



**HAL**  
open science

# Approches stochastiques de la dynamique des collisions nucléaires.

D. Boilley

► **To cite this version:**

D. Boilley. Approches stochastiques de la dynamique des collisions nucléaires.. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université de Caen, 1993. Français. NNT: . tel-00553521

**HAL Id: tel-00553521**

**<https://theses.hal.science/tel-00553521>**

Submitted on 7 Jan 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

<b>Gestion INIS</b>
Doc. enreg. le : 27/10/94
N° TRN : FR 94 1968
Destination : I,I+D,D

# THESE

présentée pour obtenir

le **GRADE de DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE CAEN**

**Spécialité : SCIENCES**

**Discipline : PHYSIQUE NUCLÉAIRE THÉORIQUE**

par

**David BOILLEY**

sujet :

## **Approches stochastiques de la dynamique des collisions nucléaires**

**Soutenue le 9 Septembre 1993 devant le jury suivant :**

**Monsieur Bernard TAMAIN**

**Président**

**Monsieur Jacques MEYER**

**Rapporteurs**

**Monsieur Marek PLOSZAJCZAK**

**Monsieur Yasuhisa ABE**

**Examineurs**

**Monsieur Xavier CAMPI**

**Monsieur Bernard RÉMAUD**

**Monsieur Eric SURAUD**

UNIVERSITE DE CAEN

# THESE

présentée pour obtenir

le grade de docteur de l'Université de Caen  
Spécialité: Sciences  
Discipline: Physique Nucléaire Théorique

par

David Boilley

sujet:

**Approches stochastiques de la dynamique  
des collisions nucléaires**

Soutenue le 9 Septembre 1993 devant le jury suivant:

Président :	Monsieur Bernard Tamain
Rapporteurs :	Monsieur Jacques Meyer Monsieur Marek Płoszajczak
Examineurs:	Monsieur Yasuhisa Abe Monsieur Xavier Campi Monsieur Bernard Rémaud Monsieur Eric Suraud

*à mes parents et grands parents*

<sup>1</sup>/2

## Remerciements

<sup>3</sup> / 4

Je tiens tout d'abord à remercier MM Yasuhisa Abe, Xavier Campi, Jacques Meyer, Marek Płoszajczak, Bernard Rémaud et Bernard Tamain d'avoir accepté de faire partie du jury de cette thèse et plus particulièrement les rapporteurs pour cette tâche ingrate.

Cette thèse a été faite sous la direction d'Eric Suraud. Je lui suis très reconnaissant pour toute l'attention qu'il a pu porter à ce travail, ses conseils et sa très grande disponibilité tout au long de ces trois années. Il a su aussi m'encourager à travailler avec de nombreuses autres personnes et à visiter d'autres laboratoires, ce qui fut un grand enrichissement pour moi. Il a patiemment lu et relu le manuscrit de cette thèse. Je tiens à lui exprimer toute ma gratitude pour sa sympathie et son soutien.

Ce travail est le fruit d'une collaboration avec Yasuhisa Abe et Sakir Ayik. Leur aide fut précieuse, je tiens à les remercier pour les nombreuses discussions enrichissantes que j'ai eu avec eux et leurs nombreux conseils. Yasuhisa a aussi fait tourner le code sur la fission sur des ordinateurs japonais plus rapides et moins encombrés que le ccpn. Sakir m'a invité plusieurs fois dans différents laboratoires et m'a permis ainsi de rencontrer de nombreux membres de la communauté des physiciens nucléaires.

Mes travaux de thèse se sont déroulés pour leur plus grande partie au GANIL, à Caen. Je tiens à remercier Samuel Harar, directeur de m'avoir accueilli. La dernière année s'est passé dans le groupe de physique théorique du laboratoire de physique quantique de l'université P. Sabatier à Toulouse. Je tiens à remercier Jean Bellissard pour son accueil chaleureux. J'ai aussi eu la chance de passer deux mois dans le groupe de physique théorique du NSCL de Michigan State University à East-Lansing, six semaines dans le département de physique de Tennessee Technological University à Cookeville, deux semaines dans groupe de physique théorique du Gesellschaft für Schwerionenforschung à Darmstadt et enfin une semaine à l'Institut für Theoretische Physik de l'Université d'Erlangen. Je tiens à remercier G.F. Bertsch, S. Ayik, W. Nörenberg et P.-G. Reinhard pour leur invitation et tous les membres de ces laboratoires avec lesquels j'ai pu avoir des discussions.

Je dois aussi une très grande reconnaissance à Gérard Auger pour son aide précieuse qui a permis que je finisse cette thèse dans de bonnes conditions. Je tiens aussi à remercier l'ACRO et toute son équipe pour leur grande compréhension et les facilités qu'ils m'ont accordées.

Dans tous les laboratoires où j'ai travaillé, les lieux, la ville, étaient nouveaux pour moi. Que ce soit à Caen, Toulouse, East-Lansing ou Cookeville, j'ai rencontré des étudiants et d'autres personnes qui, par leur amitié, ont rendu ce travail plus facile et les conditions de vie plus agréables. Je pense à Françoise, Redouane, Amine, Maria, Pepe, Thierry, Teresa, Tong, Stephane, Patricia, Karine, Jim, Pierre, Marta, Jean, Kim-Ling... et aussi Mohamed et Yves dont j'ai partagé les bureaux. Merci. Que ceux que j'ai pu oublier veulent bien me pardonner.

Enfin, cette thèse a été financée en grande partie par l'ENS de Lyon. J'ai aussi bénéficié du support du GANIL et mes séjours aux Etats-Unis ont été en partie financés par la bourse US DOE numéro DE-FG05-89ER40530.

## Sommaire

7/8



<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>Le cadre théorique</b>	<b>23</b>
2.1	Les équations stochastiques . . . . .	23
2.2	Obtention de l'équation de Boltzmann-Langevin . . . . .	26
2.2.1	Equation de transport stochastique pour la densité à <i>un-</i> corps . . . . .	26
2.2.2	L'approximation markovienne . . . . .	31
2.2.3	Equation de transport semi-classique . . . . .	32
2.2.4	Conclusion . . . . .	33
2.3	Projection sur une variable collective . . . . .	34
2.3.1	Introduction . . . . .	34
2.3.2	Réduction de dynamique des fluides . . . . .	34
2.3.3	Calcul de la force dynamique . . . . .	36
2.3.4	Conclusion . . . . .	38
2.4	Conclusion . . . . .	40
<b>I</b>	<b>Mouvements de faible amplitude</b>	<b>41</b>
<b>3</b>	<b>Influence des effets de mémoire dans l'amortissement des réso-</b> <b>nances géantes</b>	<b>45</b>
3.1	Introduction . . . . .	45
3.2	Effets de mémoire dans le terme de collisions . . . . .	47
3.3	Calcul du temps de relaxation . . . . .	49
3.3.1	Séparation des variables angulaires . . . . .	50

3.4	Application au cas de la largeur des résonances . . . . .	52
3.4.1	Vibrations isoscalaires . . . . .	53
3.4.2	Vibrations isovectorielles . . . . .	54
3.5	Conclusion . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Modèle de Bohr et Mottelson pour des noyaux à température finie</b>	<b>61</b>
4.1	Réduction multipolaire de l'équation de Boltzmann-Langevin . . .	62
4.1.1	Réduction de dynamique des fluides . . . . .	62
4.1.2	Calcul de la force dynamique . . . . .	63
4.2	Application aux vibrations quadrupolaires $\beta$ et $\gamma$ . . . . .	66
4.2.1	Une seule résonance . . . . .	66
4.2.2	Couplage entre les résonances $\beta$ et $\gamma$ . . . . .	68
4.3	Conclusion . . . . .	69
<b>II</b>	<b>Mouvements de grande amplitude</b>	<b>71</b>
<b>5</b>	<b>Etude de la fission induite</b>	<b>75</b>
5.1	Introduction . . . . .	75
5.2	Ingrédients du calcul . . . . .	78
5.3	Discussion . . . . .	79
5.3.1	Influence des effets de mémoire . . . . .	79
5.3.2	Taux de fission analytique . . . . .	81
5.4	Simulation numérique. Comparaison entre les approches de type Langevin et Fokker-Planck. . . . .	83
5.4.1	Simulation numérique de l'équation de Langevin . . . . .	83
5.4.2	Comparaison avec une approche de type Fokker-Planck . .	84
5.4.3	Comparaison avec des calculs similaires . . . . .	85
5.4.4	Problèmes liés à la condition initiale . . . . .	87
5.5	Résultats . . . . .	89
5.5.1	Données du calcul . . . . .	89
5.5.2	Calculs avec un potentiel indépendant de la température . .	91
5.5.3	Calculs avec un potentiel dépendant de la température . . .	95
5.5.4	Résumé . . . . .	96

5.6	Conclusion . . . . .	98
<b>6</b>	<b>Temps d'évolution des instabilités</b>	<b>103</b>
6.1	Introduction . . . . .	103
6.2	Etude d'un cas particulier: évolution du mode quadrupolaire surfacique . . . . .	105
6.2.1	Critère sur le temps de croissance des instabilités . . . . .	105
6.2.2	Ingrédients du calcul . . . . .	106
6.3	Instabilités surfaciques . . . . .	107
6.4	Instabilités volumiques . . . . .	110
6.4.1	Calcul de la force dynamique pour un fluide compressible . . . . .	110
6.4.2	Application aux modes oscillatoires . . . . .	111
6.5	Conclusion . . . . .	112
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>115</b>
<b>A</b>	<b>Calculs d'intégrales diverses</b>	<b>121</b>
A.1	Calcul de l'intégrale angulaire . . . . .	121
A.1.1	Cas où la déformation est proportionnelle à un polynôme de Legendre . . . . .	121
A.1.2	Cas général . . . . .	123
A.2	Quelques intégrales de Fermi utiles . . . . .	127
<b>B</b>	<b>Algorithme de résolution d'une équation stochastique</b>	<b>131</b>

## Introduction

# Introduction

Avec la mise en service de grands accélérateurs (GANIL à Caen, GSI à Darmstadt ou NSCL à East-Lansing...) la physique des ions lourds a connu un fort développement ces dernières années. Ce développement est dû au fait que les collisions entre ions lourds constituent un moyen puissant d'accéder aux propriétés de la matière nucléaire et des noyaux à des températures finies. Lors d'une collision un noyau subit une forte compression et est chauffé et, par conséquent, explore une grande partie du diagramme des phases, température densité. Le choix de l'énergie du faisceau, allant des basses énergies, de l'ordre de la barrière de coulombienne (quelques  $MeV$  par nucléon), aux énergies relativistes (de l'ordre de centaines de  $MeV$  par nucléon), permet de sélectionner certaines portions de ce diagramme. Avec une telle gamme d'énergie, on peut espérer observer des phénomènes très variés. Le domaine des énergies intermédiaires auquel nous allons nous intéresser recouvre ici des énergies de faisceau allant de 20 à 100  $MeV$  par nucléon. C'est un domaine où la température est suffisante pour que les effets de couche puissent être négligés et l'énergie est inférieure à la limite de désintégration du noyau. L'accès aux propriétés de la matière nucléaire n'est pas facile car lors de ces expériences, les noyaux ne sont pas statiques et, d'un point de vue théorique, une approche dynamique est nécessaire pour séparer les effets liés aux spécificités de la matière nucléaire et les effets liés à la dynamique. Il faut donc pouvoir décrire de manière spécifique le processus de collision dans son ensemble. La durée d'une collision étant très courte, le système n'a pas toujours le temps de se thermaliser. Le comportement du noyau dépendra donc fortement de l'énergie de la réaction. Pour les collisions centrales et à basse énergie ( $E = 20 - 30 MeV/A$ ), il va os-

ciller en se refroidissant par l'émission de particules. Si on augmente l'énergie ( $E > 50 \text{ MeV}/A$ ), il va fissionner en deux morceaux, et à haute énergie se scinder en plusieurs morceaux. Le défi pour les théoriciens est donc de développer une physique statistique hors équilibre pour un système quantique composé d'un petit nombre de constituants et de comprendre la multitude de phénomènes observés.

La physique statistique hors équilibre a pour objet d'expliquer des phénomènes macroscopiques à l'aide de descriptions dynamiques impliquant des grandeurs microscopiques. Pour cela il existe différents niveaux de description, à savoir, le niveau microscopique où l'on considère le mouvement individuel de chaque constituant, le niveau cinétique où l'équation du mouvement porte sur la fonction de distribution à un corps et le niveau de la dynamique des fluides où le système est décrit par des équations du mouvement portant sur des variables "macroscopiques". Il est souvent possible de passer d'un niveau à un niveau supérieur, moyennant parfois quelques approximations, en privilégiant certains degrés de libertés et en faisant une moyenne sur les autres. Dans la plupart des cas, le niveau microscopique possède un nombre de degrés de liberté trop grand pour pouvoir être abordé simplement. Le niveau hydrodynamique est le plus simple et est adapté à l'étude de mouvements collectifs d'énergie suffisamment élevée pour pouvoir négliger les effets quantiques. Il peut être insuffisant pour l'étude d'autres phénomènes. Le niveau cinétique constitue souvent un bon compromis et a beaucoup été utilisé pour l'étude de la dynamique des collisions entre ions lourds. Plusieurs équations de transport ont été développées [1]. La plus simple est l'équation de Vlasov à laquelle a été ajouté un terme de collisions tenant compte du blocage de Pauli. C'est une équation semi-classique que nous appellerons équation de Boltzmann. Cette équation, écrite pour des gaz dilués [2], peut-elle être utilisée dans le cadre nucléaire ? Elle peut-être obtenue à partir de la hiérarchie BBGKY des matrices densités réduites, mais certaines approximations sont difficiles à justifier (voir chapitre 2). Pourtant il se trouve que l'équation de Boltzmann donne des résultats étonnamment bons. Différents noms lui ont été donnés, suivant les raffinements apportés dans les méthodes numériques utilisées pour la résolution, Boltzmann-Ühling-Uhlenbeck (BUU) [1], Vlasov-Ühling-Uhlenbeck (VUU) [3] ou Landau-Vlasov (LV) [4]. Des équivalents quantiques ont aussi été utilisés, comme les modèles de type Hartree-Fock étendu dépendant du temps (ETDHF) [5].

L'équation de Boltzmann a beaucoup été utilisée pour simuler la dynamique des

collisions nucléaires car les effets des collisions à deux corps peuvent être aisément pris en compte. Cette équation ne fait aucune hypothèse d'équilibre et elle ne dépend pas d'une température. Ces modèles ont, avec succès, permis de calculer l'évolution de nombreuses observables à *un*-corps [6], comme le transfert de moment, les spectres inclusifs de particules... Ils pourraient aussi permettre d'obtenir des informations dont certaines propriétés de l'équation d'état, comme le coefficient de compressibilité ou sur des grandeurs dynamiques comme la viscosité. En effet, choisir un potentiel à un corps qui permet de bien reproduire les données expérimentales donne accès à des propriétés de la matière nucléaire. Mais ces approches ne permettent de calculer que l'évolution moyenne de ces observables et ne tiennent absolument pas compte des fluctuations. Quel que soit le phénomène physique étudié, à proximité d'un seuil par exemple, une description moyenne peut donner des résultats erronés. Il existe des situations dans lesquelles les fluctuations jouent un rôle essentiel au niveau macroscopique. Imaginons un système composé d'un ensemble de particules dans un puits de potentiel avec une barrière. Supposons que la valeur moyenne des énergies soit à peine inférieure à la hauteur de la barrière et que l'on veuille compter le nombre de particules qui peuvent s'échapper. Se restreindre à la valeur moyenne nous donnera que toutes les particules sont piégées, la prise en compte des fluctuations est nécessaire pour avoir une description correcte du problème. Ainsi, certains phénomènes observés en physique nucléaire, comme les corrélations dans l'émission de particules légères, ne peuvent pas être décrits correctement par une distribution moyenne. C'est aussi le cas pour la multifragmentation, car il faut briser la symétrie de l'équation de Boltzmann. En effet, si on considère une collision centrale, la densité initiale possède une symétrie cylindrique qui n'existe plus dans les fragments détectés. Dans les systèmes non-linéaires, la taille des fluctuations peut aussi être d'une importance cruciale, avec existence possible de seuils en dessous desquels il n'y a pas d'effets. C'est le cas, par exemple de la nucléation dans un liquide sursaturé [7]. Si, d'une manière générale, les fluctuations n'apportent que des corrections négligeables aux évolutions moyennes, il est des situations où elles "entraînent" les moyennes. Ce sont ces situations qui vont nous intéresser. Leur prise en compte dans un système dynamique est loin d'être aisée.

Une alternative possible aux équations cinétiques moyennes consiste à revenir à une description microscopique où aucune moyenne n'est encore faite et de tra-

vailler directement avec l'équation de Liouville pour le système à  $N$ -corps total. C'est dans cet esprit que des calculs de dynamique moléculaire quantique ont été entrepris [8]. La difficulté majeure de cette approche est que le principe d'exclusion de Pauli est simulé de manière approximative par un potentiel répulsif entre les nucléons ajouté de façon phénoménologique. Il s'agit d'un travail ambitieux que de vouloir résoudre directement le problème à  $N$ -corps. Il peut paraître plus simple de profiter des bons résultats des approches à  $un$ -corps et de tenter de les améliorer. Pour compenser les lacunes de l'équation de Boltzmann tout en restant au niveau cinétique, une nouvelle équation de transport stochastique a été proposée [9], en analogie avec la description du mouvement brownien. Il s'agit de l'équation de Boltzmann-Langevin,

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla_r - \nabla_r U(\hat{f}) \cdot \nabla_p \right) \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = K(\hat{f}) + \delta K(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (1.1)$$

Cette équation est une équation de Boltzmann avec un terme supplémentaire,  $\delta K(\hat{f})$ . Ce terme contient toutes les corrélations non prises en compte dans le terme de collisions, qui lui, ne considère que l'effet moyen des collisions à deux-corps. Le terme supplémentaire, tenant compte des fluctuations internes au système, est considéré comme un terme stochastique, agissant comme une force de Langevin due à un bruit externe sur la fonction de distribution à  $un$ -corps,  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ . En fait, on n'a plus une seule fonction de distribution, mais un ensemble dont les éléments sont notés  $\hat{f}$ . La fonction de corrélation de ce terme stochastique a une structure similaire au terme de collisions, conformément au théorème *dissipation-fluctuation*. C'est la première équation incluant des fluctuations de grande amplitude qui a été utilisée en physique nucléaire, généralisant une approche heuristique dans le cas de petites fluctuations proposée en 1969 [10]. Une autre approche a été développée plus récemment, il s'agit d'une extension stochastique de la théorie TDHF [11]. Cette dernière théorie a l'intérêt d'être quantique. L'approche est différente car ce sont toutes les interactions, à deux-corps et d'ordres supérieurs, qui sont prises en compte dans la partie aléatoire. Il a été montré que ces deux théories stochastiques sont similaires dans une certaine limite [31]. Aucune application n'en a encore été faite.

Des simulations directes de l'équation de Boltzmann-Langevin dans des cas concrets ont été effectuées [13,14]. En particulier, elle a été utilisée pour étudier la production de Kaons sous le seuil [15,16]. Ces simulations sont loin d'être



simples, nécessitent un temps de calcul énorme et ne donnent qu'une solution approchée de l'équation, comme pour l'équation de Boltzmann d'ailleurs. Dans le cas de phénomènes collectifs, d'autres méthodes plus simples peuvent être utilisées. L'équation de Boltzmann-Langevin peut être projetée sur des variables collectives caractérisant un mouvement particulier [17], ce qui permet de passer au niveau de la dynamique des fluides. On obtient ainsi une équation de Langevin classique qui est beaucoup plus simple à utiliser. Le but de cette thèse est d'appliquer cette dernière équation à plusieurs phénomènes concrets liés aux collisions entre ions lourds à différentes énergies. Dans un premier temps, chapitre 3 et 4, nous avons étudié des mouvements de faible amplitude, à savoir les résonances géantes. C'est pour nous l'occasion, au chapitre 3, de tester la validité de l'approximation markovienne faite lors du calcul de l'équation de Boltzmann ou l'équation de Boltzmann-Langevin dans le cas particulier des résonances géantes [18]. Une étude plus large des résonances suit, chapitre 4, où nous étudions en particulier le couplage entre deux modes [19]. Cette première partie reste très formelle. Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés à des énergies nettement plus élevées impliquant des mouvements collectifs de large amplitude. L'équation de Langevin a déjà été utilisée en physique nucléaire pour l'étude de la fission induite [20]. Des calculs similaires, avec une équation de Fokker-Planck ont aussi été faits [21]. Ces études sont phénoménologiques au sens où certains paramètres de l'équation ont été ajustés pour reproduire des résultats expérimentaux. Dans le chapitre 5, nous avons repris ces calculs avec l'équation de Langevin obtenue à l'aide d'un modèle microscopique et sans paramètre libre [22], le but étant de donner une justification microscopique des approches précédentes et de tester la validité de notre théorie sur un phénomène largement étudié. Enfin, une des principales raisons pour lesquelles l'équation de Boltzmann-Langevin a été développée est l'étude de la multifragmentation. Le chapitre 6 est consacré à l'étude et au calcul du temps d'évolution des instabilités spinodales et surfaciques [23].

Avant d'exposer les résultats obtenus, je vais rappeler brièvement, dans le chapitre 2, quelques généralités sur les équations stochastiques, puis sur l'obtention de l'équation de Boltzmann-Langevin, ainsi que sa réduction en une équation de Langevin. Le but de ce chapitre est d'établir un lien entre la description microscopique et la description de dynamique des fluides que nous utiliserons.

## Chapitre 2

# Le cadre théorique

L'équation de Boltzmann-Langevin est l'équation de départ du travail qui est exposé dans les chapitres suivants. Certaines propriétés de cette équation y seront discutées, et certaines approximations remises en cause, je vais donc, par souci de clarté, rappeler brièvement son obtention à partir d'une description microscopique, puis la réduction de dynamique des fluides qui en a été faite. Cette équation est reliée à l'équation de Boltzmann de la même façon que l'équation de Langevin pour le mouvement brownien est reliée à l'équation du mouvement pour la vitesse moyenne de cette particule; je vais donc, dans un premier temps, rappeler quelques généralités sur les équations stochastiques.

## 2.1 Les équations stochastiques

La première utilisation d'une équation de Langevin fut l'étude du mouvement Brownien, à savoir le mouvement d'un grain de pollen dans l'eau [24]. En observant de très près la trajectoire de ce grain on s'aperçoit que le grain avance de façon désordonnée et que donc son mouvement peut être considéré comme aléatoire. Un tel comportement est dû aux interactions entre le grain et les molécules d'eau. Il est très difficile, voire impossible, de tenir compte de toutes ces interactions et cela n'est pas forcément d'un grand intérêt physique. Il est beaucoup plus intéressant de considérer ces interactions sous forme de forces effectives. Imaginons en plus que ce grain soit chargé et plongé dans un champ électrique, alors son équation

du mouvement peut s'écrire pour la variable de position,  $q$ ,

$$M\ddot{q} = -\frac{\partial V}{\partial q} - \beta M\dot{q} + \sqrt{M\beta T}w(t) \quad (2.1)$$

où l'accélération multipliée par la masse,  $M$ , est égale à la force due au potentiel, plus la force de friction et la force stochastique  $w(t)$ , ces deux dernières forces étant dues à l'interaction pollen-eau. Une telle équation peut aussi être obtenue à partir d'un système hamiltonien où l'on sépare les variables liées au grain de pollen des autres variables qui forment le bain thermique [25]. On obtient que les deux dernières forces, qui sont dues au couplage entre le grain de pollen et l'eau, ne sont pas indépendantes et sont reliées via le théorème *dissipation-fluctuation* [26]. Un des problèmes qui se posent est de choisir la force stochastique. Généralement, pour des raisons de simplicité, cette force est choisie gaussienne, c'est à dire qu'elle est entièrement caractérisée par ses deux premiers moments,

$$\overline{w(t)} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{w(t')w(t)} = 2\delta(t - t'). \quad (2.2)$$

Si on garde à l'esprit que cette force aléatoire et le terme de friction simulent les collisions entre le grain de pollen et les molécules d'eau dont les impulsions sont réparties suivant une distribution de Boltzmann, l'hypothèse gaussienne est tout à fait justifiée. En fait, si l'interaction entre la particule brownienne et le bain thermique est linéaire, il est tout à fait légitime d'utiliser une équation de Langevin avec une force stochastique gaussienne [28]. Les applications de ce genre d'équation sont multiples et quand il s'agit de signaux, la force aléatoire est aussi appelée un bruit, comme dans un circuit électrique, par exemple. Dans ce cas, il est habituel de caractériser le bruit par son spectre de Fourier et on parle de *bruit blanc* si le spectre est plat.

Généralement, pour étudier une observable donnée, on calcule un grand nombre de trajectoires et on fait la moyenne sur toutes les trajectoires de la grandeur étudiée. Une autre manière d'aborder le problème est d'avoir une approche plus globale en considérant une équation de conservation dans l'espace des phases défini par la variable  $q$  et son moment conjugué  $p = \dot{q}/M$ . Une telle équation, dite équation de Fokker-Planck, détermine l'évolution de la distribution de probabilité,  $P(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , en fonction du coefficient de friction,  $\beta$ , et du coefficient de diffusion,  $D = M\beta T$ ,

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{p}{M} \frac{\partial}{\partial q} - \frac{\partial V}{\partial q} \frac{\partial}{\partial p} \right) P = \frac{\partial}{\partial p} \left( \beta p + D \frac{\partial}{\partial p} \right) P. \quad (2.3)$$

Les équations de Langevin (2.1) avec un bruit gaussien et de Fokker-Planck (2.3) sont strictement équivalentes et selon le problème étudié on préférera l'une par rapport à l'autre [27]. L'équation de Langevin a le mérite d'être beaucoup plus intuitive que l'équation de Fokker-Planck et plus simple à résoudre numériquement. La première est une simple équation différentielle avec un terme stochastique que l'on sait bien résoudre (voir appendice B), la précision dépendant essentiellement de la statistique utilisée, alors que la deuxième est une équation aux dérivées partielles dont on ne connaît, dans la plupart des cas, que des solutions approchées. L'équation de Langevin est plus adaptée à une résolution numérique exacte alors que l'équation de Fokker-Planck se prête mieux aux études analytiques. Enfin, il est beaucoup plus aisé d'étendre l'équation de Langevin à des problèmes plus compliqués, extension à plusieurs dimensions, effets de mémoire. . .

Le cas avec effets de mémoire est particulièrement intéressant, car, lorsque l'on tente d'obtenir cette équation à partir d'un modèle microscopique, ils apparaissent systématiquement au niveau de l'interaction entre la particule brownienne et le bain thermique, ce qui se traduit, au niveau de l'équation de Langevin, par une forme un peu plus complexe,

$$M\ddot{q} = -\frac{\partial V}{\partial q} - \int_0^t \beta(t-t')\dot{q}(t')dt' + W(t), \quad (2.4)$$

où la fonction de corrélation de la force stochastique,  $W(t)$ , est directement liée au noyau de friction,  $\beta(t-t')$ ,

$$\overline{W(t)W(t')} = T\beta(t-t'). \quad (2.5)$$

En chimie cette équation est habituellement appelée équation de Langevin généralisée [29]. Souvent, l'approximation markovienne est faite, c'est à dire que les effets de mémoire sont négligés en supposant que  $\beta(t-t') = \beta\delta(t-t')$ , ce qui redonne l'équation de Langevin habituelle (2.1). La justification de l'équation de Langevin est basée sur la grande différence entre les échelles de temps impliquant la particule brownienne qui a un mouvement lent et les particules du bain thermique qui ont un mouvement rapide. Dans le cas du grain de pollen, cette différence est due à la grande différence entre les masses. Les effets de mémoire sont un moyen de corriger le fait que la différence entre les deux échelles de temps n'est pas si grande dans certains cas.

## 2.2 Obtention de l'équation de Boltzmann-Langevin

L'obtention de l'équation de Boltzmann [30] et l'équation de Boltzmann-Langevin [9] peut se faire en partant de la hiérarchie de BBGKY ou à l'aide du formalisme des fonctions de Green [31]. Nous utiliserons la première approche qui est plus intuitive, bien que moins puissante. Une autre approche, à partir du formalisme TDHF stochastique (STDHF) a aussi été développée plus récemment [11], elle donne une équation comparable, mais a priori pas identique, dans le sens où seuls les deux premiers moments de la force stochastique concordent. Le but de ce chapitre n'étant pas de refaire un cours de mécanique statistique nous nous contenterons d'établir un lien entre une description microscopique et l'équation cinétique utilisée en soulignant les approximations utilisées.

### 2.2.1 Equation de transport stochastique pour la densité à $n$ -corps

Les densités à  $n$ - et  $deux$ -corps peuvent être définies à l'aide du formalisme de la deuxième quantification,

$$\hat{\rho}(1, 1', t) = \langle \phi | a^\dagger(1, t) a(1', t) | \phi \rangle \quad (2.6)$$

$$\hat{\sigma}(12, 1'2', t) = \langle \phi | a^\dagger(1, t) a^\dagger(2, t) a(1', t) a(2', t) | \phi \rangle, \quad (2.7)$$

où les notations sont habituelles,  $|\phi\rangle$  est la fonction d'onde à  $N$ -corps définie par la condition initiale  $|\phi(t_0)\rangle$  et solution de l'équation de Schrödinger,

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\phi\rangle = H |\phi\rangle, \quad (2.8)$$

avec comme hamiltonien, le hamiltonien à  $N$ -corps,  $H = \sum_{i=1}^N K_i + \sum_{i<j} V_{ij}$ , contenant  $N$  termes cinétiques,  $K$ , et une interaction à  $deux$ -corps,  $V_{ij}$ . Dans les équations (2.6) et (2.7),  $a^\dagger$  et  $a$  sont, respectivement, les opérateurs création et annihilation de particules et trous. Dans la suite,  $\hat{\rho}$  et  $\hat{\sigma}$  représentent les observables fluctuantes, alors que  $\rho$  et  $\sigma$ , les moyennes d'ensemble. Nous précisons plus tard de quel type de moyenne il s'agit. Les équations du mouvement de ces deux quantités, c'est à dire les deux premières équations de la hiérarchie, sont

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}(1, 1', t) = \text{Tr}_2 \langle 12 | [H_{12}, \hat{\sigma}(t)] | 1'2 \rangle \quad (2.9)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\sigma}(12, 1'2', t) = \langle 12 | [H_{12}, \hat{\sigma}] | 1'2' \rangle + \text{termes à trois corps}, \quad (2.10)$$

où  $H_{12} = K_1 + K_2 + V_{12}$  est le hamiltonien réduit à 2-corps. Dans l'équation (2.9),  $\text{Tr}_2$  représente une trace partielle sur tous les états accessibles à la particule 2. Les deux équations (2.9) et (2.10) constituent le point de départ pour obtenir une équation cinétique de la fonction de distribution à  $un$ -corps. Pour cela, on a besoin d'une expression de  $\sigma$  en terme de densité à  $un$ -corps. Le cas le plus simple est celui où toutes les corrélations entre particules sont négligées et où on ne considère que les évolutions des grandeurs moyennes,

$$\sigma(12, 1'2', t) = \rho(1, 1', t)\rho(2, 2', t) - \rho(1, 2', t)\rho(2, 1', t). \quad (2.11)$$

Cela conduit aux équations TDHF,

$$i\hbar \dot{\rho} = [h(\rho), \rho], \quad (2.12)$$

dans le cas quantique, et de Vlasov,

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} - \nabla_{\mathbf{r}} U(f) \cdot \nabla_{\mathbf{p}} \right) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = 0, \quad (2.13)$$

dans la limite classique. Ces deux équations ne décrivent que les effets du champ moyen,  $h(\rho)$ ,  $U(f)$ .

Pour obtenir l'équation de Boltzmann, il faut tenir compte des collisions et pour cela, deux hypothèses sont faites [30]:

1. le système est dilué et les interactions à deux corps sont de courte portée;
2. avant chaque collision entre deux particules, il y a un instant où elles sont non-corrélées, c'est l'hypothèse du chaos moléculaire (Stoßzahlansatz).

Avec la première hypothèse, on peut considérer que les collisions à trois corps sont suffisamment rares pour négliger les termes à trois corps dans l'équation (2.10). Les deux premiers termes de la hiérarchie sont donc suffisants. Dans le cas nucléaire cette approximation n'est pas justifiée car la portée de l'interaction nucléaire est du même ordre de grandeur que la distance internucléon. Une prise en compte de cette interaction et du terme à *trois*-corps conduit, après quelques approximations, au blocage de Pauli dans l'intégrale de collisions et modifie le terme de champ moyen [30]. Nous ne ferons pas ce traitement et nous nous limiterons au

terme à *deux*-corps, même si le terme de champ moyen et le blocage apparaissent dans l'équation finale, nous allons porter notre attention sur l'obtention du terme stochastique additionnel qui est nouveau.

Pour obtenir une équation cinétique à un corps, il n'est pas besoin de résoudre l'équation (2.10), il suffit de connaître l'évolution, durant un intervalle  $\Delta t = t - t_0$  contenant une collision, de la densité à *deux*-corps,  $\hat{\sigma}$ . Il est pratiquement impossible de déterminer l'état initial, avant la collision. Déterminer  $\hat{\sigma}(t_0)$  reviendrait à résoudre le problème à *N*-corps exactement, il faut donc trouver une autre procédure. Pour obtenir l'équation de Boltzmann, c'est l'hypothèse du chaos moléculaire qui est utilisée. Il est difficile de concevoir que cette hypothèse est valable pour toutes les particules au même moment, certaines sont non-corrélées pendant que d'autres collisionnent. On fait donc une moyenne sur un temps,  $\Delta t$ , de façon à que cette hypothèse ait un sens. Ainsi,  $\Delta t$  doit être plus long que le temps d'une collision,  $\tau_d$ , et plus court que le temps entre deux collisions,  $\tau_f$ ,

$$\tau_f \gg \Delta t \gg \tau_d, \quad (2.14)$$

et on perd tout détail impliquant des temps inférieurs à  $\tau_d$ .

Faire cette moyenne signifie perdre les fluctuations et on obtient une équation cinétique pour la densité moyenne. Pour garder les fluctuations il faut donc abandonner l'hypothèse de chaos moléculaire et garder les corrélations initiales dans l'équation du mouvement. Nous allons donc exprimer l'équation (2.10) sous forme intégrale afin de tenir compte de ces conditions initiales. Décomposons d'abord la densité en deux parties,

$$\hat{\sigma}(12, 1'2', t) = \sigma_0(12, 1'2', t) + \delta\sigma(12, 1'2', t), \quad (2.15)$$

où  $\sigma_0$  est la densité moyenne non-corrélée définie par l'équation (2.11) et où  $\delta\sigma$  contient le reste, c'est la partie qui prend en compte les corrélations initiales. Dans l'équation (2.15), il nous faut préciser quel type de moyenne nous prenons pour la densité à *un*-corps. Elle peut être obtenue de deux façons différentes, qui, si les fluctuations sont importantes et si les équations sont non-linéaires, ne donnent pas forcément les mêmes résultats. La première est une moyenne sur tous les états initiaux,  $|\phi(t_0)\rangle$ , possibles et est appelée moyenne *globale*. La deuxième est une moyenne itérative, c'est à dire qu'à chaque pas de temps on définit un sous-ensemble d'états assez proches sur lesquels on fait la moyenne. C'est cette dernière



méthode que nous utiliserons par la suite, nous l'appellerons moyenne *locale* et nous la noterons par un surlignage. Le pas de temps doit être choisi de façon à ce que les fluctuations qui peuvent être très importantes par rapport à la première moyenne, restent toujours petites par rapport à la deuxième. La principale difficulté consiste donc dans le choix de ce pas de temps qui doit être plus long que la durée d'une collision et plus court que le temps d'évolution caractéristique du système. Une telle contrainte existe déjà pour l'équation de Boltzmann, cf équation 2.14. Pour de petites fluctuations, ces deux moyennes sont équivalentes.

L'équation (2.10) devient, dans la limite des faibles couplages:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \delta\sigma(t) = [H_0, \delta\sigma(t)] + [H_v, \sigma_0(t)], \quad (2.16)$$

où  $H_0$  est le hamiltonien à *deux*-corps avec champ moyen et  $H_v$  celui contenant les interactions résiduelles. L'équation (2.16) peut être facilement intégrée, pour donner:

$$\hat{\sigma}(t) = \sigma_0(t) - \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt' G(t-t') [H_v(t'), \sigma_0(t')] G^+(t-t') + G(t-t_0) \delta\sigma(t_0) G^+(t-t_0), \quad (2.17)$$

où les propagateurs champ moyen s'écrivent,

$$G(\tau) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t-\tau}^t ds H_0(s)\right). \quad (2.18)$$

Dans l'équation (2.17), la partie de droite est séparée en trois termes, le premier est la partie non-corrélée et produit le champ moyen, le second décrit le changement de la densité moyenne à *deux*-corps pendant une collision et donne l'intégrale de collision, et le troisième décrit la propagation de la partie corrélée de la densité et introduit un nouveau terme par rapport à l'approche de Boltzmann.

Si on remplace la densité à *deux*-corps dans l'équation (2.9) par l'expression obtenue, équation (2.17), on trouve

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}(t) - [h(\rho), \rho] = K(\rho) + \delta K(\rho), \quad (2.19)$$

où  $h(\rho) = k + U(\rho)$  est le hamiltonien à *un*-corps avec champ moyen,  $K(\rho)$  est le terme de collision,

$$K(1, 1', \rho) = -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt' \text{Tr}_2 \langle 12 | [H_v(t), G(t-t') [H_v(t'), \sigma_0(t')] G^+(t-t')] | 1'2 \rangle, \quad (2.20)$$

et  $\delta K(t)$  est le terme de collisions fluctuant,

$$\delta K(1, 1', t) = \text{Tr}_2 \langle 12 | [H_v(t), G(t - t_0) \delta \sigma(t_0) G^+(t - t_0)] | 1'2 \rangle. \quad (2.21)$$

Dans l'équation (2.19) le terme de champ moyen et le terme de collisions à *deux*-corps dépendent de  $\rho$  et non de  $\hat{\rho}$  car ils proviennent directement des deux premiers termes de droite de l'équation (2.17) qui ne dépendent que de  $\sigma_0$ . Etant donné que nous avons choisi une moyenne itérative, les déviations par rapport à la valeur moyenne restent faibles, ce qui va nous permettre de remplacer  $\rho$  par  $\hat{\rho}$  dans ces deux termes, après leur évaluation.

Si on suppose que les particules collisionnant sont initialement non-corrélées (Stoßzahlansatz), i.e.  $\sigma(t_0) = \sigma_0(t_0)$ ,  $\delta K(t)$  s'annule et on retrouve une équation de transport habituelle qui conduit à l'équation de Boltzmann dans la limite semi-classique. Sans cette hypothèse du chaos moléculaire,  $\delta K$  ne s'annule plus, c'est une fonction variant rapidement avec un temps caractéristique de l'ordre de  $\tau_d$ , qui est le temps d'une collision. Ce terme contient toutes les corrélations initiales mais est difficilement utilisable tel quel, il nous faut faire des approximations. L'idée est donc de le considérer comme un terme fluctuant (par analogie avec l'équation de Langevin pour le mouvement brownien), agissant comme une force aléatoire sur la fonction de distribution,  $\hat{f}$ . Cela signifie abandonner l'idée de garder une description détaillée des fluctuations et limiter sa caractérisation en terme de moments de la partie stochastique. Pour un système infini, la force de Langevin est gaussienne et ses moments d'ordre supérieurs à deux sont donc entièrement déterminés à l'aide des deux premiers moments. Dans le cadre de la physique nucléaire, où l'on travaille sur de petits systèmes, supposer que la force stochastique est gaussienne constitue une approximation supplémentaire. Cela revient à travailler dans l'ensemble canonique au lieu de l'ensemble micro-canonique et donc supposer que c'est la température qui est constante, ce qui pose des problèmes au niveau de la conservation de l'énergie. La moyenne de la force stochastique étant nulle, il nous faut donc calculer la fonction de corrélation,  $C$ , définie comme suit,

$$\overline{\delta K(1, 1', t) \delta K(2, 2', t')} = C(1, 1'; 2, 2') \delta(t - t'), \quad (2.22)$$

où le temps  $\tau_d$  est considéré comme nul, conformément à l'approximation markovienne faite dans l'obtention de l'équation de Boltzmann. Cette approximation fait l'objet du paragraphe suivant. La fonction de corrélation peut être explicitement calculée (voir §2.2.3), déterminant ainsi entièrement la force stochastique.

### 2.2.2 L'approximation markovienne

Pour obtenir l'équation de Boltzmann-Langevin plusieurs approximations concernant les temps caractéristiques d'évolution sont faites [31].

1. La condition (2.14) qui dit que le champ moyen évolue lentement par rapport à  $\Delta t$ , qui est le temps sur lequel nous avons évalué une collision, ne suffit pas pour réécrire le propagateur (2.18) de façon habituelle,

$$G(\tau) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \tau H_0\right). \quad (2.23)$$

Il faut en plus supposer que le temps caractéristique d'évolution du champ moyen est grand devant la durée entre deux collisions successives.

2. Nous supposons aussi que l'intégrale de collisions a un temps de mémoire court et que, par conséquent, cela ne change rien de commencer l'intégrale au temps  $t_0$  ou à  $-\infty$ . Dans le cas de l'équation de Boltzmann où l'hypothèse du chaos moléculaire est faite, cette approximation est justifiée.
3. La dernière approximation consiste à négliger l'hystérésis des densités dans l'intégrale de collisions et signifie que ces densités se réarrangent immédiatement après une collision. Elle conduit à dire que

$$\int_{-\infty}^t dt' e^{-i(t-t')(\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_{1'} - \epsilon_{2'})/\hbar} \simeq \pi \delta(\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_{1'} - \epsilon_{2'}), \quad (2.24)$$

où  $\epsilon_i$  est l'énergie d'une particule collisionnant. Cela revient donc à prétendre que le temps caractéristique d'évolution de la densité, et donc du champ moyen, est grand devant le temps entre deux collisions, comme pour la première approximation.

Cette dernière approximation est difficile à justifier et n'est pas toujours valide. Son étude dans le cadre de l'équation de Boltzmann appliquée à un cas particulier fait l'objet du chapitre suivant. La prise en compte de ces effets de mémoire dans une quelconque application numérique de l'équation de Boltzmann-Langevin constituerait un progrès indéniable. Nous nous contenterons pour l'instant d'une équation markovienne.

### 2.2.3 Equation de transport semi-classique

L'équation de Boltzmann-Langevin est obtenue en faisant une transformation de Wigner de l'équation (2.19). On obtient ainsi une équation cinétique pour la variable  $\hat{f}$ ,

$$\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \int d^3\mathbf{s} \exp(-\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}\cdot\mathbf{s}) \langle \mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2} | \hat{\rho} | \mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2} \rangle \quad (2.25)$$

$$= \int d^3\mathbf{q} \exp(\frac{i}{\hbar}\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}) \langle \mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}}{2} | \hat{\rho} | \mathbf{p} - \frac{\mathbf{q}}{2} \rangle, \quad (2.26)$$

où  $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ ,  $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)/2$  et  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2$ . Cette fonction est une approximation de la fonction de distribution classique dans l'espace des phases à *un*-corps que l'on peut obtenir à partir des fonctions d'onde. Nous ne ferons pas la transformée de Wigner de l'équation de Vlasov, elle est faite dans la référence [1], où, pour le terme de champ moyen, un développement au premier ordre a été effectué.

Le calcul de la transformée de Wigner du terme de collision conduit à l'expression de Ühling-Uhlenbeck [32],

$$K(f_1) = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p_2 d^3p_3 d^3p_4 W(12; 34) [f_4 f_3 \tilde{f}_2 \tilde{f}_1 - f_1 f_2 \tilde{f}_3 \tilde{f}_4], \quad (2.27)$$

où  $f_i = f(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i, t)$ ,  $\tilde{f} = 1 - f$  et où le taux de transition est donné en fonction de la section efficace nucléon-nucléon,

$$W(12; 34) = \frac{4}{m^2} \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \delta(\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_3 - \epsilon_4). \quad (2.28)$$

Pour obtenir cette expression, l'approximation markovienne discutée dans le paragraphe précédent a été faite et il est supposé que  $f$  varie peu sur la portée de l'interaction à *deux*-corps [33].

L'évaluation de la fonction de corrélation de l'intégrale stochastique peut se faire aisément pour un système spatialement homogène. En effet, en supposant que la force aléatoire est locale, seuls les termes diagonaux vont contribuer et la fonction de corrélation s'écrit dans l'espace des phases,

$$C(1, 1; 2, 2) = C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (2.29)$$

Pour calculer  $C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ , deux approximations sont faites, la première consiste à négliger les fluctuations quantiques devant les fluctuations statistiques et la deuxième consiste à faire un développement dans la limite des faibles couplages. On

obtient finalement [9],

$$\overline{\delta K(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1, t_1) \delta K(\mathbf{r}_2, \mathbf{p}_2, t_2)} = C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2), \quad (2.30)$$

avec,

$$\begin{aligned} C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = & \int d^3 p_3 d^3 p_4 W(12, 34) (f_1 f_2 \tilde{f}_3 \tilde{f}_4 + \tilde{f}_1 \tilde{f}_2 f_3 f_4) \\ & - 2 \int d^3 p_3 d^3 p_4 W(13, 24) (f_1 f_3 \tilde{f}_2 \tilde{f}_4 + \tilde{f}_1 \tilde{f}_3 f_2 f_4) \\ & + \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \int d^3 p_2' d^3 p_3 d^3 p_4 W(12', 34) (f_1 f_2' \tilde{f}_3 \tilde{f}_4 + \tilde{f}_1 \tilde{f}_2' f_3 f_4), \end{aligned} \quad (2.31)$$

où le taux de transition,  $W(12, 34)$ , est le même que celui entrant dans l'intégrale de collision, équation (2.28). Aucun paramètre nouveau n'est contenu dans la fonction de corrélation par rapport à l'intégrale de collision et elle dépend des fonctions de distribution moyennes. Nous avons donc une équation fermée, ceci est une conséquence du théorème dissipation-fluctuation.

En utilisant les propriétés de symétrie du taux de transition,  $W(12, 34) = W(34, 12) = W(21, 34)$ , on peut vérifier aisément que,

$$\int d^3 p_1 C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \int d^3 p_2 C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 0, \quad (2.32)$$

$$\int d^3 p_1 \mathbf{p}_1 C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \int d^3 p_2 \mathbf{p}_2 C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 0, \quad (2.33)$$

$$\int d^3 p_1 \epsilon_1 C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \int d^3 p_2 \epsilon_2 C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 0, \quad (2.34)$$

avec  $\epsilon = p^2/2m$ . Cela signifie que le nombre de particules, l'impulsion et l'énergie, sont conservés localement et ne fluctuent pas.

## 2.2.4 Conclusion

Avec l'équation de Boltzmann-Langevin nous avons une équation cinétique qui tient compte des fluctuations et qui peut être appliquée à des problèmes de physique nucléaire où une description moyenne n'est pas suffisante. Cependant, les simulations directes des équations cinétiques moyennes sont déjà très compliquées et avec un terme stochastique additionnel, le problème est encore plus difficile. Selon les phénomènes physiques étudiés il peut être préférable de réduire encore cette équation au niveau de la dynamique des fluides.

## 2.3 Projection sur une variable collective

### 2.3.1 Introduction

Pour étudier des phénomènes collectifs avec l'équation de Boltzmann-Langevin il est préférable de faire d'abord une réduction sur les variables collectives pour obtenir une équation de type Langevin qui est beaucoup plus simple à résoudre. De nombreuses études avec une telle équation ou une équation de type Fokker-Planck ont déjà été faites. C'est le cas par exemple de la fission induite [20,21]. Les équations utilisées étaient toujours phénoménologiques, la dérivation qui va suivre a le mérite de donner une équation sans paramètres libres. Nous nous limiterons, dans ce sous-chapitre, au cas à une seule dimension pour des raisons de simplicité et de clarté de l'exposé, la généralisation au cas à  $N$  dimensions étant très facile (voir §4.1).

### 2.3.2 Réduction de dynamique des fluides

Dans une description de dynamique des fluides les grandeurs physiques utilisées sont la densité locale,

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \int g \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (2.35)$$

et la densité de courant,

$$m\rho \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \int g \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \mathbf{p} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (2.36)$$

où  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  est le champ de vitesse et  $g$  le facteur de dégénérescence spin-isospin,  $g = 4$ . Dans les équations (2.35, 2.36),  $\rho$  désigne toujours une variable stochastique, même si nous avons volontairement oublié l'accent circonflexe pour des raisons de simplicité. De l'équation de Boltzmann-Langevin on peut obtenir des équations de type dynamique des fluides en intégrant sur l'espace des impulsions les deux premiers moments en  $\mathbf{p}$  de la distribution à  $un$ -corps. Il s'agit de l'équation de continuité

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.37)$$

et de l'équation d'Euler,

$$m\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right) + \nabla \Pi + \rho \nabla U(\rho) = 0. \quad (2.38)$$

Dans l'équation (2.38), le potentiel est dû à la partie potentielle de la densité d'énergie,  $U(\rho) = \delta E(\rho)/\delta\rho$ , et le tenseur des moments s'écrit:

$$\Pi_{ij}(\mathbf{r}, t) = \int g \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{m} (p_i - mu_i)(p_j - mu_j) \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (2.39)$$

Les termes de collision habituel et stochastique ne contribuent pas explicitement car ils conservent le nombre de particules et le moment local (cf §2.2.3). Ils interviennent implicitement au travers de  $\hat{f}$  qui est solution de l'équation de Boltzmann-Langevin. Nous allons considérer le cas d'un mouvement collectif caractérisé par une variable collective,  $q(t)$ . Cette variable aura un sens beaucoup plus concret dans les chapitres qui suivent, comme le moment quadrupolaire, par exemple. Nous allons envisager le cas d'un mouvement étudié dans l'approximation adiabatique et supposer que le champ de vitesse est irrotationnel,

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \dot{q}(t) \nabla \phi(\mathbf{r}). \quad (2.40)$$

La dérivation de la référence [17] est faite pour un fluide incompressible, mais dans cette première partie du calcul nous allons nous placer dans un cas plus général et ignorer cette hypothèse. Nous allons, aussi, faire l'approximation quasi-statique pour la densité,  $\rho(\mathbf{r}, t) \simeq \rho_0(\mathbf{r}, q(t))$ , ce qui restreindra à des mouvements lents le domaine d'application de l'équation de Langevin que l'on cherche à obtenir. Ces conditions permettent de réécrire l'équation de continuité de la façon suivante:

$$\frac{\partial}{\partial q} \rho_0(\mathbf{r}, q) + \nabla \phi \cdot \nabla \rho_0(\mathbf{r}, q) + \rho_0(\mathbf{r}, q) \Delta \phi = 0. \quad (2.41)$$

Si on multiplie l'équation (2.38) par  $\nabla \phi$  et que l'on intègre sur tout l'espace réel, on obtient, après quelques intégrations par partie et en tenant compte de l'équation (2.41), une équation du mouvement pour la variable collective  $q$ ,

$$M\ddot{q} + \frac{1}{2} \frac{\partial M}{\partial q} \dot{q}^2 + \frac{\partial V}{\partial q} = F. \quad (2.42)$$

Explicitons les différents termes intervenant dans cette équation,

1.  $M$  est la masse collective,

$$M(q) = m \int d^3r \rho_0(\mathbf{r}, q) \nabla \phi \cdot \nabla \phi; \quad (2.43)$$

2.  $V(q)$  est l'énergie potentielle collective qui peut être calculée à partir d'une force de type Skyrme ou assimilée au potentiel de type goutte liquide,

$$V(q) = \int d^3r E(\rho_0(\mathbf{r}, q)); \quad (2.44)$$

3.  $F$  est la force de rappel dynamique due à la distorsion de la sphère des impulsions. Cette distorsion est due au couplage cohérent entre le mouvement collectif et les degrés de liberté intrinsèques. La force est donnée par,

$$F = \int \frac{d^3r d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \hat{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (2.45)$$

où

$$\hat{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \sum_{i,j=1}^3 [\partial_i \partial_j \phi] Q_{ij}(\mathbf{p}), \quad (2.46)$$

avec le moment quadrupolaire en espace des impulsions,

$$mQ_{ij}(\mathbf{p}) = (p_i - mu_i)(p_j - mu_j). \quad (2.47)$$

Dans la limite adiabatique, la dissipation et les fluctuations sont contenues dans cette force dynamique.

La force dynamique,  $F(t)$ , équation (2.45), dépend explicitement de la fonction de distribution à *un*-corps,  $\hat{f}$ , solution de l'équation de Boltzmann-Langevin, ce qui fait que nous n'avons pas encore obtenu un système d'équations fermées. On pourrait considérer des situations loin de l'équilibre à condition de pouvoir calculer  $\hat{f}$ . Le problème maintenant est donc d'évaluer la force  $F(t)$ , pour cela nous allons restreindre à des situations proches de l'équilibre.

### 2.3.3 Calcul de la force dynamique

La difficulté, maintenant, consiste à estimer la force  $F$ . Pour cela, nous allons linéariser l'équation de Boltzmann-Langevin en considérant une petite déviation autour de l'équilibre local,  $\chi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , caractérisé par une distribution de Fermi à température  $T$ ,  $n(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ ,

$$\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = n(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + n\tilde{n}\chi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (2.48)$$

où  $\tilde{n} = 1 - n$ . Dans l'équation (2.48), la distribution de Fermi dépend explicitement du temps via le champ de vitesse et l'énergie de Fermi. Nous proposons une telle



forme sachant que  $n\tilde{n} = -T\frac{\partial n}{\partial \epsilon}$ . Pour linéariser l'équation de Boltzmann-Langevin, nous allons utiliser une procédure du type développement Chapman-Enskog (voir, par exemple, [35]),

$$\frac{\partial}{\partial t}(n\tilde{n}\chi) - \frac{\partial n}{\partial \epsilon}\hat{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})\dot{q} = I_0 \cdot \chi + \delta K_0, \quad (2.49)$$

où nous avons négligé les gradients du potentiel chimique et de la température. Dans ce cas précis, le terme  $\frac{\partial}{\partial t}(n\tilde{n}\chi)$  ne peut plus être négligé, comme c'est le cas habituellement dans Chapman-Enskog avec une équation de Boltzmann, car il s'agit maintenant de la dérivée temporelle d'une grandeur fluctuante. Pour obtenir l'équation (2.49), nous avons utilisé les équations de conservation de la masse, (2.37), de l'impulsion, (2.38), et de l'énergie. Nous avons supposé aussi que le fluide est incompressible,  $\Delta\phi = 0$ , hypothèse supplémentaire qui sera abandonnée au chapitre 6. Dans cette équation le terme de collision linéarisé s'écrit:

$$I_0 \cdot \chi_1 = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p_2 d^3p_3 d^3p_4 W(12; 34) n_1 n_2 \tilde{n}_3 \tilde{n}_4 (\chi_4 + \chi_3 - \chi_2 - \chi_1), \quad (2.50)$$

où  $\chi_i = \chi(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i, t)$ . En ce qui concerne le terme fluctuant,  $\delta K_0$ , il est caractérisé par la même fonction de corrélation que  $\delta K$ , dans laquelle on a remplacé  $f$  par  $n$ . Vue la structure de l'équation (2.49), nous allons donc chercher une solution de la forme  $\chi \propto \hat{F}$ . Si l'on développe au premier ordre en  $\chi$  la force  $F(t)$  (équation (2.45)), il vient,

$$\chi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = F(t) \frac{\hat{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\langle \hat{F}^2 \rangle}, \quad (2.51)$$

où

$$\langle \hat{F}^2 \rangle = \int g \frac{d^3r d^3p}{(2\pi\hbar)^3} [\hat{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})]^2 n(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \tilde{n}(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (2.52)$$

Comme nous avons fait un développement linéaire, il est cohérent de considérer que la force de rappel dynamique est proportionnelle à la déformation de la sphère de Fermi. Dans la limite des basses températures,  $\epsilon_F \gg T$ , l'intégrale de la relation (2.52) peut être calculée,

$$\langle \hat{F}^2 \rangle = \frac{24}{5} A \epsilon_F T \xi, \quad (2.53)$$

où,

$$\xi = \frac{1}{6} \int d^3r \sum_{ij} (\partial_i \partial_j \phi) (\partial_i \partial_j \phi) \rho_0(\mathbf{r}). \quad (2.54)$$

De l'équation (2.49) sur la variable  $\chi$ , on peut donc obtenir une équation différentielle sur  $F(t)$ , en multipliant l'équation (2.49) par  $\hat{F}$  et en intégrant sur tout l'espace des phases:

$$\frac{dF}{dt} + \Gamma \dot{q} = -\frac{F}{\tau} + \delta K_F. \quad (2.55)$$

Dans l'équation (2.55),  $\Gamma = \langle \hat{F}^2 \rangle / T$  est la force de rappel due à la distorsion de la sphère de Fermi et  $\tau$  est le temps de relaxation microscopique obtenu en linéarisant la contribution de l'intégrale de collisions,

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\langle \hat{F}^2 \rangle} \int d^3r d^3p_1 d^3p_2 d^3p_3 d^3p_4 \left( \frac{\Delta \hat{F}}{2} \right)^2 W n_1 n_2 \tilde{n}_3 \tilde{n}_4, \quad (2.56)$$

où  $\Delta \hat{F} = \frac{q}{(2\pi\hbar)^3} (\hat{F}_1 + \hat{F}_2 - \hat{F}_3 - \hat{F}_4)$ , avec  $\hat{F}_i = \hat{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i)$ . Dans la limite des basses températures,  $\tau$  peut être évalué analytiquement. Pour un mouvement quadrupolaire, on obtient [34],

$$\frac{1}{\tau} = 8\sigma v_F \rho \left( \frac{T}{\epsilon_F} \right)^2. \quad (2.57)$$

Le calcul, dans un cas un peu plus compliqué et pour d'autres modes, fait l'objet du chapitre suivant. Dans l'équation (2.57),  $v_F$  et  $\epsilon_F$  représentent respectivement la vitesse et l'énergie de Fermi,  $\sigma$  la section efficace microscopique de collision, supposée isotrope, et  $\rho$ , le nombre de particules par unité de volume. Dans l'équation (2.55), le terme stochastique est caractérisé par sa fonction de corrélation, qui est calculée à partir de celle de  $\delta K_0$ ,

$$\overline{\delta K_F(t) \delta K_F(t')} = 2 \frac{T\Gamma}{\tau} \delta(t - t'). \quad (2.58)$$

Pour des mouvements proches de l'équilibre, c'est à dire quand la fonction de distribution n'est pas trop éloignée d'une distribution de Fermi, nous avons donc obtenu une équation complètement définie pour la force dynamique,  $F(t)$ .

### 2.3.4 Conclusion

Nous avons donc un système de deux équations différentielles couplées, dont une contient un terme stochastique et dont tous les coefficients sont parfaitement connus,

$$M\ddot{q} + \frac{1}{2} \frac{\partial M}{\partial q} \dot{q}^2 + \frac{\partial V}{\partial q} = F$$

$$\frac{dF}{dt} + \Gamma \dot{q} = -\frac{F}{\tau} + \delta K_F,$$

ce qui constitue un système fermé. Pour obtenir ces équations nous avons supposé que le mouvement collectif est incompressible et irrotationnel et qu'il est étudié dans la limite quasi-statique et diabatique.

Ces deux équations peuvent être réécrites de la façon suivante,

$$M\ddot{q} + \frac{1}{2} \frac{\partial M}{\partial q} \dot{q}^2 + \frac{\partial V}{\partial q} = - \int_{-\infty}^t dt' \gamma(t-t') \dot{q}(t') + \delta F(t), \quad (2.59)$$

où l'on a formellement intégré l'équation (2.55) pour exhiber les effets de mémoire. Il est naturel, quand on réduit le nombre de degrés de liberté, d'obtenir de tels effets. Ce type d'équation de Langevin a beaucoup été utilisé en chimie et est habituellement appelée équation de Langevin généralisée. Dans l'équation (2.59), la friction est

$$\gamma(t-t') = \Gamma \exp(-|t-t'|/\tau) \quad (2.60)$$

et la fonction de corrélation de la force stochastique,  $\delta F(t)$ , vaut,

$$\overline{\delta F(t)\delta F(t')} = T\gamma(t-t'), \quad (2.61)$$

en accord avec le théorème *dissipation-fluctuation*. L'importance de ces effets de mémoire est mesurée par  $\tau$ , qui représente le temps de retour à l'équilibre microscopique. Si  $\tau$  tend vers zéro, c'est à dire quand le nombre de collisions pendant une évolution significative de la variable collective est grand,

$$\gamma(t-t') \simeq 2\Gamma\tau\delta(t-t'), \quad (2.62)$$

et l'équation de Langevin (2.59) devient markovienne. Dans le cas général on ne peut pas dire si  $\tau$  est petit devant le temps d'évolution de la variable collective, cela dépend du phénomène étudié. Ces effets de mémoire sont différents de ceux négligés lors de la dérivation de l'équation de Boltzmann-Langevin, ils sont dus au fait que les temps caractéristiques d'évolution de la variable collective et des degrés de liberté microscopiques peuvent être trop proches pour pouvoir en négliger l'un par rapport à l'autre. L'influence de ces effets de mémoire et la comparaison des coefficients obtenus avec des valeurs expérimentales, seront étudiées et discutées dans les chapitres suivants, pour des situations concrètes.

Le terme de friction que l'on obtient est uniquement dû à la viscosité à *deux*-corps et est directement lié à l'intégrale de collisions. Nous avons perdu la friction à *un*-corps en choisissant un champ de vitesse qui ne permet aucun couplage avec d'autres degrés de liberté collectifs et plus particulièrement les modes de surface.

## 2.4 Conclusion

Nous avons obtenu une équation macroscopique de dynamique des fluides à partir d'un modèle microscopique en privilégiant certains degrés de liberté et en intégrant sur les autres. L'équation obtenue ne concerne pas que l'évolution moyenne, mais prend en compte les fluctuations via un terme stochastique. Cette force additionnelle résulte de l'interaction entre les degrés de liberté privilégiés avec les autres et est par conséquent directement liée à la dissipation, conformément au théorème dissipation-fluctuation. Cela constitue un progrès par rapport à d'autres réductions similaires [36]. Nous allons dans la suite appliquer cette nouvelle équation à différents mouvements collectifs de la physique des ions lourds afin d'étudier l'influence des fluctuations dans des situations où leur prise en compte est nécessaire. C'est aussi pour nous un moyen de tester la validité de ce genre de réduction et des approximations faites pour obtenir cette équation.

# I

## Mouvements de faible amplitude

## Chapitre 3

# Influence des effets de mémoire dans l'amortissement des résonances géantes

## 3.1 Introduction

Les résonances géantes forment un domaine de la physique nucléaire qui a été très largement étudié, tant sur le plan expérimental que sur le plan théorique. C'est un phénomène qui est à présent bien connu. Comme il s'agit d'un mouvement collectif de faible amplitude, il présente un intérêt théorique indéniable, il permet d'étudier les équations linéarisées et donc de tester sur un cas simple une nouvelle théorie. La résonance la plus étudiée est la résonance quadrupolaire car c'est le premier mode excité. Elle correspond à une oscillation quadrupolaire de la surface du noyau. Ces mouvements sont très bien décrits par un nombre limité de variables collectives. Dans ce chapitre, nous nous limiterons à un problème à une seule dimension en ne considérant qu'une seule résonance à la fois.

Une première application de l'équation de Langevin à un phénomène collectif en physique nucléaire est l'étude des résonances géantes. La réduction du chapitre précédent ayant été faite pour un fluide incompressible, cela exclut les oscillations monopolaires. Dans ce cas l'équation de Langevin du chapitre précédent se réduit à,

$$\ddot{q} + \frac{1}{\tau} \dot{q} + \frac{\Gamma}{M} \dot{q} + \frac{1}{\tau M} \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} \dot{q} + \frac{1}{\tau M} \frac{\partial V}{\partial q} = \sqrt{\tau \Gamma T} w(t), \quad (3.1)$$

où on a négligé le terme du second ordre,  $\frac{1}{2M} \frac{\partial M}{\partial q} \dot{q}^2$ . Comme il s'agit de mouvements de faible amplitude, on peut raisonnablement considérer que la masse collective est constante. Pour obtenir cette équation nous avons dérivé par rapport au temps l'équation (2.42) sans terme du second ordre,

$$M\ddot{q} + \frac{\partial V}{\partial q} \dot{q} = \dot{F}, \quad (3.2)$$

et nous l'avons combinée avec l'équation (2.55),

$$\dot{F} + \Gamma \dot{q} = -\frac{F}{\tau} + \delta K_F.$$

Dans l'équation (3.1),  $w(t)$  est une force stochastique markovienne caractérisée par ses deux premiers moments,

$$\overline{w(t)} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{w(t)w(t')} = 2\delta(t - t'), \quad (3.3)$$

et est directement reliée à la force de Langevin de l'équation (2.55),

$$\sqrt{\tau\Gamma T} w(t) = \tau \delta K_F(t). \quad (3.4)$$

Sans elle et sans le terme de potentiel, on sait résoudre analytiquement l'équation (3.1) qui est celle d'un oscillateur amorti de fréquence  $\Omega^2 = \Gamma/M$  et de largeur  $\hbar/\tau$ ,

$$\dot{q} = \dot{q}_0 e^{-\frac{t}{2\tau}} \cos(\Omega t + \varphi). \quad (3.5)$$

On obtient une solution pour  $\dot{q}$ , conformément au champ de vitesse choisi (équation (2.40)).

Si on considère le cas de la résonance quadrupolaire, le champ de vitesse a pour potentiel,  $\phi = (2z^2 - x^2 - y^2)/2$ , ce qui permet de faire une application numérique. Pour cette oscillation il est bien connu que la force dérivant du potentiel est négligeable devant celle due à la déformation de la sphère de Fermi [37]. Pour la fréquence on trouve,  $\hbar\Omega = 66A^{-1/3}McV$ , ce qui est en bon accord avec les résultats expérimentaux. Le problème est que la largeur des résonances obtenue,  $\hbar/\tau$ , où  $\tau$  est le temps de relaxation microscopique, équation (2.57), est beaucoup trop faible par rapport aux valeurs expérimentales et s'annule quand la température tend vers zéro. Cette largeur ne tient compte que des effets à deux-corps et ignore complètement l'amortissement lié au champ moyen. Ce dernier mécanisme contient deux contributions, une qui est l'analogie pour un noyau de



l'amortissement dit de Landau dans un liquide de Fermi infini et l'autre qui correspond à l'émission rapide de nucléons dans le continuum. Ces deux effets donnent une largeur qui sous-estime largement les résultats expérimentaux et qui diminue quand le nombre de masse du noyau étudié augmente. Même en ajoutant toutes les contributions, on est loin de l'expérience [38].

Quelle peut être l'influence de la force de Langevin sur ces résonances et plus particulièrement sur leur amortissement ? Avec cette force on ne peut plus considérer une seule trajectoire, mais un ensemble. Une oscillation donnée ne s'amortira pas car la force stochastique a pour tendance à continuellement la réactiver. En revanche, si on prend la valeur moyenne pour l'ensemble des trajectoires, son équation dynamique est l'équation de Langevin (3.1) sans second membre dont il est question dans le paragraphe précédent. L'amortissement est donc toujours trop petit par rapport aux valeurs expérimentales. Quand il y a plusieurs modes couplés, les fluctuations peuvent avoir une grande importance, comme nous le verrons au chapitre suivant.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, l'équation de Boltzmann est markovienne, c'est à dire que le terme de collision ne dépend pas du passé. Ceci est dû à une approximation dans la dérivation de l'équation de Boltzmann et l'équation de Boltzmann-Langevin qui n'a pas été justifiée. Nous allons étudier l'influence de ces effets de mémoire dans un cas précis, l'amortissement des vibrations collectives et plus particulièrement des résonances géantes. Des études précédentes, avec un autre formalisme, ont montré l'importance de ces effets dans ce cas particulier [39,40]. Nous ne nous intéresserons qu'à l'amortissement dû aux collisions et nous ne considérerons pas les autres contributions [18].

## 3.2 Effets de mémoire dans le terme de collisions

Afin de pouvoir tenir compte de façon simple des effets de mémoire dans le terme de collisions de l'équation de Boltzmann nous allons étudier des petits mouvements et linéariser l'équation autour de l'équilibre thermique,  $n(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ ,

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = n(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \delta f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = n(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \chi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)n\tilde{n}. \quad (3.6)$$

Dans ces conditions, l'équation de transport pour  $\delta f$  s'écrit,

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta f + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla_r \delta f - \nabla_r \delta U \cdot \nabla_p n = I_{lin}, \quad (3.7)$$

où  $I_{lin}$  est le terme de collision linéarisé tenant compte des effets de mémoire que l'on veut calculer. Pour cela il faut reprendre le calcul à partir du terme de collisions complet, avant d'avoir fait l'approximation markovienne et pris la limite semi-classique, équation (2.20),

$$K(1, 1', t) = -\frac{i}{\hbar} \int_0^{+\infty} d\tau \text{Tr}_2 \langle 12 | [H_v(t), G(\tau)[H_v(t-\tau), \sigma_0(t-\tau)]G^+(\tau)] | 1'2 \rangle, \quad (3.8)$$

où nous avons supposé que  $t_0 \rightarrow -\infty$ . Pour pouvoir effectuer l'intégrale sur le temps nous allons la linéariser et supposer que le petit mouvement étudié oscille à la fréquence  $\omega$  et que la fonction de distribution à  $n$ -corps quantique s'écrit donc,

$$\rho(t) = \rho_0 + e^{-i\omega t}[O^+, \rho_0] + e^{i\omega t}[O, \rho_0], \quad (3.9)$$

où  $O, O^+$  sont les amplitudes RPA correspondant au mode étudié. Une telle hypothèse limite le calcul qui suit aux vibrations harmoniques et va nous permettre d'effectuer facilement l'intégrale sur le temps. Pour un mouvement quelconque, une généralisation est possible en considérant le spectre de Fourier. L'intégrale de collisions, une fois linéarisée devient,

$$K_{lin}(1, 1', t) = -\frac{i}{\hbar} \int_0^{+\infty} d\tau \text{Tr}_2 \langle 12 | [H_v(t), [\delta H_v, \sigma_s]] | 1'2 \rangle, \quad (3.10)$$

avec,

$$\delta H_v = e^{-i\omega(t-\tau)} \exp(-\frac{i}{\hbar} \tau H_0)[O^+, H_v] + \text{complexe conjugué}, \quad (3.11)$$

et où  $\sigma_s$  est la partie indépendante du temps de  $\sigma_0(t)$ . Pour revenir à une description semi-classique, il faut effectuer la transformée de Wigner dans la limite des grandes longueurs d'ondes. Ce calcul donne, après intégration sur le temps [41],

$$I_{lin}(\mathbf{p}_1, t) = T \int d^3 p_2 d^3 p_3 d^3 p_4 W_0 \delta(\Delta \mathbf{p}) \frac{\Delta \lambda}{2} \left( \frac{\delta(\Delta \epsilon - \hbar \omega) - \delta(\Delta \epsilon + \hbar \omega)}{\hbar \omega} \right) n_1 n_2 \tilde{n}_3 \tilde{n}_4, \quad (3.12)$$

où  $\Delta \lambda = \lambda(\mathbf{p}_4, \mathbf{r}) + \lambda(\mathbf{p}_3, \mathbf{r}) - \lambda(\mathbf{p}_2, \mathbf{r}) - \lambda(\mathbf{p}_1, \mathbf{r})$  et  $W_0 = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \frac{4}{m^2} \frac{d\sigma}{d\Omega}$ . Dans l'équation (3.12),  $\omega$  est la fréquence du mouvement étudié.

Cette intégrale a une structure très similaire à l'intégrale markovienne, la seule différence étant dans la conservation de l'énergie. Avec les effets de mémoire, l'énergie collective,  $\hbar\omega$ , peut être absorbée par une collision, ce qui n'est pas le cas dans l'approximation markovienne. Cela ressemble beaucoup à l'absorption

du son zéro dans un liquide de Fermi étudiée par Landau [43], où un phonon peut être absorbé ou émis lors d'une collision entre quasi-particules. Sans les effets de mémoire, les seules collisions permises étaient dues au fait qu'à température finie la limite des sphères de Fermi est diffuse. Maintenant, l'espace des phases est plus ouvert et un plus grand nombre de collisions sont possibles, ce qui a tendance à augmenter l'influence de la dissipation à *deux*-corps.

### 3.3 Calcul du temps de relaxation

La prise en compte des effets de mémoire dans le terme de collisions a pour effet, dans la limite du temps de relaxation, de modifier ce temps. La largeur des résonances géantes étant directement liée à la valeur de cette grandeur, l'objet de ce paragraphe est de calculer le temps de relaxation microscopique,  $\tau$ , défini à partir de l'intégrale de collisions avec effets de mémoire, équation (3.12). Pour cela nous allons supposer que l'on a un mouvement harmonique et nous allons reprendre la procédure suivie dans la référence [34] pour obtenir l'équation (2.57) qui donne le temps de relaxation correspondant à un terme de collisions markovien. A partir de la définition du temps de relaxation,

$$I_{lin} = -\frac{\delta f}{\tau}, \quad (3.13)$$

en multipliant cette équation par  $\chi(\mathbf{p})$  et en intégrant sur l'espace des moments, il vient,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} &= -\frac{\int d^3p_1 \chi(\mathbf{p}_1) I_{lin}(\mathbf{p}_1)}{\int d^3p \chi(\mathbf{p}) \delta f} \\ &= \frac{\int d^3p_1 d^3p_2 d^3p_3 d^3p_4 W(\Delta\chi/2)^2 Z n_1 n_2 (1-n_3)(1-n_4)}{\int d^3p \chi^2 (\partial n / \partial \epsilon)}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

où  $I_{lin}$  est donnée équation (3.12) et où, pour passer de la première à la deuxième ligne, nous avons utilisé les propriétés de symétrie de l'intégrale. Dans l'équation précédente,  $W = W_0 \delta(\Delta\mathbf{p})$  et  $Z = (\delta(\Delta\epsilon - \hbar\omega) - \delta(\Delta\epsilon + \hbar\omega)) / \hbar\omega$ . Sans les effets de mémoire, c'est à dire quand  $\omega = 0$ , c'est bien le même temps de relaxation que celui défini équation (2.56). Pour pouvoir évaluer ce temps, nous allons supposer que la distorsion de la sphère de Fermi peut s'écrire à l'aide des polynômes de Legendre,

$$\chi(\mathbf{p}, t) = \alpha_L(t) p^L P_L(\cos\theta), \quad (3.15)$$

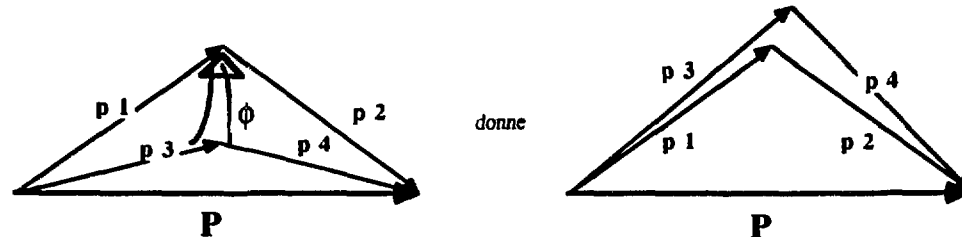


Figure 3.1: Représentation schématique de la rotation décrite dans le texte.

qui correspond aux déformations les plus simples. Dans ce cas,  $\alpha_L(t) = \alpha_L e^{i\omega_L t}$ , où  $\omega_L$  est la fréquence de résonance du mode étudié. Dans la pratique nous ne ferons le calcul que pour les tous premiers modes. Le calcul du dénominateur est immédiat, nous allons nous pencher, dans la suite sur le calcul du numérateur.

### 3.3.1 Séparation des variables angulaires

Une intégrale similaire est calculée pour obtenir la viscosité à *deux-corps* d'un liquide de Fermi [42], nous allons suivre la même procédure. A basse température et à cause du blocage de Pauli, ne vont contribuer à l'intégrale, que les moments proches du moment de Fermi,  $p_F$ . A température nulle et sans les effets de mémoire les collisions sont gelées, le terme  $\hbar\omega$  et la température ouvrent un peu l'espace des phases disponible pour les impulsions après une collision entre deux nucléons. Dans la suite nous allons supposer que la température et la fréquence sont petites devant l'énergie de Fermi. La difficulté principale dans le calcul des intégrales de collisions est liée au terme de conservation de l'impulsion,  $\delta(\Delta\mathbf{p})$ . Nous allons donc supposer que, lors d'une collision, les impulsions ont toutes le moment de Fermi, ce qui fait que la contrainte de conservation ne concerne plus que les angles.

Considérons une collision entre deux nucléons ayant pour impulsion  $\mathbf{p}_1$  et  $\mathbf{p}_2$  avant la collision et  $\mathbf{p}_3$  et  $\mathbf{p}_4$  après. Si on fait subir au plan  $(\mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4)$  une rotation d'un angle  $\phi$  autour de l'axe  $\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ , de façon à ce qu'il coïncide avec le plan  $(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  (voir figure 3.1), nous avons un problème qui est à deux dimensions seulement. Dans ces conditions,  $\mathbf{q} = \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_4$  sera petit et, par conséquent, l'angle entre tous les moments et l'axe  $\mathbf{P}$  sera approximativement  $\pm\theta/2$ ,  $\theta$  et  $\phi$

étant les angles de diffusion habituels. La difficulté est de se débarrasser des termes de conservation dans l'intégrale. Pour l'impulsion, nous allons plutôt utiliser les variables  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{q}$  au lieu de  $\mathbf{p}_3$  et  $\mathbf{p}_4$ . Comme  $\mathbf{p}_1$  et  $\mathbf{p}_3$  sont à peu près parallèles, on obtient, en projetant  $\mathbf{q}$  sur  $\mathbf{p}_1$ ,

$$p_3 = p_1 + q_z \cos(\theta/2) + q_r \sin(\theta/2), \quad (3.16)$$

où  $q_z$  et  $q_r$  sont les coordonnées cylindriques autour de  $\mathbf{P}$ . De la même façon, on peut écrire,

$$p_4 = p_2 - q_z \cos(\theta/2) + q_r \sin(\theta/2). \quad (3.17)$$

Par conséquent,

$$d^3 p_3 = p_F \sin(\theta/2) dq_r dq_z d\phi. \quad (3.18)$$

Comme cette transformation tient compte de la conservation du moment lors de la collision, on peut immédiatement effectuer l'intégrale sur  $d^3 p_4 \delta(\Delta \mathbf{p})$ . Pour pouvoir tenir compte de la conservation de l'énergie, nous allons, maintenant exprimer  $dq_z$  et  $dq_r$  en fonction de  $d\epsilon_3$  et  $d\epsilon_4$ . Des équations (3.16) et (3.17) on déduit

$$dq_r = \frac{dp_3 + dp_4}{2 \sin(\theta/2)} = \frac{m}{2p_F} \frac{d\epsilon_3 + d\epsilon_4}{\sin(\theta/2)}, \quad (3.19)$$

$$dq_z = \frac{m}{2p_F} \frac{d\epsilon_3 - d\epsilon_4}{\cos(\theta/2)}, \quad (3.20)$$

ce qui donne,

$$d^3 p_3 = \frac{m^2}{2p_F \cos(\theta/2)} d\epsilon_3 d\epsilon_4 d\phi. \quad (3.21)$$

Avec

$$d^3 p_1 = m p_F d\epsilon_1 d\Omega_1 \quad \text{et} \quad d^3 p_2 = m p_F d\epsilon_2 d\Omega_2, \quad (3.22)$$

où  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont des angles solides repérés par rapport à des axes quelconques qui ne sont pas forcément ceux caractérisant la déformation de la sphère de Fermi. Le bilan de la transformation de variables s'écrit donc,

$$d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p_3 d^3 p_4 \delta(\Delta \mathbf{p}) = \frac{m^4}{2} p_F d\epsilon_1 d\epsilon_2 d\epsilon_3 d\epsilon_4 d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{d\phi}{\cos(\theta/2)}, \quad (3.23)$$

et nous permet de séparer l'intégrale en une partie angulaire et une partie énergétique. Dans le cas du calcul de la viscosité où seule la température contribue, cette transformation introduit une erreur d'environ 10% [42].

Le changement de variable fait, le temps de relaxation devient,

$$\frac{1}{\tau_L} = 2m^2 p_F \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \underbrace{\int dp p^2 \partial n / \partial \epsilon}_{I_E} \cdot \underbrace{\int d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{d\phi}{\cos(\theta/2)} \left( \frac{\Delta P_L(\cos\theta)}{2} \right)^2 \frac{d\sigma}{d\Omega}}_{I_L}. \quad (3.24)$$

L'intégrale angulaire est la même que dans le cas markovien, elle est calculée en appendice (§A.1). La nouveauté est dans la partie énergétique que nous allons nous attacher à calculer. Pour des raisons de simplicité et pour pouvoir utiliser les intégrales connues (voir en appendice, §A.2), nous allons faire le changement de variable,  $x_i = (\epsilon_i - \epsilon_F)/T$ . On obtient ainsi,

$$I_E = \frac{T^2}{mp_F} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 n_1 n_2 n_3 n_4 \frac{\delta(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - \hbar\omega_L/T) - \delta(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \hbar\omega_L/T)}{\hbar\omega_L/T} \quad (3.25)$$

que l'on peut aisément calculer en utilisant l'équation (A.36) de l'appendice,

$$I_E = -\frac{1}{6mp_F} [(\hbar\omega_L)^2 + (2\pi T)^2]. \quad (3.26)$$

En conclusion,

$$\frac{1}{\tau_L} = -\frac{mg}{3(2\pi\hbar)^3} [(\hbar\omega_L)^2 + (2\pi T)^2] I_L. \quad (3.27)$$

A cause des effets de mémoire, un terme supplémentaire est ajouté au temps de relaxation. Son influence est d'autant plus importante que la température est basse. En effet, sans ce terme, quand la température diminue, le temps de relaxation devient infini et l'approximation markovienne, qui suppose que ce temps est petit devant le temps d'évolution caractéristique du champ moyen, est de plus en plus erronée. Ce terme correctif est en accord avec celui trouvé par Landau pour l'absorption du son zéro [43] (similaire aux effets de mémoire, comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent).

### 3.4 Application au cas de la largeur des résonances

Nous allons utiliser la relation (3.27) pour calculer la largeur des résonances géantes et la comparer aux résultats expérimentaux. Pour cela il faut pouvoir calculer

explicitement l'intégrale angulaire, équation (A.11), pour un mode donné. Afin de pouvoir faire le calcul analytiquement, nous allons supposer que la section efficace différentielle est isotrope,  $d\sigma/d\Omega = \sigma/4\pi$ . Pour pouvoir appliquer les calculs faits précédemment, il faut que l'énergie des résonances,  $\hbar\omega_L \ll \epsilon_F$ . Or, si pour  $\hbar\omega_L$  on prend comme ordre de grandeur,  $100MeVA^{-1/3}$  et  $\epsilon_F \sim 40MeV$ , cela limite cette étude aux noyaux lourds, typiquement,  $A > 100$ . Le cas des résonances isoscalaires, où les neutrons et les protons vibrent en phase, ce qui permet de ne considérer que des nucléons, comme nous l'avons fait jusqu'à maintenant, est le plus simple, c'est donc lui que nous allons examiner dans un premier temps.

### 3.4.1 Vibrations isoscalaires

La première résonance géante isoscalaire est la résonance quadrupolaire, nous allons donc commencer par elle. Le deuxième polynôme de Legendre étant,

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1), \quad (3.28)$$

on obtient pour l'intégrale angulaire,

$$I_2 = -24\pi^2 \left\langle \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin^4(\theta/2) \frac{\sin^2(\phi)}{\cos(\theta/2)} \right\rangle \quad (3.29)$$

$$= -\frac{16\pi}{5}\sigma, \quad (3.30)$$

où  $\langle . \rangle$  représente la valeur moyenne sur l'angle solide  $4\pi$ . La largeur est donc,

$$\Gamma_2 = \frac{\hbar}{\tau_2} = \frac{\hbar}{5} v_F \rho \sigma \left[ \left( \frac{\hbar\omega_2}{\epsilon_F} \right)^2 + \left( \frac{2\pi T}{\epsilon_F} \right)^2 \right], \quad (3.31)$$

où  $\rho = (2/3\pi^2)(p_F/\hbar)^3$ , est la densité de saturation nucléaire et où on a posé,  $g = 4$ . Sans les effets de mémoire, c'est à dire quand  $\omega_2 = 0$ , on retrouve exactement l'expression utilisée dans le chapitre 2, équation (2.57) et calculée dans la référence [34].

Pour comparer aux valeurs expérimentales (figure 3.2), nous allons prendre la fréquence obtenue au début de ce chapitre,  $\hbar\omega_2 = 66A^{-1/3}$  et pour les autres grandeurs, les valeurs habituelles en physique nucléaire,  $\sigma = 37,5mb$  et  $\epsilon_F = 37MeV$  qui correspond à  $v_F = 0,28c$  et  $\rho = 0,16fm^{-3}$ . Pour la section efficace, nous avons choisi la section efficace nucléon-nucléon dans le vide à une énergie

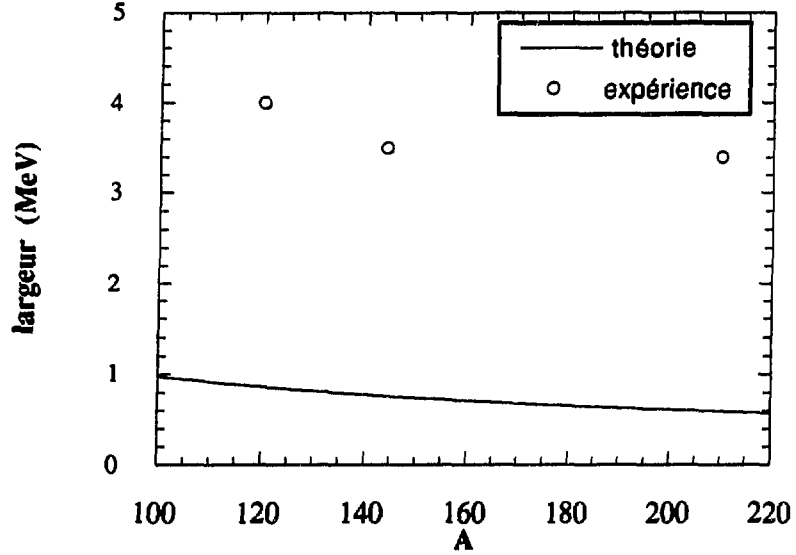


Figure 3.2: *Comparaison entre la largeur de la résonance géante quadrupolaire calculée (ligne) et expérimentale (points) à température nulle, pour différentes masses atomiques.*

*Les valeurs expérimentales sont extraites de la référence [44].*

égale à l'énergie de Fermi, cette valeur généralement sur-estime la section efficace dans le milieu. Nous obtenons une largeur théorique environ trois fois inférieure à la largeur expérimentale. Le désaccord peut être encore plus grand si la section efficace est inférieure à la valeur choisie.

On peut refaire la même chose pour l'octupole,  $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$ , pour obtenir,

$$\Gamma_3 = \frac{\hbar}{7} v_F \rho \sigma \left[ \left( \frac{\hbar \omega_3}{\epsilon_F} \right)^2 + \left( \frac{2\pi T}{\epsilon_F} \right)^2 \right], \quad (3.32)$$

ainsi que pour n'importe quel autre mode, mais nous ne ferons pas le calcul ici.

### 3.4.2 Vibrations isovectorielles

Dans les cas des vibrations vectorielles, il faut séparer le mouvement des protons de celui des neutrons. Pour cela, on considère deux distributions distinctes, solutions de deux équations de transport couplées,

$$\frac{d}{dt} f_p(\mathbf{p}, t) = K_{pp}(f) + K_{pn}(f) \quad (3.33)$$



$$\frac{d}{dt}f_n(\mathbf{p}, t) = K_{nn}(f) + K_{np}(f), \quad (3.34)$$

où  $K_{pp}, K_{pn}, \dots$  sont des termes de collisions similaires à celui de l'équation (3.12) impliquant des nucléons dont l'isospin est connu. Les notations sont évidentes. Pour calculer l'amortissement, il suffit donc de généraliser ce qui a été fait dans le paragraphe précédent.

Si les protons et les neutrons vibrent en phase,  $\delta f_p = \delta f_n$ , on doit retrouver les résultats précédents des vibrations isoscalaires. Pour le cas isovectoriel, ils vibrent en opposition de phase,  $\delta f_p = -\delta f_n$ . L'équation de transport globale pour  $\delta f_v = \delta f_p - \delta f_n$  est donc,

$$\frac{d}{dt}\delta f_v = I_{pp}\delta f_p + I_{nn}\delta f_n + I_{pn}\delta f_p + I_{np}\delta f_n, \quad (3.35)$$

où  $I\delta f$  indique l'intégrale de collisions linéarisée. On peut faire le même traitement que dans le cas isoscalaire. L'intégrale énergétique ne change pas, mais l'intégrale angulaire est modifiée car les sections efficaces doivent être différenciées en fonction de la nature des nucléons,

$$I_L = \frac{2L+1}{4\pi} \int d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{d\phi}{\cos(\theta/2)} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\sigma_{pp}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{nn}}{d\Omega} \right) (\Delta P_L)^2 + \frac{d\sigma_{pn}}{d\Omega} (\Delta_{-1} P_L)^2 \right], \quad (3.36)$$

avec  $\Delta_{-1} P_L = P_L(\cos \theta_1) - P_L(\cos \theta_2) - P_L(\cos \theta_3) + P_L(\cos \theta_4)$ .

Nous allons appliquer de la même façon ces calculs à l'étude de la largeur des modes dipolaires et quadrupolaires. Comme précédemment, nous allons supposer que la section efficace est isotrope, en faisant bien attention que  $d\sigma_{pn}/d\Omega = \sigma_{pn}/2\pi$  car on peut distinguer les nucléons après la collision. Il est à noter aussi que le facteur de dégénérescence ne vaut plus que,  $g = 2$ .

Pour le mode dipolaire, nous étudierons celui où il n'y a pas de déformation des sphères de Fermi, et où ce sont les distributions de protons et de neutrons qui oscillent en translation l'une par rapport à l'autre,  $P_1(x) = x$ . Par conséquent, seules interviennent les collisions neutron-proton dans l'amortissement. La largeur se réduit donc à,

$$\Gamma_1 = \frac{\hbar}{4} v_F \rho \sigma_{pn} \left[ \left( \frac{\hbar\omega_1}{\epsilon_F} \right)^2 + \left( \frac{2\pi T}{\epsilon_F} \right)^2 \right] \quad (3.37)$$

et est comparée, à température nulle, aux valeurs expérimentales sur la figure 3.3. Pour l'application numérique, nous avons pris,  $\sigma_{pn} = 50mb$  et  $\hbar\omega_1 = 80A^{-1/3}MeV$ .

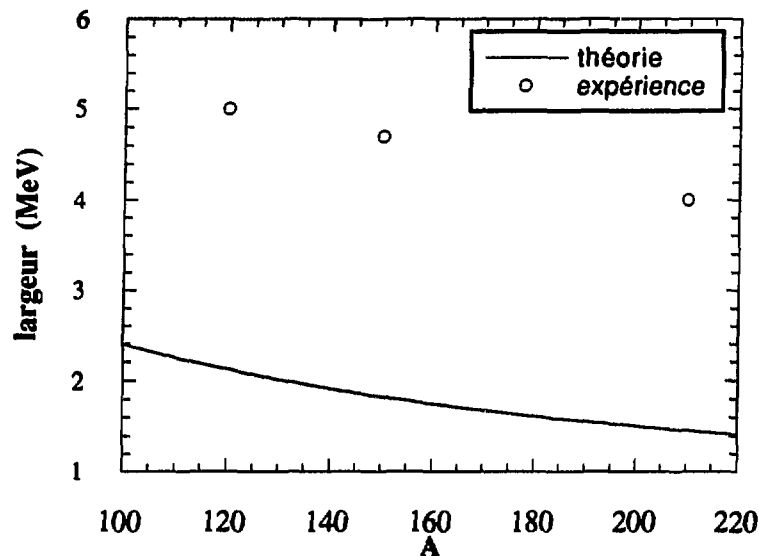


Figure 3.3: *Même chose qu'à la figure précédente pour une résonance dipolaire.*

La section efficace est encore la section efficace libre à l'énergie de Fermi et la fréquence correspond à la fréquence expérimentale. Là encore la largeur théorique est environ trois fois plus petite que celle expérimentale.

Pour la résonance quadrupolaire on obtient exactement la même chose que dans le cas isoscalaire, avec  $\sigma = (\sigma_{pp} + \sigma_{nn} + 2\sigma_{pn})/4$ . Avec  $\sigma_{pp} = \sigma_{nn} = 25mb$ , on retrouve  $\sigma = 37,5mb$ . Le fait que l'on trouve la même largeur pour les deux types de vibrations, isoscalaire et isovectorielle, est lié au mode quadrupolaire et n'est pas forcément vrai pour les autres modes.

### 3.5 Conclusion

Nous avons étudié l'influence des effets de mémoire dans l'intégrale de collisions de l'équation de Boltzmann dans la limite du temps de relaxation microscopique et fait une application à l'étude de l'amortissement des résonances géantes. Nous avons obtenu, de façon entièrement analytique, une expression très simple. Pour cela, nous avons principalement fait deux approximations, la première qui consiste à considérer que lors d'une collision toutes les impulsions ont pour amplitude

l'impulsion de Fermi et qui nous contraint à ne considérer que des cas où  $\hbar\omega, T \ll \epsilon_F$  et la deuxième qui est que la section efficace est isotrope. Nous avons trouvé, d'une manière générale, pour les modes étudiés ( $L = 1, 2$  dans le cas isovectoriel et  $L = 2, 3$  dans le cas isoscalaire),

$$\Gamma_L = \hbar \frac{4\pi^2}{2L+1} \sigma \rho v_F \left[ \left( \frac{\hbar\omega_L}{2\pi\epsilon_F} \right)^2 + \left( \frac{T}{\epsilon_F} \right)^2 \right] \quad (3.38)$$

où  $\sigma = \sigma_{pn}/2$  pour la vibration dipolaire et  $\sigma = (\sigma_{pp} + \sigma_{nn} + 2\sigma_{pn})/4$  pour les autres vibrations. Faire l'approximation markovienne revient à annuler  $\hbar\omega$  dans la relation (3.38). A basse température ces effets de mémoire ne peuvent pas être négligés. En effet, sans eux et à température nulle, l'amortissement dû aux collisions est rigoureusement nul, avec, il contribue pour un tiers environ à la valeur expérimentale.

Cependant, cette relaxation est loin de reproduire les résultats expérimentaux et il faudrait aussi tenir compte de la friction à un corps pour être complet [38]. L'émission de neutrons par couplage avec le continuum pourrait participer à l'amortissement des résonances, ce qui signifie qu'un traitement semi-classique comme le nôtre n'est pas suffisant et qu'une étude quantique est sans doute nécessaire. Mais même en additionnant les deux contributions cela n'est pas suffisant. Peut-être y a-t-il un couplage entre les deux mécanismes ? Des études sont menées dans ce sens [47]. Il est aussi possible qu'une partie de l'amortissement soit dû au couplage entre la résonance étudiée et les autres modes qui absorberaient ainsi une partie de l'énergie [48]. Il en est question dans le chapitre suivant.

L'étude que nous avons faite concerne l'équation de Boltzmann et nous avons montré que pour des phénomènes comme les résonances géantes les effets de mémoire sont importants. Quelles sont les conséquences sur l'équation de Boltzmann-Langevin ? Dans le traitement que nous avons fait, nous avons complètement oublié le terme stochastique, qui devrait être présent, conformément au théorème *dissipation-fluctuation*. Tenir compte des effets de mémoire dans l'intégrale de collisions, implique d'en tenir compte dans la fonction de corrélation de la force stochastique, ce qui est loin d'être simple. Il n'en sera donc pas question ici.

## Chapitre 4

# Modèle de Bohr et Mottelson pour des noyaux à température finie

Nous avons vu dans le chapitre précédent que l'équation de Langevin obtenue à partir d'un modèle microscopique s'applique bien à l'étude des résonances géantes. Cependant, l'étude faite n'est qu'à une seule dimension, qu'en est-il du couplage entre plusieurs résonances ? Des calculs ont déjà été faits sur le couplage entre la résonance géante dipolaire (GDR) et un mode quadrupolaire [48] ou les 5 modes quadrupolaires [49]. Un couplage statique reproduit bien les données expérimentales concernant la GDR, excepté la largeur qui est sur-estimée. Il est montré que la prise en compte des fluctuations dans les différentes formes quadrupolaires a tendance à diminuer cette largeur. En effet, la GDR ne "sait" pas dans quelle configuration est la déformation quadrupolaire et "ressent" une superposition des 5 formes due au mouvement rapide entre ces 5 déformations. Ce phénomène de rétrécissement dynamique est appelé *motional narrowing* et a d'abord été observé en physique du solide. Les auteurs des références [48,49] ont utilisé une équation de Langevin pour décrire les oscillations quadrupolaires et une équation différentielle déterministe pour le mouvement dipolaire. Par leur approche phénoménologique ils ont montré que ce type de formalisme est bien adapté à ces phénomènes physiques. Nous allons donc, en généralisant la réduction de dynamique des fluides faite au chapitre 2, tenter de donner une justification microscopique à ce genre d'approches.

## 4.1 Réduction multipolaire de l'équation de Boltzmann-Langevin

Dans ce paragraphe nous allons généraliser la réduction sur une seule variable collective de l'équation de Boltzmann-Langevin faite dans la référence [17], et rappelée dans le chapitre 2, à un problème à  $N$  degrés de liberté. Pour cela nous allons suivre la même méthode et garder les mêmes notations. Une réduction de type dynamique des fluides a déjà été faite pour un champ de vitesses similaire [50], mais elle ne concerne que les valeurs moyennes, nous en proposons ici une extension stochastique.

### 4.1.1 Réduction de dynamique des fluides

Notre but est d'étudier un mouvement collectif caractérisé par  $N$  variables collectives,  $\{q_n(t), 1 < n < N\}$ , en obtenant des équations cinétiques pour ces variables. Pour cela nous allons supposer que la dynamique est décrite par une somme de champs de vitesses irrotationnels et orthogonaux,

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^N \dot{q}_n \nabla \phi_n, \quad (4.1)$$

avec

$$\phi_n(\mathbf{r})\phi_n(\mathbf{r}') \propto \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad \forall n, \quad (4.2)$$

et

$$\int d^3r \phi_n(\mathbf{r})\phi_m(\mathbf{r}) \propto \delta_{nm}. \quad (4.3)$$

Dans l'équation (4.1),  $n$  peut être un double indice, par exemple  $n = (l, m)$ , avec  $-l < m < l$ , pour l'étude d'un mouvement multipolaire. Nous gardons cette notation compacte pour alléger l'exposé. Comme dans le cas à une dimension, nous allons garder les hypothèses de diabaticité et de quasistaticité,  $\rho(\mathbf{r}, t) \simeq \rho_0(\mathbf{r}, q_1(t), \dots, q_N(t))$ . Maintenant l'équation de continuité s'écrit,

$$\sum_{n=1}^N \dot{q}_n \left( \frac{\partial \rho_0}{\partial q_n} + \nabla(\rho_0 \nabla \phi_n) \right) = 0. \quad (4.4)$$

Nous allons faire l'hypothèse supplémentaire que nous avons une loi d'échelle pour chaque mode [50],

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial q_n} + \nabla(\rho_0 \nabla \phi_n) = 0 \quad \forall n. \quad (4.5)$$

Pour obtenir une équation sur les variables collectives, nous allons multiplier l'équation d'Euler, équation (2.38), par  $\nabla\phi_p$  et intégrer sur l'espace réel. A l'aide de l'équation de continuité, équation (4.5), et en faisant quelques intégrations par partie, on obtient facilement,

$$\sum_{n=1}^N M_{pn} \ddot{q}_n + \frac{1}{2} \sum_{n,m=1}^N \dot{q}_n \dot{q}_m \frac{\partial M_{nm}}{\partial q_p} + \frac{\partial V}{\partial q_p} = F_p(t) \quad \forall p, \quad (4.6)$$

qui est l'analogue de l'équation (2.42) du cas à une dimension. A cause du couplage, la force liée à une déformation donnée,  $F_p(t) - \frac{\partial V}{\partial q_p}$ , va agir sur tous les modes. C'est un système de  $N$  équations de Langevin couplées où les coefficients sont, la masse,

$$M_{nm}(q_1, \dots, q_N) = m \int d^3r \rho_0(\mathbf{r}, q_1, \dots, q_N) \nabla\phi_n \nabla\phi_m, \quad (4.7)$$

le potentiel,

$$V(q_1, \dots, q_N) = \int d^3r E_{pot}(\rho_0(\mathbf{r}, q_1, \dots, q_N)), \quad (4.8)$$

et la force dynamique due à la déformation de la sphère de Fermi,

$$F_p(t) = \int g \frac{d^3r d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \hat{F}_p(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (4.9)$$

où,

$$\hat{F}_p = \partial_i \partial_j \phi_p Q_{ij}. \quad (4.10)$$

Si on se donne un champ de vitesses, la masse collective peut-être aisément calculée. Le potentiel, lui, peut être évalué à partir d'une force de Skyrme ou à partir d'un modèle de type goutte liquide. Comme dans le cas à une dimension, le problème est d'évaluer la force dynamique qui est toujours exprimée en fonction de la distribution à  $un$ -corps stochastique,  $\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ .

### 4.1.2 Calcul de la force dynamique

Pour calculer la force dynamique, nous allons supposer que le système n'est pas trop éloigné de l'équilibre et faire la même linéarisation que dans le cas à une seule dimension,

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = n(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + n\tilde{\chi}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (4.11)$$

Nous allons, de plus, supposer que le fluide est incompressible,

$$\Delta\phi_n = 0 \quad \forall n. \quad (4.12)$$

La linéarisation de l'équation de Boltzmann-Langevin donne, dans ce cas plus général,

$$\frac{\partial}{\partial t}(n\tilde{n}\chi) - \frac{\partial n}{\partial \epsilon} \sum_{p=1}^N \dot{q}_p \hat{F}_p = I_0 \cdot \chi + \delta K_0. \quad (4.13)$$

Les deux termes de collisions,  $I_0$  et  $\delta K_0$  ne sont pas changés par rapport au cas à une seule dimension. Etant donné l'allure de l'équation (4.13) nous allons rechercher une solution de la forme,

$$\chi = \sum_{p=1}^N \alpha_p(t) \hat{F}_p, \quad (4.14)$$

par analogie avec l'équation (2.51). En incorporant cette forme dans  $F_n(t)$ , on obtient au premier ordre,

$$F_n(t) = \sum_{p=1}^N \alpha_p(t) T \Gamma_{np}, \quad (4.15)$$

avec, comme définition étendue de  $\Gamma$ ,

$$\Gamma_{np} = \frac{1}{T} \int g \frac{d^3 r d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \hat{F}_n(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \hat{F}_p(\mathbf{r}, \mathbf{p}) n(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \tilde{n}(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (4.16)$$

Il est très facile de trouver les  $\alpha_p$  en inversant la matrice ( $\Gamma$ ) et les  $\Gamma_{np}$  peuvent être calculés analytiquement pour une distribution de Fermi sphérique,

$$\Gamma_{np} = \frac{4A\epsilon_F}{5} \langle \partial_i \partial_j \phi_n \partial_i \partial_j \phi_p \rangle, \quad (4.17)$$

où  $A$  est le nombre total de nucléons,  $\epsilon_F$ , l'énergie de Fermi et où  $\langle . \rangle$  représente la moyenne sur l'espace réel. Pour obtenir une équation différentielle pour la force  $F_n(t)$ , nous allons multiplier l'équation (4.13) par  $\hat{F}_n$  et intégrer sur l'espace des phases,

$$\frac{dF_n}{dt} + \sum_{p=1}^N \Gamma_{np} \dot{q}_p = - \sum_{p=1}^N \frac{F_p}{\tau_{pn}} + \delta K_{F_n}, \quad (4.18)$$

où le temps de relaxation microscopique s'écrit,

$$\frac{1}{\tau_{pn}} = \sum_{q=1}^N \frac{(\Gamma^{-1})_{pq}}{T} I_{qn}, \quad (4.19)$$



avec

$$I_{qn} = \int \frac{g^2}{(2\pi\hbar)^6} d^3r d^3p_1 d^3p_2 d^3p_3 d^3p_4 W(12, 34) n_1 n_2 \tilde{n}_3 \tilde{n}_4 \frac{\Delta \hat{F}_n}{2} \frac{\Delta \hat{F}_q}{2}, \quad (4.20)$$

où l'on a noté,  $\Delta \hat{F}_n = \hat{F}_n(\mathbf{r}, \mathbf{p}_4) + \hat{F}_n(\mathbf{r}, \mathbf{p}_3) - \hat{F}_n(\mathbf{r}, \mathbf{p}_2) - \hat{F}_n(\mathbf{r}, \mathbf{p}_1)$ . A basse température ( $T \ll \epsilon_F$ ),  $1/\tau_{pn}$  peut être calculé analytiquement pour des modes donnés en suivant la méthode exposée dans le chapitre 3. Dans l'équation (4.18), la force stochastique a une valeur moyenne nulle et est caractérisée par son second moment,

$$\overline{\delta K_{F_n}(t) \delta K_{F_p}(t')} = 2I_{pn} \delta(t - t'). \quad (4.21)$$

De la même façon que pour une seule variable collective on peut exhiber les effets de mémoire en intégrant formellement l'équation différentielle vérifiée par  $F_n(t)$ ,

$$F_n(t) = - \int_{-\infty}^t dt' \sum_{p=1}^N \left( \Gamma_{np} \dot{q}_p(t') \frac{F_p(t')}{\tau_{pn}} (1 - \delta_{pn}) \right) e^{-(t-t')/\tau_{nn}} + \delta K_n, \quad (4.22)$$

où la fonction de corrélation entre les forces stochastiques s'écrit,

$$\overline{\delta K_n(t) \delta K_p(t')} = 2 \frac{\tau_{nn} \tau_{pp}}{\tau_{nn} + \tau_{pp}} I_{pn} \left( \exp\left(\frac{t-t'}{\tau_{pp}}\right) \theta(t' - t) + \exp\left(\frac{t'-t}{\tau_{nn}}\right) \theta(t - t') \right). \quad (4.23)$$

Associée avec l'équation (4.6), l'équation (4.18) forme un système compliqué d'équations de Langevin généralisées couplées qui est difficile à manipuler,

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N M_{pn} \ddot{q}_n + \frac{1}{2} \sum_{n,m=1}^N \dot{q}_n \dot{q}_m \frac{\partial M_{nm}}{\partial q_p} + \frac{\partial V}{\partial q_p} \\ & = - \int_{-\infty}^t dt' \sum_{n=1}^N \left( \Gamma_{np} \dot{q}_n(t') + \frac{F_n(t')}{\tau_{pn}} (1 - \delta_{pn}) \right) e^{-(t-t')/\tau_{pp}} + \delta K_p, \end{aligned} \quad (4.24)$$

et dont les coefficients,  $M_{np}$ ,  $\Gamma_{np}$  et  $\tau_{np}$  sont donnés respectivement par les équations (4.7), (4.16) et (4.19). En particulier, les forces stochastiques sont couplées, équation (4.23). On peut espérer des simplifications dans des cas particuliers avec des coefficients non-diagonaux qui s'annulent. Si on restreint le problème à une seule variable collective, l'équation (4.24) se réduit à l'équation (2.59) obtenue dans le chapitre 2.

## 4.2 Application aux vibrations quadrupolaires $\beta$ et $\gamma$

Nous allons appliquer les équations de Langevin généralisées (4.24) à un cas très simple à deux dimensions, celui des vibrations quadrupolaires  $\beta$  et  $\gamma$ , largement étudiées et intéressantes pour la physique des noyaux chauds.  $\beta$  et  $\gamma$  sont les coordonnées de Hill et Wheeler qui sont une paramétrisation possible de la déformation des noyaux [37],

$$\begin{aligned} R(\theta, \varphi) &= R_0 \left( 1 + \beta(\cos \gamma Y_2^0(\theta, \varphi) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \gamma(Y_2^2(\theta, \varphi) + Y_2^{-2}(\theta, \varphi))) \right) \quad (4.25) \\ &= R_0 \left( 1 + \beta \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (\cos \gamma(3 \cos^2 \theta - 1) + \sin \gamma \sqrt{3} \sin^2 \theta \cos 2\varphi) \right), \end{aligned}$$

où  $R_0 = r_0 A^{-1/3}$ . La vibration  $\beta$  correspond donc à une oscillation suivant  $Y_2^0$  et la vibration  $\gamma$  à une oscillation suivant  $Y_2^2 + Y_2^{-2}$ , par conséquent, les deux champs de vitesse s'écrivent,

$$\mathbf{v}_\beta = \nabla \phi_\beta \quad \text{avec} \quad \phi_\beta = \frac{1}{2}(2z^2 - x^2 - y^2), \quad (4.26)$$

$$\mathbf{v}_\gamma = \nabla \phi_\gamma \quad \text{avec} \quad \phi_\gamma = \sqrt{3}(x^2 - y^2). \quad (4.27)$$

On peut aisément vérifier que ces deux modes sont orthogonaux. Nous allons pouvoir maintenant calculer tous les coefficients de l'équation de Langevin, équation (4.24), et comparer aux résultats expérimentaux la fréquence et la largeur obtenues pour ces résonances.

### 4.2.1 Une seule résonance

Comme première étape et pour des raisons de simplicité nous allons d'abord considérer chaque oscillation séparément ce qui restreint le problème à deux études à une seule dimension. Dans l'introduction du chapitre 3, il est déjà question de l'application de l'équation (2.59) aux résonances géantes de l'équation de Langevin, qui s'écrit, pour mémoire,

$$\ddot{q} + \frac{1}{\tau} \dot{q} + \frac{\Gamma}{M} q = \sqrt{\tau \Gamma T} w(t), \quad (4.28)$$

où les termes du second ordre ont été négligés et où la force stochastique a pour deux premiers moments,

$$\overline{w(t)} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{w(t)w(t')} = 2\delta(t - t'). \quad (4.29)$$

Pour chacune des deux oscillations,  $\beta$  et  $\gamma$ , les paramètres peuvent être évalués explicitement. On trouve pour les deux modes,

$$M = 2mA \langle r^2 \rangle, \quad (4.30)$$

$$\Gamma = \frac{24A\epsilon_F}{5}. \quad (4.31)$$

Le fait que l'on obtienne exactement les mêmes coefficients est lié au facteur de normalisation des potentiels des champs de vitesses, équations (4.26,4.27). La fréquence est aussi la même pour les deux oscillations, indépendamment de ce facteur,

$$\Omega^2 = \frac{12\epsilon_F}{5m \langle r^2 \rangle}, \quad \text{ie,} \quad \hbar\Omega = 66A^{-1/3} \text{ MeV}. \quad (4.32)$$

Nous avons déjà calculé la largeur de la résonance  $\beta$  au chapitre 3, il nous reste à évaluer celle de la résonance  $\gamma$ . Pour cela nous allons utiliser la même méthode, à ceci près que pour le calcul de la partie angulaire, il faut tout refaire car on ne peut plus utiliser le théorème d'addition des harmoniques sphériques. La séparation des variables angulaires et des variables d'énergie se fait de la même manière que dans le chapitre 3 et le temps de relaxation s'écrit pour la résonance  $\gamma$ ,

$$\frac{1}{\tau_\gamma} = 2m^2 p_F \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} I_E I_2^2, \quad (4.33)$$

où  $I_E$  est définie par l'équation (3.24) et où

$$I_2^2 = \frac{\int d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{d\phi}{\cos(\theta/2)} \sin^2 \theta_1 \cos 2\varphi_1 (\Delta(\sin^2 \theta_i \cos 2\varphi_i)) \frac{d\sigma}{d\Omega}}{4 \int d\Omega \sin^4 \theta \cos^2 2\varphi}. \quad (4.34)$$

Le calcul de  $I_E$  a déjà été fait, voir équation (3.26), celui de  $I_2^2$  est à refaire en utilisant les résultats de l'appendice A.1. L'intégrale angulaire se décompose en quatre parties,

$$I_2^2 = I_4 + I_3 - I_2 - I_1, \quad (4.35)$$

avec,

$$I_1 = \frac{15}{16\pi} \int d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{d\phi}{\cos \theta/2} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin^2 \theta_1 \cos 2\varphi_1 \sin^2 \theta_i \cos 2\varphi_i \quad (4.36)$$

$$= \frac{15}{16\pi} \int d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{d\phi}{\cos \theta/2} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin^2 \theta_1 \cos 2\varphi_1 (\alpha_i^2 - \beta_i^2), \quad (4.37)$$

où  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont définis équation (A.25). Pour  $i = 2, 3, 4$  les  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  peuvent être exprimés en fonction des variables d'intégration, équations (A.16,A.24). Le calcul des  $I_i$  se fait sans problème, même si il est un peu pénible, et l'on obtient,

$$I_2^2 = 4\pi \int \sin \theta / 2 d\theta d\phi \frac{d\sigma}{d\Omega} [2P_2(\cos^2 \theta / 2 - \sin^2 \theta / 2 \cos \phi) - P_2(\cos \theta) - 1], \quad (4.38)$$

qui est strictement égal à la partie angulaire pour la résonance  $\beta$ , équation (A.11). Il est donc remarquable que nous obtenions le même temps de relaxation pour les deux résonances étudiées,

$$\frac{1}{\tau} = 8\sigma v_F \rho \left( \frac{T}{\epsilon_F} \right)^2. \quad (4.39)$$

La fréquence calculée, équation (4.32), est en bon accord avec les résultats expérimentaux tandis que la largeur obtenue est beaucoup trop petite et surtout le temps de relaxation,  $\tau$ , diverge quand la température s'annule. Ceci est dû, comme nous l'avons vu au chapitre 3, à l'approximation markovienne faite lors du calcul du terme de collision de l'équation de Boltzmann. La prise en compte des effets de mémoire a pour effet de multiplier  $T^2$  par  $(1 + (\hbar\Omega/2\pi T)^2)$  dans l'équation (4.39) et d'améliorer la largeur calculée.

#### 4.2.2 Couplage entre les résonances $\beta$ et $\gamma$

Etudions maintenant le cas plus général des vibrations  $\beta$  et  $\gamma$  couplées. A partir de leur définition, équations (4.7,4.16,4.19), il est immédiat que tous les paramètres de couplage,  $M_{\beta\gamma}$ ,  $\Gamma_{\beta\gamma}$  et  $1/\tau_{\beta\gamma}$  s'annulent et les matrices de paramètres s'écrivent,

$$(M) = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{pmatrix}, \quad (4.40)$$

$$(\Gamma) = \begin{pmatrix} \Gamma & 0 \\ 0 & \Gamma \end{pmatrix}, \quad (4.41)$$

$$(1/\tau) = \begin{pmatrix} 1/\tau & 0 \\ 0 & 1/\tau \end{pmatrix}, \quad (4.42)$$

où les termes diagonaux,  $M, \Gamma$  et  $\tau$  sont les paramètres de l'équation de Langevin à une dimension du paragraphe précédent, équations (4.30,4.31,4.39). Par conséquent, les équations dynamiques deviennent,

$$M_{\beta} \ddot{q}_{\beta} + \frac{\partial V}{\partial q_{\beta}} = F_{\beta}, \quad (4.43)$$

$$M_\gamma \ddot{q}_\gamma + \frac{\partial V}{\partial q_\gamma} = F_\gamma, \quad (4.44)$$

avec

$$\frac{dF_\beta}{dt} = -\Gamma \dot{q}_\beta - \frac{F_\beta}{\tau} + \delta K_\beta, \quad (4.45)$$

et

$$\frac{dF_\gamma}{dt} = -\Gamma \dot{q}_\gamma - \frac{F_\gamma}{\tau} + \delta K_\gamma. \quad (4.46)$$

Les forces stochastiques sont découplées elles aussi,

$$\overline{\delta K_\beta(t) \delta K_\gamma(t')} = 0, \quad (4.47)$$

et leur fonction de corrélation est,

$$\overline{\delta K_\beta(t) \delta K_\beta(t')} = \overline{\delta K_\gamma(t) \delta K_\gamma(t')} = 2 \frac{T\Gamma}{\tau} \delta(t - t'). \quad (4.48)$$

Ces équations sont beaucoup plus simples que le cas général à  $N$  dimensions, en particulier parce que les forces stochastiques sont décorrélées. Cela permettrait une résolution numérique aisée. Le seul couplage entre les modes  $\beta$  et  $\gamma$  se fait à travers le potentiel. Pour pouvoir continuer il faudrait donc se donner une carte de potentiel de la déformation. Ces équations présentent donc un grand intérêt car elles ont été entièrement déterminées à l'aide d'un modèle microscopique et justifient ainsi les approches phénoménologiques des références [48,49]. De plus, elles sont applicables très simplement car il n'y a pas de couplage autre que celui dû au potentiel.

### 4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons généralisé le travail fait dans la référence [17] où une projection sur une variable collective de l'équation de Boltzmann-Langevin est faite. Nous avons étudié le cas d'un champ de vitesses décrit par un nombre  $N$  de variables. Le système d'équations de Langevin obtenu est très compliqué à cause des nombreux couplages. En particulier les forces stochastiques ne sont pas forcément indépendantes, ce qui rend une application numérique compliquée. Nous avons envisagé ensuite le cas simple du couplage entre les résonances quadrupolaires  $\beta$  et  $\gamma$ . Dans ce cas le système d'équations de Langevin se simplifie énormément et le seul couplage qui reste est celui dû au potentiel. Ce système se

prête donc facilement à une résolution numérique similaire à celle faite dans les références [48,49]. Il serait très intéressant de prendre aussi en compte d'autres modes de polarité plus élevée afin d'étudier l'influence de ces couplages sur la largeur.

Pour pouvoir refaire exactement le même travail que celui fait dans les références [48,49] avec un modèle microscopique il faut en plus étudier le couplage au mode dipolaire. Or, il n'est pas évident que ce modèle puisse s'appliquer aux résonances dipolaires car, dans la réduction que nous avons faite, nous n'avons pas différencié les protons des neutrons. Pour cela, il faudrait considérer des équations de Boltzmann-Langevin séparées pour chacun des types de nucléons, d'une manière similaire à ce qui a été fait au §3.4.2. Une telle généralisation est a priori facilement faisable.

## II

### Mouvements de grande amplitude

71/72

## Chapitre 5



# Etude de la fission induite

## 5.1 Introduction

Lors des collisions fortement inélastiques entre ions lourds, aux énergies intermédiaires ( $E^*/A \simeq 1 - 2MeV$ ), il y a formation d'un noyau chaud qui va se désintégrer en principalement deux voies, l'évaporation de particules et la fission. Il y a compétition entre ces deux canaux et il faut une approche dynamique pour déterminer la voie la plus rapide. Nous allons nous préoccuper exclusivement de la fission. Toutes les informations expérimentales que nous avons sur ce processus proviennent des particules évaporées. Ces mesures permettent d'obtenir des informations sur les temps caractéristiques du phénomène de la fission et de déduire la valeur de la viscosité de la matière nucléaire. Pour une revue récente sur les horloges nucléaires, i.e. les méthodes de mesure des temps caractéristiques, voir la référence [51]. La fission est un processus très compliqué, qui nécessite l'étude de la dynamique de passage au dessus d'une barrière multidimensionnelle. La dissipation joue un rôle très important et sa prise en compte rend le problème encore plus difficile. Nous allons nous limiter à un modèle très simple. Le noyau, après une grande élongation, se divise en deux morceaux égaux. Nous allons nous limiter au cas de la fission symétrique et nous allons pour cela, considérer un problème à une seule dimension. L'idée est de considérer la fission thermique comme un phénomène de diffusion par dessus une barrière (figure 5.1) et d'utiliser l'équation de Langevin obtenue au chapitre 2 pour étudier la dynamique. Dans les deux chapitres précédents cette équation était appliquée à de petits mouvements, dans ce chapitre elle va être appliquée à un phénomène collectif de grande amplitude.

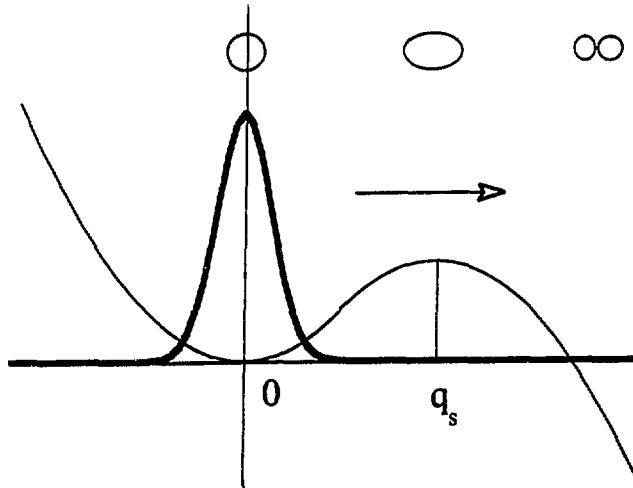


Figure 5.1: *Représentation schématique de la fission thermique.*

Dans le problème que nous nous sommes posé, la variable collective,  $q$ , peut être le moment quadrupolaire ou toute autre variable similaire. Pour la barrière, nous avons utilisé le modèle de la goutte liquide, sans les corrections du modèle en couches qui deviennent négligeables pour des températures supérieures à 2-3 MeV [52]. Pour de telles énergies d'excitation on peut aussi négliger l'effet tunnel sans aucun problème. C'est la force de Langevin qui permet aux particules sous la barrière de fissionner. La grandeur physique que nous allons étudier est le taux de fission,

$$r(t) = -\frac{1}{P_r(t)} \frac{dP_r(t)}{dt}, \quad (5.1)$$

où  $P_r(t)$  est la probabilité que le noyau n'ait pas encore fissionné, c'est à dire le nombre de noyaux ayant un  $q$  inférieur à sa valeur au point selle,  $q_s$ , à la date  $t$ , divisé par le nombre total de noyaux. Par cette définition, on considère que le flux au niveau du point selle est le même que le flux au point de scission. L'intérêt est qu'à une dimension la position du point de scission est mal connue car il est difficile de décrire la forme du noyau en ce point avec le moment quadrupolaire seul. Cela permet aussi de diminuer le temps de calcul.

L'idée d'utiliser une équation de type Langevin pour étudier la fission induite n'est pas nouvelle, elle date de Kramers [53] en 1940. Ce type d'équation a d'abord été utilisé pour étudier le mouvement brownien et il peut être surprenant de l'appliquer à un tel problème. L'idée est qu'il y a deux échelles de temps carac-

téristiques, le mouvement collectif lent auquel est associé une masse élevée et qui peut être vu comme la particule brownienne et les degrés de liberté nucléoniques intrinsèques qui peuvent être assimilés au bain thermique. Kramers a fait un calcul analytique du taux de fission stationnaire dans la limite des faibles et très grandes frictions. Son étude dépasse largement ce domaine restreint et les équations qu'il a dérivées ont beaucoup été utilisées et améliorées en cinétique chimique, voir par exemple la référence [29]. Pour cela, il a utilisé une équation de Fokker-Planck, équation (2.3) qui détermine l'évolution de la distribution de probabilité,  $P(q, p, t)$ . Avec cette approche, la probabilité que le noyau soit entier vaut,

$$P_r(t) = \int_{-\infty}^{q_s} dq \int_{-\infty}^{+\infty} dp P(q, p, t) \quad (5.2)$$

Ses calculs ont le mérite d'être analytiques, mais ne donnent aucune indication sur l'importance du régime transitoire.

Dans le cas de la fission, des résolutions plus poussées ont été effectuées numériquement avec une équation de Fokker-Planck [21], les résultats obtenus par Kramers ne permettaient pas de reproduire les résultats expérimentaux. Cette étude a permis de mettre en évidence un long régime transitoire qui ne peut être oublié dans l'étude de la compétition entre les voies de désexcitation des noyaux chauds. Des calculs similaires ont été effectués avec une équation de Langevin [20], équation (2.1), qui est équivalente à l'équation de Fokker-Planck utilisée par Kramers, [27]. Cette fois-ci, pour obtenir la probabilité  $P_r(t)$  ou toute autre observable, on calcule un grand nombre de trajectoires et on fait la moyenne sur l'observable étudiée. L'équation de Langevin a le mérite d'être beaucoup plus intuitive que l'équation de Fokker-Planck et plus simple à résoudre numériquement. C'est donc cette forme que nous utiliserons et non un équivalent de type Fokker-Planck de l'équation (2.59).

Les calculs faits dans les références [21,20] sont complètement phénoménologiques, le coefficient de friction réduite a été ajusté de façon à retrouver des résultats expérimentaux [54]. Ces études ont permis de mieux comprendre la fission induite et d'obtenir une valeur de la viscosité de la matière nucléaire à partir des mesures de multiplicité de neutrons [56]. Cependant, cette détermination est loin d'être aisée, des mesures plus récentes [57] semblent indiquer que le coefficient de friction pourrait être plus élevé que celui obtenu lors des premières mesures. En fait, selon les expériences et selon les modèles utilisés pour analyser les données,

le coefficient de friction réduit varie de  $\beta = 2 \cdot 10^{21} s^{-1}$  à  $\beta = 20 \cdot 10^{21} s^{-1}$  [51]. Une revue de toutes les frictions mesurées et calculées est faite dans la référence [51].

Dans ce chapitre, une étude similaire a été effectuée avec l'équation de Langevin dérivée microscopiquement au chapitre 2. Le coefficient de friction est maintenant entièrement déterminé à partir de grandeurs microscopiques caractéristiques du noyau. L'équation de Langevin utilisée est obtenue après avoir fait l'approximation adiabatique pour un champ de vitesse irrotationnel. Ces conditions apportent des restrictions à l'application de l'équation qui ne peut être utilisée pour la fission à basse énergie. Notre but, ici, est d'étudier la fission thermique, c'est à dire à haute énergie. De toute façon le fait de partir d'une équation semi-classique, l'équation de Boltzmann-Langevin, limitait déjà l'étude aux énergies élevées. A basse température, on ne peut plus oublier l'effet tunnel qui entre en compétition avec la diffusion thermique. Enfin, comme nous l'avons déjà vu au chapitre 2, la friction à *un*-corps n'est pas prise en compte dans le modèle.

## 5.2 Ingrédients du calcul

Pour la fission symétrique nous allons considérer un champ de vitesse quadrupolaire,

$$\phi(\mathbf{r}) = (2z^2 - x^2 - y^2)/2. \quad (5.3)$$

L'équation de Langevin généralisée (2.59) garde toujours la même forme

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{p}{M} \\ \dot{p} &= -\frac{\partial V}{\partial q} + \frac{p^2}{2M^2} \frac{\partial M}{\partial q} - \int_{-\infty}^t \beta(t-t') p(t') + \delta F(t), \end{aligned} \quad (5.4)$$

mais les coefficients peuvent être calculés explicitement. La friction devient

$$\beta(t-t') = \frac{\beta}{\tau} \exp -(t-t')/\tau, \quad (5.5)$$

où  $\beta$  est le coefficient de friction réduit et s'écrit:

$$\beta = \frac{\tau \Gamma}{M} = \tau \Omega^2. \quad (5.6)$$

La force stochastique a la fonction de corrélation donnée équation (2.61) et  $\xi = 1$ . La masse collective, qui ne peut a priori être prise constante, est un peu plus

compliquée à calculer. Pour un champ de vitesse quadrupolaire, elle devient

$$M(q) = m \int d^3r \rho(\mathbf{r}, q)(x^2 + y^2 + 4z^2) \quad (5.7)$$

et, par conséquent,  $M(0) = 2.4m \langle r^2 \rangle$ . Pour obtenir la dépendance en  $q$ , nous allons faire un développement de Taylor. Il nous faut donc évaluer les dérivées partielles multiples de  $M$ . En utilisant la relation de continuité (2.41) et après avoir effectué une intégration par partie, on obtient

$$\frac{\partial M}{\partial q} = m \int d^3r \rho(\mathbf{r}, q)(16z^2 - 2x^2 - 2y^2). \quad (5.8)$$

Si on itère le processus, il vient,

$$\frac{\partial^n M}{\partial q^n} = m \int d^3r \rho(\mathbf{r}, q)(4^{n+2}z^2 + (-2)^{n+1}x^2 + (-2)^{n+1}y^2), \quad (5.9)$$

qui devient, pour  $q = 0$ ,

$$\left. \frac{\partial M}{\partial q} \right|_{q=0} = \frac{4^{n+1} + 2(-2)^n}{6} M(0). \quad (5.10)$$

Finalement, on obtient pour la masse collective,

$$\begin{aligned} M(q) &= M(0) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^{n+1} + 2(-2)^n}{6n!} q^n \\ &= \frac{M(0)}{3} (2 \exp(4q) + \exp(-2q)). \end{aligned} \quad (5.11)$$

Nous avons maintenant tout ce qu'il faut pour appliquer l'équation (5.4) à la fission. Mais avant, nous allons comparer l'équation obtenue à celle utilisée dans les cas phénoménologiques.

## 5.3 Discussion

### 5.3.1 Influence des effets de mémoire

L'équation (5.4) est différente de l'équation de Langevin utilisée dans les approches phénoménologiques, à cause des effets de mémoire et de la masse non-constante.

Pour mieux pouvoir comparer les équations utilisées dans les deux approches, nous allons réécrire les équations (5.4) sous une autre forme,

$$\dot{q} = \frac{p}{M}, \quad (5.12)$$

$$\dot{p} = -\frac{\partial V}{\partial q} + \frac{p^2}{2M^2} \frac{\partial M}{\partial q} + F, \quad (5.13)$$

$$\dot{F} = \frac{1}{\tau} \left( -\beta p - F + \sqrt{M\beta T} w(t) \right), \quad (5.14)$$

où  $w(t)$  est une force stochastique markovienne,

$$\overline{w(t)} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{w(t)w(t')} = 2\delta(t - t'). \quad (5.15)$$

Avec cette écriture, les effets de mémoire sont transformés en une troisième équation différentielle qui contient une force stochastique markovienne, ce qui est beaucoup plus simple à traiter numériquement.

Pour comprendre quelle peut être l'influence des effets de mémoire, nous allons étudier une trajectoire particulière. Sans la force de Langevin et avec une masse constante, l'équation différentielle (5.4) peut être résolue analytiquement, après quelques approximations. En effet, la partie linéaire de l'équation (5.4) peut aussi être écrite sous la forme d'une équation différentielle du troisième ordre (cf équation (3.1)),

$$\ddot{q} + \frac{1}{\tau} \dot{q} + \left( \frac{\beta}{\tau} \pm \omega_0^2 \right) q + \frac{\pm \omega_0^2}{\tau} q = \sqrt{\beta M T} w(t), \quad (5.16)$$

où  $\omega_0$  est la fréquence du potentiel,

$$\frac{1}{M} \frac{\partial V}{\partial q} = \pm \omega_0^2 q. \quad (5.17)$$

Si nous supposons que la friction est grande devant toutes les fréquences et que  $\Omega \gg \omega_0$ , on peut résoudre analytiquement l'équation (5.16) sans second membre et obtenir,

$$q(t) = A \exp\left(-\frac{\pm \omega_0^2}{\beta \pm \omega_0^2 \tau} t\right) + B \exp\left(-\frac{t}{2\tau}\right) \cos(\omega t + \Phi), \quad (5.18)$$

où  $\omega$  est pratiquement la fréquence de la résonance géante quadrupolaire,

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{\beta}{\tau} \pm \omega_0^2\right) - \frac{1}{4\tau^2}} \approx \Omega. \quad (5.19)$$

Dans l'équation (5.18),  $A$ ,  $B$  et  $\Phi$  dépendent des conditions initiales.

Il apparaît donc des oscillations amorties à la fréquence  $\Omega$ , fréquence de la résonance géante quadrupolaire, qui viennent s'ajouter au terme de dérive. De telles oscillations, dues aux effets de mémoire, avaient déjà été remarquées dans la référence [36], mais maintenant nous avons une force stochastique qui ravive ces oscillations. Ce comportement se voit bien sur la figure 5.2 où l'équation (5.16) a été résolue numériquement. Pour que la comparaison soit correcte nous avons choisi, dans les deux exemples montrés, la même série de nombres aléatoires pour le calcul de la force. Les conditions initiales ont été choisies arbitrairement au delà du point selle, ce qui fait que le noyau évolue vers la scission. Nous aurions observé un comportement similaire dans le puits. Dans le cas markovien, sans le terme de Langevin, on a une évolution lisse et exponentielle. La force stochastique a pour effet d'introduire des déviations autour de la valeur moyenne, qui se confond avec l'évolution non-stochastique. Dans le cas non-markovien, il n'est pas forcément évident que la valeur moyenne des trajectoires coïncide avec l'évolution du terme de diffusion seul, comme précédemment. Intuitivement, on comprend que les effets de mémoire peuvent éventuellement changer le taux de fission. La masse ne change pas beaucoup sur la durée étudiée, on peut facilement faire l'approximation,  $M(q) \approx M(q_0)$ , dans l'équation (5.18). Le terme de dérive ne dépend pas de la masse, le seul effet que l'on puisse donc attendre, est un changement de la fréquence des oscillations. Cela été vérifié numériquement. Cela ne devrait donc pas influencer le taux de fission.

### 5.3.2 Taux de fission analytique

Il est possible de calculer le taux de fission stationnaire,  $k$ , de façon analytique [59,60]. Dans le cas de frictions élevées, on obtient

$$k = \frac{\lambda}{\omega_b} \frac{\omega_0}{2\pi} \exp\left(-\frac{V_b}{T}\right), \quad (5.20)$$

où  $\lambda$  est la plus grande racine réelle de la transformée de Laplace de l'équation différentielle sans second membre utilisée (5.16),

$$\lambda^3 + \frac{1}{\tau} \lambda^2 + \left(\frac{\beta}{\tau} \pm \omega_0^2\right) \lambda + \frac{\pm \omega_0^2}{\tau} = 0, \quad (5.21)$$

$\omega_0$  et  $\omega_b$  sont respectivement les fréquences du potentiel au fond du puits et au point selle (équation (5.17)), et  $V_b$  est la hauteur de la barrière. L'idée est que,

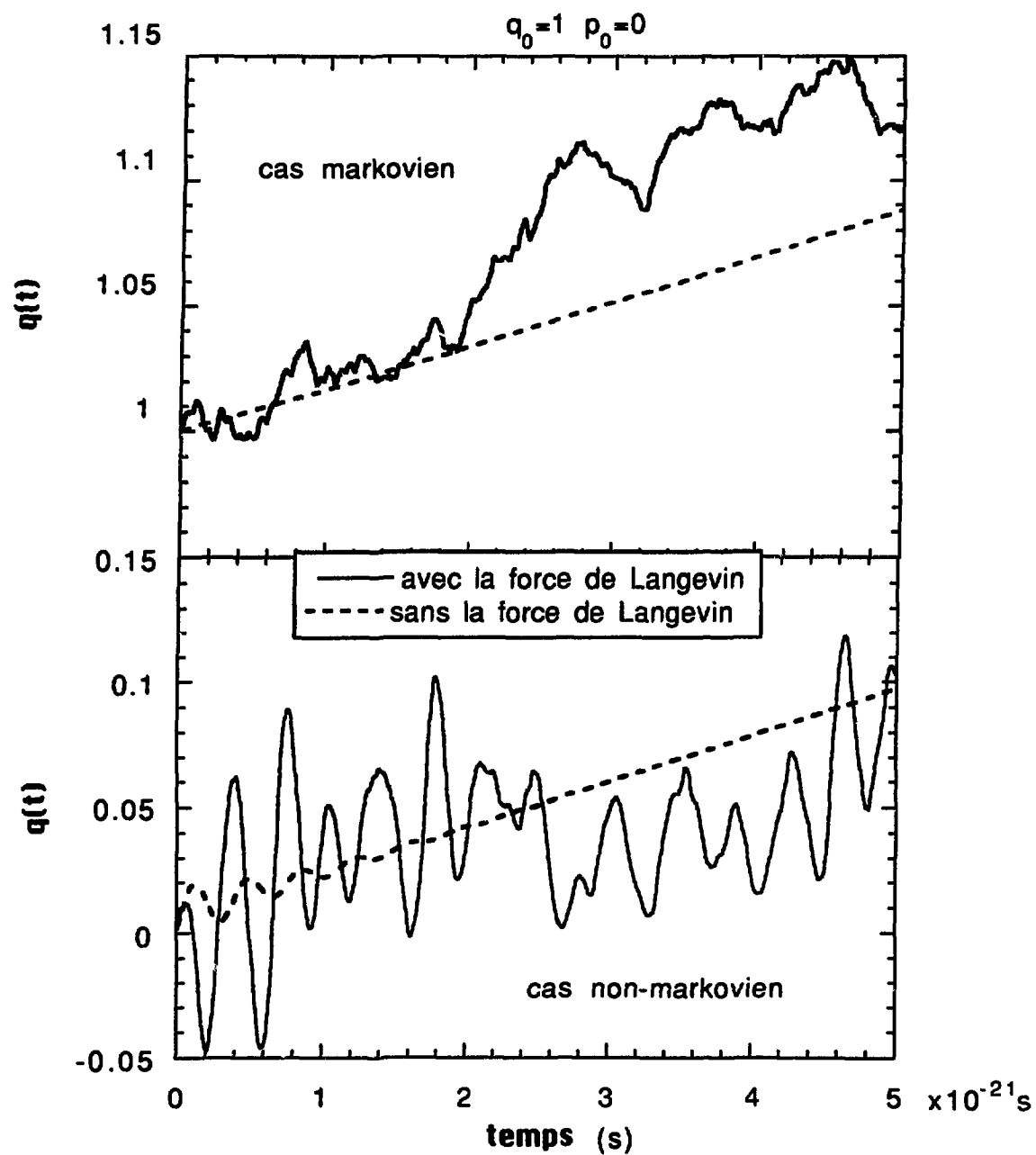


Figure 5.2: *Effet de la force de Langevin sur une trajectoire individuelle dans les cas markovien et non-markovien.*

*La condition initiale est prise au delà du point selle. Pour pouvoir comparer, nous avons pris la même suite de nombres aléatoires dans les deux exemples*



pour une friction élevée, les particules dans le puits de potentiel métastable sont presque à l'équilibre thermique. Au niveau du point selle on peut assimiler le potentiel à une parabole inversée et pour obtenir le flux au dessus du point selle il faut raccorder les deux distributions, dans le puits et au sommet de la barrière.

Dans le cas d'une équation linéaire,  $\lambda$  peut être facilement évalué. Dans notre cas cela revient à considérer que la masse est constante. Si en plus on fait l'approximation markovienne on retrouve la limite donnée par Kramers [53],

$$k = \frac{\omega_0}{2\pi\omega_b} \left( \sqrt{\omega_b^2 + (\beta/2)^2} - (\beta/2) \right) \exp\left(-\frac{V_b}{T}\right). \quad (5.22)$$

Avec les effets de mémoire et si  $\tau$  est assez grand pour avoir des oscillations, on peut aussi trouver  $\lambda$  de façon analytique, mais l'expression n'est pas très parlante. Pour une friction très élevée, on peut en donner une expression approchée,

$$k = \frac{\omega_0\omega_b}{2\pi\beta - \omega_b^2\tau} \exp\left(-\frac{V_b}{T}\right). \quad (5.23)$$

Il devient clair que les effets de mémoire ont une influence sur le taux de fission. Cependant, une application numérique dans les cas présentés plus loin montre que le terme correctif est très faible,  $\omega_b^2\tau/2\pi\beta \simeq 0,001$ .

Nous ne savons pas calculer analytiquement le régime transitoire, or il a un rôle très important dans la compétition avec l'évaporation de particules. Une approche numérique est donc nécessaire pour étudier la fission avec une équation de Langevin. A cause du terme stochastique, cette résolution n'est pas très aisée, nous avons donc d'abord testé le code sur des cas connus.

## 5.4 Simulation numérique. Comparaison entre les approches de type Langevin et Fokker-Planck.

### 5.4.1 Simulation numérique de l'équation de Langevin

Des calculs numériques de taux de fission ont déjà été fait à partir d'une équation de Fokker-Planck [21]. L'équation utilisée est équivalente à une équation de Langevin avec un bruit blanc gaussien. Afin de tester la méthode numérique utilisée, nous avons refait les calculs de la référence [21] avec une équation de Langevin

phénoménologique, dans les mêmes conditions. La méthode numérique est exposée en appendice B.

Nous avons calculé le taux de fission en fonction du temps (cf équation (5.1)) en considérant le flux au point selle. Même avec une statistique élevée, la probabilité que le noyau soit entier en fonction du temps,  $P_r(t)$ , n'est pas une fonction parfaitement lisse et prendre sa dérivée devient donc délicat. Ce qui nous intéresse c'est l'évolution globale et non les fluctuations qui risquent d'être amplifiées lors de la dérivation. Une première méthode pour se débarrasser des fluctuations est d'intégrer sur un pas de temps  $\Delta t$  [20],

$$\begin{aligned} \langle r(t) \rangle_{\Delta t} &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} dt r(t) \\ &= \frac{1}{\Delta t} \ln \left( \frac{P_r(t - \Delta t/2)}{P_r(t + \Delta t/2)} \right). \end{aligned} \quad (5.24)$$

Une autre possibilité est d'utiliser une méthode de dérivation sur cinq points,

$$\langle r(t) \rangle_{\Delta t'} = - \frac{P_r(t - 2\Delta t') - 8P_r(t - \Delta t') + 8P_r(t + \Delta t') - P_r(t + 2\Delta t')}{12\Delta t' P_r(t)}. \quad (5.25)$$

Nous avons comparé les deux méthodes et elles donnent des résultats très proches. Dans la suite, c'est la deuxième méthode que nous utiliserons. La difficulté est de bien choisir  $\Delta t$ . Si il est trop petit,  $\langle r(t) \rangle$  est pollué par les fluctuations et on ne voit plus l'évolution générale et si  $\Delta t$  est trop grand, cela risque de fausser la convergence vers le taux de fission stationnaire. Dans la pratique nous avons choisi un  $\Delta t$  de l'ordre d'une dizaine de  $\Delta$  (pas de temps utilisé pour intégrer l'équation différentielle) dans le cas markovien et une centaine dans le cas non markovien, ce qui correspond à  $\Delta t \sim 10^{-22}s$ .

#### 5.4.2 Comparaison avec une approche de type Fokker-Planck

Les auteurs de la référence [21] ont étudié le taux de fission d'un noyau de masse 248 à l'aide d'une équation de Fokker-Planck à deux températures et deux frictions différentes. La variable collective choisie est une élongation et le potentiel est donné par

$$V(q) = Mgq^2(q - c)(q + b), \quad (5.26)$$

où  $M = 940.4 \text{ MeV}/c^2$ ,  $g = 1,3287 \cdot 10^{-40} \text{ fm}^{-2} \text{ s}^{-2}$ ,  $b = 5 \text{ fm}$  et  $c = 19,688 \text{ fm}$ . La barrière a une hauteur de  $3,67 \text{ MeV}$ . Les conditions initiales sont tirées de manière aléatoire suivant une distribution gaussienne froide,

$$d(q, p) = D \exp -\frac{1}{2T_0} \left( \frac{p^2}{M} + M\omega_0^2(q - q_1)^2 \right), \quad (5.27)$$

de température  $T_0 = 0,3 \text{ MeV}$ . Dans l'équation (5.27),  $\omega_0$  et  $q_1$  sont les paramètres de la parabole osculatrice du puits de potentiel et  $D$  est la constante de normalisation. Il ne reste plus qu'à résoudre  $N$  fois l'équation de Langevin et à faire la moyenne des observables étudiées.

Nous avons refait ces mêmes calculs à l'aide d'une équation de Langevin au lieu d'une équation de Fokker-Planck. La figure 5.3 représente une comparaison entre les deux approches. Les désaccords sont sûrement dus au fait qu'avec l'équation de Fokker-Planck c'est une solution approchée qui est donnée. Nos calculs reproduisent très bien la limite stationnaire donnée par la formule de Kramers (équation (5.22)).

### 5.4.3 Comparaison avec des calculs similaires

Nous avons aussi refait les calculs de la référence [20] où le taux de fission de  $^{205}\text{At}$  est calculé à l'aide d'une équation de Langevin. La principale différence avec l'étude précédente est la condition initiale. Pour réduire la durée du régime transitoire, et par conséquent, le temps de calcul, les auteurs de ce travail ont choisi une distribution initiale plus chaude.

$$d(q, p) = \begin{cases} D' \exp\left(-\frac{p^2/2M + V(q)}{T}\right) & \text{pour } q < q_s = 1,8 \\ d(q = q_s) & \text{pour } q > q_s \end{cases}. \quad (5.28)$$

Nous discuterons du choix de la condition initiale dans le paragraphe suivant. Dans l'équation (5.28),  $D'$  est la constante de normalisation et le potentiel est

$$V(q) = \begin{cases} 37,46(q - 1)^2 & \text{pour } 0 < q < 1,27 \\ 8,0 - 18,73(q - 1,8)^2 & \text{pour } q > 1,27 \end{cases}. \quad (5.29)$$

Cette fois ci, la variable collective est une grandeur sans dimension fonction du moment quadrupolaire. Une comparaison entre les deux calculs supposés identiques,

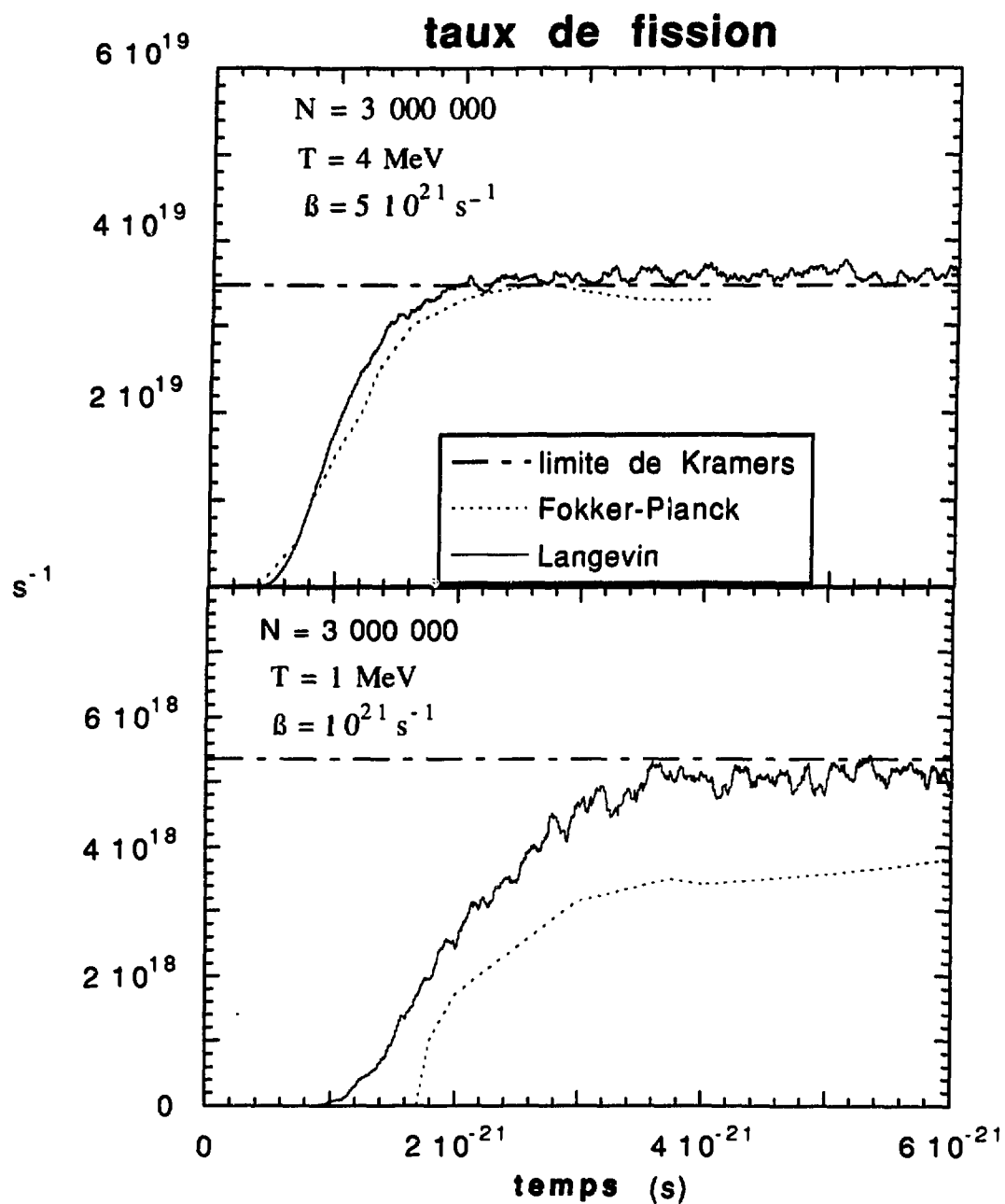


Figure 5.3: Comparaison entre les taux de fission calculés avec une équation de Langevin et une équation de Fokker-Planck .

Les calculs ont été effectués pour deux températures et deux frictions différentes. La limite de Kramers est aussi indiquée pour un noyau de masse 248.  $N$  est le nombre d'évènements,  $\beta$  le coefficient de friction et  $T$  la température.

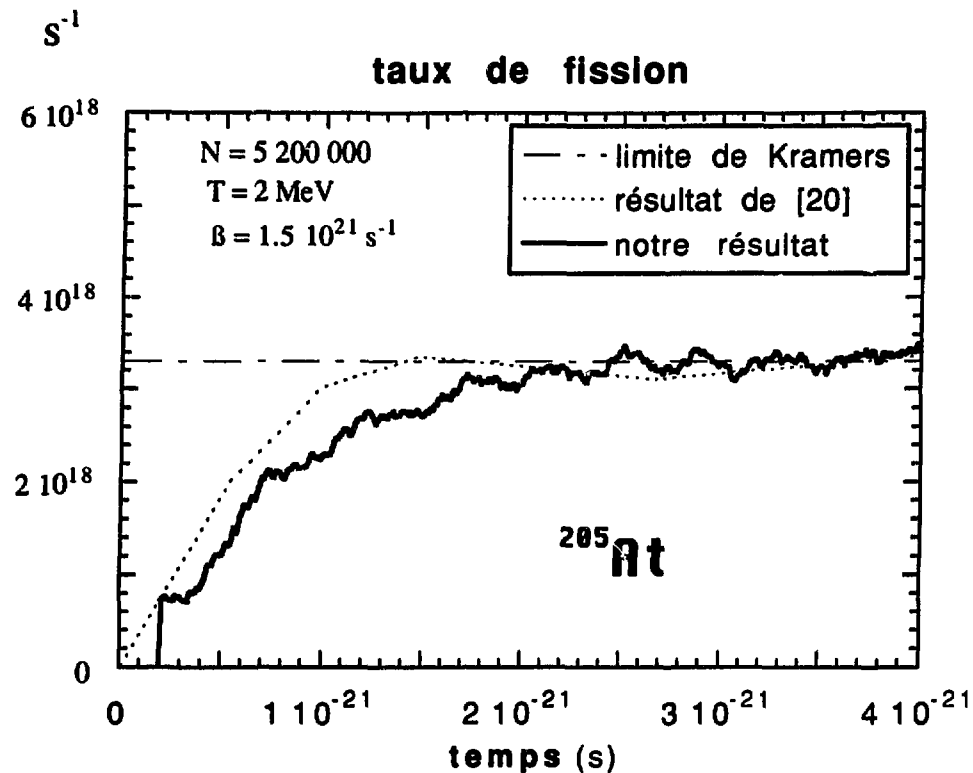


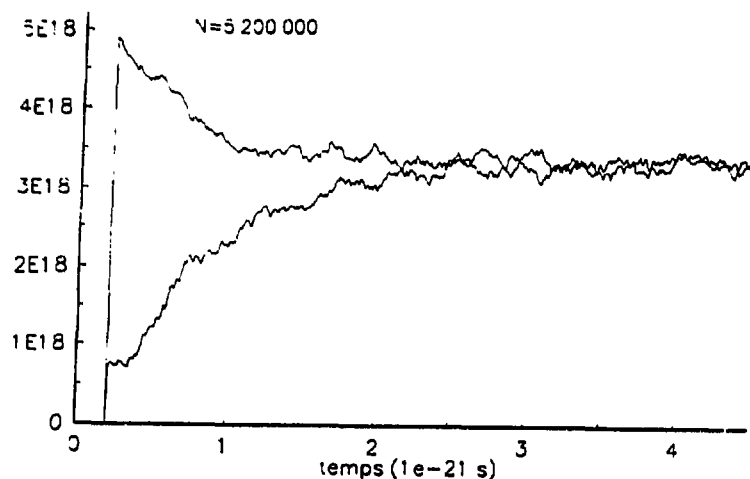
Figure 5.4: Taux de fission de  $^{205}\text{At}$  en fonction du temps.

Comparaison entre les résultats de la référence [20] et les nôtres. Les deux calculs ont été effectués avec une équation de Langevin et la limite de Kramers, calculée analytiquement est aussi indiquée.  $N$  est le nombre d'événements,  $\beta$  le coefficient de friction et  $T$  la température.

pour une température de  $2\text{MeV}$  et un coefficient de friction réduite de  $1,5 \cdot 10^{21}\text{s}^{-1}$ , est montrée sur la figure 5.4. Le faible désaccord dans les premiers pas de temps est sûrement dû à des problèmes de statistique. Après  $5 \cdot 10^{-21}$  secondes, seulement quelques noyaux ont fissionnés.

#### 5.4.4 Problèmes liés à la condition initiale

Les deux exemples précédents, figures 5.3 et 5.4, ont des régimes transitoires différents. Dans le premier cas il y a un temps mort avant que le taux de fission démarre, qui n'existe pas dans le deuxième cas. Ces différences sont dues aux conditions initiales différentes, équations (5.27,5.28) et montrent l'importance du choix de la condition initiale sur la durée du régime transitoire. Lors de la comparaison entre



**Figure 5.5: Taux de fission de  $^{205}\text{At}$  en fonction du temps. Influence de la condition initiale.**

*Influence de la condition initiale. Les deux calculs ont été effectués avec la condition initiale (5.28), en ne prenant que les points à gauche du point selle pour la courbe supérieure et la distribution complète pour la courbe inférieure. Les coefficients de l'équation de Langevin sont les mêmes que pour la figure précédente.*

les résultats des calculs et les données expérimentales, il faudra faire attention à ce paramètre. Avec pour condition initiale une gaussienne froide, il faut un certain temps pour que le système thermalise, ce temps se retrouve sur la figure 5.3 où le taux de fission est nul pour des temps petits. Ce temps mort disparaît avec une condition initiale chaude. Cependant, la distribution n'est plus confinée dans le puits de potentiel, cela a pour effet de créer un flux élevé dès les premiers pas de temps du calcul, qui n'a aucune signification physique et qui masque le vrai régime transitoire (figure 5.5, courbe du haut). Ce flux est donc compensé par un flux inverse dû aux conditions initiales tirées au delà du point selle, équation (5.28), et qui permet d'observer un régime transitoire avec une allure plus réaliste (figure 5.5, courbe du bas). C'est cette grande dépendance dans les conditions initiales qui rend un calcul analytique du régime transitoire difficile. La meilleure façon de s'affranchir de ces problèmes est de choisir la même condition initiale que celle choisie dans les calculs qui nous serviront d'éléments de comparaison [21], à savoir une distribution gaussienne froide.

## 5.5 Résultats

Maintenant que nous avons confiance dans l'aspect numérique de notre approche, nous allons appliquer l'équation de Langevin généralisée que nous avons obtenue, à l'étude de la fission du  $^{248}\text{Cf}$ . Ce noyau a la même masse et la même hauteur de barrière de fission que le noyau étudié dans la référence [21], ce qui va nous permettre de faire des comparaisons entre les taux de fission obtenus avec l'approche phénoménologique (repris partiellement dans le paragraphe 5.4.2) et les nôtres. Les résultats de ces calculs phénoménologiques ayant été confrontés aux données expérimentales, cela nous permet de faire une comparaison indirecte de nos résultats avec l'expérience.

### 5.5.1 Données du calcul

A cause des effets de mémoire dans l'équation de Langevin que nous utilisons, il faut prendre un plus petit pas de temps. A cause des oscillations, une trajectoire donnée va passer plusieurs fois au dessus du point selle, ce qui fait qu'il faut encore plus de statistique pour avoir des résultats suffisamment lisses. Pour les calculs, nous avons utilisé un code un peu plus performant, voir en appendice B. Malgré ces difficultés, il est plus simple de garder la forme de Langevin généralisée que de résoudre une équation de Fokker-Planck généralisée.

Il nous faut choisir une variable collective qui satisfasse la condition exprimée dans l'équation (2.40). Si on paramétrise la forme du noyau de la façon suivante,

$$R = R_0(1 + \alpha_2 P_2(\cos \theta)), \quad (5.30)$$

où  $P_2$  est le deuxième polynôme de Legendre,  $q = \alpha_2/2$  convient pour de petites déformations [61]. Nous supposons que cette relation reste valable jusqu'au point selle qui correspond à une faible déformation dans les noyaux lourds. La position du point selle peut être calculée à partir du modèle de la goutte liquide à l'aide de la variable  $\alpha_2$  [62], ce qui permet de construire un potentiel avec deux paraboles (figure 5.6). Il reste un paramètre libre, la largeur de la barrière. Nous avons arbitrairement choisi la même fréquence pour le puits et pour le sommet de la barrière. L'épaisseur de la barrière n'a pas une grande influence sur la limite stationnaire donnée par la relation de Kramers, équation (5.23). En effet, si on augmente  $\omega_b$ , cela diminue  $\omega_t$  et le produit des deux fréquences ne varie pas

beaucoup. On peut supposer que c'est aussi vrai pour le taux de fission instantané. Le potentiel utilisé est donc, en  $MeV$ ,

$$V(q) = \begin{cases} 135,5 q^2 & \text{pour } q < 0,122 \\ -135,5(q - 0,24)^2 + 4 & \text{pour } q > 0,122 \end{cases} \quad (5.31)$$

Il est indépendant de la température. Nous verrons plus tard comment cette dernière modifie la hauteur de la barrière. La force aléatoire est choisie gaussienne. Il ne reste plus qu'à calculer les coefficients entrant dans l'équation de Langevin. Pour cela, nous avons pris les valeurs microscopiques habituelles,  $\epsilon_F = 37 MeV$ , qui correspond à une densité,  $\rho_0 = 0,16 fm^{-3}$ . Pour la section efficace nous avons choisi le bon ordre de grandeur,  $\sigma = 5 fm^2$ . Cette valeur est plus grande que celle choisie dans les cas des résonances géantes, chapitre 3, mais c'est une valeur plus ou moins arbitraire que l'on peut imaginer modifier légèrement en fonction des résultats finaux. Dans le cas du  $^{248}Cf$ , on a finalement,

$$M(0) = 376,3 \hbar^2/MeV, \quad (5.32)$$

$$\tau = 4/T^2 \quad \text{en } \hbar/MeV, \quad (5.33)$$

$$\beta = 464,4/T^2 \quad \text{en } MeV/\hbar, \quad (5.34)$$

avec une température,  $T$ , donnée en  $MeV$ . La condition initiale est la même que dans la référence [21], mais avec le nouveau potentiel, équation (5.31). Initialement  $F$  est choisie égale à zéro, ce qui revient à dire que la distribution microscopique des impulsions est sphérique. Un tel choix est en accord avec une étude précédente des effets de mémoire [36].

La friction obtenue est très élevée, ce qui suggère un calcul dans un régime super-amorti. Dans ce cas,  $\dot{p} = 0$  et  $\ddot{p} = 0$ , l'équation de Langevin devient [48],

$$\dot{q} = -\frac{1}{M\beta} \frac{\partial V}{\partial q} + \sqrt{\frac{T}{M\beta}} w(t). \quad (5.35)$$

Plus concrètement, cela revient à ne garder que le terme de dérive dans les trajectoires individuelles (cf équation (5.18)), plus la force stochastique et oublier la partie oscillante. L'équation (5.35) est indépendante de la masse et est markovienne, ce qui rend les calculs beaucoup plus simples.

Pour que la comparaison entre nos calculs et ceux de la référence [21] soit correcte, il faut faire attention aux définitions de la température qui sont différentes



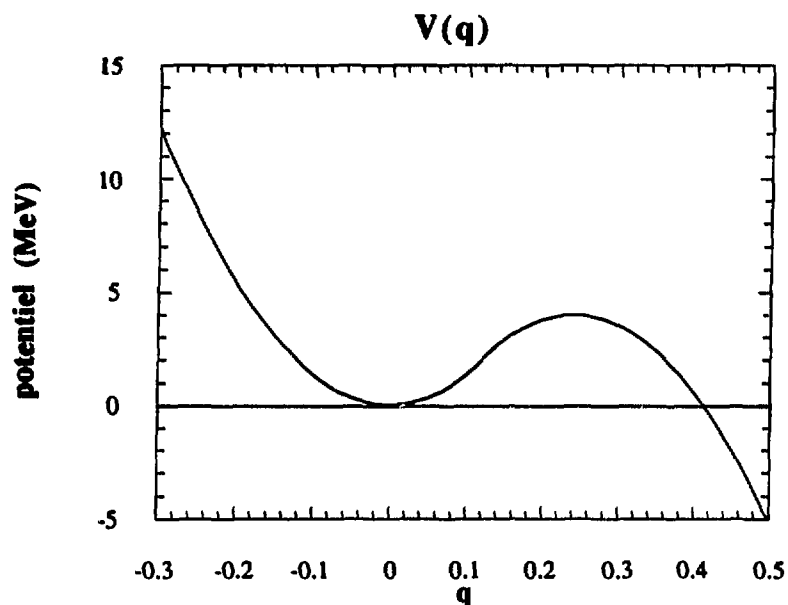


Figure 5.6: *Potentiel en fonction de la variable collective,  $q$ .*

dans les deux approches, or il faut comparer les taux de fission pour une même énergie d'excitation. Dans notre cas, la température est celle de la distribution de Fermi des nucléons dans le noyau, le paramètre de densité de niveaux vaut  $a = \pi^2 A / 4\epsilon_F$ , alors que les auteurs de la référence [21] ont choisi  $a = A/10$ , ordre de grandeur habituel en physique nucléaire. Pour une même énergie d'excitation, notre température sera, pour le noyau choisi, 1,22 fois plus grande que la leur. Les hauteurs de barrière ne sont pas exactement les mêmes non plus, 4 MeV dans un cas et 3,67 MeV dans l'autre. Cette différence est suffisamment faible pour ne pas avoir une grande influence sur les résultats finaux, comme nous le verrons dans la suite. Reste le problème du choix du coefficient de friction. Pour que les calculs de la référence [21] soient conformes aux données expérimentales, le coefficient de friction à sélectionner est  $\beta = 5 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1}$  [54].

### 5.5.2 Calculs avec un potentiel indépendant de la température

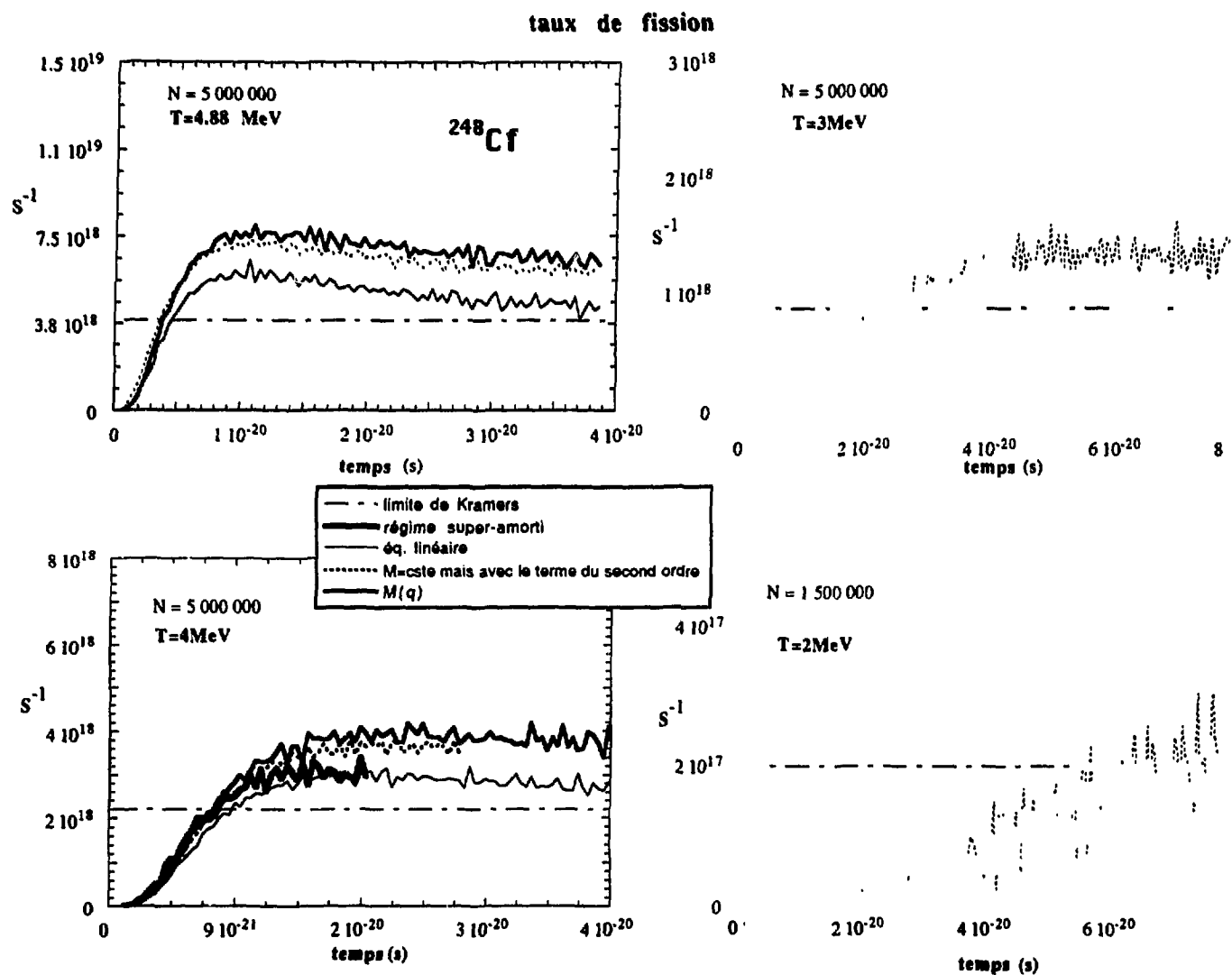


Figure 5.7: Taux de fission en fonction du temps pour le  $^{248}\text{Cf}$  à quatre températures différentes.

Les calculs ont été faits avec l'équation de Langevin généralisée complète, avec l'équation de Langevin généralisée sans terme du second ordre et avec l'équation de Langevin généralisée et une masse constante. Pour la température de  $4\text{ MeV}$ , un calcul dans l'approximation d'un régime super-amorti a aussi été effectué. La limite stationnaire a été calculée analytiquement dans le cas d'une équation de Langevin linéaire (voir le texte pour plus de détails).  $N$  est le nombre d'événements.

Nous avons fait toute une série de calculs avec quatre températures différentes et avec différents niveaux d'approximation dans l'équation de Langevin utilisée. Les résultats sont montrés figure 5.7.

Une première approximation possible est de négliger le terme non linéaire dans l'équation de Langevin,  $\frac{p^2}{2M^2} \frac{\partial M}{\partial q}$ , ce qui permet de tester le code. Dans tous les cas, les calculs faits avec une équation linéaire redonnent bien la limite stationnaire calculée analytiquement. Avec l'équation de Langevin complète, c'est à dire avec une masse dépendant de la variable collective, cette limite est légèrement supérieure. Ceci est dû au terme du second ordre qui est toujours positif et qui a tendance à pousser les noyaux vers la fission. En effet, si on fait le calcul du taux de fission avec une masse constante, mais en incluant artificiellement le terme du second ordre,  $\frac{\partial M}{\partial q} = \left. \frac{\partial M}{\partial q} \right|_{q=0}$  dans l'équation de Langevin, on retrouve exactement la limite obtenue avec l'équation de Langevin complète, c'est à dire avec une masse non constante. Ceci est en accord avec l'observation faite lors de l'étude des trajectoires individuelles (§5.3.1), où nous avons vu que dans la solution analytique de l'équation linéaire (équation (5.18)), le terme de dérive est indépendant de la masse. Bien que le terme du second ordre soit petit, son effet n'est pas négligeable, il augmente de 40% environ le taux de fission stationnaire.

Le calcul fait à  $T = 4,88 \text{ MeV}$  peut donc être comparé à celui fait à  $T = 4 \text{ MeV}$  dans la référence [21]. Dans notre cas, le coefficient de friction réduite vaut,  $\beta = 0,1 \text{ c/fm} = 30 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1}$ , ce qui est environ 6 fois plus grand que dans le cas phénoménologique. Parce que les équations ne sont pas identiques, les effets de ces paramètres ne sont pas les mêmes, mais la différence est suffisamment significative pour que notre taux de fission stationnaire soit 5 fois plus faible que le leur et la durée du régime transitoire 5 fois plus longue. Il est à noter aussi que le temps de relaxation est suffisamment petit,  $\tau = 33 \text{ fm/c} = 1,1 \cdot 10^{-22} \text{ s}$ , pour que l'on puisse négliger les effets de mémoire.

Pour  $T = 4 \text{ MeV}$ , nous avons aussi fait le calcul dans l'approximation d'un régime super-amorti. Le résultat est très proche de celui obtenu avec l'équation de Langevin linéaire. Bien que les effets de mémoire affectent beaucoup les trajectoires individuelles, ils ont peu d'effets sur le taux de fission final. Les régimes stationnaires sont identiques, seul le régime transitoire est légèrement inférieur. Analytiquement, le terme correctif dans l'équation (5.23) est très petit, il n'y a qu'une différence relative de  $10^{-3}$  entre la friction  $\beta$  et la friction effective,  $\beta - \tau\omega^2/2\pi$ .

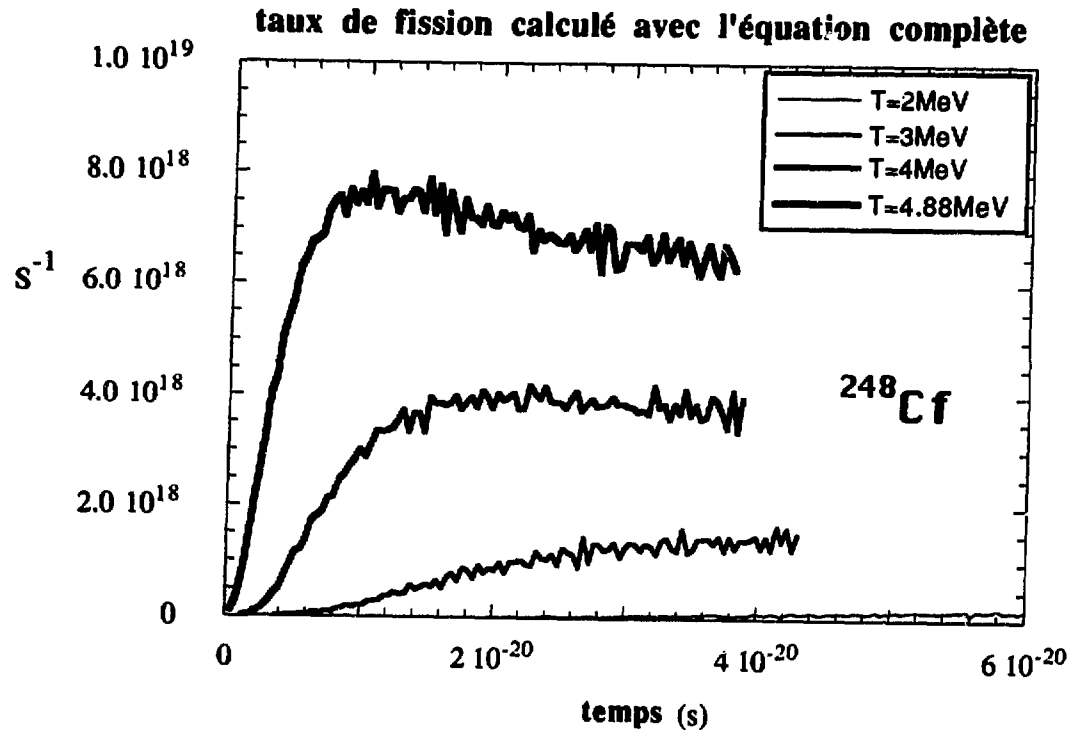


Figure 5.8: Taux de fission en fonction du temps à différentes températures. Les calculs ont été faits avec l'équation de Langevin généralisée complète.

Pour  $T = 3 \text{ MeV}$ , le coefficient de friction réduite vaut  $\beta = 0,27 \text{ c/fm} = 77 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1}$ , c'est à dire environ 15 fois plus grand que celui utilisé dans l'approche phénoménologique. Pour avoir un élément de comparaison, nous avons fait un calcul avec une équation de Langevin phénoménologique à  $T = 2,46 \text{ MeV}$  et avec  $\beta = 5 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1}$  [63], ce qui correspond à la même énergie d'excitation. Maintenant, le taux de fission stationnaire est environ 10 fois plus faible et la durée du régime transitoire, 10 fois plus longue.

Des résultats similaires à  $T = 2 \text{ MeV}$  sont aussi montrés, mais pour de si faibles énergies d'excitation, le nombre de noyaux qui fissionnent est extrêmement faible et il est donc très difficile d'avoir une statistique suffisante pour obtenir des courbes lisses. On peut néanmoins se faire une idée des caractéristiques du taux de fission. Cette fois-ci ce taux est encore plus faible que dans le cas phénoménologique. Pour de telles énergies, la durée du régime transitoire est si grande que le phénomène de fission devient très rare.

Un résumé des calculs fait avec l'équation de Langevin complète est présenté sur la figure 5.8. A haute température, les résultats ne sont pas trop éloignés de

ceux de la référence [21], plus on descend, plus le désaccord devient flagrant. Ceci est dû au fait que le coefficient de friction diminue avec la température, l'évolution est donc plus rapide. L'évolution de ce paramètre,  $\beta \propto 1/T^2$ , est connue depuis longtemps pour les liquides de Fermi [64] et est en accord, au premier ordre et dans la gamme de température où nous travaillons, avec des calculs de viscosité faits à partir de l'équation de Boltzmann dans le cas nucléaire [65]. L'influence du terme non linéaire a aussi tendance à diminuer avec la température.

### 5.5.3 Calculs avec un potentiel dépendant de la température

Les taux de fission calculés précédemment ne sont pas très réalistes, ils sont beaucoup trop faibles pour pouvoir reproduire les données expérimentales. Nous allons donc tenter d'améliorer le modèle en considérant que la barrière de potentiel dépend de la température. Une autre amélioration possible est de tenir compte des effets du moment angulaire, nous ne le ferons pas ici. Il est bien connu qu'au dessus de 4 MeV, pour les noyaux lourds, il n'y a plus de barrière de fission. Le processus devient un processus de diffusion libre.

Pour déterminer la hauteur de la barrière, nous avons simplement choisi une évolution cubique [66]

$$V_b(T) = \frac{V_b(0)}{(1 - x(0))^3} (1 - x(T))^3, \quad (5.36)$$

où  $x(T)$  est paramètre de fissibilité dépendant de la température,

$$x(T) = x(0)(1 + 7,1 \cdot 10^{-3} T^2), \quad (5.37)$$

et  $x(0)$  est le paramètre de fissibilité habituel [61]. La relation (5.36) n'est valable que pour des températures inférieures à 5 MeV environ et a été obtenue en faisant un développement de type modèle de la goutte liquide de l'énergie libre d'un noyau chaud. La dépendance en température est obtenue à partir d'un modèle de type Thomas-Fermi étendu. Pour le potentiel, la même méthode que précédemment a été utilisée, avec les mêmes choix arbitraires.

Les mêmes calculs que précédemment, avec l'équation de Langevin complète, ont été faits, avec ce nouveau potentiel et les résultats sont rassemblés dans la figure 5.9. Comme prévu, les taux de fission sont tous supérieurs et les durées

## taux de fission avec un potentiel dépendant de la température

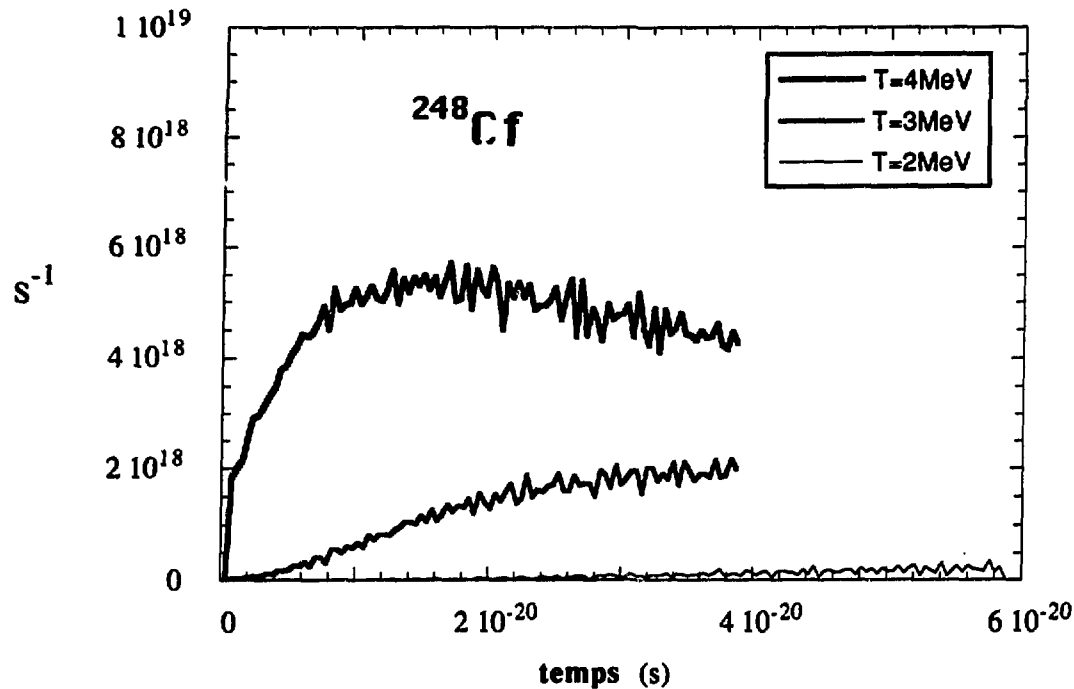


Figure 5.9: Taux de fission en fonction du temps à différentes températures. Les calculs ont été faits avec l'équation de Langevin généralisée complète et un potentiel dépendant de la température.

des régimes transitoires diminuent drastiquement. Quand on augmente la température, la barrière diminue et la condition initiale devient de plus en plus large. Pour des températures supérieures à 4 MeV environ, il n'y a plus de barrière et la condition initiale choisie (équation (5.27)), n'a plus de sens. Pour  $T = 3 \text{ MeV}$ , le taux de fission stationnaire est toujours 8 fois plus petit que celui de l'approche phénoménologique, ce qui tend à confirmer le calcul fait dans l'approximation d'un régime super-amorti: c'est la friction qui domine tout le processus.

### 5.5.4 Résumé

La figure 5.10 reprend tous les taux de fission stationnaires et toutes les durées de régimes transitoires dans les deux approches, phénoménologique et dérivée de l'équation de Boltzmann-Langevin. Nous avons défini comme régime transitoire le temps nécessaire pour atteindre 90% ou 110% du régime stationnaire, selon le type de convergence. Pour extraire la durée du régime transitoire, nous avons plutôt utilisé l'évolution de la probabilité que le noyau soit entier, qui est beaucoup plus lisse que le taux de fission. Cependant, la précision obtenue n'est pas très bonne,

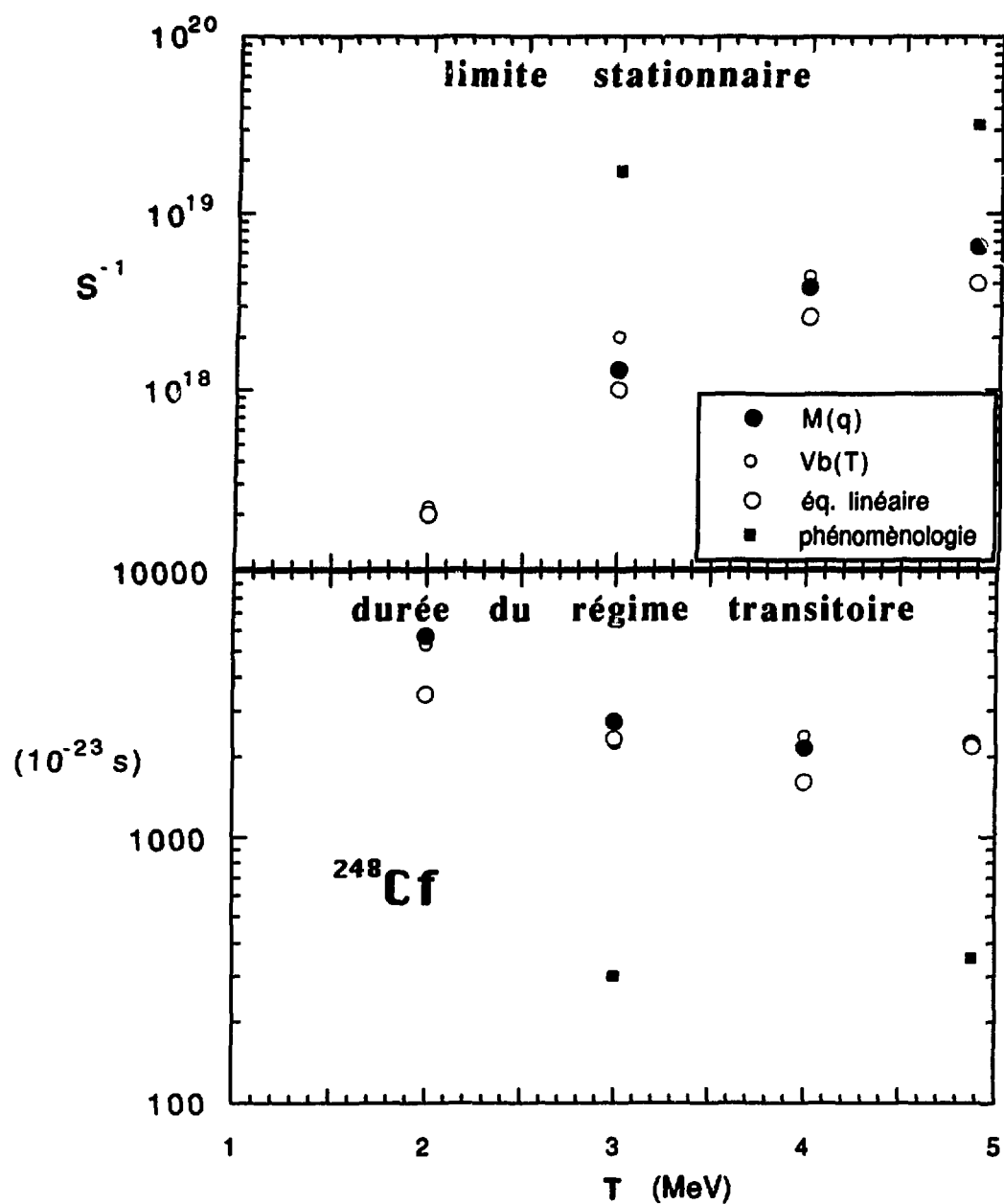


Figure 5.10: Taux de fission stationnaires et durées des régimes transitoires pour toutes les approches développées dans le présent chapitre.

Pour l'approche phénoménologique la température a été corrigée (voir texte) et le coefficient de friction réduite vaut  $\beta = 5 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1}$ .

on ne peut qu'en déduire des comportements généraux et cela justifie l'emploi d'une courbe semi-log. L'amélioration sur la barrière de potentiel ne change pas énormément les résultats qui restent toujours très différents de ceux inspirés de l'expérience.

## 5.6 Conclusion

Nous avons utilisé une équation de Langevin obtenue à partir d'un modèle microscopique pour refaire des calculs de taux de fission faits précédemment avec une équation phénoménologique. Nos résultats sont quantitativement assez éloignés des précédents, qui eux, dépendent de valeurs expérimentales. Le désaccord est d'autant plus important que la température diminue. En fait, à basse température notre modèle ne s'applique plus, car l'approximation diabatique et le flux de vitesse irrotationnel ne sont plus justifiés. Il est en effet bien connu, qu'à basse énergie la masse dite de *cranking* et un potentiel adiabatique sont plus appropriés. De plus, les effets quantiques, comme l'effet tunnel [67], ne peuvent plus être négligés. Mais même à haute énergie, notre taux de fission est environ 5 fois plus faible que celui de la référence [21]. Nous avons vu que la friction que nous avons obtenue est beaucoup plus élevée que celle utilisée dans la référence [21] et c'est ce qui explique le désaccord. De nouvelles expériences ont été effectuées récemment et semblent indiquer, si on utilise l'approche phénoménologique, que le coefficient de friction est plus grand que celui de la référence [54], mais n'atteint pas les valeurs que nous avons obtenues [57]. Cette friction a été évaluée par de nombreuses méthodes théoriques et le spectre des résultats obtenus est très large [51]. Nous avons obtenu une valeur qui se situe parmi les valeurs les plus élevées. Cependant d'autres calculs très récents ont été faits avec une autre méthode [68] et les auteurs arrivent à la même conclusion que nous, le noyau serait plus visqueux que ce que l'on pensait. Nous allons tenter de comprendre ce qui, dans notre modèle, ne va pas, pour tenter de l'améliorer.

Il est plus sophistiqué que ceux utilisés précédemment, mais ces *plus* n'ont pas une grande influence. Nous avons mis en évidence des effets de mémoire, mais ils n'influent pas beaucoup sur le taux de fission. Nous avons aussi une masse qui dépend de la variable collective, mais cela n'augmente que de 40% environ le taux de fission stationnaire, c'est insuffisant. Quelles sont donc les améliorations



possibles? Le potentiel que nous avons utilisé a une forme très simple, mais la figure 5.10 montre que la hauteur de la barrière n'influence pas beaucoup les résultats finaux. On pourrait penser que la réduction sur une seule variable collective est trop restrictive. Des calculs ont été faits avec deux dimensions, mais le taux de fission n'est que de 15% supérieur à celui calculé à une dimension [58].

Examinons donc de plus près la dérivation. Les effets de mémoire dans le terme de collision de l'équation de Boltzmann-Langevin, étudiés dans le chapitre précédent, diminuent d'un facteur deux environ le taux de relaxation microscopique,  $\tau$ , et donc le coefficient de friction. Évidemment, si on garde ces effets de mémoire, on ne peut plus garder la même équation de Langevin, il faut recommencer toute la dérivation, ce qui est loin d'être simple car le nouveau  $\tau$  dépend de la fréquence. Les trajectoires individuelles ont essentiellement deux composantes, à deux fréquences différentes, une fréquence nulle et la fréquence de la résonance géante quadrupolaire. Le fait que le calcul dans le régime super-amorti donne la même chose que le calcul linéaire tend à montrer que seule la composante de fréquence nulle est importante et donc les effets de mémoire dans le terme de collision n'auront aucun effet. Cela mériterait d'être vérifié.

A cause de la réduction qui a été faite, où l'équation de Boltzmann-Langevin est projetée sur une seule variable, seule la friction à *deux*-corps, venant du terme de collisions, est conservée. La friction à *un*-corps, résultant du couplage avec des modes de surface est perdue. Un autre mode de dérivation serait donc nécessaire, l'approximation adiabatique et le flux de vitesse irrotationnel n'étant peut-être pas justifiés dans ce cas là. Des calculs récents avec une friction à *un*-corps phénoménologique reproduisent bien les multiplicités de neutrons observées et ne sont pas trop loin des distributions expérimentales en énergie cinétique, ce qui n'est pas le cas avec une friction à *deux*-corps [69]. Un important progrès consisterait à dériver microscopiquement une équation de Langevin tenant compte de la friction à *un*-corps. Ce problème reste ouvert.

Nous avons établi un premier lien entre un modèle microscopique et un phénomène macroscopique qui nous a permis de bien avancer dans la compréhension de la fission induite. Les résultats obtenus sont prometteurs, même si de nombreuses améliorations peuvent être apportées.

## Chapitre 6

101/102

# Temps d'évolution des instabilités

## 6.1 Introduction

Pour des collisions nucléaires à des énergies suffisamment élevées, typiquement plusieurs dizaines de MeV par nucléon, le noyau composite formé pénètre dans la zone spinodale de l'équation d'état et se divise en de nombreux fragments. Cette zone est mécaniquement instable, c'est à dire que la compressibilité  $y$  est négative, et correspond à des densités faibles (cf figure 6.1). Une perturbation de la densité a tendance à s'amplifier dans cette région et grossir jusqu'à devenir de l'ordre de grandeur de la densité elle-même. Pour que ce processus dit de multifragmentation puisse avoir lieu, il faut que le noyau reste un certain temps dans la région spinodale, le temps nécessaire aux instabilités pour se développer. C'est ce temps que nous nous proposons d'évaluer. Il s'agit là d'un scénario possible, ce n'est pas forcément le seul. L'équation de Langevin que nous avons obtenue au chapitre 2 a été calculée pour un fluide incompressible et ne convient pas à cette évaluation. Il faut refaire le calcul pour un fluide compressible, ce qui n'est pas très compliqué, cela revient à ajouter une force supplémentaire liée à la compressibilité de la matière nucléaire, comme nous le verrons au §6.4.1. Cela devient plus difficile quand on veut appliquer la nouvelle équation aux modes compressibles car les potentiels de vitesse associés ont une partie radiale qui s'exprime en fonction des fonctions de Bessel, ce qui rend le calcul des coefficients entrant dans l'équation de Langevin beaucoup plus compliqué. Dans ce chapitre nous nous proposons d'étudier dans un premier temps des modes surfaciques incompressibles, en continuité avec le chapitre sur la fission et d'appliquer donc directement la même équation de

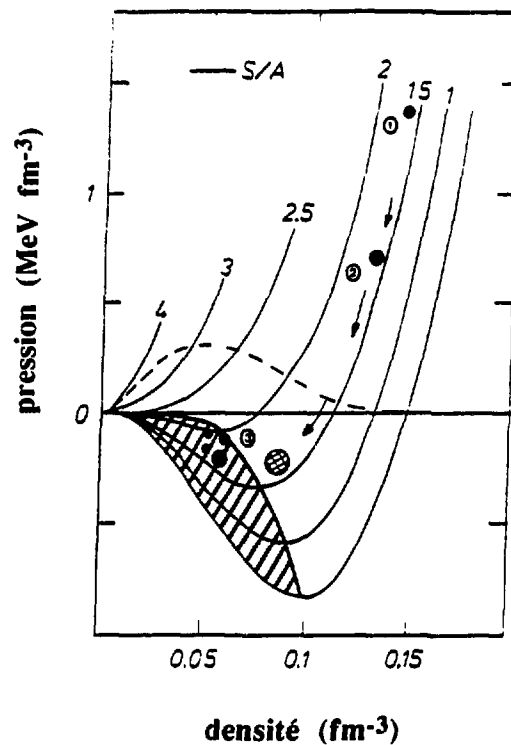


Figure 6.1: *Equation d'état schématique de la matière nucléaire.*  
 (Figure tirée de [70])

Langevin. On peut se demander si de tels modes ne sont pas aussi susceptibles de devenir instables à haute énergie. Si oui, nous nous proposons de calculer le temps mis par ces instabilités pour se développer. Pour cela, nous allons considérer un mode particulier et calculer le temps nécessaire pour que les fluctuations autour de l'évolution moyenne deviennent aussi importantes que cette moyenne. Puis nous nous proposons d'étendre l'étude aux modes volumiques en généralisant l'équation de Langevin pour des fluides incompressibles.

Ce mécanisme proposé pour expliquer la multifragmentation n'est pas le seul, une autre explication plausible repose sur une succession de fissions binaires qui aboutirait à la formation des fragments [71]. Le débat entre les deux approches n'est pas tranché, mais nous allons nous placer dans le premier cas. Nous allons décomposer les variations de densité sur les harmoniques sphériques et nous n'allons considérer que les premiers modes. L'idée est d'utiliser l'équation de Langevin que nous avons obtenue au chapitre 2 pour étudier la dynamique de ces modes. Le taux de croissance de ces instabilités a été évalué dans la référence [72] pour des modes volumiques. Les auteurs ont étudié le taux de croissance dans

deux régimes limites, la limite hydrodynamique et la limite d'une régime sans collision. Notre modèle est plus général car la section efficace nucléon-nucléon peut être considérée comme un paramètre qui va nous permettre d'explorer tout le domaine intermédiaire entre ces deux régimes limites. De plus, on peut raisonnablement supposer que les effets de mémoire, qui n'ont pas une grande influence sur des phénomènes lents comme la fission, peuvent jouer un rôle important pour ce cas d'évolution très rapide.

L'équation de Langevin que nous utilisons est isotherme, or, il semblerait que l'excursion dans la zone spinodale soit isentropique [72]. Ce n'est pas grave car le modèle très simple que nous nous proposons d'étudier est statique. En effet, nous allons partir d'un point instable de l'espace des phases  $(\rho, T)$  et supposer que la densité n'évolue pas. Le but est de calculer le temps qu'il faut, dans cette situation, pour que les instabilités liées à un mode donné se développent.

## 6.2 Etude d'un cas particulier: évolution du mode quadrupolaire surfacique

Comme dans les chapitres précédents, c'est le mode quadrupolaire que nous allons étudier car c'est lui qui a le nombre d'onde le plus petit [72]. On peut intuitivement comprendre que pour une collision centrale entre deux noyaux identiques, c'est ce mode qui sera excité en premier. Il correspond à une cassure en un petit nombre de fragments. C'est le mode quadrupolaire surfacique qui a été utilisé dans le chapitre sur la fission et c'est lui que nous allons reprendre dans un premier temps afin de tester la faisabilité du problème. Cela va nous permettre de partir d'exactement les mêmes équations. Nous ferons ensuite une étude plus systématique. Dans un premier temps il nous faut définir une observable à étudier.

### 6.2.1 Critère sur le temps de croissance des instabilités

Le calcul que nous nous proposons de faire est de calculer le temps nécessaire pour que les fluctuations aient le même ordre de grandeur que la valeur moyenne. Pour cela nous allons calculer la valeur moyenne de la variable collective,  $\langle q(t) \rangle$ , sur un grand nombre de trajectoires, ainsi que la variance,

$$\sigma(t) = \sqrt{\langle q^2(t) \rangle - \langle q(t) \rangle^2}. \quad (6.1)$$

Cependant, sans le petit terme du second ordre dans l'équation de Langevin, le problème est entièrement symétrique et donc  $\langle q(t) \rangle = 0$ . Le terme non-linéaire ne suffit pas pour écarter de manière significative  $\langle q(t) \rangle$  de zéro, comparée à la variance, la valeur moyenne est toujours petite. En se rappelant que la forme du noyau peut être paramétrisée de la manière suivante pour le mode quadrupolaire surfacique,

$$R = R_0(1 + 2qP_2(\cos \theta)), \quad (6.2)$$

on peut choisir comme critère que les fluctuations sur le rayon du noyau,  $R$ , peuvent atteindre sa valeur moyenne,  $R_0$ , ce qui se traduit pour la variable collective,  $q(t)$ ,  $\sigma \sim 1/2$ , en admettant que  $\langle q(t) \rangle = 0$ . Ce critère n'est qu'approximatif car la relation  $q = \alpha_2/2$  n'est valable que pour de petites déformations et il ne permet donc que d'extraire un ordre de grandeur du temps de croissance. Un critère similaire peut aisément être défini pour les autres modes surfaciques.

### 6.2.2 Ingrédients du calcul

Pour l'évolution quadrupolaire surfacique, les équations du mouvement pour la variable collective sont exactement les mêmes que dans le cas de la fission, équations (5.12,5.13,5.14), seuls les coefficients vont changer car le contexte est différent. En effet la densité initiale est très différente de la densité de saturation,  $\rho_s$ , et le potentiel est instable. Les observables que nous allons étudier sont la valeur moyenne de la distribution des trajectoires,  $\langle q(t) \rangle$ , et sa variance. Contrairement au cas de la fission où l'on étudiait une dérivée, une faible statistique est suffisante pour avoir des résultats lisses, typiquement 5000 événements.

Pour les calculs présentés plus loin, nous avons repris le même noyau que pour la fission, à savoir le  $^{248}\text{Cf}$ . Nous avons fait le calcul pour une densité différente de celle de saturation, les coefficients de l'équation de Langevin dépendant de la densité de la manière suivante:

$$M(q) \rightarrow \eta^{2/3}M(q) \quad (6.3)$$

$$\tau \rightarrow \tau \quad (6.4)$$

$$\beta \rightarrow \frac{\beta}{\eta^{4/3}} \quad (6.5)$$

$$\sqrt{M\beta T} \rightarrow \frac{\sqrt{M\beta T}}{\eta^{2/3}} \quad (6.6)$$

si on change  $\rho$  en  $\rho/\eta$ . L'équation d'état tracée figure 6.1 est celle de la matière nucléaire infinie, elle ne prend pas en compte l'interaction coulombienne et les effets de surface, elle ne convient donc pas pour calculer pour étudier l'évolution d'un mode surfacique. Nous allons simplement prendre comme potentiel une parabole centrée en  $q = 0$ . Le problème, maintenant, est d'estimer la fréquence de cette parabole, ou la raideur du potentiel, en utilisant une force de type Skyrme, par exemple, ou en utilisant un potentiel obtenu à l'aide du modèle de la goutte liquide; cela fait l'objet du paragraphe suivant. Nous allons, dans un premier temps, considérer le potentiel comme un paramètre afin de tester son influence. A la force due au potentiel vient s'ajouter la force dynamique due à la déformation de la sphère de Fermi, qui est aussi une force harmonique dont la fréquence servira de point de repère.

Nous avons tous les coefficients de l'équation de Langevin à résoudre. Pour la condition initiale, nous allons simplement prendre,  $q_0 = 0, p_0 = 0$  et  $F_0 = 0$ . Pour les calculs numériques nous avons arbitrairement choisi une densité  $\rho = \rho_s/3$  et une température  $T = 5 \text{ MeV}$ , ce qui correspond à un point en plein dans la zone spinodale. Pour le  $^{248}\text{Cf}$ , cela donne une fréquence de la résonance quadrupolaire,  $\Omega = 5,182 \text{ MeV}/h$ . Nous avons fait trois calculs numériques, avec trois fréquences différentes. Les résultats sont montrés sur la figure 6.2. Avec une fréquence de  $1 \text{ MeV}$ , les fluctuations demeurent petites sur un temps très long. Avec une fréquence égale à la fréquence de la résonance,  $\Omega = 5,18 \text{ MeV}/h$ , c'est à dire avec un potentiel effectif plat les instabilités commencent à se développer. Si on multiplie par deux environ la fréquence, les instabilités se développent à peu près deux fois plus vite.

L'équation de Langevin que nous avons obtenue au chapitre 2 se prête donc bien à l'étude des instabilités. Cependant, pour obtenir des valeurs réalistes pour les temps de développement des instabilités, il faut calculer le potentiel pour les modes surfaciques car il s'agit du paramètre clé. C'est lui qui va déterminer si les modes sont instables ou non.

### 6.3 Instabilités surfaciques

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent pour le mode quadrupolaire, tous les coefficients de l'équation de Langevin sont bien déterminés, la difficulté

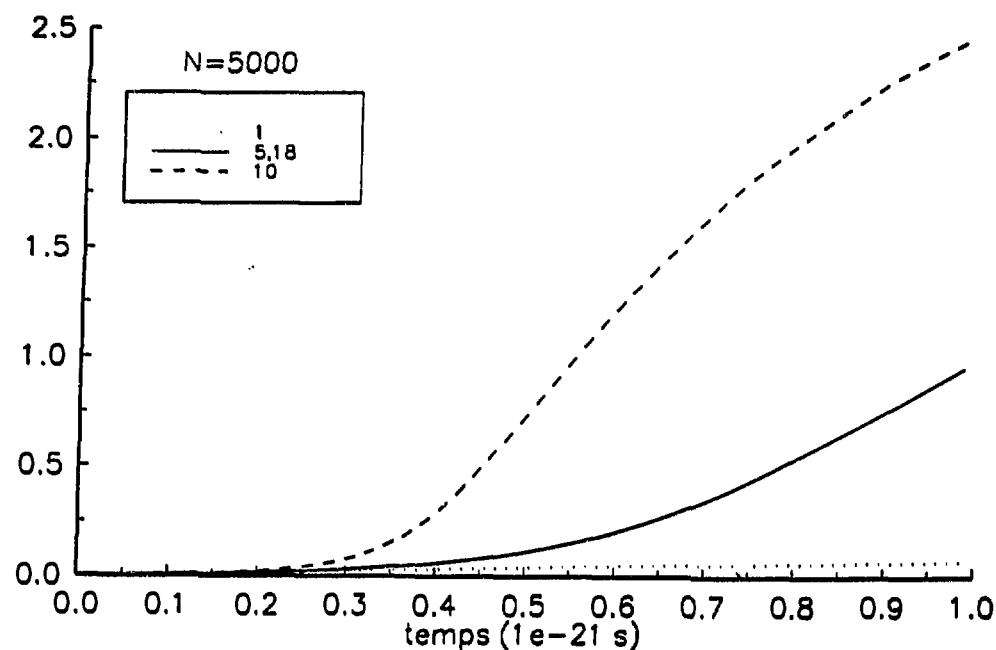


Figure 6.2: Evolution de la variance en fonction du temps pour différentes valeurs de la fréquence du potentiel.

Les fréquences sont exprimées en  $\text{McV}/h$ .  $N$  est le nombre d'évènements. Les calculs ont été fait pour une température  $T = 3\text{McV}$  et pour une densité  $\rho = \rho_s/3$ .

étant de calculer le potentiel. Nous allons donc évaluer ce potentiel pour un mode quelconque à l'aide d'un modèle de type goutte liquide.

Si on paramétrise le rayon du noyau suivant les harmoniques sphériques,

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left( 1 + \alpha_{00} + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \alpha_{lm}^* Y_l^m(\theta, \phi) \right), \quad (6.7)$$

l'énergie de surface et de l'énergie de Coulomb s'écrivent à température nulle [37],

$$E_s(\alpha) = E_s(0) + \frac{1}{2} \sum_{lm} (l-1)(l+2) R_0^2 \sigma |\alpha_{lm}|^2, \quad (6.8)$$

$$E_c(\alpha) = E_c(0) - \frac{1}{2} \sum_{lm} \frac{3(l-1)(Ze)^2}{2\pi(2l+1)R_0} |\alpha_{lm}|^2. \quad (6.9)$$

où  $\sigma = 1,03 \text{ McV}/\text{fm}^2$ . Le rayon dépend du noyau étudié et de la densité,  $R_0 = \eta^{1/3} r_0 A^{1/3}$  avec  $r_0 = 1,2 \text{ fm}$ . Comme dans le cas de la barrière de potentiel pour la fission, on peut prendre en compte la dépendance en température des énergies [66]. Pour l'énergie de surface, la tension devient,

$$\sigma(T) = \sigma(0)(1 - x_s T^2) = \sigma(0) \left( 1 - \left( \frac{T}{T_s} \right)^2 \right), \quad (6.10)$$



avec  $x_s = 5,53 \cdot 10^{-3} \text{ MeV}^{-2}$  ou  $T_s = 13,4 \text{ MeV}$ . Pour l'énergie de Coulomb il faut remplacer le rayon  $R_0$  par,

$$R_0(T) = \eta^{1/3} r_0 A^{1/3} (1 + x_c T^2) = \eta^{1/3} r_0 A^{1/3} \left( 1 + \left( \frac{T}{T_C} \right)^2 \right), \quad (6.11)$$

avec  $x_c = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ MeV}^{-2}$  ou  $T_C = 37 \text{ MeV}$ . Finalement, pour un mode  $(l, m)$  donné, le potentiel s'écrit,

$$V(\alpha_{lm}) = \frac{l-1}{2} \left[ (l+2) r_0^2 (\eta A)^{2/3} \sigma (1 - x_s T^2) - \frac{3 (Ze)^2}{2\pi} \frac{1}{2l+1} \frac{1}{r_0 (A\eta)^{1/3} (1 + x_c T^2)} \right] |\alpha_{lm}|^2, \quad (6.12)$$

où tous les paramètres sont connus.

Afin de pouvoir continuer l'étude de l'exemple du paragraphe précédent, faisons une application numérique pour le mode quadrupolaire et le  $^{248}_{98}\text{Cf}$ ,

$$V(\alpha_{20}) = \frac{1}{2} \left[ 234,2 \eta^{2/3} \left( 1 - \left( \frac{T}{13,4} \right)^2 \right) - \frac{174,9}{\eta^{1/3} \left( 1 + \left( \frac{T}{37} \right)^2 \right)} \right] \alpha_{20}^2, \quad (6.13)$$

où les valeurs du potentiel et de la température sont données en  $\text{MeV}$ . A la densité de saturation,  $\eta = 1$ , il faut une température supérieure à  $9 \text{ MeV}$  pour que la courbure du potentiel devienne négative. A température nulle, il faut une densité supérieure à  $1,34\rho_s$ . Pour tester la stabilité du mode il faut comparer la fréquence de la résonance à la fréquence du potentiel. Cette dernière dépendant de la masse collective, il faut exprimer le potentiel en fonction de la variable collective  $q$  définie à partir du champ de vitesse, équation (2.40). Pour un mode quelconque, les conditions aux limites donnent pour de petits mouvements [37],

$$\mathbf{u} = \dot{\alpha}_{lm} \frac{R_0^{2-l}}{l} \nabla(r^l Y_l^m(\theta, \phi)), \quad (6.14)$$

d'où l'on a,

$$\dot{q}_l = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \frac{R_0^{2-l}}{l} \dot{\alpha}_{l0}, \quad (6.15)$$

avec pour définition des  $q_l$ ,

$$\mathbf{u} = \dot{q}_l \nabla(r^l P_l(\cos \theta)). \quad (6.16)$$

Donc, pour le mode quadrupolaire, la fréquence du potentiel s'écrit,

$$\omega_0^2 = \left[ 6,5 \left( 1 - \left( \frac{T}{13,4} \right)^2 \right) - \frac{4,7}{\eta \left( 1 + \left( \frac{T}{37} \right)^2 \right)} \right] \quad (6.17)$$

qui est à comparer à la fréquence de la résonance qui dépend très peu de la température [73],

$$\Omega^2 = \frac{161}{\eta^{4/3}}. \quad (6.18)$$

Les deux fréquences sont données en  $h/McV$ . La somme  $\Omega^2 + \omega_0^2$  étant toujours positive, le mode quadrupolaire surfacique est toujours stable. Pour ce qui est des autres modes, le potentiel est d'autant plus stabilisant que la polarité est élevée, donc si le milieu est stable pour le mode quadrupolaire, il l'est a fortiori pour tous modes. Les modes surfaciques sont donc toujours stables, nous allons donc nous intéresser aux modes volumiques.

## 6.4 Instabilités volumiques

Pour obtenir l'équation de Langevin du chapitre 2, nous avons supposé dans le calcul de la force dynamique que le champ de vitesse étudié était incompressible. Avant d'appliquer l'équation de Langevin aux modes volumiques il faut reprendre le calcul de la force dynamique pour un fluide compressible.

### 6.4.1 Calcul de la force dynamique pour un fluide compressible

La force dynamique, équation (2.45), se décompose en deux parties,

$$F(t) = C(t) + Q(t) \quad (6.19)$$

où  $C(t)$ ,

$$C(t) = \frac{1}{3m} \int g \frac{d^3r d^3p}{(2\pi\hbar)^3} (\Delta\mathcal{O})(\mathbf{p} - m\mathbf{u})^2 \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (6.20)$$

est la force due à la compression et  $Q(t)$ ,

$$Q(t) = \int g \frac{d^3r d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \partial_i \partial_j \phi \tilde{Q}_{ij} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (6.21)$$

est la force due à la distorsion. Dans l'équation (6.21),

$$\tilde{Q}_{ij} = Q_{ij} - \frac{1}{3m} \delta_{ij} (\mathbf{p} - m\mathbf{u})^2. \quad (6.22)$$

Le calcul de  $C(t)$  est immédiat,

$$C(t) = \frac{2}{3} \int d^3r \Delta \phi \epsilon \rho_0(\mathbf{r}, q), \quad (6.23)$$

où  $\epsilon$  est l'énergie cinétique par particule. Celui de  $Q(t)$  est similaire à celui fait pour  $F(t)$  dans le cas d'un fluide compressible. Il faut linéariser l'équation de Boltzmann-Langevin pour pouvoir trouver une solution. On obtient,

$$\frac{dQ(t)}{dt} + \tilde{\Gamma}q = -\frac{Q(t)}{\tau} + \delta K, \quad (6.24)$$

avec

$$\tilde{\Gamma} = \frac{4A}{5} \langle \epsilon_F [\partial_i \partial_j \phi \partial_i \partial_i \phi - \frac{1}{3} (\Delta \phi)^2] \rangle. \quad (6.25)$$

Pour un fluide compressible on obtient donc une équation de Langevin très semblable à celle pour un fluide incompressible, il y a juste une force supplémentaire,  $C(t)$ .

$$M\ddot{q} + \frac{1}{2} \frac{\partial M}{\partial q} \dot{q}^2 + \frac{\partial V}{\partial q} = C(t) + Q(t) \quad (6.26)$$

qui donne la partie cinétique du coefficient de compressibilité.

## 6.4.2 Application aux modes oscillatoires

Pour évaluer les coefficients de l'équation de Langevin il faut se donner un champ de vitesses. Pour un mode donné on prendra,

$$\mathbf{u} = \dot{q}_l \nabla (j_l(kr) P_l(\cos \theta)), \quad (6.27)$$

où  $j_l$  et  $P_l$  sont respectivement les fonctions de Bessel et de Legendre et  $k$  est le nombre d'onde à déterminer en fonction des conditions aux limites. Pour le potentiel, on peut prendre une force de type Skyrme,

$$U(\rho) = a \frac{\rho}{\rho_s} + b \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right)^\lambda, \quad (6.28)$$

où  $a$ ,  $b$  et  $\lambda$  sont des constantes à ajuster de façon à reproduire les propriétés à saturation de la matière nucléaire, à savoir, la densité, l'énergie et la compressibilité.

Nous avons maintenant tous les ingrédients nécessaires à l'étude des instabilités volumiques, mais le calcul des coefficients de l'équation de Langevin n'est pas facile à calculer car il implique des intégrales de fonctions de Bessel qui sont difficilement calculables analytiquement. Nous ne ferons donc pas de calculs explicites dans cette thèse, les travaux étant toujours en cours.

## 6.5 Conclusion

Nous avons appliqué l'équation de Langevin obtenue à partir d'un modèle microscopique à l'étude des instabilités dans les noyaux chauds. Pour cela nous avons décomposé la déformation en modes et nous avons considéré deux situations différentes, des oscillations surfaciques et volumiques. Dans le premier cas nous avons montré que les déformations sont toujours stables parce que la force de rappel dynamique a tendance à remettre le noyau dans une forme sphérique. A haute densité, la partie coulombienne de l'énergie d'interaction est bien supérieure à la partie surfacique et le potentiel est instable, mais pas suffisamment pour dominer la partie dynamique et rendre le mode instable. En ce qui concerne les vibrations volumiques, nous savons que ces modes peuvent être instables dans certaines conditions et le taux de croissance de ces instabilités a déjà largement été étudié [72]. Nous proposons ici une approche plus générale, même si nous n'avons pas encore fait de résolution numérique. Pour cela nous avons établi une équation de Langevin valable pour les fluides compressibles à partir d'un modèle microscopique, généralisant le travail fait dans la référence [17]. Pour obtenir cette équation nous avons utilisé une réduction de dynamique des fluides, ce qui permet de considérer la section efficace nucléon-nucléon comme un paramètre et donc d'explorer tout le domaine compris entre les limites hydrodynamique et de liquide Fermi qui ont déjà été appréhendées [72]. De plus, si le temps de croissance des instabilités obtenu est du même ordre de grandeur que le temps de séjour du noyau dans la zone spinodale, notre modèle permet de considérer une situation où la densité évolue avec le temps et donc d'étudier le couplage avec le mode monopolaire.

# Conclusion

## Conclusion

Le problème que nous nous étions posé était d'appliquer à différents phénomènes de la physique des ions lourds l'équation de Langevin obtenue à partir d'une théorie cinétique stochastique, l'équation de Boltzmann-Langevin. Nous avons étudié trois phénomènes différents correspondant à des domaines d'énergie très différents, à savoir les résonances géantes, la fission induite et la multifragmentation. Le but était double, à la fois étudier l'influence des fluctuations sur un phénomène collectif et de tester sur des exemples concrets la validité des modèles cinétique et de dynamique des fluides obtenus à l'aide d'une description microscopique. Le but ultime est d'obtenir des informations sur la matière nucléaire en confrontant les modèles aux expériences. Nous n'avons pas mené jusqu'au bout les calculs pour les trois phénomènes physiques étudiés, mais nous pouvons cependant tirer des conclusions générales. D'un point de vue dynamique, trois aspects sont revenus de manière récurrente tout au long de ce travail, ce sont les effets de mémoire, la dissipation et les fluctuations. Ces deux derniers aspects résultent de l'interaction entre les degrés de liberté privilégiés et les autres, qui ont été réduits. Les effets de mémoire apparaissent systématiquement lors de ce genre de réduction, que ce soit lors du passage du modèle microscopique à l'équation cinétique ou lors du passage de l'équation cinétique à la description de dynamique des fluides, à savoir l'équation de Langevin.

Les effets de mémoire doivent être pris en compte quand le temps de relaxation du bain thermique, c'est à dire le temps de retour vers l'équilibre après avoir été perturbé par la particule brownienne, n'est pas très pas négligeable devant le temps caractéristique d'évolution de la particule brownienne. Dans une telle situation,

ils affectent l'interaction entre cette particule et le bain thermique, à savoir la dissipation et les fluctuations. Les effets de mémoire dans le terme de collision de l'équation de Boltzmann, qui représente la dissipation à *deux*-corps, ont été étudiés dans le cas des résonances géantes, chapitre 3. Il y est montré qu'ils ne peuvent pas être négligés pour ce type de phénomènes. Cela se comprend aisément, la résonance géante quadrupolaire a une fréquence dont l'inverse est de l'ordre de  $0,1 \hbar/MeV$  et le temps de relaxation microscopique est de l'ordre de  $0,2 \hbar/MeV$ . Ce sont des ordres de grandeur tout à fait comparables et il est difficile de négliger l'un par rapport à l'autre. Pour un phénomène très lent comme la fission, nous pensons, même si nous ne l'avons pas démontré, que ces effets de mémoire sont négligeables. En effet le temps caractéristique est de l'ordre de  $100 \hbar/MeV$ , c'est à dire trois ordres de grandeur plus long que le temps de relaxation microscopique. Pour ce qui est de la multifragmentation, les temps caractéristiques d'évolution des modes instables sont tels que les effets de mémoire risquent d'être importants. D'autres effets de mémoire apparaissent lors du passage de l'équation de Boltzmann-Langevin à l'équation de Langevin, il en est question à la fin du chapitre 2. Ces effets sont d'une importance cruciale pour les résonances géantes, sans eux il n'y aurait pas d'oscillations dans notre modèle. Dans le cas de la fission, nous avons montré qu'ils pouvaient être négligés. Les arguments sur les échelles de temps concernant le passage du modèle microscopique à l'équation de Boltzmann sont encore valables ici. Nous avons aussi montré dans le cas des résonances les effets de mémoire avaient une influence significative sur la largeur et donc sur la dissipation.

Le fait d'avoir obtenu l'équation de Langevin d'un modèle microscopique, nous donne une valeur déterminée de la friction, dans le cas de la fission peu de calculs microscopiques de ce coefficient ont été faits [51]. D'une manière générale, les résultats que nous avons obtenus reproduisent bien, les ordres de grandeur obtenus lors des expériences. Cependant, notre modèle pourrait être amélioré, surtout en ce qui concerne la partie dissipative pour les phénomènes lents. Dans le cas des résonances géantes la largeur que nous avons calculée ne représente qu'un tiers environ des valeurs expérimentales et pour la fission la viscosité que nous avons obtenue est trop grande. Dans le cas de la multifragmentation, nous n'avons pas fait d'application. Ce défaut est très probablement dû au fait que l'équation de Langevin ne tient compte que de la friction à *deux*-corps. Une amélioration

possible et intéressante consisterait donc à tenir compte de la friction à *un*-corps dans l'équation de Langevin obtenue à partir de l'équation de Boltzmann-Langevin. Le problème n'est pas simple. Malgré les améliorations possibles, notre approche constitue un premier pas important car elle établit un lien direct entre un modèle microscopique, l'équation de Boltzmann-Langevin, et des équations macroscopiques appliquées à des phénomènes collectifs.

Enfin, un des buts principaux de ces calculs était l'étude de l'influence des fluctuations. Dans le cas des résonances, nous n'avons pas fait d'étude particulière. A une seule dimension, elles n'ont pas d'influence, mais il a été montré que le couplage entre le mode dipolaire et les modes quadrupolaires fluctuants conduit au *motional narrowing* [48]. Notre modèle, chapitre 3, donne une base microscopique à ce genre d'approches. Dans le cas de la fission, ce sont les fluctuations qui permettent à un noyau au fond du puits de potentiel de passer la barrière. Enfin, dans le cas des instabilités, nous n'avons pas fait de calculs particuliers, mais ce sont les fluctuations qui permettent aux instabilités de se développer.

Les propriétés discutées jusqu'à présent sont des propriétés dynamiques. Qu'est ce que ces études nous ont appris sur la matière nucléaire ? La dissipation à *deux*-corps que nous avons obtenue dépend directement de la section efficace nucléon-nucléon dans les noyaux. Nos modèles concernant les résonances et la fission ne peuvent pas être comparés directement à l'expérience car il manque la contribution de la dissipation à *un*-corps. Une étude plus complète permettrait d'extraire la contribution de la dissipation à *deux*-corps et donc des informations sur la section efficace. Les calculs de temps de fission ont montré que la friction est le paramètre qui domine le processus. Dans le cas des instabilités, nous avons montré que le paramètre clé est la raideur du potentiel. Une confrontation des calculs aux résultats expérimentaux permettrait d'obtenir des informations sur la force de Skyrme utilisée et donc sur l'équation d'état de la matière nucléaire et plus particulièrement le coefficient de compressibilité.



## Appendice A

119 / 120

# Calculs d'intégrales diverses

## A.1 Calcul de l'intégrale angulaire

Cette partie est consacrée au calcul de la partie angulaire des intégrales intervenant dans le calcul des taux de relaxation. Selon les vibrations étudiées, on distingue deux cas, celui où la déformation est proportionnelle à un polynôme de Legendre et les autres déformations. Dans le premier cas, on pourra utiliser le théorème d'addition des harmoniques sphériques ce qui simplifie énormément les calculs. Nous allons, dans la suite considérer les deux situations et commencer par le cas le plus simple.

### A.1.1 Cas où la déformation est proportionnelle à un polynôme de Legendre

Dans ce paragraphe, nous allons nous attacher à calculer l'intégrale

$$I_L = \frac{1}{4} \frac{\int d\Omega_1 d\Omega_2 d\sigma \frac{1}{\cos(\theta/2)} (\Delta_\epsilon P_L(\cos \theta_i))^2 \frac{d\sigma}{d\Omega}}{\int d\Omega P_L^2(\cos \theta)} \quad (\text{A.1})$$

$$= \frac{\int d\Omega_1 d\Omega_2 d\sigma \frac{P_L(\cos \theta_1)}{\cos(\theta/2)} (\Delta_\epsilon P_L(\cos \theta_i)) \frac{d\sigma}{d\Omega}}{\int d\Omega P_L^2(\cos \theta)} \quad (\text{A.2})$$

qui intervient dans le calcul de l'amortissement des résonances géantes, chapitre 3, en suivant la même procédure que dans la référence [42]. Dans les équations (A.1,A.2),  $\epsilon = \pm 1$  (le cas  $\epsilon = -1$  intervenant pour les vibrations isoscalaires),  $\Delta_\epsilon P_L(\cos \theta_i) = \epsilon P_L(\cos \theta_4) + P_L(\cos \theta_3) - \epsilon P_L(\cos \theta_2) - P_L(\cos \theta_1)$ . Les angles  $\theta$

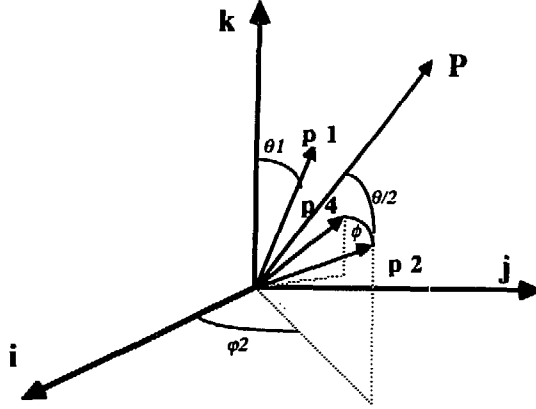


Figure A.1: Représentation des différents angles intervenant dans l'intégrale angulaire calculée.

$(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  est le repère de la déformation du noyau. Les  $\theta_i$  sont les angles  $(\widehat{\mathbf{p}_i}, \mathbf{k})$  et les angles de diffusion,  $\theta$  et  $\phi$ , sont indiqués.

et  $\phi$  sont les angles de diffusion intervenant dans la section efficace et les angles  $\theta_i$  sont exprimés par rapport au repère de la déformation.

Si on exprime  $\Omega_2$  dans un système d'axes où  $\mathbf{p}_1$  est l'axe des  $z$ , alors on a  $d\Omega_2 = \sin\theta d\theta d\varphi_2$  et l'intégrale devient,

$$I_L = (2L + 1) \int \sin\theta_1 d\theta_1 \sin(\theta/2) d\theta d\varphi_2 d\phi \frac{d\sigma}{d\Omega} P_L(\cos\theta_1) (\Delta_\epsilon P_L), \quad (\text{A.3})$$

où nous avons utilisé la normalisation des fonctions de Legendre pour calculer le dénominateur,  $4\pi/(2L + 1)$ , et nous avons intégré sur  $\varphi_1$  le numérateur. Nous allons, maintenant, tout exprimer dans le repère où  $\mathbf{p}_1$  est axe des  $z$ , pour cela nous allons utiliser le théorème d'addition des harmoniques sphériques [75],

$$P_L(\cos\gamma) = P_L(\cos\Theta_1)P_L(\cos\Theta_2) + 2 \sum_{m=1}^L \frac{(L-m)!}{(L+m)!} P_L^m(\cos\Theta_1)P_L^m(\cos\Theta_2) \cos m(\Phi_1 - \Phi_2), \quad (\text{A.4})$$

où  $\gamma$  est l'angle entre les axes  $(\Theta_1, \Phi_1)$  et  $(\Theta_2, \Phi_2)$ . Dans notre cas,  $\gamma = \theta_{2,3,4}$ , par

conséquent,

$$\int_0^{2\pi} d\varphi_2 P_L(\cos\theta_2) = 2\pi P_L(\cos\theta_1) P_L(\cos\theta), \quad (\text{A.5})$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi_2 P_L(\cos\theta_3) = 2\pi P_L(\cos\theta_1) P_L(\cos\theta'_3), \quad (\text{A.6})$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi_2 P_L(\cos\theta_4) = 2\pi P_L(\cos\theta_1) P_L(\cos\theta'_4), \quad (\text{A.7})$$

où  $\theta'_i$  est l'angle  $(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_i)$ . Maintenant, on peut effectuer l'intégrale sur  $\theta_1$  pour obtenir,

$$I_L = -4\pi \int \sin(\theta/2) d\theta d\phi (1 + \epsilon P_L(\cos\theta) - P_L(\cos\theta'_3) - \epsilon P_L(\cos\theta'_4)) \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (\text{A.8})$$

Pour continuer il nous faut exprimer les angles  $\theta'_i$  en fonction des angles de diffusion,  $\theta$  et  $\phi$ . En fait, seul  $\cos\theta_i = \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{z}$ , nous intéresse. Pour cela, il suffit d'exprimer les deux vecteurs  $\mathbf{p}_3$  et  $\mathbf{p}_4$  dans un repère dont l'axe des  $z$  est  $\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ , pour obtenir,

$$\cos\theta'_3 = -\sin^2(\theta/2) \cos\phi + \cos^2(\theta/2), \quad (\text{A.9})$$

$$\cos\theta'_4 = \sin^2(\theta/2) \cos\phi + \cos^2(\theta/2). \quad (\text{A.10})$$

Finalement, après toutes ces transformations,

$$I_L = -4\pi \int \sin(\theta/2) d\theta d\phi \frac{d\sigma}{d\Omega} [1 + \epsilon P_L(\cos\theta) - (1 + \epsilon) P_L(\cos^2(\theta/2)) - \sin^2(\theta/2) \cos\phi]. \quad (\text{A.11})$$

Il ne reste plus dans l'intégrale de l'équation (A.11) que les angles de  $\theta$  et  $\phi$  comme variables d'intégration. Pour pouvoir continuer il faut se donner un mode particulier et surtout connaître la section efficace en fonction des angles de diffusion.

## A.1.2 Cas général

Dans ce paragraphe, nous allons nous attacher à calculer l'intégrale

$$I_L^m = \frac{1}{4} \frac{\int d\Omega_1 d\Omega_2 d\phi \frac{1}{\cos(\theta/2)} (\Delta A_L^m(\theta_i, \varphi_i))^2 \frac{d\sigma}{d\Omega}}{\int d\Omega (A_L^m(\theta, \varphi))^2} \quad (\text{A.12})$$

$$= \frac{\int d\Omega_1 d\Omega_2 d\phi \frac{A_L^m(\theta_1, \varphi_1)}{\cos(\theta/2)} (\Delta A_L^m(\theta_i, \varphi_i)) \frac{d\sigma}{d\Omega}}{\int d\Omega (A_L^m(\theta, \varphi))^2}, \quad (\text{A.13})$$

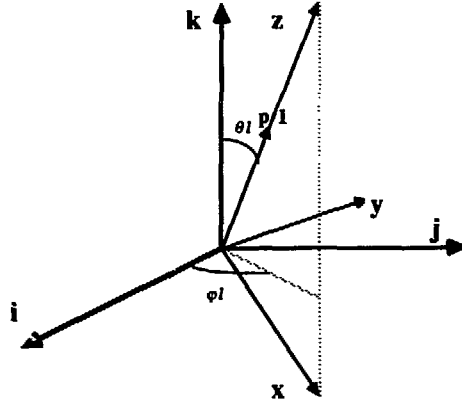


Figure A.2: Référentiel  $(x, y, z)$ , lié à  $p_1$ , exprimé dans le référentiel de la déformation  $(i, j, k)$ .

où  $A_L^m(\theta, \varphi)$  est une déformation quelconque. Dans les équations (A.12, A.13), les angles  $\theta_i$  et  $\varphi_i$  sont exprimés par rapport au repère de la déformation,  $(i, j, k)$  et les angles  $\theta$  et  $\sigma$  sont les angles de diffusion liés à la section efficace. Les angles solides  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  peuvent être exprimés dans n'importe quel référentiel. Dans la suite nous noterons par  $p_i$  le vecteur unitaire pointant dans la direction repérée par  $(\theta_i, \varphi_i)$ . Pour pouvoir calculer l'intégrale, il faut exprimer toutes ces directions dans un même référentiel.

Pour l'angle solide  $\Omega_1$ , nous allons simplement choisir de l'exprimer dans le repère de la déformation,  $d\Omega_1 = \sin \theta_1 d\theta_1 d\varphi_1$ .  $\Omega_2$  peut être exprimé dans le repère  $(x, y, z)$  où  $p_1$  et  $z$  coïncident, ce qui permet de tenir compte de l'angle de diffusion  $\theta$ ,  $d\Omega_2 = \sin \theta d\theta d\sigma$ . En utilisant la matrice de passage entre ces deux référentiels, voir figure A.2.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \cos \varphi_1 & \cos \theta_1 \sin \varphi_1 & -\sin \theta_1 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ \sin \theta_1 \cos \varphi_1 & \sin \theta_1 \sin \varphi_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

on obtient,

$$p_2 = \sin \theta \cos \sigma_2 x + \sin \theta \sin \sigma_2 y + \cos \theta k \quad (\text{A.15})$$

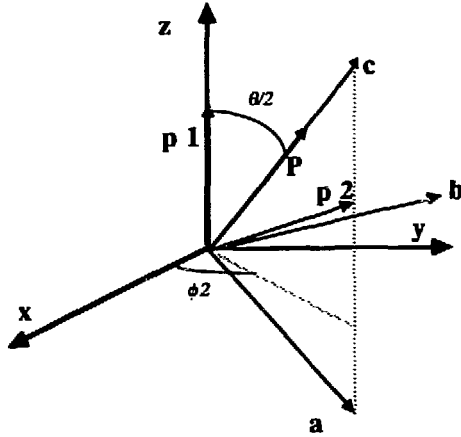


Figure A.3: Représentation du référentiel  $(a, b, c)$  dans le référentiel  $(x, y, z)$

$$\begin{aligned}
 = & (\sin \theta \cos \phi_2 \cos \theta_1 \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1 \sin \theta \sin \phi_2 + \cos \theta \sin \theta_1 \cos \varphi_1) \mathbf{i} \\
 & + (\sin \theta \cos \phi_2 \cos \theta_1 \sin \phi_1 + \sin \theta \sin \phi_2 \cos \varphi_1 + \cos \theta \sin \theta_1 \sin \varphi_1) \mathbf{j} \\
 & + (-\sin \theta \cos \phi_2 \sin \theta_1 + \cos \theta \cos \theta_1) \mathbf{k}. \quad (\text{A.16})
 \end{aligned}$$

Grâce à cette expression, nous allons pouvoir exprimer les angles  $\theta_2$  et  $\varphi_2$  intervenant dans  $A_L^m$  en fonction des angles d'intégration.

De la même manière nous allons écrire  $\mathbf{p}_3$  et  $\mathbf{p}_4$  dans le référentiel  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ . Pour cela nous allons définir un nouveau repère  $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$  tel que  $\mathbf{c} \propto \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ , voir figure A.3, qui peut être considéré comme le référentiel de diffusion. La matrice de passage dans le repère  $(x, y, z)$  s'écrit.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta/2 \cos \phi_2 & \cos \theta/2 \sin \phi_2 & -\sin \theta/2 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 \\ \sin \theta/2 \cos \phi_2 & \sin \theta/2 \sin \phi_2 & \cos \theta/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.17})$$

Les vecteurs  $\mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4$  peuvent être facilement exprimés dans le repère  $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ , voir figure A.4.

$$\mathbf{p}_3 = \sin \theta/2 \cos \phi \mathbf{a} + \sin \theta/2 \sin \phi \mathbf{b} + \cos \theta/2 \mathbf{c}, \quad (\text{A.18})$$

$$\mathbf{p}_4 = -\sin \theta/2 \cos \phi \mathbf{a} - \sin \theta/2 \sin \phi \mathbf{b} + \cos \theta/2 \mathbf{c}, \quad (\text{A.19})$$

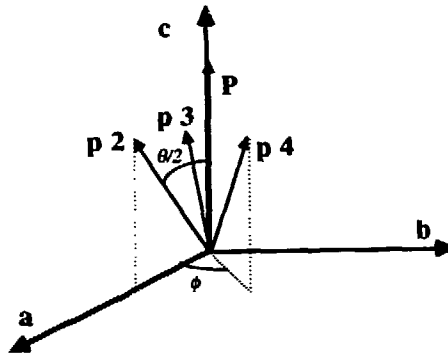


Figure A.4: Représentation des vecteurs  $\mathbf{p}_2$ ,  $\mathbf{p}_3$  et  $\mathbf{p}_4$  dans le référentiel  $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$

ainsi que dans les autres repères, en utilisant les matrices définies équations (A.14, A.17).

$$\mathbf{p}_3 = p_{3x} \mathbf{x} + p_{3y} \mathbf{y} + p_{3z} \mathbf{z}. \quad (\text{A.20})$$

avec,

$$p_{3x} = \sin \theta/2 \cos \theta/2 \cos \phi_2 (1 + \cos \phi) - \sin \theta/2 \sin \phi \sin \phi_2. \quad (\text{A.21})$$

$$p_{3y} = \sin \theta/2 \cos \theta/2 \sin \phi_2 (1 + \cos \phi) + \sin \theta/2 \sin \phi \sin \phi_2. \quad (\text{A.22})$$

$$p_{3z} = \cos^2 \theta/2 - \sin^2 \theta/2 \cos \phi. \quad (\text{A.23})$$

Finalement on obtient, dans le repère de la déformation,

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_3 = & (p_{3x} \cos \theta_1 \cos \varphi_1 - p_{3y} \sin \varphi_1 + p_{3z} \sin \theta_1 \cos \varphi_1) \mathbf{i} \\ & + (p_{3x} \cos \theta_1 \sin \varphi_1 - p_{3y} \cos \varphi_1 + p_{3z} \sin \theta_1 \sin \varphi_1) \mathbf{j} \\ & + (-p_{3x} \sin \theta_1 + p_{3z} \cos \theta_1) \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Pour  $\mathbf{p}_4$  il suffit de changer  $\phi$  en  $\phi + \pi$ .

Il nous est maintenant facile d'exprimer les angles  $\theta_i$  et  $\varphi_i$  en fonction des angles d'intégration. En effet, si l'on note,

$$\mathbf{p}_i = \alpha_i \mathbf{i} + \beta_i \mathbf{j} + \gamma_i \mathbf{k}. \quad (\text{A.25})$$

on a aussi,

$$\mathbf{p}_i = \sin \theta_i \cos \varphi_i \mathbf{i} + \sin \theta_i \sin \varphi_i \mathbf{j} + \cos \theta_i \mathbf{k}. \quad (\text{A.26})$$

alors,

$$\cos \theta_i = \gamma_i, \quad (\text{A.27})$$

$$\sin^2 \theta_i = \alpha_i^2 + \beta_i^2, \quad (\text{A.28})$$

$$\cos \varphi_i = \frac{\alpha_i}{\pm \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}}, \quad (\text{A.29})$$

$$\sin \varphi_i = \frac{\beta_i}{\pm \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}} \dots \quad (\text{A.30})$$

Pour une fonction donnée  $A_L^m(\theta_i, \varphi_i)$ , exprimée en fonction des  $\cos \theta_i, \sin \theta_i, \cos \varphi_i$  et  $\sin \varphi_i$ , il est possible de calculer l'intégrale (A.13) qui devient une intégrale multiple de fonctions trigonométriques.

## A.2 Quelques intégrales de Fermi utiles

Les intégrales de la forme,

$$I_\nu(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \dots dx_\nu n(x_1) \dots n(x_\nu) \delta(x_1 + \dots + x_\nu + y), \quad (\text{A.31})$$

où  $n(x) = (1 + e^{-x})^{-1}$ , sont calculées dans la référence [74],

$$I_\nu(y) = \frac{1}{1 - (-1)^\nu e^{-y}} \frac{1}{i^{\nu-1} (\nu-1)!} \frac{\partial^{\nu-1}}{\partial z^{\nu-1}} \left[ \left( \frac{\pi z}{\sinh \pi z} \right)^\nu e^{izy} \right]_{z=0}. \quad (\text{A.32})$$

Ce qui donne, plus concrètement, pour les premières valeurs de  $\nu$ ,

$$I_1(y) = \frac{1}{1 + e^{-y}}, \quad (\text{A.33})$$

$$I_2(y) = \frac{y}{1 - e^{-y}}, \quad (\text{A.34})$$

$$I_3(y) = \frac{1}{2} \frac{y^2 + \pi^2}{1 + e^{-y}}, \quad (\text{A.35})$$

$$I_4(y) = \frac{1}{6} \frac{y(y^2 + 4\pi^2)}{1 - e^{-y}}. \quad (\text{A.36})$$

$I_4(y)$  est aussi calculée directement dans la référence [43].



## Appendice B

## Algorithme de résolution d'une équation stochastique

Le but de ce paragraphe est, dans un premier temps, de donner la méthode classique [20,27] pour numériser une équation différentielle stochastique en choisissant, comme exemple, celle utilisée précédemment. Si on intègre sur un pas de temps  $\Delta$  les équations (5.12.5,13,5.14), on obtient:

$$q(t + \Delta) - q(t) = \int_t^{t+\Delta} \frac{p(t')}{M} dt' \quad (\text{B.1})$$

$$p(t + \Delta) - p(t) = \int_t^{t+\Delta} \left( -\frac{\partial V}{\partial q} + \frac{1}{2M^2} \frac{\partial M}{\partial q} p^2(t') + F \right) dt' \quad (\text{B.2})$$

$$F(t + \Delta) - F(t) = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\Delta} (-\beta p(t') - F(t')) dt' + \frac{\sqrt{M\beta T}}{\tau} \int_t^{t+\Delta} w(t') dt' \quad (\text{B.3})$$

Pour évaluer les intégrales des termes déterministes, on suppose que  $\Delta$  est suffisamment petit pour que la valeur en  $t'$  de l'intégrand soit égale à celle en  $t$ . Dans l'équation (B.3),  $\int_t^{t+\Delta} w(t') dt'$  est une transformation linéaire d'une variable aléatoire gaussienne, c'est donc aussi une variable aléatoire gaussienne. Pour la caractériser, il suffit donc de déterminer ses deux premiers moments. Il est évident que

$$\overline{\int_t^{t+\Delta} w(t') dt'} = 0. \quad (\text{B.4})$$

Pour le second moment, la largeur s'écrit:

$$\overline{\int_t^{t+\Delta} w(t_1) dt_1 \int_t^{t+\Delta} w(t_2) dt_2} = \int_t^{t+\Delta} dt_1 \int_t^{t+\Delta} dt_2 \overline{w(t_1)w(t_2)} \quad (\text{B.5})$$

$$= \int_t^{t+\Delta} dt_1 \int_t^{t+\Delta} dt_2 2\delta(t_1 - t_2) \quad (\text{B.6})$$

$$= 2\Delta. \quad (\text{B.7})$$

On peut donc simuler  $\int_t^{t+\Delta} w(t')dt'$  en tirant aléatoirement, à chaque pas de temps, suivant une gaussienne un nombre  $w_i$ ,

$$\int_t^{t+\Delta} w(t')dt' = \sqrt{\Delta} w_i, \quad (\text{B.8})$$

tel que

$$\overline{w_i} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{w_i w_j} = 2\delta_{ij}. \quad (\text{B.9})$$

Il est à noter que si la force stochastique n'avait pas été gaussienne la méthode proposée ne serait plus valable et on ne saurait pas, dans le cas général, écrire un algorithme de résolution de l'équation de Langevin. Dans ce cas, l'algorithme s'écrit finalement:

$$q(t + \Delta) = q(t) + \frac{p(t)}{M(t)} \Delta \quad (\text{B.10})$$

$$p(t + \Delta) = p(t) + \left( -\frac{\partial V}{\partial q} + \frac{1}{2M^2} \frac{\partial M}{\partial q} p^2(t) + F \right) \Delta \quad (\text{B.11})$$

$$F(t + \Delta) = F(t) + \frac{\Delta}{\tau} (-\beta p(t) - F(t)) + \sqrt{\Delta} \sqrt{M\beta T} w_i. \quad (\text{B.12})$$

Dans le cas d'une équation de Langevin markovienne, on applique une procédure similaire et c'est largement suffisant. Avec les effets de mémoire il faut prendre un pas de temps beaucoup plus petit pour avoir une solution réaliste, ce qui coûte cher en temps de calcul. Cet algorithme peut être amélioré. Une première idée consiste à faire un développement à l'ordre un des intégrands (au lieu de l'ordre zéro)[76], mais cela introduit d'autres nombres aléatoires à tirer ce qui coûte aussi très cher en temps de calcul. Nous avons testé cette méthode, mais elle n'apporte pas de progrès significatif. Une autre idée est d'utiliser une forme intégrale pour l'équation différentielle contenant le terme stochastique [77],

$$F(t) = -\frac{\beta}{\tau} \int_0^t e^{(s-t)/\tau} p(s) ds + \frac{\sqrt{M\beta T}}{\tau} \int_0^t e^{(s-t)/\tau} w(s) ds. \quad (\text{B.13})$$

De cette équation on déduit:

$$\begin{aligned} F(t + \Delta) &= e^{-\Delta/\tau} F(t) - \frac{\beta}{\tau} \int_t^{t+\Delta} e^{(s-t-\Delta)/\tau} p(s) ds \\ &\quad + \frac{\sqrt{M\beta T}}{\tau} \int_t^{t+\Delta} e^{(s-t-\Delta)/\tau} w(s) ds. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Nous allons discrétiser l'équation (B.14) de la même manière que précédemment, c'est à dire en faisant l'approximation que  $p(s) = p(t)$  pour l'intégrale déterministe. L'intégrale stochastique est une variable aléatoire de valeur moyenne nulle et dont la fonction de corrélation vaut  $\tau(1 - e^{-2\Delta/\tau})$  (le calcul est similaire à celui fait précédemment). L'équation (B.12) doit maintenant être remplacée par:

$$F(t + \Delta) = e^{-\Delta/\tau} F(t) - \beta p(t)(1 - e^{-\Delta/\tau}) + \sqrt{M\beta T} \sqrt{\frac{1 - e^{-2\Delta/\tau}}{\tau}} w_i. \quad (\text{B.15})$$

En développant à l'ordre le plus bas en  $\Delta$  cette dernière équation on retrouve l'équation (B.12).

Avec cette façon d'écrire, l'algorithme devient plus précis et il permet d'utiliser des pas de temps  $\Delta$  plus grands. C'est cette méthode qui a été utilisée pour simuler l'équation de Langevin avec effets de mémoire.

## Références

- [1] G.F. Bertsch et S. Das Gupta, Phys. Rep. **160** (1988) 190 et références citées
- [2] L. Boltzmann, Wien. Ber. **66** (1872) 275
- [3] J. Aichelin, Phys. Rev. **C33** (1986) 537
- [4] C. Grégoire, B. Rémaud, F. Sébille et L. Vinet, Nucl. Phys. **A465** (1987) 317
- [5] J.W. Negele, Rev. Mod. Phys. **54** (1982) 912
- [6] S. Das Gupta et G.D. Westfall, Physics Today, May 1993, 34
- [7] I. Prigogine, *Physique, Temps et Devenir* (Masson, Paris, 1982)
- [8] J. Aichelin, G. Peilert, A. Bohnet, A. Rosenhauer, H. Stöcker et W. Greiner, Phys. Rev. **C37** (1988) 269
- [9] S. Ayik et C. Grégoire, Phys. Lett. **B212** (1988) 269; Nucl. Phys. **A513** (1990) 187
- [10] M. Bixon et R. Zwanzig, Phys. Rev. **187** (1969) 267
- [11] P.-G. Reinhard et E. Suraud, Ann. Phys. **216** (1992) 98
- [12] P.-G. Reinhard, E. Suraud et S. Ayik, Ann. Phys. **213** (1992) 204
- [13] E. Suraud, S. Ayik, M. Belkacem et J. Stryjewski, Nucl. Phys. **A542** (1992) 141
- [14] P. Chomaz, G.F. Burgio et J. Randrup, Phys. Lett. **B254** (1991) 340

- [15] M. Belkacem, E. Suraud et S. Ayik, Phys. Rev. **C47** (1993) 1216
- [16] M. Belkacem, *Etude d'extensions stochastiques d'équations cinétiques pour la production de kaons sous le seuil dans les collisions d'ions lourds*, thèse de l'Université de Caen (1992) et thèse GANIL T92-01
- [17] S. Ayik, E. Suraud, J. Stryjewski et M. Belkacem Z. Phys. **A337** (1990) 413
- [18] S. Ayik et D. Boilley, Phys. Lett. **B276** (1992) 263; Phys. Lett. **B284** (1992) 482E
- [19] D. Boilley, Y. Abe, E. Suraud et S. Ayik, en préparation
- [20] Y. Abe, C. Grégoire et H. Delagrange, J. Phys. (Paris) **C4**, 47 (1990) 413
- [21] P. Grangé, J. Q. Li et H. A. Weidenmüller, Phys. Rev. **C27** (1983) 2063
- [22] D. Boilley, E. Suraud, Y. Abe et S. Ayik, Nucl. Phys. **A556** (1993) 67
- [23] D. Boilley, S. Ayik et E. Suraud, en préparation
- [24] P. Langevin, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences **146** (1908) 530
- [25] R. Zwanzig, J. Stat. Phys. **9** (1973) 215
- [26] D. Chandler, *Introduction to Modern Statistical Mechanics* (Oxford University Press, New York, 1987)
- [27] H. Risken, *The Fokker-Planck Equation* (Springer-Verlag, Berlin, 1984)
- [28] E. Cortés, B.J. West et K. Lindenberg, J. Chem. Phys. **82** (1985) 2708
- [29] P. Hänggi, P. Talkner et M. Borkovec, Rev. Mod. Phys. **62** (1990) 251 et références incluses
- [30] W. Botermans, *Non-relativistic and relativistic quantum kinetic equation in nuclear physics*, thèse de l'université de Groningen (1989);  
W. Botermans et R. Malfliet, Phys. Rep. **198** (1990) 115
- [31] P.G. Reinhard, E. Suraud et S. Ayik, Ann. Phys. **213** (1992) 204
- [32] E.A. Ühling et G.E. Uhlenbeck, Phys. Rev. **43** (1933) 552

- [33] L.P. Kadanoff et G. Baym, *Quantum Statistical Mechanics* (W.A. Benjamin, Inc., New-York, 1962)
- [34] G. Bertsch, Z. Phys. **A289** (1978) 105
- [35] K. Huang, *Statistical mechanics* (J. Wiley & Sons, New-York, 1963)
- [36] W. Cassing et W. Nörenberg, Nucl. Phys. **A401** (1983) 467
- [37] P. Ring et P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, New-York, 1980)
- [38] J. Wambach, Rep. Prog. Phys. **51** (1988) 989
- [39] S. Ayik et M. Dworzecka, Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 534; Nucl. Phys. **A440** (1985) 424
- [40] P.G. Reinhard, H.L. Yadav et C. Toepffer, Nucl. Phys. **A458** (1986) 301
- [41] S. Ayik et D. Boilley, non encore publié
- [42] A.A. Abrikosov et I.M. Khalatnikov, Rep. on Prog. in Phys. **22** (1959) 329
- [43] L.D. Landau, Sov. Phys. JEPT **5** (1957) 101; repris dans *Collected papers of Landau*, éd. par D. Ter Haar (Gordon and Breach, New York, 1961) 731
- [44] F.E. Bertrand et J.R. Beene, J. Phys. (Paris) **C4**, 47 (1984) 89
- [45] P. Schuck, J. Low Temp. Phys. **7** (1972) 469
- [46] K. Andó, A. Ikeda et G. Holzwarth, Z. Phys. **A310** (1983) 223
- [47] A. Bonasera, M. Di Toro et F. Gulminelli, Phys. Rev. **C42** (1990) 966
- [48] Y. Alhassid et B. Bush, Nucl. Phys. **A531** (1991) 1
- [49] Y. Alhassid et B. Bush, Phys. Rev. Lett. **63** (1989) 2452; Nucl. Phys. **A514** (1990) 434
- [50] B. Morgenstern et W. Nörenberg, Nucl. Phys. **A492** (1989) 93
- [51] D. Hilscher et H. Rossner, Ann. Phys. Fr. **17** (1992) 471



- [52] M. Brack et P. Quentin, Phys. Lett. **B52** (1974) 159; Phys. Scripta **10A** (1974) 163
- [53] H. A. Kramers, Physica VII, 4 (1940) 284
- [54] P. Grangé, S. Hassani, H.A. Weidenmüller, J.R. Nix et A.J. Sierk, Phys. Rev. **C34** (1986) 209
- [55] R. Butsch, D.J. Hofman, C.P. Montoya, P. Paul et M. Thoennessen, Phys. Rev. **C44** (1991) 1515
- [56] A. Gavron, A. Gayer, J. Boissevain, H.C. Obenshain, F. Plasil, G.R. Young, G.A. Petitt et C. Butler, Phys. Rev. **C35** (1987) 579
- [57] D.J. Hinde, H. Ogata, M. Tanaka, T. Shimoda, N. Takahashi, A. Shinohara, S. Wakamatsu, K. Katori et H. Okamura, Phys. Rev. **C37** (1988) 2923; D.J. Hinde, D. Hilscher et H. Rossner, Nucl. Phys. **A538** (1992) 243c
- [58] T. Wada, N. Carjan et Y. Abe, Nucl. Phys. **A538** (1992)283c
- [59] R.F. Grote et J.T. Hynes, J. Chem. Phys. **73** (1980)2715
- [60] J.E. Straub, M. Borkovec et B.J. Berne, J. Chem. Phys. **83** (1985)3172; J. Chem. Phys. **84** (1986)1788
- [61] A. Bohr et B.R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. II (W.A. Benjamin inc., Reading, 1975) p. 660
- [62] R.W. Hasse et W.D. Myers, *Geometrical Relationship of Macroscopic Nuclear Physics*. (Springer-Verlag, Berlin, 1988) p. 100
- [63] D. Boilley, E. Suraud, Y. Abe et S. Ayik, in actes du XXX congrès d'hiver sur la physique nucléaire de Bormio, Italie, édités par I. Iori (Ricerta Scientifica ed Educazione Permanente, Milano, 1992) p. 200
- [64] I.I. Pomeranchuk, J. Exptl. Theoret. Phys. (URSS) **20** (1950) 919
- [65] P. Danielewicz, Phys. Lett. **B146** (1984) 168
- [66] C. Guet, E. Strumberger et M. Brack, Phys. Lett. **B205** (1988) 427

- [67] P. Fröbrich et G.-R. Tillack, Nucl. Phys. **A540** (1992) 353
- [68] B.W. Bush, G.F. Bertsch et B.A. Brown, Phys. Rev. **C45** (1992) 1709
- [69] T. Wada, N. Carjan et Y. Abe, soumis à Phys. Rev. Lett. , pré-tirage (1992)
- [70] E. Suraud, in actes du XXVIII congrès d'hiver sur la physique nucléaire de Bormio, Italie, édités par I. Iori (Ricerta Scientifica ed Educazione Permanente, Milano, 1990) p. 190
- [71] D.H.E. Groß, Rep. on Prog. in Phys. **53** (1990) 605
- [72] C.J. Pethick et D.G. Ravenhall, Nucl. Phys. **A471** (1987) 19c
- [73] F. Garcias, M. Barranco, J. Navarro et E. Suraud, Z. Phys. **A337** (1990) 261
- [74] G. Baym et C. Pethick, in *Physics of liquid and solid helium*, éd. par K.H. Bennemann et J.B. Ketterson (Wiley, New York, 1978) Vol. 2,p.115
- [75] G. Arfken. *Mathematical methods for physicists* (Academic Press, New-York, 1985)
- [76] J.M. Sancho, M. San Miguel, S.I. Katz et J.D. Gunton, Phys. Rev. **A26** (1982) 1589
- [77] R.F. Fox, I.R. Gatland, R. Roy et G. Vezzuri, Phys. Rev. **A38** (1988) 5938

## Résumé

Afin d'étudier l'influence des fluctuations sur différents phénomènes physiques liés aux collisions entre ions lourds, une équation de Langevin a été obtenue à partir d'un modèle microscopique. Les paramètres entrant dans cette équation sont entièrement déterminés à partir de grandeurs microscopiques caractérisant la matière nucléaire. Cette équation a été appliquée à des phénomènes physiques aux énergies intermédiaires. Une première partie concerne les mouvements collectifs de faible amplitude, à savoir les résonances géantes. Les effets de mémoire dans le terme de collisions de l'équation de Boltzmann ont été étudiés. Une approche formelle à l'influence des fluctuations sur plusieurs modes couplés est aussi proposée. Une deuxième partie concerne les mouvements collectifs de grande amplitude où une étude détaillée de la fission thermique est faite. Le taux de fission est calculé et confronté aux résultats expérimentaux. Enfin, un travail préliminaire sur la multifragmentation est proposé.

## Mots clé

collisions entre ions lourds  
résonances géantes  
fission  
multifragmentation

fluctuations  
approche microscopique  
équation de Langevin  
effets de mémoire

## Abstract

In order to study influence of fluctuations on various phenomena linked to heavy ions collisions, a Langevin equation has been derived from a microscopic model. Parameters entering this equation are completely determined from microscopic quantities characterising nuclear matter. This equation has been applied to various physical phenomena at intermediate energies. A first part is devoted to small amplitude collective motions, especially giant resonances. Memory effects in the collisions term of Boltzmann equation have been studied. A formal approach to the influence of the fluctuations on several coupled modes is proposed. A second part is devoted to large amplitude collective motions, where a detailed study of thermal fission is done. Fission rate is calculated and compared to experimental results. Finally, some preliminary works on multifragmentation are also proposed.

## Keys words

heavy ions collisions  
giant resonances  
fission  
multifragmentation

fluctuations  
microscopic approach  
Langevin equation  
memory effects