



**HAL**  
open science

# Étude multi-échelles du transport de particules dans les mousses liquides

Nicolas Louvet

► **To cite this version:**

Nicolas Louvet. Étude multi-échelles du transport de particules dans les mousses liquides. Autre [cond-mat.other]. Université Paris-Est, 2009. Français. NNT : 2009PEST1062 . tel-00541198v2

**HAL Id: tel-00541198**

**<https://theses.hal.science/tel-00541198v2>**

Submitted on 31 Mar 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée à

l'Université de Paris-Est Marne-la-Vallée

École doctorale

Matériaux, Ouvrages, Durabilité, Environnement et Structures

par Nicolas LOUVET

pour obtenir le grade de

Docteur

Spécialité : Physique

---

**Etude multi-échelles du transport de particules dans les mousses  
liquides**

---

Soutenue le 10 novembre 2009

Après avis de :

Mme. Isabelle CANTAT Rapporteur

Mme. Annie COLIN Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

Mme. Michèle ADLER Directrice de thèse

M. Charles BAROUD Examineur

Mme. Isabelle CANTAT Rapporteur

Mme. Annie COLIN Rapporteur

M. Jean-Pierre HULIN Examineur

M. Olivier PITOIS Co-Directeur de thèse



THÈSE

présentée à

l'Université de Paris-Est Marne-la-Vallée

École doctorale

Matériaux, Ouvrages, Durabilité, Environnement et Structures

par Nicolas LOUVET

pour obtenir le grade de

Docteur

Spécialité : Physique

---

**Etude multi-échelles du transport de particules dans les mousses  
liquides**

---

Soutenue le 10 novembre 2009

Après avis de :

Mme. Isabelle CANTAT Rapporteur

Mme. Annie COLIN Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

Mme. Michèle ADLER Directrice de thèse

M. Charles BAROUD Examineur

Mme. Isabelle CANTAT Rapporteur

Mme. Annie COLIN Rapporteur

M. Jean-Pierre HULIN Examineur

M. Olivier PITOIS Co-Directeur de thèse



Mes premiers remerciements sont tout naturellement adressés à Michèle Adler d'une part en tant que directrice de thèse et d'autre part en tant que directrice du LPMDI à mon arrivée. Je remercie Yamin Leprince actuelle directrice du laboratoire. Je suis très reconnaissant à Isabelle Cantat et Annie Colin d'avoir rapporté ce travail. J'associe également à ces remerciements Jean-Pierre Hulin et Charles Baroud pour avoir examiné cette thèse.

J'ai eu la chance de réaliser ma thèse dans une petite équipe composée de Florence Rouyer, Elise Lorenceau-Bossy et Olivier Pitois. Travailler à leurs côtés m'a procuré beaucoup de plaisir. Merci Florence et Elise pour avoir participé activement à ce travail. Je n'ose imaginer le contenu de ce manuscrit sans l'encadrement au quotidien d'Olivier. Je pense que j'ai énormément appris à travailler avec toi et je t'en suis très reconnaissant.

J'aimerais remercier Aline, Carole, Guillaume, Kapil, Kevin, Rémi et Yann pour les bons moments que nous avons partagés. Je vous attends tous à Bordeaux rapidement ! Je remercie plus particulièrement Rémi pour son amitié et pour avoir rempli haut la main son rôle de témoin le jour J. Je n'oublierais pas cette année de colocation. Bien sûr il y a Aline, colocataire de bureau et de labo, qui a rendu cette expérience plus agréable.

Si j'écris ces quelques lignes aujourd'hui c'est la conséquence d'une succession d'évènements et de rencontres. Mes parents, qui m'ont convaincu de faire un I.U.T à une époque où les études ne faisaient pas partie de mes principales préoccupations. C'est là-bas que j'ai rencontré Evelyne Lasnier-Surugue qui m'a enseigné la mécanique des fluides et qui a su m'y intéresser. Durant mon année de M1, Rémi m'a proposé de réaliser un stage en laboratoire et c'est à ce moment que j'ai découvert le monde de la recherche. Je les remercie tous pour m'avoir embarqué dans cette aventure.

Cette dernière partie est dédiée à ma famille. Merci les parents de m'avoir poussé durant mes études, merci pour votre soutien permanent et cet entourage familial où il fait bon vivre. Cette thèse est la récompense de vos encouragements. Je remercie aussi les quelques courageux qui ont relu mon manuscrit et qui sont venus me supporter le jour de la soutenance. Merci pour la préparation du pot.

Tu attendais ces quelques mots depuis trois ans avec impatience ! Tu es ma fierté et ma force de continuer. Puisse les jours passés à tes côtés ne jamais s'épuiser. Merci Jeanne.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>I Transport de liquide dans les mousses</b>	<b>15</b>
<b>1 Etat de l'art et premières analyses</b>	<b>17</b>
1.1 Géométrie des mousses . . . . .	17
1.1.1 Modèle de mousse sèche . . . . .	18
1.1.2 Modèle de mousse humide . . . . .	20
1.2 Hydrodynamique : du bord de Plateau à la mousse . . . . .	23
1.2.1 Modèle de Leonard et Lemlich : Mobilité des interfaces . . . . .	23
1.2.2 Equation du drainage . . . . .	26
1.2.3 Mesure de la perméabilité : le drainage stationnaire . . . . .	27
1.3 Modèles de perméabilité : . . . . .	28
1.3.1 Mousses sèches . . . . .	29
1.3.2 Mousses humides . . . . .	34
1.3.3 Viscoélasticité des interfaces . . . . .	36
1.4 Couplage du drainage et du mûrissement . . . . .	38
1.5 Bilan bibliographique et méthodologie de notre étude . . . . .	39
1.5.1 Analyse des modèles de perméabilité . . . . .	40
1.5.2 Analyse du couplage mûrissement / drainage . . . . .	42
1.5.3 Méthodologie . . . . .	45
<b>2 Approche multi-échelles de la perméabilité des mousses</b>	<b>47</b>
2.1 Approche locale de la perméabilité des mousses . . . . .	48
2.1.1 Dispositif Expérimental . . . . .	48
2.1.2 Mesure de la viscosité de cisaillement de surface et discussions . . . . .	51
2.1.3 Mesure de la résistance du nœud . . . . .	54
2.1.4 Résultats . . . . .	55
2.1.5 Discussion des résistances de nœud adimensionnées . . . . .	57



2.2	Approche macroscopique de la perméabilité des mousses . . . . .	60
2.2.1	Dispositif expérimental . . . . .	60
2.2.2	Résultats et comparaisons . . . . .	62
2.2.3	Modélisation . . . . .	71
2.2.4	Discussion . . . . .	75
2.3	Conclusion . . . . .	77
2.4	Expression de la vitesse dans un bord de Plateau . . . . .	79
2.5	Expressions de $\varepsilon_p$ et $\varepsilon_n$ . . . . .	80
2.6	Expression de $A_p/A_n$ . . . . .	80
<b>3</b>	<b>Mûrissement d'une bulle en condition de drainage forcé</b>	<b>81</b>
3.1	Expériences . . . . .	82
3.1.1	Génération et irrigation de la bulle . . . . .	82
3.1.2	Vitesse de mûrissement et épaisseur des films . . . . .	84
3.1.3	Surface des films et volume de la bulle . . . . .	86
3.2	Résultats . . . . .	86
3.3	Modélisation du mûrissement . . . . .	90
3.4	Passage à l'échelle de la mousse . . . . .	93
3.5	Conclusion . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Écoulement dans les bords de Plateau : Modèle de recirculation</b>	<b>97</b>
4.1	Introduction . . . . .	97
4.2	Modélisation du couplage film / bord de Plateau . . . . .	98
4.2.1	Mécanismes de transport des tensioactifs . . . . .	99
4.2.2	Perméabilité du bord de Plateau . . . . .	103
4.2.3	Gonflement des films . . . . .	105
4.3	Expériences . . . . .	105
4.3.1	Vitesses des contre-écoulements . . . . .	106
4.3.2	Épaisseurs des films . . . . .	106
4.4	Discussion . . . . .	106
4.5	Conclusion . . . . .	110
<b>II</b>	<b>Transport de particule</b>	<b>113</b>
<b>5</b>	<b>Transport d'une particule dans un bord de Plateau</b>	<b>115</b>
5.1	Introduction . . . . .	115
5.2	Positionnement du problème . . . . .	116
5.3	Expérience . . . . .	119

5.4	Résultats . . . . .	119
5.5	Discussion . . . . .	120
5.6	Conclusion . . . . .	124
<b>6</b>	<b>Capture de particule dans le réseau liquide de la mousse</b>	<b>127</b>
6.1	Introduction . . . . .	127
6.2	Expérience de capture de particule . . . . .	130
6.2.1	Dispositif . . . . .	130
6.2.2	Protocole . . . . .	130
6.3	Résultats . . . . .	131
6.4	Modélisations . . . . .	133
6.4.1	Franchissement géométrique . . . . .	133
6.4.2	Franchissement hydrodynamique . . . . .	134
6.5	Conclusion . . . . .	140
<b>7</b>	<b>Colmatage d'une mousse</b>	<b>143</b>
7.1	Introduction . . . . .	143
7.2	Expérience . . . . .	143
7.3	Résultats . . . . .	144
7.4	Conclusion et perspective . . . . .	146
	<b>Conclusion générale</b>	<b>149</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>149</b>



# Introduction

La mousse est un matériau constitué de gaz et de liquide moussant, lequel contient des tensioactifs permettant de stabiliser les interfaces fluides [68]. Le gaz est sous la forme d'une dispersion de bulles qui se collent les unes aux autres afin de former un réseau de canaux fluides dans lequel le liquide s'écoule (cf. figure 1). La particularité de ce matériau est que l'on peut l'étudier à plusieurs échelles : à celle du tensioactif, des interfaces puis d'une assemblée de quelques bulles et enfin à l'échelle de la mousse dans son ensemble. Pour comprendre le comportement des mousses d'un point de vue mécanique ou de la stabilité, il faut pouvoir faire le lien entre toutes ces échelles. En effet, pour former une mousse il faut commencer par choisir un type de tensioactifs qui stabilise les interfaces. Puis celles-ci vont s'assembler pour créer une assemblée de bulle entre lesquelles le liquide s'écoule. Enfin les objets déformables que sont les bulles vont pouvoir bouger les unes par rapport aux autres lorsqu'on les sollicite mécaniquement. La réponse à cette sollicitation dépend alors fortement de toutes ces échelles.

Du point de vue de la mécanique, la mousse est considérée comme un milieu mou vitreux modèle [23]. Elle comporte une microstructure (les bulles) qui lui confère des propriétés originales : un comportement mécanique entre un solide et un liquide. Soumise à une faible contrainte, la mousse se comporte comme un solide et répond de façon élastique. Lorsque la contrainte dépasse une certaine valeur dite « contrainte seuil », les bulles se réarrangent les unes par rapport aux autres et la mousse s'écoule. Les grands travaux actuels s'attachent à décrire la transition d'écoulement entre ces deux états et à prédire une loi d'écoulement de ces matériaux à partir des interactions entre les microstructures (les bulles).

Dès sa formation, trois mécanismes sont responsables de l'évolution continue de la mousse : La coalescence, le mûrissement et le drainage [55]. On dit que la mousse vieillit. Lorsqu'un film séparant deux bulles rompt, elles coalescent en une bulle plus grosse. Le mûrissement de la mousse, responsable de l'évolution de la taille des bulles au cours du temps, est dû au transfert de gaz d'une bulle vers ses voisines et dont le flux est proportionnel à la différence de pression entre les bulles (loi de Laplace) ; Les petites bulles se vident donc dans les grandes. Enfin, par des effets de gravité et capillaire le liquide s'écoule vers le bas de la mousse dans le réseau des canaux fluides tandis que les bulles remontent : la mousse draine. Ces trois processus agissent sur des échelles de temps plus ou moins longues et peuvent être couplés les uns aux autres. Les études séparées des

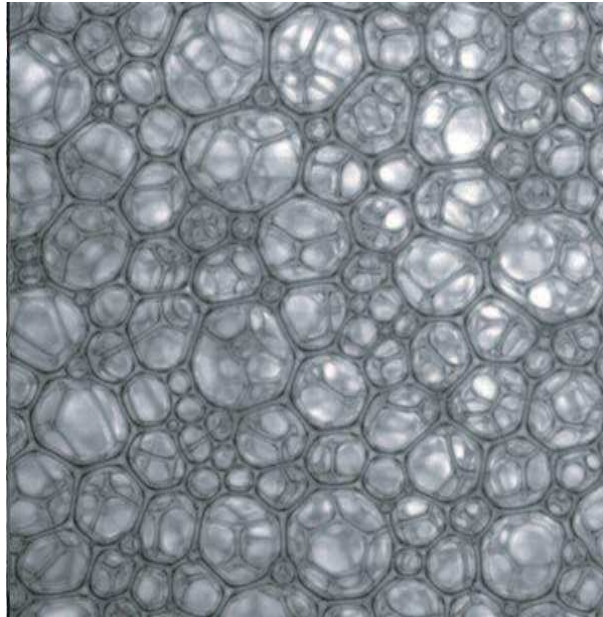


FIG. 1 – Mousse liquide : Empilement de bulles formant un réseau de canaux fluides dans lequel le liquide est transporté.

différents mécanismes participant au vieillissement de la mousse, *e.g.* le drainage, le mûrissement et la coalescence, ont permis de réaliser des avancées significatives dans la compréhension de ces phénomènes. Cependant, les études consacrées au couplage de ces mécanismes sont encore assez peu nombreuses. Ces études ont montré toute la complexité de ces couplages et la nécessité de développer de nouvelles expériences et modèles théoriques pour approfondir notre compréhension globale du vieillissement des mousses.

Pour toutes ces propriétés, la mousse est utilisée dans un grand nombre d'applications industrielles. Pour ces propriétés mécaniques on la trouve par exemple dans le domaine pétrolier comme fluide de forage [5]. Elle a récemment été utilisée comme décontaminant de cuves radioactives [9]. En effet, la mousse est un système qui expose une très grande surface pour une faible teneur en liquide et nécessite donc, après décontamination, moins de retraitement des eaux polluées. Nous pouvons citer d'autres exemples comme le domaine agroalimentaire (mousse au chocolat) ou encore des cosmétiques (mousses à raser). Une industrie très « consommatrice » de mousse est celle de la flottation du minerai. Après son extraction, la matière première est concassée puis traitée pour séparer le minerai de la gangue. Le principe est d'utiliser les propriétés de mouillage aux interfaces liquide / gaz. Les grains de minerai sont rendus hydrophobes et se fixent aux interfaces tandis que la gangue, hydrophile, reste en phase liquide. Le tout est placé dans une énorme cuve remplie de solution moussante. De l'air est injecté par le bas et le mélange est vigoureusement brassé de façon à favoriser les collisions entre les bulles et les particules. Sur la figure 2 nous avons schématisé une cuve de flottation. Finalement, une mousse se forme à la surface de la solution moussante et entraîne avec elle le minerai qui s'est attaché aux interfaces des bulles. Il arrive que des particules de gangue

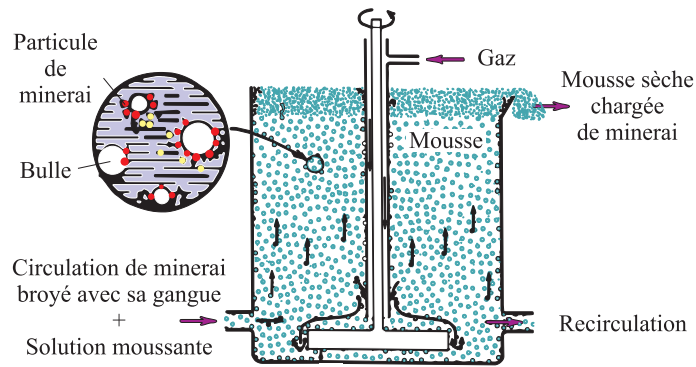


FIG. 2 – Représentation schématique d'une cuve de flottation.

soient aussi entraînées dans la phase liquide de la mousse au cours de la montée. Le liquide contenu dans la mousse est drainé et refoule la gangue vers le fond de la cuve et pour aider à évacuer ces particules de gangues, du liquide peut être ajouté en haut de cuve. Il arrive cependant qu'il reste des particules piégées dans le réseau de la mousse et diminuent la qualité du minerai récolté.

Pour améliorer cette qualité, il faut comprendre comment les particules de gangue sont transportées dans la phase liquide de la mousse. Sur la figure 3, nous présentons un schéma qui synthétise les différentes situations possible pour une particule de gangue hydrophile : dans le cas où sa taille est inférieure à l'ouverture des canaux, elle est convectée par le liquide et dans le cas contraire elle reste piégée dans la mousse. La transition entre ces deux situations est définie par un seuil de rétention (ou de capture). Notre travail s'attache à décrire ces deux situations ainsi que la transition entre elles.

Pour modéliser le transport des particules, il faut dans un premier temps déterminer l'écoulement du liquide seul. Une grande difficulté de la modélisation des écoulements dans la mousse est liée au couplage existant entre la vitesse de l'écoulement du liquide et la géométrie du réseau déformable. De plus l'écoulement est fortement influencé par la mobilité des interfaces fluides. Il existe un certain nombre de modèles d'écoulement décrivant chacun plus ou moins bien les données expérimentales issues de la littérature.

Notre travail se décompose en deux parties. La première étudie l'écoulement du liquide dans la mousse. Dans un premier chapitre nous exposons la géométrie des mousses ainsi que les différents modèles d'écoulement. Nous présentons aussi le couplage de ces écoulements avec le mûrissement. Dans le deuxième et troisième chapitre nous réalisons des expériences à l'échelle d'un canal de mousse et à celle de la mousse. Nous mesurons sa perméabilité afin d'obtenir un jeu de données sur lequel nous testons les différents modèles de drainage. Puis à l'échelle d'une bulle, nous mesurons des vitesses de mûrissement qui nécessitent, pour être correctement prises en compte, de considérer le couplage de l'écoulement dans les canaux avec les films de mousses. Enfin dans le dernier chapitre de cette première partie, nous proposons un modèle d'écoulement pour rendre compte des différents

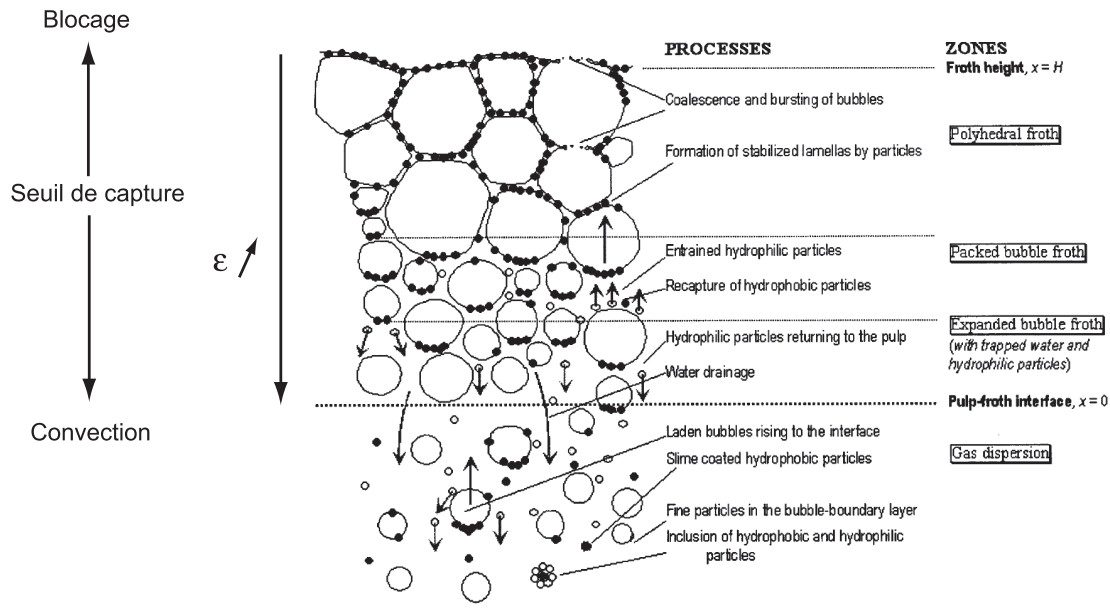


FIG. 3 – Représentation schématique des mécanismes de flottation : convection, capture et blocage des particules de gangue. Figure tirée de [44].

résultats obtenus précédemment. Nous introduisons entre autre des contre-écoulements dans la zone de transition entre les bords de Plateau et les films.

Une fois le couplage entre l'écoulement et le réseau liquide modélisé, nous abordons le problème du transport des particules. Le premier chapitre de cette deuxième partie consiste en l'étude la convection de particule dans un canal de mousse. Nous nous focalisons plus particulièrement sur des particules dont la taille est comparable à celle de l'ouverture de canaux de mousses, afin d'étudier l'effet du confinement et de la mobilité des interfaces sur les vitesses de transport. Nous montrons que les modèles d'écoulement existants ne peuvent rendre compte des résultats obtenus, contrairement au modèle de recirculation que nous proposons dans la première partie. Lorsque la taille de la particule devient supérieure à l'ouverture des canaux, la particule est piégée. Malgré tout, la déformabilité des interfaces fait que dans certaines conditions, la particule peut être relâchée. Nous déterminons alors expérimentalement et théoriquement le seuil de capture de la particule dans la mousse qui résulte d'un équilibre entre les forces visqueuses que le liquide exerce sur la particule pour la faire sortir de la mousse et les forces capillaires qui s'opposent à la déformation des interfaces. Finalement dans un dernier chapitre nous abordons, par une étude préliminaire, le colmatage de la mousse à l'échelle d'une bulle. Nous mesurons, qu'en présence d'une particule piégée dans une jonction de mousse, que la perméabilité n'est pas modifiée et ce quelle que soit la mobilité des interfaces et le diamètre de la particule piégée. Nous attribuons ce résultat à la déformabilité des interfaces. Tous ces résultats nous amène alors à proposer en perspective, une idée de filtre adaptable et incolmatable contrairement aux filtres solides, type milieu poreux, qui voient leur perméabilité chuter, voir s'annuler, quand des particules se bloquent dans le réseau solide.

Première partie

Transport de liquide dans les mousses





# Chapitre 1

## Etat de l'art et premières analyses

### Sommaire

---

<b>1.1 Géométrie des mousses . . . . .</b>	<b>17</b>
1.1.1 Modèle de mousse sèche . . . . .	18
1.1.2 Modèle de mousse humide . . . . .	20
<b>1.2 Hydrodynamique : du bord de Plateau à la mousse . . . . .</b>	<b>23</b>
1.2.1 Modèle de Leonard et Lemlich : Mobilité des interfaces . . . . .	23
1.2.2 Equation du drainage . . . . .	26
1.2.3 Mesure de la perméabilité : le drainage stationnaire . . . . .	27
<b>1.3 Modèles de perméabilité : . . . . .</b>	<b>28</b>
1.3.1 Mousses sèches . . . . .	29
1.3.2 Mousses humides . . . . .	34
1.3.3 Viscoélasticité des interfaces . . . . .	36
<b>1.4 Couplage du drainage et du mûrissement . . . . .</b>	<b>38</b>
<b>1.5 Bilan bibliographique et méthodologie de notre étude . . . . .</b>	<b>39</b>
1.5.1 Analyse des modèles de perméabilité . . . . .	40
1.5.2 Analyse du couplage mûrissement / drainage . . . . .	42
1.5.3 Méthodologie . . . . .	45

---

Ce chapitre se compose de cinq sections. Les deux premières décrivent la géométrie des mousses et les écoulements du liquide dans le réseau des bords de Plateau. La troisième et quatrième présentent respectivement les modèles de drainage et leur couplage avec le mûrissement. Enfin, une analyse de ces modèles nous permettra de proposer des améliorations.

### 1.1 Géométrie des mousses

La modélisation de l'écoulement du liquide dans les mousses nécessite de connaître précisément la géométrie du réseau confinant la phase continue de manière à déterminer les sources de dissipation

hydrodynamique visqueuse. Schématiquement, le réseau liquide consiste en un assemblage de trois éléments : les bords de Plateau qui correspondent aux canaux, les nœuds qui correspondent à la jonction de quatre canaux et les films qui séparent deux bulles voisines. Ces éléments du réseau sont représentés sur la figure 1.1. On observe sur cette figure deux images de mousse à des fractions volumiques de liquide  $\varepsilon$  différentes. Si ces trois éléments sont bien distincts pour des mousses sèches, lorsque la fraction  $\varepsilon$  augmente, la géométrie de chacun de ces éléments évolue, les courbures changent et il devient difficile de savoir où commence un bord de Plateau et où il finit. La géométrie évoluant avec la quantité de liquide contenue dans la mousse, il est nécessaire de déterminer les relations entre la fraction volumique de liquide  $\varepsilon$  et les longueurs caractéristiques des différents éléments.

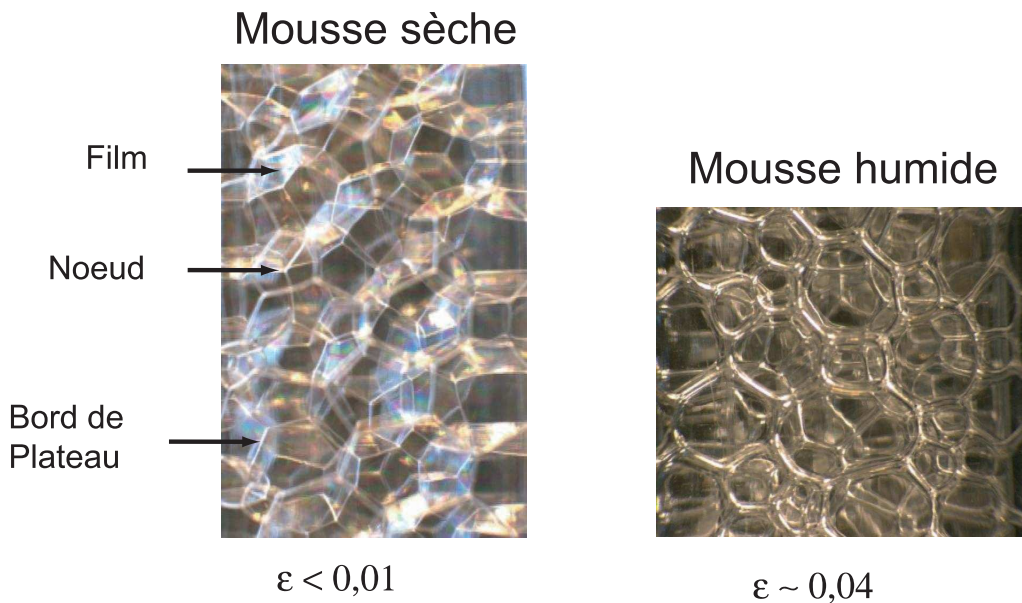


FIG. 1.1 – a) Mousse sèche. Les bords de Plateau, les nœuds et les films sont distincts. Le liquide est contenu principalement dans les bords de Plateau. b) Mousse humide. Les nœuds ont augmenté de volume. On ne discerne plus distinctement les différents éléments du réseau.

### 1.1.1 Modèle de mousse sèche

Dans une mousse sèche, les bulles sont polyhédriques (cf. figure 1.1a) [68]. La forme de ces bulles résulte de considérations mécaniques et énergétiques. Les lois d'assemblage des bords de Plateau, des films et des nœuds sont connues sous le nom de « lois de Plateau » [49] : les films séparent deux bulles voisines ; les bords de Plateau sont formés par la rencontre de trois films, chaque paire formant un angle de  $120^\circ$  ; et les nœuds prenant naissance de la rencontre de quatre bords de Plateau, chaque paire formant un angle de  $109,5^\circ$  (cf. figure 1.2a). De plus, la mousse doit avoir une énergie de surface minimum en créant le moins de surface possible dans l'empilement de bulles. L'exemple le plus connu de la forme de bulle permettant de répondre à toutes ces contraintes, est la cellule de

Kelvin<sup>1</sup> [65]. Elle compte 14 films dont 6 carrés et 8 hexagonaux, chacun étant partagé avec une bulle voisine ; 36 bords de Plateau de même longueur, chacun étant partagé entre trois bulles ; 24 nœuds chacun partagé entre quatre bulles. La mousse de cellules de Kelvin est la modélisation idéale d'une mousse sèche, monodisperse, ordonnée et correspond à un empilement cubique centré (cc) (cf. figure 1.2b). Le volume d'une cellule de Kelvin est donné par :

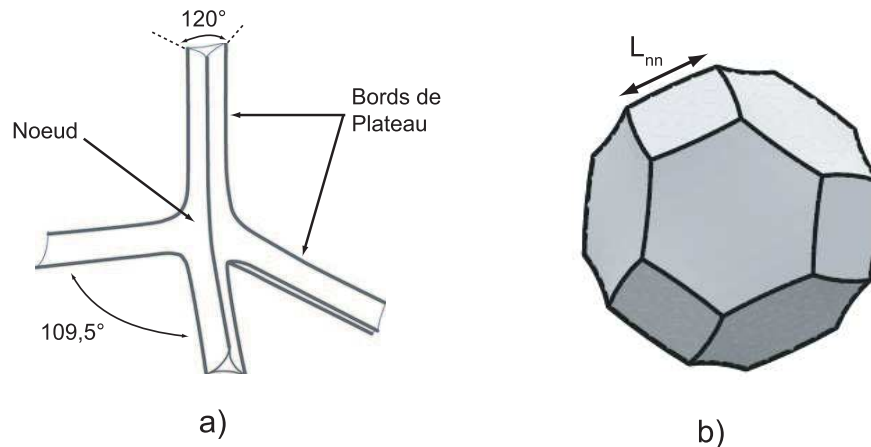


FIG. 1.2 – a) Lois de Plateau. b) Cellule de Kelvin.

$$V_K = 8\sqrt{2}L_{nn}^3 \quad (1.1)$$

où  $L_{nn}$  est la longueur d'un bord de Plateau correspondant à la distance entre deux centres de nœud. Le diamètre de la bulle sphérique de volume équivalent est :

$$D_b = 2,78L_{nn} \quad (1.2)$$

Le diamètre de bulle caractéristique est de l'ordre du millimètre. Dans la limite des mousses sèches il est possible de distinguer le liquide contenu dans les bords de Plateau, les nœuds et les films. Cependant le liquide est principalement contenu dans les bords de Plateau. Nous avons représenté sur la figure 1.3 un bord de Plateau idéal d'une cellule de Kelvin. Les arêtes des films (les bords de Plateau) sont légèrement incurvées pour satisfaire les lois de Plateau. Le rayon de courbure du bord de Plateau est donné par la loi de Laplace  $P_b - P_{liq} = \frac{\gamma}{r}$ , où  $P_b$  est la pression dans une bulle,  $P_{liq}$  la pression dans le liquide,  $\gamma$  la tension de surface et  $r^{-1} = r_{min}^{-1} + r_l^{-1}$  le rayon de courbure moyen de l'interface.  $r_{min}$  et  $r_l$  sont respectivement les rayons de courbure transversal et longitudinal du bord de Plateau. Dans la limite sèche,  $r_l$  est très supérieur à  $r_{min}$  (et  $r_{min} \ll D_b$ ) si bien que  $r \equiv r_{min}$  (cf. figure 1.3). La section du bord de Plateau idéal, formée par trois arcs de cercle de rayon  $r_{min}$ , fait apparaître une aire donnée par :

<sup>1</sup>Notons qu'il existe une autre cellule, dite de Weaire Phelan, qui a une énergie de surface inférieure à celle de Kelvin [68]

$$A_{bdP} = \delta_a r_{min}^2 \quad (1.3)$$

où  $\delta_a = \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \simeq 0,16$ . Le volume du bord de Plateau est donc donné par :

$$V_{bdP} = \delta_a r_{min}^2 L_{nn} \quad (1.4)$$

Le volume de liquide  $V_l$  étant contenu principalement dans les bords de Plateau et très inférieur au volume de gaz  $V_K$ , on définit la fraction volumique de liquide comme le volume des bords de Plateau par cellule de Kelvin :

$$\varepsilon = \frac{V_l}{V_K + V_l} \simeq \frac{\frac{36}{3} V_{bdP}}{V_K} \quad (1.5)$$

En combinant les équations 1.4 et 1.5 on obtient une relation entre  $\varepsilon$ ,  $r_{min}$  et  $L_{nn}$  :

$$\varepsilon = \delta_\varepsilon \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^2 \simeq 0,17 \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^2 \quad (1.6)$$

Pour  $\varepsilon \simeq 0,01$ ,  $L_{nn} \simeq 1$  mm, l'ordre de grandeur du rayon de courbure est  $r_{min} \simeq 200$   $\mu\text{m}$ . Le liquide contenu dans les bords de Plateau est en dépression par rapport au liquide contenu dans les films si bien qu'un effet de succion s'installe diminuant l'épaisseur des films. Cet amincissement s'arrête lorsque la pression de disjonction, traduisant les interactions électrostatiques entre les tensioactifs adsorbés aux interfaces, équilibre la dépression des bords de Plateau. L'ordre de grandeur des épaisseurs de films de mousse sèche est de  $e_f \simeq 10 - 100$  nm et dépend de la nature des tensioactifs adsorbés aux interfaces.

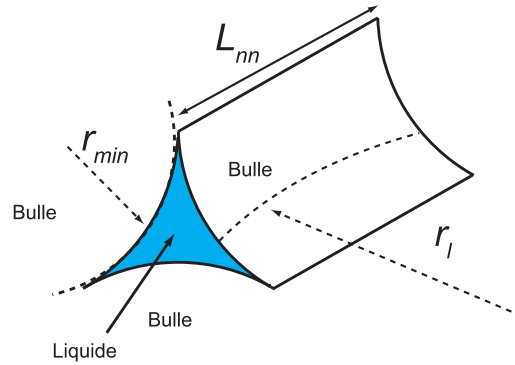


FIG. 1.3 – Bord de Plateau idéal d'une mousse de Kelvin. Un unique rayon de courbure  $r_{min}$  et une longueur  $L_{nn}$

### 1.1.2 Modèle de mousse humide

Lorsque la fraction volumique de liquide augmente, la mousse devient plus humide et il est difficile de faire une distinction franche entre les différents éléments. Le liquide est maintenant réparti dans les bords de Plateau mais aussi dans les nœuds qui voient leur volume augmenté. Ceci entraîne une réduction de la longueur des bords de Plateau et une diminution de la proportion de

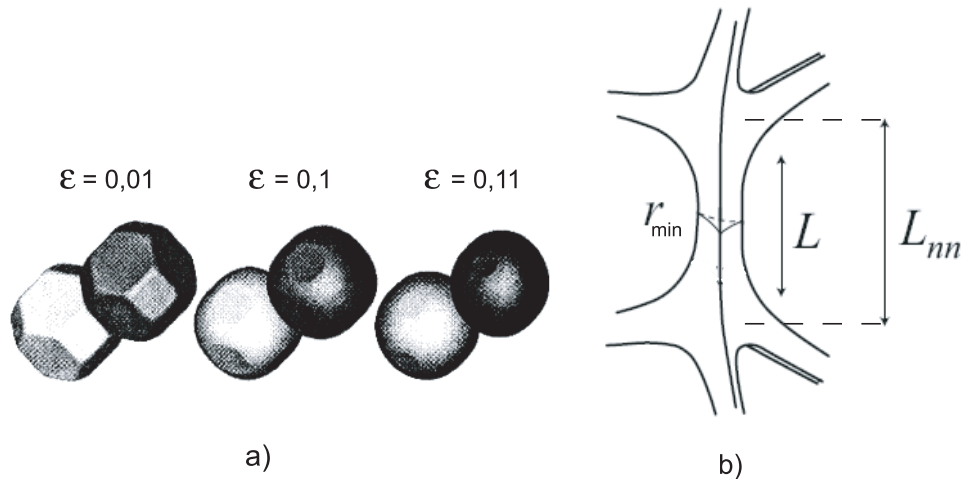


FIG. 1.4 – a) Cellules de Kelvin pour différentes fractions volumiques de liquide :  $\varepsilon = 0,01$ ,  $\varepsilon = 0,1$  et  $\varepsilon = 0,11$  [44].  
b) Géométrie d'un bord de Plateau humide connecté à ses deux nœuds.

surface des bulles couvertes par des films. Nous avons représenté sur la figure 1.4a) des cellules de Kelvin pour trois fractions volumiques de liquide :  $\varepsilon = 0,01$ ,  $\varepsilon = 0,1$  et  $\varepsilon = 0,11$ . A  $\varepsilon = 0,1$ , les faces carrées des bulles ont disparu. La cellule de Kelvin devient instable et la structure transite vers un nouveau type d'empilement pour minimiser son énergie de surface. Il a été montré numériquement et expérimentalement, pour des mousses ordonnées et monodisperses, que la structure de Kelvin (cc) relaxait vers un empilement cubique à faces centrées (cfc) à une fraction volumique de liquide  $\varepsilon = 0,063$  [24, 68] (cf. figure 1.5).

Alors que pour une cellule de Kelvin sèche on a  $r_{min} \ll r_l$ , les deux rayons de courbure deviennent maintenant comparables. Malgré tout, il est toujours possible de mesurer  $r_{min}$ , qui détermine le rayon de passage entre deux nœuds où le rétrécissement de la section du bord de Plateau est maximale. Nous avons représenté sur la figure 1.4b) un bord de Plateau humide connecté à ses deux nœuds. Pour relier la fraction  $\varepsilon$  aux paramètres géométriques du réseau il est donc plus commode d'utiliser  $r_{min}$ .

Pour calculer la fraction volumique de liquide il faut maintenant tenir compte des nœuds qui contiennent une partie non négligeable du liquide. La géométrie d'un nœud est plus complexe que celle d'un bord de Plateau et il est difficile d'en définir les limites. Cependant, en considérant que l'entrée d'un nœud est délimitée par une ouverture de rayon  $r_{min}$ , et que son extension est aussi proportionnelle à  $r_{min}$ , on peut estimer que son volume est proportionnel à  $r_{min}^3$ . Le coefficient de proportionnalité entre le volume d'un nœud et  $r_{min}^3$  a été proposé par Koehler *et al.* [31]. Le nœud est considéré comme l'interstice tétraédrique formé par des sphères empilées en une structure cubique à faces centrées (cfc). Une sphère étant entourée de 14 voisines et un interstice par quatre

sphères, le coefficient de proportionnalité  $\delta_n$  vaut 0,31. Le volume du noeud s'écrit alors :

$$V_n = \delta_n r_{min}^3 \quad (1.7)$$

Koehler *et al.* déterminent numériquement une expression de la fraction volumique en fonction du rayon de courbure moyen et qui prend en compte le volume de liquide contenu dans les nœuds [31] :

$$\varepsilon = \delta_\varepsilon \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^2 + \delta \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^3 \quad (1.8)$$

où  $\delta_\varepsilon = 0,17$  et  $\delta = 0,2$ . Cette relation est valable pour des fractions volumiques de liquide n'excédant pas  $\varepsilon = 0,1$ . Cette relation ignore la contribution des films. Pour une cellule de Kelvin le volume des films d'épaisseur  $e_f$  vaut  $V_f = \left( 8\frac{3\sqrt{3}}{2} + 6 \right) e_f L_{nn}^2$ . La fraction volumique de liquide contenue alors dans les films est de l'ordre de  $10^{-4}$  si l'on prend comme valeur caractéristique  $L_{nn} = 10^{-3}$  m et  $e_f = 100 \cdot 10^{-9}$  m. On peut donc effectivement la négliger. Notons cependant que Carrier *et al.* [6] ont observé le gonflement de films de mousse humide pouvant atteindre des épaisseurs de l'ordre du micromètre remettant en question la contribution des films à la fraction liquide.

La réduction de la longueur des bords de Plateau est due à l'augmentation du volume des nœuds d'extension  $r_{min}$  [31], si bien que l'on peut écrire :

$$L = L_{nn} - \xi r_{min} \quad (1.9)$$

On trouve différentes valeurs de  $\xi$  dans la littérature :  $\xi = 1,588$  [41],  $\xi = 1,50$  [45] et  $\xi = 2,31$  [6].

A partir de quelle valeur de  $\varepsilon$  la relation 1.6 pour les mousses sèches dévie de la relation 1.8 ? Nous trouvons que l'erreur est inférieure à 25% pour  $\varepsilon \leq 0,02$ . On peut alors considérer qu'une mousse n'est plus sèche dès lors que l'on dépasse  $\varepsilon \simeq 0,02$ .

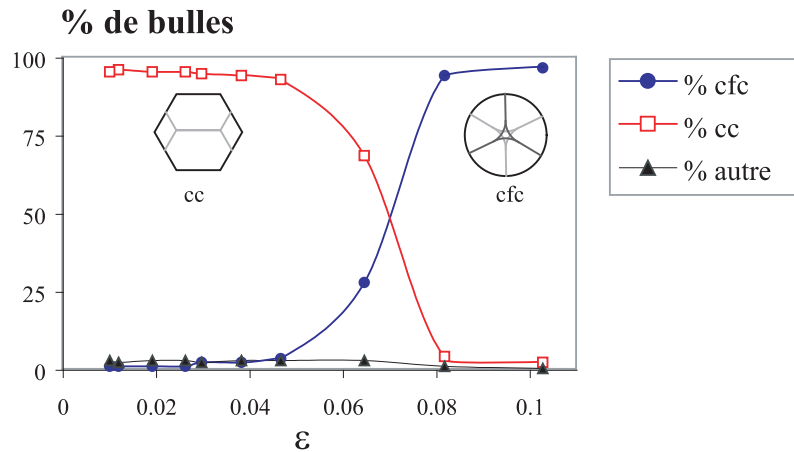


FIG. 1.5 – Résultats expérimentaux tirés de [24] illustrant la transition de structure avec la fraction volumique de liquide. Le passage de Kelvin (cc) à l'empilement compact (cfc) est mesuré à  $\varepsilon \simeq 0,063$ .

## 1.2 Hydrodynamique : du bord de Plateau à la mousse

Maintenant que le lien entre la géométrie et la fraction volumique de liquide est connu, nous présentons la modélisation de l'écoulement dans un bord de Plateau et le passage au réseau de la mousse.

### 1.2.1 Modèle de Leonard et Lemlich : Mobilité des interfaces

#### Écoulement de volume

Les modèles d'écoulement sont basés sur une modélisation à l'échelle d'un bord de Plateau proposé par Léonard et Lemlich en 1965 [34]. Cette modélisation repose sur un certain nombre d'hypothèses :

- Le bord de Plateau est rectiligne et la section est délimitée par trois arcs de cercle de rayon  $r_{min}$  (cf. figure 1.3)
- Les films et les nœuds ne sont ignorés
- L'ouverture du bord de Plateau est très inférieure à sa longueur ( $r_{min} \ll L_{nn}$ )
- L'écoulement est unidirectionnel, stationnaire et invariant par translation
- Les gradients de vitesse sont transverses à l'écoulement (1D)
- Les interfaces sont cisailées transversalement (pas de dilatation des interfaces dans le sens de l'écoulement)
- Il n'y a pas de gradient de tension de surface sur les interfaces
- Le liquide est newtonien et incompressible

Considérons un bord de Plateau orienté suivant la coordonnée  $z'$  et faisant un angle  $\theta$  par rapport à la verticale  $z$  (cf. figure 1.6). Le champ de vitesse se réduit à  $\vec{u} = u_{z'}^\theta(r, \varphi) \cdot \vec{e}_{z'}$  où  $r$  et  $\varphi$  sont respectivement les coordonnées radiale et azimutale et l'équation de Navier-Stokes devient :

$$\mu \Delta u_{z'}^\theta = \frac{dP}{dz'} \quad (1.10)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique et  $dP/dz'$  le gradient de pression moteur de l'écoulement.

#### Mobilité de l'interface

A la description de l'écoulement en volume il faut ajouter des conditions aux limites. Ces conditions modélisent les propriétés particulières des interfaces fluides de la mousse (liquide / gaz) et leur impact sur l'écoulement de liquide. Ces interfaces fluides présentent une certaine mobilité, c'est-à-dire que la vitesse de l'interface peut être non-nulle. Cette caractéristique contraste avec la condition de non-glissement usuellement utilisée pour des écoulements en contact avec des surfaces solides. Cependant, la nature du tensioactif modifie cette mobilité interfaciale. En effet, l'interface peut présenter plus ou moins de résistance à l'écoulement. Pour rendre compte de cette mobilité, Léonard et Lemlich introduisent la viscosité de cisaillement de surface  $\mu_s$  comme paramètre caractérisant l'interface. Qualitativement, plus  $\mu_s$  est important et plus l'interface résiste à l'entraînement de



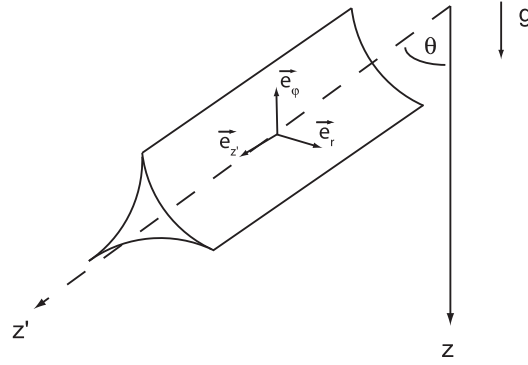


FIG. 1.6 – Bord de Plateau idéal orienté suivant  $z'$  et faisant un angle  $\theta$  avec l'axe vertical  $z$ .

l'écoulement de volume. Quantitativement, le couplage de l'écoulement volume / surface est traduit par l'équilibre des contraintes tangentielles visqueuses estimées à l'interface :

$$\mu(\vec{n} \cdot \vec{\nabla} u_{z'}^\theta)|_{interface} = \mu_s \Delta_s u_{z'}^\theta \quad (1.11)$$

L'adimensionnement des équations fait apparaître un nombre sans dimension appelé paramètre de mobilité :

$$M = \frac{\mu r_{min}}{\mu_s} \quad (1.12)$$

Notons que l'on trouve régulièrement l'inverse de la mobilité : le nombre de Boussinesq  $Bo = \frac{1}{M}$ .

Comment évolue l'écoulement dans un bord de Plateau en fonction de la mobilité des interfaces ? Aux faibles nombres de Boussinesq,  $Bo \ll 1$  ( $M \gg 1$ ), le couplage est fort et l'interface, caractérisée par une faible viscosité de cisaillement de surface, résiste peu à l'écoulement en volume ; on dit que l'interface est « mobile ». Pour des valeurs élevées,  $Bo \gg 1$  ( $M \ll 1$ ), l'interface, caractérisée par une valeur élevée de  $\mu_s$ , impose pour l'écoulement des conditions aux limites proches de celles pour une interface solide ; l'interface est généralement dite « rigide ».

Pour résoudre entièrement les équations du mouvement du liquide, il faut ajouter une dernière condition aux limites. Leonard et Lemlich ont observé dans des mousses, faites de bulles millimétriques, des mouvements de liquide à contre-courant de l'écoulement principal dans la zone de transition entre les bords de Plateau et les films. Ces observations les ont conduits à imposer une vitesse nulle aux coins géométriques de la section d'un bord de Plateau. Ainsi on considère que l'interface est « accrochée » au niveau des coins et qu'elle peut s'écouler sur tout le reste de la périphérie de la section.

A l'aide d'outils numériques, les équations peuvent-être résolues. On présente sur la figure 1.7 trois profils de vitesse dans la section d'un bord de Plateau pour différentes valeurs du nombre de Boussinesq. Pour des valeurs de  $Bo \ll 1$ , le profil d'écoulement obtenu est de type « bouchon » (c'est-à-dire plat sur la majeure partie de la section). Les gradients de vitesse ont alors essentiellement lieu dans les coins. Cette situation correspond donc à une forte mobilité de la paroi du canal sous l'action

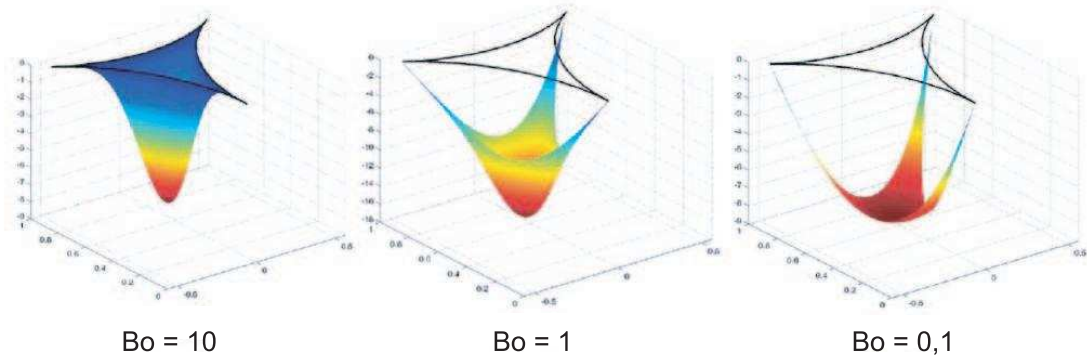


FIG. 1.7 – Profils de vitesse d'écoulement dans un bord de Plateau pour trois valeurs du nombre de Boussinesq :  $Bo = 10$ ,  $Bo = 1$  et  $Bo = 0,1$ .

de l'écoulement en volume. Au contraire, pour des valeurs de  $Bo \gg 1$ , l'interface est peu entraînée et résiste à l'écoulement de manière suffisamment importante pour générer de forts gradients de vitesse sur toute la section. Ce type d'écoulement est assez proche d'un écoulement de Poiseuille (avec une vitesse nulle à la paroi). Pour les valeurs intermédiaires de  $Bo$ , l'écoulement fait apparaître naturellement à la fois les deux caractéristiques précédentes.

#### Vitesse moyenne de l'écoulement dans un bord de Plateau

La vitesse verticale moyenne de l'écoulement  $\overline{u_z}$  orientée suivant l'axe de la gravité  $z = z' \cos(\theta)$  dans un bord de Plateau orienté d'un angle  $\theta$  se met sous la forme (cf. figure 1.6) :

$$\overline{u_z} = \overline{u_{z'}^\theta} \cos(\theta) = k_0 \frac{A_{bdP}}{\mu} \frac{dP}{dz} \cos^2(\theta) \quad (1.13)$$

où  $k_0$  est le facteur de perméabilité du bord de Plateau (pour un écoulement de Poiseuille en conduite cylindrique on trouve  $k_0 = \frac{1}{8\pi}$ ). Nous avons représenté la variation du facteur  $k_0$  en fonction du nombre de Boussinesq sur la figure 1.8. Pour les valeurs de  $Bo > 100$ , on trouve que le facteur de perméabilité est indépendant de la mobilité des interfaces et atteint la valeur plateau de  $k_0 = k_0^* = 0,02$ . Cette valeur correspond à une faible perméabilité du bord de Plateau. Lorsque  $Bo$  diminue, on observe l'augmentation de  $k_0$  traduisant l'augmentation de perméabilité du canal. Il existe plusieurs expressions analytiques qui décrivent l'évolution de la perméabilité d'un bord de Plateau [43, 32]. Nous en présentons une [43] :

$$k_0 = \left( \frac{0,0655 Bo^{-1/2}}{0,209 + Bo^{0,628}} + 0,02 \right) \quad (1.14)$$

La combinaison des équations 1.13 et 1.14 permet de décrire totalement la perméabilité d'un bord de Plateau. On remarquera que dans le cadre du modèle de Léonard et Lemlich, le facteur de perméabilité ne dépend que du nombre de Boussinesq.

#### Vitesse moyenne dans la mousse

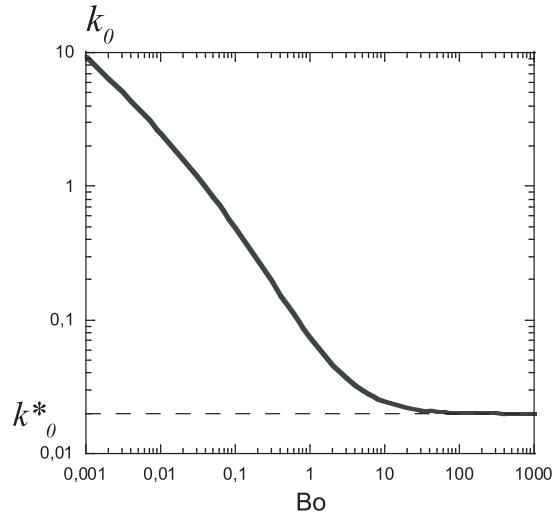


FIG. 1.8 – Evolution du facteur de perméabilité en fonction du nombre de Boussinesq calculée à partir de l'équation 1.14.

Le changement d'échelle entre l'écoulement dans le bord de Plateau et la mousse, est obtenu en supposant que le réseau de la mousse se compose de bords de Plateau de même longueur distribués aléatoirement. On s'intéresse à la direction de l'écoulement dans le sens de la gravité  $z$ . Ainsi, pour obtenir la vitesse verticale moyenne de l'écoulement  $\bar{u}_l$  dans le réseau, la vitesse verticale moyenne dans un bord de Plateau  $\bar{u}_z$  doit être moyennée sur toutes les orientations :

$$\bar{u}_l = \int_0^{\pi/2} \bar{u}_z P(\theta) d\theta \quad (1.15)$$

$P(\theta)d\theta$  est la probabilité pour que  $\theta$  soit compris entre  $\theta$  et  $\theta + d\theta$ . Cette probabilité est déterminée en calculant le rapport de l'aire décrite par les extrémités des bords de Plateau inclinés d'un angle compris entre  $\theta$  et  $\theta + d\theta$  et l'aire de la demi-sphère sur laquelle peuvent se trouver les extrémités de tous les bords de Plateau. Ainsi  $P(\theta)d\theta = \sin(\theta)d\theta$ . Après intégration de l'équation 1.15 on obtient la vitesse verticale moyenne de l'écoulement dans le réseau de la mousse :

$$\bar{u}_l = \frac{k_0}{3} \frac{A_{bdP}}{\mu} \frac{dP}{dz} = \frac{k_0}{3} \frac{\delta_a L_{nn}^2 \varepsilon}{\delta_\varepsilon \mu} \frac{dP}{dz} \quad (1.16)$$

Le coefficient  $1/3$  traduit le caractère aléatoire du réseau et nous avons remplacé  $A_{bdP}$  en utilisant les relations 1.3 et 1.6. La vitesse moyenne verticale de l'écoulement est d'autant plus grande que la taille des bulles est grande et que la fraction volumique de liquide est élevée. En effet l'augmentation de  $\varepsilon$  correspond à une augmentation de l'ouverture des bords de Plateau et facilite le passage du liquide : la mousse est plus perméable.

### 1.2.2 Equation du drainage

De façon analogue aux milieux poreux solides, la perméabilité de la mousse est déterminée par la loi de Darcy qui relie le gradient de pression macroscopique  $G$  au débit de liquide  $Q$  passant au

travers du milieu considéré de section  $S$  perpendiculaire à la direction de l'écoulement macroscopique :

$$\frac{Q}{S} = V_d = \frac{K}{\mu} G \quad (1.17)$$

où  $V_d$  est appelée vitesse débitante et  $K$  est la perméabilité du milieu. Contrairement aux poreux solides le facteur de perméabilité varie avec la mobilité des interfaces. La perméabilité de la mousse est donc une fonction de la taille des bulles, de  $\varepsilon$  et du paramètre de mobilité (ou du nombre de Boussinesq) :  $K = K(\varepsilon, D_b, M)$ .

Comment décrire l'évolution spatio-temporelle de la fraction volumique de liquide dans le cadre le plus général d'une mousse se drainant librement ? Dans ce cas, des gradients verticaux de fraction volumique de liquide s'installent correspondant à des gradients verticaux de rayon de courbure. Il faut alors tenir compte d'un terme d'origine capillaire dans l'expression du gradient de pression macroscopique :  $G = \rho g - \frac{dP_{liq}(z)}{dz}$  où  $P_{liq}(z) = P_b - \frac{\gamma}{r(z)}$  est la pression dans le liquide à l'altitude  $z$ ,  $P_b$  est la pression dans une bulle,  $\gamma$  la tension de surface liquide / gaz et  $r(z)$  le rayon de courbure moyen à l'altitude  $z$ . Le liquide étant incompressible, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{dV_d}{dz} = 0 \quad (1.18)$$

En remplaçant l'expression du gradient de pression dans l'équation 1.17 puis en insérant cette dernière dans l'équation de continuité, on obtient l'équation décrivant l'évolution spatio-temporelle de la fraction volumique de liquide dans la mousse dite « équation du drainage » :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{d}{dz} \left( \frac{K(\varepsilon, D_b, M)}{\mu} \rho g \right) + \frac{d}{dz} \left( \frac{K(\varepsilon, D_b, M)}{\mu} \frac{d}{dz} \left( \frac{\gamma}{r(z)} \right) \right) = 0 \quad (1.19)$$

Le premier terme de cette équation décrit la variation temporelle de la fraction liquide. Les deuxième et troisième termes correspondent aux variations spatiales respectivement dûes aux forces de gravité et aux forces capillaires engendrées par les gradients de courbure des interfaces. Dans la limite des mousses sèches, la relation entre le rayon de courbure et la fraction volumique de liquide est définie par l'équation (1.6) et permet de simplifier l'équation du drainage :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{d}{dz} \left( \frac{K(\varepsilon, D_b, M)}{\mu} \rho g \right) - \frac{d}{dz} \left( \frac{K(\varepsilon, D_b, M) \gamma \delta_\varepsilon^{1/2} \varepsilon^{-3/2}}{2L_{nm}\mu} \frac{d}{dz} (\varepsilon) \right) = 0 \quad (1.20)$$

Dans le cas de l'équation du drainage (1.20), le seul paramètre à déterminer pour décrire complètement l'évolution spatio-temporelle de la fraction volumique de liquide est la perméabilité. Dans le cas plus général de l'équation (1.19), il faut en plus de la perméabilité, déterminer une relation entre le rayon de courbure et  $\varepsilon$ . Si nous savons décrire la relation entre ces deux quantités (cf. 1.1), comment déterminer la perméabilité de la mousse ?

### 1.2.3 Mesure de la perméabilité : le drainage stationnaire

La situation de drainage libre bien que simple à concevoir n'est pas la plus satisfaisante si l'on cherche à évaluer la perméabilité d'une mousse. En effet, le système fait apparaître simultanément

des zones de fractions de liquide très différentes et la durée de ce type d'expérience peut-être très long. Les autres effets de vieillissement finissent alors souvent par se superposer et compliquent le phénomène étudié. Par ailleurs le profil de fraction liquide initial a une importance sur le déroulement ultérieur de l'expérience, ce qui implique, pour que cette dernière soit reproductible, que la mousse soit générée de telle sorte que la fraction volumique de liquide initiale soit uniforme sur la hauteur de la mousse [54].

Une alternative possible pour mesurer la perméabilité est de réaliser des expériences de drainage stationnaire, également appelées « drainage forcé ». Cette expérience consiste à créer un écoulement stationnaire dans la mousse en laissant s'écouler, à débit constant, du liquide au-dessus d'une colonne de mousse sèche. Il se développe un front horizontal délimitant la mousse humide de la mousse sèche et parcourant la colonne du haut vers le bas à vitesse constante. Derrière le front, la fraction liquide  $\varepsilon$  est constante ce qui implique que les gradients de pression capillaire sont nuls et donc que le liquide s'écoule uniquement sous l'action des forces de gravité. Lorsque le front a traversé toute la hauteur de mousse, et tant que le débit de liquide n'est pas modifié ou arrêté, la fraction volumique de liquide est uniforme sur l'ensemble de l'échantillon de mousse (cf. figure 1.9). En drainage stationnaire, le gradient de pression macroscopique se réduit à  $G = \rho g$  et l'équation de darcy 1.17 se simplifie :

$$V_d = \frac{Q}{S} = \frac{K(\varepsilon, D_b, M)}{\mu} \rho g \quad (1.21)$$

Dans le référentiel des bulles, la vitesse de front est identique à la vitesse verticale moyenne de l'écoulement dans le réseau de la mousse :

$$u_f \equiv \bar{u}_l \quad (1.22)$$

La conservation de la masse permet de relier la vitesse débitante  $V_d$  à la vitesse  $\bar{u}_l$  :

$$V_d = \bar{u}_l \varepsilon \quad (1.23)$$

Dans ce type d'expérience, le débit de liquide et le gradient de pression sont imposés. La connaissance de  $Q$ , de la section de la colonne  $S$ , de  $\mu$  et  $\rho$  fixe la valeur de la perméabilité (cf. équation 1.21). La fraction volumique de liquide correspondante est déterminée par une mesure de la vitesse du front de liquide (cf. équations 1.23 et 1.22). Nous reviendrons en détails sur la méthode de mesure de perméabilité dans le chapitre 2. L'intérêt de ces expériences est qu'elles sont rapidement réalisables. En effet le front de liquide se déplace à des vitesses de l'ordre de la dizaine de millimètres par seconde sur une hauteur de mousse généralement de l'ordre de la centaine de millimètres.

### 1.3 Modèles de perméabilité :

Dans le cadre du drainage stationnaire, les différentes études se sont généralement attachées à modéliser la vitesse du front en fonction du débit ou de la vitesse débitante. Nous présentons

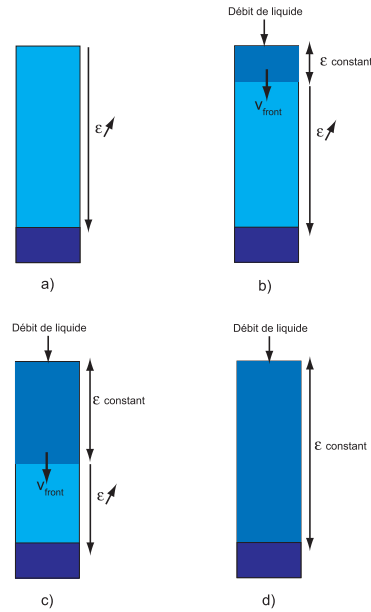


FIG. 1.9 – Représentation schématique d’une expérience de drainage forcé. a) La mousse est à l’équilibre statique et présente un gradient de fraction volumique de liquide. b) Un débit de liquide est imposé et un front de liquide se développe séparant la mousse sèche et humide. c) Le front de liquide se propage à vitesse constante dans l’échantillon de mousse. d) La mousse est à fraction volumique de liquide constante lorsque le front de liquide a traversé tout l’échantillon.

ci-dessous les modèles de perméabilité des mousses tirés des travaux suivant [6, 12, 13, 30, 31, 41, 56, 69]. Pour chacun d’entre eux, nous détaillons les hypothèses sur lesquelles ils reposent puis nous donnons le modèle tel qu’il est présenté dans l’étude. Il est ensuite traduit en terme de perméabilité en le combinant avec les équations 1.2, 1.21 et 1.23. Enfin nous donnerons les valeurs ajustées pour les différents paramètres de ces modèles.

Pour plus de lisibilité, nous ne ferons plus la distinction entre la vitesse de front  $u_f$  et la vitesse verticale moyenne  $\bar{u}_l$  sauf lorsque cela sera nécessaire (cf. équation 1.22). Nous parlerons de vitesse moyenne de liquide ou de l’écoulement.

### 1.3.1 Mousses sèches

Les modèles présentés dans cette section reposent sur une description géométrique de mousse sèche donnée par l’équation 1.6.

Les premières données de drainage stationnaire ont été obtenues par Weaire *et al.* sur des mousses stabilisées par des tensioactifs commerciaux (cf. figure 1.10a). La relation entre la vitesse moyenne du liquide et le débit est alors décrite par une loi de puissance :  $\bar{u}_l \propto Q^{1/2}$  [69]. Les auteurs supposent que l’exposant 1/2 reflète le caractère rigide des interfaces caractérisées par une viscosité de cisaillement de surface très grande. L’écoulement dans les bords de Plateau doit donc être du type Poiseuille et la dissipation associée domine celle provenant des nœuds, si bien que la perméabilité de

la mousse est donnée par l'équation 1.16 où le facteur de perméabilité est remplacé par  $k_0^* = 0,02$ . En combinant cette équation avec les relations 1.3 et 1.6 on obtient le modèle de Weaire appelé « modèle des bords de Plateau » [69, 67] :

$$\bar{u}_{l,Weaire} = \frac{k_0^* \delta_a}{3} \frac{\rho g L_{nn}^2}{\delta_\varepsilon \mu} \varepsilon \quad (1.24)$$

Traduit en terme de perméabilité :

$$K(\varepsilon, D_b)_{Weaire} = \frac{k_0^* \delta_a}{3} \frac{D_b}{\delta_\varepsilon} \left( \frac{D_b}{2,78} \right)^2 \varepsilon^2 \quad (1.25)$$

où nous rappelons  $\delta_a = 0,16$  et  $\delta_\varepsilon = 0,17$ . En remplaçant la fraction volumique de liquide par  $\varepsilon = \frac{Q}{u_l S}$  dans l'équation 1.24 on retrouve l'exposant 1/2 de la loi de puissance. Sur la figure 1.10b) sont présentées les données de la figure 1.10a) en terme de fraction volumique de liquide. On remarque que les données produites se situent au delà de  $\varepsilon \simeq 0,02$  définissant la limite des mousses sèches.

De nouvelles expériences réalisées par Koehler *et al.* font apparaître une loi de puissance différente de celle proposée par Weaire [30, 31] :  $\bar{u}_l \propto Q^{1/3}$  pour une solution moussante différente des expériences précédentes. Les auteurs proposent un modèle associé où l'idée est de réintroduire la dissipation dans les nœuds en imposant une condition d'interfaces libres aux bords de Plateau correspondant à une viscosité de cisaillement de surface nulle ( $Bo = 0$ ). Ils considèrent que la dissipation est dominée par les gradients de vitesse dans les nœuds lors du mélange des lignes de courant émergentes des quatre bords de Plateau auxquels ils sont connectés. Le modèle résultant est appelé « modèle des nœuds » [30, 31] :

$$\bar{u}_{l,Koehler} = \frac{2\delta_a}{3\delta_\varepsilon^{1/2} \delta_n I_n} \frac{\rho g L_{nn}^2}{\mu} \varepsilon^{1/2} \quad (1.26)$$

qui traduit en terme de perméabilité :

$$K(\varepsilon, D_b)_{Koehler} = \frac{2\delta_a}{3\delta_\varepsilon^{1/2} \delta_n I_n} \frac{D_b^2}{2,78^2} \varepsilon^{3/2} \quad (1.27)$$

où nous rappelons que  $\delta_n = 0,31$ . En remplaçant la fraction volumique de liquide par  $\varepsilon = \frac{Q}{u_l S}$  dans l'équation 1.26 on retrouve l'exposant 1/3 de la loi de puissance. Le paramètre  $I_n$  est un paramètre ajustable et correspond à la résistance hydrodynamique adimensionnée d'un nœud. A partir des expériences présentées à la figure 1.11a) les auteurs déterminent  $I_n \simeq 400$ . La figure 1.11b) représente cette fois-ci les données de vitesse moyenne en fonction de la fraction volumique de liquide. On constate que les données sont également au-delà de la limite sèche.

Durand *et al.* réalisent ensuite des expériences avec des solutions moussantes dont la formulation est bien connue et montrent que l'on peut passer du régime des bords de Plateau au régime des nœuds en modifiant la nature des tensioactifs utilisés pour stabiliser les interfaces (cf. figure 1.12) [13]. Ils concluent que la rhéologie de surface contrôle la transition entre les deux régimes de dissipation sans

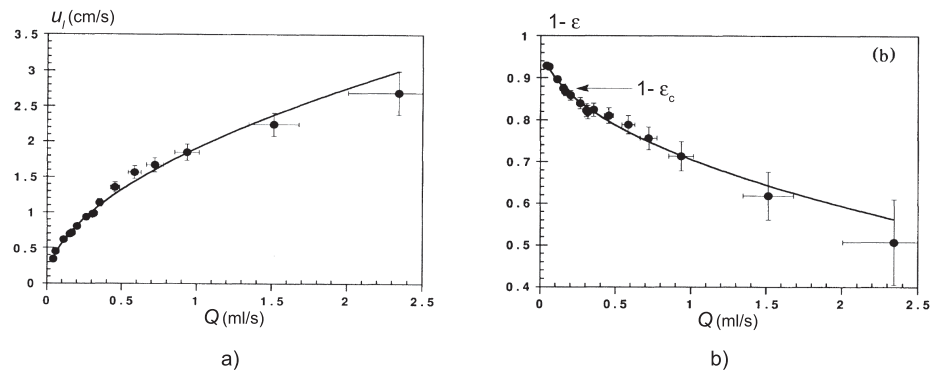


FIG. 1.10 – a) Vitesse moyenne du liquide (vitesse de front) en fonction du débit de liquide délivré. b) Fraction volumique de liquide en fonction du débit de liquide délivré. On remarquera que les données sont toutes au-delà de la limite de mousse sèche  $\epsilon \simeq 0,02$ . Tiré de [69].

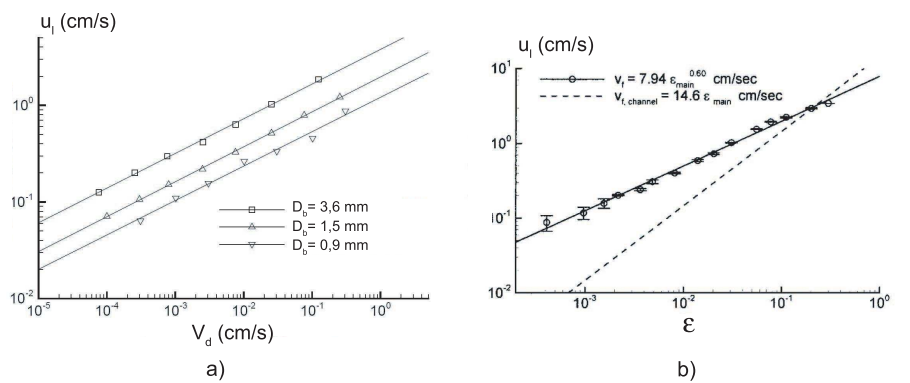


FIG. 1.11 – a) Vitesse moyenne du liquide (vitesse de front) en fonction de la vitesse débitante pour trois tailles de bulle, tiré de [30]. b) Vitesse moyenne du liquide (vitesse de front) en fonction de la fraction volumique de liquide, tiré de [31].



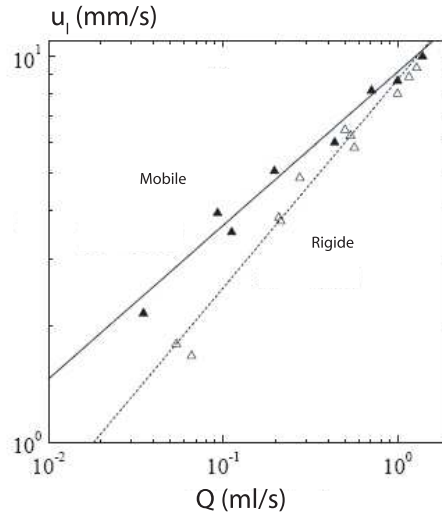


FIG. 1.12 – Vitesse moyenne du liquide (vitesse de front) en fonction du débit de liquide délivré pour deux solutions moussantes de rhéologie de surface différentes. La pente de la courbe mobile est proche de 1/3 (modèle des nœuds) et celle de la courbe rigide proche de 1/2 (modèle des bords de Plateau) Tiré de [13]

vraiment savoir ce que renferme réellement le paramètre  $\mu_s$ . Doit-on considérer d'autres paramètres interfaciaux comme l'élasticité de surface ?

Contrairement aux modèles de Weaire et Koehler, Saint-Jalmes *et al.* proposent alors un modèle basé sur les hypothèses de Lemlich en considérant que la rhéologie des interfaces est uniquement caractérisée par une valeur de viscosité de cisaillement de surface finie  $\mu_s$ . La transition entre les deux régimes de dissipation est alors pilotée par le paramètre de mobilité  $M = 1/Bo$ . Ils réalisent une étude expérimentale systématique de l'influence de la nature des tensioactifs utilisés pour stabiliser les interfaces, et de celle de la taille des bulles sur la vitesse de drainage (cf. figure 1.13). Ils attribuent une résistance adimensionnée  $R_c$  aux bords de Plateau et  $R_n$  aux nœuds qu'ils associent en série pour modéliser le réseau de la mousse. L'association en série permet de combiner les contributions des deux exposants  $\alpha$  (1/3 et 1/2). L'ajustement de ce modèle sur les données leur permet de déterminer la contribution liée à la dissipation dans les bords de Plateau (contribution 1/2 de l'exposant dans la loi de puissance) dont la modélisation est celle de Lemlich (cf. figure 1.14a). Au final, la vitesse du liquide dépend de la perméabilité des bords de Plateau et des nœuds :

$$u_{l,SaintJalmes} = \frac{\rho g L_{nn}^2}{\mu} \frac{\varepsilon}{3\delta_\varepsilon R_c(M) + \frac{3\delta_\varepsilon^{1/2} \delta_n \sqrt{\varepsilon} R_n(M)}{2\delta_a}} \quad (1.28)$$

En terme de perméabilité :

$$K(\varepsilon, D_b, M)_{SaintJalmes} = \frac{1}{2,78^2} \frac{D_b^2 \varepsilon^2}{3\delta_\varepsilon R_c(M) + \frac{3\delta_\varepsilon^{1/2} \delta_n \sqrt{\varepsilon} R_n(M)}{2\delta_a}} \quad (1.29)$$

La résistance du bord de Plateau découle directement du modèle de Lemlich et est proposée sous une forme simplifiée :  $R_c = R_c^*(1 + aM^b)^{-1}$  où  $R_c^* = \frac{1}{\delta_a k_0^*}$  est la résistance hydrodynamique d'un

bord de Plateau à parois rigides,  $a = 2, 4$  et  $b = 1$  sont des paramètres ajustés à partir du modèle d'écoulement dans un bord de Plateau de Nguyen (cf. figure 1.8) [56].  $M = \frac{\mu r_{min}}{\mu_s} \simeq 0,9 \frac{\mu D_b \sqrt{\varepsilon_m}}{\mu_s}$  est la mobilité et  $\varepsilon_m$  est la fraction volumique de liquide moyennée sur toute la plage de données pour une courbe  $\overline{u_l}$  en fonction de  $Q$ . Ce modèle incorpore deux paramètres ajustables : la viscosité de cisaillement de surface  $\mu_s$  (qui apparaît dans  $R_c$ ) et la résistance adimensionnée d'un nœud. La contribution déterminée pour la dissipation dans les bords de Plateau fixe alors la valeur de  $R_c$ , et donc de  $M$  et de  $\mu_s$ . En faisant varier la taille des bulles sur plus d'un ordre de grandeur, Saint-Jalmes explore une large gamme de mobilité d'interface. Pour chacune des valeurs de  $M$  et connaissant le diamètre des bulles, il est possible d'extraire une valeur de viscosité de cisaillement de surface. La valeur finale de  $\mu_s$  caractérisant la solution moussante est une moyenne des valeurs extraites pour chaque taille de bulle. Les valeurs extrêmes obtenues ainsi sont  $\mu_s = 2.10^{-6}$  kg/s et  $\mu_s = 8.10^{-8}$  kg/s pour des solutions donnant des interfaces rigides et mobiles respectivement. La contribution de la dissipation non attribuée aux bords de Plateau (exposant  $\neq 1/2$ ) est directement attribuée aux nœuds par le modèle, ce qui permet aux auteurs d'extraire des valeurs de  $R_n(M)$ . Les variations des résistances obtenues sont reportées en fonction de la mobilité  $M$ , elle même déterminée à partir de  $R_c$ , sur la figure 1.14b). La résistance adimensionnée du nœud augmente avec la mobilité tandis que celle des bords de Plateau diminue. Pour  $0,5 < M < 20$  la résistance du nœud varie entre  $100 < R_n < 350$ . Notons qu'à  $M \simeq 20$  la résistance du nœud  $R_n \simeq 350$  est proche de celle extraite du modèle de Koehler  $I_n \simeq 400$ . A partir des données de la figure 1.13, nous pouvons calculer les gammes de fraction volumique de liquide explorées ( $\varepsilon = \frac{Q}{S u_l}$ ). Encore une fois on constate que les données sont au delà de la limite des mousses sèches.

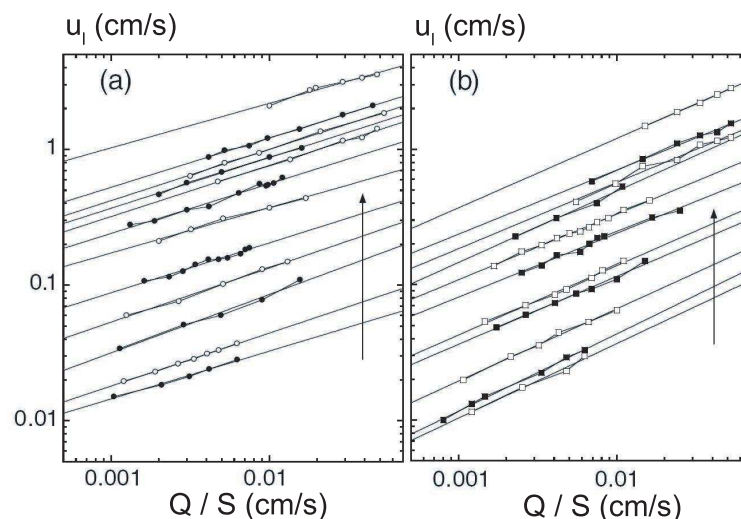


FIG. 1.13 – Vitesse moyenne du liquide (vitesse de front) en fonction de la vitesse débitante pour différentes tailles de bulle. a) Solution moussante de SDS (interfaces mobiles) b) Solution moussante de caseïne (interfaces rigides)

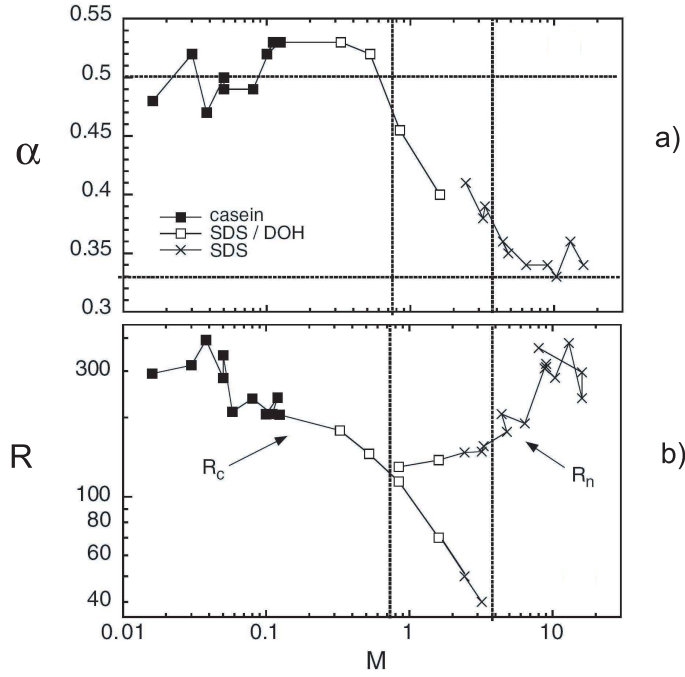


FIG. 1.14 – a) Variation de l'exposant  $\alpha$  avec le paramètre  $M$ . b) Variation des résistances adimensionnées d'un bord de Plateau et d'un nœud avec  $M$ . Tiré de [56].

### 1.3.2 Mousses humides

Les modèles présentés dans cette section reposent sur une description plus fine de la géométrie des mousses humides donnée par l'équation 1.8 et sont antérieurs au modèle de Saint-Jalmes *et al.*

Selon Neethling *et al.* une autre façon d'obtenir la transition entre les deux régimes d'écoulement est d'augmenter le ratio volume de nœuds sur volume de bords de Plateau en augmentant la fraction volumique de liquide [41]. Pour modéliser finement l'évolution de la géométrie avec  $\varepsilon$  ils prennent en compte la dilatation de la mousse et la réduction des bords de Plateau  $L = L_{nn} - 1,58r_{min}$  quand  $\varepsilon$  augmente. En incorporant ces effets à la relation 1.8 ils déterminent une relation implicite pour  $\varepsilon$  valable jusqu'à  $\varepsilon = 0,1$  :

$$\varepsilon \simeq 1,327(1 - \varepsilon)^{2/3} \left( \frac{r_{min}}{D_b} \right)^2 + 4,321(1 - \varepsilon) \left( \frac{r_{min}}{D_b} \right)^3 \quad (1.30)$$

La perte de charge aux extrémités d'un bord de Plateau est  $\Delta P_{pb} = \frac{C_{pb}\mu(L_{nn}-1,58r_{min})v_p}{r_{min}^2}$  où  $C_{pb}$  est la résistance adimensionnée du bord de Plateau et  $v_p$  la vitesse du liquide dans le bord de Plateau. De la même manière la perte de charge attribuée à un nœud est  $\Delta P_v = \frac{C_v\mu v_p}{r_{min}}$  où  $C_v$  est la résistance adimensionnée du nœud et  $r_{min}$  sa taille caractéristique. L'association des bords de Plateau et des nœuds en série conduit à la relation suivante :

$$\bar{u}_{l,Neethling} = \frac{\rho g(1 - \varepsilon)}{\mu \left( \frac{3C_{pb}}{r_{min}^2} + \frac{4,178(C_v - 0,418C_{pb})}{r_{min}R_b} (1 - \varepsilon)^{1/3} + \frac{6,806(C_v - 1,588C_{pb})}{R_b^2} (1 - \varepsilon)^{2/3} \right)} \quad (1.31)$$

Traduit en terme de perméabilité :

$$K(\varepsilon, D_b)_{Neethling} = \frac{D_b^2 \varepsilon}{\frac{3C_{pb}}{(r_{min}/D_b)^2} + \frac{8,356(C_v - 0,418C_{pb})}{(r_{min}/D_b)}(1 - \varepsilon)^{1/3} + 27,224(C_v - 1,588C_{pb})(1 - \varepsilon)^{2/3}} \quad (1.32)$$

Expérimentalement, ils testent leur modèle sur une mousse fabriquée à partir d'une solution moussante connue pour obtenir des interfaces mobiles (faible viscosité de cisaillement de surface) et vérifient l'influence de la taille des bulles (cf. figure 1.15). Ils trouvent effectivement qu'à faible fraction liquide l'écoulement est de type Poiseuille, bien que les interfaces soient mobiles et, à fraction volumique de liquide plus élevée, un écoulement contrôlé par la dissipation dans les nœuds. Les valeurs des résistances extraites du modèle sont  $C_{pb} \simeq 22$  et  $C_v \simeq 24$  et ce quelle que soit la taille des bulles. Notons dès à présent que ce résultat est en contradiction avec celui de Saint-Jalmes *et al.* qui observent une variation des résistances adimensionnées avec la taille des bulles et donc d'après leur définition avec le paramètre  $M$ . Nous discuterons ce résultat dans le chapitre suivant. Enfin, on remarquera que ce modèle ne prend pas explicitement en compte la rhéologie de surface contrairement à Saint-Jalmes. La gamme de fraction volumique de liquide explorée n'est encore une fois pas explicitement donnée.

Le modèle de Carrier *et al.* est certainement le plus complet. Du point de vue de la géométrie, il utilise une relation similaire à celle des mousses humides (cf. équation 1.8) donnée par Phelan *et al.* [45] :

$$\varepsilon = \frac{A_{bdP}}{L_{nn}^2} \left( 1,06 + 3,98 \left( \frac{A_{bdP}}{L_{nn}^2} \right)^{1/2} \right) \quad (1.33)$$

où nous rappelons que  $A_{bdP} = \delta_a r_{min}^2$  est la section d'un bord de Plateau. De plus, Carrier tient compte de la réduction des bords de Plateau :  $L = L_{nn} - 2,3r_{min}$ . Du point de vue de la rhéologie de surface Carrier considère également la viscosité de cisaillement de surface comme seul paramètre pour décrire la dissipation en surface. Pour rendre compte de la mobilité des interfaces il ajuste une fonction sur les données numériques de Desai et Kumar qui étudient l'écoulement de liquide dans un bord de Plateau à section triangulaire en fonction du paramètre  $M$  [10] :

$$\beta(A_{bdP}) = 1 + 10,9 \frac{\mu}{\mu_s} A_{bdP}^{1/2} + 6,2 \left( \frac{\mu}{\mu_s} \right)^{4/3} A_{bdP}^{2/3} - 12,5 \left( \frac{\mu}{\mu_s} \right)^{5/4} A_{bdP}^{5/8} \quad (1.34)$$

Cette fonction décrit l'augmentation de la perméabilité du canal lorsque la mobilité des interfaces augmente. La résolution de l'équation de Navier-Stokes dans l'ensemble bord de Plateau plus demi nœud (1/4 de nœud à chaque extrémité) combinée aux équations ci-dessus conduit à l'expression de la vitesse moyenne de l'écoulement dans la mousse [6] :

$$\bar{u}_{l,Carrier} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{\rho g (1 - \varepsilon) L_{nn}^2 \varepsilon^2}{3 \left( \frac{k_0^{*-1}}{\beta(A_{bdP})} \left( 1 - 5,8 \left( \frac{A_{bdP}}{L_{nn}^2} \right)^{1/2} \right) + \left( \frac{A_{bdP}}{L_{nn}^2} \right)^{1/2} I'_n \right)^{1/2}} \quad (1.35)$$

Traduit en terme de perméabilité :

$$K(\varepsilon, D_b, M)_{Carrier} = \frac{2\sqrt{2}}{3.2, 78^2} \frac{D_b^2 \varepsilon^2}{3 \left( \frac{k_0^{*-1}}{\beta(A_{bdP})} \left( 1 - 5, 8 \left( \frac{A_{bdP}}{L_{nn}^2} \right)^{1/2} \right) + \left( \frac{A_{bdP}}{L_{nn}^2} \right)^{1/2} I'_n \right)^{1/2}} \quad (1.36)$$

où  $I'_n$  est la résistance adimensionnée d'un nœud. Expérimentalement, le drainage forcé est étudié sur une large gamme de bulle mais pour une seule solution moussante (cf. figure 1.16). Comme pour les expériences de Neethling, Carrier observe une transition entre les deux régimes d'écoulement avec la fraction volumique de liquide. Finalement, ce modèle incorpore deux paramètres ajustables dont les valeurs extraites sont  $\mu_s = 3.10^{-8} kg/s$  et  $I'_n = 100 \pm 25$ .

### 1.3.3 Viscoélasticité des interfaces

Un modèle théorique proposé par Durand *et al.* tente d'incorporer la viscoélasticité de surface dans le modèle d'écoulement à l'échelle d'un bord de Plateau de section circulaire [12]. Les cas des interfaces stabilisées par des tensioactifs insolubles et solubles sont étudiées. Dans le premier cas, un équilibre se crée entre la convection des tensioactifs le long des interfaces et la diffusion de surface des ces molécules. La résolution des équations de l'écoulement du liquide et du transport des tensioactifs en surface fait intervenir un nouveau paramètre de mobilité défini comme  $M_{ins} = \frac{\mu D_s}{ER}$  où  $D_s$  est le coefficient de diffusion des molécules tensioactives en surface,  $R$  le rayon du bord de Plateau et  $E$  l'élasticité de Gibbs définie comme :  $E = \Gamma \frac{d\gamma}{d\Gamma}$  où  $\gamma$  est la tension de surface et  $\Gamma$  la concentration de surface (nous reviendrons sur ces définitions au chapitre 4). Les valeurs caractéristiques de ces paramètres conduisent à  $M_{ins} = 10^{-8}$ . Cette valeur reflète le caractère « rigide » de la surface et conduit à un écoulement de Poiseuille dans le bord de Plateau. Le processus de diffusion des tensioactifs à la surface du bord de Plateau n'est pas suffisant pour réduire les gradients de concentration de surface générés par l'écoulement, lesquels sont responsables de l'élasticité de surface. Dans le second cas, la convection des tensioactifs le long des interfaces est contre-balançé par la diffusion des molécules tensioactives du volume de l'écoulement vers les interfaces du bord de Plateau. La résolution des équations fait apparaître un nouveau paramètre de mobilité défini comme  $M_s = \frac{\mu D \Gamma}{RE\beta C}$  où  $D$  est le coefficient de diffusion des tensioactifs en volume,  $\Gamma$  et  $C$  sont respectivement les concentrations de surface et de volume et  $\beta$  un paramètre reliant les gradients de concentration de volume et de surface. En prenant une valeur typique pour chacun de ces paramètres, ils trouvent  $M_s = 10^{-5}$ , valeur qui conduit encore une fois à un écoulement de type Poiseuille. Cette fois-ci c'est le processus de diffusion des molécules du volume en surface qui n'est pas assez rapide pour combler les manques de tensioactifs en surface. La conclusion de cette étude est que l'ajout de la viscoélasticité de surface, dans la géométrie considérée, conduit inévitablement à une rigidification des interfaces et à un écoulement de type Poiseuille ne permettant pas de rendre compte du régime d'écoulement bouchon.

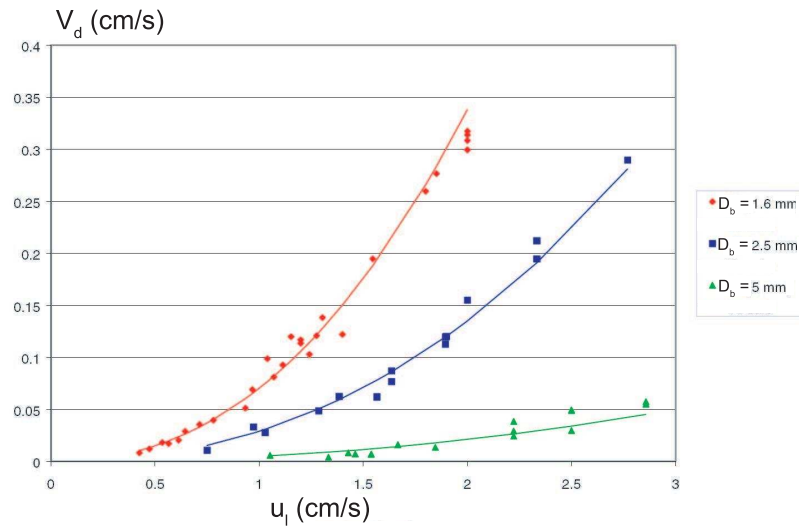


FIG. 1.15 – Vitesse débitante en fonction de la vitesse de front de liquide pour différentes tailles de bulle et une solution moussante de faible viscosité de cisaillement de surface. Tiré de [41]

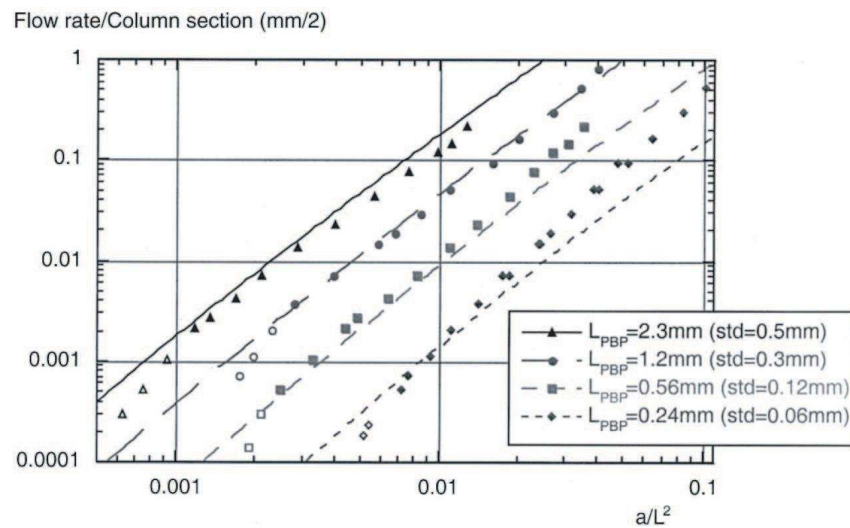


FIG. 1.16 – Vitesse débitante en fonction de  $A_{bdP}/L_{nn}^2$  (relatif à la fraction volumique de liquide) pour une solution moussante de faible viscosité de cisaillement de surface. Tiré de [6].

## 1.4 Couplage du drainage et du mûrissement

Une situation où le mûrissement est seul responsable du vieillissement de la mousse, *e.g.* pas de drainage ni de coalescence, permet de comprendre l'influence des paramètres du système tels que la physico-chimie du gaz et de la solution moussante, la taille des bulles et la géométrie du réseau sur la vitesse de ce processus. Pour une mousse à deux dimensions, la loi d'évolution de la surface d'une bulle est proportionnelle à son nombre de voisines. Cette loi d'évolution est connue sous le nom de mûrissement de Von Neumann [42] et s'écrit :

$$\frac{dA_i}{dt} = D_{eff}(n_i - 6) \quad (1.37)$$

où  $A_i$  est la surface de la bulle considérée et  $n_i$  le nombre de voisines. Le coefficient 6 est dû au fait qu'à deux dimensions, le nombre moyen de voisines que possède une bulle est 6. Le coefficient de proportionnalité  $D_{eff}$ , dont les dimensions sont celles d'un coefficient de diffusion, est appelé « coefficient de diffusion effectif » et reflète la diffusion du gaz d'une bulle vers ses voisines et la rapidité à laquelle le transfert s'effectue. Notons qu'il existe des relations équivalentes à la loi de Von Neumann pour des mousses à trois dimensions [26, 17]. Sur la figure 1.17, l'évolution de la taille moyenne des bulles adimensionnée par leur taille initiale est représentée en fonction du temps pour différentes solutions moussantes et différents gaz. Cette figure illustre l'importance de la physico-chimie du système sur le mûrissement.

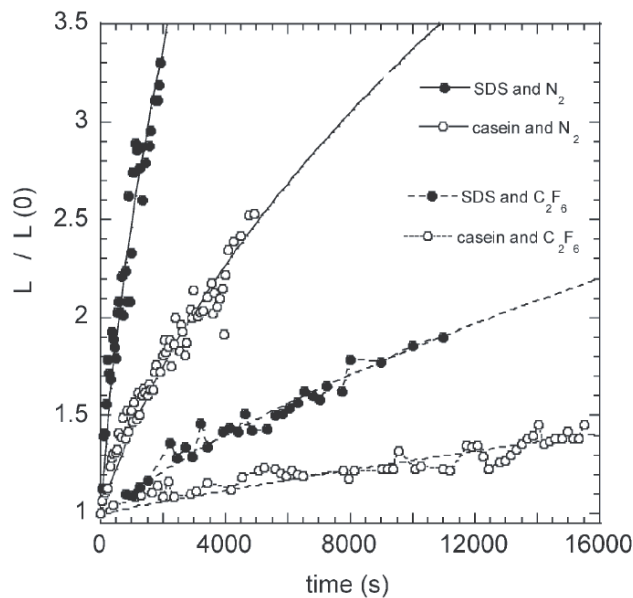


FIG. 1.17 – Evolution de la taille moyenne des bulles adimensionnée par leur taille initiale représentée en fonction du temps pour différentes solutions moussantes et différents gaz. Tiré de [55].

Lorsque la fraction volumique de liquide évolue à cause du drainage, elle impacte sur la vitesse de mûrissement. En effet, lorsque la mousse draine, sa fraction volumique de liquide diminue et la

surface des films participant au transfert du gaz augmente. Ce couplage est généralement écrit sous la forme :

$$R_b \frac{dR_b}{dt} = D_{eff} F(\varepsilon) \quad (1.38)$$

où  $R_b$  est le rayon moyen des bulles et  $D_{eff}$  le coefficient de diffusion effectif. D'après [25] ce coefficient est de la forme :

$$D_{eff} = C_{geo} D_f \frac{4\gamma S v_m}{e_f} \quad (1.39)$$

$C_{geo}$  est une constante géométrique,  $D_f$  le coefficient de diffusion des molécules de gaz dans la solution moussante,  $\gamma$  la tension superficielle,  $S$  la solubilité du gaz,  $v_m$  le volume molaire et  $e_f$  l'épaisseur des films de la mousse. La vitesse de mûrissement est donc inversement proportionnelle à l'épaisseur des films.

La fonction  $F(\varepsilon)$  est une fonction de la fraction volumique de liquide qui détermine la dépendance de la vitesse de mûrissement de la mousse avec  $\varepsilon$ . Il existe différentes formes pour cette fonction. La première a été proposée par Hutzler *et al.* [29] et la deuxième par Hilgenfeldt *et al.* [26] :

$$F(\varepsilon)_{Hutzler} = \left(1 - \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon^c}}\right) \quad (1.40)$$

où  $\varepsilon^c = 0,36$  correspond à la fraction de l'empilement aléatoire compact.

$$F(\varepsilon)_{Hilgenfeldt} = (1 - k\sqrt{\varepsilon})^2 \quad (1.41)$$

où  $k = 1,52$ . Ces deux fonctions sont construites de la manière suivante : le transfert de gaz est supposé s'effectuer uniquement au travers des films facettant les bulles de la mousse et est complètement bloqué par les bords de Plateau. L'aire des films participant au transfert de gaz est déterminée numériquement et nécessite de faire des hypothèses géométriques sur la structure de la mousse (modèle géométrique) [26]. Lorsque la fraction volumique de liquide augmente, le taux de couverture des bulles par des films diminue en gardant l'épaisseur des films constante. La fonction  $F(\varepsilon)$  et donc la vitesse de mûrissement diminuent également. Vera *et al.* ont proposé une autre fonction empirique :

$$F(\varepsilon)_{vera} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (1.42)$$

Ces modèles supposent que l'épaisseur des films est constante quel que soit la fraction volumique de liquide dans la mousse et est traitée comme paramètre ajustable. Les valeurs des épaisseurs extraites de ces modèles tombent dans la gamme de films noirs communs.

## 1.5 Bilan bibliographique et méthodologie de notre étude

Dans cette section nous analysons les résultats des différents modèles de drainage et de couplage drainage / mûrissement. Il ne s'agit pas de les expliquer mais plutôt d'en faire une synthèse afin de mettre en évidence les points forts et les points faibles des modélisations. Cette discussion se



termine par une présentation des moyens expérimentaux et théoriques que nous avons mis en œuvre dans cette première partie de manuscrit pour améliorer notre compréhension des écoulements de liquide dans les mousses aqueuses.

### 1.5.1 Analyse des modèles de perméabilité

La première constatation concerne la représentation des données de drainage forcé. Elles sont dans la plupart des cas tracées dans le plan  $(Q, \bar{u}_l)$  ou de façon similaire  $(V_d, \bar{u}_l)$ . Ce type de représentation ne permet pas de visualiser directement la gamme de fraction volumique de liquide explorée et donc de savoir si les données doivent être décrites dans le cadre des mousses sèches ou humides. Reportons nous à la figure 1.10b) présentant les données des expériences de Weaire *et al.* de fraction  $\varepsilon$  en fonction de  $Q$ . Les données expérimentales sont au-delà de la limite des mousses sèches bien que le modèle soit construit sur cette hypothèse. Il en va de même pour les expériences de Koehler *et al.* représentées sur la figure 1.11b). Nous avons rassemblé toutes les données d'expériences de drainage forcé [69, 62, 13, 30, 31, 41, 6, 56, 55, 14] et nous les présentons en terme de perméabilité adimensionnée par le diamètre des bulles au carré en fonction de la fraction volumique de liquide. Ce choix de représentation sera discuté dans le chapitre suivant ainsi que l'allure des courbes. Néanmoins, cela nous permet de constater que la majorité des points sont supérieurs à  $\varepsilon \simeq 0,02$ . De plus, de nombreuses données correspondent à des fractions volumiques de liquide supérieures à  $\varepsilon \simeq 0,1$ . On sait pourtant, que lorsque la fraction  $\varepsilon$  dépasse cette valeur, des mouvements de bulles s'établissent facilement, créant ainsi des cellules de convection dans l'échantillon, faussant probablement les mesures de perméabilité [28].

Pourtant, il semble que les modèles de perméabilité de mousses sèches ajustent encore assez bien les données expérimentales au delà de la limite sèche. On est en droit de se demander pourquoi ces modèles fonctionnent toujours à haute fraction volumique de liquide, et si les valeurs de paramètres ajustables extraites de ces modèles (viscosité de cisaillement de surface et résistance adimensionnée d'un nœud) sont cohérents ? De plus, la plupart des expériences sont limitées à l'étude d'une solution moussante : [30, 31, 6, 41] pour des solutions similaires caractérisées par une faible valeur de la viscosité de cisaillement de surface et [69] pour une solution moussante à forte viscosité de cisaillement de surface. Il n'y a donc pas de test systématique des modèles sur différentes solutions moussantes pour extraire la valeur de ces paramètres. Seule l'étude de Saint-Jalmes semble permettre une étude de la cohérence de ces paramètres [56].

Il semble que les valeurs de viscosité de cisaillement de surface soient comparables pour des solutions similaires [6, 56, 48, 33]. En revanche, il n'y a pas de consensus sur la valeur à attribuer à la résistance d'un nœud. Les valeurs de ces résistances sont déduites de modèles construits sur des hypothèses différentes, et n'ont jamais vraiment été comparées les unes avec les autres. Nous proposons alors de les exprimer sous une même forme afin d'effectuer cette comparaison. L'approche

est la suivante : considérons un bord de Plateau, orienté d'un angle  $\theta$  par rapport à la direction de la gravité, de résistance  $R_c = \frac{\Delta P_c}{Q_c}$ , connecté à ses extrémités à un quart de nœud de résistance  $R_n = \frac{\Delta P_n}{Q_c}$  où  $Q_c$  est le débit de liquide circulant dans le bord de Plateau. La perte de charge aux extrémités de l'ensemble est :

$$\Delta P = \left( R_c + \frac{R_n}{2} \right) Q_c \quad (1.43)$$

Le débit de liquide  $Q_c = A_{bdP} \overline{u_z^\theta}$  où  $A_{bdP} = \delta_a r_{min}^2$  est la section du bord de Plateau et  $\overline{u_z^\theta}$  est la vitesse moyenne de l'écoulement dans le bord de Plateau. Le gradient de pression le long de l'ensemble bord de Plateau plus le demi nœud s'écrit :

$$\frac{\Delta P}{L_{nn}} = \left( R_c + \frac{R_n}{2} \right) \frac{\delta_a r_{min}^2 \overline{u_z^\theta}}{L_{nn}} \quad (1.44)$$

De façon identique qu'au paragraphe 1.2.1, le gradient de pression macroscopique  $G$  est déduit de la moyenne sur toutes les orientations du bord de Plateau faisant intervenir le coefficient  $1/3$  et la vitesse moyenne du liquide dans la mousse  $\overline{u_l}$  :

$$\frac{G}{3} = \left( R_c + \frac{R_n}{2} \right) \frac{\delta_a r_{min}^2 \overline{u_l}}{L_{nn}} \quad (1.45)$$

La combinaison de cette équation avec la relation de Darcy (cf. équation 1.17) permet d'exprimer la perméabilité de la mousse en fonction des résistances  $R_c$  et  $R_n$  :

$$K = \frac{\varepsilon \mu L_{nn}}{3 \delta_a r_{min}^2 \left( R_c + \frac{R_n}{2} \right)} \quad (1.46)$$

Comme nous nous intéressons uniquement à la résistance d'un nœud nous fixons ici et dans les différents modèles  $R_c = 0$ . Dans tous ces modèles,  $R_n$  ne dépend pas de  $\varepsilon$ . On se place alors à  $\varepsilon \ll 1$  et on utilise la relation de mousse sèche 1.6. En introduisant la résistance adimensionnée  $\widetilde{R}_n = \frac{r_{min}^3 R_n}{\mu}$  dans l'équation précédente nous obtenons :

$$K = \frac{2 L_{nn}^2 \varepsilon^{3/2}}{3 \delta_a \delta_\varepsilon^{1/2} \widetilde{R}_n} \quad (1.47)$$

Nous exprimons chacune des résistances adimensionnées extraites des modèles présentés en égalisant la relation ci-dessus avec les équations 1.27, 1.29, 1.32 et 1.36. Nous résumons leur valeur dans le tableau ci-dessous. Notons que dans le cas de Carrier nous avons remplacé l'expression 1.33 par celle des mousses sèches 1.6 pour déterminer respectivement  $\widetilde{R}_{nSaint-Jalmes}$  et  $\widetilde{R}_{nCarrier}$ .

Nous avons ajouté un résultat issu de la seule étude numérique [8]. Cette étude donne la valeur d'une résistance adimensionnée de nœud sec de mousse dans la limite sèche où les interfaces sont caractérisées par une viscosité de cisaillement nulle (interfaces libres).

Auteur	$R_n$	Paramètre	$\widetilde{R}_n$
Koehler [31, 30]	$R_n = \frac{\mu\delta_n I_n}{r_{min}^3 \delta_a^2}$	$\delta_n = 0, 31, I_n = 400$	$\simeq 5000$
Carrier [6]	$R_n = \frac{3\mu I'_n}{\sqrt{2}\delta_\varepsilon \delta_a^2 r_{min}^3}$	$I'_n = 100$	$\simeq 3000$
Saint-Jalmes [56]	$R_n = \frac{\mu\delta_n R_n}{r_{min}^3 \delta_a^2}$	$R_n = 100 - 350$	$\simeq 1500 - 4500$
Neethling [41]	$R_n = \frac{\mu C_v}{r_{min}^3 \delta_a}$	$C_v = 24$	$\simeq 150$
Cox [8]	$R_n = \frac{\mu C_n}{r_{min}^3}$	$C_v = 225 - 275$	$225 - 275$

On constate que les valeurs de  $\widetilde{R}_n$  s'étalent sur plus d'un ordre de grandeur bien que les solutions moussantes utilisées dans ces différentes études soient comparables. Ceci laisse penser que les résistances obtenues par les différents auteurs sont très dépendantes du modèle utilisé. On remarquera aussi le manque de données de résistances pour des mousses à interfaces plus rigides. En effet seuls les travaux de Saint-Jalmes fournissent des valeurs pour des mobilités de l'ordre de  $M \simeq 1$  [56].

En ce qui concerne la viscosité de cisaillement de surface, il a été reporté par Pitois *et al.*, dans le cas d'interfaces rigides, une variation de ce paramètre avec la vitesse moyenne de l'écoulement dans un bord de Plateau [48]. Ils suggèrent que cette variation peut être due à d'autres effets interfaciaux tels que l'élasticité de surface. Le paramètre  $\mu_s$  tiré du modèle de Léonard et Lemlich caractérise-t-il exclusivement la viscosité de cisaillement de surface ou reflète-t-il une combinaison de plusieurs paramètres ?

### 1.5.2 Analyse du couplage mûrissement / drainage

Récemment, Feitosa *et al.* ont réalisé des expériences de mûrissement de mousse sur une large gamme de fraction volumique de liquide [19] (cf. figure 1.19). Ces nouvelles données ont montré que les deux modèles basés sur la réduction de la surface des films avec  $\varepsilon$  (équations 1.40 et 1.41) ne permettent pas de rendre compte de toutes les vitesses de mûrissement mesurées (cf. figure 1.19). A l'opposé, la fonction empirique (équation 1.42) ajuste correctement les données expérimentales.

Des travaux récents se sont attachés à mesurer des épaisseurs de films au cours d'expériences de drainage forcé à l'échelle de la mousse mais aussi à celle d'un bord de Plateau connecté à trois films verticaux [6, 48]. Ils montrent que l'écoulement dans les bords de Plateau provoque le gonflement des films. A l'échelle de la mousse, l'épaisseur des films augmente avec la fraction volumique de liquide et, à taille de bulle fixée, avec la vitesse moyenne du liquide dans le réseau de bords de Plateau [6] (cf. figure 1.20a)). Ces résultats ont été aussi rapportés à l'échelle d'un bord de Plateau dans lequel l'écoulement de liquide est forcé [48] (cf. figure 1.20b)). De plus, il semble que l'amplitude du

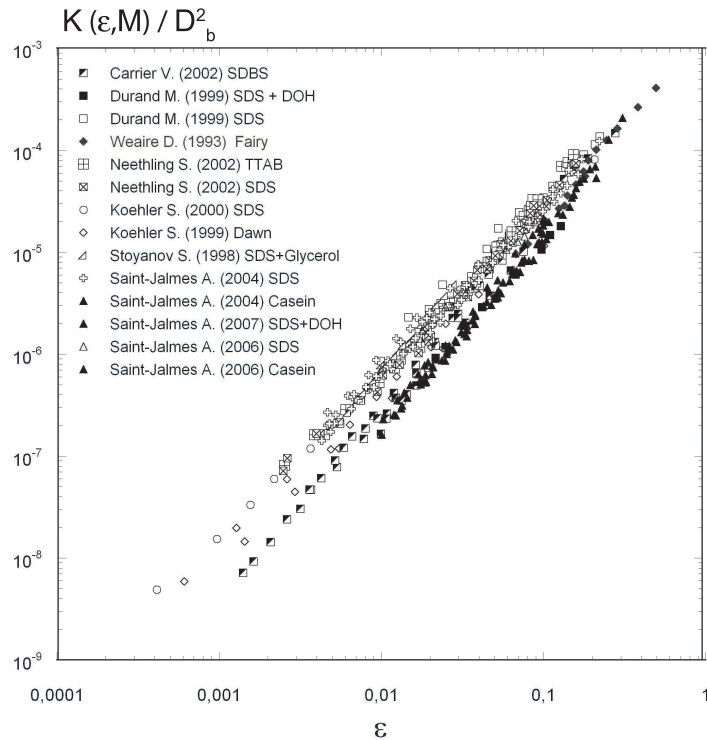


FIG. 1.18 – Perméabilité adimensionnée par la taille des bulles au carré en fonction de la fraction volumique de liquide. Les données sont tirées de [69, 62, 13, 30, 31, 41, 6, 56, 55, 14]. Les symboles ouverts correspondent à des solutions moussantes caractérisées par une grande mobilité des interfaces (régime d'écoulement bouchon) et les symboles fermés correspondent à des solutions moussantes caractérisées par une faible mobilité des interfaces (régime d'écoulement de Poiseuilles). Le nom du premier auteur, l'année de publication et l'appellation de la solution moussante sont présentes à coté des symboles correspondants.

gonflement des films est fonction de la solution moussante utilisée pour stabiliser les interfaces [6, 48]. D'autre part, Saint-Jalmes *et al.* montrent que des mousses stabilisées par des protéines mûrissent moins vite que des mousses stabilisées par des tensioactifs standards. En effet dans ces dernières, les films sont moins épais que dans les mousses de protéines (les protéines forment des agrégats dans les films gênant leur amincissement). Ces expériences montrent l'importance des films dans la description du murissement. Ces nouveaux résultats remettent en question la modélisation du couplage du murissement à épaisseur de film constante proposée par les modèles actuels [29, 26, 66].

Enfin, des motifs de recirculation sont quelquefois observés dans les films indiquant qu'ils sont le siège de phénomènes hydrodynamiques complexes. Ces recirculations semblent être générées par les contre-écoulements localisés dans les coins de la section des bords de Plateau [6, 36]. Si les contre-écoulements sont invoqués pour justifier une vitesse nulle pour l'écoulement dans les coins, ne devrait-on pas considérer l'effet de ces contre-écoulements sur l'écoulement principal ?

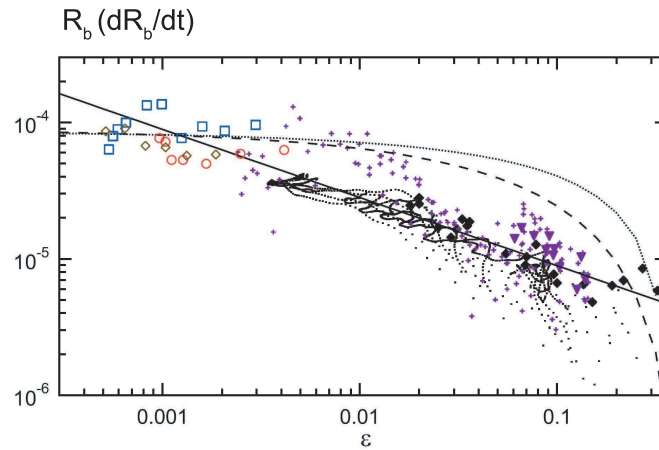
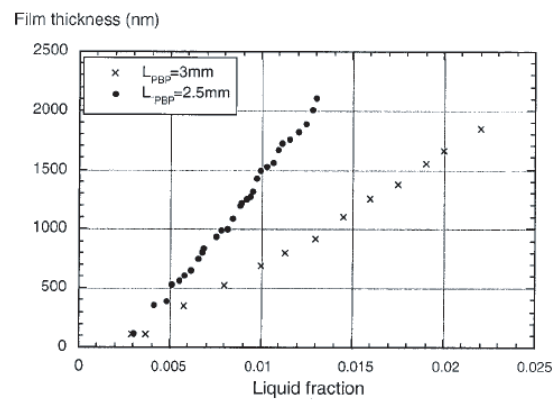
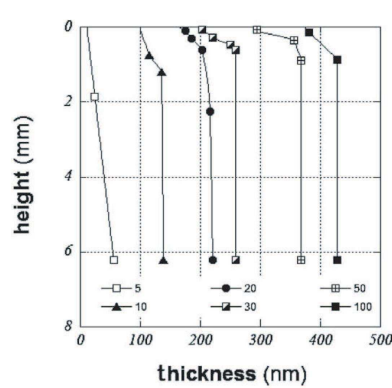


FIG. 1.19 – Vitesses de mûrissement en fonction de la fraction volumique de liquide. La courbe pointillée correspond à l'équation 1.41, la courbe en tirets à l'équation 1.40 et la courbe pleine à l'équation 1.42. Tiré de [19].



a)



b)

FIG. 1.20 – a) Mesure des épaisseurs d'un film de mousse en cours de drainage pour différentes fractions volumiques de liquide. tiré de [6]. b) Hauteur d'un film associé à son bord de Plateau en fonction de son épaisseur pour différents débits de liquide injecté dans le bord de Plateau. Les débits sont en  $\mu\text{l}/\text{min}$ . Tiré de [48].

### 1.5.3 Méthodologie

Nous proposons de réaliser une étude multi-échelle de la perméabilité des mousses. A l'échelle d'une bulle nous mesurons la résistance adimensionnée d'un nœud ainsi que la viscosité de cisaillement de surface, pour deux solutions moussantes aux comportements extrêmes. A l'échelle de la mousse, nous réalisons des expériences de drainage forcé pour mesurer la perméabilité de mousses stabilisées par ces mêmes solutions. Nous effectuons un travail de comparaison des différents modèles puis, nous proposons une modélisation du drainage qui tente d'incorporer les données locales. Ceci permettra d'aboutir à une vision complète et cohérente du passage local / mousse sans paramètre libre.

Nous réalisons ensuite une expérience de mûrissement forcé d'une bulle en situation de drainage pour mettre en évidence l'influence du couplage entre l'écoulement dans les bords de Plateau et les films sur le mûrissement des mousses. Nous observons le gonflement des films lorsque la vitesse du liquide augmente et les épaisseurs que nous mesurons sont cohérentes avec celles reportées dans la littérature [6, 48]. L'intérêt de cette expérience est qu'il n'est pas nécessaire de faire d'hypothèse sur la géométrie et l'épaisseur des films (tous les paramètres seront déterminés). Les résultats obtenus à cette échelle seront transposés à l'échelle de la mousse pour tenter une approche différente du couplage entre le drainage et le mûrissement.

Finalement, dans le dernier chapitre de cette partie nous proposerons un nouveau modèle d'écoulement dans lequel nous considérons le couplage entre les films et les bords de Plateau. L'hypothèse de la vitesse nulle dans les coins est remplacée par une vitesse de remontée générée par des effets Marangoni. Cette vitesse de remontée nous permet d'introduire l'élasticité de surface et contrairement au modèle de Durand [12], nous rendons compte des grandes perméabilités observées expérimentalement (interfaces mobiles).



## Chapitre 2

# Approche multi-échelles de la perméabilité des mousses

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Approche locale de la perméabilité des mousses</b>	<b>48</b>
2.1.1	Dispositif Expérimental	48
2.1.2	Mesure de la viscosité de cisaillement de surface et discussions	51
2.1.3	Mesure de la résistance du nœud	54
2.1.4	Résultats	55
2.1.5	Discussion des résistances de nœud adimensionnées	57
<b>2.2</b>	<b>Approche macroscopique de la perméabilité des mousses</b>	<b>60</b>
2.2.1	Dispositif expérimental	60
2.2.2	Résultats et comparaisons	62
2.2.3	Modélisation	71
2.2.4	Discussion	75
<b>2.3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>77</b>
<b>2.4</b>	<b>Expression de la vitesse dans un bord de Plateau</b>	<b>79</b>
<b>2.5</b>	<b>Expressions de <math>\varepsilon_p</math> et <math>\varepsilon_n</math></b>	<b>80</b>
<b>2.6</b>	<b>Expression de <math>A_p/A_n</math></b>	<b>80</b>

---

L'étude du drainage des mousses a été la plupart du temps effectué à l'échelle macroscopique par la réalisation d'expériences de drainage forcé [6, 31, 30, 56, 13, 62, 69, 41]. Ce mode d'évolution de la mousse a aussi fait l'objet d'études locales, *e.g.* à l'échelle d'un bord de Plateau [48, 47, 33] mais aussi numériques [43, 8, 34, 10]. Malgré tous ces efforts théoriques et expérimentaux, des questions restent sans réponse. Nous avons mis en évidence dans le chapitre précédent que les valeurs de résistance d'un nœud s'évaluaient sur plus d'un ordre de grandeur bien que les solutions moussantes utilisées soient similaires. De plus il n'existe que très peu de travaux consacrés à l'influence de la solution moussante sur ce paramètre [56]. D'autre part, les modèles basés sur une hypothèse géométrique de



mousse sèche à partir desquels sont extraits les paramètres de viscosité de cisaillement de surface et de résistance adimensionnée d'un nœud, sont ajustés sur une large gamme de fraction volumique de liquide dépassant largement la limite sèche  $\varepsilon \simeq 0,02$ . Les modèles plus précis où la géométrie de la mousse est mieux prise en compte reposent encore malgré tout sur ces deux paramètres ajustables  $\mu_s$  et  $\widetilde{R}_n$ . Enfin, bien que les jeux de données expérimentales soient nombreux, aucune comparaison des différents modèles sur le même jeu de données n'a encore été effectuée, ce qui pourtant, pourrait permettre d'identifier les causes conduisant à ces écarts de valeurs pour les différents paramètres ajustables.

Pour tenter d'apporter des réponses à ces questions, nous proposons une nouvelle approche multi-échelles de la perméabilité d'une mousse. Dans un premier temps, nous déterminerons à l'échelle d'une bulle, les valeurs des paramètres de viscosité de cisaillement de surface et de résistance adimensionnée d'un nœud pour deux types de solutions moussantes permettant d'obtenir deux conditions de mobilité interfaciale significativement différentes. Puis à l'échelle de la mousse, nous réaliserons des expériences de drainage forcé pour ces deux mêmes solutions. Les données obtenues nous permettront alors de comparer les différents modèles de perméabilité existants et d'améliorer cette modélisation en limitant au maximum le nombre de paramètres libres.

## 2.1 Approche locale de la perméabilité des mousses

### 2.1.1 Dispositif Expérimental

#### Solutions moussantes

Nous choisissons pour notre étude deux solutions moussantes permettant d'obtenir deux conditions de mobilité interfaciale significativement différentes. La première est une solution de Tétradecyl TrimethylAmmonium Bromid (TTAB) concentré à 3 g/l dans de l'eau distillé (Millipore 18,2 m $\Omega$ .cm). La concentration micellaire critique (CMC) pour ce tensioactif étant de 1 g/l, les interfaces sont saturées en tensioactifs et la tension de surface liquide / gaz vaut  $\gamma = 38 \pm 1$  mN/m. Ce tensioactif est connu pour former des interfaces à mobilité importante [11, 13, 20, 33, 48, 56]. La deuxième solution est obtenue en ajoutant à la première 0,2 g/l de Dodécanol (DOH) permettant d'obtenir, au contraire de la solution pure, une faible mobilité interfaciale [11, 13, 20, 48, 56]. La tension de surface de cette deuxième solution est de  $\gamma = 26 \pm 1$  mN/m. La viscosité dynamique  $\mu = 1$  mPa.s et la masse volumique  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup> sont identiques pour ces deux solutions.

#### Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental que nous mettons en place pour mesurer la viscosité de cisaillement de surface ainsi que la résistance d'un nœud est adapté de celui utilisé par Christelle Fritz durant sa thèse [20]. Ce dispositif est présenté à la figure 2.1a). L'expérience consiste à reproduire un bord de

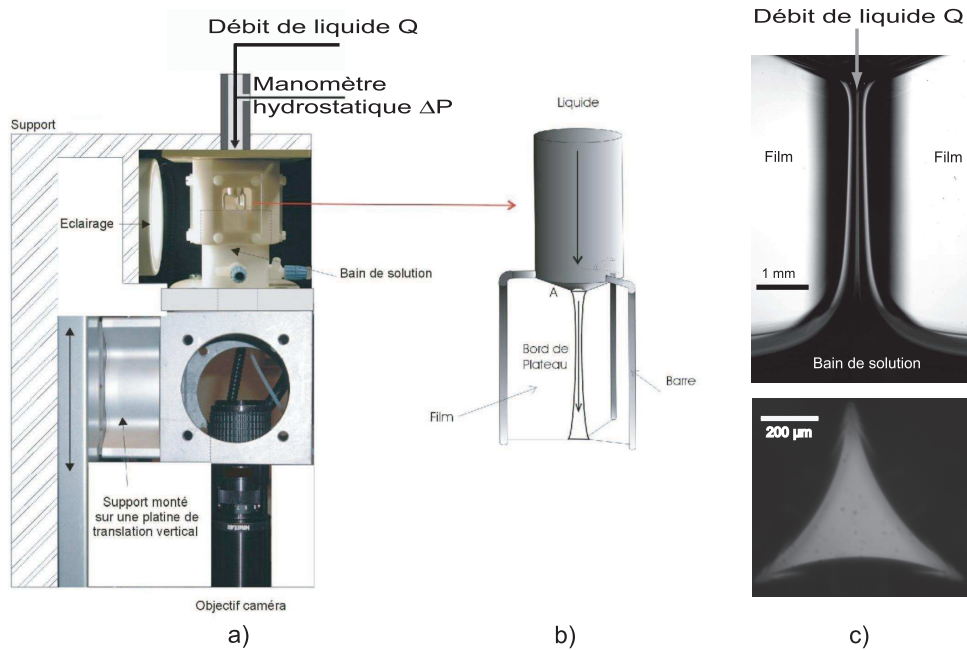


FIG. 2.1 – a) Vue d'ensemble du dispositif expérimental. b) Armature (cylindre + 3 barres) nécessaire à la formation d'un bord de Plateau. c) Photographie du profil d'un bord de Plateau et de sa section. Derrière le bord de Plateau on observe une des barres à laquelle est accroché un film.

Plateau dans lequel nous pouvons forcer un écoulement de liquide et mesurer, à partir de la mesure de la perte de charge associée à l'écoulement,  $\mu_s$  et  $\widetilde{R}_n$  pour les différentes mobilités interfaciales.

Le bord de Plateau est formé en tirant hors d'un bain de solution une armature métallique spécialement conçue pour reproduire un bord de Plateau vertical connecté à ses trois films eux-mêmes verticaux. Cette armature est constituée d'un cylindre creux, dont l'extrémité se finit en entonnoir et à l'extrémité duquel trois barres sont symétriquement réparties sur sa périphérie (cf. figure 2.1b). Quand cette armature est tirée hors de la solution moussante, trois films se forment aux niveaux des barres et se rencontrent en son centre pour former le bord de Plateau. L'orifice de l'entonnoir est de 1 mm et est située à l'aplomb du bord de Plateau. Cet orifice permet de délivrer un débit de liquide dans le bord de Plateau (cf. figure 2.1b et c). L'armature est placée dans une enceinte hermétique constituée de deux parties coulissantes l'une par rapport à l'autre : la cuve contenant la solution moussante et la partie supérieure bloquant l'armature. La cuve est posée sur une platine de translation permettant de régler finement la longueur du bord de Plateau et au fond de laquelle une fenêtre d'observation permet de visualiser la section du bord de Plateau (cf. figure 2.1a et c). Sur chacune des faces de la partie supérieure de l'enceinte, une fenêtre permet d'éclairer et de visualiser le bord de Plateau et les films. Une première caméra placée face à ces fenêtres permet d'acquérir une image du bord de Plateau et une deuxième, positionnée sous la cuve, permet d'en obtenir une de sa section minimale (cf. figure 2.1c).

Le cylindre de l'armature est raccordé à un pousse-seringue permettant de délivrer dans le bord

de Plateau des débits de liquide  $Q$  variant de 1 à 100 mm<sup>3</sup>/min. Cette gamme de débit permet d'obtenir des vitesses moyennes dans le bord de Plateau équivalentes à celles mesurées dans des expériences de drainage forcé à l'échelle de la mousse [6, 13, 30, 31, 41, 56, 69]. Typiquement, la section du bord de Plateau représentée sur la figure 2.1c) vaut  $A_{bdP} \simeq 0,025$  mm<sup>2</sup> permettant d'accéder à une gamme de vitesses moyennes  $\bar{u}_{bdP,z} = \frac{Q}{A_{bdP}} \simeq 0,5 - 50$  mm/s.

La mesure de la perte de charge  $\Delta P$  dans le bord de Plateau engendrée par l'écoulement est réalisée avec un manomètre hydrostatique connecté au cylindre (cf. figure figure 2.1a). Dans un premier temps, après la formation du bord de Plateau, nous attendons que le système soit complètement drainé et qu'il ait atteint l'équilibre statique. La valeur indiquée par le manomètre est alors utilisée comme référence pour déterminer ensuite la totalité de la courbe  $(Q; \Delta P)$  où  $\Delta P$  est la perte de charge associée au débit  $Q$  par rapport à l'état de référence. Pour construire cette courbe, nous mesurons la différence de hauteur d'eau dans le manomètre : pour un débit  $Q_i$  on obtient la perte de charge  $\Delta P_i = \rho g(h_i - h_0)$  où  $h_0$  est la hauteur de référence (débit nul). Les hauteurs d'eau sont suivies par une caméra équipée d'un grossissement adapté pour pouvoir mesurer des écarts de hauteur de l'ordre de la dizaine de micromètre correspondant à une perte de charge de l'ordre du dixième de Pascal. Pour s'assurer que la perte de charge mesurée soit essentiellement due au bord de Plateau et non au rétrécissement du cylindre, nous vérifions que la perte de charge s'annule lorsque le bord de Plateau est de très petite taille.

Enfin, pour former un nœud à partir duquel nous mesurerons sa résistance, nous injectons une bulle de volume contrôlé sous le bord de Plateau initialement créé. Nous obtenons une configuration particulière d'un morceau du réseau d'une mousse : un bord de Plateau supérieur vertical connecté à un nœud, lui-même connecté à trois bords de Plateau inférieurs. Sur la figure 2.6a) nous présentons une photographie du nœud connecté à ses quatre bords de Plateau. Dans le bord de Plateau supérieur le débit de liquide est toujours  $Q$ , tandis que dans chacun des trois inférieurs le débit vaut  $Q/3$  imposé par la symétrie du système.

### **Géométrie du bord de Plateau**

Sur la figure 2.2 on observe que le profil du bord de Plateau, et donc sa section, évolue avec la coordonnée verticale  $z$ . En effet, la pression du liquide dans le bord de Plateau est donnée par la pression hydrostatique  $P_h = \rho g z$ . Cette pression impose une courbure aux interfaces, caractérisées par leur rayon de courbure  $r(z)$ , et est équilibrée par la pression de Laplace d'où on tire l'expression du rayon de courbure  $r(z) = \frac{\gamma}{\rho g z}$ . A partir des images du bord de Plateau, nous mesurons sa longueur  $L$  et l'évolution du profil  $\Delta y(z)$ , où  $\Delta y$  est la largeur apparente du bord de Plateau. Cette quantité n'est pas égale au rayon de courbure du bord de Plateau  $r(z)$  mais lui est directement proportionnelle  $\Delta y(z) = k r(z)$  [20, 48]. A la section minimale  $A_{bdP}^0$  nous faisons correspondre la largeur  $\Delta y^0$  si bien que l'on peut, à partir du profil du bord de Plateau, déterminer la valeur de la

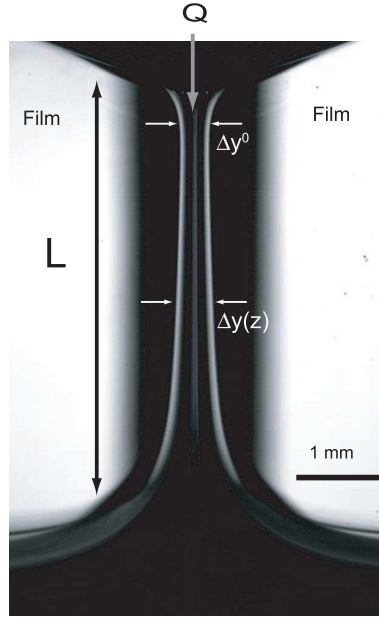


FIG. 2.2 – Photographie d'un bord de Plateau où l'on a reporté les quantité  $L$ ,  $\Delta y^0$  et  $\Delta y(z)$ .

section à la coordonnée  $z$  :  $A_{bdP}(z) = A_{bdP}^0 \left( \frac{\Delta y(z)}{\Delta y^0} \right)^2$ .

### 2.1.2 Mesure de la viscosité de cisaillement de surface et discussions

Nous déterminons la viscosité de cisaillement de surface à partir du modèle de Leonard et Lemlich (équation 1.13) combiné au facteur de perméabilité déduit des simulations numériques de Nguyen (équation 1.14). La combinaison de ces deux équations permet d'exprimer la vitesse moyenne du liquide dans un bord de Plateau vertical et rectiligne :

$$u_z = \frac{A_{bdP}}{\mu} \frac{dP}{dz} \left( \frac{0,0655 Bo^{-1/2}}{0,209 + Bo^{0,628}} + 0,02 \right) \quad (2.1)$$

De cette équation nous connaissons le gradient de pression moteur de l'écoulement  $\frac{dP}{dz} = \frac{\Delta P}{L}$ , la vitesse moyenne de l'écoulement  $u_z = \frac{Q}{A_{bdP}}$  et la section  $A_{bdP}$ . Le nombre de Boussinesq peut s'écrire sous la forme  $Bo = \frac{\mu_s}{\mu r} = \frac{\mu_s}{\mu(A_{bdP}/\delta_a)^{1/2}}$  si bien que la seule inconnue est la viscosité de cisaillement de surface. Comme notre bord de Plateau n'est pas rectiligne, nous le décomposons en  $N$  bords de Plateau rectilignes de longueur  $\Delta l_i$ , de section  $A_i = A_{bdP}^0 \left( \frac{\Delta y_i(z)}{\Delta y^0} \right)^{1/2}$  et nous définissons un nombre de Boussinesq pour chaque section  $Bo_i = \mu_s / (\mu(A_i/\delta_a)^{1/2})$ . La perte de charge théorique est alors, d'après l'équation 2.1 :

$$\Delta P_{th} = \sum_i \Delta P_i = \sum_i \frac{Q \mu \Delta l_i}{A_i^2} \left( \frac{0,0655 Bo_i^{-1/2}}{0,209 + Bo_i^{0,628}} + 0,02 \right)^{-1} \quad (2.2)$$

Nous présentons en figure 2.3 a) et b) l'évolution de la perte de charge et de la section minimale mesurées en fonction du débit de liquide pour les deux solutions moussantes. Quelle que soit la



FIG. 2.3 – a) Perte de charge dans le bord de Plateau en fonction du débit de liquide. b) Evolution de la section minimale en fonction du débit de liquide. Pour a) et b) les symboles ronds correspondent à la solution de TTAB (interfaces mobiles) et les carrés à la solution de TTAB + DoH (interfaces rigides)

solution, la perte de charge est une fonction croissante du débit de liquide. Elle est plus élevée pour le bord de Plateau à interfaces rigides que pour celui à interfaces mobiles. Cette évolution se traduit naturellement par une augmentation de l'aire minimale avec  $Q$ . Pour la solution de TTAB, cette augmentation est toutefois très limitée. En effet la perte de charge engendrée par l'écoulement est bien inférieure à la pression hydrostatique (environ 50 Pa pour un bord de Plateau de 5 mm). Par contre pour la solution de TTAB + Doh,  $\Delta P$  est comparable à  $P_h$  et contribue à déformer fortement le bord de Plateau. A partir des mesures de  $\Delta P$ , de la géométrie du bord de Plateau et de l'équation 2.2, nous pouvons pour chaque débit de liquide extraire la viscosité de cisaillement de surface.

Nous reportons sur la figure 2.4a) la viscosité de cisaillement de surface en fonction du débit de liquide pour les deux solutions moussantes. Pour la solution de TTAB, la viscosité de cisaillement de surface est constante sur la gamme de débit et vaut  $\mu_s = 6.10^{-8} \pm 10^{-8}$  kg/s. Cette valeur est comparable à celles obtenues dans la littérature pour des solutions similaires. Pour Carrier *et al.*  $\mu_s = 3.10^{-8}$  kg/s [6] et pour Saint-Jalmes *et al.*  $\mu_s = 8.10^{-8}$  kg/s. On trouvera aussi des valeurs similaires dans [33, 48]. Dans le cas de la solution de TTAB + DoH, le comportement de  $\mu_s$  est plus complexe. Une forte augmentation est observée aux faibles débits pour atteindre une valeur constante de  $\mu_s \simeq 100.10^{-8}$  kg/s. Une telle variation n'a jamais été reportée dans les études de drainage puisque la viscosité de cisaillement de surface est supposée constante pour une solution moussante dans le modèle de Leonard et Lemlich. Il est connu que l'ajout de DoH dans une solution moussante de TTAB permet de faire augmenter fortement les paramètres caractérisant la rhéologie de surface. Certains de ces autres paramètres de surface, viscosité dilatationnelle et élasticité de Gibbs peuvent donc aussi contribuer à cette augmentation. Nous soupçonnons alors que le saut de

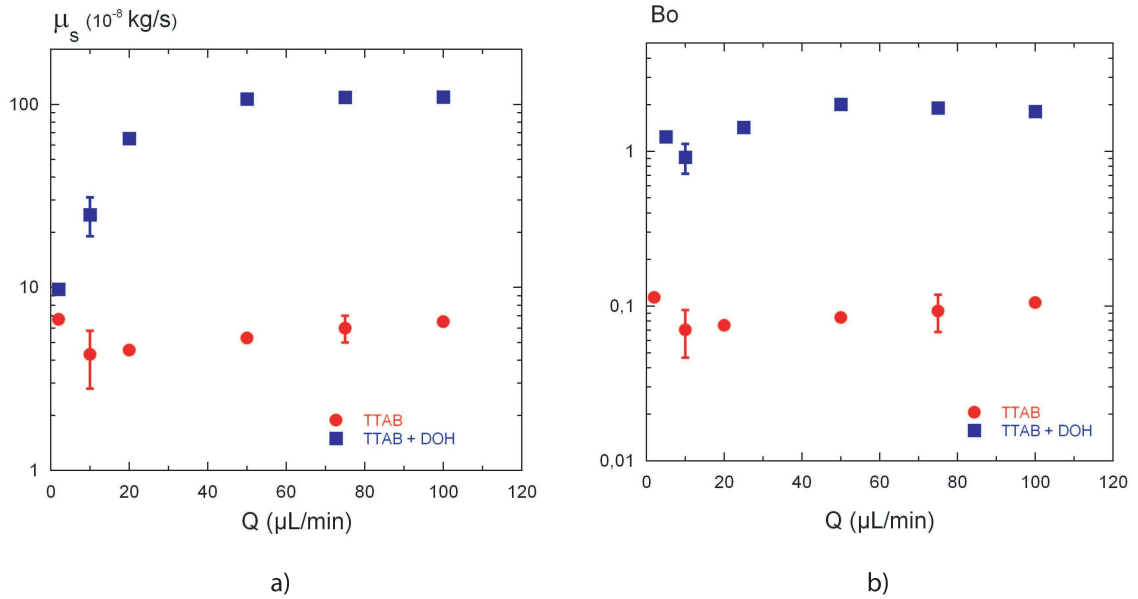


FIG. 2.4 – Evolution de la viscosité de cisaillement de surface (a) et du nombre de Boussinesq (b) en fonction du débit de liquide pour les deux solutions moussantes.

$\mu_s$  mesuré, soit la signature de l'influence de ces autres paramètres et que le paramètre  $\mu_s$  ne mesure pas uniquement la viscosité de cisaillement de surface.

Nous avons reporté sur la figure 2.4b) la variation du nombre de Boussinesq en fonction du débit de liquide pour les deux solutions moussantes. On observe que sur la gamme de débit de liquide étudiée,  $Bo$  est constant. Pour la solution de TTAB,  $Bo = 0,08 \pm 0,01$ , ce qui correspond bien à une grande mobilité interfaciale, et pour la solution de TTAB + DoH,  $Bo = 1,5 \pm 0,5$ , valeur correspondante à une faible mobilité interfaciale. Il semble donc que le comportement de l'interface puisse tout autant être caractérisé par une valeur de  $Bo$  que par  $\mu_s$ . Pour étayer cette idée nous traçons le nombre  $Bo = \frac{\mu_s}{\mu r}$  en fonction du rayon de courbure moyen du bord de Plateau  $r$  (qui correspond à un rayon de courbure constant le long du bord de Plateau avec la même valeur de perte de charge). Afin de forcer la variation du rayon de courbure et donc la variation du nombre de Boussinesq pour la solution de TTAB, nous faisons varier la hauteur du bord de Plateau. Nous réalisons quatre bords de Plateau de longueur  $L = 2,7; 3,5; 5$  et  $8$  mm. Pour le bord de Plateau à interfaces rigides, la section varie avec le débit et nous pouvons représenter  $Bo$  en fonction de  $r$  pour une seule longueur  $L = 4,8$  mm. Les résultats sont présentés en figure 2.5. Si pour les interfaces mobiles, la tendance  $Bo$  constant n'est pas nette, elle l'est beaucoup plus pour les interfaces rigides. Sur ce même graphique, nous avons ajusté la courbe  $Bo$  en fonction de  $r$  à  $\mu_s$  constant pour les deux types de solution. Pour le cas de la solution de TTAB, encore une fois la tendance n'est pas claire et nous ajustons  $\mu_s = 3,6 \cdot 10^{-8} \text{ kg/s}$ . Pour la solution de TTAB + DoH, il est impossible d'ajuster les données à  $\mu_s$  constant. Nous tirons de l'ajustement  $\mu_s = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ kg/s}$ . Ces valeurs

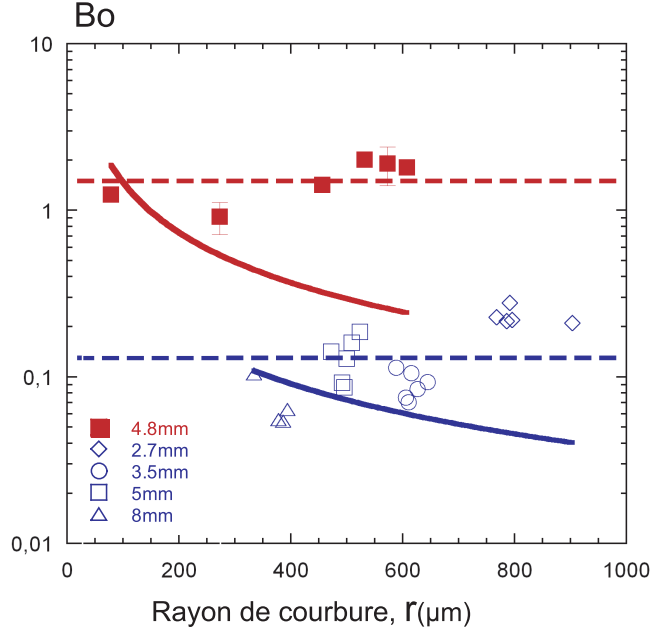


FIG. 2.5 – Evolution du nombre de Boussinesq en fonction du rayon de courbure moyen du bord de Plateau. Les symboles ouverts correspondent à la solution de TTAB pour différentes longueurs de bord de Plateau et les symboles pleins à la solution de TTAB + Doh pour une seule longueur de bord de Plateau.

doivent être considérées comme arbitraires. En effet, ces ajustements illustrent simplement le fait qu'une description des interfaces à  $\mu_s$  constant est finalement moins adaptée qu'une description à  $Bo$  constant pour une solution moussante donnée.

### 2.1.3 Mesure de la résistance du nœud

Maintenant que les paramètres interfaciaux sont déterminés, nous pouvons maintenant mesurer la résistance hydrodynamique d'un nœud pour des interfaces mobiles  $Bo \simeq 0,1$  et rigides  $Bo \simeq 2$ . Pour déterminer cette résistance, nous considérons les quatre bords de Plateau et le nœud comme un assemblage de résistances en série (cf. figure 2.6a) et b)). Le bord de Plateau supérieur est caractérisé par une résistance  $R_1$  dans lequel circule un débit  $Q$ . La perte de charge associée vaut  $\Delta P_1$ . Les bords de Plateau inférieurs sont associés en parallèles, chacun caractérisé par une résistance  $R_2$ , un débit  $Q_2 = Q/3$  et une perte de charge  $\Delta P_2$ . On définit la résistance équivalente  $R_{eq,2} = \frac{\Delta P_2}{Q}$ . Le nœud a une résistance  $R_n$ , une perte de charge  $\Delta P_n$  et est traversé par un débit  $Q$ . La résistance de l'ensemble résulte de l'association en série des trois résistances :  $R_{totale} = R_1 + R_n + R_{eq,2}$ . La résistance du nœud est alors déterminée par la relation suivante :

$$R_n = R_{totale} - R_1 - R_{eq,2} = \frac{\Delta P_{totale} - \Delta P_1 - \Delta P_2}{Q} \quad (2.3)$$

où  $\Delta P_{totale}$  est la perte de charge dans l'ensemble des bords de Plateau et du nœud. Il y a donc trois quantités à mesurer pour déterminer la résistance du nœud :  $\Delta P_{totale}$ ,  $\Delta P_2$  et  $\Delta P_1$ . La variation

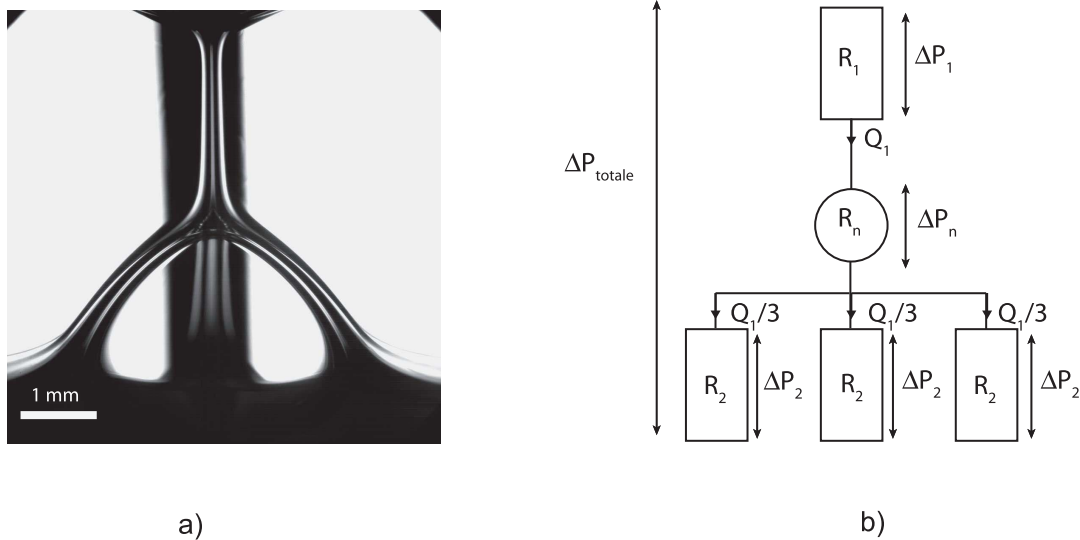


FIG. 2.6 – a) Photographie d'un nœud connecté à ses quatre bords de Plateau. b) Schéma électrique équivalent de l'ensemble bord de Plateau supérieur, nœud et des trois bords de Plateau inférieurs.

de la perte de charge dans l'ensemble (bords de Plateau + nœud) avec le débit est directement mesurable. Nous reportons les valeurs de  $\Delta P_{totale}$  pour les deux solutions sur les figures 2.8 a) et b). Pour la mesure de  $\Delta P_2$ , nous créons un bord de Plateau de taille égale à celle des bords de Plateau inférieurs dans lequel nous imposons un débit  $Q/3$ . Nous reportons les valeurs de  $\Delta P_2$  sur les figures 2.8 a) et b) en fonction de  $Q$  (et non  $Q/3$  pour une meilleure lisibilité du graphique). Il ne nous reste plus qu'à déterminer la perte de charge aux bornes du bord de Plateau supérieur. Pour cela nous ne pouvons réaliser une mesure directe. En effet la perte de charge dépend de la section du bord de Plateau que nous ne pouvons déterminer dans le cas du bord de Plateau supérieur à cause de la bulle formant le nœud. Pour déterminer l'évolution de la section, nous créons un long bord de Plateau de même hauteur que le bord de Plateau supérieur. Dans ce cas les profils sont identiques ainsi que les sections (cf. figure 2.7). La correspondance des profils permet alors d'avoir accès à la section du bord de Plateau supérieur. Pour déterminer la perte de charge  $\Delta P_1$  nous utilisons l'équation 2.2. Cette fois-ci la viscosité de cisaillement de surface ainsi que le débit, et la géométrie sont connus et nous déterminons la perte de charge théorique correspondante  $\Delta P_1$ . Nous reportons les valeurs de  $\Delta P_1$  pour les deux solutions sur les figures 2.8 a) et b).

#### 2.1.4 Résultats

Nous pouvons dès à présent déterminer la résistance adimensionnée d'un nœud à partir des mesures de perte de charges présentées à la figure 2.8 et de l'équation 2.3. Nous avons défini cette résistance adimensionnée au chapitre 1.5.1  $\widetilde{R}_n = \frac{r_{min}^3 R_n}{\mu}$  où  $r_{min}$  est le rayon d'ouverture du nœud. Dans le cadre de notre expérience, le rayon d'ouverture est déterminé à partir des profils présentés à la figure 2.7. Il est mesuré à l'endroit où le profil du bord de Plateau supérieur s'écarte de celui



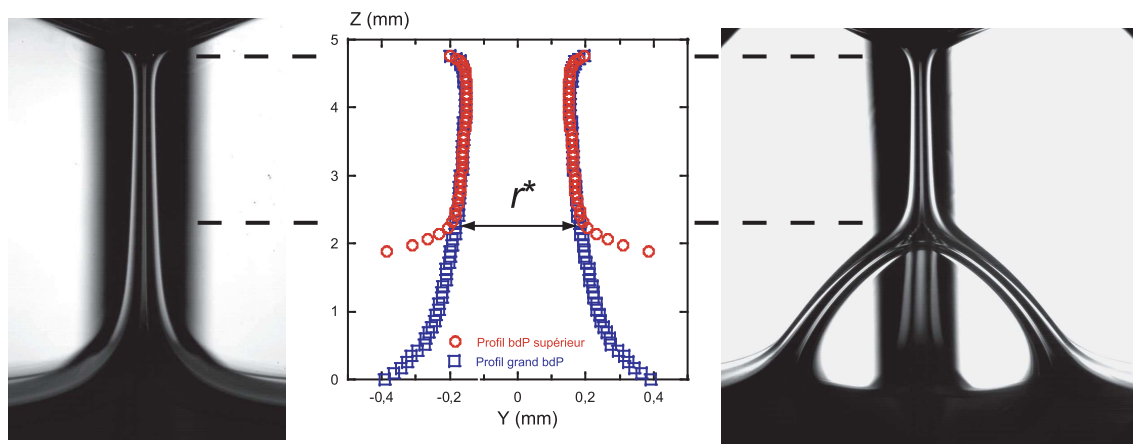


FIG. 2.7 – Profils d’un grand bord de Plateau pour étalonner la relation entre  $\Delta y(z)$  et  $A_{bdP}(z)$  afin de déterminer la section du bord de Plateau supérieur.  $r^*$  correspond au rayon de courbure à l’endroit où le nœud commence.

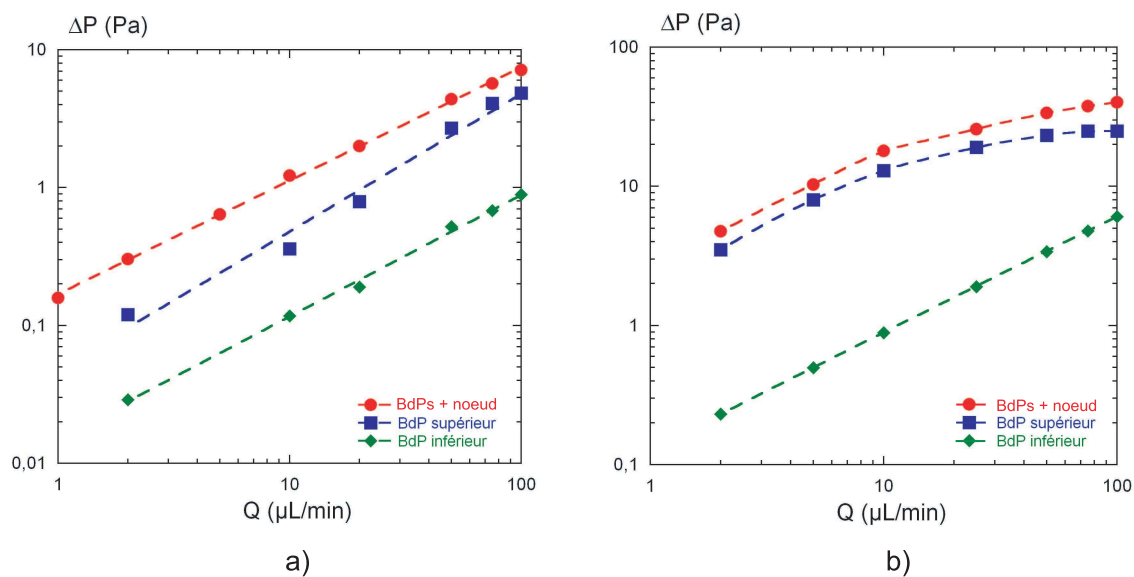


FIG. 2.8 – Evolution de la perte de charge dans l’ensemble bords de Plateau et nœud, dans le bord de Plateau supérieur et inférieur en fonction du débit de liquide pour les solutions de (a) TTAB et (b) TTAB + DoH.

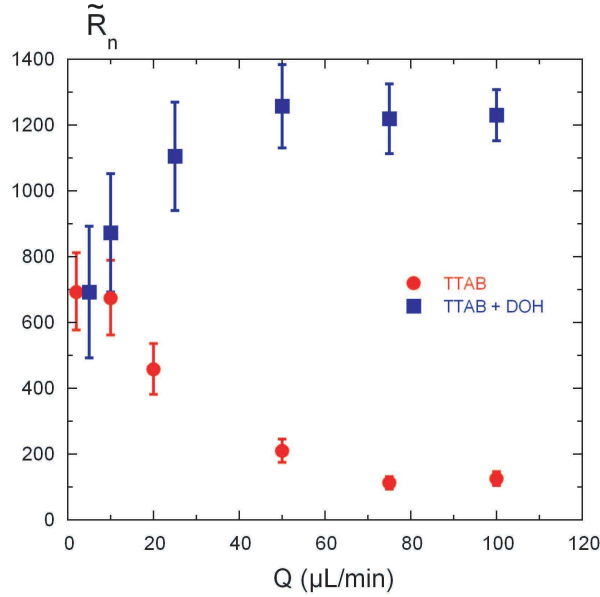


FIG. 2.9 – Résistance hydrodynamique adimensionnée du noeud en fonction du débit de liquide. Les symboles ronds correspondent à la solution de TTAB (interfaces mobiles) et les carrés à la solution de TTAB + DoH (interfaces rigides).

du grand bord de Plateau. Nous appelons ce rayon  $r^*$  d’où nous tirons la résistance adimensionnée  $\tilde{R}_n = \frac{r^{*3} R_n}{\mu}$ . Nous présentons les valeurs de  $\tilde{R}_n$  en fonction de  $Q$  en figure 2.9. Les barres d’erreurs sont calculées à partir des erreurs de mesures de  $r^*$  et les différents  $\Delta P$ . Qualitativement, nous observons que la résistance du nœud augmente avec le nombre de Boussinesq (diminue avec la mobilité  $M$ ). Pour  $Bo \simeq 0,1$  (solution de TTAB) la gamme de valeurs de la résistance adimensionnée est 700 - 150 pour une gamme de débit de 5 - 100  $\mu\text{L}/\text{min}$ . Pour la solution de TTAB + DoH,  $Bo \simeq 2$ , la plage de variation de la résistance est 700 - 1200 pour la même gamme de débit. Dans les deux cas,  $\tilde{R}_n$  varie aux faibles débits, puis se stabilise à une valeur constante aux débits plus élevés. Nous pouvons maintenant comparer nos valeurs de résistances tirées d’une mesure directe réalisée à l’échelle locale à celles ajustées des différents travaux exposés dans la section 1.5.1.

### 2.1.5 Discussion des résistances de nœud adimensionnées

Pour les interfaces mobiles, les résistances déduites des modèles de mousses sèches sont plus d’un ordre de grandeur supérieur aux nôtres (Saint-Jalmes (2004) et Koehler (2000) [56, 31]). Pour comparer nos valeurs de résistances plus précisément, nous les comparons à chaque modèle indépendamment.

Nous commençons par une comparaison avec le modèle des nœuds de Koehler *et al.* [30, 31]. Pour une solution moussante de grande mobilité interfaciale comparable à la notre [33], leur valeur de résistance  $\tilde{R}_{n\text{Koehler}} \simeq 5000$  est néanmoins très supérieure à notre variation mesurée  $700 < \tilde{R}_n < 150$ . La raison de cette surestimation de la résistance des nœuds est que leur modèle est basé sur

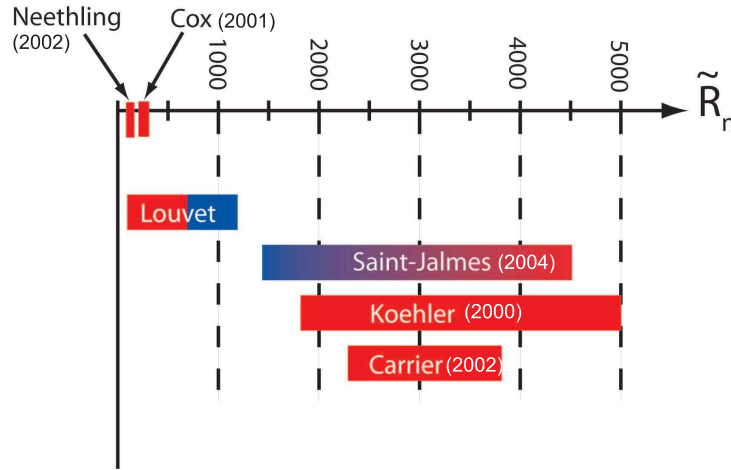


FIG. 2.10 – Echelle de valeurs de résistances de nœud adimensionnées. La couleur bleue correspond aux faibles mobilités interfaciales tandis que la couleur rouge se rapporte aux grandes mobilités.

une description de mousse sèche dont la dissipation dans les bords de Plateau serait nulle. Pourtant dans la limite des faibles fractions volumiques de liquide ( $\varepsilon < 0,02$ ) la contribution des nœuds peut être négligée et il n'y a alors que des bords de Plateau. Etant donné qu'une dissipation doit tout de même avoir lieu pour équilibrer le moteur de l'écoulement, les auteurs la reportent entièrement dans la résistance des nœuds surestimant alors leur contribution. Koehler *et al.* arrivent finalement à décrire qualitativement leur données expérimentales en attribuant une valeur élevée de résistance de nœud.

Le modèle de Saint-Jalmes *et al.* est lui aussi basé sur un modèle de mousse sèche. Comme pour le modèle de Koehler, la résistance des nœuds est trop élevée. Dans leur modèle, la réduction des bords de Plateau n'est pas prise en compte si bien qu'à haute fraction volumique de liquide, le volume des bords de Plateau est surestimé (cf. figure 2.11). Cette surestimation du volume, entraîne une sous estimation de la résistance des bords de Plateau et par conséquent une augmentation de la valeur de la résistance des nœuds. Si l'on compare les valeurs pour la solution à interfaces mobiles, Saint-Jalmes *et al.* trouvent une plage 3800 - 4500 pour une valeur de  $Bo = 1/M = 0,1$  (cf. figure 1.14) environ cinq fois plus élevée que la notre. De façon plus étonnante, les auteurs rapportent une diminution de la résistance des nœuds avec le nombre de Boussinesq ((cf. figure 1.14). Nos mesures montrent l'inverse : une augmentation de la résistance avec  $Bo$ . Pour des solutions à interfaces rigides, la valeur de résistance  $\widetilde{R}_{n\text{Saint-Jalmes}} \simeq 1500$  est comparable à notre limite haute  $\widetilde{R}_n \simeq 1200$ .

La dernière étude dans la limite de mousse sèche correspond aux simulations numériques de Cox *et al.* d'un nœud à interfaces libres. La valeur de  $\widetilde{R}_{nCox} \simeq 250$  tombe dans notre limite basse de valeurs de résistances pour les interfaces mobiles. En effet, la condition d'interfaces libres n'est jamais réellement vérifiée ; ces dernières sont toujours caractérisées par une valeur finie de mobilité interfaciale.

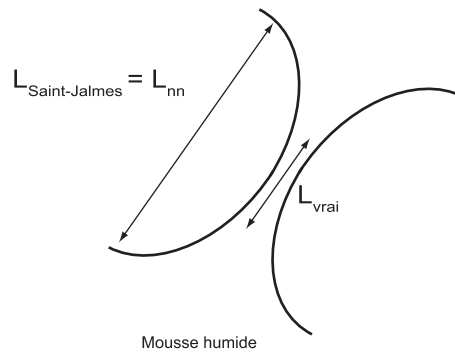


FIG. 2.11

Le modèle de Neethling *et al.* modélise la géométrie plus justement en tenant compte de la réduction de longueur des bords de Plateau avec  $\varepsilon$ . Les dissipations dans les bords de Plateau et les nœuds sont donc correctement réparties. La valeur  $\widetilde{R}_{nNeethling} \simeq 150$ , extraite pour une solution mobile identique à la notre est cependant légèrement inférieure à notre limite basse  $\widetilde{R}_n \simeq 200$  mais tout à fait comparable au vu des erreurs de mesures. Un point important de leur étude est que la rhéologie de surface n'apparaît pas dans leur modèle. Les auteurs l'incorporent dans le paramètre libre de résistance de bord de Plateau  $C_{pb}$ . De façon surprenante, Neethling *et al.* trouvent que ce paramètre est constant quel que soit le diamètre des bulles. Ce résultat revient à caractériser l'interface par un nombre de Boussinesq constant. En effet, d'après la définition du nombre de Boussinesq, si  $\mu_s$  est constant, alors la modification du diamètre des bulles entraîne une variation de  $Bo$  et donc, d'après les résultats de Saint-Jalmes *et al.* (cf. figure 1.14b), une variation de la perméabilité de la mousse que Neethling *et al.* n'observent pas.

Enfin, le modèle de perméabilité de Carrier *et al.* décrit correctement la géométrie des mousses humides et tient compte de la rhéologie de surface. Si la valeur de  $\mu_s$  est admise, la valeur de la résistance du nœud extraite  $\widetilde{R}_{nCarrier} \simeq 3000$  est bien supérieure aux nôtres pour la solution de TTAB. Nous proposons deux explications pouvant expliquer cet écart. La solution moussante utilisée par les auteurs (SDBS) est supposée avoir des caractéristiques interfaciales similaires à notre solution de TTAB. Nous pensons que cette solution présente en réalité un comportement intermédiaire entre interfaces mobiles et rigides. La deuxième explication porte sur la réduction des bords de Plateau avec  $\varepsilon$ . Les auteurs utilisent un coefficient de réduction  $\xi = 2,31$  défini à l'équation 1.9. Ce coefficient a pour effet de diminuer trop rapidement les longueurs des bords de Plateau et de les annuler en  $\varepsilon \simeq 0,045$ . Les auteurs reportent donc pour des valeurs supérieures à  $\varepsilon \simeq 0,045$  la dissipation des bords de Plateau dans les nœuds.

Il ressort de cette discussion qu'un des paramètres cruciaux des modèles de perméabilité est la longueur des bords de Plateau. Il est donc nécessaire de proposer une amélioration pour que la répartition de la dissipation soit correctement faite.

## 2.2 Approche macroscopique de la perméabilité des mousses

La comparaison des paramètres libres extraits des modèles de perméabilité doit être faite avec précaution. En effet, chacune des études présentées fournit des valeurs de ces paramètres pour des solutions moussantes éventuellement différentes [6, 31, 30, 41, 56]. Actuellement, aucune comparaison des différents modèles sur un même jeu de données n'a été réalisée pour tenter de comparer plus finement les différences relevées et lever l'ambiguïté de l'effet de la solution moussante. Nous réalisons alors, pour nos deux solutions moussantes, des expériences de drainage forcé afin de mesurer la perméabilité de la mousse. Ces expériences nous permettent d'obtenir un jeu de données à partir desquelles nous ajustons les différents modèles de la littérature afin de réaliser une comparaison plus fine des valeurs obtenues par ajustement.

### 2.2.1 Dispositif expérimental

#### Expérience de drainage forcé

Les mousses que nous étudions sont formées à partir des deux solutions moussantes caractérisées dans la section précédente afin d'obtenir les mêmes mobilités interfaciales. Les expériences de drainage forcé sont réalisées dans une colonne cylindrique de plexiglass. Nous utilisons deux types de colonnes de 50 cm et 60 cm de hauteur avec une section  $S$  de 23 cm<sup>2</sup> et 9 cm<sup>2</sup> respectivement. En fonction du diamètre des bulles que nous étudions, nous en choisissons une des deux afin d'obtenir au minimum une vingtaine de bulles dans le diamètre de la colonne. La colonne est préalablement remplie de solution moussante, sur une hauteur d'environ de 5 cm. Les bulles sont formées en injectant, au travers d'aiguilles immergées dans le fond de la colonne, un flux de gaz. Le gaz est un mélange d'azote et de C<sub>6</sub>F<sub>14</sub>. Le C<sub>6</sub>F<sub>14</sub> est un gaz insoluble qui nous permet de former des mousses qui ne présentent aucun signe de mûrissement sur la durée des expériences. Pour modifier le diamètre des bulles, nous changeons le diamètre des aiguilles.

Durant la formation de la mousse, nous l'arrosons à faible débit de solution moussante par le haut de la colonne pour prévenir la rupture éventuelle des bulles. Quand la colonne est complètement remplie, le débit est arrêté et nous laissons la mousse drainer librement durant vingt minutes. Ce temps d'attente permet d'obtenir une mousse bien sèche et donc un état initial identique pour toutes les mesures. Lorsque l'état d'équilibre est atteint, un débit constant  $Q$  de solution moussante est délivré sur le haut de la mousse. L'injection de la solution moussante est réalisée avec un pousse seringue permettant de délivrer des débits de 0,1 à 300 ml/min.

La mousse est éclairée et une caméra capture les images par le coté opposé. La partie humide de la mousse diffusant plus la lumière que la partie sèche, nous suivons la vitesse du front de liquide  $u_f$  dans le référentiel du laboratoire. La taille de la fenêtre d'acquisition des images permet de suivre le front de liquide sur 20 cm à une fréquence de 20 images par secondes. Le fond de la colonne étant fermé, la mousse en contact avec le bain de solution moussante ne peut pas s'enfoncer durant

l'expérience de drainage. L'ajout de liquide provoque alors la dilatation de la mousse et les bulles remontent à une vitesse  $U$ . La vitesse réelle du liquide dans la mousse est donc :

$$u_l = u_f + U \quad (2.4)$$

Lorsque le front de liquide a traversé la totalité de la hauteur de mousse, le débit de liquide est arrêté et la mousse se draine librement jusqu'à l'expérience suivante à un débit différent. Pour mesurer la vitesse du front de liquide et la vitesse de remontée des bulles, nous réalisons une image spatio-temporelle de l'expérience de drainage forcé. En figure 2.13 nous présentons une séquence d'images tirées d'une expérience, ainsi que l'image spatio-temporelle correspondante. Pour mesurer la vitesse de front, nous relevons la pente de la limite séparant la zone claire (mousse sèche) de la zone foncée (mousse humide).

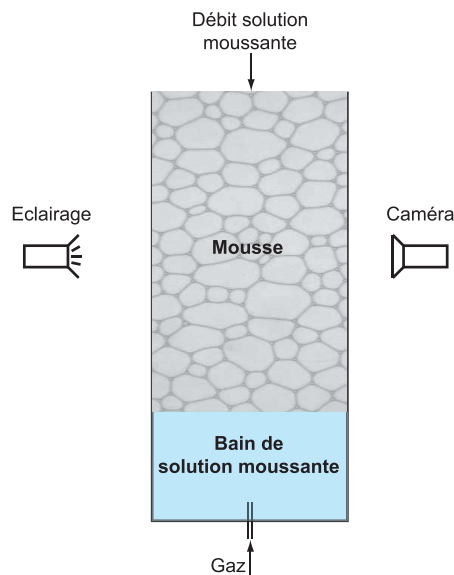


FIG. 2.12 – Schéma du dispositif expérimental.

### Mesure du diamètre des bulles

Nous portons une attention particulière à la mesure du diamètre des bulles. En effet, ce paramètre joue un rôle important dans la détermination de la vitesse de drainage (cf. section 1.2). Un bon moyen est de mesurer la longueur  $L_{paroi}$  des bords de Plateau en contact avec la paroi de la colonne (bords de Plateau pariétaux). Cependant, cette longueur est différente de celle des bords de Plateau en volume  $L_{nn} = D_b/2,78$  et ne permet donc pas de remonter directement au diamètre de la bulle. Il existe des conversions entre ces deux longueurs qui dépendent de la polydispersité des bulles [6, 7]. Cependant ces conversions n'ayant pas fait l'objet d'études approfondies pour valider les relations entre  $L_{nn}$  et  $L_{paroi}$ , nous choisissons une autre méthode de mesure.

Pour mesurer le diamètre des bulles nous prélevons un échantillon de mousse dans la colonne et nous l'écrasons entre deux plaques de verre espacées d'une entretoise d'épaisseur  $e = 100 \mu\text{m}$ .

L'observation en transmission de la surface des bulles exposées à la paroi (cf. figure 2.14a) permet de remonter au volume et par conservation au diamètre équivalent. Typiquement, sur la gamme étudiée, la dispersion du diamètre est de l'ordre de 4%. Nous produisons donc des mousses relativement bien monodisperses. Pour s'assurer que la mousse n'a pas évolué entre deux expériences, nous comparons les longueurs des bords de Plateau pariétaux avant le passage de chaque front (toujours sur des mousses sèches)(cf. figure 2.14b).

## 2.2.2 Résultats et comparaisons

### Mesure de perméabilité

Pour analyser nos données et les comparer à celles de la littérature, nous calculons la perméabilité macroscopique de la mousse  $K$  et la fraction volumique de liquide  $\varepsilon$ . L'utilisation de  $K$  et  $\varepsilon$  est une représentation classique dans le domaine d'étude des milieux poreux [22] et utilisée plus récemment dans le domaine des mousses [31, 55, 41, 43, 60, 61]. Nous rappelons les relations nécessaires au calcul de ces deux quantités qui ont été définies au chapitre 1.2.3 :

$$\varepsilon = \frac{Q}{Su_l} \quad (2.5)$$

et,

$$K = \frac{Q\mu}{S\rho g} \quad (2.6)$$

où  $S$  est la section de la colonne,  $Q$  le débit de liquide délivré et  $u_l$  la vitesse moyenne du liquide dans la mousse définie par l'équation 2.4. Nous représentons sur la figure 2.15 les résultats issus de nos expériences de drainage forcé pour différents diamètres de bulles et les deux solutions moussantes utilisées (TTAB ( $Bo = 0,1$ ) : symboles pleins; TTAB + DoH ( $Bo = 2$ ) symboles ouverts). Les mesures de perméabilité s'étendent sur environ quatre décades et correspondent à une large gamme de fraction volumique de liquide 0,003 - 0,2. Notons qu'au delà de  $\varepsilon \simeq 0,12$  des mouvements de bulles peuvent s'établir dans l'échantillon de mousse. Nous nous assurons que lors des mesures de perméabilité à haute fraction liquide, ces mouvements ne soient pas présents. Quels que soient le diamètre des bulles et la mobilité des interfaces, la perméabilité est une fonction croissante de la fraction volumique de liquide : lorsque  $\varepsilon$  augmente, le réseau de la mousse se dilate et oppose moins de résistance à l'écoulement. Pour une mobilité des interfaces donnée, plus grandes sont les bulles et plus la perméabilité est importante. Inversement, pour un diamètre de bulle fixé, la perméabilité est plus faible dans le cas des interfaces rigides.

Nous adimensionnons la perméabilité avec le carré du diamètre des bulles et nous reportons  $K/D_b^2$  en fonction de  $\varepsilon$  sur la figure 2.16. L'utilisation du diamètre des bulles comme paramètre d'adimensionnement est justifiée par le fait qu'à l'échelle de la mousse,  $D_b$  est la seule longueur caractéristique du système. Sur la gamme de diamètre de bulle et de fraction liquide étudiés, toutes les données se regroupent en deux courbes, corrépondantes chacune aux deux mobilités interfaciales.

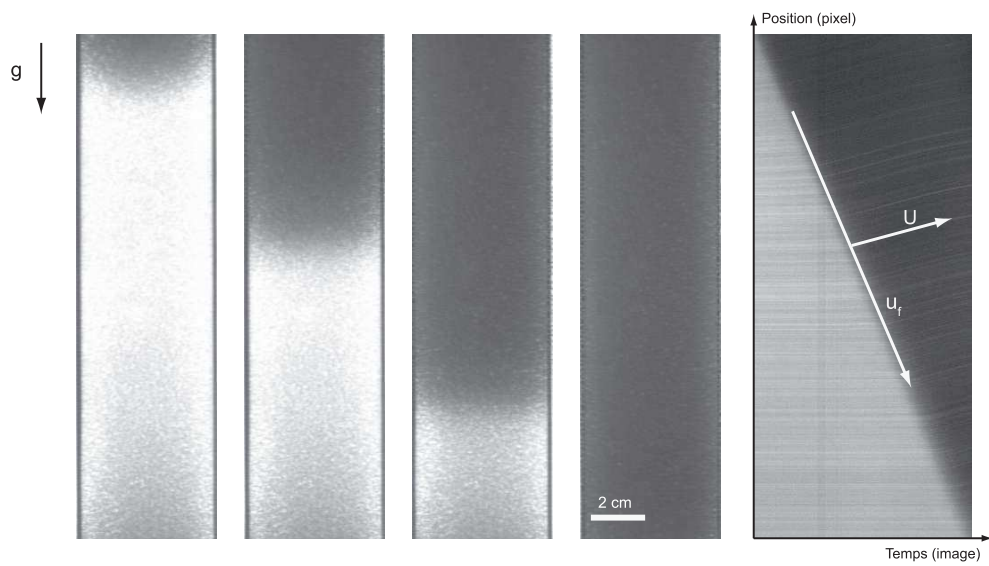


FIG. 2.13 – Séquence d’images d’une expérience de drainage forcé. Le temps entre chaque image est de 10 secondes.

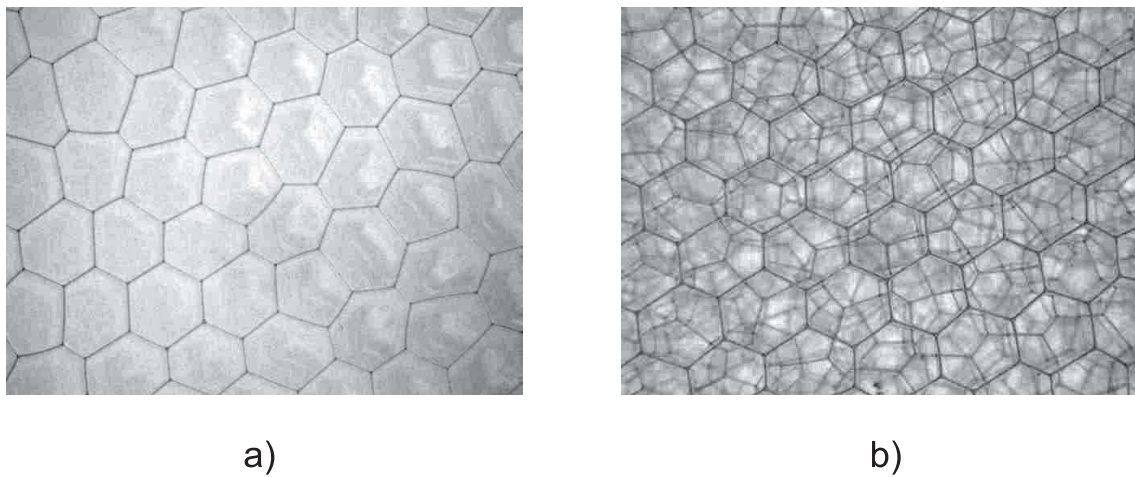


FIG. 2.14 – a) Photographie de bulles écrasées entre deux plaques de verre espacées de  $100 \mu\text{m}$ . b) Photographie de bords de Plateau pariétaux.



Aux faibles  $\varepsilon$ , les deux courbes de  $K/D_b^2$  sont séparées : la perméabilité adimensionnée de la mousse à interfaces mobiles est d'un ordre de grandeur supérieure à celle de la mousse à interfaces rigides en  $\varepsilon \simeq 0,004$  et quatre fois plus importante en  $\varepsilon \simeq 0,01$ . Pour les mousses plus humides,  $\varepsilon \simeq 0,1$  les deux courbes sont proches l'une de l'autre. Ces courbes signifient que dans la gamme de  $\varepsilon$  et de  $D_b$  investigués, la dépendance de la perméabilité avec le diamètre des bulles est uniquement  $D_b^2$ . Si l'on regarde attentivement les données, pour une solution moussante, on remarquera que différentes plages de  $\varepsilon$  sont explorées lorsque  $D_b$  est modifié. Ceci reflète les limites de notre expérience de drainage forcé : plus les bulles sont petites, plus la mousse est humide et inversement. Ces résultats justifient le choix de représentation des mesures de drainage forcé dans le plan  $(\varepsilon; K/D_b^2)$  pour caractériser les mousses liquides. Stevenson *et al.* ont récemment proposé que la perméabilité adimensionnée devait être décrite par une unique loi de puissance de la fraction volumique de liquide ( $\frac{K}{D_b^2} \propto \varepsilon^n$ ) sur toutes les valeurs de  $\varepsilon$  [60, 61]. On observe sur la figure 2.16 qu'il n'existe pas une unique loi de puissance pour décrire l'ensemble des données sur la gamme de fraction volumique de liquide. Notons que les lois de puissance reportées sur la figure 2.16 sont positionnées arbitrairement pour illustrer ce propos. Néanmoins les exposants affichés sont ceux des modèles des nœuds (3/2) et des bords de Plateau (2).

Enfin, nous constatons que les résultats de la figure 2.16 semblent aller à l'encontre de la modélisation proposée par Leonard et Lemlich caractérisant les interfaces par une valeur fixée de la viscosité de cisaillement de surface pour une solution donnée [6, 34, 56]. En effet, si l'on fixe  $\varepsilon = 0,02$  pour la solution de TTAB, les courbes de diamètre de bulle  $D_b = 4,3$  mm et  $D_b = 1$  mm donnent la même valeur de  $K/D_b^2$ . Or d'après la définition du nombre de Boussinesq [56]  $Bo = \frac{\mu_s}{\mu r_{min}} \simeq \frac{\mu_s}{\mu \sqrt{\varepsilon} D_b}$ , si nous changeons  $D_b$  et gardons  $\mu_s$  constant, alors le nombre de Boussinesq change et doit entraîner une variation de la perméabilité, ce qui n'est pas observé sur la figure 2.16. Ce résultat est aussi observé pour la solution de TTAB + DoH, bien que les données ne se chevauchent pas sur une large gamme de  $\varepsilon$ . Cela sous entend que nos données sont mieux décrites avec  $Bo$  constant qu'avec  $\mu_s$  constant comme nous l'avons observé précédemment à l'échelle locale. Toutefois, la réponse des nœuds intervient aussi lorsque la fraction volumique de liquide augmente, si bien qu'une analyse plus précise est nécessaire pour bien comprendre cet effet.

### Comparaison des données expérimentales

Pour cerner cet effet, nous reprenons les données d'expériences de drainage forcé de la littérature que nous représentons dans le plan  $(\varepsilon; K/D_b^2)$  en figure 2.17. Nous reportons uniquement les données où le diamètre des bulles, la longueur des bords de Plateau de volume ou pariétaux sont mentionnés explicitement. Lorsque la taille des bulles est exprimée en longueur de bord de Plateau pariétal, nous divisons sa valeur par 1,2 pour la convertir en longueur d'un bord de Plateau de volume (comme cela est suggéré dans [6]), puis nous utilisons la relation 1.2 pour la convertir en diamètre de bulle.

Nous observons que les expériences de drainage forcé ont été conduites sur une large gamme

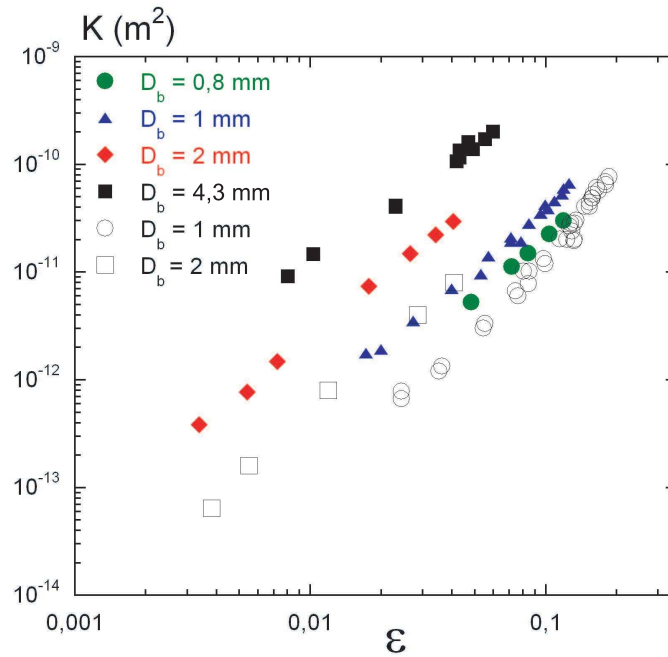


FIG. 2.15 – Perméabilité de la mousse en fonction de la fraction volumique de liquide pour les différents diamètres de bulle. Les symboles pleins correspondent à la solution de TTAB (interfaces mobiles  $Bo \simeq 0,1$ ), les symboles ouverts à la solution de TTAB + DoH (interfaces rigides  $Bo \simeq 2$ ).

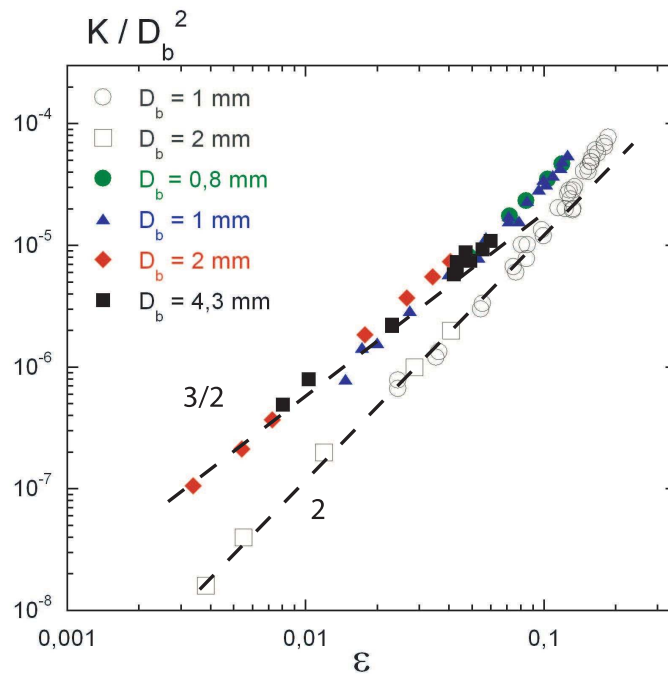


FIG. 2.16 – Perméabilité de la mousse adimensionnée par le carré de la taille des bulles en fonction de la fraction volumique de liquide. Les symboles pleins correspondent à la solution de TTAB (interfaces mobiles  $Bo \simeq 0,1$ ), les symboles ouverts à la solution de TTAB + DoH (interfaces rigides  $Bo \simeq 2$ ). Les deux lignes en tiret d'exposants 2 et 3/2 illustrent qu'il n'existe pas une unique loi de puissance entre  $K/D_b^2$  et  $\varepsilon$ .

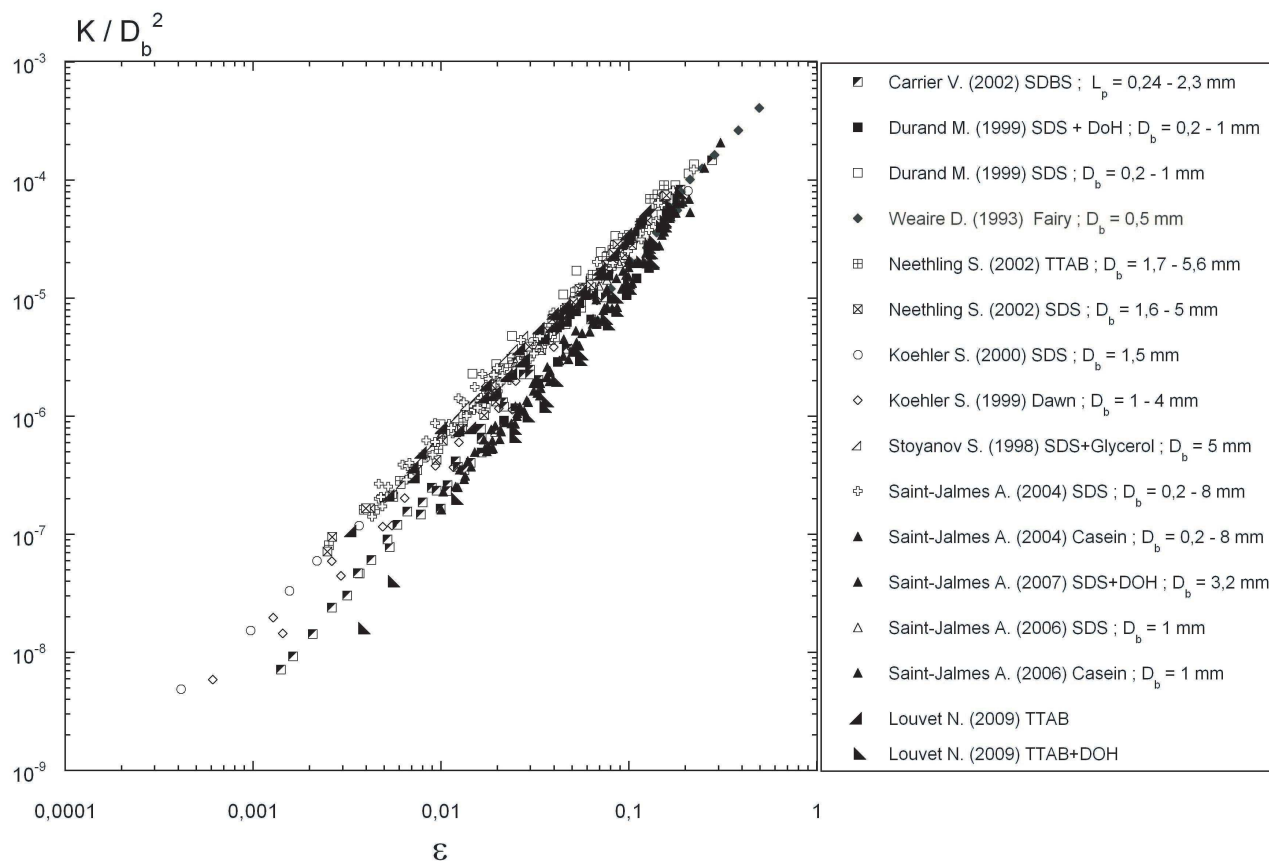


FIG. 2.17 – Perméabilité adimensionnée en fonction de la fraction volumique de liquide. Les différents symboles correspondent aux différentes expériences de drainage forcé pour différentes tailles de bulles et différentes solutions moussantes. Chaque nom du premier auteur est suivi de l'année de publication de l'étude puis de la solution moussante utilisée. La gamme de taille de bulle est ensuite donnée.

de fraction volumique de liquide : de  $\varepsilon = 0,0004$  jusqu'à de  $\varepsilon = 0,25$  (on remarquera que seules les données de Weaire *et al.* montent étonnamment jusqu'à  $\varepsilon = 0,5$  [69]). Nous obtenons un tracé proche de celui de la figure 2.16 : pour  $\varepsilon < 0,01$  la perméabilité adimensionnée varie fortement avec la solution moussante et pour  $\varepsilon > 0,01$  les données tendent à se rejoindre et finissent par se regrouper en une seule courbe. Nous avons également reporté nos mesures sur la figure 2.17 et nous trouvons qu'elles enveloppent les données de la littérature et sont donc représentatives des deux comportements extrêmes de mobilité interfaciale. Si l'on regarde attentivement les données, le diamètre des bulles varie d'un facteur 10 et montrent encore une fois que la seule dépendance de la perméabilité avec la taille des bulles est  $D_b^2$ . Notons que les données provenant de Carrier *et al.* sont situées entre les deux comportements interfaciaux et nous supposons que la solution moussante utilisée par les auteurs a un comportement intermédiaire [6].

### Comparaison des modèles de perméabilité

Le jeu de données obtenues nous permet d'ajuster les différents modèles de perméabilité pour en extraire les valeurs des paramètres libres : la viscosité de cisaillement de surface  $\mu_s$  et la résistance hydrodynamique adimensionnée des nœuds  $\widetilde{R}_n$ . Les modèles les plus complets ne s'appliquant que pour des fractions volumiques de liquide ne dépassant pas  $\varepsilon = 0,1$ , nous limiterons notre comparaison à cette valeur. Les valeurs que nous déduisons des ajustements sont rassemblées dans deux tableaux, chacun pour une des deux solutions moussantes.

Sur la figure 2.18 nous avons tracé les modèles de perméabilité de Koehler *et al.* (modèle des nœuds : exposant 3/2) et de Weaire *et al.* (modèle des bords de Plateau : exposant 2) tels qu'ils sont donnés aux équations 1.25 et 1.27. Ces modèles reposant sur une géométrie de mousse sèche, nous les avons tracés en trait continu jusqu'à  $\varepsilon = 0,02$  et nous les avons prolongés en traits pointillés jusqu'à  $\varepsilon = 0,1$ . Qualitativement les deux modèles rendent compte des perméabilités mesurées. Cependant quantitativement, le modèle des bords de Plateau sous estime un peu les données de la solution TTAB + DoH et beaucoup plus celle de TTAB. En effet, ce modèle est basé sur une condition de non-glissement aux interfaces qui sont, en réalité, toujours un peu mobiles. Le modèle des nœuds ajuste, dans la limite sèche, parfaitement les données expérimentales mais nécessite d'attribuer une valeur trop élevée à la résistance adimensionnée des nœuds.

Le modèle de Saint-Jalmes *et al.* est présenté sur la figure 2.19a) pour la solution de TTAB et b) pour celle de TTAB + DoH. Les solutions moussantes utilisées par les auteurs dans leurs expériences sont identiques aux nôtres. Nous avons ajusté leur modèle (équation 1.29) comme suit. Dans un premier temps nous fixons la valeur de  $\widetilde{R}_n$  pour ajuster le modèle sur les valeurs de perméabilité aux fractions volumiques proches de 0,1. En effet dans cette gamme de  $\varepsilon$  la longueur des bords de Plateau est fortement réduite et la dissipation a lieu essentiellement dans les nœuds. Puis nous ajustons  $\mu_s$  sur le diamètre de bulle  $D_b = 1$  mm. Pour la solution de TTAB (figure 2.19a), nous fixons la valeur de  $\widetilde{R}_n = 3000$  et  $\mu_s = 3 \cdot 10^{-8}$  kg/s (trait continu). On observe que le changement du

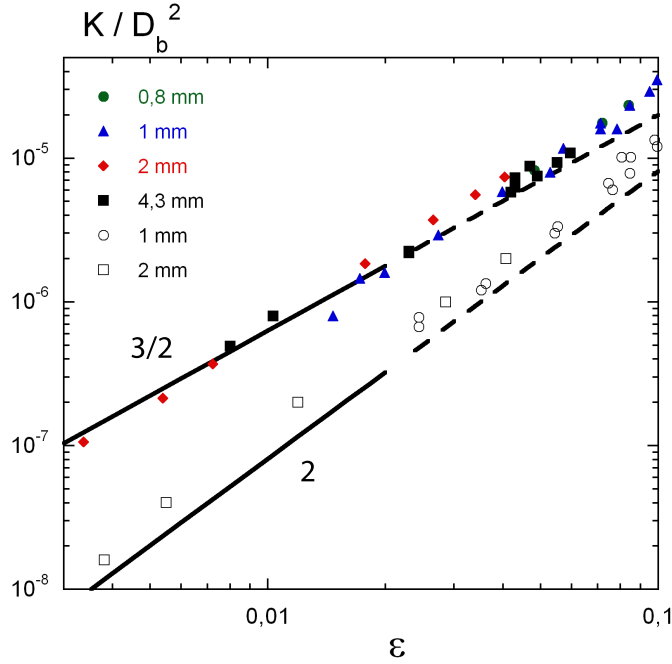


FIG. 2.18 – Modèle des nœuds ( $3/2$ ) et des bords de Plateau ( $2$ ). La légende correspond aux différentes tailles de bulles. Symboles pleins : solution de TTAB. Symboles ouverts : solution de TTAB + DoH.

diamètre des bulles dans le modèle entraîne une variation de la perméabilité adimensionnée si l'on garde  $\mu_s$  constant. La courbe correspondant à  $D_b = 4,3$  mm (pointillé) ne décrit plus les données expérimentales. Pour réajuster cette courbe sur les données de  $D_b = 4,3$  mm, il faut introduire une valeur de viscosité de cisaillement de surface différente :  $\mu_s = 12 \cdot 10^{-8}$  kg/s. On trouve que pour un facteur environ 4 sur le diamètre de bulle, il faut ce même facteur sur  $\mu_s$  pour que le modèle ajuste les données. Comme le nombre de Boussinesq est de la forme  $Bo = \frac{\mu_s}{\mu D_b}$  ce résultat entraîne un nombre Boussinesq constant. Pour la solution de TTAB + DoH ((figure 2.19b)) nous effectuons le même type d'ajustement et nous retrouvons le même résultat. L'ajustement est réalisé sur  $D_b = 1$  mm et donne  $\widetilde{R}_n = 5120$  et  $\mu_s = 35 \cdot 10^{-8}$  kg/s (trait continu). Il faut introduire  $\mu_s = 55 \cdot 10^{-8}$  kg/s pour recaler la courbe en pointillés sur les données  $D_b = 2$  mm. On retrouve alors le même résultat que pour la solution de TTAB. Contrairement à ce qui est rapporté dans la publication des auteurs [56], nous trouvons que la résistance des nœuds doit augmenter avec le nombre de Boussinesq et donc avec la diminution de la mobilité interfaciale.

Nous présentons sur la figure 2.20 a) et b) les ajustements du modèle de perméabilité de Carrier *et al.* (équation 1.36). Nous effectuons la même démarche d'ajustement que pour le modèle de Saint-Jalmes *et al.*. Qualitativement les mêmes effets sont observés. Les données expérimentales ne peuvent être décrites à viscosité de cisaillement de surface constante. Encore une fois, le facteur de variation sur  $\mu_s$  nécessaire pour permettre l'ajustement pour toutes les tailles est le même que celui sur la taille des bulles. Cependant, ces résultats sont plus nuancés. En effet, la longueur des bords

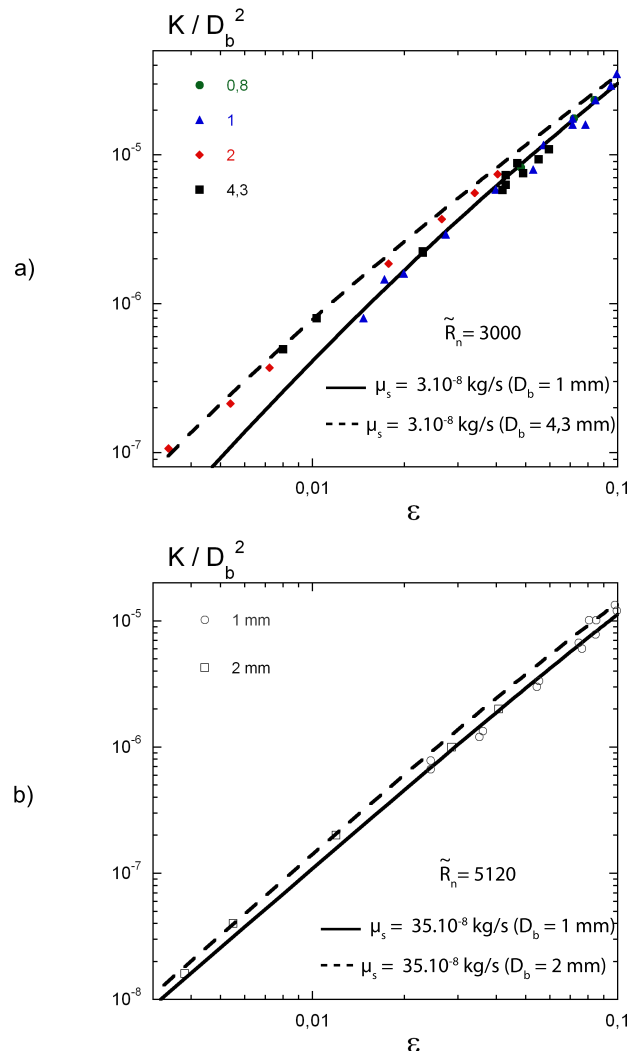


FIG. 2.19 – Modèles de Saint-Jalmes *et al.*. a) Solution de TTAB :  $\mu_s = 3.10^{-8}$  kg/s et  $\widetilde{R}_n = 3000$ . La ligne continue correspond à l'ajustement du modèle en prenant  $D_b = 1$  mm. La ligne discontinue correspond à  $D_b = 4,3$  mm avec les mêmes valeurs des paramètres libres. b) Solution de TTAB + DoH :  $\mu_s = 35.10^{-8}$  kg/s et  $\widetilde{R}_n = 5120$ . La ligne continue correspond à l'ajustement du modèle en prenant  $D_b = 1$  mm. La ligne discontinue correspond à  $D_b = 2$  mm avec les mêmes valeurs des paramètres libres.

de Plateau est réduite trop rapidement dans leur modèle si bien que dès  $\varepsilon \simeq 0,03$ , c'est la résistance adimensionnée des nœuds qui contrôle l'ajustement. Par contre nous retrouvons l'effet que nous avons mesuré à l'échelle locale : l'augmentation de la résistance des nœuds avec la diminution de la mobilité interfaciale.

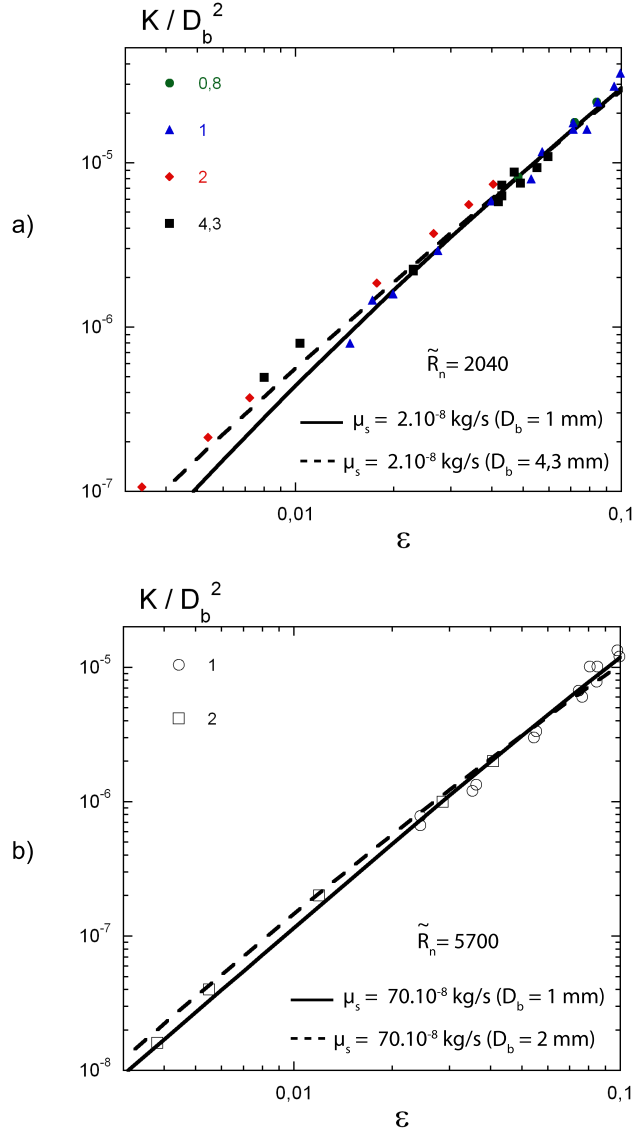


FIG. 2.20 – Modèles de Carrier *et al.*. a) Solution de TTAB :  $\mu_s = 2 \cdot 10^{-8}$  kg/s et  $I'_n = 68$ . La ligne continue correspond à l'ajustement du modèle en prenant  $D_b = 1$  mm. La ligne discontinue correspond à  $D_b = 4,3$  mm. b) Solution de TTAB + DoH :  $\mu_s = 70 \cdot 10^{-8}$  kg/s et  $I'_n = 190$ . La ligne continue correspond à l'ajustement du modèle en prenant  $D_b = 1$  mm. La ligne discontinue correspond à  $D_b = 4,3$  mm.

Le modèle de Neethling (équation 1.32) ne fait pas apparaître de dépendance avec la taille des bulles autre que  $D_b^2$ . De plus la rhéologie de surface n'est pas introduite. Nous ajustons ce modèle sur nos données en figure 2.21. Nous trouvons dans le cas de la solution de TTAB :  $C_{pb} = 22$  et  $\widetilde{R}_n = 356$ . Pour la solution de TTAB + DoH :  $C_{pb} = 170$  et  $\widetilde{R}_n = 625$ . La valeur de résistance

adimensionnée extraite pour la solution de TTAB tombe maintenant dans notre gamme de valeurs de  $\widetilde{R}_n$  mesurées à l'échelle locale. Pour la solution de TTAB + Doh, la valeur est comparable à la limite basse de nos valeurs. Les données expérimentales sont parfaitement décrites par le modèle de Neethling *et al.* pour toutes les tailles de bulles et confirme que la perméabilité d'une mousse est décrite d'une bien meilleure façon à nombre de Boussinesq constant qu'à viscosité de cisaillement de surface fixée.

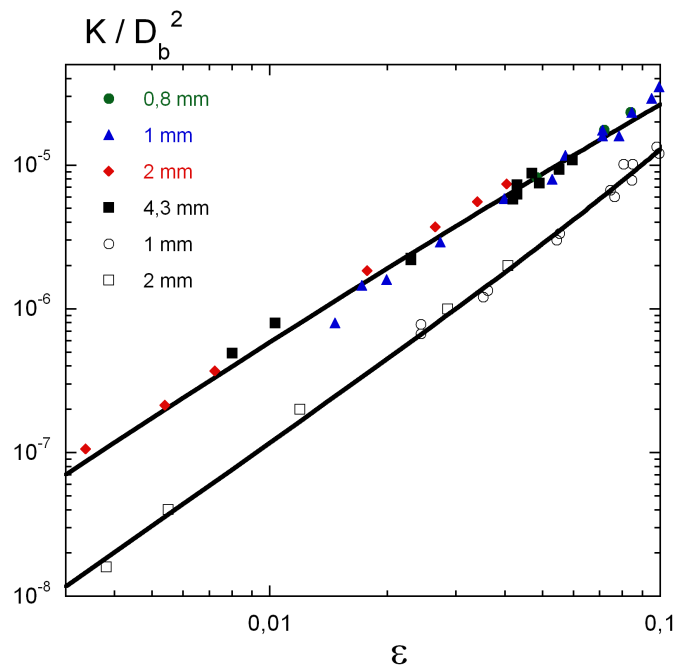


FIG. 2.21 – Modèle de Neethling *et al.*. Solution TTAB :  $C_{pb} = 22$ ,  $C_v = 57$ . Solution TTAB + DoH :  $C_{pb} = 100$ ,  $C_v = 170$ .

Toutes les valeurs des paramètres libres extraites des modèles de Saint-Jalmes *et al.* et de Carrier sont résumées et discutées dans la partie discussion. Nous les comparerons aux valeurs que nous déterminerons avec le modèle que nous proposons maintenant.

### 2.2.3 Modélisation

Nous avons mis en évidence que les modèles basés sur une viscosité de cisaillement de surface constante ne permettaient pas de décrire les mesures de perméabilité pour toutes les tailles de bulles. La comparaison des valeurs de résistance de nœud extraites de ces modèles, effectuée à la section précédente 2.1.5, a fait ressortir les problèmes de modélisation géométrique des bords de Plateau, et plus particulièrement ceux liés à leur longueur. En effet, le calcul de la longueur des bords de Plateau permet d'attribuer un volume de liquide aux bords de Plateau et aux nœuds et d'en déterminer leur résistance respective. Si cette longueur n'est pas correctement prise en compte alors on trouve des valeurs de résistance aberrantes, comme nous l'avons souligné précédemment.



### Géométrie de la mousse

La diminution de la longueur  $L$  des bords de Plateau est un des éléments cruciaux du modèle. Cette diminution est assez bien décrite par une relation du type  $L = L_{nn} - \xi r_{min}$ .  $\xi$  peut prendre différentes valeurs suivant les travaux :  $\xi = 2, 3$  (Carrier *et al.* [6]),  $\xi = 1, 58$  (Neethling *et al.* [41]) et  $\xi = 2$  (Phelan *et al.* [45]) quelle que soit  $\varepsilon$ . On trouve aussi  $\xi = 0$  (Koehler *et al.* [30, 31] et Saint-Jalmes *et al.* [56]). Quelle que soit la relation,  $\xi$  est constant sur toute la gamme de fraction volumique de liquide. Nous avons représenté ces différentes relations en figure 2.22. On constate que pour les valeurs de  $\xi = 2 - 2, 3$ , la diminution est très importante et la longueur des bords de Plateau s'annule beaucoup trop tôt. Pour la relation  $\xi = 1, 58$ , la pente est plus douce et les bords de Plateau s'annulent à  $\varepsilon \simeq 0, 1$ . Nous choisissons de ne pas prendre  $\xi$  constant : en effet,  $\xi$  est proche de 2 pour  $\varepsilon < 0, 02$ , mais ensuite, la diminution de  $L$  doit être moins forte. Nous choisissons d'annuler la longueur des bord de Plateau à  $\varepsilon = 0, 26$ . et de proposer une fonction permettant de satisfaire ces deux contraintes à  $\varepsilon < 0, 02$  et  $\varepsilon = 0, 26$  :

$$h(\varepsilon) = \frac{L}{L_{nn}} = 1 - \xi(\varepsilon) \frac{r_{min}}{L_{nn}} = \frac{0, 99\varepsilon^{-2/3} - 2, 35}{13, 9 + \varepsilon^{-2/3}} \quad (2.7)$$

Cette fonction est tracée en figure 2.22. Pour déterminer cette fonction nous avons eu besoin de connaître l'évolution du rayon de courbure  $r_{min}$ . D'après des simulations numériques Surface Evolver réalisées par Reinhard Höhler, nous avons déterminé l'évolution de  $r_{min}/D_b$  pour la gamme de fraction volumique de liquide  $0, 001 - 0, 26$ . Dans la gamme sèche, la mousse est un empilement de cellules de Kelvin sur un réseau cc et cfc pour la mousse humide. Nous rappelons que la transition de structure a été observée pour  $\varepsilon \simeq 0, 065$ . En réalisant des coupes de ces empilements, le rapport  $r_{min}/D_b$  en fonction de  $\varepsilon$  est extrait. Les résultats de ces simulations numériques sont donnés à la figure 2.23. En  $\varepsilon = 0, 05$ , les données tirées de la structure cc (symboles ronds ouverts) sont très proches de celles du cfc (symboles carrés ouverts). Au-delà de cette valeur, la cellule de Kelvin est instable (résultats de Reinhard Höhler). Nous avons représenté la relation géométrique des mousses humides proposée par Koehler *et al.* (cf. équation 1.8) sur cette même figure. On remarquera que la relation de Koehler basée sur le rayon de courbure moyen est identique au rayon de courbure minimum jusqu'à  $\varepsilon = 0, 1$ . Les travaux ayant utilisés cette relation de mousse décrivent donc correctement l'évolution du rayon de courbure dans leur modèle. Pour décrire l'évolution de  $r_{min}/D_b$  sur la gamme entière de  $\varepsilon$  nous ajustons la fonction analytique suivante :

$$g(\varepsilon) = \frac{r_{min}}{D_b} = 2 \left( \frac{2\sqrt{3}}{3} - 1 \right)^{-1} \left( 1, 36\varepsilon^2 + \frac{0, 004 + \varepsilon}{0, 45 + 14, 4\varepsilon} \right) \quad (2.8)$$

Etant donné que nous comparons les modèles de perméabilité jusqu'à  $\varepsilon = 0, 1$  nous simplifions la fonction  $g(\varepsilon)$  par une loi de puissance valable pour des fractions volumiques de liquide inférieures à  $\varepsilon = 0, 1$  :

$$g'(\varepsilon) = \frac{r_{min}}{D_b} = 0, 62\varepsilon^{0,45} \quad (2.9)$$

Les deux fonctions  $g(\varepsilon)$  et  $g'(\varepsilon)$  sont aussi tracées sur la figure 2.23.

### perméabilité de la mousse

La géométrie du réseau étant maintenant modélisée, nous développons notre modèle de perméabilité. Si dans la limite sèche, la vitesse moyenne dans les bords de Plateau  $v_p$  est égale à la vitesse moyenne du liquide dans la mousse  $u_l$ , elles deviennent différentes lorsque la fraction volumique augmente. En effet, les longueurs et les sections des bords de Plateau et des nœuds évoluent avec  $\varepsilon$ . Nous considérons que la contribution des bords de Plateau à la fraction volumique de la mousse est  $\varepsilon_p$  diminuant avec  $\varepsilon$  et que celle des nœuds  $\varepsilon_n$  augmente avec  $\varepsilon$ . Dans la limite sèche on a  $\varepsilon = \varepsilon_p$  et pour l'empilement cfc,  $\varepsilon = 0,26 = \varepsilon_n$ . Nous définissons alors la vitesse moyenne dans le bord de Plateau :

$$v_p = u_l \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p + \varepsilon_n \frac{A_p}{A_n}} \quad (2.10)$$

où  $\varepsilon_p = \delta_\varepsilon \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^2 h(\varepsilon)$  et  $\varepsilon_n = C \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^3$  avec  $C = 0,54$ .  $\frac{A_p}{A_n}$  est le rapport des sections d'un bord de Plateau et d'un nœud et vaut 0,42. Les calculs permettant de déterminer les expressions de  $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_n$  et  $\frac{A_p}{A_n}$  sont détaillés en annexe à la fin de ce chapitre. Notons cependant, que la prise en compte de cet effet d'accélération de la vitesse du liquide dans les bords de Plateau ne modifie pas drastiquement les résultats que nous obtenons. Les valeurs des paramètres libres sont seulement légèrement différents.

De façon identique qu'au chapitre 1.2, nous écrivons le gradient de pression moteur de l'écoulement dans un bord de Plateau :

$$\frac{\Delta P}{L_{nn}} = \left( R_c + \frac{R_n}{2} \right) \frac{\delta_a r_{min}^2 v_p}{L_{nn}} \quad (2.11)$$

Après moyenne sur toutes les orientations des bords de Plateau, le gradient de pression macroscopique s'écrit :

$$\frac{G}{3} = \left( R_c + \frac{R_n}{2} \right) \frac{\delta_a r_{min}^2 v_p}{L_{nn}} \quad (2.12)$$

La perméabilité de la mousse est obtenue en égalisant les équations 1.17 et 2.12 et en insérant la relation 1.23 :

$$K = \frac{\varepsilon \mu L_{nn}}{3 \delta_a r_{min}^2 \frac{v_p}{u_l} \left( R_c + \frac{R_n}{2} \right)} \quad (2.13)$$

Nous introduisons les résistances adimensionnées des bords de Plateau et des nœuds  $R_c = \frac{\mu \widetilde{R}_c L}{r_{min}^4}$  et  $R_n = \frac{\mu \widetilde{R}_n}{r_{min}^3}$ , les fonctions  $g'(\varepsilon)$ ,  $h(\varepsilon)$  pour obtenir l'expression de la perméabilité adimensionnée :

$$\frac{K}{D_B^2} = \frac{\varepsilon g'(\varepsilon)}{8,34 \delta_a \frac{v_p}{u_l} \left( \frac{\widetilde{R}_c h(\varepsilon)}{2,78 g'(\varepsilon)} + \frac{\widetilde{R}_n}{2} \right)} \quad (2.14)$$

La résistance adimensionnée du bord de Plateau est donnée par  $\widetilde{R}_c = \frac{1}{\delta_a} k_0$  où nous rappelons que  $k_0$  est le facteur de perméabilité d'un bord de Plateau défini à l'équation 1.14.

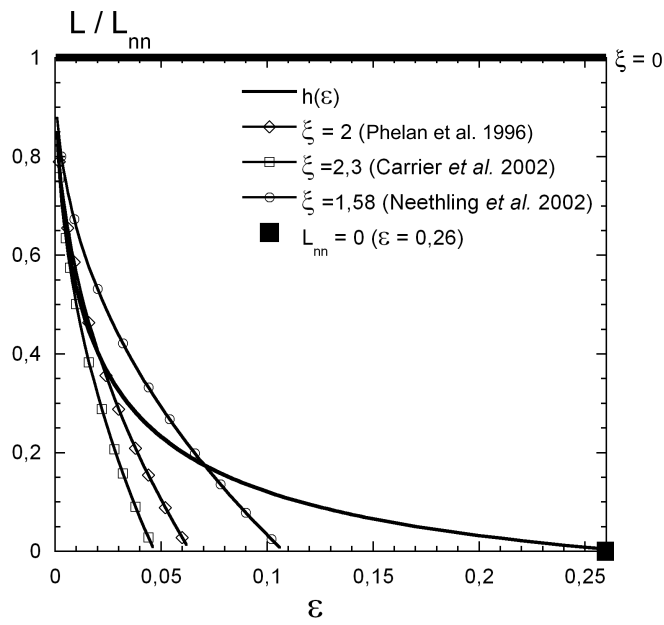


FIG. 2.22 – Evolution de  $L/L_{nn}$  en fonction de  $\varepsilon$ .

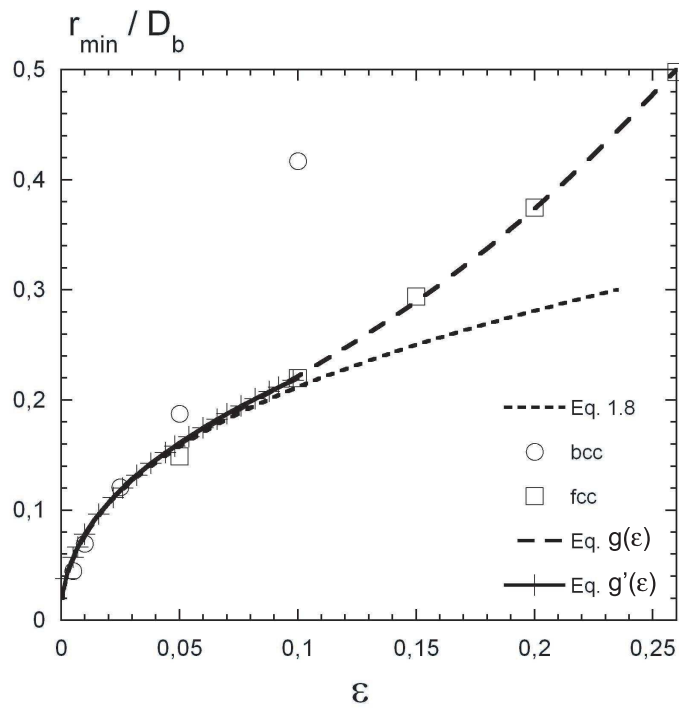


FIG. 2.23 – Evolution de  $r_{min}/D_b$  en fonction de  $\varepsilon$ . Les symboles ouverts correspondent aux résultats des simulations numériques Surface Evolver : ronds (bcc) et carrés (fcc). Les équations 1.8, 2.8 et 2.9 sont tracées.

Nous traçons notre modèle sur les figures 2.24a) et b) pour les solutions de TTAB et TTAB + DoH respectivement. Nous ajustons notre modèle d'une part à viscosité de cisaillement de surface constante et d'autre part à nombre de Boussinesq constant. Les ajustements à  $\mu_s$  constant n'arrivent pas à décrire l'ensemble des données de perméabilité et on retrouve la même tendance que dans les deux modèles à  $\mu_s$  constant précédents. Par contre, l'ajustement à  $Bo$  constant décrit d'une bien meilleure façon les données. Nous comparons les valeurs du nombre de Boussinesq obtenues à l'échelle locale  $Bo_{locale}$  à celle tirées de l'ajustement de notre modèle  $Bo_{macro}$ . Pour la solution de TTAB, nous avons mesuré à l'échelle locale  $Bo_{locale} \simeq 0,1$  reflétant la grande mobilité interfaciale. De notre modèle nous trouvons  $Bo_{macro} = 0,25$ . Cette valeur est environ deux fois supérieure à celle de l'échelle locale mais reste tout de même comparable. Pour la solution de TTAB + DoH, nous avons mesuré  $Bo_{locale} \simeq 2$ . La valeur extraite du modèle est  $Bo_{macro} = 3$ . Encore une fois ces deux valeurs sont très proches et reflètent le comportement rigide des interfaces.

#### 2.2.4 Discussion

Nous résumons dans les deux tableaux ci-dessous (figure 2.25 et 2.26) les valeurs des paramètres  $\mu_s$  et  $\widetilde{R}_n$  issus des modèles à viscosité de cisaillement de surface constante : Saint-Jalmes *et al.*, Carrier *et al.* et notre étude.

Pour la solution de TTAB (grande mobilité interfaciale) les résultats sont reportés dans le tableau figure 2.25. Les valeurs de  $\mu_s$  nécessaires à introduire pour rendre compte des données expérimentales sont corrélées à l'augmentation de la taille de bulle. Pour un facteur 4 sur le diamètre, on obtient ce même facteur sur  $\mu_s$ . On retrouve alors l'effet  $Bo$  constant. Les valeurs sont cohérentes entre elles et qualitativement comparables à celles mesurées à l'échelle locale. Pour Carrier,  $\mu_s$  reste constant. Dans leur modèle, les bords de Plateau diminuent tellement rapidement avec  $\varepsilon$  que la résistance des nœuds à un poids trop important aux faibles fractions volumiques de liquide. C'est pourtant à ces fractions que la viscosité de cisaillement de surface est censée prendre toute son importance puisqu'il ne doit y avoir que des bords de Plateau (limite sèches). Or, le coefficient  $\xi = 2,3$  utilisé pour modéliser la diminution de  $L$ , annule la contribution des bords de Plateau beaucoup trop tôt à  $\varepsilon \simeq 0,046$ . C'est pour cette raison que la valeur de résistance adimensionnée des nœuds est aussi élevée. Dans le cas de Saint-Jalmes, l'effet est le même mais la cause est symétriquement opposée. La longueur des bords de Plateau est cette fois-ci constante (coefficient  $\xi = 0$ ) et le volume des bords de Plateau est surestimé. Cette surestimation entraîne une sous-estimation de la résistance des bords de Plateau et nécessite de gonfler la valeur de  $\widetilde{R}_n$  pour rendre compte des vitesses de liquide mesurées. La valeur de  $\widetilde{R}_n$  extraite de notre modèle tombe complètement dans la gamme des résistances mesurées à l'échelle locale.

Pour la solution de TTAB + DoH (faible mobilité interfaciale) les résultats sont reportés dans le tableau figure 2.25. On retrouve les mêmes résultats sur l'évolution de la viscosité de cisaillement

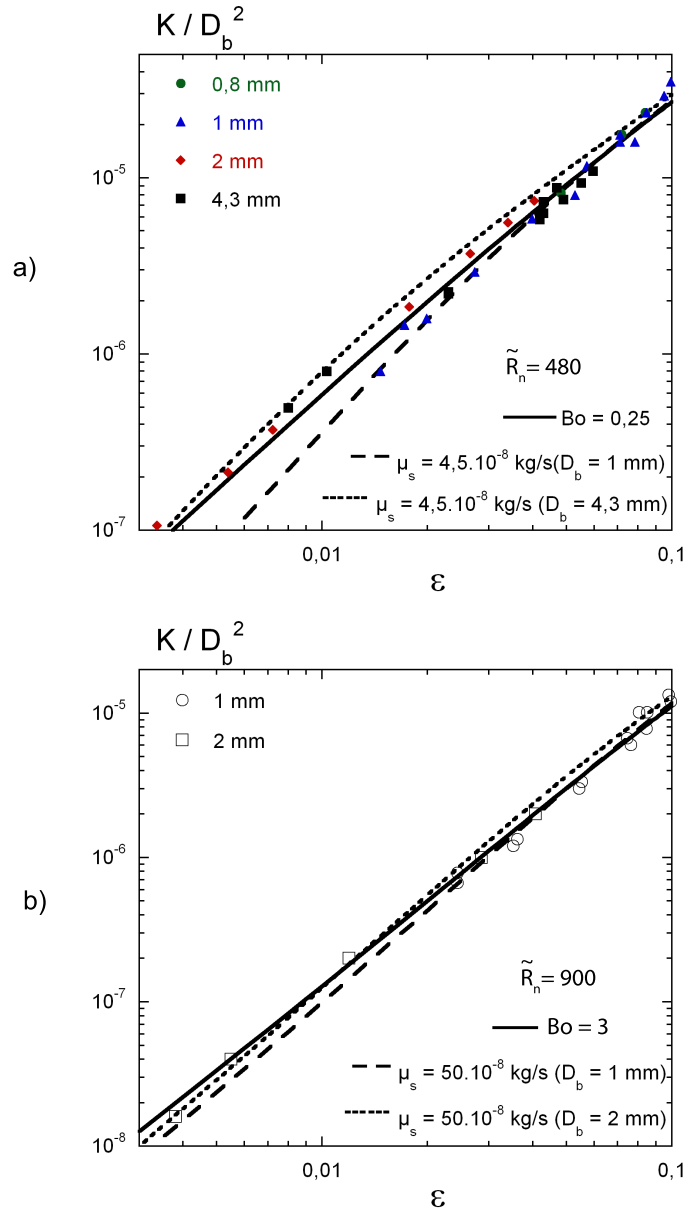


FIG. 2.24 – Modèles de cette étude. Nous réalisons deux ajustements : un à  $\mu_s$  constant (trait pointillé et en tiret) et l'autre à  $Bo$  constant (trait plein) : a) Solution de TTAB :  $\mu_s = 4,5 \cdot 10^{-8}$  kg/s et  $\tilde{R}_n = 480$ . La ligne en tiret correspond à l'ajustement du modèle en prenant  $D_b = 1$  mm. La ligne pointillée correspond à  $D_b = 4,3$  mm. b) Solution de TTAB + DoH :  $\mu_s = 50 \cdot 10^{-8}$  kg/s et  $\tilde{R}_n = 900$ . La ligne en tiret correspond à l'ajustement du modèle en prenant  $D_b = 1$  mm. La ligne pointillée correspond à  $D_b = 4,3$  mm.

	Saint-Jalmes <i>et al.</i>		Carrier <i>et al.</i>		Modèle	
	D <sub>b</sub> (mm)		D <sub>b</sub> (mm)		D <sub>b</sub> (mm)	
	1	4,3	1	4,3	1	4,3
$\mu_s$ (10 <sup>-8</sup> kg/s)	3	12	2	2	4,2	17
$\tilde{R}_n$	2950	2950	2040	2040	480	480

FIG. 2.25 – Valeurs des paramètres libres  $\mu_s$  et  $\tilde{R}_n$  extraits des modèles à viscosité de cisaillement de surface constante pour la solution de TTAB.

	Saint-Jalmes <i>et al.</i>		Carrier <i>et al.</i>		Modèle	
	D <sub>b</sub> (mm)		D <sub>b</sub> (mm)		D <sub>b</sub> (mm)	
	1	2	1	2	1	2
$\mu_s$ (10 <sup>-8</sup> kg/s)	35	55	70	150	50	100
$\tilde{R}_n$	5121	5121	5700	5700	900	900

FIG. 2.26 – Valeurs des paramètres libres  $\mu_s$  et  $\tilde{R}_n$  extraits des modèles à viscosité de cisaillement de surface constante pour la solution de TTAB + DoH.

de surface. La description des interfaces à  $Bo$  constant est encore retrouvée. Les valeurs extraites sont cohérentes entre elles et comparables à celles mesurées à l'échelle locale. Le point important est que nous trouvons que les résistances des nœuds augmentent avec  $Bo$  et non l'inverse comme cela est rapporté par Saint-Jalmes *et al.* [56]. Enfin, la valeur de  $\tilde{R}_n$  extraite de notre étude est complètement corrélée à celles mesurées à l'échelle locale.

## 2.3 Conclusion

Nous avons adopté une approche multi-échelle de la perméabilité des mousses afin de répondre aux questions posées par les valeurs des paramètres libres extraits des modèles de drainage existants. A l'échelle de la bulle, la viscosité de cisaillement de surface et le nombre de Boussinesq ont été mesurés pour des solutions moussantes présentant des mobilités interfaciales significative-

ment différentes. Nous avons montré qu'une description à nombre de Boussinesq constant était plus appropriée pour décrire les comportements des interfaces plutôt qu'une modélisation à viscosité de cisaillement de surface constante comme cela a été initialement proposé par Leonard et Lemlich. D'autre part, nous avons mesuré la résistance d'un nœud. Cette mesure contrairement aux résistances extraites des modèles de drainage, ne dépend d'aucune hypothèse sur la géométrie du réseau de la mousse. Nous avons mis en évidence que la résistance des nœuds augmentait avec la rigidité des interfaces contrairement à ce qui a été récemment proposé [56]. Enfin, cette approche locale a permis de comparer les différentes valeurs de ces résistances et de mettre en avant les défauts de modélisations géométriques dans les modèles existant.

A l'échelle de la mousse, nous avons réalisé des expériences de drainage forcé afin d'obtenir un jeu de données suffisamment complet pour effectuer pour la première fois un travail de comparaison des différents modèles. La représentation des données en terme de perméabilité adimensionnée semble être pertinente pour caractériser les mousses liquides. Les modèles de drainage ont été ajustés sur ce jeu de données et nous en avons extrait les valeurs des paramètres. Les mêmes résultats qu'à l'échelle locale sont observés : une viscosité de cisaillement de surface ne permet pas de décrire toutes les données de perméabilité quelle que soit la taille des bulles alors que le nombre de Boussinesq semble être plus approprié et la résistance adimensionnée des nœuds augmente avec la rigidité des interfaces. Les valeurs de résistances extraites des modèles sur notre jeu de données sont toujours trop élevées ce qui nous a permis de confirmer que la géométrie de la mousse et plus particulièrement la modélisation de la longueur des bords de Plateau n'était pas correctement prises en compte dans les modèles de drainage. Nous avons alors proposé un modèle amélioré du point de vue de cette réduction de longueur des bords de Plateau permettant d'attribuer la bonne valeur de résistance à chacun des éléments de la mousse, *e.g.* les bords de Plateau et les nœuds. Notre modèle de perméabilité a été ajusté d'une part à viscosité de cisaillement de surface constante, ne permettant pas de décrire l'ensemble des résultats, et d'autre part, à nombre de Boussinesq constant permettant de rendre compte de toutes les mesures de perméabilité. Enfin les valeurs de Boussinesq et de résistances des nœuds extraites du modèle sont parfaitement cohérentes avec celles mesurées à l'échelle de la bulle donnant ainsi un sens à ces paramètres.

# Annexe au chapitre : calcul de la vitesse dans un bord de Plateau

## 2.4 Expression de la vitesse dans un bord de Plateau

Soit une section de mousse de surface  $S$  et  $u_l$  la vitesse moyenne du liquide dans la mousse. La surface occupée par les bords de Plateau est  $S_p$  et est traversée par un débit  $q_p$ .  $S_n$  est la surface occupée par les nœuds et est traversée par un débit  $q_n$ . Les vitesses moyennes de liquide respectives dans chacun de ces éléments sont  $v_p$  et  $v_n$ . La conservation du débit  $Q$  de liquide dans la mousse s'écrit :

$$Q = q_p + q_n \quad (2.15)$$

d'où :

$$u_l(S_p + S_n) = v_p S_p + v_n S_n \quad (2.16)$$

En divisant cette équation par la surface de la section de mousse  $S$ , nous faisons apparaître les fractions volumiques de liquide attribuées aux bords de Plateau  $\varepsilon_p$  et aux nœuds  $\varepsilon_n$  :

$$u_l \varepsilon = v_p \varepsilon_p + v_n \varepsilon_n \quad (2.17)$$

Un bord de Plateau, de section  $A_p$ , étant suivi d'un nœud, de section  $A_n$ , nous pouvons exprimer la vitesse du liquide dans le nœud en fonction de celle dans le bord de Plateau et du rapport des sections :

$$v_n = v_p \frac{A_p}{A_n} \quad (2.18)$$

En insérant cette dernière relation dans l'équation 2.17 on exprime la vitesse moyenne du liquide dans le bord de Plateau en fonction de la fraction volumique de liquide  $\varepsilon$  :

$$v_p = u_l \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p + \varepsilon_n \frac{A_p}{A_n}} \quad (2.19)$$



## 2.5 Expressions de $\varepsilon_p$ et $\varepsilon_n$

La fraction volumique de liquide dans la mousse est décomposée en deux contributions : les bords et les nœuds :

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_n \quad (2.20)$$

$\varepsilon_p$  correspond au rapport du volume du bord de Plateau de longueur  $L$  et du volume de la cellule de Kelvin :

$$\varepsilon_p = \delta_\varepsilon \frac{r_{min}^2 L}{L_{nn}^3} = \delta_\varepsilon \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^2 \frac{L_{nn} - \xi r_{min}}{L_{nn}} \quad (2.21)$$

La fraction volumique de liquide dans les nœuds est :

$$\varepsilon_n = C \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^3 \quad (2.22)$$

où  $C$  est une constante de proportionnalité à déterminer. En insérant les équations 2.21 et 2.22 dans l'équation 2.20, la fraction  $\varepsilon$  devient :

$$\varepsilon = \delta_\varepsilon \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^2 + (C - \delta_\varepsilon \xi) \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^3 \quad (2.23)$$

Par analogie avec la relation des mousses humides (équation 1.8) :

$$\varepsilon = \delta_\varepsilon \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^2 + \delta \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^3 \quad (2.24)$$

on obtient  $C = \delta + \xi \delta_\varepsilon$ . Avec comme valeur de  $\delta = 0,2$ ,  $\delta_\varepsilon = 0,171$  et  $\xi = 2$ , la constante  $C$  vaut  $C = 0,54$ .

## 2.6 Expression de $A_p/A_n$

Soit un volume  $V$  de mousse comprenant  $N/2$  nœuds de volume  $V_n$  de section  $A_n$  et de longueur  $L_{nœud} = \frac{4}{3} \xi r_{min}$ ;  $N$  bords de Plateau de volume  $V_p$  de section  $A_p$  et de longueur  $L$ . La fraction volumique de liquide est :

$$\varepsilon = \frac{NV_p + NV_n/2}{V} = \varepsilon_p \left( 1 + \frac{V_n/2}{V_p} \right) \quad (2.25)$$

on a ensuite :

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} = 1 + \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_p} = 1 + \frac{V_n/2}{V_p} = 1 + \frac{A_n L_{nœud}}{2A_p L} \quad (2.26)$$

Le rapport de section s'écrit alors :

$$\frac{A_n}{A_p} = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_p} \frac{2L}{L_{nœud}} = \frac{3\varepsilon_n}{2\varepsilon_p} \left( \frac{L}{\xi r_{min}} - 1 \right) \quad (2.27)$$

En insérant les expressions de  $\varepsilon_p = \delta_\varepsilon \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^2 \frac{L_{nn} - \xi r_{min}}{L_{nn}}$  et  $\varepsilon_n = C \left( \frac{r_{min}}{L_{nn}} \right)^3$  dans l'équation précédente, on obtient :

$$\frac{A_n}{A_p} = \frac{3C}{2\delta_\varepsilon \xi} \quad (2.28)$$

Avec  $C = 0,54$ ,  $\xi = 2$  et  $\delta_\varepsilon = 0,171$  on a  $\frac{A_p}{A_n} = 0,42$ .

## Chapitre 3

# Mûrissement d'une bulle en condition de drainage forcé

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Expériences</b>	<b>82</b>
3.1.1	Génération et irrigation de la bulle	82
3.1.2	Vitesse de mûrissement et épaisseur des films	84
3.1.3	Surface des films et volume de la bulle	86
<b>3.2</b>	<b>Résultats</b>	<b>86</b>
<b>3.3</b>	<b>Modélisation du mûrissement</b>	<b>90</b>
<b>3.4</b>	<b>Passage à l'échelle de la mousse</b>	<b>93</b>
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>95</b>

---

Nous présentons une expérience de mûrissement forcé à l'échelle d'une bulle de mousse, *e.g.* une bulle entourée par ses bords de Plateau. Les bords de Plateau sont alimentés par un débit de liquide continu et la taille de la bulle est suivie au cours du temps. Les vitesses de mûrissement mesurées ne peuvent être décrites par les modèles basés sur une épaisseur de film constante présentés au chapitre 1. Contrairement à ces modèles [25, 66, 29], cette expérience ne nécessite aucune hypothèse géométrique complémentaire pour déterminer la surface des films qui permettent l'échange du gaz et nous montrons qu'un bon accord peut être trouvé si cet effet de gonflement est incorporé dans le mécanisme de transfert des molécules entre la bulle et l'extérieur. Enfin, nous montrons que le gonflement des films peut permettre d'interpréter correctement les données issues du mûrissement de mousses.

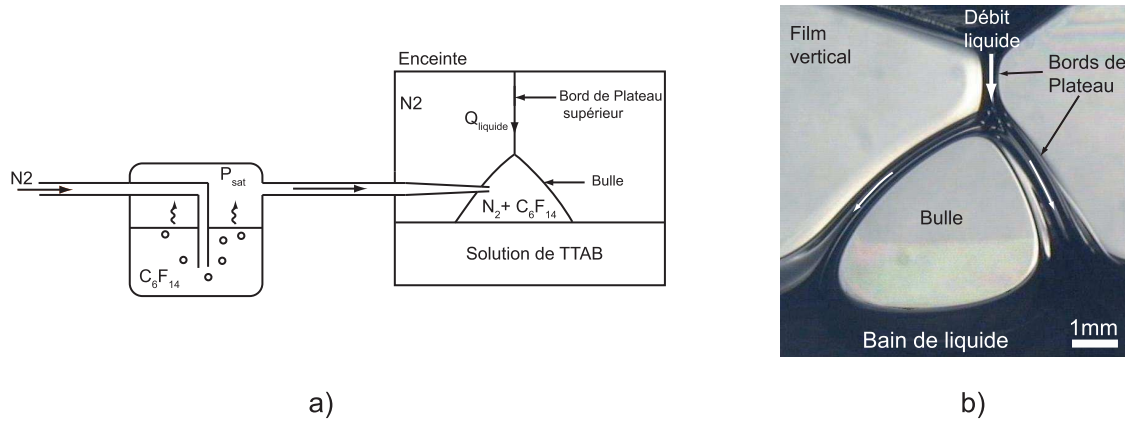


FIG. 3.1 – a) Représentation schématique du dispositif expérimental. b) Image de la bulle et de l'un de ces films. Cette vue de profil ne permet pas de visualiser les trois bords de Plateau inférieurs.

## 3.1 Expériences

### 3.1.1 Génération et irrigation de la bulle

L'expérience est réalisée dans la cellule utilisée pour déterminer la résistance hydrodynamique d'un noeud de mousse et décrite au chapitre 2. La figure 3.1a schématise les principaux éléments utilisés dans notre expérience. La figure 3.1b est une photographie de la bulle et des bords de Plateau. Cette vue « de profil » ne permet pas de visualiser les trois bords de Plateau inférieurs entourant la bulle, mais elle est nécessaire pour la mesure de l'épaisseur des films, comme nous le présenterons par la suite.

Nous utilisons une solution moussante de TTAB à 3 g/l. Rappelons que cette solution permet d'obtenir des interfaces caractérisées par une viscosité de cisaillement de surface faible de l'ordre de  $\mu_s \simeq 5.10^{-8}$  kg/s. La viscosité dynamique et la masse volumique de cette solution sont respectivement  $\mu = 10^{-3}$  Pa.s et  $\rho = 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. Les valeurs typiques du rayon de courbure des bords de Plateau entourant la bulle sont  $r \simeq 0,4$  mm. Le nombre de Boussinesq correspondant vaut alors  $Bo \simeq 0,1$ .

La formation de la bulle s'effectue comme décrit au chapitre 2. Dans un premier temps, un bord de Plateau est créé, puis une bulle est injectée sous le bord de Plateau au niveau de la surface libre du bain. On obtient alors une bulle facettée par trois films séparés par les trois bords de Plateau inférieurs, en plus des trois films verticaux et du bord de Plateau supérieur (figure 3.1b).

Le bord de Plateau supérieur sert à délivrer un débit de liquide  $Q$ , imposé par un pousse-seringue. Etant donné la configuration des bords de Plateau dans cette expérience, le débit circulant dans chaque bord de Plateau inférieur vaut  $Q/3$ . La gamme de débit étudiée est comprise entre 2 et 30 ml/h. Les vitesses moyennes correspondantes sont de l'ordre de 1 à 10 mm/s (cf. chapitre 2), valeurs comparables à celles mesurées dans les expériences de drainage forcé [69, 13, 30, 6, 56, 41].

Pour forcer le mûrissement, la bulle est formée avec un mélange de gaz soluble et insoluble (dans la solution aqueuse). Le gaz soluble utilisé est de l'azote ( $N_2$ ) dont les coefficients de solubilité et de diffusion valent respectivement  $S_{N_2} = 1,6 \cdot 10^{-2}$  et  $D_{N_2} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$  [51]. Le gaz insoluble est le perfluorohexane ( $C_6F_{14}$ ). Son coefficient de solubilité est très inférieur à celui du  $N_2$  et vaut  $S_{C_6F_{14}} = 6,6 \cdot 10^{-6}$  [57]. Au vu du rapport des solubilités  $\frac{S_{N_2}}{S_{C_6F_{14}}} \simeq 2500$ , le perfluorohexane est considéré comme insoluble sur la durée d'une mesure. Le mélange de gaz est réalisé par bullage de l'azote dans le perfluorohexane liquide à température ambiante (figure 3.1a). L'atmosphère de la cellule étant initialement saturée en  $N_2$ , on suposera que seule cette espèce est présente à l'extérieur de la bulle. La différence de concentration en azote de part et d'autre des films de la bulle engendre un transfert des molécules d'azote au travers des films vers l'intérieur de la bulle et la fait gonfler pour diluer l'espèce insoluble.

La concentration en  $C_6F_{14}$  dans la bulle est déterminée comme suit. On impose avec un pousse seringue un débit d'azote dans la bouteille contenant le perfluorohexane. Au cours du temps, la vapeur de  $C_6F_{14}$  est entraînée par le flux d'azote, diminuant ainsi la masse de  $C_6F_{14}$  contenue dans la bouteille. A un intervalle de temps  $\delta t$ , la masse de  $C_6F_{14}$  dans la bouteille a variée d'une masse  $\delta m$  correspondant à la quantité de molécules de perfluorohexane emportées. On déduit alors la concentration en perfluorohexane servant à former la bulle :  $C_0 = \frac{\delta m}{MV}$  où  $M = 338 \text{ g/mol}$  est la masse molaire du  $C_6F_{14}$  et  $V$  est le volume d'azote transféré pendant  $\delta t$ . Ces mesures de concentration sont réalisées pour différents flux d'azote et différents intervalles de temps  $\delta t$ . On trouve que la concentration est indépendante de ces conditions expérimentales, ce qui donne une concentration moyenne de  $C_0 = 10,7 \pm 1,2 \text{ mol/m}^3$ . Cette valeur se compare bien à celle estimée à partir de la pression de vapeur saturante du  $C_6F_{14}$  :  $P^{sat} = 0,25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  à  $20^\circ\text{C}$  [57]. En supposant que la phase gazeuse du  $C_6F_{14}$  est en équilibre avec sa phase liquide, la pression partielle du  $C_6F_{14}$  dans la phase gazeuse est égale à la pression de vapeur saturante. Sous l'hypothèse des gaz parfaits, on estime alors la concentration de perfluorohexane :  $C_0^{sat} = \frac{P^{sat}}{RT} = 12 \text{ mol/m}^3$ , où  $R = 8,314 \text{ J/K/mol}$  est la constante des gaz parfaits et  $T = 293 \text{ K}$ . Dans la suite des calculs, on prendra la valeur expérimentale moyenne  $C_0 = 10,7 \pm 1,2 \text{ mol/m}^3$ .

L'expérience de mûrissement forcé est réalisée comme suit. Dans un premier temps, on forme un bord de Plateau dans lequel on impose un débit de liquide  $Q$ . Une fois l'équilibre atteint (ce qui correspond à une position fixe des franges colorées dans les films verticaux associés), on injecte la bulle de volume initial  $V_0$  avec une micro-seringue. Cet instant fixe notre origine des temps. Pour chaque expérience, on s'efforce de produire des bulles de même volume initial  $V_0$  de manière à ce que la concentration en  $C_6F_{14}$  soit identique pour des bulles différentes (débit délivré différent) mais de même volume.

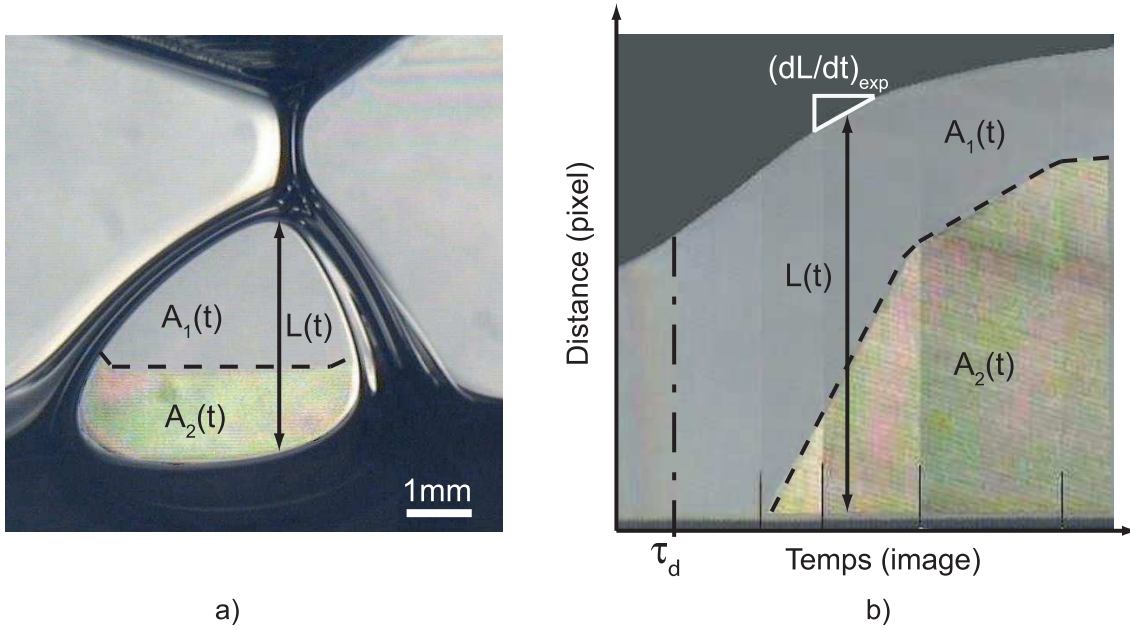


FIG. 3.2 – a) Image de la bulle.  $A_1(t)$  et  $A_2(t)$  sont respectivement les fractions de la surface des films caractérisées par une faible ou forte épaisseur respectivement.  $L(t)$  correspond à la distance verticale entre le noeud et la surface de la solution moussante. b) Image spatio temporelle obtenue d'un expérience. La ligne pointillée délimite les zones mince et gonflée du film de la bulle. La ligne discontinue verticale représente le temps de drainage libre de la bulle  $\tau_d$ .

### 3.1.2 Vitesse de mûrissement et épaisseur des films

Une caméra CCD couleur fonctionnant à une fréquence d'acquisition de 1 Hz permet de suivre l'évolution de taille de la bulle  $L(t)$  au cours du temps. Cette taille est reportée sur la figure 3.2a) et correspond à la distance verticale entre le noeud et la surface de la solution moussante. La vitesse de mûrissement de la bulle est obtenue en réalisant une image spatio-temporelle de l'expérience visible en figure 3.2b). A chaque temps  $t$  correspond une longueur  $L(t)$  et une vitesse de mûrissement instantanée  $(dL(t)/dt)_{exp}$  déterminée par la mesure de la pente à l'instant  $t$ . On peut alors suivre l'évolution de la vitesse de mûrissement au cours du gonflement de la bulle. Le temps  $\tau_d$  reporté sur l'image spatio-temporelle est un temps de drainage libre de la bulle propre à l'expérience. En effet, la formation de la bulle est équivalent au tirage d'un film vertical hors d'un bain. Une certaine quantité de liquide, donnée par la loi de Frankel [39], est entraînée et draine ensuite dans les films. Si cette quantité est supérieure à celle imposée par le pousse-seringue, alors la bulle se draine librement jusqu'à atteindre son état d'équilibre fixé par le débit  $Q$ . Cet effet est donc plus prononcé pour les faibles débits de liquide. Le temps  $\tau_d$  est déterminé lorsque la dernière frange colorée dans le film de la bulle disparaît.

Les films sont éclairés avec une lumière blanche afin de pouvoir mesurer leur épaisseur par la visualisation des franges d'interférences colorées. Comme on peut l'observer sur les figures 3.2a) et b), leur surface n'est que partiellement colorée, indiquant que l'épaisseur n'est pas constante sur

toute la hauteur du film. Dans la plupart des cas on peut distinguer deux zones (séparées par la ligne pointillée noire sur les deux figures). La première correspond à une zone de faible épaisseur caractérisée par une teinte « argentée » ou transparente (film noir commun). Cette zone couvre une surface  $A_1(t)$ . La deuxième est une zone plus épaisse d'aire  $A_2(t)$ . Chacune de ces zones peut être caractérisée par une épaisseur moyenne  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$  respectivement. L'image spatio-temporelle (cf. figure 3.2b) révèle qu'au cours du temps, la surface couverte par la zone de forte épaisseur augmente au détriment de celle de faible épaisseur.

L'épaisseur  $e_2(t)$  est mesurée de la façon suivante : chaque frange de couleur est reliée à une longueur d'onde  $\lambda$  à laquelle on fait correspondre une épaisseur de film  $e_f$  par la relation suivante [39] :

$$\frac{I}{I_m} = \sin^2 \left( \frac{2\pi n e_f}{\lambda \cos \Phi} \right) \quad (3.1)$$

$I/I_m$  est le rapport des intensités lumineuses où l'indice  $m$  fait référence à l'intensité maximum. L'indice de réfraction est  $n \simeq 1,33$  et  $\Phi$  est l'angle d'incidence du faisceau lumineux par rapport à la normale à la surface du film. Le film de la bulle étant légèrement courbé (cf. figure 3.2a), l'angle d'incidence varie entre 20 et 30. A chaque frange colorée, le rapport des intensités vaut  $I/I_m = 1$  et l'épaisseur s'écrit alors :

$$e_f = (2p + 1) \frac{\lambda \cos \Phi}{4n} \quad (3.2)$$

où  $p$  est le numéro de la frange considérée. Dans la zone 1, cette méthode ne permet pas de donner une valeur exacte de l'épaisseur. Cependant, nous pouvons approcher cette dernière en considérant la première frange ( $p = 0$ ) de la plus petite longueur d'onde mesurable ( $\lambda \simeq 400\text{nm}$ ) correspond à l'épaisseur  $e_f^0 = \lambda / (4n \cos \Phi) \simeq 80\text{nm}$ . Cette valeur est environ deux fois supérieure à celle admise pour un film noir commun formée à partir de notre type de solution  $e_f^{\text{noir}} \simeq 35\text{nm}$  [48, 64, 38] et qui correspond à l'équilibre statique du film vertical. Dans ce cas, les films sont soumis à un écoulement de liquide permanent à leur périphérie, ce qui ne garantit en rien que les conditions d'équilibres soient atteintes. Des résultats similaires sont obtenus dans le cas d'une mousse en situation de drainage forcé [6] où des épaisseurs de film proche de 100 nm sont obtenue pour des faibles fractions volumiques de liquide et donc des faibles vitesses d'écoulement. Plus récemment des épaisseurs de films de l'ordre de la centaine de nanomètres ont été mesurées pour des films centimétriques [48].

Cette séparation de la surface en deux zones permet de définir l'épaisseur effective d'un film de bulle comme suit :

$$\frac{1}{e_f^*} \simeq \frac{1}{A} \left( \frac{A_1}{e_1} + \frac{A_2}{e_2} \right) \quad (3.3)$$

où  $A$  est la surface totale du film. Nous choisissons de fixer arbitrairement l'épaisseur de la zone 1 à  $e_1 = 60\text{ nm}$ ; valeur inférieure à celle correspondant à l'apparition de la première frange colorée mais néanmoins supérieure à celle du film noir commun. L'épaisseur de la zone 2 est déduite de l'équation 3.1 en attribuant comme valeur à la longueur d'onde celle correspondant à la frange de

couleur dominante observée dans le film. On définit la perméabilité effective d'un film par [51] :

$$k_f^* = \frac{D}{e_f^*} \quad (3.4)$$

où  $D$  est le coefficient de diffusion des molécules d'azote dans la solution. Cette relation est valable dans la limite où la diffusion est contrôlée uniquement par l'épaisseur du film et en négligeant la contribution des monocouches (cf. section 1.4). Nous verrons que nos résultats justifient cette hypothèse *a posteriori*.

### 3.1.3 Surface des films et volume de la bulle

De manière à préciser au mieux les paramètres importants que sont  $A$  et  $V$  nous avons réalisé une simulation numérique de notre expérience avec le logiciel Surface Evolver : une bulle piégée sous un bord de Plateau formé à la jonction de trois films verticaux et reposant sur un bain liquide (cf. figure 3.3). Les valeurs de tension de surface et de densité sont identiques à l'expérience. Nous simulons des bulles de différents volumes et nous déterminons pour chacune d'entre elles la surface de ses films et la longueur  $L$  définie à la figure 3.2. Les résultats numériques sont présentés à la figure 3.4 et montrent l'évolution de l'aire et du volume de la bulle en fonction de la longueur  $L$ . Ces résultats numériques sont ajustés par les relations suivantes :

$$A = bL^2 \quad (3.5)$$

et,

$$V = hL^3 + c \quad (3.6)$$

Le volume  $V$  est en  $\text{cm}^3$ . Pour la gamme de  $L(t)$  mesurée, les coefficients numériques valent  $b = 1,189$ ,  $h = 1,646$  et  $c = 0,023$ . Ces ajustements nous permettent pour chaque valeur de  $L(t)$  mesurée expérimentalement de faire correspondre un volume  $V(t)$  et une aire de film  $A(t)$ . Nous avons pu vérifier expérimentalement que la surface des films ne dépend pas du débit de liquide (dans la gamme explorée). En effet, on observe sur la figure 3.8 que pour une bulle de même taille, la surface du film n'évolue pas lorsque le débit de liquide est augmenté. Notons que la configuration de l'expérience impose aux trois films de la bulle une aire identique.

## 3.2 Résultats

Dans un premier temps, nous présentons en figure 3.5 la vitesse de mûrissement  $(dL(t)/dt)_{exp}$  au cours du temps pour différents débits de liquide. La zone grisée du graphique représente le temps de drainage libre  $\tau_d$  et les points situés dans cette zone ne seront pas considérés. Quel que soit le débit de liquide, la vitesse de mûrissement diminue au cours du temps. Cette diminution est attendue car au cours du temps le volume de la bulle augmente et par conséquent l'écart de concentration en

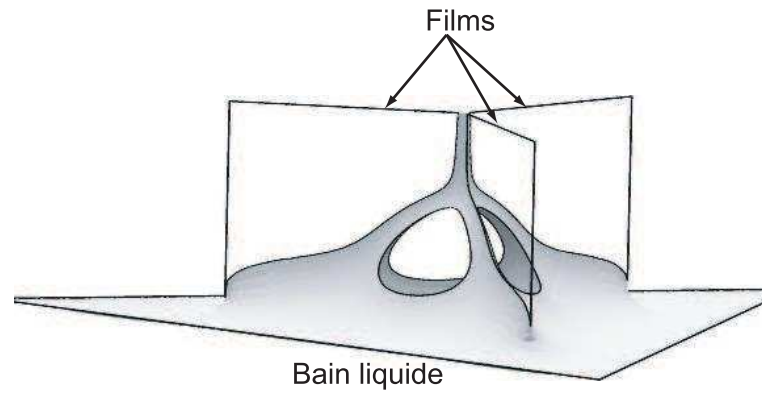


FIG. 3.3 – Représentation de l'expérience numérique réalisée sous le logiciel Surface Evolver.

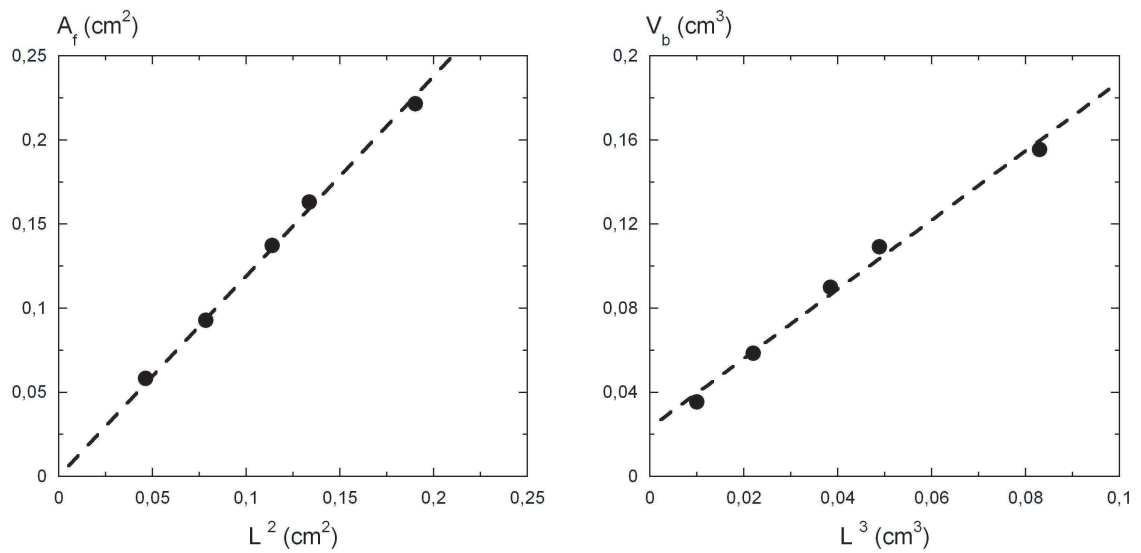


FIG. 3.4 – Simulations numériques (Surface Evolver) de bulles correspondant à la figure 3.3. a) Surface d'un film de la bulle en fonction de la longueur  $L(t)$ . b) Volume de la bulle en fonction de la longueur  $L(t)$ .



azote de part et d'autre des films diminue. On remarque aussi la forte influence du débit de liquide sur la vitesse de mûrissement : pour un temps  $t \simeq 200$  s, la vitesse de mûrissement est réduite d'un facteur quatre lorsque l'on passe de  $Q = 2$  ml/h à  $Q = 30$  ml/h.

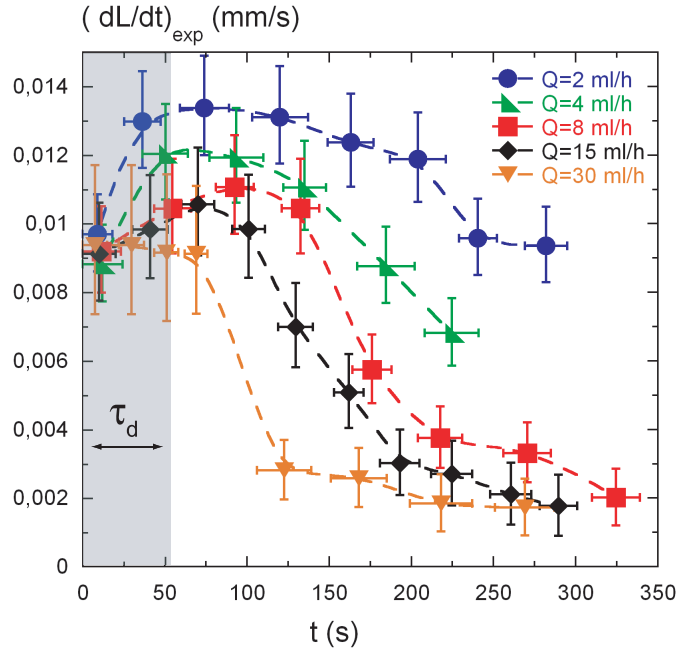


FIG. 3.5 – Vitesse de mûrissement de la bulle en fonction du temps pour différents débits de liquide : 2, 4, 8, 15, 30 ml/h. La zone grisée correspond au temps de drainage libre de la bulle  $\tau_d$ .

Pour s'affranchir de l'effet de la concentration et étudier uniquement l'influence du débit de liquide, nous représentons sur la figure 3.6 la vitesse de mûrissement en fonction de  $L(t)$  pour les différents débits de liquide. En effet, comme le volume initial de chacune des bulles est identique, si nous fixons  $L(t)$ , et  $V(t)$ , la différence de concentration sera constante. Pour un débit donné, on observe une diminution de la vitesse de mûrissement avec la taille de la bulle. Si l'on se focalise sur la courbe correspondant à  $Q = 8$  ml/h, la vitesse est réduite d'environ 80% quand la taille augmente de 20% (ce qui correspond, d'après l'équation 3.6 à une augmentation de 20% sur le volume). Cette forte chute de la vitesse de mûrissement n'est donc pas simplement liée à la diminution de l'écart de concentration engendré par le gonflement de la bulle. Sur la séquence d'images présentée en figure 3.7, nous présentons trois instants (50 s, 150 s et 300 s) d'une bulle en cours de mûrissement irriguée à un débit de liquide de  $Q = 8$  ml/h. Les tailles correspondantes sont respectivement :  $L(t = 50s) = 3$  mm,  $L(t = 150s) = 4$  mm et  $L(t = 300s) = 5$  mm. Cette séquence d'images est à comparer avec les résultats de la figure 3.5. On observe que lorsque la bulle gonfle, la fraction d'aire du film occupée par la zone de forte épaisseur (zone 2) augmente. L'épaisseur effective du film devient alors plus importante diminuant alors sa perméabilité et diminuant par conséquent la vitesse de mûrissement. Si l'on fixe à présent la taille de la bulle, l'influence du débit peut être directement étudiée. La séquence d'images présentée à la figure 3.8 montre trois bulles de taille identique  $L(t) = 4$  mm

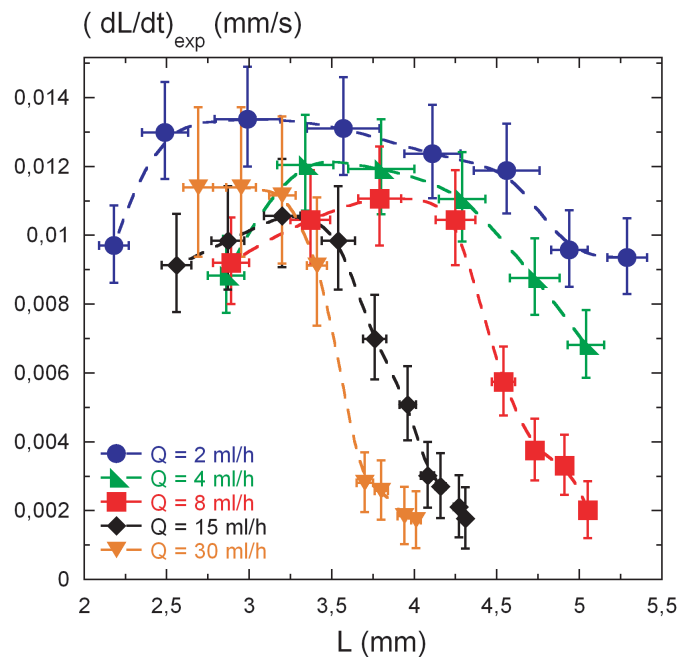


FIG. 3.6 – Vitesse de mûrissement de la bulle en fonction de  $L(t)$  pour différents débits de liquide : 2, 4, 8, 15, 30 ml/h.

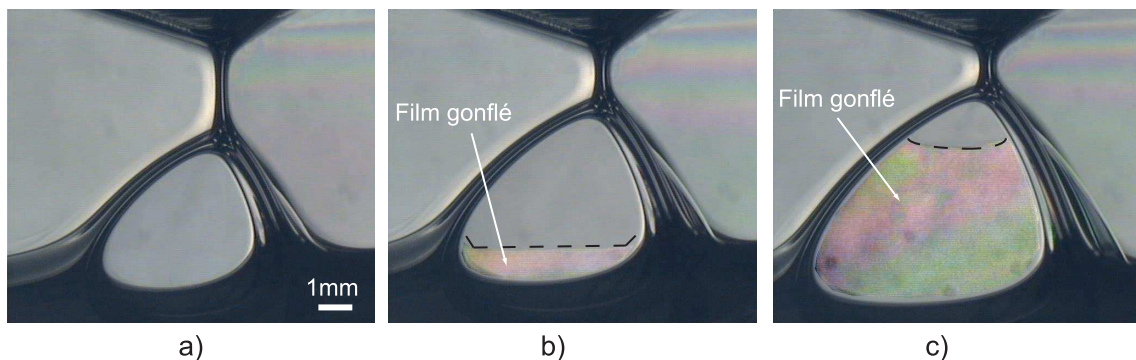


FIG. 3.7 – Séquence d'images représentant une bulle en cours de mûrissement, irriguée à un débit de liquide de 8 ml/h, à différents instants et donc différentes tailles. a)  $L(t = 50s) = 3$  mm. b)  $L(t = 150s) = 4$  mm. c)  $L(t = 300s) = 5$  mm. Plus la taille de la bulle augmente et plus l'épaisseur effective du film augmente. Le trait noir pointillé délimite les zones épaisse et fine du film.

correspondant à trois expériences chacune à débit de liquide différent :  $Q = 2$  ml/h,  $Q = 8$  ml/h et  $Q = 30$  ml/h. Les vitesses de mûrissement étant dépendantes du débit, les temps auxquels sont prises les images correspondent respectivement à  $t = 100$  s,  $t = 150$  s et  $t = 250$  s. Encore une fois, on observe une augmentation de l'épaisseur effective des films de la bulle ralentissant ainsi son mûrissement.

A partir de séries d'images comme celles présentées aux figures 3.7 et 3.8), nous mesurons les épaisseurs effectives des films. Les valeurs obtenues sont tracées en fonction du débit de liquide sur

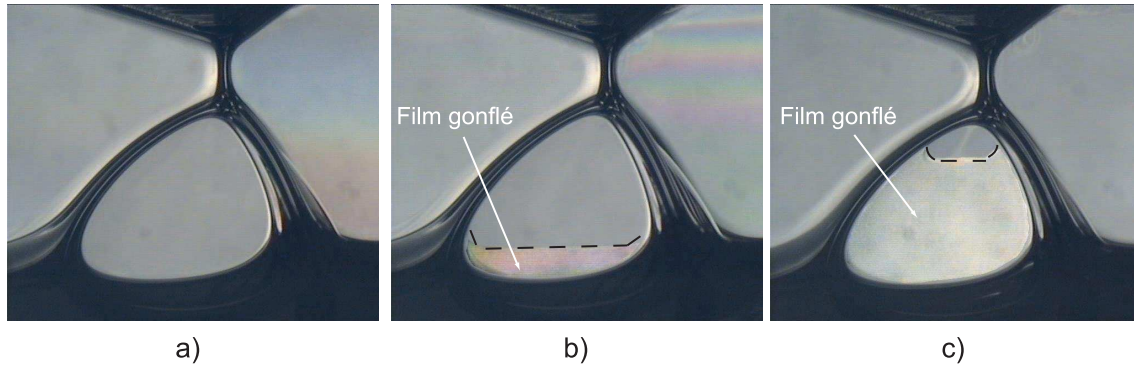


FIG. 3.8 – Séquence d’images représentant trois bulles de taille identique  $L(t) = 4$  mm correspondant à trois expériences chacune à débit de liquide différent : a)  $Q = 2$  ml/h. b)  $Q = 8$  ml/h. c)  $Q = 30$  ml/h. Plus le débit de liquide augmente et plus l’épaisseur effective du film augmente. Le trait noir pointillé délimite les zones épaisse et fine du film.

la figure 3.9 pour différentes tailles de bulle. A taille de bulle fixée, la section des bords de Plateau l’est également (cf. section 2.1.2) et  $e_f^*$  est une fonction croissante de la vitesse moyenne du liquide dans les bords de Plateau. De plus, à débit de liquide imposé l’épaisseur effective augmente avec  $L(t)$  (cf. figure 3.9). Ces résultats sont à rapprocher des travaux de Carrier *et al.* réalisés à l’échelle de la mousse [6] et de ceux de Pitois *et al.* réalisés à l’échelle d’un bord de Plateau [48]. Les premiers ont mesuré à diamètre de bulle fixé, une augmentation de l’épaisseur effective des films avec la fraction volumique de liquide et donc avec la vitesse moyenne (cf. équation 1.16). Le même résultat est retrouvé dans la seconde étude à l’échelle d’un canal unique. Enfin les valeurs des épaisseurs extraites de ces deux études sont comparables à celles mesurées dans nos expériences.

Finalement, nos résultats expérimentaux mettent en évidence le fort couplage existant entre l’écoulement du liquide dans le réseau des bords de Plateau et le gonflement des films. Ce gonflement influence fortement la vitesse de mûrissement et doit être pris en compte dans les modélisations. Dans la suite nous interprétons de manière quantitative ces résultats.

### 3.3 Modélisation du mûrissement

L’échange d’azote à travers la surface des films de la bulle est imposé par l’écart de concentration en azote  $\Delta C(t) = C_{ext} - C_{int}(t)$ . Rappelons que la concentration en azote à l’extérieur de la bulle est constante. Considérons l’azote comme l’espèce soluble -s- et le perfluorohexane comme une espèce insoluble -ins-. Si l’on néglige la courbure des interfaces<sup>1</sup>, la pression dans la bulle est considérée

<sup>1</sup>On estime la pression dans la bulle à partir de la loi de Laplace. Pour la plus petite taille de bulle  $L = 2$  mm on a  $V = 252$  mm<sup>3</sup>. La pression dans la bulle vaut alors :  $P_b = P_0 + \frac{4\gamma}{R_b} \simeq 1,00040 \cdot 10^5$  Pa  $\simeq P_0$  où  $R_b$  est le rayon de la sphère équivalente. Dans l’expérience, la courbure est bien plus petite que  $1/R_b$ . La pression dans la bulle est donc inférieure à celle estimée.

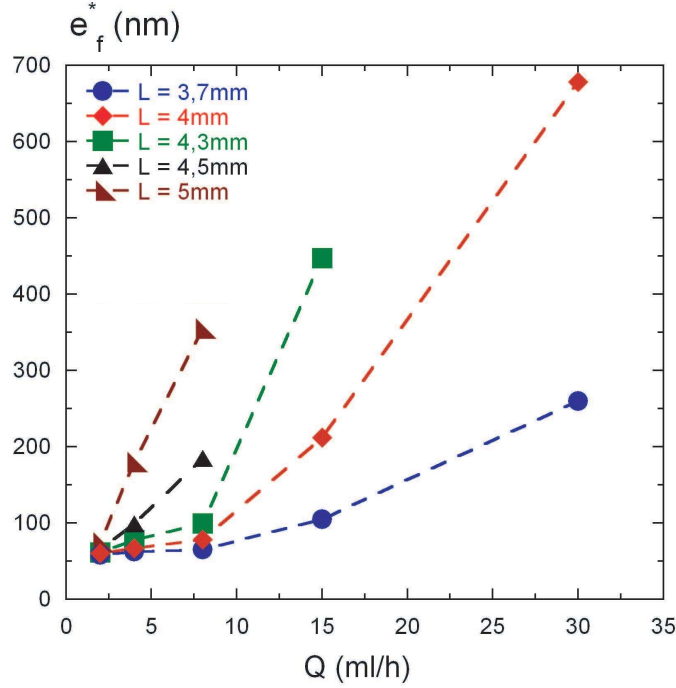


FIG. 3.9 – Epaisseur effective d'un film en fonction du débit de liquide pour différentes tailles de bulle  $L(t)$ .

proche de la pression atmosphérique,  $P_b \simeq P_0$ , et la concentration totale en gaz dans la bulle s'écrit :

$$\frac{n_T}{V_b(t)} = \frac{n_s(t) + n_{ins}}{V_b(t)} \simeq \frac{P_0}{RT} \quad (3.7)$$

où  $n_T$  est le nombre total de moles et  $n_s(t)$  et  $n_{ins}$  sont respectivement le nombre de moles de l'espèce soluble et insoluble. Le gaz entourant la bulle étant uniquement de l'azote, la concentration  $C_{ext}$  est simplement donnée par  $P_0/RT$ . D'après l'équation 3.7 la concentration en azote dans la bulle  $C_{int}(t)$  s'écrit :  $C_{int}(t) = \frac{n_s(t)}{V_b(t)} \simeq \frac{P_0}{RT} - \frac{n_{ins}}{V_b(t)}$ . On en déduit que l'écart de concentration en azote vaut :  $\Delta C(t) = C_{ext} - C_{int}(t) \simeq \frac{n_{ins}}{V_b(t)}$ . En introduisant la concentration initiale en gaz insoluble  $C_0 = \frac{n_{ins}}{V_0}$ , on trouve :

$$\Delta C = C_0 f(L(t)) \quad (3.8)$$

où la fonction  $f(L(t)) = \frac{V_0}{V_b(t)} = \frac{L_0^3 + c/h}{L^3(t) + c/h}$  est déterminée à partir de l'équation 3.6. Notons que cette fonction est décroissante au cours du temps. Pour un processus d'échange diffusif, l'évolution du volume de la bulle s'écrit [51] :

$$\frac{dV_b(t)}{dt} = 3A(t) \frac{Dv_m S \Delta C(t)}{e_f^*(t)} \quad (3.9)$$

le coefficient 3 provient des trois films de surface  $A(t)$  couvrant la bulle,  $D$  est le coefficient de diffusion de l'azote,  $v_m$  le volume molaire et  $S$  la solubilité de l'azote. En combinant les équations 3.5, 3.6 et 3.9 on obtient la vitesse de mûrissement théorique :

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{th}^* = \frac{b}{h} \frac{Dv_m S C_0}{e_f^*} f(L) \quad (3.10)$$

Par ailleurs, puisque les modélisations existantes reposent sur une épaisseur de film constante, on définit la vitesse de mûrissement à épaisseur de film constante  $e_f^0$  :

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{th}^0 = \frac{b D v_m S C_0}{h e_f^0} f(L) \quad (3.11)$$

Nous traçons en figure 3.10 le rapport  $(dL(t)/dt)_{exp}/(dL(t)/dt)_{th}^0$ . Nous avons fixé la valeur de  $e_f^0 = e_1 = 60$  nm. Quelle que soit la taille de la bulle, le rapport des vitesses est une fonction décroissante du débit et donc de l'épaisseur. Cette représentation montre clairement que l'approche à épaisseur constante ne permet pas de décrire les résultats obtenus.

Finalement, nous confrontons nos données expérimentales au modèle présenté ci-dessus (équation 3.10). La vitesse théorique  $(dL(t)/dt)_{th}^*$ , dans laquelle nous avons reporté les épaisseurs  $e_f^*$  mesurées expérimentalement, est tracée sur la figure 3.11 en fonction de la vitesse de mûrissement mesurée  $(dL(t)/dt)_{exp}$ . La pente de la droite est 1, ce qui montre le très bon accord entre la théorie et l'expérience et que le couplage drainage / mûrissement est correctement décrit si on prend en compte la variation d'épaisseur des films.

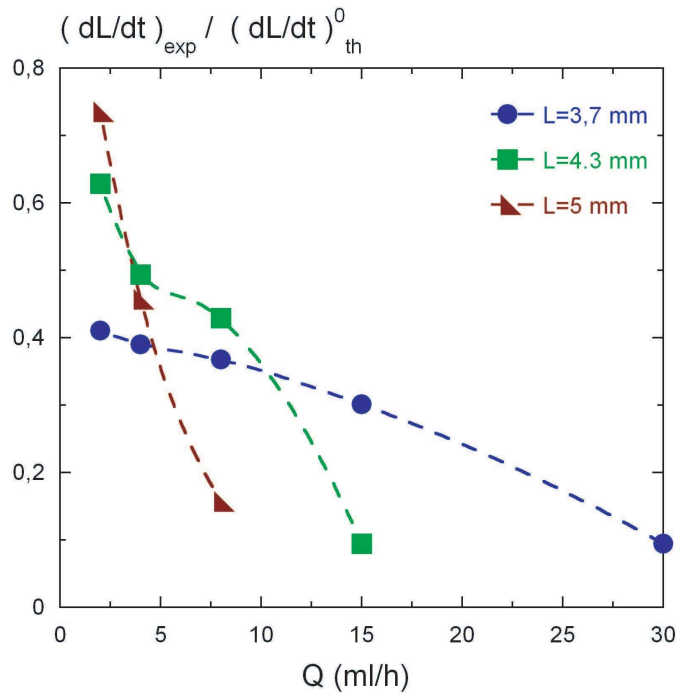


FIG. 3.10 – Rapport de la vitesse mesurée et de la vitesse théorique à épaisseur de film constante en fonction du débit de liquide pour différentes tailles de bulle  $L(t)$ .

Certains points expérimentaux, correspondant aux symboles ouverts sur la figure 3.11 ne sont pas correctement décrits. Ces points correspondent à des situations où l'on observe des boucles de recirculation de liquide dans les films. La figure 3.12 est un exemple de cette situation. Ce motif apparaît pour les plus petites tailles de bulle et les faibles débits de liquide. Les deux boucles de

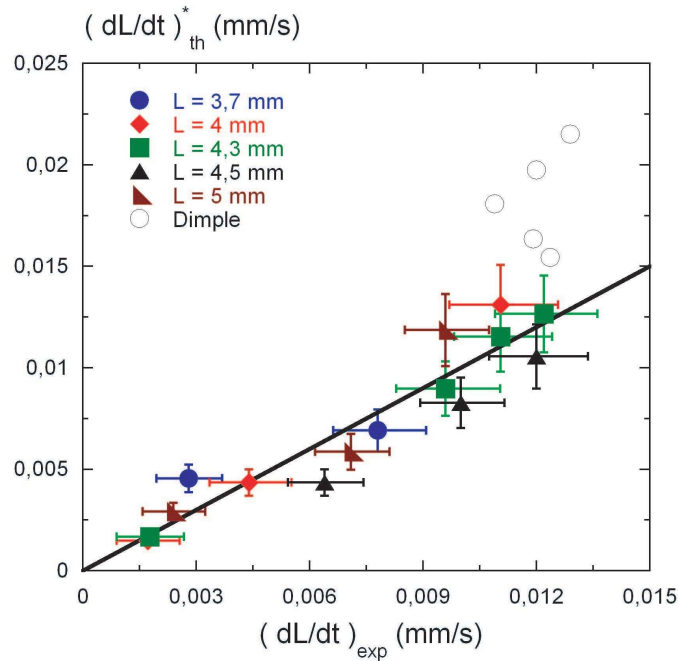


FIG. 3.11 – Corrélation entre la vitesse de mûrissement mesurée et la vitesse théorique à épaisseur de film variable.

recirculations semblent être de faible épaisseur et séparées par une zone centrale gonflée. Dans ces conditions, il devient difficile d'attribuer une épaisseur à chacune de ces zones et la description géométrique des films en deux parties n'est plus justifiée. Notons que ces motifs ont déjà été rapportés dans des travaux sur le drainage forcé des mousses [6]. Est-ce que ces situations correspondent à des transitions nécessaires pour ouvrir les films et les faire gonfler? Nous ne pouvons pas conclure sur la généralité du phénomène observé, tant il semble évident que le gonflement des films ainsi que les motifs s'y développant dépendent de la solution moussante utilisée [48, 6]. Cependant, nous pouvons tout de même tenter de projeter nos résultats à l'échelle de la mousse. C'est le sujet de la partie suivante.

### 3.4 Passage à l'échelle de la mousse

Les différentes modélisations du couplage mûrissement / drainage existantes ont été exposées au cours du premier chapitre. La récente étude de Feitosa *et al.* [19] a révélé que les modèles de Hilgenfeldt *et al.* [25] et de Hutzler *et al.* [29] basés sur une description géométrique de la proportion de la surface des bulles occupée par des films d'épaisseur constante ne permettaient pas de décrire l'ensemble des vitesses de mûrissement sur toute la gamme de fraction volumique de liquide (cf. figure 1.19). Feitosa propose alors un modèle empirique qui ajuste d'une bien meilleure façon les données expérimentales.

Au vu des résultats que nous avons obtenus, il nous semble que le modèle de Hilgenfeldt (ou

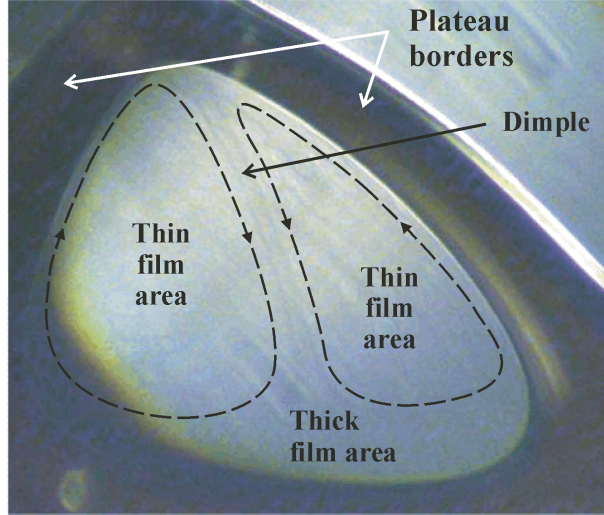


FIG. 3.12 – Boucles de recirculation dans un film de la bulle.

celui de Hutzler) peut rendre compte des données expérimentales au même titre que le modèle de Feitosa si l'on introduit une dépendance de l'épaisseur des films avec la fraction volumique de liquide  $\varepsilon$ . D'ailleurs, les travaux de Carrier *et al.* suggèrent aussi cette dépendance [6]. Nous modifions le modèle de Hilgenfeldt comme suit :

$$R_b \frac{dR_b}{dt} = D_{eff} (1 - 1,52\sqrt{\varepsilon})^2 = \frac{D_{eff}^*}{e_f^*} (1 - 1,52\sqrt{\varepsilon})^2 \quad (3.12)$$

La figure 3.13a) montre que le modèle de Hilgenfeldt surestime les vitesses de mûrissement sur la gamme de fraction volumique de liquide 0,003 - 0,1. A l'opposé, le modèle de Feitosa décrit d'une bien meilleure façon les résultats expérimentaux. Nous choisissons alors de l'utiliser comme référence afin d'ajuster l'épaisseur de film nécessaire pour obtenir l'égalité des deux modèles :

$$\frac{D_{eff}^*}{e_f^*} (1 - 1,52\sqrt{\varepsilon})^2 = \frac{D_{Feitosa}}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (3.13)$$

où  $D_{Feitosa} = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$  est donné dans [19]. Pour évaluer la variation de l'épaisseur il faut en premier lieu déterminer le coefficient  $D_{eff}^*$ . Aux faibles fractions  $\varepsilon$ , les deux modèles sont très proches. Pour définir la valeur de  $D_{eff}^*$  nous choisissons le point d'intersection des deux modèles en  $\varepsilon \simeq 0,0012$ , repéré par le cercle sur la figure 3.13. Nous pouvons évaluer l'épaisseur de film  $e_f^*$  en supposant que dans cette zone de faible fraction volumique de liquide les films sont à l'équilibre statique. La dépression dans les bords de Plateau par rapport au film de la mousse est donnée par la loi de Laplace  $\frac{\gamma}{r_{min}} \simeq 500$ , où l'on a estimé la valeur de  $r_{min} \simeq 70 \mu\text{m}$  à partir de la relation des mousses sèches (équation 1.6) en prenant  $L_{nn} \simeq 1 \text{ mm}$ . A cette succion s'oppose la pression de disjonction qui stabilise les films. Pour une solution équivalente à la notre, on trouve d'après [4] une épaisseur de film  $e_f^* \simeq 30 - 60 \text{ nm}$  qui correspond aux épaisseurs de films noirs mesurées pour notre solution [64, 38]. Nous choisissons comme valeur  $e_f^* = 60 \text{ nm}$  pour le calcul de

$D_{eff}^*$ . En  $\varepsilon \simeq 0,0012$  on trouve  $D_{eff}^* = 5,36.10^{-10}$  cm<sup>3</sup>/s. Ce coefficient ne dépend plus que des paramètres physico-chimiques du gaz et du liquide moussant et reste donc constant sur la gamme de fraction volumique de liquide. On peut alors déterminer pour chaque valeur de  $\varepsilon$  la valeur de  $e_f^*$  nécessaire pour satisfaire l'équation 3.13. Nous reportons ces épaisseurs de film sur la figure 3.13b). L'épaisseur des films est bien une fonction croissante de la fraction volumique de liquide. On trouve qu'un facteur trois sur l'épaisseur suffit pour que le modèle de Hilgenfeldt décrive les données sur la gamme de fraction volumique de liquide 0,001 - 0,04 (cf. figure 3.13a). Cette variation est hautement concevable au vu des résultats de Carrier *et al.* [6] qui, pour la même gamme de fraction volumique de liquide dans la mousse, obtient un facteur du même ordre de grandeur sur l'épaisseur du film. Au delà de  $\varepsilon \simeq 0,04$ , la courbe sature. A ces valeurs de  $\varepsilon$  les films carrés de la cellule de Kelvin disparaissent diminuant la surface de transfert du gaz. A cela s'ajoute la dilatation de la mousse bloquant le transfert en exposant une plus grande surface de contact entre le liquide et les bulles. Ces effets limitent l'approche que nous proposons. Notons que la valeur initialement donnée à  $e_f^*$  pour déterminer le coefficient  $D_{eff}^*$  n'a pour effet que de translater les valeurs présentées en figure 3.13b, mais ne modifie pas l'augmentation obtenue.

### 3.5 Conclusion

Nous avons mis au point une expérience permettant d'étudier le mûrissement d'une bulle en situation de drainage forcé. Les vitesses de mûrissement mesurées ont mis en évidence que les modèles existants ne permettaient pas de reproduire de tels résultats. A l'échelle de la bulle, nous avons clairement montré qu'un bon accord peut néanmoins être trouvé si l'on prend en compte la variation d'épaisseur avec le débit de liquide. A l'échelle de la mousse, cela suggère de prendre en compte la variation d'épaisseur des films avec la fraction volumique de liquide. Nous pensons avoir apporté suffisamment d'éléments pour remettre sérieusement en cause l'hypothèse d'épaisseur constante pour le problème du mûrissement des mousses.



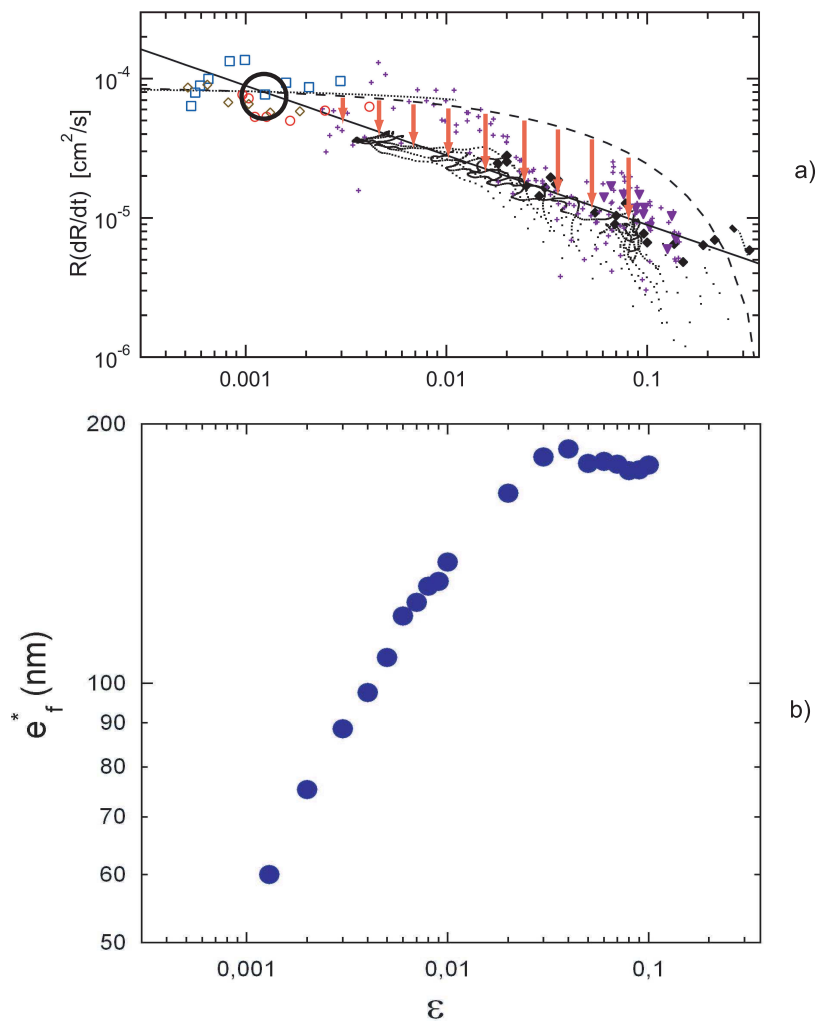


FIG. 3.13 – a) Vitesse de mûrissement en fonction de la fraction volumique de liquide dans la mousse tiré de [19]. Le trait plein correspond au modèle de Feitosa (équation 1.42) et le trait en tiret au modèle de Hilgenfeldt (équation 1.41). Les points expérimentaux regroupent toutes les expériences de mûrissement de mousse [19, 29, 25, 66]. Le cercle montre l'intersection des deux modèles à laquelle nous calculons le coefficient  $D_{eff}^* = 5,36 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}$ . Les flèches rouges schématisent le recalage du modèle de Hilgenfeldt sur le modèle de Feitosa si l'on tient compte de la variation d'épaisseur. b) Epaisseurs effectives des films de mousse extraites du modèle modifié de Hilgenfeldt (équation 3.13).

# Chapitre 4

## Écoulement dans les bords de Plateau : Modèle de recirculation

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>97</b>
<b>4.2</b>	<b>Modélisation du couplage film / bord de Plateau</b>	<b>98</b>
4.2.1	Mécanismes de transport des tensioactifs	99
4.2.2	Perméabilité du bord de Plateau	103
4.2.3	Gonflement des films	105
<b>4.3</b>	<b>Expériences</b>	<b>105</b>
4.3.1	Vitesses des contre-écoulements	106
4.3.2	Épaisseurs des films	106
<b>4.4</b>	<b>Discussion</b>	<b>106</b>
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>110</b>

---

### 4.1 Introduction

L'étude présentée au chapitre précédent nous a permis de mettre en évidence le fort couplage existant entre le drainage et le mûrissement via le gonflement des films et de montrer que ce gonflement est lié à l'écoulement dans les bords de Plateau. Du fait de l'observation de boucles de recirculation dans notre expérience ainsi que dans celles réalisées par Carrier *et al.* dans des films de mousses [6], nous avons proposé de faire intervenir, dans ce couplage, la mise en place de contre-écoulements s'établissant à la jonction entre le bord de Plateau et les films. Le moteur de ces contre-écoulements est l'effet Marangoni, associé aux gradients de tension de surface imposés par l'écoulement de drainage dans le canal. Dans le cas d'une interface couverte de tensioactifs, ces gradients de tension de surface sont reliés à des gradients de concentration surfaciques. Ces différents gradients sont reliés entre eux par l'élasticité de Gibbs. Il est connu que cette élasticité joue un rôle prédominant dans

la dynamique de remontée de bulle dans une solution moussante [35] ainsi que dans le drainage de films horizontaux [59]. Pour chacune de ces situations, c'est l'écoulement du liquide qui entraîne les tensioactifs portés aux interfaces créant alors des gradients de concentration de surface. Il a été montré que ces gradients de concentration conduisent à la rigidification des interfaces. Cependant, la contribution de l'élasticité de Gibbs au drainage de la mousse reste à évaluer puisque la plupart des modèles négligent cette contribution. Un récent modèle de Durand *et al.*, présenté au chapitre 1, incorpore l'élasticité de Gibbs comme un des paramètres contrôlant la vitesse de drainage. Quelles que soient les propriétés de diffusion des tensioactifs (solubles ou non), les contraintes Marangoni développées à la surface du bord de Plateau rigidifient les interfaces. En d'autres termes, ce modèle ne permet pas de rendre compte des grandes valeurs de perméabilité mesurées au chapitre 2 dans le cas des interfaces mobiles, ainsi que dans plusieurs autres travaux [13, 31, 6, 41, 56].

Nous avons maintenant assez d'indices expérimentaux pour reconsidérer le modèle d'écoulement de Lemlich, *e.g.* vitesse nulle dans les coins de la section d'un bord de Plateau, une concentration de surface constante le long des interfaces et l'absence de couplage avec les films. Les écoulements Marangoni nous semble être à l'origine de ce gonflement et il est important, dans un premier temps, de disposer d'un modèle l'incorporant. Nous proposons dans ce chapitre, un nouveau modèle simple d'écoulement basé sur les observations de boucles de recirculation dans les films. Le modèle décrit le couplage entre l'écoulement dans le bord de Plateau et celui des films via des contre-écoulements dont l'effet Marangoni est le moteur et assure la réapprovisionnement des interfaces des bords de Plateau en tensioactifs. Ce modèle doit entre autre permettre de décrire les grandes perméabilités mesurées. Le modèle sera finalement confronté à une série de résultats expérimentaux.

## 4.2 Modélisation du couplage film / bord de Plateau

Les modèles actuels d'écoulements de liquide dans les mousses reposent tous sur les hypothèses d'écoulements à l'échelle d'un bord de Plateau de Lemlich [34] sont : un bord de Plateau infini, des profils de vitesses stationnaires, établis et invariants par translation et une vitesse nulle dans les coins géométriques de la section. De plus, le flux de molécules tensioactives convectées le long des interfaces est identique au flux entrant et sortant des surfaces du bord de Plateau. Ceci implique qu'il ne peut y avoir de gradient de tension de surface le long des interfaces. Dans une mousse, les bords de Plateau sont connectés aux nœuds à leurs extrémités et ont alors une taille finie, impliquant que les hypothèses ci-dessus ne sont plus applicables. Nous schématisons sur la figure 4.1 une des configurations possibles d'une partie du réseau. Dans le bord de Plateau supérieur le débit de liquide vaut  $Q$  et vaut  $Q/3$  dans les bords de Plateau inférieurs. Dans le cas d'interfaces à grande mobilité, l'écoulement est de type bouchon<sup>1</sup>. Loin des extrémités des bords de Plateau, et donc des nœuds, les vitesses de surface  $u_s$  sont considérées constantes et la concentration de surface

---

<sup>1</sup>La forme précise du profil n'a aucune incidence sur la conclusion du raisonnement que nous proposons

vaut  $\Gamma = \Gamma_{eq}$ . La taille caractéristique du bord de Plateau est le rayon de courbure  $r$ . Le flux de tensioactifs convectés à la surface du bord de Plateau supérieur vaut alors  $q_s^{up} \simeq u_s r \Gamma_{eq}$ . Le flux de tensioactifs convectés à la surface des bords de Plateau inférieurs vaut  $q_s^{down} \simeq 2(u_s/3)r\Gamma_{eq}$ , car les interfaces du bord de Plateau supérieur se séparent en deux au passage du nœud. Ceci implique que la concentration en tensioactifs dans la partie haute du nœud (à la jonction entre le bord de Plateau supérieur et le nœud) est plus importante que dans sa partie inférieure. Ce résultat est bien évidemment généralisable à d'autres configurations et invalide l'hypothèse de concentration de surface constante le long des interfaces du réseau de bords de Plateau. Ces excès (ou manques) donnent lieu à des gradients de tension de surface générant des mouvements de liquide bien connus sous le nom d'écoulement Marangoni.

Les échanges de tensioactifs se réalisent à priori au niveau des jonctions avec les nœuds. Nous faisons l'hypothèse que la proximité des films, qui constituent un réservoir de tensioactifs, permet des échanges efficaces au niveau des ces jonctions. Ainsi les écarts de concentration ne sont pas seulement comblés par la diffusion des molécules entre le volume et la surface mais aussi par des écoulements dans les films qui se mettent en place. Sur la figure 4.2 nous représentons les différents mécanismes d'échange des tensioactifs : un échange diffusif entre la surface et le volume du bord de Plateau  $q^V$ , un échange convectif Marangoni prenant place dans la zone de transition bord de Plateau / film  $q^M$ , et un dernier échange diffusif entre la surface des films et celle du bord de Plateau  $q^S$ . La convection des tensioactifs dans la zone de transition entraîne du liquide dans le film servant alors de réservoir de tensioactif (effet Marangoni) et met en place une boucle de recirculation assurant la réalimentation en tensioactifs des surfaces du bord de Plateau. Notons que l'existence d'une telle structure de recirculation a été récemment observée dans des films de mousse en condition de drainage [6, 36].

### 4.2.1 Mécanismes de transport des tensioactifs

Plaçons nous dans la situation simplifiée d'un bord de Plateau connecté à son film comme présenté en figure 4.2. La taille du système est  $L$  et correspond à la taille caractéristique d'une cellule de recirculation, *e.g.* la taille du film. La longueur  $L$  ne correspond pas nécessairement à la longueur d'un bord de Plateau mais peut en représenter plusieurs à la suite les uns des autres le long d'un film, comme celà est suggéré par plusieurs travaux [6, 36].

Prenons  $z$  la coordonnée le long de l'axe du bord de Plateau et  $(y, z)$  les coordonnées le long de la surface du film (cf. figure 4.2). La section du bord de Plateau est  $A_{bdP}$ . Sous l'hypothèse d'écoulement stationnaire, la vitesse de surface est  $u_s$ . Loin des extrémités des noeuds, la concentration de surface est  $\Gamma = \Gamma_{eq}$ . Le flux surfacique de tensioactifs convectés le long du bord de Plateau est approximativement :

$$q \simeq u_s r \Gamma_{eq} \quad (4.1)$$

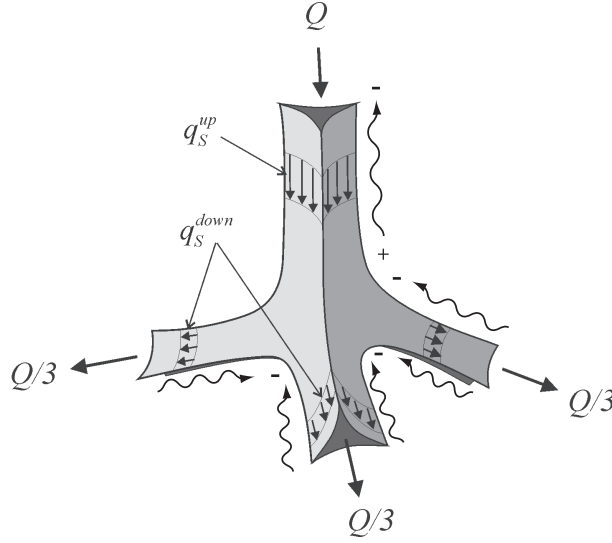


FIG. 4.1 – Exemple de configuration d’une jonction du réseau de la mousse. L’écoulement de surface du bord de Plateau supérieur est plus important que celui des bords de Plateau inférieurs, impliquant un réajustement continu de la concentration de surface en tensioactifs à la surface du nœud.

Aux extrémités du bord de Plateau, le flux  $q_e$  de tensioactifs échangés avec la surface des nœuds est différents de  $q$ . Cette différence induit un gradient de concentration de surface s’établissant sur la taille caractéristique du nœud  $r$ . Cependant, puisque le flux de tensioactifs entrant et sortant du bord de Plateau est identique, la valeur de  $q_e$  ne participe pas à la dynamique de la recirculation. Par conséquent, nous choisissons de fixer  $q_e = 0$ . Les concentrations de surface sont respectivement  $\Gamma^+$  et  $\Gamma^-$  aux extrémités hautes et basses du bord de Plateau. Les déviations engendrées par rapport à l’état d’équilibre  $\Gamma_{eq}$  sont supposées être faibles :  $(\Gamma_{eq} - \Gamma^-) \simeq \Gamma_{eq}$  et  $(\Gamma^+ - \Gamma_{eq}) \simeq \Gamma_{eq}$ . Nous considérerons par ailleurs que  $(\Gamma_{eq} - \Gamma^-) = (\Gamma^+ - \Gamma_{eq}) = \Delta\Gamma$ . Ces écarts induisent des échanges moléculaires avec le volume du bord de Plateau  $q^V$ , et avec la surface des films qui agissent comme réservoir de tensioactifs avec une concentration de surface  $\Gamma_{eq}$ . Nous considérons deux types d’échange de surface : un premier  $q^S$ , diffusif, correspondant à l’échange entre la surface du bord de Plateau et celle du film, et le deuxième  $q^M$ , convectif, remontant les tensioactifs du bas vers le haut du film par des effets Marangoni générés par les gradients de tension de surface. Ces différents flux de tensioactifs sont représentés sur la figure 4.2. La suite de ce travail consistera à établir les relations entre  $q^S$ ,  $q^M$  et  $q^V$ .

La diffusion de surface des tensioactifs résulte de la différence de concentration surfacique  $\Delta\Gamma$  sur la distance  $r$  :

$$q^S \simeq D_s \frac{\Delta\Gamma}{r} r = D_s \Delta\Gamma \quad (4.2)$$

où  $D_s$  est le coefficient de diffusion de surface des molécules tensioactives. La différence  $\Delta\Gamma$  est reliée aux concentrations de surface des extrémités du bord de Plateau :  $\Delta\Gamma = (\Gamma^+ - \Gamma^-)/2$ . En

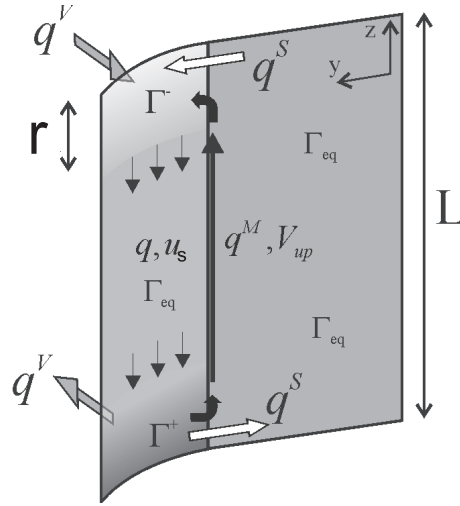


FIG. 4.2 – Surface d'un bord de Plateau connecté à son film. Les différents mécanismes d'échange de tensioactifs avec le volume du bord de Plateau ( $q^V$ ) et avec la surface des films ( $q$ ,  $q^S$  et  $q^M$ ) sont représentés. Les films agissent comme des réservoirs de tensioactifs et les contre-écoulements de type Marangoni s'établissent dans la zone de transition bord de Plateau / film.

remplaçant cette relation dans la précédente on obtient :

$$q^S \simeq D_s \frac{\Gamma^+ - \Gamma^-}{2} \quad (4.3)$$

Le gradient de concentration de surface  $(\Gamma^+ - \Gamma^-)/L$  est relié à la contrainte Marangoni par l'élasticité de Gibbs [21] :

$$\tau_M = \frac{d\gamma}{dz} \simeq \frac{E}{\Gamma_{eq}} \left( \frac{\Gamma^+ - \Gamma^-}{L} \right) \quad (4.4)$$

où l'élasticité de Gibbs  $E = -\Gamma(d\gamma/d\Gamma) \simeq -\Gamma_{eq}(d\gamma/d\Gamma)_{eq}$ . Comme proposé précédemment, un contre-écoulement Marangoni s'établit alors dans la zone de transition bord de Plateau / film. Nous notons  $\varsigma$  la distance caractéristique de ce contre-écoulement et  $V_{up}$  sa vitesse. Le flux de tensioactifs convectés par le contre-écoulement est alors :  $q^M = \varsigma V_{up} \Gamma_{eq}$ . Notons que  $\varsigma$  correspond aussi à la distance caractéristique sur laquelle les gradients de vitesse de l'écoulement s'établissent pour un écoulement à  $Bo \ll 1$ . Etant donné que nous nous plaçons dans le cadre d'un écoulement bouchon, la dissipation visqueuse de volume peut-être négligée dans la zone de transition [33]. Dans cette zone, l'interface est donc simplement cisailée par le contre-écoulement. Il en résulte que seul le cisaillement de l'interface équilibre la contrainte de Marangoni :

$$\tau_M \simeq \mu_s \frac{V_{up}}{\varsigma^2} \quad (4.5)$$

où  $\mu_s$  est la viscosité de cisaillement de surface. Cette dernière relation nous permet de relier la vitesse de contre-écoulement aux gradients de concentration de surface et aux paramètres interfaciaux  $E$  et  $\mu_s$  :

$$V_{up} \simeq \frac{\varsigma^2 E}{\mu_s L} \left( \frac{\Gamma^+ - \Gamma^-}{\Gamma_{eq}} \right) \quad (4.6)$$

Le débit de surface correspondant devient :

$$q^M \simeq \varsigma V_{up} \Gamma_{eq} \simeq \frac{\varsigma^3 E}{\mu_s L} (\Gamma^+ - \Gamma^-) \quad (4.7)$$

Nous pensons que dans le cas d'un écoulement bouchon, le rapport  $\varsigma/r$  doit être petit et de l'ordre de  $10^{-1}$ . Nous vérifierons cette hypothèse dans la suite de ce chapitre. Il est intéressant de comparer les débits  $q^S$  et  $q^M$  :

$$\frac{q^S}{q^M} \simeq \frac{D_s \mu_s L}{2\varsigma^3 E} \ll 1 \quad (4.8)$$

où nous avons pris comme valeurs typiques  $D_s \simeq 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s,  $\mu_s \simeq 10^{-8}$  kg/s,  $E \simeq 10^{-2}$  N/m,  $L \simeq 10^{-3}$  m,  $r \simeq 10^{-4}$  m et donc  $\varsigma \simeq 10^{-5}$  m. L'échange diffusif entre le film et la surface du bord de Plateau peut donc être négligé devant l'apport de tensioactifs par le contre-écoulement.

Dans la limite de tensioactifs solubles, et en faisant l'hypothèse que l'adsorption et la désorption des tensioactifs sont des processus rapides, le volume et la surface du bord de Plateau sont à l'équilibre. Les concentrations de surface  $\Gamma$  et de volume  $C$  sont reliées par une équation d'état, *e.g.* Langmuir :  $\frac{1}{\beta} = \frac{2a}{\Gamma_{eq}} \left(\frac{C}{a} + 1\right)^2 \simeq \frac{C^2}{\Gamma_{eq} a}$  avec  $\beta = \left(\frac{d\Gamma}{dC}\right)_{eq}$  et  $a$  la concentration de Szyszkowski [2]. En prenant comme valeurs typique  $C \simeq 1$  kg/m<sup>3</sup>,  $\Gamma_{eq} \simeq 10^{-6}$  kg/m<sup>2</sup> et  $a \simeq 0,1$  kg/m<sup>3</sup> on a  $\beta \simeq 10^{-7}$  m. Le gradient de concentration en volume est de la forme  $\Delta C/r$  si bien que le flux de tensioactif  $q^V$  s'écrit :

$$q^V \simeq D \frac{\Delta C}{r} r^2 \simeq \frac{Dr}{2\beta} (\Gamma^+ - \Gamma^-) \quad (4.9)$$

Nous pouvons à présent écrire la conservation des tensioactifs aux extrémités du bord de Plateau :

$$q = q^S + q_e + q^M + q^V \simeq q^M + q^V \quad (4.10)$$

L'association des équations 4.1, 4.7, 4.9 et 4.10 conduit à la relation suivante :

$$u_s r \Gamma_{eq} = \frac{rD}{2\beta} \frac{\mu_s V_{up} \Gamma_{eq} L}{\varsigma^2 E} + \varsigma \Gamma_{eq} V_{up} \quad (4.11)$$

Dans la limite des faibles nombres de Boussinesq, la vitesse de surface  $u_s$  est approximativement égale à la vitesse moyenne du liquide dans le bord de Plateau  $\bar{u}$ . Nous pouvons alors exprimer le rapport de vitesses  $V_{up}/\bar{u}$  :

$$\frac{V_{up}}{\bar{u}} = \left( \frac{D}{2\beta} \frac{\mu_s L}{\varsigma^2 E} + \frac{\varsigma}{r} \right)^{-1} \quad (4.12)$$

En remplaçant les paramètres par leur valeur typique  $D \simeq 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s,  $\mu_s \simeq 10^{-8}$  kg/s,  $L \simeq 10^{-3}$  m,  $E \simeq 10^{-2}$  N/m,  $r \simeq 10^{-4}$  m,  $\varsigma \simeq 10^{-5}$  m et  $\beta \simeq 10^{-7}$  m nous trouvons  $\varsigma/r \simeq 0,1$  et  $\frac{D}{2\beta} \frac{\mu_s L}{\varsigma^2 E} \simeq 0,1$ . La vitesse de contre-écoulement est donc du même ordre de grandeur et proportionnelle à la vitesse moyenne de l'écoulement. Finalement nous vérifions à posteriori que les écarts de concentration de surface  $\Delta\Gamma$  sont relativement petits devant  $\Gamma_{eq}$ . De l'équation 4.6 on tire que  $\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_{eq}} \simeq \frac{V_{up} \mu_s L}{\varsigma^2 E} \simeq 0,1$  et on déduit que les écarts de tension de surface sont de l'ordre de  $\frac{\Delta\gamma}{\gamma_{eq}} \simeq \frac{E}{\gamma_{eq}} \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_{eq}} \simeq 0,1$  avec  $\gamma_{eq} \simeq 10^{-2}$  N/m et  $V_{up} \simeq \bar{u} \simeq 10^{-2}$  m/s comme valeurs de vitesses d'écoulement caractéristiques.

### 4.2.2 Perméabilité du bord de Plateau

La modélisation que nous venons de présenter suggère que la perméabilité d'un bord de Plateau peut être déterminée par le modèle de Lemlich à l'exception de la vitesse dans les coins de la section qui n'est plus nulle, mais vaut  $V_{up}$ . Ceci implique que la perméabilité dépend maintenant du nombre de Boussinesq mais aussi de l'élasticité de Gibbs via la vitesse de contre-écoulement. Afin de déterminer l'impact de l'élasticité sur la perméabilité, nous réalisons une expérience numérique de l'écoulement dans un bord de Plateau avec une nouvelle condition aux limites : Une vitesse de remontée dans les coins géométriques de la section. Les simulations numériques sont réalisées par Florence Rouyer avec le logiciel COMSOL multiphysics.

Nous considérons une section idéale de bord de Plateau d'aire  $A_{bdP}$  dans le plan  $(x,y)$ . Dans ce plan, la section est délimitée par trois arcs de cercle de rayon  $r$  dont les centres sont situés à l'extérieur du domaine et forment un triangle équilatéral. Cette géométrie présente trois plans de symétrie et nous simulons alors un sixième de la section. La figure 4.3a) représente cette situation. L'écoulement est considéré unidirectionnel et stationnaire, *e.g.*  $\vec{u} = u(x,y)\vec{e}_z$ . Les nombres de Reynolds sont petits devant l'unité et par conséquent nous utilisons l'équation de Stokes pour modéliser l'écoulement :

$$\Delta u = -\frac{1}{\mu} \frac{dP}{dz} \quad (4.13)$$

où  $P$  est la pression du liquide incluant les forces de gravité. A cette équation nous associons la condition aux limites d'équilibre des contraintes tangentielles à la surface du bord de Plateau :

$$\mu(\vec{n} \cdot \nabla u) = \mu_s \Delta_s u \quad (4.14)$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à l'interface et  $\Delta_s$  le Laplacien surfacique. Enfin, nous imposons une vitesse de remontée  $V_{up}$  (opposée au sens de l'écoulement) dans les coins de la section du bord de Plateau. Nous adimensionnons ces équations avec  $r$  et  $U = \frac{r^2}{\mu} \frac{dP}{dz}$  comme longueur et vitesse caractéristique. Cet adimensionnement fait intervenir le nombre de Boussinesq  $Bo = \frac{\mu_s}{\mu r}$  paramétrant la mobilité des interfaces. Les simulations numériques sont réalisées pour deux valeurs de Boussinesq, *e.g.*  $Bo = 0,01$  et  $Bo = 0,1$ , et pour une large gamme de valeurs du rapport  $V_{up}/\bar{u}$ . De ces simulations, nous déterminons le nouveau facteur de perméabilité  $k_c(Bo, \frac{V_{up}}{\bar{u}}) = \frac{\mu \bar{u}}{A_{bdP}(dP/dz)}$ . En présence des contre-écoulements, la section hydrodynamique  $A_{hyd}$  du canal, correspondant à la surface où l'écoulement principal s'effectue, devient inférieure à la section géométrique du bord de Plateau. Nous définissons alors la vitesse moyenne de l'écoulement comme :  $\bar{u} = \frac{1}{A_{hyd}} \int \int_{A_{hyd}} u dS$ . Les résultats sont présentés sur la figure 4.3b) où nous traçons le rapport  $k_c/k_0$ , où  $k_0$  est le facteur de perméabilité de Lemlich correspondant à  $V_{up} = 0$  (cf. Chapitre1 figure 1.8), en fonction du rapport de vitesses  $V_{up}/\bar{u}$ . Quelle que soit la valeur de  $Bo$ , la perméabilité est notablement réduite lorsque  $V_{up}/\bar{u}$  tend vers l'unité. Plus précisément, la perméabilité est réduite d'un facteur 2 pour



$V_{up}/\bar{u} = 1$ . L'évolution de  $k_c/k_0$  peut-être décrite par l'ajustement empirique suivant :

$$k_c/k_0 = f(V_{up}/\bar{u}) = \frac{1}{1 + V_{up}/\bar{u}} \quad (4.15)$$

De ce résultat numérique, nous estimons la taille caractéristique d'établissement des contre-écoulements  $\zeta$  comme la distance séparant le coin de la section géométrique au point où le profil de vitesse s'annule (cf. figure 4.3a)). En encart de la figure 4.3, nous avons représenté le rapport  $\zeta/r$  en fonction de  $V_{up}/\bar{u}$ . Pour les valeurs présentées du nombre de Boussinesq, on observe une légère augmentation de  $\zeta/r$  quand  $Bo$  augmente sur la gamme de  $V_{up}/\bar{u}$ . Pour  $V_{up}/\bar{u} = 1$  on trouve  $\zeta/r \simeq 0,1$ . En prenant  $r \simeq 10^{-4}$  m,  $\mu_s \simeq 10^{-8}$  kg/s,  $\mu \simeq 10^{-3}$  Pa.s et  $V_{up}/\bar{u} \simeq 1$ , le nombre de Boussinesq est fixé à  $Bo \simeq 0,1$  et nous obtenons le résultat numérique  $\zeta \simeq 10^{-5}$  m en bon accord avec notre hypothèse de départ.

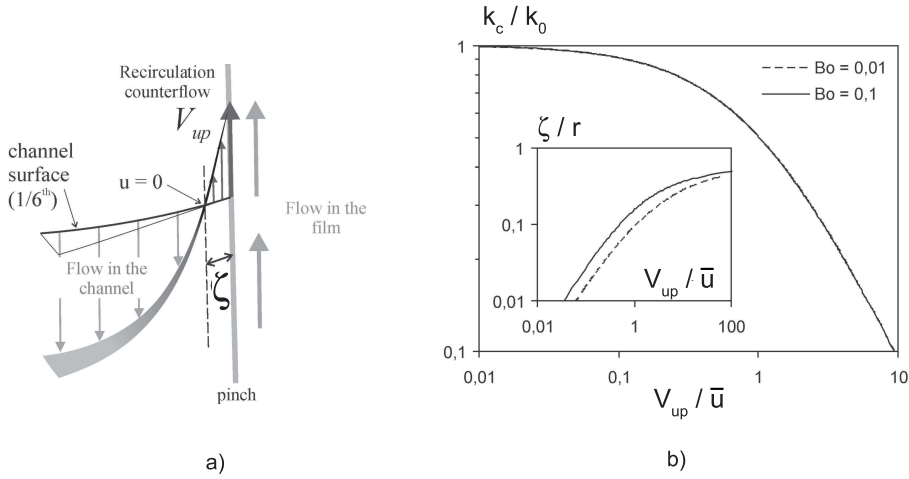


FIG. 4.3 – a) Schéma représentant la zone de transition bord de Plateau / film, la vitesse de contre-écoulement et la vitesse d'écoulement. b) Rapport des facteurs de perméabilité  $k/k_0$  en fonction du rapport  $V_{up}/\bar{u}$  pour deux valeurs du nombre de Boussinesq :  $Bo = 0,01$  et  $Bo = 0,1$ . L'équation 4.15 est tracée. L'encadré représente le rapport  $\zeta/r$  en fonction du rapport  $V_{up}/\bar{u}$  pour les mêmes valeurs de  $Bo$ .

La valeur de  $\zeta$  peut-être estimée par un équilibre des forces dans le bord de Plateau. En négligeant la dissipation visqueuse de volume dans la zone de transition bord de Plateau / film ( $Bo \ll 1$ ), la pression motrice de l'écoulement  $\Delta P$  induit une force  $f_m = A_{bdP}\Delta P$  que l'on peut équilibrer avec celle provenant du cisaillement de l'interface dans les trois coins :  $f_s = 6L\mu_s \frac{du_s}{dy}$  ; Le coefficient 6 provient des trois zones de transition comptant chacune deux interfaces. L'équilibre de ces deux forces nous donne accès à la variation de la vitesse de surface :

$$\frac{du_s}{dy} \simeq \frac{A_{bdP}}{6\mu_s} \frac{\Delta P}{L} \quad (4.16)$$

Si l'on remplace  $du_s/dy$  par  $\bar{u}/\zeta$  ( $Bo \ll 1$ ), où  $\bar{u}$  est la vitesse moyenne de l'écoulement dans le bord de Plateau, et en introduisant le facteur de perméabilité  $k_0 = \frac{\mu\bar{u}}{A_{bdP}(\Delta P/L)}$  (cf. Chapitre 1.2),

nous obtenons pour  $\varsigma$  :

$$\varsigma \simeq 6k \frac{\mu_s}{\mu} \quad (4.17)$$

Pour un nombre de Boussinesq, *e.g.*  $Bo \simeq 0,01$ , le facteur de perméabilité vaut  $k_0 \simeq 1$  (cf. figure 1.8). En prenant  $\mu_s \simeq 10^{-8}$  kg/s,  $\mu \simeq 10^{-3}$  Pa.s on retrouve  $\varsigma \simeq 10^{-5}$  m. Pour des valeurs de  $Bo$  plus grande, *e.g.*  $Bo \simeq 1$ , le cisaillement se réalise sur une distance plus grande (à l'intérieur de la section) si bien que la dissipation visqueuse de volume doit être prise en compte dans l'équilibre des forces. Dans la zone de transition on a alors :  $du/dy \neq \bar{u}/\varsigma$ .

### 4.2.3 Gonflement des films

Nous ne disposons d'aucun modèle théorique permettant de décrire le débit d'entraînement de liquide des bords de Plateau vers les films. A défaut, nous proposons l'approche la plus simple qui consiste à écrire que les contre-écoulements générés dans la zone de transition bord de Plateau / film, entraînent du liquide dans le film d'épaisseur  $e_f$  à un débit :

$$q_{in} \simeq \varsigma e_f V_{up} \quad (4.18)$$

Notons que ce type d'échange de liquide latéral a déjà été envisagé dans le passé pour le drainage libre de films verticaux [39, 27]. De plus, le drainage d'un film de mousse présente certaines similitudes avec le drainage d'un film horizontal, par la présence de zone gonflée au centre (« dimple ») et de zone pincée aux extrémités du film (« pinch ») (cf. figure 4.3a)). Aradian *et al.* [1] ont analysé le phénomène de relaxation de l'interface dans la zone de transition suite au déplacement de liquide par effet Marangoni. La présence du pincement réduit alors fortement le débit vers les bords de Plateau et le liquide est alors partiellement absorbé par le film dont l'épaisseur augmente. Le gonflement du film est supposé s'arrêter lorsque le débit  $q_{out}$  correspondant à la succion du liquide du film vers le bord de Plateau au travers du pincement équilibre  $q_{in}$ . Il est concevable de penser que la quantité de liquide échangée entre le film et le bord de Plateau dépende fortement de l'épaisseur du pinch. De telles informations quantitatives n'existent pas encore pour les films de mousse et rend difficile l'estimation de  $q_{out}$ . Cependant, nous estimerons le débit  $q_{out}$  pour la configuration particulière de notre dispositif expérimental présenté ci-dessous.

## 4.3 Expériences

Nous présentons maintenant des résultats expérimentaux que nous confrontons à notre modèle d'écoulement. Nous réalisons, dans le dispositif présenté à la section 2.1.1, un bord de Plateau vertical connecté à ses trois films. Nous utilisons la solution moussante de TTAB à 3 g/L, qui nous assure d'obtenir une grande mobilité d'interface caractérisée par un nombre de boussinesq  $Bo \simeq 0,1$  (cf. figure 2.4).

### 4.3.1 Vitesses des contre-écoulements

Lorsqu'un débit de liquide est imposé dans le bord de Plateau, nous observons dans la zone de transition bord de Plateau / Film, des fluctuations d'épaisseurs apparaissant comme des « lentilles » de liquide convectées dans le sens opposé à celui de l'écoulement principal, comme représenté sur la figure 4.4. Nous mesurons la vitesse de ces objets  $V_{up}$  pour estimer la vitesse des contre-écoulements. Pour cela nous réalisons une image spatio-temporelle (cf. figure 4.4) à une hauteur où la section du bord de Plateau ne varie que très peu afin d'éviter que la vitesse moyenne de l'écoulement soit modifiée. Nous représentons sur la figure 4.5 la vitesse des lentilles  $V_{up}$  en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement dans le bord de Plateau  $\bar{u} = \frac{Q}{A_{bdP}}$ , où  $Q$  est le débit de liquide imposé dans le bord de Plateau et  $A_{bdP}$  sa section mesurée à l'aide de la caméra située sous le dispositif (cf. section 2.1.1). On constate que la vitesse mesurée des lentilles est comparable à la vitesse moyenne :  $V_{up}/\bar{u} \simeq O(1)$  et aussi proportionnelles :  $V_{up} \propto \bar{u}$ . Plus précisément, la pente de la droite donne  $V_{up}/\bar{u} \simeq 0,5$ . Ces résultats expérimentaux sont tout à fait compatibles avec l'évolution prédite par l'équation 4.12. Toutefois, les lentilles se déforment au cours de leur mouvement (cisaillement) et la vitesse des contre-écoulement serait celle de leur coté gauche. Cependant nous ne mesurons pas forcément cette vitesse mais nous pensons quand même qu'elle doit être proche de  $V_{up}$  (cf. figure 4.4).

### 4.3.2 Epaisseurs des films

Nous reprenons de la thèse de Christelle Fritz [20] des mesures d'épaisseur de film réalisées dans les mêmes conditions expérimentales que les nôtres. Nous reportons ces valeurs d'épaisseur en fonction de la vitesse moyenne  $\bar{u}$  sur la figure 4.6. On trouve que l'épaisseur des films croît linéairement avec la vitesse moyenne. Ce résultat fait l'objet de la discussion suivante.

## 4.4 Discussion

Nous cherchons dans un premier temps à prévoir l'évolution linéaire de l'épaisseur des films avec la vitesse moyenne de l'écoulement. Pour cela nous devons estimer le débit de sortie  $q_{out}$  introduit dans la section 4.2.3. Le système expérimental correspond au schéma présenté en figure 4.2 : des films verticaux raccordés à un bord de Plateau. La surface du film est  $L^2$  et son épaisseur est  $\bar{e}_f$ . A cause de la présence d'un pinch près du bord de Plateau, nous supposons que le liquide absorbé par le film sort essentiellement par le bas du film sous l'effet de la gravité. Nous faisons l'hypothèse que notre situation est similaire à celle correspondant aux premiers instants du drainage d'un film vertical sorti hors d'un bain de solution moussante et continuellement alimenté par les contre-écoulements. Aux temps très courts, la diminution de l'épaisseur du film est décrite par une fonction exponentielle  $\bar{e}_f(t) \simeq e_0 e^{-\alpha t}$ , où  $\alpha$  est un coefficient d'amincissement [3] et  $e_0$  l'épaisseur

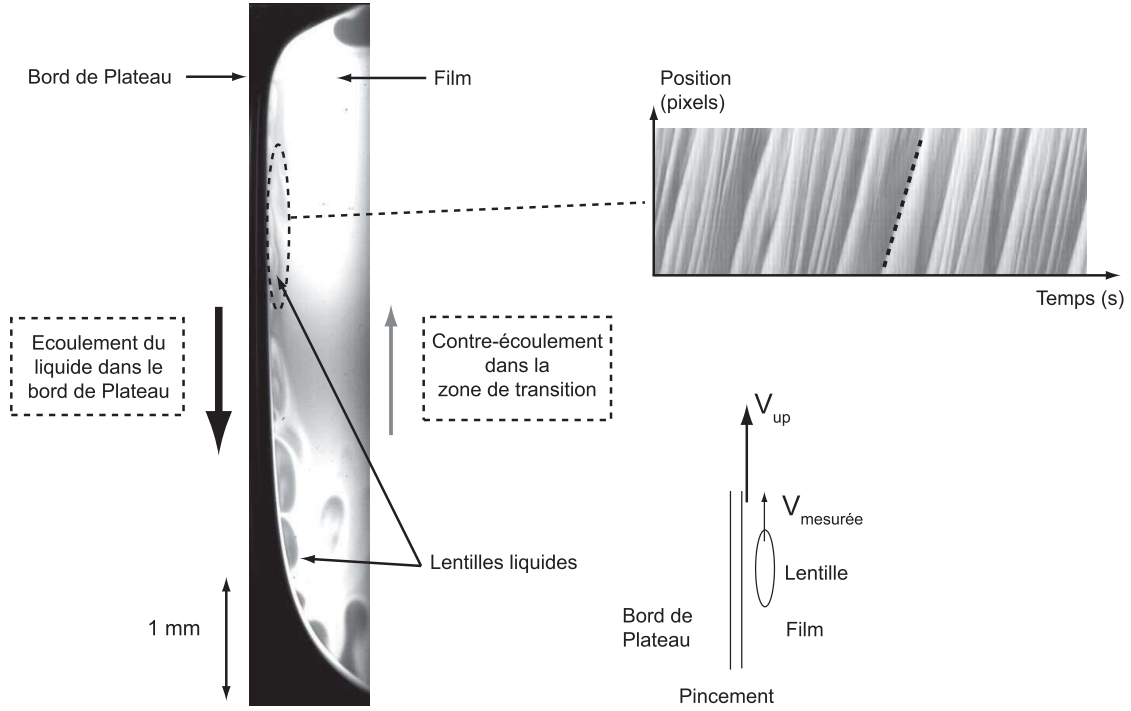


FIG. 4.4 – Image du bord de Plateau et des contre-écoulements. La mesure de la pente de la droite pointillée sur l'image spatio-temporelle permet de déterminer la vitesse des lentilles de liquide convectées par les contre-écoulements. Le schéma illustre le fait que nous ne mesurons pas forcément la vitesse de contre-écoulement mais plutôt une vitesse probablement inférieure.

initiale du film. Le taux d'amincissement est donc  $\frac{d\bar{e}_f(t)}{dt} = -\alpha\bar{e}_f(t)$  et le débit de liquide quittant le film est alors :  $q_{out} = -L^2\frac{d\bar{e}_f(t)}{dt} = \alpha\bar{e}_f(t)L^2$ . Etant donné que le film est continuellement alimenté, on a  $\bar{e}_f(t) \equiv e_0 = \bar{e}_f$ . Pour une solution équivalente à celle utilisée dans notre expérience, Berg *et al.* [3] établissent une expression du coefficient d'amincissement  $\alpha = Be_0$ , avec  $B \simeq 10^{-4} \text{ m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ . On déduit alors une expression de  $q_{out}$  :

$$q_{out} = BL^2\bar{e}_f^2 \quad (4.19)$$

L'épaisseur du film est obtenue par égalité des débits  $q_{in}$  et  $q_{out}$  :

$$\bar{e}_f \simeq \frac{\varsigma V_{up}}{BL^2} \quad (4.20)$$

que l'on peut exprimer en fonction de la vitesse débitante et du rapport  $V_{up}/\bar{u}$  :

$$\bar{e}_f \simeq \frac{\varsigma}{BL^2} \left( \frac{V_{up}}{\bar{u}} \right) \bar{u} \quad (4.21)$$

L'épaisseur du film évolue linéairement avec la vitesse moyenne, ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux de la figure 4.6. La pente déterminée expérimentalement vaut  $6.10^{-6} \text{ s}$  et se compare raisonnablement bien avec la pente calculée égale à  $10^{-5} \text{ s}$  à partir de l'équation 4.21, avec  $L \simeq 10^{-2} \text{ m}$  la longueur du bord de Plateau de notre expérience. On notera qu'une extrapolation de

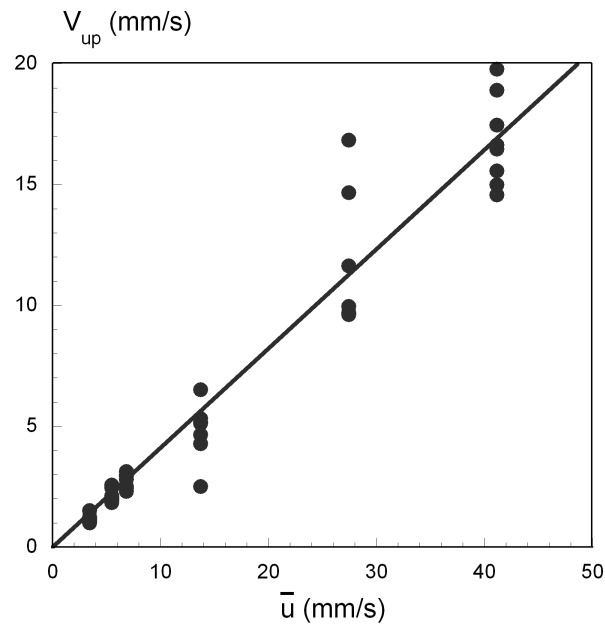


FIG. 4.5 – Vitesse des lentilles  $V_{up}$  en fonction de la vitesse moyenne dans le bord de Plateau  $\bar{u} = \frac{Q}{A_{bdP}}$ . La pente de la droite vaut approximativement 0,5.

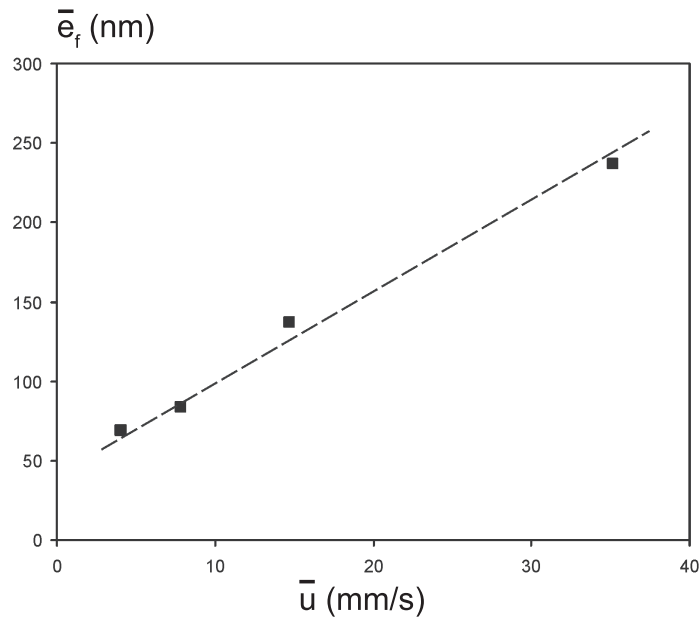


FIG. 4.6 – Epaisseurs moyennes de films  $\bar{e}_f$  en fonction de la vitesse moyenne dans le bord de Plateau  $\bar{u} = \frac{Q}{A_{bdP}}$ . La pente de la droite vaut approximativement  $6 \cdot 10^{-6}$  s.

la droite de régression à  $\bar{u} = 0$  nous déterminons une épaisseur de film  $\bar{e}_f \simeq 40$  nm, en bon accord avec les valeurs de film noirs communs mesurées pour ce type de solution [38, 64].

Ce modèle simple peut-il rendre compte de ce qui se passe réellement dans une mousse ? Carrier *et al.* ont mesuré des épaisseurs de films d'une mousse en situation de drainage forcé. Les auteurs ont montré que quelle que soit la taille des bulles, l'épaisseur des films augmente avec la fraction volumique de liquide  $\varepsilon$  (cf. figure 1.20). Pour faire le lien avec notre modèle, repartons de l'équation 4.12. A taille de bulle fixée, ainsi qu'à viscosité de cisaillement de surface finie, lorsque la fraction volumique de liquide augmente, la taille d'un film  $L$  diminue et le rayon de courbure du bord de Plateau  $r$  augmente. On trouve alors que le rapport de vitesses  $V_{up}/\bar{u}$  est une fonction croissante de la fraction volumique de liquide. De plus si la taille des bulles est fixée, l'augmentation de la fraction volumique de liquide implique une augmentation de la vitesse moyenne du liquide  $\bar{u}$ . On trouve alors, d'après l'équation 4.21, que l'épaisseur des films est bien une fonction croissante de la fraction volumique de liquide. Notre modèle est donc compatible avec les mesures réalisées par Carrier *et al.*.

Finalement, le jeu d'équations 4.15 et 4.21 permet de décrire le couplage entre l'écoulement du liquide dans le bord de Plateau et celui dans les films. Notons que nous n'affirmons pas que les films participent au drainage de la mousse. L'augmentation de l'épaisseur des films reflète l'importance des écoulements de surface via le terme  $V_{up}/\bar{u}$  ainsi que la perméabilité intrinsèque des films au travers du coefficient  $B$ . Dans la section 2.1.1 du chapitre 2 nous avons mesuré la perméabilité d'un bord de Plateau et nous avons utilisé le modèle de Lemlich pour extraire les valeurs de viscosité de cisaillement de surface  $\mu_s$ . Rappelons que ce paramètre n'est pas la véritable viscosité de cisaillement de surface mais doit rendre compte de tous les mécanismes de dissipation de surface associés à l'écoulement qui ne sont pas inclus dans ce modèle. Nous avons mesuré dans les cas des grandes mobilités  $\mu_s \simeq 5.10^{-8} \pm 2.10^{-8}$  kg/s correspondant à un nombre de Boussinesq  $Bo \simeq 0,1$  et à un facteur de perméabilité proche de  $k_0 \simeq 0,5$ . De plus, l'équation 4.15 nous permet de relier la perméabilité du bord de Plateau à l'élasticité de surface via le rapport de vitesses  $V_{up}/\bar{u}$ . Nous avons mesuré à l'échelle du bord de Plateau  $V_{up}/\bar{u} \simeq 1$  donnant comme valeur du facteur de perméabilité :  $k \simeq k_0 f(V_{up}/\bar{u}) \simeq 0,25$ . Cette valeur est d'un ordre de grandeur supérieur à la valeur d'un canal complètement rigide  $k_0 = 0,02$  (cf. figure 1.8). La diminution de la perméabilité du bord de Plateau est donc limitée lorsque l'élasticité de Gibbs est introduite dans notre modélisation. Ce résultat est différent de celui de Durand *et al.* qui montre que l'ajout de l'élasticité de Gibbs dans son modèle d'écoulement conduit forcément à la rigidification des interfaces du bord de Plateau et ceux même pour les faibles valeurs de  $E$  [12]. En effet, dans son modèle les films ne sont pas pris en compte et les tensioactifs n'ont alors pas la possibilité de recirculer pour atténuer les gradients de concentration de surface.

Si l'on attribue l'effet de l'élasticité sur la perméabilité à la viscosité de cisaillement de surface déduite du modèle de Lemlich on aboutit à une surestimation du paramètre. Si l'on reporte la valeur

de  $k_c = 0,25$  sur la figure 1.8, nous trouvons un nombre de Boussinesq et donc une viscosité de cisaillement de surface surestimés d'un facteur 2,5. Cet effet est cependant faible au vu de la large gamme de valeurs souvent rapportée pour une même solution.

Bien que ce modèle soit basé sur des nombre de Boussinesq faibles, le raisonnement peut s'appliquer aux valeurs plus élevées. Les mécanismes proposés dans ce chapitre permettent d'expliquer la forte augmentation du paramètre  $\mu_s$  avec le débit de liquide dans le bord de Plateau que nous avons mesuré au chapitre 2 pour la solution de TTAB + DoH (cf. figure 2.4). Pour cette solution, les films sont figés et ne se gonflent plus [20, 48]. La recirculation des tensioactifs dans les films n'est alors plus possible si bien que l'élasticité de Gibbs est démultipliée entraînant une forte valeur du paramètre  $\mu_s$ . On se retrouve dans le cas d'étude de *Durand et al.* [12]. Nous pouvons définir une fréquence de sollicitation des interfaces  $\bar{u}/L$  où  $L$  est la longueur du bord de Plateau. Aux faibles fréquences, l'échange des tensioactifs du volume vers la surface est suffisant pour contrer les gradients de concentration de surface : l'élasticité et donc  $\mu_s$  sont faible (cf. figure 2.4). Pour des valeurs plus élevées de la fréquence de sollicitation, cet échange n'est plus suffisant et de forts gradients de concentration s'installent : l'élasticité et donc  $\mu_s$  augmente. Les tensioactifs ne peuvent plus recirculer le long des interfaces à cause de la convection et les surfaces se rigidifient.

## 4.5 Conclusion

Nous avons exposé un nouveau modèle d'écoulement permettant de décrire le couplage des films avec les bords de Plateau. L'élasticité de Gibbs a été introduite et engendre des contre-écoulements dans la zone de transition bord de Plateau / film qui permettent la recirculation des tensioactifs. Nous avons déterminé et vérifié expérimentalement que la vitesse de ces contre-écoulements était proportionnelle à la vitesse moyenne de l'écoulement. Les simulations numériques nous ont permis de conclure que cette vitesse de remontée ne produit qu'une diminution limitée de la perméabilité du canal contrairement aux précédents travaux.

# Conclusion sur le transport de liquide

Dans cette première partie nous nous sommes intéressés au transport de liquide dans les mousses aqueuses. Dans un premier chapitre nous avons présenté la géométrie des mousses, les modèles de drainage existants ainsi que leur couplage au mûrissement. Nous avons proposé une première analyse des différents travaux qui nous a permis de faire ressortir les points faibles des modélisations existantes. Dans le deuxième chapitre, par une approche multi-échelles de la perméabilité des mousses nous avons mis en évidence que les modèles d'écoulement existants ne pouvaient décrire l'ensemble des données expérimentales. De nos expériences, réalisées à l'échelle de la bulle et à l'échelle de la mousse, nous avons montré que les résistances hydrodynamiques adimensionnées des nœuds, issues de l'ajustement des modèles de drainage, étaient d'un ordre de grandeur supérieur aux valeurs que nous avons mesurées. Nous avons mis en évidence que cette large différence provenait des modèles géométriques utilisés dans les modélisations existantes et plus précisément de la mauvaise prise en compte de la réduction de la longueur des bords de Plateau avec la fraction volumique de liquide. De plus, nous avons mesuré, et ce avec tous les modèles de drainage que nous avons ajusté sur nos données, que la résistance des nœuds augmentait avec le nombre de Boussinesq et donc avec la diminution de la mobilité des interfaces. Finalement, nous avons mis en évidence aux deux échelles, que les interfaces étaient mieux caractérisées par un nombre de Boussinesq constant que par une valeur finie de la viscosité de cisaillement de surface. Ce résultat remet en question l'unique modèle d'écoulement proposé par Leonard et Lemlich, qui est utilisé par tous les modèles de drainage. Le modèle que nous avons développé, une fois ajusté sur notre jeu de données, montre cette même tendance. Nous pensons qu'en réalité le paramètre de viscosité de cisaillement de surface reflète d'autres paramètres de surface tels que l'élasticité de Gibbs ou la viscosité dilatationnelle de surface.

Dans le troisième chapitre nous montrons, dans le cas d'interfaces mobiles, que le mûrissement des mousses est couplé au drainage via les films des bulles. En effet, l'écoulement dans les bords de Plateau provoque le gonflement des films et ralentit le mûrissement. Nous avons mis en évidence ces résultats en développant une expérience de mûrissement forcé de bulle en situation de drainage.

Finalement, nous avons proposé dans le dernier chapitre un nouveau modèle d'écoulement dans les bords de Plateau qui rend compte de tous nos résultats. Ce modèle est basé sur la possibilité des tensioactifs à recirculer dans les films via des contre-écoulements s'établissant à la jonction entre le bord de Plateau et les films. Ces remontées de liquide sont générées par des gradients de tension



de surface se développant aux interfaces, eux mêmes générés par des gradients de concentration de surface. Nous avons reconsidéré l'hypothèse de vitesse nulle dans les coins d'un bord de Plateau par l'équilibre des contraintes de surface et de Marangoni. Cette nouvelle condition nous a permis d'introduire l'élasticité de Gibbs dans notre modèle d'écoulement. A la différence du modèle de Durand *et al.*, le fait d'ajouter de l'élasticité ne conduit pas forcément à la rigidification des interfaces. Nous pouvons alors rendre compte des grandes valeurs de perméabilité mesurées (interfaces mobiles). Ceci est expliqué par les recirculations de liquide dans les films, qui permet de contrer les gradients de concentrations de surface.

Deuxième partie

Transport de particule



## Chapitre 5

# Transport d'une particule dans un bord de Plateau

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>115</b>
<b>5.2</b>	<b>Positionnement du problème</b>	<b>116</b>
<b>5.3</b>	<b>Expérience</b>	<b>119</b>
<b>5.4</b>	<b>Résultats</b>	<b>119</b>
<b>5.5</b>	<b>Discussion</b>	<b>120</b>
<b>5.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>124</b>

---

### 5.1 Introduction

Bien que dans de nombreuses applications industrielles des particules solides soient mélangées à la phase liquide de la mousse (cf. chapitre Introduction), l'étude du transport de ces particules n'a pratiquement pas été abordée. Les quelques études existantes se sont limitées à modéliser le transport de particules dont la taille est très inférieure à l'ouverture des bords de Plateau dans lesquels elles sont transportées [40, 37, 33]. Dans ces situations, l'interaction de la particule avec l'interface de la mousse est négligée et le problème est alors proche du transport de traceur dans un milieu poreux.

Une étude récente s'est attachée à modéliser la sédimentation de sphères dans un bord de Plateau isolé [46]. Plus particulièrement, les auteurs se sont intéressés à l'effet du confinement et de la position de la particule dans la section du bord de Plateau, ainsi que la nature des interfaces sur la vitesse de sédimentation. Ils ont mis en évidence que dans des conditions d'interfaces mobiles, la vitesse de la sphère pouvait atteindre deux fois la vitesse de Stokes. De plus, plus la particule a de contacts avec les interfaces, plus elle est accélérée. Cette étude a permis de faire ressortir la forte influence des interfaces sur la dynamique de particules dans les canaux de mousse. Puisque dans les conditions

usuelles les mousses drainent leur liquide, il nous semble intéressant de déterminer l'influence de cet écoulement sur le comportement de particules. En d'autres termes : quelle est la dynamique d'une particule entraînée par le liquide ? Nous étudions alors la convection de particule dans un bord de Plateau pouvant interagir avec les interfaces. Nous pensons que les résultats obtenus pourront améliorer notre compréhension du transport de particule dans les mousses en vu d'applications telles que la flottation du minerai décrite au chapitre Introduction.

Enfin, cette étude est un bon moyen faire le lien avec celles que nous avons réalisées dans la première partie de ce manuscrit et plus précisément, avec le modèle de recirculation proposé au chapitre 4. Pour cela, nous nous limiterons à l'étude du transport dans un bord de Plateau à interfaces mobiles obtenues avec la solution de TTAB à 3 g/l. Pour cette solution, nous avons observé aux chapitres 3 et 4 que des contre-écoulements s'établissaient dans les coins du bord de Plateau et nous pensons que ces recirculations de liquide vont influencer les vitesses de transport.

## 5.2 Positionnement du problème

Nous nous intéressons à la convection d'une particule dans un bord de Plateau isolé et dont la taille est comparable à l'ouverture du bord de Plateau. Pour quantifier ce confinement, nous définissons un paramètre qui compare le rayon de la particule à celui de l'ouverture du bord de Plateau :

$$\lambda^* = \frac{R_p}{R_{lim}} \quad (5.1)$$

Le rayon d'ouverture est relié au rayon de courbure des interfaces par la relation géométrique suivante :

$$R_{lim} = \left( \frac{2\sqrt{3}}{3} - 1 \right) r_{min} \quad (5.2)$$

Nous avons représenté en figure 5.1a) une section de bord de Plateau ainsi que le rayon limite. Ce rayon correspond à la taille maximale d'une particule pouvant être transportée dans le bord de Plateau sans déformer les interfaces. Un autre paramètre important, est la position de la particule dans la section du bord de Plateau. Sur la figure 5.1b) nous schématisons la portion de surface accessible à la sphère pour différentes valeurs de  $\lambda^*$ . Notons que ces valeurs sont celles que nous étudierons par la suite. On observe que plus  $\lambda^*$  est grand et plus la zone que la particule peut explorer est faible.

Pour décrire la vitesse des particules, il faut préalablement connaître le profil d'écoulement dans le bord de Plateau. Ceci a fait l'étude de la première partie de ce manuscrit. Depuis les années 60, le modèle de Leonard et Lemlich est largement utilisé pour modéliser l'écoulement de liquide dans un bord de Plateau [34] et nous nous proposons de le confronter à nos expériences de transport de particules. Nous rappelons que les principales hypothèses du modèle sont : une viscosité de cisaillement de surface finie caractérisant l'interface et une vitesse de liquide nulle dans les coins de

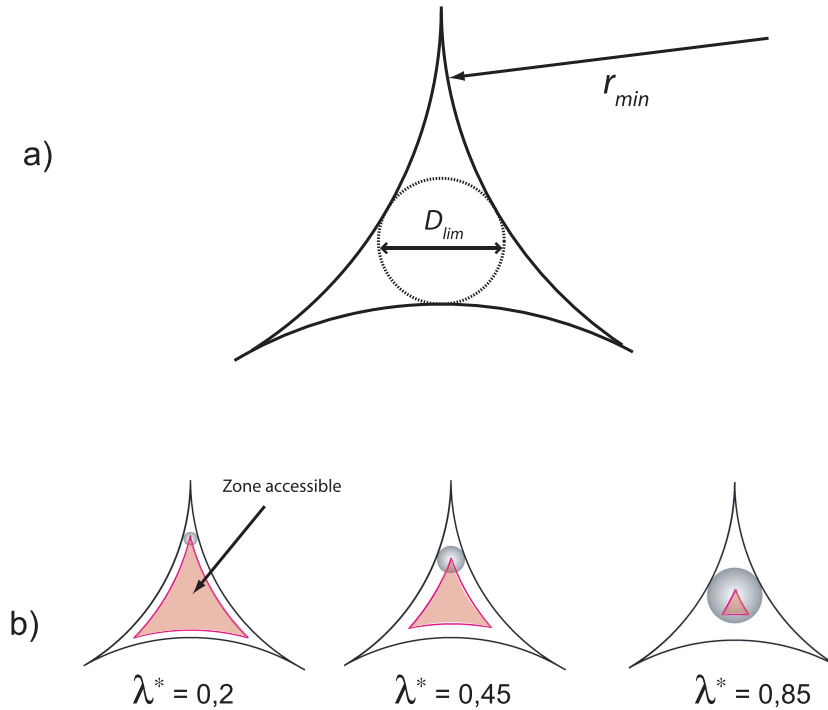


FIG. 5.1 – a) Représentation du rayon d’ouverture d’un bord de Plateau. b) Portion de la section du bord de Plateau accessible à la particule pour différentes valeurs de  $\lambda^*$ .

la section. Nous présentons sur la figure 5.2 le profil de vitesse normalisé par la vitesse moyenne de l’écoulement  $V_d$ , issu de ce modèle pour un nombre de Boussinesq  $Bo = 0,01$ . Ces profils ont été réalisés par Florence Rouyer avec le logiciel COMSOL Multiphysics. Pour cette valeur de  $Bo$ , l’écoulement est de type bouchon : le profil est plat sur la majeure partie de la section et les gradients de vitesse sont localisés dans les coins. Pour trois valeurs de  $\lambda^*$  : 0,2 ; 0,45 et 0,85 nous déterminons les vitesses maximales et minimales que les particules peuvent adopter. On prend la vitesse de la particule comme étant celle déterminée sur le profil de vitesse à la coordonnée du centre de la particule. Des simulations numériques de particules dans un bord de Plateau ont validé notre approche. Plus les particules sont petites et plus elles peuvent explorer une zone importante du champs de vitesse. Pour  $\lambda^* = 0,2$ , l’écart de vitesse mesuré vaut  $\Delta V_{Lemlich}/V_d \simeq 0,13$  où  $\Delta V_{Lemlich}$  est la différence entre la vitesse maximale et minimale de la particule dans le profil de Lemlich. Pour  $\lambda^* = 0,45$  la particule n’explore que la zone plate du profil et  $\Delta V_{Lemlich}/V_d \simeq 0,03$ . Enfin, pour  $\lambda^* \simeq 0,85$ , l’écart de vitesse est proche de zéro et la particule est essentiellement transportée à la vitesse moyenne de l’écoulement.

Nous réalisons maintenant les mesures de vitesses de particules dans un bord de Plateau, dans lequel nous imposons un écoulement. Ensuite nous confronterons nos résultats au modèle théorique de Leonard et Lemlich  $\Delta V_{Lemlich}$ .

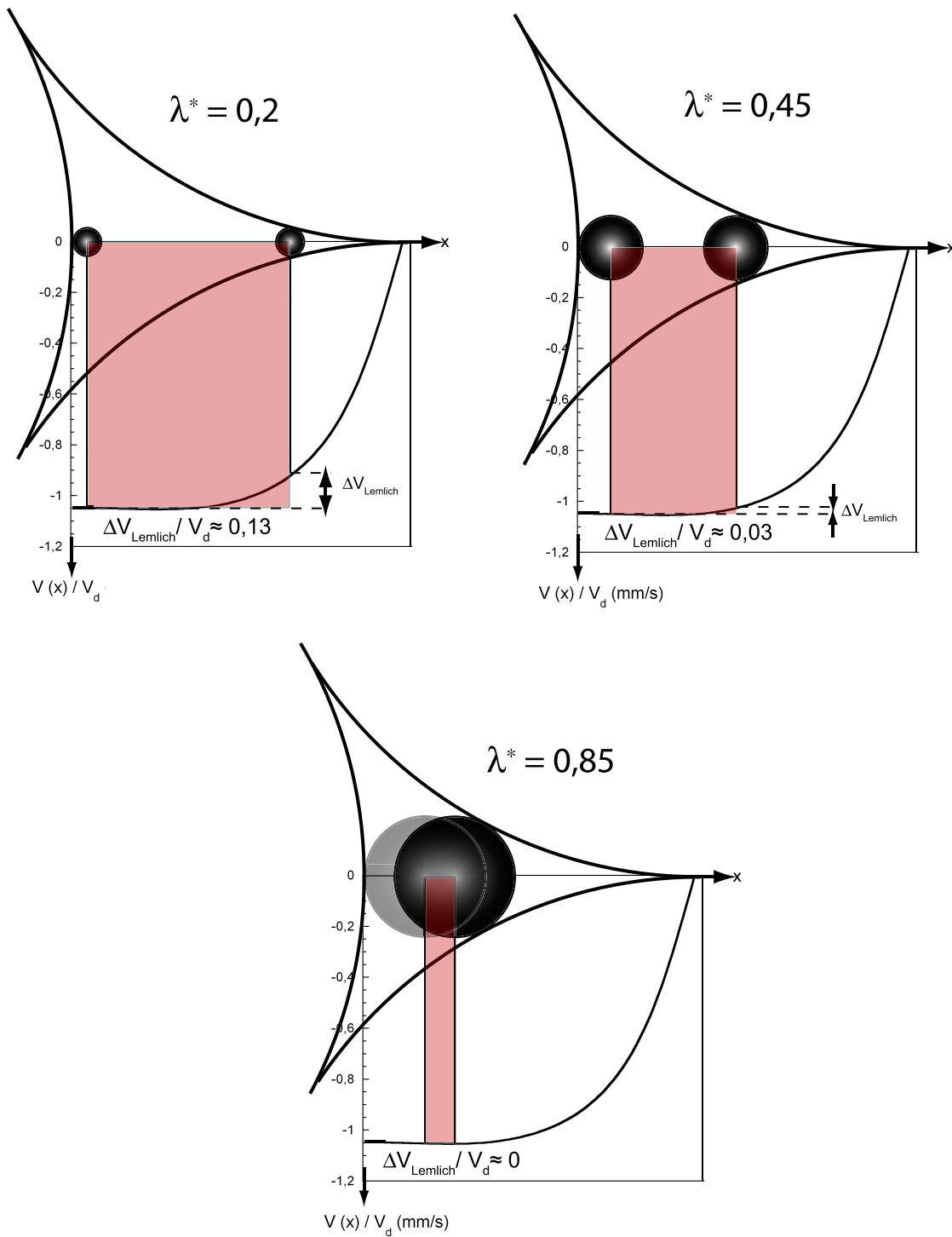


FIG. 5.2 – Vitesses théoriques accessibles à la particule dans le cadre du modèle d'écoulement de Leonard et Lemlich pour un nombre de Boussinesq  $Bo = 0, 1$ . a)  $\lambda^* = 0, 2$ . b)  $\lambda^* = 0, 45$ . c)  $\lambda^* = 0, 85$ .

### 5.3 Expérience

Pour réaliser le bord de Plateau dans lequel nous étudions le transport de particules, nous utilisons le dispositif expérimental présenté au chapitre 2.1.1. Les débits de liquide délivrés varient de 1 à 100 mm<sup>3</sup>/min, correspondant à des vitesses débitantes dans le bord de Plateau  $V_d = Q/A_{bdP}$  variant de 0,5 à 50 mm/s. Pour obtenir une grande mobilité interfaciale, nous formons le bord de Plateau à partir de la solution moussante de TTAB à 3g/l caractérisée par un nombre de Boussinesq  $Bo \simeq 0,1$ . Pour réaliser l'injection des particules dans le bord de Plateau, nous avons adapté une vanne sur l'armature à laquelle est connectée l'injection de liquide. Nous pouvons introduire dans cette vanne les particules une à une afin de permettre l'étude du transport d'une particule seule. Les particules sont des billes de polystyrene de densité 1,05. Les rayons des particules  $R_p$  utilisées sont : 20  $\mu\text{m}$ ; 40  $\mu\text{m}$  et 70  $\mu\text{m}$ . La dispersion en taille est inférieure à 10%, mais pour diminuer encore la polydispersité des tailles, nous trions les particules sous microscope; cela nous permet de réduire la dispersion à 4%. La longueur du bord de Plateau n'étant pas modifiée dans cette étude, la section où l'on effectue la mesure de vitesse est alors constante au cours des expériences. De la mesure de la section du bord de Plateau on déduit le rayon de courbure  $r_{min} = (A_{bdP}/\delta_a)^{1/2}$ , puis le rayon d'ouverture  $R_{lim}$  à partir de l'équation 5.2. On fait correspondre alors à chacun des rayons de billes ci-dessus une valeur du paramètre  $\lambda^*$  : 0,2; 0,45 et 0,85 respectivement.

Nous disposons face au bord de Plateau une caméra rapide permettant de suivre les positions des particules au cours du temps, desquelles nous déduisons leur vitesse  $V_p$ . La mesure de  $V_p$  s'effectue dans une zone où le profil du bord de Plateau évolue lentement afin que la vitesse débitante reste constante. Une deuxième caméra, placée sous la cuve, enregistre la position de la particule dans la section du bord de Plateau. Nous pouvons ainsi corrélérer la position et la vitesse de la particule. Le dispositif est résumé en figure 5.3.

### 5.4 Résultats

Nous traçons sur les figures 5.4, 5.5 et 5.6 la vitesse des particules  $V_p$  en fonction de la vitesse débitante  $V_d$  pour les différentes valeurs de  $\lambda^*$ . Sur chaque figure, nous avons reporté en traits pointillés les écarts maximums de vitesse  $\Delta V_{Lemlich}$ . Pour  $\lambda^* = 0,85$  (cf. figure 5.4), la vitesse des particules est en bon accord avec le modèle d'écoulement et la dispersion des vitesses est faible. En effet, à cause du fort confinement, la particule ne peut explorer qu'une petite portion de la section et n'a alors accès qu'à la partie plate du profil de vitesse. Notons que la pente de la ligne pointillée tracée sur cette même figure est très proche de 1. En effet, pour un écoulement bouchon ( $Bo \simeq 0,1$ ), la vitesse maximale du liquide est quasiment identique à la vitesse moyenne de l'écoulement. Pour  $\lambda^* = 0,45$  (cf. figure 5.5), le modèle d'écoulement de Leonard et Lemlich ne peut rendre compte de la dispersion des vitesses de particules mesurées. Plus précisément, les vitesses minimales des



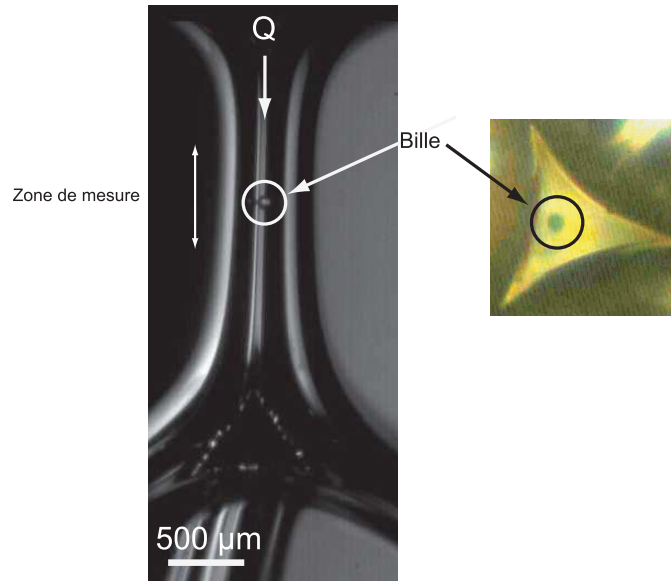


FIG. 5.3 – Particule convectée dans un bord de Plateau à une vitesse  $V_p$ . Une première caméra enregistre la position de la particule au cours du temps et une deuxième sa position dans la section.

particules sont inférieures à celles proposées par la théorie et peuvent être jusqu'à deux fois plus faible. Enfin, dans le cas  $\lambda^* = 0,2$  (cf. figure 5.6), ces écarts sont fortement accentués. Pour la vitesse débitante maximale, l'écart de vitesse mesuré est d'environ 70 %, valeur largement supérieure aux 13 % donnés par le modèle de Leonard et Lemlich. Pour  $V_d \simeq 5$  mm/s, nous mesurons des vitesses qui s'approchent de zéro. Expérimentalement nous avons quelquefois observé des particules remontant le bord de Plateau à contre-courant, fournissant ainsi une piste pour comprendre l'origine de ce désaccord.

Nous résumons tous ces résultats sur la figure 5.7 où nous traçons le rapport de la vitesse des particules sur la vitesse débitante en fonction de  $\lambda^*$  pour tous les débits de liquide. Nous observons clairement que l'écart théorique prévu pour les vitesses ne permet pas de rendre compte de l'ensemble des résultats expérimentaux. Plus le rapport  $\lambda^*$  est petit et plus l'écart à la théorie est important.

## 5.5 Discussion

Nous proposons une explication et une modélisation de ces résultats basées sur le modèle de recirculation exposé au chapitre 4. Dans un premier temps, pour bien comprendre le mécanisme responsable du ralentissement des particules, nous corrélons les vitesses mesurées avec la position des particules dans la section du bord de Plateau. Nous présentons à nouveau les résultats obtenus pour  $\lambda^* = 0,2$  sur la figure 5.8. Nous y ajoutons deux photographies représentant des particules positionnées au centre et dans un coin de la section. Nous observons que les vitesses les plus faibles correspondent aux particules situées dans un coin. A l'inverse, les vitesses les plus élevées corre-

pondent aux particules positionnées au centre de l'écoulement. Ces observations sont tout à fait compatibles avec le mécanisme de recirculation exposé au chapitre 4. Ces contre-écoulements entraînent avec eux du liquide dans la section sur une distance de l'ordre de  $\zeta$  que nous avons évalué à environ  $10^{-5}$  m. Cette valeur est comparable au plus petit rayon de particule que nous étudions  $R_p = 2.10^{-5}$  m. Les particules les plus petites peuvent s'enfoncer plus loin dans le coin de la section et sont alors plus sensibles à la vitesse de remontée  $V_{up}$ . Pour tenter de rendre compte des résultats obtenus pour  $\lambda^* = 0, 2$ , nous réalisons avec le logiciel COMSOL multiphysics, des simulations numériques de convection de particules positionnées dans le coin d'un bord de Plateau pour différentes valeurs de vitesses de remontée  $V_{up}$ . Les simulations ont été réalisées par Florence Rouyer. Les résultats sont présentés en figure 5.9. Nous traçons le rapport de la vitesse des particules sur la vitesse moyenne de l'écoulement  $V_{d,eff}$  en fonction du nombre de Boussinesq. A cause des recirculations, la section hydrodynamique est plus faible que celle géométrique comme nous l'avons vu au chapitre 4, mais reste tout de même comparable d'après les résultats des simulations. Le rectangle hachuré, positionné sur la figure 5.9, correspond aux valeurs de vitesse mesurées pour des particules situées dans un coin ou près d'un coin de la section du bord de Plateau, pour un rapport  $\lambda^* = 0, 2$ . Pour le nombre de Boussinesq correspondant à notre expérience  $Bo \simeq 0, 1$ , nous trouvons que les données sont correctement décrites si l'on impose une vitesse de remontée  $V_{up} = -3V_{d,eff}$ . Au chapitre 4, nous avons déterminé que la vitesse de remontée devait être de l'ordre de la vitesse débitante dans un bord de Plateau. Ce résultat est donc tout à fait cohérent.

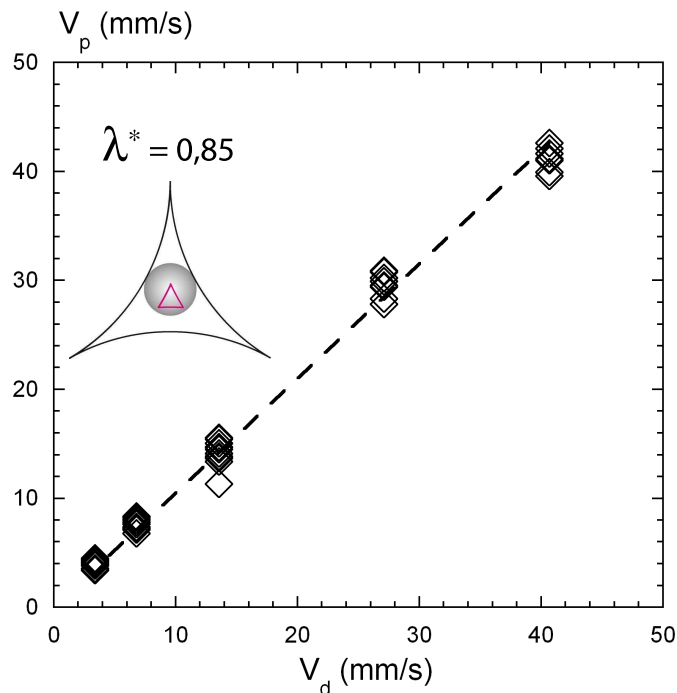


FIG. 5.4 – Vitesses des particules en fonction de la vitesse débitante pour une valeur de  $\lambda^* = 0, 2$ . Les traits pointillés correspondent aux vitesses maximale et minimale déduites du modèle de Leonard et Lemlich.

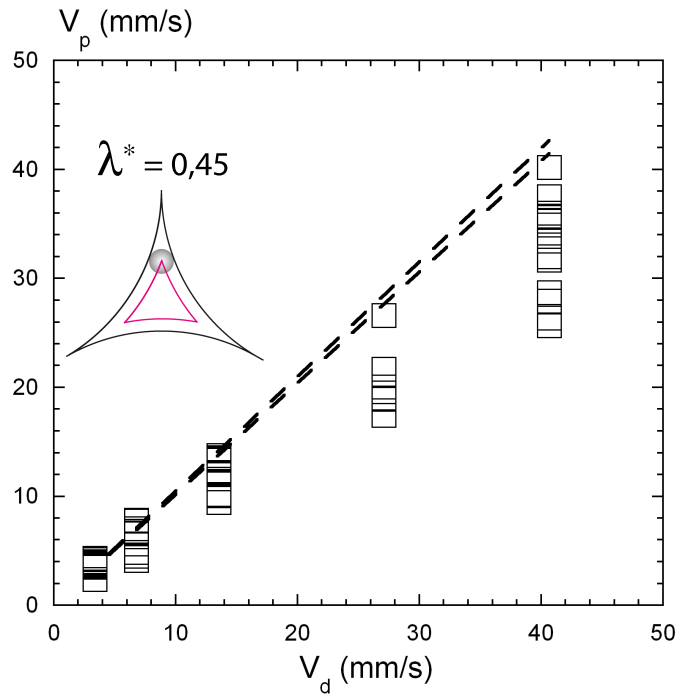


FIG. 5.5 – Vitesses des particules en fonction de la vitesse débitante pour une valeur de  $\lambda^* = 0,45$ . Les traits pointillés correspondent aux vitesses maximale et minimale déduites du modèle de Leonard et Lemlich.

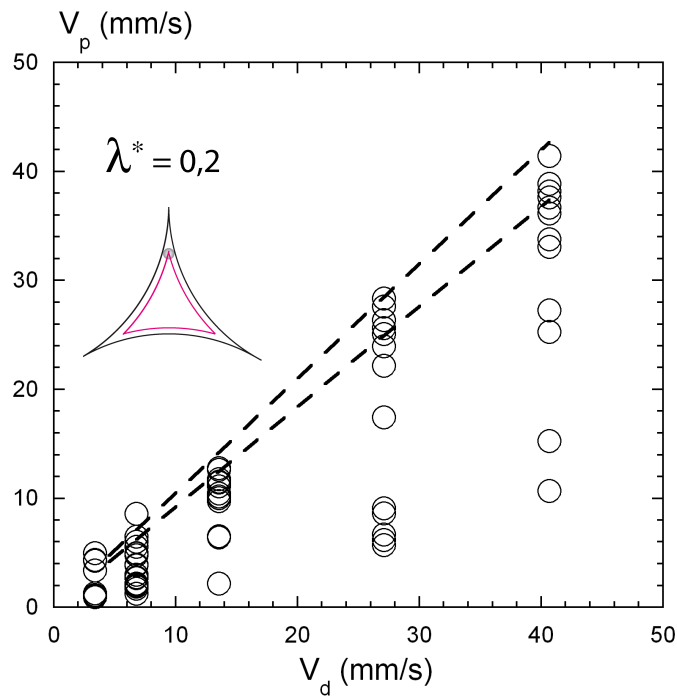


FIG. 5.6 – Vitesses des particules en fonction de la vitesse débitante pour une valeur de  $\lambda^* = 0,85$ . Les traits pointillés correspondent aux vitesses maximale et minimale déduites du modèle de Leonard et Lemlich.

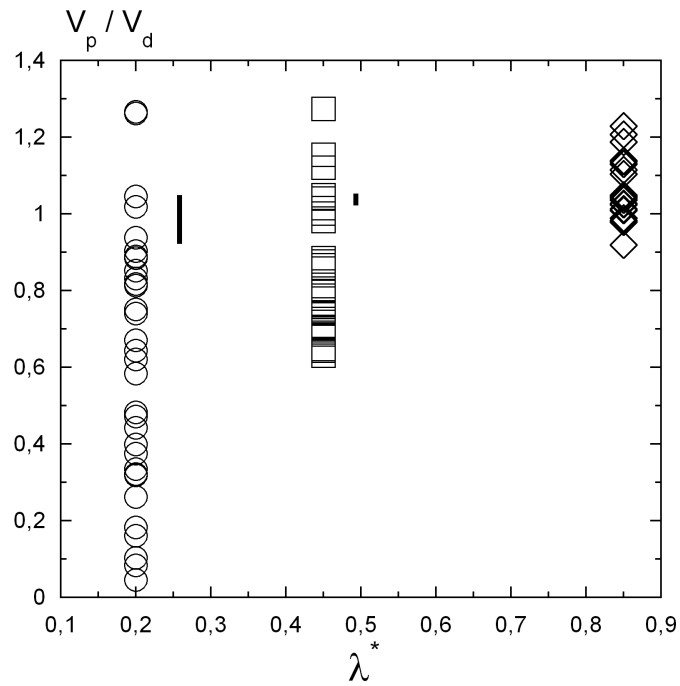


FIG. 5.7 – Rapport de la vitesse des particules sur la vitesse débitante en fonction de  $\lambda^*$ . Les traits noirs correspondent à l'écart de vitesse prévu par la théorie d'écoulement de Leonard et Lemlich.

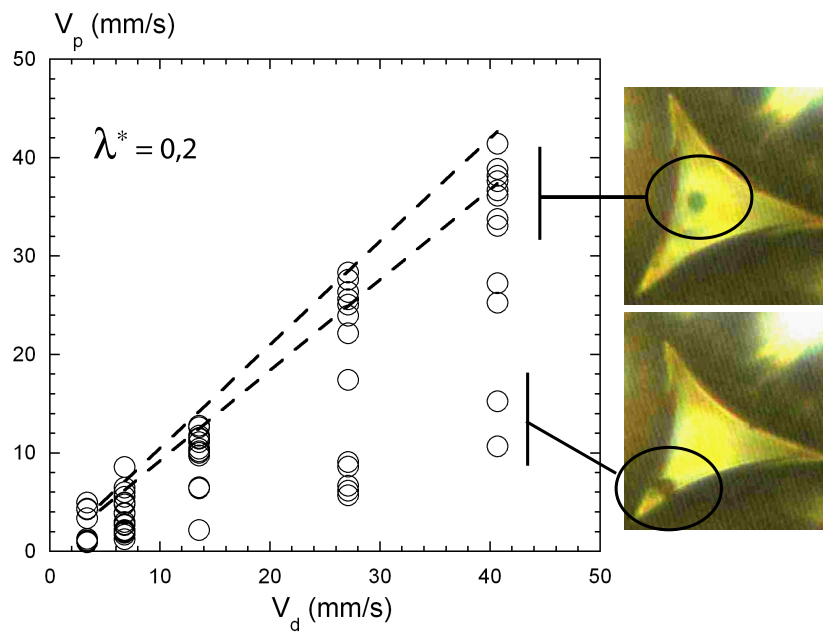


FIG. 5.8 – Corrélation des vitesses et des positions des particules dans la section du bord de Plateau.

Nous représentons maintenant le profil de vitesse modifié par la présence du contre-écoulement en figure 5.10. La vitesse nulle n'est plus située dans le coin du bord de Plateau mais se trouve maintenant décalée dans la section. Notons aussi que la vitesse maximale est plus importante que dans le cas  $V_{up} = 0$  à cause du rétrécissement de la section hydrodynamique. La particule peut alors explorer un champs de vitesse plus important que celui prédit par le modèle de Leonard et Lemlich, représenté par la ligne pointillée sur la figure 5.10. L'écart de vitesse maximum que la particule peut prendre est maintenant  $\Delta V_{up}/V_{d,eff} \simeq 0,4$  pour le rapport  $\lambda^* = 0,2$ . Cet écart de vitesse est d'une bien meilleur façon comparable à nos résultats expérimentaux présentés à la figure 5.7.

## 5.6 Conclusion

Nous avons réalisé, à l'échelle d'un bord de Plateau, une expérience de transport de particule. Nous nous sommes intéressés à l'influence du confinement et à la grande mobilité interfaciale sur les vitesses de convection de ces particules. Pour des petites valeurs de  $\lambda^*$ , nous avons mesuré des vitesses anormalement faibles qui ne pouvaient pas rentrer dans le cadre de la description théorique de Leonard et Lemlich. Nous avons alors proposé d'incorporer une vitesse de contre-écoulement qui découle du modèle de recirculation que nous avons proposé au chapitre 4. Nous avons montré qu'une vitesse de remontée trois fois supérieure à la vitesse débitante permet de bien décrire les vitesses anormalement faibles. Cette valeur est cohérente avec celles obtenues du modèle présenté au chapitre 4. Ces expériences apportent, en plus de nouvelles données sur les problèmes de transport de particules dans les mousses, une preuve de l'existence de ces recirculations. Curieusement, les effets des recirculations sur le transport de particules n'avaient jamais été décelés ; Dans l'étude de Koehler *et al.* nous pensons que ceci est dû au fait que la méthode utilisée par les auteurs pour déterminer les vitesses ne permettaient pas à de le faire. L'utilisation de la microscopie confocale aurait nécessité de chercher le plan focal passant par le coin de la section, ce qui n'a visiblement pas été possible.

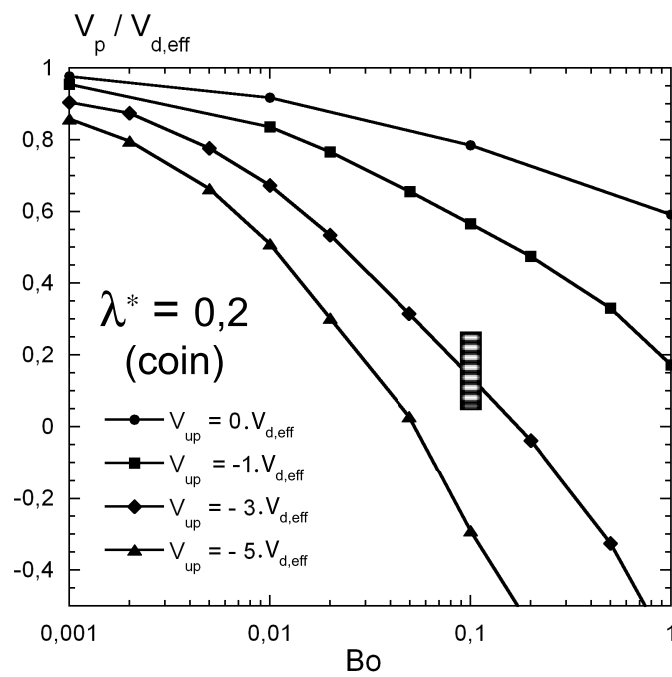


FIG. 5.9 – Vitesses de particules dans un coin de la section d'un bord de Plateau soumis à une vitesse de remontée pour  $\lambda^* = 0,2$ .

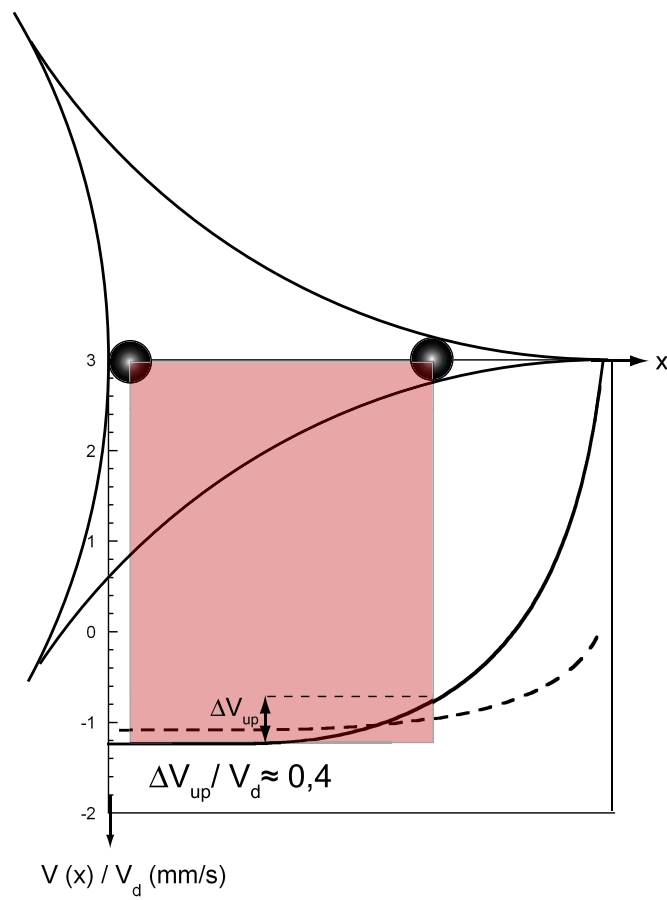


FIG. 5.10 – Profil d'écoulement avec une vitesse de remontée dans les coins  $V_{up} = -3V_{d,eff}$ . Le trait plein correspond au profil d'écoulement avec contre-écoulement. La ligne pointillée correspond au modèle de Leonard et Lemlich considérant  $V_{up} = 0$  dans les coins de la section. Ces résultats sont issus de simulations numériques réalisées par Florence Rouyer.

## Chapitre 6

# Capture de particule dans le réseau liquide de la mousse

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>127</b>
<b>6.2</b>	<b>Expérience de capture de particule</b>	<b>130</b>
6.2.1	Dispositif	130
6.2.2	Protocole	130
<b>6.3</b>	<b>Résultats</b>	<b>131</b>
<b>6.4</b>	<b>Modélisations</b>	<b>133</b>
6.4.1	Franchissement géométrique	133
6.4.2	Franchissement hydrodynamique	134
<b>6.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>140</b>

---

### 6.1 Introduction

La filtration est un processus largement utilisé pour purifier des solutions ou filtrer des suspensions, mais fait encore l'objet de nombreuses études s'attachant à comprendre les différents modes de colmatage [58, 15, 16, 53]. Les filtres sont en fait des milieux poreux solides dans lesquels les particules sont transportées. L'efficacité des filtres dépend de nombreux paramètres, comme par exemple la distribution de taille des pores et des particules, la géométrie du réseau ou encore la fraction volumique de la suspension. Un phénomène inévitable est le colmatage de ces filtres au cours du temps. Un des principaux modes de colmatage est la capture géométrique des particules dans le réseau. Tant que les particules sont de taille inférieure à celle des pores, elles sont transportées à travers le réseau. Dans le cas contraire, elles se retrouvent piégées définitivement et diminuent le nombre de pores actifs. Plus le nombre de particules bloquées augmente et plus la perméabilité du milieu chute jusqu'à s'annuler. Le filtre est alors colmaté et doit être changé ou nettoyé.



A la différence des milieux poreux solides, les interfaces de la mousse sont déformables et des particules plus grosses que la taille des pores peuvent alors quand même être transportées. De plus l'ouverture des pores, *e.g.* les bords de Plateau, est couplée à l'écoulement du liquide. Ce couplage a été étudié au chapitre 2. Ces différences font que la mousse peut être un milieu intéressant à étudier dans le cadre de la filtration. Nous cherchons alors à déterminer les propriétés de rétention d'une mousse liquide lorsque des particules solides y sont introduites. Pour cela nous sommes amenés à définir un certain nombre de paramètres comme le diamètre des particules  $R_p$ , le rayon des bulles  $R_b$  et le rayon minimum des pores  $R_{lim}$ . A partir de ces paramètres, nous construisons trois nombres sans dimension :

- $\lambda = \frac{R_p}{R_b}$  : compare les paramètres imposés par l'expérimentateur. Il peut être modifié en variant la taille des bulles ou bien celle des particules. Il est indépendant de la fraction volumique de liquide.
- $\lambda_0 = \frac{R_{lim}}{R_b}$  : est une limite de capture géométrique imposée par l'ouverture des bords de Plateau. Il donne accès au diamètre maximum d'une particule pouvant passer dans le réseau des canaux sans déformer les interfaces des bulles en fonction de la fraction volumique de liquide.
- $\lambda^* = \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{R_p}{R_{lim}}$  : compare directement la taille de la particule avec celle de l'ouverture des pores qui est fixée par la fraction volumique de liquide.

Les différents paramètres sont représentés sur la figure 6.1. Le rayon  $R_{lim}$  est relié au rayon de courbure minimum des interfaces  $r_{min}$  par la relation suivante établie au chapitre précédent :

$$R_{lim} = \left( \frac{2\sqrt{3}}{3} - 1 \right) r_{min} \quad (6.1)$$

L'inconvénient de ce paramètre est qu'il n'est pas parfaitement connu et varie avec la fraction volumique de liquide selon une loi qui dépend du modèle utilisé (mousse sèche ou mousse humide). Nous avons déterminé au chapitre 2 une relation empirique permettant de décrire l'évolution  $r_{min}/D_b$  sur la gamme entière de fraction volumique de liquide (équation 2.8) et nous pouvons alors déterminer l'évolution de  $R_{lim}$  sur cette même gamme de  $\varepsilon$ . En combinant ces deux équations, la limite géométrique  $\lambda_0$  peut être décrite par la fonction analytique suivante :

$$\lambda_0 = \frac{R_{lim}}{R_b} = \frac{0,004 + \varepsilon}{0,45 + 14,4\varepsilon} + 1,36\varepsilon^2 \quad (6.2)$$

Nous avons tracé sur la figure 6.2  $\lambda_0$  en fonction de  $\varepsilon$  et nous avons reporté les données issues de la simulation numérique présentées au chapitre 2.2.3 pour les empilements cc et cfc. A la fraction volumique de liquide d'empilement compact cfc  $\varepsilon = 0,26$ , les bulles sont sphériques,  $R_{min} = R_b$ , et nous définissons le seuil géométrique maximum  $\lambda_0 = \left( \frac{2\sqrt{3}}{3} - 1 \right) \simeq 0,154$ . Cette limite est représentée sur la figure 6.2 par la droite horizontale pointillée.

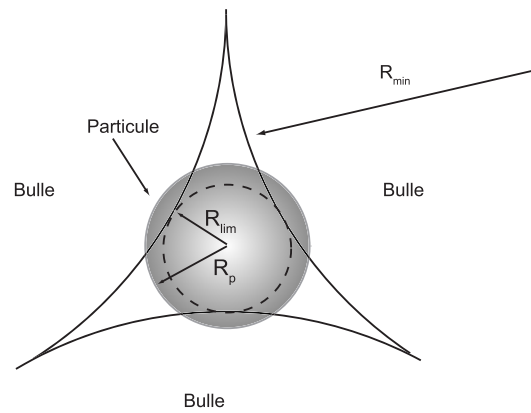


FIG. 6.1 – Représentation des tailles caractéristiques du problème : le rayon de la particule  $R_p$ , le rayon des bulles  $R_b$  et le rayon d'ouverture des bords de Plateau  $R_{lim}$ .

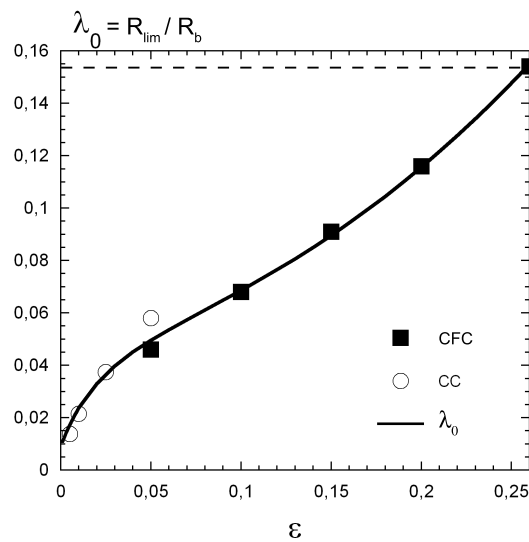


FIG. 6.2 – Evolution de la limite de capture géométrique en fonction de la fraction volumique de liquide. L'ajustement est donné par l'équation 6.2

## 6.2 Expérience de capture de particule

Les paramètres du problème étant décrits, nous présentons le dispositif expérimental et le protocole de mesure. Plutôt que d'étudier le cas complexe de plusieurs particules bloquées dans la mousse, nous nous limitons à l'étude d'une seule particule. Nous cherchons alors à mesurer les propriétés de rétention de la mousse en situation de drainage forcé. Pour cela nous insérons la particule dans la mousse puis nous mesurons la fraction volumique de liquide  $\varepsilon$  à partir de laquelle la particule initialement capturée est relâchée.

### 6.2.1 Dispositif

Les expériences de drainage forcé sont réalisées dans les mêmes colonnes que nous avons utilisées au chapitre 2.2 pour mesurer la perméabilité des mousses. La génération de la mousse et la mesure du diamètre des bulles sont identiques. Trois tailles de bulles sont étudiées : 1,3 mm ; 2,9 mm et 4,1 mm. Nous nous limitons dans cette étude à la solution moussante de TTAB à 3g/l permettant d'obtenir une grande mobilité interfaciale. La gamme de débit de liquide explorée varie de 1 ml/min à 340 ml/min. La mesure de la vitesse de front, permettant de déduire la fraction volumique de liquide dans la mousse, est réalisée par acquisition et traitement d'images (cf. chapitre 2.2).

Les particules utilisées sont des sphères monodisperses fluorescentes (ab. 468 nm / em. 508 nm) en polystyrene de densité 1,05 achetées chez « Duke Scientific Corporation ». Les diamètres varient de 50 à 350  $\mu\text{m}$  et présentent une polydispersité inférieure à 10%. Pour gagner en précision sur le diamètre des particules, nous les trions sous un microscope. Cela nous permet de réduire considérablement la dispersion et d'atteindre une valeur inférieure à 2%. Les billes sont préalablement introduites dans un bécher contenant la solution moussante, puis prélevées une à une à l'aide d'une micropipette pour être injectées dans la mousse. Nous avons pu vérifier que les billes ne s'attachent pas à la surface des bulles et restent bien en phase liquide.

Sur l'une des faces de la cellule, une trappe coulissante permet d'insérer la micropipette dans la mousse et d'y injecter la particule. La trappe est positionnée de sorte à réaliser l'injection au centre de la mousse et de nous affranchir des effets de bords susceptibles de perturber la mesure.

Un éclairage muni d'un filtre bleu, positionné au niveau de l'interface mousse / liquide, permet d'éclairer la particule expulsée hors de la mousse et de la faire fluorescer. Du côté opposé, une caméra couleur munie d'un filtre vert capte la fluorescence de la bille et permet de détecter sa sortie de la mousse. Le montage expérimental est schématisé en figure 6.3.

### 6.2.2 Protocole

Quand la mousse est formée (cf. chapitre 2.2) et qu'elle a atteint son profil de fraction volumique de liquide d'équilibre (mousse sèche), nous y injectons une particule. Avant de commencer l'expérience de drainage forcé, nous nous assurons que la bille est bien toujours piégée en observant

durant au moins cinq minutes qu'elle ne sort pas de la mousse. Ensuite nous commençons l'imbibition de la mousse à très faible vitesse débitante afin d'imposer une faible valeur de  $\varepsilon$ . Si la particule n'est pas expulsée, alors nous passons à une vitesse débitante plus élevée pour imposer une fraction  $\varepsilon$  plus importante. Cette procédure est répétée jusqu'à ce que la bille sorte de la mousse. Entre chaque augmentation de  $\varepsilon$  nous nous assurons que la bille soit toujours dans la mousse en observant l'interface mousse / bain de solution durant au moins cinq minutes.

Lorsque la particule est expulsée de la mousse, le débit d'imbibition est stoppé. Nous attendons que la mousse retrouve son état d'équilibre statique et nous nous assurons que le diamètre moyen des bulles n'a pas évolué au cours de l'expérience (cf. chapitre 2.2). Pour connaître la fraction volumique  $\varepsilon$  correspondante à la sortie de la particule, nous réalisons une expérience de drainage forcé au débit d'imbibition auquel nous nous sommes arrêtés et nous mesurons la vitesse de front (équation 2.6). Chaque expérience est reproduite cinq fois pour obtenir une bonne précision sur la mesure de  $\varepsilon$  de sortie de la particule.

### 6.3 Résultats

La figure 6.4 présente, pour les trois tailles de bulles étudiées, le rayon de la particule injectée en fonction de la vitesse débitante de sortie  $V_d$ . Quel que soit le diamètre des bulles, la vitesse débitante nécessaire pour expulser la particule hors de la mousse est d'autant plus grande que le rayon de la particule est grand. Pour une valeur fixe de  $R_p$ , plus la taille des bulles diminue et plus la vitesse débitante nécessaire pour sortir la particule de la mousse augmente.

Nous représentons maintenant les données dans le plan  $(\lambda; \varepsilon)$  sur la figure 6.5 ;  $\varepsilon$  étant la fraction volumique correspondant à la sortie de la particule. Nous distinguons deux régions :

- $\varepsilon \lesssim 0,03$  : tous les points expérimentaux se regroupent sur une même courbe pour toutes les tailles de bulles. Lorsque le paramètre  $\lambda$  augmente,  $\varepsilon$  doit être important pour que la particule sorte de la mousse, ce qui correspond bien au fait que les bords de Plateau doivent s'ouvrir pour laisser passer la particule.
- $\varepsilon \gtrsim 0,03$  : Les données se séparent en trois courbes différentes pour chaque valeur de  $R_b$ . Le seuil de capture dépend alors de la taille des bulles. Pour une valeur de  $\lambda$ , les particules sont expulsées à des fractions volumiques de liquide d'autant plus basses que le rayon des bulles est important ; cet écart augmentant avec les valeurs de  $\lambda$ .

C'est sur cette dernière représentation que nous allons raisonner pour comprendre le phénomène de capture.

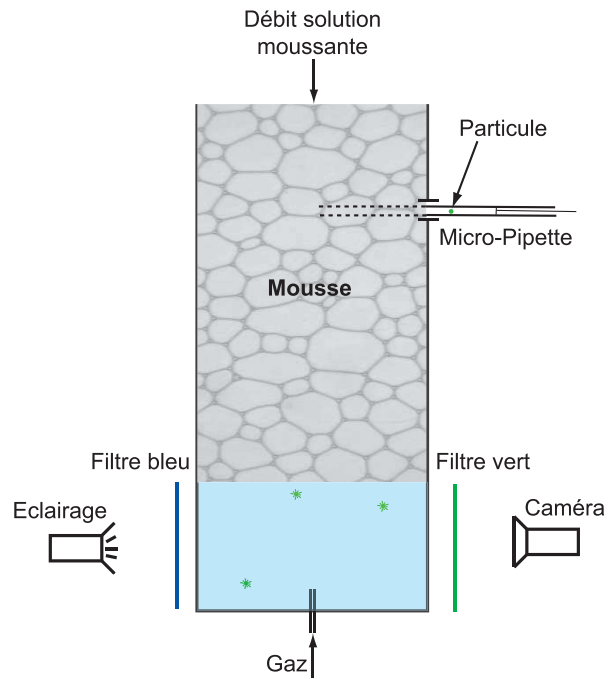


FIG. 6.3 – Schéma du dispositif expérimental mis en place pour déterminer les propriétés de rétention de particules d'une mousse liquide.

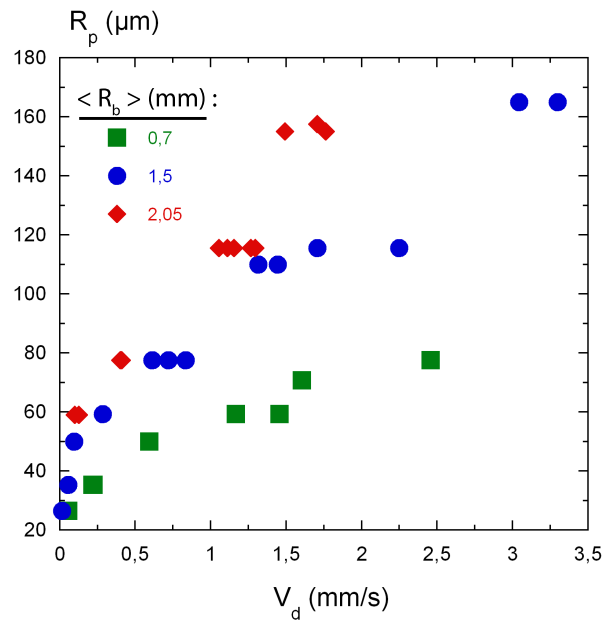


FIG. 6.4 – Diagramme  $R_p$  en fonction de la vitesse débitante de sortie de la particule hors de la mousse  $V_d$ . Les résultats sont présentés pour les trois tailles de bulle étudiées  $R_b$  : 0,7 mm ; 1,5 mm et 2,05 mm.

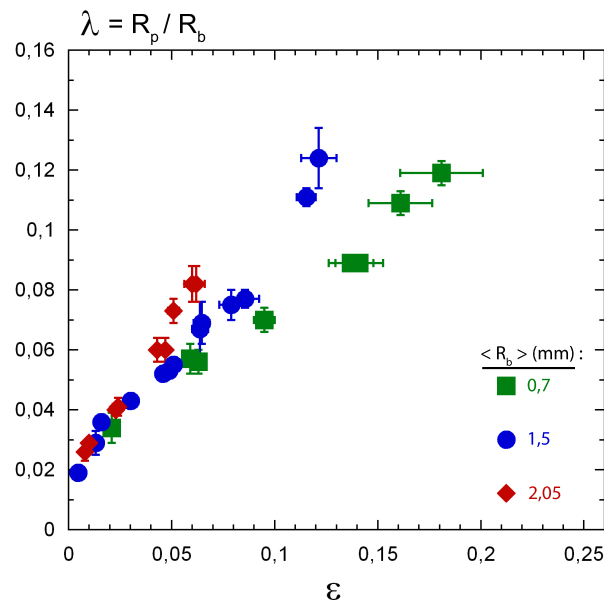


FIG. 6.5 – Evolution du paramètre  $\lambda$  en fonction de la fraction volumique de liquide de sortie de la particule hors de la mousse. Les résultats sont présentés pour les trois rayons de bulle étudiés : 0,7 mm ; 1,5 mm et 2,05 mm. On distingue deux régimes de capture. Le premier aux basses fractions volumiques de liquide est indépendant du rayon des bulles et est contrôlé uniquement par  $\epsilon$ . Le deuxième, pour les fractions  $\epsilon$  plus élevées, dépend du rayon des bulles.

## 6.4 Modélisations

### 6.4.1 Franchissement géométrique

Dans un premier temps, nous envisageons un critère de capture purement imposé par la géométrie de la mousse. En effet, les interfaces des bulles peuvent être considérées comme indéformables et tant que le rayon de la particule  $R_p$  est inférieur à l'ouverture des bords de Plateau  $R_{lim}$ , la particule reste piégée dans la mousse. Cette situation est illustrée à la figure 6.6. En d'autres termes, l'écoulement ne sert qu'à ouvrir les bords de Plateau selon les lois étudiées aux chapitres 1 et 2 et la fraction volumique de liquide est alors le seul paramètre déterminant la capture des particules.

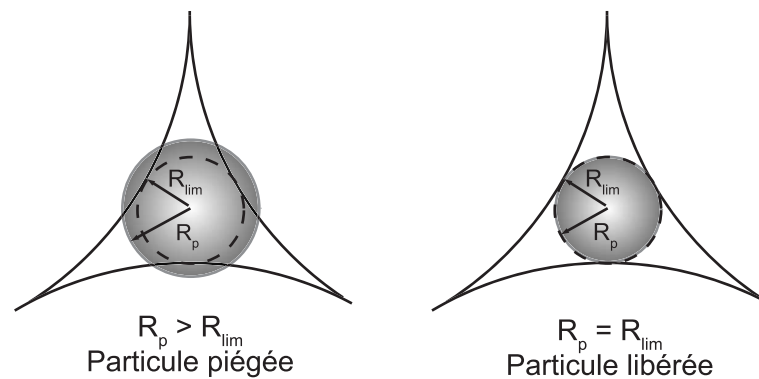


FIG. 6.6 – Représentation schématique du seuil de capture géométrique.

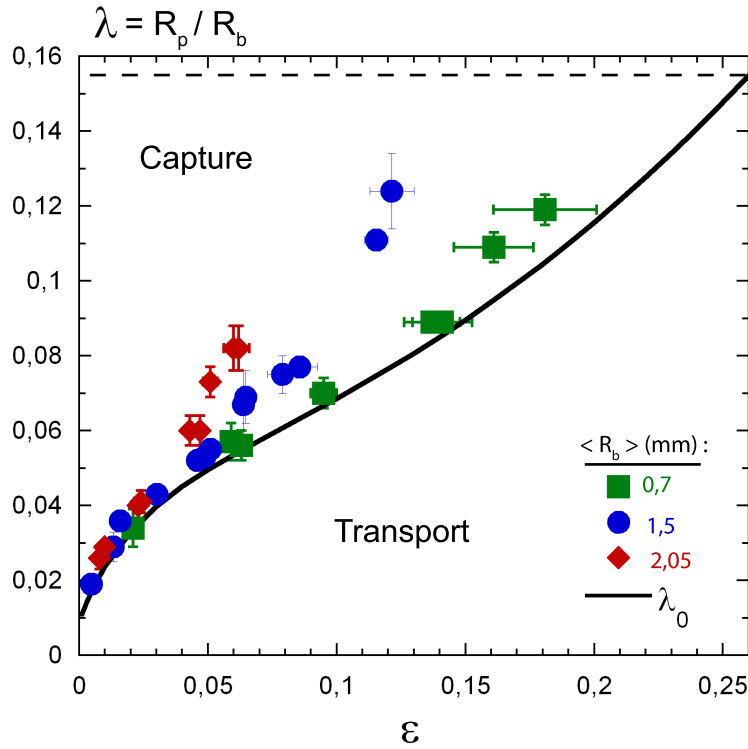


FIG. 6.7 – Comparaison des données expérimentales au critère géométrique. Pour  $\varepsilon \lesssim 0,03$  la géométrie du réseau contrôle la capture des particules. Au delà, le couplage avec l'écoulement doit être pris en compte.

Sur la figure 6.7 nous comparons les données à la limite de capture géométrique donnée par l'équation 6.2. Dans la zone de faible fraction volumique de liquide ( $\varepsilon \lesssim 0,03$ ) le critère de capture géométrique est en très bon accord avec les données. Nous constatons ensuite que seuls les points correspondant à la plus petite taille sont encore raisonnablement bien décrits par l'approche géométrique.

On peut comprendre que lorsque le diamètre des bulles augmente, la vitesse du liquide interstitiel augmente alors que la pression capillaire des bulles diminue. Ces deux effets peuvent être à l'origine du comportement observé. Le couplage entre l'écoulement et la structure confinante est donc plus complexe que la seule ouverture des bords de Plateau par l'écoulement. La particule peut alors forcer son passage en déformant les interfaces, aidée par la poussée du liquide l'environnant. C'est ce que nous allons tenter de vérifier avec la modélisation qui suit.

#### 6.4.2 Franchissement hydrodynamique

Lorsque la mousse draine, le liquide exerce une force d'entraînement visqueuse sur la particule. Les données expérimentales ont révélé que l'amplitude de cette force est d'autant plus importante que la taille des bulles est grande, mais aussi que la fraction volumique de liquide est élevée. Dans la limite des faibles nombres de Reynolds, cette force est proportionnelle à la vitesse moyenne du

liquide dans la mousse  $u_l$  :  $F_\mu \propto \mu R_{lim} u_l$ . Sachant que la vitesse  $u_l$  est de la forme :  $u_l \propto \frac{\rho g}{\mu} D_b^2 \varepsilon^{1/2}$ , la force visqueuse est finalement de la forme  $F_\mu \propto \rho g R_{lim} D_b^2 \varepsilon^{1/2}$ . Il apparaît une dépendance de cette force avec la taille des bulles ainsi qu'avec la fraction  $\varepsilon$ .

A cette force d'entraînement s'oppose la force capillaire  $F_\gamma$ . Cette force résiste à la déformation des interfaces lorsque la particule sort avant la limite géométrique. Le seuil de capture est donc déterminé par l'équilibre de ces deux forces<sup>1</sup>. Nous donnons dans un premier temps l'expression de la force visqueuse, puis celle de la force capillaire.

### Force d'entraînement visqueuse : $F_\mu$

Nous écrivons la force d'entraînement visqueuse comme le produit de la force de Stokes par un facteur de correction  $\xi$  :

$$F_\mu = \xi 6\pi\mu R_{lim} u_l \quad (6.3)$$

Pour construire la force  $F_\mu$ , nous utilisons la taille caractéristique  $R_{lim}$  et non le rayon de la particule  $R_p$ . Ce choix est justifié car au passage de la particule,  $R_{lim} \simeq R_p$ . Le facteur de correction  $\xi$  évalue l'influence du confinement de la particule dans la mousse mais aussi celui de la nature des interfaces. La complexité géométrique et hydrodynamique du problème fait que nous ne pouvons simplement déterminer ce facteur. Cependant nous pouvons l'estimer à partir d'un travail réalisé par Pitois *et al.* [46]. Cette étude porte sur la sédimentation de sphères solides dont la taille peut atteindre celle de l'ouverture du bord de Plateau. Les auteurs montrent que lorsque  $\lambda^* \rightarrow 1$  le facteur de correction vaut  $\xi \rightarrow 4$ . Puisque dans notre travail  $R_{lim} \simeq R_p$ , cette situation est très proche de la notre si bien que pour la suite nous choisissons  $\xi = 4$ .

### Force capillaire : $F_\gamma$

La détermination de la force capillaire est difficile sans avoir une nouvelle fois recours à des simulations numériques Surface Evolver (déformation des interfaces par la particule). Nous choisissons plutôt de modéliser l'interaction interface / particule simplement : l'aire de contact est déterminée en considérant la déformation de l'interface autour de la particule ; c'est donc la surface d'intersection de la sphère et de la géométrie non déformée de l'interface, représentée en figures 6.8 a) et b), qui importe. La géométrie du bord de Plateau est aussi simplifiée, *e.g.* la jonction entre un bord de Plateau rectiligne de rayon de courbure  $r_{min}$  et un nœud dont la courbure est décrite par un rayon  $R^* \simeq \kappa r_{min}$ . En toute rigueur, le rayon  $R^*$  qui correspond au rayon de courbure longitudinal du

<sup>1</sup>Dans cet équilibre nous ne tenons pas compte du poids de la particule. En effet, si nous évaluons le nombre de Bond qui compare les effets gravitationnels à ceux de la capillarité :  $Bo = \frac{\Delta\rho V_p g}{\gamma R_p}$ , où  $\Delta\rho$  est la différence de masse volumique entre la particule et le liquide, et  $V_p$  le volume de la particule. Pour  $R_p = 350 \mu\text{m}$  on trouve :  $Bo \simeq 2 \cdot 10^{-3}$ . Le poids des particules peut donc être négligé dans le bilan de force.



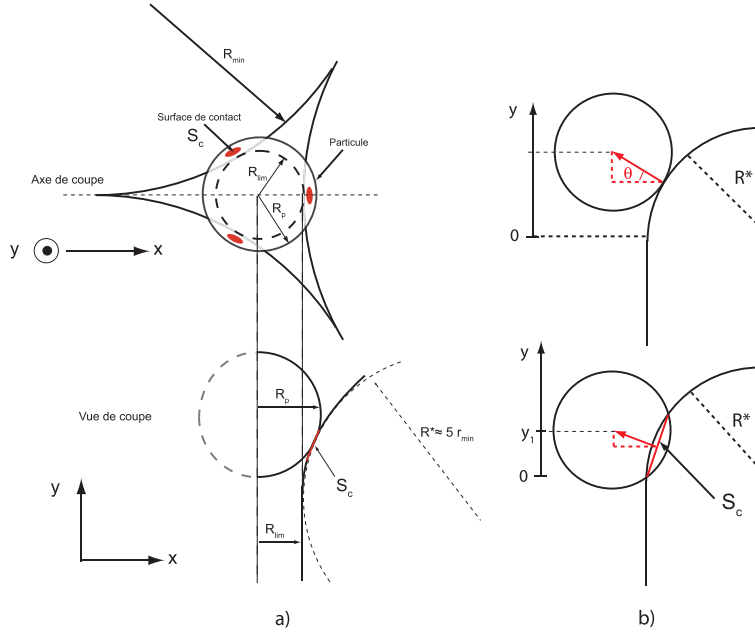


FIG. 6.8 – a) Géométrie simplifiée du bord de Plateau et du nœud. On reporte la surface de contact  $S_c$ , le rayon de la particule  $R_p$ , le rayon d'ouverture  $R_{lim}$  et le rayon de courbure longitudinal  $R^*$ . b) Variation de la projection de la force capillaire et de la surface de contact pour deux positions d'enfoncement de la particule dans le bord de Plateau.

bord de Plateau, évolue avec la fraction volumique de liquide. Dans la limite sèche, nous savons du chapitre 1, que ce rayon est infini. Pour une mousse humide, quand  $\varepsilon \rightarrow 0,26$ , on a  $R^* \rightarrow r_{min}$ . D'après un résultat de simulation numérique de Florence Rouyer, dans la gamme  $\varepsilon \simeq 0,05$ , le rayon de courbure  $R^*$  est correctement décrit par  $R^* \simeq 5r_{min}$ . Nous choisissons de le garder fixe  $\kappa = 5$  sur toute la gamme de  $\varepsilon$  exploré.

La particule bloquée par un bord de Plateau est alors en contact avec trois interfaces. C'est par la surface de contact  $S_c$  que la pression dans les bulles est transmise à la particule. Cette surface  $S_c$  dépend d'une part du rapport  $\lambda^*$  et d'autre part, de la position de la particule dans le bord de Plateau (cf. figure 6.8 b). Tant que la particule n'est pas enfoncée dans le bord de Plateau, la surface de contact est ponctuelle et la force capillaire est quasiment nulle. Dès que la particule s'enfonce dans le bord de Plateau sous l'effet de la force visqueuse, la surface de contact augmente mais la projection de la force capillaire diminue. Enfin, la surface de contact devient maximale mais la projection est cette fois quasiment nulle. Il y a donc une position particulière d'enfoncement de la particule où la force capillaire passe par un maximum. La surface de contact  $S_c$ , est l'aire du disque dont le diamètre est déterminé par la distance entre les points d'intersection des deux cercles de rayon  $R^*$  et  $R_p$  (cf. figure 6.8 b). Ces points d'intersection sont donnés par la résolution du système d'équations suivant :

$$(R^*)^2 = x^2 + y^2 \quad (6.4)$$

et,

$$(R_p)^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 \quad (6.5)$$

où  $x$  et  $y$  sont les coordonnées des points d'intersection.  $x_1 = R^* + R_{lim}$  et  $y_1$  correspond à la coordonnée verticale de la position du centre de la particule dans le bord de Plateau. L'angle de projection de la force capillaire  $\theta$  est donné par la relation géométrique suivante :

$$\tan \theta = \frac{y_1}{R_{lim} + R^*} \quad (6.6)$$

Nous écrivons la force capillaire sous la forme suivante :

$$F_\gamma = aP_\gamma\alpha \quad (6.7)$$

où  $P_\gamma$  est la pression capillaire et  $a$  un coefficient numérique qui doit être de l'ordre de l'unité. Le terme  $\alpha$  regroupe l'aire des trois surfaces contact et la projection de la force capillaire :

$$\alpha = 3S_c \sin \theta \quad (6.8)$$

Nous traçons sur la figure le paramètre  $\alpha$  en fonction de la position de la particule dans le bord de Plateau  $y_1$  pour différentes valeurs du paramètre  $\lambda^*$ . Nous observons effectivement que  $\alpha$  passe par un maximum  $\alpha_{max}$ . Le passage de la particule se fait lorsque les forces visqueuse et capillaire s'équilibrent si bien que nous devons déterminer une relation simple entre  $\alpha_{max}$  et  $\lambda^*$ . Comme la pression capillaire ne dépend que de la fraction volumique de liquide  $\varepsilon$  et du rayon des bulles  $R_b$ , la force  $F_\gamma$  passe elle aussi par un maximum pour ces deux dernières quantités fixées. Nous représentons sur la figure 6.10 la variation de  $\alpha_{max}$  en fonction de  $\lambda^*$ . Plus les valeurs de  $\lambda^*$  sont élevées et plus la force d'entraînement visqueuse devra être importante pour vaincre la force capillaire. Nous trouvons que cette variation est raisonnablement linéaire :

$$\alpha_{max} = 9,6.10^{-9} (\lambda^* - 1) \quad (6.9)$$

Cette relation nous permet de relier la force capillaire au paramètre  $\lambda^*$  que nous connaissons expérimentalement. En effet, le rayon de la particule est imposé et la mesure de la fraction  $\varepsilon$  donne accès au rayon d'ouverture  $R_{lim}$  par l'équation 6.2.

Il ne nous reste qu'à donner l'expression de la pression capillaire. Dans un travail récent de Tcholkova *et al.* [63] on trouve une expression de la pression capillaire sous la forme suivante :

$$P(\varepsilon)_\gamma = \frac{\gamma}{R_b} \left( \frac{P_{osmo}^0}{1 - \varepsilon} + 2 \frac{S(\varepsilon)}{S_0} \right) \quad (6.10)$$

où  $P_{osmo}^0$  est la pression osmotique adimensionnée d'une mousse ordonnée monodisperse. La pression osmotique dans les mousses à été introduite par Princen *et al* [50] et traduit l'opposition de la mousse à laisser son liquide être aspiré. Récemment Höhler *et al.* [24] ont proposé une expression

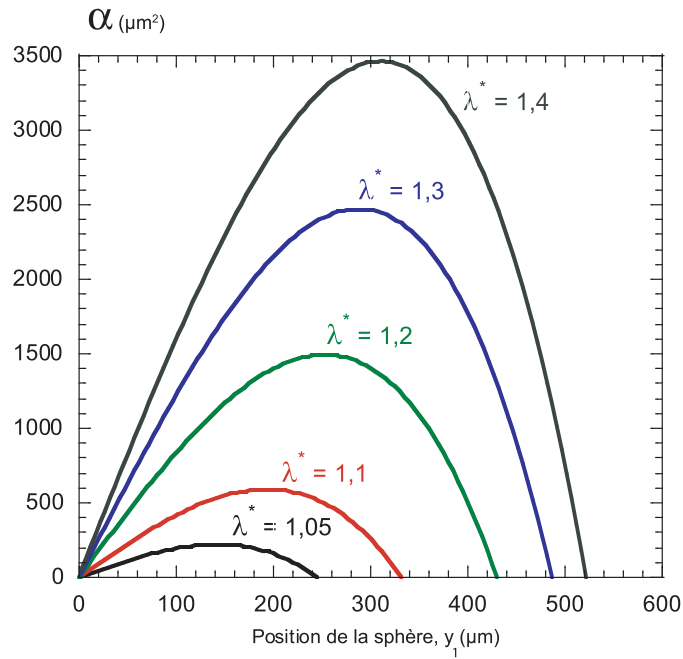


FIG. 6.9 – Evolution de  $\alpha$  en fonction de l'enfoncement de la particule dans le bord de Plateau  $y_1$  pour différentes valeurs du paramètre  $\lambda^*$ .

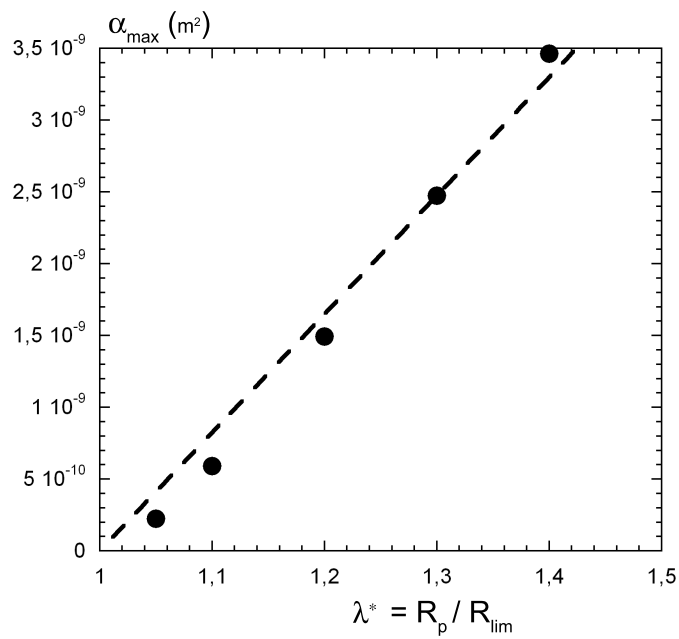


FIG. 6.10 – Evolution de  $\alpha_{\max}$  en fonction du paramètre  $\lambda^*$ . La droite d'ajustement est donnée par l'équation 6.9

de la pression osmotique adimensionnée pour une mousse ordonnée et monodisperse sur toute la gamme de  $\varepsilon$  :

$$P_{osmo}^0 = 7,3 \frac{(\varepsilon - \varepsilon_{fcc})^2}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (6.11)$$

où  $\varepsilon_{fcc} = 0,26$  est la fraction liquide correspondant à l'empilement cubique face centrée. Le rapport  $S(\varepsilon)/S_0$  est le rapport entre la surface d'une bulle déformée et la surface d'une bulle sphérique de volume équivalent et s'écrit [63] :

$$\frac{S(\varepsilon)}{S_0} = 1,097 - 2,433\left(2 + \frac{0,5476}{1 - \varepsilon}\right)\sqrt{\varepsilon} + 5,869 \tanh^{-1}(\sqrt{\varepsilon}) \quad (6.12)$$

Les deux forces étant déterminées, nous pouvons maintenant écrire l'équilibre des forces visqueuse et capillaire pour déterminer le seuil de capture des particules dans la mousse.

### Equilibre des forces

Au franchissement de la particule on écrit :

$$F_\mu = F_\gamma \quad (6.13)$$

d'où,

$$\xi 6\pi\mu R_{lim} u_l = a P_\gamma \alpha_{max} \quad (6.14)$$

Pour plus de lisibilité, nous laisserons le terme de pression capillaire sous la forme  $P_\gamma$ . En remplaçant la valeur de  $\xi = 4$ ,  $R_{lim} = \lambda_0 R_b$ ,  $u_l = \frac{V_d}{\varepsilon}$  et l'expression de  $\alpha_{max}$ , l'égalité précédente se met sous la forme :

$$24\pi\mu\lambda_0 R_b \frac{V_d}{\varepsilon} = a P_\gamma 9,6 \cdot 10^{-9} (\lambda^* - 1) \quad (6.15)$$

En introduisant la pression capillaire adimensionnée  $P_\gamma = P_\gamma^0 \frac{\gamma}{R_b}$  et en faisant apparaître le nombre capillaire  $Ca = \frac{\mu V_d}{\gamma}$  qui compare les forces visqueuse et capillaire, nous obtenons la forme adimensionnée de l'équation 6.15 et ainsi le seuil de capture hydrodynamique :

$$\lambda^* = 1 + f(\varepsilon) Ca \quad (6.16)$$

où  $f(\varepsilon) = \frac{24\pi}{a 9,6 \cdot 10^{-9}} \frac{\lambda_0 R_b^2}{\varepsilon P_\gamma^0}$ . A partir de nos données expérimentales, nous pouvons représenter, sur la figure 6.11, le rapport  $\lambda^* = \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)$  en fonction de  $1 + f(\varepsilon) Ca$ . La meilleure corrélation est obtenue pour  $a = 0,8$ , donc très proche de l'unité, ce qui confirme la validité de notre approche.

La bonne corrélation obtenue confirme que le seuil de capture résulte bien d'un équilibre entre la force exercée par le liquide sur la particule tendant à l'expulser de la mousse et la force capillaire qui s'oppose à la déformation des interfaces lors du passage de la particule. Les courbes théoriques, pour les différents rayons de bulle, issues du modèle de franchissement hydrodynamique peuvent

maintenant être tracées dans le plan  $(\varepsilon; \lambda)$  en utilisant  $a = 0,8$ . En repartant de l'équation 6.16, nous introduisons la perméabilité adimensionnée  $K = K^0 D_b^2$  et nous remplaçons  $\lambda^*$  par  $\lambda/\lambda_0$  pour obtenir le modèle théorique suivant :

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{24\pi}{4 a 9,6 \cdot 10^{-9}} \left( \frac{\lambda_0}{l_c} \right)^2 \frac{K^0 D_b^4}{\varepsilon P_\gamma^0} \quad (6.17)$$

où  $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$  est la longueur capillaire. Pour tracer l'équation 6.17, nous avons ajusté sur les données de perméabilité adimensionnée de la solution de TTAB établies au chapitre 2, la fonction suivante :

$$K^0 = \frac{0,0005\varepsilon^{3/2}}{1 - 5,25\varepsilon + 10,65\varepsilon^2 - 6,95\varepsilon^3} \quad (6.18)$$

Le modèle 6.17 est tracé sur la figure 6.12 pour les trois rayons de bulle en fonction de la fraction volumique de liquide. Nous observons un très bon accord du modèle avec les données. La zone supérieure à  $\varepsilon \simeq 0,03$  est maintenant modélisée. Ce modèle permet donc de connaître les propriétés de filtration de la mousse. En effet, connaissant la fraction volumique de liquide et la taille des bulles, nous sommes en mesure de déterminer quel diamètre de particule sera capturé ou non dans le réseau liquide de la mousse.

## 6.5 Conclusion

Nous avons mis en évidence à partir d'expériences de drainage forcé les propriétés de rétention des mousses lorsque des particules solides sont introduites. Pour des fractions volumiques de liquide inférieures à  $\varepsilon \simeq 0,03$ , un simple modèle géométrique permet de rendre compte de tous les résultats obtenus dans cette gamme. Pour des fractions volumiques de liquide supérieures, la rétention d'une particule dans la mousse dépend de l'équilibre entre la force capillaire qui s'oppose à la déformation des interfaces, et la force visqueuse tendant à expulser la particule hors de la mousse. Nous avons alors développé un modèle de franchissement hydrodynamique dans ce sens permettant de rendre compte de l'ensemble des données.

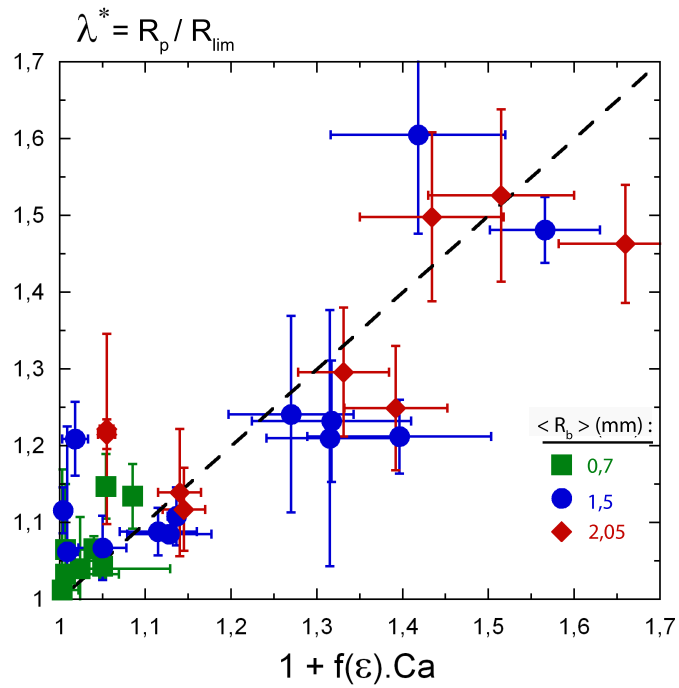


FIG. 6.11 – Comparaison des données expérimentales au modèle de franchissement hydrodynamique. La meilleure corrélation est trouvée pour la valeur de  $a = 0,8$ .

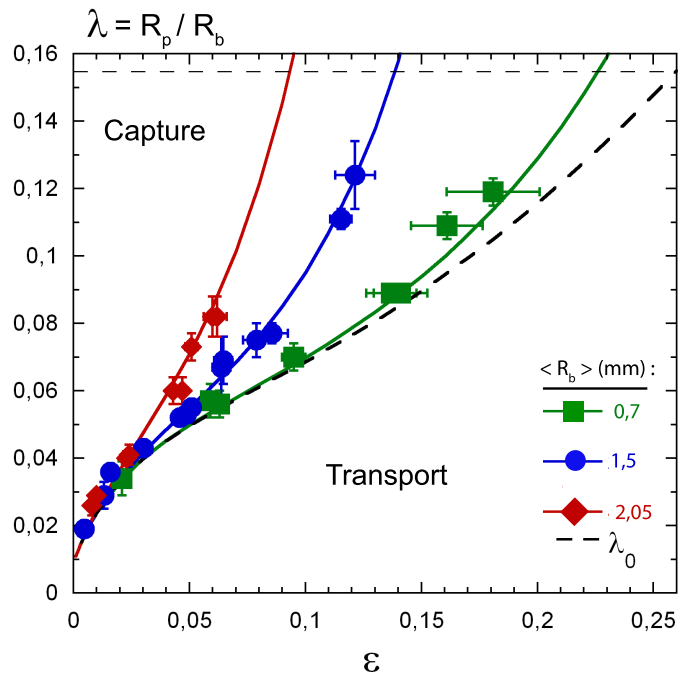


FIG. 6.12 – Comparaison du modèle de franchissement hydrodynamique donné par l'équation 6.2 avec les données expérimentales dans le plan  $(\varepsilon; \lambda)$ . Nous avons aussi tracé le critère de capture géométrique.



# Chapitre 7

## Colmatage d'une mousse

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>143</b>
<b>7.2</b>	<b>Expérience</b>	<b>143</b>
<b>7.3</b>	<b>Résultats</b>	<b>144</b>
<b>7.4</b>	<b>Conclusion et perspective</b>	<b>146</b>

---

### 7.1 Introduction

Lorsqu'un milieu poreux est colmaté par des particules, la perméabilité chute [18, 52]. Nous nous demandons ce qu'il en est de la perméabilité d'une mousse dont la phase fluide est chargée par des particules ? Quel est l'influence des interfaces fluides ? Peut-on retenir des particules dans la mousse sans pour autant faire chuter la perméabilité ? Pour répondre à ces questions, nous réalisons une étude préliminaire du colmatage d'un nœud de mousse. Nous mesurons la variation de la perte de charge dans un nœud chargé par une particule dont on fait varier le diamètre, pour deux valeurs de mobilité interfaciale :  $Bo \simeq 0,1$  et  $Bo \simeq 2$ .

### 7.2 Expérience

Pour mesurer la perméabilité d'un nœud de mousse chargé, nous utilisons le dispositif expérimental utilisé au chapitre 2.1.1 pour mesurer la résistance hydrodynamique d'un nœud. Les solutions moussantes sont identiques : pour une grande mobilité des interfaces nous utilisons la solution de TTAB et pour obtenir des interfaces rigides, nous utilisons la solution de TTAB + DoH. Les particules sont des billes de verre de diamètre  $R_p$  :  $280 \mu\text{m}$  ;  $650 \mu\text{m}$  ;  $750 \mu\text{m}$  et  $1500 \mu\text{m}$ . Nous les insérons dans le nœud avec une micropipette puis nous mesurons la perte de charge pour différentes valeurs du débit de liquide délivré dans le bord de Plateau supérieur. Nous présentons en figure 7.1 une séquence d'images de nœuds chargée par des particules de différentes tailles. Nous définissons le



rapport  $\lambda^* = \frac{R_p}{r^*}$  où nous rappelons que le rayon  $r^*$  est le rayon de courbure d'entrée du nœud défini au chapitre 2.1.3. Nous pouvons observer que pour  $\lambda^* = 2,5$  les interfaces sont fortement déformées.

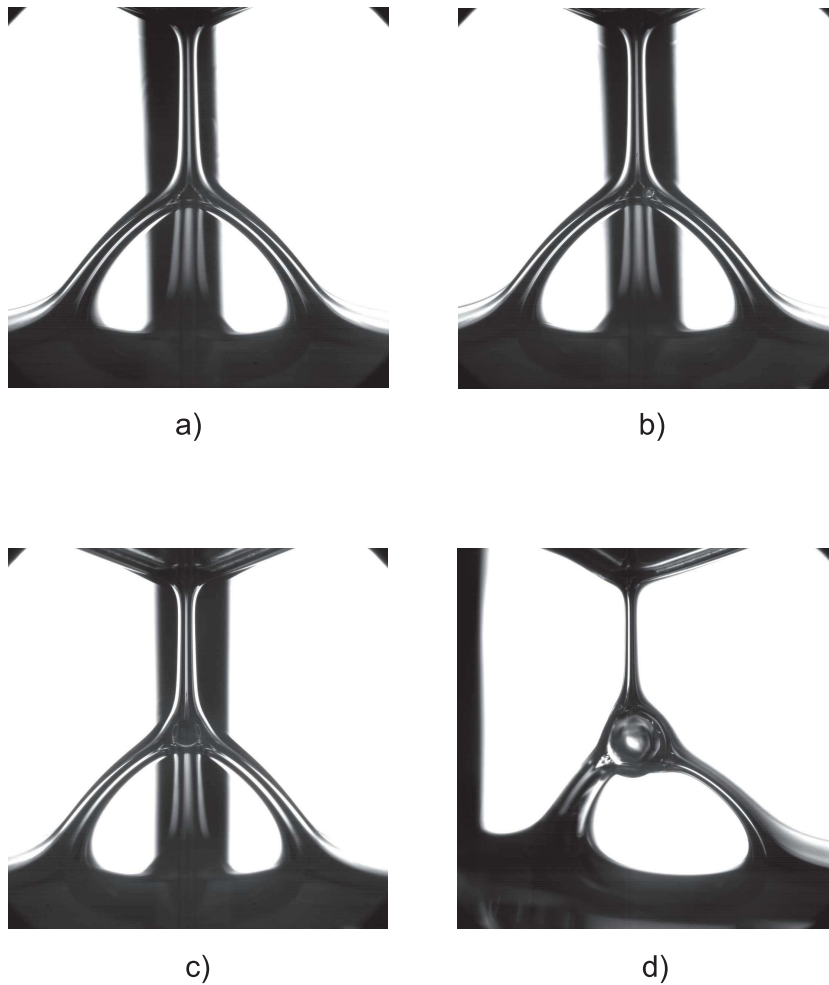
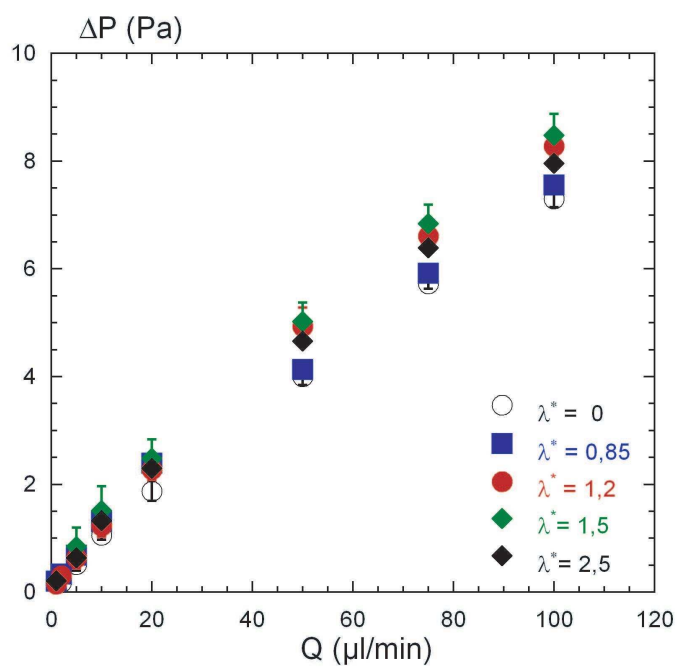
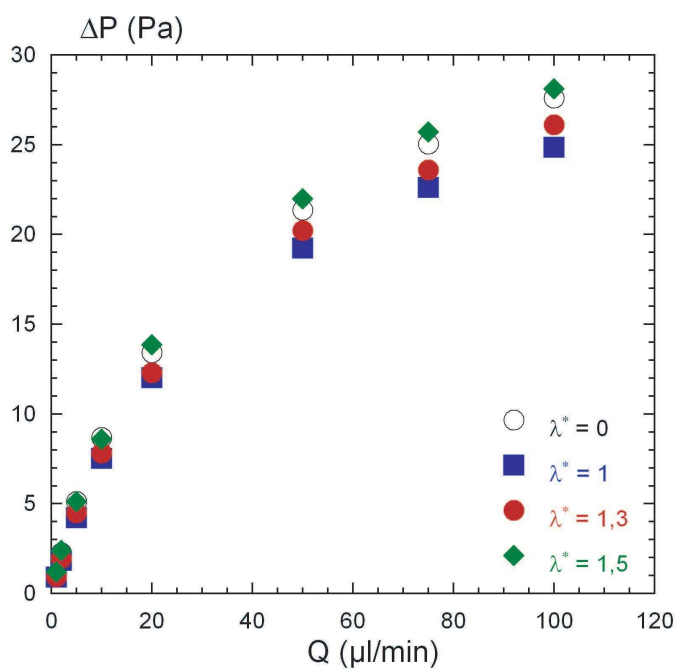


FIG. 7.1 – Séquences d'images de nœuds chargés : a)  $\lambda^* = 0$ . b)  $\lambda^* = 0,85$ . c)  $\lambda^* = 1,2$ . d)  $\lambda^* = 2,5$ . Pour cette dernière, le nœud est vu de profil. La barre noire, au fond des images, a une largeur de 1 mm.

### 7.3 Résultats

Nous reportons sur les figures 7.2 et 7.3, les variations des pertes de charge pour les différentes valeurs de  $\lambda^*$  et pour les solutions de TTAB et TTAB + DoH respectivement. Pour les interfaces mobiles (cf. 7.2), la perte de charge n'est pas modifiée à faible débit. Pour des débits plus élevés, on peut observer un léger effet, mais qui reste tout de même faible si l'on considère les barres d'erreurs. Pour les interfaces rigides (cf. 7.3), la perte de charge est plus importante que pour la solution de TTAB, mais nous ne mesurons toujours pas d'effet lié à la présence de la particule. Nous pensons que le liquide peut circuler autour de la particule sans rencontrer de résistance malgré l'obstruction des canaux et nous attribuons cet effet au comportement fluide des interfaces de la mousse.

FIG. 7.2 – Solution de TTAB : Evolution de la perte de charge en fonction du débit pour différentes valeurs de  $\lambda^*$ .FIG. 7.3 – Solution de TTAB + DoH : Evolution de la perte de charge en fonction du débit pour différentes valeurs de  $\lambda^*$ .

## 7.4 Conclusion et perspective

Nos avons mesuré que la présence de particule bloquée dans un nœud de mousse ne modifiait pas la perméabilité de ce nœud. La particule laisse des passages importants pour le liquide et même lorsque  $\lambda^*$  est très supérieur à 1, la déformation imposée par la présence de la particule au niveau du nœud s'accompagne de déformation dans les bords de Plateau. La résistance de ces derniers diminue alors que dans le même temps, celle du nœud augmente et contribue ainsi à limiter fortement l'effet de colmatage pour ce système « mou ». Ceci soulève plusieurs questions et ouvre la voie à de possibles applications. Dans un premier temps, la mesure de la perméabilité d'une mousse chargée de particules dans sa phase liquide pourrait être réalisée. La première difficulté vient de la formation de la mousse et du contrôle de la répartition des particules dans le réseau liquide. Un exemple de mousse chargée est présenté sur la figure 7.4 obtenue lors d'essais préliminaires.

Si le comportement que nous avons observé à l'échelle de la bulle est généralisable à l'échelle de la mousse, alors nous pouvons imaginer nous servir de la mousse comme un filtre à particules incolmatable. Ce filtre retiendrait les particules et laisserait passer le liquide sans opposer de résistance. Nous développerons plus en détail cette idée dans la conclusion de cette deuxième partie.

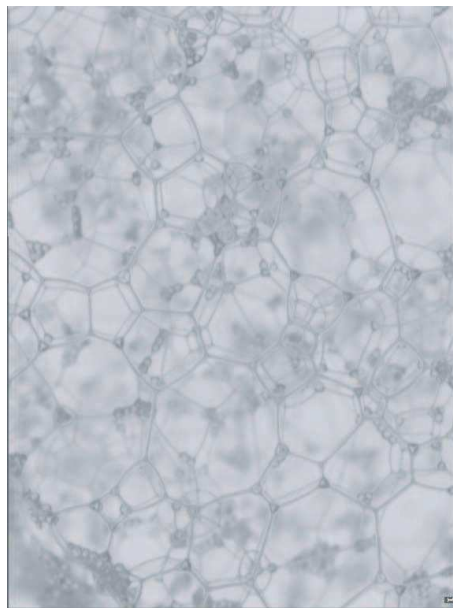


FIG. 7.4 – Photographie d'une mousse chargée en particules.

# Conclusion et perspective sur le transport de particule

Cette deuxième partie présente nos travaux sur le transport de particule dans une mousse liquide. Nous avons dans un premier temps étudié le cas de particules dont la taille est inférieure à l'ouverture des canaux de mousse dans lesquels elles sont transportées. Nous avons réalisé cette étude à l'échelle d'un bord de Plateau où nous avons mesuré les vitesses de transport de ces particules lorsqu'elles sont placées dans un écoulement de liquide. Nous avons mis en évidence que le modèle d'écoulement proposé par Leonard et Lemlich, dans le cas d'interfaces mobiles, ne permettait pas de rendre compte des fortes dispersions de vitesses observées pour des particules ayant accès aux coins du bord de Plateau. Ces fortes dispersions ont été expliquées par des vitesses de contre-écoulement que nous avons mis en évidence dans la première partie de ce manuscrit. De plus, la valeur de la vitesse de contre-écoulement à imposer pour décrire nos résultats est tout à fait comparable aux valeurs déduites du modèle de recirculation que nous avons proposé.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés au cas où la taille des particules devenait plus grande que l'ouverture des bords de Plateau. Nous avons cherché à déterminer le seuil de rétention de la mousse lorsque des particules étaient initialement introduites dans la phase liquide. A faibles fractions volumiques de liquide, la capture de ces objets est purement géométrique et est contrôlée uniquement par la fraction volumique de liquide. Pour les fractions volumiques de liquide plus élevées, le seuil de capture dépend de l'équilibre entre la force d'entraînement visqueuse imposée par l'écoulement et la force capillaire qui s'oppose au passage de la particule avant d'atteindre le seuil géométrique.

Enfin, une étude préliminaire de la perméabilité d'une mousse chargée en particules a été réalisée à l'échelle d'un nœud. Quelle que soit la mobilité des interfaces et pour la gamme de taille de particule bloquée dans le nœud, nous n'avons pas mesuré de variation de perméabilité. Cet effet, a été attribué à la déformation des interfaces due à la présence de la particule et à l'élargissement des canaux qui voient alors leur résistance diminuée.

Tous les résultats que nous avons obtenus dans cette partie nous permettent de proposer une

étude d'un filtre spécial : la mousse. En effet, ce système montre des propriétés remarquables très différentes des filtres solides existants et nous pensons les utiliser pour créer un filtre adaptable. Il nous semble d'une part intéressant d'exploiter la variation du seuil de capture : en contrôlant la fraction volumique de la mousse, nous serions en mesure d'adapter l'ouverture des bords de Plateau et ainsi de filtrer une taille de particule choisie. Pour filtrer une autre taille, il suffit alors de modifier la fraction volumique de liquide. De plus, si le résultat de non-colmatage obtenu à l'échelle du nœud est généralisable à l'échelle de la mousse, l'accumulation de particules bloquées dans le réseau n'empêcherait pas le liquide de circuler et ne provoquerait pas la chute de la perméabilité.

# Conclusion générale

Nous nous sommes intéressés à mesurer et à modéliser les différents mécanismes de transport de particules confinées dans le réseau de canaux fluides de la mousse. Les propriétés fluides des interfaces de ces canaux procurent à la mousse des propriétés de transport particulièrement remarquables et très différentes de celles d'un milieu poreux solide. En effet, les interfaces sont déformables et plus ou moins mobiles. Toute la difficulté de la modélisation des écoulements dans la mousse est liée au couplage existant entre la vitesse de l'écoulement du liquide et la géométrie du réseau déformable. Pour quantifier ce couplage, nous avons réalisé à l'échelle d'un canal fluide et à celle du réseau, des mesures de perméabilité. Ces mesures nous ont permis de mettre en évidence que les modèles théoriques actuels ne permettent pas de rendre compte de l'ensemble des données expérimentales. Ces écarts sont essentiellement dûs aux hypothèses géométriques utilisées qui, pour la plupart, ne décrivent pas correctement l'évolution des longueurs caractéristiques du réseau, pourtant d'une importance primordiale pour modéliser le transport des particules. Nous avons alors développé un modèle de perméabilité rendant compte du couplage écoulement / géométrie. Une fois ce couplage modélisé, nous avons pu mesurer les vitesses de particules convectées par l'écoulement du liquide à l'échelle d'un bord de Plateau. Des vitesses anormalement faibles ont été observées qui ne peuvent être décrites par les modèles d'écoulement dans un bord de Plateau. Nous avons alors introduit un nouvel ingrédient dans la modélisation : des contre-écoulements localisés à la jonction des films et des bords de Plateau. Nous avons entre autre montré que ces contre-écoulements sont responsables du gonflement des films et renforce le couplage du mûrissement et du drainage. Par la suite nous nous sommes intéressés à la rétention de particule dans une mousse. Le seuil de capture est déterminé par la compétition de la force d'entraînement visqueuse du liquide sur la particule à laquelle s'oppose la pression capillaire des bulles s'opposant à la déformation de leur interface. Nous avons débuté une étude du colmatage d'un nœud de mousse. Il se trouve que la perméabilité de cet élément n'est pas modifié lorsqu'une particule y est piégée. Finalement, au vu de tous nos résultats, nous proposons une idée de filtre à particules non-colmatable et adaptable : la mousse.



# Bibliographie

- [1] A. Aradian, E. Raphaël, and P.-G De Gennes. Marginal pinching in soap films. *EuroPhys. Lett.*, 55(6) :834–840, 2001.
- [2] P. J. M. Baets and H. N. Stein. Surface rheology of surfactant solutions close to equilibrium. *J. Colloid Interface Sci.*, 162 :402–411, 1994.
- [3] S. Berg, E. A. Adelizzi, and S. M. Troian. Experimental study of entrainment and drainage flows in microscale soap films. *Langmuir*, 21(9) :3867–3876, 2005.
- [4] V. Bergeron. Disjoining pressures and film stability of alkyltrimethylammonium bromide foam films. *Langmuir*, 13 :3474–3482, 1997.
- [5] J. J. Bikerman. *Foams*. Springer-Verlag, 1973.
- [6] V. Carrier, S. Destouesse, and A. Colin. Foam drainage : A film contribution? *Phys. Rev. E*, 65 :061404, 2002.
- [7] H. C. Cheng. Errors in the measurement of bubble-size distribution in foam. *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 22 :105–25, 1983.
- [8] S. J. Cox, G. Bradley, S. Hutzler, and D. Weaire. Vertex corrections in the theory of foam drainage. *J. Phys. : Condens. Matter*, 13 :4863–4869, 2001.
- [9] C. Dames, C. Fritz, O. Pitois, and S. Faure. Relations between physicochemical properties and instability of decontamination foams. *Colloids Surfaces A : Physicochem. Eng. Aspects*, (263) :210–218, 2005.
- [10] D. Desai and R. Kumar. Flow through a plateau border of cellular foam. *Chem. Eng. Sci.*, 37(9) :1361–1370, 1982.
- [11] W. Drenckhan, H. Ritacco, A. Saint-Jalmes, D. Langevin, and D. Weaire. Fluid dynamics of rivulet flow between plates. *Phys. Fluids*, 19 :102101, 2007.
- [12] M. Durand and D. Langevin. Physicochemical approach to the theory of foam drainage. *Eur. Phys. J. E*, 7 :35–44, 2001.
- [13] M. Durand, G. Martinoty, and D. Langevin. Liquid flow through aqueous foams : From the plateau borders-dominated regime to the node-dominated regime. *Phys. Rev. E*, 60(6) :6307–6308, 1999.



- [14] A. Saint-Jalmes et al. Diffusive liquid propagation in porous and elastic materials : The case of foams under microgravity conditions. *Phys. Rev. Lett.*, 98 :836–849, 2007.
- [15] C. Ghidaglia et al. Hydrodynamic interactions in deep bed filtration. *Phys. Fluids*, 8(1) :6–14, 1996.
- [16] C. Ghidaglia et al. Transition in particle capture in deep bed filtration. *Phys. Rev. E*, 53(4) :R3028–R3031, 1996.
- [17] J. Lambert et al. Experimental growth law for bubbles in a moderately wet 3d liquid foam. *Phys. Rev. Lett.*, 99 :058304, 2007.
- [18] N. R. Lakshmi et al. Permeability reduction of soil filters due to physical clogging. *J. Geotech. and Geoenv. Engrg.*, 126 :236, 2000.
- [19] K. Feitosa and D. J. Durian. Gas and liquid transport in steady-state aqueous foam. *Eur. Phys. J. E*, 26 :309–316, 2008.
- [20] C. Fritz. *Transport de liquide and de particules dans un bord de Plateau*. Thèse, Marne-la-Vallée, 2006.
- [21] J. W. Gibbs. *The collected works*. longmans, New york, 1931.
- [22] E. Guyon, J.-P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. InterEditions/Edition du CNRS, 1994.
- [23] R. Höhler and S. Cohen-Addad. Rheology of liquid foam. *J. Phys. :Condens. Matter*, 17 :R1041–R1069, 2005.
- [24] R. Höhler, Y. Yip Cheung Sang, E. Lorenceau, and S. Cohen-Addad. Osmotic pressure and structure of monodisperse ordered foam. *Langmuir*, 24 :418–425, 2008.
- [25] S. Hilgenfeldt, S. A. Koehler, and H. A. Stone. Dynamics of coarsening foams : Accelerated and self-limiting drainage. *Phys. Rev. Lett.*, 86(20) :4704–4707, 2001.
- [26] S. Hilgenfeldt, A. M. Kraynik, S. A. Koehler, and H. A. Stone. An accurate von neumann’s law for three-dimensional foams. *Phys. Rev. Lett.*, 86(12) :2685–2688, 2001.
- [27] J. B. M. Hudales and H. N. Stein. Marginal regeneration of a mobile vertical free liquid film. *J. Colloid Interface Sci.*, 138(2) :354–364, 1990.
- [28] S. Hutzler. Convective instability in foam drainage. *EuroPhys. Lett.*, 41 :461–465, 1998.
- [29] S. Hutzler. Foam coarsening under foam drainage. *Phil. Mag. Lett.*, 80(6) :419–425, 2000.
- [30] S. A. Koehler, S. Hilgenfeldt, and H. A. Stone. Liquid flow through aqueous foams : The node dominated foam drainage equation. *Phys. Rev. Lett.*, 82(21) :4232–4235, 1999.
- [31] S. A. Koehler, S. Hilgenfeldt, and H. A. Stone. A generalized view of foam drainage : Experiment and theory. *Langmuir*, 16 :6327–6341, 2000.

- [32] S. A. Koehler, S. Hilgenfeldt, and H. A. Stone. Foam drainage at the microscale : I. modeling flow through single plateau borders. *J. Colloid Interface Sci.*, 276 :420–438, 2004.
- [33] S. A. Koehler, S. Hilgenfeldt, E. R. Weeks, and H. A. Stone. Drainage of single plateau borders : Direct observation of rigid and mobile interfaces. *Phys. Rev. E*, 66 :040601, 2002.
- [34] R. A. Leonard and R. Lemlich. A study of interstitial liquid flow in foam. *AICHE J.*, 11(1) :18–25, 1965.
- [35] V. G. Levich. *Physicochemical Hydrodynamics*. 1963.
- [36] N. Louvet, F. Rouyer, and O. Pitois. Ripening of a draining foam bubble. *Colloid Interface Sci.*, 334 :82–86, 2009.
- [37] J. R. Meloy, S. J. Neethling, and J. J. Cilliers. Geometric dispersion of unattached particles in foams. *Colloids Surfaces A : Physicochem. Eng. Aspects*, 309 :246–253, 2007.
- [38] C. Monnereau and M. Vignes-Adler. Dynamics of 3d real foam coarsening. *Phys. Rev. Lett.*, 80(23) :5228–5231, 1998.
- [39] K. J. Mysels, K. Shinoda, and S. Frankel. Soap films : Studies of their thinning. 1959.
- [40] S. J. Neethling and J. J. Cilliers. Solids motion in flowing froths. *Chem. Eng. Sci.*, 57 :607–615, 2002.
- [41] S. J. Neethling, H. T. Lee, and J. J. Cilliers. A foam drainage equation for all liquid contents. *J. Phys. : Condens. Matter*, 14 :331–342, 2002.
- [42] J. V. Neumann. Mandal interfaces. *American Society for Metals*, page 108, 1952.
- [43] A. V. Nguyen. Liquid drainage in single plateau borders of foam. *J. Colloid Interface Sci.*, 249 :194–199, 2001.
- [44] A. V. Nguyen and H. J. Schulze. *Colloidal science of flotation*, volume 118. Surfactant science series, 2004.
- [45] R. Phelan, D. Weaire, E. A. J. F. Peters, and G. Verbist. The conductivity of foam. *J. Phys. : Condens. Matter*, 8 :L475–L482, 1996.
- [46] O. Pitois, C. Fritz, L. Pasol, and M. Vignes-Adler. Sedimentation of a sphere in a fluid channel. *soumis à : Phys. Fluids*, 2009.
- [47] O. Pitois, C. Fritz, and M. Vignes-Adler. Hydrodynamic resistance of a single foam channel. *Colloids Surfaces A : Physicochem. Eng. Aspects*, 26 :109–114, 2005.
- [48] O. Pitois, C. Fritz, and M. Vignes-Adler. Liquid drainage through aqueous foam : study of the flow on the bubble scale. *J. Colloid Interface Sci.*, 282 :458–465, 2005.
- [49] J. A. F. Plateau. Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires. 1873.

- [50] H. M. Princen. Osmotic pressure of foams and highly concentrated emulsions. 1. theoretical considerations. *Langmuir*, 2 :519–524, 1986.
- [51] H. M. Princen and S. G. Mason. The permeability of soap films to gases. *J. Colloid Interface Sci.*, 20 :353–375, 1965.
- [52] S. Redner and S. Datta. Clogging time of a filter. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :6018–6021, 2000.
- [53] N. Roussel, T. L. H. Nguyen, and P. Coussot. General probabilistic approach to the filtration process. *Phys. Rev. Lett.*, 98 :1–4, 2007.
- [54] A. Saint-Jalmes. Time evolution of aqueous foams : Drainage and coarsening. *J. Phys. : condens. Matter*, 14 :9397–9412, 2002.
- [55] A. Saint-Jalmes. Physical chemistry in foam drainage and coarsening. *Soft Matter*, 2 :058303, 2006.
- [56] A. Saint-Jalmes, Y. Zhang, and D. Langevin. Quantitative description of foam drainage : Transition with surface mobility. *Eur. Phys. J. E*, 15 :53–60, 2004.
- [57] Y. Yip Cheung Sang. *Vers des micromousses stimulables*. Thèse, Paris Diderot, 2009.
- [58] K. V. Sharp and R. J. Adrian. On flow-blocking particle structures in microtubes. *Microfluid Nanofluid*, 1 :376–380, 2005.
- [59] A. A. Sonin, A. Bonfillon, and D. Langevin. Role of surface elasticity in the drainage of soap films. *Phys. Rev. Lett.*, 71(14), 1993.
- [60] P. Stevenson. Dimensional analysis of foam drainage. *Chem. Eng. Sci.*, 61 :4503–4510, 2006.
- [61] P. Stevenson. On the forced drainage of foam. *Colloids Surfaces A : Physicochem. Eng. Aspects*, 305 :1–9, 2007.
- [62] S. Stoyanov, C. Dushkin, D. Langevin, D. Weaire, and G. Verbist. Effect of the rheology on foam drainage. *Langmuir*, 14, 1998.
- [63] S. Tcholakova, N. D. Denkov, K. Golemanov, K. P. Ananthapadmanabhan, and A. Lips. Theoretical model of viscous friction inside steadily sheared foams and concentrated emulsions. *Phys. Rev. E*, 78(11), 2008.
- [64] E. Terriac, F. Artzner, A. Moréac, C. Meriadec, P. Chasle, J.-C. Ameline, J. Ohana, and J. Emile. Structure of liquide films of an ordered foam confined in a narrow channel. *Langmuir*, 23, 2007.
- [65] W. Thomson. *Philos. Mag.*, 24 :503, 1887.
- [66] M. U. Vera and D. J. Durian. Enhanced drainage and coarsening in aqueous foams. *Phys. Rev. Lett.*, 88(8), 2002.
- [67] G. Verbist, D. Weaire, and A. M. Kraynik. The foam drainage equation. *J. Phys. : Condens. Matter*, 8 :3715–3731, 1996.

- 
- [68] D. Weaire and S. Hutzler. *The physics of foams*. Oxford University Press, 1999.
- [69] D. Weaire, N. Pittet, and S. Hutzler. Steady-state drainage of an aqueous foam. *Phys. Rev. Lett.*, 71(16) :2670–2673, 1993.



## **Etude multi-échelles du transport de particules dans les mousses liquides**

### Résumé :

Nous étudions expérimentalement différentes configurations du transport de particule solide dans le réseau de canaux fluides (bords de Plateau) d'une mousse liquide. Dans un premier temps, la perméabilité de la mousse est mesurée à l'échelle d'un canal fluide puis de l'ensemble du réseau de canaux pour deux solutions moussantes conférant des mobilités interfaciales significativement différentes. Un modèle d'écoulement, basé sur une description fine de la géométrie des canaux de la mousse ainsi que sur un nombre de Boussinesq constant pour une solution donnée, permet de rendre compte de tous les résultats expérimentaux sur une large gamme de fraction volumique de liquide. Dans un second temps nous mesurons, à l'échelle d'un canal fluide, la vitesse d'une particule convectée par le liquide pour différents rapports d'aspect particule / canal. Pour des petits rapports d'aspect, nous mesurons des vitesses de particules anormalement faibles. Ces mesures nous permettent de mettre en évidence des contre-écoulements à la jonction du bord de Plateau et des films. Pour expliquer cet effet, nous proposons un modèle de recirculation du tensioactif faisant intervenir l'élasticité de Gibbs. Nous abordons ensuite le cas d'une particule piégée dans le réseau de canaux de la mousse. Nous montrons que le seuil de rétention de la particule est déterminée par l'équilibre des forces hydrodynamique et capillaire. Finalement, le cas du colmatage d'un nœud de mousse est abordé.

Mots clés : Mousse, bord de Plateau, perméabilité, drainage, élasticité, mûrissement, particule, convection, capture.

### **Transport of solid particle in liquid foams : a multi-scale approach**

### Abstract :

We study experimentally different particle transport configurations in fluid microchannels network (Plateau borders) of aqueous foams. At first, foam permeability is measured at the scale of a single channel and of the whole foam network for two soap solutions known for their significant different interface mobility. Experimental data are well described by a model that takes into account the real geometry of the foam and by considering a constant value of the Boussinesq number for each soap solutions. Secondly, the velocity of one particle convected in a single foam channel is measured for different particle / channel aspect ratio. For small aspect ratio, counterflows that are taking place at the channel's corners slow down the particle. A recirculation model in the channel foam films is developed to describe this effect. To do this, the Gibbs elasticity is introduced. Then, the threshold between trapped and released of one particle in liquid foam are carried out. This threshold is deduced from hydrodynamic and capillary forces equilibrium. Finally, the case of a clog foam node is addressed.

Key words : Foam, Plateau border, permeability, drainage, elasticity, coarsening, particle, convection, capture.