



HAL
open science

Analyse de signaux géophysiques dans l'atmosphère par les techniques en ondelettes [Texte imprimé] : étude des ondes de gravité en région tropicale

Fabrice Chane-Ming

► **To cite this version:**

Fabrice Chane-Ming. Analyse de signaux géophysiques dans l'atmosphère par les techniques en ondelettes [Texte imprimé] : étude des ondes de gravité en région tropicale. Géophysique [physics.geo-ph]. Université de la Réunion, 1998. Français. NNT : 1998lare0009 . tel-00544533

HAL Id: tel-00544533

<https://theses.hal.science/tel-00544533>

Submitted on 8 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Usuel

ANNEE : 1998

UNIVERSITE DE LA REUNION
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES

THESE

pour obtenir le titre de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LA REUNION

Discipline : Géophysique

présentée et soutenue publiquement

par

Fabrice CHANE-MING

le 8 décembre 1998

Titre :

ANALYSE DE SIGNAUX GEOPHYSIQUES DANS L'ATMOSPHERE
PAR LES TECHNIQUES EN ONDELETTES :
ETUDE DES ONDES DE GRAVITE EN REGION TROPICALE .

Directeur de thèse : Professeur Jean LEVEAU

JURY

M.	J. C. GATINA	, Président
M.	R. GARELLO	, Rapporteur
M.	A. HAUCHECORNE	, Rapporteur
M.	S. BALDY	, Examineur
M.	D. KAROLY	, Examineur
M.	J. LEVEAU	, Examineur
M.	F. MOLINARO	, Examineur

Remerciements

J'adresse tout d'abord mes plus vifs remerciements à M. Leveau qui m'a témoigné de sa confiance en m'offrant la possibilité d'effectuer cette thèse sous sa direction au sein du Laboratoire de Physique de l'Atmosphère avec le soutien financier du Conseil Régional. Je tiens à le remercier plus particulièrement pour ses conseils et ses encouragements durant la fin de thèse.

M. Molinaro, Maître de Conférences, est l'initiateur de ce travail et a donc dirigé mes premiers pas dans la recherche. Ses conseils et ses remarques constructifs m'ont été une source de motivation. Il m'a accordé une grande liberté dans l'orientation de mes recherches et a soutenu en permanence mes actions. Par ailleurs, il m'a introduit dans le monde des traiteurs de signaux et par son intermédiaire, j'ai fait la connaissance de l'équipe de traitement du signal du LEN7 à Toulouse dont le M. Castanié est le directeur. Je tiens donc à lui exprimer toute ma reconnaissance.

Je tiens à remercier également les membres du Jury qui ont accepté d'examiner mon mémoire de thèse et ont manifesté beaucoup d'intérêts pour mes travaux.

M. Gatina, directeur de Département de Physique à l'Université des Sciences et Technologies de la Réunion, m'a fait l'honneur de présider ce jury.

M. Hauchecorne, directeur de recherches au Service d'Aéronomie du CNRS à Paris et M. Garello de Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne ont rapporté le manuscrit de thèse avec beaucoup d'attention et m'ont consacré un peu de leur temps pour discuter de mes travaux et des perspectives de recherche au cours d'une visite dans leur

laboratoire. M. Karoly, directeur du CRC for Southern Hemisphere Meteorology en Australie, a bien voulu faire un détour par la Réunion au cours d'une sa mission en France afin d'examiner ma thèse. Je remercie également M. Baldy qui a accepté d'être examinateur. Je leur dois de nombreuses discussions passionnantes et constructives.

Ce travail n'aurait pas pu se concrétiser sans l'aide et le concours de nombreuses personnes dont plusieurs d'entre elles m'ont été présentées lors de congrès nationaux et internationaux et des écoles d'été... J'ai eu par la suite l'opportunité de rencontrer certaines d'entre elles au sein de leur laboratoire de recherche, d'établir de nouveaux contacts et d'échanger des idées. En particulier, je tiens à remercier Mme Roques qui m'a introduit les techniques en ondelettes en DEA et a orienté mes premières lectures bibliographiques sur les ondelettes, P. Keckhut et C. Souprayen dont les conseils m'ont été précieux et plus récemment M. Holschneider ...

J'adresse également mes remerciements à Météo-France et Mme Diab pour les données expérimentales.

Par ailleurs, j'exprime mes remerciements à Mme Cardon pour les nombreuses fois où j'ai du faire appel à ses services pour des exemplaires d'articles.

Je souhaite remercier différentes personnes du Département de Physique et du Laboratoire de Physique de l'Atmosphère avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir à discuter ou à travailler. Je tiens particulièrement à citer Harry, Laetitia, François, Miloud, Michel et Catherine (la secrétaire du Département)... Au sein du laboratoire, je remercie Guy, Jean Marc, Philippe, Françoise, Souman, Emmanuel, Stéphane, Thierry, Tantely et Jean Luc...

Pour finir, je voudrais exprimer tout ma reconnaissance à mes parents qui m'ont encouragé tout au long de mes études, à mon frère et ma copine Florence pour son amour et sa patience.

Notations

(Partie II)

a, j	Paramètre et indice d'échelle
a_j	Coefficients d'approximation à la résolution 2^j dans la décomposition en ondelettes discrètes
b, k	Paramètre et indice de translation en temps
$CWT_s(a, b)$	Coefficients en ondelettes continues du signal s au point (a, b) du plan temps-échelle
d_j	Coefficients de détail à la résolution 2^j dans la décomposition en ondelettes discrètes
E	Energie totale
$E(a, b)$	Densité d'énergie temps-échelle au point (a, b) du plan temps-échelle
g	Ondelette mère
$L^2(\mathbb{R})$	Ensemble des fonctions d'énergie finie
\mathbb{R}	Ensemble des nombres réels
$s(t)$	Signal
s^*	Valeur complexe conjuguée du signal s
$s(\nu), s(\omega)$	Transformée de Fourier du signal s
t	Variable temporelle
TF	Transformée de Fourier
TF ⁻¹	Transformée de Fourier inverse

V_j	Sous-espace vectoriel des approximations à la résolution 2^j dans la décomposition en ondelettes discrètes
W_j	Sous-espace vectoriel des détails à la résolution 2^j dans la décomposition en ondelettes discrètes
$\overset{\circ}{V}_j, \overset{\circ}{W}_j$	Sous-espaces duaux des approximations et détails à la résolution 2^j dans la décomposition en ondelettes discrètes
z	Variable du plan complexe de la transformée en Z
Z	Ensemble des entiers relatifs
δ	Distribution de Dirac
ϕ	Fonction d'échelle
ψ	Fonction ondelette
ν, ω	Variable fréquentielle ($\omega = 2\pi\nu$)
$*$	Opérateur de convolution
\oplus	Opérateur de complémentarité orthogonale

Table des matières

REMERCIEMENTS

NOTATIONS

INTRODUCTION 7

PARTIE I : SIGNAUX GÉOPHYSIQUES ET ONDELETTES

<i>I.1 DE L'ANALYSE DE FOURIER À L'ANALYSE EN ONDELETTES</i>	13
<i>I.1.1 L'analyse de Fourier</i>	13
<i>I.1.2 Le temps-fréquence</i>	15
<i>I.1.3 Le temps-échelle</i>	17
<i>I.1.4 Classe de Cohen et classe affine</i>	20
<i>I.2 LES ONDES ATMOSPHÉRIQUES : ONDES DE GRAVITÉ</i>	22
<i>I.2.1 Généralités</i>	22
<i>I.2.2 Ondes de propagation verticale en région tropicale</i>	22
<i>I.2.3 Oscillations tropicales saisonnières et inter-annuelles</i>	26
<i>I.2.4 Ondes de gravité : description et théories</i>	29
<i>I.3 ONDES DE GRAVITÉ ET ONDELETTES</i>	38
<i>I.3.1 Une méthode d'analyse adaptée</i>	39
<i>I.3.2 Hypothèse : modes quasi-monochromatiques</i>	40
<i>I.3.3 Quelques références</i>	41

PARTIE II : LES TECHNIQUES D'ANALYSE EN ONDELETTES

<i>II.1 LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES CONTINUES</i>	45
<i>II.1.1 Principe</i>	46
<i>II.1.2 Les ondelettes de type gaussien</i>	59
<i>II.1.3 Outils d'analyse développés et illustrations</i>	64
<i>II.1.4 Conclusions</i>	76

II.2 LA TRANSFORMÉE DISCRÈTE EN ONDELETTES-MULTIRÉSOLUTION.....	77
II.2.1 Transformée discrète en ondelettes et "frame"	77
II.2.2 Analyse multirésolution.....	78
II.2.3 Multirésolution biorthogonale.....	85
II.2.4 Les ondelettes de Daubechies	85
II.2.5 Applications.....	87
II.2.6 Conclusions.....	89
II.3 LES PAQUETS D'ONDELETTES.....	89
II.3.1 Principe	90
II.3.2 Les ondelettes de Daubechies	93
II.3.3 Applications.....	95
II.3.4 Conclusions.....	97
II.4 CONCLUSIONS.....	97

PARTIE III : APPLICATIONS AUX SIGNAUX GÉOPHYSIQUES

III.1 CORRÉLATIONS MULTI-ÉCHELLES TEMPÉRATURE/OZONE EN BASSE ATMOSPHÈRE... 101	101
III.1.1 Introduction	101
III.1.2 Données de radiosondages PTUO ₃ (Réunion et Irène).....	105
III.1.3 Etude de cas	106
III.1.4 Climatologie des modes dominants : Température/Ozone.....	120
III.1.5 Discussion et conclusions.....	125
III.2 ETUDE DES PROFILS DE FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE	
EN MOYENNE ATMOSPHÈRE	127
III.2.1 Introduction	127
III.2.2 Le signal Lidar.....	129
III.2.3 Etude de la propagation verticale.....	134
III.2.4 Etude de l'évolution temporelle.....	143
III.2.5 Discussion et conclusions.....	154
III.3 RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS.....	158

PARTIE IV : ETUDE DES PARAMÈTRES SPECTRAUX DES ONDES AU-DESSUS

DE TROMELIN

IV.1 MÉTHODES D'ANALYSE DES PARAMÈTRES SPECTRAUX.....	163
IV.1.1 Analyse par hodographes	164
IV.1.2 Analyse spectrale de polarisation.....	166
IV.1.3 Analyse spectrale croisée.....	166
IV.1.4 Paramètres de Stokes.....	167
IV.2 DONNÉES DE RADIOSONDAGES PTUV DE TROMELIN.....	169
IV.2.1 Site de Tromelin	169
IV.2.2 Sondages PTUV : Systèmes Oméga et GPS.....	171
IV.2.3 Base de données	172
IV.3 ANALYSE SPECTRALE PAR TRANSFORMÉE EN ONDELETTES CONTINUES.....	180
IV.3.1 Relations de polarisation	180
IV.3.2 Méthode d'extraction des paramètres spectraux.....	180
IV.3.3 Paramètres spectraux : simulation.....	184

<i>IV.4 CARACTÉRISTIQUES SAISONNIÈRES DES MODES COHÉRENTS DES ONDES DE GRAVITÉ</i>	187
<i>IV.4.1 Distribution verticale des paramètres spectraux</i>	187
<i>IV.4.2 Source d'ondes : la convection</i>	193
<i>IV.5 DISCUSSION ET CONCLUSIONS</i>	196
<u>CONCLUSION GENERALE</u>	199
<u>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u>	203
<u>LISTE DES FIGURES</u>	219
<u>LISTE DES TABLEAUX</u>	223
<u>LISTE DES ANNEXES</u>	225
<u>ANNEXE 1</u>	226
<u>ANNEXE 2</u>	227
<u>RESUME</u>	229
<u>ABSTRACT</u>	230
<u>TABLE OF CONTENTS</u>	231

INTRODUCTION

Les études sur la propagation des ondes radio dans la haute atmosphère ont montré la présence d'ondes atmosphériques pouvant être responsables, par le biais de la turbulence induite, de l'atténuation des ondes de hautes fréquences dans l'ionosphère [*Hines*, 1989 ; *Hamilton*, 1997]. Les techniques actuelles d'observation fournissent une masse importante de données, obtenue à partir de sondages à l'échelle locale (sonars, radars, fusées, lidars...) et à l'échelle globale (imageurs, systèmes embarqués sur satellites : spectromètres...) dans la moyenne et haute atmosphère [*Gossard and Hooke*, 1975 ; *Andrews et al.*, 1987]. De ces mesures, diverses théories ont pu émerger des travaux de *Hines* [1960] qui confirment l'importance des ondes atmosphériques de propagation verticale dans les mécanismes de couplage dynamique entre la basse et la haute atmosphère. Les ondes de gravité et les ondes de marées ont une contribution énergétique mineure dans la basse atmosphère. Par ailleurs, celle-ci devient importante dans la moyenne et haute atmosphère [*Miyahara et al.*, 1993 ; *Killen and Johnsson*, 1995]. Les ondes de gravité interviennent directement dans la circulation globale de la haute atmosphère par le biais des transports verticaux et horizontaux de quantités de mouvement, d'énergie et des constituants atmosphériques [*Garcia and Salomon*, 1985 ; *Brasseur and Hitchman*, 1987], et par des interactions du champ d'ondes avec le flux moyen (QBO, SAO...) [*Holton*, 1975 ; *Andrews et al.*, 1987].

Le déferlement des ondes dans la région mésosphérique modifie la structure moyenne des températures et des vents, faisant ainsi apparaître un écart des distributions de température à la mésopause par rapport à l'équilibre radiatif (pôle d'été plus froid et pôle d'hiver plus chaud).

Une description précise et complète des processus ondulatoires est dès lors nécessaire afin d'identifier et de modéliser les processus majeurs gouvernant le comportement des structures de petite échelle.

Dans ce domaine, les grands axes actuels de recherche sont :

- les sources d'ondes de gravité,
- la climatologie des divers paramètres du champ d'ondes de gravité,
- les spectres du champ d'ondes de gravité,
- les flux et les quantités de mouvement d'Eliassen Palm et la turbulence induite par les ondes de gravité,
- les effets des ondes de gravité sur les mesures.

Les diverses théories, introduites sous la forme de paramétrisation dans les modèles, sont actuellement en compétition pour décrire la dynamique du champ d'ondes de gravité. De plus, ces différentes théories produisent toutes des densités de puissance spectrale en accord avec les observations tant dans la forme que dans les intensités. L'utilisation d'outils spectraux d'ordre supérieur et des techniques en ondelettes pourrait par conséquent fournir des informations sur l'évolution spectrale du champ d'ondes en complément de celles déduites de la méthode classique de transformée de Fourier [Eckermann, 1996b].

L'étude des ondes de gravité et la recherche de nouveaux outils de traitement du signal et de visualisation des phénomènes géophysiques m'ont amené à orienter mes recherches vers les possibilités récentes que proposent les techniques en ondelettes sur les signaux unidimensionnels.

L'analyse en ondelettes est une technique de décomposition linéaire adaptée aux signaux non stationnaires de composantes multi-échelles. Cette décomposition, proche de celle effectuée par nos sens visuels et auditifs [Meyer *et al.*, 1987], réconcilie les descriptions mathématiques et les interprétations physiques. Elle se révèle être un outil mathématique remarquable d'analyse visuelle et de synthèse de l'information en "expérimentation virtuelle" [Colonna, 1993 ; Montmerle, 1996]. Depuis une quinzaine d'années, les ressources et les perspectives prometteuses de cette technique suscitent l'intérêt de nombreux chercheurs dans de nombreux domaines (les mathématiques pures et appliquées, la physique ondulatoire, les communications numériques...) et font l'objet de nombreuses publications et applications

diverses [Meyer and Roques, 1992 ; Meyer, 1993 ; Strang, 1994 ; Burke Hubbard, 1995 ; Strang and Nguyen, 1996]. Dans le domaine du traitement numérique du signal et de l'image, l'analyse en ondelettes est un outil complet à l'égal de l'analyse de Fourier et voire d'avantage dans certains cas. Les propriétés de l'analyse en ondelettes sont entre autre adaptées à l'encodage efficace de signal (compression et restauration de l'information : image et signal numérique), à la modélisation du signal en passant par l'échantillonnage, la suppression de bruit, l'extraction des composantes, la reconstruction, la simplification (extraction de tendance ou de la moyenne du signal), les statistiques et la localisation de structures fines (structures multi-échelles et fractales, points de rupture, discontinuités des dérivées d'ordre supérieur)...

Ces outils sont de plus en plus utilisés dans divers domaines géophysiques tels que la dynamique atmosphérique et l'océanographie pour l'étude des phénomènes oscillatoires localisés [Ramamonjisoa, 1993 ; Meyers et al., 1993 ; Gamage and Blumen, 1993 ; Weng and Lau, 1994 ; Gu and Philander, 1995], tourbillonnaires ou turbulents [Yamada and Ohkitani, 1990 ; Farge, 1992 ; Druilhet et al., 1994 ; Attié et al., 1995 ; Fournier, 1996], de la sismique en prospection pétrolière [Goupillaud et al., 1984 ; Thirion et al., 1994], de l'astronomie pour l'exploration de galaxies et de sous-amas [Meyer, 1993 ; Bijaoui and Rué, 1995]... En effet, l'ensemble de ces signaux comportent des structures d'échelles différentes localisées dans l'espace ou dans le temps, de nature ondulatoire ou périodique. Les outils en ondelettes produisent des représentations temps-échelle sous forme d'images significatives et synthétiques des phénomènes géophysiques et d'autre part se révèlent être des outils efficaces à la quantification de ces phénomènes de part ses propriétés mathématiques. Leurs propriétés mathématiques et physiques ont fait l'objet de nombreux travaux récents dans le but de maîtriser au mieux l'outil ondelettes.

Les outils et les applications développés dans ce mémoire proviennent de la convergence d'idées issues de travaux plus ou moins récents collectés dans diverses disciplines géophysiques et autres. Notre choix s'est porté sur l'utilisation d'un certain nombre d'entre eux qui se sont révélé adaptés aux signaux géophysiques (données Lidar et radiosondages) pour l'étude du champ d'ondes de gravité. Ils ont donc contribué à obtenir des informations géophysiques complémentaires sur les paramètres spectraux associés à ces structures ondulatoires localisées (longueurs d'onde, vitesses de groupe et de phase, fréquences, directions de propagation, énergies ...).

Ce travail a donc pour objectif principal de montrer l'apport complémentaire des outils en ondelettes aux outils standards (analyse de Fourier...) pour le traitement de données géophysiques, en particulier pour l'étude de structures ondulatoires à l'exemple des ondes de gravité. Par ailleurs, ce document permet également de faire le point sur les principales propriétés (théories et applications récentes) et de se familiariser avec ces différents outils à l'aide d'illustrations.

Ce mémoire est composé de 5 parties :

- La première partie aborde dans un premier temps un historique de techniques de traitement de signaux non stationnaires qui place l'analyse en ondelettes dans son contexte. Nous présentons ensuite des généralités sur les phénomènes ondulatoires en région tropicale et plus particulièrement sur les ondes de gravité. Nous nous sommes interrogés sur les raisons du choix des techniques en ondelettes pour l'étude des ondes de gravité.
- La deuxième partie est consacrée à la présentation de 3 techniques en ondelettes :
 - la transformée en ondelettes continues (CWT),
 - l'analyse multirésolution (MRA),
 - les paquets d'ondelettes (WP).

Les techniques présentées et les outils d'analyse développés au cours de cette étude sont accompagnés d'illustrations sur des signaux académiques.

- La troisième partie est constituée d'applications de l'analyse en ondelettes aux signaux géophysiques. Les outils ondelettes sont appliqués aux données de radiosondages PTUO₃ et du Lidar pour l'étude de la propagation verticale des structures ondulatoires des ondes de gravité dans la basse et la moyenne atmosphère et des corrélations avec l'ozone en basse atmosphère, en région tropicale dans l'hémisphère sud (Réunion, Afrique du sud).
- La quatrième partie est consacrée à une climatologie des paramètres spectraux des ondes de gravité issus des données de radiosondages PTUV du site de Tromelin.
- La dernière partie conclut sur les résultats obtenus à partir des outils en ondelettes au cours de ce travail et les perspectives de cette étude.

PARTIE I

Signaux géophysiques et ondelettes

I.1 De l'analyse de Fourier à l'analyse en ondelettes	13
I.1.1 L'analyse de Fourier	13
I.1.2 Le temps-fréquence	15
I.1.3 Le temps-échelle.....	17
I.1.4 Classe de Cohen et classe affine.....	20
I.2 Les ondes atmosphériques : ondes de gravité.....	22
I.2.1 Généralités.....	22
I.2.2 Ondes de propagation verticale en région tropicale	22
I.2.2.1 Ondes de marées atmosphériques.....	23
I.2.2.2 Ondes de Rossby.....	24
I.2.2.3 Ondes de gravité	24
I.2.2.4 Ondes équatoriales : ondes de Kelvin et ondes Rossby-gravité.....	25
I.2.3 Oscillations tropicales saisonnières et inter-annuelles	26
I.2.3.1 L'oscillation quasi-biennale	26
I.2.3.2 L'oscillation semi-annuelle.....	27
I.2.3.3 L'oscillation australe El Nino.....	29
I.2.4 Ondes de gravité : description et théories.....	29
I.2.4.1 Sources	29
I.2.4.2 Propagation et processus de dissipation : théorie linéaire.....	30
I.2.4.3 Théories des spectres	32
I.2.4.4 Variations saisonnières et circulation induite.....	36
I.3 Ondes de gravité et ondelettes	38
I.3.1 Une méthode d'analyse adaptée.....	39
I.3.2 Hypothèse : modes quasi-monochromatiques	40
I.3.3 Quelques références	41

I.1 De l'analyse de Fourier à l'analyse en ondelettes

Au cours de ces dernières décennies, l'explosion des technologies numériques et électroniques a attribué aux outils de traitement de l'information purement formels et conceptuels un pouvoir plus important dans le domaine actuel de la recherche.

La compréhension des intuitions physiques et mathématiques sous-jacentes à la théorie des ondelettes nécessite à mon avis qu'on mentionne quelques repères chronologiques importants [Meyer and Roques, 1992 ; Jawerth and Sweldens, 1993 ; Meyer, 1993 ; Burke Hubbard, 1995]. La théorie des ondelettes, comme tant d'autres méthodes avancées d'extraction de l'information, a été élaborée dans une perspective d'une meilleure appréhension des phénomènes physiques complexes. Les différentes techniques de traitement du signal, exploitées dans de nombreux domaines de la physique, reposent sur des formulations mathématiques strictes qui répondent à des exigences physiques spécifiques établies afin d'améliorer la lecture de certains aspects de l'information du signal.

I.1.1 L'analyse de Fourier

L'analyse de Fourier peut être considérée comme le point de départ des techniques de décomposition linéaire de fonctions ou de signaux en des termes élémentaires. Cette technique, publiée pour la première fois en 1822 par Joseph Fourier dans son livre intitulé "*Théorie analytique de la chaleur*", permet de passer d'un espace physique (*espace direct*) temporel ou spatial à un espace fréquentiel (*espace de Fourier* ou *espace des phases*). L'analyse de Fourier est sans conteste la technique de décomposition la plus utilisée à l'heure actuelle [Burke Hubbard, 1995 ; Gasquet and Witomski, 1995]. Ce fait s'explique par la notion universelle de fréquence dans le domaine de la physique [Gonçalvès, 1993 ; Flandrin, 1993], notamment pour l'étude des phénomènes de nature ondulatoire ou périodique, par sa structure mathématique appropriée aux transformations linéaires en traitement du signal et par les nombreux développements technologiques incluant des algorithmes rapides comme la

transformée de Fourier rapide (FFT) mise au point par James Cooley et John Tukey en 1965. Dans la représentation de Fourier, un signal est reconstruit par superposition de fonctions exponentielles complexes ou de trains d'ondes qualifiés d'éternels en raison de leurs fréquences monochromatiques et leur complète délocalisation temporelle. Les amplitudes de l'analyse de Fourier, définissant les coefficients de Fourier, quantifient la contribution des différentes fréquences dans le signal. Cette méthode est adaptée aux signaux *stationnaires* dont les propriétés statistiques et/ou le contenu spectral n'évoluent pas au cours du temps. Dans le cas de signaux *non stationnaires*, cette décomposition ne rend pas compte de l'évolution du spectre fréquentiel bien que celle-ci reste juste sur le plan mathématique. De plus, cette représentation est en inadéquation avec notre conception de la réalité physique en ce sens qu'un signal *transitoire*, à l'exemple de la note de musique ayant un début et une fin d'émission dans le temps, est représenté par une multitude d'ondes "virtuelles". Des ondes seraient donc présentes dans le signal depuis un temps infini et qui, par l'intermédiaire des décalages en phase des sinusoïdes, interféreraient entre elles pour s'annuler ou s'amplifier et pour reproduire finalement le signal original de manière artificielle. Nous arrivons alors aux paradoxes suivants : l'absence de signal se traduit par la présence d'une infinité de signaux et un signal à énergie finie est constitué de signaux à énergie infinie. De ce fait, l'analyse de Fourier n'arrive pas à restituer les aspects temporels du signal (début, fin, changements brusques...). L'information sur le temps n'est cependant pas perdue ; elle est répartie sur l'ensemble des différents termes de la décomposition et il est alors difficile de l'extraire avec une précision suffisante. Une conséquence de la dispersion de l'information temporelle est la nécessité de connaître toutes les valeurs du signal pour le calcul de sa *transformée de Fourier* (TF ou FT). La transformée de Fourier est par conséquent sensible aux erreurs et au bruit et de ce fait, il est impossible de l'implanter en temps réel.

Face à ces limites, il est plus intéressant d'analyser le signal par fragments successifs afin de produire une représentation conjointe en temps et en fréquence du signal pour l'étude de signaux non stationnaires. Par ailleurs, ce type d'outil d'analyse fournit une description bidimensionnelle du signal dans un *espace temps-fréquence* s'opposant aux représentations unidimensionnelles : temporelles (spatiales) ou fréquentielles. La notation musicale a eu recours naturellement à une représentation temps-fréquence en faisant intervenir simultanément la variable temporelle et fréquentielle sur le support horizontal et vertical de la portée musicale. Cette représentation, dite *temps-fréquence*, est plus proche de notre perception des objets physiques, améliore la lisibilité en conséquence et par la même

occasion, l'interprétation des phénomènes physiques traduits dans le signal analysé. Néanmoins, l'analyse de Fourier demeure l'outil de référence dont les propriétés mathématiques sont exploitées par les nombreuses méthodes de décomposition du signal.

I.1.2 Le temps-fréquence

La *transformée de Fourier à court terme* (STFT) consiste à étudier l'évolution fréquentielle d'un signal au travers d'une fenêtre d'observation dite *glissante*. Celle-ci se focalise sur une partie du signal sur laquelle la transformée de Fourier est appliquée. Ce qui revient à faire une décomposition continue sur des "*atomes*" temps-fréquence obtenus par translation en temps et/ou en fréquence de la fenêtre d'analyse [Lemoine, 1995]. De ce fait, les ondes "éternelles" de l'analyse de Fourier sont remplacées par des paquets d'ondes monochromatiques localisées. En passant dans l'espace de Fourier à l'aide de l'*égalité de Plancherel-Parseval*, la STFT se définit en terme de filtrage comme une analyse par banc de filtres uniformes à largeur de bande constante. La représentation temps-fréquence obtenue est appelée *spectrogramme* ou encore *sonagramme* en acoustique [Flandrin, 1993]. Le problème majeur de la STFT est le choix de la fenêtre notamment la forme et la taille (fig. I.1). Ainsi, il faut réduire (augmenter) la taille de la fenêtre pour pouvoir analyser des variations brusques ou de hautes fréquences (lentes ou de basses fréquences) du signal. Le *principe d'incertitude d'Heisenberg-Gabor* limite le produit durée temporelle par la bande fréquentielle. Par conséquent, l'amélioration de la résolution temporelle ne peut se faire qu'au détriment de la résolution fréquentielle et réciproquement.

Au milieu des années 1940, Gabor s'est intéressé à la décomposition linéaire en atomes temps-fréquence de type gaussien [Brancy, 1995]. En prenant une fenêtre d'observation gaussienne pour la STFT, on démontre que le produit du principe d'incertitude de tout signal est alors minimal. La "brique de base" du pavage temps-fréquence que Gabor dénomma "*logon*" définit "l'aire minimum représentative d'un *quantum* d'information". La discrétisation des décompositions temps-fréquence nécessite une maille rectangulaire temps-fréquence bien choisie qui limite la *redondance* de l'information. Il est alors évident que si le maillage est trop serré (lâche), il y a redondance (perte) d'information. La décomposition discrète obtenue constitue une *structure oblique* ou *frame* (proche de la structure de base) si le maillage est

inférieur ou égal à 1. Cette dernière est *complète* (ou non redondante) lorsque la *densité critique* est atteinte. Balian et Low ont démontré cependant dans les années 80 qu'il est impossible d'obtenir une structure oblique de maillage rectangulaire à la densité critique et par conséquent de produire des bases orthonormées à partir d'atomes bien localisés en temps et en fréquence (obstruction de Balian-Low).

Parallèlement aux travaux de Gabor, J. Ville a étudié la distribution d'énergie (ou de puissance) du signal dans le plan temps-fréquence donnant lieu à des transformées bilinéaires du signal. La *distribution de Wigner-Ville* possède des propriétés intéressantes de distribution d'énergie. Cependant, lors de l'analyse de signaux multi-composantes, la structure quadratique de cette distribution est à l'origine des termes interférentiels ("ghost") qui rendent confus la lecture de la représentation et faussent la répartition de l'énergie dans le plan temps-fréquence. Néanmoins, des efforts ont été déployés dans l'optique de réduire ses interférences, internes (deux composantes du même signal) ou externes (deux composantes distinctes du signal), au moyen par exemple de lissage (ou filtrage) [Gonçalvès, 1993 ; Lemoine, 1995]. En effet, un lissage atténue les effets des interférences de structures oscillantes dans le plan temps-fréquence. En contrepartie, la distribution perd des propriétés. Des travaux ont également été menés dans le but de mieux comprendre et interpréter les *termes d'interférences*, en particulier la géométrie des interférences dans l'espace temps-fréquence. De plus, la distribution de Wigner-Ville code les informations de phase dans les termes interférentiels qui fournissent des informations complémentaires relatives à la phase de signaux. On peut ainsi déterminer la différence de phase entre les signaux, les sauts de phase... De nombreuses distributions d'énergie avec des propriétés très variées se sont alors ajoutées à celle de Wigner-Ville (distribution pseudo-Wigner-Ville lissée, distribution Choi-Williams...) [Hlawatsch and Boudreaux-Bartels, 1992 ; Molinaro, 1992].

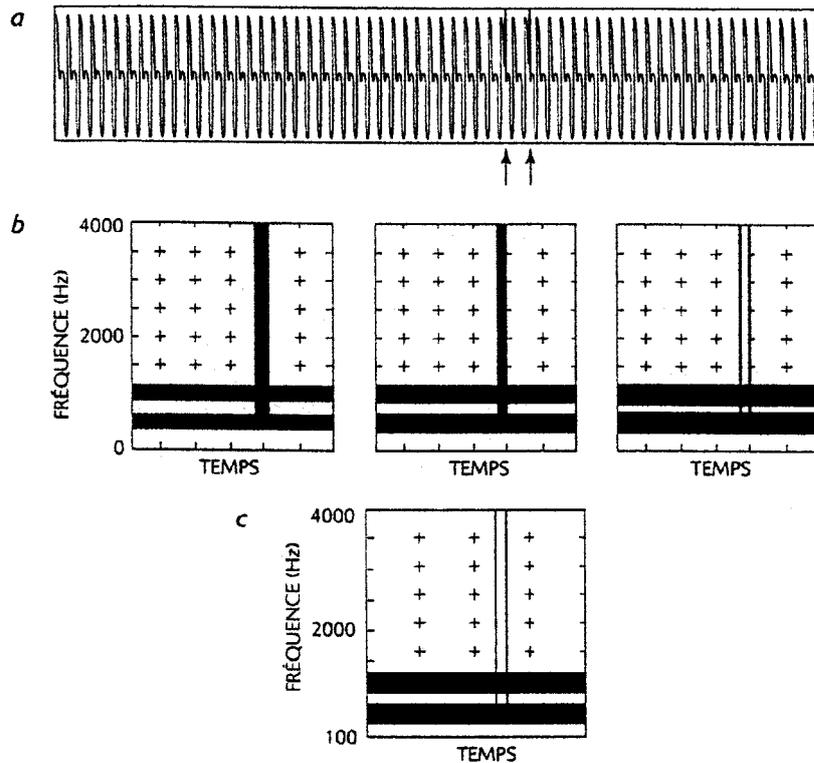


Figure I.1 : Signal (a), échantillonné 8000 fois par seconde comportant deux pics, analysé par trois TF (Transformées de Fourier) de fenêtre (b) de largeurs différentes : 12,8 ms, 6,4 ms et 3,2 ms et par l'analyse en ondelettes (c). Les résolutions temporelles et fréquentielles des TF dépendent de la taille de la fenêtre [Daubechies, 1992].

I.1.3 Le temps-échelle

Les limites en terme de résolutions fréquentielles et temporelles dans la *représentation de Gabor* sont directement liées à des contraintes dans le choix de la taille de la fenêtre d'analyse. Au début des années 80, Jean Morlet et Alex Grossman, respectivement géophysicien et ingénieur, sont amenés à modifier le comportement de la fenêtre d'analyse de Gabor pour l'adapter aux signaux non-stationnaires présentant des échelles très différentes [Morlet et al., 1982, Goupillaud et al., 1984]. Sur la base d'intuitions physiques, une analyse à différentes résolutions ou échelles (multi-échelles) pouvait permettre la séparation des différentes composantes d'un signal sismique et déterminer avec une meilleure précision l'épaisseur des couches fines sous terre en prospection pétrolière. Pour ce faire, contrairement à l'analyse de Gabor, la taille de la fenêtre doit varier de manière continue au cours de l'analyse tandis que le nombre d'oscillations à l'intérieur de la fenêtre reste fixe. Les

opérations à effectuer sur le signal consistent alors à translater en temps une gaussienne qu'on appelle *ondelette "mère"* ou encore "*analysante*". L'ondelette subit une compression ou dilatation en fréquence et extrait les structures de résolutions ou d'échelles différentes du signal. Aussi, l'outil ondelettes ou temps-échelle est souvent comparé à un "microscope" mathématique qui par ajustement de la focale permet d'effectuer des "zooms in" en un point d'un signal faisant apparaître progressivement des structures de plus en plus fines ou les détails [Meyer, 1993]. La décomposition de Morlet est actuellement connue de manière plus générale sous le nom de *transformée en ondelettes continues* (CWT). L'image temps-échelle résultant de l'analyse en ondelettes est appelée *scalogramme*. Par la suite, les travaux de Morlet et Grossmann ont suscité un engouement rapide et fructueux sur *le concept ondelette* au sein des mathématiciens, des physiciens (physique ondulatoire ...) et des ingénieurs (traitement du signal et de l'image...).

Les développements abondants sur la représentation en échelle ou le concept ondelettes ont été rendus possible grâce à la convergence d'idées anciennes et récentes de plusieurs groupes indépendants dans le domaine de la recherche. En remontant dans ces différentes disciplines, on s'aperçoit que des travaux anciens font également état du concept ondelettes. Ces travaux doivent leur existence à l'exploration des espaces fonctionnels et de l'analyse harmonique (étude de la convergence des séries de Fourier, élaboration des systèmes orthogonaux ...) dès le début du 19^{ème} siècle. Les mathématiciens s'orientent naturellement vers des structures mathématiques dont l'échelle varie pour l'analyse locale de fonction. En 1909, Haar mentionne dans sa thèse une base de fonctions ayant de telles structures et de plus orthonormale. Vers 1930, Levy utilise la base de Schauder pour l'examen des propriétés de régularité locale dans l'étude du mouvement Brownien. Les travaux de Littlewood-Paley résultent des recherches sur la localisation de l'énergie d'une fonction. Nous pouvons citer les contributions de Caldéron-Zygmung dans l'étude de solution d'équations différentielles partielles et intégrales dans les années 50 et 60 et des fonctions en décomposition atomique dans les années 70. Plus récemment, en 1985, Mallat, spécialiste en traitement numérique de l'image avec l'aide de Meyer et d'autres collaborateurs montre la relation entre les filtres en quadrature miroir [Vaidyanathan, 1987], dont les propriétés, les conceptions et l'utilisation d'algorithmes rapides sont bien connues dans le domaine du traitement du signal et de la décomposition en échelle à partir de *bases orthonormales d'ondelettes*. A l'aide de telles bases, l'analyse multirésolution produit une représentation discrète non redondante de la transformation en ondelettes et assure une *reconstruction parfaite* du signal après

décomposition. Dans l'espace fréquentiel, cette technique correspond à une analyse par banc de filtres passe-bande à surtension constante, en d'autres termes, à une analyse dont la résolution fréquentielle varie suivant la fréquence analysée. Cette nouvelle formulation de l'analyse multirésolution a permis une meilleure compréhension des propriétés des ondelettes, la génération des bases d'ondelettes construites auparavant de manière intuitive et la construction de nouvelles bases. De nouveaux développements théoriques et de nombreuses applications ont très rapidement émergé de ce constat. Sur la base des travaux de *Mallat*, *Ingrid Daubechies* a réalisé toute une famille de bases orthonormales aux propriétés fixées (*régularité, compacité du support...*) dont les algorithmes rapides ont fait des ondelettes un outil performant [*Daubechies*, 1989, 1992].

La puissance de l'outil d'analyse en ondelettes par rapport à d'autres outils de représentation du signal réside d'une part, dans le choix de l'ondelette mère ou du motif d'analyse dont les propriétés peuvent être très diverses et d'autre part, dans le choix de la représentation avec le niveau de redondance désiré. Ces deux paramètres peuvent être adaptés afin de mettre en évidence les informations pertinentes du signal considéré. L'analyse en échelle par la mesure des variations moyennes d'un signal aux différentes échelles se révèle être moins sensible au bruit. De plus, contrairement à l'analyse de Fourier, elle ne nécessite pas la connaissance complète du signal pour le calcul des coefficients. Une implantation en temps réel de la décomposition en ondelettes en utilisant des techniques itératives de synthèse d'ondelettes développées pour l'emploi des algorithmes rapides à bancs de filtres est réalisable. On montre également que l'obstruction de Balian-Low n'existe pas dans la représentation temps-échelle. Le choix d'une grille dyadique dans l'espace temps-échelle permet d'obtenir une décomposition discrète par une analyse multirésolution à échantillonnage critique. Il est donc possible dans ce cas de produire des bases orthonormales d'atomes temps-fréquence bien localisés simultanément en temps et en fréquence.

D'autres techniques de décomposition atomique qu'on pourrait qualifier d'hybrides ont également émergé des outils en ondelettes à l'exemple des *paquets d'ondelettes* et des *ondelettes de Malvar* [*Meyer*, 1993 ; *Brancy*, 1995]. Ces outils ont été mis au point afin d'améliorer la sélectivité temporelle ou fréquentielle des éléments de base pour une concordance plus fine avec les variations du signal. On obtient alors des pavages du plan assez variés en adaptant la géométrie des logons. La décomposition en paquets en ondelettes permet une découpe active de l'espace fréquentiel adaptant la résolution fréquentielle au signal. La résolution temporelle est imposée par la segmentation fréquentielle. Pour ce faire,

cette méthode intègre 3 paramètres indépendants : la largeur de l'ondelette d'analyse, la fréquence et la position. Ainsi, il est possible de décomposer un élément de basse fréquence (haute fréquence) avec une bonne (mauvaise) résolution fréquentielle contrairement à la technique standard en ondelettes où la résolution fréquentielle est proportionnelle à la fréquence analysée. A l'inverse, dans le cas des ondelettes de Malvar, l'espace temporel subit une segmentation adaptée au signal. Et plus récemment, les techniques de décomposition relevant du *Matching Pursuit* [Mallat and Zhang, 1992 ; Durka, 1996] ou du *Basis Pursuit* [Chen, 1995 ; Chen et al., 1996] donnent lieu à des études de décompositions linéaires plus adaptées aux signaux dont les "briques" élémentaires sont extraites d'un dictionnaire incluant des fonctions élémentaires (diracs, gaborettes, ondelettes...).

I.1.4 Classe de Cohen et classe affine

Dans un contexte plus général, l'étude des structures bilinéaires temps-fréquence et temps-échelle vérifiant la contrainte énergétique a permis de constituer deux grandes classes de distribution énergétique du signal. La *classe de Cohen* (ou temps-fréquence) rassemble les distributions énergétiques bilinéaires covariantes par translation en temps et en fréquence (distributions bilinéaires temps-fréquence). La *classe affine* ou temps-échelle, quant à elle, définit l'ensemble des distributions énergétiques bilinéaires covariantes par translation en temps et dilatation en fréquence ou des distributions bilinéaires temps-échelle.

Les classes de Cohen ou affine sont obtenues par convolution d'une fonction ou d'un noyau avec la distribution de Wigner-Ville faisant ainsi apparaître des structures corrélatives ou de pondération de la distribution de Wigner-Ville. La convolution est double pour la classe de Cohen et affine pour la classe affine. Les éléments de ces classes apparaissent alors comme des versions lissées de la distribution de Wigner-Ville. Le spectrogramme et le scalogramme représentent des cas particuliers de ces classes. Le spectrogramme est obtenu en prenant la distribution de Wigner-Ville de la fenêtre d'analyse comme noyau et le scalogramme en utilisant la distribution de Wigner-Ville de l'ondelette analysante [Flandrin et al., 1989, 1993 ; Rioul and Vetterly, 1991 ; Gonçalves, 1993 ; Cohen, 1994]. Dans le cas du spectrogramme et du scalogramme, les termes croisés d'interférence de la distribution de Wigner-Ville sont supprimés par le biais du noyau qui définit le terme de lissage.

Cette généralisation des distributions énergétiques bilinéaires et par la même occasion de leurs propriétés montre qu'il est possible de passer progressivement aux différentes représentations par l'intermédiaire du noyau (fig. I.2). On peut de ce fait sélectionner l'outil d'analyse approprié au signal étudié ou disposer d'un ensemble de représentations aux propriétés complémentaires.

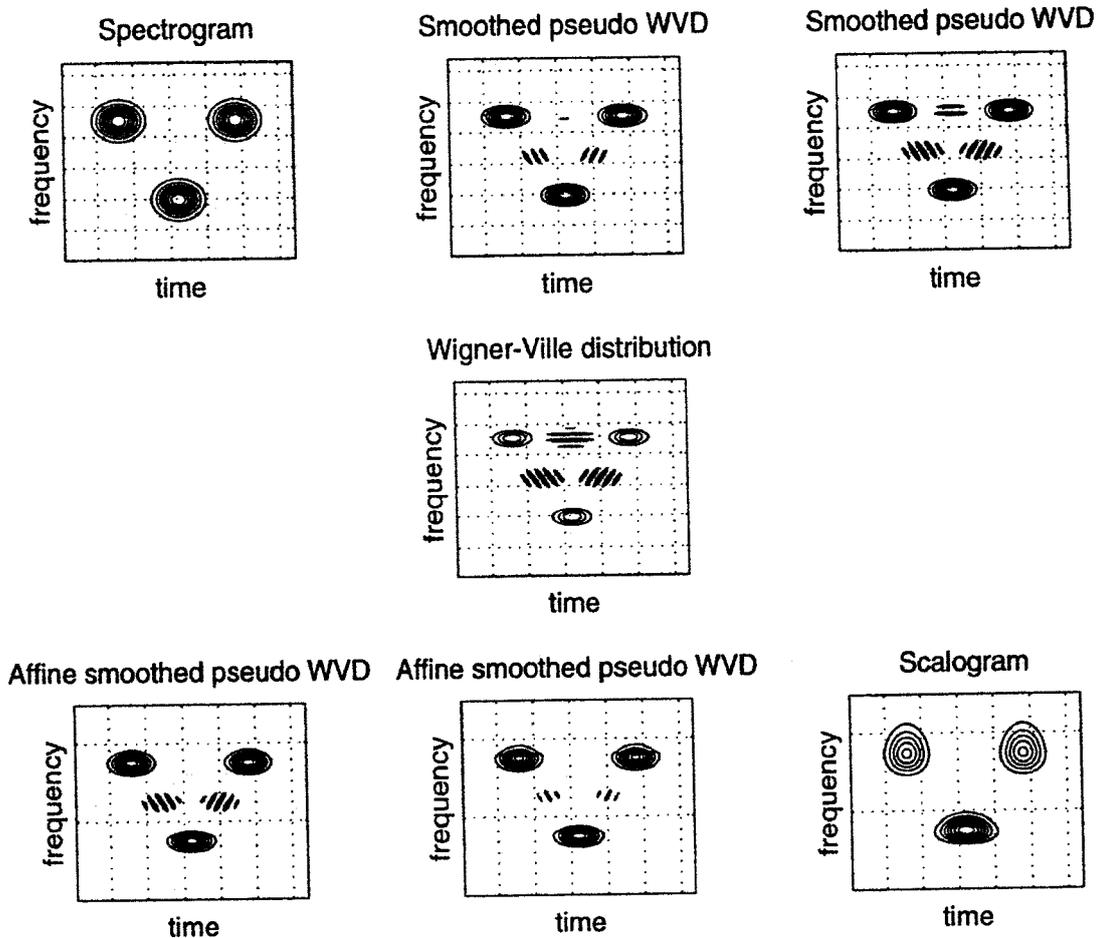


Figure I.2 : Du spectrogramme au scalogramme (CWT) via la distribution de Wigner-Ville. Dans la distribution de Wigner-Ville, des phénomènes d'interférence sont localisés entre les 3 atomes gaussiens [Auger et al., 1997].

I.2 Les ondes atmosphériques : ondes de gravité

I.2.1 Généralités

La circulation atmosphérique et océanique est caractérisée par la présence de structures ondulatoires de natures variées. Ces perturbations apparaissent lorsque le fluide géophysique est en présence de forçages mécaniques par la présence d'obstacles (un relief...), thermique (la convection...) ou dynamique (cisaillement de vent...). Par ailleurs, elles mettent en jeu des forces de rappel liées à la stratification ou à la rotation de la Terre afin de rétablir l'équilibre de la particule d'air. Ces perturbations se manifestent physiquement par la présence de structures organisées de nuages (à l'arrière d'un relief, au niveau des systèmes frontaux), de turbulence localisée et des oscillations régulières des composantes du champ de vent, de pression, de température... De manière plus générale, on parle d'*onde* ou d'*oscillation* lorsqu'il y a transmission verticale ou horizontale d'une caractéristique identifiable du milieu perturbé. On distingue différents types d'ondes atmosphériques selon leurs propriétés physiques ou géométriques (ondes de gravité, ondes inertielles, ondes de Rossby...), les mécanismes d'excitation (ondes "forcées" ou "libres"), leurs propagations horizontales ou verticales (ondes piégées ou évanescents, ondes de propagation verticale ou horizontale, ondes stationnaires ou non stationnaires, ondes barotropes ou baroclines ...) [Andrews et al., 1987]...

Les ondes de propagation verticale peuvent se mouvoir loin de leurs sources, localisées majoritairement en basse atmosphère, et interagir avec le milieu (fig. I.3). Au cours de leur propagation vers les hautes altitudes, les phénomènes de dissipation modifient la structure de l'atmosphère (les températures, les vents, les distributions des constituants...).

I.2.2 Ondes de propagation verticale en région tropicale

L'atmosphère tropicale est caractérisée par une génération active de perturbations atmosphériques, due à un ensoleillement important, responsable d'une production variée de structures ondulatoires. La gamme de fréquence des modes de propagation verticale se trouve par ailleurs plus importante dans la région équatoriale en raison de la diminution de la fréquence inertielle.

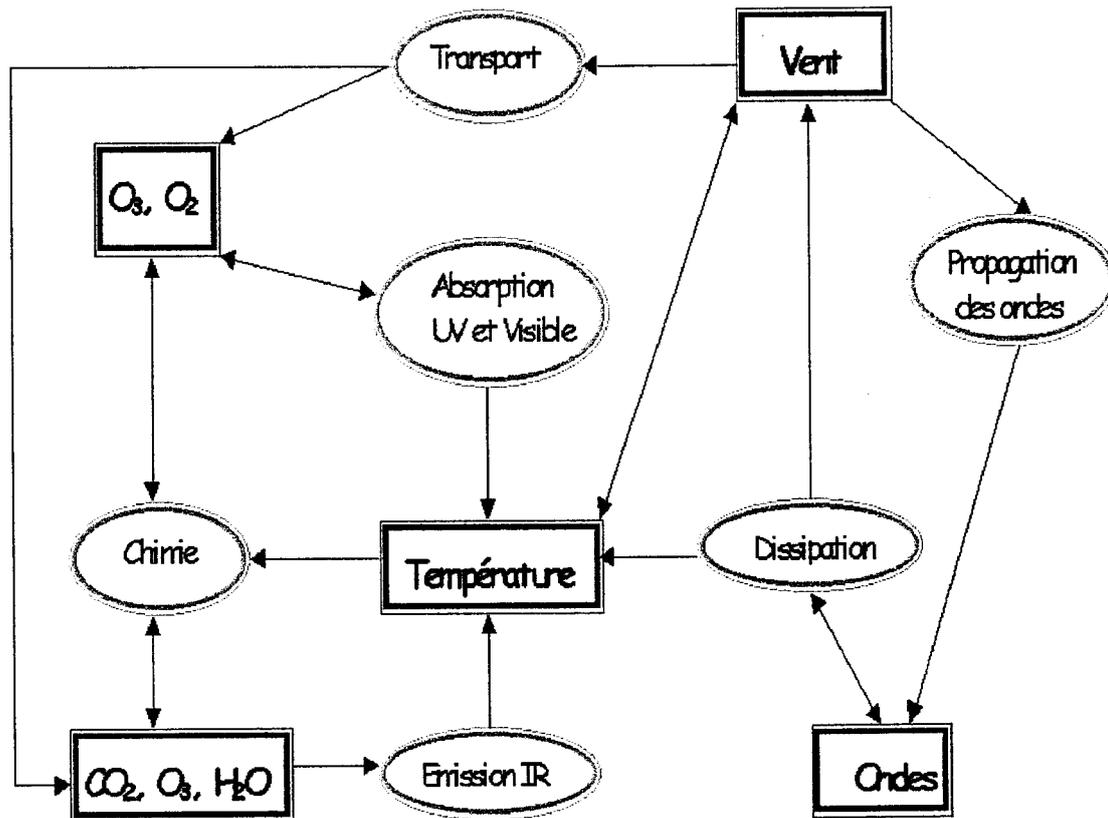


Figure I.3 : Schéma simplifié du rôle des ondes dans la circulation générale, adapté à partir de Keckhut [1991, 1998].

I.2.2.1 Ondes de marées atmosphériques

Les ondes de marées atmosphériques de périodes sous-multiples de 24 h sont excitées dans la stratosphère et la troposphère. Elles résultent des variations diurnes du chauffage associées à l'absorption du rayonnement UV solaire par les constituants : l'ozone au niveau de la stratopause et la vapeur d'eau dans la troposphère. La composante diurne de longueur d'onde verticale moyenne de 28 km est excitée efficacement par la vapeur d'eau troposphérique et peut se propager verticalement entre $\pm 30^\circ$ de latitude. La composante semi-diurne est excitée principalement par l'ozone stratosphérique et possède des longueurs d'onde verticales supérieures à 100 km [Andrew et al., 1987 ; Jivrajani et al., 1997]. Les observations montrent que de telles ondes sont présentes dans la haute atmosphère [Killeen and Jhonsson, 1995 ; Isler and Fritts, 1996].

I.2.2.2 Ondes de Rossby

Les ondes de Rossby dites *ondes planétaires* modulent la circulation générale d'ouest des moyennes latitudes. Les ondes de Rossby sont issues de l'effet β , en d'autres termes à la variation avec la latitude de la force de Coriolis qui est directement associée à la rotation de la Terre. Elles sont caractérisées par de grandes extensions horizontales, des périodes de quelques jours et des longueurs verticales supérieures à 10 km. Elles se déplacent vers l'ouest et par conséquent ne peuvent se propager verticalement au-delà de la stratosphère que pendant l'hiver dans un flux d'ouest d'intensité modérée. Le déferlement des ondes de Rossby est à l'origine des perturbations du vortex polaire et des réchauffements soudains stratosphériques accompagnés souvent d'un renversement du vent zonal aux moyennes et hautes latitudes dans l'hémisphère nord [Hauchecorne, 1983]. On observe des modes de périodes respectives 16 et 12 jours dans la stratosphère d'hiver aux latitudes moyennes et des modes de périodes 2 et 5 jours dans la mésosphère d'hiver et d'été.

I.2.2.3 Ondes de gravité

Les ondes de gravité ou de flottabilité résultent de la combinaison des forces de rappel de flottabilité liées à la stratification verticale de l'atmosphère et à la force de pesanteur. Elles sont issues de sources variées et possèdent différentes échelles temporelles et spatiales. Les observations révèlent la présence d'ondes de gravité de longueurs d'onde horizontales comprises entre 5 et 500 km, de longueurs d'onde verticales de 0,1 à 50 km, des périodes de 5 mn à 1 jour et des vitesses de phase horizontales pouvant atteindre 80 m/s. En dessous de 60 km d'altitude, on rencontre habituellement des ondes de gravité de petites échelles de longueurs d'onde verticales inférieures à 10 km qui croissent aux altitudes supérieures. Les ondes de gravité ont par ailleurs des vitesses de groupe verticales qui augmentent avec l'éloignement de l'équateur contrairement aux ondes planétaires dont les vitesses verticales de groupe décroissent [Gill, 1982].

Parmi les ondes de gravité, on distingue les ondes d'inertie-gravité et les ondes de gravité internes du spectre continu. Les ondes d'inertie-gravité font intervenir la force de Coriolis. Elles sont caractérisées par des périodes proches de la période inertielle locale ($2\pi f^{-1}$), de longueurs d'onde verticales typiques de 1 à 3 km dans la basse stratosphère à 10 km dans la mésosphère, et de longueurs d'onde horizontales entre 100 et 1000 km. Les ondes de gravité

internes sont des structures de hautes fréquences de faibles rapports d'échelle horizontale et verticale. Elles sont peu affectées par la rotation. Une équi-répartition s'instaure entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle contrairement aux ondes de basses fréquences pour lesquelles l'énergie est essentiellement cinétique (propagation horizontale). De plus, le transfert vertical d'énergie vers les couches supérieures se manifeste pour une vitesse de phase verticale négative de l'onde [Hines, 1960 ; Gill, 1982].

Le déferlement des ondes de gravité est à l'origine des fortes turbulences au-dessus des régions montagneuses. Dans la stratosphère et la mésosphère, elles peuvent par exemple influencer la microphysique des nuages stratosphériques et mésosphériques polaires...

1.2.2.4 Ondes équatoriales : ondes de Kelvin et ondes Rossby-gravité

Les ondes équatoriales sont des ondes de type planétaire confinées dans la région équatoriale, région dans laquelle elles se propagent horizontalement et verticalement dans la moyenne atmosphère. Le réchauffement associé aux systèmes convectifs semblent être la source primaire de ces ondes.

On distingue deux types d'ondes :

- les ondes de Kelvin qui se propagent vers l'est,
- les ondes Rossby-gravité ou ondes mixtes planétaire-gravité qui se propagent vers l'ouest.

On observe principalement dans la stratosphère équatoriale des ondes de Kelvin de longueurs d'onde verticales comprises entre 6 et 10 km, de nombres d'onde zonaux 1 et 2 et de périodes comprises entre 10 et 20 jours et des ondes Rossby-gravité de longueurs d'onde verticales comprises entre 4 et 8 km, de nombre d'onde zonal 4 et de périodes comprises entre 4 et 5 jours [Gill, 1982 ; Andrews et al., 1987]. Un mode de périodes plus longues comprises entre 30 et 60 jours de nombre d'onde zonal 1 ("Madden-Julian Oscillation"), ayant des caractéristiques similaires aux ondes de Kelvin, en relation avec l'activité de la mousson, a été observé également dans la basse atmosphère.

Observations en région tropicale :

Citons quelques observations récentes d'ondes équatoriales en bordure de la région tropicale. Il s'agit de deux types d'ondes : Rossby et équatoriales.

Dhaka et al. [1993] ont observé un mode de Rossby de période 18 jours entre 30 et 60 km d'altitude dans la moyenne atmosphère dont la source se situerait dans la région tropicale entre 20° et 35° de latitude voire dans la région extra-tropicale. A partir des mesures Lidar, *Bencherif* [1996] a mis en évidence la présence des ondes de Kelvin de type barocline de longueurs d'onde verticales comprises entre 10 et 20 km dans la moyenne stratosphère et des ondes de Rossby de type barotrope dans la haute stratosphère et dans la mésosphère au-dessus de l'île de la Réunion. Par ailleurs, les deux types d'ondes : équatoriales et extra-tropicales peuvent être observés à la latitude de la Réunion. *Golberg et al.* [1997] et *Fritts et al.* [1997] présentent également des observations d'ondes en région tropicale au-dessus de Hawaii située à 21° Nord de latitude.

I.2.3 Oscillations tropicales saisonnières et inter-annuelles

On peut identifier cinq forçages distincts intervenant dans les variations de la structure thermique dans la basse et moyenne atmosphère aux basses latitudes en région équatoriale et tropicale [*Reid*, 1994] :

- le mécanisme associé à la variation saisonnière,
- l'oscillation quasi-biennale (QBO),
- l'oscillation semi-annuelle (SAO),
- l'oscillation australe El Nino (ENSO),
- le forçage radiatif incluant le chauffage par les aérosols volcaniques.

I.2.3.1 L'oscillation quasi-biennale

La QBO se caractérise par l'alternance de régimes de vents zonaux d'est et d'ouest entre 15 et 30 km d'altitude, d'intensités maximales comprises entre 20 et 30 m/s de périodicité moyenne de 27 mois. La progression vers le bas de ces différents régimes est de l'ordre de 1 km par mois. On observe par ailleurs une progression plus régulière et plus rapide de la phase

d'ouest. La distribution de la QBO est symétrique de type gaussien suivant la latitude. Son intensité est réduite de moitié à $\pm 12^\circ$ de latitude [Andrews et al., 1987]. L'évolution de la QBO de 1953 à 1996 est présentée par Marquardt and Naujokat [1997].

De plus, l'observation de modulations associées à la QBO dans les ondes de marées, l'occurrence des cyclones et les variations de la température de surface de la mer suggèrent un rôle important de la QBO dans le couplage entre la stratosphère et la troposphère.

I.2.3.2 L'oscillation semi-annuelle

La SAO est constituée de deux oscillations de vent zonal en opposition de phase dont un maximum est localisé au niveau de la stratopause (SSAO) et un autre à la mésopause (MSAO). Le minimum de vent se situe vers 65 km d'altitude [Andrews et al., 1987]. La SAO fait apparaître une variation saisonnière prononcée avec un premier cycle de phase d'est et d'ouest de janvier à avril et un second cycle plus intense de juillet à octobre dans l'hémisphère sud. On observe une asymétrie saisonnière de la phase d'est des régions hémisphériques qui s'expliquerait par la différence hémisphérique des forçages exercés par les ondes planétaires extra-tropicales qui sont effectivement plus intenses durant l'hiver boréal [Garcia et al., 1997]. L'amplitude de cette oscillation est réduite de moitié vers $\pm 25^\circ$ de latitude. La phase d'ouest de l'oscillation progresse de la mésosphère à la stratosphère.

Mécanisme théorique :

L'absorption d'ondes équatoriales, de vitesses de phase horizontales d'est et d'ouest au cours de leur propagation verticale, par le flux moyen, permet d'expliquer la formation et l'évolution temporelle de la QBO et de la SAO. Le mécanisme théorique suggéré de l'évolution du flux moyen de la QBO est schématisé sur la figure I.4 [Geller, 1993]. En considérant par exemple le cas de la zone de cisaillement séparant les régimes de vent moyen d'ouest et d'est, dans la partie inférieure et supérieure respectivement, la progression de cette zone vers le bas résulte de l'absorption des ondes de vitesses de phase horizontale d'ouest par le flux d'ouest au niveau inférieur et de l'absorption des ondes de vitesses de phase horizontale d'est au niveau supérieur du cisaillement (fig. I.4 a). Lorsque la zone de cisaillement atteint la région inférieure, la disparition du flux d'ouest permet la propagation

des ondes de vitesses de phase horizontale d'ouest à travers le flux d'est (fig. I.4 b). Leur dissipation dans la partie supérieure fait apparaître progressivement une accélération d'ouest à l'origine de l'apparition du flux de régime d'ouest (fig. I.4 c). Un tel processus est également suggéré pour la formation de la SAO. En particulier, la relation d'opposition de phase entre les oscillations, stratosphérique et mésosphérique, est en accord avec l'hypothèse d'un rôle important des ondes de gravité. En effet, le vent moyen de la haute stratosphère agit comme un filtre, sur le spectre continu des ondes de gravité de vitesses de phase d'est et d'ouest, qui dépend du flux moyen stratosphérique.

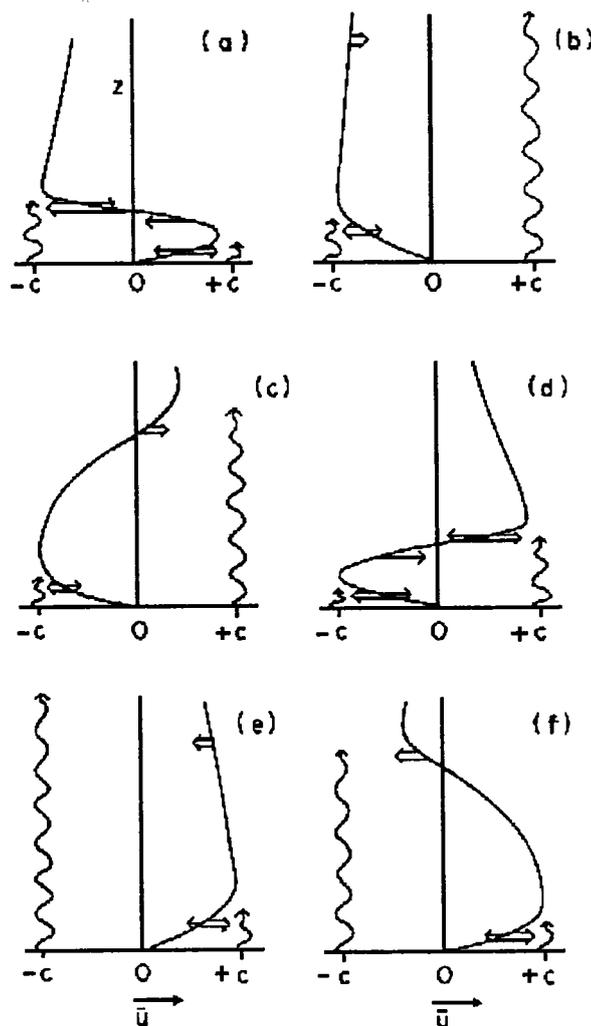


Figure I.4 : Représentation schématique du mécanisme associé à l'évolution de la QBO - Progressions verticales des ondes d'est et d'ouest (flèches ondulées), accélérations du flux moyen induites par l'absorption des ondes (flèches horizontales doubles) et par la viscosité (flèches horizontales simples) [Andrews et al., 1987].

I.2.3.3 L'oscillation australe El Nino

L'oscillation australe El Nino ou ENSO, de période 3 à 5 ans, correspond à un phénomène de couplage océan-atmosphère associé au phénomène El Nino caractérisé par un réchauffement anormal de la température de la surface de la mer (SST) au large du Pérou. Les phénomènes El Nino (durée 12-18 mois) et La Nina sont respectivement les phases chaudes et froides du cycle ENSO * [Trenberth and Hoar, 1996]. L'anomalie de température modifie la circulation de Walker de la région du Pacifique et la distribution des pluies. Les transferts de chaleur sensible et latente liés à la convection conduisent à un réchauffement de la troposphère tropicale et à un refroidissement de la basse stratosphère. L'ENSO est par ailleurs accompagnée d'une augmentation de l'intensité du jet [Gill, 1982 ; Reid, 1994].

I.2.4 Ondes de gravité : description et théories

I.2.4.1 Sources

Les sources des ondes de gravité se trouvent majoritairement localisées dans la basse atmosphère et plus particulièrement dans la troposphère qui est sous l'influence directe de la topographie. En effet, les observations révèlent des flux verticaux d'énergie et de quantités de mouvement importants dans la troposphère en région tropicale par rapport aux flux observés dans la stratosphère [Vincent, 1990].

Les observations révèlent que les principales sources troposphériques comprennent [Gossard and Hooke, 1975 ; Gonzalez, 1994 ; Hirota, 1997] :

- l'orographie [Worthington and Thomas, 1997],
- les perturbations synoptiques et les activités convectives (cyclones, fronts ...) [Fritts and Nastrom, 1992 ; Pfister et al., 1993],
- l'ajustement géostrophique au voisinage du courant Jet [Fritts and Luo, 1992],
- le cisaillement de vent [Tsuda et al., 1994b].

* <http://www.pmel.noaa.gov/toga-tao/el-nino/>

Ces différentes sources produisent majoritairement des structures d'ondes de gravité de hautes fréquences à l'exception de l'ajustement géostrophique qui serait une source majeure de structures de basses fréquences de type inertiel. L'orographie est par ailleurs source d'ondes stationnaires (vitesse de phase horizontale nulle).

Les ondes de gravité sont également produites par d'autres processus tels que la turbulence (couche limite diurne et nocturne...) et les interactions non-linéaires ondes-ondes et ondes-écoulement...

Dans l'hémisphère nord, les observations montrent une activité importante des ondes de gravité générées par l'orographie en raison de l'importance de la distribution de la masse continentale. A l'opposé dans l'hémisphère sud, l'orographie devient une source mineure face à la convection en particule en région tropicale [Vincent, 1990].

Dans la haute atmosphère, les sources d'ondes de gravité sont encore mal connues. Néanmoins on pense que les sources dominantes incluent :

- les interactions ondes-ondes et ondes-écoulement par le biais d'instabilités convectives ou dynamiques (phénomènes de saturation, de dissipation et de turbulence associée...) [Fritts, 1990],
- les variations de l'activité du chauffage atmosphérique (activité solaire et photochimique...),
- la pénétration de météorites dans l'atmosphère ou la manifestation de courant électrique auroral.

I.2.4.2 Propagation et processus de dissipation : théorie linéaire

- Le déferlement

La décroissance exponentielle de la densité atmosphérique est responsable de l'augmentation de l'amplitude des structures ondulatoires qui se propagent verticalement (fig. I.5). Cette croissance répond à la loi de conservation d'énergie jusqu'à que celle-ci atteigne une amplitude seuil de saturation où l'onde déferle et dissipe de l'énergie. Ainsi, les ondes de faibles amplitudes peuvent atteindre des altitudes importantes contrairement aux ondes de fortes amplitudes [Andrews et al., 1987]. Le lieu de déferlement se trouve localisé par ailleurs

à de plus hautes altitudes lorsque l'onde est affectée par d'autres phénomènes de dissipation (réflexion, viscosité moléculaire, dissipation radiative, interactions ondes-ondes...) au cours de sa propagation verticale.

La saturation des ondes de gravité induit deux effets importants dans la moyenne atmosphère : d'une part la divergence du flux verticale de quantité de mouvement horizontal accompagnée d'une accélération de l'écoulement vers la vitesse de phase horizontale des ondes saturées par le biais de phénomènes de dissipation et d'autre part la diffusion verticale et horizontale de la chaleur et des constituants atmosphériques par la turbulence induite résultante des instabilités convectives et dynamiques [Fritts, 1984, 1990 ; Gavrilov *et al.*, 1994]. Lindzen [1981] a paramétrisé le terme de dissipation turbulente par un coefficient dit *coefficient de diffusion turbulente* D .

- *Instabilités convectives et dynamiques*

Deux mécanismes issus de la théorie linéaire, à l'origine des phénomènes de saturation, ont eu beaucoup de succès [Lindzen, 1981] :

- les instabilités convectives lorsque le gradient de température potentielle devient négatif,
- les instabilités dynamiques ou de Kelvin Helmholtz lorsque le nombre de Richardson Ri est inférieure à 0,25 (condition nécessaire mais non suffisante) [Gossard and Hooke, 1975].

Les ondes de hautes fréquences produisent des instabilités convectives et dynamiques contrairement aux ondes de basses fréquences pour lesquelles les instabilités dynamiques sont les processus de saturation dominants. Les instabilités dynamiques conduisent à une dissipation efficace de l'énergie de l'onde par la formation de fortes turbulences résultant d'une cascade d'énergie aux petites échelles.

- *Niveaux critiques*

A partir des équations linéarisées des perturbations, la théorie linéaire des ondes de gravité [Gill, 1982 ; Wilson, 1989] montre que la propagation verticale exprimée par le nombre d'onde vertical m de la relation de dispersion n'est plus possible lorsque l'intensité du flux moyen est égale à la vitesse de phase (fig. I.6) soit encore pour une fréquence intrinsèque

nulle ($\omega_i=0$) [Lindzen, 1981]. D'autres *niveaux critiques* appelés *niveaux critiques de Jones* interdisent la propagation verticale pour les fréquences $\omega_i = \pm f$ [Jones, 1967].

Ainsi le flux moyen agit comme un filtre sélectif sur les ondes de propagation verticale laissant passer préférentiellement vers les couches supérieures les ondes de vitesses de phase horizontales de directions opposées ou perpendiculaires au flux moyen traversé [Lindzen, 1985 ; Wilson et al., 1991 ; Kuo and Lue, 1994 ; Whiteway and Duck, 1996].

Par conséquent, le flux moyen contrôle la propagation verticale de l'onde faisant intervenir des phénomènes de réflexion, de réfraction et d'absorption totales ou partielles. En effet, lorsque le nombre d'onde verticale décroît (augmentation de la valeur de $c_h - u_h$ ou décroissance de la stabilité statique), la longueur d'onde verticale augmente et l'onde est particulièrement sensible aux phénomènes de réflexion (fig. I.7 a, b et c) et inversement la diminution de la longueur d'onde verticale favorise la propagation verticale de l'onde (équation 14.40.2 [Salby, 1995]). Au voisinage d'un niveau critique, la longueur d'onde verticale tend vers zéro et l'onde est absorbée (fig. I.7 e, f et g). En réalité, les situations sont plus complexes et ces différents processus peuvent être combinées. Par exemple, l'onde qui aborde un niveau critique tangentiellement est susceptible de se réfléchir. De plus, les phénomènes de réflexion tendent à amplifier l'intensité de la structure ondulatoire dans les couches inférieures.

I.2.4.3 Théories des spectres

Les théories actuelles linéaires et non-linéaires (interaction ondes-ondes), permettant d'expliquer et de modéliser les spectres du champ d'ondes de gravité observés, incluent les mécanismes :

- de saturation linéaire (instabilités convectives et dynamiques) [Smith et al., 1987],
- de saturation par cascade d'énergie aux petites échelles [Dewan, 1994],
- par décalage Doppler des modes verticaux [Hines, 1991],
- d'atténuation et de filtrage des ondes par les phénomènes de diffusion (viscosité moléculaire, conduction thermique...) [Weinstock, 1990 ; Gardner, 1994].

- *Universalité des spectres de puissance spectrale*

L'observation des spectres de densité spectrale des fluctuations atmosphériques associées aux déplacements des ondes de gravité fait apparaître des caractéristiques identiques au niveau de la forme et des intensités pour les hautes fréquences indépendamment de la saison, du lieu et des conditions de génération et météorologiques...

Cette universalité des spectres a été décrite par *Garret and Munk* [1975] concernant le champ d'ondes de gravité dans le domaine océanique et le modèle a été adapté par *VanZandt* [1982] dans le domaine atmosphérique. Les indices de puissance du spectre de fréquence et du nombre d'onde vertical (coefficients de régression linéaire) sont respectivement $-5/3$ et -3 pour la région saturée. Les théories spectrales énumérées ci-dessus permettent d'expliquer cette universalité.

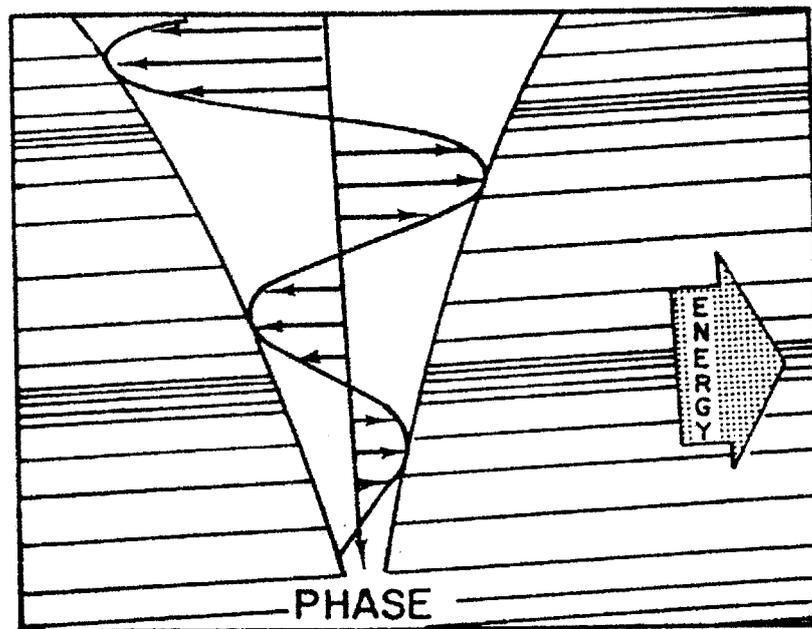


Figure I.5 : Représentation verticale simplifiée d'une onde de gravité interne atmosphérique. Les vecteurs vitesse instantanée ainsi que l'enveloppe d'allure exponentielle sont représentés. Les droites parallèles (surfaces à phase constante) sont associées à une progression de phase vers le bas ou encore une progression de l'énergie ondulatoire vers le haut [*Hines*, 1960].

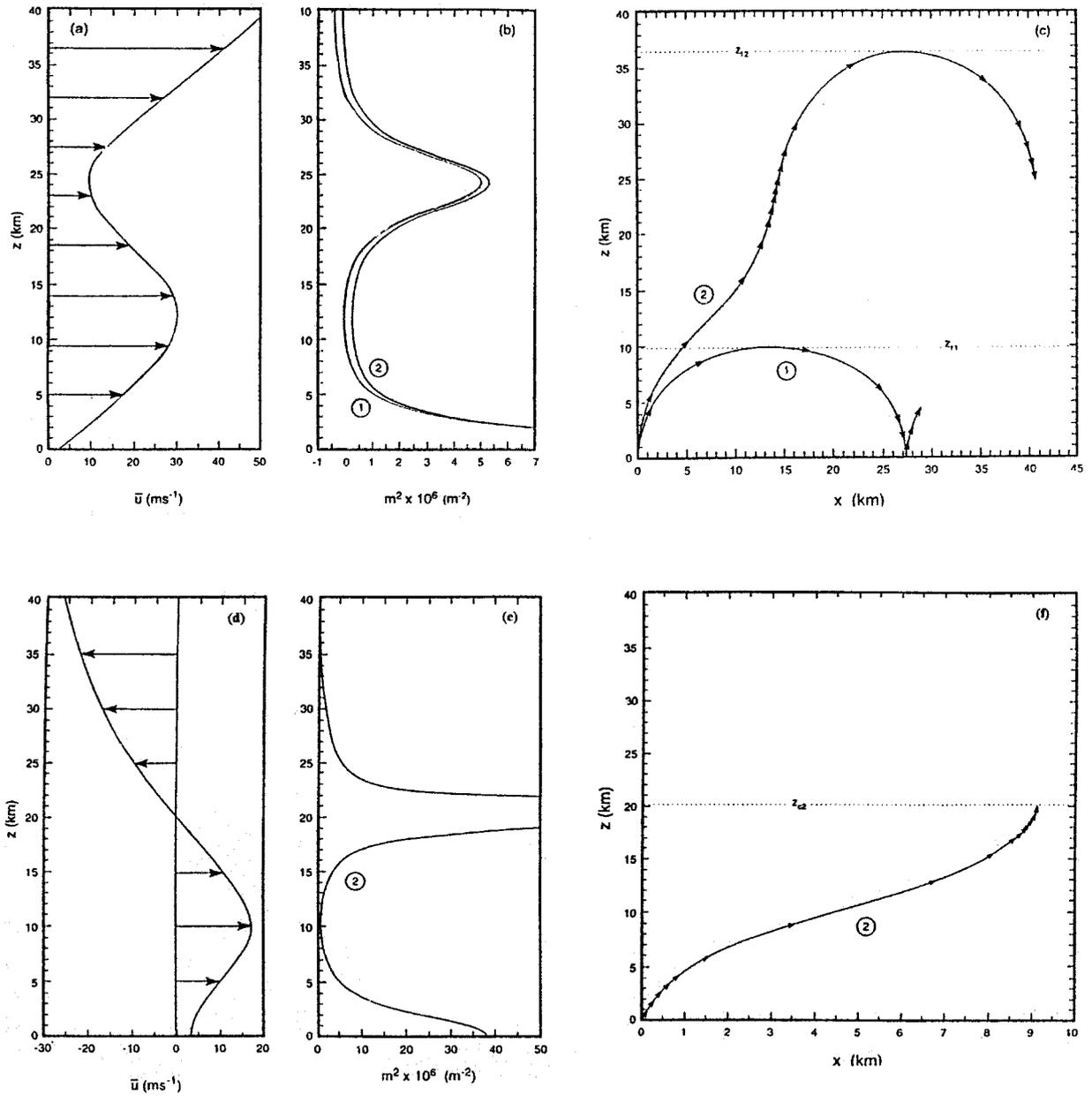


Figure I.7 : Rétro-trajectoires des ondes dans la troposphère et la stratosphère en région extra-tropicale (a) Vent zonal moyen caractéristique durant l'hiver. (b) Indice de réfraction au carré associé au vent zonal moyen et à une stabilité statique uniforme. (c) Déplacement le long d'un rayon de vitesse de groupe c_g par la méthode de rétro-trajectoires pour 2 ondes stationnaires de sources localisées à $(x,z)=(0, 0)$. L'onde 1 (λ_h court) est réfléchié dans la troposphère au point z_{t1} ("turning level") tandis que l'onde 2 (λ_h grand) est réfléchié au sommet de la haute stratosphère. (d) et (e) correspondent à (a) et (b) pour la période d'été et pour l'onde 2. (f) L'onde est absorbée ($m^2 \rightarrow \infty$) au niveau critique z_{c2} dans la stratosphère, lieu où la vitesse de phase intrinsèque (vitesse de phase horizontale par rapport à l'écoulement : $c_x - u_{moy}$) est nulle [Salby, 1995].

I.2.4.4 Variations saisonnières et circulation induite

L'étude climatologique de l'activité des ondes de gravité en basse atmosphère (troposphère et stratosphère) réalisée par *Allen and Vincent* [1995], à partir de radiosondages au-dessus du territoire australien pour la période 1991-1992 et les régions comprises entre 12°S-68°S et 78°E-159°E, confirme la présence une tendance saisonnière de l'activité de l'énergie des ondes de gravité dans la basse stratosphère :

- une variation annuelle aux basses latitudes (10°S à 20°S) de maximum situé durant la période de mousson (décembre-février),
- une variation annuelle aux moyennes latitudes (30°S à 40°S) de maximum situé en hiver en période de fronts froids,
- un régime transitoire semi-annuel pour la région intermédiaire (20°S à 30°S).

La contamination des fluctuations associées aux ondes de gravité par la convection et les inversions de température expliquerait les différences dans les variations saisonnières de densité d'énergie entre la troposphère et la stratosphère (fig. I.8 a et b).

Cette étude peut être complétée par celle de *Hirota* [1984] réalisée à partir de sondages fusées entre les latitudes comprises entre l'équateur et 77°N sur une période de 4 ans entre 20 et 65 km d'altitude. Cette dernière montre un cycle annuel aux hautes latitudes avec un maximum en hiver et une composante semi-annuelle dont les maxima apparaissent pendant les périodes d'équinoxes aux basses latitudes (fig. I.9 a et b). Par ailleurs, on observe des maxima de fluctuations moyennes de température et de vent vers 25° de latitude (non montrés) coïncidant avec le maximum de vent zonal situé à 45° de latitude. Ceci traduit une transmission sélective des ondes de gravité par le jet d'ouest.

Les observations et les modélisations sont en accord avec la présence de circulations induites par les ondes de gravité non stationnaires dans la stratosphère et la mésosphère illustrées schématiquement par la figure I.10. Dans la stratosphère, une circulation induite par les ondes de gravité d'orientation similaire à la circulation d'été est observée. La stratosphère d'hiver, quant à elle, est sous l'influence des ondes de gravité stationnaires et des ondes planétaires. Dans la mésosphère, la circulation induite est orientée suivant la circulation méridienne moyenne.

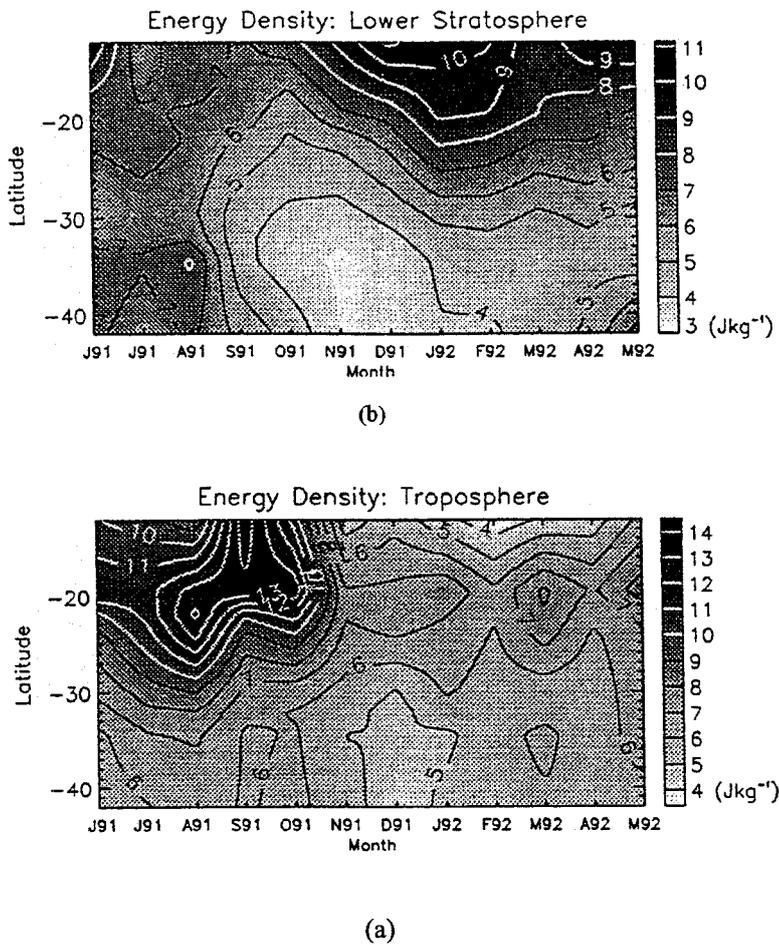


Figure 1.8 : Densité d'énergie totale (E_c+E_p) du champ d'ondes de gravité au-dessus du continent australien en fonction de la saison et de la latitude (hémisphère sud) dans la troposphère (a) et la basse stratosphère (b) [Allen and Vincent, 1995].

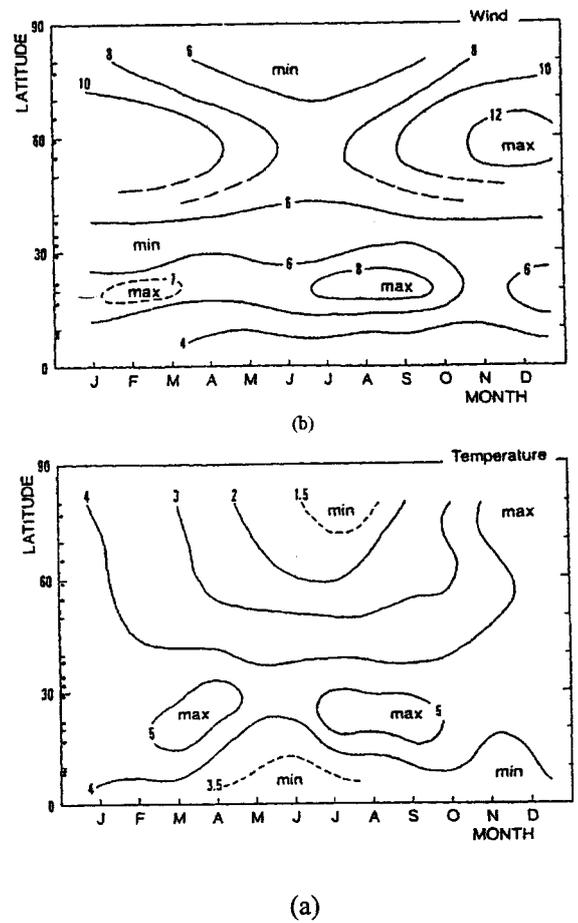


Figure 1.9 : Ecart quadratique moyen dans la moyenne atmosphère des fluctuations de température (a) et de vent (b) en fonction de la saison et de la latitude (hémisphère nord) entre 20-60 km d'altitude. Les stations de sondages fusées sont représentées par des points sur l'axe des latitudes [Hirota, 1984].

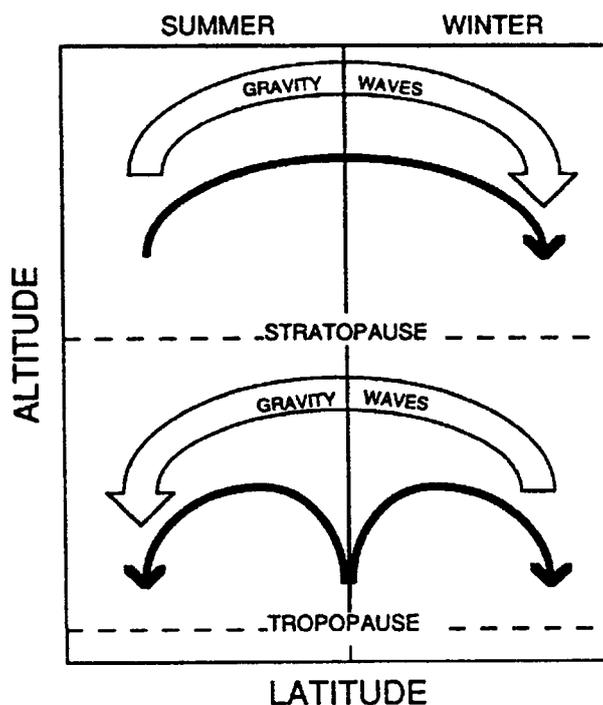


Figure I.10 : Circulation induite par les ondes de gravité non-stationnaires par rapport à la circulation méridienne moyenne dans la stratosphère et dans la mésosphère [Alexander, 1997].

I.3 Ondes de gravité et ondelettes

A partir des sous-parties précédentes, des éléments de réponse justifiant le choix des outils à base d'ondelettes pour l'étude des ondes de gravité se sont dégagés du concept de la méthode d'analyse et des propriétés du champ d'ondes de gravité.

Néanmoins, il nous semble indispensable de rappeler et de préciser certains points qui méritent notre attention. De plus, l'hypothèse de l'existence de modes dominants ou quasi-monochromatiques (localement monochromatiques) dans le spectre continu est à la base de nombreuses théories d'étude du champ d'ondes de gravité qui par ailleurs semble être en accord avec les observations.

I.3.1 Une méthode d'analyse adaptée

L'étude du champ d'ondes de gravité par les techniques en ondelettes a pour objectif principal de pallier certaines limites de l'analyse de Fourier auxquelles nous faisons face actuellement dans ce genre d'étude. Par exemple, il devient presque impossible de faire un choix véritable entre les différentes théories concurrentes qui traduisent par le biais de paramétrisation le comportement du champ d'ondes de gravité dans les modèles de circulations générales [Eckermann, 1996b]. Ceci provient du fait de la présence d'un "spectre universel" qu'on attribue aux phénomènes de saturation et auquel ces diverses théories répondent.

L'analyse en ondelettes est une méthode adaptée à l'étude des ondes de gravité en fournissant :

- une visualisation globale, complète et détaillée des processus du champ d'ondes de gravité,
- une localisation spatio-temporelle des structures. En effet, les fluctuations de température ou de vents associées aux déplacements des ondes de gravité sont des signaux non-stationnaires tant dans le domaine spatial (sources multiples de localisation variable, phénomènes associés à la propagation ondulatoire) que dans le domaine temporel (intermittence de l'activité des sources et du milieu).
- une étude continue de l'évolution de l'énergie et du spectre avec l'altitude grâce à la propriété de conservation d'énergie et des analyses continues ou itératives des techniques en ondelettes. En effet, les phénomènes inhérents à la propagation des ondes dans un milieu modifient de manière continue le spectre et par conséquent l'énergie qu'elle transporte.
- une décomposition appropriée dans le domaine fréquentiel des structures d'ondes de gravité présentes au sein d'un même signal de nature multi-composante et multi-échelle. Celle-ci est possible grâce à un ajustement au cours de l'analyse du compromis entre la résolution spatiale (temporelle) et fréquentielle.
- une décomposition linéaire ; en d'autres termes le plan temps-échelle est pavé d'atomes monochromatiques. La théorie linéaire des ondes de gravité considère que le champ d'ondes de gravité est constitué d'une superposition de structures monochromatiques. L'analyse en ondelettes peut donc être appliquée aux équations linéarisées de Navier Stokes des perturbations.

- une étude de la turbulence à travers la cascade d'énergie et les interactions non-linéaires entre différentes structures...

I.3.2 Hypothèse : modes quasi-monochromatiques

L'hypothèse des modes dominants ou quasi-monochromatiques repose sur les mécanismes de génération et de filtrage des ondes :

- près des sources dans la basse atmosphère en supposant l'existence de sources qui émettent des paquets d'ondes (trains d'ondes) à caractère monochromatique ou du moins qui produisent des modes dominants en intensité.
- loin des sources dans la moyenne atmosphère car malgré les effets de dispersion que subissent les différents modes au cours de la propagation, les ondes deviennent plus pures en ce sens que leurs contributions deviennent plus importantes à cause d'une part la diminution de la densité avec l'altitude et d'autre part le filtrage sélectif qu'opère le milieu [Gill, 1982].

La théorie linéaire de saturation repose sur cette hypothèse et explique la dépendance en $1/m^3$ des spectres observés. *Dewan and Good* [1986] montre que la condition suivante sur la largeur de bande spectrale $\Delta m \propto m$ permet en effet l'obtention des spectres observés.

Bien que cette hypothèse paraisse critiquable de part la contribution certaine des processus non-linéaires liés à la propagation (interactions non-linéaires en modes, phénomènes de turbulence...), la modélisation qui en résulte et les observations montrent que celle-ci est loin d'être totalement aberrante. En effet, les observations révèlent l'existence de modes dominants de type quasi-monochromatique apparaissant au niveau de la distribution horizontale des nuages (bandes de nuages distinctes à l'arrière des montagnes), des passages d'un front dans la basse atmosphère (fig. I.11), des déplacements des météorites dans l'ionosphère [Hines, 1960], de la réflectance des traceurs dynamiques (Na, OH, OI, O₂...) dans la haute mésosphère et la basse thermosphère [Taylor et al., 1997 ; Isler et al., 1997] et de la formation de nuages nacrés (nuages polaires stratosphériques) aux hautes latitudes...

SEVERE HAILSTORM DEVELOPMENT ALONG A GRAVITY WAVE

14 Mar 97 1932 UTC

Enhanced GOES-8 Visible Image

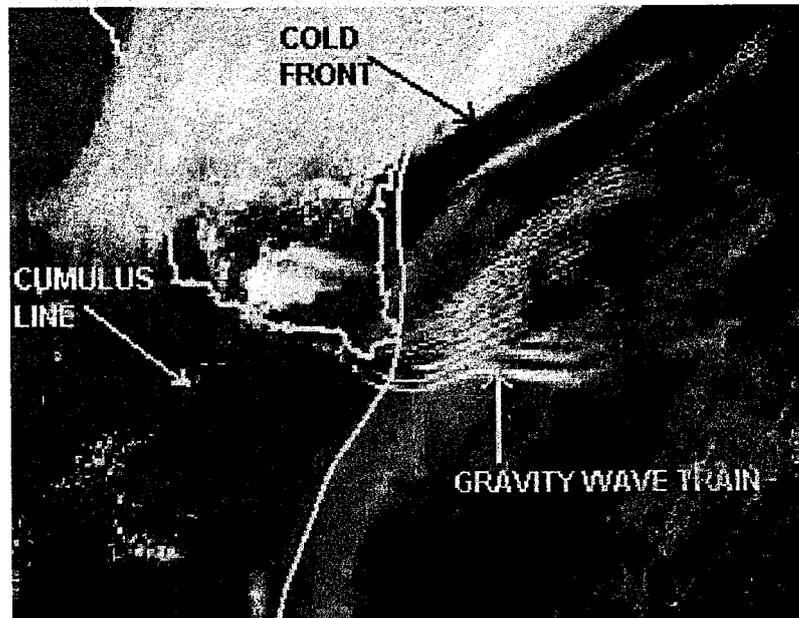


Figure I.11 : Train d'ondes induit par un orage de forte intensité au sud du Texas se déplaçant vers le sud à l'avant d'un front froid. Développement d'une tempête dans la portion ouest localisé au début de l'onde (*Storm Prediction Center**).

I.3.3 Quelques références

Il existe effectivement peu d'études du champ d'ondes de gravité par les techniques en ondelettes néanmoins quelques travaux récents extérieurs révèlent des résultats intéressants et prometteurs à partir de l'analyse en ondelettes continues :

- Dans la basse atmosphère, *Yamada* et son équipe [*Yamada and Ohkitani*, 1990 ; *Sato and Yamada*, 1994 ; *Shimonai et al.*, 1996, 1997] utilisent l'ondelette orthonormale de Meyer pour l'étude de la distribution verticale des structures quasi-monochromatiques à partir de mesures de vent et de température obtenues respectivement à partir d'un radar MU et de radiosondages dans la troposphère et la basse stratosphère.

* <http://www.spc.noaa.gov/>

Une caractérisation des ondes de sillages et des zones de turbulence sous le vent des Pyrénées à partir de l'ondelette de Morlet appliquée aux mesures de la campagne PYREX (PYRénées EXperiment) d'octobre à novembre 1990 a été réalisée par *Attié* [1994]. De plus, un modèle analytique linéaire a permis d'effectuer une comparaison des caractéristiques des structures localisées au cours de cette étude [*Tannhauser and Attié*, 1995].

Et plus récemment, une étude de la variabilité des quantités dynamiques (vents, température potentielle) et des traceurs passifs atmosphériques (O_3 , NO_2) a été présentée par *Backmeister et al.* [1997] à partir des mesures avion dans la basse stratosphère.

- Dans la moyenne atmosphère, une climatologie des caractéristiques spectrales des ondes de gravité a été effectuée à partir d'ondelettes de forme gaussienne par *Souprayen* [1993] à l'aide de sondages fusées réalisés sur 3 sites russes aux hautes et moyennes latitudes entre 20 et 70 km d'altitude pour une période de 16 années (1970-1986). Suite à cette étude, *Gonzalez* [1994] s'est intéressée aux caractéristiques et à l'interaction de l'écoulement moyen des ondes de gravité entre 30 et 96 km d'altitude à partir des mesures issues des sphères tombantes de la Campagne DYANA (DYnamics Adapted Network for the Atmosphere) dans l'hémisphère nord de mi-janvier à mi-mars 1990.

PARTIE II

Les techniques d'analyse en ondelettes

II.1 LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES CONTINUES.....	45
II.1.1 Principe.....	46
II.1.1.1 Définition.....	46
II.1.1.2 Propriétés générales.....	48
II.1.1.3 Le choix de l'ondelette analysante.....	53
II.1.1.4 Représentations graphiques.....	56
II.1.1.5 Algorithmes.....	57
II.1.2 Les ondelettes de type gaussien.....	59
II.1.2.1 Propriétés.....	59
II.1.2.2 Ondelettes étudiées.....	60
II.1.3 Outils d'analyse développés et illustrations.....	64
II.1.3.1 Scalogramme.....	65
II.1.3.2 Phasogramme.....	66
II.1.3.3 Maxima locaux.....	66
II.1.3.4 Spectres d'énergie en ondelettes et conservation de l'énergie.....	70
II.1.3.5 Reconstruction et filtrage.....	71
II.1.3.6 Réhaussement.....	74
II.1.3.7 Corrélations.....	75
II.1.4 Conclusions.....	76
II.2 LA TRANSFORMÉE DISCRÈTE EN ONDELETTES-MULTIRÉSOLUTION.....	77
II.2.1 Transformée discrète en ondelettes et "frame".....	77
II.2.2 Analyse multirésolution.....	78
II.2.2.1 Définitions.....	78
II.2.2.2 Propriétés.....	80
II.2.2.3 Algorithme pyramidal (algorithme de Mallat).....	82
II.2.3 Multirésolution biorthogonale.....	85
II.2.4 Les ondelettes de Daubechies.....	85
II.2.5 Applications.....	87
II.2.6 Conclusions.....	89
II.3 LES PAQUETS D'ONDELETTES.....	89
II.3.1 Principe.....	90
II.3.1.1 Définitions.....	90
II.3.1.2 Propriétés.....	91
II.3.1.3 Algorithme pyramidal.....	92
II.3.2 Les ondelettes de Daubechies.....	93
II.3.3 Applications.....	95
II.3.4 Conclusions.....	97
II.4 CONCLUSIONS.....	97

Cette deuxième partie est consacrée aux développements théoriques (définitions, propriétés mathématiques) et algorithmiques des techniques en ondelettes. La partie théorique fait ensuite l'objet d'applications à partir d'outils d'analyse en ondelettes développés pour l'étude de données géophysiques. Ces techniques et leurs propriétés sont illustrées sur des signaux académiques.

Nous exposons trois types de techniques en ondelettes de contributions complémentaires pour l'analyse et la synthèse de signaux unidimensionnels [Chane-Ming et al., 1997a, 1997b, 1997c] :

- *la transformée en ondelettes continues*,
- *la transformée en ondelettes discrètes* qui fournit une représentation discrète de la première sur un maillage temps-fréquence ; elle regroupe les systèmes redondants ou "*frames*" et *l'analyse multirésolution* à partir de bases d'ondelettes orthogonales ou biorthogonales,
- *les paquets d'ondelettes* connues également sous le nom de *transformée en ondelettes généralisées* qui produisent un ensemble de représentations discrètes en ondelettes orthogonales et biorthogonales dans lequel l'analyse multirésolution peut être perçue comme un cas particulier de ces décompositions.

La succession des techniques, abordées dans cette étude, se justifie par l'ordre des étapes telles que l'analyse et l'extraction de structures multi-échelles dans le signal.

II.1 La transformée en ondelettes continues

La transformée en ondelettes continues (CWT) est avant tout un outil d'analyse performant de signaux aux composantes *multi-échelles*. La redondance en terme de coefficients et d'information est mise à profit afin de produire un aperçu rapide et global sous forme d'images de synthèse mettant en évidence des phénomènes physiques dans un espace bidimensionnel *temps-échelle*. On montrera dans une autre partie que la transformée en ondelettes continues permet entre autre l'observation de l'évolution temporelle des distributions spatiales d'énergie. Outre l'aspect d'analyse visuelle et non moins quantitative, la transformée en ondelettes continues est utilisée pour l'extraction d'informations essentielles qui caractérisent le signal par exemple par l'intermédiaire du "*squelette*" de la transformée.

II.1.1 Principe

II.1.1.1 Définition

La transformée en ondelettes continues d'un signal réel $s(t)$ par rapport à l'ondelette analysante ou 'mère' $g(t)$ se définit comme la projection du signal $s(t)$ sur une famille de fonctions élémentaires déduite de $g(t)$ par action de deux opérateurs :

- l'opérateur de translation en temps :

$$g(t) \rightarrow g_b(t-b)$$

- l'opérateur de dilatation (ou modulation) en fréquence :

$$g(t) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}} g_a\left(\frac{t}{a}\right)$$

La transformée en ondelettes continues s'écrit alors sous la forme d'une fonction temps-échelle :

$$CWT(a, b) = \int s(t) g_{ab}^*(t) dt = \langle s(t), g_{ab}(t) \rangle \quad \text{II.1}$$

avec a : paramètre d'échelle (réel > 0)

b : paramètre temporel (réel)

s : signal à analyser

g : ondelette analysante

Le paramètre temporel b fixe l'instant d'analyse de l'ondelette "mère" ou encore le moment d'observation au travers de la fenêtre $g(t)$ du signal $s(t)$ tandis que le paramètre d'échelle a effectue une *contraction* (a petit) ou une *dilatation* (a grand) de l'ondelette g pour l'analyse des *hautes fréquences* (petites échelles) ou des *basses fréquences* (grandes échelles). L'ondelette ne "voit" alors que la partie du signal vivant à peu près à l'échelle a et à l'instant b . Lorsque la partie du signal analysée possède une signature proche (éloignée) de l'ondelette analysante, on obtient des coefficients en ondelettes importants (faibles ou nuls). Ainsi, l'ondelette, dilatée en échelle de manière continue, capture progressivement les différentes structures le long du signal (fig. II.1).

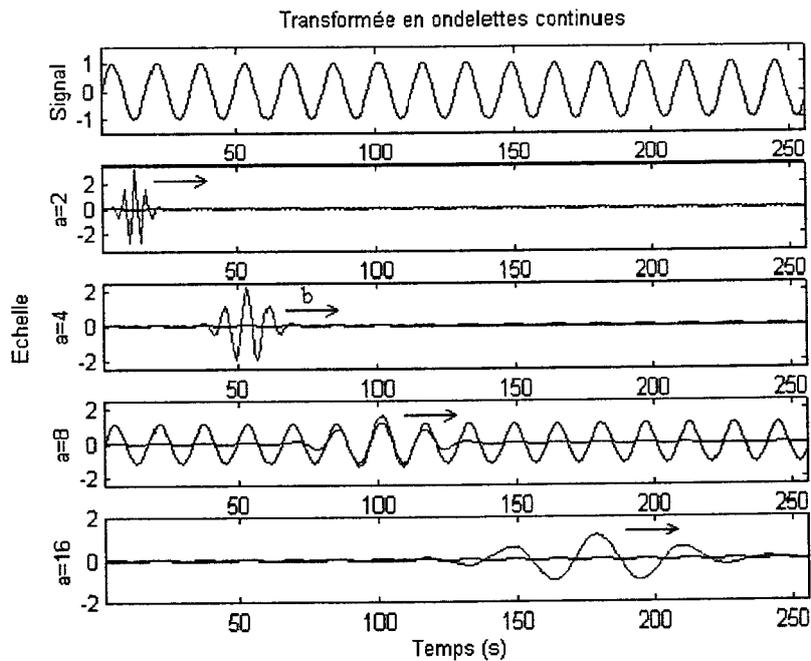


Figure II.1 : Représentation schématique de la transformée en ondelettes continues. Les coefficients en ondelette (en noir) sont importants à l'échelle $a=8$ lorsque l'ondelette analysante (en bleu) ressemble aux variations du signal (panneau supérieur).

La décomposition linéaire du signal unidimensionnel $s(t)$ fournit une représentation *bidimensionnelle* dans un demi-plan appelé *plan temps-échelle*.

Le facteur $1/\sqrt{a}$ normalisant la famille d'ondelettes issue de l'ondelette mère permet de préserver l'énergie de l'ondelette aux différentes échelles :

Quelle que soit l'échelle a

$$\langle g_a(t), g_a(t) \rangle = \langle g(t), g(t) \rangle \quad \text{II.2}$$

$$\Leftrightarrow \int \|g_a(t)\|^2 dt = \int \|g(t)\|^2 dt \quad [\text{Goupillaud et al., 1984}]$$

L'ondelette opère comme un *microscope mathématique* dont

- l'optique serait l'ondelette analysante g ,
- la position de l'observation serait le paramètre de translation en temps b ,
- la focale ou l'agrandissement serait alors le paramètre d'échelle a dont l'ajustement permettrait d'effectuer des "zooms in" de la région considérée.

De plus, dans un espace de dimension supérieure, l'introduction d'un nouveau paramètre dit de rotation montre que l'ondelette se comporte également comme un *polariseur mathématique* [Farge, 1992].

II.1.1.2 Propriétés générales

- *Linéarité*

$$\begin{aligned} s(t) &= k_1 \cdot s_1(t) + k_2 \cdot s_2(t) \\ \text{CWT}_s(a, b) &= k_1 \cdot \text{CWT}_{s_1}(a, b) + k_2 \cdot \text{CWT}_{s_2}(a, b) \end{aligned} \quad \text{II.3}$$

Cette propriété provient directement de la décomposition *linéaire* effectuée par la transformée en ondelettes continues.

- *Invariance par translation en temps*

La transformée en ondelettes continues préserve le décalage temporel :

$$\begin{aligned} s(t) &\rightarrow \text{CWT}(a, b) \\ s(t - t_0) &\rightarrow \text{CWT}(a, b - t_0) \end{aligned} \quad \text{II.4}$$

Cette propriété implique alors la commutation entre l'opérateur de différentiation et la CWT.

De plus, on démontre que le vecteur propre associé à l'opérateur de translation est un signal monochromatique complexe de pulsation ω_0 . L'expression II.1 s'écrit sous la forme $e^{j\omega_0 b} f(a)$ indépendamment de l'ondelette analysante utilisée. A une échelle fixée a_0 , la différence de phase est obtenue par le rapport des coefficients en ondelettes :

$$\frac{\text{CWT}(a_0, b)}{\text{CWT}(a_0, b')} = e^{j\omega_0(b-b')} \quad \text{II.5}$$

- *Invariance par dilatation en échelle*

L'analyse d'un signal dilaté correspond à un étalement du même ordre de grandeur du résultat obtenu à partir du signal initial dans le plan temps-échelle.

$$\begin{aligned} s(t) &\rightarrow \text{CWT}(a, b) \\ \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \cdot s\left(\frac{t}{\lambda}\right) &\rightarrow \text{CWT}\left(\frac{a}{\lambda}, \frac{b}{\lambda}\right) \end{aligned} \quad \text{II.6}$$

En particulier, cette propriété est intéressante pour l'étude des signaux *homogènes* (ou en loi de puissance) et des signaux *fractals*. Les lignes de phase constante convergent vers le point d'homogénéité (ou de singularité). La *dimension fractale* est par ailleurs déterminée par le calcul de la pente de la fonction d'expression $\text{Log}(\|CWT(a,b)\|)$ à l'intérieur du cône pointant vers le point d'homogénéité [Torrésani, 1995].

- *Conservation de l'énergie*

La transformée en ondelettes continues conserve l'énergie du signal [Goupillaud et al., 1984].

$$\int \|s(t)\|^2 dt = \frac{1}{c_g} \iint \|CWT(a,b)\|^2 \frac{da db}{a^2} \quad \text{II.7}$$

$$\int s_1(t) \cdot s_2^*(t) dt = \frac{1}{c_g} \iint CWT_{s_1}(a,b) \cdot CWT_{s_2}^*(a,b) \frac{da db}{a^2} \quad \text{II.8}$$

$$\text{avec } c_g = \int \frac{\|g(v)\|^2}{|v|} dv < \infty$$

[Flandrin, 1993 ; Yvetot, 1996]

L'équation II.8 est la formulation de Parseval généralisée aux transformées en ondelettes continues.

- *Inversibilité ou reconstruction*

La transformée en ondelettes continues est réversible. Il est donc possible de reproduire le signal original à partir de ses coefficients en ondelettes [Goupillaud et al., 1984].

$$s(t) = \frac{1}{c_g} \iint CWT(a,b) \cdot g_{ab}(t) \frac{da db}{a^2} \quad \text{II.9}$$

A l'aide de la reconstruction croisée, le signal peut être reconstruit en utilisant une ondelette différente de l'ondelette analysante.

$$s(t) = \frac{1}{c_{g,h}} \iint CWT(a,b;g) \cdot h_{ab}(t) \frac{da db}{a^2} \quad \text{II.10}$$

$$\text{avec } C_{g,h} = \int \frac{g(v) \cdot h^*(v)}{|v|} dv < \infty$$

en prenant le cas où $h = \delta$

$$s(t) = \frac{1}{c_{g,\delta}} \int CWT(a,t;g) \frac{da}{a^2} \quad \text{II.11}$$

$$\text{avec } C_{g,\delta} = \int \frac{g(v)}{|v|} dv < \infty$$

[Rioul and Duhamel, 1992 ; Shensa, 1993 ; Abry, 1997]

Cette dernière formule de reconstruction est numériquement plus rapide à effectuer en faisant intervenir une intégrale simple à la place de l'intégrale double. Cette formulation montre également que la valeur du signal prise à t peut être approximée à partir des coefficients se trouvant à l'instant t . Si l'ondelette analysante utilisée est une fonction complexe alors le signal $s(t)$ est obtenu à partir des parties réelles des coefficients en ondelettes.

- *Principe d'incertitude d'Heisenberg*

La relation d'incertitude d'Heisenberg traduit le fait que les résolutions temporelles (spatiales) et fréquentielles ne peuvent être toutes les deux à la fois arbitrairement petites.

$$\langle t^2 \rangle \langle \omega^2 \rangle \geq \frac{1}{16\pi^2} \quad \text{II.12}$$

$$\text{où } \langle t^2 \rangle = \frac{\int t^2 \|s(t)\|^2 dt}{\int \|s(t)\|^2 dt} \quad \text{et} \quad \langle \omega^2 \rangle = \frac{\int \omega^2 \|s(\omega)\|^2 dt}{\int \|s(\omega)\|^2 dt}$$

dans le cas des ondelettes, on montre que :

$$\langle t^2 \rangle \langle \omega^2 \rangle = cste \quad \text{II.13}$$

Les résolutions temporelles et fréquentielles varient respectivement en $a\Delta t$ et $\Delta\omega/a$. De plus, l'expression de la *surtension* Q indique que les résolutions fréquentielles et temporelles sont alors ajustées aux fréquences analysées (HF ou BF) du signal ($Q = \omega / \Delta\omega = cste$ et $\omega \sim 1/a$).

Le pavage temps-fréquence est par ailleurs constitué de rectangles ayant la même surface mais des formes différentes. La résolution fréquentielle est meilleure pour les basses fréquences tandis que la résolution temporelle diminue et inversement pour les hautes fréquences (fig. II.2).

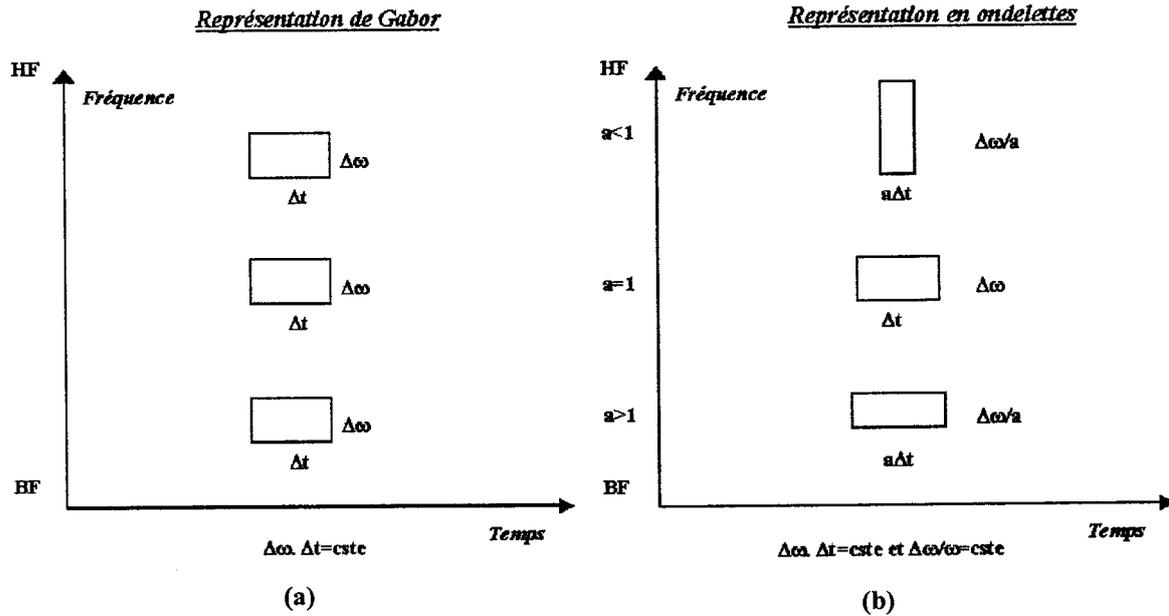


Figure II.2 : Plans temps-fréquence et temps-échelle d'après le principe d'incertitude d'Heisenberg :
 a) Représentation de Gabor b) Représentation en ondelettes.

- *Distributions marginales*

Les *distributions marginales* en temps et en fréquence (ou en échelle) [Flandrin, 1993] de la transformée en ondelettes permettent de définir respectivement les densités d'énergie locale ou instantanée $E(b)$ et par échelle $E(a)$.

On définit la *densité d'énergie temps-échelle* $E(a,b)$:

$$E(a,b) = \frac{\|CWT(a,b)\|^2}{a} \quad \text{II.14}$$

[Farge, 1992 ; Gu and Philander, 1995 ; Ngae, 1996]

La densité énergétique mesure la contribution en énergie, au voisinage du point localisé à l'instant b et à l'échelle a , à l'énergie totale.

La *densité d'énergie locale* est obtenue par intégration sur toutes les échelles de la densité énergétique :

$$E(b) = \frac{1}{c_g} \int E(a,b) \frac{da}{a} \quad \text{II.15}$$

La densité d'énergie par échelle ou le spectre d'énergie global s'obtient alors par intégration sur le temps ou l'espace de la densité énergétique :

$$E(a) = \frac{1}{c_g} \int E(a, b) \frac{db}{a} \quad \text{II.16}$$

Ces distributions énergétiques sont reliées à l'énergie totale E par les relations suivantes :

$$E = \int \|s(t)\|^2 dt = \int \|s(v)\|^2 dv = \int E(b) db = \int E(a) da \quad \text{II.17}$$

On en déduit donc que l'énergie est non seulement globalement mais aussi localement conservée dans le plan temps-échelle.

- *Filtrage*

La formulation fréquentielle de la transformée en ondelettes est obtenue grâce à l'égalité de Plancherel-Parseval.

$$CWT(a, b) = \sqrt{a} \int s(v) g^*(av) e^{i2\pi v} dv = (s * \tilde{g}_a)(b) \quad \text{II.18}$$

avec $\tilde{g}(t) = g(-t)^*$

[Flandrin, 1993 ; Torrèsani, 1995]

La transformée en ondelettes se met sous la forme d'une convolution traduisant une opération de filtrage du signal $s(t)$ par l'ondelette analysante $g(t)$. Le filtrage est effectué par un banc de filtres continu à *surtension constante* (ou *Q-constante*).

- *Noyau reproduisant*

Le noyau reproduisant mesure la non-orthogonalité (ou la redondance) de la famille d'ondelettes. La non-orthogonalité se traduit par la corrélation des coefficients en ondelettes dans le plan temps-échelle et dépend du choix de l'ondelette analysante. Le noyau reproduisant est un moyen de sélectionner l'ondelette la plus appropriée au signal étudié.

$$p_g(b, a, b', a') = \frac{1}{c_g} \langle g_{ab}, g_{a'b'} \rangle \quad \text{II.19}$$

et $CWT(a, b) = \int p_g(b, a, b', a') CWT(b', a') \frac{db' da'}{a^2}$

[Torrèsani, 1995 ; Ngae, 1996]

- *Localisation temporelle (spatiale) et cône d'influence*

Le plan temps-échelle (a,b) qui influence les valeurs de $s(t)$ en t_0 est un cône pointant vers t_0 appelé *cône d'influence*. Si le support temporel de l'ondelette est compris entre t_{\min} et t_{\max} alors le cône est limité par les droites $a.t_{\min}+t_0$ et $a.t_{\max}+t_0$ [Murenzy, 1990]. Inversement, les valeurs de $s(t)$ qui peuvent influencer un point (a_0,b_0) du plan temps-échelle est également un cône pointant vers ce point (a_0,b_0) . Le cône d'influence permet alors la localisation de changements brusques ou des singularités dans le plan temps-échelle.

$$\begin{aligned} s(t) &= \delta(t - t_0) \\ \text{CWT}(a,b) &= g_a(t_0 - b) \end{aligned} \quad \text{II.20}$$

- *Localisation fréquentielle*

Pour une ondelette de support fréquentiel borné tel que $\nu \in [\nu_{\min}, \nu_{\max}]$, le point (a_0,b_0) de fréquence ν_0 du plan (a,b) est influencé par la bande fréquentielle $[\nu_{\min}/a, \nu_{\max}/a]$. Inversement, le plan (a,b) influencé par $s(\nu_0)$ en un point ν_0 est tel que l'échelle a appartient au domaine $[\nu_{\min}/\nu_0, \nu_{\max}/\nu_0]$.

II.1.1.3 Le choix de l'ondelette analysante

- *Caractéristiques générales*

- *Condition d'admissibilité*

L'ondelette analysante doit satisfaire la condition d'admissibilité [Goupillaud et al., 1984 ; Daubechies, 1992] :

$$c_g = \int \frac{\|g(\nu)\|^2}{|\nu|} d\nu < \infty \quad \text{II.21}$$

L'ondelette ne possède donc pas de composante fréquentielle nulle :

$$g(\nu = 0) = \int g(t) dt = 0$$

Par conséquent, $g(t)$ est de moyenne nulle et oscillante d'où son nom *ondelette*.

La condition d'admissibilité assure l'existence de la transformée inverse en ondelettes continues et l'applicabilité de la relation de Parseval généralisée à la transformée en ondelettes.

Dans la pratique, d'autres conditions plus restrictives s'ajoutent à la condition d'admissibilité comme par exemple une bonne localisation à la fois en temps et en fréquence de l'ondelette.

- *Compacité du support*

Un ondelette est dite à support compact lorsque son support temporel ou fréquentiel est déterminé par un nombre fini de coefficients [Daubechies, 1988, 1989]. Dans le cas pratique, cette propriété réduit le nombre de calculs et évite les problèmes liés à la troncature.

- *Régularité*

On dit que l'ondelette est r-régulière si :

$$\forall k = 0, \dots, r \quad \frac{d^k g(t)}{dt^k} \leq C_n \quad \text{II.22}$$

$$d'où \quad |g(\nu)|_{\nu \rightarrow +\infty} \sim \nu^{-(r+1)}$$

La régularité temporelle de l'ondelette est associée à la localisation fréquentielle. Lorsque l'ondelette est suffisamment lisse (r grand), la décroissance asymptotique de la TF de l'ondelette est plus rapide. La régularité est utile en particulier pour une reconstruction précise du signal au cours de la synthèse limitant les phénomènes de distorsion.

- *Moments nuls*

L'ondelette comporte n moments nuls si :

$$\forall k = 0, \dots, n-1 \quad \int t^k g(t) dt = 0 \quad \text{II.23}$$

Le nombre d'oscillations de l'ondelette augmente avec n et l'ondelette devient aveugle à tout comportement polynomial de degré inférieur à n, ce qui se traduit par des coefficients en ondelettes nuls. En particulier, cette propriété permet la caractérisation des singularités ou discontinuités. Le nombre de moments nuls contrôle également la décroissance à l'origine ($\nu=0$) de la TF de l'ondelette.

- *Orthogonalité*

Une analyse réalisée à partir d'une base d'ondelettes orthogonales produit une représentation compacte ou non redondante du signal [Daubechies, 1992]. Les coefficients en ondelettes sont

alors indépendants. Néanmoins, une analyse redondante fournit une représentation temps-fréquence continue plus appropriée à l'étude des variations lentes et continues du signal.

- *Symétrie*

La propriété de symétrie temporelle de l'ondelette permet de limiter les phénomènes de distorsion de phase par l'utilisation de bancs de filtres (filtres à *phase linéaire*) au cours de l'analyse et de la synthèse. Cette symétrie correspond à la parité ou imparité à l'instant $t=1/2$ pour les ondelettes issues de la multirésolution.

- *Progressivité*

Une ondelette complexe est dite progressive lorsque sa TF est nulle pour les fréquences négatives. Cette propriété combinée à l'invariance en translation de la CWT montre alors que la phase de CWT (a,b), obtenue à partir d'un signal monochromatique réel, est de la forme $\omega_0 b$ (Equation II.5).

Les propriétés définies ci-dessus, qui caractérisent l'ondelette analysante, ne sont certes pas toutes compatibles entre elles.

• *Le choix de l'ondelette [Farge, 1992]*

- *Complexe progressive ou réelle*

Une ondelette analysante complexe et progressive donne des informations séparées sur l'amplitude et la phase du signal analysé. La quadrature de phase entre la partie réelle et imaginaire de l'ondelette complexe élimine les oscillations de l'ondelette dans la représentation temps-échelle. L'ondelette complexe fournit une visualisation simple de la distribution d'énergie, du module, de la phase et des singularités [Weng and Lau, 1994]. De plus, elle permet l'extraction des fréquences instantanées du signal. Contrairement à l'ondelette analysante complexe et progressive, l'ondelette réelle superpose les informations module et phase. La représentation contient plus d'informations et par conséquent, elle est plus difficile à interpréter. Celle-ci fournit néanmoins une représentation plus détaillée des structures présentes dans le signal.

- *Forme*

L'analyse en ondelettes est optimale lorsque la forme de l'ondelette analysante est proche de la signature des éléments que l'on souhaite mettre en évidence. Une connaissance au préalable de la structure du signal est indispensable pour le choix de l'ondelette analysante [Meyer et al., 1993].

- *Support*

Les supports temporels et fréquentiels de l'ondelette définissent la localisation temporelle et fréquentielle de la transformée en ondelettes.

A priori, le choix de l'ondelette n'est pas un élément crucial pour une analyse qualitative en ondelette. En effet, de nombreux comportements qualitatifs du signal sont indépendants de l'ondelette analysante. Les valeurs des coefficients de l'analyse peuvent être cependant différentes et produire des interprétations autres mais néanmoins complémentaires. Certes, il est essentiel que l'ondelette soit adaptée aux éléments qu'on désire mettre en évidence et qui font l'objet par la suite d'une étude quantitative. La souplesse de cet outil réside alors dans le choix de l'ondelette. Il est à noter qu'un choix, souvent arbitraire, est fait pour l'emploi d'outils traditionnels comme la TF...

II.1.1.4 Représentations graphiques

- *Conventions*

Les coefficients de la transformée en ondelettes continues sont représentés dans le plan bidimensionnel temps-échelle $\{b, -\log a\}$. Les coefficients peuvent être alors visualisés dans une gamme d'échelle large. Les hautes fréquences sont localisées dans la partie supérieure du plan temps-échelle et les basses fréquences dans la partie inférieure. Dans cette représentation, les droites, comme celles qui délimitent le cône d'influence, deviennent des exponentielles.

- *Représentations*

La représentation bidimensionnelle montre généralement les quantités, module des coefficients et phase, sur le même dessin ou sur deux dessins différents. Dans notre étude, nous avons opté pour la deuxième représentation par souci de clarté de lecture. Le paramètre b prend les valeurs

de la discrétisation temporelle ou spatiale du signal. Par contre, la discrétisation de l'échelle a suit une progression géométrique de raison 2 (discrétisation en *octaves*). Pour améliorer la lisibilité de la représentation en transformée en ondelettes continues et par la même occasion l'interprétation, on accentue la redondance de celle-ci en faisant varier de façon continue l'échelle a . Pour ce faire, on introduit un certain nombre de *voies* dans chaque octave [Goupillaud et al., 1984]. Deux voies j et $j+1$ consécutives sont alors dans un rapport :

$$\frac{a_{j+1}}{a_j} = 2^{\frac{j}{v}} \quad \text{avec } v : \text{nombre de voies par octave}$$

L'introduction de voies ou l'augmentation de la redondance paradoxalement diminue l'erreur de reconstruction du signal. La redondance a pour effet un comportement orthogonal des ondelettes lors de la reconstruction [Rioul and Vetterli, 1991].

On représente également les différentes composantes des coefficients en ondelettes comme la partie réelle et imaginaire ...

II.1.1.5 Algorithmes

La programmation peut se faire de façon directe en discrétisant l'expression de la transformée en ondelettes mais dans la pratique, on utilise un algorithme plus rapide en passant par la transformée de Fourier à l'aide de l'opération de convolution établie dans la relation II.18.

- Programmation directe

La forme discrétisée de la CWT a pour expression :

$$CWT(a,b) = \sum_k s(kT) \cdot g_a^*(b - kT) \quad \text{II.24}$$

La transformée complète est obtenue en faisant varier les paramètres b et a . Le nombre d'opérations à effectuer est alors important. On peut réduire considérablement le temps de calcul en utilisant les opérations de calculs matriciels (somme, produit...) de certains langages de programmation. Le décalage du paramètre b peut aussi être effectué par rotation circulaire du vecteur ondelette.

- *Programmation via la TF*

L'opération de convolution de la relation II.18 se traduit dans l'espace fréquentiel sous la forme de produit simple [Torrésani, 1995]. Dans l'espace de Fourier, cette relation s'écrit :

$$\begin{aligned} CWT(a,b) &= TF^{-1}(TF(s(t)) \cdot TF(\tilde{g}_a(t))) \\ \text{avec } TF(s(t)) \cdot TF(\tilde{g}_a(t)) &= \sqrt{a} s(\nu) g^*(a\nu) \end{aligned} \quad \text{II.25}$$

Dans un premier temps, on calcule le produit de la TF du signal $s(t)$ et de l'ondelette à l'échelle a à partir de sa forme analytique et ensuite on réalise une TF inverse. Le temps de calcul est d'autant plus réduit par l'emploi de la FFT.

- *Correspondance échelle-fréquence*

La correspondance échelle-fréquence est obtenue en considérant l'ondelette comme un filtre passe-bande dans l'espace de Fourier. La fréquence analysée est la fréquence associée au pic du filtre correspondant à l'ondelette. Par ailleurs, la correspondance échelle-fréquence se détermine analytiquement en associant le pic du spectre de puissance moyenne en ondelette au pic de la TF d'un signal monochromatique [Meyers et al., 1993].

- *Effets de bords* [Farge, 1992 ; Meyers et al., 1993 ; Misiti et al., 1996]

Différentes méthodes sont envisagées pour diminuer les effets de bords qu'on rencontre habituellement avec des signaux de support limité au cours de la transformée en ondelettes. On peut dans un premier temps compléter le signal par des zéros à la puissance supérieure de 2 pour la FFT. Cette extension peut également s'effectuer progressivement pour les signaux qui évoluent lentement par extrapolation des dérivées du premier ordre. Les données peuvent être aussi répliquées de part et d'autre du signal rendant celui-ci symétrique aux bornes. Les résultats de ces différentes méthodes sont difficiles à comparer car ils dépendent aussi des signaux étudiés. Pour des signaux variant lentement et de manière continue à l'exemple des signaux géophysiques que nous étudierons par la suite, il est possible d'évaluer cette distorsion au niveau du scalogramme. Le cône d'influence (COI) renseigne également sur la région temps-échelle influencée par ces effets de bords [Torrence and Compo, 1998]. L'étendu de cette région dépend directement de la résolution temporelle de l'ondelette. Pour certaines études ne concernant pas les extrémités du signal, ces effets de bord n'ont aucune importance.

II.1.2 Les ondelettes de type gaussien

II.1.2.1 Propriétés

- Relation d'Heisenberg

Les fonctions gaussiennes permettent d'atteindre la borne inférieure de la relation d'Heisenberg mesurant l'imprécision de la localisation conjointe temps-fréquence. Par ailleurs, les TF de fonctions gaussiennes sont aussi des gaussiennes. La résolution conjointe temporelle et fréquentielle est alors optimale (fig. II.3). Ces fonctions sont bien localisées à la fois dans l'espace direct et dans l'espace de Fourier.

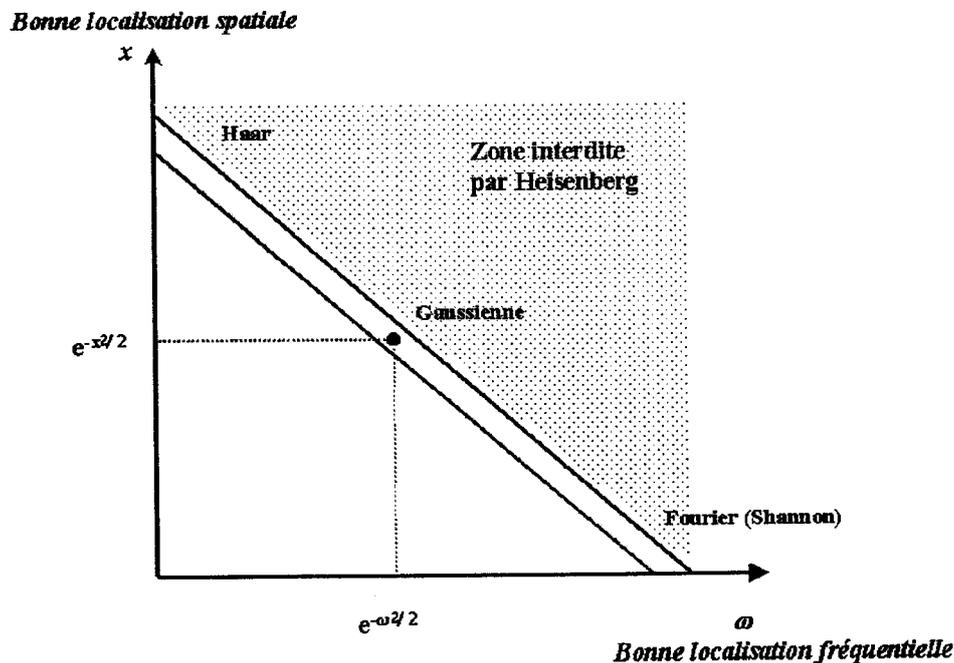


Figure II.3 : Localisation conjointe espace direct-espace des phases de la gaussienne.

- Dérivées successives

Les dérivées successives de la gaussienne constituent une famille d'ondelettes non-orthogonales intéressantes de part leurs propriétés mathématiques. Elles sont très régulières puisqu'elles sont

infiniment dérivables et de plus en plus oscillantes quand l'ordre n de la dérivée augmente. La dérivée $n^{\text{ème}}$ de la gaussienne possède n moments nuls.

Les dérivées successives de la gaussienne [Grossmann, 1988 ; Farge, 1992 ; Arnéodo et al., 1995] sont obtenues par la relation suivante :

$$g^{(n)}(t) = \frac{d^n e^{-\frac{t^2}{2}}}{dt^n} = (-1)^n He_n e^{-\frac{t^2}{2}}$$

avec $He_n(t) = 2^{\frac{n}{2}} H_n\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right)$ où H_n : polynôme d'Hermite II.26

et $g_n(v) = (-1)^n n (i v)^n e^{-\frac{v^2}{2}}$

[Annexe 1]

La transformée en ondelettes continues peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\text{CWT}(a,b) = c_g^{-\frac{1}{2}} a^n a^{-\frac{1}{2}} \int e^{-\frac{(t-b)^2}{2a^2}} s^{(n)}(t) dt \quad \text{II.27}$$

L'expression de la CWT en fonction de b pour a fixé correspond en fait à un lissage de la dérivée $n^{\text{ème}}$ du signal $s(t)$ par un filtre gaussien de largeur a . Elle permet alors la détection de discontinuités de dérivées d'ordre supérieur. En particulier, elle est utilisée dans la détection de contours.

Outre ses propriétés mathématiques, la forme gaussienne est proche d'un signal physique ou réel se retrouvant dans divers domaines de la physique en particulier en physique ondulatoire (émission, propagation de paquets d'ondes) [Morlet et al., 1982]. Entre autre, elle est directement liée à la notion de résolution pour l'étude des phénomènes de diffraction.

II.1.2.2 Ondelettes étudiées

Plus particulièrement, l'étude menée concerne les transformées en ondelettes continues obtenues à partir des ondelettes gaussiennes suivantes :

- Ondelette de Morlet

L'ondelette de Morlet est une fonction symétrique complexe progressive définie par la superposition de gaussiennes de formes suivantes :

$$g_{\omega_0}(t) = e^{i\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}} - \sqrt{2} e^{-\frac{\omega_0^2}{4}} e^{i\omega_0 t} e^{-t^2} \quad \text{II.28}$$

[Goupillaud et al., 1984]

Le deuxième terme de cette expression est négligeable numériquement lorsque la fréquence porteuse ω_0 est suffisamment grande. La valeur de la fréquence porteuse est choisie de telle sorte que le second maximum de la partie réelle de $g(t)$ est à mi-hauteur de la valeur maximale de la partie réelle de l'ondelette [Daubechies, 1992] :

$$\omega_0 = \pi \sqrt{\frac{2}{2 \ln 2}} \approx 5,336$$

Dans la pratique, l'ondelette de Morlet et sa TF utilisées ont pour formulations :

$$\begin{aligned} g_{\omega_0}(t) &= e^{i\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}} \\ g(\omega) &= e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2}} \end{aligned} \quad \text{II.29}$$

L'ondelette de Morlet apparaît donc sous la forme d'un train d'onde monochromatique localisé par une enveloppe gaussienne (fig. II.4). Cette dernière expression de l'ondelette de Morlet ne vérifie pas la condition d'admissibilité car $g(\omega = 0) \neq 0$. Cependant, pour des valeurs de la fréquence porteuse supérieure à 5, elle peut être considérée comme numériquement admissible puisque la valeur de $g(\omega = 0)$ est de l'ordre de 10^{-7} .

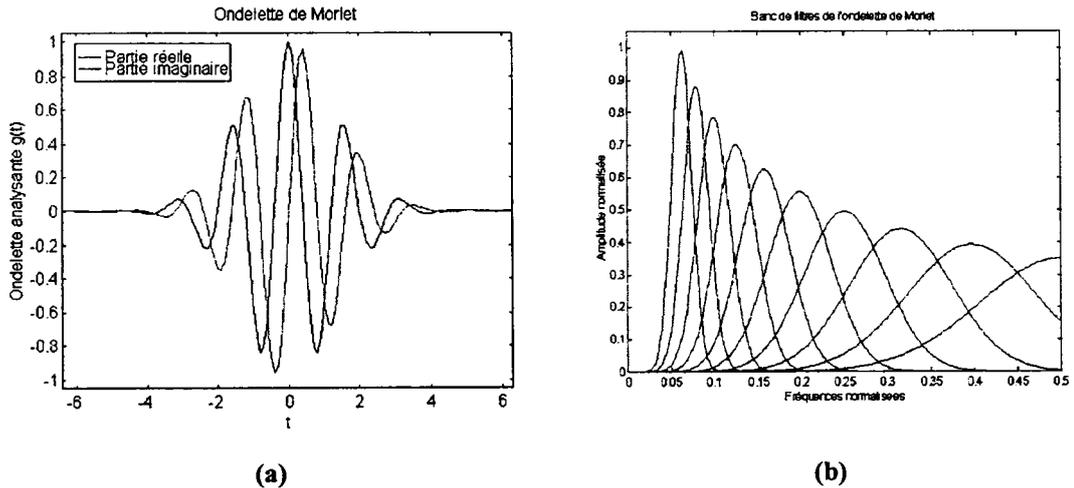


Figure II.4 : a) Ondelette de Morlet, b) Banc de filtres à Q-constant associé.

- La dérivée première de la gaussienne

L'ondelette dérivée première de la gaussienne est une ondelette réelle antisymétrique (fig. II.5). Cette ondelette permet la localisation des minima et des maxima du gradient du signal $s(t)$. En outre, elle est à rapprocher du filtre dérivateur de Deriche utilisé dans le domaine du traitement d'images [Coulon, 1997].

L'ondelette dérivée première [Farge, 1992 ; Arnéodo et al., 1995] et sa TF ont pour expressions :

$$g(t) = t e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{II.30}$$

$$g(\omega) = i\omega e^{-\frac{\omega^2}{2}}$$

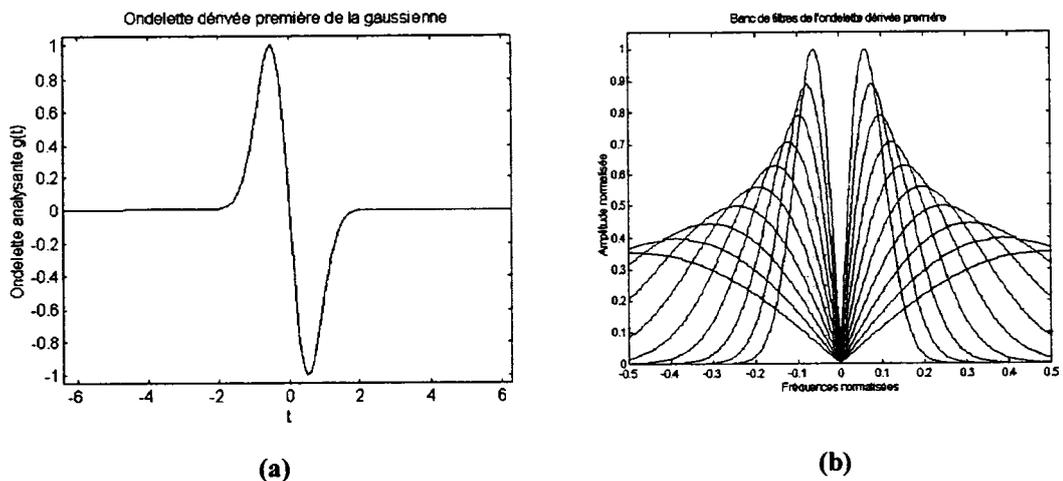


Figure II.5 : a) Ondelette dérivée première de la gaussienne, b) Banc de filtres à Q-constant associé.

- *Ondelette de Marr ou "Chapeau mexicain"* [Grossmann, 1988 ; Daubechies, 1990, 1992].

L'ondelette de Marr, plus connu sous le nom de "Chapeau mexicain" à cause de sa forme, correspond à la dérivée seconde de la gaussienne (fig. II.6). Cette fonction réelle symétrique fût introduite par Marr dans le domaine de la vision. Sa réponse temporelle est proche de celle obtenue à partir de la différence de deux gaussiennes. L'opération effectuée par l'ondelette chapeau mexicain correspond à une opération qualifiée de Net-Flou car on soustrait au signal net original, sa version floue obtenue par un filtrage de type passe-bas [Coulon, 1997].

L'ondelette "Chapeau mexicain" et sa TF sont définies par :

$$g(t) = (1 - t^2) e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{II.31}$$

$$g(\omega) = \omega^2 e^{-\frac{\omega^2}{2}}$$

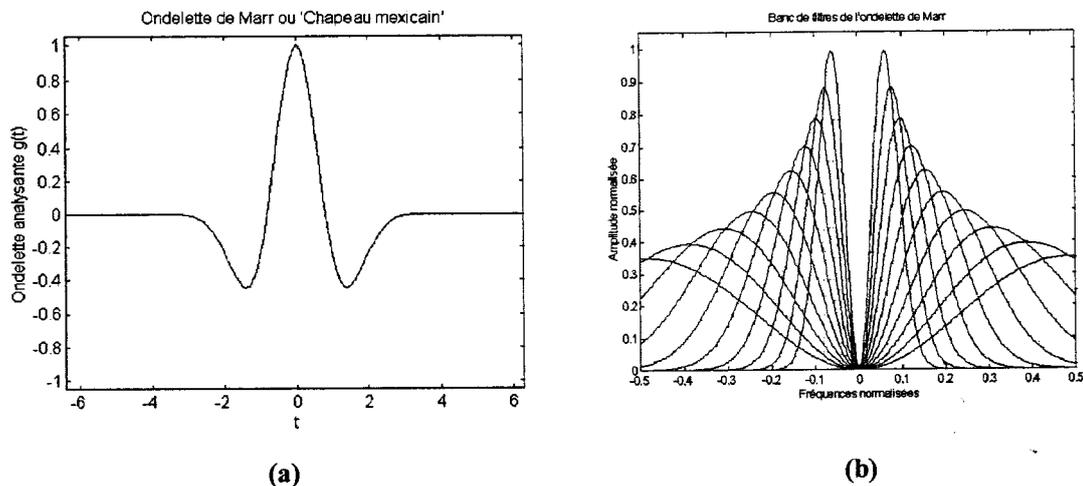


Figure II.6 : a) Ondelette de Marr ou 'Chapeau mexicain', b) Banc de filtres à Q-constant associé.

- *La dérivée huitième de la gaussienne* [Daubechies, 1990 ; Gasquet et Witomski, 1995].

La dérivée huitième de la gaussienne est une ondelette réelle et symétrique (fig. II.7). Elle est également employée pour la détection de contours.

La dérivée huitième et sa TF ont pour expressions :

$$g(t) = (t^8 - 28 t^6 + 210 t^4 - 405 t^2 + 90)e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{II.32}$$

$$g(\omega) = \omega^8 e^{-\frac{\omega^2}{2}}$$

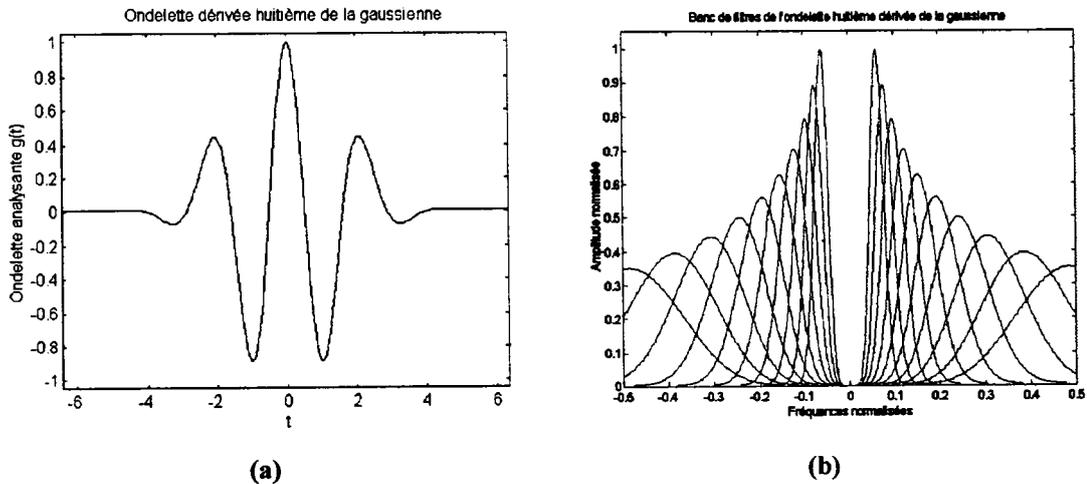


Figure II.7 : a) Ondelette dérivée huitième de la gaussienne, b) Banc de filtres à Q-constant associé.

Remarque : Nous avons omis volontairement les constantes multiplicatives relatives à la normalisation de l'ondelette mère afin de simplifier les expressions. Ces constantes seront évaluées par la suite numériquement par l'intermédiaire de la constante c_g lors de la quantification des distributions d'énergie ou lors de la reconstruction.

II.1.3 Outils d'analyse développés et illustrations

Nous abordons ici les illustrations des outils de la transformée en ondelettes continues appliqués à des signaux académiques. La transformée en ondelettes continues est utilisée dans un premier temps comme un outil de visualisation des phénomènes intrinsèques au signal analysé. Nous présentons également des outils d'analyse qui résultent des propriétés de la transformée en ondelettes continues et qui permettent des études quantitatives et systématiques des caractéristiques du signal.

Le plan temps-échelle ci-dessous est remplacé par le *plan longueur d'onde verticale-altitude* pour des considérations physiques liées aux phénomènes étudiés dans la suite de cette étude.

II.1.3.1 Scalogramme

La figure II.8 (panneau central) représente le scalogramme ($\|CWT(a, b)\|$) d'une onde monochromatique de longueur d'onde verticale 5 km. Nous avons de plus représenté le signal analysé (panneau de droite) et le périodogramme normalisé réalisé à partir de la FFT (panneau supérieur). L'ondelette de Morlet fait apparaître, dans un plan longueur d'onde verticale-altitude, une bande centrée sur la longueur d'onde verticale analysée. Cette signature illustre la notion de localisation fréquentielle de l'ondelette analysante.

Pour localiser des structures plus fines à partir du scalogramme, on utilise par exemple l'ondelette réelle de dérivée huitième de la gaussienne. Le scalogramme met en évidence les oscillations positives et négatives de l'onde pure (fig. II.9). En utilisant dans le cas présent, l'ondelette de Morlet à valeurs complexes, ces oscillations sont noyées dans un spectre global. Les oscillations sont néanmoins identifiables en représentant séparément les parties réelles positives et négatives des coefficients de la CWT ou en utilisant l'ondelette réelle de Morlet.

La figure II.10 est un exemple de localisation conjointe longueur d'onde verticale-altitude d'une onde monochromatique dite localisée. Deux cônes d'influence pointent vers les lieux d'apparition et de disparition de la structure monochromatique caractérisée par la bande centrale. La tendance linéaire n'a pas d'effet au niveau de la représentation pour la gamme de longueurs d'onde étudiée car l'ondelette ne capture ici que les structures fines du signal.

La CWT de l'ondelette analysante d'échelle a_0 localisée en b_0 fournit une représentation du noyau reproduisant de l'ondelette analysante dans le plan longueur d'onde verticale-altitude pour le point (a_0, b_0) du plan temps-échelle (fig. II.11). Cette représentation est caractéristique de la non-orthogonalité de la famille d'ondelettes. Le noyau reproduisant assure la qualité de la localisation spatiale et fréquentielle des atomes de décomposition. L'ondelette de Morlet et la huitième dérivée de la gaussienne permettent une bonne localisation à la fois spatiale et fréquentielle.

L'ondelette de Marr et la dérivée première ont une meilleure résolution temporelle comme le prouvent les bancs de filtres associés. Par conséquent, celles-ci sont plus sensibles aux changements brusques (discontinuités, bruit...).

II.1.3.2 Phasogramme

La figure II.12 représente le phasogramme associé au scalogramme de la figure II.8 pour les coefficients de module non négligeable. La variation de phase est 2π périodique et correspond à l'évolution de la phase du signal. La phase (figure II.13) varie de façon linéaire suivant l'altitude au cours de chaque période (voir la propriété de progressivité et d'invariance par translation).

II.1.3.3 Maxima locaux

Un signal peut être également caractérisé dans le plan temps-échelle par ses *maxima locaux* ou son *squelette* [Meyers et al., 1993 ; Torrèsani, 1995 ; Burke Hubbard, 1995]. Cette méthode sert à la détection et à la caractérisation de singularités d'un signal ou de manière plus générale à mettre en évidence des endroits où effectivement "il se passe quelque chose d'intéressant"*. Les maxima locaux sont extraits du scalogramme produit par l'utilisation d'une ondelette analysante progressive. Ils définissent des *lignes spectrales* ou *arêtes* localisées aux endroits où le module des coefficients de la CWT est maximal (figure II.14). Arnéodo et al. [1995] montrent par ailleurs que la technique des maxima locaux est un outil statistique puissant d'analyse de signaux fractals. Parmi les différentes techniques relatives à l'extraction des lignes spectrales ou des fréquences instantanées, nous pouvons citer entre autre les méthodes de la *phase stationnaire* [Flandrin, 1993 ; Torrèsani, 1995] et de *réallocation* du scalogramme [Flandrin et Chassande-Mottin, 1995 ; Auger et al., 1997].

* citation de Mallat

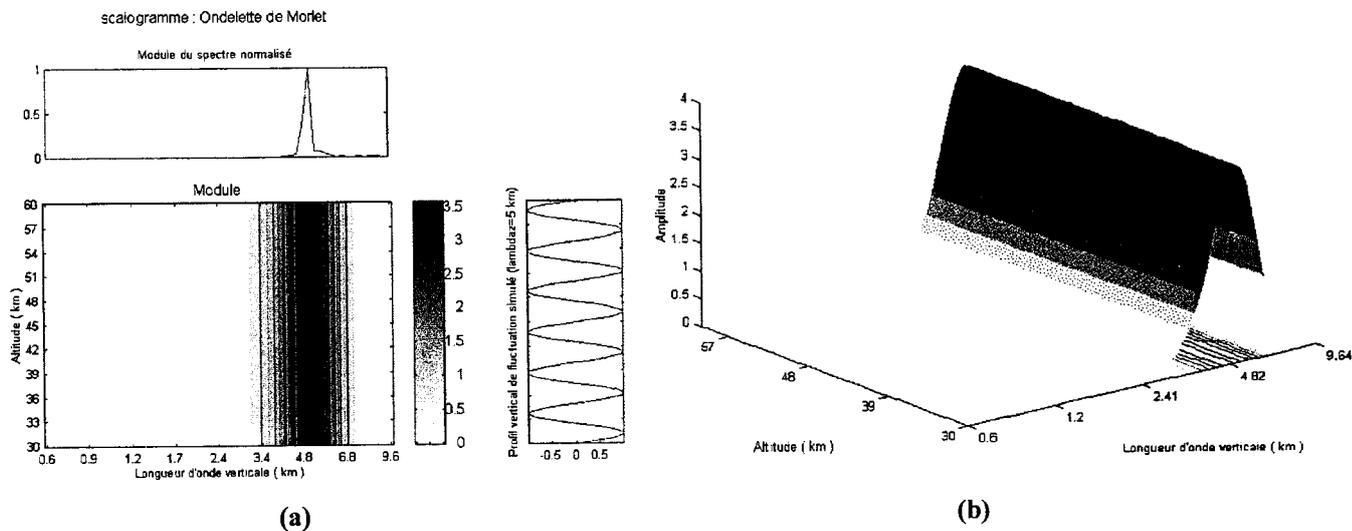


Figure II.8 : Transformée en ondelettes de Morlet d'une sinusoïde de longueur d'onde verticale de 5 km :

- a) Représentation plane,
- b) Représentation 3D.

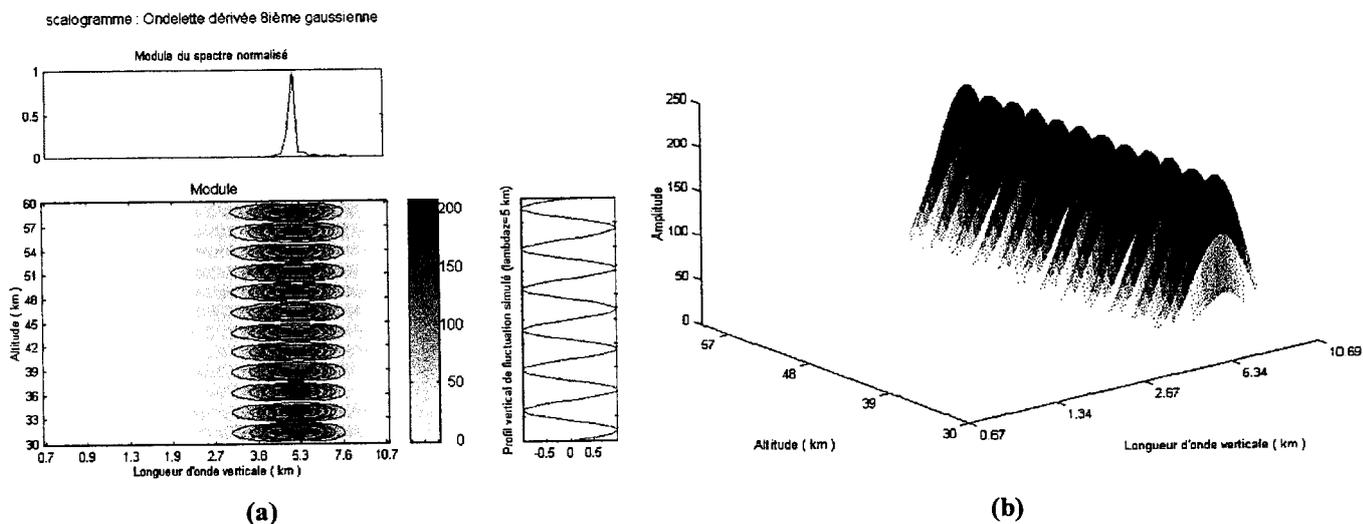


Figure II.9 : Transformée en ondelettes huitième dérivée de la gaussienne d'une sinusoïde de longueur d'onde verticale de 5 km :

- a) Représentation plane,
- b) Représentation 3D.

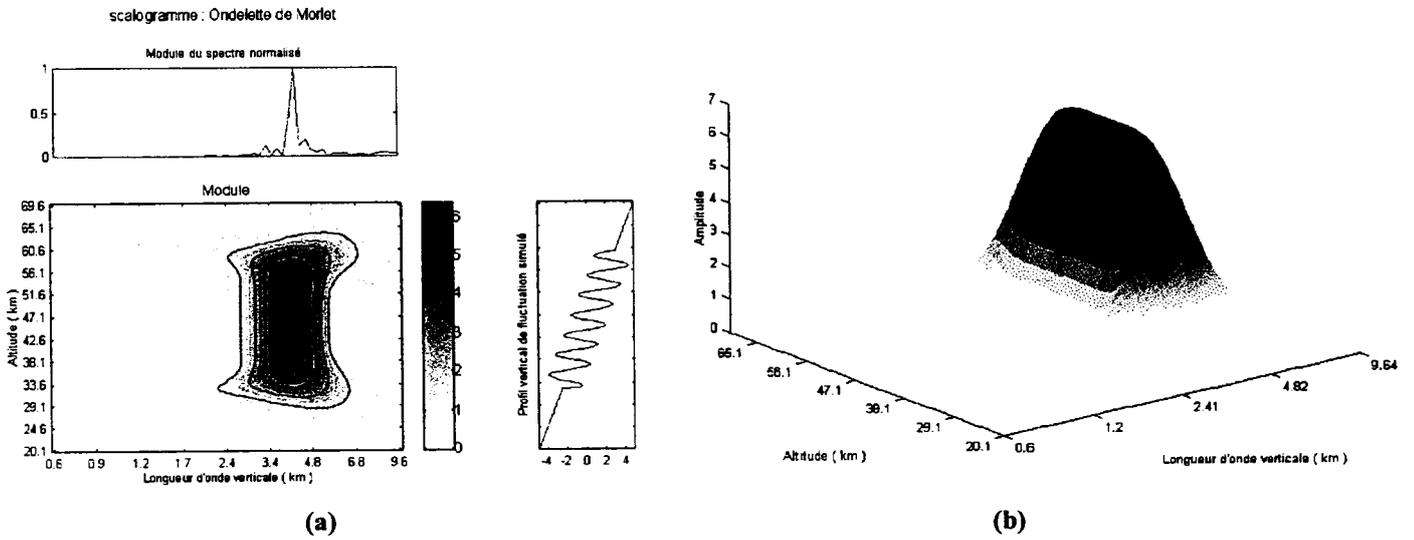


Figure II.10 : Transformée en ondelettes de Morlet d'une sinusoïde tronquée de longueur d'onde verticale de 4 km sur un support linéaire :

- a) Représentation plane,
- b) Représentation 3D.

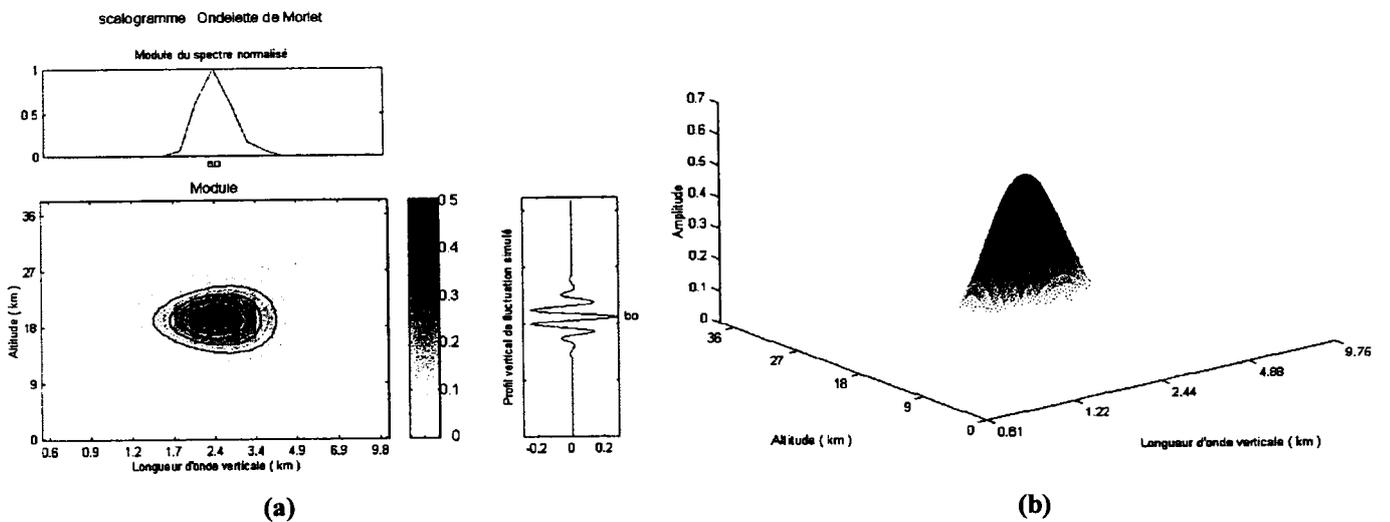


Figure II.11 : Noyau reproduisant de l'ondelette de Morlet au point (a_0, b_0) :

- a) Représentation plane,
- b) Représentation 3D.

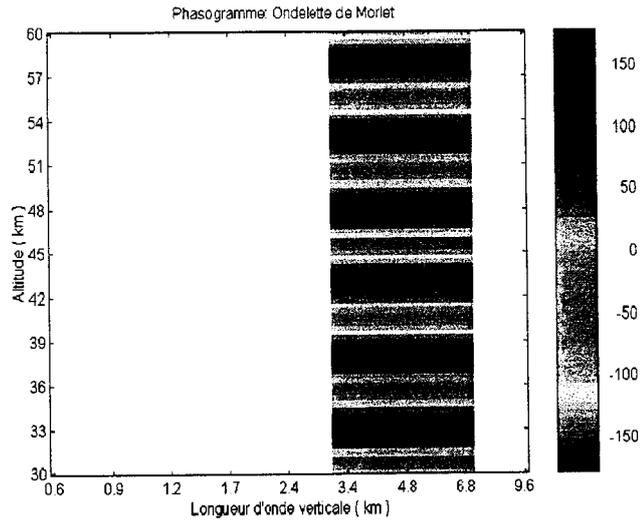


Figure II.12 : Phase de la CWT en ondelettes de Morlet d'une sinusoïde de longueur d'onde verticale de 5 km.

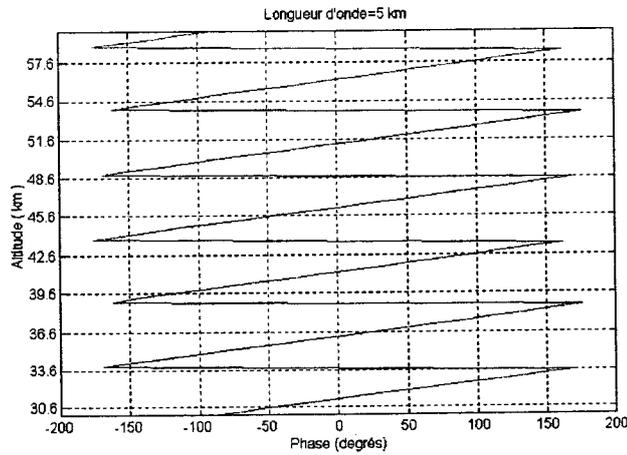


Figure II.13 : Evolution de la phase à la longueur d'onde 5 km.

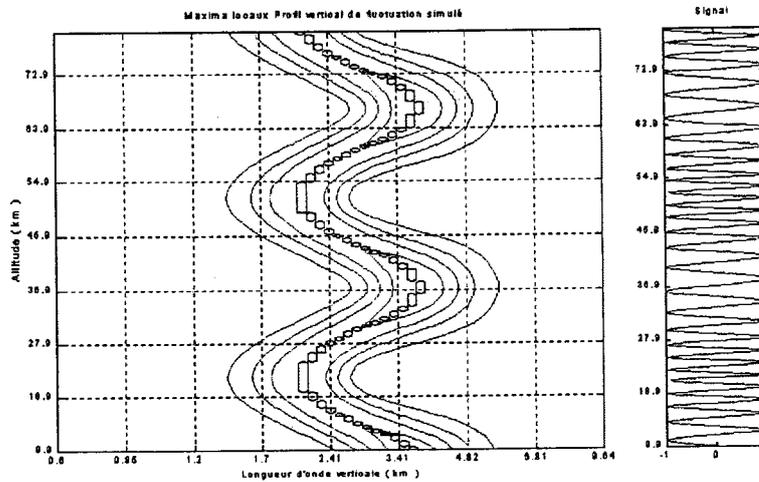


Figure II.14 : Maxima locaux (courbe noire) extraits de la CWT de Morlet d'un signal de modulation sinusoïdale de longueurs d'onde verticales variant entre 2 et 4 km (isocontours bleus).

II.1.3.4 Spectres d'énergie en ondelettes et conservation de l'énergie

La figure II.15 représente le spectre d'énergie en échelle $E(a)$ calculé à partir de l'équation II.16 d'un signal de modulation linéaire. $E(a)$ est traduit sous la forme $E(\lambda_v)$ par les relations de correspondance échelle-fréquence spatiale et fréquence spatiale-longueur d'onde. Nous avons superposé le spectre d'énergie obtenu en utilisant la FFT et le spectre d'énergie en échelle réalisé à partir de la CWT de Morlet. La distribution d'énergie donnée par la CWT correspond en fait à un lissage de la distribution calculée par la FFT par le module au carré du spectre de l'ondelette analysante associées aux différentes échelles [Farge, 1992]. De plus, la comparaison de ces distributions d'énergie pour un signal de spectre en loi de puissance décroissant aux petites échelles montre que le spectre global en ondelette aux petites échelles (HF) dépend du comportement de l'ondelette analysante aux grandes échelles (BF) [Perrier et al., 1995]. Les pentes α des deux spectres sont identiques aux petites échelles pour un nombre suffisant de moments nuls p ($2p+1 > \alpha$). En effet, l'augmentation du nombre de moments nuls entraîne une amélioration de la sensibilité de l'ondelette aux hautes fréquences et inversement pour les basses fréquences. L'échantillonnage régulier en échelle de la CWT fournit une représentation spectrale régulière adaptée, de manière progressive, aux différentes structures multi-échelles analysées contrairement à la FFT pour laquelle l'échantillonnage est régulier en fréquence. Le tableau II.1 représente la puissance normalisée du signal établie pour les différentes égalités de l'équation II.17. Dans le cas du signal étudié, l'énergie globale du signal est conservée. La conservation de l'énergie dépend également des signaux étudiés d'autant plus que le choix de l'ondelette analysante est lié au signal qu'on analyse. L'erreur relative est en majorité inférieure à 5% pour la gamme d'échelle étudiée [0,6-10 km].

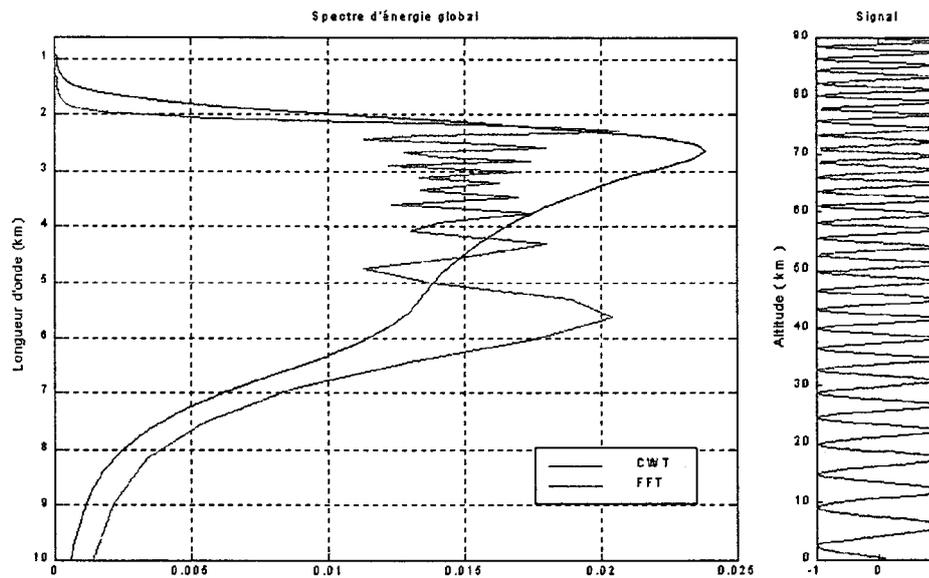


Figure II.15 : Spectres d'énergie globaux d'un signal de modulation fréquentielle linéaire de longueurs d'onde verticales variant entre 2 et 8 km obtenus par la CWT et la FFT.

Tableau II.1 : Puissance normalisée du signal (Equation II.17).

METHODE	$s(t)$	$s(v)$	$E(b)$	$E(a)$	RSB
Puissance du signal normalisée	0,497	0,497	0,499	0,499	24 dB

II.1.3.5 Reconstruction et filtrage

La figure II.16 représente un exemple de reconstruction du signal analysé, déterminée à partir de ses coefficients de décomposition en ondelettes (Equation II.11). L'erreur de reconstruction visualisée sur le second panneau est quasi-nulle. Aux bornes du signal, cette erreur est relativement plus importante et résulte des effets de bords. Les effets de bords ont été ici limités en complétant le signal par des zéro à la puissance de 2 supérieure. L'exemple suivant (figure II.17) est une application au "débruitage" d'un signal par décomposition et reconstruction par bandes successives d'échelle. Le signal initial est noyé dans un bruit blanc

gaussien et ensuite décomposé par la CWT suivant 7 octaves et 15 voies par octaves. Chaque paquet regroupant 4 voies successives est ensuite reconstruit. Le bruit, localisé majoritairement au niveau des coefficients de petites échelles (hautes fréquences) se dégage nettement du signal initial. En ne conservant que les coefficients de la gamme d'échelle relative au signal utile, la reconstruction produit un signal débruité proche du signal de départ. La figure II.18 montre les résultats obtenus à partir de la méthode présentée ci-dessus (méthode 1) et une autre méthode (méthode 2). La méthode 2 contrairement à la première méthode permet de conserver des signaux de hautes fréquences qui ne font pas partie du bruit mais du signal utile [Donoho, 1992]. Cette méthode consiste alors à éliminer les coefficients de module inférieur à un certain seuil selon différentes procédures (seuillage "dur" ou "doux"...) et à reconstruire le signal à partir des coefficients restants [Donoho and Johnstone, 1992 ; Torrence and Compo, 1998]. La méthode 2 a l'avantage de supprimer le bruit blanc dans le plan complet temps-échelle. On observe effectivement une erreur numérique de filtrage plus faible pour la méthode 2 (figure II.19). Les rapports signal sur bruit (SNR) relatifs aux erreurs des méthodes 1 et 2 ont respectivement pour valeurs 13,9 et 15,2 dB.

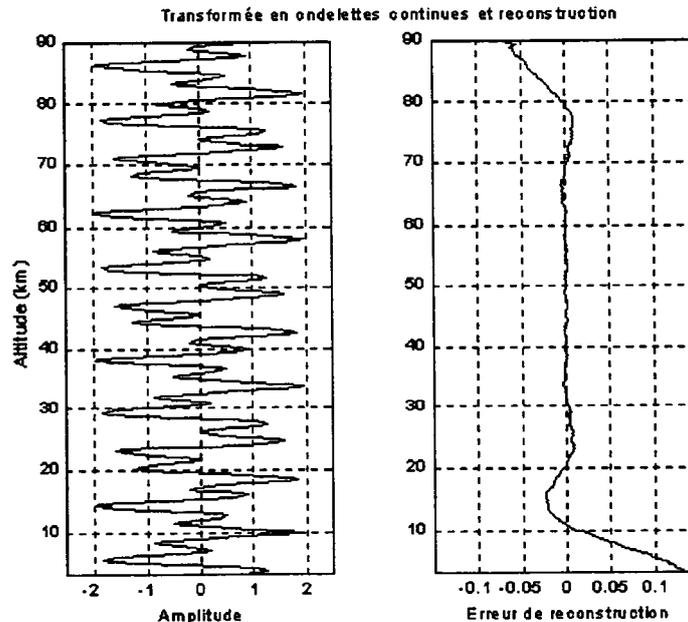


Figure II.16 : Reconstruction après décomposition par la CWT d'un signal constitué de deux sinusoïdes de longueurs d'onde verticales 3 et 8 km.

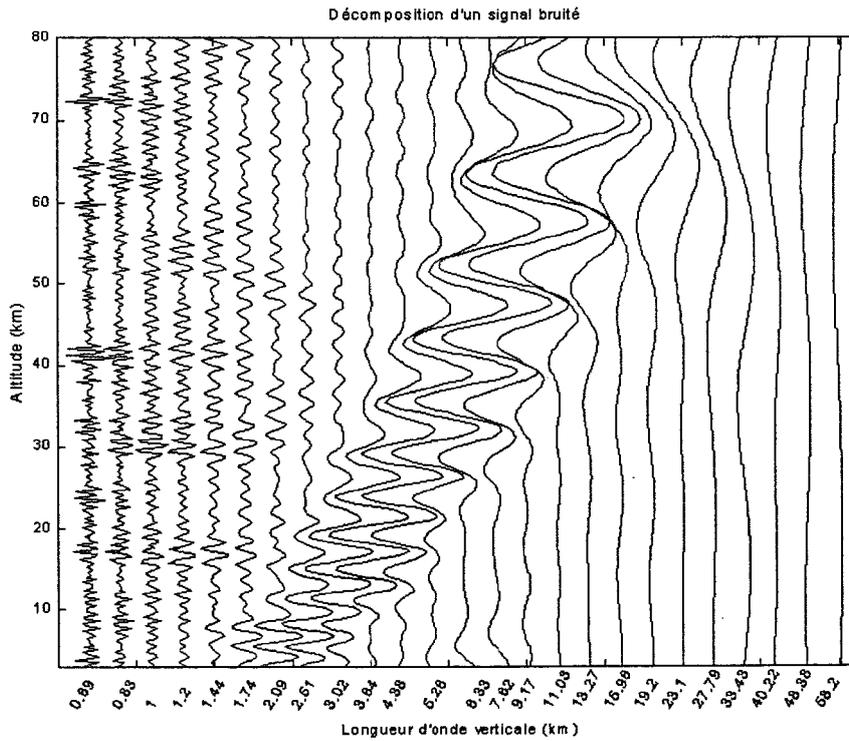


Figure II.17 : Décomposition d'un signal bruité (bruit blanc gaussien) et reconstructions successives de la CWT.

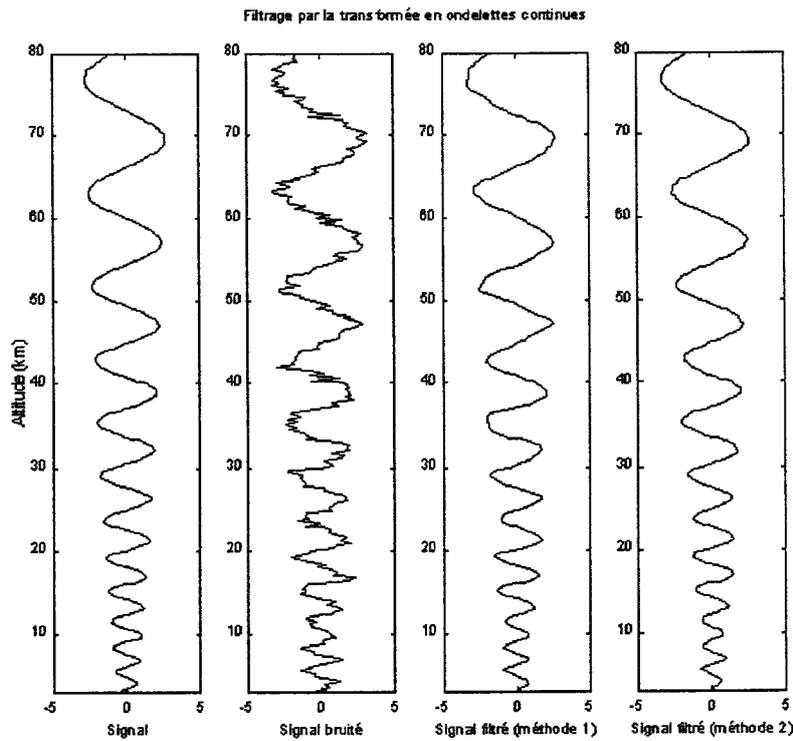


Figure II.18 : Extraction du bruit blanc par suppression des coefficients d'échelles petites (méthode 1) et de module inférieur à un seuil (10%) de la valeur maximale en module (méthode 2).

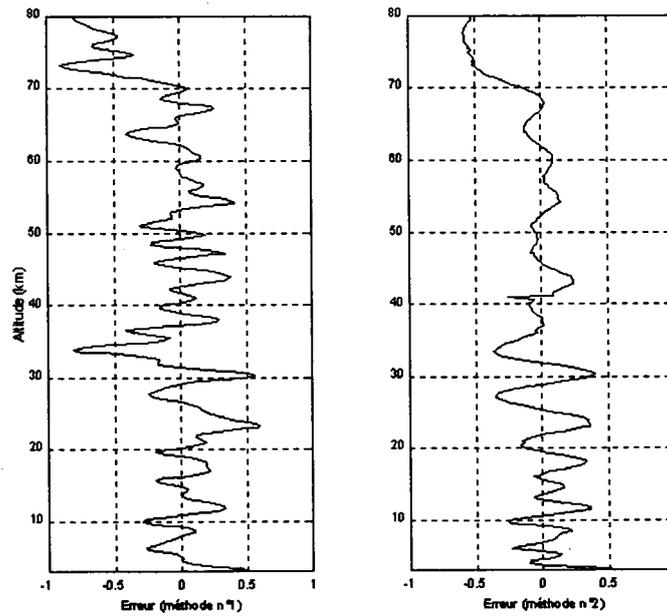


Figure II.19 : Erreur de filtrage par rapport au signal initial pour la méthode 1 et 2.

II.1.3.6 Réhaussement

Les signaux d'amplitudes identiques mais d'échelles différentes produisent des coefficients de valeurs comparables mais néanmoins différents. L'information relative à l'amplitude du signal est quelque peu biaisée par le scalogramme résultant de la transformée en ondelettes continues. Ceci s'explique par le principe de décomposition en ondelettes sur des résolutions fréquentielles différentes (voir figure II.1). On observe visuellement sur la figure II.20 des valeurs supérieures aux grandes échelles pour un signal de modulation fréquentielle linéaire ("chirp linéaire") ayant la même amplitude sur la gamme de longueur d'onde variant entre 2 et 8 km. En outre, l'échelle logarithmique donne une représentation exponentielle de la croissance linéaire de la fréquence dans le plan altitude-longueurs d'onde verticales. Le réhaussement d'amplitude des structures multi-échelles dans le plan temps-échelle consiste à redistribuer l'énergie proportionnellement aux résolutions fréquentielles. Cette redistribution est réalisée en calculant la densité énergétique. La figure II.21 montre le résultat de cette opération pour le scalogramme précédent.

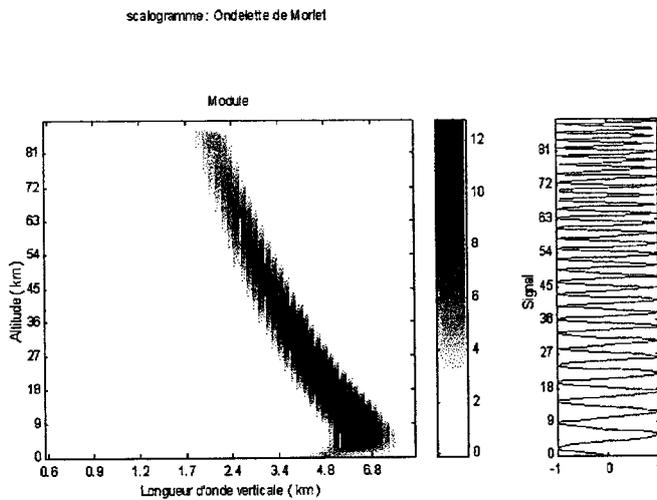


Figure II.20 : Scalogramme d'un signal de modulation linéaire de longueur d'onde variant entre 2 et 8 km.

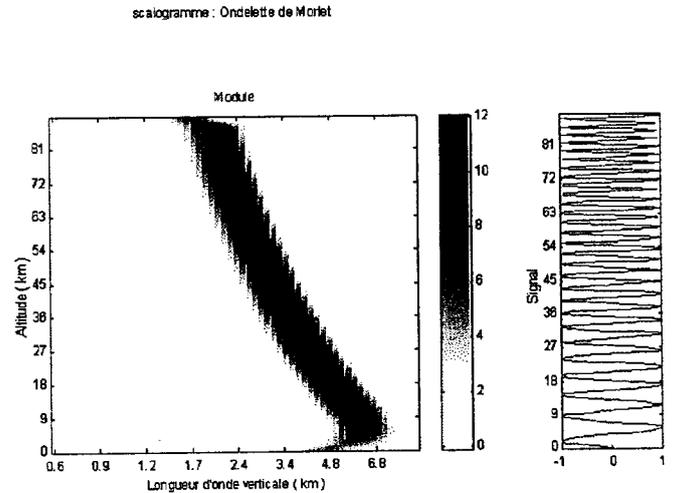


Figure II.21 : Réhaussement d'amplitude du scalogramme du signal de modulation linéaire de longueur d'onde variant entre 2 et 8 km.

II.1.3.7 Corrélation

La séparation des structures d'échelles différentes traduite par les coefficients de décomposition en ondelettes permet une amélioration qualitative (visuelle) et quantitative des études de corrélations entre signaux distincts ou entre les composantes d'un même signal. En effet, l'étude de corrélation ne concerne alors que les structures localisées, dissociées dans l'espace temps-échelle, qu'on désire étudier.

On définit le *spectre croisé* en ondelettes par :

$$WS_{XY}(a,b) = CWT_X(a,b) CWT_Y(a,b)^* \quad \text{II.33}$$

La *puissance croisée* en ondelettes est obtenue en prenant le module du spectre croisé. Ces fonctions nous renseignent sur les domaines fréquentiels où deux signaux sont corrélés et d'énergie importante. On appelle la *phase de cohérence* la phase du spectre croisé [Torrence and Compo, 1998]. L'analogie entre les statistiques, la transformée de Fourier et l'analyse en ondelettes est récapitulée dans le Tableau II.2.

Tableau II.2 : Correspondance entre les statistiques, la transformée en ondelettes et l'analyse en ondelettes adaptée d'après le tableau de Liu [1994].

<i>Statistiques</i>	<i>Transformée de Fourier</i>	<i>Analyse en ondelettes</i>
<p><u>Variance</u></p> $E(X^2)$	<p><u>Spectre fréquentiel</u></p> $S_X(\omega) = \ X(\omega)\ ^2$	<p><u>Spectre en ondelettes</u></p> $WS_X(a,b) = \ CWT(a,b)\ ^2$
<p><u>Covariance</u></p> $E(XY)$	<p><u>Spectre croisé</u></p> $S_{XY}(\omega) = X(\omega)Y(\omega)^*$	<p><u>Spectre croisé en ondelettes</u></p> $WS_{XY}(a,b) = CWT_X(a,b)CWT_Y(a,b)^*$
<p><u>Coefficients de corrélation</u></p> $r = \frac{E(XY)}{\sqrt{E(X)E(Y)}}$	<p><u>Fonction de cohérence</u></p> $\gamma = \frac{S_{XY}(\omega)}{\sqrt{S_X(\omega)S_Y(\omega)}}$	<p><u>Fonction de cohérence en ondelettes</u></p> $\Gamma = \frac{WS_{XY}(a,b)}{\sqrt{WS_X(a,b)WS_Y(a,b)}}$

II.1.4 Conclusions

Les illustrations des possibilités mathématiques et physiques de l'outil en ondelettes continues font apparaître un outil complet d'analyse et de synthèse de signaux unidimensionnels. Celles-ci soulignent avant tout l'aspect visuel de la méthode lié à l'intuition physique des phénomènes et qui repose sur la notion redondance des coefficients. L'inconvénient majeur de cet outil est alors le nombre abondant de calculs dont les conséquences directes sont le temps et le coût des calculs. Afin de palier les limites éventuelles que nous sommes amenés à rencontrer avec l'outil d'analyse en ondelettes continues, nous complétons cette gamme d'outils en introduisant les techniques en ondelettes discrètes et plus particulièrement l'analyse multirésolution. Contrairement à l'analyse en ondelettes continues, l'analyse multirésolution est une analyse non redondante qui fournit des coefficients décorrélés entre eux. L'information totale du signal est exprimée de manière concise par l'intermédiaire de bases de projections orthonormales. En contre partie, la notion d'invariance (en translation et en échelle) n'est plus valable de part la discrétisation. Nous verrons entre autre que cet outil s'accompagne d'algorithmes rapides de calcul et d'une reconstruction parfaite du signal après décomposition.

II.2 La transformée discrète en ondelettes-Multirésolution

Une analyse multirésolution consiste à décomposer le signal sur des bases orthonormales selon des approximations et des détails successifs à des résolutions différentes. L'adjonction ou la suppression des détails permet de passer progressivement à la résolution supérieure ou inférieure du signal. Les détails codent alors la différence d'information entre deux niveaux d'échelle successifs.

L'efficacité de la méthode réside dans la grande liberté de choix et de construction des bases orthogonales ou biorthogonales adaptées au signal étudié et les algorithmes rapides issus de la théorie du codage en sous-bandes et des bancs de filtres [Mallat, 1989 ; Burke Hubbard, 1995].

Outre les nombreuses qualités de la méthode, nous montrerons par ailleurs que cet outil permet l'extraction automatique d'événements et de structures multi-échelles par bandes d'octaves permettant ainsi d'étudier l'évolution des différentes composantes du signal. La non sélectivité des filtres permet également la mise en évidence des structures dominantes au sein d'une même échelle.

II.2.1 Transformée discrète en ondelettes et "frame"

La transformée discrète en ondelettes correspond à la discrétisation de la transformée en ondelettes continues. Cette discrétisation s'exprime au niveau des paramètres d'échelle a et temporelle b de la façon suivante :

$$\begin{aligned} a &= a_0^j \\ b &= k b_0 a_0^{-j} \quad a_0 > 1 \text{ et } b_0 > 0 \end{aligned}$$

La famille d'ondelettes de formulation :

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-\frac{j}{2}} \psi(a_0^{-j}t - k b_0) \quad (j,k) \in \mathbb{Z}^2 \quad \text{II.34}$$

est admissible si celle-ci constitue un *frame* (base de Riesz) ou une *structure oblique* [Heil and Walnut, 1989]. Cette condition définit une base *stable* ou *inconditionnelle* qui assure la stabilité numérique de reconstruction du signal analysé.

Par définition, une famille de fonction $\{\phi_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ d'un espace de Hilbert constitue un *frame* si et seulement si il existe $A > 0$ et $B < +\infty$ tels que pour toute fonction f de cet espace, la relation suivante est satisfaite [Daubechies, 1989, 1992] :

$$A \|f\|^2 \leq \sum_{j \in \mathbb{Z}} |\langle f, \phi_j \rangle|^2 \leq B \|f\|^2$$

Le signal s s'exprime alors à partir des coefficients de projection sur la base discrète $\{\phi_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ et d'une base *duale* $\{\phi_j^\circ\}_{j \in \mathbb{Z}}$.

$$s(t) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \langle s, \phi_j \rangle \phi_j^\circ(t) \quad \text{II.35}$$

La transformation qui est non redondante exprime la totalité de l'information du signal en choisissant un échantillonnage *critique* suivant une grille *dyadique* en prenant $(a_0, b_0) = (2, 1)$. On aboutit par conséquent à des décompositions dites *orthonormales*.

II.2.2 Analyse multirésolution

II.2.2.1 Définitions

- *Analyse multirésolution*

Par définition, une analyse multirésolution (MRA) [Cohen, 1990 ; Abry, 1997] est une suite $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ des sous-espaces vectoriels fermés de $L^2(\mathbb{R})$, vérifiant les propriétés suivantes :

- Les sous espaces sont emboîtés : $V_{j+1} \subset V_j$ II.36

- La réunion engendre l'espace entier de fonctions de $L^2(\mathbb{R})$: $\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j = L^2(\mathbb{R})$ II.37

- L'intersection est l'ensemble vide : $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$ II.38

- L'invariance en échelle : $f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2^j x) \in V_0$ II.39

- L'invariance en translation : $f(t) \in V_0 \Leftrightarrow f(t-k) \in V_0 \quad \forall k \in \mathbb{Z}$ II.40

- Il existe une fonction $\phi(t)$ dans V_0 telle que $\{\phi(t-k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ soit une base orthonormale de V_0 .

Interprétations :

L'espace V_j est l'espace vectoriel des approximations à la résolution r égale 2^j ou à l'échelle 2^j . La projection du signal dans cette espace fournit des signaux approchés du signal à l'échelle 2^j . L'emboîtement des espaces signifie que l'approximation à une échelle donnée contient toute l'information nécessaire pour produire l'approximation à l'échelle supérieure. On constate alors que dans le cadre de l'analyse multirésolution, la fonction ϕ va jouer un rôle essentiel.

- *Fonction échelle ou "père" d'ondelettes*

La fonction ϕ générant la base orthonormale $\{\phi_{0,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ de l'espace central V_0 des approximations et les bases $\{\phi_{j,k}\}_{(j,k) \in \mathbb{Z}^2}$ des autres sous-espaces V_j par l'intermédiaire de ses versions translatées et dilatées est appelée fonction échelle ou "père" des ondelettes.

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \phi(2^{-j}t - k) \quad (j, k) \in \mathbb{Z}^2 \quad \text{II.41}$$

- *Fonction ondelette ou "mère" d'ondelettes*

La fonction ψ générant la base orthonormale $\{\psi_{0,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ de l'espace central W_0 des détails et les bases $\{\psi_{j,k}\}_{(j,k) \in \mathbb{Z}^2}$ des autres sous-espaces W_j par l'intermédiaire de ses versions translatées et dilatées est appelée fonction ondelette ou "mère" des ondelettes.

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}t - k) \quad (j, k) \in \mathbb{Z}^2 \quad \text{II.42}$$

- *Approximation discrète*

La suite $a_j = (a_{j,k})_{k \in \mathbb{Z}}$ des coefficients de projection du signal sur les bases $\{\phi_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ est appelée *approximation discrète* du signal à la résolution 2^j ou à l'échelle 2^j .

- *Détail discret*

La suite $d_j = (d_{j,k})_{k \in \mathbb{Z}}$ des coefficients de projections du signal sur les bases $\{\psi_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ est appelée *détail discret* du signal à la résolution 2^j .

- *Décomposition ou représentation en ondelettes*

La double suite $(a_j, (d_l)_{j \leq l \leq j+1})$ est appelée décomposition ou représentation en ondelettes du signal à la résolution 2^j .

II.2.2.2 Propriétés

Les principales propriétés sont ici brièvement rapportées. Les relations obtenues dans l'espace de Fourier peuvent être établies directement ou encore démontrées et interprétées aisément par passage à la transformée en Z et par l'utilisation des propriétés des bancs de filtres [Daubechies, 1992 ; Gopinath and Burrus, 1992 ; Strang and Nguyen, 1996].

- A l'aide de la structure emboîtée des sous-espaces V_j et de la relation d'invariance en échelle, la fonction échelle s'exprime à partir des coefficients d'un filtre h tels que :

$$\begin{cases} \phi(t) = \sum h(k) \cdot \phi_{-1,k}(t) = \sqrt{2} \sum h(k) \cdot \phi(2t - k) \\ h(k) = \langle \phi(t), \phi_{-1,k}(t) \rangle \\ \|h(k)\| = 1 \end{cases} \quad \text{II.43}$$

dans l'espace de Fourier, les relations s'écrivent :

$$\begin{cases} \phi(2\omega) = m_o(\omega) \phi(\omega) \\ m_o(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum h(k) e^{-ik\omega} \end{cases} \quad \text{II.44}$$

- La fonction m_o , représentant la TF du filtre h est infiniment dérivable, 2π périodique telle que :

- m_o est un filtre en *quadrature miroir (QMF)* :

$$\forall \omega \quad |m_o(\omega)|^2 + |m_o(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad \text{II.45}$$

[Cohen, 1992]

Le décalage de π du filtre m_0 constitue le filtre orthogonal associé et revient à alterner le signe des coefficients de positions impaires de m_0 .

- m_0 est un filtre *passé-bas* :

$$m_0(0) = 1 \text{ (ou } \sum h(k) = \sqrt{2} \text{) et } m_0(\pi) = 0 \text{ (ou } \sum (-1)^k h(k) = 0 \text{)} \quad \text{II.46}$$

$$m_0(\omega) \neq 0 \text{ pour } \omega \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

- La fonction échelle est obtenue par récursivité :

$$\phi(\omega) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \prod_{j \geq 1} m_0(2^{-j}\omega) \quad \text{II.47}$$

$$\text{telque } \|\phi(t)\| = 1$$

La génération de la fonction ϕ normalisée dans l'espace direct nécessite en théorie une infinité d'itérations dans l'espace de Fourier. Cette fonction convergera assez rapidement sous certaines conditions sur le filtre m_0 , comme par exemple la régularité [Rioul and Vetterli, 1991 ; Yvetot, 1996].

- Les sous-espaces W_j des détails complémentaires orthogonaux de V_j dans V_{j+1} engendrent $L^2(\mathbb{R})$. De plus, un signal f de V_0 peut être reconstitué par une approximation dans l'espace V_j à laquelle on rajoute les détails successifs dans W_j aux résolutions supérieures.

$$V_j \oplus W_j = V_{j+1} \quad \text{II.48}$$

$$\bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j = L^2(\mathbb{R}) \quad \text{II.49}$$

$$\text{et } V_j \oplus_{J \leq j < 0} W_j = V_0 \quad \text{II.50}$$

- La fonction ondelette s'exprime de même à partir des coefficients d'un filtre g tels que:

$$\begin{cases} \psi(t) = \sum g(k) \cdot \phi_{-1,k}(t) \\ g(k) = \langle \psi(t), \phi_{-1,k}(t) \rangle \\ \|g_0(k)\| = \|\psi(t)\| = 1 \end{cases} \quad \text{II.51}$$

dans l'espace de Fourier, les relations s'écrivent :

$$\begin{cases} \psi(2\omega) = m_1(\omega) \phi(\omega) \\ m_1(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum g(k) e^{-ik\omega} \end{cases} \quad \text{II.52}$$

- m_0 et m_1 sont en quadrature miroir tels que :

$$\begin{aligned} m_1(\omega) &= e^{-i\omega} m_0^*(\omega + \pi) \\ \text{alors } g(k) &= (-1)^k h(1-k) \end{aligned} \quad \text{II.53}$$

m_1 est par conséquent un filtre *passé-haut* :

$$\begin{aligned} m_1(0) &= 0 \quad (\text{ou } \sum g(k) = 0) \\ m_1(\omega) &\neq 0 \text{ pour } \omega \in \left[-\pi, -\frac{\pi}{2} \right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right] \end{aligned} \quad \text{II.54}$$

Le filtre g est un filtre *passé-haut* orthogonal à h ; il correspond à une version inversée du filtre h dont les éléments de positions impaires subissent un changement de signe [Strang and Nguyen, 1996].

II.2.2.3 Algorithme pyramidal (algorithme de Mallat)

- *Analyse (décomposition)*

- Calcul des coefficients par récursivité

L'emboîtement des sous-espaces ($V_j \subset V_{j+1}$ et $W_j \subset V_{j+1}$) permet le calcul des suites (a_j) et (d_j) par application de filtres récursifs :

$$a_{j,k} = \langle x, \phi_{j,k} \rangle = \sum_n a_{j+1,n} h(n-2k) \quad \text{II.55}$$

$$\text{et } d_{j,k} = \langle x, \psi_{j,k} \rangle = \sum_n d_{j+1,n} g(n-2k) \quad \text{II.56}$$

- Algorithme

Les approximations et les détails discrets à l'échelle 2^j sont obtenus en convoluant les filtres de réponses impulsionnelles h et g respectivement aux approximations et aux détails

discrets à l'échelle $2^{-(j+1)}$ suivi d'une opération de *décimation* ou de *sous-échantillonnage* (suppression d'un élément sur deux). L'opération de décimation réduit par la même occasion le nombre de coefficients à chaque étape par un facteur 2.

L'initialisation de cette décomposition a lieu à l'échelle 1 (ou 2^0) en définissant la suite (a_0) telle que :

$$a_{0,k} = \langle x, \phi_{0,k} \rangle = (x * \alpha)(k) \text{ avec } \alpha_k = \langle \text{sinc}, \phi_{0,k} \rangle \quad \text{II.57}$$

[Wickerhauser, 1991 ; Abry, 1997]

Dans la pratique, l'initialisation se fait en posant : $a_{0,k} \approx x(k)$.

Cette initialisation peut produire des erreurs qui s'estompent lorsque l'échelle augmente. L'initialisation suivante est alors proposée:

$$\alpha \approx \phi(-k) \quad \text{d'où} \quad a_{k,0} \approx \sum_n x(n) \phi(n-k)$$

- *Synthèse (reconstruction)*

La synthèse du signal à l'échelle 2^j ou encore son approximation est obtenue à partir des éléments à l'échelle $2^{-(j+1)}$ et des bases duales associées $\left\{ \overset{\circ}{\phi}_j \right\}_{j \in \mathbb{Z}}$ et $\left\{ \overset{\circ}{\psi}_j \right\}_{j \in \mathbb{Z}}$ grâce à la structure

emboîtée des sous-espaces :

$$x_{j+1}(t) = (\text{proj}_{V_{j+1}} x)(t) = (\text{proj}_{V_j} x)(t) + (\text{proj}_{W_j} x)(t)$$

$$\text{d'où} \quad \sum a_{j+1,k} \overset{\circ}{\phi}_{j+1,k}(t) = \sum a_{j,k} \overset{\circ}{\phi}_{j,k}(t) + \sum d_{j,k} \overset{\circ}{\psi}_{j,k}(t)$$

Le produit scalaire de cette dernière relation et $\phi_{j+1,k}$ permet d'écrire:

$$a_{j+1,k} = \sum_n a_{j,n} h'(k-2n) + \sum_n d_{j,n} g'(k-2n)$$

$$\text{avec} \quad h'(k) = \left\langle \overset{\circ}{\phi}_{-1,0}, \phi_{0,k} \right\rangle \quad \text{II.58}$$

$$g'(k) = \left\langle \overset{\circ}{\psi}_{-1,0}, \phi_{0,k} \right\rangle$$

L'approximation à l'échelle $2^{-(j+1)}$ est obtenue en faisant agir un *opérateur d'interpolation* ou de *sur-échantillonnage* à l'approximation et au détail à l'échelle 2^j (insertion de zéro entre chaque coefficient) suivi respectivement d'un filtrage passe-bas et passe-haut de réponses impulsionnelles h' et g' .

Dans le cadre d'une analyse multirésolution (orthogonale), les fonctions duales de synthèse sont identiques aux fonctions d'analyse et les filtres de synthèse sont alors les versions inversées dans l'espace temporel ou les transposées des filtres d'analyse.

La figure II.22 a. schématise le principe de l'analyse multirésolution. L'analyse s'effectue en appliquant au signal $x(n)$ les filtres passe bas et passe haut de réponses impulsionnelles h et g respectivement puis suivi d'une opération de sous-échantillonnage pour produire $y_1(n)$ et $y_0(n)$. La synthèse est constituée d'un sur-échantillonnage des éléments $y_1(n)$ et $y_0(n)$ suivi d'un filtrage passe bas et passe haut de réponses impulsionnelles $h'=h^*$ et $g'=g^*$ pour donner $x'(n) \approx x(n)$. La figure II.22 b représente la décomposition de type pyramidale par la mise en cascade des filtres d'analyse permettant de progresser aux échelles supérieures de l'analyse multirésolution.

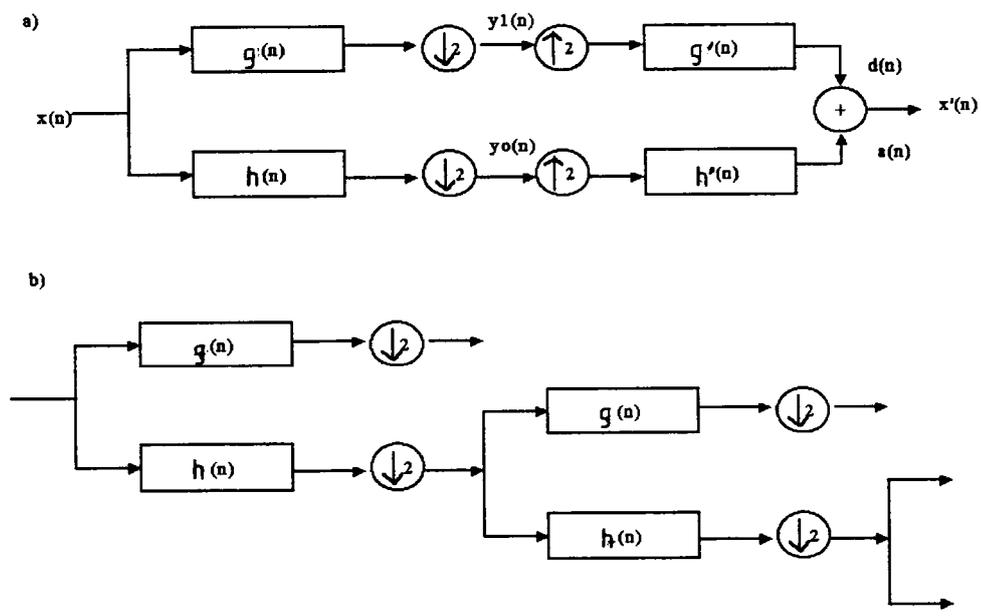


Figure II.22 : Analyse multirésolution et structure pyramidale
 a) Principe de décomposition et synthèse de l'analyse multirésolution.
 b) Décomposition pyramidale par la mise en cascade de filtres.

II.2.3 Multirésolution biorthogonale

La condition de reconstruction parfaite nécessite dans le cadre de l'analyse multirésolution l'utilisation de bancs de filtres *orthogonaux* ou *biorthogonaux* [Cohen, 1992 ; Daubechies, 1992 ; Jawerth and Swelden, 1993]. Cette contrainte permet la suppression des phénomènes de repliement associés aux spectres des filtres et des distorsions de phase.

La biorthogonalité rend plus flexible la construction des ondelettes et se traduit par les relations suivantes :

$$V_j \perp \overset{\circ}{W}_j, \quad \overset{\circ}{V}_j \perp W_j, \quad V_j + W_j = V_{j+1} \quad \text{et} \quad \overset{\circ}{V}_j + \overset{\circ}{W}_j = \overset{\circ}{V}_{j+1}$$

L'analyse multirésolution biorthogonale requiert alors 4 bancs de filtres différents.

Les filtres de synthèse vérifient la condition de reconstruction parfaite (suppression des distorsions et des repliements de spectres) :

$$\begin{cases} \overset{\circ}{m}_0(z) \overset{\circ}{m}_0(z) + \overset{\circ}{m}_1(z) \overset{\circ}{m}_1(z) = 2z^{-2l} & l \text{ impair (distorsion)} \\ \overset{\circ}{m}_0(z) \overset{\circ}{m}_0(-z) + \overset{\circ}{m}_1(z) \overset{\circ}{m}_1(-z) = 0 & \text{(repliement de spectres)} \end{cases} \quad \text{II.59}$$

[Strang and Nguyen, 1996]

II.2.4 Les ondelettes de Daubechies

La conception des filtres numériques détermine complètement l'analyse multirésolution. Ces filtres sont construits afin de répondre à certaines exigences telles que les propriétés de filtres idéaux, la compacité du support, la régularité des fonctions échelle et ondelette, le nombre de moments évanescents...

Parmi les nombreuses familles d'ondelettes orthogonales, la famille classique de Daubechies de support compact est usuellement utilisée [Daubechies, 1990, 1992 ; Misiti et al., 1996 ; Yvetot, 1996]. Le filtre passe bas m_0 de la famille classique de Daubechies est un polynôme trigonométrique binomiale 2π périodique de réponse impulsionnelle :

$$m_o(e^{i\omega}) = \left(\frac{1 + \cos(\omega)}{2}\right)^N \sum_{k=0}^{N-1} C_k^{N-1+k} \left(\frac{1 - \cos(\omega)}{2}\right)^k \quad \text{II.60}$$

avec $m_o(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=0}^{2N-1} h_k e^{-ik\omega}$

La famille classique de Daubechies comprend $2N$ coefficients non nuls et est à *phase minimale* [Flandrin, 1993]. Il en résulte une asymétrie prononcée de certaines fonctions échelles et ondelettes.

Lorsque l'ordre N augmente, la réponse du filtre tend vers celle d'un filtre passe bas idéal comprenant un nombre infini de coefficients. La convergence de m_o nécessite un nombre suffisant de zéro à $\omega=\pi$.

Les fonctions échelles et ondelettes sont de support $2N-1$ et possèdent N moments évanescents. Leur régularité croît avec N ($\phi_N, \psi_N \in C^{0,2N}$ pour N grand).

La figure II.23 a. représente les fonctions échelle et ondelette de Daubechies d'ordre 8. La convergence du processus itératif est rapide et obtenue au bout de 5 itérations. Les coefficients h_k et g_k des filtres numériques m_o et m_1 respectivement exprimés par l'équation II.58 sont reportés à l'annexe 2. Les réponses impulsionnelles des filtres h et g associées aux fonctions échelle et ondelette sont en quadrature miroir (fig. II.23 b.). Les applications géophysiques relatives à cette étude montre que cette ondelette est adaptée aux signaux étudiés de part son degré de régularité et son nombre d'oscillations.

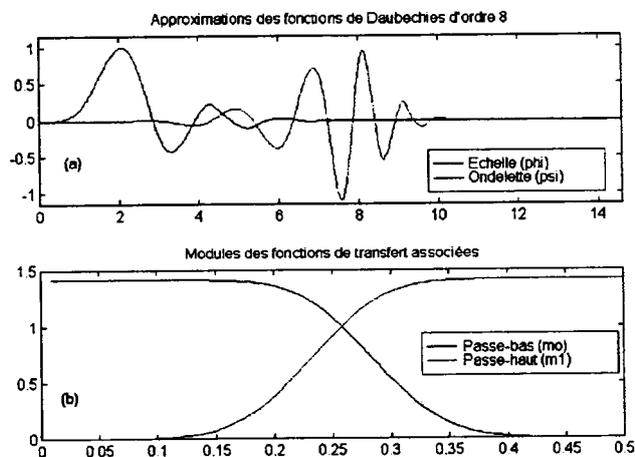


Figure II.23 : Ondelettes de Daubechies d'ordre 8 (5 itérations) :
 a) Fonctions échelle ϕ et ondelette ψ ,
 b) Réponses en fréquence m_o et m_1 associées aux filtres numériques h et g respectivement.

II.2.5 Applications

- *Décomposition par bandes d'octaves, reconstruction parfaite et filtrage.*

Dans le cas de l'analyse multirésolution, un signal est décomposé par bandes d'octaves successives de détails et est représenté par la double suite $(a_j, (d_l)_{j \leq l \leq 1})$ en d'autres termes par l'approximation à l'ordre j et des détails discrets jusqu'à cet ordre (fig. II.24). Ceci constitue un *arbre de décomposition* en ondelette de *structure pyramidale*. La méthode de reconstruction parfaite, appliquée séparément à l'approximation et aux différents détails, permet de reconstruire le signal par superposition des différentes composantes du signal appelées également *détails et approximations*:

$$x(n) \approx d_1(n) + \dots + d_j(n) + a_j(n) \quad \text{II.61}$$

Ces composantes font apparaître une analyse dite '*fine to coarse*', passant progressivement des détails (structures fines) à l'approximation (structure grossière) du signal (fig. II.25). Dans cet exemple, le signal est échantillonné verticalement tous les 300 m et par conséquent, chaque détail d_j et approximation a_j correspondent à des gammes de longueurs d'onde verticales, déduites de la décomposition par octaves, telles que $d_1 = 0.6-1.2$ km, $d_2 = 1.2-2.4$ km, $d_3 = 2.4-4.8$ km, $d_4 = 4.8-9.6$ km et $a_4 > 9.6$ km. Les différents détails mettent en évidence les structures dominantes présentes dans la gamme de longueurs d'onde observées. L'erreur de reconstruction du signal après décomposition est très faible, de l'ordre 10^{-11} pour cet exemple.

Il est donc possible d'extraire les composantes utiles du signal, en effectuant un filtrage par suppression de certaines composantes ou par l'intermédiaire d'un seuillage des composantes discrètes.

Analyse multirésolution

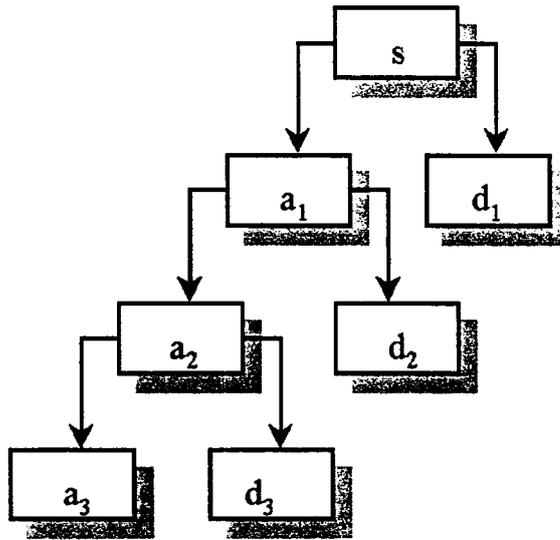


Figure II.24 : Décomposition pyramidale par analyse multirésolution [Misiti et al., 1996].

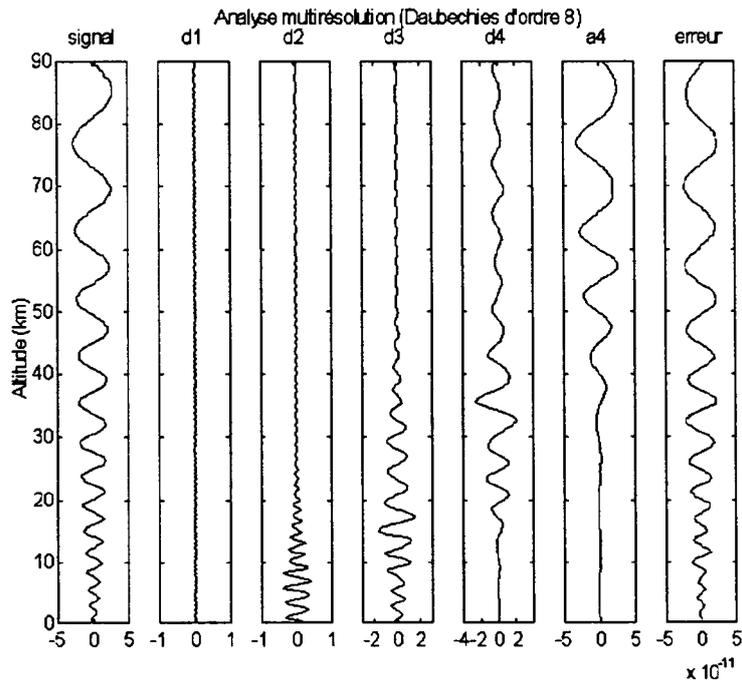


Figure II.25 : Analyse multirésolution à l'échelle 2^4 à partir de l'ondelette de Daubechies d'ordre 8 ($d_1 = 0,6-1,2$ km, $d_2 = 1,2-2,4$ km, $d_3 = 2,4-4,8$ km, $d_4 = 4,8-9,6$ km et $a_4 > 9,6$ km).

II.2.6 Conclusions

La particularité de l'analyse multirésolution est de procéder à un calcul de transformée en ondelettes sans faire intervenir directement des ondelettes. Cette analyse est en fait complètement déterminée à partir des filtres numériques définissant alors les propriétés et les caractéristiques des fonctions échelle et ondelette ou à partir de la fonction échelle résultant d'une MRA. La génération de nouvelles MRA est possible en conciliant les propriétés de la MRA, ou bien à partir d'une MRA existante, ou encore à partir d'une fonction échelle de forme adaptée au signal. On montre de plus que la CWT peut profiter des algorithmes rapides de l'analyse multirésolution par approximation d'une ondelette mère classique de la CWT sous forme de combinaison de fonctions splines par exemple [Rioul and Duhamel, 1992 ; Abry, 1997].

Les autres points forts de l'analyse multirésolution résident d'une part dans la non redondance des coefficients, qui de plus sont décorrélés entre eux, et d'autre part dans la reconstruction exacte. Quelques problèmes surgissent néanmoins lorsque différentes structures sont localisées dans la même gamme d'échelle ou à la frontière. Dans le premier cas, il y a émergence de la structure dominante et dans le second cas, l'énergie est scindée et par conséquent atténuée dans deux gammes d'échelles distinctes. Ces problèmes résultent en fait de la dépendance du paramètre d'échelle directement relié à la fréquence analysée d'où l'intérêt d'introduire les techniques en *paquets d'ondelettes*.

II.3 Les paquets d'ondelettes

Les *paquets d'ondelettes* contrairement à la CWT et à l'analyse multirésolution jouissent de la souplesse de 3 paramètres indépendants : la position, la fréquence et l'échelle. Cette technique fournit une description adaptée et plus fine du contenu fréquentiel des signaux présentant par exemple des parties stationnaires et des parties irrégulières [Daubechies, 1992 ; Jawerth and Sweldens, 1993]. La richesse de la décomposition et de l'extraction des événements, synonyme certes de redondance, repose sur la notion de conservation de l'énergie par le biais de l'orthogonalité et de la reconstruction parfaite du signal.

L'analyse en paquets d'ondelettes connue aussi sous le nom de *transformée en ondelettes généralisée* est construite par extension de l'analyse multirésolution [Wickerhauser, 1991 ; Woog, 1996].

II.3.1 Principe

II.3.1.1 Définitions

Cette extension est réalisée en générant de manière récursive deux suites de fonctions :

$$\begin{cases} W_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum h(k) W_n(2t - k) \\ W_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum g(k) W_n(2t - k) \end{cases} \quad \text{II.62}$$

telles que

$$\begin{cases} W_0 = \phi(x) \\ m_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum h_k e^{-ik\omega} \end{cases} \quad \begin{cases} W_1 = \psi(x) \\ m_1(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum g_k e^{-ik\omega} \end{cases} \quad \text{II.63}$$

- Paquets d'ondelettes (WP)

Un paquet d'ondelettes de $L^2(\mathbb{R})$ sont des fonctions ondulatoires modulées en amplitude bien localisées en temps et en fréquence.

- Base de paquets d'ondelettes

Une base de paquets d'ondelettes de $L^2(\mathbb{R})$ est n'importe quelle base choisie parmi les fonctions

$$\left\{ W_{j,n,k} = 2^{-\frac{j}{2}} W_n(2^{-j}t - k) \right\}_{j,n,k}.$$

où j définit le paramètre d'échelle, n le paramètre lié à la fréquence qui correspond environ au nombre d'oscillations de la suite (W_n) et k le paramètre de position.

Interprétations :

Lorsque les paramètres d'échelle et de position (j,k) sont fixés, on constate que la suite $(W_{j,n,k})$ analysent les structures localisées à $2^j.k$, d'échelle 2^j pour toutes les fréquences définies par les valeurs de n.

II.3.1.2 Propriétés

Les propriétés concernant les filtres m_0 et m_1 sont identiques à celles définies au cours de l'étude de l'analyse multirésolution [Wickerhauser, 1991 ; Misiti et al., 1996]. Rappelons les principales propriétés qui caractérisent la décomposition en paquets d'ondelettes :

- *Orthogonalité*

- La suite de fonctions $\{W_n(t-k)\}$ constitue une base orthonormale de $L^2(\mathbb{R})$.
- $\{\{W_{j+1,2n}, W_{j+1,2n+1}\}\}$ est une base orthogonale générant l'espace $W_{j,n}$ (fig. II.26).

$$W_{j+1,2n} \oplus W_{j+1,2n+1} = W_{j,n} \quad \text{II.64}$$

Arbre de décomposition en paquets d'ondelettes

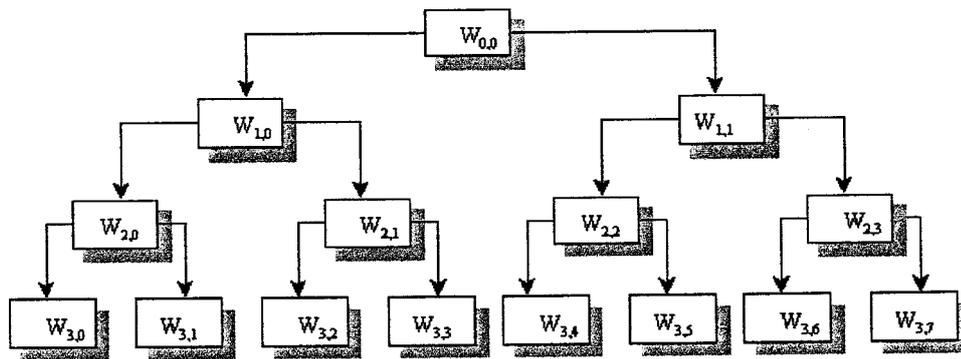


Figure II.26 : Structure pyramidale des espaces $W_{j,n}$.

- *Décomposition optimale*

L'extension de l'analyse multirésolution à la décomposition en paquets d'ondelettes est obtenue en poursuivant la décomposition des détails à l'échelle 2^j de l'analyse multirésolution par une approximation et un détail à l'échelle supérieure 2^{j+1} parallèlement à la décomposition de l'approximation à l'échelle 2^j . Pour un signal de support $N=2^L$, il existe alors 2^N différentes

façons de décomposer le signal. Des critères de choix relatifs à l'entropie par l'intermédiaire d'algorithmes efficaces du *Best Basis* proposés par *Coifman and Wickerhauser* [1992] permettent d'établir une décomposition dite *optimale* pour ces critères.

II.3.1.3 Algorithme pyramidal

Le principe de décomposition et de reconstruction en paquets d'ondelettes est très proche de celui de l'analyse multirésolution.

- Décomposition

Les coefficients en paquets d'ondelettes d'un signal échantillonné $x(t)$ sont obtenus par

projection du signal sur la base de fonctions $\left\{ W_{j,n,k} = 2^{-\frac{j}{2}} W_n(2^{-j}t - k) \right\}_{j,n,k}$:

$$x_{j,n,k} = \int 2^{-\frac{j}{2}} W_n(2^{-j}t - k) x(t) dt \quad \text{II.65}$$

▪ Récursivité

Les coefficients $\{x_{j,n,k}\}$ vérifient alors les relations de récurrence :

$$\begin{cases} x_{j+1,2n,k} = F_o \{x_{j,n}\}(k) \\ x_{j+1,2n+1,k} = F_l \{x_{j,n}\}(k) \end{cases} \quad \text{II.66}$$

d'où

$$\begin{cases} F_o \{x_p\}(k) = \sum_p x_p h_{p-2k} \\ F_l \{x_p\}(k) = \sum_p x_p g_{p-2k} \end{cases} \quad \text{II.67}$$

Interprétation :

Les coefficients en paquets d'ondelettes de l'espace $W_{j+1,2n}$ et $W_{j+1,2n+1}$ sont obtenus en convoluant les filtres de réponses impulsionnelles h et g respectivement aux coefficients en paquets d'ondelettes de l'espace $W_{j,n}$ suivi d'une opération de décimation.

- *Reconstruction*

La méthode de reconstruction est similaire à celle de l'analyse multirésolution. La figure II.27 représente l'arbre de décomposition en paquets d'ondelettes. La progression inverse de la pyramide permet d'obtenir la reconstruction du signal.

Le signal peut alors être reconstruit selon différentes combinaisons comme par exemple :

$$s \approx a_1 + aad_3 + dad_3 + dd_2 \cong aa_2 + ada_3 + dda_3 + ad_2 + add_3 + ddd_3$$

L'exemple suivant est celle effectuée par l'analyse multirésolution :

$$s \approx aaa_3 + daa_3 + da_2 + d_1$$

L'ordre naturel de décomposition en paquets d'ondelettes donné par la pyramide est dit *de Paley*. Il s'obtient également par le codage binaire de Gray. Par ailleurs, la décomposition s'ordonne selon les fréquences d'après un découpage fréquentiel spécifique semblable à celui réalisé par la décomposition en fonctions de Walsh (fig. II.28) [Rougé, 1992 ; Strang and Nguyen, 1996].

II.3.2 Les ondelettes de Daubechies

Afin de poursuivre l'étude précédente de décomposition par analyse multirésolution, on a représenté sur la figure II.29 la famille W_n produite à partir des fonctions échelle et ondelette de Daubechies d'ordre 8, W_0 et W_1 respectivement. Lorsque n croît, la fonction devient plus oscillante. De plus, l'ordre fréquentiel de séquence (0 1 3 2 6 7 5 4) diffère de l'ordre naturel donné par l'indice de W_n . En particulier, le nombre d'oscillations de W_4 ou encore la fréquence est plus important que celui de W_6 . L'ordre fréquentiel à l'échelle $j+1$ est alors déduit de celui à l'échelle j en le complétant par retournement auquel 2^{j-1} est additionné (fig. II.29).

Décomposition en paquets d'ondelettes

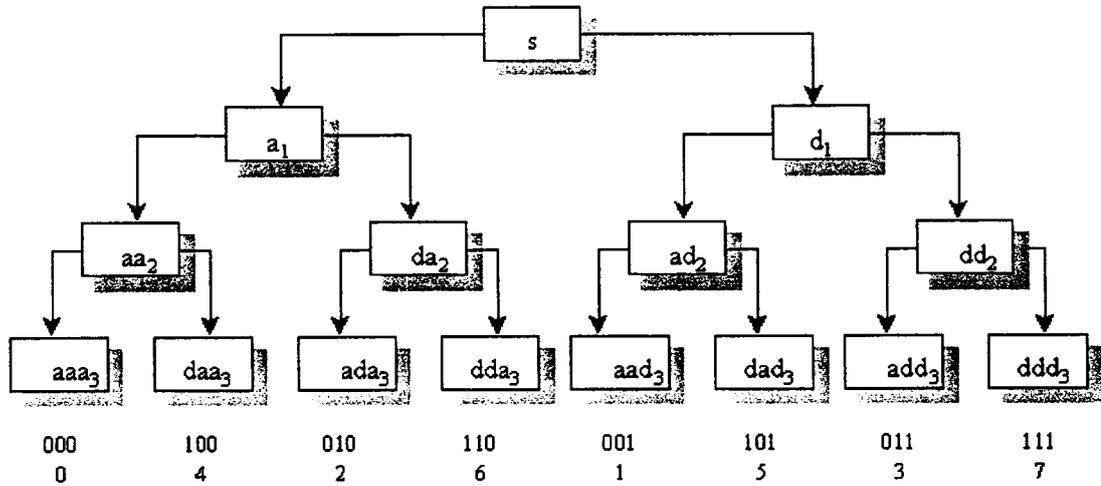


Figure II.27 : Décomposition et reconstruction (progression inverse) en paquets d'ondelettes de codage binaire de Gray (a=0, d=1).

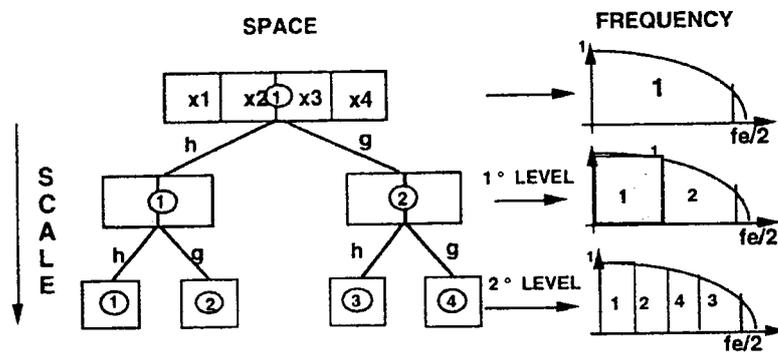


Figure II.28 : Découpage fréquentiel par la décomposition en fonctions de Walsh [Rougé, 1992].

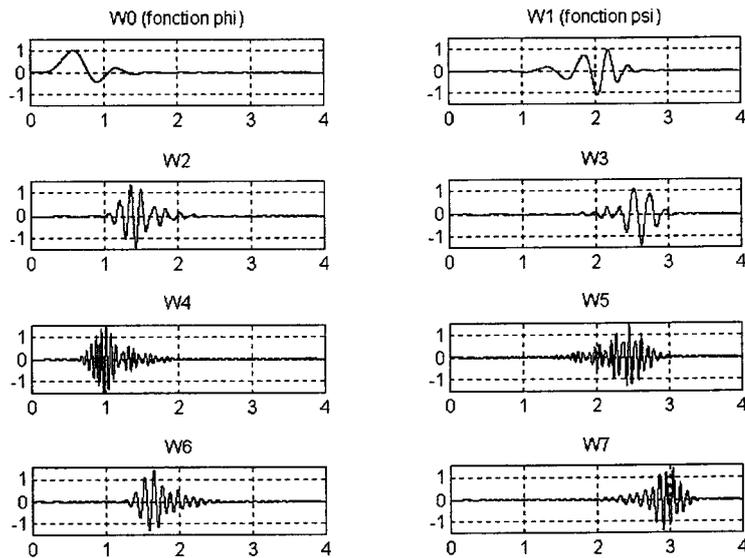


Figure II.29 : Famille W_n produite à partir de l'ondelette de Daubechies d'ordre 8.

II.3.3 Applications

- *Décomposition fine, reconstruction parfaite et filtrage.*

La figures II.30 représente la décomposition complète en paquets d'ondelettes à l'échelle 2^4 d'un signal bruité suivant l'ordre fréquentiel croissant de séquence (0 1 3 2 6 7 5 4 12 13 15 14 10 11 9 8) des valeurs de n.

Le signal a donc pour expression :

$$\begin{aligned}
 s \approx & \text{aaaa}_4 + \text{daaa}_4 + \text{adaa}_4 + \text{ddaa}_4 + \text{aada}_4 + \text{dada}_4 + \text{adda}_4 + \text{ddda}_4 + \text{aaad}_4 + \text{daad}_4 \\
 & + \text{adad}_4 + \text{ddad}_4 + \text{aadd}_4 + \text{dadd}_4 + \text{addd}_4 + \text{dddd}_4 \\
 \approx & \sum_{n=0}^{2^4-1} W_{4,n}
 \end{aligned}$$

La reconstruction déduite de la décomposition fine effectuée par paquets d'ondelettes est parfaite (fig. II.31). Les quatre premières composantes obtenues suivant l'ordre fréquentiel (0 1 3 2) pour cet exemple permettent d'extraire le signal du bruit.

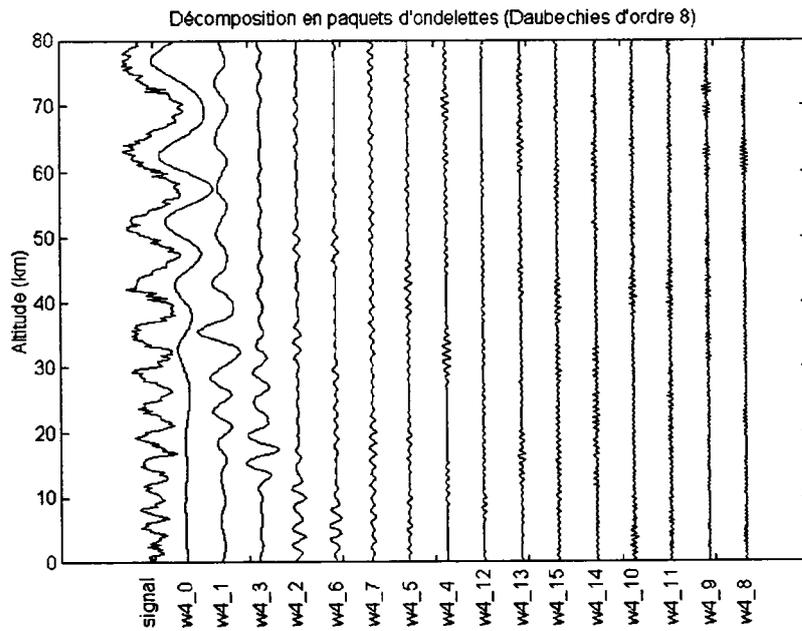


Figure II.30 : Décomposition par paquets d'ondelettes d'un signal de modulation fréquentielle linéaire bruité, à partir de l'ondelette de Daubechies d'ordre 8 (ordre fréquentiel)

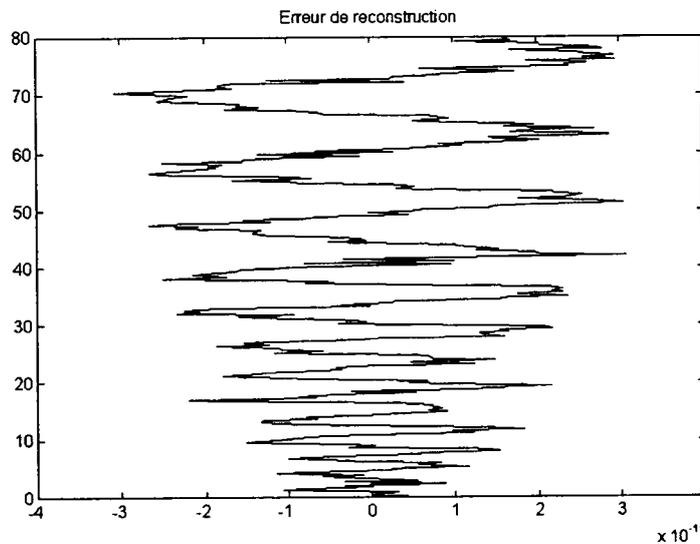


Figure II.31 : Erreur de reconstruction du signal après décomposition en paquets d'ondelettes.

II.3.4 Conclusions

Les décompositions multiples obtenues sur une collection de bases orthonormales en paquets d'ondelettes témoignent de la flexibilité de la technique notamment dans le découpage régulier du contenu fréquentiel du signal. L'intérêt de la méthode réside par conséquent dans la liberté de choix des fonctions de bases orthonormales les plus adaptées au signal ou à l'étude fréquentielle considérée. La généralisation de l'analyse multirésolution offre alors la possibilité d'analyser et d'extraire des structures d'échelles proches du signal en profitant des propriétés et des algorithmes rapides issus de l'analyse multirésolution. Les paquets d'ondelettes constituent une technique néanmoins récente et complexe en pleine expansion.

II.4 Conclusions

Cette partie a permis de faire un tour rapide des techniques en ondelettes telles que la transformées en ondelettes continues, l'analyse multirésolution et les paquets d'ondelettes et de leurs propriétés en soulignant notamment les particularités et les limites de chacune d'entre elles. Les principales propriétés et formules associées sont présentées de manière les rendre accessibles en s'appuyant sur leurs sens physiques dans le but d'appréhender ces différents outils (la mise en œuvre, les contraintes, les possibilités spécifiques, les limites, l'interprétation des représentations obtenues...). L'accent est mis en particulier sur certains outils qui se sont montrés efficaces à notre domaine d'application parmi le large éventail des représentations en temps échelle (choix de l'ondelette, de la base ...). La progression vers chacune des méthodes montre aussi de façon évidente la complémentarité de ces méthodes en terme d'analyse et de synthèse de structures multi-échelles.

En résumé, cette complémentarité repose principalement sur les notions :

- la redondance (CWT, WP),
- l'invariance en translation (CWT),
- l'orthogonalité (non redondance) et la reconstruction parfaite (MRA, WP),
- la recherche de la meilleure base ou la base adaptée (WP).

PARTIE III

Applications aux signaux géophysiques

III.1 CORRÉLATIONS MULTI-ÉCHELLES TEMPÉRATURE/OZONE EN BASSE ATMOSPÈRE	101
<i>III.1.1 Introduction</i>	101
<i>III.1.2 Données de radiosondages PTUO₃ (Réunion et Irène)</i>	105
<i>III.1.3 Etude de cas</i>	106
III.1.3.1 Extraction des fluctuations.....	106
III.1.3.2 Cas du 10 janvier 1995 à la Réunion.....	107
III.1.3.3 Autres exemples : Réunion et Irène.....	115
<i>III.1.4 Climatologie des modes dominants : Température/Ozone</i>	120
<i>III.1.5 Discussion et conclusions</i>	125
III.2 ETUDE DES PROFILS DE FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE EN MOYENNE ATMOSPÈRE	127
.....	127
<i>III.2.1 Introduction</i>	127
<i>III.2.2 Le signal Lidar</i>	129
III.2.2.1 Système Lidar Rayleigh.....	129
III.2.2.2 Paramètres : densité et température.....	130
III.2.2.3 Le Lidar de la Réunion	130
III.2.2.4 Les données.....	132
III.2.2.5 Les paramètres du champ d'ondes de gravité.....	133
<i>III.2.3 Etude de la propagation verticale</i>	134
III.2.3.1 Cas d'étude du 21 juin 1994	134
III.2.3.2 Modes dominants moyens (mai-novembre 1994).....	140
<i>III.2.4 Etude de l'évolution temporelle</i>	143
III.2.4.1 Modes dominants (nuit du 29 mai 1994).....	143
III.2.4.2 Vitesse de phase verticale apparente (nuit du 21 juin 1994)	149
<i>III.2.5 Discussion et conclusions</i>	154
III.3 RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS	158

La troisième partie regroupe diverses applications des techniques ondelettes sur des signaux géophysiques qui caractérisent la structure verticale de la basse (radiosondages PTUO₃) et moyenne atmosphère (sondages Lidar). Les outils en ondelettes sont appliqués aux profils verticaux de fluctuations de température (de longueurs d'onde verticales comprises entre 0,6 et 10 km) afin de localiser les structures présentes et d'étudier leur comportement spatio-temporel. En particulier, il s'avère intéressant de comprendre l'évolution des modes dominants et leur interaction avec l'atmosphère environnant.

Cette partie comporte deux sous-parties relatives aux différentes régions atmosphériques étudiées. La première sous-partie montre un exemple d'application des outils ondelettes pour l'étude de la variabilité multi-échelle des fluctuations de température et celles du traceur passif ozone. Le cas d'étude du radiosondage de la Réunion du 10 janvier 1995 est décrit. Des exemples issus des radiosondages de la station d'Irène en Afrique du Sud sont également présentés. Nous exposerons ensuite une climatologie préliminaire des modes dominants pour les saisons été et hiver, extraite des radiosondages PTUO₃ de la Réunion, en appliquant l'outil statistique des maxima locaux. Cette climatologie permet l'étude de la variabilité du traceur ozone stratosphérique en région tropicale. La deuxième sous-partie concerne plus particulièrement l'évolution spatio-temporelle des paramètres des modes dominants (longueurs d'onde verticales, vitesses de phase verticales apparentes, amplitudes des fluctuations, énergies...) et celle du spectre d'ondes de gravité dans la moyenne atmosphère déduits des données Lidar de la Réunion.

III.1 Corrélations multi-échelles Température/Ozone en basse atmosphère

III.1.1 Introduction

De nombreux travaux font état des relations entre les fluctuations de température et les concentrations d'ozone. Les motivations de ces investigations ont varié en fonction de l'évolution de nos connaissances des différents processus qui contrôlent la circulation

atmosphérique et des progrès techniques (comparaisons observations et modélisations). La détermination des mécanismes dominants entre les processus photochimiques, radiatifs et dynamiques a permis dans un premier temps l'élaboration de modèles simples de circulation générale de la haute atmosphère. Ces modèles contribuent à l'évaluation des tendances à long terme des effets de l'activité humaine sur l'évolution naturelle du climat, en particulier le rôle des polluants sur la couche d'ozone stratosphérique [Holton, 1975].

L'impact du flux solaire sur la distribution verticale des constituants de l'atmosphère (O_3 , CO_2 , $H_2O...$) révèle que la structure thermique de l'atmosphère, bien que principalement déterminée par les processus radiatifs, est influencée directement ou indirectement par d'autres processus dynamiques ou photochimiques [Andrew et al., 1987]. Dans un premier temps, la complexité des couplages ou interactions entre les différents processus fut réduite en évaluant les caractéristiques des divers processus à l'exemple des constantes de temps d'équilibre. On distingue ainsi des régions contrôlées principalement par la photochimie ou par la dynamique [Leovy, 1964 ; Lindzen and Goody, 1965].

Les constantes de temps des processus photochimiques sont déduites des réactions photochimiques de l'espèce avec les autres constituants du milieu par la connaissance des taux de production et de perte du constituant [Brasseur and Solomon, 1986]. Concernant la dynamique, les constantes de temps dérivent d'une part de l'équation de continuité de l'espèce chimique et de la connaissance du gradient de l'espèce pour le transport vertical, zonal et méridien et d'autre part du coefficient diffusion vertical (K_z) pour la transport par diffusion turbulente 1D. La figure 5.3 de Brasseur and Solomon [1986] fournit une estimation des durées de vie photochimique de la famille O_x et des constantes de temps des processus dynamiques entre 20 et 115 km d'altitude. Sur cette figure, on observe que la région comprise entre 40 et 80 km d'altitude est contrôlée par des processus photochimiques ($\tau_c < \tau_d$) [Keckhut, 1991].

Barnett et al. [1975] ont interprété la relation d'anticorrélation entre les fluctuations de température et les concentrations d'ozone dans la haute stratosphère et la basse mésosphère à partir des données de LIMS comme l'expression d'un contrôle photochimique, en raison de la dépendance en $1/T$ des constantes de réactions chimiques. De part et d'autre de cette région, la dynamique prédomine et l'ozone se comporte alors comme un traceur passif dont l'advection verticale et horizontale se traduit respectivement par une relation de phase ou d'opposition selon le signe du gradient vertical du traceur et de quadrature de phase, entre les variations d'ozone et de température. Ces corrélations ont alors été utilisées pour déterminer

ces différentes régions et plus particulièrement la zone de transition à l'aide des données satellites. Cependant, les études concernant l'impact de certaines ondes sur l'ozone et la température ont montré que la dynamique peut également induire une relation d'anticorrélation de phase [Hartmann and Garcia, 1979]. Au cours d'un réchauffement stratosphérique soudain associé aux ondes planétaires présentes, Wang *et al.* [1983] ont observé un contrôle dynamique dans la basse stratosphère à l'exception de la tropopause et un contrôle photochimique dans la haute stratosphère à partir des données de SAGE. Rood and Douglass [1985] suggèrent par ailleurs que seule la région comprise entre 50 et 65 km d'altitude en hiver en hautes latitudes est en équilibre photochimique et que la connaissance de l'activité ondulatoire est de ce fait nécessaire pour l'interprétation des relations d'anticorrélation. Les ondes de gravité de hautes fréquences et localisées, contrairement aux ondes planétaires, peuvent conduire à un état d'équilibre advectif quelle que soit l'altitude [Froideveaux *et al.*, 1989].

Il est admis que les ondes de grande échelle (ondes planétaires) et de courte échelle (ondes de gravité) modulent le contenu et la distribution de l'ozone et d'autres composés traces troposphériques [Diab *et al.*, 1992] et stratosphériques via des échanges verticaux à travers la tropopause et des échanges méridiens [Pfister *et al.*, 1986 ; Lamarque *et al.*, 1996]. La basse et moyenne troposphère tropicale est de plus influencée par des transports méridiens et par la photochimie durant la période de brûlage de biomasse [Tyson *et al.*, 1997]. Langford *et al.* [1996] accordent un rôle important aux déferlements d'ondes de type orographique et au mélange turbulent associé au niveau de la tropopause, dans les échanges verticaux stratosphère-troposphère de part leur fréquence d'apparition par rapport aux foliations de tropopause. Baray *et al.* [1998] évoque une situation de foliation de la tropopause dans la région de l'Océan Indien entre la Réunion et Madagascar, événement météorologique du 10 août 1993. En effet, des observations en régions tropicales montrent que des échanges sporadiques d'ozone de la stratosphère à la troposphère s'effectuent lorsque la tropopause est sous l'influence de la turbulence tendant à détruire sa structure [Mandal *et al.*, 1998]. Par ailleurs, Potter and Holton [1995] a suggéré un mécanisme de déshydratation de la basse stratosphère équatoriale par la formation de nuages de glace induite par les ondes de gravité générées par la convection. Les nuages de glace de type cirrus, de faible épaisseur, sont souvent observés en dessous de la tropopause en zone tropicale. La simulation de Jensen *et al.* [1996] montre que les ondes de gravité de périodes courtes inférieures à 2 h ont peu d'impact sur la concentration locale de vapeur d'eau. Cependant, les multiples passages de la

parcelle d'air dans la stratosphère pourraient induire un dessèchement progressif de la basse stratosphère.

De nombreuses observations montrent la signature d'ondes de gravité associées aux fluctuations de structures laminaires dans les profils d'ozone et de température issus de radiosondages, des données Lidar ou encore des sondages avion aux moyennes et hautes latitudes [Mitchell *et al.*, 1996 ; Teitelbaum *et al.*, 1996 ; Bian *et al.*, 1996].

Plus récemment, des études expérimentales ont montré que certaines structures laminaires d'ozone de petite échelle ne répondent pas aux critères d'ondes de gravité et peuvent alors contaminer le champ d'ondes de gravité déduit des fluctuations de température [Mitchell *et al.*, 1996 ; Sheperd, 1997]. L'advection de grande échelle comme l'érosion du vortex polaire par intrusion de masses d'air des moyennes latitudes [Bird *et al.*, 1997] et le déferlement d'ondes, associés au cisaillement vertical, peuvent induire des structures sous forme de filaments d'ozone par déformations des surfaces de traceurs. On observe alors des anomalies de pression partielle d'ozone pouvant être supérieures à 50 nbar et d'extension verticale moyenne de 2 km dans la stratosphère. Reid *et al.* [1997] estime entre 900 et 1800 cas pendant la période d'hiver, ce qui correspondrait à 10% du taux d'ozone perdu dans la basse stratosphère aux moyennes latitudes. La climatologie, effectuée par Appenzeller and Holton [1996] sur les données ozone à partir des données UARS (Upper Atmosphere Research Satellite), révèle trois régions stratosphériques dans lesquelles des filaments sont fréquemment observées : l'ensemble de la stratosphère au voisinage du vortex polaire, la partie de la basse stratosphère proche de la tropopause et la basse stratosphère subtropicale caractérisée par des cisaillements verticaux de vent qui sont importants au printemps. L'état peu perturbé du vortex de l'hémisphère sud, qui se traduit par une forme symétrique du vortex, témoigne d'une occurrence moins importante de telles structures en comparaison avec l'hémisphère nord. Gibson-Wilde *et al.* [1997b] ont par ailleurs observé la présence simultanée d'une onde de gravité et d'une structure de filaments d'ozone dont les interactions renforceraient le mélange au travers des isentropes et la vorticité [Bacmeister *et al.*, 1996, 1997].

III.1.2 Données de radiosondages PTUO₃ (Réunion et Irène)

L'étude des corrélations entre les profils verticaux de fluctuations de température et de pression partielle d'ozone porte sur les données issues des radiosondages effectués sur le site de la Réunion et d'Irène.

Depuis septembre 1992 à fin 1997, des radiosondages munis de sondes de type Vaisälä RS 80 et ECC (Electro-Chemical Cell), sont effectués tous les quinze jours sur le site de Gillot à l'île de la Réunion, ont permis de constituer une base de données de 98 radiosondages exploitables [Baldy *et al.*, 1996]. Les paramètres accessibles sont la pression, la température, l'humidité relative et la pression partielle d'ozone. *Taupin-Goffinont* [1997] apporte une description détaillée des mesures de radiosondages, des traitements de correction des profils verticaux et des comparaisons en vue de la validation des mesures. En particulier, des études comparatives ont été réalisées en utilisant le traitement employé à l'OHP et les mesures provenant de la campagne SAGE II, de l'instrument TOMS embarqué sur le satellite NIMBUS 7 et du SAOZ opérant sur le site de la Faculté des Sciences et Technologies de la Réunion depuis août 1993. Les systèmes d'acquisition au sol limitent les résolutions en température et en pression partielle d'ozone à 0,1 °C et à 1nbar respectivement. Les vitesses ascensionnelles du ballon sont de plus supérieures à 4,5 m/s et en moyenne comprise en 5 et 6 m/s.

De plus, des mesures de vent obtenues par un théodolite sont disponibles à Météo-France pour des altitudes inférieures à 12 km au-dessus du site de Gillot.

Notre étude climatologique repose sur les profils verticaux échantillonnés tous les 150 m dont les altitudes maximales varient entre 20 et 30 km soit 85 profils verticaux de température et 77 profils verticaux d'ozone (Tableau III.1). *Shimizu and Tsuda* [1997] montre qu'un échantillonnage de 150 m d'altitude suffit pour caractériser des structures d'ondes dominantes. *Gardner and Gardner* [1993] a montré par ailleurs que les distorsions du spectre du nombre d'onde verticale causées par le champ de vent horizontal sont négligeables pour des vitesses ascensionnelles du ballon supérieures à 3 m/s et pour des vitesses de vent horizontales inférieure à 10 fois la vitesse ascensionnelle du ballon.

Tableau III.1 : Nombre de profils verticaux suivant la période saisonnière (sept. 92-déc. 97).

<i>Période (sept. 92-déc. 97)</i>	<i>Nombre de profils de température</i>	<i>Nombre de profils d'ozone</i>
<i>Été austral (déc.-fév.)</i>	23	21
<i>Intersaison (mars-mai)</i>	21	20
<i>Hiver austral (juin-août)</i>	19	17
<i>Intersaison (sept.-nov.)</i>	22	19

La station d'Irène, de coordonnées géographiques (29°S, 23°E), est située à environ 1,5 km d'altitude à 16 km au sud de Pretoria. La base de radiosondages PTUO₃ comporte 163 radiosondages pour la période de 1990 à 1993. 149 profils verticaux, échantillonnés avec un pas régulier de 150 m, permettent l'étude de la dynamique de la troposphère et de la stratosphère.

III.1.3 Etude de cas

La CWT est appliquée aux profils verticaux de fluctuations de petites échelles de température associées aux déplacements verticaux des parcelles d'air et aux profils verticaux de fluctuations d'ozone par rapport aux profils moyens. La variance des modes verticaux de longueurs d'onde verticales comprises entre 1 et 10 km renseigne sur l'activité des ondes de gravité [Hirota, 1984]. La résolution des champs de vent ne permet pas l'étude des relations de polarisation identifiant les caractéristiques des structures d'ondes de gravité.

III.1.3.1 Extraction des fluctuations

- *La température*

Le signal de fluctuation de température est obtenu en soustrayant au profil vertical brut le profil moyen. Ce dernier est le résultat de l'application d'un filtre passe-bas numérique RII de

type Butterworth d'ordre 4 de longueur d'onde verticale de coupure 12 km. Le filtrage est effectué en considérant séparément les régions du profil relatives à la troposphère et la stratosphère. L'extrapolation linéaire aux bornes des différentes parties améliore le filtrage et le raccordement aux extrémités au niveau de la tropopause.

▪ *Ozone*

Le même traitement est appliqué au profil vertical de pression partielle d'ozone. Un filtrage sur le profil total est effectué avec une longueur d'onde de coupure de 7 km [Mitchell et al., 1996]. La longueur d'onde de coupure choisie correspond effectivement à la valeur limite d'extraction des fluctuations de pression partielle par rapport à la valeur moyenne.

III.1.3.2 Cas du 10 janvier 1995 à la Réunion

La situation du 10 janvier 1995, au-dessus du site de la Réunion, est étudiée à partir des profils verticaux de température (°C), de pression partielle d'ozone (nbar), d'humidité relative (%) et de vent (m/s).

▪ *Analyse des profils verticaux*

Les figures III.1 et III.2 montrent les profils verticaux bruts de température et d'ozone du 10 janvier 1995 et ceux issus du filtrage : les profils moyens et les profils de fluctuations. Aucune inversion d'Alizés ou thermique n'est identifiée dans les basses couches. En effet, la convection est importante en période d'été austral et transporte la vapeur d'eau jusqu'à une altitude supérieure à 10 km (fig. III.3). Les développements convectifs suppriment alors l'inversion thermique dont la subsidence est un mécanisme important pendant l'hiver austral lorsque l'île est sous l'influence du régime d'Alizés [Taupin-Goffinont, 1997]. Cette convection peut alors être source d'ondes de gravité dans la troposphère en particulier au niveau de la tropopause. La tropopause localisée au minimum de température se trouve à 16,5 km d'altitude.

La troposphère et la stratosphère sont caractérisées par des fluctuations de température et d'ozone d'ordre de grandeur différent. Dans la stratosphère, on observe de fortes fluctuations comprises entre 0 et 5 °C pour la température et entre 0 et 5 nbar pour la pression partielle

d'ozone. Les signatures des maxima d'amplitude des fluctuations dans la stratosphère indiquent une relation de corrélation pour une longueur d'onde verticale voisine de 2 km. La figure III.4 représente la stabilité statique de l'atmosphère caractérisée par la fréquence de Brunt Väisälä qui est calculée à partir des profils verticaux de température bruts et moyens respectivement (a) et (b) à l'aide de la relation :

$$N^2(z) = \frac{g}{\theta(z)} \frac{\partial \theta(z)}{\partial z} = \frac{g}{T(z)} \left(\frac{\partial T(z)}{\partial z} + \frac{g}{C_p} \right) \quad \text{III.1}$$

où $\theta(z)$ est la température potentielle.

L'atmosphère est le siège d'instabilités convectives (fig. III.5 et III.3) :

- dans la basse troposphère à 4 km au niveau de la couche de cisaillement au sommet de la couche limite,
- dans la moyenne et haute troposphère entre 7,2 à 15 km d'altitude au voisinage du minimum de la stabilité statique moyenne,
- en dessous de la tropopause à 16,4 km d'altitude,
- dans la stratosphère à 22,1 km et à 26 km d'altitude. Ces régions sont caractérisées par un vent zonal faible associé à la QBO [Andrew et al., 1987], par la présence d'aérosols (couche de Junge) et par une forte stabilité statique moyenne. Le transport de l'ozone produit dans la haute stratosphère (rapport de mélange maximal vers 37 km d'altitude) vers la basse stratosphère est attribué à la dynamique [Andrews et al., 1987].

Le module du vent met en évidence un pic vers 5 km d'altitude, au-dessus de la couche de cisaillement de vent comprise entre 3 et 4,5 km d'altitude. On note la présence d'une couche de cisaillement d'extension verticale comprise entre 5 et 10,5 km d'altitude tendant vers de faibles valeurs du vent horizontal (fig. III.5 et III.3). La zone comprise, entre 10,5 et 12 km d'altitude, est soumise au régime de vent d'ouest troposphérique.

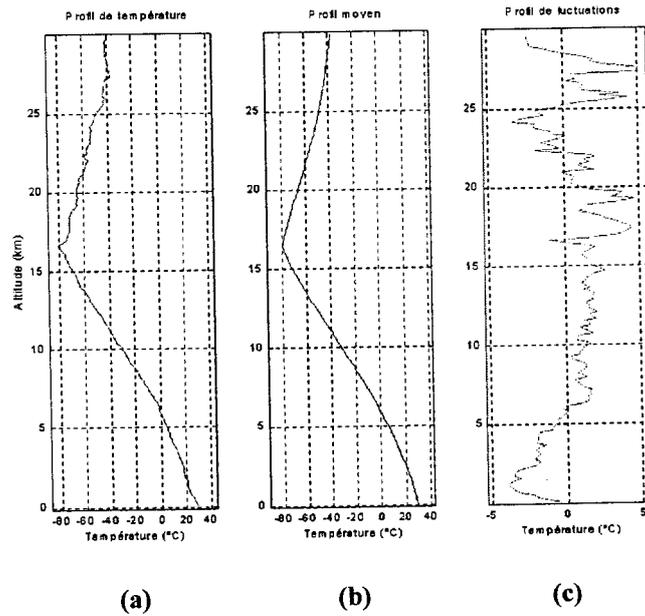


Figure III.1 : Profils verticaux de température - Réunion 10 janvier 1995 :

- a) Profil vertical brut
- b) Profil moyen
- c) Profil de fluctuations

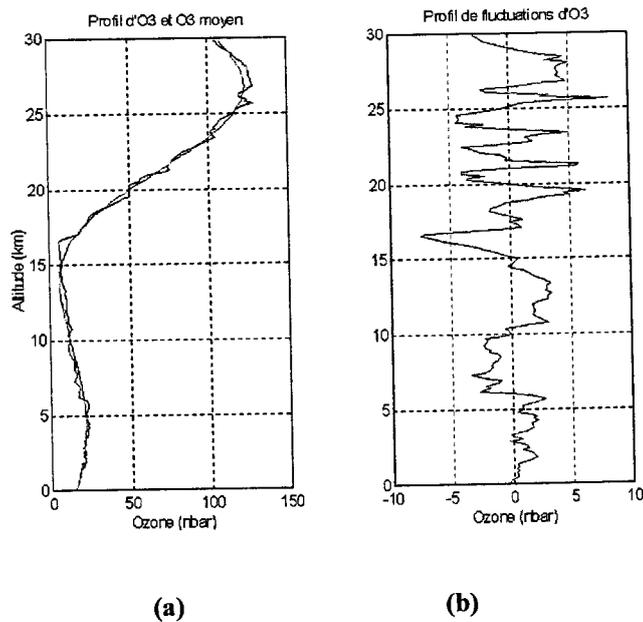


Figure III.2 : Profils verticaux de pression partielle d'ozone - Réunion 10 janvier 1995 :

- a) Profil vertical brut et moyen
- b) Profil de fluctuations

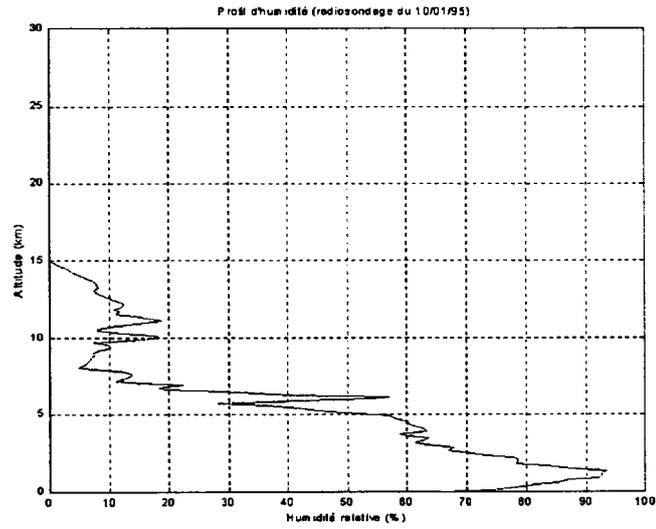


Figure III.3 : Profil vertical d'humidité relative - Réunion 10 janvier 1995.

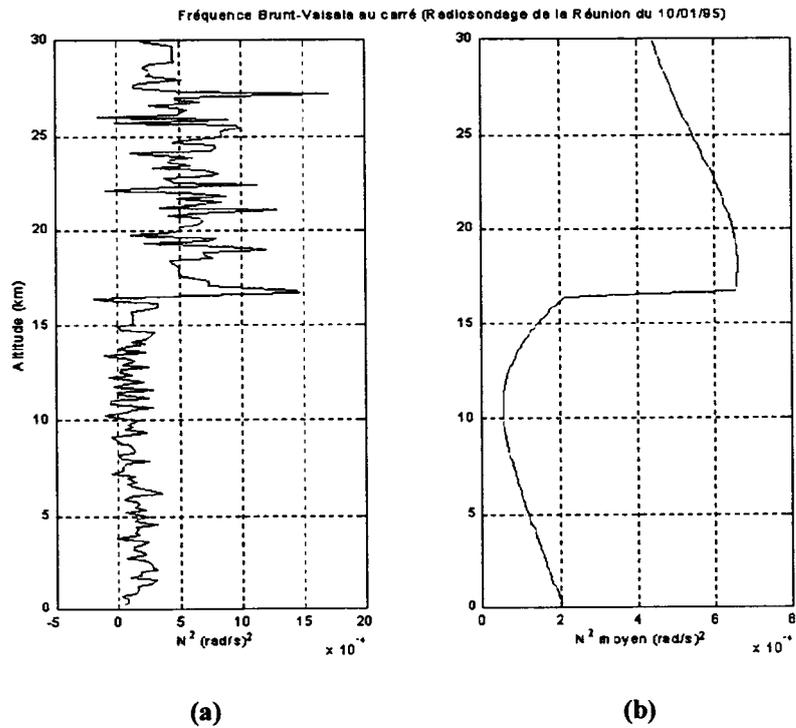


Figure III.4 : Profils verticaux de stabilité statique - Réunion 10 janvier 1995 :

- a) Profil vertical brut
- b) Profil moyen

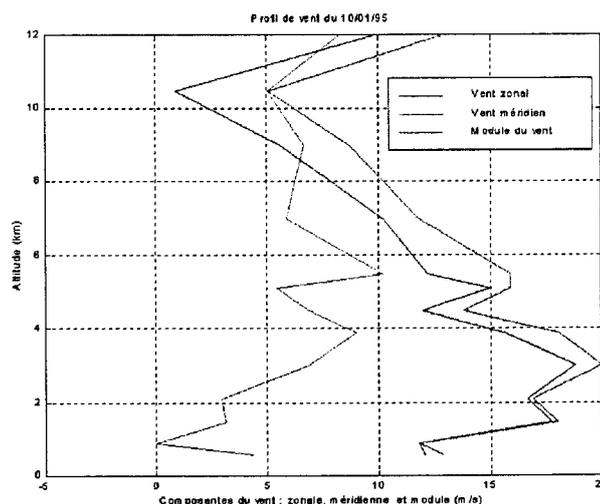


Figure III.5 : Profils verticaux de vent - Réunion 10 janvier 1995 (Météo-France).

▪ Transformées en ondelettes

Les CWT en module des fluctuations de température et de pression partielle d'ozone (fig. III.6 a et b) fournissent des distributions spatiales d'énergie spectrale de signatures proches dans la troposphère et la stratosphère. On observe des structures ondulatoires dominantes de longueurs d'onde verticales comprises entre 3 et 6 km dans la basse et moyenne troposphère, une structure quasi-monochromatique de longueur d'onde verticale 2 km dans la stratosphère à partir de la tropopause et des structures plus grandes supérieures à 6 km de distribution continue de la troposphère à la stratosphère. Une diminution brutale de l'amplitude des fluctuations de température est accompagnée d'une augmentation de l'intensité des fluctuations de pression partielle d'ozone à 22,1 km d'altitude, lieu d'une instabilité convective. *Holton and Alexander* [1997] montre que la présence de niveaux critiques et l'absorption d'ondes de vitesses de phase horizontales positives et négatives dans cette partie de la stratosphère permettent d'expliquer le mécanisme de la QBO. La contribution des ondes de gravité générées par la convection semble par ailleurs importante pour produire une QBO réaliste comparée à celles des ondes de Kelvin et des ondes de Rossby-gravité.

Les modes dominants quasi-monochromatiques déduits du spectre continu du champ d'onde mettent en évidence les relations entre les structures issues des fluctuations de

température et d'ozone (fig. III.7 a et b) plus particulièrement pour le mode de longueur d'onde 2 km dans la stratosphère. En considérant $\lambda_h \omega$ constant avec l'altitude dans la relation de dispersion d'équation $\lambda_v = \lambda_h \omega / N$, la variation de la fréquence de Brunt Väisälä moyenne d'un rapport de 1,5 de la troposphère à la stratosphère permet de déduire des modes de longueurs d'onde verticales de 4 et 10 km en troposphère à partir des modes de longueurs d'onde verticales respectives de 2,6 km et 6,6 km en stratosphère [Meriwether, 1993]. L'évolution continue des modes verticaux dominants est cohérente avec celle de la fréquence de Brunt Väisälä de la relation de dispersion du champ d'onde de gravité. Par ailleurs, une diminution des intensités des modes dominants de courtes longueurs d'onde en basse troposphère est observée dans la région située entre 5 et 10 km d'altitude soumise à des instabilités convectives et probablement dynamiques causées par le cisaillement de vent zonal. La présence de vent faible, dans cette partie de la troposphère, correspond à un niveau critique, lieu des processus d'absorption et de réflexions de modes à faibles vitesses de phase horizontales.

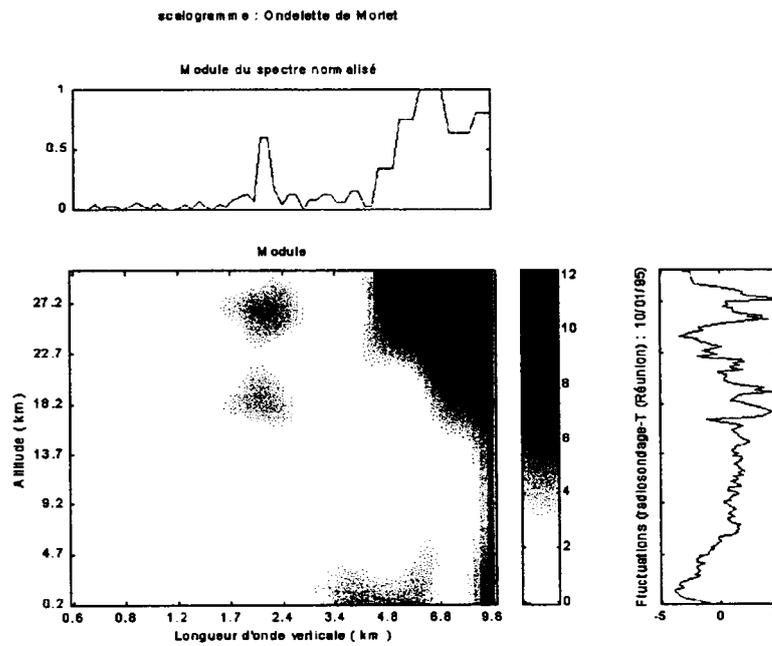
Les superpositions des isocontours de la partie réelle positive et négative de la CWT de Morlet de température et d'ozone (fig. III.8 a et b) permettent de visualiser des relations multi-échelles en phase entre les fluctuations de température et d'ozone pour les différentes structures précédemment décrites. Les relations de corrélations pour les modes de longueurs d'onde verticales 2,2 et 6 km sont évaluées en établissant le spectre croisé et la fonction de cohérence (fig. III.9 a et b). La partie réelle de la fonction de cohérence quantifie la relation en phase ou en opposition de phase des structures verticales dominantes de 2,2 km dans la stratosphère (WS-T*WS-O3) entre 15 et 27 km d'altitude. La région voisine de 5 km d'altitude, est caractérisée par une relation d'opposition de phase. Le spectre croisé est relativement faible par rapport aux valeurs dans la stratosphère car la structure est décalée vers 3 km de longueur d'onde verticale.

Cette région est soumise à une instabilité convective à 4 km d'altitude et probablement dynamique ($Ri < 0,25$). L'activité micro-échelle de turbulence dans la couche de cisaillement entre 3 et 3,5 km d'altitude se traduirait par une augmentation du champ de vent à 6 km dans la direction de la vitesse de phase horizontale (c_h proche de 15 m/s) de l'onde sur une couche de 1 km d'altitude. Il y aurait alors extraction de l'énergie de l'onde par le flux moyen [Lindzen, 1981 ; Natarajan and Issac, 1997].

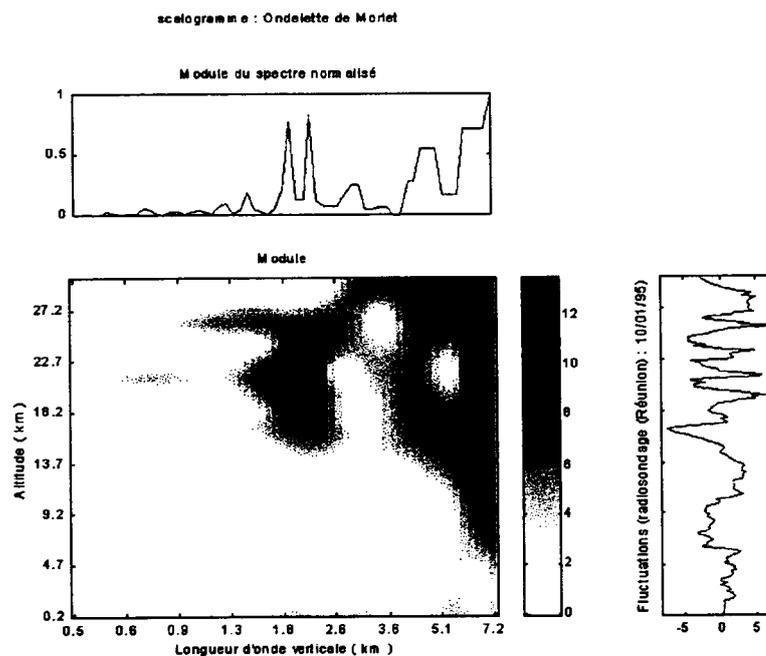
Le flux d'ouest-sud-ouest au-dessus du relief vers 4 km d'altitude donne une estimation du vent proche de 15 m/s en amont. Le sondage vent est effectué à l'arrière du relief en dehors de

la zone d'accélération du flux latéral. Une fréquence de Brunt Väisälä moyenne de l'ordre de $1,2 \cdot 10^{-2} \text{ rad.s}^{-1}$ dans cette tranche d'altitude permet d'évaluer un nombre de Froude ($Fr=2\pi U/Nh$) de 2,5. Ce dernier quantifie le rapport des termes d'inertie et de flottabilité. Il apparaît alors que l'énergie cinétique ($Fr>1$) est suffisante pour déplacer la particule d'une hauteur égale à celle de la barrière montagneuse. D'une part, sous l'hypothèse d'apparition d'ondes de montagne, on obtient une approximation de la longueur d'onde horizontale ou longueur d'onde naturelle de l'écoulement de 7,8 km ($\lambda_{hc}=2\pi U/N$) avec une fréquence apparente de l'ordre de N ($\omega=-kU$). La vitesse de phase horizontale par rapport à l'écoulement ($c_h=\omega/k$) a pour valeur U soit encore 15 m/s. Cette valeur est en accord avec l'observation d'un niveau critique pour ce mode entre 4 et 6 km d'altitude et avec l'accélération du champ de vent zonal vers cette valeur. Il est à noter que l'énergie de l'onde est confinée au voisinage du relief pour $\lambda_h < \lambda_{hc}$. A l'opposé pour $\lambda_h > \lambda_{hc}$, elle peut se propager et être absorbée plus haut. Le nombre d'onde k_c séparant ces deux types d'onde définit la distance horizontale parcourue par une particule pendant une période N [Attié, 1994]. L'onde de résonance de longueur d'onde horizontale λ_{hc} permet l'apparition d'ondes régulières à l'arrière de l'obstacle, ce qui explique le fait que la longueur d'onde horizontale de l'ordre 10 km est couramment observée [Gill, 1982 ; Ecklung et al., 1985 ; Benech et al., 1991 ; Bougeault et al., 1993]. D'autre part, la relation de dispersion d'ondes de gravité ($\omega^2=k^2 N^2/(k^2+m^2)$) permet l'obtention de la vitesse de phase horizontale ($c_h=\omega/k=N/m$) avec la condition ($\lambda_h \gg \lambda_z$). Par conséquent, on obtient des vitesses horizontales variant entre 7,6 m/s et 11,5 m/s pour les modes dominants de courtes longueurs d'onde verticales et de 21 m/s pour le mode de longueur d'onde vertical 11 km. Il apparaît alors que les modes de courtes longueurs d'onde verticales rencontrent des niveaux critiques dans les basses couches alors que le mode de grande longueur d'onde verticale peut se propager vers le haut.

De plus, la forte convection à cette altitude qui conduit à une plus forte destruction d'ozone par l'humidité expliquerait le contrôle photochimique observé au voisinage de 5 km d'altitude. L'augmentation de vent est surmontée d'une couche stable avec un pic d'humidité relative à 6,1 km d'altitude. Par ailleurs, on constate une relation presque en phase pour la structure verticale de longueur d'onde de 6 km pour l'ensemble du domaine spatial étudié.



(a)



(b)

Figure III.6 : Transformée en ondelettes de Morlet des fluctuations de température (a) et de pression partielle d'ozone (b) - Réunion 10 janvier 1995.

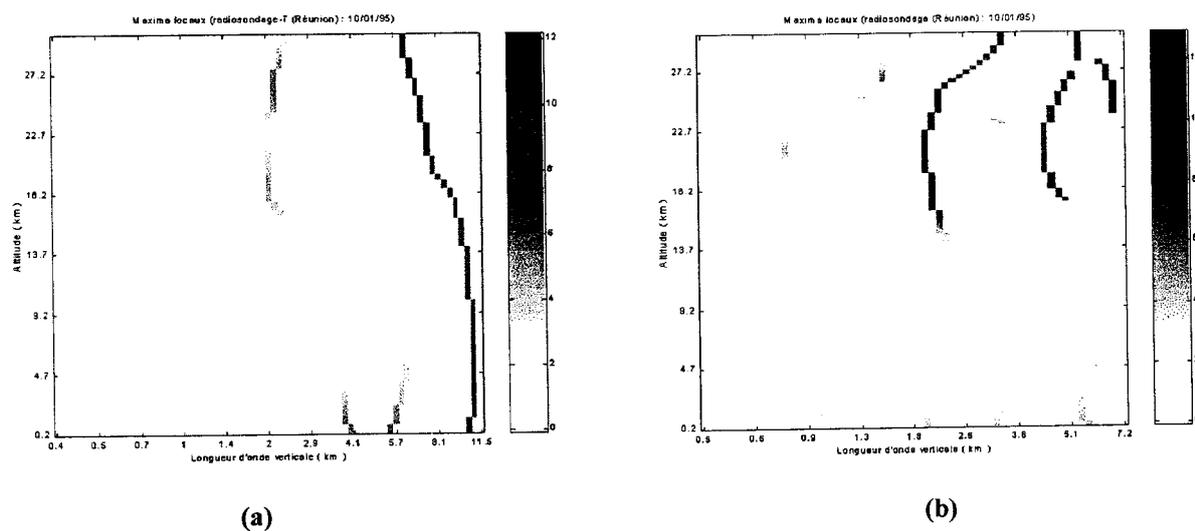


Figure III.7 : Modes dominants déduits des maxima locaux en module de la CWT des fluctuations de température (fig. III.6 a) et de pression partielle d'ozone (fig. III.6 b) - Réunion 10 janvier 1995.

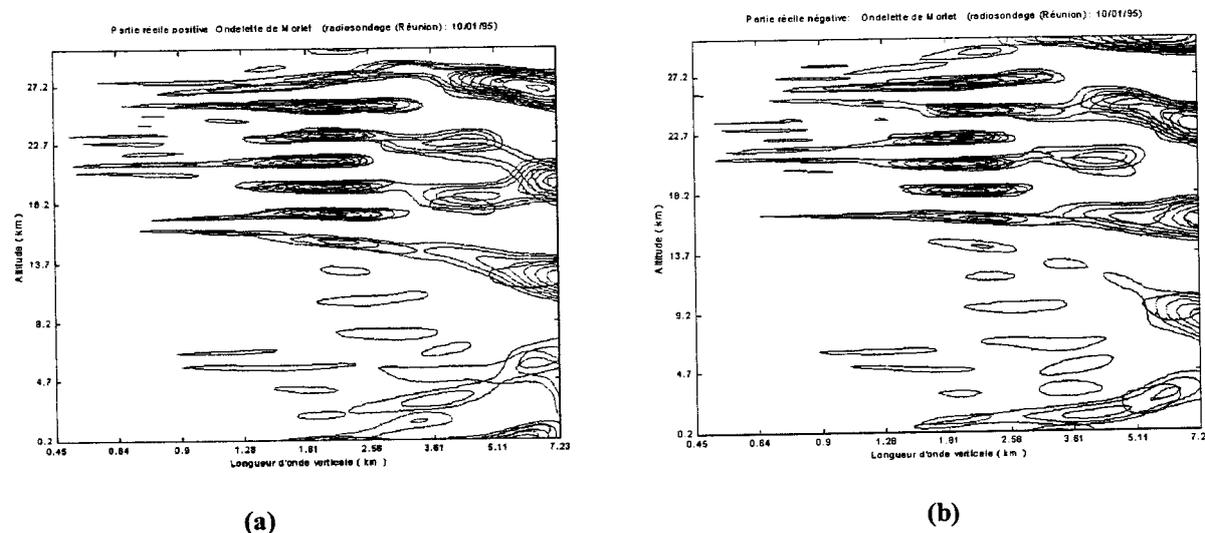


Figure III.8 : Superposition des isocontours des parties réelles des CWT des fluctuations de température et de pression partielle d'ozone : a) positive b) négative (rouge et bleu) - Réunion 10 janvier 1995.

III.1.3.3 Autres exemples : Réunion et Irène

D'autres exemples ont été sélectionnés montrant diverses configurations de relation de phase entre les modes de longueurs d'onde verticales inférieures à 7 km issus des températures et des pressions partielles d'ozone. Ces exemples montrent la complexité de processus mis en jeu pour des altitudes inférieures à 25 km. La superposition des isocontours de la CWT de Morlet fournit une vision globale des relations de phase entre les différentes structures ondulatoires multi-échelles au sein d'une même série de mesures.

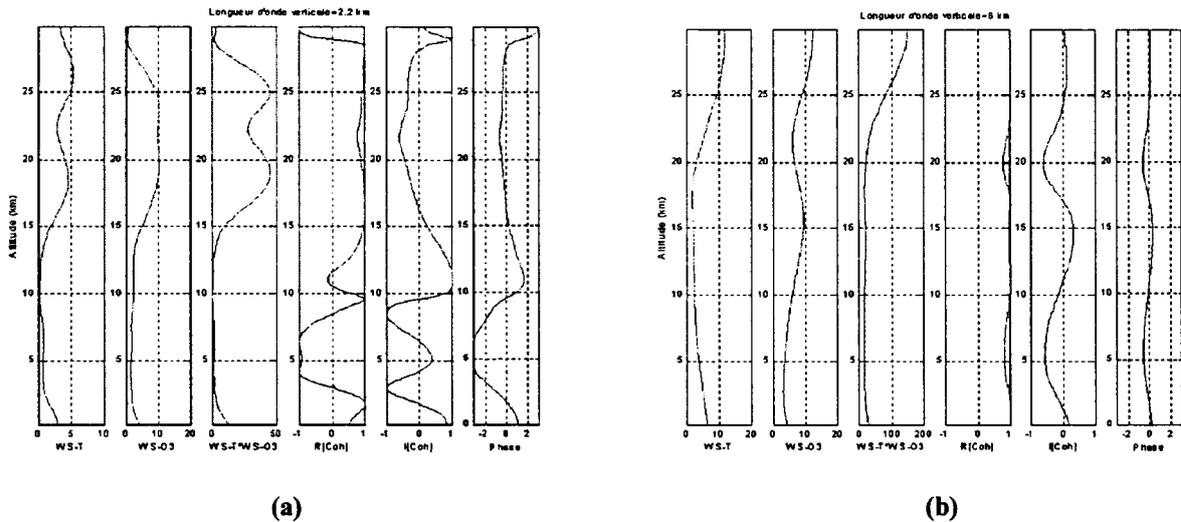


Figure III.9 : Corrélation des fluctuations de température et de pression partielle d'ozone. Spectres en ondelettes du signal de fluctuations de température, de pression partielle d'ozone ; Produit des spectres ; Partie réelle, imaginaire et phase de cohérence (rad) pour les longueurs d'onde verticales $\lambda_v=2,2$ km (a) et $\lambda_v=6$ km (b) - Réunion 10 janvier 1995.

- **Observations**

- Site de la Réunion, radiosondage du 18 mai 1995 (fig. III.10 a et b) :

Deux modes dominants quasi-monochromatiques de longueurs d'onde verticales de 2,5 km et de 5 km sont observées. Le premier mode est en phase dans la basse troposphère, d'amplitude plus importante que dans la stratosphère et en opposition de phase à partir de la haute troposphère. Le deuxième mode est en phase sur l'ensemble du domaine spatial.

- Site d'Irène, radiosondage du 25 novembre 1992 (fig. III.11 a et b) :

On note la présence d'un mode dominant quasi-monochromatique de longueur d'onde verticale 3 km plus intense dans la stratosphère en opposition de phase dans la basse et la moyenne troposphère et en phase aux altitudes supérieures.

- Site d'Irène, radiosondage du 7 avril 1993 (fig. III.12 a et b) :

On observe un mode variant entre 4 km dans la basse troposphère et 5 km dans la haute troposphère en opposition de phase et un mode de 1,5 km en phase à partir de la stratosphère.

Par ailleurs, des relations en quadrature de phase, confinées à des couches de l'ordre de quelques km d'épaisseur, ont également été observées dans la troposphère et dans la stratosphère.

- Interprétations

La concentration relative d'ozone, dans le cas d'un déplacement adiabatique et avec l'hypothèse d'un gradient d'ozone indépendant du temps, peut s'écrire simplement [Chui and Ching, 1978 ; Teitelbaum et al., 1994, 1996], sous la forme :

$$\frac{O'_3(z,t)}{\bar{O}_3(z)} \approx Re\left(\frac{i}{\omega \bar{O}_3(z)} \frac{d\bar{O}_3(z)}{dz} w'\right) \quad \text{III.2}$$

telle que $w' = -i \omega \frac{g}{N^2(z)} \frac{T'(z,t)}{\bar{T}(z)} \quad \text{III.3}$

$$O'_3 = O'_3(z) \exp(i(\omega_o t - kx - ly))$$

$$\omega = \omega_o - k\bar{u} - l\bar{v}$$

où

\bar{O}_3, O'_3 : Concentration d'ozone moyenne et perturbations

\bar{T}, T' : Température moyenne et perturbations

\bar{u}, \bar{v}, w' : Vent moyen zonal, méridien et fluctuations de vitesse verticale

ω, ω_o : Fréquence intrinsèque et apparente

k, l : Composante zonale et méridienne du vecteur d'onde horizontale

N : la stabilité statique moyenne calculée à partir de l'équation III.1

g : l'accélération de pesanteur

L'équation III.2 s'écrit d'après la relation III.3 :

$$\frac{O'_3(z,t)}{\bar{O}_3(z)} \approx R(z) \frac{T'(z,t)}{\bar{T}(z)} \quad \text{III.4}$$

$$\text{avec } R(z) = \frac{d\bar{O}_3(z)}{\bar{O}_3(z)} \left(\frac{d\bar{\theta}(z)}{\bar{\theta}(z)} \right)^{-1} \quad \text{III.5}$$

$\bar{\theta}$: Température potentielle moyenne

La relation III.4 fait apparaître une relation de phase ou d'opposition de phase entre les fluctuations d'ozone et de température qui dépend en fait du signe du gradient vertical moyen d'ozone. Le facteur $R(z)$ est similaire à la hauteur équivalente de déplacement (EDH) utilisée par *Ehhalt et al.* [1983]. Cette normalisation fait surgir une variabilité similaire des profils verticaux des fluctuations de tout traceur passif lorsque l'ozone et la température potentielle ont des gradients horizontaux identiques.

La figure II.13 représente les profils moyens d'ozone extraits des radiosondages de la Réunion (18 mai 1995) et d'Irène (25 novembre 1992, 7 avril 1993). Pour le cas du 18 mai 1995 (Réunion), la relation de phase entre l'ozone et la température aux altitudes inférieures à 12 km et l'établissement de la relation d'opposition de phase à partir de 15 km d'altitude pour le mode de longueur d'onde verticale 3 km sont en accord avec le changement de signe du gradient vertical d'ozone de la moyenne troposphère à la stratosphère. Les relations de phase observées dans la troposphère et la stratosphère sont cependant opposées à celles données par la relation III.4 et les signes du gradient vertical moyen d'ozone du 18 mai 1995. A l'opposé pour le cas du 10 janvier 1995 (Réunion) (fig. III.2 et III.8), l'évolution du mode de longueur d'onde verticale 4 km au-dessus de 5 km d'altitude à la longueur d'onde verticale 2 km dans stratosphère s'effectue avec un changement de la relation d'opposition de phase en une relation de phase. Pour les deux autres cas (25 novembre 1992, 7 avril 1993 - Irène), les relations entre les phases sont également compatibles avec le signe du gradient vertical d'ozone.

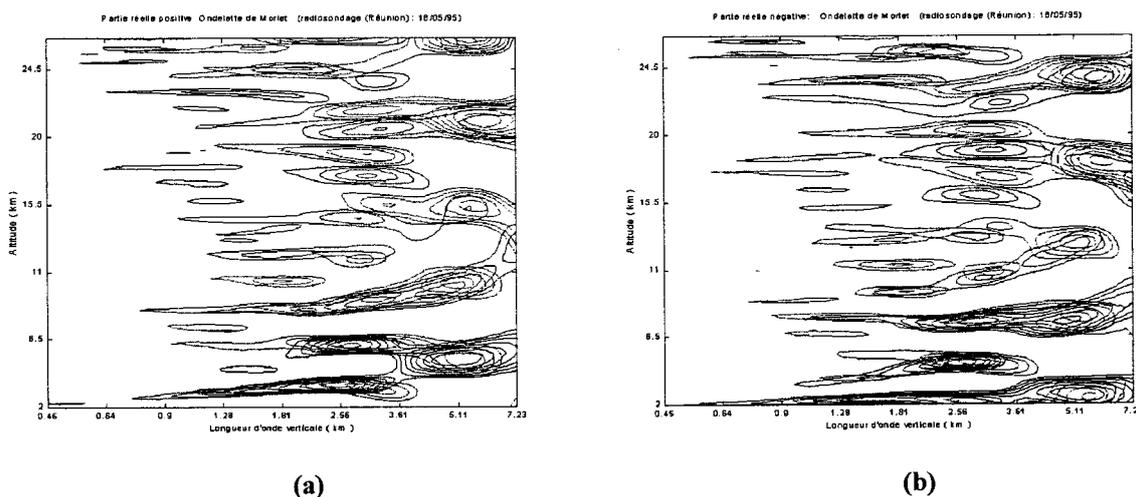


Figure III.10 : Superposition des isocontours des parties réelles des CWT des fluctuations de température et de pression partielle d'ozone : a) positive b) négative (rouge et bleu) - Réunion 18 mai 1995.

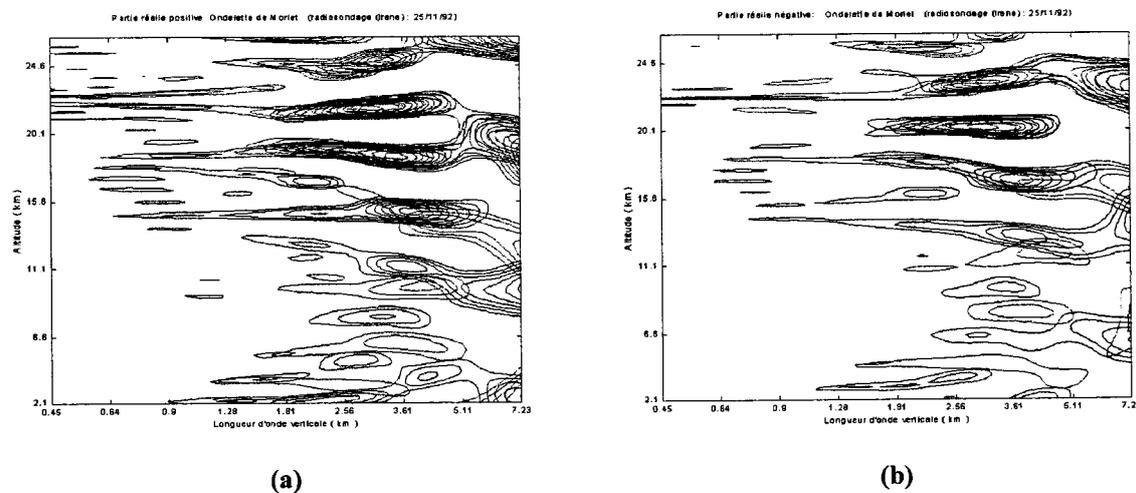


Figure III.11 : Superposition des isocontours de la partie réelle positive (a) et négative (b) des CWT en module des fluctuations de température et de pression partielle d'ozone (rouge et bleu) - Irène 25 novembre 1992.

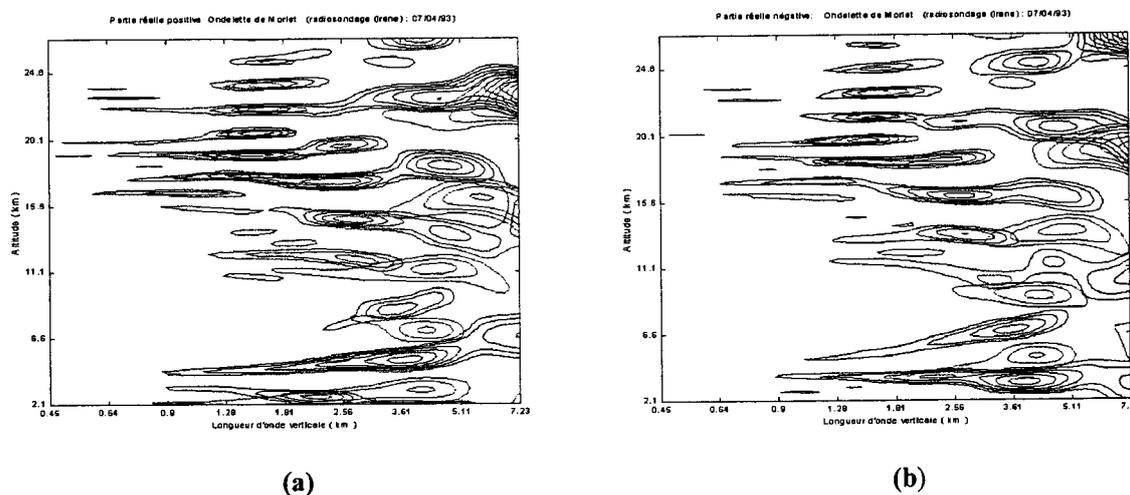


Figure III.12 : Superposition des isocontours de la partie réelle positive (a) et négative (b) des CWT en module des fluctuations de température et de pression partielle d'ozone (rouge et bleu) - Irène 7 avril 1993.

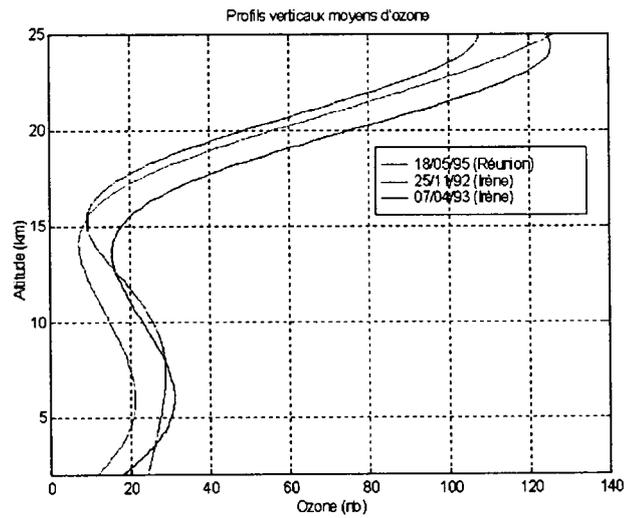


Figure III.13 : Profils moyens d'ozone extraits des radiosondages de la Réunion (18 mai 1995) et d'Irène (25 novembre 1992, 7 avril 1993).

III.1.4 Climatologie des modes dominants : Température/Ozone

En faisant l'hypothèse de modes dominants quasi-monochromatiques près des sources, une première approche climatologique de la distribution verticale des modes verticaux dominants issus des fluctuations de température et de pression partielle d'ozone est effectuée pour les périodes saisonnières été (décembre-février) et hiver austral (juin-août) (fig. III.14 a et b et fig. III.15 a et b) à partir de la base de mesures de radiosondages de la Réunion (Tableau III.1). Les sources majeures d'ondes de gravité seraient d'une part la convection lorsque la zone de convergence intertropicale (ITCZ) se trouve à proximité de l'île de la Réunion durant l'été austral et d'autre part le Jet Stream d'ouest subtropical plus intense durant l'hiver austral lorsque ce dernier se situe au plus près de l'île en cette même période. Les périodes d'intersaison sont plus complexes à interpréter car elles font apparaître des situations et des événements transitoires, comme par exemple la variation du contenu en ozone troposphérique pendant la période de septembre à fin novembre provoquée par les feux de brousse africains [Taupin-Goffinont, 1997].

La statistique des maxima locaux est effectuée sur la densité d'énergie temps-échelle. Les altitudes sont comprises entre 0,15 et 27 km d'altitude pour la température et entre 2 et 27 km d'altitude pour l'ozone. Ces altitudes ont été choisies afin de constituer une base de données homogène et de qualité pour la statistique. Dans un premier temps, les figures III.16 a et b et III.17 a et b révèlent des distributions différentes de modes verticaux dominants au cours des périodes d'été et d'hiver austral. Elles suggèrent d'une part l'existence de sources d'ondes différentes et d'autre part un rôle important du flux moyen dans la progression de ces modes.

▪ *Température*

• Eté

La basse troposphère est caractérisée par la présence de modes quasi-monochromatiques de longueurs d'onde verticales de 3-4 km, 5 km et 6 km. L'altitude de 5 km est une région de transition en particulier pour les modes de longueurs d'onde verticales de 3-4 km et 5 km. Les modes de longueurs d'onde verticales de 5 et de 6 km sont présents dans la moyenne et haute troposphère. On constate une forte intensité du mode de longueur d'onde verticale de 6 km vers 10 km d'altitude où la stabilité statique moyenne est faible. La tropopause correspond également à une zone de transition où les ondes peuvent subir des réflexions partielles. Ces réflexions produisent un renforcement de l'intensité des ondes en troposphère. D'autres modes au-dessus de la tropopause peuvent être générés et se propager verticalement [Gill, 1982 ; Worthington and Thomas, 1997]. On observe de plus l'absence de modes compris entre 1 et 4 km dans la moyenne troposphère.

Le spectre des modes dominants est plus large dans la stratosphère. Cependant, on constate la présence de modes prépondérants en particulier un nouveau mode vertical de 2 km et un autre de 5 km à partir de la tropopause. L'altitude de 22 km correspond à un niveau critique, lieu de vents zonaux faibles et d'instabilités convectives. Au dessus de 22 km, il apparaît un mode vertical de 3 km. La diminution de la stabilité moyenne et le déferlement du mode 2 km dans la région où le vent faible est faible [Pfister et al., 1993 ; Allen and Vincent., 1995] sont des explications possibles à l'apparition du mode 3 km au-delà de 22 km d'altitude.

• Hiver

On observe des modes de longueurs d'onde verticales comprises entre 1 à 4 km aux altitudes inférieures à 5 km en basse troposphère. La troposphère est de plus caractérisée par

la présence d'un mode de longueur d'onde verticale de 6 km entre 0,15 et 10 km d'altitude et d'un autre important voisin de 3 km dans la troposphère évoluant dans la stratosphère. Les régions voisines de 10 km et 21 km d'altitude sont des régions de transition pour les structures d'ondes dominants. De plus, la stratosphère est caractérisée par la présence de modes verticaux compris entre 2 et 4 km et entre 5 et 6 km.

La gamme d'échelle des intensité des modes dominants en hiver suggère néanmoins une activité ondulatoire plus intense comparée à la période d'été dans la basse atmosphère.

- *Ozone*

La période d'été révèle la présence de modes verticaux quasi-monochromatiques de 2 km, 3,5 km et 4,5-5,5 km localisés en dessous de 10 km d'altitude dans la troposphère. On observe dans la stratosphère des modes compris entre 1 et 3,5 km avec un pic d'intensité à 21 km d'altitude et un mode vertical de 6,5 km dans la basse stratosphère. Des modes verticaux plus grands et d'intensité plus importante (gamme d'échelle supérieure) sont observés en hiver soit 4 et 6 km dans la moyenne et haute troposphère et 3,5 km , 4,5 km et 6 km dans la stratosphère.

Des modes verticaux identiques sont notamment observés pour les fluctuations d'ozone et de température en particulier pendant la période d'hiver (modes verticaux 4 et 6 km dans la troposphère et stratosphère). Les figures III.18 a et b montrent les histogrammes des modes dominants des fluctuations de température et d'ozone dans la stratosphère. De fortes corrélations entre les modes dominants déduits des maxima locaux des fluctuations de température et ceux déduits des fluctuations d'ozone sont observées dans la stratosphère et plus particulièrement pour la période d'hiver. On note par ailleurs la présence d'un pic important du mode vertical de longueur d'onde de 4,5 km des fluctuations d'ozone par rapport à celui des fluctuations de température en hiver dans la stratosphère. *Huang [1997]* a montré au cours de son étude que les effets non-linéaires sont responsables de réponses importantes des espèces mineures à une onde de gravité dans la région où le gradient de l'espèce est important plus particulièrement en dessous du maximum de densité.

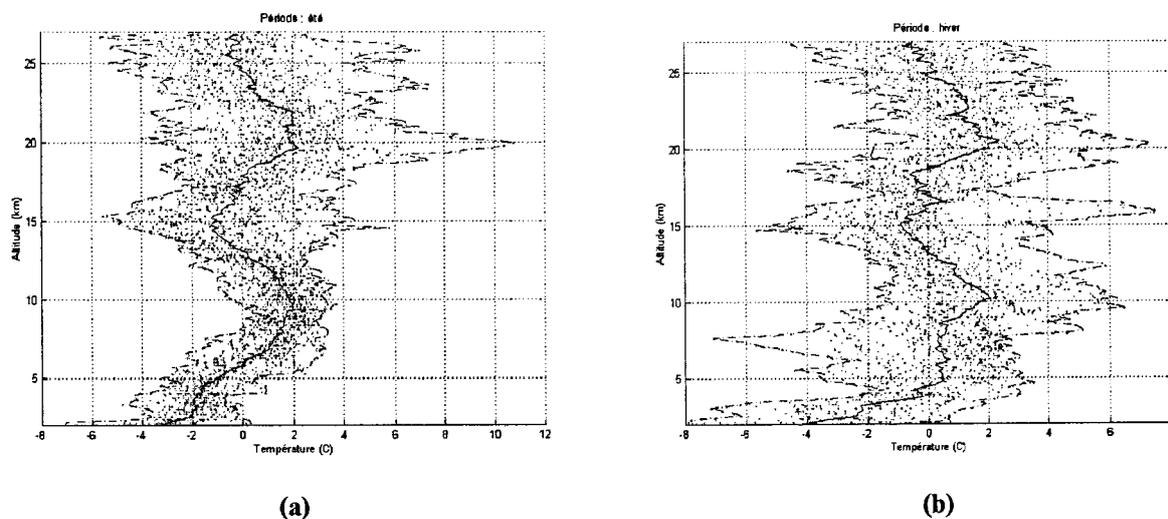


Figure III.14 : Fluctuations de température (en vert), valeurs moyennes et maximales (en rouge et en bleu), extraites des radiosondages de la Réunion : a) été austral b) hiver austral

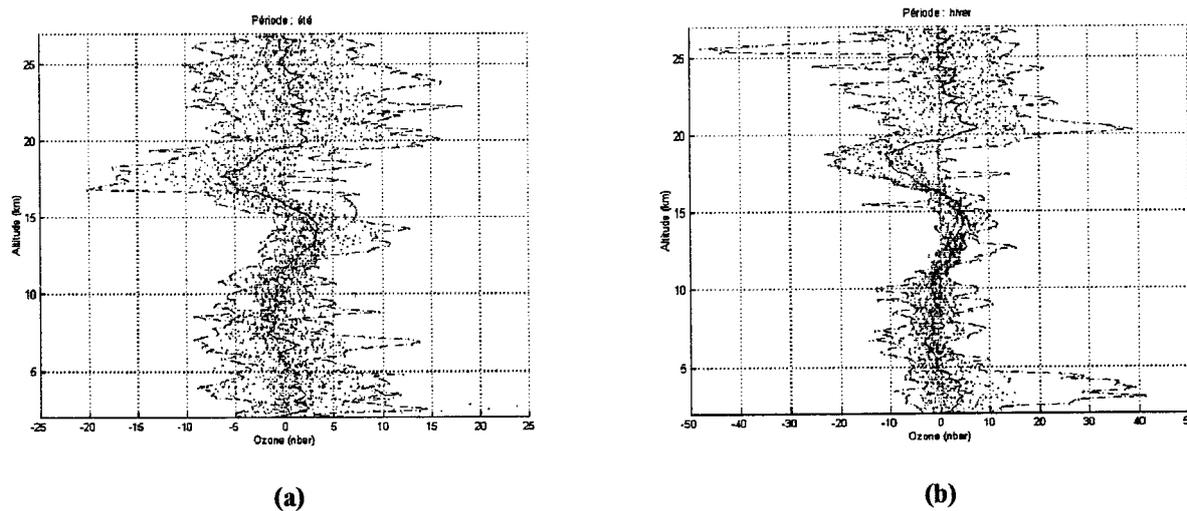


Figure III.15 : Fluctuations de pression partielle d'ozone (en vert), valeurs moyennes et maximales (en rouge et en bleu), extraites des radiosondages de la Réunion : a) été austral b) hiver austral

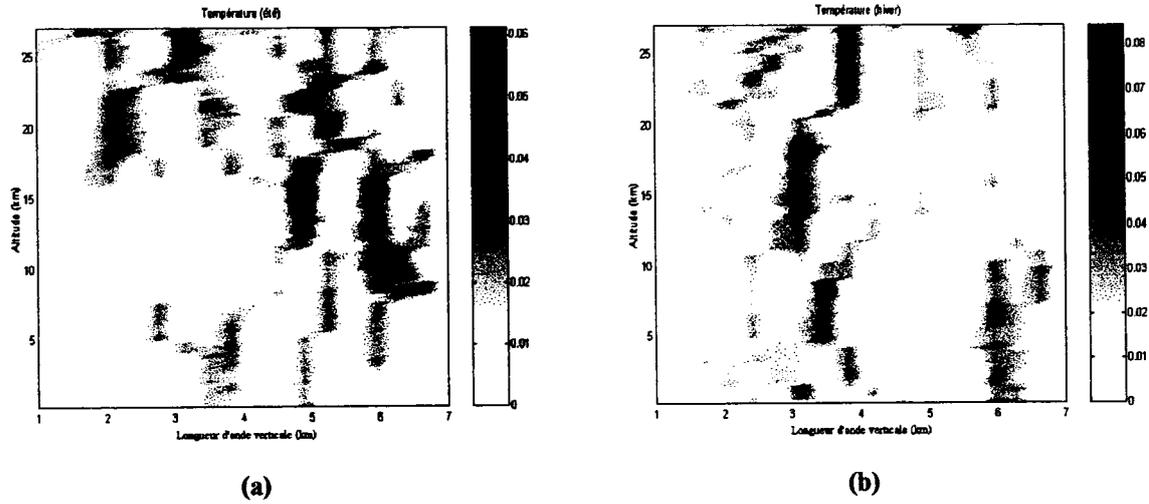


Figure III.16 : Distribution verticale statistique de densité temps-échelle des modes dominants des fluctuations de température : a) été austral b) hiver austral.

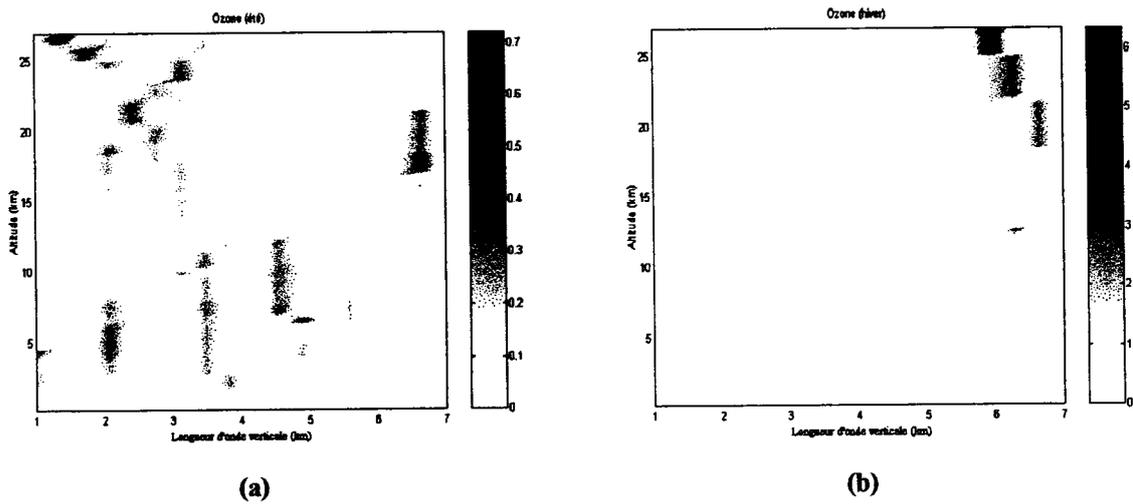


Figure III.17 : Distribution verticale statistique de densité temps-échelle des modes dominants des fluctuations de pression partielle d'ozone : a) été austral b) hiver austral.

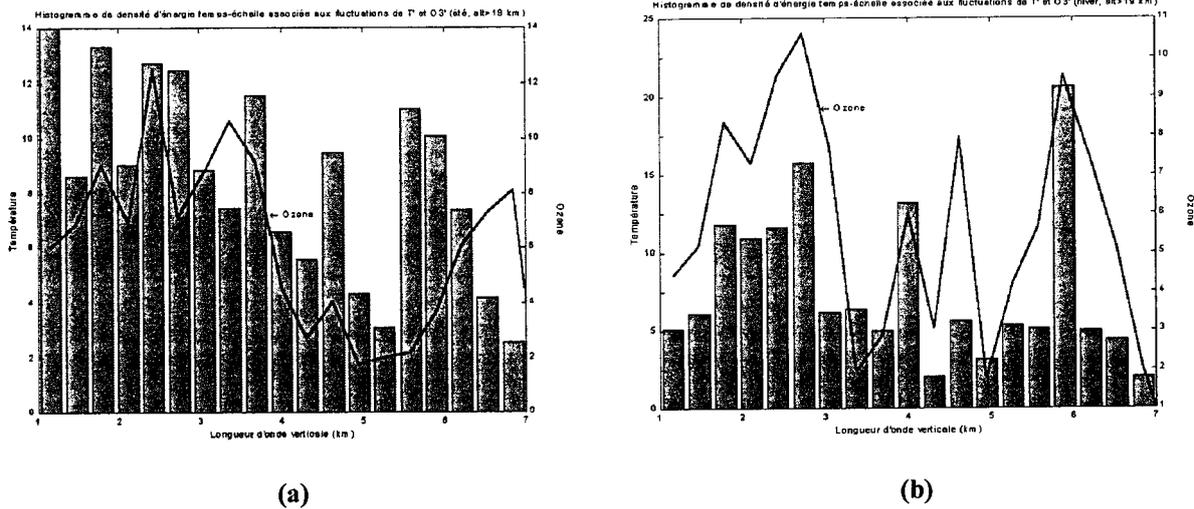


Figure III.18 : Distribution des modes dominants température/ozone dans la stratosphère :
 a) été austral b) hiver austral.

III.1.5 Discussion et conclusions

Les observations de *Taupin-Goffinont* [1997] font état d'une forte humidité relative dans la troposphère jusqu'à 10 km d'altitude pendant la période d'été austral et de l'absence d'inversion thermique. De fortes convections peuvent alors générer des ondes à partir de cette altitude à l'exemple des modes de longueurs d'onde verticales 5 et 6 km observés dans la troposphère se propageant jusqu'à la tropopause [*Allen and Vincent*, 1995]. La tropopause sous l'effet de la convection profonde au niveau de l'ITCZ constitue une source d'ondes et expliquerait la présence du mode de longueur d'onde verticale de 2 km au-delà de la tropopause [*Fovel et al.*, 1992 ; *Pfister et al.*, 1993 ; *Karoly et al.*, 1996 ; *Shimonai et al.*, 1996].

La croissance de la stabilité statique peut expliquer la présence du mode de longueur d'onde verticale de 2 km à partir des modes 5 et 6 km. Par ailleurs, *Yamanaka et al.* [1996] ont montré que les tropopauses multiples sont en fait la signature des structures d'onde de gravité dominantes de courtes longueurs d'ondes verticales.

Taupin-Goffinont [1997] a également observé la présence d'un vent zonal de 30 m/s à 9 km d'altitude au-dessus de la Réunion pendant l'hiver. Le Jet d'Ouest Subtropical, par effet de cisaillement ou d'ajustement géostrophique, serait alors la source du mode de longueur d'onde verticale 3 km [*Thomas et al.*, 1992 ; *Murayama et al.*, 1994]. *Sato et al.* [1997] ont observé

la présence d'ondes de gravité de type inertiel de longueur d'onde verticale de 3,5 km vers 22 km d'altitude dans la région de vents faibles au-dessus de Shigaraki (35°N, 136°E). Une étude statistique sur 3 années montre la présence d'ondes d'inertie-gravité dominantes de longues périodes supérieures à 10 h et de longueurs d'onde verticales comprises entre 1 et 2 km. Celles-ci sont localisées au-dessus du jet subtropical quelle que soit la saison. Par ailleurs, des réflexions partielles au niveau du jet peuvent se produire lorsque le jet s'intensifie [Eckermann *et al.*, 1994].

Dans notre étude, la zone de cisaillement de vent associée aux inversions de vent en dessous de 5 km d'altitude [Tsuda *et al.*, 1994b] ainsi que les instabilités de type Kelvin Helmholtz près du sol et la convection associée aux cumulus [Clark *et al.*, 1986 ; Sato *et al.*, 1995] à l'intérieur de la couche limite planétaire (inférieure à 3 km d'altitude) peuvent également être des sources d'ondes de gravité.

Par ailleurs, l'île de la Réunion constitue sans conteste une barrière montagneuse (Piton des Neiges culminant à 3069 m d'altitude) à un écoulement purement maritime de part son éloignement de tout continent. Le flux d'Alizé de sud-est avec des vents compris entre 15 et 35 km/h soufflant une grande partie de l'année est scindé en deux courants latéraux souvent de forte intensité. Il génère de fortes turbulences résultant des ondes de montagne en aval et la formation d'un effet de Foehn [Soler *et al.*, 1997]. La propagation et la destruction d'ondes orographiques dans la troposphère ont alors un impact sur les échanges verticaux. L'ozone constitue un bon traceur pour appréhender les processus de transports induits par les ondes de sillage et entre la couche d'inversion de vent relative au courant d'ouest et au vent d'est du régime d'Alizé.

Cette discussion sur les sources éventuelles des modes observées en particulier les modes de longueurs d'onde verticales inférieures à 3 km en stratosphère montre la nécessité d'une étude corrélative de l'activité des sources et des modes observés.

A partir de cette étude climatologique préliminaire, l'observation de modes de longueurs d'onde supérieures à 2 km dans la troposphère et la stratosphère dans les profils verticaux de température et d'ozone suggère un rôle important des processus dynamiques des structures ondulatoires de natures différentes tant dans la variabilité des quantités météorologiques (température) que des traceurs passifs atmosphériques [Bacmeister *et al.*, 1996 ; Teitelbaum *et al.*, 1996]. Bacmeister *et al.* [1997] suggèrent une variabilité plus riche des traceurs atmosphériques de structure spectrale multi-fractale par rapport à la variabilité des quantités dynamiques de distributions continues et normales.

Par ailleurs, l'étude des distributions spatiale et temporelle des modes verticaux dominants 2-4 km effectuée par *Ogino et al.* [1997] fait apparaître un maxima de densité de puissance spectrale près de l'équateur de distribution symétrique dans la basse stratosphère. *Ogino et al.* [1997] a déterminé les coefficients de corrélations entre les fluctuations de température potentielle et le rapport de mélange d'ozone à l'aide des équations linéaires simplifiées du champ d'onde et de conservation des traceurs. Ces coefficients montrent que les déplacements verticaux seuls peuvent expliquer les fluctuations de température et d'ozone en basse stratosphère dans les basses latitudes contrairement aux régions de latitudes moyennes où on doit faire intervenir les processus dynamiques et photochimiques. Notre étude relative à la basse stratosphère est en accord avec cette hypothèse, en particulier pour la période d'hiver austral. Elle montre de plus l'intérêt d'une étude couplée dynamique et chimique dans la troposphère. Dans la basse stratosphère, les paramètres de polarisation issus des champs de vent de haute résolution [*Gibson-Wilde et al.*, 1997b] et l'étude d'autres traceurs dynamiques (la vorticité, la température potentielle) [*Reid et al.*, 1997] permettraient d'identifier dans la variabilité dynamique des structures de petite échelle, la signature des ondes de gravité de courtes longueurs d'onde verticales et celle des filaments d'ozone originaires du vortex polaire migrant vers la barrière dynamique. La modélisation des structures laminaires produites par advection quasi-horizontale révèle par ailleurs que ces structures peuvent causer une augmentation du rapport de mélange d'ozone d'environ 4 à 10% ainsi que de l'amplitude du spectre du nombre d'onde vertical [*Gibson-Wilde et al.*, 1997a]. Des informations complémentaires sur les échelles temporelles et spatiales des structures méso-échelles présentes semblent alors plus qu'indispensables pour une interprétation correcte des spectres verticaux des traceurs stratosphériques.

III.2 Etude des profils de fluctuations de température en moyenne atmosphère

III.2.1 Introduction

Une prise en compte des phénomènes de petites échelles telles que les ondes de gravité dans les modèles de circulation globale de la moyenne atmosphère nécessite une

paramétrisation réaliste reproduisant les processus majeurs du champ d'onde au cours de sa propagation et une initialisation correcte par le biais de paramètres introduits au sommet de la basse atmosphère comme par exemple : l'amplitude des ondes, la propagation, l'anisotropie horizontale et verticale, les distributions spectrales, la distribution spatiale et temporelle des sources dominantes, le nombre d'onde vertical m^* qui délimite la région spectrale régie par les sources de celle dominée par la saturation et la dissipation [Hamilton, 1997]... La caractérisation de l'activité du champ d'onde de gravité est nécessaire aux différentes échelles : locale, globale et statistique [Hirota, 1997] ainsi que leur comportement en présence d'autres phénomènes physiques à l'exemple des ondes planétaires [Fritts, 1990] et des ondes de marées [Fritts et al., 1997] qui peuvent de manière directe ou indirecte renforcer ou bloquer la progression verticale du champ d'onde de gravité [Isler and Fritts, 1996].

Les sources d'ondes de gravité sont situées majoritairement dans la basse atmosphère ; leur éloignement des sources et leurs grandes extensions verticales localisées en fin de spectre constituent les difficultés majeures rencontrées dans l'étude des ondes en moyenne et haute atmosphère [Lindzen, 1984 ; Hamilton, 1997]. En effet, on observe des déferlements d'ondes en haute atmosphère qui sont associés à des sources lointaines dominantes telles que le jet et l'orographie. La présence de structures ondulatoires de grandes longueurs d'onde verticales et des vitesses de phase horizontales importantes dans la mésosphère (>50 m/s) résulterait du filtrage par le vent moyen et de la réfraction des ondes.

Wu and Waters [1997] a récemment produit des distributions spatiales et saisonnières de variance associée à l'activité des ondes de gravité de longueurs d'ondes verticales supérieures à 10 km. Ces distributions sont déterminées à partir de la saturation de la radiance du canal 63 GHz des mesures du radiomètre MLS (Microwave Limb Sounder), embarqué sur le satellite UARS (Upper Atmosphere Research Satellite), pour la période de décembre 1992 à juillet 1993. Elles font apparaître la présence de sources majeures à l'exemple de la convection profonde troposphérique, l'orographie et le jet polaire stratosphérique. Par ailleurs, la convection profonde serait à l'origine de l'augmentation importante de l'intensité de la variance en stratosphère pendant la période d'été austral au-dessus de Madagascar ainsi qu'au-dessus de la Réunion.

Une étude locale de l'activité des ondes de gravité et de l'évolution des paramètres associés s'avère judicieuse au-dessus de la Réunion afin d'appréhender les mécanismes de couplage en terme d'ondes de gravité entre la basse et moyenne atmosphère en bordure de la région tropicale et de comparer avec les mesures expérimentales obtenues sur d'autres sites

par différentes techniques. Parmi les travaux qui ont contribué à comprendre le comportement des ondes de gravité, nous pouvons citer les études climatologiques de *Hirota* [1984], de *Hamilton* [1991] et de *Eckermann et al.* [1994] concernant la région hémisphérique nord à partir des sondages fusées. Les études récentes sur les caractéristiques des paramètres et les spectres du champ d'onde de gravité s'effectuent à partir de mesures radar [*Kuo and Lue*, 1994 ; *Connor and Avery*, 1996] et lidar [*Wilson et al.*, 1991 ; *Hauchecorne et al.*, 1994 ; *Mitchell et al.*, 1996].

Néanmoins, il existe peu d'étude du champ d'onde de gravité dans la haute stratosphère et dans la mésosphère par rapport à celles menées dans la troposphère et dans la basse thermosphère [*Sica and Thorley*, 1997]. Les caractéristiques et l'activité des ondes de gravité sont encore méconnues aux basses latitudes plus particulièrement dans l'hémisphère sud à cause de l'absence de mesures expérimentales [*Vincent*, 1984, 1990]. Quelques études comparatives entre les deux hémisphères ont néanmoins révélé des similarités hémisphériques dans les caractéristiques [*Fritts*, 1990]. Elles sont dues aux conditions atmosphériques moyennes semblables dans les deux hémisphères [*Tsuda et al.*, 1994a]. Des différences hémisphériques existent cependant en raison de la distribution des sources troposphériques et de leur intensité.

L'instrument Lidar Rayleigh permet de sonder la région atmosphérique comprise entre 30 et 100 km d'altitude. Par ailleurs, cet instrument a la particularité de pouvoir sonder la région entre 30 et 60 km d'altitude dans la moyenne atmosphère contrairement aux radars et aux sondages ballons [*Chanin and Hauchecorne*, 1991]. La qualité de la cohérence spatiale et temporelle des lasers permet une étude continue des structures de petite échelle telles que les ondes de gravité d'échelles verticales inférieures à 10 km dans la moyenne atmosphère [*Chanin and Hauchecorne*, 1981, 1987] qui complètent ainsi l'analyse du spectre vertical des mesures satellites d'analyse globale (MLS...) ou des imageurs [*Gardner and Taylor*, 1998].

III.2.2 Le signal Lidar

III.2.2.1 Système Lidar Rayleigh

Le Lidar (*Light Detecting and Ranging*) émet verticalement, grâce à un laser Nd³⁺ Yag, des impulsions lumineuses, monochromatiques de courtes durées. Les photons rétrodiffusés

sont collectés par des miroirs. L'analyse temporelle du nombre de photons, à la longueur d'onde d'émission et en dehors de toute raie de résonance des constituants atmosphériques, renseigne sur la structure verticale de l'atmosphère. A partir de la haute stratosphère, la diffusion Mie par les aérosols devient négligeable par rapport à la diffusion Rayleigh des molécules atmosphériques. Le signal rétrodiffusé est alors proportionnel à la densité atmosphérique [Hauchecorne, 1983].

III.2.2.2 Paramètres : densité et température

Le nombre de photons rétrodiffusés par tranche d'altitude, après correction de la linéarité du photomultiplicateur, vérifie l'équation lidar à partir de laquelle la variation relative de la densité atmosphérique est déduite. Le bruit de fond provenant de la luminosité du ciel nocturne et du courant d'obscurité du photomultiplicateur est estimé aux altitudes supérieures à 100 km.

Les relations de gaz parfait et d'équilibre hydrostatique conduisent au calcul de la distribution verticale de la température. La température est déterminée de manière absolue en initialisant le calcul de la température au sommet du profil par les mesures d'un modèle d'atmosphère standard tel que le modèle standard CIRA 86 (*Cospar International Reference Atmosphere*) [Wilson, 1989]. Ainsi, l'incertitude relative sur la température est inférieure à 2% à partir de 15 km en dessous le sommet du profil. Chanin and Hauchecorne [1987] montre que la précision relative en température est inférieure à 0,3 °C entre 30 et 50 km et proche de 1°C à 70 km d'altitude pour un profil intégré au cours d'une nuit de mesure et que le lidar permet par conséquent l'étude des ondes de gravité.

III.2.2.3 Le Lidar de la Réunion

Le Lidar Rayleigh, installé au Laboratoire de Physique de l'Atmosphère au sein de la Faculté des Sciences et des Technologies, produit des profils verticaux de densité et de température depuis mai 1994. Les caractéristiques de l'instrumentation Lidar en 1994 sont résumées dans le tableau III.2.

En vue de la validation des mesures Lidar obtenues à la Réunion, Bencherif [1996] a effectué des comparaisons avec des mesures provenant du modèle standard CIRA 86, de SME

(Solar Mesospheric Explorer) et du NMC (National Meteorological Center) [Clancy et al., 1994].

La station d'observation de la Réunion fait récemment partie des stations secondaires du NDSC (Network for the Detection of Stratospheric Change). Depuis son installation, le système Lidar de la Réunion s'est amélioré (fig. III.19). Les différents modes de fonctionnement du lidar pour les programmes de recherche en cours sont résumés dans le tableau III.3.

L'ensemble des mesures accessibles inclue :

- la densité et la température en moyenne atmosphère (1994),
- le rapport de diffusion des aérosols stratosphériques (1994),
- le rapport de diffusion et la polarisation des aérosols troposphériques (1996),
- l'ozone troposphérique (1998),
- N₂ (expérimentation prévue fin 1998).

Tableau III.2 : Caractéristiques de l'instrument Lidar (1994).

Emission		Réception	
Laser	Nd-YAG	Surfaces	0,67 m ²
Longueur d'onde	532 nm	Résolution	150 m
Energie par pulse	300 mJ	Mode de détection	Comptage photon
Fréquence d'émission	10 Hz	Divergence du faisceau	3 10 ⁻⁴ rad

Tableau III.3 : Modes de fonctionnement (1998).

Mode NDSC		Mode Aérosols		Mode STE (*)	
Voies	Emiss/Récep (nm)	Voies	Emiss/Récep (nm)	Voies	Emiss/Récep (nm)
Rayleigh haut	532/532	Aérosols ⊥	532/532	Ozone	289/289
Rayleigh bas	532/532	Aérosols //	532/532	Ozone	316/316
Aérosols //	532/532	Aérosols	1064/1064	Raman N ₂	607/607
Raman N ₂	532/607				

(*) Strato-Tropo Exchange

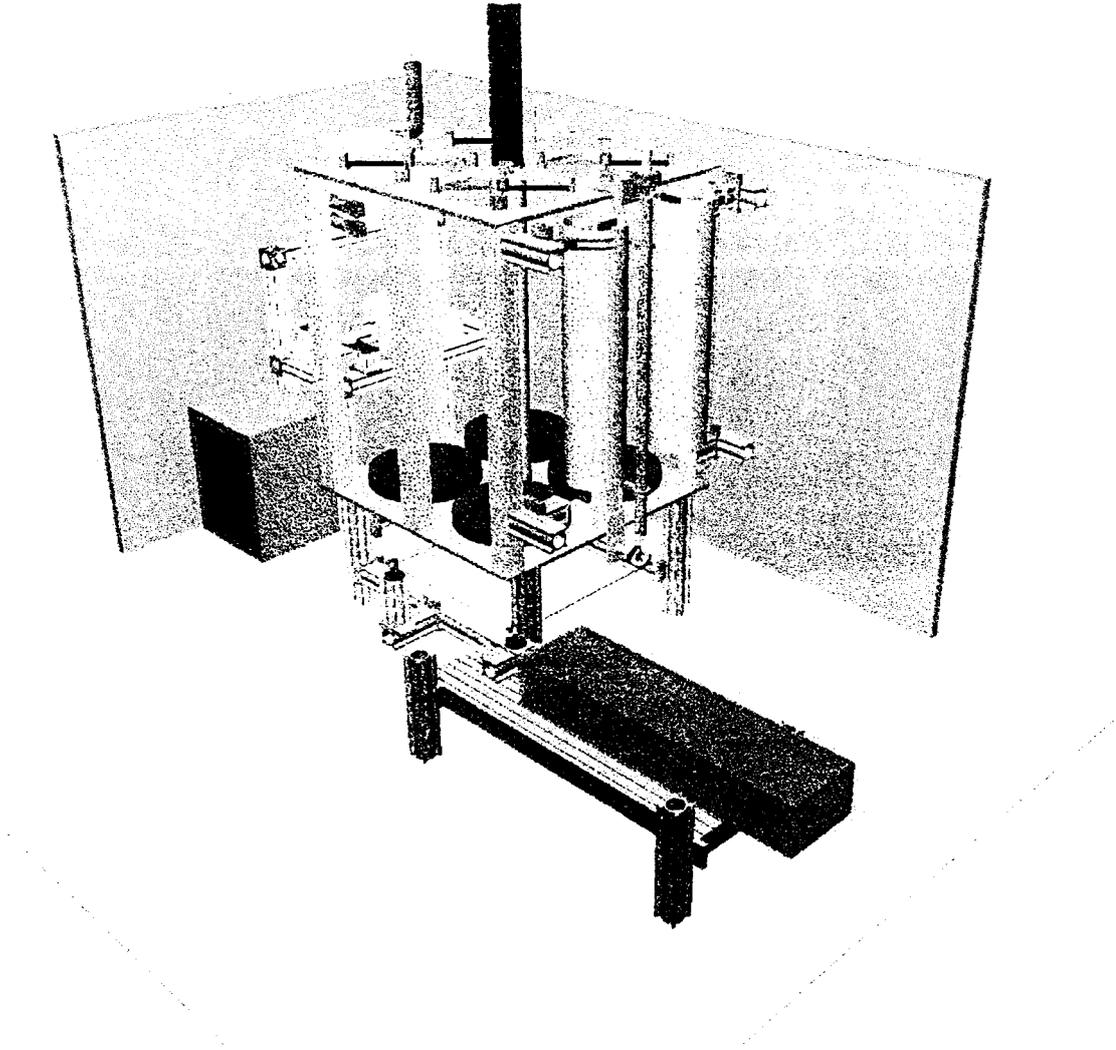


Figure III.19 : Image de synthèse du Lidar actuellement en fonctionnement à la Réunion. (Avec l'aimable autorisation de J. Porteneuve)

III.2.2.4 Les données

Notre étude porte sur les premières mesures Lidar obtenues à la Réunion soit une collection de 15 nuits de mesures, obtenue pendant la période de mai à novembre 1994 pour la gamme d'altitude 30-60 km (haute stratosphère-basse mésosphère). Lorsque le produit des résolutions temporelle et spatiale augmente, la précision des paramètres densité et température (Rapport Signal sur Bruit) s'améliore [Hauchecorne, 1983]. Aussi, une résolution spatiale de

300 m et une intégration temporelle de 30 mn des fichiers température suffisent à caractériser les fluctuations de température associées aux ondes de gravité de longueurs d'onde verticales comprises entre 0,6 et 12 km.

Les fluctuations de température sont extraites en soustrayant au profil brut le profil moyen obtenu à l'aide d'un filtre passe-bas numérique RII de type Butterworth de longueur d'onde de coupure de 12 km [Wilson, 1989].

III.2.2.5 Les paramètres du champ d'ondes de gravité

Les paramètres du champ d'onde de gravité qui peuvent être déduits directement à partir des profils verticaux de fluctuations de température ou par analyse de Fourier sont limités aux amplitudes des fluctuations T' , à la longueur d'onde verticale λ_v et à la vitesse de phase verticale apparente C_z . La vitesse de phase verticale est déterminée en suivant la progression verticale du paquet d'ondes sur les profils successifs.

L'absence des champs de vents ne nous permet pas d'accéder aux caractéristiques intrinsèques et horizontales du champ d'onde. Cependant une estimation de la vitesse de phase apparente ($|c_{ph}| = |N/m|$) peut être déduite de la relation de dispersion pour $f \ll \omega \ll N$ ($f = 5,21 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$). Avec l'hypothèse de déplacements verticaux adiabatiques, l'énergie potentielle par unité de masse est évaluée par la relation suivante :

$$E_p = \frac{1}{2} N^2 \langle \zeta^2 \rangle = \frac{1}{2} \frac{g^2}{N^2} \langle \frac{T'^2}{T_0} \rangle \quad \text{III.6}$$

avec T_0 : la température moyenne

N : la stabilité statique moyenne calculée à partir de l'équation III.1

$\langle \rangle$: moyenne temporelle ou spatiale

g : l'accélération de pesanteur

ζ traduit le déplacement d'une parcelle d'air.

L'énergie potentielle disponible par unité de masse E_p est calculée en intégrant la densité spectrale de puissance du domaine spatial considéré sur la gamme spectrale de longueurs d'onde verticales comprises entre 0,6 et 10 km.

L'hypothèse de conservation de l'énergie des ondes au cours de leur progression verticale dans l'atmosphère permet d'obtenir une croissance théorique de type exponentielle :

$$E_p \propto \exp\left(\frac{z}{H}\right)$$

H définit la hauteur d'échelle et varie de façon continue avec l'altitude [Gossard and Hooke, 1975 ; Gill, 1982]. Celle-ci est comprise entre 6,4 km et 8,4 km dans la moyenne atmosphère soit une valeur moyenne de 7 km [Balsley and Garello, 1985]. L'écart par rapport cette valeur théorique peut résulter des phénomènes de dissipation ou de réflexions [Fritts, 1990].

L'ensemble de ces paramètres du champ d'onde de gravité a fait l'objet d'études climatologiques en moyenne latitude dans l'hémisphère nord à partir de l'analyse de Fourier [Wilson, 1989 ; Souprayen, 1993 ; Gonzalez, 1994]. Dans notre étude, de nouvelles méthodes issues des techniques en ondelettes sont présentées pour évaluer ces différents paramètres.

III.2.3 Etude de la propagation verticale

III.2.3.1 Cas d'étude du 21 juin 1994

La figure III.20 représente les profils verticaux de température moyennés sur la nuit du 21 juin 1994, en période d'hiver austral, obtenus à partir du Lidar pour les altitudes comprises entre 30 et 60 km en moyenne atmosphère. L'observation de durée 6 h a permis de constituer 12 fichiers demi-heure. Le profil moyen de température (fig. III.20 a) met en évidence les régions suivantes :

- la haute stratosphère entre 30 et 40 km,
- la stratopause entre 40 et 50 km,
- la basse mésosphère entre 50 et 60 km.

La diminution exponentielle de la densité avec l'altitude $\rho \propto \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ et l'hypothèse de conservation de l'énergie sans dissipation sont à l'origine de la croissance exponentielle de

l'amplitude des ondes. Les fluctuations de température $T' \propto \exp\left(\frac{z}{2H}\right)$ sont alors faciles à extraire dans la moyenne atmosphère. La figure III.20 b montre une nette augmentation des amplitudes des fluctuations de température dans la mésosphère avec la présence de maxima d'amplitude aux bornes de la stratopause entre 38-40 et 50-52 km d'altitude. On constate par ailleurs que ces maxima d'amplitude sont présents sur l'ensemble des fichiers demi-heure.

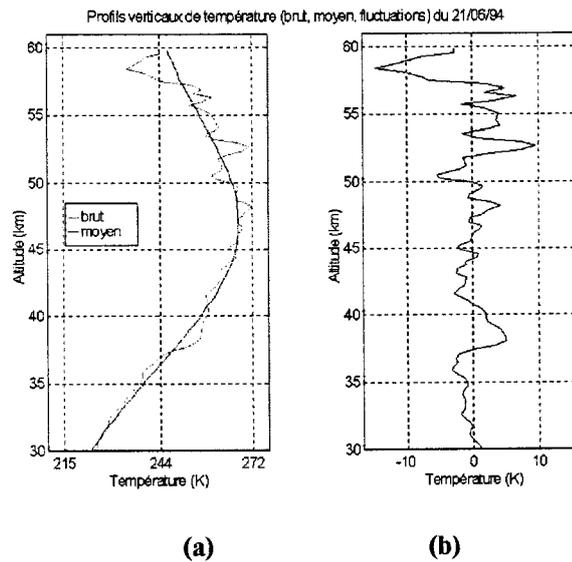


Figure III.20 : Profils verticaux de température moyennés sur la nuit du 21 juin 1994 (12 fichiers 1/2 h) :

- (a) Profil brut et moyen
- (b) Profil de fluctuations de température

▪ **Distribution énergétique des structures localisées dominantes**

La densité de puissance spectrale des fluctuations de température de la nuit d'observation du 21 juin 1994, calculée à partir d'une transformée classique de Fourier (fig. III.21 panneau supérieur) montre la présence de deux structures dominantes de longueurs d'onde verticales comprises entre 2-4 km et 6-11 km. Le scalogramme par ondelette de Morlet (fig. III.21 panneau central) révèle la distribution spatiale de ces différentes structures et les 3 régions atmosphériques étudiées. Deux structures dominantes sont observées de longueurs d'onde

verticales voisines de 2-4 km dans la basse mésosphère et de 6-11 km entre 30 et 60 km d'altitude. On constate une augmentation de leurs intensités dans la basse mésosphère.

La figure III.22 (panneau central) représente la décomposition du profil vertical de fluctuations de température (nuit du 21 juin 1994) obtenue par reconstruction successive par bande d'échelle de la CWT en module (fig. III.21) et la stabilité statique en fonction de l'altitude. On observe bien une stabilité statique N^2 voisine de $5 \cdot 10^{-4} \text{ (rad/s)}^2$ dans la haute stratosphère et de $3 \cdot 10^{-4} \text{ (rad/s)}^2$ dans la basse mésosphère. Une progression linéaire entre ces deux valeurs est observée dans la stratopause. Par ailleurs, on constate d'une part que les maxima d'amplitude identifiés précédemment sur le profil vertical de fluctuations de température aux bornes de la stratopause entre 38-40 km et 50-52 km d'altitude (fig. III.22 panneau central) sont localisées aux frontières de la stratopause au niveaux des discontinuités de la stabilité statique et que d'autre part ils sont en opposition de phase. Cette dernière observation suggère la présence de phénomènes de réflexions et de réfractions partielles aux discontinuités de N pouvant conduire à un renforcement de l'onde et du flux vertical d'énergie, et la possibilité de générer efficacement des ondes dans la partie supérieure (cas $N_2 < N_1$ p. 150 [Gill, 1982]). La réflexions des ondes, dans la haute stratosphère et dans la stratopause, est par ailleurs en accord avec la théorie de filtrage des ondes par le flux moyen (voir fig. I.6 a., b. et c.). Ces réflexions induisent une relation de phase d'une demi-longueur d'onde verticale (relation d'opposition de phase) entre la base et le sommet de la stratopause avec la présence de maxima d'amplitude de fluctuations [Worthington and Thomas, 1997]. En effet, la modélisation de la condition de résonance des ondes de montagnes dans la basse atmosphère montre une amplification de l'onde de montagne lorsque la phase varie de π radians ($0,5 \lambda_v$) entre la base (la source d'ondes) et le sommet de la couche ; la différence de phase est voisine de $0,6 \lambda_v$ en présence de phénomènes non-linéaires [Durrant, 1992].

▪ **Evolution verticale des modes dominants**

L'extraction des maxima locaux déduits des coefficients en module de la CWT (fig. III.23) souligne la présence de modes dominants quasi-monochromatiques évoluant de façon continue dans la moyenne atmosphère de longueurs d'onde verticales comprises entre 1,5-2 km à partir de la stratopause, 3,5-5 km et 6,2-9,7 km à partir de 30 km d'altitude.

La croissance du mode vertical 6,2-9,7 km avec l'altitude semble correspondre en grande partie à la diminution de la stabilité statique. En effet, on constate une croissance de 1,56 ($\lambda_{v2}/\lambda_{v1}$) de la longueur d'onde verticale pour un rapport de stabilité de 1,44 (N_1/N_2). A l'opposé, on observe une décroissance de la longueur d'onde verticale des deux autres modes dans le plan temps-échelle. Cette dernière observation suggère une évolution des modes verticaux 1,5-2 km de 37 à 56 km d'altitude et celle du mode 4 km résultante de divers processus tels que l'absorption d'onde, la dissipation d'énergie dues au filtrage par la SSAO (oscillation semi-annuelle à la stratopause) de phase d'ouest dont le maximum de vent ($|U| < 20$ m/s) et la réfraction d'onde (diminution de $\lambda_v = 2$ km dans la stratopause). L'existence des phénomènes de réflexion et de réfraction serait également responsables de l'augmentation de l'amplitude du mode 4 km au voisinage de 40 km d'altitude et la présence du mode 2 km dont le comportement est semblable au mode 4 km à partir de cette altitude. De ces observations, il en ressort que les modes verticaux 4 km et 7 km évoluent différemment à partir de la stratopause (sources, valeur ou orientation de c_h par rapport au vent horizontal moyen différentes ? ...).

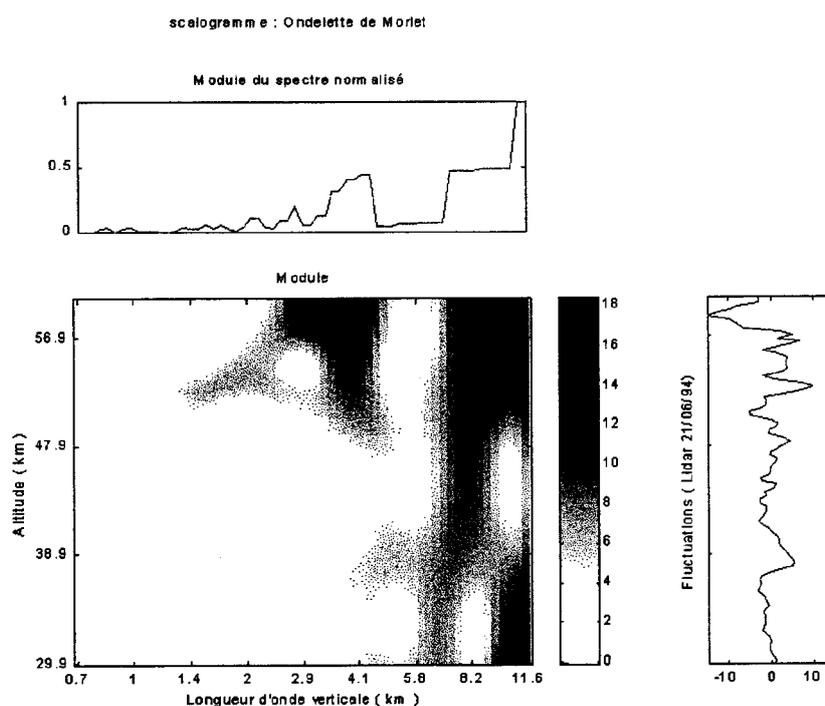


Figure III.21 : Scalogramme du profil vertical de fluctuations de température de la nuit d'observation du 21 juin 1994 (ondelette de Morlet).

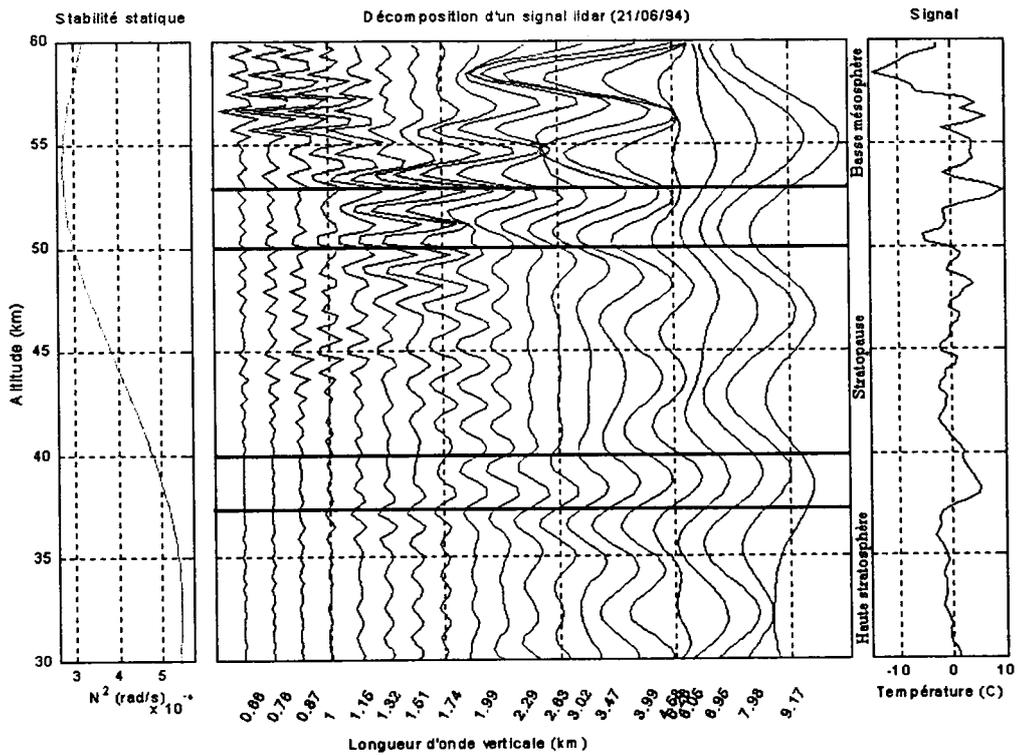


Figure III.22 : Décomposition du profil vertical de fluctuations de température de la nuit d'observation du 21 juin 1994 par reconstructions successives de la CWT (fig. III.21). Les lignes horizontales (en noir, panneau central) identifient les régions où ont lieu les phénomènes de réflexion : 38-40 km et 50-52 km d'altitude.

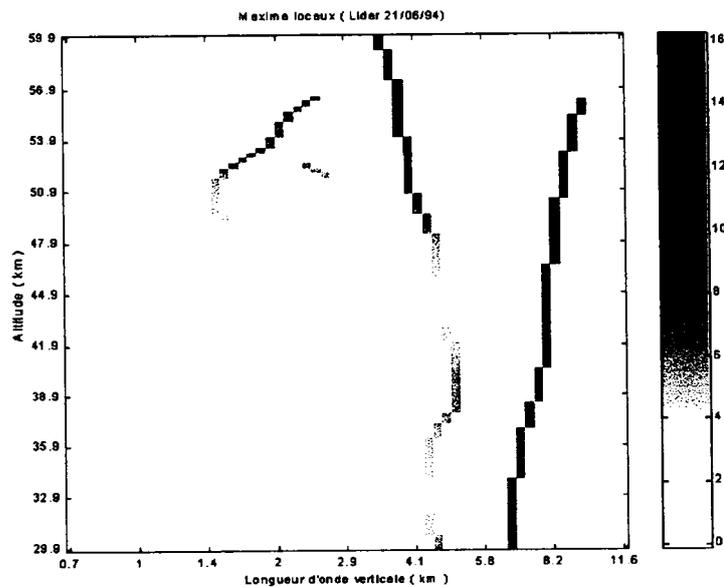


Figure III.23 : Maxima locaux obtenus à partir du scalogramme du profil vertical de fluctuations de température de la nuit d'observation du 21 juin 1994 (fig. III.21).

▪ Spectres localisés

La figure III.24 représente la densité de puissance spectrale déterminée à partir de la transformée de Fourier classique et des spectres d'énergie globale de la CWT entre 30 et 60 km d'altitude. Pour la méthode par FFT, le niveau de bruit (hypothèse bruit blanc) est estimé au niveau du spectre de densité spectrale dans la région des longueurs d'onde verticales comprises entre 0,6-0,8 km, région dans laquelle le signal est supposé être négligeable devant le bruit. La densité de puissance spectrale moyenne associée au bruit est ensuite soustraite au spectre global de densité de puissance spectrale. Concernant la méthode par CWT, on combine les méthodes de "débruitage" 1 et 2 des coefficients en module du plan altitude-longueur d'onde verticale (se référer au paragraphe II.1.3.5). On annule les coefficients correspondant aux longueurs d'onde verticales comprises entre 0,6-0,8 km dans la méthode 1 et dans la méthode 2, on applique un seuil de 9%. On tient compte de la croissance du bruit avec l'altitude en effectuant le seuil aux différents domaines d'altitude mis en évidence précédemment.

A partir des deux spectres (TF et CWT), on observe la présence des modes dominants de longueurs d'onde verticales : 1,5 km, 4 km et 7,6 km. Les pentes estimées par la TF et CWT sont proches aux longueurs d'onde verticales inférieures à 3 km. Par ailleurs, on obtient une meilleure résolution fréquentielle par la CWT pour les grandes longueurs d'onde verticales dont l'échantillonnage est adapté à la représentation logarithmique du spectre de densité spectrale.

La figure III.25 fournit les densités spectrales calculées sur les 3 domaines d'altitude mis en évidence par la figure III.22 :

- la haute stratosphère (30-40 km),
- la stratopause (37-53 km),
- la basse mésosphère (50-60 km).

La croissance de l'énergie des spectres avec l'altitude est en accord avec la théorie linéaire des ondes de gravité. De plus, on constate que la pente du spectre dans la haute stratosphère est proche de celle obtenue pour une saturation linéaire aux longueurs d'onde verticales

inférieures à 3 km contrairement aux pentes des spectres obtenues pour la stratopause et la basse mésosphère. Ceci s'explique probablement par l'existence des phénomènes de réflexion qui amplifient l'amplitude du champ d'onde. On observe par ailleurs la présence importante des modes verticaux dominants 4 km et 7 km dans les 3 régions et du mode vertical 1,5 km dans la stratopause.

Les énergies potentielles établies à partir de ces spectres pour la gamme de longueurs d'onde verticale comprise entre 0,6 et 10 km sont évaluées à 5,2 J/kg, 14,9 J/kg et 43,2 J/kg pour les régions : la haute stratosphère, la stratopause et la basse mésosphère respectivement. L'énergie potentielle entre 30 et 60 km a pour valeur intermédiaire 25,5 J/kg.

L'estimation de la croissance d'énergie potentielle avec l'altitude pour ces trois régions fournit des valeurs respectives de hauteur d'échelle 7,4 et 7,3 km entre :

- la haute stratosphère et la stratopause,
- la stratopause et la basse mésosphère.

La croissance de l'énergie potentielle en fonction de l'altitude correspond à la croissance théorique sans dissipation (spectres non saturés).

La figure III.26 représente l'évolution de la demi-variance de température (E_p/N^2) en fonction de l'altitude, calculée à partir des spectres de densité d'énergie locale tous les 300 m. On observe une croissance proche de la valeur théorique ($H=7$ km) en absence de déferlements d'onde. L'augmentation de l'énergie potentielle au voisinage de 38 km et 50 km d'altitude et la diminution de cette énergie dans la stratopause corroborent l'hypothèse des phénomènes de réflexion aux limites de la stratopause et de réfraction à l'intérieur de la région. De plus, l'estimation précédente des hauteurs d'échelle (fig. III.25) montrent que les déficits et les excès d'énergie potentielle sont du même ordre de grandeur.

III.2.3.2 Modes dominants moyens (mai-novembre 1994)

L'application de la CWT par ondelette de Morlet aux 15 profils verticaux de fluctuations de température moyennés sur la nuit d'observation de mai à novembre 1994 a permis d'extraire et de localiser les modes dominants de longueurs d'onde verticales inférieures à 11 km dans la région comprise entre 30 et 60 km d'altitude.

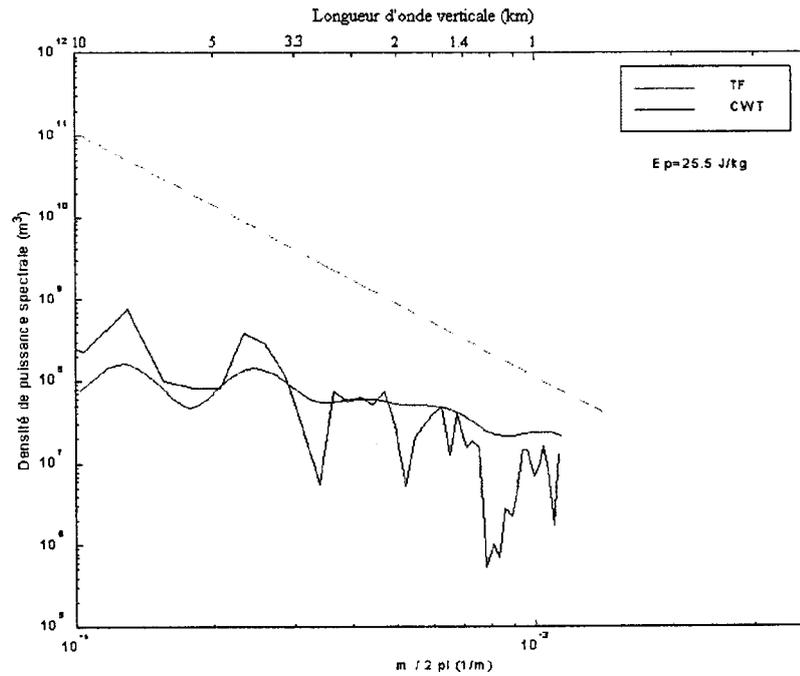


Figure III.24 : Densités spectrales d'énergie de la variable ζ (TF et CWT) entre 30 et 60 km d'altitude (nuit du 21 juin 1994). La droite de pente -3 (en vert) correspond à la pente du spectre du champ d'ondes saturé déduite de la théorie linéaire.

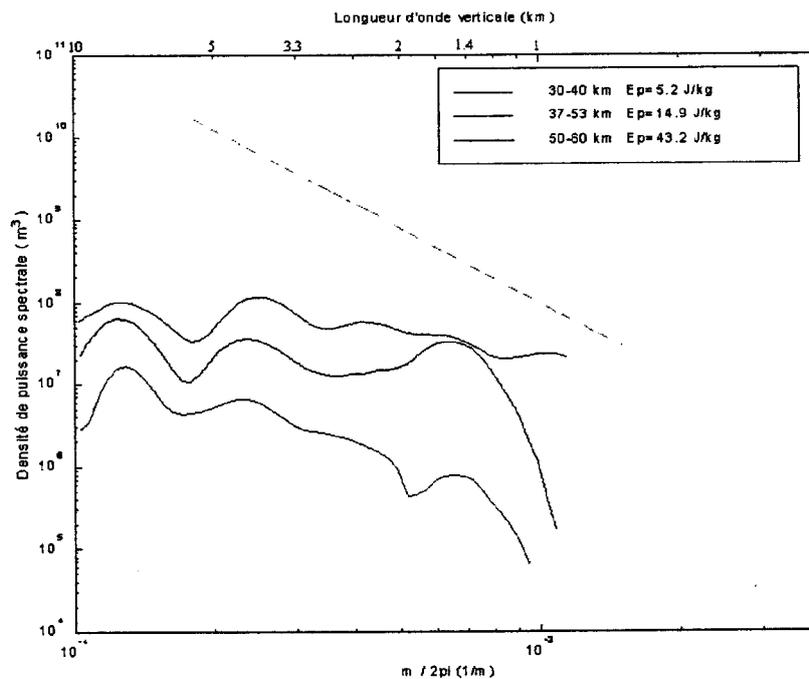


Figure III.25 : Densités spectrales d'énergie obtenues par la CWT de la variable ζ pour différentes couches atmosphériques : haute stratosphère, stratopause et basse mésosphère.

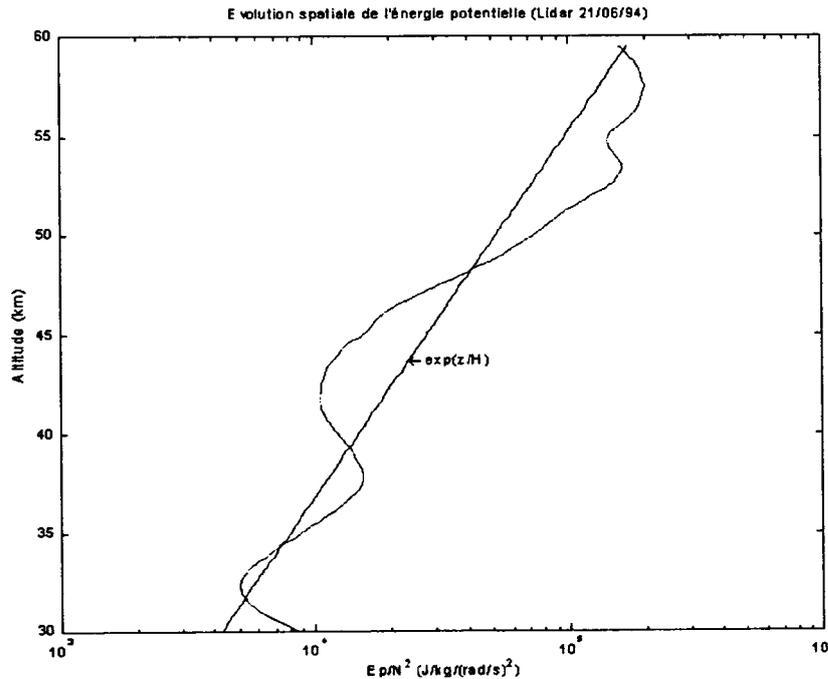


Figure III.26 : Distribution spatiale de l'énergie potentielle normalisée par N^2 . La droite représente la croissance théorique de l'énergie potentielle sans dissipation $H=7$ km.

Le tableau III.4 rassemble les caractéristiques verticales des modes présents, telles que la longueur d'onde verticale et l'amplitude des fluctuations déduits des maxima locaux et de leurs intensités, les altitudes où ces modes sont observés et leur contribution relative en amplitude.

Ces paramètres mettent en évidence les observations suivantes :

- la présence en moyenne de deux structures dominantes quasi-monochromatiques de longueurs d'onde verticales moyennes entre 3 et 4 km et supérieure à 6 km sur l'ensemble du domaine spatial étudié,
- la présence d'un troisième mode de longueur d'onde verticale inférieure à 3 km à partir de la stratopause,
- la présence de modes verticaux de longueurs d'onde verticales voisines de 10 km dans la mésosphère,

- la contribution relative aussi importante des modes de courtes longueurs d'onde verticales par rapport aux modes de plus grandes longueurs d'onde verticales.

Par ailleurs, la moyenne des amplitudes maximales et la valeur maximale pour la période d'hiver sont évaluées à 3,2 °C et 8,8 °C. On obtient les valeurs : 4,3 °C et 9,4 °C respectivement pour la période d'intersaison hiver/été, période pendant laquelle la convection se met en place.

La figure III.27 représente la distribution statistique des modes dominants observés au cours de ces différentes nuits. Elle montre une activité importante des modes de longueurs d'onde verticales de 2-4 km avec un maximum pour $\lambda_v \approx 3,5$ km, de 6 km et de 8-10 km.

De plus, cette étude statistique montre que la technique des maxima locaux est appropriée à l'étude de la variabilité journalière des modes dominants.

III.2.4 Etude de l'évolution temporelle

III.2.4.1 Modes dominants (nuit du 29 mai 1994)

L'étude de l'évolution temporelle des modes dominants observés au cours d'une nuit d'observation porte sur les 17 fichiers de demi-heures successives du 29 mai 1994. La période d'observation obtenue pour cette nuit correspond à la plus grande période d'observation (8,5 h) de l'ensemble des mesures étudiées. Cette nuit d'observation montre de plus les principales caractéristiques du comportement des modes dominants entre 30 et 60 km d'altitude.

La figure III.28 représente les modes dominants déduits du profil de fluctuations de température moyenné sur la nuit d'observation. On observe l'évolution spatiale moyenne de deux modes dominants quasi-monochromatiques de longueurs d'onde verticales : 3 km dans la basse mésosphère entre 52 à 60 km d'altitude et 7 km entre 32 à 47 km d'altitude. La diminution de la stabilité statique avec l'altitude permet d'expliquer l'évolution des longueurs d'onde verticales des modes observés.

Tableau III.4 : Caractéristiques d'ondes de gravité extraites des maxima locaux de la CWT.

Date	Durée d'observation (h)	Altitude (km)	Longueur d'onde verticale (km)	Amplitude des fluctuations * (°C)	Contribution relative **
29/05/94	8,5	32-47	7	1,4-1,9	1-0,7
		52-60	3	1,2-2,7	0,9-1
01/06/94	6,5	33-60	3,4	1-2,7	1-1
06/06/94	4,5	45-60	8-11	1,8-2,9	1-0,8
		30-37	4,1	1-2	0,6-0,6
		44-60	2,7	1,1-3,5	0,6-1
07/06/94	5,5	30-60	6,5	1-1,6	1-1
		52-60	3	0,8-1,2	0,8-0,75
08/06/94	3,5	30-56	8	2,3-5,6	1-0,6
		45-60	5,6	1,6-8,8	0,7-1
		43-60	2,2	1,5-2	0,7-0,2
09/06/94	7	30-35	4,5	0,9-1,6	1-0,9
		47-60	3,8	0,9-1,7	1-1
15/06/94	5	30-60	9,7	1,4-3,9	1-1
		44-60	3,4	0,9-2,9	0,6-0,7
21/06/94	6	30-56	6,2-9,7	1,6-3,5	1-0,7
		30-60	4	1,3-5	0,8-1
		43-57	2	1-3,2	0,6-0,6
22/06/94	5	30-60	9,8	1,8-2,4	1-1
		48-60	3,1	1,1-1,3	0,6-0,5
23/06/94	5	30-60	8,2	1,6-4,3	1-1
		42-60	2,3	1,2-2,3	0,7-0,5
26/06/94	2,5	43-60	9,6	1,2-3,6	1-0,7
		39-60	6,3	0,9-2,3	0,75-0,5
		30-60	3,7	0,8-5,1	0,7-1
15/10/94	3	37-60	9	1,5-3,4	1-1
		30-60	3,3	1-3,1	0,7-0,9
01/11/94	4	30-60	5	1,4-9,4	1-1
		41-60	2,6	1,4-7,7	1-0,8
10/11/94	3,5	33-60	4,4	1,1-2,3	0,8-0,6
		45-60	2,2	1,4-3,6	1-1
23/11/94	4,5	30-60	9,9	1,2-3,3	1-0,5
		46-60	5,8	0,8-1,7	0,7-0,3
		30-45	4,3	0,9-2	0,75-0,3
		48-60	3	0,9-6,5	0,75-1

* Conversion des minima et des maxima de la CWT (en module) en amplitude de fluctuations.

** Amplitudes normalisées par rapport aux structures ondulatoires observées pendant la nuit d'observation.

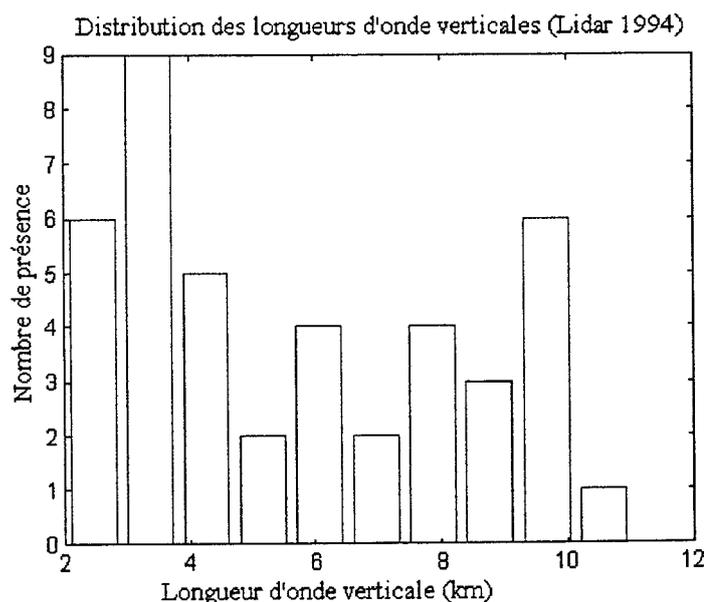


Figure III.27 : Distribution statistique des modes dominants de longueurs d'onde verticales inférieures à 11 km.

Les figures III.29 montrent les profils verticaux de température dont l'étude de l'évolution des modes dominants par demi-heures successives permet de déduire le comportement spatial et temporel des modes dominants 3 et 7 km de la nuit d'observation du 29 juin 1994.

Les maxima locaux (fig. III.30) déduits de ces profils permettent l'étude de l'activité des structures ondulatoires présentes et les éventuelles relations entre les différentes structures.

De ces maxima locaux, on observe la présence de 3 modes dominants :

- un mode $\lambda_v = 1-2$ km à partir de la stratopause (fig. III.30 b),
- un mode $\lambda_v = 3-4$ km à partir de la stratopause pouvant également être présent dans la haute stratosphère (fig. III.30 d),
- un mode $\lambda_v = 5,5-9$ km dans l'ensemble du domaine spatial étudié (30-60 km d'altitude (fig. III.30 b).

L'activité des modes dominants varie dans la région de la stratopause où ont lieu des processus tels que la dissipation et le filtrage par le vent moyen horizontale (phénomènes de réflexions et de réfraction ...) en particulier pour les modes de longueurs d'onde inférieures à

5 km. On observe de plus la présence de deux modes distincts : 4 km et 7 km sur les figures III.30 d et III.30 i. Ces structures disparaissent et réapparaissent au cours de la période comprise entre les figures III.30 d et III.30 i.

L'étude réalisée par *Gardner and Voelz* [1987] sur 34 nuits d'observations entre 1980 et 1986 à Urbana (40°N, 88°W) a montré la présence de 171 structures ondulatoires de type ondes de gravité au sein de la couche Na mésosphérique. Elle montre une variabilité des longueurs d'onde verticales avec l'altitude dans un champ de vent cisailé. La disparition et la réapparition de certains modes un peu plus tard dans la nuit avec des longueurs d'onde verticales légèrement différentes ont été observées. L'occurrence maximale des ondes de gravité fût observée entre 21 h et 22 h.

Les effets non linéaires ou encore les interactions avec le flux moyen seraient responsables des relations de type harmonique entre les 3 modes verticaux (interaction entre les deux plus grands modes). L'intermittence des sources d'ondes en basse atmosphère est aussi en grande partie responsable de la variabilité de l'activité des modes observés.

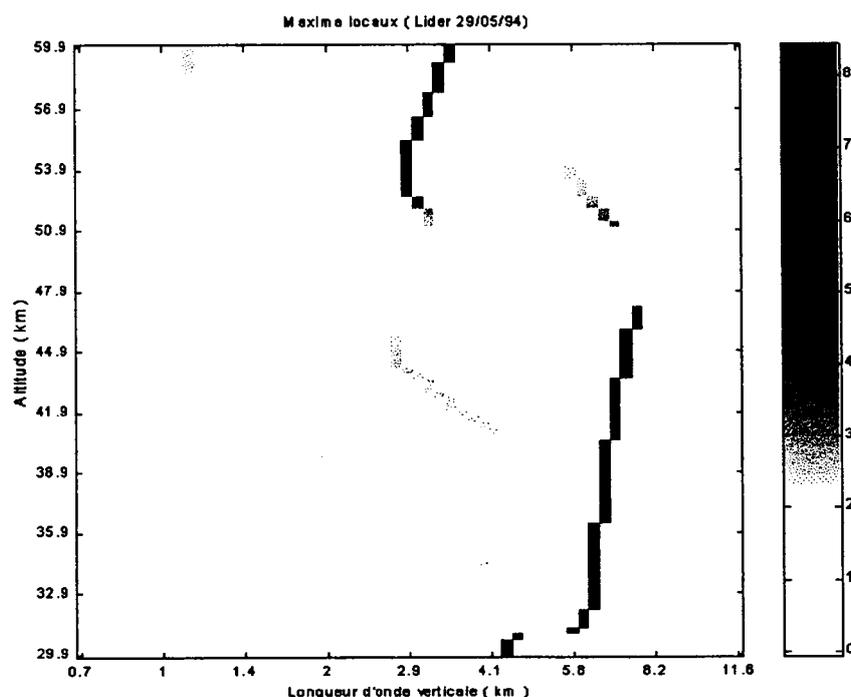


Figure III.28 : Modes dominants de la nuit d'observation du 29 mai 1994 obtenus à partir du profil vertical de fluctuations de température moyenne.

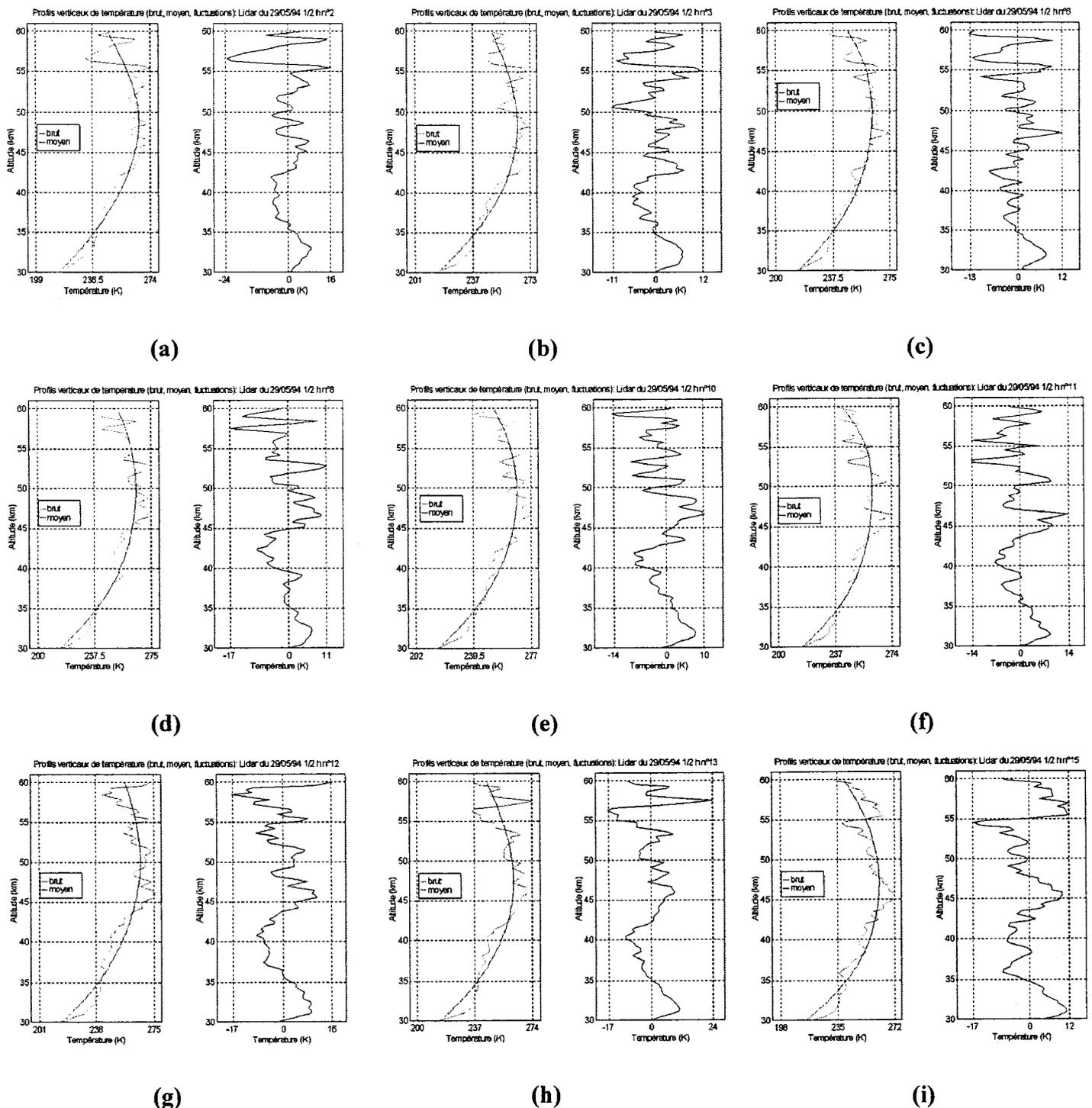


Figure III.29 : Evolution temporelle des profils verticaux de température de durée une demi-heure. Les fichiers successifs demi-heure sont extraits des mesures du Lidar Rayleigh de la nuit du 29 mai 1994 pour la tranche d'altitude comprise entre 30 et 60 km. Les fichiers sélectionnés dont les maxima locaux sont représentés sur la figure III.30 révèlent les caractéristiques temporelles des modes dominants observés.

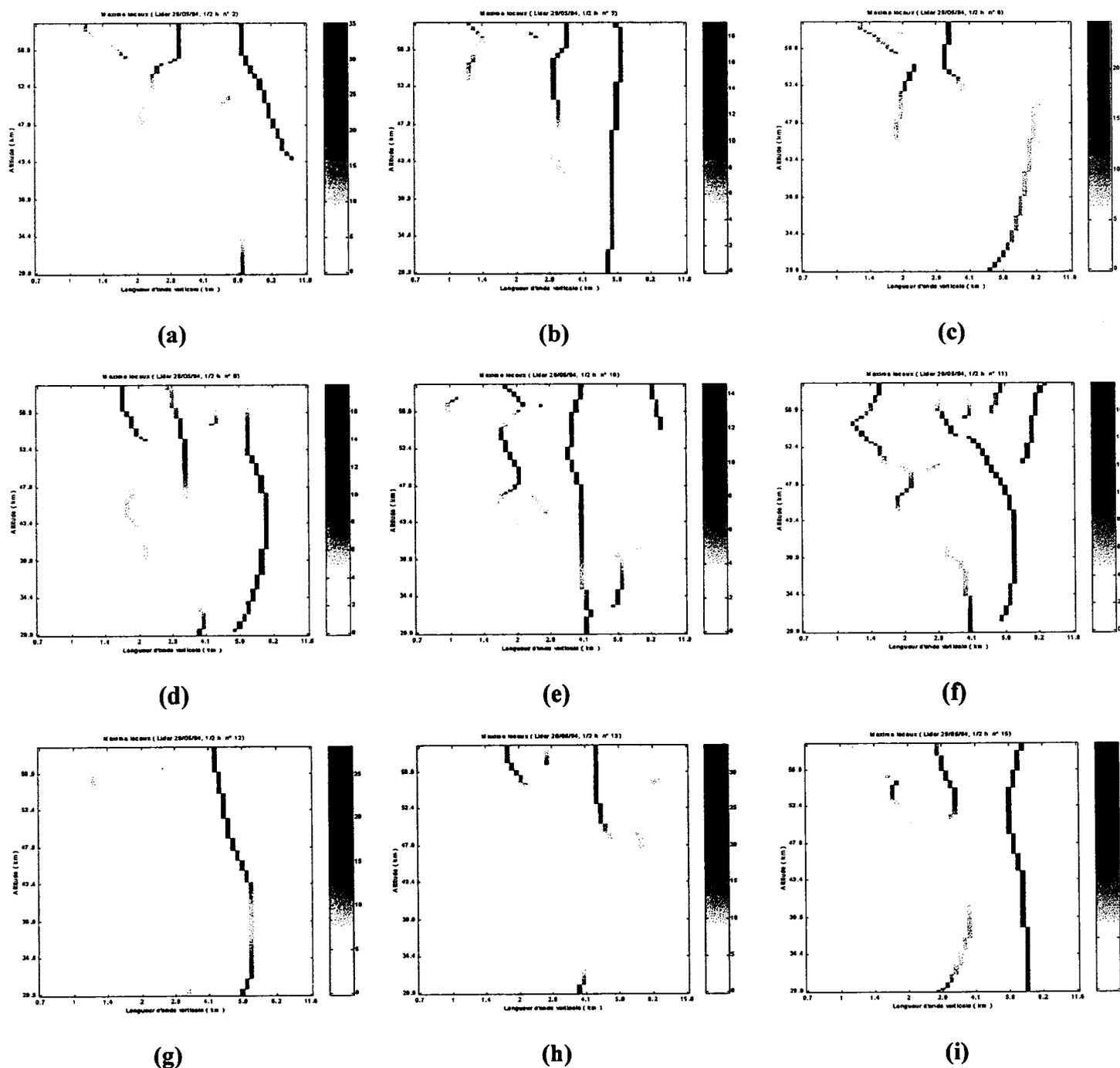


Figure III.30 : Evolution temporelle des modes dominants de la nuit d'observation du 29 mai 1994 déduits des maxima locaux associés aux fichiers demi-heure des profils verticaux de fluctuations de température de la figure III.29.

III.2.4.2 Vitesse de phase verticale apparente (nuit du 21 juin 1994)

La nuit d'observation du 21 juin 1994 a été choisie afin d'illustrer les 3 méthodes originales d'estimation de la vitesse de phase verticale apparente à partir des techniques en ondelettes [Chane-Ming *et al.*, 1997c] :

- L'analyse multirésolution est appliquée sur l'ensemble des fichiers demi-heure, obtenus pour une durée d'observation de 6 h permettant l'étude de l'évolution spatiale et temporelle des structures dominantes. Les figures III.31 a et b visualisent les structures présentes dans les fichiers demi-heure n°6 et n°9 de longueurs d'onde verticales : 2 km (détail d₂), 3 km (détail d₃) et 7 km (détail d₄). La superposition des détails d₃ (fig. III.32) fait apparaître une progression de phase verticale vers le bas pour la structure $\lambda_v=3$ km. On observe bien une croissance exponentielle des amplitudes de fluctuations de température. La figure III.33 montre l'évolution des maxima et des minima d'amplitude des fluctuations de température pendant la nuit d'observation de durée 6 h pour le mode $\lambda_v=7$ km. Cette évolution indique une progression de phase dans la stratopause entre 40 et 50 km d'altitude. La pente de cette progression permet d'évaluer une vitesse de phase verticale de -0,23 m/s. Par ailleurs, on remarque une progression de phase verticale quasi-nulle aux limites de la stratopause et en particulier dans la haute stratosphère en raison des phénomènes de réflexion.

- La phase peut être aussi directement obtenue à partir des coefficients en ondelettes. Nous utilisons la propriété de progressivité de l'ondelette de Morlet pour les structures monochromatiques. Ces dernières ont une progression de phase linéaire 2π périodique. En s'intéressant à une longueur d'onde particulière, on peut suivre l'évolution de la phase sur chaque fichier demi-heure. Les figures III.34 a et b montrent l'évolution de la phase des modes dominants de la longueurs d'onde verticales 3,2 et 6,9 km pour les deux fichiers demi-heures n°6 et n°9 séparés d'une durée de 1h30. La phase se décale progressivement vers le bas et la vitesse de phase est estimée à -0,25 m/s à 47 km d'altitude dans la stratopause pour le mode $\lambda_v=7$ km.

▪ La dernière méthode consiste à superposer la partie réelle des coefficients en ondelettes continues de la huitième dérivée de la gaussienne des diagrammes altitude-longueur d'onde successifs. On localise ainsi les extremums d'amplitude qui sont par la suite identifiés sur les différents fichiers. Ainsi on parvient à suivre leur progression temporelle et spatiale (fig. III.35 pour les fichiers n°6 et n°9). L'évolution des extremums dépend de la stabilité de l'onde. La progression verticale est ensuite convertie en vitesse de phase. La vitesse de phase est estimée à -0,26 m/s dans la stratopause pour le mode $\lambda_v=7$ km.

Les figures III.36 montrent l'évolution en fonction de l'altitude des valeurs de la vitesse phase verticale apparente déduite des fichiers demi-heure n°6 et n°9 pour les modes $\lambda_v=3$ km (a) et $\lambda_v=7$ km (b) obtenue par la 2^{ème} et 3^{ème} méthode.

Les valeurs obtenues par la 2^{ème} méthode sont en accord avec celles de la 3^{ème} méthode lorsque les structures varient progressivement en particulier dans la stratopause. Les valeurs de la 2^{ème} sont différentes près des régions où ont lieu les phénomènes de réflexions. On observe un minimum de -0,26 m/s pour le mode $\lambda_v=7$ km vers 47 km d'altitude dans la stratopause. La vitesse de phase verticale du mode $\lambda_v=3$ km décroît de façon linéaire jusqu'à la valeur de -0,27 m/s entre 43 et 60 km d'altitude excepté près de la région supérieure de la stratopause vers 48 km d'altitude à cause des phénomènes de réflexion.

La première méthode fournit donc une vision globale de l'évolution d'une structure sur la nuit d'observation et une estimation rapide de l'évolution de la vitesse de phase. Une analyse plus fine des structures peut être envisagée par l'utilisation des paquets d'ondelettes [Chane-Ming et al., 1997b]. La deuxième méthode est une façon rapide et simple d'évaluer la vitesse de phase sous la condition que la longueur d'onde étudiée varie peu. La dernière méthode tient compte de la variation de la longueur d'onde et est applicable lorsque les maxima sont identifiables sur les fichiers demi-heure successifs. Elle pourrait permettre la distinction entre les structures de vitesses de phase négatives et positives. Lintelman and Gardner [1994] ont étudié la variance des ondes de petites échelles de progression de phase vers le haut et vers le bas à partir 50 nuits d'observation. La forte corrélation trouvée entre les ondes se propageant vers le haut et vers le bas indiquerait que les sources des deux types d'ondes sont identiques. Le choix des méthodes dépend en fait des caractéristiques des signaux traités.

A partir des valeurs de la vitesse de phase verticale en dehors des régions de réflexion, on déduit pour le mode $\lambda_v=3$ km et $\lambda_v=7$ km respectivement des périodes apparentes de 3 h

($T=\lambda_v / c_z$, $c_z = -0,3$ m/s dans la basse mésosphère) et de 7,5 h ($c_z = -0,26$ m/s dans la stratopause), des vitesses de phase horizontales apparentes en valeur absolue de 8,8 m/s ($c_h=|N/m|$, $N=1,7 \cdot 10^{-2}$ rad/s et $\omega/f=11,5$) et 18m/s ($\omega/f=4,5$ et $N=1,6 \cdot 10^{-2}$ rad/s) et des longueurs d'onde horizontales de 88 km et de 485 km ($\lambda_h = \lambda_v |c_h/ c_z|$). Par ailleurs, le champ de vent est caractérisé par la QBO en stratosphère de phase d'est en hiver austral 1994 avec un vent zonal $|u| < 5$ m/s à nos latitudes et par la SSAO de phase d'ouest avec un vent zonal $|u| < 20$ m/s à nos latitudes entre 40 et 60 km d'altitude [Andrews et al., 1987 ; Marquardt and Naujokat, 1997 ; Hitchman et al., 1997]. La valeur estimée de la vitesse de phase horizontale du mode $\lambda_v=3$ km semble cohérente avec l'hypothèse d'absorption au voisinage de la SSAO. Les valeurs des paramètres horizontaux sont à prendre avec prudence puisque les valeurs des fréquences intrinsèques et observées peuvent être différentes. Néanmoins, les périodes et les longueurs horizontales associées sont cohérentes avec les distributions des paramètres rassemblés par Reid [1986], Manson and Meek [1988], et plus récemment par Taylor et al. [1997]. La figure III.37 montre la période observée en fonction de la longueur d'onde horizontale des modes observés pour diverses observations depuis 1969.

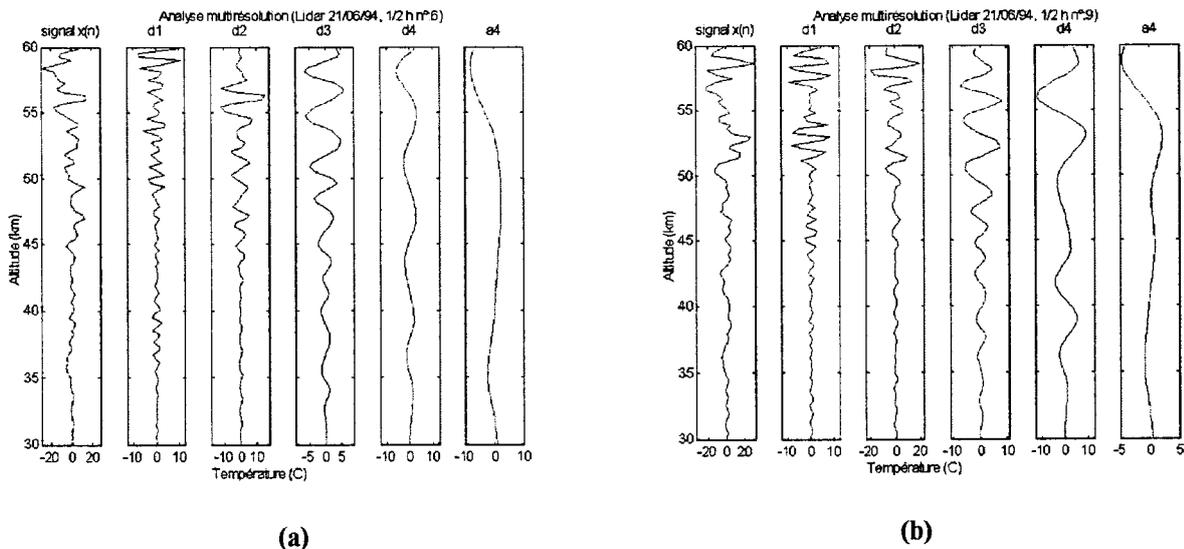


Figure III.31 : Extraction successive des structures dominantes du signal de fluctuations de température des fichiers 1/2 h n°6 (a) et n°9 (b) par analyse multirésolution ($d_1 = 0,6-1,2$ km, $d_2 = 1,2-2,4$ km, $d_3 = 2,4-4,8$ km, $d_4 = 4,8-9,6$ km, $a_4 > 9,6$ km).

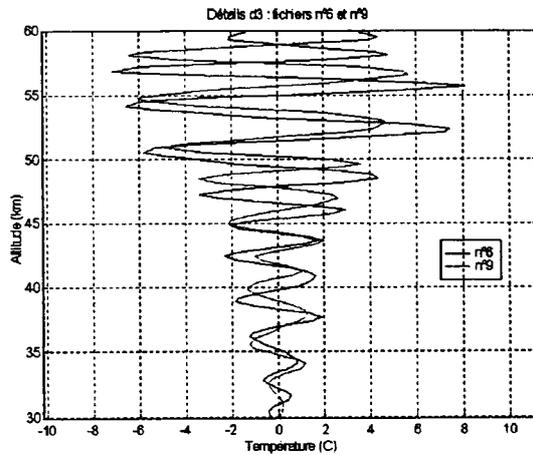


Figure III.32: Superposition des profils de fluctuations de température associées aux structures $\lambda_v = 2,4-4,8$ km (détails d_3) des fichiers demi-heures n°6 et n°9.

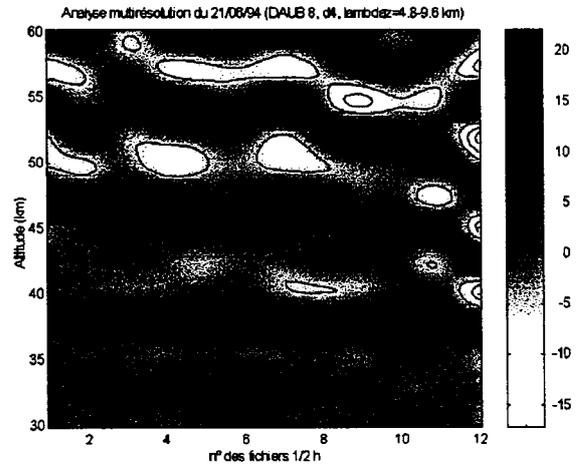
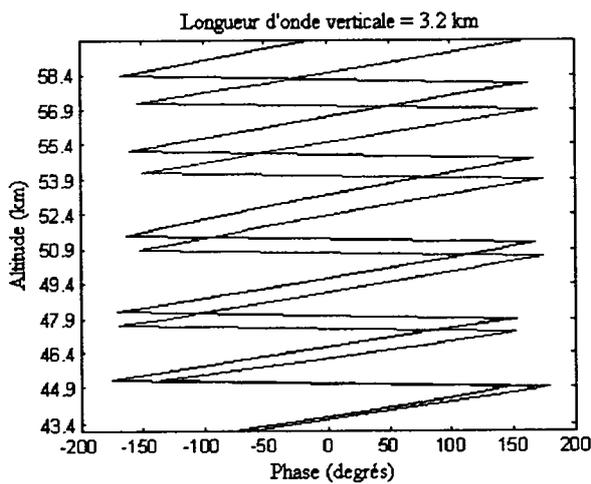
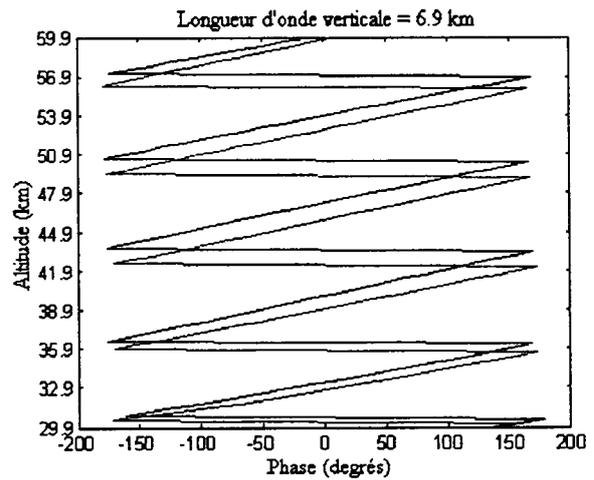


Figure III.33 : Evolution des maxima et des minima des amplitudes des composantes de longueurs d'onde verticales comprises entre 4,8-9,6 km obtenues à partir des 12 profils de demi-heures successives au cours de la nuit de mesures du 21 juin 1994.



(a)



(b)

Figure III.34 : Superposition de la phase des coefficients en ondelettes de deux fichiers 1/2 h n°6 (en noir) et n°9 (en bleu) et pour la longueur d'onde 3,2 km (a) entre 43 et 60 km d'altitude et 6,9 km (b) entre 30 et 60 km d'altitude.

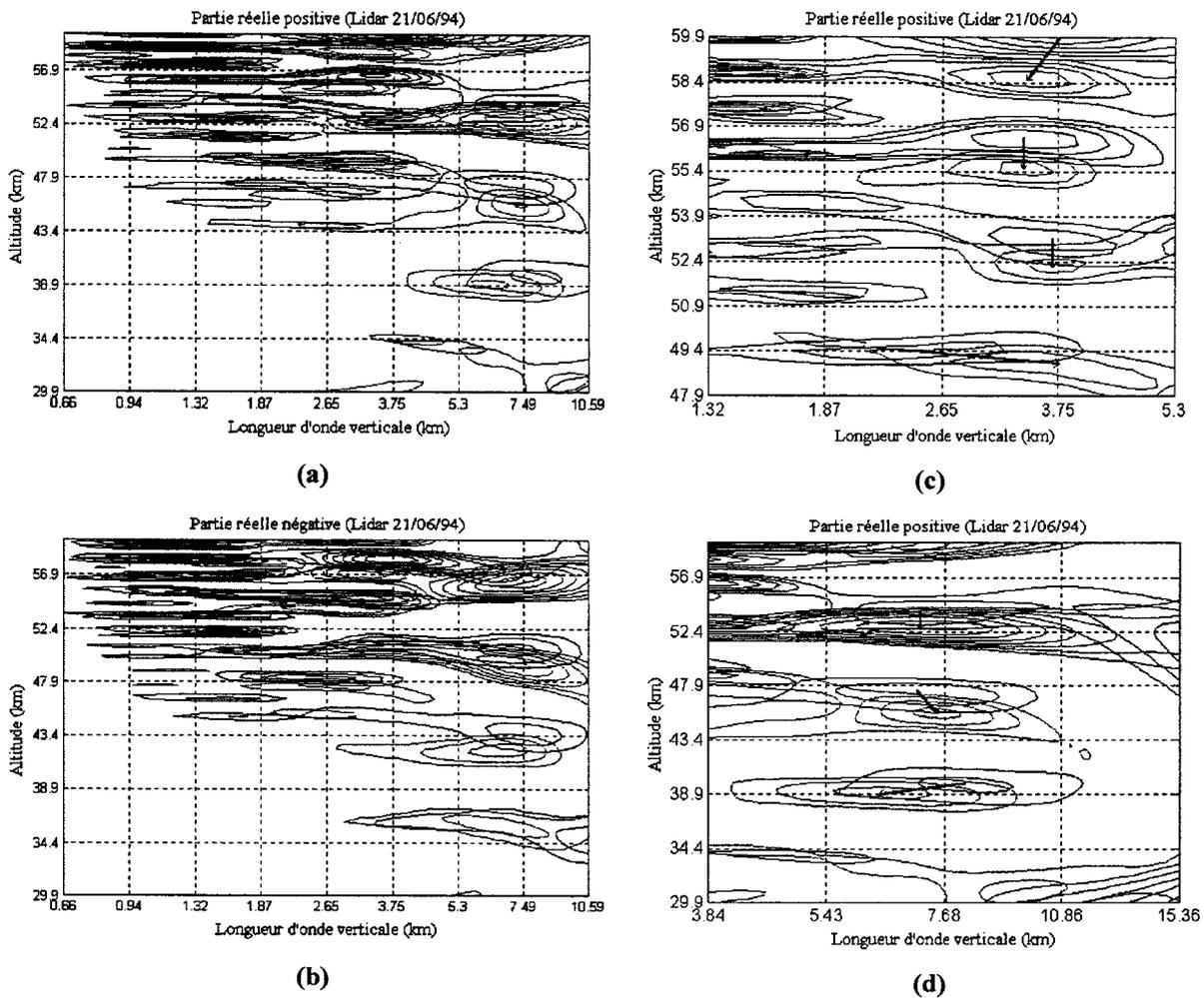


Figure III.35 : Superposition des isocontours de la partie réelle pour la nuit du 21 juin 1994, positive (a) et négative (b) de la transformée en ondelettes par la dérivée huitième de la gaussienne pour deux fichiers successifs n°6 (en noir) et n°9 (en bleu). Zooms sur les modes dominants $\lambda_v = 3$ km (c) et $\lambda_v = 7$ km (d). La direction des flèches indique la progression verticale de la phase.

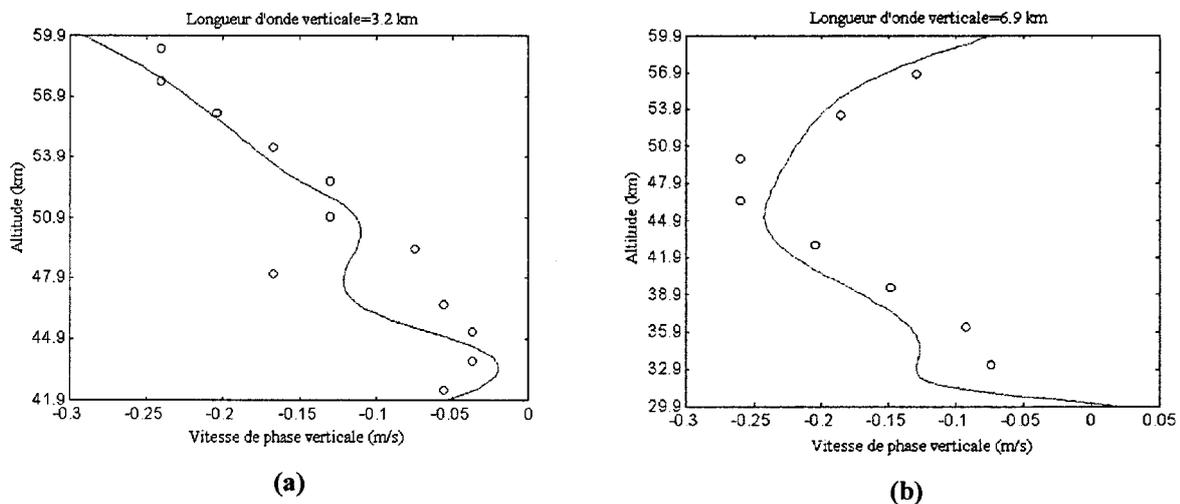


Figure III.36 : Vitesse de phase verticale apparente en fonction de l'altitude déduite des fichiers demi-heures n°6 et n°9 par la 2^{ème} méthode (courbe continue) et la 3^{ème} méthode (cercles) pour les modes dominants $\lambda_v = 3,2$ km (a) et $\lambda_v = 6,9$ km (b)

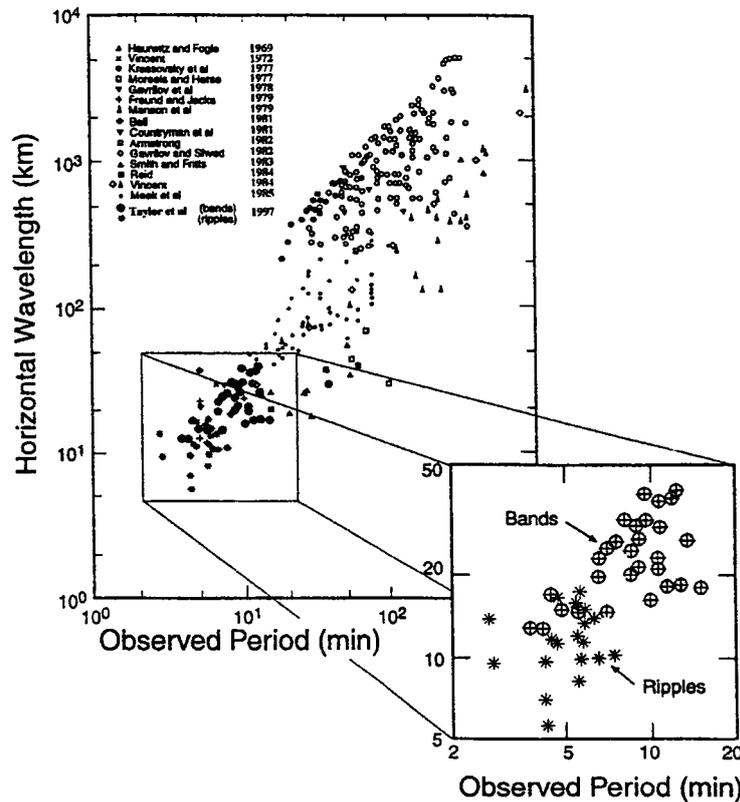


Figure II.37 : Distributions des longueurs d'onde horizontales des modes dominants en fonction de la période observée, obtenues par des observations diverses. Un zoom est effectué sur les mesures récoltées au cours de la campagne Guara dans la haute mésosphère et basse thermosphère (figure modifiée de *Taylor et al.* [1997]).

III.2.5 Discussion et conclusions

Nous avons reporté dans le tableau III.5 les caractéristiques (longueurs d'onde verticales, vitesses de phase apparentes) des modes dominants observés qui ont fait l'objet d'une attention particulière depuis 1986 jusqu'à 1997 aux moyennes latitudes, en région tropicale et équatoriale dans les deux hémisphères. Ces paramètres sont issus de mesures récentes effectuées dans les années 80 à mi 90.

L'étude des ondes de gravité au-dessus d'Arecibo (18°N , 67°W), concernant les mois de janvier, mars et avril 1989, a révélé la présence majoritaire de modes de longueurs d'onde verticales comprises entre 4 et 8 km dans la stratopause et l'absence de modes de grandes

longueurs d'onde verticales supérieures à 10 km [Beatty et al.,1992]. Nos résultats sont également en accord avec les longueurs d'onde verticales observées par Fritts et al. [1997] obtenues pour la période d'hiver austral de 1994 en région tropicale dans l'hémisphère sud. Notre étude qui se rapporte essentiellement à la période d'hiver austral montre de plus la présence du mode compris entre 3 et 4 km au-delà de 30 km d'altitude. Nous obtenons également des paramètres similaires à ceux mesurés en moyenne latitude plus particulièrement à ceux mentionnés par Gardner et al. [1989]. Les périodes des structures qu'ils ont observées sont comprises entre 1,5 et 17 h de valeur moyenne 4 h. En effet, cette dernière observation s'explique par le fait que l'île de la Réunion se trouve en bordure des moyennes latitudes. En hiver austral, celle-ci est également sous l'influence du Jet d'ouest subtropical qui est plus intense en cette même période.

Fritts and Luo [1992] a simulé des ondes de gravité énergétiques de longueurs d'onde verticales comprises entre 6-8 km générées par ajustement géostrophique du Jet Stream qui avaient la particularité de se propager très haut dans l'atmosphère. Hostetler and Gardner [1994] a suggéré qu'une telle source serait à l'origine des structures énergétiques déduites des mesures de la campagne ALOHA-90 près de Hawaii (21°N, 156°W) de longueurs d'onde verticales de 6 km observées dans la haute stratosphère et la haute mésosphère.

Plusieurs études expérimentales répertoriées dans le tableau III.4 se sont attachées à évaluer les relations éventuelles entre les divers paramètres des structures d'ondes de gravité monochromatiques observés dans les mesures lidar et radar [Gardner and Voelz, 1987 ; Beatty et al., 1992 ; Nakamura et al., 1993]. Ces travaux mettent en évidence des dépendances systématiques dans les mesures lidar et radar entre la longueur d'onde verticale ou horizontale et la période observée. Gardner and Taylor [1998] suggère que cette dépendance dans la moyenne atmosphère pourraient être en relation avec l'atténuation des ondes par diffusion. En effet, les modèles spectraux issus de la théorie de filtrage par diffusion supposent que les ondes sont fortement atténuées dans la moyenne et haute atmosphère lorsque la vitesse verticale de diffusion de quantité de mouvement ($m D_{zz}$) est supérieure à la vitesse de phase verticale de l'onde (c_z). L'établissement des limites et des biais des instruments de mesures devrait fournir une meilleure interprétation des observations (fig. 3 de Gardner and Taylor [1998]).

La figure III.38 a et b complètent la représentation statistique de densité temps-échelle des modes dominants en basse atmosphère en période d'été et d'hiver austral étudiée

précédemment dans la première sous-partie de cette partie (fig. III.16). On observe effectivement la présence de deux modes dominants importants vers 30 km d'altitude en période d'hiver austral (fig. III.38 b) : un mode de longueur d'onde verticale comprise entre 3 et 4 km et un autre de longueur d'onde verticale de 6 km. Les longueurs d'onde verticales des modes dominants observés en moyenne atmosphère entre 30 et 60 km au-dessus de la Réunion sont en accord avec celles observées dans la région inférieure à 30 km d'altitude pendant la période d'hiver austral à partir des radiosondages. Par ailleurs, la figure III.38 a suggère la présence de modes dominants de longueurs d'onde verticales comprises entre 4 et 6 km en été dans la haute stratosphère. Nous n'avons pas de mesures Lidar pour la saison d'été. Néanmoins les modes verticaux extraits des données lidar pour le mois de novembre, période d'intersaison hiver/été, période transitoire au régime de convection, semblent confirmer cette hypothèse.

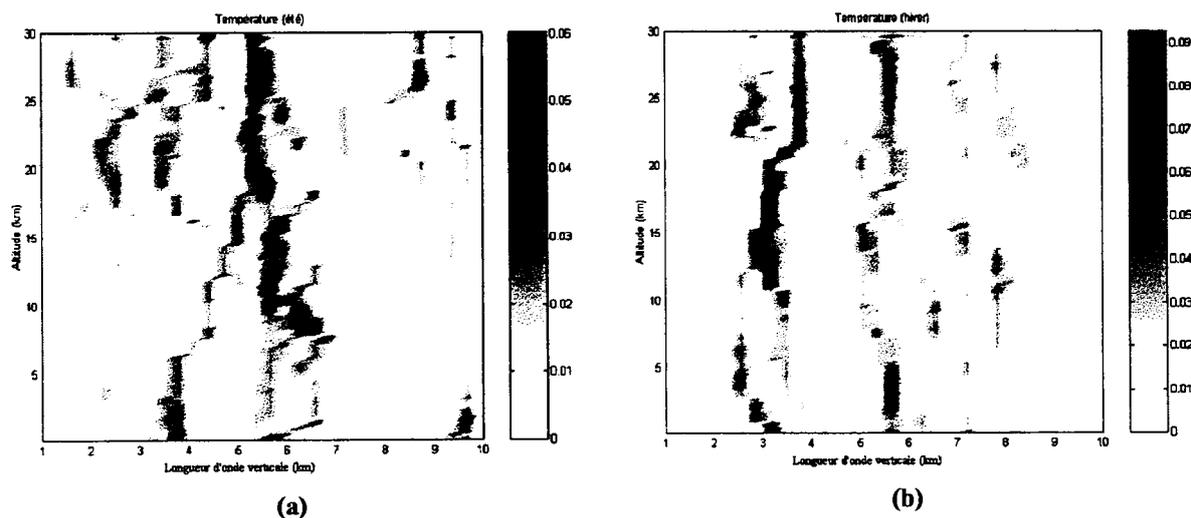


Figure III.38 : Distributions verticales statistiques de densité temps-échelle des modes dominants déduits des radiosondages de la Réunion pour les périodes d'été austral (a) et d'hiver austral (b) de 1992-1997 entre 0,15 à 30 km d'altitude.

Tableau III.5 : Paramètres d'ondes de gravité aux moyennes latitudes, en régions tropicales et équatoriales dans l'hémisphère nord et sud.

Références	Sites	Instruments	Période des données expérimentales	Altitude (km)	Modes dominants λ_v (km)	C_z (m/s) observées
<i>Shibata et al.</i> [1986]	Japon Fukuoka (33°N, 130°E)	Lidar	Mars 1985- Avril 1986	30-60	10	-0,33 à 0
<i>Gardner and Voelz</i> [1987]	U.S.A Illinois (40°N, 88°W)	Lidar	Déc. 1980- Mai 1986	85-105	2-17	-0,3 à -1,8
<i>Gardner et al.</i> [1989]	U.S.A Illinois (40°N, 88°W)	Lidar	Jan. 1984- Nov. 1986	35-50	2-4 7-10	-0,01 à -0,85
<i>Kwon et al.</i> [1990]	U.S.A Colorado Moyennes latitudes	Radar Lidar	Nov. 1986	81-89 84-92	8-9 12	-0,19 -1,8
<i>Wilson et al.</i> [1991]	France Biscarosse (44°N, 1°W) O.H.P (44°N, 6°E)	Lidar	1986-1989	30-75	5-10	-0,3 40 km d'altitude
<i>Carswell et al.</i> [1991]	Canada Toronto (44°N, 80°W)	Lidar	Sep. - Oct. 1989-1990	30-50	3 10	1-0,7
<i>Beatty et al.</i> [1992]	Porto Rico Arecibo (18°N, 67°W)	Lidar	Jan., Mars, Avril 1989	25-55 80-105	2,8-17 1,1-12,8	-0,06 à -2,7
<i>Nakamura et al.</i> [1993]	Japon Kyoto (35°N, 136°E)	Radar MU	1986-1991	70-75	4-15	$\pm 0,1$ à $\pm 0,4$
<i>Meriwether et al.</i> [1994]	U.S.A Ohio Moyennes latitudes	Lidar	Juill. 1989- Mars 1990	40-90	5-15	-0,1 à -0,7
<i>Michell et al.</i> [1994]	U.K. Aberystwyth (52°N, 4°W)	Lidar Radar MST	25 Sep. , 13-14 Déc. 1990, 21-22 Jan. 1991	2-50	5-8	-0,2 à -0,4 34-48 km d'altitude
<i>Qian and Gardner</i> [1995]	U.S.A Illinois (40°N, 88°W)	Lidar Ca Na	21-22 Déc. 1992	85-100	7,6	-0,4 88,5-92,5 km
<i>Namboothiri et al.</i> [1996]	Japon Shigaraki (35°N, 136°E) Hiachioji (36°N, 139°E)	Radar MU Lidar Na	15-16 Déc. 1993	80-95	16	-0,45
<i>Fritts et al.</i> [1997]	Brésil Alcantara (2°S, 45°W)	Fusées Radar	Août 1994	27-60 <30 >30	1-3 5-10	?
<i>Gavrilov et al.</i> [1997]	Japon Shigaraki (35°N, 136°E)	Radar MU	1987-1988	70-80	8-12	?

III.3 Résumé et conclusions

Dans cette partie, nous nous sommes employés à montrer les possibilités des outils en ondelettes pour l'étude du champ d'ondes de gravité à partir des mesures issues des radiosondages pour la basse atmosphère (inférieure à 30 km d'altitude) ou des mesures lidar dans la moyenne atmosphère (30-60 km d'altitude).

Des méthodes nouvelles ont été présentées afin d'une part d'identifier les modes verticaux dominants et les paramètres associés et d'autre part de comprendre leur évolution et leur distribution spatio-temporelle grâce à des études de cas et des études climatologiques. Celles-ci reposent principalement sur les propriétés de décomposition et de reconstruction de signaux unidimensionnels par les techniques en ondelettes. Ces applications ont par ailleurs permis la mise en évidence des phénomènes géophysiques liés aux structures ondulatoires de petite échelle verticale de longueurs d'onde verticales comprises entre 1 et 10 km.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés aux relations de corrélations multi-échelles entre le traceur dynamique température et le traceur passif ozone sur le site de la Réunion et d'Irène en Afrique Sud dans la basse atmosphère.

Ces études de cas ont montré les points suivants :

- la présence de structures quasi-monochromatiques de longueurs d'onde verticales comprises entre 1-10 km dans la troposphère et dans la stratosphère,
- le rôle de la stabilité dans la variation des longueurs d'onde verticales des modes dominants au cours de leur progression verticale,
- l'existence de régions de transition en présence de phénomènes liés à la génération, à la propagation et à la dissipation de structures ondulatoires (sources, variations brutales des modes dominants, réflexion, absorption, accélération du vent zonal...) : au-dessus de la couche limite planétaire (5 km d'altitude), dans la moyenne troposphère de stabilité statique faible (10 km d'altitude), à la tropopause (16-17 km d'altitude), dans la région de vent faible en stratosphère (20-22 km d'altitude) au-dessus de la Réunion,
- des relations de phase entre les structures multi-échelles extraites des fluctuations de température et de pression partielle d'ozone qui dépendent du signe du gradient vertical de concentration d'ozone, en accord avec la théorie.

L'étude climatologique des modes dominants dans la basse atmosphère pour les périodes été et hiver austral pour le site de la Réunion a permis :

- une étude préliminaire sur les éventuelles sources des modes présents telles que le convection en été et le jet d'ouest subtropical en hiver. On a observé en particulier :
 - la présence d'un mode vertical $\lambda_v = 2$ km dans la basse stratosphère en été et l'absence de modes verticaux compris entre 1 et 4 km dans la moyenne troposphère,
 - la présence d'un mode vertical $\lambda_v = 3$ km dans la troposphère et dans la stratosphère en hiver,
 - la présence d'un mode vertical de longueurs d'onde verticales comprises entre 5 et 6 km dans la troposphère et dans la stratosphère pendant ces deux périodes, plus intense dans la moyenne et haute troposphère en été austral,
- de fortes corrélations entre les modes dominants issus des fluctuations de température et de pression partielle d'ozone pour ces deux périodes en région tropicale. Ces corrélations sont cependant plus importantes dans la stratosphère et particulièrement durant l'hiver austral.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes attachés à estimer les paramètres du champ d'ondes de gravité (la longueur d'onde verticale λ_v , la vitesse de phase verticale apparente C_z , l'énergie potentielle E_p) à partir des mesures température du lidar.

Les cas d'étude en période d'hiver australe ont permis les observations suivantes :

- la présence de 3 modes quasi-monochromatiques de longueurs d'onde verticales : 1-2 km à partir de la stratopause, 3-4 km et 5,5-9 km entre 30 et 60 km d'altitude,
- la présence de phénomènes de réflexion et de réfraction aux discontinuités de la stabilité statique N aux bornes de la stratopause,
- une croissance de l'énergie potentielle E_p proche de la croissance théorique sans dissipation décrite par la théorie linéaire entre 30 et 60 km d'altitude ($H=7$ km),
- le rôle de la stabilité statique dans l'évolution des modes de longueurs d'onde verticales supérieures à 5 km,

- l'activité intermittente au cours d'une nuit des modes dominants (évolution des modes verticaux, amplification, dissipation...),
- l'estimation des vitesses de phase verticales apparentes de l'ordre de -0,3 m/s pour les modes $\lambda_v = 3-4$ km et 5,5-9 km en dehors des régions où ont lieu des phénomènes de réflexion correspondant à des périodes apparentes respectives de 3 et 7,5 h et des vitesses de phase horizontales de 8,8 m/s et 18 m/s.

Une étude statistique préliminaire pour la période d'hiver austral révèle par ailleurs :

- une contribution importante des différents modes présents,
- une activité importante des modes $\lambda_v = 2-4$ km, 6 km et 8-10 km,
- des caractéristiques similaires à celles observées aux moyennes latitudes dans l'hémisphère Nord.

Enfin, les études statistiques des modes dominants effectuées dans la basse et moyenne atmosphère ont permis d'attribuer une origine située dans la basse atmosphère des modes $\lambda_v = 3-4$ km et 5,5-9 km présents dans la moyenne atmosphère pendant la période d'hiver austral.

Les interprétations et les implications géophysiques en terme de champ d'ondes de gravité ont par ailleurs été limitées par l'absence de mesures du champ de vent au-dessus du site de la Réunion et plus particulièrement dans la stratosphère. Effectivement, des structures ondulatoires de nature équatoriale (ondes de Kelvin et ondes Rossby-gravité) de longueurs d'onde verticales inférieures à 10 km coexistent avec les ondes de gravité à nos latitudes dans la basse et moyenne atmosphère [Dhaka et al., 1993 ; Bencherif, 1996].

Une approche différente est par conséquent abordée dans une quatrième partie afin de réaliser une étude climatologique plus complète des paramètres spectraux des modes cohérents du champ d'ondes de gravité au-dessus du site de Tromelin situé à environ 600 km au nord de l'île de la Réunion. Ces paramètres sont identifiés à partir des relations de polarisation du champ d'ondes de gravité appliquées aux mesures PTU et Vent entre 0 et 25 km d'altitude.

PARTIE IV

Etude des paramètres spectraux des ondes

au-dessus de Tromelin

IV.1 MÉTHODES D'ANALYSE DES PARAMÈTRES SPECTRAUX	163
<i>IV.1.1 Analyse par hodographes.....</i>	<i>164</i>
<i>IV.1.2 Analyse spectrale de polarisation.....</i>	<i>166</i>
<i>IV.1.3 Analyse spectrale croisée.....</i>	<i>166</i>
<i>IV.1.4 Paramètres de Stokes.....</i>	<i>167</i>
IV.2 DONNÉES DE RADIOSONDAGES PTUV DE TROMELIN.....	169
<i>IV.2.1 Site de Tromelin.....</i>	<i>169</i>
<i>IV.2.2 Sondages PTUV : Systèmes Oméga et GPS.....</i>	<i>171</i>
<i>IV.2.3 Base de données.....</i>	<i>172</i>
IV.3 ANALYSE SPECTRALE PAR TRANSFORMÉE EN ONDELETTES CONTINUES.....	180
<i>IV.3.1 Relations de polarisation</i>	<i>180</i>
<i>IV.3.2 Méthode d'extraction des paramètres spectraux.....</i>	<i>180</i>
<i>IV.3.3 Paramètres spectraux : simulation.....</i>	<i>184</i>
IV.4 CARACTÉRISTIQUES SAISONNIÈRES DES MODES COHÉRENTS DES ONDES DE GRAVITÉ	
.....	187
<i>IV.4.1 Distribution verticale des paramètres spectraux.....</i>	<i>187</i>
<i>IV.4.2 Source d'ondes : la convection.....</i>	<i>193</i>
IV.5 DISCUSSION ET CONCLUSIONS	196

Nous avons mis en place, dans la partie III, un certain nombre d'outils issu des propriétés des différentes techniques en ondelettes développées dans la partie II et proposé pour l'étude des ondes de gravité. Les domaines d'applications géophysiques dans la basse et moyenne atmosphère à partir des données de radiosondages PTUO₃ et Lidar ont permis de valider ces outils. Dans cette nouvelle partie, notre approche est tout à fait différente et ne consiste plus véritablement à élaborer ou comparer des méthodes d'analyse à base d'ondelettes ou autres mais plutôt à mener une étude purement géophysique de type climatologique. Nous procédons dans cette quatrième partie à une étude des caractéristiques spectrales du champ d'ondes de gravité dans la basse atmosphère. Celle-ci est effectuée à l'aide des mesures PTUV du site de Tromelin localisé en bordure de la région équatoriale. Les paramètres spectraux sont extraits et déterminés en utilisant la transformée en ondelettes continues appliquée aux relations de polarisation du champ d'ondes de gravité déduites de la théorie linéaire. Les mesures de champs de vent permettent d'accéder aux paramètres spectraux horizontaux et intrinsèques indispensables pour l'étude des sources des modes cohérents dominants et des effets de filtrage de l'écoulement moyen sur la transmission verticale des ondes de gravité depuis leur origine vers la moyenne et haute atmosphère [Lindzen, 1981 ; Fritts, 1984 ; Gonzalès, 1994]. En effet, la localisation et la détermination des sources par exemple par les techniques de rétro-trajectoires nécessitent la connaissance des paramètres intrinsèques : les vitesses de phase et les fréquences des ondes de gravité [Vincent et al., 1997].

IV.1 Méthodes d'analyse des paramètres spectraux

La polarisation des vecteurs vitesses horizontales associés aux déplacements du champ d'ondes de gravité fait apparaître une rotation elliptique avec l'altitude produite par les effets de la rotation de la Terre et contrôlés par le paramètre de Coriolis [Gossard and Hooke, 1975]. En effet, le déplacement, dans un plan perpendiculaire au vecteur nombre d'onde, d'une particule, qui subit les forces de rappel liées à la pesanteur et à l'accélération de Coriolis, suit une trajectoire elliptique [Gill, 1982] (fig. IV.1). Le rapport entre le grand axe et le petit axe principal vaut $\omega/f \sin \varphi'$. φ' est l'angle défini par l'axe horizontal et le vecteur d'onde. La trajectoire des modes à propagation verticale est alors de type circulaire pour des ondes inertielles et linéaire pour des ondes de gravité internes pures.

La forme et le sens de rotation des vecteurs fluctuations de vitesses horizontales suivant l'altitude nous renseignent sur la fréquence intrinsèque, la direction de la vitesse de groupe verticale (le sens de propagation verticale de l'énergie de l'onde) et la direction de propagation horizontale des structures monochromatiques. Le rapport entre le grand axe et le petit axe de l'ellipse (ω/f) permet d'accéder à la fréquence intrinsèque. Une rotation anticyclonique (cyclonique) avec l'altitude se traduit par une propagation de l'énergie de l'onde vers le haut (le bas). L'inclinaison du grand axe de l'ellipse avec l'horizontal définit la direction de la propagation horizontale.

Différentes méthodes permettant de caractériser la polarisation elliptique des ondes de gravité ont été élaborées afin de déterminer de manière statistique les paramètres spectraux du champ d'onde. Parmi celles-ci, trois méthodes statistiques aux propriétés complémentaires sont couramment employées [Eckermann, 1996a] : l'analyse par hodographes, les méthodes spectrales de polarisation et croisées ('rotary spectra and crossed methods').

IV.1.1 Analyse par hodographes

L'analyse par hodographes des relations de polarisation du champ d'ondes de gravité permet l'évaluation des paramètres spectraux à partir du tracé vectoriel des fluctuations des vitesses horizontales suivant l'altitude [Gill, 1982]. Cette méthode fût dans un premier temps utilisée pour l'étude des ondes inertielles océaniques par Kundu [1976] et ensuite pour l'étude des ondes atmosphériques inertie-gravité par Cot and Barat [1986].

Les paramètres directement accessibles sont : la longueur d'onde verticale, la fréquence intrinsèque et la direction de propagation horizontale avec une incertitude de 180° . Les effets de cisaillement peuvent également être pris en compte [Cho, 1995 ; Vincent et al., 1997].

Gonzalez [1994] présente une méthode d'estimation de ces paramètres par la méthode des hodographes. Le calcul des coefficients d'intercorrélation des fluctuations u' et v' ayant subies des rotations successives fournit la direction de propagation horizontale dépourvue de l'incertitude de 180° . Ce coefficient est toujours nul pour un champ isotrope. Pour un champ anisotrope, sa valeur passe par un maximum, s'annule à 45° du maximum et repasse par un maximum à 90° du maximum. Ce coefficient est alors nul pour l'angle qui définit la direction de propagation moyenne par rapport à l'est.

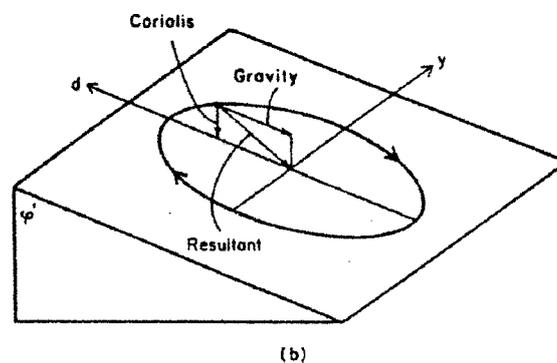
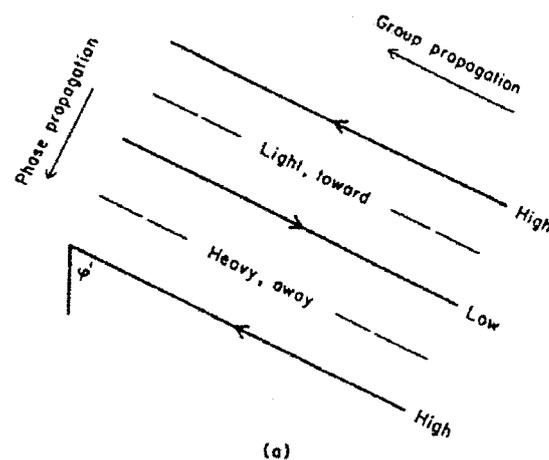


Figure IV.1 : a) Représentation des plans équi-phases associés aux déplacements d'une onde de gravité de propagation d'énergie vers le haut ; les lignes continues et discontinues correspondent respectivement aux maxima et aux minima d'amplitude des fluctuations de pression et de vent également, b) Trajectoire elliptique de la particule soumise aux forces de rappel de flottabilité et à l'accélération de Coriolis dans un plan équi-phase [Gill, 1982].

A l'aide de la relation de quadrature de phase entre u' et T' , la direction de propagation horizontale peut être déterminée à partir du signe de la quantité moyenne $\eta = \langle u' T'_z \rangle$ où u' correspond aux fluctuations de vitesse horizontale suivant le grand axe de l'ellipse et T'_z la dérivée suivant l'altitude de la variable fluctuations de température [Hamilton, 1991].

Une estimation correcte des paramètres spectraux par la méthode des hodographes nécessite la présence d'une structure dominante monochromatique souvent extraite au préalable des mesures par un filtrage. La présence de plusieurs modes dominants peuvent effectivement produire des valeurs erronées des paramètres.

Les techniques spectrales sont alors utilisées pour l'étude des modes cohérents dans une bande spectrale continue du champ d'ondes de gravité. Ces dernières requièrent cependant un nombre suffisant de mesures dans le domaine spatial et temporel .

IV.1.2 Analyse spectrale de polarisation

La méthode spectrale de polarisation quantifie l'énergie associée aux ondes de propagation verticale vers le haut et vers le bas [Hayashi, 1979 ; Gill, 1982]. Pour ce faire, la transformée de Fourier est appliquée à la quantité complexe $V(z)=u(z)+i v(z)$ constituée par les composantes horizontales des fluctuations de champ de vent. Les composantes cyclonique et anticyclonique sont ensuite calculées pour une gamme étroite de nombre d'onde vertical centrée sur m ($C_m = \frac{1}{2} \langle V_{-m} V_{-m}^* \rangle$ et $A_m = \frac{1}{2} \langle V_{+m} V_{+m}^* \rangle$) [Vincent, 1984]. L'énergie totale pour un nombre vertical m s'obtient en sommant les énergies des deux composantes.

Vincent [1984] montre effectivement que l'énergie se propage majoritairement vers le haut. La polarisation elliptique fait que la quantité d'énergie se propageant vers le haut se trouve sous estimée. En effet, toute structure elliptique de propagation d'énergie vers le haut se décompose en deux composantes de polarisation circulaire avec des sens de rotation différents. Vincent [1984] évalue à 25-30% de l'énergie de propagation vers le haut dans la composante cyclonique de l'onde de période 5 h de rapport d'axes principaux variant entre 1 et 2,8 observée à Adélaïde.

Cette méthode ne fournit aucune information sur la direction de propagation horizontale et sur la fréquence intrinsèque.

IV.1.3 Analyse spectrale croisée

L'analyse spectrale croisée allie les avantages des deux premières méthodes [Cho, 1995]. Elle consiste à calculer le spectre croisé, par la transformée de Fourier des fluctuations des champs de vent horizontal, moyennés suivant l'altitude ou le temps. La cohérence ou encore l'amplitude du spectre croisé mesure la corrélation entre les variables u' et v' et par conséquent

indique la présence d'énergie pour le mode de nombre d'onde vertical m dont les fluctuations u' et v' n'évoluent pas de façon aléatoires. Le signe de la phase du spectre croisé ou de la cohérence et l'amplitude fournissent respectivement le sens de rotation et le type de la polarisation. Le signe est positif ou anticyclonique (négatif ou cyclonique) lorsque l'énergie de l'onde se propage vers le haut (bas). Les spectres d'autocorrélation pour les variables u' et v' combinés à la phase de cohérence permet d'établir une ellipse comme pour la méthode des hodographes et ceci pour tout nombre d'onde vertical m du champ d'ondes de gravité. Comme pour la méthode des hodographes, on estime les différents paramètres spectraux à partir de la fréquence intrinsèque donnée par le rapport des axes principaux de l'ellipse.

La méthode spectrale croisée fournit une analyse spectrale pour chaque nombre vertical m du champ d'onde de gravité comme la méthode spectrale de polarisation et les mêmes informations obtenues à partir des ellipses par la méthode des hodographes. Elle nécessite aucun filtrage au préalable des mesures [Shimizu and Tsuda, 1997]. L'inconvénient majeur réside dans la complexité du calcul du spectre croisé moyenné sur le nombre d'onde m ou sur le domaine fréquentiel. La précision des paramètres spectraux estimés dépend par ailleurs comme pour la méthode des hodographes de la caractérisation de l'ellipse.

IV.1.4 Paramètres de Stokes

Ces différentes méthodes d'analyse des paramètres spectraux sont reliées par les paramètres de Stokes. Les paramètres de Stokes permettent de caractériser les ondes électromagnétiques quasi-monochromatiques [Born and Wolf, 1964]. L'analogie entre le comportement des ondes électromagnétiques et celui des ondes de gravité montre effectivement que l'ensemble de ces paramètres fournit également une description complète de la polarisation des ondes de gravité [Vincent and Fritts, 1987].

Les quatre paramètres de Stokes sont définis de la manière suivante :

$$\begin{cases} I = \bar{U}^2 + \bar{V}^2 \\ D = \bar{U}^2 - \bar{V}^2 \\ P = 2 \overline{UV \cos \delta} \\ Q = 2 \overline{UV \sin \delta} \end{cases} \quad \text{IV.1}$$

$$\text{avec } \begin{cases} u' = U(t) \cos(\omega t + \delta_1(t)) \\ v' = V(t) \sin(\omega t + \delta_2(t)) \\ \delta = \delta_2 - \delta_1 \end{cases} \quad \text{IV.2}$$

telles que u' et v' définissent les fluctuations des champs de vent instantanés (zonal et méridien) et $\bar{\quad}$ les quantités moyennées sur l'altitude ou le temps.

δ définit le caractère elliptique de l'onde avec $\delta=0^\circ$ ou 180° ($Q=0$) pour une polarisation linéaire et $\delta=90^\circ$ ou 270° pour une polarisation circulaire ($P=0$) [Eckermann et al., 1994 ; Eckermann, 1996a]. Les variables I et D quantifient respectivement la variance totale et l'anisotropie axiale.

Les quantités observées s'écrivent :

$$\begin{cases} \bar{U}^2 = 2 \overline{u'^2} = I + D \\ \bar{V}^2 = 2 \overline{v'^2} = I - D \\ \overline{UV \cos \delta} = 2 \overline{u'v'} = P \end{cases} \quad \text{IV.3}$$

Le degré de polarisation d ($0 \leq d \leq 1$) est déterminé par la relation :

$$d = \frac{\sqrt{D^2 + P^2 + Q^2}}{I} \quad \text{IV.4}$$

Ce terme mesure la contribution des modes cohérents dans la variance totale.

θ définit l'angle entre le grand axe principal de l'ellipse et l'axe horizontal (orientation par rapport à l'est) :

$$\tan \theta = \frac{P}{D} \quad \text{IV.5}$$

Les paramètres de Stokes correspondent alors à la description obtenue par l'analyse par hodographes. Par ailleurs, la transformée de Fourier des paramètres de Stokes permet de définir une version spectrale de ces quantités pour les méthodes spectrale de polarisation et croisée [Eckermann, 1996a].

IV.2 Données de radiosondages PTUV de Tromelin

IV.2.1 Site de Tromelin

Tromelin ("Ile de Sable") est un îlot corallien, sablonneux et désertique localisé à (15°53 S ; 54°31 E) dans l'Océan Indien soit encore à environ 450 km à l'est de Madagascar et à 560 km au nord-nord-ouest de la Réunion. Celle-ci est sous la responsabilité du préfet de la Réunion depuis 1960 [Chaudenson, 1980 ; Hoareau, 1993]. Elle fait partie depuis une vingtaine d'années des Iles Eparses avec les îles Glorieuses, Jean de Nova, Europa et Bassa da India positionnés autour de Madagascar (fig. IV.2). Sa superficie correspond environ à 1 km², de longueur et de largeur maximale respectives estimées à 1600 m et 700 mètres dont le point culminant se trouve à 7 m au-dessus du niveau de la mer (fig. IV.3). La station d'observation météorologique de Tromelin, depuis son implantation en 1954 sur ce site, participe aux surveillances météorologiques mondiales via l'Organisation Météorologique Mondiale (OMM). Ces observations météorologiques ont par ailleurs leur importance pour la navigation maritime et aérienne, et pour la détection de cyclones dans cette partie de l'Océan Indien.

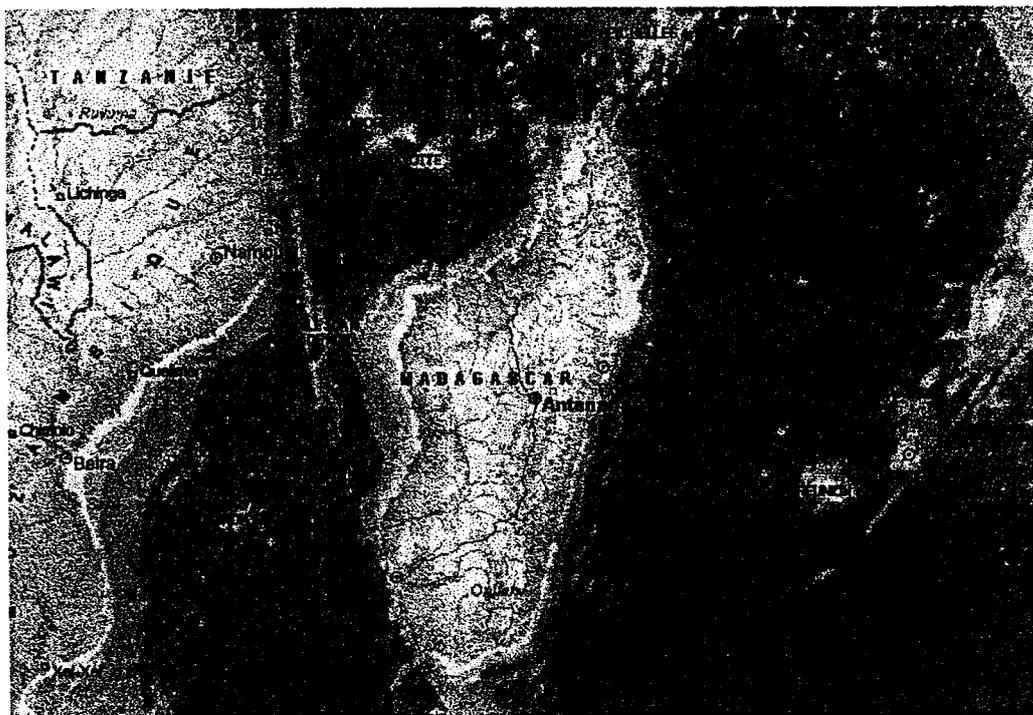


Figure IV.2 : Les Iles Eparses Françaises du Sud-Ouest de l'Océan Indien : Tromelin, les Glorieuses, Juan de Nova, Europa et Bassa da India.

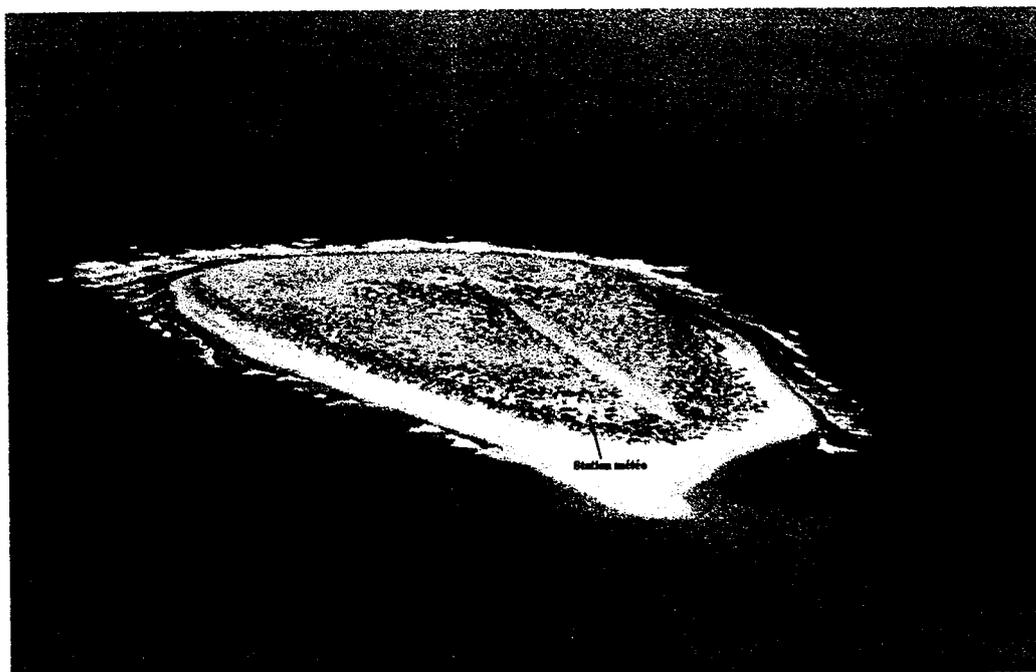


Figure IV.3 : Vue d'avion de l'île de Tromelin ; la station météorologique est située en fin de piste d'atterrissage près de la pointe sablonneuse avant (photo prise par Météo-France).

IV.2.2 Sondages PTUV : Systèmes Oméga et GPS

La station de Tromelin effectue quotidiennement des lâchers de ballons mesurant les paramètres : pression, température, humidité et vent (intensité et direction) depuis le mois de novembre 1996. Les sondes de type Vaisälä RS 80 sont munis d'un module de réception des signaux radio émis par le système Oméga remplacé par le système GPS (Global Positioning Systems) le 30 septembre 1997, date de l'arrêt du système Oméga pour la navigation internationale.

Le système Oméga a une couverture mondiale dans la bande de basses fréquences de 10 à 15 kHz. Huit stations réparties à la surface du globe et séparées d'environ 9000 km, dont une localisée à la Réunion, émettent sur 3 fréquences 10,2 kHz, 10,3 kHz et 13,6 kHz. Chaque station transmet sur une des 3 fréquences à 10 s d'intervalle. Ce système permet d'obtenir des valeurs de vent toutes les 20 s à partir de la fréquence d'émission 13,6 kHz de trois stations ; la résolution verticale est alors inférieure à 100 m.

Le système GPS de précisions supérieures au système Oméga repose sur les signaux émis par un ensemble de 24 satellites en orbite autour de la Terre dans la bande de fréquences 1575,42 MHz. Six plans orbitaux sont espacés régulièrement selon 60 degrés et inclinés environ 55 degrés par rapport au plan équatorial. Tout point du globe peut être repéré par cinq jusqu'à huit satellites. L'établissement de la position instantanée tridimensionnelle de la sonde GPS nécessite la contribution de quatre satellites.

Le Système de Traitement et d'Analyse de Radiosondage (STAR) permet l'acquisition et le traitement des informations :

- PTU (P en 1/10 hPa, T en 1/10 °C, U en %),
- Vent (intensité en nœud et direction en °).

Les mesures de champ de vent par la sonde Vaisälä RS 80 sont inférieures à 1 m/s pour les deux systèmes de repérage*.

La résolution verticale, inférieure à 100 m, des sondages PTUV munis d'un récepteur Oméga et GPS [Barat and Cot, 1995], permettent l'étude des structures de petite échelle associées aux ondes de gravité.

* <http://www.vaisala.com/>

IV.2.3 Base de données

L'étude climatologique saisonnière des paramètres spectraux au-dessus du site de Tromelin se rapporte aux mesures PTUV obtenues au cours de la période du 1^{er} janvier au 13 novembre 1997. Parmi les 264 mesures de radiosondages PTUV disponibles pour cette période, 104 mesures pour la période d'été (janvier à avril) et 53 pour la période d'hiver (juillet à mi-novembre) ont été retenues pour notre étude climatologique des ondes de gravité de longueurs d'onde verticales comprises entre 0,5 et 10 km pour les altitudes inférieures à 25 km. Cette sélection repose sur la qualité des données telle que la résolution verticale des variables température et vents (fig. IV.4 a et b), et le domaine d'altitude sondé (fig. IV.5). L'OMM recommande effectivement des sondages verticaux PTUV atteignant l'altitude de 24 km dans 90% des cas.

Les périodes saisonnières choisies sont en accord avec la climatologie des températures moyennes sur le site de Tromelin de 1955 à 1980 (fig. IV.6). Les altitudes des champs de vent sont interpolées par des fonctions splines cubiques grâce à la base de temps, commune aux mesures PTU et vent, avec un échantillonnage vertical régulier approprié de 100 m d'après les figures IV.4 a et b. Les profils mensuels moyens de température, de vents zonaux et méridiens de notre base de données sont représentés sur les figures IV.7 et IV.8.

Les valeurs des vents zonaux sont en accord avec la phase de la QBO en stratosphère, pour l'année 1997, par extension d'une année de la représentation de *Marquardt and Naujokat* [1997]. La phase de la QBO est d'est en stratosphère et le vent zonal est nul près de la tropopause pendant la première moitié de l'année. Au mois de juillet, le vent zonal s'annule deux fois, à la tropopause et à 20 km d'altitude à partir de laquelle le vent zonal est relativement faible et d'ouest. Un résidu de vent d'est est apparent au-dessus de la tropopause. La phase d'est réapparaît à partir de 20 km d'altitude vers le mois d'octobre. On observe par ailleurs des valeurs de vent d'ouest troposphérique variant entre 15 et 25 m/s aux environs de 12 km d'altitude durant l'hiver.

Les fluctuations de température et de champs de vent, utilisées pour l'étude de la polarisation des ondes de gravité, sont extraites des profils bruts par interpolation polynomiale des profils moyens (fig. IV.9 a, b et c).

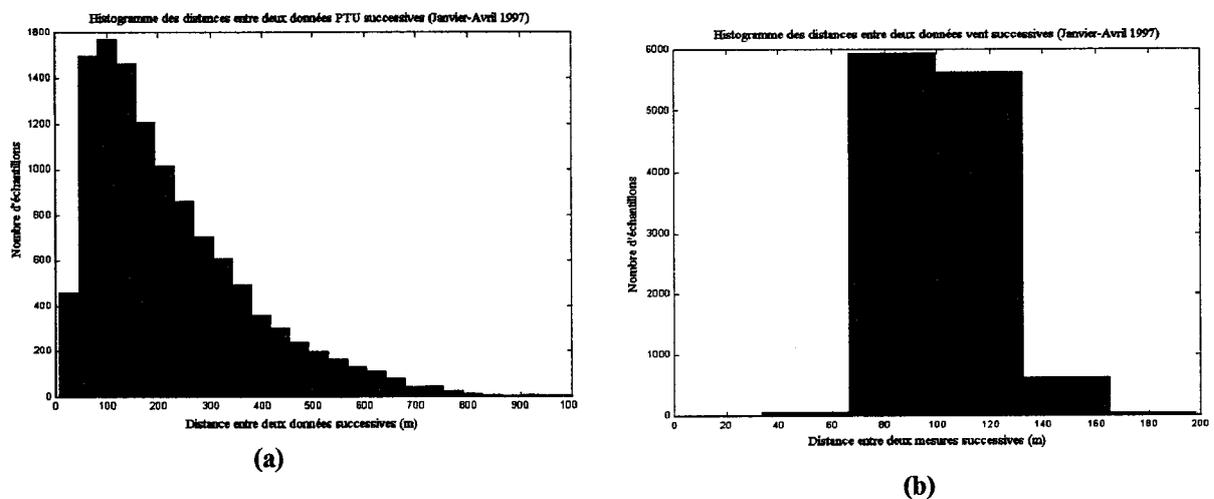


Figure IV.4 : Histogramme de l'échantillonnage des mesures PTU (a) et Vent (b) du site de Tromelin relatif à la période d'été austral 1997 pour les altitudes inférieures à l'altitude maximale des sondages.

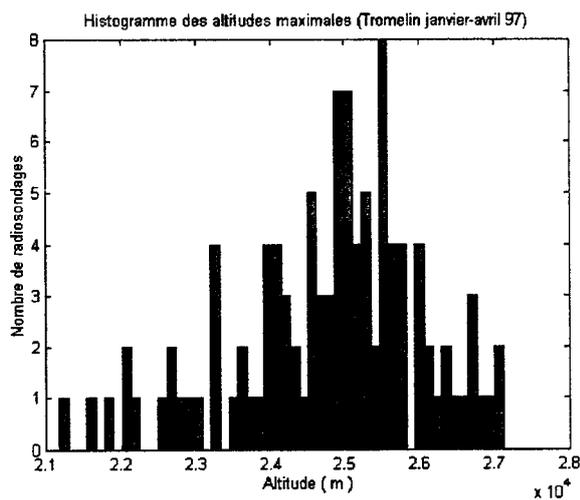


Figure IV.5 : Histogramme des altitudes maximales atteintes par les ballon-sondes pour la période d'été austral 1997 sur le site de Tromelin.

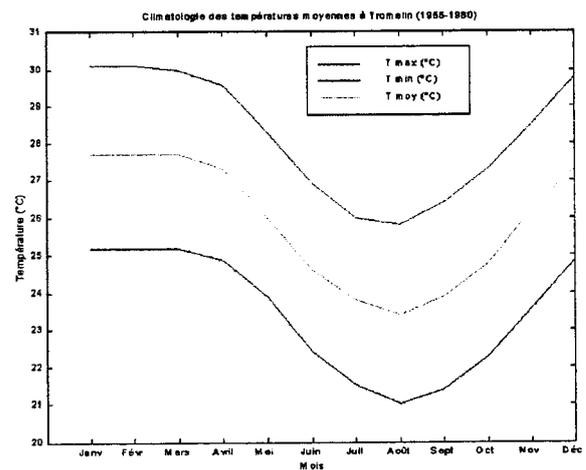
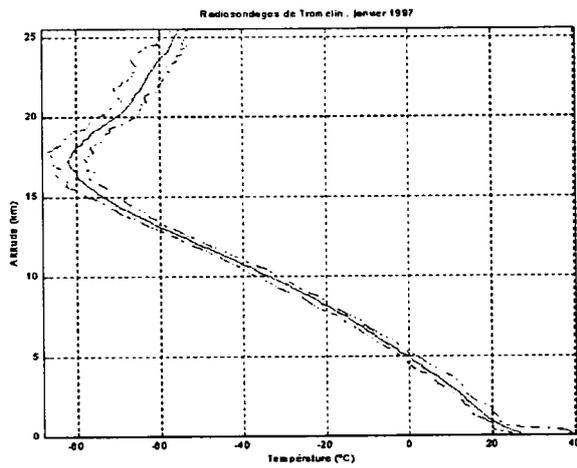
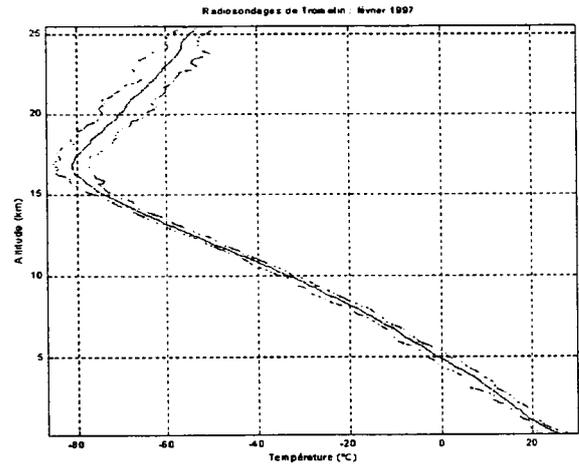


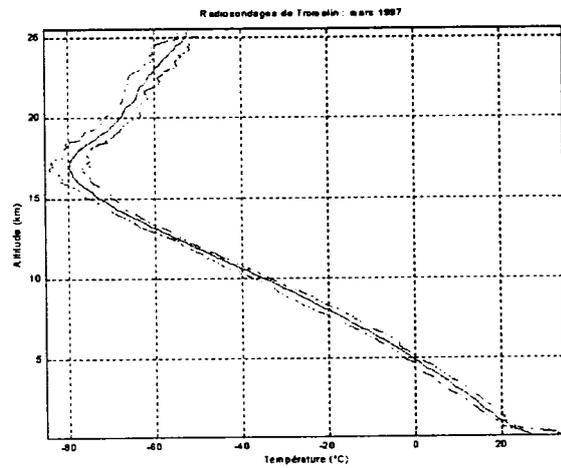
Figure IV.6 : Climatologie des températures moyennes au sol à Tromelin de 1955 à 1980 (données de Météo-France).



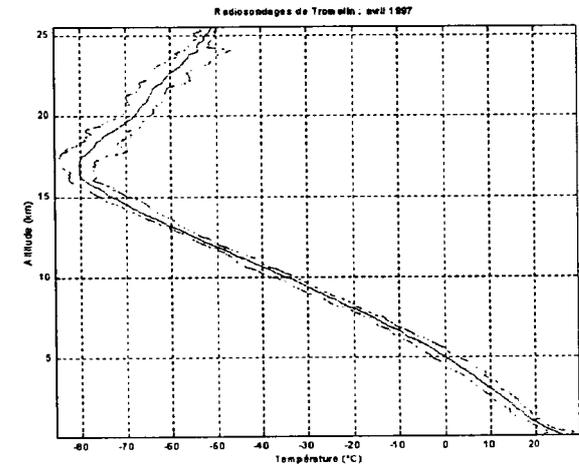
(a)



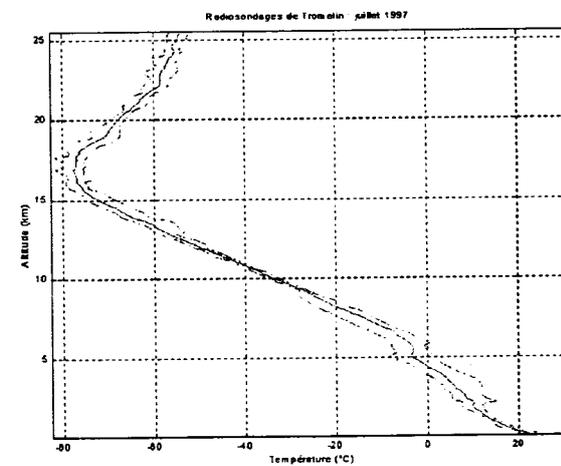
(b)



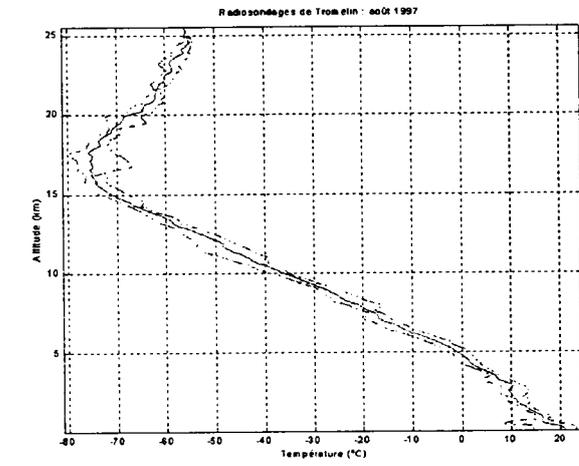
(c)



(d)

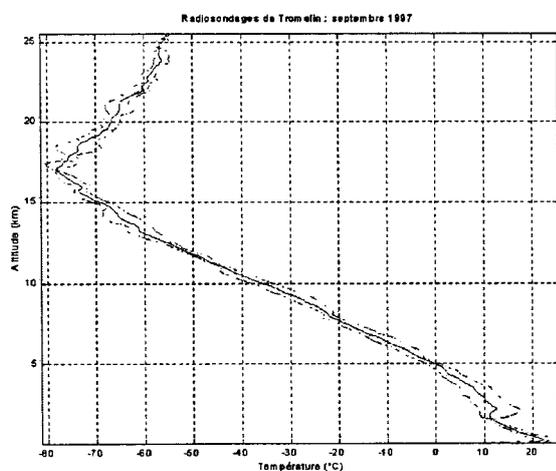


(e)

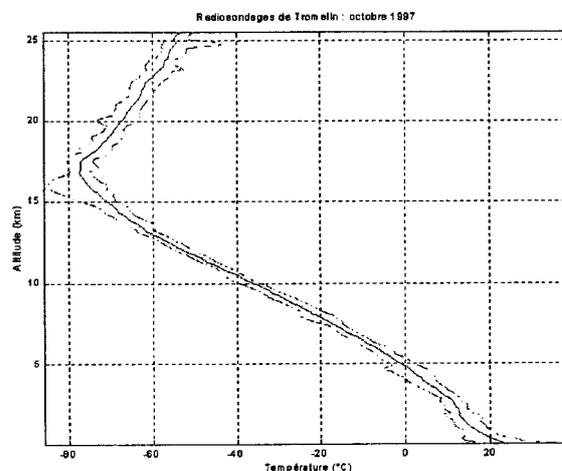


(f)

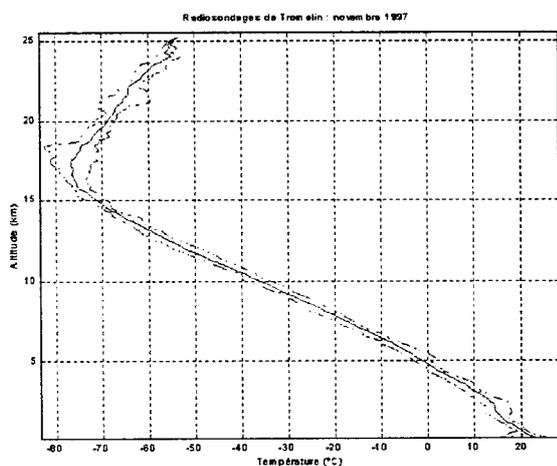
Figure IV.7 : Profils mensuels moyens de température et écarts maximaux relatifs associés, à Tromelin pour les mois : a) janvier b) février c) mars d) avril e) juillet f) août, 1997.



(g)



(h)



(i)

Figure IV.7 (suite) : Profils mensuels moyens de température et écarts maximaux relatifs associés, à Tromelin pour les mois : g) septembre h) octobre i) novembre, 1997.

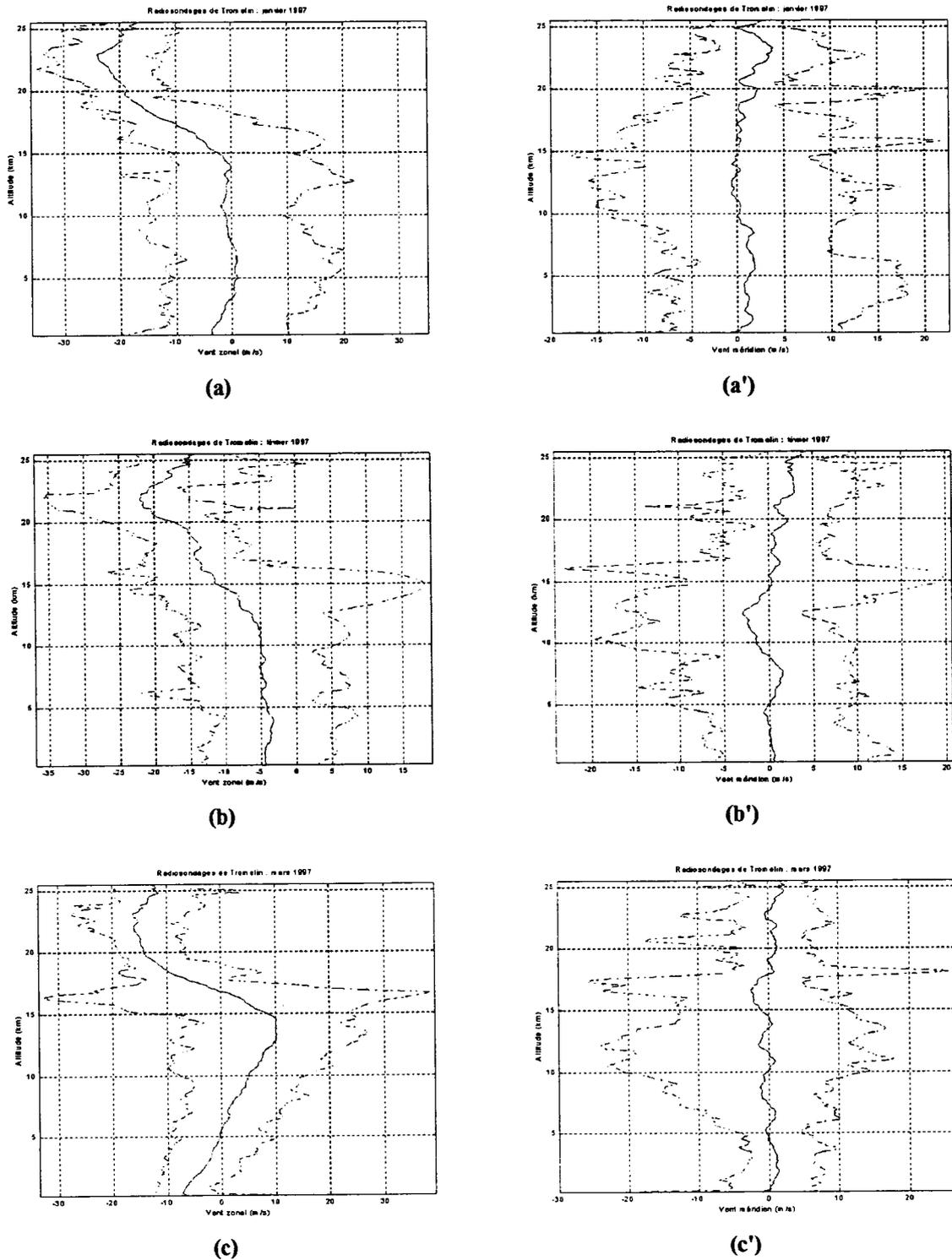


Figure IV.8 : Profils mensuels moyens de vent zonal et méridien, et écarts maximaux relatifs associés, à Tromelin pour les mois : a, a') janvier b, b') février c, c') mars, 1997.

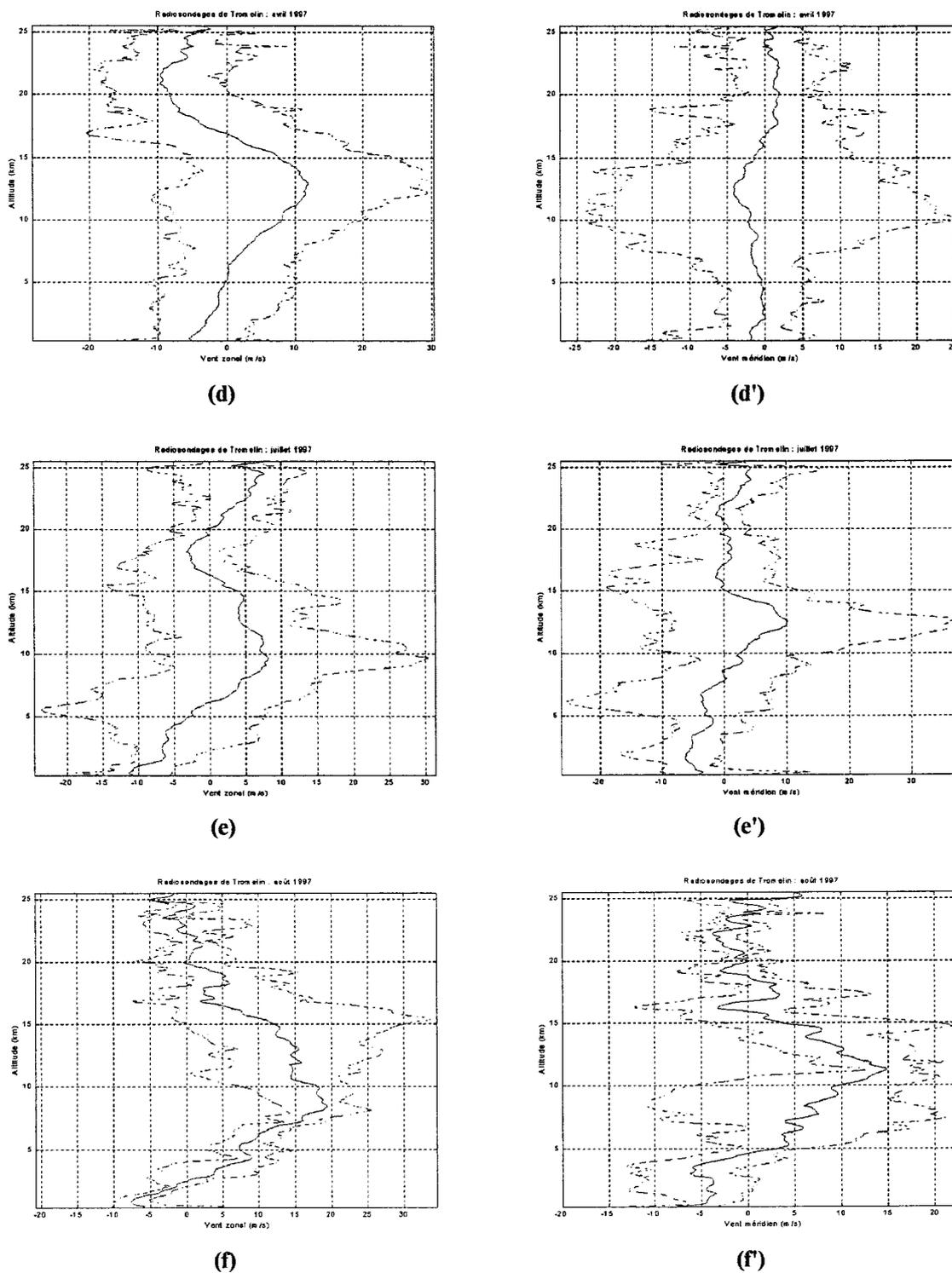
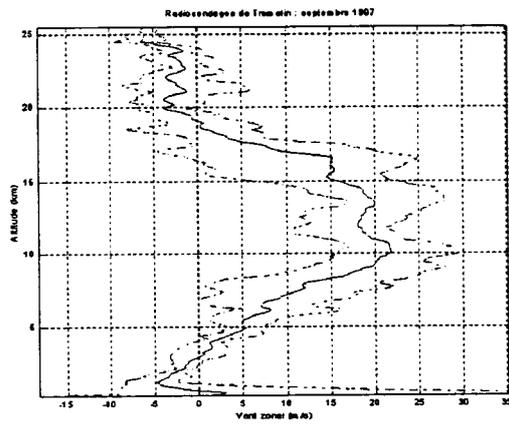
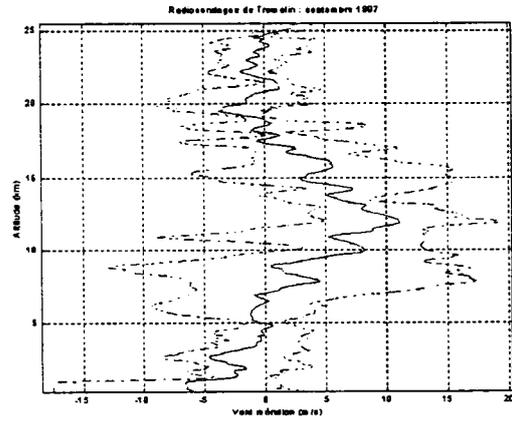


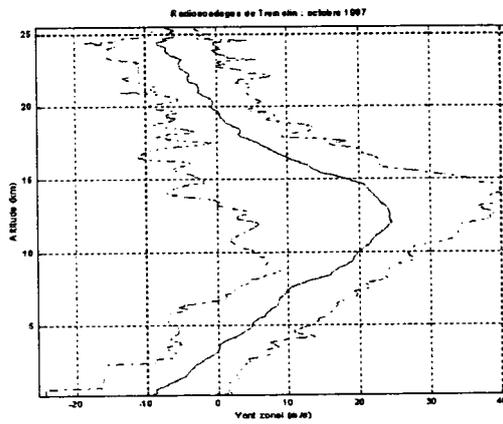
Figure IV.8 (suite) : Profils mensuels moyens de vent zonal et méridien, et écarts maximaux relatifs associés, à Tromelin pour les mois : d, d') avril e, e') juillet f, f') août, 1997.



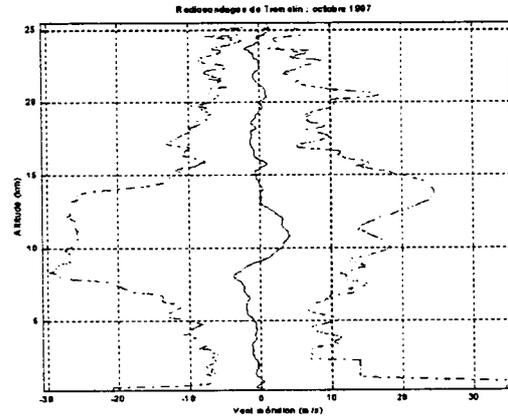
(g)



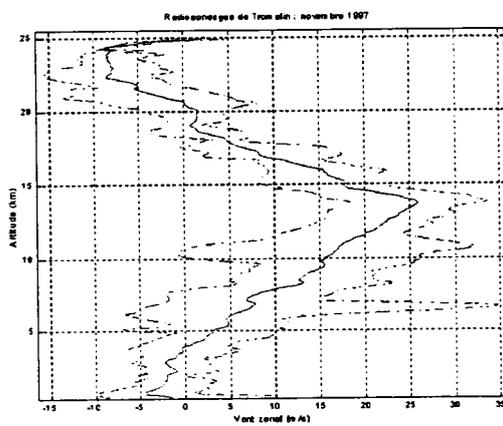
(g')



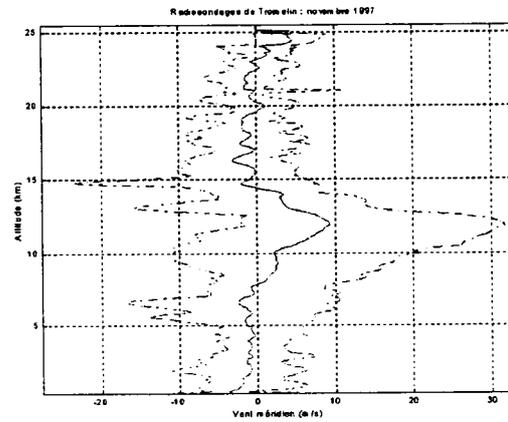
(h)



(h')

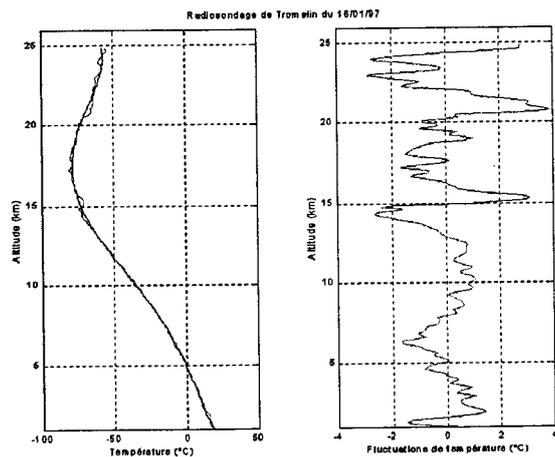


(i)

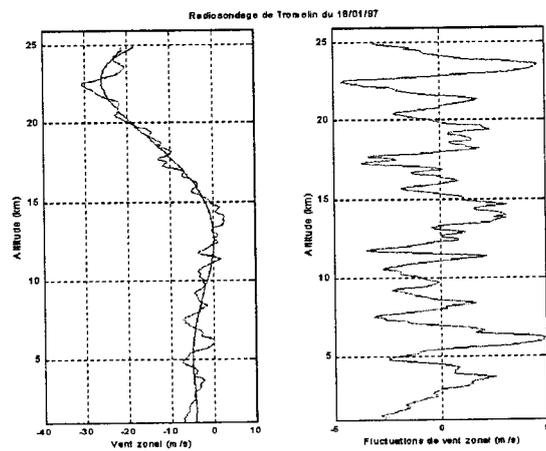


(i')

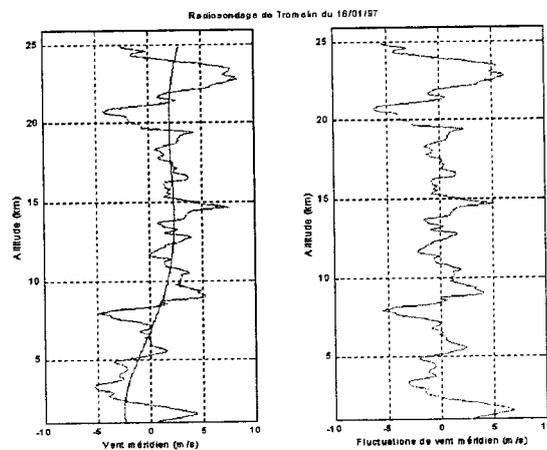
Figure IV.8 (suite) : Profils mensuels moyens de vent zonal et méridien, et écarts maximaux relatifs associés, à Tromelin pour les mois : g, g') septembre h, h') octobre i, i') novembre, 1997.



(a)



(b)



(c)

Figure IV.9 : Profils verticaux de température et de vents du 16 janvier 1997 sur le site de Tromelin : a) Température b) Vent zonal c) Vent méridien (Profils bruts en bleu, moyens en rouge et fluctuations en vert).

IV.3 Analyse spectrale par transformée en ondelettes continues

IV.3.1 Relations de polarisation

Les relations de polarisation entre les fluctuations des champs de vent et de température issues de la théorie linéaire [Wilson, 1989] ont pour expressions :

$$\begin{cases} u' = -i \frac{\omega}{m} \left(\frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \right) (k + il \frac{f}{\omega}) \frac{g}{N^2} \frac{T'}{T_o} \\ v' = -i \frac{\omega}{m} \left(\frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \right) (l - ik \frac{f}{\omega}) \frac{g}{N^2} \frac{T'}{T_o} \\ w' = i \omega \frac{g}{N^2} \frac{T'}{T_o} \end{cases} \quad \text{IV.6}$$

$$\text{où } w'(x, y, z, t) = \frac{C}{\sqrt{m}} \exp\left(\frac{z}{2H}\right) \exp(i(kx + ly + mz - \omega_o t))$$

avec

u' , v' , w' : fluctuations de vent zonal, méridien et vertical,

T' : fluctuations de température,

T_o : température moyenne,

k , l et m : nombre d'onde zonal, méridien et vertical,

ω , ω_o : fréquence intrinsèque et apparente de l'onde,

N : fréquence de Brunt Väisälä,

f : paramètre de Coriolis ($2 \Omega \sin \varphi$ avec $\varphi=15,5^\circ\text{S}$, site de Tromelin)

g : accélération verticale de pesanteur,

i : nombre complexe ($i^2=-1$).

H : hauteur d'échelle (valeur moyenne : 7,4 km)

IV.3.2 Méthode d'extraction des paramètres spectraux

Etant donnée la propriété de linéarité de la transformée en ondelettes continues, nous pouvons appliquer la transformée en ondelettes continues aux relations de polarisations afin de déduire les paramètres spectraux associés aux ondes de gravité.

La méthode consiste alors à calculer les coefficients complexes en ondelettes des variables u' , v' et $\frac{g}{N^2} \frac{T'}{T_0}$ dans le plan altitude-longueurs d'onde verticales. Ces coefficients vérifient les équations de polarisations IV.6. En effectuant un changement de référentiel suivant le vecteur d'onde horizontal \vec{k}_h ($l=0, k=k_h$), on obtient à partir de ces équations les relations simplifiées suivantes :

$$\begin{cases} u' = -i \frac{\omega K_h}{m} \left(\frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \right) \frac{g}{N^2} \frac{T'}{T_0} \\ v' = -\frac{f K_h}{m} \left(\frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \right) \frac{g}{N^2} \frac{T'}{T_0} \\ w' = i \omega \frac{g}{N^2} \frac{T'}{T_0} \end{cases} \quad \text{IV.7}$$

telles que $v' = -i \frac{f}{\omega} u'$ IV.8

De ces équations, on déduit avec la convention ($f < 0$ dans l'hémisphère sud et $m > 0$) les trois conditions suivantes : u' et v' sont en quadrature de phase, de même pour u' et T' , tandis que v' et T' sont en phase.

On recherche par conséquent l'angle θ (orientation anticyclonique par rapport à l'est) par des rotations successives du référentiel, telles que les coefficients complexes en ondelettes des variables u' ($\text{CWT}_{u'}(a,b)$), v' ($\text{CWT}_{v'}(a,b)$) et $\frac{g}{N^2} \frac{T'}{T_0}$ ($\text{CWT}_T(a,b)$) vérifient ces trois conditions.

En d'autres termes la différence de phase en valeur absolue entre les coefficients $\text{CWT}_{u'}(a,b)$ et $\text{CWT}_{v'}(a,b)$ est en théorie égale à $\pi/2$, de même pour $\text{CWT}_{u'}(a,b)$ et $\text{CWT}_T(a,b)$, et cette différence est nulle pour les coefficients $\text{CWT}_{v'}(a,b)$ et $\text{CWT}_T(a,b)$.

Après avoir effectué une rotation d'un angle θ du référentiel, on évalue les paramètres :

- ω/f en prenant la partie imaginaire du rapport $\text{CWT}_{u'}(a,b) / \text{CWT}_{v'}(a,b)$,
- la direction de propagation horizontale donnée par l'angle θ ,
- la longueur d'onde verticale λ_v du mode cohérent, calculée à partir de l'échelle a de la décomposition en ondelettes,
- la localisation par le paramètre spatial b ,

- la longueur d'onde horizontale déterminée par la relation de dispersion,

$$\lambda_h = \sqrt{\frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2}} \lambda_v \quad \text{IV.9}$$

- les composantes zonale, méridienne et verticale de la vitesse de phase intrinsèque (vitesse de phase par rapport au flux moyen)

$$\begin{cases} c_x = \frac{\omega}{k_h} \cos \theta \\ c_y = \frac{\omega}{k_h} \sin \theta \\ c_z = \frac{\omega}{m} \end{cases} \quad \text{IV.10}$$

- les composantes verticale, zonale et méridienne de la vitesse de groupe intrinsèque

$$\begin{cases} cg_z = -\frac{\omega^2 - f^2}{k_h^2 + m^2} \frac{m}{\omega} \\ cg_h = \frac{N^2 - \omega^2}{k_h^2 + m^2} \frac{k_h}{\omega} = -cg_z \frac{k_h}{\omega} \\ cg_x = cg_h \cos \theta \\ cg_y = cg_h \sin \theta \end{cases} \quad \text{IV.11}$$

- la fréquence apparente $\omega_o = \omega + k_h (\bar{U} \cos \theta + \bar{V} \sin \theta)$ IV.12

où \bar{U} et \bar{V} sont les composantes zonale et méridienne du champ de vent moyen

- les vitesses horizontales de phase apparentes (vitesses par rapport au sol)

$$\begin{cases} c_{x_o} = \frac{\omega_o}{k_h} \cos \theta \\ c_{y_o} = \frac{\omega_o}{k_h} \sin \theta \end{cases} \quad \text{IV.13}$$

- les vitesses de groupe horizontales apparentes

$$\begin{cases} cg_{x_0} = cgx + (\bar{U} \cos \theta + \bar{V} \sin \theta) \cos \theta \\ cg_{y_0} = cgy + (\bar{U} \cos \theta + \bar{V} \sin \theta) \sin \theta \end{cases} \quad \text{IV.14}$$

- l'énergie totale E_t du mode cohérent à l'altitude z (somme de l'énergie cinétique E_c et l'énergie potentielle E_p) par la somme des densités d'énergie temps-échelle

$$\frac{1}{a} (\|CWT_u(a,b)\|^2 + \|CWT_v(a,b)\|^2 + \|CWT_r(a,b)\|^2) \quad \text{IV.15}$$

Les principales modifications apportées à la méthode développée par *Souprayen* [1993] sont les suivantes :

- l'utilisation de l'ondelette de Morlet dont les propriétés, en particulier la conservation de l'énergie (locale et globale) et la progressivité, qui sont indispensables pour une détection (fine et équiprobable) des modes cohérents dans le plan altitude - longueurs d'onde verticales, ont été montrées dans les parties précédentes ;
- la densité d'énergie temps-échelle pour la statistique des paramètres spectraux ;
- le calcul de la CWT par la transformée de Fourier qui par ailleurs ajouté aux possibilités de calculs matriciels (logiciel Matlab) réduit le temps des calculs ; on améliore la détection des modes cohérents en augmentant l'analyse fréquentielle par l'intermédiaire du nombre de voies par octave. La précision sur l'angle θ devient meilleure en diminuant l'angle des rotations successives ; les différences de phase des coefficients en ondelettes sont évaluées avec une grande précision.

Les points forts de la méthode d'analyse des paramètres spectraux par la transformée en ondelettes continues par rapport aux trois autres méthodes résident dans la décomposition continue dans le plan altitude - longueurs d'onde verticales d'une part dans la localisation spatiale et fréquentielle des modes cohérents et d'autre part dans la décomposition de résolutions spatiales et fréquentielles adaptées aux structures multi-échelles présentes. De plus, les propriétés d'invariance par translation en espace et échelle font la robustesse de la méthode. La vérification des trois conditions permettant d'établir la cohérence des modes et la pondération statistique par la valeur de la densité d'énergie temps-échelle assurent de manière

statistique une détection de modes cohérents présents véritablement dans les mesures. De plus, les améliorations en terme de programmation (précision des calculs) permettent de s'affranchir d'une base de données importantes pour une étude statistique. A l'égale des méthodes spectrales, le bruit et les phénomènes d'interférences entre plusieurs modes relativement proches constituent les principales causes de dégradation de la cohérence des modes ou des "atomes de la décomposition". Les phénomènes d'interférences peuvent néanmoins être maîtrisés en ajustant la variance de la gaussienne.

IV.3.3 Paramètres spectraux : simulation

Afin de tester la méthode par analyse en ondelettes continues, on simule des profils verticaux de température et de champs de vent à partir de profils moyens réalistes de température et de vents au-dessus de Tromelin dans lesquels on introduit 3 trains d'ondes monochromatiques (λ_v inférieures à 10 km) d'enveloppes gaussiennes et localisés à des altitudes inférieures à 30 km vérifiant les relations de polarisation et de dispersion (équations IV.6 et IV.9). Les caractéristiques de ces derniers sont rassemblées dans le tableau IV.1.

La figure IV.10 représente les profils verticaux de fluctuations de température et de champs de vent associées aux 3 modes cohérents simulés de rotation cyclonique ($\omega > 0$). L'hodographe plan des fluctuations de champs de vent (fig. IV.11) montre la présence de 3 ellipses dont les orientations des axes principaux suivant l'axe horizontale définissent les directions de propagation horizontale des modes cohérents introduits.

Tableau IV.1 : Caractéristiques des 3 modes cohérents simulés.

Simulation	λ_v (km)	λ_h (km)	ω/f	Direction de propagation horizontale (°)	Altitude (km)
Onde 1	1.5	70	-10	30	23
Onde 2	4	270	-6	150	17
Onde 3	9	1000	-2	300	7

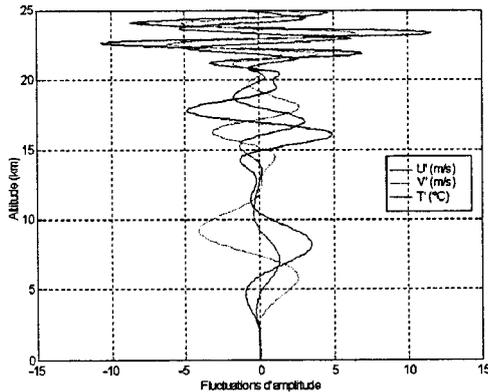


Figure IV.10 : Profils verticaux des fluctuations de température et des champs de vent correspondant aux 3 modes cohérents simulés.

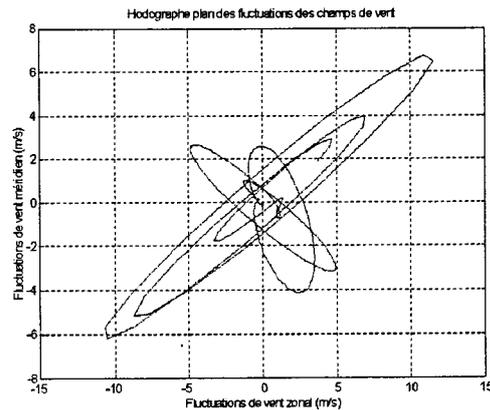
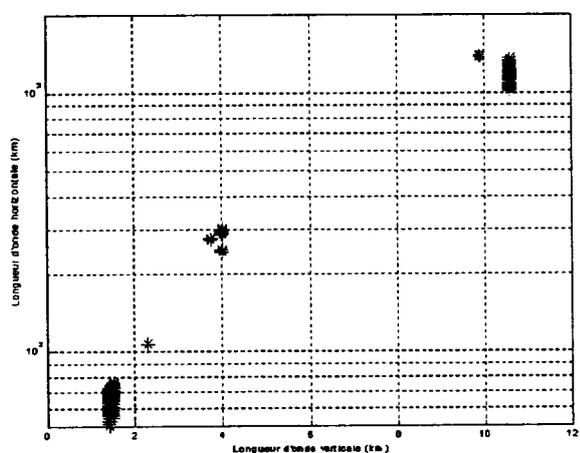


Figure IV.11 : Hodographe plan des fluctuations des champs de vent.

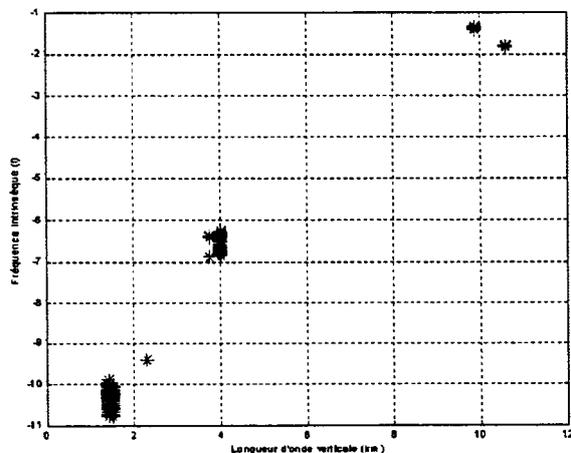
Les figures IV.12 montrent le résultat du test de détection des modes cohérents par la transformée en ondelettes continues réalisée à partir de l'ondelette de Morlet. Nous avons représenté les modes cohérents dominants détectés dont le module des coefficients en ondelettes est supérieur à 25% de la valeur maximale. Les paramètres du tableau IV.1 sont visualisés en fonction de la longueur d'onde verticale. Ces représentations montrent une bonne détection et localisation des modes cohérents simulés et des paramètres associés. Les fluctuations d'amplitude des modes introduits en particulier T' ne tiennent pas compte des variations de la stabilité contrairement à la variable $\frac{g}{N^2} \frac{T'}{T_0}$ à partir de laquelle la TO est

calculée. Il existe par conséquent une différence entre les valeurs des longueurs verticales du mode 3 qui par ailleurs possède une extension verticale plus importante que les deux autres modes introduits. En effet, la diminution brutale de la stabilité au voisinage de 10 km est responsable de la détection d'un mode de longueur d'onde verticale 10,5 km au lieu de 9 km entre 7 et 12 km d'altitude. Le mode est localisé au voisinage de 10 km d'altitude en raison de

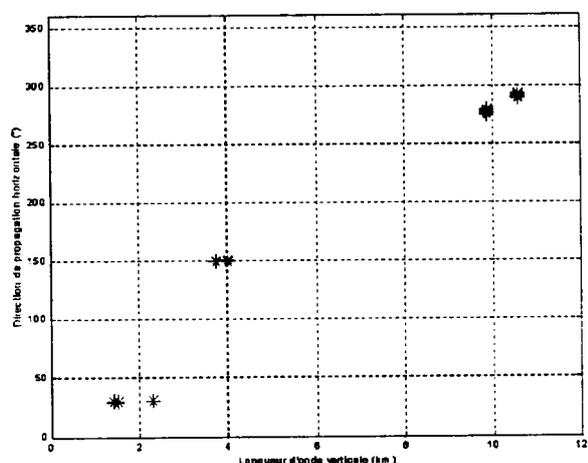
l'augmentation de l'amplitude de la variable $\frac{g}{N^2} \frac{T'}{T_0}$ lorsque N diminue. La détection d'un mode d'intensité relativement faible de longueur d'onde verticale de 9,9 km, de propagation horizontale orientée suivant 280° (fig. IV.13) vers 15 km d'altitude, résulte des interférences entre les modes de longueurs d'ondes verticales 9 km et 4 km aux bornes.



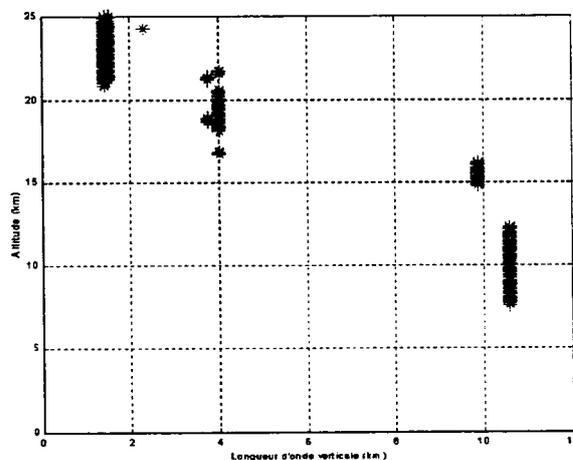
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure IV.12 : Résultats du test de détection des modes cohérents par la méthode d'analyse d'extraction des paramètres spectraux par transformées en ondelettes continues de Morlet. Caractéristiques spectrales en fonction de la longueur d'onde verticale pour les paramètres :

- a) Longueur d'onde horizontale b) Fréquence intrinsèque normalisée par le paramètre de Coriolis f
 c) Direction de propagation horizontale d) Altitude.

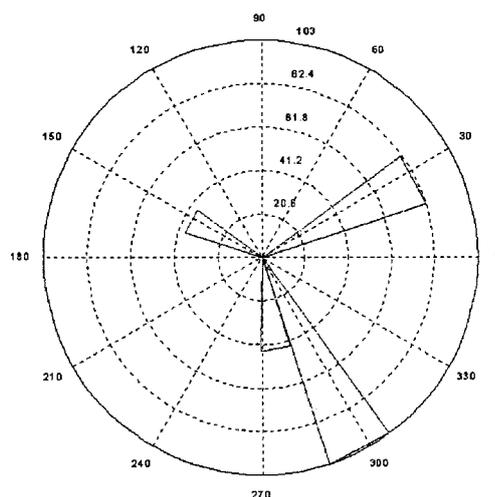


Figure IV.13 : Nombre d'atomes cohérents détecté en fonction de la direction de propagation horizontale en se limitant aux coefficients de module supérieur à 25% de la valeur maximale en module dans un plan temps-échelle (octaves-voies)=(4,5-10) .

IV.4 Caractéristiques saisonnières des modes cohérents des ondes de gravité

Les distributions statistiques des paramètres spectraux sont déterminées en considérant la somme des énergies totales E_t des modes cohérents détectés répondant aux caractéristiques de la distribution qui est effectuée, normalisée par la somme totale des énergies totales des modes cohérents détectés.

IV.4.1 Distribution verticale des paramètres spectraux

▪ Vitesses de phase horizontale intrinsèques

Indépendamment de la saison, la région troposphérique inférieure à 5 km d'altitude est caractérisée par une distribution symétrique de vitesses de phase intrinsèques inférieures à 15 m/s en module (fig. IV.14). On observe par ailleurs la présence importante de modes de vitesses de phase intrinsèques inférieures à 5 m/s.

Dans la moyenne et haute troposphère, la symétrie de la distribution des modes de vitesses de phase intrinsèques inférieures à 15 m/s en module est conservée. L'atténuation des modes de vitesses de phase intrinsèques inférieures à 5 m/s suggère d'une part l'existence de sources d'ondes pour ces modes et d'autre part un blocage de ces modes dans cette partie inférieure de

la troposphère. En effet, l'altitude de 5 km est caractérisée par les valeurs de vents zonaux proches de zéro et correspond à lieu d'absorption pour ces modes. La convection de cumulus, importante dans cette région quelle que soit la saison, serait une source majeure de ces ondes. Par ailleurs, on constate l'apparition en été d'une dissymétrie zonale des modes dominants de vitesses de phase intrinsèques supérieures à 15 m/s et la présence de modes bien distincts de directions privilégiées en particulier vers le sud-ouest et le sud-est. En général, les ondes rapides sont générées par des phénomènes dynamiques violents. En effet, durant la période d'été austral à l'exemple des mois de janvier et février de l'année 1997, l'île de Tromelin est sous l'influence de nombreux systèmes convectifs associés aux perturbations cycloniques (Tableau IV.2) dont les trajectoires dans la grande majorité des cas ont une orientation zonale entre 12° et 20° de latitude sud, dirigées vers l'ouest dans un premier temps puis vers l'est après le recourbement à l'ouest du 65^{ème} méridien lors de la progression vers le pôle [*Le Borgne*, 1986 ; *Météo*, 1997].

Le cas de la forte tempête tropicale Fabriola (fig. IV.15) avait la particularité d'être le seul système convectif important concernant l'île de Tromelin durant sa période d'activité du 1 au 11 janvier 1997 (Tableau IV.2). On constate la présence importante de modes cohérents de grandes vitesses de phase intrinsèques associées à ces directions [*Bosart et al.*, 1998]. En particulier, on note l'existence de modes dominants orientés sud-ouest le 1^{er} janvier lorsque le système est en début d'activité à l'est de l'île de Tromelin et sud-est le 8 janvier lorsque celui-ci se trouve au-dessus du continent malgache à plus de 1200 km de l'île et perd de son intensité (fig. IV.16).

Dans la stratosphère, on observe des modes de vitesses de phase intrinsèques de module supérieure à 20 m/s et une diminution des modes de vitesses de phase intrinsèques de module inférieure à 10-15 m/s observés dans la moyenne et haute troposphère. La présence d'un flux d'ouest d'intensité inférieure à 10 m/s et 20 m/s respectivement pendant la période d'été et d'hiver suggère un filtrage de ces modes dans la troposphère. Pour la période d'hiver, la distribution possède une composante méridienne, suivant les axes nord-est et sud-ouest et pendant l'été suivant les directions opposées. L'augmentation de la longueur d'onde horizontale (croissance de la stabilité dans la stratosphère), ou celle des amplitudes des modes rapides non filtrés par le flux moyen (diminution de la densité avec l'altitude) ou encore la présence de modes de hautes fréquences (sources localisées à la tropopause ?) seraient des explications possibles à l'augmentation des vitesses de phase horizontales intrinsèques dans la stratosphère.

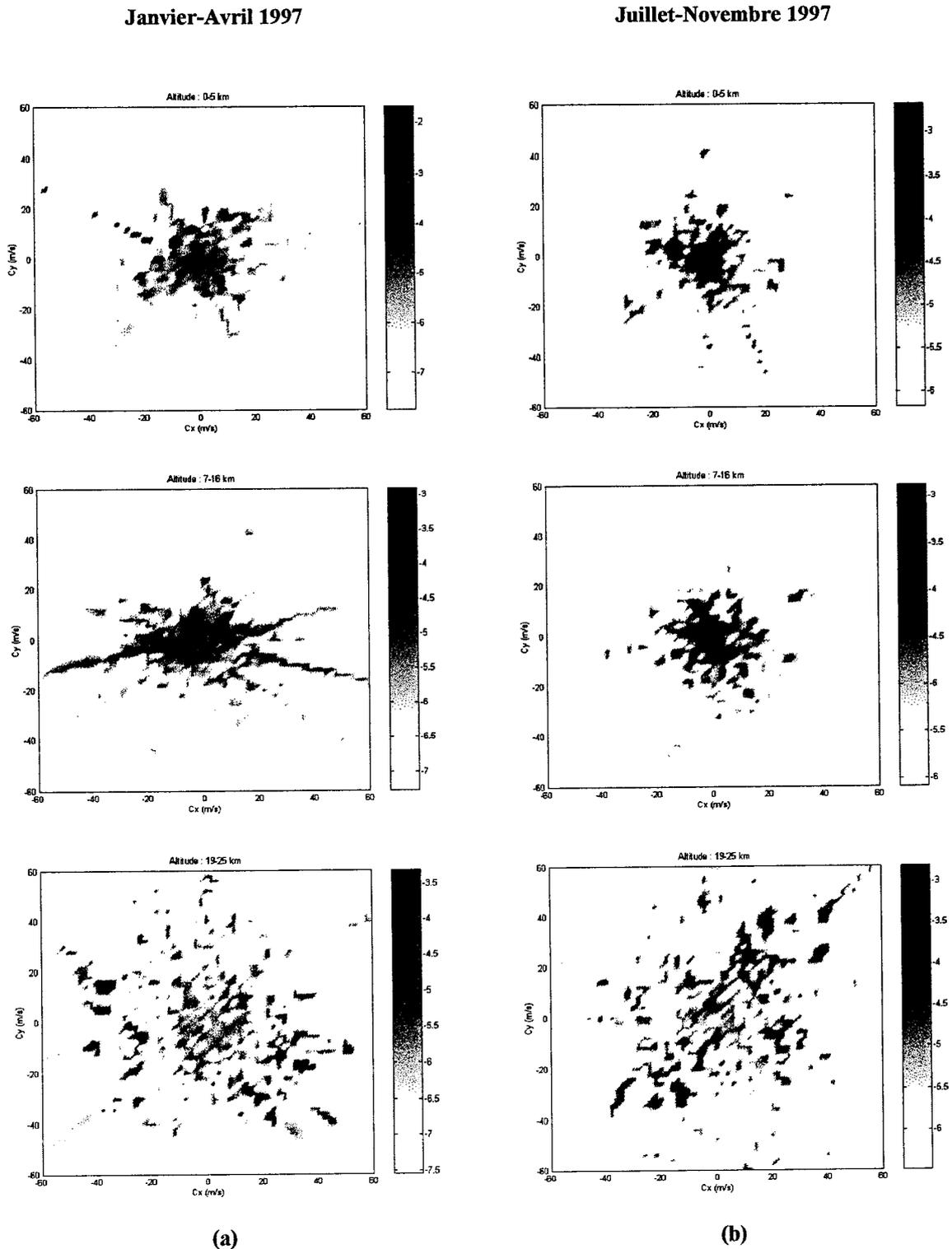


Figure IV.14 : Distribution des vitesses de phase intrinsèques pour les différents domaines d'altitude : 0-5 km, 7-16 km et 19-25 km pour la période d'été (colonne a) et la période d'hiver (colonne b). L'énergie totale des modes cohérents détectés de caractéristique de la distribution est normalisée par l'énergie totale de l'ensemble des modes cohérents, moyennée par la tranche d'altitude et représentée suivant l'échelle logarithmique.

Tableau IV.2 : Distribution temporelle de l'activité cyclonique d'intensité supérieure à 2,5 sur l'échelle de DVORAK pour la saison 1996/97 dans le Sud-Ouest de l'Océan Indien [Météo-France, 1997].

TYPE	NOM NOM	AOU	SEPT	OCT	NOV	DEC	JAN	FEV	MAR	AVR	MAI	JUIN	JUIL	DUREE HH:MM
DT	A1	■												3
TT	ANTOINETTE			■										5
CT	BELLAMINE			■										12
TT	CHANTELLE				■									5
CT	DANIELLA				■									8
TT	ELVINA					■								5
TT	FABRIOLA						■							5
CT	GRETELLE						■	■						11
CT	HELINDA						■	■						15
TT	ILETTA						■							7
CT	JOSIE							■	■					9
TT	KARLETTE							■	■					10
TT	LISETTE								■					4
DT	M2												■	3
Moyenne (Average lifetime) =														7

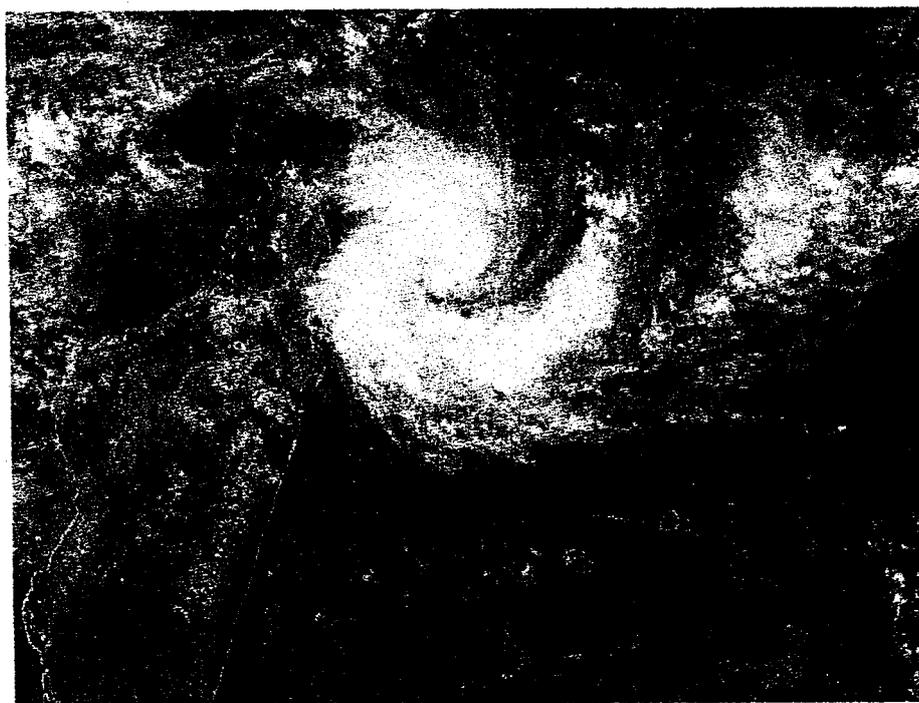


Figure IV.15 : Image satellite (NOAA 14) de la forte tempête tropicale Fabriola progressant vers l'ouest, le 3 janvier 1997. L'île Tromelin se trouve localiser en dessous de la bande spiralee nuageuse [Météo-France, 1997].

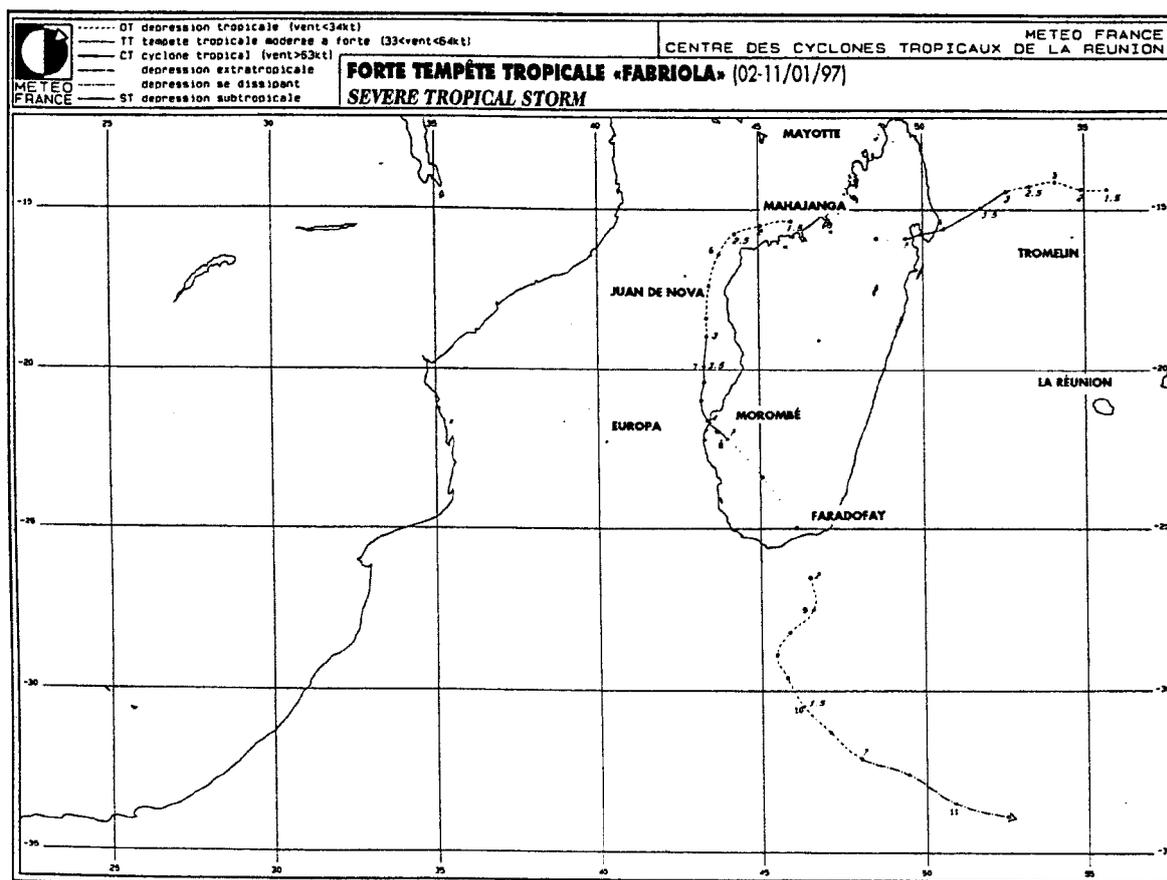
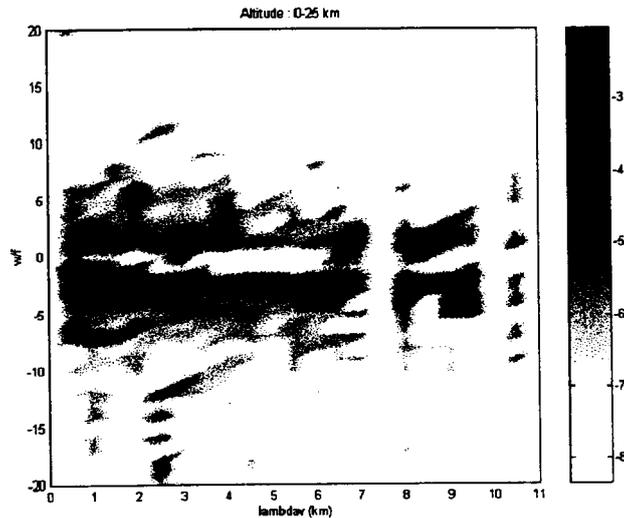


Figure IV.16 : Trajectoire et activité de la perturbation tropicale Fabriola du 1^{er} au 11 janvier 1997.

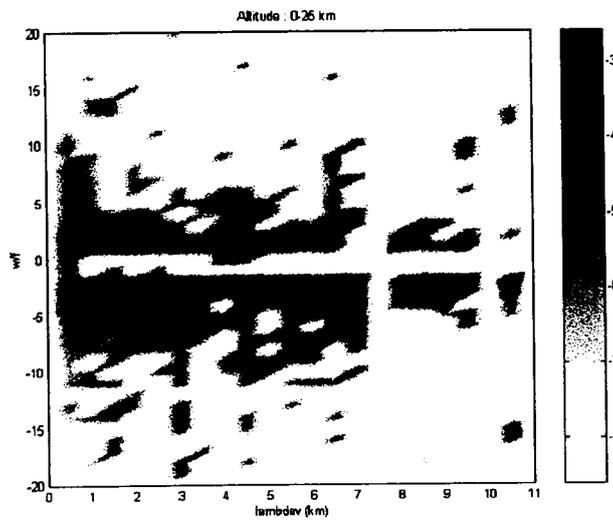
▪ *Relations entre les longueurs d'onde verticales et les fréquences intrinsèques*

Les distributions des fréquences intrinsèques suivant les longueurs d'onde verticales montrent la présence importante des modes d'énergie se propageant vers le bas quelle que soit la saison (fig. IV.17 a et b). Les phénomènes de réflexion dans la troposphère, en particulier en dessous du jet d'ouest troposphérique, au niveau de la tropopause [Ushimaru and Tanaka, 1990] et dans la stratosphère ou bien encore la présence de sources dans les régions supérieures seraient des explications possibles de l'amplification de l'intensité des modes de fréquences intrinsèques de valeurs positives entraînant par la même occasion une sous-estimation de la présence de modes de fréquences intrinsèques de valeurs négatives. On constate par ailleurs que les fréquences intrinsèques sont en valeur absolue inférieure à $15 f$ (site de Tromelin : $f = -3,9 \cdot 10^{-5}$ rad/s). Les fréquences intrinsèques en valeur absolue sont majoritairement comprises entre f et $5 f$; la distribution fréquentielle est par ailleurs plus

étroite en été qui peut être dûe à la présence d'une source dominante. Les hautes fréquences correspondent bien aux courtes longueurs d'onde verticales tandis que les grandes longueurs d'onde verticales sont principalement de type inertiel.



(a)



(b)

Figure IV.17 : Distribution énergétique (échelle logarithmique) de la fréquence intrinsèque en fonction de la longueur d'onde verticale entre 0-25 km d'altitude pour : a) la période d'été b) la période d'hiver.

IV.4.2 Source d'ondes : la convection

La distribution des vitesses de phase horizontales intrinsèques de module supérieure à 15 m/s dans la moyenne et haute troposphère durant la période d'été, période convective intense, et en particulier sa dissymétrie zonale suggèrent les systèmes convectifs associés aux perturbations cycloniques comme les sources potentielles des modes cohérents observés.

Les distributions temporelles de la densité d'énergie normalisée des modes cohérents de composantes zonales et méridiennes de vitesses de phase intrinsèques de module supérieure à 15 m/s pour la base de données étudiée sont représentées sur les figures IV.18 et IV.19. Celles-ci sont déterminées pour la partie supérieure de la troposphère et la stratosphère de l'année 1997. L'évolution temporelle de l'humidité relative moyenne aux altitudes comprises entre 5 et 16 km est visualisée sur les panneaux supérieurs.

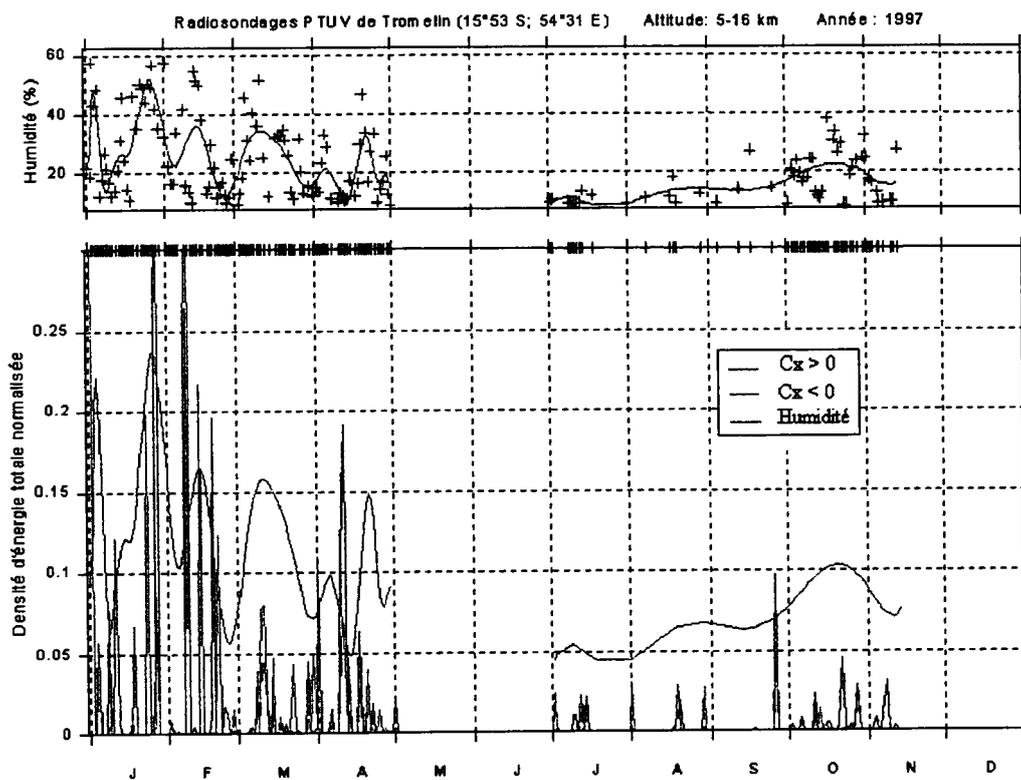
L'activité convective troposphérique durant la période d'été austral est en accord avec l'activité cyclonique (tableau IV.2). Elle est effectivement importante durant :

- la première semaine de janvier correspondant à la forte tempête tropicale Fabriola,
- la fin du mois de janvier, période durant laquelle trois perturbations ont coexisté (les cyclones Gretelle, Hélianda et la tempête Iletta),
- la mi-février marquée par le cyclone tropical Josie et la tempête tropicale Karlette.

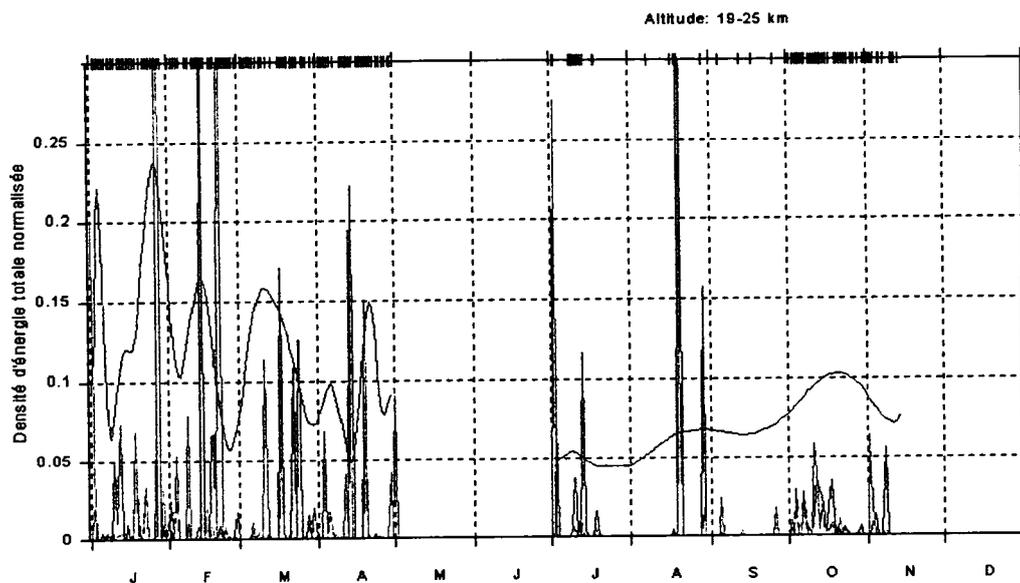
La tendance obtenue par interpolation polynomiale des valeurs moyennes d'humidité relative révèle une forte corrélation avec la distribution temporelle de la densité d'énergie des modes détectés durant la période d'été austral. Par ailleurs, on observe que la convection apparaît être également une source majeure des modes cohérents durant la fin de la période d'été austral pendant les mois de mars et avril.

Bien que l'activité troposphérique des modes cohérents est effectivement plus faible pendant la période d'hiver austral, celle-ci concorde avec l'activité convective troposphérique. De plus, on constate que l'activité des modes cohérents est plus importante dans la stratosphère que dans la troposphère durant l'hiver austral.

La stratosphère d'été austral est de plus caractérisée par la présence dominantes d'ondes de composantes méridiennes dirigées vers le pôle.

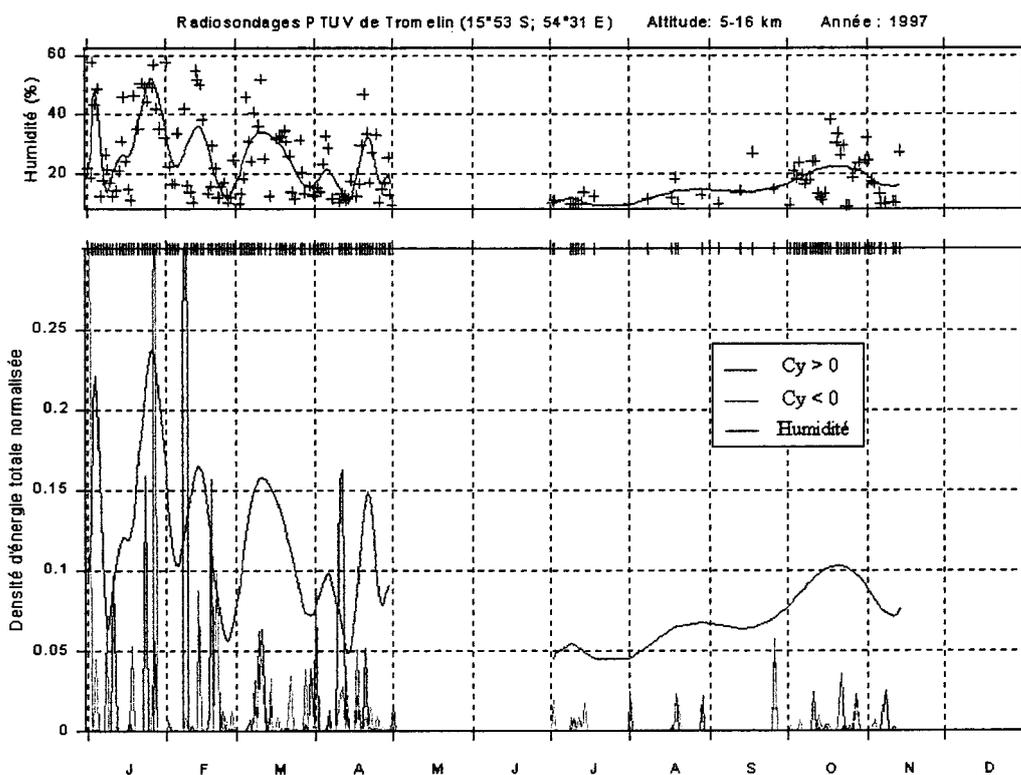


(a)

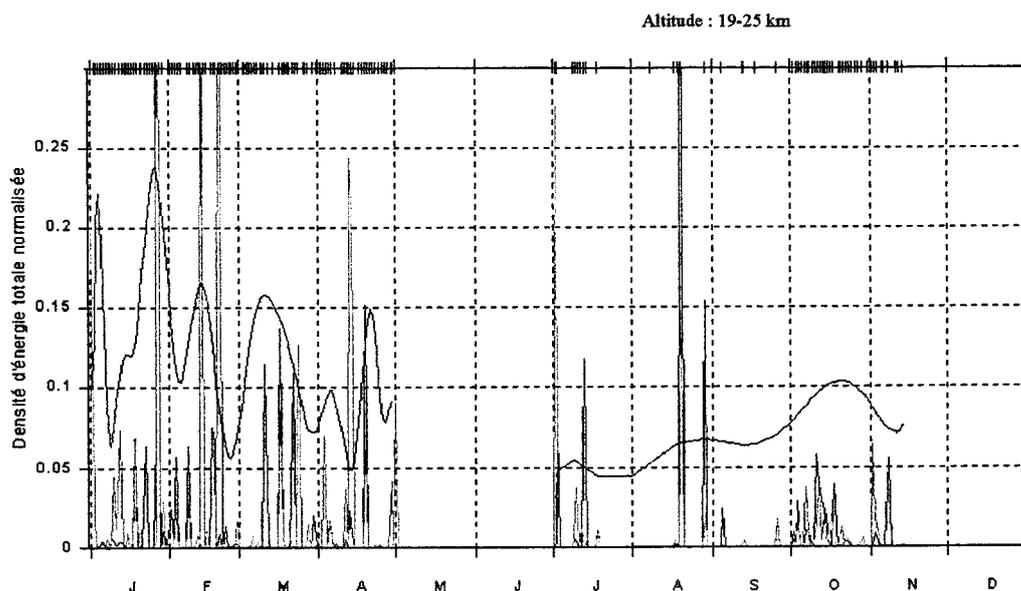


(b)

Figure IV.18 : Activité convective troposphérique (mesures brutes et interpolées : croix bleus et courbes mauves) et distribution temporelle des modes cohérents de vitesses de phase intrinsèques zonales positives et négatives supérieures à 15 m/s en module pour les régions :
 a) Moyenne et haute troposphère b) Basse et moyenne stratosphère
 (les dates étudiées sont repérées par des croix rouges).



(a)



(b)

Figure IV.19 : Activité convective troposphérique (mesures brutes et interpolées : croix bleus et courbes mauves) et distribution temporelle des modes cohérents de vitesses de phase intrinsèques méridiennes positives et négatives supérieures à 15 m/s en module pour les régions :
 a) Moyenne et haute troposphère b) Basse et moyenne stratosphère
 (les dates étudiées sont repérées par des croix rouges).

IV.5 Discussion et conclusions

Dans cette partie, nous avons montré les possibilités de l'analyse en ondelettes continues pour l'extraction automatique des paramètres spectraux intrinsèques des ondes de type gravité. L'application de cette technique d'analyse a permis d'établir une climatologie préliminaire des paramètres du champ d'ondes de gravité au-dessus du site de l'île de Tromelin pour l'année 1997 à partir de radiosondages PTUV bien que la base de mesures paraisse limitée.

Néanmoins, cette analyse a permis de mettre en évidence la présence de modes cohérents dans la troposphère et dans la stratosphère associés à la convection troposphérique indépendamment de la saison. Ces modes sont effectivement plus importants durant la période cyclonique d'été austral 1997, période qualifiée "d'exceptionnelle" pour le nombre de perturbations cycloniques analysées durant cette même année [Météo-France, 1997].

La dissymétrie zonale de la distribution des vitesses de phase horizontales intrinsèques de module supérieure à 15 m/s dans la moyenne et haute troposphère est attribuée aux perturbations cycloniques, phénomènes rapides dont les trajectoires ont une orientation zonale dans la majorité des cas entre 12 et 20° de latitude sud.

Les mécanismes de génération (convection, la couche d'inversion, le cisaillement ou ajustement géostrophique?) et le rôle des ondes de gravité dans le développement et le maintien des structures méso-échelles de type cyclonique sont encore peu connus [Abdullah, 1966 ; Kurihara, 1976 ; Willoughby et al., 1984]. Cependant, des études expérimentales récentes montrent que les structures cycloniques sont des sources non négligeables d'ondes de gravité [Bosart et al., 1998]. L'observation radar des structures de petite échelle associées au Typhon Kelly (Japon, octobre 1987) [Sato, 1993] a révélé la présence de trois modes dominants d'ondes de gravité différents dans la troposphère et la stratosphère avant et après le passage de la perturbation :

- un mode de période courte (quelques dizaines de minutes) avant le passage de la perturbation dû à la convection profonde dans la troposphère qui tend à atténuer la rotation cyclonique et par la même occasion l'énergie de la perturbation,
- un mode de période longue, dans la basse et haute troposphère, au voisinage de la perturbation, après que celle-ci soit passée. Ce mode possède des caractéristiques d'ondes orographiques qui seraient générés par le vent intense en surface au-dessus du relief,
- deux modes d'inertie-gravité de longueurs d'onde verticales 3 km et 6 km de périodes respectives 9 h ($\omega_i \approx 2$ f) et 6-8 h ($\omega_i \approx 2-4$ f). Le premier mode serait généré au niveau de

la couche d'inversion dans la moyenne troposphère et tend également à atténuer la perturbation. Le deuxième mode de propagation rapide ($c_n=30$ m/s) serait soit émise par le typhon soit encore en relation avec la structure de bande pluvieuse observée au même moment.

L'hypothèse d'ondes d'orographiques dans notre étude est à écarter du fait de l'absence de tout relief sur l'île Tromelin.

Notre étude confirme par ailleurs l'existence d'une dissymétrie directionnelle des modes cohérents dans la troposphère durant la période d'été austral dont les sources d'ondes sont responsables et dans la stratosphère de direction opposée selon la saison (rôle des sources et des processus de filtrage ?). Parmi les autres observations importantes, citons :

- la présence de modes cohérents plus importants dans la stratosphère que dans la troposphère pour la période d'hiver austral,
- la présence de modes de composantes méridiennes dominantes dirigée vers le pôle dans la stratosphère d'été,
- la présence importante de modes de fréquences intrinsèques en valeur absolue comprise f entre et $5f$ de propagation d'énergie vers la bas (réflexions ou sources dans les régions supérieures ?).

Parmi les observations sur l'estimation des paramètres spectraux d'onde dans différentes régions (hémisphère nord et sud en moyennes latitudes et tropicales) [Vincent *et al.*, 1997], on note :

- la présence dominante de modes de longueurs d'onde verticales de 2-3 km dans la stratosphère,
- une énergie plus importante des modes inertiels indépendamment de la saison au-dessus Flatland dans l'Illinois et durant l'été austral au-dessus de la région sud australienne,
- des vitesses de phase horizontale intrinsèques de 10 m/s,
- une dissymétrie des directions dans la stratosphère au-dessus de Macquarie Island (55°S, 159°E), en particulier on constate que l'énergie se propage majoritairement vers le sud-ouest pendant la période d'hiver austral.

CONCLUSION GENERALE

Au cours de cette étude, nous avons montré l'apport complémentaire et majeur des différentes techniques en ondelettes aux outils classiques couramment utilisés pour l'étude de signaux géophysiques dans l'atmosphère. Cette apport est double et réside d'une part, dans la synthèse de l'information sous forme visuelle (images temps-échelle) des phénomènes géophysiques, qui facilite par la suite la démarche scientifique, et d'autre part, dans la quantification de ces phénomènes grâce à la robustesse mathématique de ces outils.

Pour ce faire, notre étude s'est focalisée sur les structures atmosphériques ondulatoires de type ondes de gravité de la basse atmosphère à la moyenne atmosphère (altitude inférieure à 60 km). Les caractéristiques de ces dernières ont pu être étudiées dans la région hémisphérique sud de l'Océan Indien grâce aux données qui étaient à notre disposition : les radiosondages PTUO₃ (Pression - Température - hUmidité - Ozone) de la Réunion (21°S, 55°E), PTUO₃ d'Irène (29°S, 23°E) et PTUV (Pression - Température - hUmidité - Vent) de Tromelin (16°S, 54°E) concernant la basse atmosphère (altitude inférieure à 30 km) et des données température du Lidar de la Réunion pour la moyenne atmosphère entre 30 et 60 km d'altitude.

Dans une première partie, nous avons exposé :

- le contexte historique des ondelettes en situant l'outil parmi les nombreuses techniques relatives à la caractérisation temporelle (ou spatiale) et/ou fréquentielle des signaux non stationnaires,

- des théories et des observations des structures ondulatoires atmosphériques et plus précisément dans l'atmosphère tropicale. Cette description a été ensuite orientée sur la thème géophysique de notre étude : les ondes de gravité,
- les raisons de l'utilisation des ondelettes pour l'étude des ondes de gravité. Nous avons également mentionné quelques travaux, abordant l'étude de ces ondes à l'aide de l'outil ondelettes, qui ont aiguillé notre démarche scientifique d'une part sur le potentiel sous-jacent de l'outil ondelettes et d'autre part sur les problèmes ou les lacunes relatifs à l'outil pour lesquels nous avons apporté par la suite des éléments de réponse.

Dans une deuxième partie, nous avons présenté les différentes techniques en ondelettes sur lesquelles repose notre étude : la transformée en ondelettes continues et des techniques plus récentes, moins connues dans le domaine de la géophysique telles que l'analyse multirésolution et les paquets d'ondelettes. Ces méthodes sont introduites au fur et à mesure de telle sorte qu'elles répondent à des exigences complémentaires faisant apparaître un outil complet d'analyse et de synthèse pour les signaux géophysiques non stationnaires. A partir d'une littérature abondante sur les ondelettes, nous avons opté pour une approche plus physique et appliquée. Pour ce faire, nous avons mis l'accent sur l'interprétation des propriétés mathématiques de ces dernières, les contraintes et les limites des différentes techniques. Les outils, qui ont été développés dans le cadre de notre étude, ont été validés dans cette partie sur des signaux académiques.

L'apport en terme géophysique s'est concrétisé dans une troisième partie. Nous nous sommes penchés sur les préoccupations actuelles relatives aux ondes de gravité dans la basse atmosphère et dans la moyenne atmosphère auxquelles nous pouvions apporter une contribution à partir de nos mesures. L'étude relative à la basse atmosphère est consacrée plus particulièrement à la variabilité du traceur ozone induite par les ondes de gravité par le biais des corrélations température/ozone entre les structures multi-échelles observées. Concernant la moyenne atmosphère, nous avons proposé de nouvelles méthodes qui mettent en évidence les possibilités des outils en ondelettes pour l'étude des structures d'ondes de gravité. Ces dernières nous ont permis non seulement l'estimation des paramètres classiques du champ d'ondes de gravité issus des données Lidar température mais également un suivi temporel et

spatial de ces paramètres notamment l'évolution des spectres continus du champ d'ondes, des énergies potentielles associées et des modes dominants présents.

Après un tour rapide sur les différentes techniques qui sont actuellement employées pour extraire les caractéristiques spectrales des modes cohérents du champ d'ondes de gravité, nous avons exposé, dans la quatrième partie, une méthode d'extraction de ces paramètres à partir de la transformée en ondelettes continues. Cette méthode, validée sur des profils simulés, a permis de dresser une climatologie préliminaire des caractéristiques spectrales des modes cohérents à partir des sondages PTUV de Tromelin pour l'année 1997. En particulier, le rôle des phénomènes dynamiques rapides (les cyclones tropicaux) et celui de la convection associée ont été évoqués pour expliquer la dissymétrie zonale des vitesses de phase horizontales intrinsèques observée durant l'été austral.

Sur la base de ces diverses applications géophysiques, il en ressort effectivement, de part la thématique importante et délicate relative aux ondes de gravité, un besoin d'outils efficaces et adaptés permettant l'extraction d'un maximum d'informations à partir des mesures. Les données in situ de hautes résolutions restent néanmoins insuffisantes dans l'hémisphère sud et plus particulièrement en région tropicale. Différentes perspectives de recherche peuvent alors être envisagées à l'issue de ce travail.

Par exemple, l'extension à d'autres traceurs dynamiques comme la vorticité potentielle et la température potentielle, la connaissance de leurs distributions spatiales et temporelles au moyen de modèles d'advection et des situations climatologiques, permettraient de mieux comprendre l'origine de la variabilité dynamique de petite échelle des traceurs passifs induites par les ondes de gravité ou par d'autres phénomènes telle que l'advection horizontale près de la barrière dynamique.

Les applications sur les données Lidar température montrent qu'une étude climatologique de l'ensemble des paramètres spectraux, accompagnée des caractéristiques des champs de vent, doit être menée sur une base plus importante de données Lidar température dans le but d'identifier les sources de ces modes et de fournir des informations supplémentaires sur les interactions des modes cohérents avec le milieu au cours de leur propagation verticale. Celle-ci sera complétée par une étude de l'activité des sources potentielles dans la basse atmosphère à l'aide des radiosondages et d'autres données.

L'étude climatologique des caractéristiques spectrales des modes cohérents au-dessus du site de Tromelin sera poursuivie pour diverses raisons :

- la présence d'une base in situ de données journalières, complètes et de bonne qualité (résolution spatiale suffisante),
- l'étude des sources telles que les cyclones tropicaux et la convection,
- la localisation du site de Tromelin par rapport à la Réunion ; cette étude complétera notre connaissance sur l'origine et la distribution spatiale et temporelle des modes observés au-dessus de la Réunion tant dans la basse atmosphère que dans la moyenne atmosphère par le biais des mesures sur les différents sites et au moyen de modèles de rétro-trajectoires. De ce fait, des éléments de réponse pourraient être apportés concernant les sources comme par exemple l'orographie, le jet d'ouest subtropical et la convection pour le site de la Réunion.

Une étude complète sur les modes cohérents observée durant la présence d'une perturbation tropicale, à partir d'un jeu approprié et suffisant de données, est également proposée. Il serait intéressant de comparer la méthode d'extraction des paramètres spectraux en ondelettes aux différentes méthodes d'analyse qui sont actuellement utilisées.

Pour conclure, nous pouvons généraliser l'emploi des outils en ondelettes développés dans ce travail pour l'étude des structures ondulatoires atmosphériques de plus grande échelle comme par exemple les ondes planétaires, Rossby-gravité, de Kelvin ...

Références bibliographiques

Abdullah A. J., The spiral bands of a hurricane: A possible dynamic explanation, *J. Atmos. Sci.*, **23**, 367-375, 1966.

Abry P., Ondelettes et turbulences, *Diderot Editeur, Arts & Sciences*, 1997.

Alexander M. J., A model of non-stationary gravity waves in the stratosphere and comparison to observations, *NATO ASI Series Vol I. 50, Springer Verlag*, 153-167, 1997.

Allen S. J. and R. A. Vincent, Gravity wave activity in the lower atmosphere: Seasonal and latitudinal variations, *J. Geophys. Res.*, **100**, 1327-1350, 1995.

Andrews D. G., J. R. Holton and C. B. Leovy, Middle Atmosphere Dynamics, *Academic Press Inc.*, 1987.

Appenzeller C. and J. R. Holton, Tracer lamination in the stratosphere - A global climatology, *J. Geophys. Res.*, **102**, 13555-13659, 1996.

Arnéodo A., F. Argoul, E. Bracry, J. Elezgaray and J. F. Muzy, Ondelettes, multifractales et turbulences de l'ADN aux croissances cristallines, *Diderot Editeur, Arts&Sciences*, 1995.

Attié J. L., Etude d'un écoulement près d'un relief à partir de moyens aéroportés (expérience PYREX), *Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier*, 1994.

Attié J. L., A. Druilhet, B. Bénech et P. Durand, Analyse par ondelettes de signaux atmosphériques, *Actes du Colloque de Mécanique des Fluides Expérimentale de Toulouse*, 1995.

Auger F., P. Flandrin, Gonçalvès and O. Lemoine, Time-frequency toolbox for use with MATLAB, 1997.

Bacmeister J. T., S. D. Eckermann, P. A. Newman, L. Lait, K. R. Chan, M. Loewenstein, M. H. Profitt and B. L. Gary, Stratospheric horizontal wavenumber spectra of winds, potential temperature and atmospheric tracers observed by high-altitude aircraft, *J. Geophys. Res.*, **101**, 9441-9470, 1996.

Bacmeister J. T., S. D. Eckermann, L. Sparling, K. R. Chan, M. Loewenstein and M. H. Profitt, Analysis of intermittency in aircraft measurements of velocity, temperature and atmospheric tracers using wavelet transforms, *NATO ASI Series Vol I. 50, Springer Verlag*, 85-101, 1997.

- Baldy S., G. Ancellet, M. Bessafi, D. Lan Sun Luk and A. Badr, Field observations of the vertical distribution of tropospheric ozone at the island of Reunion (Southern tropics), *J. Geophys. Res.*, **101**, 23,835-23,850, 1996.
- Balsley B. B. and R. Garello, The kinematic energy density in the troposphere, stratosphere and mesosphere: A preliminary study using the Poker Flat MST radar in Alaska, *Radio Science*, **20**, 1355-1361, 1985.
- Barat J. and C. Cot, Accuracy analysis of rubsonde-GPS wind sounding system, *J. Appl. Meteorol.*, **34**, 1123-1132, 1995.
- Barnet J. J., J. T. Houghton and J. A. Pyle, The temperature dependence of the ozone concentration near the stratopause, *J. R. Meteor. Soc.*, **101**, 245-257, 1995.
- Barray J. L., G. Ancelet, F. G. Taupin, M. Bessafi, S. Baldy and P. Keckhut, Subtropical break as a possible stratospheric source of ozone in the tropical troposphere, *J. Atmos. Sol. Ter. Phys.*, **60**, 27-36, 1998.
- Beatty T. J., C. A. Hostetler and C. S. Gardner, Lidar observations of gravity waves and their spectra near the mesopause and stratopause at Arecibo, *J. Atmos. Sci.*, **49**, 477-496, 1992.
- Bencherif H., Observations de l'activité dynamique dans la moyenne atmosphère, par sondage LIDAR, au-dessus du site de l'île de la Réunion - 20.8°Sud - 55.5°Est, *Thèse de Doctorat de l'Université de Paris VI*, 1996.
- Benech B., J. L. Attié, A. Blanchard, P. Bougeault, P. Cazaudarne, A. Druilhet, P. Durand, E. Koffi, P. Prudhomme and D. S. Tannhauser, Observation of lee waves above the Pyrénées (French-Spanish PYREX experiment), *XXII OSTIV Congress*, 1991.
- Bian X., C. M. Berkowitz and S. Zhong, Aircraft observations of the effects of internal gravity waves on ozone over the western north Atlantic, *J. Geophys. Res.*, **101**, 26,017-26,021, 1996.
- Bijaoui A. and F. Rué, A multiscale vision model adapted to astronomical images, *Signal Processing*, **46**, 345-362, 1995.
- Bird J. C., S. R. Pal, A. I. Carswell, D. P. Donovan, G. L. Manney, J. M. Harris and O. Uchino, Observations of ozone structures in the Arctic polar vortex, *J. Geophys. Res.*, **102**, 10,785-10,800, 1997.
- Born M. and E. Wolf, *Principles of optics*, 6th ed., Pergamon, Oxford, 1964.
- Bosart L. F., W. E. Bracken and A. Seimon, A study of cyclone mesoscale structure with emphasis on a large-amplitude inertia-gravity wave, *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 1497-1527, 1998.
- Bougeault P., A. Jansa, J. L. Attié, I. Beau, B. Benech, R. Benoit, P. Bessemoulin, J. L. Caccia, J. Campins, B. Carissimo, J. L. Champeaux, M. Crochet, A. Druilhet, P. Durran, A. Elkhalfi, P. Flamant, A. Genoves, M. Georgelin, K. P. Hoinka, V. Klaus, E. Koffi, V. Kotroni, C. Mazaudier, J. Pelon, M. Petitdidier, Y. Pointin, D. Puech, E. Richard, T. Satomura, J. Stein and D. Tannhauser, The atmospheric momentum budget over a major mountain range: first results of the PYREX field program, *Ann. Geophys.*, **11**, 395-418, 1993.
- Bovier A. and M. G. F. Le Lionnais, Dictionnaire des mathématiques, *Presses universitaires de France*, 1979.

- Brancy S., Traitement d'un signal acoustique : Application au mécanisme d'abrasion de la meule, *Thèse de Doctorat de l'Université de Montpellier II, Sciences et techniques du Languedoc*, 1995.
- Brasseur G. and S. Solomon, Aeronomy of the middle atmosphere, Second edition, *D. Reidel Publishing Company*, 1986.
- Brasseur G. and M. Hitchman, The effect of breaking gravity waves on the distribution of trace species in the middle atmosphere, *Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Transport Processes in the Middle Atmosphere, D. Reidel Publishing Company*, 215-227, 1987.
- Burke Hubbard, B., Ondes et ondelettes. La saga d'un outil mathématique, *Sciences d'Avenir*, Pour la science, diffusion Belin, 1995.
- Carswell A. I., S. R. Pal, W. Steinbrecht, J. A. Whiteway, A. Ulitsky and T. Y. Wang, Lidar measurements of the middle atmosphere, *Can. J. Phys.*, **69**, 1076-1086, 1991.
- Chane-Ming F., F. Molinaro and J. Leveau, Gravity wave activity in the southern intertropical middle atmosphere by wavelet analysis, *Proceedings of the First SPARC General Assembly*, 275-278, 1997a.
- Chane-Ming F., F. Molinaro and J. Leveau, Wavelet techniques applied to Lidar temperature profiles in the middle atmosphere to study gravity waves, *IGARRSS'97*, 581-583, 1997b.
- Chane-Ming F., F. Molinaro and J. Leveau, Applications de l'analyse en ondelettes sur un signal géophysique, *Seizième Colloque GRETSI*, 1013-1016, 1997c.
- Chanin M. L. and A. Hauchecorne, Lidar observation of gravity and tidal waves in the stratosphere and mesosphere, *J. Geophys. Res.*, **86**, 9715-9721, 1981.
- Chanin M. L. and A. Hauchecorne, Lidar sounding of the structure and dynamics of the middle atmosphere: A review of recent results relevant to transport processes, *Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Transport Processes in the Middle Atmosphere, D. Reidel Publishing Company*, 459-477, 1987.
- Chanin M. L. and A. Hauchecorne, Lidar study of the structure and dynamics of the middle atmosphere, *Indian Journal of Radio & Space Physics*, **20**, 1-11, 1991.
- Chaudenson R., Actualités réunionnaises 1976, *Livres-Réunion*, 1980.
- Chen S. S., Basis Pursuit, *Thesis of Stanford University*, Nov., 1995.
- Chen S. S., D. L. Donoho and M. A. Saunders, Atomic Decomposition by Basis Pursuit, *Dept. of Statistics Technical Report*, Feb., 1996.
- Chiu Y.T. and B.K. Ching, the response of atmospheric and inospheric layer structures to gravity waves, *Geophys. Res. Lett.*, **5**, 539-542, 1978.
- Cho J. Y. N., Inertio-gravity wave parameter estimation from cross-spectral analysis, *J. Geophys. Res.*, **100**, 18727-18737, 1995.
- Clancy R. T., D. W. Rusch and M. T. Callan, Temperature minima in the average thermal structure of the middle mesosphere (70-80 km) from analysis of 4-92 km SME global temperature profiles, *J. Geophys. Res.*, **99**, 19,001-19,020, 1994.

- Clark T. E., T. Hauf and J. P. Kuettner, Convectively forced internal gravity waves: Results from two-dimensional numerical experiments, *Q. J. R. Meteor. Soc.*, **112**, 899-925, 1986.
- Cohen A., Ondelettes, analyses multiresolutions et traitement numérique du signal, *Thèse de doctorat de l'Université Paris IX Dauphine*, 1990.
- Cohen A., Ondelettes et traitement numérique du signal, *Recherche en Mathématiques Appliquées*, Ed. Masson, 1992.
- Cohen L., Time Frequency Analysis: Theory and Applications, *Prentice Hall, Inc.*, 1994.
- Coifman R. R. and M. V. Wickerhauser, Entropy-based algorithms for best basis selection, *IEEE Trans. on Inf. Theory*, **38**, 713-718, 1992.
- Colonna J. F., La visualisation scientifique, *Revue scientifique et Technique de la Défense*, 117-124, 1993.
- Connor L. N. and S. K. Avery, A three-year gravity wave climatology of the mesosphere and lower thermosphere over Kauai, *J. Geophys. Res.*, **101**, 4065-4077, 1996.
- Cot C. and J. Barat, Wave-turbulence interaction in the stratosphere: A case study, *J. Geophys. Res.*, **91**, 2749-2756, 1986.
- Coulon P. Y., Filtrage linéaire en traitement d'image, *Ecole des techniques avancées Signal Image Parole. Session 2, Institut National Polytechnique de Grenoble*, 1997.
- Daubechies I., Orthonormal bases of compactly supported wavelets, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **XLI**, 909-996, 1988.
- Daubechies I., Orthonormal Bases of Wavelets with Finite Support - Connection with Discrete Filters Wavelets, Time-Frequency Methods and Phase Space, *Springer-Verlag*, 38-66, 1989.
- Daubechies I., The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis, *IEEE Transactions on Information Theory*, **36**, n° 5, 961-1005, 1990.
- Daubechies I., Ten Lectures on Wavelets, *SIAM*, 1992.
- Dewan E. M. and R. E. Good, Saturation and the "universal" spectrum for vertical profile of horizontal scalar winds in the stratosphere, *J. Geophys. Res.*, **91**, 2742-2748, 1986.
- Dewan E. M., The saturated-cascade model for atmospheric gravity wave spectra, and the wavelength-period (W-P) relations, *Geophys. Res. Lett.*, **21**, 817-820, 1994.
- Dhaka S. K., A. Kumar and O. P. Nagpal, Some Studies of Tropical/Equatorial Waves over Indian Tropical Middle Atmosphere: Results of tropical Wave Campaign, *Meteor. Atmos. Phys.*, **51**, 25-39, 1993.
- Diab R., J. Barsby, G. Bodeker, M. Scourfield and L. Salter, Satellite observations of total ozone above South Africa, *South African Geo. J.*, **74**, 13-18, 1992.
- Donoho D. L., Wavelet shrinkage and W.V.D - A 10-minute tour Progress in Wavelet Analysis and Applications, *Proceedings of the International Conference. Wavelets and Applications, Toulouse, France, June*, 109-128, 1992.

- Donoho D. L. and I. Johnstone, Ideal Spatial Adaptation via Wavelet Shrinkage, *Technical report n°400*, Department of Statistics, Standford University, 1992.
- Druilhet A., J.L. Attié, L. de Abreu Sa, P. Durrand and B. Bénech, Experimental study of inhomogeneous turbulence in the lower troposphere by wavelet analysis, *Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications*, *Academic Press*, 1-17, 1994.
- Durka P. J., Time-frequency analyses of EEG, *Thesis of Physics Warsaw University*, Institute of Experimental Physics, 1996.
- Durran D. R., Two-layer solutions to Long's equation for vertically propagating mountain waves: how good is linear theory ?, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **118**, 415-433, 1992.
- Eckermann S. D., I. Hirota and W. K. Hocking, Gravity wave and equatorial wave morphology of the stratosphere derived from long-term rocket sounding, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **121**, 149-186, 1994.
- Eckermann S. D., Hodographic analysis of gravity waves: Relationships among Stokes parameters, rotary spectra, and cross-spectral methods, *J. Geophys. Res.*, **101**, 19169-19174, 1996a.
- Eckermann S. D., Gravity waves: five key areas for MST radar research, *Proceedings of the Seventh Workshop on Technical and Scientific Aspects of MST Radars*, SCOSTEP Secretariat, Boulder, Colorado, B. Edwards ed., 42-45, 1996b.
- Ecklung W. L., B. B. Balsley, D. A. Carter, A. C. Riddle, M. Crochet and R. Garello, Observations of vertical motions in the troposphere and lower stratosphere using three closely spaced ST radars, *Radio Science*, **20**, 1196-1206, 1985.
- Ehhalt D. H., E. P. Rö and U. Schmidt, On temporal variance of stratospheric trace gas concentration, *J. Atmos. Chem.*, **1**, 27-51, 1983.
- Farge M., Wavelet transforms and their applications to turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **24**, 395-457, 1992.
- Flandrin P., J. Sageloli, J. P. Sessarego, B. Vidalie et M. Zakharia, Ondelettes, spectrogrammes et lissages de la distribution de Wigner-Ville, *Douzième Colloque du GRETSI-Juan-Les-Pins*, 5-8, 1989.
- Flandrin P., Temps-fréquence, *Traité des Nouvelles Technologies, série Traitement du signal*, Hermès, 1993.
- Flandrin P. et E. Chassande-Mottin, Sur la réallocation des scalogrammes, *Quinzième colloque du GRETSI-Juan-Les-Pins*, 309-312, 1995.
- Fournier A., Wavelet multiresolution analysis of numerically simulated 3D radiative convection, *Proceedings of SPIE*, **2762**, 642-653, 1996.
- Fovell R., D. Durran and J. R. Holton, Numerical simulations of convectively generated stratospheric gravity waves, *J. Atmos. Sci.*, **49**, 1427-1442, 1992.
- Fritts D. C., Gravity wave saturation in the middle atmosphere : A review of theory and observations, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **3**, 275-308, 1984.
- Fritts D. C., Gravity waves in the middle atmosphere of the southern hemisphere, Dynamics, Transport and Photochemistry in the middle atmosphere of the southern hemisphere, *Kluwer Academic Publishers*, 171-189, 1990.

- Fritts D. C. and Z. Luo, Gravity Wave Excitation by Geostrophic Adjustment of the Jet Stream. Part I: Two-Dimensional Forcing, *J. Atmos. Sci.*, **42**, 681-697, 1992.
- Fritts D. C. and G. D. Nastrom, Sources of mesoscale variability of gravity waves. Part II: frontal, convective and jet stream excitation, *J. Atmos. Sci.*, **49**, 111-127, 1992.
- Fritts D. C., J. F. Carten, D. M. Riggin, R. A. Golberg, G. A. Lehmacher, F. J. Schmidlin, S. McCarthy, E. Khudeki, C. D. Fawcett, M. H. Hitchman, R. S. Lieberman, I. M. Reid and R. A. Vincent, Equatorial dynamics observed by rocket, radar, and satellite during the CADRE/MALTED campaign 2. Mean and wave structures, coherence, and variability, *J. Geophys. Res.*, **102**, 26,191-26,216, 1997.
- Froidevaux L., M. Allen, S. Berman and A. Daughton, The mean ozone profile and its temperature sensitivity in the upper stratosphere and lower mesosphere: An analysis of LIMS observation, *J. Geophys. Res.*, **94**, 6389-6417, 1989.
- Gamage N. and W. Blumen, Comparative analysis of low-level cold fronts: Wavelet, Fourier, and empirical orthogonal function decompositions, *Mon. Wea. Rev.*, **121**, 2867-2878, 1993.
- Garcia R. R. and S. Salomon, The effect of breaking gravity waves on the dynamics and chemical composition of the mesosphere and lower thermosphere, *J. Geophys. Res.*, **90**, 3850-3868, 1985.
- Garcia R. R., T. J. Dunkerton, R. S. Lieberman and R. A. Vincent, Climatology of the semiannual oscillation of the tropical middle atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **102**, 26,019-26,032, 1997.
- Gardner C. S. and D. G. Voelz, Lidar studies of the night sodium layer over Urbana, Illinois. 2. Gravity waves, *J. Geophys. Res.*, **92**, 4673-4694, 1987.
- Gardner C. S., M. S. Miller and C. H. Liu, Rayleigh lidar observations of gravity wave activity in the upper stratosphere at Urbana, Illinois, *J. Atmos. Sci.*, **46**, 1838-1854, 1989.
- Gardner C. S. and N. F. Gardner, Measurement distortion in aircraft, space shuttle, and balloon observations of atmospheric density and temperature perturbation spectra, *J. Geophys. Res.*, **98**, 1023-1033, 1993.
- Gardner C. S., Diffusive filtering theory of gravity wave spectra in the atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **99**, 20,601-20,622, 1994.
- Gardner C. S. and M. J. Taylor, Observational limits for lidar, radar, and airglow imager measurements of gravity wave parameters, *J. Geophys. Res.*, **103**, 6427-6437, 1998.
- Garret J. C. R. and W. H. Munk, Space-time scales of internal waves, a progress report, *J. Geophys. Res.*, **80**, 291-297, 1975.
- Gasquet C. et P. Witomski, Analyse de Fourier et applications, *Ed. Masson*, 1995.
- Gavrilov N. M. and R. G. Roble, The effect of gravity waves on the global mean temperature and composition structure of the upper atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **99**, 25,773-25,780, 1994.
- Gavrilov N. M., S. Fukao, T. Nakamura and T. Tsuda, Statistical analysis of gravity waves observed with the middle and upper radar in the middle atmosphere 2. Waves propagated in different directions, **102**, 13433-13440, 1997.

- Geller M. A., Tropospheric forcing of the middle atmosphere, The Role of the Stratosphere in Global Change, *NATO ASI Series Vol. I.8, Springer Verlag*, 29-45, 1993.
- Gibson-Wilde D. E., S. D. Eckermann and J. T. Bacmeister, Parcel advection model of stratospheric tracer fluctuations due to gravity waves, *Proceedings of the First SPARC General Assembly*, 323-326, 1997a.
- Gibson-Wilde D. E., R. A. Vincent, C. Souprayen, S. Godin, A. Hertzog, A. and S. D. Eckermann, Dual lidar observations of mesoscale fluctuations of ozone and horizontal winds, *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 1627-1630, 1997b.
- Gill A. E., Atmosphere-Ocean Dynamics, *Academic Press Inc.*, 1982.
- Golberg R. A., G. A. Lehmacher, F. J. Schmidlin, D. C. Fritts, J. D. Mitchell, C. L. Croskey, M. Friedrich and W. E. Swartz, Equatorial dynamics observed by rocket, radar, and satellite during the CADRE/MALTED campaign 1. Programmatic and small-scale fluctuations, *J. Geophys. Res.*, **102**, 26,179-26,190, 1997.
- Gonçalvès P., Représentations Temps-Fréquence et Temps-Echelle bilinéaires: Synthèse et Contributions, *Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble*, 1993.
- Gonzalez N., Ondes de gravité dans l'atmosphère moyenne: contributions à l'étude de leurs interactions avec la circulation générale, *Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie*, Juill., 1994.
- Gopinath R. A. and C. S. Burrus, Wavelet and Filter banks, Wavelets: Tutorial theory and Applications, *Ed. C. K. Chui, Academic Press*, 603-654, 1992.
- Gossard E. E. and W. H. Hooke, Waves in the atmosphere, atmospheric infrasound and gravity waves-their generation and propagation, *Elsevier scientific publishing company*, 1975.
- Goupillaud P., A. Grossmann and J. Morlet, Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis, *Geoexploration*, **23**, 85-102, 1984.
- Grossmann A., Wavelet transforms and edge detection, *Stochastic Processes in Physics and Engineering, Reidel Publishing Company*, 149-157, 1988.
- Gue D. and S. G. H. Philander, Secular changes of annual and interannual variability in the tropics during the past century, *J. Climate*, **8**, 864-876, 1995.
- Hamilton K., Climatological statistics of stratospheric inertia-gravity waves deduced from historical rocketsonde wind and temperature data, *J. Geophys. Res.*, **96**, 831-839, 1991.
- Hamilton K., Dynamical Coupling of the Lower and the Middle Atmosphere: Historical Background to Current Research, *SCOSTEP Ninth Quadrennial Solar-Terrestrial Physics Symposium*, 1997.
- Hamilton K., Progress towards gravity wave parameterization for Global Climate Models, *Proceedings of the First SPARC General Assembly*, 295-298, 1997.
- Hartmann D. L. and R. R. Garcia, A mechanic model of ozone transport by planetary waves in the stratosphere, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 350-364, 1979.

- Hauchecorne A., Observation par lidar et modélisation des échauffements brusques et des ondes planétaires dans l'atmosphère moyenne, *Thèse de doctorat d'état de l'Université Pierre et Marie Curie*, Nov., 1983.
- Hauchecorne A., N. Gonzalez, C. Souprayen, A. H. Manson, C. E. Meek, W. Singer, A. N. Fakhrutdinova, U.-P Hoppe, J. Poska, J. Lastovicka, J. Scheer, E.R. Reisin and H. Graef, Gravity wave activity and its relation with prevailing winds during DYANA, *J. Atmos. Ter. Phys.*, **56**, 1765-1778, 1994.
- Hayashi Y., Space-time spectral analysis of rotary vector series, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 757-766, 1979.
- Heil C. E. and D. F. Walnut, Continuous and discrete wavelet transforms, *SIAM Review*, **31**, 628-666, 1989.
- Hines C. O., Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights, *Can. J. Phys.*, **38**, 1441-1481, 1960.
- Hines C. O., Early days of gravity waves revisited, *Pageoph*, **130**, 151-170, 1989.
- Hines C. O., The saturation of gravity waves in the middle atmosphere II, Development of Doppler-spread theory, *J. Atmos. Sci.*, **48**, 1360-1379, 1991.
- Hirota I., Climatology of gravity waves in the middle atmosphere, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **46**, 767-773, 1984.
- Hirota I., Some problems relating to the observed characteristics of gravity waves in the middle atmosphere, *NATO ASI Series Vol I. 50*, Springer Verlag, 1-5, 1997.
- Hitchman M. H., E. Kudeki, D. C. Fritts, J. M. Kugi, C. Fawcett, G. A. Postel, C-Y. Yao, D. Ortland, D. Riggan and V. Lynn Harvey, Mean winds in the tropical stratosphere during January 1993, March 1994, and August 1994, *J. Geophys. Res.*, **102**, 26,033-26,051, 1997.
- Hlawatsch F. and G. F. Boudreaux-Bartels, Linear and quadratic time-frequency signal representations, *IEEE SP Magazine*, 21-67, 1992.
- Hoareau A., Les îles éparses, Histoires et découvertes, *Azalées éditions*, 1993.
- Holton J. R., The dynamic meteorology of the stratosphere and mesosphere, *American Meteorological Society*, Lancaster Press, **15**, 1975.
- Holton J. R. and M. J. Alexander, A model study of zonal forcing in the equatorial stratosphere by convectively induced gravity waves, *Proceedings of the First SPARC General Assembly*, 287-290, 1997.
- Hostetler C. A. and C. S. Gardner, Observations of horizontal and vertical wave number spectra of gravity wave motions in the stratosphere and mesosphere over the mid-Pacific, *J. Geophys. Res.*, **99**, 1283-1302, 1994.
- Huang T. Y., The effects of gravity waves on (1) Minor species in the presence of winds; (2) The temperature inversion layer in the presence of critical layer, *Dissertation for The Degree of Doctor of Philosophy, Division of Research and advanced studies of the University of Cincinnati*, 1997.
- Isler J. R. and D. Fritts, Gravity wave variability and interaction with lower-frequency motions in the mesosphere and lower thermosphere over Hawaii, *J. Atmos Sci.*, **53**, 37-48, 1996.

- Isler J. R., M. J. Taylor and D. C. Fritts, Observational evidence of wave ducting and evanescence in the mesosphere, *J. Geophys. Res.*, **102**, 26,301-26,313, 1997.
- Jawerth B. and W. Sweldens, An overview of wavelet based multiresolution analyses, *Preprint*, 1993.
- Jensen E. J., O. B. Toon, L. Pfister and H. B. Selkirk, Dehydration of the upper troposphere and lower stratosphere by subvisible cirrus clouds near the tropical tropopause, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 825-828, 1996.
- Jivrajani R. D., K. N. Iyer and H. P. Joshi, Observations of tides and waves in the middle atmosphere using Indian MST radar, *Indian Journal of Radio & Space Physics*, **46**, 141-146, 1997.
- Jones W. L., Propagation of internal gravity waves in fluids with shear flow and rotation, *J. Fluid Mech.*, **30**, part 3, 439-448, 1967.
- Karoly D. J., G. L. Roff and M. J. Reeder, Gravity wave activity associated with tropical convection detected in TOGA COARE sounding data, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 261-264, 1996.
- Keckhut P., Etude par lidar Rayleigh de la variabilité de la moyenne atmosphère sous l'influence du flux solaire et des changements anthropiques, *Thèse d'Etat, Université de Paris VI*, 1991.
- Keckhut P., Lidar monitoring of the atmosphere, *Proceedings of SPIE*, 197-207, 1998.
- Killeen T. L. and R. M. Johnson, Upper atmospheric waves, turbulence, and winds: Importance for mesospheric and thermospheric studies, **33** Suppl., *Rev. Geophys.*, U.S. National Report to IUGG 1991-1994, 1995.
- Kundu E., Near-inertial wave propagation in geostrophic shear, *J. Phys. Oceanogr.*, **15**, 544-565, 1976.
- Kuo F. S. and H. Y. Lue, Effect of the wave-shear interaction on gravity wave activity in the lower and middle atmosphere, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **56**, 1147-1155, 1994.
- Kurihara Y., On the development of spiral bands in a tropical cyclone, *J. Atmos. Sci.*, **33**, 940-958, 1976.
- Kwon K. H., C. S. Gardner, S. K. Avery and J. P. Avery, Correlative radar and airborne sodium lidar observations of the vertical and horizontal structure of gravity waves near the mesopause, *J. Geophys. Res.*, **95**, 13, 737-748, 1990.
- Lamarque J. F., A. O. Langford and M. H. Profitt, Cross-tropopause mixing of ozone through gravity wave breaking: Observation and modelling, *J. Atmos. Res.*, **101**, 22,969-22,976, 1996.
- Langford A. O., M. H. Profitt, T. E. VanZandt and J.-F. Lamarque, Modulation of tropospheric ozone by a propagating gravity wave, *J. Atmos. Res.*, **101**, 26,605-26,613, 1996.
- Le Borgne J., Les cyclones, *Que sais je?*, Presses Universitaires de France, 1986.
- Lemoine O., Détection de Signaux Non Stationnaires par Représentations Temps-Fréquence, *Thèse de Doctorat de l'Université de Nice-Sophia Antipolis*, 1995.
- Leovy C.B., Simple models of thermally driven mesospheric circulations, *J. Atmos. Sci.*, **21**, 327-341, 1964.

Lindzen R.S. and R. Goody., Radiative and photochemical processes in mesospheric dynamics: I. Models for radiative and photochemical processes, *J. Atmos. Sci.*, **22**, 341-348, 1965.

Lindzen R. S., Turbulence and stress owing to gravity wave and tidal breakdown, *J. Geophys. Res.*, **86**, 9707-9714, 1981.

Lindzen R. S., Gravity waves in the mesosphere, Proceedings of U.S.-Japan Seminar 1982, Dynamics of the Middle Atmosphere, *D. Reidel publishing company*, 3-118, 1984.

Lindzen R. S., Multiple gravity-wave breaking levels, *J. Atmos. Sci.*, **42**, 301-305, 1985.

Lintelman S. A. and C. S. Gardner, Observation and interpretation of spectra of atmospheric gravity wave perturbations with upward and downward phase progression, *J. Geophys. Res.*, **99**, 959-971, 1994.

Liu P. C., Wavelet Spectrum Analysis and Ocean Wind Waves, Wavelets in Geophysics, *Foufoula-Georgiou and Kumar (eds.)*, 151-166, 1994.

Mallat S. G., Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of $L^2(\mathbb{R})$, *Trans. Amer. Math. Soc.*, **315**, 69-88, 1989.

Mallat S. G. and Z. Zhang, Matching Pursuits with Time-Frequency Dictionaries, *Technical Report, New York University, Courant Institute of Mathematical Sciences*, n°619, 1992.

Mandal T. K., J. Y. N. Cho, P. B. Rao, A. R. Jain, S. K. Peshin, S. K. Srivastava, A. K. Bohra and A. P. Mitra, Stratosphere-troposphere ozone exchange observed with Indian MST radar and a simultaneous balloon-borne ozonesonde, *Radio Science*, **33**, 861-893, 1998.

Manson A. H. and C. E. Meek, Gravity wave propagation characteristics (60-120) as determined by the Saskaton MF radar (Gravnet) system; 1983-85 at 52°N, 107°W, *J. Atmos. Sci.*, **45**, 932-946, 1988.

Marquardt C. and B. Naujokat, An update of the equatorial QBO and its variability, *Proceedings of the First SPARC General Assembly*, 87-90, 1997.

Meriwether J.W., Lidar Observations of Atmospheric Dynamics in the Troposphere and Lower Stratosphere Over Arecibo, *J. Geophys. Res.*, **98**, 20,713-20,723, 1993.

Meriwether J.W., P.D. Dao, R.T. McNutt, W. Klemetti, W. Moskowitz and G. Davidson, Rayleigh lidar observations of mesosphere temperature structure, *J. Geophys. Res.*, **99**, 973-987, 1994.

Météo-France, Centre des cyclones tropicaux de La Réunion, Saison cyclonique 1996-1997, *Publication de la Direction interrégionale de Météo-France à La Réunion*, 1997.

Meyer Y., S. Jaffard et O. Rioul, L'analyse par ondelettes, *Pour la Science*, 28-37, Sept, 1987.

Meyer Y. and S. Roques, Progress in Wavelet Analysis and Applications. Wavelets and Applications, *Proceedings of the International Conference, Toulouse, France, June, 1992*.

Meyer Y., Les ondelettes, Algorithmes et applications, *Armand Colin Editeur*, 1993.

Meyers S. D., B. G. Kelly and J. J. O'Brien, An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: with application to the dispersion of Yanai waves, *Mon. Wea. Rev.*, **121**, 2858-2866, 1993.

- Mitchell N. J., L. Thomas and I. T. Prichard, Gravity waves in the stratosphere and troposphere observed by Lidar and MST radar, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **56**, 939-947, 1994.
- Mitchell N. J., A. J. McDonald, S. J. Reid and J. D. Price, Observations of gravity waves in the upper and lower stratosphere by lidar and ozonesonde, *Ann. Geophys.*, **14**, 309-314, 1996.
- Misiti M., Y. Misiti, G. Oppenheim and J.P. Poggi, Wavelet toolbox user's guide, *The MathWorks, Inc.*, 1996.
- Miyahara S., Y. Yoshida and Y. Miyoshi, Dynamic coupling between the lower and the upper atmosphere by tides and gravity waves, *J. Atmos. Ter. Phys.*, **55**, 1039-1053, 1993.
- Molinario F., Caractérisation temps-fréquence et modélisation paramétrique du cliquetis moteur - Application à la détection, *Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse*, Avril, 1992.
- Montmerle T., Image et science, *Revue de l'Académie des Sciences*, **13**, n°1, 2, 1996.
- Morlet J., G. Arens, E. Fourgeau and D. Giard, Wave propagation and sampling theory-Part II: Sampling theory and complex waves, *Geophysics*, **45**, n°2, 222-236, 1982.
- Murayama Y., T. Tsuda, S. Fukao, Seasonal variation of gravity wave activity in the lower atmosphere observed with the MU radar, *J. Geophys. Res.*, **99**, 23,057-23,069, 1994.
- Murenzy, Ondelettes multidimensionnelles et applications à l'analyse d'images, *Thèse de Doctorat de l'Université Catholique de Louvain*, Jan., 1990.
- Nakamura T., T. Tsuda, M. Yamamoto, S. Fukao and S. Kato, Characteristics of gravity waves in the mesosphere observed with the middle and upper atmosphere radar. 2. Propagation direction, *J. Geophys. Res.*, **98**, 8911-8923, 1993.
- Namboothiri S. P., T. Tsuda, M. Tsutsumi and T. Nakamura, Simultaneous observations of mesospheric gravity waves with the MU radar and a sodium lidar, *J. Geophys. Res.*, **101**, 4057-4063, 1996.
- Natarajan M. P. and M. Issac, A study of micro-scale disturbances associated with a shear layer in the lower atmosphere, *IGARRSS'97*, 613-615, 1997.
- Ngae P., Analyse des champs instables en convection naturelle Décomposition en échelles, *Thèse de l'Université d'Evry Val d'Essonne*, Jan., 1996.
- Ogino S-Y, M. D. Yamanaka, S. Kaneto, T. Yamanouchi and S. Fukao, Meridional distributions of short-vertical-scale fluctuations in the lower stratosphere, *Proceedings of the First SPARC General Assembly*, 335-338, 1997.
- Perrier V., T. Philipovitch and C. Basdevant, Wavelet spectra compared to Fourier spectra, *J. Math. Phys.*, **36**, 1506-1519, 1995.
- Pfister L., W. Starr, R. Graig and M. Loewenstein, Small-scale motions observed by aircraft in the tropical lower stratosphere: Evidence for mixing and its relationship to large-scale flows, *J. Atmos. Sci.*, **43**, 3210-3225, 1986.

- Pfister L., K. R. Chan, T. P. Bui, S. Bowen, M. Legg, B. Gary, K. Kelly, M. Proffitt and W. Starr, Gravity Waves Generated by a tropical Cyclone During the STEP Tropical Field Program : A Case Study, *J. Geophys. Res.*, **95**, 8611-8638, 1993 .
- Potter B. and J. R. Holton, The role of mooson convection in the dehydration of the lower tropical stratosphere, *J. Atmos. Ter. Phys.*, **52**, 1034, 1995.
- Qian J. and C. S. Gardner, Simultaneous lidar measurements of mesospheric Ca, Na, and temperature profiles at Urbana, Illinois, *J. Geophys. Res.*, **100**, 7453-7461, 1995.
- Ramamonjiarisoa A., B. Chapron et H. Branger, Analyse par traitements temps-échelles et méthodes adaptatives des évolutions non-linéaires d'ondes de surface, *Quatorzième colloque du GRETSI-Juan-Les-Pins*, 1371-1774, 1993.
- Reid M., Gravity wave motions in the upper middle atmosphere (60-110 km), *J. Atmos. Ter. Phys.*, **48(11-12)**, 1057, 1986.
- Reid M., Seasonal and interannual temperature variations in the tropical stratosphere, *J. Geophys. Res.*, **99**, 18,923-18,932, 1994 .
- Reid M., P. Gathen, I. Floisand, F. Stordal, G. D. Carver, A. Beck, G. Braathen, L. DeHaan, V. Dorokhov, H. Fast, R. Krüger-Carstensen, M. Gil, Z. Lityńska, M. J. Molyneux, G. Murphy, F. M. O'Connor, F. Ravegnani, E. Reimer, C. Varotsos, J. Wenger and C. Zerefos, A study of ozone laminae using diabatic trajectories, contour advection and photochemical trajectory model calculations, *Proceedings of the First SPARC General Assembly*, 409-412, 1997.
- Rioul O. and M. Vetterli, Wavelets and Signal Processing, *IEEE Signal Processing Magazine*, **8**, n°4, 14-38, 1991.
- Rioul O. and P. Duhamel, Fast Algorithms for Discrete and Continuous Wavelet Transforms, *IEEE Trans. Inform. Theory*, **38**, n°2, 569-586, 1992.
- Rood R.B. and A. R. Douglass, Interpretation of ozone temperature correlation: 1. Theory, *J. Geophys. Res.*, **90**, 5733-5743, 1985.
- Rougé B., Remarks about space-frequency and space-scale representations to clean and restore noisy images in satellite frameworks, *Proceedings of the International Conference. Wavelets and Applications, Toulouse, France, June, 1992*.
- Salby M. L., Fundamentals of Atmospheric Physics, *Academic Press*, 1995.
- Sato K., Small-scale wind disturbances observed by the MU radar during the passage of typhoon Kelly, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 518-537, 1993.
- Sato K. and M. Yamada, Vertical structure of atmospheric gravity waves revealed by the wavelet analysis, *J. Geophys. Res.*, **99**, 20,623-20,631, 1994.
- Sato K., H. Hashiguchi and S. Fukao, Gravity waves and turbulence associated with cumulus convection observed with the UHF/VHF clear-air Doppler radars, *J. Geophys. Res.*, **100**, 7111-7119, 1995.
- Sato K., D. J. O'Sullivan and T. J. Dunkerton, Low-frequency inertia-gravity waves in the stratosphere revealed by 3-week continuous observation with the MU radar, *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 1739-1742, 1997.

Shensa M. J., Inverting narrowband wavelets, *Quatorzième colloque du GRETSI-Juan-Les-Pins*, 371-374, 1993.

Sheperd T. G., Transport and mixing in the lowermost stratosphere, *Proceedings of the First SPARC General Assembly*, 351-354, 1997.

Shibata T., T. Fukuda and M. Maeda, Density fluctuation in the middle atmosphere over Fukuoka observed by a XeF Rayleigh lidar, *Geophys. Res. Lett.*, **13**, 1121-1124, 1986.

Shimizu A. and T. Tsuda, Characteristics of Kelvin waves and gravity waves observed with radiosondes over Indonesia, *J. Geophys. Res.*, **102**, 26,159-26,171, 1997.

Shimonai T., M. D. Yamanaka and S. Fukao, Application of wavelet analysis to wind disturbances observed with MST radar techniques, *J. Atmos. Ter. Phys.*, **58**, 683-689, 1996.

Shimonai T., M. D. Yamanaka and S. Fukao, Orthonormal analysis of gravity waves near critical levels : Comparison between MU radar observations and model calculations, *Proceedings of the First SPARC General Assembly*, 339-342, 1997.

Sica R. J. and M. D. Thorsley, Measurements of intermittency in the upper stratosphere and mesosphere, *NATO ASI Series Vol I. 50*, Springer Verlag, 27-43, 1997.

Smith S. A., D. C. Fritts and T. E. Van Zandt, Evidence for a saturated spectrum of atmospheric gravity waves, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 1404-1410, 1987.

Soler et al., Atlas climatique de la Réunion, *Météo-France*, 1997.

Souprayen C., Climatologie des ondes de gravité dans l'atmosphère moyenne: contribution à leur paramétrisation dans les modèles numériques, *Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie*, Dec., 1993.

Strang G., Wavelets, *Magazine of Sigma Xi, The Scientific Research*, 1994.

Strang G. and T. Nguyen, Wavelets and filter banks, *Wellesley-Cambridge Press*, 1996.

Tannhauser D. S. and J. L. Attié, Linear analysis of the wave field during a lee wave event of PYREX campaign, *Meteorol. Zeitschrift*, 203-208, 1995.

Taupin-Goffinont F., Analyse et modélisation de la variabilité de l'ozone troposphérique en zone tropicale-Influence de brûlage de biomasse, *Thèse d'Etat, Université Blaise Pascal*, 1997.

Taylor M. J., W. R. Pendleton Jr., S. Clark, H. Takahashi, D. Gobbi and R. A. Golberg, Image measurements of short-period gravity waves at equatorial latitudes, *J. Geophys. Res.*, **102**, 26,283-26,299, 1997.

Teitelbaum H., J. Ovarlez, H. Kelder and F. Lott, Some observations of gravity-wave-induced structure in ozone and water vapour during EASOE, *Geophys. Res. Lett.*, **21**, 1483-1486, 1994.

Teitelbaum H., M. Moustououi, J. Ovarlez and H. Kelder, The role of atmospheric waves in the laminated structure of ozone profiles at high latitude, *Tellus*, **48A**, 422-455, 1996.

Thirion N., J. Mars, J. L. Mari and P. Volant, Estimation of formation shear velocity by wavelet transform in acoustic logging, *Proceedings of EUSIPCO-96, Eighth european Signal Processing Conference, Trieste, Italy*, 237-240, 1994.

Thomas L., I. T. Prichard and I. Astin, Radar observations of an inertia-gravity wave in the troposphere and the lower stratosphere, *Ann. Geophys.*, **10**, 690-697, 1992.

Torrence C. and G. Compo, A practical guide to wavelet analysis, *Bull. Amer. Met. Soc.*, **79**, 61-78, Jan., 1998.

Torrésani B., Analyse continue par ondelettes, *Savoirs actuels, InterEditions/CNRS Editions*, 1995.

Trenberth K. E. and T. J. Hoar, The 1990-1995 El Nino-Southern oscillation event: Longest on record, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 57-60, 1996.

Tsuda T., Y. Murayama, T. Nakamura, R. A. Vincent, A. H. Manson, C. E. Meek and R. L. Wilson, Variations of gravity wave characteristics with height, season and latitude revealed by comparative observations, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **56**, 555-568, 1994a.

Tsuda T., Y. Murayama, H. Wiryosumarto, S.W.B. Harijono and S. Kato, Radiosonde observations of the equatorial atmosphere dynamics over Indonesia. 2. Characteristics of gravity waves, *J. Geophys. Res.*, **99**, 10,507-10,516, 1994b.

Tyson P. D., M. Garstang, A. M. Thompson, P.D'Ambreton, R. D. Diab and E. V. Browell, Atmospheric transport and photochemistry of ozone over central Southern Africa during the Southern Africa Fire-Atmosphere Research Initiative, *J. Atmos. Res.*, **102**, 10,623-10,635, 1997.

Ushimaru S. and H. Tanaka, Characteristics of internal inertial gravity waves and inertial waves in the lower stratosphere observed by the MU radar, *J. Meteor. Soc. Japan*, **68**, 1-18, 1990.

Vaidyanathan P. P., Quadrature Mirror Filter Banks, M-Band Extensions and Perfect-Reconstruction Techniques, *IEEE ASSP Magazine*, **4(3)**, 4-20, July, 1987.

VanZandt T. E., A universal spectrum of buoyancy waves in the atmosphere, *Geophys. Res. Lett.*, **9**, 575-578, 1982.

Vincent R. A., Gravity-wave motions in the mesosphere, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **46**, 119-128, 1984.

Vincent R. A. and D. C. Fritts, A climatology of gravity wave motions in the mesopause region at Adelaide, Australia, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 748-760, 1987.

Vincent R. A., Gravity waves in the southern hemisphere middle atmosphere: a review of observations, Dynamics, Transport and Photochemistry in the middle atmosphere of the southern hemisphere, *Kluwer Academic Publishers*, 159-170, 1990.

Vincent R. A., S. J. Allen and S. D. Eckermann, Gravity waves parameters in the lower stratosphere, *NATO ASI Series Vol I. 50, Springer Verlag*, 7-23, 1997.

Wang P-H, M. P. McCormick and W. P. Chu, A study on the planetary wave transport of ozone during the late february 1979, Stratospheric warming using the SAGE ozone observation and meteorological information, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 2419-2431, 1983.

Weinstock J., Saturated and unsaturated spectra of gravity waves and scale-dependant diffusion, *J. Atmos. Sci.*, **47**, 2211-2225, 1990.

Weng H. Y. and K. M. Lau, Wavelet, period-doubling and time-frequency localization with application to satellite data analysis, *J. Atmos. Sci.*, **51**, 2523-2541, 1994.

Whiteway J. A. and T. J. Duck, Evidence for critical level filtering of atmospheric gravity waves, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 145-148, 1996.

Wickerhauser M. V., Lectures on wavelet packet algorithms, *Techn. Report*, Yale University, Jan., 1991.

Willoughby H. E., F. D. Marks JR and R. J. Feinberg, Stationary and moving convective bands in hurricanes, *J. Atmos. Sci.*, **41**, 3189-3211, 1984.

Wilson R., Climatologie des ondes de gravité dans l'atmosphère moyenne: observation par LIDAR Rayleigh et interprétation, *Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie*, Jan., 1989.

Wilson R., M. L. Chanin and A. Hauchecorne, Gravity waves in the middle atmosphere observed by Rayleigh lidar: 1. Case studies, *J. Geophys. Res.*, **96**, 5153-5167, 1991.

Woog L. J. E., Adapted waveform algorithms for denoising, *Thesis of Yale University*, April, 1996.

Worthington R. M. and L. Thomas, Impact of the tropopause on upward propagation of mountain waves, *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 1071-1074, 1997.

Wu D. L. and J. W. Waters, Observations of gravity waves with the UARS microwave limb sounder, *NATO ASI Series Vol I. 50*, Springer Verlag, 103-120, 1997.

Yamada M. and K. Ohkitani, Orthonormal wavelet expansion and its application to turbulence, *Prog. Theo. Phys.*, **83**, n°5, 819-823, 1990.

Yamanaka M. D. and H. Tanaka, Multiple "Gust Layers" observed in the stratosphere, *US-Japan Seminar 1982*, 117-140, 1984.

Yamanaka M. D., S. Ogino, S. Kondo, T. Shimonai, S. Fukuo, Y. Shibagaki, Y. Maekawa and I. Takayabu, Inertia-gravity waves and subtropical multiple tropopauses: Vertical wave number spectra of wind and temperature observed by the MU radar, radiosondes and operational rawinsonde network, *J. Atmos. Ter. Phys.*, **58**, 785-805, 1996.

Yvetot S., Analyse de Prony multi-modèle de signaux transitoires. Application aux signaux générés par l'impulsion électromagnétique d'origine nucléaire, *Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse*, Nov., 1996.

Liste des figures

FIGURES :

Partie I

- 1 : Signal analysé par trois TF de fenêtre de largeurs différentes et par l'analyse en ondelettes
- 2 : Du spectrogramme au scalogramme (CWT) via la distribution de Wigner-Ville.....
- 3 : Schéma simplifié du rôle des ondes dans la circulation générale
- 4 : Représentation schématique du mécanisme associé à l'évolution du flux moyen de la QBO.....
- 5 : Représentation verticale simplifiée d'une onde de gravité interne atmosphérique.....
- 6 : Propagation et déferlement au niveau critique z_c des ondes de gravité.....
- 7 : Rétro-trajectoires des ondes dans la troposphère et la stratosphère en région extra-tropicale.....
- 8 : Densité d'énergie totale ($E_c + E_p$) du champ d'ondes de gravité au-dessus du continent australien....
- 9 : Ecart quadratique moyen dans la moyenne atmosphère des fluctuations.....
- 10 : Circulation induite par les ondes de gravité non-stationnaires
- 11 : Train d'ondes induit par un orage de forte intensité au sud du Texas

Partie II

- 1 : Représentation schématique de la transformée en ondelettes continues
- 2 : Plans temps-fréquence et temps-échelle d'après le principe d'incertitude d'Heisenberg
- 3 : Localisation conjointe espace direct-espace des phases de la gaussienne.....
- 4 : Ondelette de Morlet.....
- 5 : Ondelette dérivée première de la gaussienne.....
- 6 : Ondelette de Marr ou "Chapeau Mexicain"
- 7 : Ondelette dérivée huitième de la gaussienne.....
- 8 : Transformée en ondelettes de Morlet d'une sinusoïde.....

9	: Transformée en ondelettes huitième dérivée de la gaussienne d'une sinusoïde.....
10	: Transformée en ondelettes de Morlet d'une sinusoïde tronquée
11	: Noyau reproduisant de l'ondelette de Morlet
12	: Phase de la CWT en ondelettes de Morlet d'une sinusoïde
13	: Evolution de la phase à la longueur d'onde 5 km.....
14	: Maxima locaux extraits de la CWT de Morlet d'un signal
15	: Spectres d'énergie globaux d'un signal.....
16	: Reconstruction après décomposition par la CWT d'un signal
17	: Décomposition d'un signal bruité et reconstructions successives de la CWT
18	: Extraction du bruit blanc par suppression des coefficients d'échelles petites.....
19	: Erreur de filtrage par rapport au signal initial pour la méthode 1 et 2
20	: Scalogramme d'un signal de modulation linéaire.....
21	: Réhaussement d'amplitude du scalogramme du signal de modulation linéaire.....
22	: Analyse multirésolution et structure pyramidale
23	: Ondelettes de Daubechies d'ordre 8
24	: Décomposition pyramidale par analyse multirésolution
25	: Analyse multirésolution à l'échelle 2^4 à partir de l'ondelette de Daubechies d'ordre 8
26	: Structure pyramidale des espaces $W_{j,n}$
27	: Décomposition et reconstruction (progression inverse) en paquets d'ondelettes.....
28	: Découpage fréquentiel par la décomposition en fonctions de Walsh.....
29	: Famille W_n produite à partir de l'ondelette de Daubechies d'ordre 8
30	: Décomposition par paquets d'ondelettes d'un signal de modulation fréquentielle linéaire bruité.....
31	: Erreur de reconstruction du signal après décomposition en paquets d'ondelettes.....

Partie III

1	: Profils verticaux de température - Réunion 10 janvier 1995
2	: Profils verticaux de pression partielle d'ozone - Réunion 10 janvier 1995
3	: Profil vertical d'humidité relative - Réunion 10 janvier 1995.....
4	: Profils verticaux de stabilité statique- Réunion 10 janvier 1995
5	: Profils verticaux de vent - Réunion 10 janvier 1995.....
6	: Transformée en ondelettes de Morlet des fluctuations.....
7	: Modes dominants déduits des maxima locaux en module de la CWT des fluctuations.....
8	: Superposition des isocontours des parties réelles des CWT des fluctuations - Réunion 10 janvier 1995
9	: Corrélation des fluctuations de température et de pression partielle d'ozone.

- 10 : Superposition des isocontours des parties réelles des CWT des fluctuations.- Réunion 18 mai 1995.....
- 11 : Superposition des isocontours des parties réelles des CWT des fluctuations.- Irène 25 novembre 1992
- 12 : Superposition des isocontours des parties réelles des CWT des fluctuations.- Irène 7 avril 1993
- 13 : Profils moyens d'ozone extraits des radiosondages de la Réunion (18 mai 1995) et d'Irène (25 novembre 1992, 7 avril 1993).
- 14 : Fluctuations de température, valeurs moyennes et maximales, extraites des radiosondages de la Réunion.....
- 15 : Fluctuations de pression partielle d'ozone, valeurs moyennes et maximales, extraites des radiosondages de la Réunion.....
- 16 : Distribution verticale statistique de densité temps-échelle des modes dominants des fluctuations de température.....
- 17 : Distribution verticale statistique de densité temps-échelle des modes dominants des fluctuations de pression partielle d'ozone.....
- 18 : Distribution des modes dominants température / ozone dans la stratosphère.....
- 19 : Image de synthèse du Lidar actuellement en fonctionnement à la Réunion.....
- 20 : Profils verticaux de température moyennés sur la nuit du 21 juin 1994.....
- 21 : Scalogramme du profil vertical de fluctuations de température de la nuit d'observation du 21 juin 1994
- 22 : Décomposition du profil vertical de fluctuations de température de la nuit d'observation du 21 juin 1994 par reconstructions successives de la CWT.....
- 23 : Maxima locaux obtenus à partir du scalogramme du profil vertical de fluctuations de température de la nuit d'observation du 21 juin 1994
- 24 : Densités spectrales d'énergie de la variable ζ (TF et CWT) entre 30 et 60 km d'altitude
- 25 : Densités spectrales d'énergie obtenues par la CWT de la variable ζ pour différentes tranches d'altitude.....
- 26 : Distribution spatiale de l'énergie potentielle normalisée par N^2
- 27 : Distribution statistique des modes dominants de longueurs d'onde verticales inférieures à 11 km...
- 28 : Modes dominants de la nuit d'observation du 29 mai 1994.....
- 29 : Evolution temporelle des profils verticaux de température de durée une demi-heure
- 30 : Evolution temporelle des modes dominants de la nuit.....
- 31 : Extraction successive des structures dominantes du signal de fluctuations de température des fichiers 1/2 h.....
- 32 : Superposition des profils de fluctuations de température associées aux structures $\lambda_v = 2,4-4,8$ km ..
- 33 : Evolution des maxima et des minima des amplitudes des composantes de longueurs

d'onde verticales comprises entre 4,8-9,6 km.....

34 : Superposition de la phase des coefficients en ondelettes de deux fichiers 1/2 h.....

35 : Superposition des isocontours de la partie réelle pour la nuit du 21 juin 1994

36 : Vitesse de phase verticale apparente en fonction de l'altitude déduite des fichiers demi-heures.....

37 : Distributions des longueurs d'onde horizontales des modes dominants en fonction de la période observée, obtenues par des observations diverses.....

38 : Distributions verticales statistiques de densité temps-échelle des modes dominants de 1992-1997 entre 0,15 à 30 km d'altitude.....

Partie IV

1 : Représentation des plans équi-phases associés aux déplacements d'une onde de gravité de propagation d'énergie vers le haut

2 : Les Iles Eparses Françaises du Sud-Ouest de l'Océan Indien.....

3 : Vue d'avion de l'île de Tromelin.....

4 : Histogramme de l'échantillonnage des mesures PTU et Vent sur le site de Tromelin.....

5 : Histogramme des altitudes maximales atteintes par les ballon-sondes

6 : Climatologie des températures moyennes au sol à Tromelin de 1955 à 1980.....

7 : Profils mensuels moyens de température et écarts maximaux relatifs associés.....

8 : Profils mensuels moyens de vent zonal et méridien.....

9 : Profils verticaux de température et de vents du 16 janvier 1997 sur le site de Tromelin.....

10 : Profils verticaux simulés des fluctuations de température et des champs de vent.....

11 : Hodographe plan des fluctuations des champs de vent

12 : Résultats du test de détection des modes cohérents

13 : Nombre d'atomes cohérents détecté en fonction de la direction de propagation horizontale

14 : Distribution des vitesses de phase intrinsèques pour les différents domaines d'altitude.....

15 : Image satellite (NOAA 14) de la forte tempête tropicale Fabriola

16 : Trajectoire et activité de la perturbation tropicale Fabriola du 1^{er} au 11 janvier 1997.....

17 : Distribution énergétique (échelle logarithmique) de la fréquence intrinsèque en fonction de la longueur d'onde verticale.... ..

18 : Activité convective troposphérique et distribution temporelle des modes cohérents de vitesses de phase intrinsèques zonales positives et négatives supérieures à 15 m/s en module.....

19 : Activité convective troposphérique et distribution temporelle des modes cohérents de vitesses de phase intrinsèques méridiennes positives et négatives supérieures à 15 m/s en module

Liste des tableaux

TABLEAUX :

Partie II

- 1 : Puissance normalisée du signal.....
- 2 : Correspondance entre les statistiques, la transformée de Fourier et l'analyse en ondelettes

Partie III

- 1 : Nombre de profils verticaux suivant la période saisonnière (sept. 92-déc. 97)
- 2 : Caractéristiques de l'instrument Lidar (1994)
- 3 : Modes de fonctionnement (1998).
- 4 : Caractéristiques d'ondes de gravité extraites des maxima locaux de la CWT
- 5 : Paramètres d'ondes de gravité aux moyennes latitudes, en régions tropicales et équatoriales dans l'hémisphère nord et sud.....

Annexe 2

- 1 : Coefficients des filtres numériques h et g associés à l'ondelette de Daubechies d'ordre 8 classique (phase minimale).....

Liste des annexes

ANNEXE 1

Polynômes d'Hermite

ANNEXE 2

Tableau A2.1 : Coefficients des filtres numériques h et g associés à l'ondelette de Daubechies d'ordre 8 classique (phase minimale).

ANNEXE 1

Polynômes d'Hermite

Les polynômes d'Hermite sont des polynômes orthogonaux de \mathbb{R} de poids $p(t) = e^{-t^2}$ vérifiant [Bovier et al., 1979]:

$$\frac{1}{2^p p! \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} H_p(t) H_q(t) p(t) dt = \delta_{p,q}$$

Le polynôme d'Hermite de degré n a pour expression :

$$H_n(t) = (-1)^n e^t \frac{d^n}{dt^n} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

et vérifie la formule de récurrence suivante :

$$H_{n+1}(t) - 2t H_n(t) + 2n H_{n-1}(t) = 0$$

telle que

$$H_0(t) = 1$$

$$H_1(t) = 2t$$

$$H_2(t) = 2t^2 - 2$$

ANNEXE 2

Tableau A2.1 : Coefficients des filtres numériques h et g associés à l'ondelette de Daubechies d'ordre 8 classique (phase minimale).

ORDRE	n	h_n	g_n
N=8	0	-0,000117476784	-0,054415842243
	1	0,000675449406	0,312871590914
	2	-0,000391740373	-0,675630736297
	3	-0,004870352993	0,585354683654
	4	0,008746094047	0,015829105256
	5	0,013981027917	-0,284015542962
	6	-0,04408825393	-0,0004724845745
	7	-0,017369301002	0,128747426620
	8	0,128747426620	0,017369301002
	9	0,0004724845745	-0,04408825393
	10	-0,284015542962	-0,013981027917
	11	-0,015829105256	0,008746094047
	12	0,585354683654	0,004870352993
	13	0,675630736297	-0,000391740373
	14	0,312871590914	-0,000675449406
	15	0,054415842243	-0,000117476784

Résumé

Analyse de signaux géophysiques dans l'atmosphère par les techniques en ondelettes : Etude des ondes de gravité en région tropicale.

Les techniques en ondelettes pour l'étude des structures géophysiques dans le domaine atmosphérique sont passées en revue afin de compléter les outils couramment utilisés (FFT...). Leurs contributions résident dans l'analyse visuelle et de synthèse de l'information des phénomènes géophysiques multi-échelles et/ou non-stationnaires et de leur quantification. Notre étude porte également sur les ondes de gravité qui jouent un rôle essentiel dans la circulation générale et qui restent mal-documentées dans la région tropicale de l'Hémisphère Sud dû à un manque de mesures expérimentales. Les techniques en ondelettes sont appliquées aux mesures à haute résolution issues des radiosondages (La Réunion, Irène, Tromelin) et du Lidar Rayleigh (La Réunion) pour l'analyse des ondes de gravité dans la basse et moyenne atmosphère.

Dans la première partie, nous rappelons principalement le contexte historique des techniques en ondelettes, les descriptions et les théories des structures ondulatoires, en particulier des ondes de gravité en région tropicale.

Dans une seconde partie, nous présentons les techniques en ondelettes : la transformée en ondelettes continues et les analyses multirésolution et en paquets d'ondelettes. Leur utilisation pratique est illustrée sur des signaux académiques.

Dans une troisième partie, des études géophysiques soulignent la variabilité multi-échelle de l'ozone induite par les ondes de gravité dans la basse atmosphère au-dessus de la Réunion et Irène. De nouvelles méthodes, issues de l'analyse en ondelettes, sont proposées pour estimer les paramètres d'ondes de gravité à partir des données température du Lidar et pour suivre leur évolution spatio-temporelle.

Pour finir, une étude climatologique préliminaire des paramètres spectraux des modes cohérents, extraits des données de Tromelin par la transformée en ondelettes continues, révèle le rôle prépondérant de la convection dans la génération des ondes de gravité en région tropicale, particulièrement en été.

Mots-clefs : Atmosphère, régions tropicales, météorologie dynamique, ondes de gravité, traitement du signal, ondelettes.

Abstract

Analysis of geophysical signals in the atmospheric domain by the wavelet techniques: A study of gravity waves in the tropical region.

The wavelet techniques for the study of geophysical signals in the atmospheric domain are detailed to provide additional tools to the basic ones which are usually used (FFT...). Their contributions lie in the visual analysis and the synthesis of information relative to multiscale and/or non-stationary geophysical phenomena and in their quantification. Moreover, our study deals with gravity waves which play an essential role in the global circulation and remain poorly documented in the southern hemisphere tropical region due to a lack of observational measurements. The wavelet techniques are here applied to high resolution measurements derived from radiosoundings (La Reunion island, Irène, Tromelin island) and Rayleigh Lidar (La Réunion island) to analyze gravity waves in the lower and middle atmosphere.

In the first part, we mainly recall the historical context of the wavelet techniques, descriptions and theories of atmospheric wavelike structures and more particularly gravity waves in the tropical region.

In the second part, wavelet techniques such as the continuous wavelet transform, the multiresolution and the wavelet packet analyses are introduced. The practical use of these tools is illustrated with academic signals.

In the third part, geophysical studies highlight the multi-scale variability of ozone induced by gravity waves in the lower atmosphere above La Réunion island and Irene. New methods, based on the wavelet analysis, are proposed to estimate gravity wave parameters from Lidar temperature data and to trace their time and spatial evolution.

In the last part, a preliminary climatology of spectral parameters of coherent modes, extracted from radiosonde data at Tromelin island by the continuous wavelet transform, reveals the predominant role of the convection in the production of waves in the tropical region particularly during summer.

Keywords : Atmosphere, tropical regions, dynamic meteorology, gravity waves, signal processing, wavelets.

Table of contents

ACKNOWLEDGMENTS

NOTATIONS

INTRODUCTION 7

PART I: GEOPHYSICAL SIGNALS AND WAVELETS

<i>I.1 FROM THE FOURIER TRANSFORM TO THE WAVELET ANALYSIS</i>	13
<i>I.1.1 The Fourier transform</i>	13
<i>I.1.2 Time-frequency analysis</i>	15
<i>I.1.3 Time-scale analysis</i>	17
<i>I.1.4 Cohen and affine classes</i>	20
<i>I.2 ATMOSPHERIC WAVES : GRAVITY WAVES</i>	22
<i>I.2.1 Generalities</i>	22
<i>I.2.2 Waves with vertical progression in tropical region</i>	22
<i>I.2.3 Tropical seasonal and interannual oscillations</i>	26
<i>I.2.4 Gravity waves : Description and theories</i>	29
<i>I.3 GRAVITY WAVES AND WAVELETS</i>	38
<i>I.3.1 An adapted method of analysis</i>	39
<i>I.3.2 Hypothesis : quasi-monochromatic modes</i>	40
<i>I.3.3 Some references</i>	41

PART II: THE TECHNIQUES OF WAVELET ANALYSIS

<i>II.1 THE CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM</i>	45
<i>II.1.1 Principle</i>	46
<i>II.1.2 Gaussian shaped wavelets</i>	59
<i>II.1.3 Developed tools of analysis and illustrations</i>	64
<i>II.1.4 Conclusions</i>	76

II.2 THE DISCRETE WAVELET TRANSFORM -THE MULTIRÉSOLUTION ANALYSIS.....	77
II.2.1 The discrete wavelet transform and "frame"	77
II.2.2 The multiresolution analysis.....	78
II.2.3 The biorthogonal multiresolution.....	85
II.2.4 Daubechies' wavelets.....	85
II.2.5 Applications.....	87
II.2.6 Conclusions.....	89
II.3 THE WAVELET PACKETS	89
II.3.1 Principle	90
II.3.2 Daubechies' wavelets.....	93
II.3.3 Applications.....	95
II.3.4 Conclusions.....	97
II.4 CONCLUSIONS.....	97

PART III : APPLICATIONS TO GEOPHYSICAL SIGNALS

III.1 TEMPERATURE/OZONE MULTI-SCALE CORRELATIONS IN THE LOWER ATMOSPHERE 101	
III.1.1 Introduction	101
III.1.2 PTUO₃ radiosonde data (La Réunion island and Irène station)	105
III.1.3 A case study.....	106
III.1.4 Climatology of dominant modes : Temperature/ Ozone.....	120
III.1.5 Discussion and conclusions	125
III.2 THE STUDY OF VERTICAL TEMPERATURE PERTURBATION PROFILES IN THE MIDDLE ATMOSPHERE.....	127
III.2.1 Introduction	127
III.2.2 Lidar signal.....	129
III.2.3 The study of the vertical progression.....	134
III.2.4 The study of the time-evolution	143
III.2.5 Discussion and conclusions	154
III.3 SUMMARY AND CONCLUSIONS	158

PART IV : THE STUDY OF WAVE SPECTRAL PARAMETERS

ABOVE TROMELIN ISLAND

IV.1 METHODS OF SPECTRAL PARAMETER ANALYSIS.....	163
IV.1.1 Hodograph analysis.....	164
IV.1.2 Rotary spectral analysis.....	166
IV.1.3 Cross-spectral analysis	166
IV.1.4 Stokes parameters.....	167
IV.2 PTUV RADIOSONDE DATA OF TROMELIN ISLAND.....	169
IV.2.1 The site of Tromelin island.....	169
IV.2.2 PTUV radiosoundings : Omega and GPS systems.....	171
IV.2.3 The base of data.....	172
IV.3 SPECTRAL ANALYSIS BY THE CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM	180
IV.3.1 Polarization relations	180
IV.3.2 Extracted method of spectral parameters	180
IV.3.3 Spectral parameters : simulation.....	184

<i>IV.4 SEASONAL CHARACTERISTICS OF GRAVITY WAVE COHERENT MODES</i>	187
<i>IV.4.1 Vertical distribution of spectral parameters</i>	187
<i>IV.4.2 Wave sources : the convection</i>	193
<i>IV.5 DISCUSSION AND CONCLUSIONS</i>	196
<u>GENERAL CONCLUSION</u>	199
<u>REFERENCES</u>	203
<u>LIST OF FIGURES</u>	219
<u>LIST OF TABLES</u>	223
<u>LIST OF ANNEXES</u>	225
<u>ANNEXE 1</u>	226
<u>ANNEXE 2</u>	227
<u>ABSTRACT</u>	230
<u>TABLE OF CONTENTS</u>	231