



HAL
open science

protocoles adiabatiques pour le ralentissement et le stockage de la lumière dans un cristal de Tm:YAG

Romain Lauro

► **To cite this version:**

Romain Lauro. protocoles adiabatiques pour le ralentissement et le stockage de la lumière dans un cristal de Tm:YAG. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2010. Français. NNT: . tel-00550157

HAL Id: tel-00550157

<https://theses.hal.science/tel-00550157>

Submitted on 23 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS-XI
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ PARIS-XI

par

ROMAIN LAURO

**Protocoles adiabatiques pour le ralentissement et le stockage de
la lumière dans un cristal de TmYAG**

Soutenue le 29 septembre 2010 devant la commission d'examen composée de :

M. Julien BOBROFF	Examineur
M. Mohamed Aziz BOUCHÈNE	Rapporteur
M. Julien LAURAT	Examineur
M. Jean-Louis LE GOUËT	Directeur de thèse
M. Hugues DE RIEDMATTEN	Rapporteur
M. Sébastien TANZILLI	Examineur

Laboratoire Aimé Cotton - Campus scientifique d'Orsay



à la mémoire d'Ivan et Olivier

Merci

Cette thèse n'aurait bien sûr jamais vu le jour sans Jean-Louis. Il a assuré avec patience et dévouement son rôle de directeur de thèse. La grande liberté qui m'a été accordée ces trois dernières années a toujours été accompagnée d'encouragements. Jean-Louis, je vous suis sincèrement reconnaissant de m'avoir accordé votre confiance et de m'avoir soutenu.

Je dois également beaucoup à Thierry. Il a toujours su, avec bonne humeur et simplicité répondre à mes questions, et donner des conseils judicieux. J'espère atteindre un jour ton niveau en physique (et accessoirement en natation!)

Merci à Hugues de Riedmatten d'avoir accepté le rôle de rapporteur, et d'avoir consacré une partie de l'été à lire le manuscrit. Je lui souhaite autant de réussite à Barcelone qu'il n'en a eue à Genève. Je remercie également Sébastien Tanzilli et Julien Laurat pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail, leur lecture attentive du manuscrit et leurs remarques constructives. Julien Bobroff, à sa grande surprise, a présidé le jury, je tiens à le remercier de s'être intéressé aux cristaux dopés, relativement éloignés de ses cuprates, et de nous avoir fait profiter de ses connaissances en RMN. Enfin merci à Aziz Bouchène, que j'ai connu au cours de mes études à Toulouse, pour son dynamisme et son entrain. J'ai découvert l'EIT grâce à son cours, dans lequel je me suis souvent replongé au cours de la thèse.

L'aboutissement de la thèse doit beaucoup au personnel de l'atelier mécanique : je remercie Patrice pour ses conseils toujours astucieux, Daniel, Henri et Lionel pour leur aide et leur disponibilité. Je remercie Didier Bouly pour tous les précieux services qu'il nous a rendu, je lui souhaite de se rétablir très vite. Enfin, merci à Sylvie d'avoir irradié de sa bonne humeur les couloirs du LAC!

Anne achevait sa thèse alors que je commençais la mienne, et m'a fait découvrir, toujours avec enthousiasme, les secrets du thulium. Je te souhaite le meilleur pour la suite. Un merci collectif à tous les membres de la "fine équipe". Jérôme, merci pour les sorties culturelles et les jeux de mots (tu t'es déchaîné sur le t-shirt!) Je te souhaite de réussir pleinement tes nouveaux projets. Bon courage à Vianney pour la dernière ligne

droite (tu penses à ma clé USB?) A Matthieu, l'expert en peigne atomique, je souhaite les meilleurs échos possibles. Robert-Christopher, je te laisse désormais le soin de remplir le cahier de manip, et d'arrêter cette fichue lumière! Enfin, bon courage à Florencia. Ne te laisse pas déborder par les trois garçons, et n'hésite pas à les rappeler à l'ordre si besoin!

J'ai eu la chance d'enseigner à l'université d'Orsay durant les deux dernières années, et d'avoir pour tutrice Béatrice Laroche. Merci pour sa bonne humeur et son sens de l'humour, qui ont rendu cette expérience très agréable.

Table des matières

1	Introduction	11
2	L'ion Thulium en matrice YAG	13
2.1	Quelques propriétés optiques et magnétiques des ions de terre rare	14
2.1.1	Structure électronique	14
2.1.2	Longue cohérence optique mais large bande d'absorption	16
2.1.3	Interactions magnétiques	17
2.2	L'ion thulium en matrice YAG	19
2.2.1	Structure électronique	19
2.2.2	Orientation des dipôles	20
2.2.3	Champ magnétique externe	21
2.3	Conclusion	25
3	Mémoriser un état quantique de la lumière	27
3.1	Remise en phase des atomes	27
3.1.1	Echos de photons à deux impulsions	29
3.1.2	Elargissement inhomogène réversible	31
3.1.3	Peigne de fréquence atomique	33
3.2	Transparence Electromagnétiquement Induite	34
3.2.1	Résonance noire dans un système à trois niveaux	35
3.2.2	Interférences entre chemins d'excitation	36
3.2.3	Lumière lente, lumière arrêtée	38
3.2.4	De la lumière arrêtée à une mémoire quantique	39
3.3	Conclusion	40
4	Lumière Lente dans un ensemble atomique	41
4.1	Propagation de la lumière dans un ensemble atomique	42
4.1.1	Equation de propagation en régime linéaire	43
4.1.2	Absorption et indice de réfraction	44
4.1.3	Causalité et relations de dispersion	44

TABLE DES MATIÈRES

4.2	Lumière lente : approche macroscopique	46
4.2.1	Vitesse d'une impulsion lumineuse	46
4.2.2	Propagation dans une fenêtre de transparence	48
4.2.3	Retard maximal. Distorsion de l'impulsion	51
4.2.4	Transfert d'énergie	52
4.2.5	Cavité Fabry-Perot	55
4.3	Lumière lente : approche microscopique	56
4.3.1	Trou spectral	57
4.3.2	Réponse atomique : suivi adiabatique	58
4.3.3	Propagation du champ électromagnétique	62
4.3.4	Cas d'une simple raie d'absorption	66
4.4	Expérience de lumière lente dans le TmYAG	68
4.4.1	Dispositif expérimental	68
4.4.2	Fenêtre de transparence	69
4.4.3	Creusement de trou spectral	69
4.4.4	Ralentissement d'une impulsion lumineuse	71
4.5	Conclusion	73
5	Arrêter la lumière dans un trou spectral	75
5.1	Mémoire par trou spectral : principe	76
5.2	Equations du champ reconstruit	78
5.2.1	Conditions initiales	78
5.2.2	Evolution des dipôles atomiques	79
5.2.3	Densité de polarisation	79
5.2.4	Propagation du champ reconstruit	80
5.2.5	Réponse du milieu	81
5.3	Mécanismes de reconstruction	81
5.3.1	Polarisation libre	81
5.3.2	Naissance du champ	83
5.3.3	Expression du champ	85
5.4	Efficacité	87
5.4.1	Champ reconstruit	87
5.4.2	Efficacité du stockage	88
5.5	Réalisation dans le TmYAG	90
5.6	Conclusion	90
6	Application d'un champ radio-fréquence	93
6.1	Facteur de couplage	93

6.1.1	Hamiltonien d'interaction	93
6.1.2	Orientation du champ magnétique	94
6.1.3	Pulsation de Rabi	96
6.1.4	Champ magnétique requis	97
6.2	Conception du circuit Radio-Fréquence	97
6.2.1	Amplification du courant	97
6.2.2	Elements du circuit	100
6.2.3	Fonctionnement de l'ensemble	104
6.3	Conclusion	107
7	Manipulation de la cohérence de spin nucléaire	109
7.1	Excitation magnétique et lecture optique	109
7.1.1	Principe d'une mesure magnéto-optique	109
7.1.2	Montage expérimental	110
7.2	Nutation magnétique	111
7.2.1	Séquence expérimentale	112
7.2.2	Résultats	113
7.3	Manipulation par Passage Adiabatique	116
7.3.1	Aspects théoriques du passage adiabatique rapide	117
7.3.2	Mesure de la pulsation de Rabi	120
7.3.3	Mesure de la distribution inhomogène	122
7.4	Echo de spin	126
7.4.1	Principe d'un écho	126
7.4.2	Echo de spin adiabatique	128
7.4.3	Expériences	132
7.4.4	Résultats	133
7.5	Passage adiabatique rapide et décohérence	135
7.5.1	Efficacité et décohérence	136
7.5.2	Mesure du temps de décohérence par passage adiabatique rapide	137
7.5.3	Phénomène de blocage de spin	139
7.6	Conclusion	142
8	Conclusion	143
A	Couplage Atomes Lumière	155
A.1	Hamiltonien d'interaction	155
A.2	Equation de Schrödinger	155
A.3	Equations de Bloch	157
A.4	Sphère de Bloch	157

TABLE DES MATIÈRES

B Propagation	159
B.1 Equations de Maxwell	159
B.2 Densité de polarisation	160
B.3 Equation de propagation linéarisée	161
C Echos de spin adiabatique	163
C.1 Refocalisation par deux passages adiabatiques	163
C.2 Semi passage adiabatique	165
C.3 Population finale	166

Chapitre 1

Introduction

Une mémoire classique pour la lumière est assez simple à concevoir. On peut mesurer les différentes caractéristiques du faisceau lumineux (longueur d’onde, amplitude,...), mémoriser ces informations sous forme numérique, puis reconstituer l’impulsion d’origine à l’aide de modulateurs électro-optique par exemple. Si on s’intéresse aux propriétés quantiques de cette lumière, on ne peut pas procéder ainsi : la mesure perturbe l’état de la lumière, on ne peut donc pas concevoir de mémoire quantique basée sur la mesure. La solution consiste à faire interagir la lumière avec un ensemble atomique : l’état est ainsi transféré vers les atomes. Lorsqu’on le désire, on effectue l’opération inverse. Néanmoins, deux difficultés se présentent. Il faut être en mesure de transférer totalement l’état de la lumière vers les atomes, et trouver un moyen de restituer la lumière à la demande.

L’interaction d’un champ électromagnétique avec un ensemble atomique conduit à l’absorption du champ. Si le couplage est élevé, et que la densité d’atomes est grande, le champ peut être complètement absorbé par les atomes. Pour autant, cette étape ne constitue pas une mémorisation de l’état de la lumière. D’une part, parce que l’absorption est généralement associée à la dissipation de l’information, aux interactions aléatoires entre atomes. D’autre part, parce qu’une mémoire quantique doit être en mesure de ré-émettre l’information à la demande, avec des critères d’efficacité et de fidélité bien spécifiques [1].

Néanmoins, cette première description de l’interaction rayonnement-matière est beaucoup trop simpliste. D’une part, dans le cas d’une distribution atomique inhomogène, l’absorption n’est pas nécessairement liée à des processus de dissipation. On peut donc imaginer un moyen de faire “revivre” une impulsion optique absorbée. C’est la mission attribuée aux protocoles de rephasage. D’autre part, le processus d’interaction rayonnement matière étant un processus causal, l’absorption est toujours associée à la dispersion, qui implique des effets spectaculaires, comme la lumière ultra-lente. Ce ralentissement, potentiellement très important [2] permet de “geler” la lumière dans un ensemble atomique. Le terme protocole désigne la méthode employée pour le transfert réversible de l’information,

de la lumière vers la matière.

Trouver une solution pour “recréer” la lumière n’est pas suffisant. Il faut en effet trouver le bon système atomique, celui qui offre des durées de cohérence longues et un bon couplage avec la lumière. En fait, protocole et nature du système atomique sont intimement liés. Les atomes froids, par exemple, présentent un élargissement inhomogène et un temps de cohérence optique faibles, mais sont fortement couplés à la lumière, et offrent des cohérences de spin de très longue durée de vie. Les ions de terre rare, autre matériaux étudiés actuellement, ont des propriétés opposées.

Durant ma thèse, je me suis intéressé à l’étude d’un système atomique particulier : le cristal de YAG dopé aux ions thulium triplement ionisés (abrégé $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ ou TmYAG dans la suite). L’essentiel des connaissances sur ce système atomique est à mettre au crédit de Frédéric de Sèze [3] et d’Anne Louchet [4], qui durant leurs thèses ont étudié l’interaction du cristal avec la lumière et un champ magnétique statique, permettant notamment de construire un système à trois niveaux en Λ [5, 6], et d’utiliser ce système pour contrôler optiquement une onde de spin nucléaire [7, 8].

Le mémoire est organisé de la façon suivante : Après avoir présenté quelques propriétés des ions de terre rare, en particulier l’ion TmYAG , je décris un protocole de stockage de lumière fondé sur le ralentissement et la compression d’une impulsion lumineuse lors de sa propagation dans un trou spectral. Cette proposition constitue le cœur du mémoire. Bien que la démonstration expérimentale ne soit pas encore effectuée, les résultats expérimentaux préliminaires sont présentés, ainsi que les expériences d’excitation radio-fréquence du spin nucléaire de TmYAG .

Chapitre 2

L'ion Thulium en matrice YAG

La réalisation d'une mémoire quantique suppose l'existence de matériaux capables de "retenir" l'information sous forme de superposition d'état. Ces cohérences sont facilement détruites par émission spontanée, c'est pourquoi la plupart des protocoles suggèrent l'utilisation des cohérences entre sous niveaux hyperfins. Les cohérences optiques des atomes ne jouent pas le même rôle selon le mécanisme utilisé pour transférer l'information vers les cohérences Raman. En Transparence Electromagnétiquement Induite (T.E.I.) [9], par exemple, le taux de relaxation de la cohérence optique limite la bande passante du signal mémorisable : on a donc tout intérêt à prendre une cohérence de très courte durée de vie. Pour les protocoles de rephasage [10], c'est la propriété inverse qui est recherchée : plus la cohérence est fine, plus la résolution spectrale sera élevée. Il est évident que les propriétés du matériau vont fortement contraindre les protocoles réalisables.

Naturellement, les premiers travaux ont porté sur les vapeurs alcalines. La principale limitation vient du mouvement des atomes : la durée du passage des atomes dans le faisceau lumineux et les collisions qui se produisent limitent la durée de mémorisation. L'ajout d'un gaz tampon permet en partie de limiter ces effets. Une démonstration de mémoire quantique par Transparence Electromagnétiquement Induite (T.E.I.) a ainsi été réalisée [11]. C'est dans les atomes froids qu'ont eu lieu les premières expériences de transfert quantique [12], grâce à un piège magnéto-optique. Les atomes froids offrent l'avantage d'une quasi-immobilité, associée à une longue durée de vie des cohérences Raman (10 ms dans la référence [13]), ce qui permet des durées de mémorisations élevés par T.E.I. [14].

La limitation des atomes libres vient de leurs mouvements. C'est pourquoi, les ions de terre rare (TR) en matrice cristalline ont été envisagés assez tôt comme un substitut aux atomes froids [15] pour la réalisation d'une mémoire quantique. Les TR ne sont pas des solides à proprement parler (avec des bandes d'énergie), mais des atomes insérés dans un cristal transparent. Le problème de la diffusion atomique est ainsi sup-

primé. Les premiers travaux ont simplement reproduit les expériences réalisées dans les atomes [15, 16]. L'élargissement inhomogène important, associé à une faible largeur homogène, apparaît comme un problème. C'est pourquoi, la recherche de nouveaux protocoles tirant le meilleur parti des TR a débuté dans les années 2000 [17, 18, 19, 20]. Même si moins d'équipes travaillent actuellement sur les TR que sur les atomes froids, les résultats récents [16, 21, 22, 23, 24, 25] permettent d'envisager sérieusement les TR comme un substitut aux atomes froids.

Dans cette thèse, on s'intéresse à l'ion Thulium, étudié depuis plusieurs années dans l'équipe, au travers des thèses de Frédéric de Sèze [3], puis d'Anne Louchet [4]. L'ion de TR le plus étudié est le Praseodyme. Le Thulium a été choisi car la longueur d'onde d'excitation à 800 nm est facilement atteinte avec des diodes (alors que des lasers à colorant sont nécessaires pour le Praseodyme et l'Europium).

2.1 Quelques propriétés optiques et magnétiques des ions de terre rare

Les ions de terre rare, aussi appelés lanthanides, sont les éléments chimiques dont les numéros atomiques vont de 57 (Lanthane) à 71 (Ytterbium). Leurs caractéristiques essentielles tiennent au fait que les transitions entre configurations $4f^n$ sont très peu perturbées par l'environnement [26]. Les couches 4f sont en effet localisées près du noyau de l'ion et sont de fait protégées des interactions avec les champs externes. La conséquence est une finesse remarquable des largeurs d'absorption optique.

2.1.1 Structure électronique

Ion libre

Le traitement de l'atome dans l'approximation du champ central conduit à utiliser les harmoniques sphériques, et donc les nombres quantiques n , l et m . Les atomes de terre rare possèdent une couche électronique 4f partiellement remplie. On les trouve principalement au degré d'oxydation +III. Lorsque l'ion perd les électrons des couches 5d et 6s, la dernière couche la plus peuplée est la couche 4f. Les couches pleines ont ainsi la structure du Xenon.

$$[Xe] 4f^n, \text{ avec } 1 \leq n \leq 13 \quad (2.1)$$

La particularité des ions de terre rare vient du fait que lors du remplissage des couches, les orbitales 5s et 5p précèdent les orbitales 4f. Les orbitales 4f sont profondément enracinées dans l'ion, et protégées par les couches 5s et 5p, plus excentrées : on parle alors d'écrantage. Les champs externes (en particulier le champ créé par la matrice solide) peuvent ainsi être

vus comme des perturbations pour l'ion libre. Toutes les couches électroniques sous la couche 4f sont complètes, et donc de symétrie sphérique. De fait, elles ne contribuent pas à lever la dégénérescence des couches 4f, et ont pour simple effet d'écranter la charge du noyau.

Les interactions résiduelles entre électrons 4f, ainsi que le couplage spin-orbite sont responsables de levées de dégénérescence. Ces deux interactions sont d'amplitudes comparables pour les ions de terre rare [27], on parle alors de couplage intermédiaire. Le moment cinétique total \vec{J} est une constante du mouvement pour un atome isolé, ainsi le nombre quantique J est-il un bon nombre quantique. L'effet combiné de la répulsion coulombienne résiduelle et du couplage spin-orbite lève partiellement la dégénérescence en J, et crée plusieurs multiplets notés $^{2S+1}L_J$, séparés typiquement de quelques milliers de cm^{-1} . Le moment cinétique de l'ion libre ne peut pas avoir de direction privilégiée, ainsi, chaque multiplet correspondant à une valeur de J est $2J+1$ fois dégénéré.

Effet de la matrice cristalline

Lorsque les ions sont insérés dans une matrice cristalline, il faut tenir compte de l'interaction des atomes avec le cristal, donc du champ créé par les charges du cristal. A cause du rôle d'écranage joué par les couches 5s et 5p, le champ cristallin peut être vu comme une perturbation de l'ion libre, et mélange donc peu les différents multiplets correspondant à différentes valeurs de J. Le champ cristallin dépend du site de substitution, et n'est donc pas isotrope. Les symétries du champ cristallin conduisent ainsi à privilégier certaines directions, et ainsi à lever la dégénérescence en M_J .

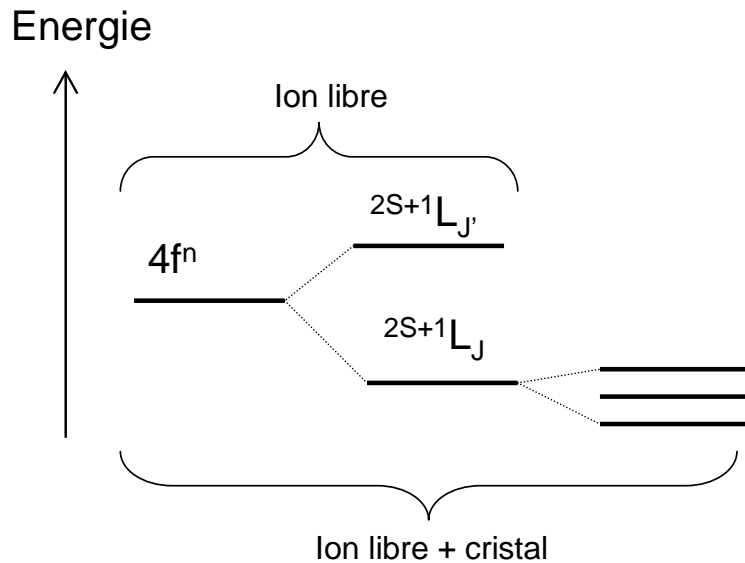


FIG. 2.1 – Illustration des levées de dégénérescence successives dans un ion de terre rare inséré dans une matrice cristalline.

2.1.2 Longue cohérence optique mais large bande d'absorption

La caractéristique essentielle des ions de terre rare est la très grande finesse de leurs raies spectrales : ce qui a d'abord passionné les spectroscopistes [26], s'est avéré ensuite extrêmement intéressant pour des applications allant du stockage massif de données optiques [28], au traitement optique de l'information [29], en passant par le rôle d'étalon pour l'asservissement d'oscillateurs optiques [30]. C'est tout naturellement que la longue durée de vie des cohérences (optiques et nucléaires) a attiré l'attention pour l'information quantique [31, 10].

La largeur d'absorption d'un matériau résulte de la contribution de tous les atomes, quelle que soit leur fréquence de résonance : c'est la largeur inhomogène. S'il était possible de ne travailler qu'avec un seul atome, on mesurerait un profil d'absorption différent, centré sur une autre fréquence, et surtout avec une largeur éventuellement plus faible : la largeur homogène. L'élargissement inhomogène s'explique par le fait que les atomes ne voient pas tous le même champ électrique local, et voient donc leur fréquence de résonance décalée vers le bleu ou vers le rouge, par effet Stark. Alors que l'élargissement homogène est lié à des processus d'interaction dynamiques (ions-ions, ions-champ du vide,...) le processus d'élargissement inhomogène est lié aux interactions statiques des ions avec leur environnement.

Largeur homogène

Les transitions optiques dans le domaine visible et infra-rouge correspondent à des transitions entre configurations $4f^n$ [32]. Les transitions dipolaires électriques entre états de même parité sont interdites. Néanmoins, dans des sites sans symétrie d'inversion, la configuration $4f^n$ peut être mélangée avec la configuration de parité opposée $4f^{n-1}5d$, ce qui rend possible la transition dipolaire électrique. Ces raies quasi-interdites présentent une force de raie très faible, de l'ordre de 10^{-8} , ce qui donne au niveau excité une longue durée de vie.

Pour un groupe d'atomes ayant la même fréquence de transition, la durée de vie des cohérences est limitée par la durée de vie des niveaux d'énergie. Viennent s'ajouter les interactions entre atomes et avec l'environnement, qui brouillent la phase des cohérences. Le traitement semi-classique de l'interaction lumière matière prédit que le profil d'absorption est de forme lorentzienne, de largeur à mi hauteur γ :

$$\gamma = \frac{1}{\pi T_2} (\text{Hz}) \quad (2.2)$$

T_2 représente le temps de décohérence de la transition, c'est la durée de vie d'une superposition des deux états reliés par la transition. Ce temps prend en compte la désexcitation

par émission spontanée (T_1), mais aussi tous les autres phénomènes conduisant au déphasage des atomes (γ').

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \gamma' \quad (2.3)$$

Parmi les causes de l'élargissement de la largeur de la transition, on peut citer :

- Les interactions avec les phonons (vibrations du réseau cristallin). Cette contribution est fortement réduite à basse température ($< 2\text{K}$).
- Les interactions avec les ions du cristal. Les fluctuations du champ magnétique local résultent des basculements de spin nucléaire des ions ligands. Cet effet peut être atténué par le choix d'une matrice à faible spin nucléaire.
- Les interactions entre ions de terre rare. La fréquence de transition des ions dépend de l'état des autres ions. Les basculements de spin nucléaire des autres ions dans leur état fondamental changent le champ magnétique local et induisent un changement de la fréquence de chaque ion. Ces effets décroissent à mesure que la distance entre les ions augmente. Un faible taux de dopage réduit donc cet effet.

Les largeurs homogènes typiquement mesurées pour les ions de terre rare vont de la centaine de Hz à la centaine de kHz [26].

Elargissement inhomogène

Les défauts de la structure cristalline de la matrice hôte font que chaque ion voit un environnement différent, et donc que leur fréquence de résonance se distribue sur une largeur Γ_{inh} . Ces défauts peuvent, par exemple, être des dislocations, des potentiels électrostatiques liés à des contraintes sur le cristal, la présence d'impuretés. Ces défauts subsistent même à température nulle. De manière générale, dans les cristaux dopés aux ions de terre rare, la largeur inhomogène est très supérieure à la largeur homogène :

$$\Gamma_{inh} \gg \gamma \quad (2.4)$$

Typiquement, pour un TR donné, la largeur inhomogène peut varier de la centaine de MHz à la centaine de GHz selon la matrice cristalline [33].

2.1.3 Interactions magnétiques

Les propriétés magnétiques des TR sont également remarquables, et dépendent en particulier du nombre d'électrons du TR : c'est la dégénérescence de Kramers, qui a des conséquences sur la structure électronique des atomes.

Doublets de Kramers

En mécanique, une invariance est toujours associée à une loi de conservation. L'invariance par translation dans le temps entraîne par exemple la conservation de l'énergie du système. L'opération de renversement du temps correspond à un renversement du sens du mouvement : les vitesses sont ainsi renversées, de même que les moments cinétiques, en particulier le spin. Il est possible de montrer que si le Hamiltonien du système est invariant par renversement du temps (ce qui est vrai en l'absence de champ magnétique), les énergies d'un système à nombre n impair de particules de spin $1/2$ sont au moins deux fois dégénérées [34]. Cette propriété, connue sous le nom de dégénérescence de Kramers s'applique aux ions de terre rare avec un nombre impair d'électrons sur leur couche $4f$ (Ce, Nd, Sm, Gd, Dy, Er et Yb).

Pour les ions possédant un nombre pair d'électrons, dits ions non-Kramers (Eu, Pr, Tb, Ho et Tm), les dégénérescences électroniques peuvent donc être complètement levées par le champ cristallin, et les niveaux d'énergie se présentent sous la forme de $(2J+1)$ singulets électroniques, dans le cas où la dégénérescence est complètement levée par effet Stark. Ce cas se présente dans les sites de symétrie suffisamment basse [34].

Structure hyperfine et champ magnétique externe

La symétrie par renversement du temps conduit à une autre propriété remarquable : le blocage du moment cinétique. Pour un ion non Kramers, dont la dégénérescence électronique est complètement levée par le champ cristallin, tous les termes d'interaction proportionnels à la moyenne du moment cinétique J sont nuls. Ainsi, toutes les perturbations du premier ordre en J sont nulles. Ceci entraîne en particulier l'absence d'effet Zeeman électronique et d'interaction hyperfine pour les ions non-Kramers.

Pour les ions non Kramers, les effets magnétiques sont donc des effets du second ordre :

- Interaction hyperfine au deuxième ordre, qui n'est non nulle que pour les ions tels que $I \geq 1$.
- Couplage au deuxième ordre entre interaction hyperfine et effet Zeeman électronique. Il correspond à la réponse des noyaux sous l'effet d'une déformation du nuage électronique sous l'effet du champ magnétique. Combiné à l'effet Zeeman nucléaire, il donne l'effet Zeeman nucléaire exacerbé.
- Interaction Zeeman électronique au second ordre. Pour des ions non Kramers placés dans des sites de basse symétrie, il se produit un simple déplacement en énergie.

2.2 L'ion thulium en matrice YAG

L'équipe travaille depuis plusieurs années sur le cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$. Durant leur travail de thèse, Frédéric de Sèze [3], puis Anne Louchet [4] ont étudié l'interaction de l'ion avec un champ magnétique statique, pour faire apparaître un système en Λ , clé de voute de nombreux protocoles de mémoire quantique [35]. Le thulium s'est imposé car la longueur d'onde d'excitation (793 nm) est accessible avec des diodes laser, relativement simple à utiliser et à stabiliser [36], contrairement aux lasers à colorant nécessaires pour le praseodyme [30].

2.2.1 Structure électronique

L'ion trivalent Thulium possède 66 électrons, dont 12 sur sa couche 4f. La configuration correspondante est donc $4f^{12}$, $S=1$, $L=5$. Le thulium, avec un nombre pair d'électrons, est donc un ion non-Kramers. Les ions thulium se substituent aux ions d'Yttrium Y^{3+} dans des sites de (basse) symétrie D_2 lorsqu'ils sont insérés dans une matrice de YAG ($\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$). Grâce à cette symétrie, le champ cristallin est en mesure de lever complètement la dégénérescence en J. Les états singulets sont alors séparés de quelques centaines de GHz. Les niveaux d'énergie ont été mesurés par spectroscopie d'absorption dans la référence [37]. Dans la Fig.(2.2), la structure simplifiée est présentée. On s'intéresse à la transition ${}^3\text{H}_6 \rightarrow {}^3\text{H}_4$. Le niveau excité, d'une durée de vie d'environ $800 \mu\text{s}$, se désexcite préférentiellement vers le niveau ${}^3\text{F}_4$ par émission multiphonon, en passant par le niveau ${}^3\text{H}_5$ de courte durée de vie. Le niveau métastable ${}^3\text{F}_4$ se désexcite radiativement vers le niveau fondamental ${}^3\text{H}_6$.

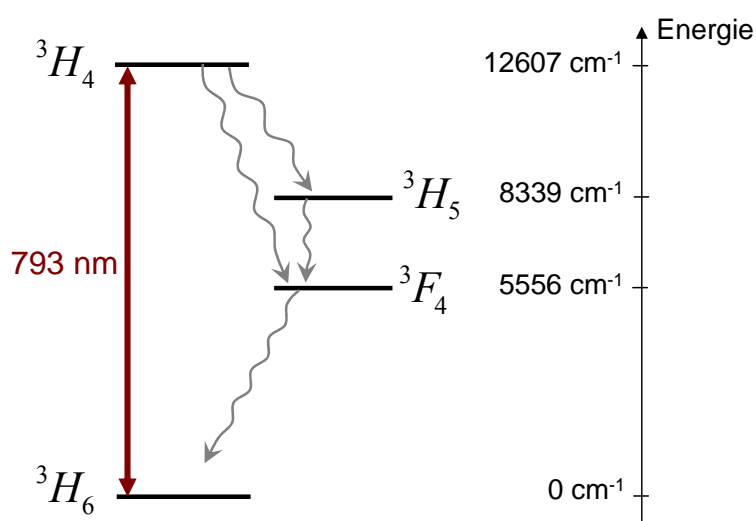


FIG. 2.2 – Niveaux de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$.

2.2.2 Orientation des dipôles

Dans la matrice de YAG, les sites des ions Y^{3+} possèdent une symétrie D_2 : trois axes de symétrie d'ordre 2 perpendiculaires deux à deux. Le Hamiltonien de l'ion est invariant par rotation de π autour de l'un des axes de symétrie, ainsi les états propres de l'ion sont aussi états propres des opérations de rotation. Les dipôles sont alors nécessairement orientés selon l'un des trois axes de rotations du site. Compte tenu de la symétrie cubique du cristal, il y a 9 orientations possibles pour le dipôle. Les sites sont tous cristallographiquement équivalents mais orientationnellement inéquivalents. Seules six de ces orientations ont été observées. Sur la Fig.(2.3), chaque site est représenté par un parallélépipède rectangle, qui représente la symétrie D_2 du champ cristallin. Pour chaque site, un repère local est défini tel que le dipôle est aligné selon l'axe y.

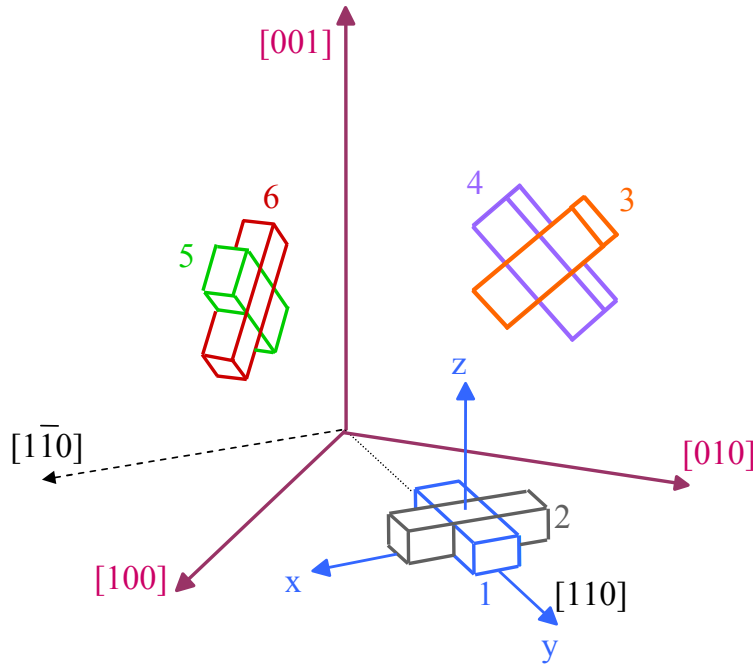


FIG. 2.3 – Orientation des 6 sites de substitution dans le YAG. Chaque parallélépipède symbolise la symétrie D_2 du champ cristallin. Le dipôle de transition est orienté selon la plus grande direction du parallélépipède : l'axe y. Les axes x, y et z sont les axes locaux du site 1.

Lors de l'interaction avec la lumière, le couplage s'exprime par la pulsation de Rabi, définie par :

$$\Omega = \frac{\vec{\mu} \cdot \vec{E}}{\hbar} \quad (2.5)$$

Pour une polarisation quelconque de la lumière, les ions ne seront pas tous excités de la même façon. Les cristaux que nous utilisons sont découpés de telle sorte que la lumière

se propage le long de l'axe cristallographique $[1\bar{1}0]$. On choisit de ne travailler qu'avec les sites 3 et 5, grâce à une polarisation linéaire selon l'axe $[111]$. Sous champ magnétique, l'écart énergétique entre sous niveaux fondamentaux est bien plus grand pour le site 1 que pour les sites 3 et 5. Un pompage optique permet donc de supprimer les ions du site 1 [6].

2.2.3 Champ magnétique externe

Interaction nucléaire Zeeman exacerbée

Thulium, étant un ion non Kramers, ne présente pas de structure hyperfine au premier ordre. Son spin nucléaire $I=1/2$ interdit une structure hyperfine du second ordre : les états de spin nucléaires (correspondant à $m_I = \pm 1/2$) sont donc dégénérés. L'application d'un champ magnétique lève la dégénérescence, mais ne suffit cependant pas à créer un système en Λ . En effet, une excitation optique ne peut pas retourner le spin nucléaire (voir Fig.(2.4)). L'effet Zeeman nucléaire seul ne suffit donc pas à créer un système en Λ . Parmi

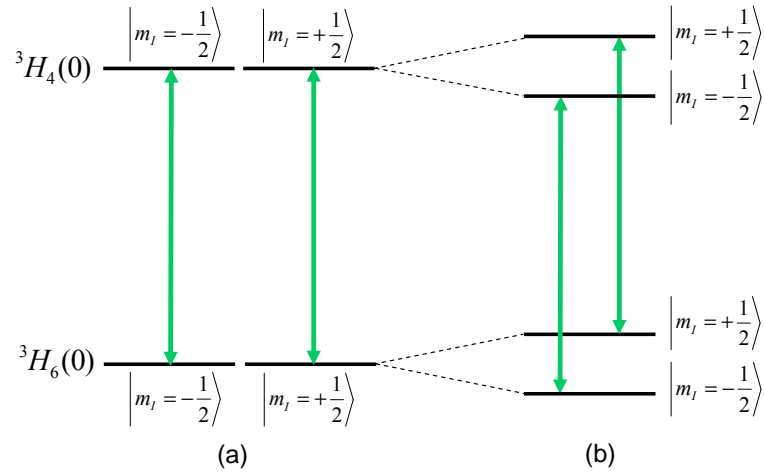


FIG. 2.4 – Ensemble de deux systèmes à deux niveaux indépendants dans Tm :YAG (a) sans champ magnétique (b) avec champ magnétique, en ne tenant compte que de l'effet Zeeman nucléaire. Seules les transitions optiques autorisées par la règle de sélection sont représentées.

toutes les composantes des interactions magnétiques d'ordre 2, la seule qui subsiste dans le cas de Tm^{3+} :YAG est le couplage entre l'interaction Zeeman électronique et l'interaction hyperfine. Le hamiltonien s'écrit :

$$2A_J g_J \mu_B \vec{B} \cdot \Lambda \cdot \vec{I} \quad (2.6)$$

où g_J et μ_B représentent le facteur de Landé et le magnéton de Bohr, \vec{I} et \vec{B} sont le spin nucléaire et le champ magnétique et A_J est le paramètre de structure fine. Le tenseur Λ

est défini par :

$$\Lambda_{\alpha\beta} = \sum_{n=1}^{2J+1} \frac{\langle 0 | J_\alpha | n \rangle \langle n | J_\beta | 0 \rangle}{E_n - E_0} \quad (2.7)$$

où E_0 est l'énergie de l'état $|0\rangle$ de plus basse énergie, et E_n l'énergie d'un autre état $|n\rangle$ du même multiplet électronique. Le tenseur Λ étant anisotrope, les états propres de l'interaction Zeeman nucléaire exacerbée seront des mélanges des états propres de l'interaction Zeeman nucléaire $|m_I = +\frac{1}{2}\rangle$ et $|m_I = -\frac{1}{2}\rangle$. Comme Λ dépend de chaque état électronique, ce mélange entre les états $|m_I = \pm\frac{1}{2}\rangle$ peut être différent dans l'état fondamental et dans l'état excité. Ceci permet de coupler optiquement les deux sous-niveaux de l'état fondamental à un même sous-niveau de l'état excité, sans violer pour autant la règle de sélection $\Delta m_I = 0$. On obtient alors un système à trois niveaux efficace.

Champ magnétique effectif

Une conséquence de la symétrie D_2 est que les axes locaux des sites sont également les axes principaux du tenseur Λ . Puisque le tenseur Λ est diagonal, le Hamiltonien décrivant l'interaction entre l'interaction hyperfine et l'effet Zeeman électronique se réécrit dans la base $|+\rangle, |-\rangle$, états propres de l'opérateur I_z :

$$H_{zn} = -\hbar[\gamma_x B_x I_x + \gamma_y B_y I_y + \gamma_z B_z I_z] = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \gamma_z B_z & \gamma_x B_x - i\gamma_y B_y \\ \gamma_x B_x + i\gamma_y B_y & -\gamma_z B_z \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

où B_α représentent les coordonnées du champ magnétique externe \vec{B} et où les facteurs gyromagnétiques γ_α sont donnés par :

$$\gamma_\alpha = \gamma_n + \frac{2g_j \mu_B A_J \Lambda_{\alpha\alpha}}{\hbar} \quad (2.9)$$

avec x,y et z les axes locaux du site considéré. Le Hamiltonien prend la forme simple de l'effet Zeeman nucléaire :

$$H_{zn} = -\hbar \Delta \vec{B}_{eff} \cdot \vec{I} \quad (2.10)$$

lorsqu'on introduit le champ magnétique effectif \vec{B}_{eff} (sans dimension et normé à l'unité), défini comme :

$$\vec{B}_{eff} = \left(\frac{\gamma_x}{\Delta} B_x, \frac{\gamma_y}{\Delta} B_y, \frac{\gamma_z}{\Delta} B_z \right) = (X_{eff}, Y_{eff}, Z_{eff}) \quad (2.11)$$

avec Δ défini par :

$$\Delta = \sqrt{\gamma_x^2 B_x^2 + \gamma_y^2 B_y^2 + \gamma_z^2 B_z^2} \quad (2.12)$$

Les valeurs propres du Hamiltonien sont alors données par :

$$E_\pm = \pm \frac{1}{2} \hbar \Delta \quad (2.13)$$

Les états propres correspondants sont :

$$|\chi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+Z_{eff})}} \begin{pmatrix} X_{eff} - iY_{eff} \\ -1 - Z_{eff} \end{pmatrix} \quad |\chi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1-Z_{eff})}} \begin{pmatrix} X_{eff} - iY_{eff} \\ 1 - Z_{eff} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Le tenseur Λ étant anisotrope, le champ magnétique effectif n'est pas parallèle au champ magnétique appliqué, et provoque ainsi un mélange entre états propres de l'interaction Zeeman nucléaire. Le tenseur dépend de chaque état électronique, et n'est donc pas le même pour les états fondamental et excité.

Système en Λ

L'état des ions peut s'écrire comme le produit d'une fonction d'onde électronique par une fonction d'onde nucléaire :

$$|\Psi\rangle = |\Phi_{elec}\rangle \otimes |\chi_{\pm}\rangle \quad (2.15)$$

Ainsi, sous l'action du champ magnétique, les états électroniques fondamental ${}^3\text{H}_6$ et excité ${}^3\text{H}_4$ deviennent :

$$|\Psi_f\rangle = |\Phi_f\rangle \otimes |\chi_{\pm}^f\rangle \quad (2.16)$$

$$|\Psi_e\rangle = |\Phi_e\rangle \otimes |\chi_{\pm}^e\rangle \quad (2.17)$$

Lors d'une transition dipolaire électrique, la partie nucléaire n'est pas affectée. La probabilité de transition est proportionnelle au recouvrement des fonctions d'onde nucléaires. Si l'on considère le système en Λ décrit dans la Fig.(2.5), le rapport entre les deux transitions,

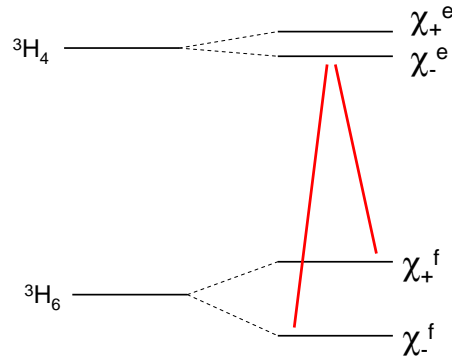


FIG. 2.5 – Levée de dégénérescence sous l'effet d'un champ magnétique. L'effet nucléaire exacerbé dépend de l'état électronique. L'écart entre sous niveaux de spin nucléaire n'est donc pas le même pour les états fondamental et excité. On considère le système en Λ décrit par les états χ_{\pm}^f et χ_{\pm}^e .

aussi appelé rapport de branchement, est donné par :

$$R = \left| \frac{\langle \chi_+^f | \chi_-^e \rangle}{\langle \chi_-^f | \chi_-^e \rangle} \right|^2 \quad (2.18)$$

Un système en Λ est efficace s'il est caractérisé par un rapport de branchement proche de 1. Ce rapport ne dépend que de l'angle entre les champs magnétiques effectifs dans les états excité et fondamental. Les composantes du tenseur gyromagnétiques ont été déterminées théoriquement [38]. Il a été constaté que le tenseur est fortement anisotrope, et que cette anisotropie est bien plus importante dans l'état fondamental que dans l'état excité. Toutes les expériences qui sont décrites dans ce manuscrit ont été réalisées de sorte que seuls les sites 3 et 5 soient pris en compte. Le champ magnétique est dans le plan formé par les axes $[001]$ et $[110]$. Il forme un angle Θ avec l'axe $[001]$. Afin d'optimiser l'angle relatif entre les deux champ magnétiques effectifs, il faut choisir une orientation particulière pour le champ magnétique. Les calculs ont été effectués par Anne Louchet [6], et il a été montré que l'angle optimal est donné par :

$$\Theta \approx -54,7^\circ \pm 5,4^\circ \quad (2.19)$$

Cette orientation permet un rapport de branchement de 0,13. Sur la Fig.(2.6) est représenté le cristal ainsi que les champs magnétique et lumineux.

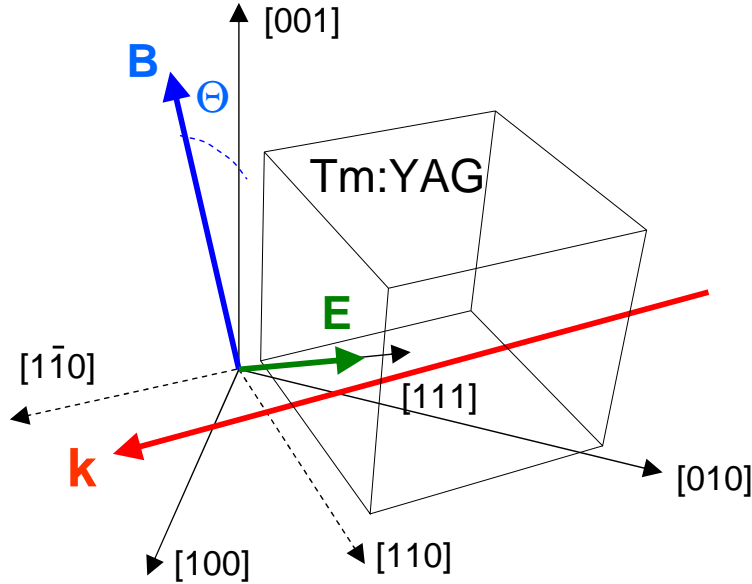


FIG. 2.6 – Représentation du cristal de TmYAG. La lumière se propage selon l'axe $[1\bar{1}0]$. Le champ magnétique fait un angle Θ avec l'axe $[001]$. La polarisation est prise parallèle à l'axe $[111]$.

2.3 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté quelques propriétés optiques et magnétiques des ions de terre rare en matrice cristalline, qui ont un intérêt pour l'information quantique. Le choix de l'équipe s'est porté sur l'ion thulium en matrice de YAG, dont la longueur d'onde d'absorption est facilement accessible avec des diodes laser. L'application d'un champ magnétique dans une orientation particulière permet de créer un système à trois niveaux en Λ , clé de voûte de nombreux protocoles de mémoire quantique [35].

Les propriétés d'un matériau influencent les possibilités de manipulation quantique. Les ions de terre rare et les atomes froids (les deux systèmes les plus étudiés actuellement) ont des propriétés bien distinctes, qui apparaissent comme des avantages ou des inconvénients pour la réalisation d'une mémoire quantique : c'est ce que je vais présenter dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Mémoriser un état quantique de la lumière

Dans ce chapitre, un état des lieux des protocoles de mémoire quantique est établi, avec les protocoles de rephasage, et la transparence électromagnétiquement induite. Ces protocoles sont foncièrement différents, en ce sens qu'ils ne font pas appel aux mêmes propriétés des systèmes atomiques. Le chapitre précédent a été consacré à l'étude d'un ion de terre rare. Ce type de système est particulièrement adapté pour les protocoles de rephasage, pour des raisons qui apparaîtront évidentes au fil de la première partie de ce chapitre.

3.1 Remise en phase des atomes

D'un point de vue spectral, l'absorption d'une impulsion n'est réalisée efficacement que si le spectre de l'impulsion est plus étroit que la bande d'absorption du matériau γ_h . La largeur d'absorption est donnée par l'inverse du temps de déphasage ($\gamma_h = 1/(\pi T_2)$ Hz) des dipôles atomiques. Les causes de déphasage sont l'émission spontanée, les interactions aléatoires entre atomes, les collisions dans le cas de vapeurs, etc. Néanmoins, cette relation n'est vraie que si tous les atomes ont la même fréquence de transition, auquel cas on dit que la largeur d'absorption est homogène (cas des atomes froids). Pour un matériau dont les fréquences de transition sont distribuées sur un intervalle Γ_{inh} plus grand que la largeur homogène (gaz chauds, matrices transparentes dopées,...), la bande d'absorption totale est la combinaison des bandes d'absorption de différentes classes de fréquence : elle est alors élargie, et qualifiée d'inhomogène. A priori, rien ne distingue l'absorption par un milieu homogène de celle produite par un milieu inhomogène, si on se contente de mesurer l'intensité du champ après traversée du matériau : elle sera de la forme $I_0 e^{-\alpha L}$, où le produit de l'absorption α par la longueur de l'échantillon L définit l'opacité. Sous

certaines conditions pourtant, l'énergie lumineuse est transférée aux atomes de façon tout à fait différente. La Fig.(3.1) illustre cette différence : une impulsion excite deux ensembles atomiques différents : dans le cas (a), la bande d'absorption est homogène, alors que dans le cas (b), la bande d'absorption est élargie de manière inhomogène. Dans les deux cas, le spectre de l'impulsion est compris dans la bande d'absorption, mais dans le cas (a), le spectre de l'impulsion est plus étroit que la bande homogène, alors que le cas (b) présente le cas opposé. La différence entre les deux cas apparaît si on cherche l'état des atomes après

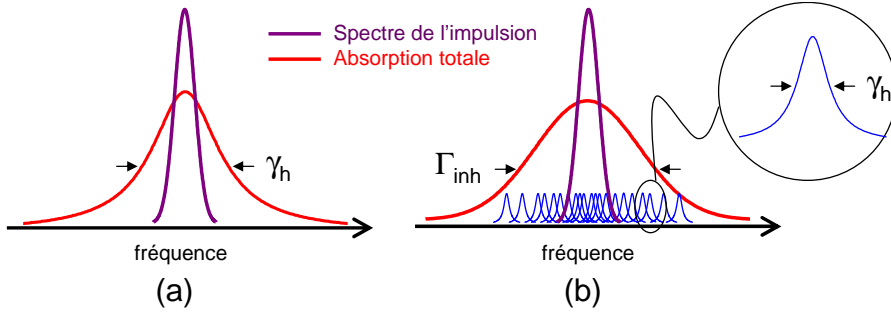


FIG. 3.1 – Absorption par un matériau homogène (a) et un matériau inhomogène (b). Dans les deux cas, le spectre de l'impulsion est plus étroit que la bande d'absorption, et la bande d'absorption vue par le matériau est sensiblement la même.

passage de l'impulsion. Cet état est décrit par la cohérence atomique. Dans le domaine temporel, les cas (a) et (b) sont décrits par les conditions $\tau \gg T_2$ et $\tau \ll T_2$, où τ est la durée de l'impulsion lumineuse. Après l'excitation, les cohérences s'écrivent :

$$(a) \tau \gg T_2 \Rightarrow \sigma_{12}(t > \tau) = 0 \quad (3.1)$$

$$(b) \tau \ll T_2 \Rightarrow \sigma_{12}(t > \tau) = i \frac{\mu_{12}}{2} e^{-(i\Delta + 1/T_2)t} \int_{-\infty}^t A(t') e^{(i\Delta + 1/T_2)t'} dt' \quad (3.2)$$

$$= i \frac{\mu_{12}}{2} \tilde{A}(\Delta) e^{-i\Delta t} e^{-(t-t_0)/T_2} \quad (3.3)$$

$A(t)$ étant l'amplitude temporelle du champ lumineux, Δ le désaccord entre la fréquence atomique et la fréquence de l'impulsion. Dans le cas (a), la cohérence est nulle : les dipôles atomiques sont détruits. Le système atomique ne conserve de l'impulsion lumineuse que son énergie (le spectre en puissance), l'information sur la phase est perdue, le champ lumineux ne peut donc pas être reconstruit. Dans le cas (b), en revanche, les atomes sont bien décrits par une superposition d'état. L'état des atomes est directement relié au spectre du champ lumineux. Les dipôles atomiques vont cependant se déphaser les uns par rapport aux autres à cause du terme de phase en $e^{-i\Delta t}$, mais il s'agit ici d'un déphasage entre classes de fréquences, les dipôles d'une même classe de fréquence restant en phase. C'est un déphasage déterministe, qui n'est pas lié aux collisions. Si un temps τ_s après

l'interaction, le terme de phase est inversé :

$$e^{-i\Delta t} \rightarrow e^{+i\Delta t} \quad (3.4)$$

les dipôles atomiques se rephasent après un temps $2\tau_s$, et réémettent une impulsion lumineuse. C'est le principe de l'écho de photon. Il faut donc trouver un moyen d'inverser le terme de phase pour réussir à recréer l'impulsion.

Un passage en revue des techniques de rephasage est effectué. La plus ancienne méthode, dérivée des techniques de Résonance Magnétique Nucléaire, est l'écho de photon à deux impulsions. Cette méthode ne permet pas d'envisager une mémorisation quantitative. Deux méthodes, l'élargissement inhomogène réversible contrôlable et le peigne de fréquence atomique, plus récentes, offrent des caractéristiques très attractives, notamment en terme de mémorisation multimode. Il faut noter que le développement de ces méthodes est très lié aux cristaux dopés aux ions de terre rare et aux transitoires optiques cohérents, qui ont permis la réalisation de dispositifs originaux pour le traitement de l'information optique classique.

3.1.1 Echos de photons à deux impulsions

Historiquement, les premières expériences de rephasage dans des ensembles atomiques sont les échos de spin nucléaires [39]. L'analogie entre l'interaction d'un spin avec un champ magnétique et l'interaction d'un atome avec la lumière a conduit naturellement aux expériences d'écho de photon [40], une décennie plus tard, peu de temps après la naissance du LASER. Dans cette expérience, il a été montré qu'un cristal de ruby émettait spontanément une impulsion lumineuse un temps τ après avoir été excité par deux impulsions successives, elles-mêmes séparées de τ . Cette séquence correspond à l'écho de photon à deux impulsions. Dans le cas où la première impulsion est de faible intensité (couplage linéaire), et la deuxième impulsion, très brève, est d'aire Π , le processus correspond à une mémoire optique, car l'écho est l'image de la première impulsion, avec une dépendance temporelle opposée (Fig.(3.2)). Le rephasage est assuré par une rotation de 180° du vecteur de Bloch, qui permet d'effectuer la transformation suivante sur les cohérences et les populations :

$$\sigma_{12}(\tau + \delta t) = \sigma_{12}^*(\tau - \delta t) \quad (3.5)$$

$$\sigma_{11}(\tau + \delta t) = \sigma_{22}(\tau - \delta t) \quad (3.6)$$

$$\sigma_{22}(\tau + \delta t) = \sigma_{11}(\tau - \delta t) \quad (3.7)$$

La rotation de 180° permet de compenser les retards accumulés entre classes de fréquence, et donc le rephasage des dipôles, mais elle conduit aussi à une inversion de population.

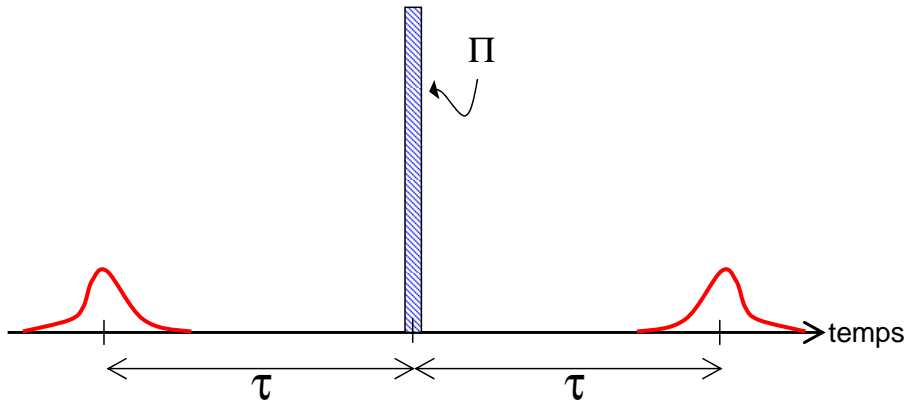


FIG. 3.2 – Schéma de principe de l'écho à deux impulsions. L'impulsion à enregistrer est de faible amplitude. Un intervalle de temps τ après l'arrivée du champ signal, une impulsion Π intense vient exciter les atomes, qui ré-émettent spontanément un écho un temps τ plus tard.

L'écho à deux photons présente deux qualités, directement liés à l'élargissement inhomogène. La bande passante, c'est à dire la largeur spectrale maximale mémorisable, est donnée par la largeur inhomogène du matériau (plusieurs GHz dans les cristaux dopés terre rare) : c'est le point le plus appréciable de l'écho de photon, et de tous les processus de rephasage. La durée maximale mémorisable n'est pas donnée par l'inverse de la bande passante, mais par le temps de cohérence T_2 . Le produit temps \times bande passante est potentiellement très important, traduisant le caractère multimode des échos de photons, et des protocoles de rephasage en général.

Ce protocole souffre cependant de sérieux inconvénients. La remise en phase des atomes s'effectue par une inversion de population, ce qui implique que la reconstruction du champ se fait dans un milieu amplificateur : la fidélité de la mémoire est alors dégradée [41] en vertu du principe de "non clonage" [42], et la fluorescence conduit à un rapport signal à bruit de seulement 1 [43] (sans tenir compte de l'amplification). D'autre part, la propagation de l'impulsion Π de rephasage se fait dans un milieu absorbant. Bien que l'aire de l'impulsion se conserve dans cette situation, en vertu du théorème de l'aire [44], l'absorption d'énergie conduit à un étirement temporel de l'impulsion au cours de la propagation, et donc à un rétrécissement de son spectre : en sortie d'échantillon, l'inversion de population ne se fait donc plus sur une largeur spectrale suffisante [45]. Ces limitations ne permettent pas de considérer l'écho de photon comme un protocole de mémoire quantique viable [43].

3.1.2 Elargissement inhomogène réversible

Moiseev et Kröll, s'appuyant sur le fait que le décalage Doppler dépend de la direction de propagation de la lumière, ont proposé une solution de rephasage [17] dans des vapeurs atomiques. Le changement de direction de propagation est assuré par une paire d'impulsions Π contra-propagatives¹. Une fois le signal absorbé, la première impulsion Π transfère la cohérence du niveau excité vers un deuxième niveau fondamental, et la seconde réalise l'opération inverse. L'information est alors portée par des cohérences Raman, de durée de vie potentiellement très longue. La condition d'accord de phase exige que l'écho se propage dans la même direction que la seconde impulsion. L'apport de cette technique est que l'efficacité atteint théoriquement 100%, puisque lors de la contre-propagation de l'écho, les atomes initialement excités par l'impulsion signal sont forcés à retourner dans l'état fondamental. Contrairement à l'écho à deux impulsions, il n'y a pas d'inversion de population, avec les problèmes de fluorescence associés. Cette technique reste néanmoins limitée aux vapeurs, où le désaccord dépend du sens de propagation. A ce jour, aucune démonstration expérimentale n'a été réalisée. Une limitation de ce protocole est qu'une forte absorption est nécessaire, en même temps qu'une faible densité d'atomes pour éviter la réduction du temps de cohérence T_2 . Moiseev [31] a donc étendu sa proposition aux solides dopés, en suggérant de mélanger deux espèces différentes, A et B, de dopants. Les interactions entre A et B déterminent la fréquence de résonance de l'espèce A. Si cette interaction dépend de l'état de B, et qu'elle peut être contrôlée par un champ externe (par exemple, l'action d'un champ magnétique sur l'état de spin nucléaire de B), il est possible de contrôler la fréquence de résonance de A, et d'inverser le désaccord (en retournant le spin nucléaire de B par exemple), c'est la technique dite d'élargissement inhomogène réversible contrôlable (Controlled Reversible Inhomogeneous Broadening, abrégé CRIB dans la suite). Une simplification considérable a par la suite été apportée, lorsqu'il a été suggéré de créer l'élargissement inhomogène grâce à un champ électrostatique [46, 47], permettant, par effet Stark, de faire varier la fréquence de transition des centres absorbants (Fig.(3.3)). Une analyse détaillée du CRIB a par la suite montré que l'inversion de la direction de propagation n'est pas une condition sine qua non [48] à l'apparition de l'écho, mais que la co-propagation de l'écho et du champ signal limitait l'efficacité à 54%. La première démonstration expérimentale de CRIB [21] a été faite dans une matrice cristalline d' Y_2SiO_5 dopée au ions Eu^{3+} , utilisant l'effet Stark induit par un gradient de champ électrique. L'écho d'impulsions classiques atteint dans cette première expérience une efficacité de 10^{-3} . Hétet [22] a repris le même schéma expérimental, mais avec un

¹Il faut remarquer que les impulsions Π , dans ce cas, ne sont pas confrontées aux mêmes problèmes que pour l'écho à deux impulsions, puisqu'ici, elles se propagent dans un milieu très faiblement amplificateur, et non plus fortement absorbant.

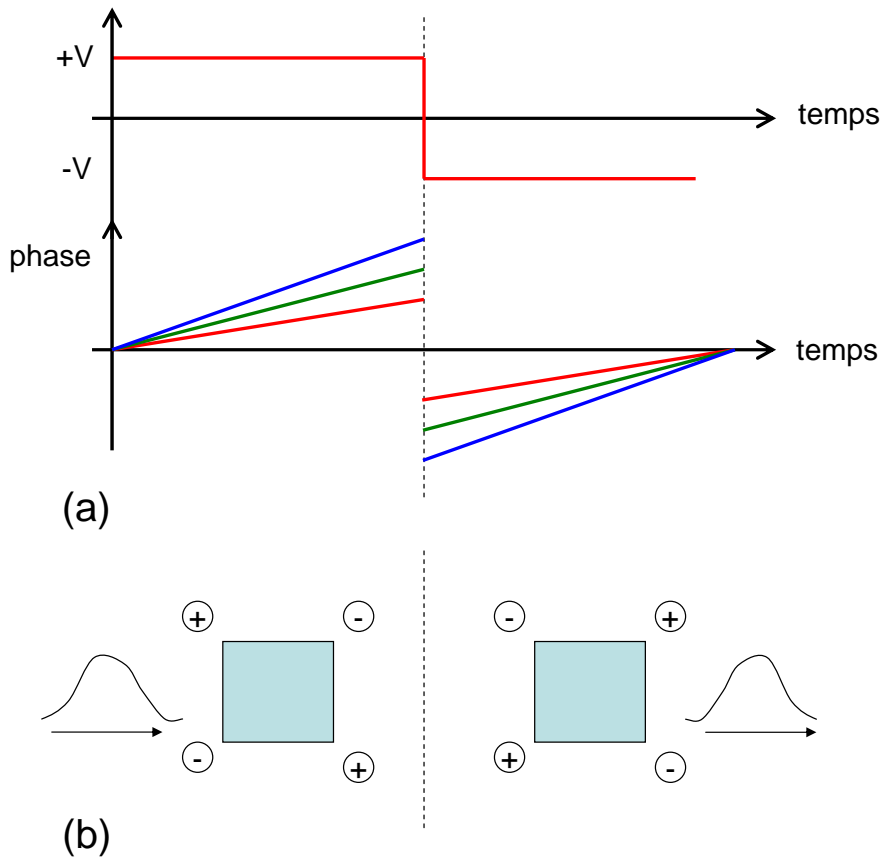


FIG. 3.3 – (a) Changement de signe du potentiel électrostatique, entraînant l’inversion de phase des dipôles atomiques (b) Schéma des électrodes à l’origine du gradient de champ électrique. L’inversion de polarisation inverse la phase des dipôles et entraîne la reconstruction de l’impulsion lumineuse, et sa réémission.

cristal de $\text{Pr}^{3+}\text{Y}_2\text{SiO}_5$, beaucoup plus absorbant que le cristal d’ $\text{Eu}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$, obtenant une efficacité de 15%. Longdell [49] a analysé théoriquement le CRIB, et a montré que l’efficacité, sans changement de sens de propagation, peut atteindre 100% dans une situation de « gradient echo memory » (GEM), pour laquelle le désaccord à la résonance est fonction de la position sur l’axe de propagation. Une efficacité de 69 % a été obtenue dans un cristal de PrYSO [25], avec des impulsions de 600 ns stockées durant $1,3 \mu\text{s}$. Une expérience de GEM a également été faite [50] dans une vapeur de rubidium, en configuration Raman, c’est à dire dans un système à trois niveaux en Λ dans lequel les champs (le champ à mémoriser et un champ de contrôle) sont désaccordés. Une expérience d’écho au niveau du photon unique a également été réalisée [24] dans un cristal d’ $\text{Er}:\text{YSO}$, montrant une efficacité de 0,15 % pour une mémorisation de 300 ns.

Le CRIB (en particulier sa variante GEM) est une technique qui permet d’obtenir une efficacité de 100%, sans avoir recours à un champ optique intense. Le nombre de modes

mémorisables est proportionnel à l'opacité αL [51, 52, 49].

$$N \propto \alpha L \quad (3.8)$$

Néanmoins, il faut que le système, sans champ appliqué, présente une largeur inhomogène faible. Dans les ions de terre rare, cela signifie que le profil d'absorption doit être "façonné" avant l'application du gradient, pour réduire la largeur inhomogène. Certaines séquences de pompage ont été inventées [53] pour isoler un groupe spectral d'atomes. Ce faisant, la densité d'atomes utilisés est considérablement réduite : le matériau n'est pas utilisé de façon optimale. Une autre solution consiste à travailler avec des cristaux présentant naturellement une largeur inhomogène faible [33], mais cette propriété n'est pas accessible sur les cristaux commercialisés actuellement. La recherche de nouvelles combinaisons ions+matrice se poursuit actuellement dans notre équipe [54].

3.1.3 Peigne de fréquence atomique

L'écho de photon et le CRIB réclament une intervention "extérieure" pour déclencher la remise en phase : une impulsion Π pour le premier, et l'inversion du gradient de champ électrique pour le second (eventuellement deux impulsions Π pour retourner la direction de propagation). Dans les deux cas, la remise en phase s'effectue après un intervalle de temps $2t_s + T^{spin}$ après l'impulsion signal (t_s étant l'intervalle de temps séparant l'impulsion signal de l'intervention extérieure, et T^{spin} la durée de stockage sous forme de cohérence de spin). Une proposition récente [55, 19], suggère de "préparer" le système atomique avant l'arrivée du champ signal. Un peigne d'absorption (A.F.C. pour Atomic Frequency Comb voir Fig.(3.4(a)) est gravé dans le profil d'absorption. La périodicité (spectrale) de la

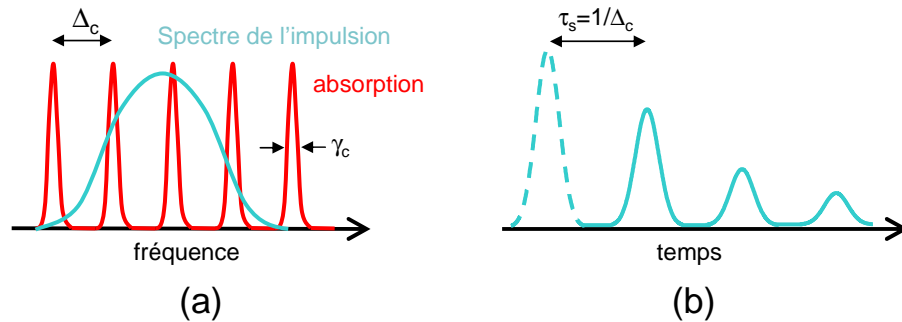


FIG. 3.4 – (a) Profil spectral de l'absorption. Le spectre de l'impulsion recouvre plusieurs dents du peigne, larges de γ_c , elles-même séparées de Δ_c . On définit la finesse du peigne comme le rapport Δ_c/γ_c . (b) Description temporelle. La courbe en pointillés représente l'impulsion originale, qui est absorbée par le milieu. Les différents échos suivent, séparés de $\tau_s = 1/\Delta_c$.

distribution atomique entraîne la périodicité de la susceptibilité. La structure temporelle du champ émis est donc également périodique (Fig.(3.4(b))). La gravure du peigne se fait par pompage optique vers un niveau auxiliaire. Ce protocole est particulièrement bien adapté aux ions de terre rare car la gravure d'un réseau spectral est facilité par la longue durée de vie des niveaux, ainsi que l'immobilité des atomes.

Les émissions multiples peuvent être vues comme des échos successifs, séparés d'un intervalle de temps $1/\Delta_c$. L'efficacité du premier écho est néanmoins limitée à 54% à cause de la réabsorption du signal, mais elle peut néanmoins atteindre 100% si l'écho est forcé à se diriger dans la direction opposée au champ signal. L'inversion du sens de propagation est réalisé par une paire d'impulsions Π (de façon similaire aux impulsions Π du CRIB contra-propagatif), qui permettent aussi d'augmenter le temps de stockage en transférant l'information sur une superposition d'états de spin. La démonstration d'un écho, sans conversion Raman, au niveau du photon unique, a été réalisée dans des ions de néodyme [55], et par notre équipe, dans des ions thulium [56]. La démonstration du protocole complet, incluant la conversion Raman, a été réalisée récemment avec des impulsions classiques [23].

Le caractère hautement multimode de l'AFC en fait un protocole de choix pour le stockage quantique. Le nombre de modes mémorisables ne dépend pas de l'absorption, mais du nombre de dents du peigne [52], lui même limité par le rapport de la largeur homogène sur la largeur inhomogène.

3.2 Transparence Electromagnétiquement Induite

Les processus rephasants reposent sur l'absorption du champ. L'adjonction d'un troisième niveau permet d'allonger considérablement la durée de mémorisation, en transférant l'information sur une cohérence Raman. Il est naturel de se demander s'il n'est pas possible de transférer directement l'excitation sur une cohérence de longue durée de vie (sous-niveaux hyperfins par exemple). Le problème tient à la différence entre la fréquence optique de plusieurs centaines de TéraHertz, et la fréquence Raman, de quelques MHz. L'utilisation d'un faisceau de couplage permet de surmonter cette difficulté.

La transparence électromagnétiquement induite (TEI) est certainement le moyen le plus connu pour piéger une impulsion lumineuse dans un ensemble atomique, celui qui a reçu la plus grande attention [35] ces dernières années. La TEI est liée à la notion de lumière arrêtée : le champ à mémoriser est gelé à un instant précis, et remis en marche à un instant ultérieur.

Le paragraphe présente deux idées ayant contribué à la découverte de la TEI : l'état noir d'un système en Λ , et les interférences entre chemins d'excitation. Ensuite, les diffé-

rentes réalisations expérimentales de lumière lente seront présentées, montrant que si la TEI est bien adaptée aux vapeurs et atomes froids, elle est délicate à mettre en oeuvre dans les matériaux à élargissement inhomogène, comme les solides dopés.

3.2.1 Résonance noire dans un système à trois niveaux

Lorsque les deux champs du système en Λ (voir Fig.(3.5)) sont à résonance, le Hamiltonien du système admet comme état propre, l'état $|D\rangle$ (Eq.(3.10)) combinaison linéaire des deux états $|g_1\rangle$ et $|g_2\rangle$, et d'énergie nulle :

$$|D\rangle = \cos(\theta) |g_1\rangle - \sin(\theta) |g_2\rangle \quad (3.9)$$

$$\tan(\theta) = \frac{\Omega_s}{\Omega_c} \quad (3.10)$$

L'angle θ est appelé angle de mixage et $\Omega_{s(c)}$ est la pulsation de Rabi associée au champ signal (de couplage). L'état $|D\rangle$ ne fait pas intervenir l'état excité, et n'est donc pas sensible à l'émission spontanée : il est appelé état noir du système. Pour $\Omega_s = 0$, l'état noir coïncide avec l'état $|g_1\rangle$. Si à $t = 0$, le système est dans l'état $|g_1\rangle$, et $\Omega_s(t = 0) = 0$, et que le système évolue de manière adiabatique, alors il reste dans l'état propre $|D\rangle$. Il a été remarqué dans les années 80 qu'une séquence particulière de champ E_s et E_c [57] pouvait conduire à un transfert total de population vers l'état $|g_2\rangle$, sans que l'état excité ne soit peuplé à aucun moment : c'est le principe du Passage Adiabatique par effet Raman Stimulé (abrégé STIRAP dans la suite, pour Stimulated Raman Adiabatic Passage), qui a donné lieu à une grande quantité de travaux théoriques et expérimentaux (deux revues récentes [58, 59] permettent d'apprécier le nombre de travaux sur le sujet). Le STIRAP a été démontré aussi bien dans des vapeurs atomiques que des solides (dans le Praséodyme [60, 61] et dans notre équipe, sur un cristal dopé Thulium [62]).

Dans la limite $\Omega_s \ll \Omega_c$, l'état noir s'écrit $|D\rangle = |g_1\rangle - \theta |g_2\rangle$. La cohérence, appelée cohérence Raman est alors donnée par :

$$\sigma_{Ram} = \frac{\Omega_s}{\Omega_c} \quad (3.11)$$

l'excitation de l'atome (sous forme de superposition des états fondamentaux) suit le champ signal. Le critère d'évolution adiabatique s'écrit, en considérant constante l'amplitude du champ de couplage :

$$\dot{\Omega}_s \ll \Omega_c^2 \quad (3.12)$$

Le résultat essentiel est qu'un champ optique peut exciter une transition de quelques MHz. Il est alors possible de placer l'atome dans une superposition d'états de longue durée de vie, sans recourir à des impulsions Π .

3.2.2 Interférences entre chemins d'excitation

Parallèlement au développement des méthodes de STIRAP, Stephen Harris s'est intéressé à la fin des années 80 aux phénomènes d'interférences dans les systèmes à plusieurs niveaux. Il a en particulier démontré la possibilité de l'émission LASER sans inversion de population [63], dans un système où deux niveaux excités émettent spontanément vers le même continuum. L'absorption s'annule dans ces conditions, car les atomes initialement dans l'état fondamental peuvent suivre plusieurs chemins pour atteindre l'un des états excités, alors que les atomes dans les états excités ne sont pas sensibles à ces interférences. L'émission stimulée est donc possible. Imamoglu et Harris [64] ont ensuite montré que ce système à trois niveaux était équivalent à un système en Λ dont l'un des bras est excité par un champ intense (ci-après appelé champ de contrôle), conduisant à la création d'un doublet d'états habillés (Fig.(3.5(a,b))). Le champ E_s , qui excite l'autre bras du système

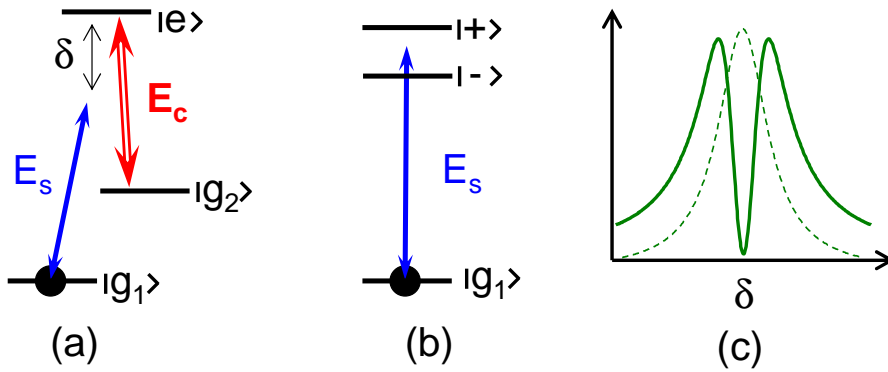


FIG. 3.5 – (a) Système d'interaction en Λ . Le champ E_s est le champ à stocker. Le champ de couplage est appliqué sur une transition vide d'atomes. (b) Représentation équivalente dans la base des états habillés par le champ de couplage, qui crée un doublet. Les atomes sont initialement dans l'état $|g_1\rangle$. (c) Profil d'absorption ressenti par le champ E_s . Traits continus : absorption en l'absence de champ de contrôle. Traits pleins : conditions de TEI, champ de contrôle intense.

en Λ , voit son absorption s'annuler lorsque la résonance à deux photons est vérifiée : c'est la transparence électromagnétiquement induite (Fig.(3.5(c))), que l'équipe de Harris a montré expérimentalement dans des vapeurs de strontium [65] et de plomb [66]. La condition d'observation de la TEI s'écrit $|\Omega_c|^2 \gg \gamma_{opt}\gamma_{Ram}$. La fréquence de Rabi du couplage doit être plus élevée que le produit des taux de déphasage des cohérences optique (γ_{opt}) et Raman (γ_{Ram}). Une autre condition est imposée sur les taux de déphasage :

$$\gamma_{Ram} \ll \gamma_{opt} \quad (3.13)$$

Cette relation indique que les cohérences optiques doivent déphaser beaucoup plus vite que les cohérences Raman. Cette condition traduit le fait que les cohérences optiques ne jouent pas de rôle pour la TEI : le transfert adiabatique convertit instantanément les cohérences optiques en cohérences Raman. L'état excité ne joue qu'un rôle secondaire dans la TEI : cette propriété est en lien direct avec la résonance noire décrite précédemment. Par ailleurs, la largeur de la fenêtre de transparence est donnée par :

$$\Gamma_{TEI} = \frac{\Omega_c^2}{\gamma_{opt}} + \gamma_{Ram} \quad (3.14)$$

Quant au coefficient d'absorption au centre de la fenêtre, il est réduit à la valeur :

$$\alpha_{TEI} = \alpha_0 \frac{\gamma_{opt} \gamma_{Ram}}{\Omega_c^2} \quad (3.15)$$

Ces conditions sont vraies dans les milieux homogènes, pour lesquels les atomes ont tous la même fréquence de transition. Le champ signal ne subit plus d'absorption, lorsque la résonance à deux photons est satisfaite, et il excite la cohérence Raman tout le long de sa propagation dans le système atomique. Pour que l'interaction soit cohérente, il faut que la durée d'interaction soit inférieure à la durée de déphasage des cohérences Raman ($T_2^{ram} = 1/(\pi\gamma_{ram})$), qui est plus longue que la durée de déphasage optique. La TEI apparaît donc très bien adaptée aux vapeurs, et encore mieux aux atomes froids, qui présentent une durée optique courte devant la durée Raman. Ces considérations restent vraies en présence d'élargissement inhomogène. Si les fréquences de transition des atomes sont distribuées sur un intervalle très grand, cela signifie que la plupart des atomes ne satisfont plus la résonance à 1 photon (la situation est la même que pour l'effet Raman décrit précédemment). La fenêtre de transparence est réduite. L'effet d'une largeur Doppler a été étudié [67], et étendu aux solides [68]. Dans cette situation, l'Eq.(3.14) devient :

$$\Gamma_{TEI} = \frac{\Omega_c^2}{\Gamma_{inh}^{opt}} \quad (3.16)$$

Néanmoins, cette formule sous-entend que tous les atomes se trouvent dans un des deux sous niveaux fondamentaux. Dans le cas des ions de terre rare, par exemple, la largeur inhomogène est supérieure à l'écart énergétique. Il est donc impossible que tous les atomes se trouvent dans un seul niveau (suite à un pompage optique par exemple). On peut néanmoins préparer les atomes sur un intervalle plus étroit [53] : c'est cette largeur qui doit être prise en compte dans l'Eq.(3.16).

L'élargissement inhomogène diminue la largeur de la fenêtre de transparence, mais aussi sa profondeur. La première observation de TEI dans un système solide revient à Ham et al [69], dans laquelle une fenêtre de transparence de quelques kHz a été ouverte dans un cristal de $\text{Pr}^{3+}:\text{YSO}$. Wei et Manson [70] ont par la suite observé la TEI dans

les centres N-V du diamant. Parmi les cristaux dopés aux ions de terre rares, qui sont les systèmes solides les plus étudiés, seul l'ion Praséodyme a été utilisé dans une matrice de Y_2SiO_5 [15, 16, 71], ou de $La_2(WO_4)_3$ [72].

3.2.3 Lumière lente, lumière arrêtée

Dès les premières expériences de TEI, Harris et al [66] se sont intéressés au retard du faisceau signal à la traversée du système atomique, en condition de TEI. Il a été remarqué que plus la fenêtre de transparence est étroite (contrôlable par le champ de contrôle), ou profonde (en fonction de la densité d'atomes), plus le retard est important, ou, en d'autres termes, plus la lumière se propage lentement dans le système. La vitesse de groupe V du faisceau signal est donnée par Γ_{TEI}/α . Cette propriété est une conséquence directe des relations de dispersion, qui lient absorption et indice de refraction [73]. La TEI fournit un moyen de créer une fenêtre de transparence à la fois très profonde et étroite, on peut donc potentiellement obtenir des vitesses de groupe extrêmement faibles. La démonstration la plus spectaculaire revient à l'équipe de Lene Hau [2], en 1999, avec une vitesse de propagation de 17 m.s^{-1} , dans un condensat de sodium. Une conséquence de cette réduction de la vitesse, est la compression spatiale de l'impulsion dans le système atomique, d'un rapport V/c , ce qui, dans les expériences de Hau et al, revient à réduire une impulsion de 750 m dans le vide à une longueur de $42 \mu\text{m}$. Pour peu que le ralentissement soit suffisant, il est donc possible de faire tenir dans le système atomique toute l'impulsion lumineuse. Néanmoins, pour diminuer la vitesse dans un milieu d'opacité αL , il faut diminuer la largeur de la fenêtre de transparence Γ_{TEI} , et donc la largeur spectrale du signal à enregistrer pour éviter l'absorption, ce qui revient à augmenter sa durée. Il apparaît donc que le rapport entre le retard maximal (τ_{max}) et la durée de l'impulsion signal (τ_p) est limité. La limite est donnée par :

$$N = \frac{\tau_{max}}{\tau_p} \propto \sqrt{\alpha L} \quad (3.17)$$

Ce rapport indique le nombre N maximal d'impulsions de durée τ_p que le milieu peut contenir. La racine carrée de l'opacité du milieu apparaît comme la grandeur critique. L'Eq.(3.17) fait apparaître la lacune principale du protocole TEI : le caractère multimode est très limité, beaucoup plus que pour les protocoles de rephasage. On ne peut donc pas indéfiniment augmenter le retard, sans limiter la bande passante de la mémoire.

La TEI se caractérise par deux propriétés (complémentaires) :

- i L'excitation est directement transférée en cohérence Raman. La forme spatiale de l'impulsion, et donc sa dépendance temporelle, est gravée sous forme de superposition de longue durée de vie.

- ii L'impulsion est comprimée d'un facteur V/c dans le système atomique. Le profil temporel de l'impulsion est directement imprimé dans le système atomique. Le champ est imprimé dans l'ensemble atomique.

Il est donc naturel d'envisager d'arrêter complètement l'impulsion lumineuse, pour ainsi mémoriser l'information sous forme de cohérence Raman. Pour réaliser cette étape, Fleischhauer et Lukin ont montré que le champ de couplage doit dépendre du temps [74], pour réduire adiabatiquement la vitesse jusqu'à 0. Le champ de couplage doit être coupé pour geler l'information, et rétabli pour recréer l'impulsion. La durée maximale de mémorisation est donnée par la durée de vie de l'état noir. Les premières réalisations expérimentales ont été faites en 2001 par Liu et al [75], dans un nuage de sodium froid ; simultanément, Phillips et al réalisaient une expérience similaire dans une vapeur de rubidium [76]. Ces démonstrations ont été effectuées avec des impulsions classiques, comportant un grand nombre de photons. L'efficacité typique de ces expériences est d'environ 10%, et le temps de stockage de 100 et 200 μs , respectivement. Pour les matériaux solides, seul le cristal de $\text{Pr}^{3+} : \text{YSO}$ a été étudié. Turukhin et al [15] ont observé une vitesse de 45 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, et un temps de stockage de plusieurs centaines de μs , limité par le déphasage de 500 μs des spin. L'expérience de Longdell et al [16] a permis de stocker une impulsion durant une seconde. Ce temps de mémoire, supérieur au temps de déphasage des spin, a été obtenu par une technique de contrôle dynamique de la décohérence [77], basée sur une séquence d'impulsions radio-fréquence. Pour ces deux expériences, la largeur inhomogène du cristal est bien trop grande. Pour la réduire, une séquence de pompage a été utilisée, pour neutraliser les atomes indésirables [46]. De ce fait, tous les atomes ne participent pas au processus.

3.2.4 De la lumière arrêtée à une mémoire quantique

Les études théoriques de la TEI en régime quantique [74, 78] ont montré l'existence d'un état mixte champ+atomes lors de la propagation du champ signal : le polariton noir. Les composantes électromagnétiques et atomiques peuvent être ajustées grâce à l'amplitude du champ de couplage.

Les premières réalisations de mémoire quantique ont été faite avec des photons uniques [14, 11], correspondant au régime dit de variables discrètes. Dans les deux démonstrations, le système atomique était constitué d'atomes de rubidium (refroidis dans un piège magnéto-optique pour [14], et à température ambiante pour [11]). le temps de stockage d'une dizaine de μs , est limité par le mouvement des atomes dans le faisceau lumineux, ainsi que par l'élargissement inhomogène de la transition de spin. L'efficacité de ces premières expériences atteignait environ 6 %. Le stockage de photons intriqués a été démontré plus récemment [79], avec une efficacité atteignant 17 % dans un nuage

froid de cesium. la possibilité de stocker des fluctuations quantiques, a par la suite été démontrée en utilisant des états comprimés du vide [80, 81].

3.3 Conclusion

Plusieurs protocoles de mémorisation quantique ont été présentés. La lumière arrêtée par TEI est à ce jour le cas le plus étudié, et celui qui a donné lieu à du stockage quantique proprement dit. Néanmoins son caractère multimode est limité, et une bonne efficacité requiert une absorption très élevée. Dans la mesure où il s'agit d'un protocole adiabatique qui ne fait pas intervenir les cohérences optiques, il est très bien adapté aux atomes froids, mais relativement peu aux solides dopés, pour lesquels seule une fraction de la largeur inhomogène (et donc de l'absorption) est mise à contribution. Ce chapitre a aussi présenté plusieurs protocoles de rephasages, qui ont été démontrés principalement dans les solides dopés. Leur principal avantage est bien entendu leur caractère multimode et leur large bande passante. Le rephasage par CRIB présente une lacune, la même que pour la TEI : il faut éliminer un certain nombre d'atomes pour réduire la largeur inhomogène. De manière évidente, certains matériaux se révèlent mieux adaptés à certains protocoles, et il n'y a pas, pour le moment, de solution idéale. Néanmoins, on peut remarquer que les nouvelles idées de protocoles ont émergé du domaine des solides dopés aux ions de terre rare, grâce aux propriétés remarquables que ces matériaux offrent (immobilité des ions, très longue durée de vie des cohérences,...)

Ce chapitre a permis de pointer une différence essentielle entre les deux approches. Une caractéristique des protocoles rephasants est que l'état des atomes à un instant donné dépend des valeurs du champ aux instants précédents, l'information portée par le champ est accumulée dans les cohérences :

$$\sigma_{12}(t) = i \frac{\mu_{12}}{2} e^{-(i\Delta+1/T_2)t} \int_{-\infty}^t A(t') e^{(i\Delta+1/T_2)t'} dt' \quad (3.18)$$

ce qui explique qu'à la fin de l'interaction, l'information enregistrée par les atomes est le spectre du champ lumineux. Au contraire, la TEI permet de lier directement l'état du champ et des atomes :

$$\sigma_{Ram}(z, t) \propto A(z, t) \quad (3.19)$$

car il s'agit d'un processus adiabatique. La propagation du champ lumineux se fait également de façon tout à fait différente dans les deux cas étudiés. Dans le cas d'un écho, l'amplitude du champ incident est simplement atténuée, alors que dans le cas de la TEI, le ralentissement de l'impulsion se traduit par une compression spatiale de l'enveloppe, sans atténuation.

Chapitre 4

Lumière Lente dans un ensemble atomique

Ralentir la lumière est un enjeu important, aussi bien en physique fondamentale, que pour les technologies photoniques. De nouvelles fonctions optiques de traitement du signal dépendent en effet de la possibilité de contrôler la vitesse de propagation d'une impulsion lumineuse : mémoire tampon, retard ajustable... La lumière lente est aussi un outil très puissant qui permet d'améliorer les performances de certains types d'interféromètres [82, 83]. L'expérience de Lene Hau [2], qui a permis l'observation d'une vitesse de 17 m.s^{-1} dans un condensat de Bose-Einstein de Sodium, a montré la possibilité d'obtenir des vitesses extrêmement faibles, et a motivé un très grand nombre de travaux [84, 85, 86]. Il faut cependant distinguer deux approches, très différentes, étudiées actuellement :

- La propagation dans une structure périodique dans l'espace. Les cristaux photoniques et les réseaux de résonateurs optiques couplés font partie de ces systèmes. Les interférences sont réalisées entre les différentes ondes diffusées aux interfaces entre couches successives du matériau. Le ralentissement est optimisé si la modulation spatiale de la structure correspond à la longueur d'onde :

$$L \approx \lambda \tag{4.1}$$

La difficulté de réaliser des structures de taille nanométriques rend difficiles les réalisations expérimentales, et limite en pratique la réduction de la vitesse de la lumière à un facteur 1000 [87].

- Le ralentissement lié à la forte variation (en fréquence) de l'indice de refraction dans un ensemble atomique. Le ralentissement de la lumière est un effet d'interférences entre les différentes composantes spectrales de l'impulsion lumineuse : dans la matière, la dispersion liée aux atomes entraîne un retard des composantes spectrales, retard qui n'est pas nécessairement le même pour toutes les composantes. Des in-

terférences destructives et constructives entraînent un déplacement du “centre de gravité” de l’impulsion, et donc son ralentissement. Il est aussi possible d’obtenir une propagation supraluminique (plus rapide que c_0 , vitesse de la lumière dans le vide [88]). C’est dans des ensembles atomiques qu’ont été réalisées les expériences les plus spectaculaires : atomes froids [2], vapeurs [89, 90], et matrices solides dopées [91, 92, 93].

Pour les applications de type mémoires quantiques, ou transfert des propriétés quantiques de la lumière vers la matière, c’est la deuxième approche qui est utilisée. Dans le cas de la TEI, la présence d’un champ de couplage intense permet l’ouverture d’une fenêtre de transparence dans un milieu absorbant [9, 94].

Ce chapitre est organisé de la façon suivante : un rappel sur la propagation d’un champ lumineux en régime linéaire est effectué. Les grandeurs caractéristiques sont établies. Le cas particulier de la propagation dans une fenêtre de transparence est ensuite étudié : c’est la configuration nécessaire pour ralentir la lumière. Le ralentissement dans un trou spectral atomique est ensuite étudié : la réponse atomique, ainsi que le transfert d’énergie. Enfin, les résultats expérimentaux de lumière lente obtenus dans le TmYAG sont présentés.

4.1 Propagation de la lumière dans un ensemble atomique

Dans le problème de la propagation d’une impulsion lumineuse dans un ensemble atomique, il faut considérer l’action du champ sur les atomes, décrite par l’équation de Schrödinger (ou les équations de Bloch, si les relaxations sont prises en compte), mais aussi l’action en retour des atomes sur le champ, décrite par les équations de Maxwell. Le système est donc solution des équations couplées de Maxwell-Bloch. La résolution de ce système d’équations différentielles est potentiellement très compliquée, et ne présente pas de solution analytique dans la plupart des cas. Néanmoins, deux hypothèses permettent de simplifier considérablement le problème. D’une part, l’impulsion transporte peu d’énergie, de sorte que les atomes sont peu excités : leur réponse est donc linéaire. D’autre part, les impulsions traitées dans ce problème ont des enveloppes de l’ordre de la microseconde, ce qui, dans le domaine optique, est extrêmement long comparé à la période d’oscillation du champ électrique (quelques femtosecondes). L’approximation de l’enveloppe lentement variable (ou de l’onde tournante) peut donc s’appliquer. Ce paragraphe établit donc l’équation de propagation d’une impulsion lumineuse dans un ensemble atomique, tenant compte des deux approximations mentionnées. Le problème est finalement décrit dans le domaine spectral par le coefficient d’absorption et l’indice de réfraction, qui sont liés par les relations de dispersion.

4.1.1 Equation de propagation en régime linéaire

L'équation qui décrit la propagation de la composante de pulsation positive du champ électrique, le long de l'axe z , est dérivée des équations de Maxwell . L'équation de propagation (voir annexe B.1) est donnée par :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E(z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(z, t) = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(z, t) \quad (4.2)$$

Il est possible d'écrire le champ électrique (la densité de polarisation) comme le produit d'une onde plane de pulsation ω_0 par une enveloppe lentement variable $A(z, t)$ ($\mathcal{P}(z, t)$) (à l'échelle de $1/\omega_0$) :

$$E(z, t) = \frac{1}{2} A(z, t) e^{i\omega_0(z/c - t)} \quad (4.3)$$

$$P(z, t) = \mathcal{P}(z, t) e^{i\omega_0(z/c - t)} \quad (4.4)$$

En injectant dans l'équation de propagation, on obtient :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} A + i \frac{\omega_0}{c} \frac{\partial}{\partial z} A - \frac{1}{2} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A + i \frac{\omega_0}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} A = \mu_0 \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{P} - 2i\omega_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{P} - \omega_0^2 \mathcal{P} \right) \quad (4.5)$$

Les enveloppes varient lentement à l'échelle de la période optique ($2\pi/\omega_0$) et de la longueur d'onde ($2\pi c/\omega_0$). Spectralement, cela revient à dire que les spectres du champ électrique et de la polarisation sont centrés et concentrés autour de la valeur ω_0 . Il est donc légitime de négliger les dérivées d'ordre deux des enveloppes. Pour la polarisation, on peut ne conserver que le terme proportionnel à \mathcal{P} . L'équation de propagation s'écrit finalement :

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} A(z, t) = i \frac{k}{\epsilon_0} \mathcal{P}(z, t) \quad (4.6)$$

où k est le vecteur d'onde dans le vide ($k = \omega_0/c$). L'équation décrit donc la propagation de l'enveloppe du champ électrique, avec le terme source lié à la densité de polarisation du matériau. Champ électrique et densité de polarisation sont liés par la susceptibilité linéaire dans l'espace des pulsations¹ (voir annexe B). Cette relation est vraie en régime d'interaction linéaire, et s'écrit :

$$\tilde{\mathcal{P}}(z, \Omega) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi(\omega_0 + \Omega) \tilde{A}(z, \Omega) \quad (4.7)$$

En injectant cette expression dans l'équation de propagation dans l'espace des pulsations, on obtient :

$$\frac{d}{dz} \tilde{A}(z, \Omega) = i \frac{k}{2} \chi(\omega_0 + \Omega) \tilde{A}(z, \Omega) \quad (4.8)$$

¹On suit la convention suivante pour la transformée de Fourier.

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int \tilde{f}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \\ \tilde{f}(\omega) &= \int f(t) e^{i\omega t} dt \end{aligned}$$

4.1.2 Absorption et indice de réfraction

La solution de l'Eq.(4.8) s'exprime simplement grâce au spectre de l'enveloppe ($\tilde{A}(z = 0, \Omega)$) à l'entrée du milieu matériel :

$$\tilde{A}(z, \Omega) = \tilde{A}(0, \Omega)e^{i\frac{k}{2}\chi(\omega_0 + \Omega)z} \quad (4.9)$$

La solution pour le champ électrique s'exprime alors :

$$\tilde{E}(z, \omega_0 + \Omega) = \tilde{E}(0, \omega_0 + \Omega)e^{ik(1 + \frac{1}{2}\chi(\omega_0 + \Omega))z} \quad (4.10)$$

En décomposant la susceptibilité en parties réelle et imaginaire $\chi = \chi' + i\chi''$, il vient :

$$\tilde{E}(z, \omega_0 + \Omega) = \tilde{E}(0, \omega_0 + \Omega)e^{-\frac{1}{2}(k\chi'')z}e^{ik(1 + \frac{1}{2}\chi')z} \quad (4.11)$$

Le champ électrique à la distance z apparaît donc comme une superposition d'ondes planes. Chaque composante spectrale est atténuée par un facteur $e^{-\frac{1}{2}(k\chi'')z}$, et subit un déphasage $e^{ik(1 + \frac{1}{2}\chi')z}$. Le coefficient d'absorption s'écrit alors :

$$\alpha(\omega) = k\Im\{\chi(\omega)\} \quad (4.12)$$

et l'indice de réfraction :

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2}\Re\{\chi(\omega)\} \quad (4.13)$$

La propagation et de l'enveloppe du champ électrique s'exprime simplement dans l'espace des pulsations comme :

$$\tilde{A}(z, \Omega) = \tilde{A}(0, \Omega)e^{-\frac{1}{2}\alpha(\omega_0 + \Omega)z}e^{i\frac{\omega_0}{c}(n(\omega_0 + \Omega) - 1)z} \quad (4.14)$$

4.1.3 Causalité et relations de dispersion

Le calcul du coefficient d'absorption et de l'indice de réfraction fait intervenir les parties réelle et imaginaire de la susceptibilité. Est-il possible d'imaginer que ces deux grandeurs puissent être indépendantes ? La réponse est non. L'hypothèse de causalité implique que les deux fonctions sont liées l'une à l'autre. En effet, la polarisation et le champ électrique sont liés de façon linéaire dans l'espace des pulsations, par la relation :

$$\tilde{P}(z, \omega) = \epsilon_0\chi(\omega)\tilde{E}(z, \omega) \quad (4.15)$$

Ce produit simple se réécrit sous forme d'un produit de convolution dans le domaine temporel² :

$$P(z, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} X(\tau)E(z, t - \tau) \quad (4.16)$$

²La susceptibilité linéaire ne suit pas la même convention d'écriture que les autres fonctions. Dans l'espace des pulsations, il n'y a pas de tilde, et dans l'espace temporel, elle s'écrira $X(\tau)$.

La variable τ relie la valeur de la polarisation à un instant donné à la valeur du champ à un instant différent, la fonction $X(\tau)$ apparaît comme la fonction mémoire du système, en filtrant éventuellement les valeurs les plus anciennes du champ. Il est évident que la fonction $X(\tau)$ est à valeurs nulles pour $\tau < 0$: la construction de la polarisation ne peut pas anticiper la valeur du champ. Il est donc toujours possible d'écrire la fonction $X(\tau)$ comme le produit de la fonction de Heaviside par elle-même :

$$X(\tau) = \Theta(\tau)X(\tau) \quad (4.17)$$

ou encore, dans l'espace des pulsations, de réécrire un produit de convolution :

$$\chi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Theta}(\omega - \omega') \chi(\omega') d\omega' \quad (4.18)$$

Utilisant la transformée de Fourier de la distribution de Heaviside ($\tilde{\Theta}(\omega) = \pi\delta(\omega) + i/\omega$), la relation se réécrit :

$$\chi(\omega) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (4.19)$$

La susceptibilité étant complexe, en introduisant ses parties réelle χ' et imaginaire χ'' , il est possible de tirer la relation suivante :

$$\chi'(\omega) = -\frac{1}{\pi} \wp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi''(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (4.20)$$

$$\chi''(\omega) = \frac{1}{\pi} \wp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi'(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (4.21)$$

Ce sont les relations dites de Krämers-König. D'un point de vue mathématique, ces relations peuvent être vues comme la conséquence du théorème de Cauchy. Pour le coefficient d'absorption et l'indice de réfraction, les relations s'écrivent :

$$\alpha(\omega) = \frac{2\omega_0}{\pi c} \wp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n(\omega') - 1}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (4.22)$$

$$n(\omega) = 1 - \frac{c}{2\pi\omega_0} \wp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (4.23)$$

Il apparaît donc que pour un processus linéaire et causal, les parties réelle et imaginaire de la susceptibilité linéaire sont liées par les relations de Krämers-Kronig. Ces relations sont d'une importance capitale : elles montrent qu'il est impossible de considérer séparément parties réelle et imaginaire de la susceptibilité, et donc que la dispersion et l'absorption d'un matériau ne sont pas deux quantités indépendantes. Un ensemble atomique ne peut donc pas être simplement dispersif : il y a nécessairement de l'absorption.

4.2 Lumière lente : approche macroscopique

Bien que les hypothèses évoquées plus haut soient restrictives, et éliminent de fait tous les phénomènes complexes de mélange d'ondes ou encore de transparence auto-induite [44], les conséquences de la propagation en régime d'interaction linéaire peuvent être spectaculaires. Les vitesses remarquablement faibles obtenues par Hau [2] sont le résultat d'un processus linéaire (tout du moins, pour le faisceau sonde). Dans le problème de la propagation dans un peigne atomique en régime linéaire, par exemple, l'impulsion initiale est divisée en plusieurs échos séparées dans le temps [19], l'impulsion après propagation ne possède donc plus du tout le même profil temporel que l'impulsion incidente.

Dans ce paragraphe, on s'intéresse au ralentissement lié à une fenêtre de transparence dans un milieu absorbant. L'analyse se fera dans le domaine spectral. La définition de vitesse de groupe sera d'abord établie. On s'intéressera ensuite à la propagation du champ, et aux limitations du ralentissement.

On s'intéresse ici à une description macroscopique de la propagation, au sens où seule la susceptibilité linéaire caractérise le milieu matériel. On ne s'intéresse pas, pour le moment, à l'origine de cette susceptibilité.

4.2.1 Vitesse d'une impulsion lumineuse

Déplacement du barycentre

Une première définition de la vitesse de groupe consiste à exprimer la vitesse de déplacement du barycentre de l'impulsion. Le module au carré de l'amplitude du champ joue alors le rôle de densité de probabilité. Il faut dans ce cas normaliser le champ électrique :

$$E(z, t) \rightarrow \left[\int |E(t)|^2 dt \right]^{-1} E(z, t) = e(z, t) \quad (4.24)$$

L'instant moyen de passage de l'impulsion à la profondeur z du milieu est donné par :

$$\langle t(z) \rangle = \int t |e(t)|^2 dt = -i \int t e(t) e^*(t) dt \quad (4.25)$$

alors l'égalité de Parseval permet d'écrire :

$$\langle t(z) \rangle = -\frac{i}{2\pi} \int \frac{d\tilde{e}}{d\omega}(\omega) \tilde{e}^*(\omega) d\omega \quad (4.26)$$

La solution de l'équation de propagation permet d'écrire le champ électrique :

$$\tilde{e}(z, \omega) = |\tilde{e}(z, \omega)| e^{i\phi(\omega)} \quad (4.27)$$

avec $\phi(\omega) = \omega n(\omega)z/c$. Ainsi, le temps moyen s'exprime :

$$\begin{aligned}\langle t(z) \rangle &= -\frac{i}{2\pi} \int \frac{d|\tilde{e}|}{d\omega} |\tilde{e}| d\omega - \frac{i}{2\pi} \int \frac{d\phi}{d\omega} |\tilde{e}|^2 d\omega \\ &= -\frac{i}{2\pi} [|\tilde{e}|^2]_{-\infty}^{\infty} - \frac{i}{2\pi} \int \frac{d\phi}{d\omega} |\tilde{e}|^2 d\omega \\ &= \left\langle \frac{d\phi}{d\omega} \right\rangle\end{aligned}\quad (4.28)$$

Le retard de l'impulsion apparaît donc comme la moyenne des retards de chaque composante spectrale, défini comme :

$$\tau(\omega) = \frac{d\phi}{d\omega} = \frac{z}{c} (n(\omega) + \omega n'(\omega)) \quad (4.29)$$

La vitesse d'une composante spectrale est alors définie comme :

$$V(\omega) = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega}} \quad (4.30)$$

La vitesse de groupe est donc fonction de la fréquence. Par analogie avec la vitesse de phase, on peut définir l'indice de groupe comme :

$$n_g(\omega) = n(\omega) + \omega(dn/d\omega) \quad (4.31)$$

Propagation sans déformation

Dans l'hypothèse où l'absorption est négligeable et l'indice de réfraction varie peu autour de la fréquence centrale de l'impulsion ($\omega n(\omega) \approx \omega_0 n(\omega_0) + \Omega (n(\omega_0) + \omega_0 n'(\omega_0))$), la solution (Eq.(4.14)) de l'équation de propagation se réécrit :

$$\tilde{A}(z, \Omega) = \tilde{A}(0, \Omega) e^{i\omega_0 n(\omega_0)z/c} e^{i\Omega(n(\omega_0) + \omega_0 n'(\omega_0))\frac{z}{c}} \quad (4.32)$$

Par transformée de Fourier, il vient :

$$\begin{aligned}A(z, t) &= \frac{1}{2\pi} e^{i\omega_0 n(\omega_0)z/c} \int \tilde{A}(0, \Omega) e^{i\Omega(t - (n(\omega_0) + \omega_0 n'(\omega_0))\frac{z}{c})} d\Omega \\ &= e^{i\omega_0 n(\omega_0)z/c} A\left(0, t - (n(\omega_0) + \omega_0 n'(\omega_0))\frac{z}{c}\right)\end{aligned}\quad (4.33)$$

L'enveloppe du champ à une profondeur z est donc l'image de l'enveloppe à l'entrée du milieu décalée dans le temps d'une quantité :

$$\tau = (n(\omega_0) + \omega_0 n'(\omega_0)) \frac{z}{c} = \frac{z}{V} \quad (4.34)$$

où V est la vitesse de groupe de l'impulsion. Dans ce calcul, on a fait l'hypothèse que l'absorption est négligeable, et que la quantité $\omega n(\omega)$ peut être développée au premier ordre. Les conditions sont donc plus restrictives que pour la vitesse du barycentre : ici, il s'agit bien du déplacement de l'impulsion, sans déformation, le long de l'axe de propagation.

4.2.2 Propagation dans une fenêtre de transparence

Les résultats des sections précédentes décrivent de manière générale la propagation d'une impulsion lumineuse dans un milieu matériel. Un problème particulier concerne le cas d'un milieu qui absorbe sur une grande plage de pulsations, excepté sur une fenêtre de transparence plus étroite : cette caractéristique du coefficient d'absorption sera appelée par la suite indifféremment trou spectral ou fenêtre de transparence. Pour peu que le spectre du champ électrique soit contenu dans le trou spectral, le champ sera peu absorbé. Pour autant, sa propagation est profondément modifiée par rapport à la propagation dans l'espace libre.

Application des relations de dispersion

Le matériau est supposé avoir une largeur d'absorption infinie. Néanmoins, autour d'une pulsation ω_0 , le milieu est transparent sur une largeur Δ_0 . Pour simplifier les calculs, la fenêtre de transparence est supposée avoir une forme Lorentzienne. Cette forme de trou est bien connue, car c'est celle qui décrit la fenêtre de transparence sous les conditions de transparence électromagnétiquement induite [94]. Dans ces conditions, le coefficient d'absorption s'écrit :

$$\alpha(\omega_0 + \Omega) = \alpha_0 \left(1 - \frac{a}{1 + (2\Omega/\Delta_0)^2} \right) \quad (4.35)$$

Δ_0 représente la largeur à mi hauteur du trou spectral. Dans cette expression, l'absorption en dehors du trou est α_0 , et la quantité $\alpha_0(1-a)$ est l'absorption résiduelle au centre du trou.

Les relations de Krämers-Krönig permettent de calculer l'indice de réfraction :

$$n(\omega_0 + \Omega) = 1 + \delta n \frac{\Omega/\Delta_0}{1 + (2\Omega/\Delta_0)^2} \quad (4.36)$$

où $\delta n = \frac{a\alpha_0 c}{\omega_0}$. Cette expression est vraie pour $\Omega \ll \omega_0$.

L'indice de groupe est calculé à partir de l'Eq.(4.31). Il est, pour une fenêtre de transparence lorentzienne, de la forme :

$$n_g(\omega_0 + \Omega) = n(\omega_0 + \Omega) + \omega_0 \frac{\delta n}{\Delta_0} \frac{1 - (2\Omega/\Delta_0)^2}{(1 + (2\Omega/\Delta_0)^2)^2} \quad (4.37)$$

Sur la Fig.(4.1), le coefficient d'absorption, ainsi que les indices de réfraction et de groupe sont représentés.

Vitesse de propagation

L'absorption est à son minimum autour de ω_0 . L'indice de réfraction varie linéairement autour de ω_0 , avec une pente proportionnelle à $\delta n/\Delta_0$. L'indice de groupe est stationnaire

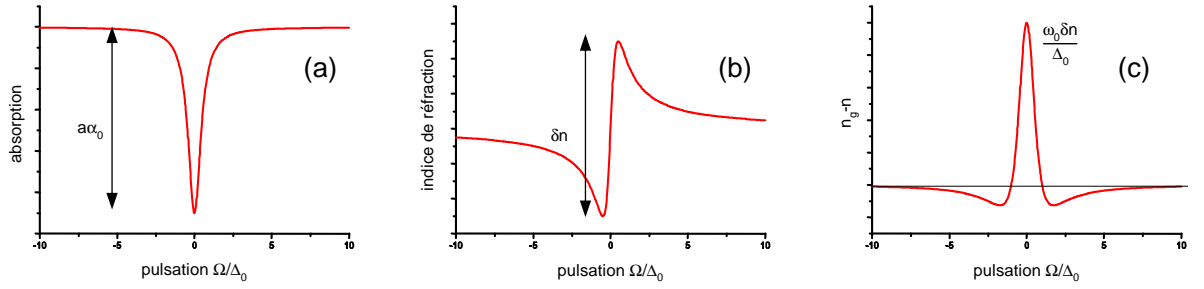


FIG. 4.1 – Trou spectral. Le coefficient d'absorption (a) est relié par les relations de Kramers-Krönig à l'indice de réfraction (b). L'indice de groupe (c) est dérivé de l'indice de réfraction.

autour de ω_0 : pour un spectre étroit centré autour de ω_0 , l'indice de groupe a donc réellement un sens : il représente le déplacement, **sans déformation**, de l'enveloppe de l'impulsion. La vitesse de groupe de l'impulsion est donc bien, dans ce cas, $c/n_g(\omega_0)$.

Pour une impulsion dont le spectre serait centré sur une autre pulsation, l'indice de groupe décrirait bien le déplacement du **barycentre** de l'enveloppe, mais celle-ci serait déformée par les variations non linéaires de l'indice de réfraction et par la dépendance spectrale de l'absorption.

Dans le cas de la fenêtre de transparence présentée ici (les résultats ne seraient qualitativement pas différents pour une fenêtre de forme gaussienne, carrée ou autre), l'indice de groupe en $\omega = \omega_0$ est positif et vaut : $n(\omega_0) + a\alpha_0 c/\Delta_0$. Dans l'hypothèse où $a = 1$ (fenêtre totalement transparente), et $\alpha_0 c/\Delta_0 \gg n(\omega_0)$, la vitesse de groupe se réduit à :

$$V = \frac{1}{1/c + \alpha_0/\Delta_0} \approx \frac{\Delta_0}{\alpha_0} \ll c \quad (4.38)$$

La vitesse de groupe associée au déplacement de l'impulsion est donc très inférieure à la vitesse de la lumière. L'expression **lumière lente** s'applique donc au problème d'une impulsion dans une fenêtre de transparence. Il est à noter que la vitesse de phase est toujours définie comme le rapport c/n , et n'est donc pas égale à la vitesse de groupe. Ce n'est pas le champ électrique qui est ralenti, mais son enveloppe.

Ce mode de propagation est réalisé si la quantité $\alpha_0 c/\Delta_0 \gg n(\omega_0)$. En pratique, $n(\omega) \approx 1$. Le matériau doit donc être le plus absorbant possible, et il faut pouvoir ouvrir une fenêtre de transparence la plus étroite possible.

Champ lumineux dans le matériau

Dans le cas où la fenêtre est totalement transparente ($a=1$), le champ électrique centré en ω_0 se propage sans absorption à condition que sa largeur spectrale Δ_ω soit très inférieure à la largeur du trou Δ_0 . La condition initiale à ce problème est le spectre du

champ électrique sur la face d'entrée du matériau ($z=0$). A l'interface entre le vide et le matériau, le champ électrique est continu. Ainsi, le champ électrique dans le milieu est de la forme :

$$E(z, t) = E(0, t - z/V)e^{i\omega_0(n(\omega_0)z/c-t)} \quad (4.39)$$

L'enveloppe du champ à la profondeur z est quant à elle donnée par :

$$A(z, t) = A(0, t - z/V) \quad (4.40)$$

La durée T de l'impulsion n'est pas modifiée par le matériau. Elle est la même que dans le vide, quelle que soit la définition utilisée (largeur à mi hauteur, variance,...) La longueur de l'impulsion est donnée par le produit de la durée par la vitesse de l'enveloppe :

$$l' = VT = l \frac{V}{c} \quad (4.41)$$

où l est la longueur de l'impulsion dans le vide. Dans un milieu à lumière lente, la longueur de l'impulsion est donc réduite. La Fig.(4.2) illustre le concept de lumière lente.

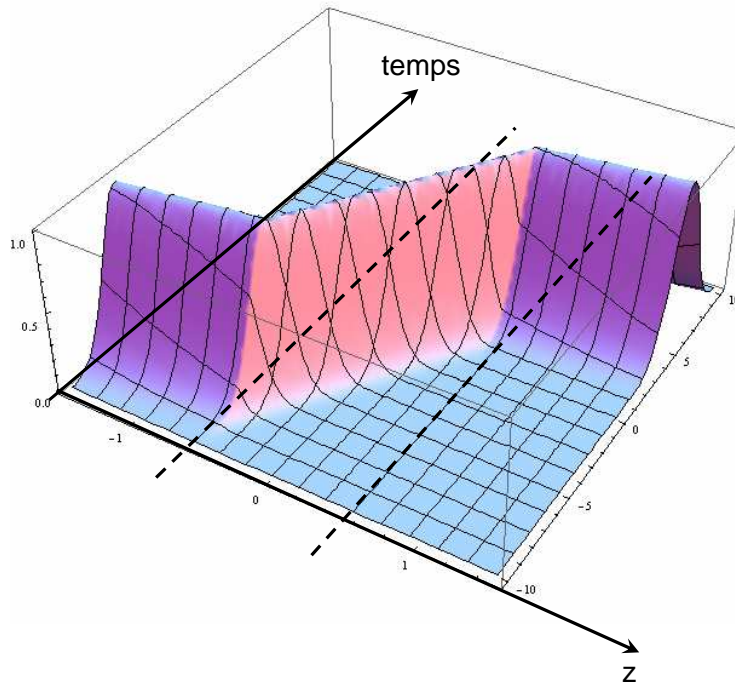


FIG. 4.2 – Illustration du ralentissement d'une impulsion lumineuse dans un matériau présentant une fenêtre de transparence. Pour la simulation, on considère $V=c/10$. L'impulsion se propage sans distorsion. Les faces d'entrée et de sortie du matériau sont repérées par les lignes pointillées.

Le champ électrique oscille toujours à la pulsation ω_0 . La longueur d'onde est donnée par la relation $\lambda = c/(\omega_0 n(\omega_0))$, elle n'est donc pas affectée par le ralentissement, elle ne dépend que de l'indice de réfraction.

4.2.3 Retard maximal. Distorsion de l'impulsion

Dans les calculs précédents, l'absorption a été négligée, et l'indice de réfraction pris comme une fonction linéaire de la pulsation. Pour une étude plus rigoureuse, une prise en compte des termes correctifs s'avère nécessaire. Ainsi, le coefficient d'absorption et l'indice de réfraction sont développés au troisième ordre :

$$\alpha(\omega_0 + \Omega) \approx \alpha(\omega_0) + \frac{1}{2}\alpha''(\omega_0)\Omega^2 \quad (4.42)$$

$$n(\omega_0 + \Omega) \approx n(\omega_0) + \Omega \left(n'(\omega_0) + \frac{1}{6}n'''(\omega_0)\Omega^2 \right) \quad (4.43)$$

Le coefficient d'absorption et l'indice de réfraction sont supposés respectivement pair et impair, ce qui élimine le terme d'ordre trois pour le premier et le terme d'ordre 2 pour le second. Les effets de ces termes correctifs sont étudiés successivement.

Retard maximal

Il est légitime de se demander quelle est la vitesse minimale qu'il est possible d'atteindre. Cependant, le paramètre pertinent n'est pas la vitesse de groupe. En effet, pour le stockage d'information, il est nécessaire que toute l'information contenue dans l'impulsion, soit, à un instant donné, comprise dans le matériau. Il faut donc que la durée de l'impulsion vérifie $T \ll L/V$. Logiquement, il faut réduire la durée de l'impulsion. Ce faisant, on augmente la largeur spectrale : il n'est donc plus possible de considérer que l'indice de réfraction varie linéairement et que l'absorption est négligeable. De toute évidence, la durée de l'impulsion ne peut pas être trop réduite. Il faut à présent chercher les contraintes qui pèsent sur le matériau. L'absorption, négligée jusqu'à présent, est appelée à jouer un rôle décisif. La forme exacte de $\alpha''(\omega_0)$ peut être trouvée pour un trou lorentzien. Néanmoins, il est souhaitable de trouver une condition générale. Sans trop d'erreur, il est possible de dire que $\alpha(\omega_0 + \Omega) \approx \alpha''(\omega_0)\Omega^2 \approx (\alpha_0/\Delta_0^2)\Omega^2$. Il faut que l'absorption soit négligeable pour toutes les composantes spectrales de l'impulsion. Les composantes les plus éloignées sont $\Omega \approx 1/T$. La condition s'écrit donc $\sqrt{\alpha_0 L} \ll T\Delta_0$. Il faut d'autre part que la longueur de l'impulsion dans le matériau soit plus petite que la longueur totale du matériau L : $\Delta_0 T/\alpha_0 \ll L$. Les deux conditions se combinent pour finalement imposer :

$$\boxed{\sqrt{\alpha_0 L} \gg 1} \quad (4.44)$$

Une opacité très supérieure à l'unité est donc nécessaire pour comprimer totalement l'impulsion dans le matériau tout en évitant l'absorption.

La qualité du ralentissement se mesure en fait au rapport entre retard de groupe et durée de l'impulsion : $N = \tau/T$. Le retard de l'impulsion lors de son passage dans la fenêtre

de transparence est donné par $\tau = L/V = \alpha_0 L / \Delta_0$. Avec la condition $(\Delta_0 T)^{-2} \alpha_0 L \ll 1$, le retard relatif τ_{rel} (ou encore retard fractionnaire) est donc limité par la racine carrée de l'opacité :

$$\tau_{rel} = \frac{\tau}{T} \ll \sqrt{\alpha_0 L} \quad (4.45)$$

Étirement et déformation de l'impulsion

Les corrections non linéaires de l'indice de réfraction sont responsables de la déformation de l'impulsion. Le terme d'ordre 3 est responsable de l'élargissement de l'impulsion, car il n'est pas possible de considérer que toutes les composantes spectrales ont le même indice de groupe. Les différentes composantes spectrales se propagent donc à des vitesses différentes. L'étirement de l'impulsion [95, 96] peut s'écrire :

$$\Delta\tau_{rel} \approx \frac{3}{2} \frac{\alpha_0 L}{\Delta_0^3 T^3} \quad (4.46)$$

Si l'on souhaite limiter l'étirement de l'impulsion à la durée même de l'impulsion, le retard relatif maximal est alors donné par :

$$\tau_{rel}^{max} \approx \frac{1}{6} \Delta_0^2 T^2 \quad (4.47)$$

Il n'y a pas de limite au retard relatif. En effet, la quantité $\Delta_0 T$ n'est pas limitée. La seule contrainte est que cette quantité doit nécessairement être supérieure à l'unité.

L'impulsion souffre également des variations du coefficient d'absorption avec la pulsation. Les composantes spectrales les plus excentrées ressentent une absorption plus importante que les composantes centrales. Le spectre de l'impulsion est donc contracté au cours de sa propagation. La durée de l'impulsion est donc augmentée. Pour qu'une impulsion gaussienne ne soit pas étirée d'un facteur supérieur à deux, le retard fractionnaire est alors limité [95] à :

$$\tau_{rel}^{max} \approx 3\Delta_0 T \quad (4.48)$$

C'est une condition plus restrictive que celle obtenue avec la dispersion en vitesse de groupe.

Dans la Fig.(4.3), les effets de l'absorption et de la dispersion de la vitesse de groupe sont illustrés pour une impulsion gaussienne se propageant dans une fenêtre de transparence lorentzienne.

4.2.4 Transfert d'énergie

On a évalué la vitesse de l'impulsion lumineuse, qui est fortement réduite par rapport à sa valeur dans le vide. On s'intéresse au transport d'énergie. Les relations constitutives

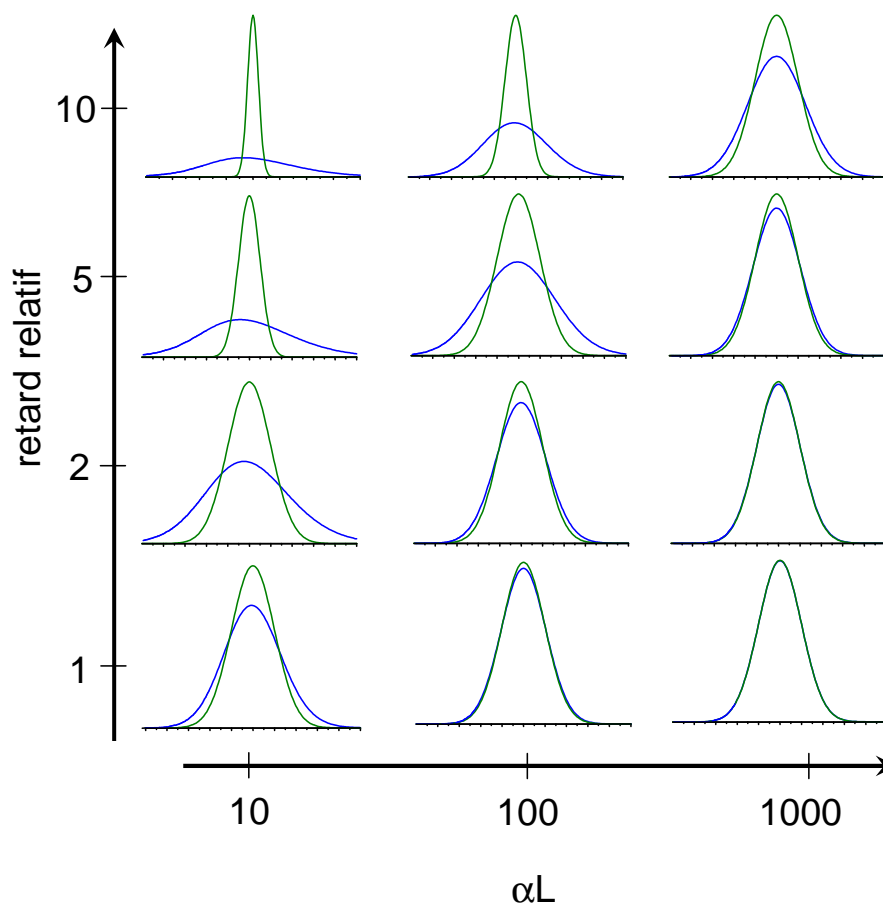


FIG. 4.3 – Déformation d’une impulsion lors de sa propagation dans une fenêtre de transparence Lorentzienne (courbe bleue). Comparaison avec l’impulsion initiale (courbe verte), pour différents retards et différentes valeurs de l’opacité. L’impulsion prise pour ce calcul est gaussienne. Le produit de la durée de l’impulsion T par la largeur du trou Δ_0 est déterminé par le retard relatif : $\alpha_0 L / (\Delta_0 T)$. Pour les valeurs les plus faibles de l’opacité et les retards les plus importants, l’impulsion est déformée au cours de sa propagation. Pour une opacité de 10 et un retard relatif de 10, la déformation de l’impulsion n’est pas symétrique : le retard relatif exprime bien le déplacement du barycentre, mais pas réellement celui de “l’impulsion”.

du matériau permettent d'écrire :

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (4.49)$$

Quant aux équations de Maxwell (sous forme scalaire), elles permettent d'écrire le vecteur de Poynting sous la forme :

$$\operatorname{div}(P) = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{div}(E \times B) = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\mu_0} B^2 + \epsilon_0 E^2 \right) - E \frac{\partial}{\partial t} P \quad (4.50)$$

On en déduit l'expression de la densité volumique totale d'énergie :

$$\begin{aligned} U_{tot} &= - \int \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\mu_0} B^2 + \epsilon_0 E^2 \right) - E \frac{\partial}{\partial t} P \right) dt \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_0} B^2 + \epsilon_0 E^2 \right) + \int E \frac{\partial}{\partial t} P dt \\ \langle U_{tot} \rangle_{\omega_0} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_0} \langle B^2 \rangle_{\omega_0} + \epsilon_0 \langle E^2 \rangle_{\omega_0} \right) + \left\langle \int E \frac{\partial}{\partial t} P dt \right\rangle_{\omega_0} \end{aligned} \quad (4.51)$$

La dernière ligne représente une moyenne sur une période optique. Cette puissance tient compte de la puissance contenue dans le champ électromagnétique, mais aussi de la puissance transférée au matériau. La seule grandeur caractéristique du matériau est la susceptibilité linéaire. Pour un spectre lumineux suffisamment étroit, la susceptibilité linéaire peut être développée au premier ordre autour de la pulsation centrale ω_0 du trou :

$$\chi(\omega_0 + \Omega) \approx 2(n(\omega_0 + \Omega) - 1) = 2 \frac{\Omega}{\omega_0} \left(\frac{c}{V} - 1 \right) \quad (4.52)$$

La densité de polarisation est donnée par :

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{\epsilon_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\omega_0 + \Omega) \tilde{A}(\Omega) e^{-i\Omega t} \frac{d\Omega}{2\pi} e^{-i\omega_0 t} + c.c. \\ &= \frac{\epsilon_0}{\omega_0} \left(\frac{c}{V} - 1 \right) \int_{-\infty}^{\infty} \Omega \tilde{A}(\Omega) e^{-i\Omega t} \frac{d\Omega}{2\pi} e^{-i\omega_0 t} + c.c. \\ &= i \frac{\epsilon_0}{\omega_0} \left(\frac{c}{V} - 1 \right) \left(\frac{d}{dt} A(t) \right) e^{-i\omega_0 t} + c.c. \end{aligned} \quad (4.53)$$

où on a exprimé le champ à l'aide de l'enveloppe lentement variable. On peut alors exprimer le terme $\left\langle \int E \frac{\partial}{\partial t} P dt \right\rangle_{\omega_0}$:

$$i \frac{\epsilon_0}{2\omega_0} \left(\frac{c}{V} - 1 \right) \left\langle \int (A(t) e^{-i\omega_0 t} + A^*(t) e^{+i\omega_0 t}) \left(\frac{d^2}{dt^2} A(t) e^{-i\omega_0 t} - i\omega_0 \frac{d}{dt} A(t) e^{-i\omega_0 t} + c.c. \right) dt \right\rangle_{\omega_0}$$

On élimine les termes rapidement oscillants et la dérivée seconde de l'enveloppe (approximation de l'onde tournante), ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{c}{V} - 1 \right) \left\langle \int A^*(t) \frac{d}{dt} A(t) + A(t) \frac{d}{dt} A^*(t) dt \right\rangle_{\omega_0} &= \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{c}{V} - 1 \right) \langle |A(t)|^2 \rangle_{\omega_0} \\ &= \epsilon_0 \left(\frac{c}{V} - 1 \right) \langle E^2 \rangle_{\omega_0} \end{aligned} \quad (4.54)$$

On a d'autre part $\langle B^2 \rangle_{\omega_0} = \epsilon_0 \langle E^2 \rangle_{\omega_0}$. On en déduit donc :

$$\epsilon_0 \langle E^2 \rangle_{\omega_0} = \frac{V}{c} \langle U_{tot} \rangle_{\omega_0} \quad (4.55)$$

Ainsi, l'énergie du champ électromagnétique représente une fraction V/c de l'énergie totale. En régime de lumière lente, le champ perd donc la quasi-totalité de son énergie en pénétrant dans le milieu. Mais comme le milieu est transparent, le champ, en sortant du milieu récupère son énergie initiale. Lumière et matière échangent donc, de manière transitoire, l'énergie lors de la propagation de l'impulsion lumineuse.

Ceci nous conduit à examiner la propagation du point de vue microscopique, c'est à dire atomique, pour étudier le processus d'échange d'énergie entre lumière et matière.

4.2.5 Cavité Fabry-Perot

Une fenêtre de transparence ouverte dans un milieu opaque évoque une cavité Fabry-Perot. Bien que très analogue, la cavité et le trou spectral présentent des différences fondamentales.

La relation liant le champ électrique à l'entrée de la cavité au champ à la sortie est :

$$\tilde{E}_s(L, \omega) = H(\omega) \tilde{E}_e(0, \omega) \quad (4.56)$$

ou la fonction de transfert $H(\omega)$ est définie par :

$$H(\omega) = \frac{1 - R}{1 - R e^{2i\omega L/c}} e^{i\omega L/c} \quad (4.57)$$

L étant la distance séparant les deux miroirs, de coefficient de reflexion R . Le module de la fonction de transfert atteint un maximum périodiquement. Les maxima sont atteints pour les valeurs de ω égales à un nombre entier de fois l'intervalle spectral libre Δ_{ISL} :

$$\omega_n = n \Delta_{ISL} = n\pi \frac{c}{L} \quad (4.58)$$

On s'intéresse au cas d'une cavité de grande finesse ($F = \pi\sqrt{R}/(1-R) \gg 1$), de sorte que la fonction de transfert s'écrit pour une pulsation proche d'une résonance ($\omega = \omega_n + \Omega$) :

$$H(\omega_n + \Omega) \approx \frac{1}{1 - i\Omega/\Delta_{FP}} e^{i(\omega_n + \Omega)L/c} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\Omega/\Delta_{FP})^2}} e^{i((\omega_n + \Omega)L/c + \phi(\Omega))} \quad (4.59)$$

avec $\Delta_{FP} = \Delta_{ISL}/F$. La phase est définie par $\tan(\phi(\Omega)) = \Omega/\Delta_{FP}$. Pour un champ incident dont le spectre est centré sur une résonance ω_n , et dont l'étalement est plus étroit que la largeur même d'une résonance Δ_{FP} , cette relation devient :

$$\tilde{E}_s(L, \omega_n + \Omega) \approx \tilde{E}_e(0, \omega_n + \Omega) e^{i\omega_n L/c} e^{i(L/c + 1/\Delta_{FP})\Omega} \quad (4.60)$$

Dans le domaine temporel, cela revient à :

$$E_s(L, t) \approx E_e(0, t - (L/c + 1/\Delta_{FP}))e^{-i\omega_n/\Delta_{FP}} \quad (4.61)$$

Le champ est donc retardé d'une quantité $1/\Delta_{FP}$ après passage dans la cavité résonante (le retard L/c correspond simplement au retard accumulé dans le vide sur une longueur L : ce serait le retard acumulé sans la cavité). On a par ailleurs supposé que le spectre du champ incident est plus étroit que Δ_{FP} , ce qui implique que le retard ne peut pas excéder la durée même de l'impulsion. On est dans une situation totalement différente du trou spectral étudié précédemment, où le retard est donné par $\alpha L/\Delta_0$, l'opacité apparaissant comme un paramètre supplémentaire.

Cela est dû à la différence fondamentale entre les deux mécanismes. Dans le cas du trou spectral, le ralentissement est associé à un transfert d'énergie vers le milieu matériel, et est d'autant plus important que le transfert est efficace. Le retard en sortie de cavité FP peut être vu comme un phénomène d'interférences : le miroir d'entrée est hautement réfléchissant. A résonance, cette réflexion est neutralisée par le champ émis en arrière par la cavité, par interférences destructives. On comprend bien que si un champ est émis en arrière, un champ est aussi émis en avant, qui correspond au champ retardé. La destruction du champ réfléchi se fait donc simultanément à l'émission du champ retardé, ainsi le retard ne peut pas excéder la durée de l'impulsion. On remarque d'autre part que n cavités de longueur L juxtaposées (bande passante Δ_{FP} pour un retard n/Δ_{FP}) ne sont pas équivalentes à une cavité de longueur nL (bande passante Δ_{FP}/n pour un retard n/Δ_{FP}). En augmentant le nombre de cavités en série, il est ainsi possible d'obtenir un retard fractionnaire supérieur à l'unité [97].

4.3 Lumière lente : approche microscopique

L'étude, dans le domaine spectral, de la propagation d'une impulsion lumineuse dans un trou spectral a permis de rendre compte de la réduction de la vitesse de groupe. Les résultats sont vrais dès lors qu'une fenêtre de transparence est ouverte dans un milieu absorbant. C'est vrai en régime de transparence induite électromagnétiquement, d'oscillations cohérentes de population, ou encore dans une cavité Fabry-Pérot (bien que dans ce dernier cas, il n'y ait pas d'absorption, mais réflexion). Le cas qui est analysé maintenant est sans doute le plus simple à imaginer : il s'agit d'un trou spectral creusé dans un matériau inhomogène, et s'inspire d'une technique de spectroscopie dite de "creusement de trou", très utilisée, en particulier pour l'étude des ions de terre rare [26].

L'idée de ralentir la lumière dans un trou spectral n'est pas nouvelle [98, 90], mais n'a pourtant pas été, à notre connaissance, étudiée en vue du stockage quantique. En

régime de T.E.I, l'excitation lumineuse à deux photons permet une excitation résonante de la transition Raman, qui dès lors se retrouve dans un état qui est l'image directe du champ lumineux. Ici, le couplage avec les atomes se fait de manière non résonnante, car le spectre de l'impulsion est tout entier compris dans le trou spectral. Pour autant, les atomes ne sont pas insensibles au passage du champ lumineux, et leur réponse temporelle suit l'enveloppe du champ électromagnétique.

Les bases physiques de la propagation dans une fenêtre de transparence ont été jetées par Daniel Grischkowsky [99], qui a montré le lien entre ralentissement et excitation non-résonnante des atomes. Ses travaux concernaient une vapeur de rubidium, dans laquelle une impulsion lumineuse était ralentie lorsqu'elle excitait hors résonance les atomes. Le phénomène, connu sous le nom de suivi adiabatique [100], explique le transfert **transitoire** d'énergie de la lumière vers les atomes, qui ne doit pas être confondu avec l'absorption qui est définie comme un transfert **irréversible** d'énergie vers la matière.

4.3.1 Trou spectral

La possibilité de creuser un trou spectral dans un matériau repose sur la possibilité de manipuler les atomes en fonction de leur fréquence de résonance. Les atomes résonants autour de la pulsation ω_0 sont neutralisés par pompage optique vers un niveau non résonnant. Le principe du pompage optique est illustré sur la Fig.(4.4) Pour être efficace,

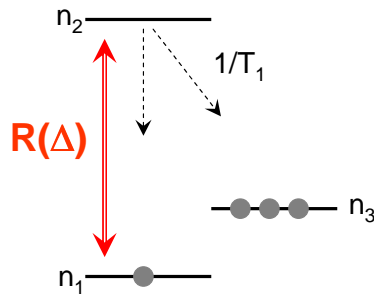


FIG. 4.4 – Principe du pompage optique. Un faisceau laser de pulsation ω_0 illumine continuellement un atome. Le taux de pompage est noté $R(\Delta)$. La durée de vie de l'état excité est notée T_1 .

le pompage optique doit s'effectuer sur un temps plus long que la durée de vie de l'état excité, et donc du temps de cohérence.

On suppose dans la suite qu'un trou spectral obtenu par pompage optique peut être décrit par une fonction lorentzienne. On choisit donc la fonction de largeur à mi hauteur

Δ'_0 , centrée en ω_0 :

$$G(\omega_{12}) = G_0 \left(1 - \frac{(\Delta'_0/2)^2}{(\omega_{12} - \omega_0)^2 + (\Delta'_0/2)^2} \right) \quad (4.62)$$

Profil d'absorption

Le coefficient d'absorption (Eq.(4.12)) s'exprime de manière générale à partir de l'expression de la susceptibilité (Eq.(B.18)) :

$$\alpha(\omega_0 + \Omega) = \frac{d_{12}^2 \omega_0}{c T_2 \epsilon_0 \hbar} \int G(\omega_{12}) \frac{1}{(\Omega + \omega_0 - \omega_{12})^2 + \left(\frac{1}{T_2}\right)^2} d\omega_{12} \quad (4.63)$$

Le coefficient d'absorption est alors donné par le produit de convolution de deux lorentziennes. Il s'écrit :

$$\begin{aligned} \alpha(\omega_0 + \Omega) &= \alpha_0 - \frac{G_0 d_{12}^2 \omega_0}{c T_2 \epsilon_0 \hbar} \left(\frac{\Delta'_0}{2} \right)^2 \int \frac{1}{(\omega_{12} - \omega_0)^2 + (\Delta'_0/2)^2} \frac{d\omega_{12}}{(\Omega + \omega_0 - \omega_{12})^2 + \left(\frac{1}{T_2}\right)^2} \\ &= \alpha_0 \left(1 - \frac{a}{1 + (2\Omega/\Delta_0)^2} \right) \end{aligned} \quad (4.64)$$

On retrouve donc l'Eq.(4.35) pour le coefficient d'absorption. Une distribution atomique de forme lorentzienne conduit à un coefficient d'absorption lui-même de forme lorentzienne.

On a les relations :

$$\alpha_0 = \frac{\pi G_0 d_{12}^2 \omega_0}{c \epsilon_0 \hbar} \quad (4.65)$$

$$\Delta_0 = \Delta'_0 + \frac{2}{T_2} \quad (4.66)$$

$$a = \frac{\Delta'_0}{\Delta'_0 + 2/T_2} = \frac{\Delta'_0}{\Delta_0} \quad (4.67)$$

Afin de minimiser l'absorption au fond du trou ($a \approx 1$), il faut creuser un trou plus large que la largeur homogène de la transition : $\Delta'_0 \gg 2/T_2$. Dans, ce cas, la fenêtre de transparence a elle-même une largeur Δ'_0 .

4.3.2 Réponse atomique : suivi adiabatique

Ici, c'est la réponse des atomes à l'excitation hors-résonance qui nous intéresse. Les calculs qui suivent ont vocation à montrer que les atomes sont excités par la lumière, donc qu'ils emmagasinent (au moins temporairement) de l'énergie, bien que le milieu soit transparent pour le champ lumineux. On se place dans l'approximation d'aire faible, donc

en régime d'interaction linéaire. La réponse temporelle des atomes est linéaire avec le champ électromagnétique : c'est le suivi adiabatique.

Il est possible de faire des approximations. En premier lieu, on considère que l'enveloppe du champ oscille à la pulsation moyenne ω_0 , qui est aussi la pulsation centrale du trou. Pour que le trou soit le plus profond possible, il faut que sa largeur soit très supérieure à la largeur homogène.

$$\Delta_0 \gg \frac{1}{T_2} \quad (4.68)$$

Enfin, dans la mesure où c'est le régime linéaire d'interaction qui nous intéresse, les atomes sont très peu excités :

$$\sigma_{22} \ll \sigma_{11} \approx 1 \quad (4.69)$$

Equations de Schrödinger et de Bloch linéarisées

Le Hamiltonien décrivant le système est donné par :

$$H(t) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\Omega^*(t)}{2} \\ -\frac{\Omega(t)}{2} & \Delta \end{pmatrix} \quad (4.70)$$

Dans les conditions d'interaction linéaire, il est possible de décrire le système avec le vecteur :

$$|\Psi\rangle \approx |1\rangle + \beta |2\rangle \quad (4.71)$$

Il suffit donc du seul coefficient complexe β pour caractériser le système. L'équation de Schrödinger (Eq.(A.8)) devient alors :

$$\dot{\beta} = +i\frac{\Omega}{2} - i\Delta\beta \quad (4.72)$$

L'interaction commence en $t=-\infty$. On suppose que l'atome est dans son état fondamental. La solution de l'équation de Schrödinger est alors donnée par :

$$\beta(t) = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^t \Omega(t') e^{-i\Delta(t-t')} dt' \quad (4.73)$$

Une série d'intégrations par parties (avec $\Omega(-\infty) = 0$) conduit à :

$$\beta(t) = \frac{1}{2\Delta} \Omega + \frac{i}{2\Delta^2} \dot{\Omega} + \dots = \frac{i}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{i\Delta} \right)^{n+1} \frac{\partial^n}{\partial t^n} \Omega \quad (4.74)$$

Le premier terme est directement proportionnel à l'amplitude du champ. C'est ce terme qui nous intéresse. Pour une pulsation de Rabi lentement variable, la condition pour laquelle les termes $n \geq 1$ sont négligeables s'écrit :

$$\dot{\Omega} \ll \Delta\Omega \quad (4.75)$$

On peut supposer que les termes suivants du développement sont négligeables. le critère de suivi adiabatique peut s'exprimer de la façon suivante : le champ doit varier lentement sur un temps de l'ordre de $1/\Delta$. L'expression du vecteur d'état se réduit donc au premier terme du développement (Eq.(4.74)) :

$$|\Psi\rangle \approx |1\rangle + \frac{1}{2\Delta}\Omega|2\rangle \quad (4.76)$$

Si le temps de relaxation des cohérences est pris en compte, il faut résoudre l'Eq.(A.14) en régime linéaire. En fixant la population de l'état fondamental $\sigma_{11}=1$, l'équation pour la cohérence σ_{21} s'écrit :

$$\dot{\sigma}_{21} = +i\frac{d_{12}}{2\hbar}A(z,t) - \left(i\Delta + \frac{1}{T_2}\right)\sigma_{21} \quad (4.77)$$

On a introduit l'enveloppe lentement variable du champ $A(t)$. La solution, sous forme intégrale, de l'Eq.(4.77) est donnée par :

$$\sigma_{21}(z,t) = +i\frac{d_{12}}{2\hbar}\int_{-\infty}^t A(z,t')e^{-(i\Delta+1/T_2)(t-t')}dt' \quad (4.78)$$

Avec la condition initiale $A(z, -\infty) = 0$, une résolution par integration par parties permet d'écrire :

$$\sigma_{21}(z,t) = -i\frac{d_{12}}{2\hbar}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{-1}{i\Delta + 1/T_2}\right)^{n+1}\frac{\partial^n}{\partial t^n}A(z,t) \quad (4.79)$$

De la même manière que pour le vecteur d'état, il est possible de négliger les dérivées de l'amplitude, pour peu que la condition

$$\dot{A}(z,t) \ll (i\Delta + 1/T_2)A(z,t) \quad (4.80)$$

soit satisfaite. Ce résultat a déjà été obtenu par M.D. Crisp [100]. Dans la limite d'un temps de cohérence très long, on retrouve bien le critère donné par l'Eq.(4.75). La cohérence s'écrit dans ces conditions :

$$\sigma_{21}(z,t) = -i\frac{d_{12}}{2\hbar}\left(\frac{-1}{i\Delta + 1/T_2}\right)A(z,t) \quad (4.81)$$

Ainsi, la cohérence s'adapte instantanément à l'enveloppe du champ, elle suit adiabatiquement l'enveloppe du champ électrique. On note que pour un temps de cohérence très long, la cohérence est en phase avec le champ.

Etat propre instantané - Vecteur de Bloch

Le terme adiabatique évoque naturellement les états propres instantanés. Pour ces calculs, on préfère le Hamiltonien donné par l'Eq.(A.11). On suppose pour le moment que la fréquence de Rabi est réelle. Parmi les états propres instantanés, l'état

$$|\Psi_+\rangle = \cos\left(\frac{\Theta}{2}\right)|1\rangle + \sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)|2\rangle, \tan(\Theta) = \frac{\Omega}{\Delta} \quad (4.82)$$

correspond, à fréquence de Rabi nulle, à l'état fondamental. Pour peu que le système évolue "adiabatiquement", le système atomique reste dans cet état propre. L'énergie propre de cet état est donnée par :

$$\lambda_+ = \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^2 + \Omega^2} \quad (4.83)$$

Cet état propre est strictement équivalent au vecteur déterminé par l'Eq.(4.76), dans la limite d'une faible pulsation de Rabi :

$$|\Psi_+\rangle \approx |1\rangle + \frac{\Theta}{2}|2\rangle = |1\rangle + \frac{\Omega}{2\Delta}|2\rangle \quad (4.84)$$

On retrouve la même expression grâce au vecteur de Bloch. Dans une représentation dans un espace fictif à 3 dimensions, l'état du système peut être décrit par un vecteur \mathbf{A} (voir en annexe A.4), dont le mouvement est déterminé par l'équation :

$$\dot{\mathbf{A}} = -\mathbf{C} \times \mathbf{A} \quad (4.85)$$

où \mathbf{C} est le vecteur de contrôle, qui représente l'état du champ. Si le vecteur de contrôle est fixe, le vecteur de Bloch \mathbf{A} décrit un mouvement de précession autour de \mathbf{C} , à la vitesse angulaire $\|\mathbf{C}\| = \sqrt{\Delta^2 + \Omega^2}$. Si cette vitesse angulaire est très supérieure à la vitesse de rotation du vecteur de contrôle, alors, on peut toujours décrire le mouvement du vecteur de Bloch comme un mouvement de précession autour du vecteur de contrôle. Sur la Fig.(4.5), on représente l'évolution des vecteur de contrôle et de Bloch. On s'intéresse au cas d'une faible pulsation de Rabi ($\Omega \ll \Delta$). Supposons le vecteur de Bloch et le vecteur de contrôle alignés. Le vecteur de Bloch a alors pour coordonnées dans la base (u,v,w) :

$$\begin{pmatrix} \frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}} \approx \frac{\Omega}{\Delta} \\ 0 \\ -\frac{\Delta}{\sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}} \approx -1 \end{pmatrix} \quad (4.86)$$

A quelle condition le vecteur de Bloch reste-t-il aligné le long du vecteur de contrôle ? Si on applique les mêmes arguments que pour le passage adiabatique [101] (vitesse de rotation du vecteur de contrôle très inférieure à la vitesse de précession du vecteur de Bloch), on obtient la condition :

$$\dot{\Theta} \ll \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2} \longrightarrow \dot{\Omega} \ll \Delta^2 \quad (4.87)$$

On obtient une condition moins restrictive que Eq.(4.75). Cela tient au fait que, contrairement au passage adiabatique rapide, on s'intéresse à de petites excursions du vecteur de contrôle en dehors de la verticale ($\Omega \ll \Delta$). Dans ce cas, le critère d'adiabaticité exprime donc le fait que l'éloignement entre vecteurs de Bloch et de contrôle doit être plus faible que l'éloignement entre le vecteur de contrôle et l'axe vertical (donné par l'angle Ω/Δ).

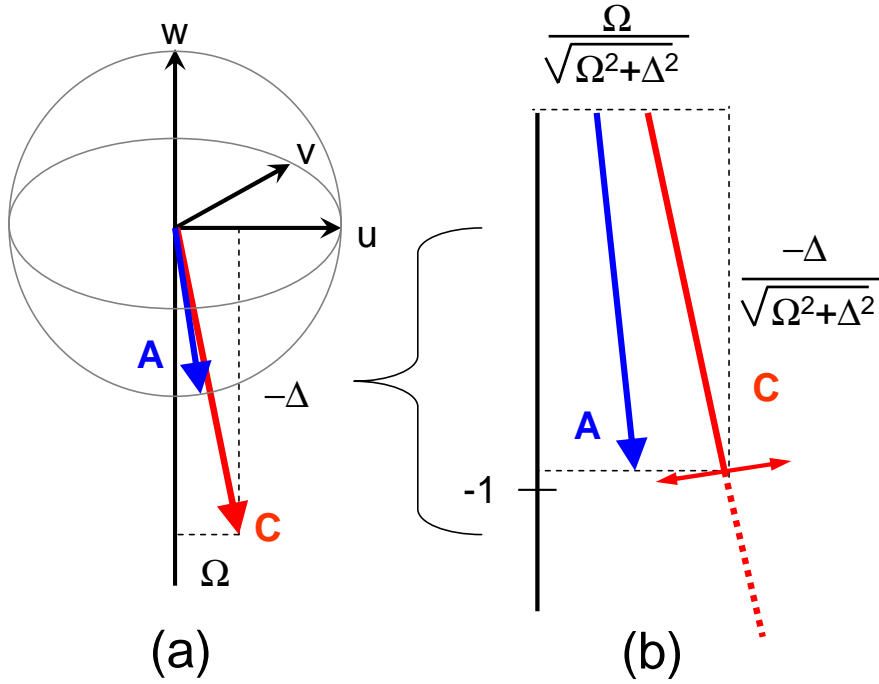


FIG. 4.5 – Représentation, sur la sphère de Bloch, du suivi adiabatique. (a) Vue générale des deux vecteur, et de la sphère de Bloch, de rayon unité. (b) Grossissement de la zone d'intérêt pour le suivi adiabatique, à proximité de $w = -1$.

La vitesse de rotation du vecteur de contrôle autour de l'axe $(0, v)$ est donnée par $\dot{\Omega}/\Delta$. La vitesse de précession du vecteur de Bloch autour du vecteur de contrôle est quant à elle donnée par Δ . Le temps de réponse du vecteur de Bloch aux mouvements du vecteur de contrôle est approximativement donnée par $1/\Delta$. Il faut donc que l'angle accumulé par le vecteur de contrôle pendant ce laps de temps ($\dot{\Omega}/\Delta^2$) soit très inférieur à l'angle entre vecteur de contrôle et axe vertical, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{1}{\Delta} \dot{\Omega} \ll \Omega \quad (4.88)$$

On retrouve donc bien, à partir d'arguments géométriques, le critère d'adiabaticité dérivé des équations de Bloch.

4.3.3 Propagation du champ électromagnétique

La réponse des atomes à l'excitation hors-résonance est maintenant établie. Il faut à présent étudier l'effet induit par les atomes sur le champ lumineux. Cette réponse est prise en compte par la densité de polarisation définie en Annexe B.3. Une fois la polarisation calculée, il faut l'injecter dans l'équation de propagation.

Densité de polarisation

Le suivi adiabatique fait apparaître le désaccord de fréquence dans l'expression du vecteur d'état (Eq.4.76). Ainsi, deux atomes désaccordés respectivement de $+\Delta$ et $-\Delta$ sont-ils en opposition de phase. De fait, les contributions de ces deux atomes dans la construction de la densité de polarisation vont se neutraliser. Il est alors nécessaire de prendre en compte les termes d'ordre supérieur (Eq.(4.74)) pour évaluer l'expression de la densité de polarisation. Le calcul rigoureux de la densité de polarisation fait en réalité intervenir l'expression de la cohérence atomique (Eq.(4.79)). La composante positive de la densité de polarisation s'exprime comme la cohérence σ_{21} intégrée sur la distribution atomique G :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}(z, t) &= -i \frac{d_{12}}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial^n}{\partial t^n} \Omega(z, t) \int G(\Delta) \left(\frac{-1}{i\Delta + 1/T_2} \right)^{n+1} d\Delta \\ &= -i \frac{d_{12}^2 G_0}{2\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial^n}{\partial t^n} A(z, t) \int \left(1 - \frac{1}{1 + (2\Delta/\Delta'_0)^2} \right) \left(\frac{-1}{i\Delta + 1/T_2} \right)^{n+1} d\Delta\end{aligned}$$

Considérons le premier terme de la cohérence, proportionnel à la pulsation de Rabi :

$$\mathcal{P}_1(z, t) = -i \frac{d_{12}^2 G_0}{2\hbar} A(z, t) \int \left(1 - \frac{1}{1 + (2\Delta/\Delta'_0)^2} \right) \left(\frac{-1}{i\Delta + 1/T_2} \right) d\Delta \quad (4.89)$$

Dans la mesure où la distribution atomique est une fonction paire, l'intégration ne conserve que les termes pairs de la cohérence, ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_1(z, t) &= -i \frac{d_{12}^2 G_0}{2\hbar} A(z, t) \int \left(1 - \frac{1}{1 + (2\Delta/\Delta'_0)^2} \right) \left(\frac{-T_2}{1 + (\Delta T_2)^2} \right) d\Delta \\ &= i \frac{\pi d_{12}^2 G_0}{\hbar} \frac{1}{T_2} \frac{1}{\Delta'_0 + 2/T_2} A(z, t)\end{aligned} \quad (4.90)$$

Examinons à présent l'effet du terme de cohérence proportionnel à la première dérivée de la pulsation de Rabi :

$$\mathcal{P}_2(z, t) = -i \frac{d_{12}^2 G_0}{2\hbar} \frac{\partial}{\partial t} A(z, t) \int \left(1 - \frac{1}{1 + (2\Delta/\Delta'_0)^2} \right) \left(\frac{-1}{i\Delta + 1/T_2} \right)^2 d\Delta \quad (4.91)$$

Toujours pour des raisons de parité, l'expression devient :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_2(z, t) &= -i \frac{d_{12}^2 G_0}{2\hbar} \frac{\partial}{\partial t} A(z, t) \int \left(1 - \frac{1}{1 + (2\Delta/\Delta'_0)^2} \right) \left(\frac{-1}{i\Delta + 1/T_2} \right)^2 d\Delta \\ &= i \frac{\pi d_{12}^2 G_0}{\hbar} \frac{\Delta'_0}{(\Delta'_0 + 2/T_2)^2} \frac{\partial}{\partial t} A(z, t)\end{aligned} \quad (4.92)$$

Les termes de la cohérence faisant intervenir les dérivées d'ordre supérieur sont négligeables, en vertu de l'Eq.(4.80). La polarisation s'exprime alors comme la somme de deux

termes, l'un directement proportionnel à l'enveloppe, et l'autre à la dérivée de l'enveloppe :

$$\mathcal{P}(z, t) = \mathcal{P}_1(z, t) + \mathcal{P}_2(z, t) = i \frac{\pi d_{12}^2 G_0}{\hbar} \left(\frac{1}{T_2} \frac{1}{\Delta'_0 + 2/T_2} A(z, t) + \frac{\Delta'_0}{(\Delta'_0 + 2/T_2)^2} \frac{\partial}{\partial t} A(z, t) \right)$$

Avec l'hypothèse d'une longue durée de cohérence ($T_2 \gg 1/\Delta'_0$, $\Delta_0 \approx \Delta'_0$), l'expression se simplifie :

$$\mathcal{P}(z, t) = i \frac{\pi d_{12}^2 G_0}{\hbar} \left(\frac{1}{\Delta_0 T_2} A(z, t) + \frac{1}{\Delta_0} \frac{\partial}{\partial t} A(z, t) \right) \quad (4.93)$$

Propagation du champ

Il faut à présent injecter l'expression de la densité de polarisation (Eq.(4.93)) dans l'équation de propagation linéarisée (Eq.(4.6)). On obtient :

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} A(z, t) = - \frac{k \pi d_{12}^2 G_0}{\epsilon_0 \hbar} \left(\frac{1}{T_2} \frac{1}{\Delta'_0 + 2/T_2} A(z, t) + \frac{\Delta'_0}{(\Delta'_0 + 2/T_2)^2} \frac{\partial}{\partial t} A(z, t) \right)$$

Soit encore, en utilisant l'Eq.(4.65), l'équation de propagation devient :

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) + \left(\frac{1}{c} + \frac{a\alpha_0}{\Delta_0} \right) \frac{\partial}{\partial t} A(z, t) = - \frac{1}{2} \alpha_0 (1 - a) A(z, t) \quad (4.94)$$

Cette expression fait apparaître clairement les rôles respectifs des polarisations \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 . \mathcal{P}_1 est le terme d'absorption, dû au fait que le trou n'est pas parfaitement transparent : la contribution de ce terme devient négligeable dès lors que $T_2 \ll 1/\Delta_0$. Le terme \mathcal{P}_2 intervient dans l'expression du "ralentissement", et permet de définir la vitesse de groupe :

$$V = \left(\frac{1}{c} + \frac{a\alpha_0}{\Delta_0} \right)^{-1} \approx \left(\frac{1}{c} + \frac{\alpha_0}{\Delta_0} \right)^{-1} \approx \frac{\Delta_0}{\alpha_0} \quad (4.95)$$

L'approximation est valable à forte densité optique et faible largeur de trou spectral. On retrouve bien l'expression donnée à partir de l'analyse spectrale de la propagation dans un fenêtré de transparence (Eq.(4.38)). Le champ s'exprime de la façon suivante :

$$A(z, t) = A(0, t - z/V) e^{-\frac{1}{2} \alpha_0 (1-a) z} \quad (4.96)$$

L'analyse temporelle de la réponse atomique et de la propagation du champ montre que le ralentissement est lié au suivi adiabatique. Il est à noter que même si l'Eq.(4.81) décrit correctement l'état atomique, elle est insuffisante pour expliquer le ralentissement de l'impulsion. Il faut en effet tenir compte des termes d'ordre supérieurs pour faire apparaître la vitesse de groupe.

Transfert d'énergie

On souhaite à présent étudier le transfert d'énergie qui accompagne le passage de l'impulsion dans l'ensemble atomique. On se place d'emblée dans un trou profond, c'est à dire que l'on peut négliger le temps de relaxation T_2 . L'énergie totale contenue dans le champ électromagnétique s'exprime comme l'intégrale dans l'espace libre :

$$W_{em} = \frac{\epsilon_0}{2} \int |A(z, t - z/c)|^2 dz = \frac{\epsilon_0}{2} c \int |A(0, t)|^2 dt \quad (4.97)$$

Au passage de l'impulsion, les atomes sont faiblement excités par effet de suivi adiabatique. A partir de l'Eq.(4.76), on peut écrire l'énergie instantané de chaque atome :

$$w_{at}(\Delta; z, t) = \frac{1}{4} \left| \frac{\Omega(z, t)}{\Delta} \right|^2 = \frac{d_{12}^2 \omega_{12}}{4\hbar} \left| \frac{A(z, t)}{\Delta} \right|^2 \quad (4.98)$$

A un instant donné, l'énergie totale contenue dans les atomes³ s'écrit :

$$\begin{aligned} W_{at} &= \int G(\Delta) w_{at}(\Delta; z, t) d\Delta dz \\ &= \frac{d_{12}^2 \omega_{12}}{4\hbar} G_0 \int \frac{1}{\Delta^2} \left(1 - \frac{1}{1 + (2\Delta/\Delta_0)^2} \right) d\Delta \int_0^L |A(z, t)|^2 dz \\ &= cV \frac{\alpha_0 \epsilon_0}{\Delta_0} \frac{1}{2} \int |A(0, t - z/V)|^2 dt \end{aligned} \quad (4.99)$$

On obtient alors, grâce aux Eq.(4.95,4.97) :

$$W_{at} = \left(1 - \frac{V}{c} \right) W_{em} \quad (4.100)$$

Pour une vitesse de groupe très faible ($V \ll c$), la quasi totalité de l'énergie de la lumière est transmise aux atomes.

Il convient de formuler la remarque suivante : à un instant donné, la (quasi) **totalité** de l'énergie est contenue dans les atomes, et l'énergie du champ approche 0, mais **toute l'énergie** est transportée par le champ au cours du temps. En effet, En intégrant l'intensité lumineuse, on a :

$$\int I(t) dt = \int |A(z, t)|^2 dt = \int |A(0, t - z/c)|^2 dt = \int |A(0, t)|^2 dt \quad (4.101)$$

qui exprime bien que l'énergie du champ lumineux à l'entrée du matériau est conservée au cours de la propagation (si le trou est parfaitement transparent). Le ralentissement est donc lié à un stockage transitoire de l'énergie par les atomes, le champ lumineux se chargeant de transmettre cette énergie entre les atomes.

³Ce calcul n'est vrai que si l'impulsion, ralentie, est suffisamment comprimée dans le milieu atomique, autrement dit, dans le cas d'une grande opacité : $\alpha_0 L \gg 1$

Avec des arguments simples, il est possible de montrer que l'énergie électromagnétique se déplace à la vitesse de phase. Suivant la démarche de Courtens [102], on écrit que l'énergie totale est donné par $(U_{em}^{in} + U_{at})VT$ (avec U_{em}^{in} et U_{at} les densités spatiales d'énergie transportée par le champ et contenue dans les atomes.) D'autre part, le flux d'énergie à travers une section perpendiculaire à l'axe de propagation est uniquement lié au champ électromagnétique. Avec la définition de la vitesse de groupe donnée par l'Eq.(4.95), on conclut que l'énergie électromagnétique se déplace à la vitesse c , qui correspond dans notre analyse à la vitesse de phase.

Le transfert d'énergie est intimement lié au ralentissement. Dans le cas de la T.E.I, le transfert d'énergie se fait grâce au champ de contrôle [103]. Lors de l'entrée de l'impulsion sonde dans le matériau, le champ de couplage ponctionne le surplus d'énergie, pour le restituer au moment de la sortie du faisceau sonde. On retrouve bien l'Eq.(4.2.4) obtenue grâce à la susceptibilité linéaire, qui correspond à une description macroscopique de la propagation.

4.3.4 Cas d'une simple raie d'absorption

Le ralentissement dans un trou spectral est dû à l'excitation non résonante des atomes. Si une impulsion lumineuse est couplée à une raie d'absorption, alors on peut supposer qu'elle sera également ralentie. Il est donc possible d'obtenir un ralentissement en excitant un groupe d'atomes de même fréquence de résonance $\omega_{12}/(2\pi)$, avec un désaccord Δ (voir Fig.(4.6)). Le coefficient d'absorption est donné par :

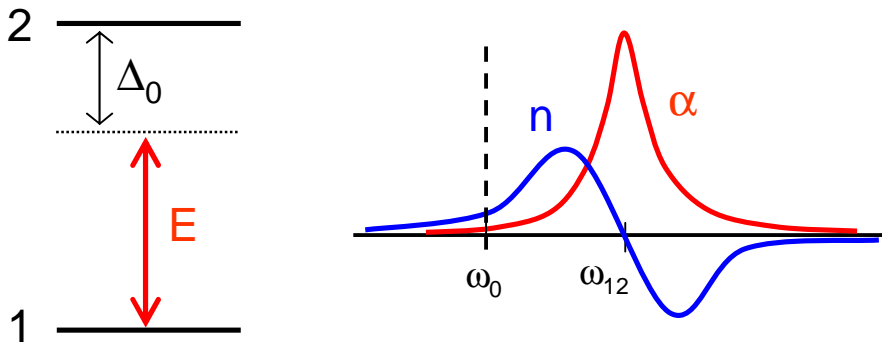


FIG. 4.6 – Cas d'un faisceau excitant une raie d'absorption. La pulsation centrale de la raie est notée ω_{12} . ω_0 est la pulsation centrale de l'impulsion. En rouge est représenté le coefficient d'absorption, et en bleu l'indice de réfraction.

$$\alpha(\omega) = \alpha_0 \frac{1}{1 + ((\omega - \omega_{12})T_2)^2} \quad (4.102)$$

où $\alpha_0 = N\mu_{12}^2\omega_{12}/2\hbar\epsilon_0cT_2$, avec N le nombre d'atomes. L'absorption est caractérisée par une fonction lorentzienne de largeur à mi hauteur $2/T_2$. L'application des relations de dispersion permet de calculer l'indice de réfraction :

$$n(\omega) = -\frac{\alpha_0c}{2\omega_0} \frac{(\omega - \omega_{12})T_2}{1 + ((\omega - \omega_{12})T_2)^2} \quad (4.103)$$

ainsi que l'indice de groupe :

$$n_g(\omega) = n(\omega) - \frac{\alpha_0cT_2}{2} \frac{1 - ((\omega - \omega_{12})T_2)^2}{(1 + ((\omega - \omega_{12})T_2)^2)^2} \quad (4.104)$$

On considère une impulsion dont le spectre est centré en ω_0 . On souhaite éviter l'absorption du signal, on impose donc $|\omega_0 - \omega_{12}|T_2 = |\Delta_0|T_2 \gg 1$. L'absorption à la pulsation ω_0 est donnée par :

$$\alpha(\omega_0)L \approx \frac{\alpha_0L}{(\Delta_0T_2)^2} \quad (4.105)$$

On impose $\alpha(\omega_0)L < 1$. Autour de la pulsation ω_0 , l'indice de groupe admet le développement (en négligeant l'indice de réfraction) :

$$n_g(\omega_0 + \Omega) \approx \frac{\alpha_0c}{2T_2} \frac{1}{\Delta_0^2} + \frac{\alpha_0c}{2T_2} \frac{1}{\Delta_0^3} \Omega \quad (4.106)$$

Le retard de la composante spectrale centrale à la traversée du matériau est ainsi donné par :

$$\tau = \frac{\alpha_0L}{2T_2\Delta_0^2} = \frac{\alpha(\omega_0)LT_2}{2} < \frac{T_2}{2} \quad (4.107)$$

Le retard maximal est ainsi fixé par le temps de décohérence, et ne peut donc pas être modifié. Pour augmenter le retard relatif, on ne peut agir que sur la durée de l'impulsion, pour un retard fixé. Cependant, les composantes spectrales les plus éloignées ($1/T$) subissent un retard différent, conduisant à un élargissement de l'impulsion :

$$\Delta\tau \approx 2 \left(\frac{\alpha_0L}{2T_2} \frac{1}{\Delta_0^3} \frac{1}{T} \right) = 2 \frac{\tau}{\Delta_0 T} \quad (4.108)$$

On impose comme étirement maximal de l'impulsion la moitié de sa durée. On doit donc respecter :

$$\tau = 2\Delta_0 T^2 \quad (4.109)$$

Diminuer la durée de l'impulsion implique d'augmenter l'écart à résonance Δ_0 en $1/T^2$. Hors, augmenter l'écart à résonance nécessite, pour maintenir un retard constant, d'augmenter l'absorption dans des proportions $1/T^4$. Pour les paramètres suivants :

$$\frac{\tau}{T_2} = \frac{1}{4} \quad (4.110)$$

$$2 \frac{\tau}{\Delta_0 T^2} = \frac{1}{2} \quad (4.111)$$

on obtient une opacité $\alpha_0 L = 10370$. L'opacité requise est donc très élevée. On note d'autre part que $\alpha(\omega_0)L \approx 1/2$: l'absorption ne peut pas être négligée.

Une raie d'absorption n'est donc pas une alternative convaincante au trou spectral, et ne permet pas d'obtenir un retard élevé sans absorption.

4.4 Expérience de lumière lente dans le TmYAG

On souhaite à présent faire la démonstration du ralentissement de la lumière dans un trou spectral. Les ions de terre rare présentent des propriétés très bien adaptées à ce type d'expérience. Le creusement du trou spectral tire profit de la très longue durée de vie des sous niveaux fondamentaux, mais aussi de l'immobilité des atomes. Nos expériences se déroulent dans l'ion Thulium.

4.4.1 Dispositif expérimental

Le dispositif est illustré sur la Fig.(4.7).

L'excitation lumineuse se fait grâce à une diode laser à 793 nm, en cavité étendue, fermée par un réseau en configuration de Littrow. Cette diode est asservie sur une cavité Fabry-Pérot de haute finesse, grâce à une boucle Pound Drever Hall. La correction sur le signal est effectué par un cristal électro-optique intra cavité. La stabilité obtenue est de 250 Hz sur 10 ms [36]. Le faisceau passe ensuite dans un amplificateur à semiconducteur, permettant d'obtenir une puissance comprise entre 75 et 400 mW.

La génération des impulsions se fait par diffraction acousto-optique. Les modulateurs sont utilisés en configuration de Bragg. Ils permettent une modulation en amplitude et en phase. Le montage utilise deux modulateurs acousto-optiques en double passage. Les faisceaux de sortie sont dans le même mode spatial, ce qui permet de les injecter dans la même fibre optique. Les modulateurs sont pilotés par un générateur de formes arbitraires, avec un taux d'échantillonnage de 600 MHz.

En sortie de fibre, le faisceau est focalisé sur le cristal, avec un diamètre de 100 μm . Après passage dans le cristal, le faisceau passe dans un défecteur acousto-optique, et est ensuite collecté sur une photodiode à avalanche.

Nos expériences se déroulent à basse température. On utilise pour cela un cryostat à bain d'hélium liquide, permettant de maintenir l'échantillon à une température minimale de 1.6 K grâce à un flux statique de gaz. C'est à 1.6 K que toutes nos expériences ont été réalisées. Deux bobines supraconductrices sont plongées dans les réservoirs d'hélium liquide, et permettent d'obtenir un champ magnétique ajustable jusqu'à 6 T, perpendiculaire à l'axe de propagation de la lumière.

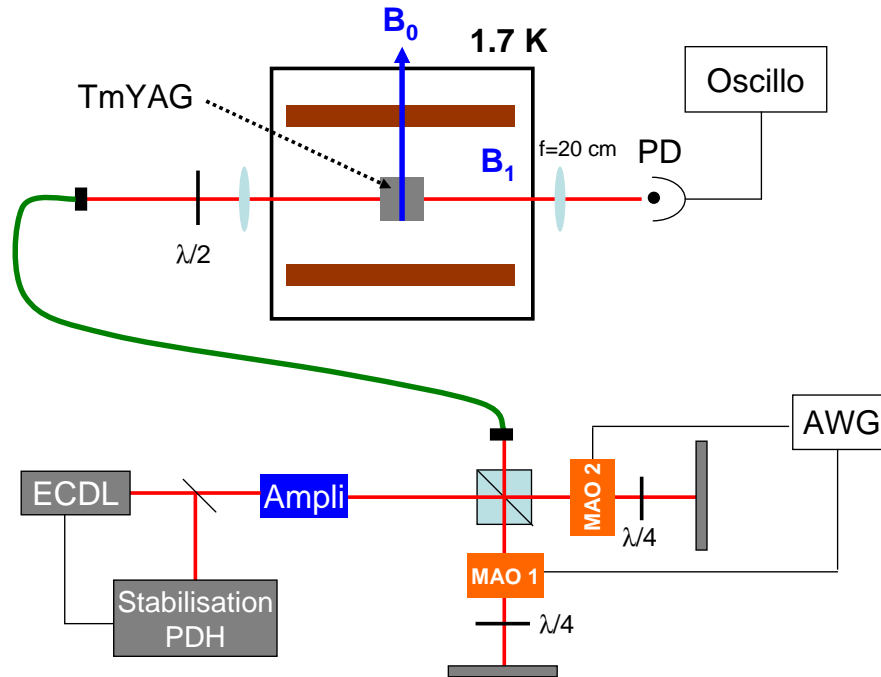


FIG. 4.7 – Dispositif expérimental utilisé pour le ralentissement dans TmYAG. Acronymes utilisés : ECDL pour diode laser en cavité étendue, MAO pour modulateur acousto-optique, AWG pour générateur de forme arbitraire et PD pour photodiode. Après passage dans les modulateurs acousto-optiques, le faisceau est injecté dans une fibre permettant un filtrage spatial. le faisceau est focalisé sur l'échantillon grâce à une lentille de 20 cm de focale. Le rayon du faisceau dans le cristal est d'environ $100\mu\text{m}$. \mathbf{B}_0 est le champ magnétique statique.

Le cristal utilisé a été fabriqué par Scientific materials, et est dopé à 0.5 %. Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires à l'axe $[1\bar{1}0]$ du cristal. Les autres faces du cristal sont perpendiculaires aux axes $[110]$ et $[001]$.

4.4.2 Fenêtre de transparence

4.4.3 Creusement de trou spectral

La structure en quatre niveaux du TmYAG, combinée à un élargissement inhomogène optique plus grand que l'écart hyperfin, conduit à une structure complexe du profil d'absorption. On peut néanmoins montrer que le système est équivalent à un système composé de deux sous niveaux hyperfins, entre lesquels une cohérence Raman (aussi appelée nucléaire, hyperfine,...) est créée et manipulée par le champ magnétique radio-fréquence, et d'un niveau excité relié optiquement à l'un des deux sous-niveaux.

La Fig.(4.8)(a) montre le principe du pompage optique. On suppose que le laser de

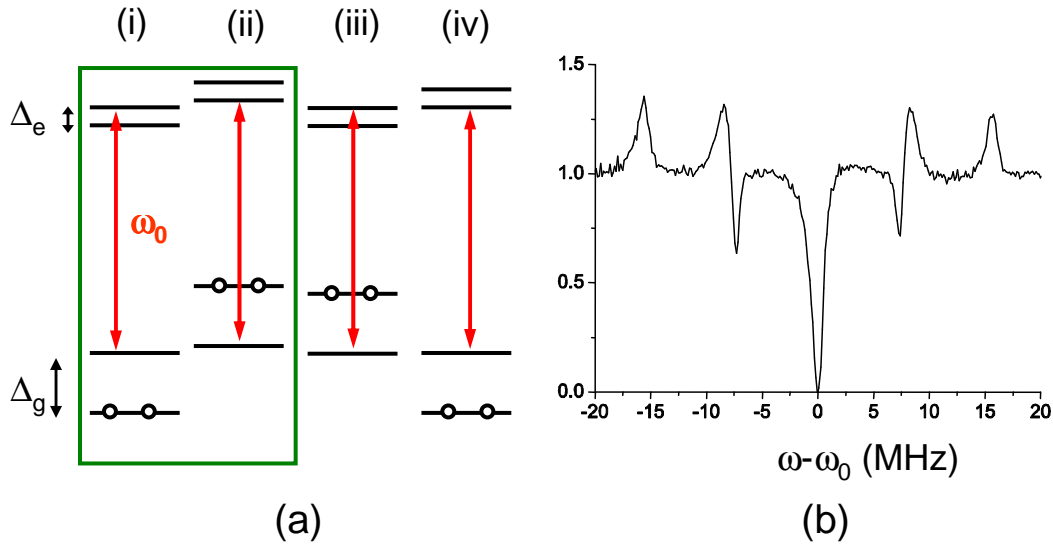


FIG. 4.8 – Pompage optique dans TmYAG. (a) Schéma des quatre niveaux électroniques de Tm :YAG. Sous l’effet d’un laser de pompage, les populations des niveaux fondamentaux (initialement égales) sont déséquilibrées. Un pompage optique efficace vide complètement un des deux sous niveaux fondamentaux. L’élargissement inhomogène fait que quatre classes d’atomes sont résonantes avec le laser. Les atomes encadrés en vert sont ceux pour lesquels le laser de pompage est couplé à la transition forte. (b) Coefficient d’absorption après pompage optique, en unité arbitraire.

Le pompage est monochromatique de pulsation ω_0 . La durée de vie des sous niveaux hyperfins fondamentaux est supérieure à la seconde. Le processus de relaxation des niveaux excités vers les niveaux fondamentaux est de quelques ms [104]. Le pompage optique est donc extrêmement efficace. En raison de l’élargissement inhomogène, un faisceau de pulsation ω_0 n’excite pas la même transition sur tous les atomes. Le couplage du laser avec les atomes est plus ou moins efficace selon qu’une transition “forte” ou “faible” est mise en jeu, ce qui donne différentes valeurs possibles pour la fréquence de Rabi. Néanmoins, même dans le cas d’un couplage avec une transition faible, le pompage optique reste efficace. Tous les atomes résonants avec le laser de pompage voient un de leurs sous niveaux fondamentaux dépeuplé.

Lorsqu’un faisceau sonde vient se coupler aux atomes, l’absorption dépend de la population des sous-niveaux fondamentaux. L’absorption est alors fonction de la fréquence. En effet, pour le premier atome présenté sur la Fig.(4.8)(a), l’absorption sera minimale autour de ω_0 . Elle sera en revanche maximale autour de $\omega_0 + \Delta_g$. A cause du deuxième niveau excité, l’absorption sera à nouveau minimale à $\omega_0 - \Delta_e$, et maximale à $\omega_0 + \Delta_g - \Delta_e$. Le deuxième atome de la Fig.(4.8)(a), en revanche, sera transparent à ω_0 et à $\omega_0 + \Delta_e$, mais

absorbant à $\omega_0 - \Delta_g$ et $\omega_0 - \Delta_g + \Delta_e$. L'ensemble des quatre classes d'atomes résonants à ω_0 entraîne que chaque pic de transmission ou d'absorption a son symétrique par rapport à ω_0 . Sur la Fig.(4.8)(b), le coefficient d'absorption après pompage optique est représenté. Il est déduit de l'absorption d'un faisceau sonde de faible intensité.

Il faut aussi considérer, pour le faisceau de lecture, le couplage avec une transition forte ou faible. Avec l'orientation choisie pour le champ magnétique, le rapport de branchement est de 0,13. Cela signifie que pour les atomes (i) et (ii) de la Fig.(4.8)(a), le coefficient d'absorption est $(0,13)^{-1}$ fois plus important sur la transition ω_0 que pour les atomes (iii) et (iv). Ces deux derniers systèmes peuvent donc être raisonnablement négligés.

Augmentation de l'absorption

Le ralentissement d'une impulsion à travers un trou est d'autant plus important que le trou est profond. Par pompage optique, il est possible d'augmenter l'absorption : cela correspond à la création d'anti-trous dans le spectre de creusement de trou évoqué plus haut. L'idée est donc de créer un anti trou centré en ω_0 , puis de creuser à l'intérieur de cet antitrou un trou plus étroit. Pour réaliser cette opération, il faut pomper à $\omega_0 + \Delta_g$ et $\omega_0 - \Delta_g$. La séquence des impulsions lumineuses utilisées pour cette expérience est donnée sur la Fig.(4.9). Le pompage optique consiste traditionnellement à illuminer l'échantillon avec un laser continu. C'est ce que réalise le modulateurs acousto-optique 1 (voir Fig.(4.9(a))) à la pulsation ω_0 . Pour réaliser l'anti-trou, l'autre modulateur est mis à contribution. Le pompage optique réalisé à $\omega_0 \pm \Delta_g$ doit être spectralement large. Pour satisfaire cette condition, le faisceau est balayé autour de $\omega_0 \pm \Delta_g$ sur un intervalle de 2 MHz. L'utilisation des modulateurs en configuration de double passage interdit la génération simultanée de plusieurs fréquences. Dans la séquence mise en oeuvre, le modulateur 1 (voir Fig.(4.9)) alterne l'excitation autour de $\omega_0 + \Delta_g$ et $\omega_0 - \Delta_g$. La Fig.(4.9)(b) montre l'augmentation d'absorption en présence ou non de repompage.

4.4.4 Ralentissement d'une impulsion lumineuse

La séquence de creusement de trou décrite précédemment permet d'obtenir des trous spectraux de largeurs variables (par ajustement de la puissance de pompage) et de profondeur variable (grâce au repompage aux pulsations $\omega_0 \pm \Delta_g$). On s'intéresse maintenant à la propagation d'une impulsion à travers ce trou spectral. On choisit une impulsion de profil temporel gaussien. La mesure la plus simple est celle du retard subi par l'impulsion à son passage dans le trou spectral. Il faut donc une référence. Pour obtenir cette référence, on creuse un trou très large de 10 MHz. On observe le ralentissement d'une impulsion à travers plusieurs trous, de différentes largeurs (voir Fig.(4.10)). Le retard maximal observé

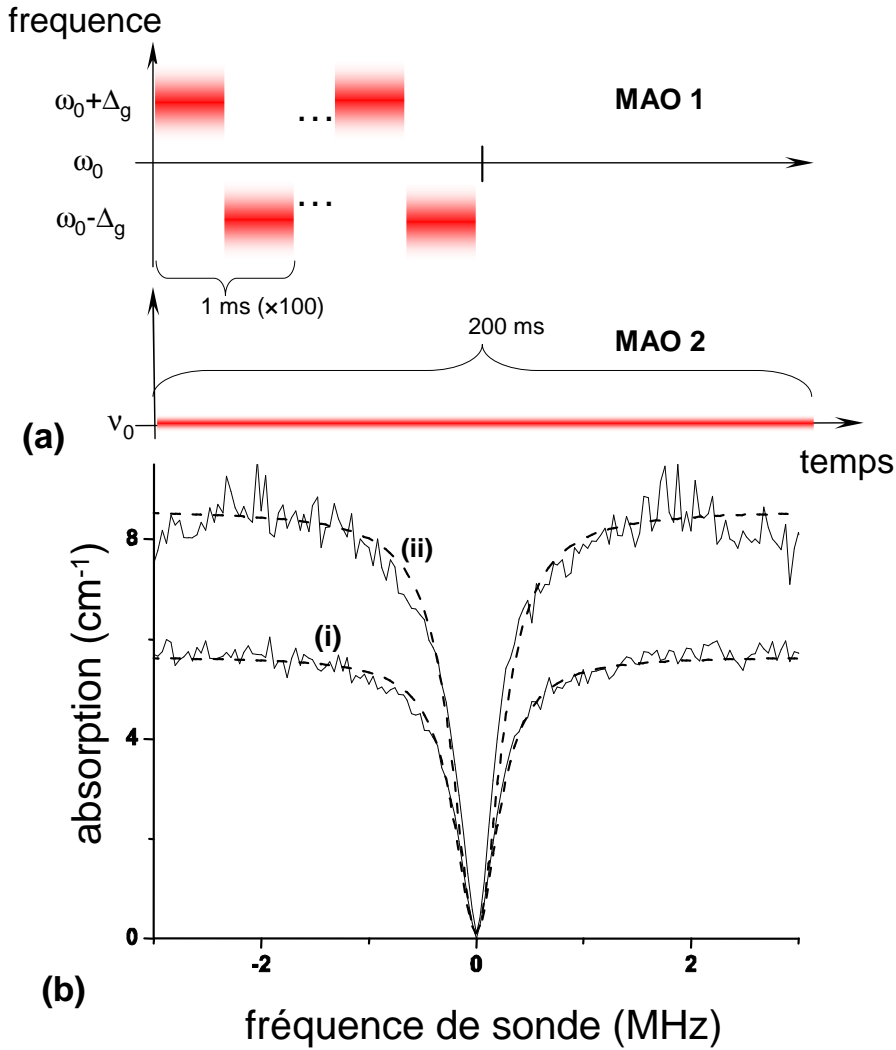


FIG. 4.9 – (a) Séquence d’excitation lumineuse pour le creusement de trou spectral. MOA désigne un modulateur acousto optique. MOA1 est dédié au pompage optique à $\omega_0 \pm \Delta_g$. MOA2 permet de creuser le trou à ω_0 . (b) Trou spectral : (i) sans repompage, (ii) avec repompage, augmentation de la densité optique autour du trou.

est de $2 \mu\text{s}$. Cela correspond, avec notre cristal de 5 mm de long, à une vitesse de groupe de 2500 ms^{-1} .

Pour un trou spectral suffisamment étroit et profond, le retard s’exprime simplement comme :

$$\tau = \frac{\alpha_0 L}{\Delta_0} \quad (4.112)$$

On souhaite vérifier expérimentalement cette loi. Comme le montre la Fig.(4.11), l’accord entre théorie et expérience est excellent.

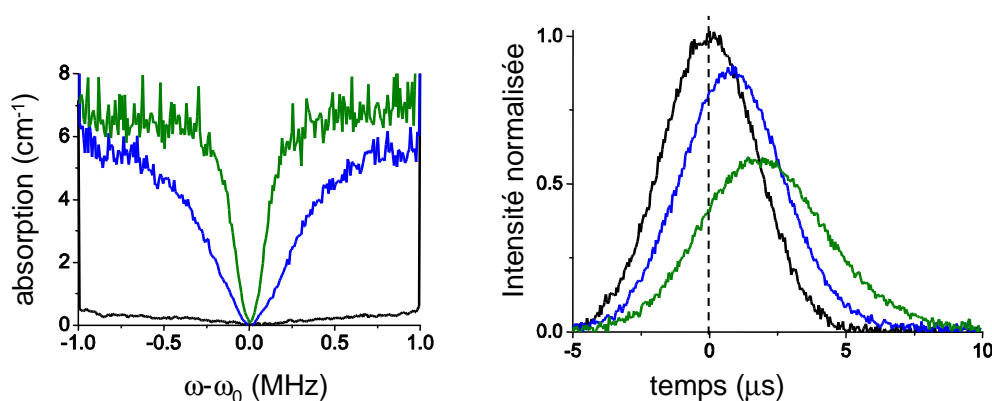


FIG. 4.10 – (a) Trous obtenus par pompage optique, de largeur à mi-hauteur : 10 MHz (noir), 560 kHz (bleu) et 200 kHz (vert). (b) Observation du retard d’une impulsion gaussienne après propagation à travers les trous.

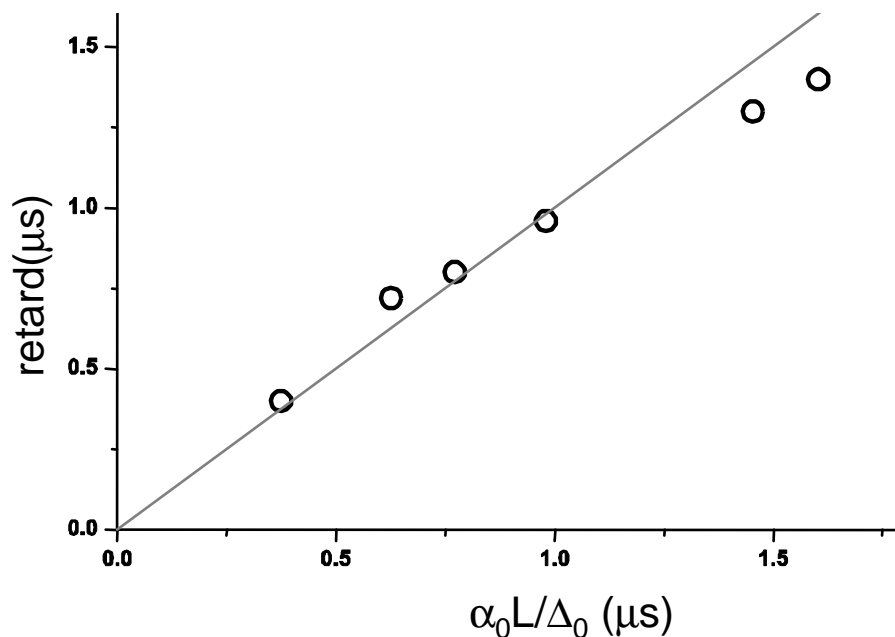


FIG. 4.11 – Retard observé expérimentalement pour différents trous spectraux.

4.5 Conclusion

L’étude théorique de la propagation d’une impulsion lumineuse dans un trou spectral a permis de lier le ralentissement au phénomène de suivi adiabatique. Il a également été montré que le ralentissement s’accompagne d’un transfert quasi total d’énergie vers les atomes. La propagation de l’impulsion dans l’ensemble atomique est accompagné de l’excitation atomique adiabatique, qui peut s’exprimer à l’ordre le plus bas comme :

$$|\Psi\rangle \approx |1\rangle + \frac{\Omega}{2\Delta} |2\rangle \quad (4.113)$$

L'impulsion quitte néanmoins le matériau sans perte d'énergie ou altération. Le phénomène de propagation lente est un phénomène auto-entretenu, qui ne nécessite pas de contrôle extérieur (comme le champ de couplage en T.E.I.)

On a réalisé des expériences dans le cristal TmYAG, utilisant une technique de repompage permettant d'augmenter la densité optique. La vitesse minimale observée est de 2500 ms^{-1} . On a par ailleurs montré que la vitesse de l'impulsion suit bien la loi :

$$V = \frac{\Delta_0}{\alpha_0} \quad (4.114)$$

Le ralentissement ne constitue pas une mémoire, car deux problèmes se posent :

- La durée de mémorisation n'est pas modifiable ;
- On ne peut pas obtenir des retards (qui serait ici la durée de mémorisation) trop importants, l'opacité d'un matériau étant limitée ;

Dans le chapitre suivant, on va montrer que le ralentissement dans un trou spectral peut être mis à profit pour piéger l'information dans les atomes.

Chapitre 5

Arrêter la lumière dans un trou spectral

Les conséquences du ralentissement d'une impulsion lumineuse dans un ensemble atomique ont été étudiées dans le chapitre précédent. L'excitation non résonante des atomes permet de les mettre dans une superposition d'état dont l'amplitude de probabilité est directement liée à l'amplitude du champ excitateur : c'est le principe du suivi adiabatique. Cette excitation explique le transfert quasi total d'énergie vers les atomes, mais aussi la contraction de l'enveloppe spatiale du champ. Ainsi, la lumière est accompagnée d'une onde de matière, dont l'enveloppe reproduit celle du champ, à l'échelle V/c , où V est la vitesse de groupe.

La vitesse de groupe est déterminée par la morphologie du trou spectral (profondeur et largeur), qu'il est impossible de modifier au cours de la propagation. C'est une grande différence avec la transparence électromagnétiquement induite (TEI), où le ralentissement est déterminé par l'application d'un champ de contrôle. Dès lors, on peut imaginer agir sur le champ de contrôle pour réduire la vitesse de groupe à une vitesse nulle, et ainsi arrêter la lumière. La notion de lumière arrêtée prête à confusion, car l'information, en TEI, est portée par les cohérences Raman, et réduire la vitesse de groupe à une valeur nulle signifie supprimer complètement la présence du champ électromagnétique dans l'ensemble atomique.

La proposition formulée dans ce travail de thèse repose aussi sur la mémorisation sous forme de cohérence Raman de longue durée de vie. La conversion des cohérences optiques vers les cohérences Raman est effectuée par des impulsions Π , comme cela a été proposé pour l'élargissement inhomogène réversible [31], ou encore le peigne atomique [19]. L'information est alors enregistrée sous forme spatiale dans les cohérences Raman, comme dans le cas de la TEI.

5.1 Mémoire par trou spectral : principe

Arrêter la lumière ?

La vitesse de la lumière dans un trou spectral est déterminée par les caractéristiques du trou, qu'il n'est pas possible de modifier lors de la propagation de l'impulsion. On ne peut donc pas réduire cette vitesse. Rappelons que dans le matériau, l'essentiel de l'énergie et de l'information est portée par les atomes. Néanmoins, c'est le champ électromagnétique qui "dicte" aux atomes leur état, en particulier les phase d'absorption et de réémission de la lumière. La propagation est un phénomène auto-entretenu : le début de l'impulsion excite les atomes, qui prennent l'énergie du champ, alors que la queue de l'impulsion ramène les atomes dans leur état fondamental, qui réémettent l'énergie qu'ils avaient accumulé. On souhaiterait, bien entendu, que ce phénomène puisse s'arrêter à la demande. L'idée proposée est de découpler l'onde de matière (les dipôles créés par la lumière) de l'onde lumineuse. Sans lumière, l'onde de matière est figée. Pour cela, on peut convertir les dipôles électriques en dipôles magnétiques. La question de savoir si la conversion réciproque permet de réémettre une impulsion aux mêmes propriétés que l'impulsion incidente sera traitée dans le chapitre suivant. On dit qu'on a arrêté la lumière.

L'expression "lumière arrêtée" est discutable, tout comme celle de lumière lente. En effet, c'est l'onde de matière qui se déplace à la vitesse de groupe dans le matériau. La lumière, elle, se déplace à la vitesse de phase, et c'est son enveloppe qui se déplace à la vitesse de groupe. Mais si on considère l'information contenue par l'impulsion lumineuse à son entrée dans le matériau, alors, cette information se déplace effectivement à la vitesse de groupe, et est donc bien ralentie.

Étapes du protocole

Le principe du protocole de mémoire par trou spectral est illustré sur la figure 5.1. Il implique un système en Λ formé par les états 1, 2 et 3. Un niveau fondamental supplémentaire (noté *aux*) est nécessaire pour effectuer le pompage optique. Le protocole complet est composé des étapes suivantes :

1. Creusement du trou spectral par pompage optique (non représenté sur le chronogramme de la figure 5.1), sur la transition 1-2, autour de la pulsation ω_0 . Le niveau 3 doit également être vidé. Le niveau *aux* sert de niveau de stockage.
2. L'impulsion sonde à mémoriser est envoyée sur la transition 1-2, à résonance avec le trou. La propagation dans le trou entraîne l'excitation non-résonante des atomes sur la transition 1-2, et donc le ralentissement et la compression de l'impulsion.
3. Pour une opacité suffisamment élevée, toute l'impulsion est contenue dans le matériau. Une impulsion π est envoyée sur la transition 2-3, et convertit la cohérence

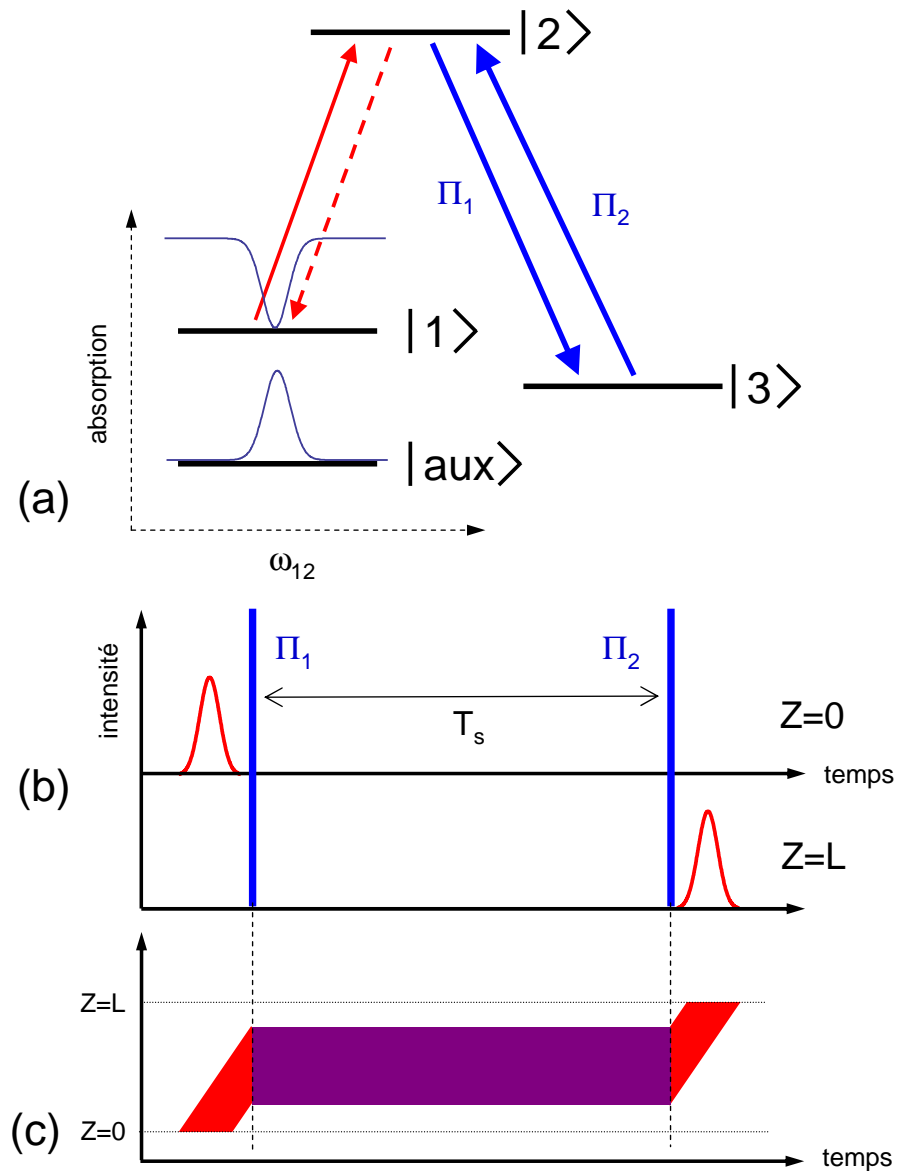


FIG. 5.1 – Protocole de lumière arrêtée dans un trou spectral. (a) Schéma des niveaux impliqués. Le système en Λ est constitué des niveaux 1, 2 et 3. (b) Séquence temporelle des impulsions lumineuses. Sur la face d'entrée du cristal ($Z = 0$), l'application de la première impulsion Π s'effectue alors que l'impulsion à enregistrer a pénétré dans le cristal. L'impulsion quitte la face de sortie ($Z = L$) après application de la seconde impulsion Π . L'étape de gravure du trou spectral n'y est pas représentée. (c) Propagation de l'excitation atomique dans le cristal, limitée par $z = 0$ et $z = L$. La surface rouge (mauve) représente l'excitation atomique sous forme de cohérence optique (nucléaire). La propagation de l'impulsion est interrompue par l'application de la première impulsion Π , qui convertit les cohérences optiques en cohérences Raman. L'information est alors contenue dans les cohérences Raman, et est immobilisée. La seconde impulsion Π restaure les cohérences optiques, qui rayonnent et permettent la reconstruction du champ incident.

optique en cohérence de spin :

$$\sigma_{21} \rightarrow \sigma_{13} \quad (5.1)$$

L'information est transférée vers les cohérences de spin. On suppose qu'elles n'induisent pas de déphasage (pas d'élargissement inhomogène), et que leur durée de vie est grande comparée à la durée de mémorisation. Il reste dans l'échantillon le champ électromagnétique, privé de la densité de polarisation. Ce champ transporte très peu d'énergie (cette énergie est réduite d'un facteur V/c , par rapport à ce qu'elle était lors de l'entrée de l'impulsion dans l'échantillon.) Son effet sur les atomes est donc négligeable.

4. Après un temps de stockage T_s , une autre impulsion Π est appliquée sur la transition 2-3, et convertit la cohérence de spin en cohérence optique.

$$\sigma_{13} \rightarrow \sigma_{21} \quad (5.2)$$

Cette cohérence optique évolue d'abord librement, rayonnant dans la même direction que le champ signal incident (à cause du facteur de phase $e^{i\omega_0 z/c}$ imprimé par l'impulsion initiale.) Cela correspond à un rayonnement de précession libre. Ce rayonnement est très vite détruit par déphasage relatif des dipôles. Néanmoins, parce qu'il se propage dans un trou spectral, ce rayonnement est en mesure de forcer les dipôles à rester en phase. Le champ réémis retrouve donc les caractéristiques temporelles du champ incident.

Le protocole est basée sur la conversion de cohérences optiques en cohérence de spin, de plus longue durée de vie.

5.2 Equations du champ reconstruit

Dans cette section, c'est la reconstruction du champ après application de la deuxième impulsion Π qui nous intéresse. On suppose que le seul effet des deux impulsions Π est de supprimer le champ électromagnétique. Il n'y a pas de déphasage induit par la cohérence de spin. On peut donc faire l'hypothèse que les deux impulsions sont appliquées simultanément, à l'instant $t = 0$. On note dans la suite $A_{-(+)}$ l'enveloppe du champ avant (après) application des deux impulsions Π .

5.2.1 Conditions initiales

Les cohérences retrouvent après application de la seconde impulsion Π la valeur qu'elles avaient à l'instant d'application de la première impulsion Π . On a donc :

$$\sigma_{21}(z, t = 0) = i \frac{d_{12}}{2\hbar} \int_{-\infty}^0 A_{-}(z, t') e^{(i\Delta + \frac{1}{T_2})t'} dt' \quad (5.3)$$

Dans les conditions idéales de lumière lente, le temps de relaxation peut être négligé. On a d'autre part $A_-(z,t) = A_-(0,t-z/V)$. Le retard à la traversée du matériau est donné par $\alpha_0 L/\Delta_0$. L'instant optimal de stockage est donc $\alpha_0 L/(2\Delta_0)$ après l'entrée de l'impulsion (plus exactement de son centre) dans le matériau.

Lors de l'application de la première impulsion Π , le champ électromagnétique, qui ne transporte (presque) pas d'énergie, est brusquement privé de l'onde de polarisation qui l'accompagne. Ce champ, à lui seul, a un effet négligeable sur les atomes. Lors de l'application de la seconde impulsion Π , on peut donc supposer que le champ est nul :

$$A_+(z, t = 0) = 0 \quad (5.4)$$

Les Eq.(5.3) et (5.4) constituent les conditions initiales du système. On fait d'autre part l'hypothèse que tout le processus de reconstruction s'effectue sur un temps plus court que le temps de décohérence T_2 , qui pourra donc être négligé dans la suite.

5.2.2 Evolution des dipôles atomiques

L'équation d'évolution des cohérences s'écrit :

$$\dot{\sigma}_{21}(z, t) = i\frac{d_{12}}{2\hbar}A_+(z, t) - i\Delta\sigma_{21}(z, t) \quad (5.5)$$

dont la solution s'écrit :

$$\sigma_{21}(z, t) = \sigma_{21}(z, 0)\Theta(t)e^{-i\Delta t} + i\frac{d_{12}}{2\hbar}\int_0^t A_+(z, t')e^{-i\Delta(t-t')}dt' \quad (5.6)$$

où Θ est la fonction de Heaviside, qui assure que la cohérence est nulle pour $t < 0$. Compte tenu de l'Eq.(5.3), on peut encore écrire :

$$\sigma_{21}(z, t) = i\frac{d_{12}}{2\hbar}\left[\int_{-\infty}^0 A_-(z, t')\Theta(t)e^{-i\Delta(t-t')}dt' + \int_0^t A_+(z, t')e^{-i\Delta(t-t')}dt'\right] \quad (5.7)$$

On peut distinguer deux termes dans l'expression de la cohérence. Le terme de précession libre (noté libre) et le terme de réaction (noté reac) à l'excitation lumineuse :

$$\sigma_{21}^{libre}(z, t) = i\frac{d_{12}}{2\hbar}\int_{-\infty}^0 A_-(z, t')\Theta(t)e^{-i\Delta(t-t')}dt' \quad (5.8)$$

$$\sigma_{21}^{reac}(z, t) = i\frac{d_{12}}{2\hbar}\int_0^t A_+(z, t')e^{-i\Delta(t-t')}dt' \quad (5.9)$$

5.2.3 Densité de polarisation

La densité de polarisation associée à la cohérence est de la forme :

$$i\frac{k}{\epsilon_0}\mathcal{P}(z, t) = i\frac{kd_{12}}{\epsilon_0}\int G(\Delta)\sigma(\Delta; z, t)d\Delta$$

On peut distinguer la densité de polarisation libre et la densité de polarisation de réaction :

$$\begin{aligned} i\frac{k}{\epsilon_0}\mathcal{P}^{libre}(z,t) &= -\alpha_0\Theta(t)\int_{-\infty}^0 A_-(z,t')dt' \int \frac{1}{2\pi G_0}G(\Delta)e^{-i\Delta(t-t')}d\Delta \\ i\frac{k}{\epsilon_0}\mathcal{P}^{reac}(z,t) &= -\alpha_0\int_0^t A_+(z,t')dt' \int \frac{1}{2\pi G_0}G(\Delta)e^{-i\Delta(t-t')}d\Delta \end{aligned}$$

On a utilisé le coefficient d'absorption $\alpha_0 = \pi G_0 d_{12}^2 k / (\epsilon_0 \hbar)$. On introduit la fonction réponse temporelle g définie par :

$$g(t) = \frac{1}{2\pi G_0} \int G(\Delta)e^{-i\Delta t}d\Delta \quad (5.10)$$

qui permet d'écrire la polarisation sous la forme :

$$i\frac{k}{\epsilon_0}\mathcal{P}^{libre}(z,t) = -\Theta(t)\alpha_0 \int_{-\infty}^0 A_-(z,t')g(t-t')dt' \quad (5.11)$$

$$i\frac{k}{\epsilon_0}\mathcal{P}^{reac}(z,t) = -\alpha_0 \int_0^t A_+(z,t')g(t-t')dt' \quad (5.12)$$

5.2.4 Propagation du champ reconstruit

On s'intéresse à l'équation de propagation pour le champ A_+ . Le champ incident a imprimé dans les cohérences optiques un facteur de phase spatial de la forme e^{ikz} , que la conversion Raman a conservé. Ce facteur de phase entraîne que le champ est réémis dans la même direction que le champ incident. On peut donc traiter problème avec des quantités scalaires. Avec l'approximation de l'enveloppe lentement variable, l'équation de propagation s'écrit :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)A_+(z,t) - i\frac{k}{\epsilon_0}\mathcal{P}^{reac}(z,t) = i\frac{k}{\epsilon_0}\mathcal{P}^{libre}(z,t) \quad (5.13)$$

En utilisant les Eq.(5.11) et Eq.(5.12), on écrit l'équation de propagation dans le domaine temporel :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)A_+(z,t) + \underbrace{\alpha_0 \int_0^t A_+(z,t')g(t-t')dt'}_{\text{réaction}} = \underbrace{-\alpha_0\Theta(t) \int_{-\infty}^0 A_-(z,t')g(t-t')dt'}_{\text{précession libre}} \quad (5.14)$$

Il y a deux sources pour le rayonnement. Le terme de précession libre, qui est dû à la précession des dipôles atomiques à leur fréquence propre, et dont la valeur dépend du champ incident, et le terme de réaction du milieu, qui est responsable, entre autres, de la vitesse de groupe.

5.2.5 Réponse du milieu

Dans la référence [20], on a étudié la reconstruction du champ dans un trou de forme gaussienne, avec prise en compte du temps de décohérence. On conserve néanmoins ici la forme lorentzienne de la distribution atomique, qui nous a servi de fil conducteur pour le ralentissement de la lumière :

$$G(\Omega) = G_0 \left(1 - \frac{1}{1 + (2\Omega/\Delta_0)^2} \right) \quad (5.15)$$

On trouve donc pour cette géométrie :

$$g(t) = \delta(t) - \frac{\Delta_0}{4} e^{-\Delta_0|t|/2} \quad (5.16)$$

et on ne tient pas compte du temps de relaxation, qui joue dans ce processus un rôle mineur, et a l'inconvénient d'alourdir les équations.

5.3 Mécanismes de reconstruction

Le problème de la reconstruction du champ est complexe dans la mesure où on s'intéresse à un problème dépendant à la fois de l'espace et du temps, mais aussi de la fréquence de résonance des atomes. Dans cette section, on ne cherche pas une solution analytique, mais plutôt à répondre à plusieurs questions :

- Comment est déclenchée la réémission du champ ?
- Les atomes responsables de la réémission rayonnent à leur fréquence propre, mais le spectre du champ réémis est centré sur le trou, exactement là où la densité d'atome est nulle. Comment expliquer que le spectre du champ réémis soit si différent, alors que la propagation est un processus linéaire ?

Pour apporter des éléments de réponse, on s'intéresse au cas idéal d'une grande opacité et d'un champ incident qui varie lentement sur une échelle de temps de $1/\Delta_0$. On peut donc considérer que le champ est tout entier comprimé dans le cristal. Les équations de propagation peuvent donc être simplifiées, et permettent d'étudier le mécanisme de la reconstruction du champ.

5.3.1 Polarisation libre

Initialement, il n'y a pas de champ dans le matériau. La source de rayonnement lors des tous premiers instants est la polarisation libre, qui s'écrit :

$$i \frac{k}{\epsilon_0} \mathcal{P}^{libre}(z, t) = -\alpha_0 \int_{-\infty}^0 A_-(z, t') \delta(t - t') dt' + \frac{\alpha_0 \Delta_0}{4} \int_{-\infty}^0 A_-(z, t') e^{-\Delta_0(t-t')/2} dt' \quad (5.17)$$

La polarisation libre est simplement le résultat de l'oscillation des dipôles à leur fréquence propre. Ce mouvement n'est pas perturbé par le champ exciteur. Le premier terme du membre de droite n'est non nul que pour $t = 0$. Le second terme peut s'exprimer en série de dérivées de l'amplitude du champ incident :

$$\frac{\alpha_0 \Delta_0}{4} \int_{-\infty}^0 A_-(z, t') e^{-\Delta_0(t-t')/2} dt' = \frac{\alpha_0}{2} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{-2}{\Delta_0} \right)^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} A_-(z, 0) \right) e^{-\Delta_0 t/2} \quad (5.18)$$

Dans le cas où les conditions de lumière lente sont réunies, l'expression devient :

$$\frac{\alpha_0 \Delta_0}{4} \int_{-\infty}^0 A_-(z, t') e^{-\Delta_0(t-t')/2} dt' \approx \frac{\alpha_0}{2} A_-(z, 0) e^{-\Delta_0 t/2} - \frac{\alpha_0}{\Delta_0} \dot{A}_-(z, 0) e^{-\Delta_0 t/2} \quad (5.19)$$

Cette mise en forme est possible car le champ incident varie lentement sur une échelle de temps de $1/\Delta_0$ (condition de lumière lente, décrite dans le chapitre précédent). A $t = 0$, on a :

$$\begin{aligned} i \frac{k}{\epsilon_0} \mathcal{P}^{libre}(z, 0) &= -\frac{\alpha_0}{2} A_-(z, 0) + \frac{\alpha_0}{2} A_-(z, 0) - \frac{\alpha_0}{\Delta_0} \dot{A}_-(z, 0) \\ &= -\frac{\alpha_0}{\Delta_0} \dot{A}_-(z, 0) \end{aligned} \quad (5.20)$$

La densité de polarisation est donc proportionnelle à la dérivée de l'amplitude du champ incident, ce qui est une caractéristique de la lumière lente. On a donc bien continuité de la polarisation en $t = 0$. Pour $t > 0$,

$$i \frac{k}{\epsilon_0} \mathcal{P}^{libre}(z, t) \approx \frac{\alpha_0}{2} A_-(z, 0) \Theta(t) e^{-\Delta_0 t/2} \quad (5.21)$$

C'est en effet le membre proportionnel à l'amplitude du champ qui est dominant, en régime de lumière lente, dans l'Eq.(5.19). La densité de polarisation varie très brusquement en $t = 0$. Cela est dû au choix d'un élargissement inhomogène infini. La valeur donnée ci-dessus est en fait atteinte au bout d'un temps donné par l'inverse de l'élargissement inhomogène ¹. On fait l'hypothèse que ce temps est beaucoup plus court que tous les

¹Considérons la forme suivante pour la distribution atomique :

$$G(\Delta) = G_0 \left(\frac{1}{1 + (2\Delta/\Gamma_{inh})^2} - \frac{1}{1 + (2\Delta/\Delta_0)^2} \right) \longrightarrow g(t) = \frac{\Gamma_{inh}}{4} e^{-\Gamma_{inh}|t|/2} - \frac{\Delta_0}{4} e^{-\Delta_0|t|/2}, t > 0$$

qui décrit un trou de largeur Δ_0 dans une distribution atomique de largeur Γ_{inh} . Le calcul de la polarisation libre donne donc :

$$\begin{aligned} i \frac{k}{\epsilon_0} \mathcal{P}^{libre}(z, t) &\approx -\frac{\alpha_0}{2} A_-(z, 0) \left(e^{-\Gamma_{inh}t/2} - e^{-\Delta_0 t/2} \right) + \alpha_0 \dot{A}_-(z, 0) \left(\frac{e^{-\Gamma_{inh}t/2}}{\Gamma_{inh}} - \frac{e^{-\Delta_0 t/2}}{\Delta_0} \right) \\ &\approx -\frac{\alpha_0}{2} A_-(z, 0) \left(e^{-\Gamma_{inh}t/2} - e^{-\Delta_0 t/2} \right) - \frac{\alpha_0}{\Delta_0} \dot{A}_-(z, 0) e^{-\Delta_0 t/2} \end{aligned} \quad (5.22)$$

A $t = 0$, on a bien continuité de la polarisation. Pour un temps $2/\Gamma_{inh} \ll t \ll 2/\Delta_0$, on retrouve bien l'expression 5.21. $2/\Gamma_{inh}$ est donc bien le temps d'établissement de la polarisation libre

autres temps mis en jeu (la largeur inhomogène est nécessairement plus grande que la largeur du trou, et donc de la largeur homogène et de la largeur spectrale de l'impulsion). On ne considère donc pas ce régime transitoire dans la suite. La polarisation libre, dans l'étape de reconstruction est proportionnelle au champ incident, plus particulièrement sa valeur à l'instant d'application des impulsions Π . La polarisation libre fait apparaître le profil spatial du champ comprimé dans le matériau. Le temps de déclin de la polarisation libre est de l'ordre de $2/\Delta_0$, qui correspond à l'inverse de la largeur du trou.

5.3.2 Naissance du champ

Rayonnement de précession libre

On s'intéresse aux tous premiers instants ($t \ll 1/\Delta_0$) qui suivent l'application de la seconde impulsion Π . La densité de polarisation s'écrit $\frac{\alpha_0}{2}A_-(z, 0)$. Il faut à présent résoudre l'Eq.(5.14). Il faut évaluer le terme de polarisation de réaction (Eq.(5.12)). Si on considère l'évolution du champ sur une échelle de temps $t \ll 1/\Delta_0$, alors on peut faire l'approximation :

$$\begin{aligned} i\frac{k}{\epsilon_0}\mathcal{P}^{reac}(z, t) &= -\alpha_0 \left[\int_0^t A_+(z, t')\delta(t-t')dt' - \frac{\Delta_0}{4} \int_0^t A_+(z, t')e^{-\Delta_0(t-t')/2} \right] \\ &\approx -\frac{\alpha_0}{2}A_+(z, t) \end{aligned} \quad (5.23)$$

l'Eq.(5.14) devient :

$$\frac{\partial}{\partial z}A_+(z, t) + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}A_+(z, t) - \frac{\alpha_0}{2}A_+(z, t) = \frac{\alpha_0}{2}A_-(z, 0) \quad (5.24)$$

Pour résoudre cette équation, on change de variables. On pose :

$$\begin{aligned} z &= x + c\tau \\ t &= \tau \end{aligned}$$

L'équation de propagation pour le champ $\bar{A}_+(x, \tau)$ ($= A_+(z, t)$) s'écrit :

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial \tau}\bar{A}_+(x, \tau) - \frac{\alpha_0}{2}\bar{A}_+(x, \tau) = \frac{\alpha_0}{2}A_-(x + c\tau, 0) \quad (5.25)$$

Avec la condition initiale $A_+(z, 0) = \bar{A}_+(x, 0) = 0$, la solution est donnée par :

$$\bar{A}_+(x, \tau) = \frac{\alpha_0 c}{2} \left[\int_0^\tau A_-(x + cs, 0)e^{-\frac{\alpha_0 c}{2}(\tau-s)} ds \right] \quad (5.26)$$

Le champ comprimé à l'intérieur du matériau a une longueur² très grande devant $1/\alpha_0$. Le terme exponentiel varie sur une échelle de temps $1/(\alpha_0 c)$. On peut considérer que le

²Le spectre de l'impulsion ($1/T$) doit en effet être plus étroit que la largeur du trou spectral : $T\Delta_0 \gg 1$. La longueur de l'impulsion dans le cristal est donnée par le produit de la durée par la vitesse de groupe $T\Delta_0/\alpha_0 \gg 1/\alpha_0$

champ est constant sur une longueur $c/(\alpha_0 c) = 1/\alpha_0$. On a alors :

$$\bar{A}_+(x, \tau) \approx A_-(x + c\tau, 0) (1 - e^{-\alpha_0 c\tau}) \quad (5.27)$$

On revient aux variables initiales :

$$A_+(z, t) \approx A_-(z, 0) (1 - e^{-\alpha_0 ct}) \quad (5.28)$$

Ce calcul montre plusieurs choses :

- Le champ oscille à la pulsation moyenne ω_0 , qui est également la pulsation centrale du trou (et du champ incident), alors qu’aucun atome ne rayonne à cette pulsation. ω_0 est la pulsation moyenne de tous les dipôles, et donc la pulsation centrale.
- Le temps d’établissement de ce champ est de l’ordre de $1/(\alpha_0 c) \ll 1/\Delta_0$. Durant ce temps, les atomes précèdent librement, et effectuent une rotation dans le plan équatorial de la sphère de Bloch d’un angle $\Delta/(\alpha_0 c)$ (Δ est le désaccord à la fréquence centrale). Ainsi, sur une largeur spectrale $\approx \alpha_0 c (\gg \Delta_0)$, les atomes restent globalement en phase, et n’ont presque pas quitté leur position initiale. Cela signifie que le rayonnement de précession libre et les atomes sont en phase, ce qui rend possible le suivi adiabatique.
- Le champ dû uniquement à la précession libre retrouve un profil spatial identique au champ incident. Le champ est stationnaire, il ne se déplace pas dans le matériau, justement car les atomes et le champ sont en phase : ce sont les conditions de suivi adiabatique.

Suivi adiabatique et propagation

La polarisation liée à la précession libre commence cependant à décroître (terme en $e^{-\Delta_0 t/2}$), car les atomes se déphasent entre eux. Cette source de rayonnement s’éteint rapidement à l’échelle du champ incident A_- (qui avait une durée beaucoup plus longue que $1/\Delta_0$). Cependant, comme les atomes et le champ sont en phase, les atomes peuvent éventuellement suivre adiabatiquement le champ, et donc rester en phase et émettre un rayonnement. Il y a donc compétition entre déphasage inhomogène et suivi adiabatique. On montre dans la suite comment le suivi adiabatique prend le dessus et permet de restaurer le champ initial.

Le principe est illustré sur la Fig.(5.2). On rappelle que le critère de suivi adiabatique (Eq.(4.80)) implique que le champ varie lentement sur une échelle de temps de $1/\Delta$, où Δ est le désaccord entre fréquence propre et fréquence d’excitation. Considérons une fine tranche du cristal proche de la face d’entrée (z_1). Le déclin du rayonnement de précession libre (en $2/\Delta_0$, oscillant à la pulsation ω_0) est capable d’entraîner par suivi adiabatique les atomes dont le désaccord satisfait $\Delta \gg \Delta_0$. Les atomes qui ne satisfont

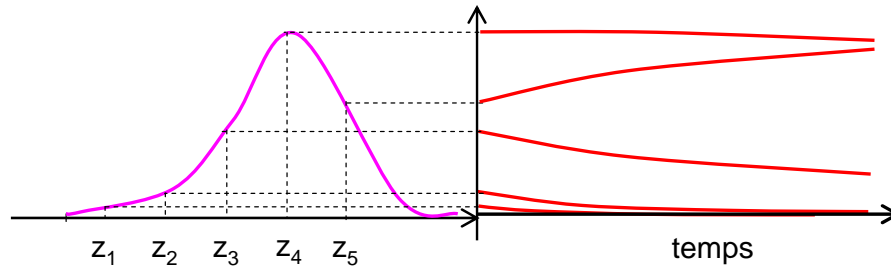


FIG. 5.2 – Reconstruction du champ dans le matériau. La courbe rose représente le profil spatial du champ A_- , à l’instant de conversion Raman. On s’intéresse à plusieurs points du cristal (z_i) du matériau. A droite, on représente l’évolution temporelle du champ lumineux en rouge, pour plusieurs profondeurs z

pas cette condition se déphasent, et sont donc perdus. Cette désexcitation adiabatique est à l’origine d’un rayonnement, qui croît alors que le rayonnement de précession libre décroît. Ce rayonnement se déplace vers la couche z_2 . Les atomes de cette couche voient donc un rayonnement qui est la superposition du rayonnement de précession libre, et du rayonnement émis par la désexcitation adiabatique des atomes de la couche z_1 . Le rayonnement en z_2 décroît donc sur un temps plus long que $2/\Delta_0$. Cela signifie en particulier que dans la tranche z_2 , plus d’atomes vont pouvoir suivre adiabatiquement le champ que dans la tranche z_1 . En poursuivant ce raisonnement, on voit qu’à une profondeur suffisante, le champ varie suffisamment lentement pour entraîner tous les atomes. Le rayonnement émis par désexcitation adiabatique est alors prépondérant, et on se retrouve dans la situation de lumière lente décrite dans le chapitre précédent.

On considère donc maintenant un temps $t > 2/\Delta_0$. La polarisation libre est éteinte. Seul subsiste le champ émis à cause du suivi adiabatique. Ce champ finit par s’éteindre, pour plusieurs raisons. Pour les tranches proches de la face d’entrée, cette extinction est assez rapide, car le suivi adiabatique est peu efficace, les atomes se déphasent donc assez vite, ce qui détruit le champ. Pour les atomes plus éloignés de la face d’entrée, l’extinction du rayonnement correspond à la désexcitation des atomes, qui se retrouvent dans leur état fondamental. Les atomes se comportent donc comme dans le mécanisme de lumière lente. On peut donc dire que pour un temps $t > 2/\Delta_0$, le champ se propage de la même façon que le champ incident, grâce à l’excitation des atomes en queue d’impulsion, et à l’excitation des atomes en tête d’impulsion.

5.3.3 Expression du champ

Après avoir présenté des arguments qualitatifs, on cherche une expression analytique dans le cas d’un matériau de forte opacité. Le terme de polarisation excitée peut être

développé en série. Avec la condition initiale $\partial^n A_+ / \partial t^n (t = 0) = 0$, l'Eq.(5.12) devient :

$$\begin{aligned} i \frac{k}{\epsilon_0} \mathcal{P}^{reac}(z, t) &= -\alpha_0 \left[\int_0^t A_+(z, t') \delta(t - t') dt' - \frac{\Delta_0}{4} \int_0^t A_+(z, t') e^{-\Delta_0(t-t')/2} dt' \right] \\ &= \frac{\alpha_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{\Delta_0} \right)^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} A_+(t) \end{aligned} \quad (5.29)$$

Les dérivées temporelles du champ reconstruit sont associées à une constante de temps $1/\Delta_0$. On a vu que le régime transitoire est donné par $2/\Delta_0$, et que le temps caractéristique d'évolution du champ est supérieur à $2/\Delta_0$. Néanmoins, le rayonnement de précession libre, lui, est établi beaucoup plus rapidement ($1/(\alpha_0 c)$), et décroît en $2/\Delta_0$. Si on ne conserve que la première dérivée de l'Eq.(5.29), on coupe les hautes fréquences ($> \Delta_0$), et on se prive donc du rayonnement de précession libre. Cette approximation est valable car la précession libre ne joue qu'un rôle de déclencheur, mais n'intervient pas pour la propagation du champ. C'est exactement l'hypothèse faite dans la référence [20], où la susceptibilité est développée au second ordre autour de la fréquence centrale du trou ω_0 . L'équation de propagation devient :

$$\frac{\partial}{\partial z} A_+(z, t) + \left(\frac{1}{c} + \frac{\alpha_0}{\Delta_0} \right) \frac{\partial}{\partial t} A_+(z, t) = \frac{\alpha_0}{2} A_-(z, 0) \Theta(t) e^{-\Delta_0 t/2} \quad (5.30)$$

On reconnaît l'expression de la vitesse de groupe ($1/V = 1/c + \alpha_0/\Delta_0$). On effectue le changement de variable suivant :

$$\begin{aligned} z &= x + V\tau \\ t &= \tau \end{aligned}$$

L'équation de propagation pour le champ $\bar{A}_+(x, \tau)$ ($= A_+(z, t)$) s'écrit :

$$\frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial \tau} \bar{A}_+(x, \tau) = \frac{\alpha_0}{2} A_-(x + V\tau, 0) e^{-\Delta_0 \tau/2} \quad (5.31)$$

Avec la condition initiale $A_+(z, 0) = \bar{A}_+(x, 0) = 0$, la solution est donnée par :

$$\bar{A}_+(x, \tau) = A_+(z, t) = \frac{\alpha_0 V}{2} \int_0^\tau A_-(x + Vs, 0) e^{-\Delta_0 s/2} ds \quad (5.32)$$

On peut faire l'approximation $\Delta_0/\alpha_0 \approx V$. On effectue le changement de variable $Vs = l$, auquel cas, on a :

$$A_+(z, t) = \frac{\alpha_0}{2} \int_0^{V\tau} A_-(x + l, 0) e^{-\alpha_0 l/2} dl \quad (5.33)$$

Dans les conditions de lumière lente, on a $T\Delta_0 \gg 1$ (où T est la durée de l'impulsion). La longueur de l'impulsion comprimée est donnée par $VT = T\Delta_0/\alpha_0 \gg 1/\alpha_0$. La longueur de l'impulsion comprimée est donc nécessairement plus grande que l'inverse du coefficient

d'absorption. On peut donc affirmer que la fonction $A_-(x+l, 0)$ varie lentement sur une échelle de $1/\alpha_0$, contrairement au terme exponentiel. L'intégrale se simplifie alors :

$$\begin{aligned} A_+(z, t) &\approx \frac{\alpha_0}{2} A_-(x, 0) \int_0^{V\tau} e^{-\alpha_0 l/2} dl \\ &= A_-(x, 0) (1 - e^{-\Delta_0 \tau/2}) \\ &= A_-(z - Vt, 0) (1 - e^{-\Delta_0 t/2}) \end{aligned} \quad (5.34)$$

Pour un temps $t \gg 1/\Delta_0$, l'Eq.(5.34) montre que le champ reconstruit est simplement le prolongement du champ incident, et qu'il se propage à la vitesse de groupe V . La dépendance spatio-temporelle du champ incident est conservée. Ce calcul montre que dans les conditions les plus favorables (grande opacité, compression complète de l'impulsion dans le cristal), l'efficacité de stockage atteint 100 %. Le stockage permet de retrouver en sortie du matériau le champ incident à l'entrée, retardé de L/V :

$$A_+(L, t) = A_-(0, t - L/V) \quad (5.35)$$

Le temps d'établissement du champ est donné par $2/\Delta_0$. A un instant $t = 2/\Delta_0$, le champ retrouve 90 % de la valeur du champ incident. Ce temps d'établissement vient du fait que les dérivées du champ d'ordre supérieur à 1 ont été négligées. Le rayonnement de précession libre n'apparaît donc pas dans l'expression de A_+ . L'Eq.(5.35) décrit uniquement le champ en équilibre avec les atomes, par l'intermédiaire du suivi adiabatique.

5.4 Efficacité

On souhaite étudier le comportement de la mémoire dans des situations réelles. L'étude dans le domaine temporel est compliquée à cause des produits de convolution. Pour résoudre une équation aux dérivées partielles, on effectue généralement une transformée de Fourier (ou de Laplace) sur l'une des deux variables. Même s'il n'est pas possible d'obtenir une solution analytique dans le cas général, il est possible d'effectuer des calculs numériques. Dans cette section, on cherche donc à résoudre le problème dans le domaine des pulsations.

5.4.1 Champ reconstruit

L'Eq.(5.14) peut se réécrire à l'aide de produits de convolution :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) A_+(z, t) + \alpha_0 \int_{-\infty}^{\infty} [A_+(z, t') \Theta(t')] [g(t - t') \Theta(t - t')] dt' \\ = -\frac{\alpha_0}{2} A_-(z, 0) \Theta(t) e^{-\Delta_0 t/2} \end{aligned} \quad (5.36)$$

où Θ est ici la fonction de Heaviside. On utilise le fait que les produits de convolution dans l'espace du temps se transforment en produits directs dans le domaine temporel. La distribution lorentzienne conduit à :

$$[g\tilde{\Theta}](\Omega) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2i\Omega/\Delta_0 - 1} \right) \quad (5.37)$$

L'équation de propagation devient alors :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \tilde{A}_+(z, \Omega) + \left(-i\frac{\Omega}{c} + \frac{\alpha_0}{2} \left(1 + \frac{1}{2i\Omega/\Delta_0 - 1} \right) \right) \tilde{A}_+(z, \Omega) \\ = \frac{1}{V} \frac{1}{2i\Omega/\Delta_0 - 1} A_-(z, 0) \end{aligned} \quad (5.38)$$

On reconnaît l'expression de la susceptibilité χ du système atomique :

$$\frac{k}{2}\chi(\Omega) = \frac{\Omega}{c} + i\frac{\alpha_0}{2} \left(1 + \frac{1}{2i\Omega/\Delta_0 - 1} \right)$$

La solution de l'équation de propagation s'exprime alors comme :

$$\tilde{A}_+(z, \Omega) = -\frac{1}{V} \frac{1}{2i\Omega/\Delta_0 - 1} \int_0^z A_-(z', 0) e^{ik/2\chi(\Omega)(z-z')} dz' \quad (5.39)$$

On exprime le champ dans le domaine temporel, en sortie du matériau :

$$A_+(z, L) = -\frac{1}{V} \int_0^L A_-(z', 0) dz' \int \frac{1}{2i\Omega/\Delta_0 - 1} e^{ik/2\chi(\Omega)(L-z')} e^{-i\Omega t} \frac{d\Omega}{2\pi} \quad (5.40)$$

On résout numériquement l'équation de propagation. On choisit pour cette étude un champ d'enveloppe gaussienne :

$$A_-(z = 0, t) = e^{-0.5(t/T)^2} \quad (5.41)$$

La durée T de l'impulsion est choisie de sorte que $\Delta_0 T = 0,6(\alpha_0 L)^{3/4}$. Sur la Fig.(5.3), on montre le profil du champ reconstruit pour différentes valeurs de l'opacité.

5.4.2 Efficacité du stockage

On définit l'efficacité du processus de stockage comme le rapport de l'énergie du champ réémis sur l'énergie du champ incident :

$$\eta = \frac{\int_0^\infty |A_+(L, t')|^2 dt'}{\int_{-\infty}^\infty |A_-(0, t')|^2 dt'} \quad (5.42)$$

L'efficacité du stockage dépend du champ incident. On choisit les mêmes paramètres que pour les calculs précédents. On représente l'efficacité de stockage sur la Fig.(5.4) en

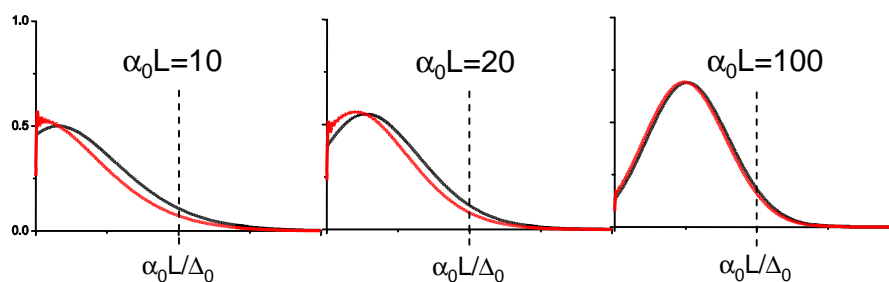


FIG. 5.3 – Impulsion incidente (A_- en noir) et champ réémis (A_+ en rouge) pour différentes valeurs de $\alpha_0 L$. L'amplitude est représentée en fonction du temps t , à la sortie du cristal ($z = L$). L'impulsion originale est de forme gaussienne, et a pour maximum 1. Pour une opacité de 100, la reconstruction est presque parfaite.

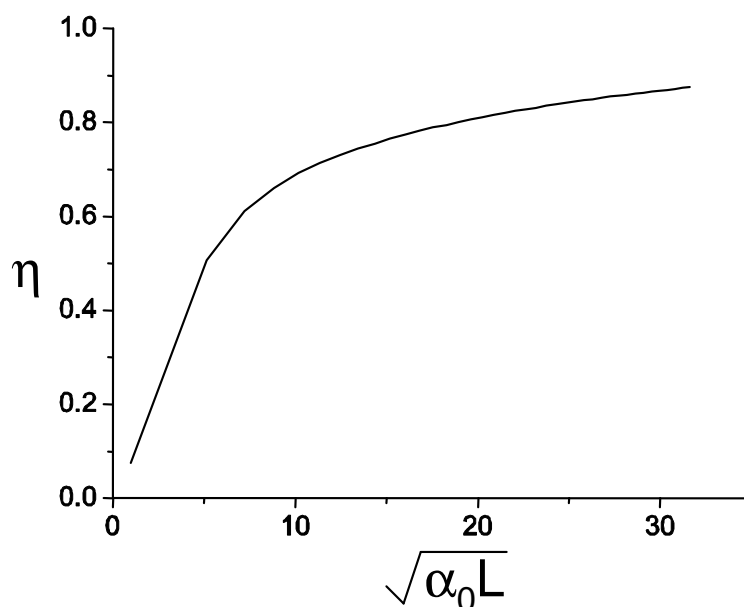


FIG. 5.4 – Efficacité de stockage pour une impulsion incidente gaussienne, dont la durée T est définie par $\Delta_0 T = 0,6(\alpha_0 L)^{3/4}$.

fonction de la racine carrée de l'opacité. L'efficacité croît avec l'opacité. Elle atteint près de 90 % pour une opacité de 1000. Le cas d'un trou gaussien est plus intéressant, car il permet d'atteindre près de 100 % pour une opacité comparable [20]. Cette différence est due au fait que les corrections non linéaires de l'indice de réfraction sont plus faibles pour une gaussienne que pour une lorentzienne. L'efficacité atteint environ 30 % pour une opacité de 10.

5.5 Réalisation dans le TmYAG

Est-il possible de réaliser ce protocole dans le TmYAG ? Le protocole (Fig.(5.1)) exige trois niveaux fondamentaux : deux niveaux pour stocker l'information sous forme de cohérence, et un troisième niveau vers lequel les atomes sont pompés (pour creuser le trou sur la transition 1-2 et vider la transition 3-2). Hors, sous champ magnétique, le TmYAG n'en présente que deux. La réponse est donc *a priori* non. On peut cependant imaginer deux stratégies pour contourner le problème, illustrée sur la Fig.(5.5) :

- On peut dans un premier temps vider la transition 2-3 en pompant les atomes vers le niveau 1. On creuse en suite le trou sur la transition 1-2 en pompant les atomes vers le niveau 3. Le niveau 3 est donc vide sauf sur un intervalle spectral égal à la largeur du trou ($\approx \Delta_0$), voir Fig.(5.5)(a). La présence de ces atomes n'est pas un problème pour le stockage, puisque seuls les atomes en dehors du trou spectral portent l'information. Le problème se pose pour la propagation des impulsions Π de conversion. Le milieu est donc fortement absorbant (amplificateur) pour la première (seconde) impulsion Π . Comme cette absorption (amplification) se fait sur un domaine spectral plus étroit que la fréquence de Rabi, les impulsions Π sont fortement déformées.
- On peut néanmoins éviter cette déformation. L'une des caractéristiques remarquables des ions de terre rare est la durée de vie des états excités (environ 500 μs pour le TmYAG). Dès lors, on peut envisager d'utiliser l'un des deux sous-niveaux excités pour stocker temporairement les atomes Fig.(5.5)(b), que l'on peut transférer grâce à une impulsion Π ou par passage adiabatique [105], ou encore en utilisant une excitation sélective en fréquence [101]. L'inversion de population dans le cas présent est moins problématique que dans le cas des échos de photons [45] : d'une part l'inversion de population se fait sur un domaine spectral relativement étroit (ce qui réduit le taux d'émission spontanée), et le champ reconstruit n'est pas résonant avec les atomes inversés (il n'y a donc pas d'émission stimulée).

Ces deux stratégies seront étudiées prochainement en vue de la réalisation du protocole complet.

5.6 Conclusion

J'ai présenté dans ce chapitre un protocole de lumière arrêtée dans un trou spectral. L'impulsion est ralentie et comprimée dans un ensemble atomique, puis l'information est convertie en cohérence de spin de longue durée de vie. La conversion réciproque en cohérence optique permet de reconstruire le champ incident. Ce protocole présente des points communs avec la transparence électromagnétiquement induite, mais s'en distingue

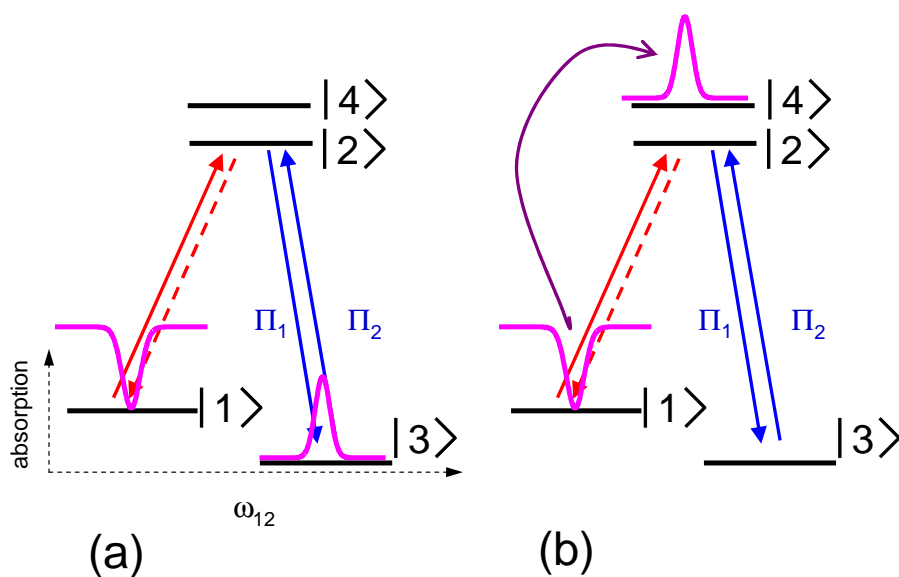


FIG. 5.5 – Stratégies envisagées pour réaliser le protocole dans TmYAG

par le rôle essentiel joué par la distribution inhomogène et la longue durée de cohérence des transitions optiques. Les efficacités potentielles sont moins favorables que pour les protocoles rephasants (AFC, CRIB) [52]. Néanmoins, la préparation du système atomique est relativement simple, puisqu'un trou spectral suffit pour accueillir l'impulsion à stocker.

Dans l'étude théorique de ce chapitre, on a supposé que les cohérences de spin n'induisaient aucune perturbation sur le système. Expérimentalement, il faut tenir compte de deux limitations : la relaxation des cohérences et l'élargissement inhomogène. Le premier point constitue la limite fondamentale du temps de mémorisation. Le second point peut être contourné par rephasage des spin. C'est ce dont il sera question dans la suite du mémoire, avec la description d'une instrumentation radio-fréquence susceptible de contrôler l'état de spin des atomes.

Chapitre 6

Application d'un champ radio-fréquence

Le protocole de lumière arrêtée se heurte à l'élargissement inhomogène de la transition Raman. En effet, une largeur d'environ 1 MHz pour un champ statique d'1 T a été mesurée [7]. Cet élargissement entraîne un déphasage des spins nucléaires durant la période de stockage. Cet élargissement est dû à l'inhomogénéité de l'orientation relative du champ et des sites, sans que l'origine soit connue (défauts du cristal entraînant des problèmes d'orientation des sites, fluctuations spatiales de l'orientation du champ appliqué?). Si l'on souhaite conserver l'information dans les cohérences de spin nucléaires, il faut donc être en mesure de rephaser les dipôles magnétiques. On peut avoir recours à des excitations optiques à deux photons (accord à la résonance Raman) pour inverser les états de spin [7, 8]. L'excitation optique présente plusieurs inconvénients liés à la forte puissance requise, et aux problèmes de propagation de l'impulsion dans le matériau. La solution la plus simple pour manipuler les cohérences de spin est d'appliquer un champ magnétique oscillant résonant avec la transition. L'utilisation d'un champ magnétique radio-fréquence peut avoir d'autres utilités, notamment le contrôle dynamique de la décohérence [77, 16, 106]. Dans ce chapitre, on s'intéresse aux aspects techniques liés à l'utilisation d'un champ radio-fréquence.

6.1 Facteur de couplage

6.1.1 Hamiltonien d'interaction

En plus du champ magnétique statique (noté \vec{B}_0 dans la suite) permettant l'existence du système en Λ , un champ magnétique alternatif \vec{B}_1 est appliqué. Ses coordonnées selon

les axes locaux d'un site sont notées :

$$\mathbf{B}_1 = (B_{1x}, B_{1y}, B_{1z}) \quad (6.1)$$

L'interaction de ce champ avec les ions est décrite de manière similaire au champ statique (en particulier, pas d'effet Zeeman électronique). On reprend le formalisme du champ magnétique effectif utilisé au chapitre précédent, de sorte que le Hamiltonien s'écrit :

$$H_{tot} = H_0 + H_{int} = -\hbar\Delta_0 [X_0 I_x + Y_0 I_y + Z_0 I_z] - \hbar\Delta_1 [X_1 I_x + Y_1 I_y + Z_1 I_z] \quad (6.2)$$

où (X_i, Y_i, Z_i) sont les coordonnées des champ effectifs associés aux champs statique et alternatif. On a d'autre part $\Delta_{0(1)} = \sqrt{\gamma_x^2 B_{0(1)x}^2 + \gamma_y^2 B_{0(1)y}^2 + \gamma_z^2 B_{0(1)z}^2}$. Les deux états qui nous intéressent sont les deux sous niveaux fondamentaux¹, états propres de H_Z^0 :

$$|\chi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+Z_0)}} \begin{pmatrix} X_0 - iY_0 \\ -1 - Z_0 \end{pmatrix} \quad |\chi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1-Z_0)}} \begin{pmatrix} X_0 - iY_0 \\ 1 - Z_0 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

ici exprimés dans la base $|\pm\rangle$, états propres de l'opérateur I_z . Une cohérence de spin est une superposition de ces deux sous-niveaux, et c'est cette cohérence que l'on souhaite manipuler grâce au champ \mathbf{B}_1 . Dans la base propre de H_0 , le Hamiltonien s'écrit :

$$H_{tot} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Delta_0 + \Delta_1 (X_0 X_1 + Y_0 Y_1 + Z_0 Z_1) & \Delta_1 \frac{X_1(X_0 Z_0 - iY_0) + Y_1(Y_0 Z_0 + iX_0) - Z_1(X_0^2 + Y_0^2)}{\sqrt{X_0^2 + Y_0^2}} \\ \Delta_1 \frac{X_1(X_0 Z_0 + iY_0) + Y_1(Y_0 Z_0 - iX_0) - Z_1(X_0^2 + Y_0^2)}{\sqrt{X_0^2 + Y_0^2}} & -\Delta_0 - \Delta_1 (X_0 X_1 + Y_0 Y_1 + Z_0 Z_1) \end{pmatrix}$$

On cherche à évaluer les termes non-diagonaux du Hamiltonien. Le terme $\langle \chi_+ | H_{tot} | \chi_- \rangle$ est donné par :

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2} \hbar \Delta_1 \frac{X_1 (X_0 Z_0 - iY_0) + Y_1 (Y_0 Z_0 + iX_0) - Z_1 (X_0^2 + Y_0^2)}{\sqrt{X_0^2 + Y_0^2}} \\ &= -\frac{1}{2} \hbar \Delta_1 \sqrt{1 - (X_0 X_1 + Y_0 Y_1 + Z_0 Z_1)^2} e^{i\phi_C} \end{aligned} \quad (6.4)$$

On remarque que le facteur de couplage est maximal si le produit scalaire entre champs effectifs est nul.

6.1.2 Orientation du champ magnétique

Dans le chapitre précédent, on a vu que la lumière est polarisée de sorte que seuls les sites 3 et 5 sont excités. Pour le site 3, les trois vecteurs de base (u_x, u_y, u_z) s'expriment suivant les axes cristallographiques sous la forme :

$$u_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, u_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_z = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

¹L'exposant f disparaît, mais est sous-entendu dans la suite.

Le champ statique est dans le plan bissecteur, près de la seconde diagonale (pour optimiser le rapport de branchement du système en Λ). Il s'exprime suivant les axes cristallographiques :

$$\mathbf{B}_0 = \frac{B_0}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\Theta \\ -1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\Theta \\ 1 - \sqrt{2}\Theta \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

L'angle Θ représente l'écart angulaire ($\ll \Pi$) par rapport à la seconde diagonale. Dans le référentiel local du site 3, il s'exprime :

$$\mathbf{B}_0 = B_0 \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{2}{3}} \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\Theta\right) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\Theta \\ -\sqrt{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\Theta\right) \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

Le couplage induit par B_1 entre $|+\rangle$ et $|-\rangle$ est maximal si les deux champs effectifs associés à B_0 et B_1 sont orthogonaux :

$$X_0X_1 + Y_0Y_1 + Z_0Z_1 = 0 \quad (6.8)$$

Cette égalité doit être vraie dans les deux sites 3 et 5, ce qui n'est pas rigoureusement possible. On se souvient néanmoins que le tenseur gyromagnétique est fortement anisotrope, avec une composante y dominante. Les champs effectifs ont donc tendance à "exagérer" la composante y du champ magnétique appliqué. Si le champ B_1 est perpendiculaire au plan bissecteur, ses composantes dans les repères locaux des sites 3 et 5 s'écrivent :

$$\text{site 3 : } \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{site 5 : } \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

Le champ effectif sera donc essentiellement parallèle à l'axe y . Le champ statique a quant à lui une composante très faible dans la direction y . En première approximation, on peut donc considérer que les deux champs effectifs sont orthogonaux. Le facteur de couplage (Eq.(6.4)) s'exprime alors :

$$\begin{aligned} C &= -\frac{1}{2}\hbar\Delta_1 \sqrt{1 - \frac{1}{\Delta_1^2} (\gamma_x B_{1x} X_0 + \gamma_y B_{1y} Y_0 + \gamma_z B_{1z} Z_0)^2} e^{i\phi_C} \\ &\approx -\frac{1}{2}\hbar\Delta_1 \sqrt{1 - Y_0^2} e^{i\phi_C} \end{aligned} \quad (6.10)$$

On peut raisonnablement faire l'approximation :

$$\Delta_1 = \sqrt{\gamma_x^2 B_{1x}^2 + \gamma_y^2 B_{1y}^2 + \gamma_z^2 B_{1z}^2} \approx \gamma_y B_{1y} = \frac{1}{2}\gamma_y B_1 \quad (6.11)$$

ce qui conduit à l'expression suivante pour le facteur de couplage :

$$C = -\frac{1}{4}\gamma_y B_1 \sqrt{1 - Y_0^2} e^{i\phi_C} \quad (6.12)$$

Il est possible de déterminer la composante Y_0 du champ statique à partir des données expérimentales. On a au premier ordre en Θ :

$$Y_0 = \frac{\gamma_y B_{0y}}{\sqrt{\gamma_x^2 B_{0x}^2 + \gamma_y^2 B_{0y}^2 + \gamma_z^2 B_{0z}^2}} \approx \frac{\Theta}{\sqrt{\Theta^2 + \frac{2}{9\gamma_y^2} (2\gamma_x^2 + \gamma_y^2)}} \quad (6.13)$$

La quantité $\sqrt{2\gamma_x^2 + \gamma_y^2}/\gamma_y$ a été évaluée à 0,066 [5]. On peut donc déduire une valeur numérique pour le facteur de couplage :

$$|C| \approx 0,101\gamma_y B_1 \quad (6.14)$$

6.1.3 Pulsation de Rabi

Pour induire des transitions entre $|\chi_{\pm}\rangle$, il faut naturellement que Δ_1 soit une fonction du temps. Pour un champ \mathbf{B}_1 lentement variable autour de la pulsation moyenne ω_{RF} , le facteur de couplage s'écrit :

$$\begin{aligned} |C(t)| &= \frac{1}{4}\gamma_y B_1 \sqrt{1 - Y_0^2} \cos(\omega_{RF}t) \\ &= \frac{1}{8}\gamma_y B_1 \sqrt{1 - Y_0^2} (e^{i\omega_{RF}t} + e^{-i\omega_{RF}t}) \\ &= \frac{1}{2}\Omega (e^{i\omega_{RF}t} + e^{-i\omega_{RF}t}) \end{aligned} \quad (6.15)$$

où Ω est la pulsation de Rabi :

$$\Omega = \frac{1}{4}\gamma_y B_1 \sqrt{1 - Y_0^2} \approx 0,101\gamma_y B_1 \quad (6.16)$$

Elle décrit l'interaction du spin nucléaire avec le champ magnétique \mathbf{B}_1 . L'état du système est une superposition des états $|\chi_{\pm}\rangle$. On peut l'exprimer de la façon suivante :

$$\Psi = \alpha(t)e^{-i(\phi_C + \omega_{RF}t/2)} |\chi_+\rangle + \beta(t)e^{+i(\phi_C + \omega_{RF}t/2)} |\chi_-\rangle \quad (6.17)$$

L'équation de Schrödinger dicte l'évolution du système :

$$i\dot{\alpha} = -\frac{1}{2}\Omega(t)\beta + \frac{1}{2}(\Delta_0 - \omega_{RF})\alpha \quad (6.18)$$

$$i\dot{\beta} = -\frac{1}{2}\Omega(t)\alpha - \frac{1}{2}(\Delta_0 - \omega_{RF})\beta \quad (6.19)$$

On a éliminé les termes rapidement oscillant à la pulsation $2\omega_{RF}$. Le couplage s'exprime simplement grâce à la pulsation de Rabi.

6.1.4 Champ magnétique requis

L'expression de la pulsation de Rabi nous permet de déterminer le champ magnétique requis dans nos expériences, et ainsi de dimensionner le circuit magnétique nécessaire. On souhaite travailler à terme avec des fréquences de Rabi de 1 MHz. Ceci permettrait de réaliser une impulsion Π en 500 ns. Cela conduit (en prenant pour γ_y la valeur 403 MHz/T mesurée précédemment [5]) à un champ magnétique B_1 de 0,0246 T, soit encore 246 Gauss.

6.2 Conception du circuit Radio-Fréquence

Deux contraintes pèsent sur la conception du circuit magnétique. D'une part, pour obtenir des courants suffisamment élevés, il faut utiliser un circuit résonant, qui utilise au mieux l'énergie du générateur. Ensuite, l'alimentation électrique étant assez imposante, elle ne peut pas être placée à proximité de la bobine, dans le cryostat : il faut donc alimenter la bobine via un câble d'alimentation, qui présente une inductance et une capacitance propres, dont il faut tenir compte dans la conception du circuit.

6.2.1 Amplification du courant

Circuit résonant

La solution la plus simple consiste en un circuit rLC série. Dans ce cas de figure, pour une pulsation égale à la pulsation de résonance $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, l'impédance totale est simplement la résistance de la bobine r . Le courant circulant dans la bobine est alors donné par $E/(Z_0+r) \approx E/Z_0$, où Z_0 est l'impédance du générateur (en général 50 Ω .) Cette solution n'est pas optimale, car l'essentiel de la puissance est dissipée dans la résistance Z_0 du générateur.

La solution que nous avons adoptée est un circuit rLC parallèle, occasionnellement appelé circuit bouchon². La Fig.(6.1) montre l'organisation des différents dipôles. En introduisant la pulsation de résonance $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, et le facteur de qualité $Q = L\omega_0/r$, L'impédance du circuit bouchon s'écrit³ :

$$Z_B(\omega) = \frac{r + jL\omega}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (6.20)$$

²Le terme bouchon vient du fait que pour certaines valeurs de la fréquence, l'impédance du circuit tend vers l'infini. Ici, ce n'est pas cette caractéristique qui est mise à profit

³Dans ce chapitre, l'unité imaginaire sera notée j , et non pas i

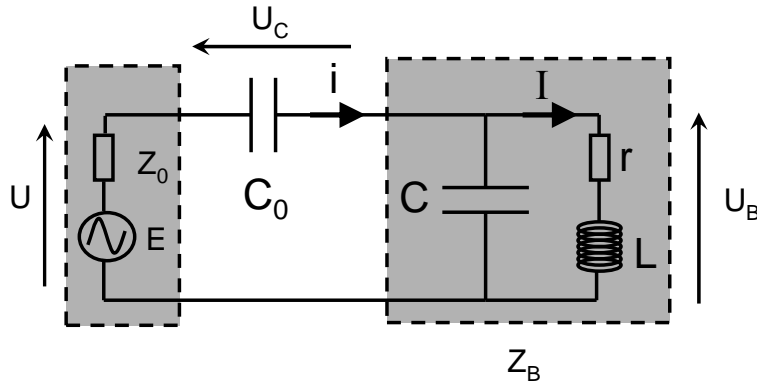


FIG. 6.1 – Schéma du circuit électrique. E et Z_0 sont la tension et l'impédance du générateur. U_C est la tension aux bornes du condensateur C_0 . La bobine est modélisée par une inductance L en série avec une résistance r . La bobine voit à ses bornes une tension U_B , et est parcourue par un courant I . Le courant traversant le générateur est quant à lui noté i . Le circuit bouchon correspond à la mise en parallèle de la bobine et du condensateur C . L'impédance du circuit bouchon est notée Z_B . Le condensateur C_0 permet l'adaptation d'impédance avec le générateur.

D'autre part, la relation entre le courant I circulant dans la bobine et celui, i , circulant dans le générateur, s'écrit

$$I = T(\omega)i = \frac{Z_B(\omega)}{r + jL\omega}i = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}i \quad (6.21)$$

Dans le cas d'un facteur de qualité élevé ($L\omega_0 \gg r$), les impédances du condensateur ($-j/C\omega$), et de la bobine ($r + jL\omega$) sont en quasi-opposition de phase. Ainsi, pour une certaine tension U_B , les courants traversant le condensateur ($i-I$) et la bobine (I) sont de signes opposés.

La première étape est d'accorder l'impédance totale (comprenant le condensateur C_0 et le circuit bouchon), à l'impédance du générateur. Pour que le maximum de puissance soit transmis, il faut :

$$Z_{tot} = \frac{1}{jC_0\omega} + Z_B(\omega) = Z_0 \quad (6.22)$$

Z_0 étant réelle, il faut que la partie imaginaire de Z_B soit compensée par le condensateur C_0 . La partie réelle de Z_B doit alors être égale à Z_0 . Dans la suite, on suppose que les grandeurs C , L et r sont imposées par les composants électriques. Les variables d'ajustement sont alors la pulsation ω , et le condensateur C_0 . La partie réelle impose la pulsation d'accord ω_{RF} :

$$\Re\{Z_B(\omega = \omega_{RF})\} = Z_0 \quad (6.23)$$

Ensuite, le condensateur C_0 est ajusté de sorte que la partie imaginaire de Z_{tot} soit nulle :

$$\Im \{Z_B(\omega = \omega_{RF})\} = \frac{1}{C_0 \omega_{RF}} \quad (6.24)$$

L'adaptation d'impédance étant réalisée, la puissance est intégralement dissipée dans la partie réelle de Z_B . La puissance moyennée sur une période ($1/2\pi\omega$) est donnée par :

$$\langle P \rangle = \Re \{Z_{tot}(\omega_{RF})\} \bar{i}^2 = Z_0 \bar{i}^2 \quad (6.25)$$

dans laquelle on utilise les valeurs efficaces ($\bar{x}^2 = x^2/2$). On remarque, d'après les Eq.(6.20) et Eq.(6.21) que :

$$\Re \{Z_{tot}(\omega_{RF})\} = r |T(\omega_{RF})|^2 = r \left| \frac{I}{i} \right|^2 \quad (6.26)$$

Ainsi, on a :

$$\langle P \rangle = Z_0 \bar{i}^2 = r \bar{I}^2 \quad (6.27)$$

On en déduit la relation entre courant circulant dans la bobine et courant circulant dans le générateur :

$$\left| \frac{I}{i} \right| = \sqrt{\frac{Z_0}{r}} \quad (6.28)$$

Pour peu que la résistance interne de la bobine soit très inférieure à la résistance interne du générateur, le courant est effectivement amplifié. On a donc bien, dans le cas où l'impédance est adaptée, un circuit résonant amplificateur.

Ceci traduit le fait que la puissance est intégralement dissipée dans la résistance r . Le courant circulant dans la bobine est donc plus important que pour un circuit rLC série. Ceci tient au fait que la puissance dissipée dans la charge est maximale, puisque l'impédance est adaptée à celle du générateur, contrairement au circuit série. Cette adaptation peut se comprendre par le fait que les impédances du condensateur C et de la bobine sont en quasi opposition de phase, et donc les courants les traversant sont de signes opposés. L'impédance du circuit parallèle C, L, r agit donc comme une impédance réelle : une résistance. Cette résistance équivalente est adaptée à 50Ω pour une valeur particulière de la pulsation. Pourtant, à l'intérieur de cette résistance fictive, seule la résistance de la bobine consomme de l'énergie : le transfert de puissance du générateur vers la bobine est ainsi optimisé.

Cas d'un circuit de grande qualité

On considère le cas d'un facteur de qualité élevé $Q \gg 1$, et tel que $r \ll Z_0$. Pour une pulsation ω vérifiant la condition :

$$\frac{1}{Q} \ll \frac{|\omega - \omega_0|}{\omega_0} \ll 1 \quad (6.29)$$

On peut obtenir des expressions approchées relativement simples pour l'expression de l'impédance. La partie réelle s'exprime comme :

$$\Re \{Z_{tot}(\omega)\} \approx \frac{r}{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2} \quad (6.30)$$

Quant à la partie imaginaire, elle peut s'écrire :

$$\Im \{Z_{tot}(\omega)\} \approx \frac{Qr}{2} \frac{\omega_0}{\omega_0 - \omega} - \frac{1}{C_0\omega_0} \quad (6.31)$$

On peut déduire des deux expressions précédentes des expressions approchées pour la pulsation d'accord et le condensateur C_0 . La valeur de la pulsation qui permet d'adapter la partie réelle de l'impédance à Z_0 est donnée par :

$$\omega_{RF} \approx \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{r}{Z_0}}\right) \omega_0 \quad (6.32)$$

On a donc :

$$\omega_0 - \omega_{RF} \approx \frac{1}{2} \omega_0 \sqrt{\frac{r}{Z_0}} \quad (6.33)$$

D'après l'Eq.(6.29), cette expression n'est valable que si $Q^2 \gg 4Z_0/r$. On constate que la fréquence d'accord du circuit est légèrement inférieure à la fréquence de résonance. Le condensateur C_0 est déterminé en annulant la partie imaginaire de l'impédance totale. On a :

$$\Im \{Z_{tot}(\omega_{RF})\} - \frac{1}{C_0\omega_{RF}} = \frac{Qr}{2} \frac{\omega_0}{\omega_0 - \omega_{RF}} - \frac{1}{C_0\omega_0} = 0 \quad (6.34)$$

La valeur du condensateur qui vérifie cette condition est donnée par :

$$C_0 \approx 2 \frac{\omega_0 - \omega_{RF}}{Qr\omega_0^2} = \frac{1}{Q\omega_0} \frac{1}{\sqrt{rZ_0}} \quad (6.35)$$

6.2.2 Elements du circuit

Vue d'ensemble

Le circuit magnétique comprend donc la bobine, un câble coaxial, le circuit résonant, un amplificateur haute puissance, et un générateur. Le schéma d'ensemble est donné sur la Fig.(6.2). La présence d'un câble coaxial entre les condensateurs C et C_0 et la bobine limite les performances du circuit résonant (en terme d'accord de fréquence et de temps de montée). Dans la mesure où sa longueur est relativement courte, on peut considérer qu'il est équivalent à une capacité en parallèle avec C et une inductance en série avec la bobine.

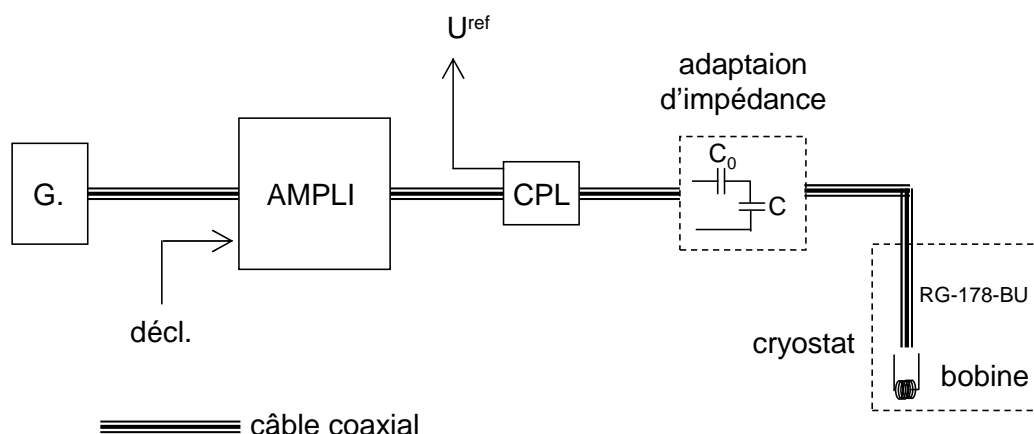


FIG. 6.2 – Schéma du montage. Acronymes utilisés : G pour générateur. Ampli pour amplificateur haute puissance. CPL pour coupleur directionnel. décl est le signal porte envoyé sur l'amplificateur. U^{ref} est le signal réfléchi par le circuit résonant. C et C_0 sont les deux condensateurs permettant d'ajuster la fréquence de résonance et l'impédance du circuit résonant. Tous les ports d'entrée/sortie des appareils sont adaptés 50 Ω .

Bobine

L'axe de la bobine est parallèle à l'axe de propagation de la lumière et les dimensions du cryostat limitent les dimensions de la bobine. Il faut d'autre part que le champ magnétique soit homogène dans le cristal le long de l'axe de propagation de la lumière (5 mm), ce qui conduit à choisir un solénoïde, plutôt qu'une paire de bobines de Helmholtz. On choisit les dimensions suivantes :

$$l = 2 \text{ cm} \quad (6.36)$$

$$R = 5 \text{ mm} \quad (6.37)$$

$$N = 10 \text{ spires} \quad (6.38)$$

où l est la demi longueur et R le rayon. Au centre du solénoïde, le champ magnétique est donné par :

$$B = \mu_0 \frac{N}{2} \frac{1}{\sqrt{l^2/4 + R^2}} I \quad (6.39)$$

où N représente le nombre de spires. Pour un champ magnétique de 0,0246 T, le courant requis pour une bobine de 10 spires est donc :

$$I = 43,8 \text{ A} \quad (6.40)$$

L'inductance associée à la bobine est donnée par :

$$L_B \approx \mu_0 \pi \frac{N^2 R^2}{l} \quad (6.41)$$

Avec les valeurs choisies pour la longueur, le rayon et le nombre de spires, la valeur de l'inductance est de $L_B \approx 500$ nH.

Câble coaxial

L'alimentation de la bobine se fait grâce à un câble coaxial (type RG-178-BU), dont l'impédance caractéristique est de 50Ω . La capacitance linéique (donnée par le fabricant) est $c_c = 94$ pF/m. La longueur du câble est de 1,20 m. On en déduit les valeurs de la capacitance et de l'impédance :

$$C_c = 112,8 \text{ pF} \quad (6.42)$$

$$L_c = Z_0^2 C_c \approx 300 \text{ nH} \quad (6.43)$$

L'inductance du câble est en série avec celle de la bobine. Les valeurs C et L de la Fig.(6.1) sont donc données par :

$$L = L_B + L_c \approx 800 \text{ nH} \quad (6.44)$$

$$C = C_c + C_{var} \approx 112,8 \text{ pF} + C_{var} \quad (6.45)$$

où C_{var} est une capacité variable en parallèle avec la bobine, qui donne la possibilité d'ajuster la fréquence de résonance du circuit magnétique. Pour $C_{var} = 0$, la fréquence de résonance maximale est donnée par :

$$\omega_0^{max}/(2\pi) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 16,94 \text{ MHz} \quad (6.46)$$

La capacité variable aurait pour effet de diminuer la fréquence de résonance.

En toute rigueur, un câble coaxial est modélisé par des constantes dites réparties. Cela signifie qu'une longueur infinitésimale dl de câble peut être décrite par une capacité $dC = c_c dl$ et une inductance $dL = l_c dl$. Un câble de longueur finie résulte de la mise en série de plusieurs de ces circuits élémentaires. L'équation décrivant la propagation du signal est l'équation dite du télégraphe, qui n'est autre qu'une équation d'onde. Pour une excitation sinusoïdale et un câble de longueur infinie, la solution est donc une onde monochromatique progressive. On peut montrer que la vitesse de propagation de l'onde est donnée par $1/\sqrt{l_c c_c} \approx 2,13 \cdot 10^8$ m/s. Pour une fréquence d'environ 17 MHz, la longueur d'onde est donc d'environ 12,5 m. La longueur d'onde étant très supérieure à la longueur du câble, on peut faire l'hypothèse que le signal est transmis quasi instantanément le long du câble. On peut donc modéliser le câble comme une inductance et une impédance localisées, ce qui justifie *a posteriori* que l'association du câble et de la bobine soit simplement modélisée par un condensateur mis en parallèle avec une bobine.

Résistance interne

On mesure une résistance de $0,4 \Omega$ aux bornes du circuit résonant, lorsque la bobine est à une température de 2 K. Cette valeur tient compte de l'atténuation dans le câble coaxial (0,22 dB d'après les données fabricant à 10 MHz et 300 K). On peut évaluer la résistance de la bobine, en tenant compte de l'effet de peau, qui contraint le courant à circuler à la surface des conducteurs (10 spires et un rayon $5 \text{ mm} \approx 30 \text{ cm}$ de longueur. La profondeur de peau à 15 MHz est d'environ $17 \mu\text{m}$, le cuivre ayant une résistivité de $2 \cdot 10^{-11} \Omega \cdot \text{m}$ à 2 K, la résistance de la bobine est donc d'environ $6,1 \cdot 10^{-5} \Omega$.) La résistance du circuit résonnant vient donc essentiellement du câble coaxial.

Amplificateur de puissance

La puissance requise est assez élevée. Un amplificateur de puissance est donc utilisé pour alimenter le circuit résonnant. Notre choix s'est porté sur un amplificateur de 500 W (puissance maximale délivrée en sortie pour une puissance en entrée de 1 mW), opérant sur la bande de fréquence 500 kHz - 30 MHz, et de temps de montée de 100 ns.

Coupleur directionnel

Il faut caractériser le circuit électrique, aussi bien pour accorder l'impédance au générateur, que pour connaître sa bande passante. Introduire un multimètre dans le circuit (pour mesurer la tension aux bornes du circuit bouchon, ou bien le courant) conduit malheureusement à ajouter une inductance et une capacité parasites qui modifient la réponse du circuit. Une alternative est l'utilisation d'un coupleur directionnel. Nous avons retenu un coupleur haute puissance, adapté 50Ω , avec un taux de couplage faible (- 40 dB), fonctionnant dans la bande 1 - 100 MHz.

La tension aux bornes d'un générateur réel, d'impédance Z_0 et de tension E , et d'impédance de charge Z_{ch} est donnée par :

$$U = \frac{Z_{ch}}{Z_{ch} + Z_0} E \quad (6.47)$$

La tension nominative pour une impédance accordée ($Z_{ch} = Z_0$) est simplement donnée par :

$$U^{nom} = \frac{1}{2} E \quad (6.48)$$

On définit la tension réfléchie par la quantité :

$$U^{ref} = U - U^{nom} \quad (6.49)$$

$$= \left(\frac{Z_{ch}}{Z_{ch} + Z_0} - \frac{1}{2} \right) E \quad (6.50)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{Z_{ch} - Z_0}{Z_{ch} + Z_0} \right) E = \left(\frac{Z_{ch} - Z_0}{Z_{ch} + Z_0} \right) U^{nom} \quad (6.51)$$

On définit le coefficient de réflexion en tension :

$$R_{coeff} = \frac{Z_{ch} - Z_0}{Z_{ch} + Z_0} \quad (6.52)$$

Le terme “réflexion” vient de la technologie des lignes de transmission, où le signal électrique est effectivement une onde, à laquelle on peut associer des propriétés telles que la réflexion ou la transmission. Dans notre cas, comme le signal est transmis instantanément le long de la ligne, cette quantité mesure simplement la qualité de l'accord d'impédance. La tension réfléchie est simplement la tension qui fait défaut pour obtenir la tension nominative.

Le coupleur directionnel fournit une mesure directe de la tension réfléchie par le circuit résonnant, s'il est inséré après l'amplificateur, et permet donc de vérifier la bonne adaptation d'impédance ($R_{coeff} \approx 0$).

6.2.3 Fonctionnement de l'ensemble

On dispose de peu de moyens pour caractériser le circuit magnétique. On ne peut mesurer ni l'impédance ni la capacitance du circuit, car leur valeur assez faible serait perturbée par le multimètre. La valeur de la résistance ne peut pas être déterminée pour la fréquence d'accord, à cause de l'effet de peau. On peut néanmoins utiliser une “sonde de tension passive” (d'une capacité résiduelle de seulement 11 pF, et d'impédance caractéristique 10 MΩ), sans trop perturber le fonctionnement du système. On a également à notre disposition le coupleur directionnel permettant de mesurer la tension réfléchie par le circuit résonnant.

Mesure de la fréquence de résonance

On souhaite mesurer la fréquence de résonance du circuit bouchon (l'ensemble du circuit bouchon privé du condensateur C_0), constitué du câble coaxial RG-178-BU et de la bobine. Ce circuit se caractérise par une impédance très élevée pour une fréquence $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$. Pour mesurer cette fréquence, on peut mesurer la chute de tension aux bornes du circuit bouchon, grâce à la sonde de tension passive. La tension aux bornes du

circuit bouchon, mis en série avec une résistance R , est donnée par :

$$U(\omega) = \frac{Z_b(\omega)}{Z_b(\omega) + R + Z_0} E \quad (6.53)$$

La tension U est maximale lorsque l'impédance Z est elle-même maximale, c'est à dire pour la fréquence de résonance. Le circuit bouchon est caractérisé par une impédance élevée ($\gg Z_0$), même loin de la fréquence de résonance. On a donc $U \approx E$ sur un intervalle spectral large. On a donc tout intérêt à prendre une résistance R élevée ($\gg Z_0$), pour que la tension aux bornes du circuit bouchon soit la plus "piquée" possible autour de la fréquence de résonance. On choisit de mettre le circuit bouchon en série avec une résistance de $51 \text{ k}\Omega$. Le principe de la mesure est illustré sur la Fig.(6.3). La mesure permet d'accéder

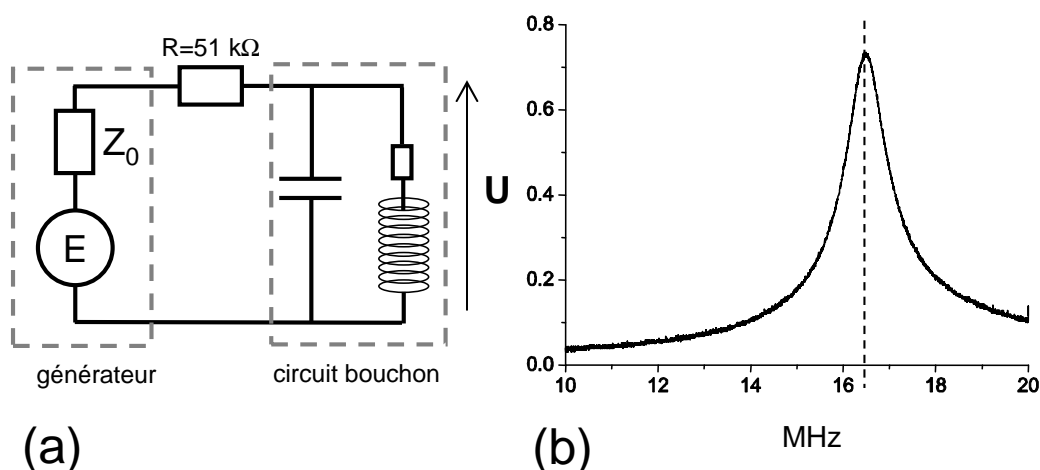


FIG. 6.3 – (a) Principe de la mesure de la fréquence de résonance. On mesure la tension U aux bornes du circuit bouchon, qui est mis en parallèle avec une résistance de $51 \text{ k}\Omega$. (b) module de la tension U mesurée en fonction de la fréquence d'excitation.

à la quantité :

$$\left| \frac{Z_b(\omega)}{Z_b(\omega) + R + Z_0} \right| \quad (6.54)$$

La mesure est effectuée à température ambiante. On trouve une fréquence de résonance $\omega_0/(2\pi) = 16,5 \text{ MHz}$, légèrement inférieure à la fréquence théorique ($16,94 \text{ MHz}$). Cette différence peut s'expliquer par la capacitance résiduelle (11 pF) de la sonde, mise en parallèle à la capacitance du câble, et des capacitances parasites au niveau des soudures.

Accord d'impédance

On regarde maintenant le circuit résonnant dans son ensemble. La première étape est d'accorder l'impédance grâce au condensateur C_0 . On utilise le coupleur directionnel, qui

fournit une mesure du module du coefficient de réflexion :

$$|R(\omega)| = \left| \frac{Z(\omega) - Z_0}{Z(\omega) + Z_0} \right| \quad (6.55)$$

L'adaptation d'impédance s'obtient en annulant le coefficient de réflexion. On représente sur la Fig.(6.4) le coefficient de réflexion en fonction de la fréquence d'excitation. Le

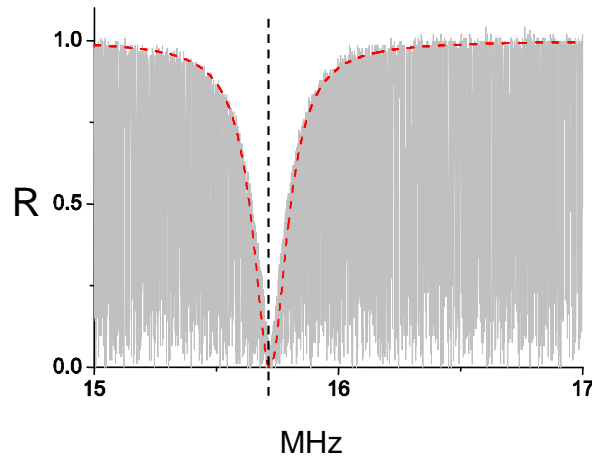


FIG. 6.4 – Module du coefficient de réflexion mesuré en fonction de la fréquence d'excitation. La courbe en trait pointillé rouge représente une fonction lorentzienne centrée $\omega_{RF}/(2\pi) = 15,7$ MHz, et de largeur à mi-hauteur de 170 kHz.

coefficient de réflexion est bien décrit par une fonction lorentzienne centrée à 15,7 MHz, et de largeur à mi-hauteur de 170 kHz.

Resistance interne et temps de montée

La mesure de la fréquence de résonance et de la fréquence d'accord nous permet, grâce à l'Eq.(6.33) de déterminer la résistance :

$$r \approx 4Z_0 \left(\frac{\omega_{RF} - \omega_0}{\omega_0} \right)^2 = 1,07 \Omega \quad (6.56)$$

On trouve une valeur supérieure à la valeur de la résistance mesurée avec un ohmmètre ($0,4 \Omega$, qui ne tient pas compte de l'effet de peau). Il faut néanmoins prendre garde que la mesure de la fréquence de résonance est légèrement biaisée par la capacitance résiduelle de la sonde, ce qui n'est pas le cas pour la mesure de la fréquence d'accord. Le facteur d'amplification à l'accord est alors donné par $\sqrt{Z_0/r} \approx 7$. Avec l'amplificateur 500 W, on peut donc espérer obtenir un courant maximal de 44 A (en amplitude), ce qui répond à nos exigences.

On peut déduire à présent la valeur du temps de montée du courant dans la bobine. Ce temps est donné par $\tau \approx L/r$. Avec la valeur estimée de l'inductance (800 nH), on trouve que le temps de montée est d'environ 800 ns. La largeur à mi-hauteur de l'amplification est donc d'environ 400 kHz.

6.3 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté le dispositif radio-fréquence que nous avons installé pour contrôler les spins nucléaires. La faiblesse du facteur gyromagnétique (due à l'orientation particulière du champ magnétique) nous a contraint à utiliser un circuit résonnant et un amplificateur de puissance. Le circuit est conçu de sorte qu'il est possible d'obtenir une fréquence de Rabi de 1 MHz pour 500 W injectés dans le circuit (sous réserve d'utiliser des condensateurs adaptés à des tensions élevées).

Le bon fonctionnement du dispositif est vérifié dans le chapitre suivant. Le champ RF est ensuite mis à profit pour rephaser les spins dans une expérience d'écho. On montre par ailleurs qu'une puissance d'environ 140 W est suffisante pour réaliser cette opération.

Chapitre 7

Manipulation de la cohérence de spin nucléaire

Le but de ce chapitre est de montrer que l'instrumentation radio-fréquence que nous avons mise au point est bien en mesure de rephaser les spins. C'est aussi l'occasion d'étudier la durée de vie de la cohérence de spin par excitation magnétique. En effet, jusqu'à présent, notre équipe a étudié ces propriétés grâce à des expériences optiques. Anne Louchet a par exemple étudié des échos Raman dont la remise en phase est produite par deux impulsions Π optiques [7]. Cette étude avait mis en évidence un temps de relaxation T_2 d'environ $350 \mu\text{s}$ dans un échantillon dopé 0.1%.

Ici, ce sont au contraire des expériences mêlant excitation magnétique et lecture optique qui sont utilisées. L'expérience la plus simple est l'expérience de nutation magnétique (7.2), qui permet de connaître le couplage entre champ magnétique et atomes. On présente ensuite des expériences utilisant le passage adiabatique rapide (7.3) comme outil spectroscopique. Ces expériences ont été réalisées dans deux cristaux, dopés respectivement à 0,1 et 0,5 %.

7.1 Excitation magnétique et lecture optique

7.1.1 Principe d'une mesure magnéto-optique

En résonance magnétique nucléaire (RMN dans la suite), le "signal" est le champ magnétique rayonné par les dipôles magnétiques (en optique, le signal est le rayonnement émis par les dipôles électriques). Si cette détection ne pose pas de problèmes en optique, il en va autrement en RMN. En effet le coefficient d'absorption d'une onde électromagnétique est proportionnel à la pulsation du rayonnement. Pour plusieurs centaines de THz en optique, on n'a que quelques dizaines MHz en RMN. Le rapport signal sur bruit est

donc en général relativement élevé dans les expériences de RMN, et exigent d'amplifier le signal. Dans nos expériences, le problème se pose différemment. On sait en effet contrôler optiquement les populations des sous niveaux fondamentaux (par impulsions Π [7], par passage Raman adiabatique [62], ou, plus simplement, par pompage optique.) Le résultat de cette manipulation est facilement mesurable, puisque l'absorption de l'échantillon dépend des populations des sous niveaux fondamentaux. Toutes les expériences présentées ici s'appuient sur le principe d'une manipulation cohérente par champ magnétique radio-fréquence, et d'une lecture optique. La lecture peut se faire pendant ou après la manipulation cohérente. Le grand avantage de cette méthode est qu'elle combine l'efficacité de l'excitation magnétique et le très bon contraste de la lecture optique. D'autre part, on peut raisonnablement considérer que l'excitation magnétique est homogène, car l'absorption du champ est tout à fait négligeable.

La première étape est de déséquilibrer les populations, ce qui se fait facilement par creusement de trou spectral. Le système peut être réduit à un système à trois niveaux. Dans la suite, on considère donc le schéma du système à trois niveaux de la Fig.(7.1) Dans

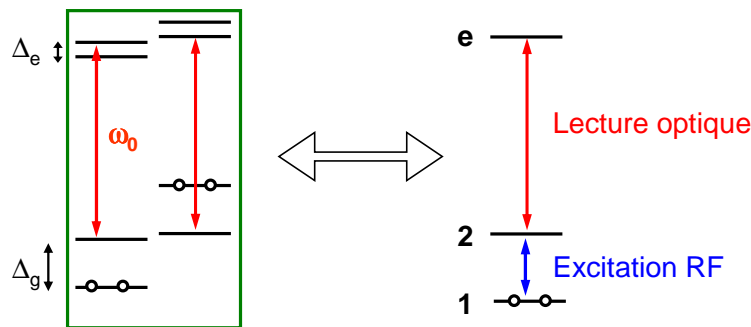


FIG. 7.1 – Les systèmes atomiques actifs après pompage optique sont encadrés en vert (systèmes identiques à ceux de la Fig.(4.8)). Les deux niveaux effectivement sensibles à la lecture optique sont équivalents à un unique système à 3 niveaux 1,2 et e. Le champ radio-fréquence excite la transition 1-2, et la lecture optique se fait sur la transition 2-e.

toutes les expériences décrites dans ce chapitre, l'initialisation du système atomique se fait par pompage optique à la pulsation ω_0 . Le niveau 2 est donc initialement vide. On sonde le système sur la même transition (simultanément ou après excitation RF, selon les expériences). Le résultat final est donc la population du niveau 2. On n'utilise plus dans la suite le symbole Δ_g , mais ω_{12} .

7.1.2 Montage expérimental

Le schéma du dispositif expérimental est illustré sur la Fig.(7.2). Il est identique au montage utilisé pour les expériences de ralentissement (Fig.(4.7)), auquel toute l'instru-

mentation RF est ajoutée. Dans toutes les expériences présentées dans ce chapitre, le

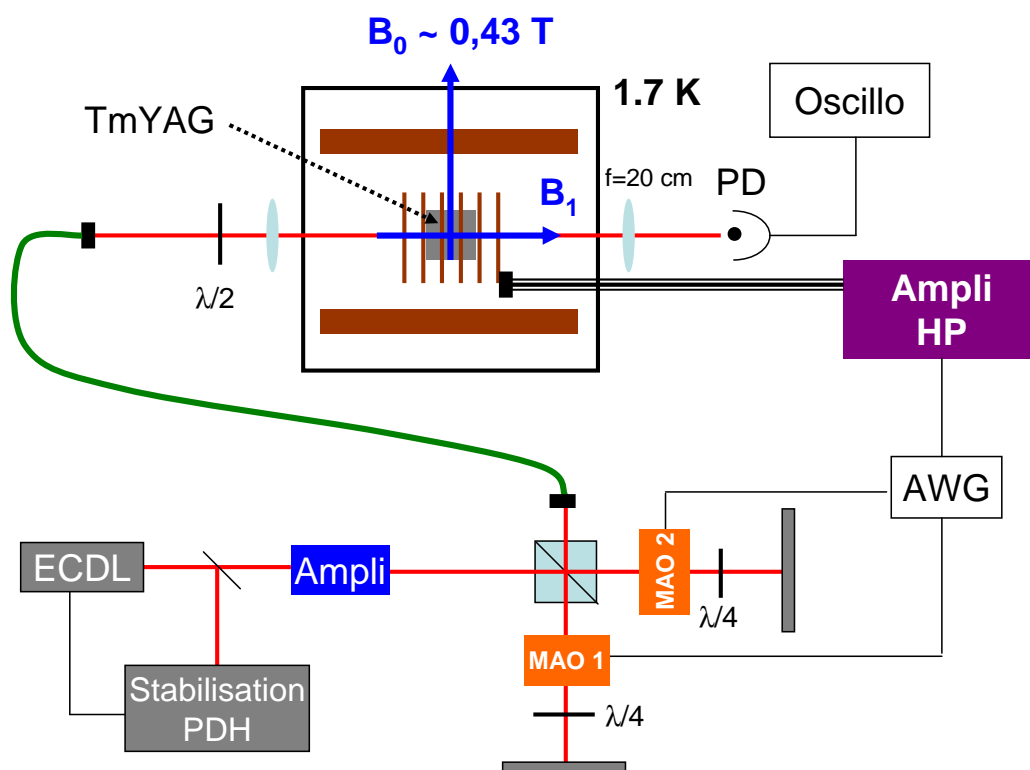


FIG. 7.2 – Montage expérimental utilisé pour les expériences d’excitation radio-fréquence. \mathbf{B}_0 et \mathbf{B}_1 sont les champs magnétiques statique et radio-fréquence.

champ magnétique statique est choisi de sorte que l’écart entre sous-niveaux fondamentaux soit égal à la fréquence d’adaptation d’impédance $\omega_{RF}/(2\pi) = 15,7$ MHz. Le champ statique est alors fixé à $B_0 \sim 0,43$ T. Pour ajuster le champ magnétique, on utilise la technique de creusement de trou spectral, qui permet de mesurer l’écart énergétique entre sous-niveaux hyperfins.

7.2 Nutation magnétique

On souhaite montrer expérimentalement la possibilité de manipuler la cohérence de spin nucléaire avec le champ magnétique radio-fréquence. La grandeur que l’on souhaite extraire de cette première expérience est le couplage entre le spin nucléaire et le champ magnétique : autrement dit la pulsation de Rabi Ω . Pour un système à deux niveaux excité à résonance, initialement dans l’état 1, la population de l’état 2 évolue selon :

$$p(t) = \frac{1}{2} (1 - \cos(\Omega t)) \quad (7.1)$$

Cette équation est vraie sur des temps plus courts que le temps de cohérence T_2 , pour que le processus reste cohérent. Suivre l'évolution de la population lorsque l'atome est soumis à une excitation constante est donc un moyen direct d'évaluer la pulsation de Rabi.

7.2.1 Séquence expérimentale

La séquence expérimentale de nutation magnétique est décrite sur la Fig.(7.3). La

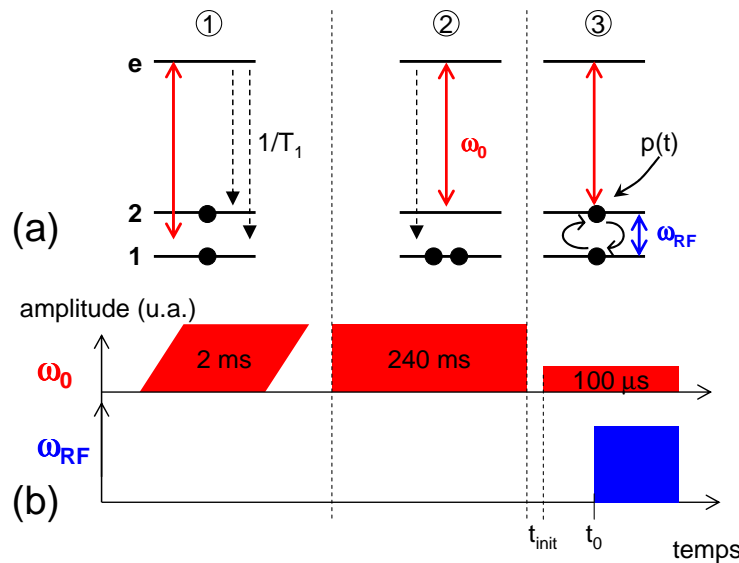


FIG. 7.3 – Séquence expérimentale de nutation magnétique. (a) Système atomique couplé aux champs optique (pulsation ω_0) et magnétique (pulsation ω_{RF} .) (b) Amplitude (unité arbitraire) des champs optique et magnétique. L'étape 1 est une étape de "nettoyage" (voir texte). La seconde étape consiste à placer tous les atomes dans le même état par pompage optique à la pulsation ω_0 . La dernière étape consiste à exciter magnétiquement les atomes, tout en sondant optiquement à la pulsation ω_0 , avec un faisceau lumineux de faible intensité.

première étape consiste à réinitialiser les populations des deux sous niveaux fondamentaux. Un balayage sur 70 MHz en 2 ms permet, par pompage optique d'égaliser les deux sous-niveaux, en un temps très inférieur au temps de relaxation des sous niveaux (plusieurs secondes). Cette étape permet d'effacer toutes les expériences précédentes (cohérences, populations). Vient ensuite le pompage optique à la pulsation ω_0 permettant de vider le niveau 2. La dernière étape est l'excitation radio-fréquence et la lecture optique. L'oscillation des populations des sous-niveaux 1 et 2 entraîne l'oscillation du coefficient d'absorption.

L'intensité lumineuse utilisée pour le pompage optique (pour la lecture) est de 2 μ W (0,28 μ W). La lecture se fait sur une durée de 100 μ s. L'expérience est réalisée 4 fois par

seconde. Le déclenchement de l'excitation magnétique se fait $10 \mu s$ après le déclenchement de la lecture optique. Chaque expérience est moyennée sur 16 réalisations.

7.2.2 Résultats

Les expériences nous permettent de connaître la pulsation de Rabi, en fonction de la tension appliquée aux bornes du circuit résonnant (dans nos expériences, la tension est définie de pic à pic). Pour une tension de la forme :

$$V(t) = \frac{1}{2}V_{pp}\cos(\omega_{RF}t) \quad (7.2)$$

La pulsation de Rabi est de la forme :

$$\Omega = k_V V_{pp} \quad (7.3)$$

Les expériences de nutation doivent aboutir à la mesure du facteur k_V .

Sur la Fig.(7.4), on représente l'intensité transmise et la population en fonction du temps. On voit clairement une oscillation de l'intensité transmise lorsque le champ magnétique RF est appliqué. Sans pompage optique ni excitation RF (intensité A de la Fig. 7.4(a)), les deux sous niveaux hyperfins sont également peuplés. Avec pompage optique, mais sans champ RF (intensité B), la population du niveau hyperfin sondé est nulle. Ces deux niveaux d'intensité permettent donc d'étalonner la population du niveau fondamental sondé. On a la relation :

$$I_A = I_B e^{-\alpha L} \quad (7.4)$$

où α est le coefficient d'absorption du cristal et L sa longueur. Le coefficient d'absorption est directement proportionnel à la population p du niveau fondamental : $\alpha = ap$. On a donc :

$$I_A = I_B e^{-aL/2} \quad (7.5)$$

On en déduit ainsi le facteur a, ce qui permet de relier intensité et population du niveau fondamental. Le résultat est présenté sur la Fig.(7.4)(b).

Pour cette expérience, on a utilisé le cristal dopé 0,5 %. Le coefficient d'absorption en centre de raie est d'environ 4 cm^{-1} . Dans cette expérience, on s'est placé en bord de raie, de sorte que le coefficient d'absorption est réduit à environ $2,28 \text{ cm}^{-1}$. En effet, la lecture optique à forte absorption n'est pas facile, car il suffit de peu de bruit lumineux (par ASE de l'amplificateur laser, composante orthogonale de la polarisation non nulle) pour fausser la lecture. Dans toutes les expériences qui suivent, lorsque le cristal dopé à 0,5 % est utilisé, on s'est placé en bord de raie pour diminuer l'absorption.

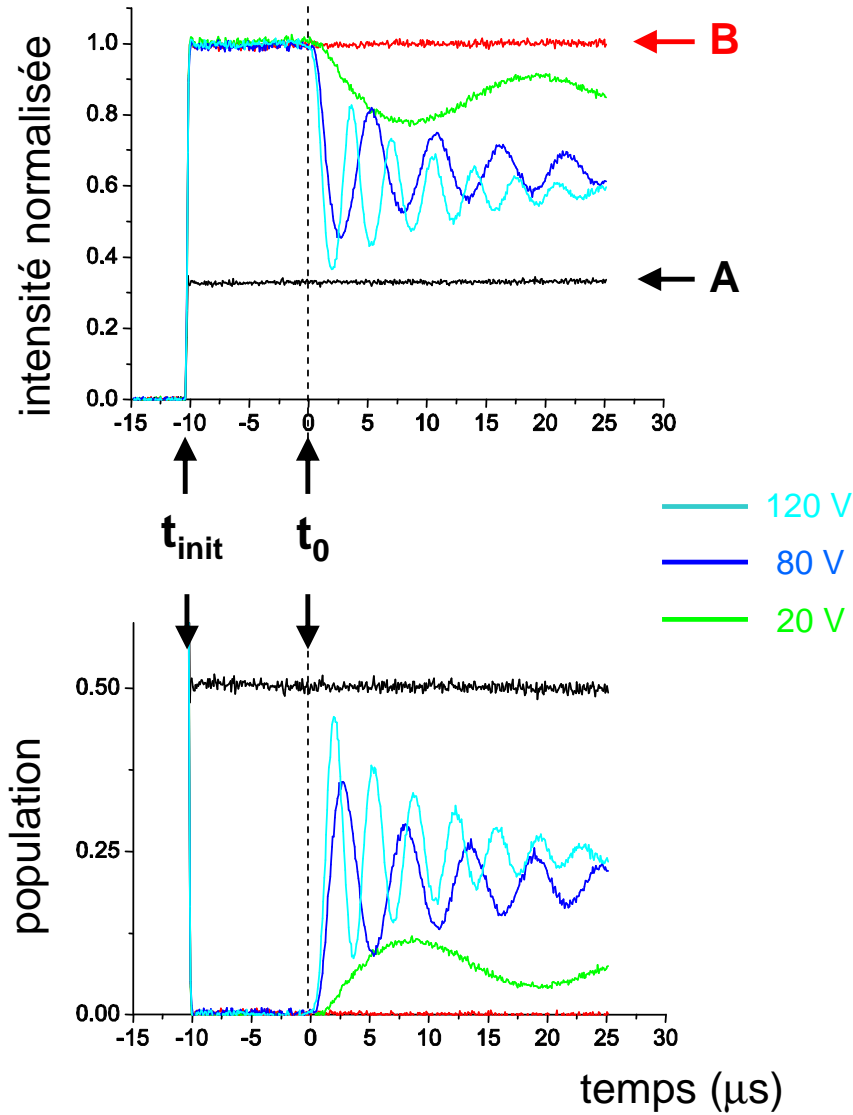


FIG. 7.4 – Expérience de nutation magnétique pour différentes tensions appliquées aux bornes du circuit résonnant (20, 80 et 120 V_{pp}). (a) Intensité lumineuse après passage dans le cristal. La courbe A est obtenue sans pompage optique, ni champ RF. B est la courbe obtenue après pompage optique, en l'absence de champ magnétique radio-fréquence. (b) Interprétation de la courbe en intensité en terme de population.

L'Eq.(7.1) prévoit un retournement complet et périodique de la population du niveau. On n'observe pas cette évolution. On voit d'une part que l'on ne peut pas peupler totalement le niveau ($p_{max} \approx 0.5 < 1$), et d'autre part que les oscillations sont amorties. Ce résultat est du à une inhomogénéité de l'excitation des atomes. Cette inhomogénéité résulte de l'élargissement de l'écart énergétique entre sous niveaux hyperfins. L'Eq.(7.1) n'est vraie qu'à résonance, or un élargissement de la fréquence de transition entraîne que certains atomes sont excités hors résonance. Pour un atome résonnant à la pulsation ω_{12} , la population suit la loi :

$$p(\omega_{12} - \omega_{RF}; t) = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + (\omega_{12} - \omega_{RF})^2} \sin^2 \left(\frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2 + (\omega_{12} - \omega_{RF})^2} t \right) \quad (7.6)$$

La population moyenne de l'état sondé est de la forme :

$$\begin{aligned} \bar{p}(\omega_{RF}; t) &= \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega_{12}) \frac{1}{1 + ((\omega_{12} - \omega_{RF})/\Omega)^2} \sin^2 \left(\frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2 + (\omega_{12} - \omega_{RF})^2} t \right) d\omega_{12} \\ &= G(\omega_{12}) \otimes p(\omega_{12}; t) \end{aligned} \quad (7.7)$$

où G est la distribution (normalisée) des pulsations de résonance. On n'a pas, pour le moment, de connaissance précise de la fonction G. Néanmoins, comme le montre la Fig.(7.4)(b), le peuplement de l'état est inférieur à 0,5. On suppose donc que pour les tensions appliquées dans cette expérience, la fonction G est plus large que les fréquences de Rabi correspondantes. On voit d'autre part que pour un désaccord largement supérieur à la pulsation de Rabi, la contribution des atomes devient négligeable dans l'Eq.(7.7). On peut donc transformer l'équation selon :

$$\begin{aligned} \bar{p}(\omega_{RF}; t) &\approx \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\omega_{RF})}{1 + ((\omega_{12} - \omega_{RF})/\Omega)^2} \sin^2 \left(\frac{1}{2} \sqrt{1 + ((\omega_{12} - \omega_{RF})/\Omega)^2} \Omega t \right) d\omega_{12} \\ &\approx 2\Omega G(\omega_{RF}) \int_1^{\infty} \frac{1}{X \sqrt{X^2 - 1}} \sin^2 \left(\frac{1}{2} X \Omega t \right) dX \\ &\approx \Omega G(\omega_{RF}) \int_1^{\infty} \frac{1}{X \sqrt{X^2 - 1}} (1 - \cos(X\Omega t)) dX \\ &\approx \Omega G(\omega_{RF}) \left(\ln(2) - \int_1^{\infty} \frac{1}{X \sqrt{X^2 - 1}} \cos(X\Omega t) dX \right) \end{aligned} \quad (7.8)$$

Malheureusement, on ne peut pas obtenir de solution pour cette integrale. On remarque expérimentalement que la solution est pseudo periodique. On peut donc chercher les extrema en calculant la dérivée :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle p(t) \rangle_{\omega_{12}} &\approx \Omega^2 G(\omega_{RF}) \int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{X^2 - 1}} \sin(X\Omega t) dX \\ &\approx \frac{1}{2i} \Omega^2 G(\omega_{RF}) \Im \int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{X^2 - 1}} e^{iX\Omega t} dX \\ &\propto J_0(\Omega t) \end{aligned} \quad (7.9)$$

où J_0 est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0. On a la propriété :

$$x_{n+1} - x_n \approx \pi \quad (7.10)$$

où x_n est la nième racine de la fonction de Bessel. Dans le signal de nutation, une pseudo-période T correspond à l'intervalle séparant deux extrema. On a alors :

$$\Omega T \approx 2\pi \quad (7.11)$$

La recherche de la pseudo-période d'oscillation donne donc simplement accès à la pulsation de Rabi.

Sur la Fig.(7.5) est représentée la fréquence de nutation en fonction de la tension aux bornes du circuit résonnant. La variation de la fréquence est bien décrite par une loi

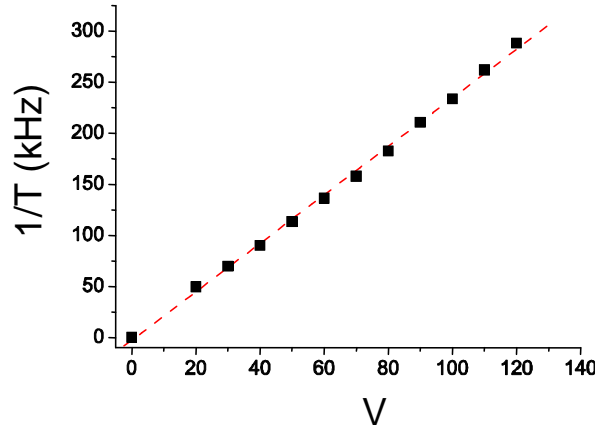


FIG. 7.5 – fréquence de nutation en kHz en fonction de la tension appliquée aux bornes du circuit résonnant. Carrés noirs : valeurs expérimentales, ligne discontinue rouge : droite de pente $2,37 \text{ kHz}/V_{pp}$.

linéaire avec un coefficient k_V :

$$k_V = 2,37 \text{ kHz}/V_{pp} \quad (7.12)$$

Cette valeur est susceptible de varier légèrement, selon la qualité de l'accord à résonance (réalisé grâce à la capacité C_0).

7.3 Manipulation par Passage Adiabatique

Les études spectroscopiques requièrent en général des impulsions “dures”, au sens où l'excitation des atomes doit se faire le plus rapidement possible, et sur un intervalle spectral plus large que la distribution atomique. Si l'on suppose une largeur Raman de l'ordre du

MHz dans nos expériences, il faudrait avoir recours à toute la puissance de l'amplificateur (500 W). On peut au contraire avoir recours à des excitations adiabatiques, qui nécessitent beaucoup moins de puissance : c'est cette idée qui est exploitée dans la suite.

7.3.1 Aspects théoriques du passage adiabatique rapide

Evolution adiabatique d'un système quantique

L'équation de Schrödinger décrit l'évolution d'un système quantique :

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi\rangle = H(t) |\Psi\rangle \quad (7.13)$$

H est le Hamiltonien du système. Dans le cas le plus général, ce Hamiltonien dépend du temps. On peut écrire les états propres et les énergies propres instantanés (qu'on suppose non dégénérées) :

$$H(t) |\psi_n(t)\rangle = E_n(t) |\psi_n(t)\rangle \quad (7.14)$$

Le Hamiltonien peut donc être diagonalisé :

$$H(t) = P(t)\Lambda(t)P^{-1}(t) \quad (7.15)$$

où $P(t)$ est la matrice de passage. L'équation de Schrödinger se réécrit alors :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi\rangle &= H(t) |\Psi\rangle = P^{-1}\Lambda P |\Psi\rangle \\ i\hbar \left(P \frac{d}{dt} |\Psi\rangle \right) &= \Lambda |P\Psi\rangle \\ i\hbar \frac{d}{dt} |P\Psi\rangle - i\hbar \frac{dP}{dt} |\Psi\rangle &= \Lambda |P\Psi\rangle \\ i\hbar \frac{d}{dt} |P\Psi\rangle &= \Lambda |P\Psi\rangle + i\hbar \left(\frac{dP}{dt} P^{-1} \right) |P\Psi\rangle \end{aligned} \quad (7.16)$$

Ainsi, le passage dans la base propre instantanée ($|P\Psi\rangle$) fait apparaître deux termes. Le premier est diagonal, et correspond à une phase dynamique. Le second couple entre eux les états propres instantanés. Si les termes non-diagonaux de l'opérateur $\frac{dP}{dt} P^{-1}$ sont négligeables, alors le système évolue selon :

$$|\Psi(t)\rangle = \sum \alpha_n(t) |\psi_n(t)\rangle = \sum \alpha_n(0) e^{-i\phi_n} |\psi_n(t)\rangle \quad (7.17)$$

où la phase ϕ_n est donnée par :

$$\phi_n(t) = \frac{1}{\hbar} \int_0^t E_n(t') dt' - i \int_0^t \left\langle \psi_n \frac{d}{dt} \psi_n \right\rangle dt' \quad (7.18)$$

L'amplitude de probabilité d'occupation de chaque état propre reste donc constante au cours du temps :

$$|\alpha_n(t)|^2 = |\alpha_n(0)|^2 \quad (7.19)$$

On dit alors que le système évolue adiabatiquement. La condition d'une telle évolution s'écrit :

$$\hbar \left| \langle \psi_m | \dot{\psi}_n \rangle \right| \ll |E_m - E_n|, \forall m \neq n, \forall t \quad (7.20)$$

Couplage constant et fréquence balayée linéairement

On analyse ici un cas "populaire" de transfert adiabatique : la pulsation de Rabi Ω_0 est constante, alors que la pulsation d'excitation est balayée, autour de la pulsation ω_{RF}^0 . La pulsation instantanée du champ magnétique s'écrit :

$$\omega(t) = \omega_{RF}^0 + rt \quad (7.21)$$

où r est le taux de balayage. Le balayage débute à $t = -T/2$, pour finir à $t = T/2$. L'intervalle balayé est Δ_0 . On a donc :

$$r = \frac{\Delta_0}{T} \quad (7.22)$$

Le Hamiltonien s'écrit dans le référentiel tournant à la pulsation instantanée du champ excitateur :

$$H(t) = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\Delta(t) & -\Omega_0 \\ -\Omega_0 & \Delta(t) \end{pmatrix} \quad (7.23)$$

où $\Delta(t)$ est le désaccord instantané à la pulsation de résonance :

$$\Delta(t) = \omega_{12} - \omega_{RF}^0 - rt \quad (7.24)$$

Le système a pour valeurs propres :

$$E_{\pm} = \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2} \quad (7.25)$$

associées aux vecteurs propres instantanés :

$$|\psi_+\rangle = \begin{pmatrix} \cos \frac{\Theta}{2} \\ \sin \frac{\Theta}{2} \end{pmatrix}, \quad |\psi_-\rangle = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\Theta}{2} \\ \cos \frac{\Theta}{2} \end{pmatrix} \quad (7.26)$$

où l'angle Θ est défini par :

$$\tan \Theta = \frac{\Omega_0}{\Delta} \quad (7.27)$$

Le couplage entre états propres est donné par :

$$\dot{\Theta} = \frac{\dot{\Delta} \Omega_0}{\Omega_0^2 + \Delta^2} \quad (7.28)$$

Ainsi, le critère d'évolution adiabatique s'écrit-t-il à chaque instant :

$$\left| \dot{\Delta} \Omega_0 \right| \ll (\Omega_0^2 + \Delta^2)^{3/2} \quad (7.29)$$

Passage Adiabatique Rapide

Le cas qui nous intéresse particulièrement est celui d'un système initialement dans l'état $|1\rangle$. Pour peu que l'intervalle balayé soit très supérieur à la fréquence de Rabi ($\Delta_0 \gg \Omega_0$), on a $\Theta(-T/2)=0$. Les états $|\psi_+\rangle$ et $|1\rangle$ sont initialement confondus. Si l'évolution est adiabatique, alors le système reste dans l'état propre $|\psi_+\rangle$. Le critère d'adiabaticité doit être vérifié à chaque instant. Le point le plus critique est atteint quand $\Delta=0$. A cet instant, le critère se réduit à :

$$\Omega_0^2 \gg r \quad (7.30)$$

A la fin du processus d'interaction $|\psi_+\rangle=|2\rangle$. Ainsi, grâce à une évolution adiabatique, le système est passé de l'état $|1\rangle$ à l'état $|2\rangle$.

On peut donner une interprétation géométrique relativement simple du passage adiabatique rapide. Sur la sphère de Bloch (voir Fig.(7.6), le vecteur de contrôle a pour coordonnées :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \Omega_0 \\ 0 \\ -\Delta(t) \end{bmatrix} \quad (7.31)$$

Initialement, le vecteur de contrôle est donc orienté vers le bas, tout comme le vecteur de

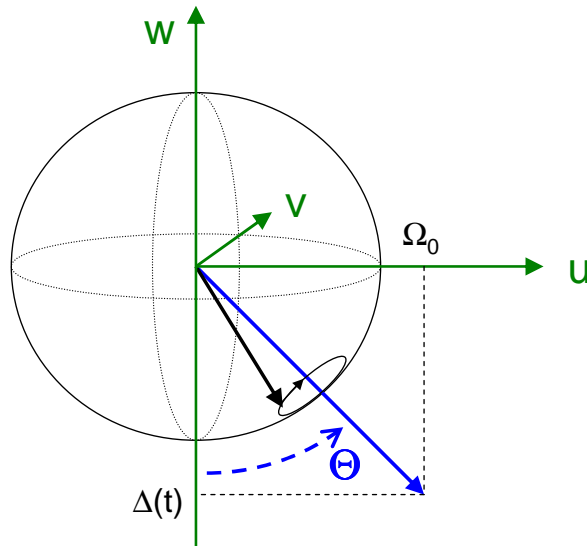


FIG. 7.6 – Représentation géométrique du passage adiabatique rapide. Le vecteur de Bloch est représenté en noir, et le vecteur de contrôle en bleu. Le vecteur de contrôle effectue une rotation autour de l'axe \mathbf{e}_v , par balayage de la fréquence d'excitation

Bloch. A cause du balayage de la fréquence d'excitation, le vecteur de contrôle effectue un mouvement de rotation autour de l'axe \mathbf{e}_v . L'angle entre l'axe \mathbf{e}_w et le vecteur de contrôle

est donné par :

$$\tan^{-1} \left(\frac{\Omega_0}{\Delta} \right) \quad (7.32)$$

L'angle correspond à l'angle dynamique trouvé pour les vecteurs propres. Ainsi la vitesse de rotation du vecteur de contrôle est donnée par :

$$\dot{\Theta} = \frac{-\dot{\Delta}\Omega_0}{\Omega_0^2 + \Delta^2} \quad (7.33)$$

Si le vecteur de contrôle change lentement de direction, on peut estimer que le vecteur de Bloch effectue un mouvement de nutation rapide autour du vecteur de contrôle, et suit le mouvement du vecteur de contrôle. Pour qu'un tel mouvement soit possible, il faut que la période de rotation du vecteur de Bloch autour du vecteur de contrôle ($1/\sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2}$) soit très courte devant la période de rotation du vecteur de Bloch. Cet argument géométrique suffit pour retrouver la condition de l'Eq.(7.30)

7.3.2 Mesure de la pulsation de Rabi

On a vu que la nutation magnétique est un moyen simple de mesurer la pulsation de Rabi. Le passage adiabatique rapide fournit une méthode alternative. Pour peu que le processus soit adiabatique, la probabilité d'inverser la population des deux sous-niveaux est totale. Dans le cas le plus général, la probabilité est donnée par la formule de Landau-Zener [107] :

$$p = 1 - e^{-\pi\Omega_0^2/2r} \quad (7.34)$$

Ainsi, la mesure de la population transférée par passage adiabatique rapide est un moyen de mesurer la pulsation de Rabi. On souhaite donc dans cette expérience confirmer les résultats obtenus par nutation, et retrouver la valeur du coefficient k_V . La formule de Landau-Zener permet de quantifier le critère d'adiabaticité. Il permet d'affirmer que 90 % de la population est transférée par passage adiabatique rapide si on a :

$$\frac{\Omega_0^2}{r} \approx 1,5 \quad (7.35)$$

Dans la suite, on affirmera donc que le critère d'adiabaticité est pleinement rempli, et que le passage est efficace, pour peu que la condition de l'Eq.(7.35) soit vérifiée.

Comme pour l'expérience de nutation, on part d'un sous niveau hyperfin vidé par pompage optique. L'excitation par passage adiabatique rapide modifie les populations des sous niveaux. En mesurant l'absorption du faisceau lumineux on a simplement accès à la population finale. Les intensités optiques mises en jeu sont les mêmes que pour la nutation. Le pompage optique se fait sur la même durée. La lecture optique dure 100 μ s. On choisit pour le champ radio fréquence un balayage de 12 MHz en 100 μ s. Sur

la Fig.(7.7), est représentée la lecture de plusieurs passages adiabatiques rapides réalisés dans le cristal dopé 0,5 %, correspondant à des tensions de 20, 40 et 120 V crête-crête. Les intensités A et B permettent de déterminer la population p du sous niveau à après

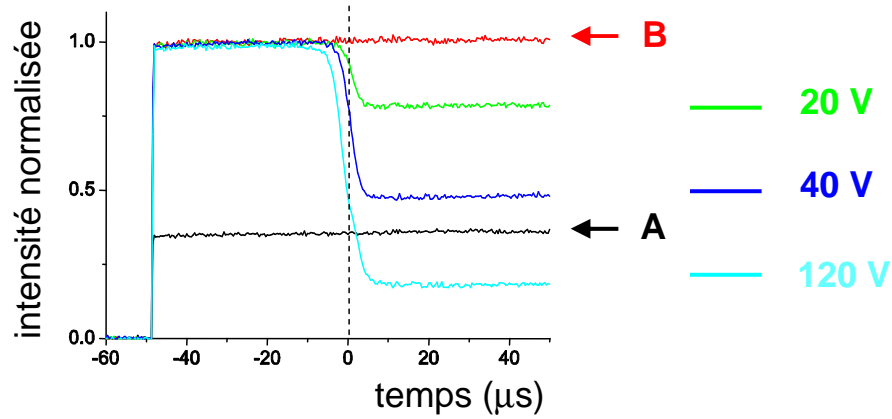


FIG. 7.7 – Transmission d'un faisceau lors de l'application d'un passage adiabatique rapide magnétique. On représente trois situations correspondant à trois tensions aux bornes du circuit magnétique. Les courbes A et B représentent les mêmes situations que sur la Fig.(7.4), et permettent de déterminer les populations des sous-niveaux.

application du passage adiabatique rapide. L'expérience est réalisée pour des tensions allant de 20 à 120 V_{pp} . Sur la Fig.(7.8), est représenté la fonction $\ln(1-p)$ en fonction du carré de la tension V_{pp} .

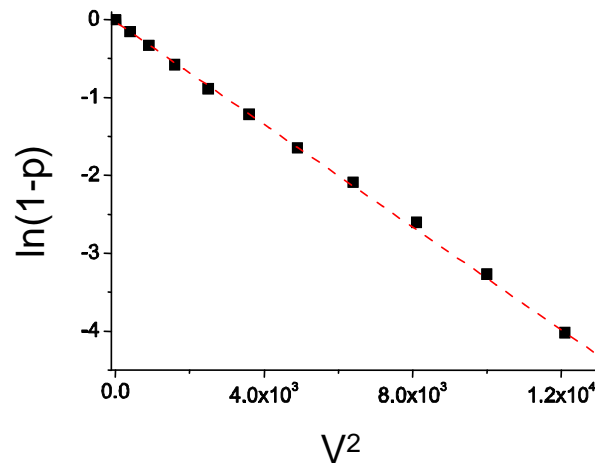


FIG. 7.8 – Représentation de la fonction $\ln(1-p)$ en fonction du carré de la tension.

Les résultats expérimentaux montrent une relation linéaire entre les deux quantités. On a :

$$\ln(1 - p) = -\frac{\pi}{2r} \Omega_0^2 = -\frac{\pi}{2r} k_V^2 V_{pp}^2 = -3,3 \cdot 10^{-4} \text{ kHz}/V_{pp}^2 \quad (7.36)$$

On en déduit :

$$k_V = 2\text{kHz}/V_{pp} \quad (7.37)$$

L'accord avec l'expérience de nutation est correct. Néanmoins, la formule de Landau-Zener est un cas idéal (durée de balayage infinie, alignement rigoureux des vecteurs de contrôle et de Bloch en début d'excitation). Même si nos conditions expérimentales ne sont pas trop éloignées de cette situation (on peut vérifier a posteriori que la fréquence de Rabi est très inférieure à l'intervalle spectral balayé, et donc que le vecteur de contrôle est très proche de la verticale au début de l'interaction), le couplage n'est pas rigoureusement constant lors du balayage de la fréquence d'excitation. Les atomes dans les ailes de la distribution inhomogène voient donc une pulsation de Rabi inférieure à celle vue par les atomes au centre de la distribution. On prend donc pour le coefficient k_V la valeur trouvée par nutation magnétique (2,37 kHz/ V_{pp}), qui fournit une mesure directe de la fréquence de Rabi.

7.3.3 Mesure de la distribution inhomogène

Durée de basculement d'un spin

Les mesures de nutation magnétique montrent que l'écart énergétique entre sous-niveaux hyperfins souffre d'un élargissement inhomogène, mais ne permettent de déterminer ni la largeur ni la forme de cet élargissement. Le passage adiabatique rapide se révèle un très bon outil pour caractériser cette distribution inhomogène. L'idée de la mesure repose sur le fait que le temps de retournement d'un spin, lorsqu'il est soumis à un passage adiabatique rapide, n'est pas la durée de balayage elle-même. En effet, le temps effectif de basculement est donné par :

$$T_{eff} \approx \frac{\pi\Omega_0}{\Delta_0} T \quad (7.38)$$

Principe de la mesure

Imaginons plusieurs spins ayant des pulsations de résonances ω_i différentes (FIG. 7.9), initialement dans le même état. On suppose que pour tous les spins, les deux conditions du passage adiabatique rapide sont vérifiées ($\Omega_0 \ll \Delta_0$, $\Omega_0^2 \gg r$). Le passage à résonance pour chacun des spin se fait à des instants ω_i/r différents. Supposons que le temps de basculement soit très court devant le temps séparant deux résonances ($(\omega_{i+1} - \omega_i)/r$). On peut considérer que le basculement est alors instantané. Si on observe la population du niveau initialement vide, les passages à résonance successifs vont alors augmenter la population de ce niveau, par sauts successifs. On observe alors la densité d'atome intégrée. Une simple dérivation permet de trouver la distribution spectrale de spin. Dans le cas

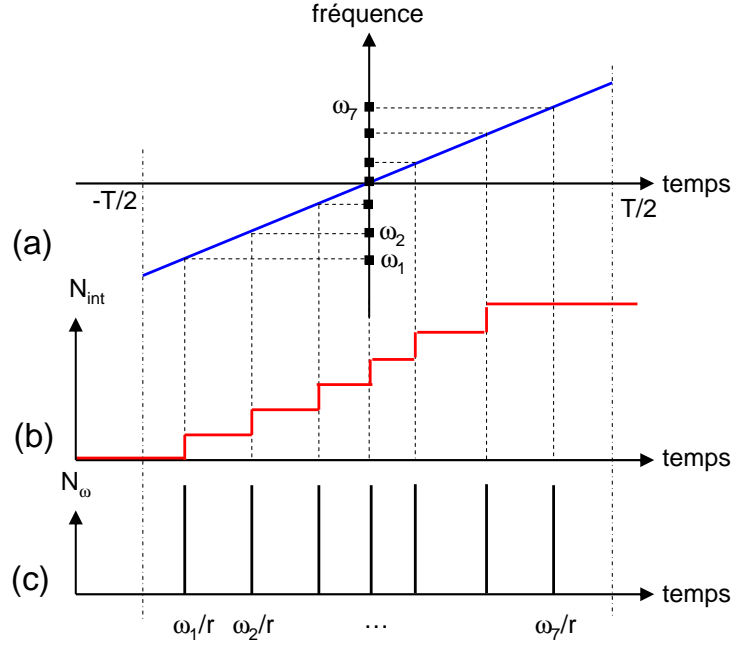


FIG. 7.9 – Principe de la mesure de la distribution inhomogène par passage adiabatique rapide. (a) balayage de la fréquence du champ magnétique radio fréquence. Les spins sont représenté par des carrés noirs. (b) Dans le cas d'un basculement très rapide, le nombre de spins retournés augmente progressivement. (c) La distribution spectrale est alors obtenue par dérivation

d'une distribution continue, le principe est le même. La condition d'observation de la distribution inhomogène est :

$$\Omega_0 \ll \Gamma_{inh} \quad (7.39)$$

où Γ_{inh} est la largeur caractéristique de la distribution de spins.

Dans le cas d'une distribution continue $G(\omega_{12})$, la population du niveau initialement vide s'exprime comme :

$$\begin{aligned} p^{tot}(t) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega_{12}) \left(1 - \frac{\omega_{12} - \omega_{RF}^0 - rt}{\sqrt{\Omega_0^2 + (\omega_{12} - \omega_{RF}^0 - rt)^2}} \right) d\omega_{12} \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} G(\Delta + \omega_{RF}^0 + rt) \left(1 - \frac{\Delta}{\sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2}} \right) d\Delta \end{aligned} \quad (7.40)$$

Suivant le raisonnement précédent, on s'intéresse à la dérivée temporelle de la population.

On a :

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}p^{tot}(t) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} rG'(\Delta + \omega_{RF}^0 + rt) \left(1 - \frac{\Delta}{\sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2}}\right) d\Delta \\
 &= \frac{r}{2} \int G(\Delta + \omega_{RF}^0 + rt) \frac{\Omega_0^2}{(\Omega_0^2 + \Delta^2)^{3/2}} d\Delta \\
 &= G(\omega_{RF}^0 + rt) \otimes \mathcal{L}(\omega_{RF}^0 + rt)
 \end{aligned} \tag{7.41}$$

où on a effectué une intégration par parties, et utilisé le fait que $G(\infty) = 0$. On a introduit la fonction :

$$\mathcal{L}(\Delta) = \frac{r}{2} \frac{\Omega_0^2}{(\Omega_0^2 + \Delta^2)^{3/2}} \tag{7.42}$$

Pour peu que la fonction \mathcal{L} soit très étroite (autrement dit que la fréquence de Rabi est très faible comparée à la largeur de la distribution inhomogène), elle agit comme une distribution de Dirac. On a ainsi :

$$\frac{d}{dt}p^{tot}(t) \approx rG(\omega_{RF}^0 + rt) \tag{7.43}$$

Dans le cas général, la fréquence de Rabi tend à élargir la distribution inhomogène.

Expérience

Les expériences se déroulent de la même façon que pour la nutation (pompage optique, puis lecture optique sur la même transition). On choisit les paramètres suivants :

$$\begin{aligned}
 \Omega_0/(2\pi) &= 47,4 \text{ kHz} \rightarrow 94,8 \text{ kHz} \\
 \Delta_0/(2\pi) &= 4 \text{ MHz} \\
 T_0 &= 1 \text{ ms}
 \end{aligned}$$

On a :

$$\begin{aligned}
 \frac{\Omega_0}{\Delta_0} &< 0,0237 \ll 1 \\
 \frac{\Omega_0^2}{r} &> 3,53 > 1
 \end{aligned}$$

La fréquence centrale de balayage est prise à $\omega_{RF}^0/(2\pi) = 15,7 \text{ MHz}$. Les expériences de nutation indiquent a priori que la largeur $\Gamma_{inh}/(2\pi)$ excède 250kHz. Ainsi, toutes les conditions sont réunies pour observer la distribution inhomogène de spin. Sur la figure 7.10, les résultats expérimentaux montrent l'observation de l'inversion de population (courbe (a)). On obtient simplement la distribution inhomogène en différenciant la population (courbe (b)). La différentielle de la population est très bien décrite par une fonction gaussienne

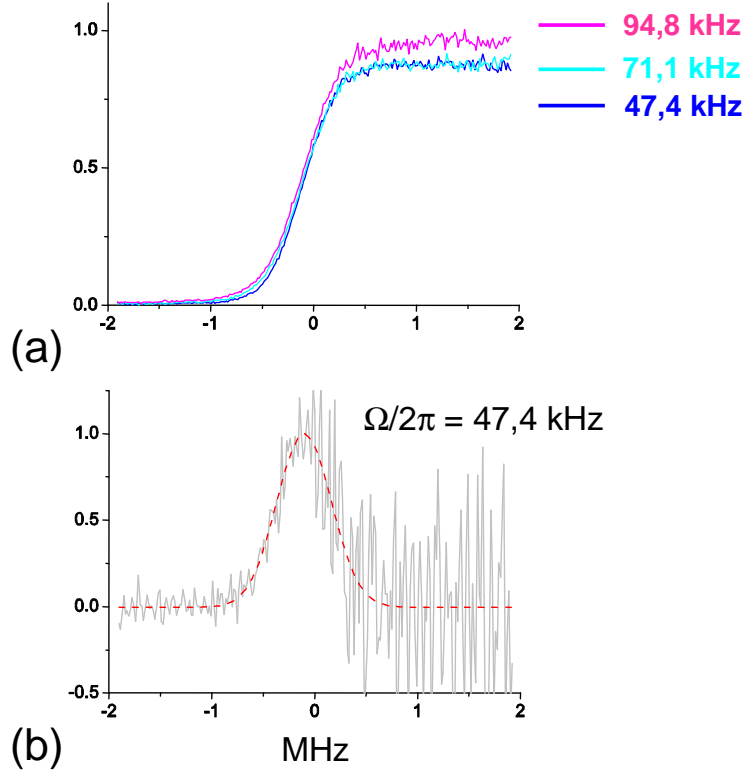


FIG. 7.10 – Mesure de la distribution inhomogène de spin. (a) Retournement de population par passage adiabatique rapide, pour plusieurs fréquences de Rabi. L'axe des abscisses représente le désaccord instantané $\Delta = \omega - \omega_0$. (b) Distribution inhomogène obtenue pour une fréquence de Rabi de 47,4 kHz. La courbe grise est obtenue en différenciant la courbe de population expérimentale. La courbe pointillée rouge est une enveloppe gaussienne de largeur à mi-hauteur de 626 kHz, centrée à -103 kHz.

de largeur à mi hauteur χ , centrée en $\omega_{RF}^0 + \langle \Delta \rangle$:

$$\frac{d}{dt}P^{tot} = e^{-4\ln(2)\left(\frac{\omega_{12}-\omega_{RF}^0-\langle\Delta\rangle}{\chi}\right)^2} \quad (7.44)$$

Les paramètres qui décrivent le mieux les résultats expérimentaux sont donnés dans le tableau 7.3.3. Le centre de la distribution inhomogène ne correspond pas tout à fait

$\Omega_0/(2\pi)$ (kHz)	47,4	71,1	94,8
$\chi/(2\pi)$ (kHz)	626	649	669
$\langle\Delta/(2\pi)\rangle$ (kHz)	103	106	101

FIG. 7.11 – Largeurs à mi-hauteur et positions moyennes des distributions atomiques pour différentes fréquences de Rabi

au centre de l'intervalle balayé. On mesure une différence d'une centaine de kHz, bien inférieure à la largeur de la distribution inhomogène, mesurée entre 449 et 669 kHz. Le fait que la largeur mesurée dépende de la fréquence de Rabi est normal. En effet, les calculs de la section précédente montrent que le temps de basculement est proportionnel à la fréquence de Rabi. Ainsi, plus la fréquence de Rabi est élevée, moins il est légitime de considérer le basculement comme un processus instantané. L'incertitude sur la mesure de l'élargissement inhomogène est en fait donnée par la fréquence de Rabi. On remarque que les mesures de la largeur à mi-hauteur confirment cette dépendance. On obtient donc la largeur de la distribution, et sa position moyenne, en moyennant sur les trois mesures les quantités :

$$\begin{aligned}\Gamma_{inh}/(2\pi) &= (\chi - \Omega_0)/(2\pi) \approx 577 \text{ kHz} \\ \langle \Delta/(2\pi) \rangle &\approx 103,3 \text{ kHz}\end{aligned}$$

On a supposé pour cette expérience que la fréquence de Rabi, au cours du balayage, est effectivement constante. Or, la largeur de résonance du circuit amplificateur est d'environ 400 kHz. Les atomes, distribués sur une largeur un peu plus élevée, ne voient pas tous le même champ magnétique. Il y a deux contraintes contradictoires : il faut à la fois une fréquence de Rabi faible pour diminuer autant que possible le temps de retournement, mais aussi une fréquence de Rabi suffisamment élevée pour que la probabilité de passage soit environ 1 pour tous les atomes. Il faut idéalement travailler avec une courbe de résonance beaucoup plus large que la largeur inhomogène, pour s'assurer que tous les atomes voient le même champ. De toute évidence, les conditions ne sont pas réunies dans cette expérience. De nouveaux travaux dans lesquels la réponse spectrale du circuit amplificateur est élargie (grâce à l'ajout d'une résistance près de la bobine) sont en cours. Le principe de cette expérience n'est pas remis en cause, mais les futurs résultats devraient fournir des données plus précises et fiables.

7.4 Echo de spin

7.4.1 Principe d'un écho

L'information la plus importante, celle qui détermine les capacités du matériau à agir en mémoire quantique, est la durée de vie de la cohérence de spin, aussi appelée temps de décohérence ou temps de déphasage homogène, et noté T_2 (ou parfois T_2^{spin} pour distinguer du temps de décohérence optique). Ce temps intervient de manière phénoménologique dans les équations de Bloch :

$$\dot{\sigma}_{12} = \frac{i}{2} (\sigma_{22} - \sigma_{11}) \Omega(t) + i\Delta\sigma_{12} - \frac{1}{T_2}\sigma_{12} \quad (7.45)$$

il décrit, pour un groupe d'atomes identiques (même écart énergétique hyperfin), le déphasage induit par les interactions aléatoires entre spin, ou encore avec l'environnement. En RMN, le terme de relaxation transversale est souvent utilisé car le déphasage homogène détruit uniquement la composante horizontale du vecteur de Bloch (relaxation des composantes u et v , alors que la composante w n'est pas affectée). En principe, mesurer cette durée de vie de décohérence est relativement simple. Grâce à des impulsions d'aire spécifique, il est possible de faire évoluer le vecteur de Bloch le long d'une trajectoire bien déterminée. On peut par exemple appliquer une première impulsion d'aire $\Pi/2$, qui met le spin dans un état $\frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + i|-\rangle)$ (le vecteur est aligné selon $-v$), suivie un intervalle de temps T plus tard d'une seconde impulsion $\Pi/2$, qui reconduit le spin selon sa direction originale. La décohérence a pour effet de réduire le module du vecteur d'un facteur e^{-T/T_2} durant la période d'évolution libre T (réduction de la composante v). A l'issue de la seconde impulsion $\Pi/2$, le vecteur de Bloch retrouve donc sa direction originale, mais sa norme est réduite ($w > -1$).

L'élargissement inhomogène vient cependant compliquer les choses. Les cohérences de spin, durant la phase d'évolution libre sont soumises à un mouvement de rotation autour de l'axe $(0,w)$ à leur pulsation de résonance ω_{12} autour de l'axe \mathbf{e}_w . La distribution des fréquences de résonance conduit à détruire, par interférences, la composante horizontale moyenne du vecteur de Bloch :

$$\begin{aligned} \langle u(t) + iv(t) \rangle_{\Delta} &= 2\sigma_{21}(t_0) e^{-\frac{1}{T_2}(t-t_0)} \int G(\Delta) e^{-i\Delta(t-t_0)} d\Delta \\ &= 4\pi\sigma_{21}(t_0) e^{-\frac{1}{T_2}(t-t_0)} G(t-t_0) \end{aligned} \quad (7.46)$$

Il y a ainsi compétition entre décohérence (extinction en $e^{-\frac{1}{T_2}(t-t_0)}$) et déphasage inhomogène (extinction en $G(t-t_0)$). On est dans la situation la moins favorable, celle où le déphasage inhomogène l'emporte sur la décohérence : le temps de décohérence est de l'ordre de la centaine de μs [7], alors que le déphasage inhomogène se fait sur un temps de l'ordre de $\Gamma_{inh}^{-1} = (577 \text{ kHz})^{-1} \approx 1,7 \mu\text{s}$. La méthode décrite précédemment ne permet donc pas d'accéder au temps de décohérence. Une solution consiste à "refocaliser" les spins, et ainsi générer un "écho". Les techniques d'écho font partie des outils de RMN depuis les années 50 [39].

Une séquence typique d'écho est représentée sur la Fig.(7.12). Pour les échos de photons, la réponse du système vient de la reconstruction de la polarisation macroscopique (et donc d'une émission cohérente de lumière) qui accompagne la refocalisation des cohérences optiques. Dans notre cas, le résultat est la population finale des sous-niveaux de spin, qui peut être sondée optiquement par la mesure du coefficient d'absorption.

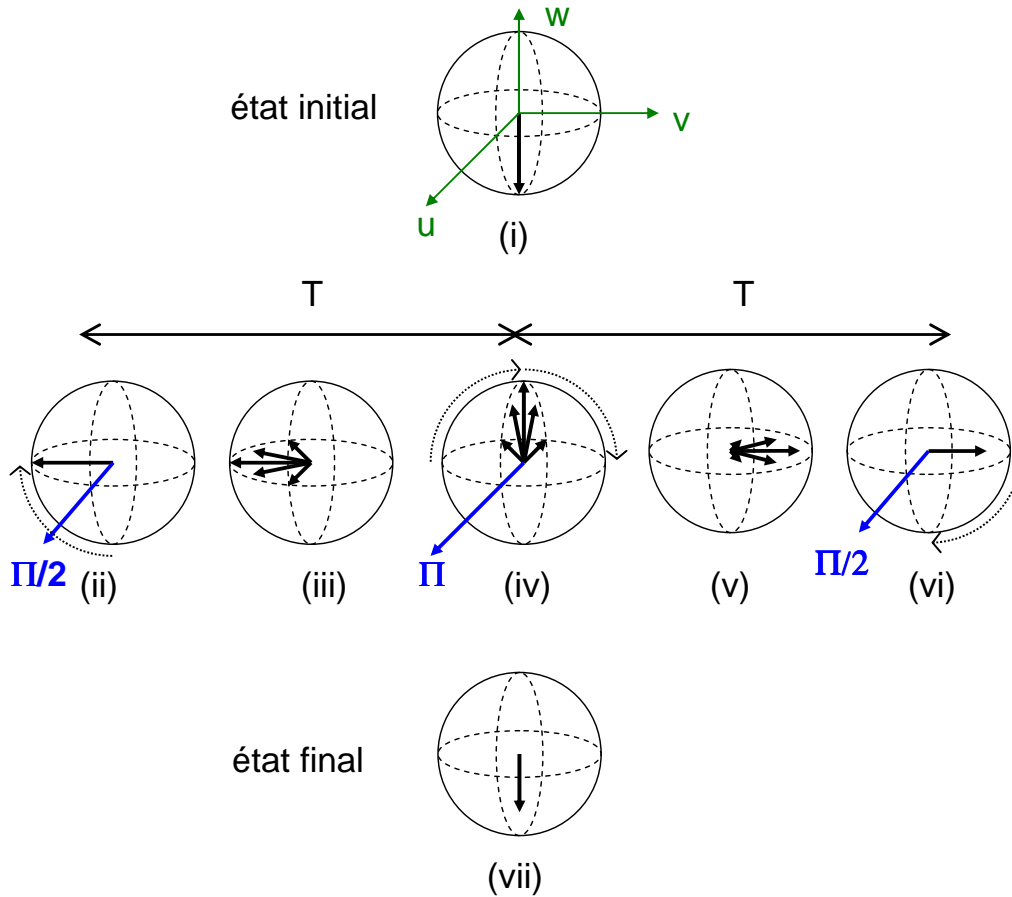


FIG. 7.12 – Séquence d'écho de spin. (i) Le spin est initialement orienté vers le bas (ii) une impulsion $\Pi/2$ amène le spin à une position horizontale. (iii) la précession libre conduit au déphasage des spins. (iv) un instant T après l'impulsion $\Pi/2$, les spins effectuent une rotation de 180° autour de l'axe $(0,u)$ sous l'action d'une impulsion Π . (v) Les spins conservent leur vitesse angulaire, mais retrouvent une direction commune (vi) un temps T après application de l'impulsion Π . Une seconde impulsion $\Pi/2$ permet de ramener le spin à sa position initiale. Outre la précession libre, le spin subit la décohérence, qui diminue la composante horizontale. Les vecteurs de Bloch initial et final n'ont pas le même module. Une séquence d'écho de photon est similaire, exceptée que l'étape (vi) n'existe pas : la réponse du milieu est l'émission radiative consécutive à la refocalisation des dipôles électriques.

7.4.2 Echo de spin adiabatique

Refocalisation par double passage adiabatique rapide

L'impulsion Π de rephasage doit avoir un effet identique sur tous les atomes de la distribution inhomogène, donc sa fréquence de Rabi doit être supérieure à la largeur

inhomogène. Ainsi la puissance nécessaire croît comme le carré de la largeur inhomogène. Les expériences de nutation montrent qu'à une tension pic-pic de 120 V, on n'est pas en mesure d'effectuer un retournement de spin pour l'ensemble des atomes. L'amplificateur haute puissance permet d'attaquer le circuit résonnant avec des tensions supérieures, et d'obtenir une fréquence de Rabi maximale d'environ 900 kHz. Pour cette gamme de puissances, il faut néanmoins adapter le montage électronique (capacités et câbles hautes tensions...), et on ne connaît pas les conséquences d'un courant élevé sur le solénoïde (échauffement, dilatation...) Le problème du claquage dans l'hélium se pose également. La loi de Pashen indique que la tension de claquage est de 125 V pour un produit pression-distance de 40 mTorr.m. On souhaite donc pour le moment se limiter à 120 V (le claquage des capacités utilisées se produit autour de 150 V), et montrer que les expériences de spectroscopie sont réalisables avec des puissances raisonnables.

Une alternative aux impulsions intenses existe, qui s'inspire des expériences de RMN [108, 109] : le rephasage est effectué grâce à deux passages adiabatiques rapides successifs. Un état de spin quelconque est en effet retrouvé un instant $4T_0$ plus tard, lorsque deux passages adiabatiques rapides sont appliqués respectivement en T_0 et $3T_0$. La refocalisation est illustrée sur la Fig.(7.13). Dans la mesure où l'inversion de phase ne se produit pas simultanément pour tous les atomes, deux passages adiabatiques (PAR) sont effectivement nécessaires pour que les cohérences retrouvent une valeur commune à l'instant $4T_0$. Une analyse de l'effet produit par deux passages adiabatiques rapides est présentée dans l'annexe C. Dans l'illustration graphique, on a supposé que l'inversion de population est instantanée. Cette hypothèse n'est cependant pas nécessaire pour refocaliser les spin à l'aide de deux passages adiabatiques.

Initialisation par semi passage adiabatique rapide

De même qu'une impulsion Π , une impulsion $\Pi/2$ impose une puissance élevée. On peut encore utiliser un transfert adiabatique pour réaliser l'initialisation du vecteur d'état. On utilise cette fois-ci un "semi" passage adiabatique rapide ($^{1/2}$ PAR), qui n'est autre qu'un passage adiabatique interrompu à mi-course. Considérons le cas d'un spin résonnant à la pulsation ω_{12} . Ses coordonnées sur la sphère de Bloch s'écrivent à l'issue du semi passage ($t = 0$) :

$$A(0) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Omega_0}{\sqrt{(\omega_{12}-\omega_{RF}^0)^2 + \Omega_0^2}} \\ 0 \\ -\frac{\omega_{12}-\omega_{RF}^0}{\sqrt{(\omega_{12}-\omega_{RF}^0)^2 + \Omega_0^2}} \end{pmatrix} \quad (7.47)$$

Pour un atome dont la pulsation de résonance est exactement la pulsation centrale du balayage, la composante verticale est nulle. Le signe de la composante verticale des atomes

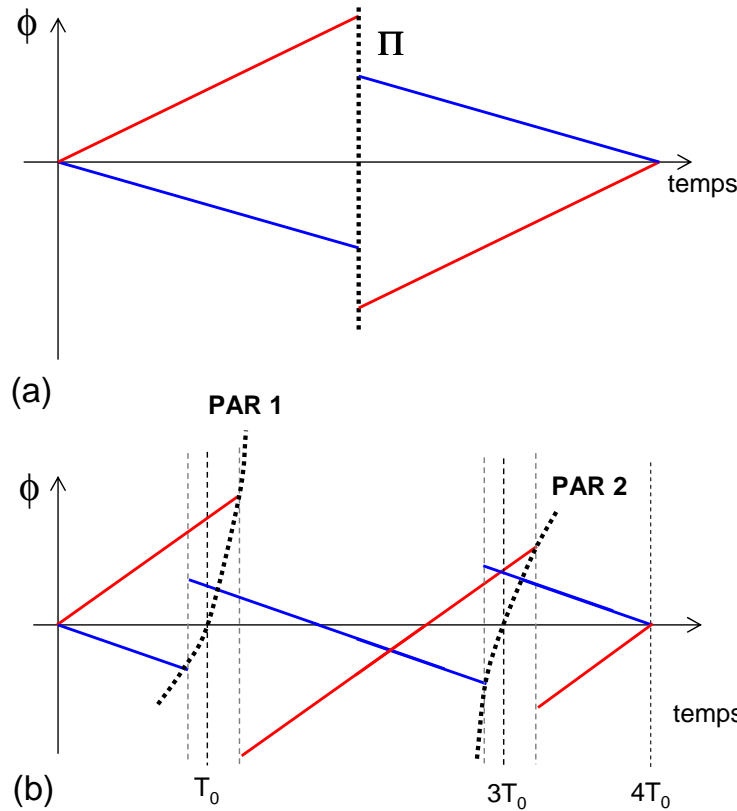


FIG. 7.13 – Refocalisation de deux cohérences de spin : représentation de la phase (dans le référentiel tournant à la pulsation instantanée de l’impulsion excitatrice) en fonction du temps. (a) Refocalisation par impulsion Π . (b) Refocalisation par double passage adiabatique rapide. Pour l’impulsion Π l’inversion de phase est instantanée, et simultanée pour toutes les cohérences. Pour un passage adiabatique rapide, l’inversion de phase se produit de manière séquentielle pour les cohérences. La phase d’une impulsion balayée linéairement en fréquence varie quadratiquement.

désaccordés dépend du signe du désaccord. Ce résultat peut se comprendre car, pour les spin très désaccordés, le vecteur de Bloch, lors de l’interruption du balayage, est vertical (voir Fig.(7.14)(a)). On remarque que la composante verticale moyenne du spin est nulle si la distribution atomique est centrée en ω_{RF}^0 :

$$\bar{w} = - \int G(\omega_{12}) \frac{\omega_{12} - \omega_{RF}^0}{\sqrt{(\omega_{12} - \omega_{RF}^0)^2 + \Omega_0^2}} d\omega_{12} = 0 \quad (7.48)$$

A l’issue du premier semi passage adiabatique rapide, la population moyenne est donc nulle. L’instant 0 de l’expérience d’écho est pris à la fin du $^{1/2}$ PAR. Après application des deux PAR de refocalisation, les atomes retrouvent leur état initial (la composante horizontale est néanmoins réduite d’un facteur e^{-T_{libre}/T_2}).

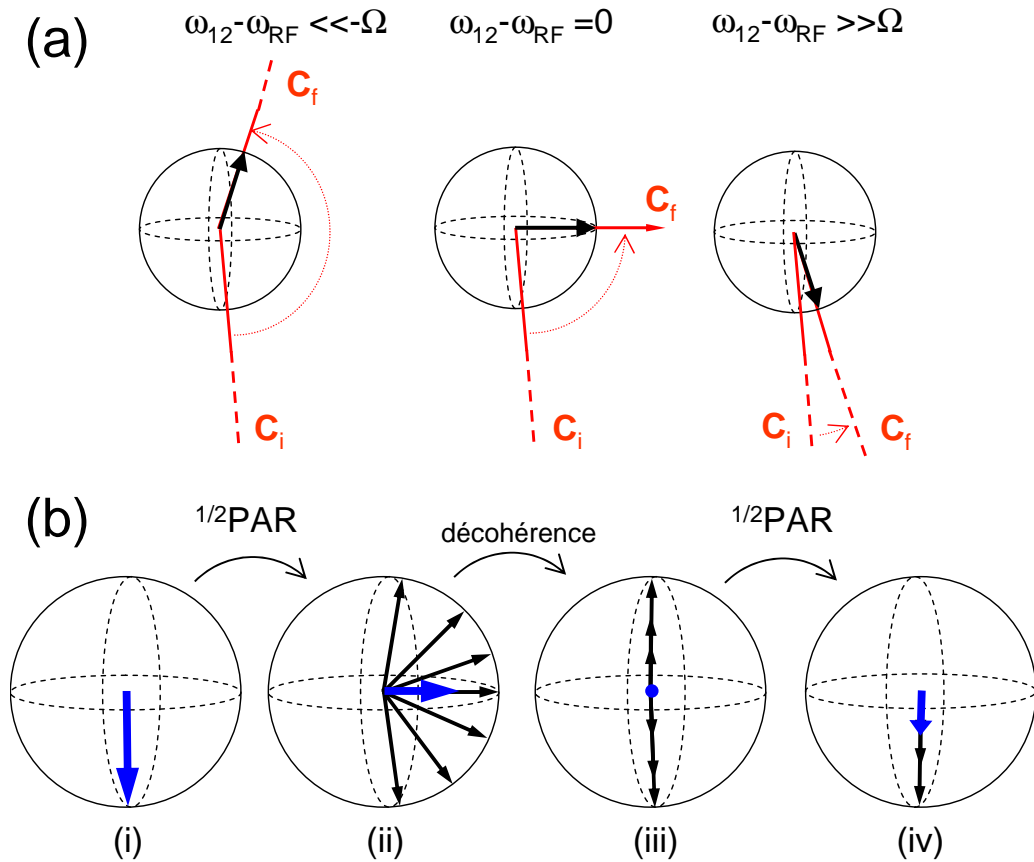


FIG. 7.14 – La flèche bleue (noire) représente le spin moyen (individuel). La flèche rouge représente le vecteur de contrôle. (a) Initialisation des spin par semi passage adiabatique. C_i et C_f sont les positions initiale et finale du vecteur de contrôle. Les trois cas limite sont illustrés. Dans le premier, le vecteur de contrôle effectue une rotation totale et conduit donc à une inversion de population. le deuxième cas illustre la situation d'un spin résonnant avec la fréquence de coupure du semi passage adiabatique. Le dernier cas est à l'opposé du premier, le vecteur de contrôle n'ayant presque pas quitté sa position initiale. (b) Illustration du fond de population dans l'expérience d'écho de spin adiabatique. (i) Tous les spins sont initialement alignés vers le bas. (ii) Après applications d'un $1/2$ PAR, les spins sont écartés de la verticale. Leur composante verticale dépend de leur fréquence de résonance (Eq.(7.48)). (iii) La décohérence détruit la composante horizontale des spins, qui sont ainsi projetés sur l'axe vertical (on considère ici un temps d'évolution libre beaucoup plus long que le temps de décohérence T_2 , et la remise en phase est sous-entendue) (iv) Le second $1/2$ PAR reconduit les spins selon leur direction originale. Les spin qui n'ont pas été modifiés par le premier $1/2$ PAR ne seront pas non plus modifiés par le second $1/2$ PAR.

Pour sonder la composante horizontale, il faut la convertir en population. On utilise pour cela un second $^{1/2}$ PAR. On utilise néanmoins un $^{1/2}$ PAR dont le balayage est de signe opposé, de sorte que la population sondée optiquement soit diminuée, et donc l'intensité transmise augmentée. Ce choix est justifié car la mesure des populations atomiques est plus facile dans un milieu moins absorbant, qui transmet donc plus de lumière. En l'absence de décohérence, le signal retrouve sa valeur initiale. On peut montrer (voir annexe C) que la population finale, à l'issue de la séquence complète, s'écrit :

$$\bar{w}(t_f) = - \left(1 - (1 - e^{-T_{libre}/T_2}) \int \frac{G(\omega_{12})}{1 + ((\omega_{12} - \omega_{RF}^0)/\Omega_0)^2} d\omega_{12} \right) \quad (7.49)$$

Si le temps d'évolution libre est très long devant le temps de décohérence, la population finale à l'issue du second $^{1/2}$ PAR est donnée par :

$$\bar{w}(t_f) = - \left(1 - \int \frac{G(\omega_{12})}{1 + ((\omega_{12} - \omega_{RF}^0)/\Omega_0)^2} d\omega_{12} \right) \quad (7.50)$$

Dans la limite d'une fréquence de Rabi largement supérieure à la largeur inhomogène, la population finale est nulle. Si cette condition n'est pas remplie, l'intégrale de l'Eq.(7.50), est inférieure à l'unité, ce qui conduit à une population non nulle à l'issue de la séquence (voir Fig.(7.14)(b)).

7.4.3 Expériences

La préparation du système atomique s'effectue de la même façon que pour les expériences précédentes, par pompage optique. la lecture optique se fait aussi par transmission d'un faisceau de faible intensité, à la même fréquence que le pompage optique. Il faut que les excitations adiabatiques soient rapides, il faut donc prendre un temps de balayage court mais satisfaire le critère d'adiabaticité. On a choisi pour les passages adiabatiques rapides le jeu de paramètres suivants :

$$\begin{aligned} \Omega_0/(2\pi) &= 284,4 \text{ kHz} \\ \Delta_0/(2\pi) &= 4 \text{ MHz} \\ T &= 100 \text{ } \mu\text{s} \end{aligned}$$

Les deux conditions de passage adiabatique sont bien vérifiées ($\Omega_0/\Delta_0 \approx 0,071$ et $\Omega_0^2/\Gamma \approx 12,7$). Pour les impulsions de demi passage adiabatique, le taux de balayage est le même, l'intervalle balayé est cependant réduit de moitié.

Une séquence d'écho fait donc intervenir un demi passage adiabatique rapide, à l'issue duquel le vecteur de Bloch est orienté horizontalement. C'est l'instant 0 de l'expérience.

Un intervalle de temps T_0 plus tard est appliqué le premier passage adiabatique rapide. Un second passage adiabatique est réalisé un instant $2T_0$ après la fin du premier passage. Enfin, un second semi passage adiabatique permet de convertir les cohérences de spin en populations, qui peuvent être sondées optiquement (voir Fig.(7.15)(a)). L'intervalle de temps qui sépare la fin du premier semi passage adiabatique du début du premier passage adiabatique est notée τ .

7.4.4 Résultats

Lecture de l'intensité lumineuse

La lecture optique d'une séquence expérimentale est représentée sur la Fig.(7.15)(b), pour un intervalle τ de $50 \mu\text{s}$. On distingue plusieurs intensités :

- I_1 est l'intensité finale, à l'issue du second $^{1/2}\text{PAR}$, qui reconduit les spin dans leur position initiale. A cause de la décohérence, $I_1 < 1$.
- $I_{1/2}$ est l'intensité détectée à l'issue du premier $^{1/2}\text{PAR}$, et correspond donc aux deux sous niveaux également peuplés.
- I_0 est le fond lumineux décrit par l'Eq.(7.50), et décrit par la Fig.(7.14)(b).

On remarque que l'intensité optique augmente (diminue) lors du premier (second) passage adiabatique rapide (PAR) (Fig.(7.15)(b)), traduisant une diminution (augmentation) de la population : variations A et B de la Fig.(7.15)(b). Dans la mesure où la fréquence de Rabi est plus faible que l'élargissement inhomogène, les spin très désaccordés sont complètement retournés (spin up, dont la pulsation de résonance vérifie $\omega_{12} < \omega_{RF}^0$) ou pas du tout (spin down, tels que $\omega_{12} > \omega_{RF}^0$) (voir Fig.(7.14)). Lors du premier PAR tous les atomes basculent, mais le basculement s'effectue pour les spin up avant les spin down, ce qui explique une augmentation puis une diminution d'intensité (A). Pour le second PAR, l'ordre des basculements est inversé (B). Pour les spins dont la pulsation de résonance est proche de ω_{RF}^0 , le vecteur de Bloch est (quasi-) horizontal. L'élargissement inhomogène tend cependant à déphaser ces spins, qui se répartissent dans le plan équatorial. L'effet de ces spins lors du basculement peut être considéré comme nul, car le temps de basculement est supérieur au temps de précession. L'intensité I_0 , observable durant le premier PAR, correspond donc au fond de population décrit par l'Eq.(7.50).

Mesure du T_2

Le paramètre ajustable de nos expériences est l'intervalle de temps τ ($\neq T_0$) séparant la fin du premier $^{1/2}\text{PAR}$ du début du premier PAR. Pour un intervalle τ nul, la durée de la séquence est tout de même égale à la durée des deux $^{1/2}\text{PAR}$ et des deux PAR ($3T_0$). La durée d'évolution libre est 4τ .

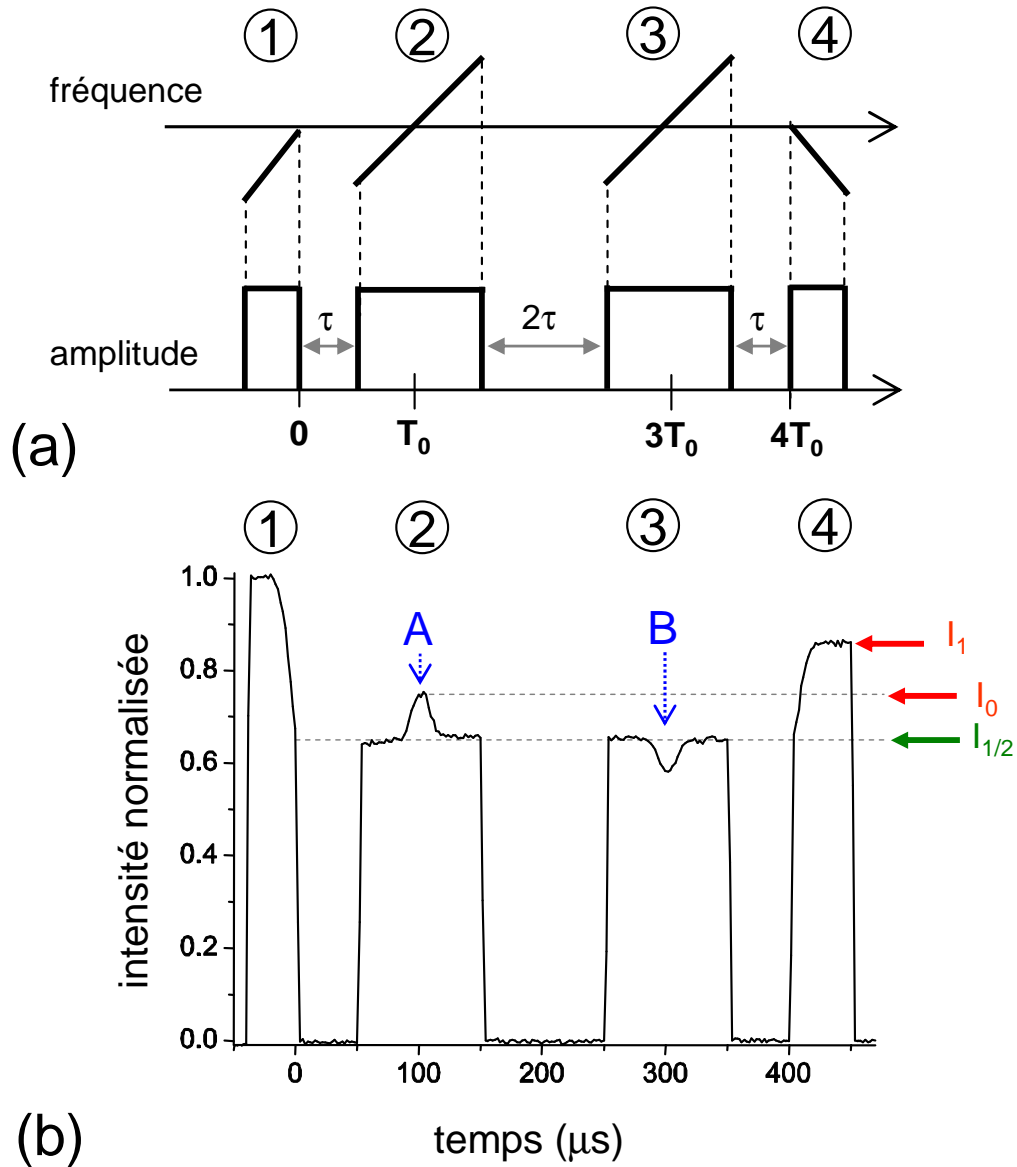


FIG. 7.15 – Séquence expérimentale d'écho de spin. (a) Représentation de la fréquence instantanée et de l'amplitude du champ radio-fréquence. En 1 : initialisation des spin par semi passage adiabatique rapide. 2 et 3 sont les deux passages adiabatiques rapides de refocalisation. 4 est le second semi passage adiabatique rapide, permettant la conversion des cohérences en populations. (b) Lecture optique du sous niveau initialement vide. Les étapes correspondent au chronogramme (a). Pour cette séquence expérimentale, l'intervalle τ est pris égal à $50 \mu\text{s}$. La population finale est déduite des valeurs I_0 et I_1 . $I_{1/2}$ est l'intensité optique obtenue lorsque les deux sous-niveaux également peuplés. Les variations A et B sont attribuées aux atomes que le demi Passage Adiabatique Rapide n'a pas réussi à aligner à l'horizontale (voir texte)

La répétition des séquences d'écho, en changeant l'intervalle de temps τ , permet finalement de déterminer la variation de population (et donc de cohérence) finale avec la durée d'évolution libre 4τ . Les résultats sont présentés sur la Fig.(7.16). On trouve

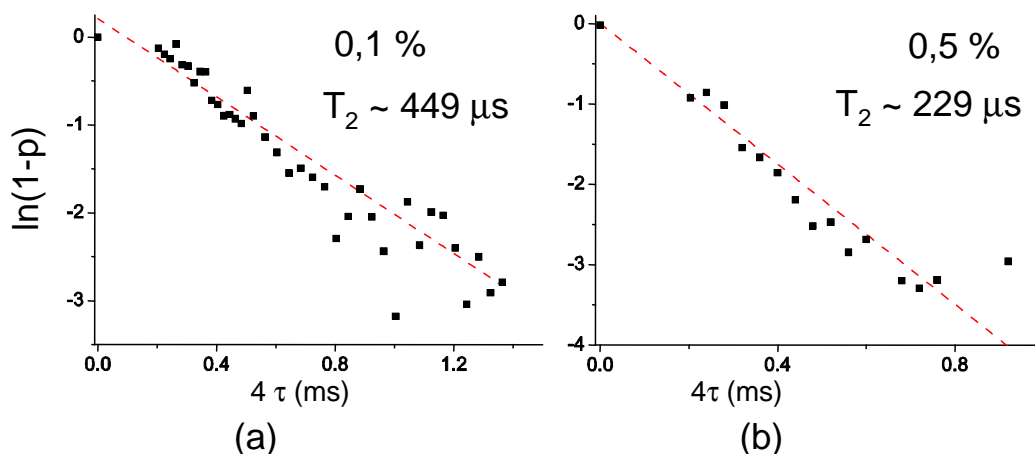


FIG. 7.16 – Expériences d'écho de spin. Variation du logarithme de la population finale en fonction de la durée d'évolution libre 4τ . Résultats obtenus pour les deux cristaux dopés à 0,1 et 0,5 %. La ligne pointillée rouge représente dans les deux cas une décroissance exponentielle de temps caractéristique 229 et 429 μs .

pour les deux cristaux étudiés que la décohérence est très bien décrite par une extinction monoexponentielle. Pour le cristal dopé 0,5 %, le temps de décohérence est donné par :

$$T_2 = 229 \pm 14 \mu s$$

Pour le cristal dopé 0,1 %, on a :

$$T_2 = 449 \pm 42 \mu s$$

Anne Louchet avait trouvé une valeur d'environ 300 μs , par une méthode tout-optique d'échos Raman, avec une erreur d'environ 100 μs [7]. Nos valeurs sont donc assez voisines pour le cristal dopé 0,1%. On constate que le temps de cohérence est réduit de moitié, lorsque le taux de dopage passe à 0,5 %. Les interactions entre ions Thulium semblent jouer un rôle prédominant dans les processus de relaxation. On n'a pas de connaissance suffisamment précise des mécanismes de relaxation pour pousser plus loin l'interprétation des résultats.

7.5 Passage adiabatique rapide et décohérence

Le passage adiabatique met en jeu des superpositions d'états, il s'agit donc d'un processus cohérent, dont l'efficacité est affectée par les processus déphasants. L'efficacité

du transfert de population par passage adiabatique rapide dépend donc de la durée du passage adiabatique. Pour obtenir une efficacité de 100 %, le passage doit donc se faire sur un temps plus court (d'où l'adjectif rapide) que le temps de décohérence.

Dans cette section, on propose et réalise une expérience permettant de mesurer par passage adiabatique le temps de cohérence T_2 . Le temps caractéristique du passage n'est pas la durée de balayage, mais une quantité dépendant de la fréquence de Rabi et du taux de balayage, et il est possible d'obtenir pour un balayage en fréquence linéaire, une formule analytique liant efficacité du transfert et temps de cohérence.

7.5.1 Efficacité et décohérence

Lacour *et al* [110] donnent la valeur suivante pour la population finale (initialement nulle) d'un système à deux niveaux, excité par un balayage linéaire :

$$\frac{1}{2} \left(1 + e^{-\pi \frac{\Omega_0}{r T_2}} \right) \quad (7.51)$$

montrant que si la quantité $\pi\Omega_0/r$ est beaucoup plus grande que la durée de cohérence, la population finale est de 1/2. On peut retrouver ce résultat par des arguments géométriques. Supposons que le vecteur de Bloch reste aligné sur le vecteur de contrôle. On peut écrire les composantes du vecteur de Bloch dans la base (u,v,w) :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \Omega_0 \\ 0 \\ -\Delta \end{bmatrix} \quad (7.52)$$

A chaque instant, la composante horizontale du vecteur de Bloch est donnée par :

$$A_h = \frac{\Omega_0}{\sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2}} A \quad (7.53)$$

où A est le module du vecteur de Bloch. Le déphasage homogène détruit cette composante horizontale, avec le temps caractéristique T_2 . Sous le seul effet de cette décohérence, l'équation d'évolution du module du vecteur de Bloch s'écrit :

$$\frac{d}{dt}(A^2) = -2 \frac{dA_h}{dt} A_h = -\frac{2}{T_2} A_h^2 = -\frac{2}{T_2} \frac{\Omega_0^2}{\Omega_0^2 + \Delta^2} A^2 \quad (7.54)$$

Initialement, à $t = -T/2$, le vecteur de Bloch est orienté vers le bas ($A_h(-T/2) = 0$). Le module du vecteur de Bloch à l'issue du balayage ($t = T/2$) est donné par :

$$A^2(T/2) = e^{-\frac{2}{T_2} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{dt}{1+(r t/\Omega_0)^2}} = e^{-\frac{4\Omega_0}{\Delta_0 T_2} \arctan\left(\frac{\Delta_0}{2\Omega_0}\right) T} \quad (7.55)$$

où on a utilisé $\Delta(t) = rt = \frac{\Delta_0}{T}t$. Dans la mesure où $\Delta_0 \gg \Omega_0$, l'expression du vecteur de Bloch à l'issue du passage adiabatique rapide s'écrit :

$$A(T/2) \approx e^{-\frac{\pi\Omega_0}{\Delta_0}T/T_2} \quad (7.56)$$

La prise en compte du temps de décohérence réduit le module du vecteur de Bloch. On peut définir un temps d'interaction effectif :

$$T_{eff} = \frac{\pi\Omega_0}{\Delta_0}T = \frac{\pi\Omega_0}{r} \quad (7.57)$$

qui correspond au temps de basculement du spin. Cela signifie que la décohérence ne se manifeste que lorsque le vecteur de Bloch est éloigné de la verticale. La population de l'état final s'écrit donc :

$$p(T/2) = \frac{1}{2} \left(1 + e^{-\frac{T_{eff}}{T_2}} \right) \quad (7.58)$$

qui correspond bien à l'expression donnée par [110]. Si le temps de basculement est très supérieur au temps de décohérence, alors la population finale est de 1/2. Il est impossible d'inverser la population des deux sous-niveaux.

Sans donner de formule explicite, d'autres auteurs confirment que si le temps de retournement T_{eff} est très long devant la valeur de T_2 , alors, la population finale n'est que de 1/2 [111, 112, 113]. En régime de fort déphasage ($T_2/T_{eff} \ll 1$), le passage adiabatique est seulement en mesure d'égaliser les populations, ce qui est la marque d'un processus incohérent.

7.5.2 Mesure du temps de décohérence par passage adiabatique rapide

Dans la mesure où l'efficacité du passage adiabatique rapide est une fonction du temps de décohérence, on peut avoir recours à ce genre d'excitation pour mesurer la valeur de T_2 , et ainsi confirmer les résultats obtenus par écho de spin. Pour sonder la décohérence, il suffit de mesurer l'efficacité de plusieurs passages adiabatiques correspondant à plusieurs temps de retournement T_{eff} .

La séquence expérimentale consiste à creuser un trou spectral pour vider le niveau 2, à effectuer un passage adiabatique rapide pour peupler ce même niveau, puis à mesurer la population finale du niveau 2 par mesure optique de l'absorption. L'expérience est répétée pour plusieurs fréquences de Rabi, permettant de balayer le temps de retournement T_{eff} . Dans ces expériences, les paramètres suivants ont été utilisés pour le passage adiabatique

rapide :

$$\begin{aligned}\Delta_0 &= 4 \text{ MHz} \\ T &= 40 \text{ ms} \\ \Omega_0 &= 23,7 \text{ kHz} \longrightarrow 237 \text{ kHz}\end{aligned}$$

On a ainsi :

$$\begin{aligned}35,29 &< \frac{\Omega_0^2}{r} < 3529 \\ 0,0059 &< \frac{\Omega_0}{\Delta_0} < 0,059\end{aligned}$$

Les conditions de passages adiabatiques sont donc réunies. La formule de Landau Zener montre que la probabilité d'inversion de population est égale à 1 pour tous les couples de fréquence de Rabi et de taux de balayage. Seule la décohérence peut donc nuire à l'efficacité du passage adiabatique dans ces conditions expérimentales.

Le temps effectif de basculement, défini par $T_{eff} = \pi\Omega_0/r$ est balayé entre $186 \mu\text{s}$ et $7,44 \text{ ms}$. Les résultats sont présentés sur la Fig.(7.17). Les résultats ne s'accordent

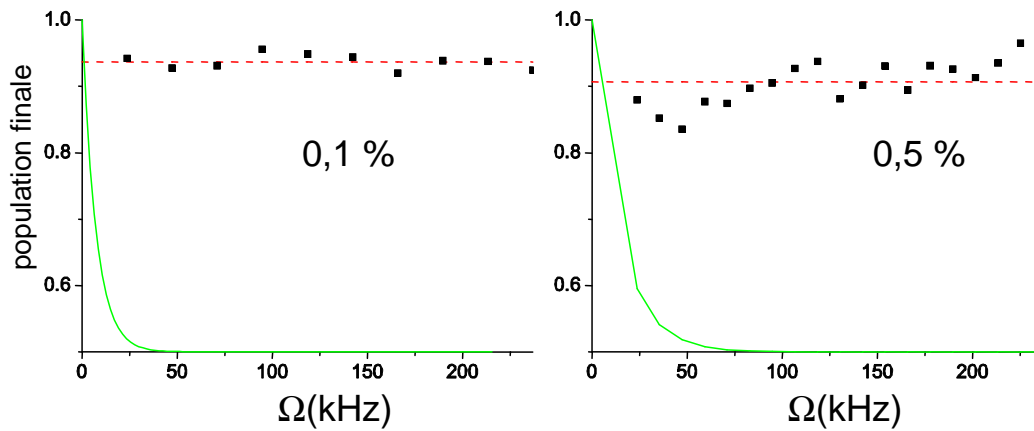


FIG. 7.17 – Mesure du temps de décohérence par passage adiabatique rapide, pour les deux cristaux dopés à 0,1 et 0,5 %. On représente la population finale, après passage adiabatique rapide, en fonction de la fréquence de Rabi. Les points expérimentaux montrent que la population finale reste proche de 90 % (La population moyenne pour les fréquences de Rabi utilisées est représentées en pointillés rouges). Le déclin exponentiel attendu (e^{-T_{eff}/T_2} tracé en vert) n'est pas observé.

absolument pas avec les mesures d'écho de spin. On ne peut malheureusement pas faire de mesure sur des temps effectifs plus longs. Il faut soit augmenter la puissance RF, soit augmenter la durée de balayage. Or, pour des valeurs supérieures à celles utilisées dans

ces expériences, on a constaté que la température de l'échantillon augmentait. Outre les dégâts potentiels sur le câblage électrique, une augmentation de température a des effets sur la durée de vie des sous niveaux hyperfins. Le temps effectif maximal que l'on peut sonder est donc d'environ 8 ms.

Les temps de basculement explorés dans nos expériences sont très supérieurs au temps de cohérence mesurés par écho de spin. Le processus conserve pourtant son caractère cohérent, puisque la population finale est supérieure à 1/2. L'Eq.(7.51) ne décrit donc pas correctement le phénomène de déphasage, avec les paramètres utilisés dans nos expériences.

7.5.3 Phénomène de blocage de spin

Pour expliquer ces résultats, il faut reconsidérer les équations de Bloch. Le taux de déphasage homogène ($1/T_2$) est introduit de manière phénoménologique. Il décrit, pour un ensemble de spins identiques, l'extinction de la valeur moyenne des composantes u et v du vecteur de Bloch, en présence ou non de champ exciteur.

On montre dans cette section que le taux de déphasage en présence d'un champ exciteur est modifié sous certaines conditions. On ne cherche pas d'expression analytique, qui nécessite une connaissance précise des interactions à l'origine du déphasage.

Décohérence en champ fort

Dès les années 50, il a été suggéré que les équations de Bloch ne décrivaient pas correctement le phénomène de décohérence en régime de champ fort. Redfield [114], par des arguments énergétiques, arrive à la conclusion que le taux de décohérence T_2 , valable en l'absence de champ, doit être remplacé par la durée de vie T_1 dans le cas d'une excitation par un champ fort.

Considérons un spin soumis à un champ statique B_0 appliqué dans la direction e_z . En plus de ce champ statique, le spin est perturbé par un champ fluctuant $\delta B(t)$. Le Hamiltonien est alors donné par :

$$H = -\gamma [B_0\sigma_z + \delta B_x(t)\sigma_x + \delta B_y(t)\sigma_y + \delta B_z(t)\sigma_z] \quad (7.59)$$

avec les matrices de Pauli σ_i . Le champ fluctuant est supposé d'amplitude faible comparé au champ statique. Le champ fluctuant a donc deux effets : sa composante selon z déplace dans le temps la pulsation de résonance $\gamma(B_0 + B_1(t)) = \omega_{RF} + \delta(t)$, et ses composantes (x,y) couplent entre eux les deux états propres du champ statique $|+\rangle$ et $|-\rangle$. On suppose que le champ varie lentement sur une échelle de temps $1/\gamma B_0$, ce qui permet de négliger l'effet des composantes y et z . En effet, pour induire des transitions dans un système à deux niveaux, la perturbation doit avoir des composantes spectrales à la fréquence de

transition du système à deux niveaux. Le seul effet est finalement le déplacement dans le temps de la fréquence de résonance. En supposant que la perturbation a une moyenne temporelle nulle, la pulsation de résonance moyenne est :

$$\langle \omega_{RF} + \delta(t) \rangle = \omega_{RF} \quad (7.60)$$

Dans ces conditions, le Hamiltonien s'écrit dans la base $e^{\pm i\omega_{RF}t/2} |\pm\rangle$:

$$H = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\delta(t) & 0 \\ 0 & \delta(t) \end{pmatrix} \quad (7.61)$$

On n'a pas de connaissance précise de la fonction $\delta(t)$. Cette fonction est néanmoins caractérisée par deux données : Γ , qui décrit l'amplitude des variations de $\delta(t)$, et γ , qui décrit la vitesse de variation de γ .

On étudie un ensemble de spins identiques, initialement alignés selon l'axe \mathbf{e}_u . L'état initial du spin j est :

$$|\Psi\rangle^j (t = 0) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle + |-\rangle) \quad (7.62)$$

La cohérence associée est donc $\sigma_{21}^j(t = 0) = 1/2$. Sous l'effet de ces fluctuations de fréquence de résonance, la cohérence du spin j va suivre la loi :

$$\sigma_{21}^j(t) = \frac{1}{2} e^{-i \int_0^t \delta^j(t') dt'} \quad (7.63)$$

La fonction δ^j est propre à chaque spin. On s'intéresse à la valeur moyenne de la cohérence :

$$\langle \sigma_{21}^j(t) \rangle = \frac{1}{2} \left\langle e^{-i \int_0^t \delta^j(t') dt'} \right\rangle \quad (7.64)$$

On comprend qu'après un certain temps, les phases des cohérences sont réparties de manière aléatoire entre 0 et π , et donc que la valeur moyenne est nulle : c'est la décohérence. Ce temps caractéristique dépend des taux Γ et γ .

Pour un ensemble de spin soumis à ces fluctuations de fréquence, mais aussi couplés à un même champ magnétique, de pulsation de Rabi Ω_0 , le système évolue de manière très différente. Le Hamiltonien contient des éléments non diagonaux :

$$H = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\delta(t) & -\Omega_0 \\ -\Omega_0 & \delta(t) \end{pmatrix} \quad (7.65)$$

La pulsation de Rabi effective est donnée par $\sqrt{\Omega_0^2 + \delta^2}$. Elle décrit la vitesse de précession des spins autour du vecteur de contrôle. Si la fonction δ est bornée à Γ , on voit qu'à un instant donné, les spin auront une vitesse de précession comprise entre Ω_0 et $\sqrt{\Omega_0^2 + \Gamma^2}$. Pour peu que $\Omega_0 \gg \delta$, alors la différence de pulsation effective maximale sera de l'ordre

de $\Gamma^2/(2\Omega_0)$, et on peut raisonnablement considérer que tous les vecteurs de contrôles sont parallèles. Durant un intervalle de temps τ , qu'on suppose plus court que le temps caractéristique $1/\gamma$, la différence maximale de phase (et donc l'étalement en phase) est de $\Gamma^2\tau/(2\Omega_0)$. Pour peu que cette différence de phase soit très inférieure à π , alors tous les spins effectuent le même mouvement de rotation autour du vecteur de contrôle : le vecteur de Bloch moyen est donc toujours normé à l'unité, il n'y a plus de décohérence. La condition sur la pulsation de Rabi s'écrit :

$$\Omega_0 \gg \frac{\Gamma^2\tau}{2\pi} \quad (7.66)$$

Si le temps caractéristique de variation du désaccord ($1/\gamma$) est plus court que τ , l'étalement en phase est moins grand que $\Gamma^2\tau/(2\Omega_0)$: en effet, en moyenne sur un temps τ , l'étalement des vitesses de précession est moins grand que $\sqrt{\Omega_0^2 + \Gamma^2}$. L'Eq.(7.66) s'applique au cas le moins favorable, et suffit donc à bloquer les spins, quelque soit la valeur de γ .

Cas du Passage Adiabatique

Dans le cas du passage adiabatique, les fluctuations de fréquence entraînent des fluctuations de l'orientation et de la norme du vecteur de Bloch. Les fluctuations d'orientation ne sont pas négligeables, contrairement au cas d'un couplage constant. Ces changements de direction entraînent en effet un éloignement entre vecteur de contrôle et vecteur de Bloch. Un autre effet nuisible lié aux fluctuations est la dégradation du critère d'adiabaticité. Néanmoins, on peut tirer de l'Eq.(7.66) des arguments qualitatifs qui permettent d'affirmer que pour un couplage élevé, le passage adiabatique reste un processus cohérent. A notre connaissance, la seule étude de passage adiabatique avec fluctuations de la fréquence de résonance est une résolution numérique présentée dans la référence [115], où les fluctuations de fréquences sont décrites par le couplage des spins avec un bain de bosons. Le couplage est décrit par un bruit ohmique. La conclusion de cette étude numérique est que le passage adiabatique est efficace lorsque le rapport Ω_0^2/r élevée.

La fréquence de Rabi est donc l'élément essentiel, qui permet d'expliquer le blocage de spin. On peut dire que plus la fréquence de Rabi est élevée, plus le couplage sera similaires pour tous les spins, et permet ainsi de marginaliser l'effet des fluctuations. Cette considération simple permet d'expliquer que nos expériences sont incapables de mesurer la valeur du temps de décohérence T_2 . Une étude plus détaillée (utilisant notamment le modèle du télégraphiste aléatoire [116]), et des mesures avec des états initiaux quelconques sont en cours.

7.6 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter les résultats d'expériences mélangeant excitation magnétique et lecture optique. Les expériences d'écho de spin montrent en particulier qu'il est possible de remplacer les impulsions Π et $\Pi/2$ par des excitations adiabatiques, ce qui permet de limiter la puissance requise. La mesure du temps de cohérence donne une valeur de $229 (449) \mu\text{s}$, pour un cristal dopé à $0,5 (0,1)\%$

Le résultat le plus significatif de ce chapitre est certainement l'échec d'une mesure du temps de relaxation par passage adiabatique. On a montré que la condition $T_2/T_{eff} \rightarrow 0$ ne permet pas d'observer les effets de décohérence. Ce résultat s'explique sans doute par le blocage de spin, qui veut que pour une fréquence Rabi élevée, les spins ne sont plus sensibles aux fluctuations de leur fréquence de résonance. Ce résultat permet d'envisager de contrôler la décohérence, de manière similaire aux impulsions dites "bang-bang" [117], qui permettent de refocaliser les spins grâce à une série d'impulsions Π appliquée avec un taux de répétition supérieur à γ .

Chapitre 8

Conclusion

Dans ce mémoire de thèse, j'ai présenté une méthode permettant d'arrêter la lumière dans un cristal, en vue du stockage de lumière non classique. Le protocole de lumière arrêtée par trou spectral partage des points communs avec la transparence électromagnétiquement induite : le ralentissement est lié à une forte variation en fréquence de l'indice de réfraction, et l'information est codée spatialement dans les atomes. Il s'en distingue néanmoins par le rôle essentiel que joue la distribution inhomogène atomique, et l'absence de champ de couplage permanent. Le mécanisme de reconstruction est relativement complexe.

Bien que nous n'ayons pas encore montré expérimentalement l'ensemble du protocole, nous avons démontré qu'un cristal de TmYAG dopé à 0,5% permet de ralentir la lumière, et d'obtenir une vitesse de 2500 m.s^{-1} . Ce ralentissement, bien que spectaculaire, n'est pas suffisant pour comprimer l'impulsion dans le cristal. Le protocole requiert en effet une opacité élevée. Plusieurs possibilités permettent d'obtenir des opacités élevées. On peut augmenter la longueur de l'échantillon selon l'axe de propagation (solution simple mais techniquement limitée par les dimensions du cryostat), augmenter le taux de dopage (ce qui diminue cependant la durée de vie des cohérences), ou encore modifier la matrice cristalline (le Tm présente une force de raie plus élevée dans les matrices de LiNbO_3). L'existence de seulement deux sous niveaux fondamentaux est aussi une limitation. Compte tenu de la longue durée de vie de l'état excité, on peut envisager, tout du moins pour la démonstration du protocole, de stocker temporairement les atomes dans un des deux sous niveaux excités.

Nous avons par ailleurs mis au point un dispositif radio-fréquence permettant d'exciter directement les spins nucléaires. Nous avons montré que des échos adiabatiques sont en mesure de rephaser les spins. Les échos adiabatiques requièrent une puissance bien moins élevée que les impulsions Π traditionnellement utilisées en RMN. On a d'autre part montré que le passage adiabatique conserve son caractère cohérent, même lorsque la durée du

CHAPITRE 8 - CONCLUSION

passage excède le temps de cohérence T_2 . Ce mécanisme d'inhibition de la décohérence est lié au phénomène de blocage de spin, en présence d'un champ de couplage élevé. Des expériences sont actuellement menées pour étudier cette inhibition avec un état de spin initial quelconque.

Bibliographie

- [1] K. Hammerer, M. M. Wolf, E. S. Polzik, and J. I. Cirac. Quantum benchmark for storage and transmission of coherent states. Phys. Rev. Lett., 94(15) :150503, Apr 2005.
- [2] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. H. Behroozi. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. Nature (London), 397 :594, 1999.
- [3] F. de Seze. Vers l'enregistrement d'un signal quantique dans des ions de terre rare insérés en matrice cristalline. PhD thesis, Université Paris XI, Laboratoire Aimé Cotton, 2005.
- [4] A. Louchet. Manipulation optique d'une cohérence de spin nucléaire dans l'ion thulium en matrice cristalline. PhD thesis, Université Paris XI, Laboratoire Aimé Cotton, 2008.
- [5] F. de Seze, A. Louchet, V. Crozatier, I. Lorgeré, F. Bretenaker, J.-L. Le Gouët, O. Guillot-Noël, and Ph. Goldner. Experimental tailoring of a three-level Λ system in Tm :YAG. Phys. Rev. B, 73 :085112, 2006.
- [6] A. Louchet, J. S. Habib, V. Crozatier, I. Lorgeré, F. Goldfarb, F. Bretenaker, J.-L. Le Gouët, O. Guillot-Noël, and Ph. Goldner. Branching ratio measurement of a Λ system in Tm³⁺ :YAG under a magnetic field. Phys. Rev. B, 75(3) :035131, 2007.
- [7] A. Louchet, Y. Le Du, F. Bretenaker, T. Chanelière, F. Goldfarb, I. Lorgeré, J.-L. Le Gouët, O. Guillot-Noël, and Ph. Goldner. Optical excitation of nuclear spin coherence in Tm³⁺ :YAG. Phys. Rev. B, 77 :195110, 2008.
- [8] A. Louchet, Y. Le Du, T. Brouri, F. Bretenaker, T. Chanelière, F. Goldfarb, I. Lorgeré, and J.-L. Le Gouët. Optical investigation of nuclear spin coherence in Tm :YAG. Solid State Sci., in press, doi :10.1016/j.solidstatesciences.2007.12.029, 2008.
- [9] S. E. Harris. Electromagnetically induced transparency. Phys. Today, 50(7) :36, 1997.

BIBLIOGRAPHIE

- [10] W. Tittel, M. Afzelius, R. L. Cone, T. Chanelière, S. Kröll, S. A. Moiseev, and M. Sellars (7). Photon-echo quantum memory. Laser and Photonics Reviews, 4 :144, 2008.
- [11] M. D. Eisaman, A. André, F. Massou, M. Fleischhauer, A. S. Zibrov, and M. D. Lukin. Electromagnetically induced transparency with tunable single-photon pulses. Nature (London), 438 :837, 2005.
- [12] J. Hald, J. L. Sørensen, C. Schori, and E. S. Polzik. Spin squeezed atoms : A macroscopic entangled ensemble created by light. Phys. Rev. Lett., 83(7) :1319–1322, Aug 1999.
- [13] P. J. Windpassinger, D. Oblak, P. G. Petrov, M. Kubasik, M. Saffman, C. L. Garrido Alzar, J. Appel, J. H. Müller, N. Kjærgaard, and E. S. Polzik. Nondestructive probing of rabi oscillations on the cesium clock transition near the standard quantum limit. Phys. Rev. Lett., 100(10) :103601, Mar 2008.
- [14] T. Chanelière, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, S. Y. Lan, T. A. B. Kennedy, and A. Kuzmich. Storage and retrieval of single photons transmitted between remote quantum memories. Nature (London), 438 :833, 2005.
- [15] A. V. Turukhin, V. S. Sudarshanam, M. S. Shahriar, J. A. Musser, B. S. Ham, and P. R. Hemmer. Observation of ultraslow and stored light pulses in a solid. Phys. Rev. Lett., 88 :023602, 2002.
- [16] J. J. Longdell, E. Fraval, M. J. Sellars, and N. B. Manson. Stopped light with storage times greater than one second using electromagnetically induced transparency in a solid. Phys. Rev. Lett., 95 :063601, 2005.
- [17] S. A. Moiseev and S. Kröll. Complete reconstruction of the quantum state of a single-photon wave packet absorbed by a doppler-broadened transition. Phys. Rev. Lett., 87(17) :173601, Oct 2001.
- [18] G. Hetet, J. J. Longdell, A. L. Alexander, P. K. Lam, and M. J. Sellars. Efficient optical gradient echoes as a quantum memory for light using two level atoms. Arxiv preprint quant-ph/0612169, 2006.
- [19] M. Afzelius, C. Simon, H. de Riedmatten, and N. Gisin. Multimode quantum memory based on atomic frequency combs. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 79(5) :052329, 2009.
- [20] R. Lauro, T. Chanelière, and J.-L. Le Gouët. Spectral hole burning for stopping light. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 79(5) :053801, 2009.
- [21] A. L. Alexander, J. J. Longdell, M. J. Sellars, and N. B. Manson. Photon Echoes Produced by Switching Electric Fields. Phys. Rev. Lett., 96(4) :43602, 2006.

- [22] G. Hétet, J. J. Longdell, A. L. Alexander, P. K. Lam, and M. J. Sellars. Electro-optic quantum memory for light using two-level atoms. Physical Review Letters, 100 :023601, 2008.
- [23] M. Afzelius, I. Usmani, A. Amari, B. Lauritzen, A. Walther, C. Simon, N. Sangouard, J. Minář, H. de Riedmatten, N. Gisin, and S. Kröll. Demonstration of atomic frequency comb memory for light with spin-wave storage. Phys. Rev. Lett., 104(4) :040503, Jan 2010.
- [24] Björn Lauritzen, Jiří Minář, Hugues de Riedmatten, Mikael Afzelius, Nicolas Sangouard, Christoph Simon, and Nicolas Gisin. Telecommunication-wavelength solid-state memory at the single photon level. Phys. Rev. Lett., 104(8) :080502, Feb 2010.
- [25] M. P. Hedges, J.J. Longdell, Y. Li, and M. J. Sellars. Efficient quantum memory for light. Nature, 465 :1052–1056, 2010.
- [26] Roger M. Macfarlane. High-resolution laser spectroscopy of rare-earth doped insulators : a personal perspective. Journal of Luminescence, 100(1-4) :1 – 20, 2002.
- [27] S. Hüfner. Optical Spectra of Transparent Rare Earth Compounds. Academic Press, 1978.
- [28] T. W. Mossberg. Time-domain frequency-selective optical data storage. Optics Letters, 7 :77, 1982.
- [29] V. Crozatier, G. Gorju, V. Lavielle, A. Louchet, F. Bretenaker, T. Chaneliere, F. Goldfarb, and J.-L. Le Gouët. Solid state atomic processors for light. J. Europ. Opt. Soc. Rap. Public., Vol 3 :08025, 2008.
- [30] B. Julsgaard, A. Walther, S. Kröll, and L. Rippe. Understanding laser stabilization using spectral hole burning. Opt. Express, 15(18) :11444–11465, 2007.
- [31] S. A. Moiseev, V. F. Tarasov, and B. S. Ham. Quantum memory photon echo-like techniques in solids. Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics, 5(4) :S497–S502, 2003.
- [32] B. R. Judd. Optical absorption intensities of rare-earth ions. Phys. Rev., 127(3) :750–761, Aug 1962.
- [33] J. P. D. Martin, M. J. Sellars, P. Tuthill, N. B. Manson, G. Pryde, and T. Dyke. Resolved isotopic energy shift and hole burning in $\text{EuCl}_3\cdot 6\text{H}_2\text{O}$. Journal of Luminescence, 78(1) :19 – 24, 1998.
- [34] A. Abragam and B. Bleaney. Résonance paramagnétique électronique des ions de transition. INSTN ; Presses universitaires de France, 1971.
- [35] M. D. Lukin. Trapping and manipulating photon states in atomic ensembles. Rev. Mod. Phys., 75 :457, 2003.

BIBLIOGRAPHIE

- [36] V. Crozatier, F. de Seze, L. Haals, F. Bretenaker, I. Lorgeré, and J.-L. Le Gouët. Laser diode stabilisation for coherent driving of rare-earth ions. Opt. Commun., 241 :203, 2004.
- [37] J. B. Gruber, M. E. Hills, R. M. Macfarlane, C. A. Morrison, G. A. Turner, G. J. Quarles, G. J. Kintz, and L. Esterowitz. Spectra and energy levels of $\text{Tm}^{3+}:\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$. Phys. Rev. B, 40(14) :9464, 1989.
- [38] O. Guillot-Noël, Ph. Goldner, E. Antic-Fidancev, and J.-L. Le Gouët. Analysis of magnetic interactions in rare-earth-doped crystals for quantum manipulation. Phys. Rev. B, 71 :174409, 2005.
- [39] E. L. Hahn. Spin echoes. Phys. Rev., 80(4) :580, 1950.
- [40] I. D. Abella, N. A. Kurnit, and S. R. Hartmann. Photon echoes. Phys. Rev., 141(1) :391–406, Jan 1966.
- [41] C. Simon, G. Weihs, and A. Zeilinger. Optimal quantum cloning via stimulated emission. Phys. Rev. Lett., 84(13) :2993–2996, Mar 2000.
- [42] W. K. Wootters and W. H. Zurek. A single quantum cannot be cloned. Nature, 299 :802–803, 1982.
- [43] J. Ruggiero, J.-L. Le Gouët, C. Simon, and T. Chanelière. Why the two-pulse photon echo is not a good quantum memory protocol. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 79(5) :053851, 2009.
- [44] S. L. McCall and E. L. Hahn. Self-induced transparency. Phys. Rev., 183(2) :457–485, Jul 1969.
- [45] J. Ruggiero, T. Chanelière, and J.-L. Le Gouët. Coherent response to optical excitation in a strongly absorbing rare-earth ion-doped crystal. J. Opt. Soc. Am. B, 27(1) :32–37, 2010.
- [46] M. Nilsson and S. Kröll. Solid state quantum memory using complete absorption and re-emission of photons by tailored and externally controlled inhomogeneous absorption profiles. Opt. Commun., 247(4-6) :393, 2005.
- [47] B. Kraus, W. Tittel, N. Gisin, M. Nilsson, S. Kröll, and J. I. Cirac. Quantum memory for nonstationary light fields based on controlled reversible inhomogeneous broadening. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 73(2) :020302, 2006.
- [48] N. Sangouard, C. Simon, M. Afzelius, and N. Gisin. Analysis of a quantum memory for photons based on controlled reversible inhomogeneous broadening. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 75(3) :032327, 2007.

- [49] J. J. Longdell, G. Hétet, P. K. Lam, and M. J. Sellars. Analytic treatment of controlled reversible inhomogeneous broadening quantum memories for light using two-level atoms. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 78(3) :032337, 2008.
- [50] G. Hétet, M. Hosseini, B. M. Sparkes, D. Oblak, P. K. Lam, and B. C. Buchler. Photon echoes generated by reversing magnetic field gradients in a rubidium vapor. Opt. Lett., 33(20) :2323–2325, 2008.
- [51] Christoph Simon, Hugues de Riedmatten, Mikael Afzelius, Nicolas Sangouard, Hugo Zbinden, and Nicolas Gisin. Quantum repeaters with photon pair sources and multimode memories. Physical Review Letters, 98(19) :190503, 2007.
- [52] J. Nunn, K. Reim, K. C. Lee, V. O. Lorenz, B. J. Sussman, I. A. Walmsley, and D. Jaksch. Multimode memories in atomic ensembles. Physical Review Letters, 101(26) :260502, 2008.
- [53] M. Nilsson, L. Rippe, S. Kröll, R. Klieber, and D. Suter. Hole-burning techniques for isolation and study of individual hyperfine transitions in inhomogeneously broadened solids demonstrated in $\text{Pr}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$. Phys. Rev. B, 70 :214116, 2004.
- [54] T. Chanelière, J. Ruggiero, J.-L. Le Gouët, W. Tittel, J.-H. Mun, A. Jouini, A. Yoshikawa, G. Boulon, Y. Le Du, Ph. Goldner, F. Beaudoux, J. Vincent, E. Antic-Fidancev, and O. Guillot-Noël. $\text{Tm}^{3+}:\text{Y}_2\text{O}_3$ investigated for a quantum light storage application. Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics), 77(24) :245127, 2008.
- [55] H. de Riedmatten, M. Afzelius, M. U. Staust, C. Simon, and N. Gisin. A solid-state light-matter interface at the single-photon level. Nature, 456 :773–777, 2008.
- [56] T. Chanelière, J. Ruggiero, M. Bonarota, and J.-L. Le Gouët. Efficient light storage in a crystal using an atomic frequency comb. arXiv :0902.2048v2.
- [57] J. R. Kuklinski, U. Gaubatz, F. T. Hioe, and K. Bergmann. Adiabatic population transfer in a three-level system driven by delayed laser pulses. Phys. Rev. A, 40 :6741, 1989.
- [58] K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore. Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules. Rev. Mod. Phys., 70(3) :1003, 1998.
- [59] N. V. Vitanov, T. Halfmann, B. W. Shore, and K. Bergmann. Laser-induced population transfer by adiabatic passage techniques. Annu. Rev. Phys. Chem., 52 :763, 2001.
- [60] M. Oberst, H. Münch, and T. Halfmann. Efficient coherent population transfer among three states in no molecules by stark-chirped rapid adiabatic passage. Phys. Rev. Lett., 99(17) :173001, Oct 2007.

BIBLIOGRAPHIE

- [61] J. Klein, F. Beil, and T. Halfmann. Experimental investigations of stimulated raman adiabatic passage in a doped solid. Phys. Rev. A, 78(3) :033416, Sep 2008.
- [62] A. L. Alexander, R. Lauro, A. Louchet, T. Chanelière, and J. L. Le Gouët. Stimulated Raman adiabatic passage in Tm^{3+} :YAG. Phys. Rev. B, 78(14) :144407, Oct 2008.
- [63] S. E. Harris. Lasers without inversion : Interference of lifetime-broadened resonances. Phys. Rev. Lett., 62(9) :1033–1036, Feb 1989.
- [64] A. Imamoglu and S. E. Harris. Lasers without inversion : interference of dressed lifetime-broadened states. Opt. Lett., 14(24) :1344–1346, 1989.
- [65] K. J. Boller, A. Imamoglu, and S. E. Harris. Observation of electromagnetically induced transparency. Phys. Rev. Lett., 66 :2593, May 1991.
- [66] J. E. Field, K. H. Hahn, and S. E. Harris. Observation of electromagnetically induced transparency in collisionally broadened lead vapor. Phys. Rev. Lett., 67(22) :3062–3065, Nov 1991.
- [67] Ali Javan, Olga Kocharovskaya, Hwang Lee, and Marlan O. Scully. Narrowing of electromagnetically induced transparency resonance in a doppler-broadened medium. Phys. Rev. A, 66(1) :013805, 2002.
- [68] E. Kuznetsova, O. Kocharovskaya, P. Hemmer, and M.O. Scully. Atomic interference phenomena in solids with a long-lived spin coherence. Phys. Rev. A, 66 :63802, 2002.
- [69] B. S. Ham, P. R. Hemmer, and M. S. Shahriar. Efficient electromagnetically induced transparency in a rare-earth doped crystal. Opt. Commun., 144(4-6) :227, 1997.
- [70] Changjiang Wei and Neil B. Manson. Observation of the dynamic stark effect on electromagnetically induced transparency. Phys. Rev. A, 60(3) :2540–2546, Sep 1999.
- [71] F. Beil, J. Klein, G. Nikoghosyan, and T. Halfmann. EIT and retrieval of light pulses from a Λ - and V-scheme in Pr :YSO. J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys., 41 :074001, 2008.
- [72] Ph. Goldner, O. Guillot-Noël, F. Beaudoux, Y. Le Du, J. Lejay, T. Chanelière, J.-L. Le Gouët, L. Rippe, A. Amari, A. Walther, and S. Kröll. Long coherence lifetime and electromagnetically induced transparency in a highly-spin-concentrated solid. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 79(3) :033809, 2009.
- [73] J. S. Toll. Causality and the dispersion relation : Logical foundations. Phys. Rev., 104(6) :1760–1770, Dec 1956.
- [74] M. Fleischhauer and M.D. Lukin. Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency. Phys. Rev. Lett., 84 :5094, 2000.

- [75] Chien Liu, Zachary Dutton, Cyrus Behroozi, and Lene Vestergaard Hau. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. Nature, 490 :409, 2001.
- [76] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, and R. L. Walsworth. Storage of light in atomic vapor. Phys. Rev. Lett., 86 :783, 2001.
- [77] E. Fraval, M. J. Sellars, and J. J. Longdell. Dynamic decoherence control of a solid-state nuclear-quadrupole qubit. Phys. Rev. Lett., 95 :030506, 2005.
- [78] M. Fleischhauer and M. D. Lukin. Quantum memory for photons : Dark-state polaritons. Phys. Rev. A, 65 :022314, 2002.
- [79] K. S. Choi, H. Deng, J. Laurat, and H.J. Kimble. Mapping photonic entanglement into and out of a quantum memory. Nature, 452 :67, 2008.
- [80] K. Honda, D. Akamatsu, M. Arikawa, Y. Yokoi, K. Akiba, S. Nagatsuka, T. Tanimura, A. Furusawa, and M. Kozuma. Storage and retrieval of a squeezed vacuum. Physical Review Letters, 100(9) :093601, 2008.
- [81] J. Appel, E. Figueroa, D. Korystov, M. Lobino, and A. I. Lvovsky. Quantum memory for squeezed light. Physical Review Letters, 100(9) :093602, 2008.
- [82] G. T. Purves, C. S. Adams, and I. G. Hughes. Sagnac interferometry in a slow-light medium. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 74(2) :023805, 2006.
- [83] Z. Shi, R. W. Boyd, R.M. Camacho, P. K. Vudyasetu, and J. C. Howell. Slow-light fourier transform interferometer. Physical Review Letters, 99(24) :240801, 2007.
- [84] RW Boyd and DJ Gauthier. “Slow” and “fast” light. 43 :497–530, 2002.
- [85] P. W. Milonni. Controlling the speed of light pulses. Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics, 35(6) :R31–R56, 2002.
- [86] G. S. Agarwal and T. N. Dey. Non electromagnetically induced transparency mechanisms for slow light. Laser & Photon. Rev., 3 :287–300, 2009.
- [87] A. Figotin and I. Vitebskiy. Slow wave phenomena in photonic crystals. Laser and Photon. Rev., DOI : 10.1002/lpor.200900049, 2010.
- [88] R. Y. Chiao. Superluminal (but causal) propagation of wave packets in transparent media with inverted atomic populations. Phys. Rev. A, 48(1) :R34–R37, Jul 1993.
- [89] A. Kasapi, Maneesh Jain, G. Y. Yin, and S. E. Harris. Electromagnetically induced transparency : Propagation dynamics. Phys. Rev. Lett., 74(13) :2447–2450, Mar 1995.
- [90] R. M. Camacho, M. V. Pack, and J. C. Howell. Slow light with large fractional delays by spectral hole-burning in rubidium vapor. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 74(3) :033801, 2006.

BIBLIOGRAPHIE

- [91] M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd. Observation of ultraslow light propagation in a ruby crystal at room temperature. Phys. Rev. Lett., 90(11) :113903, Mar 2003.
- [92] E. Baldit, K. Bencheikh, P. Monnier, J. A. Levenson, and V. Rouget. Ultraslow light propagation in an inhomogeneously broadened rare-earth ion-doped crystal. Phys. Rev. Lett., 95 :143601, 2005.
- [93] R. Lauro, T. Chanelière, and J. L. Le Gouët. Slow light using spectral hole burning in a Tm^{3+} :YAG-doped yttrium-aluminum-garnet crystal. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 79(6) :063844, 2009.
- [94] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos. Electromagnetically induced transparency : optics in coherent media. Rev. Mod. Phys., 77 :633, 2005.
- [95] R.W. Boyd, D. J. Gauthier, A. L. Gaeta, and A. E. Willner. Maximum time delay achievable on propagation through a slow-light medium. Phys. Rev. A, 71(2) :023801, Feb 2005.
- [96] R. M. Camacho, M. V. Pack, J. C. Howell, A. Schweinsberg, and R. W. Boyd. Wide-bandwidth, tunable, multiple-pulse-width optical delays using slow light in cesium vapor. Phys. Rev. Lett., 98(15) :153601, Apr 2007.
- [97] M. Fatih Yanik and S. Fan. Stopping light all optically. Phys. Rev. Lett., 92(8) :083901, Feb 2004.
- [98] G. S. Agarwal and T. N. Dey. Ultraslow light in inhomogeneously broadened media. Phys. Rev. A, 73(4) :043809, Apr 2006.
- [99] D. Grischkowsky. Adiabatic following and slow optical pulse propagation in rubidium vapor. Phys. Rev. A, 7(6) :2096–2102, Jun 1973.
- [100] M. D. Crisp. Adiabatic-following approximation. Phys. Rev. A, 8(4) :2128–2135, Oct 1973.
- [101] F. de Seze, F. Dahes, V. Crozatier, I. Lorgeré, F. Bretenaker, and J.L. Le Gouët. Coherent driving of Tm^{3+} : YAG ions using a complex hyperbolic secant optical field. Eur. Phys. J. D, 33(3) :343, 2005.
- [102] E. Courtens. Giant faraday rotations in self-induced transparency. Phys. Rev. Lett., 21(1) :3–5, Jul 1968.
- [103] R.N. Shakhmuratov and J. Odeurs. Where is the energy of slow light stored ? Laser Physics, 17 :652–655, 2006.
- [104] G. Gorju, A. Louchet, D. Paboeuf, F. Bretenaker, F. Goldfarb, T. Chanelière, I. Lorgeré, J.-L. Le Gouët, O. Guillot-Noël, and Ph. Goldner. Stimulated optical pumping in a Tm^{3+} :YAG crystal. J. Phys. : Condens. Matter, 19(386226) :386226, 2007.

- [105] I. Zafarullah, M. Tian, T. Chang, and W. R. Babbitt. Preparation of inverted medium and processing in the inverted medium. Journal of Luminescence, 127(1) :158 – 163, 2007. Proceedings of the Ninth International Meeting on Hole Burning, Single Molecule, and Related Spectroscopies : Science and Applications, Hole Burning, Single Molecule, and Related Spectroscopies : Science and Applications.
- [106] S. E. Beavan, E. Fraval, M. J. Sellars, and J. J. Longdell. Demonstration of the reduction of decoherent errors in a solid-state qubit using dynamic decoupling techniques. Phys. Rev. A, 80(3) :032308, Sep 2009.
- [107] N. V. Vitanov and B. L. M. Garraway. Landau-zener model : Effects of finite coupling duration. Phys. Rev. A, 53 :4288, 1996.
- [108] R. A. De Graaf and K. Nicolay. Concepts in Magnetic Resonance, 9 :247, 1997.
- [109] M. Garwood and L. DelaBarre. The return of the frequency sweep : Designing adiabatic pulses for contemporary nmr. Journal of Magnetic Resonance, 153(2) :155 – 177, 2001.
- [110] X. Lacour, S. Guérin, L. P. Yatsenko, N. V. Vitanov, and H. R. Jauslin. Uniform analytic description of dephasing effects in two-state transitions. Phys. Rev. A, 75(3) :033417, Mar 2007.
- [111] S. Nakanishi, T. Endo, T. Muramoto, and T. Hashi. Optical adiabatic rapid passage by linear frequency chirping in ruby. Optics Communications, 38(5-6) :419 – 422, 1981.
- [112] Y. Kayanuma. Population inversion in optical adiabatic rapid passage with phase relaxation. Phys. Rev. Lett., 58(19) :1934–1936, May 1987.
- [113] P. Ao and J. Rammer. Influence of dissipation on the landau-zener transition. Phys. Rev. Lett., 62(25) :3004–3007, Jun 1989.
- [114] A. G. Redfield. Nuclear magnetic resonance saturation and rotary saturation in solids. Phys. Rev., 98(6) :1787–1809, Jun 1955.
- [115] P. Nalbach and M. Thorwart. Landau-zener transitions in a dissipative environment : Numerically exact results. Phys. Rev. Lett., 103(22) :220401, Nov 2009.
- [116] J. Bergli, Y. M. Galperin, and B. L. Altshuler. Decoherence in qubits due to low-frequency noise. New Journal of Physics, 11(2) :025002, 2009.
- [117] L. Viola and S. Lloyd. Dynamical suppression of decoherence in two-state quantum systems. Phys. Rev. A, 58(4) :2733–2744, Oct 1998.

BIBLIOGRAPHIE

Annexe A

Couplage Atomes Lumière

A.1 Hamiltonien d'interaction

Dans un milieu dilué (vapeurs, impuretés dans un solide), le caractère diélectrique du matériau tient à la propriété élastique de la liaison entre électrons et noyaux. Pour obtenir la densité de polarisation (qui est une grandeur macroscopique), il faut connaître l'état des atomes. Les atomes peuvent être considérés comme des systèmes à deux niveaux, dans la mesure où l'excitation est très proche d'une résonance atomique.

Pour un atome à deux niveaux, $|1\rangle$ et $|2\rangle$, séparés d'une énergie $\hbar\omega_{12}$, le Hamiltonien au repos s'écrit :

$$H_0 = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \omega_{12} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Dans le cadre de l'approximation dipolaire électrique, l'interaction rayonnement-atomes est décrite par :

$$\hat{V}(z, t) = -\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{E}(z, t) \quad (\text{A.2})$$

$\hat{\mathbf{D}} = q\hat{\mathbf{r}}$ est l'opérateur moment dipolaire électrique de l'atome. Dans la base $\{|1\rangle, |2\rangle\}$, cet opérateur est antidiagonal. Ses termes peuvent être supposés réels, ce qui permet d'écrire le hamiltonien :

$$H(t) = \begin{pmatrix} 0 & -d_{12}E(z, t) \\ -d_{12}E(z, t) & \hbar\omega_{12} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

A.2 Equation de Schrödinger

L'état de l'atome est déterminé par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = H(t) |\Psi(t)\rangle \quad (\text{A.4})$$

Dans la mesure où le terme d'interaction dépend du temps, l'état le plus général de l'atome est une superposition des états fondamental et excité :

$$|\Psi(t)\rangle = a(t)|1\rangle + b(t)|2\rangle \quad (\text{A.5})$$

Les équations différentielles vérifiées par les coefficients a et b s'écrivent :

$$\begin{cases} i\hbar \dot{a} &= -d_{12}E(z, t)b \\ i\hbar \dot{b} &= -d_{12}E(z, t)a + \hbar\omega_{12}b \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Le champ électrique est écrit comme le produit d'une enveloppe (complexe) et d'une onde plane de pulsation ω_0 :

$$E(z, t) = \frac{A(z, t)}{2}e^{i\omega_0(z/c-t)} + \frac{A^*(z, t)}{2}e^{-i\omega_0(z/c-t)} \quad (\text{A.7})$$

Avec le changement de variable $b(t) \rightarrow \beta(t)e^{-i\omega_0 t}$, $a(t) \rightarrow \alpha(t)$, les équations différentielles deviennent :

$$\begin{cases} \dot{\alpha} &= i\frac{d_{12}}{2\hbar}A^*(z, t)\beta \\ \dot{\beta} &= i\frac{d_{12}}{2\hbar}A(z, t)\alpha - i\Delta\beta \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Les termes en $e^{2i\omega_0 t}$ sont supprimés : c'est l'approximation de l'enveloppe lentement variable, qui revient à affirmer que la composante positive¹ (négative) du champ ne se couple qu'avec la composante positive (négative) de l'atome. Dans cette expression, ce n'est plus le champ électrique qui est couplé aux atomes, mais son enveloppe. De plus, l'équation fait apparaître le désaccord $\Delta = \omega_{12} - \omega_0$ entre la pulsation propre de l'atome, et la pulsation centrale de l'impulsion. Il est parfois utile de faire apparaître le terme de couplage sous forme de pulsation, appelée pulsation de Rabi :

$$\Omega(z, t) = \frac{d_{12}}{\hbar}A(z, t) \quad (\text{A.9})$$

Le hamiltonien s'écrit alors :

$$H(t) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\Omega^*(t)}{2} \\ -\frac{\Omega(t)}{2} & \Delta \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Dans certaines circonstances, le changement de variable $b(t) \rightarrow \beta(t)e^{-i(\omega_0+\omega_{12})t/2}$, $a(t) \rightarrow \alpha(t)e^{+i(\omega_0-\omega_{12})t/2}$ peut s'avérer plus intéressant, auquel cas, le Hamiltonien devient :

$$H(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\Delta & -\Omega^*(t) \\ -\Omega(t) & \Delta \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

¹Avec la convention utilisée pour la transformée de fourier, une composante positive oscille comme $e^{-i\omega t}$

A.3 Equations de Bloch

Dans la description du système atomique, la prise en compte des interactions des atomes avec leur environnement interdit la description du système en termes de vecteur d'état. Il faut alors avoir recours au formalisme de la matrice densité. L'opérateur densité est défini de la façon suivante :

$$\rho(t) = |\Psi(t)\rangle \langle \Psi(t)| = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |a(t)|^2 & a(t)b^*(t) \\ b(t)a^*(t) & |b(t)|^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Les termes diagonaux de l'opérateur densité correspondent aux populations atomiques, et les termes non diagonaux, appelés cohérences, représentent l'état de superposition des atomes. L'équation d'évolution de l'opérateur densité est :

$$i\hbar\dot{\rho} = [H, \rho] + i\hbar\frac{\partial\rho}{\partial t_{relax}} \quad (\text{A.13})$$

Le terme $\frac{\partial\rho}{\partial t_{relax}}$ permet la prise en compte de la relaxation des populations (par émission spontanée, désexcitation non radiative), et des termes de cohérences (interactions élastiques ente atomes, avec le milieu,...) les équations s'écrivent grâce à l'approximation de l'onde tournante :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{11} &= \frac{i}{2} (\sigma_{21}\Omega^*(z, t) - \sigma_{12}\Omega(z, t)) + \frac{1}{T_1}\sigma_{22} \\ \dot{\sigma}_{22} &= -\frac{i}{2} (\sigma_{21}\Omega^*(z, t) - \sigma_{12}\Omega(z, t)) - \frac{1}{T_1}\sigma_{22} \\ \dot{\sigma}_{12} &= \frac{i}{2} (\sigma_{22} - \sigma_{11}) \Omega^*(z, t) + \left(i\Delta - \frac{1}{T_2}\right) \sigma_{12} \\ \dot{\sigma}_{21} &= -\frac{i}{2} (\sigma_{22} - \sigma_{11}) \Omega(z, t) - \left(i\Delta + \frac{1}{T_2}\right) \sigma_{21} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Ici encore, Le désaccord et l'enveloppe de l'impulsion remplacent la pulsation propre de l'atome et le champ électrique. De la même manière, les termes oscillant $e^{\pm 2i\omega_0 t}$ sont supprimés.

A.4 Sphère de Bloch

Un changement de variable supplémentaire peut s'avérer utile, et faire apparaître une représentation géométrique de l'état de l'atome. On effectue la transformation suivante :

$$\begin{cases} u &\rightarrow \sigma_{12} + \sigma_{21} \\ v &\rightarrow \frac{1}{i} (\sigma_{12} - \sigma_{21}) \\ w &\rightarrow \sigma_{22} - \sigma_{11} \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

L'équation d'évolution de ces nouvelles variables est alors donnée par :

$$\begin{cases} \dot{u} &= -\Delta v + \Im \{ \Omega \} w \\ \dot{v} &= +\Delta u + \Re \{ \Omega \} w \\ \dot{w} &= -(\Re \{ \Omega \} v + \Im \{ \Omega \} u) \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

Les trois quantité réelles (u,v,w) sont prises comme les coordonnées d'un vecteur (appelé vecteur de Bloch, noté \mathbf{A}). Le vecteur de Bloch est normé à l'unité, et il évolue selon l'équation :

$$\dot{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \Re \{ \Omega \} \\ -\Im \{ \Omega \} \\ -\Delta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = -\mathbf{C} \times \mathbf{A} \quad (\text{A.17})$$

Le vecteur \mathbf{C} est appelé vecteur de contrôle. En l'absence de mouvement du vecteur de contrôle (pulsation de Rabi et désaccord fixes), le vecteur de Bloch décrit un mouvement de précession autour du vecteur de contrôle.

Annexe B

Propagation

B.1 Equations de Maxwell

L'interaction d'un champ électromagnétique avec un ensemble de charges électriques est décrite par les équations de Maxwell :

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \quad (\text{B.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \quad (\text{B.2})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho(\mathbf{r}, t) \quad (\text{B.3})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (\text{B.4})$$

Les vecteurs $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ et $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ représentent respectivement le champ électrique et le champ magnétique (les vecteurs seront dans la suite notés en gras). Le milieu est caractérisé par ses densités de charges électriques $\rho(\mathbf{r}, t)$ et de courant $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$. Dans un milieu diélectrique, non magnétique, où les charges se présentent sous forme de dipôles microscopiques, l'état macroscopique de la matière est décrit par sa densité de polarisation $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$, définie de la manière suivante :

$$\rho(\mathbf{r}, t) = -\nabla \cdot \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \quad (\text{B.6})$$

Les équations pour les champs électrique et magnétique sont couplées. En dérivant l'équation B.2 par rapport au temps, il vient :

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \quad (\text{B.7})$$

qui est une équation aux dérivées partielles du second ordre.

Les matériaux considérés dans ce manuscrit ont la propriété d'isotropie. Ainsi, la densité de polarisation et le champ électrique seront parallèles, et peuvent donc être traités comme des quantités scalaires. L'isotropie du matériau entraîne également que l'angle de double réfraction ($\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t))$) est nul. Dans les expériences, la lumière est généralement issue d'un laser, et peut donc être décrite par une onde plane progressive, se propageant le long de l'axe (0,z). L'équation de propagation du champ électrique B.7 peut donc se réécrire :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E(z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(z, t) = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(z, t) \quad (\text{B.8})$$

L'équation finale pour la propagation du champ électrique est une équation aux dérivées partielles en z et t. L'évolution du champ magnétique obéit à une équation similaire. Le membre de gauche décrit la propagation dans l'espace libre (en l'absence de charge et de courant), le membre de droite décrit l'action de la matière sur le champ, et apparaît ainsi comme un terme source pour le champ électromagnétique. Cependant, cette équation ne suffit pas à décrire intégralement le processus d'interaction avec la matière. Il faut en effet connaître l'évolution de la densité de polarisation sous l'action du champ, qui est décrite par les équations de Bloch.

Dans l'espace des pulsations, l'équation de propagation s'écrit encore :

$$\frac{d^2}{dz^2} \tilde{E}(z, \omega) + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \tilde{E}(z, \omega) = -\mu_0 \omega^2 \tilde{P}(z, \omega) \quad (\text{B.9})$$

B.2 Densité de polarisation

La densité de polarisation, qui est une grandeur macroscopique, résulte de l'effet cumulé de tous les atomes. Il faut donc calculer l'opérateur dipolaire électrique D pour l'ensemble atomique. Cette opération est effectuée grâce à la matrice densité :

$$P(z, t) = \int G(\omega_{12}) \text{Tr} \{ \rho(\omega_{12}; z, t) D \} d\omega_{12} \quad (\text{B.10})$$

L'intégrale porte sur la fréquence de résonance ω_{12} des atomes. $G(\omega_{12})$ est la distribution (volumique) spectrale atomique : il y a $G(\omega_{12})d\omega_{12}$ atomes dont la fréquence de résonance est comprise entre ω_{12} et $\omega_{12}+d\omega_{12}$. G est supposée centrée à ω_{12}^0 . La relation $\int G(\omega_{12})d\omega_{12} = N_{at}$ donne la concentration volumique en atomes. Comme D est un opérateur anti diagonal, la polarisation s'exprime à partir des éléments non diagonaux de l'opérateur densité :

$$P(z, t) = d_{12} \int G(\omega_{12}) (\rho_{12}(\omega_{12}; z, t) + \rho_{21}(\omega_{12}; z, t)) d\omega_{12} \quad (\text{B.11})$$

où d_{12} est l'élément non diagonal de l'opérateur dipolaire électrique, supposé réel.

Si l'impulsion transporte peu d'énergie, de sorte que les atomes sont peu excités au cours de l'interaction avec la lumière, la population de l'état excité reste négligeable ($\sigma_{22} \approx 0$). Il est donc possible de réécrire les équations d'évolution pour les cohérences sous la forme :

$$\begin{cases} \tilde{\rho}_{12}(\omega) &= -i \frac{d_{12}}{\hbar} \frac{1}{-i(\omega_{12}+\omega)+1/T_2} \tilde{E}(z, \omega) \\ \tilde{\rho}_{21}(\omega) &= +i \frac{d_{12}}{\hbar} \frac{1}{i(\omega_{12}-\omega)+1/T_2} \tilde{E}(z, \omega) \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

Ainsi, la densité de polarisation dépend linéairement du champ électrique, par l'intermédiaire de la susceptibilité $\chi(\omega)$, définie de la manière suivante :

$$\tilde{P}(z, \omega) = \epsilon_0 \chi(\omega) \tilde{E}(z, \omega) \quad (\text{B.13})$$

$$\chi(\omega) = \frac{d_{12}^2}{\epsilon_0 \hbar} \int G(\omega_{12}) \left(\frac{-1}{(\omega - \omega_{12}) + \frac{i}{T_2}} + \frac{1}{(\omega + \omega_{12}) + \frac{i}{T_2}} \right) d\omega_{12} \quad (\text{B.14})$$

$$= \chi^+(\omega) + \chi^-(\omega) \quad (\text{B.15})$$

La susceptibilité a deux composantes, centrées respectivement en $+\omega_{12}^0$ et $-\omega_{12}^0$. Le champ électrique A.7 s'écrit :

$$\tilde{E}(z, \omega) = \frac{1}{2} \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) e^{i\omega_0 z/c} + \frac{1}{2} \tilde{A}^*(z, \omega + \omega_0) e^{-i\omega_0 z/c} \quad (\text{B.16})$$

Le champ électrique a donc deux composantes centrées en ω_0 et $-\omega_0$.

L'expression de la polarisation fait donc apparaître quatre termes. Parmi eux, deux correspondent aux produits entre la composante positive (ou négative) de la susceptibilité et la composante négative (ou positive) du champ électrique, et sont négligeables devant les produits entre composantes positives (ou négatives). Cela revient à effectuer l'approximation de l'onde tournante.

La polarisation s'écrit alors :

$$\tilde{P}^+(z, \omega) + \tilde{P}^-(z, \omega) = \epsilon_0 \chi^+(\omega) \tilde{E}^+(z, \omega) + \epsilon_0 \chi^-(\omega) \tilde{E}^-(z, \omega) \quad (\text{B.17})$$

où $\chi^+(\omega)$ est définie de la façon suivante :

$$\chi^+(\omega) = \frac{d_{12}^2}{\epsilon_0 \hbar} \int G(\omega_{12}) \frac{-1}{(\omega - \omega_{12}) + \frac{i}{T_2}} d\omega_{12} \quad (\text{B.18})$$

Dans la suite, c'est la composante positive du champ qui sera considérée.

B.3 Equation de propagation linéarisée

En injectant l'expression de la polarisation dans l'équation de propagation B.9, il vient :

$$\frac{d^2}{dz^2} \tilde{E}^+(z, \omega) = - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 (1 + \chi^+(\omega)) \tilde{E}^+(z, \omega) \quad (\text{B.19})$$

CHAPITRE B - PROPAGATION

C'est une équation différentielle du second ordre pour le champ électrique. L'effet des atomes est pris en compte par la susceptibilité linéaire. Dans le manuscrit, la composante positive sera notée sans l'exposant $+$. La linéarisation du problème permet de traiter chaque composante spectrale du champ électrique indépendamment des autres. On peut encore écrire l'équation de propagation pour l'amplitude du champ :

$$\frac{d^2}{dz^2} \tilde{E}^+(z, \omega) = - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 (1 + \chi^+(\omega)) \tilde{E}^+(z, \omega) \quad (\text{B.20})$$

Annexe C

Echos de spin adiabatique

C.1 Refocalisation par deux passages adiabatiques

On trouvera dans cette section les calculs relatifs au problème de la refocalisation des spin par passage adiabatique rapide. Le point de départ est l'équation de Bloch, en termes de variables réelles u, v et w qui sont les coordonnées du vecteur de Bloch \mathbf{A} :

$$\begin{cases} \dot{u} &= & -\omega_{12} v \\ \dot{v} &= & \omega_{12} u + 2\Omega_0 \cos(\phi(t - t_i)) w \\ \dot{w} &= & -2\Omega_0 \cos(\phi(t - t_i)) v \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

Dans le cas d'un balayage linéaire, la phase instantanée du champ magnétique s'écrit :

$$\phi(t - t_i) = \omega_{RF}^0 t + \frac{1}{2} r (t - t_i)^2 \quad (\text{C.2})$$

t_i est l'instant d'application du PAR ($t_1 = T_0, t_2 = 2T_0 \dots$) On effectue un premier changement de référentiel $(\mathbf{e}_u, \mathbf{e}_v, \mathbf{e}_w) \rightarrow (\mathbf{e}'_u, \mathbf{e}'_v, \mathbf{e}'_w)$, tournant à la pulsation instantanée du champ magnétique :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{e}_u \\ \mathbf{e}_v \\ \mathbf{e}_w \end{pmatrix} = R_1^i \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{e}'_u \\ \mathbf{e}'_v \\ \mathbf{e}'_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi(t - t_i)) & \sin(\phi(t - t_i)) & 0 \\ \sin(\phi(t - t_i)) & \cos(\phi(t - t_i)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{e}'_u \\ \mathbf{e}'_v \\ \mathbf{e}'_w \end{pmatrix} \quad (\text{C.3})$$

L'équation de Bloch pour les nouvelles variables s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{u}' &= & -(\omega_{12} - \omega_{RF}^0 t - r(t - t_i)) v' \\ \dot{v}' &= & (\omega_{12} - \omega_{RF}^0 t - r(t - t_i)) u' + \Omega_0 w' \\ \dot{w}' &= & -\Omega_0 v' \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

où l'approximation de l'onde tournante a été prise en compte. Un deuxième changement de référentiel permet d'effectuer une rotation autour de l'axe \mathbf{e}'_v , qui amène l'axe \mathbf{e}_w le

long du vecteur de contrôle :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{e}'_u \\ \mathbf{e}'_v \\ \mathbf{e}'_w \end{pmatrix} = R_2^i \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{e}''_u \\ \mathbf{e}''_v \\ \mathbf{e}''_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Theta^i & 0 & -\sin\Theta^i \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Theta^i & 0 & \cos\Theta^i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{e}''_u \\ \mathbf{e}''_v \\ \mathbf{e}''_w \end{pmatrix} \quad (\text{C.5})$$

avec :

$$\tan\Theta^i = \frac{\Omega_0}{\omega_{12} - \omega_{RF}^0 - r(t - t_i)} \quad (\text{C.6})$$

L'équation de Bloch s'écrit finalement après les deux changements de variables :

$$\dot{u}' - w'\dot{\Theta}^i = -v' [(\omega_{12} - \omega_{RF}^0 - r(t - t_i)) \cos\Theta^i + \Omega_0 \sin\Theta^i] \quad (\text{C.7})$$

$$\dot{v}' = u' [(\omega_{12} - \omega_{RF}^0 - r(t - t_i)) \cos\Theta^i + \Omega_0 \sin\Theta^i] \quad (\text{C.8})$$

$$\dot{w}' + u'\dot{\Theta}^i = 0 \quad (\text{C.9})$$

On se place dans l'approximation adiabatique, qui permet de négliger les termes en $\dot{\Theta}^i$. On obtient alors la nouvelle équation de Bloch :

$$\dot{u}' = -v' \sqrt{(\omega_{12} - \omega_{RF}^0 - r(t - t_i))^2 + \Omega_0^2} \quad (\text{C.10})$$

$$\dot{v}' = u' \sqrt{(\omega_{12} - \omega_{RF}^0 - r(t - t_i))^2 + \Omega_0^2} \quad (\text{C.11})$$

$$\dot{w}' = 0 \quad (\text{C.12})$$

dont la solution s'exprime sous forme du propagateur :

$$U^i(t \leftarrow t') = \begin{pmatrix} \cos\Phi(t, t') & -\sin\Phi(t, t') & 0 \\ \sin\Phi(t, t') & \cos\Phi(t, t') & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.13})$$

où l'indice i fait référence à l'instant d'application ($t = iT_0$). L'angle Φ est défini par :

$$\Phi(t', t) = \int_{t'}^t dt'' \sqrt{(\omega_{12} - \omega_{RF}^0 - r(t - t_i))^2 + \Omega_0^2} \quad (\text{C.14})$$

On regarde l'effet de deux passages adiabatiques, centrés respectivement en T_0 et $3T_0$, sur un vecteur de Bloch initial A_0 . L'état final (en $t = 4T_0$) est donné par :

$$A_f = R_1^3(t_4) \cdot R_2^3(t_4) U^3(t_4 \leftarrow t_2) [R_2^3(t_2)]^{-1} \times \\ [R_1^3(t_2)]^{-1} \cdot R_1^1(t_2) \cdot R_2^1(t_2) U^1(t_2 \leftarrow t_0) [R_2^1(t_0)]^{-1} \cdot [R_1^1(t_0)]^{-1} A_0 \quad (\text{C.15})$$

Le balayage est symétrique en t_i , on a alors les propriétés :

$$R_1^1(t_0) = R_1^1(t_2) = R_1^3(t_2) = R_1^3(t_4) = R_1 \quad (\text{C.16})$$

$$U^3(t_4 \leftarrow t_2) = U^1(t_2 \leftarrow t_0) = U \quad (\text{C.17})$$

D'autre part, comme l'intervalle balayé est beaucoup plus grand que la fréquence de Rabi (le vecteur de contrôle est vertical au début et à la fin de chaque balayage) :

$$R_2^1(t_0) = R_2^3(t_2) \approx \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = R_2 \quad (\text{C.18})$$

et

$$R_2^1(t_2) = R_2^3(t_2) \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.19})$$

Le vecteur de Bloch, à l'issue des deux PAR, est donc donné par :

$$A_f = R_1.U.R_2.U.R_2.[R_1]^{-1}A_0 = IA_0 = A_0 \quad (\text{C.20})$$

On montre donc bien que deux passages adiabatiques rapides succesifs permettent de retrouver, à l'instant $4T_0$ la valeur que la cohérence avait en $t = 0$, indépendamment du désaccord à la pulsation centrale du balayage ($\omega_{12} - \omega_{RF}$) : il est donc possible de rephaser des dipôles distribués sur une largeur inhomogène (qui doit néanmoins être plus étroite que l'intervalle balayé). Il faut noter que le vecteur de Bloch initial est quelconque. Il n'y a pas non plus de contrainte sur la valeur de la fréquence de Rabi (autre que le critère d'adiabaticité).

C.2 Semi passage adiabatique

On souhaite montrer que les impulsions $\Pi/2$ classiquement utilisées dans les échos de spin peuvent être avantageusement remplacées par des semi passages adiabatiques. Deux semi passages adiabatiques successifs ($^{1/2}$ PAR) sont en mesure de reconduire les atomes dans leur état initial si leurs taux de balayages sont de signes opposés. Le premier $^{1/2}$ PAR démarre à $-T_0/2$ pour s'arrêter à 0 (Arrêter signifie simplement couper le champ magnétique, de sorte que la fréquence de Rabi passe brusquement à 0.) Le second démarre quand à lui en 0 pour s'arrêter en T_0 . La phase est donnée par :

$$\phi(t) = \omega_{RF}^0 t + \frac{1}{2} r t^2 \quad (\text{C.21})$$

L'évolution du système est donnée par :

$$A_f = R_1(0).R_2(0)U(0 \leftarrow -T_0/2) [R_2(-T_0/2)]^{-1} . [R_1(-T_0/2)]^{-1} A_0 \quad (\text{C.22})$$

avec la condition initiale :

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.23})$$

Comme l'intervalle spectral balayé est beaucoup plus grand que la fréquence de Rabi, on a :

$$R_2(-T/2) \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.24})$$

On a dans ces conditions :

$$U(0 \leftarrow -T_0/2) [R_2(-T_0/2)]^{-1} \cdot [R_1(-T_0/2)]^{-1} A_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.25})$$

On a d'autre part :

$$R_1(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_2(0) = \begin{pmatrix} \cos\Theta(0) & 0 & -\sin\Theta(0) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Theta(0) & 0 & \cos\Theta(0) \end{pmatrix} \quad (\text{C.26})$$

Le vecteur de Bloch à l'issue de l'excitation $^{1/2}\text{PAR}$ est donc :

$$A(\Delta = \omega_{12} - \omega_{RF}^0, t = 0) = \begin{pmatrix} \sin\Theta(0) \\ 0 \\ \cos\Theta(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+(\Delta/\Omega)^2}} \\ 0 \\ -\frac{\Delta/\Omega}{\sqrt{1+(\Delta/\Omega)^2}} \end{pmatrix} \quad (\text{C.27})$$

C.3 Population finale

La séquence complète d'un écho de spin adiabatique correspond à un $^{1/2}\text{PAR}$, suivi un instant τ plus tard d'une excitation PAR , encore suivie 2τ plus tard d'un autre PAR , et enfin, un instant τ plus tard d'une autre excitation $^{1/2}\text{PAR}$. On suppose que la refocalisation est parfaite, de sorte que seul l'effet des deux $^{1/2}\text{PAR}$ nous interesse. On suppose que les deux $^{1/2}\text{PAR}$ balaient le même intervalle spectral, mais avec une vitesse de balayage de signe opposé. On regarde l'effet de deux $^{1/2}\text{PAR}$ successifs. L'état du système est donné par :

$$A_f = R_1(T_0/2) \cdot R_2(T_0/2) U(T_0/2 \leftarrow 0) [R_2(0)]^{-1} \times \\ [R_1(0)]^{-1} \cdot R_1(0) \cdot R_2(0) U(0 \leftarrow -T_0/2) [R_2(-T_0/2)]^{-1} \cdot [R_1(-T_0/2)]^{-1} A_0 \quad (\text{C.28})$$

On a

$$[R_2(0)]^{-1} [R_1(0)]^{-1} A(\Delta, 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.29})$$

Comme $U(T/2 \leftarrow 0)$ n'agit pas sur la composante longitudinale, on a toujours :

$$U(T/2 \leftarrow 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.30})$$

On a finalement

$$A_f = A_0 \quad (\text{C.31})$$

Si un intervalle de temps sépare les deux impulsions de $^{1/2}\text{PAR}$ durant lequel se produit une relaxation des composantes transverses de spin, la composante longitudinale devient

$$\begin{aligned} (A_f)_z = w &= - \left(\frac{e^{-t/T_2}}{1 + (\Delta/\Omega)^2} + \frac{(\Delta/\Omega)^2}{1 + (\Delta/\Omega)^2} \right) \\ &= - \left(1 - (1 - e^{-t/T_2}) \frac{1}{1 + (\Delta/\Omega)^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.32})$$

Pour obtenir la composante moyenne (qui est mesurée par sondage optique), il faut encore intégrer sur la distribution inhomogène :

$$\bar{w} = - \left(1 - (1 - e^{-t/T_2}) \int G(\Delta) \frac{1}{1 + (\Delta/\Omega)^2} d\Delta \right) \quad (\text{C.33})$$