



**HAL**  
open science

# Suivi de trajectoires d'un robot mobile non holonome : approche par modèle flou de Takagi-Sugeno et prise en compte des retards

El-Hadi Guechi

► **To cite this version:**

El-Hadi Guechi. Suivi de trajectoires d'un robot mobile non holonome : approche par modèle flou de Takagi-Sugeno et prise en compte des retards. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2010. Français. NNT : . tel-00531738

**HAL Id: tel-00531738**

**<https://theses.hal.science/tel-00531738>**

Submitted on 3 Nov 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**

présentée à

**UNIVERSITÉ DE VALENCIENNES  
ET DU HAINAUT CAMBRÉSIS**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR D'UNIVERSITE**

**Mention Automatique**

**Spécialité Automatique et Génie Informatique**

par

**El-Hadi GUECHI**

**Ingénieur en Automatique de l'Université d'Annaba (Algérie)**

**Suivi de trajectoires d'un robot mobile non  
holonome : approche par modèle flou de  
Takagi-Sugeno et prise en compte des retards**

Soutenue le 28 juin 2010 devant la commission d'examen :

Michel Dambrine	Professeur à l'Université de Valenciennes	(directeur)
Thierry-Marie Guerra	Professeur à l'Université de Valenciennes	(examineur)
Jimmy Lauber	MdC à l'Université de Valenciennes	(co-encadrant)
Laurent Laval	MdC-HDR à l'ENSEA, Cergy Pontoise	(rapporteur)
Noureddine Manamanni	Professeur à l'Université de Reims	(rapporteur)
Dominique Meizel	Professeur à l'Université de Limoges	(examineur)

## Remerciements

J'adresse mes sincères remerciements aux membres du jury Noureddine Manamanni, Laurent Laval, Thierry-Marie Guerra et Dominique Meizel qui ont accepté de juger mon travail. Je remercie également le Directeur du Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielle et Humaine (LAMIH, FRE UVHC-CNRS 3304) pour m'avoir accueilli au sein de son équipe.

Je remercie Michel Dambrine, le spécialiste des systèmes à retards d'avoir dirigé cette thèse avec diplomatie, de m'avoir supporté pendant tout ce temps, en me disant à chaque fois : « tu veux une claque ? »

Je tiens à remercier le fameux Jimmy Lauber, celui qui a dit : « si un jour, j'ai un quatrième enfant, je te le vends à prix d'amis ! ».

Je tiens aussi à remercier les personnes suivantes (qui se reconnaîtront sûrement) :

Celui qu'on appelle l'ours, qui s'intéresse aux systèmes flous et qui te répond que tu es une « quiche » quand tu ne comprends pas quelque chose. Celui qui m'a appris des mots en slovène, notamment « kossilo » en passant devant mon bureau chaque jour au repas de midi. Merci Sašo Blazič. Celui qui rend le LAMIH comme un arc en ciel en changeant ses chemises et en mettant ses belles cravates. Le philosophe qui nous sort des LMI compliqués et flou. Le mexicain spécialiste des blagues bizarres. A celle qui n'aime pas le tonnerre et une fois à la place Stanislas m'a dit : « on rentre, il va pleuvoir » et « tu me donnes ta chambre car elle est plus grande que la mienne ». Le kabyle qui porte dans son cœur un amour effroyable pour son pays d'origine l'Algérie. Celui qui se plaint qu'il n'a pas d'argent et Le syrien qui s'exclame « c'est facile ». Monsieur concombre et son histoire de scrabble qui a déchiré les patients !. Celui qui nous encourage tout le temps, le suisse Djidji le ouf. Le nouveau Ouf espagnol de l'équipe qui travaille dans son coin et qui parle toujours de Sum of Square Approach To Stability. Celui qui chante tout le temps en apportant une belle ambiance dans l'équipe et qui travaille maintenant chez ALSTOM. Celui qui vient du Viêt-Nam, sa femme lui manque et il s'exclame « aaaaaaaaaaaaaah ! ». Celui qui nous dérange tout le temps avec son vélo et qui s'exclame « c'est la recherche ». Les deux nouveaux thésards du véhicule hybride qui s'inquiètent de ne pas être encore payés « snif snif snif... ». Tous les membres de l'équipe : Djemai, Michael, Lolo (Laurent), Antoine, Seb.

Avant de finir, un grand merci aux enseignants de l'Université Badji Mokhtar d'Annaba, notamment les enseignants du département d'électronique qui ont contribué à nous former.

Enfin, je termine mes remerciements par les êtres les plus chers au monde « Maman, Papa, Leila, Salima, Saliha, Soraya, Khatima, Lazher, Fateh, Bilel ». Merci infiniment pour votre aide, votre encouragement et c'est à vous que je dédie ce travail.

*Dédicace*

---

*« Pour mon père et ma mère »*

## Sommaire

Sommaire .....	1
Introduction générale .....	4
Chapitre 1: Etat de l'art sur les robots mobiles .....	7
1.1 Introduction .....	7
1.2 Modélisation et propriétés structurelles .....	8
1.2.1 Hypothèses.....	8
1.2.2 Le modèle cinématique du robot de type unicycle .....	8
1.2.3 Le modèle cinématique de type voiture .....	10
1.2.4 Commandabilité .....	11
1.3 Planification de trajectoire .....	12
1.3.1 Approches polynomiales pour la génération de trajectoires.....	12
1.3.2 Décomposition en cellules.....	14
1.3.3 Approche par champs de potentiel.....	15
1.3.4 Utilisation des roadmaps .....	16
1.3.4.1 Diagramme de Voronoï .....	16
1.3.4.2 Graphe de visibilité .....	16
1.4 Evitement d'obstacle mobile .....	17
1.4.1 Méthode de fenêtre dynamique.....	17
1.4.2 Approche du V-Obstacle .....	19
1.4.3 Autres approche d'évitements d'obstacle mobile .....	20
1.5 Poursuite de trajectoire.....	20
1.5.1 Formulation du problème .....	21
1.5.2 Stabilisation par un retour d'état non stationnaire continu.....	22
1.5.2.1 Commande en boucle ouverte et fermée. ....	22
1.5.2.2 Commande non linéaire non stationnaire .....	23
1.5.2.3 Commande de système du robot de type unicycle sous forme chaînée .....	24
1.5.2.4 Approche par fonction transverse .....	26
1.5.3 Stabilisation par un retour d'état discontinu.....	26
1.6 Conclusion.....	28
Chapitre 2: Commande PDC pour le suivi de trajectoire — cas continu .....	30
2.1 Introduction .....	30

2.2	Description de la plateforme expérimentale.....	30
2.3	Etat de l'art sur les modèles TS.....	33
2.3.1	Modèle flou TS continu.....	33
2.3.2	Obtention d'un modèle flou (TS).....	34
2.3.3	Commande et observation des modèles TS.....	36
2.3.4	Relaxation pour la résolution de contraintes LMI.....	37
2.4	Génération de trajectoire avec limite d'accélération.....	38
2.4.1	Génération d'une courbe de Bézier $C^3$ .....	38
2.4.2	Prise en compte des limites d'accélération.....	39
2.5	Modèle flou TS du robot mobile et poursuite de trajectoire.....	42
2.5.1	Rappel du modèle cinématique du robot.....	42
2.5.2	Modèle cinématique de l'erreur de poursuite de trajectoire.....	43
2.5.3	Commande floue.....	44
2.5.3.1	Modèle flou TS de l'erreur de poursuite.....	44
2.5.3.2	Synthèse de la loi de commande PDC.....	45
2.5.3.3	Synthèse d'un observateur TS.....	47
2.5.3.4	Résultats de simulation pour le suivi de trajectoire.....	48
2.5.3.5	Résultat expérimentaux.....	52
2.6	Conclusion.....	54
Chapitre 3: Commande PDC pour le suivi de trajectoire — cas discret.....		56
3.1	Introduction.....	56
3.2	Etat de l'art sur les modèles TS discret.....	56
3.3	Commande floue : cas discret.....	57
3.3.1	Discretisations du modèle d'erreur de poursuite.....	57
3.3.2	Développement du modèle TS discret.....	61
3.3.3	Synthèse de la loi de commande PDC.....	62
3.3.4	Synthèse d'un observateur.....	64
3.3.5	Résultats de simulation pour le suivi de trajectoire.....	65
3.3.5.1	Simulation avec des mesures parfaites.....	65
3.3.5.2	Simulation avec des mesures bruitées.....	67
3.3.6	Résultats expérimentaux pour le suivi de trajectoire.....	69
3.4	Conclusion.....	70
Chapitre 4: Suivi de trajectoire en présence de retard sur les mesures.....		71

4.1 Introduction .....	71
4.2 État de l'art sur les systèmes à retard.....	72
4.2.1 Stabilité des systèmes linéaires à retard .....	73
4.2.2 Stabilité des systèmes non linéaires à retard .....	74
4.3 Formulation du problème .....	74
4.4 Suivi de trajectoire avec commande PDC en présence de retard constant et connu sur les mesures .....	75
4.5 Platitude et suivi de trajectoire en présence de retard constant et connu sur les mesures .....	84
4.5.1 Rappel : bouclage dynamique linéarisant.....	84
4.5.2 Synthèse du contrôleur .....	85
4.5.3 Stabilité de la boucle fermée.....	85
4.5.4 Résultats de simulation.....	87
4.6 Platitude et suivi de trajectoire en présence de retard constant et inconnu sur les mesures .....	92
4.6.1 Estimation en ligne du retard.....	93
4.6.2 Synthèse de l'observateur prédictif .....	94
4.6.3 Résultats de simulation pour le suivi de trajectoire .....	95
4.6.3.1 Cas d'un retard inconnu constant .....	95
4.6.3.2 Cas d'un retard inconnu constant par morceaux .....	98
4.7 Conclusion.....	100
Conclusion et perspectives.....	102
Références personnelles.....	104
Références.....	105

## **Introduction générale**

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au sein du Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielle et Humaine (LAMIH, FRE UVHC-CNRS 3304) avec un financement de type Allocation de Recherche. Ils se focalisent sur la commande et la poursuite de trajectoire de robots mobiles non holonomes. Ces travaux ont été en partie validés sur la plate-forme de robots mobiles de l'Université de Ljubljana (Slovénie) dans le cadre de la coopération entre cette dernière et notre laboratoire « LAMIH » et avec l'aide de la région Nord Pas-de-Calais (bourse de mobilité internationale).

La commande des robots mobiles a fait l'objet de nombreuses recherches ces dernières années, en raison de l'utilisation de plus en plus fréquente en milieu dangereux ou inaccessible où l'être humain peut difficilement intervenir. A titre d'exemples, nous pouvons citer l'intervention sur des sites nucléaires dangereux ou l'exploration spatiale. Les modèles utilisés dans ce contexte sont non linéaires et la propriété de non holonomie qui caractérise un certain nombre de ces robots mobiles conduit à l'utilisation de techniques de commande non linéaire pour les piloter. La problématique générale se réduit dans la plupart des cas à faire se déplacer le robot dans un environnement connu ou inconnu, tout en évitant d'éventuels obstacles fixes ou mobiles, pour réaliser une tâche prescrite. Il en découle qu'il faut pouvoir définir une stratégie de mouvement (planification), puis exécuter le déplacement prescrit. L'objectif de ce mémoire trouve son intérêt dans l'exécution d'un mouvement planifié et concerne le développement de lois de commande pour le suivi de trajectoire des robots mobiles non holonomes. Nous nous intéressons seulement aux robots mobiles de type unicycle correspondant à ceux de notre application (robots miniatures MIABOT de la société Merlin Robotics). Ils disposent d'une motorisation électrique (dynamique rapide) et d'un faible encombrement (faible inertie). Par conséquent, un asservissement en vitesse est suffisant pour les commander. De ce fait, les modèles considérés pour développer les lois de commandes de ce mémoire sont basés sur le modèle cinématique du robot mobile de type unicycle.

Différentes approches existent pour la stabilisation ou le suivi de trajectoire de ce type de robots. Le problème de la stabilisation est délicat du fait que la condition de Brockett n'est pas vérifiée, et il ne peut donc pas exister de retour d'état stabilisant de type continu et

stationnaire pour ces modèles. De nombreux auteurs proposent alors une solution partielle en assurant un suivi de trajectoire à validité locale et ne prenant pas en compte les éventuels retards sur les mesures. Dans ce mémoire, nous avons proposé deux nouvelles approches pour le suivi de trajectoire de robot mobile non holonome.

Le premier chapitre de ce mémoire propose un état de l'art sur la robotique mobile en présentant dans un premier temps les deux modèles les plus fréquemment rencontrés en robotique mobile, puis quelques techniques de planification locales et globales pour la génération de trajectoire d'un robot mobile non holonome. Enfin, les différents types de commande avec retour d'état continu ou discontinu dédiée à la stabilisation de robot mobile non holonome de type unicycle sont présentés.

Le second chapitre commence par une description de la plateforme de robots mobiles de l'Université de Ljubljana sur laquelle les expérimentations ont été réalisées. Ensuite, une nouvelle approche de poursuite de trajectoire d'un robot mobile non holonome basée sur l'utilisation d'une classe de modèles polytopiques non linéaires appelés modèles flous continus de type Takagi-Sugeno (TS) est développée. La commande utilisée classiquement pour cette famille de modèles TS est la commande PDC (Parallel Distributed Compensation). Dans notre cas, à cette commande est associé un observateur flou permettant de filtrer les mesures. La stabilité de la boucle fermée globale (contrôleur + observateur) est assurée puisque l'ensemble vérifie un principe de séparation. Enfin, le principe utilisé pour la génération de trajectoire est présenté avant de montrer l'efficacité de l'approche proposée via des résultats de simulations et expérimentaux.

Pour des raisons de mise en œuvre en temps réel avec une période d'échantillonnage fixe, le troisième chapitre s'intéresse à la poursuite de trajectoire d'un robot mobile non holonome par l'utilisation de la commande PDC dans le cas discret. Après une discussion sur le choix du modèle de poursuite discret, la suite de ce chapitre s'articule de la même manière que le précédent en finissant par des résultats de simulations et expérimentaux.

Au travers de plusieurs exemples de simulation, l'efficacité de la première approche présentée dans les deux précédents chapitres a pu être validée, en supposant instantanée la mesure des sorties. Pourtant dans de nombreuses applications de robotique mobile, un traitement ou une transmission d'information est nécessaire pour prendre des décisions, déterminer la localisation ou percevoir l'environnement. Ces traitements peuvent introduire des retards plus ou moins importants. Dans la littérature, les différentes stratégies de commandes développées ne prennent pas en compte les phénomènes de retard. En particulier,

dans le cas de structures de commande à base de retour de sortie dynamique (commande + observateur) pour des modèles non linéaires, la démonstration de la stabilité de la boucle fermée globale reste un point délicat. Le dernier chapitre s'intéresse à la détermination d'une loi de commande avec retour de sortie dans le cas de mesures retardées avec deux objectifs en vue : résoudre le problème de suivi de trajectoire pour un robot mobile non holonome et garantir la stabilité de la boucle fermée globale (contrôleur + observateur). Divers exemples de simulation sont proposés afin de valider les approches développées.

Enfin, les conclusions et perspectives des travaux (théorique et pratique) de recherche menés tout au long cette thèse clôturent ce présent mémoire.

## Chapitre 1: Etat de l'art sur les robots mobiles

### 1.1 Introduction

L'objectif de ce premier chapitre est de donner un bref état de l'art de la robotique mobile. Les deux modèles de robots mobiles à roues rencontrés le plus fréquemment sont d'abord présentés. Un des points clés en robotique mobile est de définir et de mettre en œuvre un déplacement dans un but donné. Par exemple, si l'on veut assurer un mouvement du robot entre deux positions dans l'espace, la démarche à suivre requiert deux étapes : tout d'abord, la planification d'une trajectoire entre ces deux positions puis le suivi de cette trajectoire par le robot. Dans cette optique, la deuxième partie présente une synthèse sur les différentes techniques de planification de trajectoire. Plusieurs algorithmes de planification de trajectoire ont été présentés dans la littérature. Ces algorithmes peuvent être classés en deux catégories : planificateurs globaux et planificateurs locaux. Les planificateurs globaux se basent sur les techniques dites « Roadmaps » /Spong 2006/, /LaValle, 2006/, /Laumond 1998/ et nécessitent la connaissance globale de l'espace de travail du robot. Les planificateurs locaux, comme les techniques d'évitement d'obstacles utilisant la stratégie du champ de potentiel /Khatib 1986/, n'ont besoin quant à eux que d'une connaissance locale de l'espace de travail. Dans la troisième partie, les principales stratégies d'évitement d'obstacles fixes et/ou mobiles sont abordées.

Il existe différents problèmes de commande pour le robot mobile :

- le suivi de chemin où l'objectif est qu'un point lié au robot suive une courbe prédéterminée en imposant au robot une vitesse donnée ;
- la stabilisation de trajectoires consistant à prendre en compte la dimension temporelle : la trajectoire de référence dépend du temps et la vitesse du robot n'est plus fixée à l'avance ;
- la stabilisation de configurations fixes : il s'agit de stabiliser asymptotiquement le système dans une position d'équilibre donnée.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons uniquement au problème de la poursuite de trajectoire pour un robot mobile non holonome de type unicycle. Un état de l'art sur ce sujet est donné dans la dernière section de ce chapitre.

## 1.2 Modélisation et propriétés structurelles

Il existe de nombreux modèles de robots mobiles selon leur structure, le type de roues utilisées, etc. Nous ne présentons ici que les deux classes de modèles les plus fréquemment rencontrés : les robots de type unicycle et ceux de type voiture.

### 1.2.1 Hypothèses

Généralement pour la commande de robots mobiles, un modèle de commande en vitesse est utilisé plutôt qu'un modèle de commande en couple. Les principales raisons de ce choix sont les suivantes :

- Le calcul de la commande est plus simple pour un modèle cinématique que pour un modèle dynamique.
- Il n'y a pas de paramètres géométriques ou inertiels compliqués à identifier pour un modèle cinématique.
- Enfin, dans le cas des robots mobiles miniatures utilisés dans notre application (robot MIABOT), l'inertie est faible et la dynamique de la motorisation électrique est très rapide.

Pour ces raisons, nous ne considérons dans la suite que des modèles *cinématiques* en prenant en compte les hypothèses simplificatrices suivantes :

- le robot mobile est considéré comme un véhicule rigide évoluant dans un plan horizontal ;
- Les roues conventionnelles sont supposées indéformable, de rayon notée ci-dessous  $r$  ;
- chaque contact roue/sol est réduit à un point ;
- les roues roulent sans glisser sur le sol.

Nous restreignons notre étude aux robots mobiles de type unicycle et de type voiture

### 1.2.2 Le modèle cinématique du robot de type unicycle

Le robot mobile MIABOT utilisé dans notre application est un robot mobile de type unicycle. Il est composé de deux roues motrices indépendantes au milieu du corps principal du robot (cf. figure 1.1 (a) /Merlin Robotics/). Il existe d'autres robots qui peuvent être classés dans la catégorie des robots mobiles de type unicycle, notamment le robot mobile avec deux roues motrices indépendantes à l'arrière du corps principal du robot et une roue non commandée à l'avant ou à l'arrière (roue folle) (cf. figure 1.1 (b) /ActivMedia 2004/). Cette dernière est destinée uniquement à assurer la stabilité du robot.



Figure 1.1 (a) : Robot mobile MIABOT



Figure 1.1 (b) : Robot mobile Pioneer P3-DX

Le modèle d'un robot mobile unicycle correspond à celui d'une roue roulant dans un plan /Spong 2006/. La configuration de l'unicycle est caractérisée par la donnée des nombres  $x$ ,  $y$ ,  $\theta$  et  $\phi$ , où  $x$  et  $y$  dénotent les coordonnées cartésiennes du point de contact de la roue avec le sol dans un repère cartésien donné,  $\theta$  l'orientation de la roue et  $\phi$  l'angle de la roue mesurée à partir de la verticale (cf. figure 1.2). Sachant que le roulement est sans glissement le modèle cinématique de la roue s'exprime par les formules suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} - r\dot{\phi} \cos \theta = 0 \\ \dot{y} - r\dot{\phi} \sin \theta = 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

où  $r$  représente le rayon de la roue.

Le modèle (1.1) peut être transformé pour faire apparaître les composantes des vitesses dans les plans de la roue et perpendiculaire à la roue, les contraintes cinématiques suivantes sont alors obtenues :

$$\begin{cases} \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0 \\ \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta = r\dot{\phi} \end{cases} \quad (1.2)$$

Ces deux équations sont des contraintes de type non holonome, signifiant que l'on ne peut pas les intégrer de façon à ne faire apparaître que les coordonnées généralisées. Cela peut se démontrer simplement à l'aide du théorème de Frobenius /Bloch 2003/ /Warner 1983/ Nijmeijer 1990/.

En notant la vitesse longitudinale de l'unicycle — avec  $v = r\dot{\phi}$  — et  $w = \dot{\theta}$ , sa vitesse angulaire, on déduit de (1.1) le modèle cinématique du robot mobile non-holonyme de type unicycle :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{\theta} = w \end{cases} \quad (1.3)$$

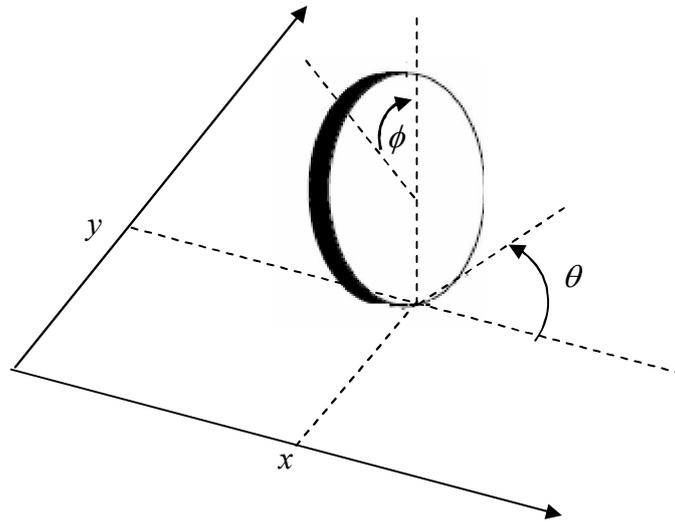


Figure 1.2: Robot mobile unicycle

### 1.2.3 Le modèle cinématique de type voiture

Un robot mobile de type voiture est composé d'un train moteur à l'arrière du corps principal et de deux roues de direction et à braquage différentiel à l'avant (cf. figure 1.3).

La configuration du véhicule de type voiture peut être représentée par le quadruplet  $q = [x, y, \theta, \phi]$ , où le point de coordonnées  $(x, y)$  est le centre de l'essieu arrière de la voiture,  $\theta$  est l'orientation du véhicule,  $\phi$  l'orientation des roues avant et  $d$  la distance entre les essieux avant et arrière.

Les conditions de roulement sans glissement s'obtiennent en écrivant que les vitesses latérales des roues avant et arrière sont nulles :

$$\begin{aligned} \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta &= 0 \\ \dot{x} \sin(\theta + \phi) - \dot{y} \cos(\theta + \phi) - d \cos \phi \dot{\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

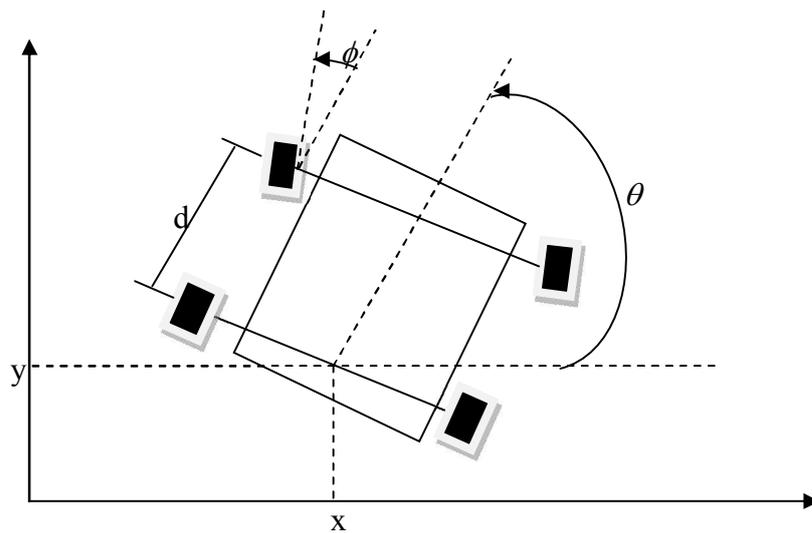


Figure 1.3 : Robot mobile de type voiture

Ces contraintes sont non intégrables, le véhicule de type voiture est donc non holonome. En utilisant des transformations sur l'équation (1.4) /Spong 2006/, le modèle cinématique d'un robot mobile non-holonome de type voiture est obtenu :

$$\begin{cases} \dot{x} = u_1 \cos \theta \\ \dot{y} = u_1 \sin \theta \\ \dot{\theta} = u_1 \frac{\tan \phi}{d} \\ \dot{\phi} = u_2 \end{cases} \quad (1.5)$$

où  $u_1$  correspond à la vitesse longitudinale du corps du robot, alors que  $u_2$  correspond à la vitesse angulaire des roues directrices par rapport au corps du véhicule.

### 1.2.4 Commandabilité

Le système linéarisé du modèle (1.3) autour d'un point d'équilibre arbitraire  $(x_0, y_0, \theta_0)$  est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta_0 \\ \dot{y} = v \sin \theta_0 \\ \dot{\theta} = w \end{cases}$$

Le critère de Kalman montre que ce système n'est pas (complètement) commandable. Par contre, le système initial l'est. En effet, le modèle cinématique du robot mobile (1.3) peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\dot{q} = X_1(q)v + X_2(q)w \quad (1.6)$$

où  $q = [x, y, \theta]^T$ ,  $X_1(q) = [\cos(\theta), \sin(\theta), 0]^T$  et  $X_2(q) = [0, 0, 1]^T$

Par simple calcul du crochet de Lie des champs de vecteurs  $X_1$  et  $X_2$ , on montre que

$$[X_1(q), X_2(q), [X_1(q), X_2(q)]] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin \theta \\ \sin(\theta) & 0 & \cos \theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

La condition de Chow est donc vérifiée puisque cette matrice est inversible pour toute valeur de  $\theta$ , le modèle cinématique du robot (1.3) est donc commandable (cf. Nijmeijer & Van der Schaft, 1991).

### 1.3 Planification de trajectoire

Le problème de la planification de trajectoire est généralement formulé de la manière suivante : on considère un robot mobile  $A$  se déplaçant dans un espace de travail  $W$ , l'objectif est de trouver les chemins qui relient la position du départ du robot  $P_i$  à sa position finale  $P_f$ . Ces chemins doivent être réalisables par le robot, c'est-à-dire, respecter les contraintes cinématiques du robot /LaValle 2006/, /Laumond 1998/, /Dombre et Khalil 2007/, /Scheuer 1998/. Les chemins doivent aussi éviter des obstacles fixes/ Defoort 2007-a/ ou mobiles /Sharir 1989/. Dans cette section, les contraintes cinématiques à prendre en compte dans la planification sont présentées, puis les principales approches pour définir des trajectoires acceptables sont développées.

#### 1.3.1 Approches polynomiales pour la génération de trajectoires

Différentes méthodologies de planification basées sur l'utilisation de trajectoires polynomiales existent dans la littérature. Par exemple, l'utilisation de courbes de type spline /Haddad 2007/ /De Luca 1991/ ou B-spline /Gomez-Bravo 2008/ /Wang 1988/. Ces méthodes permettent en particulier de générer des trajectoires à courbure continue pour réaliser diverses manœuvres (parking,...). Dans tous les cas, la trajectoire est conçue en prenant en compte les contraintes cinématiques du robot mobile ainsi que la position des différents obstacles statiques à éviter.

Une trajectoire générée par une courbe B-spline peut-être représentée à titre d'exemple comme sur la figure 1.4.

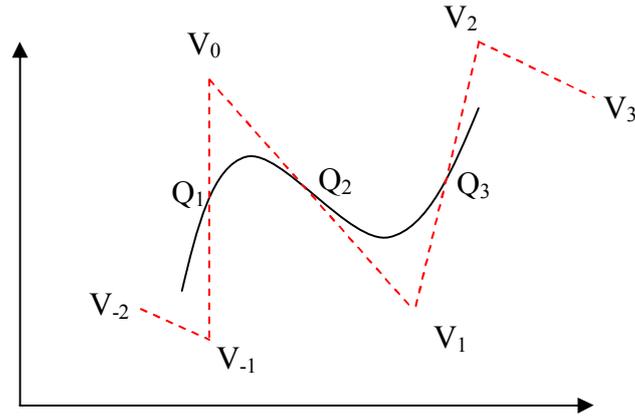


Figure 1.4 : Courbe B-spline

Sur cette figure,  $Q_1$ ,  $Q_2$  et  $Q_3$  représentent les points de passage de la courbe et  $V_{-2}$ ,  $V_{-1}$ ,  $V_0$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$  sont les points qui forment le polygone de contrôle de la courbe. En pratique pour les robots mobiles de type unicycle ou véhicule, les B-splines cubiques s'avèrent être un choix suffisant pour définir une trajectoire vérifiant les contraintes cinématiques /Munoz 1992/. Les coefficients du polynôme permettant de construire une courbe B-spline cubique sont obtenus à l'aide de l'expression suivante :

$$\begin{bmatrix} b_{-2}(u) \\ b_{-1}(u) \\ b_0(u) \\ b_1(u) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & 0 & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ u^2 \\ u^3 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

et les coordonnées  $Q_i(u)$  du  $i$ -ième point de la courbe pour  $V_{i+r}$  avec  $r = -2, -1, 0, 1$  sont données par la formule suivante :

$$Q_i(u) = \sum_{r=-2}^1 b_r(u) V_{i+r}, \quad i = 2, 3, \dots \quad (1.9)$$

avec le paramètre  $u \in [0, 1]$ . La trajectoire est définie en précisant la dépendance de  $u$  avec le temps (loi  $u = u(t)$ ).

Une autre famille de trajectoires fréquemment utilisées pour la planification des robots mobiles non-holonomes est basée sur l'utilisation des courbes de Bézier /Demengel 1998/. Un exemple de courbe de Bézier cubique est représenté sur la figure 1.5.

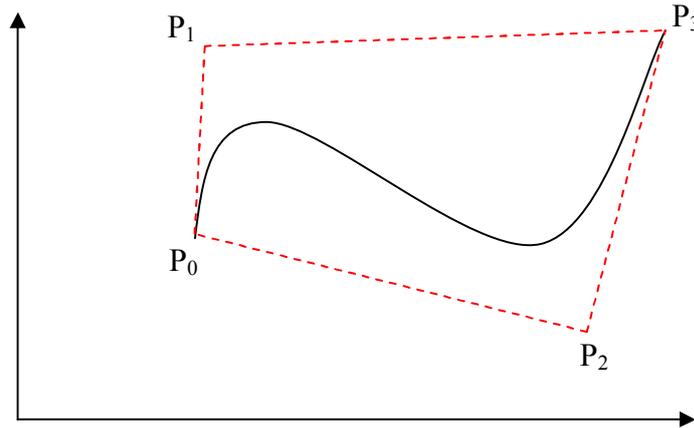


Figure 1.5 : Courbe de Bézier cubique

Les points  $P_0, P_1, P_2$  et  $P_3$  constituent le polygone de contrôle de la courbe. Elle est obtenue à partir de la formule suivante :

$$O\vec{M}(u) = \sum_{i=0}^n B_n^i(u) O\vec{P}_i \quad (1.10)$$

où  $B_n^i(u) = C_n^i u^i (1-u)^{n-i}$  est un polynôme de Bernstein, les  $P_i$  (pour  $i = 1, 2, \dots$ ) sont les points de contrôle de la courbe et le paramètre  $u \in [0, 1]$ .

### 1.3.2 Décomposition en cellules

Cette méthode consiste à décomposer l'espace  $W$  d'évolution du robot (espace de configuration) en plusieurs régions adjacentes qui correspondent à une représentation discrète de l'environnement /Latombe 1991/. A partir de la décomposition obtenue, les barycentres de chaque cellule sont calculés (figure 1.6 (a)) et, en utilisant la théorie de graphe, la génération d'un graphe reliant les barycentres compris entre les configurations initiales et finales du robot (figure 1.6 (b)) est réalisée.

Les points  $P_i$  et  $P_f$  sont respectivement les configurations initiale et finale du robot. Le graphe déterminé est alors exploré pour calculer le chemin permettant de minimiser un critère donné. Généralement dans le cas de robots mobiles, le critère peut-être le temps de parcours ou la détermination du plus court chemin par l'utilisation d'algorithmes d'optimisation : Dijkstra /Tournassoud 1992/,  $A^*$  /Stuart 1994/ ou  $D^*$  /Stentz 1995/.

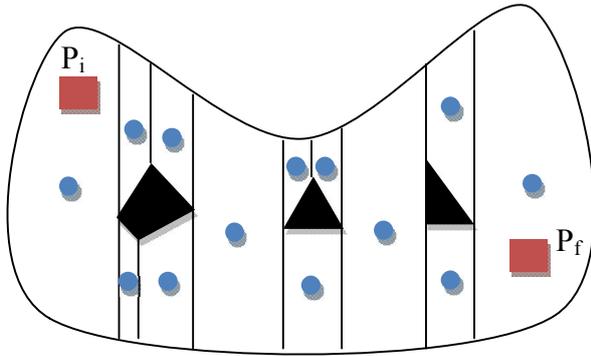


Figure 1.6 (a) : Décomposition en cellules

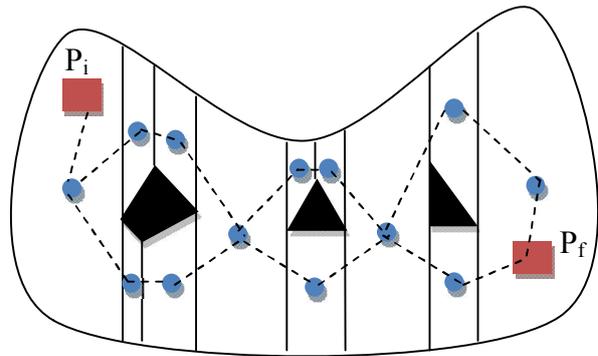


Figure 1.6 (b) : Génération du graphe

### 1.3.3 Approche par champs de potentiel

Dans cette approche, on considère que le robot roule dans un champ de forces virtuelles. Ce dernier est composé de deux champs : un champ de potentiel répulsif autour des obstacles et un champ de potentiel attractif dont le point d'attraction est la configuration finale du robot (figure 1.7).

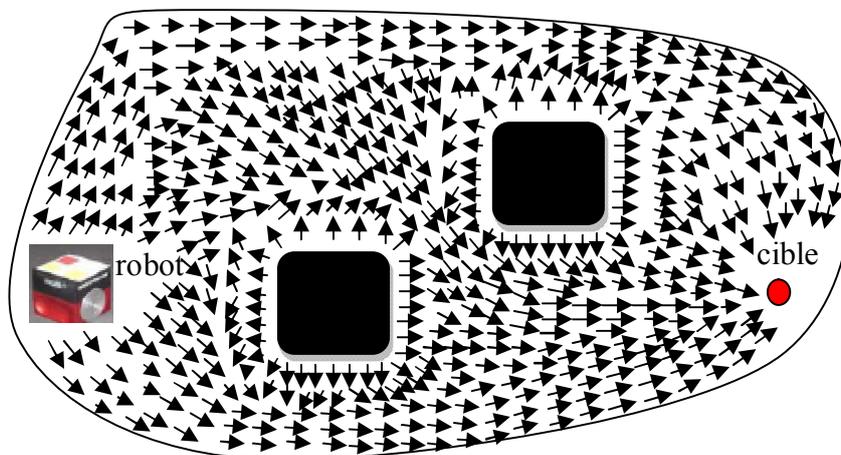


Figure 1.7 : Champs de potentiel répulsif et attractif.

Sachant que  $q$  est la configuration courante du robot, la commande du robot mobile permettant d'éviter un obstacle noté 'O' et d'atteindre la configuration désirée (cible)  $q_d$  est donnée par le champ de potentiel artificiel composé du champ de potentiel attractif et répulsif /Khatib 1986/ /Khalil 1999/. Dans le cas d'évitement de plusieurs obstacles 'O<sub>i</sub>' ( $i = 1, \dots, n$ ) où  $n$  est le nombre des obstacles, la commande à envoyer au robot est composée de la force résultante du champ de potentiel attractif et de la somme des forces qui résultent des champs de potentiel répulsifs des différents obstacles.

Cette technique se met en œuvre relativement facilement et peut être adaptée au cas d'obstacles mobiles. Par contre, le robot peut rester bloqué en un minimum local ou osciller lors du franchissement d'un passage étroit entre des obstacles. Plusieurs adaptations de cette technique ont été proposées. Par exemple, pour éviter que le robot ne soit bloqué (minima locaux), les auteurs /Koren 1991/, /Barraquand 1992/ et /Kavraki 1996/ proposent d'ajouter un point intermédiaire aléatoire afin de pouvoir sortir le robot de sa trappe.

### **1.3.4 Utilisation des roadmaps**

Les méthodes de planification nommées 'roadmaps' sont basées sur l'utilisation de la théorie des graphes. Le principe est de construire un graphe reliant la configuration initiale à la configuration finale tout en évitant les obstacles. Ces techniques sont parmi les plus utilisées et les plus développées ces dernières années de part le fait que ce sont des planificateurs globaux. Deux types de méthodes de cette famille sont développés dans cette section.

#### ***1.3.4.1 Diagramme de Voronoï***

Les diagrammes de Voronoï sont des structures de données fondamentales largement étudiés en géométrie /Wormser 2008/. Dans le cadre de la planification de trajectoire, le diagramme de Voronoï est construit, en traçant des lignes d'égale distance aux obstacles. Une fois que le graphe est construit, l'objectif est de déterminer le chemin reliant la configuration initiale du robot à la configuration finale dans ce graphe en minimisant un critère de distance (le plus court chemin). Plusieurs adaptations pour généraliser le graphe de Voronoï ont été proposées par /Nagatani 1999/ et /Choset 2000/ dans le cadre de planification de trajectoire dans des environnements inconnus.

#### ***1.3.4.2 Graphe de visibilité***

Le graphe de visibilité d'un ensemble d'objets est un graphe où pour chaque sommet d'objet, on trace une ligne droite entre celui-ci et les sommets des autres objets que l'on peut voir /Srinivasaraghavan 1994/. Le graphe de visibilité est utilisé dans plusieurs domaines notamment dans les études de marquage, d'évitement d'obstacles, de calcul du plus court chemin, etc. Un algorithme pour la construction d'un graphe de visibilité réduite est proposé par /Sridharan 2004/ dans le contexte particulier d'un environnement polygonal convexe. Depuis la configuration initiale, on considère les droites reliant le point de départ aux sommets visibles des obstacles, puis l'opération est répétée entre les sommets des obstacles et les sommets visibles des suivants jusqu'au point d'arrivée (figure 1.8).

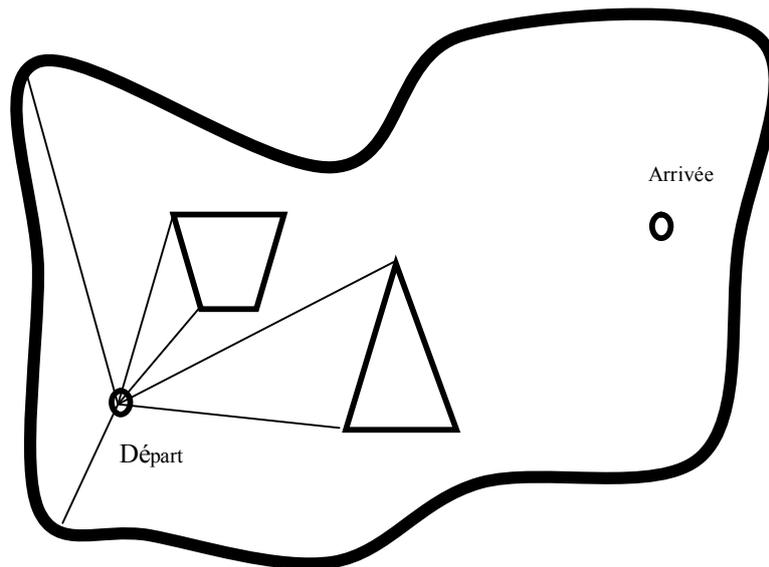


Figure 1.8 : Graphe de visibilité d'un environnement polygonale

Une fois que le graphe de visibilité est construit, le plus court chemin reliant la position de départ et la position d'arrivée dans l'espace morcelé en cellules est calculé à l'aide d'algorithmes d'optimisation tels que, par exemple, l'algorithme de Dijkstra.

## 1.4 Evitement d'obstacle mobile

Le problème de l'évitement d'obstacles fixes peut-être résolu en utilisant les méthodes de planification globale vues dans la partie précédente. Par contre, dans le cas de l'évitement d'obstacles mobiles, d'autres solutions prenant en compte le caractère dynamique des obstacles doivent être envisagées. De manière générale, ce problème est formulé de la façon suivante : on considère un espace de travail  $W$  dans lequel se déplacent plusieurs robots mobiles. L'objectif est d'éviter les collisions entre les robots ou avec les obstacles. Plusieurs techniques dédiées à ce problème ont été développées dans la littérature, les principales approches sont présentées dans la suite de cette section.

### 1.4.1 Méthode de fenêtre dynamique

Le principe de la méthode est de travailler dans l'espace des vitesses plutôt que dans l'espace des positions. La recherche de commandes à envoyer au robot pour éviter les obstacles mobiles est alors effectuée directement dans cet espace.

La dynamique du robot est introduite dans la méthode par la réduction de l'espace de recherche aux seules vitesses admissibles par le robot en prenant en compte les contraintes

dynamiques telles que les valeurs minimales et maximales des vitesses linéaire et angulaire. Cette technique proposée par /Fox 1997/ est décrite par l'algorithme suivant :

*Espace de recherche* : l'obtention de l'espace de recherche des vitesses admissibles pour le robot est décrite dans les quatre étapes suivantes :

- Détermination de l'espace de vitesses  $V_s$  du robot selon ces capacités (vitesses linéaire et angulaire minimale et maximale).
- Détermination de l'espace admissible de vitesses  $V_a$ , en éliminant les vitesses qui peuvent entraîner une collision avec les obstacles.
- Détermination de l'espace de vitesses  $V_d$  qui respectent les limites physiques des accélérations du robot mobile
- Détermination de l'espace de vitesse  $V_r$  à envoyer au robot mobile correspondant à l'intersection des espaces de vitesses précédents ( $V_s$ ,  $V_a$ ,  $V_d$ ) (cf figure 1.9)

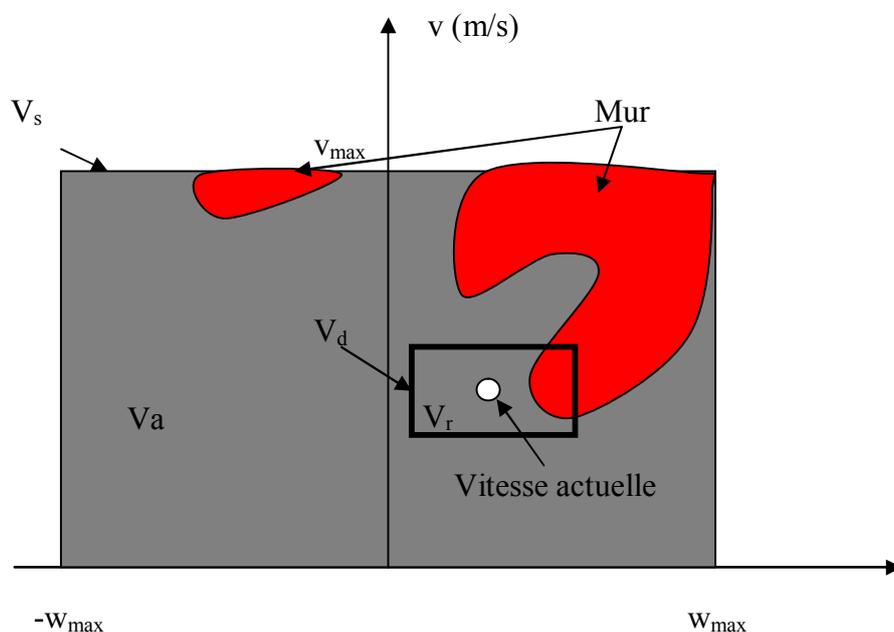


Figure 1.9 : Espace de recherche de vitesses

L'approche de fenêtre dynamique (Dynamic Window) a été étendue par /Brock, 1999/ où les auteurs ont proposé une approche de fenêtre dynamique globale, dont l'objectif est de permettre une exécution robuste dans le cas de mouvements rapides. Cette dernière est une combinaison entre la planification de mouvement et de l'évitement d'obstacle en temps réel. D'autres travaux (/Ögren 2005 et Ögren 2003/) utilisent une approche de fenêtre dynamique souple et convergente dont l'objectif est d'assurer la convergence de la fenêtre dynamique par

une commande par fonction de Lyapunov (CLF) combinée avec un modèle prédictif. Les résultats cités précédemment portent principalement sur la modification de la fenêtre dynamique, il est possible de travailler sur l'algorithme d'optimisation comme c'est le cas dans /Seder 2007/ où un algorithme D\* est développé pour améliorer l'évitement d'obstacles mobiles.

### 1.4.2 Approche du V-Obstacle

Le concept de V-Obstacle a été introduit par /Fiorini 1993/ pour le cas d'un obstacle se déplaçant en ligne droite avec une vitesse constante.

**Définition 1.1** /Large 2003/: Soient un robot A, un obstacle B et un horizon de temps TH. Le V-obstacle de A associé à B est l'ensemble, noté VO, des vitesses linéaires constantes appliquées à A à l'instant  $t_0$ , qui entraînent une collision future entre A et B sur l'intervalle de temps  $[t_0, TH]$ . Il est défini dans l'espace des vitesses V par :

$VO = \cup \{ \vec{v}_A \in V \mid \exists t \in [t_0, TH], A(t) \cap B(t) \neq \emptyset \}$ , où  $A(t)$  et  $B(t)$  sont les trajectoires du robot et de l'obstacle respectivement.

En notant  $P_A$  et  $P_B$  les positions de A et B à l'instant  $t$ , le concept de V-obstacle peut être présenté géométriquement comme suit :

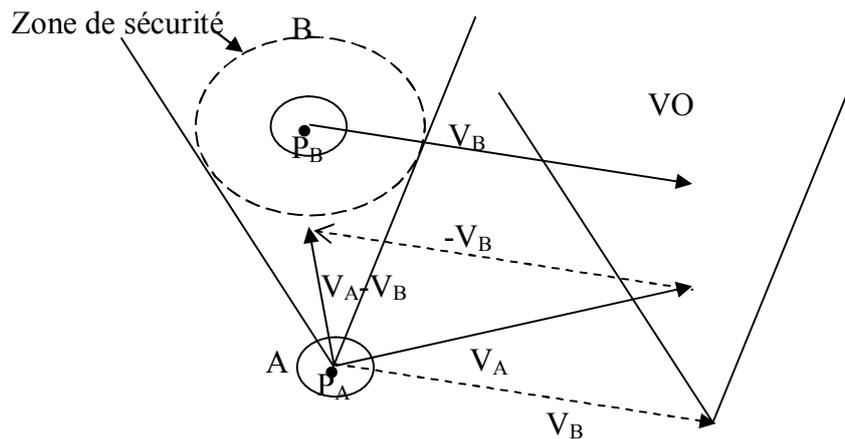


Figure 1.10 : Représentation géométrique du concept de V-obstacle

où  $V_A - V_B$  est la vitesse relative du A par rapport à B. La construction se fait en trois étapes (figure 1.10) :

1. Construire le cône issu de  $P_A$  et dont les bords sont tangents à la zone de sécurité autour de B. Ce cône est appelé cône de collision.
2. Translater le cône de collision de  $V_B$ .

### 3. Supprimer les vitesses qui entraînent des collisions après $TH$

Les deux inconvénients majeurs de cette approche sont, d'une part, que le domaine d'application est restreint aux obstacles qui roulent avec des vitesses linéaires constantes et, d'autre part, que l'efficacité de l'évitement d'obstacle dépend de l'horizon de temps choisi  $TH$ . Ces problèmes ont été traités par /Shiller 2001, Large 2003 et Large 2005/ où une version étendue du concept de  $V$ -obstacle est proposée, incluant le cas où la vitesse de l'obstacle est variable et réduisant la dépendance à  $TH$ . Une autre amélioration du concept de  $V$ -obstacle a été introduite par /Berg 2008/ en développant un nouveau concept appelé  $V$ -obstacle réciproque dans lequel le problème d'oscillations de la trajectoire, qui peut se produire dans le cas classique, est résolu.

### 1.4.3 Autres approche d'évitements d'obstacle mobile

Ils n'existent quasiment aucun résultat sur la planification analytique de trajectoire d'un robot mobile non-holonome évoluant dans un environnement dynamique et incertain. Cependant, certaines approches traitent de ce problème dans un contexte restreint, par exemple, une approche analytique de génération de trajectoires pour un robot mobile en présence d'obstacles en mouvement a été introduite par /Qu 2004/. Dans cet article, un modèle cinématique du robot mobile non-holonome est utilisé et la trajectoire générée pour ce dernier change en temps réel en fonction de l'environnement. D'autres approches d'évitement réactif d'obstacle pour des systèmes non-holonomes ont été proposées par /Lefebvre 2004, Lefebvre 2006 et Lamiroux 2004/. Le principe général de leur méthode est de perturber les entrées de commande définissant la trajectoire de référence calculée à l'instant initial de façon à ce que la trajectoire déformée s'éloigne des obstacles tout en respectant les contraintes cinématiques du système. Un algorithme temps réel d'évitement d'obstacles permet d'optimiser et de réduire le temps de calcul de la nouvelle trajectoire.

### 1.5 Poursuite de trajectoire

Une fois la trajectoire du robot déterminée dans le contexte de l'évitement d'obstacle ou non, il faut pouvoir la suivre. Le problème de suivi d'une trajectoire de référence pour un robot mobile non-holonome est apparu comme un problème de premier ordre pour la communauté roboticienne dans ces dernières années. En effet, la forte utilisation des robots mobiles dans les domaines où l'être humain ne peut pas être présent, notamment dans les sites nucléaires à haut risque ou dans le cas de l'exploration spatiale, nécessite la mise en œuvre de lois de commande autonomes et performantes pour assurer les tâches assignées aux robots. Plusieurs

travaux concernant la poursuite de trajectoire ont été développés dans ce contexte. Après une rapide formalisation de ce problème, une liste non exhaustive des différentes commandes disponibles dans la littérature est présentée.

### 1.5.1 Formulation du problème

Considérons un robot mobile représenté par un modèle non linéaire de la forme :

$$\dot{q} = f(q, u) \quad (1.11)$$

où  $q \in \mathbb{R}^n$  est l'état du système,  $u \in \mathbb{R}^m$  la commande du système et  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  une application infiniment différentiable.

Etant donnée une trajectoire de référence admissible  $q_r$ , l'objectif de la poursuite de trajectoire est de trouver la commande  $u$  du système (1.11) en fonction de  $q$ ,  $q_r$  et du temps  $t$  telle que l'erreur de poursuite  $q_e = q - q_r$  converge asymptotiquement vers zéro. Dans le cadre d'un robot mobile non holonome de type unicycle, le principe de la poursuite de trajectoire est illustré sur la figure 1.11

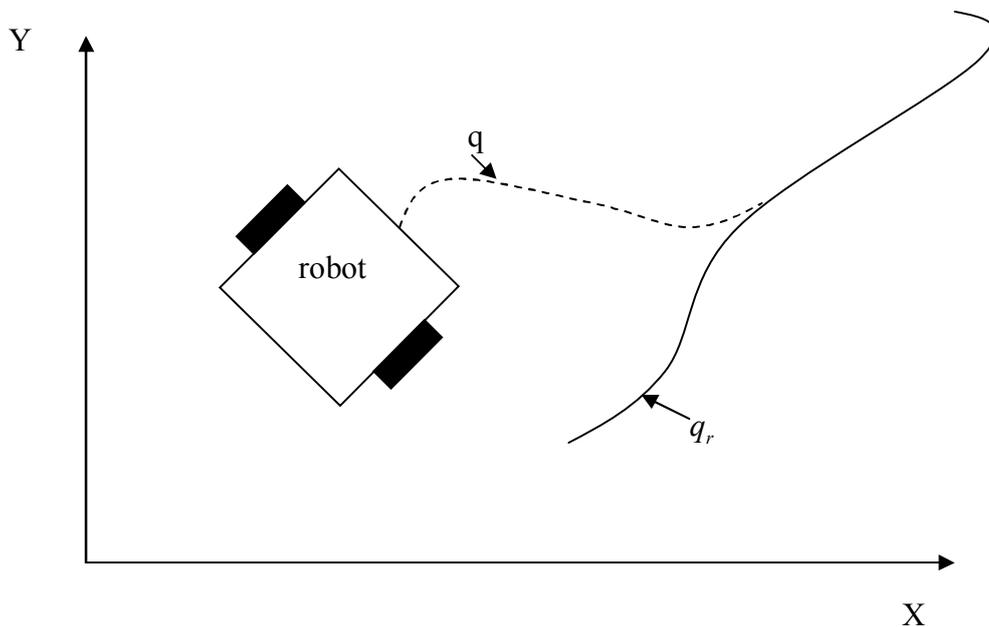


Figure 1.11 : Poursuite de trajectoires admissibles

Une propriété des modèles de robot mobile non-holonome (de type voiture ou unicycle) est qu'ils ne sont pas stabilisables par un retour d'état continu et stationnaire. Ce corollaire est le résultat des travaux de /Brockett 1983/.

**Théorème 1.1** /Brockett 1983/ : *Considérons le système non linéaire (1.11) où  $f$  est suffisamment différentiable et  $f(0,0)=0$ . Une condition nécessaire pour qu'il existe un retour d'état  $u(q)$  continu qui rende l'origine du système bouclé localement stable est que l'image par  $f$  de tout voisinage de l'origine de  $\mathbb{R}^{n \times m}$  soit un voisinage de 0 dans  $\mathbb{R}^n$ .*

La condition nécessaire énoncée dans ce théorème n'est pas satisfaite dans le cas des robots mobiles de type unicycle ou voiture dont les modèles ont été donnés en (1.3) et (1.5). Dans la littérature, plusieurs travaux ont été développés pour résoudre ce problème en proposant des commandes avec un retour d'état non stationnaire continu /Morin 2008, Oriolo 2002 et Samson 1991/ ou discontinu /Bloch 1992, Bloch 1996, Canudas de Wit 1992, Perruquetti 2002 et Defoort 2008/.

## 1.5.2 Stabilisation par un retour d'état non stationnaire continu

Pour contourner le problème évoqué précédemment, des commandes non stationnaires continues ont été développées et font l'objet de cette section.

### 1.5.2.1 Commande en boucle ouverte et fermée.

Une première famille de stratégies de commande permettant de réaliser le suivi de trajectoire est basée sur l'application directe de commandes issues de la platitude /Fliess 1995/.

**Définition 1.2** : Le système (1.11) est dit plat s'il existe une fonction  $s$  dépendant de l'état  $q$ , de l'entrée  $u$  et d'un nombre fini de ses dérivées successives tel que, inversement, l'état  $q$  et sa commande  $u$  s'expriment en fonction de  $s$  et d'un nombre fini de ses dérivées successives. Dans ce cas,  $s$  est appelée une sortie plate.

Le modèle cinématique d'un robot mobile non holonome de type unicycle (1.3) est un système plat en considérant la sortie plate  $s = [x, y]^T$ . Les vitesses linéaire  $v$  et angulaire  $w$  ainsi que la direction angulaire  $\theta$  du robot mobile sont données par les formules suivantes :

$$\dots \begin{cases} v = \varepsilon \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \\ w = \frac{\dot{x}\ddot{y} - \ddot{x}y}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \\ \theta = \text{atan2}(\dot{y}, \dot{x}) \end{cases} \quad (1.12)$$

avec  $\varepsilon = \pm 1$  selon le sens de la marche (avant ou arrière). On remarquera l'existence d'une singularité en  $v = 0$ . Cette commande appliquée en l'état avec le principe de la platitude est une commande en boucle ouverte mais elle peut être ramenée à une commande en boucle

fermée en faisant un changement de variable sur le modèle classique. Cette partie sera détaillée dans le chapitre 4.

### 1.5.2.2 Commande non linéaire non stationnaire

Une autre façon de considérer le problème de suivi de trajectoire est de développer des lois de commande non linéaires non stationnaires. On suppose que la trajectoire de référence est réalisable par le robot mobile. Dans les travaux de /Kanayama 1991/, une loi de commande stabilisante basée sur le modèle de l'erreur de suivi de trajectoire suivant est proposée et est détaillée dans le chapitre 2 :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(e_\theta) & 0 \\ \sin(e_\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ w_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

avec  $e_p = [e_x \ e_y \ e_\theta]^T$ , l'erreur de posture du robot par rapport à la trajectoire de référence,  $v_r$  et  $w_r$  sont respectivement les vitesses linéaire et angulaire de la trajectoire de référence, et  $v$  et  $w$  sont les commandes du robot, respectivement les vitesses linéaire et angulaire.

Les commandes proposées pour les vitesses linéaire et angulaire du robot mobile sont données par la formule suivante :

$$\begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos(e_\theta) + k_x e_x \\ w_r + v_r (k_y e_y + k_\theta e_\theta) \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

où  $k_x, k_y$  et  $k_\theta$  sont des coefficients positifs. La solution nulle du système (1.13) utilisant la commande (1.14) est alors stable /Kanayama 1991/ /Maalouf 2006/. La preuve est basée sur le choix de la fonction de Lyapunov  $V = \frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2) + (1 - \cos(e_\theta)) / k_y$ . On montre alors que la dérivée de  $V$  le long des trajectoires du système bouclé est négative (mais pas définie négative), prouvant la stabilité de l'équilibre considéré. Moyennant certaines hypothèses sur la trajectoire de référence (existence d'une vitesse minimale  $v_r$  non nulle et accélérations linéaire et angulaire suffisamment faibles), il est possible de montrer que la solution  $e_p = 0$  est localement asymptotiquement stable.

La commande du modèle (1.13) peut être aussi traitée dans le cas discret. Pour cela un modèle linéarisé du (1.13) autour du point d'équilibre ( $e_x = e_y = e_\theta = 0, u_B = 0$ ) est calculé et il est donné par l'équation

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & w_r & 0 \\ -w_r & 0 & v_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} u_B. \quad (1.15)$$

En notant  $T_e$  le pas d'échantillonnage, le modèle discret du modèle (1.15) est donné par :

$$\begin{bmatrix} e_x(k+1) \\ e_y(k+1) \\ e_\theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_e w_r & 0 \\ -T_e w_r & 1 & T_e v_r \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x(k) \\ e_y(k) \\ e_\theta(k) \end{bmatrix} + T_e \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} u_B(k). \quad (1.16)$$

La commande par retour d'état pour le modèle discret linéarisé (1.16) proposée dans /Klancar et Skrjanc, 2007/ est la suivante :

$$u_B(k) = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sign}(v_r(k))k_2 & k_3 \end{bmatrix} e(k) \quad (1.17)$$

Pour le calcul des gains, les auteurs utilisent une technique de placement de pôles. Soient  $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z_3$  les pôles désirés, alors les gains  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  sont données par les expressions :

$$k_1 = k_3 = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3 + 3}{2T_e} \quad (1.18)$$

$$k_2 = \frac{-\frac{1}{4}(Z_{123} + 3)^2 - T_e^2 w_r^2 + 2Z_{123} + 3 + Z_1 Z_2 + Z_3 Z_1 + Z_3 Z_2}{T_e^2 v_r} \quad (1.19)$$

avec  $Z_{123} = Z_1 + Z_2 + Z_3$ .

Le système (1.16) étant non stationnaire, la stabilité asymptotique de  $e = 0$  n'est pas prouvée.

### 1.5.2.3 Commande de système du robot de type unicycle sous forme chaînée

Dans le plan, on considère une courbe  $C$  et trois repères :  $\Gamma_O = \{O, i, j\}$  un repère fixe,  $\Gamma_m = \{P_m, i_m, j_m\}$  un repère attaché au robot et  $\Gamma_s = \{P_s, i_s, j_s\}$  un repère attaché à l'abscisse curviligne 's' de la courbe  $C$  (figure 1.12).

On définit :

- 's' l'abscisse curviligne au point  $P_s$  obtenu par la projection du point  $P_m$  (barycentre du robot) orthogonalement sur la courbe  $C$ .
- 'd' l'ordonnée du point  $P_m$  dans le repère  $\Gamma_s$  et elle est aussi la distance entre le point  $P_m$  et la courbe  $C$ .
- ' $\theta_e = \theta - \theta_s$ ' l'orientation du robot, selon le repère  $\Gamma_s$ .

Sachant que  $c(s) = \frac{\partial \theta_s}{\partial s}$  est la courbure de  $C$  au point  $P_s$  et en prenant en compte les

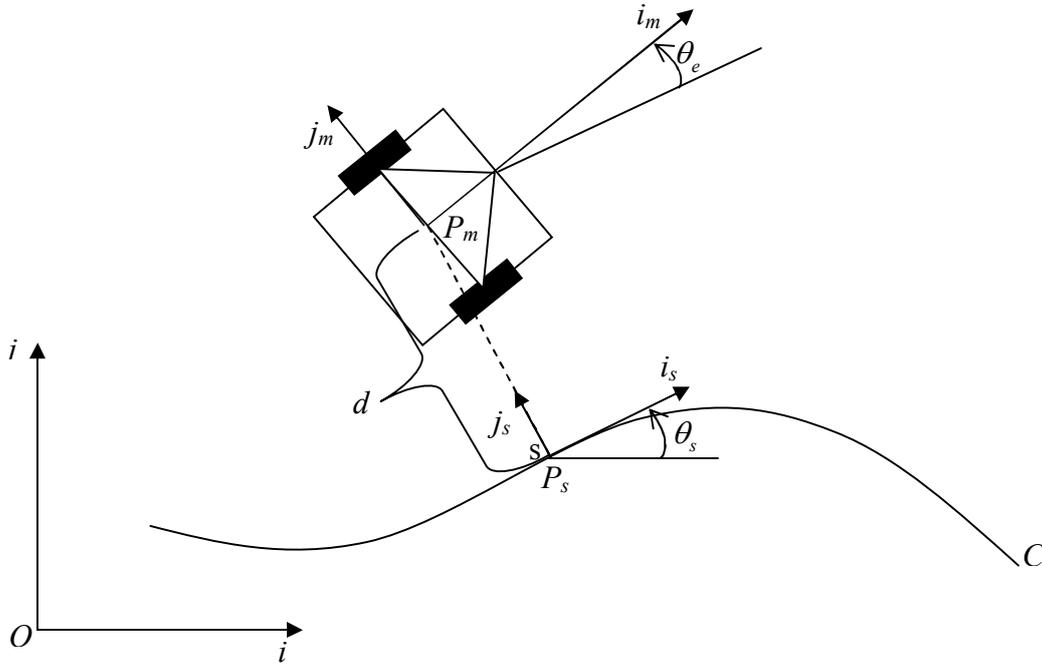


Figure 1.12 : Représentation du robot de type unicycle dans le repère de Frénet

définitions ci-dessus, le modèle du robot mobile de type unicycle dans le repère de Frénet /Morin et Samson, 2008/ est donné par la formule suivante :

$$\dots \begin{cases} \dot{s} = \frac{v}{1-dc(s)} \cos(\theta_e) \\ \dot{d} = v \sin(\theta_e) \\ \dot{\theta}_e = w - \dot{s}c(s) \end{cases} \quad (1.20)$$

Pour l'existence et l'unicité du ' $P_s$ ', il faut que le point  $P_m$  soit toujours à une distance de  $C$ , inférieure à son rayon de courbure  $\rho(s)$  en ' $P_s$ '. C'est-à-dire que  $|d| < |\rho(s)|$ ,  $\forall s \in [0,1]$  ou  $|dc(s)| < 1$ ,  $\forall s \in [0,1]$ .

En faisant un changement de variables  $(s, d, \theta_e, v, w) \rightarrow (z_1, z_2, z_3, u_1, u_2)$ , le modèle (1.20) peut être représenté sous forme d'un système chaîné /Floquet *et al*, 2003/ comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= u_1 \\ \dot{z}_2 &= u_1 z_3 \\ \dot{z}_3 &= u_2 \end{aligned} \quad (1.21)$$

avec :  $u_1 = \dot{s} = \frac{v}{1-dc(s)} \cos(\theta_e)$  et  $z_3 = (1-dc(s)) \tan(\theta_e)$

En utilisant le retour d'état proportionnel :

$$u_2 = \dot{z}_3 = -u_1 k_2 z_2 - |u_1| k_3 z_3 \quad (1.22)$$

où  $k_1$  et  $k_2$  sont deux constantes strictement positives, alors le système chaîné (1.21) est stable en  $z_2 = z_3 = 0$  donc en  $d = \theta_e = 0$ .

#### 1.5.2.4 Approche par fonction transverse

La commande par fonction transverse, introduite par /Morin 2001-a/ et /Morin 2003/, assure une poursuite de trajectoires quelconques, y compris des trajectoires non admissibles, c'est-à-dire des trajectoires ne respectant pas la contrainte de non holonomie du robot. C'est une technique qui garantit la stabilisation pratique des erreurs de suivi (i.e. stabilisation d'un voisinage du point d'équilibre /Sontag et al, 1999/). L'approche proposée dans /Morin 2001-b/ se fait en deux étapes. La première consiste en la détermination de la fonction transverse qui caractérise la dynamique souhaitée. Cette fonction dépend de paramètres qui fixent la taille du voisinage. Lors de la seconde étape, la loi de commande est calculée afin de garantir que le système suive la dynamique issue de la fonction transverse. L'intérêt de cette loi de commande est sa continuité et sa robustesse par rapport aux erreurs de modélisation. D'autres améliorations pour cette méthode ont été introduites dans /Arturs 2005/, notamment l'ajout de paramètres supplémentaires dans la fonction transverse.

### 1.5.3 Stabilisation par un retour d'état discontinu

Une autre manière de s'affranchir du fait que le modèle de robot mobile ne puisse pas être stabilisé par un retour d'état continu et stationnaire est d'utiliser des lois de commande discontinues. A ce titre, dans cette partie, nous abordons la commande à mode glissant pour le suivi de trajectoire. Ce type de commande est approprié pour les systèmes qui ont des incertitudes fortement non linéaires, ainsi que des perturbations bornées /Young 1988, Slotine 1983 et Canudas de Wit 1991/. Plusieurs travaux ont été réalisés pour la stabilisation du modèle du robot mobile non holonome /Khenouf 1995, Bloch 1996/ mais la plupart d'entre eux ne considère pas de perturbations. Plus récemment, l'utilisation du principe de la commande par modes glissants avec action intégrale /Utkin 1996/ a été introduite par /Defoort 2007-b et Defoort 2005/ pour la poursuite de trajectoire d'un robot mobile non holonome en présence de perturbations. Dans la suite, nous détaillons le principe de ces derniers travaux.

Considérons le modèle du robot mobile non holonome donné sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) & 0 \\ \sin(\theta(t)) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + p(q, t) \quad (1.23)$$

telle que  $p(q, t)$  est une perturbation due aux erreurs de modélisation, de mesure, ou encore, à des variations paramétriques et  $q = [x(t) \ y(t) \ \theta(t)]^T$ .

Hypothèses :

La perturbation  $p(q, t)$  vérifie la condition de recouvrement /Defoort 2007-a/, c-à-d  $p(q, t)$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$p(q, t) = \sigma_v(q, t) [\cos \theta(t) \ \sin \theta(t) \ 0]^T + \sigma_w(q, t) [0 \ 0 \ 1]^T$$

avec  $\sigma_v(q, t)$  et  $\sigma_w(q, t) \in \mathbb{R}$ . Les fonctions  $\sigma_v(q, t)$  et  $\sigma_w(q, t)$  sont supposées bornées par des fonctions positives connues, respectivement,  $a_v(q)$  et  $a_w(q)$ .

Les vitesses linéaire et angulaire de la trajectoire de référence —  $v_r$  et  $w_r$  — sont bornées et différentes de zéro pour tout  $t \geq 0$ .

En considérant l'erreur de position du robot  $[e_x, e_y, e_\theta] = [x - x_r, y - y_r, \theta - \theta_r]$ , et le changement de coordonnées:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & -\cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

alors, la dynamique de l'erreur de poursuite peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{e} = g_1(e, t) + g_2(e)(u + \sigma(q, t)) \quad (1.25)$$

avec :

$$\begin{cases} e = [e_1, e_2, e_3]^T \\ g_1(e, t) = [v_r \cos e_3, v_r \sin e_3, w_r]^T \\ g_2(e) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ e_2 & -e_1 & -1 \end{bmatrix}^T \\ \sigma(q, t) = [\sigma_v(q, t), \sigma_w(q, t)]^T \\ u = [v \ w]^T \end{cases}$$

**Théorème 1.2** /Defoort 2007-b/ : *Supposons que les hypothèses citées ci-dessus sont vérifiées, alors la solution nulle du système (1.25) est globalement asymptotiquement stable par la commande discontinue suivante :*

$$u = u_{nom}(e) + u_{disc}(e, e_{aux}) \quad (1.26)$$

telle que

$$u_{nom} = \begin{bmatrix} v_{nom} \\ w_{nom} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 + \mu_3 \tanh e_1 \\ w_r + \frac{\mu_1 v_r e_2}{1+e_1^2+e_2^2} \frac{\sin e_3}{e_3} + \mu_2 \tanh e_3 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

et

$$u_{disc}(e, e_{aux}) = \begin{bmatrix} -G_1(e) \text{sign}(\sigma_1) \\ -G_2(e) \text{sign}(-e_2 \sigma_1 + \sigma_2) \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

avec la variable de glissement  $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2]^T$  définie par :

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_0(e) + e_{aux} \\ \sigma_0(e) = [-e_1, -e_3]^T \\ \dot{e}_{aux} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} (g_1(e, t) + g_2(e) u_{nom}(e)) \\ e_{aux}(0) = [e_1(0), e_3(0)]^T \end{cases}$$

les coefficients  $\mu_i (i=1,2,3)$  sont des constantes réelles positives choisies de manière à assurer une certaine robustesse vis-à-vis des perturbations. Les fonctions  $g_1$  et  $g_2$ , quant à elles, vérifient les relations suivantes :

$$\begin{cases} g_1(e) \geq a_v(q) + \eta \\ g_2(e) \geq a_w(q) + \eta \end{cases} \quad (1.29)$$

avec  $\eta > 0$ .

## 1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, différents modèles existants dans la littérature pour représenter les robots mobiles non holonomes ont été présentés, ainsi que les différentes techniques de planification de trajectoire, stratégies d'évitement d'obstacles fixes et/ou mobiles, et méthodes de poursuite de trajectoire.

Dans les chapitres 2 et 3, nous proposons d'autres outils pour réaliser un suivi de trajectoire en se basant sur une classe de modèles polytopiques appelés modèles de type Takagi-Sugeno (TS). Un des avantages de cette méthode est qu'il devient relativement simple

et systématique d'introduire un observateur et d'assurer la stabilité de la boucle fermée complète.

Dans l'état de l'art présenté dans ce premier chapitre ou dans la littérature en général, on remarque qu'aucuns travaux ne prennent en compte d'éventuels retards constants ou variables qui apparaissent lorsque le système est commandé à distance (via un réseau,...) ou lorsque des capteurs embarqués ou non sont utilisés pour déterminer la position du robot (traitement par caméra,...). Pourtant, ce retard a une influence importante sur la qualité du suivi de trajectoire et il constitue un facteur incontournable pour la détermination d'une commande performante. Dans le chapitre 4 de ce mémoire, plusieurs stratégies de commande permettant d'assurer un suivi de trajectoire, prenant en compte un retard sur la sortie, sont développées.

## Chapitre 2: Commande PDC pour le suivi de trajectoire — cas continu

### 2.1 Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons présenté un état de l'art sur les différentes lois de commande dédiées à la poursuite de trajectoire pour les robots mobiles non-holonomes. Dans ce chapitre, une nouvelle approche pour le suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome basée sur l'utilisation d'une classe de modèles polytopiques non linéaires appelés modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS) /Takagi et Sugeno, 1985/ est présentée. Les lois de commande classiquement développées pour cette famille de modèles sont des lois nommées PDC (Parallel Distributed Compensation) /Wang *et al*, 1996/. De manière à filtrer les mesures, un observateur flou (TS) est ajouté à la structure de commande et la stabilité de la boucle fermée complète est assurée en utilisant le principe de séparation /Yoneyama et al, 2001/ qui existe dans ce cas. Ce point représente un des intérêts majeurs de la méthode proposée.

Le chapitre s'organise en quatre parties. La première concerne la présentation de la plateforme expérimentale. La seconde est dédiée à un bref état de l'art sur les modèles flous TS. La troisième s'attache au développement d'une méthodologie de trajectoire permettant de limiter les accélérations et vitesses du robot. Et enfin, la dernière est consacrée à la mise en œuvre de la commande floue pour réaliser une poursuite de trajectoire pour un robot mobile dans le cas continu et à son application sur la plateforme expérimentale.

### 2.2 Description de la plateforme expérimentale

Dans cette section, la plateforme expérimentale de l'université de Ljubljana (Slovénie) sur laquelle ont été réalisés les différents essais est présentée. La composition de l'ensemble est la suivante (figure 2.1) : un mini-terrain de foot, des robots mobiles de type MIABOT, une caméra pour récupérer la position des robots et un périphérique bluetooth pour communiquer avec les robots depuis l'ordinateur.

Le principe de fonctionnement de la plateforme est que l'espace d'évolution des robots est surveillé par une caméra placée verticalement au dessus du terrain. Cette dernière transmet à l'ordinateur des images qui sont traitées de manière à extraire la position des robots dans l'espace de travail (figure 2.2). Le transfert et le traitement d'image associé induit un retard à

peu près constant de l'ordre de 66 ms . Les commandes sont transférées aux robots à partir du calculateur par l'intermédiaire d'un périphérique bluetooth.

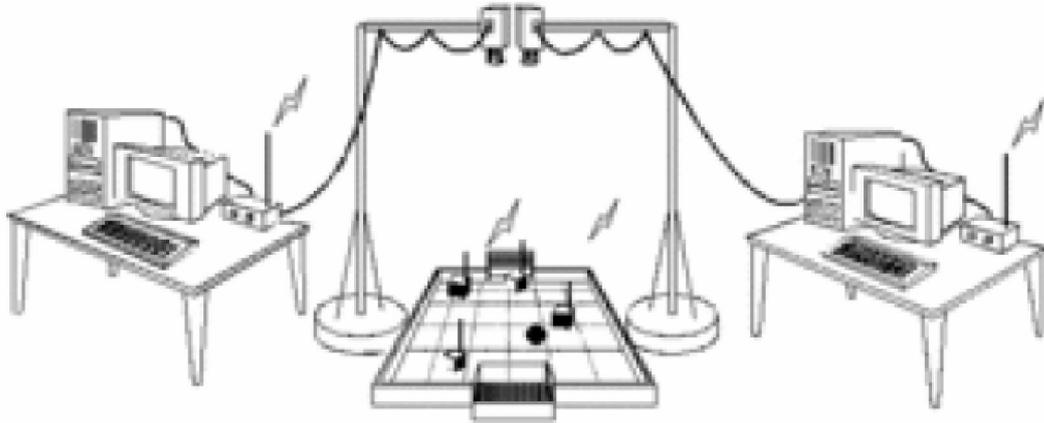


Figure 2.1: Plate forme de robots mobiles footballeurs



Figure 2.2: Terrain de foot pour les robots footballeurs

Les différents composants de la plateforme sont rapidement présentés dans ce qui suit.

- Robot MIABOT

Le MIABOT (figure 1.1 (a)) est un robot mobile à deux roues conçu à la base pour faire des compétitions de "robot soccer". Chaque roue est actionnée par un moteur alimenté par une batterie rechargeable. Cette version offre une large bande de fréquences de communication sans fil allant jusqu'à 2,4 GHz.

Les spécifications du MIABOT sont mentionnées dans le tableau 2.1 suivant :

Processeur	Type Atmel ATMega64 et de vitesse 14,5 MIPS
Roues	Deux roues avec un encodeur optique de résolution de 0,04 mm
Vitesse	3,5 m/s
Communications	Bluetooth, 11,5 Kb/sec
Batteries	6×1,2 V NiMH, rechargeable

Tableau 2.1: Spécifications du robot MIABOT

Les moteurs qui font tourner les roues incorporent des encodeurs en quadrature donnant 512 impulsions par rotation. Le diamètre de la roue du MIABOT est de 52 mm et une impulsion du codeur, correspond à un mouvement de 0,04 mm de longueur.

- Caméra

La caméra utilisée est une caméra de la série Basler (A311fc) (figure 2.3). C'est une caméra numérique couleur de résolution (659×494), donnant 30 images par seconde.



Figure 2.3 : Caméra Basler

- Périphérique de communication

Le Promi-MSP est un périphérique bluetooth sans fil qui permet de communiquer avec au maximum 7 robots avec une possibilité d'extension jusqu'à 14 via le port USB (figure 2.4). Ce périphérique a un rayon d'action de 100 m avec une fréquence de 2,4 GHz. Les données sont alors transmises depuis l'ordinateur vers les dispositifs bluetooth via le Promi-MSP en utilisant le protocole de communication TCP/IP.

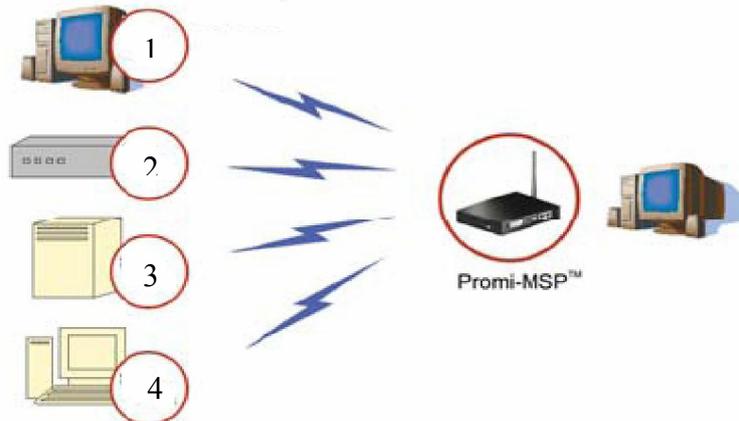


Figure 2.4 : Communication via le Promi-MSP™

## 2.3 Etat de l'art sur les modèles TS

Le modèle flou (TS) proposé par /Takagi, 1985/ /Sugeno, 1988/ est constitué historiquement par un ensemble de règles floues de la forme « Si...Alors » dont chaque conclusion représente une relation d'entrées/sorties linéaire. Dans la suite, les représentations TS continue et discrète sont présentées.

### 2.3.1 Modèle flou TS continu

Le modèle flou est décrit par un ensemble de règles floues de la forme :

$$R^i: \text{Si } z_1(t) \text{ est } F_1^i \text{ Et...Et } z_p(t) \text{ est } F_p^i \text{ alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

L'indice  $i$  varie dans  $\{1, \dots, r\}$ , où  $r$  est le nombre de règles floues. Les  $z_1(t), \dots, z_p(t)$  sont les variables de prémisse,  $F_j^i : (j=1 \dots p)$  sont les sous-ensembles flous associés aux variables de prémisse,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  le vecteur des entrées,  $y(t) \in \mathbb{R}^l$  le vecteur de sorties,  $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  la matrice d'évolution du sous-modèle ' $i$ ',

$B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$  la matrice de commande du sous-modèle ‘ $i$ ’ et  $C_i \in \mathbb{R}^{l \times n}$  la matrice du sous-modèle ‘ $i$ ’.

À chaque sous-modèle flou est attribué un poids  $\omega_i(z(t))$  qui dépend du degré d’appartenance de  $z_j(t)$  aux sous-ensembles flous  $F_j^i$ , noté  $F_j^i(z(t))$ . On tient à préciser que le connecteur ‘Et’ est défini par la fonction ‘min’ notamment dans le cas de la conception d’un régulateur flou de type Mamdani /Bouchon-Meunier, 1995/ /Bouchon-Meunier, 1998/ /Mokhtari, 1998/ /Gagône, 1997/. Dans notre cas, le connecteur ‘Et’ est défini par le produit d’où

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(z_j(t)) \text{ où } i = 1, 2, \dots, r, \text{ avec } \omega_i(z(t)) \geq 0 \quad (2.2)$$

De par l’utilisation d’une défuzzification barycentrique, le modèle flou résultant de l’agrégation des règles s’écrit sous la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(z(t))} \quad (2.3)$$

En posant  $h_i(z(t)) = \omega_i(z(t)) / \sum_{i=1}^r \omega_i(z(t))$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$ , ces derniers vérifient la propriété de somme convexe, c’est-à-dire  $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$  et  $h_i(z(t)) \geq 0$ .

Donc, le modèle flou TS dans le cas continu peut être réécrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))C_i x(t) \end{cases} \quad (2.4)$$

### 2.3.2 Obtention d’un modèle flou (TS)

Généralement pour obtenir un modèle flou TS, deux approches existent. La première est basée sur l’utilisation des méthodes d’identification à partir des signaux d’entrée/sortie /Gasso, 2000/. Cette approche se justifie principalement lorsqu’une représentation analytique du système à partir des lois de la physique est inconnue ou complexe. La deuxième famille d’approche suppose l’existence d’un modèle analytique non linéaire à partir duquel est déduit un modèle TS. Ce dernier peut être obtenu soit par linéarisation autour de différents points de

fonctionnement, comme dans le cas des approches multi-modèles, soit en utilisant une méthode appelée secteur non linéaire, introduite initialement par /Tanaka, 2001/. Dans ce mémoire, nous nous sommes basés sur l'approche par secteurs non linéaires qui consiste à partir d'un modèle non linéaire à obtenir un modèle TS qui représente exactement le comportement du modèle non linéaire dans un compact de l'espace d'état /Lauber, 2003/ /Guelton, 2003/ /Toulotte, 2006/ /Kruszewski, 2006/ /Khar, 2007/. Le principe est le suivant, considérons un modèle non linéaire, affine en la commande, donné par la formule suivante :

$$\dot{x}(t) = F(x(t))x(t) + G(x(t))u(t) \quad (2.5)$$

avec  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  et  $F(x(t))$ ,  $G(x(t))$  sont des fonctions bornées. Le modèle flou (TS) (2.4) du modèle non linéaire (2.5) peut être calculé par l'utilisation du lemme suivant.

**Lemme 2.1** /Morère, 2001/ :

Si  $\forall x(t) \in [a, b]$ , avec  $a, b \in \mathbb{R}^+$  et  $f(x(t)) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction bornée sur  $[a, b]$ , alors il existe deux fonctions  $\omega_1(x(t))$  et  $\omega_2(x(t))$  ainsi que deux réels  $\underline{f}$  et  $\bar{f}$  tels que :

$$\begin{cases} \underline{f} \leq f(x(t)) \leq \bar{f} \\ f(x(t)) = \underline{f} \cdot \omega_1(x(t)) + \bar{f} \cdot \omega_2(x(t)) \\ \omega_1(x(t)) + \omega_2(x(t)) = 1, \omega_1(x(t)) \geq 0, \omega_2(x(t)) \geq 0 \end{cases}$$

Pour assurer que  $\omega_1(x(t))$  et  $\omega_2(x(t))$  vérifient la propriété de somme convexe, il suffit de

$$\text{prendre } \omega_1(x(t)) = \frac{\bar{f} - f(x(t))}{\bar{f} - \underline{f}} \text{ et } \omega_2(x(t)) = \frac{f(x(t)) - \underline{f}}{\bar{f} - \underline{f}}$$

**Exemple :**

On considère un système non linéaire donné par l'équation (2.6) :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(x_1) \\ f(x_1, x_2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin(x_1) \end{bmatrix} u \quad (2.6)$$

Ce système comporte deux non-linéarités  $f(x_1, x_2)$  et  $\sin(x_1)$ . En appliquant le lemme précédent pour chacune de ses deux fonctions non linéaires, un modèle flou TS à quatre règles floues est obtenu ( $2^{nl} = 4$ ,  $nl$  le nombre de non-linéarités). Supposons que la fonction  $f(x_1, x_2)$  prenne ses valeurs dans l'intervalle  $[\underline{f}, \bar{f}]$  lorsque  $x = (x_1, x_2)$  appartient à un sous-ensemble  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^2$ . Par application du Lemme 2.1, les fonctions d'appartenance des deux non-linéarités sont données par les équations (2.7) et (2.8).

$$\text{pour } f(x_1, x_2) \rightarrow \begin{cases} \omega_0^1 = \frac{\bar{f} - f(x_1, x_2)}{\bar{f} - \underline{f}} \\ \omega_1^1 = \frac{f(x_1, x_2) - \underline{f}}{\bar{f} - \underline{f}} \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\text{pour } \sin(x_1) \rightarrow \begin{cases} \omega_0^2 = \frac{1 - \sin(x_1)}{2} \\ \omega_1^2 = \frac{\sin(x_1) + 1}{2} \end{cases} \quad (2.8)$$

Les quatre règles (ou sous-modèles) qui représentent le modèle flou TS du modèle non linéaire (2.6) sont données comme suit :

$$R^1 : \text{Si } x_1(t) \text{ est } \omega_0^1 \text{ et } f(x_1(t), x_2(t)) \text{ est } \omega_0^2 \text{ Alors } \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \underline{f} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$R^2 : \text{Si } x_1(t) \text{ est } \omega_0^1 \text{ et } f(x_1(t), x_2(t)) \text{ est } \omega_1^2 \text{ Alors } \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \underline{f} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

$$R^3 : \text{Si } x_1(t) \text{ est } \omega_1^1 \text{ et } f(x_1(t), x_2(t)) \text{ est } \omega_0^2 \text{ Alors } \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \bar{f} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$R^4 : \text{Si } x_1(t) \text{ est } \omega_1^1 \text{ et } f(x_1(t), x_2(t)) \text{ est } \omega_1^2 \text{ Alors } \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \bar{f} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

Le principal intérêt de cette méthode est que le modèle flou TS obtenu représente exactement le modèle non linéaire dans le sous-ensemble  $\Omega$  de l'espace d'état.

### 2.3.3 Commande et observation des modèles TS

Pour stabiliser le modèle flou TS continu (2.4), la loi de commande classiquement utilisée est la commande PDC (Parallel Distributed Compensation) /Wang et al, 1996/ donnée par la formule suivante :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) F_i x(t) \quad (2.9)$$

Généralement, lorsque l'état complet du modèle n'est pas mesuré, ou pour des questions de filtrages des sorties mesurées, un observateur d'état est ajouté à la structure de commande. Dans le cas d'un modèle TS continu, l'observateur associé prend la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) C_i \hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.10)$$

avec  $\hat{x}(t)$  l'estimé du vecteur d'état,  $\hat{z}(t)$  l'estimé du vecteur de prémisse et  $K_i$ ,  $i \in \{1, \dots, r\}$ , les gains d'observation. Dans le cas où les variables de prémisse sont mesurables ( $\hat{z}(t) = z(t)$ ), un principe de séparation existe /Ma et al., 1998/.

Remarque : Pour développer la loi de commande ou l'observateur, les mêmes fonctions  $h_i(\cdot)$  que celles du modèle TS sont utilisées. Ce choix permet de développer plusieurs méthodes de relaxation pour déterminer les conditions de stabilisation de l'état du modèle et de l'erreur d'observation qui font l'objet du paragraphe suivant.

### 2.3.4 Relaxation pour la résolution de contraintes LMI

La stabilisation du modèle flou (TS) ou de l'erreur d'observation se base sur la théorie de Lyapunov. Généralement, des fonctions de Lyapunov quadratiques sont utilisées et la démonstration de la stabilisation conduit à l'obtention de conditions LMI (Linear Matrix Inequalities) /Boyd, 1994/ qui sont résolues à l'aide de solveur dédiés. Dans notre travail, à chaque fois que des problèmes LMI ont été résolus, le solveur LMI de Matlab© a été utilisé. L'étude de la stabilité avec une fonction de Lyapunov quadratique aboutit à des inégalités fonction de double somme  $h_i(z(t))$  sous la forme :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \Upsilon_{ij} < 0 \quad (2.11)$$

où les  $\Upsilon_{ij}$  sont des matrices constantes qui contiennent des inconnues à déterminer.

L'objectif est alors d'obtenir un problème sous la forme de conditions LMI qui lorsqu'il est vérifié implique l'inégalité (2.11). Evidemment, le cas le plus simple mais aussi le plus restrictif est d'imposer que toutes les matrices  $\Upsilon_{ij}$  soient définies négatives. Dans la littérature, plusieurs relaxations de (2.11) ont été proposées. Dans la suite, nous présentons seulement les relaxations de Tanaka et celles de Tuan.

Les relaxations s'appuient principalement sur la positivité des fonctions  $h_i(z(t))$ ,  $i \in \{1, \dots, r\}$  et sur le fait que les produits  $h_i(z(t))h_j(z(t))$  et  $h_j(z(t))h_i(z(t))$  sont égaux.

**Lemme 2.2** /Tanaka, 1994/ : Soit  $Y_{ij}$  des matrices de taille appropriées. L'inégalité (2.11) est vérifiée si :

$$\begin{cases} Y_{ii} < 0 & \forall i \in \{1, \dots, r\} \\ Y_{ij} + Y_{ji} < 0 & \forall (i, j) \in \{1, \dots, r\}^2 \quad i < j \end{cases}$$

**Lemme 2.3** /Tuan, 2001/ : Soit  $Y_{ij}$  des matrices de taille appropriée. L'inégalité (2.11) est vérifiée si :

$$\begin{cases} Y_{ii} < 0 & \forall i \in \{1, \dots, r\} \\ \frac{2}{r-1} Y_{ii} + Y_{ij} + Y_{ji} < 0 & \forall (i, j) \in \{1, \dots, r\}^2 \quad i \neq j \end{cases}$$

Dans ce mémoire, la relaxation utilisée est celle proposée par /Tuan, 2001/ qui englobe les solutions données par celle de /Tanaka, 1994/ tout en assurant le même nombre de variables inconnues et une faible augmentation du nombre de LMI.

## 2.4 Génération de trajectoire avec limite d'accélération

Le but de la génération de trajectoire est de satisfaire les contraintes suivantes :

- la posture initiale du robot est  $(x_i, y_i, \theta_i)$  et sa vitesse linéaire initiale est  $v_i$  ;
- la posture finale du robot est  $(x_f, y_f, \theta_f)$  et sa vitesse linéaire finale est  $v_f$  ;
- les accélérations tangentielle et radiale de la trajectoire de référence sont limitées ;
- la vitesse linéaire du robot est toujours positive et bornée.

### 2.4.1 Génération d'une courbe de Bézier $C^3$

Afin d'atteindre le but précité, une courbe de Bézier  $C^3$  est choisie comme trajectoire de référence pour le robot. Cette courbe est définie par les équations suivantes :

$$x_r(v) = x_i(1-v)^3 + 3x_1v(1-v)^2 + 3x_2v^2(1-v) + x_fv^3 \quad (2.12)$$

$$y_r(v) = y_i(1-v)^3 + 3y_1v(1-v)^2 + 3y_2v^2(1-v) + y_fv^3 \quad (2.13)$$

où  $(x_i, y_i)$  et  $(x_f, y_f)$  sont respectivement les coordonnées des positions initiale et finale du robot, et  $v \in [0,1]$  est un paramètre dépendant du temps. Les coordonnées des points de contrôle de la courbe de Bézier sont données par :

$$\begin{cases} x_1 = x_i + d_i \cos(\theta_i), & y_1 = y_i + d_i \sin(\theta_i) \\ x_2 = x_f - d_f \cos(\theta_f), & y_2 = y_f - d_f \sin(\theta_f) \end{cases} \quad (2.14)$$

Les points de contrôle (2.14) assurent que le robot démarre avec une orientation initiale choisie  $\theta_i$  et arrive à la position finale avec une orientation finale  $\theta_f$ . La longueur  $d_i$  correspond à la distance entre la position initiale et le premier point de contrôle intermédiaire, et la longueur  $d_f$  est la distance entre la position finale et le deuxième point de contrôle intermédiaire. Ces distances peuvent être calculées pour obtenir une trajectoire optimale telle que la vitesse initiale  $v_i$  et la vitesse finale  $v_f$  du robot soient satisfaites /Jolly et al, 2009/.

Dans le mouvement du robot mobile, la vitesse linéaire de référence  $v_r(\nu)$ , la vitesse angulaire de référence  $w_r(\nu)$  et la courbure  $\kappa(\nu)$  de la trajectoire de référence sont données par les trois expressions :

$$v_r(\nu) = \sqrt{x_r'(\nu)^2 + y_r'(\nu)^2} \quad (2.15)$$

$$w_r(\nu) = \frac{x_r'(\nu)y_r''(\nu) - y_r'(\nu)x_r''(\nu)}{x_r'(\nu)^2 + y_r'(\nu)^2} \quad (2.16)$$

$$\kappa(\nu) = \frac{x_r'(\nu)y_r''(\nu) - y_r'(\nu)x_r''(\nu)}{(x_r'(\nu)^2 + y_r'(\nu)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.17)$$

Un exemple de trajectoire de référence a été obtenu en prenant la posture de départ de la trajectoire de référence égale à  $(x_i = 0.4 \text{ m}, y_i = 0.7 \text{ m}, \theta_i = -90^\circ)$  la posture finale égale à  $(x_f = 1.5 \text{ m}, y_f = 0.7 \text{ m}, \theta_f = -90^\circ)$  et est représenté en figure 2.6.

### 2.4.2 Prise en compte des limites d'accélération

Les accélérations radiale et tangentielle doivent être limitées si l'on veut respecter la condition de roulement sans glissement. L'accélération totale du robot est limitée par la force de frottement  $F_{frott}$  qui dépend de la force de gravité de la manière suivante :

$$F_{frott} = mgc_{frott} \quad (2.18)$$

où  $m$  est la masse du robot,  $g$  la constante de gravitation et  $c_{frott}$  le coefficient de frottement.

L'accélération maximale est alors exprimée en fonction de la force de frottement :

$$a_{\max} = \frac{F_{frott}}{m}$$

Dans le cas des robots de type unicycle, le centre de gravité du robot étant à une certaine hauteur du sol, il existe une différence entre l'accélération tangentielle maximale, notée  $a_t^{\max}$ ,

et l'accélération radiale maximale,  $a_{ra}^{\max}$ . Il a été montré expérimentalement /Lepetic et al. 2003/ que pour avoir roulement sans glissement les accélérations tangentielle ( $a_t$ ) et radiale ( $a_{ra}$ ) devaient être situées à l'intérieur de l'ellipse définie par l'équation :

$$\frac{a_t^2}{(a_t^{\max})^2} + \frac{a_{ra}^2}{(a_{ra}^{\max})^2} = 1 \quad (2.19)$$

Les accélérations tangentielle et radiale maximales  $a_t^{\max}$  et  $a_{ra}^{\max}$  sont obtenues expérimentalement en prenant en compte la force de frottement et la masse du robot /Lepetic et al, 2003/. Pour les robots utilisés, on a mesuré les valeurs  $a_t^{\max} = 0.5 \text{ m/s}^2$  et  $a_{ra}^{\max} = 1 \text{ m/s}^2$ .

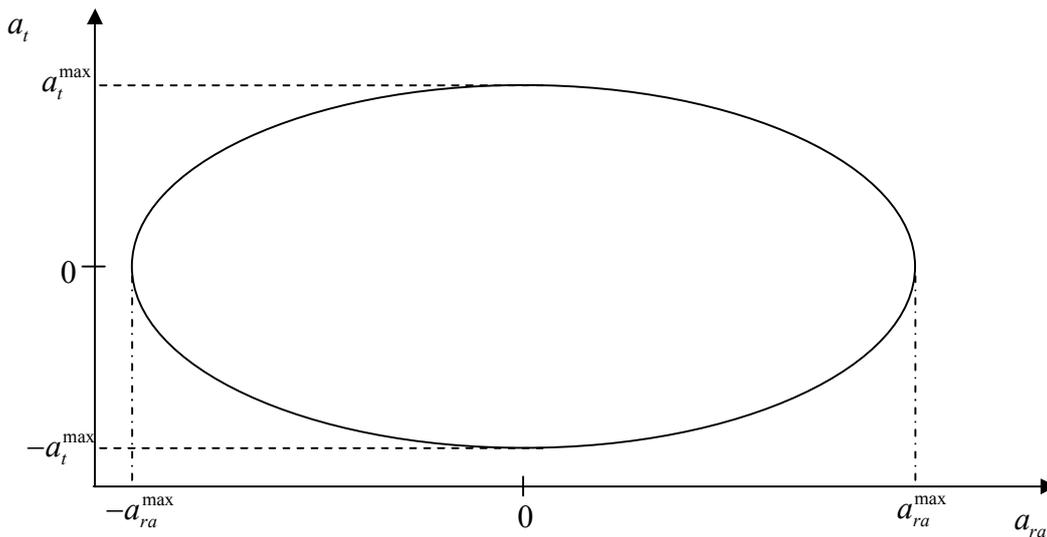


Figure 2.5 : Limites d'accélération

Pour obtenir un temps de parcours le plus faible possible tout en respectant les contraintes d'accélération minimales, on a utilisé la démarche suivante.

La première étape consiste à déterminer les points d'inflexion (notés TP1 et TP2 sur la figure 2.7) qui sont ceux où la valeur absolue de la courbure est localement maximale. La position des ces points dépend bien évidemment de celle des points de contrôle intermédiaires de la courbe de Bézier. En ces points, la vitesse linéaire est localement minimale et donc l'accélération tangentielle est nulle. On en déduit donc l'accélération radiale par la formule

$$v(v) = \sqrt{\frac{a_{ra}^{\max}}{|\kappa(v)|}} \quad (2.20)$$

Pour chacun de ces points, ainsi que pour les points de départ et d'arrivée, on détermine le profil de vitesse obtenu en prenant les vitesses prédéterminées comme valeurs initiales et en

intégrant à droite et à gauche en supposant l'accélération tangentielle constante entre deux valeurs successives du paramètre  $v$  (voir figure 2.8).. L'accélération tangentielle est alors remise à jour à partir de l'équation (2.19), en prenant pour l'accélération radiale la valeur

$$a_{ra} = \max(v^2 \kappa, a_{ra}^{\max}). \quad (2.21)$$

On retient alors pour profil de vitesse celui correspondant au minimum point par point des profils déterminés à l'étape précédente.

Le paramétrage  $v = v(t)$  est alors obtenu en intégrant numériquement la relation

$$t(v) = \int_0^v \frac{\sqrt{x_r'(v)^2 + y_r'(v)^2}}{v_r(v)} dv \quad (2.22)$$

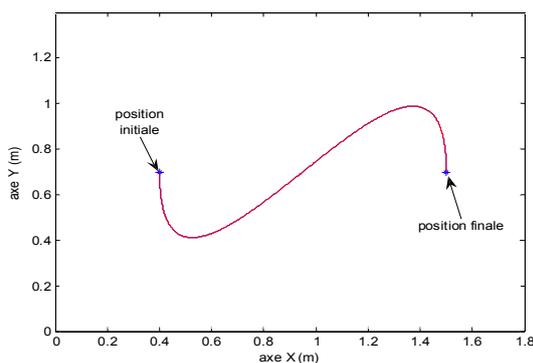


Fig. 2.6 : Trajectoire de référence du robot

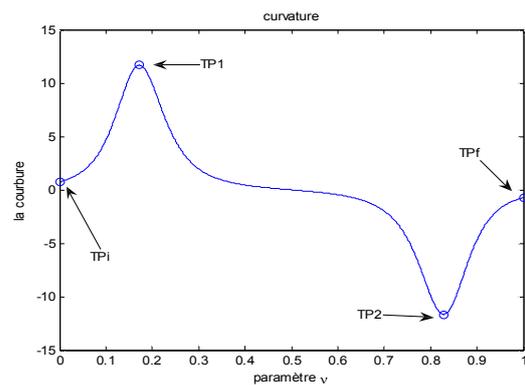


Fig. 2.7 : Courbure de la trajectoire de référence

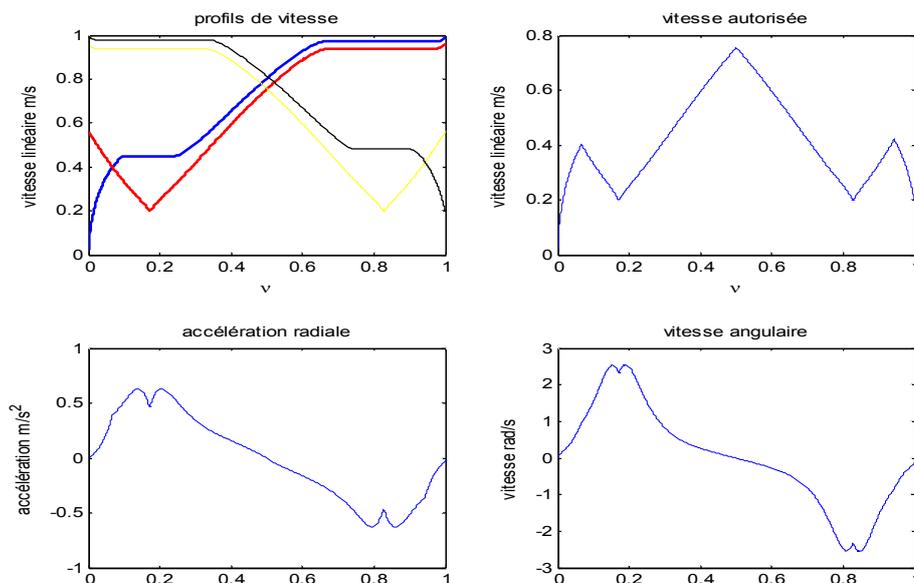


Fig. 2.8 : Profils de vitesse (en haut à gauche), vitesse autorisée (en haut à droite), accélération radiale (en bas à gauche), vitesse angulaire (en bas à droite).

## 2.5 Modèle flou TS du robot mobile et poursuite de trajectoire

### 2.5.1 Rappel du modèle cinématique du robot

Le modèle cinématique d'un robot mobile non holonome unicycle dans le plan X-Y (figure 2.5) peut être présenté par la formule (2.23) dans le cas de roulement sans glissement :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos(\theta) \\ \dot{y} = v \sin(\theta) \\ \dot{\theta} = w \end{cases} \quad (2.23)$$

où  $v$  et  $w$  sont les commandes du robot mobile, respectivement la vitesse linéaire et angulaire. Les variables de sortie sont  $x$  et  $y$  (les coordonnées du centre de gravité du robot) et  $\theta$  qui représente l'orientation du robot (angle entre l'axe X et le vecteur de vitesse du robot (figure 2.9)).

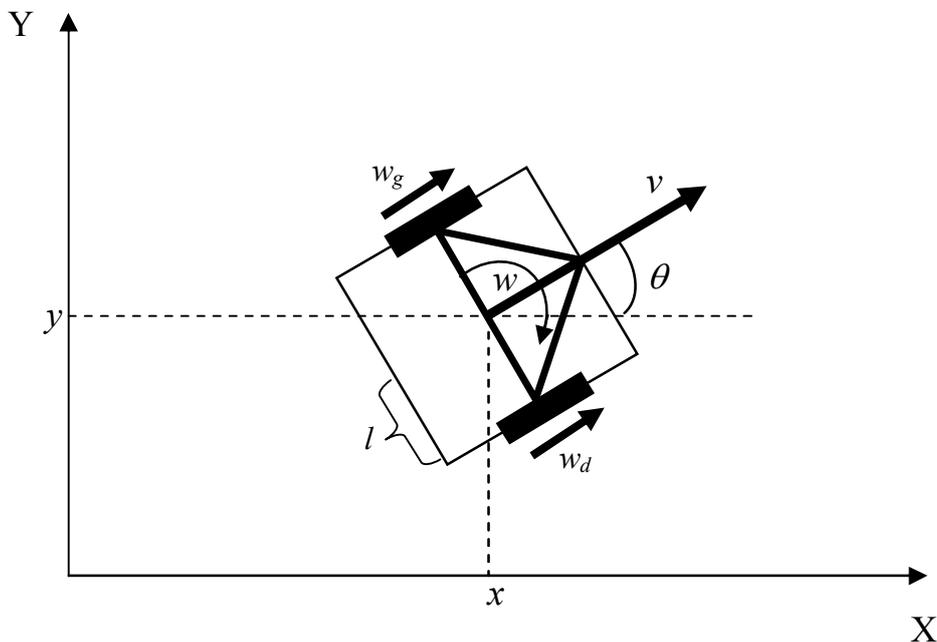


Figure 2.9: Robot mobile unicycle

En notant  $r$  le rayon de la roue du robot et  $l$  la distance entre la roue et le centre du robot (voir figure 2.9), les vitesses angulaires des roues gauche et droite,  $w_g$  et  $w_d$  sont données par la formule suivante :

$$\begin{bmatrix} w_d \\ w_g \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & l \\ l & -l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$$

### 2.5.2 Modèle cinématique de l'erreur de poursuite de trajectoire

La figure 2.10 illustre la définition de l'erreur de poursuite  $e = [e_x \ e_y \ e_\theta]^T$  entre un robot R (robot réel) et un robot de référence  $R_r$  (robot virtuel). L'erreur de poursuite est exprimée dans le repère du robot, à partir de la position actuelle  $q = [x \ y \ \theta]^T$  du robot et de sa position de référence  $q_r = [x_r \ y_r \ \theta_r]^T$  sous la forme :

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (q_r - q) \quad (2.24)$$

En utilisant les équations (2.23) et (2.24) et en supposant le modèle cinématique du robot virtuel identique à celui du robot alors la dynamique de l'erreur de poursuite est représentée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(e_\theta) & 0 \\ \sin(e_\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ w_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} u \quad (2.25)$$

où  $v_r$  est la vitesse linéaire de référence et  $w_r$  la vitesse angulaire de référence. La loi de commande du robot mobile est donnée par  $u^T = [v \ w]$ . Une action anticipative  $u_F$  proposée par plusieurs auteurs (/Kanayama, 1990/ /Luca, 2001/ /Samson, 1991/) peut être appliquée sous la forme  $u_F = [v_r \cos(e_\theta) \ w_r]^T$ .

En posant  $u = u_F + u_B$ , le modèle (2.25) est réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & w_r & 0 \\ -w_r & 0 & v_r \operatorname{sinc}(e_\theta) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} u_B \quad (2.26)$$

Ce modèle non linéaire est le point de départ pour le développement de nos lois de commande floues (continu et discrète) avec observateur. Le principal intérêt de l'utilisation de cette méthodologie est de pouvoir prouver la stabilité de la structure globale de commande avec observateur dans un domaine donné de l'espace d'état.

On supposera dans la suite que les différentes erreurs vérifient les inégalités :

$$|e_x| \leq e_{\max}, \quad |e_y| \leq e_{\max}, \quad |e_\theta| \leq \frac{\pi}{2} \text{ rad}. \quad (2.27)$$

avec  $e_{\max} = 0.1 \text{ m}$ .

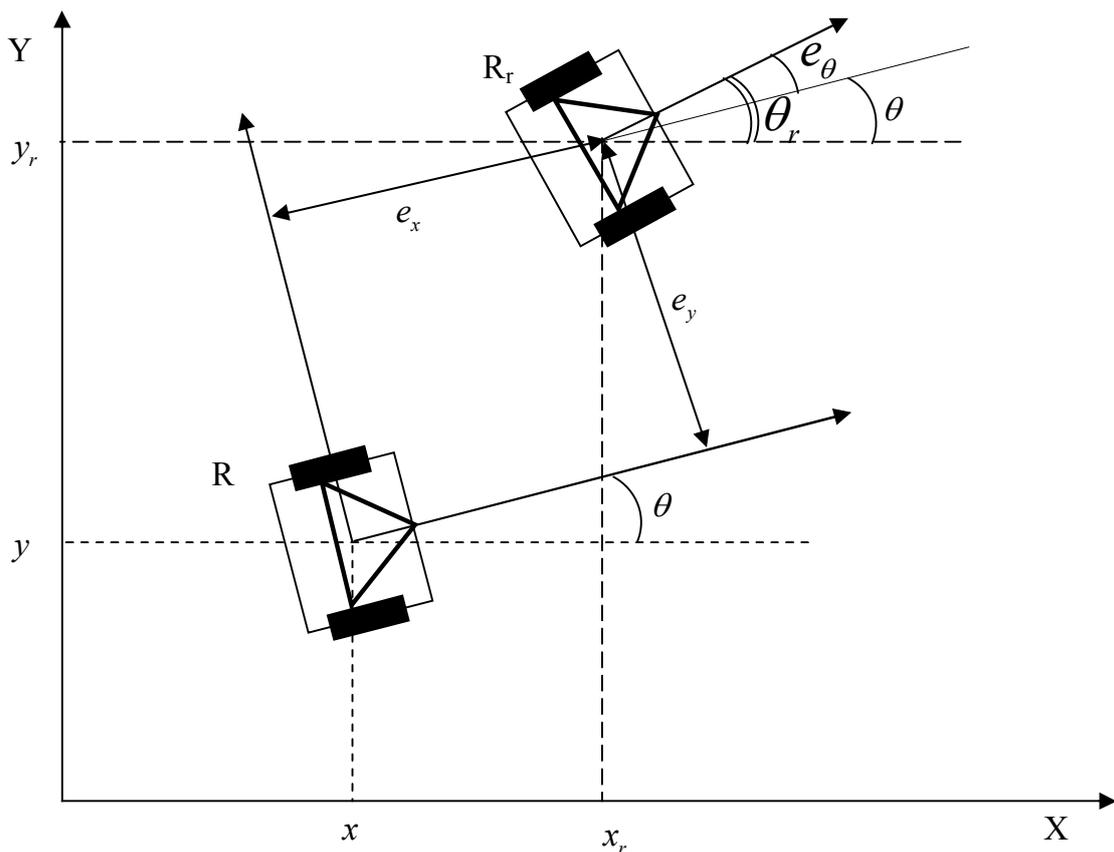


Figure 2.10 : Erreur de posture

On utilisera aussi les bornes suivantes concernant la trajectoire de référence :

$$v_{r\min} \leq v_r \leq v_{r\max}, \quad -w_{r\max} \leq w_r \leq w_{r\max},$$

avec  $v_{\min} = 0.755$  m/s,  $v_{\max} = 0.02$  m/s et  $w_{\max} = 2.55$  rad/s.

## 2.5.3 Commande floue

### 2.5.3.1 Modèle flou TS de l'erreur de poursuite

En considérant le modèle de l'erreur de poursuite donné par l'équation (2.26) et les inégalités (2.27), quatre non-linéarités bornées apparaissent :  $n_1 = w_r$ ,  $n_2 = v_r \operatorname{sinc}(e_\theta)$ ,  $n_3 = e_y$  et  $n_4 = e_x$ . Le modèle TS obtenu à l'aide d'une approche par secteur non linéaire contient donc  $r = 2^4$  sous-modèles flous. Par application du Lemme 2.1, le modèle TS suivant peut être obtenu :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{16} h_i(z(t))(A_i e(t) + B_i u_B(t)) \quad (2.28)$$

avec les matrices d'état et de commande pour  $i \in \{1, \dots, 16\}$  :

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_i^1 w_{r,\max} & 0 \\ \varepsilon_i^1 w_{r,\max} & 0 & \mu_i \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} -1 & \varepsilon_i^2 e_{\max} \\ 0 & \varepsilon_i^3 e_{\max} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

telles que :

$$e_{\max} = 0.1(\text{m}), \quad \varepsilon_i^1 = \begin{cases} +1 & \text{pour } 1 \leq i \leq 8 \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}, \quad \varepsilon_i^2 = \begin{cases} +1 & \text{pour } i \in \{3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16\} \\ -1 & \text{sinon} \end{cases},$$

$$\varepsilon_i^3 = (-1)^{i+1}, \quad \text{et } \mu_i = \begin{cases} \frac{2}{\pi} v_{r,\min} & \text{pour } 1 \leq i \leq 4 \text{ et } 9 \leq i \leq 12 \\ v_{r,\max} & \text{sinon} \end{cases}.$$

Les fonctions d'appartenance  $h_i$  (pour  $i \in \{1, \dots, 16\}$ ) du modèle flou (TS) (2.28) sont :

$$\begin{cases} h_1 = \omega_{01} \omega_{02} \omega_{03} \omega_{04}, & h_2 = \omega_{01} \omega_{02} \omega_{03} \omega_{14}, & h_3 = \omega_{01} \omega_{02} \omega_{13} \omega_{04}, & h_4 = \omega_{01} \omega_{02} \omega_{13} \omega_{14} \\ h_5 = \omega_{01} \omega_{12} \omega_{03} \omega_{04}, & h_6 = \omega_{01} \omega_{12} \omega_{03} \omega_{14}, & h_7 = \omega_{01} \omega_{12} \omega_{13} \omega_{04}, & h_8 = \omega_{01} \omega_{12} \omega_{13} \omega_{14} \\ h_9 = \omega_{11} \omega_{02} \omega_{03} \omega_{04}, & h_{10} = \omega_{11} \omega_{02} \omega_{03} \omega_{14}, & h_{11} = \omega_{11} \omega_{02} \omega_{13} \omega_{04}, & h_{12} = \omega_{11} \omega_{02} \omega_{13} \omega_{14} \\ h_{13} = \omega_{11} \omega_{12} \omega_{03} \omega_{04}, & h_{14} = \omega_{11} \omega_{12} \omega_{03} \omega_{14}, & h_{15} = \omega_{11} \omega_{12} \omega_{13} \omega_{04}, & h_{16} = \omega_{11} \omega_{12} \omega_{13} \omega_{14} \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} \omega_{01} = \frac{w_{r,\max} - w_r}{w_{r,\max} - w_{r,\min}}, & \omega_{11} = 1 - \omega_{01} \\ \omega_{02} = \frac{v_{r,\max} - v_r \operatorname{sinc}(e_\theta)}{v_{r,\max} - v_{r,\min} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{2}\right)}, & \omega_{12} = 1 - \omega_{02} \\ \omega_{03} = \frac{e_{\max} - e_x}{2e_{\max}}, & \omega_{13} = 1 - \omega_{03} \\ \omega_{04} = \frac{e_{\max} - e_y}{2e_{\max}}, & \omega_{14} = 1 - \omega_{04} \end{cases}$$

### 2.5.3.2 Synthèse de la loi de commande PDC

De manière à stabiliser le modèle flou TS (2.28), une commande PDC est utilisée :

$$u_B(t) = -\sum_{i=1}^{16} h_i(z(t)) F_i e(t) \quad (2.29)$$

La stabilité du système bouclé est établie en choisissant une fonction de Lyapunov quadratique  $V(e(t)) = e(t)^T P e(t)$ , avec  $P$  une matrice de taille  $(n \times n)$ , symétrique et définie positive.

La solution  $e = 0$  du système (2.28)-(2.29) est asymptotiquement stable si la dérivée de la fonction de Lyapunov le long des trajectoires du modèle est négative :

$$\dot{V}(e(t)) = \dot{e}(t)^T P e(t) + e(t)^T P \dot{e}(t) < 0 \quad (2.30)$$

c'est-à-dire, si :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \left[ (A_i - B_i F_j)^T P + P (A_i - B_i F_j) \right] < 0 \quad (2.31)$$

En multipliant (2.31) à droite et à gauche par  $X$ , on obtient la condition équivalente

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \left[ X A_i^T - M_j^T B_i^T + A_i X - B_i M_j \right] < 0 \quad (2.32)$$

où l'on a noté  $M_j = F_j X$ .

Posons  $\Upsilon_{ij} = X A_i^T - M_j^T B_i^T + A_i X - B_i M_j$ . D'après le Lemme 2.3, s'il existe des matrices  $X > 0$ ,  $M_j$  (pour  $j = 1, \dots, r$ ) vérifiant les inégalités linéaires matricielles suivantes

$$\begin{cases} \Upsilon_{ii} < 0 & \forall i \in \{1, \dots, r\} \\ \frac{2}{r-1} \Upsilon_{ii} + \Upsilon_{ij} + \Upsilon_{ji} < 0 & \forall (i, j) \in \{1, \dots, r\}^2 \quad i \neq j \end{cases} \quad (2.33)$$

alors, pour les valeurs des gains

$$F_j = X^{-1} M_j, \quad j = 1, \dots, r$$

La solution  $e = 0$  du système (2.28)-(2.29) est asymptotiquement stable.

Pour assurer une convergence suffisamment rapide vers l'objectif, un taux de décroissance exponentiel  $\gamma$  est imposé en remplaçant la condition de stabilité (2.30) par :

$$\dot{V}(e(t)) \leq -\gamma V(e(t)) \quad (2.34)$$

Posons maintenant  $\Upsilon_{ij} = X A_i^T - M_j^T B_i^T + A_i X - B_i M_j + \gamma X$ . D'après le Lemme 2.3, s'il existe des matrices  $X > 0$ ,  $M_j$  (pour  $j = 1, \dots, r$ ) vérifiant les inégalités linéaires matricielles donnée par (2.33). Alors, pour les valeurs de gains  $F_j = X^{-1} M_j$ ,  $j = 1, \dots, r$ , la solution  $e = 0$  du système (2.28)-(2.29) est asymptotiquement stable avec un taux de convergence  $\gamma$ .

On peut également prendre en compte des contraintes sur les entrées en ajoutant les conditions du lemme 2.4.

**Lemme 2.4** /Tanaka et Wang, 2001/ : La condition initiale  $e(0)$  est supposée connue. Alors, la contrainte sur les commandes du robot mobile non holonome  $v^2(t) + w^2(t) \leq \delta^2$  est vérifiée pour tout  $t \geq 0$  si les conditions LMI suivantes sont vérifiées :

$$\begin{bmatrix} 1 & (*) \\ e(0) & X \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} X & (*) \\ M_i & \delta^2 I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (2.35)$$

### 2.5.3.3 Synthèse d'un observateur TS

Généralement, lorsque l'état du modèle n'est pas entièrement mesuré — ou pour des besoins de filtrage des sorties mesurées — un observateur d'état est ajouté à la structure de commande. Dans notre cas, l'état du système est mesuré, par contre les mesures issues d'un traitement d'images sont bruitées. Un observateur flou TS continu est alors introduit sous la forme suivante :

$$\dot{\hat{e}}(t) = \sum_{i=1}^{16} h_i(z(t)) (A_i \hat{e}(t) + B_i u_B(t) + K_i (e(t) - \hat{e}(t))) \quad (2.36)$$

avec  $\hat{e} = [\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_\theta]^T$  l'erreur de position estimée et  $K_i$  (pour  $i \in \{1, \dots, 16\}$ ) les gains d'observation à déterminer. Evidemment, la loi de commande PDC (2.29) est modifiée et devient :

$$u_B(t) = - \sum_{i=1}^{16} h_i(z(t)) F_i \hat{e}(t) \quad (2.37)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation  $\tilde{e}(t) = e(t) - \hat{e}(t)$  est :

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \sum_{i=1}^{16} h_i(z(t)) (A_i - K_i) \tilde{e}(t) \quad (2.38)$$

et la dynamique globale de la boucle fermée avec observateur s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\tilde{e}} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{16} \sum_{j=1}^{16} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \begin{bmatrix} A_i - B_i F_j & B_i F_j \\ 0 & A_i - K_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \tilde{e} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Dans ce cas où les variables de prémisse  $z(t)$  sont mesurables, le principe de séparation existe (/Ma et al, 1998/, /Yoneyama et al, 2001/) et donc les gains de commande  $F_i$  et les gains de l'observateur  $K_i$ ,  $i \in \{1, \dots, 16\}$  peuvent se calculer séparément.

Le calcul des gains d'observation est réalisé en utilisant une procédure similaire à celle permettant de calculer les gains de commande. La fonction de Lyapunov choisie dans ce cas est  $V(\tilde{e}(t)) = \tilde{e}(t)^T P_{obs} \tilde{e}(t)$  avec  $P_{obs}$  une matrice de dimension  $(n \times n)$ , symétrique et

définie positive. Par utilisation du Lemme 2.3, la dynamique de l'erreur d'estimation (2.38) est stable s'il existe des matrices  $N_i$ ,  $i \in \{1, \dots, 16\}$  et  $P_{obs} > 0$  telles que les conditions LMI suivantes soient vérifiées :

$$\Upsilon_{ii} < 0 \quad (2.40)$$

avec  $\Upsilon_{ii} = A_i^T P_{obs} + P_{obs} A_i - N_i - N_i^T$ . Les gains de l'observateur flou TS (2.36) sont alors donnés par :  $K_i = P_{obs}^{-1} N_i$ .

#### 2.5.3.4 Résultats de simulation pour le suivi de trajectoire

Pour valider l'approche proposée, différents essais en simulations pour le suivi de trajectoire ont été réalisés /Guechi et al, 2009-a/. Parmi les différents essais, deux cas sont proposés : le but est de suivre la trajectoire de référence qui est une courbe de Bézier  $C^3$ , avec et sans bruit de mesures.

En utilisant les conditions LMI (2.34)-(2.35), les gains de stabilisation  $F_i$ ,  $i \in \{1, \dots, 16\}$  calculés avec  $\gamma = 0,1$ ,  $\delta^2 = 5$  et  $e(0) = (e_{x_i} = 0,1 \text{ m}; e_{y_i} = -0,01 \text{ m}; e_{\theta_i} = 0^\circ)$  sont :

$$F_1 = \begin{bmatrix} -16,6603 & -39,6912 & -5,4109 \\ 0,7140 & -3,6009 & -0,6594 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} -17,0397 & -35,6265 & -4,8648 \\ 0,1153 & -2,7576 & -0,4732 \end{bmatrix},$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} -16,2501 & -42,3548 & -5,9419 \\ -0,6835 & -3,6035 & -0,6598 \end{bmatrix}, F_4 = \begin{bmatrix} -16,9384 & -36,4846 & -5,0072 \\ -0,0489 & -2,7521 & -0,4723 \end{bmatrix},$$

$$F_5 = \begin{bmatrix} -18,3748 & -20,2410 & -2,4630 \\ 3,0897 & -63,7701 & -12,1088 \end{bmatrix}, F_6 = \begin{bmatrix} -18,5950 & -14,5201 & -1,6061 \\ 1,6225 & -60,3675 & -11,9322 \end{bmatrix},$$

$$F_7 = \begin{bmatrix} -17,7610 & -30,4804 & -4,2762 \\ 5,8027 & -60,9366 & -11,6783 \end{bmatrix}, F_8 = \begin{bmatrix} -18,6033 & -14,7282 & -1,7479 \\ 1,8679 & -60,2865 & -11,9150 \end{bmatrix},$$

$$F_9 = \begin{bmatrix} -16,2484 & 42,3665 & 5,9438 \\ 0,6888 & -3,5803 & -0,6559 \end{bmatrix}, F_{10} = \begin{bmatrix} -16,9376 & 36,4873 & 5,0074 \\ 0,0505 & -2,7467 & -0,4714 \end{bmatrix},$$

$$F_{11} = \begin{bmatrix} -16,6575 & 39,7141 & 5,4142 \\ -0,7114 & -3,5779 & -0,6554 \end{bmatrix}, F_{12} = \begin{bmatrix} -17,0390 & 35,6297 & 4,8651 \\ -0,1137 & -2,7522 & -0,4723 \end{bmatrix},$$

$$F_{13} = \begin{bmatrix} -17,7565 & 30,5316 & 4,2849 \\ -5,8172 & -60,9254 & -11,6759 \end{bmatrix}, F_{14} = \begin{bmatrix} -18,6032 & 14,7254 & 1,7473 \\ -1,8679 & -60,2881 & -11,9151 \end{bmatrix},$$

$$F_{15} = \begin{bmatrix} -18,3744 & 20,2447 & 2,4633 \\ -3,0911 & -63,7719 & -12,1088 \end{bmatrix}, F_{16} = \begin{bmatrix} -18,5949 & 14,5173 & 1,6055 \\ -1,6224 & -60,3691 & -11,9323 \end{bmatrix}.$$

Cas de mesures non bruitées

La figure 2.11 présente le suivi de la trajectoire de référence en trait plein par le robot dont la trajectoire est représentée en pointillé. La position initiale du robot est :  $x_i = 0,4071$  m,  $y_i = 0,7212$  m et  $\theta_i = -45^\circ$ .

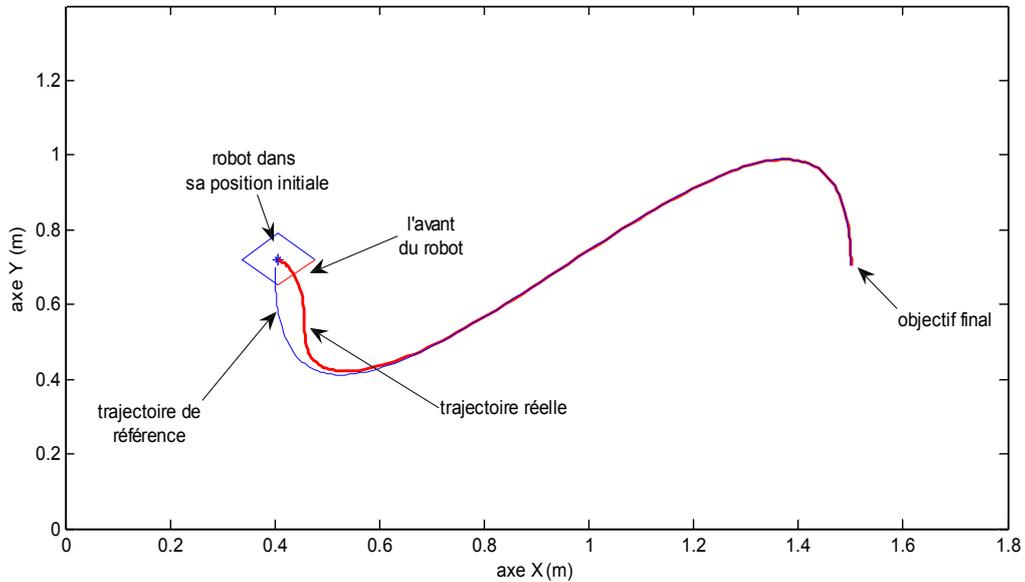


Figure 2.11 : Poursuite de trajectoire avec la commande (PDC) : trajectoire réelle et de référence du robot mobile

Les vitesses linéaire et angulaire réelles du robot convergent bien vers les vitesses de référence (figure 2.12).

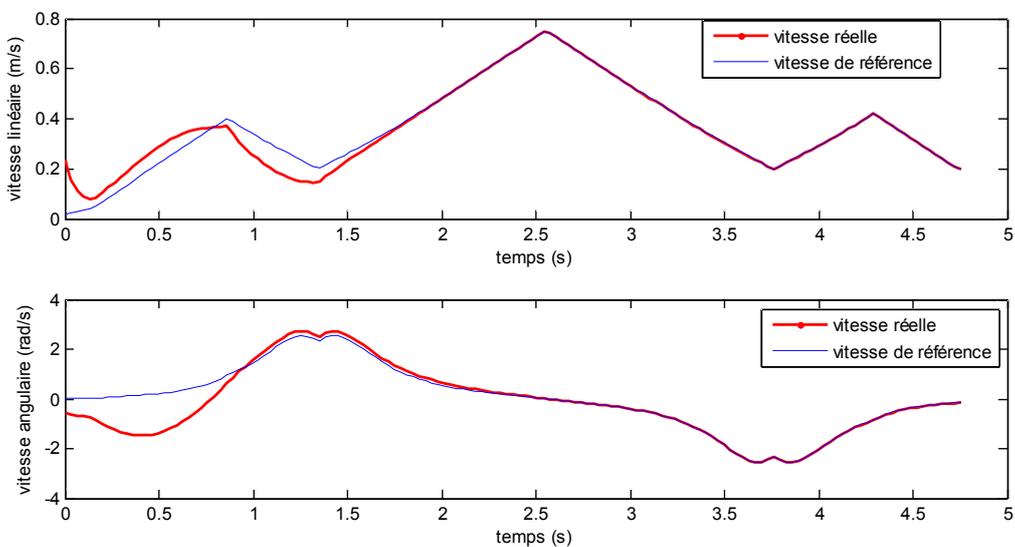


Figure 2.12 : Comparaison entre les vitesses réelle et de référence

La figure 2.13, quant à elle, illustre la convergence de l'erreur de position du robot vers zéro en utilisant la loi de commande proposée.

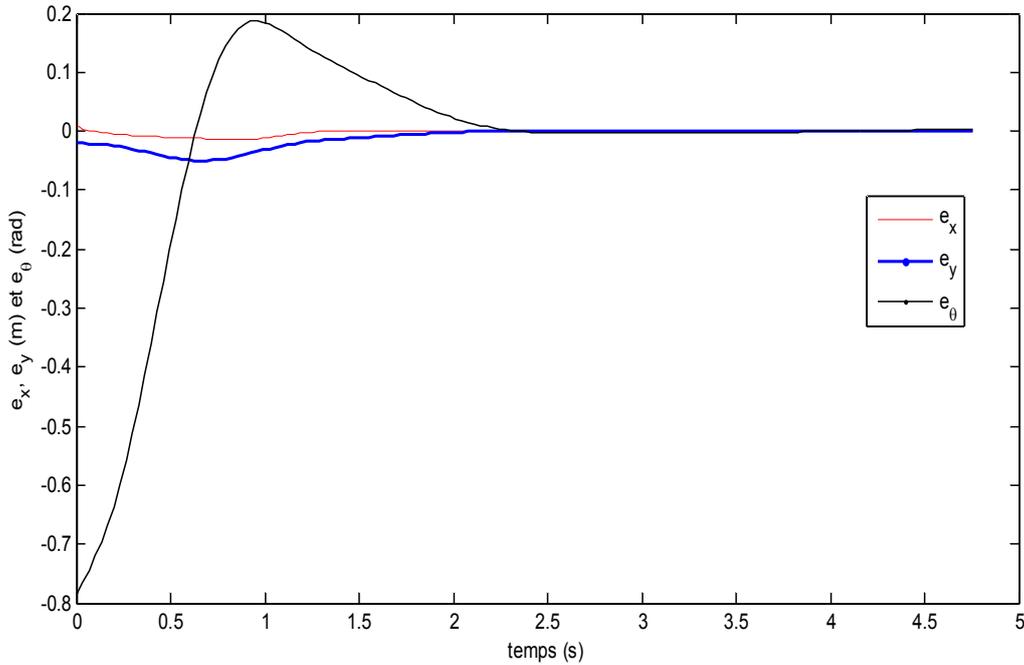


Figure 2.13 : L'erreur de posture du robot

#### Cas des mesures bruitées

Dans un environnement réel, où les mesures obtenues sont plus ou moins bruitées suivant les capteurs utilisés, un observateur flou TS est ajouté à la structure de commande pour filtrer ces éventuels bruits de mesure. En appliquant les conditions (2.40) de stabilisation de l'erreur d'observation obtenues à partir du modèle TS (2.28), les gains suivants de l'observateur sont calculés :

$$K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = \begin{bmatrix} 0,2502 & -0,0233 & -0,0216 \\ -0,0241 & 0,2551 & 0,0100 \\ -0,0208 & 0,0095 & 0,2365 \end{bmatrix},$$

$$K_5 = K_6 = K_7 = K_8 = \begin{bmatrix} 0,2502 & -0,0233 & -0,0216 \\ -0,0241 & 0,2610 & 0,3774 \\ -0,0208 & 0,3506 & 0,2305 \end{bmatrix},$$

$$K_9 = K_{10} = K_{11} = K_{12} = \begin{bmatrix} 0,2502 & 0,0233 & 0,0216 \\ 0,0242 & 0,2551 & 0,0099 \\ 0,0208 & 0,0095 & 0,2365 \end{bmatrix},$$

$$K_{13} = K_{14} = K_{15} = K_{16} = \begin{bmatrix} 0,2502 & 0,0234 & 0,0216 \\ 0,0242 & 0,2610 & 0,3774 \\ 0,0208 & 0,3506 & 0,2305 \end{bmatrix}.$$

Pour évaluer les performances de la boucle fermée complète et avoir un point de comparaison, le même suivi de trajectoire que dans le cas non bruité est demandé. Des signaux de type bruit uniforme d'amplitude de  $\pm 0.01$  m sont ajoutés sur la position  $(x, y)$  et d'amplitude  $\pm 0.01$  rad sur l'angle  $\theta$ . En utilisant la structure commande-observateur proposée et malgré la présence de bruits de mesures, le suivi de la trajectoire de référence reste acceptable (figure 2.14).

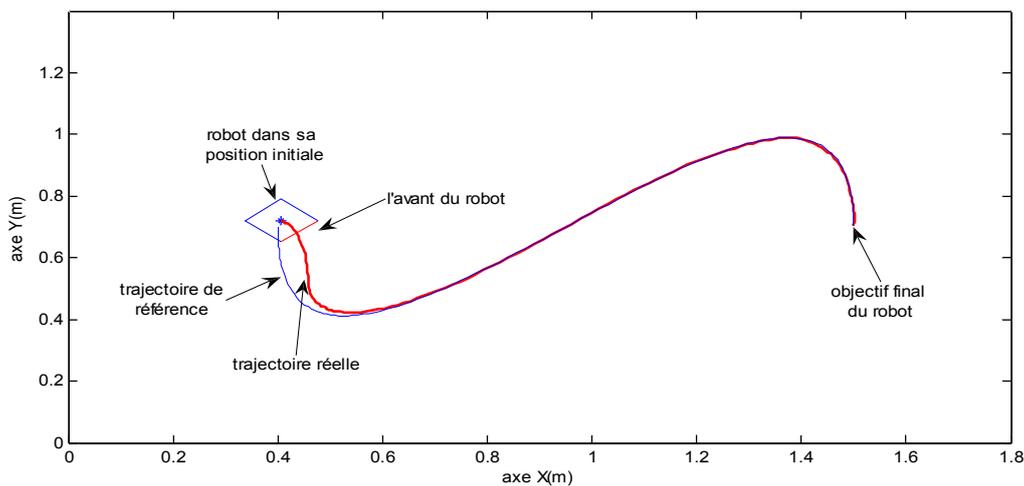


Figure 2.14 : Poursuite de trajectoire avec la commande (PDC) : trajectoire réelle et de référence du robot mobile

La figure 2.15 montre le suivi des vitesses linéaire et angulaire où l'influence des bruits de mesures apparaît de manière explicite.

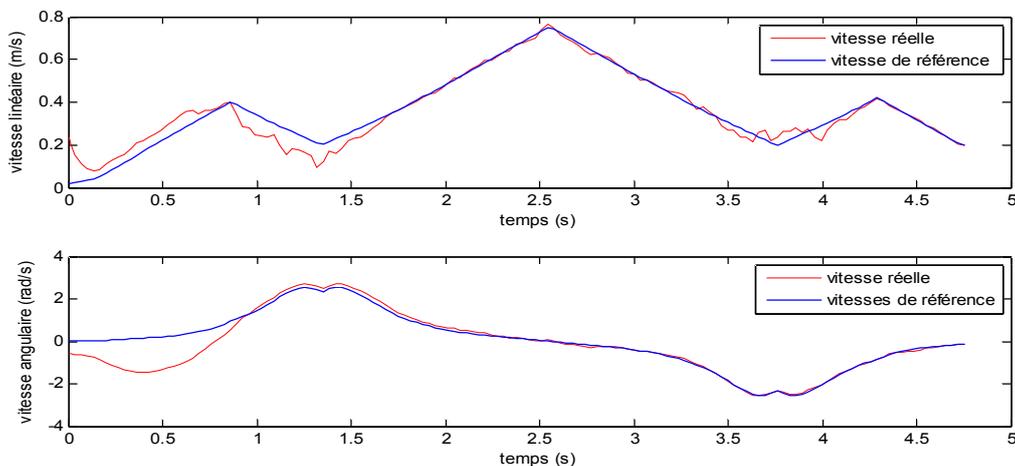


Figure 2.15 : Comparaison entre les vitesses réelle et de référence

Enfin, la figure 2.16 montre la convergence de l'erreur de suivi vers zéro avec la structure de commande proposée.

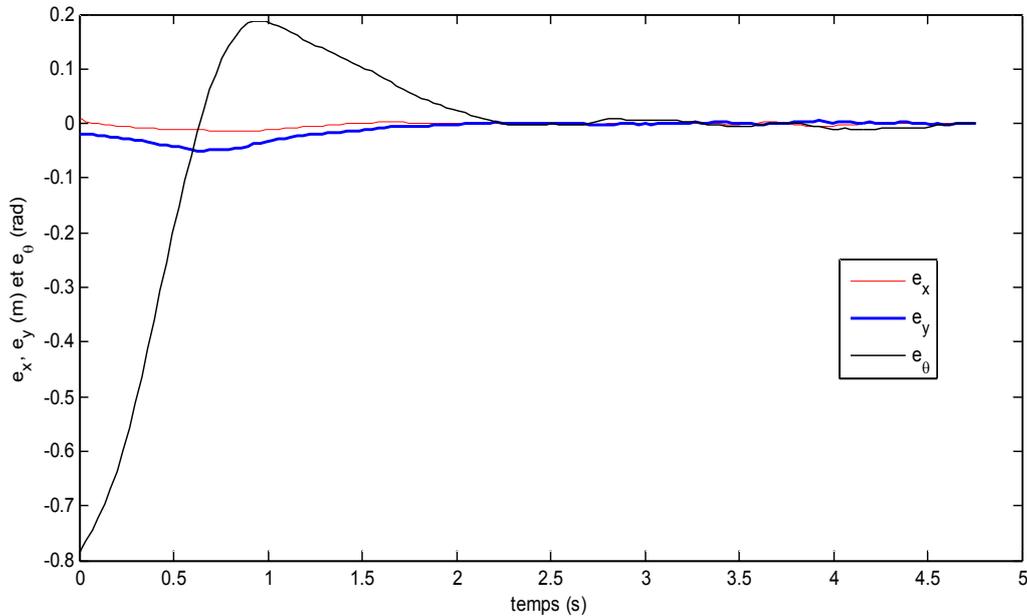


Figure 2.16 : L'erreur de posture du robot

### 2.5.3.5 Résultat expérimentaux

La commande PDC développée précédemment a été appliquée pour le suivi de trajectoire du robot mobile MIABOT. Les positions du robot sont données par la caméra Basler toutes les 33 ms, la commande est envoyée au robot via la communication sans fil et la loi de commande est programmée en langage C++ qui est adéquat pour les applications en temps réel. La position initiale du robot est  $(x_i = 0,4; y_i = 0,68; \theta_i = -45^\circ)$ . Les résultats expérimentaux obtenus montrent que le suivi n'est pas parfait à cause de la non prise en compte de plusieurs facteurs dans le calcul de la commande tels que : la précision des capteurs, la non prise en compte du frottement dans le modèle et principalement la présence d'un retard sur la sortie mesurée (Figure 2.17). Nous avons aussi obtenu par conséquent un suivi très moyen pour les vitesses linéaire et angulaire respectivement (Figure 2.18 – 2.19). Enfin, la figure 2.20 présente l'erreur de posture du robot.

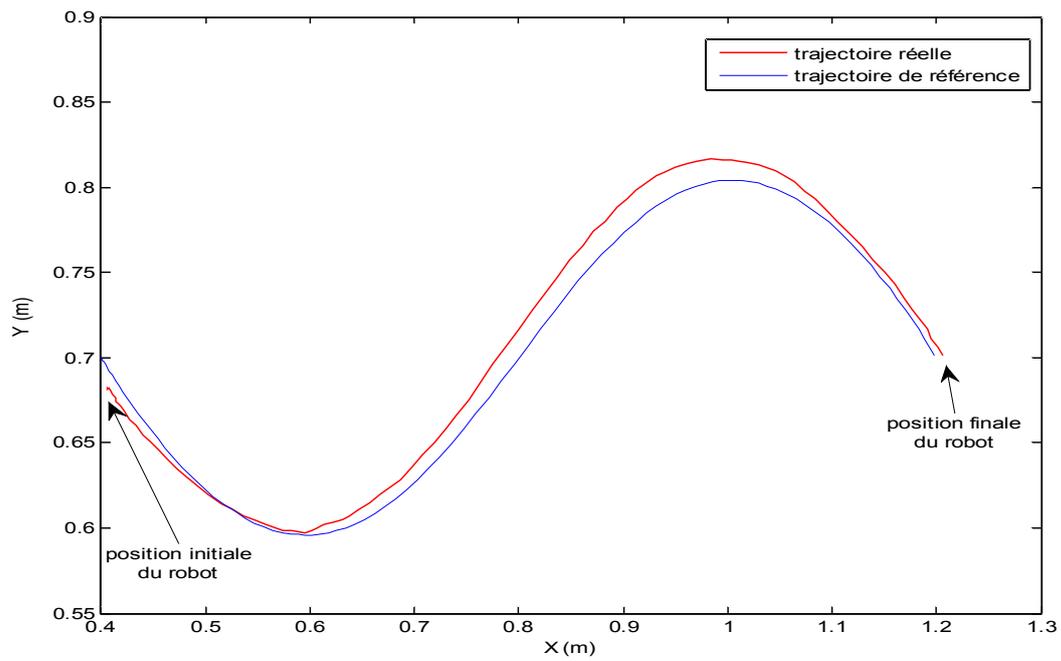


Figure 2.17 : Poursuite de trajectoire avec la commande (PDC) : trajectoire réelle et de référence du robot mobile

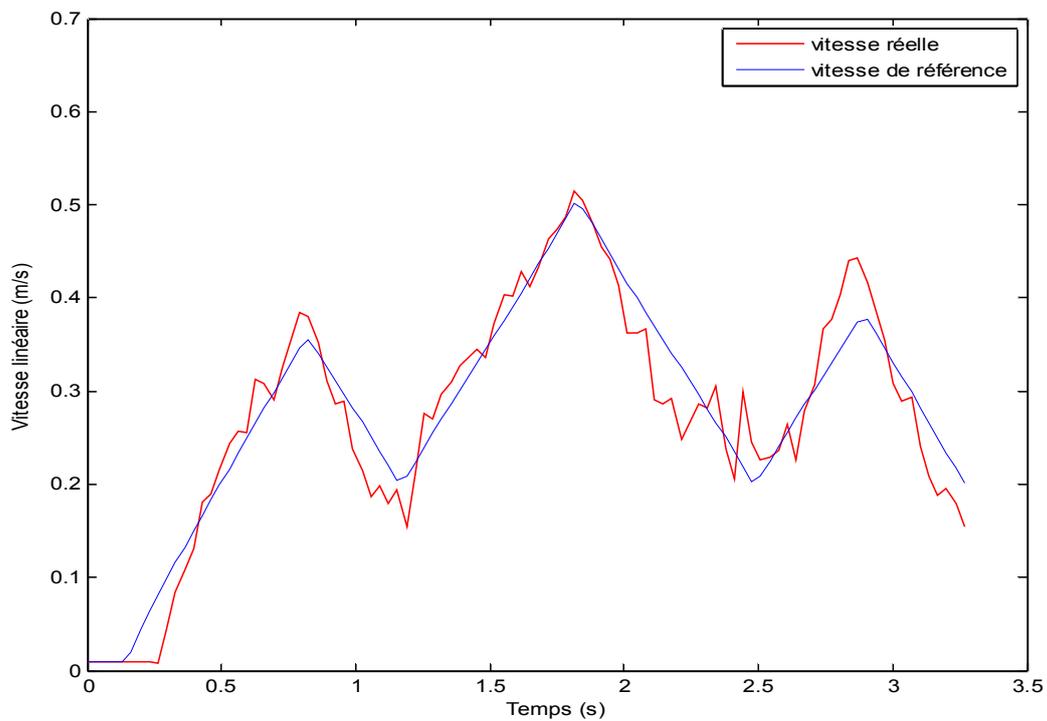


Figure 2.18 : Comparaison entre les vitesses réelle et de référence

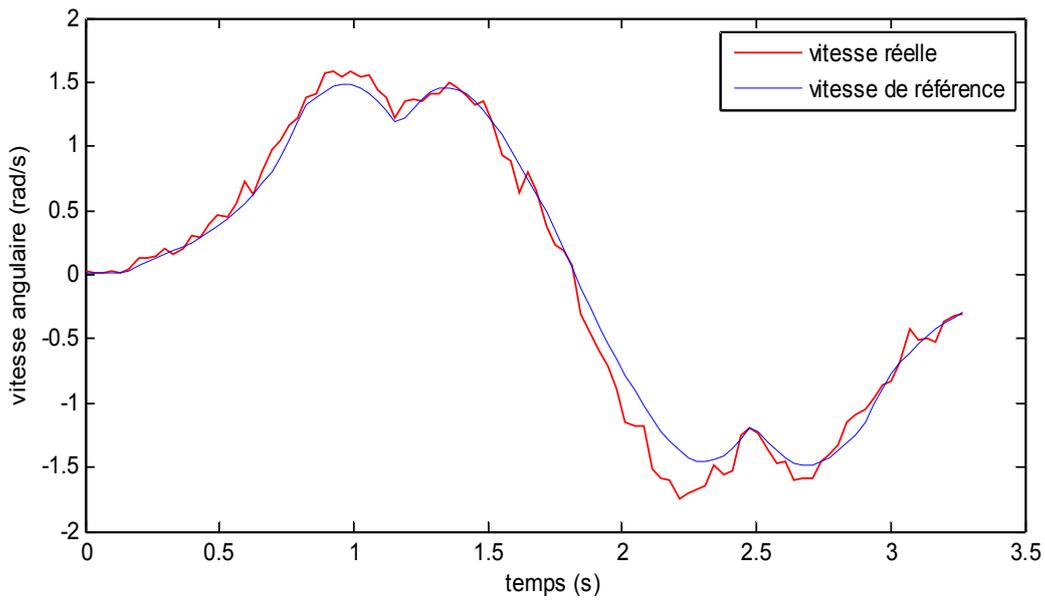


Figure 2.19 : Comparaison entre les vitesses réelle et de référence

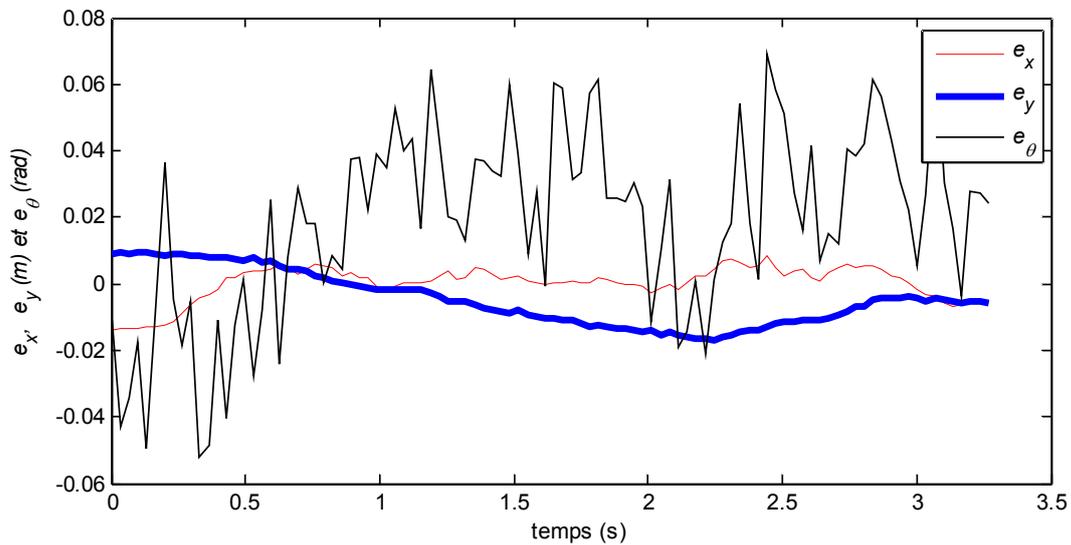


Figure 2.20 : L'erreur de posture du robot

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle approche pour le suivi de trajectoire pour un robot mobile non-holonyme a été développée. Cette méthode est basée sur la théorie de la commande et de l'observation des modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS). L'avantage principal de cette technique par rapport à la plupart des approches existantes dans la littérature

est de permettre de pouvoir estimer le domaine d'attraction du système en prenant la plus grande surface de niveau de la fonction de Lyapunov incluse dans le domaine de l'espace d'état où le modèle TS est défini. De plus, l'approche proposée permet d'obtenir des résultats satisfaisants en termes de poursuite de trajectoire que ce soit en simulation ou sur la plateforme réelle. Le cas de présence de bruits de mesure a été aussi étudié et nous avons obtenu des résultats satisfaisants par l'utilisation d'un observateur flou TS. Les mesures bruitées peuvent poser des problèmes lorsque des commandes et/ou observateurs à base de modes glissants ou à grand gain sont utilisés. L'approche proposée permet donc de rivaliser, voire d'améliorer sur certains points, avec les meilleures méthodes développées dans le domaine.

## Chapitre 3: Commande PDC pour le suivi de trajectoire — cas discret

### 3.1 Introduction

Pour des raisons d'implémentation en temps réel avec une période d'échantillonnage fixée, on présente dans ce chapitre la version discrète de la commande PDC pour le suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome. Cette approche est basée sur l'utilisation des modèles flous TS dans le cas discret. Comme dans le cas continu, de manière à filtrer les mesures, un observateur flou (TS) discret est ajouté à la structure de commande et la stabilité de la boucle fermée complète est assurée en utilisant le principe de séparation /Yoneyama et al, 2001/.

Le chapitre s'organise en deux parties. La première est dédiée à un bref état de l'art sur les modèles flous TS dans le cas discret. Puis, la seconde partie plus conséquente présente tout d'abord la justification du choix du modèle discret, puis la mise en œuvre de la commande floue discrète pour réaliser une poursuite de trajectoire pour un robot mobile, et enfin des résultats de simulations et expérimentaux montrant l'intérêt de l'approche.

### 3.2 Etat de l'art sur les modèles TS discret

Un sous modèle ' $i$ ' flou (TS) discret peut être présenté par la règle donnée par (l'équation (3.1)).

$$R^i: \text{Si } z_1(k) \text{ est } F_1^i \text{ Et...Et } z_p(k) \text{ est } F_p^i \text{ alors } \begin{cases} x(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k) \\ y(k) = C_i x(k) \end{cases} \quad (3.1)$$

Sachant que les prémisses et les représentations d'état sont données respectivement par les équations (2.2)-(2.4). Le modèle flou (TS) discret est réécrit sous la forme :

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(z(k))(A_i x(k) + B_i u(k)) \\ y(k) = \sum_{i=1}^r h_i(z(k)) C_i x(k) \end{cases} \quad (3.2)$$

### 3.3 Commande floue : cas discret

Nous sommes intéressés ici au problème de la poursuite de trajectoire en utilisant une discrétisation du modèle non linéaire (2.26).

#### 3.3.1 Discrétisations du modèle d'erreur de poursuite

La méthode la plus simple consiste à utiliser la méthode d'Euler pour l'estimation des dérivées

$$\dot{e}(kT_e) = \frac{e_d(k+1) - e_d(k)}{T_e} \quad \text{avec} \quad e_d(k) = e(kT_e)$$

permettant d'obtenir à partir du modèle de poursuite continu (2.26) le modèle discrétisé à la période d'échantillonnage  $T_e$  suivant :

$$e_d(k+1) = A_{Euler} e_d(k) + B_{Euler} u_{B,d}(k) \quad (3.3)$$

avec

$$A_{Euler} = \begin{bmatrix} 1 & T_e w_r(k) & 0 \\ -T_e w_r(k) & 1 & T_e v_r(k) \frac{\sin(e_\theta(k))}{e_\theta(k)} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B_{Euler} = T_e \begin{bmatrix} -1 & e_y(k) \\ 0 & -e_x(k) \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Il existe d'autres approches de discrétisation, notamment celles proposées dans /Blažič *et al*, 2010/. On suppose qu'un bloqueur d'ordre zéro est utilisé à l'entrée du système. Les entrées du système sont donc constantes entre deux instants d'échantillonnage consécutifs :

$$\begin{aligned} v(t) &= v_d(k), & \text{pour } kT_e \leq t < (k+1)T_e \\ w(t) &= w_d(k), & \text{pour } kT_e \leq t < (k+1)T_e \end{aligned} \quad (3.4)$$

Par intégration de la troisième équation du modèle (1.3) sur l'intervalle  $[kT_e, (k+1)T_e]$ , la formule suivante est obtenue :

$$\theta(t) = \theta_d(k) + w_d(k)(t - kT_e) \quad (3.5)$$

L'orientation du robot est une fonction linéaire par morceaux du temps et il est possible de déterminer analytiquement la position future du robot en se basant sur sa position et ses entrées actuelles. Les équations de position du robot peuvent être intégrées comme suit :

$$\begin{aligned}
 \int_{kT_e}^{(k+1)T_e} \dot{x} dt &= v(k) \int_{kT_e}^{(k+1)T_e} \cos(\theta(t)) dt = v_d(k) \int_{kT_e}^{(k+1)T_e} \cos(\theta_d(k) + w_d(k)(t - kT_e)) dt \\
 \int_{kT_e}^{(k+1)T_e} \dot{y} dt &= v(k) \int_{kT_e}^{(k+1)T_e} \sin(\theta(t)) dt = v_d(k) \int_{kT_e}^{(k+1)T_e} \sin(\theta_d(k) + w_d(k)(t - kT_e)) dt
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

On obtient ici la récurrence exacte vérifiée par  $x_d(k+1)$  lorsque  $w_d(k) \neq 0$  :

$$\begin{aligned}
 x_d(k+1) &= x_d(k) + \frac{v_d(k)}{w_d(k)} \left( \sin(\theta_d(k) + w_d(k)T_e) - \sin(\theta_d(k)) \right) \\
 &= x_d(k) - v_d(k) \left[ \frac{1 - \cos(w_d(k)T_e)}{w_d(k)} \sin(\theta_d(k)) - \frac{\sin(w_d(k)T_e)}{w_d(k)} \cos(\theta_d(k)) \right]
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

De même, la récurrence exacte vérifiée par  $y_d(k+1)$  s'exprime sous la forme :

$$y_d(k+1) = y_d(k) + v_d(k) \left[ \frac{1 - \cos(w_d(k)T_e)}{w_d(k)} \cos(\theta_d(k)) + \frac{\sin(w_d(k)T_e)}{w_d(k)} \sin(\theta_d(k)) \right] \tag{3.8}$$

Le modèle discret du robot mobile est complété par la récurrence en  $\theta$  obtenue à partir de (3.5) :

$$\theta_d(k+1) = \theta_d(k) + T_e w_d(k) \tag{3.9}$$

Les formules lorsque  $w_d(k)$  est nul sont obtenues en faisant tendre cette variable vers zéro (il suffit de remplacer dans ces expressions  $\frac{\sin(w_d(k)T_e)}{w_d(k)}$  par  $T_e$  et  $\frac{1 - \cos(w_d(k)T_e)}{w_d(k)}$  par 0). Ce

problème doit être pris en compte lors de l'implémentation. Le modèle de référence discrétisé est similaire à celui donné par les équations (3.7)-(3.9) en prenant  $v_r(k)$  et  $w_r(k)$  comme entrées :

$$\begin{cases}
 x_r(k+1) = x_r(k) - v_r(k) \left[ \frac{1 - \cos(w_r(k)T_e)}{w_r(k)} \sin(\theta_r(k)) - \frac{\sin(w_r(k)T_e)}{w_r(k)} \cos(\theta_r(k)) \right] \\
 y_r(k+1) = y_r(k) + v_r(k) \left[ \frac{1 - \cos(w_r(k)T_e)}{w_r(k)} \cos(\theta_r(k)) + \frac{\sin(w_r(k)T_e)}{w_r(k)} \sin(\theta_r(k)) \right] \\
 \theta_r(k+1) = \theta_r(k) + T_e w_r(k)
 \end{cases} \tag{3.10}$$

(où l'on a omis l'indice  $d$  pour simplifier les notations).

En prenant en compte les expressions (2.24), (3.7)-(3.10), le modèle de poursuite discrétisé suivant est obtenu :

$$\begin{aligned}
 e_x(k+1) &= e_x \cos(wT_e) + e_y \sin(wT_e) - \frac{v_r}{w_r} \sin(wT_e - 2w_r T_e - e_\theta) + \\
 &\quad \frac{v_r}{w_r} \sin(wT_e - w_r T_e - e_\theta) - \frac{v}{w} \sin(wT_e) \\
 e_y(k+1) &= -e_x \sin(wT_e) + e_y \cos(wT_e) - \frac{v_r}{w_r} \cos(wT_e - 2w_r T_e - e_\theta) + \\
 &\quad wT_e \sin(wT_e - w_r T_e - e_\theta) - \frac{v}{w} (1 - \cos(wT_e)) \\
 e_\theta(k+1) &= e_\theta(k) - T_e w(k) + T_e w_r(k)
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

L'introduction de la commande analogue à celle utilisée en continue  $u = u_F + u_B$  conduit à un modèle complexe. Comme il est présenté dans /Blažič, *et al*, 2009-a et b/, le modèle discret de poursuite avec  $u_B = 0$  s'écrit sous la forme :

$$e(k+1) = A_{ZoH} e(k) \tag{3.12}$$

avec

$$A_{ZoH} = \begin{bmatrix} \cos(w_r T_e) & \sin(w_r T_e) & \frac{v_r \sin(e_\theta)(\cos(w_r T_e) - 1)}{w_r e_\theta} \\ -\sin(w_r T_e) & \cos(w_r T_e) & \frac{v_r \sin(e_\theta) \sin(w_r T_e)}{w_r e_\theta} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$e^T(k) = [e_x(k) \quad e_y(k) \quad e_\theta(k)]$$

On souligne ici que le modèle (3.12) n'est pas obtenu par linéarisation du modèle (2.26). En fait, toutes les dépendances non linéaires sont conservées d'où l'exactitude de la discrétisation. Dans le cas complet, la solution est fortement non linéaire. En effectuant une linéarisation de (3.11) autour de  $v_B = 0$ ,  $w_B = 0$ , on obtient le modèle

$$e(k+1) = A_{ZoH} e(k) + B_{ZoH} u_B(k) \tag{3.13}$$

où  $A_{ZoH}$  a la même expression que précédemment et

$$B_{ZoH} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

avec :

$$B_{11} = -\frac{\sin(w_r T_e)}{w_r T_e}, B_{12} = \frac{\cos(w_r T_e) - 1}{w_r T_e}$$

$$B_{21} = -e_x \sin(w_r T_e) + e_y \cos(w_r T_e) + \frac{v_r \cos(e_\theta) \sin(w_r T_e)}{w_r^2 T_e} +$$

$$\frac{v_r \cos(e_\theta)(1 - \cos(w_r T_e)) - v_r \cos(w_r T_e + e_\theta)}{w_r}$$

$$B_{22} = -e_x \cos(w_r T_e) - e_y \sin(w_r T_e) + \frac{v_r \cos(e_\theta)(1 - \cos(w_r T_e))}{w_r^2 T_e} +$$

$$\frac{-v_r \cos(e_\theta) \sin(w_r T_e) - v_r \sin(w_r T_e + e_\theta) + v_r \sin(e_\theta)}{w_r}$$

Pour réduire le nombre de non-linéarités, les approximations suivantes sont introduites :

$$\begin{aligned} \cos(w_r T_e) &\approx 1 \\ \sin(w_r T_e) &\approx w_r T_e \end{aligned} \quad (3.15)$$

En remplaçant (3.15) dans (3.13), le modèle simplifié suivant est obtenu :

$$e(k+1) = A_{simple} e(k) + B_{simple} u_B(k) \quad (3.16)$$

avec :

$$A_{simple} = A_{Euler} \text{ et } B_{simple} = T_e \begin{bmatrix} -1 & e_y - e_x w_r T_e + v_r T_e \sin(e_\theta) \\ 0 & -e_x - e_y w_r T_e - 2v_r T_e \cos(e_\theta) \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Le modèle obtenu (3.16) a la même complexité que le modèle discret (3.3) obtenu par l'utilisation de l'approximation d'Euler. En respectant les conditions (2.27) avec  $0 < v_r < 1$  et  $|w_r| \leq 2$ , une étude numérique comparative entre les trois modèles discrets (3.3), (3.13) et (3.16) est présentée dans le tableau suivant.

élément de la matrice	Valeur exacte	approximation	Erreur maximale
$A_{11}^{ZoH}, A_{22}^{ZoH}$	0,99782	1	0,00218
$A_{12}^{ZoH}, -A_{21}^{ZoH}$	0,06595	0,066	$4,810^{-5}$
$A_{13}^{ZoH}$	-0,00109	0	0,00109
$A_{23}^{ZoH}$	0,03298	0,033	$2,4 \cdot 10^{-5}$
$B_{11}^{ZoH}$	-0,99927	-1	$7,310^{-4}$
$B_{21}^{ZoH}$	-0,03298	0	0,03298
$B_{12}^{Euler}$	-0,00199	-0,00330	0,00131
$B_{12}^{Simple}$	0,00330	0,00330	$2,8 \cdot 10^{-7}$
$B_{22}^{Euler}$	0,00144	0,00330	0,00186
$B_{22}^{Simple}$	-0,00494	-0,00549	$5,4 \cdot 10^{-4}$

Tableau 3.1 : Les éléments des matrices dans le pire des cas

D'après ce tableau de comparaison, il n'y a pas une grande différence entre les trois modèles de poursuite discrets et vu la complexité des modèles discrets obtenus par l'approche de discrétisation exacte, on s'intéressera uniquement au modèle d'Euler (3.3).

### 3.3.2 Développement du modèle TS discret

Le modèle (3.3) contient quatre non-linéarités :  $n_1 = w_r(k)$ ,  $n_2 = v_r(k) \text{sinc}(e_o(k))$ ,  $n_3 = e_x(k)$  et  $n_4 = e_y(k)$ . En supposant la condition (2.27) vérifiée, le modèle TS est obtenu de la même manière que dans le cas continu :

$$e(k+1) = A_{z(k)}^d e(k) + B_{z(k)}^d u_B(k) = \sum_{i=1}^{16} h_i^d(z(k)) (A_i^d e(k) + B_i^d u_B(k)) \quad (3.17)$$

$$A_i^d = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_i^{1,d} w_{r,\max} & 0 \\ \varepsilon_i^{1,d} w_{r,\max} & 1 & \mu_i^d \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_i^d = \begin{bmatrix} -T_e & \varepsilon_i^{2,d} e_{\max} \\ 0 & \varepsilon_i^{3,d} e_{\max} \\ 0 & -T_e \end{bmatrix}$$

avec :

$$e_{\max} = 0.1 \text{ m}, \quad \varepsilon_i^{1,d} = \begin{cases} +T_e & \text{pour } 1 \leq i \leq 8 \\ -T_e & \text{sinon} \end{cases}, \quad \varepsilon_i^{2,d} = \begin{cases} +T_e & \text{pour } i \in \{3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16\} \\ -T_e & \text{sinon} \end{cases},$$

$$\varepsilon_i^{3,d} = T_e (-1)^{i+1}, \text{ et } \mu_i^d = \begin{cases} T_e v_{r,\min} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{2}\right) & \text{pour } 1 \leq i \leq 4 \text{ et } 9 \leq i \leq 12 \\ T_e v_{r,\max} & \end{cases}.$$

Les fonctions d'appartenance  $h_i^d$  ( $i = 1, \dots, 16$ ) du modèle flou TS (3.17) sont données comme

suit :

$$\begin{cases} h_1^d = \omega_{01}^d \omega_{02}^d \omega_{03}^d \omega_{04}^d, & h_2^d = \omega_{01}^d \omega_{02}^d \omega_{03}^d \omega_{14}^d, & h_3^d = \omega_{01}^d \omega_{02}^d \omega_{13}^d \omega_{04}^d, & h_4^d = \omega_{01}^d \omega_{02}^d \omega_{13}^d \omega_{14}^d \\ h_5^d = \omega_{01}^d \omega_{12}^d \omega_{03}^d \omega_{04}^d, & h_6^d = \omega_{01}^d \omega_{12}^d \omega_{03}^d \omega_{14}^d, & h_7^d = \omega_{01}^d \omega_{12}^d \omega_{13}^d \omega_{04}^d, & h_8^d = \omega_{01}^d \omega_{12}^d \omega_{13}^d \omega_{14}^d \\ h_9^d = \omega_{11}^d \omega_{02}^d \omega_{03}^d \omega_{04}^d, & h_{10}^d = \omega_{11}^d \omega_{02}^d \omega_{03}^d \omega_{14}^d, & h_{11}^d = \omega_{11}^d \omega_{02}^d \omega_{13}^d \omega_{04}^d, & h_{12}^d = \omega_{11}^d \omega_{02}^d \omega_{13}^d \omega_{14}^d \\ h_{13}^d = \omega_{11}^d \omega_{12}^d \omega_{03}^d \omega_{04}^d, & h_{14}^d = \omega_{11}^d \omega_{12}^d \omega_{03}^d \omega_{14}^d, & h_{15}^d = \omega_{11}^d \omega_{12}^d \omega_{13}^d \omega_{04}^d, & h_{16}^d = \omega_{11}^d \omega_{12}^d \omega_{13}^d \omega_{14}^d \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} \omega_{01}^d = T_e \frac{w_{r,\max} - w_r}{w_{r,\max} - w_{r,\min}}, & \omega_{11}^d = 1 - \omega_{01}^d \\ \omega_{02}^d = T_e \frac{v_{r,\max} - v_r \operatorname{sinc}(e_\theta)}{v_{r,\max} - v_{r,\min} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{2}\right)}, & \omega_{12}^d = 1 - \omega_{02}^d \\ \omega_{03}^d = T_e \frac{e_{\max} - e_x}{2e_{\max}}, & \omega_{13}^d = 1 - \omega_{03}^d \\ \omega_{04}^d = T_e \frac{e_{\max} - e_y}{2e_{\max}}, & \omega_{14}^d = 1 - \omega_{04}^d \end{cases}$$

### 3.3.3 Synthèse de la loi de commande PDC

Pour stabiliser le modèle flou TS (3.17), la commande PDC (pour « Parallel Distributed Compensation ») suivante est utilisée :

$$u_B(k) = -\sum_{i=1}^r h_i^d(z(k)) F_i^d e(k) \quad (3.18)$$

On choisit une fonction de Lyapunov quadratique  $V(k) = e^T(k) P e(k)$ , avec  $P$  une matrice de taille  $(n \times n)$ , symétrique, définie positive.

La solution  $e = 0$  du modèle (3.17)-(3.18) est asymptotiquement stable si la variation de la fonction de Lyapunov le long des trajectoires du modèle est négative :

$$V(k+1) - V(k) = e^T(k+1)Pe^T(k+1) + e^T(k)Pe(k) < 0 \quad (3.19)$$

En remplaçant (3.18) dans (3.17) et en développant (3.19), l'inégalité suivante est obtenue :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(k))h_j(z(k)) \left[ (A_i^d - B_i^d F_j^d)^T P (A_i^d - B_i^d F_j^d) - P \right] < 0 \quad (3.20)$$

**Lemme 3.1 (Complément de Schur)** /Boyd et al, 1994/: Soit  $P \in \mathbb{R}^{m \times m}$  une matrice définie positive,  $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$  et  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  une matrice symétrique. Les deux inégalités suivantes sont équivalentes :

1.  $Q - X^T P^{-1} X > 0, \quad P > 0$

2.  $\begin{bmatrix} Q & X^T \\ X & P \end{bmatrix} > 0$

En utilisant le complément de Schur, l'inégalité (3.20) est vérifiée si

$$\begin{bmatrix} -P & (*) \\ P(A_i^d - B_i^d F_j^d) & -P \end{bmatrix} < 0, \quad \forall i = 1, \dots, r, \forall j = 1, \dots, r \quad (3.21)$$

Les inégalités (3.21) ne sont pas linéaires. Pour les rendre LMI, on applique la transformation de congruence en multipliant (3.21) à droite et à gauche par  $\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & P^{-1} \end{bmatrix}$ . En notant  $X = P^{-1}$ ,

la condition suivante de stabilisabilité est obtenue.

$$\begin{bmatrix} -X & (*) \\ A_i^d X - B_i^d M_j & -X \end{bmatrix} < 0 \quad (3.22)$$

avec  $M_j = F_j^d X$

On peut bien sûr réduire le conservatisme de cette méthode en utilisant la technique de relaxation de Tuan : le modèle (3.17) est stabilisable par la loi de commande (3.18) s'il existe des matrices  $M_j (j=1, \dots, 16)$  et  $X > 0$  telles que les conditions LMI du Lemme 2.3 sont

vérifiées avec  $\Upsilon_{ij} = \begin{bmatrix} -X & (*) \\ A_i^d X - B_i^d M_j & -X \end{bmatrix}$  et  $F_j^d = M_j X^{-1}$ .

Pour les hypothèses données précédemment, ces conditions sont vérifiées. Les valeurs des gains  $F_j^d$  sont données dans la partie 0.

### 3.3.4 Synthèse d'un observateur

Pour filtrer les mesures bruitées données par la caméra, un observateur flou (TS) discret est ajouté à la structure de commande. Ce dernier est donné par la formule suivante :

$$\hat{e}(k+1) = A_{z(k)}^d \hat{e}(k) + B_{z(k)}^d u_B(k) + K_{z(k)}^d (e(k) - \hat{e}(k)) \quad (3.23)$$

où  $\hat{e}(k) = [\hat{e}_x(k), \hat{e}_y(k), \hat{e}_\theta(k)]$  est l'estimation de l'erreur de posture ;  $K_{z(k)}^d$  représente la combinaison convexe  $\sum_{i=1}^r h_i^d(z(k)) K_i^d$  des gains de l'observateur. On définit de la même manière  $A_{z(k)}^d$  et  $B_{z(k)}^d$ .

La nouvelle loi de commande (3.18) prend alors pour expression :

$$u_B(k) = -F_{z(k)}^d \hat{e}(k) \quad (3.24)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation  $\tilde{e}(k) = e(k) - \hat{e}(k)$  s'écrit alors

$$\tilde{e}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(z(k)) (A_i^d - K_i^d) \tilde{e}(k) \quad (3.25)$$

On obtient alors pour le système complet les équations suivantes :

$$\begin{bmatrix} e(k+1) \\ \tilde{e}(k+1) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(k)) h_j(z(k)) \begin{bmatrix} A_{z(k)}^d - B_{z(k)}^d F_{z(k)}^d & B_{z(k)}^d F_{z(k)}^d \\ 0 & A_{z(k)}^d - K_{z(k)}^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k) \\ \tilde{e}(k) \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Les variables de prémisse  $z(t)$  sont ici mesurables, le principe de séparation peut donc s'appliquer (/Ma et al, 1998/, /Yoneyama et al, 2001/) autorisant le calcul séparé des gains de commande  $F_i$  et des gains de l'observateur  $K_i$ ,  $i \in \{1, \dots, 16\}$ .

Le calcul des gains d'observation est réalisé en utilisant une procédure similaire à celle permettant de calculer les gains de commande. La fonction de Lyapunov choisie dans ce cas est  $V(k) = \tilde{e}^T(k) P_{obs} \tilde{e}(k)$  avec  $P_{obs}$  une matrice de dimension  $(n \times n)$ , symétrique et définie positive. Par l'utilisation du Lemme 2.3, la dynamique de l'erreur d'estimation (3.25) est stable s'il existe des matrices  $N_i$ ,  $i \in \{1, \dots, 16\}$  et  $P_{obs} > 0$  telles que les conditions LMI suivantes soient vérifiées :

$$\Upsilon_{ii} < 0 \quad (3.27)$$

avec  $\Upsilon_{ii} = \begin{bmatrix} -P_{obs} & (*) \\ P_{obs} A_i^d - N_i & -P_{obs} \end{bmatrix} < 0$ . Les gains de l'observateur flou TS discret (3.23) sont

alors donnés par la relation  $K_i = P_{obs}^{-1} N_i$ .

### 3.3.5 Résultats de simulation pour le suivi de trajectoire

De même que dans le cas continu, deux essais sont présentés dans la suite de cette section : avec et sans bruits de mesures /Guechi *et al*, 2009-b/. Dans les deux cas, la même trajectoire de référence est utilisée, il s'agit d'un circuit fermé qui est conçu en respectant les valeurs maximales des accélérations radiale et tangentielle. Les vitesses minimales et maximales de la trajectoire de référence sont :  $w_{r,\max} = 0,9735$  rad/s ,  $w_{r,\min} = 0,0205$  rad/s ,  $v_{r,\max} = 0,4581$  m/s et  $v_{r,\min} = 0.01$  m/s . Les erreurs par rapport aux axes X et Y respectent la condition  $|e_{x,y}| < 0,1$  m et la période d'échantillonnage vaut  $T_e = 33$  ms . Les gains de stabilisation  $F_i^d$  ( $i=1,\dots,16$ ) calculés en utilisant la technique détaillée précédemment ont pour valeur :

$$\begin{aligned}
 F_1^d &= \begin{bmatrix} -11,1836 & 5,4193 & 0,5510 \\ 0,0168 & -1,7485 & -5,2792 \end{bmatrix}, F_2^d = \begin{bmatrix} -11,1925 & 5,3106 & 0,2516 \\ -0,0239 & -1,9910 & -5,3853 \end{bmatrix}, \\
 F_3^d &= \begin{bmatrix} -11,1910 & 5,1723 & -0,1541 \\ 0,1321 & -1,8028 & -5,2801 \end{bmatrix}, F_4^d = \begin{bmatrix} -11,1817 & 5,0661 & -0,4355 \\ 0,1081 & -2,0531 & -5,3862 \end{bmatrix}, \\
 F_5^d &= \begin{bmatrix} -11,1828 & 5,4286 & 0,6278 \\ -0,4584 & -3,4896 & -11,5694 \end{bmatrix}, F_6^d = \begin{bmatrix} -11,1916 & 5,2510 & 0,2978 \\ -0,1700 & -4,4917 & -11,5733 \end{bmatrix}, \\
 F_7^d &= \begin{bmatrix} -11,1907 & 5,1041 & -0,1417 \\ 0,2271 & -3,8139 & -11,5858 \end{bmatrix}, F_8^d = \begin{bmatrix} -11,1822 & 4,9816 & -0,4258 \\ 0,4754 & -4,7891 & -11,5676 \end{bmatrix}, \\
 F_9^d &= \begin{bmatrix} -11,1938 & 4,9344 & 0,5695 \\ -0,4314 & -3,3974 & -11,6258 \end{bmatrix}, F_{10}^d = \begin{bmatrix} -11,1989 & 4,7425 & 0,1766 \\ -0,0373 & -4,3434 & -11,6286 \end{bmatrix}, \\
 F_{11}^d &= \begin{bmatrix} -11,1973 & 4,6536 & -0,1874 \\ 0,2504 & -3,6997 & -11,6386 \end{bmatrix}, F_{12}^d = \begin{bmatrix} -11,1825 & 4,5089 & -0,5707 \\ 0,6363 & -4,6331 & -11,6150 \end{bmatrix}, \\
 F_{13}^d &= \begin{bmatrix} -11,1918 & 4,9201 & 0,6051 \\ -0,4493 & -3,5820 & -11,6452 \end{bmatrix}, F_{14}^d = \begin{bmatrix} -11,1956 & 4,6959 & 0,2191 \\ -0,0638 & -4,4431 & -11,6427 \end{bmatrix}, \\
 F_{15}^d &= \begin{bmatrix} -11,1948 & 4,5997 & -0,1578 \\ 0,2381 & -3,8873 & -11,6600 \end{bmatrix}, F_{16}^d = \begin{bmatrix} -11,1804 & 4,4374 & -0,5187 \\ 0,6016 & -4,7290 & -11,6319 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

#### 3.3.5.1 Simulation avec des mesures parfaites

Dans ce cas, la position du robot est supposée être mesurée sans bruits. La figure 3.1 montre que la trajectoire réelle du robot (en pointillés) converge vers la trajectoire de référence. La position initiale du robot est :  $x_i = 0,3$  m ,  $y_i = 0,72$  m et  $\theta_i = -45^\circ$  .

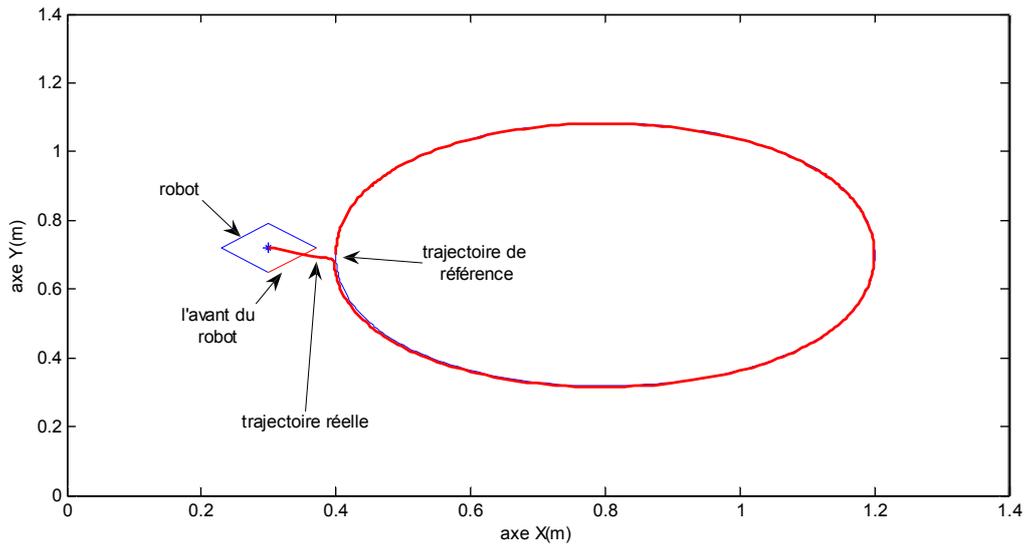


Figure 3.1 : Poursuite de trajectoire avec la commande (PDC) : trajectoire réelle et de référence du robot mobile

Les vitesses réelles convergent bien vers les vitesses de référence comme le montre la figure 3.2.

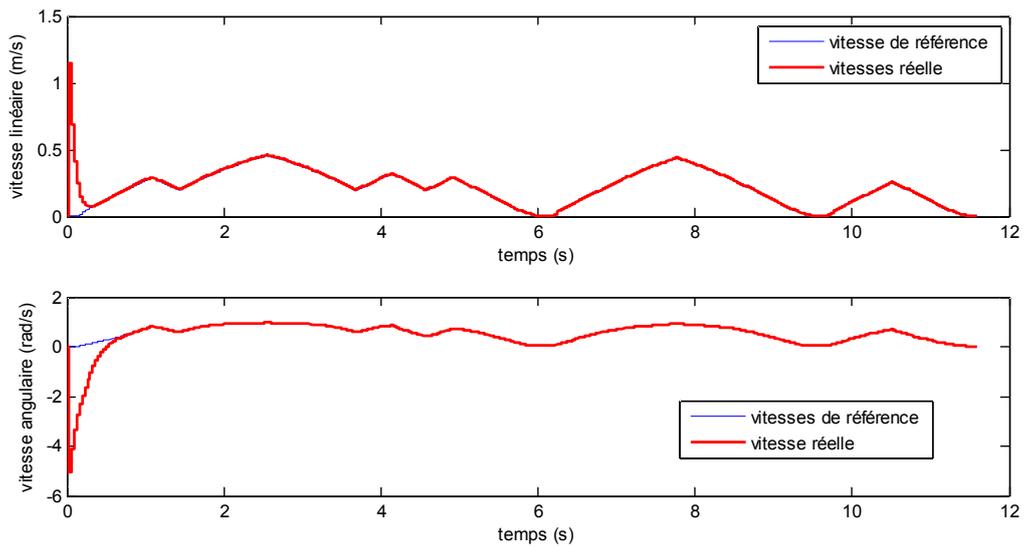


Figure 3.2 : Comparaison entre les vitesses réelle et de référence

La figure 3.3 présente la convergence de l'erreur de suivi de trajectoire du robot vers zéro, en utilisant la loi de commande proposée.

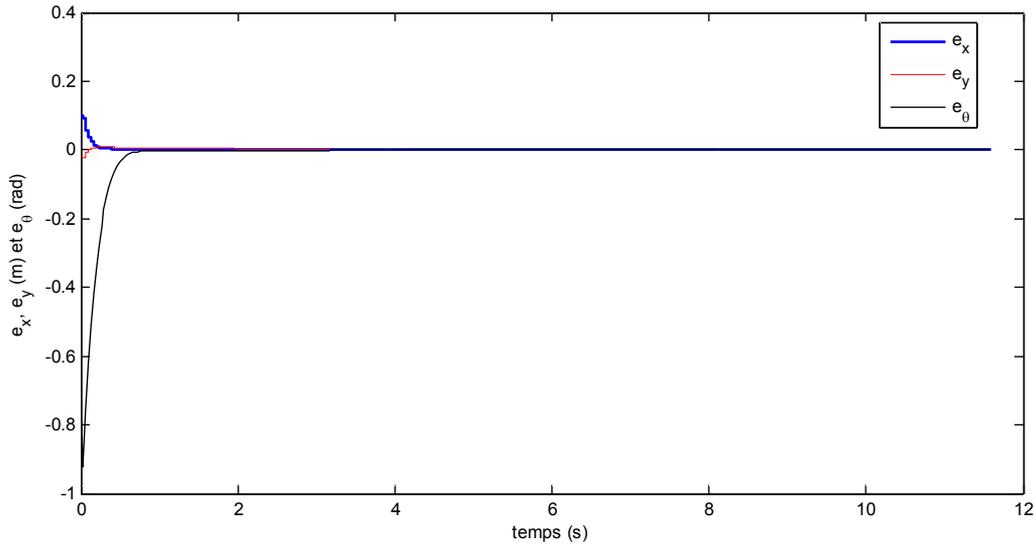


Figure 3.3 : L'erreur de posture du robot

### 3.3.5.2 Simulation avec des mesures bruitées

Dans ce cas, comme dans le cas continu, les mesures sont supposées bruitées avec un bruit de variance 0.01 et de valeur moyenne égale à zéro. Un observateur flou TS discret est alors ajouté à la structure de commande dont les gains sont les suivants :

$$K_1^d = K_2^d = K_3^d = K_4^d = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0007 & -0,0000 \\ -0,0007 & 1,0000 & 0,0002 \\ 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 \end{bmatrix},$$

$$K_5^d = K_6^d = K_7^d = K_8^d = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0007 & -0,0000 \\ -0,0007 & 1,0000 & 0,0151 \\ -0,0000 & -0,0000 & 1,0000 \end{bmatrix},$$

$$K_9^d = K_{10}^d = K_{11}^d = K_{12}^d = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0321 & 0,0000 \\ -0,0321 & 1,0000 & 0,0002 \\ 0,0000 & -0,0000 & 1,0000 \end{bmatrix},$$

$$K_{13}^d = K_{14}^d = K_{15}^d = K_{16}^d = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0321 & 0,0000 \\ -0,0321 & 1,0000 & 0,0151 \\ -0,0000 & -0,0000 & 1,0000 \end{bmatrix}.$$

Même en présence de mesures bruitées, la loi de commande PDC avec observateur flou dans le cas discret permet d'assurer un suivi de trajectoire acceptable (figure 3.4).

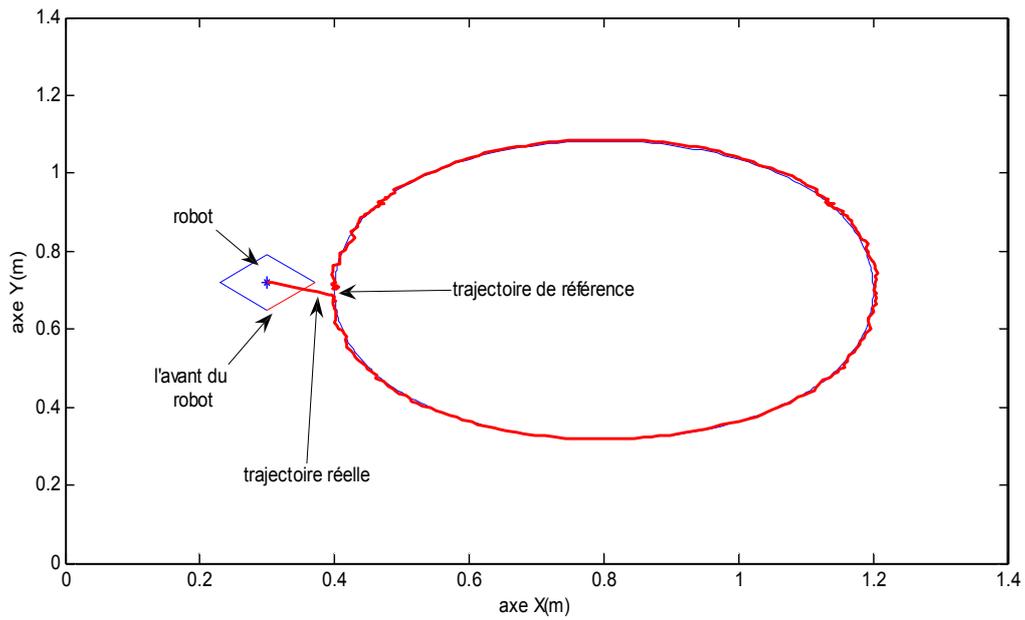


Figure 3.4 : Poursuite de trajectoire avec la commande (PDC) : trajectoire réelle et de référence du robot mobile

L'influence des bruits de mesure est particulièrement visible sur la figure (3.5) qui présente la comparaison entre les vitesses réelles et celles de référence. La figure 3.6, quant à elle, montre la convergence vers zéro de l'erreur de poursuite.

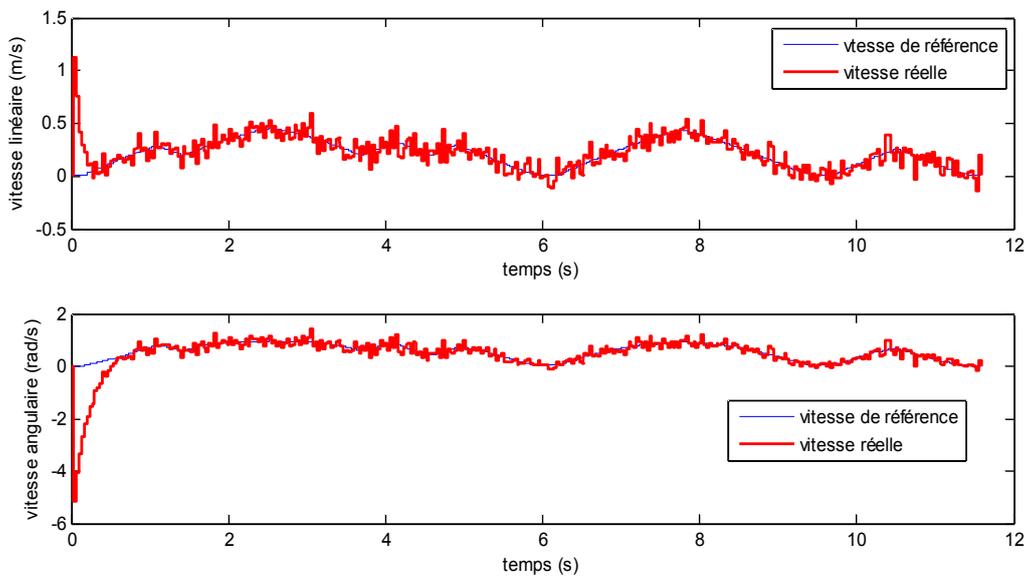


Figure 3.5 : Comparaison entre les vitesses réelles et de référence

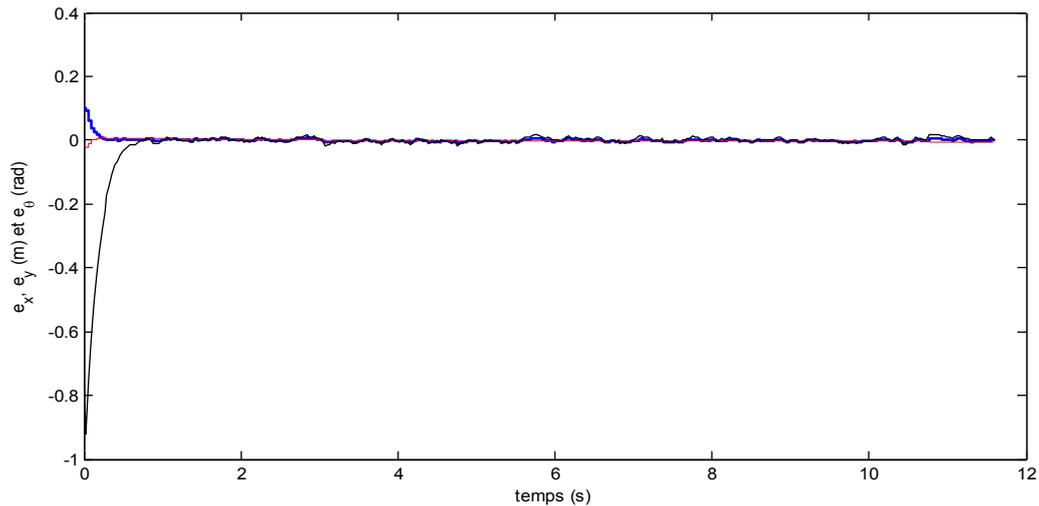


Figure 3.6 : Erreur de suivi de trajectoire

### 3.3.6 Résultats expérimentaux pour le suivi de trajectoire

La commande PDC dans le cas discret développée dans ce chapitre a été appliquée pour le suivi de trajectoire du robot mobile MIABOT. Les positions du robot sont données par la même caméra que dans le cas continu. La position initiale du robot est ( $x_i = 0,4$  m;  $y_i = 0,68$  m;  $\theta_i = -90^\circ$ ). Les résultats expérimentaux obtenus montrent comme dans le cas continu que le suivi n'est pas parfait principalement à cause du retard négligé dans le calcul de la commande (Figure 3.7). Le suivi associé pour les vitesses linéaire et angulaire respectivement est donné par (Figure 3.8). La figure 3.9, présente l'erreur de posture du robot.

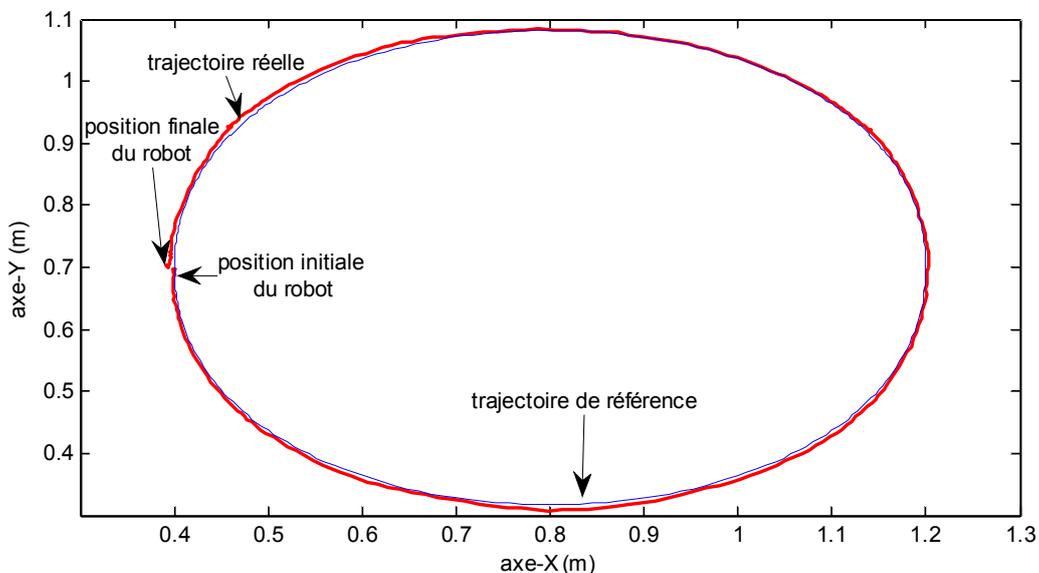


Figure 3.7 : Poursuite de trajectoire avec la commande (PDC) discrète : trajectoire réelle et de référence du robot mobile

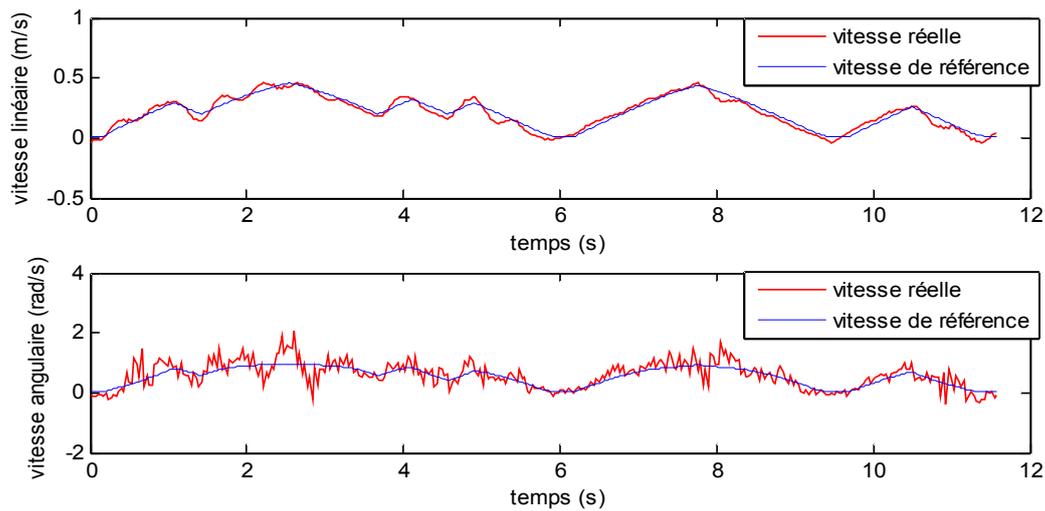


Figure 3.8 : Comparaison entre les vitesses réelle et de référence

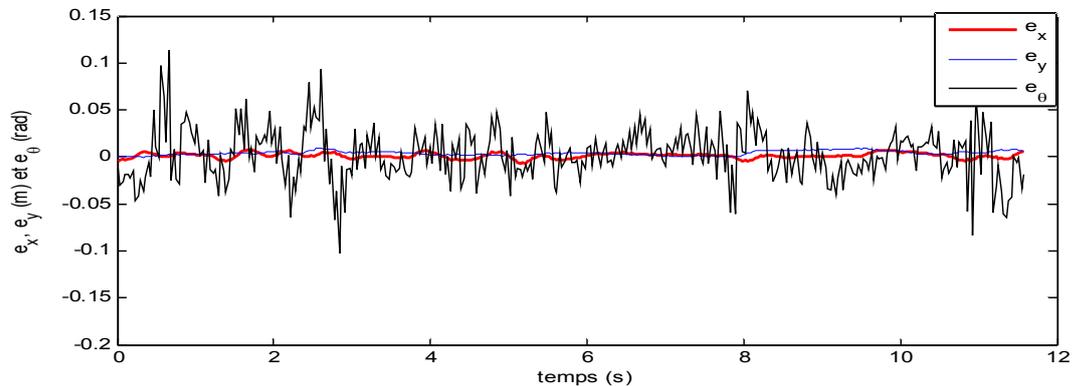


Figure 3.9 : L'erreur de posture du robot

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle approche pour le suivi de trajectoire pour un robot mobile non-holonome dans le cas discret a été développée. Cette méthode est basée sur la théorie de la commande et de l'observation des modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS) discret. Nous avons étudié les cas avec ou sans bruit sur les mesures et nous avons obtenu des résultats prometteurs pour le suivi de trajectoire que ce soit en simulation ou sur la plateforme de robot mobile non-holonome (MIABOT). Néanmoins, il est clair que pour aller vers de meilleures performances dans notre application, il faut pouvoir prendre en compte le retard sur les mesures dû au traitement d'image qui est la source majeure d'erreur dans le suivi de trajectoire que ce soit dans les cas continus ou discrets. Dans le chapitre suivant, nous proposons une réponse possible à ce problème.

## Chapitre 4: Suivi de trajectoire en présence de retard sur les mesures

### 4.1 Introduction

Dans les deux chapitres précédents, des structures à base de commande PDC permettant d'assurer un suivi de trajectoire pour un robot mobile non holonome dans les cas continu et discret ont été proposées. Au travers de plusieurs exemples de simulation, l'efficacité de l'approche a pu être validée dans le cas de mesures non retardées. Pourtant dans de nombreuses applications de robotique mobile, un traitement ou une transmission d'information est nécessaire pour prendre des décisions, déterminer la localisation ou percevoir l'environnement. Ces traitements peuvent introduire des retards plus ou moins importants.

Les différentes stratégies de commande présentées dans le chapitre précédent (/Kanayama *et al*, 1991/, /Pomet, 1992/, /Samson, 1995/, /Oriol *et al*, 2002/, /Murray et Sastry, 1993/, /Hespanha et Morse, 1999/, /Fliess *et al*, 1995/, /Klancar *et al*, 2007/, /Defoort *et al*, 2008/ et /Guechi *et al*, 2009/) ne prennent pas en compte les phénomènes de retard. En particulier dans le cas de structures de commande à base de retour de sortie dynamique (commande + observateur) pour des modèles non linéaires, la démonstration de la stabilité de la boucle fermée globale reste un point délicat en automatique. Sans retards, dans le contexte des approches floues de type TS, différents travaux existent : si le vecteur de prémisses est mesurable alors un principe de séparation peut être utilisé /Yoneyama *et al*, 2001/, sinon, dans le cas contraire, il est difficile d'obtenir une résolution du problème à l'aide de conditions LMI efficaces (/Lauber *et al*, 2004/, /Guerra *et al*, 2006/).

Ce chapitre concerne justement la détermination d'une loi de commande avec retour de sortie dans le cas de mesures retardées avec deux objectifs en vue : résoudre le problème de suivi de trajectoire pour un robot mobile non holonome et stabiliser la boucle fermée globale (contrôleur + observateur). Tout d'abord, un bref état de l'art sur les systèmes à retard est présenté avant d'aborder la problématique décrite ci-dessus. Dans la seconde partie, une structure de commande basée sur un observateur-prédicteur est proposée pour assurer le suivi de trajectoire et compenser les différents types de retards qui peuvent être rencontrés. Dans ce cas des résultats de simulations et expérimentaux servent à illustrer la pertinence de

l'approche proposée bien que la stabilité globale ne soit pas démontrée dans ce cas. Pour remédier à ce problème, dans la troisième partie, nous avons développé une structure de commande à base d'un observateur-prédicteur et un bouclage dynamique linéarisant pour réaliser le suivi de trajectoire dans le cas de mesures retardées (retard constant et connu) et prouver la stabilité de l'ensemble contrôleur et observateur. Enfin dans la dernière partie, un estimateur en temps fini du retard est proposé /Drakunov *et al*, 2006/ pour définir une structure de commande et démontrer la stabilité globale dans le cas où le retard inconnu est supposé constant ou lentement variable.

## 4.2 État de l'art sur les systèmes à retard

Le retard est un phénomène inévitable dans la commande des systèmes /Richard, 2003/. Il apparaît naturellement dans la modélisation des systèmes physiques, notamment dans le domaine de l'ingénierie, la biologie, télécommunication, télé-opération,... Pour la commande des systèmes, il existe différentes sources possibles de retard : il peut être intrinsèque au processus, apparaître au niveau de l'entrée d'un processus ou encore de sa sortie (figure 4.1). Le retard à l'entrée  $\tau_E$  peut être composé des temps de calculs de la commande, du temps nécessaire pour l'envoi de la commande au processus. Le retard au niveau de la sortie  $\tau_S$  est dû aux temps de réaction des capteurs ou encore du temps de transmission des informations.

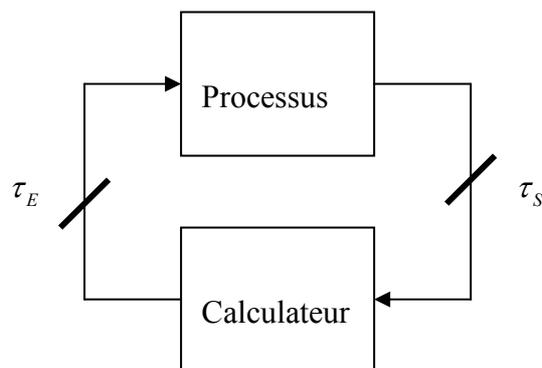


Figure 4.1: Retard d'entrée et de sortie au niveau d'un système

Notre plateforme de robots mobiles est un exemple de système à retard (figure 2.1). Cette plateforme permet la commande sans fil de robots mobiles avec un retour visuel pour déterminer leurs positions. L'acquisition et le traitement d'image effectué pour extraire les

positions des robots et le temps de communication via le périphérique bluetooth introduisent des retards en entrée et en sortie du processus.

L'étude de la stabilité et de la stabilisation des systèmes avec retards a fait l'objet de plusieurs travaux que ce soit dans le cas de retard sur l'état, la commande ou la sortie /Seuret, 2006-a/ /Gouaisbaut, 2001/ /Fridman *et al*, 2008/

### 4.2.1 Stabilité des systèmes linéaires à retard

Il existe de nombreux résultats concernant l'étude de la stabilité des systèmes linéaires stationnaires. Grosso modo, ces critères peuvent être rangés en deux classes : les critères fréquentiels et les critères temporels. Dans la première classe, on rencontre non seulement des méthodes basées sur le principe de l'argument (comme le critère de Nyquist) ou sur la localisation des racines caractéristiques (comme la D-partition). La seconde est basée principalement sur la technique des inégalités différentielles, avec le cas particulier très important de la théorie de Lyapunov étendue aux systèmes à retard par Krasovskii ou Razumikhin (cf. /Dugard et Verriest, 1997/, /Niculescu, 1997/, /Gu *et al.*, 2003 /, pour ne citer que quelques une des nombreuses références consacrées à ce sujet). Les deux types d'approche permettent d'obtenir des conditions dites dépendantes ou indépendantes du retard selon que la valeur du retard intervient ou non dans l'expression de la condition de stabilité.

Dans le cas des systèmes linéaires à retard variable dans le temps, la méthode la plus fréquemment employée dans la littérature est celle de Lyapunov-Krasovskii où sont utilisés des fonctionnelles dépendant de la dérivée de l'état. Celles-ci ont été employées pour la première fois par E. Fridman dans l'approche dite descripteur /Fridman, 2001/. Un exemple de résultats basé sur cette approche est la condition suivante de stabilité exponentielle due à A. Seuret :

**Lemme 4.1** / Seuret, 2006-a / : Soit le système linéaire à retard

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau(t)) \quad (4.1)$$

avec  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  et tel que le retard  $\tau(t)$  vérifie les inégalités

$$0 \leq \tau(t) \leq \tau_{\max} . \quad (4.2)$$

Le système (4.1) est exponentiellement stable avec un taux de convergence  $\alpha$ , s'il existe des matrices  $P_1, R$  définies positives et des matrices  $P_2, P_3$  toutes de dimension  $(n \times n)$  et satisfaisant les conditions LMI suivantes :

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} \psi_0^i & \tau_{\max} P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_d \beta_i \end{bmatrix} \\ (*) & -\tau_{\max} R \end{bmatrix} < 0, \quad (i = 1, 2) \quad (4.3)$$

où

$$\psi_0^i = P^T \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ \xi_i & -I_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ \xi_i & -I_n \end{bmatrix}^T P + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tau_{\max} R \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\text{avec } P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} \beta_1 = 1, \beta_2 = e^{\alpha \tau_{\max}} \\ \xi_i = A + \alpha I_n + \beta_i A_d \end{cases}$$

### 4.2.2 Stabilité des systèmes non linéaires à retard

Dans le cas des systèmes non linéaires à retards, la littérature est beaucoup moins abondante. La théorie de Lyapunov- Krasovskii ou Lyapunov-Razumikhin est principalement utilisée. La difficulté majeure (comme dans le cas non retardé) réside dans la construction des fonctions de Lyapunov. Parmi les méthodes les plus générales, mentionnons la technique de la décomposition en somme de carrés /Papachristodoulou, 2009/ pour les systèmes de type polynomiaux ; la technique des fonctions de Lyapunov commandées de /Jankovic, 2001/, et enfin, l'écriture sous forme de Takagi-Sugeno du système initiée par /Cao et al, 2004/ et développée depuis dans de très nombreux articles.

Dans les sections suivantes, le problème du suivi de trajectoire d'un robot mobile de type unicycle dans le cas de mesures retardées est abordé à travers la synthèse d'un observateur prédictif. Cette technique a déjà été utilisée dans le cadre exclusif d'asservissements à retour visuel de systèmes linéaires (/Seuret et al, 2006-b/ /Chamroo et al, 2006/).

### 4.3 Formulation du problème

L'objectif de cette partie est de réaliser la synthèse d'une loi de commande  $u(t)$  assurant le suivi d'une trajectoire de référence  $q_r(t)$  en présence d'un retard  $\tau(t)$  sur les mesures. Ainsi les équations cinématiques du robot mobile unicycle deviennent :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) & 0 \\ \sin(\theta(t)) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t) \\ Y(t) = \begin{bmatrix} x(t - \tau(t)) & y(t - \tau(t)) & \theta(t - \tau(t)) \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (4.5)$$

où  $Y(t)$  est la mesure de la sortie et  $u(t) = [v(t) \ w(t)]^T$  est la commande du système.

#### 4.4 Suivi de trajectoire avec commande PDC en présence de retard constant et connu sur les mesures

Pour traiter ce problème, la loi de commande PDC (2.37) utilisée dans le chapitre précédent est conservée à laquelle est ajoutée un observateur-prédicteur permettant d'obtenir une estimation de l'état à l'instant  $t$ .

Pour obtenir une estimation de l'état utilisable dans le cadre d'une commande par rétro-action, il est possible de faire une combinaison entre l'observation et la prédiction /Chamroo *et al*, 2006/ et /Seuret *et al*, 2006-b/. Dans notre cas, pour estimer l'état  $q(t) = [x(t), y(t), \theta(t)]^T$  du robot mobile, nous avons proposé un observateur prédicteur sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{x}(t)}{dt} = v(t) \cos(\hat{\theta}(t)) - L_1(x(t-\tau) - \hat{x}(t-\tau)) \\ \frac{d\hat{y}(t)}{dt} = v(t) \sin(\hat{\theta}(t)) - L_2(y(t-\tau) - \hat{y}(t-\tau)) \\ \frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} = w(t) - L_3(\theta(t-\tau) - \hat{\theta}(t-\tau)) \end{cases} \quad (4.6)$$

où  $L_1, L_2, L_3$  sont des gains constants et  $\hat{q}(t) = [\hat{x}(t), \hat{y}(t), \hat{\theta}(t)]^T$  représente l'état estimé.

Le schéma bloc de la commande PDC (2.37) avec observateur-prédicteur (4.6) du modèle cinématique du robot mobile avec sortie retardée (4.5) peut être présenté comme suit :

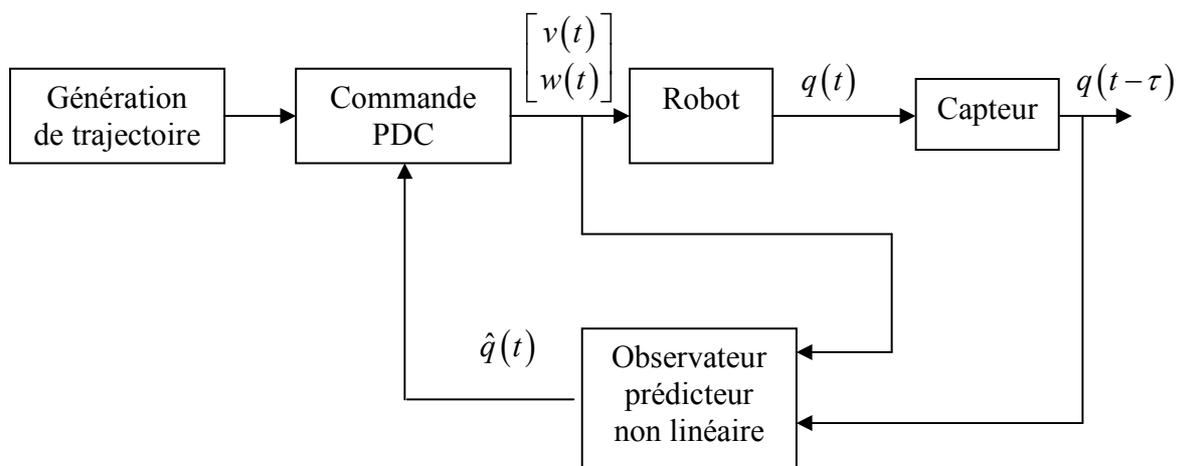


Figure 4.2: Schéma de la boucle fermée sous le principe de la commande PDC

Notons  $\phi_x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ,  $\phi_y(t) = y(t) - \hat{y}(t)$  et  $\phi_\theta(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t)$  les erreurs d'estimation. En utilisant le modèle cinématique du robot mobile (2.13) et l'observateur non linéaire-prédicteur (4.6), la dynamique de l'erreur d'estimation peut être réécrite comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\phi}_x(t) = e_1(t) + L_1\phi_x(t-\tau) \\ \dot{\phi}_y(t) = e_2(t) + L_2\phi_y(t-\tau) \\ \dot{\phi}_\theta(t) = L_3\phi_\theta(t-\tau) \end{cases} \quad (4.7)$$

où  $e_1(t) = v(t)(\cos(\theta(t)) - \cos(\hat{\theta}(t)))$  et  $e_2(t) = v(t)(\sin(\theta(t)) - \sin(\hat{\theta}(t)))$

**Lemme 4.2** /Guechi et al, 2010-a/ Guechi et al, 2010-b/: Si les gains  $L_i \in \left]0, \frac{\pi}{2\tau}\right[$  pour  $i \in \{1,2,3\}$  et la vitesse linéaire du robot est bornée ( $|v(t)| \leq v_{\max}$ ), alors l'erreur d'observation converge exponentiellement vers 0.

**Preuve** : La troisième équation de (4.7) ne fait intervenir que la variable  $\phi_\theta(t)$  et est exponentiellement stable pour  $0 < L_3 < \pi/(2\tau)$  (cf., par exemple, /Hale, 1977). Comme  $|e_i(t)| \leq |\phi_\theta(t)|v_{\max}$  ( $i = 1,2$ ), les deux premières équations de (4.7) sont des équations linéaires, asymptotiquement stables perturbées par un terme convergeant exponentiellement vers 0.  $\phi_x(t)$  et  $\phi_y(t)$  convergent donc exponentiellement vers 0.

### Résultats de simulations

La trajectoire de référence est conçue pour respecter les valeurs maximales de l'accélération radiale et tangentielle (voir section 2.4) et elle est composée par deux courbes de Bézier pour construire un chemin en forme de huit. Les données de la première courbe sont :

$$\begin{cases} (x_i = 0,4 \text{ m}, y_i = 0,7 \text{ m}, \theta_i = -90^\circ, v_i = 0,02 \text{ m/s}) \\ (x_f = 1,5 \text{ m}, y_f = 0,7 \text{ m}, \theta_f = -90^\circ, v_f = 0,2 \text{ m/s}) \end{cases}$$

et les données de la deuxième courbe sont :

$$\begin{cases} (x_i = 0,4 \text{ m}, y_i = 0,7 \text{ m}, \theta_i = -90^\circ, v_i = 0,02 \text{ m/s}) \\ (x_f = 1,5 \text{ m}, y_f = 0,7 \text{ m}, \theta_f = -90^\circ, v_f = 0,2 \text{ m/s}) \end{cases}$$

La trajectoire de référence a une longueur de 3,47 m et un temps de parcours de 11,7 s. Les valeurs minimale et maximale des vitesses de la trajectoire de référence sont :

( $v_{\max} = 0,755$  m/s,  $v_{\min} = 0,0138$  m/s,  $w_{\max} = 2,552$  rad/s,  $w_{\min} = -2,553$  rad/s). Les gains de la commande PDC obtenus avec un taux de convergence exponentiel  $\gamma = 0,05$ , une contrainte sur la commande  $\delta^2 = 5$  et une erreur de posture initiale  $e(0) = [0,01 \text{ m } -0,02 \text{ m } -45^\circ]^T$  sont donnés comme suit :

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \begin{bmatrix} -13,9877 & -16,5821 & -2,9276 \\ 0,6140 & -2,6436 & -0,5775 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} -14,0373 & -15,7158 & -2,8102 \\ 0,1187 & -1,3585 & -0,2857 \end{bmatrix}, \\
 F_3 &= \begin{bmatrix} -13,6341 & -18,5365 & -3,3632 \\ -0,5503 & -2,6484 & -0,5785 \end{bmatrix}, F_4 = \begin{bmatrix} -13,9523 & -16,2994 & -2,9271 \\ -0,0731 & -1,3551 & -0,2851 \end{bmatrix}, \\
 F_5 &= \begin{bmatrix} -14,8533 & -7,7818 & -1,2700 \\ 1,9132 & -33,3688 & -7,9544 \end{bmatrix}, F_6 = \begin{bmatrix} -14,9139 & -5,8723 & -0,9079 \\ 1,1836 & -31,5206 & -7,8053 \end{bmatrix}, \\
 F_7 &= \begin{bmatrix} -14,5437 & -12,4382 & -2,2881 \\ 3,7322 & -32,6158 & -7,7841 \end{bmatrix}, F_8 = \begin{bmatrix} -14,9061 & -6,0653 & -1,0266 \\ 1,4352 & -31,4754 & -7,7925 \end{bmatrix}, \\
 F_9 &= \begin{bmatrix} -13,6333 & 18,5412 & 3,3641 \\ 0,5516 & -2,6467 & -0,5782 \end{bmatrix}, F_{10} = \begin{bmatrix} -13,9519 & 16,3020 & 2,9275 \\ 0,0739 & -1,3546 & -0,2850 \end{bmatrix}, \\
 F_{11} &= \begin{bmatrix} -13,9871 & 16,5869 & 2,9284 \\ -0,6128 & -2,6419 & -0,5772 \end{bmatrix}, F_{12} = \begin{bmatrix} -14,0369 & 15,7184 & 2,8107 \\ -0,1178 & -1,3580 & -0,2856 \end{bmatrix}, \\
 F_{13} &= \begin{bmatrix} -14,5430 & 12,4464 & 2,2897 \\ -3,7353 & -32,6168 & -7,7840 \end{bmatrix}, F_{14} = \begin{bmatrix} -14,9060 & 6,0663 & 1,0267 \\ -1,4354 & -31,4754 & -7,7925 \end{bmatrix}, \\
 F_{15} &= \begin{bmatrix} -14,8532 & 7,7843 & 1,2705 \\ -1,9140 & -33,3686 & -7,9543 \end{bmatrix}, F_{16} = \begin{bmatrix} -14,9138 & 5,8733 & 0,9081 \\ -1,1839 & -31,5206 & -7,8053 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

Dans les simulations, la sortie du système (4.5) est retardée par un retard constant  $\tau = 0,132$  s. De manière à montrer l'efficacité de l'approche proposée, une comparaison est réalisée avec une commande PDC associée à un observateur flou (TS) classique (2.36) et l'observateur prédictif non linéaire (4.6).

#### **Commande PDC et un observateur flou (TS) :**

L'état du système est estimé par un observateur flou (TS). Les gains de l'observateur  $K_i (i = 1, \dots, 16) = P_{obs}^{-1} N_i$  déterminés selon les conditions données dans la section 2.5.3.3 sont obtenus comme suit :

$$K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = \begin{bmatrix} 0,2502 & -0,0233 & -0,0216 \\ -0,0241 & 0,2551 & 0,0100 \\ -0,0208 & 0,0095 & 0,2365 \end{bmatrix},$$

$$K_5 = K_6 = K_7 = K_8 = \begin{bmatrix} 0,2502 & -0,0233 & -0,0216 \\ -0,0241 & 0,2610 & 0,3774 \\ -0,0208 & 0,3506 & 0,2305 \end{bmatrix},$$

$$K_9 = K_{10} = K_{11} = K_{12} = \begin{bmatrix} 0,2502 & 0,0233 & 0,0216 \\ 0,0242 & 0,2551 & 0,0099 \\ 0,0208 & 0,0095 & 0,2365 \end{bmatrix},$$

$$K_{13} = K_{14} = K_{15} = K_{16} = \begin{bmatrix} 0,2502 & 0,0234 & 0,0216 \\ 0,0242 & 0,2610 & 0,3774 \\ 0,0208 & 0,3506 & 0,2305 \end{bmatrix},$$

L'approche se traduit par un comportement stable mais une importante erreur de suivi est observée. La figure 4.3 montre la trajectoire réelle du robot en ligne pointillée et la trajectoire de référence en ligne pleine. La figure 4.4 illustre les vitesses réelles du robot en ligne pointillée et les vitesses de référence en ligne continue. La différence entre elles est perceptible. L'erreur de posture du robot est montrée sur la figure 4.5.

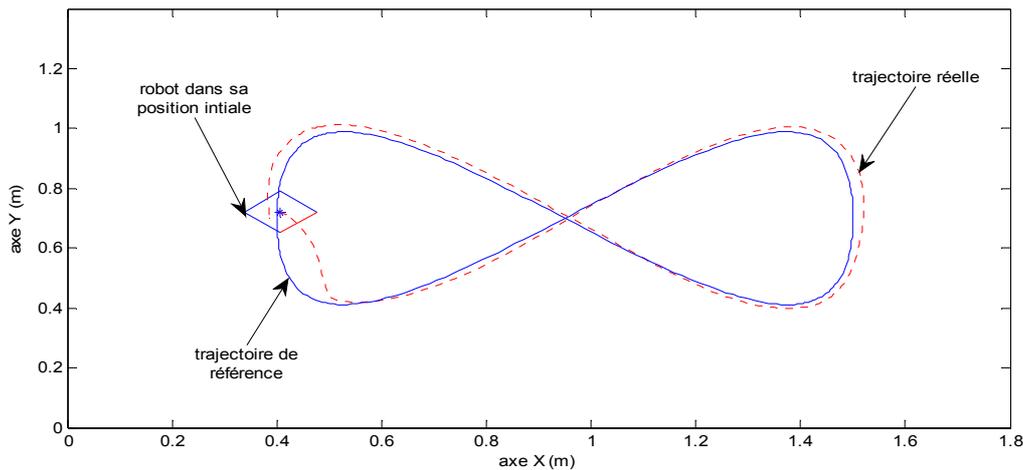


Figure 4.3: Suivi de trajectoire par la commande PDC et un observateur flou TS

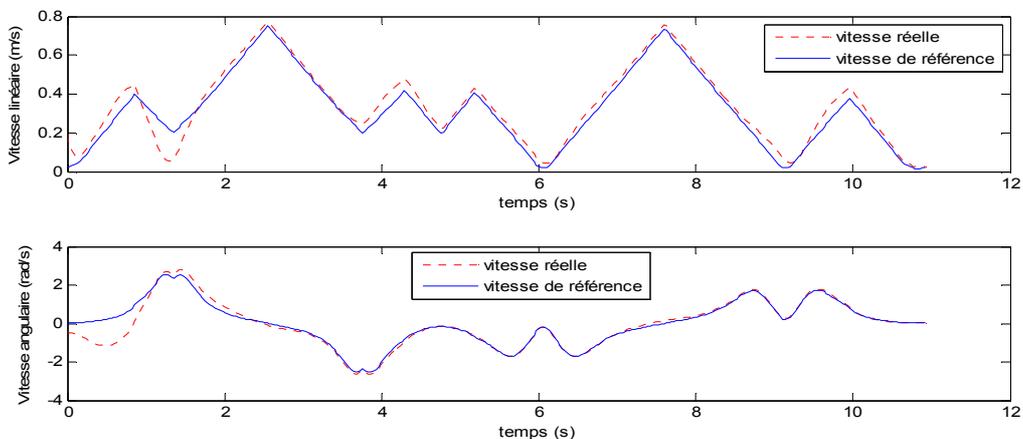


Figure 4.4: Comparaison entre les vitesses simulée et de référence

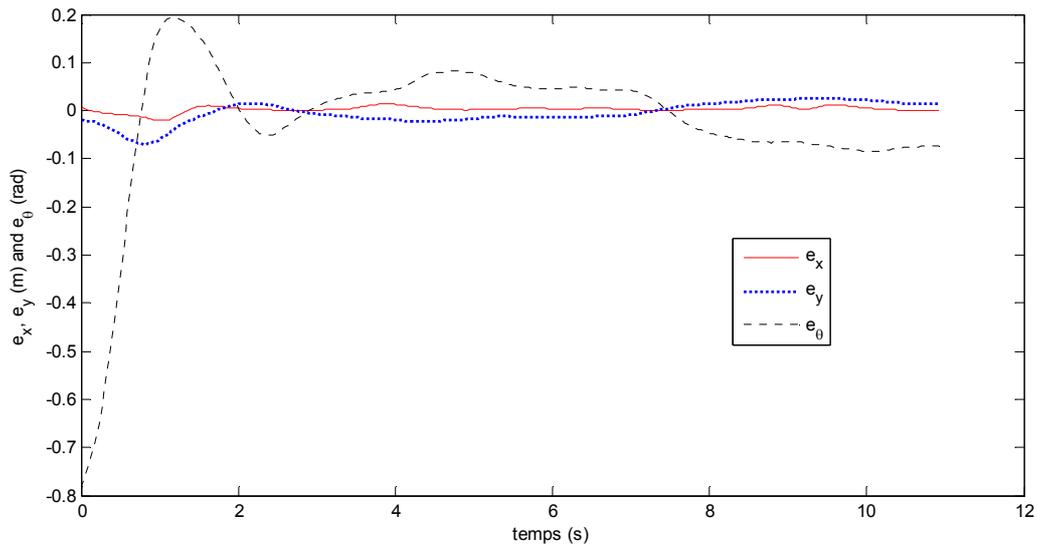


Figure 4.5: Erreur de posture du robot

**Commande PDC et un observateur prédictif non linéaire :**

L'état est cette fois estimé par un observateur-prédictif non linéaire pour la même valeur du retard que précédemment  $\tau = 0,132$  s . Les gains de l'observateur prédictif sont :  $L_1 = L_2 = L_3 = 10$  . La figure 4.6 montre que la structure de commande proposée avec un observateur prédictif non linéaire permet de recoller à la trajectoire de référence. Les vitesses linéaire et angulaire du robot sont montrées sur la figure 4.7. La figure 4.8 représente la convergence de l'erreur de posture du robot vers zéro.

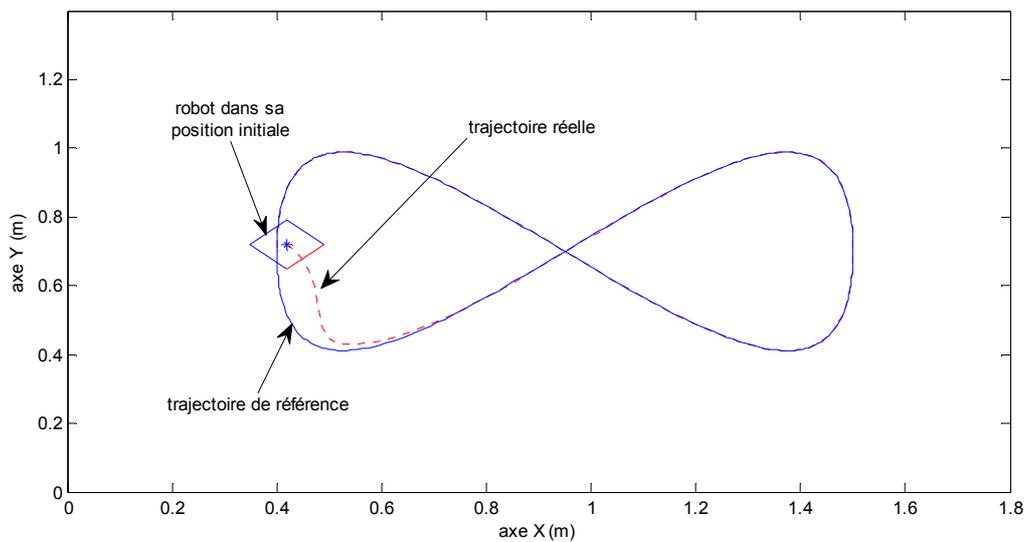


Figure 4.6: Suivi de trajectoire par la commande PDC et un observateur prédictif non linéaire

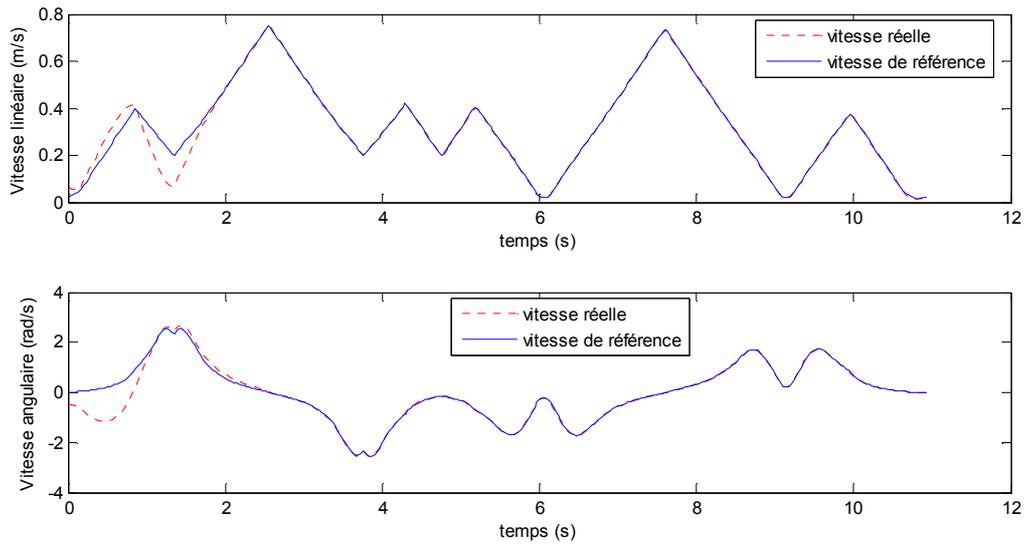


Figure 4.7: Comparaison entre les vitesses simulées et de référence

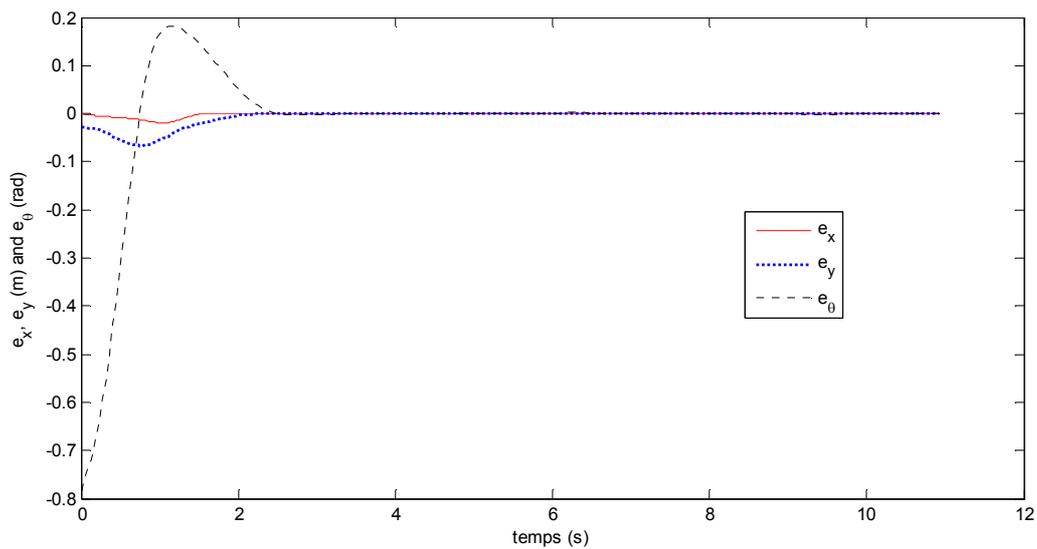


Figure 4.8: Erreur de posture du robot

### Résultats expérimentaux

La même trajectoire à suivre que dans la simulation a été utilisée pour l'expérimentation. La position du robot est acquise via une caméra de type Basler (A311fc) qui fournit 30 images par seconde. Le retard produit par le traitement d'image associé à cette caméra est estimé à 66 ms . La commande est envoyée au robot via la communication sans fils par l'intermédiaire du périphérique bluetooth et le code de la commande est programmé en

C++ qui est performant pour les applications temps réel. La posture initiale du robot est  $x = 0,41$  m;  $y = 0,68$  m;  $\theta_i = 248^\circ$ .

**Commande PDC et un observateur flou (TS) :**

La figure 4.9 illustre que la trajectoire du robot (ligne pointillée) suit la trajectoire de référence proposée (ligne pleine) avec une erreur importante. La figure 4.10 montre les vitesses réelles du robot (lignes pointillées) et les vitesses de référence (lignes pleines). La figure 4.11 enfin présente les erreurs de position du robot qui oscillent autour de zéro mais ne convergent pas.

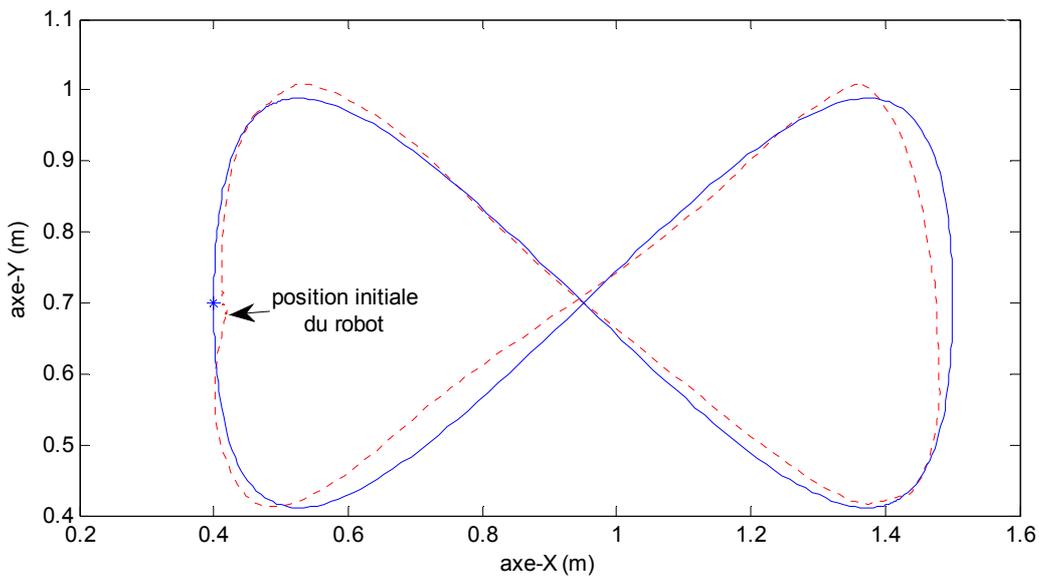


Figure 4.9: Suivi de trajectoire par la commande PDC et un observateur Flou TS

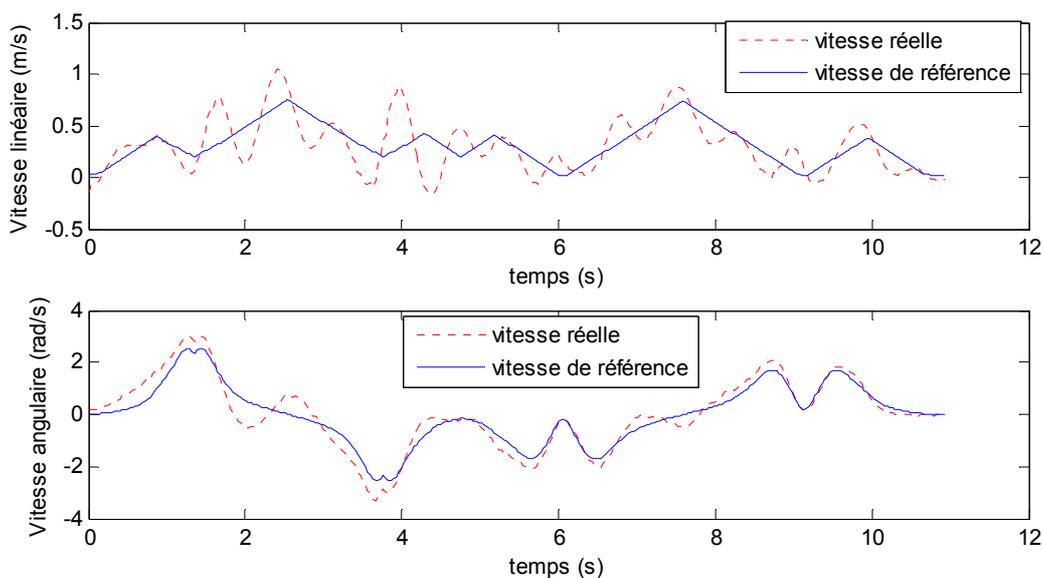


Figure 4.10: Comparaison entre les vitesses réelle et de référence

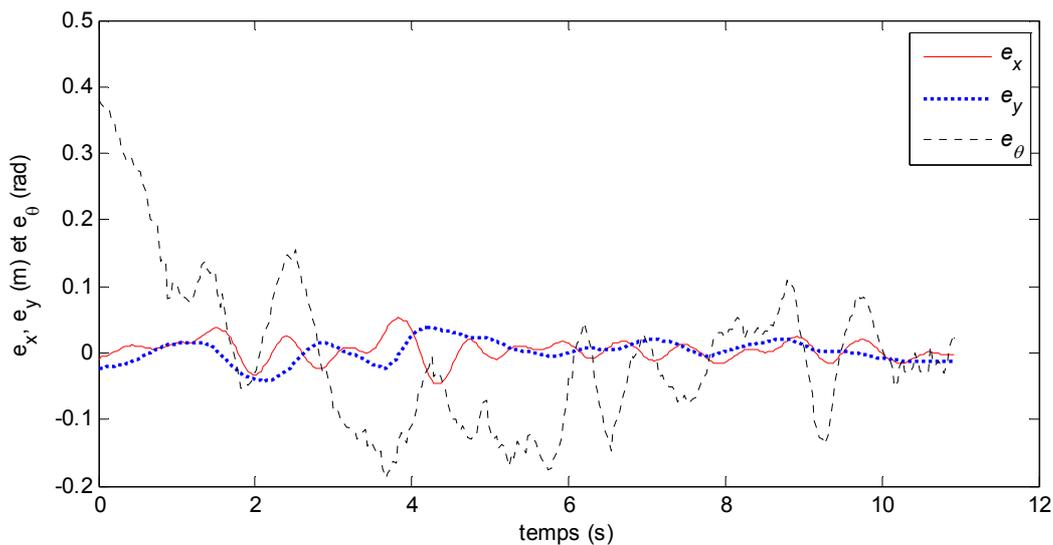


Figure 4.11: Erreur de posture du robot

**Commande PDC et un observateur prédictif non linéaire :**

Les résultats expérimentaux obtenus par l'utilisation d'un observateur non linéaire prédictif montrent que le robot (ligne pointillée) suit mieux la trajectoire de référence (ligne pleine) (figure 4.12) que dans le cas de l'utilisation de la commande (PDC) et d'un observateur flou TS (figure 4.9). Il en est de même sur les figures 4.13 et 4.14. Cependant, on remarque que les signaux ne convergent pas exactement vers zéro mais ils convergent vers un certain ensemble résiduel très proche de zéro. La taille de cet ensemble résiduel dépend de la taille des perturbations présentes dans les mesures.

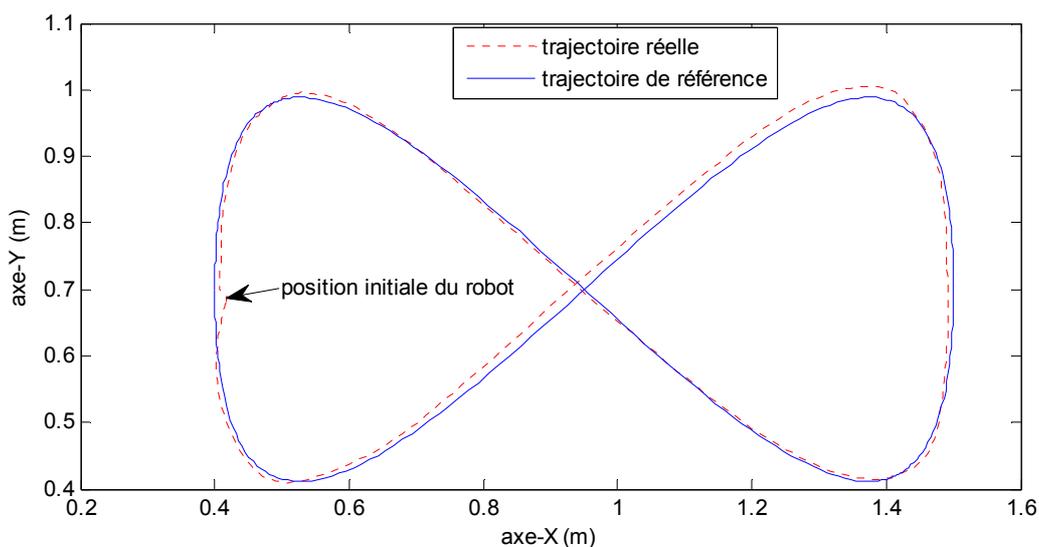


Figure. 4.12 : Suivi de trajectoire par la commande PDC et un observateur prédictif non linéaire

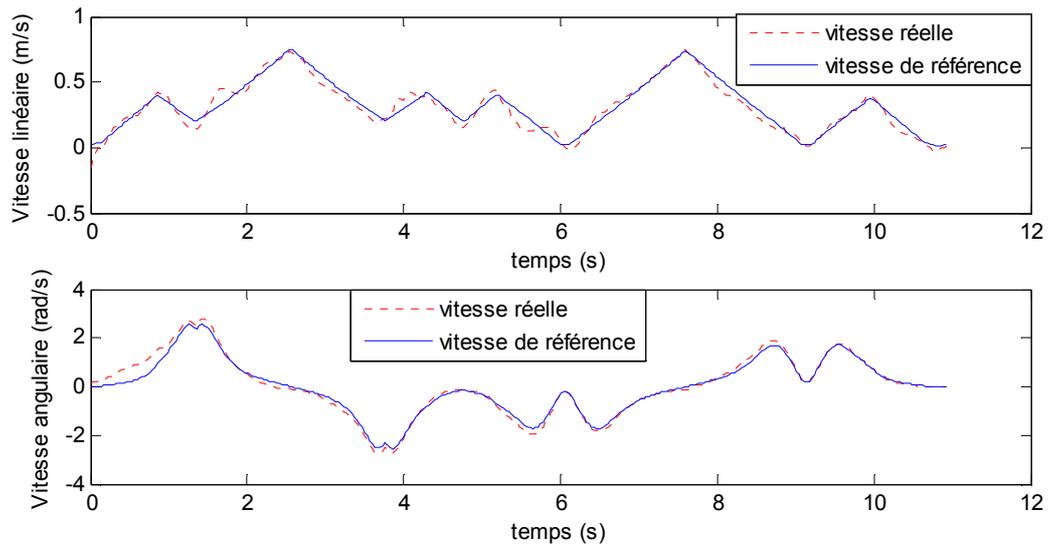


Figure 4.13 : Comparaison entre les vitesses simulées et de référence

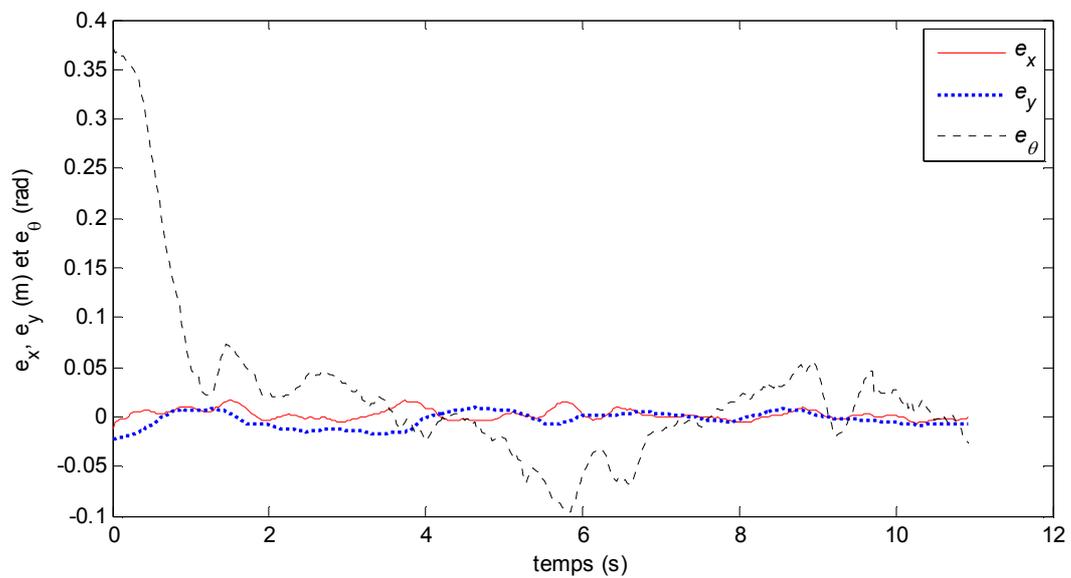


Figure 4.14: Erreur de posture du robot

**Remarque :** Avec la structure de la loi de commande proposée, en utilisant un observateur prédictif pour compenser le retard, on ne prouve pas la stabilité globale de la boucle fermée. Ce problème est l'objet de la section suivante.

## 4.5 Platitude et suivi de trajectoire en présence de retard constant et connu sur les mesures

Dans cette section, le retard sur les sorties mesuré est supposé constant et de valeur connue, une technique de bouclage dynamique linéarisant est appliquée en utilisant de nouveau un observateur-prédicteur permettant la compensation du retard. La stabilité globale de la boucle fermée est alors démontrée.

### 4.5.1 Rappel : bouclage dynamique linéarisant

En dérivant les deux premières équations du modèle cinématique du robot mobile non holonome données par la formule (4.5), le modèle dynamique suivant est obtenu :

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) & -\sin(\theta(t)) \\ \sin(\theta(t)) & \cos(\theta(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}(t) \\ v(t)w(t) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

auquel est associé le régulateur dynamique :

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = u_1(t) \cos \theta(t) + u_2(t) \sin \theta(t) \\ w(t) = \begin{cases} (-u_1(t) \sin \theta(t) + u_2(t) \cos \theta(t)) / \bar{\omega} & \text{si } |v(t)| < \bar{\omega} \\ (-u_1(t) \sin \theta(t) + u_2(t) \cos \theta(t)) / v(t) & \text{si } |v(t)| \geq \bar{\omega} \end{cases} \end{cases} \quad (4.9)$$

où  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  sont les nouvelles commandes et  $\bar{\omega}$  est une constante positive arbitrairement petite.

**Remarque :** L'introduction de la constante  $\bar{\omega}$  dans le régulateur dynamique est nécessaire afin d'éviter le problème de singularité qui est une conséquence directe des propriétés structurelles des robots mobiles non holonomes. Néanmoins, seule une stabilité pratique des erreurs de suivi peut être garantie en utilisant un tel retour. On supposera dans la suite que la trajectoire de référence est telle que, à tout instant  $|v(t)| \geq \bar{\omega}$ .

En utilisant la commande (4.9), le système alors est réduit à un modèle linéaire du type double intégrateur :

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = u_1(t) \\ \ddot{y}(t) = u_2(t) \end{cases} \quad (4.10)$$

A partir de ce modèle, le suivi d'une trajectoire de référence  $(x_r(t), y_r(t))$  est alors assuré en choisissant les commandes :

$$\begin{cases} u_1(t) = \ddot{x}_r(t) + k_1(x_r(t) - x(t)) + k_2(\dot{x}_r(t) - \dot{x}(t)) \\ u_2(t) = \ddot{y}_r(t) + k_1(y_r(t) - y(t)) + k_2(\dot{y}_r(t) - \dot{y}(t)) \end{cases} \quad (4.11)$$

avec les gains  $k_1, k_2 > 0$  qui peuvent être choisis par placement de pôles.

### 4.5.2 Synthèse du contrôleur

Dans notre cas, la loi de commande est obtenue en remplaçant  $\theta(t)$  dans le régulateur dynamique (4.9) par  $\hat{\theta}(t)$  la prédiction de l'orientation du robot obtenu à partir de l'observateur-prédicteur (4.6) :

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = u_1(t) \cos \hat{\theta}(t) + u_2(t) \sin \hat{\theta}(t) \\ w(t) = \begin{cases} (-u_1(t) \sin \hat{\theta}(t) + u_2(t) \cos \hat{\theta}(t)) / \varpi & \text{si } |v(t)| < \varpi \\ (-u_1(t) \sin \hat{\theta}(t) + u_2(t) \cos \hat{\theta}(t)) / v(t) & \text{si } |v(t)| \geq \varpi \end{cases} \end{cases} \quad (4.12)$$

et de même  $u_1(t), u_2(t)$  sont donnés par :

$$\begin{cases} u_1(t) = \ddot{x}_r(t) + k_1(x_r(t) - \hat{x}(t)) + k_2(\dot{x}_r(t) - \dot{\hat{x}}(t)) \\ u_2(t) = \ddot{y}_r(t) + k_1(y_r(t) - \hat{y}(t)) + k_2(\dot{y}_r(t) - \dot{\hat{y}}(t)) \end{cases} \quad (4.13)$$

En utilisant la loi de commande donnée par le régulateur dynamique (4.12) et l'observateur prédicteur (4.6), le schéma bloc de la boucle fermée peut être représenté par la figure qui suit.

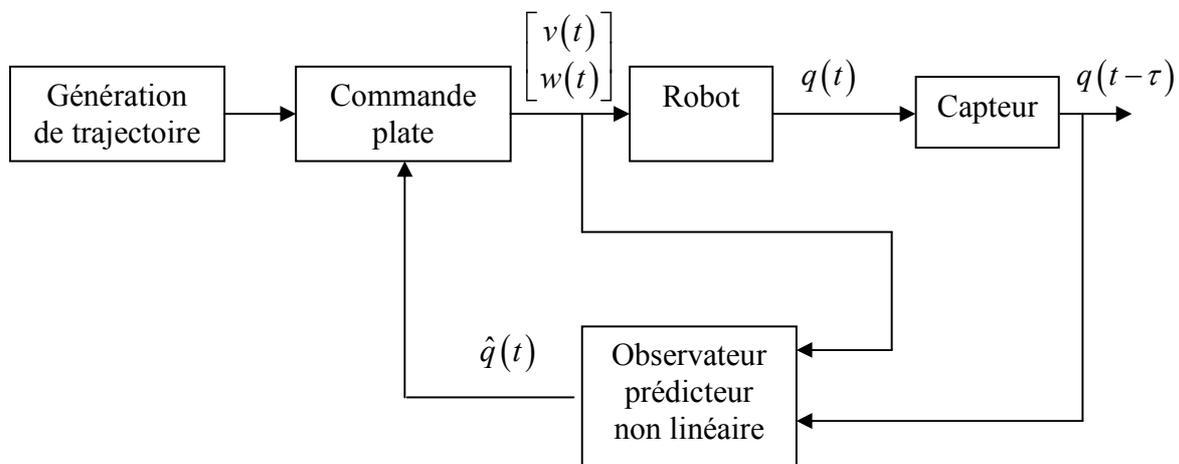


Figure 4.15: Schéma de la boucle fermée sous le principe de la platitude

### 4.5.3 Stabilité de la boucle fermée

Dans cette section, sous les hypothèses faites précédemment, la convergence exponentielle de la trajectoire du robot vers la trajectoire de référence est démontrée.

En remplaçant (4.12) dans (4.8), on obtient les équations :

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_\theta(t) & -\sin \phi_\theta(t) \\ \sin \phi_\theta(t) & \cos \phi_\theta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

où  $\phi_\theta(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t)$ . Notons  $e_x(t) = x(t) - x_r(t)$  et  $e_y(t) = y(t) - y_r(t)$  les erreurs de position entre la trajectoire de référence et la trajectoire réelle du robot mobile, l'équation (4.14) permet d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \ddot{e}_x \\ \ddot{e}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 e_x + k_2 \dot{e}_x \\ k_1 e_y + k_2 \dot{e}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \phi_\theta & -\sin \phi_\theta \\ \sin \phi_\theta & \cos \phi_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -k_1 \phi_x - k_2 \dot{\phi}_x \\ -k_1 \phi_y - k_2 \dot{\phi}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 + \cos \phi_\theta & -\sin \phi_\theta \\ \sin \phi_\theta & -1 + \cos \phi_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_r + k_1 e_x + k_2 \dot{e}_x \\ \ddot{y}_r + k_1 e_y + k_2 \dot{e}_y \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

que l'on peut mettre sous forme de représentation d'état :

$$\dot{X}(t) = (A + \Delta A(t))X(t) + \beta(t) \quad (4.16)$$

avec  $X(t) = [e_x(t) \quad \dot{e}_x(t) \quad e_y(t) \quad \dot{e}_y(t)]$  et les matrices :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ k_1 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & k_1 & k_2 \end{bmatrix}, \quad \Delta A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 \alpha_1(t) & k_2 \alpha_1(t) & -k_1 \alpha_2(t) & -k_2 \alpha_2(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 \alpha_2(t) & k_2 \alpha_2(t) & k_1 \alpha_1(t) & k_2 \alpha_1(t) \end{bmatrix}, \quad \beta(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_2(t) \\ 0 \\ \beta_4(t) \end{bmatrix}$$

et :

$$\begin{cases} \alpha_1(t) = -1 + \cos \phi_\theta(t) \\ \alpha_2(t) = \sin \phi_\theta(t) \\ \beta_2(t) = \alpha_1(t) \ddot{x}_r(t) - (1 + \alpha_1(t))(k_1 \phi_x(t) + k_2 \dot{\phi}_x(t)) + \alpha_2(t)(-\ddot{y}_r(t) + k_1 \phi_y(t) + k_2 \dot{\phi}_y(t)) \\ \beta_4(t) = \alpha_1(t) \ddot{y}_r(t) - (1 + \alpha_1(t))(k_1 \phi_y(t) + k_2 \dot{\phi}_y(t)) - \alpha_2(t)(-\ddot{x}_r(t) + k_1 \phi_x(t) + k_2 \dot{\phi}_x(t)) \end{cases}$$

D'après le lemme 4.2 /Guechi et al, 2010-a/ /Guechi et al, 2010-b/, les fonctions  $\alpha_1(t)$ ,  $\alpha_2(t)$ ,  $\phi_x(t)$ ,  $\dot{\phi}_x(t)$ ,  $\phi_y(t)$  et  $\dot{\phi}_y(t)$  convergent exponentiellement vers 0. En supposant que la trajectoire de référence est telle que les fonctions  $\ddot{x}_r(t)$  et  $\ddot{y}_r(t)$  soient bornées, alors il est clair que  $\Delta A(t)$  et  $\beta(t)$  converge exponentiellement vers 0, et donc qu'il en va de même pour l'état  $X(t)$ .

**Preuve :**

Avec  $\|\Delta A(t)\| < K e^{-\alpha t}$  où  $K$  et  $\alpha$  sont des constantes positives, la solution fondamentale de (4.16) sans le terme  $\beta(t)$  est donnée par l'équation :

$$X(t) = \phi(t, t_0) \cdot X(t_0) \quad (4.17)$$

$X(t)$  converge exponentiellement vers 0, donc il existe  $\gamma$  et  $C$  deux nombres réels positifs tels que telle que  $\|\phi(t, t_0)\| < Ce^{-\gamma t}$ .

La solution générale de (4.16) est donnée par la formule suivante :

$$X(t) = \phi(t, t_0) \cdot X(t_0) + \int_{t_0}^t \phi(t-h) \beta(h) dh \quad (4.18)$$

$X(t)$  peut être majoré de la manière suivante :

$$\|X(t)\| \leq \|\phi(t, t_0)\| \cdot \|X(t_0)\| + \int_{t_0}^t \|\phi(t-h)\| \|\beta(h)\| dh \quad (4.19)$$

D'après le lemme 4.2,  $\beta(t)$  et  $\phi(t-h)$  converge exponentiellement vers 0 et les majorations suivantes sont obtenues :

$$\begin{cases} \|\beta(t)\| \leq C_\beta e^{-\alpha t} \\ \|\phi(t-h)\| \leq C_1 e^{-\delta(t-h)} \end{cases} \quad (4.20)$$

où  $C_\beta, C_1, \alpha$  et  $\delta$  sont des constantes positives avec, pour simplifier  $\alpha \neq \delta$ .

De (4.19) et (4.20), l'inégalité suivante est obtenue :

$$\|X(t)\| \leq \|\phi(t, t_0)\| \cdot \|X(t_0)\| + C_1 C_\beta \int_{t_0}^t e^{-\delta(t-h)} e^{-\alpha h} dh \quad (4.21)$$

après majoration du terme  $C_1 C_\beta \int_{t_0}^t e^{-\delta(t-h)} e^{-\alpha h} d\tau$  de l'inégalité (4.21), la formule suivante est

développée :

$$\|X(t)\| \leq \|\phi(t, t_0)\| \cdot \|X(t_0)\| + C_1 C_\beta e^{-\delta t} \frac{e^{(\delta-\alpha)t} - e^{(\delta-\alpha)t_0}}{\delta - \alpha} \quad (4.22)$$

L'état  $X(t)$  converge donc exponentiellement vers 0.

#### 4.5.4 Résultats de simulation

Quelques résultats de simulation sont présentés afin de montrer l'efficacité de l'approche proposée. On va présenter des résultats de simulation pour différentes valeurs de retard afin de voir les limites de l'approche. La trajectoire de référence est une trajectoire par morceaux constituée de deux courbes formant un chemin fermé. La position initiale du robot est  $(x_i = 0,2 \text{ m}, y_i = 0,7982 \text{ m}, \theta_i = -45^\circ)$ .

**Résultat de simulation pour  $\tau = 0,1$  s**

La figure 4.16 montre la trajectoire réelle du robot (ligne pointillée) qui converge vers la trajectoire de référence (ligne continue). Les vitesses linéaire et angulaire du robot sont représentées respectivement sur les figures 4.17 et 4.18. Enfin, la figure 4.19 présente la convergence de l'erreur de posture vers 0 en utilisant la structure de commande proposée.

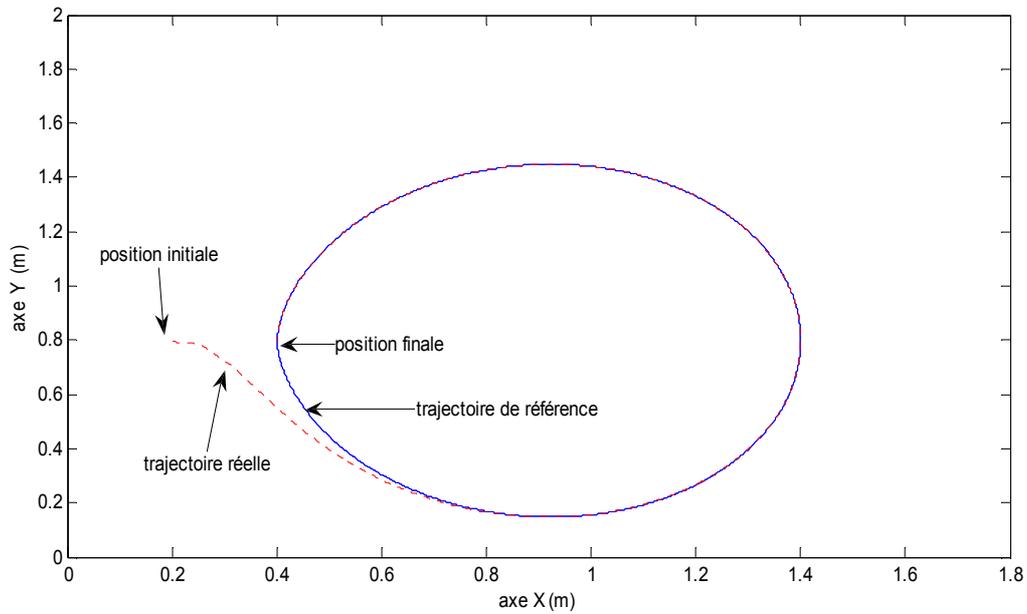


Figure 4.16: Suivi de trajectoire par la commande plate et un observateur prédictif non linéaire

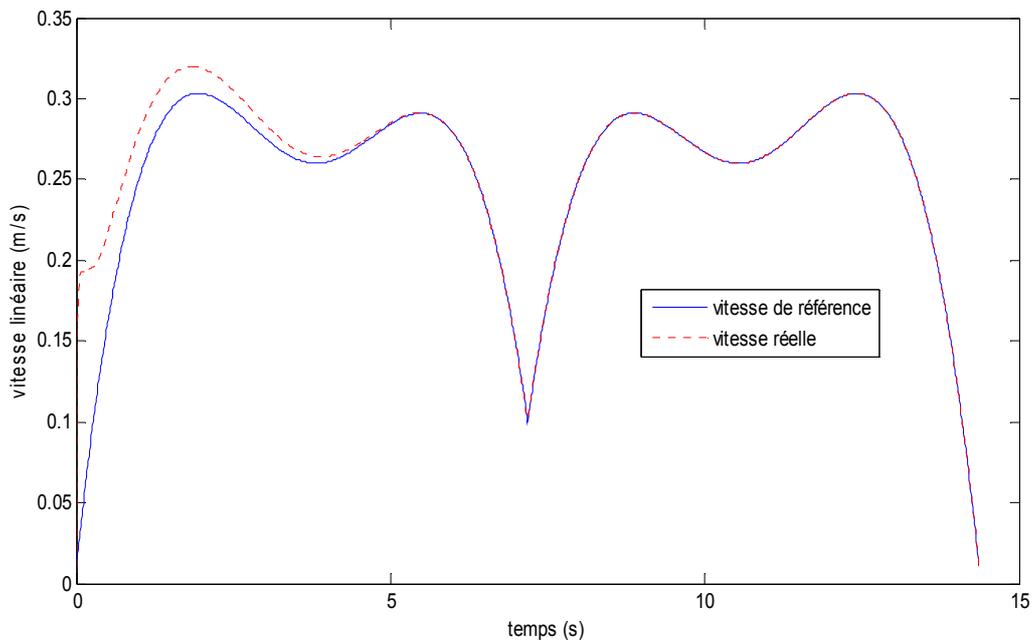


Figure 4.17: Vitesse linéaire réelle et de référence

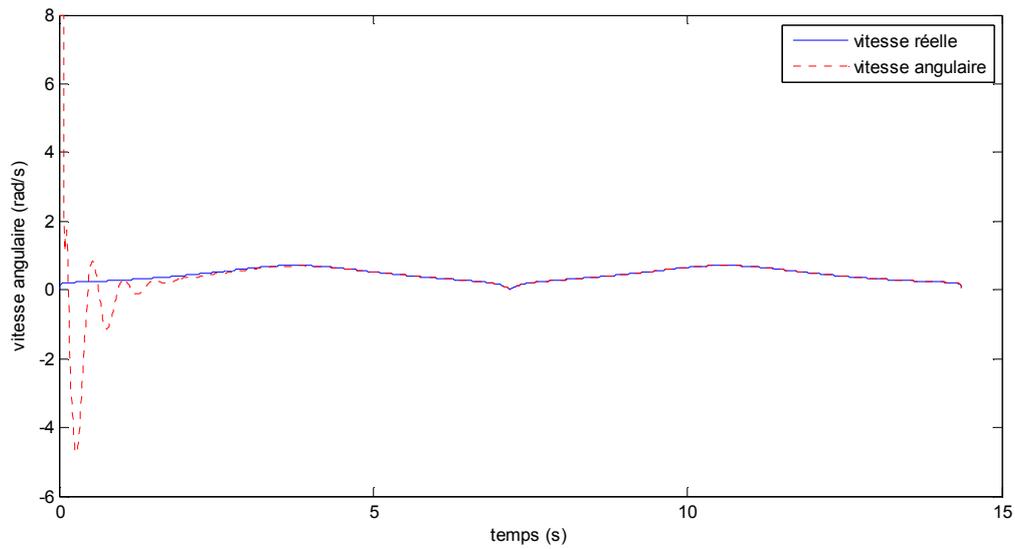


Figure 4.18: Vitesse angulaire réelle et de référence

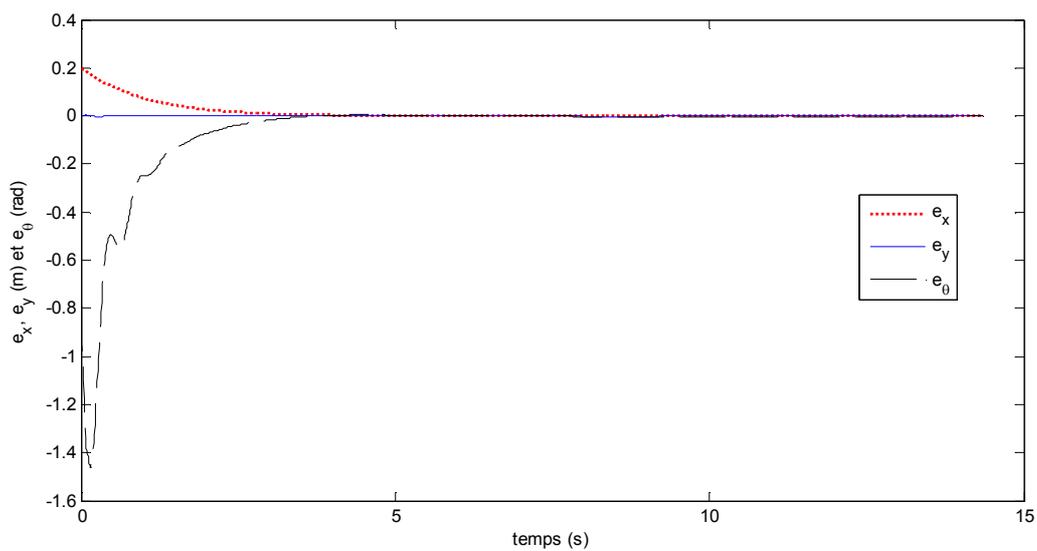


Figure 4.19: Erreur de posture

Les résultats présentés ici pour une valeur de retard relativement importante montre que l'approche est prometteuse en vue d'une implémentation sur une plateforme expérimentale. Afin de déterminer les limites de la méthode proposée, divers essais ont été réalisés et en particulier l'influence de l'augmentation du retard.

**Résultat de simulation pour  $\tau = 0.14$  s**

En augmentant la valeur du retard, la trajectoire du robot (représentée sur la figure 4.20 en ligne pleine) converge toujours vers la trajectoire de référence (ligne pointillée)

mais de manière oscillante. Une fois que la trajectoire du robot recolle avec la trajectoire de référence, l'oscillation s'arrête. L'effet de l'augmentation de la valeur du retard apparaît clairement sur la convergence de la vitesse linéaire et angulaire, figures 4.21 et 4.22 respectivement. La figure 4.23 montre la convergence de l'erreur de posture vers 0.

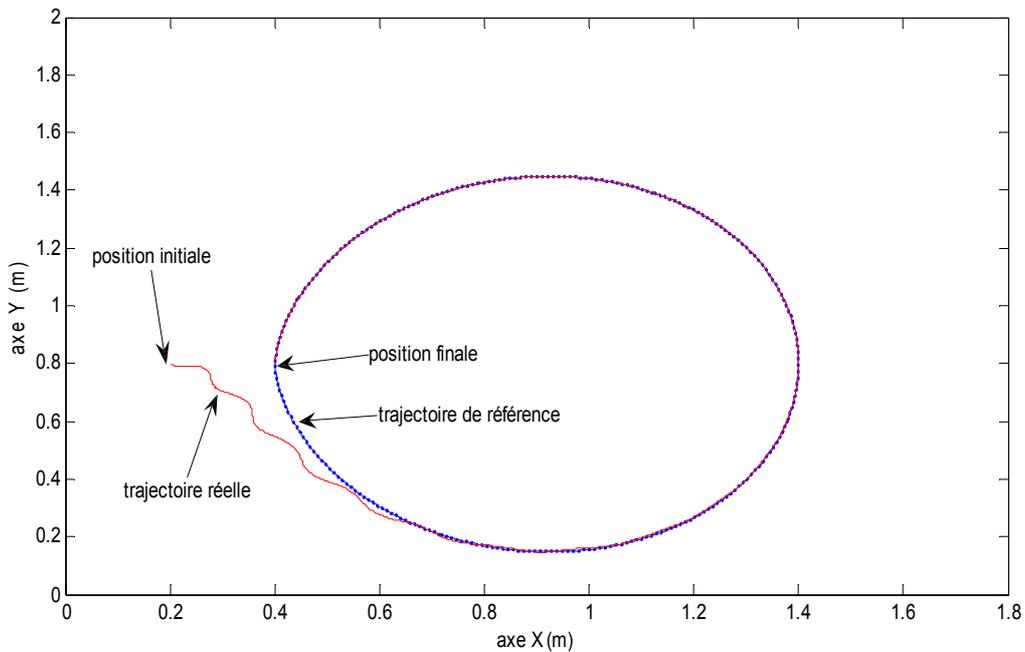


Figure 4.20: Suivi de trajectoire par la commande plate et un observateur prédictif non linéaire

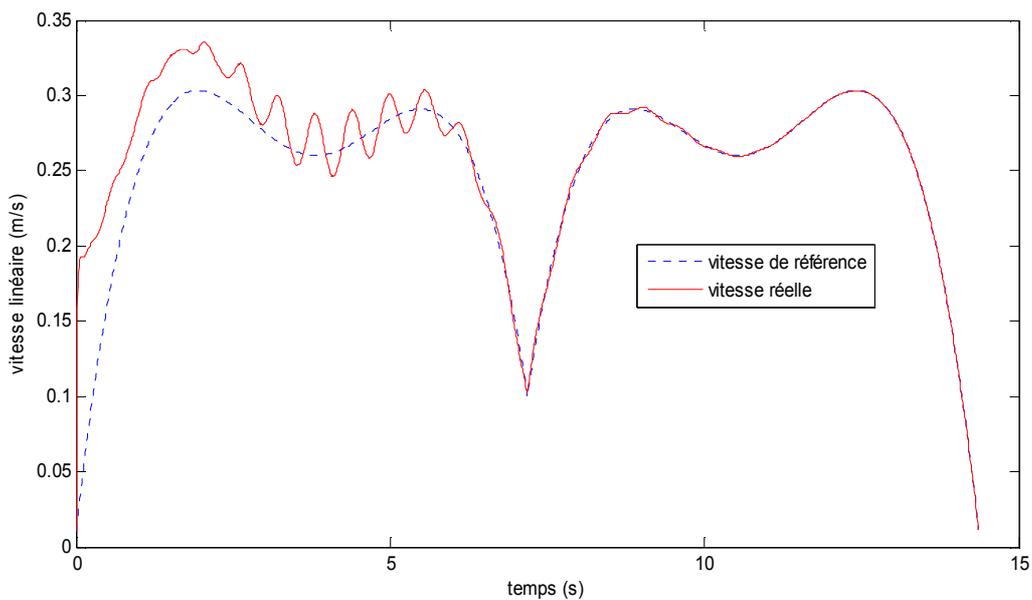


Figure 4.21: Vitesses linéaires réelle et de référence

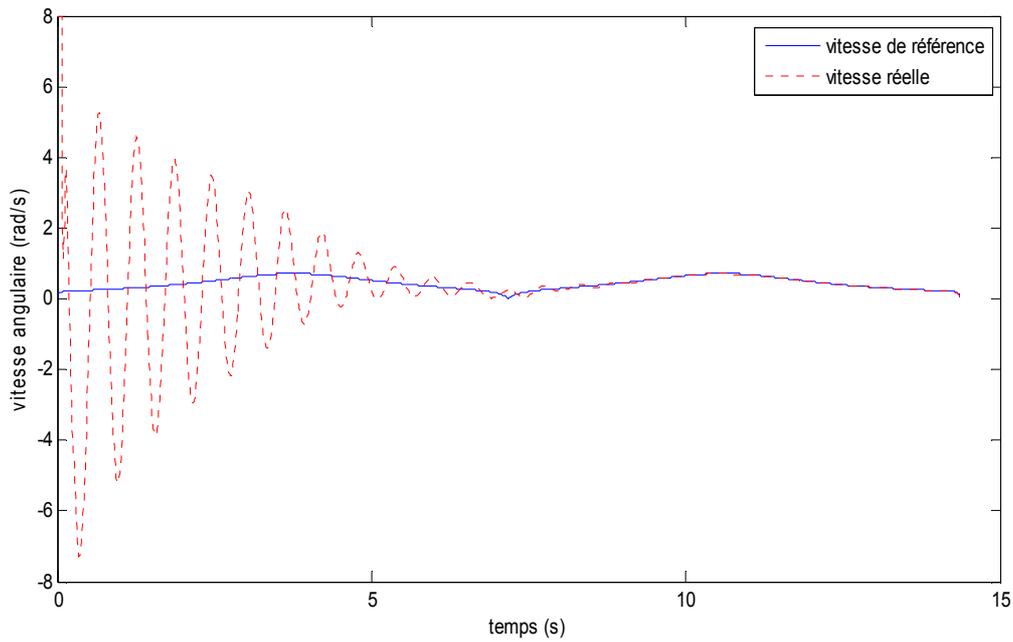


Figure 4.22: Vitesses angulaires réelle et de référence

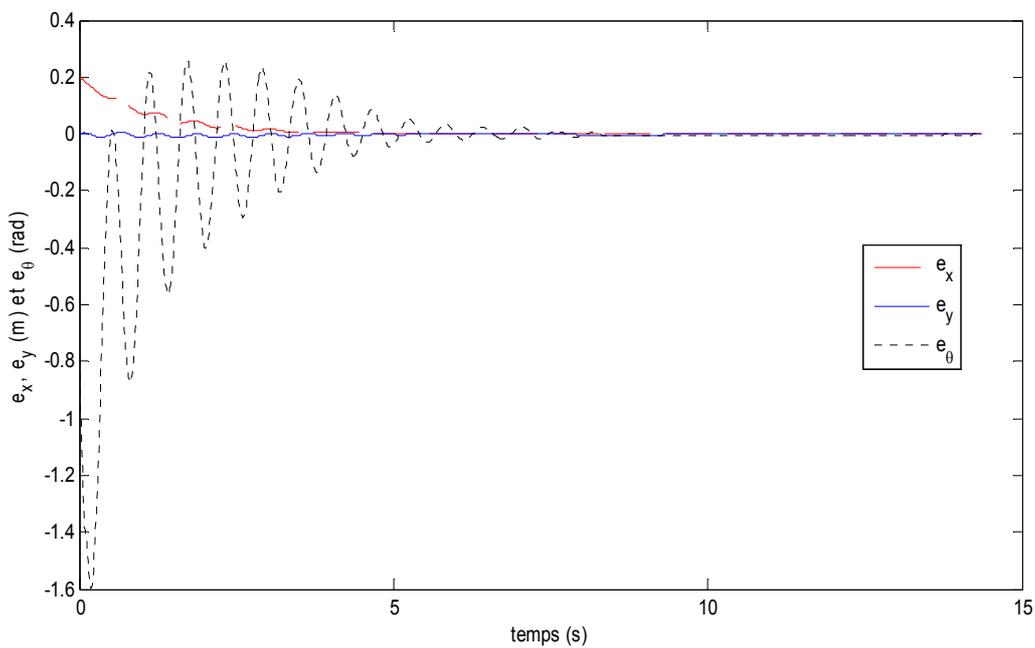


Figure 4.23: Erreur de posture

On voit dans le cas d'un retard plus important apparaître des oscillations. Celle-ci sont dues à l'observateur retenu : on a pris la même valeur des gains  $L_i$  (tous fixés à 10) dans les

deux essais. Ces valeurs conduisent à un comportement peu amorti dans le cas d'un retard plus important. On aurait pu les limiter en diminuant la valeur de ces gains au détriment de la rapidité. Une solution consisterait à remplacer l'observateur utilisé par un autre plus performant (et hélas plus complexe) comme ceux utilisant des retards distribués /Bhat and Koivo (1976)/, /Watanabe (1986)/, /Fiagbedzi et Pearson (1990)/.

Un autre problème repose sur la connaissance a priori de la valeur du retard. Pour pallier ce problème, une autre structure de commande basée sur l'utilisation d'une estimation en ligne du retard est proposée dans la section suivante.

#### 4.6 Platitude et suivi de trajectoire en présence de retard constant et inconnu sur les mesures

Dans ce cas, les sorties sont supposées retardées avec un retard  $\tau$  constant dont la valeur est supposée inconnue. Dans cette section, la technique de bouclage dynamique avec un observateur-prédicteur combinée à une estimation en ligne du retard est utilisée afin de compenser ce retard inconnu. Le schéma-bloc de la boucle fermée avec estimation du retard est représenté comme suit :

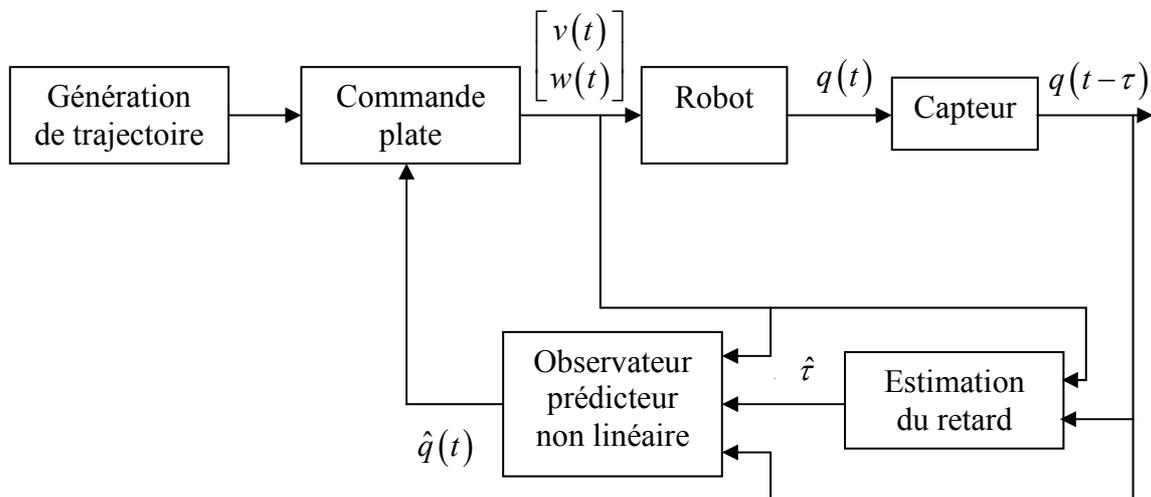


Figure 4.24: Schéma de la boucle fermée.

avec  $\hat{\tau}(t)$  le retard estimé.

### 4.6.1 Estimation en ligne du retard

Un estimateur observateur en temps fini est développé pour calculer en ligne le retard. Pour ce faire, nous avons utilisé un algorithme à base d'un observateur mode glissant proposé par /Drakunov *et al*, 2006/. Cet algorithme est utilisé dans le cas de systèmes linéaires, donc pour l'adapter à notre problème, la troisième équation du modèle cinématique du robot mobile décrivant la dynamique sur l'angle est choisie. Le principe est alors le suivant, un nouvel état  $\nu(t) = \theta(t - \tau)$  est considéré. On a alors :

$$\dot{\nu}(t) = w(t - \tau) \quad (4.23)$$

Ne disposant que de la mesure  $\theta(t - \tau)$ , la vitesse angulaire retardée  $w(t - \tau)$  est obtenue à l'aide d'un différentiateur robuste exact via la technique de mode glissant /Levant, 1998/.

$$\begin{cases} w(t - \tau) = u_1(t) - \lambda_1 \left| \nu(t) - \int \dot{\nu}(t) \right|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\nu(t) - \int \dot{\nu}(t)) \\ \dot{u}_1(t) = -\lambda_2 \text{sign}(\nu(t) - \int \dot{\nu}(t)) \end{cases} \quad (4.24)$$

avec  $\lambda_1, \lambda_2 > 0$  et  $w(t - \tau)$  la sortie du différentiateur.

Pour estimer le retard, la fonction d'erreur suivante est introduite :

$$\Delta = w(t - \tau) - w(t - \hat{\tau}(t)) \quad (4.25)$$

Pour que le retard estimé tende vers le retard variable, nous souhaitons faire tendre l'erreur  $\Delta$  en temps fini vers 0 en utilisant la théorie de la commande par modes glissants en considérant  $\dot{\hat{\tau}}(t)$  comme une nouvelle entrée. Le principe de la méthode résumé dans le lemme 4.3 est basé sur l'utilisation des travaux de /Drakunov *et al*, 2006/ adaptés à notre problème et sous les hypothèses suivantes : il existe deux scalaires réels positifs  $\eta_1$  et  $\eta_2$  tels que  $\eta_1 \leq |\dot{w}(t - \hat{\tau}(t))| \leq \eta_2$  et  $|\dot{w}(t - \tau)| \leq \eta_2$ .

**Lemme 4.3:** Sachant que le retard réel  $\tau$  est constant borné. Le retard estimé  $\hat{\tau}(t)$  donné par la formule suivante :

$$\dot{\hat{\tau}}(t) = -L \dot{w}(t - \hat{\tau}(t)) \text{sign}(\Delta) \quad (4.26)$$

avec :

$$\text{sign}(\Delta) = \begin{cases} 1, & \text{if } \Delta > 0 \\ 0, & \text{if } \Delta = 0 \\ -1, & \text{if } \Delta < 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

converge en temps fini  $t_0$  ( $0 \leq t_0 < t_1$ ) vers le retard réel s'il existe un gain  $L \geq \frac{\eta_2}{\eta_1^2} > 0$ .

**Preuve :**

La dérivée de  $\Delta$  a pour expression :

$$\dot{\Delta} = \dot{w}(t-\tau) - \dot{w}(t-\hat{\tau}(t)) + \dot{\hat{\tau}}(t)\dot{w}(t-\hat{\tau}(t)) \quad (4.28)$$

Soit la fonction de Lyapunov quadratique  $V(\Delta(t)) = \frac{1}{2}\Delta(t)^2$ , alors sa dérivée vaut :

$$\dot{V}(\Delta(t)) = (\dot{w}(t-\tau) - \dot{w}(t-\hat{\tau}(t)))\Delta(t) + (\dot{\hat{\tau}}(t)\dot{w}(t-\hat{\tau}(t)))\Delta(t) \quad (4.29)$$

La dérivée  $\dot{\hat{\tau}}(t)$  est vue alors comme une nouvelle entrée, pour l'expression (4.29), on obtient

$$\dot{V}(\Delta(t)) = (\dot{w}(t-\tau) - \dot{w}(t-\hat{\tau}(t)))\Delta(t) - L\dot{w}(t-\hat{\tau}(t))^2 \text{sign}(\Delta)\Delta(t) \quad (4.30)$$

Puis en utilisant les bornes sur  $\dot{w}(t)$ , il vient :

$$\dot{V}(\Delta(t)) \leq (2\eta_2 - L\eta_1^2)|\Delta(t)| \quad (4.31)$$

En posant  $L = 2\eta_2/\eta_1^2 + K$  avec  $K > 0$ , on obtient alors :

$$\dot{V}(\Delta(t)) \leq -K\eta_1^2|\Delta(t)| \quad (4.32)$$

et par conséquent:

$$\dot{V}(\Delta(t)) \leq -K\sqrt{2\eta_1^2}|V(\Delta(t))|^{\frac{1}{2}} \quad (4.33)$$

ce qui prouve la convergence en temps fini de  $\Delta$  vers 0 et donc de  $\hat{\tau}(t)$  vers  $\tau$ .

**Remarque :** Pour que la mise en œuvre de l'algorithme d'estimation soit viable, il faut que la grandeur  $\dot{w}(t-\hat{\tau}(t))$  ne soit pas nulle au moins tant que la convergence n'est pas finie, or en pratique il se peut qu'elle s'annule. Une façon de résoudre ce problème dans notre cas est d'arrêter d'intégrer lorsque la dérivée de la vitesse angulaire devient trop faible, c'est-à-dire imposer que le second membre de (4.26) soit nul lorsque  $|\dot{w}(t-\hat{\tau}(t))| < \varepsilon$  pour une valeur de  $\varepsilon$  à régler.

## 4.6.2 Synthèse de l'observateur prédictif

Dans ce cas, la structure de l'observateur-prédictif (4.6) devient :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{x}(t)}{dt} = v(t) \cos(\hat{\theta}(t)) - L_1 (x(t-\tau) - \hat{x}(t-\hat{\tau}(t))) \\ \frac{d\hat{y}(t)}{dt} = v(t) \sin(\hat{\theta}(t)) - L_2 (y(t-\tau) - \hat{y}(t-\hat{\tau}(t))) \\ \frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} = w(t) - L_3 (\theta(t-\tau) - \hat{\theta}(t-\hat{\tau}(t))) \end{cases} \quad (4.34)$$

En utilisant le modèle cinématique (1.4) et l'observateur prédictif (4.34), la dynamique de l'erreur d'estimation est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\phi}_x = e_1(t) + L_1 (x(t-\tau) - \hat{x}(t-\hat{\tau}(t))) \\ \dot{\phi}_y = e_2(t) + L_2 (y(t-\tau) - \hat{y}(t-\hat{\tau}(t))) \\ \dot{\phi}_\theta = +L_3 (\theta(t-\tau) - \hat{\theta}(t-\hat{\tau}(t))) \end{cases} \quad (4.35)$$

Sachant que l'estimation du retard est réalisée en temps fini (lemme 4.3. vérifié), i.e.  $\hat{\tau}(t)$  converge en temps fini vers le retard réel  $\tau$ , et sachant que la dynamique de l'erreur d'estimation peut être réécrite sous la forme donnée par le système (4.7), alors le lemme 4.2 /Guechi *et al*, 2010-a/ reste applicable pour prouver la stabilité de l'observateur-prédictif (4.34) ainsi que celle de la boucle fermée globale.

### 4.6.3 Résultats de simulation pour le suivi de trajectoire

Cette section permet de montrer l'efficacité de l'approche proposée pour le suivi de trajectoire avec un retour de sortie retardé. Dans les simulations qui suivent deux différents scénarios sont considérés : avec un retard constant, puis un retard constant par morceau. La trajectoire de référence est une courbe de Bézier qui construit un parcours fermé. La position initiale du robot est différente de celle de la trajectoire de référence est égale à  $(x_i = 0,2 \text{ m}, y_i = 1,2 \text{ m}, \theta_i = -45^\circ)$ .

Les paramètres de la loi de commande proposée sont : le gain  $L = 0,05$  et les gains de l'observateur-prédictif ( $L_1 = L_2 = L_3 = 10$ ). Par contre la condition initiale du retard estimé est 0,04 s.

#### 4.6.3.1 Cas d'un retard inconnu constant

Pour cette première simulation, le retard inconnu est choisi égal à 0.1 s. La figure 4.25 montre que la trajectoire réelle du robot (ligne pointillée) converge vers la trajectoire de référence (ligne pleine). La comparaison des vitesses linéaire et angulaire est présentée

respectivement sur les figures 4.26 – 4.27. La figure 4.28 représente la convergence en temps fini du retard estimé vers le retard réel. Enfin, la figure 4.29 illustre la convergence vers 0 de l'erreur de suivi, en utilisant la structure de commande proposée.

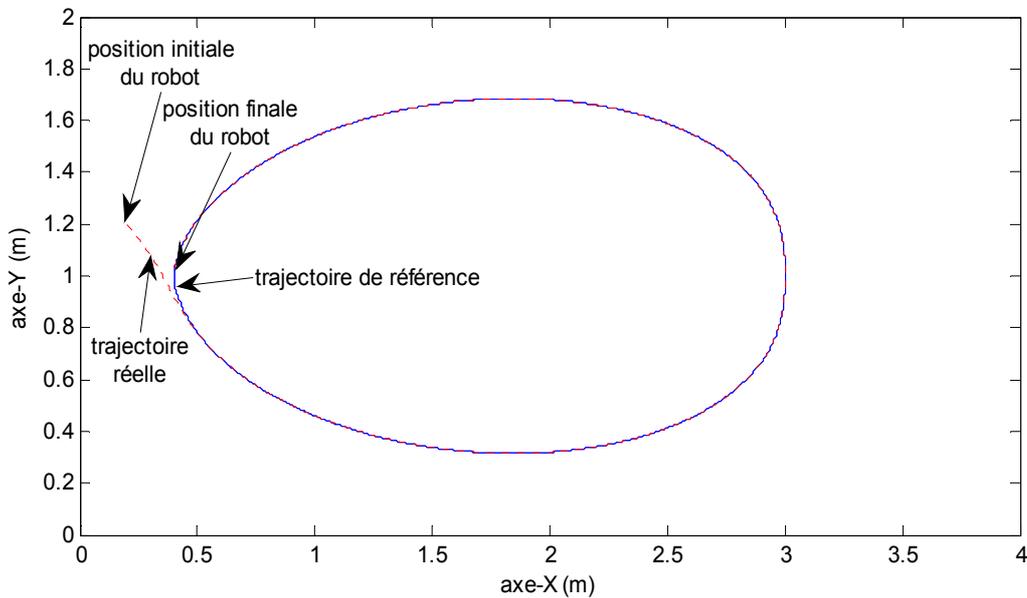


Figure 4.25: Suivi de trajectoire avec un retour de sortie retardé : trajectoire réelle et trajectoire de référence

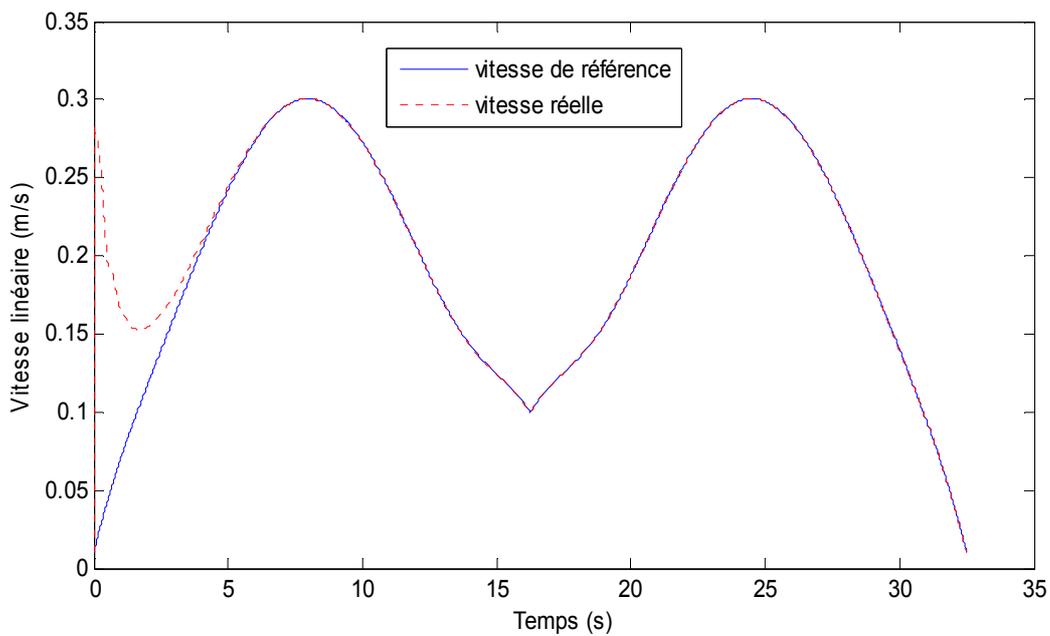


Figure 4.26: Comparaison entre la vitesse linéaire réelle et celle de référence

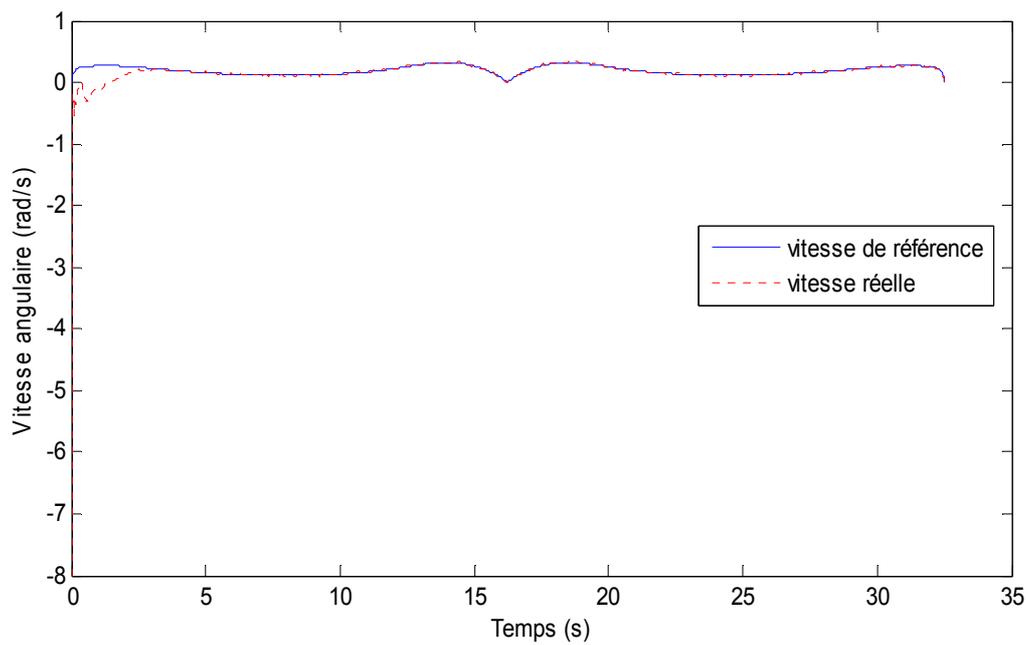


Figure 4.27: Comparaison entre la vitesse angulaire réelle et celle de référence

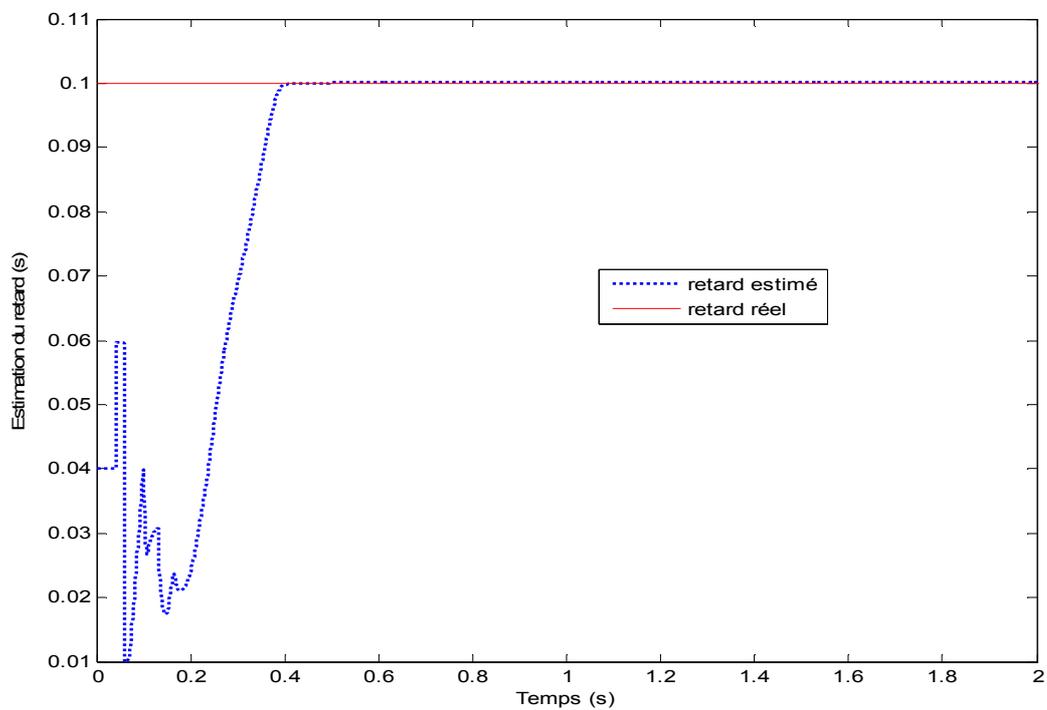


Figure 4.28: Convergence du retard estimé vers le retard réel

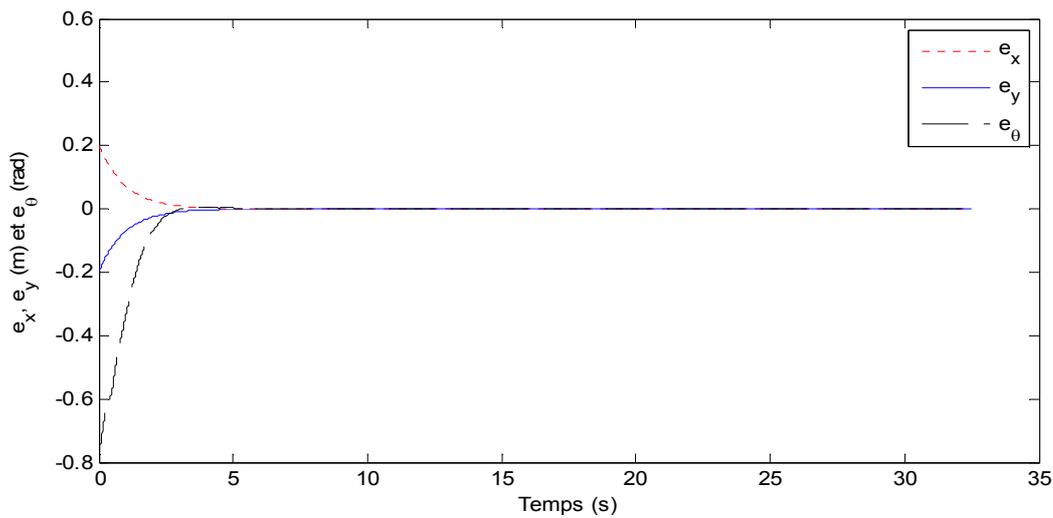


Figure 4.29: Erreur de posture

#### 4.6.3.2 Cas d'un retard inconnu constant par morceaux

Dans cette deuxième simulation le retard est choisi constant par morceau, il est borné entre 0.05 et 0.1 s. Le suivi de la trajectoire (figure 4.30) et le suivi de vitesse angulaire (Figure 4.32) sont le même que dans le cas précédent. Par contre, dans le suivi de vitesse linéaire, on remarque l'apparition de deux pics sur la courbe de la vitesse linéaire réelle en ligne pointillée (figure 4.31) qui correspondent aux instants de changement de valeur du retard réel. La figure 4.33 montre la convergence en temps fini du retard estimé vers le retard réel. Enfin, la figure 4.34 illustre la convergence vers 0 de l'erreur de suivi en utilisant la loi de commande proposée, malgré la présence d'un retard inconnu constant par morceau.

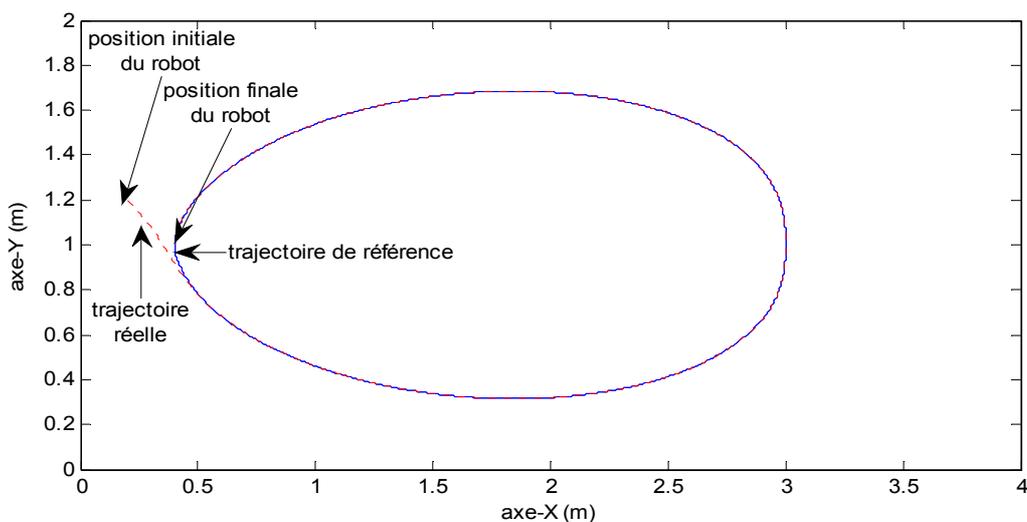


Figure 4.30: Suivi de trajectoire avec un retour de sortie retardé : trajectoire réelle et trajectoire de référence

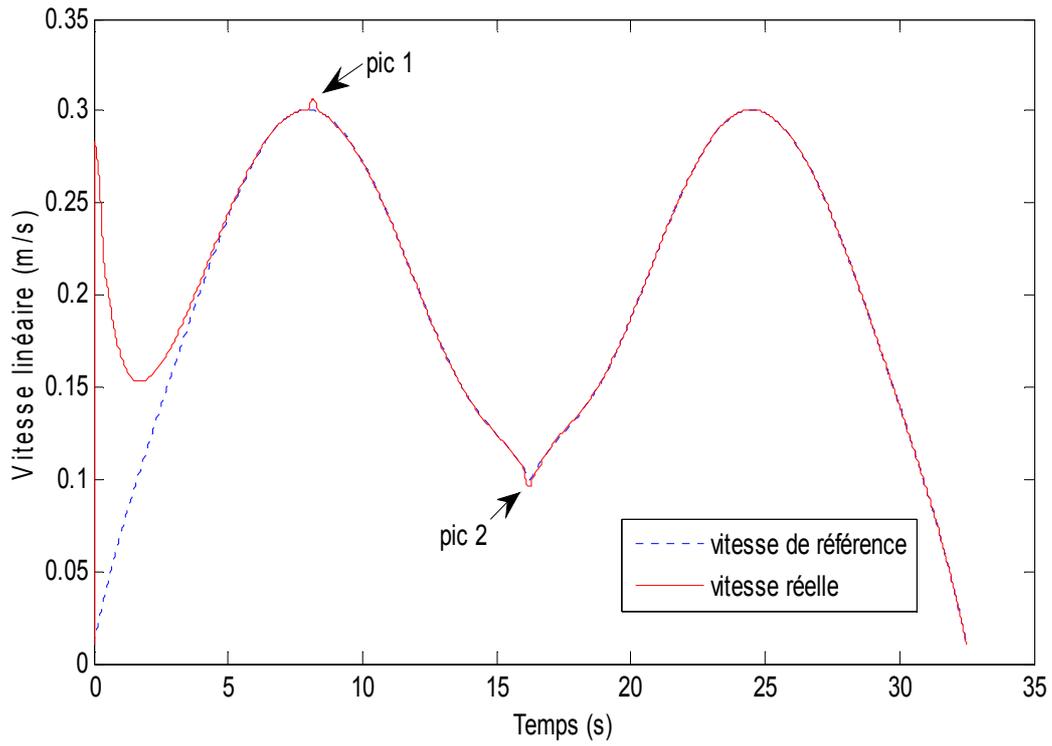


Figure 4.31: Comparaison entre la vitesse linéaire réelle et celle de référence

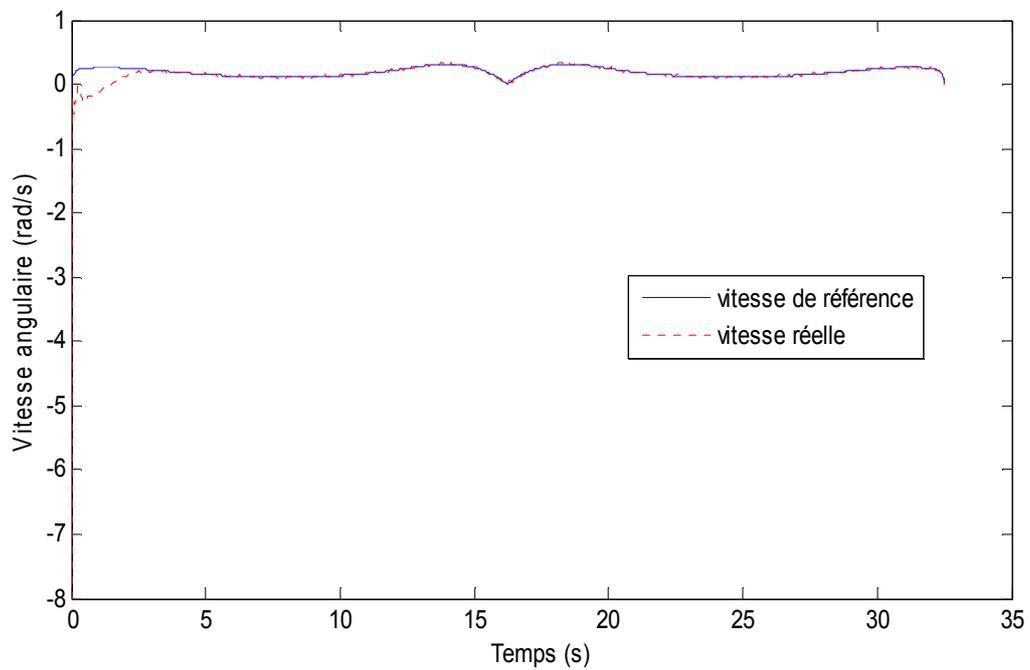


Figure 4.32: Comparaison entre la vitesse angulaire réelle et celle de référence

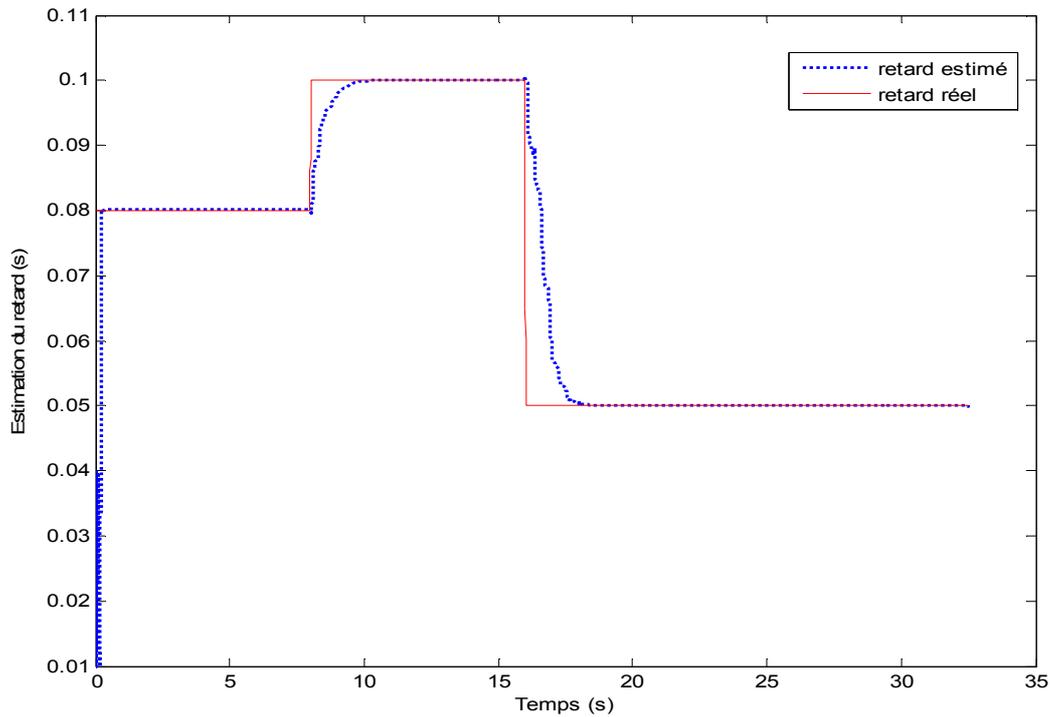


Figure 4.33: Convergence du retard estimé vers le retard réel

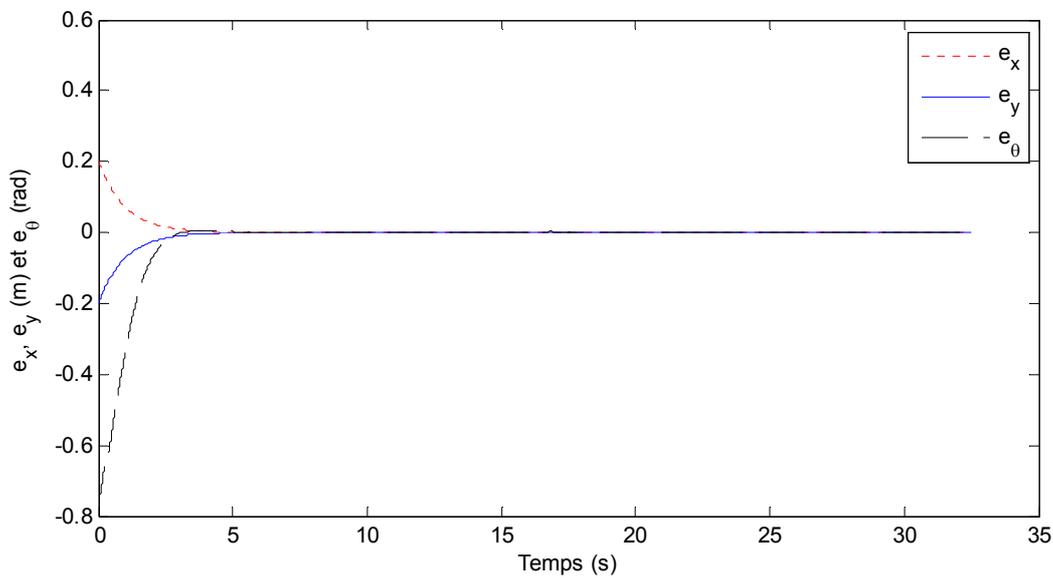


Figure 4.34 : Erreur de posture

## 4.7 Conclusion

Nous avons proposé ici une nouvelle approche qui résout le problème de suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome en présence de retard sur la sortie. Ce retard est

dû au système de vision (traitement d'image), les cas que nous avons considérés sont les suivants : retard constant de valeur connue, et retard inconnu constant ou constant par morceaux. Dans le cas de suivi de trajectoire en présence de retard connu constant sur les mesures où nous avons utilisé la commande PDC et l'observateur-prédicteur proposé, nous avons obtenu de bons résultats de suivi aussi bien en simulation que sur la plate-forme de robots mobiles.

Dans le cas d'un retard inconnu constant ou constant par morceaux, un estimateur de retard basé sur l'utilisation des outils de la commande à mode glissant a été utilisé et adapté à notre problème. La propriété de convergence en temps fini de l'estimateur de retard développé dans ce chapitre est la solution que nous avons retenue pour pouvoir démontrer la stabilité de l'ensemble de la structure de commande-observateur. Dans notre cas, une loi de commande basée sur l'utilisation de la propriété de la platitude des robots mobiles non holonomes a été proposée. Les résultats de cette partie ont été exploités uniquement en simulation mais de par l'expérience acquise lors des différentes expérimentations, la méthode nous paraît très prometteuse en termes de résultats pour une application sur une plateforme expérimentale.

## **Conclusion et perspectives**

Les travaux présentés dans ce mémoire ont porté sur le suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome de type MIABOT. Après un état de l'art sur les robots mobiles non holonomes, il nous est apparu judicieux de proposer une nouvelle approche de suivi de trajectoire d'un robot de type unicycle. Cette approche se base sur une classe de modèles polytopiques appelés modèles de type Takagi-Sugeno (TS). Un des avantages de cette méthode par rapport à la plupart des approches est qu'il devient relativement simple et systématique d'introduire un observateur et d'assurer la stabilité de la boucle fermée complète dans le domaine de l'espace d'état où le modèle TS est défini. L'approche proposée a été étudiée dans les cas continu et discret et a été validée en simulation ainsi que sur la plateforme expérimentale de robots mobiles de l'université de Ljubljana (Slovénie). En simulation, nous avons obtenu de bons résultats dans le suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome avec et sans bruits sur les mesures. Ces derniers peuvent poser des problèmes lorsque des commandes et/ou observateurs à base de modes glissants ou à grand gain sont utilisés. L'approche proposée permet donc de rivaliser, voire d'améliorer sur certains points les meilleures méthodes développées dans le domaine. En pratique, sur la plateforme expérimentale, nous avons obtenu des résultats moyens de suivi de trajectoire puisqu'une erreur subsiste entre la trajectoire de référence et la trajectoire réelle du robot MIABOT. Cette dernière est due au retard produit par le traitement d'image pour obtenir la position du robot.

Ainsi, dans l'état de l'art sur la commande des robots mobiles, nous avons remarqué qu'aucuns travaux ne prennent en compte d'éventuels retards qui apparaissent lorsque le système est commandé à distance (via un réseau,...) ou lorsque des capteurs embarqués ou non sont utilisés pour déterminer la position du robot (traitement par caméra,...). L'influence de ces retards était claire sur les essais réels de suivi de trajectoire que nous avons obtenus dans le chapitre 2 et 3. Pour cela, nous avons développé une nouvelle approche qui résout le problème de suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome en présence de retard sur la sortie. Les cas que nous avons considérés sont les suivants : retard connu constant, et retard inconnu constant ou constant par morceaux. Dans le cas de suivi de trajectoire en présence de retard connu constant sur les mesures où nous avons utilisé la commande PDC et l'observateur-prédicteur proposé, nous avons obtenu de bons résultats de suivi aussi bien en simulation que sur la plateforme expérimentale, mais nous n'avons pas de preuve théorique de

la stabilité de la boucle fermée globale (contrôleur + observateur). Pour résoudre ce problème, une loi de commande à base d'un régulateur dynamique endogène a permis de stabiliser la boucle fermée globale en présence d'un retard connu constant sur les mesures. Cette loi de commande testée seulement en simulation montre un potentiel très prometteur en vue d'une application en temps réel. Nous avons aussi montré la limite de cette approche quand la valeur du retard augmente de façon trop conséquente. Dans le cas d'un retard inconnu constant ou constant par morceau, un estimateur de retard basé sur l'utilisation des outils de la commande à mode glissant a été utilisé et adapté à notre problème. Bénéficiant de la propriété de convergence en temps fini de l'estimateur de retard, la stabilité du contrôleur-observateur a été prouvée et son efficacité démontrée en simulation.

Les expérimentations réalisées ont mis en lumière certains aspects et amenées plusieurs perspectives de recherche :

- A court terme, la mise en œuvre de la dernière approche de commande utilisant le principe de la platitude en présence de retards constant connu et inconnu constant ou constant par morceaux, nous paraît très prometteuse pour une application sur une plateforme expérimentale.
- A court terme, développer l'extension de l'approche proposée pour prendre en compte des retards variables sur la sortie mais aussi l'entrée. Dans ce cas, la preuve de stabilité de la boucle fermée globale (contrôleur+ observateur) devient délicate et plus complexe.
- A moyen terme, réaliser le suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome par l'utilisation de la commande PDC et un observateur flou TS prédictif dans le cas de présence de retards sur les mesures. Ces retards non mesurés peuvent être constants, constants par morceaux ou variables. La preuve de stabilité de la boucle fermée globale reste ouverte à la recherche.
- A moyen terme, réaliser le suivi de trajectoire par l'utilisation de la commande par mode glissant et un observateur mode glissant prédictif dans le cas de présence de retards sur les mesures.

A long terme, l'adaptation de l'approche de commande proposée en présence de retard dans le cadre de l'évitement d'obstacles mobiles permettrait d'améliorer l'évitement et d'empêcher d'éventuelles collisions.

## Références personnelles

### Revues

- Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Klančar, G., Blazic, S. (2010). PDC control design for non-holonomic wheeled mobile robots with delayed outputs, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*.
- Blažič, S., Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Klančar, G. (2009). The problems of camera measurements in tracking-error fuzzy control of mobile robots. *WSEAS Transactions on Systems*, p 441- 450.

### Chapitre d'ouvrage

- Blažič, S., Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Klančar, G. (2010). Path planning and path tracking of industrial mobile robots. in *Intelligent Industrial Systems : Modelling, Automation and Adaptive Behaviour*. G. G. Rigatos (Ed.). IGI book, Athens, Greece.

### Conférences internationales

- Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M. (2010). Suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome en présence de retards sur les mesures. *IEEE CIFA*, Nancy, France, 2-4 Juin.
- Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Blažič, S, Klančar, G. (2009). Tracking-error model-based PDC control for mobile robots with acceleration limits. *FUZZ-IEEE*, pp 197-202, Jeju Island – Korea.
- Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Klančar, G., Blažič, S. (2009). Discrete PDC control design with observer for trajectory tracking of non-holonomic mobile robot. *IFAC ICONS Conference*, Istanbul – Turkey.
- Blažič, S., Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Klančar, G. (2009). Some performance issues in tracking-error fuzzy control of mobile robots, *Proceedings of the 10th WSEAS International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 110-115, Prague – République tchèque
- Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M. (2008). On-line moving-obstacle avoidance using piecewise Bezier curves with unknown obstacle trajectory. *16th Mediterranean Conf. on Control and Automation, IEEE MED'08*, pp. 505-510, Ajaccio – France

## Références

### **/ActivMedia, 2004/**

ActivMedia. (2004). ActivMedia. P3-DX: World's most popular intelligent wheeled robot. <http://www.activrobots.com>

### **/Arturs, 2005/**

Arturs, G. (2005). *Application de l'approche par fonctions de transverses à la commande de véhicules non holonomes manœuvrants*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de Mines de Paris – SOPHIA ANTIPOLIS, France.

### **/Barraquand et al, 1992/**

Barraquand, J., Langois, B., Latombe, J.C. (1992). Numerical potential field techniques for robot path planning. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. Vol.22, N° 2, pp 224-241.

### **/Berg et al, 2008/**

Berg J.V.D., Lin M., Manocha D. (2008). Reciprocal velocity obstacles for real-time multi-agent navigation. *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, USA. pp 1928-1935.

### **/Bhat et Koivo, 1976/**

Bhat K.P.M and Koivo H.N. (1976). An observer theory for Time-Delay Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 21, pp. 266-269

### **/Blažič et al, 2009-a/**

Blažič, S., Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Klančar, G. (2009-a). The problems of camera measurements in tracking-error fuzzy control of mobile robots. *WSEAS Transactions on Systems*. Vol.8, N° 4, p 441- 450.

**/Blažič et al, 2009-b/**

Blažič, S., Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Klančar, G. (2009-b). Some performance issues in tracking-error fuzzy control of mobile robots, *Proceedings of the 10th WSEAS International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 110-115, Prague – République Tchèque

**/Blažič et al, 2010/**

Blažič, S., Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Klančar, G. (2010). Path planning and path tracking of industrial mobile robots, Chapter 4 of *Intelligent Industrial Systems Modelling, Automation and Adaptive Behaviour*. (G.G. Rigatos), IGI Global.

**/Bloch et al, 2003/**

Bloch A.M., Baillieul, J., Crouch, P., Marsden, J. (2003). *Non-holonomic mechanics and control*. Springer.

**/Bloch et Drakunov, 1996/**

Bloch, A.M., Drakunov, S.V. (1996). Stabilization and tracking in the nonholonomic integrator via sliding modes. *Systems and Control Letters*, 29: 91-99.

**/Bloch et al, 1992/**

Bloch, A.M, Reyhanoglu, M., McClamroch, N. (1992). Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37, pp 1746-1757.

**/Bouchon-Meunier, 1995/**

Bouchon-Meunier, B. (1995). *La logique floue et ses applications*. Addison-Wesley. Paris.

**/Bouchon-Meunier, 1998/**

Bouchon-Meunier, B. (1998). *Logique floue : exercices corrigés et exemples d'applications*. Addison-Wesley. Paris.

**/Boyd et al, 1994/**

Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Studies in Applied Mathematics. Philadelphia.

**/Brock et Khatib, 1999/**

Brock. O et Khatib. O, (1999). High-speed navigation using the global dynamic window approach. *IEEE International Conference on Robotics & Automation*. pp 341-345.

**/Brockett, 1983/**

Brockett R. (1983). Asymptotic stability and feedback stabilization. Dans Brockett, R., Millman, R., et Sussmann, H., editors, *Differential geometric control theory*, pp 181-195. Boston, MA: Birkhauser.

**/Canudas de Wit et Slotine, 1991/**

Canudas de Wit, C. et Slotine J. J.E. (1991). Sliding observers in robot manipulators. *Automatica*. Vol.27, N°.5, pp 859-864.

**/Canudas de Wit et Sørđalen, 1992/**

Canudas de Wit C., Sørđalen O.J. (1992). Exponential stabilization of mobile robots with nonholonomic constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.37, N°.11, pp 1791-1797.

**/Cao et Frank, 2000/**

Cao, Y.Y and Frank, P.M. (2000). Analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via fuzzy control approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. Vol.8, N° . 2, pp. 200-211.

**/Chamroo et al, 2006/**

Chamroo, A., Seuret, A., Vasseur, C., Richard, J-P., Wang, H.P. (2006). Observing and controlling plants using their delayed and sampled outputs. *IMACS Multiconference on Computational Engineering in Systems Applications*, China. pp 851-857.

**/Choset, 2000/**

Choset Howie. (2000). Sensor-Based Exploration : The hierarchical generalized Voronoi graph. *The international journal of robotics research*. Vol.19, N° 2, pp 96-125.

**/Defoort et al, 2005/**

Defoort, M., Floquet, T., Kokosy, A et Perruquetti, W. (2005). Tracking of a unicycle mobile robot using integral sliding mode control. *International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*, Barcelona, Spain.

**/Defoort, 2007-a/**

Defoort, M. (2007-a). *Contributions à la planification et la commande pour les robots mobiles coopératifs*. Thèse de doctorat. École Centrale de Lille, France.

**/Defoort et al, 2007-b/**

Defoort, M., Palos, J., Kokosy, A., Floquet, T., Perruquetti, W et Boulinguez, D. (2007-b). Experimental motion planning and control for an autonomous non holonomic mobile robot. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Roma, Italy.

**/Defoort et al, 2008/**

Defoort M., Floquet T., Kokosy, A., Perruquetti W. (2008). Sliding-mode formation control for cooperative autonomous mobile robots. *IEEE Trans. Industrial Electronics*. Vol.5, N° 11, pp 3944-3953.

**/De Luca et al, 1991/**

De Luca, A., Lanari, L., Oriolo, G. (1991). A sensitivity approach to optimal spline robot trajectories. *Automatica*, Vol.27, N° 3, pp 535-539.

**/Demengel et Pouget, 1998/**

Demengel, G. et Pouget, J-P, (1998). *Modèles de Bézier, des B-splines et des Nurbs*. Edition Ellipses, Paris.

**/Dombre et Khalil, 2007/**

Dombre E. et Khalil W. (Eds.) (2007) *Robot Manipulators: Modeling, Performance Analysis and Control*. Control systems, robotics and manufacturing series. Wisley ISTE.

**/Drakunov et al, 2006/**

Drakunov, S.V., Perruquetti, W., Richard, J-P., Belkoura, L. (2006). Delay identification in time-delay systems using variable structure observers. *Annual Reviews in Control*. Vol.3, pp 143-158.

**/Dugard et Verriest, 1997/**

Dugard, L. & Verriest, E. (Eds) (1997). *Stability and Control of Time-Delay Systems*, Lectures Notes in Control and Information Sciences, Vol. 228, Springer.

**/Fiagbedzi et Pearson, 1990/**

Fiagbedzi, Y. A. & Pearson, A. E. (1990). A state observer for systems described by functional differential equations. *Automatica*. Vol. 26, N°2, pp. 321 - 331.

**/Fiorini et Shiller, 1993/**

Fiorini P. et Shiller Z., (1993). Motion planning in dynamic environments using the relative velocity paradigm. *IEEE International Conference on Robotics & Automation*. pp 560-565.

**/Fliess et al, 1995/**

Fliess M., Levine J., Martin Ph. et Rouchon P. (1995). Flatness and defect of nonlinear systems: introductory theory and examples. *International Journal of Control*. Vol. 61, N°6, pp 1327-1361.

**/Floquet et al, 2003/**

Floquet, T., Barbot, J-P., Perruquetti, W. (2003). Higher-order sliding mode stabilization for a class of nonholonomic perturbed systems. *Automatica*, Vol.39, N° 6, pp 1077-1083.

**/Fox et al, 1997/**

Fox D., Burgard W. et Thrun S., (1997). The dynamic window approach to collision avoidance. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, Vol. 4 (17), pp 23-33.

**/Fridman, 2001/**

Fridman E. (2001). New Lyapunov-Krasovskii functionals for stability of linear retarded and neutral type systems, *Systems & Control Letters* 43, No 4, 309-319.

**/Fridman et al, 2008/**

Fridman, E., Dambrine, M, Yeganefar, N. (2008). On input to state stability of systems with time delay: A matrix inequalities approach. *Automatica*, Vol.44, pp 2364-2369.

**/Gagône, 1997/**

Gagône, L. (1997). *Eléments de logique floue*. Hermès édition. Paris.

**/Gasso, 2000/**

Gasso, K. (2000). *Identification des systèmes dynamiques non linéaires : approche multi-modèle*. Thèse de l'Institut National Polytechnique de Lorraine.

**/Gomez-Bravo et al, 2008/**

Gomez-Bravo, F., Cuestab, F., Ollerob, A., Viguriab, A. (2008). Continuous curvature path generation based on-spline curves for parking manoeuvres. *Robotics and Autonomous Systems*. Vol.56, pp 360–372.

**/Gouaisbaut, 2001/**

Gouaisbaut, F. (2001). *Sur la commande par mode glissants des systèmes à retards*. Thèse de l'université Lille 1 - École centrale de Lille, France.

**/Gu et al, 2003/**

Gu K., Kharitonov V.-L., and Chen J. (2003). *Stability of time-delay systems*, Birkhauser

**/Guechi et al, 2008/**

Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M. (2008). On-line moving-obstacle avoidance using piecewise Bezier curves with unknown obstacle trajectory. *16th Mediterranean Conf. on Control and Automation, IEEE MED'08*, pp. 505-510, Ajaccio – France

**/Guechi et al, 2009-a/**

Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Blažič, S., Klančar, G. (2009-a). Tracking-error model-based PDC control for mobile robots with acceleration limits. *FUZZ-IEEE*, pp 197-202, Jeju Island – Korea.

**/Guechi et al, 2009-b/**

Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Klančar, G., Blažič, S. (2009-b). Discrete PDC control design with observer for trajectory tracking of non-holonomic mobile robot. *IFAC ICONS Conference*, Istanbul – Turkey.

**/Guechi et al, 2010-a/**

Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M., Klančar, G., Blažič, S. (2010-a). PDC control design for non-holonomic wheeled mobile robots with delayed outputs, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, à paraître, (version en ligne DOI 10.1007/s10846-010-9420-0)

**/Guechi et al, 2010-b/**

Guechi, El-H., Lauber, J., Dambrine, M. (2010-b). Suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome en présence de retards sur les mesures. *IEEE CIFA*, Nancy, France, 2-4 Juin.

**/Guelton, 2003/**

Guelton, K. (2003). *Estimation des caractéristiques du mouvement humain en station debout. Mise en œuvre d'observateurs flous sous forme descripteur*. Thèse de l'Université de Valenciennes, France.

**/Guerra et al, 2006/**

Guerra T-M., Kruszewski A., Vermeiren L. and Tirmant H. (2006). Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi–Sugeno's form. *Fuzzy Sets and Systems*, pp. 1248 – 1259

**/Haddad et al, 2007/**

Haddad, M., Chettibi, T., Hanchi, S., Lehtihet, H.E. (2007). A random-profile approach for trajectory planning of wheeled mobile robots. *European journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 26 (3), pp 519-540.

**/Hale, 1977/**

Hale, J.K. (1977). *Theory of functional differential equations*, Springer, New-York

**/Hespanha et Morse, 1999/**

Hespanha, J.P et Morse, A.S. (1999). Stabilization of non holonomic integrators via logic-based switching. *Automatica*. Vol.35, N°.3, pp 385-393.

**/Isidori, 1985/**

Isidori A, (1985). *Nonlinear control systems*, Springer. New-York

**/Jankovic, 2001/**

Jankovic, M. (2001). Control Lyapunov-Razumikhin functions and robust stabilization of time delay systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46, July, pp 1048-1060.

**/Jolly et al, 2009/**

Jolly, K.G., Sreerama, K., Vijayakumr, R. (2009). A Bézier curve based path planning in a multi-agent robot soccer system without violating the acceleration limits. *Robotics and Autonomous Systems*, Vol.57, N° 1, pp 23-33.

**/Kanayama et al, 1990/**

Kanayama, Y., Kimura, Y., Miyazaki, F., Noguchi, T. (1990). A stable tracking control method for an autonomous mobile robot. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 384-389.

**/Kanayama et al, 1991/**

Kanayama Y., Kimura Y., Miyazaki F., Noguchi T. (1991). A stable tracking control method for a non-holonomic mobile robot. *IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and systems IROS'91*, pp 1236-1241.

**/Kavraki et al, 1996/**

Kavraki, L., Lamiroux, F., Holleman, C. (1996). Probabilistic roadmaps for path planning in high dimensional configuration spaces. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. Vol.12, N° 4, pp 566-580.

**/Khalil et Dombre, 1999/**

Khalil, W. et Dombre, E. (1999). *Modélisation identification et commande des robots*. Hermes sciences publications, Paris.

**/Khatib, 1986/**

Khatib, O. (1986). Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 5, No. 1, pp 90-98.

**/Khenouf et Canudas de Wit, 1995/**

Khenouf, H et Canudas de Wit, .C. (1995). On the construction of stabilizing discontinuous controllers for nonholonomic systems. *IFAC Nonlinear Control Systems Design Symposium*.

**/Khiar, 2007/**

Khiar, D. (2007). *Modélisation et commande d'un moteur thermique à allumage commandé*. Thèse de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, France.

**/Klancar et Skrjanc, 2007/**

Klancar, G et Skrjanc, I. (2007). Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time. *Robotics and Autonomous Systems*, Vol.55, pp 460-469.

**/Koren et Borenstein, 1991/**

Koren, Y., Borenstein, J. 1991. Potential field method and their inherent limitations for mobile robot navigation. *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation*, pp. 1398-1404.

**/Kruszewski, 2006/**

Kruszewski, A. (2006). *Lois de commande pour une classe de modèles non linéaires sous la forme Takagi-Sugeno : mise sous forme LMI*. Thèse de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, France.

**/Lamiroux et al, 2004/**

Lamiroux F., Bonnafous D., Lefebvre O. (2004). Reactive path deformation for nonholonomic mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.20, N°.6, pp 967-977.

**/Large et Laugier, 2005/**

Large F et Laugier C. (2005). Navigation among moving obstacles using the NLVO: principles and applications to intelligent vehicles. *Autonomous Robots*, Vol. 19, pp 159-171.

**/Large, 2003/**

Large F., (2003). *Navigation autonome d'un robot mobile en environnement dynamique et incertain*. Thèse de l'Université de Savoie, France.

**/Latombe, 1991/**

Latombe, J-C. (1991). *Robot motion planning*. Kluwer Academic Publishers, Boston.

**/Lauber, 2003/**

Lauber, J. (2003). *Moteur à allumage commandé avec EGR : modélisation et commande non linéaires*. Thèse de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, France.

**/Lauber et al, 2004/**

Lauber J., Guerra T-M. et Perruquetti W. (2004). LMI conditions for continuous uncertain TS models in closed-loop with an observer: application to engine speed control. *IEEE VTS-VPP*, Paris, France

**/Laumond, 1998/**

Laumond, J-P. (1998). *Robot motion planning and control*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York.

**/LaValle, 2006/**

LaValle, S M. (2006). *Planning algorithms*. Cambridge University Press USA, <http://planning.cs.uiuc.edu/>

**/Lefebvre, 2006/**

Lefebvre O. (2006). *Navigation autonome sans collision pour robots mobiles non-holonomes*. Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse. France.

**/Lefebvre et al, 2004/**

Lefebvre O., Lamiroux F., Pradalier C., Fraichard Th. (2004). Obstacles avoidance for car-like robots : integration and experimentation on two robots. *IEEE International Conference on Robotics & Automation*. New Orleans, LA, USA, pp 4277- 4282.

**/Lepetic et al, 2003/**

Lepetic, M., Klancar, G., Skrjanc, I., Matko, D., Potocnik, B. (2003). Time optimal path planning considering acceleration limits. *Robotics and Autonomous Systems*. Vol.45, pp 199-210.

**/Levant, 1998/**

Levant, A. (1998). Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica*. Vol.34, N°.3, pp 379-384.

**/Luca et al, 2001/**

Luca, A. Oriolo, G., Vendittelli, M. (2001). Control of wheeled mobile robots: An experimental overview, in: Nicosia, S., Siciliano, B., Bicchi, A., Valigi, P., (Eds) *RAMSETE – Articulated and Mobile Robotics for services and technologies*, Springer – Verlag,.

**/Ma et al, 1998/**

Ma, X.J., Sun, Z.Q., He, Y.Y. (1998). Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol.6, N° 1, pp 41-50.

**/Maalouf et al, 2006/**

Maalouf, E., Saad, M., Saliha, H. (2006). A higher level path tracking controller for a four-wheel differentially steered mobile robot. *Journal of Robotics and Autonomous Systems*, Vol.54, pp 23-33.

**/Merlin Robotics, 2006/**

Merlin Robotics. (2006). <http://www.merlinrobotics.co.uk/merlinrobotics/>

**/Mokhtari et Marie, 1998/**

Mokhtari, M. et Marie, M. (1998). *Applications de Matlab 5 et Simulink 2*. Springer-Verlag. France.

**/Morin et Samson, 2001-a/**

Morin P. et Samson, C. (2001-a). A characterization of the Lie algebra rank condition by transverse periodic function. *SIAM Journal on Control and Optimization*, Vol.40, N°.4, pp 1227-1249.

**/Morin et Samson, 2001-b/**

Morin, P et Samson, C. (2001-b). *Practical stabilization of driftless systems on Lie groups*. Research report, N° 4294, INRIA Sophia Antipolis, France.

**/Morin et Samson, 2003/**

Morin P. et Samson C. (2003). Practical stabilization of driftless systems on Lie groups: the transverse function approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.49, N°.9, pp 1496-1508.

**/Morin et Samson, 2008/**

Morin P. et Samson C. (2008). Motion control of wheeled mobile robots. Chapitre 34 of *Handbook of Robotics*, Springer, pp 799-826.

**/Morère, 2001/**

Morère, Y. (2001). *Mise en œuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno*. Thèse de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, France.

**/Munoz et al, 1992/**

Munoz, V., Martinez, J., Ollero, A. (1992). New continuous Curvature Local Path Generators for mobile Robot, *in: SICICA '92*, 1992, pp. 551–556.

**/Murray et Sastry, 1993/**

Murray, R. et Sastry, S. (1993). Nonholonomic motion planning : Steering using sinusoids. *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol.38, N°.5, pp 700-716.

**/Nagatani et Choset, 1999/**

Nagatani. K et Choset.H. (1999). Toward robust sensor based exploration by constructing reduced generalized Voronoi graph. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol.3, pp. 1687-1692.

**/Niculescu, 1997/**

Niculescu, S. (1997), *Systèmes à retard: aspects qualitatifs sur la stabilité et la stabilisation*, Diderot Multimedia, Paris.

**/Niculescu, 2001/**

Niculescu, S. (2001), *Delay Effects on Stability: A Robust Control Approach*. Lectures Notes in Control and Information Sciences, Vol. 269, Springer.

**/Nijmeijer et Van Der Schaft, 1990/**

Nijmeijer H. et Van Der Schaft, A. (1990). *Nonlinear dynamical control systems*. Springer Verlag, New York.

**/Ögren, 2003/**

Ögren P. (2003). Formation and obstacle avoidance in mobile robot control. Doctoral thesis of the Royal institute of technology. Stockholm, Sweden.

**/Ögren et Leonard, 2005/**

Ögren.P et Leonard N. E. (2005). A convergent dynamic window approach to obstacle avoidance. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*. Vol.21, N°.2, pp 188-194.

**/Oriolo et al, 2002/**

Oriolo G., De Luca A., Vendittelli M. (2002). WMR control via dynamic feedback linearization: design, implementation, and experimental validation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.10, N°.6, pp 835-852.

**/Papachristodoulou et al, 2009/**

Papachristodoulou, A., M. M. Peet et S. Lall. (2009). Stability Analysis of Nonlinear Time Delay Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol 52, No. 5

**/Perruquetti et Barbot, 2002/**

Perruquetti W. et Barbot, J-P. (2002). *Sliding mode control engineering*. Control Engineering Series, Marcel Dekker, New York.

**/Pomet, 1992/**

Pomet J. (1992). Explicit design of time-varying stabilizing control laws for a class of controllable systems without drift. *Systems & Control Letters*. Vol.18, N°.2, pp 147-158.

**/Qu et al, 2004/**

Qu Z., Wang J., Clinton E.P. (2004). A new analytical solution to mobile robot trajectory generation in the presence of moving obstacles. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.20, N°.6, pp 978-992.

**/Richard, 2003/**

Richard J-P. (2003) Time delay systems: an overview of some recent advances and open problems. *Automatica* 39, pp. 1667-1694.

**/Samson, 1991/**

Samson C. (1991). Velocity and torque feedback control of a nonholonomic cart. In *Advanced Robot Control*. C. Canudas de Wit (Ed.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol.126, pp 125-151.

**/Samson, 1993/**

Samson C. (1993). Time-varying feedback stabilization of car-like wheeled mobile robots. *The International Journal of Robotics Research*, Vol.12, N°.1, pp 55-64.

**/Samson, 1995/**

Samson, C. (1995). Control of chained systems: application to path following and time-varying point stabilization of mobile robots. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.40, pp 64-77.

**/Scheuer, 1998/**

Scheuer, A. (1998). *Planification de chemins à courbure continue pour robot mobile non-holonome*. Thèse de l'institut polytechnique de Grenoble, France.

**/Seder et Petrocic, 2007/**

Seder.M et Petrocic.I. (2007). Dynamic window based approach to mobile robot motion control in the presence of moving obstacles. *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp 1986-1991.

**/Seuret, 2006-a/**

Seuret A. (2006-a). Commande et observation des systèmes à retards variables : théorie et applications. *Thèse de l'École Centrale de Lille*, France.

**/Seuret et al, 2006-b/**

Seuret, A., Michaut, F., Richard, J-P., Divoux, T. (2006-b). Networked control using GPS synchronization. *American Control Conference*, pp 4195-4200.

**/Sharir, 1989/**

Sharir, M. (1989). Algorithmic motion planning in robotics. *Computer*, Vol.22 (3), pp 9-19.

**/Shiller et al, 2001/**

Shiller Z., Large F., Sakhavat S. (2001). Motion planning in dynamic environments: obstacle moving along arbitrary trajectories. *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, Seoul, Korea. pp 3716-3721.

**/Slotine et Sastry, 1983/**

Slotine J. et Sastry, S. (1983). Tracking control of nonlinear system using sliding mode surface, with application to robotics manipulators. *International Journal of Control*, Vol.38, pp 465-492.

**/Sontag, 1999/**

Sontag, E. (1999). Stability and stabilization: discontinuities and the effect of disturbances. In *Nonlinear Analysis, Differential Equations, and Control* F.H Clarke and R.J Stern, Editors, Proceeding of NATO Advanced Study Institute, Montreal, pp 551-598.

**/Spong et al, 2006/**

Spong, M., Hutchinson, S. and Vidyasagar, M. (2006). *Robot Modeling and Control*, John Wiley & Sons, INC, New York.

**/Srinivasaraghavan et Mukhopadhyay, 1994/**

Srinivasaraghavan G. et Mukhopadhyay A. (1994). A new necessary condition for the vertex visibility graphs of simple polygons. *Discrete and Computational Geometry*. Vol. 12, pp 65-82.

**/Sridharan et Priya, 2004/**

Sridharan K. et Priya T.K. (2004). A parallel algorithm for constructing reduced visibility graph and its FPGA implementation. *Journal of System Architecture*, Vol.50, pp 635-644.

**/Stentz, 1995/**

Stentz, A. (1995). The focussed D\* algorithm for real-time replanning. *International Joint Conference on Artificial Intelligence*.

**/Stuart, 1995/**

Stuart, J., Norvig, R et Norvig, P. (1995). *Artificial intelligence – a modern approach*, Prentice Hall Series.

**/Sugeno et Kang, 1988/**

Sugeno M. et Kang, G.T. (1988). Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.28, pp 15-33.

**/Takagi et Sugeno, 1985/**

Takagi, T et Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control. *IEEE Transactions on System Man and Cybernetics*, Vol.15, N°.1, pp 116-132.

**/Tanaka et Sano, 1994/**

Tanaka, K et Sano, M. (1994). A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of truck-trailer. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol.2, pp 119-134.

**/Tanaka et Wang, 2001/**

Tanaka, K. et Wang, A.O. (2001). *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. A Wiley-Interscience Publication. New York.

**/Toulotte, 2006/**

Toulotte, P-F. (2006). *Attelage virtuel pour véhicules automatisés*. Thèse de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, France.

**/Tournassoud, 1992/**

Tournassoud P. (1992). *Planification et contrôle en robotique: Application aux robots mobiles et manipulateurs*. Edition Hermès, Paris.

**/Tuan et al, 2001/**

Tuan, H.D., Apkarian, P., Narikiyo, T., Yamamoto, Y. (2001). Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol.9, pp 324-332.

**/Utkin et Shi, 1996/**

Utkin V.I. et Shi J. (1996). Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions. *IEEE International Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan.

**/Wang, 1988/**

Wang K. (1988). B-splines joint trajectory planning. *Computers in Industry*. Vol.10, N° 2, pp 113-122.

**/Wang et al, 1996/**

Wang, H.O., Tanaka, K., Griffin, M. (1996). An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol.4, N° 1, pp 14-23.

**/Warner, 1983/**

Warner, F.W. (1983). Foundations of differentiable manifolds and lie groups. Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag.

**/Watanabe, 1986/**

Watanabe, K. (1986). Finite spectrum assignment and observer for multivariable systems with commensurate delays, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31(6), pp. 543-550

**/Wormser, 2008/**

Wormser C. (2008). Diagrammes de Voronoï généraux et applications. Thèse de l'Université de Nice-Sophia Antipolis. France

**/Yoneyama et al, 2001/**

Yoneyama J., Noshikawa M., Katayama H., Ichikawa A. (2001). Design of output feedback controllers for Takagi-Sugeno fuzzy systems. *International Journal of Fuzzy Systems*, pp 127-148.

**/Young, 1988/**

Young K. (1988). A variable structure model following control design for robotics applications. *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol.33, pp 556-561.

---

## **Suivi de trajectoires d'un robot mobile non holonome : approche par modèle flou de Takagi-Sugeno et prise en compte des retards**

**Résumé :** La stabilisation des robots mobiles non holonomes est un problème délicat en robotique. En effet, la condition de Brockett n'étant pas vérifiée, il ne peut pas exister de retour d'état stabilisant de type continu et stationnaire. De nombreux auteurs proposent alors une solution partielle en assurant un suivi de trajectoire à validité locale. Dans ce mémoire, nous avons proposé deux nouvelles approches pour le suivi de trajectoire de robots mobiles non holonomes. La première approche est basée sur l'utilisation d'une classe de modèles polytopiques non linéaires, appelés modèles flous de type Takagi-Sugeno (TS), et la synthèse de lois de commande PDC (Parallel Distributed Compensation). De manière à filtrer les mesures, un observateur flou TS est ajouté à la structure de commande et la stabilité de la boucle fermée complète est assurée en utilisant le principe de séparation. Ce point représente un des intérêts majeurs de la méthode proposée. La deuxième approche proposée dans ce mémoire concerne la détermination d'une loi de commande avec retour de sortie dans le cas de mesures retardées. En effet, dans de nombreuses applications de robotique mobile, un traitement ou une transmission d'information sont nécessaires pour prendre des décisions, déterminer la localisation ou percevoir l'environnement. Ces traitements peuvent introduire des retards plus ou moins importants. Bien que pouvant influencer de manière non négligeable sur la qualité des résultats, ces retards ont été jusqu'ici ignorés. Les deux nouvelles approches proposées ont été validées sur la plate-forme de robots mobiles de l'Université de Ljubljana.

**Abstract :** Stabilization problem of nonholonomic mobile robots is a difficult problem to solve. Indeed, Brockett's condition being not satisfied, stabilization using a continuous, time-invariant state feedback is impossible. Many authors proposed partial solutions to ensure trajectory tracking with local validity. Here, we propose two new approaches for trajectory tracking of nonholonomic wheeled robots. The first one is based on the use of a class of nonlinear, polytopic models. The Takagi-Sugeno (TS) fuzzy modelling framework is used which is very suitable for a synthesis of PDC (Parallel Distributed Compensation) control laws. In order to filter the measurements, an observer is added to the TS fuzzy control structure and stability of the global closed loop is ensured by using the separation principle. This represents a major advantage of the proposed method. The second approach concerns the determination of a control law with output feedback in the case of delayed measurements. Indeed, in many applications of mobile robotics, treatment or information transmission are necessary to make decisions, to find a localisation or to perceive the environment. These treatments may introduce delays more or less important. Although they may affect the system performances, these delays have so far been ignored. The proposed two new approaches have been validated on the mobile robot platform at the University of Ljubljana.

---