



**HAL**  
open science

# Histoire et Enseignement de la Physique : Lumière, Planètes, Relativité et Quanta

Christian Bracco

► **To cite this version:**

Christian Bracco. Histoire et Enseignement de la Physique : Lumière, Planètes, Relativité et Quanta. Physique [physics]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2010. tel-00529686

**HAL Id: tel-00529686**

**<https://theses.hal.science/tel-00529686>**

Submitted on 26 Oct 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **HABILITATION À DIRIGER LES RECHERCHES**

École Normale Supérieure de Cachan,  
École doctorale sciences pratiques, spécialité Physique

Présentée par

**Christian BRACCO**

Maître de Conférences à l'IUFM de Nice / Université de Nice Sophia Antipolis

Intitulé du Mémoire :

**HISTOIRE ET ENSEIGNEMENT DE LA PHYSIQUE :**

**Lumière, Planètes, Relativité et Quanta**

Habilitation soutenue lundi 15 mars 2010, amphithéâtre Marie Curie, bâtiment d'Alembert,  
devant le jury composé de :

M. Olivier DARRIGOL (président)  
M. Michel BLAY (rapporteur)  
M. Jean-Marc LÉVY-LEBLOND (rapporteur)  
Mme Laurence MAURINES (rapporteur)  
M. Albert BIJAOUI (examineur)  
Mme Mireille TADJEDDINE (examineur)  
M. Serge REYNAUD (examineur)



# TABLE DES MATIÈRES

**INTRODUCTION**..... p. 5

**1. Historique du développement des travaux présentés dans ce manuscrit**

**2. Didactique et histoire des sciences**

**3. Histoire et enseignement des sciences**

**PARTIE I**..... p. 11

**Réalisation d'un document pédagogique multimédia : cédérom *Histoire des idées sur la lumière - de l'Antiquité au début du XX<sup>e</sup> siècle.***

**1. Réalisation du cédérom.**

1.1. Genèse du projet.

1.2. Les expériences d'optique.

1.3. Textes historique et philosophique.

1.4. Public auquel est destiné le cédérom.

1.5. Quelques exemples de réalisations antérieures.

**2. Un exemple d'utilisation didactique : la diffraction de Fresnel.**

2.1. Le phénomène de diffraction.

2.2. La disparition des franges intérieures dans l'ombre d'un fil.

2.3. « Rayons efficaces » et « zones de Fresnel ».

2.4. Discussion.

**3. Bilan et prospective du cédérom.**

ANNEXE 1. Note de lecture de Luc Dettwiler,

ANNEXE 2. Captures d'écran d'animations, expérience de Fresnel-Arago.

ANNEXE 3. Plan du cédérom.

ANNEXE 4. Questionnaire sur le cédérom.

**PARTIE II**..... p. 39

**Mouvements képlériens : histoire et enseignement.**

**1. Du système géocentrique au système héliocentrique.**

1.1. De Pythagore aux sphères homocentriques d'Eudoxe.

1.2. La mécanique d'Aristote.

1.3. L'astronomie héliocentrique dans l'Antiquité.

1.4. Excentrique et épicycles : Hipparque puis Ptolémée.

1.5. Le système héliocentrique de Copernic (1473-1543).

1.5.1. Le système héliocentrique.

1.5.2. La « cinématique » de Copernic.

1.5.3. Le rejet de l'équant.

## **2. Johannes Kepler (1571-1630) : l'équant, sur la route des trajectoires elliptiques.**

- 2.1. De la structure géométrique du monde à une possible dynamique.
- 2.2. La cinématique de Kepler.
- 2.3. La didactique de l'équant : les deux premières lois.
  - 2.3.1. La première loi de Kepler.
  - 2.3.2. La seconde loi de Kepler.
  - 2.3.3. L'hodographe de Hamilton.
- 2.4. La dynamique de Kepler.
- 2.5. La didactique de l'équant : la troisième loi.
  - 2.5.1. La loi en  $r^{-2}$  et la troisième loi de Kepler.
  - 2.5.2. « Loi des vitesses » ou « loi des accélérations ».

## **3. De la chute des corps à celle de la Lune et des planètes.**

- 3.1. Galileo Galilei (1564-1642).
  - 3.1.1. La découverte des satellites de Jupiter.
  - 3.1.2. La cinématique de Galilée.
- 3.2. La dynamique Newtonienne.
- 3.3. La didactique de la construction de Newton : la loi des aires.
  - 3.3.1. La construction algorithmique et géométrique de Newton.
  - 3.3.2. La loi des aires.
- 3.4. Force centripète et gravité.
- 3.5. La didactique de la construction de Newton : l'hodographe de Hamilton et l'équation de la trajectoire.
  - 3.5.1. L'hodographe des vitesses.
  - 3.5.2. L'équation de la trajectoire.
- 3.6. Autres aspects de la théorie newtonienne.

**Partie III**..... p. 69

### ***La dynamique de l'électron de Henri POINCARÉ***

#### **1. Poincaré et les rapports entre science et enseignement.**

- 1.1. Enseignement, « connaissances des pères » et « réalisme structurel ».
- 1.2. Poincaré et la mécanique nouvelle.

#### **2. Poincaré avant 1905.**

- 2.1. Dans la lignée de Lorentz.
  - 2.1.1. Les états correspondants de 1895.
  - 2.1.2. L'interprétation et l'utilisation du « temps local » par Poincaré en 1900.
  - 2.1.3. Les transformations de Lorentz de 1904.
- 2.2. Poincaré et les bases de la physique mathématique.
  - 2.2.1. Le groupe, les invariants et les coordonnées.
  - 2.2.2. Le principe de moindre action et sa relation aux modèles.

#### **3. La dynamique de l'électron de 1905 : quatre clés pour comprendre le *Mémoire*.**

- 3.1. Introduction.
  - 3.1.1. Les *Compte rendus*.
  - 3.1.2. *Le Mémoire* et ses lectures.

- 3.2. Les clés pour comprendre le Mémoire.
  - 3.2.1. Première clé : des transformations actives pour corriger Lorentz.
  - 3.2.2. Deuxième clé : la condition de Lorentz devient condition de groupe.
  - 3.2.3. Troisième clé : de l'électromagnétisme à la mécanique par l'action invariante.
  - 3.2.4. Quatrième clé : les modèles d'électrons comme exemple et contre-exemples.
- 3.3. Une problématique « inachevée » ? Inertie et énergie.

## Partie IV ..... p. 97

### Quanta : histoire et enseignement.

#### 1. Introduction.

- 1.1. Présentation.
- 1.2. Le contexte historique de la découverte des quanta.
  - 1.2.1. Le caractère ondulatoire de la lumière et ses problèmes.
  - 1.2.2. Le caractère discontinu de la matière et l'approche statistique.
  - 1.2.3. Le problème du « corps noir ».

#### 2. La stratégie de Planck en 1900.

- 2.1. Oscillateur et rayonnement.
- 2.2. De la loi de Wien à la loi de Planck.
- 2.3. Les quanta de Planck et la constante  $h$ .

#### 3. Une approche didactique des travaux de Planck.

- 3.1. Application de la méthode de Planck à la loi de Wien.
- 3.2. Obtention de la relation entre rayonnement et oscillateurs.
  - 3.2.1. Le rayonnement d'un dipôle.
  - 3.2.2. Un problème d'électrocinétique.
  - 3.2.3. Obtention de la formule de Planck.
- 3.3. Derrière la formule de Planck : la notion de mode.
  - 3.3.1. De la corde vibrante aux modes du champ électromagnétique.
  - 3.3.2. Propriétés physiques des modes lumineux.
- 3.4. Des résonateurs de Planck au champ quantique.
  - 3.4.1. Quantification, thermalisation et fluctuation d'un mode.
  - 3.4.2. Interaction matière-rayonnement.

#### 4. La stratégie d'Einstein en 1905.

- 4.1. De la loi de Wien aux quanta indépendants : quanta et « liberté volumique ».
- 4.2. Quanta et matière.
- 4.3. Doutes et espoirs d'Einstein sur les quanta.

#### 5. Une approche didactique des travaux d'Einstein.

- 5.1. Application de la méthode d'Einstein à la loi de Planck.
  - 5.1.1. Une formule réputée compliquée que l'on peut simplifier.
  - 5.1.2. Interprétation : la non indépendance des quanta.
- 5.2. Quanta et relativité : « un des grands euphémismes de l'histoire des Sciences ? ».
  - 5.2.1. Le statut de la vitesse  $c$ .
  - 5.2.2. Quanta et complexes de lumière : le statut de  $E = h\nu$ .



## INTRODUCTION

### 1. Historique du développement des travaux présentés dans ce manuscrit.

Ce manuscrit est le résultat d'un travail entamé depuis 2001, deux ans après ma nomination en tant que Maître de Conférences à l'IUFM de Nice. Parallèlement à la poursuite (jusqu'en 2002) d'une recherche en astrophysique, j'ai alors initié un travail que je considérais plus proche de ma mission de formation des futurs enseignants. L'objectif que j'ai poursuivi depuis est, d'une part, de contribuer à une recherche en histoire des sciences, et d'autre part, de développer une approche didactique de l'enseignement de la physique, au niveau licence, fondée sur l'histoire des sciences. Aussi ce manuscrit se place-t-il sur le terrain de la physique, de son histoire et de son enseignement.

Ce travail de longue haleine a commencé avec la réalisation du cédérom *Histoire des idées sur la lumière*, dont je relate la genèse et le développement dans la partie I. Il aborde le thème de la lumière à travers une triple approche : historique, expérimentale, philosophique. Il s'agissait pour moi du premier travail historique auquel je me consacrai, avec comme objectif de dresser un portrait des idées sur la lumière à l'attention d'un public d'enseignants et d'étudiants. Une partie essentielle du cédérom porte sur les expériences d'optique proposées par Gisèle Krebs, que nous avons filmées et réalisées au laboratoire d'optique de l'ENS Cachan. Le cédérom porte le sous-titre : *de l'Antiquité au début du XX<sup>e</sup> siècle*. Cette limitation venait du fait que, par intérêt personnel, je souhaitais consacrer plus de temps à l'étude de la genèse des idées sur les quanta et la relativité. Or, une compréhension approfondie des quanta nécessite de se plonger dans les divers articles de Planck, en allemand, et pour la relativité, de se plonger dans le travail scientifique de Poincaré, certes en français, mais d'un accès tout aussi peu aisé.

Ces deux sujets ne sont toutefois pas à placer sur un même plan. Concernant les travaux de Planck, je pouvais me rapporter à une littérature secondaire riche, qui donnait un aperçu très détaillé de l'évolution des idées, tels les manuscrits de Hans Kangro, de Thomas Kuhn ou de Max Jammer. C'est ainsi que, suite au cédérom, j'ai proposé un stage de M1 à Bernard Raffaelli en 2003, pour analyser comment Planck parvenait à la formulation de sa loi. L'historien Thomas Kuhn ne voit dans le raisonnement, alors empirique, de Planck, qu'une simple interpolation entre deux formes limites, alors que le physicien historien Max Jammer y voit l'une des contributions les plus importantes à la physique moderne. Il s'agissait donc de se faire une idée plus précise. Ce travail a été le point de départ de ma collaboration avec Jean-Pierre Provost. À la suite du stage de Bernard Raffaelli, nous avons travaillé sur les quanta d'Einstein, leur comparaison avec ceux de Planck et leur mise en perspective avec les quanta d'« aujourd'hui ». Nous avons aussi donné une lecture personnelle de l'article d'Einstein sur la relativité en questionnant la présence implicite des quanta dans cet article. Récemment, nous avons repris le sujet des quanta en appliquant le raisonnement d'Einstein à la loi de Planck (et non à sa forme limite haute fréquence comme le fait Einstein) pour voir à quelle problématique cela conduisait. L'ensemble de ces travaux est décrit dans la partie IV.

Par contre, concernant les travaux de Poincaré sur la dynamique de l'électron, je restais insatisfait par mes lectures, la plupart semblant relever d'une analyse superficielle, voire d'une non analyse, y compris par des historiens qui relataient dans leurs ouvrages « grand public » l'histoire de cette période. En 2004, je proposai à Grégory Sanguinetti, dans le cadre d'un stage de M1, de récrire en langage moderne une partie des calculs de Poincaré de *La dynamique de l'électron (Mémoire de Palerme)*. À la suite de ce stage, nous avons poursuivi une étude qui a conduit à une lecture nouvelle du *Mémoire* de Poincaré, mettant en avant l'usage de transformations de Lorentz actives et le rôle clé joué pour la première fois par l'invariance de l'action. Ces travaux ont fait l'objet de nombreuses publications et



conférences, aussi bien à destination des historiens qu'à celle des physiciens et des enseignants du supérieur. Je présente ces résultats dans la partie III, en les faisant précéder d'une analyse de divers propos de Poincaré, qui sont souvent placés sur le terrain de la philosophie ou de l'épistémologie, mais qui, pour une grande part, relèvent de la pédagogie. Il me semblait important d'éclaircir ici ce point, car je me suis aperçu qu'il avait été – et est encore – à l'origine de nombreuses erreurs d'interprétation de Poincaré.

Enfin, parallèlement à ces travaux, j'ai commencé en 2006 à développer un historique des idées sur le système solaire et la mécanique, pour les stagiaires IUFM. Au-delà de l'apport culturel d'une telle présentation pour de futurs enseignants, il était nécessaire pour moi d'en faire quelque chose de nouveau en lien avec l'enseignement actuel de la mécanique. Cette réflexion a donné lieu au développement de deux propositions pédagogiques. La première consiste à sortir l'« équant de Kepler » du domaine proprement historique pour en faire un objet d'enseignement « pré-newtonien » pour le problème de la détermination des trajectoires planétaires : l'équant permet en effet de reproduire les trois lois de Kepler au premier ordre en excentricité. La seconde consiste à mettre à la portée des élèves de terminale la démonstration générale, algorithmique et géométrique, que donne Newton des mouvements képlériens : cela permet d'introduire très tôt dans l'enseignement de la mécanique ce qui a été l'un des plus grands succès de la pensée scientifique. L'ensemble est présenté dans la partie II sous la forme d'une proposition historique et pédagogique.

Hormis l'étude plus spécifique concernant *La dynamique de l'électron* de Poincaré, les thèmes abordés dans ce manuscrit sont liés par un objectif commun : celui d'être utilisable pour un enseignement de la physique, ancré dans l'histoire des sciences. L'intérêt d'introduire l'histoire des sciences dans l'enseignement est bien connu. Il y a d'abord l'aspect culturel, mentionné ci-dessus, que je ne discuterai pas ici. Notons aussi que l'introduction de l'histoire et de la philosophie des sciences dans la formation des enseignants constituait l'un des quatre axes donnés en 2008 par le ministère de l'éducation nationale pour le cadrage de ces formations dans l'optique de la « masterisation ». Cela dit, il y a plusieurs manières d'introduire l'histoire des sciences dans les formations. La réussite, ou l'échec, de celles-ci dépendra de la perception qu'en auront les futurs enseignants de sciences physiques, à qui il est demandé à la fois de maîtriser les savoirs théoriques, expérimentaux et culturels de leur discipline (tout en « gérant » leurs classes). S'il est possible de concevoir l'histoire (et la philosophie) des sciences comme un ajout à la formation universitaire traditionnelle, sous forme optionnelle ou non, il est aussi possible d'imbriquer plus étroitement un enseignement disciplinaire et son contenu historique. Une telle insertion requiert une démarche spécifique, que je développe tout au long de ce manuscrit.

## **2. Didactique et histoire des sciences.**

On peut commencer par se poser la question suivante : Comment définit-on un savoir à enseigner ? Cette question nous renvoie sur le terrain de la didactique. Pour préciser ma position, je partirai de l'ouvrage de Samuel Joshua et Jean-Jacques Dupin, intitulé *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques* [1], qui a vocation d'après ses auteurs à être le premier « manuel de didactique ». Pour ces auteurs, « la présence en classe d'un objet à enseigner » est le résultat d'une « transposition didactique », qui fait passer d'un « objet de savoir » à un « objet d'enseignement ». Cette transposition résulte « d'un traitement didactique ». Ils remarquent que « l'objet de savoir », qui est « définissable dans le domaine du « savoir savant » [...] n'est pas enseignable sous cette forme [brute] » ; il doit être extrait du domaine « savant » pour être inséré « dans un discours didactique ». Joshua et Dupin soulignent qu'« une fois ce traitement réalisé, le savoir didactique est intrinsèquement différent du savoir savant qui lui sert de référence ». Ils précisent que « le savoir à enseigner se présente comme « un texte du savoir » », dont la « mise en texte » assure d'abord « sa

*dépersonnalisation* [...] les processus réels qui ont conduit à l'élaboration des savoirs [savants] sont gommés. L'indécision, les allers et retours, la subjectivité du chercheur sont mis de côté. Le texte suit un ordre « logique » qui a peu à voir avec l'espace des problèmes qui a été celui du chercheur ». Les auteurs justifient cette attitude, qui me semble discutable, par le fait qu'elle serait « le prix à payer pour que le savoir quitte son producteur et la sphère strictement privée pour devenir *public* ». Le point de vue de Joshua et Dupin semble partagé par l'historien des sciences Gérard Simon lorsqu'il écrit que : « La science constituée peut se présenter presque comme un dogme que l'on enseigne, parce qu'à force de travail sur elle-même, souvent effectué par des anonymes, elle finit par oublier et faire oublier ses origines incertaines et leur caractère personnel et discutable » [1] (p 135). Simon précise plus loin : « la science qui s'enseigne [...] est une sorte de pot-pourri venu de tous les temps et de tous les horizons, et dont la trame a pour seules fonctions de mener les élèves à une utilisation correcte des découvertes acquises et de faire comprendre aux plus avancés d'entre eux ce qui fait problème dans la spécialité qu'ils ont choisie. Ce n'est déjà pas si mal d'y parvenir » (p 138). Aussi, pour l'auteur, « à quoi bon rappeler les vieilles lunes, quand il est déjà si difficile de se faire une idée des nouvelles ? ». L'introduction de l'histoire des sciences et des idées dans un enseignement scientifique serait-il pour autant un obstacle à l'« utilisation correcte des découvertes » et à la compréhension du raisonnement scientifique ? Il me semble que non.

Dans le domaine des sciences expérimentales, Joshua et Dupin distinguent deux types d'approche didactique : « l'option analytique » qui renonce « (au moins fictivement) aux liens qui unissent modèles et phénomènes » et « l'option synthétique », qui « vise à une introduction simultanée des aspects conceptuels et phénoménologiques, et prend en général la forme d'un enseignement « historique » ». Ils citent à l'appui de cette dernière les seuls cours de Gerald Holton, sur lesquels je reviendrai, et l'ouvrage de François Audigier et Pierre Fillon [2].<sup>1</sup> Joshua et Dupin ne poursuivent pas l'examen de l'option synthétique du fait de sa « rareté pratique » (p 205) et se focalisent sur l'option analytique. Sur le terrain de la didactique, c'est l'option « synthétique » qui convient le mieux pour qualifier la démarche qui est présentée dans ce manuscrit. Cette option me semble de fait particulièrement pertinente pour la formation des enseignants. Comment attendre en effet d'un enseignant qu'il utilise lui-même l'histoire des sciences dans ses cours, en collège ou en lycée, comme le lui demandent les programmes, si l'effort n'a pas été fait en amont pour lui proposer un enseignement de la physique qui puisse lui-même s'ancrer dans l'histoire des sciences ? Or les futurs enseignants utilisent en préparation aux concours encore les mêmes manuels que lorsqu'ils étaient étudiants en licence. Ces ouvrages transmettent un savoir (re)construit, affranchi de l'approche historique, qui peut sembler peu compatible avec le regard critique et le recul attendu d'un futur enseignant sur le développement de sa matière. Ces ouvrages (qui ont bien sûr leur mérite!) donnent même « une fausse image de la science » pour Bevilacqua et Bordoni [3] (§9.3) car « ils font se confronter et se mélanger différentes théories ». Ces auteurs se proposent plutôt de mettre « en évidence les différents modèles sous-jacents aux différentes théories » afin que l'étudiant voie que « le même fait peut être interprété de manières très différentes ». C'est au fur et à mesure du développement de ses connaissances que l'étudiant appréciera lesquelles de ces approches s'avèrent les plus efficaces pour la description du réel. Cette opinion rejoint celle des auteurs du *Harvard Physics Project (HPP)* [4], dont Holton, dans les années 1970 : « Un bon enseignement ne nécessite pas que

---

<sup>1</sup> Cet ouvrage est une synthèse d'expériences et de réflexions portant sur trois années d'un enseignement des sciences utilisant l'histoire des sciences en collège et en lycée, menée par une équipe pluridisciplinaire d'enseignants. Concernant la physique, l'exemple choisi est celui de l'électricité au collège.

l'enseignant dresse une frontière, mais nécessite une véritable ouverture d'esprit à des vues alternatives, et la reconnaissance que fréquemment il y a habituellement deux, si ce n'est plus, faces à la plupart des questions intellectuelles ». De leur côté, Enrico Giannetto et Fabio Bevilacqua mettent l'accent sur « le fossé entre la physique telle qu'elle se pratique » en laboratoire de recherche, qui est dynamique et enthousiasmante, et celle que l'on enseigne, qui relève d'« une approche traditionnelle quasi-statique » (in [5] p 1016), et ils appellent à une innovation dans les méthodes d'enseignement, en particulier en utilisant l'histoire des sciences. Il ne faudrait cependant pas, me semble-t-il, que la présentation de cette histoire devienne elle-même quasi-statique. Pour cela il faut, dans un cours de physique qui l'utilise, qu'elle puisse elle-même être questionnée, comme peut l'être par exemple une présentation d'expérience.

### 3. Histoire et enseignement des sciences.

Michael Matthews dresse un état des lieux de l'utilisation d'une approche historique dans les enseignements scientifiques en préambule d'un des dix chapitres du *International handbook for Science Education* [6], ainsi que dans son ouvrage *Science Teaching : The Role of History and Philosophy of Science* [7]. Il n'occulte pas les réticences rencontrées quant à l'introduction de l'histoire des sciences dans l'enseignement de la physique, de la part des historiens des sciences eux-mêmes. Il cite en particulier les approches rivales de Gerald Holton et de Thomas Kuhn, débattues lors de la conférence sur l'histoire et à l'enseignement de la physique au MIT en 1970, qui se solda « par un refus des historiens des sciences de s'occuper de sujets éducatifs » [6] (p 1018). Matthews explique que ces réticences tenaient en ce que les historiens considéraient qu'une histoire des sciences adaptée à l'enseignement de la physique ne pourrait être qu'une histoire « appauvrie » ou « une histoire fabriquée à l'appui d'une idéologie scientifique en vogue ». Du côté des scientifiques (Martin Klein), les réticences s'exprimaient par le fait que l'approche historique allait empiéter sur un temps de formation utile aux étudiants, et qu'elle risquait, de plus, de les déstabiliser. Les arguments de Kuhn et de Klein sont tout à fait recevables, mais ils ne sont pas irrévocables. Il faut avant tout définir le contexte dans lequel on se place. C'est ce que fait Matthews, pour qui « il importe de remarquer que les enseignements scientifiques ne sont pas de l'histoire des sciences : ce sont des activités différentes avec des buts différents et des critères différents de réussite et de vérité. Les standards de sophistication requis en histoire des sciences sont déplacés lorsqu'ils sont appliqués à la pédagogie de la science. En pédagogie, le sujet nécessite d'être simplifié. Cela est vrai de l'histoire des sciences comme cela l'est de l'économie ou de la science elle-même. La tâche pédagogique est de produire une histoire simplifiée pour éclairer un sujet et promouvoir l'intérêt de l'étudiant pour celui-ci, sans toutefois être une caricature des évènements historiques » [7] (p 78).

Ainsi, pour remédier à l'aridité des manuels scientifiques, toucher un public plus large, ou différent – en particulier en période de désaffection pour les études scientifiques, donner une culture de leur discipline aux étudiants, l'histoire et la philosophie des sciences ont été introduites depuis les années 1990 dans les cursus universitaires aux USA, en Angleterre, au Danemark et en Espagne notamment [6]. Cette introduction se décline pour Matthews en deux approches : l'une, minimaliste, est l'approche « additionnelle », dans laquelle « un cours de science, classique, non historique, est donné, puis une, ou des unités d'enseignement [obligatoires ou non] historiques sont ajoutées » ; l'autre, maximaliste, est l'approche « intégrée », dans laquelle « l'histoire des sciences est intégrée dans le contenu scientifique ». Pour l'illustrer, il donne l'exemple suivant : « Par exemple, la mécanique ne couvre pas seulement les équations et les applications pratiques, mais comment ces équations ont été développées et comment les concepts qu'elles contiennent se sont formés et ont changé ». Récapitulant les différentes formes individuelles ou institutionnalisées de tels enseignements,

il poursuit : « Le *Harvard Project Physics Course* [1970] est le prototype de cette approche intégrée de l'histoire des sciences, tout comme le sont des textes de Gerald Holton *Introduction to Concepts and Theories in Physical Science* (1952) [8], le *Project 2061* [AAAS] et le *British National Curriculum* [1988] » [7] (p 70). (On pourrait y ajouter notamment, en France, les deux tomes des *Leçons de Mécanique : la mécanique enseignée par les auteurs originaux* d'Émile Jouguet en 1908 [9] !). Malgré le déclin des ambitieux projets des années 1970 aux Etats-Unis, rapporté par Holton [10], Matthews, qui est par ailleurs le fondateur de la revue *Science & Education*, se veut optimiste sur la pérennité des projets actuels : « Ce qui est différent, en ce qui concerne la résurgence de l'implication philosophique, en contraste avec les précédents [projets], c'est leur institutionnalisation et leur portée internationale. Cela est rendu manifeste par la création de l'*International History, Philosophy, and Science Teaching Group* (IHPST) et sa présence à des conférences internationales sur l'histoire, la philosophie des sciences et l'enseignement, par le lancement en 1992 du journal de recherche *Science & Education*, spécialement consacré aux contributions historiques, philosophiques et sociologiques à la science et aux mathématiques. Cette institutionnalisation est également perceptible au travers des conférences financées par la *European Physical Society on the History and Teaching of Sciences* ». Je relèverai ici que la revue *European Journal of Physics*, qui est une publication conjointe d'*Institute of Physics* et de l'*European Physical Society*, dans laquelle nous avons publié récemment trois articles, est particulièrement réceptive à des articles pédagogiques de niveau universitaire impliquant l'histoire des sciences.

J'adhérerai à l'invective de Holton, qui incite à saisir « l'occasion de retrousser nos manches, se mettre au travail, et produire un matériel pour les cursus du secondaire et de premier cycles, comme le demandait John Heilbron dans un article d'*Isis* intitulé *Applied History of Science*. Cela signifie produire des manuels, des suppléments, des films ou des sites web qui concrétisent notre désir d'amener ensemble les deux cultures [historiens et physiciens] » [11]. Dans l'article mentionné ci-dessus (HSS Lecture, 1987) [12], Heilbron définit les champs possibles d'une « histoire des sciences appliquées » : l'enseignement général, les sciences de l'éducation et la politique scientifique. Il insiste en particulier sur la nécessité de produire des ressources. D'une certaine manière, il définit ainsi un champ disciplinaire nouveau, qui ne se réduit pas à la publication de documents de vulgarisation de recherches historiques. Un tel travail nécessite d'opérer la « transposition didactique » d'un « objet » qui appartient au champ de l'histoire de la physique, à celui de l'enseignement de la physique. Il demande une connaissance suffisante de l'histoire du sujet abordé, ce qui constitue un investissement important pour un physicien, qu'il doit faire en pratique avec les historiens spécialistes du sujet. Il demande aussi une retranscription dans un langage moderne (par la réalisation des expériences, par la reformulation de calculs, par une mise en perspective avec l'enseignement actuel, etc.), de cet objet historique, démarche qui est plutôt celle du physicien que celle de l'historien, pour cet enseignement.

### **En guise de conclusion :**

Je placerai le contenu de ce manuscrit, qui ne se réduit ni à l'histoire des sciences, ni à la didactique, ni à la physique, sur un terrain qui requiert néanmoins ces trois disciplines : celui de l'enseignement de la physique et de la formation des enseignants. J'espère que les historiens considéreront que ce travail relève de l'histoire, au sens peut-être d'une « histoire appliquée » pour reprendre les termes de Heilbron. J'espère que les didacticiens y verront des propositions concrètes pour une approche didactique « synthétique » en général délaissée. J'espère enfin que les physiciens considéreront qu'il s'agit avant tout de physique, dans ses aspects expérimentaux, théoriques et épistémologiques. Je pense que ces différents aspects sont indissociables.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Samuel Johsua et Jean-Jacques Dupin, *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques* (1993), 2<sup>nd</sup>e édition 1999.
- [2] Gérard Simon, *Science et Histoire*, (Paris : Gallimard, 2008).
- [3] Fabio Bevilacqua & S. Bordoni, New contents for New Media : Pavia Project Physics, *Science & Education*.
- [4] F. J. Rutherford, G. Holton, F.G. Watson, A. Ahlgren ; version française : J. Joly, Louis Sainte-Marie *HPP (Harvard Project Physics) Texte et guide de travail* (Winston limitée ; Paris : diffusion Vuibert, c1971-1972), vol. 1-4.
- [5] Fabio Bevilacqua and Enrico Giannetto, The History of Physics and European Physics Education, in *International Handbook of Science Education*, Part II, §9.3, édité par Barry J. Fraser et Kenneth G. Tobin, (Dordrecht ; Boston ; London : Kluwer Academic, 1998, 2003).
- [6] Michael R. Matthews, The nature of science and science teaching, in *Handbook of Science Education*, Part II, §9.1, in *International Handbook of Science Education*, édité par Barry J. Fraser et Kenneth G. Tobin, (Dordrecht ; Boston ; London : Kluwer Academic, 1998, 2003).
- [7] Michael R. Matthews, *Science Teaching : The Role of History and Philosophy of Science*, §4 History of Science in the Curriculum, (New York ; London : Routledge, 1994).
- [8] Gerald Holton, *Introduction to Concepts and Theories in Physical Science*, revised and with new material by Stephen G. Brush, 2<sup>nd</sup>e édition (Reading, Mass. : Addison-Wesley publishing, 1973), 1<sup>ère</sup> edition (1952).
- [9] Gerald Holton, The Project Physics Course, Then and Now, *Science & Education*, **12** n°8 (2003), p 779-786.
- [10] Émile Jouguet, *Leçons de mécanique : la mécanique enseignée par les auteurs originaux*, tomes 1 et 2, (Paris : Gauthier-Villars, 1909).
- [11] Gerald Holton, What historians of science and science educators can do for one another, *Science & Education*, **12** n°7 (2003), p 603-616.
- [12] John L. Heilbron, Applied History of Science, *ISIS* **78** (1987), p 552-563.

## **PARTIE I.**

**Réalisation d'un document pédagogique multimédia :**

***Cédérom Histoire des idées sur la lumière***

***- de l'Antiquité au début du XX<sup>e</sup> siècle.***

## 1. Réalisation du cédérom.

### 1.1. Genèse du projet.

Le cédérom *Histoire des idées sur la lumière* [1], paru en 2004, est né des cours d'histoire des sciences que Myriam Scheidecker m'avait confiés dans le cadre de l'option *Histoire et Philosophie des Sciences*. Cette option, dont j'ai par la suite été responsable, avait été fondée par Pierre Souffrin à l'université de Nice-Sophia Antipolis. Ouverte à tous les Deug de l'UFR Sciences, elle comptait majoritairement des étudiants de Science et Vie de la Terre et peu d'étudiants de physique. Comme l'histoire des idées sur la lumière s'inscrit naturellement dans l'histoire de la physique, puisque la compréhension des phénomènes lumineux mobilise – ou suscite – à toutes les époques une grande partie des connaissances, la lumière constituait un fil conducteur idéal pour mon cours. Si elle était, pour ces étudiants, synonyme de « chaleur » et de « vie », le spectre lumineux, les interférences, la diffraction ou la polarisation de la lumière étaient mal connus d'eux. Il me fallait donc, à côté de l'exposé historique, illustrer ces phénomènes par des expériences d'optique. Les salles de travaux dirigés ne se prêtant pas à la réalisation de ces expériences, la nécessité de disposer de vidéos s'est imposée. Il était aussi nécessaire de compléter le texte historique sur des points plus philosophiques, pour mieux rendre compte d'idées dont l'histoire de la physique ne retenait qu'un point de vue partiel. C'est sur ces bases qu'a été développé le cédérom *Histoire des idées sur la lumière*, dont j'ai été le chef de projet.

### 1.2 Les expériences d'optique.

Les expériences qui figurent dans le cédérom ont été conçues par Gisèle Krebs, qui avait déjà introduit un enseignement expérimental et historique de l'optique pour les élèves de l'École Normale Supérieure de Cachan. Nous les avons réalisées et filmées dans le laboratoire d'optique de l'École, avec Rodolphe Charrier, réalisateur multimédia du cédérom. Le choix et la présentation des expériences ont répondu à un double constat. D'une part, les expériences utilisées dans l'enseignement sont souvent elles-mêmes des transpositions d'expériences historiques que les étudiants et futurs enseignants ne savent généralement pas rattacher à leur contexte historique. D'autre part, certaines expériences historiques, qui jouent un rôle clé à l'appui d'une théorie, sont rarement présentées dans l'enseignement. Je détaillerai au §2 une utilisation possible du cédérom pour une approche didactique de la diffraction, sur l'exemple de la disparition des franges intérieures dans l'ombre d'un fil, expérience proposée par Gisèle Krebs, qui a été relevée par Luc Dettwiller dans sa note de lecture du *Bulletin de l'union des physiciens* (voir Annexe 1).

L'objectif qui a prévalu à la réalisation des expériences était qu'elles puissent être reproduites par les étudiants et les enseignants du second degré. Premièrement, cela imposait d'adapter les expériences historiques à du matériel moderne, disponible dans les établissements, familier d'utilisation, tout en respectant l'idée originale de leur conception. Deuxièmement, quand on ouvre un livre de montages de physique, on est confronté à un schéma papier qui ne permet en général pas de visualiser l'ensemble des informations nécessaires à la réalisation des expériences. D'une part, certains schémas complexes nécessitent, pour leur compréhension, une décomposition en plusieurs étapes, qui n'est pas faite en général. D'autre part, les conjugaisons ou les conditions d'éclairement ne sont pas toujours explicites. C'est pourquoi, partant de schémas détaillés, des animations sont présentées dans le cédérom, figurant les constructions de faisceaux, les conjugaisons et les modifications introduites dans le montage (rotation d'un prisme, d'un analyseur, etc.). Pour certains montages, comme la recombinaison de la lumière blanche à partir du spectre, les couleurs des lames cristallines ou l'expérience de polarisation de Fresnel-Arago par exemple, cinq ou six schémas animés sont utilisés (voir Annexe 2). Chaque schéma est accompagné d'un texte explicatif rédigé par Gisèle Krebs, précisant les conditions expérimentales.

La différence entre un schéma, fût-il animé, et la présentation de l'expérience sur une paillasse avec le matériel de laboratoire reste cependant importante. Aussi avons-nous réalisé plusieurs prises de vues des montages. Une photo suffit à illustrer le phénomène optique lorsqu'il est statique. Mais s'il est lié à une modification introduite dans le montage (ouverture d'une fente, introduction d'une lame cristalline, croisement de polariseurs, etc.) deux caméras sont utilisées pour filmer de manière synchronisée, l'une la modification survenue dans le montage et l'autre l'évolution du phénomène observé sur l'écran. Cela permet de faire le lien entre les conditions d'une expérience et ses résultats.

### **1.3. Textes historique et philosophique.**

Les expériences, au nombre d'une trentaine, de la partie *Laboratoire* du cédérom, viennent illustrer le texte que j'ai rédigé pour la partie *Histoire*. Le texte complet compte 167 pages et donne un aperçu historique des idées sur la lumière de l'Antiquité au début du XX<sup>e</sup> siècle. Il comporte 19 chapitres : La vision dans l'Antiquité (Lucrece, Platon, Aristote, Euclide, Héron d'Alexandrie, Galien, Ptolémée), La lumière et la science arabe (Al Kindi, Ibn Sahl, Alhazen), L'époque médiévale (Grosseteste, Bacon), L'explosion des connaissances (Galilée, Kepler), Une optique mécaniste et formalisée (Descartes, Fermat, Leibniz), La découverte de la diffraction, Un modèle ondulatoire de la lumière (Hooke, Huygens), Une première estimation directe de la vitesse de la lumière (Roëmer), L'optique de Newton, La lumière au siècle des lumières (Malebranche, Bradley, Maupertuis, Euler), La polarisation de la lumière, Les interférences de la lumière, Fresnel et le triomphe de la théorie ondulatoire, Les vérifications expérimentales (Fizeau, Foucault), La synthèse électromagnétique de la lumière, L'expérience de Michelson, La naissance de la théorie de la relativité restreinte, Planck et la quantification, Les quanta d'Einstein (Einstein, Bohr, Compton). Ce texte est en accès libre sur le site HAL-SFO [2] et sur celui du CRDP de Nice. Je l'ai résumé à environ 70 pages pour le cédérom, afin de limiter le support texte dans le cadre d'un usage multimédia. Le texte historique repose principalement sur un choix de citations extraites de sources primaires et sur leur mise en contexte. J'ai bénéficié des conseils de Bernard Maitte et de Gisèle Krebs pour sa rédaction.

En ce qui concerne l'Antiquité, je m'étais concentré sur des parties d'ouvrages abordant directement la vision, pour donner un résumé succinct des théories, mais il fallait aussi pouvoir rendre compte d'idées plus générales. Chez les atomistes, par exemple, la théorie de la vision obéit à une cosmogénèse, tentant d'expliquer à la fois le cosmos et les sentiments humains. C'est l'objectif de la partie *Philosophie* qui a été rédigée par Florence Albrecht. Si l'ancrage philosophique est évident pour aborder cette période Antique, il est aussi nécessaire pour comprendre les enjeux du procès de Galilée ou les débats entre Newton et Leibniz, par exemple, sur la notion de force à distance. S'agissant d'une période plus récente, il était aussi intéressant de présenter le point de vue épistémologique de Planck ou d'Einstein. Ces compléments sont accessibles à un public de lycéens et ils s'inscrivent dans la volonté de rapprocher les enseignants de physique et de philosophie, en particulier lors de la mise en place, à cette époque, des Travaux Personnels Encadrés. Les parties *Laboratoire* et *Philosophie* sont accessibles via les onglets en marge du texte historique mais sont aussi consultables indépendamment. Le plan détaillé des trois parties du cédérom est présenté dans l'Annexe 3.

### **1.4. Public auquel est destiné le cédérom.**

Le niveau de formation du public auquel est destiné ce cédérom est le niveau L3 (université ou formation des enseignants) pour une utilisation en totalité et les élèves de terminale pour une utilisation partielle. Le cédérom peut être considéré comme une ressource que l'enseignant adapte à sa présentation. L'enseignant peut ainsi par exemple commencer par



une approche expérimentale, s'il le souhaite, ou utiliser les informations données par le texte historique pour situer ces expériences et celles de la partie philosophie pour ouvrir la discussion. Le cédérom repose sur la technologie des sites Web, ce qui le rend très souple d'utilisation. En version établissement, son contenu peut être installé sur un serveur et les élèves d'une classe peuvent travailler en simultané, à partir de différents ordinateurs, ce que j'ai expérimenté en L1 à l'université de Nice. Il peut aussi être utilisé pour une présentation à distance, comme je l'ai fait avec des candidats aux concours d'enseignements, via la plateforme de formation à distance du département de physique de l'IUFM de Nice (enregistrement accessible à l'adresse <http://connect.unice.fr/p20897813/>).

### 1.5. Quelques exemples de réalisations antérieures.

À l'époque de la réalisation du cédérom *Histoire des idées sur la lumière*, j'ignorais l'existence de projets antérieurs auxquels on le pouvait rapprocher. Si le cédérom a bien son originalité propre, à travers sa triple approche, historique, philosophique et expérimentale, utilisant des techniques multimédia modernes, il convient de le situer par rapport à au moins trois autres projets.

Il pourrait être rapproché du *Harvard Physics Project (HPP)* [3] (1970), fondé sur un résumé de l'histoire des idées sur la lumière, des films d'expériences et des montages. Les textes du *HPP* étaient conçus aussi bien pour l'élève que comme un outil pour l'enseignant, tout comme le cédérom. Mais à la différence du *HPP*, le contenu du cédérom ne s'apparente pas à celui d'un manuel d'enseignement du secondaire. D'une part, il couvre le domaine plus vaste des connaissances de premier cycle universitaire, et d'autre part, il ne comporte pas d'exercices d'applications. La lumière, unique sujet du cédérom, occupe une place relativement marginale dans le *HPP*, puisque seul le §13, vol. IV (p 5-30), y est explicitement consacré. Le *HPP* ne propose que 2 expériences filmées (réfraction d'un faisceau lumineux et expérience de Young – la longueur d'onde de la lumière) dans le guide d'étude (p 30), ainsi que 7 thèmes dans le « guide de travail » (p 160-169) : interférence produite par un film mince, utilisation d'un mouchoir comme réseau de diffraction, photographie de figures de diffraction, point brillant de Poisson, travaux personnels de photographie, couleur, lumière polarisée, fabrication d'une lentille de glace.

Le cédérom pourrait aussi se rattacher au plus récent *Pavia Physics Project (PPP)*, qui utilise le support informatique pour promouvoir un enseignement de la physique par l'histoire des sciences, pour des élèves de lycée, des étudiants à l'université et pour la formation des enseignants [4]. Malheureusement, le *PPP* ne semble pas avoir été poursuivi et il était axé principalement sur un développement hypertexte, dans le domaine de l'électricité et du magnétisme.

Par l'objectif affiché, c'est de l'« *historico-investigative method* » proposée par Nahum Kipnis dans son ouvrage *Rediscovering Optics* [5] que le cédérom se rapproche le plus. L'auteur y défend l'introduction de l'enseignement de l'optique par des « expériences qualitatives, qui permettent à l'étudiant de se concentrer sur la nature du phénomène ». Enracinées dans l'histoire des idées, les expériences relatives à des découvertes historiques ont, d'après l'auteur, un attrait particulier pour les étudiants. Les 256 pages de cet ouvrage sont divisées en 12 chapitres thématiques, qui ne visent pas un niveau d'étude spécifique, tout comme le cédérom, mais s'adressent directement à l'enseignant, qui peut s'en servir en fonction de ses besoins. Les chapitres sont : Lumière et vision, Réflexion de la lumière, Miroirs, Réfraction de la lumière, Lentilles, Télescopes et Microscopes, Couleurs, L'œil, La vision colorée, Interférences de la lumière, Diffraction de la lumière, Polarisation de la lumière. À côté de la description d'expériences historiques, avec du matériel moderne, et d'une présentation des idées de différents auteurs sur un sujet (par exemple Grimaldi, Newton, Maraldi, Young et Fresnel pour la diffraction), l'auteur propose des mises en

situations pédagogiques et des suggestions de débat dans la classe. Si le cédérom ne propose pas explicitement de telles mises en situations, il offre la possibilité de visualiser les montages et les films d'expériences, en relation à un texte historique, et de présenter qualitativement les phénomènes mieux que par un schéma papier ou des photos. Il me semble que le cédérom peut être utilisé avec bénéfice par un enseignant dans cette approche « historico-investigative », comme je vais le montrer sur l'exemple de la disparition des franges intérieures dans l'ombre d'un fil, pour la diffraction.

## 2. Un exemple d'utilisation didactique : la diffraction de Fresnel.

Je prendrai l'exemple de la théorie de Fresnel de la diffraction, résumée notamment par Laurence Maurines dans [6] (Annexe p 26-27), par Nahum Kipnis [5] (218-223) et [7] (165-198), et dont les observations ont été discutées du point de vue historique par Jed Buchwald [8]. La progression du raisonnement de Fresnel peut être décomposée en trois principales étapes : au départ, la diffraction est conçue comme un phénomène d'interférences à deux ondes, tout d'abord avec des sources localisées sur les bords de l'obstacle (fil), puis avec des sources centrées sur les premières « zones de Fresnel » ; enfin, elle est conçue comme un phénomène d'interférences à une infinité de sources sphériques secondaires cohérentes, conformément à ce qui deviendra le principe de Huygens-Fresnel. Le texte ci-dessous, élaboré principalement à partir du contenu du cédérom [1] et du texte historique [2] (p 80-97), revient sur les deux premières étapes (§2.2 et §2.3). Il s'agit d'une proposition d'une approche didactique expérimentale, ancrée dans l'histoire, d'un thème traditionnellement réputé difficile pour les élèves (*cf.* §2.4). Pour poser convenablement la problématique de Fresnel, il est nécessaire de revenir dans un premier temps sur les expériences de Grimaldi, Newton et Young de la diffraction.

### 2.1. Le phénomène de diffraction.

Le phénomène de diffraction est découvert par Francesco Maria Grimaldi (1618-1663) et rapporté dans son ouvrage *Mathesis de Lumine, Coloribus et Iride* [9], publié à titre posthume en 1665. Dans la première proposition de cet ouvrage, en latin, Grimaldi note que « La lumière s'étend ou se répand non seulement en ligne droite, en se réfractant ou en se réfléchissant, mais aussi suivant un quatrième mode, en diffractant ». Il remarque, sur la base de deux expériences principales (diffraction par un obstacle, diffraction par une fente) que la lumière s'écarte de sa propagation géométrique rectiligne. Par exemple, dans l'*experimentum primum*, Grimaldi perce un très petit trou dans le volet d'une pièce obscure, de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre et place un petit corps opaque dans la lumière à quelques mètres du trou. Il observe, d'une part, que l'ombre portée par l'obstacle sur une table recouverte d'une feuille blanche est un peu plus large que celle prédite par la propagation rectiligne des rayons lumineux, et d'autre part, qu'elle est délimitée par trois séries de raies colorées, bleues à l'intérieur et rouges vers l'extérieur, qui suivent la forme de l'ombre de l'obstacle. Ces raies se situent dans la zone lumineuse à côté de la zone de pénombre. Grimaldi observe également *des franges brillantes dans l'ombre de l'obstacle*, ce qu'il est particulièrement important de relever pour notre discussion. Il note que les caractéristiques de la diffraction ne dépendent pas du matériau avec lequel l'obstacle est réalisé et que les franges de diffraction n'évoluent pas en ligne droite. Cette expérience est relatée dans le cédérom, dans le chapitre « Découverte de la diffraction » et détaillée, dans [2] (p 37-42) (*idem* pour l'*experimentum secundum* où l'obstacle est remplacé par une petite ouverture).

Les expériences de Grimaldi sont reprises par Newton dans le livre III de l'*Optique* [10]. Il s'agit du plus court des trois livres qui constituent cet ouvrage magistral. Newton y relate 11 observations et termine par 30 « Queries ». Il n'est directement utile pour notre discussion de ne retenir que deux points. Tout d'abord, le livre III commence par

*Observations sur les inflexions [des rayons lumineux] et les couleurs qui en résultent.* (Newton utilise le terme d'inflexion pour décrire le phénomène de diffraction). Dans l'expérience de l'obstacle (*experimentum primum* de Grimaldi), Newton relève les franges sombres dans la partie éclairée : « Personne, avant Grimaldo, n'avait observé que les ombres des corps exposées aux rayons solaires (introduits dans une chambre obscure par un fort petit trou) sont, non seulement plus amples qu'elles ne le devraient si ces rayons passaient en ligne droite le long de ces corps, mais bordées de trois franges colorées parallèles » (p 275). Newton ne fait aucune mention des raies brillantes observées par Grimaldi dans l'ombre de l'obstacle. Ces expériences sont certes difficiles à réaliser et Newton nous dit lui-même qu'il n'a pu y apporter tout le soin désiré, mais cette omission n'est pas sans conséquence. Dans la Question 28, dans laquelle Newton critique la théorie ondulatoire de la lumière après avoir critiqué l'analyse (pourtant exacte) de la biréfringence par Huygens, il écrit : « si [la lumière] agissait par une pression, ou par un mouvement propagé instantanément ou successivement à travers un milieu fluide ; ses rayons s'infléchiraient autour des corps plongés dans ce milieu, et tomberaient sur l'ombre : car nulle pression, nul mouvement ne peut se propager en ligne droite au-delà d'un obstacle propre à le détruire en tout ou partie » (p. 312) (en note j'ai reproduit la citation originale qui est plus précise).<sup>2</sup> L'existence des franges brillantes à l'intérieur de l'ombre géométrique d'un obstacle deviendra un test pour la théorie ondulatoire, qui devra en fournir une interprétation.

C'est bien ainsi que le conçoit Thomas Young (1773-1829), qui introduit la théorie des interférences lumineuses pour expliquer un certain nombre de phénomènes laissés inexpliqués par la théorie newtonienne (§ « Young et les interférences » [1] et [2] (p 77-80)). Pour Young, comme le note Nahum Kipnis [5] p 217 et [7] (p 105-112), les franges à l'intérieur de l'ombre d'un cheveu résultent des interférences des rayons diffractés par deux bords extrêmes de l'obstacle. Une différence de marche multiple de la longueur d'onde conduit à l'observation d'une frange brillante dans l'ombre. Pour appuyer cette interprétation, Young fait l'expérience suivante : « En 1803, alors qu'il observait les franges intérieures produites par un corps *AB*, Young pris un petit obstacle *PQ* et le plaça derrière le corps pour intercepter la lumière passant d'un côté. Il vit disparaître toutes les franges intérieures et conclut : « ces franges étaient l'effet conjoint de la lumière passant de chaque côté [...] et infléchie, ou plutôt diffractée, dans l'ombre » » [7] (p 112). Kipnis commente en guise de conclusion : « Aussi douteux que fût son raisonnement [en particulier, l'obstacle est approché derrière le cheveu, donc pas dans le même plan], personne n'y trouva d'objection, et finalement cette expérience fut reconnue comme un argument crucial à l'appui du principe des interférences ».

## 2.2. La disparition des franges intérieures dans l'ombre d'un fil.

Augustin Fresnel développe son analyse des phénomènes de diffraction, en la fondant sur la théorie ondulatoire, car « le système qui fait consister la lumière dans les vibrations d'un fluide universel a de grands avantages sur celui de l'émission. Il permet de concevoir comment la lumière est susceptible de recevoir tant de modifications diverses ». Dans le premier mémoire qu'il adresse à l'académie des sciences le 15 octobre 1815, Fresnel relate ses observations et expose la première version de son interprétation de la diffraction, proche de celle de Young. Il perce un très petit trou dans un écran opaque et utilise une lentille de très courte focale pour réaliser un « point lumineux ». Ne disposant pas de lentille suffisamment convergente, il dépose une goutte de miel en guise de lentille sur le trou par lequel entre la

<sup>2</sup> « And if it [Light] consisted in Pression or Motion, propagated either in an instant or in time, it would bend into the Shadow. For Pression or Motion cannot be propagated in a Fluid in right Lines, beyond an Obstacle which stops part of the Motion, but will bend and spread away into the quiescent Medium which lies beyond the obstacle » (p 362).

lumière solaire. Il place un fil de 1 mm d'épaisseur sur le trajet de la lumière et observe derrière le fil. Afin de pouvoir suivre l'évolution des franges dans les meilleures conditions, il utilise une lentille de courte focale qui lui sert de loupe, au foyer de laquelle il place un réticule constitué de fils très fins parallèles situés sur un cadre. Il peut ainsi suivre les franges à partir de 2,8 cm de l'obstacle jusqu'à plusieurs mètres de celui-ci. Il observe tout d'abord les franges qui se forment à l'extérieur de l'ombre géométrique et remarque que celles-ci n'évoluent pas sur une ligne droite à partir de l'obstacle. La compréhension du phénomène lui vient lorsqu'il s'intéresse aux franges à l'intérieur de l'ombre : « Je me suis longtemps arrêté aux franges extérieures, qui sont les plus faciles à observer, sans m'occuper des franges intérieures. Ce sont celles-ci qui m'ont enfin conduit à l'explication du phénomène. J'avais déjà collé plusieurs fois un petit carré de papier noir sur un côté du fil de fer dont je me servais dans mes expériences, et j'avais toujours vu les franges de l'intérieur de l'ombre disparaître vis-à-vis de ce papier : mais je ne cherchais que son influence sur les franges extérieures et je me refusais en quelque sorte à la conséquence remarquable où me conduisait ce phénomène. Elle m'a frappé dès que je me suis occupé des franges intérieures, et j'ai fait sur-le-champ cette réflexion : puisque en interceptant la lumière d'un côté du fil on fait disparaître les franges intérieures, le concours des rayons qui arrivent des deux côtés est donc nécessaire à leur production » [11] (p 16-17).

Histoire des idées sur la lumière

[Histoire](#)
[Laboratoire](#)
[Philosophie](#)
[Imprimer](#)
[Quitter](#)

Laboratoire

- Réflexion et réfraction
- « Œil » avec obstacle
- Croisement de faisceaux
- La chambre noire
- Prisme de Descartes
- Diffraction de Grimaldi
- Couleurs des lames minces
- Biréfringences
- Expériences de Newton
- Trous d'Young
- Expériences de polarisation
- Diffraction laser
  - └ Diffraction par un fil
  - └ Disparition franges intérieures
  - └ Diffraction par une fente
  - └ Diffraction par un trou
  - └ Diffraction : point de Poisson
- Fentes d'Young
- Expérience de Fresnel-Arago
- Lames cristallines
- « Franges de Michelson »
- « Corps noir »
- Effet photoélectrique

On coupe le faisceau avec une feuille de papier perpendiculaire à l'axe du faisceau et on place cette feuille tangentiellement au fil.  
On constate que lorsque la feuille touche le fil les franges intérieures disparaissent : il reste les franges de bords d'écran. C'est ce qui incite Fresnel à penser dans un premier temps que, dans la diffraction, les deux bords de l'obstacle jouent un rôle de source.

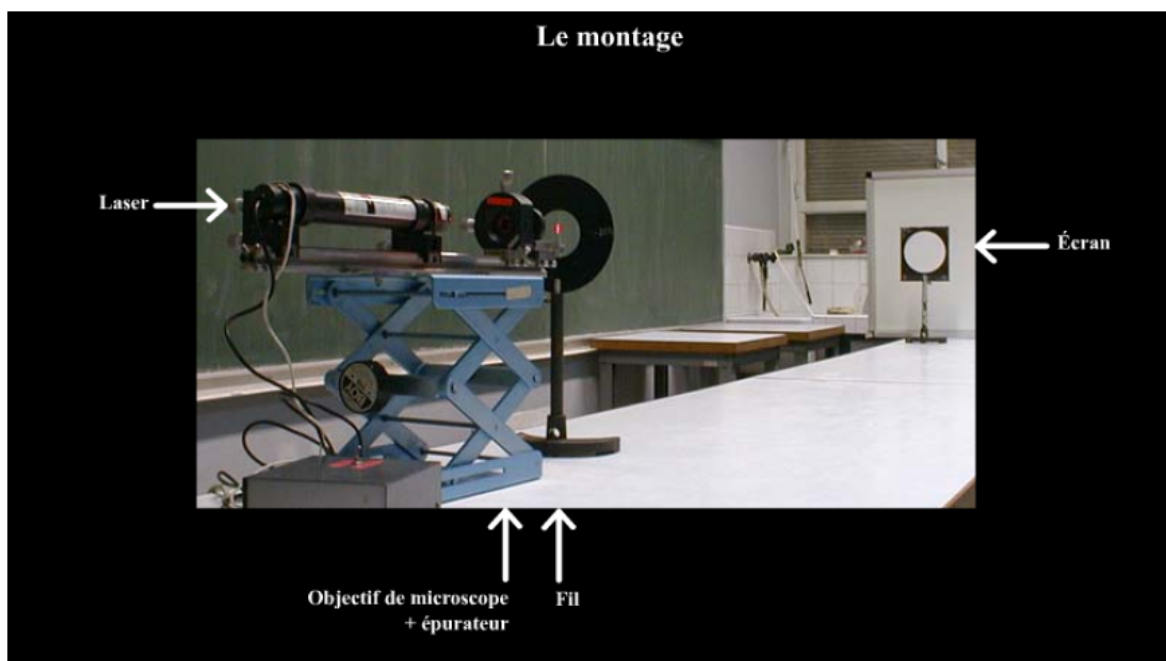
**Expérience**

L'expérience suivante montre les franges obtenues avec un bord d'écran :

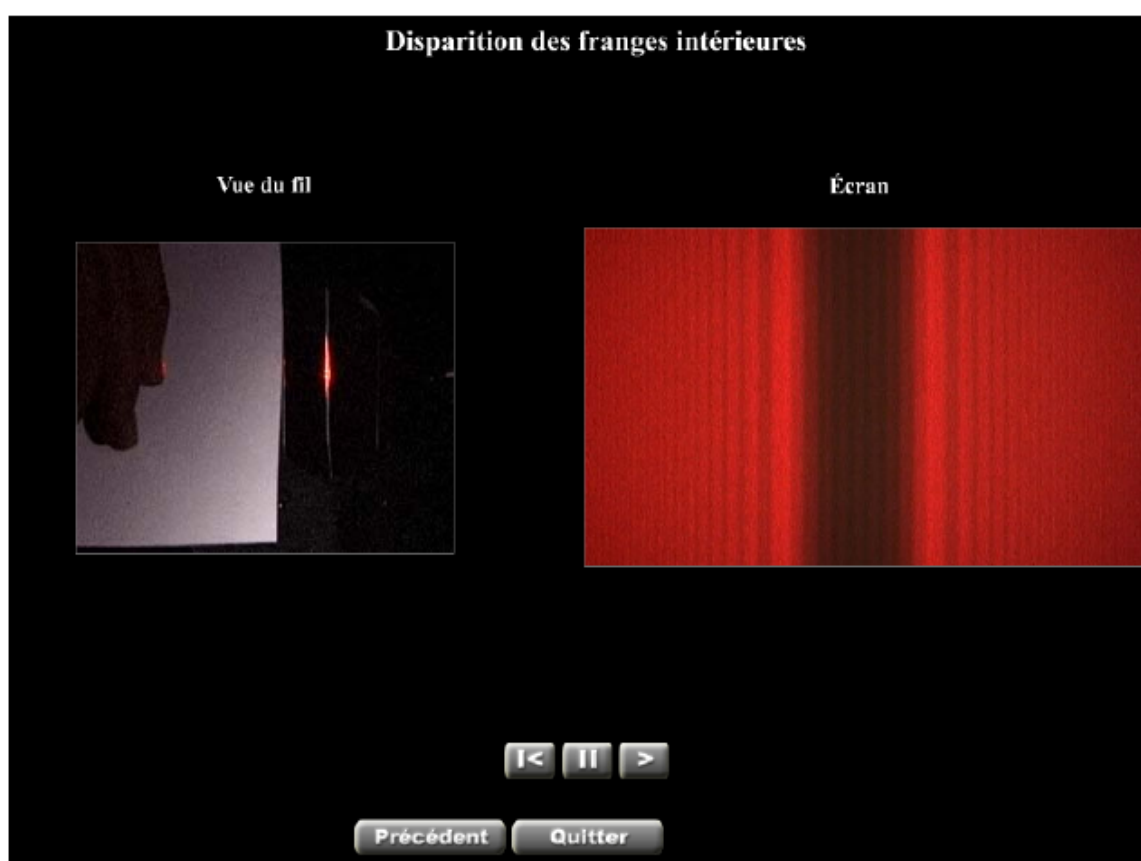
On place une lame de rasoir à une vingtaine de centimètres du trou source.  
On observe sur un écran situé à 2 ou 3 mètres des franges parallèles au bord de la lame situées dans la partie éclairée de l'écran. On remarque qu'il n'y a pas de discontinuité entre la zone d'ombre et la zone éclairée.

**Expérience**

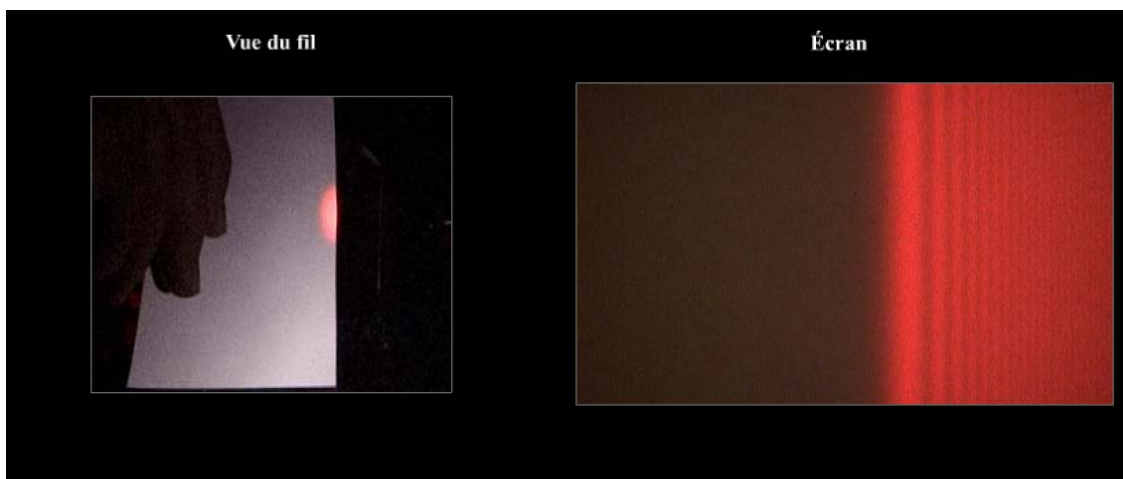
**Fig. 1.** Capture d'écran du schéma animé illustrant le principe de l'expérience Fresnel pour observer la disparition des franges intérieures. Une feuille est approchée d'un côté du fil.



**Fig. 2.** L'onglet « Expérience » (figure 1) donne accès aux photos du montage et aux vidéos.



**Fig. 3a.** Une caméra filme le rapprochement de l'obstacle (la feuille de papier blanche) du fil éclairé et l'autre, simultanément, l'effet sur l'écran. La photo de droite correspond à la figure de diffraction du fil, avec des franges intérieures bien visibles dans l'ombre du fil (au centre de la figure).



**Fig. 3b.** Les franges à l'intérieur de l'ombre du fil disparaissent quand la feuille de papier affleure le fil d'un côté (on retrouve alors la figure de diffraction du bord d'écran).

Comme on l'a rappelé ci-dessus, cette observation avait déjà été faite par Thomas Young (ainsi que le souligne François Arago dans son rapport). Fresnel interprète les franges brillantes dans l'ombre comme résultant des interférences constructives de la lumière émise par les bords de l'obstacle, considérés comme des sources d'ondes sphériques, et les franges sombres, dans la partie éclairée, comme résultant des interférences de la source localisée sur le bord le plus proche avec la lumière incidente : « À l'extérieur les franges sont produites par le croisement des rayons partant du point lumineux et des bords du fil, et dans l'intérieur de l'ombre elles proviennent du croisement des rayons infléchis de chaque côté par les bords du fil. J'ai considéré le point lumineux, et les deux bords du fil, comme des centres d'ondulation régulière, et les intersections de leurs cercles devaient me donner la position des franges » [11] (p 17-18).

Les cercles sur la figure 4 ci-dessous correspondent à l'intersection avec le plan de la figure, d'ondes sphériques émises dans l'espace par les deux sources ponctuelles localisées sur les bords de l'obstacle. Les intersections de deux cercles se faisant suivant des branches d'hyperbole « dont les foyers sont le point lumineux et un des bords du fil, pour les franges extérieures », la théorie de Fresnel rend compte de l'allure hyperbolique des franges. Il est visible, sur ce schéma, que les concavités des franges sont tournées vers l'intérieur pour les franges extérieures et vers l'extérieur pour les franges intérieures et « on voit par l'inspection même de la figure pourquoi l'ombre contient d'autant plus de franges intérieures qu'on la reçoit plus près du fil ». Cette interprétation qualitative de la figure de diffraction est remarquable par sa simplicité et l'analyse qu'elle permet. Pour rendre compte de la position des franges extérieures, à la précision de ses premières mesures, Fresnel introduit un déphasage d'une demi-longueur d'onde entre les ondes émises par le bord de l'obstacle et l'onde incidente : « La frange extérieure du premier ordre étant donnée par l'intersection de deux cercles, dont l'un a pour centre le point lumineux et l'autre le bord du fil, et dont les origines sur le rayon tangent sont à une demi ondulatio n l'une de l'autre, il faut en conclure que la réflexion a changé d'une demi vibration les ondulations qui ont pour centre le bord du fil ; autrement elles seraient d'accord dans l'endroit même où se trouve la partie la plus sombre de la frange » [11] (p 26). (Le terme « réflexion » indique ici plutôt un processus de diffusion de la lumière dans toutes les directions par les bords de l'obstacle).

## Histoire des idées sur la lumière

Histoire
Laboratoire
Philosophie
Imprimer
Quitter

### Histoire

- La vision dans l'Antiquité
- La lumière et la science arabe
- L'époque médiévale
- La « science des mécènes »
- Descartes : optique mécaniste
- Une optique finaliste
- Découverte de la diffraction
- Hooke : l'impulsion lumineuse
- Huygens : surfaces d'ondes
- L'optique de Newton
- Vitesse de la lumière
- Siècle des Lumières
- Young et les interférences
- Malus et la polarisation
- **La théorie de Fresnel**
  - Diffraction : système à deux ondes
  - Diffraction : rayons efficaces
  - La théorie de la diffraction
  - Transversalité des ondes
  - Couleur des lames cristallines
  - L'entraînement de l'éther
  - Conclusion
- Vérifications expérimentales
- La théorie de Maxwell
- Le « vent d'éther »

**Cit.** J'avais déjà collé plusieurs fois un petit carré de papier noir sur un côté du fil de fer dont je me servais dans mes expériences, et j'avais toujours vu les franges de l'intérieur de l'ombre disparaître vis-à-vis de ce papier : mais je ne cherchais que son influence sur les franges extérieures et je me refusais en quelque sorte à la conséquence remarquable où me conduisait ce phénomène. Elle m'a frappé dès que je me suis occupé des franges intérieures, et j'ai fait sur-le-champ cette réflexion : puisqu'en interceptant la lumière d'un côté du fil on fait disparaître les franges intérieures, le concours des rayons qui arrivent des deux côtés est donc nécessaire à leur production. *Fresnel. Premier mémoire sur la diffraction. (Œuvres. t. I. p.16).*

Fresnel en tire la conclusion suivante et dessine le schéma correspondant (*Œuvres. t. I. p. 95*) :

Laboratoire

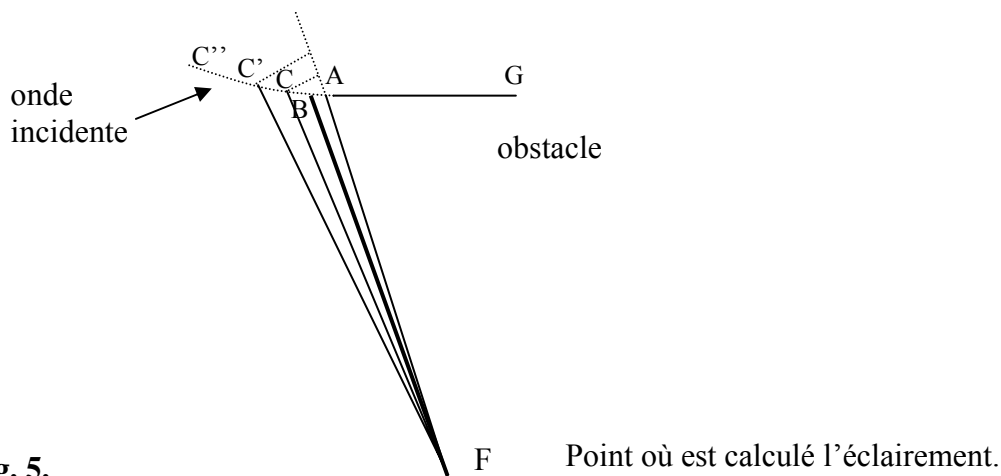
**Fig. 4.** Citation et schéma de Fresnel du système d'interférences à deux ondes localisées sur les bords de l'obstacle pour expliquer les franges hyperboliques. Les cercles successifs sont distants d'une demi « ondulation », et représentent alternativement les « nœuds » (lignes pleines) et les « ventres » (lignes pointillées) de vibration [11] (p 23).

### 2.3. « Rayons efficaces » et « zones de Fresnel ».

Des observations plus précises font douter Fresnel en 1816 de l'hypothèse suivant laquelle les centres d'ondulation sont localisés sur les bords de l'obstacle et le font revenir sur sa première intuition, dans son *Supplément au deuxième Mémoire sur la diffraction* : « En cherchant la cause de cette différence entre les résultats du calcul et ceux de l'expérience [position des franges], quelques réflexions et observations nouvelles m'ont fait douter de l'exactitude d'une hypothèse dont j'étais parti pour calculer mes formules : que le centre d'ondulation de la lumière réfléchie était toujours au bord même du corps opaque, ou, ce qui revient au même, que la lumière infléchie ne pouvait provenir que des rayons qui ont touché sa surface » [11] (p 158-159). Fresnel déplace alors le centre des ondulations sur le front d'onde, en le plaçant au voisinage du bord de l'obstacle. Cela constitue une étape importante vers la formulation du principe de Huygens-Fresnel.

Il envisage désormais que chaque point du milieu (l'éther) atteint par une vibration lumineuse se comporte comme un centre d'ondulations car « à la vérité, à chaque point de l'espace où l'éther s'est condensé il presse et tend à se dilater dans tous les sens », exerçant ainsi une pression dans toutes les directions, dans la description mécaniste d'alors. Fresnel donne une description qualitative, basée sur la notion de « rayons efficaces », en introduisant une première version de ce qui deviendra les « zones de Fresnel » (qu'il utilisera plus tard pour décrire les phénomènes de diffraction). Dans la théorie des « rayons efficaces », tout se

passer comme si le centre des ondulations était en  $B$  et que la lumière diffractée en  $F$  venait de  $BF$  (qui interfère avec la lumière suivant un trajet analogue, issu de l'autre bord de l'obstacle).



**Fig. 5.**

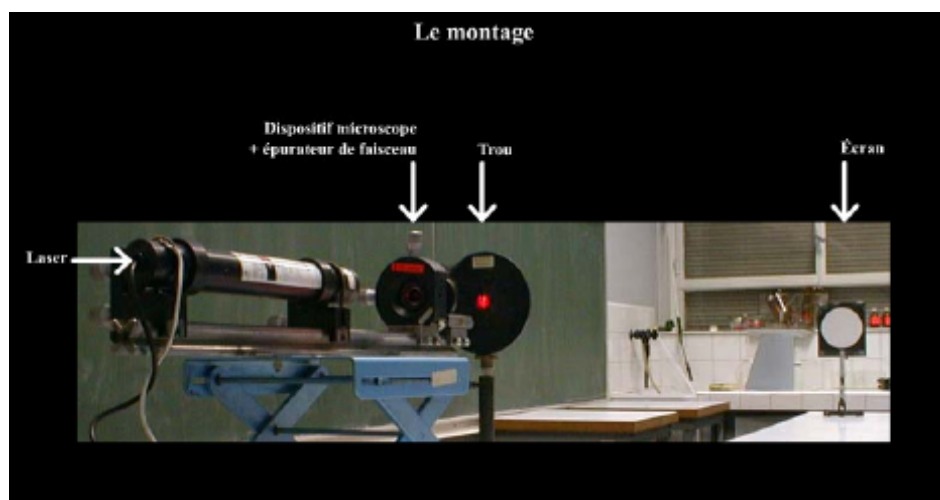
F Point où est calculé l'éclairement.

Les points  $C$ ,  $C'$ ,  $C''$ , etc., appartiennent au front d'onde lumineux incident sur l'obstacle de bord  $A$ . Ces points sont construits géométriquement comme suit : soit  $F$  un point à l'intérieur de l'ombre géométrique où l'on désire connaître l'éclairement. Fresnel prolonge  $FA$  d'une demi-vibration, puis trace le cercle correspondant de centre  $F$  qui coupe l'onde incidente en  $C$ . En augmentant successivement  $FA$  de multiples d'une demi-ondulation et en réitérant la construction, Fresnel construit les points  $C'$ ,  $C''$ , etc. sur le front d'onde incident au niveau de l'obstacle. Il en déduit : « Alors toutes les vibrations qui partiront de l'arc  $CC'$  dans cette direction oblique seront en discordance complète avec les vibrations partant des points correspondants de  $AC$ . Mais toutes celles qui prennent naissance sur  $CC'$  sont déjà très affaiblies par celles de l'arc suivant  $C'C''$ , et ne peuvent produire probablement une diminution de plus de moitié dans les mouvements ondulatoires qui émanent de  $AC$  : excepté cet arc extrême, chaque partie de l'onde directe se trouve comprise entre deux autres qui détruisent les rayons obliques qu'elle tend à produire. C'est donc le milieu  $B$  de l'arc  $AC$  qui doit être considéré comme le centre principal des ondulations qui se font sentir au point  $F$  [...] ainsi le rayon  $BF$  qui part du milieu de cet arc, est presque exactement la moyenne entre les deux rayons extrêmes  $CF$  et  $AF$ . On voit que le rayon efficace  $BF$ , et par conséquent le chemin parcouru par la lumière infléchie, sera plus long d'un quart d'ondulation que le chemin compté à partir du bord même du corps  $AG$  » [11] (p 161-162). À l'extérieur de l'ombre, le rayon efficace provenant de l'obstacle, qui interfère avec la lumière incidente, est en quadrature, ce qui permet de déplacer les franges sombres dans un sens qui compense quelque peu les écarts observés avec la théorie précédente. Quant aux franges à l'intérieur de l'ombre, les rayons efficaces interférant entre eux, tout se passe comme dans la version précédente qui rendait assez bien compte de la position des franges.

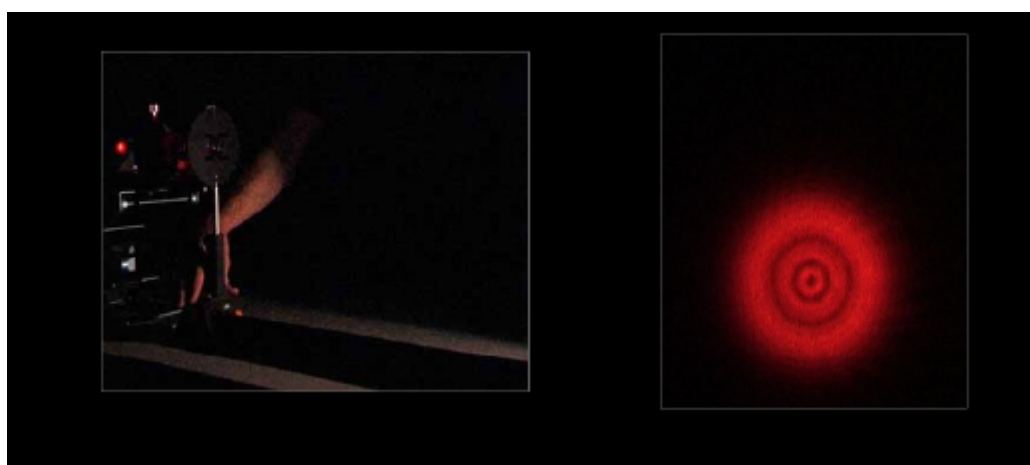
La théorie de Fresnel atteint sa maturité dans le Mémoire sur la diffraction qu'il adresse à l'académie des sciences en 1818, qui sera couronné par l'académie. Le micromètre dont dispose Fresnel lui permet désormais une précision de  $1/100^{\text{ème}}$  de mm (deux fois meilleure). Il réalise ses observations avec une lumière « d'une seule couleur » en filtrant la lumière solaire à l'aide d'un verre de vitrail de grande qualité que lui a remis François Arago qui collabore à ces expériences. Il semble hors de doute à Fresnel que des écarts sensibles se font sentir entre les positions des franges, aussi bien extérieures qu'intérieures, prévues par sa théorie et l'observation. Il jette les bases de sa nouvelle interprétation : « je vais faire voir maintenant qu'on peut en donner une explication satisfaisante et une théorie générale dans le système des ondulations, sans le secours d'aucune hypothèse secondaire, et en s'appuyant



seulement sur le principe de Huygens et sur celui des interférences, qui sont l'un et l'autre des conséquences de l'hypothèse fondamentale [ondulatoire] » [11] (p 282-283). C'est le principe dit de Huygens-Fresnel (*cf.* [12] par exemple pour une formulation actuelle de ce principe). Il n'est plus nécessaire de suivre ici la démarche historique de Fresnel qui ne correspond pas au cadre conceptuel actuel, car Fresnel entre dans une discussion des vibrations des molécules d'éther. Le principe de « Huygens-Fresnel » conduit aux « intégrales de Fresnel » qui permettent de calculer l'éclairement en un point quelconque de l'écran. Mais comme Fresnel le préconise, il est avantageux, pour éviter de manipuler des intégrales compliquées et prévoir qualitativement les phénomènes, d'utiliser les *zones de Fresnel* (mentionnées plus haut). Celles-ci permettent notamment d'interpréter que le point au centre de la figure de diffraction d'un trou est alternativement sombre et brillant, suivant la distance du trou à la source lumineuse, l'écran étant maintenu fixe (figures 6 à 7). Un centre brillant correspond à un nombre impair de zones de Fresnel découpées par le diaphragme sur le front d'onde de l'onde incidente, et un centre noir correspond à un nombre pair, comme le montre la figure 8 (*cf.* [13] (p 182-183) et [5] (p 219-222) pour une analyse).



**Fig. 6.** Montage pour la diffraction de Fresnel par un trou. Le trou a un diamètre de 2mm et il est éclairé par un faisceau divergent (objectif de microscope devant un laser).



**Fig. 7a à d.** Observations d'un centre alternativement noir ou brillant en éloignant le trou de la source.

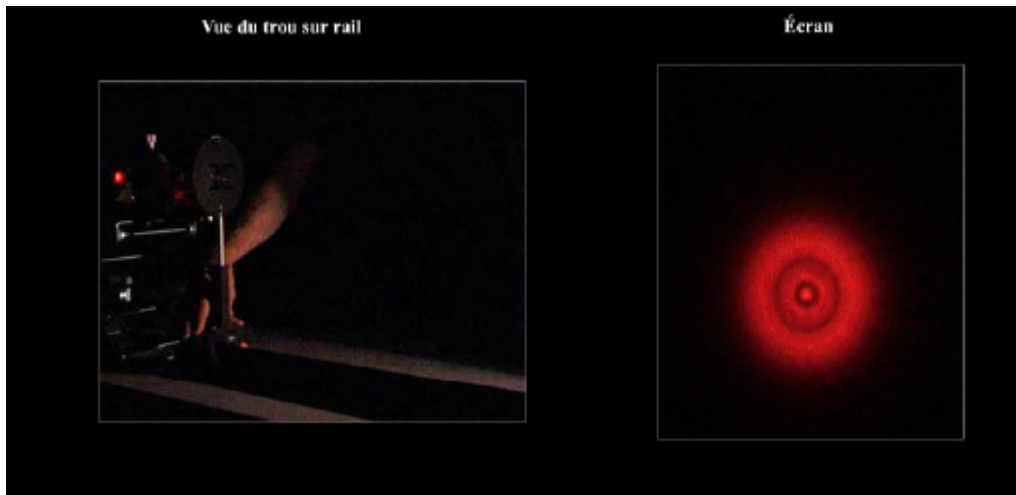


Fig. 7b.



Fig. 7c.

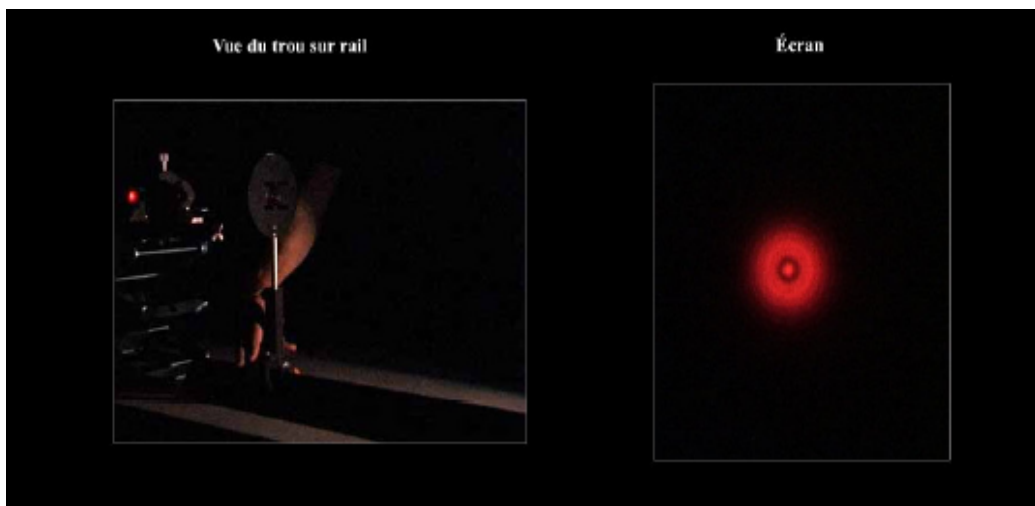
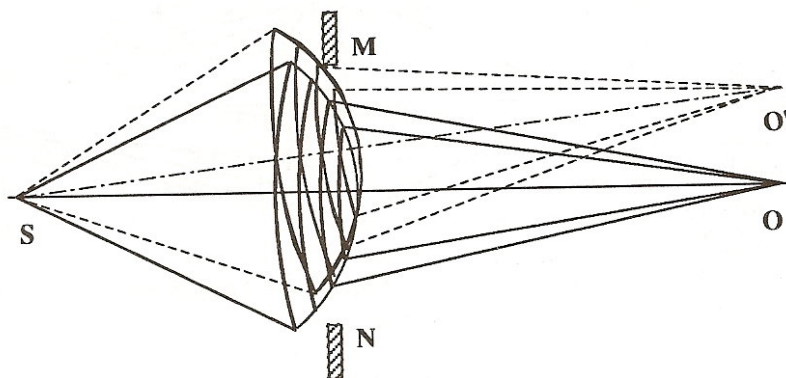
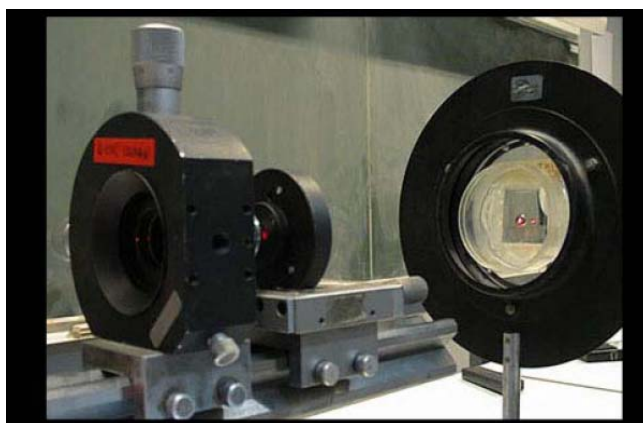


Fig. 7d.

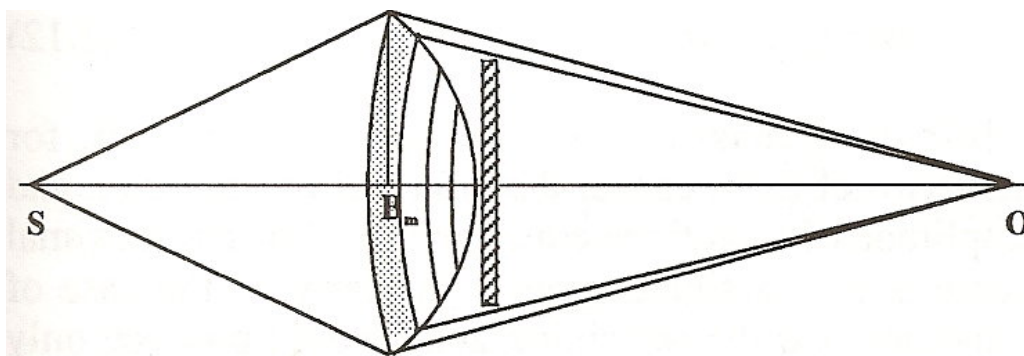


**Fig. 8. Interprétation en termes de zones de Fresnel.**  $MN$  est un trou de rayon  $\rho$ . La distance de la source  $S$  au trou  $MN$  est  $a$  et celle entre ce dernier et le point  $O$  d'observation est  $b$ . Le nombre  $m$  de zones de Fresnel vues à travers l'ouverture est  $m = \rho^2(a+b)/ab\lambda$ . (Extrait de Kipnis [5] (p 219-220)). Si  $m$  est pair, le centre est sombre, brillant si  $m$  est impair.

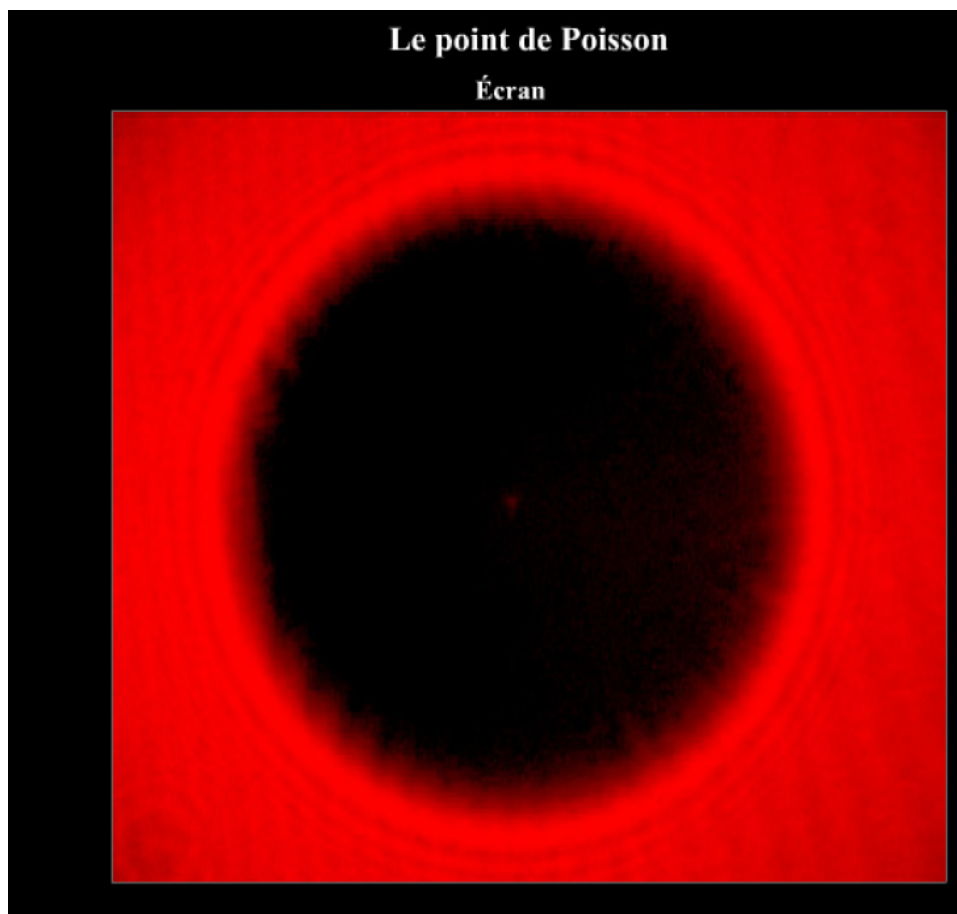
Une prédiction également remarquable de la théorie de Fresnel, soulevée à l'origine par Poisson, examinateur du Mémoire Couronné, à l'encontre de la théorie (mais aussitôt vérifiée par Arago et Fresnel) est la possibilité d'observer un point lumineux au centre de l'ombre géométrique d'un obstacle circulaire : le point de Poisson (voir figures 9 à 11).



**Fig. 9.** Schéma du montage pour le point de Poisson.



**Fig. 10. Interprétation en termes de zones de Fresnel.** Quelque soit la distance, on observe un point brillant au centre de l'ombre géométrique. La lumière provient de la première zone de Fresnel extérieure à l'ouverture (celles encore plus extérieures, non représentées, se compensant deux à deux). Extrait de [5] (p 219).



**Fig. 11. Point de Poisson.** Photographie extraite du cédérom montrant un point brillant au centre.

Fresnel met aussi en évidence la propriété de la transversalité de la vibration lumineuse (polarisation) par l'expérience dite de Fresnel-Arago (Annexe 2), et utilise cette propriété pour interpréter les couleurs des lames cristallines (*cf.* [1]). La théorie de Fresnel, avec la transversalité de la lumière, la formule d'entraînement de l'éther lumineux par les corps réfringents en mouvement et le « vent d'éther » traversant librement la Terre, sont au cœur de la physique du début du XX<sup>e</sup> siècle.

#### **2.4. Discussion.**

En suivant la démarche historique de Fresnel concernant l'analyse du phénomène de diffraction et les différentes étapes de son raisonnement, l'étudiant peut voir la théorie prendre corps progressivement, dans une dialectique avec l'expérience. Cela lui permet de se familiariser progressivement avec ce phénomène complexe. Cette démarche, qui traduit l'approche « historico-investigative » de Nahum Kipnis, peut s'avérer très utile. Remarquons que bien souvent, les expériences présentées par les scientifiques sont des expériences construites, comme le souligne Michel Blay au sujet des expériences de Newton sur les couleurs : « Des conditions expérimentales aussi bien définies [pièce sombre, diaphragme, prisme placé au minimum de déviation, forme du spectre observé] et éloignées des pratiques usuelles des contemporains soulignent la spécificité de l'expérience newtonienne du prisme. Loin d'être celle d'où aurait été déduite toute la théorie, elle apparaît bien plutôt comme une expérience mise en place pour développer l'hypothèse formulée antérieurement concernant la réfrangibilité spécifique des rayons. L'expérience du prisme au sens newtonien est une expérience construite et non donnée » [10] (p 389). Il est donc d'autant plus important de

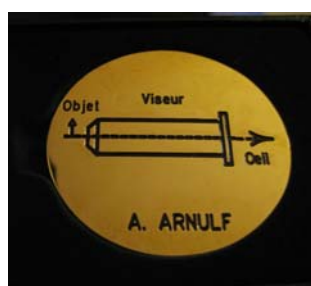
suivre les différentes étapes de l'élaboration d'un raisonnement scientifique dans sa relation avec l'expérience. James Clerck Maxwell souligne un point analogue quand il compare les exposés respectifs d'Ampère et de Faraday dans son traité d'électromagnétisme : « Les recherches expérimentales par lesquelles Ampère établit les lois de l'action mécanique entre courants électriques est l'une des réalisations scientifiques les plus brillantes. L'ensemble, théorie et expérience, semble avoir surgi, totalement achevé, du cerveau du « Newton de l'électricité » [...]. La méthode d'Ampère, cependant, bien que présentée sous une forme inductive, ne nous permet pas de suivre l'évolution des idées qui l'ont guidé. Nous pouvons difficilement croire qu'Ampère ait réellement découvert la loi de l'action [entre courants] par les expériences qu'il nous décrit. Nous sommes amenés à soupçonner, ce qu'en fait il reconnaît lui-même, qu'il a découvert la loi par quelque procédé que nous ignorons, et qu'une fois qu'il en a établi une démonstration parfaite, il efface les traces de l'échafaudage par lequel il y est parvenu. Faraday, au contraire, nous livre aussi bien ses expériences infructueuses que celles qui ont réussi, et ses premières idées aussi bien que celles qu'il a développées, et le lecteur, bien qu'inférieur à lui en pouvoir inductif, ressent une connivence, encore plus que de l'admiration, et est enclin à croire, que si l'opportunité lui en était donnée, il serait lui aussi un pionnier [...] » [14].

L'enseignement en classes préparatoires et en premières années à l'université part en général directement du principe de Huygens-Fresnel, donc du résultat des recherches de Fresnel, et l'applique au seul cas calculable par des étudiants de seconde année : la figure de diffraction à l'infini d'une ouverture rectangulaire (dans le montage de Fraunhofer). Les autres situations sont ignorées car « hors-programme », afin d'éviter les complications du calcul des intégrales de Fresnel. Cette démarche s'avère inefficace d'un point de vue pédagogique. Cette présentation de la diffraction, qui est reproduite dans les leçons d'agrégation auxquelles j'ai pu assister en tant que membre de jury de l'agrégation externe de physique appliquée, est mal gérée par les candidats : ceux-ci s'embrouillent en général dans un calcul formel qu'ils recopient et le phénomène n'est ni analysé ni interprété qualitativement. Les travaux de Laurence Maurines ont montré que les étudiants à l'université ne faisaient d'ailleurs pas appel à des raisonnements propres à l'étude des ondes pour analyser les phénomènes de diffraction, quand bien même ils auraient reçu un tel enseignement antérieurement, mais revenaient à leurs connaissances d'optique géométrique (en particulier en considérant des rayons lumineux indépendants) : « tout se passe comme si les rayons de propagation de l'énergie de l'onde incidente étaient réfléchis ou réfractés par les bords de l'ouverture et restaient indépendants après le passage de l'ouverture » [15]. Confrontés à diverses situations dans lesquelles les phénomènes en jeu sont proprement ondulatoires, les étudiants, en majorité, n'appliquent pas le principe de Huygens-Fresnel (qui ne devient exploitable en pratique que par l'utilisation des zones de Fresnel). Laurence Maurines nomme ce modèle, qui concerne le développement de l'onde incidente sur une base d'ondes sphériques, le modèle « géométrico-ondulatoire » et nomme « modèle spectral », celui fondé sur la décomposition en ondes planes. L'auteure conclut par : « Si dans un premier temps, on peut se contenter de l'utilisation du principe de Huygens-Fresnel et de la décomposition en ondes sphériques, il nous semble nécessaire dans un deuxième temps d'introduire la décomposition en ondes planes et le modèle spectral car ils permettent de donner une interprétation physique simple des calculs par transformée de Fourier et des situations de filtrage spatial » [16]. Cette description n'est jamais utilisée par les étudiants « y compris par ceux ayant suivi un enseignement de niveau deuxième cycle universitaire ». Soulignons que le lien entre l'approche spectrale et le principe de Huygens-Fresnel est discuté par Jean-Pierre Provost [17] dans un chapitre consacré à l'analyse des signaux en physique (analyse de Dirac, Fourier, etc.), ce qui lui permet en particulier d'affirmer que « le principe de Huygens-Fresnel [traduction en optique de la notion de réponse impulsionnelle] est donc une conséquence de la

propagation des ondes planes » (p 161). Une introduction à ces développements analytiques sur une base qualitative et expérimentale, reprenant l'approche de Fresnel dans ses deux premières étapes, ainsi que l'utilisation des zones de Fresnel, ne peut que constituer une aide précieuse à la compréhension des phénomènes, ce à quoi l'utilisation du cédérom *Histoire des idées sur la lumière* peut contribuer.

### 3. Bilan et prospective du cédérom.

Le contenu du cédérom fait partie des ressources que le ministère de l'éducation nationale a intégrées au projet de Clé USB *Une clé pour démarrer*, depuis sa création en 2007. Cette clé est distribuée chaque année (à environ 1000 exemplaires) aux enseignants néo-titulaires de physique-chimie. Un mot de passe fournit un accès libre, pendant un an, à un serveur contenant la ressource. Le cédérom, édité par le CRDP de Nice, est diffusé dans le réseau national Scéren du CNDP. Il a été présenté dans le cadre du Colloque TICE Méditerranée en 2004 [18]. Il a été sélectionné pour le prix Roberval 2004, a obtenu le Prix *Arnulf-Françon* 2005 de la Société Française d'Optique (SFO) et la *Marque RIP* (Reconnu d'Intérêt Pédagogique) du ministère de l'éducation nationale :



Je l'ai utilisé avec différents publics (stagiaires PLC2 et PLP2 IUFM, Plan de Formation Académique des enseignants du second degré de l'académie de Nice, pour des enseignants en physique et aussi en philosophie, et pour des candidats à l'agrégation interne) avec un bon retour.

Pour connaître plus précisément l'utilisation qui est faite du contenu du cédérom, nous avons rédigé un questionnaire (Annexe 4) en collaboration avec Laurence Maurines, directrice du laboratoire de Didactique des Sciences d'Orsay (DidaScO), dont relève l'enquête. Il est accessible sur le serveur Sphinx de l'université Paris XI par le lien:

[http://enquetes-sphinx.u-psud.fr/didasco/histoire\\_lumiere/histoire\\_lumiere.hyp?lang=FR&query=input&format=html](http://enquetes-sphinx.u-psud.fr/didasco/histoire_lumiere/histoire_lumiere.hyp?lang=FR&query=input&format=html)

Je présenterai le cédérom, qui est en accès sur nos sites de formations à distance, aux 200 étudiants inscrits dans nos formations cette année (Capes Externe, Capes Interne, PLP Maths-Sciences, Agrégation Interne, Agrégation Externe). J'espère avoir un retour suffisant au questionnaire pour constituer un échantillon représentatif.

### PERSPECTIVE

Un article présentant le cédérom et son utilisation pourra être proposé au journal *Science & Education*.

## BIBLIOGRAPHIE.

- [1] Christian Bracco, Gisèle Krebs, Rodolphe Charrier et Florence Albrecht, *cédérom Histoire des idées sur la lumière - de l'Antiquité au début du XX<sup>e</sup> siècle*, Conseiller : Bernard Maitte, (Nice : CRDP, 2004), diffusion réseau Scéren du CNDP.
- [2] Christian Bracco, *Histoire des idées sur la lumière*, (2004) [http:// hal-sfo.ccsd.cnrs.fr/](http://hal-sfo.ccsd.cnrs.fr/).
- [3] F. J. Rutherford, G. Holton, F.G. Watson, A. Ahlgren ; version française : J. Joly, Louis Sainte-Marie *HPP (Harvard Project Physics) Texte et guide de travail* (Winston limitée ; Paris : diffusion Vuibert, c1971-1972), **vol. 4**.
- [4] Fabio Bevilacqua and S. Bordoni, New Contents for New Media : Pavia Project Physics, *Science & Education*, **7** n° 5 (1998), p 451-469.
- [5] Nahum Kipnis, *Rediscovering Optics*, (Minneapolis : BENA Press, 1992).
- [6] Laurence Maurines, Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches, *Le raisonnement géométrique en termes d'objet dans la physique des ondes*, (Université Paris XI, centre d'Orsay, 2001).
- [7] Nahum Kipnis, History of the Principle of Interference of Light, *Historical studies*, éditeurs Erwin Hiebert et Hans Wussing, (Basel-Boston, Berlin : Birkhäuser Verlag, 1991).
- [8] Jed Z. Buchwald, Fresnel and diffraction theory, *Archives internationales d'histoire des sciences*, **33**, n° 110 (1983), p 36-111.
- [9] Francesco Maria Grimaldi, *Mathesis de Lumine, Coloribus et Iride*, (Victorii Benatii, 1665).
- [10] Isaac Newton, *Optique*, traduit par Jean-Paul Marat (1787), précédé de « La lumière aujourd'hui » par Françoise Balibar et suivi de « Études sur l'optique newtonienne » par Michel Blay, (Christian Bourgeois, 1989) ; réédition de l'ouvrage original : *Optiks* (Dover).
- [11] Augustin Fresnel, *Œuvres Complètes*, tome I, (Paris : Imprimerie Impériale, 1866), réimpression (Paris : Albert Blanchard).
- [12] H prépa, *Optique ondulatoire*, direction Jean-Marie Brébec (Paris : Hachette, 1998).
- [13] Georges Bruhat, *Cours de Physique Générale, Optique*, 1<sup>ère</sup> édition 1930, (Paris : Masson, 1992), 6<sup>ème</sup> édition Alfred Kastler.
- [14] James-Clerk Maxwell, *A treatise on Electricity and Magnetism*, (Clarendon Press, 1873), réimpression (New York : Dover, 1954).
- [15] Laurence Maurines, Les étudiants, la diffraction de Fraunhofer et la formation des images en éclairage cohérent, *Didaskalia*, **17** (2000), p 55-99.
- [16] Laurence Maurines, Le raisonnement géométrique en terme d'objet dans la physique des ondes. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches en didactique des sciences physiques, Université Paris-Sud.
- [17] Jean-Pierre Provost et Gérard Vallée, *Les maths en physique*, (Paris, Dunod, 2004), 2<sup>ème</sup> édition (2006).
- [18] Christian Bracco, Rodolphe Charrier et Laurence Maurines, Une approche didactique de l'optique en sciences physiques : conception d'un cédérom sur l'histoire des idées sur la lumière – de l'Antiquité au début du XX<sup>e</sup> siècle, *Actes du colloque TICE Méditerranée 26-27 novembre 2004*, publié dans la revue en ligne *Information Sciences for Decision Making*, **18**, 224.

**ANNEXE 1.** Note de lecture de Luc Dettwiller,  
*Bulletin de l'Union des Physiciens*, 866 (2004), p 1297-1298.

---

PARUS OU À PARAÎTRE

---

1297

## Nous avons examiné

---

### LOGICIEL

#### **Histoire des idées sur la lumière de l'antiquité au début du xx<sup>e</sup> siècle**

Auteurs : C. BRACCO, G. KREBS, R. CHARRIER et F. ALBRECHT, avec les conseils de B. MAITTE  
CRDP de l'académie de Nice, 2004

Prix : 39 € pour une licence monoposte, 109 € pour une licence établissement (réseau intranet).

Sans pour autant se transformer en cours d'histoire des sciences, l'enseignement scientifique gagne beaucoup à s'appuyer sur les aspects historiques : ainsi les découvertes cessent de paraître inopinées, les problématiques deviennent explicables par leur contexte, le caractère dynamique et évolutif de la construction des savoirs apparaît clairement - avec leurs fécondations mutuelles interdisciplinaires. Un tel éclairage permet de bâtir de beaux cours, manifestant qu'une discipline n'est pas figée ni cloisonnée, et suscitant l'envie de prendre part à son progrès ! Mais il faut pour cela que l'enseignant passe de longues heures à étudier l'histoire de sa matière et à concevoir son utilisation pédagogique...

Le récent cédérom intitulé *Histoire des idées sur la lumière* répond parfaitement à ces aspirations, car il livre aux professeurs de physique, dans les trois grandes parties le constituant, de nombreux éléments qui permettent d'atteindre cet objectif dans leurs cours d'optique.

La partie « histoire » est formée de vingt articles qui retracent l'évolution des représentations de la lumière, depuis les plus anciennes comme celles de PLATON et LUCRECE, en passant par DESCARTES et NEWTON (entre autres), puis FRESNEL et MAXWELL, et enfin PLANCK et EINSTEIN. De nombreuses citations conséquentes de ces grands auteurs permettent de mieux appréhender leur mode d'expression et leur pensée ; on voit se succéder naturellement des notions comme celle du feu visuel, des corpuscules de lumière, des ondes électromagnétiques (s'affranchissant progressivement de leur support - l'éther), et apparaître progressivement les quanta. Ces articles sont divisés en paragraphes concis, ce qui permet de saisir facilement leur idée maîtresse - parfois au prix de schématisations un peu simplistes notamment sur l'expérience cruciale de FOUCAULT.

Mais il est éminemment formateur aussi, à de multiples points de vue, de savoir reproduire certaines expériences historiquement importantes, et de faire réaliser quelles observations sont à l'origine de questionnements fondateurs. Pour l'enseignant ce sera donc un plaisir d'être envoyé, d'un clic, à la partie « laboratoire » donnant, pour chaque expérimentation présentée, des figures (animées pour faciliter la compréhension) assorties d'un texte explicatif, puis des photographies de l'ensemble du montage et de ses détails, et parfois même des films montrant sur deux plages en parallèle la modification d'un réglage et son effet sur le phénomène observé. Franges de diffraction aux bords (et à l'intérieur) des ombres contemplées par GRIMALDI puis FRESNEL, tache de POISSON chère à ARAGO, effet photoélectrique découvert par HERTZ, etc. : plus de trente expériences sont reconstituées avec le matériel des lycées. Certaines ont joué un rôle majeur dans les controverses scientifiques, sont simples à réaliser maintenant avec un laser et sont hélas rarement présentées : citons par exemple la disparition des franges de diffraction à l'intérieur d'une ombre quand on en supprime un bord - phénomène noté par YOUNG pour combattre la théorie corpusculaire de la lumière ; le film qui le montre est donc particulièrement bienvenu ! Par rapport à un livre, ce cédérom apporte ainsi une aide pédagogique originale et précieuse que les professeurs de physique apprécieront à sa juste valeur.



Enfin, la partie « philosophie » contient dix compléments, de forme comparable à celle des articles de l'étude historique qui y renvoient. Ils mettent en lumière les liens transdisciplinaires avec la science, naturels aux yeux des physiciens antiques, progressivement abandonnés à l'époque moderne, mais ressurgissant à un niveau plus profond dans l'épistémologie contemporaine. Dans cet esprit, sont présentées les interrogations de philosophes tels que PLATON, ARISTOTE et BACON à propos de la lumière et de sa place dans leur compréhension du monde ; symétriquement, sont exposées aussi les positions épistémologiques de scientifiques comme NEWTON, PLANCK et EINSTEIN... Bien sûr, il est possible d'aborder la lecture de cette partie (ainsi que de la précédente) directement, sans passer par les renvois de la partie « histoire ».

Ce cédérom ne vise pas que les enseignants, qui pourront l'utiliser lors de leurs préparations voire pendant leurs cours : il rendra de même d'évidents services aux candidats préparant le CAPES ou l'Agrégation ; gageons qu'il intéressera aussi des lycéens ou des étudiants pour leurs travaux documentaires, et l'honnête homme soucieux de culture scientifique. Pour ceux-ci la présence d'une bande son aurait peut-être rendu le contenu du CD plus attractif, et pour tous un index aurait sans doute été utile. En ce qui me concerne, ces absences n'ont pas altéré le grand plaisir que j'ai eu à parcourir les richesses de ce cédérom, et je lui souhaite de rencontrer toute l'audience qu'il mérite.

Luc DETTWILLER

## ANNEXE 2. « Captures d'écran » d'animations.

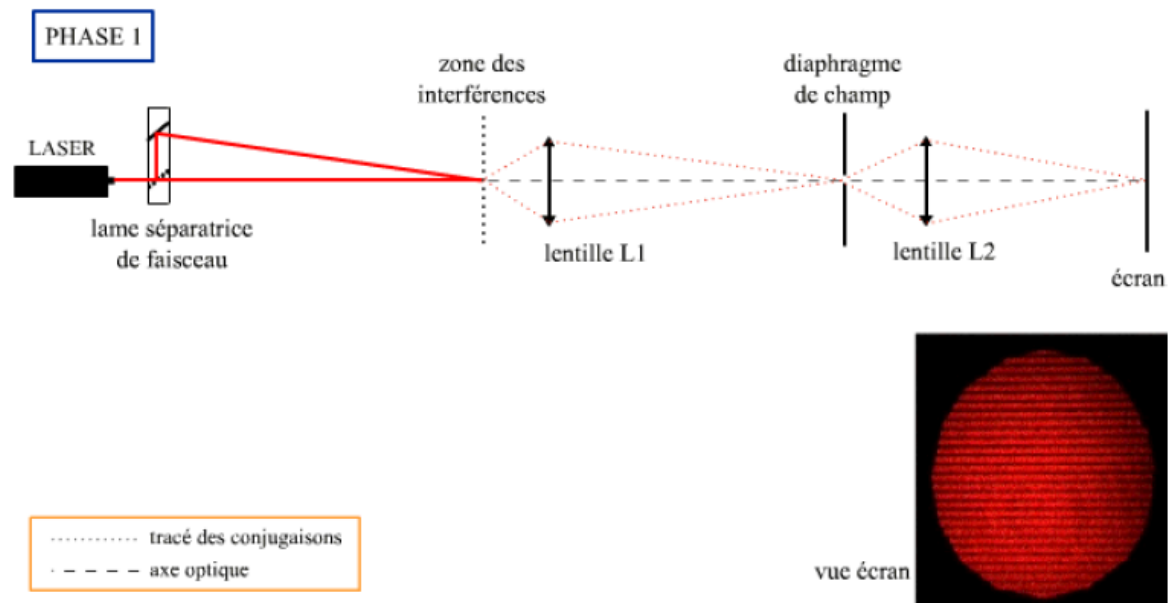
### Expérience de Fresnel et Arago : transversalité des vibrations lumineuses

L'expérience historique a été réalisée avec les fentes d'Young. Elle a conduit Fresnel à postuler la transversalité de la vibration lumineuse.

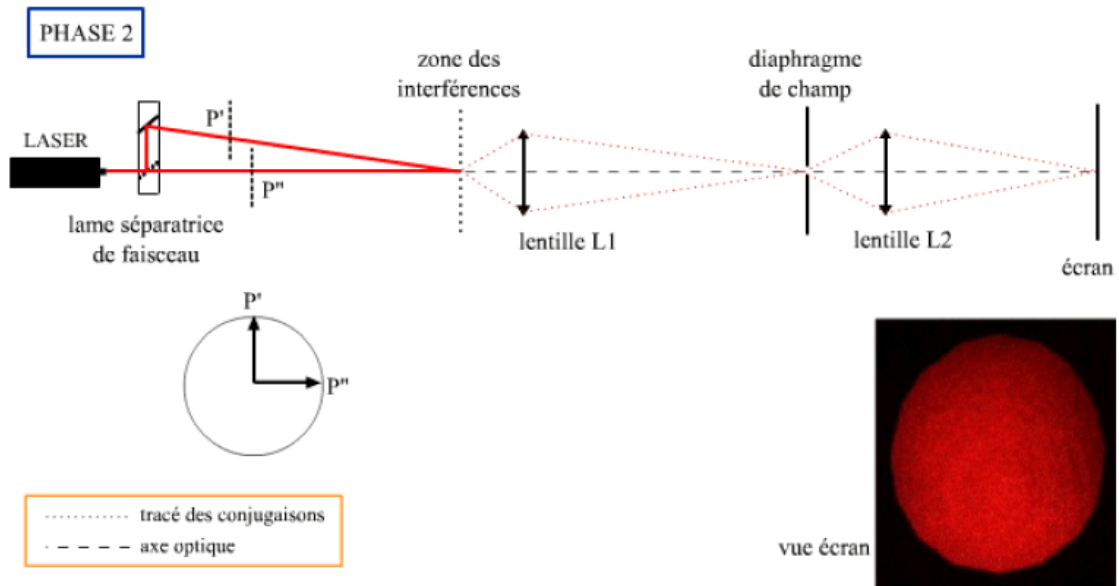
**Remarque :** Nous parlons dans la suite de polarisations perpendiculaires pour adopter la terminologie actuelle mais Fresnel et Arago ignoraient ce terme et utilisaient celui de *polarisations inverses* lorsqu'ils parlaient de polariseurs à l'extinction.

L'expérience est ici réalisée avec un laser.

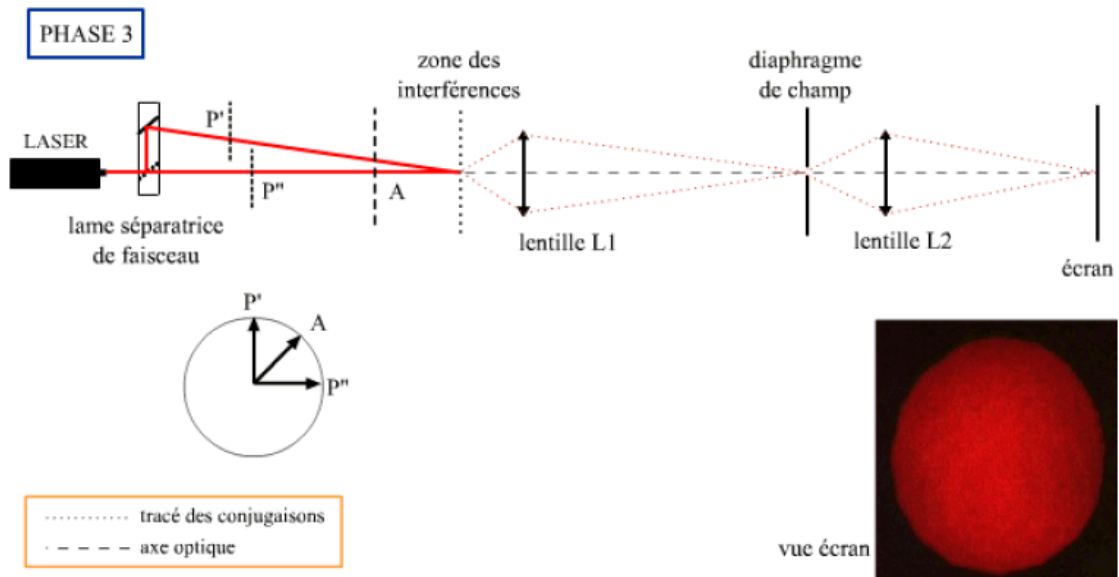
**Phase 1 :** Dans un premier temps le montage est réalisé sans polariseur. On place sur le trajet du faisceau laser un séparateur de faisceau constitué d'une lame semi-réfléchissante inclinée à  $45^\circ$  sur l'axe du montage et d'un miroir plan dont on peut faire varier l'inclinaison au voisinage de  $45^\circ$  et la distance à la lame séparatrice. On obtient ainsi deux faisceaux qui se coupent sur l'axe. On fixe l'inclinaison du miroir de telle façon que l'intersection se situe à 1 m environ du séparateur. Les interférences se manifestent dans cette plage commune aux deux faisceaux mais les franges sont très serrées et il faut les agrandir à l'aide de lentilles de courte focale. On peut utiliser une ou deux lentilles. Avec deux lentilles il devient facile de placer un diaphragme qui limite le champ dans le plan de l'image intermédiaire ce qui donne une image définitive à contours nets. On obtient ainsi des franges rectilignes bien contrastées.



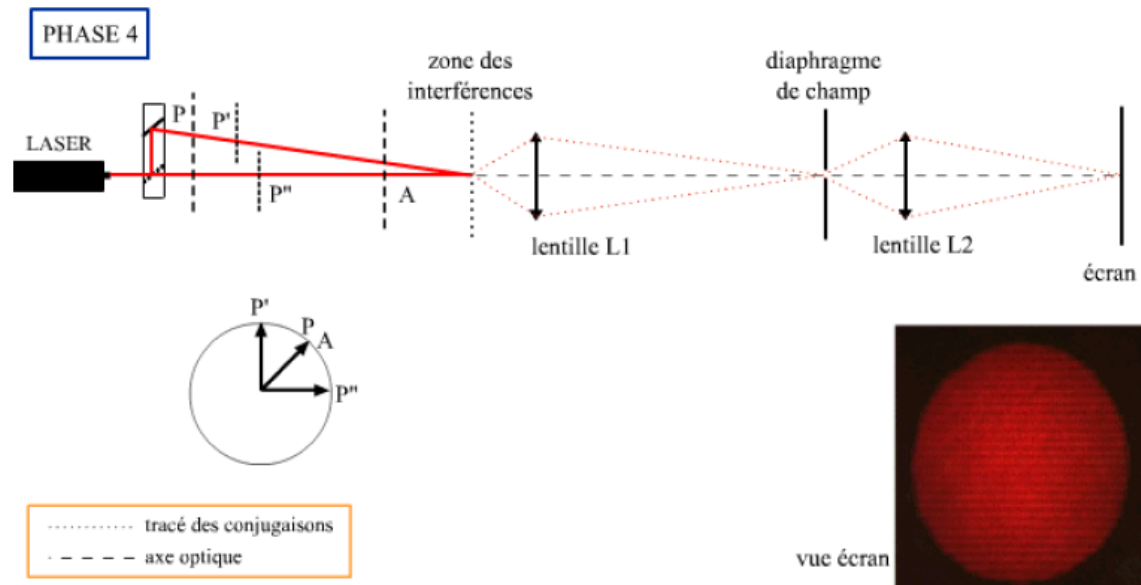
**Phase 2 :** On introduit le polariseur  $P'$  sur l'un des faisceaux et  $P''$  sur l'autre.  $P'$  et  $P''$  sont polarisés perpendiculairement. On constate que les franges disparaissent : des *vibrations perpendiculaires* ne peuvent interférer.



**Phase 3 :** On introduit le polariseur A orienté à  $45^\circ$  de  $P'$  et de  $P''$ . Les franges ne réapparaissent pas alors que les vibrations, projections de  $P'$  et de  $P''$  sur A, ont même direction. Ce résultat montre que les vibrations suivant  $P'$  et suivant  $P''$  ne sont pas *cohérentes* entre elles : les vibrations émises par la source suivant la direction de vibration  $P'$  sont *indépendantes* des vibrations émises suivant la direction  $P''$  et ne peuvent interférer.



**Phase 4 :** On introduit en tête du montage le polariseur P orienté à  $45^\circ$  de  $P'$  et de  $P''$ . Les franges réapparaissent avec un bon contraste mais avec un éclaircissement très faible car chaque polariseur ne transmet au mieux que 25 à 30% de l'énergie qu'il reçoit.



Les vibrations émises par la source dans toutes les directions perpendiculaires à la direction de propagation sont filtrées par le polariseur P qui impose *une direction de vibration unique* aux deux faisceaux qui sortent du séparateur. Celle-ci se projette suivant P' ou suivant P'' selon le faisceau. Ces deux vibrations sont alors *cohérentes* entre elles puisqu'elles sont issues d'une *même vibration* et, ramenées suivant la même direction par A, elles peuvent interférer.

Fresnel a eu l'intuition de la transversalité dès 1816 mais il n'a exposé cette notion qu'en 1821 car le modèle de la *lumière naturelle* lui posait problème. C'est parce qu'il a parfaitement assimilé les notions de cohérence au cours de ses expériences de diffraction et d'interférences qu'il a pu proposer un modèle dans lequel la lumière naturelle est constituée d'une succession très rapide de vibrations transversales oscillant *aléatoirement* dans toutes les directions perpendiculaires à la direction de propagation. Un polariseur est alors un filtre qui sélectionne les composantes des vibrations suivant une direction déterminée.

## ANNEXE 3. Plan du cédérom.

## Histoire

- **La vision dans l'Antiquité**
  - └ Lucrèce et les atomistes
  - └ Platon et la rencontre de deux "feux"
  - └ Aristote et le diaphane
  - └ Euclide et l'optique géométrique
  - └ Héron d'Alexandrie
  - └ Ptolémée et la mesure physique
  - └ Galien et le rôle de l'œil
- **La lumière et la science arabe**
  - └ Ibn Sahl et la réfraction
  - └ Ibn Al-Haytham
- **L'époque médiévale**
  - └ Robert Grosseteste
  - └ Roger Bacon
- **La « science des mécènes »**
  - └ Galilée et la lunette astronomique
  - └ Kepler et l'optique
- **Descartes : optique mécaniste**
  - └ La vitesse de la lumière
  - └ La lumière comme une pression
  - └ La « loi des sinus »
  - └ Les couleurs
- **Une optique finaliste**
  - └ Fermat et le « temps le plus bref »
  - └ Leibniz et la voie la plus aisée
- **Découverte de la diffraction**
- **Hooke : l'impulsion lumineuse**
- **Huygens : surfaces d'ondes**
  - └ Introduction des surfaces d'ondes
  - └ La biréfringence du spath d'Islande
- **L'optique de Newton**
  - └ L'attraction universelle
  - └ Les couleurs
  - └ Les « lames minces »
  - └ L'« inflexion de la lumière »
- **Vitesse de la lumière**
  - └ Roemer
  - └ Bradley
- **Siècle des Lumières**
  - └ Malebranche
  - └ Maupertuis
  - └ Euler

## Laboratoire

- **Réflexion et réfraction**
- **« Oeil » avec obstacle**
- **La chambre noire**
- **Croisement de faisceaux**
- **Prisme de Descartes**
- **Diffraction de Grimaldi**
  - └ Par un fil en lumière blanche
  - └ Par une fente en lumière blanche
- **Couleurs des lames minces**
- **Biréfringences**
  - └ Double réfraction du spath
  - └ Prisme de quartz
  - └ Deux spaths
- **Expériences de Newton**
  - └ Expérience avec un seul prisme
  - └ Expérience cruciale
  - └ Décomposition - recombinaison
  - └ Couleur des corps
  - └ Anneaux de Newton
- **Trous d'Young**
- **Expériences de polarisation**
  - └ Polarisation par réflexion
  - └ Double réfraction avec absorption
  - └ Extinction : polaroids croisés
- **Diffraction laser**
  - └ Diffraction par un fil
  - └ Disparition franges intérieures
  - └ Diffraction par une fente
  - └ Diffraction par un trou
  - └ Diffraction : point de Poisson
- **Fentes d'Young**
  - └ L'expérience
  - └ Obtention des interférences
- **Expérience de Fresnel-Arago**
- **Lames cristallines**
  - └ Lame de quartz
  - └ Analyse par prisme de Wollaston
  - └ Cristallisation du thiosulfate

## Philosophie

- **Les Atomistes**
  - └ L'atome, principe de la physique
  - └ Canonique : la sensation
  - └ Sensation et raisonnement
  - └ Ethique, physique et canonique
  - └ Le plaisir, principe de l'éthique
  - └ Les types de désir
  - └ Le « quadruple remède »
  - └ Déterminisme et liberté
- **Platon**
  - └ Lumières sensible et intelligible
  - └ L'âme et la lumière intelligible
  - └ L'image de la ligne
  - └ Mathématique et réalité
  - └ L'allégorie de la caverne
  - └ La réminiscence
  - └ Néo-platonismes
- **Aristote**
  - └ Le réalisme de la perception
  - └ Puissance et acte
  - └ Matière, forme et mouvement
  - └ Les quatre types de cause
  - └ Finalité et mécanisme
  - └ Physique et mathématiques
  - └ La cosmologie finaliste
  - └ Métaphysique et théologie
  - └ Finalité et affaires humaines
  - └ La résistance de la matière
- **Bacon**
  - └ La « science expérimentale »
  - └ Expérience et autorité
  - └ Mathématiques et Physique
  - └ L'illumination intérieure
  - └ Science et théologie
  - └ Exégèse biblique, langage
- **Galilée**
  - └ Apparence et réalité
  - └ « L'invalidité » des expériences
  - └ Mathématiques et expérience
  - └ Science et philosophie
  - └ L'hypothèse et le réel

### ● Young et les interférences

### ● Malus et la polarisation

### ● La théorie de Fresnel

- └ Diffraction : système à deux ondes
- └ Diffraction : rayons efficaces
- └ La théorie de la diffraction
- └ Transversalité des ondes
- └ Couleur des lames cristallines
- └ L'entraînement de l'éther
- └ Conclusion

### ● Vérifications expérimentales

- └ Foucault : L' « expérience cruciale »
- └ Fizeau : la vitesse de la lumière
- └ Fizeau et l'entraînement de l'éther
- └ L'effet Doppler-Fizeau

### ● La théorie de Maxwell

- └ L'introduction des vortex
- └ Première évolution
- └ Ondes électromagnétiques
- └ Maxwell se démarque de l'analogie
- └ Conclusion

### ● Le « vent d'éther »

- └ L'expérience de Michelson
- └ Théorie de la relativité restreinte

### ● Planck et la quantification

- └ L'entropie
- └ Le « corps noir »
- └ Planck et le problème du corps noir
- └ Planck introduit la quantification
- └ Les « unités naturelles »

### ● Einstein : les quanta lumineux

- └ Une vision corpusculaire
- └ Einstein et l'effet photoélectrique
- └ Doutes d'Einstein
- └ Le modèle de Bohr
- └ Einstein : théorie du rayonnement
- └ L'effet Compton et les quanta

### ● Effet photoélectrique

### ● « Franges de Michelson »

### ● « Corps noir »

### ● Descartes

- └ Raison et intuition
- └ Méthode et lumière naturelle
- └ La mathématique universelle
- └ Les règles de la méthode
- └ L'arbre de la philosophie
- └ Le tronc : la physique
- └ Les branches : les arts
- └ Les racines : la métaphysique

### ● Leibniz

- └ La « détermination »
- └ Le choix de l'*optimum*
- └ L'harmonie universelle
- └ La « monade » et l'« expression »
- └ Les mathématiques et l'infini
- └ Les petites perceptions
- └ Méthode : la « pensée aveugle »
- └ Liberté et nécessité
- └ Débat Newton-Clarke et Leibniz

### ● Newton

- └ Continuité et discontinuité
- └ Métaphysique et physique
- └ Le statut de l'expérience
- └ « Hypothèses non fingo »
- └ Résurgence de l'hypothèse?
- └ Le statut de l'attraction

### ● Planck

- └ Abstraction et réalisme
- └ Planck et Kant
- └ Mach et l'hypothèse atomique
- └ La tâche « économique » de la science selon Mach

### ● Einstein

- └ L'unification de la physique
- └ La disparition de l'éther

#### ANNEXE 4. Questionnaire.

Le questionnaire ci-dessous est proposé par les auteurs du cédérom *Histoire des idées sur la lumière – de l'Antiquité au début du 20<sup>ème</sup> siècle* en relation avec le laboratoire de Didactique des Sciences d'Orsay (DiDasCo). Ce cédérom figure parmi les ressources (en optique) de la clé USB qui vous a été remise dans votre académie. Vos réponses leur permettront d'améliorer la réalisation de cd-roms à venir. Merci de votre collaboration et de répondre de manière la plus détaillée possible.

#### Partie A. Questionnaire préliminaire spécifique à l'histoire des sciences.

- a. Avez-vous eu une formation en histoire et philosophie des sciences au cours de votre cursus?

*Si oui, dans quel contexte ? Sur quels points particuliers ?*

- b. Utilisez-vous l'histoire des sciences pour préparer vos cours ?

*Si oui, dans quel but et comment ?*

*Si non, pourquoi ?*

- c. Introduisez-vous des éléments d'histoire des sciences dans vos cours ?

*Si oui, dans quel but et lesquels ?*

*Quand ? Ponctuellement ou tout au long d'une séance ?*

*Comment ?*

*Comment les élèves ont-ils réagi au travail proposé ?*

*Si non, pourquoi ?*

#### Partie B. Évaluation de la ressource *Histoire des idées sur la lumière* ».

Cette ressource comprend trois parties :

- une partie documentaire à caractère historique
- une série d'expériences filmées
- une partie à caractère épistémologique et philosophique

Ces trois parties peuvent être consultées indépendamment l'une de l'autre mais une navigation transversale permettant de relier les aspects expérimentaux, historiques et philosophiques est également possible grâce aux liens présents dans la partie *Histoire*.

#### Intérêt

- a. Qu'avez-vous le plus apprécié ? *Pourquoi ?*  
 b. Qu'avez-vous le moins apprécié ? *Pourquoi ?*

#### Ergonomie.

- c. Avez-vous trouvé cette ressource facile à utiliser, bien structurée ?

*Oui, non, pourquoi ?*

### **Contenus.**

- d. Cette ressource vous a-t-elle apporté de nouvelles connaissances ?  
*Si oui, lesquelles ?*
- e. Parmi les points abordés dans cette ressource, quels sont ceux qui vous semblent indispensables pour la formation des enseignants ?  
*Pourquoi ?*
- f. Auriez-vous aimé y voir apparaître autre chose ?  
*Si oui, quoi et sous quelle forme ?*

### **Utilisation pédagogique.**

- g. Y a-t-il des parties qui vous ont intéressé à titre personnel (en rapport avec le programme) mais qui ne vous paraissent pas exploitables en classe ?  
*Si oui lesquelles et pourquoi ?*
- h. Parmi les points abordés dans cette ressource, quels sont ceux qui vous semblent indispensables de faire acquérir aux élèves ?  
*Pourquoi ?*
- i. Y en a-t-il d'autres que vous auriez aimé voir abordés et qui ne l'ont pas été ?  
*Si oui, lesquels et sous quelle forme ?*
- j. Cette ressource a-t-elle modifié ou peut-elle modifier la préparation de vos cours ?  
*Si oui en quoi ? Si non, pourquoi ?*
- k. L'avez-vous déjà utilisée dans vos cours ou pensez-vous l'utiliser à l'avenir ?  
*Si oui, comment ? Si non, pourquoi ?*
- l. Les expériences présentées (filmées ou non) vous ont-elles été utiles pour la réalisation de vos propres expériences de cours ?  
*Si oui, lesquelles et comment ? Si non, pourquoi ?*
- m. Avez-vous présenté les expériences filmées aux élèves ou pensez-vous le faire à l'avenir ?  
*Si oui, lesquelles avez-vous présenté (ou présenterez-vous) et comment avez-vous procédé (ou procéderez-vous) ? Si non, pourquoi ?*

### **Conclusion.**

- n. Si vous aviez eu connaissance de l'existence du cédérom (indépendamment de sa mise à disposition sur la clé) l'auriez-vous acheté ou fait acheter par l'établissement dans lequel vous enseignez ?
- o. *Oui, non, pourquoi ?*





## **PARTIE II.**

**Mouvements képlériens :**

**histoire et enseignement.**

Les ouvrages de physique de premier cycle universitaire traitent le problème de la détermination des trajectoires képlériennes comme une application des règles générales de la dynamique et des méthodes de résolution des équations différentielles. Les démonstrations usuelles utilisent soit des changements de variables non triviaux dans les équations, soit l'introduction du vecteur invariant de « Runge-Lenz » [1], qui peut paraître artificiel aux étudiants. Aussi, ces derniers ont-ils tendance à considérer l'établissement des lois de Kepler comme une partie formelle de leur programme. S'il est nécessaire de familiariser les étudiants avec le maniement d'outils puissants, cela se fait en pratique au détriment d'un suivi historique, qui permettrait une prise de conscience de la construction progressive des savoirs. Si ce dernier point n'est pas le souci des physiciens dans les périodes fastes où les étudiants affluent, il n'en va plus de même en période de baisse des effectifs. Le *HPP (Harvard Project Physics)* [2], dont les manuels (texte et guide de travail) avaient vocation à servir d'ouvrages de référence pour l'enseignement de la physique du second degré aux USA dans les années 1970, avait pour mission, d'une part, de drainer plus d'étudiants vers les sciences, et d'autre part, d'introduire au raisonnement scientifique des étudiants qui n'allaient pas poursuivre en physique [3]. Pour cela, ces manuels s'appuyaient sur un texte historique complété par des exercices et des propositions d'activités en classe. À l'heure actuelle, sur le terrain particulier de la formation des enseignants du second degré sur lequel je me place, il me semble souhaitable de poursuivre cette tentative de rapprocher l'histoire des sciences de l'enseignement au-delà de l'aspect culturel auquel elle est traditionnellement attachée. Je propose dans ce qui suit une discussion historique et pédagogique des mouvements képlériens, fondée sur la transposition didactique « d'objets » historiques dans le champ de l'enseignement de la physique. Cet analyse sera conduite à travers deux exemples : l'équant de Kepler aux §2.3 et 2.5 et l'utilisation de la construction géométrique et algorithmique de Newton pour la détermination des trajectoires képlériennes aux §3.3 et 3.5.

Pour situer cette démarche, examinons comment ces thèmes ont été abordés dans les travaux pionniers de Holton, qui avait proposé dès 1952 un enseignement de la physique fondé sur l'histoire des sciences dans *Introduction to concepts and theories in physical science* [4]. La mécanique et le système solaire tiennent une part importante dans cet imposant ouvrage de 650 pages, puisque l'auteur consacre les 3 premières parties, sur un total de 8, à ce thème : *les origines de la cosmologie, l'étude du mouvement et les lois de Newton et son système du monde*. Le texte historique, qui reprend de longues citations, est émaillé de nombreux exercices d'applications qui peuvent porter sur des questions de compréhension du texte ou l'élaboration de calculs simples à partir de modèles ainsi que des applications numériques. Le système de Ptolémée est décrit sur 4 pages (p 14-17) et comporte 4 exercices en rapport avec des tracés géométriques ou des questions sur le texte, mais aucun exercice ne porte sur l'équant, procédé qui consiste à ramener la description uniforme du mouvement circulaire d'un astre à un point du diamètre de sa trajectoire. Holton écrit au sujet de l'équant (p 16) que « pour ces astronomes dont la seule préoccupation était de « sauver les apparences » [...] l'équant était un brillant succès. Mais ceux qui voulaient un système compatible avec des principes philosophiques généraux, comme la nécessité de mouvements circulaires uniformes, seraient insatisfaits par le caractère artificiel du procédé ». Il conclut : « quel est le critère le plus important pour une théorie scientifique ; la précision ou l'intelligibilité ? ». Holton soulignera le rejet de l'équant par Copernic et ne mentionnera l'usage de l'équant par Kepler que pour en souligner l'échec : « en essayant de faire correspondre les nouvelles données de l'orbite de Mars à un système copernicien [composé] de simples mouvements uniformes (*même si* des équants étaient utilisés), Kepler échoua complètement » (p 39) (la parenthèse et l'italique sont de l'auteur). C'est pourtant bien dans un souci d'intelligibilité, plus que de précision, que Kepler introduit l'équant dans le système héliocentrique et qu'il se défait des épicycles qu'il juge artificiels. Les auteurs du *HPP* (dont

Holton) dans le tome II intitulé *Mouvements célestes* détaillent également le système des épicycles et ne mentionnent l'équant qu'en passant. Il n'est également fait allusion qu'à son rejet par Copernic ou aux tentatives infructueuses de Kepler. L'équant voit ainsi son rôle sous-estimé, tant du point de vue historique que du point de vue pédagogique. Or l'équant est déjà un objet didactique intéressant en lui-même, comme nous l'avons montré dans [5]. Nous verrons qu'il vérifie les trois lois de Kepler pour les faibles excentricités (§2.3.1, 2.3.2 et 2.5.1) et qu'il offre la possibilité de discuter dans l'enseignement de la mécanique la question centrale des statuts respectifs de la vitesse et de l'accélération (§2.3.3 et 2.5.2).

L'exposé historique montre des limites dans son rapport à l'enseignement. Ainsi, l'approche algorithmique et géométrique de Newton pour établir la loi des aires pour une force centrale est reproduite dans [2] et [4], mais l'établissement de la loi en  $r^{-2}$  et celle des périodes (troisième loi de Kepler) est ramenée au cas d'une trajectoire circulaire sous prétexte que « cette preuve est assez facile et courte dans le cas d'orbites circulaires » [2] (p 109). Holton reconnaît alors que « nous ne pouvons plus suivre la démonstration générale » [4] (p 142) dans laquelle Newton fait appel à des propriétés savantes des coniques. Mais la réduction d'un problème physique fondamental à un cas élémentaire est dommageable dès lors qu'elle peut être évitée. Une démonstration générale, géométrique, a été faite dans un cours de Richard Feynman qui a été publié à titre posthume en 1996 [6], et dont l'existence nous a été signalée récemment. Feynman fait cependant appel lui aussi à des propriétés des coniques, qui sont longuement rappelées par les rédacteurs de l'ouvrage. Aussi, la retranscription de la démonstration, qui occupe des dizaines de pages, est difficile à mettre en œuvre pour des étudiants (peut-être Feynman l'aurait-il présentée différemment). Après avoir reproduit au §3.3 la démonstration de Newton de la loi des aires pour une force centrale, je montrerai au §3.5 qu'en utilisant des outils adaptés et usuels (les vecteurs et les coordonnées polaires), il est possible de résoudre ce problème en quelques lignes, en poursuivant l'analyse de la construction géométrique de Newton (comme nous l'avons fait dans [7]). L'établissement de la trajectoire des planètes est ainsi ramené à la portée d'élèves de terminale (certes encadrés par leur professeur), comme j'ai eu l'occasion de le vérifier au Lycée *Laetitia* d'Ajaccio en mars 2009.

### **Projet d'article.**

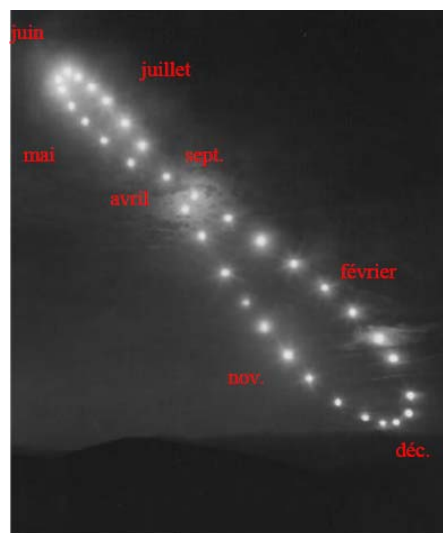
Je propose dans le texte qui suit de donner une lecture différente des idées sur le système solaire et la mécanique, fondée sur une description historique et pédagogique. Cette lecture se démarque du contenu des ouvrages précédents car elle repose principalement sur ce qui y est négligé : l'équant de Kepler et l'établissement de la trajectoire des planètes dans le cas général. Elle mène de front la présentation historique et l'analyse physique, en les imbriquant. Ce texte en trois parties sera proposé en tant que chapitre constitutif d'un ouvrage destiné à la formation des enseignants. Le projet est en cours de discussion avec l'éditeur EDP Sciences, dans le cadre de la commission Histoire des Sciences dont je suis co-responsable au sein de la SFP. Ce texte ne décrit pas en détail les phénomènes astronomiques (parallaxe, rétrogradations, phases, etc.). Pour illustrer ces phénomènes avec une présentation pédagogique satisfaisante, il faudrait lui donner la forme d'un document multimédia qui proposerait de nombreuses animations, ce qui pourrait faire l'objet d'un travail collectif ultérieur.

## 1. Du système géocentrique au système héliocentrique.

Voyons succinctement comment naît dans l'Antiquité le projet de « sauver les phénomènes », c'est-à-dire de modéliser les phénomènes astronomiques, sans pour autant en rechercher les causes. Cette démarche aboutit à l'introduction de l'excentrique, puis de l'équant, qui fait son apparition dans l'*Almageste* de Ptolémée où il est utilisé conjointement aux épicycles. Dans son passage au système héliocentrique, Copernic rejette l'équant et conserve les épicycles.

### 1.1. De Pythagore aux sphères homocentriques d'Eudoxe.

Les hommes se sont vite aperçus que l'ombre d'un bâton portée sur le sol changeait de direction et de longueur au cours d'une journée puis au cours des saisons et que ce phénomène était relié à la mesure du temps. Aussi le mouvement apparent du Soleil fut l'objet d'observations très anciennes. Le document ci-dessous (figure 1a) correspond à la superposition de prises de vues du Soleil espacées de 10 jours, à heure fixée [8]. Il illustre, avec des technologies modernes, ce à quoi pouvaient conduire des relevés minutieux de la position du Soleil par les instruments de visée et de projection dans l'Antiquité. Cette courbe, appelée plus tard *hyppopède* par Eudoxe, fut l'objet d'une première interprétation par Pythagore, qui voyait en elle la composition de deux mouvements circulaires. La marche apparente de « planètes », ainsi nommées car ces astres « errent » dans le ciel, est également complexe. Mars, par exemple, présente des rétrogradations : son mouvement apparent dans une direction s'interrompt pour rebrousser chemin et décrire une boucle (qui peut avoir des aspects différents) avant de reprendre sa route dans le ciel. Le document [9] (figure 1b) superpose plusieurs photographies de la planète prises à plusieurs jours d'intervalle. Suite au succès (relatif) de l'interprétation de Pythagore, l'objet de l'astronomie devient la description de la marche des astres à partir de la composition de mouvements circulaires.



**Fig. 1a.** Positions du Soleil à une même heure sur une année.



**Fig. 1b.** Rétrogradation de Mars.

Comme l'écrit Pierre Duhem, « Platon admet comme principe que les corps célestes se meuvent d'un mouvement circulaire et uniforme ; il pose alors aux mathématiciens ce problème : « Quels sont les mouvements circulaires et parfaitement réguliers qu'il convient de prendre pour hypothèses, afin que l'on puisse sauver les apparences présentées par les « astres errants » ? » » [10]. Eudoxe de Cnide [408-355] s'attelle le premier à ce problème et

développe un système de sphères homocentriques centré sur la Terre : 3 pour le soleil et 4 pour les planètes (voir [11]). Mais les planètes étant figées sur l'orbe intérieure, les sphères d'Eudoxe ne permettent pas d'interpréter la variabilité de leur éclat et donc de leur distance.

### 1.2. La mécanique d'Aristote.

Le mouvement circulaire est au fondement de la théorie du cosmos. Identique à lui-même, il apparaît indéfiniment reproductible, éternel. Il est le mouvement naturel dans l'*éther* d'astres insensibles aux changements. Ainsi « la Physique d'Aristote conduit à justifier l'axiome que Platon et les pythagoriciens mettaient à la base de l'astronomie mathématique : tout mouvement propre d'un corps céleste est nécessairement circulaire et uniforme » [10] (p 173). Dans le monde sublunaire, soumis aux changements, le mouvement naturel est le mouvement rectiligne. Les corps, composés des quatre éléments que sont la terre, l'eau, l'air et le feu suivent des trajectoires verticales, ascendantes pour les corps légers (air, feu) et descendantes pour les plus lourds (terre, eau). Platon nommait ainsi gravité « la tendance qui porte un corps [tel que la terre placée au sein de l'air] vers l'ensemble des corps de même famille, pendant qu'il se meut, et lieu inférieur le lieu vers lequel il se porte » (Timée, in [10] p 50), la Terre étant au centre du monde. Le mouvement suivant la verticale en chaque point de la surface terrestre est compatible avec sa surface sphérique. La Terre doit être immobile sinon elle dérogerait à la règle du mouvement naturel : son mouvement de rotation sur elle-même serait un mouvement « violent ». Contraire à la nature terrestre, il ne saurait subsister par lui-même, sans l'action continuelle d'une puissance motrice extérieure, et devrait nécessairement prendre fin : « Pour la Dynamique péripatéticienne, en effet, il n'est rien d'analogue à notre principe d'inertie ; là où la force fait défaut, le mouvement, lui aussi, fait nécessairement défaut » [10].

Dans la dynamique aristotélicienne la force, ou plutôt le rapport de deux forces, l'une motrice, l'autre résistante, est proportionnelle à la vitesse : « On énonce souvent la loi fondamentale de la Mécanique aristotélicienne sous la forme suivante : une force constante produit un mouvement uniforme dont la vitesse est proportionnelle à la force. Un énoncé plus complet est que tout corps mû est nécessairement soumis à deux forces, une puissance et une résistance, et c'est au rapport de la puissance à la résistance que la vitesse est proportionnelle. Certains faits grossièrement observés et incomplètement analysés semblaient autoriser de telles formules ; double-t-on par exemple le nombre de haleurs tirant un bateau sur un canal, on doublera, pensait-on, la vitesse du bateau » [12].

Le modèle géostatique, avec la Terre immobile au centre, quelques soient les variantes des mouvements prêtés aux planètes, est cohérent, dans ses fondements, avec la physique aristotélicienne. Il faut probablement y voir l'une des raisons de sa pérennité jusqu'à la Renaissance. Cela n'a pas empêché la proposition, dès le III<sup>e</sup> siècle avant J.-C., d'un système héliocentrique par Aristarque de Samos.

### 1.3. L'astronomie héliocentrique dans l'Antiquité.

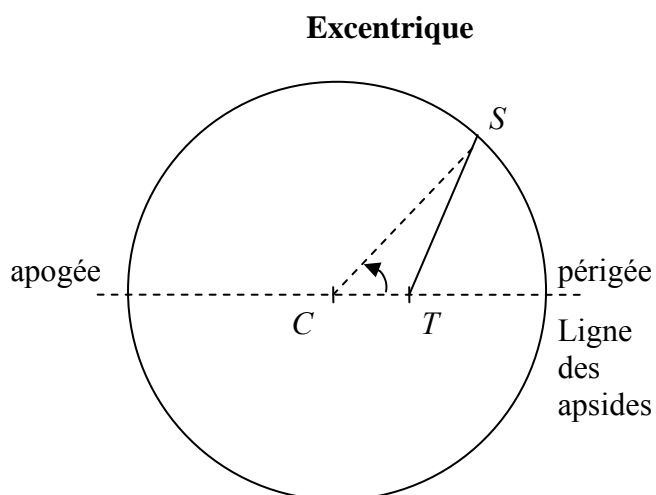
Aristarque de Samos (vers 310-230 avant J.-C.) est non seulement le « précurseur, mais encore [l']inspirateur de Copernic, qui a connu sa tentative et s'en est autorisé » [10] (p 418). Il n'y a pas de trace directe d'un ouvrage où Aristarque exposait son système du monde. Les informations nous sont parvenues principalement par Archimède et Plutarque. Pour Aristarque, la Sphère des fixes est immobile et la Terre tourne d'Est en Ouest en un jour. Elle a un second mouvement circulaire, qui la fait se déplacer autour du Soleil en un an. L'axe de rotation de la Terre est incliné par rapport au plan de ce mouvement annuel, expliquant les saisons. Archimède cite Aristarque dans le cadre d'un texte mathématique sur le dénombrement, l'*Arénaire* (in [10]) où il utilise la propriété de ce cosmos, qui est d'être plus vaste que les autres. En effet Archimède, qui est à la recherche de nombres de plus en plus

grands, considère des volumes de plus en plus importants qui contiennent, par la pensée, des grains de sable. Dans le modèle héliocentrique le mouvement annuel de la Terre devrait entraîner un déplacement apparent des étoiles sur le ciel (effet de parallaxe) qui n'est pas observé ; il faut donc que la distance aux étoiles soit « incommensurablement » plus grande que celle au Soleil.

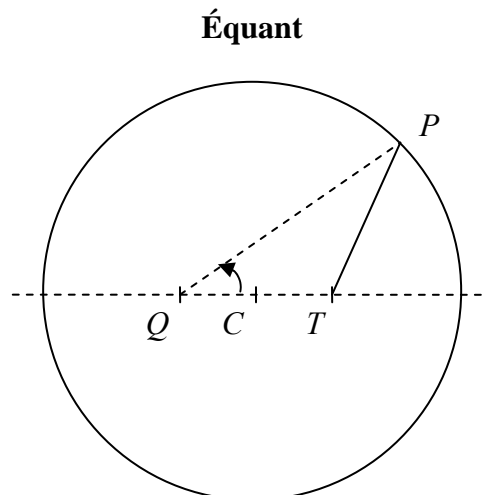
Le modèle héliocentrique d'Aristarque n'a cependant pas fait école dans l'Antiquité. Peut être faut-il en rechercher les raisons dans les attaques dont il semble avoir fait l'objet, lesquelles sont rapportées par Sir Thomas Heath [13] (p 304), qui cite Plutarque. Ce dernier rapporte que Cléanthes considérait qu'il était du devoir des Grecs d'instruire un procès pour impiété à l'encontre d'Aristarque, car il avait osé mettre la Terre en mouvement pour sauver les phénomènes. Mais il y a aussi peut-être des raisons plus scientifiques : l'inégalité de la durée des saisons montre que la Terre ne peut être le centre du mouvement apparent du Soleil. Aussi, Hipparque revient-il au système géocentrique « et ce fut sans aucun doute sa grande autorité qui scella le destin de l'hypothèse héliocentrique pour autant de siècles » [13] (p 308). C'est donc dans le système géocentrique qu'est introduite l'hypothèse de l'*excentrique* pour décrire les mouvements apparents des planètes.

#### 1.4. Excentrique et épicycles : Hipparque puis Ptolémée.

Pour Hipparque (II<sup>e</sup> siècle avant J.-C.), le Soleil se déplace uniformément sur un cercle excentré par rapport à la Terre (figure 2a ci-dessous). La distance  $CT$  est l'excentricité.



**Fig. 2a.** *Excentrique*. La rotation du Soleil est uniforme par rapport à  $C$ .

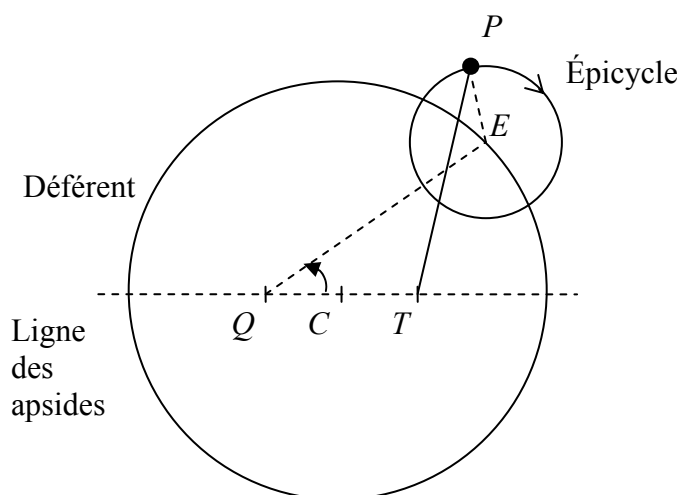


**Fig. 2b.** *Équant*. La rotation de la planète est uniforme par rapport au point  $Q$  symétrique de  $T$  par rapport à  $C$ .

Ainsi la ligne des équinoxes, perpendiculaire à la ligne des apsides (joignant périhélie et apogée) et passant par la Terre, ne coupe pas le cercle en son diamètre, ce qui permet d'expliquer l'inégalité de la durée des saisons. Le modèle d'*équiant* apparaît comme une sophistication de l'*excentrique*, pour rendre compte de la non uniformité du mouvement apparent d'une planète, plus rapide au périhélie qu'à l'apogée. Un point, noté  $Q$  sur la figure 2b, est introduit sur la ligne des apsides. Il est symétrique de la Terre par rapport au centre  $C$ . Alors que dans le modèle d'*excentrique* le mouvement est circulaire et uniforme par rapport à  $C$ , dans le modèle d'*équiant*, la rotation est uniforme par rapport à  $Q$ . Cinq siècles séparent l'utilisation de l'*équiant* de celle de l'*excentrique* et on ne sait pas précisément « quand » l'*équiant* a été introduit. S'il apparaît dans l'astronomie de Ptolémée au II<sup>e</sup> siècle après J.-C., il

n'en constitue pas une innovation, puisque le principe de l'équant se retrouve dans une astronomie indienne antérieure, qui prend sa source dans la Grèce Antique [14].

Dans l'*Almageste*, Ptolémée utilise les épicycles pour décrire les mouvements apparents (Vénus, Mercure, le Soleil, Mars, Jupiter puis Saturne). La planète décrit un cercle (l'épicycle), dont le centre décrit lui-même un autre cercle (le déférent). Les rayons de ces cercles sont des paramètres ajustables ainsi que les vitesses de rotations de la planète sur l'épicycle et celle du centre de l'épicycle sur le déférent. Le déférent peut être un excentrique ou un équant ; un excentrique peut lui-même être remplacé par la combinaison d'un déférent et d'un épicycle. Sur la figure 3, le centre de l'épicycle, noté  $E$ , décrit le déférent avec une vitesse de rotation uniforme par rapport au point d'équant  $Q$ . Dans le système de Ptolémée, chaque planète est considérée isolément, avec son propre système d'épicycles. Dans ce système, le cosmos n'a pas de structure et les distances respectives des planètes n'ont pas de signification propre. Le modèle proposé est un modèle à plusieurs paramètres, déterminés de manière *ad hoc*. Le résultat est une horlogerie assez complexe qui nécessite d'être révisée régulièrement, en mettant les paramètres à jour par les observations, de manière à pouvoir déduire des tables astronomiques. Celles-ci seront utilisées jusqu'au XVII<sup>e</sup> siècle.



**Fig. 3. Épicycle.** Le centre  $E$  de l'épicycle décrit le déférent (équant) et son mouvement est uniforme par rapport à  $Q$ . La planète  $P$  circule sur l'épicycle. La Terre est en  $T$ .

## 1.5. Le système héliocentrique de Copernic (1473-1543).

### 1.5.1. Le système héliocentrique.

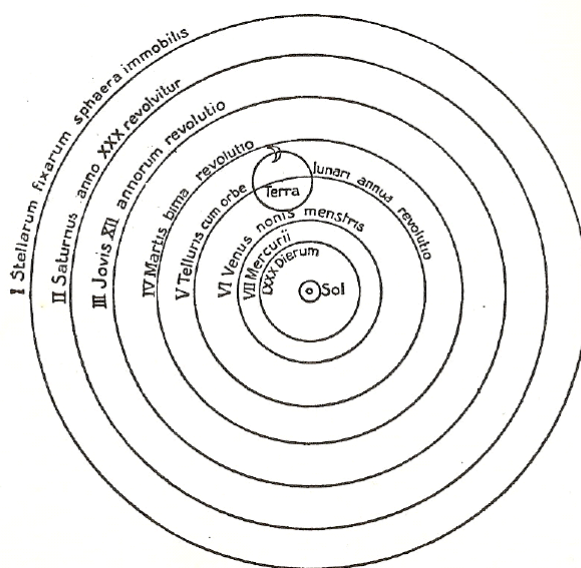
Copernic transpose les données ptoléméennes géocentriques au système héliocentrique inspiré d'Aristarque. Il est guidé, en premier lieu, par la recherche d'une « symétrie » du cosmos, la quête d'une unité qui échappe au modèle géocentrique : « enfin en ce qui concerne la chose principale, c'est-à-dire la forme du monde et la symétrie exacte de ses parties, ils [Ptolémée, etc.] ne purent ni la trouver, ni la reconstituer. Et l'on peut comparer leur œuvre à celle d'un homme, qui, ayant rapporté de divers lieux des mains, des pieds, une tête et d'autres membres – très beaux en eux-mêmes mais non point formés en fonction d'un seul corps et ne se correspondant aucunement – les réunirait pour former un monstre plutôt qu'un homme » [15] (p 41). Comme le résume Fernand Hallyn, la vision géocentrique est une représentation déformée, une « anamorphose » du cosmos [16] (p 109), aux yeux de Copernic.

Dans le monde héliocentrique, les distances entre le Soleil et les planètes nécessitent une détermination précise. Plusieurs faits s'interprètent simplement dans ce système.



Premièrement, les rétrogradations de Mars, planète « extérieure » à la Terre, apparaissent comme une conséquence de la lenteur relative de la période de Mars par rapport à celle de la Terre. Deuxièmement, le mouvement apparent de Vénus, qui ne s'écarte jamais de plus de  $46^\circ$  du Soleil, est la conséquence de ce que Vénus est une planète « intérieure » à l'orbite terrestre. Finalement, le système héliocentrique fournit l'explication des relations fortuites existant entre certains paramètres du modèle de Ptolémée : « est-ce par hasard que toutes les planètes admettent une inégalité dont la période est d'un an, et que cette période est précisément égale à celle de l'aberration, précisément égale encore à celle de la parallaxe ? Adopter le système de Ptolémée, c'est répondre oui ; adopter celui de Copernic c'est répondre non ; c'est affirmer qu'il y a un lien entre les trois phénomènes » [17] (p 185). Le système de Copernic est représenté figure 4.

Mais le système copernicien souffre des mêmes maux que le système d'Aristarque : au XVI<sup>e</sup> siècle, il est toujours sacrilège de mettre la Terre en mouvement et l'effet de parallaxe demeure inobservable. Copernic déduit de l'absence de cet effet « que la dimension du monde est telle que, tandis que la distance du Soleil à la Terre, comparée à la grandeur de quelqu'un des orbes des autres planètes, possède un rapport d'une dimension assez sensible, par rapport à la sphère des fixes elle apparaît nulle » [15] (p 112). L'effet de parallaxe ne sera pas observé à la précision de la minute d'arc (dix fois meilleure qu'auparavant) du grand astronome danois Tycho Brahé (1546-1601), qui restera hostile au système de Copernic. « C'est ce vide [jusqu'à la sphère des fixes] que Tycho Brahé juge particulièrement choquant. Il n'en voyait « ni la raison ni l'utilité » » [16] (p 167). Tycho Brahe propose un modèle qui s'inspire d'une solution esquissée par Hipparque pour Vénus. La Terre est fixe, au centre du cosmos ; le Soleil tourne autour d'elle et les autres planètes tournent autour du Soleil. Du point de vue cinématique, ce système est compatible avec les observations [18] (p 28-29 et 116).



**Fig. 4.** Orbes du système héliocentrique de Copernic (extrait de [15]).

### 1.5.2. La « cinématique » de Copernic.

Il est naturel pour Copernic d'attribuer un mouvement à la Terre plutôt qu'à l'ensemble des astres, à la fois par un critère de simplicité et par une analogie : « en effet, tout mouvement local apparent provient soit du mouvement de la chose vue, soit de celui du spectateur, soit d'un mouvement, inégal bien entendu, des deux [...]. Or c'est de la Terre que ce circuit céleste est vu [...]. Si donc quelque mouvement appartenait à la Terre, celui-ci

apparaîtrait en toutes les choses qui lui sont extérieures, comme si elles étaient entraînées avec la même [vitesse], mais en sens contraire ; et telle est en premier lieu la rotation diurne » [15] (p 73). Aussi, « pourquoi donc hésiterions-nous plus longtemps de lui [la Terre] attribuer une mobilité s'accordant par sa nature avec sa forme, plutôt que d'ébranler le monde entier, dont on ignore et ne peut connaître les limites. Et n'admettrions-nous que la réalité de cette révolution quotidienne appartient à la Terre, et son apparence seulement au ciel ! » [15] (p 92). Quant aux corps à la surface terrestre, ils sont entraînés avec la Terre par « un mouvement acquis, dont il participe sans résistance par suite de la contiguïté de son mouvement perpétuel de la Terre » (p 93). Copernic reprend les arguments aristotéliens en faveur de la rotondité terrestre causée par la gravité et l'étend aux autres astres (p 101) ; comme le résume Fernand Hallyn, Copernic « ménage par là une sorte de transition entre la théorie péripatéticienne du lieu naturel [mécanique aristotélienne] et la théorie newtonienne de l'attraction universelle » [10] (p 51).

### 1.5.3. Le rejet de l'équant.

À côté de la recherche de la symétrie évoquée plus haut, le but de Copernic est de n'utiliser que des mouvements circulaires et uniformes pour décrire les mouvements planétaires, quitte à utiliser plus d'épicycles que Ptolémée [19] pour rendre compte des mouvements non uniformes. Il veut éliminer l'équant, qui constitue à ses yeux une entorse monstrueuse au dogme aristotélien : « Quant à ceux qui imaginèrent les excentriques, bien qu'avec leur aide ils semblent, en grande partie, avoir pu déduire et calculer exactement les mouvements apparents, ils ont cependant admis beaucoup [de choses] qui semblent s'opposer aux principes premiers concernant l'uniformité des mouvements » [15] (p 41). La dynamique de Copernic repose sur l'idéal du mouvement circulaire et uniforme : « Dans la dynamique de Copernic [...] les corps tournent parce qu'ils sont ronds sans avoir besoin [...] d'un moteur [...]. Mettez un corps rond (une sphère) dans l'espace : il va tourner. Mettez un orbe : lui aussi va tourner autour de lui-même sans avoir besoin ni d'un moteur pour le maintenir en mouvement, ni d'un centre physique [...]. Mais il ne pourra tourner que d'un mouvement parfaitement uniforme et c'est pourquoi la conception de l'équant est à écarter à tout prix » [20]. Copernic conserve de fait, avec les épicycles, ce qu'il y a de plus artificiel dans le système ptoléméen et s'interdit de voir dans le Soleil une cause dynamique des mouvements planétaires, contrairement à Kepler. En fait, la position centrale du Soleil dans le Monde (par rapport à la sphère des Fixes mais pas par rapport aux mouvements des astres) tient chez Copernic d'une certaine « héliolâtrie ».

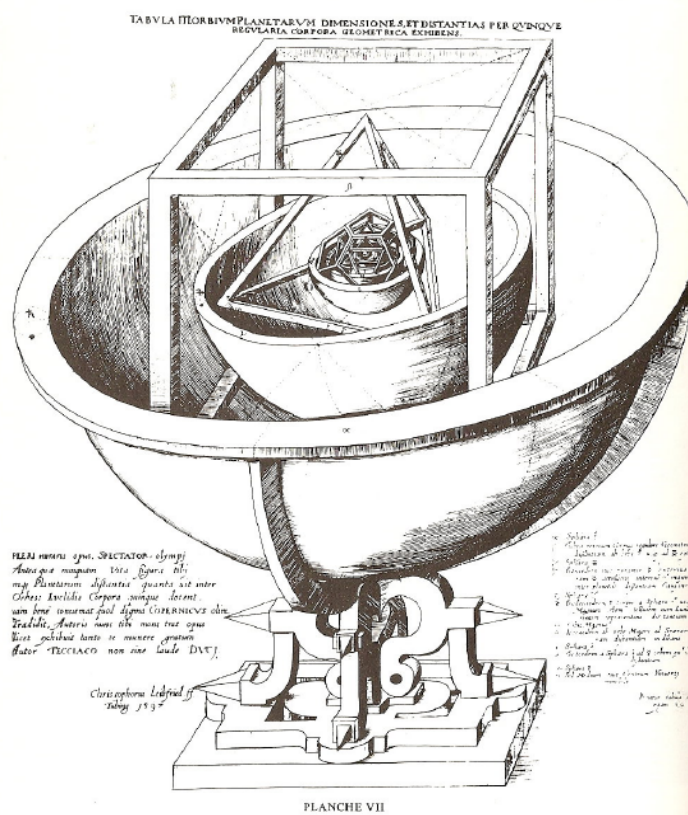
## 2. Johannes Kepler (1571-1630) : l'équant, sur la route des trajectoires elliptiques.

### 2.1. De la structure géométrique du monde à une possible dynamique.



On peut dire avec Alexandre Koyré que « sans Kepler, il n'y aurait pas eu Newton » [20]. À une époque où vient juste d'émerger la nouvelle conception héliocentrique, qui compte alors peu de défenseurs, il faut avoir une « bonne » raison de croire à la supériorité de ce modèle. Dans le *Mysterium Cosmographicum* [21], qui est l'œuvre de jeunesse qu'il annotera après avoir fait ses découvertes astronomiques fondamentales, Kepler pense avoir découvert la structure géométrique du monde et pouvoir justifier d'un problème auquel il est légitime de s'intéresser : les distances respectives des planètes au Soleil. D'un point de vue historique et didactique, il importe de comprendre en quoi la réponse qu'apporte Kepler joue un rôle essentiel pour sa pensée. Kepler recherche « les traces, les « vestiges » du rôle de la géométrie dans la formation du monde [...] [car pour lui] les archétypes géométriques sont « co-éternels » avec [le Monde] » [16] (p 181). Les planètes

connues sont au nombre de cinq, tout comme les solides platoniciens qui sont les seules figures convexes régulières que l'on peut former dans l'espace. Leur propriété, qui intéresse Kepler, est que « ainsi les faces de chacune de ces figures sont égales aux autres et toutes peuvent être inscrites dans un seul et même cercle ». Kepler découvre un ordre d'emboîtement des solides qui permet d'identifier la trajectoire des planètes aux sphères inscrites et circonscrites successives (figure 5) : « La Terre est le cercle qui mesure tout : circonscris-lui le Dodécaèdre. Le cercle comprenant ce dernier sera Jupiter : à Jupiter circonscris le Cube. Le cercle comprenant ce dernier sera Saturne : maintenant inscris l'Icosaèdre à la Terre. Le cercle inscrit dans celui-ci sera Vénus. À Vénus inscris l'Octaèdre. Le cercle inscrit dans celui-ci sera Mercure. Tu tiens là la raison du nombre des planètes » [21]. Notons que les mouvements planétaires sont contraints, mais seulement dans certaines limites, par cette structure invisible dont le Soleil est au centre. Comme les sphères ont une certaine épaisseur, l'équant ne vient pas perturber cet édifice.



**Fig. 5.** Système de polyèdres emboîtés décrivant la structure géométrique du cosmos [20]

Mais Kepler n'est pas seulement un géomètre. Comme le dit Koyré, il est soucieux d'avoir une explication physique des mouvements planétaires : « [II] s'est demandé – en donnant à cette question un sens dynamique, ce que personne n'avait fait avant lui – *a quo moventur planetae*, qu'est-ce qui fait marcher les planètes [...]. Il est le premier – et jusqu'à Descartes le seul – à demander une explication physique au mouvement des planètes, à s'intéresser à leur trajectoire » [20]. Kepler écrira : « Puisque les orbés solides, ainsi que le démontre Tycho Brahe, n'existent pas, [les comètes les traverseraient] il en résulte que le corps du Soleil est la source et le siège de la force qui fait tourner les planètes autour de lui ».

## 2.2. La cinématique de Kepler.

Le problème reste cependant entier : comment décrire les mouvements non uniformes des planètes ? Kepler, suivant une démarche inverse à Copernic, introduit l'équant,

qui était noyé avec les épicycles chez Ptolémée. L'équant est « physique » pour Kepler car il admet comme principe de base la non uniformité réelle des mouvements planétaires. Alors que les astronomes de l'Antiquité n'avaient jamais envisagé d'équant pour le mouvement apparent du Soleil, la première innovation de Kepler est de l'introduire pour l'orbite terrestre et dans le système héliocentrique.

En devenant l'assistant de Tycho Brahe en 1600, Kepler accède aux données de l'astronomie moderne. Celles-ci révèlent des écarts significatifs avec les prédictions des modèles pour la trajectoire de Mars. Mais, pour rapporter les données de Mars au Soleil, il faut au préalable déterminer précisément l'orbite terrestre. Pour cela, Kepler considère les positions qu'occupe la Terre à trois années martiennes (de 687 jours) d'intervalle et fait passer un cercle par ces trois points. Il détermine alors les paramètres du modèle d'équant (rayon, excentricité) pour la Terre. Kepler dira, dans une note ajoutée rétrospectivement que l'équant a été la « pierre angulaire » de ses raisonnements : « dans mes *Commentaires sur Mars* j'en ai fait l'un des éléments principaux de mon livre et je l'ai posé comme une pierre angulaire dans les fondations ; mieux : je l'ai appelé à juste titre la clé de l'astronomie, parce que j'ai démontré, d'une manière évidente à partir des mouvements mêmes de Mars, que le mouvement annuel du Soleil ou de la Terre s'accomplissait autour d'un centre autre que [le sien], celui de l'équant et que l'excentricité de ce mouvement n'était que moitié de celle que lui attribuaient les auteurs » [21] note (7) (p 187). Kepler pense, dans un premier temps, pouvoir décrire les mouvements planétaires en dotant chaque planète d'un équant.

Mais l'orbite de Mars détruit cet espoir, quand bien même Kepler remet en cause le choix d'un point symétrique auquel rapporter le mouvement uniforme : l'hypothèse vicariante (voir [20] et [22]). Il écrit : « Il faut donc qu'il y ait quelque chose de faux dans ce que nous avons supposé. Il était supposé que l'orbite parcourue par la planète était un cercle parfait et qu'il est sur la ligne des apsides un point unique, à une distance précise et constante du centre de l'orbite [l'équant], autour duquel Mars parcourt des angles égaux en des temps égaux. L'une de ces suppositions ou peut-être même les deux sont fausses. Car les observations ne sont pas fausses » [23]. Kepler, qui a construit la trajectoire par un relevé point par point, recherche conjointement une loi cinématique pour décrire le mouvement. Il définit pour cela l'aire d'un secteur angulaire délimité par un arc de sommet le Soleil, en introduisant la notion de « somme des rayons » (préfigurant le calcul intégral). Après de multiples tentatives [20], il réalise que la trajectoire est une ellipse dont le soleil occupe un des foyers (première loi de Kepler). La loi du mouvement est connue aujourd'hui sous le nom de « loi des aires » (ou seconde loi de Kepler) : des surfaces égales sont parcourues en des durées égales par la ligne joignant le Soleil à la planète.

Il est d'usage de souligner que c'est la précision des mesures de Tycho Brahe qui a forcé Kepler à cet examen approfondi et l'a conduit à l'obtention des ellipses. Mais que se serait-il passé si les mesures avaient été précises au point de rendre perceptibles les perturbations des planètes entre elles ? Henri Poincaré mène sous cet angle l'analyse subtile de la dialectique entre théorie et expérience : « Seulement on ne peut s'empêcher de faire une réflexion : tous ces rapports seraient demeurés inaperçus si l'on s'était douté d'abord de la complexité des objets qui les relient. Il y a longtemps qu'on l'a dit : si Tycho avait eu des instruments dix fois plus précis, il n'y aurait eu ni Kepler, ni Newton, ni Astronomie. C'est un malheur pour une science de prendre naissance trop tard, quand les moyens d'observation sont devenus trop parfaits » [24] (p 189). Mais inversement, pourrait-on être tenté de dire, que se serait-il passé si Mars n'avait pas existé, ou si son excentricité avait été plus faible ? Le modèle héliocentrique avec équant aurait assurément été le « modèle standard » pour le système solaire. D'un point de vue didactique, il importe donc d'examiner quelles lois en auraient été déduites, dans le cas des faibles excentricités ( $e \ll 1$ ). C'est ce que je me propose

de présenter maintenant, en m'inspirant de [5], mais en utilisant une présentation géométrique encore plus élémentaire (aux §2.3.1 et 2.5.1) à la portée d'élèves de terminales scientifiques.

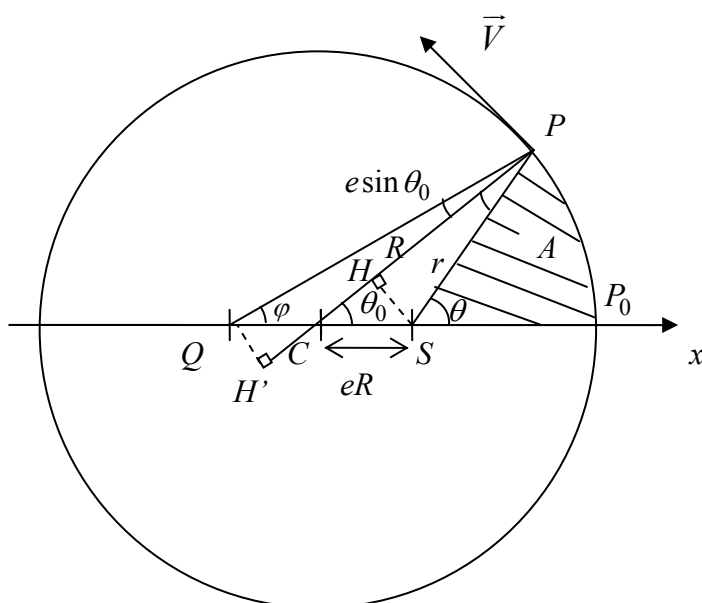
### 2.3. La didactique de l'équant : les deux premières lois.

Sur la figure 6, la planète en  $P$  décrit le cercle de centre  $C$  et de rayon  $R$ . Son mouvement est défini par la rotation uniforme  $QP$  autour de  $Q$ , d'angle  $\varphi$  et de pulsation  $\omega$ . Le Soleil est en  $S$  tel que  $CS = eR$ , où  $e$  est l'excentricité. Le modèle d'équant se résume à :

$$QC = CS = eR \quad ; \quad \varphi = \omega t \quad ; \quad \omega = \text{cste} . \quad (1)$$

La figure 6 définit les angles  $\theta_0$  et  $\theta$  qui repèrent la position de la planète par rapport à l'axe  $x$  (ligne des apsides). Les angles sous lesquels  $QC$  et  $CS$  sont vus de la planète  $P$  sont petits et égaux à  $e \sin \theta_0$  (conséquence des relations  $SH = QH' = eR \sin \theta_0$ ). La somme des angles des triangles  $SPC$  et  $CPQ$  valant  $\pi$ , on en déduit les relations entre  $\theta_0, \theta$  et  $\varphi$  :

$$\theta = \theta_0 + e \sin \theta_0 \quad ; \quad \varphi = \theta_0 - e \sin \theta_0 . \quad (2)$$



**Fig. 6.** Paramètres du modèle d'équant de rayon  $R$  et d'excentricité  $e$ .  $\varphi$  croît uniformément avec le temps. La planète est en  $P$ .

#### 2.3.1. La première loi de Kepler.

Il s'agit de déterminer l'équation de la trajectoire au premier ordre en  $e$ . Des relations  $CH = CH' = eR \cos \theta_0$ , on déduit que :

$$SP = r = R(1 - e \cos \theta_0) \quad ; \quad QP = R(1 + e \cos \theta_0). \quad (3)$$

La somme des distances  $SP + QP$  est donc constante, ce qui montre qu'au premier ordre en  $e$ , l'équant est une ellipse de foyers  $Q$  et  $S$ . Pour la suite, on notera aussi la relation obtenue à partir de (3) :

$$QP = \frac{R^2}{r} . \quad (4)$$

#### 2.3.2. La seconde loi de Kepler.

L'aire  $A$  du secteur angulaire  $P_0SP$  (figure 6) est la différence entre celle de  $P_0CP$  ( $= R^2 \theta_0 / 2$ ) et l'aire  $SH \times CP / 2$  du triangle  $SCP$  ( $= R^2 e \sin \theta_0 / 2$ ). D'où, en utilisant (2) :

$$A = \frac{R^2}{2}(\theta_0 - e \sin \theta_0) = \frac{R^2 \varphi}{2}. \quad (5)$$

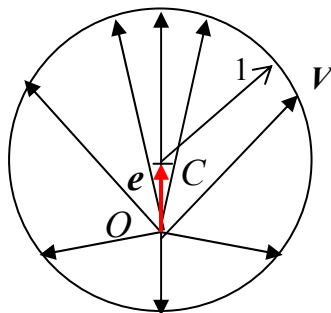
Puisque  $\varphi$  croît uniformément avec le temps (par la définition (1) de l'équant), l'aire balayée par  $SP$  est proportionnelle au temps. Dans un petit intervalle de temps  $\Delta t$ , elle vaut :

$$\Delta A = \frac{K \Delta t}{2}, \quad \text{avec } K = R^2 \omega. \quad (6)$$

La constante  $K$  est la constante des aires. Remarquons que le modèle d'excentrique, où l'angle  $\theta_0$  (et non  $\varphi$ ) croît uniformément avec le temps, ne satisfait pas à cette loi. *Aussi l'équant apparaît-il comme la première modification du mouvement circulaire cohérente du point de vue cinématique pour décrire les mouvements planétaires.* Approfondissons ce point en nous intéressant maintenant au diagramme des vitesses instantanées.

### 2.3.3. L'hodographe de Hamilton.

Hamilton a établi en 1846 [25] que si l'on ramène les vecteurs vitesses à une même origine  $O$ , leur extrémité se trouve sur un cercle pour des mouvements képlériens. Ce cercle représente l'hodographe du mouvement. Dans le cas du mouvement circulaire et uniforme, pour lequel la vitesse ne fait que changer de direction, mais pas de module, le centre du cercle coïncide avec  $O$ . Mais dans le cas général, l'hodographe est lui-même un *excentrique* : le point  $O$  est intérieur au cercle pour une trajectoire elliptique (figure 7), il est sur le cercle pour une trajectoire parabolique et à l'extérieur de celui-ci pour une trajectoire hyperbolique.



**Fig. 7.** L'extrémité du vecteur vitesse (normé convenablement), avec son origine en  $O$ , décrit un cercle unité au cours du temps dans le cas d'une trajectoire képlérienne ( $OC = e$  est le vecteur excentricité).

*Remarquons que la solution exacte et générale du problème képlérien est bien un cercle excentrique, mais non pas pour la variable position, pour laquelle l'excentrique fut introduit dans l'Antiquité, mais pour la variable vitesse, tel que Hamilton l'a démontré. Ceci met l'accent sur l'importance des changements de vitesse (accélérations) pour l'étude de la dynamique.*

Vérifions que le modèle d'équant satisfait à l'hodographe de Hamilton. Le module  $V$  du vecteur vitesse  $V$  au point  $P$  de la trajectoire est égal à  $R(\Delta\theta_0/\Delta t)$ . Mais on peut aussi l'exprimer, au premier ordre en  $e$ , au moyen de rotations autour des points  $S$  ou  $Q$  (figure 8), ce qui conduit à :

$$V = R \frac{\Delta\theta_0}{\Delta t} = \omega QP = r \frac{\Delta\theta}{\Delta t}. \quad (7)$$

Les égalités (7) mettent en évidence un premier résultat, sur lequel on reviendra au §2.5.2 : la vitesse varie en  $r^{-1}$  sur l'équant. En effet, puisque  $rQP = R^2$  d'après (4), on a :



les angles en  $P$  et en  $W$  de  $QPW$  diffèrent de  $e \sin \theta_0$  et valent  $\pi/2$  à l'ordre zéro. On peut finalement écrire :

$$\omega^{-1}V^* = QW = (QC + CW). \quad (9)$$

Les extrémités des vecteurs vitesses  $V^*$ , ramenés à une origine commune  $Q$ , décrivent au facteur  $\omega^{-1}$  près le même cercle excentrique que la planète. Par conséquent, l'hodographe de Hamilton pour le vecteur vitesse  $\omega^{-1}V^*$  s'obtient par une rotation de  $+\pi/2$  de l'équant.

#### 2.4. La dynamique de Kepler.

Kepler s'intéresse à l'origine de la force qui déplace les planètes et qui réside dans le Soleil : « les filaments magnétiques du Soleil ne meuvent pas en tant qu'ils sont considérés en eux-mêmes, mais en tant que le Soleil, en tournant très rapidement dans son lieu, les emporte avec lui et les fait tourner ensemble avec la *species* motrice qui émane d'eux » ([20]). Cette image de tourbillons, qui provient de l'analyse du magnétisme par Gilbert, sera reprise et développée par Descartes dans sa cosmogénèse. Kepler introduit, après avoir établi l'ellipticité des trajectoires, une « âme motrice aux planètes », c'est-à-dire des « pôles » que la planète présenterait au Soleil et qui induiraient l'oscillation radiale nécessaire pour reproduire la trajectoire elliptique.

Kepler obtient très tôt dans ses recherches une « loi des vitesses » (établie ci-dessus) en  $r^{-1}$ , qui indique que la vitesse de la planète sur l'équant varie inversement proportionnellement à la distance au Soleil [26]. Cela conduit (d'après (8)) à une loi  $T \propto R^2$  pour les périodes de révolution  $T = 2\pi/\omega$ . Si les planètes avaient été mues initialement par une action identique sur leurs orbites,  $T$  croîtrait proportionnellement au rayon  $R$  de l'orbite. Comme la période croît plus rapidement, c'est que la « vertu motrice » du Soleil diminue avec la distance. Kepler fait l'hypothèse, logique dans une dynamique aristotélicienne où la force est proportionnelle à la vitesse, que la force est aussi en  $r^{-1}$ . Mais la dépendance  $T \propto R^2$  étant trop forte par rapport aux périodes observées, Kepler suppose que les planètes présentent une résistance au mouvement, une « inertie », suivant leur constitution, qui atténue l'effet de la force motrice. Il avance à cette occasion l'idée que « l'inertie ou l'opposition au mouvement est une caractéristique de la matière : elle est d'autant plus grande que la quantité de matière dans un volume donné l'est » ([27] p 56). Discutant la gravité entre deux corps, Kepler écrit encore, dans l'*Astronomie nouvelle* : « Si deux pierres étaient placées l'une près de l'autre dans un quelconque lieu du monde, en dehors de l'orbite de la vertu d'un troisième corps apparenté, ces pierres, à l'instar de deux corps magnétiques, se rencontreraient dans un lieu intermédiaire, l'un se rapprochant de l'autre de la distance proportionnelle au poids de l'autre » (p 195). Ces citations font dire à Max Jammer ([27] p 54) que Kepler a joué un rôle initial non négligeable dans la longue élaboration (jusqu'à Euler) du concept de masse d'inertie.

C'est plus tard, en 1618, que Kepler énonce la loi des périodes  $T \propto R^{3/2}$  (troisième loi de Kepler) : « et si on veut savoir à quelle date je la conçus, ce fut le 8 mars de cette année 1618 ; mais les calculs s'étant avérés infructueux, je la rejetai comme fautive ; enfin de retour le 15 mai pour un nouvel assaut, elle chassa de mon esprit les ténèbres. Entre mes dix-sept ans de travail sur les observations de Brahé, et la présente méditation, il y avait une telle réciprocité et une telle convergence que je crus d'abord rêver et avoir fait une pétition de principe. Mais il est absolument certain et exact, que le rapport entre les périodes de deux planètes quelconques est en proportion précisément sesquialtère de celui de leurs distances moyennes (c'est-à-dire de leurs orbites) » [28]. Quant aux détails du calcul « les recherches des historiens ne purent leur fournir que des conjectures. L'opinion la plus courante est qu'il se



livra à un tâtonnement » [29]. La troisième loi apparaît dans l'*Harmonie du Monde* qui « apporte le couronnement des recherches de Kepler en ce sens qu'elle lui fournit un principe qui permet de rendre compte de la construction globale du monde sans devoir renier les étapes précédentes de sa pensée [la structure en polyèdres réguliers] » [16]. La variabilité de la vitesse angulaire de la planète, fonction de l'excentricité de la trajectoire, est associée avec le ton que parcourt un intervalle musical (figure 10). La vitesse la plus petite (aphélie) détermine la note fondamentale. L'octave de référence correspond à la vitesse la plus petite de la planète la plus éloignée (Saturne).



Fig. 10. Partitions jouées par les planètes sur leurs orbites.

Notons que la puissance  $3/2$  de la loi des périodes s'obtient trivialement dès lors que l'on cherche un rapport direct entre les logarithmes des périodes et des demi-grands axes. Les logarithmes ont été découverts en 1614 par Navier et Kepler les utilisera plus tard pour ses tables astronomiques, contribuant lui-même à leur calcul ; les aurait-il utilisés à cette occasion ?

## 2.5. La didactique de l'équant : la troisième loi.

Nous avons établi précédemment que le modèle d'équant, pour de faibles excentricités, permettait de retrouver les deux premières lois de Kepler. Qu'en est-il de la troisième ? Nous allons voir que l'équant offre (rétrospectivement) une discussion intéressante sur le statut de la vitesse ou de l'accélération pour l'étude de la dynamique.

### 2.5.1. La loi en $r^{-2}$ et la troisième loi de Kepler.

D'après (9), la vitesse  $V^* = \omega(QC + CW)$  est proportionnelle à la somme d'un vecteur  $QC$  constant de module  $eR$  et d'un vecteur  $CW$  de module  $R$  qui tourne à la vitesse angulaire  $\Delta\theta/\Delta t$  dans le sens trigonométrique. L'accélération  $a^* = \Delta V^*/\Delta t$  a donc pour module

$$a^* = \omega R \frac{\Delta\theta}{\Delta t}, \quad (10)$$

et est dirigée perpendiculairement à  $CW$ , c'est-à-dire tangentiellement au cercle en  $W$ . L'accélération  $a$  calculée au point  $P$  de la trajectoire s'obtient par une rotation d'angle  $+\pi/2$  de  $a^*$  et est donc dirigée suivant  $CW$ . Comme  $CW$  et  $SP$  sont colinéaires, elle pointe vers  $S$  : elle est centripète et son module est donné par (10). Comme  $\Delta\theta/\Delta t = \omega QP/r$  d'après (7), est égal à  $\omega R^2/r^2$  d'après (3), on obtient la loi en  $r^{-2}$  pour l'accélération sur l'équant :

$$a = \frac{\omega^2 R^3}{r^2}. \quad (11)$$

Si, de plus, on fait l'hypothèse naturelle que cette loi est universelle dans le système solaire, on est conduit à l'écrire sous la forme générale

$$a = \frac{\alpha}{r^2}, \quad (12)$$

où  $\alpha$  est une constante du système solaire, donnée par (11) :

$$\alpha = \omega^2 R^3 . \quad (13)$$

L'équant conduit donc non seulement à une accélération centripète en  $r^{-2}$  mais aussi, de manière remarquable, à la troisième loi de Kepler  $\omega^2 R^3 = \alpha$  (soit  $T \propto R^{3/2}$  pour les périodes).

### 2.5.2. « Loi des vitesses » ou « loi des accélérations » ?

On a vu au §2.3.3 que le modèle d'équant prédit aussi une loi  $V = K/r$  pour les vitesses. Cette « loi des vitesses » est-elle universelle ? Si oui, cela reviendrait à considérer que la constante  $K = \omega R^2$  de la loi des aires (5) pour une planète est une constante du système solaire, identique pour toutes les planètes et cela conduirait à une loi  $T \propto R^2$  pour les périodes. Celle-ci étant invalidée par l'observation,  $K$  ne peut donc pas être une constante du système solaire. L'observation, qui valide la loi  $T \propto R^{3/2}$ , met donc en évidence, sur l'exemple de l'équant, que l'accélération joue un rôle privilégié pour attribuer un caractère universel à une loi, au détriment de la vitesse. Cette discussion, menée sur une modélisation élémentaire des mouvements planétaires, souligne déjà l'importance de l'accélération pour l'étude de la dynamique dans l'enseignement.

Pour en revenir au point de départ de notre discussion, si l'excentricité de Mars avait été plus faible, ou si Mars n'avait pas existé, l'équant aurait servi à modéliser les trajectoires des planètes et aurait permis de mettre en évidence les trois lois de Kepler. Il aurait aussi permis d'obtenir la loi centripète en  $r^{-2}$  pour les accélérations, en faveur de laquelle l'observation aurait tranché, au détriment d'une hypothétique loi des vitesses en  $r^{-1}$ . Les calculs de Newton auraient alors élargi ces lois à des excentricités quelconques, en montrant que l'équant est un cas particulier des trajectoires elliptiques. Ces lois auraient été finalement vérifiées par les comètes.

Si l'accélération n'est pas explicitement du registre de Kepler, elle est à la même période l'objet principal des recherches de Galilée pour étudier la cinématique de la chute des corps, comme je le rappelle dans le §3.1.2 ci-dessous. On ne peut que regretter que l'appel à collaboration de Kepler, lorsque ce dernier apportait son soutien à Galilée après la publication du *Messenger céleste* [30], n'ait pas été entendu par Galilée : « Que Galilée se tienne aux côtés de Kepler, observant le premier la Lune, le visage levé vers le ciel, le second le Soleil, penché vers une tablette pour que la lentille ne brûle son œil, chacun des deux usant de sa propre méthode, et que cette association produise un jour la théorie la plus lumineuse des distances entre les trois corps » [31] (p 15). De son côté, Galilée n'adoptera jamais le système de Kepler. Il faudra attendre Newton pour que la loi de l'accélération pour la chute des corps soit associée à la dynamique des mouvements planétaires, à travers la loi d'attraction universelle. Newton aura la célèbre formule : « J'ai vu plus loin que les autres parce que je me suis juché sur les épaules de géants ».

## 3. De la chute des corps à celle de la Lune et des planètes.

### 3.1. Galileo Galilei (1564-1642).

Les apports de Galilée à la physique sont considérables, à la fois dans le domaine de l'astronomie, avec l'utilisation de la lunette et la découverte des satellites de Jupiter en particulier, et dans celui de la mécanique, où Galilée refonde l'étude du mouvement, en utilisant la méthode expérimentale et en introduisant le langage mathématique, pour la description de la chute des corps. Michel Blay écrit que « dès la période padouane, une ambition bien précise avait guidé son œuvre : renouveler la philosophie naturelle en transformant ses deux fondements traditionnels, à savoir la cosmologie géocentriste et la théorie du mouvement héritées pour l'essentiel d'Aristote » [32].

### 3.1.1. La découverte des satellites de Jupiter.

Galilée donne à la lunette ses lettres de noblesse. C'est dans le *Messenger céleste* [30] qu'il livre ses observations dont la plus importante (en particulier aux yeux de Kepler [31]) est la découverte des satellites de Jupiter, qui date du 7 janvier 1610. Galilée voit « trois étoiles, toutes petites il est vrai, mais pourtant très claires, situées près de lui [Jupiter] [et qui] semblaient disposées selon une ligne exactement droite et parallèle à l'écliptique ». Au fil des observations, Galilée remarque que « puisque selon des intervalles semblables tantôt elles suivent, tantôt elles précèdent Jupiter, puisqu'elles ne s'éloignent de lui, aussi bien vers le levant que vers le couchant, que selon des écarts très étroits, et puisqu'elles l'accompagnent dans son mouvement rétrograde et dans son mouvement direct, personne ne peut douter qu'elles ne décrivent autour de lui leurs propres révolutions, tout en accomplissant, pendant ce temps, toutes ensemble un mouvement giratoire en douze ans autour du [Soleil] ». La troisième loi de Kepler sera vérifiée pour ces satellites et Roëmer déduira en 1676 des décalages apparents entre leurs dates d'immersion (ou d'émergence) dans l'ombre de Jupiter, qu'il attribue au déplacement de la Terre sur son orbite, une première valeur de la vitesse de la lumière [33]. Vers la fin de l'année 1610, Galilée découvre les phases de Vénus puis les tâches solaires entraînées dans la rotation du Soleil.

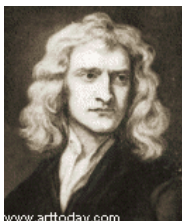
Les découvertes de Galilée, qui accréditent le système Copernicien, n'y apportent cependant pas de preuve directe. C'est dans le *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde* [34] que Galilée discute ses observations en rapport avec les systèmes de Copernic et de Ptolémée. Cet ouvrage est aussi connu pour l'introduction que fait Galilée de ce qui deviendra la définition d'un « référentiel galiléen ». Il prend l'exemple d'un bateau naviguant à vitesse constante, sans secousse, dont un passager, s'il voyageait dans la cale, verrait, par exemple, les papillons voler à ses côtés comme s'il était au repos. De manière analogue, une pierre tombée du haut d'un mât atteindrait le sol à la verticale du lieu où elle a été lâchée. Cela fait dire à Galilée que « le mouvement est comme rien ».

### 3.1.2. La cinématique galiléenne.

Les travaux de Galilée concernant la cinématique des corps sont en partie antérieurs aux observations avec la lunette et sont contemporains des grandes découvertes de Kepler, mais ils ne verront le jour sous leur forme définitive qu'en 1638 dans les *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles* [35]. Galilée écrit : « C'est alors, en considérant ces faits, qu'il me vint à l'esprit que si l'on supprimait totalement la résistance du milieu, tous les corps descendraient avec la même vitesse ». Ainsi « si un mobile, partant du repos, tombe avec un mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus, en des temps quelconques, par ce même mobile, sont entre eux en raison double des temps, c'est-à-dire comme les carrés de ces mêmes temps ». Ceci est une conséquence de ce que Galilée reconnaît dans le « mouvement naturellement accéléré » le mouvement « uniformément » accéléré, dans lequel « en des fractions de temps égales quelconques se produisent des additions égales de vitesse [...] l'intensification de la vitesse [étant] proportionnelle à l'extension du temps ». Ce mouvement est le plus simple (donc le plus « naturel ») que l'on puisse concevoir en dehors du mouvement rectiligne et uniforme dans lequel des distances égales sont parcourues en des durées égales. Galilée établit que la trajectoire d'un projectile, qu'il décompose en un mouvement rectiligne et uniforme horizontal et en un mouvement de chute uniformément accéléré vertical, est une parabole. Le fait que Galilée ne donne pas une formulation générale du principe d'inertie est discuté par Alexandre Koyré [36], qui le met en rapport avec « son incapacité de concevoir le corps physique comme privé du caractère constitutif de la gravité » (p 258). Le principe d'inertie sera énoncé en toute généralité par Descartes dans une lettre à Huygens : « Sur quoi je considère que la nature du mouvement est telle que, lorsqu'un corps a commencé à se

mouvoir, cela suffit pour faire qu'il continue toujours après avec une même vitesse et en même ligne droite, jusqu'à ce qu'il soit arrêté ou détourné par quelque autre cause » [37]. Pour conclure, avec Koyré, rappelons que « ce n'est pas à tort que la tradition historique a vu dans Galilée le père de la science classique : c'est dans son œuvre [...] que se réalise pour la première fois dans l'histoire de la pensée humaine, l'idée de la physique mathématique » (p 277).

### 3.2. La dynamique newtonienne.



Newton publie sa première version des *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* en 1687 [38] en trois livres destinés à la postérité. Après avoir énoncé huit définitions suivies des trois lois du mouvement et de corollaires, il expose la méthode géométrique qui lui permet de traiter des quantités infiniment petites. Une description cursive de cet ouvrage est donnée dans [39]. Il s'agit ici d'en souligner quelques traits en reprenant les passages originaux de Newton.

Les *Principia* consacrent la rupture définitive avec la mécanique aristotélicienne, en établissant une nouvelle dynamique qui repose sur le principe d'inertie et la proportionnalité de la force à l'accélération, et qui s'applique sur Terre comme aux astres avec l'énoncé de la loi de gravitation universelle. Pour Newton, *la quantité de matière se mesure par la densité et le volume pris ensemble* (définition I) et il désigne « la quantité de matière par les mots de *corps* ou de *masse* ». Ce que Newton entend ainsi par « masse » est un sujet de débat entre les historiens (voir [27] p 64-74 pour une discussion). La masse est définie comme une propriété intrinsèque des corps, qui ne dépend pas de l'état de mouvement. La définition II stipule que *la quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse*. L'« inertie est ce qui fait qu'on ne peut changer sans effort l'état actuel d'un corps, soit qu'il se meuve, soit qu'il soit en repos ». Newton donne « à la force qui réside dans les corps le nom très expressif de *force d'inertie* » pour décrire l'*inertie de la matière*, qui se caractérise comme *résistante* pour les corps au repos ou *impulsive* pour les corps en mouvement. Ces notions de repos ou de mouvement sont d'ailleurs relatives (« respectives ») « car les corps que l'on croit au repos ne sont pas toujours en repos absolu ». La définition III précise que *La force qui réside dans la matière* (vis insita) *est le pouvoir qu'elle a de résister. C'est par cette force que tout corps persévère de lui-même dans son état actuel de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite*. Elle se distingue de la *force imprimée* qui « peut être produite par le choc, par la pression, et par la force centripète » et qui *est l'action par laquelle l'état du corps est changé, soit que ce corps soit le repos, ou le mouvement uniforme en ligne droite* (définition IV). Dans la définition V, Newton s'intéresse à la force centripète, pierre angulaire de ses raisonnements. C'est *celle qui fait tendre les corps vers quelque point, comme vers un centre, soit qu'ils soient tirés ou poussés vers ce point, ou qu'ils y tendent d'une façon quelconque*. La force centripète est le terme employé par Newton pour désigner les forces centrales. Son prototype est la gravité « qui fait tendre tous les corps vers le centre de la Terre » ou la tension d'une fronde en rotation. Newton utilise cette analogie avec la fronde pour les mouvements célestes : « Il en est de même de tous les corps qui se meuvent en rond, ils font tous effort pour s'éloigner du centre de leur révolution ; et sans le secours de quelque chose qui s'oppose à cet effort et qui les retient dans leurs orbites, c'est-à-dire, de quelque *force centripète*, ils s'en iraient en ligne droite d'un mouvement uniforme ». Newton montrera que cette force centripète s'identifie à la gravité.

C'est dans les définitions VII et VIII qu'il introduit une relation entre changements de vitesse, quantité accélératrice et quantité motrice. *La quantité accélératrice de la force centripète est proportionnelle à la vitesse qu'elle produit dans un temps donné* (définition VII) : elle est proportionnelle à  $\Delta v / \Delta t$ . Dans la chute des corps (en négligeant la résistance de

l'air) ce rapport est constant. Dans la définition VIII, *La quantité motrice de la force centripète est proportionnelle au mouvement qu'elle produit dans un temps donné* : elle est donc proportionnelle à  $\Delta(mv)/\Delta t$ . Newton précise : « la force centripète accélératrice est donc à la force centripète motrice, ce que la vitesse est au mouvement » : elles ne diffèrent que par la *masse*. La scholie qui suit introduit les notions newtoniennes fondamentales de temps et d'espace absolus : « Le temps absolu, vrai et mathématique, sans relation à rien d'extérieur, coule uniformément, et s'appelle *durée*. Le temps relatif, apparent et vulgaire, est cette mesure sensible et externe d'une partie de durée quelconque (égale ou inégale) prise du mouvement : telles sont les mesures d'*heures*, de *jours*, de *mois*, etc. dont on se sert ordinairement à la place du temps vrai ». Newton distingue ensuite « *l'espace absolu, sans relation aux choses externes, demeure toujours similaire et immobile* », de l'espace relatif et du lieu, qui impliquent l'existence d'un corps et son positionnement relatif. Il énonce ensuite les trois lois du mouvement :

1. *Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque chose n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état* [principe d'inertie].
2. *Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice, et le sont dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée.* [Le temps n'apparaît pas explicitement dans cet énoncé, mais était présent dans les définitions VII et VIII] (Seconde loi).
3. *L'action est toujours égale et opposée à la réaction ; c'est-à-dire que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales, et dans des directions* [sens] *contraires* [principe de l'action et de la réaction].

Newton démontre ensuite la loi des aires pour une force centrale et détermine à quelle loi de force (dépendance avec la distance au centre attracteur) elle correspond, pour une trajectoire donnée (circulaire, ou elliptique avec la force dirigée vers le centre, ou avec la force dirigée vers un foyer, etc.). Cette partie reprend le *De Motu* de 1684 [40]. La méthode de Newton consiste à discrétiser la trajectoire en choisissant un temps unité (l'aire balayée) et à faire intervenir la force par le changement de vitesse qu'elle produit, dans la direction du centre attracteur, aux différents points de la trajectoire. La démonstration, que nous avons donnée dans [7] et que je reproduis ci-dessous, reprend celle de Newton en faisant le choix d'une unité de temps différente et en introduisant les vecteurs (Newton utilisait le parallélogramme des forces pour les additions vectorielles) et les coordonnées polaires (qui étaient connues mais pas utilisées à l'époque de Newton).

### 3.3. La didactique de la construction de Newton : la loi des aires.

#### 3.3.1. La construction algorithmique et géométrique de Newton.

Soit  $\Delta t$  l'intervalle de temps séparant deux positions consécutives de la planète sur sa trajectoire. Aux dates  $t_0$ ,  $t_1 = t_0 + \Delta t$ ,  $t_2 = t_1 + \Delta t$  etc., la planète occupe les positions  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , etc. On suppose que  $\Delta t$  est suffisamment petit pour avoir un bon échantillonnage de la trajectoire. On peut alors choisir l'unité de temps telle que  $\Delta t = 1$ , ce qui conduit à représenter la vitesse  $\mathbf{v} = \Delta \mathbf{r} / \Delta t$  de la planète par l'intervalle  $\Delta \mathbf{r}$  joignant deux de ses positions consécutives ( $\mathbf{v} = \mathbf{AB}$ , etc.) et son accélération  $\mathbf{a} = \Delta \mathbf{v} / \Delta t$  par le changement de vitesse  $\delta \mathbf{v}$  :

$$\mathbf{a} = \delta \mathbf{v}. \quad (14)$$

La force, dirigée de la planète vers le soleil, est analogue à un choc aux points  $B$ ,  $C$ , etc. de la trajectoire. En l'absence de la force agissant en  $B$ , la planète poursuivrait sa course sur la droite  $AB$ , d'un mouvement uniforme, conformément au principe d'inertie, et se retrouverait une unité de temps après au point  $c$ . L'action d'une force centrale en  $B$ , proportionnelle à l'accélération centripète  $\mathbf{a}$ , se traduit par un changement de vitesse  $\delta \mathbf{v} = \mathbf{a}$



fonction de proche en proche par sa dérivée. Elle est appliquée d'abord à la fonction exponentielle, puis à la résolution d'équations différentielles du premier ordre. L'introduction de la méthode de Newton dans les programmes de physique ne pourrait-elle permettre de lever ces difficultés ?

### 3.3.2. La loi des aires.

Les triangles  $SAB$  et  $SBS$  ont pour base commune  $SB$ . Soit  $H_a$  et  $H_c$  les projections orthogonales respectives de  $A$  et  $C$  sur  $SB$ . Comme  $AB = BC$  et que  $cC$  est parallèle à  $SB$  par construction, la hauteur  $CH_c$  du triangle  $SBC$  en  $C$  est égale à celle  $AH_a$  du triangle  $SAB$  en  $A$ . L'aire d'un triangle étant le produit de sa base par la hauteur correspondante, les aires des triangles  $SAB$  et  $SBC$  sont égales, ce qui vérifie la seconde loi de Kepler (propriété générale des forces centrales).

Pour obtenir une relation analytique, notons  $r = SM$  la distance de  $S$  à un point  $M$  ( $A$ ,  $B$  ou  $C$ , etc.) de la trajectoire et  $\delta\theta$  l'incrémentaire élémentaire de l'angle dont tourne  $SM$  pendant l'unité de temps suivante. L'aire du triangle  $SBC$  est approximativement  $\frac{1}{2}(r \times r \delta\theta)$  et la loi des aires s'écrit:

$$r^2 \delta\theta = K, \quad (K = \text{constante}). \quad (15)$$

### 3.4. Force centripète et gravité.

Prenant l'exemple d'un projectile retombant sur Terre, en faisant abstraction de la résistance de l'air, Newton explique que son mouvement serait rectiligne et uniforme en l'absence de force et que « c'est donc par sa gravité qu'il est retiré de la ligne droite ». Il en déduit qu'« ainsi, si un boulet de canon était tiré horizontalement du haut d'une montagne [...] en augmentant la vitesse [initiale] de ce corps, on augmenterait à volonté le chemin qu'il parcourrait avant de retomber sur Terre, et on diminuerait la courbure de la ligne qu'il décrirait », si bien « qu'enfin il pourrait circuler autour, sans y retomber jamais, et même s'en aller en ligne droite dans le ciel ». Pour Newton, il n'y a qu'un pas du boulet de canon à la Lune : « Or, par la même raison qu'un projectile pourrait tourner autour de la Terre par la force de gravité, il se peut faire que la Lune par la force de sa gravité, (supposé qu'elle gravite) ou par quelque autre force qui la porte vers la Terre, soit détournée à tout moment de la ligne droite pour s'approcher de la Terre, et qu'elle soit contrainte à circuler dans une courbe, et sans une telle force, la Lune ne pourrait être retenue dans son orbite ». Le calcul de cette force centripète incombe « aux Mathématiciens » dont le travail consiste « à trouver la force centripète nécessaire pour faire circuler un corps dans un orbite donné ». Newton montre que la force nécessaire pour faire dévier la Lune de la ligne droite est proportionnelle à la gravité agissant à la surface de la Terre, dans le rapport précisément des carrés de la distance au centre de la Terre à la Lune : la force centripète qui « retient » la Lune sur son orbite s'identifie donc à la gravité terrestre. Newton étend cette propriété d'attirer les corps à tous les corps, la rendant universelle puisque la loi en  $r^{-2}$  est aussi vérifiée par les satellites de Jupiter et ceux, plus récemment découverts, de Saturne, vérifiant la troisième loi de Kepler tout comme les mouvements planétaires [mais avec des constantes différentes].

Il n'est, d'une part, pas possible de suivre aisément le raisonnement géométrique de Newton dans ces démonstrations, et d'autre part, l'enseignement s'intéresse au problème inverse, qui est celui de la détermination de la trajectoire en supposant la loi de force connue (« le problème de Kepler »). Il est intéressant (et novateur) d'un point de vue pédagogique, d'obtenir à partir de la construction même de Newton une méthode simple et naturelle de détermination de la trajectoire [7].

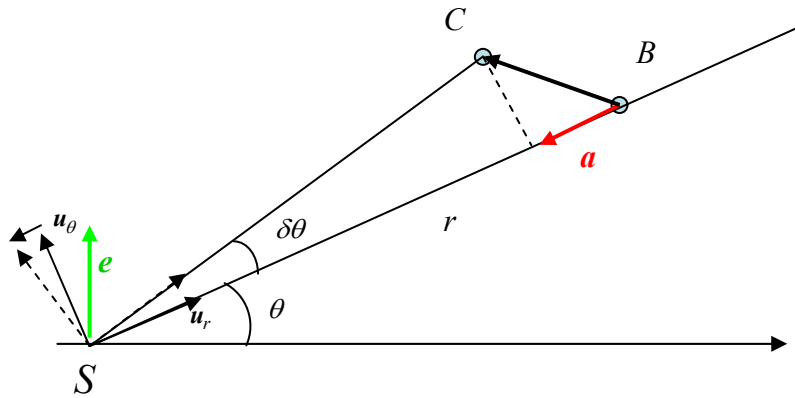
### 3.5. La didactique de la construction de Newton : l'hodographe de Hamilton et l'équation de la trajectoire.

#### 3.5.1. L'hodographe des vitesses.

Introduisons le vecteur unitaire radial  $\mathbf{u}_r = \mathbf{SM}/SM$  et le vecteur unitaire orthoradial  $\mathbf{u}_\theta$  déduit de  $\mathbf{u}_r$  par une rotation de  $\pi/2$ . Considérons une accélération centripète inversement proportionnelle au carré de la distance (trajectoires képlériennes) :

$$\mathbf{a} = -\frac{\alpha}{r^2} \mathbf{u}_r. \quad (16)$$

( $\alpha$  est une constante qui n'a pas besoin d'être explicitée dans cette démonstration).



**Fig. 13.** Obtention de l'équation de la trajectoire. Introduction des vecteurs polaires et du vecteur constant  $\mathbf{e}$ .

En utilisant la définition (14) de l'accélération et la loi des aires (15), on obtient :

$$\delta \mathbf{v} = -\frac{\alpha}{K} \delta \theta \mathbf{u}_r. \quad (17)$$

On reconnaît dans l'expression  $-\delta \theta \mathbf{u}_r$  la rotation infinitésimale d'angle  $\delta \theta$  du vecteur orthoradial  $\mathbf{u}_\theta$ , représentée sur la figure 13. Ceci permet d'écrire l'égalité (17) sous la forme de l'égalité des variations de deux vecteurs :

$$\delta \mathbf{v} = \frac{\alpha}{K} \delta \mathbf{u}_\theta. \quad (18)$$

Celle du vecteur  $\mathbf{v} - \alpha \mathbf{u}_\theta / K$  est donc identiquement nulle et ce vecteur est une constante du mouvement. Introduisons donc un vecteur  $\mathbf{e}$  constant, de module  $e$ , tel que :

$$\mathbf{v} = \frac{\alpha}{K} (\mathbf{u}_\theta + \mathbf{e}). \quad (19)$$

On retrouve avec cette expression celle de l'hodographe de Hamilton de la figure 7. Ce résultat est valable, ici, quelque soit la valeur de l'excentricité  $e$ . Il peut donc être appliqué au mouvement hyperbolique, parabolique mais aussi à un autre domaine régi par une loi en  $r^{-2}$  tel que le calcul de la diffusion de Rutherford, immédiat à partir de la relation (19).

#### 3.5.2. L'équation de la trajectoire.

Pour obtenir l'équation de la trajectoire, il suffit de projeter (19) sur  $\mathbf{u}_\theta$ . La projection de  $\mathbf{v} = \mathbf{BC}$  sur  $\mathbf{u}_\theta$  est  $r \delta \theta$  d'après la figure 13, qui est égal à  $K/r$  d'après (15). Par un choix



d'origine convenable, l'angle  $\theta$  est l'angle entre  $\mathbf{u}_\theta$  et  $\mathbf{e}$ ;  $(\mathbf{u}_\theta + \mathbf{e})$  se projette alors en  $(1 + e \cos \theta)$ . La projection de (19) s'écrit :

$$\frac{K^2}{\alpha r} = 1 + e \cos \theta, \quad (20)$$

soit

$$r = \frac{p}{(1 + e \cos \theta)} \text{ avec } p = K^2 / \alpha,$$

ce qui est l'équation polaire d'une conique (une ellipse pour  $0 \leq e < 1$ ) avec le soleil au foyer (première loi de Kepler). La troisième loi s'obtient par un calcul direct (cf. [7]).

On peut ainsi, sans faire appel au calcul différentiel, obtenir l'équation de la trajectoire. La méthode décrite ci-dessus introduit de manière naturelle le « vecteur excentricité », invariant du mouvement, qui pointe perpendiculairement au demi-grand axe de l'ellipse. Elle est la version discrète d'un calcul différentiel généralement méconnu, qui est la méthode la plus synthétique pour résoudre le problème de la détermination des trajectoires képlériennes [42]. Cette méthode, comme nous allons le voir, peut être considérée comme la version géométrique de la solution analytique différentielle proposée en 1710 par le mathématicien suisse Jacob Herman [43], disciple de Johann Bernoulli.

### 3.5.3. Le vecteur excentricité.

L'existence d'une intégrale première supplémentaire (constante du mouvement) pour le problème de la détermination des trajectoires képlériennes est connue depuis longtemps. Beaucoup de livres se basent sur le vecteur de Runge-Lenz  $\mathbf{A}$  défini par

$$\mathbf{A} = \mathbf{v} \wedge \mathbf{L} - \mu \alpha \frac{\mathbf{r}}{r},$$

où  $\mathbf{L}$  est le moment cinétique de la masse réduite  $\mu$ . Le vecteur excentricité, qui pointe perpendiculairement au demi-grand axe est défini par  $\mathbf{L} \wedge \mathbf{A}$ . L'appellation « vecteur de Runge-Lenz » renvoie au livre d'analyse vectorielle de Runge [44] et à l'utilisation de ce vecteur par Lenz dans le cadre de « l'ancienne théorie quantique de l'atome d'hydrogène » [45], mais il se trouve déjà chez Laplace [46]. Goldstein écrit que le vecteur excentricité se déduit du vecteur de Laplace-Runge-Lenz [47] ; mais de nombreux auteurs [48,42,49], l'obtiennent par une intégration directe des équations du mouvement, qui est celle indiquée au §3.5.1 (dans la limite  $\Delta t \rightarrow 0$ ). Ce vecteur est présent chez Hamilton, mais déjà aussi chez Herman, comme l'a signalé Goldstein [50], qui l'appelle « vecteur de Herman-Bernoulli-Laplace ». La première démonstration analytique de l'établissement des trajectoires coniques pour les planètes par cette méthode est effectivement celle donnée par Herman, dans une courte lettre qu'il adresse en 1710 à Bernoulli [43]. La démonstration de Herman repose sur le calcul différentiel de Leibniz et deux intégrations successives, tout en utilisant la figure introduite par Newton.

Herman note  $ddx$  la projection de  $cC$  (figure 14 ci-dessous), c'est-à-dire celle de l'accélération  $\mathbf{a}$  sur l'axe des  $x$ . Cet axe est supposé être un axe de la conique (c'est-à-dire qu'à un certain instant la vitesse est perpendiculaire à l'axe des  $x$ ). Herman écrit la loi de Newton sous la forme :

$$-addx = xK^2/r^3. \quad (21)$$

La constante  $K$  (Herman la note  $C$ ) est celle de la loi des aires, égale au double de l'aire balayée du triangle  $SBC$ , et s'écrit, dans un système de coordonnées cartésiennes :

$$K = xdy - ydx. \quad (22)$$

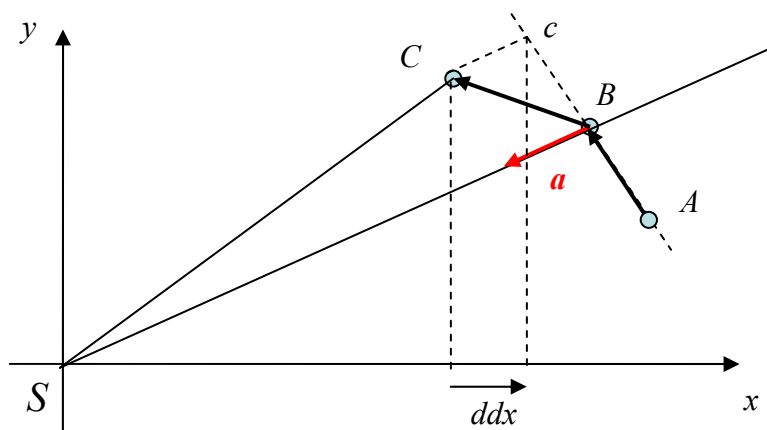


Fig. 14.

La constante de proportionnalité  $a$  dans l'égalité (21) est égale à  $K^2/\alpha$  dans les notations du §3.5.1. Herman explicite un des deux facteurs  $K$  dans la loi de Newton

$$-ad dx = \frac{xK}{r^3} (x dy - y dx), \quad (23)$$

et remarque qu'elle s'intègre en :

$$-ad x = K \frac{y}{r}. \quad (24)$$

Il s'agit de la projection de la relation (19) sur l'axe des  $x$  (lorsque le vecteur excentricité  $e$  est parallèle à l'axe des  $y$ ). Pour obtenir l'équation de la trajectoire, Herman exprime à nouveau la constante  $K$  dans l'équation ci-dessus, et multiplie par  $x^{-2}$  chacun des membres de l'équation (24) :

$$\frac{-ad x}{x^2} = \frac{y(x dy - y dx)}{x^2 r}. \quad (25)$$

Cette relation s'intègre finalement en l'équation d'une conique, sous la forme :

$$\frac{a}{x} + cste = \frac{r}{x}.$$

La démonstration de Herman a été critiquée sévèrement par Bernoulli, et, rétrospectivement, quelque peu injustement : « À vous parler franchement, votre solution paraît faite à dessein, accommodée à ce que vous cherchiez, et à ce que vous connaissiez déjà » [51] (p 521). La raison des critiques de Bernoulli est qu'il s'intéresse à un problème d'intégration plus général et qu'il ne relève alors pas le caractère pourtant remarquable de la démonstration de Herman, qui met en jeu une intégrale première spécifique aux mouvements képlériens.

### 3.6. Autres aspects de la théorie newtonienne.

L'attraction universelle, pour Newton, recouvre aussi les phénomènes lumineux. Les « rayons lumineux » newtoniens, assimilables à des corpuscules, dévient à l'approche d'un dioptré sous l'effet d'une force accélératrice constante localisée au voisinage de celui-ci. Cela permet à Newton de rendre compte des lois de la réfraction en raccordant les trajectoires rectilignes avant et après la traversée de la surface par un mouvement parabolique du rayon. Newton donne avec cette interprétation mécanique une apparente confirmation de la théorie de Descartes, en attribuant, comme lui, une vitesse plus grande à la lumière dans les milieux réfringents (en contradiction avec la théorie ondulatoire). Quant à la diffraction, Newton la

nomme à dessein « inflexion » [52] pour la ramener à la manifestation de l'attraction universelle, pourtant en contradiction avec les expériences de Grimaldi.

Les succès de la mécanique newtonienne seront immenses. Sans compter ses innombrables applications quotidiennes, la « figure de la Terre », c'est-à-dire son aplatissement aux pôles dû à la rotation diurne, prévu par Newton, est confirmé par les expéditions menées quelques décennies plus tard. Newton donne aussi pour la première fois une explication satisfaisante des marées, comme le résultat de l'attraction de la Lune et du Soleil sur les océans. Urbain Joseph Le Verrier interprète en 1845 les perturbations des mouvements de la planète Uranus, découverte en 1781 par William Herschel, par l'existence d'une nouvelle planète. Neptune est ainsi découverte en 1846.

La mécanique newtonienne demande à être réécrite en fonction du calcul différentiel de Leibniz, comme le fera notamment Varignon (voir [39] Chapitre 4), pour permettre son usage plus systématique et elle bénéficiera ultérieurement des contributions de Jean Bernoulli et d'Euler. Je reviendrai sur la mécanique newtonienne dans la partie suivante, en soulignant son importance aux yeux de Poincaré.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Jean-Marie Brébec, *Mécanique première année*, H Prépa (Hachette, 2003) 272p ; Jean-Pierre Faroux et Jacques Renault, *Mécanique, cours et exercices*, Dunod.
- [2] F.J. Rutherford, G. Holton, F.G. Watson, A. Ahlgren ; version française : J. Joly, Louis Sainte-Marie *HPP (Harvard Project Physics)* Texte et guide de travail (Winston limitée ; Paris : diffusion Vuibert, c1971-1972), 4 volumes.
- [3] Gerald Holton 2003 The Project Physics course, Then and Now, *Science & Education* **12** n°8 (2003) 779-786.
- [4] Gerald Holton, Stephen G Brush *Introduction to concepts and theories in physical science* (Princeton, N.J. : Princeton University Press, cop. 1985) 2<sup>nde</sup> édition revue, 1<sup>ère</sup> édition 1952.
- [5] Christian Bracco and Jean-Pierre Provost, Had the planet Mars not existed: Kepler's equant model and its physical consequences, *European Journal of Physics*, **30** (2009) 1085-1092.
- [6] David L. Goodstein, Judith R. Goodstein, *Feynman's lost lecture : the motion of planets around the sun* (New York : Norton, c1996).
- [7] Jean-Pierre Provost et Christian Bracco, A simple derivation of Kepler's law without solving differential equations, *European Journal of Physics*, **30** (2009) 581-586.
- [8] Photo : observatoire de Nauscy, Crimée, V. Romyantsev.
- [9] Lien : <http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap060422.html>.
- [10] Pierre Duhem *Le Système du Monde, histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic* tome I (Paris : Hermann, 1954) 512p.
- [11] Ido Yavetz, On the homocentric spheres of Eudoxus *Archive for history of Exact sciences*, **52** n°3 221-278.
- [12] Émile Picard, Un coup d'œil sur l'histoire des sciences et des théories physiques, séance du 16 décembre 1929, *Mémoire Académie des Sciences*, tome LX –B.
- [13] Sir Thomas Heath, *Aristarchus of Samos the ancient Copernicus : a history of greek astronomy to Aristarchus together with Aristarchus's treatise on the sizes and distances of the sun and moon*, (Oxford : Clarendon press, 1966) 426p, 1<sup>ère</sup> édition 1913.
- [14] Dennis Duke, The Equant in India: The Mathematical Basis of Ancient Indian Planetary Models, *Archive for History of Exact Sciences*, **59** n° 6 (2005).
- [15] Nicolas Copernic, *Des révolutions des orbés célestes*, traduction avec introduction et notes par Alexandre Koyré (Paris : Albert Blanchard, 1970).
- [16] Fernand Hallyn, *La structure poétique du monde : Copernic, Kepler* (Paris : Seuil, 1987).
- [17] Henri Poincaré *La valeur de la science* (1905) Coll. Champs Flammarion (1970).
- [18] Jean-Marc Lévy-Leblond, *La physique en questions : mécanique* (Paris : Vuibert, 1980), 2<sup>ème</sup> édition revue.
- [19] Arthur Koestler, *Les somnambules, Essai sur l'histoire des conceptions de l'Univers*, (Paris : Calman-Lévy, 1960).
- [20] Alexandre Koyré, *La révolution astronomique : Copernic, Kepler, Borelli* (Paris : Hermann, 1961).

- [21] Johannes Kepler *Mysterium Cosmographicum*, traduction et notes Alain Seconds : Jean Kepler, *Le secret du Monde*, (Paris : Gallimard, 1984).
- [22] Y. Maeyama, Kepler's hypothesis vicaria, *Archive for History of Exact Sciences*, **38**, 4, 53-92 (1988).
- [23] Jean Kepler *Astronomie Nouvelle* traduction Jean Peyroux (Paris : Albert Blanchard, 1979).
- [24] Henri Poincaré *La science et l'hypothèse* Flammarion (1968), 1<sup>ère</sup> édition 1902.
- [25] L. H. Thomas *Sir William Rowan Hamilton* (Baltimore and London : Johns Hopkins University Press, 1980) p 326-333.
- [26] René Dugas, *Histoire de la mécanique*, (Neuchâtel : éditions du Griffon : 1950), réimpression (Jacques Gabay, 1996).
- [27] Max Jammer, *Concepts of mass, in Classical and Modern Physics*, (Dover Publication, 1997), 1<sup>ère</sup> édition 1961.
- [28] Jean Kepler *Harmonices Mundi*, traduction et notes J. Peyroux (Bordeaux : Bergeret ; Paris : diff. Albert Blanchard, 1979).
- [29] Gérard Simon *Kepler: astronome, astrologue* (Paris : Gallimard, 1979).
- [30] Galileo Galilei *Le messager des étoiles* traduit du latin, présenté et annoté par Fernand Hallyn (Paris : Seuil, 1992) 171p.
- [31] Johannes Kepler, *Dissertatio cum nuncio sidereo, rapport sur l'observation des satellites de Jupiter*, traduction et notes Isabelle Pantin (Paris : Les Belles Lettres, 1993).
- [30] Michel Blay, Robert Halleux *La Science classique – XVIème-XVIIIème – Dictionnaire Critique*, (Paris : Flammarion, 1998).
- [33] Olaf Roëmer, *Journal des Sçavants*, 1676.
- [34] Galileo Galilei, *Dialogue sur les deux grands systèmes du Monde*, traduction René Frèreux, François de Gandt, collection dirigée par J.-M. Lévy-Leblond, (Paris : Seuil, 1992).
- [35] Galileo Galilei, *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles*, introduction, traduction, notes et index par Maurice Clavelin (Paris : Presses universitaires de France, 1995).
- [36] Alexandre Koyré, *Études galiléennes*, (Paris : Hermann, 1966).
- [37] Michel Blay, *La naissance de la science classique au XVIIème siècle* (Paris : Nathan Université, 1999).
- [38] Isaac Newton, *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, traduction par la marquise du Chatelet, (Paris, Desaint & Saillant, 1759), réimpression (Sceaux : Jacques Gabay, 1990), 2 tomes.
- [39] Michel Blay *Les "Principia" de Newton* (Paris : Presses universitaires de France, 1995).
- [40] Isaac Newton, *De la Gravitation suivi de Du mouvement des corps*, traduction et notes François de Gandt (Paris, Gallimard, 1995).
- [41] Accompagnement des programmes de Mathématiques, classes de terminales de la série scientifique et de la série économique et sociale, (CNDP, juillet 2002).
- [42] Eugene I. Butikov, Comment on 'Eccentricity as a vector', *European Journal of Physics* **25** (2004), L41–L43.

- [43] Jacob Herman, Extrait d'une lettre de M. Herman à M. Bernoulli, *Histoire de l'Académie Royale des Sciences avec les Mémoires de Mathématique et de Physique* (1710), p 519-523 ; lien : <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k34901/f707.chemindefer>
- [44] Carl Runge, *Vektoranalysis*, (Leipzig : Hirzel, 1919).
- [45] Wilhelm Lenz, Über den Bewegungsverlauf und die Quantenzustände der gestörten Keplerbewegung, *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, **24** (1924), 197-207.
- [46] Pierre Simon Laplace, *Traité de mécanique céleste*, Tome I, Première partie, livre II, 1<sup>ère</sup> édition (1798-1799), réimpression (Sceaux : Jacques Gabay, 2006).
- [47] Herbert Goldstein, Prehistory of the Runge-Lenz vector, *American Journal of Physics*, **43** (1975), p 735-738.
- [48] G. Munoz, Vector constants of the motion and orbits in the Coulomb/Kepler problem, *American Journal of Physics*, **71** (2003) p 1292.
- [49] Jean-Pierre Provost et Gérard Vallée, *Les maths en physique* (Paris, Dunod, 2004)
- [50] Herbert Goldstein, More on the prehistory of the Runge-Lenz vector, *American Journal of Physics*, **44** (1976), p 1123-1124.
- [51] Johann Bernoulli, Extrait de la réponse de M. Bernoulli à M. Herman, *Histoire de l'Académie Royale des Sciences avec les Mémoires de Mathématique et de Physique* (1710), p 521-544.
- [52] Isaac Newton, *Optique*, traduction J.-P. Marat (Paris : Christian Bourgeois, 1989).





*Je commence à être un peu agacé de tout le bruit qu'une partie de la presse fait autour de quelques phrases tirées d'un de mes ouvrages, et des opinions ridicules qu'elle me prête.*

Henri Poincaré.

### **PARTIE III.**

#### *La dynamique de l'électron* **de Henri POINCARÉ**





Avant de revenir sur les résultats nouveaux de nos études historiques [1]-[4] concernant *la Dynamique de l'électron* de Poincaré de 1905 [5]-[6], dont la publication aux *Rendiconti del circolo matematico di Palermo* sera désignée dans la suite par le « *Mémoire* », je développerai dans une première partie une facette de Poincaré qui me semble avoir été peu commentée : son rapport à l'enseignement et à l'histoire des sciences. Il est important d'exposer ce point de vue, très présent dans ses écrits, pour comprendre l'attitude de Poincaré, marquée par le respect des connaissances antérieures ainsi que l'ancrage indispensable de l'enseignement dans celles-ci. Poincaré ne manque jamais une occasion de le rappeler lorsqu'il s'adresse à un public impliqué dans l'éducation. Prendre en compte cette dimension permet ainsi d'éviter des contresens quant à l'interprétation de ses propos.

## **1. Poincaré et les rapports entre science et enseignement.**

Dans sa biographie intitulée *Henri Poincaré* [7], son ami mathématicien Paul Appell rappelle que « *les préoccupations pédagogiques, si importantes dans une démocratie, tiennent chez lui une place privilégiée* » (p 99). Elles reviennent effectivement régulièrement dans ses ouvrages destinés à une large diffusion comme *La Science et l'hypothèse* [8] (1902), *La Valeur de la Science* [9] (1905), *Science et Méthode* [10] (1908) ou les *Dernières pensées* [11] (1912). Les deux paragraphes suivants s'appuient sur de nombreuses citations de Poincaré extraites de ces livres, regroupées afin de brosser un portrait général de ses idées sur l'enseignement, son rapport à la science et à son histoire. Certaines de ces citations sont bien connues, mais souvent leur rapport à l'enseignement a été ignoré ou sous-estimé, en faveur d'un portrait purement philosophique de Poincaré.

### **1.1. Enseignement, « connaissances des pères » et « réalisme structurel ».**

Poincaré écrit dans *Science et Méthode*, que réfléchir aux « questions d'enseignement », outre « leur importance, d'abord par elles-mêmes, c'est « réfléchir sur la façon dont ces notions ont été acquises par nos ancêtres, et par conséquent sur leur véritable origine, c'est-à-dire au fond sur leur véritable nature » [10] (p 5). Dans son approche didactique de la science, Poincaré relève ainsi la nécessité de s'intéresser à l'émergence des concepts et de s'appuyer, pour cela, sur l'histoire des sciences. Il propose de « faire repasser l'enfant par où ont passé ses pères », en suivant l'évolution des idées, c'est-à-dire « sans brûler d'étapes », mais pour des raisons pédagogiques évidentes, « plus rapidement » que les « pères » ; il conclut : « À ce compte, l'histoire de la science doit être notre premier guide » [10] (p 70). Cet attachement aux connaissances des « pères » structure en profondeur ses réflexions entre théories et enseignement scientifique ; il explique également ses mises en garde répétées concernant l'enseignement trop hâtif des nouvelles théories, comme nous le verrons. Pour Poincaré, il importe aussi de ne pas utiliser dans l'enseignement les méthodes propres au scientifique ou au philosophe, car elles se sont éloignées du « réel », ce qu'il illustre par une discussion de ce qu'est une « bonne définition ». Posant la question « Pourquoi les enfants ne comprennent-ils rien le plus souvent aux définitions qui satisfont les savants ? », il répond : « Pour le philosophe, ou pour le savant c'est une définition qui s'applique à tous les objets définis et ne s'applique qu'à eux ; c'est celle qui satisfait aux règles de la logique. Mais dans l'enseignement, ce n'est pas cela ; une bonne définition, c'est celle qui est comprise par les élèves » [10] (p 65), c'est-à-dire celle qui doit faire appel à des objets ou à une pratique qu'ils connaissent.

Il est d'autant plus nécessaire de s'appuyer sur les étapes historiques du développement de la science, que les « notions acquises par nos ancêtres » se retrouvent dans les théories actuelles. Dans *La valeur de la science*, Poincaré file la métaphore suivante : « Vous avez vu sans doute ces assemblages délicats d'aiguilles siliceuses qui forment le squelette de certaines éponges. Quand la matière organique a disparu, il ne reste qu'une frêle

et élégante dentelle. Il n'y a là, il est vrai, que de la silice, et nous ne pouvons la comprendre si nous ne connaissons pas l'éponge vivante qui lui a précisément imprimé cette forme. C'est ainsi que les anciennes notions intuitives de nos pères, même lorsque nous les avons abandonnées, impriment encore leur forme aux échafaudages logiques que nous avons mis à leur place. Cette vue d'ensemble est nécessaire à l'inventeur ; elle est nécessaire également à celui qui veut réellement comprendre l'inventeur » [9] (§1). Ce « squelette » siliceux n'est cependant pas cassant, ce qui permet aux cadres des théories physiques de s'adapter pour prendre en compte de nouvelles problématiques : « [les cadres] ne se sont pas brisés parce qu'ils étaient élastiques ; mais ils se sont élargis ; nos pères, qui les avaient établis, n'avaient pas travaillé en vain ; et nous reconnaissons dans la science d'aujourd'hui les traits généraux de l'esquisse qu'ils avaient tracée » [9] (§7). Cette empreinte des théories anciennes dans les modernes invite aussi à rester humble à l'égard des savants qui nous ont précédés et à se garder d'un jugement rétrospectif trop hâtif, comme Poincaré l'indiquait déjà dans *La science et l'hypothèse* : « Chaque siècle se moquait du précédent, l'accusant d'avoir généralisé trop vite et trop naïvement. Descartes avait pitié des Ioniens ; Descartes à son tour nous fait sourire ; sans aucun doute nos fils riront de nous quelque jour » [8] (p 157). Les savants appartiennent à une même grande famille, qui les unit à travers le temps et les civilisations : « Ce n'est que par la science et par l'art que valent les civilisations [...]. Nous devons souffrir, nous devons travailler, nous devons payer notre place au spectacle, mais c'est pour voir, ou tout au moins pour que d'autres voient un jour » [7].

Mais que se cache-t-il plus précisément derrière les changements apparents des théories ? « Au premier abord il nous semble que les théories ne durent qu'un jour et que les ruines s'accumulent sur les ruines. Un jour elles naissent, le lendemain elles sont à la mode, le surlendemain elles sont classiques, le troisième jour elles sont surannées et le quatrième elles sont oubliées. Mais si l'on y regarde de plus près, on voit que ce qui succombe ainsi, ce sont les théories proprement dites, celles qui prétendent nous apprendre ce que sont les choses. Mais il y a en elles quelque chose qui le plus souvent survit. Si l'une d'elle nous a fait connaître un rapport vrai, ce rapport est indéfiniment acquis et on le retrouvera sous un déguisement nouveau dans les autres théories qui viendront successivement régner à sa place » [9] (p 182). Si pour Poincaré, les représentations que l'on se fait des objets sont vouées au changement, la relation établie entre eux est inaltérable car elle indique les « rapports vrais ». Il prend l'exemple des équations différentielles décrivant des mouvements périodiques et insiste sur les rapports qu'elles traduisent : « [les équations] nous apprennent, après comme avant, qu'il y a tel rapport entre quelque chose et quelque autre chose ; seulement, ce quelque chose nous l'appelions autrefois mouvement, nous l'appelons maintenant courant électrique. Mais ces appellations n'étaient que des images substituées aux objets réels que la nature nous cachera éternellement. Les rapports véritables entre ces objets réels sont la seule réalité que nous puissions atteindre, et la seule condition, c'est qu'il y ait les mêmes rapports entre ces objets qu'entre les images que nous sommes forcés de mettre à leur place. Si ces rapports nous sont connus, qu'importe si nous jugeons commode de remplacer une image par une autre ». Puis il enchaîne sur les principes généraux dont les équations sont une traduction : « Que tel phénomène périodique (une oscillation électrique, par exemple) soit réellement dû à la vibration de tel atome qui, se comportant comme un pendule, se déplace véritablement dans tel ou tel sens, voilà qui n'est ni certain ni intéressant. Mais qu'il y ait entre l'oscillation électrique, le mouvement du pendule et tous les phénomènes périodiques une parenté intime qui correspond à une réalité profonde ; que cette parenté, cette similitude, ou plutôt ce parallélisme se poursuive dans le détail ; qu'elle soit une conséquence de principes généraux, celui de l'énergie et celui de la moindre action ; voilà ce que nous pouvons affirmer ; voilà la vérité qui restera toujours la même sous tous les costumes dont nous pourrions juger utile de l'affubler » [8] (p 174). La conséquence directe de cette

épistémologie de Poincaré est son utilisation bien connue des grands principes dans les raisonnements physiques. Élie Zahar nomme ce point de vue *le réalisme structurel de Poincaré* [12] (p 117-150).

Les « notions acquises par nos ancêtres » dans *La science et l'hypothèse* deviennent dans *La valeur de la science* les « anciennes notions intuitives », qu'un enseignement obéissant aux seules règles de la logique viendrait à oublier, mettant ainsi la formation de l'élève en danger : « La logique parfois engendre des monstres. Depuis un demi-siècle on a vu surgir une foule de fonctions bizarres qui semblent s'efforcer de ressembler aussi peu que possible aux honnêtes fonctions qui servent à quelque chose [...]. Si la logique était le seul guide du pédagogue, ce serait par les fonctions les plus générales, c'est-à-dire par les plus bizarres, qu'il faudrait commencer. C'est le débutant qu'il faudrait mettre aux prises avec ce musée tératologique » [9] (p 70). À cette approche, Poincaré oppose celle basée sur l'intuition, sur laquelle il revient dans *Science et Méthode* : « Le but principal de l'enseignement mathématique est de développer certaines facultés de l'esprit et parmi elles l'intuition n'est pas la moins précieuse. C'est par elle que le monde mathématique reste en contact avec le monde réel et quand les mathématiques pures pourraient s'en passer, il faudrait toujours y avoir recours pour combler l'abîme qui sépare le symbole de la réalité. Le praticien [l'ingénieur] en aura toujours besoin et pour un géomètre pur il doit y avoir cent praticiens » [10] (p 70). L'intuition joue un rôle fondamental dans l'ancrage de la connaissance mathématique dans le « monde réel » et la physique, qui est en prise directe avec ce monde, en est partie prenante : « La physique ne nous donne pas seulement l'occasion de résoudre les problèmes ; elle nous aide à trouver les moyens, et cela de deux manières. Elle nous fait pressentir la solution ; elle nous suggère des raisonnements » [9] (§5). Poincaré choisit un exemple emprunté à la géométrie, avec Félix Klein, qui disposait des électrodes sur une sphère métallique pour montrer que le problème de l'existence de singularités sur une surface de Riemann admettait des solutions. La physique n'est donc pas pour Poincaré un simple domaine d'application des mathématiques ou un terrain de jeux des mathématiciens.

La géométrie sert aussi d'exemple à Poincaré pour illustrer « l'expérience ancestrale » (plus proche de notre intuition). Dans *La science et l'hypothèse*, il justifie les avantages que présente pour nous la géométrie euclidienne : « On veut dire par là que par la sélection naturelle notre esprit s'est *adapté* aux conditions du monde extérieur, qu'il a opté pour la géométrie la plus avantageuse à l'espèce ; ou en d'autres termes *la plus commode*. Cela est tout à fait conforme à nos conclusions, la géométrie n'est pas vraie, elle est avantageuse » [8] (p 108). Elle l'est en premier lieu « parce qu'elle s'accorde assez bien avec les propriétés des solides naturels, ces corps dont se rapprochent nos membres et notre œil et avec lesquels nous faisons nos instruments de mesure » [8] (p 75-76). En revanche, imaginant un monde sphérique où la température varierait suivant une loi appropriée, Poincaré écrit que « des êtres qui y feraient leur éducation trouveraient sans doute plus commode de créer une géométrie différente de la nôtre [non euclidienne], qui s'adapterait mieux à leurs impressions ». Mais nous n'avons pas été éduqués dans un tel monde ; aussi quelle serait notre attitude si nous nous y retrouvions plongés ? Poincaré répond : « Quant à nous, en face des mêmes impressions, il est certain que nous trouverions plus commode de ne pas changer nos habitudes » [8] (p 93-94). Cette réponse n'est évidemment pas un avis d'expert sur la validité ou l'intérêt scientifique de la géométrie de Lobatchevski. Nous allons retrouver une position identique, souvent mal comprise, ainsi que les mêmes expressions (« plus commode », « ne pas changer nos habitudes », etc.) quand Poincaré discutera l'enseignement de la dynamique au regard de la nouvelle mécanique.

## 1.2. Poincaré et la mécanique nouvelle.

La question de la mécanique nouvelle et de son enseignement est posée pour la première fois dans *L'avenir de la physique mathématique*, qui reprend dans *La valeur de la science* la conférence donnée par Poincaré à Saint-Louis en septembre 1904. Poincaré y dresse l'état des lieux de la physique de ce début de XX<sup>e</sup> siècle, dont les certitudes sont fortement ébranlées. Il s'en réfère aux principes de la physique comme ultime guide pour le physicien, avec une attention particulière pour le principe de moindre action (*cf.* §2.2) qui résiste « au milieu de tant de ruines » [9] (p 141) et pour le principe de relativité, avec lequel « les mathématiciens sont forcés aujourd'hui de développer toute leur ingéniosité », par l'introduction notamment du « temps local » (*cf.* 2.1). Les extraits qui suivent montrent à quel point les considérations sur la recherche et l'enseignement, dans cette phase de remise en question des théories physiques (avec les expériences de Walter Kaufmann sur les rayons cathodiques, l'expérience de Michelson, le dernier article de Lorentz de 1904 [13], etc.) se mêlent chez Poincaré : « Peut-être aussi devons-nous construire toute une mécanique nouvelle que nous ne faisons qu'entrevoir, où, l'inertie croissant avec la vitesse, la vitesse de la lumière deviendrait une limite infranchissable. La mécanique vulgaire, plus simple, resterait une première approximation puisqu'elle serait vraie pour les vitesses qui ne seraient pas très grandes, de sorte qu'on retrouverait encore l'ancienne sous la nouvelle ». Mais l'ancienne mécanique reposait sur des principes bien établis, aussi Poincaré enchaîne-t-il : « Nous n'aurions pas à regretter d'avoir cru aux principes, et même, comme les vitesses trop grandes pour les anciennes formules ne seraient jamais qu'exceptionnelles, le plus sûr dans la pratique serait encore de faire comme si on continuait à y croire. Ils sont si utiles qu'il faudrait leur conserver une place. Vouloir les exclure tout à fait, ce serait se priver d'une arme précieuse » [9] (p 147). Nous retrouvons là encore le point de vue de Poincaré sur les relations entre théories anciennes et nouvelles et leur enseignement.

Même après en avoir établi les bases en 1905, il ne changera pas d'avis sur le fait que la nouvelle mécanique n'a pas sa place dans un enseignement général et qu'elle doit être réservée à un enseignement spécifique. Serait-ce qu'il n'est pas convaincu par sa validité scientifique? Prenons l'exemple de ce qu'il dit en 1908, dans *Science et Méthode*, livre III *La mécanique nouvelle*. Poincaré examine alors positivement les conséquences de la nouvelle mécanique, tandis que de nouvelles expériences semblent invalider le principe de relativité, comme lui écrit Lorentz en mars 1906, en réponse (tardive) à sa réception du *Mémoire* : « Malheureusement mon hypothèse de l'aplatissement des électrons est en contradiction avec les résultats des nouvelles expériences de M. Kaufmann et je crois être obligé de l'abandonner » (in [14] p 259). Poincaré déclare au contraire : « Toutefois, avant d'adopter définitivement cette conclusion, un peu de réflexion est nécessaire. La question est d'une telle importance qu'il serait à désirer que l'expérience de Kaufmann fût reprise par un autre expérimentateur » [10] (p 129). Cherchant des tests observationnels dans le domaine astronomique pour conforter la nouvelle dynamique, Poincaré cite l'avance du périhélie de Mercure qui est « de même sens que celui qui a été observé sans être expliqué, mais notablement plus faible » [10] (p 138). Il ajoute : « *Cela ne peut pas être regardé comme un argument en faveur de la nouvelle Dynamique [...] mais cela peut encore moins être regardé comme un argument contre elle* » (les italiques sont de Poincaré). Dans ce cadre, il s'intéresse également à la mise en évidence d'un rayonnement gravitationnel d'origine électromagnétique. Suite à une proposition de Lorentz, où la force d'attraction gravitationnelle serait le résidu des interactions électromagnétiques dissymétriques entre les charges positives et négatives de la matière neutre, il note que sous l'effet de ce rayonnement, « les moyens mouvements [quasi-stationnaires] des astres iraient constamment en s'accélégrant, comme si ces astres se mouvaient dans un milieu résistant » [10] (p 136) (voir [15] pour un historique). Mais en guise de conclusion, revenant une fois de plus sur

l'enseignement, Poincaré lance sa mise en garde habituelle : « Qu'on me permette un vœu, pour terminer. Supposons que, d'ici quelques années, ces théories [la nouvelle mécanique] subissent de nouvelles épreuves et qu'elles en triomphent ; notre enseignement secondaire courra alors un grand danger : quelques professeurs voudront, sans doute, faire une place aux nouvelles théories. Les nouveautés sont si attrayantes, et il est si dur de ne pas sembler assez avancé ! Au moins, on voudra ouvrir aux enfants des aperçus et, avant de leur enseigner la mécanique ordinaire, on les avertira qu'elle a fait son temps et qu'elle était bonne tout au plus pour cette vieille ganache de Laplace. Et alors, ils ne prendront pas l'habitude de la Mécanique ordinaire. Est-il bon de les avertir qu'elle n'est qu'approchée ? Oui ; mais plus tard, quand ils s'en seront pénétrés jusqu'aux moelles, quand ils auront pris le pli de ne penser que par elle, quand ils ne risqueront plus de la désapprendre, alors on pourra, sans inconvénient, leur en montrer les limites ». Utilisant un argument analogue à la relation entre l'« expérience ancestrale » et la géométrie euclidienne, Poincaré conclut : « C'est avec la Mécanique ordinaire qu'ils [les « enfants »] doivent vivre ; c'est la seule qu'ils auront jamais à appliquer ; quelque soient les progrès de l'automobilisme, nos voitures n'atteindront jamais les vitesses où elle n'est plus vraie. L'autre n'est qu'un luxe, et l'on ne doit penser au luxe que quand il ne risque plus de nuire au nécessaire » [10] (p 142). N'oublions pas que parallèlement à ses cours à la Sorbonne, où il expose et analyse les théories les plus modernes de son temps, Poincaré continue à faire passer les oraux du Baccalauréat, comme le mentionne Paul Appell [7], et qu'il est très conscient des bases que doivent maîtriser les élèves du secondaire (et de leurs lacunes). S'il attache autant d'importance à un enseignement pratique, c'est aussi qu'il a lui-même reçu une telle formation à l'École Polytechnique [16] et que dans cette période industrielle la formation des ingénieurs tient une place privilégiée. Rappelons enfin, car un lecteur moderne pourrait trouver ces propos sur l'enseignement très conservateurs, qu'à l'époque de Poincaré, il n'y a pas d'accélérateurs de particules, et la physique nucléaire, très présente aujourd'hui, en est encore à ses balbutiements. S'il vivait à notre époque, Poincaré nuancerait certainement son propos ; peut-être même ne serait-il pas d'accord avec l'éviction de la théorie de la relativité des programmes des classes préparatoires ?

Poincaré adresse, un mois avant sa mort, le 4 mai 1912, à l'université de Londres, une conférence intitulée *L'espace et le temps* qui est publiée, à titre posthume, dans les *Dernières pensées* [11]. Dans cette conférence, très riche, il revient sur ses conceptions de la géométrie et ses rapports à la physique. Il distingue notamment le principe de relativité « physique » (changements locaux de référentiels inertiels décrits par les transformations de Lorentz), du principe de relativité « psychologique » (changement arbitraire des coordonnées qui fait penser aujourd'hui à la covariance de la relativité générale) et montre aussi que le problème de la mesure est en quelque sorte un faux problème, puisque plus fondamentalement, les instruments sont eux-mêmes soumis aux lois invariantes de la physique. Si nous citons ici cette conférence, qui mériterait d'être étudiée davantage (cf. § Prospective), c'est que Poincaré fait explicitement preuve de sa connaissance des points de vue d'Einstein et de Minkowski : « il faut que le temps lui-même soit profondément modifié ; voilà deux observateurs, le premier lié aux axes fixes, le second aux axes mobiles, mais se croyant l'un et l'autre au repos. Non seulement telle figure que le premier regarde comme une sphère apparaîtra au second comme un ellipsoïde ; mais deux évènements que le premier regardera comme simultanés, ne le seront plus pour le second » ; et plus loin : « Tout se passe comme si le temps était une quatrième dimension de l'espace [...] l'espace et le temps ne sont plus deux entités entièrement distinctes et que l'on puisse envisager séparément, mais deux parties d'un même tout » (p 108). Mais il conclut sa conférence comme à l'accoutumé, par une digression : « Quelle va être notre position en face de ces nouvelles conceptions ? Allons-nous être forcés de modifier nos conclusions ? Non certes : nous avons adopté une convention parce

qu'elle nous semblait commode, et nous disions que rien ne pourrait nous contraindre à l'abandonner. Aujourd'hui certains physiciens veulent adopter une convention nouvelle. Ce n'est pas qu'ils y soient contraints ; ils la jugent plus commode, voilà tout ; et ceux qui ne sont pas de cet avis peuvent légitimement conserver l'ancienne pour ne pas troubler leurs vieilles habitudes. Je crois entre nous, que c'est ce qu'ils feront encore longtemps » [11] (p 109). Certains historiens, qui ont pourtant étudié Poincaré avec attention, ont été déstabilisés par cette remarque qui fait penser au premier abord à une « défense de l'espace-temps galiléen par Poincaré » [17] ; ils ont même été tentés d'en faire le jugement définitif, testamentaire, de Poincaré sur la relativité. L'analyse qui précède montre plutôt que ces quelques lignes ne sont qu'une conclusion de Poincaré, sur le mode habituel quand il s'adresse à un public impliqué dans l'enseignement.

Il est clair, comme on l'a déjà vu à propos de sa réponse à Lorentz, que Poincaré ne doute pas en 1906 de la validité de la théorie de la relativité. Il n'en doute pas plus un an avant sa mort, comme le montre cet extrait de son discours lu par Émile Borel (Poincaré étant souffrant) au 4<sup>ème</sup> Congrès international de Philosophie qui s'est tenu à Bologne en avril 1911 et dont le texte est repris dans les *Dernières pensées* [11] sous l'intitulé *L'évolution des lois*. Reprenant l'image d'êtres à deux dimensions vivant sur une sphère dont la loi de distribution de température aurait varié, qui est l'image que Poincaré utilise pour parler des géométries non euclidiennes, il fait se réveiller l'un d'eux après l'avoir plongé dans une longue léthargie. Il écrit : « Ne pourrions-nous faire nous aussi quelque chose de pareil ? [affirmer que toutes les lois connues de l'univers ont pu varier]. Par exemple les lois fondamentales de la mécanique ont été longtemps considérées comme absolues. Aujourd'hui certains physiciens disent qu'elles doivent être modifiées, ou plutôt élargies ; qu'elles ne sont approximativement vraies que pour les vitesses auxquelles nous sommes accoutumés ; qu'elles cesseraient de l'être pour des vitesses comparables à celles de la lumière ; et ils appuient leur manière de voir sur certaines expériences faites au moyen du radium. Les anciennes lois de la dynamique n'en restent pas moins pratiquement vraies pour le monde qui nous entoure. Mais ne pourrait-on pas dire avec quelque apparence de raison que par suite de la dissipation constante de l'énergie, les vitesses des corps on dû tendre à diminuer, puisque leur force vive tendait à se transformer en chaleur ; qu'en remontant assez loin dans le passé, on trouverait une époque où les vitesses comparables à celles de la lumière n'étaient pas exceptionnelles, où par suite les lois classiques de la dynamique n'étaient pas encore vraies ? » (p 62-63). Nul doute que Poincaré aurait prôné, dans ce monde, l'enseignement de la nouvelle mécanique dès le secondaire.

Si, aux yeux de Poincaré, comme aussi à ceux d'Einstein, la « mécanique nouvelle » a « élargi » le cadre de la mécanique newtonienne « sans le briser » pour autant, puisque elle s'inscrit dans une continuation naturelle de la relativité galiléenne, il est intéressant de faire observer qu'il n'en va pas de même de la théorie des quanta, que Poincaré juge, tout comme Einstein, « révolutionnaire ». En 1911, toujours dans les *Dernières pensées*, dans le chapitre VI intitulé *L'hypothèse des quanta*, Poincaré revient sur les changements récents survenus en physique depuis 1905 ; il y rappelle la mécanique nouvelle comme si elle était désormais elle-même une théorie ancienne : « Cela veut-il dire que la mécanique de Lorentz n'a eu qu'une fortune éphémère, qu'elle n'a été qu'un caprice à la mode et qu'on est sur le point de revenir aux anciens dieux qu'on avait imprudemment délaissés ? Pas le moins du monde, les conquêtes d'hier ne sont pas compromises ; en tous les points où elle s'écarte de celle de Newton, la mécanique de Lorentz subsiste. On continue à croire qu'aucun corps mobile ne pourra jamais dépasser la vitesse de la lumière, que la masse d'un corps n'est pas constante, mais qu'elle dépend de sa vitesse et de l'angle que fait cette vitesse avec la force qui agit sur lui, qu'aucune expérience ne pourra jamais décider si un corps est en repos ou en mouvement absolu, soit par rapport à l'espace absolu, soit même par rapport à l'éther ». Il s'interroge alors

sur les conséquences des quanta : « Seulement à ces hardiesses, on veut en ajouter d'autres, et beaucoup plus déconcertantes. On ne se demande plus seulement si les équations différentielles de la dynamique doivent être modifiées, mais si les lois du mouvement pourront encore être exprimées par des équations différentielles. Et ce serait là la révolution la plus profonde que la philosophie naturelle ait subie depuis Newton » [11] (§7). Poincaré a alors démontré la nécessité mathématique, sur la base de la théorie des fonctions d'une variable complexe, d'introduire le discontinu dans la physique du rayonnement pour obtenir la loi de Planck [18] et [19] (voir [20] et [21] pour une analyse). Il conclut librement sa conférence, par une envolée : « L'univers sauterait donc brusquement d'un état à l'autre ; mais dans l'intervalle il demeurerait immobile, les divers instants pendant lesquels il resterait dans le même état ne pourraient plus être discernés l'un de l'autre ; nous arriverions ainsi à la variation discontinue du temps, à *l'atome de temps* » [11] (p 125).

Il serait en conclusion pour le moins malencontreux de réduire Poincaré au « brillant conservateur de son temps » [22] (p 205). Beaucoup d'historiens, ou de physiciens, formulent encore un jugement hâtif sur Poincaré, sur la base d'une sélection de citations de ses ouvrages grand public ou de ses conférences en prenant pour des jugements scientifiques des prises de position de sa part sur l'enseignement (avec lesquelles on peut ou non être d'accord). Ne doutons pas que Poincaré aurait répondu à ces commentateurs comme il le fit par la citation mise en exergue de cette partie à l'adresse de certains journalistes : « Je commence à être un peu agacé de tout le bruit qu'une partie de la presse fait autour de quelques phrases tirées d'un de mes ouvrages, et des opinions ridicules qu'elle me prête ». Ceux-ci l'accusaient en effet de renier la rotation de la Terre pour avoir dit, dans le cours d'une discussion philosophique sur l'espace absolu : « ces deux propositions : « la Terre tourne » et : « il est plus commode de supposer que la Terre tourne », ont un seul et même sens ; il n'y a rien de plus dans l'une que dans l'autre » [8] (p 133).

## 2. Poincaré avant 1905.

Le *Mémoire* est le seul article scientifique que Poincaré ait consacré à la relativité et paraît isolé parmi ses autres travaux scientifiques, essentiellement mathématiques. Mais il est le fruit d'une longue réflexion sur les théories de l'électromagnétisme et leur relation « aux principes généraux de la mécanique » [23] (p 447), notamment « la conservation de l'électricité », « de l'énergie » (formulation lagrangienne de la théorie) et de « l'égalité de l'action et de la réaction » (liée à ce que les équations « gardent la même forme dans le mouvement relatif et le mouvement absolu » ([23] p 420, à propos de la théorie de Hertz). Parmi ces théories, celle de Lorentz qui suppose l'existence de charges libres de se déplacer dans l'éther a sa faveur, même si elle ne satisfait le dernier de ces principes. Aussi va-t-il suivre de très près, au travers de ces principes et avec sa culture de mathématicien, les développements de Lorentz concernant les états correspondants.

### 2.1. Dans la lignée de Lorentz.

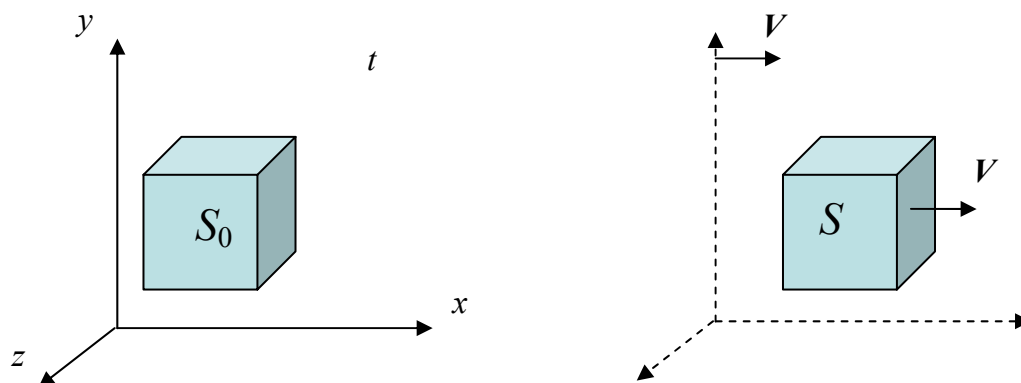
#### 2.1.1. Les états correspondants de 1895.

Pour comprendre comment la démarche de Poincaré poursuit celle de Lorentz, en lui donnant un cadre plus large, il faut rappeler le principe des états correspondants qui préoccupe Lorentz en 1895 [24], 1899 [25] et 1904 [13]. La méthode de Lorentz consiste à ramener l'étude de la dynamique d'un diélectrique globalement mis en mouvement à la vitesse  $V$ , par exemple le système  $S$  de la figure 1 dont les charges ont la vitesse  $v+V$ , à celle d'un diélectrique au repos  $S_0$ . Pour réaliser cet objectif, dont la problématique sous-jacente est l'impossibilité de rendre compte du mouvement absolu de la Terre par des expériences d'optique, Lorentz recherche un changement de variables  $x', y', z', t', E', B'$ , etc., qui ramène

les équations du système  $S$  en mouvement aux équations du système  $S_0$  au repos ; il n'y a alors pas de changement de référentiel chez Lorentz, mais des changements de variables, dans un même référentiel. Dès 1895 le succès est au rendez-vous au premier ordre en  $V/c$ , par l'introduction du changement suivant, remarquable par sa symétrie (avec  $c=1$ ) :

$$\begin{aligned} x' &= x - Vt, & \mathbf{E}' &= \mathbf{E} + \mathbf{V} \wedge \mathbf{B}, \\ t' &= t - \frac{V}{c^2}x, & \mathbf{B}' &= \mathbf{B} - \frac{V}{c} \wedge \mathbf{E} \end{aligned} \quad (1)$$

Lorentz applique ces transformations à plusieurs situations physiques. Sachant par exemple qu'une onde plane monochromatique de pulsation  $\omega$ , qui se propage dans un diélectrique au repos d'indice de réfraction  $n$ , s'écrit avec une amplitude proportionnelle à  $\cos \omega \left( t - \frac{x}{c/n} \right)$ , on obtient l'écriture  $\cos \left( \omega \left( t - \frac{Vx}{c^2} \right) - \frac{x - Vt}{c/n} \right)$  de cette onde si le diélectrique est mis en mouvement à la vitesse  $V$ . Cela permet de retrouver la formule d'entraînement de l'éther donnée par Fresnel en 1818 [26] (p 628-632).



**Fig. 1.**

Système « au repos » dans l'éther : vitesse  $v_0$ , densité de charges  $\rho_0(\mathbf{r}, t)$ , champs  $\mathbf{E}_0, \mathbf{B}_0$ , etc.

Système en « mouvement global » :  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{V}$ ,  $\rho = \rho_0$  (« boost » galiléen). Quels sont les champs  $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ , etc.?

### 2.1.2. L'interprétation et l'utilisation du « temps local » par Poincaré en 1900.

Pour Lorentz les grandeurs  $x', t', \mathbf{E}', \mathbf{B}'$  ne sont, comme il le dit rétrospectivement [27], que « de simples grandeurs auxiliaires dont l'introduction n'est qu'un artifice mathématique. En particulier la variable  $t'$  ne pourrait-elle être appelée le temps dans le même sens que la variable  $t$  ». Lorentz appelle  $t$  le « temps vrai » (de l'éther) et  $t'$  le « temps local » (puisque il dépend de la variable position  $x$ ). En 1900, dans un article en l'honneur de Lorentz [28], Poincaré interprète le temps local  $t' = t - Vx/c^2$  de (1) comme un défaut de synchronisation des horloges d'observateurs en mouvement, qui ignorent leur état : « Je suppose que des observateurs placés en différents points règlent leurs montres à l'aide de signaux lumineux ; qu'ils cherchent à corriger ces signaux du temps de la transmission, mais qu'ignorant le mouvement de translation dont ils sont animés et croyant par conséquent que les signaux se transmettent également vite dans les deux sens, ils se bornent à croiser les observations en envoyant un signal de  $A$  en  $B$  puis un autre de  $B$  en  $A$ . Le temps local  $t'$  est le



temps marqué par les montres ainsi réglées ». Poincaré revient sur cette procédure dans [9] (p 132-135). On peut la préciser mathématiquement comme suit ([3], [4]). Soit  $t$  le « temps vrai » (de l'éther) et  $t'_A$  et  $t'_B$  les temps indiqués par les horloges des observateurs  $A$  et  $B$ , distants de  $L$ , en mouvement à la vitesse  $V$  (figure 2). À l'instant initial  $t_e = 0 = t'_{eA}$ , un signal lumineux est émis de  $A$  vers  $B$ . Comme  $B$  « fuit » le signal lumineux à la vitesse  $V$ , augmentant ainsi la distance que la lumière doit parcourir pour le rattraper, l'instant de réception par  $B$  et sa position à cet instant dans le référentiel de l'éther sont :

$$t_{rB} = \frac{L}{c-V}, \quad x_{rB} = L + V t_{rB}. \quad (2)$$

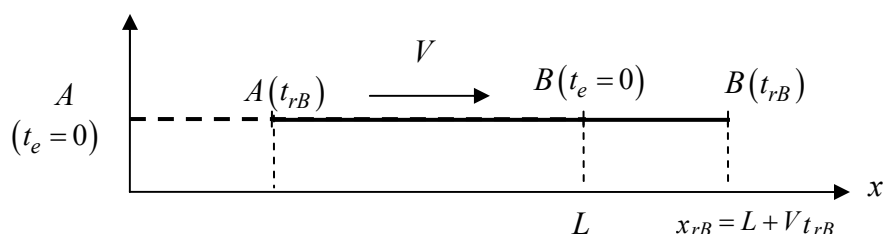
$B$ , qui pense que le signal émis à l'instant 0 a parcouru la distance  $L$  à la vitesse  $c$ , puisqu'il se croit au repos, décide, pour être synchronisé avec  $A$ , de régler sa montre au temps :

$$t'_{rB} = \frac{L}{c}. \quad (3)$$

Un calcul élémentaire au premier ordre en  $V/c$  à partir des expressions ci-dessus donne :

$$t'_{rB} = t - \frac{V x_{rB}}{c^2}. \quad (4)$$

Notons que si l'on applique la contraction de Lorentz-FitzGerald de 1892 au segment mobile  $AB=L$ , on retrouve les transformations de Lorentz (actuelles). Mais en 1905, alors qu'il connaît ces transformations, Poincaré ne reviendra pas sur cette problématique du temps. Rappelons que cet article de 1900 a été considéré par des historiens comme ayant pu être une source possible d'inspiration pour Einstein, car comme le note Olivier Darrigol : « Plus important, Einstein a presque certainement lu le mémoire de Poincaré pour le jubilé de Lorentz de 1900. Il le connaissait très bien en 1906, puisqu'il l'utilisa pour une nouvelle dérivation de l'équivalence masse-énergie. Très vraisemblablement, il étudia ce texte avant 1905, parce que les théoriciens de l'électron s'y référaient très souvent comme la source du concept de quantité de mouvement électromagnétique » [29] (p 300).



**Figure 2.** L'observateur  $B$  s'est déplacé de  $V t_{rB}$  à l'instant où il reçoit le signal lumineux issu de  $A$  à l'instant origine  $t_e = 0$ .  $B$  pense qu'il s'est écoulé  $L/c$  depuis cette émission.

C'est effectivement dans ce même article que Poincaré montre qu'il faut attribuer au rayonnement électromagnétique (fluide fictif) une densité de quantité de mouvement  $\mathbf{E} \wedge \mathbf{B}$  pour vérifier le principe de l'action et de la réaction dans la théorie de Lorentz. Il applique alors la définition du temps local en analysant comment deux observateurs, l'un au repos (référentiel  $R$ ), l'autre en mouvement uniforme (référentiel  $R'$ ), perçoivent un flash électromagnétique émis « dans une direction unique [...] par exemple par un excitateur de Hertz muni d'un miroir parabolique » [28] (p 273-274). Considérant une portion d'onde plane monochromatique, de longueur  $L$  dans  $R$ , il établit notamment les relations (p 274-276)

$$c' = c, \quad L' = L \left( 1 + \frac{V}{c} \right), \quad e' L' = e L \left( 1 - \frac{V}{c} \right), \quad (5)$$

où  $e$  désigne la densité volumique d'énergie. Sous l'effet de l'émission dirigée, le canon recule (action-réaction). Comme l'émission implique une variation d'énergie (interne) de l'émetteur, Poincaré remarque que : « Si le recul peut avoir lieu sans violer le principe de l'énergie c'est que l'énergie apparente [dans  $R'$ ] [...] n'est pas égale à l'énergie réelle [dans  $R$ ] ». Mais il ne reviendra pas sur ce problème de l'énergie dans le *Mémoire*, comme nous le discuterons dans le §3.6. Ajoutons que les formules ci-dessus montrent que la fréquence  $c/L$  de la portion d'onde plane (si  $L$  est la longueur d'onde) se transforme au premier ordre comme son énergie  $eL$ . Si Poincaré ne relève pas cette propriété, elle peut cependant aussi avoir été remarquée par Einstein, qui montre au §8 de son article de juin sur la relativité, que l'énergie et la fréquence d'un complexe lumineux ont la même loi de transformation (cf. IV.5.2).

### 2.1.3. Les transformations de Lorentz de 1904.

Les transformations (1) ne permettent pas d'interpréter l'absence de déplacement des franges d'interférences dans l'expérience de Michelson, qui traduisent un effet du second ordre ; c'est pourquoi Lorentz avait introduit dès 1892 l'hypothèse supplémentaire de la contraction des longueurs dans le sens du mouvement par le facteur  $\sqrt{1-v^2/c^2}$ . Poussé par les remarques de Poincaré l'incitant à rechercher une explication générale des phénomènes à tout ordre, sans le « coup de pouce » de cette contraction, il introduit en 1904 [13] les transformations nouvelles :

$$\begin{aligned} x' &= \gamma l(x), & t' &= \frac{l}{\gamma} t - \gamma l \frac{v}{c^2}(x) \\ (x) &= (x - vt), & \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{aligned} \quad (6)$$

Elles correspondent aux « transformations de Lorentz » actuelles (TL), quoique présentées sous une forme moins concise, qui traduit les étapes suivies par Lorentz pour les obtenir. Malgré ces nouvelles transformations, Lorentz n'obtient l'invariance que de trois équations de Maxwell sur quatre, avec des lois de transformations pour les densités de charge  $\rho$  et de courant  $\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$  qui ne sont pas les lois connues aujourd'hui. Pourquoi ? La réponse, qui à ma connaissance n'avait pas été mise en avant par les historiens, et que nous avons apportée dans [2], est que Lorentz a mis le système  $S$  en mouvement en lui appliquant un « boost galiléen »  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{V}$ , alors qu'il utilise des TL pour le ramener au repos. La façon dont le *Mémoire* débute montre que Poincaré a repéré cette inconsistance et nous verrons au §3.2 comment il la corrige.

Un autre point nouveau de cet article fondamental de 1904 est que Lorentz étend le principe des états correspondants à la dynamique d'un électron, modélisé comme une sphère déformable qui se contracte dans le sens du mouvement dans un rapport  $\gamma^{-1}$ . Il donne l'expression de la quantité de mouvement de cet électron, identifiée à celle de son champ électromagnétique, sous la forme  $\mathbf{p} = l\gamma m \mathbf{v}$ . Puis en établissant les lois de transformations de l'accélération directement à partir de celle des coordonnées et en les identifiant à celle de la force  $\mathbf{f} = d\mathbf{p}/dt$ , Lorentz établit que le facteur de dilatation  $l$ , qui *a priori* peut dépendre de la vitesse  $v$ , doit nécessairement vérifier la condition  $l=1$ . Cette relation assure donc d'une certaine manière l'invariance relativiste de l'équation de la dynamique [30] (p 362-364). Nous verrons que Poincaré, à travers les lettres qu'il échange avec Lorentz en mai 1905, revient sur cette condition, qu'il ne comprend pas dans un premier temps, puis qu'il juge mal établie ensuite. L'association par Poincaré de cette condition  $l(v)=1$ , qui n'est déjà plus une hypothèse chez Lorentz en 1904, à la loi de groupe, occupera une place centrale du *Mémoire*.

## 2.2. Poincaré et les bases de la physique mathématique.

Avant d'aborder la logique du *Mémoire*, il est utile de rappeler encore certains points de vue de Poincaré, concernant la géométrie, les invariants, le principe de moindre action et la place des modèles en physique.

### 2.2.1. Le groupe, les invariants et les coordonnées.

Pour les géomètres de la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, les notions de groupe et d'invariants appartiennent au langage de base de la géométrie. Celle-ci est définie par un espace (par exemple l'espace usuel à 3 dimensions), dans lequel se trouvent des figures (solides invariables) sur lesquelles agit un groupe de transformations (déplacements). Une propriété géométrique d'une figure est une propriété qui est laissée invariante par le groupe. Cette notion de groupe est naturelle à Poincaré, comme il l'écrit dans *La science et l'hypothèse* : « Ce qui est l'objet de la géométrie, c'est l'étude d'un « groupe » particulier ; mais le concept général de groupe préexiste dans notre esprit au moins en puissance. Il s'impose à nous, non comme une forme de notre sensibilité, mais comme une forme de notre entendement » [8] (p 93). Reprenant l'exemple des êtres à deux dimensions, Poincaré donne un exemple de groupe moins usuel : « Si, pour nous, la géométrie n'est que l'étude des lois suivant lesquelles se meuvent les solides invariables, pour ces êtres imaginaires, ce sera l'étude des lois suivant lesquelles se meuvent les solides *déformés par ces différences de température* » [8] (p 89). Dans le chapitre intitulé *L'avenir des mathématiques*, dans *Science et Méthode*, il renchérit : « Parmi les mots qui ont exercé la plus heureuse influence, je signalerai ceux de groupe et d'invariant. Ils nous ont fait apercevoir l'essence de bien des raisonnements mathématiques » [10] (p 17). On peut donc penser que dès lors que Poincaré identifiera une structure de groupe dans une famille de déplacements, il sera amené naturellement à accorder un caractère plus fondamental à cette propriété et aux invariants qui en découlent, qu'aux coordonnées, réduites à un rôle secondaire et conventionnel. C'est effectivement ce qui se produit dans le *Mémoire* avec la mise en mouvement de l'électron : Poincaré réalise, en étudiant les états correspondants appliqués par Lorentz à l'équation de la dynamique, que les transformations de Lorentz (6) avec  $l=1$  forment un (sous-)groupe. Dès lors, il fondera son approche sur le principe de relativité, mathématisé par cette propriété, et sur l'invariance de l'action, qui lui permet d'aborder la nouvelle dynamique.

### 2.2.2. Le principe de moindre action et sa relation aux modèles.

Nous avons mentionné, au début du §1.2, que le principe de moindre action (PMA) est à mettre pour Poincaré au rang des grands principes de la physique, aux côtés du principe de relativité, de celui de conservation de la masse, de conservation de l'énergie, d'action et réaction et du second principe de la thermodynamique : « en effet [il est] encore plus vague et plus général » que les autres et s'adapte donc encore plus aisément aux bouleversements de la physique. Poincaré connaît bien toutes ses formulations, qu'il décrit et utilise, en particulier, dans la *Mécanique céleste* [31]. Mais c'est dans l'introduction de son cours *Électricité et Optique* en 1899 [23], consacrée à la démarche de Maxwell, qu'il est le plus explicite sur le statut de ce principe et sa relation aux modèles. Pour Poincaré, « l'idée fondamentale » de Maxwell, qui se trouve « un peu masquée » dans son *Traité* [32], est son utilisation des équations de Lagrange pour des circuits électriques fermés. Ces équations font intervenir des variables (courants, flux) qui ne sont pas directement mécaniques. Ainsi dit-il, l'« idée fondamentale » de Maxwell consiste d'abord en ce que « dans tout phénomène physique il y a un certain nombre de paramètres [variables  $q$ ] que l'expérience atteint directement » et qui obéissent à des équations différentielles ; s'il y a une explication mécanique en termes de

molécules, cela signifie qu'il existe une énergie cinétique  $T$  et une énergie potentielle  $U$ , donc un lagrangien pour les coordonnées de ces molécules. L'idée de Maxwell s'exprime alors par le fait que « si nous remplaçons ces coordonnées par leurs expressions en fonction des  $q$  [...] les lois du mouvement seront alors exprimées par les équations de Lagrange [pour les variables  $q$ ]. Si la théorie est bonne, ces équations devront être identiques aux lois expérimentalement observées ». Inversement, précise Poincaré, « si le phénomène est susceptible d'une explication mécanique [...] il en comportera une infinité d'autres ». Comme le résume Olivier Darrigol : « Le procédé [de Maxwell] impliquait la possibilité d'un modèle mécanique du système, sans toutefois exiger une connaissance explicite du modèle. Cette version plus abstraite de réductionnisme mécanique allait constituer pour Poincaré le fondement de la future physique mathématique » [29] (p 273). On verra dans le *Mémoire* que l'important pour Poincaré est que les modèles d'électrons obéissent aux principes généraux de moindre action et de relativité. Ils jouent donc le rôle de théorème d'existence, au sens mathématique de ce terme, et on ne peut pas dire, comme cela l'a été fait souvent, que la relativité de Poincaré est tributaire de ces modèles.

### **3. La dynamique de l'électron de 1905 : quatre clés pour comprendre le *Mémoire*.**

Il ne s'agit pas ici de présenter le détail de nos études sur le *Mémoire* de Poincaré, mais de mettre en relief quatre points qui sont essentiels à sa compréhension. Après un bref retour sur la communication de Poincaré à l'académie des sciences, le 5 juin 1905, prélude au *Mémoire* soumis le 23 juillet, ainsi qu'une brève présentation du *Mémoire*, des difficultés qu'il présente pour un lecteur contemporain et des écueils à éviter dans sa lecture, je reviendrai sur les clés qui permettent de le comprendre vraiment : l'utilisation des transformations de Lorentz actives par Poincaré, sa prise de conscience à travers sa correspondance avec Lorentz de l'importance de la condition de groupe  $l=1$ , le rôle de l'invariance de l'action dans le passage de l'électromagnétisme à la dynamique relativiste et enfin le statut d'exemple et contre-exemple des modèles d'électrons. Je terminerai cette présentation par ce qui peut apparaître comme une limitation du *Mémoire* : la question de l'énergie.

#### **3.1. Introduction.**

##### **3.1.1. Les *Compte rendus*.**

Poincaré annonce une partie de ses résultats concernant *La dynamique de l'électron* dans une communication de quatre pages (format usuel) à l'académie des sciences, le lundi 5 juin 1905 [5]. Il reprend la question de l'« impossibilité de démontrer le mouvement absolu » qui semble être « une loi générale de la nature ». Il dit « reprendre l'explication de Lorentz », être « d'accord [avec lui] sur tous les points importants » et avoir « été conduit à les modifier et à les compléter dans quelques points de détail ». Notons que Poincaré ne met pas en avant sa contribution et attribue à Lorentz plus qu'il n'en avait vu. Cela est coutumier chez lui comme le souligne Paul Appell : « Nous avons déjà dit combien Poincaré était accueillant pour tous les travailleurs de bonne volonté. Il les écoutait et souvent leur prêtait des idées plus profondes que celles qu'ils avaient en réalité. Il lui est même arrivé, dans plusieurs notes, d'indiquer comme théorème de tel ou tel des propositions auxquelles tel ou tel n'avait certainement pas pensé » [7] (p 88). Dans cette communication, Poincaré écrit pour la première fois les transformations de Lorentz (qu'il nomme ainsi), par lesquelles « les équations du champ électromagnétique ne sont pas altérées » et la condition de groupe  $l=1$  (à laquelle il se réfèrera comme « l'hypothèse de Lorentz »). Il donne les lois de transformations corrigées des densités de charge et de courant, et des forces. Il affirme aussi avoir démontré que seule la contraction de Lorentz est compatible avec « l'impossibilité d'une expérience montrant le mouvement absolu » : pour cela, ajoute-t-il, il faut que « *l'électron déformable et*

*compressible [soit] soumis à une sorte de pression constante extérieure [intérieure dans le Mémoire] dont le travail est proportionnel aux variations de volume* » (italiques dans le texte). Ce dernier point sera souvent considéré comme la contribution importante du *Mémoire*, par exemple par Paul Langevin [33] ou Louis de Broglie [34]. Poincaré n'écrit pas dans sa communication l'équation de la dynamique (qui a été donnée par Lorentz) et ne précise pas non plus comment il l'établit (ne mentionnant qu'au passage le principe de moindre action). Par contre, il ajoute avoir examiné en détail « quelles modifications » il faut « apporter aux lois de la gravitation », en particulier pour ce qui concerne l'expression des forces généralisant celle de Newton.

Cette communication de Poincaré est consultable rapidement en France et à l'étranger. Une discussion générale des modalités de diffusion des *Comptes rendus* est donnée par Maurice Crosland dans *Science under Control – The French Academy of Sciences* [35] (en particulier p 290 et 294-295) ; quant aux informations concernant le processus de rédaction et les librairies diffusant les *Comptes rendus* (auprès d'abonnés), elles figurent en préambule des fascicules (par exemple le premier tome semestriel de 1905 [36] (p 2-3)). Ces données montrent qu'en 1901, environ 2000 fascicules sont envoyés la semaine qui suit la séance à l'académie, dont 1200 dans 140 librairies, pour moitié en France (et « départements ») et pour moitié dans 43 villes d'une quinzaine de pays étrangers. La question s'est posée de savoir si Einstein avait pu en avoir connaissance. Si l'on se fie à ces données, la communication devait être présente à Berne à la librairie Schmid et Franke, place de la gare, aux alentours du 15 juin. J'ai par ailleurs vérifié qu'elle avait été reçue à l'université de Berne le 21 juin. Si, potentiellement, Einstein a pu avoir une connaissance (tardive et fortuite) de cette publication, aucun élément ne permet de penser qu'elle aurait alors pu avoir une influence quelconque sur sa publication du 28 juin. En effet, Einstein non seulement adopte dans son article d'une trentaine de pages intitulé *l'électrodynamique des corps en mouvement* [37] une approche totalement originale de la théorie de la relativité (fondée sur la mesure du temps), mais il envisage des applications très différentes de Poincaré (qui concernent la lumière), et il consacre à la dynamique des objets (qu'il considère ponctuels donc hors de tout modèle d'électron) une place limitée (le dernier paragraphe de son article). Peut-être même une part des réflexions d'Einstein (en dehors de celle connues sur l'électromagnétisme) tient-elle aussi à sa vision duale de la lumière, comme nous l'envisagerons dans la partie IV (§5.2). Les approches différentes d'Einstein et de Poincaré de 1905 sont donc autant indépendantes que complémentaires.

### 3.1.2. *Le Mémoire et ses lectures.*

Poincaré détaille son approche dans un texte de 59 pages, portant lui aussi le titre *La dynamique de l'électron*. Il est soumis aux *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* le 23 juillet 1905, et publié en janvier 1906 [6]. Il comporte une introduction et 9 chapitres : §1 Les transformations de Lorentz (TL), §2 Le principe de moindre action (PMA), §3 TL et PMA, §4 Le groupe de Lorentz, §5 Les ondes de Langevin, §6 La contraction des électrons, §7 Le mouvement quasi stationnaire, §8 Le mouvement général, §9 Hypothèses sur la gravitation. Dans une première lecture, le *Mémoire* paraît difficile et sa structure n'est pas évidente. Il donne en particulier l'impression d'aller-retours incessants, par exemple, lorsque Poincaré, qui écrit les TL avec un facteur de dilatation  $l$  dans le §1, revient à cette écriture dans les §6 et 7, après avoir pourtant établi la nécessité mathématique de la condition de groupe  $l=1$  au §4. La discussion des modèles d'électrons du §6 est hermétique pour le physicien contemporain car elle fait appel aux modèles d'électrons oubliés d'Abraham et de Langevin. Enfin l'équation de la dynamique, écrite seulement au §7, semble à première vue être tributaire du modèle d'électron de Poincaré du §6. Une difficulté d'une autre nature attend aussi le lecteur contemporain qui a appris la relativité à travers un enseignement qui

emprunte beaucoup à la démarche d'Einstein (et à sa remise en cause remarquable du temps). Il n'y a dans le *Mémoire*, ni la notion d'évènement, ni celle de temps propre, ni celle de dilatation des durées, ni même celle de changement de référentiel ; l'invariance de la vitesse de la lumière n'est pas placée à la base de la théorie (Poincaré pose d'emblée  $c = 1$ ) ; quant à la contraction, elle n'est pas présentée comme un effet d'observateur (contraction apparente), mais comme une conséquence à travers les transformations de Lorentz de la mise en mouvement d'un corps (contraction réelle) ; elle joue de plus un rôle central dans la discussion de la dynamique de l'électron, car celui-ci est étendu. Finalement, pour lire le *Mémoire*, il ne suffit pas, comme on l'a souligné dans le §2, de se rappeler que Poincaré est dans la lignée de Lorentz ; il faut aussi avoir à l'esprit sa culture de mathématicien, qui n'est pas déconnectée de la physique.

Ces nombreuses difficultés concernant le *Mémoire*, seul article scientifique que Poincaré a consacré à la relativité, et sa lecture, ont fait qu'il a été l'objet de peu d'analyses précises. Les commentateurs de Poincaré se sont contentés souvent d'un jugement superficiel sur la base de textes ou de conférences qui ont une tout autre logique. Par ailleurs, comme Poincaré dit lui-même s'appuyer sur Lorentz et comme il « n'a pas formulé la théorie de la relativité telle qu'on la comprend maintenant » [22], certains en déduisent même que Poincaré n'aurait pas compris la relativité. Un exemple de cette confusion, parmi de très nombreux autres, se trouve dans l'ouvrage, par ailleurs remarquable, *Albert Einstein, la vie et l'oeuvre* [38] d'Abraham Païs, qui écrit à propos de la contraction : « Il est évident que jusqu'en 1909 [conférences de Göttingen], Poincaré ignorait que la contraction des longueurs était la conséquence des deux postulats d'Einstein. Il ne comprit donc pas l'une des caractéristiques les plus fondamentales de la relativité restreinte ». Il est vrai que s'inscrivant dans une démarche historique à des fins pédagogiques, Poincaré se réfère encore, même après 1905, à l'hypothèse supplémentaire (« troisième hypothèse ») de la contraction [39] (repris dans [38] p 165). Bien que Païs en soit conscient, il poursuit : « Doit-on lui accorder le bénéfice du doute et supposer qu'il n'introduisit cette troisième hypothèse que pour des raisons pédagogiques ? Ce serait à mon avis excessif ». Après avoir rappelé ce qu'en dit Poincaré avant 1905, il prétend : « Si l'on relit le grand mémoire des *Rendiconti di Palermo*, on y trouve certes une admirable discussion des transformations de Lorentz, mais rien qui indique que ces transformations impliquent la contraction des longueurs ; l'accent porte surtout sur la dynamique » (p 165). S'il est vrai que le *Mémoire* porte sur la dynamique, Païs n'a pas vu que Poincaré commence son §1 par une partie cinématique (certes très courte) dans laquelle la contraction (comme la loi de transformation des vitesses) est clairement une conséquence des TL (*cf.* §3.2.1).

En 1973, Arthur Miller [40] consacre au *Mémoire* un travail pionnier, qui fait encore aujourd'hui office d'article de référence auprès de nombreux historiens. Mais l'analyse qu'il mène se place d'emblée sur le terrain de la « représentation électromagnétique du monde » (« electromagnetic world-picture ») (p 208), dans laquelle « tous les processus physiques pourraient se réduire ultimement à une interaction de particules chargées ». Wilhem Wien en fait effectivement dès 1900, dans le Jubilé en l'honneur de Lorentz, le programme de la physique et Max Abraham [41] y apporte une réalisation concrète en 1902, avec sa dynamique d'un électron sphérique dont la masse est de nature purement électromagnétique. Miller en conclut qu'« une adhésion stricte à ce type de programme de recherche l'empêcha [Poincaré] de comprendre l'applicabilité universelle du principe de relativité, et par conséquent, l'importance de la constance de la vitesse de la lumière dans les référentiels inertiels » (p 320). Il n'est pas juste de faire adhérer aveuglément Poincaré à ce programme des physiciens. Comme le souligne Shaul Katzir dans la note 67 de son article consacré à la relativité de Poincaré, la lecture de Miller se trouve biaisée de par ses prémisses : « Miller, qui voit la théorie de Poincaré comme une contribution à la représentation électromagnétique du

monde, semble ne pas prendre en considération son traitement de la gravitation » [42] (p 292) (où Poincaré recherche une formulation covariante des forces gravitationnelles). De manière générale, Miller fait beaucoup de commentaires personnels concernant l'électromagnétisme de l'époque (qu'il connaît très bien) et omet de discuter les parties du *Mémoire* qui pourraient avoir un caractère transcendant l'électromagnétisme.

Concernant la contraction des électrons, elle est aussi pour lui une hypothèse supplémentaire : « ainsi, pour Lorentz et Poincaré l'hypothèse de la contraction est indépendante de l'hypothèse des équations pour la transformation de Lorentz ». Miller ajoute : « Nous avons vu que ce manque manifeste de généralité de la transformation de Lorentz peut être attribué à sa description purement mathématique » [41] (p 268). Même s'il n'a pas vu que Poincaré entamait le *Mémoire* par une partie cinématique, probablement parce que les TL sont actives (cf. §3.2.1) comme on l'a montré dans [2], Miller aurait dû noter que Poincaré est très explicite sur le rapport entre la contraction et les TL quand, en conclusion du §7, il parle du lien entre contraction et postulat de relativité : sa dernière phrase se termine en effet par « il faut que, quand il [l'électron] est en mouvement, il subisse une déformation qui doit être précisément celle que lui impose la transformation correspondante du groupe ».

Enfin, si Miller souligne bien qu'il faut s'attendre avec Poincaré à un traitement mathématique de la dynamique de l'électron, il n'y voit surtout qu'une limitation, qui refléterait un clivage entre les approches supposées d'un mathématicien et d'un physicien : « Cependant, son mode de pensée essentiellement mathématique était l'un des facteurs qui l'a empêché de tirer des conclusions physiquement pertinentes de ses recherches dans la théorie électromagnétique » (p 211). En particulier, s'il relève bien que Poincaré utilise l'action à de nombreuses reprises, à aucun moment Miller ne parle explicitement d'invariance de l'action alors que cette invariance est une clé pour comprendre non seulement la logique du *Mémoire* (cf. §3.2.3), mais aussi certains calculs de Poincaré. Quant à la condition de groupe  $l=1$ , qui constitue un apport reconnu de Poincaré à la théorie de la relativité, Miller ne la discute qu'à propos du §4 (ailleurs il n'y voit qu'une hypothèse). D'une certaine façon, il y a de sa part, comme pour beaucoup de commentateurs, une sous-estimation de l'essence mathématique des concepts de la relativité, qui conduisent à détacher l'histoire de la relativité de celle des mathématiques. La lecture que nous avons faite des lettres de Poincaré à Lorentz montre en particulier comment l'introduction de l'idée de groupe en relativité est venue à Poincaré en relation avec un problème physique. Reconnaissons que c'est à Miller que nous devons la découverte et la diffusion de ces lettres [43], qui éclairent la démarche de Poincaré dans le *Mémoire*.

### 3.2. Les clés pour comprendre le Mémoire.

#### 3.2.1. Première clé : des transformations actives pour corriger Lorentz.

Dans le §1 du *Mémoire*, après avoir écrit les équations de Maxwell et la force de Lorentz, Poincaré note que : « [ces] équations sont susceptibles d'une transformation remarquable découverte par Lorentz et qui doit son intérêt à ce qu'elle explique pourquoi aucune expérience n'est susceptible de nous faire connaître le mouvement absolu de l'Univers ». Il écrit les TL sous la forme :

$$x' = l\gamma(x + \varepsilon t), \quad y' = ly, \quad z' = lz, \quad t' = l\gamma(t + \varepsilon x) \quad \text{avec} \quad \gamma = (1 - \varepsilon^2)^{-1/2}, \quad c = 1 \quad (7)$$

Trois points méritent l'attention. Tout d'abord, ces transformations font intervenir un facteur de dilatation  $l$  (comme chez Lorentz) dont il va falloir spécifier la valeur. Ensuite, l'invariance de la vitesse de la lumière est réduite au rang de notation par Poincaré ( $c=1$ ). Enfin, et c'est ce qui est le plus surprenant, il y a un signe « + » devant  $\varepsilon$ , contrairement à l'usage actuel qui est d'écrire  $-v$  et qui est naturel quand on considère des changements de référentiels. Aussi les commentateurs de Poincaré, avant notre étude [2], n'ont-ils pas hésité à poser  $\varepsilon = -v$

d'emblée. Si Poincaré considère effectivement des changements de référentiels dans l'analyse du temps local de Lorentz en 1900 (cf. §2.1.2), dans ses cours en 1906 [44], ou dans sa référence à l'effet Doppler en 1911 [11] (p 82), il le mentionne à chaque fois explicitement. Or il ne le fait pas dans le *Mémoire*. Pourquoi ?

Comme nous l'avons déjà dit, le *Mémoire* est une mise en perspective mathématique des travaux de Lorentz. Dès l'introduction, Poincaré résume ainsi l'idée de Lorentz : « Si l'on peut, sans qu'aucun des phénomènes apparents soit modifié, imprimer à tout le système une translation commune, c'est que les équations d'un milieu électromagnétique ne sont pas altérées par certaines transformations, que nous appellerons *transformations de Lorentz* ; deux systèmes, l'un immobile, l'autre en translation deviennent ainsi l'image exacte l'un de l'autre ». Quand Poincaré parle ici de système et de sa mise en translation, il ne s'agit évidemment pas de système de coordonnées, mais d'un système physique, en l'occurrence les charges du diélectrique, diélectrique que Lorentz avait effectivement mis en mouvement par un boost galiléen. En attirant l'attention du lecteur (Lorentz) sur cette « mise en mouvement globale », Poincaré le prévient d'une certaine façon, que c'est là qu'il introduit une modification. Le boost galiléen (passage des vitesses des charges de  $v_0$  à  $v_0 + V$ ) va être remplacé par un « boost lorentzien » pour être en conformité avec le postulat de la relativité que les TL traduisent. Immédiatement après l'écriture des TL, Poincaré considère au début du §1 une « sphère entraînée avec l'électron dans un mouvement de translation uniforme » :

$$(x - v_x t)^2 + (y - v_y t)^2 + (z - v_z t)^2 = r^2, \quad (8)$$

et fait agir sur elle une TL qui « la changera en un ellipsoïde [son image] » d'équation :

$$\gamma^2(x' - \varepsilon t' - v_x t' + \varepsilon v_x x')^2 + (y' - v_y \gamma t' + v_y \gamma \varepsilon x')^2 + (z' - v_z \gamma t' + v_z \gamma \varepsilon x')^2 = (lr)^2. \quad (9)$$

Observons que comme la transformation est active, les coordonnées  $x', y', z', t'$  sont les coordonnées de l'image de la sphère dans le même référentiel (pour une discussion sur la signification physique des TL actives en liaison avec la géométrie voir [2]). En particulier, si  $v = 0$  et  $l = 1$ , à un instant  $t'$  donné, la sphère s'est contractée comme l'illustre la figure 3. La contraction apparaît ici clairement comme une conséquence cinématique des transformations de Lorentz.



**Fig. 3.** Contraction d'une sphère au repos par action de la TL.

En faisant l'hypothèse de l'invariance de la charge totale « qui n'est pas altérée par la transformation » et en formant le rapport de la charge au volume, Poincaré déduit de (9) la transformation de la densité de charge  $\rho$  :

$$\rho' = \frac{\gamma}{l^3} \rho (1 + v_x \varepsilon). \quad (10a)$$

Puis en établissant, à l'aide des TL, la vitesse de cette sphère boostée, ce qui clôt pour lui la cinématique des TL, il donne la transformation de la densité de courant :

$$j_x' = \frac{\gamma}{l^3} (j_x + \varepsilon \rho), \quad j_y' = \frac{1}{l^3} j_y, \quad j_z' = \frac{1}{l^3} j_z. \quad (10b)$$

Remarquons que pour établir (10a), Poincaré écrit que la charge « n'est pas altérée par la transformation ». Cette terminologie est reprise à divers endroits du *Mémoire* de façon équivalente à la terminologie « invariant », par exemple aux §4 et 9 pour la quantité  $r^2 - t^2$ .

Comme l'indique le titre du *Mémoire*, l'objectif majeur de Poincaré est la dynamique de l'électron, ce qui implique notamment l'équation de la dynamique, et donc, la force et sa loi de transformation. Pour cela, Poincaré explicite l'invariance de l'électromagnétisme, et



obtient en quelques lignes remarquables de concision, les lois de transformation des potentiels  $A$  et  $V$ , puis des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ , puis de la force volumique de Lorentz

$$F_x' = \frac{\gamma}{l^5} (F_x + \varepsilon \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}), \quad F_y' = \frac{F_y}{l^5}, \quad F_z' = \frac{F_z}{l^5}, \quad (11)$$

et enfin celle de la force  $\mathbf{f} = \mathbf{F} / \rho$  :

$$f_x' = \frac{\gamma}{l^2} \frac{f_x + \varepsilon \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}}{1 + v_x \varepsilon}, \quad \text{etc.} \quad (12)$$

Les relations (10) à (12) corrigent les lois de transformations données par Lorentz. Faisons dès à présent la remarque suivante : les lois de l'électromagnétisme sont invariantes par les TL avec un facteur de dilatation  $l$  quelconque. Qu'en est-il des lois de la dynamique ? Si  $l$  est une constante, une équation du type  $\mathbf{f} = m \frac{d}{dt} (g(v) \mathbf{v})$  ne peut pas être invariante, sauf si  $l = 1$ .

En effet, la loi de transformation de  $\mathbf{v}$  ne faisant pas intervenir  $l$ , le membre de droite de cette égalité se transforme avec  $l^{-1}$  (la masse étant implicitement en mécanique, considérée comme une caractéristique du corps, donc invariante), alors que le membre de gauche se transforme avec  $l^{-2}$ . Reste donc la possibilité que  $l$  dépende de  $\varepsilon$ , ce qui a constitué la problématique de Lorentz et qui est devenue celle de Poincaré dans le *Mémoire*.

### 3.2.2. Deuxième clé : la condition de Lorentz devient condition de groupe.

Comme cela est bien connu, Poincaré commence le §4 du *Mémoire* par une étude des TL (avec le facteur de dilatation  $l$ ) et montre notamment qu'elles forment un groupe de Lie dont il étudie les relations de commutation de l'algèbre. Mais ces résultats mathématiques remarquables ne sont pas l'objet principal du *Mémoire* : « Mais, pour notre objet [la dynamique de l'électron], nous ne devons considérer qu'une partie des transformations de ce groupe ; nous devons supposer que  $l$  est une fonction de  $\varepsilon$ , et il s'agit de choisir cette fonction de façon que cette partie du groupe [...] forme encore un groupe ». Un rapide calcul le conduit à la relation  $l(\varepsilon) = 1$  qui était celle obtenue par Lorentz en 1904. Si l'appel à la notion de groupe nous apparaît rétrospectivement naturel de la part d'un mathématicien, il ne s'est en fait imposé à Poincaré qu'en mai 1905, comme le montrent ses lettres à Lorentz [14].

Rappelons que c'est par l'application des états correspondants à la dynamique de l'électron que Lorentz avait introduit la condition  $l = 1$  (cf. §2.1.4). Mais Poincaré s'est aperçu que si Lorentz s'en sortait, c'est avec une loi de transformation des forces qui n'est pas celle que l'on déduit de l'invariance des (quatre) équations de Maxwell. Aussi, légitimement, ne comprend-il pas la démonstration de Lorentz comme il le lui écrit dans une première lettre, en mai 1905, où il lui indique les lois de transformation nouvelles de  $\rho$ ,  $\mathbf{j}$  et  $\mathbf{F}$  : « Vous supposez  $l = 1$  [contraction de l'électron dans le sens du mouvement]. Langevin suppose  $\gamma l^3 = 1$  [conservation de son volume]. J'ai essayé  $\gamma l = 1$  pour conserver l'unité de temps [comme pour le temps local en 1900], mais cela m'a conduit à des conséquences inadmissibles. D'un autre côté j'arrive à des contradictions (entre les formules de l'action et de l'énergie) [équations de Hamilton sur lesquelles nous reviendrons] avec toutes les hypothèses autres que celle de Langevin. Le raisonnement par lequel vous établissez  $l = 1$  ne me paraît pas concluant » (p 256).

Quelle hypothèse privilégier pour  $l$  ? La réponse à cette question vient de l'appel au groupe. Les transformations de Lorentz définissent une nouvelle règle de déplacement des objets physiques (dans une géométrie quadridimensionnelle brièvement exposée aux §4 et 9 du *Mémoire*), c'est pourquoi elles doivent constituer un groupe. Aussi Poincaré écrit-il, dans une seconde lettre à Lorentz en mai 1905 : « Je trouve comme vous  $l = 1$  par une autre voie [la condition de groupe] » [14] (p 257-258). La condition de groupe (qui a probablement laissée

Lorentz dubitatif) apparaît donc non pas suite à des considérations mathématiques générales (sinon Poincaré aurait dû reconnaître dès 1895 les transformations infinitésimales du groupe de Lorentz), mais s'est imposée à lui comme la solution du problème de l'invariance de l'équation de la dynamique. On peut appliquer à Poincaré les propos qu'il tenait sur les rapports des mathématiques et de la physique (cf. 1.1) : « La physique ne nous donne pas seulement l'occasion de résoudre les problèmes [...]. Elle nous fait pressentir la solution ; elle nous suggère des raisonnements ».

Si la condition de groupe éclaire pour lui la problématique de Lorentz, elle élimine définitivement l'hypothèse de Langevin ; la contradiction relevée dans la première lettre ne peut plus être résolue qu'en modifiant le modèle de Lorentz. C'est ce qu'il annonce dans une troisième lettre, toujours en mai 1905 : « Mes résultats confirment pleinement les vôtres en ce sens que la compensation parfaite (qui empêche la détermination expérimentale du mouvement absolu) ne peut se faire complètement que dans l'hypothèse  $l = 1$ . Seulement pour que cette hypothèse soit admissible, il faut admettre que chaque électron est soumis à des forces complémentaires dont le travail est proportionnel aux variations de son volume » [14] (p 258). Cette troisième lettre sera discutée au §3.2.4.

### 3.2.3. Troisième clé : de l'électromagnétisme à la mécanique par l'action invariante.

C'est le principe de moindre action présent aux §2, 3, 6, 7 et 8, et l'invariance de l'action, quelle que soit son origine, électromagnétique ou non, qui structurent le *Mémoire*. Aussi avons-nous proposé dans [1] une étude systématique du rôle de l'action et de son invariance dans sa logique. Rappelons que Poincaré introduit dès le §2 l'action électromagnétique de l'électron sous la forme :

$$S = S_{em} + S_{int} = \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3r \left[ \frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2}{2} - \mathbf{j} \cdot \mathbf{A} \right]. \quad (13)$$

Le premier terme est relatif au champ et le second à l'interaction de l'électron avec le champ ;  $\mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \rho \mathbf{v}$  représente le courant de Lorentz, dans une description de charges libres de se déplacer dans l'éther. Cette forme de l'action, de type hamiltonien (introduite par Helmholtz en 1887 [45] et connue de Poincaré) ne diffère de celle de Helmholtz de 1892 [46] que par l'expression de  $\mathbf{j}$  (cf. [1] pour une discussion plus approfondie). La définition  $\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}$  ( $\text{div} \mathbf{B} = 0$ ) et la condition  $\text{div} \mathbf{E} = \rho$  conduisent par variations par rapport à  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{E}$  aux deux équations de Maxwell manquantes  $\mathbf{E} = -\text{grad} V - \partial \mathbf{A} / \partial t$  ( $\text{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ ) et  $\text{rot} \mathbf{B} = \mathbf{j} + \partial \mathbf{E} / \partial t$ . Cela permet à Poincaré de retrouver, dans l'hypothèse des régimes quasi stationnaires, l'expression de l'action donnée par Abraham en 1902 pour obtenir le lagrangien :

$$S = \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3r \frac{(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2)}{2} = \int_{t_1}^{t_2} -L dt. \quad (14)$$

L'élimination des champs fait que l'action (14) ne dépend désormais que des positions des charges. En variant par rapport à elles et en appliquant le théorème des travaux virtuels, Poincaré retrouve à la fin du §2 l'expression de la force de Lorentz. Dans le §3, il s'intéresse à voir « si le principe de moindre action donne le succès de la transformation de Lorentz ». Ici comme ailleurs dans le *Mémoire*, la terminologie « principe de moindre action » renvoie en fait à l'invariance de l'action. En effet, ce que montre Poincaré dans ce paragraphe très court, c'est que l'invariance (avec  $l$  quelconque) de cette action mécanique

$$S = S', \quad (15)$$

conduit à la loi de transformation correcte des forces (12). Cette invariance se déduit des lois de transformation de la quantité  $\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2$  (proportionnelle à la densité lagrangienne)

$$\mathbf{E}'^2 - \mathbf{B}'^2 = \frac{1}{l^4} (\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2), \quad (16)$$

et de l'élément de « volume »

$$d^3\mathbf{r}'dt' = l^4 d^3\mathbf{r}dt, \quad (17)$$

conséquences des TL.

Après avoir établi au §4 le statut de groupe de la condition  $l=1$  (et fait une parenthèse sur les ondes de Langevin au §5), Poincaré aborde, et de fait résout, la dynamique au début du §6. Il considère d'abord « un électron unique animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme », dont il ramène, par la TL, « l'étude du champ déterminé par cet électron au cas où l'électron serait immobile ». La transformation des champs

$$E_x = l^2 E'_x, \quad \mathbf{E}_\perp = \gamma l^2 \mathbf{E}'_\perp ; \quad B_x = B'_x = 0, \quad \mathbf{B}_\perp = \mathbf{v} \wedge \mathbf{E}'_\perp, \quad (18)$$

qui relie les variables primées de l'électron au repos à celles non primées de l'électron en mouvement, lui donne notamment par intégration de  $\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2$  sur  $d^3\mathbf{r}$ , et comparaison à celle pour les quantité primées, la relation

$$L = \gamma^{-1} l L', \quad (19)$$

où  $L'$  (lagrangien au repos) est une constante. Il fait alors une remarque fondamentale, qui n'a pas été soulignée à sa juste valeur par les commentateurs du *Mémoire*, par laquelle il associe l'invariance de l'action à cette loi de transformation du lagrangien. Cette remarque a un caractère général (elle n'est plus liée aux formules (18)), et est faite avant d'entrer dans une discussion technique des modèles. Poincaré note que : « L'état du système dépend seulement de  $x + \varepsilon t, y$  et  $z$  [ses variables de position], c'est-à-dire de  $x', y', z'$  et que nous avons

$$t' = \gamma^{-1} l t + \varepsilon x', \quad dt' = \gamma^{-1} l dt. \quad (20)$$

En rapprochant les équations (3) [(19)] et (4) [(20)] », il fait remarquer qu'on trouve

$$\int L dt = \int L' dt', \quad (S = S'). \quad (21)$$

Ce calcul montre que, dès lors que le mouvement de l'électron est caractérisé par ses seules variables de position, l'invariance (21) de l'action équivaut à la loi de transformation (19) du lagrangien. Remarquons que cette dérivation repose sur la relation implicite  $dx' = 0$  qui traduit que l'électron au repos est statique. Une autre façon de retrouver ce résultat est d'explicitier l'invariance de l'action à l'aide des densités lagrangiennes :

$$\int dt dx dy dz \mathcal{L}(t, x, y, z) = \int dt' dx' dy' dz' \mathcal{L}'(t', x', y', z'). \quad (22)$$

L'invariance impliquant la relation  $\mathcal{L}(t, x, y, z) = l^4 \mathcal{L}'(t', x', y', z')$ , l'intégration sur  $x, y, z$  à  $t$  fixé de  $\mathcal{L}$  (donc  $dx dy dz = \gamma^{-1} l^{-3} dx' dy' dz'$ ) donne immédiatement le résultat. Cette utilisation de l'invariance, qui elle aussi n'explicité pas la nature électromagnétique ou non de l'électron, met en évidence que l'expression (19) du lagrangien est aussi une conséquence directe de la « contraction de l'électron » (titre du §6). Elle n'est pas faite par Poincaré dans le *Mémoire*, car peut-être n'apporte-elle rien de nouveau pour lui, alors que le raisonnement qui le conduit à  $dt' = \gamma^{-1} l dt$  est encore plus général (voir [2] pour une discussion de cette relation en liaison avec la notion de temps propre, par ailleurs absente chez Poincaré).

Il est évident, que Poincaré, qui connaît depuis mai 1905 le rôle de la condition de groupe  $l=1$  dans l'invariance de la mécanique, sait que le lagrangien (19) doit alors s'écrire

$$L(v) = -A \sqrt{1 - v^2}, \quad (23)$$

où  $A$  est une constante. Il n'écrira cependant ce résultat, dans le *Mémoire*, qu'au §7 après avoir dû discuter des modèles d'électrons dans la deuxième partie du §6 (je reviens au §3.2.4 sur sa discussion des modèles). Il posera même  $A=1$ , ce qui témoigne qu'il n'accorde d'importance qu'à la dépendance en vitesse du lagrangien, et pas aux modèles d'électrons qui

déterminent  $A$ . Ce lagrangien lui permet de retrouver l'expression de Lorentz de la quantité de mouvement

$$\mathbf{p} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2}}, \quad (24)$$

et l'équation de la dynamique :

$$\mathbf{f} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \gamma \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \gamma^3 \mathbf{v} \frac{dv}{dt}. \quad (25)$$

Bien qu'il sache que l'invariance de l'action assure le caractère relativiste de cette équation, Poincaré prend le soin de vérifier explicitement dans ce §7 que ses deux membres se transforment identiquement.

Notons que l'on attribue souvent à Planck l'introduction de la mécanique lagrangienne relativiste. Comme on l'a rappelé dans [1], Planck part en mars 1906 [47] de la seconde loi de Newton pour un électron ponctuel soumis à une force électrostatique dans son référentiel propre et utilise la loi de transformation du champ électrique et de l'accélération pour obtenir dans un référentiel où l'électron est en mouvement :

$$m\gamma \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) - q \frac{\mathbf{v}}{c^2} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}). \quad (26)$$

Il fait alors remarquer qu'on peut mettre (26) sous la forme plus simple (25) ci-dessus, mais il ne donnera qu'en 1907 [48] la loi de transformation générale de la force (loi qui a été utile à Poincaré pour proposer des forces gravitationnelles étendant la loi de Newton). Il précise aussi que la quantité de mouvement  $\mathbf{p}$  dérive du lagrangien  $L = -mc\sqrt{1-v^2/c^2} + \text{cste}$ , mais ce n'est pas l'invariance de l'action en mécanique qui le préoccupe, puisqu'il a rajouté une constante au lagrangien. Il n'accordera d'importance à l'invariance de l'action que dans l'article de 1907, dans un contexte thermodynamique où « tout changement dans la nature implique un nombre d'éléments d'action indépendants du référentiel ».

### 3.2.4. Quatrième clé : les modèles d'électrons comme exemple et contre-exemples.

Poincaré ne déduit pas axiomatiquement au §6 la dynamique relativiste de l'invariance de l'action avec  $l=1$ , parce que ce n'est pas ainsi que le problème s'est posé à lui. Ce paragraphe fait repasser le lecteur par la problématique de mai 1905. Quand au début il calcule le lagrangien de l'électron en mouvement (19) à partir des relations (18), il obtient aussi en intégrant sur l'espace les densités  $(E^2 + B^2)/2$  et  $\mathbf{E} \wedge \mathbf{B}$ , l'énergie  $W$  et la quantité de mouvement  $\mathbf{p}$  en fonction de l'énergie électrostatique  $W'$  de l'électron au repos :

$$W = W' \gamma l (3 + v^2), \quad p_x = \frac{4}{3} \gamma l W', \quad L = -\gamma^{-1} l W' = -\gamma^{-1} l l'. \quad (27)$$

Le problème qu'il soulève alors dans le *Mémoire* est celui auquel il fait référence dans sa première lettre à Lorentz : la relation  $\mathbf{p} = \partial L / \partial \mathbf{v}$  n'est vérifiée que dans le modèle d'électron de Langevin où  $l = \gamma^{-1/3}$  (contraction dans le sens du mouvement accompagnée d'une dilatation qui conserve le volume). Elle ne l'est pas si  $\gamma l = 1$  ou si  $l = 1$  (modèle de Lorentz). Pour pouvoir affirmer ces résultats dans sa lettre, il est très vraisemblable que Poincaré n'a pas refait les calculs pour chaque modèle, mais qu'il s'est appuyé sur l'expression (19) du lagrangien, qu'il sait être associée à l'invariance  $S = S'$ . (C'est probablement pourquoi aussi dans le *Mémoire*, cette association est présentée avant la discussion des modèles). Comme après sa deuxième lettre à Lorentz il est convaincu de la nécessité de  $l = 1$  (postulat de relativité), il lui a fallu comprendre en quoi le modèle de Lorentz ne convenait pas et comment il fallait le modifier. Poincaré a dû se rendre compte que le problème rencontré est lié à la stabilité : l'électron de Lorentz est instable (du fait de la pression électrostatique) et il

ne peut faire office de système mécanique étendu entièrement caractérisé par ses seules variables de position. Quant à la modification, Poincaré donne dans sa troisième lettre une solution simple qui consiste à « admettre que chaque électron est soumis à des forces complémentaires dont le travail est proportionnel aux variations de son volume ». Il ne fait pas le calcul dans cette lettre, mais on peut penser qu'une solution possible consiste, comme on l'a montré dans [3], à ajouter au lagrangien électromagnétique de l'électron en mouvement  $L = -W'\sqrt{1-v^2}$ , avec  $W' = \text{cste}/r'$ , un terme  $-ar'^3 \times \sqrt{1-v^2}$  proportionnel au volume (contracté) et conduisant lui aussi à une action invariante relativiste.

Entre sa troisième lettre, qui résout pour lui le problème, et pour l'écriture du *Mémoire*, Poincaré a eu le temps de reposer cette problématique de la stabilité sous une forme plus générale. Après avoir obtenu la formule (19), il entame dans la suite du §6 une étude des différentes façons d'assurer la stabilité d'un électron, en prenant comme paramètres internes le décrivant, non seulement son rayon  $r$ , mais aussi un paramètre de déformation  $\theta$  (l'électron hors d'équilibre au repos étant donc ellipsoïdal). Il envisage d'abord la possibilité d'une condition de liaison de type  $r = b\theta^m$  ( $b$  invariant). Mais l'invariance de l'action et de cette condition le conduisent au modèle de Langevin. Comme il faut  $l=1$ , Poincaré envisage ensuite que « les forces supplémentaires admettent un potentiel spécial dérivant des trois axes de l'ellipse et par conséquent de  $\theta$  et de  $r$  ». Il dit même de cette hypothèse, qu'elle est « la plus simple et la première que nous devons examiner ». Choisisant pour ce potentiel une dépendance en loi de puissance du type  $r^\alpha \theta^\beta$ , il montre que si  $l=1$  cette dépendance doit être  $r^3 \theta^2$ , c'est-à-dire proportionnelle au volume de l'électron. Finalement, le résultat principal des calculs de Poincaré du §6 est qu'il existe bien un modèle d'électron qui satisfait à la fois à la stabilité et à la condition de groupe  $l=1$ .

Dans [1], nous avons repris les calculs de Poincaré en les écrivant en fonction des paramètres  $r' = \gamma l r$  et  $\theta' = \theta/\gamma$  de l'électron au repos, qui sont les paramètres naturels. Cela nous a permis de souligner, ce qui n'avait pas été fait auparavant, que les raisonnements de Poincaré reposent sur l'invariance de l'action et de la condition de liaison vis-à-vis des TL (7). Nous avons aussi montré que si les calculs du §6 font explicitement appel à la valeur en  $\theta'=1$  d'une dérivée logarithmique calculée par Abraham dans le cadre d'un modèle d'électron statique ellipsoïdal, elle peut être aussi retrouvée par un argument de symétrie (minimum d'énergie pour l'électron sphérique au repos) ; même une dépendance en  $1/r'^n$  pour  $W'$  ne modifierait pas les résultats de Poincaré. Mais ce ne sont pas là des points essentiels, le modèle d'électron de Poincaré n'étant déjà plus électromagnétique, dès lors qu'il nécessite un potentiel supplémentaire, comme l'ont fait remarquer de nombreux commentateurs.

### 3.3. Une problématique « inachevée » ? Inertie et énergie.

Le fait que Poincaré ne prenne pas en compte explicitement le terme supplémentaire au lagrangien électromagnétique dans la discussion de la masse de l'électron constitue *a priori* la limitation importante du *Mémoire*. En effet, quand il revient, à la fin du §8, à une discussion de la masse de l'électron, il se limite alors au point de vue des physiciens qui supposaient une masse purement électromagnétique et il ne garde dans la constante  $A$  du lagrangien (23) que le terme électromagnétique. Pourtant, les forces supplémentaires sont nécessairement présentes à l'intérieur de l'électron pour assurer sa stabilité, puisque la densité de force électrostatique  $\rho E$  est non nulle, comme il le dit à la fin du §1. Il n'y a donc pas de raison de ne pas ajouter ce potentiel, d'autant plus que, lorsque l'électron est en mouvement, sa contribution au lagrangien a la même dépendance  $\sqrt{1-v^2}$  en vitesse. Mais le faire, eût été aussi affirmer que toute énergie contribue à la masse et donc aller au-delà de ce qu'il s'était

vraisemblablement fixé : mieux comprendre mathématiquement les états correspondants de Lorentz. Certes, Poincaré sait en 1905 comme Lorentz, qu'il n'y a pas que des masses d'origine électromagnétique, mais il se contente certainement de penser que l'important pour la dynamique est que la quantité de mouvement associée a la même dépendance en vitesse, comme il le dit en 1908 dans *Science et Méthode* : « la compensation sera parfaite et conforme aux exigences du Principe de Relativité, mais cela à deux conditions 1° [...] que leur masse réelle [celle des électrons positifs], si elle existe, ne soit pas constante et varie avec la vitesse suivant les mêmes lois que leur masse fictive [électromagnétique] ; 2° Que toutes les forces soient d'origine électromagnétique, ou tout au moins qu'elles varient avec la vitesse suivant les mêmes lois » [10] (p 128). Ce qui est le plus surprenant dans le *Mémoire*, concernant l'énergie, est que Poincaré ne fait aucun bilan, alors qu'il connaît la loi de la transformation de la puissance  $f \cdot v$  de la force (§9). Le problème de l'énergie semble pour lui hors sujet. Comme le fait remarquer Olivier Darrigol [49], il ne reviendra plus sur ce problème. Observons que déjà en 1900 [28], dans son article en l'honneur de Lorentz, Poincaré ne traite pas de façon symétrique les bilans d'énergie et de quantité de mouvement. Alors qu'aujourd'hui, la loi de conservation de l'énergie prend en compte l'énergie du champ et l'énergie cinétique des charges, la variation de cette dernière est cachée dans son bilan sous la forme macroscopique d'une dissipation par effet Joule.

Le problème de l'énergie va constituer l'objet principal des recherches sur la relativité au cours des années suivantes [50]. Même si Einstein aborde l'équivalence masse-énergie en septembre 1905 (dans la situation très singulière de l'émission par un corps de deux « complexes lumineux ») [51], ce n'est qu'en 1907, avec les travaux de Planck [48] et d'Einstein [52], que la contribution de l'énergie interne d'un corps à sa masse commence à être comprise. Planck, qui connaît les travaux d'Einstein et Poincaré de 1905, fait remarquer dans l'introduction de [48], qu'avec la relativité, l'énergie d'un corps ne peut plus se séparer en une partie (cinétique) dépendant de la vitesse, et une partie dépendant de son état (thermodynamique). Son « corps d'épreuve » n'est plus l'électron chargé, mais le corps noir en mouvement de Hasenörhl, qui vient d'être étudié en détail (et comparé aux travaux d'Einstein) par son étudiant Mosengeil. Les résultats de Planck peuvent être rapprochés de ceux de Poincaré, notamment concernant l'énergie  $E = \gamma(E_0 + p_0 V_0 v^2)$ , la quantité de mouvement  $\mathbf{p} = \gamma(E_0 + p_0 V_0) \mathbf{v}$  ( $p_0$  étant la pression et  $V_0$  le volume au repos) et l'invariance de l'action  $\int H dt$  ( $H$  étant ici la fonction de Helmholtz  $H = E - \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} - TS$ ,  $S$  désignant l'entropie supposée invariante). Dans la partie IV consacrée à la mécanique et à la thermodynamique des systèmes (§11-14) de son article de revue de 1907 [52], Einstein examine la loi de transformation des apports d'énergie (effet Joule) et de quantité de mouvement, d'un champ électromagnétique extérieur aux charges d'une enceinte. Cela l'amène, par intégration de ces apports, aux expressions

$$E = \frac{m + E_0 + \text{cste}}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad \mathbf{p} = \frac{m + E_0}{\sqrt{1 - v^2}} \mathbf{v}, \quad (28)$$

qu'il dit être « d'une importance théorique extraordinaire car  $m$  et  $E_0$  y figurent en tant que choses de même nature ». Mais l'inertie de l'énergie sera exprimée de façon encore plus générale quand Planck proposera d'identifier les notions de courant d'énergie et de densité de quantité de mouvement [53], puis quand se développera la dynamique relativiste des milieux continus, avec l'introduction du « tenseur d'univers »  $T^{\mu\nu}$  (Minkowski, Abraham, Planck, Einstein, Laue) et le remplacement de la loi  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$  par  $\partial_\mu T^{\mu\nu} = f^\nu$  (Laue [54] chap. 7). Laue montre en particulier que la dépendance en  $v^2$  des énergies (27) de Poincaré et ci-dessus de Planck viennent de ce qu'elles concernent des systèmes ouverts (ce qu'avait aperçu Einstein

en 1907). Il montre aussi que la dynamique d'un corps ponctuel peut se déduire de celle d'un système étendu si ce dernier est statique et si  $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ , ce qui n'est pas le cas d'un système électrostatique car il faudrait alors  $\rho\mathbf{E} = \mathbf{0}$ . On peut dire que la difficulté que Poincaré signale à Lorentz dans sa première lettre en mai 1905 est enfin comprise. Mais au vu de ces développements non triviaux, qui montrent que la relativité est loin d'être achevée en 1905, on peut aussi saluer l'intuition de Poincaré concernant la nécessité de rendre le modèle d'électron de Lorentz stable.

## PERSPECTIVES

Après une présentation des travaux de Lorentz de 1904, et un commentaire des lettres que Poincaré adresse à Lorentz, il s'agit de reprendre le *Mémoire* sur un format double pages, où le texte original d'un côté serait accompagné en regard d'une reformulation en notations modernes des calculs, et de plusieurs notes explicatives. Le texte des *Dernières pensées* de 1912 consacré à *l'espace et le temps* serait lui aussi reproduit et commenté à la suite du *Mémoire*. Ce travail pourrait prendre la forme d'un livre consacré à l'analyse de *La dynamique de l'électron* de Henri Poincaré.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Christian Bracco et Jean-Pierre Provost, De l'électromagnétisme à la mécanique : le rôle de l'action dans le Mémoire de Poincaré de 1905, *Revue d'Histoire des Sciences*, n° 2 (2009).
- [2] Jean-Pierre Provost et Christian Bracco, La théorie de la relativité de Poincaré de 1905 et les transformations actives, *Archive for History of Exact Sciences*, **60** (2006), p 337-351.
- [3] Christian Bracco et Jean-Pierre Provost, La relativité de Poincaré de 1905, *Théorie quantique des champs : méthodes et applications*, Actes de l'école de physique théorique de Jijel, 2006, Boudjedaa-Makhlouf éditeurs, *Collection Travaux en cours* (Paris : Hermann, 2007), vol. **68**, p 323-354.
- [4] Jean-Pierre Provost, Christian Bracco et Gregory Sanguinetti, Poincaré et l'éther relativiste, *Bulletin de l'Union des Professeurs de Spéciales*, **211** (2005), p 11-36.
- [5] Henri Poincaré, Sur la dynamique de l'électron, Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences du 5 juin 1905, et dans *La Mécanique Nouvelle*, (Paris : Gauthier-Villars, 1924), réimpression (Sceaux : Jacques Gabay, 1989).
- [6] Henri Poincaré, Sur la dynamique de l'électron, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, **26** (1906), p 129-176 ; aussi dans *La Mécanique Nouvelle* (Paris : Gauthier-Villars, 1924), réédition (Jacques Gabay, 1989), p 18-76.
- [7] Paul Appell, *Henri Poincaré* (Paris : Plon, 1925).
- [8] Henri Poincaré, *La science et l'hypothèse* (1902), (Paris : Flammarion, 1902).
- [9] Henri Poincaré, *La valeur de la science* (1905), (Paris : Flammarion, 1905).
- [10] Henri Poincaré, *Science et Méthode*, (Paris : Flammarion, 1908).
- [11] Henri Poincaré, *Dernières pensées*, dir. F. Braudel, (Paris : Flammarion, 1913), Nouvelle Bibliothèque Scientifique.
- [12] Elie Zahar, *Essai d'épistémologie réaliste*, (Paris : Vrin, 2000).
- [13] Hendrik-Antoon Lorentz, Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light, *Proceed. Acad. Amsterdam*, **6** (1904) p 809, et dans les *Collected Papers*, **5** (The Hague : Nijhof, 1935-1939).
- [14] Scott Walter, Etienne Bolmont et André Coret éditeurs, *La correspondance entre Henri Poincaré et les physiciens, chimistes et ingénieurs*, (Basel : Birkhäuser, 2007).
- [15] Daniel Kennefick, Controversies in the History of the Radiation Reaction problem in General Relativity, in *The expanding worlds of General Relativity* (Einstein Studies, vol. **7**) H. Goenner, J. Renn, J. Ritter and T. Sauer éditeurs, p 207-234 (Boston: Birkhauser Verlag, 1999).
- [16] Peter Galisson, *L'empire du temps – Les horloges d'Einstein et les cartes de Poincaré* (Paris : Robert Laffont, 2005).
- [17] Scott Walter, *Hypothesis and convention in Poincaré's defense of Galilei spacetime*, à paraître dans M. Heidelberger et G. Schieman, éditeurs, *The Significance of the Hypothetical in the Natural Sciences* (Berlin : Walter de Gruyter).
- [18] Henri Poincaré, Sur la théorie des quanta, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences*, **153** (1911), p 1103-1108.



- [19] Poincaré, Sur la théorie des quanta, *Journal de physique théorique et appliquée*, 5<sup>ème</sup> série, **2** (1912), p 5-34.
- [20] Enrico Giannetto, Poincaré's electromagnetic quantum mechanics, *HQ1 conference* Berlin 2-6 juillet 2007 ; lien : [http://quantum-history.mpiwg-berlin.mpg.de/news/workshops/hq1/hq1\\_talks/way-to-qt/03\\_gianetto/gianetto\\_preprint.pdf](http://quantum-history.mpiwg-berlin.mpg.de/news/workshops/hq1/hq1_talks/way-to-qt/03_gianetto/gianetto_preprint.pdf)
- [21] Thierry Paul, Poincaré et les quanta, *Noesis* **17**, à paraître.
- [22] Gerald Holton, *Thematic origins of scientific thought*, (Cambridge, Mass. : Harvard university press, 1973).
- [23] Henri Poincaré, *Electricité et Optique* (Paris : Gauthier-Villars, 1901), réédition (Jacques Gabay, 1990).
- [24] Hendrik-Antoon Lorentz, Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern, vol. **5** (1895) p 1-137, *Collected Papers*, (The Hague : Nijhof, 1935-1939).
- [25] Hendrik-Antoon Lorentz, Théorie simplifiée des phénomènes électriques et optiques dans des corps en mouvement, vol. **5** (1899), p 138-155, *Collected Papers*, (The Hague : Nijhof, 1935-1939).
- [26] Augustin Fresnel, *Œuvres Complètes* (Paris : Imprimerie Impériale, 1866, 1868), réimpression (Paris : Albert Blanchard) tomes 1 et 2.
- [27] Hendrik-Antoon Lorentz, Deux mémoires de Henri Poincaré sur la physique mathématique, *Acta Mathematica*, **38**, (1921), p 293-308 et *Œuvres de Henri Poincaré*, (Paris : Gauthier-Villars, 1956), réimpression (Sceaux : Jacques Gabay, 2005) tome XI, p 248.
- [28] Henri Poincaré, La théorie de Lorentz et le principe de la réaction, *Recueil de travaux offerts par les auteurs à H.-A. Lorentz à l'occasion du 25<sup>ème</sup> anniversaire de son doctorat*, (The Hague, 1900), p 252–278.
- [29] Olivier Darrigol, The electromagnetic origins of relativity theory, *HSPS* **26:2** (1996)
- [30] Olivier Darrigol, *Electrodynamics from Ampère to Einstein* (New York : Oxford University Press, 2000).
- [31] Henri Poincaré, *Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, (Paris : Gauthier-Villars, 1899), réimpression (Sceaux : Albert Blanchard, 1987), tome 3, chapitre XXIX.
- [32] James-Clerk Maxwell, *A treatise on Electricity and Magnetism*, (Clarendon Press, 1873), réimpression (New York : Dover, 1954).
- [33] Paul Langevin, L'inertie de l'énergie et ses conséquences, *Conférence faite à la Société Française de Physique le 26 mars 1913*, in *Œuvres scientifiques de Paul Langevin* (Paris : CNRS, 1950).
- [34] Louis de Broglie, préface des *Œuvres de Henri Poincaré* (Paris : Gauthier-Villars, 1954) tome IX, *Physique Mathématique*.
- [35] Maurice Crosland, *Science under Control – The French Academy of Sciences 1795-1914*, (Cambridge : Cambridge University Press, 1992).
- [36] Comptes rendus des séances hebdomadaires de l'académie des sciences, 1905, janvier-juin, **140**, (Paris : Gauthier-Villars, 1905).
- [37] Albert Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, *Annalen der Physik*, **17** (1905), p 891-921, et traduction de Maurice Solovine, *L'électrodynamique des corps en mouvement*

(Paris : Gauthiers-Villars, 1925) réédition (Jacques Gabay, 1994) ; *Œuvres choisies 2, Relativité I*, Françoise Balibar (dir.), Collection dirigée par Jean-Marc Lévy-Leblond et Thierry Marchaisse (Paris : Seuil/CNRS, 1993).

[38] Abraham Païs, *Albert Einstein, la vie et l'œuvre*, traduction Christian Jeanmougin et Hélène Seyrès, (Paris : Interéditions, 1993) et (Paris : Dunod, 2005).

[39] Henri Poincaré, Sechs Vorträge über ausgewählte Gegenstände aus der reinen Mathematik und mathematischen Physik, (Leipzig/Berlin : Teubner, 1910).

[40] Arthur I. Miller, A Study of Henri Poincaré's « Sur la Dynamique de l'Électron », *Arch. Hist. Exact Sci.*, **10** (1973), p 207-328.

[41] Max Abraham, Dynamik des Electrons, *Göttinger Nachrichten* (1902), p 20-41; Max Abraham, Prinzipien der Dynamik des Elektrons, *Physikalische Zeitschrift* **4** (1b) (1902) p 57-62; Max Abraham, Prinzipien der Dynamik des Elektrons *Annalen der Physik*, **315** 1 (1902) p 105-179.

[42] Shaul Katzir, Poincaré's relativistic physics : Its origins and nature, *Physics in perspective*, **7** n°3 (2005), p 268-292.

[43] Arthur I. Miller, On some other approaches to electrodynamics in 1905, in *Some Strangeness in the Proportion*, éditeur H. Woolf (Reading, MA : Addison-Wesley, 1980), p 66-91.

[44] Henri Poincaré, Les limites de la loi de Newton, chap. XI, Dynamique de l'électron (Cours de 1906), *Bulletin de l'Observatoire de Paris*, **17** (1953), p 216-233.

[45] Hermann von Helmholtz, Über die physikalische Bedeutung des Prinzips der kleinsten Wirkung, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **100** (1887) ; aussi dans les *Wissenschaftlichen Abhandlungen* (Leipzig : J. A. Barth, 1895), Band III, p 203-248.

[46] Hermann von Helmholtz, Das Prinzip der kleinsten Wirkung in der Elektrodynamik, *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, Band I (1892) ; aussi dans *Wissenschaftlichen Abhandlungen* (Leipzig : J. A. Barth, 1895), Band III, p 477-504 ; et Hermann von Helmholtz, Nachtrag zu der Aufsätze : Ueber das Prinzip der kleinsten Wirkung in der Elektrodynamik, (1894), *Ibid.* p 597-603.

[47] Max Planck, Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik, 23 Mars 1906, *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, **4** (1906), p 136-141.

[48] Max Planck, Zur Dynamik bewegter Systeme, *Berliner Bericht*, **13** (1907), p 542-570 et *Annalen der Physik*, **26** (1908), p 1-34.

[49] Olivier Darrigol, The mystery of the Einstein-Poincaré connection, *Isis*, **95** (2004), p 614-626.

[50] Jean-Pierre Provost, Une brève histoire du tenseur énergie-impulsion, 1900-1915, *Cours de l'École de physique théorique de Jijel*, octobre 2009, à paraître.

[51] Albert Einstein, Ist die Trägheit eines Körper von seinem Energiegehalt abhängig? *Annalen der Physik*, **18** (1905) 639-641 ; in *Œuvres choisies 2, Relativité I*, Françoise Balibar (dir.), Collection dirigée par Jean-Marc Lévy-Leblond et Thierry Marchaisse (Paris : Seuil/CNRS, 1993).

[52] Albert Einstein, Über das Relativitätsprinzip und die aus denselben gezogenen Folgerungen, in *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, **4** ( 1907) 411-462 ; On the

relativity principle and the conclusions drawn from it, *The collected papers of Albert Einstein*, John Stachel éditeur (Princeton : Princeton University Press, 1989) vol. **2**, p 432-488.

[53] Max Planck, Bemerkungen zum Prinzip der Aktion und Reaktion in der allgemeinen Dynamik, *Physik Zeitschrift*, **9** (1908) 828 ; *Verhandlungen der deutschen Physikalische Gesellschaft* (1908), p 728.

[54] Max von Laue, *Die Relativitätstheorie. Band 1: Die spezielle Relativitätstheorie* (Braunschweig : Friedr. Vieweg & Sohn, 1911).

## **PARTIE IV.**

**Quanta :**

**histoire et enseignement.**

## 1. Introduction.

### 1.1. Présentation.

Les travaux historiques sur les quanta de Planck et d'Einstein de 1900 et 1905 sont très nombreux ; il s'agit probablement d'un des thèmes les plus analysés de la science du XX<sup>e</sup> siècle. Aussi, ne s'agit-il pas dans ce chapitre d'apporter des informations fondamentalement nouvelles pour l'histoire des sciences, mais plutôt de montrer qu'un historique des quanta, objet de consensus, peut être utilisé pour développer un travail pédagogique original. Le texte qui suit est une mise en forme, au sein d'une architecture commune, des cinq articles que j'ai publiés avec Jean-Pierre Provost sur le sujet [1]-[4]. Elle conduit à une présentation des quanta et des problématiques associées, mêlant aspects historiques et didactiques, comme dans la partie II. Cette approche permet notamment de ramener les résonateurs de Planck dans l'enseignement d'aujourd'hui, en réalisant la transposition didactique d'un objet historique oublié dans le champ de l'enseignement de la physique, comme cela était le cas pour l'équant de Kepler. Un tel souhait concernant les résonateurs de Planck avait été émis par John Heilbron dans un article prônant l'utilisation de l'histoire des sciences dans les cursus scientifiques universitaires. L'auteur y soulignait l'importance du modèle d'oscillateur harmonique dans la physique microscopique au début du XX<sup>e</sup> siècle : « Mon but est de suggérer qu'une discussion approfondie de l'oscillateur harmonique, comme utilisé dans la physique fondamentale au tournant du siècle, offre une présentation pour transmettre des informations importantes sur la nature et les méthodes, ainsi que le contenu, de la physique » [5] (p 177). Heilbron précisait : « Ce que j'ai à l'esprit ressortira plus clairement au niveau microscopique, par exemple le résonateur de Planck, qu'au niveau macroscopique décrivant le mouvement de ressorts ou de fils de torsions idéaux ». Les résonateurs de Planck étaient l'un des trois thèmes d'études privilégiés permettant aux yeux de l'auteur, avec l'interprétation de l'effet Zeeman et le modèle de Lorentz, d'illustrer « une histoire des sciences appliquée ».

La trame de ce chapitre est notre article [1], qui donne un historique des travaux originaux de Planck et d'Einstein, en relatant leurs différentes approches et en mettant leurs résultats en perspective avec les connaissances actuelles et l'enseignement. Afin de compléter cette présentation d'un point de vue didactique, j'utilise l'article [2] qui propose une démonstration pédagogique de la formule centrale de Planck reliant la densité spectrale du rayonnement à l'énergie d'un oscillateur, ainsi que l'article [3] qui pose la question de l'application du raisonnement analogique d'Einstein de 1905 à la loi correcte de Planck. De plus, comme l'article d'Einstein sur la relativité (juin 1905) est de très peu postérieur à celui sur les quanta (mars 1905), je discuterai la présence éventuelle des quanta dans la relativité, en m'appuyant sur l'article [4]. Ainsi, après avoir situé brièvement le contexte historique de la découverte des quanta dans le §1.2, avec en particulier l'établissement semi empirique de la loi de Wien pour le spectre du rayonnement du corps noir, je rappelle dans le §2 la démarche de Planck, fondée sur la détermination et la justification de l'entropie du rayonnement matérialisé par des oscillateurs. Après cette présentation historique, je propose une approche didactique des quanta de Planck, qui consiste au §3.1 à appliquer l'approche statistique de Planck à la loi de Wien de 1896 (pour mieux comparer sa démarche à celle d'Einstein), puis au §3.2 à reformuler ses calculs complexes pour obtenir sa formule centrale faisant des oscillateurs l'image du rayonnement. Derrière cette formule se cache la notion de mode, qui est rappelée et interprétée au §3.3, puis qui est utilisée au §3.4 pour illustrer l'actualité remarquable des formules de Planck si on remplace la notion d'oscillateur par celle de champ quantique. Mettre en lumière cette actualité ne peut qu'encourager des étudiants, qui n'ont des quanta que l'image mécanique fournie par l'effet photoélectrique, à s'intéresser aux travaux de Planck. Dans le §4, je reviens à l'approche historique qui a conduit Einstein à ses quanta (différents de ceux de Planck). Je reproduis notamment le raisonnement d'Einstein, rarement évoqué dans l'enseignement, identifiant le comportement volumique de l'entropie du

rayonnement déduite de la loi de Wien à celui de l'entropie d'un gaz parfait. La question naturelle qui se pose alors, dans le cadre d'une approche didactique, est celle de l'application de la démarche d'Einstein à la loi (exacte) de Planck (§5.1). Une autre question naturelle est celle de la vitesse des quanta, non précisée par Einstein dans l'article de mars. Le §5.2 s'intéresse aux liens possibles entre quanta et relativité que cette question soulève.

Si dans cette présentation l'approche didactique se nourrit de l'approche historique, peut-elle avoir en retour un intérêt pour l'histoire des sciences ? La question mérite au moins d'être posée pour le §5. L'intérêt que peut, en complément, apporter une approche didactique sur une question historique, est qu'elle s'attache en particulier à chercher une réponse cohérente (du point de vue de l'enseignement), et ainsi à mettre l'accent sur des problématiques (par exemple celles des §5.1 et 5.2) auxquelles une approche purement historique ou philosophique n'aurait pas prêté suffisamment attention. Il faut garder à l'esprit que quand un auteur (Kepler, Poincaré, Planck, Einstein, etc.) rédige son travail scientifique, ses idées sont (re)construites. Comme le faisait remarquer Gérard Simon [6] à l'appui de son « approche rhétorique » de la science (et à propos de Kepler) : « l'imaginaire d'un savant s'alimente à toutes les sources dont il dispose », avec tout ce que cela peut avoir d'implicite et de contradictoire. De ce point de vue, l'approche didactique, qui questionne la présentation du savant, doit pouvoir être considérée comme une approche historique « heuristique ».

## **1.2. Le contexte historique de la découverte des quanta.**

### **1.2.1. Le caractère ondulatoire de la lumière et ses problèmes.**

Quand Einstein renouvelle en 1905, 200 ans après Newton, une conception « corpusculaire » de la lumière, cela bouscule une conception ondulatoire bien établie depuis les succès des interprétations de Fresnel de la diffraction et de la polarisation (*cf.* I.2). L'expérience de Foucault, en 1851, qui montre que la vitesse de la lumière dans l'eau est plus petite que dans l'air (en contradiction avec l'idée « newtonienne » d'un corpuscule accéléré à l'approche d'un milieu plus dense) a pu faire figure d'*experimentum crucis*. En 1862, Maxwell propose une théorie des phénomènes électriques et magnétiques qui prédit l'existence d'ondes électromagnétiques et qui réduit la lumière à une telle onde [7] (p 25-168). Ces ondes sont « découvertes » en 1887 par Hertz qui utilise des « oscillateurs » dipolaires pour les produire [7] (p 197-199). Les travaux de Lorentz de 1887 à 1904 sur l'effet Zeeman, sur la formule d'entraînement de Fresnel, et plus généralement sur les diélectriques en mouvement, constituent un aboutissement de cette théorie électrodynamique (*cf.* III).

Cependant, la théorie ondulatoire se trouve confrontée à quelques problèmes importants. Elle fait l'hypothèse d'un milieu de propagation, l'« éther », qui résiste à toute interprétation mécanique réaliste. Les expériences sur « l'entraînement de l'éther » par les corps en mouvement mettent en évidence des difficultés dont la théorie peine à s'affranchir (expériences de Michelson) sans recourir à des hypothèses *ad hoc* (contraction dynamique des longueurs dans le sens du mouvement par FitzGerald et Lorentz). L'effet photoélectrique, découvert par Hertz, et analysé par Lénard en 1902, ne s'interprète pas simplement dans le cadre de la théorie ondulatoire. Enfin l'analyse du corps noir sur la base d'oscillateurs hertziens, contient, comme on le verra, des contradictions qui seront relevées par Einstein en 1905.

### **1.2.2. Le caractère discontinu de la matière et l'approche statistique.**

Si la théorie atomique est ancienne et s'est déjà avérée utile (théorie cinétique des gaz de Bernoulli, loi de Dalton, etc.), c'est dans la seconde moitié du XIX<sup>e</sup> siècle que les recherches conduisent physiciens et chimistes à la concrétiser véritablement. C'est ainsi que se précisent de plus en plus les notions d'atome, de molécules, de radical, d'ion, etc., en liaison avec l'étude des phénomènes de transport (Clausius, Maxwell, Boltzmann), des

réactions chimiques, des électrolytes, etc. L'électron « apparaît » en 1897 [8]. Les « énergéticiens » du courant anti-atomiste (Ostwald, Mach par exemple) restent cependant très influents en cette fin de siècle en raison des succès de la thermodynamique macroscopique fondée sur les grandeurs continues énergie (premier principe) et entropie (deuxième principe) reliées par  $dU = TdS - pdV$ . Rappelons que la définition de la température thermodynamique  $T$ , puis celle de l'entropie  $S$  par  $\int \delta Q_{\text{rev}}/T$  a été le fruit d'une longue et remarquable élaboration théorique, qui a commencé avec les travaux de Carnot sur le rendement des machines thermiques. Étendue notamment à la description des réactions chimiques (avec la notion d'énergie libre), la thermodynamique est devenue une science universelle. À la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, la validation de l'hypothèse atomique, qui implique la présence du nombre d'Avogadro dans de nombreuses situations physiques, reste un enjeu scientifique important. Ces questions font l'objet de la thèse d'Einstein [9] en 1905 et d'un article qu'il consacre au mouvement brownien [10]. L'atomisme de la lumière qu'Einstein introduit en mars 1905 [11] trouve probablement aussi ses fondements dans cette représentation discontinue du monde, à laquelle il adhère [12]. Dans le contexte de cette validation, l'interprétation statistique de l'entropie par Boltzmann, qui confère à l'entropie une signification microscopique et donne une explication de l'irréversibilité (théorème  $H$ ), va se révéler être un outil déterminant. Cette approche statistique va être reprise, dans des cadres différents, aussi bien par Planck que par Einstein, pour la mise en évidence de leurs quanta.

### 1.2.3. Le problème du « corps noir ».

En 1859, Gustav Kirchhoff montre que lorsque des corps de composition quelconque sont enfermés dans une cavité, isolée thermiquement du milieu extérieur, la relation entre l'émission et l'absorption du rayonnement est une loi universelle qui ne dépend que de la température. Il s'ensuit que la densité volumique spectrale d'énergie lumineuse  $u$  dans le four en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  est une fonction universelle. Elle correspond également au pouvoir émissif d'un corps qui absorberait le rayonnement à toutes les longueurs d'ondes, d'où le nom de « corps noir ». La détermination expérimentale de cette fonction et son interprétation théorique constituent le « problème du corps noir ».

En 1896, le physicien allemand Wilhelm Wien donne une forme empirique de  $u$  que l'on peut écrire en fonction de la fréquence  $\nu = c/\lambda$  :

$$u(\nu) = \alpha \nu^3 \exp\left(-\frac{\beta \nu}{T}\right). \quad (1)$$

Par définition de  $u$ , l'énergie  $E$  du rayonnement présent dans le volume  $V$  de la cavité et dans la bande de fréquence  $d\nu$  est :

$$E = V u d\nu. \quad (2)$$

Pour justifier l'expression (1) de  $u$ , Wien [13], s'inspirant d'un travail du physicien russe W.A. Michelson [14]-[15], met en correspondance les fréquences  $\nu$  du rayonnement avec les vitesses  $v$  des émetteurs, en l'occurrence des molécules de gaz. S'appuyant sur l'idée que l'intensité du rayonnement est proportionnelle au nombre de molécules donné par la loi de distribution de Maxwell :

$$dn(\nu) \propto \nu^2 \exp\left(-\frac{v^2}{\gamma^2}\right) d\nu \quad (3)$$

( $\gamma^2$  étant proportionnel au carré de la vitesse moyenne d'agitation thermique et donc à la température thermodynamique  $T$ ), Wien introduit l'expression générale (réécrite ici en terme de fréquence) :

$$u_{fg}(\nu) = f(\nu) \exp\left(-\frac{g(\nu)}{T}\right). \quad (4)$$

On remarquera qu'il omet de mentionner le facteur  $T^{-3/2}$  du coefficient de proportionnalité de  $dn(\nu)$ . Wien retrouve l'expression de  $u$  en utilisant la « loi du déplacement » qu'il a donnée en 1893, à savoir que « la variation du rayonnement avec la température se compose, selon la théorie donnée par Boltzmann et la mienne, d'une élévation de l'énergie totale suivant la quatrième puissance de la température [loi de Stefan  $\sigma T^4$ ] et d'un changement de longueur d'onde de toute l'énergie comprise entre  $\lambda$  et  $\lambda + d\lambda$  de telle manière que la longueur d'onde dans ce domaine soit modifiée en rapport inverse de la température absolue [ce qui implique en particulier la loi  $\lambda_{\max} T = \text{cste}$ ] ». Il confère ainsi à la fonction  $g(\nu)$  une dépendance linéaire  $g(\nu) = \beta \nu$  déterminante pour les interprétations que donneront Planck et Einstein. On notera que Wien se situe dans une ligne de pensée qui consiste à associer les propriétés du rayonnement et celles de ses émetteurs supposés. Ce point de vue, partagé par Planck, et auquel Einstein reviendra en 1916 [16], est toujours actuel.

## 2. La stratégie de Planck en 1900.

Comme il le dit dans son autobiographie [17], Planck est intéressé depuis 1894 par l'explication du caractère universel de « la distribution normale du spectre d'énergie [qui] représente quelque chose d'absolu » (p 85). Expliquant sa démarche, il poursuit : « Je supposai notamment que l'enceinte est remplie d'oscillateurs ou résonateurs linéaires soumis à des forces minimes d'amortissement et ayant différentes périodes propres ; et je présentai que l'échange d'énergie causé par la radiation réciproque des oscillateurs finissait par amener au cours du temps un état stationnaire de la distribution normale d'énergie, correspondant à la loi de Kirchoff ». En d'autres termes, Planck cherche à reproduire, pour l'équilibre matière-rayonnement, le raisonnement de Boltzmann pour la théorie cinétique des gaz, « l'hypothèse d'une radiation naturelle [chaotique] jouant le même rôle dans la théorie de la radiation que l'hypothèse de l'agitation moléculaire [...] par le fait qu'elle garantit l'irréversibilité des processus radiatifs ». À la différence d'autres physiciens contemporains, Planck, parce qu'il ne sépare pas l'équilibre de l'approche à l'équilibre, va donc être amené à placer l'entropie du rayonnement au cœur de son étude.

### 2.1. Oscillateur et rayonnement.

Dans son article de novembre 1899 [18], qui récapitule ses travaux depuis 1895, Planck décrit l'émission et l'absorption du champ électromagnétique par des oscillateurs classiques (les résonateurs de Planck). Il ne dit pas clairement si ce sont des atomes (molécules) situés dans la cavité du corps noir ou sur ses parois, mais il les modélise comme des dipôles. Il établit tout d'abord la formule, que nous appellerons « centrale »

$$u(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U, \quad (5)$$

où  $U$  représente l'énergie moyenne d'un oscillateur de fréquence  $\nu$ . Cette formule est l'objet de longs calculs [18] (p 76 à 93) car le champ électromagnétique dans la cavité est un champ « thermique », qui est donc incohérent au sens de l'optique (phases aléatoires). Dans son autobiographie, Planck juge la relation (5) « remarquable » car elle « est absolument indépendante de la constante d'amortissement [supposée petite] de l'oscillateur » et car elle montre que l'équilibre thermique se fait « fréquence par fréquence » ; elle permet ainsi de remplacer « un système compliqué à un grand nombre de degrés de liberté par un système simple ne possédant précisément qu'un seul degré de liberté » [17] (p 86).

Planck attribue aussi au rayonnement une densité d'entropie  $s$ , qu'il relie à l'entropie  $S$  affectée à un oscillateur par une relation identique à (5) ; il l'utilise pour effectuer un bilan d'entropie concernant les échanges entre oscillateurs et rayonnement, et justifier l'approche de l'équilibre. Toutes les propriétés du rayonnement se retrouvent ainsi dans celles des



résonateurs, qui constituent en quelque sorte l'image du rayonnement électromagnétique dans la cavité. L'étude thermodynamique du rayonnement se ramène désormais à la détermination de la fonction  $S(U)$ .

## 2.2. De la loi de Wien à la loi de Planck.

Dans son article de 1899, Planck propose pour l'entropie rapportée à un oscillateur l'expression

$$S = -\frac{U}{av} \left( \ln \frac{U}{bv} - 1 \right), \quad (6)$$

et la justifie, à une constante additive près, à partir de la définition thermodynamique de la température

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial U}, \quad (7)$$

et de la relation de Wien (1) mise sous la forme :

$$\frac{1}{T} = -\frac{1}{\beta v} \ln \frac{u}{av^3} = -\frac{1}{av} \ln \frac{U}{bv}. \quad (8)$$

La comparaison des formules relatives à  $u$  et  $U$  montre que la notation de Planck est reliée à celle de Wien par  $a = \beta$  et  $b = c^3 \alpha / 8\pi$ .

Bien sûr le problème du corps noir reste entier puisqu'une justification de  $S$  indépendante de la loi de Wien n'a pas été donnée. En mars 1900 [19], en décrivant les échanges d'énergie et d'entropie entre les oscillateurs et le rayonnement, Planck pense avoir justifié que la dérivée seconde de l'entropie a une dépendance en  $U^{-1}$ , comme c'est le cas pour (6). C'est alors que Heinrich Rubens lui communique en octobre 1900 les données expérimentales concernant l'infrarouge jusqu'à  $60 \mu m$ , ce qui va profondément changer le développement de la théorie. Ces données montrent que dans ce domaine basse fréquence,  $u(\nu)$  est proportionnel à la température  $T$ , ce qui est en désaccord flagrant avec la loi de Wien. Cela suggère, d'après la relation (5), que  $U$  aussi est proportionnel à  $T$  (comme pour un oscillateur obéissant à loi d'équipartition de l'énergie), et d'après la définition (7), que  $\partial S / \partial U$  est proportionnelle à  $U^{-1}$  et sa dérivée  $\partial^2 S / \partial U^2$  à  $U^{-2}$ . C'est à partir de la comparaison de ces deux formes limites en  $U^{-1}$  et  $U^{-2}$  (haute et basse fréquences) de  $\partial^2 S / \partial U^2$ , que Planck est conduit à proposer en octobre 1900 [20] la formule d'interpolation

$$\partial^2 S / \partial U^2 = -\frac{1}{U(av + CU)}, \quad (9)$$

où  $C$  est une constante. Cette interpolation a été considérée par Max Jammer [21] dans son livre sur l'histoire de la physique quantique comme « *one of the most significant and momentous contributions ever made in the history of physics* ». (On reviendra sur la signification physique de  $(\partial^2 S / \partial U^2)^{-1}$  dans le §3.4). Par intégration sur  $U$  et identification à  $T^{-1}$ , la relation (9) donne la nouvelle énergie de l'oscillateur :

$$U = \frac{av}{C} \frac{1}{\exp\left(\frac{av}{T}\right) - 1}. \quad (10)$$

L'expression associée de  $u(\nu)$ , qui en est déduite par la relation (5), est connue sous le nom le « loi de Planck » et n'a jamais été mise en défaut par la suite. Elle se ramène à la loi de Wien aux hautes fréquences ( $av \gg T$ ) si  $C = a/b$ , et à basses fréquences ( $av \ll T$ ), elle donne pour

l'oscillateur une énergie  $U = bT/a$  (écrite aujourd'hui  $kT$ ), qui est bien proportionnelle à la température.

### 2.3. Les quanta de Planck et la constante $h$ .

Planck ne fait à cette date pas encore référence à une interprétation statistique de l'entropie. C'est lors d'une communication le 14 décembre 1900, puis dans son article soumis en janvier 1901 [22], qu'il l'introduit. Il écrit alors pour un ensemble de  $N$  oscillateurs identiques la définition

$$S_N = k \ln W_N, \quad (11)$$

qui relie l'entropie totale  $S_N = NS(U)$  au nombre  $W_N$  de « complexions » (microscopiques) correspondant à l'énergie totale  $U_N = NU$ . Son intention est de justifier la nouvelle expression de l'entropie d'un oscillateur

$$S(U) = \frac{b}{a} \left[ \left( 1 + \frac{U}{bv} \right) \ln \left( 1 + \frac{U}{bv} \right) - \frac{U}{bv} \ln \frac{U}{bv} \right], \quad (12)$$

qui se déduit par intégrations de l'expression (9) de  $\partial^2 S / \partial U^2$ . Planck est ainsi amené à « concevoir  $U_N$  non pas comme une grandeur continue, indéfiniment divisible, mais comme une grandeur discrète, constituée d'un nombre entier de parties finies identiques ». Il note  $\varepsilon$  ces éléments d'énergie et pose  $U_N = P\varepsilon$ . La solution ingénieuse qu'il donne pour  $W_N$ , et qui probablement lui a été suggérée (comme son idée de discrétiser  $U_N$ ) par le calcul inverse de  $\exp(NS/k)$  est alors :

$$W_N = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)!P!} \approx \frac{(N+P)^{N+P}}{N^N P^P}. \quad (13)$$

$W_N$  est le nombre de manières<sup>3</sup> de répartir entre les oscillateurs (distinguable) l'énergie totale  $U_N = P\varepsilon$  avec  $P$  grand, chaque oscillateur ne pouvant avoir que les énergies  $0, \varepsilon, 2\varepsilon$ , etc. La comparaison de l'entropie  $k \ln W_N$ , qui prend alors la forme

$$S(N, P) = k \left[ (N+P) \ln(N+P) - P \ln P - N \ln N \right], \quad (14)$$

avec l'expression (12) de l'entropie  $S(U)$  conduit directement à l'identification

$$\varepsilon = h\nu, \quad (15)$$

avec  $h = b = ak$ . Remarquons que le problème du caractère continu ou discret des échanges d'énergie entre les oscillateurs et le rayonnement n'est pas évoqué dans l'article de 1901. Elle va cependant préoccuper Planck par la suite, et c'est la quantification de ces échanges (« seconde théorie » de Planck aujourd'hui obsolète) que l'enseignement a plutôt retenu.

Lorsque Planck introduit la constante  $k$ , qu'il appelle « constante de Boltzmann », et sa constante  $h$ , il a conscience d'avoir introduit deux nouvelles constantes fondamentales de la physique, aussi importantes pour lui que la constante de la gravitation  $G$  ou la vitesse de la lumière  $c$ . Déjà en 1899, à partir des constantes,  $a, b, c$  et  $G$ , il donne des « unités naturelles » de longueur, de masse, de temps, et de température, dont il dira plus tard qu'elles « sont

<sup>3</sup> Dans le cas général, une astuce de calcul pour calculer  $W_N$  consiste à placer sur une ligne  $P$  points indiscernables (représentant les éléments d'énergie  $\varepsilon$ ) et  $N-1$  traits (eux aussi indiscernables) séparant  $N$  régions représentant les oscillateurs numéros  $1, 2, \dots, N$ .  $W_N$  est le nombre de possibilités de placer les  $N-1$  traits parmi les  $N+P-1$  positions pour les traits et les points. On utilise ensuite la formule d'équivalence de Stirling  $N! \approx N^N e^{-N}$  applicable à des grands nombres. Un exemple de complexion possible dans le cas  $N = 4$  et  $P = 3$  est « .|.|| » ; l'oscillateur 1 a l'énergie  $2\varepsilon$ , l'oscillateur 2 l'énergie  $\varepsilon$  et les oscillateurs 3 et 4 l'énergie 0.

indépendantes de la nature des corps, [et] conservent nécessairement leur signification pour toutes les époques et pour tous les environnements, terrestres et humains ou autres » [23] (p 174). Dans les quelques années qui suivent, la constante  $h$ , qui semble en 1900 *a priori* très liée au problème particulier du rayonnement thermique, va avoir pour Planck (et pour la physique) une importance croissante. On verra au §5.2 que l'article d'Einstein de 1905 montre implicitement que  $h$  ne dépend pas du référentiel. En 1907, Planck, qui prendra le corps noir comme corps d'étude pour la mécanique relativiste (*cf.* III.3), montrera que l'action qui lui est associée est invariante et il en déduira ( $h$  ayant la dimension d'une action) que « tout changement dans la nature implique un nombre d'éléments d'action indépendants du référentiel ». À la même époque, il sait aussi que la quantification des énergies de l'oscillateur harmonique équivaut, dans l'espace de phase  $(q, p)$  où les trajectoires d'énergie fixée sont des ellipses, à une quantification de leur aire en multiples de  $h$  (surface élémentaire). Cette quantification sera ensuite étendue à l'espace de phase  $(r, p)$  d'une particule massive, les cellules élémentaires  $dr \times dp$  ayant un « volume »  $h^3$ . Elle sera reprise en 1924 par Bose [24], au début de son article sur *La loi de Planck et l'hypothèse des quanta de lumière*,  $p$  étant alors la quantité du mouvement du photon ( $p = hv/c$ ), qui vient d'être mise en évidence par Compton en 1923 [25].

### 3. Une approche didactique des travaux de Planck.

Pour que l'historique ci-dessus intéresse des étudiants, ou des enseignants, au-delà d'un intérêt personnel ou culturel, il doit permettre de développer une discussion pédagogique s'appuyant sur un langage moderne, qui replace ces travaux dans une perspective actuelle et les situe aussi par rapport aux travaux d'Einstein. Dans le §3.1 nous appliquerons l'analyse statistique de Planck à la loi de Wien de 1896 (ce qu'il n'a pas eu l'occasion de faire), pour voir ce que devient la quantification des oscillateurs dans cette limite, et aussi pour comparer au §4.1 la démarche d'Einstein à celle de Planck. Dans le §3.2, la démonstration de la relation  $u(\nu) = 8\pi\nu^2 U/c^3$  de Planck est rendue accessible à des étudiants de licence et proche de modèles qu'ils connaissent. Dans le §3.3, nous montrerons que derrière cette formule de Planck se cache la notion de mode, qui est une notion essentielle de la physique (même classique). Dans les §3.4 et 3.5, cette notion est utilisée pour mettre en évidence toute l'« actualité » des formules de Planck, en terme de modes quantiques.

#### 3.1. Application de la méthode de Planck à la loi de Wien.

Pour comparer les démarches de Planck et d'Einstein, il est utile de donner ici l'expression de  $W_N$  que Planck aurait obtenue s'il était parti de la formule (6) de l'entropie déduite de la loi de Wien. L'entropie pour  $N$  oscillateurs s'écrivant alors

$$S_N = -\frac{U_N}{av} \left( \ln \frac{U_N}{Nbv} - 1 \right), \quad (16)$$

on calcule facilement le nombre de complexions

$$W_N = \exp\left(\frac{S_N}{k}\right) = \left(\frac{Nbv}{U_N}\right)^{\frac{U_N}{avk}} \times \exp\left(\frac{U_N}{avk}\right) = \left(\frac{N}{P}\right)^P \times e^P, \quad (17)$$

en posant avec Planck  $U_N = P\varepsilon$ ,  $\varepsilon = avk = hv$  et  $b = ak$ . Cette expression de  $W_N$  est l'approximation de

$$W_N = \frac{N!}{P!(N-P)!}, \quad (18)$$

pour  $P$  grand mais très petit devant  $N$ . Elle est bien sûr aussi un cas particulier de la relation (13) de Planck dans les mêmes conditions. Elle correspond au nombre de manières de répartir les  $P$  éléments d'énergie  $\varepsilon$  sur les  $N$  résonateurs, dans l'approximation où peu d'oscillateurs sont excités (leurs énergies sont soit 0, soit  $\varepsilon$ , comme pour un système à deux niveaux). L'image qui découle de ce calcul est celle d'un ensemble d'oscillateurs binaires, « éteints » pour la plupart, « allumés » pour quelques uns, donnant une version « scintillante » du champ électromagnétique.

### 3.2. Obtention de la relation entre rayonnement et oscillateurs.

Je reproduis ici le contenu de l'article [2] où nous avons montré que la relation (5) s'obtenait simplement en appliquant les techniques utilisées pour les circuits oscillants en électrocinétique et en assimilant le comportement des résonateurs avec des filtres sélectifs ne réagissant qu'au voisinage de leur fréquence propre. On peut se représenter les résonateurs de Planck comme des dipôles de Hertz (antennes dipolaires) formés de deux boules conductrices de charges  $+q$  et  $-q$  séparées par une distance  $l$  petite devant la longueur d'onde (avec  $p = ql$ ).

#### 3.2.1. Le rayonnement d'un dipôle.

L'établissement de la puissance  $P_r$  rayonnée par un dipôle oscillant est une démonstration jugée délicate par les étudiants de 2<sup>nde</sup> année de licence. On peut cependant justifier, même pour des étudiants de 1<sup>ère</sup> année, la dépendance de  $P_r$  avec les paramètres physiques du problème par une analyse dimensionnelle [26], en terme de masse  $M$ , de longueur  $L$ , de vitesse  $V$  (ou de temps  $T$ ) et de charge  $Q$ , en ajoutant l'hypothèse naturelle de la proportionnalité à  $p$  des champs rayonnés, et donc celle à  $p^2$  de la puissance. Celle-ci dépend aussi *a priori* de la pulsation  $\omega$  des charges (homogène à  $VL^{-1}$ ), et des constantes  $c$  (vitesse de la lumière) et  $(4\pi\varepsilon_0)^{-1}$  (constante de couplage homogène à  $MVL^2Q^{-2}$ ). L'expression dimensionnelle de la puissance rayonnée peut alors s'écrire sous la forme d'un produit :  $[P_r] = Q^2 L^2 [4\pi\varepsilon_0]^\alpha [\omega]^\beta [c]^\gamma$ . Son identification à la dépendance  $[P] = ML^{-1}V^3$  de la puissance d'une force permet de déterminer  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , ce qui conduit à :

$$P_r = A \frac{p^2 \omega^4}{4\pi\varepsilon_0 c^3}. \quad (19)$$

$A$  est une constante, proche de l'unité, qu'un calcul exact dans la théorie électromagnétique donne égal à  $2/3$ , valeur que l'on utilisera dans la suite dans l'expression (19), en y écrivant la dépendance  $p(t)^2 \omega^4 \equiv \ddot{p}^2(t)$  valable en moyenne temporelle. Notons que  $A$  est proche de l'unité parce que nous avons choisi la pulsation  $\omega$  plutôt que la fréquence  $T^{-1}$  pour représenter le phénomène physique du rayonnement ; le choix de  $T^{-1}$  aurait entraîné une différence importante de  $(2\pi)^4$  dans le facteur de proportionnalité. Le choix de  $\omega$  se justifie par le fait qu'une pulsation est mieux à même qu'une fréquence pour décrire l'évolution d'une variable angulaire dans le temps, comme l'a montré Jean-Marc Lévy-Leblond [27] (chapitre 1). La dépendance en  $\omega^4$  de la formule (19) permet de discuter le phénomène physique de la diffusion Rayleigh (bleu du ciel, etc.). Je signale ici que dans l'article [26], nous avons introduit une analyse dimensionnelle analogue, et semble-t-il nouvelle, pour retrouver la puissance rayonnée sous forme d'ondes gravitationnelles par des corps célestes en orbite circulaire.

#### 3.2.2. Un problème d'électrocinétique.

L'équation écrite par Planck pour le moment dipolaire d'un oscillateur équivaut à ([18] p 77) :

$$m(\ddot{p} + \gamma\dot{p} + \omega_0^2 p) = E(t). \quad (20)$$

$\gamma$  caractérise l'amortissement et  $\omega_0 = 2\pi\nu_0$  la pulsation.  $E$  désigne la composante du champ électrique parallèle au dipôle. Elle fournit au dipôle la puissance  $E\dot{p}$  (analogue à  $UI$  pour un circuit RLC puisque  $E\dot{p} = El\dot{q} = (El)I$  où  $I$  est l'intensité du courant circulant entre les deux pôles du dipôle). En régime stationnaire, cette puissance est égale en moyenne à la puissance dissipée

$$\langle E\dot{p} \rangle = \langle m\gamma\dot{p}^2 \rangle. \quad (21)$$

La « masse »  $m$  du dipôle n'a aucune signification physique particulière, mais la puissance dissipée  $m\gamma\dot{p}^2$  est supposée être la puissance rayonnée par le dipôle. Le fait que seul le produit  $m\gamma$  apparaisse permet à Planck de considérer la limite d'un oscillateur parfait en prenant  $\gamma$  arbitrairement petit tout en maintenant  $m\gamma$  fixé. Le mouvement de l'oscillateur, même pour un champ électrique « chaotique » sera alors très proche d'un mouvement sinusoïdal, ce que l'on peut comprendre comme un effet de filtrage. En identifiant (en valeur moyenne dans le temps) la puissance  $P_r$  rayonnée sous forme d'ondes électromagnétiques à  $m\gamma\dot{p}^2$ , on obtient

$$m\gamma = \frac{1}{12\varepsilon_0} \frac{8\pi\nu_0^2}{c^3}. \quad (22)$$

Par ailleurs l'énergie moyenne de l'oscillateur (« cinétique » + « potentielle ») égale à deux fois l'« énergie cinétique » moyenne s'écrit

$$U = 2 \times \frac{1}{2} \langle m\dot{p}^2 \rangle = \frac{\langle E\dot{p} \rangle}{\gamma}. \quad (23)$$

### 3.2.3. Obtention de la formule de Planck.

L'équation de l'oscillation n'est pas triviale à résoudre pour un champ « chaotique »  $E(t)$  et c'est ce qui fait la longueur des calculs de Planck, comme on l'a signalé. Mais on peut simplifier grandement le problème en admettant qu'un tel champ est une superposition de champs sinusoïdaux n'interférant pas. Pour un champ monochromatique

$$E_\omega(t) = A_\omega \cos \omega t, \quad (24)$$

un calcul classique (utilisé en mécanique ou en électrocinétique pour les régimes forcés) donne à partir de la relation (20) :

$$\langle E_\omega \dot{p} \rangle = \frac{\gamma}{m} \frac{\langle E_\omega^2 \rangle}{\gamma^2 + \left( \omega - \frac{\omega_0^2}{\omega} \right)^2}. \quad (25)$$

En tant que fonction de  $\omega$  (l'amplitude  $A_\omega$  étant supposée constante ou lentement variable avec  $\omega$ ), la quantité ci-dessus ne prend de valeurs notables que dans un domaine proche de  $\omega_0$ , si l'oscillateur est très faiblement amorti ( $\gamma \ll \omega_0$ ). Le dénominateur pouvant alors être remplacé près de  $\omega_0$  par  $\gamma^2 + 4(\omega - \omega_0)^2$ , on obtient la dépendance lorentzienne caractéristique de la résonance d'un oscillateur ayant un grand facteur de qualité.

Pour obtenir la formule de Planck, il faut rappeler qu'en électromagnétisme la densité volumique d'énergie (électrique et magnétique) est égale à  $\varepsilon_0 \frac{E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$ . Elle devient en moyenne  $\varepsilon_0 \langle E_\omega^2 \rangle$  pour une onde plane (égalité des énergies moyennes « électrique » et

« magnétique »). On obtient la puissance moyenne dissipée  $\langle E\dot{p} \rangle$  par le dipôle pour un champ chaotique en fonction de la densité volumique spectrale  $u(\nu)$ , en faisant la substitution

$$\varepsilon_0 \langle E_\omega^2 \rangle \Rightarrow \frac{u(\nu) d\nu}{3} \quad (26)$$

et en effectuant une intégration sur  $\nu$ . Le facteur  $1/3$  vient de ce que  $u(\nu)$  dans la cavité prend en compte de manière égale les trois composantes du champ électrique (isotropie du rayonnement) alors qu'une seule agit sur le dipôle. Ceci donne :

$$\langle E_\omega \dot{p} \rangle = \frac{\gamma}{3m\varepsilon_0} \int_0^\infty \frac{u(\nu) d\nu}{\gamma^2 + 4(2\pi)^2 (\nu - \nu_0)^2} = \frac{u(\nu_0)}{12m\varepsilon_0}. \quad (27)$$

La dernière égalité est obtenue en se rappelant que seules contribuent les fréquences proches de  $\nu_0$ . En effet, si  $\nu_0 \gg \gamma$ , on peut remplacer  $u(\nu)$  par  $u(\nu_0)$  dans l'intégrale et par le changement de variables  $x = 4\pi(\nu - \nu_0)\gamma^{-1}$  on peut se ramener à l'intégrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} (1+x^2)^{-1} dx = \pi$ .

En faisant apparaître l'énergie moyenne de l'oscillateur et en utilisant l'expression (22) de  $m\gamma$ , la densité volumique spectrale s'écrit finalement sous la forme donnée par Planck :

$$u(\nu_0) = 12(m\gamma)\varepsilon_0 U = \frac{8\pi\nu_0^2}{c^3} U. \quad (28)$$

Aujourd'hui dans l'enseignement, les oscillateurs responsables du rayonnement dans la cavité du corps noir ne sont plus des oscillateurs de Hertz, mais ils sont remplacés par un modèle de l'atome dit de l'électron « élastiquement lié », qui traduit en fait une oscillation d'ensemble du nuage électronique. Les calculs sont alors les mêmes que ci-dessus. Observons que ce modèle, même s'il est utile dans l'enseignement pour la théorie de l'indice d'un milieu, est aussi virtuel que celui de Planck et tout autant étranger à la « réalité » quantique.

### 3.3. Derrière la formule de Planck : la notion de mode.

Dans ce paragraphe, nous introduisons la conception « moderne » suivant laquelle l'objet dans l'étude du rayonnement du corps noir n'est plus l'oscillateur de Planck, ni même les quanta d'Einstein présents dans le volume  $V$  comme on le verra au §4, mais un mode du champ électromagnétique, comme s'en était rendu compte Ehrenfest en 1906. Cette notion de mode permet de comprendre la formule centrale de Planck établie ci-dessus, et comme on le verra au §3.4, de donner aux formules de Planck de 1900 un sens très proche de l'interprétation moderne. Nous commencerons par une présentation physique des modes et de quelques unes de leurs propriétés.

#### 3.3.1. De la corde vibrante aux modes du champ électromagnétique.

La notion de mode s'introduit par exemple quand on considère une corde vibrante de longueur  $l$  fixée à ses extrémités. Un mode de vibration correspond à une onde stationnaire de la forme  $A \sin kz \times \cos \omega t$  où tous les points oscillent en phase ( $\omega = 2\pi\nu = ck$  où  $c$  est la vitesse de propagation sur la corde et où  $k$  est le vecteur d'onde). Il se comporte comme un oscillateur dont la pulsation  $\omega$  est quantifiée par les conditions aux limites  $k = n\pi/l$  (l'amplitude de vibration est nulle aux points de fixation de la corde). Une vibration quelconque de la corde peut être représentée par une somme de modes (décomposition de Fourier) et l'énergie moyenne correspondante est la somme des énergies des différents modes constitutifs. Quand beaucoup de modes sont simultanément présents sur la corde leur nombre dans l'intervalle  $\Delta k$  s'obtient en divisant  $\Delta k$  par l'intervalle  $\pi/\Delta z$  entre deux modes ( $l = \Delta z$ ). Dans cette situation (qui est aussi celle du champ à l'intérieur du corps noir), il n'est ni facile, ni physique, de

distinguer les modes de vibration de ceux de propagation définis par les ondes progressives  $A\cos(\omega t - k_z z)$ . Comme les ondes peuvent se propager dans les deux sens,  $k_z$  est algébrique. Le même décompte du nombre de modes s'obtient donc aussi avec des ondes progressives en divisant  $\Delta k_z$  par  $2\pi/\Delta z$ . Autrement dit, un mode de propagation de l'élongation de la corde occupe dans le plan  $(z, k_z)$  une surface  $2\pi$ . En étendant le raisonnement à trois dimensions, un mode de propagation dans un volume  $V = \Delta x \Delta y \Delta z$  occupe alors dans l'« espace »  $(\mathbf{r}, \mathbf{k})$  une région telle que

$$(\Delta x \Delta k_x)(\Delta y \Delta k_y)(\Delta z \Delta k_z) = (2\pi)^3. \quad (29)$$

Pour un rayonnement lumineux, dans le volume  $V$  et la bande de fréquence  $d\nu = cdk/2\pi$ , le domaine du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  est compris entre deux sphères de rayons respectifs  $k$  et  $k + dk$  et a pour volume  $4\pi k^2 dk$ . Le nombre de modes est alors :

$$n_{\text{modes}} = 2 \times \frac{V(4\pi k^2 dk)}{(2\pi)^3} = V \times \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \times d\nu \quad (30)$$

Le facteur 2 a été rajouté pour tenir compte des deux polarisations transverses de l'onde plane caractérisée par  $\omega$  et  $\mathbf{k}$ . La première version de ce calcul a été effectuée par Rayleigh en 1900 [28] avec une erreur sur le facteur 8, corrigée par Jeans en 1905 dans son article *On the partition of energy between matter and aether* [29]. (Cette association des modes à des vibrations mécaniques de l'éther est vraisemblablement à l'origine des réticences d'Einstein à l'utilisation de cette notion jusqu'en 1924).

### 3.3.2. Propriétés physiques des modes lumineux.

La notion de mode ne se réduit pas à leur comptage dans l'espace  $(\mathbf{r}, \mathbf{k})$ . Une de leur propriété remarquable est que dans la propagation d'un pinceau lumineux, dans un système optique, l'élément de volume  $(\Delta x \Delta k_x)(\Delta y \Delta k_y)(\Delta z \Delta k_z)$  reste constant. Toute portion du faisceau conserve donc son nombre de modes dans la propagation, et comme l'énergie est elle aussi conservée, ceci est vrai également pour l'énergie (et le nombre de photons) par mode. On comprend cette conservation de l'élément de volume sur l'exemple d'un pinceau lumineux divergent issu d'une petite source : le volume d'une portion du faisceau croît avec le carré de la distance et la dispersion  $\Delta k_x \Delta k_y$  en un point de cette portion décroît inversement avec ce carré ( $k^{-2} \Delta k_x \Delta k_y = \Delta \alpha_x \Delta \alpha_y$  est la surface angulaire apparente de la source). Cette conservation se vérifie également facilement quand on passe du plan focal objet au plan focal image d'une lentille d'axe  $z$  : la largeur  $\Delta x$  et la dispersion angulaire  $\Delta \alpha_x$  du faisceau dans le premier plan conduisent respectivement à une dispersion angulaire  $\Delta x/f$  et une largeur  $f \Delta \alpha_x$  dans le second plan, et leur produit reste constant (de même pour  $\Delta y$  et  $\Delta \alpha_y$ ).

En optique ondulatoire, on définit le volume de cohérence d'un faisceau quasi-monochromatique comme le volume à l'intérieur duquel les phases en différents points sont corrélées, ou ce qui est équivalent, comme le volume de chaque paquet d'ondes (les paquets d'ondes n'interfèrent pas entre eux). Si le paquet se propage dans la direction des  $z$ , sa longueur  $\Delta z$  (longueur de cohérence) et sa largeur  $\Delta x$  (largeur de cohérence) sont reliées aux dispersions  $\Delta k_z$  et  $\Delta k_x$  de la lumière par  $\Delta z \Delta k_z \sim 1$  et  $\Delta x \Delta k_x \sim 1$ . On peut donc considérer que le volume de cohérence peut, de façon générale, être défini par la relation (29), c'est-à-dire affirmer que pour une lumière de dispersion donnée, il correspond à un mode. Pour la lumière du corps noir dans la bande de fréquence  $d\nu$ , le volume de cohérence correspondant à un mode est, d'après (30) :

$$\nu = \left( \frac{8\pi\nu^2 d\nu}{c^3} \right)^{-1}. \quad (31)$$

Il est égal à  $\lambda^3$  pour  $d\nu/\nu \sim 4\%$ . On utilisera cette notion au §5.1.

### 3.4. Des résonateurs de Planck au champ quantique.

Comme on le verra au §3.4, la loi de Planck porte en elle le germe d'un nouvel objet, le champ quantique, qui ne sera pleinement reconnu qu'à partir de 1925. Certes, cette notion de champ quantique est une notion abstraite, faisant appel à des mathématiques non triviales et dont l'élaboration a causé de sérieuses difficultés à ses fondateurs [30], mais les physiciens sont aujourd'hui convaincus que c'est dans ce cadre que les photons doivent trouver leur place. La reformulation des résultats de Planck, en introduisant la notion de mode quantique, peut être une entrée naturelle et simple à ce nouvel objet.

#### 3.4.1. Quantification, thermalisation et fluctuation d'un mode.

La formule centrale de Planck  $u = (8\pi\nu^2/c^3)U$  multipliée par le volume  $V$  de l'enceinte et la bande  $d\nu$  des fréquences donne l'énergie du rayonnement dans ce domaine et peut s'écrire d'après (30) :

$$E = (8\pi\nu^2 d\nu/c^3)V \times U = n_{\text{modes}} \times U. \quad (32)$$

Elle montre qu'on peut identifier l'énergie moyenne d'un oscillateur de Planck à celle d'un mode. Plus généralement, on peut alors reprendre l'analyse de Planck et ses résultats en remplaçant le mot « résonateur » par les mots « mode du champ ». Ainsi les valeurs  $0, \varepsilon, 2\varepsilon$ , etc., avec  $\varepsilon = h\nu$ , introduites par Planck, représentent les énergies quantifiées des différents états possibles pour le mode, chaque état étant caractérisé par la présence de  $0, 1, 2$ , etc., photons dans le mode. Si l'on considère que les modes, dans le cas du rayonnement du corps noir, sont indépendants (incohérents entre eux d'un point de vue classique), on peut appliquer à chacun la loi de Boltzmann, comme on le fait pour des molécules indépendantes d'un gaz parfait, c'est-à-dire affecter chacune des énergies  $n\varepsilon$  du mode d'un facteur de Boltzmann  $\exp(-n\varepsilon/kT)$ . L'énergie moyenne  $U$  du mode (obtenue à partir des probabilités de chaque énergie) est ainsi

$$U = \frac{\sum n\varepsilon \exp\left(-\frac{n\varepsilon}{kT}\right)}{\sum \exp\left(-\frac{n\varepsilon}{kT}\right)} = \frac{\varepsilon}{\exp\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right) - 1}, \quad (33)$$

qui n'est autre que la formule (10) de Planck. Si l'on s'intéresse aux fluctuations d'énergie du mode, on obtient de même :

$$(\Delta U)^2 = \frac{\sum (n\varepsilon)^2 \exp\left(-\frac{n\varepsilon}{kT}\right)}{\sum \exp\left(-\frac{n\varepsilon}{kT}\right)} - U^2 = U(h\nu + U). \quad (34)$$

Remarquons en comparant cette relation à la relation (9), point de départ de l'aventure des quanta, que les fluctuations sont liées à la dérivée seconde de l'entropie :  $(\Delta U)^2 = -k(\partial^2 S/\partial U^2)^{-1}$ . Cela est un cas particulier d'une formule bien connue aujourd'hui de physique statistique (depuis les travaux de Gibbs de 1902). Comment alors ne pas s'exclamer avec Lorentz en 1916 (in [30]) : « Non seulement les fluctuations sont une conséquence nécessaire des théories modernes mais encore elles nous livrent la clé de la théorie du rayonnement toute entière ».



Si l'on s'intéresse aux photons (les quanta d'Einstein), il faut considérer que, quand un mode (devenu quantique) a l'énergie  $n\varepsilon$ , c'est qu'il contient  $n$  photons dans le langage moderne ;  $n$  est le nombre de photons par mode. Les formules ci-dessus s'écrivent, pour le nombre moyen de photons  $\langle n \rangle = \frac{U}{\varepsilon}$  et pour les fluctuations  $(\Delta n)^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$  :

$$\langle n \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right) - 1}, \quad (\Delta n)^2 = \langle n \rangle (1 + \langle n \rangle). \quad (35)$$

En particulier, la formule donnant  $(\Delta n)^2$  signifie qu'au cours du temps, dans la cavité, le nombre de photons dans un mode n'est pas fixé. Si, par expérience de pensée, on isole un mode à la sortie du corps noir ou à l'aide d'une cavité résonante placée dans le corps noir, ce nombre de photons (donc l'énergie du mode) fluctue au cours du temps. On remarquera que ces formules ont été obtenues à partir de la statistique de Boltzmann sans avoir recours à la statistique de Bose-Einstein.

Enfin, pour faire un lien avec l'approche d'Einstein qui s'intéresse à l'énergie  $E$  du rayonnement dans le volume  $V$  et la bande de fréquence  $d\nu$ , notons qu'on déduit facilement de (34) (en ajoutant les fluctuations des différents modes supposés indépendants) que :

$$(\Delta E)^2 = n_{\text{modes}} \times (\Delta U)^2 = h\nu E + \frac{c^3}{8\pi\nu^2 d\nu V} E^2. \quad (36)$$

Si, comme Einstein le fera en 1909 [31] (pour analyser les fluctuations de quantité de mouvement d'une plaque suspendue dans la cavité du corps noir), on isole par la pensée les deux termes du membre de droite de (36), on est amené avec lui au raisonnement suivant. Le premier terme traduit un processus statistique discret : soit  $p$  le nombre de quanta, égal en moyenne à  $E/h\nu$ , ses fluctuations obéissent à  $(\Delta p)^2 = \langle p \rangle$  à la manière de celles du nombre de molécules d'un gaz dilué dans le volume  $V$  ; cette constatation encourage alors Einstein dans sa remise en cause de la théorie ondulatoire. Mais subsiste le deuxième terme proportionnel à  $E^2$  ; comme le relève Einstein, ce dernier s'interprète bien au contraire dans le cadre de la théorie ondulatoire (en fait, comme résultant de la superposition d'ondes électromagnétiques d'amplitudes et de phases aléatoires à l'image d'une figure de speckles). La présence simultanée des deux termes dans la relation (36) a souvent été commentée comme la manifestation d'une dualité onde-particule. Cela est inexact car cela reviendrait à considérer que dans (35) (conséquence de la quantification du mode) le 1 de la parenthèse refléterait un caractère quantique et le  $\langle n \rangle$  un caractère classique (*cf.* aussi note 2).

### 3.4.2. Interaction matière-rayonnement.

Concluons avec quelques mots sur l'interaction avec la matière qui est au cœur de l'explication du rayonnement du corps noir comme n'a cessé de le répéter Planck. Si le photon est émis par un système atomique à deux niveaux d'énergies respectives  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  ( $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ ), son énergie est  $\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ . On peut récrire la relation (35) donnant le nombre moyen de photons par mode sous la forme d'un bilan pour le nombre de photons échangés entre les deux niveaux :

$$\langle n \rangle \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{kT}\right) = (1 + \langle n \rangle) \exp\left(-\frac{\varepsilon_2}{kT}\right). \quad (37)$$

Les exponentielles sont les facteurs de Boltzmann proportionnels aux populations des deux niveaux et les termes en facteurs sont proportionnels aux probabilités d'absorption et d'émission. Bien qu'obtenue dans le cadre très restrictif du corps noir, la relation (37) donne une information clé sur l'interaction matière rayonnement : quand  $n$  photons sont présents

dans le mode, les probabilités d'absorption et d'émission sont respectivement proportionnelles à  $n$  et  $n+1$ .<sup>4</sup>

Dans l'enseignement actuel, l'interaction matière-rayonnement est traitée, en relation notamment avec les lasers, sous une forme qui reprend la présentation d'Einstein de 1916 [16]. Einstein, s'appuyant sur le modèle de Bohr de 1913, relie la loi de Planck à la loi de Boltzmann pour un système atomique à deux niveaux. Il introduit les coefficients d'absorption  $B_{1 \rightarrow 2}$ , d'émission induite  $B_{2 \rightarrow 1}$ , et d'émission spontanée  $A$ , puis il écrit l'égalité à l'équilibre du nombre de transitions par unité de temps  $1 \rightarrow 2$  et  $2 \rightarrow 1$  sous la forme :

$$B_{1 \rightarrow 2}(\nu) \times u(\nu) \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{kT}\right) = [A(\nu) + B_{2 \rightarrow 1}(\nu) \times u(\nu)] \exp\left(-\frac{\varepsilon_2}{kT}\right). \quad (38)$$

Demandant que  $u(\nu)$  soit donnée par la loi de Planck, Einstein obtient les relations  $B_{1 \rightarrow 2}(\nu) = B_{2 \rightarrow 1}(\nu)$  et  $A(\nu) = (8\pi\nu^2/c^3) \times h\nu \times B_{1 \rightarrow 2}(\nu)$ . Remarquons qu'on passe facilement du bilan détaillé (38) pour la lumière au bilan (37) pour les photons d'un mode, en écrivant la relation de Planck de 1899 :  $u(\nu) = (8\pi\nu^2/c^3)U$  avec  $U = \langle n \rangle h\nu$ .

#### 4. La stratégie d'Einstein en 1905.

Dans son article de mars 1905 [11], intitulé *Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière*, Einstein reprend l'analyse du corps noir et en déduit que la lumière doit se comporter comme si elle était constituée de « grains d'énergie » se déplaçant indépendamment les uns des autres : les quanta. Le terme « heuristique » (*litt.* qui a une utilité dans la recherche, notamment la recherche scientifique et épistémologique ; qui aide à la découverte : hypothèse heuristique [34]) qu'emploie Einstein dans le titre de son article, laisse entendre qu'il va utiliser « un point de vue » qu'il ne peut justifier complètement, mais qui lui permettra d'expliquer les phénomènes de « production » et de « transformation » de la lumière. Ce sont ces phénomènes - en particulier l'effet photoélectrique - qui ont été retenus par le jury Nobel et qui, dans l'enseignement, servent à introduire le photon. Je reviens ici sur l'argumentation analogique avec un gaz parfait qui a conduit Einstein aux quanta et qui est en général largement ignorée par l'enseignement.

L'approche d'Einstein est essentiellement basée, comme celle de Planck quelques années plus tôt, sur une interprétation thermodynamique de la loi de Wien du corps noir, fondée sur la grandeur entropie. On peut donc se demander pourquoi Planck en a déduit une quantification de l'énergie d'oscillateurs-émetteurs (résonateurs), alors qu'Einstein utilisant les mêmes outils de thermodynamique statistique et presque les mêmes formules, argumente en faveur de quanta mobiles. La raison principale est le changement de l'objet d'étude :

---

<sup>4</sup> Pour comprendre ce résultat il faudra attendre le travail de Jordan sur la quantification du champ électromagnétique en 1925 (chaque mode du champ étant assimilé à un oscillateur), et le travail de Dirac de 1927 sur la quantification du système complet {charges+champ} avec l'introduction des opérateurs d'annihilation  $a$  et de création  $a^+$  des photons [4]. L'action de ces opérateurs sur les états  $|n\rangle$  correspondant à  $n$  photons dans le mode est en effet :  $a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$  et  $a^+|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$ . Elle explique le résultat ci-dessus puisque les transitions atomiques  $1 \rightarrow 2$  et  $2 \rightarrow 1$  correspondent au passage de  $n$  à  $n-1$  et  $n$  à  $n+1$  photons respectivement. On trouvera dans les livres de Feynman [32] et de Lévy-Leblond [27] une introduction des facteurs  $n$  et  $n+1$  à propos de la statistique des bosons et dans la référence [33] un traitement simplifié de l'interaction d'un système à deux niveaux avec un mode classique ou quantique.

Planck considère les émetteurs du rayonnement alors qu'Einstein prend pour objet le rayonnement lui-même présent dans un volume  $V$  et une bande de fréquence  $dv$ . Cela amène Einstein, qui a probablement une idée préconçue des quanta, à s'intéresser à la dépendance volumique de l'entropie. C'est en effet elle qui peut traduire la liberté des quanta de se déplacer librement dans l'enceinte.

#### 4.1. De la loi de Wien aux quanta indépendants : quanta et « liberté volumique ».

Pour justifier la démarche qu'il va suivre, Einstein commence par une critique des oscillateurs de Planck qu'il matérialise par des électrons « liés à des points de l'espace [qui] émettent et absorbent des ondes électromagnétiques de période bien déterminée ». Ces électrons étant en équilibre thermique avec les « molécules », il fait appel au théorème d'équipartition (qu'il considère comme universellement valable et sur lequel il reviendra en 1906 [35]) pour affirmer que « la valeur moyenne de l'énergie  $U$  de chacun de ces mouvements d'oscillation rectiligne est » :  $U = RT/\mathcal{N}$  ( $R$  est la constante des gaz parfaits et  $\mathcal{N}$  le nombre d'Avogadro ;  $R/\mathcal{N} = k$ , mais Einstein ne l'écrit pas). Faisant usage de la relation (5) de Planck entre  $u$  et  $U$ , il montre que la proportionnalité de  $u$  à  $\nu^2$  dans tout le domaine spectral conduit à une énergie volumique totale infinie. Cette divergence a été baptisée « catastrophe ultraviolette » par Ehrenfest en 1911. Puis, après avoir vérifié que la loi de Planck se ramène à cette expression pour les grandes longueurs d'ondes (ce qui lui permet de retrouver le nombre d'Avogadro par identification), il se concentre sur l'étude de la partie haute fréquence du spectre donnée par la loi de Wien.

Comme Planck, Einstein considère que l'équilibre thermique se fait fréquence par fréquence et il s'appuie sur la relation thermodynamique  $\partial s/\partial u = T^{-1}$ . Comme Planck encore, il part de la loi de Wien, mais son objet est devenu le rayonnement présent dans un volume  $V$  et une bande de fréquence  $dv$ . Soit  $E = Vud\nu$  son énergie, égale d'après (1) à

$$E = V\alpha\nu^3 d\nu \times \exp\left(-\frac{\beta\nu}{T}\right), \quad (39)$$

et soit  $S = Vsd\nu$  son entropie. Cette loi permet d'obtenir la température inverse

$$\frac{1}{T} = -\frac{1}{\beta\nu} \ln \frac{E}{\alpha\nu^3 V d\nu} = \frac{\partial S}{\partial E}, \quad (40)$$

et par intégration sur l'énergie  $E$ , l'entropie du rayonnement :

$$S(E, V) = -\frac{E}{\beta\nu} \left( \ln \frac{E}{V\alpha\nu^3 d\nu} - 1 \right). \quad (41)$$

Les relations (40) et (41) sont strictement équivalentes aux relations (8) et (6) de Planck, mais sont interprétées de manière radicalement différente par Einstein.

Toute l'originalité de sa démarche est de s'intéresser à la dépendance en volume de  $S$  et non pas à sa dépendance en énergie. La différence, pour  $E$  fixé :

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta\nu} \ln \frac{V}{V_0} \quad (42)$$

« montre que l'entropie d'un rayonnement monochromatique, de densité suffisamment faible, varie en fonction du volume selon la même loi que l'entropie d'un gaz parfait ou d'une solution diluée ». Rappelons en effet que pour un gaz parfait de  $n$  molécules, cette dépendance volumique (illustrée dans l'enseignement actuel par la détente de Joule) est :

$$S - S_0 = \frac{Rn}{\mathcal{N}} \ln \frac{V}{V_0}. \quad (43)$$

Dès lors, par comparaison entre les deux relations précédentes, Einstein pourrait conclure comme il le fait plus loin qu' « un rayonnement monochromatique de faible densité (dans les limites de validité de la loi du rayonnement de Wien) se comporte, par rapport à la théorie de

la chaleur, comme s'il était constitué de quanta d'énergie, indépendants les uns des autres, de grandeur  $R\beta\nu/\mathcal{N}$  », expression du quantum d'énergie de Planck, que l'on peut écrire :

$$\varepsilon = h\nu \quad \text{où} \quad h = \frac{R\beta}{\mathcal{N}} \quad (44)$$

Cependant, afin probablement de donner plus de consistance à sa vision microscopique, Einstein prend la peine, dans cet article consacré au rayonnement, d'établir l'expression de l'entropie d'un gaz parfait en revenant à une interprétation probabiliste. Il écrit :

$$S - S_0 = \frac{R}{\mathcal{N}} \ln W \quad (45)$$

où  $W$  est la « probabilité relative » d'un état d'entropie  $S$ . Il fait ensuite le raisonnement devenu classique que si «  $n$  points mobiles (des molécules par exemple) » dans le volume  $V_0$  se retrouvent par hasard « dans une portion du volume  $V_0$  de grandeur  $V$  [...] sans que rien par ailleurs ne soit modifié dans le système », alors la probabilité correspondante est :

$$W = \left( \frac{V}{V_0} \right)^n. \quad (46)$$

Il interprète alors la différence  $S-S_0$  pour le rayonnement (42) : « Si un rayonnement monochromatique de fréquence  $\nu$  et d'énergie  $E$  est enfermé (grâce à des parois réfléchissantes) dans un volume  $V_0$ , la probabilité pour qu'à un instant quelconque, toute l'énergie du rayonnement se trouve dans une portion  $V$  du volume  $V_0$  est :

$$W = \left( \frac{V}{V_0} \right)^{NE/R\beta\nu} \gg. \quad (47)$$

La comparaison des deux expressions ci-dessus de  $W$  conduit bien sûr elle aussi à la relation (44) des quanta. Cette dépendance implique que les quanta d'Einstein sont, contrairement à ceux de Planck, libres de se déplacer.

#### 4.2. Quanta et matière.

Ayant trouvé dans l'expression de  $S$  en fonction de  $V$  une justification de son approche atomiste de la lumière, Einstein poursuit son raisonnement analogique en revenant à la matière : « Dès lors qu'un rayonnement monochromatique (de densité suffisamment faible) se comporte, relativement à la dépendance en volume de son entropie, comme un milieu discontinu constitué de quanta d'énergie de grandeur  $R\beta\nu/\mathcal{N}$  [ $h\nu$ ], on est conduit à se demander si les lois de la production et de la transformation de la lumière n'ont pas également la même structure que si la lumière était constituée de quanta d'énergie de ce type ». Einstein, dans ses lettres privées, exprime avoir conscience de proposer là une théorie « révolutionnaire ». Il interprète alors les cas de la « photoluminescence », de la « production des rayons cathodiques par éclairage d'un corps solide » (effet photoélectrique), et de l'« ionisation d'un gaz par de la lumière ultraviolette » sur la base de l'hypothèse des « grains d'énergie ». Je ne rappelle ici que l'analyse de l'effet photoélectrique, qui est la plus citée. Lorsqu'une surface métallique est éclairée par un rayonnement d'une longueur d'onde suffisamment courte (ultraviolet), des électrons sont arrachés au métal (les « rayons cathodiques ») (cf. expérience dans [36]). Le phénomène se produit même avec des sources de très faible intensité, ce qui est difficile à expliquer dans le cadre de la théorie ondulatoire pour laquelle l'énergie se « dilue » sur toute la surface de l'onde. Ici le phénomène suggère à première vue que l'énergie lumineuse reste concentrée. Einstein en donne l'interprétation corpusculaire suivante : « Des quanta d'énergie pénètrent dans la couche superficielle du corps ; leur énergie est transformée, au moins en partie, en énergie cinétique des électrons. La

représentation la plus simple que l'on puisse s'en faire est celle d'un quantum de lumière cédant son énergie à un seul électron [...]. Un électron, auquel de l'énergie cinétique a été fournie à l'intérieur du corps, atteint la surface en ayant perdu une partie de son énergie cinétique. Nous allons supposer, de plus, que tout électron doit, pour pouvoir quitter un corps, fournir un certain travail  $P [= h\nu_0]$  (caractéristique du corps) [...]. L'énergie cinétique de ces électrons est  $[h]\nu - P$ . Si le corps est porté au potentiel  $\pi$ , s'il est entouré de conducteurs à un potentiel nul, et si  $\pi$  est tout juste capable d'empêcher le corps de perdre de l'électricité, on a  $e\pi = [h]\nu - P$ , où  $e$  désigne la charge électrique de l'électron ». Cette relation est vérifiée en 1916 par le physicien américain Robert Millikan : « Les valeurs ainsi déterminées sont, pour le sodium :  $h = 6,569 \times 10^{-27} \text{ erg.s}$  et, pour le lithium,  $h = 6,584 \times 10^{-27} \text{ erg.s}$  » [37], précises à 0,5% près.

### 4.3. Doutes et espoirs d'Einstein sur les quanta.

L'idée des quanta indépendants de 1905 va vite se révéler incomplète, voire trop naïve. Tout d'abord, subsiste l'éternel débat sur le caractère en apparence contradictoire des comportements « ondulatoires » et « corpusculaires » de la lumière. Einstein revient sur l'hypothèse des quanta indépendants dans une lettre adressée à Lorentz le 23 mai 1909 : « je ne pense pas du tout qu'il faille concevoir la lumière comme composée de quanta indépendants les uns des autres et localisés dans des volumes relativement petits. Pour expliquer la limite de Wien de la formule du rayonnement, c'est certainement ce qu'il y aurait de plus commode », ajoutant « mais la division d'un rayon lumineux à la surface de milieux réfringents à elle seule interdit purement et simplement cette conception. Un rayon lumineux se divise, alors qu'un quantum lumineux ne peut pas se diviser sans qu'il y ait changement de fréquence [...] » [38] (p 106). Cette vision duale, déjà formulée dans l'introduction de son article de mars 1905, et renouvelée lorsqu'il s'intéresse aux fluctuations comme on l'a vu, va rester présente chez lui. Les doutes d'Einstein s'accroissent dans une lettre à son ami Besso en 1911 : « Je ne me demande plus si ces quanta existent réellement [...]. Mais j'explore quand même les conséquences aussi soigneusement que possible, afin d'apprendre le domaine d'applicabilité de ce concept », ou encore dans une lettre à Hopf la même année : « Les quanta remplissent certes leur fonction de quanta, mais ils n'ont pas d'existence, pas plus que l'éther au repos. Celui-ci se retourne consciencieusement dans sa tombe, en ce moment, avec l'espoir de retrouver une nouvelle vie – le pauvre » [38] (p 129). Signalons que c'est aussi en 1911, qu'Einstein revient sur la théorie relativiste de la gravitation et envisage que la vitesse de la lumière dépende du lieu considéré [39].

Certes, l'espoir d'Einstein renaît en 1916 lorsqu'il introduit les phénomènes d'émission induite et spontanée. À cette occasion, il attribue implicitement aux quanta une quantité de mouvement  $p = h\nu/c$  qui se retrouvera dans l'expérience de Compton de la diffusion des rayons  $X$  en 1923. (Notons que cette mention tardive de la quantité de mouvement des quanta est considérée comme « incompréhensible » par Abraham Pais [40], car Einstein avait tout en main pour la considérer dès 1905). Cet espoir est enfin conforté en 1924 par l'article de Bose qui le conduit à formuler pour les quanta la statistique connue sous le nom de Bose-Einstein. Les quanta sont alors largement acceptés dans la communauté scientifique mais ils ont profondément changé par rapport à ceux de 1905 et prennent le nom « photons » en 1926 avec Lewis. Malgré le développement de la mécanique quantique (auquel il a contribué) et de la théorie du champ quantique, Einstein, qui n'adhère pas à l'interprétation probabiliste de la mécanique quantique, conserve ses doutes et écrira en 1951 : « Ces cinquante ans de ruminations conscientes ne m'ont pas rapproché de la question « Que sont les quanta lumineux ? » Aujourd'hui le premier fripon venu croit qu'il sait ce qu'ils sont, mais il se leurre ».

## 5. Une approche didactique des travaux d'Einstein.

On peut s'interroger sur les raisons qui, en 1905, poussent Einstein à revenir à la loi de Wien de 1896 alors que la loi de Planck est reconnue comme la loi expérimentalement correcte. Gerald Holton affirme que : « En 1905, comme Einstein l'écrivit plus tard à von Laue, il savait déjà que la théorie de Maxwell conduisait à une mauvaise prédiction pour le mouvement d'un miroir délicatement suspendu dans « une cavité remplie de rayonnement de Planck » » [41] (p 192). Cette affirmation laisse penser qu'il connaissait la « bonne » prédiction (avec ses deux termes, cf. §3.4.1), obtenue à partir de la loi de Planck, ce qui n'est pas impossible, car Einstein s'intéressait aux fluctuations d'énergie du corps noir depuis 1904 [42]. Si cela est vrai, il faut comprendre, d'un point de vue didactique, pourquoi l'étude de la dépendance volumique de l'entropie pour la loi de Planck conduit à des difficultés, ce qui est discuté dans le §5.1, en relation avec l'indiscernabilité des quanta.

On peut aussi s'interroger sur les possibles connexions entre l'article de mars sur les quanta (qui ne précise à aucun moment leur vitesse) et l'article de juin sur *L'électrodynamique des corps en mouvement*, fondé dans son introduction, non seulement sur « le principe de relativité » (qui exprime l'invariance des lois physiques dans les changements de référentiels inertiels), mais aussi sur l'hypothèse de « constance de la vitesse de la lumière indépendamment de la source » (second postulat). Dans sa préface au livre de John Stachel [43] intitulé *Einstein's miraculous year*, Roger Penrose, qui a relevé l'inversion chronologique de ces deux papiers d'Einstein par Stachel dans le livre, fait remarquer qu'Einstein « a eu manifestement des idées très claires et profondes sur ce que la Nature était « réellement » » et ajoute qu'à ses yeux « il est à peu près inconcevable qu'il ait produit deux articles la même année, dépendant de vues hypothétiques de la Nature, qu'il aurait ressenties contradictoires l'une avec l'autre » (x-xi). Aussi est-il intéressant, d'un point de vue didactique, de vérifier comment les quanta de mars 1905 fonctionnent avec la relativité de juin 1905.

### 5.1. Application de la méthode d'Einstein à la loi de Planck.

La méthode analogique d'Einstein, qui consiste à s'intéresser à la dépendance volumique de l'entropie du rayonnement, conduit, comme on va le voir, à une formule complexe au premier abord, mais qui, une fois réécrite très simplement en introduisant la notion de « volume de cohérence » (lié comme on l'a vu au §3.3 à la notion de mode), permet une discussion de l'indépendance des quanta. Cette analyse reprend celle qui a été publiée dans [3].

#### 5.1.1. Une formule réputée compliquée que l'on peut simplifier.

La démarche heuristique d'Einstein a été reconsidérée récemment par Irons [44], qui discute la possibilité pour un gaz de quanta de subir une fluctuation statistique du volume à une énergie donnée. Contrairement à Dorling [45], qui considère que la quantification de l'énergie du rayonnement  $E$  en multiples de  $h\nu$  est une « déduction [rigoureuse] des phénomènes », point de vue également partagé par Norton [46], Irons confirme le caractère heuristique de l'argumentation d'Einstein. Dans l'appendice A de son article, il obtient la formule (48) ci-dessous de l'entropie pour la loi de Planck, mais il ne la commente pas.

L'énergie du rayonnement dans le volume  $V$  et la bande de fréquence  $d\nu$  est donnée par la formule (39), le terme  $\exp(-\beta\nu/T)$  de la loi de Wien étant maintenant remplacé par le facteur de Planck  $(\exp(\beta\nu/T)-1)^{-1}$ . En exprimant  $1/T$  en fonction de  $E$  et  $V$ , puis en intégrant la relation  $T^{-1} = \partial S / \partial E$  (avec  $S=0$  pour  $E=0$ ), on obtient la nouvelle expression de l'entropie :

$$S^*(E, V) = \frac{1}{\beta v} \left[ (V \alpha v^3 dv + E) \ln(V \alpha v^3 dv + E) - E \ln E - V \alpha v^3 dv \ln(V \alpha v^3 dv) \right]. \quad (48)$$

La différence  $S^*(E, V) - S^*(E, V_0)$  n'a plus d'interprétation évidente. Comme le dit Krutkow en 1914 dans une discussion sur la statistique des quanta avec Wolfke : « Au contraire, de la formule de Planck pour le rayonnement, on déduit – comme on le sait – une dépendance très compliquée de l'entropie vis-à-vis du volume, qui ne permet plus de distribuer des quanta indépendants sur les volumes  $V$  et  $V_0$  » [47] (p 133). Cette question de la dépendance des quanta en rapport avec l'abandon de la loi de Wien a une longue histoire de 1906 à 1924 [48], impliquant la dualité onde-corpuscule, la possibilité d'associations (molécules de lumière), et surtout l'indiscernabilité des quanta.

Pour ramener cette expression à une forme connue, remarquons que le facteur  $\alpha v^3 dv$  s'écrit, en remplaçant  $\alpha$  par sa valeur

$$V \alpha v^3 dv = V \times \frac{8\pi v^2 dv}{c^3} \times hv = nhv = \frac{V}{v} \times hv, \quad (49)$$

où  $n$  est ici le nombre de modes dans la cavité (noté  $n_{\text{modes}}$  dans la relation (30)) et où

$v = (8\pi v^2 dv / c^3)^{-1}$  est le volume de cohérence (correspondant à un mode) de la formule (31).

Si on rapporte le volume  $V$  de l'enceinte à ce volume  $v$ , de même que l'énergie  $E$  à l'énergie  $hv$  d'un quanta, c'est-à-dire si l'on pose

$$V = nv, \quad E = phv, \quad (50)$$

la formule compliquée (48) prend la forme simple et symétrique :

$$S^*(E, V) = k \left[ (n + p) \ln(n + p) - p \ln p - n \ln n \right]. \quad (51)$$

Dans la suite, le nombre  $p$  de quanta et le nombre  $n$  de modes sont supposés grands devant 1.

### 5.1.2. Interprétation : la non indépendance des quanta.

En rapprochant la relation ci-dessus de la relation (14) de Planck

$$S(N, P) = k \left[ (N + P) \ln(N + P) - P \ln P - N \ln N \right],$$

où, rappelons-le,  $N$  est le nombre d'oscillateurs et  $P$  le nombre d'éléments d'énergie, on est conduit à identifier les couples  $(n, p)$  et  $(N, P)$ . Le nombre de complexion  $W^*(E, V)$  associé à  $S^*(E, V)$  apparaît alors comme étant le nombre de manières de distribuer l'énergie  $E$  parmi les  $n$  volumes de cohérence  $v$ , l'énergie dans chacun de ces volumes ne pouvant prendre que les valeurs discrètes  $0, hv, 2hv, \text{etc.}$  Il s'agit de la même interprétation que celle de Planck si l'on identifie les résonateurs à des modes, ce qui est naturel puisque le volume  $v$  correspond exactement à un mode du rayonnement. Mais cela ne donne en revanche aucune indication sur la liberté volumique qu'auraient les quanta de se déplacer. Même dans la limite de Wien  $p \ll n$ , où la plupart des volumes de cohérence sont inoccupés, il n'y a pas de nécessité pour que les fluctuations responsables des différentes complexions impliquent cette liberté volumique : en effet, on observe que de telles fluctuations se produisent également dans les solides modélisés par des résonateurs.

Mais la symétrie de la relation (51) en  $n$  et  $p$  invite à une autre interprétation où l'on identifie cette fois les couples  $(n, p)$  et  $(P, N)$ , avec  $N$  et  $P$  échangés.  $W^*(E, V)$  apparaît alors comme le nombre de manières de distribuer le volume total  $V$  discrétisé sur  $p$  quanta, en affectant à chaque quantum les valeurs  $0, v, 2v, \text{etc.}$  Cette interprétation surprenante n'est pas gênante dans la limite de Wien  $p \ll n$ , où le volume typique  $V/p$  disponible pour chaque quanta est grand devant  $v$  : la discrétisation du volume ne joue alors pas de rôle et l'interprétation d'Einstein en termes de gaz de particules est compatible avec cette analyse.

Mais plus généralement, il y a un problème grave avec la possibilité d'affecter un volume nul à un quantum, en particulier dans la limite basse fréquence de Rayleigh  $p \gg n$ , où la plupart des quanta « occupent » *a priori* ce volume nul. L'interprétation en terme de quantification du volume, mathématiquement analogue à celle de la quantification de l'énergie, devient clairement absurde : elle met en évidence que l'un des prémisses qui a servi à établir le raisonnement est faux. Si l'on se rappelle que le calcul de  $W_N$  reposait implicitement sur  $N$  oscillateurs discernables, et que maintenant les  $p$  quanta jouent le rôle de ces résonateurs, cette analyse repose implicitement sur la discernabilité des quanta. L'étude de la dépendance volumique de l'entropie du corps noir pour la loi de Planck établit donc, par un raisonnement par l'absurde, la non discernabilité des quanta.

## 5.2. Quanta et relativité : « un des grands euphémismes de l'histoire des sciences ? ».

La lumière est présente dans huit des dix chapitres de l'article fondateur d'Einstein de la relativité en juin 1905, la matière n'intervenant que dans les deux derniers chapitres (à travers les équations de Maxwell avec sources et la dynamique de l'électron ponctuel). Aussi on peut se demander, du point de vue d'une approche didactique, comment se manifeste dans cet article la représentation duale (déjà présente dans l'introduction de l'article de mars sur les quanta) qu'a Einstein de la lumière. La vision électromagnétique est clairement présente (invariance des équations de Maxwell dans le vide, effet Doppler, transformation de l'énergie d'un morceau d'onde plane, etc.), accompagnée aussi d'une vision plus géométrique (quasi newtonienne), avec des rayons lumineux « lancés », « envoyés » ou qui « se meu[vent] dans le système de coordonnées au repos avec la vitesse déterminée  $c$  ». Le mot quanta, quant à lui, n'apparaît jamais dans cet article, ce qui peut se comprendre *a priori* parce qu'il s'agit d'une théorie « révolutionnaire », non encore (re)connue, et parce qu'il n'y a pas lieu de fonder la nouvelle relativité sur cette base. Néanmoins, comme nous l'avons montré dans [4], Einstein a bien les quanta présents à l'esprit dans cet article. Cette présence se manifeste en particulier dans la formulation du second postulat et, comme l'a remarqué Miller, par la relation entre les lois de transformation de la fréquence et de l'énergie d'un « complexe lumineux ». Certes, des reconstructions plausibles des idées ayant conduit Einstein à la relativité ont été avancées, en mettant (à juste titre) l'accent sur la remise en cause remarquable du temps par Einstein, conséquence de l'invariance de  $c$ , et sur les problèmes soulevés par l'électromagnétisme (par exemple [49]) ; mais une réflexion sur le rôle des quanta peut apporter un éclairage complémentaire à ces reconstructions, en posant en particulier la question de l'invariance de  $c$ .

### 5.2.1. Le statut de la vitesse $c$ .

Dans son article de juin 1905 intitulé *Sur l'électrodynamique des corps en mouvement* [50], Einstein introduit le second postulat, par un « conformément à l'expérience » sans donner plus de justification et l'énonce sous la forme « La lumière se propage dans le vide avec la même vitesse  $c$  indépendante de l'état de mouvement de la source lumineuse », qu'il reprend dans le §2 sous la forme « Chaque rayon lumineux se meut dans le système de coordonnées « au repos » avec la vitesse déterminée  $c$ , qu'il soit émis par un corps au repos ou un corps en mouvement ». Cette précision dans le second postulat que  $c$  ne dépend pas de la vitesse de la source émettrice est curieuse. Des auteurs ont proposé que, ce faisant, Einstein prenait ses distances par rapport aux théories de l'émission qui avaient sa faveur auparavant, mais qui avaient échoué à se concilier avec la théorie électromagnétique (comme la théorie de Ritz par exemple). Il faut cependant rappeler que, curieusement aussi, l'article de mars qui introduit les quanta en tant que nouveau modèle pour décrire les processus individuels d'absorption et d'émission de la lumière, ne donne aucune précision sur leur vitesse. Certains historiens [51] considèrent, sans justification, que la vitesse des quanta était réglée pour



Einstein dès mars 1905. On peut au contraire comprendre qu'Einstein doute alors, sur la base de la composition galiléenne des vitesses, que les quanta, s'il faut les entendre au sens d'une théorie newtonienne de l'émission, ont une vitesse indépendante de la source émettrice (laquelle est susceptible d'être mobile). Einstein a d'ailleurs reconnu que la problématique de la composition avec  $c$  d'une vitesse qui lui était inférieure était au cœur de sa problématique ; notons qu'il prend d'ailleurs soin de vérifier explicitement, à la fin de la partie cinématique de l'article de juin, que le résultat de cette composition est bien  $c$ . Einstein sait aussi que la constante  $c$  est fondamentale en électromagnétisme (il dira lui-même trois mois plus tard que « le principe de constance de la vitesse de la lumière [...] est bien sûr contenu dans les équations de Maxwell » (note 2 [52])). Elle est également la seule vitesse présente dans les formules du rayonnement thermodynamique du corps noir. Si la théorie des quanta qui lui tient à cœur doit être invariante, comme l'est l'électromagnétisme, il faut que la vitesse des quanta le soit, et donc qu'elle ne dépende pas du mouvement de la source. La formulation du second postulat pourrait alors se comprendre comme un exemple de ce qu'Einstein appelle lui-même la « recherche des principes généraux » (cf. [53]) ; elle lui permet de franchir le « fossé » des conceptions corpusculaire et ondulatoire de la lumière, qu'il sait être l'un et l'autre incomplets. Remarquons enfin que dans cette interprétation, l'éther qui a été rejeté par Einstein dans l'introduction de l'article de juin sur la base du principe de relativité, l'est peut-être aussi implicitement sur la base des quanta, qui ont besoin de sa disparition pour exister. Lorsque les doutes sur les quanta s'accumuleront (§4.2), « l'éther se retourne dans sa tombe » dira Einstein.

### 5.2.2. Quanta et complexes de lumière : le statut de $E = h\nu$ .

Dans la seconde partie (électrodynamique) de l'article de juin, où les équations de Maxwell sont introduites ainsi que les ondes planes électromagnétiques pour traiter des effets Doppler et d'aberration, le « rayon lumineux » de la partie cinématique, utilisé pour la synchronisation des horloges, acquiert une nouvelle propriété : la fréquence du rayonnement. Dans le §8 intitulé *Transformation de l'énergie des rayons lumineux*, il devient ainsi un *complexe de lumière*. Einstein parle alors de « volume d'un complexe de lumière », de surface « enveloppant de façon durable le même complexe de lumière » et de « l'énergie d'un certain complexe de lumière ». Dans l'article sur l'équivalence masse-énergie [52], en septembre 1905, le « complexe de lumière » devient lui-même un « système d'ondes lumineuses planes [qui] possède l'énergie  $l$  ». Plus tard, dans sa conférence de Salzbourg en 1909, Einstein, qui s'intéresse aux fluctuations de quantité de mouvement d'une plaque de métal suspendue dans une cavité de corps noir, reprend le terme de « complexe » et conçoit le rayonnement comme composé de « complexes très peu étendus, d'énergie  $h\nu$ , se déplaçant à travers l'espace indépendamment les uns des autres, et se réfléchissant également indépendamment les uns des autres » [31] (p 98) ; puis il précise «- cette représentation permet de se faire une idée concrète très grossière de l'hypothèse des quanta -». Tous ces propos laissent penser qu'en juin 1905, le complexe de lumière est déjà pour lui un modèle de quanta.

Cela est confirmé par le fait qu'au §8, partant des lois de transformation des champs électrique et magnétique du §6, et de celle d'un volume se déplaçant à la vitesse de la lumière, Einstein montre que la relation entre les énergies  $E$  et  $E'$  d'un complexe de lumière dans deux référentiels est exactement la même que celle établie entre les fréquences  $\nu$  et  $\nu'$  (du §7). Pour seul commentaire de ce résultat remarquable, qui renforce l'hypothèse des quanta, il se contente d'écrire sans référence à ceux-ci : « Il est digne de noter que l'énergie et la fréquence d'un complexe de lumière se modifient, d'après les mêmes lois, avec l'état de mouvement de l'observateur ». Miller [54] a qualifié cette remarque d'« un des grands euphémismes de l'histoire des sciences ». Pour un lecteur qui s'intéresse aux quanta, ce résultat traduit l'invariance relativiste de la relation  $\varepsilon = h\nu$ , ce qui complète l'invariance de la

théorie des quanta. Planck n'a sûrement pas manqué alors de remarquer que sa constante fondamentale  $h$  est devenue invariante, comme la constante  $c$ .

La présence implicite des quanta dans les articles d'Einstein se retrouve quand il revient en 1911 [39] sur le décalage spectral dans un champ gravitationnel, en appliquant le principe d'équivalence. Considérant que, si un émetteur situé à la hauteur  $H$  envoie un signal lumineux au sol, tout se passe à la réception comme si le récepteur avait acquis la vitesse  $gH/c$ , il mène alors deux raisonnements indépendants. Le premier reprend la loi de transformation de l'énergie de 1905 donnant l'énergie reçue  $E_r = E_e (1 + gH/c^2)$  en fonction de l'énergie émise  $E_e$ , ce qui permet d'attribuer au signal une énergie gravitationnelle  $gH(E_e/c^2)$ . Le second s'appuie sur l'effet Doppler et conduit pour la fréquence du signal lumineux reçu à  $\nu_r = \nu_e (1 + gH/c^2)$ . Autrement dit, le principe d'équivalence préserve, comme le second postulat, la vision duale d'Einstein, et enrichit les quanta d'une nouvelle propriété physique caractérisant leur comportement dans un champ gravitationnel. Comme le dit Abraham Pais, Einstein « ne pouvait l'avoir complètement oublié [la relation  $E = h\nu$ ] – il n'a jamais complètement délaissé la théorie quantique. Mais ce fut toujours dans son style d'éviter autant que possible de recourir à cette théorie – comme ici pour le décalage en fréquence et en énergie » [55] (p 195).

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Christian Bracco et Jean-Pierre Provost, Quanta de Planck, d'Einstein et d'« aujourd'hui », *Bulletin de l'Union des Professeurs de Spéciales*, **210** (2005) p 21-38 et *Bulletin de l'Union des Physiciens*, **877-878** (2005), p 909-928.
- [2] Bernard Raffaelli, Jean-Pierre Provost et Christian Bracco, Un problème d'oscillateurs : la formule de Planck, *Bulletin de l'Union des Physiciens*, **885** (2006), p 735-739.
- [3] Jean-Pierre Provost et Christian Bracco, Einstein's quanta and the « true » volume dependence of the black body entropy, *European Journal of Physics*, **29** 5 (2008), p 1085-1091.
- [4] Christian Bracco et Jean-Pierre Provost, The quanta in Einstein's 1905 relativity theory, in *Albert Einstein Century Anniversary*, Paris, juillet 2005, *AIP Conference Proceedings*, Alimi-Füzfa éditeurs, (New York : Melville, 2006) **861**, p 1076-1080.
- [5] John L. Heilbron, The Virtual Oscillator as a Guide to Physics Students Lost in Plato's Cave, *Science & Education*, **3** (1994), p 177-188.
- [6] Gérard Simon, *Kepler : astronome, astrologue*, (Paris : Gallimard, 1979).
- [7] Olivier Darrigol, *Les équations de Maxwell, de MacCullagh à Lorentz*, (Paris : Belin, 2005).
- [8] Olivier Darrigol, Aux confins de l'électrodynamique maxwellienne : ions et électrons vers 1897, *Revue d'Histoire des Sciences*, **51/1** (1998), p 5-34.
- [9] Albert Einstein, A New Determination of Molecular Dimensions (thèse de doctorat : 30 avril 1905), (Bern : Buchdruckerei K. J. Wyss, 1906) ; *Annalen der Physik*, **19** (1906), p 289-305 ; in John Stachel, éditeur, *Einstein's Miraculous Year, Five papers that changed the face of physics*, (Princeton, NJ : Princeton University Press, 2005), 3<sup>ème</sup> édition.
- [10] Albert Einstein, Mouvement des particules en suspension dans un fluide au repos, comme conséquence de la théorie cinétique moléculaire de la chaleur, in Françoise Balibar (Dir), *Albert Einstein - Œuvres choisies 1 Quanta*, Sources du savoir (Seuil/CNRS, 1993) p 55-64, Collection dirigée par Jean-Marc Lévy-Leblond et Thierry Marchaisse ; *Annalen der Physik*, **17** (1905), p 549-560.
- [11] Albert Einstein, Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière, in *Œuvres choisies 1 Quanta*, (ibid. [11]) ; *Annalen der Physik*, **17** (1905), p 132-148.
- [12] Françoise Balibar, *Einstein, 1905, De l'éther aux quanta*, (Paris : PUF, 1992), 128p.
- [13] Wilhelm Wien, Über die energieverteilung im Emmissionspectrum eines schwarzen Körpers, *Annalen der Physik*, **58** (1896), p 662-669.
- [14] Hans Kangro, *Vorgeschichte des Planckschen Strahlungsgesetzes*, (Wiesbaden : Franz Steiner Verlag, 1970).
- [15] Thomas Kuhn, *Black-body theory and the Quantum Discontinuity, 1894-1912*, (Oxford : Clarendon Press, 1978).
- [16] Albert Einstein, *Théorie quantique du rayonnement*, in *Albert Einstein - Œuvres choisies 1, Quanta*, (ibid. [11]) p 134-147 ; *Annalen der Physik*, **18** (1917), p 121-128 ; d'abord publié dans les *Mitteilungen der Physikalischen Gesellschaft*, Zurich, **18** (1916).

- [17] Max Planck, *Autobiographie scientifique et derniers écrits*, introduction, traduction et notes André George (Paris: Flammarion, 1992), 1<sup>ère</sup> édition (Paris : Albin Michel, 1960).
- [18] Max Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge, *Annalen der Physik* **1**, (1900) p 69-112.
- [19] Max Planck, Entropie und Temperatur strahlender Wärme, *Annalen der Physik*, (1900) p 729-732.
- [20] Max Planck, Über eine Verbesserung der Wien'schen Spektralegleichung, *Verh. d. D. Phys. Ges.*, (1900) p 202-204.
- [21] Max Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, (New York : McGraw-Hill, 1966).
- [22] Max Planck, Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum, *Annalen der Physik*, vol. IV (1901), p 553-563 ; traduction dans J. Leite Lopes, B. Escoubes, *Source et évolution de la physique quantique - textes fondateurs*, (Paris : Masson, 1995).
- [23] Max Planck, *The theory of heat radiation*, 224 p, (1914) (New York : Dover, 1991).
- [24] Satyendra Nath Bose, Planck's Gesetz und Lichtquantenhypothese, *Zeitschrift für Physik*, **26** (1924), p 178-181 ; traduction dans J. Leite Lopes, B. Escoubes, *Source et évolution de la physique quantique - textes fondateurs*, (Paris : Masson, 1995).
- [25] Arthur H. Compton, A quantum theory of the scattering of X-rays by light elements, *Physical Review*, **21** (1923), p 483-502.
- [26] Christian Bracco, Jean-Pierre Provost, Pierre Salati, A pedagogical discussion of gravitational radiation radiated by Keplerian systems, *American Journal of Physics*, **77** n°10 (2009), p 886-889.
- [27] Jean-Marc Lévy-Leblond et Françoise Balibar, *Quantique, Rudiments*, (Paris : Interéditions/CNRS, 1984), édition révisée (Paris : Dunod, 2007).
- [28] Lord Rayleigh, Remarks on the Law of complete radiation, *Phil. Mag.* **49** (1900), p 539-540.
- [29] J. H. Jeans, On the partition of energy between matter and aether, *Phil. Mag.* **10** (1905), p 91-98.
- [30] Olivier Darrigol, *La genèse du concept de champ quantique*, *Annales de physique*, **9** (1984) p 433-501.
- [31] Albert Einstein, L'évolution de nos conceptions sur la nature et la constitution du rayonnement, Conférence de Salzbourg (21 septembre 1909), in *Albert Einstein - Œuvres choisies* **1**, *Quanta*, (ibid. [11]) p 86-100.
- [32] Richard Feynman, Robert Leighton, Matthew Sands, *Cours de Physique, tome 3, Quantique* (Paris : Interéditions, 1992).
- [33] Jean-Pierre Provost et Gérard Vallée, *Les maths en physique*, (Paris, Dunod, 2004), 2<sup>ème</sup> édition (2006).
- [34] Dictionnaire encyclopédique, *Petit Larousse illustré* (1996).
- [35] Albert Einstein, Théorie de la production et de l'absorption de la lumière, in *A. Einstein - Œuvres choisies* **1** *Quanta*, (ibid. [11]) p 68-72 ; *Ann. der Phys.*, **20** (1906), p 199-206.

- [36] Christian Bracco, Gisèle Krebs, Rodolphe Charrier et Florence Albrecht, *cédérom Histoire des idées sur la lumière - de l'Antiquité au début du XX<sup>e</sup> siècle*, Conseiller : Bernard Maitte, (Nice : CRDP, 2004), diffusion réseau Scéren du CNDP.
- [37] Georges Desjardins, *Les quantas*, (Paris : Armand Collin, 1930) p 58.
- [38] *Albert Einstein - Œuvres choisies 1 Quanta*, (ibid. [11])
- [39] Albert Einstein, Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes (On the influence of gravitation on the propagation of light), *Ann. der Phys.*, **35** (1911), p 898-908.
- [40] Abraham Pais, in *Some Strangeness in the Proportion*, éditeur H. Woolf (Reading, MA : Addison-Wesley, 1980).
- [41] Gerald Holton, Letter of January 17, 1952 (unpublished), et Max Born, Physics and Relativity, in André Mercier et Michel Kervaire, éditeurs, *Fünfzig Jahre Relativitätstheorie* (Bern: Birkhäuser, 1956) p 248-249.
- [42] Albert Einstein, Théorie moléculaire générale de la chaleur, in *Albert Einstein - Œuvres choisies 1 Quanta*, (ibid. [11]) p 18-28 ; *Annalen der Physik*, **14** (1904), p 354-362.
- [43] John Stachel, éditeur, *Einstein's Miraculous Year*, Five papers that changed the face of physics, (Princeton, NJ : Princeton University Press, 2005), 3<sup>ème</sup> édition.
- [44] F. E. Irons Reappraising Einstein's 1905 application of thermodynamics and statistics to radiation *European Journal of Physics*, **25** (2004), 269-277.
- [45] Jon Dorling, Einstein's introduction of photons: Argument by analogy or deduction from the phenomena? *British Journal for the Philosophy of Science* **22** (1971) p 1-8.
- [46] John D. Norton, Atoms, entropy, quanta: Einstein's miraculous argument of 1905, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **37** (2006), p 71-100.
- [47] G. Krutkow, Aus der Annahme und abhängiger Lichtquanten folgt die Wiensche Strahlungsformel, *Physik Zeitschrift*, **15** (1914), p 133-136.
- [48] Olivier Darrigol, Statistics and combinatorics in Early Quantum Mechanics II : Early Symptoma of Indistinguishability and Holism, **21** 2 (1991), p 237-298.
- [49] Olivier Darrigol, The electrodynamic origins of relativity theory, *Historical Studies in the Philosophical and Biological Sciences*, **26:2** (1996), p 242-312
- [50] Albert Einstein, Sur l'électrodynamique des corps en mouvement, traduction de Maurice Solovine, (Paris : Gauthier-Villars, 1925), réimpression (Sceaux : Jacques Gabay, 1994) ; *Annalen der Physik*, **17** (1905), p 891-921.
- [51] Robert Rynasiewicz, The construction of the Special Theory: some queries and considerations, in *Einstein, the formative years 1879-1909*, éditeurs Don Howard and John Stachel, (Birkhäuser, 2000).
- [52] Albert Einstein, Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?, *Annalen der Physik*, **18** (1905), p 639-641 ; in *Œuvres choisies 2, Relativité I*, F. Balibar (dir.), Coll. dirigée par J.-M. Lévy-Leblond et T. Marchaisse (Paris : Seuil/CNRS, 1993).
- [53] Gerald Holton, *L'Invention Scientifique*, (Paris : PUF, 1982).
- [54] Arthur I. Miller, On Einstein, light quanta, radiation, and relativity in 1905, *American Journal of physics*, **44** (1976), p 912.
- [55] Abraham Pais, *Albert Einstein, la vie et l'œuvre*, traduction Christian Jeanmougin et Hélène Seyrès, (Paris : Interéditions, 1993) et (Paris : Dunod, 2005).