text{inc})}, \quad (3.44)$$

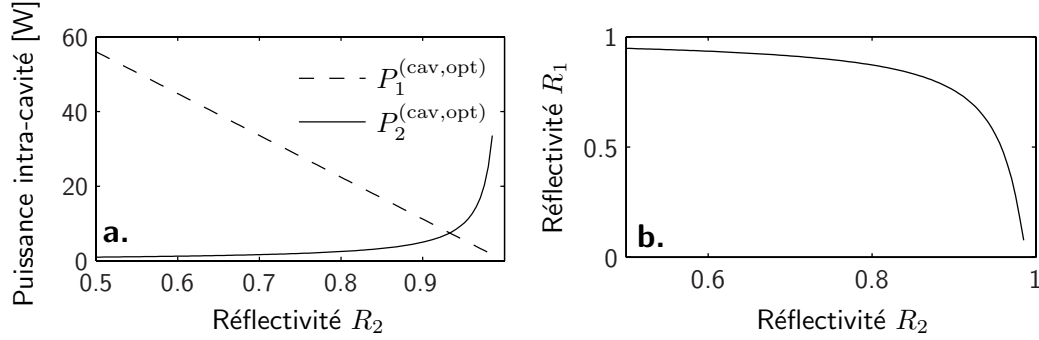
$$P_1^{(\text{cav,max})} = (1 - R_2) \frac{\lambda_1 P_1^{(\text{inc})}}{\lambda_3 \alpha_{\text{sp}} P_2^{(\text{inc})}} = \frac{\lambda_1 P_1^{(\text{inc})}}{\lambda_2 P_2^{(\text{inc})}} P_1^{(\text{cav,opt})}. \quad (3.45)$$

Pour qu'une valeur de  $R_1$  réalisant  $\eta = 1$  existe, il faut et il suffit que  $P_1^{(\text{cav,opt})} \leq P_1^{(\text{cav,max})}$  soit  $\lambda_2 P_2^{(\text{inc})} \leq \lambda_1 P_1^{(\text{inc})}$ , ce qui signifie que le flux de photons initial pour l'onde 1 est plus important que pour l'onde 2, soit notre hypothèse de départ<sup>2</sup>.

Nous avons donc prouvé que dans le cas idéal, pour toute valeur de  $R_2$ , il existe une valeur de  $R_1$  telle que la totalité de l'onde 2 soit convertie en onde à la fréquence somme par le système. La valeur de  $R_1$  solution de l'équation (3.43), ainsi que celles des puissances intra-cavité  $P_1^{(\text{cav,opt})}$  et  $P_2^{(\text{cav,opt})}$  qui réalisent  $\eta = 1$  sont représentées (Fig. 3.7) en fonction de  $R_2$ . Les solutions ayant une validité physique dans le cadre de l'approximation des pompes faiblement consommées sont celles pour lesquelles ni  $R_1$  ni  $R_2$  ne sont proches de 0.

Une dernière remarque peut être faite en considérant la puissance qui ressort de la cavité par le coupleur d'entrée  $M_1$  pour l'onde 2, dont on a vu qu'elle s'annulait dans la configuration où l'impédance est adaptée. Si l'on considère maintenant les puissances intra-cavité  $P_{2(C_2=0)}^{(\text{cav})}$  et réfléchie  $P_{2(C_2=0)}^{(\text{ref})}$  pour l'onde 2 en l'absence de conversion non-linéaire (facilement réalisable expérimentalement en supprimant l'onde 1), on trouve en

2. S'il est vrai que  $R_1^{\text{max}}$  peut devenir négatif si la réflectivité  $R_2$  choisie est trop importante, il va de soi que dans ce cas il suffit de prendre  $R_1 = 0$ , soit pas de cavité pour l'onde 1, voire même de baisser la puissance  $P_1^{(\text{inc})}$ . Cependant cette limite implique  $C_1 \ll 1$ , et ne valide donc plus l'hypothèse des pompes faiblement consommées.



**FIGURE 3.7.** Résultats de l'optimisation de la somme de fréquence en cavité dans le cas idéal, avec les puissances incidentes  $P_1^{(inc)}$  et  $P_2^{(inc)}$  fixées. **(a)** : Les puissances intra-cavité  $P_1^{(cav,opt)}$  et  $P_2^{(cav,opt)}$  des lasers 1 et 2 ( $\lambda_1 = 1064$  nm et  $\lambda_2 = 1319$  nm) requises pour réaliser une conversion totale ( $\eta = 1$ ), tracées en fonction de la réflectivité  $R_2$  du coupleur d'entrée  $M_1$ . **(b)** : Réflectivité  $R_1$  de  $M_1$  permettant d'obtenir  $P_1^{(cav,opt)}$  en fonction de  $R_2$ . Chaque couple  $(R_1, R_2)$  de cette courbe assure  $\eta = 1$ .

utilisant Eq. (3.31) et Eq. (3.32) :

$$P_{2(C_2=0)}^{(cav)} = \frac{1 + \sqrt{R_2}}{1 - \sqrt{R_2}} P_2^{(inc)}, \quad (3.46)$$

$$P_{2(C_2=0)}^{(ref)} = P_2^{(inc)}. \quad (3.47)$$

Ainsi, si l'on se place à l'extérieur de la cavité, on passe bien d'une situation où toute la puissance ressort lorsqu'il n'y a pas de conversion à une situation dans laquelle rien ne ressort lorsque la conversion est totale. En revanche, la puissance intra-cavité lorsque tout est converti est non nulle, et son rapport au cas sans conversion vaut

$$\frac{P_2^{(cav,opt)}}{P_{2(C_2=0)}^{(cav)}} = \frac{1}{(1 + \sqrt{R_2})^2}. \quad (3.48)$$

Si l'on prend l'exemple  $R_2 = 0.74$ , qui est notre valeur expérimentale, on peut voir qu'alors que l'onde 2 passe d'une situation où elle n'est pas du tout consommée à une situation où elle l'est intégralement, la puissance intra-cavité ne diminue que d'un facteur 3.5.

### 3.3.2 Prise en compte des pertes

Nous avons jusqu'à présent négligé les pertes subies par les sources lumineuses lorsqu'elles entrent et circulent dans la cavité optique. Celles-ci peuvent être prises en compte à deux niveaux. D'une part, l'imperfection du miroir  $M_1$  peut se traduire par la prise en compte d'un coefficient de perte  $L_i$  pour chaque onde  $i$ , qui dénote la partie de la puissance ni réfléchi ni transmise (absorbée ou diffusée). Ceci implique que la

transmission du miroir  $M_1$  devient  $T_i = 1 - L_i - R_i$ . D'autre part, les imperfections des réflectivités des autres miroirs et des faces d'entrée du cristal sont responsables d'une perte notée  $\delta_i$  pour chaque onde  $i$  qui se traduit par une diminution de la puissance intra-cavité à chaque tour de cavité, alors multipliée par un facteur  $(1 - \delta_i)$  en plus du facteur  $C_i$ . La puissance intra-cavité pour l'onde  $i$  s'écrit alors à partir de Eq. (3.31) :

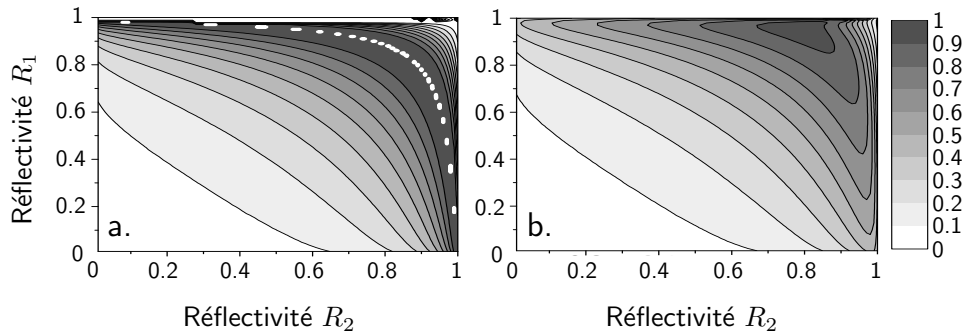
$$P_i^{(\text{cav})} = \frac{1 - R_i - L_i}{\left(1 - \sqrt{R_i(1 - \delta_i)C_i}\right)^2} P_i^{(\text{inc})}. \quad (3.49)$$

Dans ce cas, la conversion ne saurait être totale car des photons de la source 2 sont perdus et ne peuvent être convertis. De plus, les pertes dans la cavité limitent le facteur d'amplification des puissances intra-cavité, et l'on ne pourra donc pas toujours comme dans le cas idéal trouver une valeur  $R_1$  qui réalise la puissance intra-cavité optimale pour l'onde 2. En effet, il demeure simple de voir que la maximisation de l'expression (3.34) en prenant en compte  $\delta_2$  et  $L_2$  mène à  $C_2^{\text{opt}} = R_2(1 - \delta_2)$ , mais cela conduit à une puissance produite :

$$P_3^{\text{opt}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3} P_2^{(\text{inc})} \frac{1 - R_2 - L_2}{1 - R_2(1 - \delta_2)}, \quad \text{soit } \eta^{\text{opt}} = \frac{1 - R_2 - L_2}{1 - R_2(1 - \delta_2)} < 1, \quad (3.50)$$

les deux termes de perte  $L_2$  et  $\delta_2$  venant diminuer la puissance optimale pouvant être produite. De plus, cet optimum ne saurait être atteint pour toute valeur de  $R_2$ . En effet, cette valeur de  $C_2^{\text{opt}}$  impose une valeur à la puissance intra-cavité de l'onde 1, de manière analogue au cas idéal, soit ici  $P_1^{(\text{cav})} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3 \alpha_{\text{sp}}} [1 - R_2(1 - \delta_2)]$ . Celle-ci peut s'avérer impossible à atteindre si les pertes  $\delta_1$  et  $L_1$  sont trop importantes. On voit d'ailleurs clairement dans cette expression l'avantage de travailler avec une efficacité en simple passage  $\alpha_{\text{sp}}$  importante, celle-ci tendant à faire diminuer la puissance intra-cavité nécessaire pour atteindre l'optimum. Lorsque les pertes sont prises en compte, un compromis sur les valeurs  $R_1$  et  $R_2$  est donc à faire, afin de ne pas avoir à réaliser une surtension trop importante pour une des deux sources.

Les puissances laser dont nous disposons expérimentalement sont 1.2 W à  $\lambda_1 = 1064$  nm et 0.5 W à  $\lambda_2 = 1319$  nm. Nous devons ensuite tenir compte de pertes sur le chemin optique menant à la cavité, servant à combiner les deux faisceaux, ainsi que d'un coefficient de couplage imparfait du mode des lasers dans la cavité, que nous avons évalué à 85%. Ceci conduit à des puissances effectives disponibles  $P_1^{(\text{inc})} = 940$  mW et  $P_2^{(\text{inc})} = 370$  mW. Pour ces puissances, nous avons calculé numériquement la valeur du paramètre  $\eta$  obtenue en faisant varier le couple  $(R_1, R_2)$  dans le cas idéal [Fig. 3.8 (a)], et pour une valeur des pertes fixée non nulle ( $\delta_1 = 2.4\%$ ,  $\delta_2 = 1.6\%$ ) [Fig. 3.8 (b)], correspondant à nos valeurs expérimentales. Pour ces valeurs des  $\delta_i$  relativement faible, on observe que  $\eta > 90\%$  demeure possible pour un domaine  $(R_1, R_2)$  suffisamment étendu pour être atteint expérimentalement. De plus, les réflectivités ne sont pas extrêmement élevées, et la réalisation du coupleur d'entrée ne pose donc pas de difficultés techniques importantes.



**FIGURE 3.8.** Carte de niveaux de l'efficacité  $\eta$  du processus de somme de fréquence en fonction des réflectivités  $R_1$  and  $R_2$  du coupleur d'entrée  $M_1$  pour les ondes 1 et 2. **(a)** : Cas idéal. La ligne pointillée correspond à une conversion totale ( $\eta = 1$ ). **(b)** : Les pertes passives sont prises en compte avec ( $\delta_1 = 2.4\%$ ,  $\delta_2 = 1.6\%$ ). S'il est vrai que la configuration  $\eta = 1$  ne peut plus être obtenue, il est toujours possible d'atteindre des efficacités supérieures à 90%.

### 3.3.3 Conclusion

Les processus non linéaires tels que la somme de fréquence constituent une excellente solution pour la génération d'onde lumineuse laser à des fréquences difficilement disponibles autrement. En revanche, la faible efficacité de ces processus les rend peu utiles en l'état. Nous avons donc ici mis en oeuvre plusieurs techniques visant à accroître cette efficacité. Tout d'abord, nous utilisons un cristal de KTP, dont la susceptibilité non linéaire est par nature relativement élevée. Ce cristal est polarisé périodiquement, ce qui permet comme nous l'avons vu d'assouplir significativement la condition d'accord de phase, et la ramène à une condition de quasi-accord de phase, accessible à des températures proches de l'ambiante. Ce dispositif permet de tirer pleinement parti de la non linéarité du cristal, et d'atteindre une efficacité de conversion en simple passage  $\alpha_{sp} \simeq 0.022 \text{ W/W}^2$ .

Cette efficacité, encore bien trop faible pour constituer un dispositif de somme de fréquence efficace, est amplifiée grâce à une cavité doublement résonnante autour du cristal. Les ondes infrarouges incidentes sont alors amplifiées, et l'on peut atteindre des efficacités très importantes. Dans le cas d'une cavité parfaite, nous avons montré que l'intégralité des photons de l'onde la plus faible peuvent être convertis. Ici, des pertes dans la cavité limitent l'efficacité à  $\sim 90\%$ . Si l'on définit  $\alpha_{(cav)} = \frac{P_3}{P_1^{(inc)} P_2^{(inc)}}$  par analogie à la définition de l'efficacité de conversion en simple passage pour le système en cavité, on obtient  $\alpha_{(cav)} = 2 \text{ W/W}^2$ , la cavité permettant ainsi une conversion 100 fois plus efficace que le simple passage.

## Chapitre 4

# Réalisation expérimentale d'un laser à 589 nm par somme de fréquence

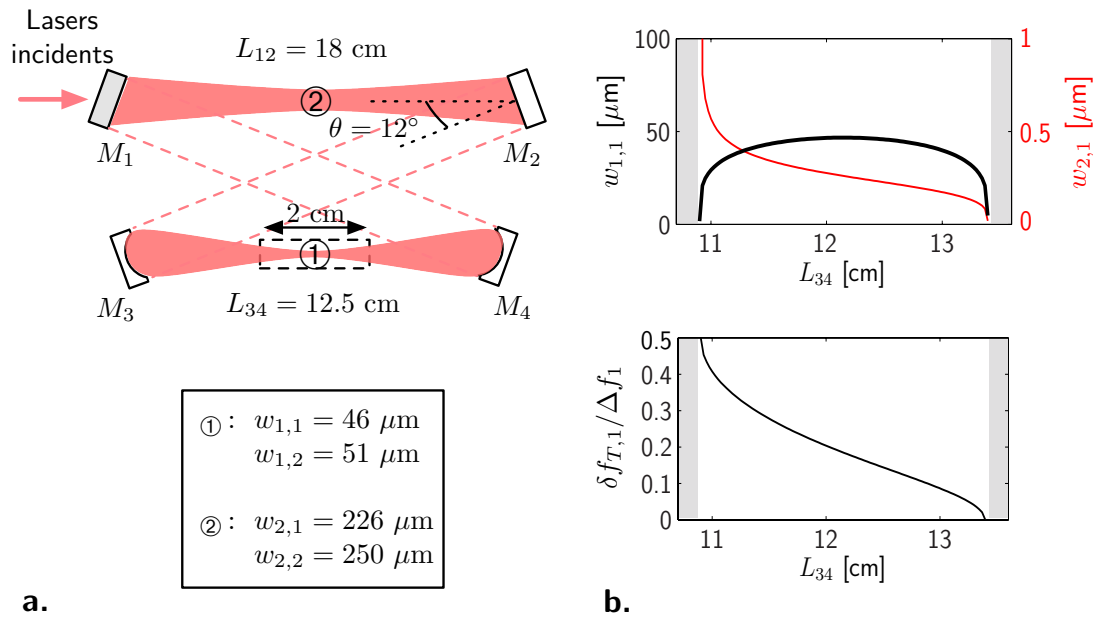
Ce chapitre traite de la réalisation expérimentale d'un dispositif assurant la génération efficace d'un laser émettant à 589 nm par somme de fréquence. Dans sa forme actuelle, ce laser constitue une solution alternative au laser à colorant pour le refroidissement de l'atome de sodium. Il nécessite une maintenance faible en comparaison de ce dernier, et a pu être réalisé pour un coût nettement inférieur. Un brevet a été déposé, portant notamment sur l'électronique d'asservissement du laser<sup>1</sup>.

Dans ce chapitre, nous présentons notre système expérimental. Dans les conditions expérimentales typiques, la puissance de sortie est de 650 mW (le maximum observé est de 800 mW, correspondant à une efficacité de conversion de plus de 90%). Ces valeurs confirment les résultats théoriques du chapitre 3. Son fonctionnement demeure stable sur plusieurs mois avec un nombre minimal de réajustements, et sa fréquence a pu être aisément asservie sur la raie  $D_2$  du sodium.

Nous détaillons tout d'abord les différents composants de ce laser et son fonctionnement général, puis nous présentons les mécanismes d'asservissements électroniques imbriqués permettant d'atteindre un tel degré de stabilité. Nous décrivons enfin les différentes caractéristiques techniques du laser. Nous rappelons que les indices 1, 2, 3 désignent respectivement le laser à 1064 nm, le laser 1319 nm et le laser produit à 589 nm.

---

1. Brevet européen n° WO2009147317.



**FIGURE 4.1.** (a) : Mode de la cavité réalisée expérimentalement. Il possède deux cols, au milieu des miroirs  $M_1$  et  $M_2$  séparés de  $L_{12}$ , et au milieu des miroirs  $M_3$  et  $M_4$  séparés de  $L_{34}$  (Ces 2 points sont notés ① et ②).  $w_{1,1}$  et  $w_{2,1}$  sont les rayons à  $1/e^2$  du mode en ces deux positions pour l'onde 1 ( $w_{1,1}$  et  $w_{2,1}$  pour l'onde 2). (b) : En haut : cols de l'onde 1  $w_{1,1}$  à la position ① (en noir) et  $w_{2,1}$  à la position ② (en rouge) en fonction de la longueur  $L_{34}$ . En bas : séparation en fréquence des modes transverses relative à l'intervalle spectral libre  $\delta f_{T,1}/\Delta f_1$  pour l'onde 1 en fonction de la longueur  $L_{34}$ . Les autres paramètres de la cavité sont fixés aux valeurs données sur (a). La zone grisée représente un domaine instable pour la cavité.

## 4.1 Dispositif expérimental

### 4.1.1 Réalisation de la cavité optique pour la somme de fréquence

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la réalisation du laser par somme de fréquence passe par la construction d'une cavité optique faisant résonner les deux sources infrarouges simultanément. Nous avons choisi d'utiliser une cavité optique en "sablier", du type déjà mentionné dans le chapitre 3 et représenté dans la figure 4.1 (a). Cette configuration a été préférée à la configuration plus simple de cavité linéaire. En effet, dans cette dernière se forme une onde stationnaire, qui correspond à de forts gradients d'intensité pouvant mener à une diminution de l'efficacité ou même à une détérioration du cristal à cause de l'absorption résiduelle à l'intérieur de celui-ci (*hole burning*). La cavité est composée de deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$ , et de deux miroirs courbes  $M_3$  et  $M_4$ , permettant de focaliser les faisceaux au centre du cristal, qui se trouve donc entre  $M_3$  et  $M_4$ . Le rayon de courbure des miroirs a été choisi égal à 10 cm, ce qui détermine également l'ordre de grandeur des dimensions de la cavité. Les paramètres géométriques permettant de définir complètement la cavité sont alors réduits à trois, par exemple la distance entre  $M_1$  et  $M_2$  ( $L_{12}$ ), la distance entre  $M_3$  et  $M_4$  ( $L_{34}$ ), ainsi que l'angle de réflexion des miroirs de la cavité  $\theta$  [voir Fig. 4.1 a].

La stabilité de la cavité optique n'est pas assurée pour toute valeur de ces para-

mètres, et il faut vérifier que la condition de bouclage sur le mode transverse des lasers est réalisable [115]. On utilise pour ce faire le formalisme des matrices ABCD, permettant de modéliser chaque élément du trajet d'un faisceau dans la cavité par une matrice. Ainsi, la propagation libre du faisceau, sa propagation dans le cristal et sa réflexion par les miroirs plans ou courbes de la cavité sont prises en compte. En particulier, on a

- Pour la propagation d'un faisceau dans un milieu d'indice  $n$  sur une distance  $d$ 

$$\begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$
- Pour la réflexion d'un faisceau par un miroir sphérique de rayon de courbure  $\mathcal{R}$ 

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/\mathcal{R} & 1 \end{pmatrix}.$$

En multipliant chacune de ces matrices, en prenant par exemple pour point de départ le centre du cristal, on obtient une matrice de transfert globale  $P_i(L_{12}, L_{34}, \theta)$  qui caractérise l'évolution du mode transverse du laser  $i$  au cours d'un tour de la cavité. On définit alors le paramètre complexe du faisceau gaussien

$$q_i = \frac{1}{-i \frac{\lambda_i}{\pi w_i^2} + \frac{1}{\mathcal{R}_i}}, \quad (4.2)$$

où  $w_i$  est le waist du faisceau au centre du cristal et  $\mathcal{R}_i$  son rayon de courbure. La matrice  $T_i$  agit sur  $q_i$  de la manière suivante :

$$q_i \xrightarrow{P_i} q'_i, \quad P_i = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad q'_i = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D}, \quad (4.3)$$

$q'_i$  étant la valeur du paramètre après un tour dans la cavité. La condition de bouclage pour le laser  $i$  s'écrit alors

$$q_i = q'_i = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D}. \quad (4.4)$$

Le paramètre  $q_i$  est donc la solution d'une équation du second degré, qui n'a de sens physique que si sa partie imaginaire est non nulle, autrement dit si le discriminant de l'équation  $(D - A)^2 - 4BC$  est négatif. En utilisant le fait que les matrices de propagation ont un déterminant unitaire ( $AD - BC = 1$ ), on ramène cette condition sous une forme connue pour la stabilité d'une cavité optique

$$\frac{|A + D|}{2} < 1. \quad (4.5)$$

Les quantités  $A$  et  $D$  étant fonctions des paramètres géométriques  $(L_{12}, L_{34}, \theta)$ , seule une gamme réduite de ces paramètres assure la stabilité de la cavité. Il est possible de



calculer ces éléments, et l'on obtient

$$A = D = \frac{2(L_{1,i} - R)(L_{2,i} - R)}{R^2} - 1, \quad (4.6)$$

où l'on a posé les deux longueurs

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{1,i} = (L_{34} - L) + \frac{L}{n_i}, \end{array} \right. \quad (4.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{2,i} = L_{12} + \frac{L_{12} + L_{34}}{\cos(\theta)}, \end{array} \right. \quad (4.8)$$

qui sont respectivement les chemins optiques pour l'onde  $i$  du bras contenant le cristal d'une part et du reste de la cavité d'autre part. La condition de stabilité de la cavité s'écrit alors après de simples manipulations :

$$L_{1,i}^{\min} < L_{1,i} < L_{1,i}^{\max}, \quad (4.9)$$

avec

$$L_{1,i}^{\min} = R \text{ et } L_{1,i}^{\max} = \frac{RL_{2,i}}{L_{2,i} - R}. \quad (4.10)$$

Cette formulation est justifiée par la géométrie de la cavité, pour laquelle  $L_{2,i} \gg L_{1,i}$ . L'espace des paramètres étant vaste, nous avons fixé l'angle  $\theta$  à une valeur relativement faible de  $12^\circ$ , par souci de compacité de la cavité. De même,  $L_{12}$  a été fixé à 18 cm pour des raisons pratiques.  $L_{2,i}$  dépend numériquement peu de  $L_{34}$ , et sera dès lors considérée comme fixée. Il est alors possible d'obtenir la solution de l'équation (4.4) en fonction de la seule longueur  $L_{1,i}$ , qui donne un col au centre du cristal, avec pour rayon en  $1/e^2$  :

$$w_{1,i} = \sqrt{\frac{\lambda_i}{2\pi}} [(L_{1,i} - L_{1,i}^{\min})(L_{1,i}^{\max} - L_{1,i})]^{1/4}. \quad (4.11)$$

Des matrices de transfert partielles peuvent ensuite être calculées permettant de reconstruire le mode du faisceau en tout point de la cavité. On trouve alors que le mode de cavité possède un col en deux endroits, l'un au centre du cristal comme nous l'avons vu, et l'autre au milieu des miroirs  $M_1$  et  $M_2$  [voir Fig. 4.1 (a)]. L'expression de la taille de ce col est

$$w_{2,i} = \sqrt{\frac{L_{2,i} - R}{L_{1,i} - R}} w_{1,i}. \quad (4.12)$$

Les lasers étant injectés dans la cavité par le miroir  $M_1$ , c'est à ce second col que les lasers doivent être focalisés en arrivant sur la cavité.

Le choix d'une valeur de  $L_{34}$  (équivalent au choix de  $L_{1,i}$ , la longueur du cristal étant fixée) dans la plage de stabilité est guidé par deux critères. D'une part, la taille du col au centre du cristal ne doit pas être trop faible, car nous voulons éviter des effets thermiques dans le cristal. D'autre part, les modes transverses de la cavité doivent être clairement non dégénérés, afin de faciliter l'injection des lasers dans le mode fondamental. On rappelle ici que la séparation en fréquence des modes longitudinaux, ou intervalle spectral libre, vaut  $\Delta f_i = c/(L_{1,i} + L_{2,i})$  pour l'onde  $i$ . Pour ce qui est de la séparation des modes transverses  $\delta f_{T,i}$ , elle s'obtient en considérant la phase de Gouy accumulée lors d'un tour de cavité et s'écrit :

$$\delta f_{T,i} = \frac{\Delta f_i}{\pi} \left[ \arctan \left( \frac{\lambda_i L_{2,i}}{2\pi w_{2,i}^2} \right) - \arctan \left( \frac{\lambda_i L_{1,i}}{2\pi w_{1,i}^2} \right) \right]. \quad (4.13)$$

A titre d'exemple, les tailles des cols  $w_{1,1}$  et  $w_{2,1}$  pour l'onde 1, ainsi que la séparation des modes transverses relative à l'intervalle spectrale libre  $\delta f_{T,1}/\Delta f_1$ , sont tracées en fonction de la longueur  $L_{34}$  sur la figure 4.1 (b). On observe qu'à la borne supérieure du domaine de stabilité pour  $L_{34}$ , la taille du col au centre du cristal diminue nettement, et la séparation des modes transverses également, rapprochant la cavité d'une configuration dégénérée. De la même manière, l'autre borne du domaine de stabilité correspond à une taille de col au centre du cristal très faible, et à une séparation des modes transverses égale à la moitié de l'intervalle spectral libre, ou configuration confocale. Nous décidons donc de nous placer à  $L_{34} = 12.5$  cm, qui assure une taille de col au centre du cristal et une séparation des modes transverses suffisantes sans pour autant être au bord de la zone de stabilité.

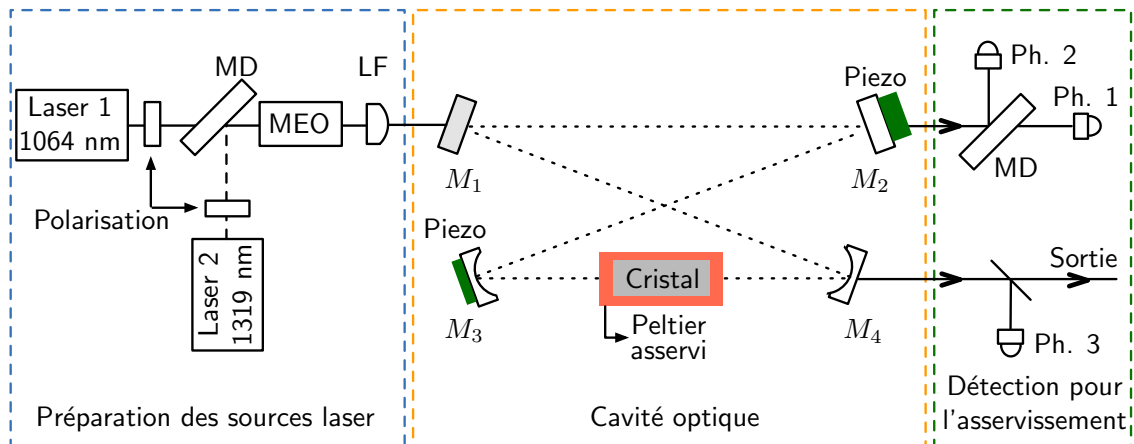
### 4.1.2 Description détaillée du système

La géométrie de la cavité étant déterminée, le montage optique est réalisé ainsi qu'il est représenté sur la figure 4.2. Il occupe environ  $0.5 \text{ m}^2$  sur la table optique, et se compose de trois parties dont nous allons décrire les éléments ici.

#### Les sources lasers

Une première partie du montage est composée des sources laser infrarouges qui vont être sommées, ainsi que des optiques de mise en forme nécessaires au bon fonctionnement de la somme de fréquence. Les deux sources lumineuses sont deux lasers YAG à cavité en anneau non-planaire<sup>2</sup>, émettant à  $\lambda_1 = 1064$  nm et  $\lambda_2 = 1319$  nm. Leur largeur spectrale "instantanée" est inférieure à 10 kHz et leur puissance nominale est respectivement 1.2 W et 500 mW. Par ailleurs, il est possible de régler la fréquence d'émission de ces lasers de deux manières. D'une part, la température du cristal dans le laser peut

2. Innolight GmbH, Germany.



**FIGURE 4.2.** Vue d'ensemble du dispositif expérimental constituant le laser à 589 nm. MD : Miroir dichroïque transparent pour l'onde 1 et réfléchissant pour l'onde 2, MEO : Modulateur électro-optique, LF : Lentille de focalisation, Ph. : Photodiode. La mention Piezo indique la présence d'une cale piézo-électrique derrière le miroir. L'asservissement de la température du cristal enserré dans une monture en cuivre par un élément à effet Peltier est également signalé.

être changée, permettant une plage de réglage de 30 GHz sur la fréquence du laser, avec une bande passante  $< 1$  Hz. D'autre part, un élément piézo-électrique interne au laser permet de balayer la fréquence sur 200 MHz, avec une bande passante de 100 kHz. Cette configuration, constituée d'un actuateur rapide sur une plage étroite et un très lent sur une bande plus large, est classique pour un laser et permet d'en asservir la fréquence efficacement. En revanche, on peut voir que la plage de réglage globale de la fréquence du laser somme, de l'ordre de 60 GHz, reste très faible. Nous avons donc pris grand soin de vérifier que les lasers sources, extrêmement stables mais peu réglables, permettaient d'atteindre en les sommant la raie  $D_2$  du sodium<sup>3</sup>.

Les lasers sont ensuite collimatés à un rayon à  $1/e^2$  valant  $\sim 500 \mu\text{m}$ . Leur polarisation étant légèrement elliptique, des lames d'onde  $\lambda/2$  et  $\lambda/4$  sont nécessaires pour rendre celles-ci linéaires et verticales, ce qui correspond à l'axe principal de notre cristal. Les lasers sont ensuite superposés en utilisant un miroir dichroïque, qui transmet intégralement  $\lambda_1$  et réfléchit intégralement  $\lambda_2$ . Ils peuvent alors être focalisés à  $\sim 250 \mu\text{m}$  (rayon à  $1/e^2$ ) au milieu des miroirs  $M_1$  et  $M_2$  de la cavité comme décrit dans la sous-section précédente. Ceci est réalisé par une lentille unique, de focale 300 mm. Enfin, afin d'imprimer sur la phase de ces deux ondes une modulation à une fréquence de 1 MHz, un modulateur électro-optique (MEO) est introduit dans le chemin des faisceaux<sup>4</sup>. Celui-ci possède un circuit résonnant permettant de réaliser une modulation conséquente avec des puissances modestes. Ainsi, avec  $4 V_{pp}$  sur  $50 \Omega$ , une modulation de quelques dixièmes de radians est possible. Cette modulation servira par la suite pour l'asservissement des lasers et de la longueur de la cavité (voir Sec. 4.2).

3. Il est par exemple impossible d'atteindre la raie  $D_1$  du sodium

4. Modulateur électro-optique à cristal de KTP, New Focus, Inc. Ce modulateur cause une rotation légère de la polarisation des faisceaux, ce qui explique la différence entre les 800 mW produits par le laser dans le cas optimal où nous n'utilisons pas ce modulateur, et les 650 mW produits dans le cas typique.

### Les éléments de la cavité optique

Comme nous l'avons déjà vu, la cavité est composée de 4 miroirs, deux plans ( $M_1$  et  $M_2$ ) et deux courbes ( $M_3$  et  $M_4$ ). Le miroir  $M_1$  est le coupleur par lequel les lasers entrent dans la cavité. L'autre élément optique de la cavité est le cristal de ppKTP<sup>5</sup>. Celui-ci possède un traitement anti-reflet sur ses faces aux trois longueurs d'ondes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$ . Les réflectivités et transmission mesurées pour les miroirs de la cavité, ainsi que la transmission du cristal spécifié par le fabricant sont données dans la table 4.1. Les valeurs optimales données par les calculs numériques pour les réflectivités du coupleur d'entrée sont également rappelées à titre de comparaison. Celles-ci sont bien comparables aux valeurs mesurées. On peut noter la transmission non nulle des miroirs  $M_{2,3,4}$ , qui

	1064 nm			1319 nm		
	$R_1$	$R_1^{\text{calc}}$	$T_1$	$R_2$	$R_2^{\text{calc}}$	$T_2$
$M_1$	0.930	0.96	0.060	0.740	0.79	0.250
$M_2, M_3, M_4$	0.995		0.005	0.995		0.005
Cristal			0.980			0.980

**TABLE 4.1.** Réflectivité et transmission des éléments optiques à l'intérieur de la cavité aux deux longueurs d'onde. Les réflectivités sont mesurées à 0.5% et les transmissions à 0.2%. Les valeurs pour le cristal sont spécifiées par le fabricant.  $R^{\text{calc}}$  est l'optimum obtenu par le calcul (voir Ch. 3).

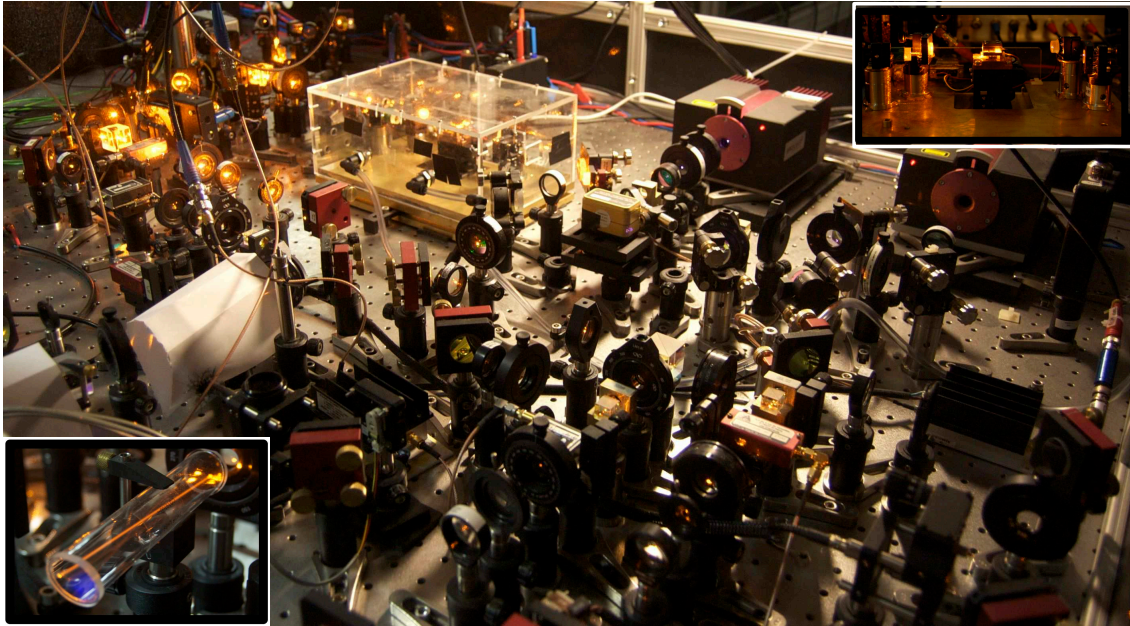
assure le passage au travers de ces miroirs d'une petite partie des faisceaux, avec une puissance qui sera proportionnelle à la puissance dans la cavité. Cette perte à travers les miroirs s'avère particulièrement utile, puisqu'elle permet de connaître la puissance intra-cavité. Elle sera donc utilisée comme signal d'entrée pour les asservissements (voir plus bas).

Par ailleurs, asservir la cavité à résonance avec les lasers nécessite de pouvoir agir sur sa longueur. Pour ce faire, deux cales piézo-électriques<sup>6</sup> ont été collées derrière les miroirs  $M_2$  et  $M_3$  de la cavité (voir Fig. 4.2). La cale placée sur  $M_2$  est en fait un assemblage (*stack*) de cales piézo-électrique qui permet un mouvement du miroir de 12  $\mu\text{m}$  lorsqu'on lui applique 150 V, et permet donc de parcourir plusieurs intervalles spectraux libres de la cavité. En revanche sa capacité très importante (2.5  $\mu\text{F}$ ) le rend assez lent. On peut également noter qu'il s'agit d'un empilement annulaire, afin de laisser passer le faisceau s'échappant de la cavité à travers le miroir  $M_2$ . La cale placée derrière  $M_3$  est quant à elle beaucoup plus fine, plus rapide (capacité de 35 nF), mais permet seulement un mouvement de 300 nm pour 100 V, et est donc adaptée pour de petites corrections rapides. Cette configuration de double actuateur est la même que celle décrite plus haut pour les lasers.

Enfin, nous avons vu dans le chapitre 3 que la condition de quasi-accord de phase dans le cristal nécessaire au bon fonctionnement de la somme de fréquence n'était at-

5. Fabriqué à l'institut KTH, Suède.

6. Fabriqué par PiezoMechanik, GmbH.



**FIGURE 4.3.** Photographie du système laser en fonctionnement. On y distingue les deux sources laser infrarouges (en haut à droite), les optiques pour la lumière infrarouge (partie droite), la cavité optique (au centre) et les optiques pour la lumière jaune (au fond à gauche). Encart en bas à droite : cellule d'absorption d'iode, traversée par un faisceau laser résonant. Encart en haut à gauche : Cavité optique en fonctionnement.

teinte que pour une température bien précise, de l'ordre de 50 °C dans notre cas. Afin de réaliser un tel contrôle sur la température du cristal, nous utilisons un circuit d'asservissement. Le cristal est emboîté dans un support en cuivre, reposant sur un élément à effet Peltier<sup>7</sup> permettant de le chauffer. Sur ce support est également fixée une thermistance (résistance dont la valeur diminue beaucoup quand la température augmente). Cette valeur est mesurée dans le circuit d'asservissement par un pont de Wheatstone. Le circuit peut alors réagir sur le courant envoyé dans l'élément Peltier en fonction de cette mesure via un montage classique PID ("Proportionel-Intégrateur-Différentiateur"), afin de maintenir la température du cristal constante. Avec un tel montage, nous estimons que la stabilité de la température du cristal est meilleure que 10 mK. Si l'on considère la courbe de quasi-accord de phase (Fig. 3.4), cela correspond à des fluctuations de l'efficacité de conversion inférieures à 1%.

### La détection pour l'asservissement

La dernière partie du système laser concerne la détection des puissances intra-cavité infrarouges afin de pouvoir réaliser un asservissement de la longueur de la cavité et des sources laser. Cette détection est réalisée par des photodiodes (Si à 1064 nm et InGaAs à 1319 nm) qui sont placées derrière le miroir  $M_2$  de la cavité, de transmission 0.5% (voir Table 4.1). Les deux ondes infrarouges étant superposées, un miroir dichroïque identique à celui utilisé pour superposer les faisceaux est utilisé pour les séparer. Nous

7. Fabriqué par Marlow industries, Inc., USA

disposons ainsi de deux signaux, mesurés par les photodiodes Ph.1 et Ph.2 respectivement, desquels l'on peut déduire les puissances intra-cavité  $P_1^{(cav)}$  et  $P_2^{(cav)}$  en prenant en compte la transmission du miroir  $M_2$ . Enfin, nous verrons qu'il est également nécessaire de disposer d'un signal proportionnel à la puissance produite dans le jaune, qui est obtenue en mesurant une petite partie de l'onde prélevée à la sortie de la cavité.

## 4.2 Asservissements électroniques intriqués

### 4.2.1 Principe général

Le principe de somme de fréquence en cavité développé ici implique que la cavité soit maintenue résonnante aux deux longueurs d'onde des sources  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Nous avons vu que cela peut s'écrire simplement :

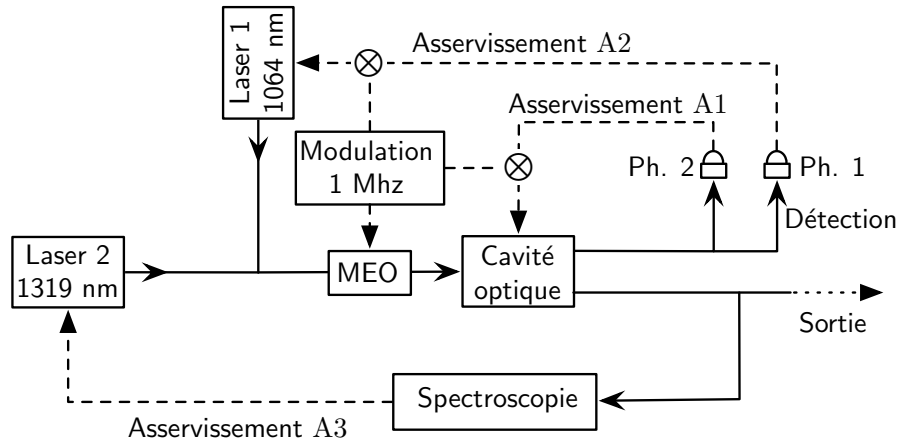
$$L_{cav} = p_1 \lambda_1 = p_2 \lambda_2, \quad p_1, p_2 \in \mathbb{N}. \quad (4.14)$$

Si l'on modifie la longueur de la cavité autour de cette position de résonance, nous observons une courbe lorentzienne pour la puissance intra-cavité, comme celles représentées en rouge sur les figures 4.5 (a-b). La largeur de cette lorentzienne est respectivement  $\sim 10$  MHz et  $\sim 25$  MHz pour les lasers 1 et 2, ce qui correspond à des variations de longueur de la cavité de 20 nm et 70 nm. Il est donc impossible pour la cavité de demeurer à la position de résonance passivement, compte tenu des perturbations mécaniques, acoustiques et thermiques présentes au laboratoire. Il en va de même pour la fréquence des sources laser. La cavité ainsi que les lasers vont donc devoir être asservis en fréquence pour que la cavité demeure doublement résonnante.

L'asservissement nécessite deux étapes. En effet, s'il est aisé de réagir via les cales piézo-électriques sur la longueur de la cavité pour la maintenir résonnante avec l'un des lasers, cette longueur est alors fixée, et il est nécessaire de changer la longueur d'onde de l'autre laser pour l'amener à résonance avec la cavité. C'est la méthode que nous employons, en asservissant la longueur de la cavité  $L_{cav}$  à la longueur d'onde  $\lambda_2$  (noté asservissement A1), puis en asservissant  $\lambda_1$  à  $L_{cav}$  (A2). La longueur de la cavité et la longueur d'onde du laser 1 sont alors verrouillées sur la longueur d'onde du laser 2 (voir Fig. 4.4). Pour ces asservissements, nous utilisons les signaux indicateurs des puissances intra-cavités issus des photodiodes. Le premier asservissement réagit sur les actionneurs de la cavité pour maximiser la puissance intra-cavité  $P_2^{(cav)}$  mesurée par la photodiode Ph.2, et le second réagit sur les actionneurs du laser 1 pour maximiser  $P_1^{(cav)}$  mesurée par Ph.1.

Les circuits d'asservissement sont fondés sur la dérivation d'un signal d'erreur s'annulant lorsque la puissance intra-cavité est maximale à partir d'une modulation / démodulation effectuée par une détection synchrone [125]. Nous avons vu que la phase des ondes infrarouges est modulée à 1 MHz par un modulateur électro-optique. Le signal de la photodiode peut donc être démodulé de manière synchrone, ce qui permet





**FIGURE 4.4.** Schéma de principe des circuits d'asservissements intriqués pour le laser. MEO : Modulateur électro-optique, Ph. : photodiode.  $\otimes$  désigne l'opération de démodulation réalisée par détection synchrone. Les trois asservissements présents dans le système laser sont représentés en traits tiretés, les chemins optiques étant représentés en traits pleins. La mention "Spectroscopie" désigne le montage d'absorption saturée utilisé pour le verrouillage en fréquence du laser jaune (voir sous-section 4.3.3).

de le dériver. On obtient alors un signal qui s'annule aux maxima d'intensité, et qui peut donc être envoyé à un circuit intégrateur qui assurera le maintien à zéro du signal d'erreur en réagissant sur les actuateurs.

D'un point de vue temporel, nous avons fait le choix d'activer A1 puis A2. En effet, l'élément le moins stable du système étant la cavité, il est plus sage de verrouiller sa longueur en premier lieu sur la longueur d'onde du laser 2, celui-ci étant très stable à l'échelle de la minute. Nous procédons juste après à l'asservissement du laser 1, sur la cavité déjà verrouillée.

En supposant que les deux asservissements décrits plus haut fonctionnent, il devient possible de balayer la fréquence  $\omega_2$  (sans changer de mode, c'est-à-dire en conservant  $p_1$  et  $p_2$ ), et faire changer ainsi les valeurs de  $\omega_1$  et  $L_{cav}$  de manière à modifier  $\omega_3$  en sortie. Ainsi, pour un changement  $\delta\omega_2$  sur  $\omega_2$ , le changement  $\delta\omega_3$  sur  $\omega_3$  s'écrit :

$$\delta\omega_3 = \delta\omega_1 + \delta\omega_2 = \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} + 1 \right) \delta\omega_2 = \frac{\omega_3}{\omega_2} \delta\omega_2, \quad (4.15)$$

le rapport  $\frac{\omega_1}{\omega_2}$  étant constant d'après Eq. (4.14). Ceci signifie que pour le balayage de 200 MHz disponible sur le laser 2 avec son piézo rapide, le laser jaune a une excursion en fréquence de 450 MHz en sortie.

Enfin, ce dernier paramètre libre  $\omega_2$  sera asservi (A3) de manière à maintenir la fréquence du laser jaune en sortie sur une raie d'absorption atomique du Sodium (ou dans notre cas sur une raie moléculaire de l'iode  $I_2$ , voir 4.3.3), le système ainsi formé constituant une source utilisable pour le refroidissement laser du sodium.

### 4.2.2 Haute efficacité de conversion et asservissement

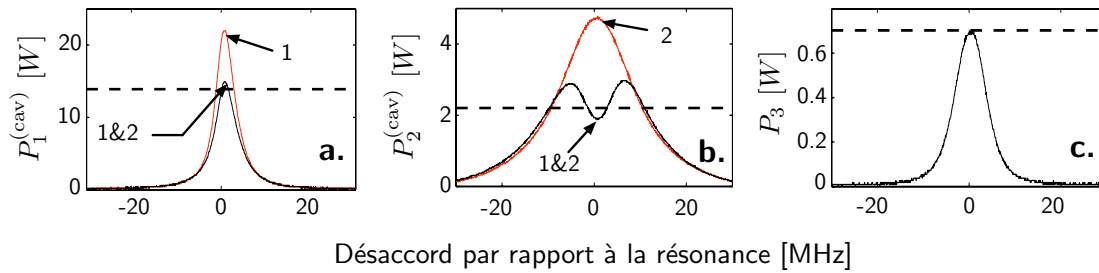
La méthode habituelle consiste à maximiser les puissances intra-cavité des deux ondes sources en réalisant les asservissements A1 et A2 indépendamment. C'est en réalité impossible si l'on se trouve dans une situation où l'efficacité de conversion du système est proche de 1, car la somme de fréquence dans le cristal modifie la forme des courbes de résonance dans la cavité. Cet effet est visible sur les figures 4.5 (a-b). Tandis que les courbes rouges sont obtenues en n'envoyant qu'un laser à la fois dans la cavité, les courbes noires sont mesurées lorsque les deux lasers sont présents, et que la conversion a donc lieu avec une haute efficacité. Du fait de la différence de largeur de la courbe lorentzienne aux deux longueurs d'onde (causée par la différence des réflectivités du coupleur d'entrée  $R_1 = 0.93$  et  $R_2 = 0.74$ ), l'effet de la conversion non linéaire n'est pas le même. S'il se borne à une diminution de la puissance intra-cavité à résonance pour l'onde 1, un creux apparaît pour l'onde 2. Ce creux possède la largeur de la résonance de l'onde 1, et constitue la signature du phénomène de somme de fréquence.

Ce creux dans le profil de résonance du laser 2 est en revanche extrêmement néfaste pour A1. En effet, tant que A2 n'est pas en fonctionnement, le laser 1 n'est pas résonnant, la conversion dans le cristal est négligeable, et A1 fonctionne bien car la position de résonance du laser 2 correspond à un maximum de puissance intra-cavité. En revanche, à la mise en marche de A2, le creux apparaît, et la pente du signal d'erreur utilisé par A1 s'inverse alors : l'asservissement devient instable. En d'autres termes, le rôle de l'asservissement étant de maximiser la puissance intra-cavité de l'onde 2, celui-ci considère la conversion comme une perturbation néfaste, et tente de la contrecarrer.

Afin de remédier à ce problème, il est nécessaire de construire un signal qui conserve toujours un maximum à résonance de l'onde 2, que la conversion ait lieu ou non. Nous utilisons donc le signal  $s_3$  issu de la photodiode Ph.3 qui mesure la puissance produite à 589 nm. Celle-ci ne mesure un signal non nul que lorsque la conversion a lieu, et le profil de la puissance produite  $P_3$  en traversant la position de double résonance de la cavité est reporté sur la figure 4.5 (c). Si l'on somme ce signal avec le signal  $s_2$  issu de Ph.2 (en noir sur Fig. 4.5 (b)), le signal de la production de jaune peut venir combler le déficit du signal de l'onde 2. On fabrique donc grâce à un circuit sommateur le signal  $s_{2+3} = s_2 + \beta s_3$ , où le coefficient  $\beta$  est ajusté pour s'assurer que la position de résonance correspond à un maximum. Il faut bien noter que ce système ne peut fonctionner que parce que  $s_3$  est également modulé à 1 MHz, en tant que produit de deux signaux eux-même modulés. Cela permet de démoduler de la même manière  $s_3$  et  $s_2$ , et de pouvoir ainsi produire un signal d'erreur qui soit la dérivée du signal  $s_{2+3}$ <sup>8</sup>. En utilisant ce signal  $s_{2+3}$  à la place de  $s_2$  pour l'asservissement A1, celui-ci demeure stable, indépendamment de la présence du laser 1, et permet donc à la cavité de rester doublement résonnante même dans le cas d'une haute efficacité de conversion où la puissance intra-cavité de l'onde 2 diminue significativement.

8. Il serait également possible de démoduler chacun des signaux séparément puis de sommer les signaux, mais cette solution, plus complexe, nécessite l'usage de deux détections synchrones distinctes, dont la phase relative peut éventuellement dériver.





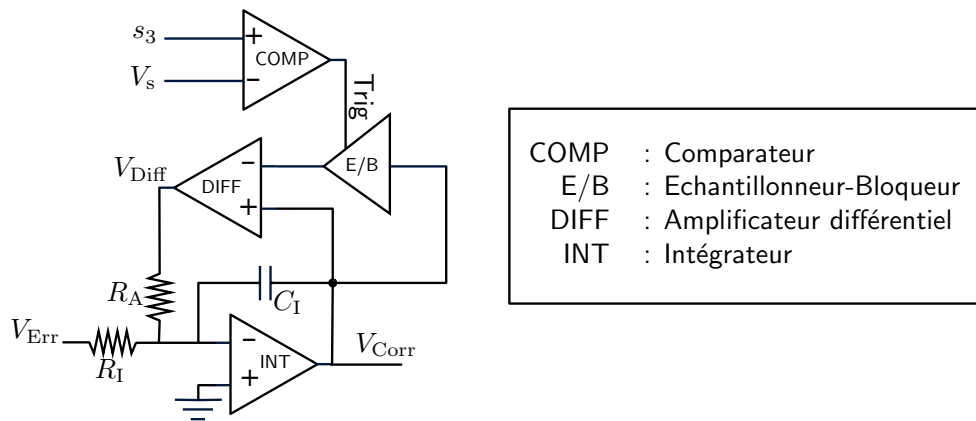
**FIGURE 4.5.** Puissances intra-cavité des ondes 1 (a), 2 (b) et puissance de l'onde 3 produite (c), mesurées en faisant varier la longueur de la cavité autour de la position de double résonance. Dans les figures (a) et (b), les cas où l'onde correspondante est seule (noire) et en présence de l'autre onde (rouge) sont représentés. L'effet de la conversion non linéaire dans le cristal est visible. La figure (c) correspond au cas où les deux ondes sont présentes. La ligne tiretée signale dans chaque cas la valeur obtenue par le calcul (voir Ch. 3).

### 4.2.3 Optimisation de la robustesse de l'asservissement

Bien que les asservissements A1 et A2 soient stables dans le cadre d'une haute efficacité de conversion, ils sont sensibles à des perturbations brèves mais importantes, qui poussent l'intégrateur permettant la rétro-action à la saturation [125]. Une fois à saturation, il n'y a alors plus de rétro-action, et la boucle d'asservissement ne peut sortir l'intégrateur de cet état. Ceci est un problème intrinsèque lié aux intégrateurs, dont il est impossible de se passer pour réaliser nos asservissements. Nous avons donc réalisé un circuit électronique qui contourne ce problème et empêche l'intégrateur de saturer sous l'effet de perturbations violentes, tout en maintenant toujours le laser asservi. Ceci peut être vu comme un circuit permettant d'ajuster automatiquement le gain, en limitant sa valeur à très basse fréquence quand le signal d'erreur en entrée ( $V_{\text{Err}}$ ) devient trop important. Ce circuit, dont le schéma est visible sur la figure 4.6, utilise le signal de photodiode  $s_3$  pour détecter d'éventuelles perturbations, en le comparant à une valeur réglable de seuil  $V_s$  (réglée à 80% de la valeur nominale de fonctionnement dans notre cas) pour déterminer si la puissance produite baisse de trop. Un circuit échantillonneur-bloqueur (E/B) échantillonne la sortie de l'intégrateur ( $V_{\text{Corr}}$ ). Sa sortie est connectée à l'entrée de l'intégrateur via un amplificateur différentiel, constituant ainsi une rétroaction sur l'intégrateur même (appelée *bootstrap*). Tant que le signal  $s_3$  est supérieur à  $V_s$ , le fonctionnement est dit normal, et E/B ne fait qu'échantillonner le signal  $V_{\text{Corr}}$ . La sortie de l'amplificateur différentiel  $V_{\text{Diff}}$  est donc nulle, et le circuit n'a aucun effet. Lorsque la valeur de  $s_3$  passe au-dessous de  $V_s$ , le comparateur permute E/B en mode bloqueur, et ce dernier conserve alors la dernière valeur  $V_{\text{Corr}}^0$  de  $V_{\text{Corr}}$  avant la perturbation :  $V_{\text{Diff}} = V_{\text{Corr}} - V_{\text{Corr}}^0$ . La tension de sortie de l'intégrateur à la fréquence  $\omega$  devient :

$$V_{\text{Corr}} = -\frac{\frac{R_A}{R_I} V_{\text{Err}} - V_{\text{Corr}}^0}{1 + iR_A C_I \omega}. \quad (4.16)$$

L'intégrateur est ainsi neutralisé, car le gain ne diverge plus à  $\omega = 0$ . Le circuit n'est alors plus qu'une rétroaction proportionnelle au signal d'erreur avec un gain  $R_A/R_I$ ,



**FIGURE 4.6.** Circuit de verrouillage automatique de la cavité améliorant la robustesse du système d'asservissement. COMP : comparateur, E/B : échantillonneur-bloqueur, DIFF : amplificateur différentiel, INT : intégrateur. La mention Trig désigne la voie qui commute le mode de l'échantillonneur-bloqueur.  $V_{Err}$  désigne le signal d'erreur de l'asservissement,  $V_{Corr}$  le signal de correction retourné aux actuateurs,  $V_s$  la tension de seuil auquel le signal  $s_3$  proportionnel à la puissance du laser jaune est comparé et  $V_{Diff}$  le signal issu de l'amplificateur différentiel qui rétroagit sur l'intégrateur.

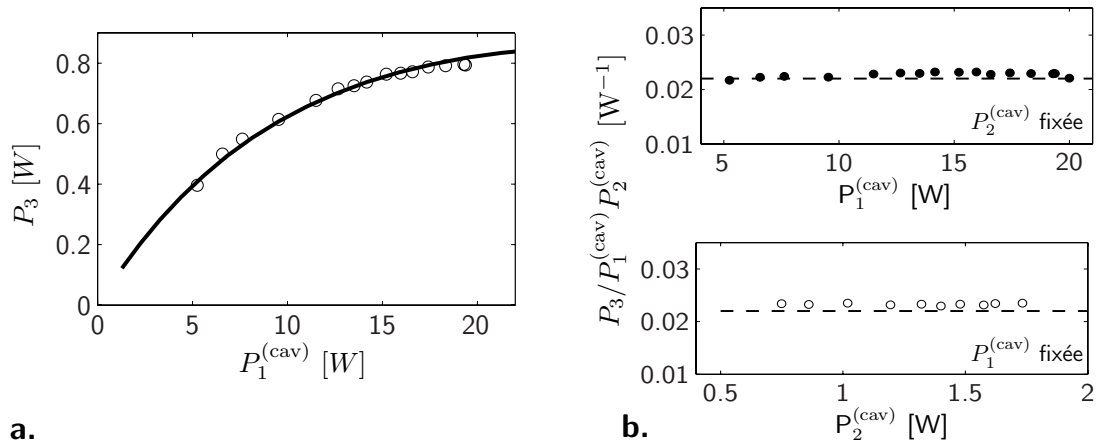
autour de la valeur  $V_{Corr}^0$ . Sa bande passante est simplement donnée par la constante de temps  $R_A C_I$ . Lorsque la perturbation s'arrête, le circuit en mode proportionnel suffit à ramener  $s_3$  au-dessus du niveau de  $V_s$ , et l'intégrateur reprend son rôle initial. Ce circuit est généralisable à tout circuit d'asservissement possédant un intégrateur, et est utilisé dans tous les asservissements de notre laser.

Cette dernière amélioration permet au laser de subir des perturbations mécaniques violentes sans qu'il ne se déverrouille, et requiert ainsi très peu de maintenance comparé à un laser à colorant. Il est insensible aux fluctuations de température de notre salle (climatisée, mais avec des dérives de l'ordre d'1 °C à l'échelle d'une jour), parce que les lasers infrarouges utilisés sont stabilisés en température et que les asservissements compensent les dérives de la cavité. L'alignement n'est pas retouché pendant plusieurs semaines, sans observer de baisse de puissance supérieure à 10%, et les retouches à opérer concernent simplement l'injection des lasers 1 et 2 dans la cavité et non la cavité elle-même, qui n'est ajustée que très rarement. Le laser reste verrouillé une journée entière lorsque sa fréquence est libre, et pour une demi-journée environ lorsqu'il est asservi sur une raie atomique.

## 4.3 Caractérisation du laser à 589 nm

### 4.3.1 Comparaison à la théorie

Une fois fonctionnel, ce laser nous permet de valider la théorie de la somme de fréquence en cavité. La première mesure importante est bien sûr la puissance produite à la fréquence somme en sortie de cavité. Celle-ci détermine l'efficacité de notre dispositif  $\eta$  au sens défini dans le chapitre 3. A la fin de ce chapitre, les puissances incidentes



**FIGURE 4.7.** (a) : Puissance  $P_3$  produite à 589 nm en fonction de la puissance intra-cavité  $P_1^{(cav)}$  à 1064 nm. La courbe continue est calculée en utilisant le modèle de conversion en cavité décrit au chapitre 3. (b) : Efficacité de conversion en simple passage à l'intérieur de la cavité  $P_3/P_1^{(cav)} P_2^{(cav)}$ . Chacune des deux puissances intra-cavité  $P_1^{(cav)}$  (points noirs) et  $P_2^{(cav)}$  (points blancs) est variée, en conservant l'autre constante à sa valeur maximale. La valeur mesurée en simple passage sans cavité  $\alpha_{sp} = 0.22 \text{ W/W}^2$  est rappelée à titre de comparaison (trait tireté).

$P_1^{(inc)} = 940 \text{ mW}$  et  $P_2^{(inc)} = 370 \text{ mW}$  sont données, en tenant compte des pertes dans le chemin optique menant à la cavité et de l'imperfection du couplage dans la cavité. La puissance maximum  $P_3$  à 589 nm que nous avons pu obtenir est 760 mW, ce qui conduit à une efficacité  $\eta = 92\%$ . La prédiction théorique selon laquelle l'efficacité pouvait dépasser 90% avec nos valeurs de pertes est donc vérifiée. De plus, on constate que les valeurs des réflectivités du coupleur d'entrée optimisant l'efficacité sont assez tolérantes, car nous ne disposons pas du coupleur exact prédit par la théorie (voir Table 4.1).

Nous avons poussé plus loin la validation du modèle théorique, en mesurant par exemple la puissance produite par la cavité en fonction de la puissance intra-cavité de l'onde 1  $P_1^{(cav)}$ . Ces mesures sont reportées sur la figure 4.7 (a). On observe un bon accord entre la dépendance donnée par le calcul (ligne continue) et les mesures expérimentales. On observe par ailleurs un phénomène de saturation en  $P_1^{(cav)}$ , ce qui illustre bien le fait que la quasi-totalité de l'onde 2 est convertie, et que c'est elle qui limite alors la puissance produite.

Nous avons également validé expérimentalement l'hypothèse des pompes faiblement consommées intra-cavité. Pour ce faire, nous avons fait varier la puissance de l'un des lasers source, l'autre étant maintenue à sa valeur maximale, en mesurant en chaque point le quotient de la puissance produite par le produit des puissances intra-cavité. Le résultat de ces mesures est reporté sur la figure 4.7 (b). Toutes les mesures, en faisant varier chacune des puissances, redonnent bien la valeur mesurée en simple passage  $\alpha_{sp} = 0.022 \text{ W/W}^2$ . Ceci démontre que le fait d'opérer à l'intérieur de la cavité ne modifie pas l'efficacité de conversion en simple passage, situation dans laquelle l'approximation des pompes faiblement consommées est bien sûr vérifiée. Cela valide ainsi notre modèle théorique qui s'appuie sur cette approximation.

### 4.3.2 Stabilité en intensité, qualité du mode spatial

Afin de déterminer la fiabilité de notre laser pour le refroidissement atomique, nous avons mesuré ses caractéristiques techniques.

Le bruit en intensité du laser a été caractérisé en mesurant la puissance du faisceau de sortie sur une photodiode rapide (bande passante 10 MHz) suivie d'un circuit d'acquisition analogique 16 bits (National Instruments NI-6259). A partir de ces mesures, nous avons pu calculer la densité spectrale de puissance  $S_{\text{RIN}}$  de la puissance instantanée du laser, normalisée par la puissance moyenne,

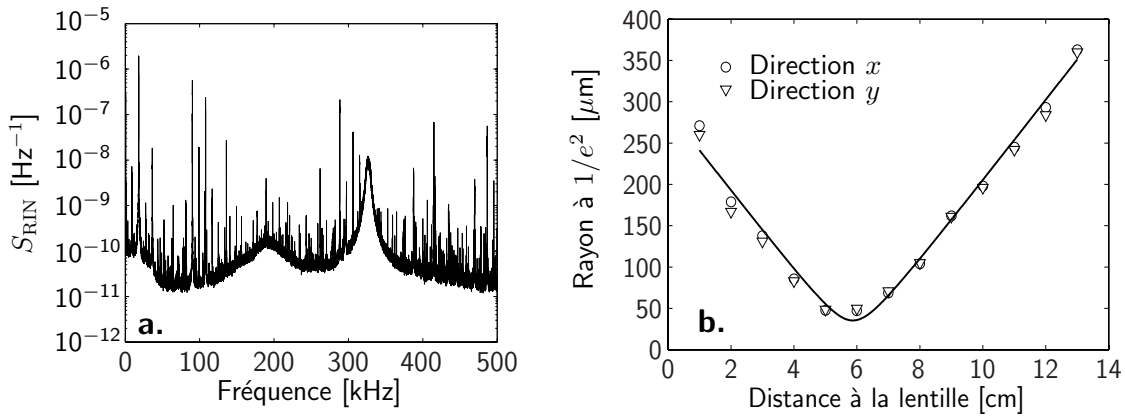
$$S_{\text{RIN}}(\nu) = \frac{1}{T} \left\langle \left| \int_0^T \frac{I(\tau)}{\langle I \rangle} e^{i2\pi\nu\tau} d\tau \right|^2 \right\rangle, \quad (4.17)$$

où  $\langle \dots \rangle$  indique une moyenne statistique et où  $T \approx 100$  ms est la durée de la mesure. Les résultats en prenant la moyenne sur 100 échantillons sont représentés sur la figure 4.8 (a). Un tel spectre correspond à des fluctuations relatives ayant pour déviation standard  $\delta I / \langle I \rangle \approx 4 \times 10^{-3}$ , intégrées sur 5 Hz–500 kHz. Deux larges pics de bruit sont visibles autour de 190 kHz et 330 kHz, pouvant être dus à des résonances des actuateurs piézo-électriques des lasers ou de la cavité. Sur plusieurs heures, on observe des dérives de la puissance de sortie inférieures à 5%. Le niveau de bruit est suffisamment bas pour notre application, mais pourrait être réduit davantage en asservissant par exemple la puissance de sortie via une rétroaction sur la puissance du laser 1.

Nous avons également caractérisé le mode spatial du laser jaune au sortir de la cavité. Pour ce faire, le faisceau de sortie est focalisé par une lentille convergente de focale 100 mm, et son image est prise en fonction de la distance à la lentille sur une caméra CCD. Le profil du faisceau le long de son axe de propagation est donc reconstitué, et ajusté à celui d'un faisceau gaussien [voir 4.8 (b)]. Celui-ci est de la forme  $w_a(z) = w_{a,0} \sqrt{1 + \theta(z/w_{a,0})^2}$ , où  $w_a$  désigne le rayon à  $1/e^2$  du faisceau dans la direction transverse  $a = x, y$ ,  $w_{a,0}$  ce rayon au col du faisceau,  $z$  la direction de propagation et  $\theta$  la divergence du faisceau. Cet ajustement conduit à un paramètre  $M^2 = 1.02$ , avec  $M^2 = \pi w_0 \theta / \lambda_3$  [115]. Ce paramètre valant 1 pour un faisceau gaussien parfait, le laser produit peut donc être focalisé quasiment à la limite de diffraction par la lentille utilisée pour le test, et son mode transverse est d'excellente qualité. La comparaison entre les tailles du faisceau dans les deux directions transverses ne révèle pas d'astigmatisme supérieur à 10%.

### 4.3.3 Asservissement du laser pour le refroidissement du sodium

Nous avons vu comment la mise en place des asservissements A1 et A2 permet de faire fonctionner le laser par somme de fréquence, avec une très haute efficacité de conversion et de manière robuste. Cependant, afin de pouvoir refroidir le sodium, le laser jaune produit doit être verrouillé en fréquence sur une raie atomique proche de la transition  $D_2$  du sodium. C'est le rôle de l'asservissement A3, qui va venir verrouiller la



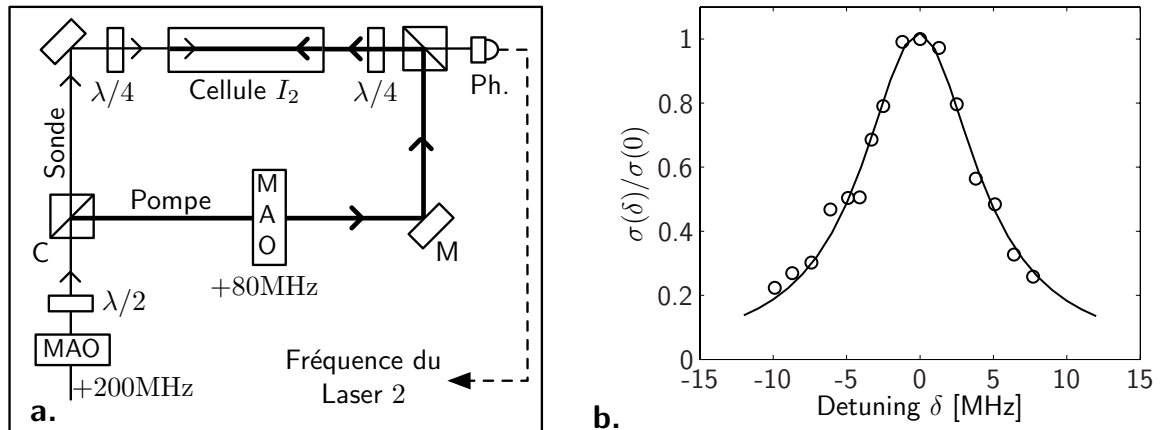
**FIGURE 4.8.** (a) : Densité spectrale de puissance relative  $S_{\text{RIN}}$  de la puissance du laser à 589 nm, dont on a fait la moyenne sur 100 échantillons. (b) : Mesure du coefficient  $M^2$  du mode transverse du laser à 589 nm dans les deux directions transverses  $x$  (cercles) et  $y$  (triangles). Le laser est focalisé par une lentille convergente de focale 100 mm à la sortie de la cavité. Les données sont ajustées par une fonction de la forme  $w(z) = \sqrt{w_0^2 + \theta^2 z^2}$ , les paramètres  $w_0$  et  $\theta$  étant ajustables, et le coefficient  $M^2$  est alors obtenu comme  $\pi w_0 \theta / \lambda_3$ .

fréquence du laser 2 jusqu'alors libre, de manière à amener la fréquence du laser jaune à la transition atomique. Cet asservissement utilisera pour ce faire les actuators du laser 2, de la même manière que A2 utilise ceux du laser 1. Deux questions se posent alors : quelle raie atomique choisir pour réaliser cet asservissement, et comment obtenir un signal d'erreur, s'annulant sur la résonance, que l'asservissement A3 pourra utiliser ?

Le premier problème est en général résolu très simplement, en utilisant la raie atomique qui va servir au refroidissement de l'atome étudié. Ainsi, dans notre cas, il s'agit de la transition  $3S_{1/2}$ ,  $F = 2 \rightarrow 3P_{3/2}$ ,  $F' = 3$  de l'atome de sodium, à 589.159 nm, d'une largeur de 9.8 MHz [102]. Afin d'observer cette transition, une technique standard est l'utilisation d'une cellule de verre contenant une vapeur de sodium dans une atmosphère neutre. La cellule est sondée en utilisant le laser par une technique d'absorption saturée, un défaut d'absorption étant observé dans le profil d'absorption Doppler lors du passage du laser à résonance [126]. Dans le cas du sodium, ceci est rendu plus délicat du fait de sa faible pression de vapeur saturante à température ambiante. La densité de sodium dans la cellule est trop faible pour observer un signal, et il est nécessaire de chauffer la cellule, autour de 120 °C, pour réaliser cette spectroscopie. Un tel dispositif de chauffage est difficile à réaliser de manière homogène dans la cellule, et crée une source d'instabilité optique. De plus, la proximité d'autres raies autour de la raie désirée pour l'asservissement constitue une difficulté supplémentaire pour le verrouillage.

Une solution alternative consiste à utiliser une cellule contenant une vapeur de molécule d'iode  $I_2$ <sup>9</sup>. Celle-ci est utilisable à température ambiante, et possède de nombreuses raies, dont une très proche de celle du sodium [127]. Une mesure différentielle nous a permis de déterminer que la raie P38 (15 – 2) de l'iode possède une composante située 467 MHz au-dessus de la raie du sodium utilisée. Il est alors possible de décaler en fréquence une partie du laser via un modulateur acousto-optique, et de venir ver-

9. Cette solution a été proposée par C. Sanner, du groupe de W. Ketterle, MIT.



**FIGURE 4.9. (a) :** Montage d'absorption saturée permettant l'asservissement du laser sur une raie de la molécule d'iode  $I_2$ . Le faisceau pompe est modulé par un modulateur acousto-optique (MAO), ce qui permet à la démodulation d'obtenir un signal d'erreur pour l'asservissement (Méthode de transfert de modulation). Des lames d'ondes  $\lambda/4$  permettent de rendre la polarisation des faisceaux sondant la cellule circulaire, et une lame  $\lambda/2$  répartir la puissance entre pompe et sonde. C : cube séparateur, M : miroir, Ph. : Photodiode. **(b) :** Signal d'absorption d'un nuage d'atomes de sodium froids produits par un piège magnéto-optique, normalisée par la valeur à résonance. Le laser sondant le nuage est balayé en fréquence, l'écart entre sa fréquence et la transition atomique sondée étant noté  $\delta$ .

rouiller cette partie sur la raie de l'iode. Cette dernière est d'autant plus avantageuse qu'elle est plus étroite que la raie du sodium, et ne possède aucune raie voisine à moins de 300 MHz, ce qui favorise son identification. C'est donc cette solution que nous utilisons finalement dans notre expérience.

Le second problème consiste à dériver un signal d'erreur à partir du montage d'absorption saturée, celui-ci produisant typiquement des signaux assez faibles car seuls les atomes d'une classe de vitesse quasi-nulle sont sondés dans la cellule. Après plusieurs essais, la méthode finalement retenue est celle du transfert de modulation [128]. Le schéma du montage expérimental utilisé est représenté sur la figure 4.9 (a). Ce dispositif consiste à moduler la fréquence relative entre la pompe et la sonde du montage d'absorption saturée, sans pour autant moduler en amplitude la sonde elle-même. Pour cela, la partie du laser utilisée pour l'asservissement est d'abord décalée de 200 MHz par un modulateur acousto-optique (MAO), puis seule la pompe est décalée à nouveau de 80 MHz par un autre MAO, qui applique également une modulation de fréquence sur quelques Mégahertz à une fréquence de 100 kHz. Lorsque la fréquence du laser sonde envoyé dans la cellule est à résonance avec la raie de l'iode, celle du laser principal (avant les MAOs) est  $200 + 80/2 = 240$  MHz en dessous, soit 227 MHz au-dessus de la résonance du sodium. D'autres MAOs permettent ensuite de produire les fréquences nécessaires au refroidissement (voir chapitre 5). Sur la photodiode en sortie de cellule qui observe la puissance de la sonde, le signal obtenu après démodulation est très stable, et peut être utilisé pour l'asservissement A3 sans difficulté.

La cohérence du processus de somme de fréquence laisse supposer que le laser produit hérite des propriétés spectrales des lasers source, qui lui assurent une largeur spectrale inférieure à 10 kHz à court terme. La stabilité des lasers source est en re-

vanche insuffisante à long terme<sup>10</sup>, et justifie la présence de l'asservissement. Afin de vérifier son bon fonctionnement, nous avons utilisé un nuage d'atomes de sodium froids ( $\sim 200 \mu\text{K}$ ) issus d'un piège magnéto-optique (voir chapitre 5), qui nous a permis de vérifier que la largeur spectrale du laser produit est bien inférieure à celle de la résonance atomique. Pour ce faire, le laser est envoyé sur le nuage atomique, qui l'absorbe. La densité optique de ce nuage est mesurée en fonction du décalage en fréquence du laser autour de la résonance. On s'attend alors pour un laser monochromatique à un profil Lorentzien de la forme [129] :

$$\frac{\sigma(\delta)}{\sigma(0)} = \frac{\Gamma^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4}, \quad (4.18)$$

où  $\sigma(\delta)$  est la densité optique du nuage en fonction du décalage  $\delta$  entre la fréquence du laser et la fréquence de la résonance atomique, et  $\Gamma = 9.8 \text{ MHz}$  est la largeur à mi-hauteur de cette résonance. Ce profil a servi d'ajustement à nos mesures, représentées sur la figure 4.9 (b). L'ajustement est excellent, et le paramètre  $\Gamma = 9.6 \pm 0.5 \text{ MHz}$  qui en est extrait est en bon accord avec la valeur théorique. Le laser jaune généré est donc suffisamment étroit pour le refroidissement laser.

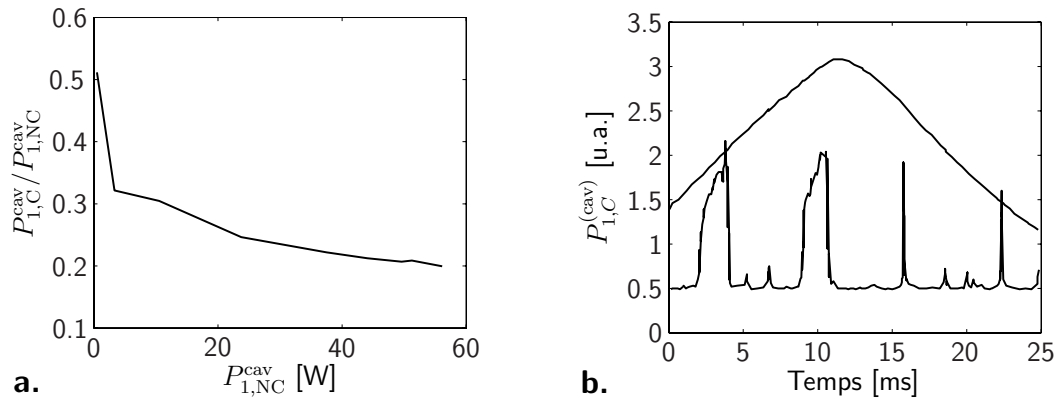
## 4.4 Collaboration avec le MIT

Dans le cadre du projet OLE du DARPA (*Defense Advanced Research Projects Agency*, agence de recherche du ministère de la défense des Etats-Unis), nous avons participé à une collaboration avec l'équipe de W. Ketterle au Massachusetts Institute of Technology (MIT), pour la mise au point d'un laser similaire au nôtre, mais permettant de fournir plus d'un Watt de puissance. Afin de réaliser cet objectif, des sources lasers infrarouges de la même gamme sont utilisées, mais elles délivrent 2 W à 1064 nm et 800 mW à 1319 nm. Le dispositif est par ailleurs parfaitement identique, à l'exception du coupleur d'entrée de la cavité, pour lequel d'autres valeurs de réflectivité ont été essayées pour correspondre aux nouvelles puissances incidentes. Nous avons pu faire fonctionner le laser avec une puissance nominale en sortie de 850 mW, ce qui constitue une augmentation substantielle par rapport aux 650 mW de la version parisienne du laser.

Cependant, cette puissance en sortie est bien inférieure à ce que l'on pouvait escompter si l'on considère l'augmentation des puissances infrarouges incidentes. Ainsi, l'efficacité de conversion  $\eta$  définie précédemment vaut ici 61%. Celle-ci est plus faible que celle du système parisien, et explique pourquoi l'augmentation de 60% de la puissance incidente de l'onde 2 ne se reporte pas sur la puissance de sortie. La raison de cette baisse d'efficacité de conversion a été identifiée comme étant liée à l'apparition d'effets thermiques dans le cristal, bien qu'aucun effet de ce type n'ait été observé dans la version parisienne. Plus précisément, de tels effets persistent même si l'on travaille aux puissances plus faibles utilisées dans cette dernière, ce qui pointe vers une différence

10. Le fabricant spécifie une dérive de 1 MHz/min..





**FIGURE 4.10.** (a) : Rapport  $P_{1,C}^{(cav)}/P_{1,NC}^{(cav)}$  entre la puissance intra-cavité pour l'onde 1 avec (C) et sans le cristal (NC) présent dans la cavité, en fonction de la puissance intra-cavité sans cristal. L'onde 2 n'est présente dans aucun des deux cas, et le cristal n'a ici qu'un rôle d'élément optique passif. L'augmentation de la réduction relative de puissance intra-cavité due au cristal à haute puissance est clairement visible. (b) : Balayage de la longueur de la cavité pour l'observation de la courbe de résonance de la puissance intra-cavité de l'onde 1 en présence du cristal (en noir). La rampe sur la longueur de la cavité est rappelée. On observe un profil de résonance dissymétrique suivant le sens du balayage de la longueur de la cavité.

de qualité des cristaux non linéaires. En effet, les cristaux utilisés au MIT semblent absorber une plus grande part des faisceaux infrarouges que les nôtres.

Les effets cette absorption ont été caractérisés de deux manières différentes. D'une part, on mesure la différence entre la puissance intra-cavité de l'onde 1 à résonance avec et sans cristal [Fig. 4.10 (a)]. D'autre part, on mesure la courbe de résonance dans la cavité en balayant la longueur de celle-ci selon une rampe triangulaire [Fig. 4.10 (b)]. Dans tous les cas, seule l'onde 1 est présente, et le cristal ne joue qu'un rôle d'élément optique passif. Ces résultats confirment un effet important du cristal sur la puissance intra-cavité et sur la courbe de résonance, ce qui explique la difficulté à verrouiller la cavité à résonance, et la valeur réduite de la puissance en ce point. En particulier, la dissymétrie de la courbe de résonance suivant le sens de balayage de la longueur de la cavité [voir Fig. 4.10 (b)] est caractéristique d'une instabilité thermique. En effet, l'augmentation de la puissance intra-cavité à l'approche de la résonance entraîne une augmentation locale de la température dans le cristal due à l'absorption. Cette augmentation modifie les indices de réfraction et donc le chemin optique dans la cavité. Dans un sens, cette modification a un effet stabilisateur, et la cavité demeure plus longtemps à résonance. Dans l'autre sens, la position est instable et la cavité est expulsée de résonance. Ces effets thermiques limitent donc l'efficacité de conversion et nuisent à la stabilité du laser. Des effets similaires ont déjà été observés dans d'autres montages [122, 130, 131].

Une alternative a alors été envisagée pour la production d'un laser à 589 nm. Elle est fondée sur le principe d'une somme de fréquence en simple passage dans un guide d'onde. Le matériau servant à fabriquer ce guide d'onde est un cristal non linéaire périodiquement polarisé (PPSLT par exemple). La lumière infrarouge y est injectée par une fibre optique et s'y propage avec un mode de très faible taille, ce qui permet d'obtenir des efficacités proches de celle de notre système en cavité doublement résonnante. Une telle source a déjà été réalisée et produit près de 500 mW à 589 nm [132]. Les puis-



sances produites sont cependant toujours inférieures à notre système, car la puissance infrarouge pouvant circuler dans le guide est limitée. Cela constitue tout de même une solution intéressante, vers laquelle le groupe du MIT pourrait s'orienter.

## 4.5 Conclusion

En conclusion, nous avons réalisé expérimentalement un laser à 589 nm, compact et stable, monomode transverse et longitudinal, et réglable sur  $\sim 60$  GHz. Il s'agit d'un laser tout-solide, contrairement aux lasers à colorant, ce qui lui assure une maintenance réduite et une fiabilité accrue. Nous avons vérifié qu'il possédait toutes les caractéristiques techniques nécessaires à son utilisation pour le refroidissement laser.

Ce laser utilise la somme de fréquence en cavité, et nécessite de maintenir une cavité doublement résonnante, mais notre travail sur les asservissements électroniques intriqués nous permet d'assurer une stabilité à long terme du laser, tout en conservant des efficacités de conversion élevée, et par conséquent une puissance nominale en sortie de 650 mW à 589 nm. Ces circuits électroniques compensent notamment la déformation des courbes de résonance dans la cavité due à la conversion non linéaire, et empêchent la saturation des asservissements en cas de perturbations mécaniques violentes du système. Ce laser constitue par ailleurs un système de somme de fréquence optimisé, 92% des photons de la source infrarouge la plus faible étant convertis dans le visible.

S'il est vrai que la puissance produite demeure en deçà de celle fournie par un laser à colorant optimisé, nous avons réalisé un système utilisant des sources infrarouges plus puissantes dans le cadre d'une collaboration avec le MIT, qui devrait permettre de dépasser le Watt à 589 nm. Toutefois, la puissance en sortie n'a pas jusqu'ici dépassé 850 mW. Elle est en fait limitée par des effets thermiques survenant dans le cristal lorsque les puissances intra-cavité deviennent trop importantes.

## **Troisième partie**

# **Réalisation expérimentale d'un micro-condensat dans un piège optique mésoscopique**



## **Introduction**

Cette troisième et dernière partie est consacrée à la présentation du système expérimental ayant permis l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein de sodium, confiné dans un piège optique fortement focalisé. Les spécificités de cette expérience y sont mises en avant, ainsi que les résultats originaux qui en découlent. Dans le premier chapitre, le dispositif expérimental est détaillé, et nous présentons la méthode de chargement de notre piège magnéto-optique de sodium grâce à la désorption induite par la lumière. Cette méthode permet un chargement du piège en 5 s, tout en assurant le retour à une pression de base faible en moins de 100 ms. Dans le second chapitre, nous décrivons la mise en place d'un piège dipolaire optique croisé, qui permet le transfert des atomes du PMO dans un piège conservatif pour y effectuer un refroidissement par évaporation. Nous étudions le mécanisme de transfert des atomes dans ce piège croisé, et développons un calcul numérique permettant de décrire l'évolution des caractéristiques du nuage (nombre d'atomes, température et densité dans l'espace des phases) pendant la phase d'évaporation. Dans le troisième chapitre, nous traitons de l'objectif de microscope que nous avons conçu pour notre expérience, qui permet à la fois la formation d'un piège dipolaire fortement focalisé et l'imagerie des atomes confinés dans ce piège. En tirant parti de ce confinement supplémentaire, nous démontrons la formation d'un condensat de Bose-Einstein après une phase de refroidissement par évaporation de 2 s. Après 3 s, nous obtenons un BEC quasi-pur de plusieurs milliers d'atomes. Enfin, des éléments de perspective sont donnés, notamment en ce qui concerne le comptage des atomes en utilisant la fluorescence dans une mélasse optique.



## Chapitre 5

# Conception du dispositif expérimental et refroidissement laser

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons traité des aspects théoriques de la formation de nuages atomiques dans certains états quantiques de spin fortement corrélés. De tels états sont expérimentalement très sensibles aux champs magnétiques parasites [84, 133, 72], et il n'est possible de les observer que dans un environnement protégé par un blindage magnétique.

Cette constatation nous a conduits à la conception d'un nouveau dispositif expérimental pour l'observation de tels états, prenant en compte les différentes contraintes posées par cet objectif. Une enceinte à vide en titane a été dessinée, ce matériau étant amagnétique, ce qui assure l'absence de champ magnétique résiduel causé par l'enceinte. Le reste du montage expérimental autour de cette enceinte, également amagnétique, est conçu pour constituer un encombrement minimal, afin de pouvoir l'entourer d'un blindage magnétique de volume relativement réduit, et donc de coût acceptable. La conception d'un nouveau dispositif expérimental a également été l'occasion de développer un système de contrôle informatisé automatisant au maximum la prise de données, tout en assurant le pilotage synchronisé et reproductible des éléments de l'expérience. La description de ces divers aspects sera l'objet de la première partie de ce chapitre.

Grâce à ce dispositif, nous avons pu refroidir un gaz d'atomes de sodium, en utilisant la source laser décrite dans la partie précédente. Une expérience sur les atomes ultra-froids peut habituellement se décomposer en trois phases successives : une source atomique crée une vapeur de l'atome étudié dans l'enceinte, puis ces atomes sont capturés et pré-refroidis par un piège magnéto-optique (PMO), et enfin ils sont transférés dans un piège conservatif où un refroidissement par évaporation est opéré pour atteindre le régime de la condensation de Bose-Einstein. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous traiterons donc de la formation d'une vapeur de sodium dans notre enceinte, et de sa capture par le PMO. En particulier, nous étudierons l'utilisation de

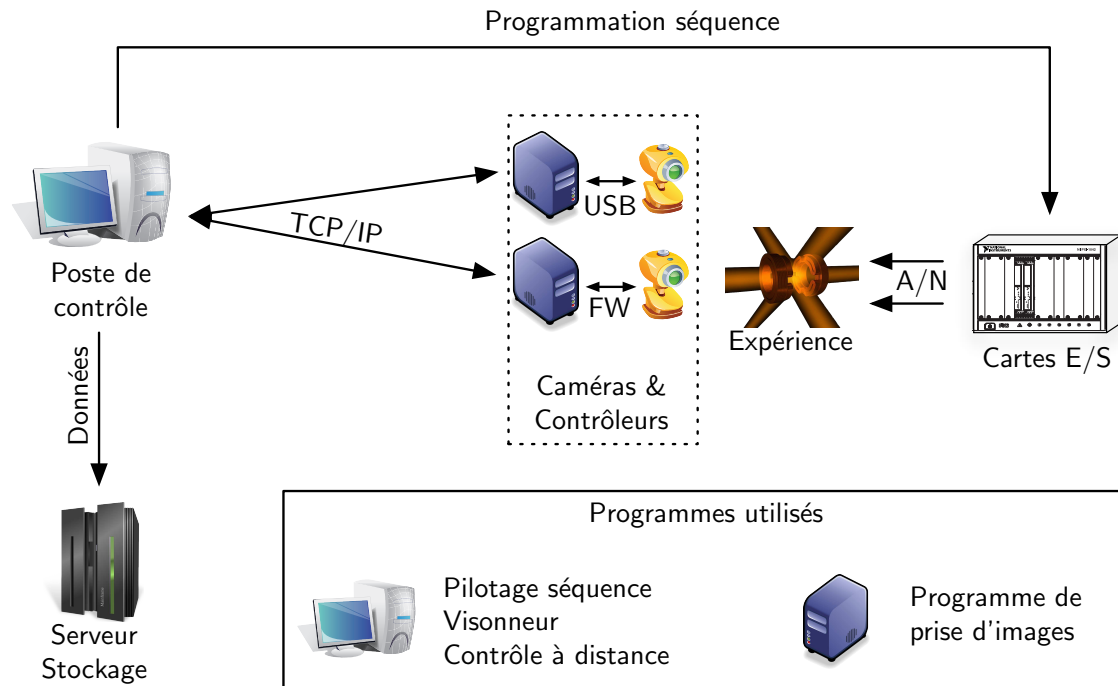
la désorption atomique induite par la lumière (*Light-induced atomic desorption*, LIAD par la suite) [134, 135]. Ce phénomène, analogue à l'effet photoélectrique, consiste en la libération d'atomes adsorbés sur une surface lorsque celle-ci est illuminée, par absorption d'un photon de grande énergie (lumière ultra-violette). Il a été initialement observé sur des cellules en verre contenant du sodium, avec des parois recouvertes d'un traitement particulier, puis étudié pour différentes espèces atomiques et différents substrats [134, 136, 137, 138, 139, 140, 141]. Son utilité pour la production de gaz quantiques a été démontrée avec le rubidium [135, 142, 143, 144, 145] et le potassium [146, 147]. En effet, comme nous le verrons dans ce chapitre, le LIAD permet d'obtenir un contrôle rapide sur la pression régnant à l'intérieur de l'enceinte à vide où se déroule l'expérience. Ainsi, il est possible de multiplier la pression partielle de sodium par un facteur 40, afin de créer une vapeur de sodium pour charger le PMO, puis de retrouver une pression de base faible en un temps très bref, que nous avons mesuré comme étant inférieur à 100 ms. Le travail effectué sur le chargement du PMO par LIAD a été publié dans [48].

## 5.1 Interface informatique

La production et l'étude d'un piège magnéto-optique puis d'un condensat de Bose-Einstein nécessite la mise en place d'un système informatique versatile et robuste. En effet, ces expériences impliquent d'une part l'exécution d'une séquence de commandes analogiques (ex. commande de courant de bobines, puissance et fréquence des MAO, etc. . .) et numériques (ex. signal de déclenchement d'un MAO ou un obturateur, etc. . .), et d'autre part la prise de données analogiques (ex. signaux issus de photodiodes) et d'images capturées par des caméras CCD. Les commandes envoyées lors des séquences se doivent d'être synchronisées les unes par rapport aux autres et peuvent être cadencées jusqu'à plusieurs centaines de kilohertz. Il faut pouvoir les reprogrammer à loisir, et lancer successivement des séries de séquences en faisant varier certains paramètres. Les données collectées doivent quant à elles être stockées et indexées en temps réel afin d'en faciliter le traitement futur, alors que les images peuvent provenir de plusieurs ordinateurs différents. Le dispositif nous permettant de respecter ce cahier des charges a été intégralement mis en place durant mon travail de thèse. Ses principales caractéristiques sont exposées dans cette section.

### 5.1.1 Organisation de la prise de données

Nous pouvons en premier lieu donner un aperçu général du processus de prise de données dans notre expérience. Afin de faciliter l'accès aux données déjà prises ainsi que leur enregistrement depuis diverses sources, nous avons choisi une structure de serveur réseau, qui contient le disque dur stockant toutes les données de l'expérience. Tous les ordinateurs utilisés sont mis en réseau via ce serveur, et peuvent lire et écrire ces données. Ce réseau est local, ce qui le rend insensible aux éventuelles pannes extérieures (voir Fig. 5.1). L'utilisation de multiples ordinateurs est justifiée par la multipli-



**FIGURE 5.1.** Schéma de principe de notre dispositif de prise de données. Le poste de contrôle réalise le stockage sur le serveur de données, et pilote les cartes d'entrée/sortie (E/S), ainsi que les ordinateurs connectés à des caméras (Instructions envoyées par TCP/IP). Il permet également de visionner les images prises par les caméras, et de contrôler à distance les autres ordinateurs via le protocole de bureau à distance (RDP). FW : Firewire. A/N : Commandes analogiques et numériques.

cité des tâches à accomplir au sein de l'expérience. Ainsi, l'un des ordinateurs se charge du pilotage des commandes analogiques et numériques, tandis que plusieurs petites machines moins puissantes sont réparties à proximité de l'expérience pour recevoir les données provenant des caméras.

Une expérience telle que la nôtre prend à chaque séquence une image sur deux à trois caméras différentes simultanément. Dans notre cas, ces caméras sont une caméra Firewire (Basler A102F), un caméra USB (Lumenera Lu165), et une caméra PIXIS de Princeton Instruments (1024F). Or, il est difficile de consacrer un ordinateur à plus de deux périphériques d'imagerie (parfois un seul). S'il est possible de laisser chacune de ces machines indépendantes et en position d'attente, et de simplement se fonder sur les signaux de déclenchement TTL pour la prise d'images, cette méthode présente plusieurs inconvénients. D'une part, chaque image prise possède un nom arbitraire, qu'il faut recenser à la main comme correspondant à la séquence qui vient d'être effectuée, ce qui nuit à l'automatisation de la prise de données. D'autre part, il est fastidieux d'observer en temps réel les images enregistrées, car il faut observer tous les ordinateurs à la fois. Notre solution logicielle, décrite dans l'annexe C.3, fait en sorte que les images prises par les diverses caméras possèdent toutes le même nom les reliant clairement à une séquence donnée, ce qui facilite l'automatisation du traitement des données. Elle permet également d'observer toutes les images prises sur un unique écran de contrôle, bien qu'elles proviennent d'ordinateurs différents. Ces fonctionnalités sont assurées par une



communication bidirectionnelle entre l'ordinateur principal et ces machines auxiliaires, qui permet l'envoi d'instructions aux caméras en début de séquence et la récupération des images prises à la fin. Cela autorise également l'observation des images sans pour autant les sauvegarder (ex. pour les séquences de réglages), afin de minimiser l'espace disque occupé.

### 5.1.2 Contrôle informatique des entrées/sorties

Outre la gestion des caméras, le système informatique de l'expérience est capable de piloter une batterie de cartes d'entrées/sorties et de programmer des séquences expérimentales complexes.

Le matériel utilisé pour la génération de séquences et la prise de données analogiques est un châssis PXI National Instruments, dans lequel des cartes aux diverses fonctions sont insérées<sup>1</sup>. On dispose ainsi de 64 sorties digitales indépendantes, 16 sorties analogiques indépendantes, ainsi que 20 entrées analogiques. Les sorties digitales peuvent être cadencées jusqu'à 10 MHz, cette bande passante étant nettement réduite si l'on fait fonctionner toutes les sorties simultanément. Nous travaillons donc avec un échantillonnage de 100 kHz, qui est suffisant pour nos séquences. De la même manière, nous travaillons avec des sorties analogiques à 10 kHz de bande passante, et l'acquisition s'effectue à 1 kHz, ce qui constitue un taux suffisant pour l'observation de variables qui évoluent lentement (fluorescence du piège magnéto-optique par exemple). Le pilotage de ces diverses cartes est aisé en utilisant les pilotes fournis par le constructeur. Nous avons par ailleurs vérifié que la qualité de la synchronisation entre les différentes cartes était suffisante pour notre application (voir Annexe C.1).

Nous utilisons le logiciel employé dans le groupe de W. Ketterle (MIT), nommé *Cicero*<sup>2</sup>, pour programmer des séquences expérimentales et piloter ces cartes d'entrées/sorties. Un logiciel programmé au début de mon travail de thèse a cependant été utilisé pendant les deux premières années (voir C.2). *Cicero* utilise une interface fondée sur un découpage de la séquence en étapes temporelles. A chacune de ces étapes, les valeurs digitales peuvent être commutées et la génération d'une fonction analogique peut être lancée. Tous les paramètres de ces étapes, y compris leur durée, peuvent être assignés à des variables, sur lesquelles il est possible d'effectuer des boucles. Des délais sont applicables à certains pulses digitaux, pour prendre en compte un délai physique du matériel (par exemple le temps d'ouverture d'un obturateur). Cette structure en étapes temporelles est beaucoup plus adaptée à la programmation de séquences expérimentales longues et complexes. Cependant, bien que ce programme soit très complet, nous avons estimé nécessaire de l'enrichir en ajoutant des fonctionnalités importantes, détaillées dans l'annexe C.2. Avec l'ajout de ces nouvelles fonctions, le logiciel est utilisé depuis mai 2009 sans le moindre problème, et nous n'avons jamais eu besoin de retoucher son code.

1. Le châssis a pour référence PXI NI-1042, les cartes de sorties analogiques NI-6713, les cartes de sorties digitales NI-6533/34 et la carte d'acquisition analogique NI-6259.

2. Le développeur de ce logiciel est A. Keshet, étudiant en thèse au MIT.

## 5.2 Dispositif expérimental robuste face aux perturbations

Le contrôle informatique de l'expérience étant caractérisé, nous nous intéressons au dispositif expérimental au sein duquel nous avons réalisé le piège magnéto-optique et le condensat de sodium. Dans la première partie de ce mémoire, des expériences ont été proposées permettant d'obtenir des états quantiques de spin fortement intriqués. L'observation de tels états nécessite le maintien d'un temps de cohérence suffisamment long pour que l'état puisse être formé. Il nous a donc fallu construire un dispositif expérimental dont la conception mécanique atténue le plus possible les perturbations extérieures, mécaniques ou électro-magnétiques.

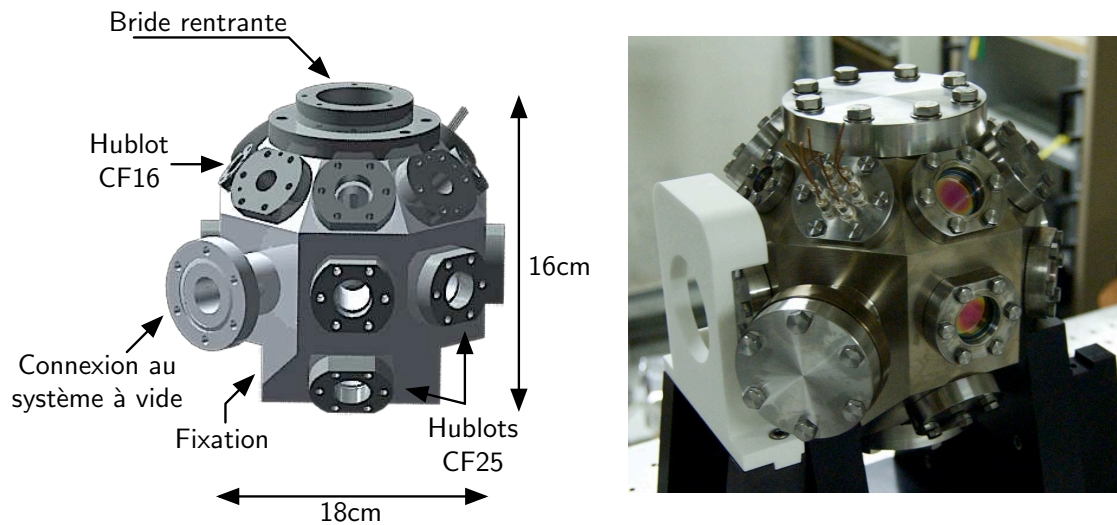
### 5.2.1 Enceinte à vide amagnétique

L'élément central du dispositif est l'enceinte à vide dans laquelle les manipulations expérimentales d'atomes ont lieu. Celle-ci doit être isolée de tout champ magnétique fluctuant, source de décohérence (voir Ch. 2). Pour cette raison, nous avons décidé de faire réaliser cette enceinte en titane<sup>3</sup> (plus précisément en un alliage  $\text{TiAl}_6\text{V}_4$ , grade ELI), qui est un matériau amagnétique dans lequel ne peuvent donc résider de champs magnétiques permanents. Cette solution a été préférée à une réalisation en aluminium, également amagnétique, car le titane est plus adapté à l'utilisation pour l'ultra-vide, tout en demeurant facile à usiner. Afin que l'ensemble de la réalisation demeure amagnétique, un grand soin a été porté aux matériaux composants les différents éléments de l'enceinte à vide. En effet, outre le corps de l'enceinte intégralement en métal, des hublots sont utilisés pour permettre l'observation des nuages atomiques. Ces hublots ont été fabriqués sur mesure afin de garantir la non-utilisation de matériaux magnétiques lors de leur fabrication. Ainsi, le kovar magnétique fréquemment utilisé pour réaliser le joint entre le verre du hublot (de la silice fondue dans notre cas) et le métal composant la bride du hublot (du titane ici) a été remplacé par un alliage de molybdène/tantale, non magnétique<sup>4</sup>. De même les vis utilisées pour le montage de la chambre à vide sont en titane. Enfin, les joints pour l'ultra-vide utilisés sont des joints CF en cuivre, non magnétiques.

Cette configuration nécessitant la commande de nombreuses pièces sur mesure compatibles avec une utilisation pour l'ultra-vide a constitué un part importante de notre travail, et n'a pu être mise en place pour une utilisation expérimentale qu'en octobre 2008. Tous les résultats obtenus précédemment, notamment la première obtention d'un piège magnéto-optique de sodium à partir du laser tout-solide, ont été réalisés dans une cellule en verre en Pyrex standard, puis dans une enceinte à vide en acier. Ces différents environnements ont ainsi pu être testés pour la désorption induite par la lumière (voir Sec. 5.4).

3. La fabrication de l'enceinte a été réalisée par R.-U. AEA Special Techniques, Oxfordshire, R.-U..

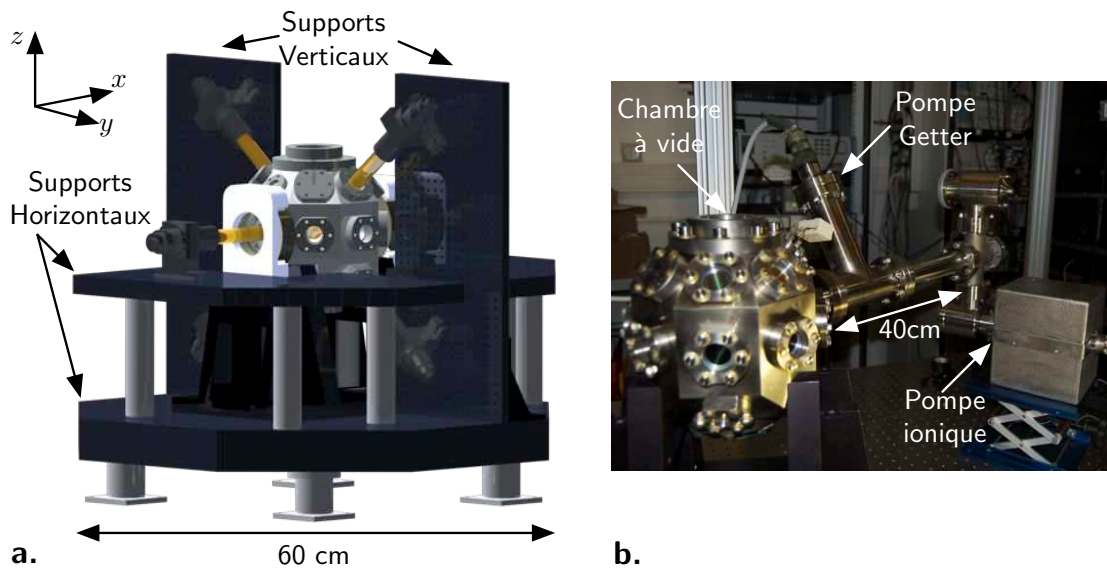
4. Ces hublots ont été réalisés par MPF Products Inc., Gray Court, SC, USA. Un magnétomètre a permis de mesurer un champ de l'ordre de  $100 \mu\text{G}$  au voisinage d'un de ces hublots, même après exposition à un aimant permanent.



**FIGURE 5.2.** A gauche, représentation de l'enceinte à vide, montrant les différents accès optiques disponibles. On y distingue l'accès pour la bride rentrante permettant un accès avec une grande ouverture numérique (l'ouverture symétrique se trouve en face, non visible sur la figure), ainsi que les divers hublots CF16 et CF25. La connexion au reste du système à vide est assurée par une ouverture CF40 déportée. A droite, photographie de la chambre réalisée. Elle est montée sur son support (en noir), et l'un des supports pour les bobines réalisant le gradient du piège magnéto-optique est également visible (en blanc).

La nécessité d'une réalisation sur mesure de la chambre à vide nous a en revanche conféré une grande liberté vis-à-vis de sa géométrie, que nous avons exploitée. En effet, la formation d'un piège dipolaire de piégeage fortement focalisé comme celui décrit dans le chapitre 1 implique la présence d'un port possédant une grande ouverture numérique (de l'ordre de 0.3) sur l'enceinte à vide, afin d'y faire passer le laser fortement focalisé. Nous avons donc dessiné l'enceinte à vide de manière à disposer de deux hublots de 50 mm de diamètre utile, se faisant face (voir Fig. 5.2). Ceci est rendu possible en utilisant des brides rentrantes, qui amènent la fenêtre des hublots à 50 mm du centre de la chambre où se situera le nuage atomique. Dans ces brides rentrantes pourra être inséré un objectif de microscope de qualité suffisante pour pouvoir focaliser le micro-piège optique (voir Ch. 7). La qualité optique de cette fenêtre est par ailleurs garantie avec une planéité inférieure à  $\lambda/10$  et un angle avec l'axe optique inférieur à  $0.2^\circ$ . L'opportunité de disposer de deux brides de ce type se faisant face sera également discutée dans le chapitre 7.

D'autres accès optiques sont nécessaires au fonctionnement de notre expérience. On compte notamment six hublots nécessaires aux faisceaux du piège magnéto-optique, quatre hublots destinés au passage du premier piège dipolaire de forte puissance (voir Ch. 6), ainsi que des hublots utilisés pour agir sur la teneur en sodium de la chambre, que ce soit par le biais de *dispensers* de sodium ou en éclairant ces hublots de lumière pour la désorption induite (Sec. 5.4). Nous pouvons également évoquer la nécessité d'ouvertures pour l'émission de micro-ondes à l'intérieur de la chambre pour agir sur l'état de spin des atomes (voir Ch. 2), même si ces sources ne sont pas installées au moment de la rédaction de ce mémoire. Nous avons donc dessiné une enceinte à vide compor-



**FIGURE 5.3.** (a) : Représentation du montage expérimental complet. On y distingue l'enceinte à vide, son support, les bobines réalisant le gradient du piège magnéto-optique, ainsi que la structure permettant de monter des éléments optiques. Les faisceaux du piège magnéto-optique (voir section suivante) sont notamment représentés. Les plans horizontaux sont hexagonaux, et le système s'inscrit dans un cylindre de 60 cm. (b) : Photographie du système à vide complet, comprenant l'enceinte et les pompes utilisées.

tant deux hublots CF16 et seize hublots CF25 en plus des deux hublots rentrants déjà mentionnés. Le dessin de cette chambre ainsi qu'une photographie de celle-ci une fois réalisée est visible sur la figure 5.2.

### 5.2.2 Compacité du montage expérimental

Le dessin de notre enceinte à vide étant finalisé, il nous a fallu l'inclure au sein d'un dispositif expérimental respectant les conditions d'isolation des perturbations mécaniques et électro-magnétiques déjà évoquées. En ce qui concerne les champs magnétiques extérieurs, le support de l'enceinte est réalisé en aluminium, amagnétique. De plus, cet ensemble formé de l'enceinte et de son support est conçu pour être enveloppé d'un blindage magnétique permettant de l'isoler de perturbations magnétiques extérieures. Cette isolation assurera l'environnement magnétique "propre" indispensable à l'observation d'états de spins fortement corrélés. Le blindage magnétique n'est cependant pas encore réalisé, et tous les résultats présentés ont été mesurés sans qu'il ne soit présent.

En prévision de l'utilisation de ce blindage, nous avons tout de même conçu le dispositif sous de fortes contraintes de compacité, afin qu'il puisse être contenu dans un faible volume. En premier lieu, le montage des éléments optiques nécessaires à l'expérience est réalisé sur des plans horizontaux au-dessous, dans le plan médian et au-dessus de la chambre à vide, mais aussi sur des plans verticaux de part et d'autre de la chambre, notamment pour les faisceaux du piège magnéto-optique [voir Fig. 5.3 (a)]. Ceci permet de réaliser des montages optiques complexes avec un encombrement minimal. Ainsi,

l'ensemble des éléments optiques et la chambre à vide qu'ils entourent sont circonscrits dans un cylindre de 60 cm de diamètre, ce qui permettra au bouclier magnétique de venir aisément envelopper le montage. Cette enceinte possède un faible volume (0.3 l). L'ultra-vide y est uniquement maintenu par une pompe ionique  $20 \text{ l s}^{-1}$  et nous estimons la vitesse de pompage à  $4.5 \text{ l s}^{-1}$  à l'intérieur de l'enceinte. Cette pompe comporte un aimant permanent très important et se trouve donc placée à l'autre bout d'un tube de 40 cm de long, hors du bouclier magnétique [voir Fig. 5.3 (b)]. Nous avons ajouté une pompe à fixation ("pompe Getter"), non magnétique, juste à côté de l'enceinte à vide, pour compenser l'éloignement de la pompe ionique. Cette pompe dont le fonctionnement est fondé sur la nature chimique du composé exposé dans la chambre est particulièrement efficace pour piéger l'hydrogène. Après dix jours d'étuvage de l'enceinte à  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ , la pression résiduelle atteinte est en-dessous du seuil de détection du contrôleur de la pompe (limité à  $\sim 100 \text{ nA}$ , correspondant à  $10^{-9} \text{ mbar}$ ).

Afin de réaliser un gradient de champ magnétique à l'intérieur de l'enceinte à vide, indispensable au fonctionnement du piège magnéto-optique (voir section 5.3), deux bobines de cuivre creux sont disposées dans l'axe  $x$  de part et d'autre de l'enceinte, autour de deux hublots [voir Fig. 5.3 (a)]. Elles sont maintenues en position par un support en Macor (céramique amagnétique usinable), solidaire du support de l'enceinte, visible sur la figure 5.2 (b).

L'efficacité d'un blindage magnétique dépend également du faible nombre d'ouvertures qui lui sont pratiquées, ainsi que de leur taille qui se doit d'être minimale. La lumière laser utilisée pour l'expérience, qu'il s'agisse des pièges dipolaires ou de lumière résonnante, est donc acheminée uniquement par fibre optique. On peut également signaler ici que les signaux électriques analogiques provenant d'appareils à l'intérieur de la zone du bouclier sont acheminés par des câbles terminés par des connecteurs multi-contacts d'un centimètre de diamètre<sup>5</sup>. Ces câbles transportent jusqu'à quatre signaux ayant une masse commune, ainsi que les tensions d'alimentation positive et négative.

### 5.3 Réalisation du piège magnéto-optique

La voie empruntée pour toutes les réalisations d'un CBE de sodium est l'utilisation d'un ralentisseur Zeeman [148, 149] pour le refroidissement laser. Ce procédé standard permet d'obtenir un jet de sodium pré-refroidi, qui permet de charger très efficacement un PMO. Cependant, notre expérience, du fait de sa sensibilité aux champs magnétiques extérieurs, peut difficilement supporter un ralentisseur Zeeman. On doit envisager d'autres procédés de chargement, tels que le double PMO [150], le PMO 2D [151, 152], où le chargement d'un PMO à partir d'une vapeur ambiante. Dans les deux premiers cas, les atomes sont capturés dans une première enceinte où la pression est élevée et où le chargement du PMO est donc efficace, puis ils sont transférés dans une seconde enceinte (ces deux étapes sont simultanées dans le cas d'un PMO 2D), où la pression est bien plus faible et assure une longue durée de vie aux atomes piégés. L'en-

5. Connecteur LEMO ECG.OB.307, sept contacts.

combrement que ces deux enceintes impliquent nous a conduit à opter pour la troisième solution où l'ensemble de l'expérience se déroule dans une enceinte unique. La vapeur de sodium peut dans ce cas être obtenue en utilisant un réservoir d'atomes [153, 154] ou des *dispensers* [155, 156, 142].

### 5.3.1 Sources atomiques pour le chargement

Les contraintes de compacité et de faibles champs magnétiques imposaient le choix des *dispensers* de sodium. Un *dispenser* est une petite structure en métal qui renferme une poudre d'oxyde d'alcalin, le sodium dans notre cas, cette poudre étant chimiquement inerte à température ambiante [155, 156, 142] [voir Fig. 5.4 (a)]. Une vapeur de sodium peut être libérée en activant une réaction d'oxydo-réduction qui n'a lieu qu'à haute température. Cette activation est réalisée en faisant circuler un courant électrique (de l'ordre de quelques ampères) dans l'enveloppe métallique du *dispenser*. Les *dispensers* utilisés dans notre expérience<sup>6</sup> fonctionnent avec un courant modéré ( $< 4$  A) pour éviter de relâcher de grandes quantités de sodium dans l'enceinte. Deux de ces *dispensers* y sont implantés en utilisant des connecteurs compatibles ultra-vide et un passage électrique CF25 sur mesure<sup>7</sup>. Ils sont situés à environ 4 cm du centre de l'enceinte. Seul l'un d'entre eux est utilisé, le second étant présent en cas d'épuisement de la réserve de sodium du premier.

Ces *dispensers* ont d'abord été utilisés dans des expériences de condensats sur puces à atomes. Le temps de réponse des *dispensers* est de l'ordre de plusieurs secondes, ce qui se répercute sur l'évolution de la pression de sodium à l'intérieur de l'enceinte [155] qui n'a pas le temps de diminuer et demeure importante pendant la formation du condensat. Leur utilisation dans une expérience sur puce n'est possible que grâce aux taux de collisions importants dans ce type d'expérience, qui assurent l'obtention d'un CBE en un temps très bref. Cependant, la courte durée de vie de l'échantillon limite les expériences pouvant être réalisées.

Pour résoudre ce problème, nous disposons d'une autre méthode pour augmenter la pression de sodium dans l'enceinte : la désorption induite par la lumière. La lumière utilisée provient de diode électro-luminescente (LEDs), émettant dans une gamme de longueurs d'onde comprise entre 370 nm et 390 nm<sup>8</sup>. Chacune de ces LEDs émet 350 mW de puissance lumineuse. Nous les montons par paire sur un dissipateur thermique permettant de limiter l'élévation de leur température en fonctionnement. Dans la configuration utilisée pour les mesures rapportées dans ce chapitre, nous utilisons deux paires de LEDs, placées en face de deux hublots de l'enceinte à vide [voir Fig. 5.4 (b)]. Nous les alimentons par un courant allant de 0 à 1.5 A (courant maximum spécifié). Nous avons vérifié la linéarité de l'intensité lumineuse produite par les LEDs en fonction du courant d'alimentation dans cette gamme.

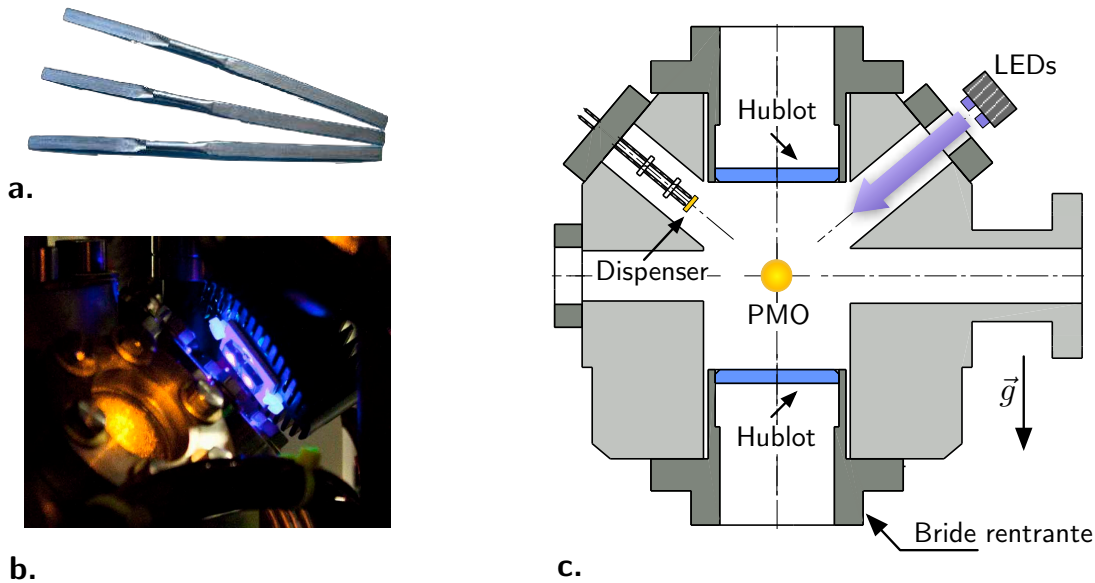
Le schéma d'une section de l'enceinte faisant apparaître un *dispenser* et une paire

6. Alvatec GmbH, Althofen, Autriche.

7. MPF Products Inc., Gray Court, SC, USA.

8. Il s'agit des modèles NCSU033A and NCSU034A de Nichia Corporation, Tokyo, Japon.





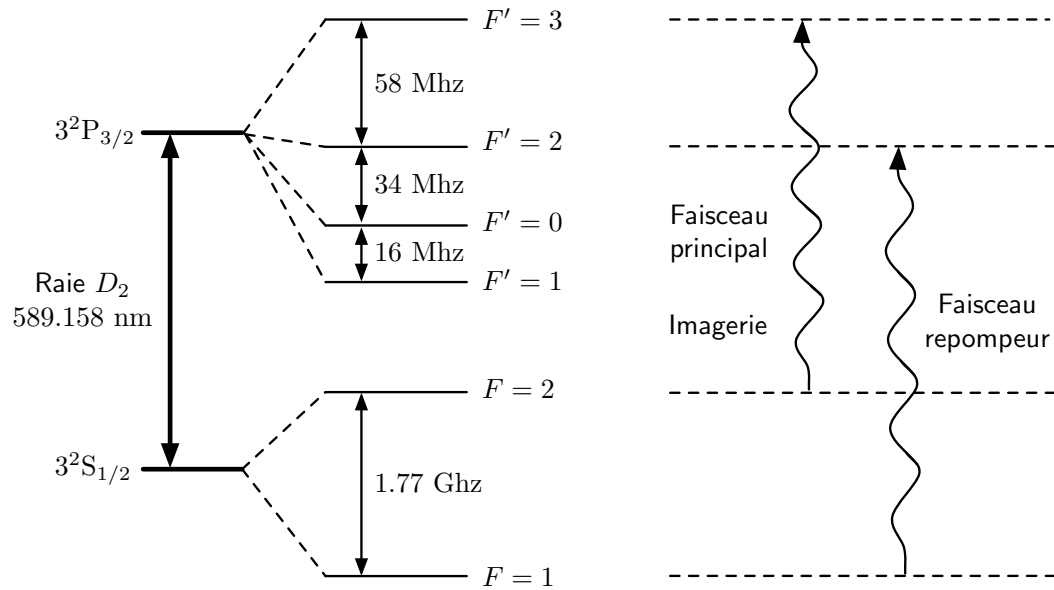
**FIGURE 5.4.** (a) : Dispensers de sodium utilisés pour notre expérience. (b) : Photographie d'une paire de LEDs émettant dans l'ultra-violet proche, fixée sur un dissipateur thermique et installée sur l'expérience. Elles illuminent l'enceinte à vide à travers un hublot CF25 en silice fondue. (c) : Section de l'enceinte à vide indiquant l'emplacement des dispensers de sodium et d'une paire de LEDs. Les LEDs éclairent les parois métalliques de l'enceinte, ainsi que les grandes surfaces de verre des hublots au bout des brides rentrantes en haut et en bas de l'enceinte.

de LEDs est représenté sur la figure 5.4 (c). Les LEDs ont été montées en face de deux hublots CF25 (seule l'une des paires est visible sur cette section). Nous avons également placé une paire de LEDs en face d'un grand hublot CF63 attaché à une bride rentrante, et cela constitue l'emplacement le plus efficace, que nous avons donc adopté pour le moment. Cependant, cela implique de boucher l'un de nos ports à grande ouverture numérique, et une pièce mécanique permettant l'illumination par les LEDs en conservant une ouverture raisonnable est en cours de conception.

### 5.3.2 Montage expérimental

Les sources de la vapeur de sodium étant identifiées, nous pouvons décrire le montage permettant la réalisation expérimentale du PMO. Le piège fonctionne en combinant une force de rappel vers le point où le champ magnétique s'annule et une force de friction [157]. Pour des vitesses atomiques élevées, la friction trouve son origine dans l'effet Doppler, qui rend l'interaction avec la lumière sensible à la vitesse atomique. Ce mécanisme ne permet pas de descendre en dessous de températures de l'ordre de la température Doppler pour la transition de refroidissement utilisée,  $T_D = \hbar\Gamma/2k_B \simeq 235 \mu\text{K}$  dans notre cas.

Expérimentalement, un PMO requiert la mise en place de plusieurs éléments. Tout d'abord, trois paires de faisceaux laser contra-propageants, dits faisceaux principaux, sont nécessaires. Ils sont polarisés  $\sigma^\pm$  et se croisent au centre de l'enceinte. Ces fais-



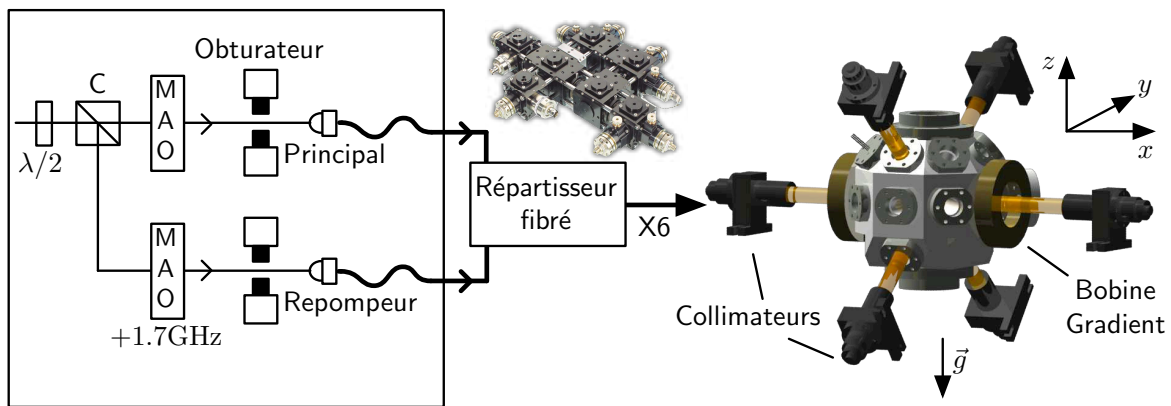
**FIGURE 5.5.** Schéma des niveaux du  $^{23}\text{Na}$  (en champ magnétique nul). Nous indiquons les structures fines et hyperfines, avec les écarts en énergie correspondants. À droite, nous indiquons les transitions utilisées pour le refroidissement laser et l'imagerie (voir §5.3.3).

ceaux sont légèrement désaccordés dans le rouge de la transition atomique utilisée pour le refroidissement, dans notre cas la transition  $|3S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |3P_{3/2}, F' = 3\rangle$  (voir Fig. 5.5). Pour que les atomes qui se retrouvent dans l'état  $|F = 1\rangle$  après une transition non résonnante vers  $|F' = 2\rangle$  continuent à être refroidis, un faisceau dit repompeur est superposé à chaque faisceau principal, accordé sur la transition  $|3S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |3P_{3/2}, F' = 2\rangle$ . Le laser jaune dont nous disposons est asservi 227 MHz sur le bleu de la transition de refroidissement. Il est donc séparé en deux bras distincts, qui doivent chacun subir un décalage en fréquence adéquat pour constituer la lumière des faisceaux principaux et repompeurs [voir Fig. 5.6]. La partie dédiée aux faisceaux principaux peut être ramenée sur le rouge de la transition de refroidissement par un simple MAO. En revanche, accorder la lumière du faisceau repompeur est plus délicat, car le décalage en fréquence qui doit être appliqué est le décalage entre la fréquence de refroidissement et de repompage, soit 1.7 GHz [102]. Nous avons fait le choix dans notre montage d'utiliser un MAO particulier, capable de réaliser ce décalage en simple passage<sup>9</sup>. Cette simplicité a un coût en terme d'efficacité, car seul 15% de la puissance traversant ce MAO est diffractée et utilisable pour les faisceaux repompeurs. Une solution alternative consiste à utiliser un modulateur électro-optique sur le faisceau principal. Le faisceau est alors modulé en fréquence à 1.7 GHz, ce qui a pour effet de transférer une partie de la puissance du faisceau principal à la fréquence de repompage. Dans ce cas, les deux type de faisceaux sont confondus spatialement. Notre solution permet au contraire de contrôler indépendamment les faisceaux principaux et repompeurs.

Sur chacun de ces deux bras se situe également un obturateur mécanique. En conjonction avec le MAO, il offre une méthode efficace d'extinction du faisceau. En

9. Fabriqué par Brimrose Corp., USA.





**FIGURE 5.6.** Schéma du dispositif expérimental pour la réalisation du PMO de sodium. La partie gauche détaille le montage optique réalisé pour la production des faisceaux principaux et repompeurs nécessaires au PMO. La lumière du laser jaune est divisée en deux bras par une lame  $\lambda/2$  et un cube séparateur de polarisation (C), chaque bras étant ensuite amené à la bonne fréquence par un modulateur acousto-optique (MAO), et pouvant être coupé par un obturateur. Le répartisseur fibré distribue ces deux bras en six fibres optiques envoyées vers l'enceinte à vide (partie droite du schéma). Six collimateurs et deux bobines créant un champ magnétique quadrupolaire permettent alors de former le PMO.

effet, l'extinction de la radio-fréquence envoyée au MAO permet de diminuer de quatre ou cinq ordres de grandeur la puissance dans le bras considéré, en un temps de l'ordre de la microseconde. En revanche, cette extinction s'avère insuffisante sur de longues durées (de l'ordre de la seconde) pour de la lumière résonnante avec les atomes. L'obturateur mécanique vient alors couper totalement le faisceau, avec une constante de temps de l'ordre de la milliseconde. Cela permet de rallumer aussitôt après le MAO, qui ne doit pas rester trop longtemps éteint pour demeurer stable thermiquement. Pour obtenir ces temps de coupure mécanique, nous avons utilisé tout d'abord un dispositif "fait-maison" tirant profit de la rapidité des moteurs de disque dur [158]. Un élément bloquant est fixé au bout du bras du disque en remplacement de la tête de lecture. Ce dispositif est très satisfaisant, mais nécessite un temps de fabrication non négligeable, et possède un encombrement qui peut être gênant dans certaines configurations. Nous utilisons donc également des obturateurs commerciaux<sup>10</sup>, permettant des temps de coupure similaires.

Chacun des bras est ensuite injecté dans une fibre optique, et ces deux fibres sont connectées à un répartisseur fibré commercial<sup>11</sup>, permettant à la fois le mélange des deux lumières, et la division en six faisceaux, injectés chacun dans une fibre optique. Nous disposons donc en sortie d'un tel dispositif de six fibres optiques, émettant à la fois de la lumière pour le refroidissement et pour le repompage, qui correspondent aux six faisceaux nécessaires à la réalisation du PMO. Le répartisseur permet de respecter la condition de montage tout fibré imposée par le blindage magnétique (voir Sec. 5.2), tout en assurant une utilisation simplifiée car seules les deux injections des fibres d'entrées doivent être réalisées sur la table optique des lasers. La stabilité de ce dispositif est excellente, et nous ne retouchons ses réglages qu'une fois tous les six mois en moyenne.

10. Fabriqués par CVI-Melles Griot.

11. Schäfter + Kirchhoff, GmbH, Allemagne.

La somme des puissances disponibles en sortie des six fibres vaut environ 30% de la puissance disponible avant le couplage dans la fibre d'entrée. L'efficacité du répartisseur seul, sans compter les pertes dues à ce couplage, est de 60% environ. Chacun des six faisceaux est mis en forme par un collimateur. Celui-ci produit un faisceau collimaté de 11 mm de rayon à  $1/e^2$ , directement exploitable pour la formation du piège.

L'autre point expérimental nécessaire à la réalisation d'un PMO est la formation d'un gradient de champ magnétique s'annulant au centre de l'enceinte, à l'endroit où le piège sera formé. Comme mentionné plus haut, ce gradient est réalisé par deux bobines coaxiales en configuration quadrupolaire de part et d'autre de l'enceinte, alignées sur l'axe  $x$  [voir Fig. 5.6]. Chaque bobine est un enroulement de 7 spires de 11 cm de diamètre, réalisé à partir d'un tube creux de cuivre de 4 mm de section externe et 2 mm de section interne. Elles génèrent sur l'axe de confinement fort un gradient de  $12.5 \text{ Gcm}^{-1}$  pour 100 A circulant à l'intérieur, ce qui rend nécessaire un écoulement d'eau à l'intérieur pour les refroidir. Un autre point important est le temps nécessaire à la coupure du gradient. Il est limité par l'inductance des bobines d'une part, et les courants de Foucault générés à l'extinction d'autre part. Si nous n'avons pas de solution pour le second problème, nous avons en revanche dessiné un circuit électronique permettant de couper le courant dans les bobines (et pas nécessairement le champ magnétique) en moins d'1 ms : un transistor MOSFET de puissance coupe le circuit, et une varistance en parallèle protège ce mosfet d'une surtension au moment de la coupure. Une diode est également mise en série pour éviter tout retour de courant vers l'alimentation. Etant donné les courants importants utilisés, le circuit se divise en quatre branches, afin de limiter le courant passant dans une branche donnée. Ainsi, le dispositif fonctionne pour des courants atteignant 200 A, ce qui correspond au courant maximum délivré par notre alimentation<sup>12</sup>. Par ailleurs, nous avons mesuré grâce à un capteur de champ magnétique à effet Hall la présence d'un champ magnétique résiduel jusqu'à 200 ms après la coupure du courant dans les bobines. Ce champ a été mesuré juste en-dessous d'une des deux brides rentrantes de large diamètre (CF63). De plus, la conductivité électrique du titane ( $2.3 \times 10^6 \text{ S m}^{-1}$ ) étant plus faible d'un ordre de grandeur que celle du cuivre ( $59.6 \times 10^6 \text{ S m}^{-1}$ ), ce retard à l'extinction du champ est probablement dû à des courants de Foucault créés dans le joint cuivre de grande taille sur cette bride<sup>13</sup>.

Enfin, afin de s'assurer de la nullité du champ magnétique au centre de la chambre, des bobines générant un faible champ magnétique quasi-homogène, dites bobines de compensation, sont utilisées. Une paire coaxiale de ces bobines est installée dans chacune des trois directions de l'espace autour de l'enceinte. Le champ constant créé par chacune des trois paires de bobines (de l'ordre de 1 G au maximum) peut être réglé séparément.

---

12. Alimentation Delta réf. SM15-200D.

13. On peut estimer le temps de décroissance des courants de Foucault [159] pour un joint cuivre de diamètre  $D \sim 7 \text{ cm}$  en calculant  $\mu_0 \sigma D^2 \sim 100 \text{ ms}$ , compatible avec notre mesure (avec  $\sigma$  la conductivité électrique du cuivre).

### 5.3.3 Imagerie par absorption

Afin de pouvoir caractériser et optimiser le piège magnéto-optique et son chargement, nous devons disposer de diagnostics permettant d'évaluer les paramètres physiques du nuage atomique : sa taille, sa température, le nombre d'atomes qui s'y trouvent piégés. Ainsi, nous réalisons l'image des atomes du PMO en utilisant une technique d'imagerie dite par absorption. Cette méthode utilise l'absorption d'un faisceau laser sonde à la traversée du nuage atomique. Celui-ci vient sonder la transition de refroidissement  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  (voir Fig. 5.5), et donne accès à la densité atomique du nuage intégrée selon l'axe de visée. En effet, d'après la loi de Beer-Lambert, l'intensité  $I_T$  de la lumière transmise par le nuage peut s'écrire dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation du faisceau sonde

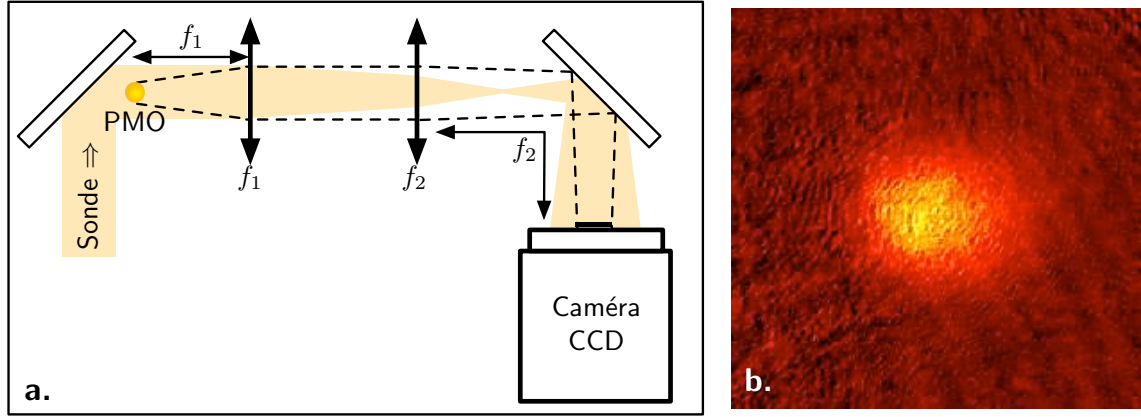
$$I_T(\boldsymbol{\rho}) = I_0(\boldsymbol{\rho}) \exp\left(-\int dz n(\mathbf{r})\sigma_{\text{abs}}[\delta_S, I_0(\boldsymbol{\rho})]\right), \quad (5.1)$$

où  $z$  est pris comme l'axe de propagation du faisceau sonde et  $\boldsymbol{\rho}$  la coordonnée radiale dans le plan transverse.  $\sigma_{\text{abs}}$  est la section efficace d'absorption, qui dépend du désaccord du faisceau sonde par rapport à la fréquence de la transition sondée  $\delta_S$  et de son intensité incidente initiale  $I_0(\boldsymbol{\rho})$ . L'efficacité d'absorption est donnée par le produit de  $\sigma_{\text{abs}}$  par la densité du nuage  $n(\mathbf{r})$ , le tout intégré sur la direction de propagation du faisceau sonde. Si l'on sonde la transition cyclante  $|F = 2, m = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m' = 3\rangle$ <sup>14</sup>, la section efficace d'absorption est donnée par

$$\sigma_{\text{abs}}(\delta_S, I_0(\boldsymbol{\rho})) = \frac{\sigma_0}{1 + \frac{2I_0}{I_{\text{sat}}} + \left(\frac{2\delta_S}{\Gamma}\right)^2}, \quad (5.2)$$

avec  $\sigma_0 = 3\lambda_0^2/2\pi$ , où  $\lambda_0 \approx 589$  nm est la longueur d'onde du faisceau sonde. Pour  $I_0 \ll I_{\text{sat}}$ , on s'attend donc à une résonance de forme Lorentzienne et de largeur à mi-hauteur  $\Gamma/2\pi = 10$  MHz pour la transition considérée. Nous avons vu que cela était vérifié expérimentalement dans le chapitre précédent [voir Fig. 4.9 (b)]. Le profil du faisceau sonde étant gaussien et non uniforme, il est nécessaire d'utiliser une intensité  $I_0$  faible devant l'intensité de saturation  $I_{\text{sat}} = 6.26$  mW/cm<sup>2</sup> pour la raie  $D_2$  du sodium en polarisation circulaire, afin d'assurer l'uniformité de  $\sigma_{\text{abs}}$  en tout point du nuage. Typiquement, nous utilisons une intensité de l'ordre de  $I_0 \approx I_{\text{sat}}/20$ . En plus de l'enveloppe gaussienne, le profil d'intensité du faisceau sonde présente des variations contrastées, notamment dues à des interférences avec de la lumière diffusée sur les hublots. La plupart des imperfections sont néanmoins corrigées *a posteriori* grâce à une procédure de normalisation des images. Pour cela, on prend également une image du faisceau sonde séparée temporellement, sans atome, dont le profil sera donc simplement  $I_0(\boldsymbol{\rho})$ . On prend alors le logarithme de la division numérique de l'image d'absorption par cette

14. Cela est réalisé en utilisant un faisceau sonde possédant une polarisation  $\sigma_+$ .



**FIGURE 5.7.** (a) : Montage optique permettant d'imager l'ombre laissée par le nuage du PMO sur un faisceau sonde résonnant. Les deux lentilles convergentes  $f_1$  et  $f_2$  assurent un grandissement  $f_2/f_1$  au niveau de la caméra. Le faisceau sonde est représenté en jaune et la propagation de l'ombre du PMO est tracée en trait pointillé. (b) : Image des atomes piégés dans le PMO obtenue par la méthode d'imagerie par absorption. L'ombre projetée par le nuage est normalisée par une image témoin, et c'est l'épaisseur optique du nuage qui est représentée.

image témoin pour obtenir le signal

$$EO(\rho) = \sigma_{\text{abs}} \int dz n(\mathbf{r}), \quad (5.3)$$

soit l'épaisseur optique du nuage, proportionnelle à la densité atomique intégrée selon l'axe de visée.

Dans notre expérience, nous utilisons deux axes de visée, l'un selon l'axe  $y$  orthogonal à l'axe des bobines du PMO, et l'autre selon l'axe  $z$  vertical [comme définis dans la figure 5.6]. Un pulse lumineux de repompage de  $300 \mu\text{s}$  est envoyé sur les atomes pour qu'ils soient tous repompés dans l'état  $|F = 2\rangle$  avant la mesure, réalisée par un pulse de faisceau sonde de  $30 \mu\text{s}$ . L'ombre du nuage atomique est enregistrée par une caméra CCD en utilisant le système d'imagerie décrit sur la figure 5.7 (a). L'ombre est collectée sur une première lentille de focale  $f_1$ , puis refocalisée à une taille supérieure par une lentille de focale  $f_2$ , l'image subissant un grandissement d'un facteur  $f_2/f_1$ , typiquement de l'ordre de 2 dans notre expérience. L'épaisseur optique dans le plan orthogonal à l'axe de visée est alors calculée numériquement de la manière décrite précédemment, ce qui permet d'obtenir une image du nuage [Fig. 5.7 (b)]. Nous mesurons le nombre d'atomes piégés dans le PMO  $N_{\text{PMO}}$  à partir de l'intégration de l'épaisseur optique  $EO$  dans ce plan

$$N_{\text{PMO}} = \int d\mathbf{r} n(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sigma_{\text{abs}}} \iint d\rho EO(\rho). \quad (5.4)$$

Nous avons vérifié qu'un faisceau sonde polarisée linéairement est absorbé deux fois moins environ que dans le cas d'une sonde polarisée  $\sigma^+$ . Or l'intensité de saturation de la transition en polarisation linéaire passe de  $I_{\text{sat}}$  à  $11.45 \text{ mW/cm}^2$  [102] d'après

Faisceau principal	Rayon à $1/e^2$	11 mm
	Décalage en fréquence	-20 MHz
	Puissance par bras	1.8 mW
Faisceau repompeur	Rayon à $1/e^2$	11 mm
	Décalage en fréquence	0 MHz
	Puissance par bras	450 $\mu$ W
Bobines PMO	Gradient sur l'axe fort	15 G cm <sup>-1</sup>
	Courant	120 A

**TABLE 5.1.** Résumé des paramètres du piège magnéto-optique. Les puissances sont données pour un des six bras du PMO et les décalages en fréquence sont calculés par rapport à la transition  $|3S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |3P_{3/2}, F'=3\rangle$  du sodium pour les faisceaux principaux et la transition  $|3S_{1/2}, F=1\rangle \rightarrow |3P_{3/2}, F'=2\rangle$  pour les faisceaux repompeurs.

les coefficients de Clebsch-Gordan impliqués dans cette transition, ce qui se répercute directement sur la section efficace d'absorption. Celle-ci est donc réduite d'un facteur  $6.26/11.45 \sim 0.55$ , en bon accord avec l'expérience.

Une photodiode collectant la fluorescence des atomes du PMO est également installée. Elle a été calibrée en utilisant les nombres d'atomes déduits de l'imagerie par absorption.

### 5.3.4 Paramètres du PMO

Les diagnostics décrits permettent l'optimisation du nombre d'atomes piégés dans le PMO en fonction des différents paramètres expérimentaux. En effet, outre le nombre d'atomes, il est possible d'extraire la taille du nuage des images. Or, en éteignant le piège et prenant une image du nuage après un temps variable, il est possible de déterminer la vitesse du nuage à l'origine du mouvement d'expansion ballistique, et de remonter à sa température (technique dite de "temps de vol", voir §6.3.3). L'optimisation est valable quel que soit le mode de production de la vapeur de sodium choisi. Celui-ci affecte en revanche le temps de chargement du piège et le nombre d'atomes piégés (voir section suivante). Les paramètres obtenus après optimisation sont reportés dans la table 5.1. Ils permettent de maximiser le nombre d'atomes piégés, tout en conservant une température des atomes de l'ordre de la température Doppler pour la transition de refroidissement  $D_2$ ,  $T_D = 235 \mu\text{K}$ .

Le PMO optimal est observé pour une intensité centrale par bras dans le faisceau principal égale à  $0.15I_{\text{sat}}$ , une valeur significativement plus faible que celle utilisée dans d'autres expériences [160, 161]. Ceci pourrait être dû à la mauvaise qualité des hublots à travers lesquels passent les faisceaux du PMO : lors de l'étuvage permettant d'obtenir l'ultra-vide dans l'enceinte, le traitement anti-reflet recouvrant les hublots a été détérioré. Ceci a pour effet de dégrader les faisceaux qui le traversent, sur lesquels sont imprimées des franges au contraste relativement important. Cette dégradation du mode

spatial des faisceaux entraîne de fortes inhomogénéités d'intensité au niveau du PMO, qui pourraient limiter artificiellement l'intensité des faisceaux utilisables.

## 5.4 Désorption induite par la lumière (LIAD)

Nous avons utilisé les *dispensers* de sodium comme source de la vapeur pour la première formation et l'optimisation du PMO de sodium. Cependant, ces *dispensers*, bien que nécessaires pour introduire les atomes dans l'enceinte à vide, ne sauraient être utilisés à terme pour créer la vapeur de sodium chargeant le PMO. En effet, la pression qu'ils génèrent est trop importante pour assurer une durée de vie suffisante aux atomes dans le piège conservatif dans lequel ils seront transférés par la suite (voir Ch. 6). Nous allons voir que le LIAD constitue en revanche un moyen d'augmenter la pression pour le chargement du PMO, tout en gardant la possibilité de la faire redescendre très rapidement pour la suite de la séquence expérimentale.

Le LIAD consiste en la désorption d'atomes qui ont été déposés sur les parois de l'enceinte à vide. La surface illuminée par les LEDs est essentiellement celles des hublots de silice fondue, qui sont recouverts d'un traitement anti-reflet. Ce traitement consiste en une couche de quelques centaines de nanomètres alternant  $\text{TiO}_2$  et  $\text{SiO}_2$ <sup>15</sup>. En essayant le LIAD sur la cellule en verre (Pyrex) et l'enceinte en acier (304L) que nous avons utilisées avant de disposer de l'enceinte définitive, nous avons constaté que la désorption était très efficace dans le premier cas, et extrêmement peu dans le second. L'enceinte en acier possédant des hublots de très petite taille (CF16), nous en avons conclu que la désorption était assez efficace sur le verre mais peu sur le métal. Les essais effectués sur la disposition des LEDs autour de l'enceinte détaillés plus haut nous ont confirmé cette hypothèse.

Le sodium est déposé sur les parois de l'enceinte en allumant le *dispenser* de sodium, préalablement à l'utilisation des LEDs de désorption. Pendant les six premiers mois de fonctionnement, nous faisons circuler un courant de 3.6 A dans le *dispenser* deux fois par semaine environ. Nous nous sommes par la suite rendus compte que le faire fonctionner pour une journée tous les deux mois était suffisant pour maintenir une quantité constante d'atomes désorbés par le LIAD. Allumer le *dispenser* moins souvent permet également de diminuer la pression de base régnant dans l'enceinte à vide, ce qui est toujours préférable pour augmenter la durée de vie des atomes froids piégés.

### 5.4.1 Un modèle pour le chargement du PMO

Afin de caractériser l'effet de la désorption induite par la lumière (LIAD) sur la pression partielle de sodium, nous avons utilisé un modèle de la dynamique de chargement

---

15. La composition de ce traitement nous a été fournie par le fabricant.

du PMO, dans lequel le nombre d'atomes  $N_{\text{PMO}}$  est régi par l'équation :

$$\dot{N}_{\text{PMO}} = R_{\text{PMO}} - \frac{N_{\text{PMO}}}{\tau_{\text{PMO}}}. \quad (5.5)$$

$R_{\text{PMO}}$  est le taux de chargement du PMO à court temps, et le terme  $N_{\text{PMO}}/\tau_{\text{PMO}}$  rend compte des pertes dues aux collisions avec le gaz résiduel<sup>16</sup>. Nous supposons que  $R$  est proportionnel à la pression partielle de sodium dans l'enceinte  $P_{\text{Na}}$ , tandis que  $\tau_{\text{PMO}}^{-1}$  est proportionnel à la somme de  $P_{\text{Na}}$  et de la pression résiduelle due à chacune des espèces d'impureté  $i$  présentes dans l'enceinte pondérée par sa section efficace de collision avec le sodium  $\sigma_{\text{Na}-i}$ . Ceci peut s'écrire :

$$R_{\text{PMO}} \approx aP_{\text{Na}}, \quad \frac{1}{\tau_{\text{PMO}}} \approx bP_{\text{Na}} + \frac{1}{\tau_0}. \quad (5.6)$$

Nous supposons  $a$ ,  $b$  et  $\tau_0$  indépendants de  $N_{\text{PMO}}$  et de l'illumination de désorption, une simplification qui reproduit bien nos observations expérimentales. L'équation (5.5) conduit alors à un chargement exponentiel du PMO avec une constante de temps  $\tau_{\text{PMO}}$  :

$$N_{\text{PMO}}(t) = N_{\text{st}}(1 - e^{-t/\tau_{\text{PMO}}}) \quad (5.7)$$

avec la valeur asymptotique  $N_{\text{st}}$

$$N_{\text{st}} = R_{\text{PMO}} \tau_{\text{PMO}} \approx \frac{aP_{\text{Na}}}{bP_{\text{Na}} + \frac{1}{\tau_0}}. \quad (5.8)$$

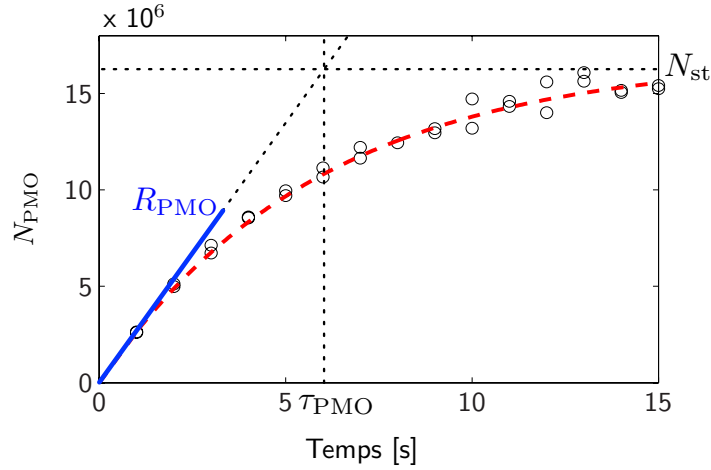
Un chargement typique du piège est représenté sur la figure 5.8, un ajustement par l'équation de chargement (5.7) donnant  $N_{\text{st}} = 1.7 \times 10^7$  atomes,  $\tau_{\text{PMO}} = 5.9$  s et  $R_{\text{PMO}} = 2.9 \times 10^6$  s<sup>-1</sup>.

### 5.4.2 Chargement du PMO par LIAD

Une première évaluation de l'efficacité du chargement du PMO par LIAD peut être effectuée en mesurant ses paramètres de chargement en fonction de l'intensité lumineuse des LEDs, en variant le courant qui les alimente. Ces mesures sont reportées sur la figure 5.9. Le taux de chargement  $R_{\text{PMO}}$  [5.9 (a)] est une fonction croissante du courant dans les LEDs, démontrant une augmentation de la pression partielle de sodium dans l'enceinte d'après l'équation (5.6). Nous observons également une diminution de la constante de temps de chargement [5.9 (b)] et une augmentation du nombre asymptotique d'atomes chargés dans le PMO [5.9 (c)] lorsque le courant des LEDs augmente.

16. Nous avons également essayé de modéliser l'influence des collisions inélastiques assistées par la lumière sur le chargement du PMO en ajoutant un terme  $\beta N^2$  à l'équation du chargement (5.5). L'ajustement des données conduit systématiquement à  $\beta = 0$  pour toutes les courbes de chargement étudiées. Nous négligeons donc ce terme dans notre analyse.



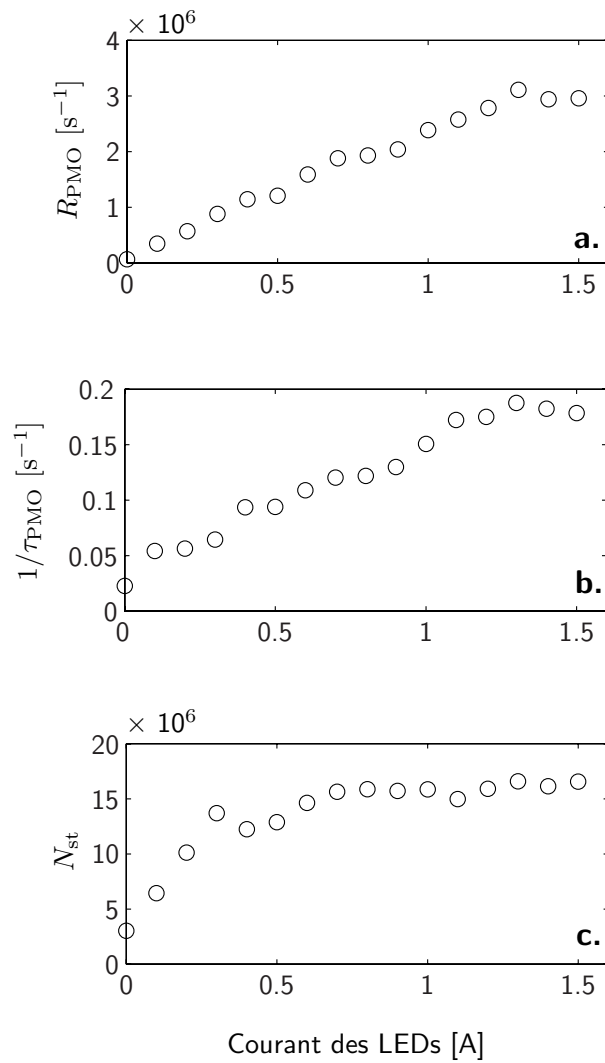


**FIGURE 5.8.** Courbe de chargement typique du PMO. Un ajustement exponentiel suivant l'équation (5.7) est représenté (trait tireté). On rappelle également les définitions du nombre asymptotique d'atomes chargés dans le PMO ( $N_{st}$ ), du taux de chargement à l'origine du PMO ( $R_{PMO}$ ) ainsi que de la constante de temps caractéristique du chargement ( $\tau_{PMO}$ ).

L'équation (5.8) implique que lorsque la constante de temps de chargement est déterminée par la pression partielle de sodium uniquement, le nombre d'atomes asymptotique devient indépendant de  $P_{Na}$  et par conséquent de l'illumination des LEDs. C'est ce qui est observé sur la figure 5.9 (c) pour les courants les plus importants. Nous obtenons  $R_{PMO} = 3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  lorsque le courant alimentant les LEDs est maximal. Lorsque les LEDs sont éteintes, le taux de chargement descend à  $R_{PMO} = 8 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ . Cela signifie que la pression de sodium lorsque le LIAD est actif est multipliée par un facteur  $\eta_{LIAD} = 40$  par rapport à la situation de base dans l'enceinte.

Il serait bien sûr souhaitable de confirmer ce résultat en mesurant directement la pression de sodium qui règne dans l'enceinte, mais cela n'est pas facile pour notre système expérimental qui ne possède pas de jauge permettant de mesurer des pressions si faibles. Nous pouvons cependant retrouver l'ordre de grandeur de ce facteur d'augmentation de la pression de sodium  $\eta_{LIAD}$  avec une bonne approximation en considérant la constante de temps  $\tau_{PMO}$ . Quand le LIAD est inactif, il est raisonnable de supposer la pression partielle de sodium  $P_{Na}^{off}$  comparable à la pression de vapeur saturante à température ambiante  $P_{Na}^{sat} = 2 \times 10^{-11} \text{ mbar}$ , à un coefficient numérique près, dépendant de l'état de recouvrement des parois de l'enceinte par des atomes de sodium. Lorsque le LIAD est actif, nous pouvons déduire une valeur de la pression partielle de sodium  $P_{Na}^{on}$  de la constante de temps  $\tau_{MOT}$ . On utilise alors la relation  $\tau_{PMO}^{-1} \simeq n \sigma_{Na-Na} v_{th}$ , où  $n$  est la densité de sodium dans la vapeur,  $\sigma_{Na-Na}$  est la section efficace de collision entre un atome piégé et un atome de la vapeur, et  $v_{th} \simeq (k_B T/m)^{1/2}$  est la vitesse thermique moyenne des atomes de cette vapeur (avec  $T$  la température ambiante et  $m$  la masse d'un atome). Nous supposons une valeur typique  $\sigma_{Na-Na} \approx 10^{-12} \text{ cm}^{-2}$  [162] pour la section efficace de collision, négligeant sa dépendance en énergie. La valeur  $\tau_{PMO} = 5 \text{ s}$  obtenue lorsque le courant des LEDs est à sa valeur maximale correspond alors à une pression  $P_{Na}^{on} \simeq 10 P_{Na}^{sat}$ . En considérant les approximations importantes effectuées et le





**FIGURE 5.9.** Taux de chargement du PMO à l'origine  $R_{\text{PMO}}$  (a), constante de temps du chargement  $\tau_{\text{PMO}}$  (b), et nombre asymptotique d'atomes chargés  $N_{\text{st}}$  (c) en fonction de l'intensité du courant dans les LEDs de désorption, proportionnel à leur puissance lumineuse.

fait que la distribution de vitesse des atomes désorbés par la lumière n'est pas purement thermique [134], ce résultat est compatible avec  $\eta_{\text{LIAD}} = 40$ .

Une dernière vérification peut être effectuée en calculant le taux de chargement attendu dans notre PMO, s'il est chargé à partir d'une vapeur à température ambiante ( $T = 295$  K) et à pression  $P_{\text{Na}}^{\text{on}}$ . Nous utilisons l'expression du taux de chargement

$$R_{\text{PMO}} = V^{2/3} v_{\text{cap}}^4 \frac{P_{\text{Na}}^{\text{on}}}{2k_{\text{B}}T} \left( \frac{m}{2k_{\text{B}}T} \right)^{3/2} \quad (5.9)$$

donnée dans [153], où  $V \simeq 1 \text{ cm}^3$  est le volume du PMO et  $v_{\text{cap}}$  est sa vitesse de capture. Une analyse unidimensionnelle et semi-classique de notre PMO nous permet d'estimer une valeur de cette vitesse  $v_{\text{cap}} \simeq 35 \text{ m s}^{-1}$ , qui conduit à  $R_{\text{PMO}} = 4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ , une valeur en bon accord avec nos résultats expérimentaux. Cela semble suggérer que la distribution en vitesse des atomes de la vapeur de sodium est presque thermique, ce qui signifie que les atomes désorbés s'équilibrent rapidement en température avec les parois de l'enceinte.

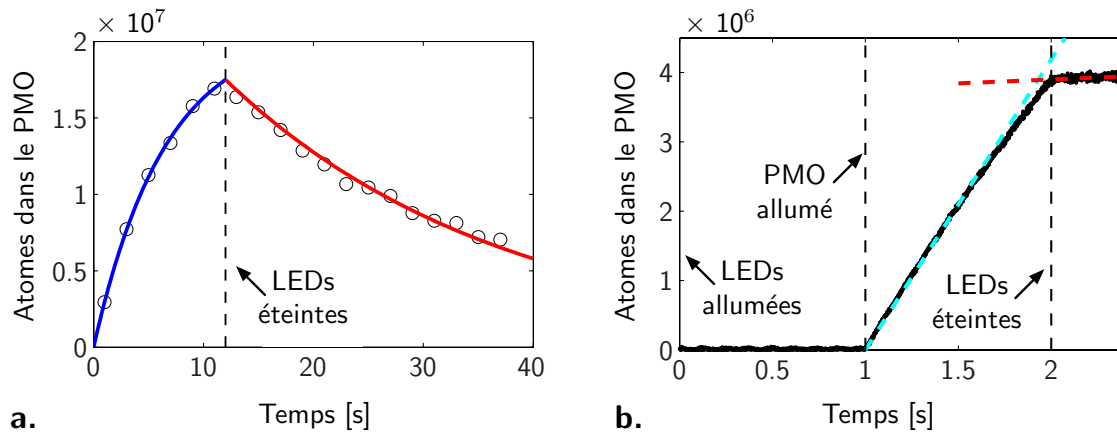
### 5.4.3 Constante de temps du processus de désorption

Les résultats présentés ici démontrent que la pression partielle de sodium peut être augmentée grâce à la désorption induite par la lumière, et permettre ainsi un chargement efficace du PMO. Il est maintenant intéressant de déterminer la constante de temps de ce processus. En effet, le principal avantage du LIAD comparé à un chargement à partir d'un *dispenser* est la possibilité de moduler la pression rapidement à l'intérieur de l'enceinte : la lumière émise par les LEDs peut être éteinte quasi-instantanément en coupant le courant injecté, tandis que plusieurs secondes sont nécessaires au *dispenser* pour son refroidissement et le rétablissement d'une pression de sodium faible dans la chambre. Ce temps est critique pour notre expérience, car dès que le PMO est chargé, il est souhaitable que la pression résiduelle redevienne la plus faible possible pour ne pas perturber le refroidissement ultérieur du nuage atomique. Une constante de temps de plusieurs secondes constitue donc une limitation sérieuse, nuisible au transfert des atomes dans un piège dipolaire optique (voir §5.4.4). En ce qui concerne le LIAD, nous avons réalisé des expériences permettant d'estimer le temps nécessaire à la pression résiduelle de sodium pour retrouver sa valeur la plus basse, à l'extinction des LEDs.

Lors d'une première expérience, le PMO est chargé pour  $t_{\text{on/off}} = 12$  s, puis les LEDs sont éteintes et la diminution du nombre d'atomes piégés est observée [voir Fig. 5.10 (a)]. Nous pouvons alors ajuster l'évolution du nombre d'atomes  $N_{\text{PMO}}$  dans le PMO durant chacune de ces deux phases en utilisant les expressions

$$N_{\text{PMO}}(t) = N_{\text{st}}(1 - e^{-t/\tau_{\text{on}}}) \quad \text{pour le chargement } (t < t_{\text{on/off}}), \quad (5.10)$$

$$N_{\text{PMO}}(t) = N_{\text{st}}e^{-(t-t_{\text{on/off}})/\tau_{\text{off}}} \quad \text{pour la durée de vie } (t > t_{\text{on/off}}). \quad (5.11)$$



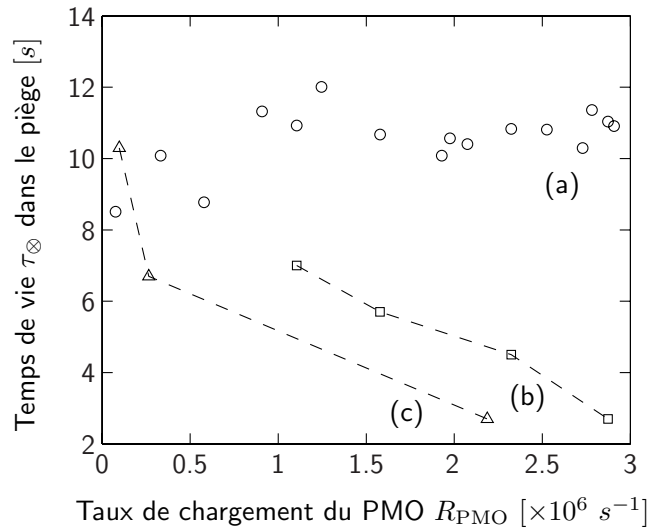
**FIGURE 5.10.** (a) : Courbe typique du chargement puis durée de vie du PMO. Le PMO est chargé avec les LEDs de désorption à leur maximum d'intensité pour 12 s, puis ces dernières sont éteintes. Nous trouvons une constantes de temps de chargement  $\tau_{\text{on}} = 6.5 \pm 0.5$  s (en bleu), et une durée de vie  $\tau_{\text{off}} = 27 \pm 1.5$  s (en rouge). Le nombre asymptotique d'atomes piégés vaut  $N_{\text{st}} = 2.1 \times 10^7$  atomes. (b) : Evolution du taux de chargement du PMO à l'extinction des LEDs de désorption : le PMO est chargé pendant 1 s puis les LEDs sont éteintes. Le taux de chargement indiqué par un trait bleu (rouge) tiré est  $3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  ( $8 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ ) pendant que les LEDs sont allumées (éteintes).

De ces ajustements ressortent deux constantes de temps  $\tau_{\text{on}} = 6.5 \pm 0.5$  s et  $\tau_{\text{off}} = 27 \pm 1.5$  s, correspondant respectivement à la phase de chargement avec LIAD et de durée de vie sans LIAD. On peut alors remarquer que la valeur  $\tau_{\text{off}}$  est compatible avec la valeur de  $\tau_{\text{PMO}}$  visible sur la figure 5.9 (b) pour un courant nul dans les LEDs. La pression est donc revenue à sa valeur initiale, restaurant une durée de vie suffisante pour mener à bien ultérieurement le refroidissement par évaporation. Ce retour à la pression de base a lieu en un temps court devant  $\tau_{\text{on}}$ .

Pour caractériser plus précisément la rapidité du retour à basse pression, une seconde observation est réalisée sur un temps plus court, en utilisant la fluorescence émise par les atomes du PMO et collectée par une photodiode. Cela permet de détecter un petit nombre d'atomes au tout début du chargement du piège. Nous chargeons pendant 1 s le PMO en utilisant le LIAD, puis les LEDs sont éteintes. On observe alors un changement brutal du taux de chargement du piège sur la figure 5.10 (b). Tandis que durant la première seconde il prend une valeur de  $3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  compatible avec les mesures précédentes, l'extinction des LEDs ramène ce taux à  $8 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ . Cette réduction correspond bien au facteur  $\eta_{\text{LIAD}} = 40$  déjà mesuré. De plus cette transition a lieu sur un temps inférieur à la centaine de millisecondes, cette valeur n'étant qu'une borne supérieure limitée par la sensibilité de la mesure de fluorescence, que nous n'avons pu mener pour des temps de chargement nettement plus courts.

#### 5.4.4 Durée de vie dans un piège optique et LIAD

Ce contrôle rapide de la pression de sodium dans l'enceinte est crucial pour la bonne réalisation d'un CBE dans une chambre unique, dans laquelle la pression résiduelle influe directement sur la durée de vie des atomes dans le piège final. Nous avons donc



**FIGURE 5.11.**  $1/\tau_{\otimes}$  en fonction du taux de chargement du PMO  $R_{\text{PMO}}$ , avec  $\tau_{\otimes}$  est la durée de vie des atomes dans le piège dipolaire, dans différentes conditions expérimentales. **(a)** : le LIAD est utilisé pour charger le PMO, puis les LEDs sont éteintes au moment de l'allumage du laser du piège dipolaire; **(b)** : les LEDs sont allumées pour toute la séquence; **(c)** : le LIAD n'est pas utilisé, mais le dispenser de sodium est allumé. Le cas **(a)** montre une durée de vie dans le piège dipolaire indépendante du taux de chargement du PMO, tandis que cette durée de vie lui est inversement proportionnelle dans les cas **(b)** et **(c)**.

voulu vérifier que nous pouvions effectivement maintenir une durée de vie élevée dans un piège non dissipatif après avoir chargé efficacement le PMO. Ici, il s'agit d'un piège dipolaire optique qui sera décrit en détail dans le chapitre 6. Nous mesurons le nombre d'atomes conservés dans le piège dipolaire en fonction du temps et déduisons alors la durée de vie des atomes dans le piège. Celle-ci est obtenue en traçant le nombre d'atomes  $N_{\otimes}$  au cours du temps, et en ajustant la décroissance observée par une exponentielle, de la forme  $\exp(-t/\tau_{\otimes})$ . Nous laissons de côté les 200 premières millisecondes, où l'on observe une décroissance très rapide qui est le fait de l'évaporation libre des atomes hors du piège et ne reflète pas la durée de vie de celui-ci due à la pression résiduelle (voir section 6.5). Dans le cas d'une séquence pour laquelle les LEDs de désorption sont allumées pendant le chargement du PMO puis éteintes lorsque le piège dipolaire est allumé, on observe par cet ajustement un temps de vie  $\tau_{\otimes} \simeq 11$  s [Fig. 5.11 (a)].

La situation est en revanche bien différente si les LEDs de désorption demeurent allumées au-delà de la phase de chargement du PMO [Fig. 5.11 (b)], ou si l'on utilise les *dispensers* de sodium comme source atomique [Fig. 5.11 (c)]. Dans les deux cas, le temps de vie des atomes dans le piège dipolaire est significativement diminué. Cette diminution est d'autant plus importante que la pression résiduelle et donc le taux de chargement du PMO augmente, que ce soit du fait de l'augmentation du courant circulant dans les LEDs lorsque le LIAD est utilisé, ou du fait de l'augmentation du courant des *dispensers*. Le fait d'éteindre les LEDs au moment du transfert des atomes dans le piège dipolaire permet donc bien de restaurer une pression résiduelle basse, et maintenir une durée de vie conséquente, tout en conservant un taux de chargement du PMO

Espèce atomique	Surface illuminée	$R_{\text{PMO}}$	$\tau_{\text{PMO}}$	Décroissance de la pression	Références
$^{23}\text{Na}$	TiO <sub>2</sub> + SiO <sub>2</sub>	$3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$	27 s	< 100 ms	[48]
$^{87}\text{Rb}$	Pyrex	$\sim 10^6 \text{ s}^{-1}$	$\sim 5 \text{ s}$		[142]
$^{87}\text{Rb}$	Acier Inox	$8 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$		$\sim 100 \text{ s}$	[135]
$^{87}\text{Rb}$	PDMS	$2.0 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$\sim 10 \text{ s}$		[143]
$^{87}\text{Rb}$	Quartz + Pyrex	$\sim 10^6 \text{ s}^{-1}$	$\sim 30 \text{ s}$	$\ll 30 \text{ s}$	[144]
$^{87}\text{Rb}$	Vycor	$1.2 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$\sim 3 \text{ s}$	$\sim 2 \text{ s}$	[147]
$^{40}\text{K}$	Vycor	$8 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$	$\sim 1 \text{ s}$		[147]
$^{87}\text{Rb}$	Pyrex	$3 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$\sim 24 \text{ s}$	$\sim 100 \text{ ms}$	[163]
$^{40}\text{K}$	Pyrex	$\sim 10^5 \text{ s}^{-1}$			[163]
$^{23}\text{Na}$	Pyrex	$4.5 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$	10 s		[165]
$^{133}\text{Cs}$	Quartz	$4 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$	9.2s	70 ms	[164]

**TABLE 5.2.** Résumé des données publiées sur le LIAD pour le chargement d'un PMO (incluant notre expérience).  $R_{\text{PMO}}$  désigne le taux de chargement du PMO maximal obtenu par LIAD. Les durées de vie du PMO  $\tau_{\text{PMO}}$  sont mesurées après l'extinction du LIAD. Le temps de décroissance de la pression est défini comme le temps nécessaire pour que la pression soit divisée par dix par rapport à sa valeur lorsque le LIAD est actif. PDMS : polydiméthylsiloxane.

optimal.

On peut tout de même noter que pour le même taux de chargement du PMO, le LIAD dégrade moins la durée de vie des atomes dans le piège dipolaire que les *dispensers*, ce qui pourrait indiquer une dégradation du vide par des substances autres que le sodium moins importante dans le premier cas.

### 5.4.5 Conclusion

Un paramètre clé de l'efficacité du LIAD est le rapport  $\eta_{\text{LIAD}}$  entre la pression partielle de sodium lorsque l'illumination est active et lorsqu'elle est éteinte. Cela dépend *a priori* du processus physique lui-même, mais aussi de paramètres techniques comme la vitesse de pompage dans l'enceinte. Les différents résultats expérimentaux observés dans des expériences d'atomes froids utilisant le LIAD sont reportés dans la table 5.2. La grande disparité entre les différents taux de chargement du PMO peut s'expliquer par les différences entre les paramètres des pièges. La durée de vie du PMO ne dépend en revanche que de la pression régnant dans l'enceinte à vide, ainsi que de l'espèce atomique considérée. Le temps de retour à la pression de base que nous avons observé est parmi les plus rapides ayant été mesurés (comparable à [163, 164]), et la durée de vie de notre PMO après extinction du LIAD est parmi les plus longues. Nos observations sont compatibles avec une interprétation selon laquelle la majorité des atomes retournent se fixer aux parois de l'enceinte après seulement quelques rebonds, dès que le LIAD est éteint. Nous supposons que les expériences pour lesquelles le temps de retour à la pression de base est plus lent ( $> 1 \text{ s}$ ) sont limitées par la vitesse de pompage du système à vide.

Tous les groupes ayant réussi à produire un CBE de sodium ont jusqu'à présent utilisé un ralentisseur Zeeman comme source atomique [2, 166, 167, 161, 168]. Si l'on considère la condition nettement moins restrictive de formation d'un PMO, plusieurs solutions alternatives ont été réalisées [154, 162, 169], mais elles sont difficiles à utiliser dans le cadre de la production d'un CBE, du fait de la dégradation de la pression résiduelle qu'elles occasionnent. Il en va de même pour la formation d'un PMO directement à partir d'un *dispenser* de sodium [170]. Ce n'est que très récemment qu'un autre groupe a chargé un PMO de sodium en utilisant le LIAD, dans des conditions qui pourraient être compatibles avec la formation ultérieure d'un CBE [165], la durée de vie du PMO étant ramenée à 8 s après extinction du LIAD.

Dans notre expérience, nous avons démontré comment l'utilisation du LIAD permet le chargement efficace d'un PMO de sodium, avec un taux de chargement de  $3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ , tout en assurant dès l'extinction des LEDs effectuant la désorption une durée de vie du piège de 27 s. Cette durée de vie est suffisamment longue pour autoriser le transfert des atomes dans un piège conservatif et le refroidissement par évaporation pour l'obtention d'un CBE, bien que cela ait lieu dans la même enceinte que le chargement du PMO. Le retour à la pression de base se fait en moins de 100 ms, un temps très court devant cette dernière étape de refroidissement qui dure plusieurs secondes (voir Ch. 6).



## Chapitre 6

# Atomes de sodium dans un piège dipolaire optique

Dans le chapitre précédent, nous avons vu comment nous pouvions refroidir des atomes de sodium de la température ambiante jusqu'à des températures de l'ordre de la température Doppler ( $\sim 235 \mu\text{K}$ ). Afin de poursuivre le refroidissement et d'atteindre le régime de dégénérescence quantique, il est nécessaire de transférer ces atomes dans un piège non dissipatif. Ce type de piège permet de s'affranchir de la limite en température du PMO, limite liée au chauffage inévitable dû au recul aléatoire d'un atome lors de l'émission spontanée d'un photon [171]. De plus, il est possible dans un piège non dissipatif de procéder à un refroidissement dit "par évaporation" [172], qui permet d'atteindre le seuil de condensation [1, 2].

### 6.1 Pièges non dissipatifs et refroidissement par évaporation

On peut distinguer deux types de piège non dissipatifs communément utilisés dans les expériences d'atomes froids. D'une part, on trouve les pièges magnétiques, qui permettent de piéger un atome possédant un moment magnétique non nul au niveau d'un minimum de champ magnétique. Cela n'est possible que pour les atomes qui minimisent leur énergie pour un champ magnétique faible, soit dans un état Zeeman vérifiant  $m_F > 0$ . Un tel piège est réalisable avec une simple paire de bobines formant un champ quadrupolaire, telles que les bobines du PMO. Cependant, un tel champ s'annule au centre du piège, et l'intérêt du piège quadrupolaire est limité par les pertes par retournement de spin (pertes Majorana). Des configurations plus complexes correspondant à un champ non nul au centre du piège sont donc utilisées (ex. piège "Ioffe-Pritchard" [173] ou "TOP" [174]). D'autre part, on trouve les pièges dipolaires optiques, qui utilisent le dipole atomique induit par un rayonnement électromagnétique. En particulier, le piégeage d'atomes à l'aide de faisceaux laser intenses et très désaccordés par



rapport aux transitions atomiques a été démontré expérimentalement pour la première fois en 1986 par Chu *et al.* [175]. Cette technique de piégeage dipolaire s'est avérée être très intéressante pour la manipulation de gaz ultra-froids. Elle ne possède pas la même limitation que le piégeage magnétique sur la nature de l'état Zeeman pouvant être piégé, et constitue donc une option avantageuse pour piéger des atomes avec différents états de spin [26]. Des solutions mixtes existent également, pour lesquelles la zone où le champ quadrupolaire d'un piège magnétique s'annule est comblée par un faisceau laser désaccordé vers le bleu qui repousse les atomes [2], ou par un piège optique désaccordé vers le rouge où les atomes préalablement transférés dans le piège quadrupolaire viennent s'accumuler [176].

Dans un piège non dissipatif, il est possible de procéder au refroidissement des atomes par évaporation [177, 178, 179, 180]. Le principe est le suivant : on impose une profondeur finie au piège, de telle sorte que tous les atomes ayant une énergie supérieure à cette profondeur ne sont plus piégés. Après une collision élastique avec un autre atome, un atome peut acquérir une énergie plus importante que la profondeur du piège et être éjecté. Comme cet atome a emporté une énergie plus importante que l'énergie moyenne par atome dans le piège, les atomes restants thermalisent à une température inférieure à la température initiale.

Cependant, au fur et à mesure du refroidissement, la probabilité d'éjection d'un atome diminue, car de moins en moins d'atomes possèdent une énergie suffisante pour s'échapper du piège. Ainsi, si l'on introduit  $U_0$  la profondeur du piège, et  $\eta = U_0/(k_B T)$ , on peut donner une expression approchée du taux  $\Gamma_{ev}$  de perte d'atomes due à l'évaporation [181] :

$$\Gamma_{ev} \simeq \Gamma_{el} \eta e^{-\eta}, \quad \text{avec } \Gamma_{el} = n_0 \sigma \bar{v}, \quad (6.1)$$

où  $\Gamma_{el}$  est le taux de collisions élastiques moyen dans le piège, avec  $n_0$  la densité atomique spatiale au centre du piège,  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$  la vitesse thermique moyenne des atomes et  $\sigma$  la section efficace de collision entre deux atomes. Ce facteur  $\eta e^{-\eta}$  peut être interprété comme le produit de la fraction d'atomes qui se trouvent à une énergie de l'ordre de la profondeur du piège, proportionnelle à  $\sqrt{\eta} e^{-\eta}$ , et du taux de collision entre l'un de ces atomes (avec une vitesse  $\sim \sqrt{\eta k_B T/m}$ ) et un atome thermique (avec une vitesse  $\sim \sqrt{k_B T/m}$ ), proportionnel au rapport de leur vitesse  $\sqrt{\eta}$ . On constate donc bien que si la température baisse à profondeur fixée,  $\eta$  devient important et le taux d'évaporation s'effondre. Il faut par ailleurs noter que le temps dont on dispose pour réaliser ce refroidissement par évaporation est limité par les pertes inélastiques au sein du gaz qui libèrent une partie de l'énergie interne des atomes (transitions hyperfines ou Zeeman lors de collisions à deux corps ou formation de molécules pour les collisions à trois corps). Comme cette énergie dépasse de plusieurs ordres de grandeur la profondeur du piège, les atomes concernés sont éjectés. Il est donc nécessaire d'abaisser la température des atomes et d'atteindre le seuil de condensation avant que les pertes d'atomes ne soient trop importantes.

La solution pour poursuivre voire accélérer le refroidissement consiste à diminuer la profondeur du potentiel quand la température diminue, afin de maintenir  $\eta$  entre 5 et 10 [182]. Pour que la température diminue effectivement au cours du temps, il est nécessaire que les atomes thermalisent correctement : le temps entre deux collisions élastiques doit rester beaucoup plus petit que le temps caractéristique de décroissance du potentiel. Tant que le taux de collisions demeure élevé, le processus de refroidissement par évaporation se poursuit, et l'on peut ainsi atteindre le régime de dégénérescence quantique avec un piège magnétique [1, 2] ou optique [183, 161]. On peut noter que dans le cas d'un piège dipolaire optique la solution la plus aisée pour abaisser la profondeur du piège est d'abaisser la puissance du laser de piégeage. Cela implique également une diminution des fréquences du piège, ce qui constitue une différence notable avec le refroidissement par évaporation dans un piège magnétique, où l'on peut abaisser la profondeur du piège indépendamment de ses fréquences (en modifiant la radio-fréquence du "couteau" qui définit la profondeur du piège [179]). Ainsi, dans le cas d'un piège magnétique, le taux  $\Gamma_{el}$  est typiquement faible au départ, et augmente progressivement au cours de l'évaporation, ce que l'on appelle "l'emballement" [178]. Dans le cas d'un piège optique, l'abaissement de la température s'accompagne d'une décompression du piège due à l'abaissement des fréquences, et l'emballement ne peut avoir lieu. En revanche, le taux de collision initial est bien plus élevé que pour un piège magnétique, ce qui permet finalement d'atteindre la dégénérescence quantique en seulement quelques secondes. Récemment, l'utilisation d'une géométrie de piège croisé particulière, où l'un des deux faisceaux est très large devant l'autre et où le croisement est imparfait, a permis d'observer un emballement de l'évaporation dans un piège optique [184].

Dans ce chapitre, nous rappelons dans un premier temps les principaux résultats connus sur les pièges dipolaires optiques, avant de nous intéresser à la réalisation expérimentale d'un tel piège, notamment le contrôle en intensité du laser de piégeage. Nous détaillons ensuite la procédure utilisée pour optimiser le transfert des atomes du PMO vers le piège dipolaire croisé. Enfin, un modèle de refroidissement par évaporation est présenté [181, 177, 182], qui nous permet de mieux comprendre les résultats expérimentaux obtenus.

## 6.2 Piège dipolaire optique

### 6.2.1 Le potentiel dipolaire

#### Le potentiel créé par un faisceau unique

Considérons un atome dont la structure interne est modélisée par un système à deux niveaux séparés par une énergie  $\hbar\omega_0$ . Lorsque l'atome traverse une zone de l'espace dans laquelle se trouve un rayonnement électromagnétique de fréquence  $\omega_L$ , il subit une force appelée force dipolaire. Si  $\omega_L$  est très décalée par rapport à la résonance de l'atome, cette

force est non dissipative, et dérive du potentiel dipolaire [60] :

$$U(\mathbf{r}) = \chi_{\text{dip}} I(\mathbf{r}), \quad (6.2)$$

où  $I(\mathbf{r})$  est l'intensité locale du rayonnement et où la constante de proportionnalité  $\chi_{\text{dip}}$  est donnée par :

$$\chi_{\text{dip}} = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3 \Delta}, \quad (6.3)$$

où  $\Gamma$  est la largeur naturelle de la transition vers l'état excité,  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide, et

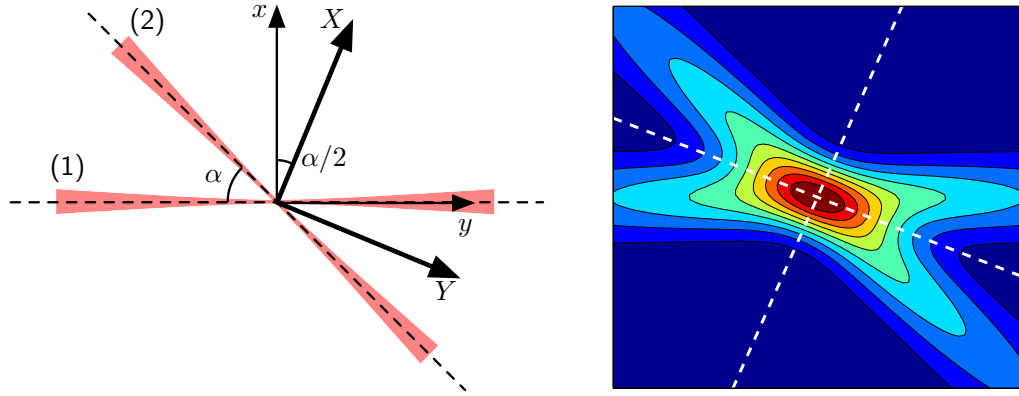
$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{\omega_L - \omega_0} - \frac{1}{\omega_L + \omega_0}. \quad (6.4)$$

L'approximation de l'atome à deux niveaux, dans le cas d'un alcalin dans l'état  $3S_{1/2}$  comme l'atome de sodium, implique de négliger les termes suivants [60] :

- Si la polarisation est circulaire, des corrections de l'ordre de  $\Delta_{\text{fs}}/\Delta$  sont à opérer,  $\Delta_{\text{fs}}$  étant l'écart de structure fine entre les raies  $D_1$  et  $D_2$  du sodium. De plus, pour une polarisation de ce type le potentiel de piégeage dépend de l'état Zeeman des atomes, et convient mal à l'étude d'un condensat spinoriel.
- Si la polarisation est linéaire, alors les corrections à apporter sont au premier ordre proportionnelles à  $\Delta_{\text{hfs}}/\Delta$ ,  $\Delta_{\text{hfs}}$  étant l'écart hyperfin entre les états  $|F = 1\rangle$  et  $|F = 2\rangle$ . Cette correction est encore plus faible que la précédente, et peut être négligée. Le potentiel ne dépend alors plus de l'état Zeeman des atomes, le piège obtenu différant clairement en ce point d'un piège magnétique.

Nous nous placerons donc dans le cas d'un faisceau laser polarisé linéairement. Pour la longueur d'onde  $\lambda_L = 1.07 \mu\text{m}$  que nous utilisons, et un décalage entre niveaux  $\omega_0 = 2\pi \cdot 508.59 \text{ THz}$  pour le sodium [102], la constante de couplage  $\chi_{\text{dip}}$  vaut  $-7.4 \times 10^{-37} \text{ m}^2 \text{ s}$ , soit en terme de température  $\chi_{\text{dip}}/k_B = -50 \mu\text{K}/(\text{kW mm}^{-2})$ . On peut noter ici qu'étant donné les valeurs de  $\omega_0$  et  $\omega_L$ , le terme anti-résonnant dans l'expression (6.4) constitue 20% de  $\chi_{\text{dip}}$ , et n'est donc pas négligeable. Le potentiel dipolaire vu par les atomes peut également être considéré comme le déplacement lumineux de l'énergie de l'état fondamental sous l'effet du rayonnement (Déplacement Starck AC). Ce déplacement est proportionnel à l'intensité lumineuse, avec  $\chi_{\text{dip}}/h = -1.1 \text{ MHz}/(\text{kW mm}^{-2})$ . On peut comparer cette valeur à celle calculée en utilisant la polarisabilité statique de l'état fondamental [185], qui vaut  $-0.8 \text{ MHz}/(\text{kW mm}^{-2})$ , en bon accord.

Le coefficient  $\chi_{\text{dip}}$  étant négatif, on obtient un piège attirant les atomes dans les zones d'intensités les plus fortes. En particulier, nous pouvons piéger des atomes au voisinage du point focal d'un faisceau laser dont le profil d'intensité est bien approché



**FIGURE 6.1.** A gauche, schéma d'un piège optique croisé composé de deux faisceaux se croisant avec un angle  $\alpha$ . Si le premier bras se propage selon  $y$ , le piège résultant a pour axes propres  $X$  et  $Y$ , tournés de  $\alpha/2$  par rapport aux axes initiaux. A droite, carte de niveaux du potentiel généré par ces faisceaux croisés. Le rouge désigne la zone où le piège est le plus intense. Les axes propres du piège sont représentés en traits blancs tiretés.

par un faisceau gaussien :

$$I(\mathbf{r}) = \frac{2P}{\pi w(y)^2} e^{-2\frac{x^2+z^2}{w(y)^2}}, \quad (6.5)$$

où  $P$  est la puissance du faisceau,  $y$  la direction de propagation et  $w(y) = w_0\sqrt{1 + (y/z_R)^2}$  est son rayon à  $1/e^2$  en un point  $y$  de son axe de propagation, avec  $w_0$  la largeur de son col et  $z_R = \pi w_0^2/\lambda_L$  sa longueur de Rayleigh.

On peut extraire des équations (6.2) et (6.5) la profondeur du piège à un seul faisceau  $U_0^{(1)}$  :

$$U_0^{(1)} = |\chi_{\text{dip}} I(0)| = \frac{2|\chi_{\text{dip}}|P}{\pi w_0^2}. \quad (6.6)$$

Le potentiel à un seul faisceau  $U^{(1)}(\mathbf{r})$  s'écrit donc :

$$U^{(1)}(\mathbf{r}) = -U_0^{(1)} \frac{e^{-2\frac{x^2+z^2}{w(y)^2}}}{\left(1 + \left(\frac{y}{z_R}\right)^2\right)}. \quad (6.7)$$

Pour des atomes d'énergie faible devant  $U_0^{(1)}$ , on peut approcher le potentiel par un

potentiel harmonique à trois dimensions avec les fréquences de piégeage :

$$\begin{cases} \omega_x = \sqrt{\frac{4U_0^{(1)}}{mw_0^2}} = \omega_{\perp}, \\ \omega_y = \frac{\lambda_L}{\sqrt{2\pi}w_0}\omega_{\perp} = \omega_{//}, \\ \omega_z = \omega_{\perp}. \end{cases} \quad (6.8)$$

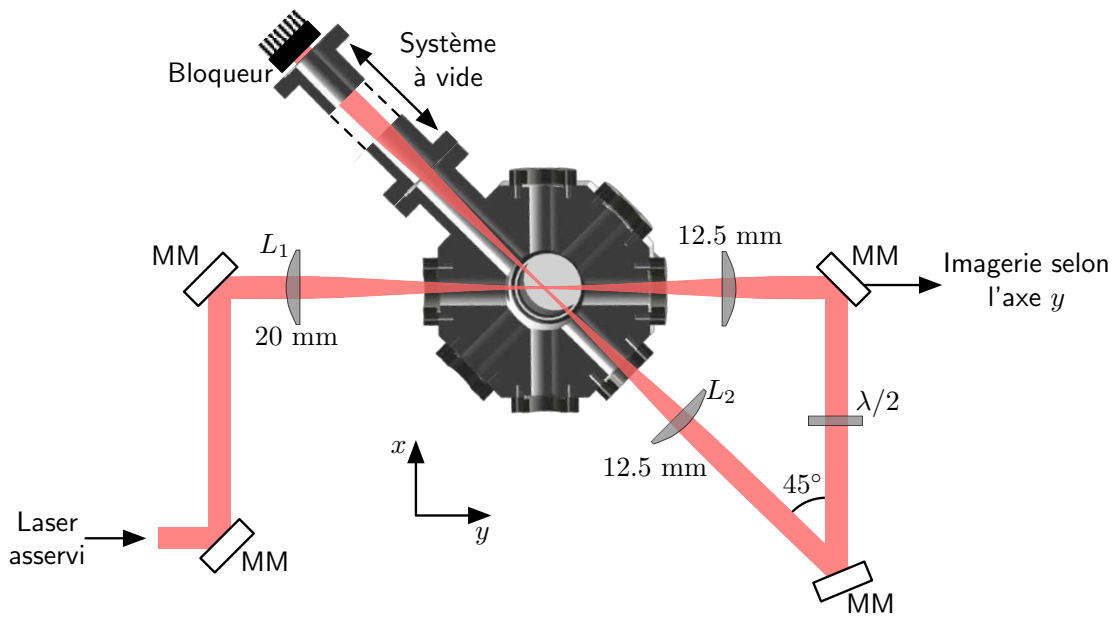
Ainsi, pour des tailles de col  $w_0$  de l'ordre de quelques dizaines de microns, la fréquence dans l'axe de propagation du faisceau est deux ordres de grandeur plus faible que les fréquences radiales. Par exemple, pour une puissance laser de 30 W et un col de faisceau  $w_0 = 30 \mu\text{m}$ , on a  $\omega_{\perp}/2\pi = 4 \text{ kHz}$  et  $\omega_{//} = 30 \text{ Hz}$ .

### Potentiel créé par deux faisceaux croisés

Pour corriger cette forte anisotropie, il est possible d'utiliser un piège dipolaire dit *croisé* [183, 186, 187, 188, 189, 190, 161], où un second faisceau de même puissance que le premier le croise avec un angle de  $\alpha$ , les deux pièges étant focalisés au point de croisement [voir Fig. 6.1]. Cela peut être réalisé par deux faisceaux laser indépendants, ou comme dans notre cas par un faisceau laser unique réfléchi et redirigé vers l'enceinte pour former le second bras. Dans ce cas, on obtient un piège beaucoup moins anisotrope. En effet, si l'on utilise un laser multi-modes transverses (et que les polarisations des deux bras sont orthogonales entre elles, voir sous-section suivante), on peut simplement ajouter les potentiels  $U^{(1)}$  et  $U^{(2)}$  créés par les deux bras sans terme d'interférence. La profondeur du potentiel résultant pour le piège croisé  $U_{\otimes} = U^{(1)} + U^{(2)}$  vaut  $U_0 = 2U_0^{(1)}$ . De plus, celui-ci possède deux axes propres  $X$  et  $Y$  tournés de  $\alpha/2$  par rapport aux axes initiaux  $x$  et  $y$ , l'axe  $z$  demeurant un axe propre. Les fréquences du piège sont :

$$\begin{cases} \omega_{\otimes,X}^2 = [1 + \cos(\alpha)]\omega_{\perp}^2 + [1 - \cos(\alpha)]\omega_y^2, \\ \omega_{\otimes,Y}^2 = [1 - \cos(\alpha)]\omega_{\perp}^2 + [1 + \cos(\alpha)]\omega_y^2, \\ \omega_{\otimes,Z}^2 = 2\omega_{\perp}^2. \end{cases} \quad (6.9)$$

Pour un angle  $\alpha$  de quelques dizaines de degrés, on peut donc former un piège pour lequel les fréquences dans toutes les directions sont de l'ordre de  $\omega_{\perp}$ . Par la suite, nous noterons  $N_{\otimes}$  le nombre d'atomes piégés au centre du piège dipolaire croisé.



**FIGURE 6.2.** Réalisation expérimentale du piège dipolaire croisé dans l'enceinte à vide, en coupe vue de dessus. Le laser provient de la boîte d'asservissement (voir §6.3). Les lentilles  $L_1$  et  $L_2$  focalisent respectivement le premier et le deuxième bras. Une lame d'onde  $\lambda/2$  est intercalée entre les deux. Les longueurs mentionnées à côté des lentilles désignent leur distance focale. MM : monture de miroir équipée de moteurs piézo-électriques.

### 6.2.2 Réalisation expérimentale

Ces résultats étant établis, nous nous intéressons maintenant à la réalisation d'un piège dipolaire croisé au sein de notre enceinte à vide. Celui-ci est formé par un laser à fibre dopée Ytterbium<sup>1</sup> émettant à 1070 nm. Il s'agit d'un laser multimode longitudinal, sa largeur spectrale étant de l'ordre du nanomètre. Nous avons disposé dans un premier temps d'un laser délivrant 20 W de puissance, mais le laser actuellement installé est un laser délivrant 40 W de puissance. La lumière est émise avec une polarisation linéaire bien définie, l'extinction pouvant être obtenue par un polariseur étant nettement inférieure à 1%. Cette propriété sera utile pour le contrôle en intensité du laser (voir section 6.3). Le faisceau laser est collimaté à un rayon à  $1/e^2$  de 2.1 mm en sortie de fibre.

Le piège est réalisé dans le plan horizontal de notre enceinte selon la configuration représentée sur la figure 6.2. Le premier bras du piège se propage selon l'axe  $y$  et le second forme un angle  $\alpha = 45^\circ$  avec celui-ci. Le premier bras est focalisé à un col de  $\sim 40 \mu\text{m}$  au centre de la chambre par une première lentille  $L_1$  de 200 mm de focale. Il est ensuite recollimaté par une seconde lentille en sortie de l'enceinte de 125 mm de focale, qui sert par ailleurs de lentille de collection pour l'imagerie selon l'axe  $y$  décrite dans le chapitre précédent (§5.3.3). Une troisième lentille  $L_2$  de même focale que la précédente assure un foyer pour le second bras de la même taille que pour le premier bras. On peut noter ici que du fait de la transmission imparfaite du laser de piégeage au travers des hublots (défaut des traitements), la puissance dans le second bras est

1. Laser YLM fabriqué par IPG Photonics, USA.

plus faible de 10%. Le second bras se propage hors de l'enceinte le long du tube la reliant au reste du système à vide, et est arrêté par un bloqueur à l'autre bout de ce tube. Le positionnement du second bras relativement au premier est effectué par deux miroirs, montés sur des montures dont chacun des deux degrés de liberté est réglable à distance par un moteur piézo-électrique<sup>2</sup>. De la même manière, le premier bras est amené dans le plan horizontal de l'enceinte par un périscope formé de deux miroirs sur le même type de monture. Cela permet d'effectuer indépendamment les réglages de positionnement des bras du piège dipolaire par rapport au PMO, ainsi que d'ajuster leur croisement.

Un élément fondamental du montage expérimental est la présence d'une lame d'onde  $\lambda/2$  entre le premier et le second bras, qui assure que leurs polarisations sont orthogonales. Cela s'est avéré crucial dans notre expérience, car en l'absence de cette lame la durée de vie des atomes piégés diminue significativement. Nous avons attribué cela à des interférences au croisement des bras entre deux composantes de fréquence du laser. Ces interférences forment un réseau optique, mais la phase relative des phases étant mal définie, ce réseau bouge de manière aléatoire, et cela constitue une source de chauffage au niveau des atomes [63]. Si la polarisation linéaire des deux bras n'est pas la même, l'amplitude de ce réseau est réduite par un facteur  $\cos(\theta_p)$ , où  $\theta_p$  est l'angle entre les deux polarisations. La lame d'onde permet de rendre les polarisations des deux bras orthogonales, et de supprimer ainsi ces interférences. Ainsi, pour une suppression à 1% près, un réglage de l'angle de la lame d'onde à moins d'un degré est nécessaire.

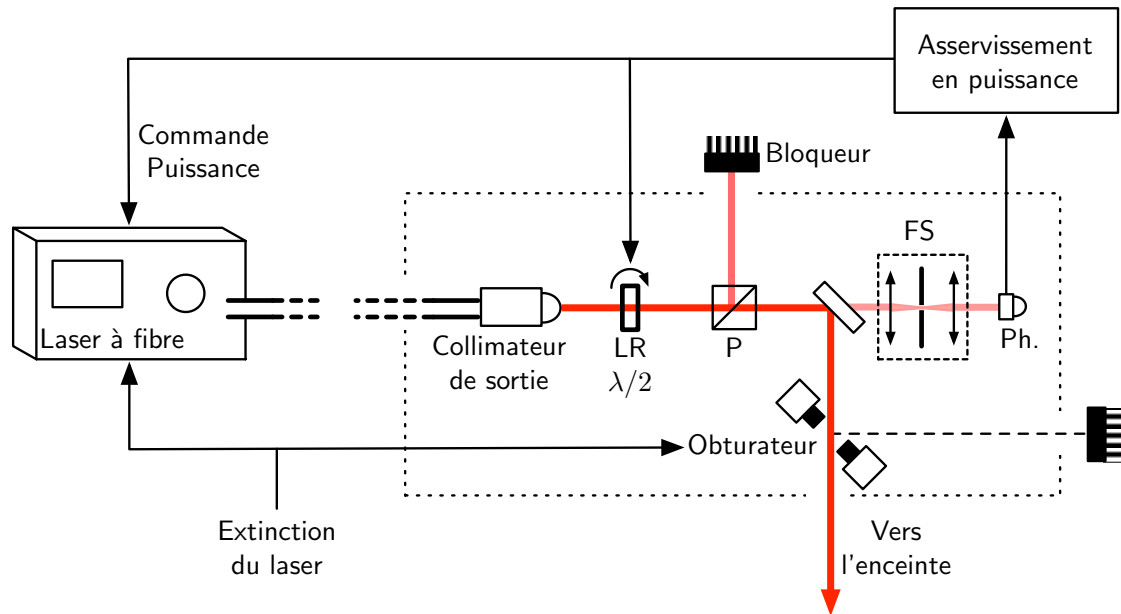
### 6.3 Contrôle et asservissement de l'intensité du piège

Afin de pouvoir réaliser le refroidissement par évaporation nécessaire à la production d'un CBE, il nous faut un moyen de contrôler la puissance du laser du piège dipolaire pour la diminuer au cours du temps selon une rampe optimisée. Ce contrôle nous permettra également de réduire les fluctuations de l'intensité de ce laser qui sont une source potentielle de chauffage (voir section 1.5). Il est ainsi souhaitable d'asservir l'intensité du laser avec une bande passante suffisamment grande devant les fréquences de piégeage [63]. Enfin, nous devons être capables d'éteindre complètement le piège en un temps court devant ces fréquences, afin de pouvoir mesurer la température de manière fiable par une expérience de temps de vol.

#### 6.3.1 Contrôle de l'intensité du laser

Le montage expérimental pour la mise en oeuvre du contrôle de l'intensité du laser est représenté sur la figure 6.3. Ce montage est installé à l'intérieur d'une boîte, pour le protéger de la poussière et des perturbations acoustiques. Cette boîte est en aluminium anodisé pour des raisons de sécurité, étant donné les puissances laser impliquées. Elle est posée sur la même table optique que l'enceinte à vide, à 30 cm de celle-ci. Le faisceau

2. Montures de miroir AGLIS, Newport Corp., USA



**FIGURE 6.3.** Contrôle et asservissement de l'intensité du laser du piège dipolaire croisé. Une boîte couverte contient l'ensemble des éléments nécessaires (schématisée en pointillés). L'asservissement sur l'intensité utilise à la fois la lame d'onde  $\lambda/2$  montée sur un support motorisé et le contrôleur du laser. De même, l'extinction du laser se fait en combinant l'utilisation du contrôleur du laser et d'un obturateur mécanique. LR : support rotatif pour lame d'onde. P : polariseur Glan Laser. FS : filtre spatial. Ph. : photodiode.

laser en sortie de la boîte est dirigé vers le périscope motorisé déjà évoqué qui l'amène au niveau de l'enceinte. A la puissance maximale, au sortir de la boîte, 36 W sont disponibles pour être envoyés sur les atomes.

Le contrôle en intensité du laser est principalement effectué en combinant une lame d'onde  $\lambda/2$  montée sur un support rotatif motorisé<sup>3</sup> et un polariseur (Glan Thomson). La polarisation du laser à fibre utilisé étant linéaire, il suffit en effet d'une lame  $\lambda/2$  pour faire diminuer la transmission de la puissance à travers le polariseur, jusqu'à 0.2% dans notre cas. La puissance qui est rejetée par le polariseur est renvoyée vers un bloqueur de faisceau, situé à l'extérieur de la boîte du montage, afin que celui-ci ne constitue pas une source de perturbations thermiques lorsqu'il s'échauffe. Le facteur d'extinction est limité par les imperfections de la linéarité de la polarisation du laser, ainsi que celles du polariseur et de la lame d'onde. Outre cette extinction imparfaite, les limites de ce système résident dans la bande passante du support rotatif d'une part (de l'ordre de 10 Hz), et dans la faible réponse du système aux alentours des extrema d'intensité d'autre part (du fait de la loi de Malus en  $\cos^2$  dictant la variation de l'intensité transmise). Cependant, ce contrôle en intensité est tout à fait adapté au réglage de la puissance du laser au début de chaque séquence expérimentale, ainsi qu'aux lentes rampes décroissantes sur l'intensité que nous serons amenés à réaliser pour le refroidissement par évaporation (voir section 6.5).

3. Référence DRTM-40, Owis, GmbH, Allemagne.



### 6.3.2 Asservissement de l'intensité de laser

Le support de lame d'onde rotatif peut également être utilisé au sein d'un asservissement de l'intensité du laser. Le simple contrôle de l'intensité décrit ci-dessus est alors complété par une rétroaction sur la vitesse de la lame à partir d'une mesure effectuée sur une photodiode située après le passage par le polariseur (voir Fig. 6.3). Celle-ci mesure ainsi une puissance proportionnelle à la puissance laser envoyée sur les atomes. Il est alors aisé de dériver un signal d'erreur en retranchant la valeur de consigne souhaitée à la valeur mesurée par la photodiode. Ce signal, qui s'annule lorsque la lame est à la bonne position, est envoyé à un contrôleur<sup>4</sup> capable de faire tourner la lame à une vitesse qui lui est proportionnelle. Le moteur agit ainsi comme un circuit intégrateur : la lame tourne tant que le signal d'erreur est non nul et s'arrête à la bonne position. Ce simple circuit d'asservissement permet le pilotage en puissance du laser, une fois la photodiode calibrée.

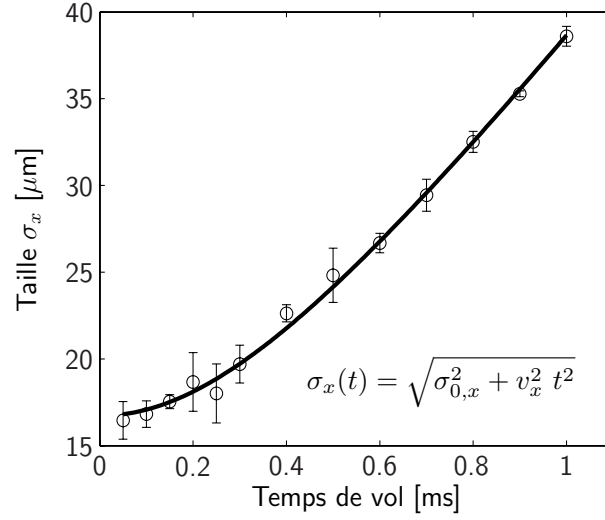
Cependant, les limitations du système de contrôle de la puissance par polarisation décrites plus haut détériorent la qualité de l'asservissement au voisinage du maximum et du minimum de puissance, et la nature mécanique de l'actuateur implique une bande passante faible. Nous avons donc également utilisé un autre moyen d'action sur la puissance du laser, offert par l'interface du laser lui-même. En effet, son contrôleur dispose d'une entrée permettant de piloter par une tension analogique le courant de ses diodes de pompe, et par conséquent la puissance du laser<sup>5</sup>. Il est ainsi possible de faire varier la puissance de sortie du laser de 100% à 10%, avec une bande passante de  $\sim 50$  kHz. Nous l'utilisons uniquement pour faire de petites corrections, et la lame rotative pour les changements lents mais importants, afin de ne pas trop modifier le courant circulant dans les diodes de pompe du laser. La rétroaction sur le contrôleur permet notamment de prendre le relai lorsque la puissance demandée en sortie de polariseur est très faible, et que la rotation de la lame a peu d'effet. Avec ce dispositif de double actuateur, l'asservissement possède une bande passante plus grande que les fréquences du piège, et fonctionne bien même lorsque la puissance demandée est très faible (de l'ordre de 0.5% de la puissance maximale).

### 6.3.3 Coupure du piège et temps de vol

Un autre contrôle nécessaire de l'intensité du laser est la possibilité d'éteindre celui-ci intégralement et rapidement. En effet, la coupure du piège permet de réaliser une mesure de température en "temps de vol". Pour réaliser une telle mesure, le piège est coupé à  $t = 0$  et l'on observe alors l'expansion du nuage sous l'effet de son énergie cinétique, isotrope pour un gaz thermique. Des images du nuage sont prises au cours du temps, et l'on ajuste le profil de densité obtenu par absorption à un profil gaussien reflétant la distribution de Maxwell des vitesses, de la forme  $\exp[-(x^2/2\sigma_x^2) + (z^2/2\sigma_z^2)]$  pour une image prise dans l'axe  $y$ . Les tailles  $\sigma_x$  et  $\sigma_z$  augmentent donc avec le temps,

4. Contrôleur Servo Moteur, Maxon Motors, Suisse.

5. Nous ne disposons pas de cette entrée dans notre laser de 20 W, car elle n'est disponible que dans la version de 40 W.



**FIGURE 6.4.** Mesure en temps de vol de la température du nuage atomique. Le piège est coupé en  $t = 0$  et l'expansion balistique du nuage est observée. Un ajustement gaussien est effectué sur les profils de densité du nuage, et les tailles déduites de cet ajustement sont représentées en fonction du temps. La ligne continue représente l'ajustement de l'augmentation de la taille selon l'expression de  $\sigma_x(t)$  rappelée sur la figure, et conduit à  $\sigma_{0,x} = 17 \mu\text{m}$  et  $v_x = 35 \text{ mm s}^{-1}$ .

et l'on peut écrire l'expansion balistique à vitesse constante comme (voir Fig. 6.4)

$$\sigma_j(t) = \sqrt{\sigma_{j,0}^2 + v_j^2 t^2}, \quad \text{pour } j = x, z, \quad (6.10)$$

avec  $\sigma_{j,0}$  la taille en  $t = 0$  et  $v_j$  la vitesse d'expansion, dans la direction  $j$ . Cette vitesse d'expansion est reliée à la température selon cette direction par la relation simple

$$T_j = \frac{m}{k_B} v_j^2. \quad (6.11)$$

Pour un gaz thermalisé, on s'attend bien sûr à  $T_x = T_z$ , soit  $v_x = v_z$  et  $\omega_x \sigma_{x,0} = \omega_z \sigma_{z,0}$ . Dans l'exemple présenté sur la figure 6.4, mesuré sur un nuage atomique après une phase de refroidissement par évaporation, l'ajustement conduit à  $\sigma_{0,x} = 17 \mu\text{m}$  et  $v_x = 35 \text{ mm s}^{-1}$ , ce qui correspond à une température de  $3 \mu\text{K}$ . L'expansion selon la direction  $z$ , non représentée, conduit à une vitesse et une température comparable.

Cette mesure de température nécessite de couper le piège dipolaire, en un temps court devant les fréquences de piégeage. Or, une autre limitation du système de contrôle de l'intensité par polarisation est l'impossibilité de couper intégralement et rapidement la puissance laser. L'entrée analogique de commande de la puissance décrite plus haute posséderait *a priori* une bande passante bien supérieure à  $\omega_x, \omega_z$ , mais elle n'est pas conçue pour éteindre complètement le laser. Nous avons donc installé un obturateur mécanique<sup>6</sup> sur le chemin du premier bras. Cet obturateur fonctionne en réflexion, et renvoie donc la lumière lorsqu'il se ferme vers un bloqueur de faisceau, également situé

6. Uniblitz, Vincent Associates, USA.

en dehors de la boîte du montage. Cependant, le temps de fermeture de cet obturateur est de l'ordre de la milliseconde. Les fréquences de piégeage étant de l'ordre du kiloHertz, ce temps de coupure limite l'utilisation du temps de vol pour déterminer précisément la température. De plus, nous avons observé que lors de la fermeture de l'obturateur, le profil radial du faisceau était déformé, avec une anisotropie d'un facteur 4 apparaissant pendant le temps de fermeture de 1 ms.

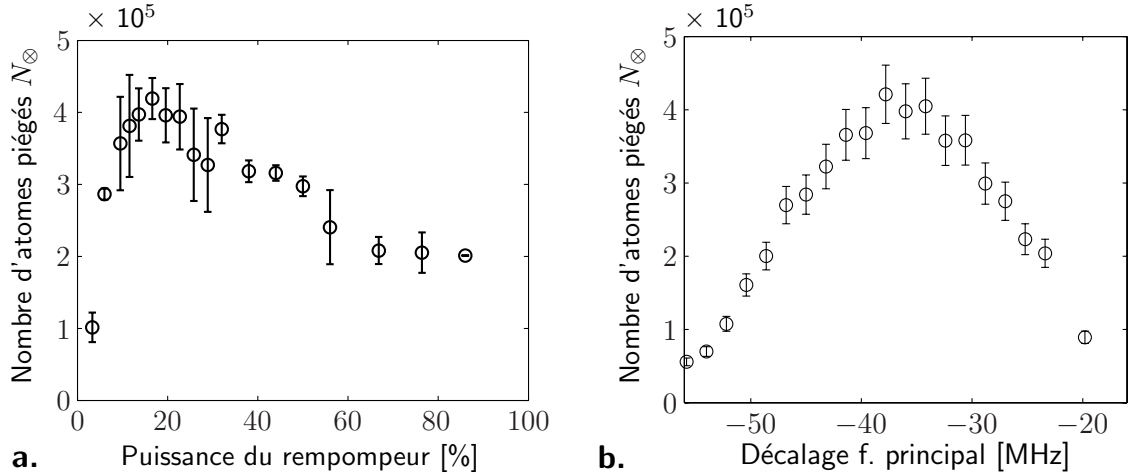
Nous avons contourné ce problème en ayant recours à une autre entrée de commande de la puissance du laser, dite entrée de modulation, capable de déclencher l'extinction du laser en  $\sim 50 \mu\text{s}$ . Cette coupure est alors pratiquement instantanée du point de vue des atomes. Cependant, afin de maintenir le laser thermiquement stable, nous fermons alors l'obturateur mécanique et rallumons le laser aussitôt. Ce moyen de coupure, dont nous ne disposons pas dans la version 20 W du laser, a facilité l'obtention de mesures de température quantitatives.

## 6.4 Capture des atomes dans le piège dipolaire

Dans cette section, nous traitons du protocole expérimental nous permettant de transférer les atomes pré-refroidis du PMO dans le piège dipolaire croisé. Ce processus nécessite un bon alignement du piège sur le PMO, un ajustement des paramètres de ce dernier pour poursuivre le refroidissement pendant la phase de transfert, et un branchement du laser de piégeage sur les atomes optimisant l'efficacité de leur capture.

### 6.4.1 Alignement du piège dipolaire croisé

La capture des atomes dans le piège dipolaire croisé s'effectue à partir des atomes du PMO. La profondeur de notre piège est  $U_0/k_B \simeq 1.3 \text{ mK}$  pour deux faisceaux de 36 W croisés focalisés à  $40 \mu\text{m}$ . Pour réaliser une capture efficace des atomes du PMO dans le piège dipolaire, le croisement des faisceaux de ce dernier doit être centré sur le PMO, et les faisceaux doivent se couper en leur col. Quand cette dernière condition n'est pas réalisée, nous observons des oscillations du nuage dans le piège déformé par ce désalignement. La méthode suivante est donc employée : le premier bras du piège est tout d'abord centré sur le PMO, puis la position de la lentille de focalisation  $L_1$  (voir Fig. 6.2) est ajustée afin de minimiser la taille du nuage piégé, observé par absorption dans l'axe  $y$  du bras. Il faut noter que cette étape est réalisée avec nettement plus de précision depuis qu'une coupure rapide du piège est possible. Sans cela, les nuages voient leur taille affectée par l'ouverture du piège et un minimum en taille est plus délicat à déterminer. Une fois le premier bras en place, le second peut être positionné, et l'imagerie dans l'axe verticale  $z$  permet alors de régler la lentille  $L_2$  de focalisation de ce bras pour que sa taille soit également minimale. On peut noter ici que le "bon" croisement des faisceaux est clairement identifiable par l'apparition d'un nuage atomique nettement plus important et plus dense au centre.

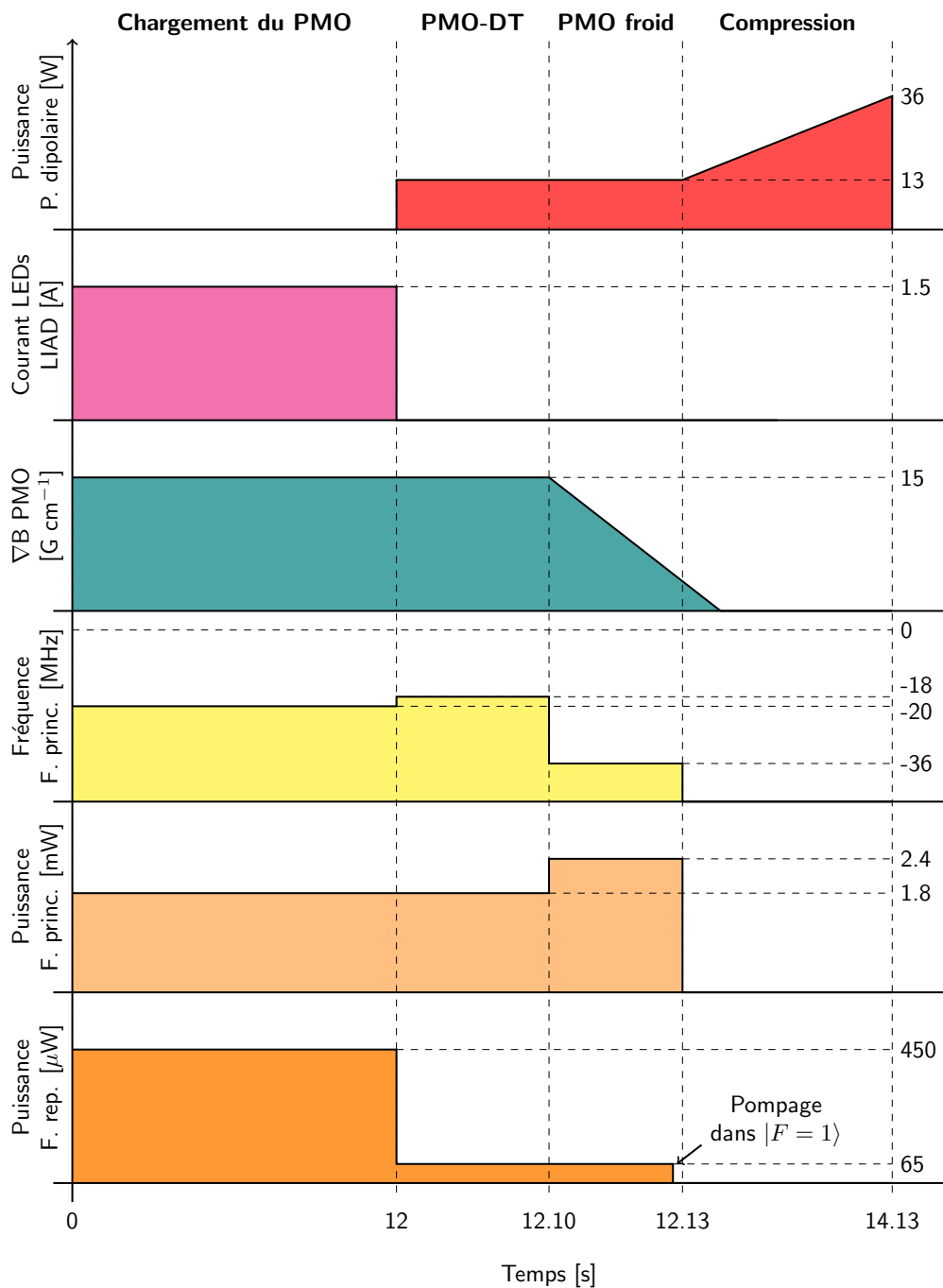


**FIGURE 6.5.** (a) Nombre d'atomes  $N_{\otimes}$  capturés dans le piège dipolaire croisé pendant la phase de PMO-DT en fonction de la puissance du repompeur (exprimée en % de la puissance pendant la phase de chargement). (b) : Nombre d'atomes  $N_{\otimes}$  capturés dans le piège dipolaire croisé en fonction du décalage en fréquence des faisceaux principaux du PMO pendant la phase de "PMO froid". Le décalage en fréquence est mesuré à partir de la transition de refroidissement.

### 6.4.2 Séquence de transfert depuis le PMO vers le piège dipolaire

Une fois l'alignement du piège réalisé, nous avons élaboré une séquence expérimentale permettant le transfert des atomes du PMO vers le piège dipolaire croisé, en maximisant le nombre d'atomes capturés. Cette séquence est représentée sur la figure 6.6. Sa mise au point implique l'optimisation de paramètres des lasers de refroidissement. En effet, le transfert des atomes vers le piège dipolaire est réalisé en superposant ce dernier au PMO, afin que les atomes continuent à être refroidis pendant qu'ils sont capturés. Nous faisons alors face à deux problèmes. D'une part, les collisions assistées par la lumière de refroidissement constituent une source de chauffage pour les atomes, qui sont moins facilement capturés par le piège dipolaire. Plusieurs solutions ont été apportées à ce problème. La plus utilisée pour le sodium est l'utilisation d'un *dark spot* [191], soit une zone au centre du PMO dans laquelle l'intensité des faisceaux repompeurs est fortement diminuée. Dans cette zone se trouvent les atomes les plus froids, qui demeurent en grande partie dans  $|F = 1\rangle$ , et ne sont plus chauffés par la lumière du PMO. Une autre possibilité est de réaliser un *dark spot* temporel (PMO-DT), où la puissance des faisceaux repompeurs demeure uniforme dans l'espace mais diminue dans le temps [192], ayant pour effet la même suppression des collisions assistées par la lumière. D'autre part, la superposition du laser de piégeage engendre un déplacement lumineux des états  $3S_{1/2}$  et  $3P_{3/2}$ , ce qui modifie la fréquence de résonance des atomes, et ce décalage doit être compensé sur les faisceaux de refroidissement.

Après le chargement normal du PMO, nous effectuons tout d'abord une phase de *dark spot* temporel : nous allumons le laser du piège dipolaire une fois le PMO chargé, et opérons cette réduction de puissance des faisceaux repompeurs. Cette phase dure environ 100 ms. La puissance optimale des faisceaux repompeurs pour le chargement est déterminée à  $65 \mu\text{W}$  par faisceau, soit environ un ordre de grandeur plus faible



**FIGURE 6.6.** Séquence de capture des atomes dans le piège dipolaire, réalisée selon les quatre phases suivantes : le chargement du PMO, la phase de dark spot temporelle (PMO-DT), la phase de “PMO froid” et la compression dans le piège dipolaire. Les grandeurs physiques impliquées dans cette séquence sont (de haut en bas) la puissance du laser formant le piège dipolaire, le courant injecté dans les LEDs de désorption, le gradient de champ magnétique des bobines du PMO, le décalage en fréquence des faisceaux principaux du PMO par rapport à la résonance atomique  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ , la puissance par bras des faisceaux principaux et celle des faisceaux repompeurs.

que pendant la phase de chargement du PMO [voir Fig. 6.5 (a)]. Ensuite, nous procédons à une seconde étape de refroidissement, appelée “PMO froid”. Le décalage en fréquence des faisceaux principaux du PMO est augmenté significativement à  $-36$  MHz par rapport à la résonance atomique [voir Fig. 6.5 (b)], pour compenser le déplacement lumineux dû au laser du piège dipolaire. De plus, le gradient de champ magnétique est éteint en suivant une rampe de 200 ms. Cette phase durant 30 ms, le champ n’est pas totalement coupé et il ne s’agit pas strictement d’une mélasse optique. Le principe de fonctionnement demeure cependant le même : pendant cette phase, le refroidissement sub-Doppler permet de diminuer encore la température.

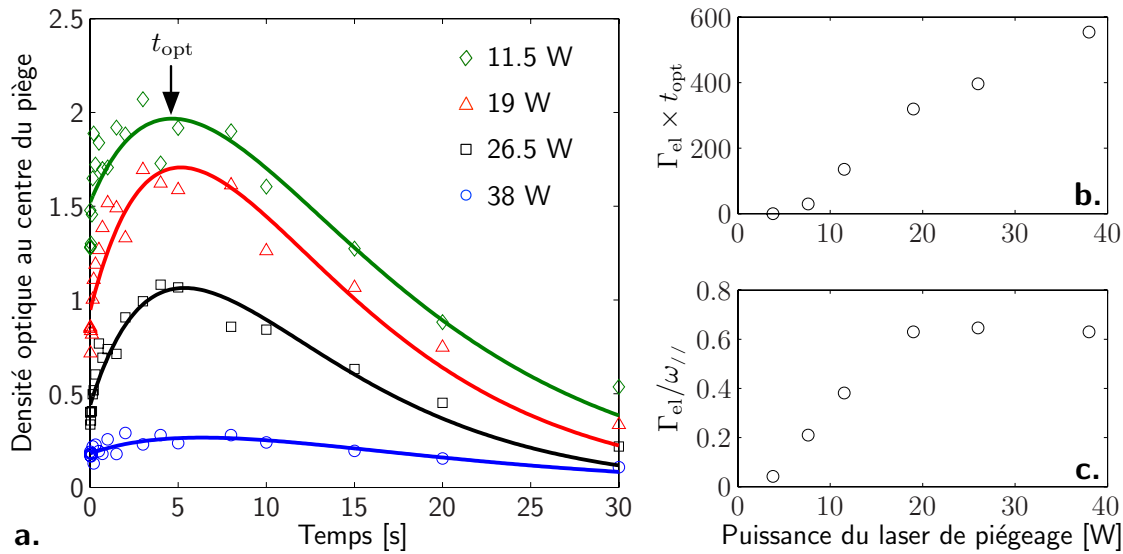
Enfin, afin de transférer tous les atomes dans l’état  $|F = 1\rangle$ , les faisceaux repompeurs sont coupés 1 ms avant la fin de la phase de “PMO froid” : tous les atomes sont ainsi dé-pompés dans l’état  $|F = 1\rangle$  par les faisceaux de refroidissement.

### 6.4.3 Optimisation du branchement du piège dipolaire à haute puissance

La phase de compression qui constitue la dernière étape représentée sur la figure 6.6 n’a été mise au point que lorsque nous avons disposé du laser de 40 W de puissance. Nous nous attendions ainsi à piéger au moins deux fois plus d’atomes. Cependant, le changement de laser s’est traduit dans un premier temps par une diminution de moitié du nombre d’atomes transférés du PMO au piège dipolaire croisé.

Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer cette diminution. L’augmentation de la densité atomique lors du chargement du piège à haute puissance, alors même que les faisceaux de refroidissement sont encore allumés, peut être à l’origine d’une augmentation des collisions assistées par la lumière, et détériorer l’efficacité du chargement. Le surplus d’intensité lumineuse dans le cas du laser de 40 W peut également être responsable d’un déplacement lumineux trop important pour permettre le bon fonctionnement des phases de refroidissement du chargement. L’évolution de la densité atomique dans le piège dipolaire croisé nous a conduits à nous intéresser plus particulièrement au processus d’accumulation des atomes au centre de celui-ci.

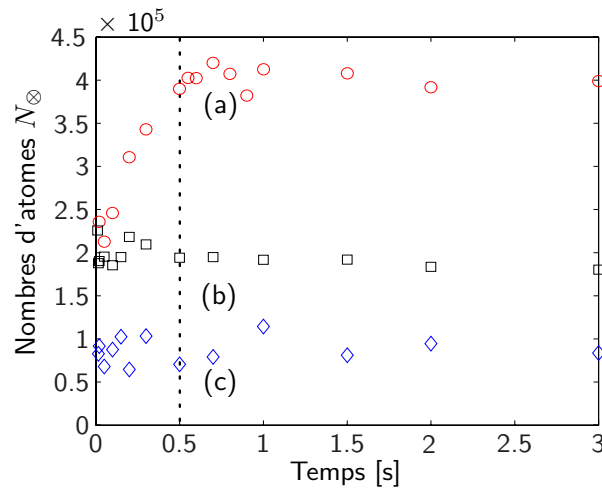
Pour comprendre ce problème, il est utile de bien analyser le processus de chargement des atomes dans le piège. Nous pouvons distinguer deux zones de capture dans le piège dipolaire croisé. D’une part, la zone de croisement des faisceaux, qui possède un volume de l’ordre de  $(40 \mu\text{m})^3 \simeq 10^5 \mu\text{m}^3$ , soit un volume bien plus faible que le PMO ( $\sim 0.2 \text{ mm}^3$ ). D’autre part, le reste des faisceaux, qui constituent ce que nous appellerons les bras du piège, et qui s’étendent sur tout le PMO sans changer significativement de taille transverse. En effet, pour la focalisation que nous utilisons, la longueur de Rayleigh  $z_R$  des faisceaux vaut 4.5 mm, ce qui est bien supérieur à la taille du PMO. Le volume du PMO éclairé par les bras est ainsi  $\sim 2 \times 10^6 \mu\text{m}^3$ . Ces derniers conservent une profondeur de l’ordre de la moitié de la profondeur au croisement, avec une fréquence de piégeage longitudinale ( $\omega_{||}$ ) beaucoup plus faible (voir §6.2.1). La dynamique de capture est alors la suivante : outre les atomes directement capturés dans la zone de piégeage centrale, des atomes sont également capturés dans les bras, et se concentrent



**FIGURE 6.7.** (a) Accumulation des atomes au centre du piège dipolaire en fonction du temps, pour différentes puissances du laser de piégeage. Un ajustement de la forme  $a(x - b) \exp(-t/\tau_{\otimes})$  est effectué pour prendre en compte la phase d'accumulation d'une part et la durée de vie des atomes dans le piège d'autre part. L'origine des temps correspond à la fin de la séquence de chargement (sans compression). Le temps  $t_{opt}$  est le temps au bout duquel la densité optique est maximale. En fonction des paramètres de l'ajustement, il vaut  $t_{opt} = \tau_{\otimes} + b$ . (b) Produit du taux de collisions élastiques  $\Gamma_{el}$  dans les bras du piège par le temps  $t_{opt}$  en fonction de la puissance du laser de piégeage. (c) Rapport entre  $\Gamma_{el}$  et la fréquence axiale de piégeage  $\omega_{//}$  en fonction de la puissance du laser de piégeage.

ultérieurement par évaporation dans la zone centrale du piège. Il y a donc accumulation des atomes initialement contenus dans les bras vers le centre au fur et à mesure que la température diminue, ce qui permet de piéger nettement plus d'atomes que ceux qui se trouvent initialement dans le volume central du piège dipolaire croisé.

Cependant, ce mécanisme peut être freiné si le taux de collision devient trop important. En effet, il est alors possible de se rapprocher du régime collisionnel hydrodynamique dans la direction axiale des bras, faiblement confinante. Ce régime correspond à la situation  $\Gamma_{el}/\omega_{//} \gg 1$  [193], où  $\Gamma_{el}$  est le taux de collisions élastiques et  $\omega_{//}$  la fréquence axiale dans un bras donné. Cela revient à dire que le libre parcours moyen d'un atome le long du bras devient plus faible que l'extension spatiale du gaz dans la direction axiale. Dans un tel régime collisionnel, la thermalisation s'effectue difficilement dans la direction longitudinale, et la migration des atomes des bras vers le centre est compromise [194]. En effet, les collisions sont trop fréquentes : après une première collision censée laisser un atome froid pouvant être capturé au centre du piège, ce dernier peut subir une seconde collision avant d'avoir atteint le centre. Cela peut nuire à l'accumulation des atomes au centre du piège. Pour déterminer le régime collisionnel dans lequel nous nous trouvons dans notre expérience, nous avons observé le nombre d'atomes au centre du piège, en fonction de la puissance du laser de piégeage [Fig. 6.7 (a)]. Pour obtenir ces mesures, le piège dipolaire est allumé à puissance constante au cours du temps, l'origine des temps étant prise à la fin de la phase de mélasse. La mesure est réalisée pour différentes valeurs de la puissance du piège, et l'on constate que l'augmentation de

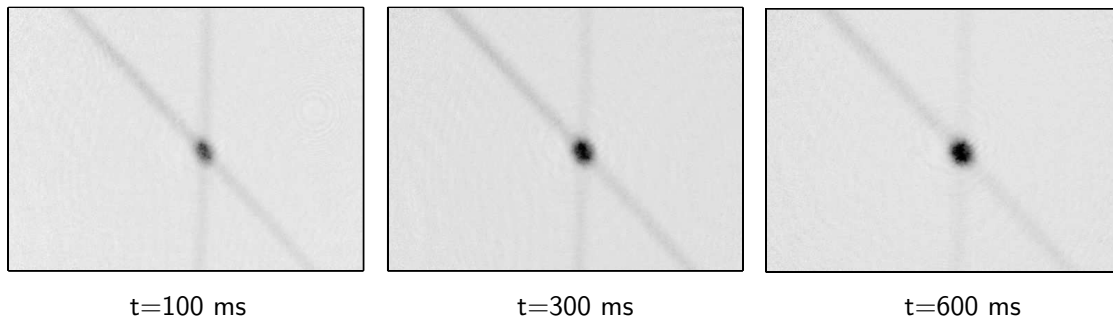


**FIGURE 6.8.** Mise en évidence de l'effet de la compression. Trois expériences sont réalisées, où l'on trace le nombre d'atomes dans le piège  $N_{\otimes}$  au cours du temps, l'origine des temps étant prise après la phase de "PMO froid". **(a)** : Une compression est réalisée, en augmentant linéairement la puissance du laser de piégeage entre 13 W et 36 W en 500 ms. **(b)** : La puissance du laser est maintenue constante à 13 W. **(c)** : La puissance du laser est maintenue constante à 36 W. La ligne pointillée marque la fin de la rampe de compression.

la puissance constitue un frein à l'accumulation des atomes au centre du piège. Ainsi, si une telle accumulation a lieu à une puissance modérée de  $\sim 12$  W, avec une augmentation de la densité optique au centre du piège par un facteur 2 jusqu'à un temps  $t_{\text{opt}}$ , elle est de plus en plus inhibée lorsque la puissance augmente, jusqu'à disparaître quasi-intégralement à la puissance maximale de notre laser. On peut tracer la quantité  $\Gamma_{\text{el}} \times t_{\text{opt}}$  en fonction de la puissance du laser de piégeage [Fig. 6.7 (b)]. Cette quantité nous renseigne sur l'efficacité de la thermalisation et de l'accumulation des atomes au centre du piège. Ici, plus le taux de collisions est important, plus la constante de temps de l'accumulation augmente. Si l'on trace le paramètre  $\Gamma_{\text{el}}/\omega_{\parallel}$  en fonction de la puissance laser [Fig. 6.7 (c)], on constate que celui-ci atteint une valeur significativement inférieure à 1. Le régime hydrodynamique ne semble donc pas être atteint. Ainsi, l'inhibition de l'accumulation des atomes dans le centre du piège est plus probablement due à un chargement initial moins efficace pendant la phase de refroidissement laser, qui conduit à une température du gaz piégé plus importante, avec une fraction plus faible des atomes dans le centre du piège croisé. Cette inhibition de l'accumulation des atomes est visible sur les images du piège car la densité atomique dans les bras demeure significative au cours du temps, tandis qu'à basse puissance on n'observe plus que le nuage central. Il est donc impossible de profiter de la puissance supplémentaire offerte par le laser de 40 W dans cette configuration.

Pour remédier à cela, nous avons ajouté à la séquence de capture une étape de compression (voir Fig. 6.6). Nous procédons aux phases de PMO-DT et de mélasse avec une profondeur modérée du piège, correspondant à une puissance de 13 W du laser, qui permet l'accumulation des atomes dans la zone centrale. A la fin de ces deux phases, la puissance du laser de piégeage est amenée à sa valeur maximale de 36 W par une rampe linéaire, et l'on observe alors une augmentation constante du nombre d'atomes s'accu-





**FIGURE 6.9.** Images par absorption du piège dipolaire en trois temps de l'expérience rapportée sur la figure 6.8 (a). Une compression est effectuée en augmentant linéairement la puissance du laser de piégeage en 500 ms. On observe l'accumulation des atomes dans la zone centrale du piège dipolaire croisé. Cette compression permet donc l'accumulation des atomes tout en utilisant la puissance maximale du laser de piégeage.

mulant au centre du piège, ceux-ci étant “poussés” par l'augmentation de la fréquence de piégeage axiale. Ce phénomène est mis en évidence sur la figure 6.8. Les configurations notées (b) et (c) représentent des séquences sans compression, où la puissance est maintenue constante respectivement à 13 W et 36 W. Le nombre d'atomes capturés est alors deux fois moindre à la puissance maximale. En revanche, dans la configuration (a), les atomes sont capturés avec 13 W, puis la puissance est augmentée linéairement à 36 W en 500 ms. Le nombre d'atomes capturés au centre du piège augmente alors en suivant cette rampe, pour atteindre un niveau de  $\sim 4 \times 10^5$  atomes, soit quatre fois plus que ce qui est obtenu en capturant directement à la puissance maximale. Partant d'un PMO de  $\sim 2 \times 10^7$  atomes, cela signifie que 2% des atomes sont transférés. Si l'on effectue le rapport entre le volume du PMO éclairé par les bras du piège et le volume total du PMO, on retrouve cet ordre de grandeur. Cette séquence permet donc de capturer au centre du piège la quasi-totalité des atomes initialement présents dans les bras. Cette capture a lieu avec une puissance laser élevée, en contournant le problème de l'inhibition de la migration des atomes vers le centre. La compression occasionnée par l'augmentation de la puissance du laser de piégeage permet l'accumulation des atomes des bras dans le centre. Ainsi, des images du piège prises à différents temps pendant une rampe de compression de 500 ms sont visibles sur la figure 6.9. On observe bien l'accumulation des atomes en son centre.

Signalons enfin que nous avons constaté que cette compression, si elle est effectuée trop rapidement, peut échauffer les atomes outre mesure. Une compression sur une durée de 2 s (contre 0.5 s sur la figure 6.8) a ainsi été choisie, elle demeure rapide tout en maintenant la température des atomes minimale.

## 6.5 Refroidissement par évaporation dans le piège croisé

Après cette phase de chargement, une mesure de l'expansion du nuage en temps de vol conduit à une température de  $T \sim 110 \mu\text{K}$ , largement plus importante que la température critique de condensation. En effet, la densité dans l'espace des phases du

nuage n'est alors que de l'ordre de  $D \sim 10^{-4}$ . Il s'agit maintenant d'abaisser la profondeur du piège selon une rampe optimisée pour forcer la poursuite du refroidissement par évaporation.

### 6.5.1 Modélisation de l'évaporation

Afin de nous aider à interpréter l'évolution du nuage atomique au cours d'une phase de refroidissement par évaporation, il est intéressant d'utiliser un modèle permettant de calculer les paramètres du nuage (nombre d'atomes, température, densité dans l'espace des phases) en fonction du temps pour une rampe d'évaporation donnée. Nous nous fondons pour cela sur les travaux reportés dans [181, 177]. Les détails de ce modèle sont reportés dans l'annexe D. Il permet d'aboutir à la mise en équation du refroidissement par évaporation en fonction de l'abaissement du piège selon le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \frac{\dot{N}_\otimes}{N_\otimes} &= -\Gamma_{\text{ev}} - k_1 - k_2 \langle n \rangle - k_3 \langle n^2 \rangle - \Gamma_{\text{dev}}, \\ \frac{\dot{E}}{E} &= -\Gamma_{\text{ev}}^{(E)} - k_1 - \Gamma_{2C}^{(E)} - \Gamma_{3C}^{(E)} - \Gamma_{\text{dev}}^{(E)}, \\ \frac{\dot{E}}{E} &= \frac{\dot{N}_\otimes}{N_\otimes} + [1 - F(\eta)] \frac{\dot{T}}{T} + F(\eta) \frac{\dot{U}_0}{U_0}. \end{cases} \quad (6.12)$$

Les deux premières équations sont issues d'un bilan sur les sources de pertes d'atomes et d'énergie respectivement. La première équation prend en compte les pertes d'atomes suivantes

- Les collisions élastiques, avec un taux  $\Gamma_{\text{ev}}$ , qui constituent comme nous l'avons vu le moteur du refroidissement par évaporation (voir section 6.1).
- Les collisions inélastiques : avec le gaz résiduel ( $k_1$ ), à deux corps ( $k_2 \langle n \rangle$ ) et à trois corps ( $k_3 \langle n^2 \rangle$ ), avec  $n$  la densité du gaz (voir Ch. 1).
- Les pertes par déversement : l'abaissement de la profondeur  $U_0(t)$  du piège d'une quantité  $dU_0$  en un temps  $dt$  occasionne la perte des atomes d'énergie  $U_0(t)$ , sans modifier la distribution des autres atomes. Le taux de ce processus est donc égal au produit de  $\dot{U}_0/U_0$  par le nombre d'atomes d'énergie  $U_0(t)$ , proportionnel à la densité d'états à l'énergie  $U_0$ .

La seconde équation possède les termes équivalents en terme de perte d'énergie. Enfin, la troisième équation est issue de la différentiation logarithmique de l'expression de l'énergie en fonction de la température et du nombre d'atomes, avec  $F(\eta)$  une fonction dépendante du potentiel de piégeage donnée dans l'appendice D.

Une différence importante entre notre modèle et ceux des références [181, 129] est la manière de prendre en compte le processus de déversement. En effet, ce terme est calculé dans [129] de la même manière que toutes les autres quantités en considérant la densité d'états d'un potentiel harmonique  $\rho_h(\epsilon) = \epsilon^2/[2(\hbar\omega)^3]$ . Or, le terme de déversement fait intervenir la densité d'états à la profondeur du piège, où l'anharmonicité de

celui-ci est importante. En fait, il est aisé d'obtenir la densité d'état à la profondeur du piège, pour un piège gaussien tridimensionnel. En effet, la densité d'états s'exprime pour une énergie  $\epsilon$  et un potentiel de piégeage  $V(r) = -U_0 \exp(-m\omega^2 r^2/(2U_0))$  comme [129] :

$$\rho(\epsilon) = \frac{(2m)^{3/2}}{\pi\hbar^3} \int_{U_0+V(r)\leq\epsilon} dr r^2 \sqrt{\epsilon - V(r) - U_0}. \quad (6.13)$$

Pour  $\epsilon = U_0$ , la borne de l'intégrale peut être prise comme  $+\infty$ , et l'intégrale se calcule directement pour donner

$$\rho(U_0) = \frac{16}{\sqrt{2\pi}} \frac{U_0^2}{2(\hbar\omega)^3}. \quad (6.14)$$

On obtient dans le cas gaussien un facteur correctif  $16/\sqrt{2\pi} \simeq 6.4$  par rapport au cas harmonique, que l'on doit prendre en compte dans le calcul du taux de déversement. En revanche, toutes les autres quantités calculées dans le modèle sont des quantités moyennes pondérées par la distribution de Boltzmann en  $\exp(-\beta\epsilon)$ . Ainsi, pour ces grandeurs, ce sont les énergies de l'ordre  $k_B T$  qu'il nous faut prendre en compte. Or expérimentalement on a  $k_B T \ll U_0$  ( $\eta \gg 1$ ). On peut alors exprimer  $\rho(\epsilon)$  au voisinage de  $k_B T$  à partir de l'équation (6.13) en développant le potentiel au second ordre :

$$\rho(\epsilon \simeq k_B T) \simeq \frac{8(k_B T)^2}{\pi(\hbar\omega)^3} \int_0^1 du u^2 \sqrt{1 - u^2 + \frac{1}{2\eta} u^4}, \quad (6.15)$$

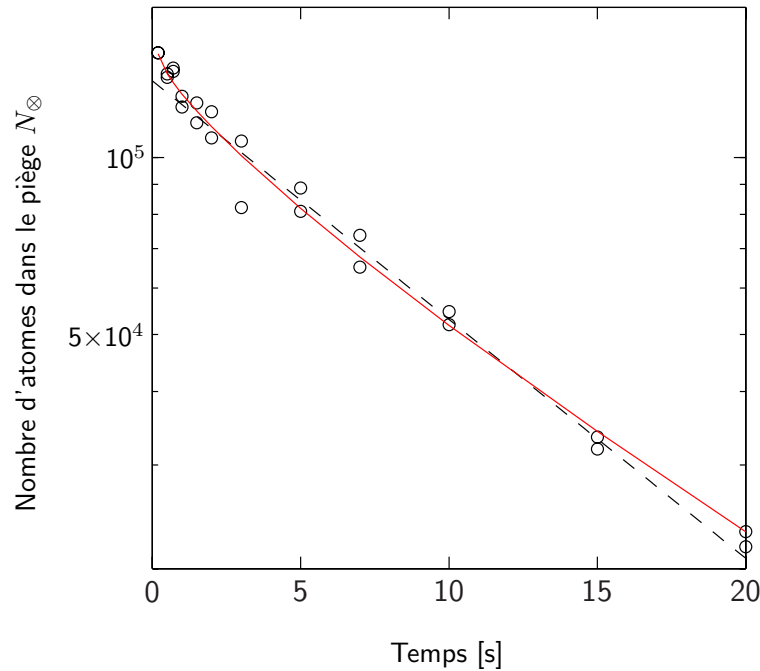
$$\simeq \frac{8(k_B T)^2}{\pi(\hbar\omega)^3} \left[ \int_0^1 du u^2 \sqrt{1 - u^2} + \frac{1}{4\eta} \int_0^1 du \frac{u^6}{\sqrt{1 - u^2}} + \dots \right]. \quad (6.16)$$

Ces deux intégrales se calculent analytiquement pour donner :

$$\rho(k_B T) \simeq \frac{(k_B T)^2}{2(\hbar\omega)^3} \left[ 1 + \frac{5}{8\eta} + \dots \right]. \quad (6.17)$$

L'écart à l'expression pour un potentiel harmonique est faible pour les valeurs expérimentales typiques  $\eta \geq 5$ .

Notre modèle d'évaporation consiste donc à calculer le terme de déversement en utilisant la densité d'état  $\rho(U_0)$  prenant en compte la nature gaussienne du piège [Eq. (6.14)], et à conserver l'approximation harmonique pour le calcul de l'ensemble des grandeurs thermodynamiques. On peut enfin noter que le terme déversement n'a que peu d'effet pour des rampes lentes sur la profondeur du piège, mais est important dans le cas d'un abaissement rapide (voir §6.5.3).



**FIGURE 6.10.** *Évaporation libre des atomes dans le piège dipolaire croisé. On observe la décroissance du nombre d'atomes  $N_{\otimes}$  au cours du temps, en maintenant la profondeur de celui-ci constante. Deux ajustements sont réalisés. Le premier (trait tireté noir) est une décroissance exponentielle, et conduit à un temps de vie effectif de  $\tau_{\otimes} \simeq 11$  s. Le second utilise le modèle d'évaporation présenté dans le texte, et permet de mieux reproduire le comportement des atomes à court temps. Le taux de collisions avec le gaz résiduel est estimé à  $1/k_1 = 15 \pm 5$  s.*

### 6.5.2 Évaporation libre

Considérons dans un premier temps la situation dans laquelle la profondeur du piège n'est pas abaissée. Les atomes sont donc maintenus dans un piège de profondeur fixée au cours du temps, et l'on observe la diminution du nombre d'atomes  $N_{\otimes}$  conservés. Cette mesure est représentée sur la figure 6.10. Celle-ci a été réalisée avec le laser de 20 W. Les paramètres du piège sont une fréquence moyenne  $\bar{\omega}_{\otimes}/(2\pi) \simeq 3$  kHz et une profondeur  $U_0 = 700 \mu\text{K}$ . La température initiale du nuage est mesurée par temps de vol :  $T \sim 80 \mu\text{K}$ . Dans ce contexte, deux ajustements sont réalisés. Le premier, représenté en traits tiretés sur la figure 6.10, est une simple décroissance exponentielle de la forme  $\exp(-t/\tau_{\otimes})$ , tel que celui qui est utilisé dans la sous-section 5.4.4. Il conduit à un temps caractéristique  $\tau_{\otimes} \simeq 11$  s.

Le second ajustement utilise le modèle d'évaporation décrit dans l'annexe D. Les équations sont résolues numériquement, en laissant comme paramètres ajustables le nombre d'atomes initial  $N_{\otimes}(0)$ , la constante de temps de collision avec le gaz résiduel  $1/k_1$  et un facteur  $\xi$  de correction sur le nombre d'atomes mesuré prenant en compte les éventuels défauts de détection de notre imagerie, de sorte que le nombre d'atomes détectés soit  $N_{\otimes}/\xi$ . Le résultat de l'ajustement est tracé sur la figure 6.10 en trait continu, et conduit à un nombre d'atomes initial  $N_{\otimes}(0) = 3 \times 10^5$ , qui correspond à un facteur correctif  $\xi = 1.7$ . Le temps  $1/k_1$  est quant à lui ajusté à  $15 \pm 5$  s, la grande incertitude sur ce paramètre étant due au faible nombre de points mesurés aux temps longs, la dé-

tection du petit nombre d'atomes devenant difficile. On peut cependant remarquer que ce temps est plus long que celui obtenu dans l'ajustement exponentiel, car ce dernier ne prend en compte ni les collisions à 2 et 3 corps ni l'évaporation. L'ajustement issu du calcul numérique reproduit mieux les points expérimentaux à court temps, comme attendu.

### 6.5.3 Optimisation de la rampe d'évaporation

Le problème du refroidissement par évaporation est le suivant : déterminer un profil de diminution de la puissance du laser de piégeage qui permette de maximiser la densité dans l'espace des phases du nuage, et d'atteindre la condensation de Bose-Einstein. La détermination d'un tel profil pour un piège optique pour lequel fréquence de piégeage et profondeur sont couplées par la puissance est traitée dans [182], dans le cas d'une évaporation ayant lieu avec le paramètre  $\eta$  constant. Bien que cela ne soit pas rigoureusement le cas expérimentalement, cela constitue un point de départ très intéressant. Le profil déterminé comme optimal dans ce cas est de la forme :

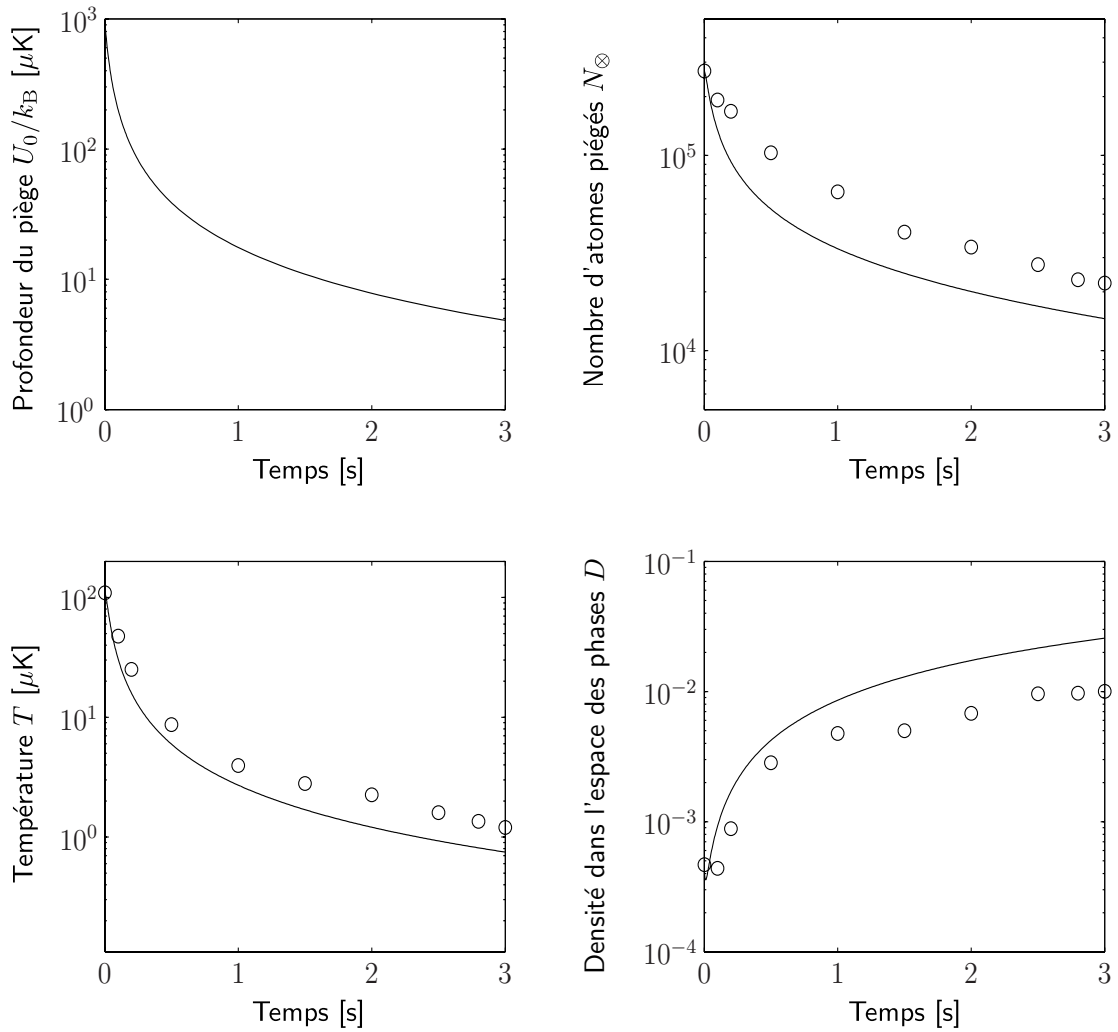
$$U_0(t) = U_0(0) \left( 1 + \frac{t}{\tau_{\text{evap}}} \right)^{-\alpha_{\text{evap}}}, \quad (6.18)$$

où  $\tau_{\text{evap}}$  est un temps déterminé en fonction du point d'arrivée de la rampe et du temps mis pour y parvenir, et  $\alpha_{\text{evap}}$  un exposant calculé en fonction de  $\eta$ .

Ainsi, pour les paramètres de notre piège, nous déterminons  $\alpha_{\text{evap}} = 1.2$ . Nous avons donc réalisé des rampes de ce type sur la puissance du laser de piégeage, et les résultats obtenus avec l'une d'entre elles sont représentés sur la figure 6.11. Pour cette rampe,  $\tau = 37$  ms et correspond à un abaissement de la profondeur du piège à 0.5% de sa valeur initiale en 3 s. On peut alors représenter en fonction du temps le nombre d'atomes dans le piège  $N_{\otimes}$ , leur température  $T$  et la densité dans l'espace des phases  $D$  qui en résulte. Notons ici que  $D$  est divisée par 3 par rapport à la valeur obtenue pour un gaz dans un piège harmonique pour prendre en compte le mélange de spin 1. On observe bien une diminution de la température et une augmentation de la densité dans l'espace des phases, qui s'accompagnent bien sûr d'une baisse du nombre d'atomes.

Les résultats de la simulation numérique issue du modèle d'évaporation décrit précédemment sont tracés en ligne continue sur la figure 6.11, en prenant en compte les valeurs des paramètres  $\xi$  et  $k_1$  déduites du cas où la profondeur est constante. Un accord à moins d'un facteur 2 près est obtenu sur les trois grandeurs calculées, le nombre d'atomes, la température et la densité dans l'espace des phases. La prise en compte de la nature gaussienne du piège dans le calcul de la densité d'états à la profondeur du piège s'est avérée indispensable à l'obtention de cet accord, car la rampe d'évaporation est très rapide à l'origine (avec une pente  $\sim \frac{1}{\tau}$ ).

Malheureusement une telle rampe ne permet pas de dépasser une densité dans l'espace des phases de  $10^{-2}$ , soit toujours deux ordres de grandeur en dessous du seuil de condensation. La raison de cette limitation provient du fait que l'abaissement de la



**FIGURE 6.11.** Evaporation du nuage atomique dans le piège croisé. La décroissance imposée de la profondeur suit une loi de la forme  $(1 + t\tau_{\text{evap}})^{-\alpha_{\text{evap}}}$ , et passe de la puissance maximale à 0.5% de celle-ci en 3 s, avec  $\alpha_{\text{evap}}=1.2$ . Les résultats de nos calculs numériques décrivant l'évolution du nuage sont tracés en traits continus.

profondeur du potentiel s'accompagne d'un abaissement des fréquences de piégeage, qui ont un rôle prépondérant dans le calcul de la densité dans l'espace des phases. Ainsi, le piège est décomprimé en même temps que sa profondeur est abaissée, et le gain sur  $D$  est donc limité. De plus, l'évaporation semble stagner après 1 s, bien que l'abaissement de la profondeur du piège se poursuive. Cela est dû à l'effondrement du taux de collisions dans le piège. En effet, la simulation tout comme les données expérimentales indiquent une diminution de ce taux en dessous de 10 collisions par seconde dès la première seconde. La thermalisation s'effectue alors difficilement, et le processus de refroidissement par évaporation est compromis. Pour atteindre le seuil de condensation dans de telles conditions, nous concluons à partir de la simulation qu'un nombre d'atomes dix fois plus important serait nécessaire, ce qui nous est inaccessible expérimentalement.

Pour remédier à cela, une solution consiste à rajouter un piège plus focalisé mais de plus faible profondeur, dit *dimple*. Ce piège modifie la densité d'états au fond du piège dipolaire croisé. Les atomes les plus froids s'y accumulent, avec une densité spatiale élevée. En effet, les fréquences du *dimple* sont bien plus élevées que celles du piège croisé après abaissement de sa profondeur. Ce piège supplémentaire a été mis en place sur l'expérience, et les résultats qui en découlent constitue l'objet du chapitre suivant.

## Chapitre 7

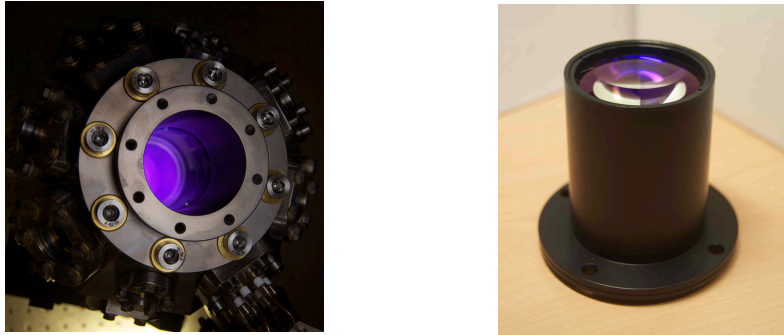
# Condensat de Bose-Einstein dans un micro-piège optique

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons étudié les aspects théoriques de la formation d'états quantiques spinoriels fortement corrélés, dans un piège de faible profondeur fortement focalisé. Nous avons vu que l'observation de tels états nécessitait de compter le nombre d'atomes présents dans les différentes composantes de spin du condensat, afin de mettre en évidence des propriétés statistiques particulières. D'autre part, dans le chapitre précédent, nous sommes arrivés à la conclusion qu'il nous était impossible expérimentalement d'atteindre le régime de dégénérescence quantique à l'aide du simple piège dipolaire croisé, du fait du faible nombre d'atomes initial dont nous disposons.

Nous allons voir dans ce chapitre comment l'utilisation d'un objectif de microscope de grande ouverture numérique va nous permettre d'obtenir une imagerie haute résolution permettant le comptage d'atomes, tout en assurant la focalisation d'un laser de piégeage réalisant ainsi le micro-piège étudié dans le premier chapitre. Un tel piège focalisé (*dimple*) va également nous permettre de poursuivre le refroidissement évaporatif jusqu'à atteindre le seuil de condensation, selon le mécanisme que nous avons étudié.

Dans un premier temps, nous décrivons l'objectif de microscope que nous utilisons, et détaillons ses fonctions pour l'imagerie et pour la formation du piège optique fortement focalisé. Ensuite, nous présentons les résultats obtenus par refroidissement évaporatif en utilisant ce *dimple*, qui démontrent l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein quasi-pur. Enfin, les perspectives de l'expérience sont évoquées, avec l'observation de premières images de condensats spinoriels, et l'utilisation de la fluorescence des atomes dans une mélasse optique pour les compter.





**FIGURE 7.1.** Photographies de la bride rentrante pouvant accueillir l'objectif de grande ouverture numérique (à gauche), et de cet objectif (à droite).

## 7.1 Objectif de grande ouverture numérique

Notre enceinte à vide présente de deux larges accès optiques, permettant de disposer grâce à l'utilisation de brides rentrantes d'une ouverture numérique de 0.33 pour l'observation du nuage atomique (voir Ch. 5). Pour profiter de cet accès, il est nécessaire d'utiliser un objectif qui tire parti de cette grande ouverture numérique. Un tel objectif, s'il est conçu pour fonctionner à plusieurs longueurs d'onde, permet à la fois de focaliser un laser de piégeage et d'imager les atomes qui sont ainsi confinés sans réglages, à la limite de diffraction pour les deux longueurs d'onde.

### 7.1.1 Conception et caractéristiques techniques

La conception d'un système optique avec une très haute résolution suppose le respect de contraintes mécaniques drastiques, concernant le centrage et le parallélisme des éléments utilisés. De plus, les contraintes de faible encombrement et l'utilisation exclusive de matériaux amagnétiques demandent une attention supplémentaire. Ainsi, nous avons pris soin, dès la conception de l'enceinte à vide, de prendre en compte la nécessité d'un objectif de microscope, au plus près des atomes, et dont le positionnement était garanti mécaniquement. Cela est réalisé par la présence de fixations sur les brides rentrantes sur le dessus et le dessous de la chambre à vide (voir Fig. 4.3), dans chacune desquelles un objectif de microscope peut être inséré.

Nous avons fait fabriquer deux objectifs sur mesure<sup>1</sup> (voir Fig. 7.1), selon un cahier des charges très strict au niveau des contraintes mécaniques. Il a été réalisé en aluminium, amagnétique. Afin de répondre à nos besoins expérimentaux, ces objectifs se doivent de posséder les propriétés optiques suivantes :

- L'ouverture numérique de l'objectif doit correspondre à celle offerte par les brides rentrantes dans le système à vide, soit  $\sim 0.35$ .
- L'objectif doit permettre la focalisation d'un laser infrarouge (à 1064 nm) à la limite de diffraction, afin de réaliser un piège optique fortement focalisé.

1. CVI-Melles Griot.

Caractéristiques de l'objectif	Spécifiées	Mesurées
Ouverture numérique	0.33	
Rayon à $1/e^2$ du foyer à 1064 nm	$1.6 \mu\text{m}$	$2 \mu\text{m}$
Résolution à 589 nm	800 nm	$< 1 \mu\text{m}$
Champ transverse	$1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$	
Coïncidence des foyers	$< 1.2 \mu\text{m}$	$< 3.5 \mu\text{m}$
Transmission à 589 nm	$> 90\%$	90%

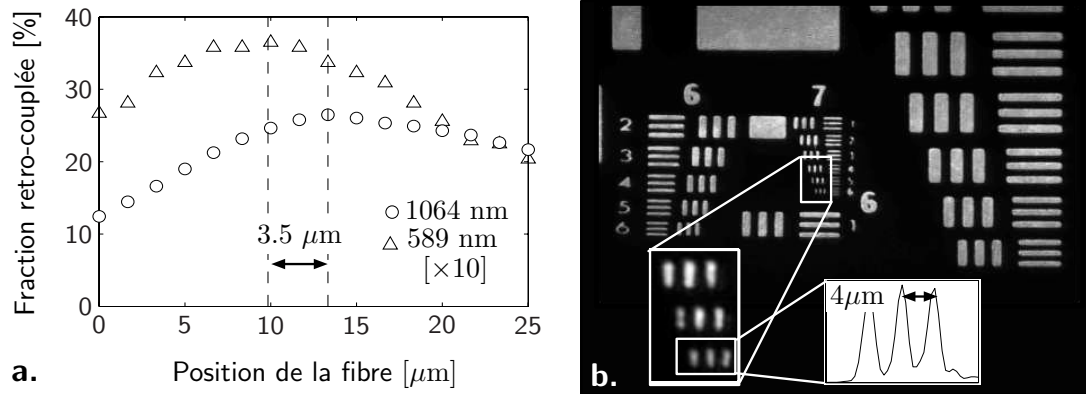
**TABLE 7.1.** Table des paramètres de l'objectif, spécifiés par le constructeur d'après notre cahier des charges et/ou que nous avons mesurés une fois l'objectif réalisé. La taille du foyer à 1064 nm correspond à la taille attendue après focalisation par l'objectif pour un faisceau incident issu d'une fibre optique d'ouverture numérique 0.12, collimaté par une lentille de focale 100 mm.

- L'objectif doit permettre d'imager le nuage atomique (à 589 nm) avec une résolution limitée par la diffraction.
- Les foyers de l'objectif aux deux longueurs d'ondes doivent coïncider longitudinalement à moins de la profondeur de champ de l'imagerie, le même objectif permettant alors sans réglage de réaliser le piège optique et d'imager les atomes qui s'y trouvent.
- Le champ transverse de l'imagerie ne doit pas être limitant, et la transmission de l'objectif à 589 nm doit être élevée, indispensable pour une imagerie par fluorescence (voir §7.3).

En se fondant sur ces contraintes, nous avons établi les spécifications techniques présentées dans la table 7.1, garanties par le constructeur.

Une fois les objectifs réalisés, nous avons effectué plusieurs mesures afin de vérifier la validité de ces spécifications. Les résultats de ces mesures sont également reportés sur la table 7.1. La taille du foyer pour un faisceau à 1064 nm est obtenue en focalisant un faisceau provenant d'une fibre optique d'ouverture numérique  $\sim 0.12$ , et collimaté par un triplet de lentilles corrigé pour l'infrarouge de focale 100 mm. La coïncidence des foyers a été mesurée en rétro-réfléchissant deux faisceaux aux deux longueurs d'ondes dans la même fibre optique à travers l'objectif [voir Fig. 7.2 (a)]. On mesure alors la distance entre les positions de la sortie de la fibre qui maximisent le rétro-couplage pour chacun des faisceaux. La résolution de l'imagerie à 589 nm a été déterminée en imageant une mire de résolution USAF [voir Fig. 7.2 (b)]. Pour le motif le plus serré sur notre mire, correspondant à une fréquence spatiale de 228 lignes/mm, le contraste observé est de 75%. Un contraste de 74% étant attendu pour un objectif avec une ouverture numérique de 0.33 limité par la diffraction, il ressort de ces vérifications que les objectifs fabriqués semblent bien respecter le cahier des charges que nous avons fixé.

A ce jour, nous n'utilisons qu'un seul objectif, monté dans la bride rentrante en dessous de la chambre. Le fonctionnement du dispositif expérimental utilisé est présenté sur la figure 7.3. L'enceinte à vide, l'objectif et les optiques servant au faisceau de piégeage et à l'imagerie sont solidaires, et par conséquent isolés des perturbations mécaniques de la table optique. Ainsi disposé, l'objectif permet simultanément de focaliser



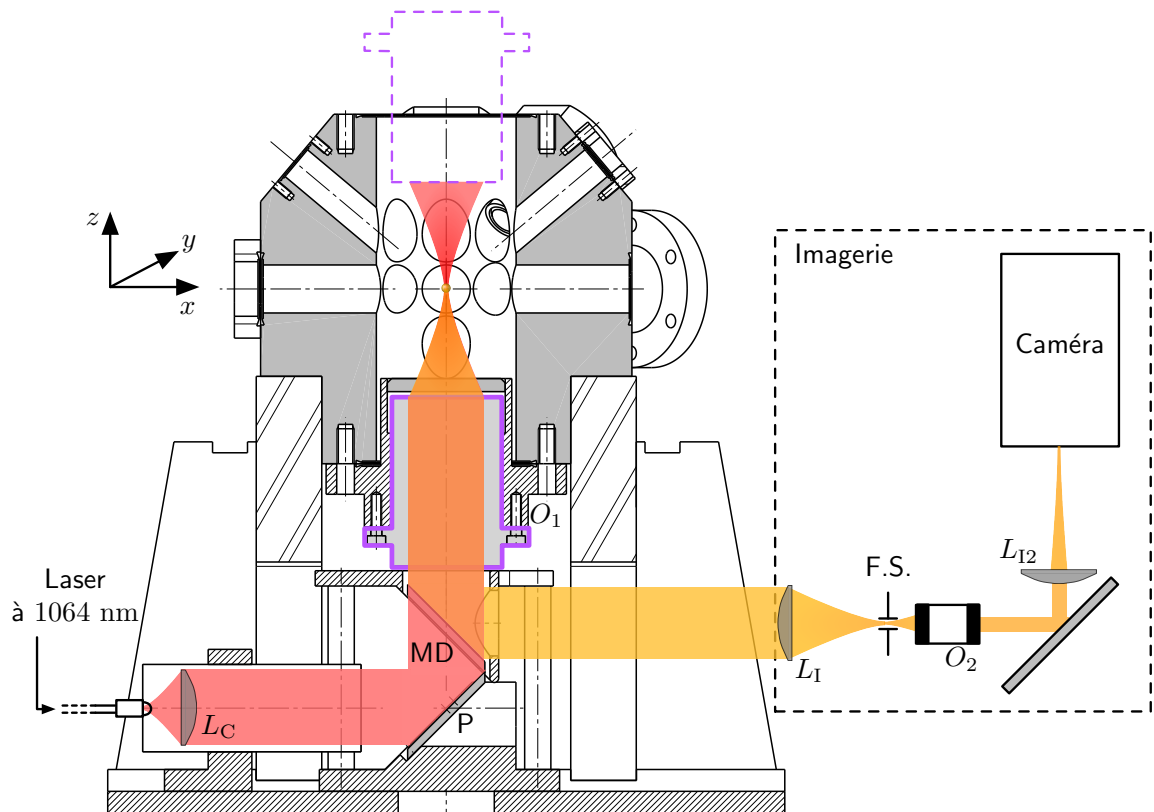
**FIGURE 7.2.** (a) : Fraction de la puissance laser sortant d'une fibre monomode à 1064 nm pouvant être rétro-couplée dans cette même fibre, après collimation par l'objectif de microscope et rétro-réflexion sur un miroir, en fonction de la position de la tête de fibre translattée le long de l'axe optique. La mesure est effectuée pour de la lumière à 1064 nm et à 589 nm. Dans ce deuxième cas, les efficacités sont moins importantes car la fibre est mal adaptée. Dans les deux cas, un maximum est observé, et les positions de la tête de fibre correspondantes sont distantes de  $3.5 \mu\text{m}$ . Cette longueur estime la coïncidence longitudinale des positions des foyers de l'objectif aux deux longueurs d'onde. (b) Image d'une mire de résolution USAF réalisée avec l'objectif de microscope. Le motif le plus resserré, correspondant à une fréquence spatiale de 228 lignes/mm, est imagé avec un contraste de  $\sim 75\%$ .

le laser de piégeage et de collecter une image des atomes. Ces deux aspects sont traités dans les paragraphes suivants.

### 7.1.2 Piège dipolaire fortement focalisé (*dimple*)

La première fonction de l'objectif (noté  $O_1$ ) est la focalisation d'un laser à 1064 nm, qui forme un piège attractif pour les atomes (voir Ch. 6). A partir d'un laser commercial produisant 500 mW, nous disposons de  $\sim 170$  mW après le passage dans une fibre optique et un MAO. Pour réaliser un piège focalisé à la limite de diffraction, tel que celui décrit dans le chapitre 1, il faudrait envoyer sur l'objectif un faisceau très large. Ainsi, un rayon à  $1/e^2$  au col du faisceau de  $2 \mu\text{m}$ , au centre de la chambre, est obtenu pour un col de faisceau avant l'objectif de 1.2 cm. Ce faisceau est redirigé vers la chambre par un prisme (voir Fig. 7.3). Pour obtenir ce faisceau, la lumière infrarouge issue d'une fibre optique sera collimatée par une seule lentille achromatique de focale 100 mm, de diamètre 30 mm.

Nous n'avons pas encore réalisé ce piège au centre de la chambre, et les résultats présentés dans ce chapitre ont été obtenus en utilisant un piège focalisé à  $8 \mu\text{m}$ . Son alignement est moins critique, car sa focalisation est bien moindre que dans le cas précédent. La lumière en sortie de la fibre est dans ce cas collimatée par une lentille achromatique  $L_C$  de focale 40 mm. A la puissance maximale du laser, ce piège possède une profondeur de  $\sim 90 \mu\text{K}$ . Il faut bien sûr noter que si le confinement est très important dans les directions transverses à la propagation du faisceau ( $x$  et  $y$ ), avec des fréquences de piégeage de l'ordre de 7 kHz, le confinement longitudinal est bien plus faible ( $\sim 200$  Hz).



**FIGURE 7.3.** Coupe du système dans le plan  $(xOz)$ , faisant apparaître la position de l'objectif de microscope de haute résolution  $O_1$  (surligné en violet) dans la bride rentrante fixée à la chambre. Un second objectif pourrait être monté en face du premier (ligne tiretée). Cet objectif sert à former un piège dipolaire en focalisant la lumière infrarouge issue d'une fibre optique, collimatée par la lentille  $L_C$  et dirigée vers la chambre par un prisme ( $P$ ). Il sert également à collecter l'image selon l'axe  $z$  du nuage atomique confiné dans ce piège. La lumière à 589 nm est redirigée par un miroir dichroïque ( $MD$ ). Une image intermédiaire est formée par la lentille  $L_{11}$  de focale 80 mm, celle-ci étant imagée sur la caméra par un objectif de microscope standard ( $O_2$ ), de grandissement  $\times 5$ , et une lentille  $L_{12}$  de focale 100 mm. Au niveau de cette image intermédiaire peut être placé un filtre spatial ( $F.S.$ ).

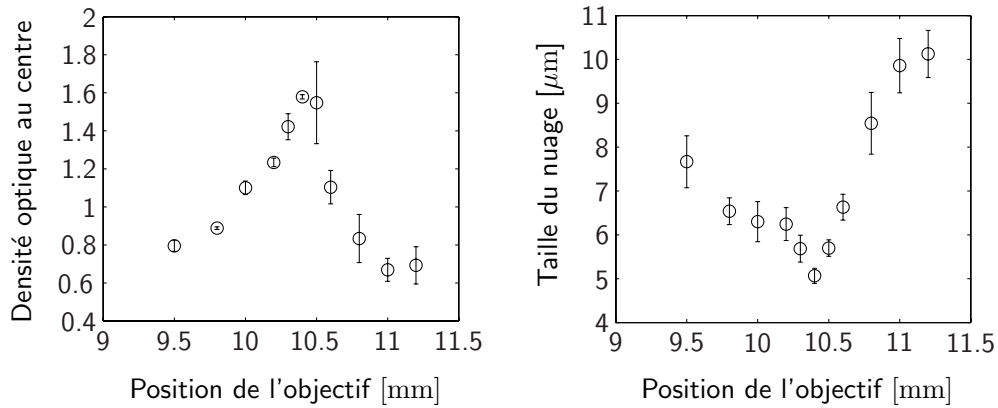
A la sortie de la fibre, une petite partie de la lumière est prélevée pour permettre un asservissement de l'intensité du faisceau infrarouge, de la même manière que pour le piège dipolaire croisé. Ici, l'actuateur permettant de réagir sur la puissance lumineuse dans la fibre est un simple MAO placé en amont de la fibre. Cet asservissement nous permet également d'abaisser de manière contrôlée la puissance du faisceau, et ainsi de réaliser une évaporation dans ce piège *dimple* (voir section suivante).

### 7.1.3 Imagerie haute résolution

La seconde fonction de l'objectif  $O_1$  est de permettre l'imagerie des atomes piégés dans le piège *dimple* selon l'axe  $z$ . Du fait de sa conception, il image à l'infini la lumière émise par les atomes ou l'ombre qu'ils jettent sur la faisceau sonde, selon que l'on utilise l'absorption ou la fluorescence comme méthode d'imagerie. La lumière est ensuite redirigée vers le reste du système d'imagerie par un miroir dichroïque, qui laisse passer le faisceau infrarouge du *dimple* (voir Fig. 7.3). Nous formons tout d'abord une image intermédiaire avec une lentille  $L_{I1}$  de focale 80 mm, qui est grossie environ 2 fois par rapport à l'image initiale. Nous plaçons ensuite un objectif de microscope standard ( $O_2$ ), avec un grossissement  $\times 5$ , qui forme une image à l'infini que l'on forme sur la caméra Pixis utilisée grâce à une dernière lentille  $L_{I2}$  de focale 100 mm. Cette imagerie en deux temps permet de réaliser un grossissement d'un facteur 10.5 (mesuré en utilisant une mire de résolution) dans un encombrement réduit; de plus, nous pouvons profiter de l'image intermédiaire pour y disposer un filtre spatial, qui limite la présence de lumière parasite. La quasi-totalité du système d'imagerie est également protégée de la lumière extérieure par un système de tubes.

Nous pouvons employer un tel dispositif pour réaliser une imagerie par absorption (voir §5.3.3). Nous profitons alors d'un mode de lecture particulier de la caméra (mode "Kinetics"), qui autorise la prise de plusieurs images avec un intervalle de temps très rapproché ( $< 10$  ms). Pour ce faire, seule une partie du capteur de la caméra est illuminée (cela est aisément réalisé en masquant une partie du champ transverse au niveau de l'image intermédiaire). Entre chaque image, la caméra décale les données précédentes sur le capteur, et est à nouveau prête pour prendre les suivantes. Pour une imagerie par absorption, cela est idéal car les images du faisceau sonde prise en présence et en l'absence d'atomes se divisent très bien, et offrent un fond quasi-uniforme à l'image obtenue. Cette technique d'imagerie a été employée pour obtenir les résultats présentés dans la section suivante.

La mise au point du système d'imagerie consiste à positionner longitudinalement l'objectif  $O_2$ , la position de l'objectif de microscope  $O_1$  étant fixée, et calculée pour renvoyer une image à l'infini. La position de la lentille permettant la formation de l'image intermédiaire revêt alors peu d'importance. Cette mise au point a été effectuée sur un nuage atomique piégé dans le *dimple*. Les résultats de cette mise au point sont présentés sur la figure 7.4. La densité optique et la taille moyenne de l'image dans les deux directions sont mesurées en fonction de la position de l'objectif  $O_2$  qui est translaté le long de l'axe d'imagerie. On observe bien une position pour laquelle la densité optique



**FIGURE 7.4.** Mise au point de l'imagerie verticale sur le nuage atomique confiné dans le piège dipolaire fortement focalisé. La position de l'objectif  $O_2$  formant l'image sur la caméra est variée par une translation, et l'on mesure la taille moyenne et la densité optique du nuage. La présence d'un minimum sur les tailles et d'un maximum sur la densité optique signale que l'imagerie est au point.

mesurée est maximale, et la taille minimale, signalant que l'imagerie est au point. On peut noter que la courbe obtenue pour ces deux grandeurs est nettement asymétrique, par un effet de lentille créé par le nuage atomique très dense [195].

Une autre méthode d'imagerie utilisable avec notre dispositif est la collecte de la fluorescence émise par les atomes s'ils sont éclairés par une mélasse optique. La grande ouverture numérique de l'objectif assure alors un angle solide de collection élevé. C'est cette méthode qui sera préférée pour réaliser un comptage précis des atomes (voir §7.3).

## 7.2 Condensation dans le piège fortement focalisé

### 7.2.1 Transfert évaporatif depuis le piège croisé

La mise en place de ce dispositif expérimental nous permet de disposer d'une imagerie d'excellente résolution, ainsi que d'un piège dipolaire *dimple* d'extension bien plus faible que le piège croisé, dans lequel nous voulons transférer les atomes. Il est bien sûr impossible de le faire depuis le PMO directement, car la profondeur du *dimple* est bien trop faible, et il est très anisotrope. En revanche, les atomes pré-refroidis dans le piège croisé lors de la phase d'évaporation décrite dans le chapitre précédent sont assez froids pour se trouver piégés dans le *dimple*, avec des fréquences bien plus grandes que celles du piège croisé décomprimé.

La solution la plus simple consisterait à refroidir les atomes en abaissant la profondeur du piège croisé, puis à allumer le *dimple* pour y transférer ces atomes. Si l'on considère l'expression de la densité dans l'espace des phases d'un gaz dans un piège harmonique tridimensionnel de fréquence moyenne  $\bar{\omega}$  (voir annexe D) :

$$D = N \left( \frac{\hbar \bar{\omega}}{k_B T} \right)^3, \quad (7.1)$$

avec  $N$  le nombre d'atomes et  $T$  la température, on voit que l'augmentation isotherme des fréquences de piégeage, même si elle n'est que bidimensionnelle dans le cas du *dimple*, permet un gain rapide en densité dans l'espace des phases. Cependant, l'augmentation de la fréquence d'un piège en conservant sa nature harmonique ne saurait occasionner d'augmentation de la densité d'espace des phases. Dans le cas du passage brutal d'une fréquence  $\bar{\omega}_1$  à  $\bar{\omega}_2 > \bar{\omega}_1$ , l'énergie potentielle supplémentaire est convertie en augmentation de la température, et  $\hbar\bar{\omega}/k_B T$  augmente<sup>2</sup> comme  $\bar{\omega}_2/\bar{\omega}_1$ . L'ajout adiabatique de la fréquence de piégeage laisse la densité dans l'espace des phases inchangée, car l'entropie du système proportionnelle à  $(k_B T/\hbar\bar{\omega})^4$  est par définition maintenue constante [196].

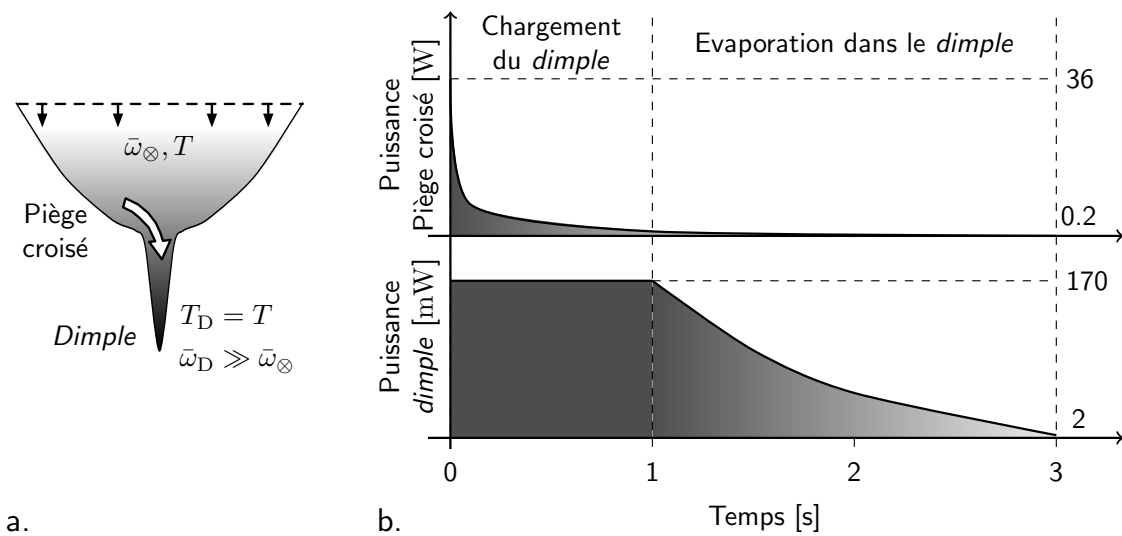
Il a en revanche été démontré expérimentalement qu'un changement adiabatique sur la forme du potentiel de piégeage pouvait permettre d'augmenter la densité dans l'espace des phases et d'aboutir à la condensation [197, 198]. Dans notre cas, nous combinons cette idée de déformation du piège avec le principe du refroidissement par évaporation pour profiter du confinement élevée du *dimple* tout en conservant le bénéfice du refroidissement dans le piège croisé. Cela est possible car en présence du *dimple*, les atomes qui s'y trouvent thermalisent avec ceux du piège croisé, mais avec une densité plus importante du fait du confinement [voir Fig. 7.5 (a)]. Nous employons la séquence de transfert décrite dans la figure 7.5 (b), similaire à celle présentée dans [188, 199]. Considérons d'abord la première étape de la séquence, durant 1 s. La rampe d'évaporation réalisée sur la profondeur du piège croisé est inchangée par rapport à celle présentée dans le chapitre précédent, proportionnelle à  $(1 + t/\tau_{\text{evap}})^{-\alpha_{\text{evap}}}$ , avec  $\tau_{\text{evap}} = 37$  ms et  $\alpha_{\text{evap}} = 1.2$  (voir §6.5.3). Le *dimple* est quant à lui présent dès le début de l'évaporation, à sa puissance maximale.

Afin d'évaluer la quantité d'atomes transférés depuis le piège croisé dans le *dimple* au cours du temps, nous coupons le premier tout en maintenant le second pendant 2.8 ms, puis nous prenons une image et comptons les atomes présents. Les atomes confinés dans le piège croisé ayant eu un temps d'expansion suffisant pour posséder une densité optique négligeable ( $\sim 0.1$ ), seuls les atomes confinés dans le *dimple* sont comptés. Les résultats de cette mesure sont présentés sur la figure 7.6. On observe une croissance du rapport entre le nombre d'atomes  $N_D$  présents dans le *dimple* et le nombre d'atomes total  $N$ . Ainsi, après la première seconde de la séquence d'évaporation, la quasi-totalité des atomes se trouvent bien dans le *dimple*, fortement confinés. Par rapport à la séquence sans *dimple*, à la fin de la phase de transfert, nous avons conservé  $\sim 50\%$  des atomes, ce qui a peu d'effet sur la densité dans l'espace des phases comparé au gain en densité spatiale [Eq. (7.1)]. Mais qu'en est-il de la température ?

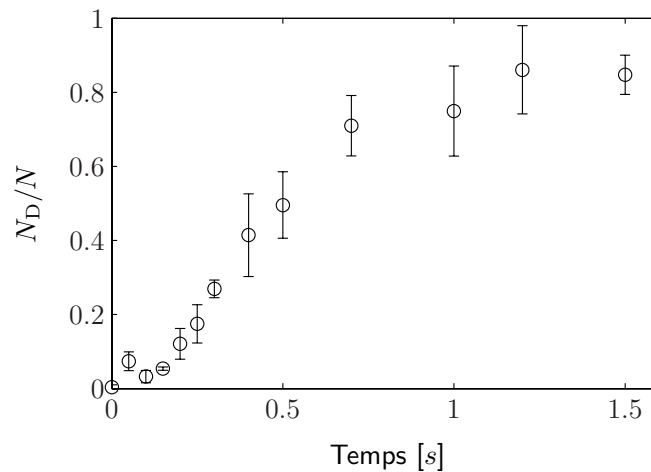
Pour répondre à cette question, nous avons mesuré de la même manière que pour le piège dipolaire croisé seul (voir Ch. 6) l'évolution du nombre d'atomes total (piège croisé et *dimple*), de la température et de la densité dans l'espace des phases en fonction du temps. Les résultats sont présentés sur la figure 7.7. Si l'on considère la première seconde de l'évolution, on constate que la température en présence (cercle) et en l'absence

2. On pourra par exemple écrire que si la fréquence change instantanément, l'énergie potentielle vaut alors d'après le théorème d'équipartition  $(3/2)m\bar{\omega}_2(k_B T_1/m\bar{\omega}_1^2) = (3/2)k_B T_2$ , avec  $T_1$  et  $T_2$  les températures avant et après le changement de fréquence respectivement.





**FIGURE 7.5.** (a) : Principe de fonctionnement du chargement par évaporation du dimple. Tandis que la profondeur du piège croisé (fréquence moyenne  $\bar{\omega}_{\otimes}$ , température  $T$ ) est abaissée, les atomes s'accumulent au fond du dimple avec une densité importante (fréquence moyenne  $\bar{\omega}_D$ , température  $T_D$ ). Ils sont en contact avec les atomes du piège croisé et la température dans les deux zones est la même ( $T = T_D$ ). Les atomes sont ainsi transférés dans le dimple tout en faisant augmenter la densité dans l'espace des phases. (b) : Séquence expérimentale de refroidissement par évaporation impliquant le piège dipolaire croisé et le piège dimple. La puissance du premier est abaissée selon la même rampe que précédemment, en  $(1 + t/\tau_{\text{evap}})^{-\alpha_{\text{evap}}}$ , avec  $\tau_{\text{evap}} = 37$  ms et  $\alpha_{\text{evap}} = 1.2$  (voir §6.5.3). La puissance du dimple est maintenue constante à son maximum pour son chargement, puis elle est abaissée avec une rampe exponentielle jusqu'à  $\sim 1\%$  de sa valeur.



**FIGURE 7.6.** Chargement par évaporation du piège dimple à partir des atomes du piège dipolaire croisé. Alors que la profondeur de celui-ci est abaissé, le rapport entre le nombre d'atomes ( $N_D$ ) confinés dans le dimple et le nombre total d'atomes  $N$  augmente. Au bout d'une seconde, la quasi-totalité des atomes dont nous disposons sont confinés dans le dimple.



(étoile) du *dimple* évolue de la même manière. Le *dimple* n'a donc pas eu d'effet sur la température. Ainsi, par rapport à la situation du chapitre précédent, nous avons donc transféré une grande partie des atomes, tout en conservant leur température. L'effet des fréquences élevées du *dimple* se fait alors sentir sur la densité dans l'espace des phases [Eq. (7.1)], qui augmente ainsi d'un facteur  $\sim 100$ . Après cette phase que l'on peut qualifier de "chargement par évaporation" du *dimple*, nous disposons donc de  $3 \times 10^4$  atomes, avec une densité dans l'espace des phases de  $\sim 0.4$ .

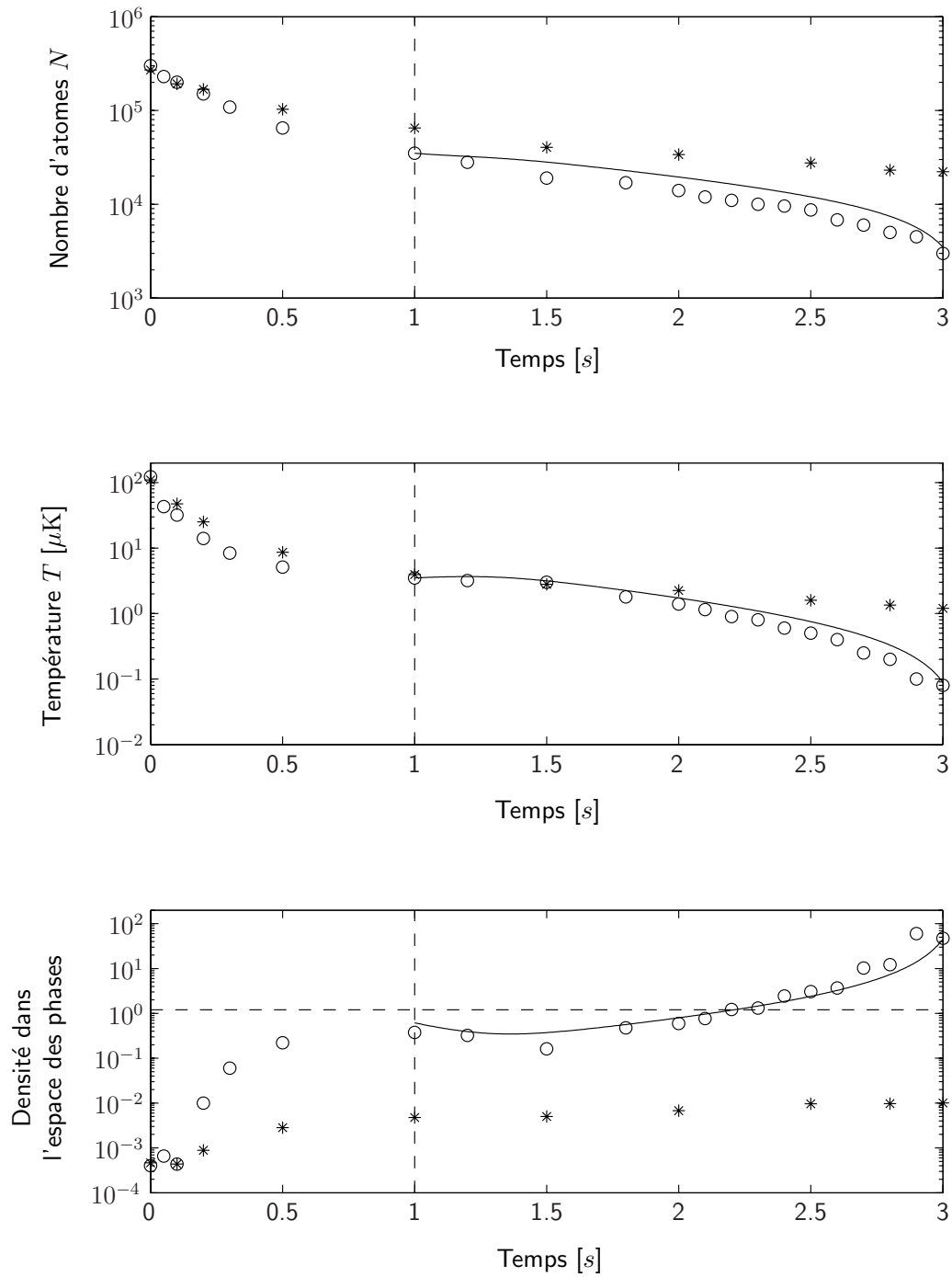
### 7.2.2 Evolution de la densité dans l'espace des phases

Le seuil de condensation est maintenant proche. Pour pouvoir le traverser, nous abaissons la profondeur du *dimple*, en diminuant la profondeur du laser correspondant [voir Fig. 7.5 (b)]. La profondeur du piège est alors divisée par  $\sim 100$  en 2 s, selon une rampe exponentielle. Rapidement, le confinement assuré par le *dimple* selon l'axe  $z$  vertical devient trop faible pour compenser la gravité, et ce confinement est assuré par le piège croisé. En revanche, dans les deux autres directions, le confinement du *dimple* domine. Les effets de cette rampe d'évaporation sur les paramètres du nuage atomique sont visibles sur la figure 7.7. On observe l'évolution attendue pour un refroidissement par évaporation, avec une diminution du nombre d'atomes et de la température, tandis que la densité dans l'espace des phases augmente. Cette évolution est à comparer au cas du piège croisé seul, où l'on constate une stagnation de l'ensemble des paramètres du nuage, signe de l'inefficacité de l'évaporation dans ce cas.

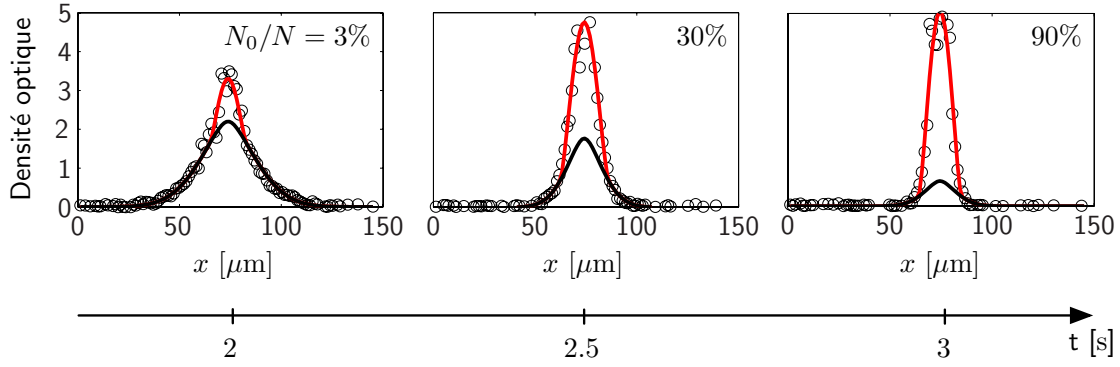
Nous avons utilisé la simulation numérique présentée dans le chapitre précédent pour tenter de reproduire cette évolution, après la première seconde de chargement du *dimple*. Les résultats fournis par cette simulation sont tracés en trait continu sur la figure 7.7. Un excellent accord est obtenu sur les trois paramètres du nuage tracés. Cela confirme les choix réalisés pour la description de l'évaporation, notamment celle du phénomène de déversement (voir §6.5.1).

Autour de 2 s, le seuil de condensation (ligne tiretée horizontale) est atteint. Cela est bien visible sur le profil du nuage atomique. Pour le mettre en évidence, nous prenons des images par absorption du gaz, en intégrant selon la ligne de visée verticale  $z$  du faisceau sonde. Nous avons représenté sur la figure 7.8 une coupe du nuage dans l'une des deux directions transverses ( $x$ ) du *dimple*, en trois temps de la rampe d'évaporation, après 1 ms de temps de vol. On observe alors dès 2 s l'apparition d'une structure plus piquée au centre du profil d'ordinaire gaussien, signe de l'apparition d'un condensat de Bose-Einstein. Cette structure devient de plus en plus importante au fur et à mesure que la puissance du *dimple* est abaissée et que la densité dans l'espace des phases augmente.

Pour caractériser quantitativement cette évolution, nous modélisons la densité inté-



**FIGURE 7.7.** Refroidissement par évaporation sous l'effet combiné de l'abaissement de la température du piège dipolaire croisé et du piège focalisé dimple. Le nombre d'atomes total  $N$ , la température  $T$  et la densité dans l'espace des phases du nuage sont tracés en fonction du temps. Les cercles représentent les données prises en présence du dimple, tandis que les étoiles correspondent au cas sans dimple, déjà présenté dans la figure 6.11. La ligne tirée verticale marque l'instant où l'abaissement de la profondeur du dimple débute. La ligne tirée horizontale marque le seuil de condensation. La ligne continue représente les résultats de la simulation numérique du refroidissement par évaporation présentée dans le chapitre 6, ici menée pour décrire l'abaissement de la profondeur du dimple. Le comportement des trois grandeurs tracées est bien reproduit.



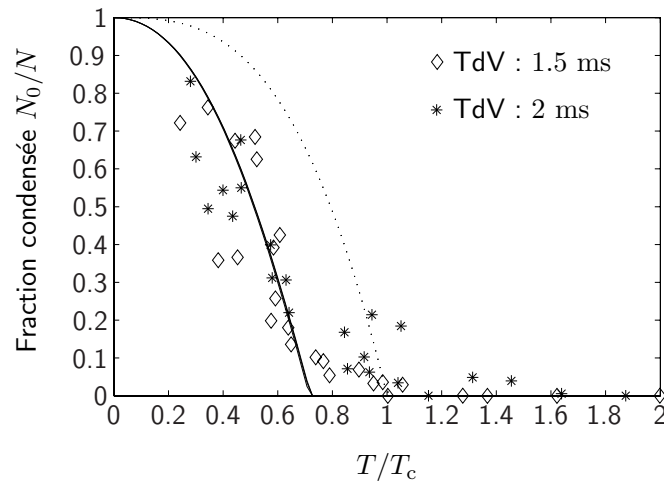
**FIGURE 7.8.** Coupe selon l'axe  $x$  du profil du nuage atomique après un temps de vol de 1 ms, à différents instants du refroidissement par évaporation. Un ajustement bimodal est réalisé, la courbe tracée en rouge suivant le profil d'un condensat de  $N_0$  dans l'approximation de Thomas-Fermi, tandis que la courbe tracée en noir ajuste le piédestal thermique par une fonction de Bose avec une fugacité égale à 1. A 2s, la densité dans l'espace des phases est de l'ordre de 1, et un condensat apparaît à peine. La fraction condensée ( $N_0/N$ ) augmente ensuite à 2.5 s et 3 s, pour atteindre alors  $\sim 90\%$ .

grée  $\tilde{n}(x, y)$  du nuage partiellement condensé par le profil suivant [59] :

$$\tilde{n}(x, y) = \max \left\{ \tilde{n}_0(\mathbf{0}) \left[ 1 - \left( \frac{x}{\sigma_{x,0}} \right)^2 - \left( \frac{y}{\sigma_{y,0}} \right)^2 \right]^{3/2}, 0 \right\} + \tilde{n}_{\text{th}}(\mathbf{0}) g_2 \left\{ \exp \left[ - \left( \frac{x}{\sigma_{x,\text{th}}} \right)^2 - \left( \frac{y}{\sigma_{y,\text{th}}} \right)^2 \right] \right\}. \quad (7.2)$$

Le premier terme désigne le condensat dans la limite de Thomas-Fermi, avec  $\tilde{n}_0(\mathbf{0})$  sa densité intégrée au centre du piège et  $\sigma_{x,0}$  et  $\sigma_{y,0}$  ses tailles dans les deux directions transverses. Le second terme désigne le gaz thermique, avec sa densité au centre du piège  $\tilde{n}_{\text{th}}(\mathbf{0})$  et ses tailles  $\sigma_{x,\text{th}}$  et  $\sigma_{y,\text{th}}$ , que l'on modélise par un gaz thermique idéal saturé (fugacité égale à 1). La distribution employée est alors une fonction de la famille des fonctions polylogarithmes  $g_\alpha(z) = \sum_{l=0}^{+\infty} z^l / l^\alpha$ . A partir de cette expression, nous pouvons réaliser un ajustement bidimensionnel, où tous ces paramètres sont libres. Cependant, nous ne prenons pas des images *in situ*, mais après un temps de vol. Les tailles et la densité au centre ajustées sont donc celles du gaz après expansion. L'ajustement effectué apparaît sur les coupes de la figure 7.8 sous la forme de deux courbes, l'une décrivant le profil du gaz thermique (en noir), l'autre décrivant le profil du condensat (en rouge).

En premier lieu, un ajustement bimodal de ce type permet de déterminer la température du condensat. En effet, bien que le gaz soit partiellement condensé, il permet de déterminer les tailles du nuage thermique seul et la même méthode que dans le cas du gaz non dégénéré s'applique. C'est de cette manière que nous avons procédé pour estimer la température du gaz au-delà du seuil de condensation sur la figure 7.7.



**FIGURE 7.9.** Fraction condensée tracée en fonction de la température, ramenée à la température critique de condensation  $T_c$  du gaz parfait. Les données présentées ont été déduites de mesures après un temps de vol (TdV) de 1.5 ms (losange) et de 2 ms (étoile). Les prédictions de deux modèles analytiques sont également représentées. En trait pointillé, la fraction condensée dans le cas sans interaction [Eq. (7.4)]. En trait plein, la fraction condensée en prenant en compte une correction due aux interactions au premier ordre en  $\mu/k_B T_c$  (Eq. (7.5), [200]).

### 7.2.3 Mesure de la fraction condensée

L'autre information importante que l'on peut extraire de l'ajustement bimodal du profil du nuage est la fraction condensée. En effet, l'intégration de chacun des modes permet de déterminer la part relative des atomes du condensat ( $N_0$ ) et de ceux du gaz thermique. Un exemple en est donné sur la figure 7.8, où la fraction condensée est calculée pour les trois instants représentés. On constate ainsi que l'on parvient à la fin de la phase de refroidissement à un condensat quasi-pur ( $\sim 90\%$ ). Nous avons procédé à la mesure systématique de la fraction condensée  $N_0/N$  en fonction du temps dans la phase de refroidissement, que nous avons retranscrite en fonction de la température. Pour pouvoir comparer ces mesures aux modèles connus, nous rapportons alors cette température à la température critique de transition  $T_c$  pour un gaz idéal dans un piège harmonique (voir Sec. 1.1)

$$k_B T_c = \hbar \bar{\omega} \left( \frac{N}{3g_3(1)} \right)^{1/3}, \quad (7.3)$$

où le facteur 3 sur le nombre d'atomes prend en compte la nature spinorielle du condensat. La fraction condensée en fonction de  $T/T_c$  est représentée sur la figure 7.9. Les données représentées ont été obtenues avec des séries de mesures prises après 1.5 ms (losanges) et 2 ms (étoiles) de temps de vol, afin de vérifier l'indépendance par rapport au temps de vol de la fraction condensée et de la température mesurée. Celle-ci s'avère bien vérifiée au-delà de la milliseconde.

Afin d'analyser ces données nous les avons comparées à deux modèles analytiques. Le premier est simplement celui de la transition sans interaction, pour laquelle la frac-

tion condensée suit la relation simple (voir §1.1) :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3. \quad (7.4)$$

Celle-ci est représentée en traits pointillés sur la figure 7.9, et l'on constate qu'elle ne reproduit pas les mesures expérimentales. Le second modèle analytique considéré est issu de [200]. Il s'agit d'un modèle de Hartree-Fock [201, 202] semi-idéal, pour lequel le potentiel vu par le gaz thermique est modifié par le terme d'interaction de champ moyen  $2gn_0(\mathbf{r})$ , tandis que l'effet du gaz thermique sur le condensat est négligé. Une expression analytique de la fraction condensée est alors donnée en tenant compte de l'effet des interactions sur le gaz thermique au premier ordre en  $\mu$  ( $\mu \ll k_B T_c$ ) :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3 - \frac{\mu_0}{k_B T_c} \frac{g_2(1)}{g_3(1)} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3\right]^{2/5}, \quad (7.5)$$

avec  $\mu_0$  le potentiel chimique dans la limite de Thomas-Fermi calculé pour  $N = N_0$  [53],

$$\mu_0 = \frac{\hbar\omega}{2} \left(\frac{15N_0 a}{\sqrt{\hbar/m\omega}}\right)^{2/5}. \quad (7.6)$$

Ce second modèle analytique semble bien décrire les données pour des températures intermédiaires entre  $T_c$  et les très basses températures. Le voisinage de  $T_c$  est mal décrit par ce modèle, ce qui attendu car les interactions réciproques du gaz thermique sur le condensat doivent alors être prises en compte [200]. L'accord sur une gamme de température importante confirme cependant notre capacité à estimer la fraction condensée d'une part, et à mesurer de manière précise la température du condensat d'autre part.

### 7.3 Imagerie par fluorescence

Nous avons maintenant bien caractérisé la transition vers un condensat de Bose-Einstein dans notre expérience, et détaillé l'obtention d'un gaz dégénéré quasi-pur au sein du piège *dimple*. Une mesure de la durée de vie du condensat dans ce piège conduit à une décroissance du nombre d'atomes à  $1/e$  de 10 s, qui nous laisse le temps de réaliser les expériences que nous avons envisagées dans la première partie. Celles-ci nécessitent le comptage des atomes avec une précision importante, à l'unité près dans le cas d'un état maximalement corrélé, pour mettre en évidence une réduction des fluctuations du nombre d'atomes piégés. La technique envisagée pour réaliser cette détection est l'imagerie par fluorescence des atomes éclairés par une mélasse optique [203].

### 7.3.1 Nuage atomique dans une mélasse optique

Pour observer la fluorescence des atomes, ils sont éclairés par les six faisceaux du PMO, toujours décalés sur le rouge de la transition atomique. Ces faisceaux forment une mélasse optique, qui a trois effets sur le nuage atomique.

#### Fluorescence de photons

Tout d'abord, les atomes diffusent des photons, qui sont en partie collectés par le système d'imagerie. Le taux de photons  $\Gamma_S$  émis par atome dans l'approximation d'un atome à deux niveaux est donné par [129] :

$$\Gamma_S = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}, \quad (7.7)$$

avec  $s$  le paramètre de saturation

$$s = \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + (2\delta_M/\Gamma)^2}, \quad (7.8)$$

où  $\delta_M$  est le décalage en fréquence de la mélasse par rapport à la résonance atomique. Seule une partie de ces photons est collectée par le système d'imagerie, la fraction de l'espace observée valant  $\sim \theta_{\text{NA}}^2/4$ , avec  $\theta_{\text{NA}} = 0.33$  l'ouverture numérique de l'objectif. Enfin, l'efficacité quantique de la caméra est de l'ordre de  $\eta_c = 90\%$ . En combinant ces résultats, on peut écrire que le flux de photons détecté par atome sur la caméra est

$$\Phi_c = \eta_c \theta_{\text{NA}}^2 \Gamma_S / 4. \quad (7.9)$$

Pour un décalage de la mélasse valant  $-\Gamma$  et une intensité totale pour les six faisceaux de  $3I_{\text{sat}}$ , ce qui constitue nos paramètres expérimentaux typiques, on a  $\Phi_c = 4.4 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ .

#### Immobilisation du centre de masse

La mélasse fige le centre de masse des atomes du fait de la force de friction qu'elle exerce. Ce mécanisme s'effectue avec une constante de temps pour le refroidissement Doppler [203]

$$\tau_M = \frac{\hbar}{2E_{\text{rec}}} \frac{1}{s} \frac{\delta_M^2 + \Gamma^2/4}{2|\delta_M|\Gamma}, \quad (7.10)$$

avec  $E_{\text{rec}}$  l'énergie de recul d'un atome émettant un photon de la mélasse. Pour les paramètres de mélasse considérés plus haut, ce temps est de l'ordre de  $70 \mu\text{s}$ . Cela permet de conserver et d'observer les atomes pendant des temps très importants ( $> 10 \text{ ms}$ ).

## Diffusion

Enfin, la mélasse induit une marche aléatoire pour les atomes qui entraîne une diffusion spatiale. Cet effet de diffusion a été traité dans [204], où une expression du coefficient de diffusion  $D_x$  associé au refroidissement sub-Doppler est donnée en fonction de  $\delta_M$  dans le cas unidimensionnel. Le minimum théorique de  $D_x$  dérivé de cette expression vaut  $D_x^{\min} \simeq 26 \hbar/m \simeq 0.1 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$ . Des résultats expérimentaux sur le rubidium y sont également présentés, révélant la présence d'un minimum du coefficient de diffusion pour un déplacement lumineux dû à la mélasse  $\hbar s |\delta_M| \simeq 0.05 \hbar \Gamma$ , et valant  $80 \hbar/m$ , soit du même ordre de grandeur que le minimum théorique.

Nous avons réalisé des mesures de coefficients de diffusion sur notre système. Pour cela, nous relâchons le condensat, et allumons une mélasse avec une intensité totale pour les six faisceaux valant  $\sim 3I_{\text{sat}}$ , pour plusieurs valeurs possibles de  $\delta_M$ . Nous collectons les photons émis sur la caméra pendant toute la durée de la mélasse  $t_M$ , que nous faisons varier de 0 à 10 ms. On obtient ainsi une image du nuage diffusant sous l'effet de la mélasse intégrée pendant le temps  $t_M$ . Ainsi, si l'on suppose qu'à chaque instant la densité  $\bar{n}_M$  du nuage intégrée selon  $z$  prend la forme :

$$\bar{n}_M(x, y, t_M) = \mathcal{N} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{0,x}^2 + 4D_x t_M} - \frac{y^2}{2\sigma_{0,y}^2 + 4D_y t_M}}, \quad (7.11)$$

avec  $\mathcal{N}$  une constante de normalisation au nombre d'atomes total  $N$ , le profil de l'image collectée la caméra pendant le temps  $t_M$  est donc proportionnel à :

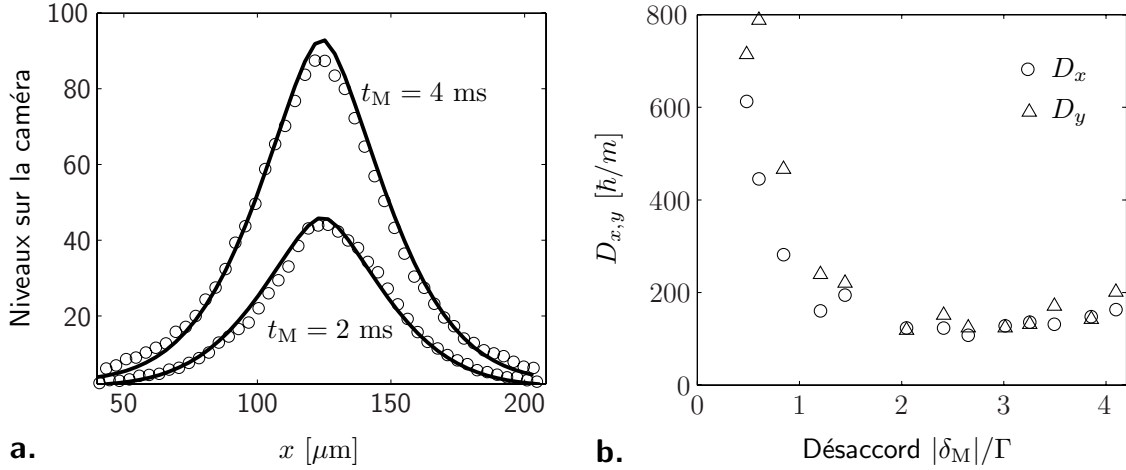
$$I(x, y, t_M) = \int_0^{t_M} dt \bar{n}_M(x, y, t). \quad (7.12)$$

Dans la suite, nous allons supposer que nous considérons des temps de mélasse suffisamment longs pour négliger les tailles initiales du nuage, ce qui est possible si  $2D_x t_M \gg \sigma_{0,x}^2$  (de même dans la direction  $y$ ). Pour des coefficients de diffusion de l'ordre de  $D_x^{\min}$  et des tailles initiales de  $\sim 5 \mu\text{m}$ , cela est vrai pour  $t_M \gg 100 \mu\text{s}$ . Dans ce cas, l'intégrale  $I$  se calcule analytiquement pour donner

$$I(x, y, t_M) = \mathcal{N} \left[ e^{-\tilde{x}^2 - \tilde{y}^2} - (\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2) \Gamma(0, \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2) \right], \quad (7.13)$$

où l'on a posé  $\tilde{x} = x/\sqrt{4D_x t_M}$  et  $\tilde{y} = y/\sqrt{4D_y t_M}$ , et où  $\Gamma(0, x) = \int_x^\infty dt e^{-t}/t$  est une fonction gamma incomplète standard [54].

Nous pouvons nous servir de cette expression pour ajuster les profils que nous observons sur la caméra, et en déduire les coefficients  $D_x$  et  $D_y$ . Deux exemples de ces ajustements sont donnés sur la figure 7.10 (a) pour une coupe selon la direction  $x$ , après des temps de mélasse  $t_M$  de 2 ms et 4 ms ( $\delta_M = -2\Gamma$ ). L'ajustement est satisfaisant, et dans l'exemple donné conduit à un coefficient  $D_x = 120 \hbar/m$ . Si l'on ne prend pas en compte l'intégration et que l'on ajuste directement le profil par une gaussienne



**FIGURE 7.10.** (a) : Coupes selon l'axe  $x$  d'images obtenues par une imagerie selon l'axe  $z$ , en collectant les photons diffusés par un nuage dans une mélasse optique pendant un temps  $t_M$ . L'intensité totale des six faisceaux vaut  $3I_{\text{sat}}$ , et le désaccord  $\delta_M = -2\Gamma$ . Ces profils sont ajustés par l'expression (7.13), et conduisent à un coefficient de diffusion  $D_x = 120 \text{ h/m}$ . (b) : Coefficients de diffusion (en unité de  $\text{h/m}$ ) par une mélasse optique dans les directions  $x$  et  $y$  en fonction du désaccord (en unité de  $\Gamma$ ). Le minimum vaut  $\sim 105 \text{ h/m}$  et correspond à  $\delta_M = -2.5 \Gamma$ .

de taille  $4D_x t$ , cela conduit à une erreur importante, avec un facteur  $\sim 2$  en moins sur le coefficient de diffusion.

Les coefficients de diffusion  $D_x$  et  $D_y$  ainsi déterminés sont tracés sur la figure 7.10 (b), en fonction du désaccord  $\delta_M$ . Un minimum  $D_x \simeq D_y \simeq 105 \text{ h/m}$  est observé pour  $\delta_M = -2.5 \Gamma$ , ce qui pour l'intensité des lasers utilisée correspond à un déplacement lumineux de  $0.05 \text{ h}\Gamma$ . Ces mesures sont donc en accord avec les résultats présentés dans [204]. On observe également une augmentation nette du coefficient de diffusion en s'approchant de la résonance, le mécanisme de refroidissement Sisyphe devenant peu efficace. Les coefficients de diffusion obtenus lorsque l'on ne prend en compte que le refroidissement Doppler sont en effet plus élevés de plusieurs ordres de grandeur [204].

### 7.3.2 Comptage des atomes par fluorescence

Même en se plaçant au voisinage du minimum de diffusion, ce processus nuit au comptage précis du nombre d'atomes. En effet, plus le temps de diffusion est long, plus le signal s'étale sur un nombre de pixels important sur la caméra. Or à chaque pixel correspondent des fluctuations intrinsèques, avec un écart-type noté  $n_B$ , qui correspondent aux bruits de lecture et d'obscurité de la caméra, présents même en l'absence de signal, auxquels s'ajoute la lumière parasite collectée par le système d'imagerie. Le bruit total récupéré est alors proportionnel au nombre de pixels  $N_p$  sur lesquels le signal est distribué. Si le nuage possède un profil gaussien avec une taille  $\sqrt{\sigma_0^2 + 2D_x t_M}$  (supposée isotrope pour simplifier), ce bruit vaut donc

$$\Delta_D = n_B N_p = n_B \frac{2\pi(\sigma_0^2 + 2D_x t_M)}{(\sigma_p/\gamma)^2}, \quad (7.14)$$



avec  $(\sigma_p/\gamma)^2$  l'aire d'un pixel dans l'espace réel,  $\sigma_p$  étant la taille d'un pixel et  $\gamma$  le grandissement du système d'imagerie. Cette expression est valable tant que l'aire du nuage sur la caméra occupe plus d'un pixel. Cela borne inférieurement  $\gamma$  par la valeur

$$\gamma_{\min} = \frac{\sigma_p}{\sqrt{2\pi(\sigma_0^2 + 2D_x t_M)}}. \quad (7.15)$$

Si l'on prend  $\gamma$  en dessous de cette limite,  $\Delta_D$  conserve la valeur prise en  $\gamma = \gamma_{\min}$ .

L'autre source principale de bruit est liée au signal lui-même. Si l'on suppose que l'émission de  $N\Phi_c t_M$  photons par le nuage est un processus poissonien, les fluctuations à prendre en compte ont un écart-type valant (bruit de grenaille optique) :

$$\Delta_{\text{ph}} = \sqrt{N\Phi_c t_M}. \quad (7.16)$$

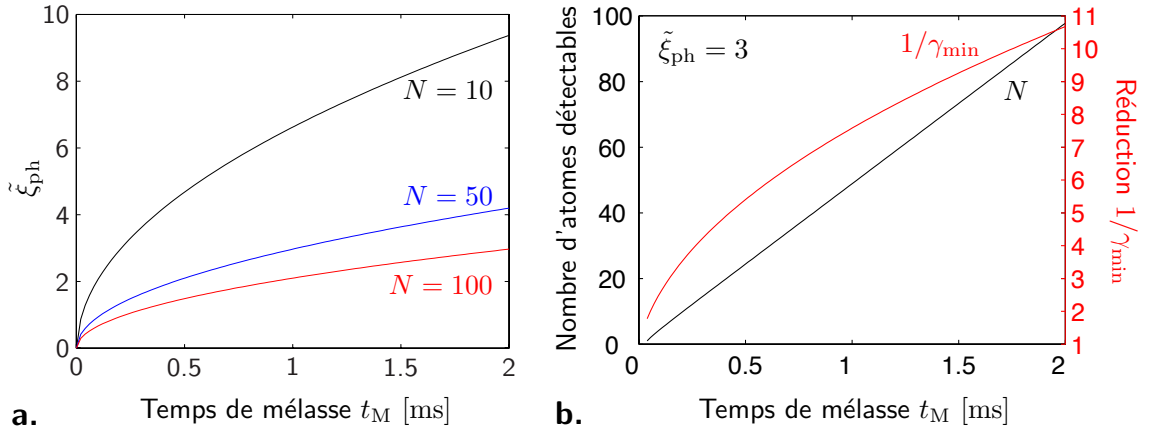
Ces deux sources de bruit sur le nombre de photons collectés étant supposées indépendantes, le bruit total à prendre en compte est  $(\Delta_D^2 + \Delta_{\text{ph}}^2)^{1/2}$ . Pour pouvoir compter les atomes à l'unité près, celui-ci doit être inférieur au nombre de photons collectés pour un seul atome,  $\Phi_c t_M$ . Nous nous intéressons donc au rapport suivant :

$$\xi_{\text{ph}} = \frac{\Phi_c t_M}{(\Delta_D^2 + \Delta_{\text{ph}}^2)^{1/2}}. \quad (7.17)$$

Il n'est pas difficile de voir que ce rapport est d'autant plus grand que le grandissement  $\gamma$  est faible. On a donc intérêt à choisir  $\gamma = \gamma_{\min}$  en fonction du temps de mélasse  $t_M$  utilisé : la situation la plus favorable pour le comptage est de ramener toute l'information sur un seul pixel. Le rapport  $\xi_{\text{ph}}$  prend alors la valeur maximale

$$\tilde{\xi}_{\text{ph}} = \frac{\Phi_c t_M}{(n_B^2 + N\Phi_c t_M)^{1/2}}, \quad (7.18)$$

où l'on voit que le dénominateur est réduit au bruit de grenaille, au bruit d'un pixel près. Nous avons représenté sur la figure 7.11 (a) ce rapport maximal  $\tilde{\xi}_{\text{ph}}$  en fonction de  $t_M$ , pour différents nombres d'atomes. Ces grandeurs sont calculées pour une mélasse désaccordée de  $\delta_M = \Gamma$ , et une intensité totale  $I = 3I_{\text{sat}}$ . Le flux de photons collectés par atome est alors  $\Phi_c = 4.4 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ , pour un coefficient de diffusion de  $D_x \sim 200 \hbar/m = 0.76 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$ , ce qui constitue un bon compromis entre fluorescence de photons et diffusion. La taille initiale du nuage est prise comme  $\sigma_0 = 5 \mu\text{m}$ . Le bruit par pixel de la caméra a été déterminé à partir d'une étude statistique sur des images sans signal atomique comme  $n_B \sim 4$ . Enfin, la taille des pixels de la caméra est  $\sigma_p = 13 \mu\text{m}$ . On constate que si l'on autorise des grandissements arbitrairement faibles, la détection à un atome près est toujours possible en ramenant l'image du nuage sur un pixel unique tout en utilisant des temps de mélasse importants, en supposant qu'aucun atome du nuage ne soit perdu pendant ce temps.



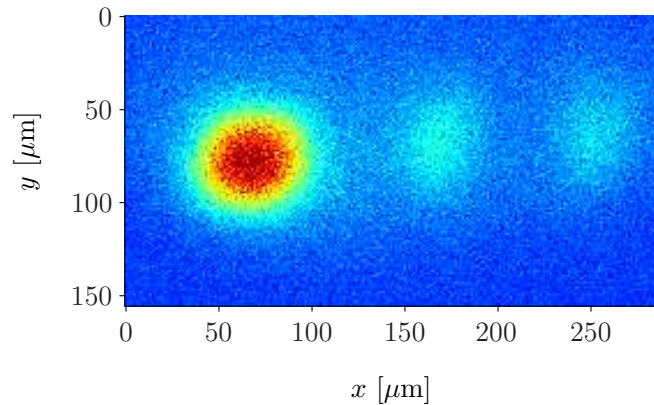
**FIGURE 7.11.** (a) : Rapport signal sur bruit pour la détection d'un atome  $\tilde{\xi}_{\text{ph}}$  en utilisant un grandissement minimal  $\gamma_{\text{min}}$  permettant de ramener l'image du nuage sur pixel unique [Eq. (7.18)], tracé en fonction du temps de mélasse  $t_M$ . La mélasse considérée est désaccordée de  $\delta_M = \Gamma$ , avec une intensité totale  $I = 3I_{\text{sat}}$ . Le résultat est représenté pour des nombres d'atomes à détecter  $N = 10$  (en noir),  $N = 50$  (en bleu) et  $N = 100$  (en rouge). (b) : En noir, nombre d'atomes pour lequel on a  $\tilde{\xi}_{\text{ph}} = 3$  (pris comme critère de détectabilité à un atome près), en fonction du temps de mélasse  $t_M$ . En rouge, réduction du système d'imagerie ( $1/\gamma_{\text{min}}$ ) nécessaire à l'obtention du nombre tracé en noir, pour un temps  $t_M$  donné.

Nous avons évalué la validité de cette dernière hypothèse en considérant les pertes dues aux collisions assistées par la lumière dans la mélasse optique. Celles-ci engendrent une décroissance du nombre d'atomes avec une constante de temps  $\beta_0 n$ , où  $n$  est la densité atomique et où nous avons pris  $\beta_0 = 4 \times 10^{-11} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  mesuré dans [154] pour le sodium pour des paramètres des faisceaux similaires aux nôtres. En estimant la densité initiale du nuage comme  $n = N/(2\pi\sigma_0^2)^{3/2}$ , cela conduit à une constante de temps de 500 ms, correspondant à une perte de moins de un atome pour 2 ms de mélasse.

Cependant, le grandissement nécessaire pour atteindre  $\tilde{\xi}_{\text{ph}}$  est d'autant plus faible que le nombre d'atomes est important, pour un temps de mélasse de plus en plus long. En fixant par exemple le critère  $\tilde{\xi}_{\text{ph}} = 3$  comme seuil de détection à un atome près, nous avons tracé sur la figure 7.11 (b) le nombre d'atomes détectables avec ce critère en fonction du temps de mélasse  $t_M$ , avec la réduction de l'imagerie ( $1/\gamma_{\text{min}}$ ) correspondant. Pour le comptage des atomes dans un nuage unique, la seule limite au nombre d'atomes détectables avec la précision désirée réside donc dans la capacité à réaliser la réduction correspondante avec l'imagerie. Dans le cas du comptage d'atomes dans trois nuages distincts selon leur état de spin, la réduction possible va connaître une limite supplémentaire, liée à la faible séparation spatiale des nuages à imager.

### 7.3.3 Condensats spinoriels

Dans le chapitre 2, nous avons étudié la possibilité de former des corrélations entre les différentes composantes d'un condensat de Bose-Einstein spinoriel. Afin de mettre en évidence ces corrélations, il est nécessaire de compter les atomes dans chacune de ces composantes. La solution la plus naturelle pour faire cela est de réaliser une



**FIGURE 7.12.** Image obtenue par absorption après séparation des différentes composantes de spin présentes dans le condensat par une expérience de Stern-Gerlach, avec un gradient créé par les bobines du PMO (axe fort selon  $x$ ). Ici, le condensat est presque totalement polarisé, et la population des deux autres états est donc faible.

expérience de Stern-Gerlach sur le condensat, une fois l'état quantique corrélé formé. Pour cela, le piège confinant les atomes est coupé, et le gradient de champ magnétique créé par les bobines du PMO est allumé pour quelques millisecondes, ce qui accélère les atomes et leur confère une vitesse dépendante de leur état de spin. Les atomes dans les états de spin  $|+1\rangle$  et  $|-1\rangle$  se déplacent dans des directions opposées le long de l'axe fort du gradient, tandis que les atomes dans  $|0\rangle$  ne sont pas affectés. On attend ensuite un temps  $t_S$  pour que les atomes soient séparés spatialement. Si l'on prend une image par absorption, on obtient un résultat tel que celui représenté sur la figure 7.12 pour  $t_S = 3$  ms, avec une séparation entre composantes de l'ordre de  $l_S \simeq 100 \mu\text{m}$ . L'intégration de la densité colonne pour chacun des trois nuages permet de déterminer les populations des composantes de spin. Dans l'exemple donné, le condensat est quasi-polarisé, 80% des atomes se trouvant dans  $|+1\rangle$ .

Notre capacité à séparer les trois nuages pour pouvoir discriminer avec certitude l'état de spin de chaque atome dépend du temps pendant lequel ils sont accélérés sous l'effet du gradient de champ, et du temps pendant lequel on laisse les composantes de spin se séparer. Pour un temps de vol  $t_S = 3$  ms après une impulsion de gradient de 2 ms à  $15 \text{ G cm}^{-1}$ , nous avons calculé que la séparation entre deux composantes était de l'ordre de  $l_S = 400 \mu\text{m}$ .

Cette séparation des composantes de spin pose une limite à la réduction applicable sur l'image, et par conséquent, comme nous l'avons vu, au nombre d'atomes pour lequel un comptage à l'unité près est possible. En effet, pour mettre en évidence les fluctuations réduites des différentes populations des états de spin, il faut impérativement que les nuages restent suffisamment distincts sur l'image prise par la caméra pour pouvoir attribuer chaque atome au nuage correspondant à son état de spin. Ainsi, si l'on se place dans le cas le plus favorable où l'image de chaque nuage est ramenée sur un pixel, une condition minimale est l'existence d'un pixel sans signal entre chacun des pixels où les atomes sont imagés. Cela pose une limite supplémentaire sur le grandissement

minimal que l'on peut adopter :

$$\gamma \gg \gamma_{\min,S} = \frac{\sigma_p}{l_S}. \quad (7.19)$$

Pour les valeurs données ici, un grandissement 1/10 paraît raisonnable. D'après les calculs présentés sur la figure 7.11 (b), cela permet d'imager des condensats spinoriels de  $\sim 90$  atomes, nombre compatible avec les expériences envisagées.

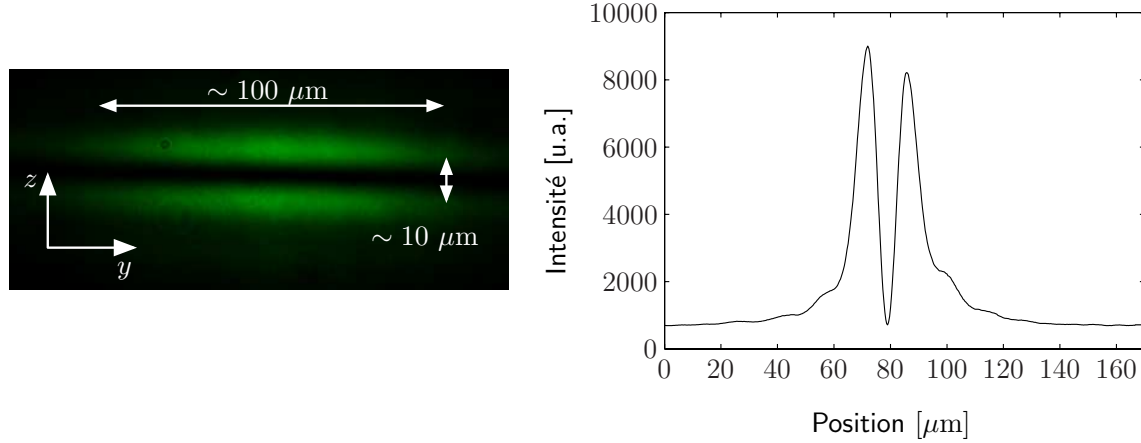
Plusieurs améliorations du système expérimental sont envisageables pour repousser plus loin cette limite :

- Une partie de la réduction de l'image peut être réalisée de manière électronique en lisant plusieurs pixels à la fois. Des mesures permettant de déterminer si le bruit demeure du même ordre que pour un pixel unique sont en cours.
- Le bruit par pixel  $n_B = 4$  mesuré sur notre système est significativement plus élevé que le chiffre spécifié par le constructeur ( $n_B = 2.5$ ), et nous pouvons donc espérer abaisser ce bruit en travaillant sur la réjection de la lumière parasite (par ex. en travaillant sur le filtrage spatial).
- L'utilisation de faisceaux de mélasse plus petits nous permettrait des intensités plus importantes avec la même puissance laser, dans l'espoir d'augmenter  $\Phi_c$ . Il faut prendre garde à ne pas trop augmenter le coefficient de diffusion, mais un facteur 2 sur  $\Phi_c$  est par exemple envisageable.

## 7.4 Vers piège avec un unique état lié

Notre capacité au comptage d'atomes étant caractérisée, la prochaine étape expérimentale majeure sera la mise en place d'un piège optique possédant un unique état lié. Comme nous l'avons vu, nous n'avons pas encore pu travailler avec un piège dipolaire focalisé à seulement  $2 \mu\text{m}$  (rayon à  $1/e^2$ ), comme il en est question dans le chapitre 1. Nous avons cependant vérifié que notre objectif permettait une telle focalisation (voir Table 7.1). Il sera alors indispensable de disposer d'une source de confinement dans l'axe vertical, pour compenser la gravité. Notre solution est d'utiliser un faisceau dans un mode de Hermite-Gauss très anisotrope. Etant donné que ce faisceau laisse (contrairement au piège croisé) les atomes libres dans les directions horizontales, cela nous permet également de les maintenir pendant l'expansion dans une expérience de Stern-Gerlach. Les temps de séparation des composantes de spin peuvent alors être importants, sans que les atomes ne sortent de la profondeur de champ de l'objectif.

Nous avons pu produire des faisceaux de 500 mW dans un mode de Hermite-Gauss à 532 nm. Sortant d'une fibre optique, le faisceau traverse une lame de phase qui lui imprime un déphasage. Il est ensuite focalisé par deux lentilles cylindriques de focales différentes, ce qui se traduit dans le plan de Fourier après focalisation par une modification de son profil en un profil proche de celui d'un mode spatial de Hermite-Gauss [205],



**FIGURE 7.13.** A gauche, faisceau en son col possédant un profil de type Hermite-Gauss après passage à travers une lame de phase et focalisation par deux lentilles cylindriques de focales différentes. Les rayons à  $1/e^2$  mesurés sont de  $100 \mu\text{m}$  dans la direction la moins focalisée et  $10 \mu\text{m}$  dans l'autre. Le rapport entre l'intensité au centre et celle au niveau d'un maximum d'intensité est de 0.08%.

tout en produisant un faisceau anisotrope :

$$I(y, z) = \frac{8P_V}{\pi w_y w_z} \left( \frac{z}{w_z} \right)^2 e^{-\frac{2y^2}{w_y^2} - \frac{2z^2}{w_z^2}}, \quad (7.20)$$

avec  $P_V$  la puissance du laser à 532 nm,  $w_z$  le rayon à  $1/e^2$  au foyer dans la direction verticale et  $w_y$  celui dans l'autre direction transverse à la propagation du faisceau. La fréquence de piégeage dans la direction verticale s'exprime alors :

$$\omega_{z,V} = \sqrt{\frac{24c^2}{\pi m \omega_0^3} \frac{\Gamma}{\Delta} \frac{P_V}{w_z^3 w_y}}, \quad (7.21)$$

où  $\omega_0$  désigne la fréquence de résonance du sodium et  $\Delta$  la différence entre  $\omega_0$  et la fréquence du laser (voir §6.2.1).

Une image d'un tel faisceau obtenu expérimentalement est représentée sur la figure 7.13. Le rayon à  $1/e^2$  au foyer est de  $w_y = 100 \mu\text{m}$  dans la direction horizontale et  $w_z = 10 \mu\text{m}$  dans la direction verticale. On peut ainsi calculer une profondeur du piège dans la direction verticale de l'ordre de  $13 \mu\text{K}$ , soit bien plus importante que la gravité ( $mgw_z \simeq 0.3 \mu\text{K}$ ), et une fréquence de piégeage vertical de  $\omega_{z,V}/2\pi = 3.6 \text{ kHz}$ . Une coupe de ce faisceau dans la direction la plus focalisée révèle un rapport entre l'intensité au centre et au niveau d'un maximum inférieure à 0.1%. Cela est capital car ce faisceau n'est pas très éloigné de la résonance atomique, le chauffage par émission spontanée peut donc être important (voir §1.5.2). Avec une telle noirceur au centre, et en considérant que les atomes restent confinés dans cette zone d'intensité faible, ce taux de chauffage reste inférieur à  $\sim 10 \text{ nK s}^{-1}$  au centre du piège (correspondant à un taux d'émission spontanée de  $3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ).

## 7.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu comment l'utilisation d'un objectif de microscope avec une grande ouverture numérique permettait la focalisation d'un laser de piégeage et la réalisation d'une imagerie de haute résolution. La conception de cet objectif ainsi que ces performances ont été détaillées. Nous avons ensuite présenté une séquence expérimentale de refroidissement par évaporation mettant en jeu le piège dipolaire focalisé par l'objectif, qui permet de compenser l'abaissement des fréquences de confinement du piège dipolaire croisé, tout en conservant les bénéfices du refroidissement préalable dans celui-ci. Ainsi, nous pouvons obtenir un condensat de Bose-Einstein de  $\sim 10^4$  atomes (quelques milliers pour un condensat quasi-pur). L'obtention de ce condensat d'un petit nombre d'atomes dans un piège dipolaire optique fortement focalisé réalise l'objectif premier de ce travail de thèse. La séquence d'évaporation permettant son obtention a été étudiée, notamment en la comparant avec succès à notre modèle numérique de refroidissement par évaporation présenté dans le chapitre précédent.

A partir de ce condensat, des expériences mettant en jeu les concepts théoriques présentés dans la première partie peuvent être menées. Le comptage des atomes par fluorescence à l'unité près en fonction de leur état de spin a pour cela été estimé comme étant réalisable pour des nombres d'atomes  $N \lesssim 90$ . La réalisation d'un piège dipolaire encore plus focalisé, et la mise en place d'un confinement permettant de compenser la gravité sont des étapes futures dont les résultats préliminaires ont été rapportés.



# Conclusion

Nous avons présenté dans ce mémoire le travail réalisé pour la conception, la construction et l'étude d'une nouvelle expérience portant sur les condensats de Bose-Einstein de sodium et visant la formation d'états spinoriels fortement corrélés.

Dans le chapitre 1 nous avons présenté l'étude théorique du système formé par un condensat dans un piège unidimensionnel de profondeur finie. Nous avons démontré l'existence inconditionnelle d'un état lié dans un tel piège, et calculé numériquement l'état fondamental et les excitations du condensat dans l'approximation de champ moyen. Cette étude fait apparaître un nombre d'atomes  $N_{\text{sat}}$  au-delà duquel la taille du condensat subit une croissance brutale. Du fait des interactions, le nombre d'états excités liés diminue lorsque le nombre d'atomes augmente. Quand celui-ci est de l'ordre de  $N_{\text{sat}}$ , seul l'état fondamental demeure lié. Nous avons vu que les fluctuations du nombre d'atomes du condensat étaient alors clairement diminuées.

La nécessité de disposer d'un système composé d'un faible nombre d'atomes apparaît dans le chapitre 2, où nous avons étudié la formation d'états corrélés à partir d'un condensat spinoriel. Nous avons vu comment la nature anti-ferromagnétique d'un condensat spinoriel de sodium de spin 1 pouvait conduire à un système dont l'état fondamental, état singulet de spin [27], présente de fortes corrélations, en contrôlant les populations des composantes de spin avec un champ micro-onde quasi-résonnant. Dans le cas d'un condensat possédant deux composantes de spin, nous avons présenté une évolution sous l'effet des interactions entre spin permettant la formation d'états de spin comprimés et maximalelement intriqués ("Chat de Schrödinger"). Nous avons montré que le sodium constituait un choix judicieux pour la réalisation de telles expériences, en combinant des interactions entre spin plus importantes et des taux de pertes par collisions plus faibles que pour le rubidium.

Nous avons présenté le développement et la caractérisation du système laser tout-solide conçu durant ce travail de thèse. Dans le chapitre 3, nous avons posé le problème théorique de la somme de fréquence dans un cristal non linéaire, puis de l'optimisation de son efficacité en plaçant ce cristal dans une cavité optique résonnante aux deux longueurs d'onde sommées. Nous démontrons que dans le cas idéal où les pertes passives sont négligées, la totalité des photons de la source laser la moins puissante peut être convertie. Le rôle des pertes est ensuite pris en compte, avec la détermination d'un optimum de fonctionnement pour les paramètres de la cavité. Dans le chapitre 4, nous avons présenté la réalisation d'un laser tout-solide à 589 nm. Nous avons caractérisé les



problèmes posés par la conversion à haute efficacité en cavité, et décrit les asservissements électroniques qui nous ont permis de les contourner. A partir de 1.2 W à 1064 nm et 0.5 W à 1319 nm, jusqu'à 800 mW à 589 nm ont été produits, et 92% des photons à 1319 nm couplés dans la cavité optique sont alors convertis. Ce laser est utilisé quotidiennement dans notre expérience pour le refroidissement laser du sodium, et nécessite une maintenance minimale.

Le laser de refroidissement constitue la première pièce du dispositif expérimental construit pendant ce travail de thèse. Dans le chapitre 5, les éléments de ce dispositif sont présentés. L'enceinte à vide et les éléments d'optique qui l'entourent sont conçus pour former un système compact (compris dans un cylindre de 60 cm de diamètre) et amagnétique. Nous avons obtenu un piège magnéto-optique de sodium de quelques  $10^7$  atomes, en évitant l'utilisation d'un ralentisseur Zeeman par la combinaison de *dispensers* de sodium et de la désorption induite par la lumière, chargeant ainsi le PMO en quelques secondes. Nous avons démontré qu'une fois la désorption désactivée, la pression dans l'enceinte retrouvait son niveau de base en moins de 100 ms, et que la phase de chargement du PMO n'affectait pas la durée de vie des atomes dans la suite de la séquence expérimentale.

A partir du PMO, les atomes sont transférés dans un piège dipolaire croisé selon un mécanisme que nous avons étudié dans le chapitre 6. En transférant les atomes à basse puissance puis en comprimant le piège, nous avons montré que nous optimisons le chargement du piège en utilisant la totalité de la puissance laser à notre disposition. Nous obtenons ainsi  $\sim 4 \times 10^5$  atomes, que nous pouvons refroidir par évaporation. Un modèle numérique décrivant cette phase de refroidissement a été mis au point et reproduit les mesures expérimentales en tenant compte de l'anharmonicité du potentiel de piégeage.

Nous présentons dans le chapitre 7 la conception et l'utilisation d'un objectif de microscope de grande ouverture numérique. Ses caractéristiques lui permettent la formation d'un piège dipolaire fortement focalisé et la collecte de l'image des atomes qui s'y trouvent confinés, avec une résolution à la limite de diffraction. En utilisant ce piège supplémentaire, le seuil de condensation est franchi. Le mécanisme évaporatif qui permet le chargement de ce piège à partir du piège croisé a été analysé, et le refroidissement au sein même du piège focalisé comparé avec succès au modèle numérique. Nous obtenons un condensat de Bose-Einstein de sodium quasi-pur de plusieurs milliers d'atomes, confinés dans un micro-piège de  $8 \mu\text{m}$  en son col (rayon à  $1/e^2$ ). Les mesures sur les paramètres du condensat à la traversée du seuil de condensation sont en bon accord avec les calculs théoriques, et confirment notre capacité à caractériser un gaz quantique dégénéré.

Le laser tout-solide conçu durant ce travail de thèse est promis à un bel avenir. Il est l'objet d'une collaboration avec le groupe de W. Ketterle au MIT (Projet DARPA, Optical Lattice Emulator), où une version plus puissante est mise au point. Plusieurs groupes, en Europe et dans le monde, ont manifesté leur intérêt pour la production de ce laser en remplacement d'un laser à colorant. D'autre part, des solutions commerciales fondées sur ce principe commencent à voir le jour, bien qu'encore lointaines et laissant présa-

ger un coût bien plus important que celui de notre système. Avec ce travail de thèse, nous avons démontré la capacité d'un tel laser à servir comme source principale de lumière pour le refroidissement laser du sodium. D'autres applications, notamment dans le domaine médical où cette longueur d'onde est d'importance, peuvent être envisagées.

Les étapes suivantes dans le développement de l'expérience se dessinent déjà clairement. Le condensat obtenu est un point de départ idéal pour le transfert dans un piège à un seul état lié, encore plus focalisé ( $2 \mu\text{m}$  en son col). Ce piège devra être complété par un second faisceau pour compenser la gravité, que nous avons déjà mis au point expérimentalement. De par la nature intégralement optique des confinements utilisés, ce condensat est déjà un condensat spinoriel. L'étape suivante est le contrôle de sa magnétisation (par ex. par distillation lors de la phase d'évaporation [80, 81]), et la modification de la distribution des populations des différentes composantes de spin en utilisant un rayonnement micro-onde. Le comptage d'atomes constitue également une étape déterminante. En effet, notre capacité à mettre en évidence la formation d'un état maximalelement intriqué réside dans le comptage à un atome près. Cette contrainte justifie l'utilisation d'un objectif permettant une collecte très efficace des photons émis par fluorescence par les atomes. Nous avons ainsi estimé que le comptage d'atomes à l'unité près selon leur état de spin nous était accessible pour des nombres d'atomes de l'ordre de  $\sim 90$ , compatibles avec les expériences envisagées.

Une fois le comptage d'atomes maîtrisé, la voie menant à l'observation d'états quantiques fortement corrélés avec un système mésoscopique est ouverte. L'observation d'états comprimés avec un nombre mésoscopique d'atomes, déjà réalisée [32, 31], pourrait être poursuivie. La formation d'un état de type "Chat de Schrödinger" avec quelques dizaines d'atomes constituerait un pas supplémentaire dans l'exploration de la frontière classique/quantique. Les fluctuations réduites de tels états s'avéreraient également précieuses dans le cadre de mesures interférométriques [34, 35], pouvant atteindre une précision inférieure au bruit quantique standard. Outre les corrélations formées par les interactions entre spin que nous avons traitées ici, l'utilisation de lames de phase pour la production de faisceaux de piégeage dans des modes d'Hermite-Gauss ou de Laguerre-Gauss permettrait l'exploration de systèmes de faible dimensionnalité, pour lesquels la détection à un atome près constituerait un outil d'analyse précieux.



# **Annexes**



## Annexe A

# Condensat dans un piège 1D de profondeur finie

### A.1 Résolution numérique de l'équation de Gross-Pitaevskii

La non-linéarité de l'équation de Gross-Pitaevskii rend sa résolution non trivial. Cependant, il existe plusieurs algorithmes qui permettent de la résoudre numériquement en un temps raisonnable, en particulier dans le cas unidimensionnel. Le premier algorithme que nous avons employé est fondé sur l'idée que l'on peut faire évoluer une fonction d'onde quelconque vers la solution de l'équation (en utilisant un paramètre  $\tau$ ), en minimisant son énergie [206] :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = -\frac{\delta E}{\delta \varphi^*}. \quad (\text{A.1})$$

On peut montrer que cette équation est équivalente à l'équation de Gross-Pitaevskii en temps imaginaire :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = -H\varphi, \quad (\text{A.2})$$

avec  $H = \frac{p^2}{2m} + V(x) + g_{1D}N|\varphi(x)|^2$ . Cette équation peut être employée pour trouver numériquement  $\varphi(\tau)$  en appliquant une transformation infinitésimal à  $\varphi$  à chaque étape de l'algorithme. Cette transformation suit la relation

$$\varphi(\tau + d\tau) = F.T.^{-1} \left[ e^{-\frac{p^2}{2m}d\tau} F.T. \left( e^{-(V(x)+g_{1D}N|\varphi(x,\tau)|^2)d\tau} \varphi(\tau) \right) \right]. \quad (\text{A.3})$$

L'utilisation de transformées de Fourier (notées  $F.T.$ ) permet d'appliquer les opérateurs de position et d'impulsion dans leur forme diagonale. Ces deux opérateurs sont per-

mutés ici, mais cela est acceptable tant que  $d\tau$  est choisi petit devant les fréquences typiques du hamiltonien. En répétant cette opération, on peut faire évoluer une fonction  $\varphi(\tau = 0)$  quelconque vers la solution de l'équation de Gross-Pitaevskii assez rapidement. Cependant, cet algorithme s'est révélé moins précis que nous l'espérons, principalement du fait de la permutation entre les opérateurs impulsion et position, qui génère une petite erreur à chaque pas de temps et qui finit par devenir notable.

Par conséquent, nous avons mis au point un autre algorithme, fondé sur la méthode d'Euler. Commençons par écrire à partir de l'équation (A.2)

$$\varphi(\tau + d\tau) = (1 - Hd\tau)\varphi(\tau). \quad (\text{A.4})$$

Dans cet algorithme, aucune permutation interdite n'est effectuée, et aucune source d'erreur n'est donc introduite.  $H$  est bien sûr une matrice, que nous choisissons d'exprimer sur la base des positions, et pour laquelle l'opérateur de dérivation a été discrétisé avec un pas  $\Delta x$  en utilisant la relation

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_x = \frac{\varphi(x + \Delta x) + \varphi(x - \Delta x) - 2\varphi(x)}{\Delta x^2}. \quad (\text{A.5})$$

Des conditions aux limites périodiques ont été utilisées au bord de la grille.

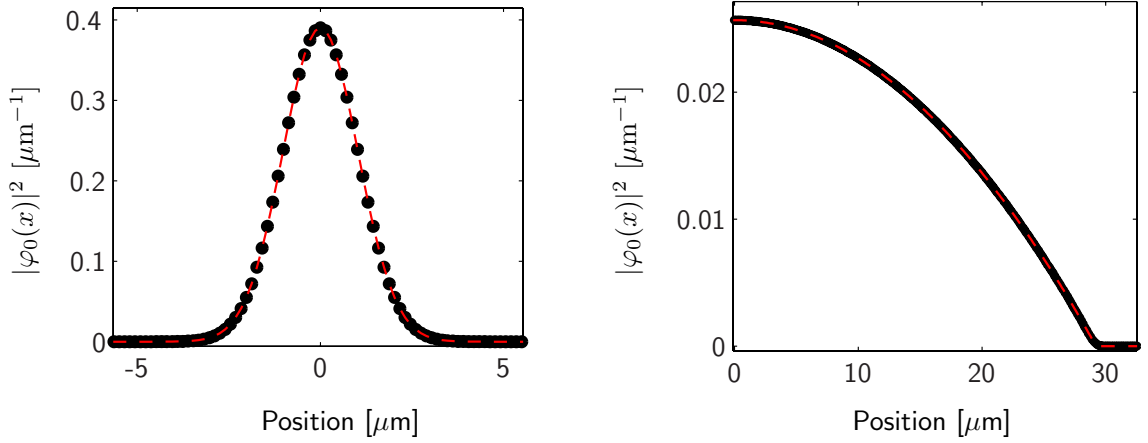
La simulation numérique a été vérifiée en utilisant deux régimes bien connus pour le piège harmonique, le régime idéal (sans interaction), et le régime de Thomas-Fermi. Les résultats sont montrés sur la figure A.1. La solution numérique reproduit fidèlement la fonction d'onde analytique de l'état fondamental du piège harmonique dans le cas idéal, et suit bien également l'approximation de Thomas-Fermi. Le processus de résolution apparaît donc fiable et peut être utilisé pour l'étude plus intéressante du cas du piège de profondeur finie.

## A.2 La méthode WKB pour un BEC 1D dans un piège de profondeur finie

Nous considérons ici le cas d'un potentiel de piégeage  $V(x)$  de profondeur finie et négatif, avec un unique état lié  $\varphi_0(x)$  d'énergie  $\epsilon_0 < 0$ . De plus nous nous plaçons dans le cas idéal, *i.e.* sans interaction entre atomes. Dans cette situation l'équation donnant les fonctions d'onde de l'état excité avec une énergie  $\epsilon > 0$  est

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\varphi_\epsilon + V(x)\varphi_\epsilon(x) = \epsilon\varphi_\epsilon(x). \quad (\text{A.6})$$

Nous mettons des conditions aux limites périodiques au bord d'une boîte de longueur



**FIGURE A.1.** A gauche, les solutions numérique (points noirs) et analytique (trait pointillé rouge) pour un piège harmonique de fréquence  $\omega = 2\pi \times 200$  Hz dans le cas idéal. A droite, la solutions numérique (points noirs) et la limite analytique (trait pointillé rouge) pour un piège harmonique de même fréquence dans l'approximation de Thomas-Fermi ( $N = 10^5$  atomes).

$L$  bien plus grande que l'extension spatiale du potentiel de piégeage, notée  $w_0$ ,

$$\varphi_\epsilon(-L/2) = \varphi_\epsilon(L/2). \quad (\text{A.7})$$

Si l'on note  $\kappa = \sqrt{\frac{2m\epsilon_k}{\hbar^2}}$ , nous savons que loin du piège la fonction d'onde de l'état excité d'énergie  $\epsilon_k$  vérifie

$$\varphi_\epsilon(x) \propto e^{i(\kappa x + \theta_k)}, \quad (\text{A.8})$$

où  $\theta_k$  est le déphasage accumulé en "passant à travers" le potentiel de piégeage. Si nous écrivons la fonction d'onde de l'état lié comme  $\varphi_\epsilon(x) = u(x)e^{i\theta(x)}$ , nous obtenons

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_\epsilon}{\partial x} = [u'(x) + i\theta'(x)u(x)]e^{i\theta(x)}, \\ \frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x^2} = [u''(x) + 2iu'(x)\theta'(x) - \theta'^2(x)u(x) - i\theta''(x)u(x)]e^{i\theta(x)}. \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

En reportant ces relations dans l'équation (A.6), il vient

$$\begin{cases} \frac{\hbar^2}{2m}[\theta'^2 u - u''] + V(x)u = \epsilon u, \\ \frac{\partial}{\partial x}[u^2(x)\theta'(x)] = 0. \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

L'approximation WKB consiste à négliger les variations de l'enveloppe  $u$ , en suppo-



sant qu'elle varie lentement devant la phase  $\theta$  :

$$\begin{cases} \theta'(x) &= \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(\epsilon - V(x))}, \\ u(x) &= \frac{A}{\theta^{1/2}(x)} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

La normalisation de la fonction implique

$$A = \frac{1}{\sqrt{L}} \left( \frac{2m\epsilon}{\hbar^2} \right)^{1/4}, \quad (\text{A.12})$$

en considérant des énergies bien plus importantes que la profondeur du piège. Cela mène à l'expression de  $\varphi_\epsilon$

$$\phi_\epsilon(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \left[ \frac{\epsilon}{\epsilon - V(x)} \right]^{1/4} \cos \left( \int_{-L/2}^x \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(\epsilon - V(x))} dx \right). \quad (\text{A.13})$$

L'approximation WKB est valide tant que l'on a

$$|u''| \sim \frac{1}{w_0^2} \ll |\theta'^2| \sim \frac{2m}{\hbar^2} \epsilon \Rightarrow \epsilon \gg \frac{\hbar^2}{2mw_0^2}. \quad (\text{A.14})$$

## Annexe B

# Hamiltonien d'interaction à N corps pour un condensat spinoriel

### B.1 Interaction à deux corps

Les collisions en onde  $S$  entre deux atomes dans  $|F = 1\rangle$  peuvent être décrites par un potentiel de contact de la forme

$$\hat{V}_{\text{int}}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \hat{V}_s \cdot \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (\text{B.1})$$

où le potentiel  $\hat{V}_s$  n'agit que sur le degré de liberté de spin. Du fait des symétries des interactions entre atomes à courte portée, le moment angulaire total  $S$  est conservé, celui-ci pouvant valoir  $S = \{0, 1, 2\}$ . De plus, dans le cas des collisions en onde  $S$ , seules les valeurs paires de  $S$  sont autorisées pour les bosons<sup>1</sup>. On peut alors écrire  $\hat{V}_s$  en utilisant la décomposition suivante :

$$\hat{V}_s = g_0 \hat{P}_0 + g_2 \hat{P}_2. \quad (\text{B.2})$$

Ici,  $\hat{P}_S = \sum_{m_S} |S, m_S\rangle \langle S, m_S|$  désigne le projecteur sur le sous-espace de moment angulaire total  $S$ , et  $g_S = 4\pi\hbar^2 a_S/m$ , avec  $a_S$  la longueur de diffusion pour les collisions avec un moment angulaire total  $S$ . Il est possible de relier ces projecteurs avec les opé-

---

1. Le cas  $S = 1$  correspondrait en général à des collisions en onde  $D$ .

rateurs de spin par les relations :

$$\mathbf{S}^2 = (\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2)^2 = \mathbf{s}_1^2 + \mathbf{s}_2^2 + 2\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2 = 2 + 2\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2, \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{S}^2 = \sum_{S=0,2} S(S+1)\hat{\mathcal{P}}_S = 6\hat{\mathcal{P}}_2. \quad (\text{B.4})$$

De plus, dans le sous-espace considéré, on a  $\hat{\mathcal{P}}_0 + \hat{\mathcal{P}}_2 = 1$ . On obtient donc les expressions suivantes :

$$\hat{\mathcal{P}}_0 = \frac{1 - \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2}{3}, \quad \hat{\mathcal{P}}_2 = \frac{2 + \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2}{3}. \quad (\text{B.5})$$

Ces expressions permettent d'exprimer le potentiel d'interaction  $\hat{V}_s(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$  entre deux spins donné par l'équation (2.1), ainsi que les constantes de couplage de densité  $\bar{g}$  et d'interaction de spin  $g_{rms}$ .

## B.2 Hamiltonien à $N$ corps

Etant donné le potentiel d'interaction à deux corps  $V_s = \bar{g} + g_s(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2)$ , il est possible d'écrire le potentiel d'interaction à  $N$  corps suivant :

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{1}{2} \sum_{ijkl} \int d^3\mathbf{r} \langle i, j | \hat{V}_s | k, l \rangle \hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_j^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_k(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_l(\mathbf{r}), \quad (\text{B.6})$$

où l'état de spin à deux atomes est noté  $|i, j\rangle = |F=1, m_F=i\rangle \otimes |F=1, m_F=j\rangle$ , et l'opérateur champ  $\hat{\Psi}_i(\mathbf{r})$  crée une particule dans l'état Zeeman  $i$  au point  $\mathbf{r}$ . L'expression de  $V_s$  [Eq. (2.1)] permet d'écrire :

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int d^3\mathbf{r} \left[ \bar{g} \sum_{ij} \hat{\Psi}_i^\dagger \hat{\Psi}_j^\dagger \hat{\Psi}_i \hat{\Psi}_j + g_s \sum_{ijkl} S_{ik} S_{jl} \hat{\Psi}_i^\dagger \hat{\Psi}_j^\dagger \hat{\Psi}_k \hat{\Psi}_l \right], \quad (\text{B.7})$$

où  $S_{ik} = \langle i | \mathbf{s} | k \rangle$ . On peut alors décomposer cet hamiltonien en deux termes  $H_{\text{int}} = \bar{H} + H_s$ . Le premier terme s'écrit :

$$\bar{H} = \frac{\bar{g}}{2} \int d^3\mathbf{r} \sum_{ij} \hat{\Psi}_i^\dagger \hat{\Psi}_j^\dagger \hat{\Psi}_i \hat{\Psi}_j, \quad (\text{B.8})$$

$$= \frac{\bar{g}}{2} \int d^3\mathbf{r} \left[ \left( \sum_i \hat{\Psi}_i^\dagger \hat{\Psi}_i \right)^2 - \sum_i \hat{\Psi}_i^\dagger \hat{\Psi}_i \right]. \quad (\text{B.9})$$

Ici, nous ne gardons que le terme d'ordre le plus haut en la densité, qui est prépondérant pour  $N \gg 1$ . Si l'on introduit l'opérateur "densité spatiale"  $\hat{\rho} = \sum_i \hat{\Psi}_i^\dagger \hat{\Psi}_i$ , on obtient finalement :

$$\bar{H} = \frac{\bar{g}}{2} \int d^3\mathbf{r} \hat{\rho}^2(\mathbf{r}). \quad (\text{B.10})$$

D'autre part, on a

$$H_s = \frac{g_s}{2} \int d^3\mathbf{r} \sum_{ijkl} \hat{\Psi}_i^\dagger S_{ik} \hat{\Psi}_j^\dagger \hat{\Psi}_k S_{jl} \hat{\Psi}_l, \quad (\text{B.11})$$

$$= \frac{g_s}{2} \int d^3\mathbf{r} \left[ \sum_{ijkl} \hat{\Psi}_i^\dagger S_{ik} \hat{\Psi}_k \hat{\Psi}_j^\dagger S_{jl} \hat{\Psi}_l - \sum_{ijl} \hat{\Psi}_i^\dagger S_{ij} S_{jl} \hat{\Psi}_l \right], \quad (\text{B.12})$$

$$= \frac{g_s}{2} \int d^3\mathbf{r} \left[ \left( \sum_{ik} \hat{\Psi}_i^\dagger S_{ik} \hat{\Psi}_k \right)^2 - \sum_{il} \hat{\Psi}_i^\dagger (S^2)_{il} \hat{\Psi}_l \right]. \quad (\text{B.13})$$

L'opérateur densité de spin  $\hat{S}(r)$  s'écrivant dans le formalisme de seconde quantification :

$$\hat{S}(r) = \sum_{ij} \hat{\Psi}_i^\dagger S_{ij} \hat{\Psi}_j, \quad (\text{B.14})$$

on a finalement en ne gardant toujours que le terme d'ordre le plus haut en la densité :

$$H_s = \frac{g_s}{2} \int d^3\mathbf{r} \hat{S}(\mathbf{r})^2. \quad (\text{B.15})$$



## Annexe C

# Contrôle informatique de l'expérience

### C.1 Synchronisation des cartes d'entrées/sorties

La synchronisation temporelle des sorties générées par les cartes constituent un point essentiel pour la bonne marche d'une séquence expérimentale. Le châssis utilisé fournit une horloge à 10 MHz, sur laquelle toutes les cartes viennent se verrouiller, et qui constitue donc la base de temps de la séquence. Nous avons testé cette synchronisation de la manière suivante : le même pulse digital est généré simultanément par deux cartes différentes du châssis. Le délai mesuré entre les deux pulses est inférieur à 1  $\mu$ s, ce qui est très satisfaisant. En revanche, nous avons réalisé une autre mesure où deux pulses sont générés, séparés dans le temps de quelques secondes au sein d'une même séquence, chacun sur une carte différente. L'expérience est répétée de multiples fois. On observe alors que de séquence en séquence la durée entre ces deux pulses fluctue de plusieurs microsecondes. Cela n'est pas lié à un problème de synchronisation des cartes avec l'horloge maître du châssis, mais à un défaut de cette horloge. Pour éliminer cette fluctuation de fréquence gênante, nous utilisons une carte supplémentaire dans le châssis. Elle génère une horloge à 10 MHz précise à 0.1 ppm, grâce à un cristal quartz stabilisé en température (*Temperature Compensated X (Crystal) Oscillator* ou *TCXO*)<sup>1</sup>. Cette horloge vient alors remplacer l'horloge du châssis, et permet de ramener les fluctuations observées entre deux séquences en dessous de la microseconde. Ce dernier ajout nous assure donc une reproductibilité temporelle accrue de nos séquences expérimentales.

---

1. Carte de synchronisation PXI NI-6652.

## C.2 Interface logicelle

En janvier 2007, un logiciel a été écrit pour le pilotage de ces cartes et la programmation des séquences expérimentales. Ce logiciel permettait l'utilisation de lignes de commande pour programmer la séquence à générer, qui était alors représentée graphiquement. L'utilisation de variables dans ces lignes de commande permettait une plus grande lisibilité, ainsi que la possibilité de réaliser des boucles sur certains paramètres de l'expérience. Enfin, ce logiciel mettait également à disposition dans un fichier texte divers paramètres, utilisables par les caméras pour la prise d'images. Ce logiciel a été utilisé entre janvier 2007 et mai 2009, le procédé de programmation de séquences devenant alors trop fastidieux lorsque des séquences complexes avec des dizaines de commandes sur des dizaines de voies différentes se sont avérées nécessaires.

Nous avons donc effectué la transition vers le logiciel *Cicero* du MIT en mai 2009, auquel nous avons ajouté quelques améliorations importantes :

- La gestion de la carte horloge permettant une synchronisation plus précise des différentes cartes a été implémentée.
- Chaque séquence exécutée par le programme laisse un fichier comprenant l'intégralité des informations nécessaires pour reconstituer cette séquence. Une fonction a donc été rajoutée permettant de charger ce type de fichier. Toute séquence ayant été réalisée peut donc l'être à nouveau instantanément.
- La gestion de l'acquisition analogique de données n'était pas implémentée. Cela a été fait en respectant le concept d'étapes temporelles. Ainsi, il est possible de décider pendant quelles étapes l'acquisition doit éventuellement avoir lieu.
- L'ajout le plus substantiel est la gestion de la communication avec les logiciels de prise d'images, qui seront détaillés dans la sous-section suivante. Ainsi, il est possible de communiquer à chaque début de séquence le nom de la séquence et ses paramètres clés à chaque ordinateur auquel est connecté un périphérique d'image par un protocole de type TCP/IP, afin que les caméras soient mises en attente du signal TTL (signal logique de déclenchement, *Transistor-Transistor Logic*) de déclenchement, et que les images prises soient enregistrées sous un nom correspondant. La communication est bi-directionnelle, car le logiciel reçoit un message depuis les logiciels de prise d'images indiquant que le cliché a bien été pris.

## C.3 Logiciels de prise d'image et visionneur

Un logiciel de prise d'images a été programmé, une instance de celui-ci étant active sur chacun des ordinateurs connecté à une caméra. Ce programme est chargé de communiquer de manière bi-directionnelle suivant un protocole réseau TCP/IP avec le programme principal contrôlant l'expérience. Il reçoit le nom de la séquence ainsi que certains paramètres permettant la prise d'images, et la confirme une fois celle-ci effectuée. Il transmet alors l'image prise à un autre programme dit visionneur. Celui-ci est un concentrateur qui reçoit les images de tous les ordinateurs, et les affiche afin que nous puissions les observer. Cette transmission au visionneur se fait sans passer par

un enregistrement préalable sur le disque dur, il est donc possible d'observer simultanément des images prises sur plusieurs ordinateurs différents dans ce même logiciel, sans qu'aucune ne soit sauvegardée. La décision de la sauvegarde éventuelle est prise par l'utilisateur au niveau du programme principal au lancement de la séquence, et transmise au programme de prise d'images sur les ordinateurs concernés. Ce-dernier supporte la majorité des caméras Firewire (compatible avec le protocole DCAM), via des pilotes distribués librement, mais aussi les caméras de la marque Lumenera et la caméra Pixis de Princeton Instruments que nous utilisons.

Le programme visionneur dispose quant à lui des fonctionnalités suivantes :

- Affichage de l'image dans une échelle de couleur correspondant à la résolution de la caméra. Les bornes de cette échelle peuvent ensuite être choisies pour s'ajuster au mieux à l'intensité de l'image.
- Possibilité de faire un agrandissement d'une zone de l'image, tout en conservant un positionnement absolu d'un point donné de l'image.
- Calculs statistiques instantanés dans la zone d'agrandissement choisie. Les paramètres de l'imagerie peuvent être donnés au programme, qui affiche alors le nombre d'atomes, les tailles du nuage atomique et la position de son centre dans une image donnée, à partir des premier et deuxième moments statistiques de cette image. Ces informations données instantanément à chaque nouvelle image prise facilite grandement le réglage et l'optimisation des paramètres expérimentaux.

L'interaction entre ces trois programmes assure une indexation des images collectées lors des séquences expérimentales effectuées, et permet d'observer en temps réel les images et d'en extraire des données physiques utiles pour l'optimisation de l'expérience.

Les ordinateurs connectés à une caméra sont pilotées depuis le poste de contrôle principal en utilisant le protocole RDP (Remote Desktop Protocol) de Windows, avec un unique ensemble clavier et souris, et une connectique ainsi limitée à la mise en réseau. De cette manière, tous les réglages sont aisément accessibles, et les contrôles sont effectués depuis un poste de travail unique.





## Annexe D

# Un modèle de refroidissement par évaporation

Dans ce modèle, on suppose que le piège dipolaire croisé peut être assimilé à un piège harmonique tronqué, isotrope de fréquence  $\bar{\omega}_{\otimes}(t) = [\omega_{\otimes,X}(t) \omega_{\otimes,Y}(t) \omega_{\otimes,Z}(t)]^{1/3}$  et de profondeur  $U_0(t)$  (voir §6.2.1), ces paramètres pouvant dépendre du temps du fait de l'abaissement éventuel de la puissance du laser. Le potentiel vu par les atomes peut donc être approché par  $V(\mathbf{r}, t) = -U_0(t) + \frac{1}{2}m\bar{\omega}_{\otimes}^2 r^2$  pour  $r < (2U_0/m\bar{\omega}_{\otimes}^2)^{1/2}$ , et  $V(\mathbf{r}, t) = 0$  sinon. Le modèle se fonde sur les hypothèses suivantes [181] :

- Le gaz est dans un état de quasi-équilibre thermodynamique à chaque instant, malgré la hauteur finie du potentiel. Cela est assuré si le taux de collisions élastiques est assez important pour garantir la thermalisation du nuage.
- Le taux de collisions demeure tout de même plus faible que la fréquence du piège, afin que le régime collisionnel ne soit pas hydrodynamique, ce qui nuit à l'évaporation [194].
- Le mouvement des atomes est ergodique, ce qui permet de supposer que la densité de particules dans l'espace des phases ne dépend que de l'énergie.

Dans ces conditions, des simulations numériques ont permis de vérifier que l'évaporation conservait la nature thermique de la distribution en énergie [181]. La fonction de distribution dans l'espace des phases peut donc être prise égale à une distribution de Boltzmann tronquée à  $U_0(t)$  :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = A e^{-\beta\epsilon} \Theta(U_0 - \epsilon), \quad (\text{D.1})$$

avec  $A$  une constante de normalisation,  $\beta = (k_B T)^{-1}$ ,  $\epsilon = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\bar{\omega}_{\otimes}^2 r^2$  l'énergie de la particule en  $r$  possédant une impulsion  $p$ , et  $\Theta$  la fonction de Heaviside. Si l'on ajoute que la densité d'états dans un tel piège harmonique vaut [177] :

$$\rho(\epsilon) = \frac{\epsilon^2}{2(\hbar\bar{\omega}_{\otimes})^3}, \quad (\text{D.2})$$

on trouve l'expression de la constante  $A$  par la condition de normalisation  $\int d\epsilon \rho(\epsilon) f(\epsilon) = N_{\otimes}$ , et la fonction de distribution s'écrit finalement :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{N_{\otimes} (\beta \hbar \bar{\omega}_{\otimes})^3}{P(3, \eta)} e^{-\beta \epsilon} \Theta(U_0 - \epsilon), \quad (\text{D.3})$$

où  $P(3, \eta)$  est une fonction de troncature dite gamma incomplète [177], qui tend vers 1 lorsque  $\eta$  tend vers  $+\infty$ .

Il est alors possible de calculer les grandeurs caractérisant le nuage atomique. Par exemple l'énergie du nuage vaut alors :

$$E = \int d\epsilon \rho(\epsilon) \epsilon f(\epsilon) = \frac{N_{\otimes} C}{\beta}, \quad (\text{D.4})$$

où  $C = 3P(4, \eta)/P(3, \eta)$ . Il est possible de différencier cette expression pour obtenir la première équation régissant l'évaporation :

$$\frac{\dot{E}}{E} = \frac{\dot{N}_{\otimes}}{N_{\otimes}} + [1 - F(\eta)] \frac{\dot{T}}{T} + F(\eta) \frac{\dot{U}_0}{U_0}. \quad (\text{D.5})$$

avec

$$F(\eta) = \frac{\eta}{C} \frac{dC}{d\eta} = 1 + 3 \frac{P(4, \eta)}{P(3, \eta)} - 4 \frac{P(5, \eta)}{P(4, \eta)} \quad (\text{D.6})$$

De la même manière, la densité spatiale vaut

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3\mathbf{p} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = n_0 e^{-\beta \frac{m\bar{\omega}_{\otimes}^2}{2} r^2} \frac{P\left(3/2, \beta \left[U_0 - \frac{m\bar{\omega}_{\otimes}^2}{2} r^2\right]\right)}{P(3, \eta)}, \quad (\text{D.7})$$

avec

$$n_0 = \frac{N_{\otimes} (\beta \hbar \bar{\omega}_{\otimes})^3}{\Lambda_{\text{th}}^3}. \quad (\text{D.8})$$

On remarque ainsi que la densité dans l'espace des phases au centre du piège vaut :

$$D = n(0) \Lambda_{\text{th}}^3 = N_{\otimes} (\beta \hbar \bar{\omega}_{\otimes})^3 \frac{P(3/2, \eta)}{P(3, \eta)}. \quad (\text{D.9})$$

Il est également possible de calculer l'effet des différentes sources de pertes d'atomes dans le piège. Le mécanisme principal est celui d'évaporation proprement dite, où une

collision élastique entre deux atomes occasionne la perte de l'un d'entre eux et laisse le second dans le piège avec une énergie plus faible. A un coefficient dû à la troncature du piège près, nous avons vu que le taux d'évaporation pouvait s'écrire :

$$\Gamma_{\text{ev}} \simeq \Gamma_{\text{el}} \eta e^{-\eta}, \quad (\text{D.10})$$

où l'on rappelle que  $\Gamma_{\text{el}}$  est le taux de collisions élastiques [Eq. (6.1)]. Dans notre expérience, on a  $\eta \simeq 10$  après le chargement.

Un autre processus de perte d'atomes est le processus de déversement, où l'abaissement de la profondeur du potentiel de piégeage fait perdre les atomes dont l'énergie est située entre l'ancienne profondeur et la nouvelle. Il n'est pas difficile de voir que ce taux  $\Gamma_{\text{dev}}$  s'écrit comme [177] :

$$\Gamma_{\text{dev}} = f(U_0) \rho(U_0) \dot{U}_0. \quad (\text{D.11})$$

Dans le cas d'un potentiel harmonique,  $\Gamma_{\text{dev}}$  se calcul simplement à partir des équations (D.2) et (D.3) comme

$$\Gamma_{\text{dev}} = \frac{\eta^3 e^{-\eta}}{2P(3, \eta)} \frac{\dot{U}_0}{U_0}. \quad (\text{D.12})$$

La correction à ce terme dans le cas d'un piège gaussien, discutée dans le chapitre 6, est essentielle à la bonne description du problème lors d'un abaissement brutal de la profondeur du piège.

Enfin, les collisions inélastiques constituent une source de perte d'atomes dans le piège dipolaire. Nous avons vu dans le chapitre 1 que nous pouvons prendre en compte trois types de collisions inélastiques dans le piège : les collisions avec le gaz résiduel, les collisions à deux corps et les collisions à trois corps. Ces collisions constituent des sources de perte d'atomes car l'énergie qu'elles confèrent aux atomes entrant en collision est grande devant la profondeur du piège. Elles sont caractérisées respectivement par trois coefficients  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$ . On peut alors exprimer les pertes dues aux collisions inélastiques comme

$$\left( \dot{N}_{\otimes} \right)_{\text{inel}} = -k_1 N_{\otimes} - k_2 \langle n \rangle N_{\otimes} - k_3 \langle n^2 \rangle N_{\otimes}, \quad (\text{D.13})$$

où les moyennes sur la densité atomique dans le piège  $\langle n \rangle$  et  $\langle n^2 \rangle$  s'expriment comme

$$\langle n \rangle = \frac{4\pi}{N_{\otimes}} \int_0^{\infty} dr r^2 n(r)^2, \quad (\text{D.14})$$

$$\langle n^2 \rangle = \frac{4\pi}{N_{\otimes}} \int_0^{\infty} dr r^2 n(r)^3, \quad (\text{D.15})$$

que l'on peut aisément calculer à partir de l'équation (D.7).

Si l'on prend en compte l'ensemble des sources de pertes, l'équation décrivant l'évolution du nombre d'atomes  $N_{\otimes}$  dans le piège dipolaire s'écrit

$$\frac{\dot{N}_{\otimes}}{N_{\otimes}} = -\Gamma_{\text{ev}} - \Gamma_{\text{dev}} - k_1 - k_2 \langle n \rangle - k_3 \langle n^2 \rangle. \quad (\text{D.16})$$

Le même raisonnement peut être mené en considérant cette fois-ci l'énergie emportée par chaque atome perdu, et l'on obtient ainsi une équation d'évolution similaire :

$$\frac{\dot{E}}{E} = -\Gamma_{\text{ev}}^{(E)} - \Gamma_{\text{dev}}^{(E)} - k_1 - \Gamma_{2C}^{(E)} - \Gamma_{3C}^{(E)}, \quad (\text{D.17})$$

où l'exposant ( $E$ ) désigne le taux de perte d'énergie correspondant à celui de pertes d'atomes. Le taux de pertes par évaporation est là aussi donné dans [181]. Le taux de pertes inélastiques avec le gaz résiduel est inchangé car les atomes du gaz résiduel sont suffisamment chauds par rapport aux atomes piégés pour que la section efficace de collision entre un atome piégé et un atome du gaz résiduel soit indépendante de l'énergie de l'atome piégé. Les taux de pertes inélastiques en énergie à deux et trois corps  $\Gamma_2^{(E)}$  et  $\Gamma_3^{(E)}$  s'expriment comme

$$\Gamma_2^{(E)} = k_2 \frac{\langle \epsilon(r) \rangle}{E} \quad \Gamma_3^{(E)} = k_3 \frac{\langle \epsilon(r) n \rangle}{E}, \quad (\text{D.18})$$

où  $\epsilon(r)$  est la densité d'énergie en un point  $r$  de l'espace

$$\epsilon(r) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3\mathbf{p} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (\text{D.19})$$

Les moyennes se calculent donc pour donner :

$$\langle \epsilon(r) \rangle = \frac{4\pi}{N_{\otimes}} \int_0^{\infty} dr r^2 \epsilon(r) n(r), \quad (\text{D.20})$$

$$\langle \epsilon(r) n \rangle = \frac{4\pi}{N_{\otimes}} \int_0^{\infty} dr r^2 \epsilon(r) n(r)^2. \quad (\text{D.21})$$

Les équations différentielles (D.5), (D.16) et (D.17) forment un système dont la résolution numérique permet de décrire la dynamique du nuage atomique piégé au cours du temps, y compris en cas d'abaissement de la profondeur du piège.

## **Annexe E**

# **Articles Publiés**

### **Sum-frequency generation of 589 nm light with near-unit efficiency**

E. MIMOUN, L. DE SARLO, J.-J. ZONDY, J. DALIBARD AND F. GERBIER,  
Opt. Express **16** 18684 (2008).

### **Solid-state laser system for laser cooling of sodium**

E. MIMOUN, L. DE SARLO, J.-J. ZONDY, J. DALIBARD AND F. GERBIER,  
Appl. Phys. B **99** 31 (2010).

### **Fast production of ultracold sodium gases using light-induced desorption and optical trapping**

E. MIMOUN, L. DE SARLO, D. JACOB, J. DALIBARD AND F. GERBIER,  
Phys. Rev. A **81** 023631 (2010).



# Sum-frequency generation of 589 nm light with near-unit efficiency

Emmanuel Mimoun<sup>1</sup>, Luigi De Sarlo<sup>1</sup>, Jean-Jacques Zondy<sup>2</sup>, Jean Dalibard<sup>1</sup>, and Fabrice Gerbier<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Laboratoire Kastler Brossel, ENS, Université Pierre et Marie-Curie-Paris 6, CNRS, 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France.*

<sup>2</sup> *Institut National de Métrologie (LNE-INM-Cnam), 61 rue du Landy, 93210 La Plaine Saint Denis, France.*

[emmanuel.mimoun@ens.fr](mailto:emmanuel.mimoun@ens.fr)

**Abstract:** We report on a laser source at 589 nm based on sum-frequency generation of two infrared laser at 1064 nm and 1319 nm. Output power as high as 800 mW is achieved starting from 370 mW at 1319 nm and 770 mW at 1064 nm, corresponding to converting roughly 90% of the 1319 nm photons entering the cavity. The power and frequency stability of this source are ideally suited for cooling and trapping of sodium atoms.

© 2008 Optical Society of America

**OCIS codes:** (140. 7300) Visible lasers; (190. 2620) Harmonic generation and mixing; (140. 3425) Laser stabilization; (020. 3320) Laser cooling

---

## References

1. R. Q. Fugate, "Measurement of atmospheric wavefront distortion using scattering light from a laser guide-star," *Nature (London)* **353**, 144–146 (1991).
2. T. H. Jeys, A. A. Brailove, and A. Mooradian, "Sum frequency generation of sodium resonance radiation," *Appl. Opt.* **28**, 2588–2591 (1989).
3. H. Moosmüller and J. D. Vance, "Sum-frequency generation of continuous-wave sodium d2 resonance radiation," *Opt. Lett.* **22**, 1135–1137 (1997).
4. J. D. Vance, C. Y. She, and H. Moosmüller, "Continuous-wave, all-solid-state, single-frequency 400-mw source at 589 nm based on doubly resonant sum-frequency mixing in a monolithic lithium niobate resonator," *Appl. Opt.* **37**, 4891–4896 (1998).
5. J. C. Bienfang, C. A. Denman, B. W. Grime, P. D. Hillman, G. T. Moore, and J. M. Telle, "20w of continuous-wave sodium d2 resonance radiation from sum-frequency generation with injection-locked lasers," *Opt. Lett.* **28**, 2219–2221 (2003).
6. C. A. Denman, P. D. Hillman, G. T. Moore, J. M. Telle, J. D. Drummond, and A. L. Tuffli, "20 w cw 589 nm sodium beacon excitation source for adaptative optical telescope applications," *Opt. Mater.* **26**, 507–513 (2004).
7. R. Mildren, M. Convery, H. Pask, J. Piper, and T. McKay, "Efficient, all-solid-state, raman laser in the yellow, orange and red," *Opt. Express* **12**, 785–790 (2004).
8. Y. Feng, S. Huang, A. Shirakawa, and K.-I. Ueda, "589 nm light source based on raman fiber laser," *Jpn. J. Appl. Phys.* **43**, L722–L724 (2004).
9. J. Janousek, S. Johansson, P. Tidemand-Lichtenberg, S. Wang, J. Mortensen, P. Buchhave, and F. Laurell, "Efficient all solid-state continuous-wave yellow-orange light source," *Opt. Express* **13**, 1188–1192 (2005).
10. D. Georgiev, V. P. Gapontsev, A. G. Dronov, M. Y. Vyatkin, A. B. Rulkov, S. V. Popov, and J. R. Taylor, "Watt-level frequency doubling of a narrow line linearly polarized raman fiber laser to 589nm," *Opt. Express* **13**, 6772–6776 (2006).
11. J. W. Dawson, A. D. Drobshoff, R. J. Beach, M. J. Messerly, S. A. Payne, A. Brown, D. M. Pennington, D. J. Bamford, S. J. Sharpe, and D. J. Cook, "Multi-watt 589nm fiber laser source," in "SPIE Photonics West Conference," (2006).
12. K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, "Bose-einstein condensation in a gas of sodium atoms," *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969–3974 (1995).
13. E. Streed, A. Chikkatur, T. Gustavson, M. Boyd, Y. Torii, D. Schneble, G. Campbell, D. Pritchard, and W. Ketterle, "Large atom number bose-einstein condensate machines," *Rev. Sci. Instrum.* **77**, 023106 (2006).



14. R. W. Boyd, *Nonlinear optics* (Academic Press, 2003).
  15. G. D. Boyd and D. A. Kleinman, "Parametric interaction of focused gaussian light beams," *J. Appl. Phys.* **39**, 3597–3639 (1968).
  16. J.-J. Zondy, D. Touahri, and O. Acef, "Absolute value of the  $d_{36}$  nonlinear coefficient of AgGaS<sub>2</sub>: prospect for a low-threshold doubly resonant oscillator-based 3:1 frequency divider," *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 2481–2497 (1997).
  17. A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, 1986).
  18. Y. Kaneda and S. Kubota, "Theoretical treatment, simulation, and experiments of doubly resonant sum-frequency mixing in an external resonator," *Appl. Opt.* **36**, 7766–7775 (1997).
  19. E. Mimoun, L. De Sarlo, J. J. Zondy, J. Dalibard and F. Gerbier, in preparation (2008).
- 

## 1. Introduction

Among all elements of the periodic table, Sodium historically played a key role in the development of atomic physics and spectroscopy, and still retains a considerable importance for fundamental research or applications such as artificial beacon stars, Laser-induced detection in the atmospheric range (LIDAR) [1], and quantum degenerate gases. However, reaching the yellow resonance ("Sodium doublet") near 589 nm requires to use dye lasers, which are expensive and difficult to maintain and operate. For this reason, many alternative methods based on non-linear frequency conversion of solid-state infrared lasers have been explored [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]. Second harmonic generation from a Raman fiber laser [7, 8, 10] and sum frequency generation (SFG) from two lasers around 938 nm and 1583 nm [11], or around  $\lambda_1 = 1064$  nm and  $\lambda_2 = 1319$  nm, have been demonstrated. This last solution seems particularly appealing since both wavelengths are accessible using YAG lasers. Such infrared sources in cavity-enhanced configurations have been demonstrated [2, 4, 5, 6, 9]. Up to  $P_3 = 20$  W output power at  $\lambda_3 = 589$  nm has been reported [5, 6], based on two custom high-power ( $P_1=20$  W and  $P_2=15$  W) infrared lasers.

Here we report on the experimental realization of a 589 nm source with up to  $P_3 \approx 800$  mW output power at  $\lambda_3 = 589$  nm, using moderate infrared powers from commercial laser sources. Our system operates in a highly efficient regime, where roughly 90% of the photons of the weakest (1319 nm) source effectively coupled into the cavity are converted. We show below that the resulting depletion of the 1319 nm pump source strongly distorts the cavity fringe pattern. We have therefore designed and implemented an original fringe reshaping method to efficiently and robustly lock the lasers to the cavity. Using the resulting 589 nm laser source, a magneto-optical trap of sodium is obtained, confirming a linewidth of the laser below the natural linewidth (10 MHz) of the atomic transition. To our knowledge, this had only been achieved previously using dye lasers (see *e.g.* [12, 13]).

The paper is organized as follows. In Section 2, we present the main elements in our experimental setup. In Section 3, the theory of cavity-enhanced SFG is recalled, with particular emphasis on how to reach an optimal regime where almost all incoming photons from the weakest source are converted. In Section 4, we discuss experimental issues associated with large conversion efficiencies, and how to resolve them. Experimental results are presented in Section 5, and conclusions are exposed in Section 6.

## 2. Experimental setup

Our system is described schematically in Fig. 1. The lasers operating around  $\lambda_1 = 1064$  nm and  $\lambda_2 = 1319$  nm respectively are coupled into a bow-tie cavity, which is resonant for both of them and transparent for the output laser at  $\lambda_3 = 589$  nm. For these lasers we use commercial sources (manufactured by Innolight GmbH, Germany) delivering 1 W at 1064 nm and 500 mW at 1319 nm. The useful powers effectively coupled into the cavity are lower,  $P_1 \approx 770$  mW at 1064 nm and  $P_2 \approx 370$  mW at 1319 nm, due to losses through the optical path and a measured 85% coupling efficiency into the fundamental mode of the cavity. Inside the cavity we place a

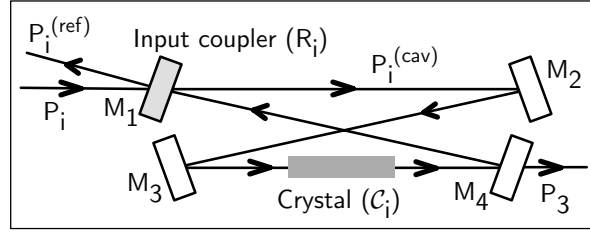


Fig. 1. Setup for SFG in a doubly resonant bow-tie cavity formed by four mirrors  $M_{1,\dots,4}$ . For the pump lasers  $i$  ( $i = 1, 2$ ), we note  $P_i^{(\text{cav})}$  the intra-cavity power,  $P_i$  the incident power,  $P_i^{(\text{ref})}$  the reflected power,  $C_i$  the power fraction transmitted through the crystal, and  $R_i$  the reflectivity of the input coupler.  $P_3$  is the output power produced at  $\lambda_3$ .

periodically poled KTiOPO<sub>4</sub> (ppKTP) crystal (manufactured by KTH, Sweden), with a poling period  $\approx 12.7 \mu\text{m}$ . The choice of ppKTP was motivated by its relatively high non-linear coefficient, by its tolerance to large input powers, and by its negligible absorption in the visible range. The crystal is enclosed in a copper mount which is temperature-regulated within a few 10 mK. We found an optimal single-pass operating temperature around 50 °C, with single-pass efficiency  $\alpha = P_3/P_1P_2 \approx 0.022 \text{ W/W}^2$ , in reasonable agreement with the previously measured values (e.g. [9]).

### 3. Sum-frequency generation in cavity-enhanced configuration

In this Section, we first recall the theory of SFG and discuss how it can be used to optimize the desired 589 nm output power. In our theoretical model, we assume that only a small fraction of the intra-cavity powers is consumed in the SFG process. In this weakly-depleted pumps approximation, the output power  $P_3$  at wavelength  $\lambda_3$  is simply given by [14, 15, 16]:

$$P_3 = \alpha P_1^{(\text{cav})} P_2^{(\text{cav})}. \quad (1)$$

where  $P_i^{(\text{cav})}$  is the intra-cavity power at wavelength  $\lambda_i$ . On resonance, the intra-cavity power  $P_i^{(\text{cav})}$  is linked to the incident power  $P_i$  by [17]

$$\frac{P_i^{(\text{cav})}}{P_i} = \frac{1 - R_i - L_i}{\left(1 - \sqrt{R_i(1 - \delta_i)}C_i\right)^2}. \quad (2)$$

Here,  $R_i$  and  $L_i$  denote reflection and loss coefficients of the input coupler  $M_1$  for lasers  $i$  ( $i = 1, 2$ ), and  $\delta_i$  denote the total passive fractional loss per cavity round trip. The coefficient  $C_i$  is the ratio between the photon flux before and after the crystal, and accounts for the depletion of laser  $i$  due to SFG. Neglecting absorption in the crystal, energy conservation in the conversion process implies  $C_i = 1 - \lambda_3 P_3 / \lambda_i P_i^{(\text{cav})}$ . As long as  $C_i \simeq 1$ , the weakly depleted pumps approximation is valid.

Since SFG removes one photon from each infrared pump for each output photon, the efficiency of SFG is ultimately limited by the weakest pump 2. Neglecting losses, the maximal output flux at  $\lambda_3$  equals the input flux at  $\lambda_2$ , corresponding to  $P_3^{(\text{max})} = (\lambda_2/\lambda_3)P_2$ . In the following, we take the ratio

$$\eta = P_3/P_3^{(\text{max})} \quad (3)$$

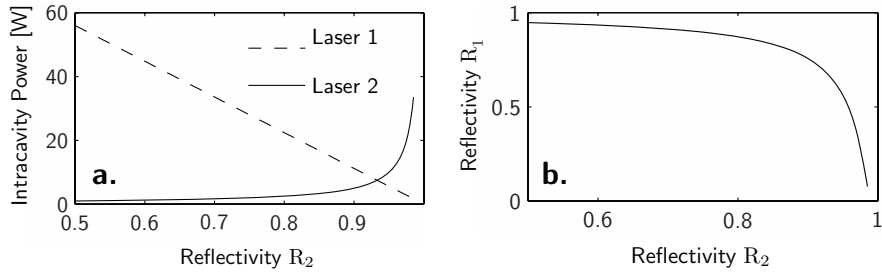


Fig. 2. Lossless model : 2(a): Intracavity powers for laser 1 and 2 ( $\lambda_1 = 1064$  nm and  $\lambda_2 = 1319$  nm) required to reach total conversion, plotted against the reflectivity  $R_2$  of the input coupler; 2(b): Reflectivity  $R_1$  of the input coupler plotted against  $R_2$  : Each couple ( $R_1, R_2$ ) on this curve ensures total conversion.

as a figure-of-merit for the conversion efficiency. This ratio compares the outgoing flux at  $\lambda_3$  to the limiting incoming flux effectively coupled into the cavity at  $\lambda_2$ . With this definition, the conversion efficiencies reported in [2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11] are generally around 50 % (up to 60% for [5]).

Let us first consider an ideal situation with no passive losses in the cavity ( $L_i=0$  and  $\delta_i=0$ ). In this case complete conversion of the weakest pump 2 is possible ( $P_3 = P_3^{(\max)}$ ). From Eq. (2), we find that this occurs when  $C_2^{\text{opt}} = R_2$ , corresponding to the impedance matching between the power transmitted through the input coupler and that consumed in the crystal due to conversion [18]. The corresponding cavity enhancement factor is  $P_2^{(\text{cav})}/P_2 = (1 - R_2)^{-1}$ . Eq. (1) then fixes the corresponding value for  $P_1^{(\text{cav})} = (1 - R_2)\lambda_2/\alpha\lambda_3$ , which is achieved for a reflectivity  $R_1$  that can be computed from Eq. (2). Without losses, one can always find a solution, implying that total conversion can be obtained in the lossless case for any value of  $R_2$  [see Figs. 2(a)-2(b)]. Consequently, the power reflected at mirror  $M_1$

$$\frac{P_2^{(\text{ref})}}{P_2} = \frac{(\sqrt{C_2} - \sqrt{R_2})^2}{(1 - \sqrt{R_2 C_2})^2}. \quad (4)$$

vanishes under these optimum conditions: all the incoming photons are converted in the crystal and no photon at  $\lambda_2$  comes out of the cavity. This can be interpreted as a destructive interference on  $M_1$  between the reflected field and the transmitted one. Note that the assumption of complete conversion does not contradict the weakly-depleted pumps approximation underlying the calculation. Indeed, because of the cavity power enhancement, the incident flux is a small fraction of the power inside the cavity.

This lossless model is already sufficient to interpret qualitatively our experimental findings. In Fig. 3 we show the transmitted [3(b)-3(d)] and reflected [3(c)-3(e)] power while scanning the cavity length around the position where both lasers are simultaneously resonant. When only one laser is present (either 1 or 2) we observe the expected Lorentzian profile. However when both lasers are present a pronounced dip appears in the resonance profile for laser 2, corresponding to efficient conversion into 589 nm photons. A dramatic decrease of the reflected power is simultaneously observed, corresponding to the destructive interference previously mentioned.

The more realistic model including passive losses in Eq. (2) can be solved numerically for a given single-pass efficiency and cavity parameters. The passive loss coefficients ( $\delta_1 = 2.4\%$ ,  $\delta_2 = 1.6\%$ ) have been determined by injecting only one laser at a time in the cavity, and

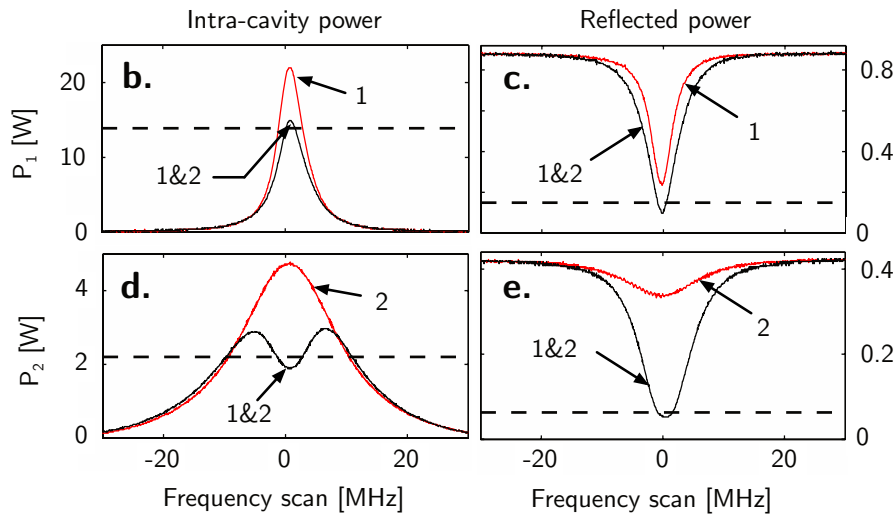


Fig. 3. 3(b)-3(d): Intra-cavity powers for lasers 1 [3(b)] and 2 [2(d)] ( $\lambda_1 = 1064$  nm,  $\lambda_2 = 1319$  nm), plotted against the cavity resonance frequency tuned with a piezoelectric transducer; 3(c)-3(e): Powers reflected out of the cavity for lasers 1 [3(c)] and 2 [3(e)]. The dashed lines show the predictions from the model described in the text, including both conversion and passive losses.

comparing the measured transmitted and reflected powers to the theoretically expected values. The calculated conversion efficiency in this situation is shown in Fig. 4(b), as a function of the input coupler reflectivities. While total conversion cannot be achieved as in the lossless case [Fig. 4(a)], a locus of points with a maximal efficiency close to 1 can still be identified. Among them, a sensible choice is to select  $R_1$  and  $R_2$  close to each other to minimize the total intra-cavity power and thermal effects in the crystal. Note also that the optimum is quite loose and the reflectivities relatively low, making the input coupler tolerant to small fabrication imperfections.

#### 4. Locking scheme in the regime of large conversion

Experimentally, working in a regime with such large conversion efficiencies leads to serious stability problems for a conventional locking system. The key to efficient SFG operation is to ensure that the cavity is simultaneously resonant with both IR lasers at all times. This is usually enforced by two servo-loops maximizing the intra-cavity powers independently. The locking scheme is as follows in our experiment. The 1319 nm laser is used as a master laser onto which the cavity length is locked using an integrating servo-loop. Then, the 1064 laser is locked onto the cavity, and therefore on the master laser, ensuring stable operation of the ensemble. In our experiment each servo loop uses an error signal generated from the power leaking through one of the cavity mirror by a modulation/demodulation technique. However what follows would still be valid for other locking techniques.

In the regime of large conversion, methods relying on such a master/slave scheme fail due to the above mentioned dip in the transmission of laser 2 [see Fig. 3(d)]. Indeed, the cavity servo cannot distinguish this power reduction from that caused by an external perturbation, and actually works against keeping both lasers on resonance simultaneously. To circumvent this problem, we have designed an original analog processing of our error signals. Instead of

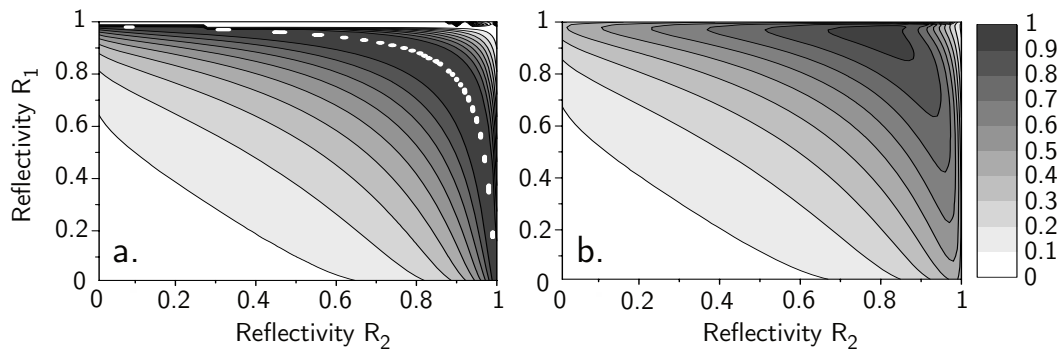


Fig. 4. Contour map of the efficiency  $\eta$  of the conversion process as a function of the reflectivities  $R_1$  and  $R_2$  of the input coupler  $M_1$  for laser 1 and 2 ( $\lambda_1 = 1064$  nm and  $\lambda_2 = 1319$  nm). 4(a): Lossless case. The dashed line [same as in Fig. 2(b)] corresponds to total conversion ( $\eta = 1$ ). 4(b): Passive losses are taken into account using ( $\delta_1 = 2.4\%$ ,  $\delta_2 = 1.6\%$ ). While  $\eta = 1$  cannot be obtained anymore experimentally, efficiencies higher than 90% can still be reached.

the "bare" error signal produced by laser 2, the cavity lock uses a linear combination of this signal and of the output at  $\lambda_3$ . The combination is done electronically, with weights chosen empirically to restore a lineshape with a single maximum and optimize the slope around the lock-point. This fringe reshaping method works for any level of conversion, and allows stable operation of the laser on a day timescale, even at the highest efficiencies. Finally, choosing the 589 nm output as the error signal for the second servo-loop locking laser 1 to the cavity ensures that the system locks to the maximal converted power. This fringe reshaping method is protected by French patent INPI 0803153 (international patent pending), and further details will be given in a future publication [19].

## 5. Experimental results

We have performed a systematic study of the dependence of the output power on the infrared pump powers. Such a measurement is shown in Fig. 5(a). The model including passive losses ( $\delta_1 = 2.4\%$ ,  $\delta_2 = 1.6\%$ ) compares favorably to our experimental findings. Both the calculated steady state values [dashed lines in Figs. 3(b)-3(e)] and the variation of output power  $P_3$  with pump power  $P_1$  [shown in Fig. 5(a)] are well-reproduced by the model. Furthermore, Fig. 5(b) shows no variation of the coefficient  $\alpha$  deduced from Eq. (1) even at the highest powers, thus validating the weakly depleted pump approximation. This also rules out additional effects (such as thermal effects related to absorption of the infrared beams) which would reduce  $\alpha$  at higher powers. Overall, we find that the model gives a reliable description of the SFG process for our experimental configuration, and allows one to optimize the parameters of the cavity to ensure maximum efficiency. A key parameter to achieve  $\eta \simeq 0.9$  is the choice of a highly nonlinear crystal, resulting in a nonlinear loss  $\alpha P_1^{(\text{cav})}$  exceeding by far the roundtrip passive loss. With our set of parameters, we were able to reach output powers as high as  $P_3 = 800$  mW or  $\eta \approx 90\%$ . This implies that our apparatus works very close to the theoretical ideal limit studied in the first part of the paper.

In our experiment, the laser is locked on the Sodium  $D_2$  resonance line by reacting on the frequency of laser 2 using an error signal obtained from saturated absorption spectroscopy, as shown in Fig. 6. Using this laser source, we have obtained a magneto-optical trap containing roughly  $10^7$  atoms in a ultra-high vacuum cell. Repumping light could be derived from the

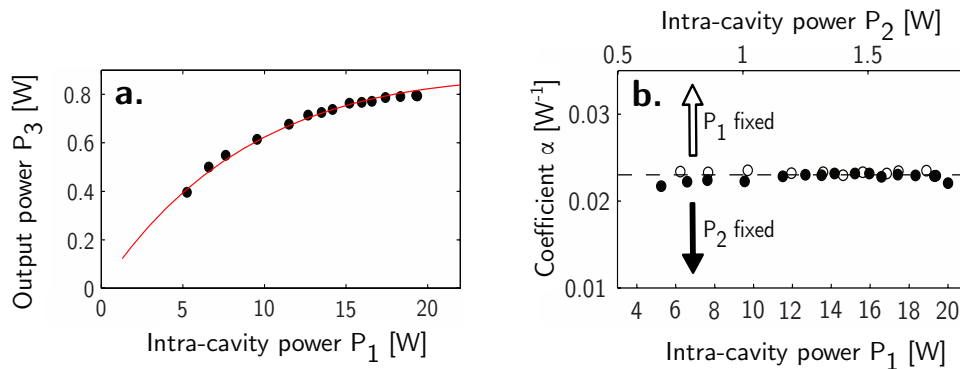


Fig. 5. 5(a): Output power at 589 nm plotted against intra-cavity power at 1064 nm (varied by changing the incoming power into the cavity). The solid line is the result of the numerical calculations as described in text. 5(b): Conversion coefficient  $\alpha$  [see Eq. (1)], varying the incoming power of one pump laser while leaving the other fixed. The conversion coefficient is constant and equal to that measured in the single pass configuration (dashed line), irrespective of laser power.

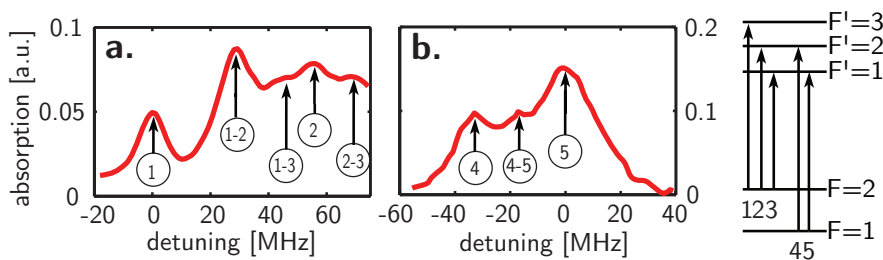


Fig. 6. Saturated absorption signal (solid line) while scanning the frequency of the 1319 nm laser, thus the one of the 589 nm one. The D2 transitions corresponding to atoms in the ground  $F=2$  [6(a)] and  $F=1$  [6(b)] electronic states are represented.  $(i - j)$  represents the level crossing line between transitions  $i$  and  $j$ .

same source as the trapping laser itself by using a high-frequency (1.7 GHz) acousto-optic modulator (manufactured by Brimrose Corporation of America). This confirms the viability of our approach for demanding applications such as laser cooling and trapping, or high resolution spectroscopy.

## 6. Conclusion

In conclusion, we presented an efficient all-solid state laser source based on SFG at 589 nm with an output power of 800 mW. The source acts as a wavelength converter for the weakest source, ensuring a conversion efficiency around 90% while keeping input powers in the watt-level range. Such a setup can be used to produce other wavelengths in the visible range, provided the existence of input lasers at the right wavelengths. This provides a cost-effective solution for atomic physics experiment, free from the drawbacks of dye lasers.

### **Acknowledgments**

We thank Pierre Lemonde, Antoine Browaeys, Wolfgang Ketterle, Aviv Keshet and Volker Leonhardt for discussions. This work was supported by ANR (Gascor contract), IFRAF, DARPA (OLE project), and EU (MIDAS network). LdS acknowledges financial support from IFRAF. JJZ acknowledges funding from Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE).

# Solid-state laser system for laser cooling of sodium

E. Mimoun · L. De Sarlo · J.-J. Zondy · J. Dalibard ·  
F. Gerbier

Received: 31 August 2009 / Revised version: 22 October 2009 / Published online: 12 December 2009  
© Springer-Verlag 2009

**Abstract** We demonstrate a frequency-stabilized, all-solid laser source at 589 nm with up to 800 mW output power. The laser relies on sum-frequency generation from two laser sources at 1064 nm and 1319 nm through a PPKTP crystal in a doubly resonant cavity. We obtain conversion efficiencies as high as  $2 \text{ W/W}^2$  after careful optimization of the cavity parameters. The output wavelength is tunable over 60 GHz, which is sufficient to lock on the sodium  $D_2$  line. The robustness, beam quality, spectral narrowness and tunability of our source make it an alternative to dye lasers for atomic physics experiments with sodium atoms.

## 1 Introduction

Among the many atomic species that can be brought to quantum degeneracy, sodium benefits from low inelastic losses and a relatively large elastic cross section, allowing for the production of large ( $> 10^8$  atoms) Bose–Einstein condensates [1–7], or degenerate Fermi clouds by thermalization with the sodium gas [8]. A current drawback of using sodium is the necessity of using dye lasers to reach the resonant wavelength of 589.158 nm (sodium  $D_2$  transition). Although technically well-mastered, dye laser systems are expensive, hardly transportable and comparatively difficult to

maintain and operate, justifying the need for alternatives as solid-state lasers.

In addition, new laser sources in the yellow spectral region find applications outside the domain of laser cooling. In fact, the generation of sodium resonant radiation has been mainly driven by the astronomy community, with the development of high-power 589 nm lasers to create artificial “beacon” stars by exciting the mesospheric sodium layer [9–17]. Other possible applications for lasers in the yellow spectral region include Laser-Induced Detection in the Atmospheric Range (LIDAR) [18], eye surgery or dermatology [13].

In the literature, several methods for generating continuous-wave (cw) laser light around 589 nm have been reported, including sum-frequency mixing of two infrared lasers around 1319 nm and 1064 nm [9–13, 19], frequency-doubling of a Raman fiber laser [14–16], or sum-frequency mixing of two fiber lasers around 938 nm and 1535 nm [17]. Applications to laser cooling typically require powers of several hundred mW to 1 W, the possibility to tune the laser to the sodium resonance, and a linewidth much smaller than the  $\Gamma = 2\pi \times 9.8$  MHz natural linewidth of the  $D_2$  line.

In a recent paper, we have reported on the realization of a laser source suitable for laser cooling of sodium [20]. In the present article, we present an exhaustive account of our experimental approach. Our laser source is based on sum-frequency generation (SFG) from 1064 nm and 1319 nm lasers. SFG is a second-order non-linear optical process, in which two pump beams with frequencies  $\omega_1$  ( $\lambda_1 = 1064$  nm) and  $\omega_2$  ( $\lambda_2 = 1319$  nm) produce a signal beam with frequency  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ . We implement this sum-frequency technique using commercial, solid-state infrared lasers. The 1064 nm and 1319 nm sources are monolithic solid-state lasers built upon an Yttrium Aluminium Garnet (YAG) Non-Planar Ring Oscillator (NPRO) crystal. We also tested another configuration in which the 1064 nm

---

E. Mimoun (✉) · L. De Sarlo · J. Dalibard · F. Gerbier  
Laboratoire Kastler Brossel, ENS, UPMC, CNRS, 24 rue  
Lhomond, 75005 Paris, France  
e-mail: [emmanuel.mimoun@ens.fr](mailto:emmanuel.mimoun@ens.fr)

F. Gerbier (✉)  
e-mail: [fabrice.gerbier@lkb.ens.fr](mailto:fabrice.gerbier@lkb.ens.fr)

J.-J. Zondy  
INM-CNAM, 61 rue du Landy, 93210 La Plaine Saint Denis,  
France



laser is replaced by an external cavity laser diode boosted by a single-mode fiber amplifier. This led to poorer performances attributed to misbehaviour of the amplifier, and this configuration was not pursued further in our work. The nonlinear medium used is a periodically poled potassium titanyl phosphate crystal (pp-KTiOPO<sub>4</sub> or PPKTP), with a poling period chosen to achieve first-order quasi-phase matching (QPM) near room temperature [21, 22]. In single-pass configuration, the conversion efficiency is still too small to reach the output power required for laser cooling. To circumvent this problem, the crystal is enclosed in a doubly resonant build-up cavity to enhance the conversion efficiency. Doing so, we reach an overall power conversion efficiency  $\alpha_{\text{cav}} \approx 2 \text{ W/W}^2$ , where the conversion efficiency is defined through  $P_3 = \alpha_{\text{sp}} P_1 P_2$ , with  $P_{1,2,3}$  the power at each wavelength. This is to be compared to the value for single-pass conversion efficiency,  $\alpha_{\text{sp}} \approx 0.022 \text{ W/W}^2$ . In terms of photon fluxes, about 92% of the photons of the weakest source which enter the cavity are converted [20].

The article is organized as follows. Section 2 gives an overview of our experimental setup. Section 3 recalls the main features of the process of sum-frequency generation, and presents our results in a simple single-pass configuration. Section 4 discusses the experimental realization of a doubly resonant cavity and its optimization to achieve near-unit conversion efficiency. Section 5 characterizes the main properties of the laser source obtained at 589 nm.

## 2 Experimental setup

Our experimental setup is represented in Fig. 1. The pump laser sources at 1064 nm and 1319 nm are non-planar ring oscillator YAG lasers (Innolight GmbH, Germany) with an instantaneous spectral linewidth narrower than 10 kHz and output power of 1.1 W and 500 mW, respectively. Both lasers are collimated to a  $1/e^2$  radius around 1 mm and combined on a dichroic mirror. After passing through an electro-optical phase modulator (EOM) operating at  $f_{\text{mod}} \approx 1 \text{ MHz}$ , the beams are focused to match their spatial profiles with the fundamental spatial mode of the resonant cavity.

The cavity is built in a bow-tie planar configuration, with highly reflecting mirrors  $M_2, M_3, M_4$  and an input coupler  $M_1$  with lower reflectivities chosen such as to optimize the intracavity conversion (see Sect. 4 below). Mirrors  $M_1, M_2$  are plane, while  $M_3, M_4$  are concave with radius of curvature  $R_c = 100 \text{ mm}$ . At the crystal location, the 1064 nm (1319 nm) beam is focused to a waist  $w_1 = 45 \mu\text{m}$  ( $w_2 = 47 \mu\text{m}$ ). This corresponds to almost equal Rayleigh lengths in the crystal  $z_{R,i} = \pi n_i w_i^2 / \lambda_i \simeq 10 \text{ mm}$ , with the refractive indices  $n_1 \simeq 1.83$  and  $n_2 \simeq 1.82$  for PPKTP. For our configuration, this choice offers a good trade-off between increasing the nonlinear conversion efficiency and avoiding detrimental effects such as thermal lensing. The cavity

geometry is chosen to avoid transverse mode degeneracies, allowing one to excite the fundamental Gaussian mode only and suppress higher-order modes.

The PPKTP crystal used for SF mixing was manufactured at the Royal Institute of Technology of Stockholm (KTH). Its length is  $L = 20 \text{ mm}$ , with a poling period  $\Lambda = 12.36 \mu\text{m}$ . The use of a periodically poled crystal allows us to reach QPM conditions only with temperature tuning (see Sect. 3.1). The crystal is mounted in a copper case with a Peltier thermo-electric cooler element. The case temperature is controlled by a standard Proportional-Integral-Derivative regulator with better than 10 mK stability. Using the phase-matching curve calculated in Sect. 3.1, we estimate that this corresponds to output power drifts less than 1%.

## 3 Single-pass measurements

In this section, we first discuss first our measurements in a single-pass configuration, i.e. without enhancement cavity. As shown later, this measurement is critical to optimize the resonant cavity parameters to reach maximal conversion efficiency. We first recall for completeness the theoretical results relevant to such measurements, first in the simple case where the pumps are plane waves and then in the more realistic situation where they are Gaussian beams. We then discuss our measurements—from which we derive a nonlinear coefficient  $d_{33} \simeq 16 \text{ pm/V}$  for PPKTP.

### 3.1 Plane wave model

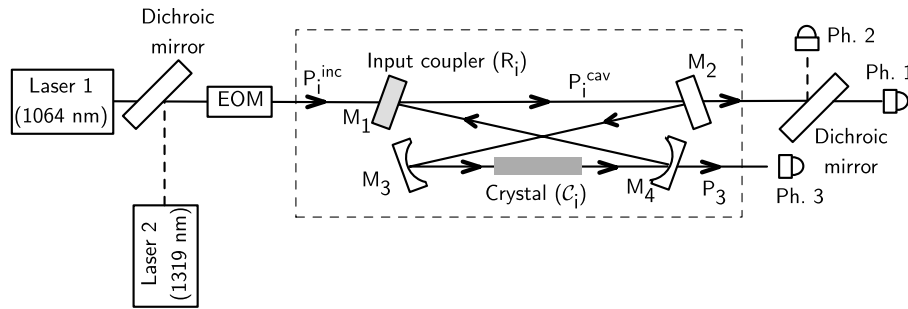
In this section, we recall the basic features of SFG using a simplified theoretical framework [22]. The starting point to describe the propagation in the nonlinear crystal are Helmholtz equations, including nonlinear polarization terms. We introduce the complex amplitudes  $a_i$ , related to the electric field strengths by

$$E_i = \sqrt{\frac{2Z_0 \hbar \omega_i}{n_i}} f_i(\rho) a_i(z) e^{i(k_i z - \omega_i t)}$$

and to the powers by  $P_i = \hbar \omega_i |a_i|^2$ . Here  $k_i$  is the wavenumber of a photon with frequency  $\omega_i$  in a medium with index of refraction  $n_i$ ,  $z$  is the direction of propagation of light,  $\rho$  is the transverse coordinate,  $f_i$  denotes the area-normalized transverse mode for each beam, and  $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$  is the impedance of vacuum.

As a first approximation, we neglect the spatial profile of the laser beams and set  $f_i(\rho) = S^{-1/2}$ , with a cross section  $S$  identical for all beams. The Helmholtz equation for the harmonic wave  $a_3$  then reads [22]

$$\frac{da_3}{dz} = -i \gamma a_1 a_2 e^{-i \Delta k z}, \quad (1)$$



**Fig. 1** Overview of the laser system. Mirrors M1 (with reflectance  $R_i$  at wavelength  $\lambda_i$ ) and M2 are flat, while mirrors M3 and M4 are concave with a radius of curvature of 10 cm to allow for focusing in the crystal, in which a fraction  $C_i$  of the power at wavelength  $\lambda_i$  is

converted. The incoming power at wavelength  $\lambda_i$  is noted  $P_i^{inc}$ , and the intracavity power  $P_i^{cav}$ . Ph. stands for Photodiode and EOM for Electro-Optic phase Modulator

where the non-linear coupling coefficient  $\gamma$  can be written as

$$\gamma = \left( \frac{2\hbar\omega_1\omega_2\omega_3 Z_0^3 \epsilon_0^2 d^2}{S n_1 n_2 n_3} \right)^{1/2}. \tag{2}$$

Here  $d$  denotes the nonlinear coefficient which characterizes the efficiency of the nonlinear process,<sup>1</sup> and  $\Delta k = k_3 - k_1 - k_2$  is the phase mismatch parameter. In a bulk crystal,  $d$  can be treated as constant over the crystal length (neglecting possible defects and impurities). In contrast, a periodically poled crystal is characterized by an alternating permanent ferromagnetization [21]. As a result,  $d$  is a periodic function of the position  $z$  in the poling direction, with spatial period  $\Lambda$ . As such, it can be expanded as a Fourier series,  $d(z) = d_{33} \sum_n c_n e^{iq_n z}$ , where  $q_n = 2\pi n/\Lambda$ . Significant conversion only takes place when the QPM condition  $q_n = \Delta k$  occurs for some integer  $n$ . Here we only consider the first term of the series,  $n = 1$  (first-order QPM). For a 50% poling duty-cycle, the Fourier coefficient  $c_1$  is  $2/\pi$  and the nonlinear coefficient  $d$  in (2) becomes an effective coefficient  $d_{pp} = (2/\pi) d_{33}$ . Hence, the maximum efficiency is lower than for a bulk crystal with perfect phase matching by a factor  $4/\pi^2 \approx 0.4$ .

Assuming low conversion, we solve for  $a_3$  in the undepleted pumps approximation,  $a_i(z) \approx a_i(0)$ , for  $i = 1, 2$ . For a crystal of length  $L$ , this gives the generated power at 589 nm as

$$P_3 = \alpha_{sp} P_1 P_2 \text{sinc}^2 \left( \frac{(\Delta k - \frac{2\pi}{\Lambda})L}{2} \right), \tag{3}$$

<sup>1</sup>We assume here that the laser polarizations are parallel and aligned with the principal axis of the non-linear medium characterized by the largest non-linear coefficient  $d_{33}$ .

where  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$  and where the maximal single-pass conversion efficiency  $\alpha_{sp}$  is

$$\alpha_{sp} = \frac{\gamma^2 L^2}{\hbar} \frac{\omega_3}{\omega_1 \omega_2}. \tag{4}$$

As we will see, the single-pass efficiency  $\alpha_{sp}$  is the critical parameter to allow for optimization of the resonant cavity. The argument of the sinc function in (3) depends on temperature through the various refractive indices (the case of KTP has been studied experimentally in [23, 24]). Therefore, by adjusting the temperature one can reach the quasi-phase-matching condition  $\Delta k = 2\pi/\Lambda$  which maximizes the conversion efficiency. In practice, the period  $\Lambda$  is chosen so that this condition is fulfilled near room temperature.

### 3.2 Boyd–Kleinmann theory

Instead of collimated beams, experiments use focused Gaussian beams in order to reach high intensities, and hence efficient conversion. Non-linear processes with Gaussian waves were studied in a seminal paper by Boyd and Kleinmann [25], where explicit expressions were given for the conversion efficiency in the undepleted pumps approximation (see also [26]). The general expressions are rather complex, but they can be drastically simplified by assuming identical Rayleigh lengths  $z_R$  for the three beams. Indeed, both infrared beams are resonant in the cavity, which implies that their confocal parameter is the same, essentially determined by the geometry of the cavity. Although the output beam generated by SFG is not resonant, it is generated only in the regions where both pump beams overlap significantly so that approximating its spatial mode by a Gaussian beam with the same confocal parameter as the infrared ones is a reasonable assumption [22].

With Gaussian beams, the coefficient  $\gamma$  defined in (2) becomes a function of  $z$  proportional to the overlap integral  $I(z) = \int d^{(2)} \rho f_1 f_2 f_3^*$  between the different modes  $f_i$ . For

Gaussian waves with waists  $w_i$  at the crystal center, and Rayleigh length  $z_R = \pi n_i w_i^2 / \lambda_i$ , this can be calculated explicitly. After some rearrangement, the expression for the output power can be written as  $P_3 = \alpha_{\text{sp}} P_1 P_2$ , where the single-pass conversion efficiency  $\alpha_{\text{sp}}$  reads

$$\alpha_{\text{sp}} = Z_1 \frac{d_{\text{pp}}^2 L}{\lambda_3^3} h(a, b, c). \quad (5)$$

Here

$$Z_1 = \frac{32\pi Z_0}{\lambda_1 \lambda_2 \left( \frac{n_1}{\lambda_1} + \frac{n_2}{\lambda_2} + \frac{n_3}{\lambda_3} \right)^2} \approx 2.15 \text{ k}\Omega \quad (6)$$

has the dimension of an impedance and the dimensionless function  $h$

$$h(a, b, c) = \frac{1}{4a} \left| \int_{-a}^a \frac{e^{ib\tau}}{(1+i\tau)(1+i c\tau)} d\tau \right|^2 \quad (7)$$

is the so-called Boyd–Kleinmann (BK) factor. The latter depends on the reduced variables  $a = \frac{L}{2z_R}$ ,  $b = (\Delta k - \frac{2\pi}{\Lambda})z_R$ , and  $c = \Delta k w_{\text{eff}}^2 / z_R$ , with  $w_{\text{eff}}^{-2} = (\pi / z_R) \sum_i n_i / \lambda_i$ . We can further write  $c = \frac{\Delta k w_{\text{eff}}^2}{z_R} = (b + \frac{1}{a} \frac{\pi L}{\Lambda}) \times \frac{w_{\text{eff}}^2}{z_R L} \times a$ , showing that the function  $h$  depends only on the variables  $a$  and  $b$  once the wavelengths, crystal length and crystal period are fixed.<sup>2</sup> Since  $\frac{w_{\text{eff}}^2}{z_R L} \sim \frac{\lambda_3}{2\pi n_3 L} \ll 1$ ,  $c = 0$  can be assumed, and the integral  $h(a, b, c)$  is well approximated by

$$h(a, b, 0) = \frac{1}{4a} \left| \int_{-a}^a \frac{e^{ib\tau}}{1+i\tau} d\tau \right|^2. \quad (8)$$

There are two limiting cases of interest.

1. *Collimated beams*,  $z_R \gg L$  or  $a \ll 1$ : in this case we find the sinc function familiar from the plane wave case (see (3)),

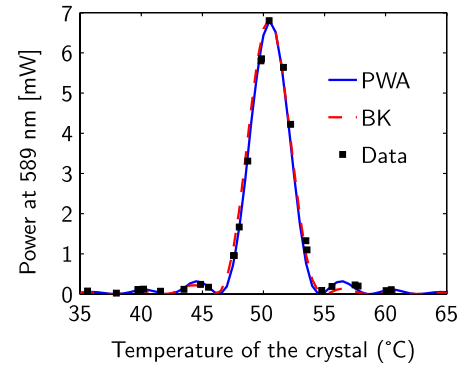
$$h(a, b, 0) \approx a \text{sinc}^2((b+1)a). \quad (9)$$

2. *Focused beams*,  $z_R \ll L$  or  $a \gg 1$ : for tightly focused beams, the length  $L$  of the crystal naturally drops out of the problem. One finds that  $h$  tends to a limit function

$$h(a \gg 1, b, 0) \approx \begin{cases} \frac{\pi^2}{a} e^{-2b}, & b > 0, \\ 0, & b < 0. \end{cases}$$

The experimental procedure of changing the temperature (which changes  $\Delta k$ ) corresponds to searching for the maximum  $h^*(a)$  of  $h(a, b, 0)$  as a function of  $b$  for a fixed  $a$  [25].

<sup>2</sup>In principle,  $Z_0$  and  $c$  depend weakly on temperature as  $\Delta k$  through the dependence of the indices. One finds that over a temperature range of 20°–100° the relative variations do not exceed a few 10<sup>-4</sup>. Thus, we can safely consider  $Z_0$  and  $c$  as constants for the rest of the calculations.



**Fig. 2** Power produced at 589 nm in a single-pass configuration when the temperature of the PPKTP crystal is varied. The plot is fitted for a value of the poling period  $\Lambda = 12.32 \mu\text{m}$ , for the Plane Wave Approximation (solid line, PWA) and the Boyd–Kleinmann theory (dashed line, BK). The peak value measured for the power produced at the output of the cavity is 7 mW. Considering the losses due the optics used to separate yellow light from infrared, we infer a total produced power of 8.5 mW

The optimum phase mismatch is offset from the plane wave result ( $\Delta k = 2\pi/\Lambda$ ) by a quantity on the order of  $z_R^{-1}$ , a consequence of the Gouy phase accumulated as the beams pass through a focus in the crystal. The optimal focusing corresponds to the maximum of  $h^*$ , which is found for  $a^* = L/2z_R \approx 2.84$  ( $h^*(2.84) \approx 1.06$ ). This optimum is quite loose, as  $h^* > 1$  for  $1.5 \lesssim a \lesssim 5$ .

### 3.3 Results for single-pass operation

Our experimental configuration corresponds to a configuration where  $z_R \approx 10$  mm, or  $a \approx 2$  for a 20 mm long crystal. For this parameter, the shape of the function  $h$  is very close to the sinc function predicted by the plane wave model (see Fig. 2). To perform single-pass measurements, we use the same setup as in Fig. 1 but remove the mirror  $M_1$  from the cavity. We find that the optimum temperature  $T_{\text{QPM}}^{(\text{mes})} \approx 50^\circ\text{C}$  for our crystal samples. For this temperature, the refractive indices are  $n_1 \approx 1.83$ ,  $n_2 \approx 1.82$ , and  $n_3 \approx 1.87$ . Using BK theory to fit the data, we measure an efficiency  $\alpha_{\text{sp}}^{\text{mes}} \approx 0.022 \text{ W}^{-1}$  ( $P_3 = 9 \text{ mW}$ ), obtained for normal incidence on the crystal using  $P_2 = 440 \text{ mW}$  and  $P_1 = 940 \text{ mW}$ .<sup>3</sup> The variation of the output power with the power of both infrared lasers are found to be linear, confirming the validity of the undepleted pumps approximation for a single-pass operation. Boyd–Kleinmann theory predicts a value  $\alpha_{\text{sp}}^{\text{BK}} \approx 0.021 \text{ W/W}^2$  for  $d_{33} \approx 16 \text{ pm/V}$ , which is in a good agreement with values for the non-linear coefficient found in the literature [27–29]. Note also that this is quite close to the optimal value  $\alpha_{\text{sp}}^* \approx 0.023 \text{ W/W}^2$  which would

<sup>3</sup>This is the highest value obtained so far and differs from the measurements presented in Fig. 2, which we have taken with another laser source at 1064 nm of poorer quality, and another crystal.

be obtained for slightly tighter focusing. Applying (3)–(4) obtained in the plane wave approximation, one would expect  $\alpha_{sp} \approx 0.022$ , taking for the cross section  $S$  the average of the waist of a Gaussian beam over the length  $L$  of the crystal:  $S = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \pi w^2(z)/2 dz$ , with  $w(0) = 45 \mu\text{m}$ . This highlights the usefulness of these theories for quantitative predictions.

The PPKTP crystals used in our experiments was ordered with a poling period  $\Lambda = 12.36 \mu\text{m}$ . Using the values given in [23, 24] for the temperature and wavelength dependence of the refractive indices, we calculate a QPM temperature  $T_{\text{QPM}}^{(\text{calc})} \approx 28^\circ\text{C}$ , apparently far from the measured  $T_{\text{QPM}}^{(\text{mes})} \approx 50^\circ\text{C}$  (see Fig. 2). We note however that the quasi-phase-matching temperature is rather sensitive to the exact value of the period. Using the same wavelength and temperature dependence for the refraction indices, we find that the measured  $T_{\text{QPM}}^{(\text{mes})}$  corresponds to a spatial period  $\Lambda = 12.32 \mu\text{m}$ .

### 4 Intracavity conversion

#### 4.1 Definition of the optimization problem

After having characterized the single-pass sum-frequency process, we turn to the cavity setup. The presence of the cavity enhances the infrared lasers intensities at the crystal location. For the geometry shown in Fig. 1, the intracavity power at resonance can be written for each infrared laser as [30]

$$P_i^{\text{cav}} = \frac{T_i}{(1 - \sqrt{R_i \cdot (1 - \delta_i)} \cdot C_i)^2} P_i^{\text{inc}}, \quad i = 1, 2. \quad (10)$$

In (10),  $P_i^{\text{cav}}$  denotes the circulating intracavity power,  $P_i^{\text{inc}}$  the incident power coupled into the fundamental mode of the cavity,  $R_i, T_i$  denote the input coupler (mirror  $M_1$ ) reflectance and transmittance ( $R_i + T_i + L_i = 1$ , with  $L_i$  a loss coefficient),  $\delta_i$  denote the passive losses after one round trip, excluding the input coupler (i.e. finite reflectances of the other mirrors, and losses in the crystal), and  $C_i$  accounts for the nonlinear conversion. To evaluate  $C_i$ , we use conservation laws for the photon fluxes, which state that  $|a_1|^2 + |a_3|^2$  and  $|a_2|^2 + |a_3|^2$  are constant along the crystal length (in the absence of absorption). This corresponds to non-linear conversion factors given by

$$C_i = 1 - \frac{\lambda_3 P_3}{\lambda_j P_j^{\text{cav}}} \quad (j \neq i; i, j = 1, 2). \quad (11)$$

Assuming total transmission of the yellow light by the output mirror M4, the 589 nm power  $P_3$  coupled out of the cavity is given by  $P_3 \approx \alpha_{sp} P_1^{\text{cav}} P_2^{\text{cav}}$ , under the undepleted pump approximation. When both pumps have imbalanced

powers, the output power at  $\omega_3$  is ultimately limited by the weakest one, since one photon from both pumps is required to create one at  $\omega_3$ . As it is the case in our experiment, we assume that the weakest source is the one at wavelength  $\lambda_2$ . This translates into a maximum power  $P_3^{\text{max}} = (\lambda_2/\lambda_3) P_2^{\text{inc}}$ . Therefore, a figure of merit to characterize the conversion efficiency is the ratio

$$\eta = \frac{P_3}{P_3^{\text{max}}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \frac{P_3}{P_2^{\text{inc}}} \quad (12)$$

between the actual power and the absolute maximum power that can be obtained from the available pump power coupled into the cavity  $P_2^{\text{inc}}$ .

The problem at hand is thus to maximize  $\eta$  for given cavity parameters  $\delta_i, L_i, \alpha_{sp}$ . This amounts to balancing the input coupler reflectances  $R_1, R_2$  with the total loss per round trip, including the non-linear conversion. This is usually termed impedance matching [31]. In our case, finding the impedance-matching point is a coupled problem, since one should maximize simultaneously both intensities in the cavity using (10) and (11). This last equation is critically dependent on the single-pass conversion coefficient  $\alpha_{sp}$ .

#### 4.2 Total conversion in an idealized lossless cavity

Let us first study the case where passive losses in the cavity and on the input coupler can be neglected ( $\delta_i, L_i = 0$  in the above equations). The question to be answered is whether it is possible to convert all photons at  $\lambda_2$  into photons at  $\lambda_3$  (cavity conversion efficiency  $\eta = 1$ ). In [20], we showed that this is indeed the case for any value of the input coupler reflectance  $R_2$ . We recall here the argument for completeness. We look for a solution where the output flux at  $\lambda_3$  and the incident flux at  $\lambda_2$  are equal,  $P_3/(\hbar\omega_3) = P_2^{\text{inc}}/(\hbar\omega_2)$ . According to (11), this corresponds to  $C_2 = 1 - \frac{P_2^{\text{inc}}}{P_2^{\text{cav}}}$ . The cavity equation (10) becomes

$$P_2^{\text{cav}} = \frac{(1 - R_2) P_2^{\text{inc}}}{(1 - \sqrt{R_2(1 - \frac{P_2^{\text{inc}}}{P_2^{\text{cav}}})})^2}. \quad (13)$$

This solves into the simple result

$$P_2^{\text{cav}} = \frac{P_2^{\text{inc}}}{1 - R_2}, \quad (14)$$

valid for any  $R_2$ . Thus we conclude that there is always a possibility to reach complete conversion in the ideal, lossless case, corresponding to the intracavity flux for the weak pump 2 as given above. The flux for the strong pump 1 is found from the relation  $P_3 = \alpha_{sp} P_1^{\text{cav}} P_2^{\text{cav}}$ ,

$$P_1^{\text{cav}} = \frac{(1 - R_2)\lambda_2}{\alpha_{sp}\lambda_3}. \quad (15)$$

**Table 1** Reflectances and transmittances of the optical elements inside the cavity, at both wavelengths. Reflectances are measured within 0.5% and transmittances within 0.2%. The values for the crystal are specifications by the manufacturer.  $\mathcal{R}$  is the optimum given by the numerical simulation

	1064 nm			1319 nm		
	R	$\mathcal{R}$	T	R	$\mathcal{R}$	T
$M_1$	0.930	0.96	0.060	0.740	0.79	0.250
$M_2, M_3, M_4$	0.995		0.005	0.995		0.005
Crystal			0.980			0.980

The parameters of the cavity ( $R_1, R_2$ ) are linked via (10). For any  $R_2$ , one can find a value of  $R_1$  leading to the power  $P_1^{\text{cav}}$  given above, corresponding to complete conversion of the  $\lambda_2$  photons.

#### 4.3 Optimization of conversion for a realistic lossy cavity

In any practical situation, passive losses will be present. This modifies the conclusions of the last subsection, as these losses limit the enhancement factor that can be reached in the cavity. Unlike the lossless case, instead of a locus of optimal points in the  $(R_1, R_2)$  plane, one finds a unique value of  $(R_1, R_2)$  that maximizes  $P_3$ , at a value smaller than  $P_3^{\text{max}}$ . However, this optimum is quite loose when non-linear conversion dominates over the passive losses ( $\mathcal{C}_i \gg \delta_i$ ). This highlights the importance of a large single-pass efficiency, justifying the use of a highly nonlinear material such as PP-KTP: the required power  $P_1$  is reduced (see (15)), making the cavity more tolerant to passive losses.

We rewrite  $\mathcal{C}_2 = 1 - \eta \frac{P_2^{\text{inc}}}{P_2^{\text{cav}}}$ . The cavity equation for wave 2 then leads to two solutions for the intracavity power

$$P_2^{\text{cav}} = \frac{(1+r)T_2 - (1-r)r\eta}{(1-r)^2} \pm 2 \frac{\sqrt{T_2 r (T_2 - (1-r)\eta)}}{(1-r)^2},$$

with  $r = R_2(1 - \delta_2)$  the total passive loss coefficient for the circulating waves. The existence of two solutions indicates a possible bistability. Such solutions are real provided

$$T_2 \geq (1-r)\eta. \quad (16)$$

When this condition is not fulfilled, the cavity is unstable due to excessive passive or nonlinear losses. This condition sets a limit on the efficiency achievable for given cavity parameters  $T_2, R_2, \delta_2, \eta < \eta^{\text{max}} = T_2/(1-r)$ . Assuming one chooses the input coupler to reach this maximum value, one finds for small losses ( $\delta_2, L_2 \ll R_2$ ) an intracavity power

$$P_2^{\text{cav}} \approx \frac{P_2^{\text{inc}}}{1-R_2} \left( 1 - \frac{L_2 + 2R_2\delta_2}{1-R_2} \right), \quad (17)$$

close to the idealized case studied before.

The solution of the coupled equations giving  $P_1^{\text{cav}}, P_2^{\text{cav}}$  (10) is performed numerically,<sup>4</sup> using as input the available power in our infrared sources and the measured characteristics of the cavity. We carried out the optimization with respect to the input coupler transmittances at both infrared wavelengths [20].

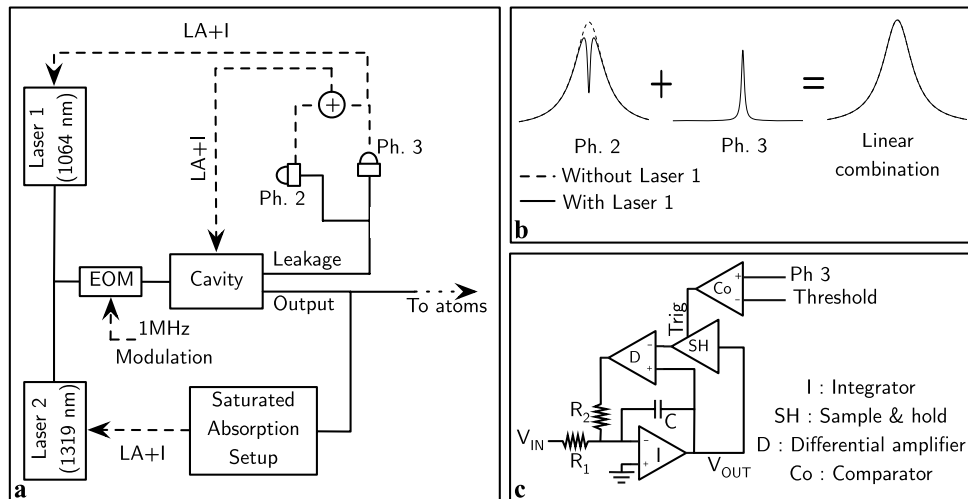
Experimentally, we characterized carefully the transmission and reflection coefficients of the mirrors used for the cavity (see Table 1). The measured reflectances correspond to a passive (i.e. without non-linear conversion) amplification of the intracavity power by a factor around 22 at 1064 nm and 12 at 1319 nm. To find the powers coupled into the cavity fundamental mode, we sent the lasers independently into the cavity with a known incident power. Comparing the measured intracavity power (inferred from the power transmitted through M2 and the measured value of its transmittance) with the one expected from the reflectances gives the fraction of incident power actually coupled to the fundamental mode, around 85% for both wavelengths. The measured reflectances as well as coupling efficiencies were taken into account in our numerical simulations, predicting a conversion efficiency  $\eta \simeq 0.9$  for the photons at  $\lambda_2$  coupled into the cavity (see [20]). The maximal measured output power of 800 mW, which corresponds to  $\eta = 0.92$ , is in fair agreement with this result.

#### 4.4 Cavity setup and locking

An essential requirement to achieve a stable output with high efficiency is to ensure that both pump lasers are simultaneously resonant in the cavity. In order to maintain the cavity on resonance for both wavelengths, a double locking scheme using the stable 1319 nm source as a master laser is implemented (see Fig. 3a). Both lasers are routed together through an electro-optical modulator placed before the cavity, and resonantly driven at a frequency  $f_{\text{mod}} = 1$  MHz. This dithers the laser frequencies and generate a dispersive signal from the cavity transmission. In our implementation, the weaker pump laser 2 is used as a master laser onto which the cavity length is locked using an integrating servo-loop. In a second step, the stronger pump 1 laser is locked onto the cavity, and consequently on the master laser, ensuring stable operation of the ensemble. Finally, the frequency drift of the yellow laser is canceled by locking laser 2 to the  $D_2$  line of Na using standard saturated absorption spectroscopy, yielding a long-term frequency-stabilized laser source.

<sup>4</sup>A numerical algorithm maximizing the two dimensional function  $P_1^{\text{cav}} P_2^{\text{cav}} = f(R_1, R_2)$  was implemented. In practice,  $P_1^{\text{cav}}$  is first evaluated using an Euler secant method by substituting  $P_2^{\text{cav}}$  in  $C_1$  (11) by its expression given by (10). Once  $P_1^{\text{cav}}$  solved, its value is used to derive  $P_2^{\text{cav}}$  and the function  $f$ . The optimal couple  $(R_1^{\text{opt}}, R_2^{\text{opt}})$  is then tracked using an adaptive stepsize algorithm maximizing  $f$ .





**Fig. 3** **a** Locking scheme for the SFG cavity. *Solid lines* represent optical paths, while *dashed lines* indicate electronic connections. LA + I: Use of a lock-in amplifier and an integrator to lock the lasers or the cavity to the maximum of a signal produced by one of the photodiode (Ph.). **b** Linear combination used to compensate for the dip in intracavity power due to conversion. The photodiode monitoring laser 2

sees a power drop while the photodiode monitoring laser 3 sees a peak. Summing them up allows one to always maintain a peak signal to lock to. **c** Automatic gain control circuit to control integrator saturation. COMP: comparator, SH: sample and hold amplifier, INT: integrator, D: precision differential amplifier

In details, the small fraction of infrared light transmitted by the second mirror  $M_2$  is collected by two separate photodiodes (see Fig. 1). Two piezoelectric transducers glued to the cavity mirrors  $M_2$  and  $M_3$  are used to tune the cavity length. The first one ( $M_3$ ) allows for a fast response in the 30 kHz range, but it has a limited travel of a few tens of nm. The second piezoelectric stack allows one to correct for larger drifts of the cavity length, occurring over much longer timescales (from a few ms to a few hours). The photodiode signal at 1319 nm (Ph.2) is demodulated by a lock-in amplifier operating at the modulation frequency  $f_{\text{mod}}$  driving the EOM, producing a dispersive error signal subsequently fed back to both piezoelectric transducers (with appropriate filters in the feedback loop). This locks the length of the cavity on the stable 1319 nm source. The photodiode signal at 589 nm (Ph.3) is demodulated in a similar way, and the resulting signal can be used to react on laser 1 frequency using available piezoelectric and temperature control to ensure that it follows the cavity resonance.

In situations where the conversion efficiency is large, this standard locking scheme leads to serious stability problems with both IR lasers simultaneously present in the cavity. To see this, picture a situation where the cavity is on lock with the 1064 nm laser off-resonant. As the 1064 nm laser frequency is tuned to reach resonance, the power level of the 1319 nm drops due to conversion into 589 nm photons (see Fig. 3b). This large drop of the 1319 nm power level when both lasers resonate cannot be distinguished from a perturbation by the cavity lock. Hence, the cavity lock actually works against keeping both lasers on resonance simultaneously, and resists

increasing the conversion efficiency above the level where the 1319 nm lineshape is distorted significantly. We have devised a simple solution to this problem [20, 32]. First, instead of the bare 1319 nm photodiode transmission, the error signal for the cavity lock is derived from a linear combination of this transmission signal and of the yellow output of the laser. The combination is done electronically before the lock-in amplifier, with weights empirically chosen to minimize distortions of the cavity lineshape and to optimize the servo gain around the lock point. Our “fringe reshaping” method works for any level of conversion, and it allows for stable operation of the laser, even at the highest efficiencies. Second, choosing the 589 nm output as the error signal for the second servo-loop instead of the 1064 nm transmission ensures that the system locks to the maximal converted power. Our method relies on the fact that the SFG is a phase-coherent process: a modulation sideband present on the 1319 nm laser is automatically present on the output (with a different weight that depends on the 1064 nm power). Synchronous demodulation by the lock-in amplifier therefore preserves the linear combination.

When these two servos are in action, the cavity is doubly resonant, and the two lasers are frequency locked to each other. We have found that the lock of the second laser was somewhat sensitive to disturbances occurring near the optical table. This is a well-known feature of integrating servo-loops, which typically encounter difficulties to recover from disturbances with large amplitude that cause the integrator to wind-up [33]. Integrators are required to achieve zero DC errors in a servo-loop, and replacing them with a sim-

pler proportional control is not an option. We have implemented an electronic circuit that bypasses this problem and prevents the integrator from winding up after violent perturbations, while maintaining the laser locked at all times. This can be seen as an automatic gain control circuit that limits the DC gain when the input becomes too large. The circuit, shown schematically in Fig. 3c, uses the laser power level to detect such disturbances, and compares it to a preset threshold value (set to 80% of the nominal value in our case). A sample and hold amplifier (SH) samples the integrator voltage, with its output connected (“bootstrapped”) to the integrator input through a differential amplifier. Regular operations correspond to the SH in “sample” mode, where the output closely tracks the input. The output  $V_{\text{diff}}$  of the differential amplifier is zero and the integrator behaves normally. When the output of the laser falls below the threshold, the comparator triggers the SH circuit to switch to “hold” mode. The SH output is frozen at the value  $V_{\text{th}}$  it had at threshold, so that the differential amplifier output becomes  $V_{\text{diff}} = V_{\text{out}} - V_{\text{th}}$ . The output voltage at frequency  $\omega$  then becomes

$$V_{\text{out}} = -\frac{\frac{R_2}{R_1} V_{\text{in}} - V_{\text{th}}}{1 + iR_2C\omega}, \quad (18)$$

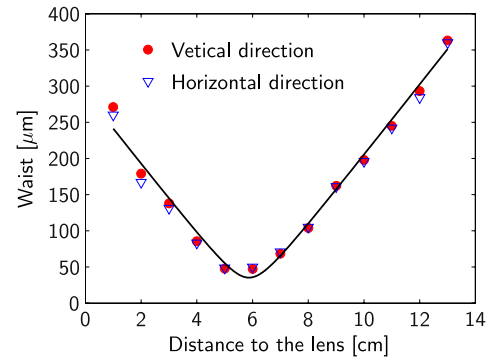
where  $V_{\text{in}}$  is the incoming error signal and  $V_{\text{out}}$  the output of circuit. The integrator is thus neutralized before saturating, and the circuit behaves as a proportional controller around the threshold value. When the perturbation is removed, the SH turns back to sample mode and restores regular integrator operation. We use this circuit on all servo controllers in the laser system.

With this last improvement, the system can withstand severe mechanical perturbations without unlocking and requires very little maintenance compared to dye lasers. It is mostly insensitive to temperature fluctuations because the infrared lasers are thermally stabilized and the cavity length fluctuations are compensated by the servo. No alignment is required over weeks, with a power drop below 10%, and when needed adjustments are limited the injection path into the cavity. The cavity alignment itself has not been touched for six months. The laser stays locked for a day on its own.

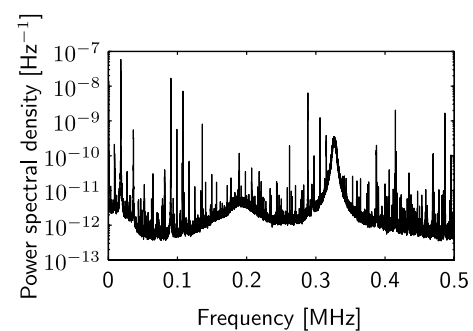
## 5 Yellow laser characterization

### 5.1 Beam quality

We have characterized the spatial mode of the laser emerging from the cavity. The output beam was focused through a converging lens and imaged on a charge-coupled device (CCD) camera at various distances from the lens. The beam profile for each distance was fitted to a Gaussian with  $1/e^2$  radius  $w$  identified as the beam waist (see Fig. 4).



**Fig. 4** Measurement of the  $M^2$  coefficient for the 589 nm laser in the vertical (dots) and horizontal (triangles) directions. The laser is focused with a  $f = 100$  mm converging lens at the output of the cavity



**Fig. 5** Relative intensity noise spectral density of the laser source averaged over 100 samples

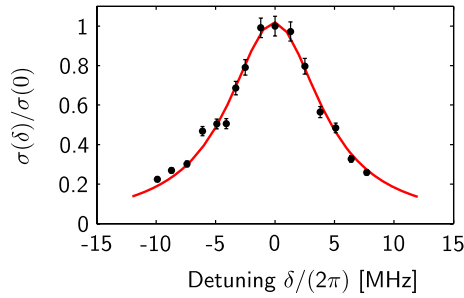
We fitted this function to  $w_0\sqrt{1 + \theta(z/w_0)^2}$ , where  $w_0$  is the waist of the beam at focus,  $\theta$  is its divergence, and  $z$  the direction of propagation. This gives a  $M^2$  parameter  $M^2 = \pi w_0\theta/\lambda = 1.02$ , indicating diffraction-limited performances. This shows the high quality of the transverse mode of the output beam. Measurements in both transverse directions show no visible astigmatism.

### 5.2 Intensity noise measurements

Intensity noise of the output was characterized by recording the beam power on a fast photodiode (bandwidth 10 MHz) followed by a 16 bits analog acquisition card (National Instruments NI-6259). From such samples, we determined the one-sided power spectral density  $S_{\text{RIN}}$  of the instantaneous intensity normalized to the mean intensity,

$$S_{\text{RIN}}(\nu) = \frac{1}{T} \left\langle \left| \int_0^T \frac{I(\tau)}{\langle I \rangle} e^{i2\pi\nu\tau} d\tau \right|^2 \right\rangle, \quad (19)$$

where  $\langle \dots \rangle$  denotes statistical averaging and where  $T \approx 100$  ms is the measurement time. The results averaged over 100 samples are shown in Fig. 5. This corresponds to a noise  $\delta I/\langle I \rangle \approx 4 \times 10^{-3}$  integrated over a 5 Hz–500 kHz bandwidth. Two broad noise peaks are visible near 190 kHz



**Fig. 6** Optical density of a cold atom cloud in a magneto-optical trap. The probe beam is detuned from the resonance line by an amount  $\delta$

and 330 kHz, which probably reflect resonances in the cavity piezoelectric actuators. The noise level is sufficient for our application, but could be controlled actively to a lower level if needed, for instance by monitoring the instantaneous power and reacting on the incident power from the 1064 nm laser.

### 5.3 Absorption from laser-cooled sodium atoms

Because the two pump sources are extremely narrow in frequency, one can expect similar spectral purity of the output. At present times, we have no means to measure such narrow linewidths, but we can place an upper bound on the laser linewidth from high-resolution spectroscopy measurements.

To this aim, we used cold atoms from a magneto-optical trap (MOT) formed using the SFG laser source. Sodium atoms were introduced in a high-vacuum cell using electrically controlled dispenser sources (Alvatec GmbH). Repumping light was derived from the main laser using a high-frequency (1.7 GHz) acousto-optical modulator (Brimrose Corp.). A MOT was formed in the vacuum cell using a magnetic field gradient around 10 G/cm and approximately 10 mW optical power in each of the six MOT beams. The cloud typically contained a few  $10^7$  atoms, at a temperature  $T \sim 210$   $\mu$ K. We measured the absorption of a weak probe beam (intensity  $\sim 1$  mW/cm<sup>2</sup>) by the atomic cloud (with MOT beams turned off) as a function of the probe frequency. According to Beer–Lambert’s law, this measures  $\sigma(\delta)$ , the optical density at a detuning  $\delta = \omega_L - \omega_0$ , with  $\omega_L$  the laser frequency and  $\omega_0$  the atomic resonance frequency. Typical results are plotted in Fig. 6. These measurements have been fitted using the theoretical expression

$$\sigma(\delta)/\sigma(0) = \frac{\Gamma^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4}, \quad (20)$$

where the width  $\Gamma$  is used as free parameter. We find  $\Gamma/(2\pi) \approx 9.6 \pm 0.5$  MHz, compatible with the value found in the literature,  $\Gamma/(2\pi) = 9.8$  MHz for the natural linewidth of the D<sub>2</sub> transition in sodium. Since no broadening of the absorption profile due to the linewidth of the laser

could be observed within our measurement accuracy, the latter is small compared to the natural linewidth of the atoms. We conclude that the laser source fulfills the requirements for laser cooling applications.

## 6 Conclusion

In conclusion, we have demonstrated a single-frequency, tunable, compact and robust all-solid-state SFG yellow laser source for cooling and trapping sodium atoms. The long-term stability of the laser source, despite the complexity brought by the use of a doubly resonant enhancement cavity, stems from an original electronic servo-loop. This servo is designed both to bypass the large depletion dip observed on the weaker input laser resonance fringe under high conversion, and to avoid saturation due to disturbances of the various integrators used in the servo-loops. In the current configuration, the maximum output power of 800 mW remains lower than what can be produced with a dye laser. However, based on our measurements, we calculate that increasing the powers of the infrared laser sources to  $P_1 = 2$  W and  $P_2 = 800$  mW (both commercially available) should allow for output powers in excess of 1 W, ultimately limited by the possible occurrence of thermal effects in the crystal [29, 34, 35].

**Acknowledgements** We would like to thank Pierre Lemonde, Wolfgang Ketterle and Aviv Keshet for useful discussions. We acknowledge financial support from ANR (contract Gascor), IFRAF (Microbec project), the European Union (MIDAS project) and DARPA (OLE project). LdS acknowledges financial support from the 7th framework programme of the EU, grant agreement number 236240.

## References

1. K.B. Davis, M.O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Stamper-Kurn, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995)
2. L.V. Hau, B.D. Busch, C. Liu, Z. Dutton, M.M. Burns, J.A. Golovchenko, *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998)
3. D.S. Naik, C. Raman, *Phys. Rev. A* **71**, 033617 (2005)
4. K.M.F. Magalhaes, S.R. Muniz, E.A.L. Henn, R.R. Silva, L.G. Marcassa, V.S. Bagnato, *Laser Phys. Lett.* **2**, 214 (2005)
5. E. Streed, A. Chikkatur, T. Gustavson, M. Boyd, Y. Torii, D. Schneble, G. Campbell, D. Pritchard, W. Ketterle, *Rev. Sci. Instrum.* **77**, 023106 (2006)
6. R. Dumke, M. Johanning, E. Gomez, J.D. Weinstein, K.M. Jones, P.D. Lett, *New J. Phys.* **8**, 64 (2006)
7. K.M.R. van der Stam, E.D. van Ooijen, R. Meppelink, J.M. Vogels, P. van der Straten, *Rev. Sci. Instrum.* **78**, 013102 (2007)
8. Z. Hadzibabic, S. Gupta, C. Stan, C. Schunck, M. Zwierlein, K. Dieckmann, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 160401 (2003)
9. T.H. Jeys, A.A. Brailove, A. Mooradian, *Appl. Opt.* **28**, 2588 (1989)
10. H. Moosmüller, J.D. Vance, *Opt. Lett.* **22**, 1135 (1997)
11. J.D. Vance, C.Y. She, H. Moosmüller, *Appl. Opt.* **37**, 4891 (1998)



12. J.C. Bienfang, C.A. Denman, B.W. Grime, P.D. Hillman, G.T. Moore, J.M. Telle, *Opt. Lett.* **28**, 2219 (2003)
13. J. Janousek, S. Johansson, P. Tidemand-Lichtenberg, S. Wang, J. Mortensen, P. Buchhave, F. Laurell, *Opt. Express* **13**, 1188 (2005)
14. Y. Feng, S. Huang, A. Shirakawa, K.-I. Ueda, *Jpn. J. Appl. Phys.* **43**, L722 (2004)
15. R. Mildren, M. Convery, H. Pask, J. Piper, T. Mckay, *Opt. Express* **12**, 785 (2004)
16. D. Georgiev, V.P. Gapontsev, A.G. Dronov, M.Y. Vyatkin, A.B. Rulkov, S.V. Popov, J.R. Taylor, *Opt. Express* **13**, 6772 (2006)
17. S. Sinha, C. Langrock, M.J. Digonnet, M.M. Fejer, R.L. Byer, *Opt. Lett.* **31**, 347 (2006)
18. R.Q. Fugate, *Nature (London)* **353**, 144 (1991)
19. T. Nishikawa, A. Ozawa, Y. Nishida, M. Asobe, F.-L. Hong, T.W. Hänsch, *Opt. Express* **17**, 17792 (2009)
20. E. Mimoun, L. De Sarlo, J.-J. Zondy, J. Dalibard, F. Gerbier, *Opt. Express* **16**, 18684 (2008)
21. L.E. Myers, R. Eckardt, M.M. Fejer, W.R. Bosenberg, J.W. Pierce, *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 2102 (1995)
22. R.W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, San Diego, 2003)
23. K. Fradkin, A. Arie, A. Skliar, G. Rosenman, *Appl. Phys. Lett.* **74**, 914 (1999)
24. S. Emanuelli, A. Arie, *Appl. Phys.* **42**, 6661 (2003)
25. G.D. Boyd, D.A. Kleinman, *J. Appl. Phys.* **39**, 3597 (1968)
26. J.-J. Zondy, D. Touahri, O. Acef, *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 2481 (1997)
27. A. Arie, G. Rosenman, V. Mahal, A. Skliar, M. Oron, M. Katz, D. Eger, *Opt. Commun.* **142**, 265 (1997)
28. S.V. Popov, S.V. Chernikov, J.R. Taylor, *Opt. Commun.* **174**, 231 (2000)
29. R.L. Targat, J.-J. Zondy, P. Lemonde, *Opt. Commun.* **247**, 471 (2005)
30. A.E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, 1986)
31. Y. Kaneda, S. Kubota, *Appl. Opt.* **36**, 7766 (1997)
32. E. Mimoun, F. Gerbier, J.-J. Zondy, J. Dalibard, French patent INPI0803153, International patent pending (2008)
33. R.W. Fox, C.W. Oates, L.W. Hollberg, *Exp. Methods Phys. Sci.* **40** (2001)
34. F. Torabi-Goudarzi, E. Riis, *Opt. Commun.* **227**, 389 (2003)
35. J.H. Lundeman, O.B. Jensen, P.E. Andersen, S. Andersson-Engels, B. Sumpf, G. Erbert, P.M. Petersen, *Opt. Express* **16**, 2486 (2008)

**Fast production of ultracold sodium gases using light-induced desorption and optical trapping**Emmanuel Mimoun,<sup>\*</sup> Luigi De Sarlo, David Jacob, Jean Dalibard, and Fabrice Gerbier<sup>†</sup>*Laboratoire Kastler Brossel, ENS, UPMC, CNRS, 24 rue Lhomond, FR-75005 Paris, France*

(Received 27 November 2009; published 26 February 2010)

In this article we report on the production of a Bose-Einstein condensate (BEC) of  $^{23}\text{Na}$  using light-induced desorption as an atomic source. We load about  $2 \times 10^7$  atoms in a magneto-optical trap (MOT) from this source with a  $\sim 6$  s loading time constant. The MOT lifetime can be kept around 27 s by turning off the desorbing light after loading. We show that the pressure drops down by a factor of 40 in less than 100 ms after the extinction of the desorbing light, restoring the low background pressure for evaporation. Using this technique, a BEC with  $10^4$  atoms is produced after a 6 s evaporation in an optical dipole trap.

DOI: [10.1103/PhysRevA.81.023631](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.81.023631)

PACS number(s): 67.85.Hj, 68.43.Tj, 37.10.De

**I. INTRODUCTION**

Na is one of the first atomic species that was brought to quantum degeneracy [1]. Among the alkali metals it allows the production of the largest Bose-Einstein condensates (BEC's) with atom numbers  $>10^8$  [2,3]. This is, in part, due to the efficiency of laser cooling, but also to favorable collisional properties (large elastic cross section, low inelastic losses). These properties allow efficient evaporative cooling to Bose-Einstein condensation [2], as well as the production of large degenerate Fermi gases (e.g.,  $^6\text{Li}$ ) when the Na cloud is used as a buffer gas for sympathetic cooling [4]. Na also has antiferromagnetic spin-dependent interactions [5,6], which can lead to complex entangled spin states [7]. Such spin states are particularly sensitive to stray magnetic fields [8–10], so that they are expected to survive only in a quiet magnetic environment provided by magnetic shielding. Hence their study, which is the main motivation behind this work, requires the optimization of the production of cold Na gases in a compact setup compatible with such shielding.

A typical ultracold gas experiment can be decomposed into three successive steps: a source delivering hot atoms to the vacuum chamber, a magneto-optical trap (MOT) capturing atoms from the source and precooling them, and a conservative trap loaded from the MOT where evaporative cooling is performed to reach quantum degeneracy. The MOT is common to all experimental setups, which differ in the first and last steps. The atom source can be an atomic beam produced by a Zeeman slower [11,12] or a residual vapor that exists in the ultra-high vacuum (UHV) chamber due to a nearby atomic reservoir [13,14] or atomic dispensers [15–17], for example. The conservative trap can be either a magnetic trap for spin-polarized atoms, or an optical dipole trap for unpolarized mixtures. All practical implementations must solve an intrinsic quandary: On the one hand, the atom flux in the MOT region must be large enough for efficient loading and on the other hand, it has to be low enough that collisions with the background vapor do not hinder evaporative cooling in the conservative trap. This was solved in various ways, either by spatially separating the MOT capture region and

the evaporative cooling region or by modulating the atomic density in time (the Zeeman slower technique, combined with a controllable beam block, is an example of the latter solution).

To reduce the complexity and size of the apparatus, the second solution seems more favorable provided that one is able to truly switch on and off the vapor pressure in the UHV chamber. Atomic dispensers, which allow the release of an alkali vapor by thermally activating the reduction of an inert alkali metal oxide, were introduced for this purpose in connection with atom chips experiments [15–17]. Unfortunately, dispensers are unsuitable to modulate the pressure inside the chamber with time constants below 1 s due to their thermal cycle [15]. This forces one to work at a “compromise” pressure, which allows one to reach BEC thanks to the high collision rates obtained in atomic chips [16,17], but limits the sample lifetime.

A promising technique to rapidly modulate the atomic pressure is light-induced atomic desorption (LIAD) [18,19], a phenomenon analogous to the photoelectric effect in which an adsorbed atom is released from an illuminated surface by absorbing a photon. LIAD was initially observed in coated Na cells and subsequently studied for different atomic species and several substrates [18,20–25]. Its usefulness as a source for quantum gases experiments was demonstrated for Rb [17,19,26–28] and K [29,30].

To our knowledge, all the experimental groups that were able so far to produce a Na BEC relied on a Zeeman slower to load the MOT [1,3,31–33]. Furthermore, with the exception of Ref. [33] where evaporative cooling is done in an optical trap, these experiments used magnetic trapping. When considering only the MOT loading step, which is less restrictive than evaporative cooling in terms of acceptable pressure, several alternatives were demonstrated [14,34,35], but are difficult to operate under UHV conditions. Loading from Na dispensers was also demonstrated [36], but not under conditions suitable for achieving BEC. Only very recently a group reported the use of LIAD for loading a Na MOT [37]. In that work, the atomic pressure drops after the extinction of the desorbing light to a level (lifetime  $\sim 8$  s) that can be compatible with evaporative cooling.

Here we report the experimental realization of an ultracold Na gas in a single UHV chamber, where LIAD is used to increase the Na pressure for MOT loading and where the atoms are captured in an optical dipole trap for evaporative cooling.

<sup>\*</sup>emmanuel.mimoun@ens.fr<sup>†</sup>fabrice.gerbier@lkb.ens.fr

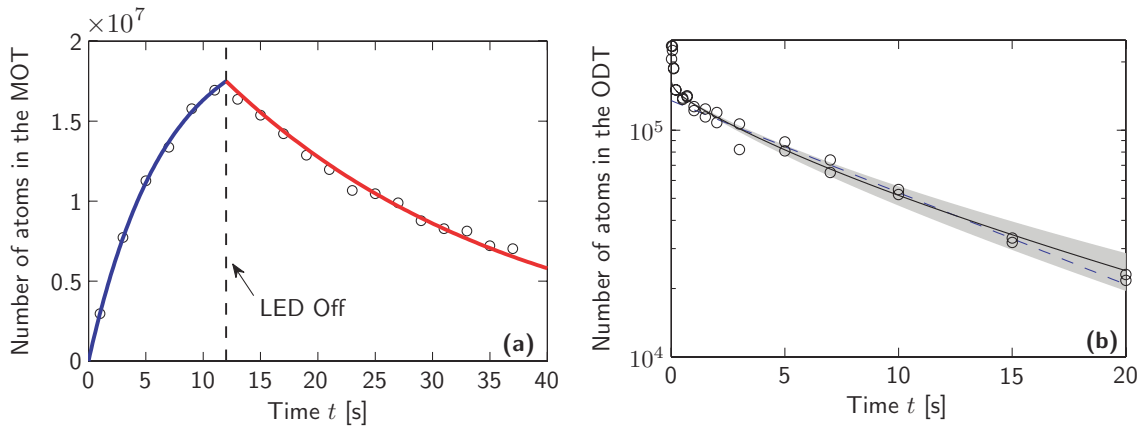


FIG. 1. (Color online) (a): MOT loading and decay dynamics. The MOT is loaded using LIAD at maximum power for 12 s. The desorbing light is then turned off. We find  $1/e$  time constants of  $\tau_{\text{ON}} = 6.5 \pm 0.5$  s and  $\tau_{\text{OFF}} = 27 \pm 1.5$  s for the loading and decay, respectively, and an asymptotic number of atoms  $N_{\text{st}} = 2.1 \times 10^7$  atoms. (b): Decay of the number of atoms held in the optical dipole trap (ODT). A simple exponential fit yields a decay time  $\tau_{\text{ODT}} = 10.7 \pm 1$  s (dashed blue line) for the data corresponding to  $t > 200$  ms. A model including three-body losses with the rate measured in Ref. [38] was used to fit a one-body collision rate  $\tau_{\text{1B}} = 17 \pm 3$  s for the same data (solid black line, 95% confidence bound in gray), see Sec. III B for details.

We achieve [see Fig. 1(a)] a loading of the MOT with a time constant  $\sim 6$  s with LIAD on a subsequent lifetime of the MOT of  $\sim 27$  s with LIAD off and a lifetime in the dipole trap with a time constant  $\sim 11$  s. The latter is partially limited by evaporation and inelastic collisions between trapped atoms. In our setup, the ratio between the partial pressures of Na when LIAD is switched on and off is  $\eta \simeq 40$ . The delay for observing this pressure drop after the switching off of LIAD is less than 100 ms. This allows us to quickly switch from MOT loading to evaporative cooling. Under these conditions, we observe BEC's containing  $\sim 10^4$  atoms after a 6 s evaporation. The article is organized as follows. In Sec. II, we describe our experimental setup. We present the experimental results on MOT loading using LIAD in Sec. III. We compare our results to other experiments in Sec. IV.

## II. EXPERIMENTAL SETUP

### A. Vacuum system

The UHV system is built around a custom-made chamber equipped with several viewports allowing wide optical access. The chamber is made from Ti (for reasons discussed in the following) machined to a surface roughness specified lower than 700 nm by the manufacturer (UK AEA Special Techniques, Oxfordshire, UK). The viewports are made from fused-silica windows vacuum brazed to Ti flanges (MPF Products Inc., Gray Court, SC, USA). The chamber inner volume is about 0.3 liter. The chamber is connected with CF40 tubing to a getter pump located approximately 20 cm away from its center and to a 20 l/s ion pump located approximately 50 cm away. After 10 days baking at  $200^\circ$  C to establish UHV, the residual pressure is well below the sensitivity of the ion pump current controller (limited to a few  $10^{-9}$  mbar). For all experiments reported in this article, the pressure near the ion pump stays below the detection threshold of the controller. We estimate the effective pumping speed of the ion pump to be  $\sim 4$  l/s in the UHV chamber.

We have two means to increase the partial pressure of Na: atomic dispensers and light-induced atomic desorption. Atomic dispensers are formed by a powder of alkali oxide, which is chemically inert at room temperature. A gas of alkali atoms is released from such devices by activating a chemical reaction with the heat generated by an electric current (typically a few amperes) running through the metallic envelope containing the powder. The dispensers used in our experiment (Alvatec GmbH, Althofen, Austria) are run at a relatively low current ( $< 4$  A) to avoid the release of large Na loads into the chamber. A pair of such dispensers is mounted using standard vacuum connectors and a custom CF25 electrical feedthrough (MPF Products Inc., Gray Court, SC, USA) at a distance of about 4 cm from the center of the chamber. In the first six months after baking out the chamber, the dispensers were flashed about an hour long at 3.6 A twice a week. We then found that flashing them for a couple of hours about once every two months was sufficient to maintain a constant number of atoms in the MOT, using LIAD to desorb the atoms from the viewports. Turning on dispensers less often allows one to maintain a background pressure at a lower and more constant level.

As an illumination source for LIAD, we use light-emitting diodes (LED's) emitting near 370–390 nm (models NCSU033A and NCSU034A from Nichia Corporation, Tokyo, Japan). Each LED is supplied in a small surface-mount chip and emits around 350 mW of light power. We mount them in pairs on appropriate heat sinks. For the reported experiments, we use two such pairs of LED's placed around the vacuum chamber. We supply these LED's with a current ranging from 0 to 1.5 A (maximum current). We verified that the optical power is proportional to the current in this range.

A sketch of the relevant section of the chamber interior is shown in Fig. 2(a). Two re-entrant flanges supporting large CF63 windows are mounted vertically. The atomic dispensers are mounted close to the viewports using CF25 electrical feedthroughs. The UV LED's used for desorption

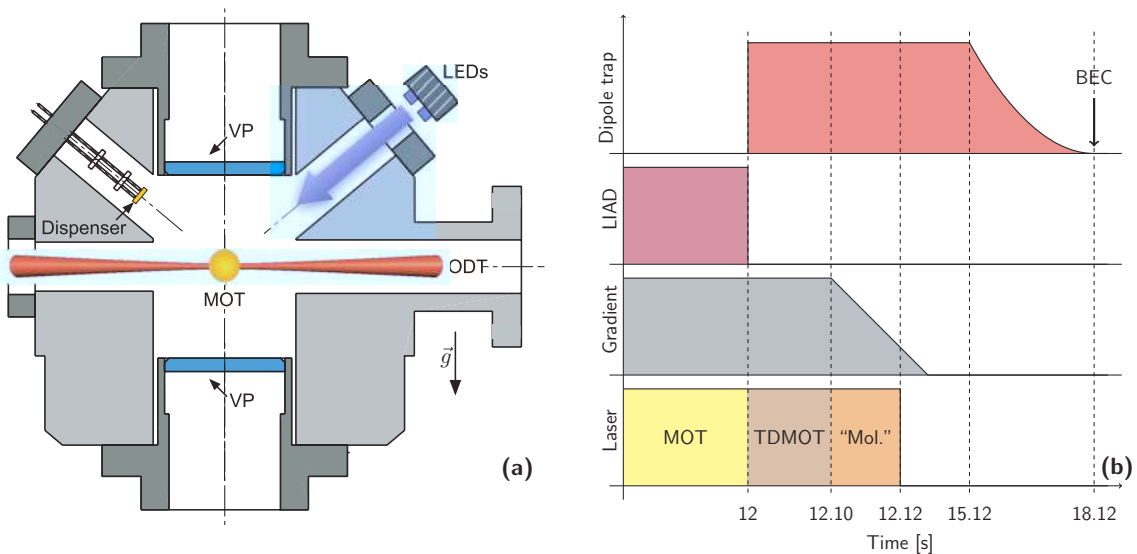


FIG. 2. (Color online) (a): Sketch of the UHV chamber showing the location of one of the pairs of LED's with respect to the MOT and the reentrant viewports (VP), as well as the path of one of the ODT arms. (b): Time sequence of the experiment. We show from the top down the power of the ODT, the current in the LED's, the magnetic gradient of MOT coils and the different cooling phases. TDMOT stands for Temporal Dark MOT and "Mol." for "optical molasses" (see Sec. II C).

are mounted in front of two CF25 viewports. In our case the illuminated surface is partly Ti and partly a few hundred nanometers-thick layer of alternating  $\text{TiO}_2$  and  $\text{SiO}_2$ , which constitutes the antireflection coating of our viewports (Duane Mallory, manager of MPF products, private communication, 2009). By changing the position of the UV LED's, we can experimentally verify that the main contribution to desorption comes from the viewports and not from the Ti surface. In previous experiments, we also successfully used LIAD to load a MOT in a glass cell (Vycor glass without antireflection coating) with similar characteristics as in the present UHV chamber. Attempts made using a 316L stainless steel chamber with small (CF16) viewports failed. In both cases, Na MOT's were also directly loaded from the dispensers.

### B. Magneto-optical trap

We operate the MOT using the all-solid-state laser system described in Refs. [39,40]. The laser is locked on the Na  $D_2$  line using modulation transfer spectroscopy on an iodine cell. We lock on the iodine P38 (15–2) line, which is located 467 MHz above the Na  $D_2$  resonance frequency<sup>1</sup>. The output of the laser is split into two parts. The first part is used to form the main MOT beam and the second to form the repumping beam after passing through a 1.7 GHz acousto-optical modulator (Brimrose Corporation of America, Sparks, MD, USA). Both beams are delivered to the experiment using single-mode optical fibers. The parameters of the MOT and repumper beams are summarized in Table I. The MOT is formed using a pair of anti-Helmholtz coils producing a gradient  $\sim 15$  G/cm on axis.

Three sets of Helmholtz coils are also available to compensate for residual fields during the molasses phase. Typically, we find that only the vertical residual field is significant, with a magnitude compatible with that of the Earth's field. We do not observe a significant effect of the magnetic field produced by the dispensers on the MOT when they are fed with current.

### C. Optical dipole trap

The optical dipole trap (ODT) is produced using a 20 W fiber laser (IPG Photonics, Oxford, MA, USA). The laser emits in multiple longitudinal modes and is polarized linearly. We control the beam intensity using a rotating waveplate followed by a Glan-Taylor polarizer and switch off the laser beam using a fast ( $\sim 1$  ms switch-off time) mechanical shutter (Uniblitz, Rochester, NY, USA). This system allows for a stable modulation between 0.5% and 100% of the laser power within a 60 Hz bandwidth. The ODT is in a crossed configuration where the beam is folded onto itself with a  $45^\circ$  angle in the horizontal plane. We took care to make the polarizations of the two arms orthogonal to better than  $1^\circ$ . When this was not the case, large heating was observed, presumably due to the fluctuating optical lattices resulting from the interferences between identical frequency components with fluctuating relative phases present in each beam. The useful powers on the atoms are around 14 and 12 W for the first and second arms, respectively<sup>2</sup>. We focus the first arm to a  $1/e^2$  size of  $w_1 \approx 30 \mu\text{m}$  and the second arm to  $w_2 \approx 22 \mu\text{m}$ , which corresponds to a depth  $V_0 \approx 700 \mu\text{K}$  for the crossed dipole trap.

<sup>1</sup>This solution was proposed by Christian Sanner, W. Ketterle's group, MIT.

<sup>2</sup>This difference is mainly attributed to imperfections of the antireflection coatings of the windows, which were apparently damaged during the chamber bakeout.

TABLE I. Summary of MOT laser parameters. The waist is the  $1/e^2$  radius of the beam. Laser powers are given per MOT arm and frequency detunings from the  $3S_{1/2}$ ,  $F = 2 \rightarrow 3P_{3/2}$ ,  $F' = 3$  transition for the MOT beams and the  $3S_{1/2}$ ,  $F = 1 \rightarrow 3P_{3/2}$ ,  $F' = 2$  transition for the repumping beams.

Beam	Waist	MOT detuning	MOT power	TDMOT detuning	TDMOT power	Molasses detuning	Molasses power
MOT	11 mm	-20 MHz	1.8 mW	-18 MHz	1.8 mW	-36 MHz	2.4 mW
Repumper	11 mm	0 MHz	450 $\mu$ W	0 MHz	8 $\mu$ W	0 MHz	8 $\mu$ W

For efficient loading of the ODT from the MOT, it is essential to reduce the repumper power by a factor of 50 from its value in the MOT capture phase [41]. This decreases the steady-state population in the electronic excited state  $3P_{3/2}$  and increases the spatial density thanks to the reduction of light-induced collisions. We refer to this procedure as “temporal dark MOT” (TDMOT) in the following. In our experiment, the ODT is switched on at the beginning of this phase, which lasts for about a hundred milliseconds. It is followed by a 20 ms “pseudo-optical molasses” phase similar to the one described in Ref. [33], where the MOT detuning is increased to 36 MHz and the magnetic gradient is ramped down slowly to zero [see Fig. 2(b)]. During this phase, sub-Doppler cooling helps reduce the temperature. The repumping light is then switched off 1 ms before the end of the molasses phase so that all the atoms are optically pumped to the  $F = 1$  state. We do not perform any Zeeman pumping on the atoms so that they can be in any state of the  $F = 1$  Zeeman manifold.

#### D. All-optical evaporation

Starting from about  $2 \times 10^5$  atoms in the crossed ODT, we let the atoms evaporate freely for 3 s, reaching a phase-space density (PSD) of  $\sim 10^{-2}$  (accounting for a factor of 1/3 due to the spin degree of freedom, assuming equipartition in the  $F = 1$  manifold) [42], with  $1.5 \times 10^5$  atoms at 80  $\mu$ K. We then start ramping down the power of the ODT laser to 1% of its original value in 3 s, following a power-law decay as discussed in Ref. [43]. The cloud is then transferred in an auxiliary optical trap that can be turned off fast ( $\sim 1 \mu$ s) using an acousto-optic modulator for time-of-flight imaging. We complete the evaporation ramp to reach Bose-Einstein condensation around 1  $\mu$ K. With further evaporation, we can produce quasipure BEC’s containing  $10^4$  atoms. The total sequence lasts 18 s, including 12 s of MOT loading.

#### E. Diagnostics

We infer the properties of the trapped atoms from absorption images. We use two absorption axes, one copropagating with the first arm of the ODT, the other vertical. We use low-intensity circularly polarized probe light on resonance with the  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  transition. A repumping pulse of  $\sim 300 \mu$ s is applied to pump all the atoms in the  $F = 2$  state before the imaging pulse of  $\sim 30 \mu$ s. The shadow of the atomic cloud is imaged on charge-coupled devices (CCD) cameras and the inferred density distribution fitted to a Gaussian profile. We measure the number of atoms from the area under the Gaussian, using a scattering cross section  $\sigma_{\text{abs}} = 3\lambda_0^2/2\pi$ , where  $\lambda_0 \approx 589$  nm is the resonant

wavelength. We checked that the absorption by the atomic cloud is peaked around the atomic transition frequency with a 10 MHz width close to its natural linewidth and that a linearly polarized probe is absorbed about twice as less, as expected from the square of the Clebsch-Gordan coefficients for the relevant optical transitions. For experiments reported in Sec. III C, a photodiode monitoring the MOT fluorescence is also used.

### III. MAGNETO-OPTICAL TRAPPING OF SODIUM ATOMS USING LIGHT-INDUCED DESORPTION

#### A. Loading the magneto-optical trap

We first characterize the loading dynamics of the MOT as a function of illumination. We model the loading dynamics by the equation

$$\dot{N} = R - \frac{N}{\tau_{\text{MOT}}}. \quad (1)$$

Here,  $N(t)$  is the number of atoms in the MOT at time  $t$ ,  $R$  is the MOT loading rate, and the term  $N/\tau_{\text{MOT}}$  accounts for losses due to the collisions with the background gas<sup>3</sup>. We assume that  $R$  is proportional to the partial pressure of Na in the chamber  $P_{\text{Na}}$ , while  $\tau_{\text{MOT}}^{-1}$  is proportional to the sum of  $P_{\text{Na}}$  and of the residual pressure of each contaminant  $i$  present in the vacuum chamber weighted by the relevant collision cross sections  $\sigma_{\text{Na}-i}$ . We thus write

$$R \approx aP_{\text{Na}}, \quad \frac{1}{\tau_{\text{MOT}}} \approx bP_{\text{Na}} + \frac{1}{\tau_0}. \quad (2)$$

We take  $a$ ,  $b$ , and  $\tau_0$  independent of  $N$  and of the illumination, which is a simplifying assumption but describes our data well. Equation (1) then leads to an exponential loading with  $1/e$  time constant  $\tau_{\text{MOT}}$  toward a steady-state atom number

$$N_{\text{st}} = R\tau_{\text{MOT}} \approx \frac{aP_{\text{Na}}}{bP_{\text{Na}} + \frac{1}{\tau_0}}. \quad (3)$$

A typical loading is shown in Fig. 1(a) (first 12 s), with  $N_{\text{st}} = 2.1 \times 10^7$  atoms,  $\tau_{\text{MOT}} = 6.5 \pm 0.5$  s and  $R = 3 \times 10^6$  s<sup>-1</sup>.

A first assessment of the efficiency of the loading of the MOT from LIAD can be achieved by recording the parameters of the MOT as a function of the LED’s current. These measurements are reported in Fig. (3). The loading rate  $R$

<sup>3</sup>We also tried to model the influence of light-assisted inelastic collisions on MOT loading by adding a term  $-\beta N^2$  to the loading equation [14]. A fit to the data consistently returned  $\beta = 0$  for all loading curves we examined, so we neglect this term in our analysis.



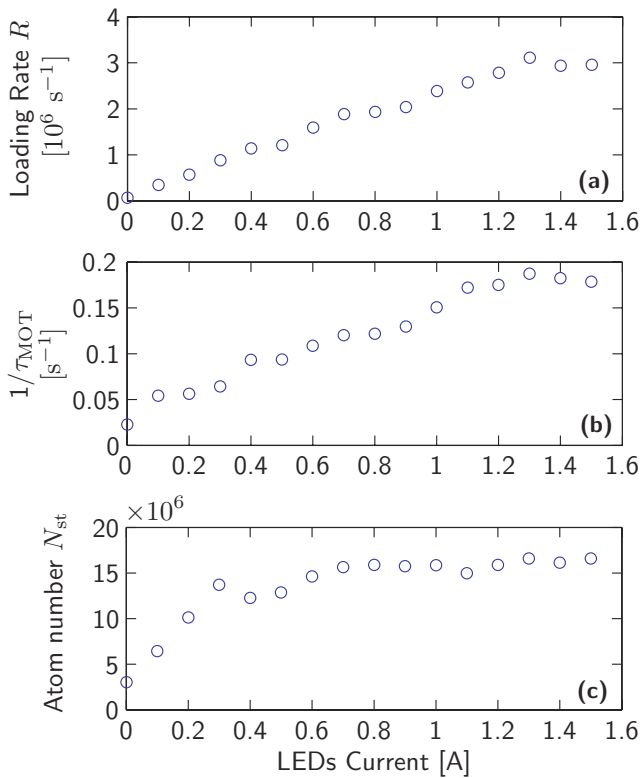


FIG. 3. (Color online) (a): Loading rate  $R$  of the MOT; (b): Inverse of the loading time constant  $1/\tau_{\text{MOT}}$ ; (c): Steady-state atom number  $N_{\text{st}}$  for various LED currents. Statistical error bars are smaller than the dots and not shown.

[Fig. 3(a)] is an increasing function of the currents in the LED's, showing a growing pressure of Na in the chamber. We also observe a decrease of the loading times [Fig. 3(b)] and an increase of the steady-state atom numbers [Fig. 3(c)] when the LED's current increases.

Equation (3) implies that when the loading time is dominated by the Na partial pressure, the steady-state atom number becomes independent of  $P_{\text{Na}}$  and therefore of the current in the LED's. This is what we observe in Fig. 3(c) for the highest LED currents. We find  $R = 3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  when the current in the LED's is maximal. When the LED's are off, the loading rate drops to  $R = 8 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ . This means that the pressure of Na with the light switched on is increased by a factor  $\eta = 40$  with respect the background pressure. This factor can be recovered with a relatively good approximation from the value of the MOT lifetime, as we show now. Note first that obtaining an absolute calibration of the pressure is by no means easy in our system, which does not include a UHV gauge. When LIAD is off, we expect that  $P_{\text{Na}}^{\text{off}}$  is comparable to the saturated vapor pressure at room temperature  $P_{\text{Na}}^{\text{sat}} = 2 \times 10^{-11} \text{ mbar}$ , with a coefficient that depends on the details of the coverage of the surfaces under vacuum with Na atoms. In the presence of LIAD, we can infer the value of the pressure from the loading time of the MOT  $\tau_{\text{MOT}}$  by using the relation  $\tau_{\text{MOT}}^{-1} \simeq n\sigma v$ , where  $n$  is the Na density in the background vapor,  $\sigma$  is the collision cross section between a trapped atom and an atom from the vapor, and  $v \simeq (k_{\text{B}}T/m)^{1/2}$  is the average thermal

velocity (with  $T$  the room temperature and  $m$  the mass of an atom). We assume a typical value  $\sigma = 10^{-12} \text{ cm}^2$  [34], neglecting its energy dependence. The value  $\tau_{\text{MOT}} = 5 \text{ s}$  obtained in the presence of LIAD at full power corresponds to a pressure  $P_{\text{Na}}^{\text{on}} \simeq 10P_{\text{Na}}^{\text{sat}}$ . Given the crude assumptions behind our estimate and the fact that the velocity of atoms desorbed by LIAD is not fully thermal [18], this result is in reasonable agreement with  $\eta = 40$ . A final consistency check amounts to calculating the loading rate expected in our MOT from a vapor in equilibrium at room temperature ( $T = 295 \text{ K}$ ). We use the result  $R = 0.5(P_{\text{Na}}^{\text{on}}/k_{\text{B}}T)V^{2/3}v_{\text{cap}}^4(m/2k_{\text{B}}T)^{3/2}$  from Ref. [13], where  $V \simeq 1 \text{ cm}^3$  is the MOT volume and  $v_{\text{cap}}$  the capture velocity. From a one-dimensional semiclassical analysis for our MOT parameters, we deduce  $v_{\text{cap}} \simeq 35 \text{ m s}^{-1}$ , which leads finally to  $R = 4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ , in good agreement with the experimental finding. This suggests that the velocity distribution is almost thermal (i.e., the vapor released via LIAD quickly equilibrates with the walls of the chamber).

### B. Lifetime in the dipole trap

Results from the previous section demonstrate that LIAD is an efficient way to increase the partial pressure of Na in the vacuum chamber. Moreover, LIAD has the important property that it can be controlled on a short time scale. This is a crucial feature for BEC experiments in which evaporation takes place in the same chamber as the MOT. In this case it is mandatory that the increased pressure during MOT loading be transient and that the background pressure be recovered fast enough to preserve the lifetime of the atoms in the ODT. We infer this lifetime by plotting the number of atoms  $N$  in the trap as a function of time [see Fig. 1(b)]. After a fast initial decay for the first 200 ms, reflecting free evaporation from the ODT [44], we find that  $N$  decreases over a much longer time scale. A fit of the decay of  $N$  for  $t > 200 \text{ ms}$  by an exponential function  $\exp(-t/\tau_{\text{ODT}})$  gives  $\tau_{\text{ODT}} = 10.7 \pm 1 \text{ s}$ .

The apparent discrepancy between the lifetime in the ODT ( $\sim 11 \text{ s}$ ) and the lifetime in the MOT ( $\sim 27 \text{ s}$ ) can be better understood by analyzing the loss mechanisms in the ODT. We performed numerical simulations of the evaporation in the ODT. The simulations simplify the trap geometry to a truncated harmonic trap, but account for one-body and three-body collisions [45], which are significant due to the high density in the trap ( $\sim 10^{14} \text{ at cm}^{-3}$ ). The rate for these collisions  $L_{3\text{B}} = 2 \times 10^{-30} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$  was measured in Ref. [38] for the  $F = 1, m_{\text{F}} = -1$  state and we use this value for all Zeeman states. We derive from these simulations a value for the one-body lifetime due to background collisions  $\tau_{1\text{B}} = 17 \pm 3 \text{ s}$ . The corresponding result for the atom decay is shown by the solid (black) line in Fig. 1(b). This shows that three-body collisions play a significant role in the ODT so that the effective decay time  $\tau_{\text{ODT}}$  is systematically shorter than the one-body decay time  $\tau_{1\text{B}}$  and is essentially limited by these collisions. We use for simplicity the fitted  $\tau_{\text{ODT}}$  to analyze the data in the following. The dependence of the lifetime on the background pressure is not qualitatively changed, while this parameter is easier to fit and is model independent. We attribute the residual discrepancy between  $\tau_{1\text{B}}$  and  $\tau_{\text{MOT}}$  to the largely different depths of the ODT and the MOT, which

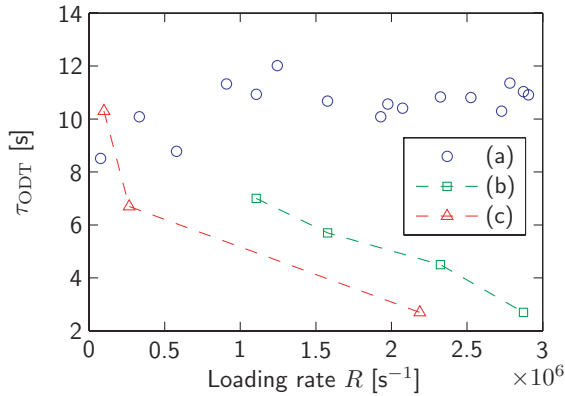


FIG. 4. (Color online) MOT loading rate  $R$  plotted against  $1/\tau_{\text{ODT}}$ , where  $\tau_{\text{ODT}}$  is the lifetime in the dipole trap, for experimental situations (a): LIAD on for MOT loading, off for dipole trapping; (b): LIAD on for both; (c): no LIAD, dispensers on for both. Case (a) corresponds to a dipole trap lifetime independent of the MOT loading rate, whereas they are inversely related in cases (b) and (c).

makes collisions more likely to eject atoms from the former than from the latter.

To determine the effect of LIAD loading on the ODT, we perform lifetime measurements in the ODT for three different cases. In the first case (a), our standard sequence, the LED's are turned on during the loading of the MOT and then turned off when the atoms are loaded in the ODT. In the second case (b), the MOT is loaded just as in the first sequence, but the LED's remain on while the atoms are kept in the ODT, keeping the pressure at the same level as in the MOT loading phase. In the third case (c), LIAD is not used and the pressure of Na is increased using the Na dispensers continuously, during both MOT and ODT phases. The different cases are compared by looking at  $\tau_{\text{ODT}}$  plotted against  $R$  in Fig. (4). In case (a),  $\tau_{\text{ODT}}$  is independent of  $R$ , implying that one can load the MOT at high loading rates without deteriorating the lifetime in the ODT. In cases (b) and (c), the behavior is qualitatively different:  $\tau_{\text{ODT}}$  decreases when the pressure increases and a higher loading rate corresponds to a lower lifetime in the ODT. One can also notice that, for a given MOT loading rate,  $\tau_{\text{ODT}}$  is significantly larger using LIAD than using the dispensers. A probable explanation is that the dispensers are releasing other compounds than Na in the UHV chamber when heated, while LIAD is more selective and does not modify the partial pressures of other bodies in a significant way.

### C. Time evolution of pressure

The results presented so far show that the Na partial pressure rapidly drops back to its background level when the LED's are turned off. This process appears to be fast enough so that the lifetime in the ODT is not diminished. To confirm this result and determine the time scale of the decrease in pressure, we perform two measurements on the loading of the MOT. First, the MOT is loaded with LIAD for the first 12 s, then the LED's are turned off and the decay of the number of atoms in the MOT is recorded [see Fig. 1(a)]. By fitting the loading and decay phases by two exponentials, we find  $1/e$  time constants  $\tau_{\text{ON}} = 6.5 \pm 0.5$  s and  $\tau_{\text{OFF}} = 27 \pm 1.5$  s with and without LIAD,

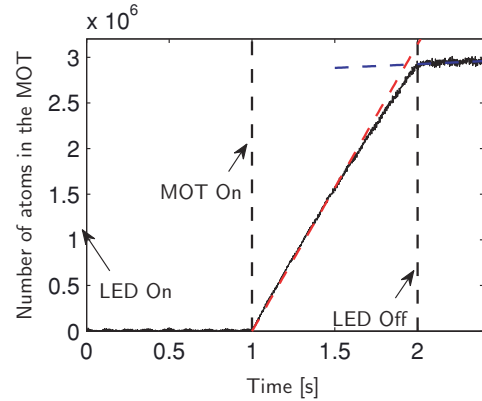


FIG. 5. (Color online) Evolution of the loading of the MOT after extinction of the LED's: the MOT is loaded for 1 s then the LED's are turned off. The loading rate shown as a red (blue) dashed line is  $3 \times 10^6$  s $^{-1}$  ( $8 \times 10^4$  s $^{-1}$ ) when the LED's are on (off).

respectively. Given that  $\tau_{\text{OFF}}$  is compatible with the loading time of a MOT without LIAD shown in Fig. (3), it appears that the pressure goes back to the background value on a time scale, which is small compared to  $\tau_{\text{ON}}$ . To characterize more accurately how fast this process goes, a second measurement is performed on a shorter time scale, using fluorescence light emitted from the atoms of the MOT to measure the small number of atoms at the very beginning of the loading. We first load the MOT using LIAD for 1 s, then turn off the LED's keeping the MOT light on. We observe on Fig. (5) a sudden change in slope, with a loading rate going from  $3 \times 10^6$  s $^{-1}$  to  $8 \times 10^4$  s $^{-1}$  [i.e., we recover the same factor  $\eta \sim 40$  as previously found see Fig. 3(a)]. This change happens with a characteristic time shorter than 100 ms, an upper bound limited by the sensitivity of the fluorescence measurement.

## IV. DISCUSSION

A figure of merit to evaluate the performance of LIAD for preparation of ultracold gases is how low the background pressure in the region of the MOT drops once the desorbing light is turned off. This depends *a priori* not only on the physics of LIAD, but also on technical details such as the effective pumping speed. The different experimental results available in the literature for UHV systems are summarized in Table II. The large variations of the reported loading rates can be easily explained with the different parameters of the MOT, in particular with the beam size, which impacts the capture velocity. The data about the MOT lifetime depend mainly on the atomic species and on the pressure in the vacuum chamber. The decay of the pressure after turning off the desorbing light reported in this work is among the fastest reported in the literature, while the lifetime of the MOT after this extinction is among the longest. Such a slow MOT decay is reported also in Refs. [27,46], which are unsurprisingly two other cases in which evaporation takes place in the same spatial region as the one where the MOT is loaded. We find a pressure decay time that is much faster than the other time scales of our experiment, comparable to Refs. [46,47]. Our observations are compatible with the scenario where almost all Na atoms stick to the surfaces of the vacuum system after a few bounces when

TABLE II. Summary of available data on LIAD for the preparation of a MOT (including this work). Reported data are best figures in terms of atomic flux. MOT lifetime is measured after switching off the desorbing light. Pressure decay time is defined as the time required for the pressure to drop at one tenth of its value during the loading of the MOT. The column labeled “Conservative trap” indicates the type of confinement used after the MOT phase. When the trap is realized in the same location as the MOT, we indicate the decay-time constant due to collisions with the background gas. SS is Stainless Steel, PDMS is polydimethylsiloxane.

Atomic species	Desorbing surface	MOT loading rate	MOT lifetime	Pressure decay	Conservative trap	Reference
<sup>23</sup> Na	TiO <sub>2</sub> + SiO <sub>2</sub>	$3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$	27 s	<100 ms	dipole, >11 s	this work
<sup>87</sup> Rb	Pyrex	$\sim 10^6 \text{ s}^{-1}$	$\sim 5 \text{ s}$		microchip, >4 s	[17]
<sup>87</sup> Rb	SS	$8 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$		$\sim 100 \text{ s}$	none	[19]
<sup>87</sup> Rb	PDMS	$2.0 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$\sim 10 \text{ s}$		none	[26]
<sup>87</sup> Rb	quartz + Pyrex	$\sim 10^6 \text{ s}^{-1}$	$\sim 30 \text{ s}$	$\ll 30 \text{ s}$	microchip, >5 s	[27]
<sup>87</sup> Rb	Vycor	$1.2 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$\sim 3 \text{ s}$	$\sim 2 \text{ s}$	magnetic	[30]
<sup>40</sup> K	Vycor	$8 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$	$\sim 1 \text{ s}$		magnetic	[30]
<sup>87</sup> Rb	Pyrex	$3 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$\sim 24 \text{ s}$	$\sim 100 \text{ ms}$	microchip, >9 s	[46]
<sup>40</sup> K	Pyrex	$\sim 10^5 \text{ s}^{-1}$			microchip, >9 s	[46]
<sup>23</sup> Na	Pyrex	$4.5 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$	10 s		none	[37]
<sup>133</sup> Cs	Quartz	$4 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$	9.2 s	70 ms	none	[47]

LIAD is turned off. In the opposite limit where the equilibrium pressure remains large for a long time (longer than 1 s), the lifetime is limited by the capacity of the pumping system to restore a low background pressure. This may explain the large variations observed in different experiments.

## V. CONCLUSION

In conclusion, we demonstrate an efficient route to Bose-Einstein condensation of Na in a compact single-chamber setup, with no source of magnetic fields except for the transitory gradient used for the MOT. The MOT is loaded by LIAD, with a steady-state number of atoms of about  $2 \times 10^7$ . Its lifetime remains in the order of 30 s, enough to produce a BEC, thanks to the rapid decrease of the partial pressure of Na when the desorbing light is switched off.

The experimental setup described in this work is aimed at rapidly producing small BEC's in a single-chamber vacuum system. However, relaxing some of the technical constraints imposed on the design of our apparatus may allow the use of this technique for producing larger BEC's and degenerate Fermi gases via sympathetic cooling. Since we use only 20% of the available power of our solid-state laser, one can double the size of the MOT beams keeping the intensity constant and expect at least an improvement of a factor of 4 in the number of atoms in the MOT<sup>4</sup>. Another very significant gain can be

obtained by upgrading the ODT. Since the density in our ODT is limited by inelastic collisions, increasing the trap frequency will probably not be the best option. Enlarging the size of the ODT beams, while keeping the confinement constant will probably be a better route to larger BEC's by allowing to capture a higher fraction of atoms from the MOT. This can be done by using more powerful fiber lasers than the one we use, which are commercially available. With these technical improvements the experimental techniques reported in this work can allow the production of degenerate Fermi gases with atom numbers comparable to what has already been obtained on atom chips [28].

## ACKNOWLEDGMENTS

We wish to thank the members of the “Bose-Einstein condensates” and “Fermi gases” groups at LKB, as well as J. Reichel and J. H. Thywissen for helpful discussions, and W. L. Kruithof for experimental assistance. L.D.S. acknowledges financial support from the seventh framework program of the EU, Grant No. 236240. D.J. acknowledges financial support by DGA, Contract No. 2008/450. This work was supported by ANR (“Gascor” project), IFRAF, by the European Union (MIDAS STREP project), and DARPA (OLE project). Laboratoire Kastler Brossel is a *Unité mixte de recherche* (UMR n° 8552) of CNRS, ENS, and UPMC.

- [1] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).  
 [2] E. Streed, A. Chikkatur, T. Gustavson, M. Boyd, Y. Torii, D. Schneble, G. Campbell, D. Pritchard, and W. Ketterle, *Rev. Sci. Instrum.* **77**, 023106 (2006).

- [3] K. M. R. van der Stam, E. D. van Ooijen, R. Meppelink, J. M. Vogels, and P. van der Straten, *Rev. Sci. Instrum.* **78**, 013102 (2007).  
 [4] Z. Hadzibabic, S. Gupta, C. A. Stan, C. H. Schunck, M. W. Zwierlein, K. Dieckmann, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 160401 (2003).  
 [5] T. Ohmi and K. Machida, *J. Phys. Soc. Jpn.* **67**, 1822 (1998).  
 [6] W. Ketterle, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1131 (2002).  
 [7] C. K. Law, H. Pu, and N. P. Bigelow, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5257 (1998).

<sup>4</sup>In the present apparatus, the beam size is limited by the aperture of the viewports.



- [8] T. L. Ho and S. K. Yip, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4031 (2000).
- [9] Y. Castin and C. Herzog, *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. 4* **2**, 419 (2001).
- [10] S. Ashhab and A. J. Leggett, *Phys. Rev. A* **65**, 023604 (2002).
- [11] W. D. Phillips and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596 (1982).
- [12] T. E. Barrett, S. W. Dapore-Schwartz, M. D. Ray, and G. P. Lafyatis, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3483 (1991).
- [13] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
- [14] M. Prentiss, A. Cable, J. E. Bjorkholm, S. Chu, E. L. Raab, and D. E. Pritchard, *Opt. Lett.* **13**, 452 (1988).
- [15] J. Fortagh, A. Grossmann, T. W. Hänsch, and C. Zimmermann, *J. Appl. Phys.* **84**, 6499 (1998).
- [16] H. Ott, J. Fortagh, G. Schlotterbeck, A. Grossmann, and C. Zimmermann, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 230401 (2001).
- [17] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, and J. Reichel, *Nature (London)* **413**, 498 (2001).
- [18] A. Gozzini, F. Mango, J. H. Xu, G. Alzetta, F. Maccarrone, and R. A. Bernheim, *Nuovo Cimento* **15**, 709 (1993).
- [19] B. P. Anderson and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **63**, 023404 (2001).
- [20] M. Meucci, E. Mariotti, P. Bicchi, C. Marinelli, and L. Moi, *Europhys. Lett.* **25**, 639 (1994).
- [21] J. H. Xu, A. Gozzini, F. Mango, and G. Alzetta, and R. A. Bernheim, *Phys. Rev. A* **54**, 3146 (1996).
- [22] S. N. Atutov, V. Biancalana, P. Bicchi, C. Marinelli, E. Mariotti, M. Meucci, A. Nagel, K. A. Nasrov, S. Rachini, and L. Moi, *Phys. Rev. A* **60**, 4693 (1999).
- [23] E. B. Alexandrov, M. V. Balabas, D. Budker, D. English, D. F. Kimball, C. H. Li, and V. V. Yashchuk, *Phys. Rev. A* **66**, 042903 (2002).
- [24] T. Karaulanov, M. T. Graf, D. English, S. M. Rochester, Y. J. Rosen, K. Tsigutkin, D. Budker, E. B. Alexandrov, M. V. Balabas, D. F. Jackson Kimball, F. A. Narducci, S. Pustelny, and V. V. Yashchuk, *Phys. Rev. A* **79**, 012902 (2009).
- [25] A. Bogi, C. Marinelli, A. Burchianti, E. Mariotti, L. Moi, S. Gozzini, L. Marmugi, and A. Lucchesini, *Opt. Lett.* **34**, 2643 (2009).
- [26] S. N. Atutov, R. Calabrese, V. Guidi, B. Mai, A. G. Rudavets, E. Scansani, L. Tomassetti, V. Biancalana, A. Burchianti, C. Marinelli, E. Mariotti, L. Moi, and S. Veronesi, *Phys. Rev. A* **67**, 053401 (2003).
- [27] S. Du, M. B. Squires, Y. Imai, L. Czaia, R. A. Saravanan, V. Bright, J. Reichel, T. W. Hänsch, and D. Z. Anderson, *Phys. Rev. A* **70**, 053606 (2004).
- [28] S. Aubin, M. Extavour, S. Myrskog, L. LeBlanc, J. Estève, S. Singh, P. Scrutton, D. McKay, R. McKenzie, I. Leroux, A. Stummer, and J. Thywissen, *J. Low Temp. Phys.* **140**, 377 (2005).
- [29] S. Aubin, S. Myrskog, M. H. T. Extavour, L. J. LeBlanc, D. McKay, A. Stummer, and J. H. Thywissen, *Nat. Phys.* **2**, 384 (2006).
- [30] C. Klempt, T. van Zoest, T. Henninger, O. Topic, E. Rasel, W. Ertmer, and J. Arlt, *Phys. Rev. A* **73**, 013410 (2006).
- [31] L. V. Hau, B. D. Busch, C. Liu, Z. Dutton, M. M. Burns, and J. A. Golovchenko, *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998).
- [32] D. S. Naik and C. Raman, *Phys. Rev. A* **71**, 033617 (2005).
- [33] R. Dumke, M. Johanning, E. Gomez, J. D. Weinstein, K. M. Jones, and P. D. Lett, *New J. Phys.* **8**, 64 (2006).
- [34] A. Cable, M. Prentiss, and N. P. Bigelow, *Opt. Lett.* **15**, 507 (1990).
- [35] D. Milori, M. T. de Araujo, I. Guedes, S. C. Zilio, and V. S. Bagnato, *Braz. J. Phys.* **27**, 80 (1997).
- [36] R. Muhammad, J. Ramirez-Serrano, K. Magalhães, R. Paivaa, R. Shiozaki, J. Weiner, and V. Bagnato, *Opt. Commun.* **281**, 4926 (2008).
- [37] G. Telles, T. Ishikawa, M. Gibbs, and C. Raman, e-print arXiv:0911.0957.
- [38] A. Görlitz, T. L. Gustavson, A. E. Leanhardt, R. Löw, A. P. Chikkatur, S. Gupta, S. Inouye, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 090401 (2003).
- [39] E. Mimoun, L. De Sarlo, J.-J. Zondy, J. Dalibard, and F. Gerbier, *Opt. Express* **16**, 18684 (2008).
- [40] E. Mimoun, L. De Sarlo, J.-J. Zondy, J. Dalibard, and F. Gerbier, *Appl. Phys. B* (to be published), doi:10.1007/s00340-009-3844-x, e-print arXiv:0908.0279.
- [41] S. J. M. Kuppens, K. L. Corwin, K. W. Miller, T. E. Chupp, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. A* **62**, 013406 (2000).
- [42] M. S. Chang, C. D. Hamley, M. D. Barrett, J. A. Sauer, K. M. Fortier, W. Zhang, L. You, and M. S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 140403 (2004).
- [43] K. M. O'Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas, *Phys. Rev. A* **64**, 051403(R) (2001).
- [44] M. D. Barrett, J. A. Sauer, and M. S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 010404 (2001).
- [45] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [46] M. H. T. Extavour, L. J. LeBlanc, T. Schumm, B. Cieslak, S. Myrskog, A. Stummer, S. Aubin, and J. H. Thywissen, in *At. Phys. 20*, in *Proceedings of the XX International Conference on Atomic Physics* (Springer, New York, 2006).
- [47] P. Zhang, G. Li, Y. C. Zhang, Y. Guo, J. Wang, and T. Zhang, *Phys. Rev. A* **80**, 053420 (2009).

# Bibliographie

- [1] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN and E. A. CORNELL, "Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor", *Science* **269** 198 (1995).
- [2] K. B. DAVIS, M. O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. STAMPER-KURN and W. KETTERLE, "Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **75** 3969 (1995).
- [3] E. A. CORNELL and C. E. WIEMAN, "Nobel Lecture : Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments", *Rev. Mod. Phys.* **74** 875 (2002).
- [4] W. KETTERLE, "Nobel Lecture : When atoms behave as waves : Bose-Einstein condensation and the atom laser", *Rev. of Mod. Phys.* **74** 1131 (2002).
- [5] S. CHU, "Nobel Lecture : The manipulation of neutral particles", *Rev. Mod. Phys.* **70** 685 (1998).
- [6] C. N. COHEN-TANNOUJJI, "Nobel Lecture : Manipulating atoms with photons", *Rev. Mod. Phys.* **70** 707 (1998).
- [7] W. D. PHILLIPS, "Nobel Lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms", *Rev. Mod. Phys.* **70** 721 (1998).
- [8] M. R. ANDREWS, C. G. TOWNSEND, H.-J. MIESNER, D. S. DURFEE, D. M. KURN and W. KETTERLE, "Observation of interference between two Bose-Einstein condensates", *Science* **275** 637 (1997).
- [9] K. W. MADISON, F. CHEVY, W. WOHLLEBEN and J. DALIBARD, "Vortex formation in a stirred Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **84** 806 (2000).
- [10] M. R. MATTHEWS, B. P. ANDERSON, P. C. HALJAN, D. S. HALL, C. E. WIEMAN and E. A. CORNELL, "Vortices in a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **83** 2498 (1999).
- [11] J. R. ABO-SHAER, C. RAMAN, J. VOGELS and W. KETTERLE, "Observation of vortex lattices in Bose-Einstein condensates", *Science* **292** 476 (2001).
- [12] S. L. CORNISH, N. R. CLAUSSEN, J. L. ROBERTS, E. A. CORNELL and C. E. WIEMAN, "Stable  $^{85}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensates with widely tunable interactions", *Phys. Rev. Lett.* **85** 1795 (2000).
- [13] K. M. O'HARA, S. L. HEMMER, M. E. GEHM, S. R. GRANADE and J. E. THOMAS, "Observation of a strongly interacting degenerate Fermi gas of atoms", *Science* **298** 2179 (2002).
- [14] T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES, L. KHAYKOVICH, K. M. F. MAGALHÃES, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, G. V. SHLYAPNIKOV and C. SALOMON, "Measurement of the interaction energy near a Feshbach resonance in a  $^6\text{Li}$  Fermi gas", *Phys. Rev. Lett.* **91** 020402 (2003).

- [15] S. JOCHIM, M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, G. HENDL, S. RIEDL, C. CHIN, J. HECKER DEN-SCHLAG and R. GRIMM, "Bose-Einstein condensation of molecules", *Science* **302** 2101 (2003).
- [16] M. GREINER, C. A. REGAL and D. S. JIN, "Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas", *Nature* **426** 537 (2003).
- [17] J. CUBIZOLLES, T. BOURDEL, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, G. V. SHLYAPNIKOV and C. SALOMON, "Production of long-lived ultracold  $\text{Li}_2$  molecules from a Fermi gas", *Phys. Rev. Lett.* **91** 240401 (2003).
- [18] M. W. ZWIERLEIN, C. A. STAN, C. H. SCHUNCK, S. M. F. RAUPACH, S. GUPTA, Z. HADZIBABIC and W. KETTERLE, "Observation of Bose-Einstein condensation of molecules", *Phys. Rev. Lett.* **91** 250401 (2003).
- [19] M. GREINER, I. BLOCH, O. MANDEL, T. W. HÄNSCH and T. ESSLINGER, "Exploring phase coherence in a 2D lattice of Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. Lett.* **87** 160405 (2001).
- [20] T. STÖFERLE, H. MORITZ, C. SCHORI, M. KÖHL and T. ESSLINGER, "Transition from a strongly interacting 1D superfluid to a Mott insulator", *Phys. Rev. Lett.* **92** 130403 (2004).
- [21] I. B. SPIELMAN, W. D. PHILLIPS and J. V. PORTO, "Mott-insulator transition in a two-dimensional atomic Bose gas", *Phys. Rev. Lett.* **98** 080404 (2007).
- [22] Z. HADZIBABIC, P. KRUGER, M. CHENEAU, B. BATTELIER and J. DALIBARD, "Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas", *Nature* **441** 1118 (2006).
- [23] B. PAREDES, A. WIDERA, V. MURG, O. MANDEL, S. FÖLLING, I. CIRAC, G. V. SHLYAPNIKOV, T. W. HÄNSCH and I. BLOCH, "Tonks-Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice", *Nature* **429** 277 (2004).
- [24] T. KINOSHITA, T. R. WENGER and D. S. WEISS, "Observation of a one-dimensional Tonks-Girardeau gas", *Science* **305** 1125 (2004).
- [25] F. GERBIER, S. FÖLLING, A. WIDERA, O. MANDEL and I. BLOCH, "Probing number squeezing of ultracold atoms across the superfluid-mott insulator transition", *Phys. Rev. Lett.* **96** 090401 (2006).
- [26] M.-S. CHANG, C. D. HAMLEY, M. D. BARRETT, J. A. SAUER, K. M. FORTIER, W. ZHANG, L. YOU and M. S. CHAPMAN, "Observation of spinor dynamics in optically trapped  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. Lett.* **92** 140403 (2004).
- [27] C. K. LAW, H. PU and N. P. BIGELOW, "Quantum spin mixing in spinor Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. Lett.* **81** 5257 (1998).
- [28] M.-S. CHANG, Q. QIN, W. ZHANG, L. YOU and M. S. CHAPMAN, "Coherent spinor dynamics in a spin-1 Bose condensate", *Nature Physics* **1** 111 (2005).
- [29] J. KRONJÄGER, C. BECKER, M. BRINKMANN, R. WALSER, P. NAVEZ, K. BONGS and K. SENGSTOCK, "Evolution of a spinor condensate : Coherent dynamics, dephasing, and revivals", *Phys. Rev. A* **72** 063619 (2005).
- [30] A. WIDERA, F. GERBIER, S. FÖLLING, O. MANDEL, T. GERICKE and I. BLOCH, "Coherent collisionally driven spin oscillations in an optical lattice", *Phys. Rev. Lett.* **95** 190405 (2005).
- [31] J. ESTEVE, C. GROSS, A. WELLER, S. GIOVANAZZI and M. K. OBERTHALER, "Squeezing and entanglement in a bose-einstein condensate", *Nature* **455** 1216 (2008).
- [32] K. MAUSSANG, G. E. MARTI, T. SCHNEIDER, P. TREUTLEIN, Y. LI, A. SINATRA, R. LONG, J. ESTÈVE and J. REICHEL, "Enhanced and reduced atom number fluctuations in a BEC splitter", *Phys. Rev. Lett.* **105** 080403 (2010).

- [33] C. GROSS, T. ZIBOLD, E. NICKLAS, J. ESTEVE and M. K. OBERTHALER, “Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit”, *Nature* **464** 1165 (2010).
- [34] M. J. HOLLAND and K. BURNETT, “Interferometric detection of optical phase shifts at the heisenberg limit”, *Phys. Rev. Lett.* **71** 1355 (1993).
- [35] P. BOUYER and M. A. KASEVICH, “Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose-Einstein gases”, *Phys. Rev. A* **56** R1083 (1997).
- [36] D. J. WINELAND, J. J. BOLLINGER, W. M. ITANO and D. J. HEINZEN, “Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy”, *Phys. Rev. A* **52** 67 (1994).
- [37] G. SANTARELLI, P. LAURENT, P. LEMONDE, A. CLAIRON, A. G. MANN, S. CHANG, A. N. LUITEN and C. SALOMON, “Quantum projection noise in an atomic fountain : a high stability cesium frequency standard”, *Phys. Rev. Lett.* **82** 4619 (1999).
- [38] J. M. MCGUIRK, G. T. FOSTER, J. B. FIXLER, M. J. SNADDEN and M. A. KASEVICH, “Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry”, *Phys. Rev. A* **65** 033608 (2002).
- [39] M. LEWENSTEIN and L. YOU, “Quantum phase diffusion of a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **77** 3489 (1996).
- [40] E. M. WRIGHT, D. F. WALLS and J. C. GARRISON, “Collapses and revivals of Bose-Einstein condensates formed in small atomic samples”, *Phys. Rev. Lett.* **77** 2158 (1996).
- [41] Y. CASTIN and J. DALIBARD, “Relative phase of two Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **55** 4330 (1997).
- [42] J. JAVANAINEN and M. WILKENS, “Phase and phase diffusion of a split Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **78** 4675 (1997).
- [43] A. SORENSEN, L.-M. DUAN, J. I. CIRAC and P. ZOLLER, “Many-particle entanglement with Bose-Einstein condensates”, *Nature* **409** 63 (2001).
- [44] A. AUFFEVES, P. MAIOLI, S. GLEYZES, T. MEUNIER, G. NOGUES, M. BRUNE, J. RAIMOND and S. HAROCHE, “Entanglement of a mesoscopic field with an atom induced by photon graininess in a cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **91** 230405 (2003).
- [45] D. LEIBFRIED, E. KNILL *et al.*, “Creation of a six-atom “Schrodinger cat” state”, *Nature* **438** 639 (2005).
- [46] E. MIMOUN, L. DE SARLO, J.-J. ZONDY, J. DALIBARD and F. GERBIER, “Sum-frequency generation of 589 nm light with near-unit efficiency”, *Opt. Express* **16** 18684 (2008).
- [47] E. MIMOUN, L. DE SARLO, J.-J. ZONDY, J. DALIBARD and F. GERBIER, “Solid-state laser system for laser cooling of sodium”, *Appl. Phys. B* **99** 31 (2010).
- [48] E. MIMOUN, L. DE SARLO, D. JACOB, J. DALIBARD and F. GERBIER, “Fast production of ultracold sodium gases using light-induced desorption and optical trapping”, *Phys. Rev. A* **81** 023631 (2010).
- [49] C.-S. CHUU, F. SCHRECK, T. P. MEYRATH, J. L. HANSSSEN, G. N. PRICE and M. G. RAIZEN, “Direct observation of sub-poissonian number statistics in a degenerate bose gas”, *Phys. Rev. Lett.* **95** 260403 (2005).
- [50] A. M. DUDAREV, M. G. RAIZEN and Q. NIU, “Quantum many-body culling : Production of a definite number of ground-state atoms in a bose-einstein condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **98** 063001 (2007).
- [51] A. SINATRA and Y. CASTIN, “Phase dynamics of Bose-Einstein condensates : Losses versus revivals”, *Eur. Phys. J. D* **4** 247 (1998).

- [52] D. A. R. DALVIT, J. DZIARMAGA and W. H. ZUREK, “Decoherence in Bose-Einstein condensates : Towards bigger and better Schrödinger cats”, *Phys. Rev. A* **62** 013607 (2000).
- [53] L. P. PITAEVSKII and S. STRINGARI, *Bose-Einstein condensation*, Oxford University Press, New York, 2003.
- [54] M. ABRAMOWITZ and I. A. STEGUN, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Dover, New York, 1972.
- [55] F. DALFOVO, S. GIORGINI, L. P. PITAEVSKII and S. STRINGARI, “Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases”, *Rev. Mod. Phys.* **71** 463 (1999).
- [56] D. S. PETROV, G. V. SHLYAPNIKOV and J. T. M. WALRAVEN, “Regimes of quantum degeneracy in trapped 1D gases”, *Phys. Rev. Lett.* **85** 3745 (2000).
- [57] L. D. LANDAU and E. M. LIFSHITZ, *Quantum mechanics*, Butterworth-Heyneman Ltd., London, 1980.
- [58] E. H. LIEB, R. SEIRINGER and J. YNGVASON, “Bosons in a trap : A rigorous derivation of the Gross-Pitaevskii energy functional”, *Phys. Rev. A* **61** 043602 (2000).
- [59] W. KETTERLE, D. S. DURFEE and D. M. STAMPER-KURN, “Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates”, In M. INGUSCIO, S. STRINGARI and C. E. WIEMAN, eds., *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”*. IOS Press, Amsterdam, 1999.
- [60] R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER and Y. B. OVCHINNIKOV, “Optical dipole traps for neutral atoms”, *Adv. in Atom., Mol. and Opt. Phys.* **42** 95 (2000).
- [61] N. N. BOGOLIUBOV, “On the theory of superfluidity”, *J. Phys. (Moscow)* **11** 23 (1947).
- [62] Y. CASTIN, “Bose-Einstein condensates in atomic gases : Simple theoretical results”, In R. KAISER, C. WESTBROOK and F. DAVID, eds., *Coherent Atomic Matter Waves*, volume 72, 1. Springer-Verlag, Berlin / Heidelberg, 2001.
- [63] T. A. SAVARD, K. M. O’HARA and J. E. THOMAS, “Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps”, *Phys. Rev. A* **56** R1095 (1997).
- [64] T. P. MEYRATH, F. SCHRECK, J. L. HANSEN, C.-S. CHUU and M. G. RAIZEN, “Bose-Einstein condensation in a box”, *Phys. Rev. A* **71** 041604 (2005).
- [65] J. DALIBARD, “Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases”, In *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”*. 1998.
- [66] E. CORNELL, J. ENSHER and C. WIEMAN, “Experiments in dilute atomic Bose-Einstein condensation”, In *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”*. 1998.
- [67] A. GÖRLITZ, T. L. GUSTAVSON, A. E. LEANHARDT, R. LÖW, A. P. CHIKKATUR, S. GUPTA, S. INOUE, D. E. PRITCHARD and W. KETTERLE, “Sodium Bose-Einstein condensates in the  $F = 2$  state in a large-volume optical trap”, *Phys. Rev. Lett.* **90** 090401 (2003).
- [68] T. OHMI and T. MACHIDA, “Bose-Einstein condensation with internal degrees of freedom in alkali atom gases”, *J. Phys. Soc. Jpn* **67** 1822 (1998).
- [69] M. KOASHI and M. UEDA, “Exact eigenstates and magnetic response of spin-1 and spin-2 Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. Lett.* **84** 1066 (2000).
- [70] T.-L. HO, “Spinor Bose condensates in optical traps”, *Phys. Rev. Lett.* **81** 742 (1998).
- [71] B. YURKE and D. STOLER, “Generating quantum mechanical superpositions of macroscopically distinguishable states via amplitude dispersion”, *Phys. Rev. Lett.* **57** 13 (1986).
- [72] S. ASHHAB and A. J. LEGGETT, “Measurement theory and interference of spinor Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **65** 023604 (2002).

- [73] A. WIDERA, *Constructing Correlated Spin States with Neutral Atoms in Optical Lattices*, Ph.D. thesis, Johannes Gutenberg-Universität, Mainz (2008).
- [74] J. STENGER, S. INOUE, D. M. STAMPER-KURN, H. J. MIESNER, A. P. CHIKKATUR and W. KETTERLE, "Spin domains in ground-state Bose-Einstein condensates", *Nature* **396** 345 (1998).
- [75] H.-J. MIESNER, D. M. STAMPER-KURN, J. STENGER, S. INOUE, A. P. CHIKKATUR and W. KETTERLE, "Observation of metastable states in spinor Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. Lett.* **82** 2228 (1999).
- [76] S. YI, O. E. MÜSTECAPLIOĞLU, C. P. SUN and L. YOU, "Single-mode approximation in a spinor-1 atomic condensate", *Phys. Rev. A* **66** 011601 (2002).
- [77] A. T. BLACK, E. GOMEZ, L. D. TURNER, S. JUNG and P. D. LETT, "Spinor dynamics in an antiferromagnetic spin-1 condensate", *Phys. Rev. Lett.* **99** 070403 (2007).
- [78] A. WIDERA, F. GERBIER, S. FÖLLING, T. GERICKE, O. MANDEL and I. BLOCH, "Precision measurement of spin-dependent interaction strengths for spin-1 and spin-2  $^{87}\text{Rb}$  atoms", *New Journal of Physics* **8** 152 (2006).
- [79] E. A. BURT, R. W. GHRIST, C. J. MYATT, M. J. HOLLAND, E. A. CORNELL and C. E. WIEMAN, "Coherence, correlations, and collisions : What one learns about Bose-Einstein condensates from their decay", *Phys. Rev. Lett.* **79** 337 (1997).
- [80] G. CENNINI, G. RITT, C. GECKELER and M. WEITZ, "All-optical realization of an atom laser", *Phys. Rev. Lett.* **91** 240408 (2003).
- [81] A. COUVERT, M. JEPPESEN, T. KAWALEC, G. REINAUDI, R. MATHEVET and D. GUÉRY-ODELIN, "A quasi-monomode guided atom laser from an all-optical Bose-Einstein condensate", *EPL (Europhysics Letters)* **83** 50001 (2008).
- [82] I. I. RABI, S. MILLMAN, P. KUSCH and J. R. ZACHARIAS, "The molecular beam resonance method for measuring nuclear magnetic moments. the magnetic moments of  $^6_3\text{Li}$ ,  $^7_3\text{Li}$  and  $^{19}_9\text{F}$ ", *Phys. Rev.* **55** 526 (1939).
- [83] F. GERBIER, A. WIDERA, S. FÖLLING, O. MANDEL and I. BLOCH, "Resonant control of spin dynamics in ultracold quantum gases by microwave dressing", *Phys. Rev. A* **73** 041602 (2006).
- [84] T. L. HO and S. YIP, "Fragmented and single condensate ground states of spin-1 Bose gas", *PRL* **84** 4031 (2000).
- [85] H. PU, C. K. LAW, S. RAGHAVAN, J. H. EBERLY and N. P. BIGELOW, "Spin-mixing dynamics of a spinor Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. A* **60** 1463 (1999).
- [86] C. ZENER, "Non-adiabatic crossing of energy levels", In *Proceedings of the Royal Society of London*, volume 137, 696–702. The Royal Society, London, 1932.
- [87] I. GOLDBIRSCH, "Phase operator and phase fluctuations of spins", *J. Phys. A* **13** 3479 (1980).
- [88] L. MANDEL and E. WOLF, *Optical coherence and quantum optics*, Cambridge University Press, Cambridge, MA, 1990.
- [89] S. M. BARNETT and D. T. PEGG, "Quantum theory of rotation angles", *Phys. Rev. A* **41** 3427 (1990).
- [90] N. F. RAMSEY, "A molecular beam resonance method with separated oscillating fields", *Phys. Rev.* **78** 695 (1950).

- [91] D. LEIBFRIED, M. D. BARRETT, T. SCHAETZ, J. BRITTON, J. CHIAVERINI, W. ITANO, J. JOST, C. LANGER and D. WINELAND, "Toward Heisenberg-limited spectroscopy with multiparticle entangled states", *Science* **304** 1476 (2004).
- [92] R. B. DIENER and T. L. HO, "Quantum spin dynamics of spin-1 Bose gas", arXiv :cond-mat/0608732v1 [cond-mat.other] (2006).
- [93] M. KITAGAWA and M. UEDA, "Squeezed spin states", *Phys. Rev. A* **47** 51138 (1993).
- [94] R. E. SLUSHER, L. W. HOLLBERG, B. YURKE, J. C. MERTZ and J. F. VALLEY, "Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity", *Phys. Rev. Lett.* **55** 2409 (1985).
- [95] L.-A. WU, H. J. KIMBLE, J. L. HALL and H. WU, "Generation of squeezed states by parametric down conversion", *Phys. Rev. Lett.* **57** 2520 (1986).
- [96] G. BREITENBACH, S. SCHILLER and J. MLYNEK, "Measurement of the quantum states of squeezed light", *Nature* **387** 471 (1997).
- [97] J. HALD, J. L. SØRENSEN, C. SCHORI and E. S. POLZIK, "Spin squeezed atoms : A macroscopic entangled ensemble created by light", *Phys. Rev. Lett.* **83** 1319 (1999).
- [98] M. GREINER, O. MANDEL, T. W. HÄNSCH and I. BLOCH, "Collapse and revival of the matter wave field of a Bose-Einstein condensate", *Nature* **419** 51 (2002).
- [99] M. BERRY, I. MARZOLI and W. SCHLEICH, "Quantum carpets, carpets of light", *Physics World* 39–46 (2001).
- [100] Z. ZHAO, T. YANG, Y.-A. CHEN, A.-N. ZHANG and J.-W. PAN, "Experimental realization of entanglement concentration and a quantum repeater", *Phys. Rev. Lett.* **90** 207901 (2003).
- [101] A. MICHELI, D. JAKSCH, J. I. CIRAC and P. ZOLLER, "Many-particle entanglement in two-component Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. A* **67** 013607 (2003).
- [102] D. A. STECK, "Sodium D line data", disponible en ligne <http://steck.us/alkalidata> (2009).
- [103] T. H. JEYS, A. A. BRAILOVE and A. MOORADIAN, "Sum frequency generation of sodium resonance radiation", *Appl. Opt.* **28** 2588 (1989).
- [104] H. MOOSMÜLLER and J. D. VANCE, "Sum-frequency generation of continuous-wave sodium  $d_2$  resonance radiation", *Opt. Lett.* **22** 1135 (1997).
- [105] J. D. VANCE, C. Y. SHE and H. MOOSMÜLLER, "Continuous-wave, all-solid-state, single-frequency 400-mw source at 589 nm based on doubly resonant sum-frequency mixing in a monolithic lithium niobate resonator", *Appl. Opt.* **37** 4891 (1998).
- [106] J. C. BIENFANG, C. A. DENMAN, B. W. GRIME, P. D. HILLMAN, G. T. MOORE and J. M. TELLE, "20 W of continuous-wave sodium  $D_2$  resonance radiation from sum-frequency generation with injection-locked lasers", *Opt. Lett.* **28** 2219 (2003).
- [107] J. JANOUSEK, S. JOHANSSON, P. TIDEMAND-LICHTENBERG, S. WANG, J. MORTENSEN, P. BUCHHAVE and F. LAURELL, "Efficient all solid-state continuous-wave yellow-orange light source", *Opt. Express* **13** 1188 (2005).
- [108] Y. FENG, S. HUANG, A. SHIRAKAWA and K.-I. UEDA, "589 nm light source based on raman fiber laser", *Jpn. J. Appl. Phys.* **43** L722 (2004).
- [109] R. MILDREN, M. CONVERY, H. PASK, J. PIPER and T. MCKAY, "Efficient, all-solid-state, raman laser in the yellow, orange and red", *Opt. Express* **12** 785 (2004).
- [110] D. GEORGIEV, V. P. GAPONTSEV, A. G. DRONOV, M. Y. VYATKIN, A. B. RULKOV, S. V. POPOV and J. R. TAYLOR, "Watts-level frequency doubling of a narrow line linearly polarized Raman fiber laser to 589 nm", *Opt. Express* **13** 6772 (2006).

- [111] S. SINHA, C. LANGROCK, M. J. DIGONNET, M. M. FEJER and R. L. BYER, "Efficient yellow-light generation by frequency doubling a narrow-linewidth 1150 nm ytterbium fiber oscillator", *Opt. Lett.* **31** 347 (2006).
- [112] R. Q. FUGATE, "Measurement of atmospheric wavefront distortion using scattering light from a laser guide-star", *Nature (London)* **353** 144 (1991).
- [113] G. CHARTIER, *Manuel d'optique*, Hermes, Paris, 1997.
- [114] G. D. BOYD and D. A. KLEINMAN, "Parametric interaction of focused gaussian light beams", *J. Appl. Phys.* **39** 3597 (1968).
- [115] A. E. SIEGMAN, *Lasers*, University Science Books, Mill Valley, CA, 1986.
- [116] L. E. MYERS, R. ECKARDT, M. M. FEJER, W. R. BOSENBERG and J. W. PIERCE, "Quasi-phase-matched optical parametric oscillators in bulk periodically poled LiNbO<sub>3</sub>", *J. Opt. Soc. Am. B* **12** 2102 (1995).
- [117] R. W. BOYD, *Nonlinear optics*, Academic Press, 2003.
- [118] K. FRADKIN, A. ARIE, A. SKLIAR and G. ROSENMAN, "Tunable midinfrared source by difference frequency generation in bulk periodically poled KTiOPO<sub>4</sub>", *Applied Physics Letters* **74** 914 (1999).
- [119] S. EMANUELI and A. ARIE, "Temperature-dependent dispersion equations for KTiOPO<sub>4</sub> and KTiOAsO<sub>4</sub>", *Applied Physics* **42** 6661 (2003).
- [120] A. ARIE, G. ROSENMAN, V. MAHAL, A. SKLIAR, M. ORON, M. KATZ and D. EGER, "Green and ultraviolet quasi-phase-matched second harmonic generation in bulk periodically-poled KTiOPO<sub>4</sub>", *Optics Communications* **142** 265 (1997).
- [121] S. V. POPOV, S. V. CHERNIKOV and J. R. TAYLOR, "6-W average power green light generation using seeded high power Ytterbium fibre amplifier and periodically poled KTP", *Optics Communications* **174** 231 (2000).
- [122] R. L. TARGAT, J.-J. ZONDY and P. LEMONDE, "75% efficiency blue generation from an intracavity PPKTP frequency doubler", *Optics Communication* **247** 471 (2005).
- [123] J.-J. ZONDY, D. TOUAHRI and O. ACEF, "Absolute value of the d<sub>36</sub> nonlinear coefficient of AgGaS<sub>2</sub> : prospect for a low-threshold doubly resonant oscillator-based 3 : 1 frequency divider", *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 2481 (1997).
- [124] Y. KANEDA and S. KUBOTA, "Theoretical treatment, simulation, and experiments of doubly resonant sum-frequency mixing in an external resonator", *Appl. Opt.* **36** 7766 (1997).
- [125] R. W. FOX, C. W. OATES and L. W. HOLLBERG, "Stabilizing diode lasers to high-finesse cavities", *Experimental Methods in the Physical Sciences* **40** (2001).
- [126] C. J. FOOT, *Atomic Physics*, Oxford University Press, USA, 2005.
- [127] P. JUNCAR, J. PINARD, J. HAMON and A. CHARTIER, "Absolute determination of the wavelengths of the sodium D<sub>1</sub> and D<sub>2</sub> lines by using a cw tunable dye laser stabilized on iodine", *Metrologia* **17** 77 (1981).
- [128] J. L. HALL, L. HOLLBERG, T. BAER and H. G. ROBINSON, "Optical heterodyne saturation spectroscopy", *Applied Physics Letters* **39** 680 (1981).
- [129] C. COHEN-TANNOUJJI, J. DUPONT-ROC and G. GRYNBERG, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, CNRS Editions, Paris, 1996.
- [130] F. TORABI-GOUDARZI and E. RIIS, "Efficient cw high-power frequency doubling in periodically poled KTP", *Optics Communications* **227** 389 (2003).



- [131] J. H. LUNDEMAN, O. B. JENSEN, P. E. ANDERSEN, S. ANDERSSON-ENGELS, B. SUMPFF, G. ERBERT and P. M. PETERSEN, "High power 404 nm source based on second harmonic generation in PPKTP of a tapered external feedback diode laser", *Opt. Express* **16** 2486 (2008).
- [132] T. NISHIKAWA, A. OZAWA, Y. NISHIDA, M. ASOBE, F.-L. HONG and T. W. HÄNSCH, "Efficient 494 mW sum-frequency generation of sodium resonance radiation at 589 nm by using a periodically poled Zn :LiNbO<sub>3</sub> ridge waveguide", *Opt. Express* **17** 17792 (2009).
- [133] Y. CASTIN and C. HERZOG, "Bose-Einstein condensates in symmetry breaking states", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* **2** 419 (2001).
- [134] A. GOZZINI, F. MANGO, J. H. XU, G. ALZETTA, F. MACCARRONE and R. A. BERNHEIM, "Light-induced ejection of alkali atoms in polysiloxane coated cells", *Nuovo Cimento* **15** 709 (1993).
- [135] B. P. ANDERSON and M. A. KASEVICH, "Loading a vapor-cell magneto-optic trap using light-induced atom desorption", *Phys. Rev. A* **63** 023404 (2001).
- [136] M. MEUCCI, E. MARIOTTI, P. BICCHI, C. MARINELLI and L. MOI, "Light-induced atom desorption", *Europhys. Lett.* **25** 639 (1994).
- [137] J. XU, A. GOZZINI, G. ALZETTA and R. BERNHEIM, "Photoatomic effect : Light-induced ejection of Na and Na<sub>2</sub> from polydimethylsiloxane surfaces", *Phys. Rev. A* **54** 3146 (1996).
- [138] S. N. ATUTOV, V. BIANCALANA, P. BICCHI, C. MARINELLI, E. MARIOTTI, M. MEUCCI, A. NAGEL, K. A. NASYROV, S. RACHINI and L. MOI, "Light-induced diffusion and desorption of alkali metals in a siloxane film : Theory and experiment", *Phys. Rev. A* **60** 4693 (1999).
- [139] E. B. ALEXANDROV, M. V. BALABAS, D. BUDKER, D. ENGLISH, D. F. KIMBALL, C. H. LI and V. V. YASHCHUK, "Light-induced desorption of alkali-metal atoms from paraffin coating", *Phys. Rev. A* **66** 042903 (2002).
- [140] T. KARAUANOV, M. T. GRAF *et al.*, "Controlling atomic vapor density in paraffin-coated cells using light-induced atomic desorption", *Phys. Rev. A* **79** 012902 (2009).
- [141] A. BOGI, C. MARINELLI, A. BURCHIANTI, E. MARIOTTI, L. MOI, S. GOZZINI, L. MARMUGI and A. LUCCHESINI, "Full control of sodium vapor density in siloxane-coated cells using blue led light-induced atomic desorption", *Opt. Lett.* **34** 2643 (2009).
- [142] W. HÄNSEL, P. HOMMELHOFF, T. W. HÄNSCH and J. REICHEL, "Bose-Einstein condensation on a microelectronic chip", *Nature* **413** 498 (2001).
- [143] S. N. ATUTOV, R. CALABRESE *et al.*, "Fast and efficient loading of a Rb magneto-optical trap using light-induced atomic desorption", *Phys. Rev. A* **67** 053401 (2003).
- [144] S. DU, M. B. SQUIRES, Y. IMAI, L. CZAIA, R. A. SARAVANAN, V. BRIGHT, J. REICHEL, T. W. HÄNSCH and D. Z. ANDERSON, "Atom-chip Bose-Einstein condensation in a portable vacuum cell", *Phys. Rev. A* **70** 053606 (2004).
- [145] S. AUBIN, M. EXTAVOUR *et al.*, "Trapping Fermionic <sup>40</sup>K and bosonic <sup>87</sup>Rb on a chip", *Journal of Low Temperature Physics* **140** 377 (2005).
- [146] S. AUBIN, S. MYRSKOG, M. H. T. EXTAVOUR, L. J. LEBLANC, D. MCKAY, A. STUMMER and J. H. THYWISSSEN, "Rapid sympathetic cooling to Fermi degeneracy on a chip", *Nat. Phys.* **2** 384 (2006).
- [147] C. KLEMPF, T. VAN ZOEST, T. HENNINGER, O. TOPIC, E. RASEL, W. ERTMER and J. ARLT, "Ultraviolet light-induced atom desorption for large rubidium and potassium magneto-optical traps", *Phys. Rev. A* **73** 013410 (2006).

- [148] W. D. PHILLIPS and H. METCALF, "Laser deceleration of an atomic beam", *Phys. Rev. Lett.* **48** 596 (1982).
- [149] T. E. BARRETT, S. W. DAPORE-SCHWARTZ, M. D. RAY and G. P. LAFYATIS, "Slowing atoms with  $\sigma^-$  polarized light", *Phys. Rev. Lett.* **67** 3483 (1991).
- [150] C. J. MYATT, N. R. NEWBURY, R. W. GHRIST, S. LOUTZENHISER and C. E. WIEMAN, "Multiply loaded magneto-optical trap", *Opt. Lett.* **21** 290 (1996).
- [151] E. RIIS, D. S. WEISS, K. A. MOLER and S. CHU, "Atom funnel for the production of a slow, high-density atomic beam", *Phys. Rev. Lett.* **64** 1658 (1990).
- [152] K. DIECKMANN, R. J. C. SPREEUW, M. WEIDEMÜLLER and J. T. M. WALRAVEN, "Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms", *Phys. Rev. A* **58** 3891 (1998).
- [153] C. MONROE, W. SWANN, H. ROBINSON and C. WIEMAN, "Very cold trapped atoms in a vapor cell", *Phys. Rev. Lett.* **65** 1571 (1990).
- [154] M. PRENTISS, A. CABLE, J. E. BJORKHOLM, S. CHU, E. L. RAAB and D. E. PRITCHARD, "Atomic-density-dependent losses in an optical trap", *Opt. Lett.* **13** 452 (1988).
- [155] J. FORTAGH, A. GROSSMANN, T. W. HÄNSCH and C. ZIMMERMANN, "Fast loading of a magneto-optical trap from a pulsed thermal source", *Journal of Applied Physics* **84** 6499 (1998).
- [156] H. OTT, J. FORTAGH, G. SCHLOTTERBECK, A. GROSSMANN and C. ZIMMERMANN, "Bose-Einstein condensation in a surface microtrap", *Phys. Rev. Lett.* **87** 230401 (2001).
- [157] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU and D. E. PRITCHARD, "Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure", *Phys. Rev. Lett.* **59** 2631 (1987).
- [158] L. P. MAGUIRE, S. SZILAGYI and R. E. SCHOLTEN, "High performance laser shutter using a hard disk drive voice-coil actuator", *Review of Scientific Instruments* **75** 3077 (2004).
- [159] J. D. JACKSON, *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons, 1999, Third edition.
- [160] E. STREED, A. CHIKKATUR, T. GUSTAVSON, M. BOYD, Y. TORII, D. SCHNEBLE, G. CAMPBELL, D. PRITCHARD and W. KETTERLE, "Large atom number Bose-Einstein condensate machines", *Rev. Sci. Instrum.* **77** 023106 (2006).
- [161] R. DUMKE, M. JOHANNING, E. GOMEZ, J. D. WEINSTEIN, K. M. JONES and P. D. LETT, "All-optical generation and photoassociative probing of sodium Bose-Einstein condensates", *New Journal of Physics* **8** 64 (2006).
- [162] A. CABLE, M. PRENTISS and N. P. BIGELOW, "Observations of sodium atoms in a magnetic molasses trap loaded by a continuous uncooled source", *Opt. Lett.* **15** 507 (1990).
- [163] M. H. T. EXTAVOUR, L. J. LEBLANC, T. SCHUMM, B. CIESLAK, S. MYRSKOG, A. STUMMER, S. AUBIN and J. H. THYWISSEN, "Dual-species quantum degeneracy of  $^{40}\text{K}$  and  $^{87}\text{Rb}$  on an atom chip", *Atomic Physics 20*, Proceedings of the XX International Conference on Atomic Physics, AIP, New York, edited by C. Roos, H. Häffner, and R. Blatt (2006).
- [164] P. ZHANG, G. LI, Y.-C. ZHANG, Y. GUO, J. WANG and T. ZHANG, "Light-induced atom desorption for cesium loading of a magneto-optical trap : Analysis and experimental investigations", *Phys. Rev. A* **80** 053420 (2009).
- [165] G. TELLES, T. ISHIKAWA, M. GIBBS and C. RAMAN, "Light-induced atomic desorption for loading a sodium magneto-optical trap", *Phys. Rev. A* **81** 032710 (2010).
- [166] L. VESTERGAARD HAU, B. D. BUSCH, C. LIU, Z. DUTTON, M. M. BURNS and J. A. GOLOVCHENKO, "Near-resonant spatial images of confined Bose-Einstein condensates in a 4-dee magnetic bottle", *Phys. Rev. A* **58** R54 (1998).

- [167] D. S. NAIK and C. RAMAN, "Optically plugged quadrupole trap for Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. A* **71** 033617 (2005).
- [168] K. M. R. VAN DER STAM, E. D. VAN OOIJEN, R. MEPPELINK, J. M. VOGELS and P. VAN DER STRATEN, "Large atom number Bose-Einstein condensate of sodium", *Review of Scientific Instruments* **78** 013102 (2007).
- [169] D. MILORI, M. T. DE ARAUJO, I. GUEDES, S. C. ZILIO and V. S. BAGNATO, "Analysis of a vapor cell magneto optical trap for sodium atoms based on a two-level Doppler theory", *Brazilian Journal of Physics* **2** 80 (1997).
- [170] R. MUHAMMAD, J. RAMIREZ-SERRANO, K. MAGALHÃES, R. PAIVAA, R. SHIOZAKIA, J. WEINER and V. S. BAGNATO, "Efficiency in the loading of a sodium magneto-optical trap from alkali metal dispensers", *Optics Communications* **281** 4926 (2008).
- [171] C. G. TOWNSEND, N. H. EDWARDS, C. J. COOPER, K. P. ZETIE, C. J. FOOT, A. M. STEANE, P. SZRIFTGISER, H. PERRIN and J. DALIBARD, "Phase-space density in the magneto-optical trap", *Phys. Rev. A* **52** 1423 (1995).
- [172] H. F. HESS, "Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen", *Phys. Rev. B* **34** 3476 (1986).
- [173] D. E. PRITCHARD, "Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy", *Phys. Rev. Lett.* **51** 1336 (1983).
- [174] W. PETRICH, M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER and E. A. CORNELL, "Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **74** 3352 (1995).
- [175] S. CHU, J. E. BJORKHOLM, A. ASHKIN and A. CABLE, "Experimental observation of optically trapped atoms", *Phys. Rev. Lett.* **57** 314 (1986).
- [176] Y.-J. LIN, A. R. PERRY, R. L. COMPTON, I. B. SPIELMAN and J. V. PORTO, "Rapid production of  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensates in a combined magnetic and optical potential", *Phys. Rev. A* **79** 063631 (2009).
- [177] C. COHEN-TANNOUJDI, "Cours de physique atomique et moléculaire du Collège de France" (1996-1997).
- [178] W. KETTERLE and N. J. VAN DRUTEN, "Evaporative cooling of trapped atoms", In B. BEDERSON and H. WALTHER, eds., *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, volume 37, 181. San Diego, Academic Press, 1996.
- [179] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. A. JOFFE, M. R. ANDREWS and W. KETTERLE, "Evaporative cooling of sodium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **74** 5202 (1995).
- [180] C. S. ADAMS, H. J. LEE, N. DAVIDSON, M. KASEVICH and S. CHU, "Evaporative cooling in a crossed dipole trap", *Phys. Rev. Lett.* **74** 3577 (1995).
- [181] O. J. LUITEN, M. W. REYNOLDS and J. T. M. WALRAVEN, "Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas", *Phys. Rev. A* **53** 381 (1996).
- [182] K. M. O'HARA, M. E. GEHM, S. R. GRANADE and J. E. THOMAS, "Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps", *Phys. Rev. A* **64** 051403 (2001).
- [183] M. D. BARRETT, J. A. SAUER and M. S. CHAPMAN, "All-optical formation of a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **878** 010404 (2001).
- [184] J.-F. CLÉMENT, J.-P. BRANTUT, M. ROBERT-DE SAINT-VINCENT, R. A. NYMAN, A. ASPECT, T. BOURDEL and P. BOUYER, "All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation", *Phys. Rev. A* **79** 061406 (2009).

- [185] C. R. EKSTROM, J. SCHMIEDMAYER, M. S. CHAPMAN, T. D. HAMMOND and D. E. PRITCHARD, "Measurement of the electric polarizability of sodium with an atom interferometer", *Phys. Rev. A* **51** 3883 (1995).
- [186] G. CENNINI, G. RITT, C. GECKELER and M. WEITZ, "Bose-Einstein condensation in a CO<sub>2</sub>-laser optical dipole trap", *Appl. Phys. B* **77** 773 (2003).
- [187] Y. TAKASU, K. MAKI, K. KOMORI, T. TAKANO, K. HONDA, M. KUMAKURA, T. YABUZAKI and Y. TAKAHASHI, "Spin-singlet Bose-Einstein condensation of two-electron atoms", *Phys. Rev. Lett.* **91** 040404 (2003).
- [188] T. WEBER, J. HERBIG, M. MARK, H.-C. NAGERL and R. GRIMM, "Bose-Einstein Condensation of Cesium", *Science* **299** 232 (2003).
- [189] A. GRIESMAIER, J. WERNER, S. HENSLER, J. STUHLER and T. PFAU, "Bose-Einstein condensation of chromium", *Phys. Rev. Lett.* **94** 160401 (2005).
- [190] T. KINOSHITA, T. WENGER and D. S. WEISS, "All-optical Bose-Einstein condensation using a compressible crossed dipole trap", *Phys. Rev. A* **71** 011602 (2005).
- [191] W. KETTERLE, K. B. DAVIS, M. A. JOFFE, A. MARTIN and D. E. PRITCHARD, "High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap", *Phys. Rev. Lett.* **70** 2253 (1993).
- [192] S. J. M. KUPPENS, K. L. CORWIN, K. W. MILLER, T. E. CHUPP and C. E. WIEMAN, "Loading an optical dipole trap", *Phys. Rev. A* **62** 013406 (2000).
- [193] A. GRIFFIN, W.-C. WU and S. STRINGARI, "Hydrodynamic modes in a trapped Bose gas above the Bose-Einstein transition", *Phys. Rev. Lett.* **78** 1838 (1997).
- [194] Z.-Y. MA, A. M. THOMAS, C. J. FOOT and S. L. CORNISH, "The evaporative cooling of a gas of caesium atoms in the hydrodynamic regime", *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **36** 3533 (2003).
- [195] I. SCHVARCHUCK, C. BUGGLE, D. S. PETROV, K. DIECKMANN, M. ZIELONKOWSKI, M. KEMMANN, T. TIECKE, W. VON KLITZING, G. V. SHLYAPNIKOV and J. WALRAVEN, "Bose-Einstein condensation in non-equilibrium states studied by condensate focusing", *Phys. Rev. Lett.* **89** 270404 (2003).
- [196] W. KETTERLE and D. E. PRITCHARD, "Atom cooling by time-dependent potentials", *Phys. Rev. A* **46** 4051 (1992).
- [197] P. W. H. PINKSE, A. MOSK, M. WEIDEMÜLLER, M. W. REYNOLDS, T. W. HIJMANS and J. T. M. WALRAVEN, "Adiabatically changing the phase-space density of a trapped bose gas", *Phys. Rev. Lett.* **78** 990 (1997).
- [198] D. M. STAMPER-KURN, H.-J. MIESNER, A. P. CHIKKATUR, S. INOUE, J. STENGER and W. KETTERLE, "Reversible formation of a bose-einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **81** 2194 (1998).
- [199] M. KRÄMER, L. P. PITAEVSKII and S. STRINGARI, "Macroscopic dynamics of a trapped Bose-Einstein condensate in the presence of 1d and 2d optical lattices", *Phys. Rev. Lett.* **88** 180404 (2002).
- [200] M. NARASCHEWSKI and D. M. STAMPER-KURN, "Analytical description of a trapped semi-ideal bose gas at finite temperature", *Phys. Rev. A* **58** 2423 (1998).
- [201] V. V. GOLDMAN, I. F. SILVERA and A. J. LEGGETT, "Atomic hydrogen in an inhomogeneous magnetic field : Density profile and Bose-Einstein condensation", *Phys. Rev. B* **24** 2870 (1981).
- [202] D. A. HUSE and E. D. SIGGIA, "The density distribution of a weakly interacting Bose gas in an external potential", *Journal of Low Temperature Physics* **46** 137 (1982).

- [203] P. D. LETT, W. D. PHILLIPS, S. L. ROLSTON, C. E. TANNER, R. N. WATTS and C. I. WESTBROOK, "Optical molasses", *J. Opt. Soc. Am. B* **6** 2084 (1989).
- [204] T. W. HODAPP, C. GERZ, C. FURTLHNER, C. I. WESTBROOK, W. D. PHILLIPS and J. DALLIBARD, "Three-dimensional spatial diffusion in optical molasses", *Appl. Phys. B* **60** 135 (1995).
- [205] N. L. SMITH, W. H. HEATHCOTE, G. HECHENBLAIKNER, E. NUGENT and C. J. FOOT, "Quasi-2D confinement of a BEC", *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* **38** 223 (2005).
- [206] Y. CASTIN and R. DUM, "Bose-Einstein condensation with vortices in rotating traps", *Eur. Phys. J. D* **7** 399 (1999).



## Résumé

Dans ce mémoire, nous présentons les fondements, la construction et les premiers résultats d'une nouvelle expérience qui a débuté avec ce travail de thèse. Nous démontrons la production d'un condensat de Bose-Einstein de sodium confiné dans un piège optique fortement focalisé.

Nous exposons des résultats originaux sur l'état fondamental et les excitations d'un condensat dans un piège gaussien avec un unique état lié, et nous montrons comment tirer parti des interactions entre états de spin pour la génération d'états quantiques fortement corrélés. L'optimisation de l'efficacité de la somme de fréquence en cavité doublement résonnante est ensuite étudiée et mise à profit pour la réalisation d'un laser solide pour le refroidissement du sodium. A partir de deux sources laser infrarouges commerciales, jusqu'à 800 mW de lumière à 589 nm sont produits, avec une efficacité de conversion quasi-totale. Ce laser est employé pour former un piège magnéto-optique, chargé grâce à la désorption atomique induite par la lumière. Après le chargement, la pression dans l'enceinte à vide redescend à sa valeur de base en moins de 100 ms. L'optimisation du transfert des atomes dans un piège dipolaire croisé est présentée. La conception et l'utilisation d'un objectif de microscope de grande ouverture numérique sont exposées, permettant la réalisation d'un piège dipolaire fortement focalisé, dans lequel le condensat se forme après une phase de refroidissement par évaporation. Celle-ci est caractérisée et comparée à un modèle numérique.

## Abstract

In this Thesis, we report on the theoretical background as well as the building and the first results of a novel experiment which was started along with this work. We demonstrate the production of a Bose-Einstein condensate of sodium confined in a tightly focused optical trap.

We present original results on the ground state and the excitations of a condensate confined in a gaussian trap with a single bound state, and show how to use interactions between spin states to form highly correlated quantum states. We detail the optimization of the conversion efficiency of a sum frequency generation process in a doubly resonant optical cavity. This leads to the building of a solid-state laser for the cooling of sodium. Out of two commercially available infrared lasers, we produce up to 800 mW at 589 nm, with near-unit conversion efficiency. This yellow laser is used to form a magneto-optical trap (MOT) of sodium. It is loaded efficiently using light-induced atomic desorption, while the background pressure in the vacuum chamber drops back down in less than 100 ms afterwards. The transfer of the atoms from the MOT to a crossed dipole trap is studied and optimized. The conception and use of a high numerical aperture microscope objective is detailed, allowing for the formation of a tightly focused dipole trap, in which the condensate is obtained after an evaporative cooling phase. This phase is characterized and compared to a numerical simulation.