

Simulation du ruissellement d'eau de pluie sur des surfaces agricoles

Olivier Delestre

MAPMO, Université d'Orléans

13 Juillet 2010



Position du problème



Lutte contre le ruissellement et l'érosion des sols

De l'amont...



(Photos : Yves Le Bissonais, INRA)

...à l'aval.



Aménagements au sein des zones amonts (bassins versants)



Aménagements au sein des zones amonts (bassins versants)



- ▶ D'où vient l'eau ?
- ▶ Où va-t-elle ?

Aménagements au sein des zones amonts (bassins versants)



- ▶ D'où vient l'eau ?
- ▶ Où va-t-elle ?

Utilisation de modèles pour :

- ▶ simuler les flux (localisation et volumes)
- ▶ prédire les chemins d'écoulement

Aménagements au sein des zones amonts (bassins versants)



- ▶ D'où vient l'eau ?
- ▶ Où va-t-elle ?

Utilisation de modèles pour :

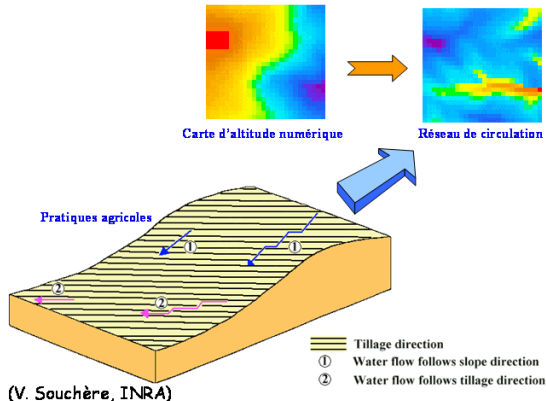
- ▶ simuler les flux (localisation et volumes)
- ▶ prédire les chemins d'écoulement

~> disposer les aménagements

Modèles déterministes

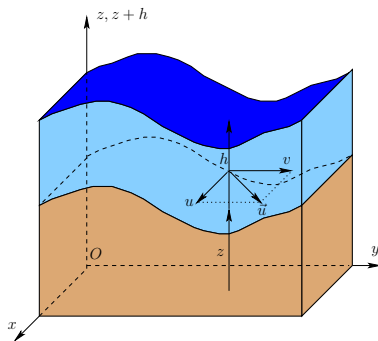
STREAM : Une loi empirique (V. Souchère, INRA Grignon - 1995) permet de discriminer entre :

- ▶ les cas où les sillons contrôlent les directions d'écoulement
- ▶ les cas où la pente générale les contrôle.



Modèles physiques

Système de Saint-Venant

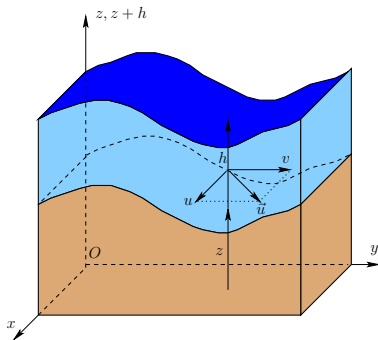


Données : topographie z , pluie P , infiltration I

Inconnues : vitesses u , v , hauteur d'eau h

Modèles physiques

Système de Saint-Venant



Données : topographie z , pluie P , infiltration I

Inconnues : vitesses u , v , hauteur d'eau h

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x (hu) + \partial_y (hv) = P - I \\ \partial_t (hu) + \partial_x (hu^2 + gh^2/2) + \partial_y (huv) = gh(\partial_x z - S_{f_x}) \\ \partial_t (hv) + \partial_x (huv) + \partial_y (hv^2 + gh^2/2) = -gh(\partial_y z - S_{f_y}) \end{cases}$$

Stratégie

- ▶ Propriétés du système de Saint-Venant 1D
- ▶ Choix de la méthode en fonction des propriétés

Stratégie

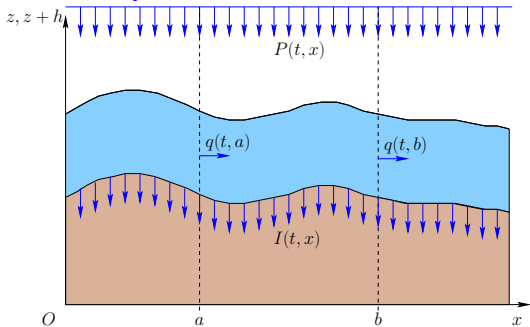
- ▶ Propriétés du système de Saint-Venant 1D
- ▶ Choix de la méthode en fonction des propriétés
- ▶ Validation : solutions analytiques et données de laboratoire

Stratégie

- ▶ Propriétés du système de Saint-Venant 1D
- ▶ Choix de la méthode en fonction des propriétés
- ▶ Validation : solutions analytiques et données de laboratoire
- ▶ Application : données de terrain

Système de Saint-Venant

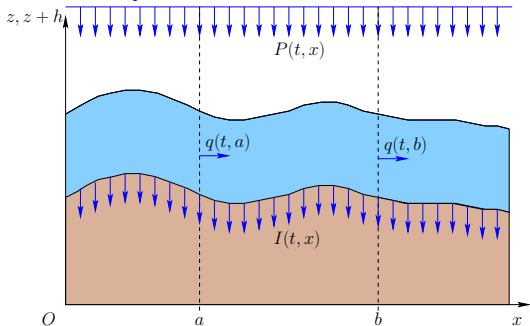
Système de Saint-Venant



Données : topographie z , pluie P , infiltration I

Inconnues : vitesse u , hauteur d'eau h

Système de Saint-Venant



Données : topographie z , pluie P , infiltration I

Inconnues : vitesse u , hauteur d'eau h

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = P - I \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) = -gh(\partial_x z - S_f) \end{cases} \quad (1)$$

Propriétés du système (I) : **Hyperbolicité**

En posant $q = hu$

$$U = \begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}, F(U) = \begin{pmatrix} q \\ q^2/h + gh^2/2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} P - I \\ gh(S_f - \partial_x z) \end{pmatrix},$$

forme compacte

$$\partial_t U + \partial_x F(U) = \partial_t U + F'(U)\partial_x U = B,$$

¹ $p(\rho) = \rho RT$ gaz parfait

Propriétés du système (I) : **Hyperbolicité**

En posant $q = hu$

$$U = \begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}, F(U) = \begin{pmatrix} q \\ q^2/h + gh^2/2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} P - I \\ gh(S_f - \partial_x z) \end{pmatrix},$$

forme compacte

$$\partial_t U + \partial_x F(U) = \partial_t U + F'(U)\partial_x U = B,$$

Hyperbolicité si $h > 0$:

$$\lambda_-(U) = u - \sqrt{gh}, \quad \lambda_+(U) = u + \sqrt{gh}$$

¹ $p(\rho) = \rho RT$ gaz parfait

Propriétés du système (I) : **Hyperbolicité**

En posant $q = hu$

$$U = \begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}, F(U) = \begin{pmatrix} q \\ q^2/h + gh^2/2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} P - I \\ gh(S_f - \partial_x z) \end{pmatrix},$$

forme compacte

$$\partial_t U + \partial_x F(U) = \partial_t U + F'(U)\partial_x U = B,$$

Hyperbolicité si $h > 0$:

$$\lambda_-(U) = u - \sqrt{gh}, \quad \lambda_+(U) = u + \sqrt{gh}$$

Saint-Venant	dynamique des gaz
Nombre de Froude $Fr = \frac{ u }{c}$ $c = \sqrt{gh}$ vitesse des ondes de surface	Nombre de Mach $\frac{ u }{c}$ $c = \sqrt{p'(\rho)}$ vitesse du son ¹
fluvial $Fr < 1$	subsonique
torrentiel $Fr > 1$	supersonique

¹ $p(\rho) = \rho RT$ gaz parfait

Propriétés du système (II) : **Conservation**

En intégrant en x la première équation de (1)

$$\partial_t h + \partial_x q = P - I,$$

Propriétés du système (II) : **Conservation**

En intégrant en x la première équation de (1)

$$\partial_t h + \partial_x q = P - I,$$

on a

$$\frac{d}{dt} \int_a^b h(t, x) dx = q(t, a) - q(t, b) + \int_a^b P(t, x) - I(t, x) dx,$$

Propriétés du système (II) : **Conservation**

En intégrant en x la première équation de (1)

$$\partial_t h + \partial_x q = P - I,$$

on a

$$\frac{d}{dt} \int_a^b h(t, x) dx = q(t, a) - q(t, b) + \int_a^b P(t, x) - I(t, x) dx,$$

Conservation de la masse d'eau.

Propriétés du système (II) : **Conservation**

En intégrant en x la première équation de (1)

$$\partial_t h + \partial_x q = P - I,$$

on a

$$\frac{d}{dt} \int_a^b h(t, x) dx = q(t, a) - q(t, b) + \int_a^b P(t, x) - I(t, x) dx,$$

Conservation de la masse d'eau.

Deuxième équation : conservation de la quantité de mouvement

Propriétés du système (III) : **Etats d'équilibre**



Propriétés du système (III) : **Etats d'équilibre**

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = P - I \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) = -gh(\partial_x z - S_f) \end{cases} \quad (2)$$

Propriétés du système (III) : **Etats d'équilibre**

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = P - I \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) = -gh(\partial_x z - S_f) \end{cases} \quad (2)$$

$$\partial_t h = \partial_t u = \partial_t q = 0$$

Propriétés du système (III) : **Etats d'équilibre**

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = P - I \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) = -gh(\partial_x z - S_f) \end{cases} \quad (2)$$

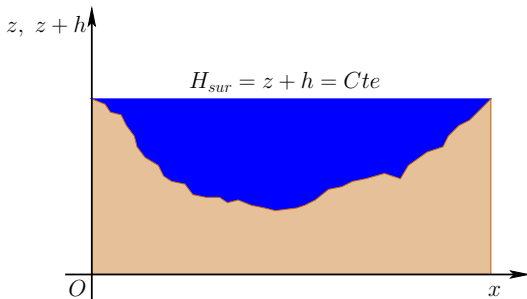
$$\partial_t h = \partial_t u = \partial_t q = 0$$

$$\begin{cases} \partial_x hu = P - I \\ \partial_x(hu^2 + gh^2/2) = -gh(\partial_x z - S_f) \end{cases} \cdot$$

Propriétés du système (III) : **Etats d'équilibre**

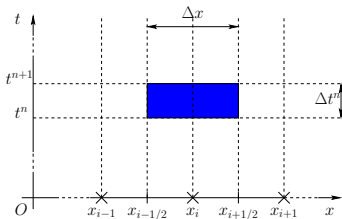
Lac au repos

$$\begin{cases} u = 0 \\ g(h + z) = Cte \end{cases} .$$



Calcul numérique des solutions

Méthode des volumes finis



On intègre

$$\partial_t U + \partial_x F(U) = 0$$

sur le volume

$$[t^n, t^{n+1}[\times]x_{i-1/2}, x_{i+1/2}[,$$

et on pose

$$U_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} U(t^n, x) dx$$

Il vient

$$U_i^{n+1} = U_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1/2}^n - F_{i-1/2}^n],$$

Il vient

$$U_i^{n+1} = U_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1/2}^n - F_{i-1/2}^n],$$

avec l'approximation des **flux aux interfaces**

$$F_{i+1/2}^n \sim \frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+1}} F(U(t, x_{i+1/2})) dt.$$

- ▶ Chaque choix de $F_{i+1/2}^n$ détermine un schéma aux volumes finis :

HLL, cinétique, Rusanov, VFRoe-ncv, suliciu, ...

- ▶ Chaque choix de $F_{i+1/2}^n$ détermine un schéma aux volumes finis :

HLL, cinétique, Rusanov, VFRoe-ncv, suliciu, ...

- ▶ Ordre 2
 - ▶ en espace : MUSCL, ENO, ENO modifiée
 - ▶ en temps : Heun

- ▶ Chaque choix de $F_{i+1/2}^n$ détermine un schéma aux volumes finis :

HLL, cinétique, Rusanov, VFRoe-ncv, suliciu, ...

- ▶ Ordre 2
 - ▶ en espace : MUSCL, ENO, ENO modifiée
 - ▶ en temps : Heun
- ▶ Coupler avec le second membre (topographie $\partial_x z$)
Nécessité : compatibilité avec les états d'équilibre

Etats d'équilibre

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = 0 \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) = -gh\partial_x z \end{cases} \quad (3)$$

Etats d'équilibre

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = 0 \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) = -gh\partial_x z \end{cases} \quad (3)$$

$$\partial_t h = \partial_t u = \partial_t q = 0$$

Etats d'équilibre

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = 0 \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) = -gh\partial_x z \end{cases} \quad (3)$$

$$\partial_t h = \partial_t u = \partial_t q = 0$$

$$\begin{cases} hu = Cte \\ u^2/2 + g(h+z) = Cte \end{cases} \cdot$$

Etats d'équilibre

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = 0 \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) = -gh\partial_x z \end{cases} \quad (3)$$

$$\partial_t h = \partial_t u = \partial_t q = 0$$

$$\begin{cases} hu = \text{Cte} \\ u^2/2 + g(h+z) = \text{Cte} \end{cases} \cdot$$

On considère

$$\begin{cases} u = \text{Cte} \\ g(h+z) = \text{Cte} \end{cases} \cdot$$

Reconstruction hydrostatique [Audusse et al., 2004] et
[Bouchut, 2004]

On définit

$$z^* = \max(z_G, z_D)$$

et

$$\begin{cases} U_G^* = (h_G^*, h_G^* u_G), U_D^* = (h_D^*, h_D^* u_D) \\ h_G^* = \max(h_G + z_G - z^*, 0) \\ h_D^* = \max(h_D + z_D - z^*, 0) \end{cases} .$$

Reconstruction hydrostatique

Ainsi on a

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}_G(U_G, U_D, \Delta Z) = \mathcal{F}(U_G^*, U_D^*) + \begin{pmatrix} 0 \\ g(h_G^2 - (h_G^*)^2)/2 \end{pmatrix} \\ \mathcal{F}_D(U_G, U_D, \Delta Z) = \mathcal{F}(U_G^*, U_D^*) + \begin{pmatrix} 0 \\ g(h_D^2 - (h_D^*)^2)/2 \end{pmatrix} \end{array} \right. ,$$

où $\mathcal{F}(U_G, U_D)$ est le flux numérique.

Reconstruction hydrostatique

$$z^* = \max(z_G, z_D)$$

et

$$\begin{cases} U_G^* = (h_G^*, h_G^* u_G), & U_D^* = (h_D^*, h_D^* u_D) \\ h_G^* = \max(h_G + z_G - z^*, 0) \\ h_D^* = \max(h_D + z_D - z^*, 0) \end{cases} .$$

Reconstruction hydrostatique

$$z^* = \max(z_G, z_D)$$

et

$$\begin{cases} U_G^* = (h_G^*, h_G^* u_G), & U_D^* = (h_D^*, h_D^* u_D) \\ h_G^* = \max(h_G + z_G - z^*, 0) \\ h_D^* = \max(h_D + z_D - z^*, 0) \end{cases} .$$

en posant $\Delta z = z_D - z_G$, on a

Reconstruction hydrostatique

$$z^* = \max(z_G, z_D)$$

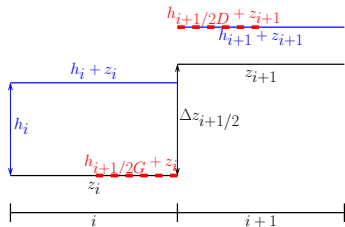
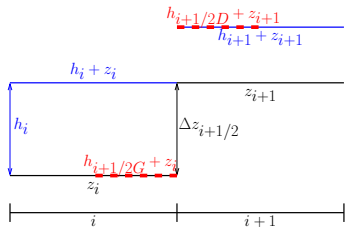
et

$$\begin{cases} U_G^* = (h_G^*, h_G^* u_G), & U_D^* = (h_D^*, h_D^* u_D) \\ h_G^* = \max(h_G + z_G - z^*, 0) \\ h_D^* = \max(h_D + z_D - z^*, 0) \end{cases} .$$

en posant $\Delta z = z_D - z_G$, on a

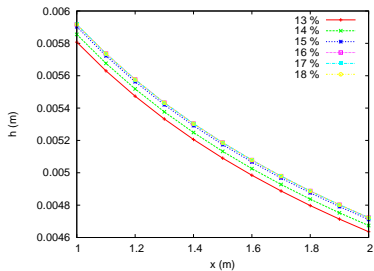
$$\begin{cases} h_G^* = \max(h_G + \min(0, \Delta z), 0) \\ h_D^* = \max(h_D + \min(0, -\Delta z), 0) \end{cases} .$$

Reconstruction hydrostatique

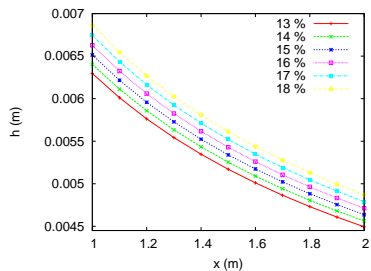


Reconstruction hydrostatique

Ordre 1



Ordre 2



Plusieurs choix

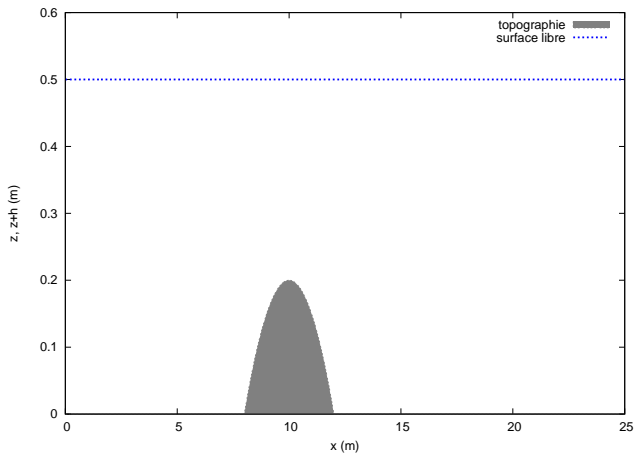
- ▶ Flux numériques : Rusanov, HLL, VFRoe-ncv, cinétique, Apstat
- ▶ Ordre : 1, 2 (MUSCL, ENO modifiée)

Plusieurs choix

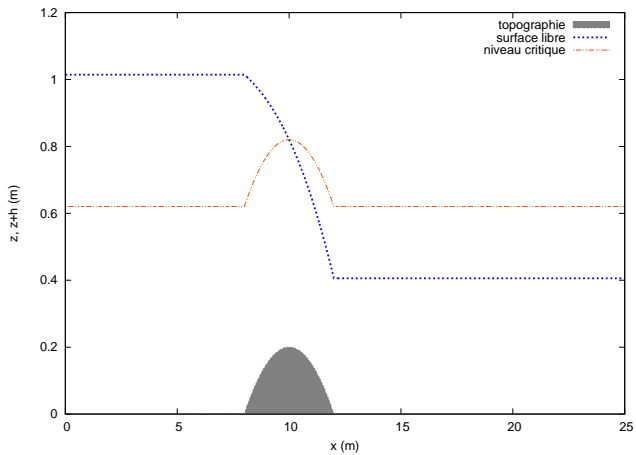
- ▶ Flux numériques : Rusanov, HLL, VFRoe-ncv, cinétique, Apstat
- ▶ Ordre : 1, 2 (MUSCL, ENO modifiée)

15 configurations différentes, comment choisir ?

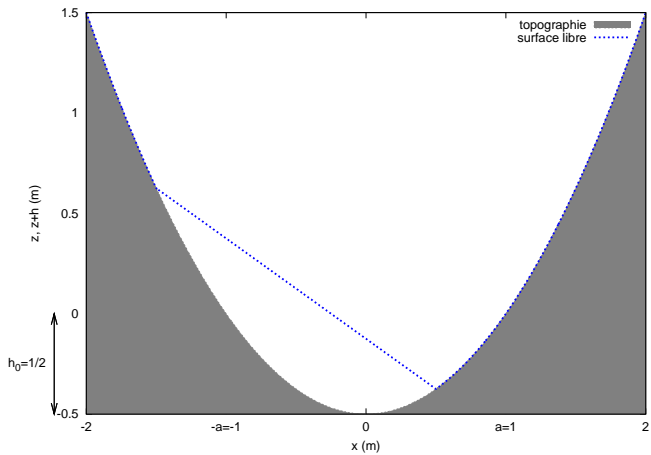
Tests



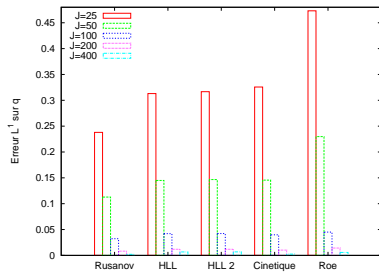
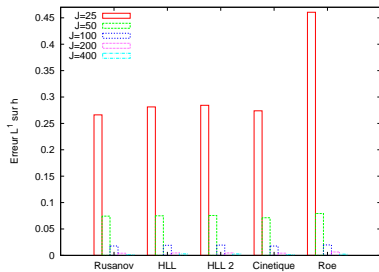
Tests



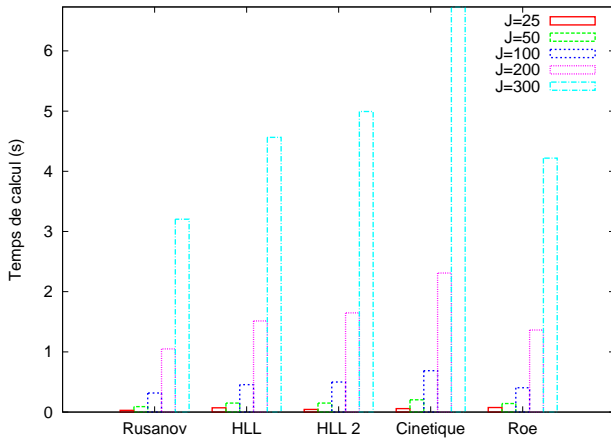
Tests



Tests



Tests



Choix

- ▶ Flux numérique : HLL
- ▶ Schéma ordre 2 : MUSCL

Frottements

Système de Saint-Venant avec une force extérieure f

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = 0, \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) + h\partial_x z = hf, \end{cases} \quad (4)$$

Frottements

Système de Saint-Venant avec une force extérieure f

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = 0, \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) + h\partial_x z = hf, \end{cases} \quad (4)$$

$f = f(h, u)$ force de frottement (sur le fond)

Frottements

Système de Saint-Venant avec une force extérieure f

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = 0, \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) + h\partial_x z = hf, \end{cases} \quad (4)$$

$f = f(h, u)$ force de frottement (sur le fond)

Divers modèles possibles

- ▶ Manning : $f = n^2 \frac{u|u|}{h^{4/3}}$
- ▶ Darcy-Weisbach : $f = F \frac{u|u|}{8gh}$

Traitement des frottements

- ▶ Topographie apparente [Bouchut, 2004]

Traitement des frottements

- ▶ **Topographie apparente** [Bouchut, 2004]

On considère : $z_{app} = z + b^n$

avec $\partial_x b^n = S_f^n$

Traitement des frottements

- ▶ **Topographie apparente** [Bouchut, 2004]

On considère : $z_{app} = z + b^n$

avec $\partial_x b^n = S_f^n$

- ▶ **Semi-implicite** [Bristeau and Coussin, 2001]

Traitement des frottements

- ▶ **Topographie apparente** [Bouchut, 2004]

On considère : $z_{app} = z + b^n$

avec $\partial_x b^n = S_f^n$

- ▶ **Semi-implicite** [Bristeau and Coussin, 2001]

$$q_i^{n+1} + F \frac{|q_i^n| q_i^{n+1}}{8h_i^n h_i^{n+1}} \Delta t = q_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2} - F_{i-1/2})$$

Traitement des frottements

- ▶ **Topographie apparente** [Bouchut, 2004]

On considère : $z_{app} = z + b^n$

avec $\partial_x b^n = S_f^n$

- ▶ **Semi-implicite** [Bristeau and Coussin, 2001]

$$q_i^{n+1} + F \frac{|q_i^n| q_i^{n+1}}{8h_i^n h_i^{n+1}} \Delta t = q_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2} - F_{i-1/2})$$

en notant q_i^{n+1*} la partie de droite, nous avons

$$q_i^{n+1} = \frac{q_i^{n+1*}}{1 + \Delta t \frac{F |u_i^n|}{8h_i^{n+1}}}$$

Solutions analytiques (Vo Thi Ngoc, M2-MAPMO)

Cas tests originaux :

- ▶ Saint-Venant :
 - ▶ donnée z
 - ▶ inconnues h et u (et donc q)

Solutions analytiques (Vo Thi Ngoc, M2-MAPMO)

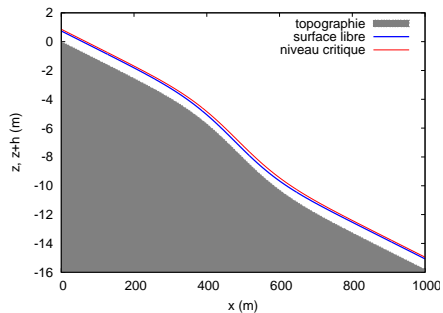
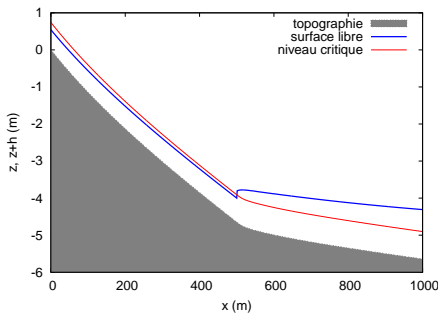
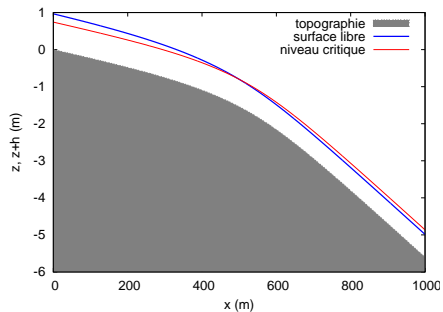
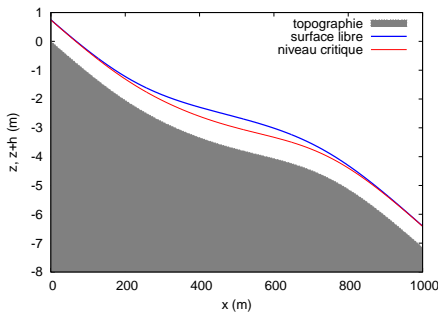
Cas tests originaux :

- ▶ Saint-Venant :
 - ▶ donnée z
 - ▶ inconnues h et u (et donc q)
- ▶ cas tests
 - ▶ données h et q (et donc u)
 - ▶ inconnue z

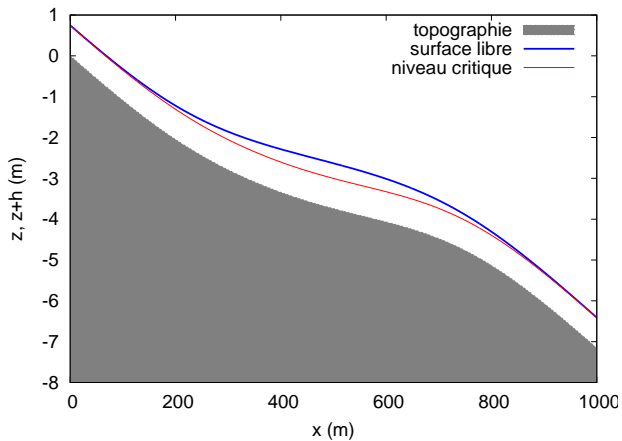
Solutions analytiques (Vo Thi Ngoc, M2-MAPMO)

Cas tests originaux :

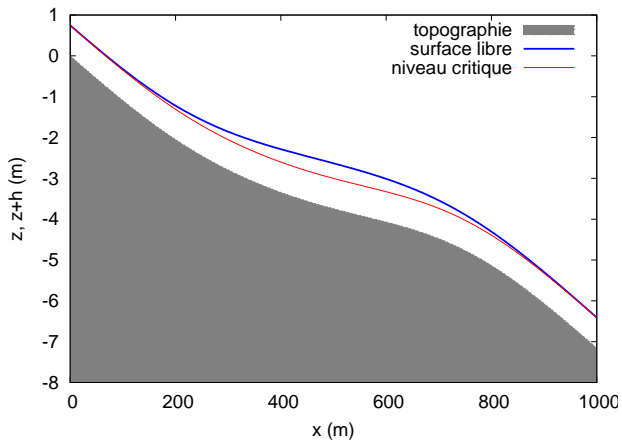
- ▶ Saint-Venant :
 - ▶ donnée z
 - ▶ inconnues h et u (et donc q)
- ▶ cas tests
 - ▶ données h et q (et donc u)
 - ▶ inconnue z
- ▶ De nombreuses possibilités
 - ▶ plusieurs lois de frottement
 - ▶ terme de diffusion [Delestre and Marche, 2010]
 - ▶ terme de pluie



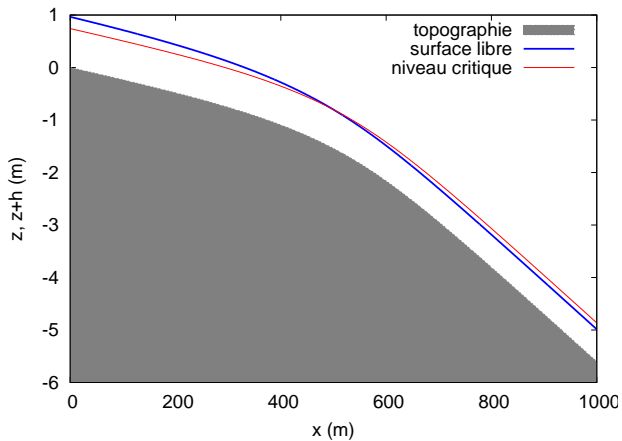
Topographie apparente (fluvial-fluvial)



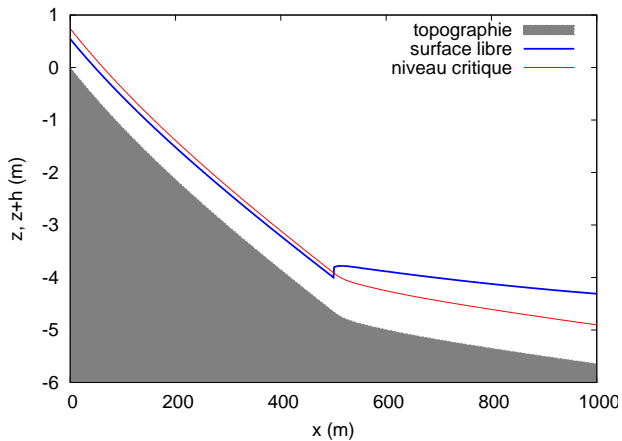
Semi-implicite (fluvial-fluvial)



Semi-implicite (fluvial-torrentiel)



Semi-implicite (torrentiel-fluvial)



Choix

- ▶ Flux numérique : HLL
- ▶ Schéma ordre 2 : MUSCL
- ▶ Frottements : traitement semi-implicite

Pluie

Système de Saint-Venant avec terme de pluie P

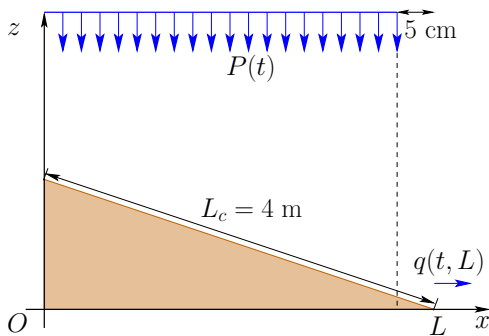
$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x(hu) = P \\ \partial_t(hu) + \partial_x(hu^2 + gh^2/2) + h\partial_x z = hf \end{cases} \quad (5)$$

Test : Expérimental (INRA) & analytique

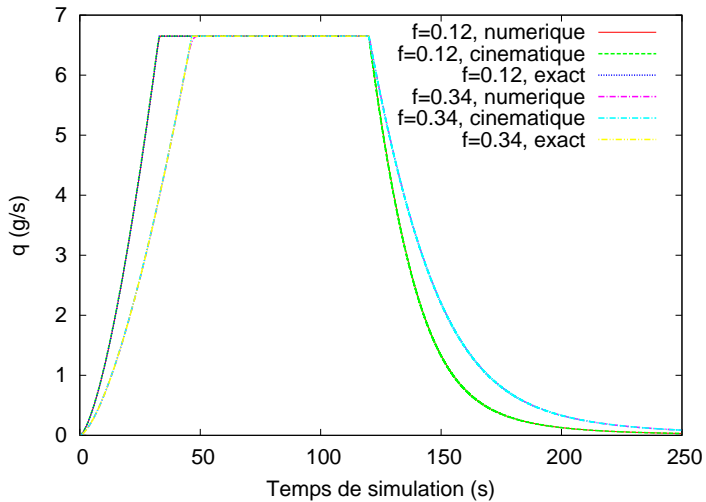


Données

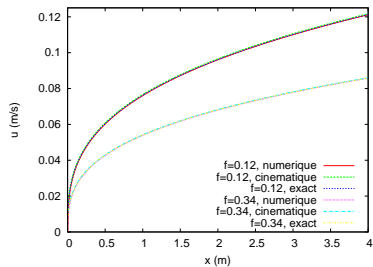
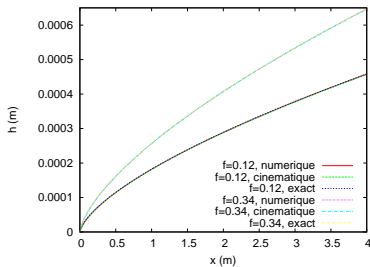
$$0 \leq t \leq 250\text{s}$$



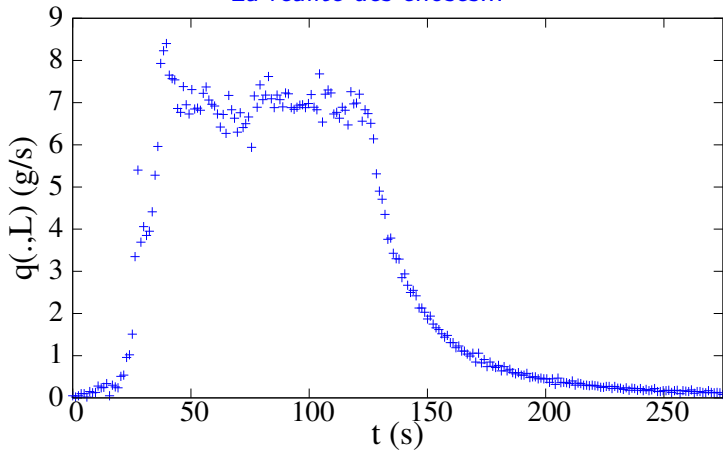
$$R(x, t) = \begin{cases} 50 \text{ mm/h} & \text{si } (x, t) \in [0, L] \times [5, 125] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



Hauteur et vitesse à l'équilibre

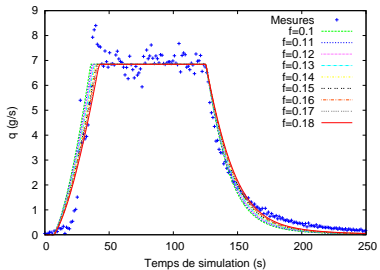


La réalité des choses...

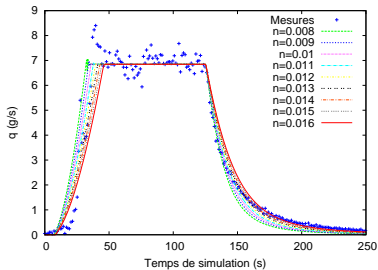


Reconstruction hydrostatique

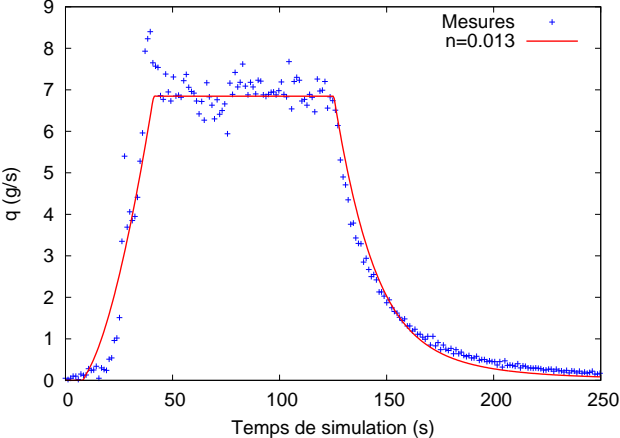
Darcy-Weisbach



Manning



Un résultat de simulation (Manning)



Choix

- ▶ Flux numérique : HLL
- ▶ Schéma ordre 2 : MUSCL
- ▶ Frottements : traitement semi-implicite
- ▶ Pluie : traitement explicite

FuIIWOF_2D

- ▶ fortran 2d avec infiltration (Green-Ampt)
BRGM : El Bouajaji (M2 2007), Rousseau (M2 2008)

FuIIWOF_2D

- ▶ fortran 2d avec infiltration (Green-Ampt)
BRGM : El Bouajaji (M2 2007), Rousseau (M2 2008)
problème de modularité et tests redondants

FullSWOF_2D

- ▶ fortran 2d avec infiltration (Green-Ampt)
BRGM : El Bouajaji (M2 2007), Rousseau (M2 2008)
problème de modularité et tests redondants
- ▶ C++ INRA : Delestre (M2 CCI, 2008)

FullSWOF_2D

- ▶ fortran 2d avec infiltration (Green-Ampt)
BRGM : El Bouajaji (M2 2007), Rousseau (M2 2008)
problème de modularité et tests redondants
- ▶ C++ INRA : Delestre (M2 CCI, 2008)
- ▶ débogage, tests et développement
BRGM Rousseau infiltration
MAPMO Delestre, Laguerre, Lucas et Razafison
INRA Ksinant Garcia

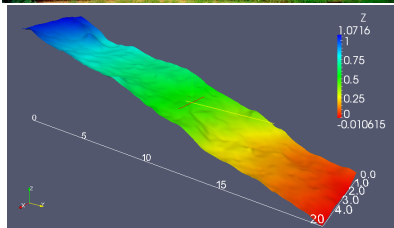
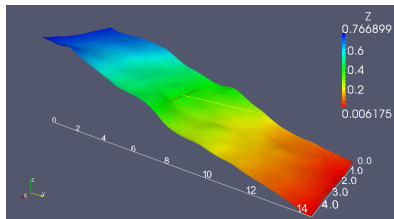
FullSWOF_2D

- ▶ fortran 2d avec infiltration (Green-Ampt)
BRGM : El Bouajaji (M2 2007), Rousseau (M2 2008)
problème de modularité et tests redondants
- ▶ C++ INRA : Delestre (M2 CCI, 2008)
- ▶ débogage, tests et développement
BRGM Rousseau infiltration
MAPMO Delestre, Laguerre, Lucas et Razafison
INRA Ksinant Garcia
- ▶ Logiciel libre (CeCILL)

FullSWOF_2D

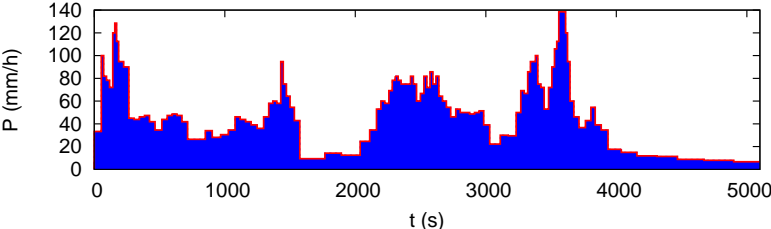
- ▶ fortran 2d avec infiltration (Green-Ampt)
BRGM : El Bouajaji (M2 2007), Rousseau (M2 2008)
problème de modularité et tests redondants
- ▶ C++ INRA : Delestre (M2 CCI, 2008)
- ▶ débogage, tests et développement
BRGM Rousseau infiltration
MAPMO Delestre, Laguerre, Lucas et Razafison
INRA Ksinant Garcia
- ▶ Logiciel libre (CeCILL)
- ▶ documentation (Doxygen) et SVN

Parcelles au Niger ([Esteves et al., 2000], IRD)

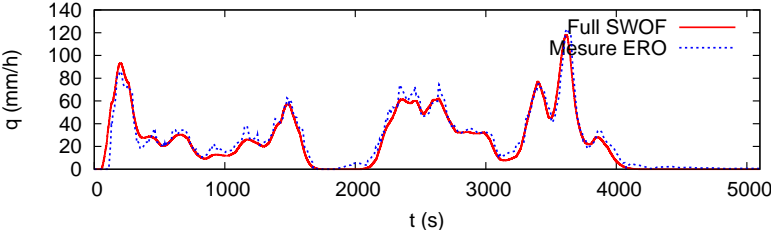


Darcy-Weisbach

Hyetogramme

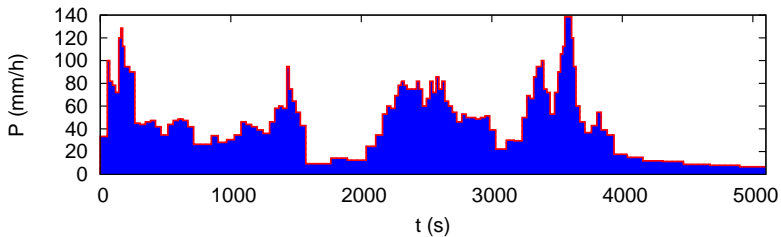


Hydrogramme

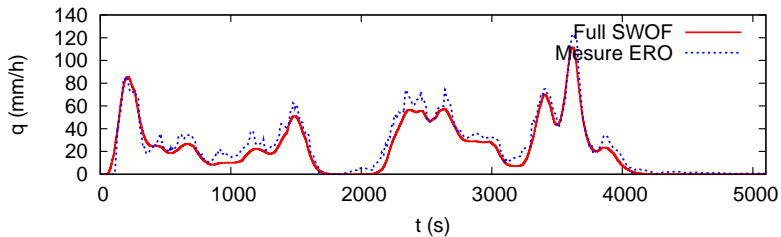


Manning

Hyetogramme



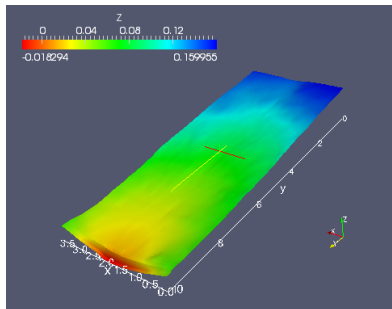
Hydrogramme



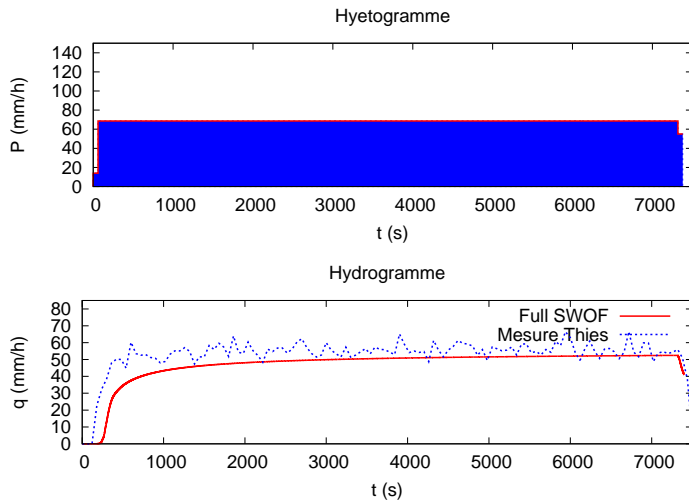
Parcelle de Thies au Sénégal ([Tatard et al., 2008], IRD)

Mesure de vitesses par SVG [Planchon et al., 2005]

Nombres de mailles : 40×100 (4 m \times 10 m)

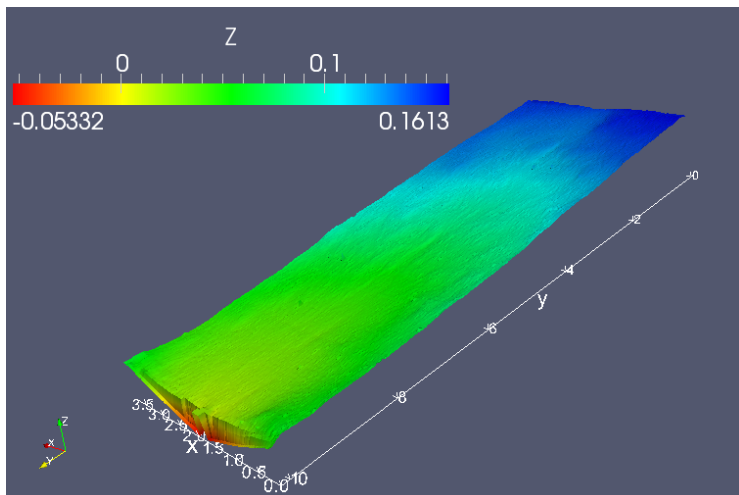


Parcelle de Thies au Sénégal ([Tatard et al., 2008], IRD)



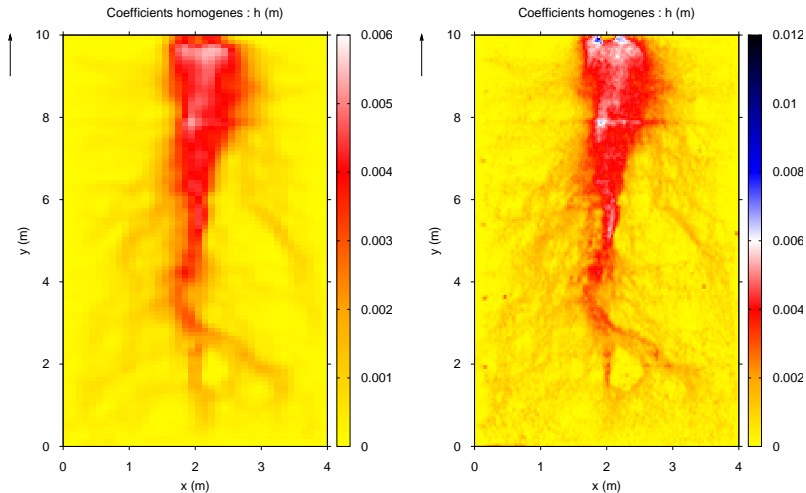
Parcelle de Thies au Sénégal ([Tatard et al., 2008], IRD)

Nombres de mailles : 160×200



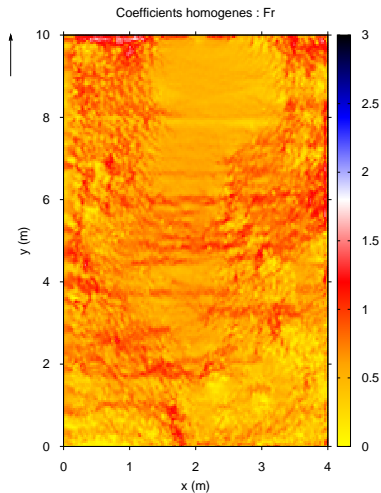
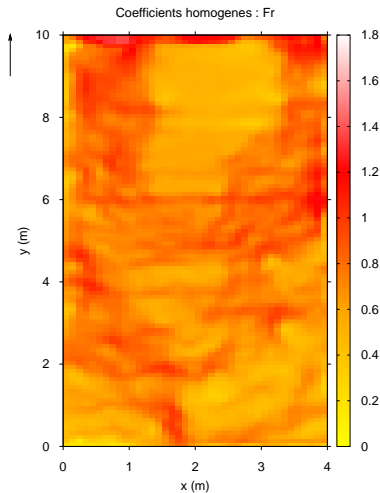
Parcelle de Thies au Sénégal ([Tatard et al., 2008], IRD)

Coefficients homogènes



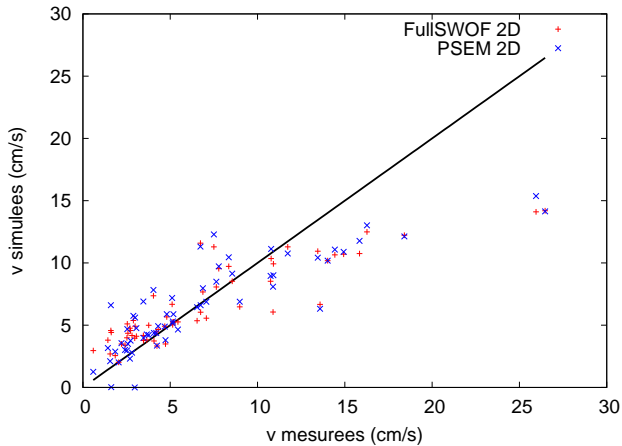
Parcelle de Thies au Sénégal ([Tatard et al., 2008], IRD)

Coefficients homogènes

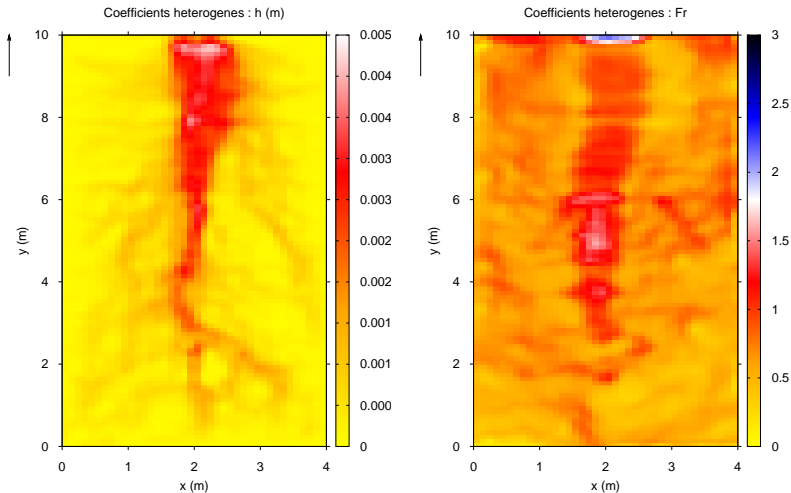


Parcelle de Thies au Sénégal ([Tatard et al., 2008], IRD)

Les vitesses

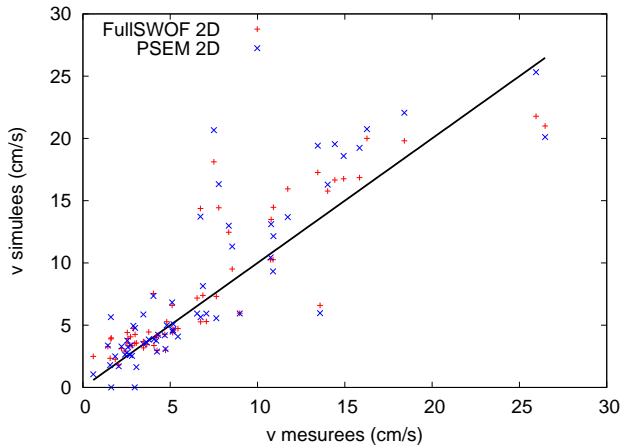


Coefficients hétérogènes Parcelle de Thies au Sénégal ([Tatard et al., 2008], IRD)



Parcelle de Thies au Sénégal ([Tatard et al., 2008], IRD)

Les vitesses



Bilan

- ▶ Choix d'une méthode
 - flux : HLL
 - reconstruction : MUSCL
 - traitement des frottements : semi-implicite

Bilan

- ▶ Choix d'une méthode
flux : HLL
reconstruction : MUSCL
traitement des frottements : semi-implicite
- ▶ validation

Bilan

- ▶ Choix d'une méthode
flux : HLL
reconstruction : MUSCL
traitement des frottements : semi-implicite
- ▶ validation
- ▶ Développement d'un logiciel FullSWOF_2D



Audusse, E., Bouchut, F., Bristeau, M.-O., Klein, R., and Perthame, B. (2004).

A fast and stable well-balanced scheme with hydrostatic reconstruction for shallow water flows.

SIAM J. Sci. Comput., 25(6) :2050–2065.



Bouchut, F. (2004).

Nonlinear stability of finite volume methods for hyperbolic conservation laws, and well-balanced schemes for sources, volume 2/2004.

Birkhäuser Basel.



Bristeau, M.-O. and Coussin, B. (2001).

Boundary conditions for the shallow water equations solved by kinetic schemes.




Technical Report 4282, INRIA.



Delestre, O. and Marche, F. (2010).

A numerical scheme for a viscous shallow water model with friction.

J. Sci. Comput., DOI 10.1007/s10915-010-9393-y.

-  Esteves, M., Faucher, X., Galle, S., and Vauclin, M. (2000). Overland flow and infiltration modelling for small plots during unsteady rain : numerical results versus observed values. *Journal of Hydrology*, 228 :265–282.
-  Planchon, O., Silvera, N., Gimenez, R., Favis-Mortlock, D., Wainwright, J., Le Bissonais, Y., and Govers, G. (2005). An automated salt-tracing gauge for flow-velocity measurement. *Earth Surface Processes and Landforms*, 30(7) :833–844.
-  Tatard, L., Planchon, O., Wainwright, J., Nord, G., Favis-Mortlock, D., Silvera, N., Ribolzi, O., Esteves, M., and Huang, C.-h. (2008). Measurement and modelling of high-resolution flow-velocity data under simulated rainfall on a low-slope sandy soil. *Journal of Hydrology*, 348(1-2) :1–12.

flux HLL

$$\mathcal{F}(U_G, U_D) = \begin{cases} F(U_G) & \text{si } 0 < c_1 \\ F(U_D) & \text{si } c_2 < 0 \\ \frac{c_1 F(U_G) - c_2 F(U_D)}{c_2 - c_1} + \frac{c_1 c_2 (U_D - U_G)}{c_2 - c_1} & \text{sinon} \end{cases},$$

avec deux paramètres

$$c_1 < c_2.$$

flux HLL

$$\mathcal{F}(U_G, U_D) = \begin{cases} F(U_G) & \text{si } 0 < c_1 \\ F(U_D) & \text{si } c_2 < 0 \\ \frac{c_1 F(U_G) - c_2 F(U_D)}{c_2 - c_1} + \frac{c_1 c_2 (U_D - U_G)}{c_2 - c_1} & \text{sinon} \end{cases},$$

avec deux paramètres

$$c_1 < c_2.$$

Pour c_1 et c_2 , on prend

$$c_1 = \inf_{U=U_G, U_D} \left(\inf_{j \in \{1,2\}} \lambda_j(U) \right) \text{ and } c_2 = \sup_{U=U_G, U_D} \left(\sup_{i \in \{1,2\}} \lambda_i(U) \right).$$

avec $\lambda_1(U) = u - \sqrt{gh}$ et $\lambda_2(U) = u + \sqrt{gh}$. [▶ retour](#)