HAL open science

Taille des grains et localisation de la déformation dans la lithosphère

Antoine Rozel

To cite this version:

Antoine Rozel. Taille des grains et localisation de la déformation dans la lithosphère. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Claude Bernard - Lyon I, 2010. Français. NNT : . tel-00545067v1

HAL Id: tel-00545067

https://theses.hal.science/tel-00545067v1

Submitted on 9 Dec 2010 (v1), last revised 7 Jun 2012 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : Année 2010

THÈSE

présentée

devant l'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD — LYON 1

École doctorale Matériaux

pour l'obtention

du DIPLÔME DE DOCTORAT

(arrêté du 7 aout 2006)

présentée et soutenue publiquement le 25 juin 2010

par

Monsieur Antoine Rozel

Taille des grains et localisation de la déformation dans la lithosphère

Directeur de Thèse : Yanick Ricard

JURY :	Luce Fleitout	Rapporteur
	Patrick Cordier	Rapporteur
	Yanick Ricard	Directeur de Thèse
	Stéphane Labrosse	Examinateur
	Jannick Ingrin	Examinateur

Résumé

Cette thèse a pour but d'étudier l'impact de la taille des grains sur la rhéologie du manteau terrestre. Nous avons proposé un nouveau modèle d'évolution de la taille des grains et montré que les états d'équilibre qu'il prévoit sont en adéquation avec les données expérimentales obtenues sur des échantillons d'olivine. Ce modèle est illustré par des simulations numériques d'une zone de cisaillement et de convection du manteau. Nous avons montré que notre formalisme favorise la localisation la déformation et modifie le régime de convection des planètes.

Notre modèle propose que l'évolution d'une distribution de tailles de grains soit entièrement contrainte par l'énergie des joints de grains. Cette énergie diminue lors de la croissance normale et augmente lors de la recristallisation dynamique. Notre modèle stipule que l'énergie nécessaire à la nucléation des nouveaux grains est soustraite à l'énergie dissipée dans le matériau par les dislocations. Même lorsque les grains de taille moyenne sont en régime diffusif, les grains les plus gros se déforment en régime dislocatif, peuvent continuer à subir de la recristallisation et ainsi peuvent concourir a la réduction de la taille moyenne. Lorsque les effets de la croissance et de la nucléation se compensent, nous pouvons comparer l'état d'équilibre obtenu avec les données expérimentales. Nous montrons que le partitionnement de l'énergie fournie dépend principalement de la température.

Ce modèle est ensuite testé dans une simulation numérique de zone de cisaillement. Dans ce système, selon la température, la contrainte déviatorique et la taille des grains, la déformation peut s'effectuer en régime de diffusion ou en régime de dislocation. Contrairement à nos attentes, notre modèle montre que la déformation se localise moins efficacement lorsque le coeur de la zone de cisaillement passe en régime de diffusion. La taille des grains semble favoriser l'apparition des zones de cisaillement en y baissant la viscosité mais ne semble pas localiser intrinsèquement la déformation.

Finalement, nous avons testé notre équation de l'évolution de la taille des grains à l'aide de simulations numériques de convection du manteau. La température étant élevée dans le manteau, nous avons considéré que les grains étaient tous dans l'état d'équilibre prévu par notre modèle. Nous avons observé que la taille des grains peut suffire à modifier le régime

de convection des planètes en créant une couche très non-Newtonienne dans leur lithosphère.

Cette thèse a montré que la taille des grains influence fortement la dynamique des planètes en localisant la déformation à leur surface. Le nouveau modèle qu'elle propose apporte une vue nouvelle sur la création et l'entretien du régime de tectonique des plaques.

Grain Size and localization of deformation in the lithosphere - Summary

In this thesis, I studied the impact of grain size on the rheology of the mantle of the Earth. We propose a new model of grain size evolution and show that the equilibrium states it predicts are in good agreement with the experimental data obtained on olivine samples. This model is illustrated by numerical simulations of mantle convection and shear zones. I show that our formalism has a non-negligible effect on the localization of deformation in shear zones and strongly modifies the convection regimes of planets.

In our formalism, we propose that the energy of a grain size distribution is fully constrained by the energy of the grain boundaries. This energy diminishes during grain growth and increases during dynamic recrystallization. Our model stipulates that the amount of energy required to nucleate new grains, which is a dislocation-assisted process, is substracted to the energy dissipated in the material. We also show that even when the mean grain size is located in the diffusion regime, the biggest grains of the distribution can remain in the dislocation regime and continue to nucleate smaller grains. Thus, the mean grain size can decrease, even in the diffusion regime. When the growth and recrystallization processes are equivalent, the grain size distribution reaches an equilibrium state which can be compared with experimental data (various published olivine piezometers). The experimental calibration of our model shows that the partitionning of energy is principally temperature-dependent.

I test this new model in a fully viscous numerical simulation of shear zone with a non-Newtonian- grain size-dependent viscosity. In this system, depending on the temperature, grain size or thermal state, the deformation can locally operate in diffusion or dislocation regime. Paradoxally, my model shows that the deformation is more localized when the shear zone is in the dislocation regime, where the viscosity does not depend on grain size. We observe that the grain size parameter tends to favor the apparition of shear zones because it minors the stress field but is insufficient to localize deformation in

the case of a constant plate velocity. A grain size-activated localization of deformation seems to require a time-dependent stimulation which is typically obtained in visco-elasto-plastic configurations.

Finally, I have tested our grain size evolution model, in its static form, in a set of numerical simulations of mantle convection. Our model shows that the grain size reaches its equilibrium very quickly in sub-lithospheric conditions. Thus, I have considered that the grain size distribution is always in the equilibrium state predicted but our model. I show that the consideration of the grain size parameter can fully modify the convection regimes of telluric planets. When surface stresses are high enough to reach the diffusion regime, the stagnant lid usually obtained with very temperature-dependent viscosities is broken by a very non-Newtonian and grain size-dependent top layer.

This thesis shows that grain size strongly influences the dynamics of planets in localizing the deformation in their surfaces. The model we propose brings a new view of the creation of plate tectonics at the surface of the Earth.

Mots clef

Taille des grains – Distribution – Rhéologie – Convection – Simulation – Endommagement

Keywords

Grainsize – Distribution – Rheology – Convection – Simulation – Damage

Laboratoire

Laboratoire de Sciences de la Terre, Unité Mixte de Recherche 5570. Université Claude Bernard Lyon1.

2 rue Raphaël Dubois, 69622 Villeurbanne Cedex.

Remerciements

Merci à Luce Fleitout et Patrick Cordier d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce manuscrit et à Jannick Ingrin et Stéphane Labrosse d'avoir été examinateurs.

Je remercie Yanick Ricard de m'avoir confié ce sujet de thèse passionnant et d'avoir encadré mon travail. J'ai beaucoup appris de ta volonté inconditionnelle de clarifier les problèmes jusqu'à ce que la solution s'offre d'elle même. Merci d'avoir respecté mon travail et de m'avoir réorienté quand je m'éloignais de mon sujet.

Je souhaite également remercier vivement tous les collègues du Laboratoire de Sciences de la Terre pour leur sympathie et leur soutien. L'excellente ambiance qui règne dans ce laboratoire tient à la motivation et à l'esprit de partage de chacun. Vous m'avez réservé un accueil très chaleureux que je n'oublierai jamais.

Un immense merci à Fabien Dubuffet qui m'a transmis le goût de la simulation numérique. Fabien est toujours disponible et ne perd jamais patience malgré la stupidité des questions que je peux poser. Il n'utilise pas apt-get mais il est toujours stimulant et optimiste, merci à toi Fabien !

Un merci spécial à mes co-bureaux et aux autres thèsards qui ont eu le travail le plus ingras de devoir me supporter toute la journée. Merci à Caroline, Julien, Mélanie, Emmanuelle (qui a le plus souffert) et Martina. Merci à Nicolas, Emilie, Jessica, Vincent et Yoann pour leur sympathie, et respectivement, leurs blagues douteuses, leurs plaintes au sujet des belles-mères, leur humour martien, leurs réflexions machistes et leur bonne humeur.

Merci aux autres thèsards du laboratoire : Damien, Thomas, Ronan, Raphaël, Jérémy, Jérémy, Baptiste, Guillaume, Anne-Sabine, Julien, Mathieu, Vincent, Elsa, Abel, Tristan, Marie-Laure, Cécile, Rémi, Romain, Martin, Klervia, Anaïs, Ange, Lucile et Sylvain.

Merci à tous les permanents du Laboratoire de Sciences de la Terre de l'ENS et de l'université pour votre accueil. Merci à Marie-Paule, Isabelle, Vincent, Philippe, Pascal, Harold, Geltaz, Hervé, Naïma, Jean-Philippe, Nicolas, Eric, Fabien, Muriel, Anne-Marie, Paul, Thierry, Amélie et Cathy. Merci à Jan Matas pour sa sympathie et les parties de billard qu'il a partagées avec moi.

Merci à Jörg Schmalzl, Gaël Choblet, Marc Parmentier, Paul Tackley, Allen McNamara et Dave Bercovici pour leur aide et leurs conseils.

Mais le plus grand merci revient évidemment à ma femme Noémie sans qui cette thèse n'aurait pas pu être menée à bien. C'est ton seul soutien qui m'a fait tenir, je ne l'oublierai jamais. Merci d'avoir su sacrifier tes week-ends et tes soirées pendant plusieurs mois (voire plusieurs années) sans me le reprocher, d'avoir toujours cru en moi et de tout faire pour que j'avance.

Merci à mes parents et mon frère (et leurs conjoints bien sur !) d'avoir toujours cru en moi et de m'avoir poussé à me dépasser. Merci de m'avoir encouragé à faire des études !

Merci à mes beaux-parents pour leur sympathie, leur soutien, leur accueil et leurs relectures précises de plusieurs chapitres !

Merci à mes amis universitaires qui m'ont accompagné depuis le début ! Merci à Clément, Nico, Patrick, Robin, Nassur et Leila !

Un immense merci à ma professeur de piano, Cathy, qui m'a permis d'entrer à l'école Nationale de Musique de Villeurbanne et d'obtenir mon certificat de fin d'étude pendant ma thèse !

Finalement, un grand merci à toi Maurice (le chat) pour ton acharnement à me réveiller tous les matins à partir du moment où le réveil a sonné. Tout compte fait, je te dois plusieurs journées de travail en temps cumulé et des heures de ronronnements matinaux.

Table des matières

Introduction **1**

1 Propriétés mécaniques de la lithosphère **5**

1.1 Structure de la Terre 5

1.1.1 Le noyau 5

1.1.2 Le manteau 6

1.1.3 La lithosphère et la croûte 7

1.2 Tectonique des plaques 10

1.2.1 Equilibre des forces 12

1.2.2 Frontières de plaque 14

1.3 Rhéologie de la lithosphère 16

1.3.1 Etat thermique 16

1.3.2 Loi de Byerlee 19

1.3.3 Fluage ductile 20

1.3.4 Calcul des enveloppes 21

1.4 Simulation numérique avec localisation de la déformation 24

1.4.1 Dissipation visqueuse 25

1.4.2 Fusion partielle 27

1.4.3 L'eau 28

1.4.4 Endommagement 28

2 Lois rhéologiques de l'olivine **31**

2.1 Mécanismes de déformation 31

2.1.1 Rhéologie 31

2.1.2 Comportement élastique, comportement visqueux 34

2.1.3 Rhéologie du manteau terrestre 35

2.1.4 Estimations macroscopiques 36

2.1.5 Etudes expérimentales 38

2.1.6 Fluage par diffusion 39

2.1.7 Fluage par dislocations 42

2.1.8 Glissement des joints de grain (GBS) 48

2.1.9 Plasticité de basse température 51

2.2 Application à l'olivine 53

2.2.1 L'olivine 53

2.2.2 Données expérimentales 53

2.2.3 Carte des rhéologies de l'olivine 61

2.3 Evolution de la taille des grains 62

2.3.1 Grains 62

2.3.2 Energies d'un grain 65

2.3.3 Déplacement des interfaces 67

2.3.4 Croissance des grains 70

2.3.5 Recristallisation dynamique 74

3 A thermodynamically self-consistent damage equation for grainsize evolution during dynamic recrystallization. **83**

3.1 Abstract 83

3.2 Introduction 84

3.3 Evolution of grainsize distribution 86

3.4 Average grain coarsening and damage 88

3.5 Energy considerations 90

3.6 The case of lognormal distributions 92

3.6.1 Experimental distributions . . . 92
3.6.2 Microscopic rheology . . . 94
3.7 Application to olivine . . . 97
3.8 Discussion and conclusion . . . 102
3.9 acknowledgment . . . 104
3.10 Evolution de la taille des grains dans une zone de cisaillement . . . 104
3.10.1 Modèles testés précedemment . . . 104
3.10.2 Notre modèle . . . 106
3.10.3 Etat initial . . . 110
3.10.4 Résultats . . . 112
3.10.5 Conclusion . . . 123

4 Convection et contraintes dans la lithosphère 125
4.1 Introduction . . . 125
4.2 Convection, température et viscosité . . . 125
4.2.1 Equations de conservation et nombres sans dimension . . . 126
4.2.2 Viscosité . . . 133
4.2.3 Régimes de convection . . . 138
4.3 Régime du couvercle stagnant . . . 145
4.3.1 Description . . . 145
4.3.2 Echelle de température . . . 147
4.3.3 Nombre de Nusselt . . . 147
4.3.4 Contraintes . . . 153

5 Généralisation des lois d'échelles 159
5.1 Arrhenius vs Frank-Kamenetskii . . . 160
5.1.1 Comparaison simple Arrhenius/Frank-Kamenestkii . . . 160
5.1.2 Description des données . . . 164
5.1.3 Température interne . . . 165
5.1.4 Nombre de Nusselt . . . 167
5.1.5 Contrainte maximale . . . 171

5.1.6 Discussion 178
5.1.7 Conclusion 183
5.2 Convection et rhéologie dépendante de la taille des grains 184
5.2.1 Introduction 184
5.2.2 Formalisme 185
5.2.3 Contrainte de transition 187
5.2.4 Résultats 189
5.2.5 Conclusion 194

Conclusion **197**

Perspectives **199**

Annexe - Résultats numériques **201**

Bibliographie **235**

Introduction

Problématique

Le régime de tectonique des plaques régissant la surface de la Terre est mal compris. Les études de la convection des planètes montrent qu'il est difficile d'observer ce comportement de surface en utilisant les lois rhéologiques classiques des roches. En particulier, la localisation de la déformation observée sur Terre aux frontières des plaques et l'existence des grandes zones de cisaillement restent des challenges pour la simulation numérique.

Plusieurs paramètres physiques sont suspectés d'avoir une influence forte sur la tectonique des plaques mais aucun modèle n'a su rendre compte de toutes les caractéristiques des plaques terrestres. En particulier, la taille des grains est de plus en plus étudiée comme paramètre localisant mais son évolution au cours du temps est mal contrainte. Cette thèse a pour but d'étudier l'impact de la taille des grains sur la génération et la permanence de la tectonique des plaques. Elle propose un nouveau modèle d'évolution de la taille des grains, illustré par des simulations numériques de convection du manteau ainsi que des modélisations d'une zone de cisaillement.

Cette thèse montre que la taille des grains possède un impact très important sur le régime de convection des planètes et peut influencer la localisation de la déformation dans les zones de cisaillement. Le nouveau modèle d'évolution de la taille des grains proposé dans ce manuscrit (article soumis à publication, chapitre 3) apporte donc un nouvel outil pour l'étude de la convection des planètes et de la tectonique des plaques sur Terre.

Plan de thèse

Le chapitre 1 présente brièvement la dynamique de la Terre et en particulier le comportement de la lithosphère. Nous montrons que la tectonique des plaques est mal comprise et que plusieurs paramètres sont susceptibles d'y jouer un rôle déterminant. L'enjeu majeur de la compréhension de la tectonique des plaques terrestres semble être de comprendre quels paramètres favorisent la localisation de la déformation aux frontières des plaques.

Le chapitre 2 résume les modes de déformation visqueuse de l'olivine et offre une compilation des paramètres expérimentaux mis en évidence pour ce minéral. Quatre types de fluage y sont détaillés : les régimes de diffusion, de dislocation, de glissement sur les joints de grains ainsi que le fluage de Peierls. Ce chapitre présente également les modèles d'évolution de la taille des grains (croissance statique, recristallisation dynamique) ainsi que les données expérimentales concernant l'olivine. Les divers processus physiques à l'échelle du grain y sont discutés et représentent le point de départ de notre travail.

Un nouveau modèle d'évolution de la taille des grains est présenté dans le chapitre 3. Cet article (soumis à publication au périodique : "Geophysical Journal International"), co-écrit avec Yanick Ricard et Dave Bercovici expose comment nous avons adapté la théorie générale d'évolution de la taille des grains (récemment publiée par les deux co-auteurs Ricard et al. (2009)) au cas des distributions lognormales (distribution la plus largement utilisée par les expérimentateurs). Le formalisme d'évolution de la taille des grains que nous présentons est le premier à respecter la conservation de l'énergie et le second principe de la thermodynamique.

A la suite de cet article, toujours dans le chapitre 3, nous illustrons notre modèle d'évolution de la taille des grains par la simulation d'une zone de cisaillement à une dimension. Nous étudions l'impact d'une rhéologie dépendant de la température et de la taille des grains et la comparons avec le régime de dislocation seul. Il apparaît qu'une viscosité dépendante de la taille des grains localise faiblement la déformation dans les conditions de la lithosphère de la Terre. Nous montrons que la localisation de la déformation est plutôt due à la dissipation visqueuse.

Nous constatons que la taille des grains atteint très rapidement son équilibre dans les conditions de température de la lithosphère. La rhéologie des roches dépend alors fortement de l'intensité des contraintes déviatoriques qu'elles subissent, et pas de la vitesse de déformation. Le chapitre 4 résume donc les lois d'échelle des contraintes déviatoriques (et du flux de chaleur) dans le manteau terrestre. Nous présentons les différents régimes de convection inhérent à la dépendance en température de la viscosité. Dans le cas de la convection dans le régime du couvercle stagnant, nous montrons que plusieurs lois d'échelles du flux de chaleur et de la contrainte déviatorique ont été proposées.

Le chapitre 5 présente des simulations de convection du manteau que nous avons effectuées. Dans le but de ca-

ractériser pleinement l'état des contraintes dans la lithosphère, nous avons testé l'effet des rhéologies Newtoniennes et non-Newtoniennes. Par ailleurs, nous montrons que l'approximation de Frank-Kamenestkii, très largement utilisée, introduit une erreur dans le calcul du flux de chaleur et ne permet pas une pleine résolution des contraintes maximales à la surface de la Terre.

Finalement, nous présentons un ensemble de simulations de la convection du manteau dans lesquelles la rhéologie dépend de la taille des grains. Dans la lithosphère, les contraintes étant très élevées, les roches rentrent dans le régime de diffusion et la rhéologie devient très non-Newtonienne. Nous montrons que la considération de la taille des grains peut suffire à briser le couvercle stagnant et tendre vers d'autres régimes de convection. En particulier, nous observons qu'il est possible d'atteindre un régime proche de celui de la tectonique des plaques sur Terre ainsi qu'un régime épisodique plutôt similaire au comportement de la surface de Vénus. Nous démontrons que la considération de la taille des grains dans la lithosphère peut avoir un impact considérable sur le régime de convection qu'emprunte la planète.

Chapitre 1

Propriétés mécaniques de la lithosphère

1.1 Structure de la Terre

La Terre est constituée de couches concentriques. D'un point de vue compositionnel, son centre est formé d'un noyau, surplombé par le manteau, lui même recouvert par la croûte (cf.figure 1.1). D'un point de vue mécanique, on considère la surface de la Terre constituée d'une lithosphère (partie supérieure cassante formée de plaques tectoniques) sous laquelle se trouve l'asthénosphère et la mésosphère, régions ductiles, puis le noyau, essentiellement liquide.

1.1.1 Le noyau

Le noyau est constitué de deux parties très différentes. Au centre se trouve une graine solide d'environ 1220 km de rayon, composée essentiellement de fer solide sous très haute pression. Cette graine a des propriétés d'anisotropie et d'atténuation très complexes (les ondes sismiques se propagent plus rapidement suivant l'axe Nord Sud que dans le plan équatorial (cf. Morelli et al. (1986))) et possède peut-être une structuration radiale ("innermost inner core", cf. Anderson (2002)). Au dessus de la graine, les conditions de pression et de température sont telles que le métal qui la constitue n'est plus stable à l'état solide. Le noyau solide est donc surplombé d'une deuxième partie liquide d'environ 2260 km d'épaisseur. Cette couche de métal en fusion concentre les éléments légers fractionnés lors de la cristallisation de la graine. Les mouvements de la partie liquide du noyau génèrent le champ magnétique qui protège l'atmosphère de la Terre du vent solaire. Les sources de cet écoulement, fortement controlé par la rotation terrestre, sont le refroidissement du noyau (convection thermique) et la libération d'éléments légers à la surface de la graine (convection compositionelle). Du

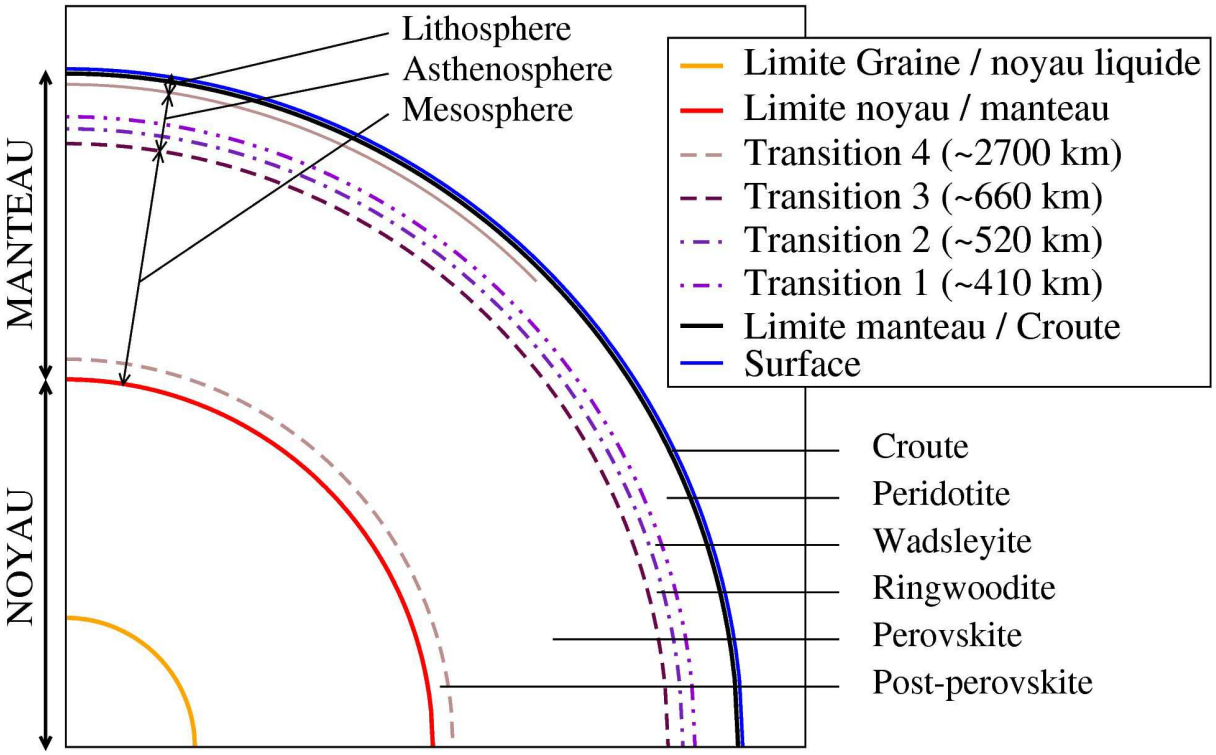

FIG. 1.1 – Coupe schématique de la Terre et dénomination minérale de la phase la plus abondante.

fait du refroidissement progressif de la planète, la graine est en croissance permanente. La densité du noyau est comprise entre 10^4 kg m^{-3} et 1.3 10^4 kg m^{-3}, sa température va de 4000 K à la limite noyau-manteau à environ 7000 K au centre de la planète et la pression y est comprise entre 130 et 370 GPa.

1.1.2 Le manteau

Au dessus du noyau, le manteau et la croûte contiennent la totalité des roches de la planète, principalement à l'état solide. On distingue cinq couches différentes dans le manteau, que l'on regroupe en deux parties : le manteau inférieur (formé de deux couches) et le manteau supérieur (formé de trois couches). Une fois encore, c'est la pression qui est responsable de cette organisation en couches concentriques, mais un flux permanent redistribue la matière entre les couches dans le mouvement général de la convection thermochimique.

En effet, plusieurs phénomènes physiques engendrent la convection du manteau. Tout d'abord, la radioactivité naturelle des roches est une source d'énergie considérable (environ 20 TW), de même que le refroidissement séculaire (environ 20 TW également) et enfin la puissance fournie par le noyau ($5 - 10$ TW) (cf. Jaupart et al. (2007)). La Terre est donc le

siège de flux de chaleur permanents, son manteau étant soumis à une différence de température de plus de 3000 K entre la limite noyau-manteau (CMB) et la surface.

Sous l'effet de la pression (variant de 1 à 130 GPa), la masse volumique des roches augmente avec la profondeur, variant entre 3000 et 6000 kg m^{-3}. Etant plus denses (et donc plus lourdes) au fond, on pourrait croire les roches du manteau dans un état gravitationnellement stable mais il n'en est rien, les variations latérales de température (c'est-à-dire à une profondeur constante) suffisent à déstabiliser le manteau (voir l'équilibre adiabatique décrit dans le chapitre 4).

Ces différences de température imposent la convection thermique du manteau. De façon plus marginale, les variations de composition chimique (par exemple entre la croûte océanique et la lithosphère mantellique subductée (Ricard et al. (2005))) et de phase minéralogique (les transitions de phase dependent de la pression et de la température, (cf. Christensen & Yuen (1984), Machetel et al. (1995), Machetel & Humler (2003))) interviennent aussi dans l'équilibre mécanique du manteau.

Malgré cette déformation générale à l'état solide, le manteau est tout de même composé de couches concentriques. Même si la matière est sans cesse redistribuée à travers le manteau, la pression la contraint à se transformer à certaines profondeurs, ce qui confère tout de même à la minéralogie du manteau une symétrie sphérique (cf. figure 1.1).

La figure 1.2 montre les champs de stabilité des minéraux majeurs du manteau en fonction de la profondeur. Les éléments principaux du manteau supérieur sont l'olivine et ses polymorphes haute-pression (wadsleyite, ringwoodite), auquels s'ajoutent les grenats et les pyroxènes. On note bien les 3 discontinuités minéralogiques générales relevées dans la figure 1.1. Ces trois discontinuités forment ce qu'on appelle la zone de transition, couche inférieure du manteau supérieur.

Sous la zone de transition (après 660 km), la ringwoodite et le grenat deviennent à leur tour instables et se transforment en perovskites (ferro-magnésienne et calcique) et oxide (ferro-magnésienne). Finalement, au fond du manteau, une dernière transition a été récemment découverte, la perovskite n'y est pas stable et se tranforme en post-perovskite (Murakami et al. (2004), Oganov & Ono (2004)). De plus, dans une large zone du manteau inferieur, les composantes ferreuses subissent une transition de spin (cf. Badro et al. (2004)).

1.1.3 La lithosphère et la croûte

La lithosphère est la couche dure, en partie cassante, qui recouvre le manteau ductile. Cette couche superficielle englobe des roches mantelliques, dans sa partie inférieure, et la croûte terrestre, dans sa partie supérieure. La véritable limite manteau-croûte (appelée discontuité de Mohorovičić, du nom du chercheur qui en a découvert l'existence) est donc

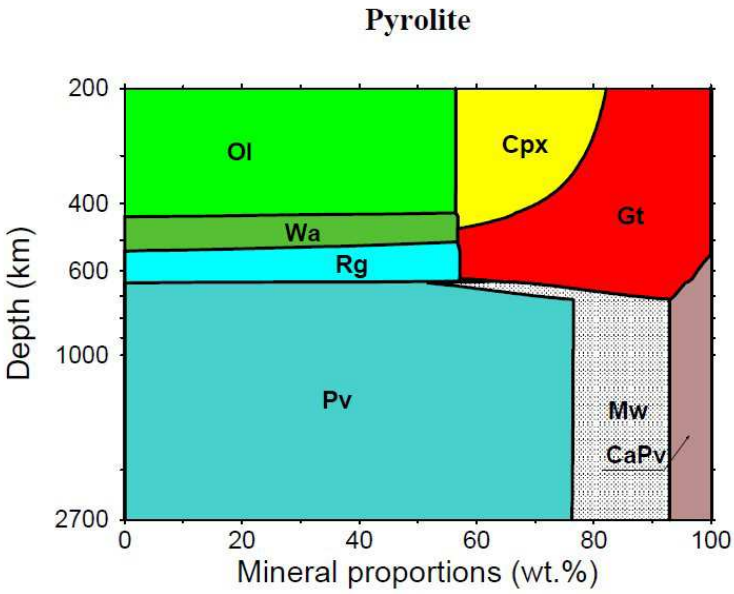

FIG. 1.2 – Estimation des minéraux majeurs du manteau terrestre (cf. Ricard et al. (2005)). Notations : Ol : olivine, Wa : wadsleyite, Rg : ringwoodite, Pv : perovskite, Cpx : clinopyroxene, Gt : grenat, Mw : magnesowustite, CaPv : Calcium perovskite.

située au coeur de la lithosphère.

Déterminer l'épaisseur de la lithosphère demande principalement de connaître sa structure thermique parce que c'est la température qui controle la rhéologie (la pression étant considérée à l'équilibre isostatique). La nature minéralogique des roches intervient également pour déterminer cette limite puisqu'elle change la réponse visqueuse de la roche à la température. Plusieurs modèles rhéologiques de lithosphère existent donc selon la nature de la croûte qui la domine (cf. section 1.3.4 , page 22).

Formation de la croûte terrestre

On distingue deux types de croûte : la croûte continentale (de type granite) et la croûte océanique (de type basalte). Chacune de ces deux croûtes se distingue par la façon dont elle est formée.

Croûte océanique La croûte océanique est produite aux dorsales, au coeur des océans, par la fusion du manteau remontant à la surface sous l'effet de la convection. La remontée de la péridotite engendre une décompression adiabatique qui génère de la fusion partielle à l'extrême sommet du manteau. Cette fusion a pour effet de diminuer fortement la viscosité

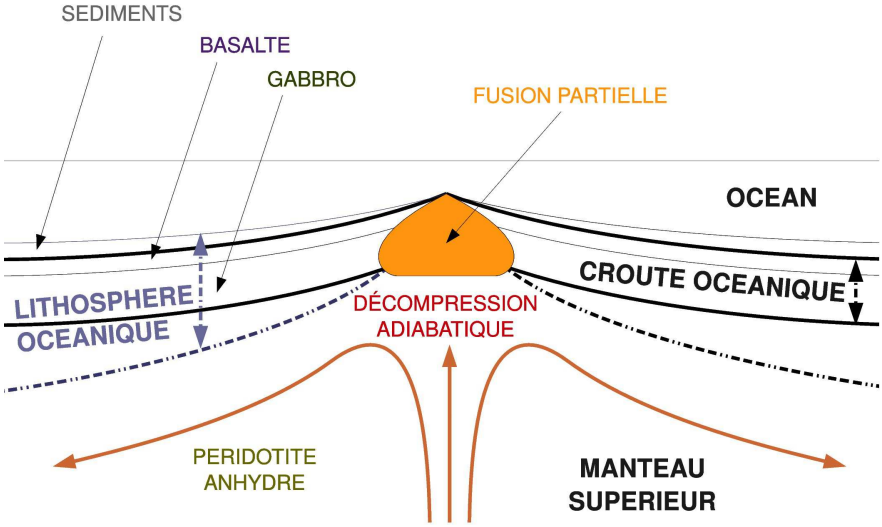

FIG. 1.3 – Synthèse de la croûte océanique. Les roches partiellement fondues sous l'effet de la décompression adiabatique se différencient en basaltes et gabbros. On voit que l'épaisseur de la croûte est constante, une fois formée, alors que l'épaisseur de la lithosphère évolue avec l'âge de la plaque.

de la roche, ce qui tend à localiser la déformation le long de ce qui devient alors une dorsale. La roche partiellement fondue recristallise alors en deux couches : une couche de basalte surplombant une couche de gabbro (cf. figure 1.3).

La croûte ainsi synthétisée possède une masse volumique d'environ 2900 kg m^{-3} et une épaisseur moyenne de l'ordre de 7 km.

Croûte continentale La croûte continentale est générée par la différenciation du magma créé lors de la fusion partielle des roches du manteau supérieur (cf. figure 1.4). Cette différenciation peut s'effectuer dans les coins mantelliques, après déshydratation de la lithosphère plongeante ou alors à l'intérieur des plaques au cours de divers processus tectoniques (cf. Rudnick (1995), Tackley (2007)).

L'épaisseur de la croûte continentale varie de 15 à 80 km et sa masse volumique est d'environ 2700 kg m^{-3}. Elle est principalement constituée de roches granitiques dans sa partie supérieure. La croûte continentale est principalement d'origine volcanique (cf. figure 1.4). Dans les zones de subduction, sous l'effet des forces de convection, la croûte océanique est amenée à plonger dans le manteau, suivant un angle variable. La plaque plongeante emporte avec elle une certaine quantité d'eau piégée dans la roche (en volume, aux joints de grains etc.). Au fur et à mesure qu'elle s'enfonce dans le

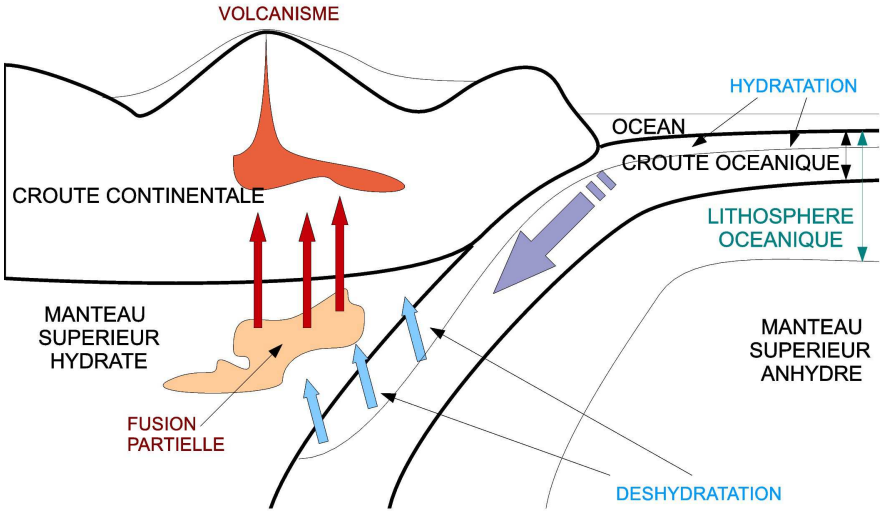

FIG. 1.4 – Schéma de principe d'une zone de subduction, un mécanisme de création de la croûte continentale.

manteau, la croûte océanique voit la température et la pression augmenter. Ces variations de conditions engendrent une déshydratation des minéraux qui libèrent alors l'eau dans le manteau supérieur sous-continental (figure 1.4) (R.N. Anderson (1976), Ringwood (1977), Bird (1978), Schubert et al. (2001)). La présence d'eau dans le manteau agit comme fondant, déstabilise la péridotite qui rentre alors partiellement en fusion. Le magma ainsi créé étant léger, il tend naturellement à remonter à la surface, ce qui engendre le volcanisme actif à l'origine de la croûte continentale.

1.2 Tectonique des plaques

La lithosphère est trop froide pour être ductile mais n'est pas pour autant statgnante. La vigueur de la convection est suffisante pour la briser en une douzaine de blocs rigides (élasto-plastiques), appelés plaques. Chacune de ces plaques possède son mouvement propre, sa vitesse (de l'ordre de quelques centimètres par an) et est séparée des autres par un ensemble de frontières le plus souvent très localisées (dorsales, zones de subductions, etc. cf. figure 1.5).

Cette organisation en plaques de la lithosphère est un phénomène singulier en planétologie. Les planètes telluriques du système solaire ne possèdent pas de tectonique de plaques permanente malgré la convection de leur manteau. Vénus semble recycler sa surface de façon périodique dans la mesure où cette dernière présente un âge apparent constant de 700

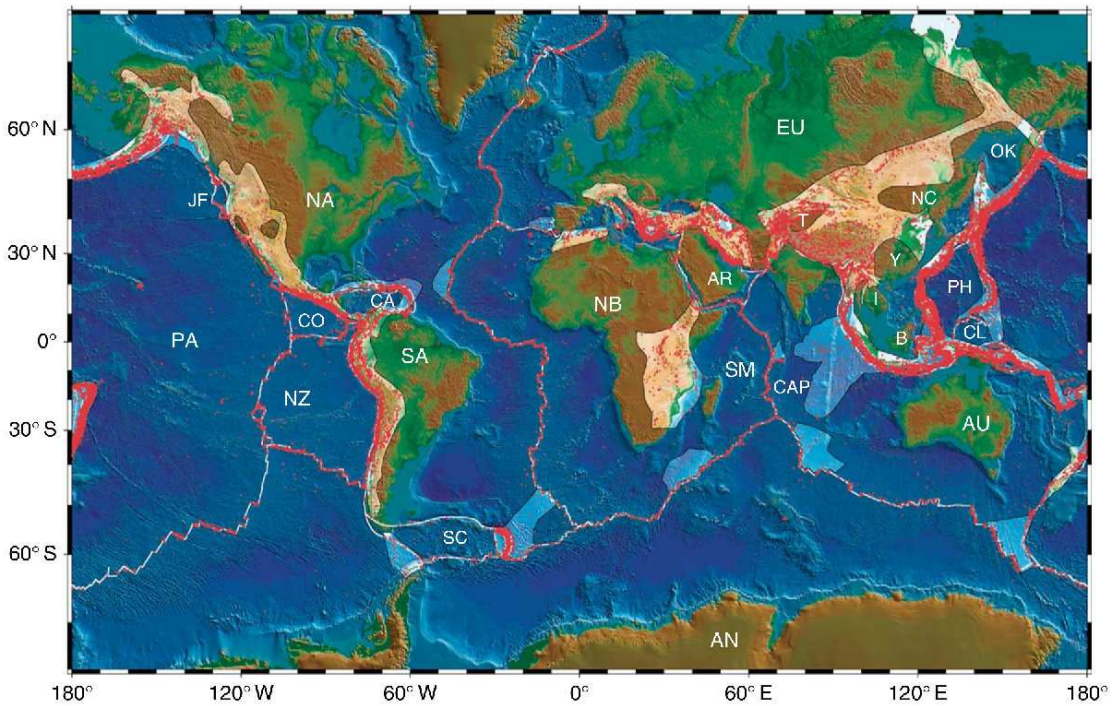

FIG. 1.5 – Aperçu des plaques tectoniques sur Terre (cf. Wessel & Muller (2007)). Les frontières de plaques sont représentées par les courbes blanches et les parties éclaircies (lorsqu'elles sont délocalisées, cf. Gordon (2000)). Les points rouges représentent les zones de forte sismicité (cf. Engdahl et al. (1998)). Abbréviation : AN, Antarctica ; AR, Arabia ; AU, Australia ; B, Borneo ; CA, Caribbean ; CAP, Capricorn ; CL, Caroline ; CO, Cocos ; EU, Eurasia ; I, Indo-China ; JF, Juan de Fuca ; NA, North America ; NB, Nubia ; NC, North China ; NZ, Nazca ; OK, Okhotsk ; PA, Pacific ; PH, Philippine ; SA, South America ; SC, Scotia Sea ; SM, Somalia ; T, Tarim Basin ; Y, Yangtze.

millions d'années (cf McKinnon et al. (1997)) mais ne présente pas de mouvements permanents en surface.

La figure 1.5 montre la répartition géographique des plaques tectoniques. Comment se fait-il que la plupart des frontières de ces plaques soient extrêmement localisées ? Quelles sont les forces qui permettent l'entretien d'un tel système dynamique ? Quel est l'impact de cette structure sur le manteau de la Terre ? Que comprenons-nous de la dynamique de la lithosphère ?

Plusieurs études récentes (voir par exemple Bunge & Richards (1996); Bercovici et al. (2000)) ont montré que la tectonique des plaques possède des conséquences fondamentales sur la dynamique interne de la Terre. Les plaques plongeantes organisent la géométrie des manteaux supérieur et inférieur parce qu'elles possèdent une viscosité forte. Elles transportent un flux thermique qui favorise, organise et stabilise les cellules de convection. Il ne semble pas exister de couche basale chaude du manteau qui lui imposerait sa géométrie de la même façon. Le manteau est principalement chauffé de l'intérieur par la radioactivité ($9 - 17$ TW), plus faiblement par la limite noyau-manteau ($5 - 10$ TW) (Jaupart et al. (2007)). Par ailleurs, même si on considérait une couche basale chaude à la limite inférieure, la faible viscosité de cette roche ferait qu'elle n'imposerait pas nécessairement sa géométrie. La convection est donc principalement engendrée par la production de chaleur radioactive distribuée dans le manteau et le flux froid apporté par la subduction.

Par ailleurs, les plaques plongeantes transportent des hétérogénéités compositionnelles (Kennett et al. (1998); Davaille (1999); Kellogg et al. (1999); Ogawa (2008)). Il est possible que ces hétérogénéités contraignent également une partie de la géométrie de la convection, contribuant ainsi indirectement au couplage lithosphère-manteau ductile.

1.2.1 Equilibre des forces

Forsyth & Uyeda (1975) montrent qu'il est possible de relier la vitesse de surface des plaques au pourcentage de leur périmètre connecté à une partie plongeante. Si une plaque se trouve connectée à une zone de subduction, elle est donc tractée latéralement par cette partie. Celà signifie que la force due au refroidissement thermique de la lithosphère océanique ainsi que l'éventuelle traction asthénosphérique sont de plus faibles magnitudes.

A l'aide de l'analyse dimensionnelle, il est possible d'obtenir la vitesse caractéristique d'une plaque de surface possédant une partie plongeante (Bercovici et al. (2000); Davies & Richards (1992)). Considérons une plaque de largeur W, de longeur L et d'épaisseur δ au sommet d'une cellule de convection D (cf. figure 1.6). En considérant que le manteau possède une température homogène égale à $T_0 + \Delta T$, où T_0 est la température de surface, nous pouvons construire un ordre de grandeur de la force qu'impose la partie plongeante à la plaque de surface.

Si l'on considère que la partie immergée de la plaque se réchauffe en plongeant, de sorte que son profil thermique

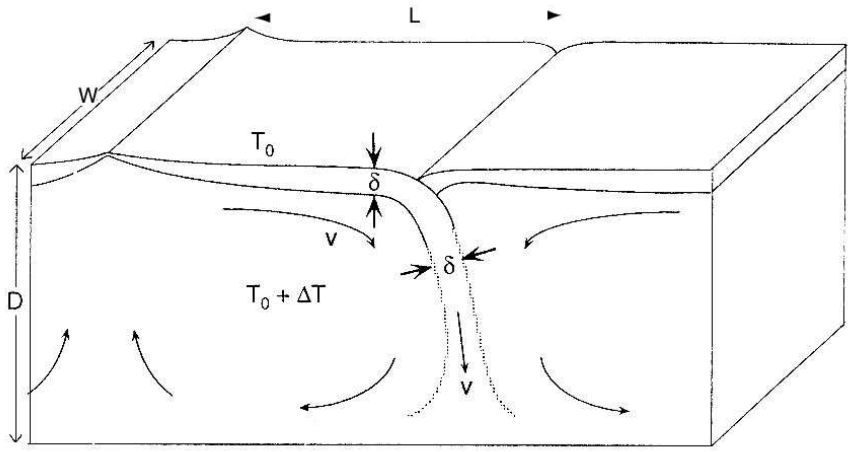

FIG. 1.6 – Définition des paramètres utilisés pour construire une analyse dimensionnelle simple des forces agissant sur les plaques tectoniques (cf. Davies & Richards (1992)).

vertical varie linéairement de T_0 à $T_0 + \Delta T$, on peut poser une approximation de la force gravitationnelle qu'elle subit :

$$F_g = \alpha\rho\frac{\Delta T}{2}\delta W D g \tag{1.1}$$

où α est l'expansivité thermique (K^{-1}), ρ la densité (kg m^{-3}) et g l'accélération gravitationnelle (m s^{-2}). Afin de permettre l'équilibre dynamique de cette plaque qui plonge à vitesse constante, une force d'amplitude égale est nécessaire. On considère alors la force de frottement visqueux qui tend à freiner le mouvement :

$$F_f = (\eta\dot{\epsilon})\, DW = \left(\eta\frac{v}{L/2}\right) DW \tag{1.2}$$

où η est la viscosité moyenne dans le système (Pa s) et $\dot{\epsilon}$ la vitesse de déformation moyenne dans la cellule de convection. L'épaisseur moyenne de la couche thermique supérieure est déterminée par la loi :

$$\delta = \sqrt{\frac{\kappa L}{v}} \tag{1.3}$$

qui régit l'épaisseur moyenne d'une couche glissant sans frottement le long d'une limite isotherme. Les équations 1.1, 1.2

et 1.3 nous montrent qu'il est possible d'écrire la vitesse de la plaque selon la loi :

$$v = L\left(\left(\frac{\alpha\rho g\Delta T}{4\eta}\right)^2\kappa\right)^{1/3} \simeq 0.40\frac{\kappa}{L}Ra^{2/3}. \tag{1.4}$$

L'application numérique de Bercovici et al. (2000) montre alors qu'on obtient une vitesse caractéristique de 10 cm an^{-1} en injectant les paramètres usuels du manteau terrestre (avec en particulier $\eta = 10^{22}$ Pa s, significatif du manteau inférieur).

La poussée potentielle des rifts océaniques ne semble donc pas être un moteur important de la tectonique des plaques sur Terre dans la mesure où cette analyse classique la néglige et trouve un ordre de grandeur déjà relativement élevé pour la vitesse des plaques. Diverses études plus poussées (Hager & O'Connell (1981); Lithgow-Bertelloni & Silver (1998)) montrent que l'épaississement de la lithosphère océanique (le "ridge push") induit une force effectivement secondaire lorsque l'on cherche les moteurs de la tectonique des plaques. Cependant, le "ridge push" n'est pas nécessairement négligeable devant la traction aux dorsales diminuée du frottement visqueux sur les zones de subduction.

1.2.2 Frontières de plaque

Si la force motrice des plaques semble bien contrainte, les frontières des plaques n'en sont pas moins difficiles à comprendre. L'asymétrie des zones de subduction, la création des failles transformantes, les angles que prennent les plaques plongeantes avec la verticale ne sont pas encore expliqués. La description des plaques comme des blocs rigides et cassants flottant sur un manteau ductile est insuffisante. Les plaques interagissent de façon complexe et la géométrie de leur mouvement relatif est encore mal contrainte.

En particulier, la plupart des simulations numériques peuvent prédire des mouvements en surface divergents ou convergents (poloïdaux) mais ne réussissent pas à générer des mouvements cisaillants (toroïdaux). Le champ des vitesses dans un volume est décomposable sur la base de deux champs distincts dits poloïdaux et toroïdaux :

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\times(\phi\boldsymbol{e_z}) + \boldsymbol{\nabla}\times(\psi\boldsymbol{e_z}), \tag{1.5}$$

où ϕ est le champ poloïdal, ψ le champ toroïdal et $\boldsymbol{e_z}$ le vecteur unitaire de l'axe z, dirigé vers le centre de gravité de la planète.

Le champ poloïdal décrit typiquement le comportement d'un fluide isovisqueux dans la mesure où le champ toroïdal y est absent (Bercovici et al. (2000)). Ce champ représente globalement des cellules de convection adjacentes qui se rencontrent et se séparent de façon symétrique. Le champ toroïdal représente une rotation par rapport à un axe vertical qui

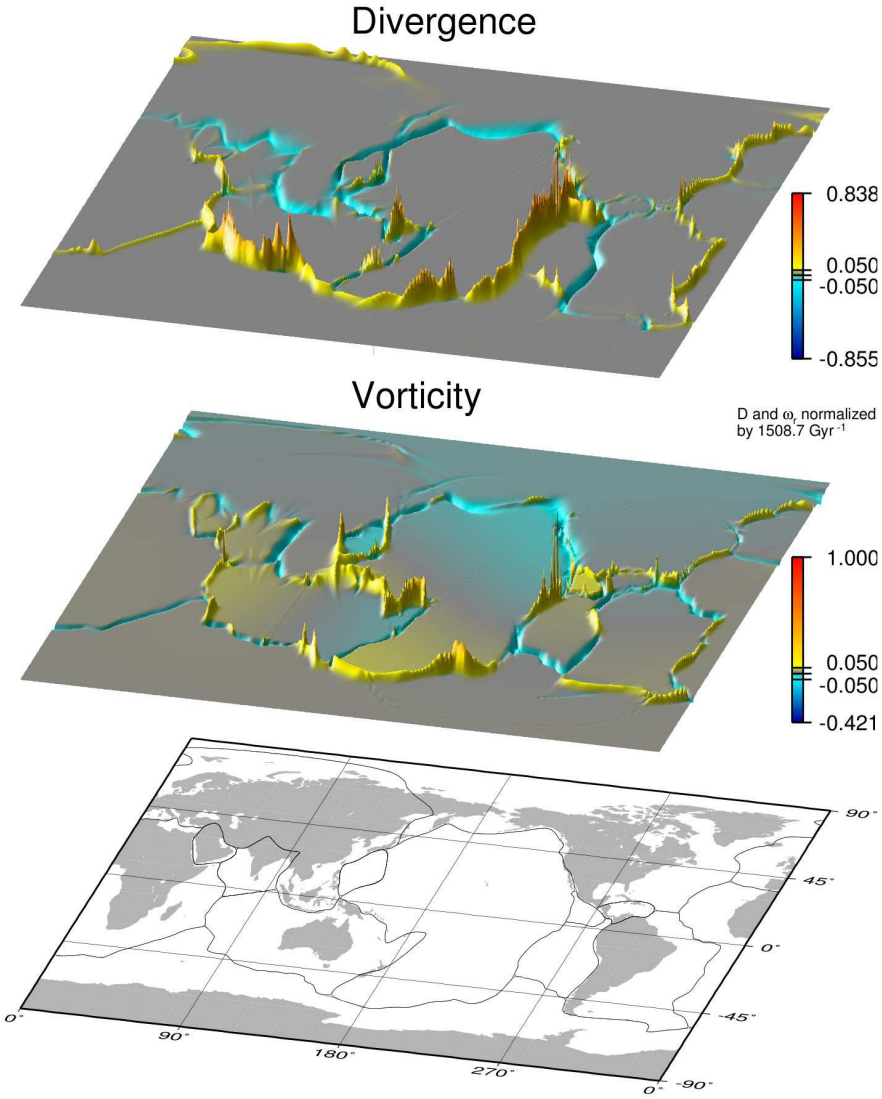

FIG. 1.7 – Répartition des champs toroïdaux et poloïdaux sur la surface de la Terre (Bercovici et al. (2000)).

se superpose au champ poloïdal. Il est donc le quantificateur naturel des zones de failles transformantes et de la rotation des plaques sur elles-mêmes.

Chandrasekhar (1961), Busse (1975) et Bercovici et al. (1989b) montrent que le champ toroïdal n'apparait de façon auto-cohérente dans un fluide que quand celui-ci présente des variations latérales de viscosité. La stratification verticale de la viscosité du manteau, due aux transitions de phases et à la dépendance en pression de la viscosité ne permet donc pas la génération du champ toroïdal.

Sur Terre, l'énergie cinétique de la lithosphère est à peu près également répartie entre ces deux champs (la proportion d'énergie due au champ toroïdal est comprise entre 25 et 50 %, mais souvent considérée égale à 50 %) (Hager & O'Connell (1978, 1979, 1981); Kaula (1980); Forte & Peltier (1987); O'Connell et al. (1991); Olson & Kincaid (1991); Ribe (1992); Cadek & Ricard (1992); Lithgow-Bertelloni et al. (1993); Bercovici & Wessel (1994); Bercovici (1995b); Bercovici et al. (2000); Balachandar et al. (1995); Dumoulin et al. (1998); Weinstein (1998)). Cette équipartition est singulière et apporte une contrainte forte aux numériciens pour comparer les résultats de leur simulations au cas de lithosphère de la Terre. La figure 1.7 montre leur répartition géographique.

La géométrie des zones de subduction est également difficile à comprendre. L'angle que prend la plaque plongeante et la rhéologie impliquée ou, de façon générale, l'identification de paramètres caractéristiques de ce système pose encore problème. En particulier, les simulations numériques peuvent produire des frontières relativement localisées mais prévoient souvent des angles de subduction proches de 90 degrés (cf. Tackley (2000a,b); Auth et al. (2003) etc.), ce qui représente mal ce qu'il se passe sur Terre.

1.3 Rhéologie de la lithosphère

1.3.1 Etat thermique

La rhéologie des roches dépendant fortement de la température, les enveloppes de contraintes sont donc très influencées par le profil thermique de la lithosphère. L'état thermique de la lithosphère peut être déterminé en utilisant l'équation de la chaleur. La différence entre les lithosphères océanique et continentale est alors une question de conditions aux limites et de taux de production de chaleur radioactive. Dans les deux cas, on considère un matériau semi-infini (cf. Schubert et al. (2001); Jaupart & Mareschal (2007)) dont la température de surface est constante ($\sim$ 300 K). La température à l'infini est fixée à la température du manteau supérieur (~ 1600 K) comme le montre la figure 1.8.

Le profil thermique est alors dérivable à chaque instant en considérant que la lithosphère océanique (initialement à la

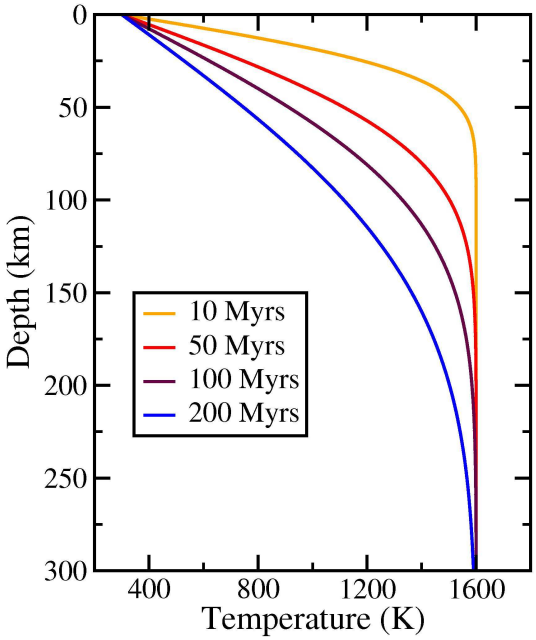

FIG. 1.8 – Allure des géothermes en fonction de l'âge de la lithosphère dans le modèle de refroidissement d'un milieu semi-infini (radioactivité négligée). Le flux de chaleur est d'autant plus important en surface que la variation de température avec la profondeur est importante.

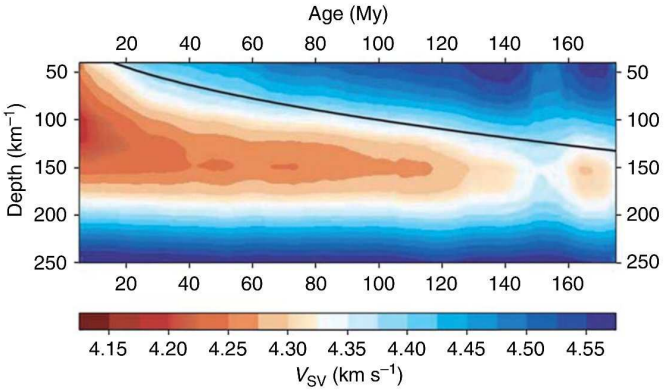

FIG. 1.9 – Moyenne des vitesses sismiques des ondes cisaillantes (ondes S) dans le pacifique en fonction de l'âge de la lithosphère (Maggi et al. (2006)). La courbe noire représente la limite de la couche thermique calculée dans le modèle de refroidissement d'un matériau semi-infini (cf. Parker & Oldenburg (1973)). Cette limite peut être considérée comme la limite lithosphère-asthénosphère dans le cas d'une plaque océanique.

température du manteau) se refroidit par conduction. On obtient alors un géotherme qui dépend de l'âge de la lithosphère. Il est également possible d'intégrer le taux de production de chaleur radioactive, plus important dans la croûte terrestre, plus riche en éléments incompatibles, afin de déterminer un état d'équilibre pour la lithosphère continentale (lire Jaupart & Mareschal (2007) pour un résumé complet).

La figure 1.9 montre la confrontation entre les observations des vitesses sismiques (qui dépendent principalement de la température) et le modèle de refroidissement par conduction dans le cas de la lithosphère océanique. On observe une excellente corrélation entre modèle et observation, à l'exception de la zone très proche du rift où la géométrie est plus complexe (voir également Davis et al. (1999) et Stein & Stein (1992)). La lithosphère océanique est donc très bien contrainte par le modèle du matériau semi-infini.

Dans le cas de la croûte continentale, le profil thermique dépend également fortement de l'histoire de la lithosphère, mais cette histoire est plus complexe. La lithosphère océanique possède une durée de vie très courte (rarement supérieure à 200 millions d'années, cf. Müller et al. (1997)) alors que la lithosphère continentale atteint parfois près de 4 milliards d'années (cf. figure 1.10).

La figure 1.8 représente donc mal la lithosphère continentale qui aurait une épaisseur trop importante si on y injectait simplement un âge très élevé. Divers modèles permettent de résoudre ce problème en calculant un état d'équilibre thermique de la lithosphère (Schubert et al. (2001); Jaupart & Mareschal (2007); Burov (2007)). L'épaississement de la couche limite thermique y est stoppé par la production de chaleur radioactive importante dans la croûte et le calcul converge vers un ordre de grandeur plus raisonnable.

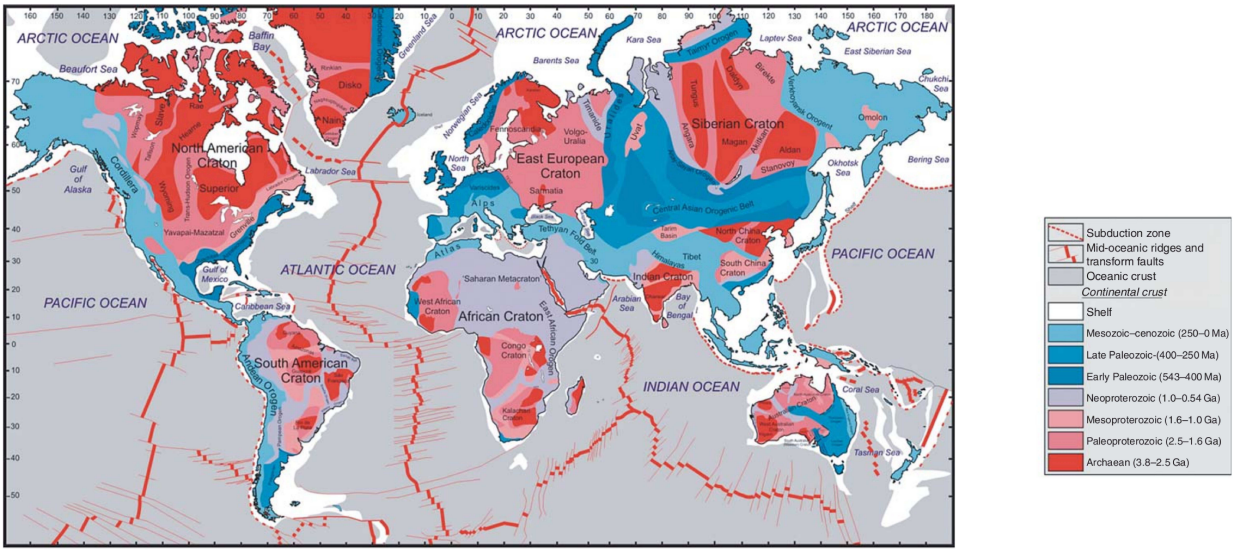

FIG. 1.10 – Distribution des âges de la croûte continentale (Mooney (2007)). La répartition des âges est extrêmement complexe lorsqu'on la compare à celle de la lithosphère océanique. Etant plus légère que la croûte océanique, la croûte continentale est plus rarement subductée.

1.3.2 Loi de Byerlee

Byerlee (1978) montre que même si leur composition minéralogique influence fortement leur viscosité, toutes les roches se cassent à la même contrainte lorsqu'elles sont placées dans les mêmes conditions expérimentales. Cette contrainte de rupture dépend fortement de la pression lithostatique et de la pression partielle en fluides interstitiels. Le fait que les roches obéissent toutes à la même contrainte de rupture semble être confirmé par les observations de failles lithosphériques s'étendant au travers des stratifications de différentes natures minéralogiques (cf. Burov (2007)).

Byerlee propose des profils verticaux de contrainte seuil que la roche ne peut pas dépasser. Lorsque la contrainte est plus importante que cette contrainte seuil, la roche subit donc une déformation cassante. La figure 1.11 montre les différentes enveloppes supposées contraindre la déformation de la lithosphère en fonction des conditions de pression.

Si l'on admet que la loi de Byerlee fonctionne dans toute la lithosphère, on comprend l'intérêt de représenter des profils verticaux de contrainte. Toutefois, si la rupture des matériaux se quantifie facilement dans de tels diagrammes, il en va différemment de la rhéologie ductile des roches de la lithosphère.

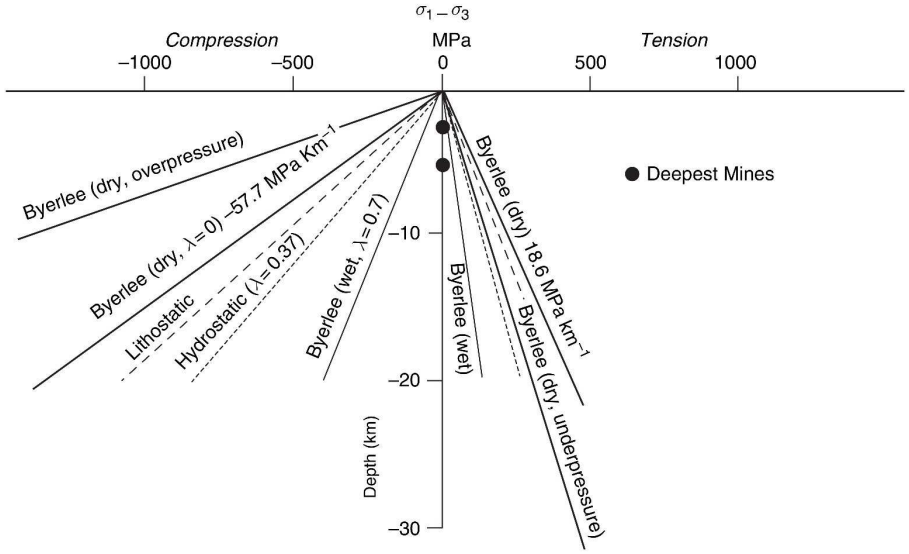

FIG. 1.11 – Contraintes seuil dans différentes conditions expérimentales illustrant les lois de Byerlee (1978) (cf. Burov (2007)). On voit que la lithosphère est beaucoup plus résistante en pression qu'en extension et que les fluides interstitiels affaiblissent la roche. Ce schéma représente l'interpolation des observations de la déformation cassante dans la croûte supérieure.

1.3.3 Fluage ductile

Contrairement au cas de la fracture, le fluage ductile fait intervenir des viscosités très variables selon le type de roche considéré. Pour pouvoir comparer les contraintes qu'engendrent le fluage ductile à la contrainte seuil prévue par la loi de Byerlee, les comportements rhéologiques des roches doivent être exprimés dans un profil vertical de contraintes, or ces contraintes dépendent principalement de la température et de l'hydratation. Afin de les tracer dans un tel diagramme, Goetze & Evans (1979) proposent d'utiliser une vitesse de déformation (constante à travers le profil vertical) caractéristique des vitesses et extensions spatiales des zones de déformation géologiques (en général autour de 10^{-15} s^{-1}). Le choix d'un profil de température de référence à travers la lithosphère et de conditions d'hydratation (et éventuellement de fusion partielle) permet alors de tracer les profils rhéologiques des strates superposées représentant les différents types de lithosphère (voir aussi Kohlstedt et al. (1995); Karato & Wu (1993a); Kirby & Kronenberg (1987)).

Ces enveloppes de contrainte permettent donc de modéliser les intersections entre rhéologie ductile et cassante pour n'importe quel type de lithosphère (selon la stratification choisie) et dans n'importe quelles conditions expérimentales. Si la contrainte prévue dans la rhéologie ductile est supérieure à la contrainte prévue dans la loi de Byerlee, alors la lithosphère se casse.

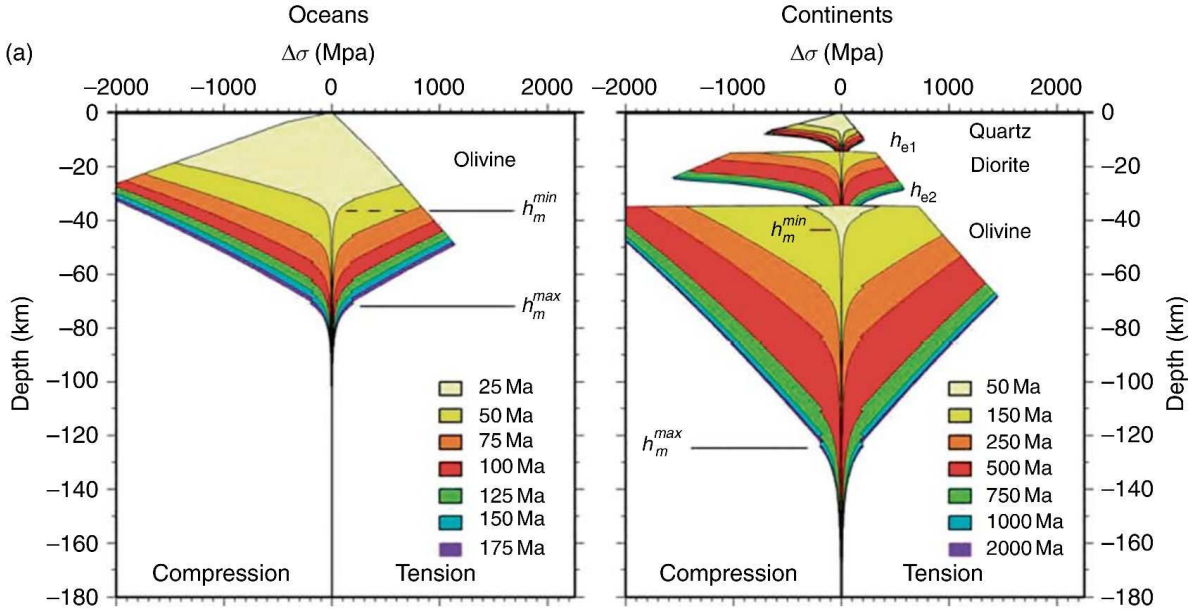

FIG. 1.12 – Enveloppes de contraintes des lithosphères océanique et continentale (Burov (2007)). On remarque l'influence de l'âge (en particulier dans le cas de la lithosphère continentale) sur la mécanique de la lithosphère. On voit également que les profils thermiques convergent vers un état stable, ce qui permet le calcul d'un profil rhéologique d'équilibre pour chaque type de lithosphère.

1.3.4 Calcul des enveloppes

La figure 1.12 montre les enveloppes de contrainte obtenues à l'aide des géothermes. Les deux types de lithosphère ont des comportements mécaniques très différents. Sur chaque image de la figure 1.12, on peut lire la loi de Byerlee en compression (à gauche) et en extension (à droite) et on note que la lithosphère est plus résistante en compression. Les lois de fluage utilisées pour tracer les enveloppes de contrainte sont choisies en fonction de l'hydratation présumée du matériau. Par exemple, on utilise les lois de fluage de l'olivine hydratée dans le cas d'une plaque continentale et les lois de fluage de l'olivine sèche dans le cas d'une plaque océanique. Ce choix semble justifié par le fait que le matériau qui génère les plaques océaniques provient d'un manteau anhydre alors que la lithosphère sous-continentale est souvent brassée et perturbée par les zones de subduction qui hydratent les roches (Hirth & Kohlstedt (2003)). En pratique, le choix des rhéologies à utiliser dans ces enveloppes peut poser problème (en particulier pour la lithosphère continentale) et il faut faire des hypothèses quant aux conditions d'hydratation et de fusion sous-continentales.

Les paramètres permettant de déterminer ces enveloppes sont mal contraints. Les lois rhéologiques sont utilisées très loin des conditions expérimentales dans lesquelles elles ont été obtenues et une telle extrapolation peut paraître incertaine

(Kohlstedt (2007)). Le comportement à basse température des rhéologies ductiles est supposé obéir au régime de Peierls (Evans & Goetze (1979)), mais une étude systématique de la loi de fluage correspondante n'a pas encore été entreprise (voir également Raterron et al. (2004); Katayama & Karato (2008)). Evans & Goetze (1979) ont observé que la vitesse de déformation prédite par le régime de dislocation est sous-estimée à très haute contrainte déviatorique ($\sim$ à partir de 500 MPa). Ils suggèrent alors une autre loi de fluage, dite régime de Peierls (cf. Cottrell (1953); Nabarro (1967a); Hirth & Lothe (1982); Frost & Ashby (1982); Kocks et al. (1975); Drury (2005); Kohlstedt (2007), voir chapitre 2), dans lequel la vitesse de déformation est plus importante que celle prédite par le régime de dislocation. Ce comportement est observé à une vitesse de déformation très élevée (observable en laboratoire) et son extrapolation aux vitesses de déformation significatives des zones de cisaillement est probablement encore plus mal contrainte que pour les autres régimes du fait du manque de données expérimentales. Plusieurs études (McAdoo et al. (1985); Burov & Diament (1992); Kohlstedt et al. (1995)) considèrent donc une version linéarisée de la contrainte (en fonction de la profondeur) à la base de la lithosphère (cf. figure 1.12) qui ne correspond pas à la loi rhéologique de Evans & Goetze (1979) mais qui limite tout de même la contrainte atteinte dans la base de la lithosphère de façon raisonnable.

La validité de l'extrapolation de la loi de Byerlee à la lithosphère inférieure reste également à démontrer (Burov (2007)) et Kohlstedt et al. (1995) soulignent l'incertitude quant à la localisation de la transition cassant-ductile. Dans le cas de la lithosphère océanique, il semble tout de même que la transition prédite par les enveloppes exposées ici soit assez bien corrélée avec la limite inférieure observée des zones de sismicité (Watts & Burov (2003); Burov (2007)).

Dans le cas de la lithosphère continentale, la nature des roches rend la mécanique du système plus complexe. Deux modèles qualitatifs sont apparus pour confronter la topographie des zones de sismicité et les enveloppes de contraintes présentées dans cette section : les modèles dits "crême brulée" et "jelly sandwich". Le premier, comme son nom l'indique, considère une croûte dure et cassante en surface surplombant un manteau ductile. Ce modèle représente donc bien la lithosphère océanique (cf. figure 1.12) qui présente une faible variabilité rhéologique dans son profil ductile. Le modèle du "jelly sandwich" considère une répartition plus complexe du champ de contraintes dans le profil vertical rhéologique. La lithosphère crustale et la lithosphère mantellique y possèdent chacune une partie cassante et une partie ductile. Ceci peut impliquer un découplage mécanique des parties supérieures et inférieures de la lithosphère continentale considérée (cf. Brace & Kohlstedt (1980); Chen & Molnar (1983); Carter & Tsenn (1987); Molnar (1992); Handy & Brun (2004); Precigout et al. (2007); Gueydan et al. (2008)). La figure 1.12 montre également que cette structure en sandwich à parties découplées évolue avec l'âge de la lithosphère, il peut donc être déterminant de contraindre le profil thermique de la couche étudiée, ce qui rajoute encore de l'incertitude. La dynamique de la lithosphère continentale est donc délicate à contraindre et doit être étudiée au cas par cas, selon la zone géographique simulée.

Même si leur structure peut varier de l'une à l'autre, ces enveloppes rhéologiques prédisent une échelle de contrainte à la lithosphère. Si la convection du manteau est suffisamment puissante pour atteindre cette contrainte de façon permanente, la lithosphère se casse en parties et des zones de subduction apparaissent. Les planètes du système solaire nous montrent que cette situation n'est pas triviale même pour des corps, comme Vénus, de tailles et de compositions pourtant comparables à celles de la Terre.

1.4 Simulation numérique avec localisation de la déformation

Plusieurs ingrédients ont été utilisés pour obtenir une localisation de la déformation en surface : la contrainte maximale que peut supporter la lithosphère, la dissipation visqueuse, la fusion partielle, l'eau et surtout l'endommagement (taille des grains, porosité).

Simulations avec plasticité

Plusieurs études (Moresi & Solomatov (1998); Trompert & Hansen (1998); Tackley (2000a,b); Richards et al. (2001); Stein et al. (2004); van Heck & Tackley (2008); Foley & Becker (2009), cf. figure 1.14) ont incorporé un limiteur de contrainte (c'est-à-dire de viscosité, comme nous allons le voir) dans un ensemble de simulations de convection avec fort contraste de viscosité.

Afin de limiter la contrainte à l'enveloppe imposée en surface, Stein et al. (2004) posent la viscosité sous la forme :

$$\frac{2}{\eta} = \frac{1}{\eta_d} + \frac{1}{\eta_c} \tag{1.6}$$

avec η la viscosité, η_d la viscosité ductile, suivant une loi d'Arrhenius ou de Frank-Kamenetskii (cf. chapitre 4) et η_c une viscosité maximale imposée par l'enveloppe de contrainte cassante. La viscosité η_c est calculée à l'aide de la contrainte par la formule :

$$\eta_c = \frac{1}{2}\frac{\tau_c(z)}{\dot{\epsilon}} \tag{1.7}$$

où τ_c contient le profil de contraintes maximal et $\dot{\epsilon}$ est le second invariant de la contrainte déviatorique (voir le chapitre 2). On définit la contrainte τ_c par :

$$\tau_c(z) = \min\left(\left.\frac{\partial \tau}{\partial z}\right|_{byerlee} z, \tau_{max}\right) \tag{1.8}$$

La figure 1.13 (cf. Stein et al. (2004)) montre les transitions entre différents régimes tectoniques. Un haut nombre de Rayleigh de surface tend à favoriser le régime de tectonique des plaques et un fort contraste de viscosité tend à diminuer les contraintes (sans dimension) de transition entre régimes.

De façon générale, les simulations de convection avec contrainte seuil trouvent une contrainte lithosphérique comprise entre 100 et 300 MPa (Tackley (2000a); Stein et al. (2004); Walzer & Hendel (2008); Foley & Becker (2009)), ce qui est inférieur aux valeurs attendues, autour de 700 MPa (Kohlstedt et al. (1995)). Toutefois, Tagawa et al. (2007) (et également

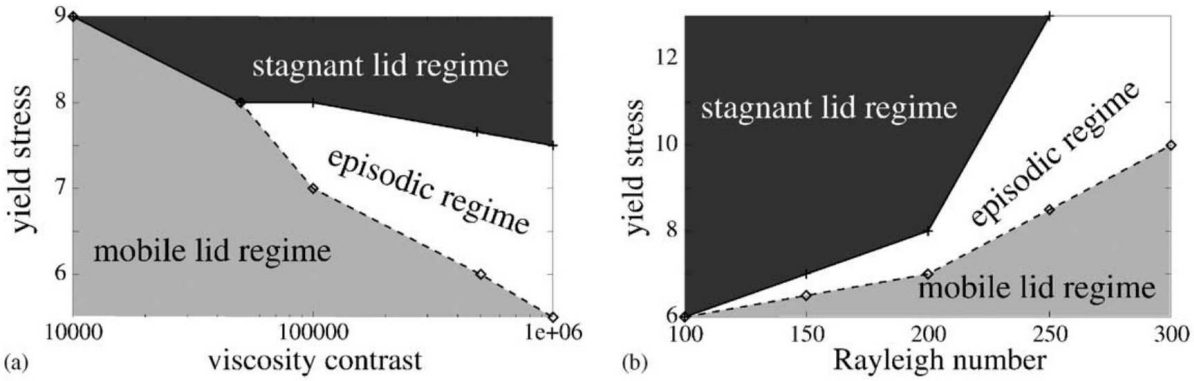

FIG. 1.13 – Caractérisation des transitions entre régime du couvercle stagnant, régime épisodique (a priori le régime Vénusien) et régime de tectonique des plaques. Stein et al. (2004) cherchent les contraintes limitant les trois régimes en fonction du contraste de viscosité et du nombre de Rayleigh (ici, de surface).

Nakakuki et al. (2008)) montrent qu'en imposant un angle de subduction plus réaliste, une contrainte aussi basse n'est plus nécessaire. Par contre, les paramètres physiques qu'ils incorporent sont plus complexes. Leur simulations ne sont sont pas autocohérentes au même titre que celles proposées par Tackley (2000a), Stein et al. (2004), van Heck & Tackley (2008) et Foley & Becker (2009).

Ces études numériques montrent que la rupture permet de localiser la déformation et donc de créer des plaques. Toutefois, les plaques synthétisées numériquement ne sont pas auto-entretenues à la façon des plaques terrestres. Les frontières de plaques se cicatrisent périodiquement et on n'observe pas l'équipartition attendue des champs toroïdaux et poloïdaux. La plasticité est donc un premier pas vers la localisation de la déformation mais ne suffit pas à créer un véritable régime de tectonique de plaques parce que les zones de forte déformation ne possèdent pas de mémoire de la déformation. Ce formalisme ne permet donc pas la réactivation des zones de cisaillement.

1.4.1 Dissipation visqueuse

La dissipation visqueuse est l'énergie thermique libérée lors d'une déformation (Schubert et al. (2001); Regenauer-Lieb & Yuen (2003); Ricard (2007)). Ce terme est naturellement présent dans toute forme de déformation, comme le montre l'équation de conservation de l'énergie (équation 4.2). Le frottement visqueux interne à la roche produit une augmentation de température proportionnelle au travail plastique $\underline{\tau}.\dot{\epsilon}$, où $\underline{\tau}$ est le tenseur des contraintes (Pa) et $\dot{\epsilon}$ le tenseur des vitesses de déformation (s^{-1}), cf. chapitre 4. Ce terme est négligé dans l'approximation de Boussinesq, (chapitre 4, équation 4.11). Toutefois, lorsque l'on cherche à quantifier les paramètres localisants, la dissipation visqueuse

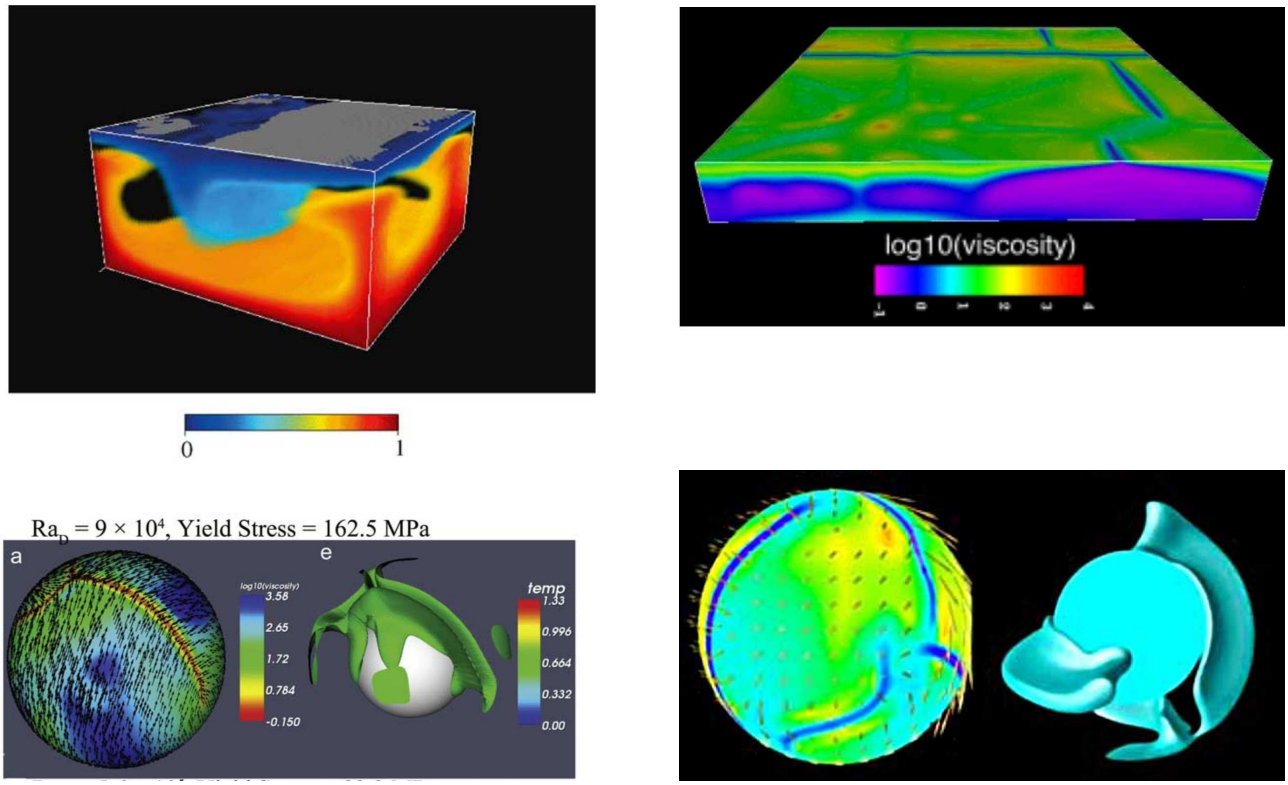

FIG. 1.14 – Simulations avec limiteurs de viscosité de surface. En haut à gauche : Stein et al. (2004) (champ des températures sans dimension, les parties grisées en surface désignent les zones de faible déformation). En haut à droite : Tackley (2000a) (champ des viscosités). En bas à gauche : Foley & Becker (2009) (à gauche, viscosités et vitesses de surface, à droite, isosurfaces de températures). En bas à droite : van Heck & Tackley (2008) (à gauche, viscosités et vitesses de surface, à droite, isosurfaces de températures). Dans chacune de ces simulations, la viscosité est majorée en surface, ce qui localise la déformation aux frontières de blocs rigides. Ce comportement est très similaire à la tectonique de plaques observée sur Terre.

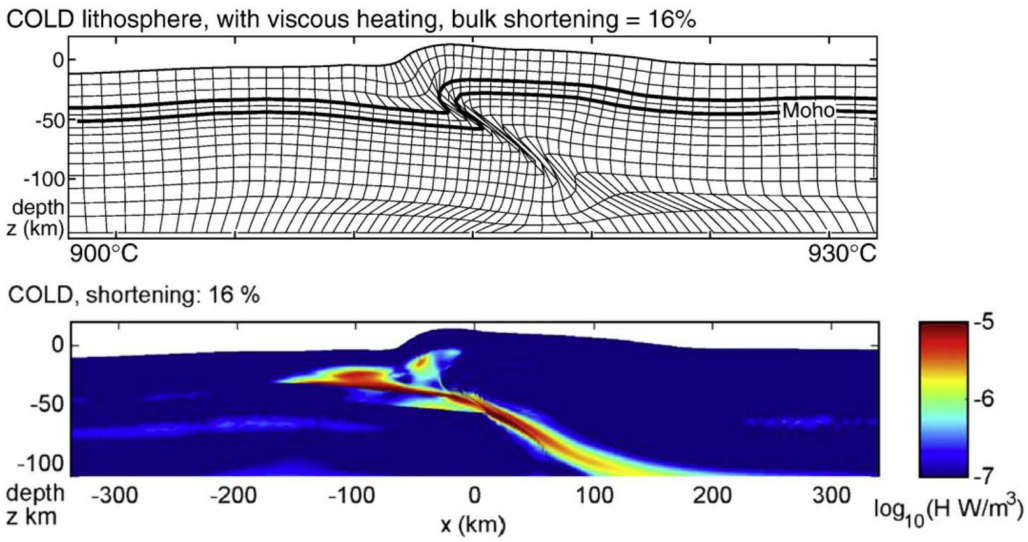

FIG. 1.15 – Simulation numérique d'une compression de lithosphère continentale avec dissipation visqueuse (Burg & Schmalholz (2008)). En haut : état de la stratification d'origine après la déformation, une zone de cisaillement très nette apparait. En bas : production de chaleur par dissipation visqueuse. On voit très bien la corrélation entre la production de chaleur et la zone de cisaillement.

peut jouer un rôle, comme le montrent plusieurs études (Schubert & Yuen (1978); Fleitout & Froidevaux (1980); Ranalli & Murphy (1987); Ranalli (1995); Bercovici (1996); Leloup et al. (1999); Regenauer-Lieb & Yuen (2000); Gerya (2005); Burg & Schmalholz (2008); Kaus & Podladchikov (2006); Hobbs et al. (2007)).

La diminution de la viscosité avec la température limite l'efficacité du phénomène ; la dissipation diminue avec l'augmentation de température qu'elle produit. Burg & Schmalholz (2008) nous montrent toutefois que la considération de ce mécanisme semble permettre de localiser suffisamment la déformation pour engendrer des structures comparables à la chaîne de l'Himalaya.

1.4.2 Fusion partielle

La fusion partielle est fondamentale dans la création du régime de tectonique dans la mesure où elle génère les dorsales océaniques (Braun et al. (2000); Schubert et al. (2001); Parmentier (2007)). Elle est également très présente dans les zones de subduction où la déshydratation des plaques plongeantes déstabilise les roches entraînées dans les coins mantelliques et y affecte la rhéologie des roches (van Keken (2003); Hirth & Kohlstedt (2003); Abers et al. (2006); Kohlstedt (2007); van Keken et al. (2008); Kimura et al. (2009)). La fusion partielle est également utilisée comme générateur de croûte continentale dans certaines simulations numériques (Nikolaeva et al. (2008); Keller & Tackley (2009)). Dans le contexte

de la déformation cassante, elle est considérée comme extrêmement localisante et relaxe la contrainte de façon significative (cf. Kelemen & Hirth (2007)).

1.4.3 L'eau

Lorsque l'on pose la question de ce qui crée la différence entre les régimes tectoniques de la Terre et de Vénus, l'eau est souvent mentionnée en plus de la température de surface. En effet, Vénus est connue pour avoir une température de surface proche de 740K (Seiff (1983)) et ne présente qu'une faible quantité d'eau dans son atmosphère (Zolotov (2007)). Diverses expériences montrent effectivement que l'eau a un effet important sur la rhéologie des roches (Hirth & Kohlstedt (2003); Kohlstedt (2007)). De façon générale, à contrainte égale, une roche hydratée possèdera une vitesse de déformation plus importante que la même roche non-hydratée (cf. chapitre 2) et c'est ce qui explique les différentes enveloppes de contraintes précédemment exposées en fonction des conditions d'hydratation.

1.4.4 Endommagement

Dans le but de donner une mémoire concrête à la roche, diverses études ont considéré une variable dite d'"endommagement". Cette variable peut être utilisée de façon générique (Lyakhovsky et al. (1997); Tackley (2000b); Bercovici & Karato (2003a); Ogawa (2003); Auth et al. (2003); Ogawa (2007); Nakakuki et al. (2008); Hieronymus et al. (2008); Finzi et al. (2009)) ou désigner une grandeur physique comme la porosité (McKenzie (1984),Spiegelman (1993a,b,c),Bercovici et al. (2001a); Ricard et al. (2001); Bercovici et al. (2001b)), la taille des grains (cf. chapitre 3) ou la température (la dissipation visqueuse).

Quelle que soit la grandeur physique désignée par l'endommagement ω (porosité, inverse de la taille des grains ou température), ces études considèrent qu'il affecte la viscosité du matériau $\eta(\omega)$ de sorte que $\partial\eta/\partial\omega < 0$. De cette façon, plus la roche est endommagée (plus ω est grand), plus le matériau se déforme à une contrainte donnée.

Dans chaque cas, l'évolution temporelle de ω est donnée par la compétition des termes d'endommagement et de cicatrisation. Le matériau est considéré endommagé lors d'une déformation (sous contrainte) et cicatrise de lui-même au cours du temps, quelle que soit la grandeur représentée par le paramètre ω :

$$\partial\omega/\partial t = \text{endommagement} - \text{cicatrisation} \tag{1.9}$$

Par exemple si l'on pense à la température comme variable d'endommagement, le premier terme du membre de droite correspond à l'échauffement visqueux $\tau : \dot{\epsilon}$, le second à la diffusion $-k\nabla^2 T$. D'autres auteurs ont imaginé des endom-

magements liés à la déformation, aux contraintes, à la dissipation... et différentes expressions assez arbitraires pour la cicatrisation.

Cas particulier de la taille des grains Une forte réduction de la taille de grains (dite mylonisation ou mylonitisation) a été observée dans les zones de cisaillement (Vissers et al. (1995); Jaroslow et al. (1996); Jin et al. (1998); Mancktelow (1987); Rutter & Brodie (1988); Knipe (1990); Gerald & Stünitz (1993); Molli et al. (2000); Bestmann et al. (2000)). La taille des grains est donc de plus en plus considérée comme un paramètre indispensable à l'étude de la localisation de la déformation dans la lithosphère. Son effet est étudié à différentes échelles :

- au niveau microscopique, avec des programmes comme ELLE (Jessell et al. (2001, 2005); Becker et al. (2008)) ou autre (Solomatov et al. (2002))
- dans la lithosphère (Kameyama et al. (1997); Braun et al. (1999); Montési & Hirth (2003); Bercovici & Ricard (2005); Hier-Majumder et al. (2006); Hieronymus (2006); Kelemen & Hirth (2007))
- et dans le manteau des planètes (Solomatov & Moresi (1996); Solomatov (2001); Hall & Parmentier (2003); Solomatov & Reese (2008)).

La localisation de la déformation dépendante de la taille des grains intervient quand la roche est soumise à une contrainte telle que les grains recristallisés se trouvent en régime de diffusion. Dans ce régime, la viscosité est inversement proportionnelle au cube de la taille moyenne des grains, elle est donc diminuée par la nucléation de petits grains. Puisque la déformation de localise dans cette zone recristallisée, la dissipation visqueuse produit de la chaleur qui diminue encore la viscosité dans la zone de cisaillement. La localisation de la déformation est permanente si la température n'est pas suffisamment élevée pour que les grains croissent si vite que la roche quitte le régime de diffusion.

Chapitre 2

Lois rhéologiques de l'olivine

2.1 Mécanismes de déformation

2.1.1 Rhéologie

Au cours des dernières décennies, un grand nombre d'experiences ont été élaborées dans le but de contraindre autant que possible les lois rhéologiques des roches constitutives du manteau et de la croûte terrestre. La rhéologie (mot que nous utilisons comme raccourci de "loi rhéologique") se définit comme étant la réponse mécanique d'un matériau à une excitation exercée. C'est une relation entre la contrainte, notée σ (Pa), la déformation, notée ϵ (sans dimension) et la vitesse de déformation, notée $\dot{\epsilon}$ (s^{-1}).

La contrainte est une grandeur tensorielle qui représente l'ensemble des forces par unité de surface s'appliquant sur un cube infinitésimal. La figure 2.1 représente cet élément infinitésimal ainsi que les composantes du tenseur des contraintes. L'ensemble des composantes du tenseur $\underline{\sigma}$ (illustrées par la figure 2.1) est résumé par la matrice :

$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}, \tag{2.1}$$

Le tenseur des contraintes est symétrique, c'est-à-dire que ses composantes vérifient : $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. Par convention, la

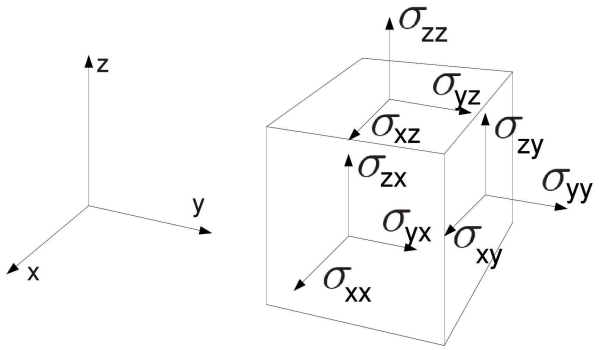

FIG. 2.1 – Détail des composantes du tenseur des contraintes.

pression est définie comme étant l'opposée de la contrainte isotrope :

$$P = -tr(\underline{\sigma})/3 = -\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3}. \tag{2.2}$$

La pression représente donc la moyenne des contraintes normales pointant vers l'intérieur de l'élément infinitésimal. Le tenseur des contraintes déviatoriques $\underline{\tau}$ est défini par le tenseur des contraintes duquel on retire la trace (donc où on rajoute la pression) : $\underline{\tau} = \underline{\sigma} + P\underline{I}$.

Le tenseur des déformations $\underline{\epsilon}$ représente la déformation subie par l'élément infinitésimal. De même que le tenseur des contraintes, le tenseur des déformations est symétrique. Le tenseur des déformations est construit à partir des dérivées des déplacements $u_i(x_1, x_2, x_3)$ (x_i représentent les coordonnées spatiales)

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.3}$$

La figure 2.2 montre l'exemple d'une déformation selon la composante ϵ_{xy}. Le fait que le tenseur des déformations soit symétrique est mis en évidence par le fait que la déformation suivant la composante ϵ_{yx} est également activée.

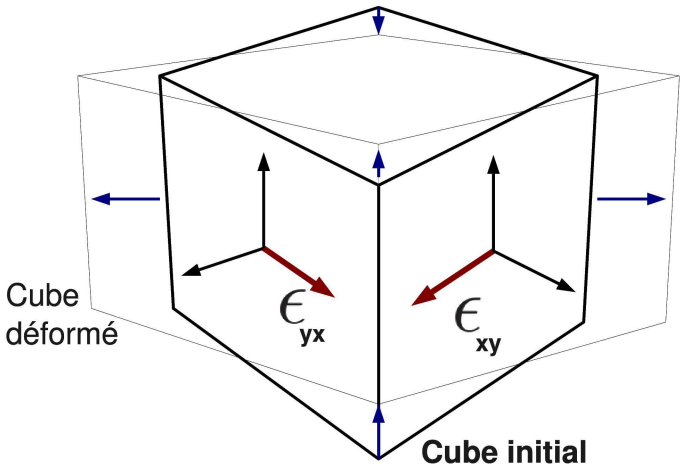

FIG. 2.2 – Exemple d'une déformation selon la composante $-\epsilon_{xy}$.

On définit également le tenseur des vitesses de déformation $\underline{\dot{\epsilon}}$ représentant la cinétique de déformation du matériau. Il est défini par la relation :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.4}$$

où les x_i et x_j représentent les coordonnées spatiales et les v_i et v_j les vitesses. Ce tenseur est lui aussi symétrique.

Chaque tenseur d'ordre deux possède trois invariants notés ici I_1, I_2 et I_3. Comme leur nom l'indique, les invariants ne dépendent pas du système de coordonnées dans lequel on les exprime. Les propriétés physiques ne peuvent donc dépendre que de ces invariants (ou de leurs combinaisons), et pas des composantes individuelles du tenseur.

– Pour un tenseur A, le premier invariant I_1 est défini par :

$$I_1 = \sum_{i=1}^{3} A_{ii} = tr\,(A)\,. \tag{2.5}$$

Par exemple, pour le cas du tenseur des contraintes, cette somme des composantes de la diagonale du tenseur est reliée à la pression par la relation : $P = -I_1^{\tau}/3$, où I_1^{τ} est le premier invariant du tenseur des contraintes. Dans le cas du tenseur des vitesses de déformation, le premier invariant $I_1^{\dot{\epsilon}}$ est égal à la divergence du champ des vitesses :

$$I_1^{\dot{\epsilon}} = \dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy} + \dot{\epsilon}_{zz} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}, \tag{2.6}$$

Dans le cas d'un fluide incompressible, cet invariant est donc toujours égal à 0.

– Le deuxième invariant I_2 d'un tenseur symétrique est défini par :

$$I_2 = A_{11}A_{22} + A_{22}A_{33} + A_{11}A_{33} - A_{12}^2 - A_{23}^2 - A_{13}^2. \tag{2.7}$$

Pour le tenseur des contraintes déviatoriques, en utilisant la propriété $tr(\underline{\tau} = 0)$, le second invariant peut s'exprimer sous la forme :

$$I_2(\underline{\tau}) = \tau_{11}\tau_{22} + \tau_{22}\tau_{33} + \tau_{11}\tau_{33} - \tau_{12}^2 - \tau_{23}^2 - \tau_{13}^2 = -\frac{1}{2}(\tau_{11}^2 + \tau_{22}^2 + \tau_{33}^2) - \tau_{12}^2 - \tau_{23}^2 - \tau_{13}^2 = -\frac{1}{2}\underline{\tau} : \underline{\tau}. \tag{2.8}$$

Cet invariant est souvent utilisé en mécanique (des fluides) pour quantifier la partie déviatorique de la déformation. Toutefois, on trouve souvent le second invariant défini sous une forme différente :

$$I_2'(\underline{\tau}) = \sqrt{\underline{\tau} : \underline{\tau}}, \tag{2.9}$$

qui confère à $I_2'(\underline{\tau})$ la même dimension que τ. Cette grandeur reste toujours positive et est parfois appelée contrainte déviatorique effective.

– Le troisième invariant I_3 est défini par le déterminant du tenseur.

2.1.2 Comportement élastique, comportement visqueux

Matériau élastique

Lors de la déformation d'un matériau élastique, la déformation est instantanée et réversible. Si l'on relache la contrainte, le matériau revient dans son état initial. La déformation élastique est donc décrite par une loi de la forme $f(\epsilon, \tau) = 0$. Dans cette situation, la rhéologie relie donc les éléments du tenseur des vitesses de déformation ϵ_{kl} à ceux du tenseur des contraintes τ_{ij}. Nous obtenons alors (loi de Hooke) :

$$\tau_{ij} = \Lambda_{ijkl}\epsilon_{kl}, \tag{2.10}$$

où Λ_{ijkl} est un tenseur d'orde 4. Dans le cas le plus fréquent de l'isotropie du matériau, on peut alors introduire le coefficient de compressibilité K et la rigidité du matériau μ_R par la relation :

$$\underline{\epsilon} = -\frac{P}{3K}\underline{I} + \frac{1}{2\mu_R}\underline{\tau} \tag{2.11}$$

Matériau plastique

Lors de la déformation d'un matériau plastique, l'application d'une contrainte constante crée une vitesse de déformation constante. Le matériau se déforme continuellement et de façon irréversible : il ne revient pas à son état initial lorsque l'on relache la contrainte. La rhéologie s'écrit alors généralement $f(\dot{\epsilon}, \tau) = 0$. Dans cette situation, la rhéologie relie donc les éléments du tenseur des vitesses de déformation $\dot{\epsilon}_{ij}$ à ceux du tenseur des contraintes τ_{ij}. Nous obtenons alors :

$$\tau_{ij} = 2\eta\dot{\epsilon}_{ij}, \tag{2.12}$$

où η est la viscosité dynamique du matériau (Pa.s). Les composantes τ_{ij} et $\dot{\epsilon}_{ij}$ sont donc supposées proportionnelles ici, mais la viscosité peut prendre une forme très complexe et dépendre du tenseur des contraintes.

2.1.3 Rhéologie du manteau terrestre

Le manteau terrestre possède une rhéologie visco-élastique. C'est la durée de l'excitation qui détermine quel type de réponse est fournie. A haute fréquence, typiquement le temps de propagation des ondes sismiques, la roche répond de façon élastique : elle transmet l'onde en se déformant et retourne dans son état initial. A basse fréquence, par exemple lors de la tectonique des plaques, le manteau se déforme continuellement.

L'échelle de temps séparant ces deux régimes est appelée temps de Maxwell t_M. On l'obtient par l'analyse dimensionnelle en comparant les coefficients expérimentaux significatifs de la déformation visqueuse (la viscosité dynamique η) et de la déformation élastique (la rigidité μ_R) :

$$t_M = \frac{\eta}{\mu_R}. \tag{2.13}$$

En considérant une viscosité du manteau proche de 10^{21} Pa s et une rigidité de l'ordre de 100 GPa, on obtient un temps de Maxwell de près de 300 ans. Lorsque l'on s'intéresse à la dynamique globale du manteau terrestre, l'échelle de temps significative des transformations est plutôt de l'ordre de quelques millions d'années, on ne s'intéressera donc par la suite, dans le présent manuscrit, qu'à la partie visqueuse de la déformation.

Dans le cas de la dynamique du manteau terrestre, la rhéologie est donc la relation entre les seconds invariants de la vitesse de déformation et de la contrainte déviatorique. Elle est écrite sous la forme $\tau = 2\eta(T, P, r, I_2, \dots)\dot{\epsilon}$, avec T la température du matériau, P la pression, r la taille moyenne des grains, I_2 le second invariant du tenseur des vitesses de déformation.

2.1.4 Estimations macroscopiques

La viscosité du manteau terrestre est donc une variable importante en géodynamique, dans la mesure où elle relie la vitesse de déformation à la contrainte. Diverses méthodes permettent d'en estimer un ordre de grandeur à différentes profondeurs.

Rebond post-glaciaire

A la fin de chaque période glaciaire, la fonte massive des glaces décharge la lithosphère de façon abrupte sur certaines zones plus ou moins localisées (baie d'Hudson (Canada), Scandinavie etc.) (cf. Cathles (1975), Peltier & Andrews (1976), Mitrovica et al. (1994), Lambeck & Nakiboglu (1984), Schubert et al. (2001), Sabadini (2007)). La relaxation de la contrainte due à la fonte entraine un retour à l'équilibre isostatique de la lithosphère et du manteau supérieur, mettant en jeu un fluage visqueux (puisque la réponse n'est pas instantanée).

L'étude des modifications du niveau marin au cours des derniers 10000 ans, couplée à l'estimation de la charge de glace permet alors d'estimer la cinétique de retour à l'équilibre et la contrainte relaxée. Divers modèles de dynamique de la lithosphère et du manteau (viscosité considérée homogène ou stratifiée) déduisent alors une viscosité proche de $1 - 2\ 10^{21}$ Pa s.

Géoïde

Le rebond post-glaciaire permet une bonne estimation de la viscosité de la lithosphère et du manteau supérieur mais ne fait intervenir le manteau inférieur que faiblement. Pour estimer le profil radial de viscosité dans la totalité du manteau, il est possible d'utiliser le géoïde. Le géoïde est défini par la surface d'équipotentielle de gravité qui coïncide avec le niveau marin moyen. Cette surface sert de référence d'altitude et ses ondulations peuvent permettre d'obtenir des informations sur la structure interne de la Terre.

L'étude de l'écart entre géoïde hydrostatique (l'éllipsoïde obtenue en perturbant une Terre sphérique avec sa rotation) et non-hydrostatique (la surface d'équipotentiel gravitationnel observée) montre des anomalies gravitationnelles. Lorsque

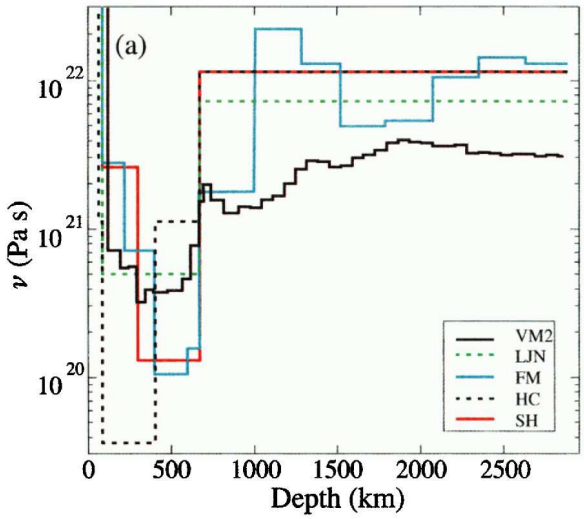

FIG. 2.3 – Estimations de la viscosité dans le manteau (issu de Peltier (1998)). LJN : Lambeck et al. (1990), FM : Forte & Mitrovica (1996), HC : Hager & Clayton (1989), SH : Simons & Hager (1997). Tous les modèles s'accordent sur la présence d'un saut de viscosité aux alentours de la zone de transition.

l'on décompose ce champ d'anomalies en harmoniques sphériques, on s'aperçoit qu'il a deux sources distinctes. Les courtes longueurs d'ondes sont corrélées à la structure superficielle de la Terre (topographie, densité et épaisseur de la croûte) mais les grandes longueurs d'ondes ne le sont pas. La comparaison de ce signal avec les données de tomographie sismique montre alors une très forte anti-corrélation de ces grandes longueurs d'ondes avec les anomalies de densité du manteau inférieur.

Le fait que les anomalies soient anti-corrélées avec le géoïde peut paraître paradoxal, on pourrait s'attendre à ce qu'une anomalie de densité positive tende à augmenter le potentiel gravitationnel de surface. En réalité, ceci correspondrait à considérer le manteau comme statique. Le manteau étant visqueux, un élément de grande densité est attiré vers le centre de la Terre et déforme alors son environnement. Cette déformation occasionne alors une dépression de la surface surplombant l'anomalie et se répercute sur le géoïde.

L'amplitude de la déformation de surface permet alors d'estimer la viscosité du manteau profond (cf. Ricard et al. (1984); Hager (1984); Richards & Hager (1984); Ricard et al. (1989, 1993); Thoraval & Richards (1997)). On s'aperçoit que considérer une viscosité constante engendrerait une anomalie de géoïde trop négative, c'est pourquoi il a été postulé que la viscosité du manteau inférieur est supérieure d'un facteur $30 - 100$ à celle du manteau supérieur (cette gamme de valeur impliquant une bonne correspondance entre le géoïde observé et le géoïde recalculé) comme l'indique la figure 2.3.

Plaques océaniques et bilan de forces

L'analyse dimensionnelle des plaques océaniques et de leur interaction avec le manteau (inférieur) permet également d'estimer une viscosité moyenne du manteau. Le bilan des forces agissant sur une plaque océanique (connectée à sa partie subductée) peut être résumé par les contributions suivantes : la poussée due à l'élévation isostatique des rifts ($5 - 10\%$ de la force motrice, cf. Lithgow-Bertelloni & Silver (1998)), l'entraînement dû à la plongée de la partie subductée de la plaque ($90 - 95\%$ de la force motrice) et la contrainte visqueuse distribuée dans le manteau, résistant au mouvement.

En négligeant la poussée liée à la contraction thermique des fonds océaniques, l'égalité des forces montre bien qu'une viscosité (considérée uniforme) de 10^{22} Pa s est nécessaire pour stabiliser une vitesse de plaque de l'ordre de 10 cm par an (cf. Bercovici et al. (2000)). Cette analyse confirme donc les résultats précédemment exposés.

2.1.5 Etudes expérimentales

Dans la mesure où une expérience de laboratoire ne permet pas un temps d'étude du même ordre de grandeur que le temps naturel de déformation de la lithosphère (quelques milliers d'années au minimum), les contraintes déviatoriques appliquées aux échantillons sont souvent très supérieures aux contraintes naturelles. C'est pourquoi, effectuer un lien entre une déformation observée à grande échelle dans une roche naturelle et les résultats d'une experience de laboratoire sur un échantillon de taille millimétrique à centimétrique relève toujours de l'extrapolation.

La figure 2.4 montre les trois géométries les plus largement utilisées. Les deux premières permettent une déformation modeste de l'échantillon (quelques dizaines de pourcents de la taille de l'échantillon, tout au plus) alors que la troisième permet des déformations quasi-infinies. Une déformation très importante (parfois jusqu'à 1000% de la taille de l'échantillon) peut être fondamentale pour la compréhension de la rhéologie parce qu'elle permet d'atteindre des états stationnaires difficilement accessibles à l'aide des deux premières géométries (cf. Drury (2005)).

Selon la nature de l'échantillon et des conditions expérimentales (pression, température, teneur en eau, taux de fusion partielle etc.) différents modes de déformation sont observés (cf. section 2.2.3). On distingue les fluages par diffusion, dislocation, glissement des joints de grain et le fluage de Peierls. Chacun de ces modes possède sa propre dépendance en température, pression, fugacité de l'oxygène et surtout sa propre réponse à la contrainte (rhéologies newtoniennes et non-newtoniennes) et à la taille des grains, comme nous allons le montrer dans la suite de ce manuscrit.

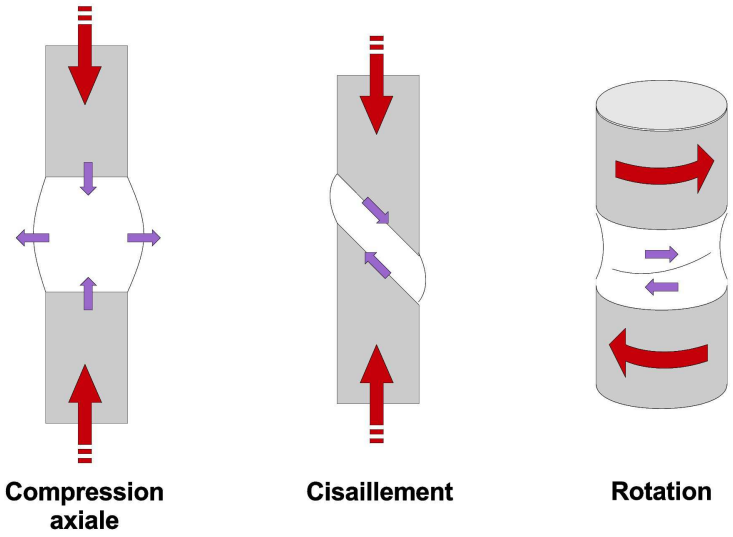

FIG. 2.4 – Etudes de la rhéologie sous différentes géométries. L'appareil est représenté en gris et l'échantillon en blanc. Les flèches rouges représentent la contrainte appliquée et les flèches violettes la déformation du matériau.

2.1.6 Fluage par diffusion

Introduction

Dans ce régime, c'est la taille des cristaux qui dicte la réponse du matériau. La déformation est engendrée par diffusion des atomes et des lacunes à travers les grains. Ce processus étant basé sur un mécanisme diffusif (activé thermiquement), la distance moyenne entre les joints de grains est donc importante pour en quantifier la cinétique. Une roche constituée de gros grains sera donc faiblement déformée par ce processus, le temps caractéristique de diffusion à travers ses cristaux étant trop élevé. Dans ce régime, la vitesse de déformation dépend donc de la taille moyenne des grains (voir l'équation 2.36).

Lois de fluage

Lorsque des contraintes déviatoriques existent dans un grain, la probabilité de présence de lacunes dans le réseau cristallin varie suivant l'orientation des faces du grain. Dans les milieux visco-élastiques, la pression n'est pas une variable continue au passage des interfaces, et c'est la contrainte normale totale σ_n qui est continue et intervient dans l'expression du potentiel chimique (cf. Nabarro (1948), Herring (1950)).

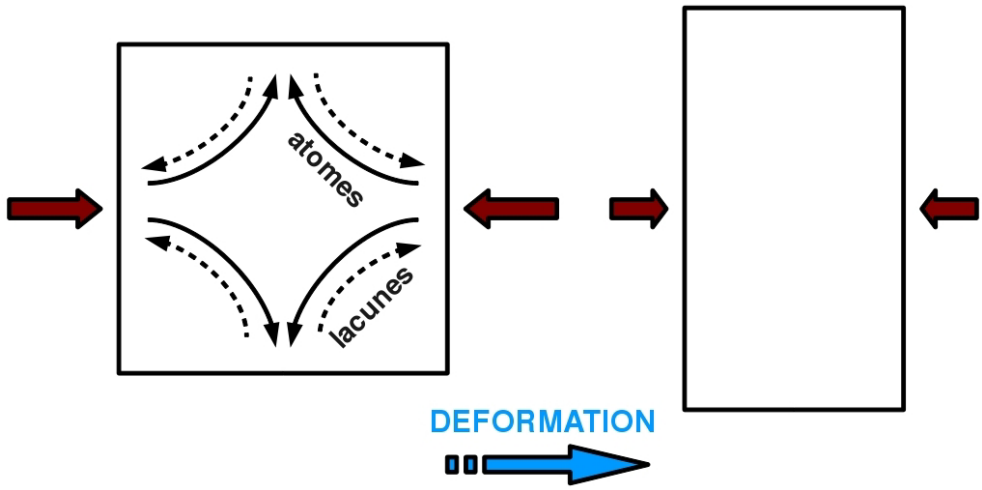

FIG. 2.5 – Illustration du fluage par diffusion. La figure de gauche représente l'état d'un grain sous contrainte déviatorique. Une partie de ses joints est soumise à une forte contrainte, l'autre ne subit aucune pression. La densite de lacunes est faible dans les zones de forte pression, celà entraine une diffusion de lacunes des zones de faible pression vers celles de forte pression. Les atomes constituants la zone de pression ont tendance à migrer vers les zones de basses pression. Ces mécanismes microscopiques engendrent une déformation du grain.

La concentration de lacunes varie selon la statistique de Boltzmann

$$c = c_0 \exp\left(-\frac{\sigma\Omega}{RT}\right), \tag{2.14}$$

où c_0 est la concentration de lacune en l'abscence de contrainte et Ω le volume atomique (de l'ordre du vecteur de Burgers au cube (cf. section 2.1.7)). Dans cette expression, la contrainte varie entre σ_{max} et σ_{min} selon que la face du grain est orientée suivant la contrainte normale maximale ou minimale (nous utilisons ici la convention des mécaniciens du solide où la compression est associée a $\sigma > 0$). La concentration de lacunes étant plus faible sur les faces en compression que sur les faces en extension, on exprime le gradient de concentration en lacunes par :

$$\nabla c \simeq \frac{c_0}{d}\left(\exp\left(-\frac{\sigma_{max}\Omega}{RT}\right) - \exp\left(-\frac{\sigma_{min}\Omega}{RT}\right)\right) \simeq -\frac{c_0(\sigma_{max}-\sigma_{min})\Omega}{dRT} \tag{2.15}$$

car $\sigma\Omega \ll RT$. Ce gradient de lacunes implique suivant la loi de Fick un flux de lacune J_{lac} des faces en extension vers les faces en compression suivant $J_{lac} = -D\nabla c$. Ce flux de lacunes (cf. figure 2.5) correspond à un flux d'atomes en direction opposée :

$$J = \frac{D_{gm}c_0(\sigma_{max}-\sigma_{min})\Omega}{dRT} \tag{2.16}$$

Ce flux transporte donc les atomes des faces en compression vers les faces en extension.

Fluage de Nabarro-Herring

Dans ce modèle, Nabarro (1948) et Herring (1950) considèrent que la déformation est entièrement occasionnée par diffusion des particules à l'intérieur des grains (de même que dans la figure 2.5). Le volume tranporté par le flux d'atomes à travers le grain pendant le temps δt est donc de $\delta V = Jd^2\Omega\delta t$. Ce volume, correspond à l'allongement du grain dans la direction la moins contrainte de $\delta V = d^2\delta d$. La vitesse de déformation étant $(1/d)(\delta d/\delta t)$, on obtient

$$\dot{\epsilon} = \frac{\delta \dot{d}}{d} = \frac{D_{gm}}{d^2}\frac{\sigma\Omega}{RT}. \tag{2.17}$$

Fluage de Coble

Dans ce modèle (cf. Coble (1963)), la relaxation de la contrainte s'effectue par migration des particules dans les joints de grains. Ce processus sera donc d'autant plus lent que les grains sont gros puisque les particules doivent alors les contourner sur une plus grande distance. Cette fois le volume transporté par la diffusion pendant le temps δt devient $\delta V = J\Omega dw\delta t$. La loi de fluage se résume par l'équation :

$$\dot{\epsilon} = \frac{wD_{gb}}{d^3}\frac{\sigma\Omega}{RT} \tag{2.18}$$

où w est l'épaisseur des joints de grains et D_{gb} est le coefficient de diffusion des atomes dans les joints de grains.

Fluage mixte

Ces deux processus étant indépendants, on peut tout à fait considérer qu'ils puissent s'activer parallèlement l'un à l'autre. On peut donc résumer ces phénomènes dans une rhéologie plus générique (cf. Kohlstedt (2007)) :

$$\dot{\epsilon} = \left(\frac{\sigma\Omega}{RT}\right)\left(D_{gm} + D_{gb}\frac{w}{d}\right)\frac{1}{d^2} \tag{2.19}$$

Dans les deux cas, on peut exprimer les coefficients de diffusion sous forme Arrhenius :

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{E + PV}{RT}\right) \tag{2.20}$$

avec E l'énergie d'activation (J mol^{-1}), P la pression, V le volume d'activation (m^3 mol^{-1}) et D_0 une constante. Par conséquent, la température et la taille moyenne des grains détermineront l'influence relative de chacun de ces termes dans la rhéologie. Il est donc possible de définir le coefficient de diffusion effectif :

$$D_{eff} = \left(D_{gm} + D_{gb} \frac{\delta}{d} \right) \tag{2.21}$$

Les équations 2.19 et 2.20 montrent donc que le chemin préférentiellement suivi par les atomes diffusés dépend des conditions de température et de pression (suivant lequel des deux coefficients de diffusion domine l'autre).

2.1.7 Fluage par dislocations

A forte contrainte déviatorique et taille de grains élevée, la diffusion des lacunes et des atomes peut ne pas être suffisamment rapide pour déformer le matériau de façon significative. La taille des grains n'a alors plus aucune importance et des phénomène plastiques apparaissent dans l'ensemble du volume. Dans cette gamme de contraintes, chaque grain peut alors être amené à déformer son réseau cristallin selon la contrainte subie. La figure 2.7 montre l'exemple d'un glissement qui s'initie sur le côté d'un grain. Une partie du grain commence à glisser d'une rangée sur l'autre partie. La déformation se propage à l'intérieur du cristal le long du plan cristallin sous forme d'un front linéique : la dislocation. Une fois l'autre côté du grain atteint, le cristal a subi une déformation discrête quantifiée par le vecteur de Burgers. Cette rhéologie est donc indépendante de la taille des grains (voir l'équation 2.38) mais dépend de la contrainte via une loi de puissance. En réalité, le glissement pur décrit ici, est rarement possible du fait de la forte densité d'impuretés et de dislocations qui perturbent la propagation de la dislocation considérée. Ce glissement est donc accompagné d'autres processus de propagation des dislocations dont le plus important est la montée des dislocations. Ce processus nécessite toutefois la diffusion d'atomes dans le cristal, mais à une échelle plus restreinte que dans le régime de diffusion pur.

Définition d'une dislocation Une dislocation est une singularité structurelle linéique. Elle peut se manifester entre deux "poles" géométriques : les dislocations coin (edge) et les dislocations vis (screw) (cf. figure 2.6). Une dislocation quelconque n'étant ni rectiligne ni alignée avec le réseau cristallin, elle est généralement une combinaison des "états" vis et coin. La figure 2.6 montre que ces deux dislocations peuvent avoir le même effet en se propageant perpendiculairement l'une par rapport à l'autre. La figure 2.7 propose un schéma très simplifié de génération d'une dislocation possèdant une partie coin et une partie vis.

Une dislocation peut être amenée à suivre deux modes de propagation différents : la montée (cf. figure 2.8) et le

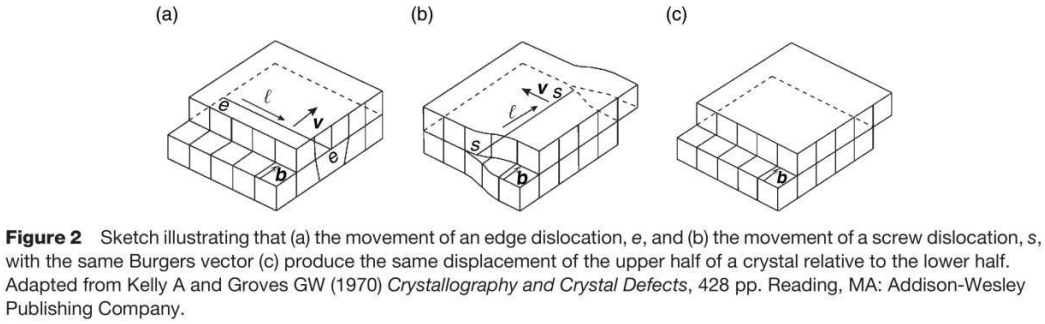

Figure 2 Sketch illustrating that (a) the movement of an edge dislocation, *e*, and (b) the movement of a screw dislocation, *s*, with the same Burgers vector (c) produce the same displacement of the upper half of a crystal relative to the lower half. Adapted from Kelly A and Groves GW (1970) *Crystallography and Crystal Defects*, 428 pp. Reading, MA: Addison-Wesley Publishing Company.

FIG. 2.6 – Illustration d'une même déformation occasionnée par deux dislocations différentes (Kohlstedt (2007)). (a) dislocation coin, (b) dislocation vis, (c) état du matériau après la déformation.

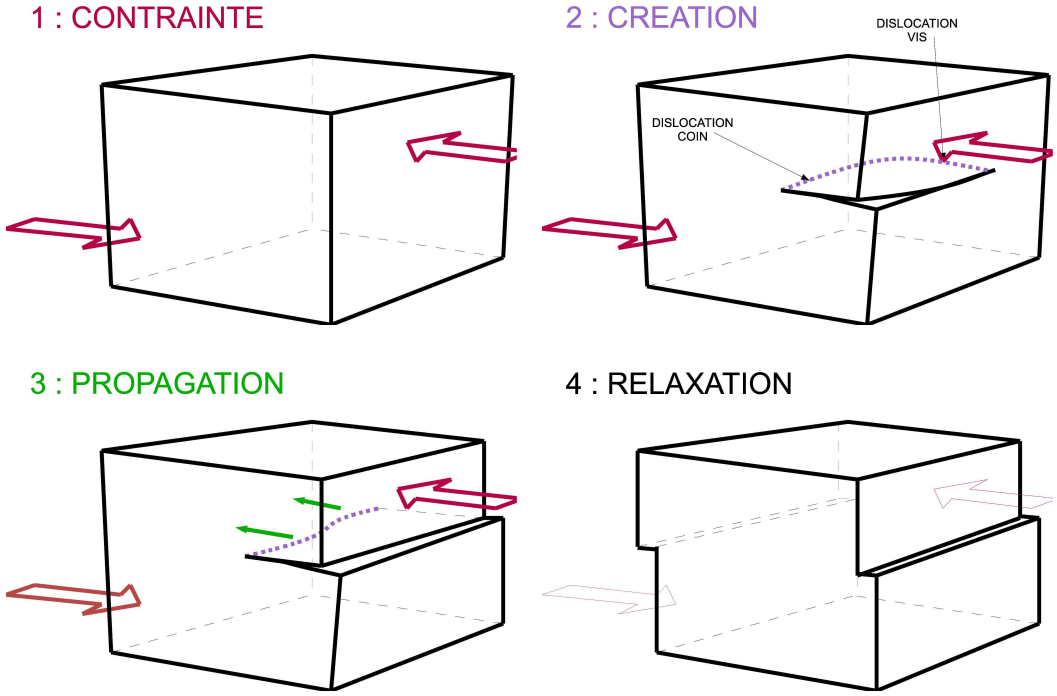

FIG. 2.7 – Illustration de la déformation en mode de dislocation (ici, la nucléation et le glissement d'une dislocation coin). (1) Le monocristal initial est soumis à une forte contrainte. (2) La contrainte est telle que le matériau se disloque à un joint de grain. (3) La dislocation se propage le long d'un plan cristallin. (4) Le cristal est cisaillé d'un nombre entier de rangées atomiques, la contrainte est partiellement relaxée.

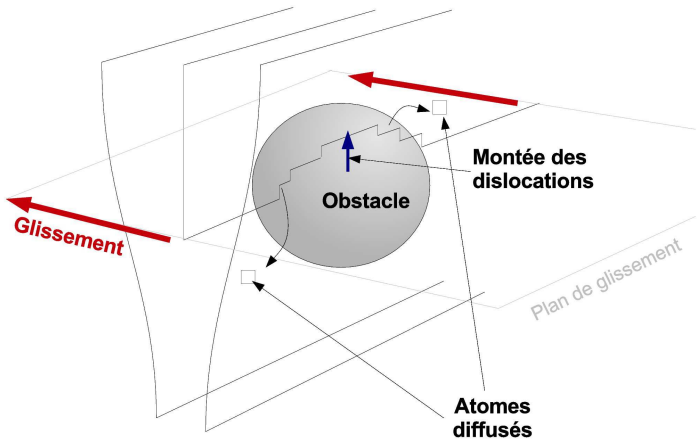

FIG. 2.8 – Illustration de la montée des dislocations. Les atomes sont diffusés dans le réseau cristallin pour permettre le passage de la dislocation coin dont le glissement est gêné par un obstacle (grain inclus dans le milieu). La dislocation coin est donc partiellement transmise aux plans cristallins supérieurs par un processus diffusif (activé thermiquement).

glissement (cf. figures 2.7). Le glissement ne nécessite que le cisaillement du matériau. Lorsque le réseau cristallin possède des défauts, divers obstacles empèchent alors le glissement et nécessitent la montée des dislocations (cf. figure 2.8). Dans ce processus, la montée (même partielle) d'une dislocation nécessite la diffusion des atomes et des lacunes dans le cristal.

La figure 2.9 montre la structure très hétérogène que peut prendre un réseau de dislocations dans un empilement cristallin. Les zones de forte densité de dislocations indiquent les chemins permettant la continuité de la contrainte dans la roche. La pression sur les interfaces étant hétérogène, des dislocations apparaissent et se propageant suivant les plans cristallins qui relaxent le mieux la contrainte.

Lois de Fluage par dislocations

Loi d'Orowan La vitesse globale des dislocations à travers un ensemble de grains disposés dans l'espace de façon aléatoire est dictée par une combinaison de glissement et montée. On définit donc une vitesse moyenne $< v >$ des dislocations. La vitesse de déformation et la vitesse des dislocations sont reliées par l'équation d'Orowan (Orowan (1940))

$$\dot{\epsilon} = \rho b < v > \tag{2.22}$$

où ρ est la densité de dislocations par unité de surface (cf. section 2.3.2) et b le vecteur de Burgers (cf. section 2.1.7).

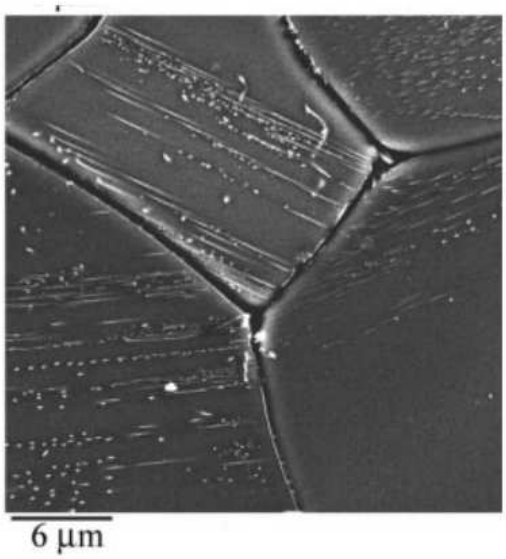

FIG. 2.9 – Image RBS (rétro-diffusion Rutherford) d'un agrégat d'olivine de San Carlos (cf. Jung & Karato (2001a)). Les réseaux de dislocations et leurs caractères hétérogènes sont très visibles à l'intérieur des grains.

Afin de définir le fluage en mode de dislocations, il reste donc à relier la densité de dislocations (cf. section 2.3.2) ainsi que la vitesse moyenne à la contrainte. Un grand nombre de modèles ont vu le jour, tenant compte de divers paramètres pouvant influencer la dynamique des dislocations : cinétique de glissement, montée, entrainement d'impuretés, interactions mutuelles des dislocations, etc. Le lecteur est invité à lire à ce sujet les modèles cités dans Poirier (1985), Takeuchi & Argon (1976), Weertman (1955, 1957, 1978) et Nabarro (1967a) ainsi que les synthèses : Cannon & Landon (1988), Evans & Kohlstedt (1995) et Weertman (1999).

Plusieurs études récentes ont montré l'importance de la cinétique de montée des dislocations dans l'olivine : Dohmen et al. (2002), Chakraborty & Costa (2004) et Kohlstedt (2006) (cf. Kohlstedt (2007)). Ces études montrent une corrélation entre l'énergie d'activation de la diffusivité de l'espèce ionique la plus lente et celle du fluage du matériau en mode de dislocation (cette corrélation est bien documentée pour l'aluminum, Langdon (1994) et Mohamed & Langdon (1974)). La montée nécessitant la diffusion des atomes (cf. figure 2.8) cette corrélation met en évidence l'importance de la montée des dislocations plus que de leur glissement dans le fluage dislocatif.

Densité de dislocations Les études expérimentales montrent que la densité de dislocations dépend de la contrainte déviatorique.

Karato & Jung (2003b) expriment la densité de dislocations de la façon suivante :

$$\rho = \alpha b^{-2} \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^m \tag{2.23}$$

avec b la longueur du vecteur de Burgers, α une constante sans dimension de valeur proche de 1, μ le module de cisaillement (Pa) et m une constante sans dimension. La densité de dislocation est donc calculable par une loi de puissance simple à partir de la contrainte déviatorique dans la mesure où on connait le vecteur de Burgers (5 Angströms) et le module de cisaillement (autour de 80 GPa pour l'olivine).

La valeur du coefficient m peut être estimée par un raisonnement dimensionnel. Le champ de contraintes autour de chaque dislocation est de l'ordre du champ de contrainte appliqué macroscopiquement :

$$\sigma = \frac{\mu b}{r} \simeq S\sigma_a \tag{2.24}$$

où r est la distance moyenne entre les dislocations et S le facteur de Schmid. La densité de dislocation (m^{-2}) est donnée par :

$$\rho = \left(\frac{1}{r}\right)^2 = \left(\frac{S}{b}\right)^2 \left(\frac{\sigma_a}{\mu}\right)^2 \tag{2.25}$$

Toutefois, les travaux expérimentaux semblent déterminer un exposant m compris entre 1 et 2 (figure 2.10). Kohlstedt & Weathers (graphique de gauche) trouvent expérimentalement :

$$\rho\ (\mathrm{m}^{-2}) = 10^{9.05}\ (\sigma\ (\mathrm{MPa}))^{1.5} \tag{2.26}$$

Karato & Jung (2003b) refont la mesure (cf. figure 2.10 à droite), sous différentes conditions, sur des échantillons d'olivine et trouvent :

$$\rho\ (\mathrm{m}^{-2}) = 10^{9.04\pm0.41}\ (\sigma\ (\mathrm{MPa}))^{1.41\pm0.16} \tag{2.27}$$

Ces données expérimentales sont très proches et semblent montrer que le raisonnement simple exposé par Karato n'est pas parfaitement valide.

Expression de la vitesse Kohlstedt (2007) retient comme modèles principaux ceux proposés par Nabarro (1967a) et Weertman (1955, 1957) qui postulent l'importance fondamentale de la montée des dislocations. La vitesse de glissement étant considérée très supérieure à la vitesse de montée (puisqu'elle ne nécessite pas de diffusion atomique dans le réseau),

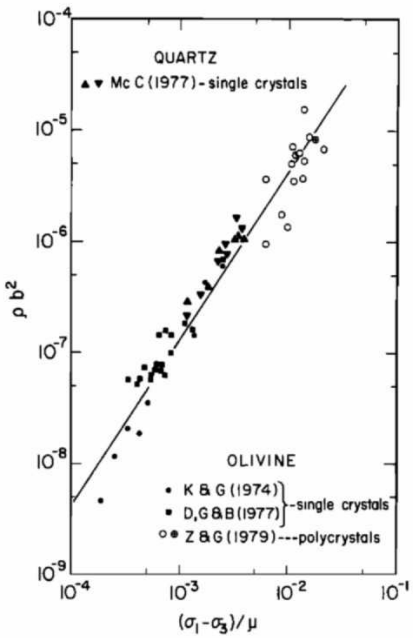

Fig. 2. Relation between ρb^2 and $(\sigma_1 - \sigma_3)/\mu$ for experimentally deformed quartz and olivine. The slope of the line, which was calculated from a least squares fit of the olivine data to (9), is $m = 1.5$. For olivine, $\mu = 60$ GPa and $b = 0.534$ nm; for quartz, $\mu = 44$ GPa and $b = 0.5$ nm. The data are from *McCormick* [1977], *Kohlstedt and Goetze* [1974], *Durham et al.* [1977], and *Zeuch and Green* [1979].

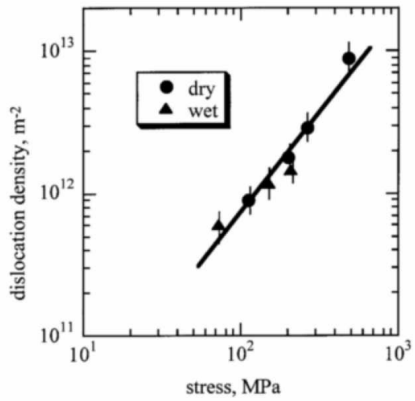

Figure 2. Dislocation density versus stress relationship for olivine determined by the deformation experiments using a gas-medium apparatus (Karato *et al.* 1986, Zhang *et al.* 2000) and the dislocation density measurements using scanning electron microscopy (this study (see also Jung and Karato (2001a))): (●), data under 'dry' conditions; (▲), data under 'wet' conditions. The least-squares fit yields $\rho = \beta\sigma^m$ with $\log_{10}\beta = 9.04 \pm 0.41$ and $m = 1.41 \pm 0.16$ where the units are reciprocal square metres for dislocation density and multipascals for stress.

FIG. 2.10 – Résultats expérimentaux de densité de dislocations par rapport à la contrainte déviatorique. La figure de gauche est issue de la publication de Kohlstedt & Weathers (1980), celle de droite provient de la publication de Karato & Jung (2003b).

la vitesse moyenne de la dislocation est estimée par la loi :

$$< v >= \frac{l_g}{l_m} v_m \tag{2.28}$$

où l_g est la longueur moyenne de glissement effectuée par la dislocation, l_m la distance moyenne de montée et v_m la vitesse de montée des dislocations. La cinétique de diffusion de l'espèce la plus lente nous donne alors la vitesse de montée (Hirth & Lothe (1968)) :

$$v_m = 2\pi \frac{\sigma V_m D}{bRT \ln (R_0/r_c)} \tag{2.29}$$

où σ est la contrainte déviatorique, D le coefficient de diffusion (le plus faible des espèces du milieu), V_m le volume moléculaire, dont l'ordre de grandeur est le volume b^3, où b est le vecteur de Burgers, R_0 la distance moyenne entre les dislocations (cf. section 2.1.7) et r_c le rayon de coeur de la dislocation ($r_c \simeq b$). En reliant la distance moyenne entre les dislocations à la densité de dislocations et cette dernière à la contrainte (équation 2.25), nous obtenons donc le modèle de Weertman (1955, 1957) du fluage dislocatif :

$$\dot{\epsilon} = \left(2\pi \frac{V_m}{b^2 \mu^2 RT} \frac{1}{\ln (\mu/\sigma)} \frac{l_g}{l_m} \right) D\sigma^3 \tag{2.30}$$

où μ est la rigidité du matériau et D est activé thermiquement sous forme Arrhenius (équation 2.20).

2.1.8 Glissement des joints de grain (GBS)

Introduction

Ce régime très particulier est à la frontière entre régime de diffusion et régime de dislocation. Il a été découvert récemment dans l'olivine (Kohlstedt & Wang (2001); Hirth & Kohlstedt (2003)) et ne semble être actif que dans le cas d'une olivine sèche (Mei et al. (2002)). La contrainte est trop forte pour que les cristaux aient le temps de modifier leur forme par les mécanismes de diffusion des atomes et des lacunes mais le mécanisme de montée des dislocations n'est pas le seul à s'activer. Les dislocations rentrent en interaction avec les joints de grains pour permettre le cisaillement de la roche et le glissement des grains les uns le long des autres. On parle alors de glissement sur les joints de grains accommodés par les dislocations.

Le régime de glissement des joints de grains semble faire intervenir une très large gamme de processus empruntés tant au régime de diffusion qu'au régime de dislocation. La détermination complète des paramètres de ce regime n'est

pas du tout achevée (cf. Poirier (1985)). Ce type de fluage a souvent été relié aux processus dits de superplasticité ou de recristallisation dynamique. Ces notions sont toutefois distinctes :

- la superplasticité représente globalement l'aptitude d'un matériau à subir une forte déformation ($\epsilon \simeq 1000\%$) sans se briser (cf. Boullier & Guegen (1975), Bystricky et al. (2000)). Plusieurs processus peuvent engendrer une telle déformation : la fusion partielle, la recristallisation dynamique etc. (cf. Boullier & Guegen (1975), Bystricky et al. (2000)).
- la recristallisation dynamique (cf. section 2.3.5) est le régime dans lequel la déformation est effectuée lors de la recristallisation permanente des grains déformés. Ce processus est permis grâce à la nucléation continuelle de nouveaux grains, vides de dislocations, dont les propriétés rhéologiques diffèrent du reste du matériau et permettent la cohésion de la roche malgré la déformation imposée. Dans ce régime, les grains recristallisent en permanence et atteignent une taille moyenne habituellement reliée à la contrainte et à la vitesse de déformation.

Le fluage par glissement de joints de grains n'est toutefois pas nécessairement relié à la superplasticité ou à la recristallisation dynamique et peut bien représenter un mécanisme de fluage au même titre que les fluages par diffusion et par dislocation. Sa localisation dans les cartes de rhéologies (cf. section 2.2.3, figure 2.16) est intermédiaire et son existence même dépend des conditions dans lesquelles se trouve la roche (ce régime semble être inexistant en présence d'eau, voir Mei et al. (2002)).

Dans ce régime, de même que dans le régime de diffusion, la déformation s'effectue par glissement des grains les uns le long des autres (cf. Lifshitz (1963), Raj & Ashby (1971)). Cependant, ici, ce sont les dislocations qui déforment les grains. En réalité, les mécanismes de déformation activés peuvent être plus complexes que les simples glissement ou montée des dislocations. De même que dans la recristallisation dynamique (cf. section 2.3.5), les dislocations sont amenées à s'organiser en parois (sous-joints) dans lesquels elles se déplacent. Différentes synthèses de ces processus complexes sont accessibles dans la littérature : Poirier (1985), Kaibyshev (1992, 1995), Langdon (1994, 1995, 2006) ainsi que les modèles proposés par Ball & Hutchinson (1969), Muckherjee (1971), Gifkins (1976, 1978) et de nouveau Langdon (1994, 1995, 2006).

Modèle théorique

Langdon (1994) propose deux lois de fluages rendant compte de deux versions légèrement différentes du glissement des joints de grains de Rachinger (1952) (voir la figure 2.11). Dans le cas d'un agrégat de grains suffisamment petits, les joints de grains sont trop proches pour que les dislocations aient à s'empiler en parois à l'intérieur des grains pour répartir la contrainte (cas (b) de la figure 2.11). Le fluage est alors limité par la montée des dislocations dans les joints de grains.

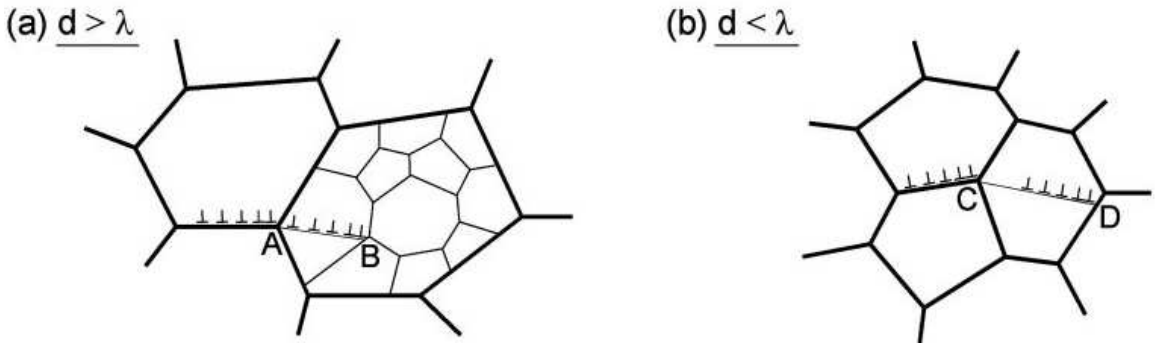

FIG. 2.11 – Illustration des deux situations étudiées par Langdon (issu de Langdon (2006)). (a) taille moyenne des grains élevée, (b) taille moyenne des grains faible.

Langdon le propose sous la forme :

$$\dot{\epsilon} = A_{gbs} \frac{D_{gb}}{d^2} \frac{V_m}{\mu RT} \sigma^2 \tag{2.31}$$

avec A_{gbs} une constante dépendant du type de glissement activé (voir le détail dans Langdon (1994)), D_{gb} le coefficient de diffusion de l'espèce la plus lente dans les joints de grains (limitant la montée des dislocations), d la taille moyenne des grains, V_m le volume moléculaire, μ la rigidité du matériau, R la constante de Boltzmann, T la température et σ la contrainte déviatorique.

Lorsque les grains ont une taille plus importante, le mécanisme décrit précédemment se révèle insuffisant. La contrainte subie par chaque grain est trop forte pour qu'il conserve sa géométrie, il se disloque alors en sous-grains. La création d'un sous-joint est un état d'empilement des dislocations et fait donc intervenir les potentiels d'interactions des dislocations entre elles (voir la section sur la recristallisation dynamique 2.3.5).

Finalement, Langdon propose une autre loi de fluage pour cette configuration particulière (c'est-à-dire quand les grains sont suffisamment gros), dans laquelle les dislocations glissent le long des joints de grains (voir la figure 2.11, schéma (a)) mais remontent (principalement) à l'intérieur des grains (dans les sous-joints). Langdon propose (Langdon (1994), Kohlstedt (2007)) :

$$\dot{\epsilon} = B_{gbs} \frac{D_{gm}}{d} \frac{V_m}{\mu^2 RT} \sigma^3 \tag{2.32}$$

avec B_{gbs} une constante de l'ordre de 10^3 et D_{gm} le coefficient de diffusion de l'espèce la plus lente dans les grains ($\sim$ dans les sous-joints).

Ces deux lois de fluage diffèrent donc par le choix des coefficients de diffusion (qui détermine l'énergie d'activation de la loi de fluage) ainsi que les exposants de la taille des grains et de la contrainte. Ceci nous amène donc à formuler le

fluage de glissement des joints de grains sous la forme générique :

$$\dot{\epsilon} = C_{gbs} \frac{\sigma^{n_{gbs}}}{d^{m_{gbs}}} \exp\left(-\frac{Q_{gbs}}{RT}\right) \tag{2.33}$$

où C_{gbs} dépend du matériau considéré, n_{gbs} peut varier de 2 à 3, m_{gbs} peut varier de 1 à 2 et Q_{gbs} est l'enthalpie d'activation du processus diffusif mis en jeu.

Par analogie avec les régimes purs de dislocation et de diffusion, on peut donc en conclure qu'un mécanisme dépendant fortement de processus dislocatifs attribuera à la contrainte un exposant élevé : n ou $n_{gbs} > 1$, et à la taille des grains une importance faible : $m = 0$ (dans le régime de dislocations) ou $m_{gbs} < m_{diff}$, m_{diff} étant l'exposant m du régime de diffusion pur.

2.1.9 Plasticité de basse température

A forte contrainte (voir la partie supérieure de la figure 2.16) les régimes précédemment décrits deviennent insuffisants pour déformer le matériau. En effet, ces modèles de fluage sont tous basés sur les processus diffusifs qui permettent la migration des joints de grains, la montée des dislocations en volume dans le cristal et la montée des dislocations dans les joints de grains ou les sous-joints. Lorsque la contrainte déviatorique à supporter par le cristal est trop importante (typiquement, à basse température pour une vitesse de déformation classique), les atomes n'ont plus le temps de diffuser, les dislocations doivent glisser même à travers les obstacles mis sur leur passage (autres dislocations, grains, impuretés en tous genres etc.).

Modèle théorique

Dans le régime de Peierls, la contrainte déviatorique nuclée des dislocations dans le volume même des cristaux (voir par exemple les source de Frank & Read (1950)). Le glissement d'une dislocation possède un coût énergétique appelé barrière de Peierls (ou potentiel de Peierls) comme expliqué dans divers ouvrages : Cottrell (1953), Nabarro (1967b), Hirth & Lothe (1982), Frost & Ashby (1982).

Comme illustré par la figure 2.12, le glissement est initié par la création d'un décrochement (kink) et permet ensuite le glissement de toute la rangée par propagation des bords de ce décrochement le long de la ligne de dislocation. Ce processus ne nécessite aucun mécanisme de diffusion contrairement à la montée d'une dislocation (voir figure 2.8). Dans le régime de dislocation, l'énergie nécessaire à la nucléation du décrochement est fournie par les fluctuations thermiques du matériau alors que dans le régime de Peierls, c'est directement la contrainte qui fournit cet effort.

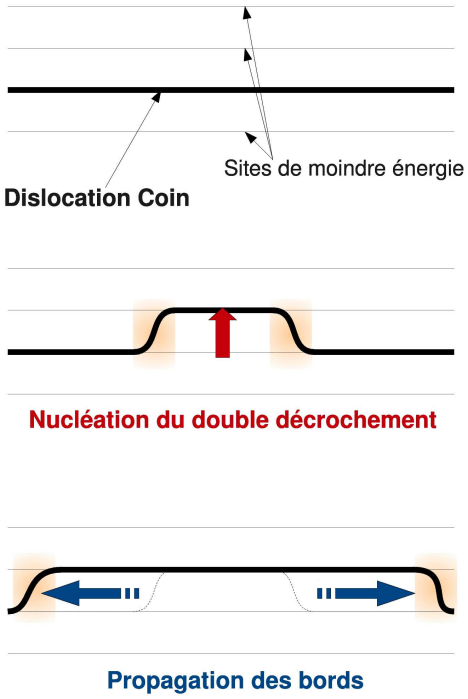

FIG. 2.12 – Processus de franchissement de la barrière de Peierls. Nucléation d'un noeud et propagation engendrant le glissement.

La vitesse de glissement de la dislocation est proportionnelle à la densité de dislocations, et dans le régime de Peierls, cette densité est dépendante de la contrainte. Cette dépendance en contrainte est donc directement injectée dans l'enthalpie d'activation de la réaction (Kocks et al. (1975)) sous la forme :

$$H_p(\sigma) = H_0 \left(1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_p}\right)^r\right)^s \tag{2.34}$$

où H_0 est l'énergie libre de Helmholtz d'un noeud, σ_p et la contrainte de Peierls, r et s dépendent du modèle considéré.

En utilisant de nouveau la formule d'Orowan (équation 2.22), on obtient alors (Frost & Ashby (1982), Kohlstedt (2007)) :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_p \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2 \exp\left(-\frac{H_0}{RT}\left(1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_p}\right)^r\right)^s\right) \tag{2.35}$$

où $\dot{\epsilon}_p$ est une constante (s^{-1}).

2.2 Application à l'olivine

2.2.1 L'olivine

Le présent chapitre résume les principales propriétés rhéologiques connues de l'olivine (cf. figure 1.2). L'olivine est un minéral de formule brute $(Mg,Fe)_2,SiO_4$ (l'olivine naturelle peut toutefois contenir des traces de nickel, de manganèse, de calcium etc.). La proportion de magnésium par rapport au fer déterminera donc si l'olivine est proche d'une Forstérite (Mg_2SiO_4) ou d'une Fayalite (Fe_2SiO_4).

Sur Terre, l'olivine la plus courante possède 10% de fer et 90% de magnésium (cf. Deer et al. (1992), Zhao et al. (2009)), elle est généralement de couleur verte (d'où son nom). A l'état naturel, on la trouve généralement dans les péridotites formées principalement d'olivine et de pyroxènes. Les péridotites, le plus souvent trouvées dans le manteau sont les dunites, contenant plus de 90% d'olivine, les harzburgites et les lherzolites.

2.2.2 Données expérimentales

Fluage par diffusion

Les modèles de Nabarro-Herring et Coble montrent la dépendance en contrainte, taille de grain et température de déformation. Cependant, le préfacteur inversement proportionnel à la température n'est pas observé expérimentalement.

Materiau	n	m	Q	$A_0(\mu\text{m}^m\ \text{MPa}^{-n}\ \text{s}^{-1})$	Description	Reference
Olivine	1	2	290	$10^{4.9}$	dry	Karato et al. (1986)
Olivine	1	2.5	300	$10^{2.78}$	dry	Karato & Wu (1993b)
Olivine	1	3	315	$10^{6.8}$	dry	Hirth & Kohlstedt (1995b)
Ol. Synthèse	1	3	375	$10^{9.18}$	dry	Hirth & Kohlstedt (2003)
Peridot.	1	3	370	$10^{9.1}$	dry	Zimmerman & Kohlstedt (2004)
Olivine	1	2.98	261	$10^{5.25}$	dry	Korenaga & Karato (2008)
Olivine	1	3	250	$10^{6.2}$	wet	Karato et al. (1986)
Olivine	1	2.5	240	$10^{2.57}$	wet	Karato & Wu (1993b)
Olivine	1.1	3	295	$10^{4.7}$	wet	Mei & Kohlstedt (2000a)
Ol. Synthèse	1	3	335	10^{6}	wet	Hirth & Kohlstedt (2003)
Olivine	1	2.56	387	$10^{4.32}$	wet	Korenaga & Karato (2008)
Olivine			291		Silicon/bulk diff.	Houlier et al. (1990)
Olivine	1	2	376	$10^{4.18}$	Oxygen/bulk diff.	Ranalli (1991)
Olivine	1	3	250	$10^{2.15}$	Oxygen/GB diff.	Ranalli (1991)
Olivine	1	2	376	$10^{1.4}$	Silicon/bulk diff.	Ranalli (1991)
Olivine	1	3	250	$10^{-0.62}$	Silicon/GB diff.	Ranalli (1991)

TAB. 2.1 – Compilation de résultats expérimentaux de déformation de la péridotite (ou de l'olivine seule) en régime de diffusion. On voit que l'énergie d'activation est globalement comprise entre 250 et 400 kJ.mol^{-1}. Les valeurs proposées par Hirth & Kohlstedt (2003) sont une refonte détaillée des données précédentes.

Dans la littérature, les lois rhéologiques déterminées expérimentalement sont posées sous la forme :

$$\dot{\epsilon} = A_2 d^{-m} \sigma f_{H_2O}^r \exp(\alpha\phi) \tag{2.36}$$

$$A_2 = A_{20} \exp\left(-\frac{E_{diff} + PV_{diff}}{RT}\right) \tag{2.37}$$

avec $\dot{\epsilon}$ la vitesse de déformation (s^{-1}), A_{20} une constante qui dépend du matériau, m une constante sans dimension qui dépend du mécanisme de déformation, E_{diff} l'énergie d'activation (cf. équation 2.20), P la pression, V_{diff} le volume d'activation, f_{H_2O} la fugacité de l'eau, r une constante proche de 1 (Mei & Kohlstedt (2000a)), ϕ le taux de fusion partielle et α un coefficient expérimental compris entre 25 et 30 (Hirth & Kohlstedt (2003), Scott & Kohlstedt (2006)). la valeur de m est donc supposée comprise entre 2 et 3. La table 2.1 donne un aperçu des rhéologies diffusives rapportées pour l'olivine ou la péridotite. Le volume d'activation semble très difficile à contraindre mais se trouve en général compris entre 2 10^{-6} et 10 10^{-6} (m^3 mol^{-1}) dans le cas d'une olivine sèche et entre 0 et 20 10^{-6} (m^3 mol^{-1}) dans le cas d'une olivine hydratée (Hirth & Kohlstedt (2003)).

Ces rhéologies expérimentales reposent sur différentes hypothèses inévitables du fait de problèmes expérimentaux. Afin de les acquérir, les expérimentateurs sont amenés à utiliser un échantillon (naturel ou synthétique) composé de grains de taille réduite (typiquement 1 à 10 microns). Avant toute expérience, la taille moyenne des grains est mesurée dans

chaque échantillon. Le matériau est chauffé rapidement et généralement soumis à des paliers de contraintes de plus en plus élevées.

La rhéologie à mesurer étant supposée dépendre de la taille moyenne des cristaux, il est primordial de suivre l'évolution de la taille des grains durant l'expérience. Malheureusement, la mesure in situ de la taille moyenne des grains durant ces expériences est impossible, les expérimentateurs ne mesurent donc la taille des grains qu'avant et après leurs expériences. La dynamique de la distribution des grains n'est donc pas rapportée dans une expérience concernant la rhéologie en régime de diffusion, elle est donc supposée suivre les lois de la croissance normale (cf. section 2.3.4, équation 2.61 et Faul & Jackson (2007)).

Afin d'éliminer toute influence potentielle des dislocations, ces manipulations sont donc stoppées très tôt avant que les grains aient eu le temps de grossir suffisamment pour atteindre le régime de dislocation. Une fois les acquisitions terminées, l'échantillon est refroidi rapidement et les grains sont mesurés à nouveau. Le calcul de l'évolution de la taille des grains permet alors d'obtenir la taille présumée des grains à chaque palier de contrainte (auquel une vitesse de déformation a été mesurée). Il est donc possible d'obtenir des coefficients présentés dans la table 2.1.

Coble ou Nabarro-Herring pour l'olivine dans le manteau ? Hirth & Kohlstedt (2003) présentent une compilation des coefficients de diffusion de l'olivine, en discriminant les espèces chimiques, à une température de 1573K. Les données utilisées proviennent des études expérimentales de Gaetani & Watson (2000) (diffusion du magnésium en volume), Houlier et al. (1990) (diffusion du silicium en volume), Watson (1991) (diffusion du magnésium dans les joints de grains) et Farver & Yund (2000) (diffusion du silicium dans les joints de grains). La figure 2.13 montre la comparaison publiée par Hirth & Kohlstedt (2003). Pour qu'un type de migration soit véritablement actif, il faut qu'il permette la pleine migration de chaque espèce chimique. Par conséquent, que ce soit pour la migration à travers les grains ou la migration dans les joints de grains, c'est le coefficient de migration de l'espèce la plus lente qui dictera la cinétique de la transformation. En revanche, c'est bien le processus de diffusion le plus rapide qui sera naturellement sélectionné par le matériau. Hirth & Kohlstedt mettent en évidence que c'est le silicium qui migre le plus lentement (dans les deux cas), ce sera donc l'espèce limitante. Ils concluent donc qu'à cette température, la diffusivité effective de l'olivine est limitée par un fluage de type Coble (dépendant de la taille des grains en d^2) lorsque la taille des grains est inférieure à 1 m et par le fluage de type Nabarro-Herring dans le cas contraire.

Par ailleurs, Ranalli (2001, 1991) mesure l'énergie d'activation des processus de migration dans les joints de grains et en volume (cf. table 2.1). Il est conclu qu'en plus du fait que le fluage de Nabarro-Herring n'est pas sélectionné au alentours de 1600K, qui représente la température approximative du manteau supérieur, son énergie d'activation est

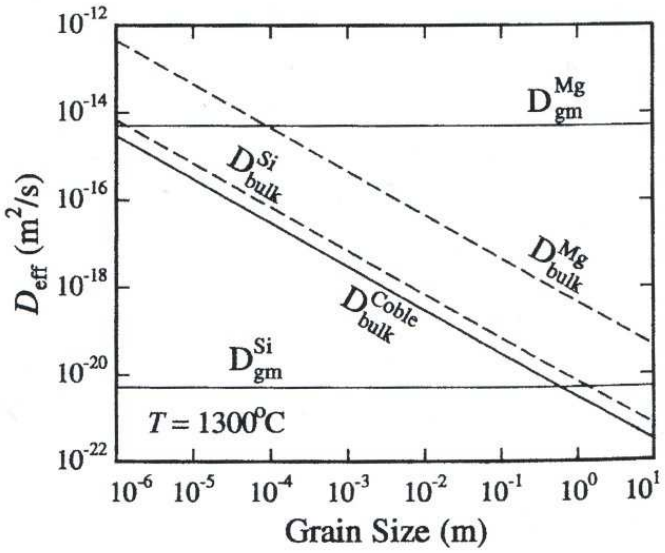

Figure 1. Plot of effective diffusivity at 1300°C versus grain size, comparing bulk diffusivities of silicon and magnesium via grain boundary transport to grain matrix (gm) diffusivities. The bulk diffusivity calculated using diffusion creep deformation data for olivine aggregates is also shown (D^{Coble}_{bulk}). These relationships indicate that diffusion creep is limited by D^{Si}_{bulk} unless the grain size is greater than ~1 m.

FIG. 2.13 – Exemple de diffusivités, issu de Hirth & Kohlstedt (2003).

supérieure à celle du fluage de type Coble. L'importance de la diffusion en volume diminuera donc dramatiquement avec la température. Il est alors raisonnable de considérer que le fluage de Coble est celui qu'il faut utiliser pour modéliser le manteau supérieur (Hirth & Kohlstedt, 2003).

Fluage par dislocations

N'ayant a priori aucun lien avec la taille moyenne des grains, expérimentalement, la rhéologie en régime de dislocations est plus simple à caractériser. Toutefois, l'évaluation de la contrainte in situ reste un problème actuel et représente une grande source d'erreur des expériences de laboratoire (voir à ce sujet Van der Wal et al. (1993)).

La rhéologie en mode de dislocation est généralement posée de façon phénoménologique sous la forme :

$$\dot{\epsilon} = A_1 f^q_{H_2O} \exp(\alpha\phi)\, \sigma^n \tag{2.38}$$

$$A_1 = A_{10} \exp\left(-\frac{Q_{disl}}{RT}\right) \tag{2.39}$$

Matériau	n	Q	A_0	Description	Référence
Mt Burnett dunite	3.3	465	$10^{3.1}$	dry	Carter & AveLallemant (1970)
Mt Burnett dunite	3.0	419		dry	Kirby & Raleigh (1973)
dunites	3.6	392	$10^{2.63}$	dry	Post (1977)
Collected data	3.0	502	$10^{4.8}$	dry	Goetze (1978)
Olivine	3.5	528	$10^{3.9}$	dry	Karato et al. (1982)
dunites	3.6	535	$10^{4.46}$	dry	Chopra & Paterson (1984)
Olivine	3.5	540	$10^{5.4}$	dry	Karato et al. (1986)
Olivine (Single)	3.5	533	$10^{4.8}$	dry	Kirby & Kronenberg (1987)
Balsam Gap dunite	3.3	505	$10^{8.0}$	dry	Borch & II (1989)
Olivine	3.5	520	$10^{4.5}$	dry	Ranalli (1991)
Olivine	3.5	540	$10^{5.38}$	dry	Karato & Wu (1993b)
S.C. Ol. (single)	3.5	540	$10^{5.05}$	dry	Bussod et al. (1993)
S.C. Ol. and Synth.	3.0	540	$10^{5.38}$	dry	Karato & Rubie (1997)
Peridot.	3.5	600	$10^{7.6}$	dry	Lawlis (1998)
Olivine	3	510	$10^{5.8}$	dry	Mei & Kohlstedt (2000b)
Peridot.	1.7	538	$10^{8.8}$	dry	Ji et al. (2001)
Olivine	3	510	$10^{6.1}$	dry	Karato & Jung (2003a)
Olivine	3.5	530	$10^{5.04}$	dry	Hirth & Kohlstedt (2003)
Peridot.	4.3	550	$10^{4.8}$	dry	Zimmerman & Kohlstedt (2004)
San Carlos Olivine	3.0	470	$10^{3.66}$	dry	Li et al. (2006)
Synth. Ol. (single)	2.6	112	$10^{-8.2}$	dry	Raterron et al. (2007)
Synth. Ol. (single)	2.7	104	$10^{-9.2}$	dry	Raterron et al. (2007)
Olivine	4.94	610	$10^{6.09}$	dry	Korenaga & Karato (2008)
San Carlos Olivine	3.5	530	$10^{5.04}$	dry	Kawazoe et al. (2009)
Mt Burnett dunite	2.1	226	$10^{-1.0}$	wet	Carter & AveLallemant (1970)
Mt Burnett dunite	5.1	392	$10^{2.5}$	wet	Post (1977)
dunites	3.	527	$10^{2.63}$	wet	Post (1977)
Aheim dunite	4.48	498	$10^{2.62}$	wet	Chopra & Paterson (1984)
Anita dunite	3.35	444	$10^{3.98}$	wet	Chopra & Paterson (1984)
Olivine	3	420	$10^{3.3}$	wet	Karato et al. (1986)
Olivine	3	430	$10^{3.48}$	wet	Karato & Wu (1993b)
Olivine	3	470	$10^{3.2}$	wet	Mei & Kohlstedt (2000b)
Olivine	3.5	480	$10^{1.95}$	wet	Hirth & Kohlstedt (2003)
Olivine	3	470	$10^{2.9}$	wet	Karato & Jung (2003a)
Olivine	3.60	523	$10^{0.6}$	wet	Korenaga & Karato (2008)

TAB. 2.2 – Tableau récapitulatif des rhéologies dislocatives publiées pour la péridotite. La rhéologie suit la loi : $\dot{\epsilon} = A_0 \exp(-Q/RT)\sigma^n$, avec A_0 (μm^m MPa^{-n} s^{-1}), $R = 8.314$ J mol^{-1} et Q (kJ mol^{-1}). Ces données représentent une très large gamme de conditions expérimentales et de types d'échantillons, d'où leur hétérogénéité. cf. Hirth & Kohlstedt (2003); Karato (Available online 17 April 2009); Kirby & Kronenberg (1987).

où A_{10} est une constante dépendant du type de matériau (théoriquement reliée à la diffusivité de l'espèce chimique la plus lente du minéral), Q_{disl} est l'enthalpie d'activation (même forme que pour le fluage diffusif : équation 2.36), f_{H_2O} est la fugacité de l'eau, q est une constante proche de 1.2 (Mei & Kohlstedt (2000b)), ϕ est le taux de fusion partielle, α une constante sans dimension proche de 45 (cf. Hirth & Kohlstedt (2003)) et n une constante comprise entre 3 et 5 (en général proche de 3.5). On s'aperçoit que le taux de fusion partielle et la fugacité de l'eau peuvent affaiblir considérablement la roche et avoir un effet largement égal à celui d'une variation de température.

La table 2.2 regroupe un ensemble aussi large que possible de données expérimentales obtenues sur divers echantillons (dunites, péridotites, olivines, naturelles ou synthétiques). Les valeurs de Hirth & Kohlstedt (2003) représentent une réanalyse des données antérieures discutées une à une et font souvent référence.

De même que pour le fluage par diffusion, le volume d'activation est très difficile à contraindre dans le régime de dislocation et semble être compris entre 0 (cf. Li et al. (2006)) et 27 10^{-6} (m^3.mol^{-1}) (cf. II & Borch (1987)).

Glissement sur les joints de grains

La découverte de ce processus est récente (expérimentalement, au sujet de l'olivine), et son identification précise n'est probablement pas achevée. Les premières données rapportées au sujet de l'olivine sont dues à Hirth & Kohlstedt (1995a), Scott & Kohlstedt (2006), Zhao et al. (2009) et sont discutées par Kohlstedt & Wang (2001), Hirth & Kohlstedt (2003) (cf. figure 2.14), Drury (2005). De plus en plus d'études utilisent à présent cette loi rhéologique (Kelemen & Hirth (2007); Warren & Hirth (2006); Precigout et al. (2007) etc.). Bystricky & Mackwell (2001) ont également mis en évidence ce type de fluage dans le clinopyroxène alors que Mei et al. (2002) montrent que le glissement sur les joints de grains est inhibé par la présence d'eau (Hirth & Kohlstedt (2003); Drury (2005)).

De même que pour les autres rhéologies, le glissement sur les joints de grains prend la forme :

$$\dot{\epsilon} = C_{gbs} \exp(\alpha_{gbs}\phi) \frac{\sigma^{n_{gbs}}}{d^{m_{gbs}}} \exp\left(-\frac{Q_{gbs}}{RT}\right) \tag{2.40}$$

où ϕ est le taux de fusion partielle et α_{gbs} et une constante comprise entre 30 et 45 (cf Scott & Kohlstedt (2006)).

Les coefficients expérimentaux publiés à ce jour à propos de l'olivine sont rassemblés dans la table 2.3. L'exposant de la contrainte est supérieur à ce à quoi s'attendait Langdon (1994) et semble légèrement inférieur à 4, de même que dans le régime pur de dislocations. Cette coïncidence empêche de discriminer simplement le régime de dislocations du régime de glissement des joints de grains. L'exposant n de la contrainte était le principal marqueur macroscopique qui permettait d'affirmer que la rhéologie était strictement en régime de dislocation, Hirth & Kohlstedt (2003) et Drury (2005) montrent

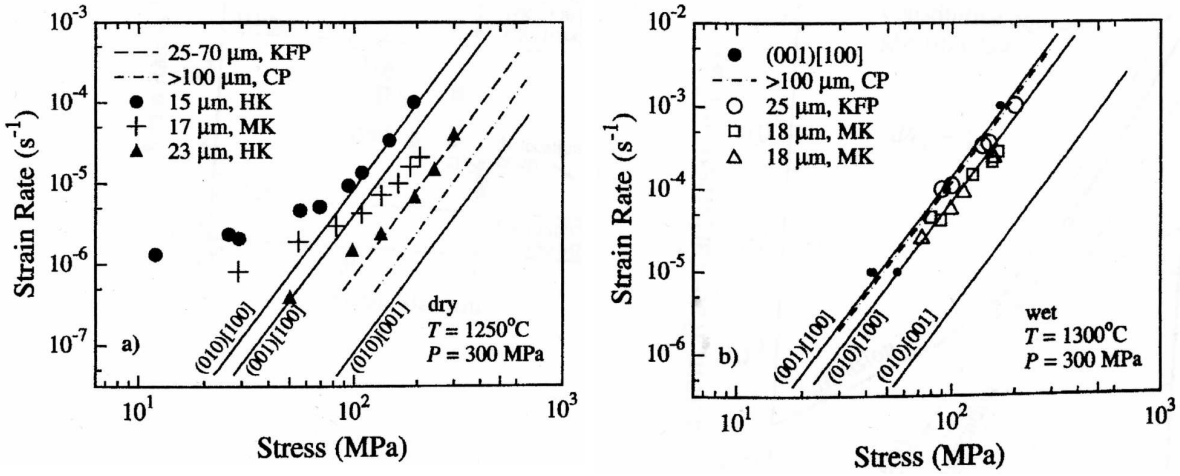

FIG. 2.14 – Mise en évidence du régime de glissement sur les joints de grains. (a) olivine sèche, (b) olivine hydratée. Dans le cas de l'olivine sèche, la dépendance en taille de grains de la rhéologie est très nette. Issu de Hirth & Kohlstedt (2003).

Matériau	n	m	Q	α	A_0	Description	Référence
Olivine	3.5	2	600	$30-45$	$10^{10.672}$	dry / $T > 1250°C$	Hirth & Kohlstedt (2003)
Olivine	3.5	2	400	$30-45$	$10^{3.813}$	dry / $T < 1250°C$	Hirth & Kohlstedt (2003)
Fo-Fa	3.9	2	$440-45X$		$\sim X^{1.5}10^{5.792}$	dry	Zhao et al. (2009)
Olivine	3.9	2	435.5		$10^{4.29}$	dry	Zhao et al. (2009)

TAB. 2.3 – Tableau récapitulatif des lois de fluage par glissement sur joints de grains publiés pour la péridotite. La rhéologie suit la loi : $\dot{\epsilon} = A_0 d^{-m} \exp(-Q/RT)\sigma^n$, avec A_0 (μm^m MPa^{-n} s^{-1}), $R = 8.314$ J mol^{-1}, d (μm) et Q (kJ mol^{-1}). Les données de Zhao et al. concernent le mélange Forsterite-Fayalite avec $X = Fe/(Fe + Mg)$ ($X \simeq 0.1$ dans l'olivine classique). μ (MPa) est une fonction de X mais j'ai considéré que $\mu = 80$ GPa à la ligne 3 pour exprimer le préfacteur. La quatrième ligne représente ce qu'on obtiendrait pour une olivine classique.

que ce n'est pas le cas. Drury présente une réinterprétation des données expérimentales de recristallisation dynamique d'agrégats d'olivine (Karato et al. (1982); Van der Wal et al. (1993); Zhang et al. (2000); Bystricky et al. (2000); Jung & Karato (2001b,a)).

Toutefois, il semble que l'adoucissement à la déformation couplée à l'observation d'un exposant à la contrainte supérieur à 1 puisse être un bon critère marqueur de ce régime de glissement. Drury (2005) et Slotemaker (2006) montrent que le passage du régime de dislocations au régime de glissement sur les joints de grains, à vitesse de déformation constante, engendre une chute de contrainte déviatorique, ce qui pourrait représenter un nouveau marqueur macroscopique du passage dans ce régime de glissement.

Cette découverte récente ouvre donc un large champ d'expérimentations dans divers domaines de la géophysique,

Matériau	$\dot{\epsilon}_p$	n	H_0	σ_p	r	s	P	Description	Référence
Olivine	$1.3\ 10^{12}$	0	502	9.1	1	2	~ 0.1	dry	Evans & Goetze (1979)
San Carlos Ol.	$2.6\ 10^{16}$	0	564	15.4	$2/3$	2	$9\ 10^3$	dry	Raterron et al. (2004)
San Carlos Ol.	$10^{8.0}$	2	518	1.58	1	1	$2\ 10^3$	water satured	Katayama & Karato (2008)
San Carlos Ol.	$10^{7.1}$	2	518	2.06	$3/4$	1	$2\ 10^3$	water satured	Katayama & Karato (2008)
San Carlos Ol.	$10^{7.9}$	2	518	2.00	1	$4/3$	$2\ 10^3$	water satured	Katayama & Karato (2008)
San Carlos Ol.	$10^{6.9}$	2	518	2.79	$3/4$	$4/3$	$2\ 10^3$	water satured	Katayama & Karato (2008)
San Carlos Ol.	$10^{7.8}$	2	518	2.87	1	2	$2\ 10^3$	water satured	Katayama & Karato (2008)

TAB. 2.4 – Tableau récapitulatif des lois de fluage de Peierls publiées pour l'olivine. La rhéologie suit l'équation 2.41. $\dot{\epsilon}_p$ (s^{-1}), H_0 (kJ mol^{-1}), σ_p (GPa), r, s, n (sans unité) et P la pression (MPa). Les cinq lignes données au sujet de Katayama offrent différentes représentations possibles des même données (la figure 2.15 montre bien que la rhéologie est mal contrainte).

allant des expériences de déformation en laboratoire à la simulation numérique à l'échelle lithosphérique ou planétaire. Celà offre également de nouvelles interprétations possibles pour la bonne compréhension de la recristallisation dynamique dont le comportement reste mal compris.

Régime de Peierls

Contrairement aux autres rhéologies, l'étude expérimentale systématique du fluage de Peierls n'a pas été entreprise. Cette expérience nécessite d'appliquer une contrainte très importante à l'échantillon. Les premières données datent des années soixante-dix (Evans & Goetze (1979)) et l'étude n'a été relancée que très récemment avec Raterron et al. (2004) et Katayama & Karato (2008).

De façon générale, suivant la forme dérivée par Kocks et al. (1975), on recherche la rhéologie suivant l'équation :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_p \sigma^n \exp\left(-\frac{H_0}{RT}\left(1-\left(\frac{\sigma}{\sigma_p}\right)^r\right)^s\right) \tag{2.41}$$

avec $\dot{\epsilon}_p$ (s^{-1} MPa^{-n}) et σ (MPa).

Katayama & Karato (2008) concluent que la présence d'eau tend à adoucir la roche dans le fluage de Peierls. Toutefois, leur expérience ne couvre pas une large gamme de contrainte et ils omettent les données de Raterron qui ne tombent pas tout à fait dans la zone supposée par Evans et Goetze (la loi de Raterron tombe entre les deux jeux de données). Cette rhéologie n'est donc pas encore parfaitement contrainte par les données expérimentales mais tout le monde s'accorde pour ce qui est des ordres de grandeur.

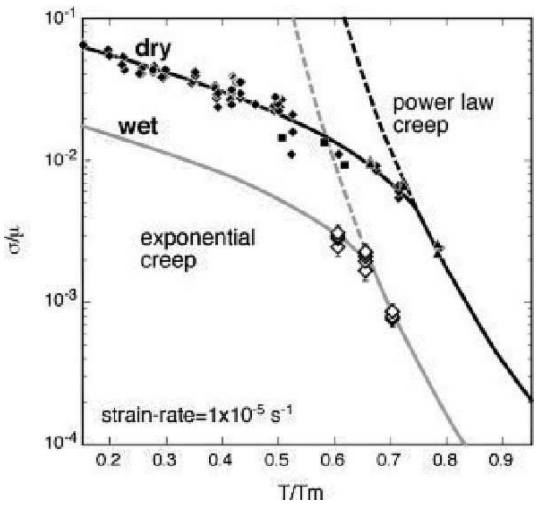

FIG. 2.15 – Transition du fluage par dislocations au régime de Peierls (figure issue de Katayama & Karato (2008)). Les données de Evans et al. sont représentées par les losanges noirs et celles de Katayama et al. par les blancs.

2.2.3 Carte des rhéologies de l'olivine

La multitude d'études expérimentales entreprises depuis les dernières décennies a permis l'élaboration de modèles concernant les rhéologies possibles pour une roche donnée. Nous proposons ici une vue d'ensemble des modes de déformation connus de l'olivine.

A ce jour, quatre processus de déformation ont été identifiés :

- Le fluage par diffusion.
- Le fluage par dislocation.
- Le glissement sur joints de grain.
- La plasticité de basse température (ou mécanisme de Peierls).

Les limites entre ces régimes sont difficiles à définir rigoureusement du fait de leur cohabitation potentielle. Les frontières entre deux zones correspondent aux situations où les vitesses de déformation correspondant aux deux mécanismes sont égales. Chaque rhéologie possèdant sa dépendance propre en température, pression, présence de fluides interstitiels, la carte des rhéologies est donc extrêmement dépendante des conditions dans lesquelles se trouve le matériau. Diverses synthèses des rhéologies de l'olivine ont été publiées depuis le commencement des expérimentations (parmis les plus récentes : Hirth & Kohlstedt (2003); Drury (2005); Kohlstedt (2007); Karato (2008, Available online 17 April 2009)).

Les frontières entre rhéologies dépendent de la contrainte déviatorique, de la température, de la taille moyenne des cristaux (taille des grains), de la présence d'eau, du taux de fusion partielle, de la pression etc. En général, les frontières

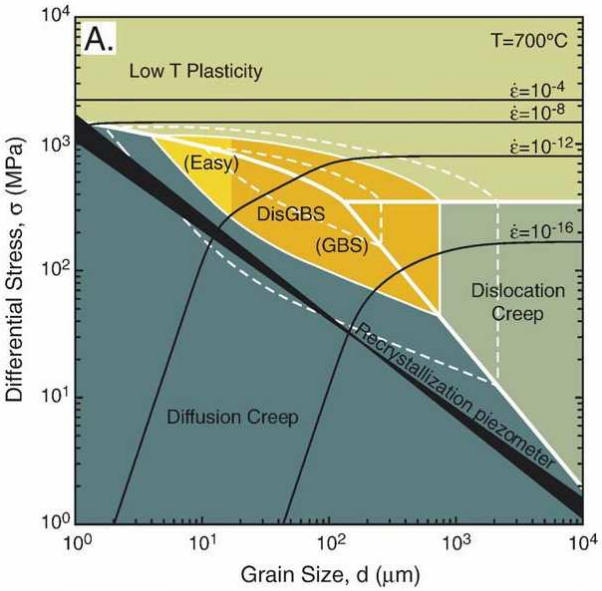

FIG. 2.16 – Un exemple de carte de rhéologies issu de Warren & Hirth (2006). Le régime de glissement sur les joints de grains est représenté en jaune et orange.

sont représentées dans un diagramme $\sigma - d$ où σ est la contrainte déviatorique et d la taille des grains (cf. figure 2.16).

2.3 Evolution de la taille des grains

Les régimes de diffusion et de glissement sur les joints de grain sont des rhéologies dépendantes de la taille des grains. Toutefois, une roche ne possède jamais de grains de taille égale mais bien toujours une distribution de tailles de grains. La forme de cette distribution peut varier suivant les conditions dans lesquelles se trouve la roche (croissance normale, recristallisation dynamique etc.).

2.3.1 Grains

Définition

Un grain est généralement défini comme un monocristal séparé des autres grains par des joints de grains. Cependant, sous l'effet d'une forte contrainte, un grain peut être amené à se fractionner légèrement avant de se diviser en plusieurs parties. Un grain n'est donc pas à proprement parler un monocristal parfait mais peut contenir ou être entièrement constitué

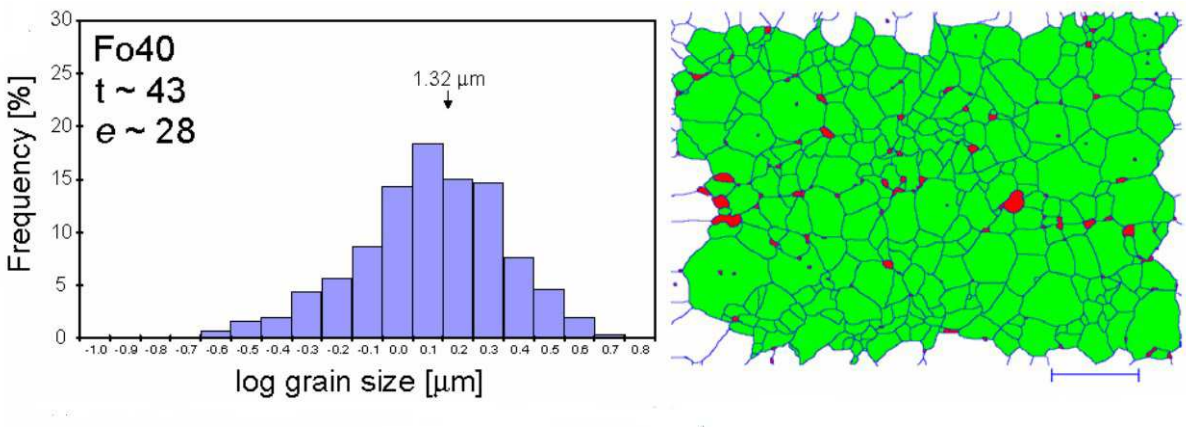

FIG. 2.17 – Distribution expérimentale de tailles de grains (d'après Slotemaker & Bresser (2006)).

de sous-grains de même nature minéralogique dont les plans cristallins sont tous globalement orientés de la même manière.

Un joint de grain sépare deux cristaux de même nature minéralogique dont les plans cristallins ne possède pas la même orientation ou deux cristaux de différentes natures minéralogiques.

Lorsqu'un sous-grain possède une désorientation trop grande par rapport au grain père ou aux sous-grains voisins, il devient un nouveau grain. La limite angulaire de désorientation des plans cristallins n'est pas strictement définie, on considère souvent que lorsqu'un sous-joint possède une tension de surface proche de celle du joint de grain, alors les deux cristaux qu'il sépare sont deux grains différents. La figure 2.19 nous montre que ceci correspond à un angle de désorientation des plans cristallins d'environ 10 degrés.

Distribution de tailles de grains

Une roche est constituée d'un ensemble de grains de différentes tailles, il est donc possible de définir une distribution de tailles de grains (cf. Ricard & Bercovici (2009b)). De cette façon, on peut représenter le nombre de grains en fonction de leur taille (voir par exemple la figure 2.17 représentant une distribution expérimentale de tailles de grains).

Une distribution continue de tailles de grains est définie par une densité ν_R (m^{-4}) de grains en chaque point, par unité de volume et par unité de taille de grain R (rayon de grain considéré sphérique). Pour obtenir le nombre de grains compris dans un volume V, il faut donc intégrer cette distribution dans l'espace et sur toutes les tailles de grains :

$$N = \int_V \int_0^\infty \nu_R \, dR \, dV. \tag{2.42}$$

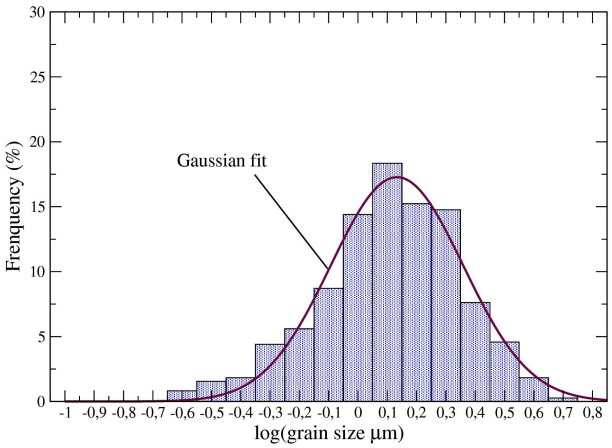

FIG. 2.18 – Régression de la distribution expérimentale donnée par Slotemaker & Bresser (2006).

Une distribution expérimentale est généralement représentée par une valeur moyenne $\overline{R}$ et une déviation standard σ. Les grains observés y sont répertoriés par tranches de taille (entre R et $R + dR$). En général, une distribution gaussienne, en échelle logarithmique, est choisie pour représenter la répartition des grains. Le nombre $\Delta N(R_1, R_2)$ de grains de taille comprise entre R_1 et R_2 est alors donné par :

$$\Delta N(R_1, R_2) = \int_{\ln(R_1)}^{\ln(R_2)} \alpha \exp\left(-\frac{[\ln(R/\overline{R})]^2}{2\sigma^2}\right) d\ln(R) \tag{2.43}$$

Ceci introduit donc la loi lognormale :

$$\nu(R) = \frac{\alpha}{R} \exp\left(-\frac{[\ln(R/\overline{R})]^2}{2\sigma^2}\right), \tag{2.44}$$

avec α un coefficient à déterminer selon la normalisation utilisée. La taille moyenne $\overline{R}$ des grains est donnée par :

$$\ln(\overline{R}) = \left(\int_{-\infty}^{\infty} \nu(R) \ln(R) d\ln(R)\right) / \left(\int_{-\infty}^{\infty} \nu(R) d\ln(R)\right). \tag{2.45}$$

C'est par abus de language que $\overline{R}$ est appelé rayon moyen puisque c'est en fait l'exponentielle du logarithme moyen.

Exemple Une régression de la distribution donnée par Slotemaker et al. 2006 Slotemaker & Bresser (2006) (figure 2.17) donne (les valeurs sont extraites de la figure) : $\overline{R} \simeq 1.4$ μm, $\sigma \simeq 0.5$ et $\alpha \simeq 17$.

Connaissant $\overline{R}_f$ et σ, nous avons entièrement déterminé la distribution lognormale. La figure 2.18 montre la bonne

adéquation de la distribution lognormale avec la distribution expérimentale. Dans ce manuscrit nous utilisons exclusivement les logarithmes naturels tandis que la figure est calculée en logarithmes décimaux, notre valeur de σ est valable pour une représentation en logarithmes naturels, elle doit être divisée par $log(10)$ pour une représentation en terme de logarithmes décimaux). Remarquons que $\sim 20\%$ des grains sont 3 fois plus grands ou 3 fois plus petits que la valeur moyenne. Il est donc très réducteur d'imaginer que tous les grains ont la même taille.

2.3.2 Energies d'un grain

La taille des grains évolue au cours du temps. Nous devons donc quantifier les énergies présentes dans le système. Dans un agrégat de grains sous contrainte, les deux principales sources d'énergie sont les joints de grains et les dislocations. Nous détaillons ici l'impact relatif de ces deux contributions.

Energie des joints de grain Le joint de grain possède une énergie ou tension de surface (J m^{-2}). Cette énergie est positive, c'est-à-dire qu'un solide tend à diminuer la surface de joints par unité de volume. La figure 2.19 montre une mesure expérimentale de cette tension de surface en fonction de l'angle de rotation entre différents (sous-)grains.

L'origine de la tension de surface peut être comprise assez simplement. Au sein du solide cristallin, chaque atome est en équilibre grâce aux forces qui le lient à ses différents voisins. Par contre les atomes en surface sont uniquement soumis à des forces d'atomes situés du coté interne de l'interface. L'ensemble de ces forces tend donc à comprimer le grain et augmenter sa pression interne. L'excès de pression est donné par la relation de Laplace : $P_{int} = P_{ext} + 2\gamma/d$. où γ est la tension de surface (J m^{-2}) et d le rayon de courbure local de l'interface (m), souvent assimilé au rayon du grain. Cette relation s'applique aussi a la pression dans une bulle de savon. L'énergie de surface γ (en J m^{-2}) peut aussi s'interpréter comme la force linéique ou tension de surface en N m^{-1} qui s'exerce de façon tangente à la surface du grain, et perpendiculaire à une ligne tracée à la surface du grain.

Energie stockée par les dislocations

Chaque dislocation engendrant un champ de déformation dans le maillage du cristal, le calcul de son potentiel propre revient à intégrer le champ de contrainte élastique qu'elle génère dans son entourage. Une première approche des phénomènes dus aux dislocations a été publié par Hirth et Lothe dans les années 80 (Hirth & Lothe (1982)).

L'énergie stokée par les dislocations est distribuée à travers tout le réseau sous forme élastique. On peut en obtenir une estimation en quantifiant la densité de dislocations et le champ de contrainte qu'elles génèrent dans le réseau.

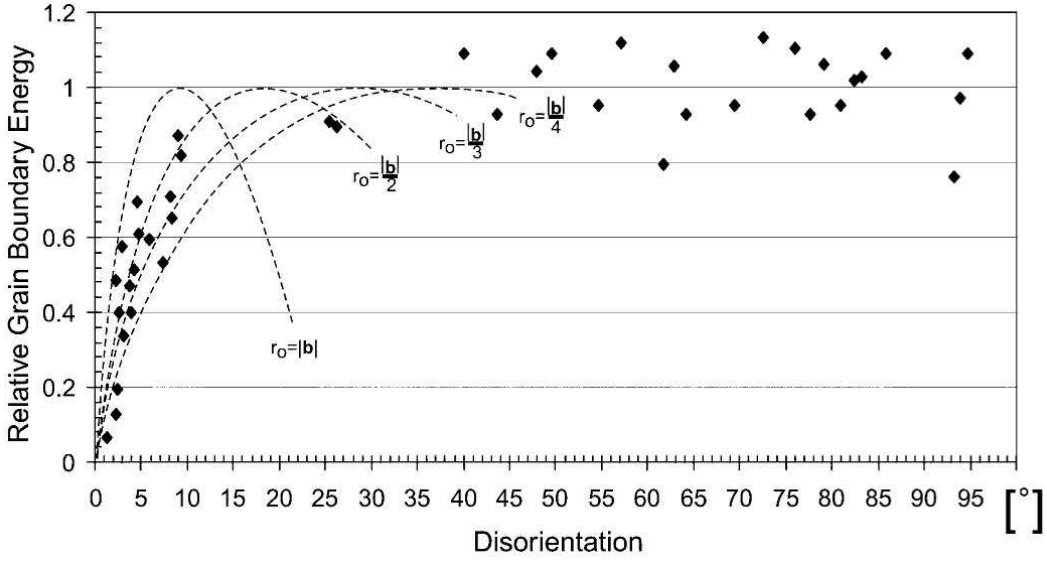

FIG. 2.19 – Mesure de la tension de surface (J.m^{-2}) des joints de grains dans l'olivine par Duyster & Stockhert (2001). Ce graphique représente l'énergie contenue dans les interfaces entre les grains en fonction de l'angle relatif que font les rangées d'atomes entre chaque grain respectif. Les interfaces grain/sous-grain sont donc représentées par les petits angles et les joints de grain par les grands. On voit que les frontières de sous-grains, constitués de dislocations, sont de faible énergie alors que les joints de grain possèdent une tension de surface à peu près constante $\gamma \simeq 1$ J.m^{-2}.

Tension linéique La tension linéique exprime la densité d'énergie ξ par unité de longueur contenue dans une dislocation. Pour en avoir une estimation, Hirth & Lothe (1982) considèrent l'énergie contenue dans le champ de déformation engendré autour d'une dislocation parfaitement rectiligne, dans un cylindre (voir également Shimizu (2008)) :

$$\xi = \frac{\mu b^2 \chi}{4\pi} \ln\left(\frac{\beta r}{b}\right) \tag{2.46}$$

où μ est le module de cisaillement du matériau (~ 80 GPa pour l'olivine), b est le vecteur de Burgers (~ 0.5 nm), χ est une constante proche de 1 qui dépend du caractère de la dislocation (vis ou coin), β est une constante proche de 4 et r est le rayon du cylindre (m). La densité d'énergie est donc une grandeur divergente pour un cylindre dont le rayon tend vers l'infini. Afin de trouver une valeur finie, Shimizu pose que le rayon du cylindre doit être égal à la moitié de la distance entre deux dislocations. L'analyse dimensionnelle nous montre :

$$r = \frac{1}{2}\rho^{-1/2} \tag{2.47}$$

où ρ est la densité de dislocation par unité de surface. Nous obtenons alors :

$$\xi = \frac{\mu b^2 \chi}{4\pi} \ln\left(\frac{\beta}{2b\sqrt{\rho}}\right) \tag{2.48}$$

Il est donc indispensable de connaître la densité de dislocations ρ pour calculer la valeur de la tension linéique de chaque dislocation.

Densité volumique d'énergie Une fois la valeur de la densité linéique d'énergie calculée, on obtient la densité d'énergie contenue dans les dislocations dans un cristal :

$$E_{disl} = \rho\xi \tag{2.49}$$

Dans le cas théorique, en utilisant $\alpha = \chi = 1$, $\beta = 4$, $\mu = 60$ GPa (valeur de Kohlstedt & Weathers), $b = 5\ 10^{-10}$ m et $S = 0.4$, nous obtenons :

$$E_{disl}(\text{J.m}^{-3}) = 0.21221\ \sigma^2 \ln\left(\frac{7.5\ 10^4}{\sigma}\right) \tag{2.50}$$

avec σ (MPa). En utilisant la valeur expérimentale déterminée par Kohlstedt et Wheathers, en utilisant directement les équations 2.48 et 2.26, nous obtenons :

$$E_{disl}(\text{J.m}^{-3}) = 1.3393\ \sigma^{1.5} \ln\left(\frac{1.1942\ 10^5}{\sigma^{3/4}}\right) \tag{2.51}$$

La figure 2.20 offre une comparaison entre les expressions théoriques et expérimentales de la densité de dislocation (par unité de surface) et de la densité d'énergie (par unité de volume).

2.3.3 Déplacement des interfaces

Migration de joints de grains

Lorsque la température est suffisamment importante, les joints de grains peuvent se déplacer et balayer les grains. Chaque grain, de taille d, possède donc, à cause de la tension de surface, une pression quelque peu différente de celle du grain voisin. Des grains de même composition et de taille différente possèdent donc un potentiel chimique différent, $\delta\mu = 2\rho\gamma/d$ (e.g. Ricard 2008). C'est cette différence de potentiel qui entraine la diffusion des atomes, et celle des

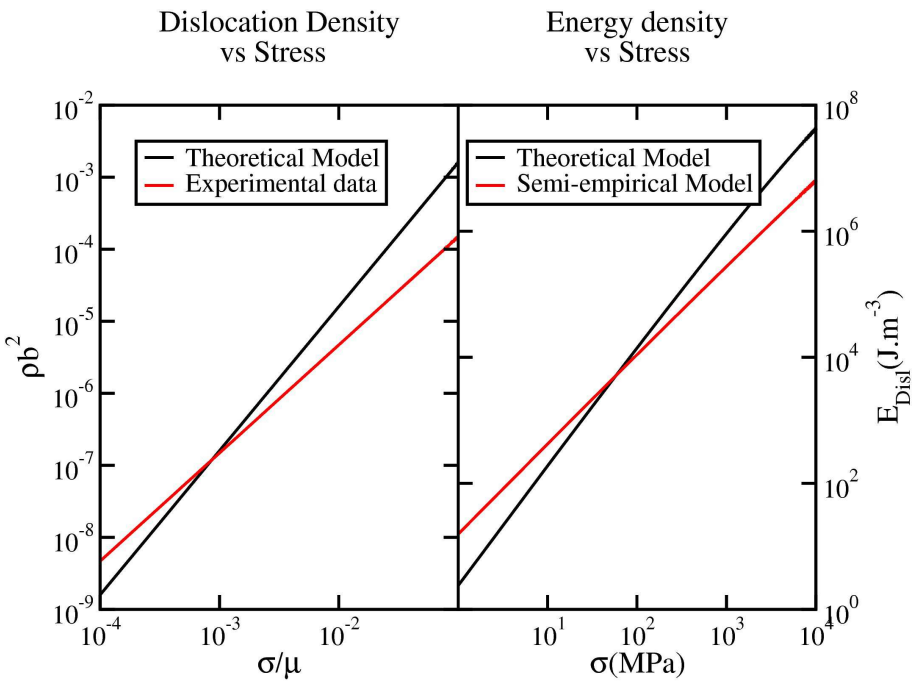

FIG. 2.20 – A gauche, on peut observer la densité de dislocations normalisée par le vecteur de Burgers par rapport à la contrainte déviatorique (normalisée par le module élastique) (graphique à comparer avec la figure de Kohlstedt & Weathers (2.10)). La relation donnée par Kohlstedt et Weathers (équation 2.26 et figure 2.10) est représentée par la courbe rouge. La courbe noire représente la prédiction théorique (équation 2.25) pour la valeur $S = 0.4$ du facteur de Schmid. Les courbes de droite illustrent les équations 2.50 et 2.51 et représentent deux modèles de la densité d'énergie contenue par les dislocations dans un cristal.

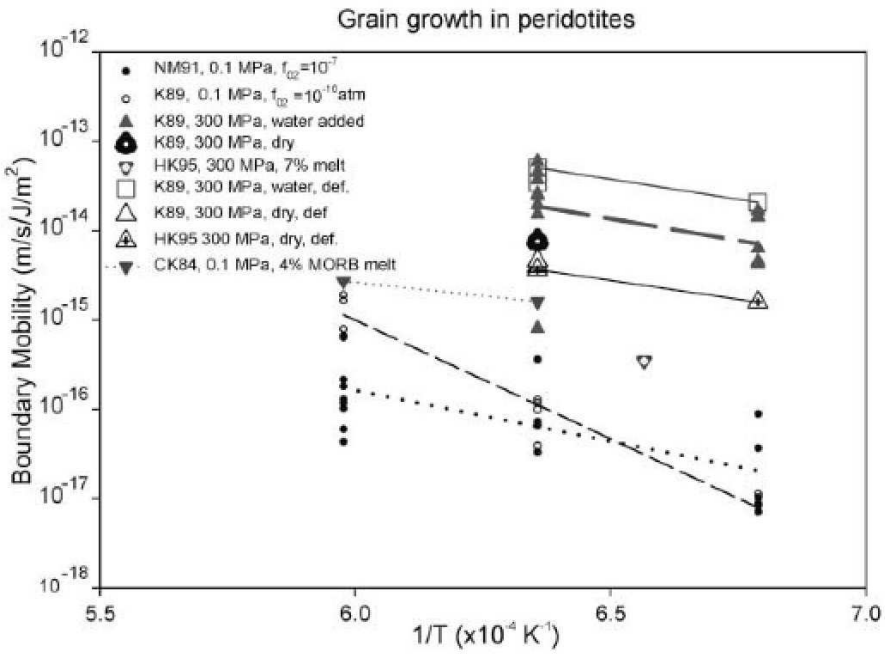

FIG. 2.21 – Mesures connues des mobilités des joints de grains dans la péridotite (issu de Evans et al. (2001)). les labels ont la signification suivante : NM91 (Nichols & Mackwell (1991)), K89 (Karato (1989)), HK95 (Hirth & Kohlstedt (1995b)) et CK84 (Cooper & Kohlstedt (1984)).

interfaces. D'après Shimizu (2008), la vitesse v de déplacement des interfaces s'écrit :

$$v = MF \tag{2.52}$$

où M est la mobilité et F la force agissant normalement au joint de grain (cette force est assez artificielle, puisque la seule "vraie" force, celle de la tension de surface s'exerce parallèlement et non normalement à la surface). Selon Shimizu, la mobilité s'exprime par la relation :

$$M = \frac{bwD_{gb}}{RT} \tag{2.53}$$

avec b le vecteur de Burgers, w l'épaisseur du joint de grain, D_{gb} le coefficient de diffusion des particules à travers le joint de grain, R la constante de Boltzman et T la température. La mobilité est donc exprimée en kg m s^{-2} tandis que la force est exprimée en N m^{-2}.

Les forces, entre deux grains de taille d et d', sont liées à la différence de potentiel chimique, donc essentiellement a la différence de pression entre grain controlée par $2\gamma|1/d - 1/d'|$ (la différence de densité de dislocations peut également

jouer, voir la section 2.3.4). Cette force, qui fait diffuser les atomes du grain le plus petit vers le plus gros, déplace l'interface en direction du plus petit grain.

Les impuretés présentes dans les joints de grains modifient la mobilité alors que celles présentes en volume (phases minéralogiques différentes, dislocations etc.) affectent les forces appliquées aux joints de grains. La figure 2.21 montre un résumé des mesures expérimentales de la mobilité des joints de grains de la péridotite (cf. Evans et al. (2001)). On s'aperçoit que la mobilité peut varier de plusieurs ordres de grandeur à une même température en fonction de la pression, de la présence d'eau ou de fusion partielle. On note que la température, la pression et la présence d'eau tendent à augmenter la mobilité alors que la fusion partielle tend à la diminuer.

Bulging (bombement)

Même si les dislocations présentes en volume dans les cristaux possèdent une énergie propre généralement faible par rapport aux joints de grains, leur contribution énergétique peut ne pas être négligeable dans certaines circonstances particulières. A relativement basse température, lorsque la diffusion des espèces chimiques permettant la croissance normale est faible, on observe tout de même qu'une migration des interfaces nuclée de nouveaux grains. En réalité, la densité des dislocations piégées dans les grains peut être suffisante pour créer une force motrice sur les joints de grains : le "bulging".

Lorsqu'un joint de grain migre, il laisse derrière lui une zone fraîchement reconstituée dans laquelle les dislocations ne sont pas encore apparues (cf. figure 2.22). Les dislocations possèdant une énergie propre, la migration des joints crée donc une différence de potentiel de part et d'autre du joint en mouvement.

Si l'on considère la zone nouvellement balayée complètement propre, la densité d'énergie due à la présence des dislocations (précédemment calculée) est donc entièrement convertie en un moteur actif de la nucléation pour peu que les dislocations soient trop lentes pour rattraper le joint.

2.3.4 Croissance des grains

Croissance normale

Lorsque l'on compare l'énergie contenue dans les joints de grains (voir section 2.3.2) et celle due à la présence des dislocations, on s'aperçoit que les interfaces entre grains possèdent une énergie très importante (voir section 2.3.2).

En effet, si on utilise l'équation 2.51, qui exprime la densité d'énergie due aux dislocations, et qu'on compare cette énergie à celle contenue dans un agrégat de grains sphériques de taille d, on peut estimer leur importance relative. L'énergie

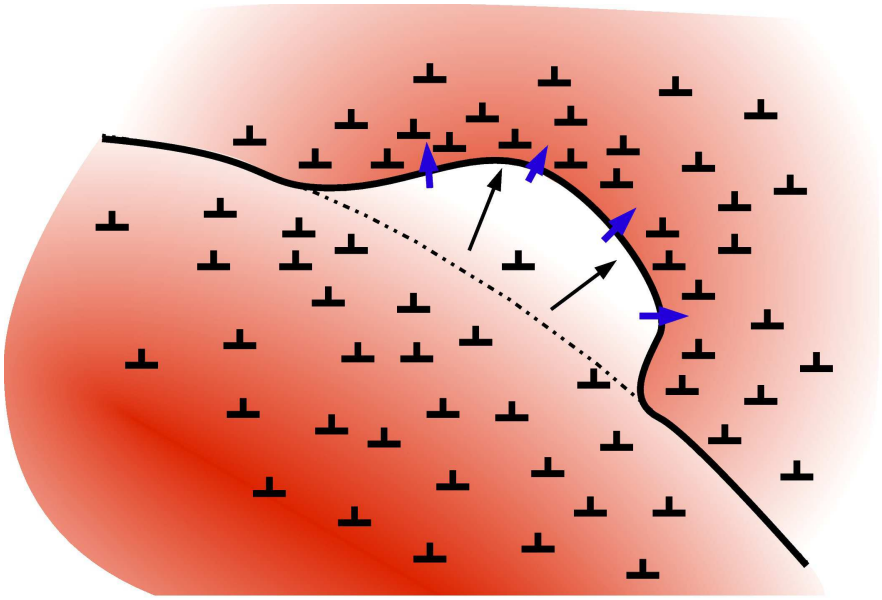

FIG. 2.22 – Migration d'un joint de grain dûe au gradient de densité de dislocation (bulging). La densité de dislocation est représentée en rouge, le gradient de densité à travers le joint est schématisé par les flêches bleues. On voit que le volume fraîchement balayé par le joint présente une densité de dislocation très faible. Par conséquent, la migration de la frontière engendre une différence de potentiel supplémentaire qui tend à augmenter la mobilité des joints de grain.

par unité de volume contenue dans les interfaces s'exprime par :

$$E_\gamma = \frac{\gamma}{2}\frac{4\pi d^2}{(4/3)\pi d^3} = \frac{3\gamma}{2d}, \tag{2.54}$$

nous obtenons donc une limite, illustrée par la figure 2.23 :

$$\frac{3\gamma}{2d} = 1.3393\ \sigma^{1.5}\ \ln\left(\frac{1.1942\ 10^5}{\sigma^{3/4}}\right) \tag{2.55}$$

On s'aperçoit que l'énergie de surface des grains est bien supérieure à l'énergie élastique des dislocations dans les conditions typiques du manteau terrestre.

Tendant à atteindre son état de moindre énergie, la roche minimisera donc sa densité d'interfaces dans une cinétique de croissance de ses grains. La croissance de grains nécessitant la mobilisation d'atomes (ou de lacunes) dans le milieu, elle est fortement dépendante de l'état thermique de la roche, qui permet aux particules de briser leurs liaisons avec leur entourage et de se soumettre à un mouvement. La cinétique de croissance contient un terme de type Arrhenius dont l'énergie d'activation dépend du type de roche considérée.

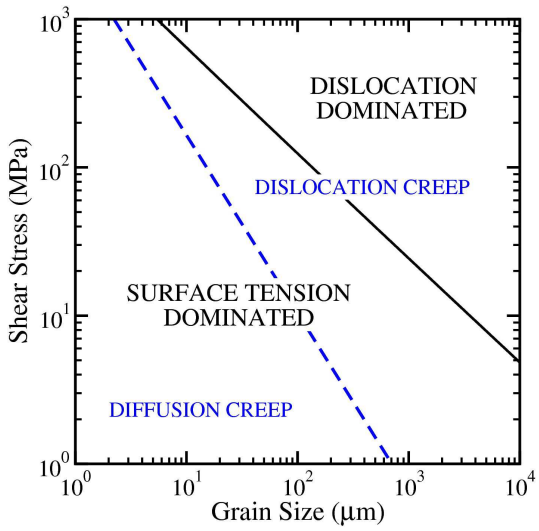

FIG. 2.23 – Importance relative des interfaces et des dislocations. La courbe noire représente les conditions dans lesquelles l'énergie contenue dans les interfaces est égale à celle contenue dans les dislocations. La courbe tiretée bleue représente la transition diffusion-dislocation pour une olivine sèche à une température $T = 1600$K, sous pression atmosphérique (cf. Hirth & Kohlstedt (2003)).

Selon le formalisme initialement proposé par Lifshitz & Slyozov (1961) et un peu plus tard par Hillert (1965), la vitesse v d'une interface est donc exprimée par :

$$v = -2\gamma M(\frac{1}{d} - \frac{1}{d'}) \tag{2.56}$$

avec M la mobilité des interfaces dans laquelle on trouve le terme d'Arrhenius (v est compté positif si le grain de taille d grossit.). Lifshitz & Slyozov (1961) et Hillert (1965) supposent que le grain de taille d est en contact avec l'ensemble de tous les autres grains. Le terme $1/d'$ est donc interprété comme $1/ < d >$.

L'évolution de la taille d d'un grain quelconque est donc conditionnée par la taille moyenne de ses voisins, on pose alors sa croissance sous la forme :

$$\frac{\partial d}{\partial t} = 2M\gamma \left(\frac{1}{< d >} - \frac{1}{d}\right) \tag{2.57}$$

où $< d >$ est la valeur moyenne de la taille des grains dans la roche. L'évolution de la taille moyenne des grains et donc égale à la valeur moyenne du terme de droite de l'équation 2.57 :

$$\frac{\partial < d >}{\partial t} = 2M\gamma(\frac{1}{< d >} - < \frac{1}{d} >) \tag{2.58}$$

Lifshitz & Slyozov (1961) et Hillert (1965) cherchent des solutions de l'équation 2.57 self-similaires, c'est-à-dire des distributions de la taille des grains qui évoluent dans le temps, mais qui, normalisées par l'amplitude maximale et représentées en fonction de la taille de grain normalisée à la taille de grain moyenne $d/ < d >$, sont constantes. Ce type de solution self similaire est typique des équations différentielles de systèmes qui n'ont pas de dimensions caractéristiques propres. Les solutions cherchées sont telles que la distribution de tailles $\nu(d,t)$ (la proportion de grains de taille d à l'instant t) s'écrit $\nu(d,t) = a(t)f(d/ < d(t) >)$ où l'amplitude a et la forme f de la distribution sont deux fonctions à déterminer.

Dans le cas d'une distribution self similaire, il est facile de démontrer que $< 1/d >$ et $1/ < d >$ sont dans un rapport $R < 1$ constant : $< 1/d >= R/ < d >$ (de même d'ailleurs que tous les moments de la distribution de forme $< d^n >$ sont dans des rapports constants). On a donc simplement :

$$\frac{\partial < d >}{\partial t} = 2(1-R)\frac{M\gamma}{< d >} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial < d >^2}{\partial t} \propto M\gamma \tag{2.59}$$

Les grains croissent donc comme $t^{1/2}$. Dans une situation réaliste, les grains peuvent posséder une forme très irrégulière, c'est pourquoi cette forme de cinétique de croissance n'est pas nécessairement suffisante pour rendre compte des résultats expérimentaux de croissance cristalline. En revanche, l'allure générale de l'expression 2.59 semble tout à fait appropriée et est généralisée sous la forme :

$$\frac{\partial < d >^p}{\partial t} \propto M\gamma \tag{2.60}$$

où p est une constante déterminée expérimentalement (généralement entre 2 et 5). Le terme de mobilité étant thermiquement activé, on obtient une loi de type Arrhenius :

$$\frac{\partial < d >^p}{\partial t} = k_0 \exp\left(-\frac{Q_g}{RT}\right) \tag{2.61}$$

La table 2.5 montre divers résultats expérimentaux de croissance de grains (olivine) dans différentes conditions expérimentales. Le formalisme précédemment présenté convient parfaitement à la description de la croissance, pour peu qu'on adapte l'exposant p et la constante k_0 aux conditions expérimentales.

Les dislocations semblent avoir un effet négligeable sur la diffusivité des impuretés à travers les grains. Gérard & Jaoul (1989) ont mesuré la diffusion de l'oxygène à travers une olivine naturelle (San Carlos) et n'observent aucun impact de la densité de dislocations. La densité de dislocations est mesurée à $2\ 10^{11}$ m^{-2} et représente une contrainte déviatorique de 40 MPa environ (cf. équation 2.27). Aucun impact sur la diffusivité de l'oxygène n'est rapporté.

Matériau	p	Q_g	k_0(m^p s^{-1})	Description	Référence	Source
Péridot.(syn.)	2	520	5 10^{-8}	dry	Karato (1989)	Evans et al. (2001)
Péridot.(syn.)	3	600		dry	Karato (1989)	Evans et al. (2001)
Olivine	2	200	4 10^{-8}	dry	Karato (1989)	Karato (2008)
Péridot.(syn.)	2	160	1.6 10^{-8}	wet	Karato (1989)	Evans et al. (2001)
Péridot.(syn.)	2	160	5 10^{-8}	wet	Hirth & Kohlstedt (1995b)	Evans et al. (2001)
Péridot.(syn.)	4.3	390	8.2 10^{-14}	molten	Faul & Scott (2006)	Faul & Scott (2006)
Olivine	2	200	10^{-8}		Kameyama et al. (1997)	Braun et al. (1999)
Péridot.(syn.)	4	290			Nichols & Mackwell (1991)	Evans et al. (2001)
Péridot.(syn.)	5	345			Nichols & Mackwell (1991)	Evans et al. (2001)

TAB. 2.5 – Tableau récapitulatif des croissances de l'olivine.

2.3.5 Recristallisation dynamique

La recristallisation dynamique est le processus général qui permet à une roche de générer de nouveaux cristaux aux interfaces des grains. Plusieurs études ont également permis de mettre en évidence le fait que la taille des cristaux dans ces zones fortement déformées dépend de la contrainte subie par la roche. Il existe donc une relation univoque entre la contrainte et la taille moyenne des grains, cette relation a reçu la dénomination de "piézomètre".

Cette découverte est extrêmement intéressante pour les tectoniciens puisqu'elle leur permet de déterminer une fourchette de contraintes qu'ont subi leurs échantillons. Cet outil est devenu un élément indispensable pour la détermination de l'histoire tectonique d'une zone géologique mal comprise (cf. Post & Tullis (1999); Stipp & Tullis (2003); Sassier (2007)).

L'existence des piezomètres nous indique également que la roche atteint un état d'équilibre dynamique dans la cinétique de croissance de ses grains. Un piézomètre est généralement exprimé sous forme d'une loi de puissance :

$$d = K_0 \exp\left(-\frac{Q_k}{RT}\right)\sigma^{-\beta} \tag{2.62}$$

avec d (μm) la taille moyenne des grains, K_0 (μm MPa$^\beta$) une constante dépendant de la nature du matériau, σ (MPa) la contrainte déviatorique, Q_k est une énergie d'activation très faible ou nulle, R la constante de Boltzmann, T la température et β une constante comprise entre 0.7 et 1.5.

Materiau	K_0	Q_k	β	γ	description	Référence
San Quintin Baya Ol.	$2.71\ 10^4$	0	1.23	1.00	dry	Mercier et al. (1977)
Mt Burnett dunite	?	0	0.75		dry	Post (1977), cf. Bresser et al. (2001)
Mt Burnett dunite	$4.75\ 10^4$	0	1.27	0.62	dry	Ross et al. (1980)
Olivine Single	$8.3\ 10^3$	0	1.18	0.67	dry	Karato et al. (1980)
Mt Burnett dunite	?	0	0.89		wet	Post (1977), cf. Bresser et al. (2001)
Mt Burnett dunite	$1.38\ 10^5$	14.2	0.82	0.69	wet	Ross et al. (1980)
Aheim dunite	$7.51\ 10^3$	0	1.19	0.59	wet	Van der Wal et al. (1993)
Anita Bay dunite	$1.45\ 10^3$	0	0.88	0.42	wet	Van der Wal et al. (1993)
Mt Burnett dunite	$7.74\ 10^4$	0	1.49		dry & wet	Post (1977)

TAB. 2.6 – Piézomètres de l'olivine. K_0 (μm MPa$^\beta$), Q_k (kJ mol^{-1}). Les données de Zhang et al. (2000) ainsi que celles de Jung et al. (2006) n'explorent pas une gamme de contrainte suffisante pour créer un piézomètre. Elles ont été effectuées pour l'étude de l'orientation préférentielle des mailles cristallines au cours de la déformation.

Modèles théoriques

Plusieurs états de l'art ont vu le jour au sujet de la recristallisation dynamique (Bresser et al. (2001); Drury (2005); Shimizu (2008)) et présentent 6 modèles de piézomètres :

- Twiss (1977)
- Edward et al. (1982)
- Derby & Ashby (1987); Derby (1990, 1991))
- Shimizu (1998a,b, 1999)
- De Bresser et al. (1998); Bresser (2002)
- Austin & Evans (2007)

Deux processus sont à la base de chacun de ces modèles (hormis ceux de Twiss et Edward et al. comme nous allons le voir) : la nucléation de nouveaux grains et la migration des joints de grain. A ce sujet, Shimizu (2008) dresse un état de l'art complet et identifie deux types de nucléation et deux processus de migration des interfaces.

Nucléation des sous-grains Deux types de nucléation ont été identifiés à ce jour : la nucléation par rotation de sous-grain (SGR) et la nucléation par renflement des joints de grains (BLG : bulging, cf. section 2.3.3).

Dans le cas de cristallisation par rotation des sous-grains, les dislocations forment des sous joints et permettent à diverses parties du grain de tourner les unes par rapport aux autres (cf. le schéma de Shimizu (figure 2.25) et la photographie issue de Warren et al. (figure 2.24), flèche labellée "SB" pour subgrain-boundary). Cette recristallisation a tendance à créer des sous-joints bien rectilignes et ne demande aucun mouvement aux joints de grains initialement présents dans

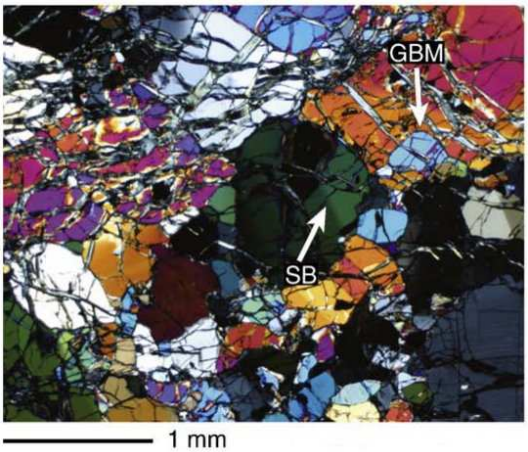

FIG. 2.24 – Microphotographie en lumière polarisée analysée de la structure interne d'une lame mince de Harzburgite (issu de Warren & Hirth (2006)).

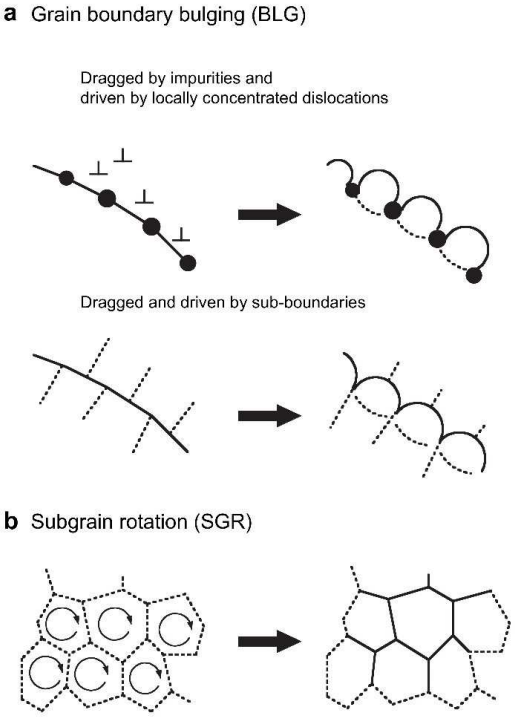

FIG. 2.25 – Illustration des différents types de nucléations répertoriés par Shimizu (image issue de Shimizu (2008)).

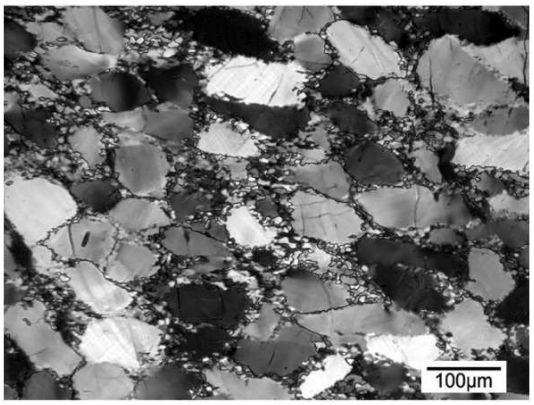

FIG. 2.26 – Recristallisation par bulging dans le quartz (Stipp et al. (2006)). Ce type de cristallisation engendre des joints de grains très irréguliers.

le matériau. Ce mécanisme est souvent supposé être le plus important dans la recristallisation dynamique de l'olivine et permet de nucléer des grains de taille très variable.

La recristallisation par bulging est plus rarement observée dans les études expérimentales sur l'olivine et engendre une structure cristalline très particulière (le schéma de Shimizu (figure 2.25) en montre deux versions). Comme exposé précédemment (cf. section 2.3.3), le bulging est basé sur le fait que les dislocations présentes dans les grains possèdent une énergie importante et peuvent créer une différence de potentiel de part et d'autre des joints de grains. Cette densité importante de dislocations déforme donc les joints qui prennent une allure découpée et nuclée des grains de petite taille dans les entrelacements des interfaces (figure 2.26).

Ce mode de cristallisation est principalement actif à basse température lorsque les dislocations sont figées, c'est pourquoi il est rarement observé pour l'olivine puisque les études expérimentales sont effectuées dans les conditions de température du manteau supérieur. Le temps nécessaire à l'empilement des dislocations étant drastiquement augmenté par la température trop basse, c'est alors la migration des joints de grains qui permet la création de nouveaux grains de petite taille.

De façon générale, ce sont les conditions de température et de déformation qui distingueront le processus dominant. A basse température et vitesse de déformation importante, le bulging sera dominant, à haute température et basse vitesse de déformation, les dislocations ayant le temps de s'organiser dans leurs interactions mutuelles, elles permettront à la roche d'atteindre le régime de rotation des sous-grains.

Croissance des sous-grains Une fois ces nouveaux grains nucléés, le matériau est alors très adouci si la déformation est maintenue (voir Drury (2005); Kohlstedt (2007)). Cependant, ces conditions plus favorables à la déformation indiquent que les mécanismes de diffusion des espèces chimiques sont actifs et impliquent donc que la migration des interfaces est également active. Les nouveaux grains sont donc amenés à grossir suivant le processus sélectionné de migration des joints de grains.

Hormis les modèles de Twiss et Edward, qui ne considèrent que la nucléation des sous-grains pour proposer un piézomètre, les piézomètres représentent donc un état d'équilibre entre la nucléation de sous-grains et leur croissance. En effet, il est raisonnable de considérer que ce processus puisse atteindre un état d'équilibre puisque lorsque les nouveaux grains atteignent une taille suffisamment importante, ils deviennent alors à leur tour saturés de dislocations et permettent de nouveau la création de sous grains etc.

Modèles de piézomètres

Modèle de Twiss Le premier modèle de piézomètre (cf. Twiss (1977)) ne représente pas un état d'équilibre dynamique entre la nucléation et la croissance. Twiss dérive une loi d'échelle de la taille des grains nucléés par les dislocations qui, sous contrainte, s'organisent en interfaces (les sous-joints). Ce modèle considère donc que l'énergie élastique des dislocations est entièrement utilisée pour créer des sous joints, selon une taille de sous-grain qui dépend de la densité initiale de dislocations.

Twiss introduit un paramètre libre difficile à quantifier expérimentalement : le taux d'élongation des dislocations dans la création des sous-joints :

$$\phi = \frac{L_f}{L_i} \tag{2.63}$$

où L_f est la longueur moyenne des dislocations constituant les sous-joints et L_i leur longueur initiale, avant la déformation. Twiss utilise ce taux d'élongation, mal connnu, pour dériver son piézomètre :

$$d = K\sigma^{-\frac{2\phi-1}{\phi}} \tag{2.64}$$

où K est une constante. ϕ étant estimé entre 1.4 et 2, l'exposant à la contrainte est donc borné entre 1.3 et 1.5. Cependant, ce piézomètre ne considère qu'un état instationnaire (les sous grains ne sont pas supposés grossir une fois nucléés), n'utilise qu'une géométrie très particulière de dislocations et les bornes de ϕ proposées par Twiss se sont révélées arbitraires par la suite (cf. Bresser et al. (2001)). Le modèle de Twiss est donc à présent très critiqué.

Modèle d'Edward, Etheridge & Hobbs Edward et al. (1982) proposent un modèle de nucléation plus complexe dans lequel la taille des sous-grains est donnée par la compétition entre le flux de dislocations en glissement et en montée dans les sous-grains et le taux d'annihilation des dislocations aux points de jonction entre trois sous-grains. La cinétique de cette réaction est donc également dépendante du taux de création des dislocations et de la vitesse de montée des dislocations dans les sous-joints. Ce modèle représente donc un état d'équilibre entre nucléation et annihilation des dislocations, la taille des sous grains étant calculée de façon à permettre cet état d'équilibre. Edward et al. formulent finalement la compétition entre nucléation et annihilation des dislocations suivant la loi :

$$d = K\sigma^{-n/4} \exp\left(\frac{Q_f - Q_m}{4RT}\right) \tag{2.65}$$

où K est une constante, Q_f représente l'énergie d'activation associée au fluage du matériau (en régime de dislocations), n est l'exposant à la contrainte du régime de dislocations (cf. section 2.2.2, équation 2.38) et Q_m est l'énergie d'activation du processus de montée des dislocations.

Ce modèle, bien que plus élaboré que celui de Twiss, est également critiqué de nos jours puisqu'il ne représente toujours pas un état d'équilibre entre nucléation et croissance des grains. Toutefois, n étant usuellement compris ente 3 et 5, ce piézomètre est tout à fait raisonnable et permet déjà de rendre compte de la plupart des expériences de recristallisation dynamiques publiées.

Modèle de Derby & Ashby Ce modèle (cf. Derby & Ashby (1987)) est le premier à considérer le piézomètre comme résultant d'une compétition entre nucléation et croissance des sous grains. Les grains sont supposés nucléés par bulging et la migration des joints de grains s'effectue par diffusion des espèces chimiques en volume. Derby et Ashby considèrent toujours la rhéologie en régime de dislocation et des grains sphériques de tailles égales. L'énergie nécessaire à la nucléation et à la croissance est fournie par les sous-joints, eux-même créés par le travail des contraintes dans la déformation. La mobilité des joints étant reliée à leur largeur et au coefficient des espèces dans le volume, Derby & Ashby proposent la loi :

$$d = K\sigma^{-n/2} \exp\left(\frac{Q_v - Q_{gb}}{2RT}\right) \tag{2.66}$$

où Q_v est l'énergie d'activation associée à la diffusion des espèces en volume, Q_{gb} est l'énergie d'activation associée à la migration des joints de grains et n l'exposant à la contrainte en régime de dislocation. Dans ce modèle, l'exposant à la contrainte $n/2$ (dans la loi piezométrique) semble légèrement trop élevé pour rendre compte parfaitement des données expérimentales concernant l'olivine.

Modèle de Shimizu Shimizu (1998b) présente un modèle également basé sur la compétition entre nucléation et croissance. Les grains sont supposés nucléés par rotation de sous-grains en volume ou aux frontières de grains. Pour la première fois, Shimizu considère une distribution de tailles de grains et pas seulement une taille moyenne, ce qui lui permet plus de réalisme dans la géométrie du système et de calculer des probabilités de nucléation dans cette distribution.

Considérant que la densité de dislocations disponibles pour créer les sous-joints par montée dépend de la contrainte appliquée (voir l'équation 2.25), Shimizu présente deux formules :

$$d = K\sigma^{-1.25} \exp\left(\frac{Q_v - Q_{gb}}{4RT}\right) \tag{2.67}$$

lorsque les grains sont nucléés dans le volume et

$$d = K\sigma^{-1.33} \exp\left(\frac{Q_v - Q_{gb}}{3RT}\right) \frac{Q_v - Q_{gb}}{3RT} \tag{2.68}$$

lorsque les grains sont nucléés le long des frontières déjà existantes (de même que lors d'une nucléation par bulging).

Modèle de De Bresser De Bresser et al. (1998) pensent que le piézomètre exprime plus qu'une compétition entre nucléation et croissance. Les grains fraîchement nucléés sont suffisamment petits pour tomber dans le régime de diffusion (argument également rapporté par Kohlstedt (2007)), ce qui signifie que la seule considération de la densité de dislocation pour la migration de joints de grains n'est pas suffisante. De Bresser explique que la tension de surface des grains doit jouer un rôle quand les grains sont de petite taille. Il considère donc le fluage comme étant un mélange de diffusion et de dislocation $\dot{\epsilon}_{rx} = \dot{\epsilon}_d + \dot{\epsilon}_f$, avec $\dot{\epsilon}_d$ la vitesse de déformation associée au régime de diffusion, $\dot{\epsilon}_f$ celle associée au régime de dislocations et $\dot{\epsilon}_{rx}$ la vitesse de déformation observée (voir également Bresser et al. (2001)). De Bresser propose donc finalement :

$$d = K\sigma^{-(n-1)/p} \exp\left(\frac{Q_f - Q_d}{4RT}\right) \tag{2.69}$$

où n est l'exposant à la contrainte dans le régime de dislocation, p l'exposant à la taille des grains dans le régime de diffusion et Q_d l'énergie d'activation associée au régime de diffusion.

Modèle de Austin & Evans Austin & Evans (2007) proposent que l'énergie nécessaire à la diminution de la taille des grains (c'est-à-dire l'augmentation de la surface de joints de grains) soit empruntée à l'énergie reçue par le système. Il est généralement considéré que cette énergie est entièrement convertie en chaleur (par dissipation visqueuse) mais

Austin & Evans (2007) suggèrent qu'une portion λ de cette énergie peut être convertie en tension de surface suivant un raisonnement emprunté à Bercovici & Ricard (2005).

Ce modèle ne considèrant pas de distribution de grains, il est alors possible de calculer directement la surface des joints de grains en les posant tous de même taille et forme. Austin & Evans (2007) dérivent alors la dynamique de la taille moyenne des grains :

$$\partial_t d = -\frac{\beta \lambda d^2}{c\gamma}\sigma\dot{\epsilon} + \frac{G}{pd^{p-1}} \tag{2.70}$$

où d est la taille moyenne des grains, β est un paramètre sans dimension (qui passe de 0 en régime de diffusion à 1 en régime de dislocation), $\dot{\epsilon}$ le second invariant des vitesses de déformation, c une constante géométrique, γ la tension de surface des joints de grains, p une constante et G une variable qui contrôle la croissance normale. Ce modèle empirique est proche de celui que nous discuterons dans la section 3.

Cette formulation de la dynamique des grains permet le calcul d'un état d'équilibre (sous forme de loi piézométrique) en considérant que seule l'énergie libérée en régime de dislocation permet la réduction de la taille des grains :

$$d = K\sigma^{-\frac{n+1}{p+1}} \exp\left(-\frac{Q_g - Q_{disl}}{p+1}\right) \tag{2.71}$$

où K est une constante, n est l'exposant à la contrainte de la rhéologie en régime de dislocation, Q_g est l'énergie d'activation de la croissance normale et Q_{disl} l'énergie d'activation de la rhéologie en régime de dislocation.

Austin & Evans (2007) appliquent ce formalisme aux piézomètres de la calcite, du quartz et de l'olivine et montrent qu'ils peuvent rendre compte des données expérimentales pour la plupart des roches considérées (cf. figure 2.27).

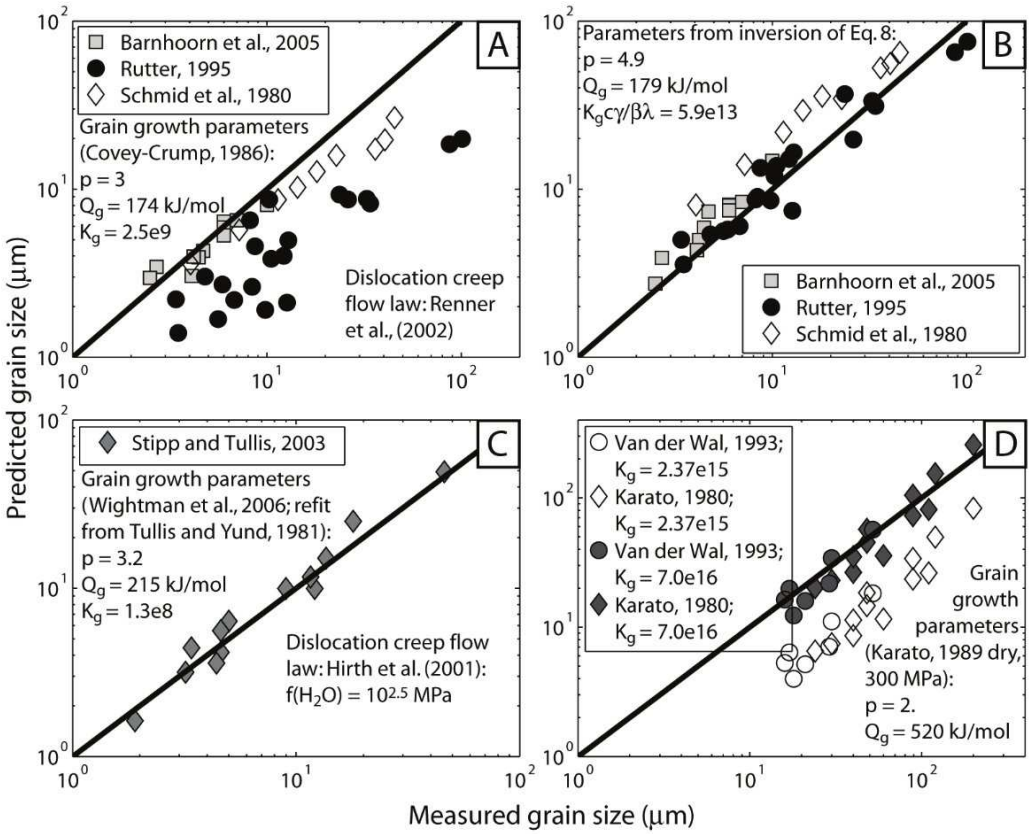

FIG. 2.27 – Comparaison du modèle de Austin & Evans (2007) avec les données expérimentales. A : Calcite avec exposant $p = 3$, B : Calcite avec inversion de l'exposant p, C : Quartz, D : Olivine.

Chapitre 3

A thermodynamically self-consistent damage equation for grainsize evolution during dynamic recrystallization.

Le début de ce chapitre (sections 3.1 à 3.9) est un article soumis à la publication au journal “ Geophysical Journal International”, il n’est donc rédigé en français. Notre modèle d’évolution de la taille des grains y est exposé en détail. A la fin du chapitre (à partir de la section 3.10), nous testons ce modèle de le cadre d’une zone de cisaillement.

3.1 Abstract

We employ basic non-equilibrium thermodynamics to propose a general equation for the mean grainsize evolution in a deforming medium, under the assumption that the whole grainsize distribution remains self-similar. We show that the grainsize reduction is controlled by the rate of mechanical dissipation in agreement with recent findings. Our formalism is self consistent with mass and energy conservation laws and allows a mixed rheology. As an example, we consider the case where the grainsize distribution is lognormal, as is often experimentally observed. This distribution can be used to compute both the kinetics of diffusion between grains and of dynamic recrystallization. The experimentally deduced kinetics of grainsize coarsening indicates that large grains grow faster than what is assumed in classical normal grain growth theory. We discuss the implications of this model for a mineral that can be deformed under both dislocation creep

and grainsize sensitive diffusion creep using experimental data of olivine. Our predictions of the piezometric equilibrium in the dislocation-creep regime are in very good agreement with the observations for this major mantle-forming mineral. We show that grainsize reduction occurs even when the average grainsize is in diffusion creep, because the largest grains of the grainsize distribution can still undergo recrystallization. The resulting rheology that we predict for olivine is time-dependent and more non-linear than in dislocation creep. As the deformation rate remains an increasing function of the deviatoric stress, this rheology is not localizing.

3.2 Introduction

The localization of deformation in narrow shear bands is necessary for plate tectonics to occur (see e.g., Bercovici et al., 2000). Weak faults can be formed during deformation but their weakness can persist even after a reorganization of the large scale stress pattern (e.g., Gurnis et al., 2000). This indicates that the rheology is not only controlled by the instantaneous stress field but has memory and healing.

Localization occurs by a feed-back between the rheological law and the deformation wherein a faster deformation can be obtained with a lower stress. In simple shear experiments, this happens when the derivative of deviatoric stress τ with respect to strain-rate $\dot{\epsilon}$ is negative (Bercovici, 1993; Montési & Zuber, 2002). The fact that the rheology of silicates is often expressed by a non-linear expression with $\epsilon \propto \tau^n$ and $n \geq 1$ (Ranalli, 1995) does not lead to strike slip localization as τ remains a monotonically increasing function of $\dot{\epsilon}$ (Bercovici, 1995a). Non-linear rheologies with large positive exponents tend, however, to narrow the zones of deformation (Weinstein & Olson, 1992; Landuyt & Bercovici, 2009).

Shear heating has often been proposed as a source of localization that provides some long term memory to the rheology (the thermal diffusion time) (Fleitout & Froidevaux, 1980; Leloup et al., 1999; Kameyama et al., 1997). Unfortunately, although shear heating is necessarily associated with localization, it does not seem to explain either the narrowness of plate boundaries, or their geometries (e.g., Bercovici & Karato, 2003a). A local increase of porosity/microcraks occurring during deformation has also been invoked for localizing the deformation (Bercovici, 1998; Ogawa, 2003) but this process is not efficient in 3D simulations at generating toroidal motions, e.g. shearing between plates and plate rotations (Bercovici & Ricard, 2005). Anisotropic mechanical behaviour due to an inherited preferred orientation of crystals could also control or favor the localization (e.g., Tommasi et al., 2009; Bystricky et al., 2000). Once the localization is effective, minor mineralogical phases like serpentine can also lubricate the motion (Hilairet et al., 2007).

Grainsize reduction seems the most attractive physical process for explaining the initial localization of the deformation. Cataclastic fracturing and recrystallisation are well known mecanisms of grainsize reduction and the ductile deformation

in the diffusive regime is facilitated in the presence of small grains (Kelemen & Hirth, 2007). However, models of localization by grainsize reduction are not self-consistent. Recrystallisation is observed in the dislocation regime (i.e., when the microscospic deformation proceeds by coherent motion of crystal dislocations rather than by the individual diffusion of atoms and vacancies). Grainsize reduction and localization by grainsize sensitive rheology occur therefore in somewhat exclusive regimes (Karato et al., 1980; Derby & Ashby, 1987). Various models have however discussed the possible interactions between large scale deformation and grainsize evolution (Kameyama et al., 1997; Braun et al., 1999; Montési & Hirth, 2003; Bercovici & Ricard, 2005).

Up to now, most attempts to model the evolution of grainsizes have been derived from phenomenologic laws involving only a mean grainsize. A few attempts have been made to describe in a very general way the evolution of an assemblage of grains under deformation (e.g., Slotemaker, 2006; Ricard & Bercovici, 2009b). In these approaches, one has to consider the complete distribution of grains $\nu(\mathcal{R}, \mathbf{X}, t)$ (which is the number of grains per unit volume near the position $\mathbf{X}$ and at time t, having a size between $\mathcal{R}$ and $\mathcal{R} + d\mathcal{R}$). Although a general and physically consistent theory has been proposed (Ricard & Bercovici, 2009b), the mathematical formalism remains cumbersome and a general implementation in a 3D and time dependent geodynamic simulation seems implausible.

The approach followed by Ricard & Bercovici (2009b) shows that the grainsize reduction cannot be related to the stress or to the strain-rate tensor, alone, but necessarily to their scalar product $\underline{\boldsymbol{\tau}} : \underline{\dot{\boldsymbol{\epsilon}}}$ (where $\underline{\boldsymbol{\tau}} : \underline{\dot{\boldsymbol{\epsilon}}} = \Sigma_{ij}\tau_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}$). This result is based on the second law of thermodynamics that requires the positivity of the entropy sources. This theoretical requirement already used in Bercovici & Ricard (2005), has been confirmed empirically by Austin & Evans (2007) that concluded that the grainsize is a "paleowattmeter" (i.e., a measure of the rate of dissipation) rather than a "paleo piezometer" (i.e., a measure of the deviatoric stress).

At a microscopic level and laboratory scale there are a large number of observations regarding the evolution of silicate rheology with grainsize, pressure, temperature and stress (but also, water content, oxygen fugacity, porosity...). At the same time, models of mantle convection simulate the existence of plates with ad hoc rheologies (Tackley, 2000a,b; Stein et al., 2004). Up to now, these models are not based on experiments but often assume that the lithosphere has a linear viscosity with a plasticity threshold. The goal of this paper is to provide a theory based on laboratory experiments that could be used in large scale geodynamic modeling.

3.3 Evolution of grainsize distribution

Within a volume of material, there is a continuous distribution of grainsizes, $\nu(\mathcal{R}, \mathbf{X}, t)$, so that the number of grains dn with sizes between $\mathcal{R}$ and $\mathcal{R} + d\mathcal{R}$, per unit volume dV, at position $\mathbf{X}$ and time t is

$$dn(\mathcal{R}, \mathbf{X}, t) = \nu(\mathcal{R}, \mathbf{X}, t)\ d\mathcal{R}dV. \tag{3.1}$$

The distribution ν has units of m^{-4}. From this distribution, average quantities like the mean grainsize can be computed. The equations for grainsize evolution that have been proposed are empirical and consider the mean grainsize only. Here, we also derive an equation for the mean grainsize but from theoretical thermodynamic considerations, starting explicitly from the existence of the grainsize distribution.

The grainsize distribution evolves through two different processes. First, mass transfer between grains can occur continuously through grain boundary migration or diffusion. This involves a change in the number of grains dn in the bin of size $\mathcal{R}$ (i.e., a change in the number of grains of sizes between $\mathcal{R}$ and $\mathcal{R} + d\mathcal{R}$) by coarsening of smaller grains (or continuous reduction of larger grains). This can be described by introducing the rate of movement of the grain in size space $\dot{\mathcal{R}} = \partial\mathcal{R}(\mathbf{X}, t)/\partial t$ (Lifshitz & Slyozov, 1961). Mathematically, this process occurs at constant total number of grains per unit volume (experimentally, smallest grains shrink below observability). Second, the number of grains of a given size can be populated by a discontinuous transfer from remote population bins. For example, large grains can be subdivided by the formation of sub-grain boundaries that nucleate new small grains (Hobbs, 1968), or can be broken by cataclasis. We call $\Gamma(\mathcal{R})$ the rate at which grains are added to or removed from the bin of size $\mathcal{R}$ by discontinuous process. This discontinuous process changes the total number of grains per unit volume. The balance of grain population implies a continuity equation for the grainsize distribution itself (Atkinson, 1988; Hillert, 1965; Ricard & Bercovici, 2009b)

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} + \frac{\partial \dot{\mathcal{R}}\nu}{\partial \mathcal{R}} = \Gamma, \tag{3.2}$$

where t is time. For simplicity we omit the space variable $\mathbf{X}$ and the advection term $\boldsymbol{\nabla} \cdot (\mathbf{v}\nu)$ where $\mathbf{v}(\mathbf{X}, t)$ is the macroscopic velocity of the grained medium (Ricard & Bercovici, 2009b).

Most attempts of modeling grain coarsening or damage have assumed that the whole grainsize distribution can be obtained by the knowledge of its mean grainsize (c.f., Bresser et al., 2001; Ricard & Bercovici, 2009b). Representing the whole grainsize distribution by only a single size scale (e.g., some average) means mathematically that the distribution is

self-similar, i.e. that

$$\nu(\mathcal{R}, t) = A(\mathcal{R}_0)H(u), \tag{3.3}$$

where $\mathcal{R}_0$ is some average grainsize function of t that will be defined later, $u = \mathcal{R}/\mathcal{R}_0$ is the self-similarity variable, and A is an amplitude. This self-similarity assumption is supported experimentally (e.g., Slotemaker, 2006) although exceptions exist such as abnormal grain growth (Hillert, 1965). Self-similarity has also a mathematical justification. If one solves the equation (3.2) starting from any arbitrary distribution, and for quite general assumptions for $\dot{\mathcal{R}}$ or Γ, the distribution evolves toward a self-similar solution like (3.3), after sufficiently long time. This mathematical result has been used in various classical studies of grain coarsening (Lifshitz & Slyozov, 1961; Wagner, 1961; Hillert, 1965), grain fragmentation or aggregation (Collet, 2004) and is valid under more general assumptions (Ricard & Bercovici, 2009b). Our basic start is therefore that although the self-similarity may not be strictly valid, the system remains close enough to a self-similar state than a mean size theory remains useful and is a reasonable compromise between the complexity of a general grainsize distribution theory and what can be constrained by the available observations. Future observations of time evolution of grainsize variance, skewness and other higher moments of the grainsize distribution will be needed to adjust the parameters of a more general theory.

The mass conservation equation, assuming a constant density of grains, implies that the unit volume is just the sum of the volumes of grains, which leads to the normalization

$$\int_0^\infty \check{\mathrm{v}}\nu(\mathcal{R})\, d\mathcal{R} = 1, \tag{3.4}$$

where

$$\check{\mathrm{v}} = \frac{4}{3}\pi\mathcal{R}^3, \tag{3.5}$$

is the grain volume. The notations follow Ricard & Bercovici (2009b) and the breve accent (e.g.,$\check{}$) represents variables at the grainsize level. The grains are assumed to be spherical, but more complex shapes could be handled easily by replacing π by a comparable factor accounting for polyhedral grain shapes (see Ricard & Bercovici, 2009b). In the normalization (3.4), we omit the space and time variables, and we integrate the distribution over all grainsizes, potentially from $\mathcal{R} = 0$ to $\mathcal{R} = +\infty$ (we assume that H is zero after some finite value or is well-behaved enough that all the integrals containing H converge at $u = +\infty$).

Using the self similar expression (3.3), this normalization condition implies

$$A(\mathcal{R}_0) = \frac{3}{4\pi\lambda_3}\frac{1}{\mathcal{R}_0^4} \tag{3.6}$$

where we define, as in Ricard & Bercovici (2009b),

$$\lambda_n = \int_0^\infty u^n H(u) du. \tag{3.7}$$

The amplitude $A(\mathcal{R}_0)$ is therefore related to the grainsize distribution H.

3.4 Average grain coarsening and damage

The rules of differentiation applied to distribution (3.3) taking into account the time dependence of the amplitude (3.6) lead to

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} = -\frac{3}{4\pi\lambda_3}\frac{1}{R_0^5}\frac{d\mathcal{R}_0}{dt}\frac{1}{u^3}\frac{\partial u^4 H}{\partial u}. \tag{3.8}$$

This proves that $\partial\nu/\partial t$ is also a self similar function as it can be written as a function of $\mathcal{R}_0$ times a function of u. As $\partial\nu/\partial t$ appears in the evolution equation (3.2), $\partial\dot{\mathcal{R}}\nu/\partial\mathcal{R}$ (and therefore $\dot{\mathcal{R}}$) and Γ must also be self similar (or have non self similar contributions that cancel each other and are irrelevant to the grainsize evolution). Γ is therefore the product of a time-dependent (or $\mathcal{R}_0$-dependent) amplitude $C(\mathcal{R}_0)$ times a shape functions of $u = \mathcal{R}/\mathcal{R}_0$ such that

$$\Gamma = \frac{3}{4\pi\lambda_3\mathcal{R}_0^5}C(\mathcal{R}_0)\frac{1}{u^3}\frac{\partial u^4 H}{\partial u}, \tag{3.9}$$

(the coefficient $3/(4\pi\lambda_3\mathcal{R}_0^5)$ is included for subsequent simplification). Similarly, given (3.2) and (3.8), $\dot{\mathcal{R}}$ can be written as

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{R}} &= B(\mathcal{R}_0)\frac{1}{H}\left(b + \int_0^u \frac{1}{v^3}\frac{\partial v^4 H}{\partial v}dv\right) \\ &= B(\mathcal{R}_0)\left(\frac{b}{H} + u + \frac{3}{H}\int_0^u H dv\right),\end{aligned} \tag{3.10}$$

and where $B(\mathcal{R}_0)$ is an amplitude factor. The integration constant b can be obtained from the condition of mass conservation (see Ricard & Bercovici (2009b))

$$\int_0^\infty \check{\mathrm{v}}\Gamma(\mathcal{R})d\mathcal{R} = 0 \text{ and } \int_0^\infty \frac{d\check{\mathrm{v}}}{dt}\nu(\mathcal{R})d\mathcal{R} = 0, \tag{3.11}$$

where $\check{\mathrm{v}}$ is the volume of a grain (see (3.5)). This assumes that mass is conserved either during the fusion or fission of grains (first equality) or during continuous mass transfer between grains (second equality). According to (3.3), (3.9) and (3.15), these two equations become

$$\int_0^\infty \frac{du^4 H}{du} du = 0 \text{ and } \int_0^\infty u^2(b + uH + 3\int_0^u H\, dv)du = 0. \tag{3.12}$$

The first condition is already verified provided that $u^4 H$ is zero for $u = 0$ and $u = +\infty$. Then, by using an integration by parts,

$$\int_0^X \left(3u^2 \int_0^u H dv\right) du = \left[u^3 \int H\, du\right]_0^X - \int_0^X u^3 H\, du \tag{3.13}$$

in the limit of $X \to +\infty$, we therefore prove that mass conservation implies

$$b = -3\int_0^{+\infty} H\, du. \tag{3.14}$$

which allows us to write

$$\dot{\mathcal{R}} = B(\mathcal{R}_0)\left(u - \frac{3}{H}\int_u^{+\infty} H dv\right). \tag{3.15}$$

As the u-shapes of Γ and $\dot{\mathcal{R}}$ are derived from (3.2), which is itself another expression of the condition of mass conservation, it is not surprising that mass conservation is naturally satisfied.

When the self similar expressions (3.9) and (3.15) are introduced back into (3.2), the shape function can be eliminated and only a differential equation for the average size $\mathcal{R}_0$ remains

$$\frac{d\mathcal{R}_0}{dt} = B(\mathcal{R}_0) - C(\mathcal{R}_0). \tag{3.16}$$

Up to now the signs of $B(\mathcal{R}_0)$ and $C(\mathcal{R}_0)$ are not known. The goal is therefore to constrain these quantities which control the kinetics of continuous and discontinuous grain processes, respectively from observations guided by the necessary condition of positivity of entropy production.

3.5 Energy considerations

During deformation, part of the input energy is simply dissipated (entropy) and part is stored reversibly (work). The irreversible energy is dissipated as heat although some minor entropy component (here neglected) can be associated with interfaces when the surface energy is temperature dependent (Bailyn, 1994; Bercovici et al., 2001a). Three reversible terms can be considered: the macroscopic elastic energy, the energy of dislocations (Karato, 2008) and the surface energy of grains, γ (in J m^{-2}). The elastic energy stored around dislocations is always negligible compared to the surface energy of grains (see Shimizu, 2008). When a material is deformed, some of the input energy is initally stored elastically, then some is used to increase the density of dislocations (see, Kohlstedt & Weathers, 1980; Karato & Jung, 2003b). At a given point, the dislocations will rearrange to form subgrain boundaries and later, grain boundaries. The elastic energy around dislocations is therefore mostly a temporary buffer converting some of the deformational work into surface energy. Our assumption is that, in the long term, the energy balance is between the deformational work, the viscous dissipation and the change of grain surfaces. Understanding the grainsize evolution is therefore understanding how the macroscopic energy partitions between dissipation (through heat production) and storage (by creation of new grain surface through a temporary elastic stage).

Ricard & Bercovici (2009b) show that the energy conservation and the requirement of entropy positivity lead to

$$\int_0^\infty \left(-\frac{2\gamma}{\mathcal{R}} \frac{d\check{\mathrm{v}}}{dt} \nu(\mathcal{R}) - \frac{3}{2} \frac{2\gamma}{\mathcal{R}} \check{\mathrm{v}} \Gamma(\mathcal{R}) + \check{\underline{\tau}} : \dot{\check{\underline{\epsilon}}}\, \check{\mathrm{v}} \nu(\mathcal{R}) \right) d\mathcal{R} \geq 0. \tag{3.17}$$

Although complex, the meaning of this equation is straigthforward. The first term represents the continuous change of surface energy of grains and the second term the surface energy stored or removed by the fusion or fission of grains. The third term represents the energy deposited in each grain by the deformation ($\check{\underline{\tau}}$ and $\dot{\check{\underline{\epsilon}}}$ are the stress and strain-rate in each grain). We retain the term $2\gamma/\mathcal{R}$ as it appears in the Laplace expression for the excess pressure in a sphere due to surface tension γ (γ can either be interpreted as a surface energy (in J m^{-2}) or as the surface tension (in N m^{-1}) (see Bailyn, 1994).

The likely most common case of grainsize evolution is when the grain growth is dominated exclusively by the diffusive mass exchange in keeping with Lifshitz & Slyozov (1961); Wagner (1961); Feltham (1957), but where grain reduction is driven by the deformation populating the material with small grains issued from ”breaking” large grains. This suggests

we look for mechanisms that independently obey to

$$\int_0^\infty -\frac{2\gamma}{\mathcal{R}}\frac{d\check{\mathrm{v}}}{dt}\nu(\mathcal{R})\,d\mathcal{R} \geq 0, \tag{3.18}$$

and

$$\int_0^\infty \left(-\frac{3}{2}\frac{2\gamma}{\mathcal{R}}\check{\mathrm{v}}\Gamma(\mathcal{R}) + \underline{\check{\tau}} : \underline{\dot{\check{\epsilon}}}\,\check{\mathrm{v}}\nu(\mathcal{R})\right) d\mathcal{R} \geq 0. \tag{3.19}$$

According to (3.3), (3.9) and (3.15) these two conditions can be readily expressed. The first one, (3.18), just implies

$$-B(\mathcal{R}_0)\int_0^\infty u\left(uH - 3\int_u^{+\infty} H dv\right) du = \frac{1}{2}B(\mathcal{R}_0)\lambda_2 \geq 0, \tag{3.20}$$

where the equality is obtained by integration by parts (similar to (3.13) with $n = 2$) and where λ_2 is the positive integral defined in (3.7). This inequality means that $B(\mathcal{R}_0) \geq 0$, and therefore that continuous transport must always lead to grain coarsening. The second inequality imposed by the positivity of entropy sources (3.19), becomes

$$\frac{3\gamma}{\mathcal{R}_0^2}\frac{\lambda_2}{\lambda_3}C(\mathcal{R}_0) \leq \int_0^\infty \underline{\check{\tau}} : \underline{\dot{\check{\epsilon}}}\,\check{\mathrm{v}}\nu(\mathcal{R})\,d\mathcal{R}. \tag{3.21}$$

Notice that while the continuous coarsening of grains is necessarily an entropy source (i.e., $B(R_0)$ must be positive), the processes of fragmentation/coagulation of grains can be either a source (when $C(R_0) \leq 0$) or a sink (when $C(R_0) \geq 0$) of entropy. The dissipation term itself $\underline{\check{\tau}} : \underline{\dot{\check{\epsilon}}}$ is always positive.

The process reducing the grain size is an entropy sink $C(R_0) \geq 0$. This term is bounded by the mechanical dissipation expressed by the previous inequality. As advocated in a series of papers (Bercovici et al., 2001a,b; Bercovici & Ricard, 2005; Ricard & Bercovici, 2009b), a reasonable and pragmatic choice is to introduce a partitioning function $\check{f}(\mathcal{R}, \tau)$, with $0 \leq \check{f}(\mathcal{R}, \tau) \leq 1$ so that

$$C(\mathcal{R}_0) = \frac{\mathcal{R}_0^2}{3\gamma}\frac{\lambda_3}{\lambda_2}\int_0^\infty \check{f}\,\underline{\check{\tau}} : \underline{\dot{\check{\epsilon}}}\,\check{\mathrm{v}}\nu(\mathcal{R})\,d\mathcal{R} \tag{3.22}$$

The general expression of the grainsize evolution (3.16) becomes therefore

$$\frac{d\mathcal{R}_0}{dt} = B(\mathcal{R}_0) - \frac{\mathcal{R}_0^2}{3\gamma}\frac{\lambda_3}{\lambda_2}\int_0^\infty \check{f}\,\underline{\check{\tau}} : \underline{\dot{\check{\epsilon}}}\,\check{\mathrm{v}}\nu(\mathcal{R})\,d\mathcal{R} \tag{3.23}$$

The coarsening term is often given on the form $B(\mathcal{R}_0) = G/{\mathcal{R}_0}^{p-1}$ (Hillert, 1965; Atkinson, 1988; Karato, 2008) where p is of order 2 (corresponding to a coarsening law where $\mathcal{R}_0 \propto t^{1/2}$). The kinetic term G is temperature dependent,

$G = k_0 \exp\left(-E_g/(RT)\right)$ but we are not aware of an experimentally observed dependence on stress (cf. Table 3.1). We therefore use

$$\frac{d\mathcal{R}_0}{dt} = \frac{G}{p\mathcal{R}_0^{p-1}} - \frac{\mathcal{R}_0^2}{3\gamma}\frac{\lambda_3}{\lambda_2}\int_0^\infty \check{f}\,\check{\underline{\tau}} : \check{\dot{\underline{\epsilon}}}\,\check{\mathrm{v}}\nu(\mathcal{R})\,d\mathcal{R} \tag{3.24}$$

3.6 The case of lognormal distributions

3.6.1 Experimental distributions

Various experimental studies have indicated that the grainsize distribution is lognormal (e.g., Feltham, 1957; Slotemaker, 2006; Faul & Scott, 2006). The distribution of grainsizes (3.1) is in this case, a Gaussian when plotted as a function of $\ln \mathcal{R}$, i.e.,

$$\begin{aligned} dn \propto & \exp\left(-\frac{(\ln(\mathcal{R}/\mathcal{R}_0)^2}{2\sigma^2}\right) d\ln\mathcal{R}dV \\ = & \frac{1}{\mathcal{R}}\exp\left(-\frac{(\ln(\mathcal{R}/\mathcal{R}_0)^2}{2\sigma^2}\right) d\mathcal{R}dV. \end{aligned} \tag{3.25}$$

In this expression, σ is the dimensionless variance of the distribution of $\ln(\mathcal{R}/\mathcal{R}_0)$ and $\mathcal{R}_0$ is the "mean" grainsize.

The lognormality of observed grainsize distributions is only approximate. In a recent compilation of quartz grainsizes, Stipp et al. (2010) argue that the distribution is not lognormal but shows modes indicative of the various processes occuring during dynamic recrystallisation. However, to first order, the distribution observed by Stipp et al. (2010) is, in fact, not far from lognormal when plotted in appropriate logarithmic coordinates. We therefore introduce the lognormal shape function

$$H(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma u}\exp\left(-\frac{(\ln u)^2}{2\sigma^2}\right), \tag{3.26}$$

(while experimentalists often use the common (base 10) logarithm, we use the natural logarithm which makes the computations of derivatives and integrals less confusing).

In the following of the paper, we refer to $\mathcal{R}_0$ as a mean grainsize, in agreement with experimental literature. However the real mean grainsize is defined as

$$< \mathcal{R} >= \int_0^\infty \mathcal{R}\nu(\mathcal{R})d\mathcal{R} / \int_0^\infty \nu(\mathcal{R})d\mathcal{R} = \mathcal{R}_0 \exp\left(\frac{\sigma^2}{2}\right) \tag{3.27}$$

while the true definition of $\mathcal{R}_0$ is $\exp(< \ln \mathcal{R} >)$ as using (3.3),

$$< \ln(\mathcal{R}) >= \int_0^\infty \ln(\mathcal{R})\nu(\mathcal{R})d\mathcal{R} / \int_0^\infty \nu(\mathcal{R})d\mathcal{R} = \ln(\mathcal{R}_0) \tag{3.28}$$

The "mean" grainsize reported in most publications is indeed the mean of the grainsize distribution plotted as a function of $\ln \mathcal{R}$ rather than $< \mathcal{R} >$. The difference between $\mathcal{R}_0$ and $< \mathcal{R} >$ decreases with the decreasing variance of the distribution σ, see (3.27). For a monodisperse distribution of grainsizes (a Dirac distribution) the two quantities become identical. The choice of a lognormal distribution allows us to compute explicitly the integrals that appear in various equations (e.g. (3.27) or (3.28)). A similar exercise could have been done with any other distribution.

The lognormal distribution means that when the maximum of the grainsize distribution is at $\mathcal{R}_0$, the grains of sizes

$$\mathcal{R}_\sigma = \mathcal{R}_0 \exp(\pm\sigma\sqrt{2\ln 2}), \tag{3.29}$$

are two times less frequent. From observations on olivine (Slotemaker, 2006; Karato, 2008), σ seems to be between 0.5 and 1. This indicates that grains, 3 times larger or 3 times smaller than the average grainsize are half less probable than grains of the grainsize (this estimate uses $\sigma = 0.93$). In other words, the center of the distribution covers already about one order of magnitude in sizes (3^2) and the tails of the distribution cover another order of magnitude.

With this choice of distribution law, we get

$$\int u^n H(u)du = -\frac{1}{2}\exp\left(\frac{n^2\sigma^2}{2}\right)\mathrm{erf}\left(\frac{n\sigma^2 - \ln(u)}{\sqrt{2}\sigma}\right), \tag{3.30}$$

which implies

$$\lambda_n = \int_0^\infty u^n H(u)du = \exp\left(\frac{n^2\sigma^2}{2}\right), \tag{3.31}$$

$$\dot{\mathcal{R}} = B(\mathcal{R}_0)\left[u - \frac{3}{2H(u)}\mathrm{erfc}\left(\frac{\ln u}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right], \tag{3.32}$$

where erfc is the complementary error function, $(1 - \mathrm{erf})$, and finally,

$$\Gamma = \frac{3C(\mathcal{R}_0)}{4\pi\lambda_3\mathcal{R}_0^5}H(u)\left(3 - \frac{\ln u}{\sigma^2}\right). \tag{3.33}$$

These distributions are plotted in Figure 3.1. The function H is shaded and the $\dot{\mathcal{R}}$ and Γu^3 normalized functions (i.e., $\dot{\mathcal{R}}/B(\mathcal{R}_0)$ and $4\pi\lambda_3\mathcal{R}_0^5\Gamma u^3/(3C(\mathcal{R}_0))$) are depicted in blue dot-dashed and red dashed. We display a curve proportional

to Γu^3 instead of Γ to emphasize the negative lobe of the damage term. These two curves change sign roughly at the average grainsize around $u = 3$. As expected the function Γ, accounting for the discontinuous formation of grains, implies the breaking of large grains ($\Gamma < 0$ for large $\mathcal{R}$), and thus the formation of small grains ($\Gamma > 0$ for large $\mathcal{R}$). Although the $\dot{\mathcal{R}}$ function (3.32) seems very complex, it is a simple monotonically increasing function.

Notice that Feltham (1957) in a well-known paper, using an approach that is, in principle, equivalent, writes that a lognormal distribution corresponds approximatively to $\dot{\mathcal{R}} = C'(\mathcal{R}_0) \ln u/u$. His result is not in agreement with our findings. In his demonstration, Feltham (1957) identifies wrongly the grainsize distribution with the size distribution of grain sections. The probability to have a grain section of radius r is actually the convolution of the grainsize distribution by the probability to cut any grain of radius larger than r, at the specific grainsize section of radius r.

The grain growth law, $\dot{\mathcal{R}}$, is not much different from the functions previously used (see Figure 3.2), which are based on the inference that the kinetics of intergranular exchange is related to $2\gamma/\overline{\mathcal{R}} - 2\gamma/\mathcal{R} = 2\gamma/\mathcal{R}_0(1/\overline{u} - 1/u)$, i.e., the difference between the pressure in a given grain due to its surface tension, $\propto 2\gamma/\mathcal{R}$, and some average grain pressure written as $\propto 2\gamma/\overline{\mathcal{R}}$ (where $\overline{\mathcal{R}}$ is related to the grainsize distribution through mass conservation, see (3.11)). When u is large the shape of $\dot{\mathcal{R}}$ looks like $u(1/\overline{u} - 1/u)$, while the shape used by Lifshitz & Slyozov (1961) was $1/u(1/\overline{u} - 1/u)$, and the shape used by Hillert (1965) was $(1/\overline{u} - 1/u)$ (see Figure 3.2). The stronger dependence of $\dot{\mathcal{R}}$ with $\mathcal{R}$ at large grainsize, suggests that grains significantly larger than the average grainsize are more favorable than expected by Lifshitz & Slyozov (1961) or Hillert (1965). These other authors' assumptions yield narrow grainsize distributions of finite extent (see Ricard & Bercovici (2009b)) where the maximum grainsize is only twice the average grainsize, while observations show distributions with much longer tails (Faul & Scott, 2006).

3.6.2 Microscopic rheology

At grainsize level, and for mantle conditions, the olivine rheology is generally found as a mixture of diffusion and dislocation creep (Ranalli, 1995; Karato, 2008; Hirth & Kohlstedt, 1995b,c). At very high stress regimes, other deformation mechanisms might be present like grain boundary sliding (Kohlstedt & Wang, 2001; Hirth & Kohlstedt, 2003; Drury, 2005; Langdon, 2006; Kohlstedt, 2007) or Peierls mechanisms (Evans & Goetze, 1979; Frost & Ashby, 1982; Raterron et al., 2004; Katayama & Karato, 2008; Kohlstedt, 2007). We only consider diffusion and dislocation creep laws for simplifications, but other mechanisms could be added. We use

$$\dot{\underline{\check{\varepsilon}}} = (a\check{\tau}^{n-1} + b\mathcal{R}^{-m})\underline{\check{\tau}} \tag{3.34}$$

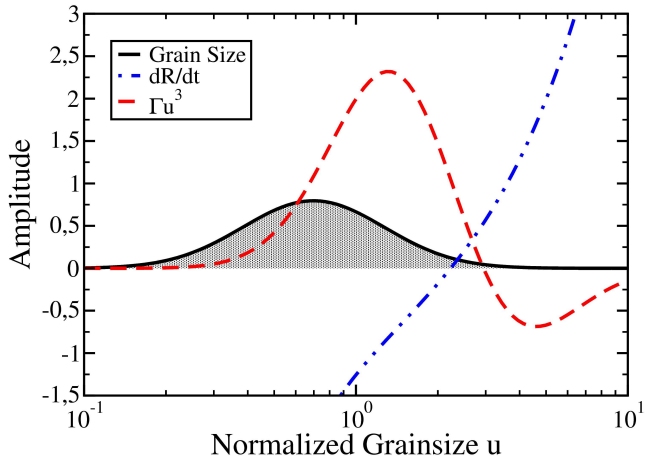

Figure 3.1: The lognormal distribution H is shaded. The normalized function Γu^3 is depicted with a red dashed line, the normalized grain growth $\dot{\mathcal{R}}$ by a blue dot-dashed line. The value $\sigma = 0.6$ has been used.

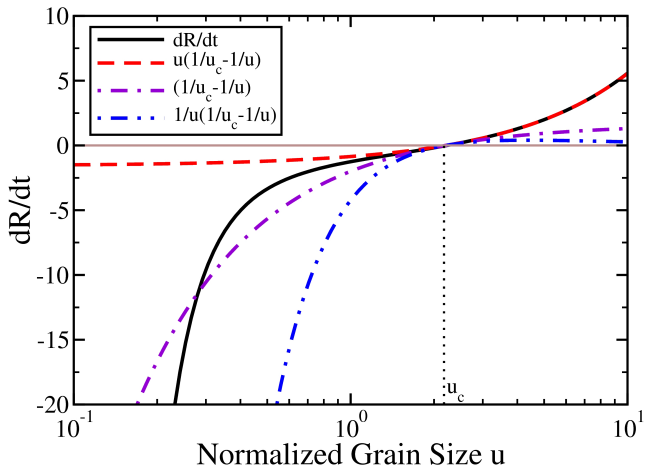

Figure 3.2: The shape of the function $\dot{\mathcal{R}}$, similar to Figure 1 but with a different scale, is depicted with a black line. Previous studies have assumed that $\dot{\mathcal{R}}$ was given by the red (dashed) (Ricard & Bercovici, 2009b), purple (dot-dashed) (Hillert, 1965) or blue (double-dot-dashed) (Lifshitz & Slyozov, 1961) lines. We arbitrary choose the amplitudes of these three later curves so they change sign with the same slopes.

assuming that the mechanisms of deformation occur in parallel (and $\check{\tau}$ is the second invariant of $\underline{\check{\tau}}$). In (3.34), the two terms correspond to the dislocation stress-dependent mechanism and to the diffusion grainsize-dependent mechanism. Typically $n \sim 3$ and $m \sim 3$ (Hirth & Kohlstedt, 2003; Kohlstedt, 2007).

The macroscopic rheology $\tau = 2\eta\dot{\epsilon}$ is obtained by computing the volume average deformation rate and stress (see Ricard & Bercovici (2009b) for more details). This can be done numerically but not analytically in the more general case although some variational estimates might be possible as in Hashin & Shtrikman (J. Mech. Phys. Solids). As a simple case, we assume that the stress tensor at the grainsize level $\underline{\check{\tau}}$ is uniform and therefore equal to the macroscopic stress $\underline{\tau}$. This is akin to the Reuss averaging in elasticity (Reuss, 1930). In this case,

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \underline{\tau} \int_0^{+\infty} (a\tau^{n-1} + b\mathcal{R}^{-m})\check{\nu}(\mathcal{R})d\mathcal{R} \tag{3.35}$$

and the use of a selfsimilar distribution (3.3) allows us to express this relation as a function of average grainsize $\mathcal{R}_0$ and stress τ.

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \left(a\tau^{n-1} + b\frac{\lambda_{3-m}}{\lambda_3}\mathcal{R}_0^{-m}\right)\underline{\tau} = a\tau^{n-1}\left(1 + \left(\frac{\mathcal{R}_c}{\mathcal{R}_0}\right)^m\right)\underline{\tau} \tag{3.36}$$

where

$$\mathcal{R}_c = \left(\frac{b}{a}\frac{\lambda_{3-m}}{\lambda_3}\tau^{1-n}\right)^{1/m} \tag{3.37}$$

is the average grainsize at the macroscopic transition between diffusion and dislocation creeps. The macroscopic rheology is thus a function of the mean grainsize $\mathcal{R}_0$ and the grainsize distribution through λ_{3-m}/λ_3. Notice that when the average grainsize is $\mathcal{R}_c$, the macroscopic material is exactly at the transition between diffusion and dislocation, the individual grain with the same radius is still largely in the diffusion regime as $\lambda_{3-m}/\lambda_3 \sim 0.1$ according to (3.31). The experimentalist that works with a sample containing a distribution of grainsizes cannot measure directly the microscopic rheological factor of diffusion creep b, but only get the macroscopic coefficient $b(\lambda_{3-m}/\lambda_3)$. This coefficient together with the rheological factor a of dislocation creep, are both temperature dependent with an Arrhenius form and their own activation energies, i.e.,

$$a = A_1 \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right) \text{ and } b\frac{\lambda_{3-m}}{\lambda_3} = A_2 \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right), \tag{3.38}$$

where R is the gas constant.

In order to provide a simpler expression for the grainsize evolution than the general expression (3.24), we need to know the value of the partitioning energy factor $\check{f}$. In the absence of direct observations, we can make two simple guesses:

1. The simplest case is to assume a constant partitioning $\check{f} = f_0$.

   The partitioning is the same irrespective of the deformation mechanism itself. In this case the general grainsize evolution would obey

$$\frac{d\mathcal{R}_0}{dt} = \frac{G}{p\mathcal{R}_0^{p-1}} - f_0 \frac{\mathcal{R}_0^2}{3\gamma} \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \underline{\tau} : \underline{\dot{\epsilon}} \tag{3.39}$$

2. The creation of new grains occurs by formation of subgrain boundaries (Twiss, 1977; Derby, 1990, 1991; Shimizu, 1998a,b, 1999; De Bresser et al., 1998; Bresser, 2002). This requires the presence of dislocations density and it can be argued that the partitioning of energy only occurs during dislocation creep (in each grain, the strain-rate is determined by a mixture of diffusion and dislocation creep, but only the mechanical work done by dislocation creep can be used to form new grains). This means that

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{R}_0}{dt} &= \frac{G}{p\mathcal{R}_0^{p-1}} - f_0 \frac{\mathcal{R}_0^2}{3\gamma} \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \underline{\tau} : \underline{\dot{\epsilon}}_{disloc} \\ &= \frac{G}{p\mathcal{R}_0^{p-1}} - f_1(\tau, \mathcal{R}_0) \frac{\mathcal{R}_0^2}{3\gamma} \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \underline{\tau} : \underline{\dot{\epsilon}}, \end{aligned} \tag{3.40}$$

   where

$$f_1(\tau, \mathcal{R}_0) = f_0 \frac{1}{1 + (\mathcal{R}_c/\mathcal{R}_0)^m}. \tag{3.41}$$

which is depicted in Figure 3.3. The function goes from 0 (no grain reduction occurs when the mean grain is largely in the diffusion regime) to f_0 (all the grains are in the dislocation regime and they all shrink). The partitioning function is independent of σ, the spread of the grainsize distribution.

3.7 Application to olivine

The creep map of olivine has been described by various authors (Chopra & Paterson, 1981; Karato et al., 1986; Karato & Wu, 1993a; Hirth & Kohlstedt, 2003; Korenaga & Karato, 2008). We compiled some reference values for exponents, prefactors and activation energies appropriate for dry olivine in Table 3.1. The exponents n and m are close to $n \simeq 3.5$ and $m \simeq 3$ for dry olivine although Korenaga & Karato (2008) suggest a larger n exponent, $n \simeq 4.94$ for dislocation creep.

There are few studies and more uncertainty for the grain growth kinetics. As a reference case we use a value of $p = 2$ taken from Karato (1989) and in agreement with the theoretical model of Hillert (1965), and the form of $G = k_0 \exp(-E_g/RT)$ (see Table 3.1) is identical to that chosen in Kameyama et al. (1997). This choice based on Karato

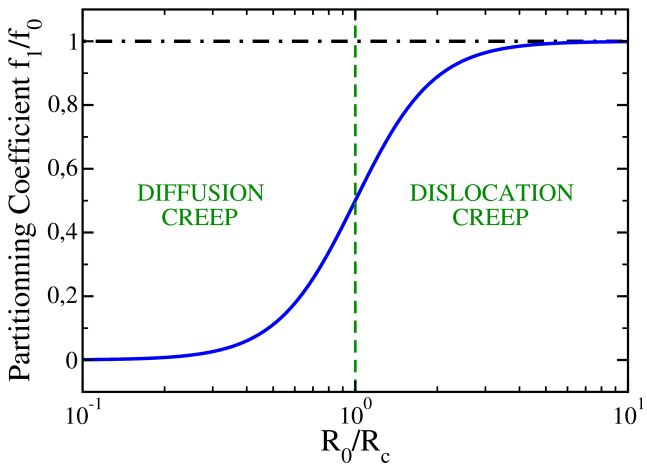

Figure 3.3: The normalized partitioning function f_1/f_0 (solid blue curve) for a mean grainsize varying between 10^{-1} and 10 times the critical grain size at the macroscopic boundary between diffusion and dislocation creep. The transition between diffusion and dislocation creeps occurs through a large range of grainsizes.

(1989) leads to a grain growth much faster than what is obtained in Evans et al. (2001) or Faul & Scott (2006) who use $p = 4.3$ and much larger than what is expected from observations of natural peridotites. Grain boundary pinning by impurities and minor phases may explain this discrepancy.

Equations (3.39) and (3.40) imply the existence of steady state regime, $d\mathcal{R}_0/dt = 0$ where a constant grainsize results from balancing grain coarsening by dynamic recrystallization. If we use (3.40), coarsening can only be driven by energy subtracted from the dissipation associated with dislocations. In this case, the steady state regime usually called piezometric equilibrium (Van der Wal et al., 1993; De Bresser et al., 1998) satisfies

$$\mathcal{R}_0 = \left(\frac{3\gamma}{p}\frac{G}{fa}\right)^{1/(p+1)} \tau^{-(n+1)/(p+1)}. \tag{3.42}$$

This equilibrium, where $\mathcal{R}_0 \propto \tau^{-1.5}$, occurs both in the dislocation and diffusion regimes because even in the diffusive regime, the larger grains in the grainsize distribution are still subject to dynamic recrystallization. If even the energy subtracted from dissipation in the diffusive regime contributes to grainsize reduction, as in (3.39), another equilibrium can be reached with

$$\mathcal{R}_0 = \left(\frac{3\gamma}{p}\frac{G\lambda_2}{fb\lambda_{3-m}}\right)^{1/(p+1-m)} \tau^{-2/(p+1-m)}. \tag{3.43}$$

In the case $p = 2$ and $m = 3$, as $p + 1 - m = 0$, this equilibrium becomes independent of $\mathcal{R}_0$ and simply defines a plasticity threshold, $\tau_c = (3\gamma G\lambda_2/pfb\lambda_{3-m})^{1/2}$.

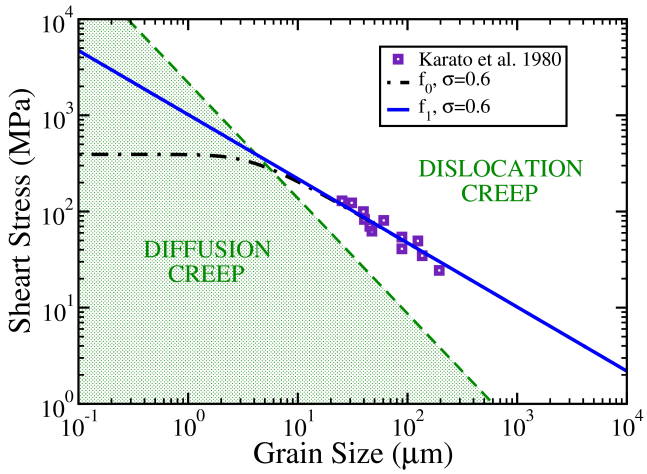

Figure 3.4: Equilibrium curves using our two approximations. We use the standard set of rheologies displayed in table 3.1, $T = 1923$K, $P = 1$ atm. The green shaded area corresponds to the zone where the rheology is predominantly in the diffusive regime. The equilibrium state (or piezometer) in the dislocative regime goes through the experimental points (Karato et al., 1980). A plasticity threshold is predicted for the case defined by (3.39) (label f_0).

Figure 3.4, depicts the domains of dislocation dominant and diffusion dominant creeps for olivine at 1923 K. The dot-dashed black and solid blue curves indicate the equilibrium states ($\partial\mathcal{R}_0/\partial t = 0$) predicted by (3.42) and (3.43) when we choose $f_0 = 1.5\ 10^{-6}$ (f_0 controls the intercepts of the theoretical piezometers, not their slopes). All grains below these curves grow until they reach the piezometric curve and reciprocally, above these curves the dynamic recrystallization dominates and the grainsize decreases. Purple squares represent experimental data from Karato et al. (1980) which fit our model for the chosen f_0. In the diffusion creep domain, no experimental points are available. This is reasonable because if the hypothesis (3.39) is true, the plasticity threshold forbids any equilibrium in the diffusive regime. Even in the case where the recrystallization is only controlled by the dislocation, i.e., using (3.40) (Figure 3.4, blue curve), the equilibrium in the diffusive domain may be difficult to identify. Indeed, as the equilibrium grainsize is stress dependent, $\mathcal{R}_0 \propto \tau^{-1.5}$, the diffusive grainsize dependent rheology appears, at equilibrium, more stress dependent than in the dislocation domain since $\dot{\epsilon} \propto \mathcal{R}_0^{-3}\tau = \tau^{5.5}$. The experimentalist may interpret the data as an indication of grain boundary sliding rather than diffusion.

Figure 3.4 is computed at $T = 1923$ K. Other experimental piezometers have been proposed at different temperature and for olivine with different water contents (Post, 1977; Ross et al., 1980; Karato et al., 1980; Van der Wal et al., 1993; Zhang et al., 2000; Jung & Karato, 2001a; Jung et al., 2006). For each set of experiments we can obtain an appropriate value for f_0. These different values are depicted in Figure 3.5. We also infer an empirical fit $f_0 = \exp(-2.0(T/1000)^{2.9})$ that agrees with the requirement $0 \leq f_0 \leq 1$. The partitioning factor decreases significantly with temperature and does

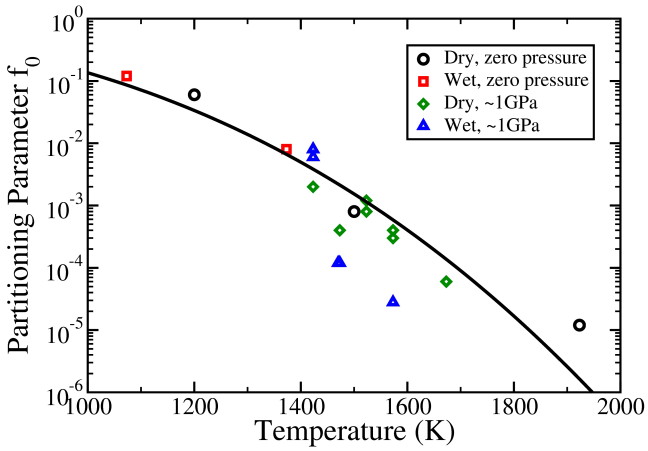

Figure 3.5: Various experimental piezometers can be fitted by choosing $f_0 = \exp(-2.0(T/1000)^{2.9})$. The fit does not seem to depend much on the pressure or the water content.

not seem to vary much with pressure or water content (f_0 might decrease slightly with water content and increase slightly with pressure). The non equilibrium thermodynamics imposes the form of the evolution equation and bounds the possible values of f_0, but at this stage, we have not tried to derive this parameter from a microscopic kinetic model.

When the grainsize evolves with time and stress, the rheology becomes itself a time dependent function. We illustrate this point in Figure 3.6. We start with an olivine with very small grainsize (1 μm) and impose a constant deviatoric stress at a temperature of 1100 K. In this case, the rheology is initially Newtonian, i.e., in the diffusion creep (dashed line). However, the grains coarsen or shrink (at very large stress) and the rheology becomes non-linear. For low deviatoric stresses (below 300 MPa), the equilibrium rheology is dislocative (stress exponent 3). For larger stresses, the grains deform under diffusion creep but as the grainsize is stress dependent, the equilibrium rheology is also non-linear (stress exponent 5.5).

Another illustration of the time dependence of the rheology is provided in Figure 3.7. We compute a stress profile within an oceanic lithosphere with age 50 Myrs (the temperature is an error function with standard parameters). A uniform strain-rate $\dot{\epsilon} = 10^{-15}$ s^{-1} is imposed (Goetze & Evans, 1979). We assume that the average grainsize is initially $\mathcal{R}_0 = 1$ μm and, except in the shallower zone where the stress is limited by Byerlee failure criterion (Byerlee, 1978), diffusion creep prevails. The grainsize then evolves quite rapidly and the strength of the lithosphere increases with time. The lithosphere recovers in a few 10 kyrs. At equilibrium, the lithosphere is in the dislocation regime at large depth (above 50 km). From 20 to 50 km, the presence of small average grainsizes places the rheology in the diffusive regime. In this layer whose deeper limit is marked by a kink in the equilibrium grainsize (see Figure 3.7, bottom panel), the rheology is in fact

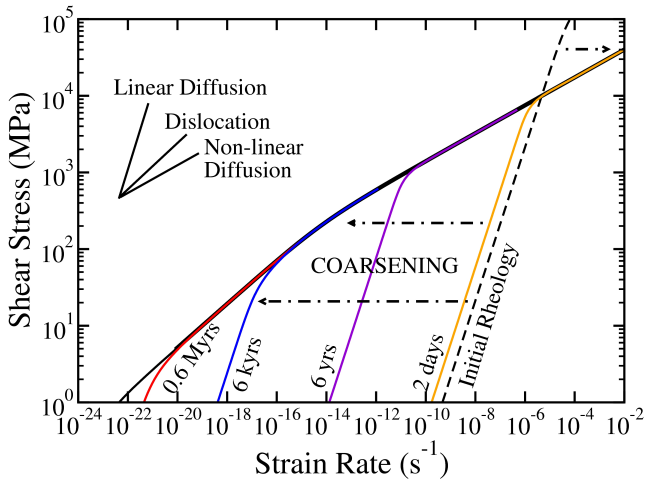

Figure 3.6: Evolution of the rheology with increasing grain size (from 1μm). The shear stress varies initially with the strain-rate as τ (diffusive case), then as $\tau^{1/3.5}$ (dislocative case, for $\tau < 300$ MPa), or as $\tau^{1/5.5}$ (diffusive case with stress dependent grainsize).

Table 3.1: Chosen sets of parameters: ([1] from Duyster & Stockhert (2001), [2] from Hirth & Kohlstedt (2003), [3] from Kameyama et al. (1997).

Reference case			
Parameter	Value	Unit	
γ	1	J m^{-2}	Surface tension[1]
E_1	530	kJ mol^{-1}	Act. Energy (disl.)[2]
A_1	1.1 10^5	MPa^{-n} s^{-1}	Prefactor[2]
V_1	2 10^{-5}	J mol^{-1} Pa^{-1}	Act. volume[2]
n	3.5		disl. exponent [2]
E_2	375	kJ mol^{-1}	Act. Energy (diff.)[2]
A_2	1.5 10^9	μm^m MPa^{-1} s^{-1}	Prefactor[2]
V_2	5 10^{-6}	J mol^{-1} Pa^{-1}	Act. volume[2]
m	3		diff. exponent[2]
E_g	200	kJ mol^{-1}	Act. Energy (growth)[3]
k_0	2.0 10^4	μm^p s^{-1}	Kinetic factor[3]
p	2		growth exponent[3]

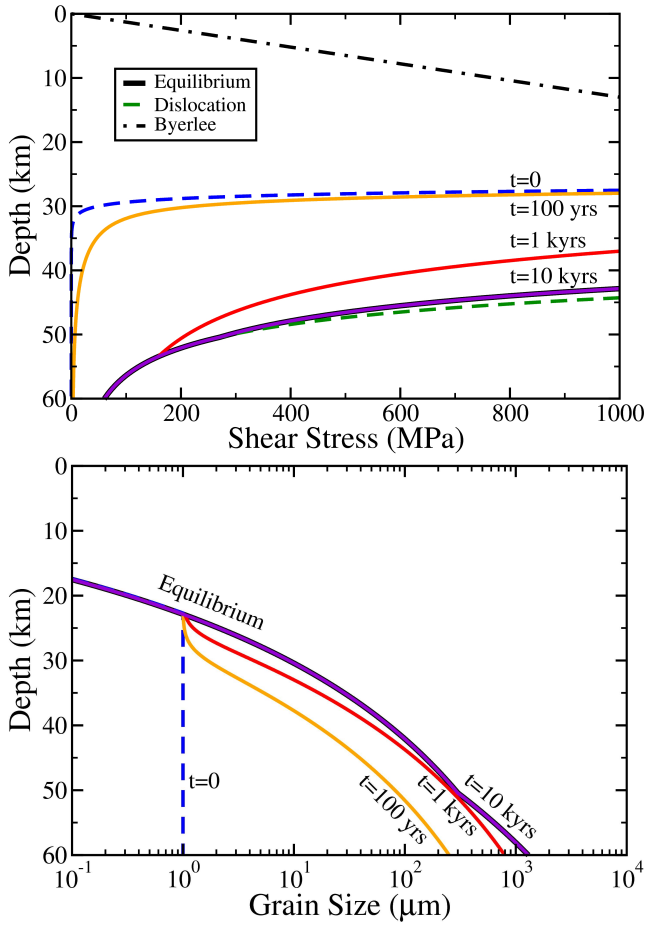

Figure 3.7: Time dependent stress profile (top) and time dependent grainsize profile (bottom). The initial grain size is $d = 1\mu$m, a constant and uniform strain-rate is assumed, across a 50 Myrs oceanic lithosphere.

more stress-dependent than in the underlying layer undergoing dislocation creep.

3.8 Discussion and conclusion

In this paper, we started from simple thermodynamics requirements to derive a very general equation for grainsize evolution. Our method takes into account the spread of the grainsize distribution and considers that, at a given time and around a given position, not all grains deform with the same creep mechanism. Large grains can be submitted to recrystallization while the small grains can deform then coarsen in the diffusive regime. A corollary of our approach is that the kinetics of coarsening and recrystallisation can be estimated from the grainsize distribution itself. Experimental observations suggest that the growth of large grains is faster than what was considered in the classic theories of Lifshitz & Slyozov (1961) or

Hillert (1965).

We infer a grainsize equation of the form

$$\frac{d\mathcal{R}_0}{dt} = \frac{G}{p\mathcal{R}_0^{p-1}} - f_0 \frac{1}{1+(\mathcal{R}_c/\mathcal{R}_0)^m} \frac{\mathcal{R}_0^2}{3\gamma} \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \underline{\tau} : \underline{\dot{\epsilon}}, \tag{3.44}$$

where $\mathcal{R}_c$ is the transitional grain radius between diffusion and dislocation. This equation assumes the self similarity of the grainsizes within a lognormal distribution. As already stated, self-similarity is approximately verified experimentally and is the consequence of the equation of grainsize distribution itself (3.2) whose solutions tend to self-similarity. If we reject this hypothesis, then we need to derive the expressions for $\dot{\mathcal{R}}$ and Γ directly from observations. The difficulty is then not so much with the mathematics than with the experiments: reporting the evolution of the average grainsize but not the evolution of the grainsize distribution itself is not sufficient to constrain the kinetics of grain diffusion and recrystallization.

The rheology of the grained material is naturally non-linear and time-dependent (it could also be anisotropic which is another complexity not accounted for in this paper (Tommasi et al., 2009)). This provides a memory to the mechanical behavior of the lithosphere, an ingredient that is missing to the models of convection with self-consistent plates (i.e. Tackley, 2000a,b; Stein et al., 2004). When the grainsize-stress relation is taken into account, we predict that the diffusive rheology is more stress-dependent than the dislocative rheology, in contradiction with traditional rheological models.

At equilibrium, the strain-rate remains an increasing function of the stress and the rheology appears to be monotonic and simply non-linear with an exponent varying from 3.5 to 5.5. This is however, a very partial view of the rich dynamics implied by equation (3.44). In a realistic time dependent situation, the rheology maybe far from equilibrium and the effective stress–strain-rate relation can be much more complex than at equilibrium. The dynamics is also affected by the feedback between deformation and heat production by viscous dissipation as various parameters are temperature dependent. All these aspects are beyond the scope of the present paper but will be studied in the future.

The equation (3.44) can be compared to what is used in various publications (Braun et al., 1999; Kameyama et al., 1997; Bercovici & Karato, 2003a).

$$\frac{d\mathcal{R}_0}{dt} = s\frac{G}{p\mathcal{R}_0^{p-1}} - \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_T}(\mathcal{R}_0 - \mathcal{R}_P), \tag{3.45}$$

where s goes from 1 in the diffusion domain to 0 in the dislocation domain, $\dot{\epsilon}_T$ is an experimental parameter and $\mathcal{R}_P$ the equilibrium grainsize function of stress.

Our formalism (3.44) differs from what has been used previously (3.45) by various points. We assume that coarsen-

ing occurs even in the dislocation regime while (3.45) considers that it only happens in the diffusion regime (although Bercovici & Karato (2003a) use (3.45) with $s = 1$). Using non-equilibrium thermodynamics, we prove that grain reduction is related to the energy dissipated in the system, not to the strain-rate alone. In our model, the term representing recrystallization always reduces the grainsize while in (3.45), recrystallization facilitates grain coarsening when $\mathcal{R}_0 < \mathcal{R}_P$. At last, we predict the piezometric equilibrium while (3.45) must include an equilibrium radius $\mathcal{R}_P$ which is not consistently deduced by the model itself.

3.9 acknowledgment

This manuscript benefited from discussions with Bruno Reynard. Support was provided by the CNRS (grant INSU-PNP), the US Nation Science Foundation Grant EAR 1015229, the GFSP and YAGA.

3.10 Evolution de la taille des grains dans une zone de cisaillement

3.10.1 Modèles testés précedemment

Plusieurs articles ont été publiés dans le but de quantifier l'effet de la recristallisation sur la cinétique de déformation des zones de cisaillement (Kameyama et al. (1997); Braun et al. (1999); Montési & Hirth (2003)). Dans ces études, c'est la vitesse de déformation qui quantifie la cinétique de retour à l'équilibre piézométrique de la taille des grains. Cette cinétique ne dérive d'aucun modèle physique, elle est imposée arbitrairement. L'évolution de la taille des grains est supposée obéir à une équation de la forme :

$$\frac{\partial d}{\partial t} = \frac{k_0}{d} \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)\gamma + \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_T}(d_r - d) \tag{3.46}$$

$$d_r = M\tau^{-s} \tag{3.47}$$

$$\gamma = \frac{\eta_{disl}}{\eta_{diff} + \eta_{disl}} \tag{3.48}$$

où d est la taille moyenne des grains, t le temps, $\dot{\epsilon}$ la vitesse de déformation, ϵ_T une déformation de référence, d_r la taille de grain recristallisé, k_0 une constante, Q l'enthalpie d'activation, R la constante de Boltzman, T la température, M une constante piézométrique expérimentale, τ le second invariant de la contrainte déviatorique, s une constante expérimentale et η_{diff} et η_{disl} sont les viscosités en régime de diffusion en dislocation, respectivement.

La première équation (3.46) décrit l'évolution de la taille des grains. Elle est construite de manière phénoménologique,

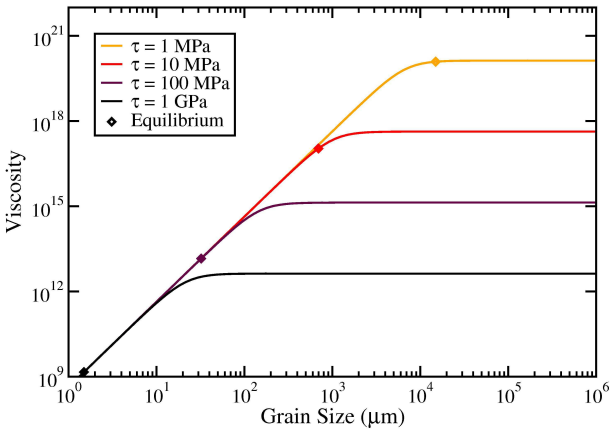

FIG. 3.8 – Viscosité en fonction de la taille des grains pour différentes contraintes déviatoriques. Ces courbes sont obtenues en utilisant les rhéologies de diffusion et dislocation de Hirth & Kohlstedt (2003) (à 1100 K et en négligeant la pression) et la loi piézométrique de Van der Wal et al. (1993).

tous ces termes ne représentent donc pas explicitement un processus physique mais plutôt un comportement macroscopique. Le premier terme du membre de droite est basé sur la croissance statique (Lifshitz & Slyozov (1961); Hillert (1965); Atkinson (1988); Ricard & Bercovici (2009a), cf. chapitre 2). En l'abscence de déformation, ce terme permet aux grains de croître selon la racine carrée du temps et de façon plus ou moins intense en fonction des conditions de température et de pression. Braun et al. (1999) introduisent un terme γ décrit par l'équation 3.48. Ce terme permet d'estomper la croissance des grains lorsque la rhéologie devient dislocative et laisse alors agir le deuxième terme qui ramène la taille des grains vers le piézomètre décrit par l'équation 3.47. Ce terme γ est donc totalement ad hoc et ne représente aucune réalité physique qui inhiberait subitement la croissance quand les grains rentrent dans le régime de dislocation. Le deuxième terme à droite, de l'équation 3.46 déclenche un retour à l'équilibre de la taille des grains (c'est-à-dire sur le piézomètre décrit par l'équation 3.47) lorsque le matériau subit une déformation. Ce terme représente donc la recristallisation dynamique de l'agrégat et montre qu'elle est activée par la vitesse de déformation. L'introduction du paramètre $\dot{\epsilon}/\epsilon_T$ permet donc de définir une constante de temps pour la recristallisation dynamique.

La figure 3.8 montre la viscosité instantannée (hors équilibre) en fonction de la taille de grains et de la contrainte déviatorique. Les losanges indiquent les tailles de grains et la viscosité d'équilibre pour une contrainte donnée. A contrainte donnée, les zones très déformées évoluent vers ces losanges tandis que les zones non déformées gardent leurs viscosités hors équilibre. Un large contraste de viscosité peut ainsi s'établir entre zones déformées et zones non déformées. Ce contraste est plus grand à forte contrainte.

Kameyama et al. (1997) couplent ce formalisme d'évolution de la taille des grains à l'équation de la chaleur dans une

zone de cisaillement à une dimension. Ils montrent que la localisation de la déformation n'est pas systématique et dépend de la compétition entre croissance des grains et production de chaleur par dissipation visqueuse. Le résultat principal de leur étude est que la localisation peut être effective sur Terre à partir de ~ 1000 K en considérant des taux de croissance cristalline proches des valeurs expérimentales.

Braun et al. (1999) montrent que la localisation de la déformation intervient lorsqu'une portion de la zone de cisaillement entre dans le régime de diffusion. Toutefois, dans leur calcul à température homogène, la taille des grains s'homogénéise systématiquement. Braun et al. (1999) imposent alors un refroidissement général du matériau. Dans ce cas, afin de conserver une vitesse de déformation constante, la contrainte déviatorique à laquelle le système est soumis, augmente continuellement, ce qui a pour effet de nucléer des grains recristallisés de plus en plus petits. La compétition entre croissance normale et recristallisation dynamique permet alors à la localisation de la déformation de se stabiliser.

Ces études montrent donc que la localisation de la déformation ne s'effectue pas sans l'aide de variations de température. Ceci peut s'expliquer simplement par le fait que la taille des grains est invariablement attirée vers leur taille piézométrique. Si l'on cherche à savoir si la localisation de la déformation dans une zone de cisaillement est stationnaire, on est amené à chercher une distribution de grains hétéorgène dans une zone spatiale soumise à une contrainte déviatorique homogène et constante. La loi piézométrique reliant la taille des grains à la contrainte de façon monotone, la localisation de la déformation n'est pas possible sans variations spatiales (Kameyama et al. (1997)) ou temporelles (Braun et al. (1999)) de température.

3.10.2 Notre modèle

Dans cette section, nous montrons que notre modèle d'évolution de la taille des grains permet la localisation de la déformation dans un matériau à une dimension sous contrainte déviatorique. De même que dans les études précédentes, cette localisation est permise par les variations de température qui permettent la cohabitation des régimes de diffusion et dislocation à contrainte déviatorique égale.

Nous considérons un domaine à une dimension de longueur L, discrétisé en n points (cf. figure 3.9). La contrainte déviatorique est homogène à travers l'échantillon mais peut dépendre du temps selon l'expérience considérée. Dans ce milieu, la rhéologie mixte diffusive-dislocative, est donnée par :

$$\frac{1}{\eta} = \frac{1}{\eta_{diff}} + \frac{1}{\eta_{disl}} = A_1 \tau^{n-1} + A_2 \mathcal{R}_0^{-m}, \tag{3.49}$$

où $A_i = A_{i0} \exp\left(-\frac{E_i}{RT}\right)$ avec A_{i0} des constantes expérimentales, E_i les énergies d'activation et m une constante

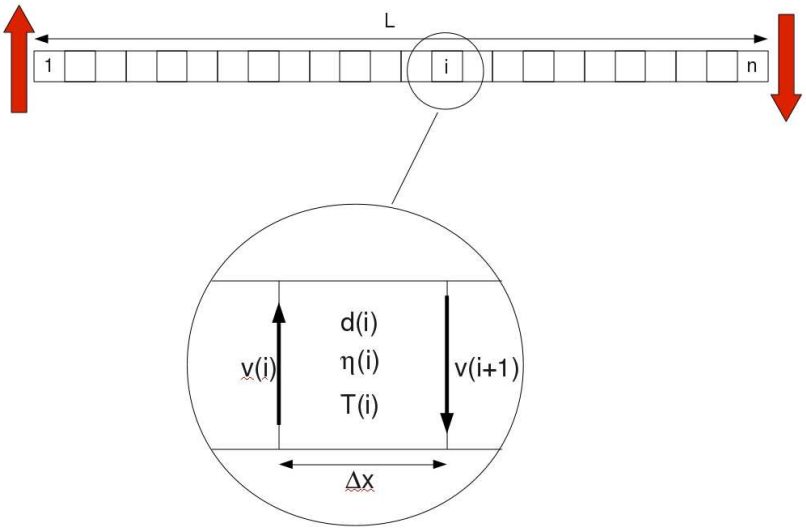

FIG. 3.9 – Schéma de principe de la zone de cisaillement considérée. Chaque cellule i contient sa taille moyenne de grains $d(i)$, sa température $T(i)$, sa viscosité $\eta(i)$ et est encadrée par deux vitesses : $v(i)$ et $v(i+1)$.

expérimentale. Une vitesse de cisaillement constante v, est imposée aux bornes du domaine. La contrainte cisaillante étant uniforme dans cette géométrie, nous la recherchons à chaque pas de temps en résolvant :

$$\int \frac{1}{2\eta}\tau \, dx = v \tag{3.50}$$

Afin de simuler la moitié d'une zone de cisaillement symétrique, nous imposons un flux de chaleur nul à gauche et une température constante à droite. La gauche du domaine correspond donc au centre de la faille transformante et la partie droite à la partie a priori peu déformée et à température constante. Dans ce domaine, nous résolvons l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{dT^2}{dx^2} + \frac{1-f_0}{\rho C_p}\tau\frac{dv}{dx} - \zeta\kappa\frac{T-T_0}{h^2} \tag{3.51}$$

où T est la température (K), t le temps (s), κ la diffusivité thermique (m^2 s^{-1}), f_0 le coefficient de partitionnement défini dans ce chapitre (sans dimension), ρ la densité du matériau (kg m^{-3}), C_p sa capacité calorifique à pression constante (J K^{-1} kg^{-1}), τ la contrainte cisaillante, v la vitesse, ζ un nombre sans dimension, h une profondeur de référence (m) et T_0 une température de référence (K). Tous les paramètres expérimentaux sont définis dans la table 3.2. Dans cette équation,

le premier terme quantifie la diffusion horizontale de la chaleur, le deuxième terme est le terme source dû à la dissipation visqueuse et le troisième terme cherche à simuler l'effet d'un flux vertical de chaleur. Nous calculons ce flux de chaleur vertical en considérant que la zone simulée se situe juste en dessous de la transition cassant-ductile, à une profondeur d'environ $h = 50$ km. L'utilisation de ce flux permet un profil horizontal d'équilibre très proche de celui obtenu par Leloup et al. (1999) dans leur simulation à deux dimensions.

Dans chaque cellule, nous calculons l'évolution de la taille moyenne des grains :

$$\frac{\partial \mathcal{R}_0}{\partial t} = \frac{G}{p\mathcal{R}_0^{p-1}} - \frac{2f_0 A_1 \lambda_3}{3\gamma\lambda_2}\mathcal{R}_0^2 \tau^{n+1}, \tag{3.52}$$

où $G = k_0 \exp(-E_g/(RT))$ est la constante cinétique de croissance des grains avec k_0 une constante expérimentale, E_g l'énergie d'activation, R la constante de Boltzmann, p une constante expérimentale sans dimension, f_0 le coefficient de partitionnement de l'énergie défini précédemment, λ_i les constantes sans dimension définies prédemment et γ la tension de surface. De même que dans les sections précédentes, nous choisissons :

$$f_0 = \exp\left(-\alpha_f \left(\frac{T}{1000}\right)^{\beta}\right), \tag{3.53}$$

où α_f et β sont des constantes sans dimension. Le choix des paramètres α_f et β influence la dépendance en température du piézomètre et modifie donc la contrainte de transition diffusion-dislocation à l'équilibre. Notre modèle propose les valeurs $\alpha_f = 2$ et $\beta = 2.9$, obtenues par régression, toutefois, ces paramètres sont relativement mal contraints. Dans cette étude, nous testons également $\alpha_f = 1$, ce qui représente une valeur acceptable en vue de l'incertitude sur la qualibration de f_0. Ceci permet à la taille de grains d'équilibre de se trouver en régime de diffusion à plus basse contrainte déviatorique. Nous discutons ce choix plus en détail dans la section 3.10.4.

Les évolutions de la température et de la taille des grains sont calculées à l'aide d'un algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4.

A température constante, notre loi d'évolution de la taille des grains ne permet pas de localisation de la déformation à l'équilibre puisqu'une seule taille de grains peut être atteinte pour une contrainte déviatorique donnée. La localisation de la déformation se produira éventuellement par un mécanisme couplé impliquant variations de température et variations de tailles de grains.

La figure 3.10 montre qu'à une contrainte donnée, la taille de grain d'équilibre peut se trouver en régime de diffusion ou en régime de dislocation selon les conditions de température. A haute température, les grains peuvent trouver leur

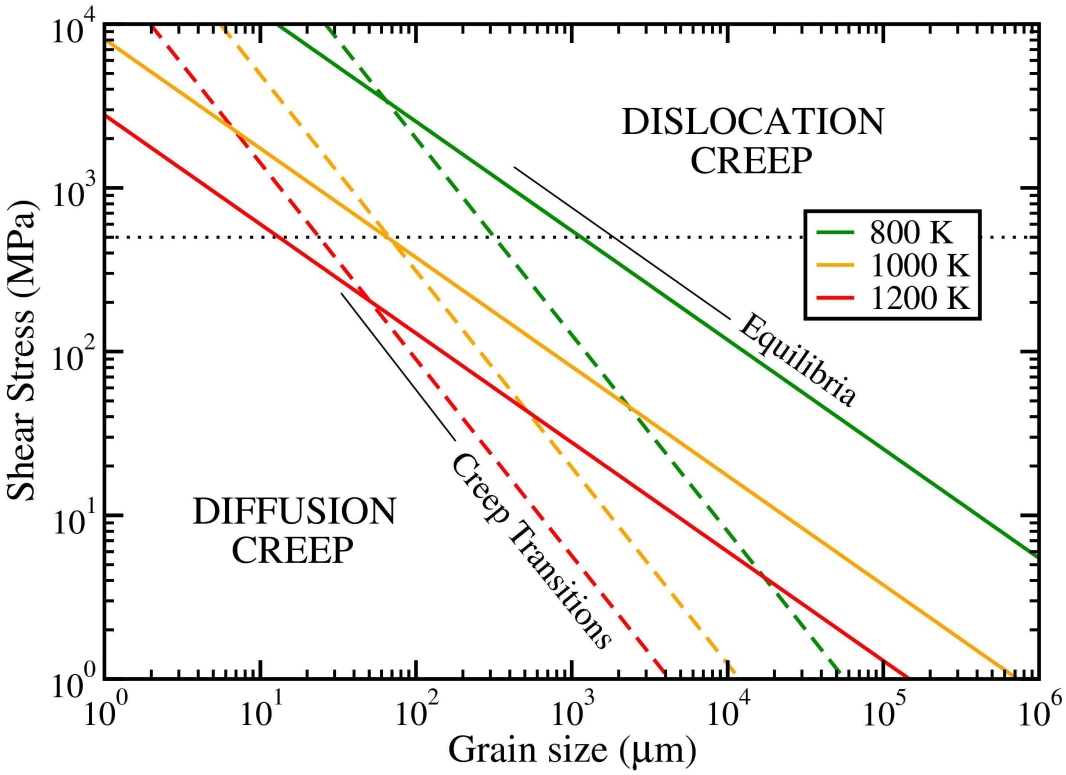

FIG. 3.10 – Equilibres piézomètriques et zones de transitions entre régime de diffusion et régime de dislocation pour différentes températures (et à pression atmosphérique). Les courbes d'équilibres sont représentées en traits pleins et les courbes de transition en tiretés. La ligne pointillée horizontale représente l'échelle de contraintes attendue dans la lithosphère ($\sim$ 500 MPa). On voit qu'à cette contrainte, la taille de grains d'équilibre est en régime de diffusion à haute température et en dislocation à basse température.

taille d'équilibre dans le régime diffusif et à basse température, les grains croissent jusqu'au régime de dislocation. Une situation localisante est donc atteinte lorsque suffisamment de chaleur est produite par dissipation visqueuse sans pour autant trop baisser la contrainte déviatorique qui ramènerait la zone chaude dans le régime de dislocation.

3.10.3 Etat initial

Leloup et al. (1999) montrent que la localisation de la déformation est maximale juste en dessous de la transition cassant-ductile, nous nous plaçons donc dans ce contexte de température. La température à la limite exterieure de la zone de cisaillement est imposée à 850 K, ce qui correspond à une profondeur d'environ 40 km pour une lithosphère d'âge proche de 100 millions d'années. Nous imposons diverses vitesses (entre 0.1 et 5 cm par an) à la limite extérieure et conservons le coeur de la zone de cisaillement immobile. Afin de s'affranchir au maximum des conditions limites de température, nous choisissons d'observer un domaine d'une largeur de 200 km.

Différents états initiaux peuvent être imposés pour l'étude de la localisation de la déformation. La situation dans laquelle les distributions de tailles de grains et de température sont uniformes présente peu d'intérêt parce que le système est alors immédiatement influencé par les conditions aux limites de température. En effet, le système étant parfaitement homogène, la déformation n'est pas localisée initialement. Dans un premier temps, la température augmente donc uniformément dans toute la zone, sauf à l'extrême limite du domaine où elle reste constante. Cette situation est peu réaliste.

La perturbation du champ des tailles de grains ou des températures est donc plus appropriée pour étudier les zones de cisaillement. Nous avons choisi d'imposer comme état initial une zone de distribution de tailles de grains uniforme avec une perturbation positive de température (un pic gaussien de largeur δ) située au coeur de la zone de cisaillement. La déformation est initialement localisée par la température, quelle que soit la rhéologie. Nous imposons une taille de grains homogène initialement élevée (1 cm). Cette taille diminue immédiatement dans le coeur de la zone à température plus élevée où le terme en $\tau : \dot{\epsilon}$ est élevé, malgré une croissance normale intensifiée par la température. Une perturbation initiale positive de température engendre donc immédiatement une perturbation négative dans la distribution de tailles de grains en s'affranchissant des conditions aux limites, dans un premier temps.

Afin de rester dans les gammes de contraintes déviatoriques attendues dans la lithosphère (de l'ordre de 700 MPa au maximum, cf. Kohlstedt et al. (1995)), nous imposons un pic de température initiale suffisamment élevé (150 K) au coeur de la zone de cisaillement.

TAB. 3.2 – Choix des paramètres expérimentaux pour l'étude de la zone de cisaillement.

Paramètre	Valeur	Unité	
κ	10^{-6}	m^2 s^{-1}	Diffusivité thermique
ρ	5000	kg m^{-3}	Densité
C_p	1000	J K^{-1} kg^{-1}	Capacité calorifique
k_0	5 10^3	m^2 s^{-1}	Préfacteur croissance
A_{10}	1.1 10^5	MPa^{-n} s^{-1}	Préfacteur dislocation
A_{20}	1.5 10^9	MPa^{-1} s^{-1}	Préfacteur diffusion
E_g	200	kJ mol^{-1}	Energie activation croissance
E_1	530	kJ mol^{-1}	Energie activation dislocation
E_2	375	kJ mol^{-1}	Energie activation diffusion
L	1000	m	Largeur du domaine
δ	100	m	Largeur de la zone chaude
α_f	$1-2$		Coefficient de f_0
β	2.9		Coefficient de f_0
n	3.5		Coefficient dislocation
m	3		Coefficient diffusion
p	2		Coefficient croissance
σ	0.6		Déviation standard distribution
ζ	$0-1$		Considération du flux vertical
h	50	km	Echelle de profondeur
λ_2	2.054		
λ_3	5.053		

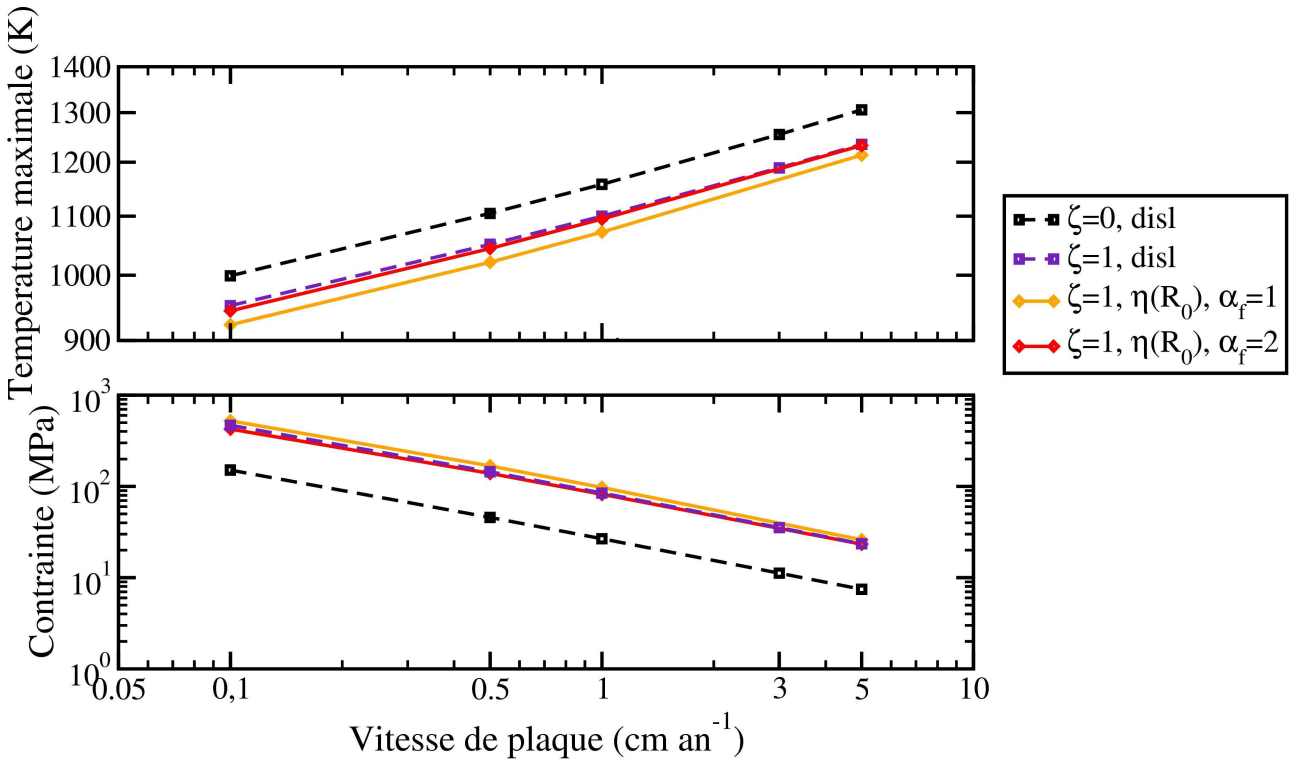

FIG. 3.11 – Température maximale et contrainte atteintes dans nos simulations. Les courbes pointillées représentent les simulations en régime de dislocation. Les courbes en traits pleins représentent les simulations dans lesquelles le régime de diffusion et le régime de dislocation peuvent cohabiter.

3.10.4 Résultats

Comportement à l'équilibre

La figure 3.10 montre que pour que l'équilibre des grains se trouve en régime de diffusion, le centre de la zone de cisaillement doit être à forte contrainte ($\sim$ 300 MPa) et haute température ($\sim$ 1200 K). Afin de déterminer les conditions dans lesquelles le système atteint cet état, nous avons balayé plusieurs vitesses imposées et testé l'effet d'un flux de chaleur vertical dans des simulations en régime de dislocation.

La figure 3.11 montre les résultats obtenus lors de ces simulations en régime de dislocation (courbes pointillées). La courbe noire montre les températures maximales et contraintes atteintes à l'équilibre lorsque l'on ne permet pas à la chaleur de diffuser verticalement ($\zeta = 0$). La courbe violette montre le cas dans lequel ce flux vertical de chaleur est permis. La température maximale dans le cas adiabatique est supérieure d'environ 60 K à celle obtenue dans les simulations avec flux vertical. Dans cette première simulation, la chaleur accumulée baisse la viscosité de la zone, ce

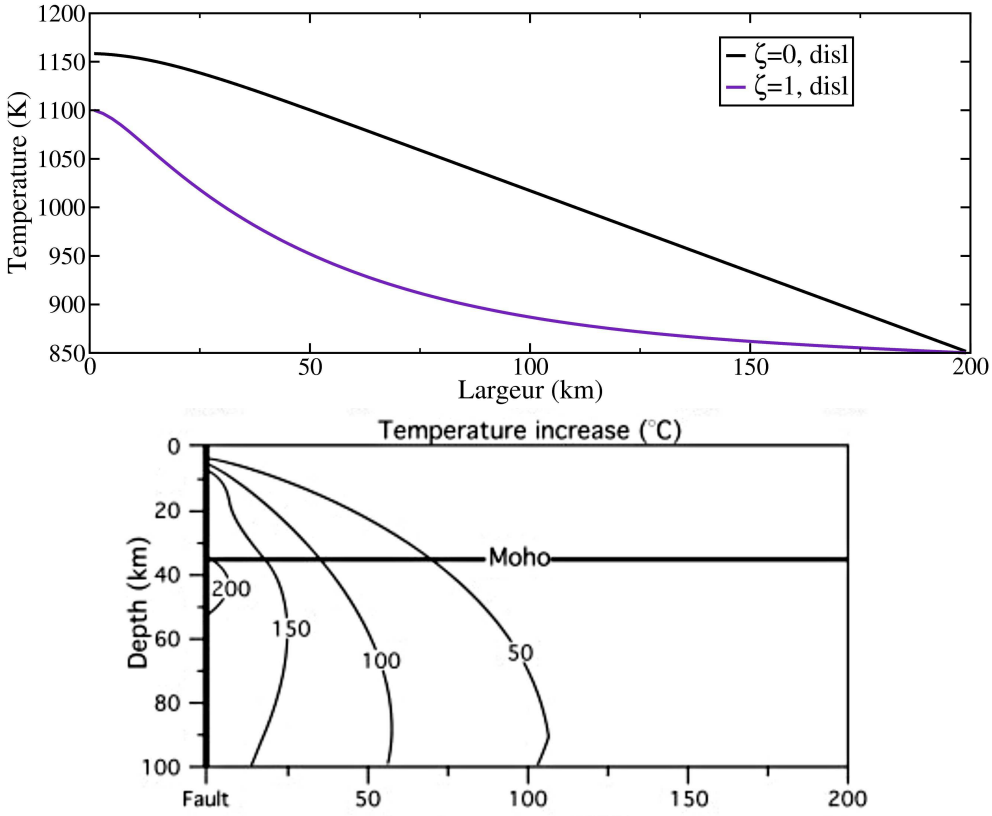

FIG. 3.12 – Températures d'équilibre dans les cas où la rhéologie est entièrement en régime de dislocation. En haut, cette étude, en bas, figure issue de Leloup et al. (1999). La vitesse imposée est voisine de 1 cm/an. On constate que notre état d'équilibre avec flux vertical (courbe violette, $\zeta = 1$) est très similaire à l'état obtenu dans une simulation à deux dimensions. L'état adiabatique (courbe noire, $\zeta = 0$) semble déraisonnable.

qui fait chuter la contrainte d'un facteur proche de 4, comme le montre le graphique du bas. Nous constatons également que, de façon générale, l'augmentation de la vitesse aux limites augmente invariablement la température de la zone de cisaillement, ce à quoi on pouvait s'attendre, mais diminue également la contrainte déviatorique.

La figure 3.12 montre les profils thermiques horizontaux obtenus dans ces simulations en régime de dislocation. La courbe noire représente l'état final obtenu en l'absence de flux vertical et la courbe violette l'état final avec $\zeta = 1$. Nous pouvons vérifier ici que la deuxième situation est très proche du profil horizontal d'équilibre dérivé par Leloup et al. (1999) (figure du bas) juste en dessous de la transition cassant-ductile. Nous considérerons dans la suite de cette étude que le cas $\zeta = 1$ est le plus réaliste.

Notre modèle d'évolution de la taille des grains prédit une contrainte de transition entre régimes de diffusion et de dislocation qui dépend de la température. La figure 3.13 présente une comparaison entre cette contrainte de transition (courbe pointillée rouge) et les données présentées précédemment, (cf. figure 3.11). Nous constatons que la contrainte obtenue à l'équilibre (avec $\zeta = 1$, courbe violette) ne dépasse la contrainte de transition que lorsque la température est basse, c'est-à-dire à faible vitesse de déformation. Nous montrons également que l'absence de flux de chaleur vertical ($\zeta = 0$, courbe noire) ne permet jamais d'atteindre le régime de diffusion dans les gammes de vitesses de plaque observées sur Terre.

La figure 3.13 nous montre que le régime de diffusion est difficile à atteindre à l'équilibre. Nous testons aussi la valeur $\alpha_f = 1$ (au lieu de $\alpha_f = 2$). Le choix de ce paramètre confère à f_0 une valeur plus élevée, ce qui a pour effet de baisser la taille de grain d'équilibre. La contrainte de transition est donc légèrement diminuée pour toutes les températures (cf. courbe orange pointillée, figure 3.13). Le choix de ce paramètre est compatible avec les données expérimentales dont nous avons effectué une régression en début de chapitre, compte tenu des incertitudes sur les lois de fluage utilisées (cf. Hirth & Kohlstedt (2003)), sur la contrainte expérimentale (cf. Van der Wal et al. (1993)), la température etc.

Nous testons à présent l'effet de la taille des grains sur le comportement de la zone de cisaillement. Nous utilisons notre modèle d'évolution de la taille des grains avec $\alpha_f = 2$ (courbes en traits pleins rouges, figures 3.11 et 3.13) et $\alpha_f = 1$ (courbes en traits pleins oranges, mêmes figures). Dans tous les cas, la taille des grains possède un impact très faible sur le comportement d'équilibre des zones de cisaillement. A vitesses de déformations égales, nous ne constatons qu'une très légère baisse de température maximale au coeur de la zone cisaillée et une variation de contrainte déviatorique d'équilibre insignifiante. Même en diminuant la contrainte de transition diffusion-dislocation (en choisissant $\alpha_f = 1$), l'état des contraintes et des températures d'équilibre n'est pas modifié.

La figure 3.14 montre les profils horizontaux des vitesses de déformation, températures et tailles de grains dans les simulations avec une vitesse aux limites de 1 mm/an. Imposant une faible vitesse de déformation, nous vérifions que

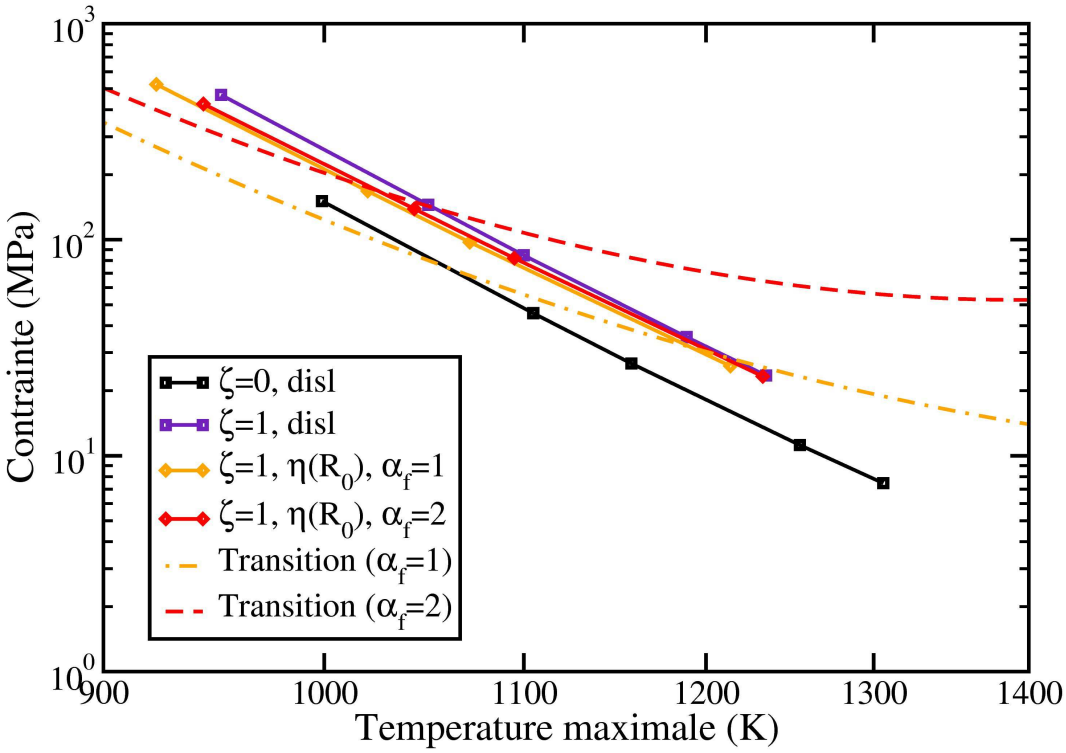

FIG. 3.13 – Comparaison des contraintes déviatoriques de transition (courbe rouge) et d'équilibre (courbes en traits pleins). Seules les simulations dont la température maximale est faible dépassent la transition diffusion-dislocation à l'équilibre.

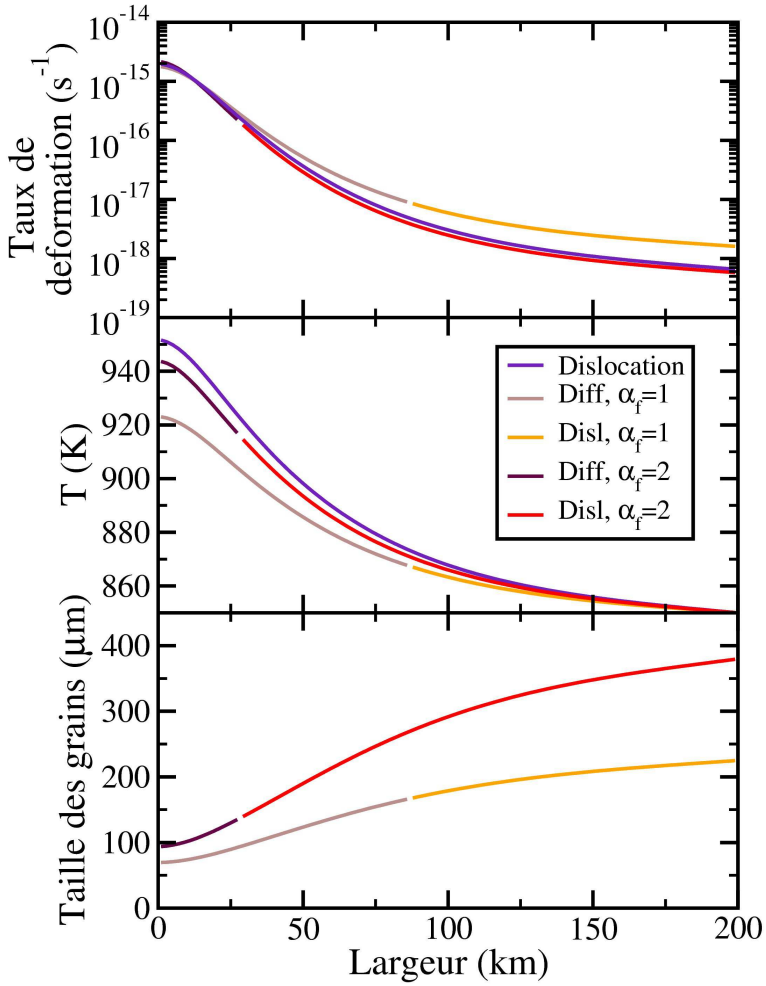

FIG. 3.14 – Etat du système pour une vitesse de plaque de 1 mm par an (cas supposé le plus localisant). En haut : vitesse de déformation (s^{-1}), au centre : Température (K), en bas : taille des grains (μm).

le régime de diffusion est atteint dans une large partie de la zone de cisaillement (d'autant plus large que α_f est petit). Les courbes violettes montrent l'état du domaine lorsque la viscosité est en régime de dislocation (avec $\mathcal{R}_0 = 1$ cm). Les courbes marrons foncés et rouges représentent les profils des simulations avec $\alpha_f = 2$: marron foncé, régime de diffusion, rouge, régime de dislocation. Les courbes marrons clair et oranges représentent les profils des simulations avec $\alpha_f = 1$: marron clair, régime de diffusion, orange, régime de dislocation.

Nous observons la grande similitude des vitesses de déformation (en haut) qui varient sur trois ordres de grandeur à travers la zone de cisaillement. La variation de vitesse de déformation est corrélée avec le profil thermique. La figure du bas montre que la taille des grains est presque constante à travers le domaine à l'équilibre (elle varie au maximum d'un facteur 4 sur 200 km).

La figure 3.15 montre les profils horizontaux obtenus lorsque l'on impose une vitesse de plaque de 5 cm/an. Nous ne voyons effectivement plus de régime de diffusion au coeur de la zone de cisaillement mais nous constatons que la déformation est extrêmement localisée. La vitesse de déformation varie sur 10 ordres de grandeur dans les trois cas. Il apparaît donc clairement que c'est la température qui localise la déformation à l'équilibre.

Comportement dynamique

L'évolution des contraintes déviatoriques montre que la taille des grains joue un rôle important dans la dynamique des zones de cisaillement. La figure 3.16 présente l'évolution des contraintes déviatoriques pour deux vitesses de plaques : 1 mm par an (courbes violette et orange) et 5 cm/an (courbes bleue et rouge). Dans chaque cas nous avons effectué une première simulation où la rhéologie est entièrement dislocative (courbes bleue et violette) puis une seconde avec une rhéologie mixte (rouge et orange). Dans cette section, nous conservons $\alpha_f = 2$. Pour chaque vitesse de plaque, on remarque que les contraintes sont initialement identiques. Dans les cas où la taille des grains est laissée libre d'évoluer (courbes orange et rouge), la contrainte chute subitement au bout de quelques dizaines d'années à quelques centaines d'années quand les grains situés au coeur de la zone de cisaillement atteignent le régime de diffusion. On remarque que ceci arrive même dans la simulation à très forte vitesse de cisaillement de laquelle le régime de diffusion est absent à l'équilibre. Dans le cas d'un faible vitesse, la zone de cisaillement reste dans le régime de diffusion jusqu'à l'équilibre, la contrainte dans le cas mixte est alors maintenue plus faible que dans le cas dislocatif (voir les courbes orange et violette). Dans le cas d'une forte vitesse de déformation, l'élévation de température est telle que la contrainte est encore diminuée et fait disparaître la zone en régime de diffusion. Les deux courbes de contrainte se rejoignent au bout d'une centaine de milliers d'années environ.

Les figures 3.17, 3.18 et 3.19 présentent les évolutions temporelles des zones de cisaillement pour les deux vitesses

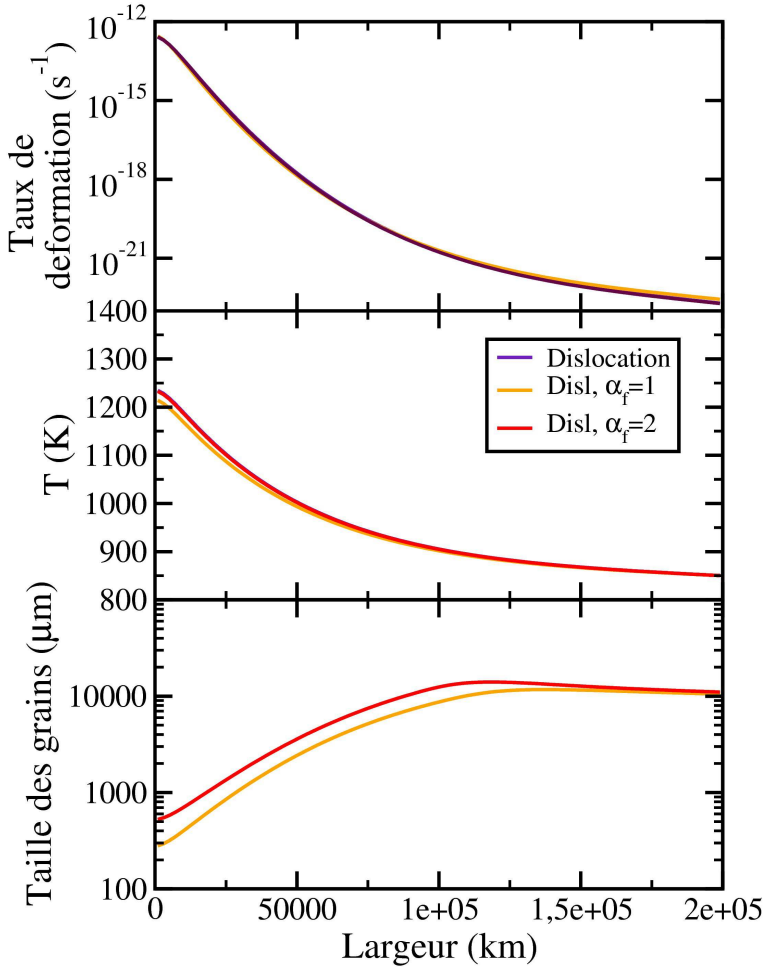

FIG. 3.15 – Etat du système pour une vitesse de plaque de 5 cm/an. En haut : vitesse de déformation (s^{-1}), au centre : Température (K), en bas : taille des grains (μm). Le code de couleur est identique à celui de la figure 3.14.

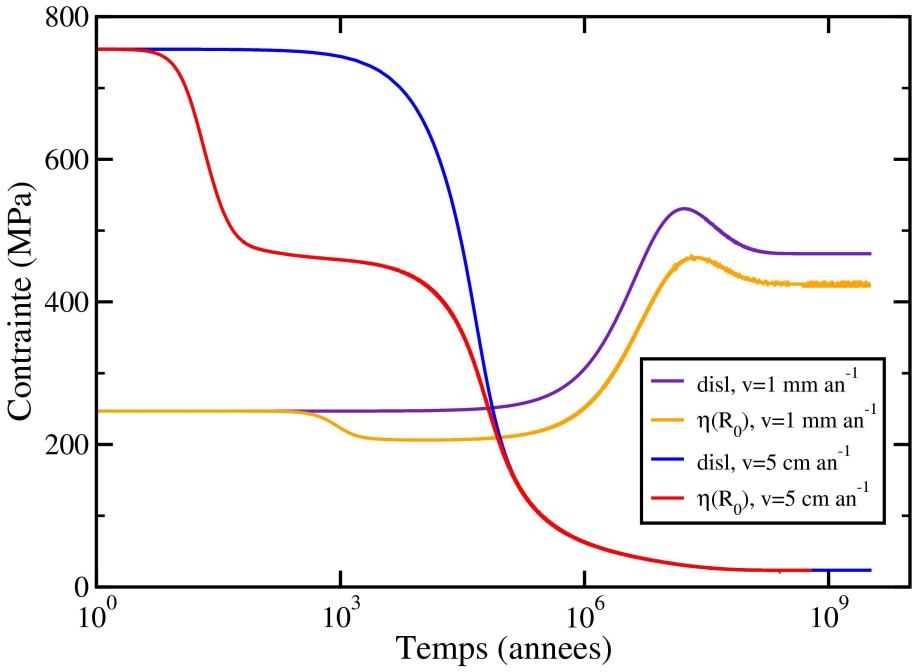

FIG. 3.16 – Evolution temporelle de la contrainte déviatorique dans les simulations avec des vitesses aux limites imposées à 1 mm/an (courbes violette et orange) et 5 cm/an (courbes bleue et rouge).

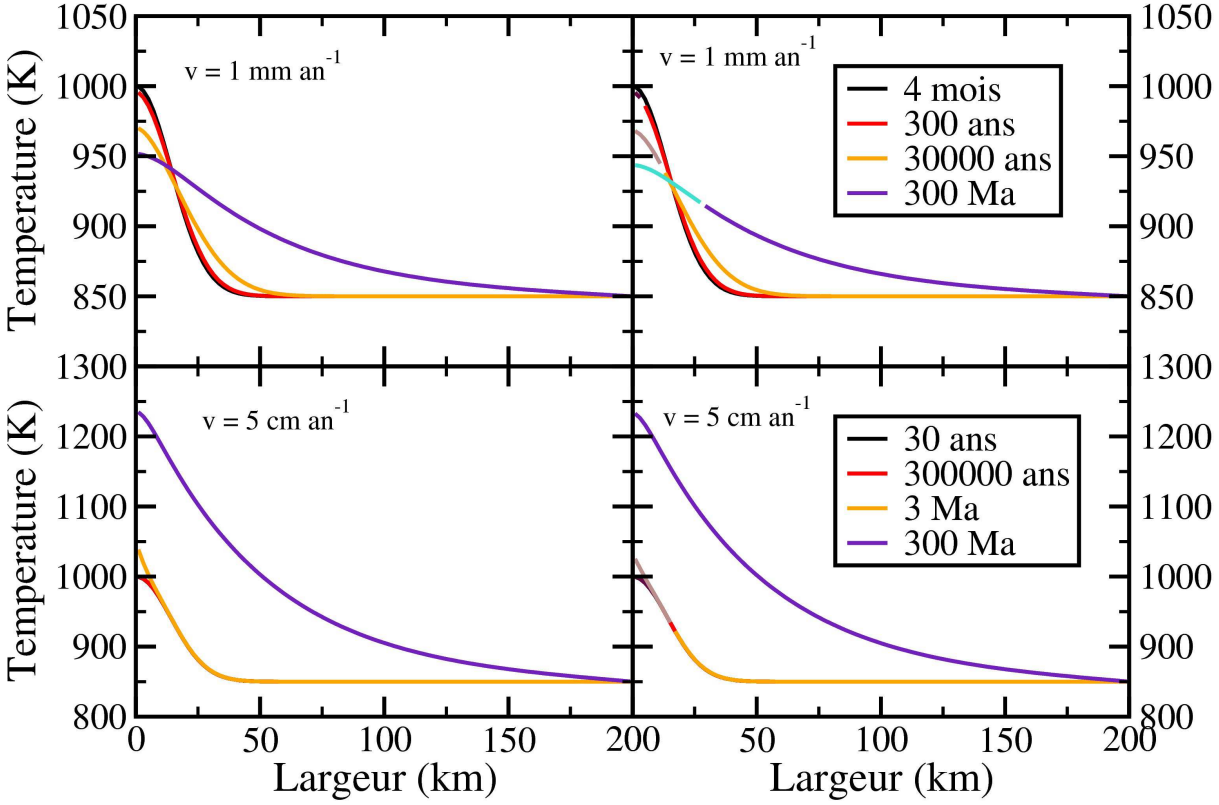

FIG. 3.17 – Evolution temporelle des températures dans la zone de cisaillement pour des vitesses de 1 mm/an (en haut) et 5 cm/an (en bas). A gauche, la rhéologie des simulations est entièrement dislocative, à droite, la rhéologie dépend de la taille des grains. Le code de couleur est le même pour les deux figures du haut et séparément, les deux figures du bas. Le changement de couleur au sein d'une même courbe signifie le changement de rhéologie.

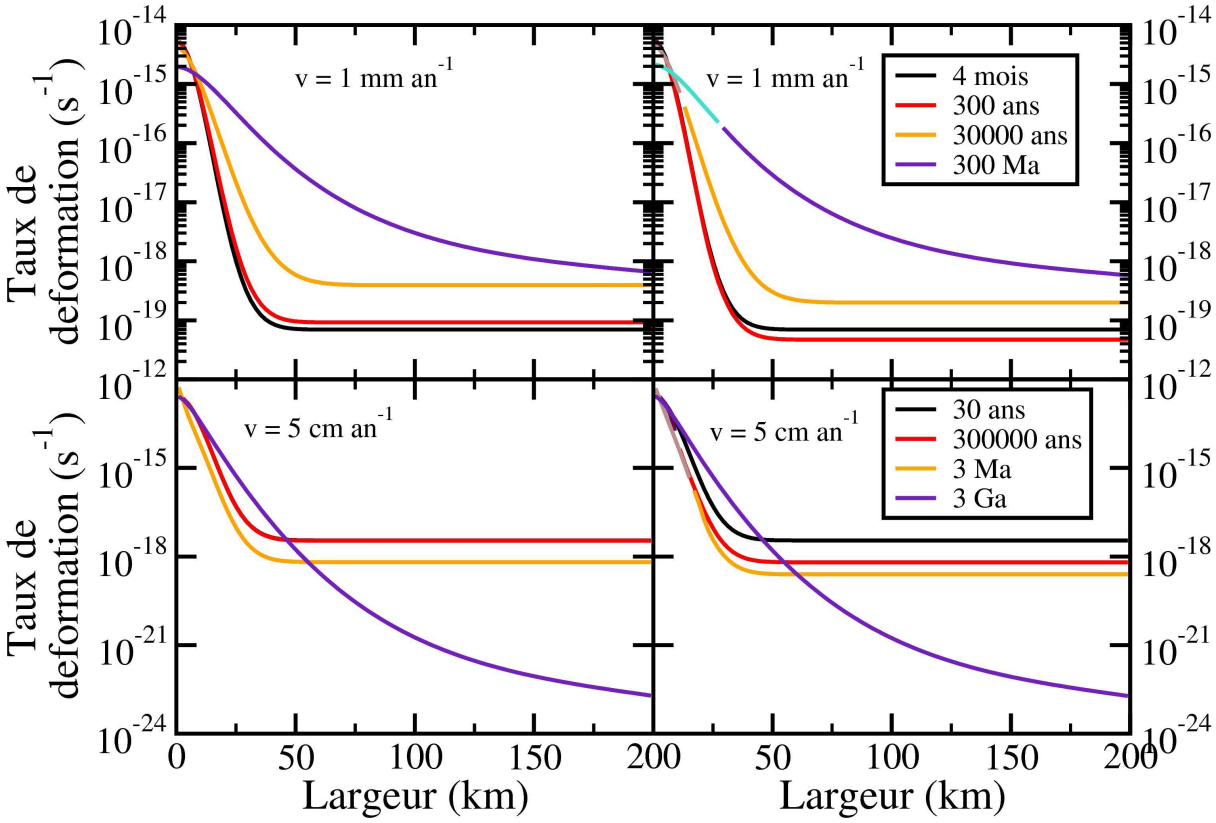

FIG. 3.18 – Evolution temporelle des vitesses de déformation dans la zone de cisaillement pour des vitesses de 1 mm/an (en haut) et 5 cm/an (en bas). A gauche, la rhéologie des simulations est entièrement dislocative, à droite, la rhéologie dépend de la taille des grains. Le code de couleur est le même pour les deux figures du haut et séparément, les deux figures du bas.

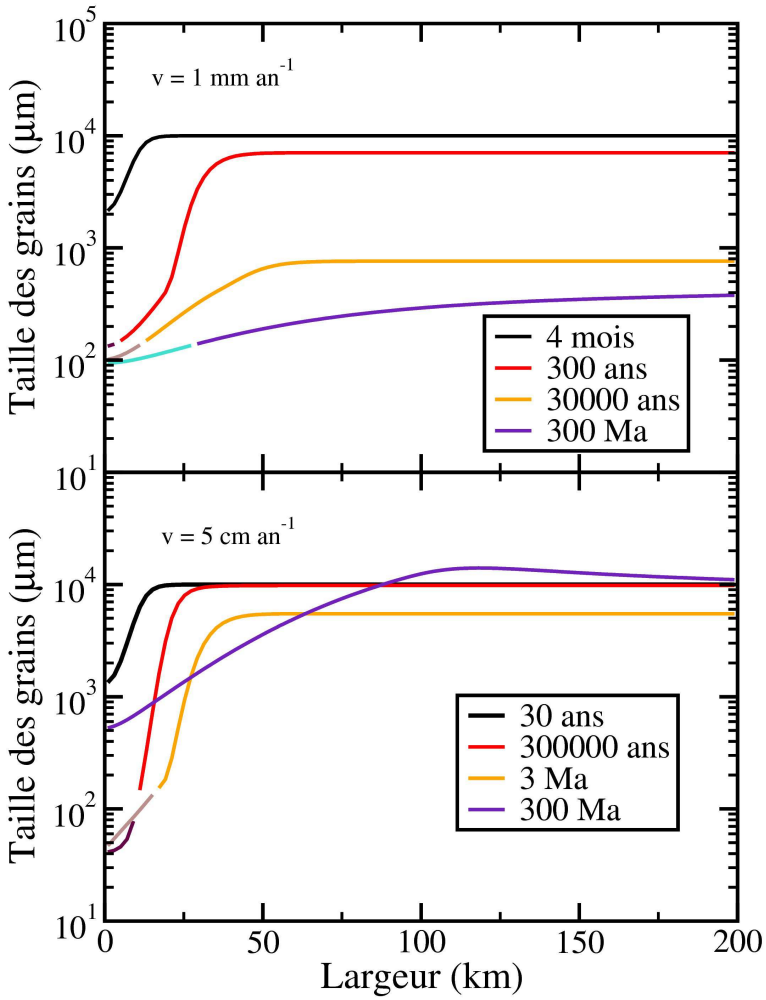

FIG. 3.19 – Evolution temporelle des tailles de grains dans la zone de cisaillement pour des vitesses de 1 mm/an (en haut) et 5 cm/an (en bas). A gauche, la rhéologie des simulations est entièrement dislocative, à droite, la rhéologie dépend de la taille des grains. Le code de couleur est le même pour les deux figures du haut et séparément, les deux figures du bas.

de plaque (dans chaque figure, en haut : 1 mm/an, en bas : 5 cm/an). La figure 3.17 montre l'évolution de la température. Pour les deux vitesses de déformation, nous observons une très légère baisse de l'intensité du pic de chaleur quand le régime de diffusion apparaît au coeur de la zone de forte déformation. Dans les deux cas, la différence est minime.

La figure 3.18 montre l'évolution des vitesses de déformation. On voit que la localisation de la déformation est légèrement plus marquée quand la viscosité dépend de la taille des grains (comparer les courbes rouges et oranges à gauche avec celles de droite). Toutefois, de même que dans la figure précédente, la différence de comportement induite par la variation de rhéologie reste minime.

La figure 3.19 montre l'évolution de la taille des grains dans la zone de cisaillement. Dans le cas de la plaque lente, on voit que la taille des grains reste proche de la taille de grain de transition entre régime de diffusion et régime de dislocation. Ceci explique que la diminution de contrainte observée dans la figure 3.16 soit relativement faible (de l'ordre de 50 MPa). La taille des grains tend à s'homogénéiser rapidement. Dans le cas de la forte vitesse de déformation, la taille des grains aux centre de la zone cisaillée chute très rapidement. La taille de grain minimale pénètre légèrement plus dans le régime de diffusion mais ne parvient pas à passer d'un ordre de grandeur en dessous de la taille de grain de transition.

3.10.5 Conclusion

Nous avons observé l'impact de la taille des grains sur la localisation de la déformation à l'équilibre et au cours de l'évolution d'une zone de cisaillement soumise à différentes vitesses de déformation. En dessous de la transition cassant-ductile, il apparaît que la taille des grains permet une localisation de la déformation négligeable devant celle engendrée par la température.

Même en se plaçant dans les conditions les plus favorables (en posant $\alpha_f = 1$), le passage d'une partie de la zone de cisaillement dans le régime de diffusion n'a pas d'autre effet que de relaxer la contrainte, aussi longtemps que perdure cette région diffusive. En particulier, notre étude montre que les zones de cisaillement soumises à une faible vitesse de déformation (des vitesses de plaque inférieures à 1 cm par an) stabilisent cette zone diffusive et relaxent une partie de la contrainte déviatorique. Toutefois, dans ces zones diffusives, la taille des grains tend à s'homogénéiser du fait de la diffusion de la température et de l'égalité des contraintes à travers le domaine, ce qui supprime tout effet localisant lié à la taille des grains.

La viscosité dépendant principalement de la température, elle ne permet pas à la taille de grains de localiser véritablement la déformation parce que ce processus engendre de la chaleur par dissipation visqueuse, ce qui relaxe la contrainte et par conséquent supprime les zones qui se trouvaient dans le régime de diffusion. Par une rétroaction avec la dissipation vis-

queuse, les régions dans lesquelles la taille des grains est très faible ne permettent pas la localisation de la déformation parce qu'elles relaxent les contraintes, ce qui ote à la viscosité sa dépendance en taille de grains. C'est pourquoi nous observons que même lorsque la distribution spatiale des tailles de grains est très piquée, la température reste le paramètre localisant le plus la déformation.

Une véritable localisation de la déformation à l'aide de la taille des grains n'est donc possible à l'échelle des frontières de plaques qu'en présence d'un fort flux vertical de chaleur. Une évacuation efficace de la chaleur permettrait aux zones en régime de diffusion de perdurer et alors à la rhéologie de dépendre véritablement de la taille des grains.

Chapitre 4

Convection et contraintes dans la lithosphère

4.1 Introduction

Le modèle d'évolution de la taille proposé dans le chapitre 3 prévoit une taille de grain d'équilibre dans le régime de dislocation à basses contraintes et dans le régime de diffusion à hautes contraintes. Le but de ce chapitre est de résumer les études quantifiant l'impact de la vigueur de la convection et du contraste de viscosité sur les contraintes de surface des planètes. Les lois physiques régissant la convection et les différentes approximations permettant de les résoudre y sont introduits dans les régimes de diffusion et de dislocation.

Ce chapitre présente les trois régimes de convection observés dans les simulations numériques de convection des planètes. Dans chaque cas, l'état des contraintes dans le système y est détaillé. Une attention particulière est apportée au régime du couvercle stagnant, qui semble mieux correspondre au comportement des planètes telluriques qui ne recyclent pas leur surface (par tectonique de plaques ou effondrement catastrophique de la lithosphère).

4.2 Convection, température et viscosité

La tectonique des plaques est une preuve irréfutable de la convection du manteau terrestre. Toutefois, l'étude des planètes du système solaire montre que la Terre est aujourd'hui la seule planète à posséder un tel régime de façon entretenue et celà ne signifie pas pour autant que les manteaux de Mars, Vénus, Mercure ne soient pas en convection.

Quelles sont les lois physiques qui régissent la convection dans le manteau des planètes ? Les paragraphes suivants s'emploient à répondre à cette question en présentant les équations de la mécanique des fluides utiles au cas de la convec-

tion ainsi que les approximations habituellement utilisées pour les résoudre.

4.2.1 Equations de conservation et nombres sans dimension

Les roches mantelliques présentent un comportement élastique (transmission des ondes sismiques) à haute fréquence et un comportement visqueux (convection, déformation irréversible) à basse fréquence. La mécanique des milieux continus précise des lois de conservation à respecter (Batchelor (1967); Landau & Lifshitz (1980)). Parmis ces lois[1], on distingue la conservation du moment (équation de Navier-Stokes) :

$$\rho \frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} = -\boldsymbol{\nabla} P + \boldsymbol{\nabla} \cdot \underline{\boldsymbol{\tau}} + \rho \boldsymbol{g}, \tag{4.1}$$

la conservation de l'énergie[2] (advection-diffusion de la chaleur et échange travail-chaleur) :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = -\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{q} + \alpha T \frac{DP}{Dt} + \underline{\boldsymbol{\tau}} : \boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{v} + \rho H \tag{4.2}$$

et la conservation de la masse (équation de continuité) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0, \tag{4.3}$$

avec ρ la densité (kg m^{-3}), $\boldsymbol{v}$ la vitesse (m s^{-1}), t le temps (s), P la pression (Pa), $\underline{\boldsymbol{\tau}}$ le tenseur des contraintes déviatoriques (Pa), $\boldsymbol{g}$ l'accélération gravitationnelle (m s^{-2}), C_p la capacité calorifique à pression constante (J K^{-1} kg^{-1}), T la température (K), $\boldsymbol{q}$ le flux de chaleur (W m^{-2}), α l'expansivité thermique (K^{-1}) et H le taux de production de chaleur radioactive (W kg^{-1}). Plusieurs ouvrages de référence présentent des exposés détaillés des lois de conservation, de la physique de la convection ainsi que leur application à la Terre : Schubert et al. (2001), Ricard (2007).

Profil de Référence

Afin d'adimensionner les équation 4.1, 4.2 et 4.3, on utilise généralement un profil de référence pour chaque variable (température, pression) autour duquel on exprime sa variation. Le profil de référence communément utilisé est donné par la solution adiabatique de l'équation de conservation de l'énergie. Le gradient adiabatique thermique est le profil de température que suivrait une masse qui n'échangerait pas de chaleur avec son entourage alors qu'elle se déplacerait

[1] Les tenseurs sont représentés par des symboles en caractère gras et soulignés alors que les vecteurs sont seulement en gras.

[2] La notation $\boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{v}$ représente le tenseur engendré par les deux vecteurs $\boldsymbol{\nabla}$ et $\boldsymbol{v}$ (de composantes $\partial_i v_j$), alors que la notation $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}$ représenterait le produit scalaire ($\sum_i \partial_i v_i$).

verticalement dans le manteau. Si le mouvement est suffisamment rapide, c'est-à-dire ne laissant pas à la température le temps de diffuser, ni à la production de chaleur radioactive le temps de s'effectuer. Cette masse s'échaufferait donc en descendant ou refroidirait en remontant à cause du travail des forces de pression.

Si on ne considère que cet effet, c'est-à-dire qu'on néglige les flux de chaleur diffusifs, la dissipation visqueuse et la production radioactive, l'équation de la chaleur 4.2 permet de dériver le système d'équilibre adiabatique (ou isentropique, rappelé par l'indice "S") (cf. Ricard (2007)) :

$$\begin{cases} (\boldsymbol{\nabla} \ln T)_S - \Gamma(\boldsymbol{\nabla} \ln \rho)_S &= 0 \\ (\boldsymbol{\nabla} \ln T)_S - \frac{\alpha}{\rho C_p}(\boldsymbol{\nabla} P)_S &= 0 \end{cases} \tag{4.4}$$

où Γ est le paramètre de Grüneisen défini par :

$$\Gamma = \frac{\alpha K_T}{\rho C_v}, \tag{4.5}$$

avec C_v la capacité calorifique à volume constant. Le paramètre de Grüneisen quantifie donc l'impact de la température sur la densité à entropie constante. En considérant que la pression suit le profil hydrostatique ($\boldsymbol{\nabla} P = \rho \boldsymbol{g}$), la deuxième équation du système 4.4 implique :

$$\boldsymbol{\nabla} T = \frac{\alpha \boldsymbol{g}}{C_p} T. \tag{4.6}$$

A l'aide de la première équation du système 4.4, nous pouvons alors dériver le profil de référence de la densité dans le manteau terrestre :

$$\boldsymbol{\nabla} \rho = \frac{\alpha \boldsymbol{g}}{\Gamma C_p} \rho. \tag{4.7}$$

Adimensionnement

Dans cette situation, le processus qui entraine la convection du fluide est régi par les variations de densité par rapport au profil de référence (stable). La variation de densité en fonction de la température et de la pression est donnée par le développement limité :

$$\rho = \rho_s(z) \left(1 - \alpha(T - T_s) + \frac{P - P_H}{K_T} \right), \tag{4.8}$$

où K_T est le coefficient d'incompressibilité, T_S est la température adiabatique et P_H est la pression lithostatique. La variation moyenne de la densité avec la profondeur est incluse dans le profil moyen de densité adiabatique $\rho_s(z)$. Le gradient thermique non-adiabatique ΔT_{na} (qui est choisi comme échelle[3] de température, de l'ordre de 1000 K dans le

[3]Les nombres sans dimension sont notés $[]^*$ et les grandeurs physiques utilisées pour adimensionner sont notées $[]_0$

manteau terrestre) engendre alors une variation de densité de l'ordre de $\Delta\rho = \rho_0\alpha_0\Delta T_{na}$, ce qui permet une estimation de la pression non hydrostatique : $P_0 = \Delta\rho g_0 h = \alpha_0\rho_0 g_0\Delta T_{na} h$, avec, respectivement, g_0, α_0, ρ_0 l'accélération gravitationnelle, l'expansivité thermique et la densité de référence et h l'épaisseur du système. Afin d'adimensionner les vitesses, une grandeur significative est donnée par la vitesse de Stokes v_0 de sorte que : $v = v_0 v^* = (\alpha_0\rho_0 g_0\Delta T_{na} h^2/\eta_0)v^*$. Pour finir, le temps est adimensionné par le temps de stokes $t_0 = h/v_0$.

Bien sur, la dérivation d'un profil de référence et le choix d'un adimensionnement ne doivent pas influencer le résultat final du calcul. Par contre, le choix de dimensions cohérentes avec les échelles physiques du problème permet de mettre en évidence les termes éventuellement négligeables. Une fois ces termes supprimés, le résultat du calcul change de façon insignifiante mais le calcul a été fortement simplifié et est en général plus rapide.

Approximations

Une fois le profil de référence et les échelles dimensionnelles choisis, il est alors possible de faire certaines approximations en considérant l'importance relative des nombres sans dimension qui apparaissent. Deux approximations sont particulièrement utilisées en géodynamique : l'approximation anélastique et l'approximation de Boussinesq (Schubert et al. (2001); Ricard (2007)).

Approximation anélastique Dans cette approximation, les forces de flottabilité proviennent à la fois des variations de température, mais également des variations non-hydrostatiques de pression (également appelée pression dynamique). On doit considérer également les termes de dissipation visqueuse et de libération ou absorption de la chaleur au cours des changements de pression. Les variations rapides de la densité ($\partial\rho/\partial t$) sont négligées.

Approximation de Boussinesq Dans l'approximation de Boussinesq, la flottabilité ne dépend que de la température (les variations de la densité en fonction de la pression sont négligées). On ne considère ni le terme de dissipation visqueuse dans l'équation de la chaleur ni le travail des forces de volume. Les équations deviennent (je supprime les $[]^*$ par souci de lisibilité, aucune des variables n'a de dimension) :

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{v} = 0 \tag{4.9}$$

$$\frac{Ra}{Pr}\frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} = -\boldsymbol{\nabla}P + \boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\eta\left(\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{v} + [\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{v}]^t\right)\right) - T\boldsymbol{e_z} \tag{4.10}$$

$$Ra\frac{DT}{Dt} = \boldsymbol{\nabla}^2 T + \frac{Ra_H}{Ra} \tag{4.11}$$

où $\boldsymbol{e_z}$ est un vecteur unitaire dirigé vers le centre de gravité de la planète, Ra et Ra_H sont les nombres de Rayleigh (cf. paragraphe suivant), Pr est le nombre de Prandtl. Comme nous allons le voir, la quantité Ra/Pr est négligeable dans le manteau terrestre, ce qui permet de supprimer le membre de gauche de l'équation de Navier-Stokes.

Nombre de Rayleigh

Le nombre de Rayleigh est un nombre sans dimension qui quantifie la vigueur de la convection dans un système visqueux. Plusieurs définitions peuvent être données en fonction du moteur de la convection. En sciences de la Terre, deux nombres de Rayleigh sont largement utilisés, l'un (Ra) basé sur un saut de température imposé entre le haut et le bas (chauffage par le bas), l'autre (Ra_H) basé sur la production de chaleur radioactive (chauffage interne). Ces nombres de Rayleigh sont définis par :

$$Ra = \frac{\alpha \rho g \Delta T h^3}{\kappa \eta} \tag{4.12}$$

$$Ra_H = \frac{\alpha H \rho^3 g h^5 C_p}{k^2 \eta} \tag{4.13}$$

avec k la conductivité thermique (W m^{-1} K^{-1}) et κ la diffusivité thermique (m^2 s^{-1}). Si la viscosité est variable, on peut définir différents nombres de Rayleigh. Par exemple, le nombre de Rayleigh interne (basé sur la viscosité interne) est souvent utilisé (la viscosité interne dépendant le plus souvent de la température interne). Par la suite, nous utiliserons souvent le nombre de Rayleigh basal, basé sur la viscosité du bas dans la simulation ou le nombre de Rayleigh de surface, basé sur la viscosité de surface.

Plus le nombre de Rayleigh est grand, plus la convection est vigoureuse. Le nombre de Rayleigh de la Terre est de l'ordre de $10^7 - 10^8$. La convection démarre au delà d'un nombre de Rayleigh critique de l'ordre de 10^3, le manteau terrestre est donc le siège d'une convection vigoureuse.

Nombre de Prandtl

Le nombre (sans dimension) de Prandtl compare les temps caractéristiques de la diffusion thermique et de la diffusion du moment. Il est défini par :

$$Pr = \frac{\eta C_p}{k}. \tag{4.14}$$

Dans le manteau, la viscosité est très élevée (de l'ordre de 10^{21} Pa.s, cf. chapitre 2). En choisissant des valeurs standards de C_p, η et k, le nombre de Prandtl du manteau atteint 10^{23}, ce qui est très supérieur au nombre de Rayleigh et montre

que le rapport Ra/Pr est négligeable.

Le manteau terrestre est donc en forte convection mais ne possède pas pour autant le comportement turbulent visible dans le soleil ou dans l'atmosphère à cause de sa viscosité (son nombre de Reynolds est justement égal à $Ra/Pr \simeq 0$). La résolution de l'équation de Navier-Stokes pourrait paraître simple, une fois les forces d'inertie négligées, mais la viscosité peut posséder une structure très complexe, selon la loi de fluage considérée, et rendre problématique l'inversion de la matrice des vitesses. L'absence de terme inertiel permet d'obtenir le champ des vitesses à l'aide des seuls champs de viscosité et de température.

Nombre de Nusselt

Ce nombre sans dimension caractérise le flux de chaleur à travers une couche convective rapporté au flux de chaleur qui devrait être conduit en l'absence de convection. Le nombre de Nusselt est important parce qu'il permet de comparer le flux de chaleur déduit du champ des températures d'une simulation au flux de chaleur mesuré sur la planète considérée. Par exemple, la densité de flux de chaleur mesurée sur Terre est de l'ordre de 90 mW m^{-2} (Jaupart et al. (2007)). Cette valeur est obtenue en divisant le flux de chaleur total mesuré par la surface de la Terre.

Le flux de chaleur à déduire d'une simulation doit donc être une moyenne des flux à une profondeur donnée (un nombre de Nusselt peut être exprimé à n'importe quelle profondeur). En chaque point de la simulation, le flux de chaleur F (W m^{-2}) s'écrit :

$$F = k\frac{\partial T}{\partial z} \tag{4.15}$$

avec k le coefficient de conductivité thermique (W m^{-1} K^{-1}) et z la profondeur (m). La valeur moyenne qui nous intéresse est donc celle donné par :

$$< F >_x = k < \frac{\partial T(x,z)}{\partial z} >_x = k\frac{\partial < T(x,z) >_x}{\partial z} \tag{4.16}$$

Comme le montre le dernier terme de l'équation précédente, la densité de flux de chaleur est donc généralement calculée à partir du profil vertical des températures dans la simulation :

$$< T(x,z) >_x = T(z) = \frac{1}{L}\int_0^L T(x,z)dx \tag{4.17}$$

où L est la largeur (m) de la boite. Une fois ce calcul fait, le nombre de Nusselt qui correspond à ce flux normalisé est donné par :

$$Nu = < F >_x \frac{h}{k\Delta T} \tag{4.18}$$

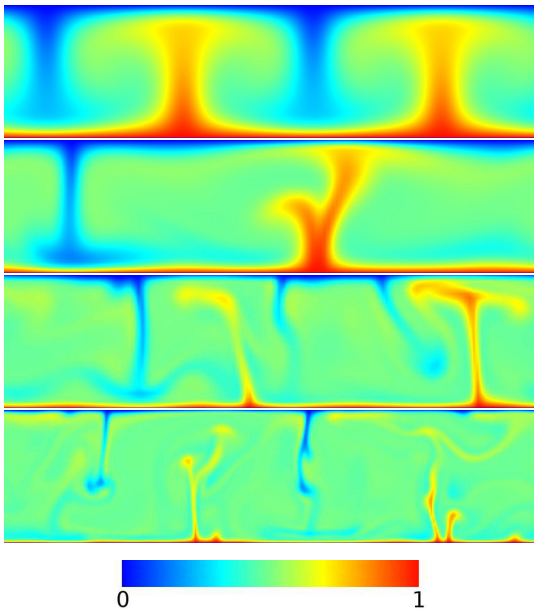

FIG. 4.1 – Champ des tenpératures de cellules de convection pour un fluide isovisqueux en fonction du nombre de Rayleigh. De haut en bas : $Ra = 10^4$, $Ra = 10^5$, $Ra = 10^6$ et $Ra = 10^7$.

A partir des variables sans dimension (température T^* et profondeur z^*), le nombre de Nusselt se calcule donc :

$$Nu(z) = k\frac{\partial T(z)}{\partial z}\frac{h}{k\Delta T} = \frac{\partial T(z)^*}{\partial z^*} \tag{4.19}$$

Le nombre de Nusselt représente donc également le gradient du profil de température (sans dimension) à une profondeur donnée.

Cellules de convection et nombre de Rayleigh

En fonction du nombre de Rayleigh, de la rhéologie du matériau et de la géométrie de l'espace considéré, la structure de la convection peut être très diversifiée. La viscosité influence énormément les caractéristiques principales du système. Les figures 4.1 et 4.2 montrent l'influence du nombre de Rayleigh sur une convection isovisqueuse. A haut nombre de Rayleigh, les couches limites thermiques sont plus fines, ce qui a pour effet d'augmenter le flux de chaleur (le lien entre le flux de chaleur et le nombre de Rayleigh est détaillé dans les sections suivantes selon le régime de convection). Par ailleurs, à bas nombre de Rayleigh, les cellules de convection sont plus stables. La convection s'arrête pour un nombre de Rayleigh inférieur à $\sim 10^3$.

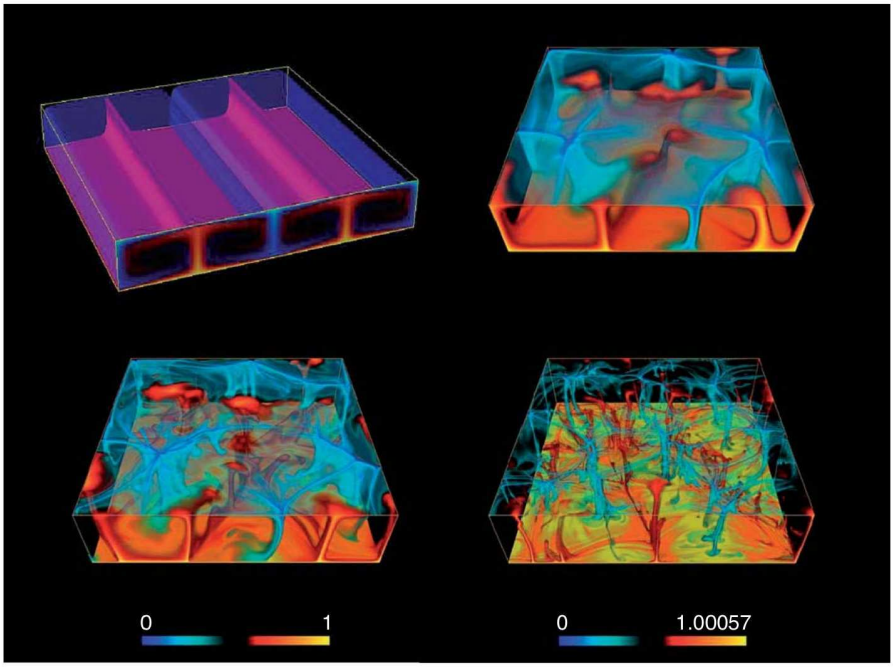

FIG. 4.2 – Cellules de convection pour un fluide isovisqueux en fonction du nombre de Rayleigh en 3D (simulations de Fabien Dubuffet, cf. Ricard (2007)). De haut en bas et de gauche à droite : $Ra = 10^5$, $Ra = 10^6$, $Ra = 10^7$ et $Ra = 10^8$.

4.2.2 Viscosité

Dans le manteau, la viscosité des roches est difficile à déterminer précisemment. Le chapitre 2 présente deux moyens de l'estimer : l'étude expérimentale de la rhéologie des roches et l'étude phénoménologique du comportement de la lithosphère (rebond post-glaciaire, équilibre des plaques, géoïde etc.).

Rhéologies et adimensionnement

Les études expérimentales (cf. Hirth & Kohlstedt (2003); Kohlstedt (2007)) montrent que les roches du manteau possèdent une rhéologie (visqueuse) très complexe :

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \sum_i \left(A_{i0} \exp\left(-\frac{H_i}{RT}\right) f_{H_2O}^{r_i} d^{-m_i} \exp\left(\alpha_i \phi\right) I_{2,\tau}^{n_i - 1} \right) \underline{\tau} = \frac{1}{2\eta} \underline{\tau} \tag{4.20}$$

où l'indice i représente les différents régimes possibles (diffusion, dislocation, glissement sur les joints de grains, Peierls), $\underline{\dot{\epsilon}}$ est le tenseur des vitesses de déformation (s^{-1}), $\underline{\tau}$ est le tenseur des contraintes déviatoriques, A_{i0} est le préfacteur expérimental (MPa$^{-n_i}$ s^{-1} μm$^{-m_i}$ ppm$^{-r_i}$) du régime i, H_i son enthalpie d'activation (J mol^{-1}), R la constante de Boltzmann (J mol^{-1} K^{-1}), T la température (K), f_{H_2O} la fugacité de l'eau (ppm), d la taille moyenne des grains (μm), ϕ le taux de porosité (sans dimension), $I_{2,\tau}$ le second invariant de la contrainte déviatorique (MPa), η la viscosité (MPa.s) α_i, r_i, m_i et n_i sont des nombres sans dimension.

L'enthalpie d'activation s'écrit : $H_i = E_i + PV_i$, où E_i est l'énergie d'activation (J mol^{-1}), P la pression (Pa) et V_i le volume d'activation. Dans le cas du régime de Peierls, l'enthalpie prend une forme particulière (cf. Evans & Goetze (1979)) : $H_4 = (E_4 + PV_4)(1 - (\tau/\tau_P))^2$, avec τ_P la contrainte de Peierls (MPa). Les tables 4.1 et 4.2 donnent une compilation des valeurs expérimentales de ces paramètres dans les cas de l'olivine sêche et de l'olivine hydratée.

L'équation 4.20 montre que la viscosité dans le manteau peut dépendre d'une grande quantité de paramètres mal contraints (l'eau, le taux de fusion partielle, la taille des grains etc.). Dans le cas de l'olivine, ces paramètres expérimentaux sont obtenus, le plus souvent, dans les conditions de pression et température du manteau supérieur mais à des vitesses de déformation bien plus élevées que dans les conditions naturelles. Leur utilisation repose donc sur une extrapolation très large.

De façon générale, on utilise des versions simplifiées de ces lois pour pouvoir proposer des lois d'échelles des contraintes et du flux de chaleur. Premièrement, une estimation des contraintes effectives dans le manteau terrestre montre que les régimes de Peierls et de glissement sur les joints de grains y semblent inaccessibles (cf. Solomatov (2004); Drury (2005)). Le manteau semble donc dans le régime de diffusion ou le régime de dislocation. Deuxièmement, la dynamique

TAB. 4.1 – Paramètres rhéologiques de l'olivine sèche : ([1] issu de Hirth & Kohlstedt (2003), [2] issu de Evans & Goetze (1979). Les volumes d'activations sont mal contraints, les valeurs données représentent une moyenne des quantités citées par Hirth & Kohlstedt (2003).

Paramètre	Valeur	Unité	
Olivine sèche			
1 - Dislocation			
E_1	530	kJ mol^{-1}	Energie d'activation[1]
A_{10}	1.1 10^5	MPa^{-n} s^{-1}	Préfacteur[1]
V_1	1.43 10^{-5}	J mol^{-1} Pa^{-1}	Volume d'activation[1]
n_1	3.5		exposant, contrainte [1]
m_1	0		exposant, grains[1]
r_1	0		exposant, eau[1]
α_1	~ 45		activation, fusion[1]
2 - Diffusion			
E_2	375	kJ mol^{-1}	Energie d'activation[1]
A_{20}	1.5 10^9	μm^m MPa^{-1} s^{-1}	Préfacteur[1]
V_2	6 10^{-6}	J mol^{-1} Pa^{-1}	Volume d'activation[1]
n_2	1		exposant, contrainte [1]
m_2	3		exposant, grains[1]
r_2	0		exposant, eau[1]
α_2	~ 30		activation, fusion[1]
3 - Glissement			
$T > 1523$K			
E_3	600	kJ mol^{-1}	Energie d'activation[1]
A_{30}	4.7 10^{10}	μm^{m_s} MPa$^{-n_s}$ s^{-1}	Préfacteur[1]
$T < 1523$K			
E_3	400	kJ mol^{-1}	Energie d'activation[1]
A_{30}	6500	μm^{m_s} MPa$^{-n_s}$ s^{-1}	Préfacteur[1]
V_3	1.43 10^{-5}	J mol^{-1} Pa^{-1}	Volume d'activation[1]
n_3	3.5		exposant, contrainte[1]
m_3	2		exposant, grains[1]
r_3	0		exposant, eau[1]
α_3	~ 45		activation, fusion[1]
4 - Peierls			
E_4	502	kJ mol^{-1}	Energie d'activation[2]
A_{40}	1.3 10^{12}	s^{-1}	Préfacteur[2]
V_4	1.43 10^{-5}	J mol^{-1} Pa^{-1}	Volume d'activation[1]
τ_P	9.1 10^3	MPa	Contrainte de Peierls[2]
n_4	0		exposant, contrainte [2]
m_4	0		exposant, grains[1]
r_4	0		exposant, eau[1]
α_4	~ 45		activation, fusion[1]

TAB. 4.2 – Paramètres rhéologiques de l'olivine hydratée : ([1] issu de Hirth & Kohlstedt (2003), [2] issu de Evans & Goetze (1979). Les volumes d'activations sont mal contraints, les valeurs données représentent une moyenne des quantités sitées par Hirth & Kohlstedt (2003). Le régime de Peierls de l'olivine hydratée est encore controversé (Raterron et al. (2004), Katayama & Karato (2008)), il s'agit ici de la même valeur que pour l'olivine sèche.

Paramètre	Valeur	Unité	
Olivine hydratée			
1 - Dislocation			
E_1	480	kJ mol^{-1}	Energie d'activation[1]
A_{10}	90	MPa^{-n} s^{-1}	Préfacteur[1]
V_1	11 10^{-6}	J mol^{-1} Pa^{-1}	Volume d'activation[1]
n_1	3.5		exposant, contrainte[1]
m_1	0		exposant, grains[1]
r_1	1.2		exposant, eau[1]
α	~ 45		activation, fusion[1]
2 - Diffusion			
E_2	335	kJ mol^{-1}	Energie d'activation[1]
A_{20}	10^6	μm^m MPa^{-1} s^{-1}	Préfacteur[1]
V_2	4 10^{-6}	J mol^{-1} Pa^{-1}	Volume d'activation[1]
n_2	1		exposant, contrainte[1]
m_2	3		exposant, grains[1]
r_2	1		exposant, eau[1]
α	~ 30		activation, fusion[1]
3 - Glissement	inexistant		
4 - Peierls			
E_4	502	kJ mol^{-1}	Energie d'activation[2]
A_{40}	1.3 10^{12}	s^{-1}	Préfacteur[2]
V_4	1.43 10^{-5}	J mol^{-1} Pa^{-1}	Volume d'activation[1]
τ_P	9.1 10^3	MPa	Contrainte de Peierls[2]
n_4	0		exposant, contrainte [1]
m_4	0		exposant, grains[1]
r_4	0		exposant, eau[1]
α	~ 45		activation, fusion[1]

de l'eau dans le manteau est très mal connue. On sait que l'eau est très présente dans les coins mantelliques à cause de la déshydratation des plaques plongeantes (cf Hirth & Kohlstedt (2003)) mais on ne sait pas encore estimer sa dynamique de façon robuste. On ne sait pas non plus dans quelle proportion exacte elle peut pénétrer les zones de transition de phase (Bercovici & Karato (2003b, 2005)) ou le manteau profond (Richard (2003)). On néglige donc souvent son effet. Troisièmement, l'évolution de la taille des grains étant relativement mal contrainte, très peu d'études l'ont considérée directement (Hall & Parmentier (2003); Solomatov & Reese (2008)).

La taille des grains peut avoir un effet important sur le régime de convection des planètes principalement par le fait qu'elle permet de localiser la déformation, de même que la porosité inhérente à la fusion partielle. Mais de tous ces paramètres, le plus important, et donc le premier sur lequel il faut s'attarder reste, de loin, la température.

Dans un premier temps, nous ne considérons donc que deux viscosités possibles dans le manteau des planètes :

$$\eta_1 = \eta_{0\tau} \exp\left(\frac{H_1}{RT}\right)\left(\frac{I_{2,\tau}}{I_{20,\tau}}\right)^{1-n} \tag{4.21}$$

$$\eta_2 = \eta_{02} \exp\left(\frac{H_2}{RT}\right) \tag{4.22}$$

avec $I_{20,\tau}$ un second invariant de référence de la contrainte déviatorique, η_1 la viscosité en régime de dislocation, η_2 la viscosité en régime de diffusion et $\eta_{0\tau}$ et η_{02} des viscosités de référence. Cette définition des viscosités (dites d'Arrhenius) suffit à poser des problèmes de calcul pour deux raisons : la non linéarité en contrainte de l'équation 4.21 et les grandes variations latérales de viscosité.

Viscosité non-Newtonienne L'équation 4.21 est non-linéaire. La viscosité dépend du second invariant du tenseur des contraintes, lui même lié à la viscosité par la loi :

$$I_{2,\tau} = 2\eta I_{2,\dot{\epsilon}}. \tag{4.23}$$

où $I_{2,\dot{\epsilon}}$ est le second invariant du tenseur des vitesses de déformation (cf. chapitre 2). En utilisant les équations 4.21 et 4.23, il est donc possible de définir la viscosité du régime de dislocation sous la forme :

$$\eta_1 = \eta_{01} \exp\left(\frac{H_1}{nRT}\right)\left(\frac{I_{2,\dot{\epsilon}}}{I_{20,\dot{\epsilon}}}\right)^{\frac{1-n}{n}}, \tag{4.24}$$

où η_{01} est une viscosité de référence et $I_{20,\dot{\epsilon}}$ un second invariant de référence du tenseur des vitesses de déformation défini par $I_{20,\dot{\epsilon}} = \kappa/h^2$.

Contraste de viscosité Un rapide calcul montre que les exponentielles apparaissant dans la définition des viscosités (équations 4.22 et 4.24) indiquent un contraste de viscosité très élevé lorsque l'on examine le rapport entre viscosité de surface (en posant $T = 300$ K) et la viscosité du manteau (en posant par exemple $T = 1600$ K). Le contraste de viscosité obtenu est compris entre 10^{20} et 10^{50} selon la rhéologie considérée. Cette valeur du contraste de viscosité est très importante et pose des problèmes de calcul. On peut alors utiliser l'approximation de Frank-Kamenestkii pour contourner cette dificulté.

Approximation de Frank-Kamenetskii

Définition L'idée à la base de l'approximation de Frank-Kamenetskii est de dire qu'il est inutile de résoudre la véritable viscosité dans les zones non convectives à partir du moment où la viscosité est assez grande pour que le fluide soit figé. Dans ce cas, au lieu d'utiliser une dépendance en $\exp(H/RT)$, on utilise une dépendance en $\exp(-\theta' T)$, où θ' est une constante.

La viscosité de type Frank-Kamenestkii doit donc dépendre de la température de la même façon que la viscosité de type Arrhenius dans le manteau terrestre et sur plusieurs ordres de grandeur. On pose donc :

$$\left.\frac{\partial \ln(\eta_{FK})}{\partial T}\right|_{T_i} = \left.\frac{\partial \ln(\eta_{Arr})}{\partial T}\right|_{T_i} \tag{4.25}$$

et

$$\eta_{FK}(T_i) = \eta_{Arr}(T_i) \tag{4.26}$$

avec η_{FK} la viscosité de type Frank-Kamenetskii et η_{Arr} la viscosité de type Arrhenius. Par ailleurs, ceci définit également le paramètre de Frank-Kamenetskii θ (sans dimension) :

$$\theta = \left|\left.\frac{\partial \ln(\eta_{Arr})}{\partial T}\right|_{T_i}\right| \Delta T = \frac{\Delta T E}{R T_i^2} \tag{4.27}$$

On peut alors construire la viscosité de l'approximation de Frank-Kamenetskii sous la forme :

$$\eta_{1,FK} = \eta_{01,FK} \exp\left(-\frac{\theta}{n}T^*\right) \quad \left(\frac{I_{2,\dot{\epsilon}}}{I_{20,\dot{\epsilon}}}\right)^{\frac{1-n}{n}} \quad \text{dans le cas non-Newtonien} \tag{4.28}$$

$$\eta_{2,FK} = \eta_{02,FK} \exp\left(-\theta T^*\right) \quad \text{dans le cas Newtonien} \tag{4.29}$$

où $\eta_{01,FK}$ et $\eta_{02,FK}$ sont des viscosités de référence et T^* la température sans dimension.

4.2.3 Régimes de convection

Le contraste de viscosité àtravers la lithosphère d'une planète étant très élevé, plusieurs études se sont donc employées à contraindre son impact sur le régime de convection en utilisant le plus souvent l'approximation de Frank-Kamenetskii (Christensen (1989); Christensen & Harder (1991); Ogawa et al. (1991); Solomatov (1995); Moresi & Solomatov (1995); Kameyama & Ogawa (2000); Morris & Canright (1984); Fowler (1985); Reese et al. (1998); Dumoulin et al. (1999); Deschamps & Sotin (2000); Doin et al. (1997); Grasset & Parmentier (1998); Trompert & Hansen (1998)). En particulier, Ogawa et al. (1991) et Solomatov (1995) dérivent trois grands régimes de convection (illustrés par la figure 4.3 dans le cas Newtonien, 4.4 et 4.5 dans le cas non-Newtonien) : le régime de faible contraste de viscosité (régime 1), le régime intermédiaire (régime 2) et le régime du couvercle stagnant (régime 3).

Viscosité Newtonienne La figure 4.3 montre où se situent les trois régimes dans un graphique contraste de viscosité-nombre de Rayleigh. Il s'agit du nombre de Rayleigh basal, basé sur la viscosité à la base de la cellule.

Le graphique présenté par Solomatov montre qu'à faible contraste de viscosité (région labellée "isoviscous"), le système se comporte comme si la viscosité était constante. La température moyenne sans dimension est donc proche de 0.5 et les couches limites froides et chaudes sont presque symétriques. Dans le régime de transition (région "Sluggish lid"), la symétrie des couches limites est rompue et la température interne augmente. La couche froide supérieure pénètre le manteau sous forme de panaches larges et visqueux. En géométrie cartésienne à trois dimensions, les panaches descendants s'organisent alors en plans et les panaches ascendants en cylindres. Lorsque le contraste de viscosité dépasse 10^4 (région "stagnant lid"), une couche conductive froide et visqueuse (le couvercle) se développe à la surface. La température interne est alors très élevée (cf. figure 4.3) et la température dans le couvercle suit un profil diffusif. Sous le couvercle, la convection se produit de façon presque isovisqueuse.

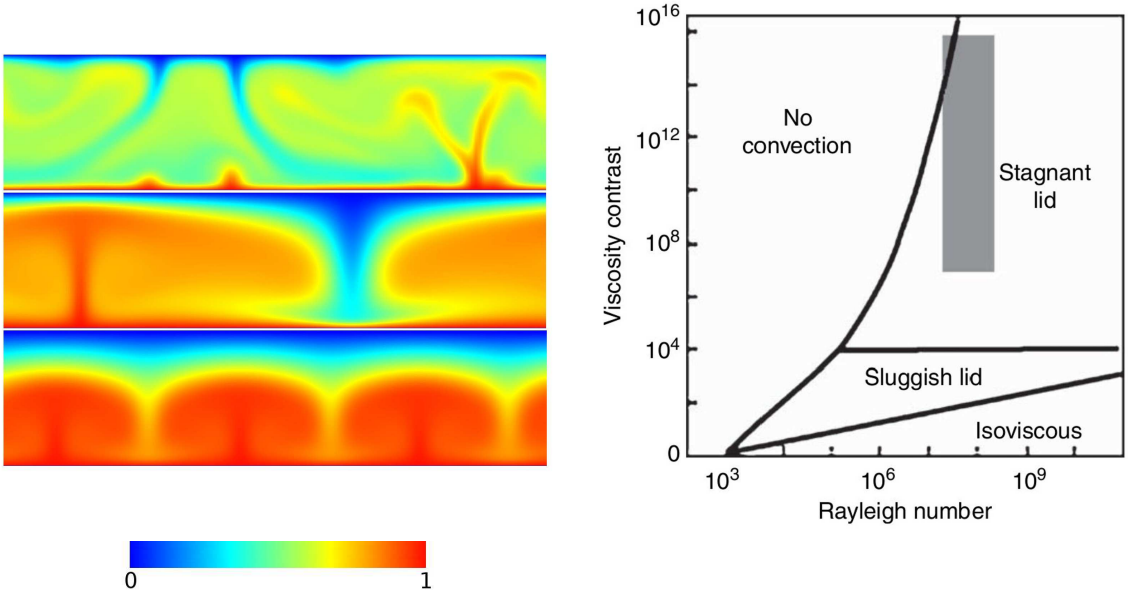

FIG. 4.3 – A gauche : influence du contraste de viscosité (CV) sur le champ de température. Le nombre de Rayleigh de fond est fixé à 10^6. De haut en bas : $CV = 10$, $CV = 10^3$, $CV = 10^5$. A droite : Régimes de convection identifiés par Solomatov (1995) à l'aide de lois d'échelles appliquées aux couches limites thermiques dans l'approximation de Frank-Kamenetskii. Figure issue de Davaille & Limare (2007).

Viscosité non-Newtonienne L'expression de la viscosité non-Newtonienne (équation 4.24 ou équation 4.28) ne permet pas une définition simple du nombre de Rayleigh puisque la viscosité dépend du champ des vitesses et que ce champ est initialement inconnu. Toutefois, Solomatov (1995) propose une analyse des couches limites de la même façon que dans le cas Newtonien mais en utilisant un nombre de Rayleigh basé sur la partie de la viscosité indépendante de la contrainte :

$$Ra_{nl,FK} = \frac{\alpha \rho g \Delta T h^3}{\kappa \left(\eta_{01,FK} \exp\left(-\frac{\theta}{n} T^*\right)\right)}. \tag{4.30}$$

Ce nombre de Rayleigh n'est donc pas basé sur la véritable viscosité (puisqu'elle dépend des vitesses), mais permet la classification des trois régimes de convection également observés dans le cas non-Newtonien (cf. figures 4.4 et 4.5). Un tel nombre de Rayleigh peut également être défini dans la cas d'une viscosité de type Arrhenius suivant le même formalisme :

$$Ra_{nl,A} = \frac{\alpha \rho g \Delta T h^3}{\kappa \left(\eta_{01} \exp\left(\frac{H_1}{nR(T_S + \Delta T\ T^*)}\right)\right)}. \tag{4.31}$$

Dans chaque cas, le choix de la température définit le nombre de Rayleigh considéré :

- $T^* = 1$, nombre de Rayleigh basal,
- $T^* = T_i^*$, nombre de Rayleigh interne (avec T_i^* la température interne sans dimension),
- $T^* = 0$, nombre de Rayleigh de surface.

Afin de proposer une carte des frontières entre les régimes de convection (figure 4.5), Solomatov (1995) utilise l'exponentielle du paramètre de Frank-Kamenetskii. En régime Newtonien, ce paramètre représente le contraste de viscosité (cf. figure 4.3, à droite, axe des ordonnées) mais dans le cas non-Newtonien, il n'a pas de signification directe. La légende de la figure 4.4 montre que le véritable contraste de viscosité obtenu dans une simulation non-Newtonienne à faible θ (régime "isovisqueux") est supérieur à 10^4. Ce contraste minimal est inhérent au terme non-linéaire de la viscosité et n'est pas dû à la température. Toutefois, lorsque la couche thermique supérieure est plus visqueuse que les zones non-cisaillées de la couche convective (par exemple, les portions en rotation visibles dans la figure 4.4 au centre des rouleaux), le contraste effectif de viscosité augmente avec θ.

Ceci explique que le contraste effectif de viscosité de la simulation du couvercle stagnant atteigne subitement 10^{10}.

Lois d'échelle Solomatov (1995) a proposé des lois d'échelle du nombre de Nusselt, des vitesses et des contraintes dans les régimes décrits précédemment. Nous décrivons brièvement le régime de faible contraste de viscosité et le régime intermédiaire dans les pages qui suivent. Le régime du couvercle stagnant est décrit plus en détail dans la section 4.3.

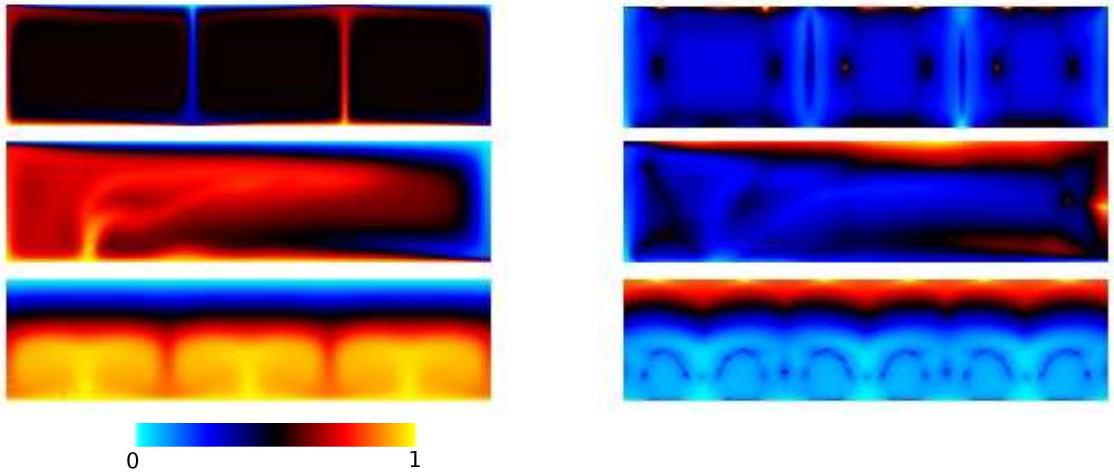

FIG. 4.4 – A gauche : influence du paramètre de Frank-Kamenestkii sur le champ des températures. Le nombre de Rayleigh de fond (cf. équation 4.30) est fixé à 10^4. De haut en bas : $\exp(\theta) = 10^2$, $\exp(\theta) = 10^6$ et $\exp(\theta) = 10^{10}$. La température sans dimension suit le code de couleur 1 : rouge, 0.5 : noir, 0 : bleu. A droite : logarithme du champ des viscosités dans les mêmes conditions (rouge : fluide, bleu : visqueux). Les contrastes effectifs de viscosités sont de l'ordre de $3.5\ 10^4$, 10^5 et 10^{10} (pour les régimes 1, 2 et 3 respectivement). On voit que la viscosité possède une structure plus complexe dans le cas non-Newtonien.

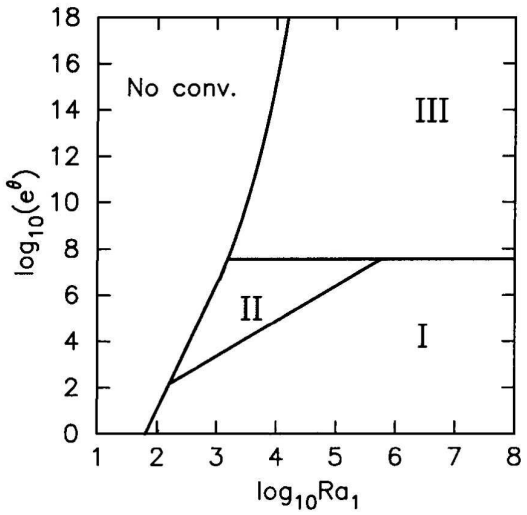

FIG. 4.5 – Zones de convection dérivées par Solomatov (1995) dans le cas d'une viscosité non-Newtonienne. La zone 1 représente le régime isovisqueux (foir figure 4.4, cas du haut), la zone 2 représente le régime intermédiaire (même figure, cas du milieu) et la zone 3 représente le régime du couvercle stagnant (même figure, cas du bas).

Dans les régimes 1 et 2, les lois d'échelles sont basée sur l'égalité entre l'énergie dissipée par frottement visqueux (dissipation visqueuse) et le travail mécanique dû à la convection thermique :

$$\int_V \tau_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}dV = \frac{\alpha g V}{C_p}F\left(1-\frac{1}{Nu}\right) \simeq \frac{\alpha g V}{C_p}F \tag{4.32}$$

avec τ_{ij} le tenseur des contraintes (Pa), $\dot{\epsilon}_i j$ le tenseur des vitesses de déformation (s^{-1}), V le volume total (m^3), α l'expansivité thermique (K^{-1}), g l'accélération gravitationnelle (m s^{-2}), C_p la capacité calorifique (J kg^{-1} K^{-1}) et F le flux de chaleur (W m^{-2}). Le terme $\left(1-\frac{1}{Nu}\right)$ permet de ne considérer que la partie advective du flux de chaleur (si le système ne convecte pas, le flux n'est pas pour autant nul mais il n'y a pas de travail mécanique).

Afin de dériver des lois d'échelles, il faut donc adapter l'équation 4.32 au cas particuliers de chaque régime.

Faible contraste de viscosité

Dans ce régime, les lois d'échelles sont identiques à celles calculées dans le cas d'une simulation dans laquelle la viscosité (Newtonienne ou non) ne dépend pas de la température. Le contraste de viscosité est considéré trop faible pour avoir une influence significative. La zone de convection occupe donc tout le domaine, l'équation 4.32 devient donc :

$$\eta_i\left(\frac{u_0}{d}\right)^2 V = \frac{\alpha g}{C_p}FV \tag{4.33}$$

avec u_0 la vitesse moyenne en haut de la simulation (m s^{-1}) et η_i la viscosité interne (Pa.s) (sous la forme de l'équation 4.28). Cette équation est également valable dans le cas non-Newtonien où la vitesse de déformation est considéré partout égal à u_0/d dans ce régime (ce qui permet de connaître la viscosité). Le système est encadré par les couches limites thermiques du haut d'épaisseur δ_0 et du bas, d'épaisseur δ_1, de tailles supposées identiques δ. En considérant que l'épaisseur moyenne d'une couche limite varie comme

$$\delta \simeq \sqrt{\kappa d/u}, \tag{4.34}$$

où u est la vitesse du fluide et d, l'épaisseur totale de la couche, et que le flux de chaleur s'exprime par

$$F \simeq k\frac{\Delta T}{\delta}, \tag{4.35}$$

l'équation 4.33 implique :

$$\delta \simeq dRa_i^{-n/(n+2)} \tag{4.36}$$

avec Ra_i le nombre de Rayleigh interne. Ceci permet de dériver la loi d'échelle :

$$Nu \simeq \frac{d}{\delta_0 + \delta_1} \propto Ra_i^{n/(n+2)} \tag{4.37}$$

Et finalement, les équations 4.34 et 4.36 nous donnent :

$$u_0 \propto \frac{\kappa}{d} Ra_i^{2n/(n+2)} \tag{4.38}$$

Ayant déterminé le champ des vitesses et la température interne (sans dimension) étant considérée égale à 0.5, nous obtenons donc une loi d'échelle pour les contraintes :

$$I_{2,\tau} = \eta_i I_{2,\dot{\epsilon}} \simeq \eta_i \frac{u_0}{d} = \frac{\kappa}{d^2} \eta_0 \exp\left(-\frac{\theta}{2n}\right) Ra_i^{\frac{2}{n+2}} \tag{4.39}$$

Régime intermédiaire

Comme son nom l'indique, ce régime fait l'interface entre le régime de faible contraste de viscosité et le régime du couvercle stagnant. Dans ce cas, l'équation 4.32 qui quantifie le bilan énergétique de la simulation est divisée en deux contributions considérées identiques. La première partie quantifie l'impact de la déformation dans la lithosphère. En effet, la couche thermique supérieure n'étant pas suffisamment visqueuse, la lithosphère est en mouvement et s'écrase sur elle même au dessus des panaches visqueux descendants (cf. Moresi & Solomatov (1995) et les figures 4.3 et 4.4). Solomatov (1995) estime la taille de cette région de forte déformation à δ_0^2 et la vitesse de déformation à $\dot{\epsilon} = u_0/\delta_0$. Nous obtenons donc :

$$\eta_0 \left(\frac{u_0}{\delta_0}\right)^2 d\delta_0^2 = \frac{1}{2}\frac{\alpha g}{C_p} FV \tag{4.40}$$

où η_0 est la viscosité dans la couche thermique supérieure. La deuxième partie de l'équation de bilan énergétique (équation 4.32) provient du travail effectué dans la zone convective, dans laquelle la déformation est considérée parfaitement distribuée ($\dot{\epsilon} = u_1/d$) :

$$\eta_i \left(\frac{u_1}{d}\right)^2 V = \frac{1}{2}\frac{\alpha g d}{C_p} FV \tag{4.41}$$

De la même façon que dans le premier régime (avec Ra_0 le nombre de Rayleigh de surface et $Ra_{i,S} = \frac{\alpha \rho g \Delta T d^3}{\kappa \eta_0 \exp(-\theta T_i)}$), Solomatov obtient :

– L'épaisseur moyenne de la lithosphère (couche diffusive) :

$$\delta_0 = d\ Ra_0^{-n/3} \tag{4.42}$$

– L'épaisseur moyenne de la couche convective du bas :

$$\delta_1 = d\ Ra_0^{-\frac{n^2}{6(n+1)}}\ Ra_i^{-\frac{n}{2(n+1)}} \tag{4.43}$$

ou, sous la forme donnée par Solomatov (1995) :

$$\delta_1 = d\ Ra_0^{-\frac{n^2+3n-3}{6(n+1)}}\ Ra_{i,S}^{-\frac{1}{2(n+1)}} \tag{4.44}$$

– La vitesse moyenne de la couche thermique superieure :

$$u_0 = \frac{\kappa}{d} Ra_0^{\frac{2n}{3}} \tag{4.45}$$

– La vitesse moyenne de la couche thermique inferieure :

$$u_1 = \frac{\kappa}{d}\ Ra_0^{\frac{n^2}{3(n+1)}}\ Ra_i^{\frac{n}{n+1}} \tag{4.46}$$

ou :

$$u_1 = \frac{\kappa}{d}\ Ra_0^{\frac{n^2+3n-3}{3(n+1)}}\ Ra_{i,S}^{\frac{1}{n+1}} \tag{4.47}$$

Ces résultats permettent donc de dériver deux lois d'échelle pour les contraintes :

– Dans la lithosphère (partie sous forte contrainte) :

$$I_{2,\tau}^{lith} = \eta^{lith} I_{2,\dot{\epsilon}}^{lith} = \eta_0 \frac{\kappa}{d^2} Ra_0 \tag{4.48}$$

– Dans la zone interne :

$$I_{2,\tau}^{int} = \eta_i I_{2,\dot{\epsilon}}^{int} = \eta_0 \frac{\kappa}{d^2} Ra_0^{\frac{4n+3}{3(n+1)}} Ra_i^{-\frac{n}{n+1}} \tag{4.49}$$

Les régimes isovisqueux et de transition décrivent mal le comportement des planètes. Le premier semble paradoxalement le plus proche de ce qu'on observe sur Terre parce qu'il prévoit des vitesses de surface en adéquation avec les vitesses

observées (cf. section 1.2). Toutefois, il n'explique pas la localisation de la déformation aux frontières des plaques et le fort contraste de viscosité entre la couche thermique froide et la partie centrale de la simulation. Le régime de transition ne semble décrire aucune planète connue. Pour finir, ces deux régimes utilisent des énergies d'activation (dans la viscosité) bien trop inférieures à celles que prédisent les expériences rhéologiques de laboratoire. Nous nous tournons donc naturellement vers le troisième régime.

4.3 Régime du couvercle stagnant

4.3.1 Description

Le régime du couvercle stagnant est très étudié parce qu'il semble caractéristique des planètes telluriques (Mercure, Mars, peut-être Vénus, de façon épisodique) et la Lune (en tout cas dans les phases précoces). De façon générale, c'est le régime dans lequel se situe tout fluide en convection dont la viscosité dépend si fortement de la température qu'une couche se fige à sa surface.

La figure 4.6 montre la configuration que prend le système dans ce régime. On y distingue deux parties :

- Le couvercle.

  Dans cette partie, la viscosité est si forte que le matériel froid est immobile : le profil de température est linéaire en absence de chauffage interne et parabolique en présence de sources radioactives. L'essentiel des variations de température est localisée dans cette zone.
- La zone convective.

  Sous la lithosphère, les variations de température (et donc de viscosité) sont faibles, la convection est similaire au cas isovisqueux (régime 1). La température s'homogénéise autour d'une valeur élevée (la température sans dimension est généralement proche de 0.9) et le transfert de chaleur s'effectue principalement par advection.

Le couvercle stagnant est d'épaisseur δ_0. A l'interface entre ce couvercle et la zone diffusive se trouve une fine frontière d'épaisseur δ_{rh}, dite "couche rhéologique". Les panaches sur les bords de la simulation sont d'épaisseur δ_p. La convection interne étant considérée isovisqueuse et chauffée par le bas, les panaches ascendants et descendants sont d'épaisseur égale. De même, les couches thermiques encadrant les haut et bas de la région interne sont considérées d'épaisseur égale (δ_{rh}, voir figure 4.6). La couche diffusive fait parfois un angle λ marqué avec l'hoizontale, engendrant un champ de contraintes significatif à prendre en compte dans l'élaboration des lois d'échelle.

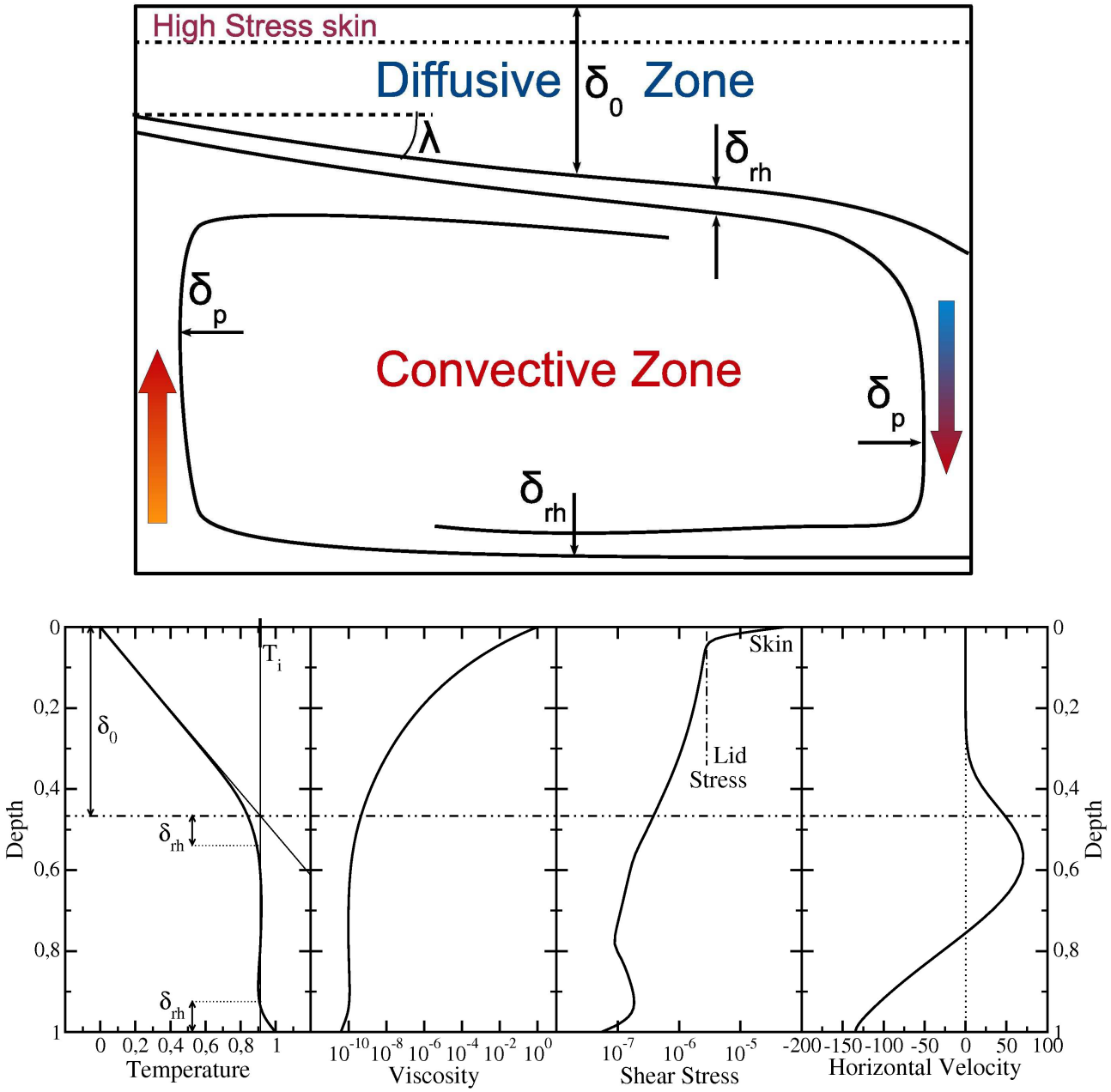

FIG. 4.6 – Description schématique (figure du haut) et profils (figure du bas) des grandeurs significatives dans une simulation avec couvercle stagnant. Les figures du bas montrent les profils obtenus pour une simulation de type Arrhenius de température de surface $T_S = 600$ K, de saut de température $\Delta T = 1000$ K, d'énergie d'activation $E = 191222$ J mol^{-1} et de nombre de Rayleigh basal $RA_b = 1.2698\ 10^6$.

4.3.2 Echelle de température

L'essentiel du saut de température s'effectue dans le couvercle stagnant, la convection est donc générée par un saut de température plus faible. Il est possible d'utiliser le paramètre de Frank-Kamenestkii pour estimer le saut de température entre la base et la zone interne :

$$\Delta T_{rh} = \left| \frac{\partial ln\left(\eta\right)}{\partial T} \right|_{T_i}^{-1} = \frac{\Delta T}{\theta} \tag{4.50}$$

où ΔT_{rh} représente la variation de température dite "rhéologique".

Cette définition dimensionnelle donne alors directement une loi d'échelle pour la température interne (sans dimension) :

$$T_i^* = 1 - \frac{\Delta T_{rh}}{\Delta T} = 1 - \frac{1}{\theta} \tag{4.51}$$

Dans le cas d'une viscosité de type Frank-Kamenetskii, la définition du paramètre θ est directe, mais dans le cas Arrhenius, ce paramètre dépend lui même de la température interne (cf. équation 4.27), ce qui rend le calcul moins direct. Toutefois, le calcul de la température interne étant équivalent au calcul de la variation thermique de la couche basale, il est également possible de définir la température interne via l'utilisation d'un paramètre θ_b :

$$\theta_b = \left. \frac{\partial ln\left(\eta\right)}{\partial T} \right|_{T_b} \Delta T = \frac{E\Delta T}{RT_b^2} \simeq \frac{E\Delta T}{RT_i^2} \tag{4.52}$$

Avec T_b la température imposée à la base du fluide. Nous pouvons donc redéfinir la température interne sans dimension à l'aide du paramètre θ_b en utilisant l'équation 4.51.

4.3.3 Nombre de Nusselt

Les lois d'échelles du nombre de Nusselt ont été initialement proposées par Morris & Canright (1984) et Fowler (1985). De même que dans les régimes précédemment exposés, le nombre de Rayleigh interne y joue un rôle déterminant puisqu'il régit l'intensité de la convection dans la zone chaude. Mais dans le cas du régime du couvercle stagnant, Fowler (1985) montre que les épaisseurs de la zone diffusive et de la couche rhéologique (labellée δ_{rh} dans la figure 4.6) dépendent également du contraste de viscosité et donc du paramètre de Frank-Kamenetskii. Fowler (1985) met également en évidence que l'angle λ que fait le fond de la couche diffusive avec l'horizontale (cf. figure 4.6) joue un rôle dans les lois d'échelle. Deux approximations voient alors le jour, l'une considérant un angle λ faible et l'autre un angle λ fort.

Reese et al. (1998) offrent un résumé de ces lois d'échelle du nombre de Nusselt et des contraintes déviatoriques internes à la zone convective basé sur les arguments de Fowler (1985) et généralisé au cas non-Newtonien que nous présenterons brièvement dans les paragraphes suivants. Par ailleurs, Solomatov (2004) propose un modèle alternatif simple qui permet de retrouver des lois d'échelle similaires sans détailler la résolution de l'équation de Navier-Stockes dans chaque zone du domaine. Cette approche ne tient pas compte de l'angle que fait le bas de la couche diffusive avec l'horizontale mais montre de bons résultats pour le calcul des contraintes internes au couvercle stagnant.

Approche de Solomatov

Pour Solomatov (1995); Solomatov & Moresi (2000); Solomatov (2004), le nombre de Nusselt s'exprime simplement en considérant que l'intérieur de la zone convective se comporte comme dans le cas isovisqueux. Le calcul de l'épaisseur de la couche limite froide dans le cas isovisqueux (équation 4.36), nous donne $\delta \simeq LRa^{-n/(n+2)}$, où Ra est construit avec le saut de température (ΔT_{rh}) dans la couche convective et L est l'épaisseur de la couche. En utilisant la définition du saut de température dans la couche rhéologique $\Delta T_{rh} = \Delta T/\theta$, Solomatov (2004) obtient :

$$\delta_{rh} = (d - \delta_0)\left(Ra_i \frac{\Delta T_{rh}}{\Delta T}\right)^{-\frac{n}{n+2}} \simeq d\left(\frac{Ra_i}{\theta}\right)^{-\frac{n}{n+2}}, \tag{4.53}$$

où nous considérons δ_0 négligeable devant d. Finalement, Solomatov utilise la continuité du gradient thermique à la base de la couche diffusive :

$$\frac{\Delta T}{\delta_0} \simeq \frac{\Delta T_{rh}}{\delta_{rh}} \qquad \Rightarrow \qquad \delta_0 \propto \delta_{rh}\frac{\Delta T}{\Delta T_{rh}} \simeq \delta_{rh}\theta. \tag{4.54}$$

En combinant les équations 4.53 et 4.54, Solomatov (1995) obtient alors :

$$Nu \simeq \frac{d}{\delta_0} \simeq \theta^{-\frac{2n+2}{n+2}} Ra_i^{\frac{n}{n+2}}. \tag{4.55}$$

Cette estimation du nombre de Nusselt ne permet pas de rendre compte de la différence entre simulations Newtoniennes stationnaires et instationnaires où l'angle que fait la couche rhéologique avec l'horizontale varie.

Approche de Fowler et Reese

Fowler (1985) et Reese et al. (1998) écrivent l'égalité des puissances motrices et des puissances dissipées dans deux domaines :

– dans le coeur de la cellule

$$\alpha\rho g\Delta T_p\delta_p \simeq \eta_i\frac{v_i}{d}, \tag{4.56}$$

– et dans la sous-couche rhéologique

$$\alpha\rho g\Delta T_{rh}\delta_{rh}\lambda \simeq \eta_{rh}\frac{v_{rh}}{\delta_{rh}}. \tag{4.57}$$

Dans cette derniere équation, λ représente l'angle que fait la couche rhéologique avec l'horizontale.

Dans les équations 4.56 et 4.57, les viscosités sont calculables en fonction des températures et des invariants de déformations qui sont respectivement v_i/d et v_{rh}/δ_{rh}. En utilisant la définition rhéologique 4.28, on obtient donc

$$\eta_i = \eta_{01,FK}\exp\left(-\frac{\theta T_i}{n}\right)\left(\frac{d}{\delta_p}\right)^{2\frac{(1-n)}{n}} \tag{4.58}$$

$$\eta_{rh} = \eta_{01,FK}\exp\left(-\frac{\theta T_i}{n}\right)\left(\frac{d}{\delta_{rh}}\right)^{3\frac{(1-n)}{n}} \tag{4.59}$$

Reese et al. (1998) montrent que la continuité du gradient thermique à la base de la couche diffusive et l'égalité des gradients autour des coins de la zone convective (Fowler (1985)) implique :

$$\frac{\Delta T}{\delta_0} \simeq \frac{\Delta T_p}{\delta_p} \simeq \frac{\Delta T_{rh}}{\delta_{rh}} \simeq \frac{\Delta T}{\theta\delta_{rh}}. \tag{4.60}$$

L'ensemble des relations de 4.56 à 4.60 permet ainsi de déduire les lois d'échelle des épaisseurs de couches limites :

$$\frac{\delta_{rh}}{d} \simeq \left(\frac{\theta}{\lambda Ra_i}\right)^{n/(n+3)} \tag{4.61}$$

$$\frac{\delta_0}{d} \simeq \frac{\theta^{(2n+3)/(n+3)}}{(\lambda Ra_i)^{n/(n+3)}} \tag{4.62}$$

$$\frac{\delta_p}{d} \simeq \frac{1}{\lambda^{n/(n+3)}}\left(\frac{\theta}{Ra_i}\right)^{(2n+3)/(n+3)} \tag{4.63}$$

Ces lois rhéologiques dépendent de l'angle de la frontiere inférieure de la lithosphere, pour laquelle Fowler (1985) et Reese et al. (1998) font deux hypothèses :

Grande pente Dans cette situation, Fowler (1985) suppose que l'angle λ que fait la base de la couche diffusive avec l'horizontale est donnée par :

$$\lambda = \frac{\delta_0}{d}. \tag{4.64}$$

Cette équation permet alors de réécrire le système précédent (4.61, 4.62 et 4.63) :

$$\frac{\delta_{rh}}{d} \simeq \frac{1}{Ra_i^{n/(2n+3)}} \tag{4.65}$$

$$\frac{\delta_0}{d} \simeq \frac{\theta}{Ra_i^{n/(2n+3)}} \tag{4.66}$$

$$\frac{\delta_p}{d} \simeq \frac{\theta^{n/(2n+2)}}{Ra_i^{3n/(4n+6)}} \tag{4.67}$$

Ce système offre donc également une loi d'échelle pour l'angle λ :

$$\lambda \simeq \frac{\theta}{Ra_i^{n/(2n+3)}} \tag{4.68}$$

Le nombre de Nusselt dans cette approximation est finalement donné par la loi :

$$Nu \simeq \frac{d}{\delta_0 + \delta_{rh}} \simeq \frac{d}{\delta_0} \simeq Ra_i^{n/(2n+3)}\theta^{-1} \tag{4.69}$$

Faible pente Dans cette approximation, l'angle λ est supposé beaucoup plus faible :

$$\lambda = \frac{\delta_{rh}}{d} \tag{4.70}$$

Nous pouvons alors de nouveau réécrire le système des lois d'échelle des couches limites (4.61, 4.62 et 4.63) :

$$\frac{\delta_{rh}}{d} \simeq \left(\frac{\theta}{Ra_i}\right)^{n/(2n+3)} \tag{4.71}$$

$$\frac{\delta_0}{d} \simeq \frac{\theta^{(3n+3)/(2n+3)}}{Ra_i^{n/(2n+3)}} \tag{4.72}$$

$$\frac{\delta_p}{d} \simeq \left(\frac{\theta}{Ra_i}\right)^{3n/(4n+6)} \tag{4.73}$$

Le nombre de Nusselt est donc maintenant prédit sous la forme :

$$Nu \simeq \frac{Ra_i^{n/(2n+3)}}{\theta^{(3n+3)/(2n+3)}} \tag{4.74}$$

Equation	α	β	γ	mode de chauffage	géométrie	n	methode	référence
4.55		1.333	0.333	chauf. bas		1	théorie	1
4.69		1.0	0.2	chauf. bas		1	théorie	2,3
4.74		1.2	0.2	chauf. bas		1	théorie	2,3
	1.89	1.02	0.2	chauf. bas	1 x 1	1	num.	4
	1.99	1.0	0.2	chauf. bas	1 x 1	1	num.	5
	2.51	1.2	0.2	interne	sphérique	1	num.	6
	0.53	1.333	0.333	interne	4 x 1	1	num.	7
	3.8	1.63	0.258	chauf. bas	1 x 1	1	num.	8
4.55		1.5	0.5	chauf. bas		2	théorie	1
4.69		1	0.28	chauf. bas		2	théorie	3
4.74		1.2	0.2	chauf. bas		2	théorie	3
	0.76	1.5	0.5	interne	4 x 1	2	num.	9
4.55		1.6	0.6	chauf. bas	1 x 1	3	théorie	1
4.69		1.	0.333	chauf. bas	1 x 1	3	théorie	3
4.74		1.333	0.333	chauf. bas	1 x 1	3	théorie	3
	2.8	0.96	0.29	chauf. bas	1 x 1	3	num.	3

TAB. 4.3 – Lois d'échelles du nombre de Nusselt, Solutions stationnaires : $Nu = \alpha\theta^{-\beta}RA_i^{\gamma}$. Références : (1) Solomatov (1995), (2) Fowler (1985), (3) Reese et al. (1998), (4) Moresi & Solomatov (1995), (5) Dumoulin et al. (1999), (6) Reese et al. (1999), (7) Solomatov & Moresi (2000), (8) Deschamps & Sotin (2000), (9) Solomatov & Moresi (2000).

Comparaisons numériques

Les trois expressions du nombre de Nusselt proposées sont :

- $Nu \propto \theta^{-\frac{2n+2}{n+2}} Ra_i^{\frac{n}{n+2}}$ dans le modèle de Solomatov,
- $Nu \propto \theta^{-1} Ra_i^{n/(2n+3)}$ dans le modèle de Fowler et Reese, dans l'approximation de la grande pente,
- $Nu \propto \theta^{-(3n+3)/(2n+3)} Ra_i^{n/(2n+3)}$ dans le modèle de Fowler et Reese, dans l'approximation de la faible pente.

Plusieurs auteurs les ont testées numériquement. Les tables 4.3 et 4.4 résument les résultats pour les cas stationnaires puis instationnaires.

Dans le cas stationnaire, seule les études de Moresi & Solomatov (1995) et Reese et al. (1998) déduisent les paramètres α, β et γ en effectuant une inversion de ceux ci. Les autres études ont choisi les exposants suivant une théorie et n'ont inversé que le préfacteur. Il semble que la théorie de Fowler (1985) et Reese et al. (1998) prédisent les bons exposants dans le cas linéaire. Dans le cas non-linéaire c'est encore la théorie de Fowler (1985) et Reese et al. (1998) qui permet les meilleures prédictions. Dans le cas $n = 3$, le modèle à grande pente semble bien fonctionner. Cependent visuellement, la lithosphère ne semble pas avoir une frontière inférieure très inclinée et l'accord entre les nombres de Nusselt prédits et observés semble fortuit.

Equation	α	β	γ	mode de chauffage	géométrie	n	methode	référence
4.55		1.333	0.333	chauf. bas		1	théorie	1
4.69		1.0	0.2	chauf. bas		1	théorie	2,3
4.74		1.2	0.2	chauf. bas		1	théorie	2,3
	0.54	1.333	0.333	chauf. bas	4 x 1	1	num.	4
	0.52	1.333	0.333	chauf. bas	4 x 1	1	num.	5
	0.53	1.333	0.333	interne	4 x 1	1	num.	6
	0.92	1.294	0.294	interne	2 x 1	1	num.	7
	0.57	1.333	0.333	interne	2 x 1	1	num.	7
			0.287	chauf. bas	4 x 1	1	num.	8
			0.26	chauf. bas	4 x 4 x 1	1	num.	8
	0.47	1.333	0.333	froid. haut	0.3 x 0.3 x 0.2 m	1	expé	9
4.55		1.5	0.5	chauf. bas		2	théorie	1
4.69		1	0.28	chauf. bas		2	théorie	2,3
4.74		1.2	0.2	chauf. bas		2	théorie	2,3
	0.76	1.5	0.5	interne	4 x 1	2	num.	6
4.55		1.6	0.6	chauf. bas		3	théorie	1
4.69		1.0	0.333	chauf. bas		3	théorie	2,3
4.74		1.333	0.333	chauf. bas		3	théorie	2,3
	0.87	1.6	0.6	chauf. bas	4 x 1	3	num.	5
	0.97	1.6	0.6	interne	4 x 1	3	num.	6

TAB. 4.4 – Lois d'échelles du nombre de Nusselt, Solutions dépendantes du temps : $Nu = \alpha\theta^{-\beta}RA_i^{\gamma}$. Références : (1) Solomatov (1995), (2) Fowler (1985), (3) Reese et al. (1998), (4) Doin et al. (1997), (5) Dumoulin et al. (1999), (6) Solomatov & Moresi (2000), (7) Grasset & Parmentier (1998), (8) Trompert & Hansen (1998), (9) Davaille & Jaupart (1993).

La table 4.4 montre les lois d'échelle du nombre de Nusselt dans le cas instationnaire. Tous les résulats numériques sont en bonne concordance avec la théorie de Solomatov (1995) mais aucun auteur n'a publié de régression dans laquelle les paramètres α, β et γ seraient laissés libres. Toutefois, dans le cas instationnaire, la théorie de Fowler (1985) et Reese et al. (1998) n'est pas supposée être appropriée puisqu'elle suppose les champs stationnaires, ce qui n'est pas le cas de la théorie de Solomatov.

4.3.4 Contraintes

La figure 4.6 montre un profil de contraintes typique du régime du couvercle stagnant. On distingue globalement trois échelles de contraintes plus ou moins bien séparées selon le contraste de viscosité et l'épaisseur de la couche diffusive :

- les contraintes internes τ_i, dans la partie convective,
- la contrainte lithosphérique extrapolée en surface, τ_l dans la couche diffusive (labellée "lid stress", cf. figure 4.6, schéma du bas),
- la contrainte maximale τ_s dans la partie superficielle (couche dite "Skin", d'épaisseur δ_s).

Les contraintes internes sont générées par les panaches montants (en cas de chauffage par le bas) et descendants. Les contraintes dans la couche thermique superieure sont dues à la topographie de la couche rhéologique et également aux panaches. La contrainte maximale est due aux contraintes normales qui se localisent le long de la limite supérieure. Ce pic de contrainte n'existe que dans le cas de simulations aux conditions limites libres en surface.

Contraintes internes Le point de départ du travail de Fowler (1985) est de poser la vitesse de déformation interne est égal à v_p/d, où v_p est la vitesse des panaches et d la largeur du domaine. En utilisant que l'épaisseur moyenne des panaches est donnée par $\delta_p \simeq \sqrt{\frac{\kappa d}{v_p}}$, Fowler obtient les contraintes internes sans dimension :

$$\tau_i^* \simeq \frac{\left(\eta_i \frac{v_p}{d}\right)}{\eta_i \frac{\kappa}{d^2}} \simeq \left(\frac{d}{\delta_p}\right)^2 . \tag{4.75}$$

Les contraintes internes sans dimension prédites par Fowler (1985) et Reese et al. (1998) sont donc données dans le cas à grande pente (d'après l'équation 4.67)

$$\tau_i^* \propto \theta^{-\frac{n}{n+1}} Ra_i^{\frac{3n}{2n+3}}, \tag{4.76}$$

et dans le cas d'une petite pente (d'après l'équation 4.73) par

$$\tau_i^* \propto \theta^{-\frac{3n}{2n+3}} Ra_i^{\frac{3n}{2n+3}}, \tag{4.77}$$

Solomatov & Moresi (2000); Solomatov (2004) proposent une autre échelle de contraintes internes et la valident numériquement dans les cas Newtoniens et non-Newtoniens. En comparant les contributions des panaches et de la couche rhéologique, ils montrent que les contraintes internes sont mieux déterminées par le comportement de la couche rhéologique que par l'équilibre mécanique interne utilisé par Fowler (1985) et Reese et al. (1998) :

$$\tau_i \simeq a_i \alpha \rho g \Delta T_{rh} \delta_{rh}. \tag{4.78}$$

où $a_i \simeq 0.026$ est valable dans les cas Newtoniens et non-Newtoniens, stationnaires et instationnaires. Afin de dériver les lois d'échelle, Solomatov & Moresi (2000) et Solomatov (2004) utilisent, comme dans leur calcul du nombre de Nusselt (cf. équation 4.53), $\delta_{rh} \simeq d\left(\frac{Ra_i}{\theta}\right)^{-\frac{n}{n+2}}$. Les contraintes internes sans dimension prédites par Solomatov & Moresi (2000); Solomatov (2004) sont alors exprimées par :

$$\tau_i \simeq \theta^{-2/(n+2)} Ra_i^{2/(n+2)} \tag{4.79}$$

Contrainte extrapolée en surface Solomatov & Moresi (2000) et Solomatov (2004) montrent numériquement que les contraintes dans la couche suivent la même loi d'échelle que les contraintes internes, au préfacteur près. A la place du préfacteur a_i de l'équation 4.78, ils utilisent des préfacteurs, $a_l = 0.4$, 0.13 et 0.12, pour $n = 1$, 2 et 3.

Fowler (1985) décrit l'état des contraintes en haut du couvercle stagnant mais seulement dans le cas linéaire. Dans son approche, il résoud explicitement le champ des températures dans le couvercle et en déduit l'expression des contraintes maximales dans la couche supérieure. Il obtient :

$$\tau_l^* \sim \theta^2 Ra_i^{0.6}. \tag{4.80}$$

Ces deux prédictions sont extrêmement différentes (en particulier pour la dependence en θ à Ra_i fixe) mais les simulations numériques entreprises par Solomatov (2004) semblent lui donner raison.

Contraintes maximales

Pour conclure son étude, Fowler (1985) montre que les contraintes maximales τ_s dans la couche supérieure sont dues à la conversion des contraintes cisaillantes en contraintes normales. Cette conversion s'effectuant dans une couche très fine d'épaisseur δ_s, les contraintes maximales peuvent être très importantes (de plus d'un ordre de grandeur que les contraintes dans le couvercle). Il propose une expression voisine de la précédente :

$$\tau_s^* \propto \theta^2 Ra_i^{0.8}, \tag{4.81}$$

dans le cas de la grande pente et :

$$\tau_s^* \propto \theta^{1.8} Ra_i^{0.8}, \tag{4.82}$$

dans le cas de la faible pente, au terme d'une démonstration peu claire.

Pour Solomatov (2004), ce pic de contraintes de surface est également dû à la conversion des contraintes cisaillantes τ_{xz} en contraintes normales τ_{xx}. L'équilibre horizontal des contraintes impose la relation :

$$\frac{\tau_s}{l_h} \simeq \frac{\tau_l}{\delta_s}, \tag{4.83}$$

où τ_s est le second invariant du tenseur des contraintes dans la zone supérieure, δ_s la largeur de la couche supérieure de hautes contraintes normales et l_h l'échelle de largeur des cellules de convection.

Solomatov (2004) suppose que le saut de température ΔT_s de la couche de contrainte maximale dépend de la variation de viscosité à la surface :

$$\frac{1}{\Delta T_s} = \left| \frac{d \ln \eta}{dT} \right|_{z=0}. \tag{4.84}$$

Lorsque la viscosité est donnée dans tout le fluide par une loi de Frank-Kamenestkii, cette dernière quantité est simplement le paramètre θ de la loi de Frank-Kamenestkii. Cependant, si la viscosité est donnée par une loi d'Arrhenius, cette expression définit une paramètre de Frank-Kamenestkii de surface :

$$\left| \frac{d \ln \eta}{dT} \right|_{z=0} = \theta_s, \tag{4.85}$$

qui peut être bien supérieur au paramètre de Frank-Kamenestkii que nous avons défini sous le couvercle stagnant, dans la

zone convetive où $z \simeq 1$. Par ailleurs, la continuité du flux de chaleur impose :

$$\frac{\Delta T_s}{\delta_s} \simeq \frac{\Delta T}{\delta_0}. \tag{4.86}$$

De ces deux équations, il en déduit :

$$\delta_s \simeq \frac{\delta_0}{\theta_s} \tag{4.87}$$

Solomatov (2004) illustre cette hypothèse par une comparaison entre une simulation de type Arrhenius et une simulation de type Frank-Kamenetskii de même paramètre θ. Les parties convectives des deux simulations sont strictement identiques mais Solomatov (2004) montre que l'épaisseur de la couche supérieure varie effectivement proportionnellement a $1/\theta_s$ (qui est le seul paramètre qui varie entre les deux simulations).

En utilisant les équations 4.83 et 4.87, Solomatov (2004) obtient la loi d'échelle pour la contrainte maximale :

$$\tau_s = \frac{l_h \tau_l \theta_s}{\delta_0} \tag{4.88}$$

La taille des cellules est parfois contrainte par la taille de la boîte de calcul (rapport d'aspect fois d). Dans les cas plus complexes, Reese & Solomatov (2002) et Solomatov (2004) proposent alors une loi d'échelle pour la taille des cellules de convection :

$$l_h \simeq a_h d \left(\frac{\theta}{Ra_i}\right)^{\beta_0} \tag{4.89}$$

avec $a_h = 6.3$, 2,6 et 1.8 pour $n = 1$, 2 et 3, tandis que β_0 reste proche de 0.27.

Grâce a cette loi d'échelle sur la taille des cellules (équation 4.89) et l'expression de τ_l (c'est-à-dire τ_i avec un préfacteur plus élevé, équation 4.78), les contraintes maximales du modèle de Solomatov (2004) sont données par :

$$\tau_s \propto \frac{d}{\delta_0} \left(\frac{\theta}{Ra_i}\right)^{\beta_0} \theta_s \tau_l \quad \Leftrightarrow \quad \tau_s^* \propto \theta_s \theta^{\beta_0 - 2} Ra_i^{1-\beta_0}. \tag{4.90}$$

Ce résultat est le premier à montrer que la contrainte maximale dépend du paramètre θ_s. La table 4.5 résume les lois précédentes (dans la cas Newtonien seulement). Les deux modèles (Fowler (1985); Reese et al. (1998) et Solomatov (2004)) sont assez en accord avec les simulations numériques pour la contrainte interne (avec un petit avantage pour la formulation de Solomatov). Pour la contrainte maximale en surface, la loi d'échelle proposée par Solomatov (2004) est très éloignée des résultats numériques de Moresi & Solomatov (1995). La dépendance observée en θ n'a même pas le signe prédit par Solomatov. Un meilleur accord est obtenu avec l'expression de Fowler (1985).

contraintes	Fowler (1985)	Solomatov (2004)	Numériquement (Moresi & Solomatov (1995))
τ_i^*	$\theta^{-0.5} Ra_i^{0.6}$	$\theta^{-2/3} Ra_i^{2/3}$	$\theta^{-0.64} Ra_i^{0.69}$
τ_l^*	$\theta^2 Ra_i^{0.6}$	$\theta^{-2/3} Ra_i^{2/3}$	X
τ_s^*	$\theta^2 Ra_i^{0.8}$	$\theta_s \theta^{\beta_0 - 2} Ra_i^{1-\beta_0}$ $= \theta^{-1} Ra_i^1$	$\theta^{0.98} Ra_i^{1.00}$

TAB. 4.5 – Résumé des contraintes sans dimension dans les modèles de Fowler (1985) et Solomatov (2004) dans le cas Newtonien. Pour les contraintes internes et maximales, ces modèles sont confrontés aux résultats numériques de Moresi & Solomatov (1995) (en posant $\beta_0 = 0$ puisque la taille des cellules ne varie pas dans ces simulations).

A ce jour, les études numériques ont uniquement utilisé l'approximation de Frank-Kamenestkii, c'est-à-dire qu'elles ont identifié θ et θ_s. Personne n'a proposé de régression explicite de la dépendance en θ_s de la contrainte maximale. Nous avons effectué cette étude, nos résultats sont résumés dans le chapitre 5.

Chapitre 5

Généralisation des lois d'échelles

La section 5.1 présente une étude numérique des lois d'échelle du nombre de Nusselt et de la contrainte maximale dans le régime du couvercle stagnant. A l'aide d'un grand nombre de simulations Newtoniennes et non-Newtoniennes, stationnaires et instationnaires, nous montrons que l'approximation de Frank-Kamenestkii introduit une erreur dans le calcul des flux de chaleur et des températures internes des planètes. Nous proposons finalement un modèle alternatif qui permet de mieux rendre compte de nos résultats numériques.

La section 5.2 présente les résultats de simulations numériques de convection avec une rhéologie très non-linéaire, utilisant une version statique du modèle d'évolution de la taille des grains présenté au chapitre 3. Cette étude montre que la considération de la taille des grains dans la couche thermique supérieure (assimilée à la lithosphère) suffit à modifier le régime de convection des planètes sans incorporer de plasticité, comme c'est le cas habituellement. Ces résultats montrent que la taille des grains est un paramètre indispensable à la compréhension des régimes de convection de Vénus et de la Terre.

5.1 Arrhenius vs Frank-Kamenetskii

L'objet de cette étude a été de vérifier la validité de l'approximation de Frank-Kamenestkii dans le régime du couvercle stagnant en testant les lois d'échelle exposées précédemment. Nous avons donc entrepris l'étude systématique de viscosités de type Frank-Kamenestkii Newtoniennes et non-Newtoniennes ainsi que des viscosités de type Arrhenius Newtoniennes et non-Newtoniennes. Les résultats bruts sur lesquels sont basées les lois d'échelles du nombre de Nusselt et de la contrainte maximale sont donnés en annexe (cf. section 5.2.5).

Le programme utilisé nous a été aimablement fourni par Joerg Schmalzl Trompert & Hansen (1998). Il s'agit d'un code de convection 2D en volumes finis, utilisant un multi-grille pour faire converger les solutions de l'équation de Navier-Stokes en géométrie cartésienne. Le maillage utilisé est régulier selon l'axe horizontal et suit la géométrie des racines du polynome de Chebytchev selon l'axe vertical. Ceci permet d'obtenir une meilleure résolution dans les couches limites thermiques (cf. figure 5.2). Les conditions aux limites utilisées sont de type free-slip pour le champ des vitesses, isothermes en haut et en bas pour le champ des températures et un flux thermique nul est imposé sur les bords latéraux. Nous avons utilisé l'approximation de Boussinesq, avec chauffage par le bas. Plus de détails sur la résolution numérique des équations gouvernant la physique de la convection sont disponibles dans Schubert et al. (2001); Zhong et al. (2007).

La configuration du champ de températures résolu avec ce programme est en très bon accord avec les benchmarks publiés par Blankenbach et al. (1989), comme l'atteste la table 5.1. Les données décrites dans cette section (nombre de Nusselt, contraintes sans dimension) sont en parfaite adéquation avec celles publiées par Moresi & Solomatov (1995); Solomatov & Moresi (1997). La plupart des simulations ont été entreprises sur un maillage de 64 points par 64 points lorsque le rapport d'aspect est égal à un et 64 point (selon l'axe verticale) par 128 point (selon l'axe horizontal) lorsque le rapport d'aspect est superieur à un ou que la convergence des solutions de l'équation de Navier-Stokes l'exigait.

5.1.1 Comparaison simple Arrhenius/Frank-Kamenestkii

L'approximation de Frank-Kamenestkii est largement utilisée en géodynamique. Cette section présente une brève comparaison avec les résultats obtenus avec une rhéologie de type Arrhenius, dans le régime du couvercle stagnant à l'aide de trois simulations Newtoniennes.

La première simulation utilise l'approximation de Frank-Kamenestkii (cf. figure 5.1 courbes bleues). Le nombre de Rayleigh basal est fixé à 10^7 et le contraste de viscosité à 10^6, le paramètre θ de Frank-Kamenestkii est donc égal à $\theta = \ln\left(10^6\right) = 13.816$. Nous obtenons une température interne $T_i^* = 0.925$ (cf. figure 5.1, graphique de gauche).

Les deuxième et troisième simulations utilisent des viscosités de type Arrhenius (cf. figure 5.1 courbes noires et

size	Nu	v_{rms}	q_1	q_2	q_3	q_4
case 2a						
32x32	10.093	478.3	18.14	0.8735	30.800	0.131
64x64	10.0975	481.615	17.693	0.9891	27.615	0.3235
64x128	10.0845	479.127	17.657	0.9992	27.610	0.4560
128x128	10.0766	480.881	17.573	1.0054	26.922	0.4537
Blankenbach	10.0659	480.433	17.531	1.0085	26.808	0.4974
case 2b						
32x64	6.9129	173.15	19.2645	0.1656	13.9571	0.4849
64x128	6.9270	172.06	18.6941	0.1751	14.0449	0.5732
Blankenbach	6.9299	171.76	18.4877	0.1774	14.1700	0.6177

TAB. 5.1 – Résultats produits par le code pour différentes grilles de calculs dans les conditions décrites dans Blankenbach et al. (1989), dans les cas 2a (viscosité dépendante de la température) et 2b (viscosité dépendante de la température et de la pression). Le test numérique consiste en reproduire un certain nombre de valeurs caractéristiques : Nusselt, vitesse moyenne, températures en certains points (valeurs notées q_1...q_4). Nos résultats sont en très bonne adéquation avec les données publiées.

rouges). Plusieurs simulations de type Arrhenius sont possibles pour une même simulation de type Frank-Kamenestkii parce que plusieurs combinaisons des paramètres E (l'énergie d'activation), T_s (la température de surface) et ΔT (le saut de température) peuvent engendrer le même paramètre θ. La relation entre ces paramètres est donnée par la définition du paramètre de Frank-Kamenestkii :

$$\theta = \left| \frac{\partial \ln(\eta)}{\partial T} \right|_{T=T_i} = \frac{E\Delta T}{R(T_s + \Delta T\ T_i^*)^2} \tag{5.1}$$

où T_i^* est la température interne sans dimension. Cette définition montre que la connaissance de θ et de T_i^* correspond à un ensemble de choix possibles pour E, T_s et ΔT.

Une fois la température interne fixée, une infinité de combinaisons permet d'obtenir le même paramètre θ. Nous fixons arbitrairement $\Delta T = 1000$ K, et deux températures de surface, $T_s = 500$ K (courbe rouge) puis $T_s = 1000$ K (courbe noire). Il est alors possible de calculer les deux valeurs des énergies d'activation $E = 233240$ J mol^{-1} dans le cas 2 et $E_3 = 425640$ J mol^{-1} dans le cas 3. La viscosité basale est choisie dans les trois situations (Frank-Kamenestkii puis les deux simulations Arrhenius) pour obtenir un même nombre de Rayleigh interne :

$$Ra_i = Ra_1 \exp\left(\theta(T_i^* - 1)\right) = 3.5481\ 10^6 \tag{5.2}$$

Cela nous donne la viscosité interne, dimensionnée de notre simulation. La viscosité interne, variable adimensionnée, qui

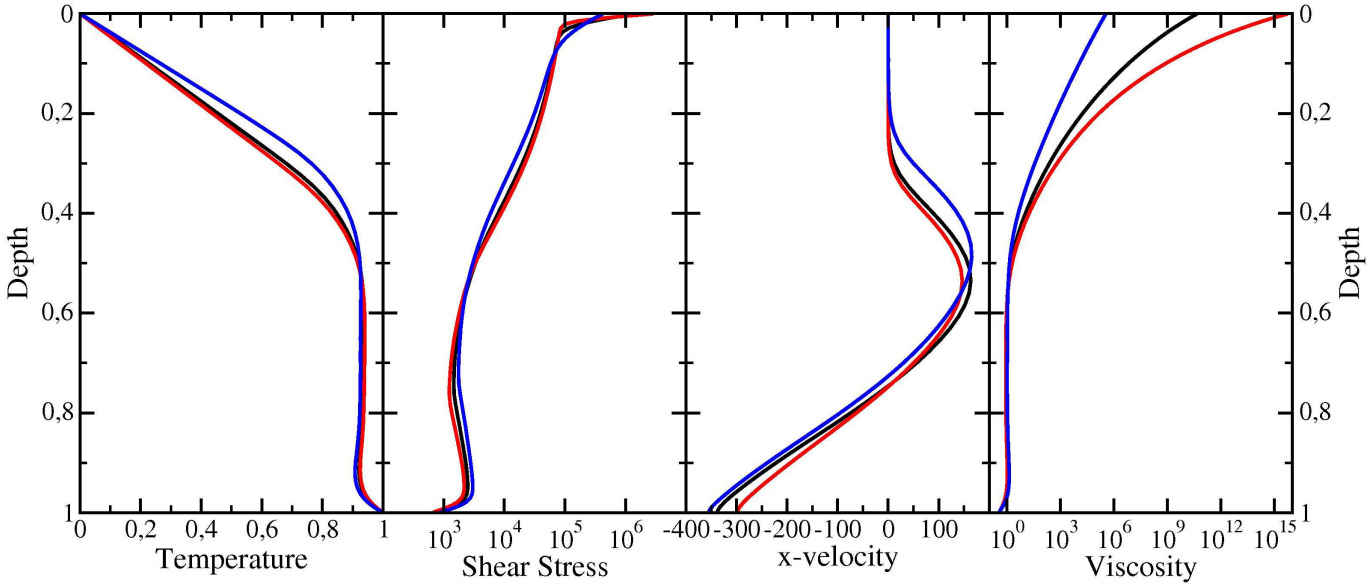

FIG. 5.1 – Comparaison de simulations de type Arrhenius et Frank-Kamenestkii. De gauche à droite : profils des températures, contraintes, vitesses horizontales et viscosités. Les deux simulations de type Arrhenius sont représentées en noir ($T_s = 1000$ K) et rouge ($T_s = 500$ K) et la simulation de type Frank-Kamenestkii en bleu.

par définition vaut 1 pour $T = T_i^*$ est donc :

$$\eta^* = \exp\left(\frac{E}{R(T_s + \Delta T T^*)} - \frac{E}{R(T_s + \Delta T T_i^*)}\right) \tag{5.3}$$

Nous sommes finalement assurés que les trois simulations possèdent un paramètre θ très proche, et un même nombre de Rayleigh interne. Nous vérifions effectivement les température internes a posteriori : $T_i^* \simeq 0.935$ et $T_i^* \simeq 0.938$ sont bien proches de la valeur espérée.

La figure 5.1 montre que les profils de températures, vitesses et contraintes sont très similaires dans les trois cas. Les gradients des profils thermiques de la couche limite supérieure montrent que le nombre de Nusselt n'est pas strictement identique dans les trois cas. Cet écart peut provenir du fait que les températures internes sont légèrement différentes, modifiant le nombre de Rayleigh interne ou du fait que la viscosité ne dépend pas identiquement de la température. Le premier effet est inhérent à cet exemple simple et ne rentrera pas en compte dans l'étude qui suit puisque nous avons calculé le paramètre θ à la fin des simulations à l'aide de la vraie température interne. Cette étude a donc pour but de quantifier le deuxième effet : l'effet de la viscosité de type Arrhenius sur le nombre de Nusselt.

La figure 5.1 montre également la grande similitude des profils de contrainte dans la partie convective. Toutefois, le

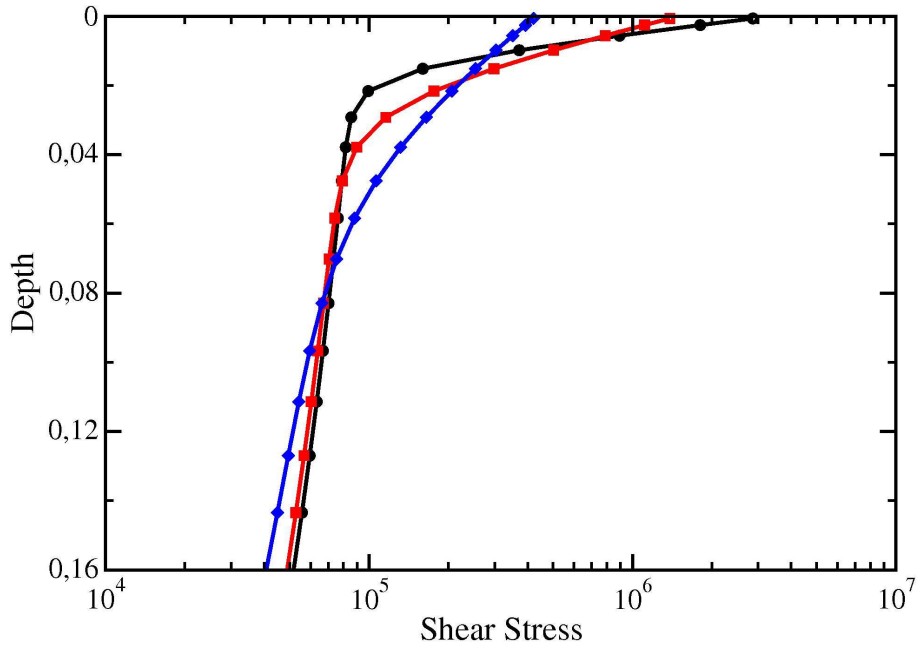

FIG. 5.2 – Détail des profils de contrainte (partie supérieure). La contrainte maximale et la taille de la couche limite semblent effectivement dépendre fortement de la viscosité de surface. Cette observation confirme la supposition de Solomatov (2004). Le code de couleur est le même que dans la figure 5.1.

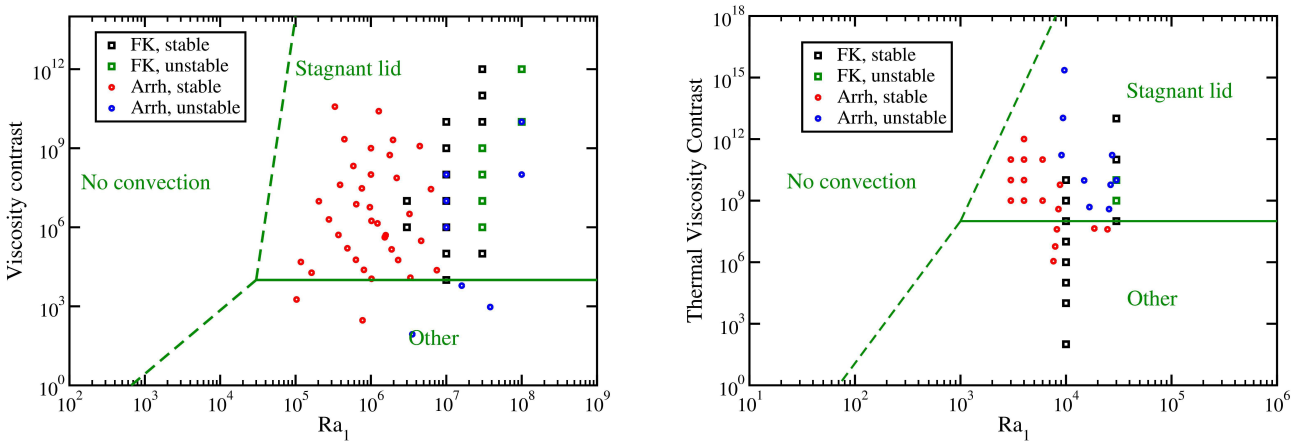

FIG. 5.3 – Description des simulations utilisées pour dériver les lois d'échelle. A gauche : simulations Newtoniennes, à droite : simulation non-Newtoniennes ($n = 3$). Les ronds rouges et bleus représentent les simulations de type Arrhenius stationnaires et instationnaires (respectivement). Les carrés noirs et verts représentent les simulations de type Frank-Kamenestkii stationnaires et instationnaires (respectivement).

détail de la partie supérieure des profils de contrainte (figure 5.2) confirme l'hypothèse de Fowler (1985) et Solomatov (2004) au sujet de l'épaisseur de la couche de fortes contraintes et de leur intensité. Nous présenterons donc également des lois d'échelle de la contrainte maximale dans les paragraphes suivants.

Les profils de vitesses sont également très comparables. On constate que leur répartition verticale semble très corrélée au profil des température. Les profils de viscosités sont très proches dans la partie convective (malgré la légère différence de température interne) et radicalement différents dans la couche diffusive.

5.1.2 Description des données

Dans le but de construire les lois d'échelle de la contrainte maximale et du nombre de Nusselt, beaucoup de simulations ont été considérées, la figure 5.3 les résume. Afin de pouvoir comparer le comportement des viscosités de type Arrhenius et Frank-Kamenestkii, nous avons balayé le nombre de Rayleigh basal et le contraste de viscosité dans les deux cas, de sorte de pouvoir également observer les régimes stationnaires et instationnaires. Afin de tester le programme, nous avons reproduit avec succès les données de Moresi & Solomatov (1995) et Solomatov & Moresi (1997). Dans le cas des simulations instationnaires, les valeurs tabulées sont des moyennes temporelles.

	α	β	Restriction	Label
θ	0.9291	1	Newtonien	1
θ	1.308	1	non Newtonien	2
θ	0.2988	0.4968	Newtonien	3
θ	0.3462	0.4571	non Newtonien	4

	α	β	Restriction	Label
θ_b	0.8456	1	Newtonien	5
θ_b	1.145	1	non Newtonien	6
θ_b	0.256	0.4468	Newtonien	7
θ_b	0.2789	0.3902	non Newtonien	8

TAB. 5.2 – Meilleurs paramètres obtenus pour les lois d'échelle de la température interne sans dimension sous la forme : $T_i^* = 1-\alpha/\theta'^{\beta}$. A gauche, on utilise $\theta' = \theta$, basé sur la température interne (cf. équation 4.27). A droite, on pose $\theta' = \theta_b$, le paramètre de Frank-Kamenestkii basé sur la température du fond (cf. équation 5.5). Les chiffres de la colonne "label" correspondent à ceux de la figure 5.4

5.1.3 Température interne

Fowler (1985) et Solomatov (1995) montrent que la température interne sans dimension s'écrit sous la forme : $T_i^* = 1 - 1/\theta$ (cf. équation 4.51). Cette approximation permet de calculer le saut de température de la couche rhéologique, nous testons donc sa validité.

La table 5.2 montre les résultats des meilleurs coefficients trouvés en utilisant la forme :

$$T_i = 1 - \frac{\alpha}{\theta'^{\beta}} \tag{5.4}$$

où $\theta' = d\ln\eta/dT$ est un paramètre de Frank-Kamenestkii, α et β sont des constantes. Dans le cas où la viscosité est exactement donnée sous la forme Frank-Kamenestkii, θ' ne dépend pas de la température. Dans le cas Arrhenius, nous avons testé un paramètre θ' basé sur la température interne et un paramètre $\theta' = \theta_b$, basé sur la température basale :

$$\theta_b = \frac{E\Delta T}{R(T_s + \Delta T)^2}. \tag{5.5}$$

Ce deuxième paramètre est plus pratique à utiliser puisqu'il ne dépend que des constantes E, T_s, R, ΔT et pas d'un résultat final de simulation : T_i. La figure 5.4 montre l'allure des données en utilisant les coefficients exposés dans la table 5.2.

Ces lois d'échelle montrent qu'en fixant l'exposant $\beta = 1$, on obtient bien les paramètres α proches de 1, l'hypothèse de Fowler (1985) semble donc relativement bien vérifiée dans tous les cas. Toutefois, la figure 5.4 montre que la concordance entre modèles et données n'est pas parfaite. En laissant le paramètre β libre, on constate que la meilleure concordance est trouvée pour un paramètre β plutôt proche de 0.5, dans les cas Newtoniens et non-Newtoniens.

Finalement, on remarque également que l'utilisation du paramètre θ_b ne modifie que très peu les coefficients trouvés et l'allure des courbes, son utilisation semble donc tout à fait appropriée. Ce paramètre ne dépend que des conditions

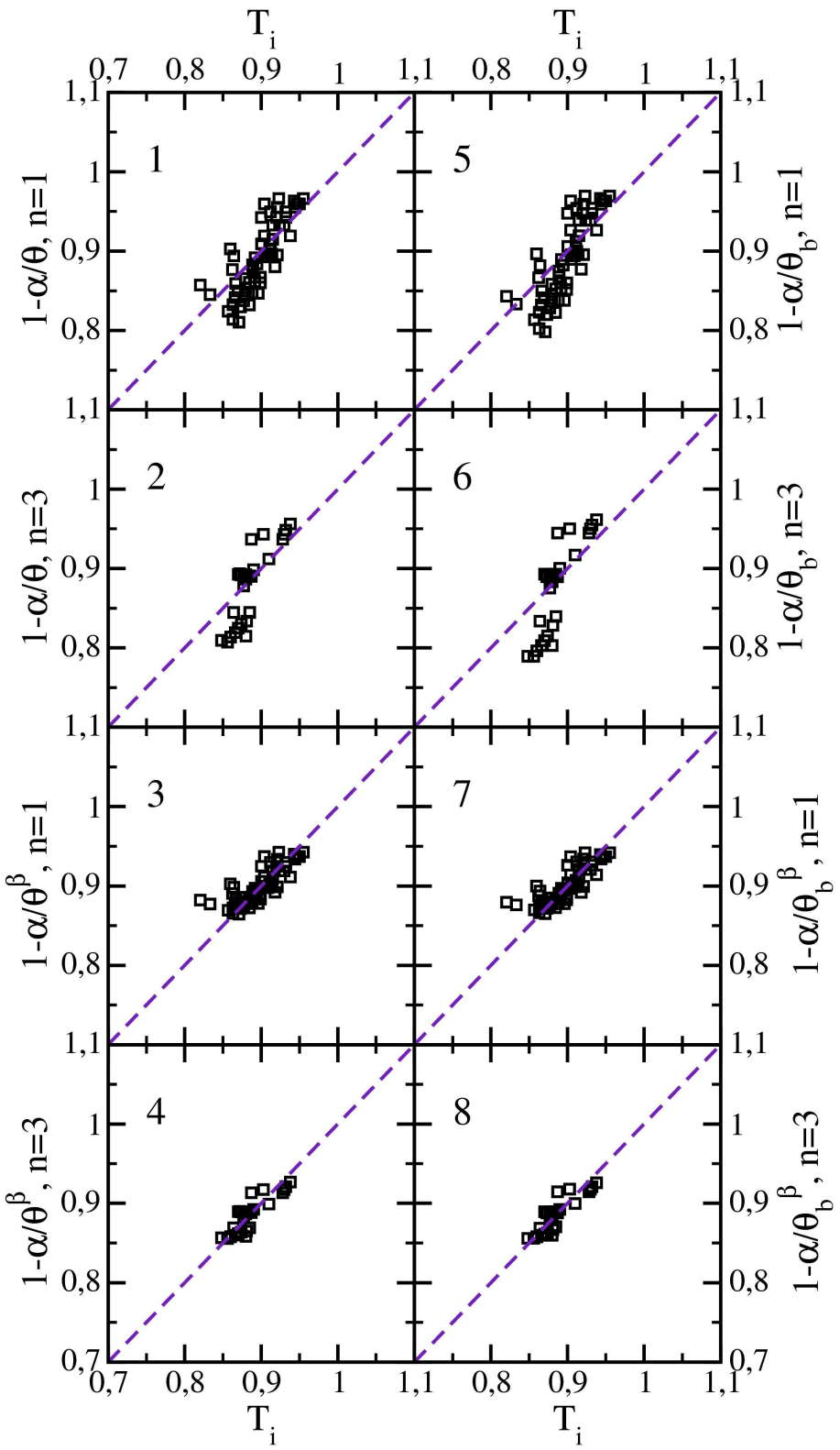

FIG. 5.4 – Lois d'échelle de la température interne. Les coefficients utilisés dans chaque cas sont donnés dans la table 5.2. On voit que l'utilisation de θ_b n'affecte pas la qualité des lois d'échelle.

aux limites, il permet d'estimer la temperature interne et donc d'estimer le paramètre de Frank-Kamenestkii basé sur la température interne $\theta_{i,b}$. Ce paramètre est entièrement déduit des conditions aux limites et en particulier des conditions basales (d'où l'indice b) et est donc légèrement différent du paramètre θ que nous pouvons calculer a posteriori, lorsque la simulation finie, nous mesurons la température interne. De la même façon, nous pouvons définir un nombre de Rayleigh interne a priori, $Ra_{i,b}$, à l'aide de la viscosité calculée avec la température interne estimée. Dans un premier temps nous allons estimer la température interne et donc $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$ en utilisant $\beta = 1$ dans la loi 5.4.

5.1.4 Nombre de Nusselt

Nous testons à présent les lois d'échelle du nombre de Nusselt. Selon l'hypothèse de Fowler (1985) et Reese et al. (1998), nous considérerons séparément les simulations stationnaires et instationnaires. Le chapitre 4 montre que diverses lois d'échelle pour le nombre de Nusselt sont proposées :

- $Nu \propto \theta^{-\frac{2n+2}{n+2}} Ra_i^{\frac{n}{n+2}}$ dans le modèle de Solomatov (1995),
- $Nu \propto \theta^{-1} Ra_i^{n/(2n+3)}$ dans le modèle de Fowler (1985) et Reese et al. (1998), dans l'approximation de la grande pente,
- $Nu \propto \theta^{-(3n+3)/(2n+3)} Ra_i^{n/(2n+3)}$ dans le modèle de Fowler (1985) et Reese et al. (1998), dans l'approximation de la faible pente.

Cas Newtonien stationnaire - grande pente

Dans un premier temps, nous avons vérifié que nos données sont en accord avec les résultats de Moresi & Solomatov (1995) (correspondant au modèle de Fowler (1985)). Nous avons donc reproduit ces résultats dans un ensemble de simulations Newtoniennes, en utilisant l'approximation de Frank-Kamenestkii. La figure 5.5 (à gauche) montre que leur régression : $Nu = 1.89\ \theta^{-1.02} Ra_i^{0.20}$ fonctionne très bien avec nos simulations de type Frank-Kamenestkii (carrés noirs) mais n'est pas appropriée pour les simulations de type Arrhenius (cercle rouges), dont le nombre de Nusselt est alors surestimé. Le deuxième graphe montre notre test du modèle de Solomatov (1995) : $Nu = 0.489\ \theta^{-4/3} Ra_i^{1/3}$. On voit que ces exposants ne permettent pas d'aligner les données convenablement, ni dans le cas Frank-Kamenestkii, ni dans le cas Arrhenius.

En effectuant une régression de nos nombres de Nusselt, laissant libres les paramètres α, β et γ dans la formulation : $Nu = \alpha\theta^{-\beta} Ra_i^{\gamma}$, nous obtenons le troisième graphique. La régression nous donne la loi : $Nu = 0.618\ \theta^{-0.693} Ra_i^{0.214}$. En utilisant le paramètre $\theta_{i,b}$ et le nombre de Rayleigh $Ra_{i,b}$ définis précédemment, nous obtenons la figure de droite

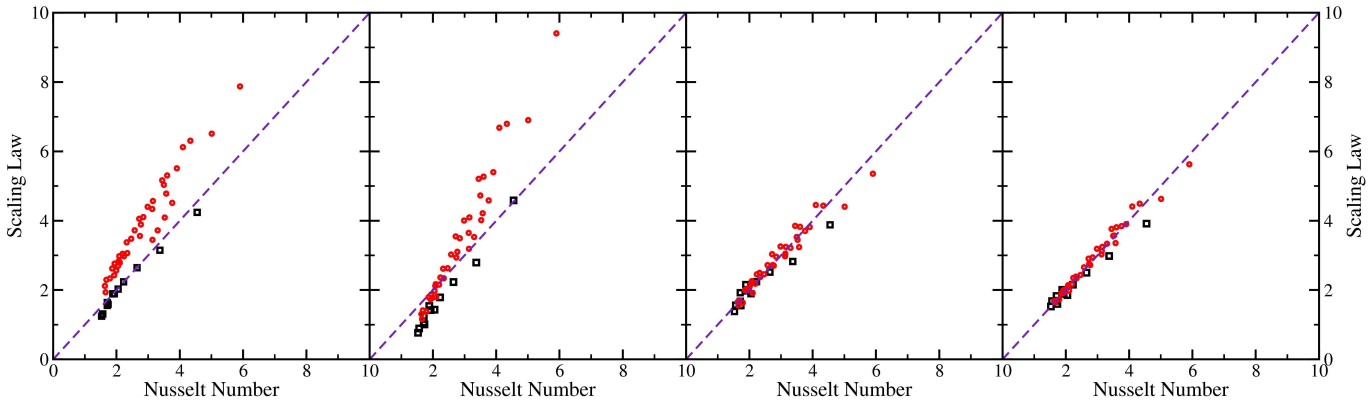

FIG. 5.5 – Lois d'échelle du nombre de Nusselt dans le cas Newtonien et stationnaire (avec grande pente). Carrés noirs, simulations de type Frank-Kamenestkii, cercles rouges : simulations de type Arrhenius. A gauche, loi d'échelle de Moresi & Solomatov (1995) : $Nu = 1.89\ \theta^{-1.02} Ra_i^{0.20}$. Deuxième graphe, loi d'échelle suivant les exposants de Solomatov (1995) : $Nu = 0.489\ \theta^{-4/3} Ra_i^{1/3}$. Troisième graphe, meilleure régression avec θ et Ra_i : $Nu = 0.618\ \theta^{-0.693} Ra_i^{0.214}$. A droite, meilleure régression avec $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$: $Nu = 0.717\ \theta_{i,b}^{-0.967} Ra_{i,b}^{0.248}$.

avec : $Nu = 0.717\ \theta_{i,b}^{-0.967} Ra_{i,b}^{0.248}$.

La figure 5.5 nous montre deux choses :

- l'exposant au paramètre de Frank-Kamenestkii dans la loi d'échelle du nombre de Nusselt avec une viscosité de type Arrhenius semble moins négatif, -0.7, que celui prévu par Fowler (1985), -1, et Solomatov (1995),- 1.33, mais l'exposant au nombre de Rayleigh interne semble correspondre à la prédiction de Fowler (1985), 0.2.
- L'utilisation des paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$, basés sur une approximation de la température interne à partir des conditions aux limites, permet une très bonne régression du nombre de Nusselt.

Cas Newtonien instationnaire - faible pente

Afin de tester le modèle de la faible pente (dans lequel la base de la couche thermique froide figée est très proche de l'horizontale), nous avons effectué des régressions du nombre de Nusselt dans les cas Newtonien-instationnaire et Non-Newtonien (avec $n = 3$). La figure 5.6 nous montre les résultats obtenus en fonction du modèle considéré. A gauche, on voit que la loi d'échelle de Dumoulin et al. (1999), basée sur le modèle de Solomatov (1995), rend bien compte des données de type Frank-Kamenestkii (carrés verts) : $Nu = 0.52\ \theta^{-4/3} Ra_i^{1/3}$. De même que dans le cas stationnaire, le nombre de Nusselt des simulations de type Arrhenius (cercles bleus) est surestimé par le modèle. Le deuxième graphique montre une régression des données en imposant les exposants selon le modèle de faible pente de Fowler (1985). Nous obtenons : $Nu = 2.736\theta^{-6/5} Ra_i^{0.2}$. La régression semble légèrement meilleure que dans le modèle de Solomatov (1995)

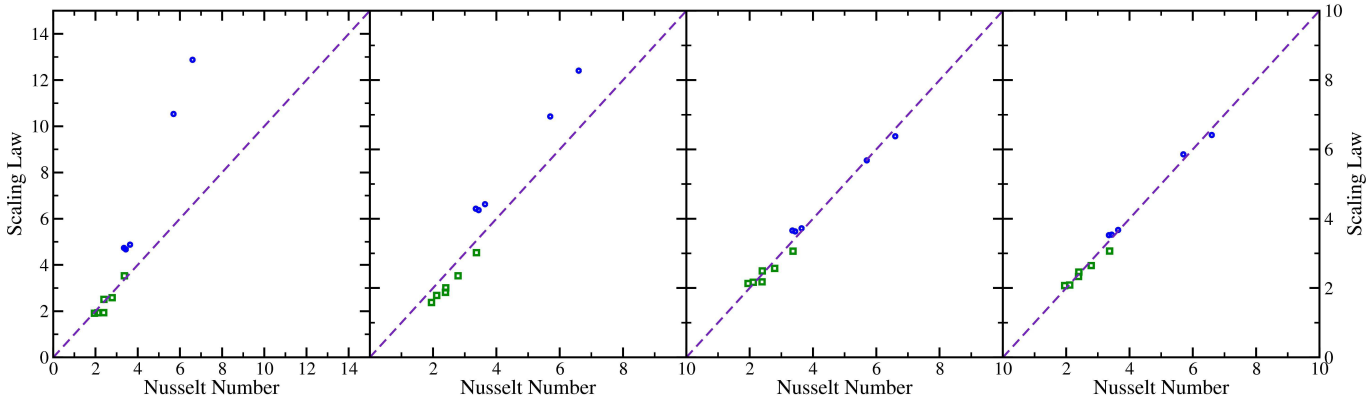

FIG. 5.6 – Lois d'échelle du nombre de Nusselt dans le cas Newtonien instationnaire (faible pente). Carrés verts : simulatiosn de type Frank-Kamenestkii, cercles bleus : simulations de type Arrhenius. De gauche à droite : 1, loi d'échelle de Dumoulin et al. (1999) : $Nu = 0.52\ \theta^{-4/3} Ra_i^{1/3}$. 2, loi d'échelle prévue par l'analyse de Fowler (1985) dans le cas Newtonien stationnaire : $Nu = 2.736\ \theta^{-6/5} Ra_i^{0.2}$. 3, meilleur régression avec les paramètres θ et Ra_i : $Nu = 1.173\ \theta^{-0.770} Ra_i^{0.184}$. 4, meilleure régression avec les paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$: $Nu = 1.005\ \theta_{i,b}^{-0.950} Ra_{i,b}^{0.221}$, où la température interne est calculée avec $\beta = 1$.

mais les points ne sont toujours pas parfaitement alignés.

Le troisième volet de la figure 5.6 présente le résultat de la régression que nous obtenons en laissant libres les paramètres α, β et γ : $Nu = 1.173\ \theta^{-0.770} Ra_i^{0.184}$. On constate que les points s'alignent très bien. Le dernier graphique montre notre meilleure régression avec les paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$: $Nu = 1.005\ \theta_{i,b}^{-0.950} Ra_{i,b}^{0.221}$. De même que dans le troisième volet, les points s'alignent très bien.

Les régressions du nombre de Nusselt dans le cas Newtonien instationnaire montrent donc la même chose que dans le cas Newtonien stationnaire : l'exposant à θ est surestimé dans les modèles alors que l'exposant au nombre de Rayleigh semble correspondre au modèle de Fowler (1985) et l'utilisation des paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$ permettent une bonne régression.

Cas non-Newtonien

En examinant les données, nous n'avons constaté aucune différence de loi d'échelle entre le nombre de Nusselt des cas non-Newtoniens stationnaires et instationnaires. Cette observation semble généralement admise et vient du fait que la couche rhéologique (à la base du couvercle) ne prend jamais d'angle élevé par rapport à l'horizontale lorsque la viscosité est non-Newtonienne. Nous effectuons donc nos régressions sur l'ensemble des données non-Newtoniennes sans distinction quant à la stationnarité des simulations.

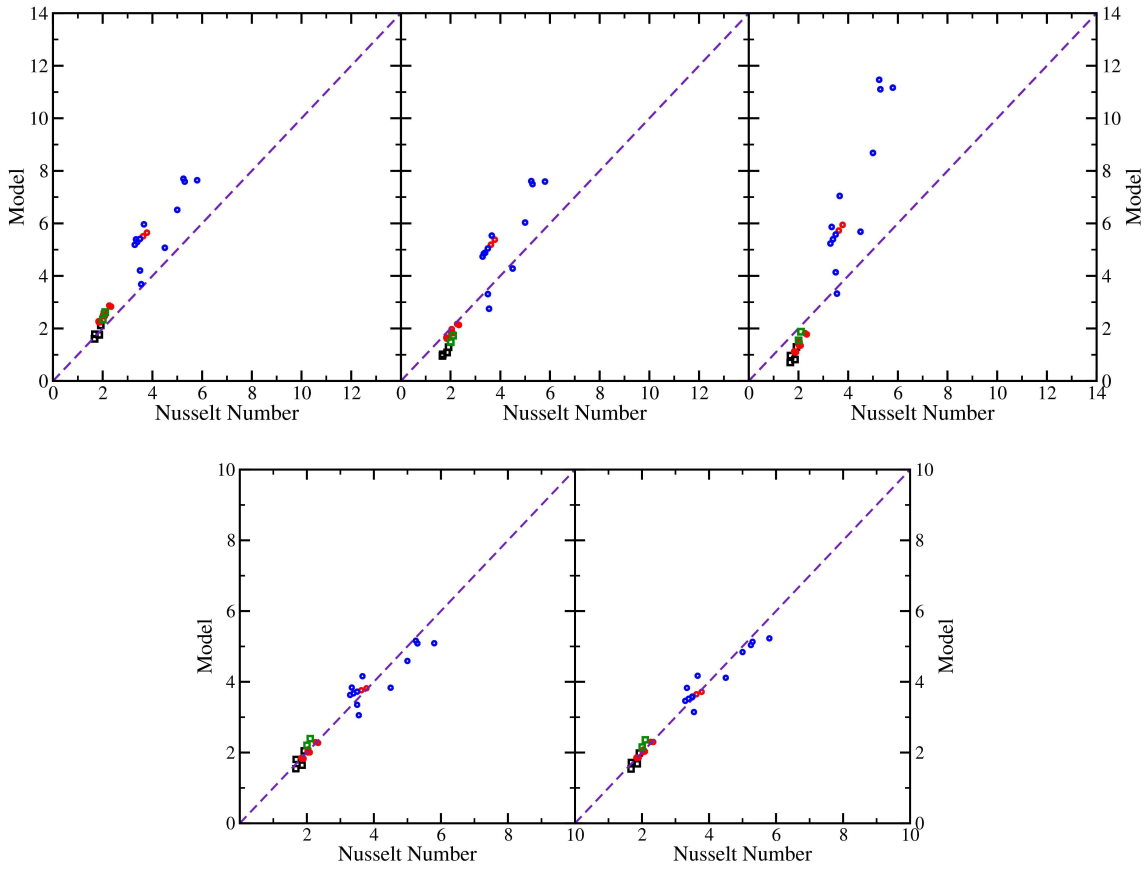

FIG. 5.7 – Lois d'échelle du nombre de Nusselt dans le cas non-Newtonien (code de couleur identique aux figures précédentes). De gauche à droite : 1, loi d'échelle (obtenue numériquement) de Reese et al. (1998) pour l'approximation de Frank-Kamenestkii : $Nu = 2.8\ \theta^{-0.96} Ra_i^{0.29}$. 2, loi d'échelle prédite par la théorie de Reese et al. (1998) (exposants imposés seulement) : $Nu = 3.728\ \theta^{-4/3} Ra_i^{1/3}$. 3, loi d'échelle obtenue par régression : $Nu = 1.272\ \theta^{-0.676} Ra_i^{0.273}$. 4, loi d'échelle obtenue par régression : $Nu = 1.490\ \theta_{i,b}^{-0.860} Ra_{i,b}^{0.309}$ avec $\beta = 1$.

La figure 5.7 montre les lois d'échelle proposées dans la littérature (en haut) et les lois d'échelle que nous dérivons numériquement par régression (en bas). En haut à gauche, nous testons la loi d'échelle obtenue numériquement par Reese et al. (1998) dans le cas non-Newtonien stationnaire : $Nu = 2.8\ \theta^{-0.96} Ra_i^{0.29}$. Une fois de plus, on voit que cette loi rend effectivement compte du nombre de Nusselt des simulations de type Frank-Kamenestkii stationnaires (carrés noirs) mais ne convient pas aux autres données (carrés verts, cercles rouges et cercles bleus). En haut et au centre, nous avons testé le modèle de faible pente dérivé par Reese et al. (1998) pour $n = 3$. Nous imposons donc les exposants à θ et Ra_i et obtenons : $Nu = 3.728\ \theta^{-4/3} Ra_i^{1/3}$. Les données ne semblent pas être bien contraintes par ce modèle. En haut à droite, nous testons la prédiction de Solomatov (1995). En imposant les exposants, nous obtenons : $Nu = 0.665\ \theta^{-1.6} Ra_i^{0.6}$. Cette loi d'échelle semble encore moins rendre compte de nos données que les autres.

En bas à gauche, nous avons représenté la régression que nous obtenons en laissant libres les exposants : $Nu = 1.272\ \theta^{-0.676} Ra_i^{0.273}$. On constate que les points sont convenablement alignés. Comme dans les cas précédents, il semble que l'exposant à Ra_i soit proche de la théorie de Reese et al. (1998) et que l'exposant à θ soit inférieur à toutes les prédictions. Pour finir, en bas à droite, la figure 5.7 représente la régression que nous obtenons avec les paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$: $Nu = 1.490\ \theta_{i,b}^{-0.860} Ra_{i,b}^{0.309}$. Encore une fois, il apparaît que l'utilisation de ces paramètres donne un résultat similaire à celui des paramètres θ et Ra_i.

Une interprétation des nouvelles lois d'échelle du nombre de Nusselt que nous venons de présenter est proposée dans la section 5.1.6.

5.1.5 Contrainte maximale

Nous avons également observé les contraintes maximales dans chaque simulation. Nous proposons donc, pour la première fois, une comparaison des contraintes dans les simulations Newtoniennes et non-Newtoniennes de type Frank-Kamenestkii et Arrhenius. De même que dans le cas du nombre de Nusselt, nous distinguons Newtonien stationnaires et instationnaires mais observons toutes les données non-Newtoniennes ensemble. Pour toutes les données, les contraintes sont adimensionnées avec la viscosité de la base du domaine $\eta\big|_{T^*=1}$ et le temps diffusif $\frac{d^2}{\kappa}$.

Rappelons que les différents modèles de la littérature proposent pour la contrainte maximale sans dimension :

- $\tau^*_{max} \propto \theta_s \theta^{\beta_0 - 2} Ra_i^{1-\beta_0}$ dans le modèle de Solomatov (2004), valable dans les cas Newtoniens et non-Newtoniens, (rappellons que β_0 est lié au nombre de cellules de convection et devrait être proche de 0 dans nos simulations en boites de faibles rapport d'aspect)
- $\tau^*_{max} \propto \theta^2 Ra_i^{0.8}$ dans l'approximation de la grande pente (Fowler (1985)), a priori valable dans le cas Newtonien

stationnaire,

– et $\tau^*_{max} \propto \theta^{1.8} Ra_i^{0.8}$ dans l'approximation de la faible pente (Fowler (1985)), valable dans le cas Newtonien instationnaire.

Nous remarquons que les théories de Fowler (1985) et en particulier de Reese et al. (1998) ne proposent pas de modèle de la contrainte maximale dans le cas non-Newtonien. Par ailleurs, l'exposant β_0 dérivé par Solomatov (2004) dans sa loi d'échelle concerne les simulations possèdant un grand nombre de cellules de convection, ce qui n'est pas le cas avec nos données. Afin de tester convenablement le modèle de Solomatov (2004), nous prenons $\beta_0 = 0$. La loi d'échelle de Solomatov devient alors : $\tau^*_{max} \propto \theta_s \theta^{-2} Ra_i$.

Cas Newtonien stationnaire - grande pente

La figure 5.8 présente les contraintes maximales de nos simulations Newtoniennes stationnaires. En haut à gauche, nous testons la régression de Moresi & Solomatov (1995) : $\tau^*_{max} = 0.051\ \theta^{0.98} Ra_i^{1.00}$. Dans cet article, Moresi et Solomatov choisissent de n'effectuer leur régression que sur les simulations possèdant un contraste de viscosité supérieur à 10^6. Nous montrons ici toutes nos simulations dont le contraste de viscosité est supérieur à 10^4, c'est pourquoi quelques carrés noirs (représentant les simulations de type Frank-Kamenestkii) s'écartent de leur loi d'échelle. Nous observons donc que la régression de Moresi & Solomatov (1995) rend tout à fait compte de nos simulations de type Frank-Kamenestkii mais, une fois encore, ne convient pas aux simulations de type Arrhenius. Le deuxième graphique montre le test des exposants prévus par Solomatov (1995). Nous obtenons : $\tau^*_{max} = 2.57\ \theta_s \theta^{-2} Ra_i$. Ce modèle n'avait a priori jamais été testé numériquement. Nous montrons qu'il ne permet pas de rendre compte de nos données. En haut à droite, nous testons les exposants prévus par Fowler (1985), nous obtenons : $\tau^*_{max} = 0.193\ \theta^2 Ra_i^{0.8}$. Ce modèle permet un meilleur alignement des données mais semble discriminer les simulations de type Frank-Kamenestkii de celles de type Arrhenius. Le paramètre θ_s étant le meilleur candidat pour une telle discrimination, il semble que l'introduction de ce paramètre, proposée par Solomatov (2004), soit effectivement fondée compte tenu de l'allure de ce graphique.

A mi-hauteur à gauche, nous présentons le résultat d'une première régression à l'aide des paramètres θ et Ra_i : $\tau^*_{max} = 5.234\ \theta^{0.530} Ra_i^{0.793}$. Les données sont légèrement mieux alignées mais la qualité de la loi d'échelle laisse toujours à désirer. A mi-hauteur à droite, nous effectuons la même régression mais en utilisant la température interne théorique, c'est-à-dire les paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$. Nous obtenons alors : $\tau^*_{max} = 11.53\ \theta_{i,b}^{-0.1583} Ra_{i,b}^{0.8438}$. La qualité de la régression semble identique au cas précédent et nous observons curieusement le changement de signe de l'exposant à $\theta_{i,b}$.

En bas à gauche de la figure 5.8, nous utilisons les trois paramètres suggérés par Solomatov (2004) : θ, θ_s et Ra_i. Nous

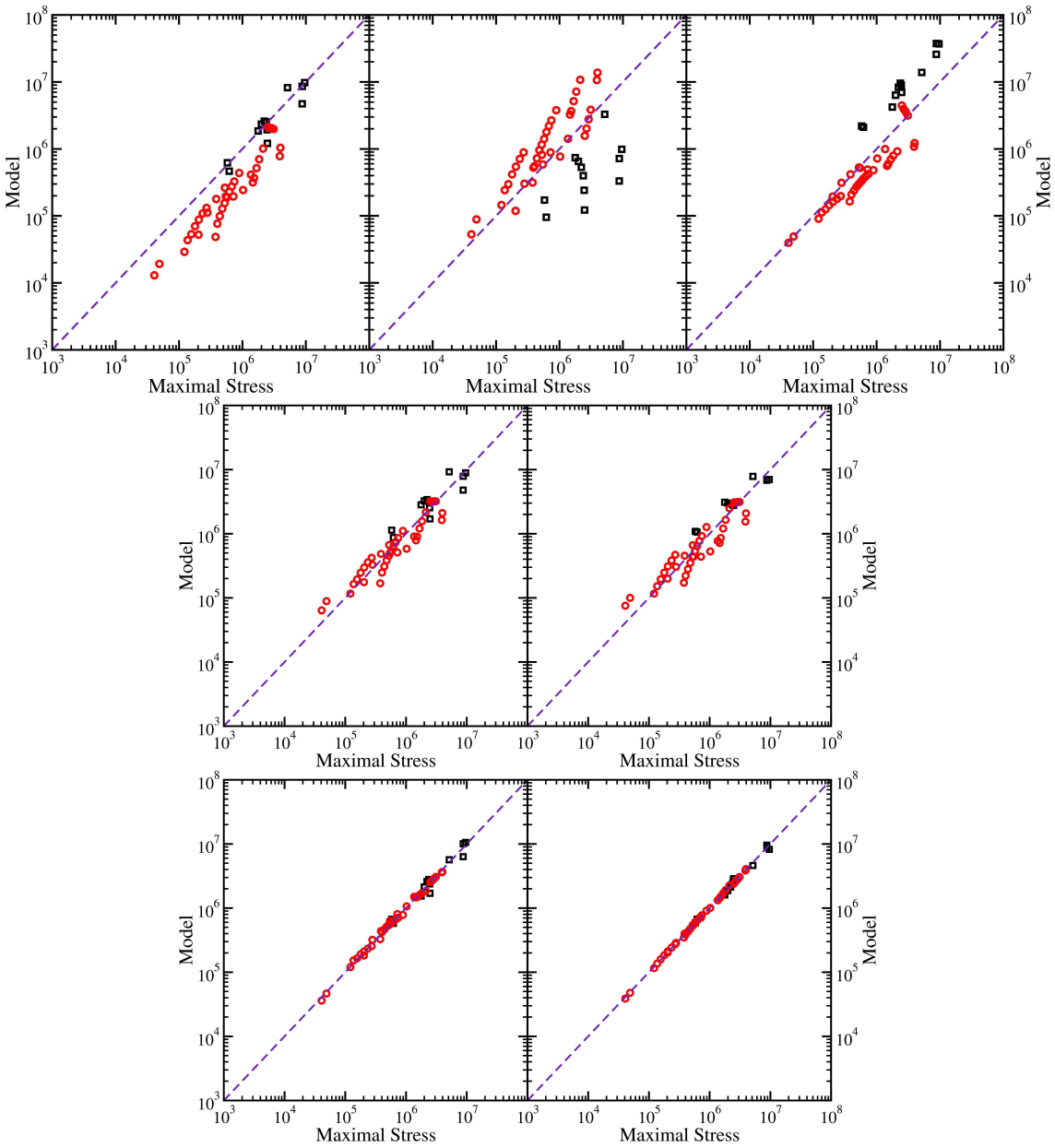

FIG. 5.8 – Lois d'échelle de la contrainte maximale τ^*_{max} atteinte dans les simulations Newtoniennes stationnaires. Carrés noirs : simulations de type Frank-Kamenestkii, cercles rouges : simulations de type Arrhenius. En haut à gauche, loi d'échelle de Moresi & Solomatov (1995) : $\tau^*_{max} = 0.051\ \theta^{0.98} Ra_i^{1.00}$. En haut au centre, modèle de Solomatov (2004) : $\tau^*_{max} = 2.57\ \theta_s \theta^{-2} Ra_i$. En haut à droite, modèle de Fowler (1985) : $\tau^*_{max} = 0.193\ \theta^2 Ra_i^{0.8}$. A mi-hauteur à gauche, régression avec les paramètres θ et Ra_i : $\tau^*_{max} = 5.234\ \theta^{0.530} Ra_i^{0.793}$. A mi-hauteur à droite, régression avec les paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$: $\tau^*_{max} = 11.53\ \theta_{i,b}^{-0.1583} Ra_{i,b}^{0.8438}$. En bas à gauche, régression avec θ, θ_s et Ra_i : $\tau^*_{max} = 0.071\ \theta^{0.726} \theta_s^{0.811} Ra_i^{0.875}$. En bas à droite, régression avec $\theta_{i,b}$, θ_s et $Ra_{i,b}$: $\tau^*_{max} = 0.090\ \theta_{i,b}^{-0.070} \theta_s^{0.906} Ra_{i,b}^{0.959}$.

obtenons alors une régression d'une qualité remarquable avec pour loi d'échelle : $\tau^*_{max} = 0.071\ \theta^{0.726}\theta_s^{0.811}Ra_i^{0.875}$. En bas à droite, nous utilisons finalement les trois paramètres précédents mais en utilisant la température interne théorique. Nous observons : $\tau^*_{max} = 0.090\ \theta_{i,b}^{-0.070}\theta_s^{0.906}Ra_i^{0.959}$. De même qu'avec les paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$ seuls (graphique à mi-hauteur à droite), nous observons le curieux changement de signe de l'exposant à θ. L'exposant à θ_s reste proche de 0.85 dans les deux cas, ce qui confirme l'argument de Solomatov (2004) qui proposait : $\tau^*_{max} \propto \theta_s$. La qualité de la régression est extrêmement satisfaisante.

Cas Newtonien instationnaire - faible pente

Nous avons effectué exactement le même travail de test avec les simulations Newtoniennes instationnaires où nous obtenons les mêmes conclusions. La figure 5.9 présente les régressions que nous avons effectuées.

En haut à gauche, nous testons la régression de Moresi & Solomatov (1995) qui confirmait le modèle de Fowler (1985) dans le cas Newtonien stationnaire : $\tau^*_{max} = 0.051\ \theta^{0.98}Ra_i^{1.00}$. Nous observons que les contraintes obtenues dans les simulations instationnaires ne s'éloignent pas de celles obtenues dans les cas stationnaires de façon significative. De même que précédemment, la loi d'échelle se semble pas aligner parfaitement les données. En haut au centre, nous testons les exposants du modèle de Solomatov (2004). Nous obtenons : $\tau^*_{max} = 6.632\ \theta_s\theta^{-2}Ra_i$. La régression est de très faible qualité. En haut à droite, nous testons les exposants proposés par le modèle de Fowler (1985). La régression du préfacteur nous donne : $\tau^*_{max} = 0.173\ \theta^{1.8}Ra_i^{0.8}$. La loi d'échelle semble toujours d'assez faible qualité.

A mi-hauteur à gauche, nous effectuons une régression des contraintes maximales à l'aide des paramètres θ et Ra_i : $\tau^*_{max} = 1.963\ \theta^{0.534}Ra_i^{0.857}$. La qualité de la régression semble augmenter légèrement. L'exposant au nombre de Rayleigh interne est proche de celui prévu par Fowler (1985) (qui prédit 0.8) et le signe de l'exposant à θ est positif mais inférieur à la prédiction de Fowler ($\simeq 1.8$). A mi-hauteur à droite, nous effectuons le même calcul à l'aide de la température interne théorique. Il apparaît que : $\tau^*_{max} = 2.174\ \theta_{i,b}^{-0.106}Ra_{i,b}^{0.946}$. L'exposant au nombre de Rayleigh interne semble plus proche de la prédiction de Solomatov (2004) et celui à $\theta_{i,b}$ devient négatif et proche de 0. La qualité de la régression laisse toujours à désirer.

En bas à gauche, nous ajoutons le paramètre θ_s suggéré par Solomatov (2004), ce qui a pour effet d'augmenter fortement la qualité de la régression. Nous obtenons alors : $\tau^*_{max} = 0.670\ \theta^{0.884}\theta_s^{0.641}Ra_i^{0.740}$. De même que dans le cas Newtonien stationnaire, nous observons que tous les exposants de cette régression sont positifs et compris entre 0.6 et 0.9, ce qui sera discuté ultérieurement. En bas à droite, nous avons testé l'effet de la température interne théorique et obtenons : $\tau^*_{max} = 0.405\ \theta_{i,b}^{0.406}\theta_s^{0.791}Ra_i^{0.811}$. Le signe de l'exposant à θ ne s'inverse pas et la qualité de la loi d'échelle semble encore augmenter.

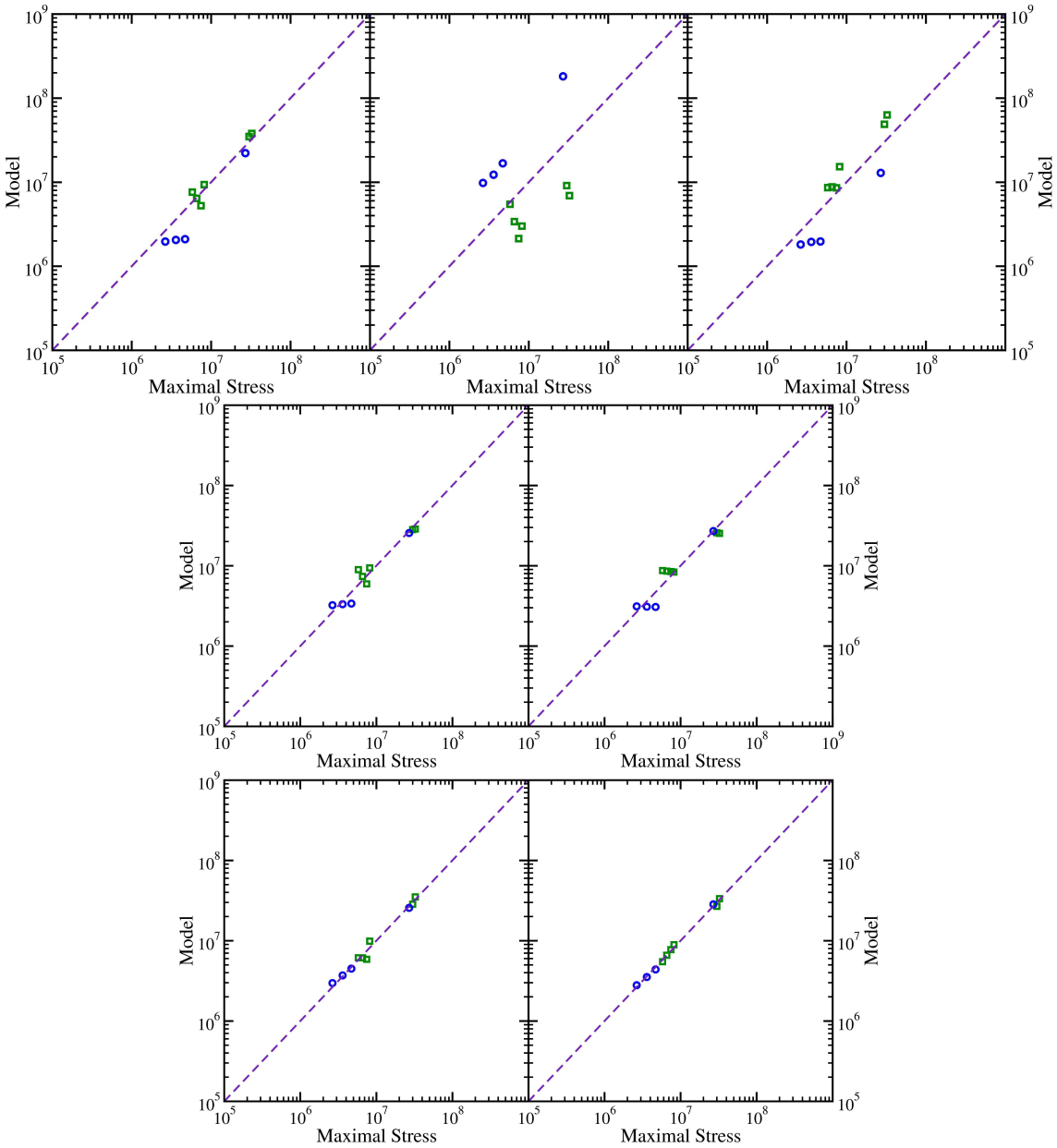

FIG. 5.9 – Lois d'échelle de la contrainte maximale τ^*_{max} atteinte dans les simulations Newtoniennes instationnaires. Carrés verts : simulations de type Frank-Kamenestkii, cercles bleus : simulations de type Arrhenius. En haut à gauche, loi d'échelle de Moresi & Solomatov (1995) : $\tau^*_{max} = 0.051\ \theta^{0.98} Ra_i^{1.00}$. En haut au centre, modèle de Solomatov (2004) : $\tau^*_{max} = 6.632\ \theta_s \theta^{-2} Ra_i$. En haut à droite, modèle de Fowler (1985) : $\tau^*_{max} = 0.173\ \theta^{1.8} Ra_i^{0.8}$. A mi-hauteur à gauche, régression avec les paramètres θ et Ra_i : $\tau^*_{max} = 1.963\ \theta^{0.534} Ra_i^{0.857}$. A mi-hauteur à droite, régression avec les paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$: $\tau^*_{max} = 2.174\ \theta_{i,b}^{-0.106} Ra_{i,b}^{0.946}$. En bas à gauche, régression avec θ, θ_s et Ra_i : $\tau^*_{max} = 0.670\ \theta^{0.884} \theta_s^{0.641} Ra_i^{0.740}$. En bas à droite, régression avec $\theta_{i,b}$, θ_s et $Ra_{i,b}$: $\tau^*_{max} = 0.405\ \theta_{i,b}^{0.406} \theta_s^{0.791} Ra_{i,b}^{0.811}$.

Cas non-Newtonien

Seule la loi d'échelle de Solomatov (2004) est supposée s'appliquer au cas des contraintes maximales dans le cas non-Newtonien. Toutefois, nous testons également les lois dérivées par Moresi & Solomatov (1995) et Fowler (1985) (dans l'approximation de la faible pente). La figure 5.10 présente les résultats des régressions que nous avons effectuées.

En haut à gauche, nous testons le modèle de Moresi & Solomatov (1995) : $\tau^*_{max} = 0.051\ \theta^{0.98} Ra_i^{1.00}$. Dans les cas non-linéaires la valeur absolue de la viscosité de référence est difficile à contrôler a priori. Nous testons donc le parallélisme des données et des lois d'échelle plutôt que l'égalité de celles-ci. Quoi qu'il en soit, même en considérant un changement d'ordonnée à l'origine, cette loi d'échelle ne permet pas d'aligner les données. En haut au centre, nous avons testé les exposants prédits par le modèle de Solomatov (2004) et obtenons : $\tau^*_{max} = 0.413\ \theta_s \theta^{-2} Ra_i$. Cette loi d'échelle ne permet pas l'alignement des données mais les données de type Arrhenius stationnaire semblent s'aligner indépendamment des autres. En haut à droite, nous avons testé le modèle de Fowler (1985), supposé valable dans le cas Newtonien. Nous obtenons : $\tau^*_{max} = 8.28\ 10^{-3}\ \theta^{1.8} Ra_i^{0.8}$. Cette régression est de très mauvaise qualité.

En bas à gauche, nous présentons une régression des contraintes maximales à l'aide des paramètres θ et Ra_i laissés libres. Nous obtenons : $\tau^*_{max} = 658.2\ \theta^{-0.718} Ra_i^{0.226}$. Les données sont plus regroupées autour de la droite unité mais les points ne tendent pas à s'aligner autour de l'axe. Il semble que l'incorporation du paramètre θ_s soit indispensable. En bas au centre, nous testons donc ce paramètre et obtenons : $\tau^*_{max} = 0.166\ \theta^{0.781} \theta_s^{1.232} Ra_i^{0.185}$. Les données se regroupent encore plus et surtout tendent à s'aligner parallèlement à l'axe central. Il semble donc que l'exposant au paramètre θ_s soit effectivement proche de 1, comme le propose Solomatov (2004). Ce fit représente la meilleure loi d'échelle dans les cas stationnaires et instationnaires, toutefois, la régression n'est pas parfaite. En bas à droite, nous avons effectué une régression des données issues des simulations de type Arrhenius stationnaires seulement afin de s'affranchir des effets des oscillations inhérentes à la convection instationnaire. Dans le but de vérifier la validité de cette loi d'échelle, nous représentons également les autres données sur le même graphique mais elles n'ont pas contribuées à la régression. Nous obtenons : $\tau^*_{max} = 0.417\ \theta^{0.231} Ra_i^{0.453} \theta_s^{0.793}$. On s'aperçoit que les autres données tendent à mieux se regrouper autour de l'axe, à l'exclusion de certaines données instationnaires. Les données de type Arrhenius stationnaire s'alignent parfaitement (cf. figure 5.11 pour un détail précis). L'intérêt de cette loi pour une application géophysique est cependant faible car la convection terrestre n'est pas stationnaire.

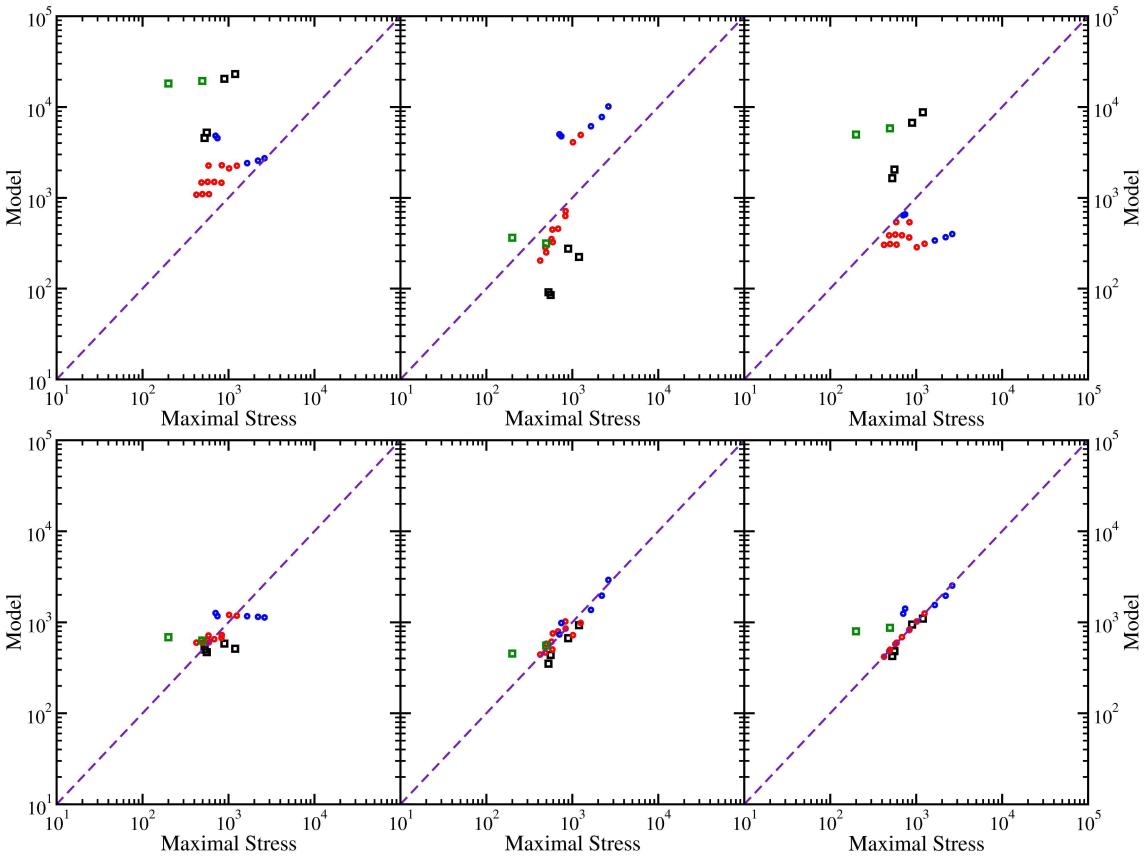

FIG. 5.10 – Lois d'échelle de la contrainte maximale τ^*_{max} atteinte dans les simulations non-Newtoniennes. Carrés noirs : Frank-Kamenestkii stationnaire, carrés verts : Frank-Kamenestkii instationnaires, cercles rouges : Arrhenius stationnaire, cercles bleus : Arrhenius instationnaire. En haut à gauche, loi d'échelle de Moresi & Solomatov (1995) : $\tau^*_{max} = 0.051\ \theta^{0.98} Ra_i^{1.00}$. En haut au centre, modèle de Solomatov (2004) : $\tau^*_{max} = 0.413\ \theta_s \theta^{-2} Ra_i$. En haut à droite, modèle de Fowler (1985) : $\tau^*_{max} = 8.28\ 10^{-3}\ \theta^{1.8} Ra_i^{0.8}$. En bas à gauche, régression avec les paramètres θ et Ra_i : $\tau^*_{max} = 658.2\ \theta^{-0.718} Ra_i^{0.226}$. En bas au centre, régression avec les paramètres θ, θ_s et Ra_i : $\tau^*_{max} = 0.166\ \theta^{0.781} \theta_s^{1.232} Ra_i^{0.185}$. En bas à droite, régression des simulations de type Arrhenius (seulement) en fonction de θ, θ_s et Ra_i : $\tau^*_{max} = 0.417\ \theta^{0.231} Ra_i^{0.453} \theta_s^{0.793}$. Les autres contraintes sont également représentées mais n'ont pas participé à la régression.

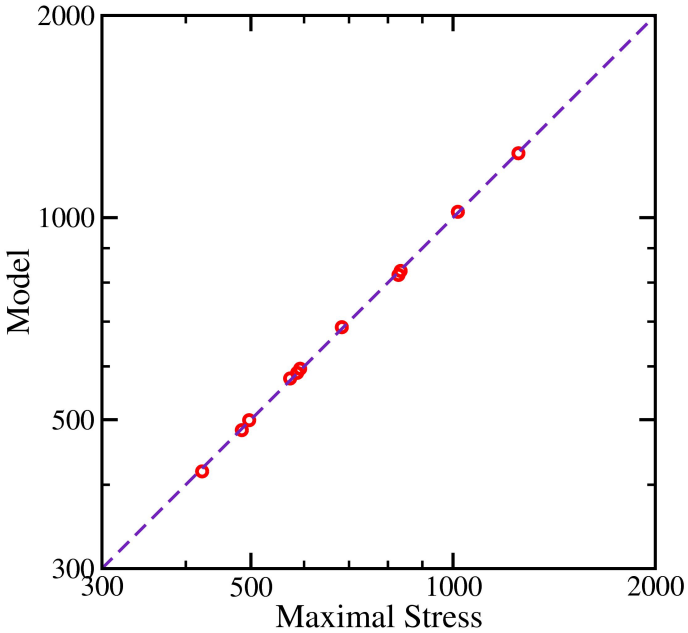

FIG. 5.11 – Régression des contraintes maximales obtenues dans les simulations de type Arrhenius stationnaires : $\tau^*_{max} = 0.417\ \theta^{0.231} Ra_i^{0.453} \theta_s^{0.793}$.

5.1.6 Discussion

De façon générale, les exposants au paramètre de Frank-Kamenestkii (θ) que nous avons obtenu dans les lois d'échelle du nombre de Nusselt et de la contrainte maximale sont inférieurs aux exposants usuellement déterminés analytiquement ou numériquement dans les approches de type Frank-Kamenestkii. Par exemple, la meilleure régression que nous obtenions pour le nombre de Nusselt dans le cas stationnaire est donnée par : $Nu = 0.618\ \theta^{-0.693} Ra_i^{0.214}$ où Fowler (1985) prévoit : $Nu \propto \theta^{-1} Ra_i^{0.2}$. Nous faisons la même observation dans le cas du nombre de Nusselt des simulations instationnaires, où nous obtenons : $Nu = 1.173\ \theta^{-0.77} Ra_i^{0.184}$ au lieu de $Nu \propto \theta^{-1.2} Ra_i^{0.2}$. Dans chaque cas, l'exposant au nombre de Rayleigh est très proche des prédictions mais l'exposant à θ leur est inférieur. Il en va de même dans le cas non-Newtonien. De plus, l'utilisation les paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$ estimés a priori donne toujours des régressions de qualités très similaires à celles obtenues avec les paramètres θ et Ra_i mesurés a posteriori. Ce résultat permet à nos lois d'échelle d'être réellement prédictives.

Cette baisse de l'exposant à θ dans les cas Arrhenius peut s'expliquer par le fait que l'élément de base de toutes les études exposées, à savoir la température interne, ne suit pas exactement la loi d'échelle usuellement admise pour les simulations de type Frank Kamenetskii. Le début de cette section (voir 5.4) montre que le saut de température rhéologique

Type	α	β	Source
Newtonien	$2/3$	$1/3$	Solomatov (1995) modifié
Newtonien stationnaire	0.5	0.2	Fowler (1985) modifié
Newtonien instationnaire	0.6	0.2	Fowler (1985) modifié
Newtonien stationnaire	0.693	0.214	cette étude
Newtonien instationnaire	0.77	0.184	cette étude
Non-Newtonien	0.8	0.6	Solomatov (1995) modifié
Non-Newtonien	$2/3$	$1/3$	Reese et al. (1998) modifié
Non-Newtonien	0.676	0.273	cette étude

TAB. 5.3 – Confrontation des lois d'échelle du nombre de Nusselt obtenues par régression dans cette étude aux modèles modifiés par la nouvelle échelle de température (cf. équation 5.6). Notation : $Nu \propto \theta^{-\alpha} Ra_i^{\beta}$. On voit que nos données sont très proches du modèle de Reese et al. (1998) modifié.

que nous prédisons est plus proche de :

$$\Delta T^*_{rh} = 1 - T^*_i \propto \frac{1}{\sqrt{\theta}} \neq \frac{1}{\theta} \tag{5.6}$$

Cette nouvelle échelle de températures diminue d'un facteur 2 les exposants de θ dans les modèles de Fowler (1985), Reese et al. (1998), et Solomatov (2004). Les nouveaux exposants que nous dérivons sont résumés dans les tables 5.3 (pour le nombre de Nusselt) et 5.4 (pour les contraintes maximales). Lors de nos modifications, il est intéressant de préciser que les exposants aux nombres de Rayleigh ne sont pas modifiés.

La table 5.3 montre les nouveaux exposants dérivés par les modèles du nombre de Nusselt de Fowler (1985), Reese et al. (1998) et Solomatov (1995) pour lesquels nous avons injecté la nouvelle loi d'échelle de la température interne. Nous rapportons également les exposants obtenus dans nos études pour les confronter aux nouveaux modèles. Nous obtenons une très bonne adéquation de nos données avec les modèles de Fowler (1985) et Reese et al. (1998). Dans le cas Newtonien, les exposants à θ sont plutôt proches du modèle de Solomatov (1995) modifié. Toutefois, l'augmentation de ~ 0.1 en passant du cas stationnaire au cas instationnaire évoque le modèle de Fowler (1985). Les exposants au nombre de Rayleigh sont proches du modèle de Fowler (1985). Dans le cas non-Newtonien, les exposants sont presque égaux à ceux prédits par le modèle de Fowler modifié.

Dans le cas des lois d'échelles en contrainte, le changement de la loi d'échelle de la température interne affecte l'exposant à θ, pas celui à θ_s. La table 5.4 nous montre que la contrainte maximale ne semble pas correspondre á aucun des modèles précédemment proposés. Dans le cas stationnaire, l'exposant au nombre de Rayleigh semble très bien contraint par le modèle de Fowler (1985). Les exposants à θ et θ_s semblent être compris entre 0.5 et 1. L'exposant de θ_s correspond plus ou moins à celui de Solomatov (2004), mais l'exposant de θ est opposé à sa prédiction. Les contraintes maximales dans le cas Newtonien semblent finalement suivre une loi proche de : $\tau^*_{max} \propto \theta^{0.8}\theta_s^{0.7} Ra_i^{0.8}$.

Type	α	β	γ	Source
Newtonien	-1	1	1	Solomatov (1995) modifié
Newtonien stationnaire	1		0.8	Fowler (1985) modifié
Newtonien instationnaire	0.9		0.8	Fowler (1985) modifié
Newtonien stationnaire	0.530		0.793	cette étude
Newtonien stationnaire	0.726	0.811	0.875	cette étude
Newtonien instationnaire	0.534		0.857	cette étude
Newtonien instationnaire	0.884	0.641	0.74	cette étude
Non-Newtonien	-1	1	1	Solomatov (1995) modifié
Non-Newtonien	0.231	0.793	0.453	cette étude (Arrhenius stationnaire)

TAB. 5.4 – Confrontation des lois d'échelle de la contrainte maximale obtenues par régression dans cette étude aux modèles modifiés par la nouvelle échelle de température (cf. équation 5.6). Notation : $\tau^*_{max} \propto \theta^\alpha \theta_s^\beta Ra_i^\gamma$.

Dans le cas non-Newtonien les contraintes maximales ne semblent pas non plus suivre le modèle de Solomatov (2004) (modifié ou non). Comme précédemment, l'exposant à θ_s semble proche de 0.8 mais les exposants au nombre de Rayleigh et à θ sont bas mais positifs.

Le résultat principal de cette étude est donc que les températures internes obtenues dans des simulations de type Arrhenius ou Franck-Kamenetskii ne sont pas identiques. Nous montrons que cette nouvelle échelle de température engendre des flux de chaleur qui confirment totalement l'approche analytique de Fowler (1985) et Reese et al. (1998). Ce travail est donc susceptible d'avoir des conséquences quant aux estimations des températures internes des planètes telluriques puisqu'il montre que l'approximation de Frank-Kamenestkii, largement utilisée, introduit un biais dans la dérivation de la température interne qui a des conséquences sur l'ensemble du système convectif. Toutefois, cette nouvelle échelle de températures ne semble donner raison à aucun des modèles proposés pour les contraintes maximales.

Les lois que nous avons établies dans les tables 5.3 et 5.4 sont basées sur des variables diagnostiques, mesurées après la simulation. Nous pouvons aussi établir des lois d'échelles basées sur des quantités prognostiques . Nous avons déjà fait celà en utilisant les paramètres $\theta_{i,b}$ et $Ra_{i,b}$. Nous avions noté que l'exposant à $\theta_{i,b}$ n'avait pas forcement le même signe que celui à θ, dans le cas des contraintes Newtoniennes. Cela était curieux et peu satisfaisant. Cela est en fait du à l'imprécision avec laquelle nous avons estimé la température interne, c'est-à-dire en supposant (voir 5.4) que $1 - T_i \propto 1/\theta_b$ alors qu'une loi de type $1 - T_i \propto 1/\theta_b^{0.5}$ semble plus appropriée.

En effectuant de nouveau une régression des températures internes en fonction de $\theta_b^{1/2}$, nous obtenons $T^*_{1/2} = 1 - 0.301\ \theta_b^{-1/2}$ dans le cas Newtonien et $T^*_{1/2} = 1 - 0.384\ \theta_b^{-1/2}$ dans le cas non-Newtonien. Cette nouvelle expression explicite de la température interne permet alors de redéfinir un paramètre de Frank-Kamenestkii $\theta_{1/2}$ ainsi qu'un nouveau nombre de Rayleigh interne $Ra_{1/2}$ basé sur la viscosité dépendante de la nouvelle température interne. Nous obtenons

donc toutes les variables nécessaires à notre loi d'échelle de façon analytique :

$$\theta_b = \frac{E\Delta T}{R\left(T_s + \Delta T\right)^2}, \tag{5.7}$$

qui ne dépend que des conditions aux limites, à partir duquel nous estimons la température interne,

$$T^*_{1/2} \simeq 1 - \frac{0.3}{\sqrt{\theta_b}}, \tag{5.8}$$

et la dérivée de la viscosité dans la couche convective

$$\theta_{1/2} = \frac{E\Delta T}{R\left(T_s + \Delta T\ T^*_{1/2}\right)^2}, \tag{5.9}$$

puis le nombre de Rayleigh approprié

$$Ra_{1/2} = \frac{\alpha\rho g\Delta T d^3}{\kappa\eta(T^*_{1/2})}. \tag{5.10}$$

Nous sommes alors en mesure de proposer une loi d'échelle du nombre de Nusselt qui ne dépend plus de la température interne obtenue de façon indirecte en dépouillant les données de simulations numériques.

La figure 5.12 montre les lois d'échelle du nombre de Nusselt obtenues à l'aide de $T^*_{1/2}$ dans les cas Newtoniens stationnaires, instationnaires et non-Newtoniens. A gauche, notre régression nous donne : $Nu = 0.358\ \theta_{1/2}^{-0.780} Ra_{1/2}^{0.245}$ où le modèle de Fowler (1985) modifié prédit : $Nu \propto \theta^{-0.5} Ra_i^{0.2}$. L'exposant à θ de notre régression est donc intermédiaire entre les modèles de Fowler (1985) modifiés et d'origine. L'exposant au nombre de Rayleigh est toujours plus proche du modèle de Fowler. Au centre, nous effectuons la régression des nombre de Nusselt des simluations Newtoniennes instationnaires : $Nu = 0.765\ \theta_{1/2}^{-0.808} Ra_{1/2}^{0.218}$. Nous observons le même comportement des exposants que dans le cas précédent. A droite, nous présentons la régression du nombre de Nusselt des simulations non-Newtoniennes : $Nu = 1.168\ \theta_{1/2}^{-0.718} Ra_{1/2}^{0.296}$. Dans cette situation, le modèle de Fowler (1985) modifié prédit $Nu \propto \theta^{-0.666} Ra_i^{0.333}$. Nos résultats sont donc en très bonne adéquation avec le modèle de Fowler (1985).

La figure 5.13 montre les résultats de notre nouveau modèle de la température interne appliqué à la contrainte maximale. On observe que l'utilisation des paramètres $\theta_{1/2}$ et $Ra_{1/2}$ suffit à produire d'excellentes régressions dans le cas Newtonien et permet une régression de qualité équivalente à celle dérivée avec θ et Ra_i dans le cas non-Newtonien.

A gauche, notre régression dans le cas Newtonien stationnaire donne : $0.030\ \theta_{1/2}^{0.488} \theta_s^{0.878} Ra_{1/2}^{0.960}$. Les exposants à θ_s et Ra_i sont donc toujours proches de 1 mais l'exposant à θ est plus proche de 0.5. Au centre, la régression des cas

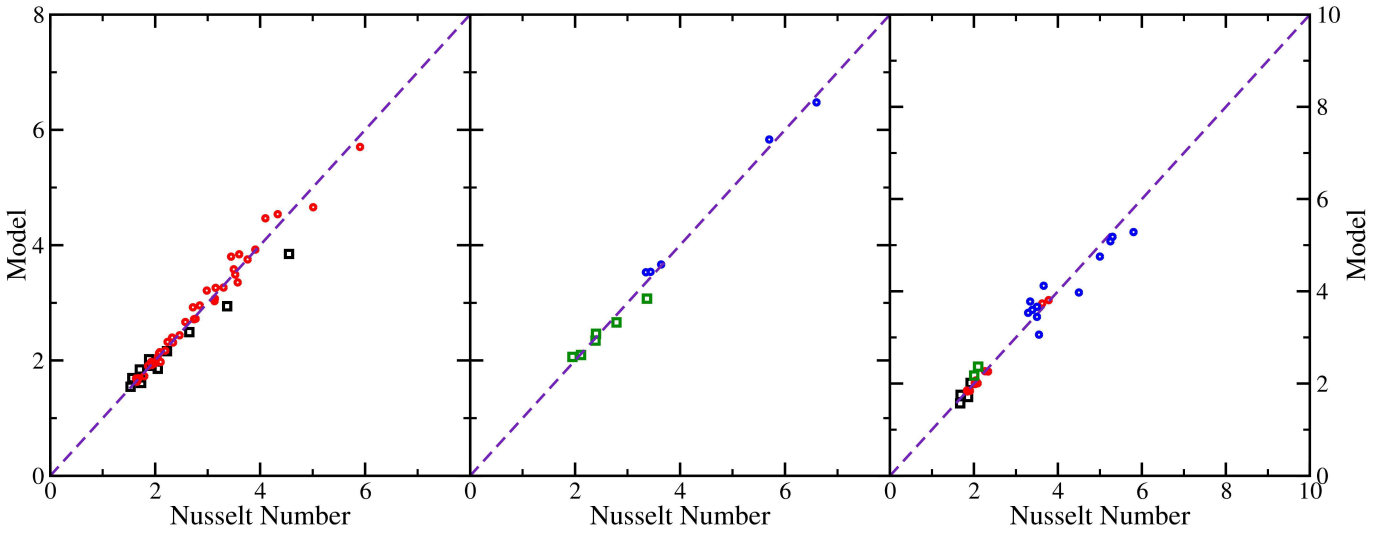

FIG. 5.12 – Loi d'échelles du nombre de Nusselt en utilisant la température interne $T^*_{1/2}$. A gauche : Newtonien stationnaire : $Nu = 0.358\ \theta_{1/2}^{-0.780} Ra_{1/2}^{0.245}$. Au centre : Newtonien instationnaire : $Nu = 0.765\ \theta_{1/2}^{-0.808} Ra_{1/2}^{0.218}$. A droite, non-Newtonien : $Nu = 1.168\ \theta_{1/2}^{-0.718} Ra_{1/2}^{0.296}$.

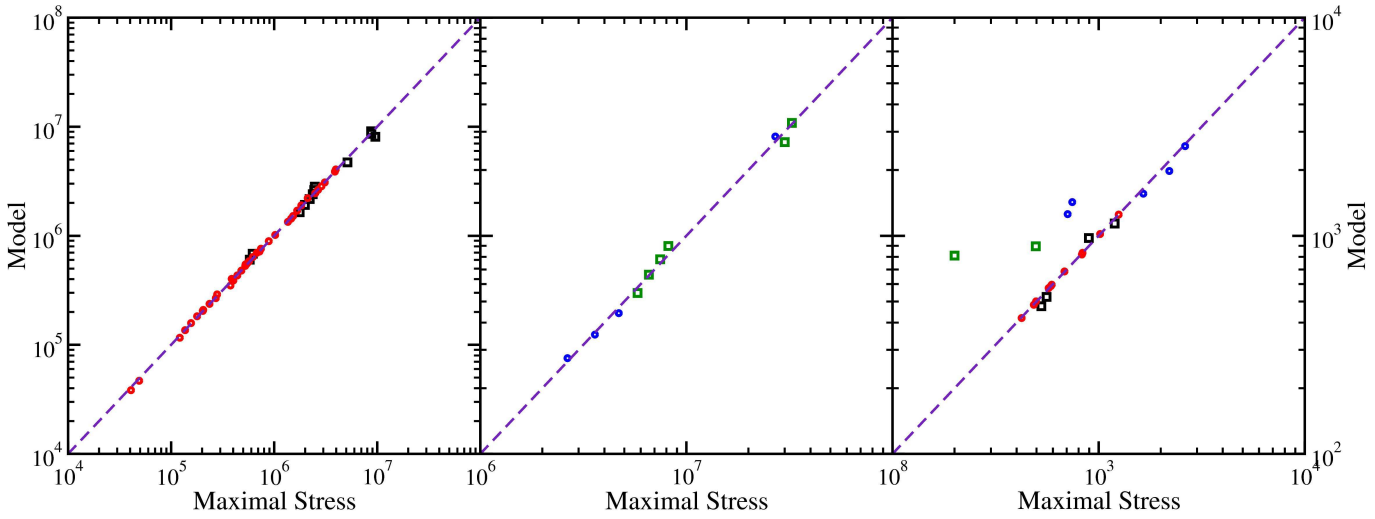

FIG. 5.13 – Lois d'échelle des contraintes maximales en utilisant la température interne théorique $T^*_{1/2}$. A gauche, Newtonien stationnaire : $0.030\ \theta_{1/2}^{0.488} \theta_s^{0.878} Ra_{1/2}^{0.960}$. Au centre, Newtonien instationnaire : $0.129\ \theta_{1/2}^{0.924} \theta_s^{0.801} Ra_{1/2}^{0.810}$. A droite, Non-Newtonien (régression des données Arrhenius stationnaires) : $\tau^*_{max} = 0.140\ \theta_{1/2}^{0.808} \theta_s^{1.239} Ra_{1/2}^{0.192}$.

Newtoniens instationnaires donne : $0.129\ \theta_{1/2}^{0.924}\theta_s^{0.801}Ra_{1/2}^{0.810}$. Les exposant sont alors tous proches de 1. A droite, les simulations non-Newtoniennes suivent la loi d'échelle : $\tau_{max}^* = 0.140\ \theta_{1/2}^{0.808}\theta_s^{1.239}Ra_{1/2}^{0.192}$. L'exposant au nombre de Rayleigh dans le cas non-Newtonien est donc toujours compris entre 0 et 0.5, ce qu'aucun modèle n'a permis d'expliquer à ce jour. Les exposants à $\theta_{1/2}$ et θ_s sont de nouveau proches de 1.

5.1.7 Conclusion

Nous avons entrepris l'étude systématique des lois d'échelle du nombre de Nusselt et de la contrainte maximale dans des simulations de convection Newtoniennes et non-Newtoniennes avec des viscosités de type Arrhenius et Frank-Kamenestkii.

Nous observons que la température interne d'une simulation de type Arrhenius ne suit pas la même loi d'échelle que la température interne d'une simulation de type Frank-Kamenestkii. Lorsque nous avons effectué nos régressions du nombre de Nusselt et des contraintes maximales, il est apparu que nos données ne suivent pas les lois d'échelles dérivées par différents modèles (Fowler (1985); Solomatov (1995); Reese et al. (1998); Solomatov (2004)).

Nous avons donc proposé une nouvelle loi d'échelle pour la température interne qui ne nécessite pas de connaître au préalable le résultat de la simulation, contrairement aux modèles publiés dans la littérature. A l'aide de cette nouvelle température interne, nous montrons qu'il est possible de réutiliser les modèles de Fowler (1985), Reese et al. (1998) et Solomatov (2004) pour mieux rendre compte du nombre de Nusselt et dans une moindre mesure de la contrainte maximale.

Le cas des contraintes maximales n'ayant jamais été observé dans toutes ces configurations, nous proposons donc les premières lois d'échelle impliquant une viscosité de type Arrhenius dans les cas Newtoniens et non-Newtoniens. Cette étude montre que l'approximation de Frank-Kamenestkii introduit une erreur dans le calcul des flux de chaleur et des températures internes des planètes et propose un modèle alternatif principalement basé sur les travaux de Fowler (1985) et Reese et al. (1998).

5.2 Convection et rhéologie dépendante de la taille des grains

Dans cette section, nous testons numériquement l'impact de notre modèle d'évolution de la taille des grains sur la convection des planètes. Nous avons effectué un ensemble de simulations numériques non-Newtoniennes à fort contraste de viscosité. Nous observons que l'incorporation de la taille des grains dans les modèles de convection peut suffire à briser le couvercle stagnant sans incorporer de comportement cassant.

5.2.1 Introduction

Le modèle que nous présentons dans le chapitre 3 prédit un équilibre piézométrique de la taille des grains en accord avec les études expérimentales. De même que dans les modèles proposés dans la littérature (cf. chapitre 2), dans notre approche, la taille d'équilibre des grains est directement controlée par le second invariant de la contrainte déviatorique. Notre formalisme montre également que lorsqu'une distribution de grains est éloignée de sa taille d'équilibre (à une contrainte donnée), sa cinétique de retour à l'équilibre est très rapide devant les temps impliqués dans les processus convectifs (la figure 3.7 du chapitre 3 montre qu'il suffit de quelques milliers d'années dans la lithosphère). Dans cette section, nous faisons donc l'hypothèse que cette cinétique est négligeable et forçons la taille des grains à se trouver sur l'équilibre piézométrique.

A l'équilibre, à haute contrainte, la taille des grains est en régime de diffusion ; à basse contrainte, elle est en régime de dislocation. Dans le régime de diffusion, la viscosité dépend de la taille des grains alors qu'en régime de dislocation, ce n'est pas le cas. Le chapitre 4 montre la répartition des contraintes déviatoriques dans un domaine en convection, dans le régime du couvercle stagnant. Nous observons toujours que les contraintes internes sont faibles alors que les contraintes dans le couvercle sont très élevées. Dans nos simulations, l'équilibre piézométrique impose donc qu'une partie du couvercle se trouve dans le régime de diffusion alors que la zone convective du manteau se trouve en régime de dislocation. Cette situation semble contraire à diverses prédictions (Karato & Wu (1993a)) basées sur un raisonnement hors équilibre (c'ést à dire à taille de grain fixée), qui stipulent que le manteau est en régime de diffusion et la lithosphère en régime de dislocation.

Dans nos expériences numériques, afin de déterminer pleinement l'impact de notre modèle d'évolution de la taille des grains, nous n'incorporons pas de contrainte de rupture (comme une loi de Byerlee) dans la lithosphère. Nous observons, dans un premier temps, l'effet de cette couche supérieure en régime de diffusion en gardant à l'esprit que l'incorporation d'une contrainte de rupture (cassante) diminuerait la résistance de surface. Malgré ces limitations, les résultats obtenus montrent que l'évolution de la taille des grains peut modifier le comportement général de la convection et peut conduire

une planète du régime de couvercle stagnant vers les régimes “isovisqueux” ou épisodique sans incorporer de comportement cassant.

5.2.2 Formalisme

Afin de quantifier en détail l’impact de notre loi piézométrique sur la convection, nous nous plaçons dans un état géométrique aussi simple que possible. Nous choisissons donc un rapport d’aspect de 1 et un nombre de Rayleigh basal égal à 10^4 pour toutes les simulations. De même qu’auparavant dans les simulations non-Newtoniennes, ce nombre de Rayleigh exclut la partie non-linéaire de la viscosité. Le nombre de Rayleigh interne effectif des simulations est de l’ordre de $1 - 3\ 10^7$.

Le chapitre 4 montre que le régime de convection des planètes est principalement déterminé par le contraste de viscosité entre le sommet et la base du domaine considéré. Dans le cas non-Newtonien (avec l’exposant à la contrainte $n = 3$ dans la loi rhéologique), Solomatov (1995) prédit un contraste de viscosité critique au travers de la lithosphère de l’ordre de 10^7. Lorsque le contraste de viscosité est supérieur à cette valeur, la lithosphère se fige, dans le cas contraire, la convection rentre dans le régime de transition ou le régime isovisqueux. Dans cette étude, nous voulons quantifier l’impact de la couche supérieure en régime de diffusion sur ce contraste de viscosité de transition.

Afin de déterminer les limites entre régimes de convection de façon robuste, nous testons divers contrastes de viscosité dans un ensemble de simulations de type Arrhenius dont nous faisons varier les énergie d’activation. Par souci de simplicité, nous avons imposé des températures à la base et à la surface constantes : $T_s = 1000$ K et $\Delta T = 1000$ K et nous ne faisons varier que l’énergie d’activation.

Nous considérons donc les deux vitesses de déformation potentielles des régimes de dislocation $\dot{\epsilon}_1$ et de diffusion $\dot{\epsilon}_2$:

$$\underline{\dot{\epsilon}}_1 = A_1 \tau^{n-1} \underline{\tau} \tag{5.11}$$

et

$$\underline{\dot{\epsilon}}_2 = A_2 d^{-m} \underline{\tau}, \tag{5.12}$$

où

$$A_i = A_{i0} \exp\left(-\frac{E_i}{RT}\right), \tag{5.13}$$

avec, comme précédemment, A_1 (MPa^{-n} s^{-1}), A_2 (MPa^{-1} s^{-1} μm^m), τ (MPa) le second invariant de la contrainte déviatorique, n et m des constantes sans dimension, R la constante de Boltzmann (J mol^{-1} K^{-1}), T la température (K),

E_i les énergies d'activation (J mol^{-1}) et d la taille moyenne des grains (μm).

Afin de déterminer la taille moyenne des grains dans l'équation 5.12, nous considérons que la taille des grains est toujours à l'équilibre piezométrique :

$$\frac{\partial d}{\partial t} = 0 = \frac{G}{pd^{p-1}} - \frac{2f_0 A_1 \lambda_3}{3\gamma\lambda_2} d^2 \tau^{n+1} \tag{5.14}$$

avec t le temps (s), G le terme de croissance des grains (m^p s^{-1}), p une constante sans dimension, f_0 e coefficient de partitionnement sans dimension, γ la tension de surface des joints de grains (J m^{-2}) et λ_i des variables sans dimension. Cette expression est en accord avec notre modèle discuté section 3.6.2, équation 3.40. On exprime le terme de croissance par :

$$G = k_0 \exp\left(-\frac{Q_g}{RT}\right), \tag{5.15}$$

où k_0 est un préfacteur expérimental constant (m^p s^{-1}) et Q_g est une énergie d'activation. Le coefficient de partitionnement est choisi sous la forme (cf. chapitre 3) :

$$f_0 = \exp\left(-\alpha_f \left(\frac{T}{1000}\right)^{\beta}\right) \tag{5.16}$$

avec α_f et β des constantes sans dimension. Par souci de simplicité, nous avons supprimé la dépendance en pression du paramètre f_0. Le chapitre 3 montre que le coefficient de partitionnement dépend beaucoup plus fortement de la température. Les variables λ_i sont définies par :

$$\lambda_i = \exp\left(\frac{i^2\sigma^2}{2}\right). \tag{5.17}$$

où σ (sans dimension) est la déviation standard de la distribution des tailles de grains. Afin d'alléger les calculs, nous définissons également le paramètre χ (μm^{p+1} MPa^{n+1}) :

$$\chi = \frac{3\gamma G \lambda_2}{2pfA_1\lambda_3} \tag{5.18}$$

La taille de grains d'équilibre, calculée à l'aide de l'équation 5.14 s'écrit alors :

$$d = \chi^{\frac{1}{p+1}} \tau^{-\frac{n+1}{p+1}}. \tag{5.19}$$

Nous pouvons donc calculer la vitesse de déformation du régime de diffusion (à l'aide des équations 5.12 et 5.19) :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_2 = A_2 \chi^{-\frac{m}{p+1}} \tau^{\frac{m(n+1)}{p+1}} \underline{\tau}. \tag{5.20}$$

En utilisant les valeurs standard des coefficients expérimentaux : $m = 3$ et $p = 2$, nous obtenons donc un exposant à la contrainte égal à 5. Dans ce formalisme, le régime de diffusion est donc très non-Newtonien. En chaque point du domaine considéré, nous avons donc calculé les deux viscosités résultantes des deux vitesses de déformation et imposons finalement :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_2 = \max(A_1 \tau^{n-1}, A_2 \chi^{-\frac{m}{p+1}} \tau^{\frac{m(n+1)}{p+1}}) \underline{\tau} \tag{5.21}$$

De cette façon, les zones subissant une forte contrainte déviatorique se trouvent dans le régime de diffusion alors que les zones à faible contraintes restent dans le régime de dislocation.

5.2.3 Contrainte de transition

Dans une simulation numérique de convection, il est impossible d'utiliser les coefficients expérimentaux ; le contraste de viscosité serait alors trop élevé et la résolution de l'équation de Navier-Stokes deviendrait impossible. Nous diminuons donc suffisamment l'énergie d'activation de la rhéologie et augmentons la température de surface pour que le calcul soit possible. Dans une simulation non-Newtonienne, le problème du choix du préfacteur à la rhéologie est encore plus complexe parce que la viscosité dépend des contraintes et n'est donc pas connue avant la simulation. Notre stratégie de choix des paramètres est donc la suivante.

Nous effectuons une première simulation pour une rhéologie entièrement dislocative en choisissant une énergie d'activation dislocative E_1 suffisamment élevée (mais encore inférieure à la valeur mesurée pour des problèmes de résolution numérique). Cette simulation demande la connaissance d'un nombre de Rayleigh basal que nous imposons et d'une viscosité sans dimension :

$$\eta_1^* = \exp\left(\frac{E_1}{nR}\left(\frac{1}{T_s + \Delta T\, T^*} - \frac{1}{T_s + \Delta T}\right)\right) \dot{\epsilon}^{*\frac{1-n}{n}} \tag{5.22}$$

La valeur du nombre de Rayleigh basal nous permet d'estimer la valeur absolue de la viscosité basale et donc le préfacteur A_{10} de la viscosité. Durant cette simulation nous mesurons la contrainte maximale en surface τ_{ref}.

Nous effectuons ensuite une deuxième simulation avec une rhéologie qui peut évoluer vers le cas diffusif. Nous choisissons une énergie d'activation diffusive $E_2 = 0.7E_1$. Ce rapport est typiquement celui des énergies d'activation effectivement mesurées en laboratoire (voir par exemple le tableau 3.1). Il nous reste encore a définir un dernier paramètre

TAB. 5.5 – Choix des paramètres expérimentaux choisis pour les études de convection avec piezomètre.

Paramètre	Valeur	Unité	Description
κ	10^{-6}	$m^2\ s^{-1}$	Diffusivité thermique
α	$3\ 10^{-5}$	K^{-1}	Expansivité thermique
ρ	5000	$kg\ m^{-3}$	Densité
g	10	$m\ s^{-2}$	Accélération gravitationnelle
ΔT	1000	K	Saut de température
T_S	1000	K	Température de surface
h	2900	km	Profondeur du domaine
k_0	$4\ 10^4$	$m^2\ s^{-1}$	Préfacteur croissance
E_g	200	$kJ\ mol^{-1}$	Energie activation croissance
α_f	0.439		Coefficient de f_0
β	5.76		Coefficient de f_0
n	3		Coefficient dislocation
m	3		Coefficient diffusion
p	2		Coefficient croissance
σ	0.6		Déviation standard distribution
λ_2	2.054		Constante
λ_3	5.053		Constante

A_{20} (relié à l'amplitude de la viscosité diffusive). Pour cela, nous notons que la transition diffusion-dislocation se produit (cf. 5.21) lorsque :

$$A_1 \tau^{n-1} = A_2 \chi^{-\frac{m}{p+1}} \tau^{\frac{m(n+1)}{p+1}} \tag{5.23}$$

Nous choisissons empiriquement A_{20} pour que cette équation soit vérifiée pour $\tau_c = \Omega\ \tau_{ref}$ et $T = T_s$, avec $0 < \Omega < 1$. Si Ω est nul, la rhéologie composite devient entièrement diffusive (mais non-linéaire en contrainte puisque la taille de grains évolue avec la contrainte), si $\Omega = 1$, la rhéologie est entiérement dislocative. Selon la valeur de Ω, une proportion plus ou moins large du domaine peu profond passe en régime diffusif. La table 5.5 présente une compilation des valeurs choisies pour tous les paramètres.

5.2.4 Résultats

Nous avons effectué un ensemble de simulations numériques en faisant varier Ω de 0.003 à 1 et E_1 de 250 kJ mol^{-1} à 415 kJ mol^{-1}. Dans chaque simulation, nous imposons $\Delta T = T_S = 1000$ K. Quatre régimes sont observés en faisant varier nos deux paramètres : le régime du couvercle stagnant, le régime isovisqueux dislocatif, le régime épisodique et le régime isovisqueux diffusif. La figure 5.14 présente la localisation de ces domaines en fonction de Ω et E_1. Pour $\Omega = 1$, nous retrouvons exactement le contraste de viscosité de transition (indiqué par une étoile) entre régime isovisqueux et régime du couvercle stagnant prédit par Solomatov (1995). Solomatov prédit un contraste de viscosité : $\Delta\eta = 8.89\ 10^6$, ce qui correspond à $E_1 = 266$ kJ mol^{-1} pour $\Delta T = T_S = 1000$ K. En diminuant le paramètre Ω (c'est à dire en augmentant l'importance de la couche diffusive), nous observons que la transition entre les régimes du couvercle stagnant et isovisqueux est obtenue pour une valeur de E_1 grandissante. Pour une valeur de Ω suffisamment faible (qui dépend de E_1), nous observons pour la première fois que le système rentre dans un régime épisodique en l'absence de comportement cassant. Lorsque Ω est très faible (inférieur à 10^{-2}), nous constatons que la couche diffusive se propage dans l'ensemble du manteau et amène la convection dans le régime diffusif. Cet état est trop éloigné de notre hypothèse initiale selon laquelle la couche diffusive se situe dans la lithosphère. Nous ne détaillerons donc pas cet état.

Afin d'illustrer les régimes de convection, nous observons quatre simulations avec $E_1 \simeq 290$ kJ mol^{-1}. Pour $\Omega = 1$ et 0.3, la convection s'effectue dans le régime du couvercle stagnant. Pour $\Omega = 0.1$, le régime devient isovisqueux et pour $\Omega = 0.06$, le système rentre dans le régime épisodique. Les figures 5.15 et 5.16 illustrent les trois premières simulations et les figures 5.17 et 5.18 décrivent le régime épisodique. Nous commencerons par les trois premières simulations.

La figure 5.15 montre les champs de température ainsi que les zones rhéologiques dans le domaine en convection. Pour $\Omega = 1$ (à gauche), le système est simplement dans le régime du couvercle stagnant et il n'y a pas de couche diffusive. Pour $\Omega = 0.3$ (au centre), on voit apparaître la couche diffusive dans la couche superficielle de forte contrainte déviatorique. Toutefois, la couche n'est pas suffisamment épaisse pour briser le couvercle. Pour $\Omega = 0.1$ (à droite), la convection est de type isovisqueuse, la couche diffusive a été assez épaisse pour briser le couvercle. Nous constatons que le coin surplombant le panache froid est en régime de diffusion à l'équilibre. La zone de forte contrainte est étirée autour du coin supérieur droit ; la couche diffusive y diminue la viscosité qui n'est plus assez élevée pour créer un couvercle stagnant.

La figure 5.16 montre les profils de contraintes dans ces trois simulations. On remarque que les contraintes sont très similaires dans les deux simulations avec couvercle (courbes noires et bleues). Pour ces deux courbes, on voit que les gradients de contraintes semblent identiques dans l'ensemble du domaine, à l'exclusion de la couche supérieure (entre $z^* = 0$ et $z^* = 0.03$), comme le montre le graphique de droite, où les courbes noires et bleues se croisent dans la zone

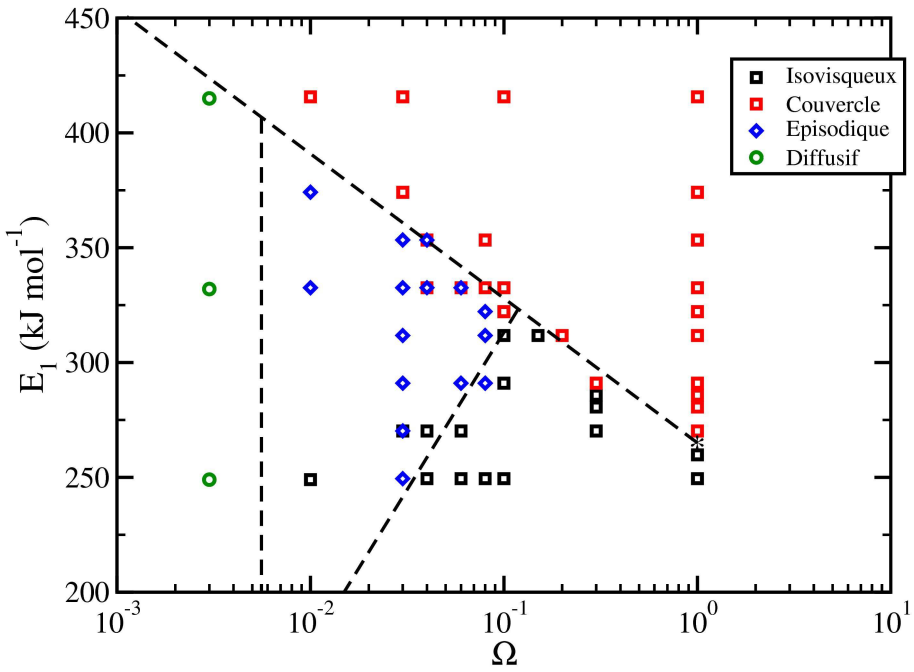

FIG. 5.14 – Régimes de convection en fonction des paramètres Ω et E_1. Carrés rouges : couvercle stagnant, carrés noirs : isovisqueux, losanges bleus : épisodique, cercles verts : manteau diffusif. Les différentes limites sont dessinées de façon indicative. L'étoile correspond à la transition prédite par Solomatov (1995).

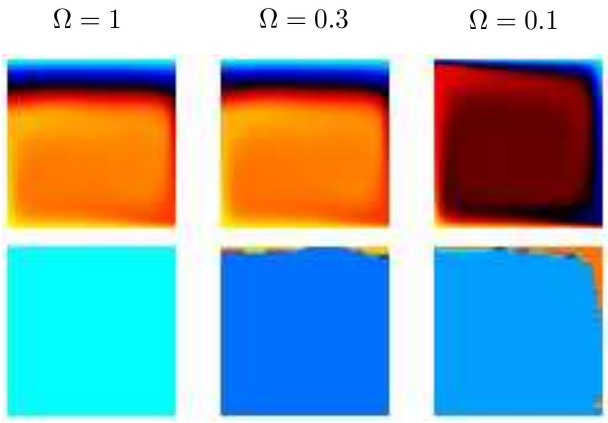

FIG. 5.15 – Illustration des régimes du couvercle stagnant et isovisqueux avec $E_1 \simeq 290$ kJ mol^{-1} et (de gauche à droite) $\Omega = 1$, 0.3 et 0.1. En haut, nous présentons les champs de température, en bas, nous représentons les rhéologies actives. En bas, le régime de dislocation est représenté en bleu et le régime de diffusion en orangé.

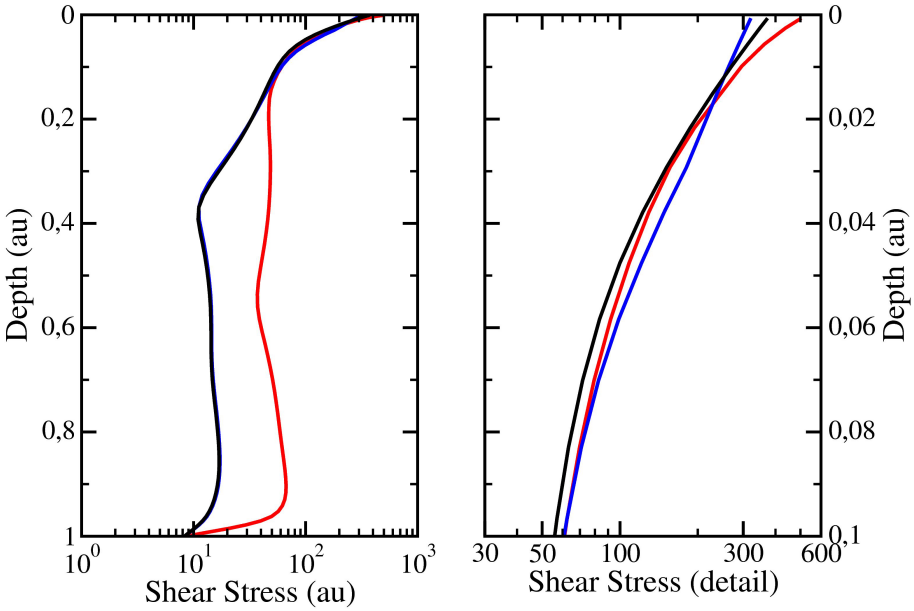

FIG. 5.16 – Profils des contraintes déviatoriques dans les cas du couvercle stagnant et du régime isovisqueux pour $\Omega = 1$ (courbe noire), $\Omega = 0.3$ (courbe bleue) et $\Omega = 0.1$ (courbe rouge). Ces profils de contrainte correspondent aux simulations présentées dans la figure 5.15. De même que précédemment, nous avons choisi $E_1 \simeq 290$ kJ mol^{-1}. Les courbes noires et bleues correspondent au cas du couvercle stagnant et la courbe rouge au cas du régime isovisqueux.

diffusive. La courbe rouge, représentant la simulation dans le régime isovisqueux, se confond avec les deux autres dans la partie supérieure ($0 < z^* < 0.1$). Dans la zone interne, les contraintes du régime isovisqueux sont supérieures d'un facteur ~ 5 aux contraintes du régime du couvercle stagnant mais la température y est plus faible.

Les figures 5.17 et 5.18 illustrent le comportement de la convection dans le régime épisodique pour $\Omega = 0.06$ (et toujours $E_1 \simeq 290$ kJ mol^{-1}). Nous observons un régime cyclique à deux phases distinctes : l'épaississement de la lithosphère et son effondrement au fond du manteau.

La figure 5.17 montre cinq états internes à ce cyle. Dans la phase 1, la convection est presque arrêtée. L'activité interne étant très faible, les contraintes de surface le sont également. On voit que la couche rhéologique en régime de diffusion n'est pas épaisse. Les couches limites thermiques croissent (on voit que les flux de chaleur diminuent). Dans l'étape 2, la couche thermique basale étant très épaisse, une instabilité s'y développe. Un panache chaud remonte sous la lithosphère et exerce une contrainte ; la couche diffusive s'épaissit. Dans la phase 3, le panache chaud atteint la lithosphère qui se déstabilise à son tour et génére un panache froid. La couche diffusive se propage dans le panache froid et engendre la chute de la totalité de la lithosphère dans le manteau. Dans l'étape 4, la lithosphère et la couche diffusive atteignent le fond du domaine et se figent. Les flux de chaleurs sont très élevés et il n'y a plus de couche diffusive à la surface.

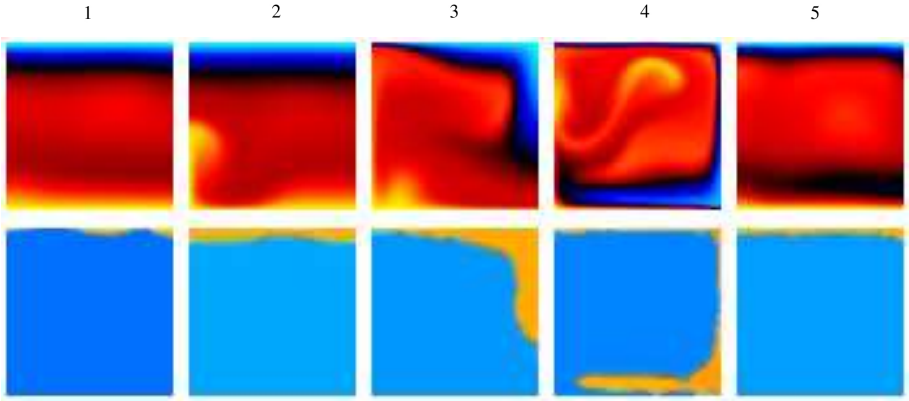

FIG. 5.17 – Illustration d'un cycle dans le régime épisodique ($E_1 \simeq 290$ kJ mol^{-1}, $\Omega = 0.06$). En haut, champ des températures sans dimension, en bas, régions rhéologiques : bleu, régime de dislocation, orangé, régime de diffusion.

Dans la phase 5, la chaleur de la lithosphère engloutie diffuse au fond du manteau et stoppe la convection. La couche diffusive embarquée par le panache disparaît. Une nouvelle lithosphère et une très fine couche diffusive apparaissent progressivement à la surface.

La figure 5.18 présente l'évolution de l'état thermique du système. En haut, nous distinguons les nombres de Nusselt supérieur (courbe noire) et inférieur (courbe rouge). Le cycle décrit par la figure 5.17 semble se répèter indéfiniment de façon presque périodique. En bas, nous représentons l'évolution de la température moyenne (de l'ensemble du domaine). Comme le montre la courbe, nous sommes partis d'un état initial chaud et observons le refroidissement du manteau. On voit que l'épisodicité du régime de convection n'est pas dû au refroidissement de la planète mais est bien inhérent au jeu de paramètres choisis : $\Omega = 0.06$, $n = 3$, $E_1 \simeq 290$ kJ mol^{-1}, $Ra_1 = 10^4$, $T_S = \Delta T = 1000$ K.

Pour finir, la figure 5.19 montre la variation du profil horizontal des vitesses en fonction de Ω dans le régime isovisqueux. Nous choisissons $E_1 \simeq 250$ kJ mol^{-1} pour disposer de plusieurs simulations dans le même régime. Il apparaît clairement que l'incorporation de la couche diffusive influence directement la mobilité de la surface. A gauche, nous observons que la déformation est légèrement plus localisée du fait du changement d'exposant à la contrainte dans la zone diffusive ($n \simeq 5$ en surface). Le graphique de droite montre qu'il est possible d'effectuer une régression de la vitesse de surface maximale en fonction du paramètre Ω : $v_x^* \simeq 99 - 88 \ln(\Omega)$, où v_x^* est la vitesse de surface sans dimension. Les vitesses sont adimensionnées par la taille du domaine et un temps diffusif. En les dimensionnant, nous obtenons : $v_x = 0.11$ cm an^{-1} pour $\Omega = 1$ et $v_x = 0.3$ cm an^{-1} pour $\Omega = 10^{-2}$. Ces valeurs sont relativement faibles (d'un facteur 10 inférieur aux vitesses de plaque observées sur Terre) mais dépendent fortement du nombre de Rayleigh interne qui varie très peu entre ces simulations.

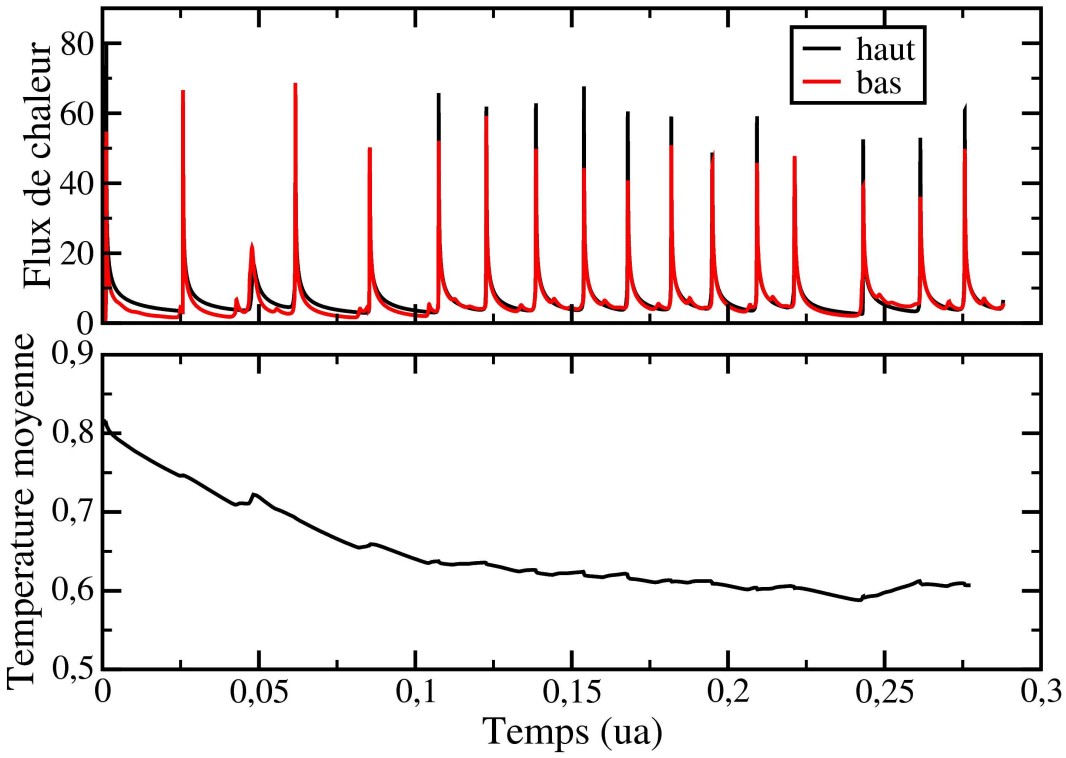

FIG. 5.18 – Nombres de Nusselt de surface et basal d'une simulation en régime épisodique et évolution de la température moyenne sans dimension ($E_1 \simeq 290$ kJ mol^{-1}, $\Omega = 0.06$). On constate que le régime épisodique se maintient tandis que la température moyenne oscille autour d'une valeur constante.

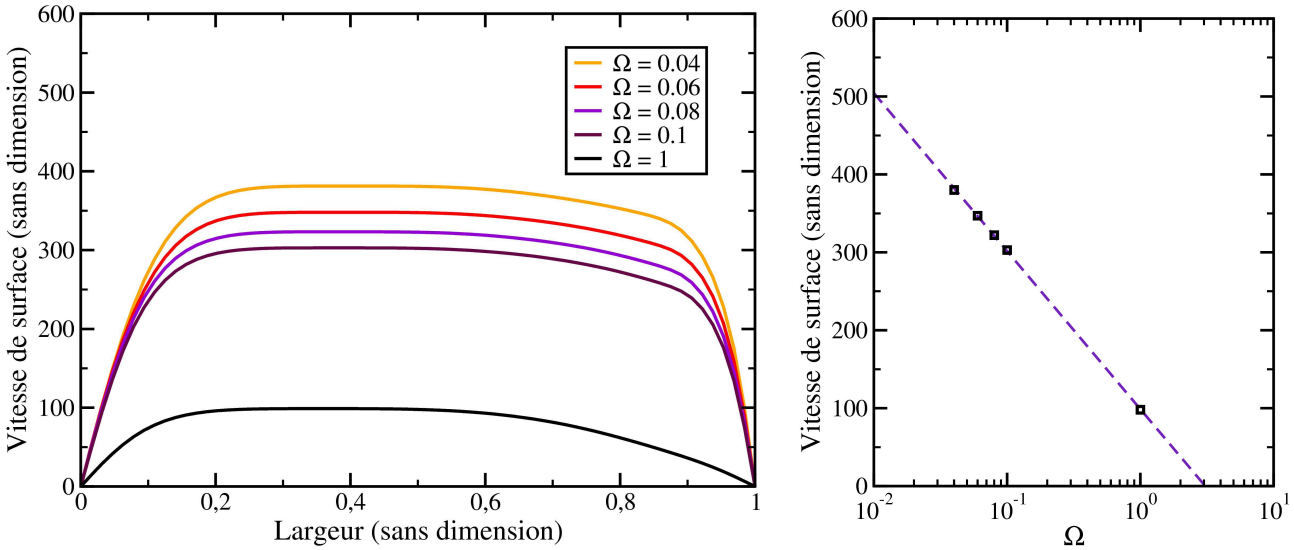

FIG. 5.19 – Vitesses de surface sans dimension en fonction de Ω dans le régime isovisqueux avec $E_1 \simeq 250$ kJ mol^{-1}. A gauche, profil horizontal des vitesses à la surface de la simulation. A droite, régression des vitesses maximales en fonction de Ω : $v_x^* \simeq 99 - 88 \ln(\Omega)$. On voit que l'incorporation de la couche diffusive augmente la mobilité de la surface.

5.2.5 Conclusion

Cette étude montre que la considération de la taille des grains est de première importance dans la dynamique des planètes. Nous observons que la réduction de la taille des grains dans la lithosphère peut induire un comportement similaire à celui attribué à la fracture des roches. Nous montrons numériquement que notre modèle d'évolution de la taille des grains suffit à créer un régime proche de celui de la tectonique des plaques à partir de simulations dont la viscosité est si contrastée qu'elle engendre usuellement un couvercle stagnant. Nous constatons également que notre modèle influence fortement la mobilité de la surface par son effet lubrifiant aux frontières des plaques.

De plus, nous observons que l'incorporation d'une couche rhéologique en régime de diffusion permet à la convection de se figer dans le régime épisodique dans lequel la lithosphère alterne des phases d'épaississement et d'effondrement dans le manteau. Le régime épisodique est observé pour un paramètre Ω suffisamment faible (et supérieur à 10^{-2}), c'est-à-dire si l'on confère à la couche diffusive une importance suffisante, le manteau rentre invariablement dans le régime épisodique. Cette étude apporte donc une approche nouvelle sur la dynamique de Vénus dont la surface semble avoir été uniformément recyclée en un temps très court (cf. Sohl & Schubert (2007)).

Nous prédisons potentiellement un régime épisodique dans nos simulations. Il est probable mais cela reste à vérifier, que la résolution exacte de l'équation d'évolution de la taille de grain, 3.40, donne au système une mémoire, que les

simulations supposant léquilibre textural, ne possèdent pas. A faible température, vers la surface, la diminution de la cinétique de croissance des grains pourrait permettre la permanence des zones de faible taille de grain. Cela devra être confirmé dans le futur.

Conclusion

Cette thèse montre que la taille des grains est un paramètre indispensable à l'étude de la localisation de la déformation. Nous apportons un nouveau modèle entièrement physique d'évolution de la taille des grains, calibré sur les données expérimentales obtenues sur des échantillons d'olivine, minéral majeur du manteau supérieur des planètes telluriques. Nous avons testé ce modèle numériquement dans diverses configurations significatives de la tectonique des plaques sur Terre.

Nous avons étudié une zone de cisaillement subissant diverses vitesses de déformation. A faible cisaillement, pour des vitesses de plaque inférieures à 1 cm par an, notre modèle stipule que le coeur de la zone déformée peut se stabiliser en régime de diffusion. A plus fort cisaillement, nous observons que la diminution rapide de la taille des grains accroît légèrement la localisation thermique de la déformation mais relaxe trop la contrainte déviatorique pour que la zone de cisaillement se stabilise en régime de diffusion. Dans tous les cas, le passage en régime de diffusion tend paradoxalement à ôter à la viscosité sa dépedance en taille de grains parce qu'il relaxe la contrainte. La taille de grain d'équilibre se trouvant alors en régime de dislocation, il n'y a plus que la température qui puisse localiser la déformation. La taille des grains semble donc ne pas favoriser la localisation de la déformation dans le contexte d'une zone de cisaillement à l'échelle de la lithosphère. Par contre, nous observons que lorsque le coeur d'une zone de cisaillement est stabilisée dans le régime diffusion, elle baisse la contrainte déviatorique nécessaire à la déformation. La taille des grains favorise donc la création des zones de cisaillement, sans pour autant y localiser la déformation.

Nous avons également testé notre modèle dans le contexte de la convection du manteau de la Terre. Nous proposons en premier lieu de nouvelle lois d'échelle du flux de chaleur et de la contrainte maximale dans la lithosphère. En second lieu, nous avons examiné l'impact de la taille des grains à l'équilibre piézométrique dans la lithosphère sur le régime de convection des planètes. Nous montrons pour la première fois que l'incorporation, même implicite, de la taille des grains suffit à engendrer un régime proche de la tectonique des plaques sur Terre ou un régime de subduction épisodique plus proche du comportement supposé de Vénus.

Nous avons donc démontré numériquement que notre nouveau modèle d'évolution de la taille possède un impact considérable sur la dynamique des planètes telluriques du système solaire. Une rhéologie dépendante de la taille des grains modifie potentiellement le régime de convection à grande échelle mais ne semble pas jouer un rôle aussi important que la dissipation visqueuse dans le contexte d'une zone de cisaillement.

Perspectives

Cette thèse apporte un nouveau paramètre d'importance considérable dans l'étude de la dynamique des planètes et de la génération de la tectonique des plaques. Toutefois, il ne s'agit que de premières études qui mettent en évidence l'existence de processus localisants mais qui ne suffisent pas à prédire le comportement de la Terre ou de Vénus avec robustesse. Des études systématiques des zones de cisaillement et de la convection des planètes doivent être entreprises de façon à pouvoir apporter une réponse précise à la question de la localisation de la déformation par la taille des grains.

Pour ce qui est des zones de cisaillement, le modèle unidimensionnel que j'ai proposé reste insuffisant et doit être amélioré. Dans le but d'étudier le comportement de la lithosphère avec plus de précision, il semble indispensable de calibrer notre modèle d'évolution de la taille des grains sur tous les types de roches impliqués dans les processus lithosphériques. La considération conjointe de la fracture, de la dissipation visqueuse et de l'évolution de la taille des grains dans les différentes roches de la lithosphère permettrait une véritable comparaison de nos modèles numériques avec les grandes zones de cisaillement observées à la surface de la Terre.

Pour ce qui est de la convection, deux dimensions sont insuffisantes pour engendrer un véritable régime de tectonique des plaques. L'examen de la partition des champs toroïdaux-poloïdaux est indispensable. Je m'apprête donc à utiliser le programme de Paul Tackley, StagYY, pour effectuer une étude systématique de la localisation de la déformation avec notre formalisme et en trois dimensions. Je pense que deux approches peuvent donner des résultats utiles : le couplage fracture-taille des grains d'une part et la variation des conditions limites d'autre part. En examinant les effets combinés de la rupture de la surface de la lithosphère et de la présence d'une couche en régime de diffusion, nous pouvons espérer obtenir un régime de tectonique des plaques très proche de celui observé sur Terre. Une fois cette calibration effectuée, la variation des températures aux limites peut peut-être suffire à expliquer pourquoi Vénus (dont la surface est de plusieurs centaines de degrés plus chaude que celle de la Terre) ne possède pas le même régime de convection que la Terre. Cette étude peut s'avérer délicate parce que beaucoup de paramètres peuvent varier en changeant les conditions de température et il nous est impossible d'effectuer les calculs sans modifier les lois de fluage qui empêchent la convergence de l'équation

de Navier-Stokes. Il est donc indipensable de proposer des lois d'échelle du nombre de Nusselt et des contraintes en fonction de l'épaisseur de la couche diffusive dans la lithosphère, du nombre de Rayleigh, des températures aux limites et de l'intensité du chauffage interne, négligé au cours de cette thèse.

Mon étude des zones de cisaillement montre que la dissipation visqueuse joue un rôle très important à l'échelle des frontières de plaques. Il me semble donc également indispensable de tester l'effet de la dissipation visqueuse sur les changements potentiels de régime de convection dans un ensemble de simulations à échelle planétaire. Ma thèse montre donc qu'une étude détaillée de l'ensemble taille des grains-fracture-dissipation visqueuse est encore nécessaire à grande échelle et à l'échelle des frontières de plaques dans la lithosphère.

Annexe - Résultats numériques

Nous résumons ici les résultats bruts sur lesquels nous avons basé nos lois d'échelle de la section 5.1. La viscosité de type Frank-Kamenestkii sans dimension est définie par :

$$\eta = \exp\left(-\frac{\theta T^*}{n}\right), \tag{5.24}$$

où T^* est la température sans dimension (allant de 0 à 1). La viscosité de type Arrhenius sans dimension est définie par :

$$\eta = \exp\left[\frac{1}{n}\left(\frac{E + W z^*}{T_S + \Delta T\, T^*} - \frac{E}{T_S}\right)\right] (\dot{\epsilon}^*)^{\frac{1-n}{n}} \tag{5.25}$$

où z^* est la profondeur sans dimension (allant de 0 à 1) et $\dot{\epsilon}^*$ est le second invariant des vitesses de déformation sans dimension (adimensionné par $\dot{\epsilon}_0 = \frac{\kappa}{l^2}$ avec $\kappa = 10^{-6}$ m^2 s^{-1} et $l = 2.9\ 10^6$ m).

Dans les tables qui suivent, nous utilisons les notations :

- θ : paramètre de Frank-Kamenestkii.
- Ra_S : nombre de Rayleigh de surface (basé sur la viscosité de surface).
- T_i : température interne sans dimension.
- τ_t : second invariant maximal de la contrainte déviatorique adimensionné par la viscosité du haut.
- τ_t^{top} : moyenne de surface du second invariant de la contrainte déviatorique adimensionné par la viscosité de surface.
- Nusselt : nombre de Nusselt.
- n : exposant rhéologique (dans l'expression $\dot{\epsilon} = A_1 \tau^n$).
- asp : rapport d'aspect de la simulation.
- n_{cell} : nombre de cellules de convection (si n_{cell} n'est pas donné, il est égal à 1).
- stable : paramète quantifiant la stabilité de la simulation (stable $= 1 \rightarrow$ simulation stationnaire, stable $= 0.8 \rightarrow$

présence de perturbations périodiques, stable $= 0.5 \rightarrow$ simulation instationnaire, stable $< 0.5 \rightarrow$ simulation très instationnaire). Toute simulation avec stable < 1 est considérée instationnaire.

- T_S : température de surface dimensionnée (K).
- T_{moy} : température moyenne sans dimension dans l'ensemble du domaine.
- ΔT : saut de température dimensionnée (K) à travers l'ensemble du domaine.
- W : substitut au volume d'activation (voir la définition de la vsicosité).
- E : substitut à l'énergie d'activation (voir la définition de la vsicosité).
- Ψ_t^{top} : moyenne de surface du terme d'endommagement sans dimension : $\Psi = \tau\dot{\epsilon}$, où τ est le second invariant de la contrainte déviatorique sans dimension (adimensionné avec la viscosité du haut de la simulation et un temps diffusif) et $\dot{\epsilon}$ le second invariant du tenseur des vitesses de déformation sans dimension.
- Ψ_t^{max} : Endommagement maximal (même adimensionnement que la variable précédente).

θ	Ra_S	T_i	τ_t	Nusselt	asp	n	stable
13.8155	3	0.91500	$5.8000\ 10^{-1}$	2.0500	1	1	1
16.1181	$3\ 10^{-1}$	0.90000	$6.2000\ 10^{-2}$	1.7330	1	1	1
9.2103	$1\ 10^{3}$	0.87600	$1.5100\ 10^{2}$	5.1900	1	1	1
11.5129	$1\ 10^{2}$	0.90400	$1.7700\ 10^{1}$	3.3700	1	1	1
13.8155	$1\ 10^{1}$	0.92400	1.9900	2.6500	1	1	1
16.1181	1	0.93200	$2.2100\ 10^{-1}$	2.2250	1	1	1
18.4207	$1\ 10^{-1}$	0.93200	$2.3700\ 10^{-2}$	1.9300	1	1	1
20.7233	$1\ 10^{-2}$	0.92100	$2.4500\ 10^{-3}$	1.7100	1	1	1
23.0259	$1\ 10^{-3}$	0.90400	$2.4800\ 10^{-4}$	1.5300	1	1	1
11.5129	$3\ 10^{2}$	0.93800	$5.1500\ 10^{1}$	4.5500	1	1	1
13.8155	$3\ 10^{1}$	0.93000	5.8000	3.3700	1	1	0.8
16.1181	3	0.92000	$6.5800\ 10^{-1}$	2.7900	1	1	0.5
18.4207	$3\ 10^{-1}$	0.91200	$7.4600\ 10^{-2}$	2.3900	1	1	0.5
20.7233	$3\ 10^{-2}$	0.94400	$8.1800\ 10^{-3}$	2.1130	1	1	0.5
23.0259	$3\ 10^{-3}$	0.94700	$9.5880\ 10^{-4}$	1.8850	1	1	1
25.3284	$3\ 10^{-4}$	0.94300	$8.7600\ 10^{-5}$	1.7090	1	1	1
27.6310	$3\ 10^{-5}$	0.92300	$8.7350\ 10^{-6}$	1.5650	1	1	1
23.0259	$1\ 10^{-2}$	0.95000	$3\ 10^{-3}$	2.4000	1	1	0.5
27.6310	$1\ 10^{-4}$	0.95500	$3.2500\ 10^{-5}$	1.9500	1	1	0.5

T_S	ΔT	Ra_S	W	E	T_i	τ_t^{top}	τ_t	ψ_t^{top}	Nusselt	asp	n
800	800	$0.2444\ 10^{1}$	0	17250	0.8203	$0.1074\ 10^{1}$	0.8487	$0.1450\ 10^{1}$	1.792	1	1
850	800	$0.8689\ 10^{1}$	0	17250	0.8332	$0.3336\ 10^{1}$	$0.2616\ 10^{1}$	$0.1410\ 10^{2}$	2.105	1	1
650	1000	$0.2109\ 10^{-1}$	0	17250	0.8624	$0.1581\ 10^{-1}$	$0.1258\ 10^{-1}$	$0.3193\ 10^{-3}$	1.682	1	1
700	1000	0.1404	0	17250	0.8797	$0.8781\ 10^{-1}$	$0.6926\ 10^{-1}$	$0.9902\ 10^{-2}$	1.940	1	1
750	1000	0.7257	0	17250	0.8666	0.3854	0.3061	0.1922	2.194	1	1
800	1000	$0.3055\ 10^{1}$	0	17250	0.8696	$0.1391\ 10^{1}$	$0.1122\ 10^{1}$	$0.2524\ 10^{1}$	2.466	1	1
850	1000	$0.1086\ 10^{2}$	0	17250	0.8658	$0.4292\ 10^{1}$	$0.3531\ 10^{1}$	$0.2426\ 10^{2}$	2.771	1	1
900	1000	$0.3354\ 10^{2}$	0	17250	0.8630	$0.1168\ 10^{2}$	$0.9817\ 10^{1}$	$0.1811\ 10^{3}$	3.130	1	1
950	1000	$0.9197\ 10^{2}$	0	17250	0.8568	$0.2862\ 10^{2}$	$0.2455\ 10^{2}$	$0.1094\ 10^{4}$	3.572	1	1
500	1200	$0.8821\ 10^{-5}$	0	17250	0.8642	$0.1255\ 10^{-4}$	$0.9995\ 10^{-5}$	$0.2097\ 10^{-9}$	1.635	1	1
550	1200	$0.2031\ 10^{-3}$	0	17250	0.8887	$0.2322\ 10^{-3}$	$0.1839\ 10^{-3}$	$0.7182\ 10^{-7}$	1.864	1	1
600	1200	$0.2772\ 10^{-2}$	0	17250	0.8889	$0.2613\ 10^{-2}$	$0.2084\ 10^{-2}$	$0.9120\ 10^{-5}$	2.088	1	1
650	1200	$0.2530\ 10^{-1}$	0	17250	0.8910	$0.1986\ 10^{-1}$	$0.1606\ 10^{-1}$	$0.5288\ 10^{-3}$	2.323	1	1
700	1200	0.1684	0	17250	0.8846	0.1108	$0.9120\ 10^{-1}$	$0.1656\ 10^{-1}$	2.575	1	1
750	1200	0.8708	0	17250	0.8794	0.4849	0.4072	0.3186	2.849	1	1
800	1200	$0.3666\ 10^{1}$	0	17250	0.8793	$0.1745\ 10^{1}$	$0.1497\ 10^{1}$	$0.4148\ 10^{1}$	3.152	1	1
850	1200	$0.1303\ 10^{2}$	0	17250	0.8770	$0.5377\ 10^{1}$	$0.4708\ 10^{1}$	$0.3957\ 10^{2}$	3.497	1	1
900	1200	$0.4025\ 10^{2}$	0	17250	0.8731	$0.1461\ 10^{2}$	$0.1304\ 10^{2}$	$0.2933\ 10^{3}$	3.908	1	1
1000	1200	$0.2736\ 10^{3}$	0	17250	0.8631	$0.7874\ 10^{2}$	$0.7278\ 10^{2}$	$0.8595\ 10^{4}$	5.011	1	1
600	1400	$0.3234\ 10^{-2}$	0	17250	0.8990	$0.3185\ 10^{-2}$	$0.2657\ 10^{-2}$	$0.1441\ 10^{-4}$	2.719	1	1
650	1400	$0.2952\ 10^{-1}$	0	17250	0.8917	$0.2411\ 10^{-1}$	$0.2054\ 10^{-1}$	$0.8253\ 10^{-3}$	2.984	1	1
750	1400	$0.1016\ 10^{1}$	0	17250	0.8883	0.5893	0.5232	0.4938	3.601	1	1
850	1400	$0.1521\ 10^{2}$	0	17250	0.8844	$0.6524\ 10^{1}$	$0.6020\ 10^{1}$	$0.6056\ 10^{2}$	4.335	1	1
1000	1400	$0.3192\ 10^{3}$	0	17250	0.8709	$0.9313\ 10^{2}$	$0.9034\ 10^{2}$	$0.1252\ 10^{5}$	5.903	1	1
600	1600	$0.3695\ 10^{-2}$	0	17250	0.8988	$0.3693\ 10^{-2}$	$0.3225\ 10^{-2}$	$0.2077\ 10^{-4}$	3.446	1	1
700	1600	0.2246	0	17250	0.8962	0.1562	0.1424	$0.3689\ 10^{-1}$	4.100	1	1
700	800	$0.9553\ 10^{-2}$	0	23000	0.8595	$0.6215\ 10^{-2}$	$0.4979\ 10^{-2}$	$0.4911\ 10^{-4}$	1.657	1	1
750	800	$0.8540\ 10^{-1}$	0	23000	0.8919	$0.4681\ 10^{-1}$	$0.3740\ 10^{-1}$	$0.2816\ 10^{-2}$	1.992	1	1
800	800	0.5805	0	23000	0.8945	0.2720	0.2212	$0.9630\ 10^{-1}$	2.342	1	1
850	800	$0.3150\ 10^{1}$	0	23000	0.8891	$0.1265\ 10^{1}$	$0.1058\ 10^{1}$	$0.2110\ 10^{1}$	2.740	1	1
600	1000	$0.4998\ 10^{-4}$	0	23000	0.9003	$0.4987\ 10^{-4}$	$0.4031\ 10^{-4}$	$0.3313\ 10^{-8}$	1.925	1	1
650	1000	$0.9536\ 10^{-3}$	0	23000	0.9123	$0.8046\ 10^{-3}$	$0.6607\ 10^{-3}$	$0.8688\ 10^{-6}$	2.236	1	1
700	1200	0.4211	9000	17250	0.7489	0.3672	0.2992	0.1733	2.003	1	1
750	1200	$0.2177\ 10^{1}$	9000	17250	0.7740	$0.1412\ 10^{1}$	$0.1150\ 10^{1}$	$0.2610\ 10^{1}$	2.445	1	1
800	1200	$0.9166\ 10^{1}$	9000	17250	0.7710	$0.4712\ 10^{1}$	$0.3961\ 10^{1}$	$0.2955\ 10^{2}$	2.834	1	1

T_S	ΔT	Ra_S	W	E	T_i	τ_t^{top}	τ_t	ψ_t^{top}	Nusselt	asp	n
550	1400	$0.5923\ 10^{-3}$	9000	17250	0.7799	$0.1059\ 10^{-2}$	$0.8578\ 10^{-3}$	$0.1491\ 10^{-5}$	1.860	1	1
600	1400	$0.8084\ 10^{-2}$	9000	17250	0.8128	$0.1013\ 10^{-1}$	$0.8150\ 10^{-2}$	$0.1393\ 10^{-3}$	2.304	1	1
650	1400	$0.7380\ 10^{-1}$	9000	17250	0.8124	$0.7047\ 10^{-1}$	$0.5833\ 10^{-1}$	$0.6835\ 10^{-2}$	2.644	1	1
700	1400	0.4913	9000	17250	0.8184	0.3692	0.3166	0.1899	2.981	1	1
750	1400	$0.2540\ 10^{1}$	9000	17250	0.8184	$0.1539\ 10^{1}$	$0.1368\ 10^{1}$	$0.3328\ 10^{1}$	3.332	1	1
800	1400	$0.1069\ 10^{2}$	9000	17250	0.8103	$0.5318\ 10^{1}$	$0.4898\ 10^{1}$	$0.4014\ 10^{2}$	3.711	1	1
850	1400	$0.3802\ 10^{2}$	9000	17250	0.8034	$0.1582\ 10^{2}$	$0.1500\ 10^{2}$	$0.3563\ 10^{3}$	4.138	1	1
500	1600	$0.2940\ 10^{-4}$	9000	17250	0.8407	$0.5491\ 10^{-4}$	$0.4439\ 10^{-4}$	$0.4493\ 10^{-8}$	2.541	1	1
550	1600	$0.6769\ 10^{-3}$	9000	17250	0.8433	$0.9650\ 10^{-3}$	$0.8073\ 10^{-3}$	$0.1389\ 10^{-5}$	2.850	1	1
600	1600	$0.9239\ 10^{-2}$	9000	17250	0.8414	$0.1030\ 10^{-1}$	$0.8926\ 10^{-2}$	$0.1584\ 10^{-3}$	3.168	1	1
650	1600	$0.8435\ 10^{-1}$	9000	17250	0.8346	$0.7498\ 10^{-1}$	$0.6726\ 10^{-1}$	$0.8383\ 10^{-2}$	3.499	1	1
700	1600	0.5615	9000	17250	0.8309	0.4030	0.3739	0.2432	3.853	1	1
800	1000	$0.1814\ 10^{1}$	9000	23000	0.7367	$0.1245\ 10^{1}$	$0.1034\ 10^{1}$	$0.2017\ 10^{1}$	2.401	1	1
850	1000	$0.9844\ 10^{1}$	9000	23000	0.7521	$0.4838\ 10^{1}$	$0.4266\ 10^{1}$	$0.3155\ 10^{2}$	3.002	1	1
650	1200	$0.286\ 10^{-2}$	9000	23000	0.7910	$0.3958\ 10^{-2}$	$0.3254\ 10^{-2}$	$0.2114\ 10^{-4}$	2.305	1	1
700	1200	$0.3582\ 10^{-1}$	9000	23000	0.8012	$0.3437\ 10^{-1}$	$0.2992\ 10^{-1}$	$0.1652\ 10^{-2}$	2.844	1	1
750	1200	0.3202	9000	23000	0.8097	0.2305	0.2134	$0.7628\ 10^{-1}$	3.336	1	1
800	1200	$0.2177\ 10^{1}$	9000	23000	0.8071	$0.1216\ 10^{1}$	$0.1191\ 10^{1}$	$0.2161\ 10^{1}$	3.846	1	1
900	1200	$0.5311\ 10^{2}$	9000	23000	0.7755	$0.1771\ 10^{2}$	$0.1958\ 10^{2}$	$0.4729\ 10^{3}$	5.025	1	1
800	1400	$0.2540\ 10^{1}$	9000	23000	0.7870	$0.1023\ 10^{1}$	$0.1220\ 10^{1}$	$0.1739\ 10^{1}$	5.386	1	1

θ	Ra_S	$Tmoy$	T_i	τ_t^{top}	τ_t	ψ_t^{top}	ψ_t^{max}	Nusselt	stable	n_{cell}	asp	n
23.026	4.6416	0.66516	0.9028	0.1706	0.25948	$1.62\ 10^{-3}$	43.977	1.672	1	1	1	3
4.6052	2154.4	0.50922	0.51	12.329	36.96	137393	$1.877\ 10^{6}$	24.99	1	1	1	3
9.2103	464.16	0.53715	0.542	9.6304	23.63	34256	$3.141\ 10^{5}$	15.784	1	1	1	3
11.513	215.44	0.5688	0.57	8.2046	18.24	15228	$1.114\ 10^{5}$	12.25	1	1	1	3
13.816	100.00	0.63153	0.66	6.2345	13.053	5185	29268	8.93	1	1	1	3
16.118	46.416	0.7267	0.814	3.5776	6.643	506.37	2976.96	4.61	1	1	1	3
18.421	21.544	0.70819	0.9014	0.6467	1.0618	0.3519	386.52	2.09	1	1	1	3
20.723	10.000	0.6878	0.887	0.3355	0.5273	$2.47\ 10^{-2}$	133.96	1.86	1	1	1	3
23.026	13.925	0.7144	0.930	0.1482	0.23	$7.49\ 10^{-4}$	330	2.0049	0.5	1	1	3
25.328	6.4633	0.7056	0.932	0.1255	0.193	$4.62\ 10^{-4}$	157.8	1.92	1	1	1	3
29.934	1.3925	0.6768	0.938	$3.76\ 10^{-2}$	0.0555	$3.78\ 10^{-6}$	25.31	1.682	1	1	1	3
18.421	64.633	0.758	0.827	4.411	8.75	1249.3	10900	6.375	1	1	1	3
20.723	30.000	0.723	0.928	0.1083	0.2	$2.04\ 10^{-4}$	700	2.1	0.5	1	1	3

T_S	ΔT	Ra_S	W	E	$Tmoy$	T_i	τ_t^{top}	τ_t	ψ_t^{top}	ψ_t^{max}	Nusselt	stable	n_{cell}	asp	n
800	1000	2.7213	9000	23000	0.6678	0.77	0.57	0.9491	0.428	40.36	2.867	1	4	3	1
850	1000	14.765	9000	23000	0.67478	0.76	3.349	6.225	15.488	339.22	3.345	1	3	3	1
900	1000	66.391	9000	23000	0.6705	0.75	16.003	36.7	376.63	2120	3.69	0.5	2	3	1
950	1000	254.83	9000	23000	0.55884	0.59	53.589	171	4694.44	34000	3.59	0.5	1	3	1
1000	1000	855.01	9000	23000	0.532	0.55	128.22	400	25864.6	$1.9\ 10^5$	4.6	0.5	1	3	1
1050	1000	2556.4	9000	23000	0.4898	0.5	248.57	790.5	102616	$7.68\ 10^5$	5.595	1	1	3	1
800	1000	31.827	9000	23000	0.657	0.71	9.276	30	139.07	$2\ 10^3$	4	0.5	1	3	1
850	1000	172.69	9000	23000	0.655	0.70	38.967	115	2469.5	$2\ 10^4$	4.6	0.5	1	3	1
900	1000	776.48	9000	23000	0.634	0.67	116.30	360	20976.7	$2\ 10^5$	6	0.5	1	3	1
800	1000	31.827	9000	23000	0.7	0.76	5.895	13.8	50.25	2000	5.03	0.5	2	2	1
850	1000	172.69	9000	23000	0.69	0.725	27.593	100	1259.9	13000	5.2	0.5	1	2	1
900	1000	776.48	9000	23000	0.66	0.7	74.491	255	9192.78	$1.2\ 10^5$	7.3	0.5	2	2	1
950	1000	2980.4	9000	23000	0.607	0.63	288.24	940	131496	$1\ 10^6$	7.9	0.5	1	2	1
1000	1000	$1\ 10^4$	9000	23000	0.543	0.55	719.62	2230	829323	$5.57\ 10^6$	9.67	0.5	1	2	1
800	1000	6.3654	9000	23000	0.67	0.77	2.418	5.542	8.276	126	3.215	1	2	3	1
850	1000	34.538	9000	23000	0.68	0.76	9.497	23.6	130.8	1285	3.7815	0.5	2	3	1
900	1000	155.29	9000	23000	0.606	0.65	42.38	130	3115	$2\ 10^4$	3.9	0.5	1	3	1
920	1000	270.66	9000	23000	0.592	0.625	59.12	200	4968	$4.5\ 10^4$	4.2	0.5	1	3	1
930	1000	354.14	9000	23000	0.584	0.615	72.94	250	7606	$7\ 10^4$	4.4	0.5	1	3	1
940	1000	460.72	9000	23000	0.577	0.605	92.44	300	11689	$1\ 10^5$	4.6	0.5	1	3	1
950	1000	596.06	9000	23000	0.566	0.59	111.6	360	16700	$1.5\ 10^5$	4.8	0.5	1	3	1
960	1000	767.04	9000	23000	0.558	0.58	136.5	450	31250	$2\ 10^5$	5.05	0.5	1	3	1
970	1000	981.94	9000	23000	0.548	0.565	162.9	530	43590	$3\ 10^5$	5.25	0.5	1	3	1
980	1000	1250.7	9000	23000	0.537	0.55	196.7	650	52620	$4.5\ 10^5$	5.5	0.5	1	3	1
990	1000	1585.3	9000	23000	0.523	0.535	232.3	750	89807	$6\ 10^5$	5.7	0.5	1	3	1
1000	1000	2000.0	9000	23000	0.511	0.515	272.8	900	137544	$8\ 10^5$	5.9	0.5	1	3	1
800	1000	15.914	9000	23000	0.642	0.715	5.903	19.5	55.44	$7\ 10^2$	3.3	0.5	1	3	1
900	1000	388.25	9000	23000	0.625	0.665	67.49	240	7128	$7\ 10^4$	5	0.5	1	3	1
1000	1000	5000.0	9000	23000	0.493	0.495	504.2	1600	454431	$3\ 10^6$	7.6	0.5	1	3	1
800	1000	15.914	9000	23000	0.66	0.74	5.627	16.5	48.93	490	3.5	0.5	1	2	1
850	1000	86.347	9000	23000	0.658	0.71	17.72	52	530.4	3900	4.2	0.5	1	2	1
900	1000	388.25	9000	23000	0.651	0.695	60.72	205.6	6312.6	46340	5.36	0.5	1	2	1
950	1000	1490.2	9000	23000	0.625	0.65	174.66	582	51024	$3.76\ 10^5$	6.64	0.5	1	2	1
1000	1000	5000.0	9000	23000	0.565	0.58	443.88	1385	0	$2.16\ 10^6$	8.1	0.5	1	2	1

T_S	ΔT	Ra_S	W	E	$Tmoy$	T_i	τ_t^{top}	τ_t	ψ_t^{top}	ψ_t^{max}	Nusselt	stable	n_{cell}	asp	n
1200	1000	2634.3	0	23000	0.76	0.82	358.74	950	181469	$1.4\ 10^6$	8.2	0.5	1	3	1
1400	1000	$4.072\ 10^4$	0	23000	0.707	0.73	1961.8	8000	$6.98\ 10^6$	$8e7$	17.6	0.5	1	3	1
1000	1000	57	0	15000	0.6769	0.815	4.904	7.7165	30.26	459.7	2.4014	1	5	3	1
1200	1000	2634.3	0	15000	0.6585	0.7	261.6	588.6	103323	$3.78\ 10^5$	6.618	1	2	3	1
1400	1000	$4.072\ 10^4$	0	15000	0.62	0.62	1057	5300	2195514	$3e7$	12.5	0	1	3	1
800	1000	1.8153	9000	23000	0.65348	0.76	0.41	0.6483	0.2173	18.32	2.536	1	4	3	1
850	1000	9.8494	9000	23000	0.66917	0.755	1.731	3.04	3.9646	170.35	3.099	1	4	3	1
900	1000	44.287	9000	23000	0.6568	0.74	11.89	25.962	203.42	802.24	3.348	1	2	3	1
950	1000	169.99	9000	23000	0.65505	0.725	33.89	88	1700.3	9000	3.98	0.5	2	3	1
1000	1000	570.34	9000	23000	0.6185	0.66	83.74	230	0	0	4.6	0.5	2	3	1
1050	1000	1705.3	9000	23000	0.572	0.6	188.92	465	53398	$2.6\ 10^5$	5.45	0.5	2	3	1
1100	1000	4615.4	9000	23000	0.53	0.57	302.46	$1\ 10^3$	165436	$1\ 10^6$	6.6	0	2	3	1
900	1000	1494	9000	23000	0.647	0.68	182.23	600	49968	$4\ 10^5$	7.38	0	1	3	1
900	1000	747.02	9000	23000	0.639	0.677	114.40	370	18924	$1.7\ 10^5$	6.02	0	1	3	1
900	1000	373.51	9000	23000	0.625	0.667	69.93	230	7627.0	$6\ 10^4$	4.94	0	1	3	1
900	1000	186.76	9000	23000	0.612	0.66	44.303	150	2922.6	$2.4\ 10^4$	4.1	0	1	3	1
900	1000	93.378	9000	23000	0.5788	0.631	27.935	94	1244.0	9400	3.16	0	1	3	1
1000	500	285	9000	23000	0.5006	0.5	4.17	7.8365	0	0	1.030	1	2	3	1
1000	750	427.5	9000	23000	0.5130	0.513	45.93	107.94	0	0	2.913	1	2.8	3	1
1000	900	513	9000	23000	0.5763	0.61	76.99	172.92	0	0	4.1634	1	2	3	1
1000	1000	570	9000	23000	0.6185	0.665	83.74	225	0	0	4.6	0.5	2	3	1
1000	1100	627	9000	23000	0.6586	0.705	84.82	235	0	0	5.293	0.5	2	3	1
1000	1200	684	9000	23000	0.6854	0.725	72.67	199	0	0	6.236	0.5	2	3	1
1000	1300	741	9000	23000	0.693	0.725	70.88	200	0	0	6.92	0.5	2	3	1
1000	1400	798	9000	23000	0.708	0.735	68.93	200	0	0	7.85	0.5	2	3	1
1000	1200	36	18000	46000	0.663	0.707	3.183	6	0	0	4.89	0.5	2	3	3
1000	1400	42	18000	46000	0.71	0.75	1.720	3.5	0	0	5.9	0.5	2	3	3
450	1000	0.424	9000	23000	0.7420	0.848	$7.1\ 10^{-2}$	0.07	$2.14\ 10^{-5}$	18.1	3.3	1	1	1	3
475	1000	1.039	9000	23000	0.7498	0.845	$8.34\ 10^{-2}$	0.14	$1.23\ 10^{-4}$	52.0	3.6	1	1	1	3
500	1000	2.329	9000	23000	0.7566	0.845	0.1568	0.27	$1.57\ 10^{-3}$	135.7	3.9	1	1	1	3
525	1000	4.8346	9000	23000	0.7625	0.844	0.2835	0.482	$1.58\ 10^{-2}$	328.1	4.23	1	1	1	3
550	1000	9.3894	9000	23000	0.756	0.823	0.3987	0.9	$9.78\ 10^{-2}$	450	4.7	0.5	1	1	3
600	1000	30	9000	23000	0.76	0.81	1.9868	2.0	39.23	2000	5.3	0.5	1	1	3
650	1000	80.166	9000	23000	0.7065	0.744	5.7999	10.9	4041.7	36300	9.8	1	1	1	3
700	1000	186.16	9000	23000	0.5323	0.55	8.3256	17.6	23867	$2.256\ 10^5$	13.8	1	1	1	3
750	1000	386.35	9000	23000	0.4583	0.469	9.1238	24.5	45159	$4.27\ 10^5$	15.6	1	1	1	3
800	1000	731.90	9000	23000	0.4237	0.43	9.8591	30.8	78985	$9.18\ 10^5$	17.9	1	1	1	3
900	1000	2122.7	9000	23000	0.43	0.427	26.8047	50	718557	$2\ 10^6$	20	0	1	1	3
950	1000	3323.6	9000	23000	0.422	0.42	29.547	70	521336	$4\ 10^6$	25	0	1	1	3
1000	1000	4975.6	9000	23000	0.425	0.422	32.869	90	$1.015\ 10^6$	$5\ 10^6$	30	0	1	1	3

T_S	ΔT	Ra_S	W	E	$Tmoy$	T_i	τ_t^{top}	τ_t	ψ_t^{top}	ψ_t^{max}	Nusselt	stable	n_{cell}	asp	n
425	1100	0.1712	9000	23000	0.7599	0.846	$1.94\ 10^{-2}$	0.02774	$2.25\ 10^{-7}$	8	4.017	0.5	1	1	3
450	1100	0.46638	9000	23000	0.760	0.835	$4.45\ 10^{-2}$	0.065	$7.19\ 10^{-6}$	21	4.35	0.5	1	1	3
475	1100	1.1433	9000	23000	0.758	0.825	$9.88\ 10^{-2}$	0.14	$1.64\ 10^{-4}$	60	4.65	0.5	1	1	3
500	1100	2.5624	9000	23000	0.7595	0.825	0.2035	0.3	$4.05\ 10^{-3}$	150	4.955	0.5	1.2	1	3
525	1100	5.3181	9000	23000	0.753	0.81	0.3924	0.8	0.1027	350	5.6	0.5	1.2	1	3
550	1100	10.328	9000	23000	0.745	0.795	0.8088	1.3	1.082	600	5.9	0.5	1.2	1	3
600	1100	33	9000	23000	0.741	0.78	1.9851	3.5	38.06	28000	6.85	0.5	1.2	1	3
650	1100	88.183	9000	23000	0.7558	0.791	5.3313	8.4	2507.6	26000	10.2	0.5	1.2	1	3
450	1200	0.50878	9000	23000	0.767	0.84	$2.59\ 10^{-2}$	0.045	$1.41\ 10^{-6}$	30	4.9	0.5	1	1	3
475	1200	1.2473	9000	23000	0.75	0.8	0.1348	0.24	$8.27\ 10^{-4}$	85	5.9	0	1.2	1	3
500	1200	2.7954	9000	23000	0.758	0.81	0.1131	0.19	$4.39\ 10^{-4}$	200	5.6	0.5	1	1	3
525	1200	5.8015	9000	23000	0.754	0.8	0.5118	0.74	0.1794	450	6.44	0	1.2	1	3
550	1200	11.267	9000	23000	0.755	0.8	0.6891	1.2	0.9903	1100	6.87	0	1.2	1	3
600	1200	36	9000	23000	0.761	0.796	2.0736	3.2	61.88	4300	7.97	0	1.2	1	3
650	1200	96.2	9000	23000	0.747	0.775	5.4419	8.6	3062.4	19000	11.2	0	1.2	1	3
450	1000	6.9841	0	15000	0.7685	0.885	0.1362	0.35	$1.12\ 10^{-3}$	250	3.34	0.5	1	1	3
500	1000	21.216	0	15000	0.777	0.881	0.3775	0.9	$9.71\ 10^{-2}$	900	3.66	0.5	1	1	3
550	1000	52.659	0	15000	0.7578	0.803	5.0263	9.43	2125.96	14950	8.3	1	1	1	3
350	1650	0.07348	0	15000	0.76	0.874	$1.28\ 10^{-2}$	0.02	$7.44\ 10^{-8}$	2.75	3.29	0.5	1	1	3
400	1600	0.42494	0	15000	0.761	0.87	$4.72\ 10^{-2}$	0.1	$2.24\ 10^{-5}$	16	3.39	0.5	1	1	3
450	1550	1.6509	0	15000	0.761	0.866	0.1421	0.3	$1.86\ 10^{-3}$	66	3.5	0.5	1	1	3
500	1500	4.8533	0	15000	0.7621	0.86	0.4013	0.692	$6.48\ 10^{-2}$	211.54	3.62457	1	1	1	3
550	1450	11.645	0	15000	0.76312	0.856	0.7986	1.3954	0.98227	518.1	3.7793	1	1	1	3
600	1400	23.983	0	15000	0.76359	0.849	1.5102	2.6467	12.25	1192.6	4.0526	1	1	1	3
650	1350	43.903	0	15000	0.72027	0.768	4.8968	8.9572	1768.12	10831	7.282	1	1	1	3
700	1300	73.237	0	15000	0.66255	0.694	6.7826	11.8216	6414.5	37508	10.177	1	1	1	3
450	1550	4.9801	0	15000	0.805	0.88	0.1056	0.5	$4.07\ 10^{-4}$	400	5.25	0	1.8	1	3
500	1500	14.64	0	15000	0.803	0.86	0.1984	1.2	$9.43\ 10^{-3}$	1200	5.3	0	1.8	1	3
550	1450	35.127	0	15000	0.805	0.848	3.6106	3	295.29	4000	5.8	0	1.8	1	3
600	1400	72.345	0	15000	0.7398	0.775	6.5339	11.415	7129.6	62180	11.95	1	1	1	3

T_S	ΔT	Ra_S	W	E	T_i	τ_t^{top}	τ_t	ψ_t^{top}	ψ_t^{max}	Nusselt	stable	n_{cell}	asp	n
400	397.7	13.925	4500	23000	0.85	0.364	0.4	$7.23\ 10^{-3}$	800	4.5	0.5	1	1	3
500	697.01	13.925	4500	23000	0.837	0.627	0.5	1.311	800	4.6	0.5	1	1	3
500	697.01	13.925	4500	23000	0.837	0.627	1.5	0.234	1100	5.8	0.5	1.2	1	3
700	2097.2	13.925	4500	23000	0.82	1.363	2.2	10.16	1500	7.1	0.5	1.2	1	3
400	528.24	13.925	9000	23000	0.78	0.704	1.1	0.666	1500	6.6	0.5	1.2	1	3
500	892.88	13.925	9000	23000	0.805	0.553	0.8	0.245	1300	6.42	0.5	1	1	3
600	1490.5	13.925	9000	23000	0.79	1.054	1.7	3.543	1500	7.3	0.5	1.2	1	3
700	2555.0	13.925	9000	23000	0.785	1.578	2.2	17.66	2000	8.2	0.5	1.2	1	3
400	267.17	13.925	0	23000	0.91	$3.415\ 10^{-2}$	1	$2.81\ 10^{-5}$	600	3.55	0.5	1.2	1	3
500	501.13	13.925	0	23000	0.89	0.777	1	0.605	700	3.5	0.2	1.8	1	3
600	902.55	13.925	0	23000	0.877	0.715	1.3	0.753	900	4.5	0.2	1.8	1	3
700	1639.5	13.925	0	23000	0.864	1.216	1	5.316	1000	5	0.2	1.8	1	3
500	494.28	10.0	9000	23000	0.62	0.668	1.6	0.64	1200	6	0.5	1.8	1	1
600	705.2	10.0	9000	23000	0.7	0.648	1.2	0.658	1100	6.12	0.8	1.5	1	1
700	980.57	10.0	9000	23000	0.745	1.10	3.23	2.37	850	6.79	0.8	1	1	1
400	126.51	10.0	0	23000	0.915	1.422	2.5	2.657	700	3.138	1	1	1	1
500	214.64	10.0	0	23000	0.911	1.501	2.665	2.981	755	3.302	1	1	1	1
600	338.11	10.0	0	23000	0.911	1.599	2.875	3.387	830	3.525	1	1	1	1
700	507.91	10.0	0	23000	0.909	1.686	3.1	3.914	900	3.761	1	1	1	1

Bibliographie

Abers, G. A., van Keken, P. E., Kneller, E. A., Ferris, A., & Stachnik, J. C., 2006. The thermal structure of subduction zones constrained by seismic imaging : Implications for slab dehydration and wedge flow, *Earth and Planetary Science Letters*, **241**(3-4), 387 – 397.

Anderson, D., 2002. The inner inner core of earth, *Proc. Natl. Acad. Sci.*, **99(22)**, 13966–13968.

Atkinson, H., 1988. Theories of normal grain growth in pure single phase systems, *Acta. Metall.*, **36**, 469–491.

Austin, N. J. & Evans, B., 2007. Paleowattmeters : A scaling relation for dynamically recrystallized grain size, *Geology*, **35**, 343–346.

Auth, C., Bercovici, D., & Christensen, U. R., 2003. Two-dimensionnal convection with a self lubricating, simple-damage rheology, *Geophys. Journ. Int.*, **154**, 783–800.

Badro, J., Rueff, J.-P., Vankó, G., Monaco, G., Fiquet, G., & Guyot, F., 2004. Electronic transitions in perovskite : Possible nonconvecting layers in the lower mantle, *Science*, **305**(5682), 383–386.

Bailyn, M., 1994. *A survey of thermodynamics*, Am. Inst. Phys., College Park, Md.

Balachandar, S., Yuen, D., & Reuteler, D., 1995. Localization of toroidal motion and shear heating in 3-d high rayleigh number convection with temperature-dependent viscosity, *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 477–480.

Ball, A. & Hutchinson, M., 1969. Superplasticity in the aluminium-zinc eutectoid, *Metal Science Journal*, **3**, 1–7.

Batchelor, 1967. *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Becker, J., Bons, P., & Jessell, M., 2008. A new front-tracking method to model anisotropic grain and phase boundary motion in rocks, *Computers & Geosciences*, **34**(3), 201 – 212.

Bercovici, D., 1993. A simple model of plate generation from mantle flow, *Geophys. Journ. Int.*, **114**(3), 635–650.

Bercovici, D., 1995a. A source-sink model of the generation of plate tectonics from non-newtonian mantle flow, *J. Geophys. Res.*, **100**, 2013–2030.

Bercovici, D., 1995b. On the purpose of toroidal motion in a convecting mantle, *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 3107–3110.

Bercovici, D., 1996. Plate generation in a simple model of lithosphere-mantle flow with dynamic self-lubrication, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **144**, 41–51.

Bercovici, D., 1998. Generation of plate tectonics from lithosphere-mantle flow and void-volatile self-lubrication, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **154**, 139–151.

Bercovici, D. & Karato, S., 2003a. Theoretical analysis of shear localization in the lithosphere, in Reviews in Mineralogy and Geochemistry : Plastic Deformation of Minerals and Rocks, vol. 51, chap. 13, pp. 387–420, eds Karato, S. & Wenk, H., Min. Soc. Am., Washington, DC.

Bercovici, D. & Karato, S.-I., 2003b. Whole mantle convection and the transition-zone water filter, *Nature*, **425**, 39–44.

Bercovici, D. & Karato, S.-I., 2005. Mantle transition zone water filter, in McGraw-Hill Yearbook of Science and Technology, pp. 193–196, ed. , McGraw-Hill, New York.

Bercovici, D. & Ricard, Y., 2005. Tectonic plate generation and two-phase damage : void growth versus grainsize reduction, *J. Geophys. Res.*, **110**, B03401, doi :10.1029/2004JB003181.

Bercovici, D. & Wessel, P., 1994. A continuous kinematic model of plate tectonic motions, *Geophys. Journ. Int.*, **119**, 595–610.

Bercovici, D., Schubert, G., & Zebib, G. G. A., 1989b. Three-dimensional thermal convection in a spherical shell, *J. Fluid. Mech.*, **206**, 75–104.

Bercovici, D., Ricard, Y., & Richards, M., 2000. The relation between mantle dynamics and plate tectonics : A primer, in History and Dynamics of Global Plate Motions, Geophys. Monogr. Ser., vol. 121, pp. 5–46, eds Richards, M. A., Gordon, R., & van der Hilst, R., Am. Geophys. Union, Washington, DC.

Bercovici, D., Ricard, Y., & Schubert, G., 2001a. A two-phase model of compaction and damage, 1. general theory, *J. Geophys. Res.*, **106**(B5), 8887–8906.

Bercovici, D., Ricard, Y., & Schubert, G., 2001b. A two-phase model of compaction and damage, 3. applications to shear localization and plate boundary formation, *J. Geophys. Res.*, **106**(B5), 8925–8940.

Bestmann, M., Kunze, K., & Matthews, A., 2000. Evolution of a calcite marble shear zone complex on thassos island, greece : microstructural and textural fabrics and their kinematic significance, *Journal of Structural Geology*, **22**(11-12), 1789 – 1807.

Bird, P., 1978. Stress and temperature in subduction shear zones : Tonga and mariana, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **55**, 411–434.

Blankenbach, B., Busse, F., Christensen, U., Cserepes, L., Gunkel, D., Hansen, U., Harder, H., Jarvis, G., Koch, M., Marquart, G., Moore, D., Olson, P., Schmeling, H., & Schnaubelt, T., 1989. A benchmark comparaison for mantle convection codes, *Geophys. J. Int.*, **96**, 23–38.

Borch, R. & II, H. G., 1989. Deformation of peridotite at high pressure in a new molten cell : comparison of tradaitionnal and homologous temperature treatments, *Phys. Earth and Plan. Int.*, **55**, 269–276.

Boullier, A. & Guegen, Y., 1975. Sp-mylonites : Origin of some mylonites by superplastic flow, *Contrib. Mineral. Petrol.*, **50**, 93–104.

Brace, W. & Kohlstedt, D., 1980. Limits on lithospheric stress imposed by laboratory measurements, *Journal of geophysical Research*, **98**, 6248–6252.

Braun, J., Chery, J., Poliakov, A., Mainprice, D., Vauchez, A., Tomassi, A., & Daignieres, M., 1999. A simple parameterization of strain localization in the ductile regime due to grain size reduction : A case study for olivine, *J. Geophysical Research-solid Earth*, **104**, 25167–25181.

Braun, M., Hirth, G., & Parmentier, E., 2000. The effects of deep damp melting on mantle flow and melt generation beneath mid-ocean ridges, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **176**, 339–356.

Bresser, J. D., 2002. On the mechanism of dislocation creep of calcite at high temperature : Inferences from experimentally measured pressure sensitivity and strain rate sensitivity of flow stress, *J. Geophysical Research-solid Earth*, **107**.

Bresser, J. D., Heege, J. T., & Spiers, C., 2001. Grain size reduction by dynamic recrystallization : can it result in major theological weakening ?, *Int. J. Earth Sciences*, **90**, 28–45.

Bunge, H.-P. & Richards, M., 1996. The origin of long-wavelength structure in mantle convection : effects of plate motions and viscosity stratification, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 2987–2990.

Burg, J.-P. & Schmalholz, S., 2008. Viscous heating allows thrusting to overcome crustal-scale buckling : Numerical investigation with application to the himalayan syntaxes, *Earth and Planetary Science Letters*, **274**(1-2), 189 – 203.

Burov, E., 2007. Plate rheology and mechanics, in Treatise on Geophysics, pp. 99 – 151, ed. Schubert, G., Elsevier, Amsterdam.

Burov, E. & Diament, M., 1992. Flexure of the continental lithosphere with multilayered rheology, *Geophysical Journal International*, **109**(2), 449–468.

Busse, F., 1975. Patterns of convection in spherical shells, *J. Fluid. Mech.*, **72**, 67–85.

Bussod, G., Katsura, T., & Rubie, D., 1993. The large volume multi-anvil press as a high p-t deformation apparatus, *Pure and Appl. Geophys.*, **141**, 579–599.

Byerlee, J., 1978. Friction of rocks, *Pure and applied geophysics*, **116**, 615–626.

Bystricky, M. & Mackwell, S., 2001. Creep of dry clinopyroxene aggregates, *Journ. Geophys. Res.*, **106**(B7), 13,443–13,454.

Bystricky, M., Kunze, K., Burlini, L., & Burg, J.-P., 2000. High shear strain of olivine aggregates : Rheological and seismic consequences, *Science*, **290**(1564).

Cadek, O. & Ricard, Y., 1992. Toroidal/poloidal energy partitioning and global lithospheric rotation during cenozoic time, *Earth Plan. Sci. Lett.*, **109**, 621–632.

Cannon, W. & Landon, T., 1988. Review : Creep of ceramics. part 2 : An examination of flow mechanisms, *Journ. of Mater. sci.*, **23**, 1–20.

Carter, N. & AveLallemant, H., 1970. High temperature flow of dunite and peridotite, *Geol. Soc. Am. Bull.*, **81**, 2181–2202.

Carter, N. & Tsenn, M., 1987. Flow properties of continental lithosphere, *Tectonophysics*, **136**, 27–63.

Cathles, L., 1975. *The Viscosity of the Earth's Mantle*, Princeton University Press, Princeton.

Chakraborty, S. & Costa, F., 2004. Fast diffusion of si and o in san carlos olivine under hydrous conditions, in Goldschmidt Conference, Copenhaguen, Denmark.

Chandrasekhar, S., 1961. *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*, Oxford University Press, New York.

Chen, P. & Molnar, P., 1983. The depth distribution of intracontinental and intraplate earthquake and its implications for the thermal and mechanical properties of the lithosphere, *Journal of Geophysical Research*, **88**, 4183–4214.

Chopra, P. N. & Paterson, M. S., 1981. The experimental deformation of dunite, *Tectonophysics*, **78**, 453–473.

Chopra, P. N. & Paterson, M. S., 1984. The role of water in the deformation of dunite, *J. Geophysical Research*, **89**, 7861–7876.

Christensen, U., 1989. Mantle rheology, constitution, and convection. mantle convection, in Plate Tectonics and Global Dynamics, pp. 595–655, ed. R, P. W., New York : Gordon and Breach Sci. Publish.

Christensen, U. & Harder, H., 1991. Three-dimensional convection with variable viscosity, *Geophys. Journ. Int.*, **104**, 213–226.

Christensen, U. & Yuen, D., 1984. The interaction of a subducting lithospheric slab with a chemical or phase boundary, *Journ. Geophys. Res.*, **89**(B6), 4389–1984.

Coble, R., 1963. A model for boundary diffusion controlled creep in polycrystalline materials, *Journ. Appl. Phys.*, **34**, 1679–1682.

Collet, J.-F., 2004. Some modelling issues in the theory of fragmentation-coagulation systems, *Commun. Math. Sci.*, **2**(Supplemental Issue 1), 35–54.

Cooper, R. & Kohlstedt, D., 1984. Sintering of olivine and olivine-basalt aggregates, *Phys. Chem. Miner.*, **11**, 5–16.

Cottrell, A., 1953. *Dislocations and plastic flow in crystals*, Clarendon Press.

Davaille, A., 1999. Simultaneous generation of hotspots and superswells by convection in a heterogeneous planetary mantle, *Nature*, **402**, 756–760.

Davaille, A. & Jaupart, C., 1993. Transient high-rayleigh-number thermal convection with large viscosity variations, *J. Fluid Mech.*, **253**, 141–166.

Davaille, A. & Limare, A., 2007. Laboratory studies of mantle convection, in Treatise on Geophysics, pp. 89 – 165, ed. Schubert, G., Elsevier, Amsterdam.

Davies, G. & Richards, M., 1992. Mantle convection, *J. Geology*, **100**, 151–206.

Davis, E., Chapman, D., Wang, K., Villinger, H., Fisher, A., Robinson, S., Grigel, J., Pribnow, D., Stein, J., & Becker, K., 1999. Regional heat flow variations across the sedimented juan de fuca ridge eastern flank : Constraints on lithospheric cooling and lateral hydrothermal heat transport, *J. Geophys. Res.*, **104**(B8), 17675–17688.

De Bresser, J., Peach, C., Reijs, J., & Spiers, C., 1998. On dynamic recrystallization during solid state flow : Effects of stress and temperature, *Geophysical Research Lett.*, **25**, 3457–3460.

Deer, W., Howie, R., & Zussman, J., 1992. *An Introduction to the Rock-forming Minerals, 2nd edition*, Longman Scientific & Technical, UK, with John Wiley & Sons, New York.

Derby, B., 1990. Dynamic recrystallization and grain size, in Deformation Processes in Minerals, Ceramics and Rocks, pp. 354–364, eds Barber, D. & Meredith, P., Unwin Hyman, London.

Derby, B., 1991. The dependence of grain size on stress during dynamic recrystallization, *Acta Metallurgica and Materiala*, **39**, 955–962.

Derby, B. & Ashby, M., 1987. On dynamic recrystallization, *Scripta Metallurgica*, **21**, 879–884.

Deschamps, F. & Sotin, C., 2000. Inversion of two-dimensional numerical convection experiments for a fluid with a strongly temperature-dependent viscosity, *Geophys. Journ. Int.*, **143**, 204–218.

Dohmen, R., Chakraborty, S., & Becker, H.-W., 2002. Si and o diffusion in olivine and implications for characterizing plastic flow in the mantle, *Journ. of Geophys. Res.*, **29**(21), 2030.

Doin, M.-P., Fleitout, L., & Christensen, U., 1997. Mantle convection and stability of depleted and undepleted continental lithosphere, *J. Geophys. Res.*, **102**, 2771–2787.

Drury, M., 2005. Dynamic recrystallization and strain softening of olivine aggregates in the laboratory and the lithosphere, *Geological Society, London, Special publications*, **243**, 143–158.

Dumoulin, C., Bercovici, D., & Wessel, P., 1998. A continuous plate-tectonic model using geophysical data to estimate plate margin widths, with a seismic based example, *Geophys. Journ. Int.*, **133**, 379–389.

Dumoulin, C., Doin, M. P., & Fleitout, L., 1999. Heat transport in stagnant lid convection with temperature- and pressure-dependent newtonian or non-newtonian rheology, *J. Geophys. Res.*, **104**, 12759–12777.

Duyster, J. & Stockhert, B., 2001. Grain boundary energies in olivine derived from natural microstructures, *Contributions To Mineralogy Petrology*, **140**, 567–576.

Edward, G., Etheridge, M., & Hobbs, B., 1982. On the stress dependence of subgrain size, *Textures and Microstructures*, **5**, 127–152.

Engdahl, E., van der Hilst, R., & Buland, R., 1998. Global teleseismic earthquake relocation with improved travel times and procedures for depth determination, *BULLETIN OF THE SEISMOLOGICAL SOCIETY OF AMERICA*, **88**(3), 722–743.

Evans, B. & Goetze, C., 1979. The temperature variation of the hardness of olivine and its implication for polycrystalline yield stress, *Journ. Geophys. Res.*, **84**(B10), 5505–5524.

Evans, B. & Kohlstedt, D., 1995. Rheology of rocks, in Rock Physics and Phase Relations : A Handbook of Physical Constants, pp. 148–165, ed. Ahrens, Washington : American Geophysical Union.

Evans, B., Renner, J., & Hirth, G., 2001. A few remarks on the kinetics of static grain growth in rocks, *International Journal of Earth Sciences*, **90**, 88–103.

Farver, J. & Yund, R., 2000. Silicon diffusion in forsterite aggregates ; implications for diffusion accomodated creep, *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 2337–2340.

Faul, U. & Jackson, I., 2007. Diffusion creep of dry, melt-free olivine, *Journ. of Geophys. Res.*, **112**(B04204).

Faul, U. H. & Scott, D., 2006. Grain growth in partially molten olivine aggregates, *Contrib. Mineral. Petrol.*, **151**, 101–111.

Feltham, P., 1957. Grain growth in metals, *Acta. Metall.*, **5**, 97–105.

Finzi, Y., Hearn, E., Ben-Zion, Y., & Lyakhovsky, V., 2009. Structural properties and deformation patterns of evolving strike-slip faults : Numerical simulations incorporating damage rheology, *Pure and Appl. Geophys.*, **166**, 1537–1573.

Fleitout, L. & Froidevaux, C., 1980. Thermal and mechanical evolution of shear zones, *J. Struct. Geol.*, **2**, 159–164.

Foley, B. & Becker, T., 2009. Generation of plate-like behavior and mantle heterogeneity form a spherical, viscoplastic convection model, *Geoch. Geophys. Geosys.*, **10**(8).

Forsyth, D. & Uyeda, S., 1975. On the relative importance of the driving forces of plate motion, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **43**, 163–200.

Forte, A. & Mitrovica, J., 1996. New inferences of mantle viscosity from joint inversion of long-wavelength mantle convection and post-glacial rebound data, *Geophys. Res. Lett.*, **23**(10), 1147–1150.

Forte, A. & Peltier, W., 1987. Plate tectonics and asthenospheric earth structure : The importance of poloidal-toroidal coupling, *Journ. Geophys. Res.*, **92**, 3645–3679.

Fowler, A. C., 1985. Fast thermoviscous convection, *Stud. appl. math.*, **72**, 189–219.

Frank, F. & Read, W., 1950. Multiplication processes for slow moving dislocations, *Phys. Rev.*, pp. 722–723.

Frost, H. & Ashby, M., 1982. *Deformation-Mechanism Maps : The Plasticity and Creep of Metals and Ceramics*, Oxford : Pergamon Press.

Gaetani, G. & Watson, E., 2000. Open system behavior of olivine-hosted melt inclusions, *Earth and Plan. Sci. Lett.*, **183**, 27–41.

Gerald, J. F. & Stünitz, H., 1993. Deformation of granitoids at low metamorphic grade. i : Reactions and grain size reduction, *Tectonophysics*, **221**(3-4), 269 – 297.

Gerya, J.-P. B. T., 2005. Viscous heating and thermal doming in orogenic metamorphism : numerical modeling and geological implications, *J. Metamorph. Geol.*, **23**, 75–95.

Gifkins, R., 1976. Grain boundary sliding and its accomodation during creep and superplasticity, *Metal. Trans.*, **7A**, 1225–1232.

Gifkins, R., 1978. grain rearrangment during superplastic deformation, *Journ. of Mat. Sci.*, **13**, 1924–1936.

Goetze, C., 1978. The mechanisms of creep in olivine, *Phil. Trans. R. Soc. London*, **A288**, 59–119.

Goetze, C. & Evans, B., 1979. Stress and temperature in the bending lithosphere as constrained by experimental rock mechanics, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **59**(3), 463–478.

Gordon, R., 2000. Diffuse oceanic plate boundaries : strain rates, vertically averaged rheology, and comparison with narrow plate boundaries and stable plate interiors, in The history and dynamics of global plate motions, pp. 143–159, ed. Richards, M., American Geophysical Union.

Grasset, O. & Parmentier, E., 1998. Thermal convection a volumetrically heated infinite prandtl number fluid with strongly temperature-dependent viscosity : implications for planetary thermal evolution, *Journ. Geophys. Res.*, **103**, 18171–18181.

Gueydan, F., Morency, C., & Brun, J.-P., 2008. Continental rifting as a function of lithosphere mantle strength, *Tectonophysics*, **460**(1-4), 83 – 93.

Gurnis, M., Zhong, S., & Toth, J., 2000. On the competing roles of fault reactivation and brittle failure in generating plate tectonics from mantle convection, in History and Dynamics of Global Plate Motions, Geophys. Monogr. Ser., vol. 121, pp. 73–94, eds Richards, M. A., Gordon, R., & van der Hilst, R., Am. Geophys. Union, Washington, DC.

Gérard, O. & Jaoul, O., 1989. Oxygen diffusion in san carlos olivine, *Journ. Geophys. Res.*, **94**, 4119–4128.

Hager, B., 1984. Subducted slabs and the geoid : Constraints on mantle rheology and flow, *J. Geophys. Res.*, **89**(B7), 6003–6016.

Hager, B. & Clayton, R., 1989. Constraints on the structure of mantle convection using seismic observations, flow models, and the geoid, in Mantle Convection ; plate tectonics and global dynamics, pp. 657–763, ed. Peltier, R., Gordon and Breach Science Publishers, New York.

Hager, B. & O'Connell, R., 1978. Subduction zone dip angles and flow driven by plate motion, *tectonophys.*, **50**, 111–133.

Hager, B. & O'Connell, R., 1979. Kinematic models of large-scale flow in the earth's mantle, *Journ. Geophys. Res.*, **84**, 1031–1048.

Hager, B. & O'Connell, R., 1981. A simple global model of plate dynamics and mantle convection, *Journ. Geophys. Res.*, **86**, 4843–4867.

Hall, C. & Parmentier, E., 2003. Influence of grain size evolution on convective instability, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, **1029**(4).

Handy, M. & Brun, J.-P., 2004. Seismicity, structure and strength of the continental lithosphere, *Earth and Planetary Science Letters*, **223**(3-4), 427–441.

Hashin, Z. & Shtrikman, S., J. Mech. Phys. Solids. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials, *1963*, **11**, 127–140.

Herring, C., 1950. Diffusional viscosity of a polycrystalline solid, *Journ. Appl. Phys.*, **21**, 437–445.

Hier-Majumder, S., Ricard, Y., & Bercovici, D., 2006. Role of grain boundaries in magma migration and storage, *Earth Planet Sci. Lett.*, **248**, 735–749.

Hieronymus, C., 2006. Time-dependent strain localization in viscous media with state-dependent viscosity, *Physics of The Earth and Planetary Interiors*, **157**(3-4), 151 – 163.

Hieronymus, C., Goes, S., Sargent, M., & Morra, G., 2008. A dynamical model for generating eurasian lithospheric stress and strain rate fields : Effect of rheology and cratons, *J. Geophys. Res.*, **113**(B07404).

Hilairet, N., Reynard, B., Wang, Y., Daniel, I., Merkel, S., Nishiyama, N., & Petitgirard, S., 2007. High-pressure creep of serpentine, interseismic deformation, and initiation of subduction, *Science*, **318**, 1910–3.

Hillert, M., 1965. On theory of normal and abnormal grain growth, *Acta Metallurgica*, **13**, 227–230.

Hirth, G. & Kohlstedt, D., 1995a. Experimental constraints on the dynamics of the partially molten upper mantle 2. deformation in the dislocation creep regime, *Journ. Geophys. Res.*, **100**(B8), 15,441–15,449.

Hirth, G. & Kohlstedt, D., 2003. Rheology of the upper mantle and the mantle wedge : a view from the experimentalists, in Subduction Factor Mongraph, vol. 138, pp. 83–105, ed. Eiler, J., Am. Geophys. Union, Washington, DC.

Hirth, G. & Kohlstedt, D. L., 1995b. Experimental constraints on the dynamics of the partially molten upper mantle : deformation in the diffusion creep regime, *Journal of Geophysical Research*, **100**, 1981–2001.

Hirth, G. & Kohlstedt, D. L., 1995c. Experimental constraints on the dynamics of the partially molten upper mantle : deformation in the dislocation creep regime, *Journal of Geophysical Research*, **100**, 15441–15449.

Hirth, J. & Lothe, J., 1968. *Theory of dislocations*, McGray-Hill Book Company, New York.

Hirth, J. & Lothe, J., 1982. *Theory of dislocations*, John Wiley & sons, New York Chichester Brisbane Toronto Singapore, 2nd edn.

Hobbs, B., 1968. Recrystallization of single crystals of quartz, *Tectonophysics*, **6**(5), 353 – 401.

Hobbs, B., Regenauer-Lieb, K., & Ord, A., 2007. Thermodynamics of folding in the middle to lower crust, *Geology*, **35**(2), 175–178.

Houlier, B., Cheraghmakani, M., & Jaoul, O., 1990. Silicon diffusion in san carlos olivine, *Phys. Earth and Plan. Int.*, **62**, 329–340.

II, H. G. & Borch, R., 1987. The pressure dependence of creep, *Acta Metallurgica*, **35**(6), 1301–1305.

Jaroslow, G. E., Hirth, G., & Dick, H. J. B., 1996. Abyssal peridotite mylonites : implications for grain-size sensitive flow and strain localization in the oceanic lithosphere, *Tectonophysics*, **256**(1-4), 17 – 37, Neville L. Carter.

Jaupart, C. & Mareschal, J.-C., 2007. Heat flow and thermal structure of the lithosphere, in Treatise on Geophysics, pp. 217 – 251, ed. Schubert, G., Elsevier, Amsterdam.

Jaupart, C., Labrosse, S., & Mareschal, J.-C., 2007. Temperatures, heat and energy in the mantle of the earth, in Treatise on Geophysics, pp. 253 – 303, ed. Schubert, G., Elsevier, Amsterdam.

Jessell, M., Bons, P., Evans, L., Barr, T., & Stüwe, K., 2001. Elle : the numerical simulation of metamorphic and deformation microstructures, *Computers & Geosciences*, **27**(1), 17 – 30.

Jessell, M. W., Siebert, E., Bons, P. D., Evans, L., & Piazolo, S., 2005. A new type of numerical experiment on the spatial and temporal patterns of localization of deformation in a material with a coupling of grain size and rheology, *Earth and Planetary Science Letters*, **239**(3-4), 309 – 326.

Ji, S., Wang, Z., & Wirth, R., 2001. Bulk flow strength of forsterite–enstatite composites as a function of forsterite content, *Tectonophysics*, **341**, 69–93.

Jin, D., ichiro Karato, S., & Obata, M., 1998. Mechanisms of shear localization in the continental lithosphere : inference from the deformation microstructures of peridotites from the ivrea zone, northwestern italy, *Journal of Structural Geology*, **20**(2-3), 195 – 209, Structures and Properties of High Strain Zones in Rocks.

Jung, H. & Karato, S., 2001a. Water-induced fabric transitions in olivine, *Science*, **293**(5534), 1460–1463.

Jung, H. & Karato, S., 2001b. Effects of water on dynamically recrystallized grain-size of olivine, *Journ. of Struct. Geol.*, **23**, 1337–1344.

Jung, H., Katayama, I., Jiang, Z., Hiraga, T., & Karato, S., 2006. Effect of water and stress on the lattice-preferred orientation of olivine, *Tectonophysics*, **421**, 1–22.

Kaibyshev, O., 1992. *Superplasticity of Alloys, Intermetallides, and Ceramics*, Berlin/New York : Springer.

Kaibyshev, O., 1995. Proc. int. conf., in Superplasticity : 60 years after Pearson, p. 25, ed. Ridley, N., London : Institute of Materials.

Kameyama, M. & Ogawa, M., 2000. Transitions in thermal convection with strongly temperature-dependent viscosity in a wide box, *Earth and Planetary Science Letters*, **180**(3-4), 355 – 367.

Kameyama, M., Yuen, D. A., & Fujimoto, H., 1997. The interaction of viscous heating with grain-size dependent rheology in the formation of localized slip zones, *Geophys. Res. Let.*, **24**, 2523–2526.

Karato, S., 2008. *Deformation of Earth Materials : An Introduction to the Rheology of Solid Earth*, Cambridge University Press.

Karato, S., Available online 17 April 2009. Rheology of the deep upper mantle and its implications for the preservation of the continental roots : A review, *Tectonophysics, In Press, Corrected Proof*.

Karato, S. & Jung, H., 2003a. Effects of pressure on high-temperature dislocation creep in olivine, *Philos. Mag.*, **83**, 401–414.

Karato, S. & Rubie, D., 1997. Toward an experimental study of deep mantle rheology : A new multianvil sample assembly for deformation studies under high pressures and temperatures, *J. Geophys. Res.*, **102**(B9), 20111–20122.

Karato, S., Toriumi, M., & Fujii, T., 1982. Dynamic recrystallization and high-temperature rheology of olivine, in High-Pressure Research in Geophysics, vol. 12, pp. 171–189, eds Akimoto, S. & Manghnani, M., Adv. Earth Plan. Sci.

Karato, S.-I., 1989. Grain growth kinetics in olivine aggregates, *Tectonophysics*, **168**, 255–273.

Karato, S.-I. & Jung, H., 2003b. Effects of pressure on high-temperature dislocation creep in olivine, *Phil. Mag.*, **83**(3), 401–414.

Karato, S. I. & Wu, P., 1993a. Rheology of the upper mantle : A synthesis, *Science*, **260**, 771–778.

Karato, S.-I. & Wu, P., 1993b. Rheology of the upper mantle : a synthesis, *Science*, **260**, 771–778.

Karato, S.-i., Toriumi, M., & Fujii, T., 1980. Dynamic recrystallization of olivine single crystals during high-temperature creep, *Geophys. Res. Lett.*, **7**, 649–652.

Karato, S.-I., Paterson, M. S., & Fitzgerald, J. D., 1986. Rheology of synthetic olivine aggregates - Influence of grain size and water, *Journ. Geophys. Res.*, **91**, 8151–8176.

Katayama, I. & Karato, S.-I., 2008. Low-temperature, high-stress deformation of olivine under water-saturated conditions, *Phys. Earth and Plan. Int.*, pp. 125–133.

Kaula, W., 1980. Material properties for mantle convection consistent with observed surface fields, *Journ. Geophys. Res.*, **85**, 7031–7044.

Kaus, B. & Podladchikov, Y., 2006. Initiation of localized shear zones in viscoelastoplastic rocks, *J. Geophys. Res.*, **111**(B4).

Kawazoe, T., Karato, S.-I., Otsuka, K., Jing, Z., & Mookherjee, M., 2009. Shear deformation of dry polycrystalline olivine under deep upper mantle conditions using a rotational drickamer apparatus (rda), *Phys. of the Earth and Plan. Int.*, **174**, 128–137.

Kelemen, P. B. & Hirth, G., 2007. A periodic shear-heating mechanism for intermediate-depth earthquakes in the mantle, *Nature*, **446**, 787–790.

Keller, T. & Tackley, P. J., 2009. Towards self-consistent modeling of the martian dichotomy : The influence of one-ridge convection on crustal thickness distribution, *Icarus*, **202**(2), 429 – 443.

Kellogg, L. H., Hager, B. H., & van der Hilst, R., 1999. Compositional stratification in the deep mantle, *Science*, **283**, 1881–1884.

Kennett, B., Widiyantoro, S., & van der Hilst, R., 1998. Joint seismic tomography for bulk sound and shear wave speed in the earth's mantle, *J. Geophys. Res.*, **103**(B6).

Kimura, J.-I., Hacker, B., van Keken, P., Kawabata, H., Yoshida, T., & Stern, R., 2009. Arc basalt simulator version 2, a simulation for slab dehydration and fluid-fluxed mantle melting for arc basalts : Modeling scheme and application, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, **10**(Q09004).

Kirby, S. & Kronenberg, A., 1987. Rheology of the lithosphere : selected topics, *Reviews of Geophysics*, **25**(6), 1219–1244.

Kirby, S. & Raleigh, C., 1973. Mechanisms of high temperature, solid-state flow in minerals and ceramics and their bearing on the creep behavior of the mantle, *Tectonophysics*, **19**, 165–194.

Knipe, R., 1990. Microstructural analysis and tectonic evolution in thrust systems : Examples from the assynt region of the moine thrust zone, scotland, in Deformation Processes in Mineral Cermaics, and Rocks, pp. 228–261, eds Barber, D. & Meredith, P., Unwin Hyman, London.

Kocks, U., Argon, A., & Ashby, M., 1975. Thermodynamics and the kinetics of slip, in Progress in Materials Sciences, vol. 19, New York : Pergamon Press.

Kohlstedt, D., 2006. Water and rock deformation : The case for and against a climb-controlled creep rate, in Reviews in Mineralogy and Geochemistry, Water in Nominally Anhydrous Minerals, vol. 62, pp. 377–396, eds Keppler, H. & Smyth, J., Mineralogical Society of America.

Kohlstedt, D., 2007. Properties of rocks and minerals - constitutive equations, rheological behavior, and viscosity of rocks, in Treatise on Geophysics, vol. 2, pp. 389–417, ed. Price, G., Elsevier.

Kohlstedt, D. & Wang, Z., 2001. Grain-boundary sliding accomodated dislocation creep in dunite, *Eos Trans. AGU*, **82**(47).

Kohlstedt, D. & Weathers, M., 1980. Deformation-induced microstructures paleopiezometers and differencial stress in deeply eroded fault zones, *Journ. Geophys. Res.*, **85**(11), 6269–6285.

Kohlstedt, D., Evans, B., & Mackwell, S., 1995. Strength of the lithosphere : constraints imposed by laboratory experiments, *J. Geophys. Res.*, **100**, 17587–17602.

Korenaga, J. & Karato, S.-I., 2008. A new analysis of experimental data on olivine rheology, *J. Geophys. Res.*, **113**, B02403, doi :10.1029/2007JB005100.

Lambeck, K. & Nakiboglu, S., 1984. Recent global changes in sealevel, *Geophys. Res. Lett.*, **11**, 959–961.

Lambeck, K., Johnston, P., & Nakada, M., 1990. Holocene glacial rebound and sea-level change in nw europe, *Geophys. Journ. Int.*, **103**(2), 451–468.

Landau, L. & Lifshitz, E., 1980. *An Introduction to Fluid Dynamics*, Pergamon Press, Oxford.

Landuyt, W. & Bercovici, D., 2009. Variations in planetary convective via the effect of climate on damage, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **277**, 29–37.

Langdon, T., 1994. A unified approach to grain boundary sliding in creep and superplasticity, *Act. metall. mater.*, **42**(7), 2437–2443.

Langdon, T., 1995. Mechanisms of superplastic flow, in Superplasticity : 60 years after Pearson, pp. 9–24, ed. Ridley, N., London : Institute of Materials.

Langdon, T., 2006. Grain boundary sliding revisited : Developments in sliding over four decades, *J. Mater. Sci.*, **41**, 597–609.

Lawlis, J., 1998. High temperature creep of synthetic olivine-enstatite aggregates, *P. H. D. Thesis*.

Leloup, P. H., Ricard, Y., Battaglia, J., & Lacassin, R., 1999. Shear heating in continental strike-slip shear zones : model and field examples, *Geophysical J. Int.*, **136**, 19–40.

Li, L., Weidner, D., Raterron, P., Chen, J., & Vaughan, M., 2006. Stress measurements of deforming olivine at high pressure, *Phys. Earth and Plan. Int.*, **143-144**, 357–367.

Lifshitz, I. M., 1963. , *Soviet Phys. JETP*, **17**, 909.

Lifshitz, I. M. & Slyozov, V. V., 1961. The kinetics of precipitation from supersaturated solid solutions, *J. Phys. Chem. Solids*, **19**, 35–50.

Lithgow-Bertelloni, C. & Silver, P., 1998. Dynamic topography, plate driving forces and the african superswell, *Nature*, **395**, 269–272.

Lithgow-Bertelloni, C., Richards, M. A., Ricard, Y., O'Connell, R. J., & Engebretson, D. C., 1993. Toroidal-poloidal partitioning of plate motions since 120 ma, *Geophys. Res. Lett.*, **20**(5), 375–378.

Lyakhovsky, V., Ben-Zion, Y., & Agnon, A., 1997. Distributed damage, faulting, and friction, *J. Geophys. Res.*, **102**, 27635–27649.

Machetel, P. & Humler, E., 2003. High mantle temperature during cretaceous avalanche, *Earth and Plan. Sci. Lett.*, **208**, 125–133.

Machetel, P., Thoraval, C., & Brunet, D., 1995. Spectral and geophysical consequences of 3-d spherical mantle convection with an endothermic phase change at the 670 km discontinuity, *Phys. Earth. Plan. Int.*, **88**, 43–51.

Maggi, A., Debayle, E., Priestley, K., & Barruol, G., 2006. Multimode surface waveform tomography of the pacific ocean : a closer look at the lithospheric cooling signature, *Geophysical Journal International*, **166**(3), 1384–1397.

Mancktelow, N. S., 1987. Quartz textures from the simplon fault zone, southwest switzerland and north italy, *Tectonophysics*, **135**(1-3), 133 – 153, Tectonic and Structural Processes on a Macro-,Meso-, and Micro-scale.

McAdoo, D., Martin, C., & Poulouse, S., 1985. Seasat observations of flexure : Evidence for a strong lithosphere, *Tectonophysics*, **116**(3-4), 209 – 222.

McKenzie, D., 1984. The generation and compaction of partially molten rock, *J. Petrol.*, **25**, 713–765.

McKinnon, W., Zahnle, K., Ivanov, B., & Melosh, H., 1997. Cratering on venus : Models and observations, in Venus II, pp. 969–1014, eds Bougher, S., Hunten, D., & Phillips, R., University of Arizona Press.

Mei, S. & Kohlstedt, D. L., 2000a. Influence of water on plastic deformation of olivine aggregates 1. diffusion creep regime, *Journal of Geophysical Research*, **105**, 21457–21469.

Mei, S. & Kohlstedt, D. L., 2000b. Influence of water on plastic deformation of olivine aggregates 2. dislocation creep regime, *Journal of Geophysical Research*, **105**, 21471–21481.

Mei, S., Bai, W., Hiraga, T., & Kohlstedt, D., 2002. Influence of melt on the creep behavior of olivine-basalt aggregates under hydrous conditions, *Earth Plan. Sci. Lett.*, **201**, 491–507.

Mercier, J.-C., Anderson, D., & Carter, N., 1977. Stress in the lithosphere : Inferences from steady-state flow of rocks, *Pageophysics*, **115**, 199–226.

Mitrovica, J., Davis, J., & Shapiro, I., 1994. A spectral formalism for computing three-dimensional deformations due to surface loads. part 2 : Present-day glacial isostatic adjustment, *Journ. of Geophys. Res.*, **99**, 7075–7101.

Mohamed, F. & Langdon, T., 1974. Deformation mechanism maps based on grain size, *Metallurgical transactions*, **5**, 2339.

Molli, G., Conti, P., Giorgetti, G., Meccheri, M., & Oesterling, N., 2000. Microfabric study on the deformational and thermal history of the alpi apuane marbles (carrara marbles), italy, *Journal of Structural Geology*, **22**(11-12), 1809 – 1825.

Molnar, P., 1992. Brace–goetze strength profiles, the partitioning of strike–slip and thrust faulting at zones of oblique convergence, and the stress-heat flow paradox of the san andreas fault, in Fault Mechanics and Transport Properties of Rocks, pp. 461–473, eds Evans, B. & Wong, T.-F., Academic Press, San Diego, California.

Montési, L. G. J. & Hirth, G., 2003. Grain size evolution and the rheology of ductile shear zones : from laboratory experiments to postseismic creep, *Earth and Planetary Science Letters*, **211**, 97–110.

Montési, L. & Zuber, M., 2002. A unified description of localization for application to large-scale tectonics, *J. Geophys. Res.*, **107**(B3).

Mooney, W., 2007. Crust and lithospheric structure - global crustal structure, in Treatise on Geophysics, pp. 361 – 417, ed. Schubert, G., Elsevier, Amsterdam.

Morelli, A., Dziewonski, A. M., & Woodhouse, J. H., 1986. Anisotropy of the inner core inferred from pkikp travel times, *Geophys. Res. Lett.*, **13(13)**, 1545–1548.

Moresi, L. & Solomatov, V., 1998. Mantle convection with a brittle lithosphere : Thoughts on the global tectonic style of the earth and venus, *Geophys. J.*, **133**, 669–682.

Moresi, L.-N. & Solomatov, V., 1995. Numerical investigation of 2d convection with extremely large viscosity variations, *Phys. Fluids*, **7**, 2154–2162.

Morris, S. & Canright, D., 1984. A boundary-layer analysis of benard convection in a fluid of strongly temperature-dependent viscosity, *Phys. Earth Plan. Int.*, **36**, 355–373.

Muckherjee, A., 1971. The rate controlling mechanism in in superplasticity, *Mat. Sci. and Eng.*, **8**, 83–89.

Murakami, M., Hirose, K., Sata, N., Ohishi, Y., & Kawamura, K., 2004. Phase transition of mgsio3 perovskite in the deep lower mantle, *Science*, **304**, 855–858.

Müller, R., Roest, W., Royer, J.-Y., Gahagan, L., & Sclater, J., 1997. Digital isochrons of the world's ocean floor, *J. Geophys. Res.*, **102**(B2), 3211–3214.

Nabarro, F., 1948. Deformation of crystals by the motion of single ions, in Report on a Conference on the Strength of Solids, pp. 75–90, London : Physical society.

Nabarro, F., 1967a. Steady-state diffusional creep, *Phil. Mag.*, **16**, 231–237.

Nabarro, F., 1967b. *Theory of crystal dislocations*, Oxford University Press.

Nakakuki, T., Hamada, C., & Tagawa, M., 2008. Generation and driving forces of plate-like motion and asymmetric subduction in dynamical models of an integrated mantle-lithosphere system, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **166**(3-4), 128 – 146.

Nichols, S. J. & Mackwell, S. J., 1991. Grain growth in porous olivine aggregates, *Phys. Chem. Miner.*, **18**, 269–278.

Nikolaeva, K., Gerya, T., & Connolly, J., 2008. Numerical modelling of crustal growth in intraoceanic volcanic arcs, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **171**, 336–356.

O'Connell, R., Gable, C., & Hager, B., 1991. Toroidal-poloidal partitionning of lithospheric plate motion, in Glacial Isostasy, Sea Level and Mantle Rheology, pp. 535–551, ed. et al., R. S., Kluwer Academic, Norwell, Mass.

Oganov, A. & Ono, S., 2004. Theoretical and experimental evidence for a post-perovskite phase of mgsio3 in earth's d" layer, *Nature*, **430**, 445–448.

Ogawa, M., 2003. Plate-like regime of a numerically modeled thermal convection in a fluid with temperature-, pressure-, and stress-history-dependent viscosity, *J. Geophys. Res.*, **108**, 2067, doi :10.1029/2000JB000069.

Ogawa, M., 2007. Superplumes, plates, and mantle magmatism in two-dimensional numerical models, *J. Geophys. Res.*, **112**(B06404).

Ogawa, M., 2008. Mantle convection : A review, *Fluid. Dyn. Res.*, **40**, 379–398.

Ogawa, M., Schubert, G., & Zebib, A., 1991. Numerical simulations of three-dimensional thermal convection in a fluid with strongly temperature-dependent viscosity, *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, **233**(-1), 299–328.

Olson, P. & Kincaid, C., 1991. Experiment on the interaction of thermal convection and compositional layering at the base of the mantle, *J. Geophys. Res.*, **96**, 4347–4354.

Orowan, E., 1940. Problems of plastic gliding, *Proceedings of the Physical Society*, **52**, 8–22.

Parker, R. & Oldenburg, D., 1973. Thermal model of ocean ridges, *Nature*, **242**, 137–139.

Parmentier, E., 2007. The dynamics and convective evolution of the upper mantle, in Treatise on Geophysics, pp. 305 – 323, ed. Schubert, G., Elsevier, Amsterdam.

Peltier, J., 1998. Postglacial variations in the level of the sea : Implications for climate dynamics and solid-earth geophysics, *Rev. of Geophys.*, **36**(4), 603–689.

Peltier, W. & Andrews, J., 1976. Glacial isostatic adjustment. part i : The forward problem, *Geophys. Journ. of the Royal Astron. Soc.*, **46**, 605–646.

Poirier, J., 1985. *Creep of crystals : High-temperature deformation processes in metal, ceramics and minerals*, Cambridge University Press, Cambridge.

Post, A. & Tullis, J., 1999. A recrystallized grain size piezometer for experimentally deformed feldspar aggregates, *Tectonophys.*, **303**, 159–173.

Post, R. L., 1977. High-temperature creep of mt burnet-dunite, *Tectonophysics*, **42**, 75–110.

Precigout, J., Gueydan, F., Gapais, D., Garrido, C., & Essaifi, A., 2007. Strain localisation in the subcontinental mantle — a ductile alternative to the brittle mantle, *Tectonophysics*, **445**(3-4), 318–336.

Rachinger, W., 1952. Relative grain translations in the plastic flow of aluminum, *J. Inst. Metals*, **81**, 33–41.

Raj, R. & Ashby, M., 1971. On grain boundary sliding and diffusional creep, *Metallurgical transactions*, **2**, 1113–1127.

Ranalli, G., 1991. The microphysical approach to mantle rheology, in Glacial Isostasy, Sea-Level and Mantle Rheology, pp. 343–378, eds Sabadini, R., Lambeck, K., & Boschi, E., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Ranalli, G., 1995. *Rheology of the Earth*, Chapman and Hall, London, UK, 2nd edn.

Ranalli, G., 2001. Mantle rheology : radial and lateral viscosity variations inferred from microphysical creep laws, *J. Geodyn.*, **32**, 425–444.

Ranalli, G. & Murphy, D. C., 1987. Rheological stratification of the lithosphere, *Tectonophysics*, **132**(4), 281 – 295.

Raterron, P., Wu, Y., Weidner, D., & Chen, J., 2004. Low-temperature olivine rheology at high pressure, *Phys. Earth Plan. Int.*, **145**, 149–159.

Raterron, P., Amiguet, E., Chen, J., Li, L., & Cordier, P., 2007. Experimental deformation of olivine single crystals at mantle pressures and temperatures, *Phys. Earth and Plan. Int.*, **172**(1-2), 74–83.

Reese, C. C. & Solomatov, V. S., 2002. Mean field heat transfer scaling for non-newtonian stagnant lid convection, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **107**(1-3), 39 – 49.

Reese, C. C., Solomatov, V. S., & Moresi, L.-N., 1998. Heat transport efficiency for stagnant lid convection with dislocation viscosity : Application to mars and venus, *Journ. Geophys. Res.*, **103**, 13643–13657.

Reese, C. C., Solomatov, V. S., & Moresi, L.-N., 1999. Stagnant lid convection in a spherical shell, *Phys. Earth Plan. Int.*, **116**, 1–7.

Regenauer-Lieb, K. & Yuen, D. A., 2000. Quasi-adiabatic instabilities associated with necking processes of an elasto-viscoplastic lithosphere, *Physics of The Earth and Planetary Interiors*, **118**(1-2), 89 – 102.

Regenauer-Lieb, K. & Yuen, D. A., 2003. Modeling shear zones in geological and planetary sciences : solid- and fluid-thermal-mechanical approaches, *Earth-Science Reviews*, **63**(3-4), 295 – 349.

Reuss, E., 1930. Beruecksichtigung der elastischen formaenderungen in der plastizitaetstheorie, *Zeits. angew. Math. Mech. (ZAMM)*, **10**, 266–274.

Ribe, N., 1992. The dynamics of thin shells with variable viscosity and the origin of toroidal flow in the mantle, *Geophys. Journ. int.*, **110**, 537–552.

Ricard, Y., 2007. Physics of mantle convection, in Treatise on Geophysics, vol. 7, pp. 31–87, ed. Schubert, G., Elsevier.

Ricard, Y. & Bercovici, D., 2009a. A continuum theory of grain size evolution and damage, *J. Geophys. Res.*, **114**(B01204).

Ricard, Y. & Bercovici, D., 2009b. A continuum theory of grain size evolution and damage, *J. Geophys. Res.*, **114**, B01204.1–B01204.30.

Ricard, Y., Fleitout, L., & Froidevaux, C., 1984. Geoid heights and lithospheric stresses for a dynamic earth, *Ann. Geophys.*, **2**(3), 267–286.

Ricard, Y., Vigny, C., & Froidevaux, C., 1989. Mantle heterogeneities, geoid, and plate motion : A monte carlo inversion, *J. Geophys. Res.*, **94**(B10), 13,739–13,754.

Ricard, Y., Richards, M. A., Lithgow-Bertelloni, C., & Lestunff, Y., 1993. A geodynamic model of mantle mass heterogeneities, *J. Geophys. Res.*, **98**, 21895–21909.

Ricard, Y., Bercovici, D., & Schubert, G., 2001. A two-phase model for compaction and damage, 2. applications to compaction, deformation and and the role of interfacial surface tension, *J. Geophys. Res.*, **106**, 8907–8924.

Ricard, Y., Mattern, E., & Matas, J., 2005. Synthetic tomographic images of slabs from mineral physics, in , pp. 285–302, eds van der Hilst, R., Bass, J., Matas, J., & Trampert, J., .

Ricard, Y., Sramek, O., & Dubuffet, F., 2009. A multi-phase model of runaway core-mantle segregation in planatary embryos, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **284**, 144–150.

Richard, G., 2003. Le cycle de l'eau dans le manteau terrestre : apport de la modélisation numérique, *P. H. D. Thesis*.

Richards, M. & Hager, B., 1984. Geoid anomalies in a dynamic earth, *J. Geophys. Res.*, **89**(B7), 5987–6002.

Richards, M., Yang, W.-S., Baumgardner, J., & Bunge, H.-P., 2001. Role of a low-viscosity zone in stabilizing plate tectonics : Implications for comparative terrestrial planetology, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, **2**(1026).

Ringwood, A., 1977. Petrogenesis in island arc systems, in Island Arcs, Deep Sea Trenches, and Back-Arc Basins, pp. 311–324, eds Talwani, M. & Pitman, W., Maurice Ewing Series 1. American Geophysical Union, Washington, DC.

R.N. Anderson, S. Uyeda, A. M., 1976. Geophysical and geochemical constraints at converging plate boundaries - part i : Dehydration in the downgoing slab, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **44**(2), 333–357.

Ross, J., Lallemant, H. A., & Carter, N., 1980. Stress dependence of recrystallized-grain and subgrain size in olivine, *Tectonophysics*, **70**, 39–61.

Rudnick, R., 1995. Making continental crust, *Nature*, **378**, 571–578.

Rutter, E. & Brodie, K., 1988. The role of tectonic grain size reduction in the rheological stratification of the lithosphere, *Geologische Rundschau*, **77**(1), 295–307.

Sabadini, R., 2007. Plate deformation, in Treatise on Geophysics, pp. 153 – 215, ed. Schubert, G., Elsevier, Amsterdam.

Sassier, C., 2007. *NOUVELLE METHODE DE MESURE IN SITU DE PALEOVITESSE DE DEFORMATION - APPLICATION A LA ZONE DE CISAILLEMENT DE L'AILAO SHAN-FLEUVE ROUGE-*, Ph.D. thesis, Université Claude Bernard Lyon1.

Schubert, G. & Yuen, D., 1978. Shear heating instability in the earth's upper mantle, *Tectonophysics*, **50**(2-3), 197 – 205.

Schubert, G., Turcotte, D., & Olson, P., 2001. *Mantle Convection in the Earth and Planets*, Cambridge University Press, Cambridge.

Scott, T. & Kohlstedt, D., 2006. The effect of large melt fraction on the deformation behavior of peridotite, *Earth Plan. Sci. Lett.*, **246**, 177–187.

Seiff, A., 1983. Thermal structure of the atmosphere of venus, in Venus, pp. 154–158, eds Hunten, D., Colin, L., Donahue, T., & Moroz, V., University of Arizona Press, Tucson, AZ.

Shimizu, I., 1998a. Lognormality of crystal size distribution in dynamic recrystallization, *Forma*, **13**, 1–11.

Shimizu, I., 1998b. Stress and temperature dependence of recrystallized grain size : a subgrain misorientation model, *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 4237–4240.

Shimizu, I., 1999. A stochastic model of grain size distribution during dynamic recrystallization, *Phil. Mag.*, **A79**, 1217–1231.

Shimizu, I., 2008. Theories and applicability of grain size piezometers : The role of dynamic recrystallization mechanisms, *Jour. Struct. Geol.*, **30**, 899–917.

Simons, M. & Hager, B., 1997. Localization of the gravity field and the signature of glacial rebound, *Nature*, **390**, 500–504.

Slotemaker, A. & Bresser, J. D., 2006. On the role of grain topology in dynamic grain growth - 2D microstructural modeling, *Tectonophysics*, **427**, 73–93.

Slotemaker, A. K., 2006. Dynamic recrystallization and grain growth in olivine rocks, *P. H. D. Thesis*.

Sohl, F. & Schubert, G., 2007. Interior structure, composition, and mineralogy of the terrestrial planets, in Treatise on Geophysics, pp. 27 – 68, ed. Schubert, G., Elsevier, Amsterdam.

Solomatov, V., 2001. Grain size-dependent viscosity convection and the thermal evolution of the earth, *Earth Plan. Sci. Lett.*, **191**, 203–212.

Solomatov, V. & Moresi, L., 1997. Three regimes of mantle convection non-newtonian viscosity and stagnant lid convection on the terrestrial planets, *Geophys. Res. Lett.*, **24**(15), 1907–1910.

Solomatov, V. & Moresi, L.-N., 2000. Scaling of time-dependant stagnant lid convection : Application to small-scale convection on earth and other terrestrial planets, *Journ. Geophys. Res.*, **105**, 21795–21817.

Solomatov, V. & Reese, C., 2008. Grain size variations in the earth's mantle and the evolution of primordial chemical heterogeneities, *J. Geophys. Res.*, **113**.

Solomatov, V. S., 1995. Scaling of temperature- and stress-dependent viscosity convection, *Phys. Fluids*, **7**, 266–274.

Solomatov, V. S., 2004. Initiation of subduction by small-scale convection, *Journ. Geophys. Res.*, **109**, B01412.

Solomatov, V. S. & Moresi, L.-N., 1996. Stagnant lid convection on venus, *Journ. Geophys. Res.*, **101**, 4737–4753.

Solomatov, V. S., El-Khozondar, R., & Tikare, V., 2002. Grain size in the lower mantle : constraints from numerical modeling of grain growth in two-phase systems, *Physics of The Earth and Planetary Interiors*, **129**(3-4), 265 – 282.

Spiegelman, M., 1993a. Flow in deformable porous media, part 1, simple analysis, *J. Fluid Mech.*, **247**, 17–38.

Spiegelman, M., 1993b. Flow in deformable porous media, part 2, numerical analysis–the relationship between shock waves and solitary waves, *J. Fluid Mech.*, **247**, 39–63.

Spiegelman, M., 1993c. Physics of melt extraction : Theory, implications and applications, *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, **342**, 23–41.

Stein, C. & Stein, S., 1992. A model for the global variation in oceanic depth and heat flow with lithospheric age, *Nature*, **359**, 123–128.

Stein, C., Schmalzl, J., & Hansen, U., 2004. The effect of rheological parameters on plate behaviour in a self-consistent model of mantle convection, *Phys. Earth. and Plan. Int.*, **142**, 225–255.

Stipp, M. & Tullis, J., 2003. The recrystallized grain size piezometer for quartz., *Geophys. Res. Lett.*, **30**(21), 2088.

Stipp, M., Tullis, J., & Behrens, H., 2006. Effect of water on the dislocation creep microstructure and flow stress of quartz and implications for the recrystallized grain size piezometer, *Journ. Geophys. Res.*, **111**(B04201).

Stipp, M., Tullis, J., Scherwath, M., & Behrmann, J., 2010. A new perspective on paleopiezometry : Dynamically recrystallized grain size distributions indicate mechanism changes, *Geology*, **38**(8), 759–762.

Tackley, P., 2007. Mantle geochemical geodynamics, in Treatise on Geophysics, vol. 7, pp. 437–505, ed. Schubert, G., Elsevier.

Tackley, P. J., 2000a. Self consistent generation of tectonic plates in time-dependent, three dimensional mantle convection simulations, part 1 : Pseudoplastic yielding, *G3*, **1**.

Tackley, P. J., 2000b. Self consistent generation of tectonic plates in time-dependent, three dimensional mantle convection simulations, part 2 : Strain weakening and asthenosphere, *G3*, **1**.

Tagawa, M., Nakakuki, T., Kameyama, M., & Tajima, F., 2007. The role of history-dependent rheology in plate boundary lubrication for generating one-sided subduction, *Pure and Appl. Geophys.*, **164**(5), 879–907.

Takeuchi, S. & Argon, A., 1976. Review : Steady state creep of single phase crystalline matter of high-temperatures, *J. Mater. Sci.*, **11**, 1542–1566.

Thoraval, C. & Richards, M., 1997. The geoid constraint in global geodynamics : viscosity structure, mantle heterogeneity models and boundary conditions, *Geophys. Journ. Int.*, **131**(1), 1–8.

Tommasi, A., Knoll, M., Vauchez, A., Signorelli, J., Thoraval, C., & Loge, R., 2009. Structural reactivation in plate tectonics controlled by olivine crystals anisotropy, *Nature Geoscience*, **2**, 423–427.

Trompert, R. & Hansen, U., 1998. On the rayleigh number dependence of convection with a strongly temperature-dependent viscosity, *Phys. Fluids*, **10**, 351–360.

Twiss, R., 1977. Theory and applicability of a recrystallized grain size paleopiezometer, *Pure and Applied Geophysics*, **115**, 227–244.

Van der Wal, D., Chopra, P., Drury, M. R., & Fitzgerald, J. D., 1993. Relationships between dynamically recrystallized grain size and deformation conditions in experimentally deformed olivine rocks, *Geophys. Res. Lett.*, **20**, 1479–1482.

van Heck, H. J. & Tackley, P. J., 2008. Planforms of self-consistently generated plates in 3d spherical geometry, *Geophys. Res. Lett.*, **35**(L19312).

van Keken, P. E., 2003. The structure and dynamics of the mantle wedge, *Earth and Planetary Science Letters*, **215**(3-4), 323 – 338.

van Keken, P. E., Currie, C., King, S. D., Behn, M. D., Cagnioncle, A., He, J., Katz, R. F., Lin, S.-C., Parmentier, E. M., Spiegelman, M., & Wang, K., 2008. A community benchmark for subduction zone modeling, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **171**(1-4), 187 – 197, Recent Advances in Computational Geodynamics : Theory, Numerics and Applications.

Vissers, R. L. M., Drury, M. R., Hoogerduijn ?Strating, E. H., Spiers, C. J., & van der Wal, D., 1995. Mantle shear zones and their effect on lithosphere strength during continental breakup, *Tectonophysics*, **249**(3-4), 155 – 171.

Wagner, C., 1961. Theory der alterung von niederschlaegen durch umloesen (oswald reifung), *Zeitschr. Elektrochemie*, **65**, 581–591.

Walzer, U. & Hendel, R., 2008. Mantle convection and evolution with growing continents, *J. Geophys. Res.*, **113**(B09405).

Warren, J. & Hirth, G., 2006. Grain size sensitive deformation mechanisms in naturally deformed peridotites, *Earth Plan. Sci. Lett.*, **248**, 428–450.

Watson, E., 1991. Diffusion in fluid-bearing and slightly melted rocks ; experimental and numerical approaches illustrated by iron transport in dunite, *Cont. Min. Petrol.*, **107**, 417–434.

Watts, A. & Burov, E., 2003. Lithospheric strength and its relationship to the elastic and seismogenic layer thickness, *Earth Planetary Sciences Letters*, **213**, 113–131.

Weertman, J., 1955. Theory of steady-state creep based on dislocation climb, *Journ. of Appl. Phys.*, **26**, 1213–1217.

Weertman, J., 1957. Steady-state creep through dislocation climb, *Journ. of Appl. Phys.*, **28**, 362–364.

Weertman, J., 1978. Creep laws for the mantle of the earth, *Phil. trans. of the Royal Soc. of London*, **A288**, 9–26.

Weertman, J., 1999. Microstructural mechanisms of creep, in Mechanics and materials : Fundamentals and linkages, pp. 451–488, eds Meyers MA, A. R. & H, K., New York : Wiley.

Weinstein, S. A., 1998. The effect of convection planform on the toroidal-poloidal energy ratio, *Earth Plan. Sci. Lett.*, **155**, 87–95.

Weinstein, S. A. & Olson, P. L., 1992. Thermal convection with non-newtonian plates, *Geophys. J. Intl.*, **111**, 515–530.

Wessel, P. & Muller, R., 2007. Plate tectonics, in Treatise on Geophysics, vol. 6, pp. 49–98, ed. Watts, A., Elsevier.

Zhang, S., Karato, S.-I., FitzGerald, J., U.Faul, & Zhou, Y., 2000. Simple shear deformation of olivine aggregates, *tectonophysics*, **316**, 133–152.

Zhao, Y.-H., Zimmerman, M., & Kohlstedt, D., 2009. Effect of iron content on the creep behavior of olivine : 1. anhydrous conditions, *Earth and Plan. Sci. Lett.*, **287**, 229–240.

Zhong, S., Yuen, D., & Moresi, L., 2007. Numerical methods for mantle convection, in Treatise on Geophysics, pp. 227 – 252, ed. Schubert, G., Elsevier, Amsterdam.

Zimmerman, M. & Kohlstedt, D., 2004. Rheological properties of partially molten lherzolite, *J. Petrol.*, **45**, 275–298.

Zolotov, M., 2007. Solid planet-atmosphere interactions, in Treatise on Geophysics, pp. 349 – 369, ed. Schubert, G., Elsevier, Amsterdam.

Summary

In this thesis, I study the impact of grain size on the rheology of the mantle of the Earth. We propose a new model of grain size evolution and show that the equilibrium states it predicts are in good agreement with the experimental data obtained on olivine samples. This model is illustrated by numerical simulations of mantle convection and shear zones. I show that our formalism has a non-negligible effect on the localization of deformation in shear zones and strongly modifies the convection regimes of planets.

In our formalism, we propose that the energy of a grain size distribution is fully constrained by the energy of the grain boundaries. This energy diminishes during grain growth and increases during dynamic recrystallization. Our model stipulates that the amount of energy required to nucleate new grains, which is a dislocation-assisted process, is substracted to the energy dissipated in the material. We also show that even when the mean grain size is located in the diffusion regime, the biggest grains of the distribution can remain in the dislocation regime and continue to nucleate smaller grains. Thus, the mean grain size can decrease, even in the diffusion regime. When the growth and recrystallization processes are equivalent, the grain size distribution reaches an equilibrium state which can be compared to experimental data (various published olivine piezometers). The experimental calibration of our model shows that the partitionning of energy is principally temperature-dependent.

I test this new model in a fully viscous numerical simulation of shear zone with a non-Newtonian- grain size-dependent viscosity. In this system, depending on the temperature, grain size or thermal state, the deformation can locally operate in diffusion or dislocation regime. Paradoxally, my model shows that the deformation is more localized when the shear zone is in the dislocation regime, where the viscosity does not depend on grain size. We observe that the grain size parameter tends to favor the apparition of shear zones because it minors the stress field but is insufficient to localize deformation in the case of a constant plate velocity. A grain size-activated localization of deformation seems to require a time-dependent stimulation which is typically obtained in visco-elasto-plastic configurations.

Finally, I have tested our grain size evolution model, in its static form, in a set of numerical simulations of mantle convection. Our model shows that the grain size reaches its equilibrium very quickly in sub-lithospheric conditions. Thus, I have considered that the grain size distribution is always in the equilibrium state predicted but our model. I show that the consideration of the grain size parameter can fully modify the convection regimes of telluric planets. When surface stresses are high enough to reach the diffusion regime, the stagnant lid usually obtained with very temperature-dependent viscosities is broken by a very non-Newtonian and grain size-dependent top layer.

This thesis shows that grain size strongly influences the dynamics of planets in localizing the deformation in their surfaces. The model we propose brings a new view of the creation of plate tectonics at the surface of the Earth.