



**HAL**  
open science

# Modélisation, analyse et commande des grands systèmes électriques interconnectés

Badis Mallem

► **To cite this version:**

Badis Mallem. Modélisation, analyse et commande des grands systèmes électriques interconnectés. Autre. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2010. Français. NNT : 2010DENS0033 . tel-00557829

**HAL Id: tel-00557829**

**<https://theses.hal.science/tel-00557829>**

Submitted on 20 Jan 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**ENSC-2010(n° 246)**

**THESE DE DOCTORAT  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Présentée par

Monsieur MALLEM BADIS

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Domaine :

**Electronique-Electrotechnique-Automatique**

Sujet de la thèse :

**MODELISATION, ANALYSE ET COMMANDE DES GRANDS  
SYSTEMES ELECTRIQUES INTERCONNECTES**

Thèse présentée et soutenue à Cachan le 15 Novembre 2010 devant le jury composé de :

H. ABOU-KANDIL	PROFESSEUR	Président
J. L. THOMAS	PROFESSEUR	Rapporteur
D. GEORGES	PROFESSEUR	Rapporteur
L. R. ROUCO	PROFESSEUR	Examineur
S. HENRY	INGENIEUR-CHERCHEUR RTE	Invité
H. BOURLES	PROFESSEUR	Directeur de thèse
B. MARINESCU	PAST SATIE-ENS CACHAN ET INGENIEUR-CHERCHEUR RTE	Co-directeur de thèse

Nom du Laboratoire .....

ENS CACHAN/CNRS/UMR .....

61, avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN CEDEX (France)



Je dédie ce modeste travail à ma chère Maman, à mon Papa et à  
ma petite soeur Karima

**Remerciements :**

De façon sincère, je tiens à remercier :

Monsieur Sébastien HENRI, Chef de groupe Fonctionnement Dynamique et Madame Marie-Pierre Bongrain, Chef de département Méthode et Appuis de la société RTE, pour leur accueil et pour les moyens mis à ma disposition.

Monsieur Hisham ABOU-KANDIL, Professeur à l'École Normale Supérieure de Cachan, pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse.

Monsieur Didier GEORGES, Professeur à Grenoble INP (Grenoble Institute of Technology) et Monsieur Jean-Luc THOMAS, Professeur Titulaire de Chaire et Directeur du Département Ingénierie des Systèmes Mécaniques et Électriques au Conservatoire National des Arts et Métiers, qui ont accepté, malgré leurs nombreuses occupations, d'être rapporteurs de cette thèse.

Monsieur Luis Rouco, Professeur à l'Instituto de Investigación Tecnológica à Madrid, qui m'a fait l'honneur de participer au jury.

Monsieur Bogdan MARINESCU Professeur associé au Laboratoire SATIE de École Normale Supérieure de Cachan et Ingénieur/Chercheur au Département Méthode et Appuis de RTE et Monsieur Henri BOURLES, Directeur de Laboratoire d'Automatique Industriel au Conservatoire National des Arts et Métiers, les maîtres qui ont dirigé mon travail et qui m'ont fait découvrir le monde de la recherche. L'excellence de leur encadrement a contribué au bon déroulement de cette thèse, ce qui m'a permis de progresser dans des bonnes conditions.

Monsieur Mohamed Benchikh El Fegoun, pour son soutien sa disponibilité, ces conseils et ses encouragements permanents. Je tiens à lui exprimer toute ma profonde gratitude.

---

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b> . . . . .	1
1.1	Le contexte général de cette thèse . . . . .	1
1.2	Les grands axes de la thèse . . . . .	2
1.3	Organisation du manuscrit . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Modélisation des grands systèmes électriques interconnectés</b> . . . . .	7
2.1	Introduction . . . . .	8
2.2	Modélisation pour la simulation . . . . .	9
2.2.1	Modélisation de la machine synchrone . . . . .	9
2.2.2	Modélisation des charges . . . . .	18
2.2.3	Modélisation du réseau de transport . . . . .	21
2.2.4	Modélisation du régulateur de la vitesse . . . . .	24
2.2.5	Modélisation de la régulation de tension . . . . .	25
2.2.6	Le modèle détaillé d'un système électrique pour la simulation . . . . .	26
2.2.7	Modèle simplifié d'un système électrique pour la simulation . . . . .	31
2.3	Modélisation pour l'analyse en approximation linéaire . . . . .	32
2.3.1	Modèle détaillé pour l'analyse modale . . . . .	32
2.3.2	Modèle simplifié pour l'analyse modale . . . . .	34
2.4	Modélisation pour la commande en tension . . . . .	41
2.4.1	Modèle de commande . . . . .	41
2.4.2	Construction du modèle de commande . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Analyse des grands systèmes électriques interconnectés</b> . . . . .	49
3.1	Introduction . . . . .	50
3.2	Phénomènes dynamiques transitoires . . . . .	51
3.3	La stabilité dans la théorie des systèmes . . . . .	53
3.3.1	Stabilité au sens de Lyapunov . . . . .	53
3.3.2	Analyse de la stabilité . . . . .	54
3.4	Stabilité des systèmes électriques . . . . .	58

3.4.1	Le temps critique (ou temps limite d'élimination de défaut) . . . . .	61
3.5	Analyse modale . . . . .	63
3.5.1	Décomposition modale de la réponse d'un système linéaire . . . . .	63
3.5.2	Portrait de phase . . . . .	65
3.5.3	Facteur de participation . . . . .	66
3.5.4	Modes d'oscillations électromécaniques des grands systèmes électriques interconnectés . . . . .	67
3.5.5	Sensibilité d'une valeur propre par rapport à un paramètre . . . . .	67
3.5.6	Sensibilité d'une valeur propre d'un système en boucle fermée . . . . .	68
3.5.7	L'analyse modale selective . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Réduction des modèles dynamiques des grands systèmes électriques interconnectés</b> . . . . .	<b>71</b>
4.1	Introduction . . . . .	72
4.2	Réduction des modèles dynamiques . . . . .	73
4.2.1	La réduction dans la théorie des systèmes . . . . .	73
4.2.2	Réduction des modèles des systèmes électriques . . . . .	76
4.3	La synchronie du point de vue de la théorie des systèmes . . . . .	84
4.3.1	Systèmes généralisés . . . . .	84
4.3.2	La synchronie exacte et la perte de la commandabilité . . . . .	88
4.3.3	La synchronie exacte et la perte d'observabilité . . . . .	90
4.3.4	La synchronie exacte et le mode fréquence . . . . .	91
4.3.5	La synchronie approximative et la perte de commandabilité et d'observabilité . . . . .	93
4.4	Méthodes de réduction des modèles dynamiques . . . . .	95
4.4.1	Objectifs de la réduction et choix du noyau $\nu$ . . . . .	95
4.4.2	Réduction des modèles . . . . .	99
4.4.3	Synthèse de la procédure de la réduction . . . . .	103
4.5	Applications . . . . .	104
4.5.1	Equivalent dynamique pour les études journalières de la sécurité de RTE . . . . .	104
4.5.2	Réduction des modèles dynamiques pour les études d'interconnexion . . . . .	112
<b>5</b>	<b>Commande des grands systèmes électriques interconnectés pour amortir les oscillations</b> . . . . .	<b>117</b>
5.1	Réglage coordonné et robuste des paramètres des PSS . . . . .	118
5.1.1	Problématique . . . . .	118
5.1.2	Approche générale . . . . .	120
5.1.3	Principe des PSS . . . . .	121
5.1.4	Méthodologie . . . . .	123

5.1.5	Application .....	130
5.2	Réglage coordonné et robuste des paramètres des PSS et des régulateurs de vitesse .....	136
5.2.1	Problématique .....	136
5.2.2	Approche générale .....	137
5.2.3	Méthodologie .....	137
5.2.4	Validation en grande taille .....	141
<b>6</b>	<b>Conclusion générale</b> .....	145
6.1	Récapitulatif des résultats obtenus .....	145
6.2	Possibilités de développements ultérieurs de l'étude .....	146
	<b>Bibliographie</b> .....	149
	<b>Annexe A : Etude du système électrique européen</b> .....	155
7.1	Descriptif du système électrique européen .....	155
7.2	Analyse modale du système électrique européen .....	156
7.3	La méthode de réduction "synchronie par rapport à une frontière" .....	159
	<b>Annexe B : Publications</b> .....	163
8.1	Articles de journaux avec comités de lecture .....	163
8.2	Articles de conférences internationales avec comités de lecture et actes publiés .....	163
	<b>Annexe C : Approche algébrique intrinsèque d'analyse des systèmes linéaires</b> .....	165





## Introduction générale

### 1.1 Le contexte général de cette thèse

L'étude décrite dans ce rapport de thèse a débuté en décembre 2006 dans le cadre d'un contrat CIFRE (Convention Industrielle de Formation par la Recherche) entre le Département Méthodes et Appuis du Gestionnaire du Réseau de Transport d'Électricité RTE/DMA et le Laboratoire des Systèmes et Applications des Technologies de l'Information et de l'Énergie de l'École Normale Supérieure de Cachan SATIE/ENS Cachan.

Les systèmes électriques ont été longtemps perçus et exploités comme entités régionales ou nationales. Les interconnexions entre de telles zones étant utilisées principalement dans le but de secours en cas de défaillance dans une zone voisine. Dans le nouveau contexte du secteur électrique européen, cette situation a évolué car les interconnexions sont de plus en plus utilisées dans le but de maximiser l'échange d'électricité via les bourses d'électricité récemment mises en place. Ceci conduit les gestionnaires des réseaux de transport (GRT) à exploiter leurs systèmes de plus en plus proche de leurs limites. L'organisme européen "European Network Transmission System Operators Electricity" (ENTSO-E) a mené des études spécifiques concernant la gestion coordonnée des réseaux de transport. D'une manière individuelle, chaque GRT est obligé de revoir sa façon de mener les études habituelles sur son propre réseau. En particulier, une modélisation plus fine de l'influence des systèmes voisins sur son propre système doit être envisagée.

Par ailleurs, le processus d'extension de la zone synchrone européenne vers l'est, entamé il y a quelques années par le début de l'élargissement de l'Union Européenne et qui se poursuit aujourd'hui, conduit à une augmentation considérable de la taille des systèmes dynamiques à étudier. Outre la difficulté posée par la taille, de nouveaux phénomènes structuraux ont été mis en évidence suite à cette extension comme les oscillations électromécaniques

de basse fréquence qui ont été observées entre des alternateurs éloignés du réseau (oscillations dites inter-zones).

RTE est engagé dans le processus d'évolution du secteur électrique dont quelques aspects ont été évoqués au-dessus. Ceci à titre individuel mais aussi comme membre de l'ENTSO-E et en participant à plusieurs études européennes menées par cet organisme. Il s'agit particulièrement des études de faisabilité de l'extension de la zone synchrone européenne. A partir de ces besoins industriels concrets, plusieurs thèmes de recherche ont été identifiés, notamment la réduction des modèles dynamiques des systèmes électriques, l'analyse en petits mouvements des grands systèmes électriques interconnectés et la régulation de tension.

## 1.2 Les grands axes de la thèse

### 1) *Modélisation-réduction de modèle*

Un grand nombre de méthodes de réduction des modèles dynamiques des systèmes électriques ont été développées au fil des années. Avec un ordre plus petit que le modèle complet, le modèle réduit doit être capable de reproduire certains phénomènes physiques importants qui existent sur le système complet. Le comportement qui doit être préservé suite à la réduction peut différer d'une méthode à une autre. Toutefois, toutes les approches existantes supposent la connaissance de la structure de tout le système à réduire, alors que cette information n'est pas toujours accessible. C'est le cas, par exemple, pour les études d'interconnexion de deux systèmes électriques où chaque partie doit fournir une représentation simplifiée (réduite) de son système. Lors du travail de réduction d'une zone, le détail de modélisation de l'autre zone peut être indisponible.

Notre objectif dans cette thèse est d'analyser dans quelle mesure on peut réduire la zone d'étude de sorte que, ce modèle une fois interconnecté à celui de l'autre zone, les phénomènes les plus importants se produisant à travers la frontière (par exemple les modes électromécaniques inter-zones) soient toujours préservés.

Ce cadre de réflexion sur les questions de réduction de modèle a été élargi afin d'étudier d'éventuelles applications aux problèmes de modélisation des systèmes électriques voisins lors des études dynamiques de RTE.

### 2) *Analyse des grands systèmes électriques*

Le phénomène d'apparition des oscillations électromécaniques dans un système électrique n'est pas nouveau. Toutefois, le système interconnecté euro-

péen est de plus en plus vulnérable à ce type d'oscillations dues à l'augmentation continue de sa taille. Par ailleurs, cet agrandissement rend de plus en plus difficile l'analyse de ces phénomènes. Leur mécanisme peut être étudié par l'analyse modale du système entier (valeurs et vecteurs propres du modèle linéarisé du réseau, des machines et de leurs régulations). Cette approche fournit des informations sur la nature de ces oscillations (fréquence, amortissement, participation des générateurs aux modes donnés,...) ainsi que sur les moyens les plus appropriés à utiliser pour les amortir (sensibilités des valeurs propres par rapport à des éléments du système - gains de régulateurs).

Cette analyse linéaire a été complétée par une validation qui prend en compte des retards de transmission de l'information et des non linéarités, en particulier dans le cas des très grands systèmes qui présentent des modèles de charge complexes, des régulateurs spécifiques (avec des mécanismes de bande morte et des hystérésis) où l'étude de la nature des oscillations et des moyens de les amortir doit se faire par une analyse complémentaire linéaire/non linéaire.

Une telle méthodologie accompagnée par des outils spécifiques a été récemment développée par RTE en collaboration avec l'Université de Madrid. Ce cadre a été appliqué et enrichi dans cette thèse en analysant des systèmes électriques réels de très grande tailles.

### *3) Régulation de tension - amortissement des oscillations inter-zones*

Une solution très souvent utilisée pour amortir les oscillations inter-zones est d'adapter les régulations de tension de certains générateurs. Une des difficultés dans ce cas est de coordonner le réglage des paramètres de plusieurs régulateurs pour amortir plusieurs modes à la fois. Certaines solutions ont été proposées dans la littérature pour modifier les paramètres des boucles stabilisatrices des régulateurs standard (Power Systems Stabilizers - PSS).

Notre objectif au départ est de rendre ces approches plus robustes afin de résoudre des problèmes spécifiques des grands systèmes (prise en compte des dynamiques négligées, filtrage, ...). Ce cadre a été ensuite approfondi et élargi pour répondre à d'autres spécifications particulières issues d'études d'interconnexion menées récemment par ENTSO-E.

En effet, lors de ces études il est apparu que, dû à l'augmentation de la taille de la zone synchrone européenne, la fréquence des modes inter-zones les plus lents baisse au point que la bande de fréquence de ces phénomènes commence à être comparable avec celle de la régulation des turbines des alternateurs. Ceci nous a amené à remettre en question les principes de synthèse indépendante des régulateurs de puissance et de tension et à travailler sur leur

coordination.

Toutes les méthodes et les outils développés dans les directions mentionnées ci-dessus ont été appliqués à l'étude des différentes situations réelles d'interconnexion du système électrique européen ainsi que du réseau français.

### 1.3 Organisation du manuscrit

Ce mémoire est structuré en quatre chapitres comme suit.

Le premier chapitre est consacré à la modélisation des systèmes électriques. Tout d'abord les équations physiques détaillant les éléments constituant les systèmes électriques sont présentées. Il est ensuite montré comment ces équations sont agrégées afin d'obtenir un modèle complet d'un système électrique interconnecté. Il s'agit *d'un modèle de simulation*. Nous abordons ensuite le problème d'extraction, à partir de ce modèle, d'un modèle réduit utilisé comme modèle de commande pour la synthèse des lois de commande des régulateurs de tension. Cette problématique est formalisée sous la forme d'un problème d'optimisation. Nous terminerons ce chapitre par l'analyse des caractéristiques du nouveau modèle de commande que nous avons proposé.

La deuxième chapitre est dédié à l'analyse des systèmes électriques interconnectés. Les phénomènes transitoires existants dans les systèmes électriques sont donnés dans la première section. La deuxième section passe en revue la définition de la stabilité dans la théorie des systèmes. Cette définition est appliquée dans la même section de ce chapitre pour définir la stabilité dans les systèmes électriques. Nous rappelons dans la dernière section de ce chapitre les techniques de l'analyse modale utilisées pour mieux comprendre les phénomènes transitoires des systèmes électriques.

Le troisième chapitre traite la réduction dynamique des modèles des grands systèmes électriques interconnectés. Dans la première section de ce chapitre, nous passons en revue les méthodes de réduction des modèles dans la théorie des systèmes, comme dans le domaine des systèmes éclectiques. Le lien entre ces deux classes de méthodes est étayé dans la deuxième section. Dans la dernière section de ce chapitre, une nouvelle méthodologie pour la réduction des modèles dynamiques des systèmes électriques, nommée *réduction par rapport à une frontière* est présentée. Elle répond à une situation particulière pour laquelle les anciennes méthodes ne sont pas adaptées.

Le quatrième chapitre est consacrée à la synthèse et à l'analyse de lois de commande pour la conception des régulateurs des systèmes électriques. Des nouvelles approches de commande robuste coordonnées sont proposées. Deux

niveaux de coordination sont envisagés. D'abord, la prise en compte simultanée de plusieurs modes électromécaniques inter-zones et locaux. Ensuite, la coordination des régulateurs de tension (les boucles stabilisatrices PSS) avec les régulateurs de turbine des alternateurs.

Un chapitre sur les conclusions et les perspectives de ce travail clot ce mémoire.







## 2.1 Introduction

Les systèmes électriques sont dimensionnés pour transporter dans de bonnes conditions de sécurité, c'est-à-dire en tenant compte des aléas les plus fréquents, l'énergie électrique depuis les centrales de production jusqu'aux points de consommation à travers les réseaux de transport et de distribution.

Toutefois, ces systèmes électriques aussi bien conçus soient-ils, ne sont pas exempts de catastrophes caractérisées par un effondrement rapide des fonctions production et transport, et donc par un arrêt total et souvent prolongé de la fourniture d'électricité sur une grande partie du territoire qu'ils alimentent.

Des simulations dynamiques basées sur *des modèles de simulation* donnent l'évolution temporelle de ces systèmes suite à diverses perturbations.

En revanche, lorsqu'une perturbation excite un mode oscillant mal amorti, la simulation temporelle peut en révéler la présence et peut être un outil d'analyse de la stabilité mais il est très malaisé, voire impossible, d'en comprendre la cause à partir de la seule inspection des évolutions temporelles.

*L'analyse modale* nous permet en revanche, sous l'hypothèse d'approximation linéaire, d'identifier :

- les variables d'état dans lesquelles le mode étudié a le plus de participation.
- les composants du système sur lesquels il faut cibler les actions correctives les plus efficaces pour amortir le mode en question.

*Les modèles d'analyse* en approximation linéaire des systèmes électriques permettent d'étudier le comportement oscillatoire de ces derniers en basses et/ou en hautes fréquences, en offrant la possibilité de calculer les fréquences, vecteurs propres et amortissements des modes oscillants du système (voir Section 3.5). Les paramètres calculés pourront être employés en *simulation linéaire* pour connaître le comportement dynamique de ce système ou lors de la synthèse de régulateurs.

Ces types de modèles seront passés en revue dans cette partie du mémoire.

## 2.2 Modélisation pour la simulation

Cette première section est consacrée à la présentation des principes physiques de fonctionnement des systèmes électriques et à leur modélisation dans le but de fournir *des modèles de simulation*.

Ces modèles sont construits, comme leur appellation l'indique, pour "simuler" ou, plus précisément, reproduire l'évolution temporelle des systèmes électriques. Ils sont principalement utilisés pour l'étude de la stabilité des points de fonctionnement des systèmes électriques sous l'effet de différentes perturbations (court-circuit, perte d'une centrale de production, etc) ainsi que pour évaluer les réponses dans des conditions normales de fonctionnement.

Le plus souvent, les modèles de simulation d'un système électrique sont obtenus en empilant les modèles des éléments constituant ce dernier.

Nous commençons par la présentation des équations physiques pour la modélisation analytique des éléments les plus importants dans un système électrique. Ensuite nous donnerons les structures détaillées et simplifiées d'un modèle de simulation.

### 2.2.1 Modélisation de la machine synchrone

Une grande partie de l'énergie électrique est produite à l'heure actuelle par les machines *synchrones* des différentes centrales de production.

Nous donnerons dans ce qui suit le principe de fonctionnement et nous établissons un modèle dynamique dit "complet" et un deuxième dit "classique" de cet élément important d'un système électrique.

Mise à part la production d'énergie, le rôle des machines synchrones est de maintenir constantes les tensions aux noeuds du réseau ainsi que la fréquence. A cette fin, les machines synchrones des centrales sont dotées de régulateurs de tension et de vitesse. Dans le chapitre 5 nous analysons le fonctionnement d'une machine régulée et nous détaillons la synthèse de ces lois de commande.

#### A) Principe de la machine synchrone

Une machine synchrone est constituée :

- d'un stator, doté d'un ensemble de trois enroulements triphasés décalés de 120 degrés les uns par rapport aux autres comme montré en Figure 2.2. En régime établi, ces enroulements sont parcourus par des courants triphasés équilibrés  $i_a$ ,  $i_b$  et  $i_c$ . Ces courants produisent dans l'entrefer

de la machine un champ tournant à la vitesse angulaire  $\omega/p$ , où  $\omega$  est la pulsation des courants et  $p$  le nombre de paires de pôles de la machine. Pour des raisons de simplicité, nous supposons provisoirement que  $p = 1$ ;

- d'un rotor, doté d'un enroulement *d'excitation*. En régime établi, cet enroulement est parcouru par du courant continu. Ce dernier produit dans l'entrefer un champ magnétique fixe par rapport au rotor.

Une machine synchrone est caractérisée par le fait qu'en *régime établi le rotor tourne à la même vitesse  $\omega$  que le champ produit par le stator*. Cette vitesse est appelée vitesse de *synchronisme*.

En conséquence, les champs statoriques et rotoriques sont fixes l'un par rapport à l'autre et tournent tous deux à la vitesse de synchronisme.

Ces deux champs tendent à s'aligner à la façon de deux aimants attirés l'un par l'autre. Si l'on cherche à les écarter, un couple de rappel s'y oppose, du moins jusqu'à un certain point.

Ce couple de rappel est appelé *couple électromagnétique*. Il est à l'origine de la conversion d'énergie mécanique en énergie électrique et inversement.

Considérons plus précisément les deux situations suivantes :

- Supposons que l'on applique au rotor de la machine un *couple mécanique résistant*  $T_m$ , opposé à la rotation, comme si l'on voulait freiner le rotor. Dans ce cas, il apparaît un couple de rappel  $T_e$  de même sens que la rotation. Cette situation, représentée en Figure 2.1 (partie gauche), est celle d'un *moteur synchrone* entraînant un ventilateur, une pompe, etc. La puissance mécanique transmise au rotor par le moteur est  $\omega T_e$  ;
- Supposons que l'on applique au rotor de la machine un *couple mécanique d'entraînement*  $T_m$ , dans le même sens que la rotation, comme si l'on voulait accélérer le rotor. Dans ce cas, il apparaît un couple de rappel  $T_e$  de sens opposé à la rotation. Cette situation, représentée en Figure 2.1 (partie droite), est celle d'un *générateur synchrone* entraîné par une turbine. La puissance mécanique transmise par la turbine au rotor est  $\omega T_m$  ;

Notons que, dans les deux cas :

- En régime établi, la vitesse de rotation du rotor est constante et égale à  $\omega$  ; les couples  $T_m$  et  $T_e$  sont donc de même amplitude ;
- Au fur et à mesure que l'on augmente le couple mécanique  $T_m$ , les deux champs magnétiques s'écartent l'un de l'autre mais continuent à tourner

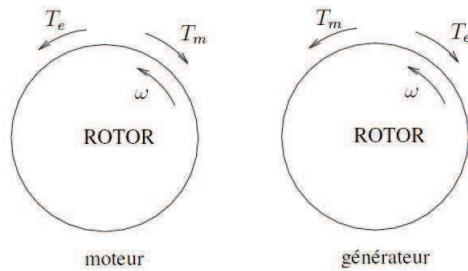


Fig. 2.1. Orientation relative des couples et de la vitesse

à la même vitesse ;

- Il existe une valeur maximale du couple de rappel  $T_e$ . Si le couple  $T_m$  tend à dépasser cette valeur, l'équilibre des couples n'est plus possible ; le rotor ne peut plus tourner à la vitesse de synchronisme. On parle de *rupture de synchronisme*.

### B) Modélisation au moyen de circuits magnétiquement couplés

Pour l'analyse des réseaux d'énergie électrique, on représente la machine par un certain nombre d'enroulements magnétiquement couplés (voir Figure 2.2), dont certains sont en mouvement.

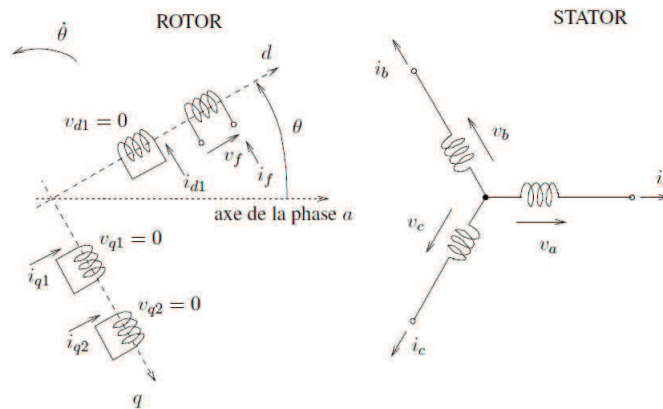


Fig. 2.2. Enroulements de la machine synchrone

Le comportement qualitatif d'une machine n'est pas influencé par le nombre  $p$  de paires de pôles qu'elle comporte (évidemment les valeurs de certains paramètres changent avec  $p$ ). Pour des raisons de simplicité, on peut donc continuer à considérer une machine à une seule paire de pôles, hypothèse que nous garderons dans ce qui suit.

La machine idéalisée que nous allons étudier est représentée dans la Figure 2.2. Le stator est muni de 3 enroulements notés a, b et c, décalés de 120 degrés. Le rotor comporte un certain nombre d'enroulements équivalents, répartis selon deux axes : l'axe direct qui coïncide avec celui de l'enroulement d'excitation et l'axe en quadrature, perpendiculaire au précédent. Nous prendrons arbitrairement l'axe en quadrature en retard sur l'axe direct par rapport au sens de rotation.

Le modèle le plus répandu pour la machine synchrone est celui à quatre ou trois enroulements rotoriques. L'axe direct comporte l'enroulement d'excitation, désigné par  $f$  (pour "Field Winding" en anglais) et un circuit équivalent désigné par  $d_1$  (pour "Direct"). Ce dernier représente l'effet des amortisseurs. L'axe en quadrature comporte deux enroulements, désignés par  $q_1$  et  $q_2$  (pour "quadrature"). L'un représente l'effet des courants de Foucault induits dans la masse du rotor, l'autre tient compte des amortisseurs. Toutefois, dans les machines à pôles saillants, le rotor est généralement constitué de tôles et les courants de Foucault sont négligeables. Pour ces machines, on ne considère donc qu'un seul enroulement ( $q_2$ ) dans l'axe en quadrature.

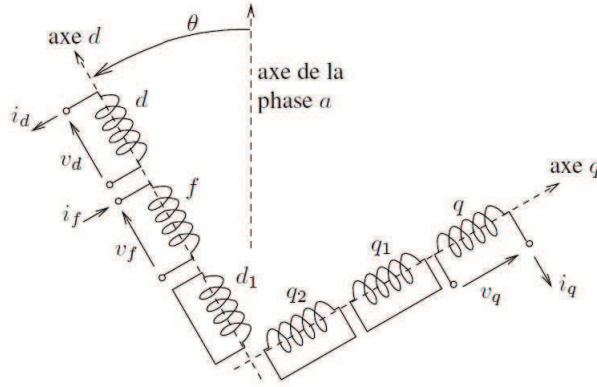
Les développements qui suivent s'appliquent au cas général d'une machine à quatre enroulements rotoriques. Le modèle à trois enroulements s'en déduit par des simplifications assez évidentes.

Notons enfin que l'enroulement d'excitation est soumis à une tension  $v_f$  tandis que les circuits  $d_1$ ,  $q_1$  et  $q_2$  sont court-circuités en permanence.

Les équations de la machine synchrone représentant les relations entre tensions courants et flux peuvent être données dans le repère de la Figure 2.2 ou dans un *repère simplifié* représenté en Figure 2.3. Ce dernier repère est obtenu après l'application de la *transformation de Park* décrite dans la section suivante.

### C) Transformation de Park

La transformée de Park, est un outil mathématique utilisé en électrotechnique afin de réaliser un changement de repère dans un système triphasé. Elle est généralement utilisée pour passer d'un repère "fixe" lié au stator d'une machine électrique à un repère tournant lié à son rotor ou au champ magnétique.



**Fig. 2.3.** Enroulements de la machine synchrone après transformation de Park

Par conséquent les enroulements de la machine synchrone de la Figure 2.2 après application de la transformation de Park, sont ceux représentés dans la Figure 2.3.

Les équations de la machine synchrone suite à la transformation de Park sont données par la suite en notant par  $s$  la variable de Laplace.

Dans l'axe direct de la Figure 2.3 on a :

$$\begin{bmatrix} V_d(s) + \dot{\theta}\psi_q(s) \\ -V_f(s) \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} R_a + sL_{dd} & sL_{df} & sL_{dd_1} \\ sL_{df} & R_f + sL_{ff} & sL_{fd_1} \\ sL_{dd_1} & sL_{fd_1} & R_{d_1} + sL_{d_1d_1} \end{bmatrix}}_{R_d + sL_d} \begin{bmatrix} I_d(s) \\ I_f(s) \\ I_{d_1}(s) \end{bmatrix} + L_d \begin{bmatrix} i_d(0) \\ i_f(0) \\ i_{d_1}(0) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

et dans l'axe en quadrature

$$\begin{bmatrix} V_q(s) + \dot{\theta}\psi_d(s) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} R_a + sL_{qq} & sL_{qq_1} & sL_{qq_2} \\ sL_{qq_1} & R_{q_1} + sL_{q_1q_1} & sL_{q_1q_2} \\ sL_{qq_2} & sL_{q_1q_2} & R_{q_2} + sL_{q_2q_2} \end{bmatrix}}_{R_q + sL_q} \begin{bmatrix} I_q(s) \\ I_{q_1}(s) \\ I_{q_2}(s) \end{bmatrix} + L_q \begin{bmatrix} i_q(0) \\ i_{q_1}(0) \\ i_{q_2}(0) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

où

$R_a, R_f, R_{d1}, R_{q1}$  et  $R_{q2}$  sont, respectivement, les résistances de l'enroulement de la phase  $a$  et des enroulements  $f, d_1, q_1$  et  $q_2$ .

$i_a, i_f, i_{d1}, i_{q1}$  et  $i_{q2}$  sont, respectivement, les courants parcourant l'enroulement de la phase  $a$  et des enroulements  $f, d_1, q_1$  et  $q_2$ .

$V_d, V_f$  et  $V_q$  sont, respectivement, les tensions aux bornes des enroulements  $d, f$  et  $q$ .

$\psi_d$  et  $\psi_q$  sont les flux embrassés par les enroulements  $d$  et  $q$ .

$\dot{\theta}$  est la vitesse angulaire.

$L_{i,j}$  avec  $i \in \{d, q\}$  et  $j \in \{d, q\}$  sont les inductances.

D) Schémas équivalents dynamiques de la machine

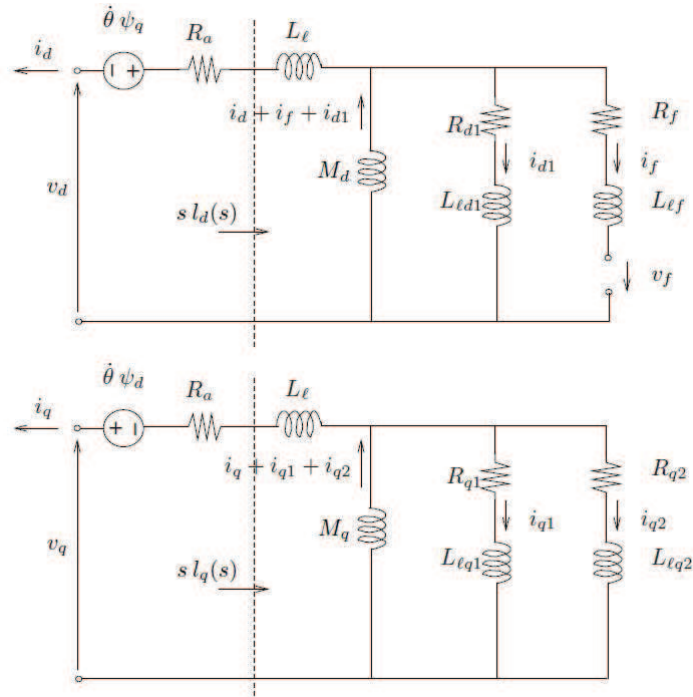


Fig. 2.4. Schémas équivalents dynamiques de la machine synchrone

Dans le système per unit (pu) les flux mutuels sont égaux. Par conséquent, les matrices d'inductance de Park dans les équations (2.1) et (2.2) se simplifient comme suit :

$$L_d = \begin{bmatrix} L_l + M_d & M_d & M_d \\ M_d & L_{lf} + M_d & M_d \\ M_d & M_d & L_{ld_1} + M_d \end{bmatrix}$$

et, respectivement,

$$L_q = \begin{bmatrix} L_l + M_q & M_q & M_q \\ M_q & L_{lq_1} + M_q & M_q \\ M_q & M_q & L_{lq_2} + M_q \end{bmatrix}$$

où l'on a posé, pour simplifier les écritures,

$$[L_{df}]_{pu} = M_d$$

$$[L_{qq_1}]_{pu} = M_q.$$

On considère la même inductance de fuite  $L_l$  dans les deux axes.

Les schémas de la Figure 2.4 sont conformes aux équations de Park de la machine synchrone.

## E) Equation du mouvement rotorique

Nous nous intéressons à présent au mouvement du rotor sous l'effet des couples mécanique et électromagnétique. Cette partie du modèle est évidemment essentielle pour l'analyse des transitoires électromécaniques.

### a) Equation du mouvement

Notons :

$\theta_m$  la position angulaire du rotor, à savoir l'angle entre un repère solide du rotor et un autre solide du stator.

$\theta$  l'angle électrique correspondant, lié à  $\theta_m$  par :  $\theta = \theta_m$

$\omega_m$  la vitesse mécanique :  $\omega_m = \dot{\theta}_m$

$\delta$  l'écart entre l'angle électrique  $\theta$  et une référence synchrone, c'est-à-dire un vecteur tournant à la pulsation nominale  $\omega_N$ . On a donc



$$\delta = \theta - \omega_N t.$$

$\delta$  est appelé simplement angle rotorique. L'équation fondamentale de la mécanique s'écrit

$$I \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = T_m - T_e \quad (2.3)$$

où  $I$  est le moment d'inertie de toutes les masses tournantes,  $T_m$  le couple mécanique fourni par la turbine et  $T_e$  le couple électromagnétique développé par le générateur. Dans cette relation, on a négligé le couple d'amortissement d'origine mécanique (frottements). Le développement ci-après consiste à mettre (2.3) en valeurs unitaires et à faire apparaître l'angle  $\delta$ . On a

$$\frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = \frac{d^2 \delta}{dt^2}$$

d'où

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = T_m - T_e.$$

Cette dernière équation est convertie en per unit (pu), en la divisant par le couple de base  $T_B = \frac{S_B}{\omega_{mB}}$ , où  $S_B$  et  $\omega_{mB}$  sont la puissance nominale de base et la vitesse nominale de base respectivement, ce qui donne successivement :

$$\begin{aligned} \frac{I \omega_{mB}}{S_B} \frac{d^2 \delta}{dt^2} &= [T_m]_{pu} - [T_e]_{pu} \\ \Leftrightarrow \frac{I \omega_{mB}^2}{\omega_m S_B} \frac{d^2 \delta}{dt^2} &= [T_m]_{pu} - [T_e]_{pu} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{\omega_N} \frac{\frac{1}{2} I \omega_{mB}^2}{S_B} \frac{d^2 \delta}{dt^2} &= [T_m]_{pu} - [T_e]_{pu}. \end{aligned}$$

En posant  $H = \frac{\frac{1}{2} I \omega_m^2}{S_B}$ , l'équation du mouvement dans (2.3), en per unit (pu), s'écrit donc

$$\frac{2H}{\omega_N} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = T_m - T_e \quad (2.4)$$

où l'on a omis l'indice pu pour alléger les écritures.

### ***b) Caractéristiques d'inertie***

Le paramètre  $H$  est parfois appelé énergie spécifique : c'est le rapport entre l'énergie cinétique nominale et la puissance apparente nominale de la machine. Il a la dimension d'une constante de temps. C'est une grandeur représentative de l'inertie des machines, permettant des comparaisons aisées.

La caractéristique d'inertie est parfois donnée sous la forme du temps de lancée  $t_l$ , défini comme le temps nécessaire pour atteindre la vitesse de rotation nominale  $\omega_{mB}$  lorsque l'on applique au rotor, initialement au repos, le couple nominal

$$T_N = \frac{P_N}{\omega_{mB}} = \frac{S_b \cos \phi_N}{\omega_{mB}}.$$

Dans ces conditions on a

$$\omega_m = \frac{S_b \cos \phi_N}{I \omega_{mB}} t$$

d'où

$$t_l = \frac{I \omega_{mB}^2}{S_b \cos \phi_N} = \frac{2H}{\cos \phi_N}.$$

Les données se réfèrent parfois au couple de base  $T_B$  plutôt qu'au couple nominal : le  $\cos \phi_N$  disparaît alors.

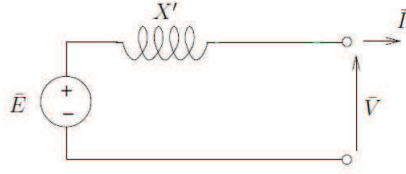
*Remarque* :  $T_e$  est le couple électromagnétique total. Or, dans certains modèles simplifiés, on est amené à négliger les enroulements d'amortissement. Pour compenser la composante du couple ainsi perdue, on introduit parfois un terme d'amortissement dans l'équation du mouvement dans (2.4), qui devient :

$$\frac{2H}{\omega_N} \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_N \delta} \frac{d}{dt} = T_m - T_e. \quad (2.5)$$

## F) Modèle classique de la machine synchrone

Du point de vue électrique, le modèle classique d'un alternateur consiste en une source de tension et une réactance comme dans la Figure 2.5. Il correspond donc à l'équation suivante

$$\bar{E} = \bar{V} + jX' \bar{I} \quad (2.6)$$



**Fig. 2.5.** Schéma équivalent du modèle classique d'une machine synchrone

où  $\bar{E}$  est la tension à vide à la sortie de la machine,  $\bar{V}$  est la tension stator et  $X'$  correspond à la réactance synchrone de la machine.

D'un point de vue mécanique, la seule dynamique prise en compte dans le modèle classique est celle du mouvement rotorique et qui correspond à l'équation des masses tournantes (2.5) pour laquelle  $\Omega_N = 1$  et  $D = 0$ , *i.e.*,

$$2H\ddot{\delta} = T_m - T_e \quad (2.7)$$

Le modèle dit *classique* de la machine est donc constitué par les équations (2.6) et (2.7).

### 2.2.2 Modélisation des charges

Le modèle général d'une charge peut s'écrire :

$$P = H_P(V, f, X) \quad (2.8)$$

$$Q = H_Q(V, f, X) \quad (2.9)$$

$$\dot{X} = g(V, f, X) \quad (2.10)$$

où  $P$  (resp.  $Q$ ) est la puissance active (resp. réactive) consommée,  $V$  est le module de la tension aux bornes de la charge,  $f$  la fréquence de cette tension et  $X$  un vecteur d'état relatif au processus dynamique de cette charge.

Dans l'étude statique des systèmes électriques (le calcul de l'écoulement des charges par exemple), seul le modèle statique de la charge est considéré. La section suivante est dédiée à l'obtention de ce dernier.

**A) Modèle statique**

Le modèle statique est obtenu en considérant que la dynamique interne de la charge est à l'équilibre, ce qui se traduit par :

$$g(V, f, X) = 0. \quad (2.11)$$

En éliminant  $X$  des relations (2.8), (2.9) et (2.10), on obtient formellement :

$$P = h_P(V, f) \quad (2.12)$$

$$Q = h_Q(V, f). \quad (2.13)$$

Les expériences ont montré que la variation de la charge est une fonction continue dérivable en fonction de la tension et de la fréquence, elle est dite à *exposant*.

Si on considère que la dépendance est uniquement en fonction de la tension, le modèle à exposant peut s'écrire :

$$P = P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha \quad (2.14)$$

$$Q = Q_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta \quad (2.15)$$

dans lequel  $V_0$  est une tension de référence et  $P_0$  (resp.  $Q_0$ ) est la puissance active (resp. réactive) consommée sous cette tension.  $\alpha$  et  $\beta$  caractérisent le type de la charge. On peut distinguer quelques cas particuliers :

- $\alpha = \beta = 2$  : charge à admittance constante
- $\alpha = \beta = 1$  : charge à courant constant
- $\alpha = \beta = 0$  : charge à puissance constante.

Si l'on considère que la dépendance est en fonction de la tension et la fréquence, le modèle statique de la charge aura la forme suivante :

$$P = P_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha (1 + K_{pf}(f - f_0)) \quad (2.16)$$

$$Q = Q_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\beta (1 + K_{qf}(f - f_0)) \quad (2.17)$$

où  $f_0$  est la fréquence nominale,  $K_{pf}$  peut prendre les valeurs entre 0 et 3 et  $K_{qf}$  peut prendre les valeurs entre -2 et 0 [28]. La fréquence du noeud  $f$  n'est pas une variable d'état dans le modèle d'un système électrique utilisé pour l'analyse de la stabilité. Elle est évaluée en calculant la dérivée partielle de l'angle de la tension du noeud.

## B) Modèle dynamique

En général, dans les systèmes électriques, les charges sont constituées à partir d'une variété d'éléments électriques. Pour les charges resistives, la puissance électrique consommée ne dépend pas de la variation de la vitesse de rotation des générateurs. Dans le cas des charge de type moteurs, la puissance électrique consommée change avec la variation de la vitesse des moteurs. Le modèle dynamique de ces charges peut être donné sous la forme [28] :

$$\Delta P = \Delta P_L + D \Delta \omega_r \quad (2.18)$$

où

$\Delta P_L$  est la puissance consommée indépendamment de la variation de la vitesse.

$D \Delta \omega_r$  est la puissance consommée en fonction de la variation de la vitesse.

$D$  constante d'amortissement de la charge.

L'équation (2.18) est la dynamique de la charge considérée dans l'analyse de la stabilité dans les systèmes électriques.

### 2.2.3 Modélisation du réseau de transport

Le réseau de transport d'électricité est constitué par des noeuds reliant des lignes, des câbles et des transformateurs. L'approximation quasi-sinusoïdale [28] (modélisation permettant de simuler la dynamique des phénomènes transitoires de court terme (voir Section 3.2)) conduit à modéliser ces composants non pas par les équations différentielles relatives aux inductances et aux capacités présentes dans les schémas équivalents de ces composants, mais par les équations algébriques qui caractérisent ces schémas en régime sinusoïdal. Plus précisément, pour la modélisation du réseau de transport, ses lignes, ses câbles et ses transformateurs sont modélisés par des schémas en  $\pi$  [28] dont les impedances (ou les admittances) sont toutes calculées à la fréquence nominale à laquelle le système électrique fonctionne. Ces différents schémas en  $\pi$  sont assemblés conformément à la topologie du réseau et leurs impedances conformément à la méthode des noeuds [28]. En effet, le réseau de transport sera caractérisé par la matrice d'admittance  $\bar{Y}$  résultante :

$$\bar{I} = \bar{Y}\bar{V} \quad (2.19)$$

où  $\bar{I}$  est le vecteur des courants injectés aux noeuds et  $\bar{V}$  le vecteur des tensions aux noeuds.

#### Calcul d'écoulement de charge

Son objectif est de déterminer l'état électrique complet du réseau, à savoir les tensions à tous les noeuds, les transits de puissance dans toutes les branches, les pertes,... à partir des consommations et des productions spécifiées en ses noeuds.

On utilise couramment la terminologie anglo-saxonne "load-flow" ou "power-flow".

Pour ce calcul, le réseau de transport est décrit par  $2N$  équations (2.20), (2.21). En chaque noeud  $i$  du réseau : ces équations font intervenir quatre grandeurs : le module  $V_i$  et la phase  $\theta_i$  de la tension, la puissance active  $P_i$  et réactive  $Q_i$ . Les "..." représentent les caractéristiques des éléments en  $\pi$  reliant ces noeuds (lignes, transformateur, etc).

$$P_i = f_i(\dots, V_i, \theta_i, \dots) \quad (2.20)$$

$$Q_i = g_i(\dots, V_i, \theta_i, \dots) \quad (2.21)$$

Pour qu'inconnues et équations de la modélisation du réseau de transport soient en nombre égal, il faut donc spécifier deux des quatre grandeurs ( $V$ ,  $\theta$ ,  $P$  et  $Q$ ) en chaque noeud. Pour se faire :

En un noeud auquel est connectée une charge, on spécifie les puissances active et réactive consommées par celle-ci, car ces informations sont généralement disponibles au départ de mesures. Les équations relatives à un tel noeud sont données par (2.20), (2.21) où  $P_i$ ,  $Q_i$  sont les consommations de la charge. En un tel noeud, les inconnues sont donc  $V_i$ ,  $\theta_i$ . Ces noeuds où l'on spécifie  $P$  et  $Q$  sont souvent désignés sous le vocable de "noeuds PQ".

Comme on l'a vu au section précédente, les générateurs des grandes centrales sont dotés de régulateurs de tension qui maintiennent constantes leurs tensions terminales. En un tel jeu de barres, il est plus naturel de spécifier la tension que la puissance réactive. Les données sont donc  $P_i$  et  $V_i$ . Le module de la tension étant directement spécifié, il ne reste que  $\theta_i$  comme inconnue. Ces noeuds où l'on spécifie  $P$  et  $V$  sont désignés sous le vocable de "noeuds PV".

Certains jeux de barres peuvent recevoir une charge et un générateur. Dans ce cas, ce sont les données relatives au générateur qui dictent le type du noeud: PQ ou PV selon le cas. L'injection de puissance active  $P_i$  (resp. réactive  $Q_i$ ) est évidemment la différence entre la puissance générée et la puissance consommée.

A ce stade, deux remarques s'imposent :

- on ne peut spécifier les puissances  $P_i$  et  $Q_i$  à tous les noeuds. En effet, le bilan de puissance complexe du réseau s'écrit :

$$\sum_{i=1}^N P_i = p \quad (2.22)$$

$$\sum_{i=1}^N Q_i = q \quad (2.23)$$

où  $p$  (resp.  $q$ ) représente les pertes actives (resp. réactives) totales dans le réseau. Spécifier toutes les valeurs  $P_i$  et  $Q_i$  reviendrait donc à spécifier les pertes. Or, ces dernières sont fonction des courants dans les branches et donc des tensions aux noeuds, lesquelles ne sont pas connues à ce stade;

- seules des différences angulaires interviennent dans les équations (2.20), (2.21) (Voir [28] pour plus de détails); on peut ajouter une même constante à toutes les phases sans changer l'état électrique du réseau. Il convient en fait de calculer les déphasages de  $N-1$  noeuds par rapport à l'un d'entre eux pris comme référence.

Pour satisfaire ces deux contraintes, un des jeux de barres du réseau se voit spécifier le module et la phase de sa tension, plutôt que les puissances. Nous supposons dans ce qui suit qu'il s'agit du  $N$ -ème noeud. Ce jeu de barres sert de référence angulaire, la phase de sa tension étant arbitrairement posée égale à zéro. En ce noeud, aucune des équations (2.20, 2.21) n'est utilisée et il n'y a aucune inconnue à déterminer.

Ce jeu de barres est désigné sous le nom de *balancier*.

En pratique, on choisit comme balancier un jeu de barres où est connecté un générateur, ce qui est cohérent avec l'imposition de la tension. La relation (2.22) donne :

$$P_N = - \sum_{i=1}^{N-1} = P_i + p \quad (2.24)$$

où les différents termes de la somme sont spécifiés dans les données, tandis que, comme indiqué précédemment,  $p$  n'est connu qu'à l'issue du calcul de load flow. La procédure est alors la suivante. Pour une charge totale donnée, on estime les pertes actives et l'on répartit la somme des deux sur les différents générateurs, en ce compris le balancier. A l'issue du calcul, on connaît les pertes  $p$  relatives à ce schéma de production. Si l'estimation des pertes était imprécise, la production du balancier est éloignée de ce qu'on a supposé lors de la répartition de la production sur les différents générateurs. Si l'écart est trop grand, on peut corriger cette répartition en prenant comme estimation des pertes la valeur qui vient d'être calculée. On peut itérer de la sorte jusqu'à ce que la production du balancier après calcul soit proche de l'estimation avant calcul. Quand une telle correction est nécessaire, une seule itération suffit dans la plupart des cas pratiques.



### 2.2.4 Modélisation du régulateur de la vitesse

Dans tout système électrique, il importe de maintenir la fréquence autour de sa valeur nominale (50 Hz). Ceci est non seulement nécessaire au fonctionnement correct des charges mais, il est également l'indicateur d'un équilibre entre puissances actives produites et consommées.

En fait, l'énergie électrique n'est pas enmagasinable, du moins pas dans les quantités suffisantes pour faire face aux fluctuations de la demande ou aux incidents. Elle doit donc être produite au moment où elle est demandée.

Considérons par exemple une augmentation brutale de la demande. Dans les toutes premières moments suivants, l'énergie correspondante va être prélevée sur l'énergie cinétique que possèdent les masses tournantes des unités de production. Ceci va entraîner une diminution de la vitesse de rotation de ces unités, plus précisément, la fréquence du système électrique s'éloigne de sa valeur nominale.

Cet écart de vitesse est détecté et corrigé automatiquement par les *régulateurs de vitesse* schématisés par la Figure 2.6). Ces régulateurs vont augmenter l'admission de fluide (vapeur, gaz ou eau) dans les turbines de manière à ramener la vitesse autour de sa valeur nominale. Une fois le système revenu à l'équilibre, les unités restent avec cette admission de fluide plus élevée, donc une production de puissance plus élevée, équilibrant la demande également plus élevée.

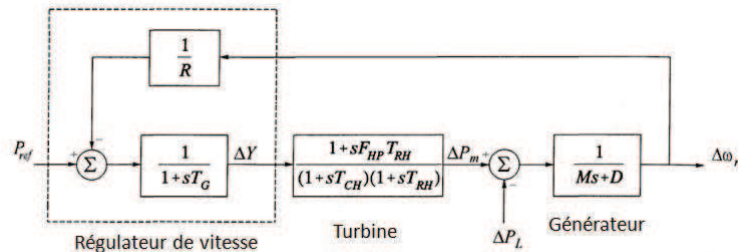


Fig. 2.6. Régulateur de la vitesse

Cette régulation en centrale est appelée *régulation primaire*. Elle intervient la première sur l'échelle des temps : quelques secondes après une perturbation.

Dans les systèmes électriques interconnectés, l'action de la régulation de vitesse est coordonnée entre l'ensemble des générateurs du système électrique.

Plus précisément, les régulateurs de vitesse adaptent les puissances des turbines en proportion de la variation de la fréquence. Le facteur de proportionnalité  $R$  est appelé *statisme* du générateur (Figure 2.6).

### 2.2.5 Modélisation de la régulation de tension

L'objectif du régulateur de tension est maintenir les tensions aux noeuds des générateurs à leurs valeurs nominales. La Figure 2.7 donne le schéma de principe du système de régulation de la tension d'une machine synchrone.

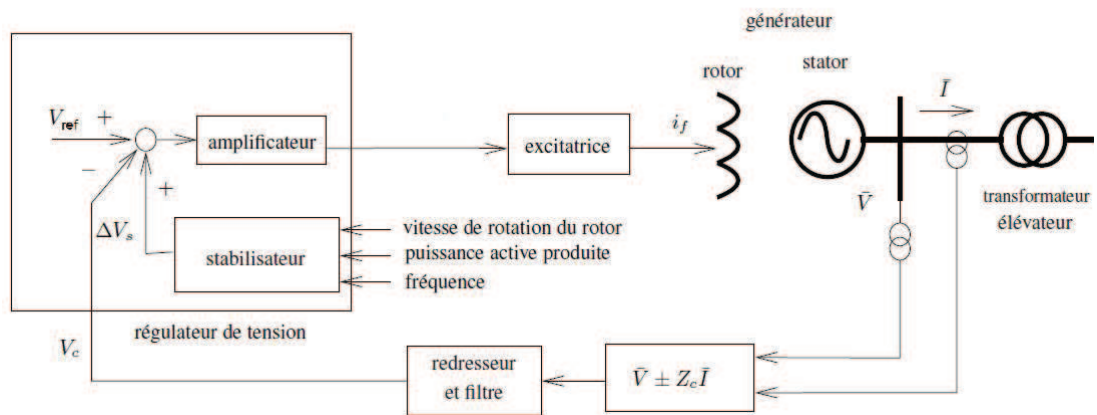


Fig. 2.7. Régulateur de tension

La tension  $\bar{V}$  au noeud du générateur est mesurée au moyen d'un transformateur de potentiel, puis redressée et filtrée pour donner un signal continu  $V_c$ , proportionnel à la valeur de la tension alternative  $\bar{V}$ .

Le régulateur de tension compare le signal  $V_c$ , à la consigne de tension  $V_{ref}$ , amplifie la différence et met le résultat sous la forme adéquate pour la commande de l'excitatrice. Le principe général de cette régulation est d'augmenter la tension d'excitation  $v_f$  du générateur lorsque la tension terminale  $\bar{V}$  diminue ou lorsque la consigne  $V_{ref}$ , augmente, et inversement.

Le régulateur peut être doté d'une boucle supplémentaire correspondant à un "stabilisateur" (Power System Stabilizer (PSS)), circuit dont le rôle est d'ajouter au signal de l'erreur  $V_{ref} - V_c$  une composante supplémentaire transitoire  $V_s$  dans le but d'améliorer le fonctionnement transitoire du système électrique. Plus précisément, cette composante nulle en régime établi, améliore l'amortissement des oscillations électromécaniques liées aux rotors des

machines suite à une perturbation. La synthèse de ces PSS sera détaillée dans le chapitre 5.1.

L'excitatrice est une machine auxiliaire qui procure le niveau de puissance requis par l'enroulement d'excitation du générateur. En régime établi, cette machine fournit une tension et un courant continus mais elle doit également être capable de faire varier rapidement la tension d'excitation  $v_f$  en réponse à une perturbation survenant sur le réseau.

### 2.2.6 Le modèle détaillé d'un système électrique pour la simulation

Un modèle de simulation est dit "détaillé" si l'on emploie pour les machines tournantes la modélisation détaillée présentée en Section 2.2.1 ainsi que leurs régulateurs. Il permet de reproduire en simulation tous les phénomènes transitoires existant dans les systèmes électriques (voir Section 3.2) pour plus de détails sur les phénomènes transitoires dans les systèmes électriques.

#### A) Structure algébro-différentielle du modèle détaillé

La structure d'un modèle détaillé est obtenue en empilant les équations qui modélisent les composantes du système principalement présentées en Sections 2.2.1, 2.2.2 et 2.2.3. Elle est typiquement présentée sous la forme d'un ensemble d'équations algébriques et différentielles appelé forme DAE (Differential Algebraic Equations)

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = f(X(t), W(t)) \\ 0 = g(X(t), W(t)) \end{cases} \quad (2.25)$$

où  $X(t)$  est le vecteur des variables différentielles et  $W(t)$  est le vecteur des variables algébriques (voir, par exemple, [28]).  $X$  représente les variables d'état des éléments constitutifs du système électrique (les machines synchrones et leurs régulations, les machines à induction, les FACTS etc) tandis que  $W$  contient principalement les tensions des noeuds du réseau de transport d'électricité (voir Section 2.2.3).

Remarquons que (2.25) n'est pas une représentation d'état du système dynamique mais un modèle préservant la structure physique : un ensemble de variables physiques reliées par un ensemble d'équations différentielles et algébriques.

Pour montrer l'obtention de la structure algébro-différentielle d'un modèle détaillé d'un système électrique, considérons l'exemple suivant :

### B) Dynamique d'un système électrique : machine - noeud infini

Considérons une machine connectée à un noeud infini par une réactance  $X_e$  comme dans la Figure (2.8).

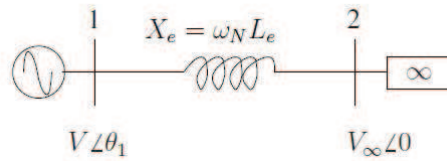


Fig. 2.8. Système machine - noeud infini

Au rotor de la machine, seul le circuit d'excitation est pris en compte. Au stator, la résistance est négligée. On suppose constant le couple mécanique fourni par la turbine. Quant au régulateur de tension, il est simplement représenté par un gain  $G$  et une constante de temps  $T$ , comme indiqué à la Figure (2.9)

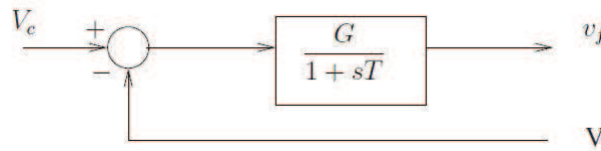


Fig. 2.9. Modèle élémentaire du régulateur de tension

Les paramètres de la machine intervenant dans le modèle sont donc essentiellement :  $H, X_d, X_q, X'_d, T'_{d0}, G, T$

Notons que le modèle ne fera pas intervenir de réactance  $X'_q$  car il n'y a pas d'enroulement dans l'axe en quadrature.

#### Mise en équations

En négligeant la résistance statorique  $R_a$  et en ne considérant que l'enroulement d'excitation  $f$ , les équations de Park de la machine de la section 2.2.1

s'écrivent :

$$v_d = -X_q i_q \quad (2.26)$$

$$v_q = X'_q i_d + \omega_N \frac{L_{df}}{L_{ff}} \psi_f \quad (2.27)$$

$$\frac{d}{dt} \psi_f = v_f - R_f i_f \quad (2.28)$$

$$\psi_f = L_{ff} i_f + L_{df} i_d. \quad (2.29)$$

Les équations du mouvement rotorique de la machine s'écrivent :

$$\frac{d}{dt} \delta = \omega \quad (2.30)$$

$$\frac{2H}{\omega_N} \frac{d}{dt} \omega = T_m - T_e \quad (2.31)$$

où  $T_m$  est le couple mécanique, supposé constant, et  $T_e$  le couple électromagnétique.

Ce dernier est relié à la puissance active  $P$  produite par la machine par :

$$T_e = \frac{P}{\omega_N + \dot{\delta}} = \frac{v_d i_d + v_q i_q}{\omega_N + \dot{\delta}} \quad (2.32)$$

et considérant que la vitesse de la machine reste proche de celle du synchronisme :



$$v_d = -V_\infty \sin \delta + X_e i_q \quad (2.36)$$

$$v_q = V_\infty \cos \delta - X_e i_d \quad (2.37)$$

Les équations (2.30), (2.31) et (2.34) constituent un ensemble de 4 équations différentielles du premier ordre faisant intervenir les 4 variables différentielles du vecteur  $X = [\delta, \omega, \psi_f, v_f]^T$ . Les équations (2.26), (2.27), (2.29), (2.33), (2.35), (2.36) et (2.37) constituent un ensemble de 7 équations algébriques faisant intervenir les 7 variables algébriques du vecteur  $W = [i_d, i_q, v_d, v_q, i_f, T_e, V]^T$ . Cet ensemble de variables différentielles et algébriques représente le modèle algébro-différentiel (le modèle détaillé pour la simulation) du système machine-noeud infini de la Figure 2.8 (DAE) de même type que l'équation (2.25).

Il est intéressant de remarquer que les 7 variables algébriques :  $i_d, i_q, v_d, v_q, i_f, T_e$  et  $V$  sont "équilibrées" par les 7 relations algébriques (2.26), (2.27), (2.29), (2.33), (2.35), (2.36) et (2.37). En éliminant ces variables algébriques, le modèle du système électrique peut se mettre sous la forme canonique :

$$\dot{X} = f_c(X). \quad (2.38)$$

Les opérations permettant d'aboutir à ce modèle sont détaillées dans [28]. On obtient le résultat suivant :

$$\frac{d}{dt} \delta = \omega \quad (2.39)$$

$$\frac{d}{dt} \omega = \frac{\omega_N}{2H} T_m - \frac{\omega_N}{2H} \left[ \frac{k V_\infty \sin \delta}{\omega_N T'_{d0} (X_e + X'_d)} + \frac{(X'_d - X_q) V_\infty^2}{2 \omega_N (X_e + X_q) (X_e + X'_d)} \sin 2\delta \right] \quad (2.40)$$

$$\frac{d}{dt} \psi_f = v_f - \frac{1}{T'_{d0}} \frac{X_e + X_d}{X_e + X'_d} \psi_f + \frac{V_\infty}{k} \frac{X_d - X'_d}{X_e + X'_d} \cos \delta \quad (2.41)$$

$$\frac{d}{dt}v_f = -\frac{v_f}{T} - \frac{G}{T} \left[ \frac{X_q^2 V_\infty^2 \delta}{(X_e + X_d)^2} + \frac{(V_\infty X'_d \cos\delta + k X_e \psi_f / T'_{d0})^2}{(X_e + X'_d)^2} \right]^{1/2} + \frac{G}{T} V_c. \quad (2.42)$$

### 2.2.7 Modèle simplifié d'un système électrique pour la simulation

Un modèle simplifié du système électrique peut être obtenu si les machines tournantes sont représentées dans ce dernier par leur modèle classique (voir Section 2.2.1) mais sans leurs régulations. De cette manière, le modèle simplifié pour la simulation permet uniquement de reproduire en simulation les phénomènes transitoire électromécaniques des systèmes électriques (voir Section 3.2 pour plus de détails sur les phénomènes transitoires dans les électriques).



### 2.3 Modélisation pour l'analyse en approximation linéaire

Dans cette section, nous détaillons la méthodologie pour l'obtention d'un modèle pour l'analyse d'un système électrique en approximation linéaire. Il sera utilisé en chapitre 3 pour *l'analyse modale*.

Il s'agit donc de l'approximation linéaire du modèle DAE (2.25) présenté en Section 2.2.

Ce modèle est utilisé pour étudier la stabilité en petits mouvements d'un système électrique en calculant les fréquences, vecteurs propres et amortissements des modes oscillants du système (voir Section 3.5).

#### 2.3.1 Modèle détaillé pour l'analyse modale

Le *modèle détaillé pour l'analyse modale* est l'approximation linéaire du *modèle détaillé pour la simulation* d'un système électrique étudié en Section 2.2.

#### Obtention du modèle détaillé pour l'analyse modale

Rappelons que les équations différentielle dans (2.25) proviennent des machines et de leurs régulateurs, des charges, etc...et que les équations algébriques dans (2.25) sont relatives au réseau du transport.

Les approximations linéaires des fonctions  $f$  et  $g$  de (2.25) autour d'un point de fonctionnement  $(X_0, W_0)$  sont :

$$f = f_0 + \underbrace{\frac{\partial f(X, W)}{\partial X} \Big|_{X=X_0}}_{J_1} \Delta X + \underbrace{\frac{\partial f(X, W)}{\partial W} \Big|_{W=W_0}}_{J_2} \Delta W \quad (2.43)$$

$$g = g_0 + \underbrace{\frac{\partial g(X, W)}{\partial X} \Big|_{X=X_0}}_{J_3} \Delta X + \underbrace{\frac{\partial g(X, W)}{\partial W} \Big|_{W=W_0}}_{J_4} \Delta W \quad (2.44)$$

où  $f_0 = f(X_0, W_0)$ ,  $g_0 = g(X_0, W_0)$  et  $\Delta X = X - X_0$ ,  $\Delta W = W - W_0$ .

Si le point  $(X_0, W_0)$  est un point d'équilibre, les matrices  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  et  $J_4$  définissent le linéarisé tangent du système électrique en  $(X_0, W_0)$  :

$$\Delta \dot{X} = J_1 \Delta X + J_2 \Delta W \quad (2.45)$$

$$0 = J_3 \Delta X + J_4 \Delta W. \quad (2.46)$$

La matrice

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

est la *matrice jacobienne* de ce système évaluée au point d'équilibre  $(X_0, W_0)$ .

Supposons que la matrice  $J_4$  est non-singulière, la relation (2.45) donne :

$$\Delta W = J_4^{-1} J_3 \Delta X \quad (2.48)$$

et une substitution de (2.48) dans (2.45) fournit le *modèle détaillé d'analyse modale* :

$$\Delta \dot{X} = A \Delta X \quad (2.49)$$

avec

$$A = J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3 \quad (2.50)$$

la matrice d'état du système (2.25) linéarisé en  $(X_0, W_0)$ . Elle s'obtient donc par "réduction" de la matrice jacobienne complète  $J$  dans (2.47).

### 2.3.2 Modèle simplifié pour l'analyse modale

Le modèle simplifié pour l'analyse modale est un modèle d'ordre réduit par rapport au modèle détaillé précédemment présenté. Ce modèle simplifié constitue une très bonne approximation du modèle détaillé pour l'analyse des oscillations électromécaniques de basses et/ou de hautes fréquence et présente l'avantage de permettre un calcul simple et rapide des fréquences de ces oscillations électromécaniques.

Le modèle simplifié pour l'analyse modale peut être obtenu de deux manières :

1. en utilisant la même procédure décrite ci-dessus pour l'obtention du modèle détaillé pour l'analyse modale mais en remplaçant le modèle détaillé pour la simulation utilisé dans cette procédure par le modèle simplifié pour la simulation du système électrique étudié dans la Section 2.2.7.
2. à partir du modèle détaillé pour l'analyse modale de l'équation (2.49), en gardant dans la matrice  $A$  que les lignes et colonnes associées aux vitesses angulaires  $\omega$  et aux angles  $\delta$  des générateurs.

Les deux manières nous conduisent au modèle simplifié suivant :

$$\dot{\omega} = A_r \delta \quad (2.51)$$

avec

$$\omega = \dot{\delta}.$$

La matrice  $A_r$  qui est une matrice carré avec autant de lignes et colonnes que de générateurs constituant le système électrique considéré, est symétrique semi-définie négative. Toutes ces valeurs propres se trouvent sur l'axe imaginaire et une d'entre elles est à 0. Le vecteur propre de cette dernière est  $V_0 = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ . Les valeurs propres de  $A_r$  correspondent à des modes oscillatoires non-amortis  $\lambda_{2i} = j\sqrt{-\sigma_i}$  et  $\lambda_{2i+1} = -j\sqrt{-\sigma_i}$  où  $\sigma_{n-1} \leq \sigma_{n-2} \leq \dots \leq \sigma_0 = 0$ . Les fréquences des  $\lambda_i$  constituent une bonne approximation des fréquences des oscillations électromécaniques des générateurs du système considéré.

La valeur propre  $\lambda_0 = 0$  ne traduit pas le passage en instabilité du système mais seulement l'indétermination des angles liés au fait qu'on a considéré des

angles rotorique "absolus"  $\delta_i$ . Notons qu'en pratique, suite à des arrondis numériques, cette valeur propre peut être seulement proche de zéro.

On peut supprimer cette valeur propre nulle en traitant des angles relatifs à une référence choisie. Ainsi, pour un réseau à  $n$  machines, en prenant l'angle d'une des machines comme référence, on considérera les angles rotoriques relatifs : soit  $n - 1$  variables d'état angulaires. On peut aussi rapporter les angles à un "centre d'inertie" du système.

Notons que dans le cas où le système comporte un jeu de barres infini, l'usage des angles  $\delta_i$  et des vitesses ne conduit pas à des valeurs propres nulles. En effet, en présence dans ce cas, il n'est pas possible d'ajouter une constante arbitraire à ces variables sans perturber l'état électrique du système.

La modèle simplifié de l'équation (2.51) appartient à une classe de modèles appelés *modèles oscillatoires non amortis de deuxième ordre*. Pour expliquer quelques propriétés de ces modèles, nous avons choisi dans la section suivante trois exemples intuitifs.

### Caractéristiques des modèles simplifiés pour l'analyse des systèmes électriques

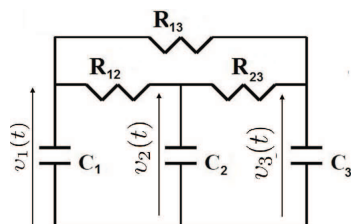


Fig. 2.11. Circuit RC

Le premier modèle est le circuit RC de la Figure 2.11. Ce modèle est un *modèle dynamique dit de "premier ordre"* car il représente l'interconnexion de trois sous-systèmes de premier ordre.

Si l'on choisit le vecteur des tensions

$$X(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ v_3(t) \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

comme vecteur d'état du système, nous pouvons donc décrire le système par la représentation d'état autonome

$$\dot{X} = \underbrace{M^{-1}Y}_A X \quad (2.53)$$

où  $M = \text{diag}\{C_1, C_2, C_3\}$  et

$$Y = \begin{bmatrix} -(y_{12} + y_{13}) & y_{12} & y_{13} \\ y_{12} & -(y_{12} + y_{23}) & y_{23} \\ y_{13} & y_{23} & -(y_{13} + y_{23}) \end{bmatrix}. \quad (2.54)$$

Les quantités  $y_{ij}$  sont les admittances du circuit, données par  $y_{ij} = 1/R_{ij}$  où  $R_{ij}$  sont des résistances du circuit.

Ce système a les caractéristiques suivantes :

1. sa matrice d'admittance  $Y$  est symétrique et semi-définie négative.
2. sa matrice d'état  $A$  est singulière ; cette dernière conservera la même structure dans le cas où ce système est généralisé à  $n$  condensateurs.
3. les valeurs propres de la matrice  $A$  se trouvent toutes sur l'axe imaginaire et une d'entre elles est à 0. Le vecteur propre de cette dernière est  $V_0 = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ .

L'exemple suivant correspond à un système masses-ressorts, où des masses sont connectées à travers un réseau de ressorts comme montré dans la Figure 2.12.

Supposons que le système oscille dans le plan qui contient les masses et notons  $D = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$  le vecteur contenant les déplacements des masses et par rapport à leurs positions initiales dans ce plan. Si l'on note  $M = \text{diag}\{M_1, M_2, M_3\}$  la matrice diagonale contenant les masses et par  $\Sigma = \text{diag}\{\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3\}$  la matrice diagonale contenant les coefficients d'amortissement de frottement, nous pouvons décrire le mouvement des masses par

$$M\ddot{D} + \Sigma\dot{D} = KD \quad (2.55)$$

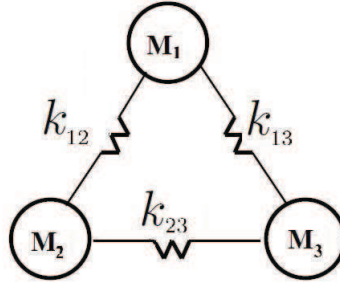


Fig. 2.12. Modèle masses-ressorts

où

$$K = \begin{bmatrix} -(k_{12} + k_{13}) & k_{12} & k_{13} \\ k_{12} & -(k_{12} + k_{23}) & k_{23} \\ k_{13} & k_{23} & -(k_{13} + k_{23}) \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

et  $k_{ij}$  sont les constantes des ressorts.

Si nous introduisons les variables de vitesse  $v_i = \dot{d}_i$  avec  $V = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$  nous pouvons décrire le système de la Figure 2.12 en représentation d'état standard

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M^{-1}K & -M^{-1}\Sigma \end{bmatrix} x \quad (2.57)$$

avec  $x = [d \ v]^T$ . Ce type de système est un *modèle dynamique dit de "deuxième ordre"* puisque le mouvement de chaque masse est décrit par deux variables d'état.

Il est intéressant d'analyser le cas particulier où il n'y a aucun amortissement, i.e. ,  $\Sigma = 0$  dans (2.55). Le système est alors décrit par

$$\ddot{d} = \underbrace{M^{-1}K}_R d. \quad (2.58)$$

Il s'agit donc d'un modèle dynamique de deuxième ordre qui présente les mêmes caractéristiques que celui du circuit RC de la Figure 2.11 à savoir :

- mathématiquement,
  1. la matrice  $K$  dans l'équation (2.56) a la même structure que la matrice  $Y$  dans l'équation (2.54) du circuit RC de la Figure 2.11 ; l'analogie est obtenue si l'on remplace  $y_{ij}$  par  $k_{ij}$ .
  2. les valeurs propres de la matrice  $R$  se trouvent toutes sur l'axe imaginaire et une d'entre elles est à 0 et son vecteur propre est  $V_0 = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$ . Ces valeurs propres correspondent à des *modes oscillatoires non-amortis*  $\lambda_{2i} = j\sqrt{-\sigma_i}$  et  $\lambda_{2i+1} = -j\sqrt{-\sigma_i}$  où  $\sigma_{n-1} \leq \sigma_{n-2} \leq \dots \leq \sigma_0 = 0$ .
- physiquement, les deux modèles des deux exemples précédents appartiennent à une classe de modèles appelés modèle à compartiments et qui peuvent être décrits comme l'interconnexion de plusieurs compartiments d'énergie (unités de stockage d'énergie). Généralement, leurs dynamiques correspondent à l'échange de l'énergie entre les unités de stockage. Cette énergie est de type électrique dans l'exemple du circuit RC où l'énergie échangée est liée à la différence des tensions aux bornes des capacités, et de type mécanique dans l'exemple masses-ressorts où l'énergie échangée dans ce cas est liée à la différence entre les déplacements des masses.

L'exemple final que nous discutons dans cette section est celui d'un système électrique interconnecté comme celui décrit par la Figure 2.13

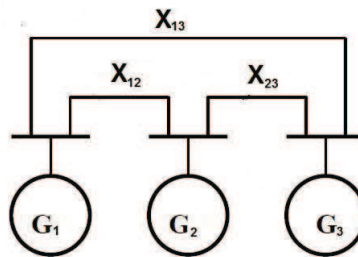


Fig. 2.13. Exemple 3 machines

Si le modèle classique est utilisé pour les machines, un système oscillant similaire aux deux systèmes précédents est obtenu. Plus précisément, le sys-

tème de la Figure 2.13 peut être décrit par

$$M\ddot{\delta} + D\dot{\delta} = P_S\delta \quad (2.59)$$

où  $\delta = [\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3]^T$  est le vecteur des positions angulaires des générateurs,  $D = \text{diag}\{D_1, D_2, D_3\}$  est la matrice diagonale contenant les amortissements des machines et  $M = \text{diag}\{M_1, M_2, M_3\}$  représente la matrice diagonale des éléments  $M_i = \frac{2H}{\omega_0}$  avec  $H_i$  l'inertie de la machine  $i$  et  $\omega_0$  la vitesse nominale des générateurs.

La matrice

$$P_S(:, 1) = \begin{bmatrix} -\left(\frac{E_1 E_2}{X_{12}} \cos(\delta_{10} - \delta_{20}) + \frac{E_1 E_3}{X_{13}} \cos(\delta_{10} - \delta_{30})\right) \\ \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \cos(\delta_{10} - \delta_{20}) \\ \frac{E_1 E_3}{X_{13}} \cos(\delta_{10} - \delta_{30}) \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$P_S(:, 2) = \begin{bmatrix} \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \cos(\delta_{10} - \delta_{20}) \\ -\left(\frac{E_1 E_2}{X_{12}} \cos(\delta_{10} - \delta_{20}) + \frac{E_2 E_3}{X_{23}} \cos(\delta_{20} - \delta_{30})\right) \\ \frac{E_2 E_3}{X_{23}} \cos(\delta_{20} - \delta_{30}) \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$P_S(:, 3) = \begin{bmatrix} \frac{E_1 E_3}{X_{13}} \cos(\delta_{10} - \delta_{30}) \\ \frac{E_2 E_3}{X_{23}} \cos(\delta_{20} - \delta_{30}) \\ -\left(\frac{E_1 E_2}{X_{12}} \cos(\delta_{10} - \delta_{20}) + \frac{E_2 E_3}{X_{23}} \cos(\delta_{20} - \delta_{30})\right) \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

où avec ":" on désigne toutes les lignes et  $X_{ij}$  sont les réactance des lignes et les  $E_i$  sont les tensions terminales.

La matrice  $P_S$  a la même structure que la matrice  $K$  dans l'équation (2.56) et  $Y$  dans l'équation (2.54). L'analogie est obtenue en remplaçant les  $Y_{ij}$  de l'exemple RC (respectivement les  $K_{ij}$  de l'exemple masses-ressorts), par les éléments du vecteur  $P_S$ . La matrice  $P_S$  perd sa symétrie dans le cas où le système électrique contient des charges qui n'ont pas des admittances constantes.



Le modèle oscillatoire non-amorti de deuxième ordre est obtenu en éliminant l'amortissement des générateurs, *i.e.*,  $D = 0$  dans l'équation (2.59), ce qui conduit à

$$\ddot{\delta} = \underbrace{M^{-1}P_S}_S \delta \quad (2.63)$$

Cette dernière forme correspond au modèle simplifié du système électrique. *Les oscillations électromécaniques* sont, comme expliqué ci-dessus, associées aux valeurs propres de la matrice  $S$ .

Physiquement, par analogie avec les deux autres exemples les oscillations électromécaniques sont des échanges d'énergie électrique entre les unités de stockage d'énergie (dans ce cas les générateurs). Ces échanges sont liés dans le cas des systèmes électriques à la différence entre les angles rotoriques des générateurs.

Les calculs pour l'obtention des modèles détaillés et simplifiés pour l'analyse de la stabilité en petits mouvements peuvent être réalisés pour un très grand système électrique l'utilisant des logiciels dédiés comme, par exemple, [33].

## 2.4 Modélisation pour la commande en tension

Dans cette section nous détaillons une méthodologie pour l'obtention d'un modèle de commande. Il sera utilisé en chapitre 6 pour la conception des régulateurs de tension des générateurs dans les systèmes électriques interconnectés.

### 2.4.1 Modèle de commande

Dans la théorie des systèmes, les modèles utilisés pour la conception des lois de commande sont souvent des modèles de taille réduite. Or, l'augmentation des interconnexions électriques a provoqué l'augmentation de la taille des modèles représentant ces systèmes électriques. Ceci rend leur utilisation pour la conception des régulateurs quasiment impossible.

De plus, l'extension de la zone synchrone européenne vers l'est de l'Europe a non seulement rendu le volume des calculs numériques dans le domaine des systèmes électriques "critique", mais a également modifié les fréquences des modes inter-zones. Ces modes sont associés à des oscillations impliquant un grand nombre de machines distantes du système électrique et seront définis en détails en chapitre 4. Plus précisément, ces modes glissent vers de plus basses fréquences (d'environ une décade), ce qui rend l'écart plus important entre la fréquence des modes inter-zones et des modes locaux (qui concernent seulement un alternateur) qui restent dans des plages de fréquences élevées. Cet écart modifie considérablement le comportement transitoire global du système électrique et rend difficile la synthèse des régulateurs répondant à un cahier de charges mixte, *i.e.*, concernant à la fois les modes inter-zones et locaux.

Dans les précédents travaux, les approches de conception des régulateurs utilisent un modèle *simplifié* constitué d'une machine connectée à travers une ligne de réactance  $X$  donnée au reste du système électrique modélisé par un noeud infini. Bien que ce modèle simplifié, appelé aussi "machine sur noeud infini", est de taille très réduite comparé au modèle complet du système électrique, il ne peut pas reproduire les phénomènes dynamiques concernant le cahier de charges de la régulation de tension dans le cas des très grands systèmes mentionné ci-dessus. En effet, ce modèle comporte un seul mode inter-zones dont la fréquence dépend du paramètre  $X$ , *i.e.*, la longueur de la ligne reliant la machine au noeud infini. Il ne peut donc pas reproduire à la fois des modes locaux et des modes inter-zones de fréquences nettement plus basses. Par conséquent, les régulateurs conçus avec ce modèle sont peu efficaces pour répondre aux cahiers de charges mentionnés au-dessus.

Dans [36] et [37], la réalisation équilibrée d'un système électrique (représentation d'un système électrique complet par un système réduit contenant

uniquement les modes oscillatoires les plus commandables et les plus observables) a été utilisée pour la construction d'un modèle de commande permettant un choix optimal des emplacements des PSS (ou des Facts) pour prévenir les blackouts dans les systèmes électriques. Bien que les emplacements choisis des commandes et des mesures permettent d'améliorer la stabilité du système électrique dans le cas général, ces modèles ne sont pas optimaux du point de vue des objectifs d'amortissement des modes mal-amortis dans le cas où les modes les plus commandables et les plus observables ne sont pas les modes mal-amortis du système.

Pour répondre à cette problématique, nous avons proposé dans cette thèse d'utiliser comme *modèle de commande* en tension un modèle réduit construit à partir du modèle complet représentant le système électrique. Ce modèle permet, en préservant un ensemble *important* de variables et de modes oscillatoires du modèle complet, de reproduire un comportement oscillatoire donné du système complet qui a à la fois des composantes locales et globales, *i.e.*, qui impliquent à la fois des modes locaux et globaux. Par conséquent, les régulateurs conçus avec ce modèle auront une action efficace une fois implantés dans le système complet.

#### 2.4.2 Construction du modèle de commande

Considérons la *dynamique linéaire* (2.49) d'un système électrique et rappelons que cette représentation est obtenue en linéarisant ce système autour d'un point de fonctionnement et en éliminant ces variables algébriques. Si un vecteur  $u$  de variables d'entrées ainsi qu'un vecteur  $y$  de variables de sorties sont considérés, nous obtenons une représentation d'état du système linéaire *entrée/sortie* ainsi défini :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (2.64)$$

Ces calculs peuvent être réalisés pour un très grand système électrique utilisant des logiciels dédiés comme, par exemple, [33].

Soit

$$y(s) = H(s)u(s). \quad (2.65)$$

En théorie des systèmes, il est connu que les éléments de la matrice de transfert du système multi entrées/multi sorties (2.65) peuvent s'écrire sous la forme

$$H_{ij}(s) = \sum_{k=1}^N \left[ \frac{r_k^{ij}}{s - \lambda_k} + \frac{\bar{r}_k^{ij}}{s - \bar{\lambda}_k} \right], \quad i = 1, \dots, p, \quad j = 1, \dots, m, \quad p \neq m \quad (2.66)$$

où  $r_k^{ij}$  est le résidu du mode  $p_k$  de la fonction transfert  $H_{ij}$ ,  $N$  le nombre total de modes du système.

Ces résidus peuvent être calculés à partir des matrices A, B et C d'une forme d'état (2.64)

$$r_i^{jj} = C_j v_i w_i^T B_j \quad (2.67)$$

où  $v_i$  (respectivement  $w_i$ ) est le vecteur propre à droite (respectivement à gauche) de la valeur propre  $i$  (voir Section 3.5).

### Modèle de commande

Un modèle de commande est un modèle dynamique d'ordre réduit construit à partir d'un modèle complet du système électrique pour lequel une commande doit être réalisée (Figure 2.14). Le modèle de commande doit préserver uniquement certaines caractéristiques du modèle complet (quelques variables et quelques modes oscillatoires) qui sont importantes du point de vue des objectifs de la commande. En général, les modes oscillatoires préservés dans le modèle de commande sont les modes mal amortis pour lesquels une action de commande est nécessaire. En effet, le modèle de commande doit reproduire le comportement transitoire du modèle complet dans la plage des fréquences de l'ensemble des modes oscillatoires mal amortis qui est spécifié par une liste explicite  $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$  de modes dans le cahier de charges de la régulation (voir chapitre 5).

Suivant (2.66), la matrice de transfert du système entrée/sortie complet peut être écrite comme suit :

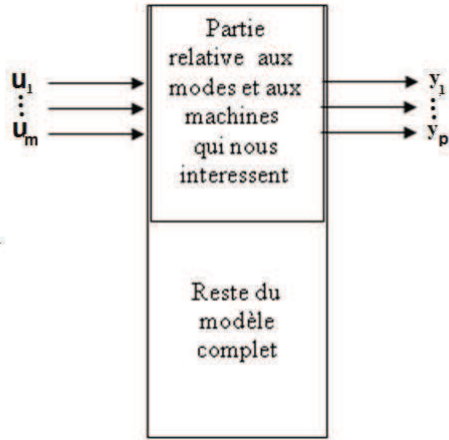


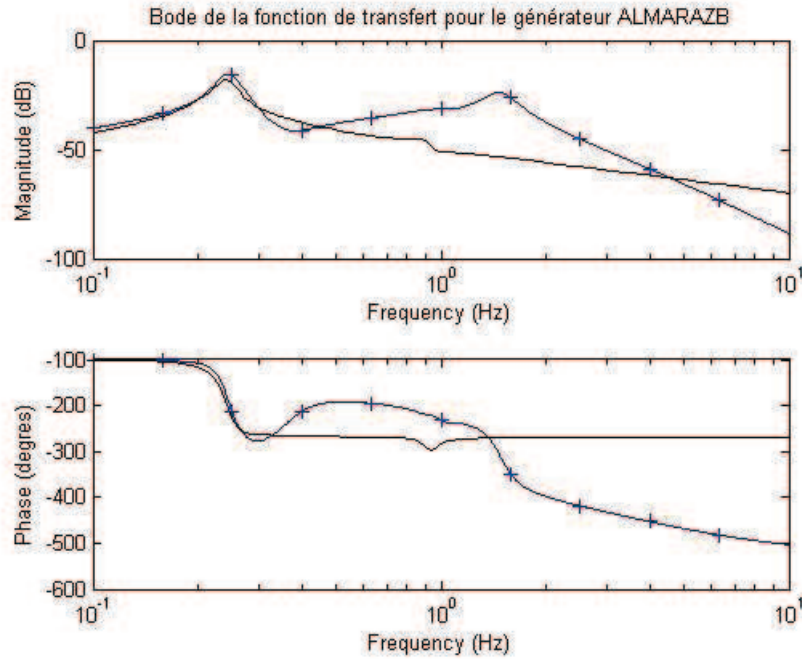
Fig. 2.14. Modèle de commande

$$H_{ij}(s) = \underbrace{\sum_{k=1}^n \left[ \frac{r_k^{ij}}{s - \lambda_k} + \frac{\bar{r}_k^{ij}}{s - \bar{\lambda}_k} \right]}_{\frac{A(s)_{ij}}{B(s)_{ij}}} + \underbrace{\sum_{k=n+1}^N \left[ \frac{r_k^{ij}}{s - \lambda_k} + \frac{\bar{r}_k^{ij}}{s - \bar{\lambda}_k} \right]}_{\frac{C(s)_{ij}}{D(s)_{ij}}} \quad (2.68)$$

où  $\frac{A_{ij}(s)}{B_{ij}(s)}$  représente la contribution des modes de l'ensemble  $\Lambda$  et  $\frac{C(s)_{ij}}{D(s)_{ij}}$  représente la contribution des autres modes du modèle complet du système.

Un premier modèle de commande peut être obtenu directement à partir de l'approximation  $\frac{A_{ij}(s)}{B_{ij}(s)}$  de la fonction de transfert (2.68). La Figure 2.15 représente la comparaison entre les réponses d'amplitude et de phase de la fonction de transfert  $V_{ref} \mapsto \omega$  du modèle complet (en traits bleus) et celles de ce modèle de commande (en traits noirs) d'une machine espagnole (ALMARAZ) d'une modélisation du système électrique Européen interconnecté où  $V_{ref}$  est la référence de la régulation de tension et  $\omega$  est la vitesse de la machine. La différence entre les réponses des deux modèles est liée à la dynamique  $\frac{C(s)_{ij}}{D(s)_{ij}}$  supprimée dans ce modèle de commande.

Pour réduire l'écart entre le modèle complet et le modèle de commande dans la plage de fréquence mentionnée ci-dessus, ce dernier peut être obtenu à partir de l'approximation  $\frac{A_{ij}(s)}{B_{ij}(s)}$  de la fonction de transfert (2.68) à laquelle on ajoute une correction.



**Fig. 2.15.** Représentation fréquentielle de  $H(s)_{ii}$ ,  $i = ALMARAZ$ : Comparaison du modèle complet (traits bleus '+') et du modèle de commande (traits noirs)

Nous proposons comme fonction de transfert du modèle de commande l'approximation suivante de  $H_{ij}(s)$  :

$$\tilde{H}_{ij}(s) = \sum_{k=1}^n \left[ \frac{r_k^{ij}}{s - \lambda_k} + \frac{\bar{r}_k^{ij}}{s - \lambda_k} \right] + \frac{P(s)_{ij}}{Q(s)_{ij}} \quad (2.69)$$

où  $r_k^{ij}$ ,  $\bar{r}_k^{ij}$ ,  $k = 1, \dots, n$  sont connus à partir de (2.68) et les polynômes  $P(s)$  et  $Q(s)$  sont calculés de telle manière que les réponses dans le domaine fréquentiel (module et phase) des  $\tilde{H}_{ij}(s)$  s'approchent de celles de  $H(s)_{ij}$ , pour la bande de fréquence de travail mentionnée ci-dessus. En effet, les polynômes  $P$  et  $Q$  pour chaque transfert  $\tilde{H}_{ij}(s)$  dans (2.69) sont calculés comme suit :

- leurs degrés sont choisis de telle manière que  $\tilde{H}_{ij}$  soit strictement propre et un des polynômes soit monique (afin d'avoir une structure identifiable) :

$$\begin{aligned} Q(s) &= s^v + q_{v-1}s^{v-1} + \dots + q_0 \\ P(s) &= p_{v-1}s^{v-1} + \dots + p_0 \end{aligned} \quad (2.70)$$

– pour obtenir le modèle de commande d'ordre  $n + v$ ,  $2v$  paramètres doivent être identifiés comme coefficients de  $P$  et  $Q$  :  $\{q_0, \dots, q_{v-1}, p_0, \dots, p_{v-1}\}$ .

Dans [33] il a été montré comment la représentation fréquentielle (ou représentation de Bode dans notre cas) peut être facilement obtenue même pour les systèmes électriques de très grande taille pour lesquels on dispose d'un modèle de simulation tel que décrit en Section 2.2.

La Figure 2.16 contient, en traits pleins, les réponses d'amplitude et de phase de la fonction de transfert  $V_{ref} \mapsto \omega$  d'une machine espagnole d'une modélisation du système électrique Européen interconnecté où  $V_{ref}$  est la référence de la régulation de tension et  $\omega$  est la vitesse de la machine. Ces représentations contiennent les informations sur le transitoire du système pour une large bande de fréquences du modèle complet du simulation (dans ce cas, par exemple, 8000 modes).

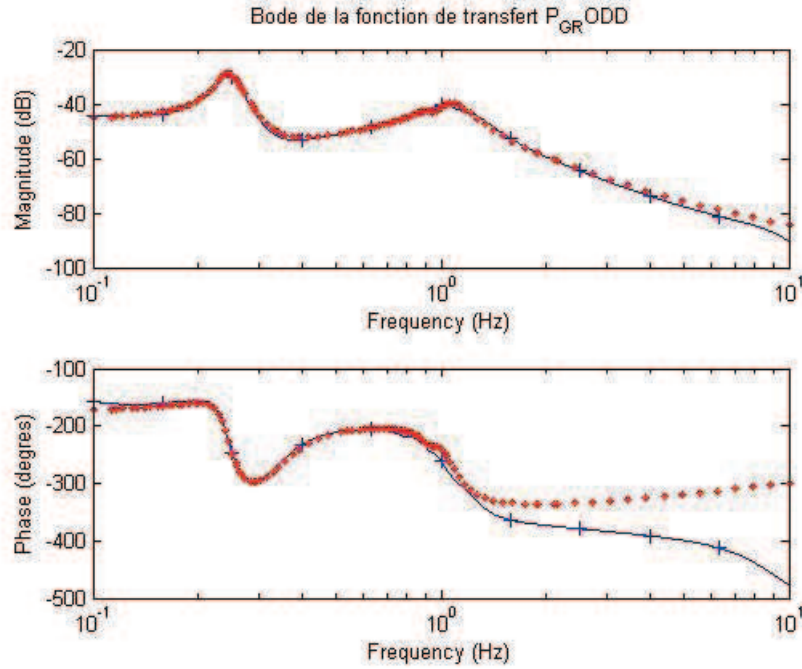
Cependant, le modèle de commande que nous proposons concerne uniquement une bande de fréquence donnée  $[\omega_A^- \ \omega_A^+]$  et qui concerne l'ensemble des modes  $\Lambda$  qui nous intéressent. En effet, le modèle de commande doit avoir la même représentation fréquentielle que celle du modèle complet de simulation dans la bande de fréquence  $[\omega_A^- \ \omega_A^+]$  seulement.

Pour ce faire, les coefficients  $p_i$ ,  $q_i$  dans (2.70) pour chaque fonction de transfert  $\tilde{H}_{ij}(s)$  dans (2.69) sont, en fait, calculés comme solution d'un problème d'optimisation (moindre carrés) dont la fonction objectif est :

$$\begin{aligned} J_{ident} &= \sum_{\omega_A^- \leq \omega_k \leq \omega_A^+} [\alpha_k (A_k - |\tilde{H}_{ij}(i\omega_k)|)^2 + \\ &\quad \beta_k (\varphi_k - \arctg(\frac{Im\{\tilde{H}_{ij}(i\omega_k)\}}{Re\{\tilde{H}_{ij}(i\omega_k)\}}))^2] \end{aligned} \quad (2.71)$$

ou  $A_k$  et  $\varphi_k$  sont les valeurs du module, respectivement de la phase de  $H_{ij}(i\omega_k)$  et  $i^2 = -1$ .  $(A_k, \omega_k)$  et  $(\varphi_k, \omega_k)$  sont des points des courbes de Bode du système complet et qui représentent des données d'entrée pour le problème de l'identification fréquentielle

$$\{p_i, q_i\}_{i \in \{0, \dots, v-1\}} = \operatorname{argmin}\{J_{ident}\}. \quad (2.72)$$



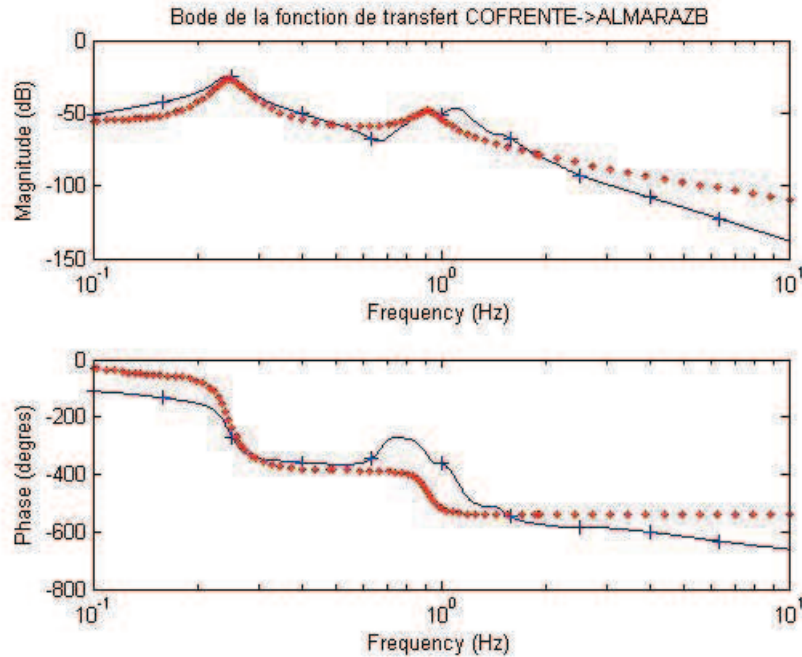
**Fig. 2.16.** Représentation fréquentielle de  $H(s)_{ii}$ ,  $i = PGR$ : Comparaison du modèle complet (traits bleues '+') et du modèle de commande (traits rouges 'o')

Les pondérations  $\alpha_k$ ,  $\beta_k$  sont utilisées pour gérer le compromis entre la minimisation de l'écart en module et respectivement en phase et, éventuellement, ajuster d'une manière prioritaire les coefficients  $p_i$ ,  $q_i$  afin de mieux s'approcher de la réponse du modèle complet pour des fréquences spécifiques.

La stabilité du modèle de commande  $\tilde{H}_{ij}$  est liée à l'appartenance des racines du polynôme  $Q$  au demi-plan complexe gauche. Ceci peut être assuré d'une manière systématique en intégrant explicitement cette contrainte au problème d'optimisation (2.72). Cette option n'a pas été prise en considération car, d'une part, ceci alourdi significativement les calculs et, d'autre part, le bénéfice est souvent nul. En effet, ceci est souvent redondant du moment où un résidu faible obtenu pour (2.72) est synonyme de stabilité pour le modèle de commande car le modèle complet  $H_{ij}$  est stable.

La procédure d'identification est répétée, comme une procédure d'essais et erreurs, en augmentant les degrés des polynômes  $P$  et  $Q$  jusqu'à l'obtention d'un ajustement acceptable des réponses fréquentielles dans la bande de travail  $[\omega_\lambda^- \ \omega_\lambda^+]$ .





**Fig. 2.17.** Représentation fréquentielle de  $H(s)_{ij}$ ,  $i = Cofrentes$  et  $j = Almaraz$ : Comparaison du modèle complet (traits bleues '-') et du modèle de commande (traits rouges '-').

Nous avons remarqué que pour une fonction de transfert de la diagonale de  $H(s)$ , *i.e.*, concernant une seule machine, les réponses du modèle complet, représentées par des traits continus en Figure 2.16 et du modèle réduit (traits interrompus) sont quasiment identiques dans la bande de travail et pour un calcul avec  $\deg(P) = 1$  et  $\deg(Q) = 2$ . En revanche, pour une fonction de transfert extra-diagonale de la matrice  $H$ , l'ajustement est beaucoup plus difficile du moment où les interactions entre plusieurs générateurs doivent être captées dans le modèle de commande. La Figure 2.17 montre le résultat obtenu avec les mêmes degrés pour les polynômes  $P$  et  $Q$  ( $\nu = 2$ ) pour un transfert impliquant deux machines espagnoles distinctes. Si nécessaire, l'identification donnera des meilleurs résultats si  $\nu$  est augmenté, mais le choix de l'ordre du modèle de commande dépend également des objectifs visés par ce dernier et de son utilisation.

Notons que le problème d'optimisation est traité ici dans le cas général, *i.e.*, sans investiger ces particularités, Il serait intéressant de voir la possibilité de le rendre convexe (ou quasi-convexe) en le modélisant, par exemple, sous forme de problème sous contraintes LMI (Linear Matrix Inequality).

Analyse des grands systèmes électriques  
interconnectés

### 3.1 Introduction

Ce chapitre de la thèse présente une analyse du problème général de stabilité des systèmes électriques.

Beaucoup de travaux définissent la stabilité des systèmes électriques comme la capacité de ces derniers à garder leurs points de fonctionnement sous les conditions de fonctionnement normales, et à retrouver un état de fonctionnement normal suite à une perturbation habituelle en exploitation. Cet état de fonctionnement est dit équilibré ou *synchrone* (terme désignant le mouvement synchrone des générateurs constituant le système électrique) car il représente un équilibre d'échange d'énergie électrique entre les différents éléments du système électrique.

En théorie des systèmes, l'analyse de la stabilité des systèmes dynamiques est liée à l'analyse de l'évolution de l'énergie de ces derniers. Ce type de stabilité, appelée stabilité au sens de Lyapunov, concerne la stabilité des points d'équilibre.

Nous allons tout d'abord définir les différents phénomènes dynamiques transitoires des systèmes électriques, puis nous passons en revue la définition de la stabilité dans la théorie des systèmes. Nous "traduisons" ensuite cette définition dans le monde des systèmes électriques, cela nous permet de faire un descriptif détaillé et une classification des différents "types" de stabilité dans les systèmes électriques en se basant sur un raisonnement physique lié à l'évolution de l'énergie du système.

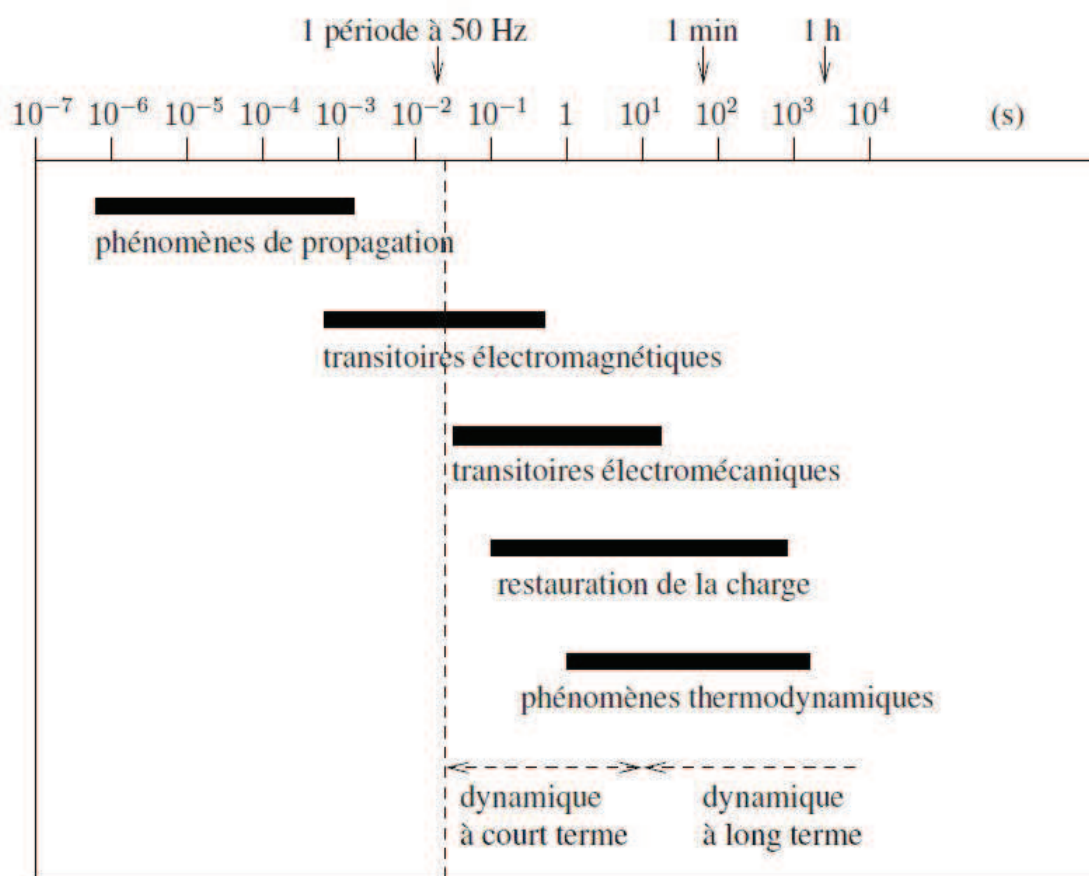
En fin nous analysons les systèmes électriques à travers les approximations linéaires de leurs modèles (voir le chapitre 2 de cette thèse). Dans ce chapitre nous présentons comment l'*analyse modale* permet de mieux comprendre le mécanisme de la réponse oscillante d'un système électrique par rapport à la simulation temporelle de ce dernier. Plus précisément, en pratique, lorsqu'une perturbation excite un mode oscillant mal amorti, la simulation temporelle peut en révéler la présence et peut être un outil d'analyse de la stabilité mais il est très malaisé, voire impossible, d'en comprendre la cause à partir de la seule inspection des évolutions temporelles. L'analyse modale nous permet en revanche d'identifier :

- les variables d'état dans lesquelles le mode étudié a le plus de participation.
- les composants du système sur lesquelles il faut cibler les actions correctives les plus efficaces pour amortir le mode en question.

### 3.2 Phénomènes dynamiques transitoires

Il existe dans les systèmes électriques une vaste gamme de phénomènes dynamiques, qui doivent être pris en compte pour assurer leur bon fonctionnement.

La Figure 3.1 propose une classification fondée sur la nature des phénomènes ainsi que leurs contraintes de temps.



**Fig. 3.1.** Les transitoires dans les systèmes électriques

Les phénomènes les plus rapides sont ceux de propagation. Ils se produisent principalement sur les lignes de transport et correspondent à la propagation des ondes électromagnétiques, en fonctionnement normal, ou suite à des per-

turbations comme les courts-circuits ou des opérations de coupure (ouverture des disjoncteurs). La gamme de temps de ces phénomènes s'étend de la microseconde à la milliseconde.

Les transitoires électromagnétiques se manifestent dans les enroulements des générateurs et des moteurs et dans les dispositifs électroniques de puissance. Ils apparaissent suite à des perturbations (par exemple un court-circuit), d'opérations de coupure ou de commutations (thyristors, etc). Ils s'étendent typiquement de quelques millisecondes à quelques dixièmes de seconde. Dans un intervalle de temps de cet ordre, il est légitime de considérer que les vitesses de rotation des machines n'ont pas le temps de changer.

Les transitoires électromécaniques sont précisément dus aux mouvements des masses tournantes des générateurs et moteurs, ainsi qu'à la réponse des régulateurs de tension et de vitesse, suite à une perturbation et au fonctionnement des protections. La gamme de temps de ces phénomènes s'étend typiquement de quelques centièmes de seconde à une dizaine de secondes.

Les phénomènes de restauration de la charge s'étendent de quelques dixièmes de seconde à quelques dizaines de minutes. Ils correspondent à la tendance des charges à retrouver la puissance qu'elles consommaient avant la perturbation. Il s'agit soit d'un comportement intrinsèque de la charge, soit de l'effet d'une régulation.

La dynamique la plus lente est celle des phénomènes thermodynamiques qui se développent dans les chaudières des centrales thermiques, suite à une perturbation de l'équilibre production-consommation de puissance. Ils peuvent aller de quelques dizaines de secondes à quelques dizaines de minutes.

On peut distinguer :

- la dynamique à court terme et qui désigne les phénomènes qui se manifestent sur une période allant de la dixième à la dizaine de secondes, incluant les transitoires électromécaniques et les phénomènes de restauration de la charge les plus rapides;
- la dynamique à long terme et qui désigne les phénomènes de restauration de la charge au-delà de la dizaine de secondes ainsi que les phénomènes thermodynamiques.

C'est précisément aux dynamiques à court et à long terme que nous nous intéresserons dans cette thèse, et particulièrement pour l'analyse des systèmes électriques qui sera détaillée par la suite.

### 3.3 La stabilité dans la théorie des systèmes

La stabilité joue un rôle central en théorie des systèmes. Différents types de stabilité peuvent être rencontrés dans l'étude des systèmes dynamiques. Par exemple la stabilité des points d'équilibre ou la stabilité en petits mouvements.

Par définition, si un système est initialisé dans un état d'équilibre, il restera dans cet état par la suite. L'étude de la stabilité au sens de Lyapunov consiste en l'étude des trajectoires du système initialisé. Cela reflète la réponse à des perturbations affectant le système, sous forme de conditions initiales non nulles par exemple.

L'objet de la théorie de la stabilité est de tirer des conclusions quant au comportement du système sans calculer explicitement ses trajectoires. La contribution majeure fut apportée par A.M. Lyapunov, en 1892, dont les travaux n'ont été connus qu'à partir des années 60. Il a introduit la majorité des concepts et définitions de base concernant la stabilité des systèmes représentés par des systèmes différentiels arbitraires mais a aussi fourni les principaux résultats théoriques, qui sont brièvement rappelés ici.

#### 3.3.1 Stabilité au sens de Lyapunov

Considérons le système autonome décrit par le système d'équations différentielles non linéaires :

$$\dot{X} = f(X) \tag{3.1}$$

ou  $X$  est un vecteur d'état. Un point d'équilibre  $X^0$  est un point tel que  $f(X^0) = 0$ .

Un tel point n'est généralement pas unique.

La stabilité au sens de Lyapunov peut être définie comme suit :

un point d'équilibre  $X^0$  est *stable* si, pour tout  $\epsilon > 0$ , il existe un  $\delta(\epsilon) > 0$  tel que :

$$\|X(t_0) - X^0\| \leq \delta \Rightarrow \|X(t) - X^0\| \leq \epsilon$$

pour tout  $t > t_0$ .

En pratique on s'intéresse souvent à la *stabilité asymptotique* :

un point d'équilibre est *asymptotiquement stable* s'il est stable et si :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|X(t) - X^0\| = 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty$$

Pour les systèmes non linéaires, la stabilité a généralement un caractère *local* dans le sens que seules les trajectoires ayant leurs conditions initiales dans un certain voisinage  $D$  de  $X^0$  resteront voisins du point d'équilibre ou convergeront vers celui-ci. Dans le dernier cas,  $D$  est le *domaine d'attraction* du point d'équilibre  $X^0$ . Son étendue caractérise le degré de stabilité du point d'équilibre. Dans le cas où  $D$  coïncide avec tout l'espace d'état, la stabilité est dite *globale* ; c'est le cas des systèmes linéaires.

### 3.3.2 Analyse de la stabilité

#### A) Première méthode de Lyapunov

La première méthode de Lyapunov établit la stabilité d'un point d'équilibre d'un système non linéaire en analysant le comportement du système (3.1) linéarisé autour de ce point (développement de Taylor de premier ordre). On écrit :

$$\dot{X} = f(X^0 + \Delta X) \simeq f(X^0) + f_X|_{X=X^0} \Delta X = f_X|_{X=X^0} \Delta X \quad (3.2)$$

où  $f_X$  est la matrice jacobienne définie par :

$$(f_X)_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \text{ avec } i, j = 1, \dots, n.$$

La stabilité du point d'équilibre  $X_0$  s'étudie en utilisant les valeurs propres de la matrice jacobienne évaluée au point  $X^0$  :

- si les parties réelles de toutes les valeurs propres sont négatives, le point d'équilibre  $X^0$  est asymptotiquement stable;
- si certaines des valeurs propres ont une partie réelle positive, le point d'équilibre  $X^0$  est instable ;
- si les valeurs propres sont à partie réelle négative, à l'exception de certaines situées sur l'axe imaginaire, on peut pas conclure : la stabilité de  $x^0$  dépend des termes d'ordre supérieur du développement de Taylor ci-dessus ; selon le cas, le point sera stable ou instable.

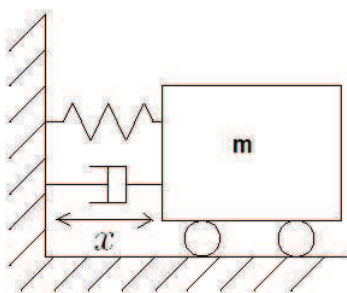
Cette première méthode de Lyapunov repose sur une linéarisation du système, dont la validité est limitée à un certain voisinage du point d'équilibre. On parle aussi de stabilité *locale*.

## B) Seconde méthode de Lyapunov

### a) Introduction par l'aspect énergétique

La philosophie de la méthode réside dans l'extension mathématique d'une observation fondamentale de la physique : " Si l'énergie totale d'un système est dissipée de manière continue alors le système, (qu'il soit linéaire ou non linéaire), devra rejoindre finalement un point d'équilibre". On pourra donc conclure à la stabilité d'un système par l'examen d'une seule fonction scalaire, ici l'énergie totale.

**Exemple** : le système masse-ressort-amortisseur



**Fig. 3.2.** Système masse-ressort-amortisseur

En appliquant le principe fondamental de la dynamique au centre de gravité de la masse du système de la Figure 3.2, on obtient :

1. Equation du mouvement:

$$m\ddot{x} + b\dot{x}|\dot{x}| + k_0x + k_1x^3 = 0 \quad (3.3)$$

2. Représentation d'état : posons  $x_1 = x$  et  $x_2 = \dot{x}$ , on obtient :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad \dot{x}_2 = -\frac{b}{m}x_2|x_2| - \frac{k_0}{m}x_1 - \frac{k_1}{m}x_1^3 \quad (3.4)$$

3. Point d'équilibre (0,0) : qui correspond donc à la position et à la vitesse de la masse nulles ( $x = 0$ ,  $\dot{x} = 0$ ).



La question est de savoir si ce point d'équilibre est stable. La masse est écartée un peu de sa position d'équilibre, (qui correspond à la longueur naturelle du ressort), puis lâchée. Reprendra-t-elle sa position d'équilibre?

Pour que le système soit stable il faut que l'énergie mécanique totale diminue au fil du temps. Cela peut être expliqué de la manière suivante : Initialement, la masse est décalée de sa position, cette position peut être donc considérée comme un point d'équilibre stable comme mentionné ci-dessus. Le ressort lié à la masse crée une énergie cinétique dans cette dernière et lui permet de bouger dans la direction définie par son mouvement initial. La masse reste dans la zone de stabilité et retrouve même son point d'équilibre stable initial car l'énergie cinétique initialement injectée est convertie grâce à l'amortisseur (diminution de l'énergie mécanique totale).

Deux quantités sont indispensables pour déterminer donc s'il y aura stabilité ou pas : (a) l'énergie cinétique initiale injectée dans la masse. (b) Vu qu'une partie de l'énergie cinétique est absorbée par l'amortisseur, ce dernier permet aussi de définir la zone de stabilité autour de la masse.

#### Etude de l'énergie mécanique totale :

– Énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}_2^2 \quad (3.5)$$

– Énergie potentielle :

$$E_{pot} = \int_0^x (k_0\beta + k_1\beta^3)d\beta = \frac{1}{2}k_0x^2 + \frac{1}{4}k_1x^4 \quad (3.6)$$

– Énergie totale :

$$E_m = V(x) = \frac{1}{2}k_0x^2 + \frac{1}{4}k_1x^4 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad (3.7)$$

*Remarques:*

1. Le point d'énergie mécanique totale nulle est le point d'équilibre.
2. La stabilité asymptotique implique la convergence de l'énergie vers 0.
3. L'instabilité est liée à la croissance de l'énergie mécanique.

On peut donc supposer que :

- L'énergie mécanique reflète indirectement l'amplitude de la norme du vecteur d'état.
- Les propriétés de stabilité peuvent être caractérisées par la variation de l'énergie mécanique au cours du temps.

**Etude de la variation :**

$$\frac{d}{dt}[V(x(t))] = (m\ddot{x}(t) + k_0x(t) + k_1x^3(t))\dot{x} = -b|\dot{x}(t)|^3 < 0 \quad (3.8)$$

L'énergie du système, à partir d'une valeur initiale, est continûment dissipée par l'amortisseur jusqu'au point d'équilibre.

La méthode directe de Lyapunov est fondée sur l'extension de ces concepts. La procédure de base est de générer une fonction scalaire "de type énergie" pour le système dynamique et d'en examiner la dérivée temporelle. On peut ainsi conclure quant à la stabilité sans avoir recours à la solution explicite des équations différentielles non linéaires.

La seconde méthode ou méthode directe de Lyapunov s'énonce comme suit:

Le point d'équilibre  $x^0$  est stable s'il existe dans un certain voisinage  $\nu$  de ce dernier une fonction de Lyapunov, c'est-à-dire une fonction scalaire  $V(x)$  telle que :

1.  $V(x^0) = 0$
2.  $V(x) > 0$  pour tout  $x$  dans  $\nu$
3.  $\frac{d}{dt}V(x) \leq 0$  dans  $\nu$

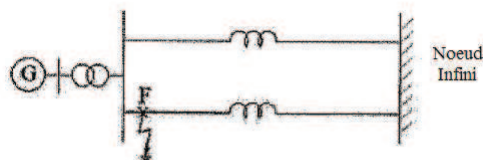
En effet, si une fonction  $V$  satisfait les deux premières conditions, il existe une constante  $K$  telle que les surfaces  $V(x) = C$  avec  $0 < C < K$  sont fermées et entourent le point  $x^0$ . La troisième condition exprime que les trajectoires du système soit restent sur ces surfaces, soit les coupent en entrant à l'intérieur d'elles, d'où la stabilité du point d'équilibre.

### 3.4 Stabilité des systèmes électriques

La stabilité des systèmes électriques est définie en appliquant directement les deux définitions de la stabilité au sens de Lyapunov ci-dessus. Plusieurs phénomènes sont étudiés d'une manière indépendante, ce qui nous amène à considérer le même système électrique sous des hypothèses et modélisations différentes. Ceci, d'un point de vue strict de la théorie des systèmes, correspond à *plusieurs systèmes dynamiques différents*. Nous allons par la suite passer brièvement en revue les classes des systèmes/phénomènes.

D'abord, on peut s'intéresser au fonctionnement du système suite à des petites perturbations autour d'un point d'équilibre. Nous sommes donc dans les hypothèses de la première méthode de Lyapunov (voir Section 3.3.2) pour laquelle l'investigation d'un modèle linéaire autour du point d'équilibre suffit. Les phénomènes physiques habituellement (mais pas exclusivement) étudiés sont les oscillations électromécaniques (inter-zones) définis plus précisément en Section 3.5.4. L'approche utilisée pour l'étude de ces phénomènes est *l'analyse modale* dont un aperçu est donnée en section 3.5.

En suite, des plus larges perturbations comme les court-circuits, les arrêts des machines, etc, doivent être étudiés. Elle violent les hypothèses habituelles de validité de l'approximation linéaire, ce qui nous amène à l'utilisation de la deuxième méthode de Lyapunov.

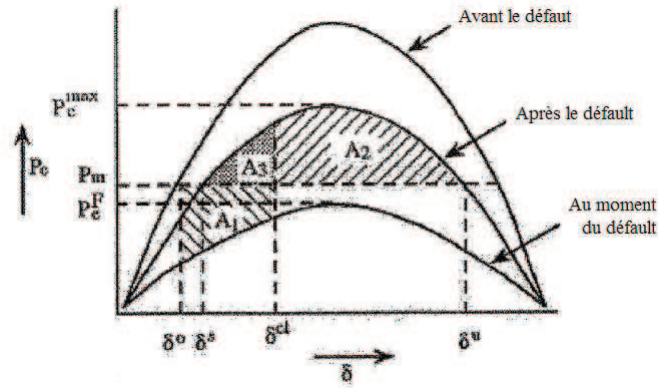


**Fig. 3.3.** Modèle machine-noeud infini

On étudie bien évidemment la capacité du système électrique à regagner un point d'équilibre après la perturbation, ce qui est connu dans l'analyse des systèmes électriques sous le nom de *stabilité transitoire*. On peut ainsi s'intéresser à la capacité des machines tournantes d'un même système électrique de retrouver la même vitesse (le synchronisme) après un défaut, appelée aussi *stabilité angulaire*. Si l'on considère une machine connectée à un noeud infini comme en Figure 3.3, pour une puissance donnée  $P_m$ , deux points de fonctionnement correspondant aux angles machines  $\delta^S$  et  $\delta^U$  en Figure 3.4 sont possibles. Le deuxième (qui correspond à  $\delta^U$ ) s'avère instable dans le sens où,

suite à un court-circuit sur une ligne de transport en Figure 3.3, l'angle de la machine ne reviendra pas à  $\delta^U$ . L'autre (qui correspond à  $\delta^S$ ) peut être stable ou instable en fonction de la durée du court-circuit. En effet, en électrotechnique ceci est expliqué par le critère dit d'"inégalité" des aires : le point d'équilibre  $\delta^S$  est stable si et seulement si les surfaces en Figure 3.4 respectent la condition (voir par exemple [28]) :

$$A_1 \geq A_2 \tag{3.9}$$



**Fig. 3.4.** Caractéristique angle-puissance du système électrique de la Figure 3.3 suite à un défaut

Ceci a une explication énergétique directe. En effet, si un modèle classique est considéré pour la machine :

$$M\ddot{\delta} = P_m - P_e \sin \delta, \quad \dot{\delta} = \omega, \quad \omega = \omega_R - \omega_0, \tag{3.10}$$

alors une fonction de Lyapunov peut être obtenue pour le point d'équilibre  $\delta^S$  du système *post incident* (i.e., après l'élimination du défaut) si on intègre l'équation dynamique du système (3.10) :

$$\begin{aligned}
V(\delta, \omega) &= \underbrace{\int_0^\omega M\omega d\omega}_{V_c} - \underbrace{\int_{\delta^S}^\delta (P_m - P_e \sin\delta) d\delta}_{V_p} \\
&= \underbrace{\frac{1}{2}M\omega^2}_{V_c(\omega)} - \underbrace{P_m(\delta - \delta^S) - P_e(\cos\delta - \cos\delta^S)}_{V_p(\delta)}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

où  $V_c(\omega)$  est l'énergie cinétique,  $V_p(\delta)$  est l'énergie potentielle.

$V(\delta, \omega)$  est positive si et seulement si  $V_c \geq V_p$ , *i.e.*, si le système peut absorber l'énergie cinétique créée par l'incident (qui correspond à la surface  $A_1$  dans la Figure 3.4) :

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_{cl}} (P_m - P_e \sin\delta) d\delta \tag{3.12}$$

ou encore :

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_{cl}} M\dot{\omega} d\delta = \int_{\delta_0}^{\delta_{cl}} M\dot{\omega} \omega dt = \int_0^{\omega_{cl}} M\omega dt = \frac{1}{2}M\omega_{cl}^2 = V_c(\omega_{cl}). \tag{3.13}$$

Ensuite,

$$\begin{aligned}
A_2 &= \int_{\delta_{cl}}^{\delta^U} (P_e^{max} \sin\delta - P_m) d\delta = P_e^{max}(\cos\delta_{cl} - \cos\delta^U) - P_m(\delta^U - \delta_{cl}) \\
&= V_p(\delta^U) - V_p(\delta_{cl})
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Ainsi, comme pour l'exemple mécanique donné en Section 3.3.2, le point d'équilibre est stable si le système peut absorber toute l'énergie cinétique créée par la perturbation (le défaut dans ce cas).

D'une manière similaire, on parle de la stabilité en tension, *i.e.*, de la capacité du système à retrouver suite à une perturbation à un point d'équilibre ayant un plan de tension haut.

### 3.4.1 Le temps critique (ou temps limite d'élimination de défaut)

Le temps critique (ou temps limite d'élimination de défaut) est la durée maximale d'application d'une perturbation telle que le système ne perde pas la stabilité (synchronisme des machines).

En pratique, on calcule un temps  $T$  tel que le système soit stable pour une durée de la perturbation égale à  $T$  et instable pour une durée égale à  $T + \Delta T$ ;  $\Delta T$  étant appelé la précision de détermination du temps critique.

La Figure 3.5 propose un récapitulatif des différentes natures de stabilité rencontrées pour les systèmes électriques. Cette classification va nous servir de fil conducteur tout au long de cette thèse.

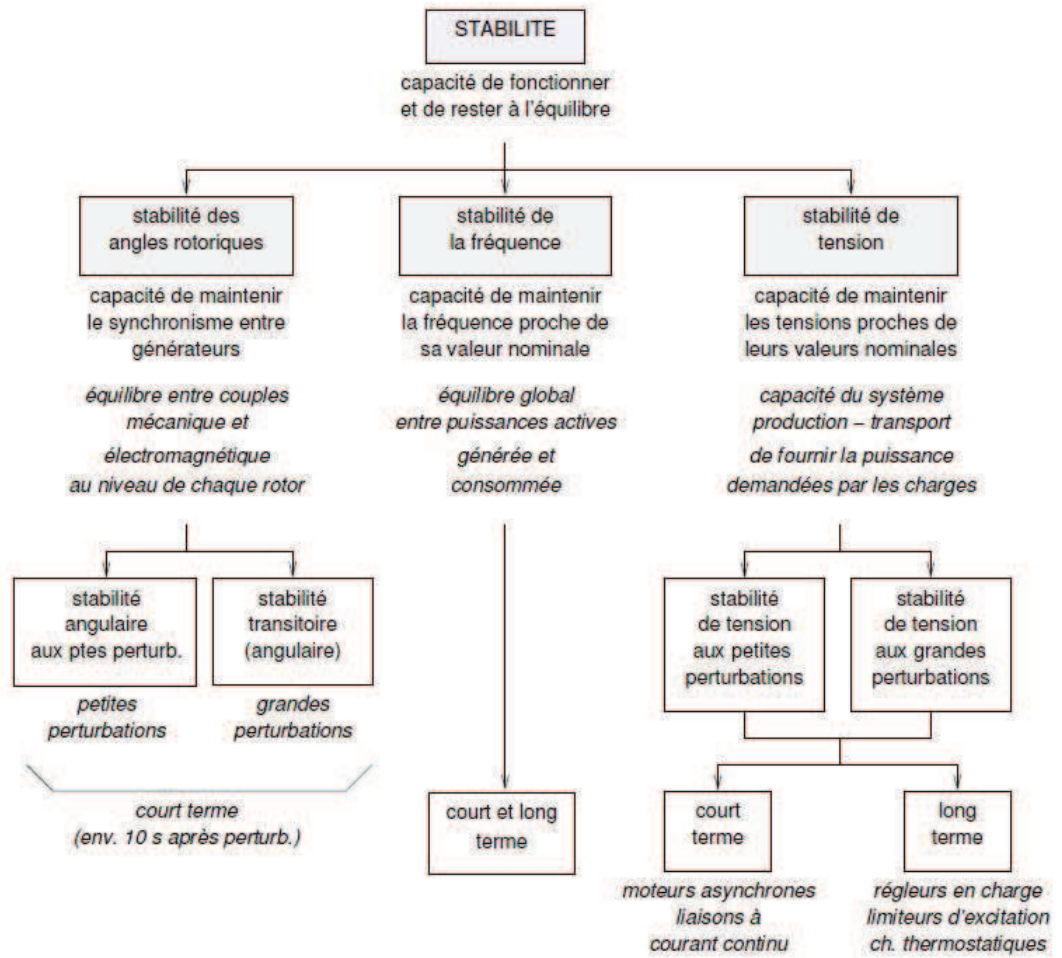


Fig. 3.5. Vue d'ensemble de la stabilité des systèmes électriques

### 3.5 Analyse modale

L'analyse modale permet d'étudier le comportement oscillatoire d'une structure en basses et/ou en hautes fréquences à partir de son modèle linéarisé, en calculant les fréquences, vecteurs propres et amortissements des modes.

#### 3.5.1 Décomposition modale de la réponse d'un système linéaire

Considérons le système linéaire autonome décrit par

$$\dot{X} = AX \quad (3.15)$$

avec  $X(0) = X_0$ .

La solution de l'équation 3.15 peut s'écrire en fonction des valeurs propres  $\lambda_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), des vecteurs propres à droite  $V_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) et des vecteurs propres à gauche  $W_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) de la matrice  $A$ .

Nous supposons pour l'instant que toutes les valeurs propres sont distinctes.

Rappelons que  $V_i$  et  $W_i$  sont définis par :

$$AV_i = \lambda_i V_i \quad (3.16)$$

$$W_i^T A = \lambda_i W_i^T \quad (3.17)$$

ou encore

$$A^T W_i = \lambda_i W_i \quad (3.18)$$

où tous les vecteurs sont des vecteurs colonnes. Formons les matrices :

$$V = [V_1 \dots V_n] \quad (3.19)$$

$$W = \begin{bmatrix} W_1^T \\ \vdots \\ W_n^T \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$



**A) Propriétés**

Le vecteur propre  $V_i$  (resp.  $W_i$ ) est orthogonal aux vecteurs propres  $W_j$  (resp.  $V_j$ ) relatifs aux autres valeurs propres :

$$V_i^T W_j = 0, \quad \forall i \neq j. \quad (3.21)$$

De plus, ces vecteurs peuvent être orthonormés, *i.e.*, tel que

$$V_i^T W_i = 1, \quad \forall i \neq j \quad (3.22)$$

de sorte que l'on puisse écrire :

$$V^{-1} = W. \quad (3.23)$$

Les matrices  $V$  et  $W$  diagonalisent  $A$  :

$$V^{-1} A V = W A V = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}. \quad (3.24)$$

**B) Solution**

Considérons le changement de variables

$$X^* = W X \quad (3.25)$$

avec

$$X_0^* = W X_0.$$

La dynamique de  $\dot{X}^*$  est donnée par :

$$\dot{X}^* = W \dot{X} = W A V X^* = \Lambda X^*. \quad (3.26)$$

La solution de (3.26) est

$$\dot{x}_i^* = e^{\lambda_i t} x_{0i}^* \quad (3.27)$$

$$\dot{X}^* = e^{At} X_0^*. \quad (3.28)$$

Il en résulte que

$$X = V \dot{x}^* = V e^{At} W x_0. \quad (3.29)$$

Par ailleurs, on a

$$W X_0 = \begin{bmatrix} W_1^T X_0 \\ \vdots \\ W_n^T X_0 \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

$$e^{At} W X_0 = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} W_1^T X_0 \\ \vdots \\ e^{\lambda_n t} W_n^T X_0 \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

D'où la solution

$$X(t) = \sum_i (W_i^T X_0) e^{\lambda_i t} V_i. \quad (3.32)$$

### 3.5.2 Portrait de phase

Soit  $\lambda_0$  le mode du système que l'on désire analyser.

Considérons la condition initiale particulière suivante :

$$X_0 = a V_0 \quad (3.33)$$

où  $V_0$  est le vecteur propre à droite relatif à  $\lambda_0$ . La relation (3.32) donne :

$$X(t) = a (W_0^T V_0) e^{\lambda_0 t} V_0 = a e^{\lambda_0 t} V_0 = X_0 e^{\lambda_0 t}. \quad (3.34)$$

Le système évolue donc dans la direction de sa condition initiale et la réponse dynamique est due exclusivement au mode en question. L'amplitude relative des éléments du vecteur de  $V_0$  indique donc quelles variables d'état participent le plus au mode  $\lambda_0$ .

Notons toutefois que les composantes de  $V_0$  se rapportent à des variables de natures différentes. Il semble assez malaisé de comparer l'importance relative de flux, des angles, etc. En pratique, on se limite donc à la comparaison

des composantes de  $V_0$  relatives à des variables d'état de même nature, typiquement les angles rotoriques. On désigne sous le nom de *Portrait de phase* (*mode shape en anglais*) le diagramme dans le plan complexe des éléments de  $V_0$  relatives aux différents angles rotoriques.

Ainsi, par exemple, un déphasage de 180 (resp. 90) degrés entre deux éléments indique que les angles rotoriques des machines correspondantes oscillent en *opposition* (resp. en quadrature) de phase.

### 3.5.3 Facteur de participation

Considérons la condition initiale particulière qui n'excite que la  $k^{\text{ème}}$  variable d'état

$$X_0 = ae_k \quad (3.35)$$

où  $e_k$  est un vecteur colonne ayant tous les éléments nuls à l'exception de celui de la ligne  $k$  qui est égal à l'unité :  $e_k = [0 \dots 1 \dots 0]^T$ .

La formule (3.32) avec  $X_0$  donné par (3.35) donne

$$x_k(t) = a \sum_i (w_i)_k e^{\lambda_i t} (V_i)_k = a \sum_i (W_i)_k e^{\lambda_i t} V_i = a \sum_i [(W_i)_k (V_i)_k] e^{\lambda_i t}. \quad (3.36)$$

Le facteur de participation du  $i^{\text{ème}}$  mode dans la  $k^{\text{ème}}$  variable d'état est défini par,

$$P_{ki} = (W_i)_k (V_i)_k. \quad (3.37)$$

Si les vecteurs propres sont choisis orthonormés, alors  $P_{ki} \in [0 \ 1]$ ,  $\forall k, i$ .

Les facteurs de participation peuvent être groupés dans une *matrice de participation*  $P$  définie par

$$[P]_{ij} = P_{ij}. \quad (3.38)$$

La  $j^{\text{ème}}$  colonne de la matrice  $P$  indique comment la  $j^{\text{ème}}$  valeur propre participe à l'évolution des diverses variables d'état tandis que la  $i^{\text{ème}}$  ligne indique comment les différentes valeurs propres participent à l'évolution de la  $i^{\text{ème}}$  variable d'état. Si une oscillation instable ou mal amortie correspond à une valeur propre  $\lambda_0$ , les termes de plus fort module de la colonne relative à cette valeur propre indiquent les variables d'état les plus impliquées dans le mode étudié.

#### 3.5.4 Modes d'oscillations électromécaniques des grands systèmes électriques interconnectés

A partir de l'analyse des portraits de phase et des facteurs de participation, on peut classer les modes d'oscillation électromécaniques des grands réseaux *grosso modo* en deux catégories :

*les modes locaux* : il s'agit d'oscillations rotoriques impliquant un faible nombre de générateurs situés à proximité l'un de l'autre. La fréquence des modes locaux se situe typiquement entre 0.5 et 2 Hz.

*les modes inter-zones* : ils sont associés à l'oscillation des rotors des générateurs d'une zone par rapport à ceux d'une autre zone, faiblement couplée à la première (par exemple, peu de lignes d'interconnexion ou des longues lignes d'interconnexion). Il s'agit donc des phénomènes impliquant des machines distantes sur le réseau.

Par rapport aux modes locaux, les modes globaux ont des fréquences d'oscillation plus basses, typiquement de 0.1 à 0.5 Hz et leurs "mécanismes" sont beaucoup plus complexes.

#### 3.5.5 Sensibilité d'une valeur propre par rapport à un paramètre

Il peut être utile de calculer la sensibilité d'une valeur propre  $\lambda_0$  par rapport à la variation d'un paramètre donné. Typiquement ce paramètre est le gain du régulateur utilisé pour stabiliser le système en boucle fermée (système et régulateur), en déplaçant la valeur propre  $\lambda_0$ . Cette sensibilité est reliée à la notion de facteur de participation, comme indiqué ci-après.

Déterminons d'abord la sensibilité de  $\lambda_0$  par rapport termes de la matrice d'état  $A$ . Partant de

$$AV_0 = \lambda_0 V_0 \quad (3.39)$$

on a

$$\frac{\partial A}{\partial A_{ij}} V_0 + A \frac{\partial V_0}{\partial A_{ij}} = \frac{\partial \lambda_0}{\partial A_{ij}} V_0 + \lambda_0 \frac{\partial V_0}{\partial A_{ij}} \quad (3.40)$$

ou

$$\frac{\partial A}{\partial A_{ij}} = e_i e_j^T \quad (3.41)$$

Prémultipliant (3.40) par  $W_0^T$ , il résulte

$$W_0^T e_i e_j^T V_0 = \frac{\partial \lambda_0}{\partial A_{ij}} W_0^T V_0 = \frac{\partial \lambda_0}{\partial A_{ij}} \quad (3.42)$$

et, par conséquent,

$$\frac{\partial \lambda_0}{\partial A_{ij}} = (W_0)_i (V_0)_j. \quad (3.43)$$

On remarque que le facteur de participation  $P_{ij}$  s'interprète aussi comme la sensibilité de la  $j^{\text{ème}}$  valeur propre par rapport au terme diagonal  $A_{ii}$ .

Finalement, la sensibilité de  $\lambda_0$  par rapport à un paramètre  $p$  quelconque s'obtient comme suit :

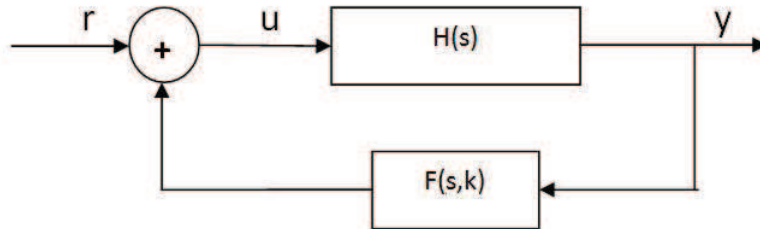
$$\frac{\partial \lambda_0}{\partial p} = \sum_i \sum_j \frac{\partial \lambda_0}{\partial A_{ij}} \frac{\partial A_{ij}}{\partial p} = \sum_i \sum_j (W_0)_i (V_0)_j \frac{\partial A_{ij}}{\partial p} \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial \lambda_0}{\partial p} = \sum_i (W_0)_i \left[ \frac{\partial A}{\partial p} V_0 \right]_i = W_0^T \frac{\partial A}{\partial p} V_0. \quad (3.45)$$

### 3.5.6 Sensibilité d'une valeur propre d'un système en boucle fermée

Considérons le système en boucle fermée de la Figure 3.6. La fonction de transfert  $F(s, K)$  représente le régulateur utilisé ( $K$  est le gain du régulateur), pour régler le système en boucle ouverte donné par  $H(s)$ .

La sensibilité de la valeur propre  $\lambda_i$  de la fonction de transfert en boucle fermée  $y(s)/r(s)$  par rapport au gain  $K$  de la fonction de transfert  $F(s, K)$  du régulateur, est le produit du résidu  $R_{y/r, i}$  de la fonction de transfert en boucle fermée  $y(s)/r(s)$  correspondant à la valeur propre  $\lambda_i$  et de la dérivée partielle



**Fig. 3.6.** Système en boucle fermée

de la fonction de transfert du régulateur par rapport au gain  $K$  quand  $s = \lambda_i$  :

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K} = R_{y/r, i} \frac{\partial F(s, K)}{\partial K} \Big|_{s=\lambda_i}. \quad (3.46)$$

Ce résultat sera utilisé dans le chapitre 5 pour la synthèse des régulateurs de tension des systèmes électriques.

### 3.5.7 L'analyse modale selective

L'analyse modale selective (ou Selective Modal Analysis (SMA) en anglais) est un ensemble d'outils pour l'analyse de la stabilité en petits mouvements des très grands systèmes électriques. Elle fournit des algorithmes pour le calcul et la sélection des modes des systèmes électriques d'une manière itérative très efficace. Ces algorithmes ont été implémentés sous forme des routines. Dans [49] et [51], des nouveaux algorithmes ont été développés combinant les précédents travaux de SMA avec la cohérence lente décrite dans la Section 4.2.2 pour le calcul des modes inter-zones et des modes locaux des très grands systèmes électriques. En effet, ces nouveaux algorithmes divisent le système électrique en un ensemble de zones cohérentes. Les modes intra-zones ou locaux sont calculés en utilisant les modèles détaillés des générateurs de la zone cohérente où ils sont localisés. Pour le calcul des modes inter-zones, ces algorithmes utilisent un modèle constitué des modèles détaillés d'un ensemble de générateurs où chaque générateur de l'ensemble choisi représente une zone cohérente. De cette manière, le problème de calcul des modes des grands systèmes électriques pour l'analyse modale de ces derniers est décomposé en petits problèmes de tailles plus petites.



Réduction des modèles dynamiques des grands  
systèmes électriques interconnectés



## 4.1 Introduction

Dans ce chapitre de la thèse nous présentons les résultats obtenus par nos travaux sur la réduction des modèles dynamiques des grands systèmes électriques interconnectés. L'objectif est de fournir, pour un système électrique donné par un modèle dynamique de grande taille, un autre modèle dynamique de taille plus réduite et qui reproduit certains phénomènes dynamiques du système.

Nous allons d'abord passer en revue dans la section 4.2 les approches de réduction de modèles dynamiques existantes en amont de notre travail à la fois en Automatique et en Électrotechnique. Ceci concerne la réduction utilisant la *réalisation équilibrée* et, la *synchronie*.

Le lien entre les deux approches est étayé plus en détail dans la section 4.3 et, comme aucune des deux méthodes mentionnées précédemment n'est satisfaisante dans le cas des grands systèmes électriques, une nouvelle méthodologie de réduction est proposée en section 4.4. La section 4.5 présente deux applications de cette nouvelle approche à des problèmes industriels.

## 4.2 Réduction des modèles dynamiques

### 4.2.1 La réduction dans la théorie des systèmes

Du point de vue de la théorie des systèmes, la réduction du modèle d'un système linéaire entrée/sortie  $(M, u, y)$ , *i.e.*, un système  $M$  pour lequel on a choisi des entrées groupées dans un vecteur  $u$  et des sorties groupées dans le vecteur  $y$  (voir Annexe C pour une définition plus rigoureuse et complète), consiste à retenir les états (les modes) d'énergie maximale. Si une représentation d'état est utilisée, les états à retenir sont ceux les plus commandables et observables. L'équivalent d'un grand système dynamique correspond à la dynamique la plus commandabilité et/ou observable de ce système. Ceci peut se faire comme rappelée ci-dessous en enlevant d'abord les états non commandables et non observables, puis ceux faiblement commandables et faiblement observables.

#### A) Réalisation minimale

A partir d'une réalisation d'état du système linéaire entrée/sortie  $(M, u, y)$ , une réalisation d'état minimale (4.1) peut être obtenue en enlevant les états non commandables et non observables. (voir par exemple [3] pour les techniques habituelles de décomposition selon la commandabilité et l'observabilité)

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} . \quad (4.1)$$

#### B) Grammiens de commandabilité et d'observabilité

Les grammiens de commandabilité  $W_c$  et d'observabilité  $W_o$  sont des mesures quantitatives de la commandabilité et de l'observabilité d'un système entrée/sortie commandable, observable et asymptotiquement stable.

Le grammien de commandabilité asymptotique (*i.e.*, pour  $t \rightarrow +\infty$ ) correspond à l'énergie de la réponse  $x(t)$  de (4.1) à une entrée  $u(t) = \delta(t)$  à partir de l'origine ( $x(0) = 0$ ) :

$$E_x = \int_0^{\infty} \|x(t)\|^2 dt = \int_0^{\infty} x(t)x^T(t)dt = \int_0^{\infty} e^{At}BB^T e^{A^T t} dt = W_c^{\infty}. \quad (4.2)$$

Il est solution de l'équation de Lyapunov suivante :

$$AW_c^\infty + W_c^\infty A^T + BB^T = 0. \quad (4.3)$$

Le grammien d'observabilité asymptotique correspond à l'énergie de la sortie de (4.1) en réponse aux conditions initiales ( $u(t) = 0$ ,  $x_0 \neq 0$ ) :

$$E_y = \int_0^\infty \|y(t)\|^2 dt = \int_0^\infty y(t)y^T(t)dt = \int_0^\infty e^{A^T t} C^T C e^{At} dt = W_o^\infty. \quad (4.4)$$

Il est solution de l'équation de Lyapunov suivante :

$$A^T W_o^\infty + W_o^\infty A + CC^T = 0. \quad (4.5)$$

Du point de vue de la mise en oeuvre, les grammien peuvent être calculés directement en utilisant les routines standard de Matlab même pour les systèmes de taille assez grande. Pour des très grands systèmes (plus de 20000 variables d'état, ce qui est équivalent approximativement à 1800 machines) des approches dédiées peuvent être utilisées ([54], [40]).

### C) Réalisations équilibrées

La *réalisation équilibrée* est une représentation particulière d'un système entrée/sortie commandable et observable (M,u,y). Elle permet de séparer les variables d'état fortement commandables et observables de ce système, de ceux faiblement commandables et observables. Elle peut être obtenue à partir de la réalisation minimale (4.1) de ce système comme suit (algorithme de Laub).

Étant donné une réalisation minimale (4.1) d'un système entrée/sortie stable, il existe une décomposition, nommée décomposition de Cholesky du grammien d'observabilité  $W_o^\infty$

$$W_o^\infty = R^T R \quad (4.6)$$

où la matrice  $R$  diagonalise la matrice symétrique, définie positive  $RW_c^\infty R^T$  :

$$RW_c^\infty R^T = U \Sigma^2 U^T \quad (4.7)$$

où

la matrice  $U$  est une transformation unitaire :  $UU^T = I$

et les paramètres  $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$ ,  $\sigma_i \geq \sigma_{i-1}$ ,  $i = 2, \dots, n$  sont les modes du second-ordre (ou valeurs singulières de Hankel). Ces paramètres donnent d'une manière quantitative une idée sur la commandabilité et l'observabilité des variables d'état. En fait, les variables d'état correspondant à des valeurs singulières grandes sont les plus commandables et observables, tandis que les variables d'état correspondant à des petites valeurs singulières sont les moins commandables et observables.

La transformation d'état  $\bar{x} = Tx$  avec  $T = \Sigma^{-\frac{1}{2}} U^T R$  amène le système (4.1) dans une autre forme d'état dans laquelle les grammien asymptotiques de commandabilité et d'observabilité sont égaux et diagonaux

$$\bar{W}_0^\infty = \bar{W}_c^\infty = \Sigma^{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

où  $\alpha_1 = [\sigma_1 \ \sigma_2 \dots \sigma_p]$  avec  $\sigma_i \geq \sigma_{i-1}$ ,  $i = 2, \dots, p$  et  $\alpha_2 = [\sigma_{p+1} \ \sigma_{p+2} \dots \sigma_n]$  avec  $\sigma_i \geq \sigma_{i-1}$ ,  $i = p+2, \dots, n$ . Le facteur  $p$  est choisi de telle manière que  $\sigma_p$  soit très grand devant  $\sigma_{p+1}$ , ce qui implique que les variables d'état correspondant au vecteur  $\alpha_1$  sont les plus commandables et observables, tandis que les variables d'état correspondant au vecteur  $\alpha_2$  sont faiblement commandables et observables.

Cette dernière réalisation d'état, appelée *réalisation équilibrée* (*Balanced realization*) peut s'écrire

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} \bar{C}_1 & \bar{C}_2 \end{bmatrix} \bar{x} \end{cases} \quad (4.9)$$

donc si on considère la partition de l'état selon  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  dans (4.8), les variables d'état  $\bar{x}_1$  sont les variables les plus commandables et observables.

Les réalisations équilibrées sont utilisées pour réduire l'ordre du modèle des systèmes. En effet, dans la mesure où  $\bar{x}_2$  dépend peu de  $u$  et que  $y$  dépend peu de  $\bar{x}_2$ , on peut donc approximer le système donné par (4.1) par la réalisation d'ordre réduit

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = \bar{A}_{11}\bar{x}_1 + \bar{B}_1 u \\ y = \bar{C}_1 \bar{x}_1 \end{cases} \quad (4.10)$$

#### 4.2.2 Réduction des modèles des systèmes électriques

Les techniques de la théorie des systèmes pour la réduction des modèles dynamiques mentionnées en Section 4.2.1 peuvent être appliquées aux systèmes électriques pour la construction des modèles réduits pour la commande. Un exemple de leur utilisation pour choisir des emplacements optimaux des PSS (power system stabilizer) pour prévenir les blackouts, a été détaillé dans [36] et [37]. En revanche, pour la construction des modèles de simulation, ces techniques ne peuvent pas être utilisées directement, les équivalents fournis par ce type de réduction ne préservent pas la structure physique du système original. Plus précisément, on ne retrouve plus les équations différentielles des machines et de leurs régulations, ainsi que les équations algébriques du réseau de transport. En effet, le nouvel état  $\bar{x}_1$  de la réalisation équilibrée (4.9) et du système réduit (4.10) n'a plus de signification physique comme l'état  $x$  de départ dans (4.1) qui groupe les angles machines, les vitesses,.... Par conséquent, il est donc impossible d'utiliser directement ce type d'équivalent donné sous la forme d'une représentation d'état pour la construction des modèles de simulation.

C'est la raison pour laquelle des méthodes spécifiques ont été développées en Électrotechnique pour les systèmes électriques.

La réduction des modèles dynamiques des grands systèmes électriques commence souvent par grouper les machines électriques du système en *zones* contenant les machines ayant un comportement *similaire* comme dans la Figure 4.1. Ce partage met en évidence une certaine redondance car une seule machine par zone peut être retenue dans le modèle réduit (appelée machine de *référence*), le comportement des autres machines pouvant être déduit de celui de la machine de référence. Les autres machines de chaque zone à réduire seront remplacées par des corrections statiques.

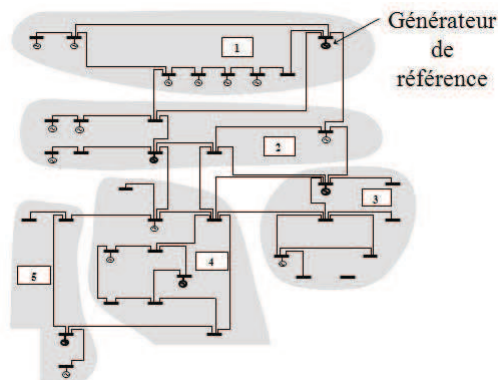


Fig. 4.1. Zones similaires

### A) Mesures de la similitude

Nous allons passer en revue dans cette section les principales mesures de la similitude des machines d'un système électrique.

#### a) La cohérence

Deux générateurs  $i$  et  $j$  d'un système électrique sont dits *exactement cohérents* par rapport à une perturbation donnée si les réponses angulaires  $\delta_1$  et  $\delta_2$  des deux machines à cette perturbation satisfont

$$\delta_i(t) - \delta_j(t) = 0. \quad (4.11)$$

La définition de la cohérence a été généralisée en [6], [15], [16], [17] et [18], où des conditions théoriques nécessaires et suffisantes pour l'analyse de la cohérence ont été introduites.

#### b) La cohérence approximative

La cohérence exacte définie ci-dessus étant plutôt une abstraction théorique, on s'intéresse plutôt à la *cohérence approximative* pour laquelle (4.11) est *approximativement* satisfaite [43].

Cette dernière peut être mise en évidence *via* l'identification fréquentielle [23], [55] ou l'analyse modale [38], [39] (calcul des valeurs propres et vecteurs propres). Dans [30] et [29] la cohérence a été analysée à travers la notion de *corrélation* en utilisant les perturbation stochastiques, appelée en anglais "rms-coherency" [30]. Beaucoup d'autres méthodes pour l'étude de la cohérence et la répartition des générateurs ont été publiées (voir par exemple [1]).

### c) *La cohérence lente*

La cohérence lente est en lien avec la théorie des perturbations singulières. Elle exploite les caractéristiques structurelles d'un système électrique qui évolue à des échelles de temps différentes. On considère ainsi que pendant le transitoire rapide, les variables lentes restent constantes et, au moment où leurs changements deviennent considérables, les transitoires rapides s'éteignent. Donc les seules variables utilisées pendant l'étude à court terme sont les variables rapides. En revanche, pendant l'étude à long terme, le modèle est constitué par les variables lentes, les variables rapides étant considérées constantes et égales à leurs valeurs d'équilibre. Un grand nombre d'études ont été publiées sur cette approche [2], [9], [11], [10], [12], [41], [56], [57], mais [7], [27] récapitulent la structure d'une manière synthétique. Pour des mises à jour plus récentes, voir [27] et [8].

La cohérence lente formule donc les idées précédentes comme un problème à deux échelles de temps en utilisant la perturbation singulière. Si l'on note  $\epsilon$  le paramètre de la perturbation, qui est le rapport des constantes de temps entre les phénomènes rapides et les phénomènes lents, cette approche peut être considérée comme asymptotique car, quand  $\epsilon$  tend vers 0, les résultats convergent vers des résultats exacts. Les conséquences de l'application de cette approche au modèle d'un système électrique sont les suivantes :

1. S'il existent  $\alpha$  zones alors il y aura  $\alpha-1$  modes lents. Les modes oscillants restants ont des fréquences plus élevées et correspondent aux modes rapides. notons la présence d'un mode non-oscillant correspondant à la valeur propre 0.
2. Les modes rapides sont les modes intra-zones, tandis que les modes lents sont des modes inter-zones.
3. Les générateurs d'une zone cohérente donnée oscillent d'une manière cohérente seulement quand les modes oscillants lents sont excités.

Les modèles réduits en utilisant la cohérence lente sont constitués principalement par les modèles détaillés des générateurs de référence choisis pour représenter chaque zone cohérente. Les variables de ces générateurs appelées aussi, *variables agrégées* correspondent aux variables rapides mentionnées ci-dessus et participent dans les modes inter-zones lents. De cette manière, le modèle réduit permet de reproduire le comportement transitoire lent. Le comportement intra-zones peut être étudié en utilisant des modèles plus détaillés (voire complets) pour les zones qui nous intéressent, les autres zones seront représentées par des équivalents dynamiques. Notons que pour mettre en oeuvre cette procédure il n'est pas nécessaire de considérer des défauts ou

des perturbations ou quelconque entrée.

Les papiers fondamentaux de cohérence lente proposent de définir les zones de cohérence regroupant les générateurs seulement quand les modes lents du système sont excités. Les modes les plus lents peuvent être calculés efficacement [9]. Un algorithme pour identifier des groupes lentement cohérents a été développé dans [2], [7] et est basé sur une procédure d'élimination Gaussienne appliquée à la matrice des vecteurs propres correspondant aux modes lents (valeurs propres) de la matrice  $A$  de la représentation d'état du système électrique. Cet algorithme donnera de bons résultats si une cohérence lente existe pour l'ensemble des modes lents choisis.

En pratique les systèmes électriques ne satisfont pas toujours les hypothèses faites pour définir la cohérence lente. Beaucoup d'objections ont été faites dans la littérature. Dans [13], par exemple, il a été noté qu'il n'existe pas une séparation effective en terme de constantes de temps entre la dynamique lente et la dynamique courte terme. De plus, beaucoup de difficultés ont été rencontrées lors de l'application des algorithmes proposés pour la détection de la cohérence lente. Par exemple, il a été signalé dans plusieurs publications que les modes du système les plus étendus géographiquement ne sont pas toujours les modes les plus lents. La formulation du problème de sélection des modes est parmi les contributions clefs de cette thèse.

La définition de la cohérence a été modifiée dans [19] : au lieu de chercher l'égalité ou la cohérence des angles des générateurs lorsque les modes les plus lents du système sont excités, il a été proposé dans ce papier que deux générateurs sont cohérents tant que le mouvement de leurs angles ont le même sens de rotation pour les modes lents choisis. Cette modification forte de la définition de la cohérence n'a pas été soutenue par un autre travail.

La cohérence lente donnera une bonne répartition des générateurs dans les groupes cohérents seulement si les conditions de couplage faible entre les groupes cohérents dans un système électrique sont satisfaites. C'est la raison pour laquelle la nouvelle méthode SME (*Synchronic Modal Equivalencing*) [45], basée sur la notion de la *synchronie* [46] a été développée comme une extension de la cohérence lente et inclut cette dernière comme un cas particulier pour la situation où les conditions de la cohérence lente sont satisfaites.

Le paragraphe suivant est consacré à la définition de la synchronie.

#### ***d) La synchronie***

La synchronie décèle les réponses similaires par rapport à un ensemble bien choisis de dynamiques du systèmes. Ces dernières sont données par un ensemble  $\nu$  de *modes* du modèle linéaire du système, appelé *noyau*. Plus précisément, les générateurs  $i$  et  $j$  du système électrique sont dits  $\nu$ -synchrones



si leurs réponses angulaires satisfont

$$\delta_i = K\delta_j \quad (4.12)$$

lorsque les modes du noyau  $\nu$  sont excités.

Le facteur  $K$  est une constante qui peut être positive ou négative.

La synchronie généralise la cohérence lente dans le sens que :

- la synchronie est définie par rapport à un noyau qui ne se limite pas aux modes les plus lents du système comme c'est le cas de la cohérence lente.
- la synchronie traduit une proportionnalité des mouvements des angles des générateurs et non seulement l'égalité stricte.
- la synchronie permet également un lien *multi-dimensionnel* entre les angles des générateurs et non seulement un lien uni-dimensionnel. Plus précisément, la synchronie considère d'une manière quantitative, contrairement à la cohérence, la similitude de mouvement entre *tous* les angles des générateurs du système et non seulement entre deux angles de deux générateurs synchrones.

La synchronie dans les systèmes électriques utilise quelques idées de l'analyse modale selective (SMA) (voir Section 3.5.7 pour plus de détails) pour choisir les modes du noyau  $\nu$ .

Les procédures et les algorithmes qui exploitent la synchronie uni-dimensionnelle pour la sélection des modes constituant le noyau  $\nu$  ont été introduites dans [46]. Dans la cohérence lente, les  $n$  modes les plus lents (y compris le mode 0) sont utilisés pour créer  $n$  zones cohérentes. Cela peut être insuffisant en pratique : premièrement, on ne connaît pas *a priori* le nombre  $P$  des modes du noyau même dans le cas où les restrictions imposées par la cohérence lente sont vérifiées. Deuxièmement, la sélection des modes basée sur la synchronie donne des meilleures performances quand les hypothèses de la cohérence lente, exposées ci-dessus, ne sont pas satisfaites pour le système électrique analysé. Dans [44], il a été démontré que la synchronie permet une flexibilité qui peut être exploitée pour un choix *itératif* des modes du noyau permettant des meilleures performances *decomposabilité*.

La notion de la décomposabilité est à la base de la sélection des modes. En effet, dans [46] il a été démontré que sous certaines conditions, le système

électrique peut être décomposé en deux sous systèmes, un sous-système de référence et un sous-système indépendant du sous-système de référence. Pour un certain choix du facteur de correction  $K$  dans (4.12), il a été mis en évidence que le sous-système de référence découple du deuxième système. Les modes du noyau  $\nu$  sont donc les modes du sous système de référence, leurs nombre est calculé en résolvant un problème d'optimisation qui minimise la norm dans le même sens que le pivot de Gauss.

La base du processus de répartition des générateurs ainsi que les étape de la procédure de la construction des réduit ou équivalents sont décrits d'une manière détaillée en [45].

Il faut noter que le fait de connaître le mouvement de la machine de référence d'une zones synchrone permet de reproduire le mouvement de toutes les autres machines de la même zone synchrone lorsque le noyau  $\nu$  est excité. De cette manière, contrairement à la cohérence lente qui fourni des modèles réduits valable seulement pour l'analyse du transitoire lent, les modèles agrégés par la synchronie peuvent reproduire les comportements lents et rapide du système électrique.

#### *e) Synchronie approximative*

La synchronie uni-dimensionnelle exacte n'est pas d'utilité en pratique. Dans [46], des techniques ont été développées pour exploiter la synchronie *approximative*. Deux générateurs sont dits *approximativement* synchrones si (4.12) est satisfaite d'une manière *approximative* dans les mêmes conditions de la définition de la synchronie exacte.

Des nouvelles notions ont été introduites pour la mesure de la synchronie approximative. Premièrement, le *degré de synchronie*, qui permet de mesurer la déviation de la synchronie approximative par rapport à la synchronie exacte. D'une manière approximative, il correspond au cosinus de l'angle qui sépare les deux vecteurs propres des valeurs propres du noyau  $\nu$  correspondant aux deux générateurs approximativement synchrones.

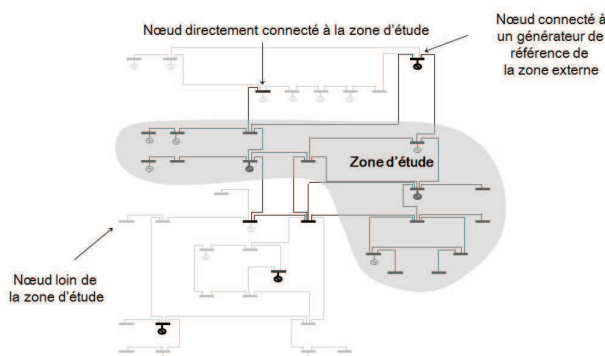
Deuxièmement, la notion de la *distance de synchronie* a été également définie. Elle permet de réaliser la répartition des générateurs de la manière suivante : les générateurs d'une même zone de synchronie se situent à des distance courtes l'un de l'autre, tandis qu'entre les générateurs de deux zones synchrones différentes les distances synchrones sont grandes.

## **B) Les équivalents dynamiques dans les systèmes électriques**

La synchronie a été utilisée dans [45] pour fournir pour un système électrique donné, un modèle réduit ayant la structure habituelle d'un système

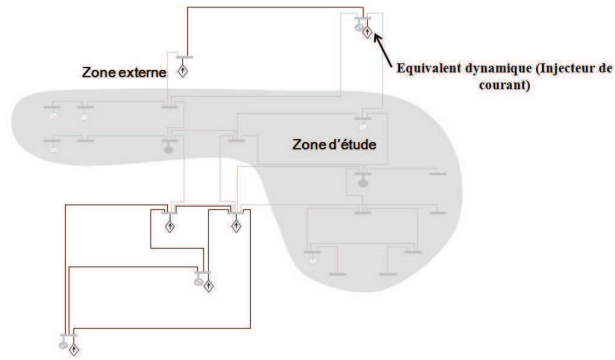
électrique, *i.e.*, composé de machines, lignes de transport, charges... Elle a été appelée SME (Synchronic Modal Equivalencing) du fait que la relation de la synchronie entre les composantes du système est établie en utilisant la représentation modale de ce dernier ainsi que les outils de l'analyse modale (valeurs et vecteurs propres). La méthode SME peut être structurée dans les deux étapes suivantes :

1. *partitionnement du système (voir Figure 4.1)* : à cette étape, un noyau  $\nu$  approprié est choisi et le système est partagé dans un nombre prédéterminé de zones  $\nu$ -synchrones en se basant sur la notion de la synchronie uni-dimensionnelle. SME utilise la synchronie *uni-dimensionnelle* car, à cette étape, il est judicieux d'associer les variables des machines à une seule zone synchrone uniquement.



**Fig. 4.2.** Choix de la zone d'étude

2. *construction des équivalents* : une (ou plusieurs) zone(s) identifiée(s) dans la première étape est (sont) choisie(s) comme zone(s) d'étude (voir Figure 4.2). Le modèle détaillé (non linéaire) de cette zone d'étude est préservé dans le modèle réduit. Le reste des zones considérées comme zones externes sont réduites à des dynamiques équivalentes (voir Figure 4.3). Ces équivalents sont calculés en utilisant la relation de la synchronie *multi-dimensionnelle* implicite ou explicite, présente entre les variables des zones externes et les variables de la zone d'étude. La méthode SME a été développée sous forme de représentation d'état et elle préserve la structure différentielle et algébrique du système électrique.



**Fig. 4.3.** Construction des équivalents

### 4.3 La synchronie du point de vue de la théorie des systèmes

La synchronie est une mesure de la redondance dans les systèmes électriques car plusieurs machines synchrones exhibant des comportements identiques. De point de vue de la théorie des systèmes, si une redondance est présente dans un système, qu'il soit électrique ou autre, cela correspond à une perte de contrôlabilité et/ou une perte d'observabilité.

Notre objectif dans ce chapitre de la thèse est d'étayer le lien entre la synchronie dans les systèmes électriques et la perte de contrôlabilité et/ou d'observabilité dans la théorie des systèmes.

Nous avons mené cette analyse en utilisant l'approche algébrique développée par M Fliess (voir [22] et des références connexes) qui considère les systèmes d'une manière plus générale et intrinsèque. Cette approche présente pour le problème traité ici deux avantages majeurs :

1. le système est perçu à un niveau plus intrinsèque que celui de la théorie des systèmes classiques dans laquelle le système est assimilé à un type de modèle comme la forme d'état ou représentation entrée/sortie (fonction de transfert). Généralement, les systèmes électriques ne sont pas décrits par une des représentations mentionnées précédemment, mais, par la forme générale DAE présenté en Section 2.2.6. D'un point de vue théorique, cette forme est en lien directe avec l'approche algébrique mentionnée. D'un point de vue pratique, cette forme est préférée aux autres représentations car elle préserve l'aspect physique du système (les variables sont physiques, *i.e.*, tensions, vitesses, angles machines...etc) et fait intervenir des matrices creuses (*i.e.*, avec la plupart des éléments nuls) qui présentent des avantages connus lors des calculs numériques pour les systèmes de grande taille.
2. dans cette approche la commandabilité a été prouvée d'une manière intrinsèque, *i.e.*, indépendante de la manière de piloter le système. Ceci nous laisse entrevoir une interprétation plus directe et profonde de la synchronie en système électriques.

#### 4.3.1 Systèmes généralisés

Considérons le système électrique de la Figure 4.4.

Afin d'écrire une forme DAE pour ce système, chaque sous-système sera considéré. Si les générateurs sont représentés par leurs modèles classiques (voir



**Fig. 4.4.** Exemple deux machines

Section 2.2 pour plus de détails), pour le générateur  $i$  on a

$$M_i \ddot{\delta}_i = P_{m_i} - P_{e_i}, \quad (4.13)$$

où  $i \in \{1, 2\}$ ,  $M_i = \frac{2H_i}{\omega_0}$  et  $H_i$ ,  $P_{m_i}$ ,  $P_{e_i}$  et  $\delta_i$  sont l'inertie, la puissance mécanique, la puissance électrique et respectivement les angles des machines ( $\omega_0$  est la vitesse nominale qui est généralement égale à 1 si un système de per-unit est adopté).

Si une approximation linéaire autour d'un point de fonctionnement  $(\delta_{10}, \delta_{20})$  est considérée, les équations liant les grandeurs des deux machines, *i.e.*, les équations de la ligne de transport de l'énergie entre les noeuds BUS 1 et BUS 2 en Figure 4.4 sont

$$\begin{aligned} P_{e_1} &= P_s(\delta_1 - \delta_2) \\ P_{e_2} &= P_s(\delta_2 - \delta_1) \end{aligned} \quad (4.14)$$

où  $P_s = \frac{E_{10}E_{20}}{X} \cos(\delta_{10} - \delta_{20})$  et  $X$  est la somme des réactances de la ligne qui connecte les deux machines et la réactance transitoire des deux machines, et  $E_{10}$ ,  $E_{20}$  sont les modules des tensions au niveau des noeuds où les machines sont connectées, et ils sont supposés constants. De plus, si le système est équilibré, les puissances mécaniques des deux machines ne sont pas des variables indépendantes. Si les charges du système électrique sont supposées constantes, la relation entre les puissances mécaniques est :

$$P_{m_1} + P_{m_2} = 0. \quad (4.15)$$

La construction d'une représentation d'état à partir des équations précédentes est un problème classique dans la théorie des systèmes électriques.

Toutes les solutions existantes se concrétisent par des algorithmes qui choisissent les variables d'état à partir des entrées et des sorties fixées a priori (qui sont des données en entrée du problème). Mais dans une telle approche, quelques difficultés subsistent : la solution n'est pas unique et, évidemment, la diversité s'accroît si les signaux d'entrée et de sortie ne sont pas fixés a priori ; de plus, dans certains cas, la réalisation obtenue peut être non propre. Par conséquent, pour l'analyse, aussi bien que pour la commande, il est nécessaire qu'un système linéaire soit défini et caractérisé à un niveau plus intrinsèque qu'une représentation d'état ou une représentation sous forme d'une machine de transfert.

Bien que les équations (4.13), (4.14) et (4.15) ne forment pas une réalisation d'état standard, elle décrivent parfaitement le phénomène de transmission de l'énergie électrique d'une machine à une autre. Autrement dit, avec des conditions initiales données, toutes les valeurs futures des grandeurs physiques du circuit peuvent être déterminées en intégrant les équations (4.13), (4.15) et (4.14)

Plus précisément le système (DAE) formé par les équations (4.13), (4.15) et (4.14) de l'exemple dans la Figure 4.4, peut être écrit sous la *forme polynômiale*, si l'on note pour  $s = \frac{d}{dt}$  l'opération de dérivation :

$$S(s)w = 0, \quad S(s) = \begin{bmatrix} -Ms_1^2 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2Ms_2^2 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ P_s & -P_s & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -P_s & P_s & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ P_{m1} \\ P_{m2} \\ P_{e1} \\ P_{e2} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Où  $S(w)$  est une matrice polynômiale, *i.e.*, une matrice dont les éléments sont des polynômes en  $s$  avec des coefficients en  $\mathbf{R}$  dans le cas de cet exemple. L'ensemble des polynômes avec les opérations usuelles d'addition et de multiplication des polynômes forment un *anneau* noté  $R = \mathbf{R}[s]$ .

Quelques changements spécifiques des variables  $w$  définissant le système peuvent être faites. Par exemple, si

$$\bar{w} = T(s)w \quad (4.17)$$

où  $T(s)$  est *une matrice uni-modulaire* (une matrice carrée avec des entrées dans éléments dans l'anneau  $\mathbf{R}$ , inversible et avec l'inverse ayant entrées dans  $\mathbf{R}$ ), (4.16) peut être écrite :

$$\bar{S}(s)\bar{w} = 0, \quad \bar{S}(s) = S(s)V(s) \quad (4.18)$$

où  $V(s) = T^{-1}(s)$  est aussi une matrice polynômiale.

Les équations (4.16) et (4.18) sont des représentations différentielle du *même système physique*. Pour notre exemple, considérons

$$\bar{w} = [\delta_1 + s\delta_2 \quad \delta_2 \quad P_{m_1} \quad P_{m_2} \quad P_{e_1} \quad P_{e_2}]^T, \quad (4.19)$$

donc

$$T(s) = \begin{bmatrix} 1 & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

On peut facilement remarquer que  $\bar{S}(s)$  est obtenue à partir de  $S(s)$  en remplaçant la colonne 2 par la colonne 1 multipliée par  $s$  :

$$V(s) = \begin{bmatrix} 1 & -s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

Les changements de variables dans (4.17) sont plus générales que les changements usuels de variables d'état entre deux représentations d'état. En effet, elles autorisent des combinaisons linéaires de *dérivées* des variables initiales comme  $T(s)$  donnée par (4.20) pour lequel  $\bar{w}_1 = w + \frac{dw_1}{dt}$ .



Le même type de transformation peut être envisagée pour les *lignes* de la matrice  $S(s)$ , *i.e.*, en modifiant cette fois les *équations* du système. Ce dernier peut être défini d'une manière équivalente par  $\bar{S}(s)\bar{w} = 0$ ,  $\bar{S}(s) = U(s)S(s)$  où  $U(s)$  est une matrice polynômiale unimodulaire. Pour l'exemple des deux machines, si

$$U(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

dans la représentation  $\bar{S}(s)\bar{w} = 0$ , le réseau est modélisé par  $P_{e1} + P_{e2} = 0$  au lieu de  $P_{e2} = P_s(\delta_2 - \delta_1)$ .

D'autres transformations peuvent être effectuées sans changer la nature du système. Elles concernent l'élimination des variables et des équations du système. Sur l'exemple étudié, nous pouvons écrire, par exemple, les variables des puissances  $P_{m_2}$ ,  $P_{e_1}$  et  $P_{e_2}$  dans l'équation (4.13) en fonction du reste des variables du système tout en éliminant les équations (4.14) et (4.15) pour obtenir la présentation équivalente suivante

$$R(s) \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ P_{m_1} \end{bmatrix} = 0, \quad R(s) = \begin{bmatrix} M_1 s^2 + P_s & -P_s & 1 \\ -P_s & M_2 s^2 + P_s & -1 \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Ainsi, nous pouvons distinguer le système de ses représentations qui forment une classe donnée par les transformations présentées ci-dessus. Ce constat est à la base de l'approche algébrique d'analyse des systèmes linéaires dont les bases sont résumées dans l'Annexe C.

### 4.3.2 La synchronie exacte et la perte de la commandabilité

Dans cette section et la suivante nous allons investiger le lien entre la synchronie et la perte de commandabilité et d'observabilité. Ceci d'abord sur l'exemple des deux machines de la Figure 4.4, puis les résultats seront étendus au cas général.

Pour ce faire, si nous additionnons les deux lignes de (4.23), nous obtenons

$$s^2(M_1\delta_1 + M_2\delta_2) = 0 \quad (4.24)$$

qui représente *une équation de torsion* du système (voir Annexe C). Dans cette équation intervient uniquement une variable originale ou transformée du système, appelée la *variable de torsion*.

Les variables de torsion évoluent d'une manière indépendante par rapport au reste du système et donnent, en fait, la dynamique non commandable du système.

Dans l'exemple de la Figure 4.4 la variable de torsion est  $\delta = M_1\delta_1 + M_2\delta_2$  et  $\ddot{\delta} = 0$  indépendamment de la dynamique assignée au reste du système, *i.e.*, à  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  ou à  $P_{m1}$ .  $s = 0$  est donc un (double) mode non commandable (ou zéro de découplage en entrée) du système.

Ces modes peuvent être trouvés d'une manière systématique dans le cas général sur la forme de Smith de la matrice de définition du système (voir Annexe C).

En effet, dans l'exemple de deux machines, la forme de Smith de la matrice de présentation  $R$  dans (4.23) est :

$$\Sigma_c = U(s)R(s)V(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & s^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

sur laquelle on retrouve le double mode non commandable  $s = 0$ .

Les solutions de (4.24) est  $\delta_1(t) = -\delta_2(t) + c_1t + c_2$  où  $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$ . Physiquement, les angles des machines restent finies quand  $t \rightarrow \infty$ , donc  $c_1 = 0$ .

Également, comme un angle de référence arbitraire peut être choisi,  $c_2$  peut être aussi choisi égal à zéro, ce qui nous ramène à  $\delta_1 = -\delta_2$  qui est *une relation de synchronie* de type (4.11).

Donc, la perte de commandabilité est liée à la synchronie.

La Figure 4.5 montre la réponse de  $\delta_1 - \delta_2$  avec les conditions initiales  $\delta_{1_0} = \delta_{2_0} = 1$ ,  $\dot{\delta}_{1_0} = \dot{\delta}_{2_0} = 0$  qui excitent le mode  $s = 0$  uniquement (trait continu). Avec  $\delta_{1_0} = 1, \delta_{2_0} = \dot{\delta}_{1_0} = \dot{\delta}_{2_0} = 0$  le mode commandable  $s = \pm j\sqrt{\omega P_s \frac{M_1 + M_2}{2M_1M_2}}$  est excité, ce qui mène à la réponse en trait discontinu

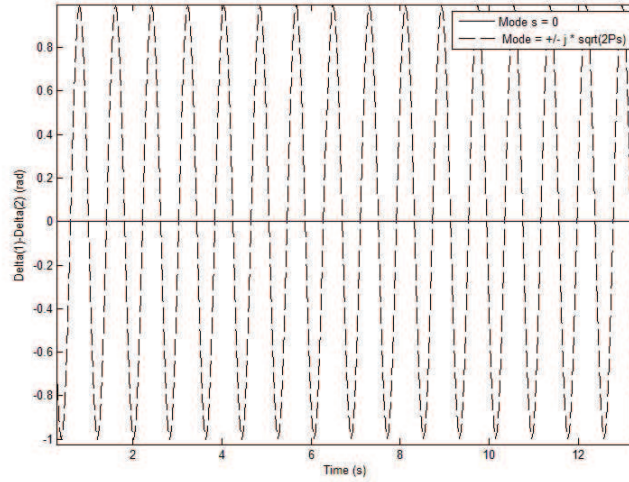


Fig. 4.5. Réponses de  $\delta_1 - \delta_2$  pour différentes conditions initiales

dans la Figure 4.5 qui n'est pas de type synchrone.

Notons que la conclusion ci-dessus est indépendante du choix des variables de commande. En effet, nous n'avons fait aucune distinction a priori parmi les variables physiques  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  et  $P_{m_1}$  ce qui nous permet de dire que cette conclusion est intrinsèque : elle ne dépend pas de la manière dont le système pourrait être piloté.

### 4.3.3 La synchronie exacte et la perte d'observabilité

#### A) Choix des entrées et des sorties

L'observabilité étant liée à une sortie choisie. De ce fait, nous devons d'abord définir un système entrée/sortie à partir du système  $M$  défini par (4.23), *i.e.*, choisir des entrées  $u$  et des sorties  $y$ .

$u = P_{m_1}$  est une bonne entrée dans le sens que  $M/[u]_R$  est de torsion (voir Annexe C). En fait, l'entrée  $u$  doit être choisie tel que si l'on fixe l'entrée  $u$  et les conditions initiales, des trajectoires uniques seront obtenues pour le reste des variables de  $M$ .

Considérons  $y = \delta_1 - \delta_2$ . Ce choix s'impose directement par la définition de la synchronie donnée en Section 4.12. Les équations du système entrée/sortie

$(M, u, y)$  ainsi définies sont

$$\begin{bmatrix} s^2 + P_s & -P_s & 1 & 0 \\ -P_s & s^2 + P_s & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\delta}_1 \\ \underline{\delta}_2 \\ P_{m_1} \\ y \end{bmatrix} = 0. \quad (4.26)$$

### B) Les modes non observables

Les modes non observables du système  $(M, u, y)$  sont donnés par les facteurs invariants de la matrice de définition du module  $M/[u, y]_{\mathbf{R}}$  (voir Annexe C pour plus de détails). D'un point de vue calcul, cela signifie que l'entrée  $u$ , la sortie  $y$  et les colonnes qui leurs correspondent sont éliminées de (4.26). Le module  $M/[u, y]_{\mathbf{R}}$  est ainsi défini par

$$\underline{S}(s) \begin{bmatrix} \underline{\delta}_1 \\ \underline{\delta}_2 \end{bmatrix} = 0, \quad \underline{S}(s) = \begin{bmatrix} s^2 + P_s & -P_s \\ -P_s & s^2 + P_s \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Remarquons que  $\underline{S}(s) = R(s)^T$ . Ainsi, la forme de Smith  $\sum_o$  de  $\underline{S}(s)$  est  $\sum_o = \sum_c^T$ . D'une manière évidente, le seul mode non observable est  $s = 0$  (racine double) et la dynamique non observable est, dans ce cas,  $s^2(\underline{\delta}_1 - \underline{\delta}_2) = 0$ . Ce dernier, avec la troisième relation dans (4.27) mène à

$$\underline{\delta}_1 = \underline{\delta}_2 = \text{const} \text{ (pas forcement 0)} \quad (4.28)$$

Lorsque le mode  $s = 0$  est excité, aucune différence entre les angles des machines ne peut être observée. La relation (4.28) est elle aussi du type (4.11) ce qui signifie que la perte de l'observabilité est également liée à la synchronie.

#### 4.3.4 La synchronie exacte et le mode fréquence

Nous avons remarqué une situation particulière lors de nos analyses ci-dessus. En effet, nous avons constaté que le même mode  $s^2 = 0$  a été trouvé non commandable et non observable. Dans ce qui suit, nous analysons ce mode.

Commençons par supprimer la partie non commandable du système (le facteur  $s^2$  dans (4.24)). La partie commandable  $M_c$  du système  $M$  est donnée par :

$$\bar{S}(s) \begin{bmatrix} \bar{\delta}_1 \\ \bar{\delta}_2 \\ \bar{P}_{m_1} \end{bmatrix} = 0, \quad \bar{S}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ s^2 + P_s & -P_s & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

Si les mêmes entrées/sorties d'avant sont choisies maintenant pour la partie commandable (4.29), le module  $M_c/[\bar{u}, \bar{y}]_{\mathbf{R}}$  du zéro de découplage en sortie de la partie commandable du système est donné par

$$\tilde{S}(s) \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_1 \\ \tilde{\delta}_2 \end{bmatrix} = 0, \quad \tilde{S}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ s^2 + P_s & -P_s \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4.30)$$

Tous les facteurs invariants de  $\tilde{S}(s)$  sont égaux à 1, donc  $M_c/[\bar{u}, \bar{y}]_{\mathbf{R}}$  n'a pas des zéros de découplage en entrée. Il s'en suit que  $s = 0$  est un double zéro de découplage en entrée/sortie du système  $M$  [3]. Il est associé à la partie du système qui est simultanément non commandable et non observable.

Ce double zéro de découplage en entrée/sortie a une signification très importante dans les systèmes électriques. Un mode zéro est lié à l'absence d'une référence pour les angles  $\delta_1$  et  $\delta_2$  dans le modèle (4.13), (4.14) (voir, par exemple, [7]). Il s'en suit que  $\delta_1$  et  $\delta_2$  ne sont pas indépendants, ce qui explique la singularité de toutes les matrices de définition utilisées.

Le second mode zero est le *mode de fréquence* connu dans le monde des systèmes électriques (voir, par exemple, [28]) et explique la similitude structurelle dans la réponse des machines de n'importe quel modèle du système électrique. Si un modèle détaillé du système électrique est utilisé, le mode de fréquence donne la réponse de *toutes* les machines du système aux premiers instants suivant un déséquilibre production/consommation du système électrique : les vitesses de toutes les machines du système diminuent avec la même pente qui correspond au *gradient* du système. Le cas du système électrique européen est représenté dans la Figure 4.6 qui montre les réponses des vitesses de quelques machines suite à la perte d'un groupe.

Cette analyse a été menée sur la cas particulier d'un système composé seulement de deux machines. Toutefois, les conclusions sont extrapolables au cas général d'un système électrique comme suit :

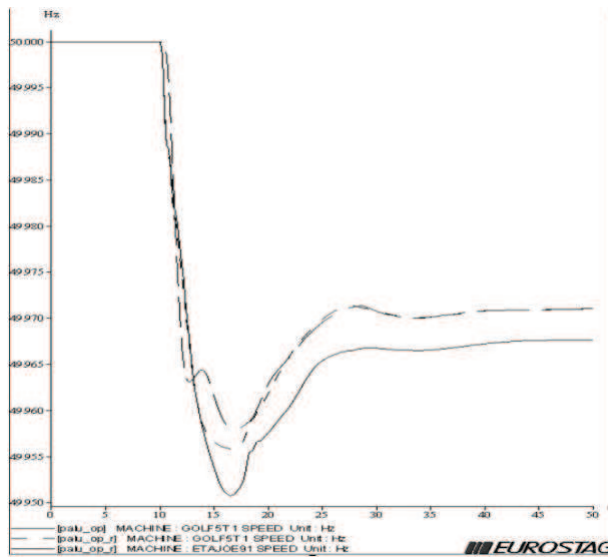


Fig. 4.6. Gradient de fréquence

- la synchronie exacte est liée à la fois à la perte de commandabilité et la perte d'observabilité qui correspond à un zéro de découplage en entrée/sortie.
- la perte de commandabilité est une propriété "intrinsèque" du système (indépendante du choix des variables d'entrée du système).
- l'unique comportement similaire des machines d'un système électrique est celui donné par le gradient de fréquence (le mode de fréquence  $s = 0$ ).

#### 4.3.5 La synchronie approximative et la perte de commandabilité et d'observabilité

Les conclusions de la section précédente ne peuvent pas être appliquées directement à la réduction des modèles des systèmes électriques. En effet, la synchronie exacte correspond à une redondance dans le modèle d'un système électrique, mais celle-ci est structurelle et la même pour chaque système : la seule similitude détectée ainsi correspond au gradient de fréquence et, de ce point de vue, toutes les machines d'un système électrique donné sont similaires.

Toutefois, une extension logique de l'analyse ci-dessus, nous permet de lier la synchronie approximative aux modes faiblement commandables et faiblement observables du système électrique ce qui nous conduira à des similitudes

dans les comportements des machines qui pourront être exploitées pour la réduction.

La détection de ces modes pour le système entrée/sortie  $(M, u, y)$  est réalisée en utilisant les mesures de la commandabilité et d'observabilité à travers le calcul des *grammiens* de commandabilité et d'observabilité étudiés dans la Section 4.2.1.

## 4.4 Méthodes de réduction des modèles dynamiques

La synchronie est une mesure de redondance (perte de commandabilité et/ou observabilité) dans les systèmes électriques. Le choix des modes du noyau  $\nu$  introduit en Section 4.2 permet de définir les dynamiques commandables et observables et permet donc de décomposer celles-ci des dynamiques non commandables et non observables. Pour un système entrée/sortie  $(M, u, y)$  ceci est dicté par la réalisation équilibrée en fonction des grammiens de commandabilité et d'observabilité comme expliquée en Section 4.2.1. Le choix des entrées  $u$  et des sorties  $y$  pour la définition du système entrée/sortie  $(M, u, y)$  à partir du système électrique  $M$  et le choix des dynamiques à retenir, dépendent des objectifs envisagés et de l'utilisation du modèle réduit. La non unicité de ce choix donne lieu à plusieurs types de réduction.

### 4.4.1 Objectifs de la réduction et choix du noyau $\nu$

#### A) Les équivalents standards

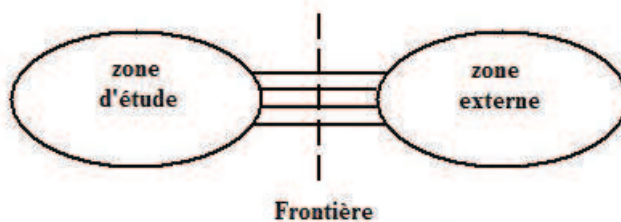


Fig. 4.7. Modèle complet

Habituellement, la réduction des systèmes électriques consiste à construire un modèle réduit en utilisant le modèle complet d'un grand système électrique. Pour cela, le modèle complet du système électrique est partitionné en plusieurs *zones synchrones*. Ces zones sont groupées ensuite en deux classes, comme dans la Figure 4.7 : la *zone d'étude*, qui contient la partie du système à étudier (en général la zone d'étude est la zone où la perturbation (par exemple, un court-circuit) est appliquée et son influence sur le système doit être étudiée) et la *zone externe*, qui représente le reste du système électrique considéré moins influencé par la perturbation. Dans le modèle réduit, la zone d'étude doit être préservée entièrement et la zone externe doit être représentée par un équivalent donnant seulement l'influence de la zone externe sur la zone d'étude. Le comportement du système réduit constitué par l'interconnexion



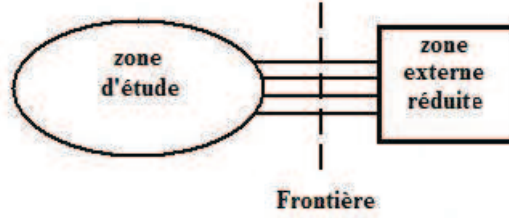


Fig. 4.8. Mdèle réduit

de l'équivalent de la zone externe avec la zone d'étude, comme dans la Figure 4.8, doit être similaire au comportement du système complet.

Les zones synchrones ne correspondent pas forcément aux frontières administratives entre la zone d'étude et la zone externe. Ce fait constitue une contrainte du moment où la zone d'étude ne peut être qu'un ensemble de zones synchrones.

### B) La synchronie standard

Les entrées physiques du système peuvent correspondre aux perturbations appliquées aux noeuds des générateurs et des charges. Cependant, dans [54] il a été montré que l'application des perturbations au niveau des générateurs uniquement permet d'exciter tous les modes du système.

Par conséquent, on peut se limiter au choix suivant

$$u = [P_{m_1} \dots P_{m_m}]^T \quad (4.31)$$

où  $P_{m_i}$  sont les puissances mécaniques de référence des générateurs du système complet (zone d'étude et zone externe).

Comme cela a été montré dans la Section 4.3.3, pour détecter la synchronie standard relative au noyau  $\nu$ , les sorties doivent être du type  $\delta_i - \delta_j$  où  $\delta_i$  sont les angles rotoriques des générateurs du système complet :

$$y = [\delta_i - \delta_1 \dots \delta_i - \delta_{i-1} \delta_i - \delta_{i+1} \dots \delta_i - \delta_m]^T \quad (4.32)$$

où  $i$  est un élément de l'ensemble  $\{1, \dots, m\}$ .

### Les équivalents d'une zone extérieure

Une autre situation peut être rencontrée dans la construction des équivalents des systèmes électriques : la situation correspond toujours à la Figure 4.7 mais la zone d'étude et la zone extérieure sont dans ce cas a priori délimitées à l'intérieur du système électrique.

Comme dans le cas des équivalents standards, la zone d'étude doit être préservée et la zone externe doit être réduite mais dans le cas des équivalents d'une zone externe, la *frontière administrative* entre les deux zones est prédéfinie et ne peut pas être modifiée en fonction des zones synchrones. L'objectif, dans ce type de réduction, est la construction d'un équivalent de la zone externe en respectant une zone d'étude *imposée* a priori.

Dans ce type de réduction, comme dans le cas précédent, les données de la zone d'étude restent disponibles au moment de la réduction de la zone externe.

### C) La synchronie par rapport à une zone extérieure

La synchronie dans cette situation représente la similitude de l'influence des générateurs de la zone externe sur la zone d'étude. Pour la détection de cette synchronie, considérons le choix des entrées/sorties suivant :  $u = [P_{m_1} \dots P_{m_n}]^T$  et  $y = [\delta_1 \dots \delta_n]^T$  où  $P_{m_i}$  et  $\delta_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  sont les puissances mécaniques de référence et, respectivement, les angles rotoriques des générateurs de la zone d'étude *uniquement*.

Le même choix a été utilisé dans [54] pour une analyse a posteriori de l'ordre de réduction. Dans la présente thèse, ce choix est utilisé dans le but d'obtenir un modèle réduit préservant la structure physique.

### C) Les équivalents par rapport à une frontière

Le travail décrit dans ce chapitre vise une situation spécifique rencontrée dans l'étude de l'interconnexion des systèmes électriques, où une partie des données du système électrique n'est pas accessible au moment de la réduction. Cette situation rencontrée lors des études de faisabilité de l'extension de la zone synchrone européenne, se résume toujours à la situation des deux

zones de la Figure 4.8 mais avec la différence (par rapport aux cas précédents) que, les données de la zone d'étude ne sont pas disponibles lors de la réduction de la zone externe.

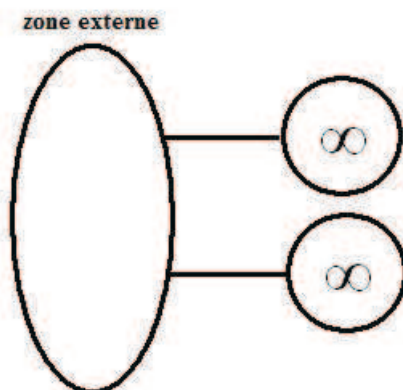


Fig. 4.9. Représentation avec des noeuds infinis de la zone externe

#### D) La synchronie par rapport à une frontière

Utilisant uniquement les données de la zone externe et l'interface entre la zone d'étude et la zone externe, des informations peuvent être obtenues sur les machines de la zone externe impliquées dans les phénomènes du système complet se manifestant à travers la frontière entre les deux zones. En effet, n'importe quel mode inter-zones, est observable à partir des lignes reliant les deux zones.

Plus précisément, lors des études précédentes d'interconnexion des systèmes électriques européens, il a été montré que des oscillations de la puissance électrique sont observées sur les interconnexions lorsque les modes inter-zones sont excités. Par exemple, [5] présente ce type d'oscillations aux niveaux de la frontière entre la France et l'Allemagne lorsque les modes inter-zones européen est-ouest, bien étudiés dans de multiples publications et repris en Section 4.5.1, impliquant des générateurs principalement en Espagne et en Pologne sont excités.

Cela nous permet d'identifier les générateurs de la zone externe qui ont la plus grande participation dans les modes inter-zones impliquant des machines de la zone d'étude et de la zone externe *utilisant uniquement les données de*

la zone d'étude.

Pour cela, on considère la zone externe avec des noeuds infinis au niveau des lignes de l'interconnexion avec la zone d'étude comme en Figure 4.9. L'ajout des noeuds infinis permet de représenter l'interconnexion avec un système électrique inconnu. Les entrées/sorties du système peuvent être définies en utilisant ce modèle de la zone externe avec le choix suivant :  $u = [P_{m_1} \dots P_{m_{m-n}}]^T$  et  $y = [P_{fr_1} \dots P_{fr_l}]^T$  où  $P_{fr_i}$ ,  $i = 1, \dots, l$  sont les puissances actives transitant chaque ligne de la frontière entre la zone externe et la zone d'étude et  $P_{m_i}$ ,  $i = 1, \dots, m - n$  sont les puissances mécaniques de référence des générateurs de la zone externe. De cette manière, les machines de la zone externe sont groupées en classes de machines oscillant d'une manière similaire "vu" de la frontière entre la zone externe et la zone d'étude. Les générateurs de la zone externe préservés dans le modèle réduit sont les machines les plus participantes dans les modes inter-zones du système complet et permettent la reproduction de ces modes au moment de l'interconnexion du modèle réduit de la zone externe avec le modèle complet de la zone d'étude.

#### 4.4.2 Réduction des modèles

##### A) Agrégation

L'analyse de la synchronie effectuée en Section 4.2 permet la construction dans chaque cas étudié en Section 4.4.1 d'un ensemble de modes  $\nu = \{\nu_1, \dots, \nu_p\}$  correspondant à la dynamique à préserver dans le système réduit. Le noyau  $\nu$  correspond aux modes les plus commandable et/ou observables relatifs aux entrées/sorties choisies pour la réalisation équilibrée. La réduction est directe en utilisant la réalisation équilibrée : les variables de l'état  $\bar{x}$  de la réalisation équilibrée (4.2.1) qui correspondent aux modes du noyau  $\nu$  (*i.e.*,  $\bar{x}$ ) sont préservées et le reste des variables d'état du système est supprimé. A ce stade, la majeure difficulté est le fait que les variables d'état de la réalisation équilibrée n'ont pas une signification physique comme dans le modèle de départ (voir Section 4.2.1).

Afin d'obtenir un modèle réduit préservant la structure physique, le choix du noyau présenté précédemment a été combiné avec les *techniques d'agrégation* introduites dans [46] et [45]. Cette dernière exploite la relation linéaire  $x_z = Kx_r$  existante entre les variables d'état du système après une éventuelle réorganisation ( $\{x\} = \{x_r\} \cup \{x_z\}$ , ou  $\{\xi\}$  représente un ensemble d'éléments d'un vecteur  $\xi$ ) dans le but d'éliminer  $x_z$  et produire donc un équivalent avec  $x_r$  uniquement, les composantes de  $x_r$  sont appelées *les variables de référence*.

Remarquons que la dépendance ci-dessus est donnée aussi par la réalisation équilibrée (4.2.1) pour laquelle on garde seulement la partie autonome ( $u=0$ ) :

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \bar{x}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

Les variables d'état  $\bar{x}_2$  sont négligeables en comparaison avec les variables d'état  $\bar{x}_1$  donc, dans le système réduit  $\dot{\bar{x}}_2 \cong 0$ , et, si  $\bar{A}_{22}$  est inversible, la seconde ligne de (4.33) mène à

$$\bar{x}_2 = \bar{K}\bar{x}_1, \quad \bar{K} = -\bar{A}_{22}^{-1}\bar{A}_{21}. \quad (4.34)$$

La relation d'agrégation (4.34) peut être traduite en utilisant l'état initial  $x$  dont les composants sont les angles des machines, si on considère

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

où  $T$  est la matrice non singulière du changement des coordonnées vers l'état  $\bar{x}$  de la réalisation équilibrée.

Les angles des générateurs de référence sont choisis parmi les entrées de  $x$  en utilisant  $L$ , appelée, *la matrice de groupage* [7], définie par

$$\begin{bmatrix} x_r \\ x_z \end{bmatrix} = L \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$

Il s'agit d'une matrice dont les éléments de la ligne sont tous nuls sauf un égal à 1. La position de cet élément est différente pour chaque ligne. A partir de (4.36) et (4.35) on a :  $x_r = (L_{11}T_{11} + L_{12}T_{21})\bar{x}_1 + (L_{11}T_{12} + L_{12}T_{22})\bar{x}_2$ ,  $x_z = (L_{21}T_{11} + L_{22}T_{21})\bar{x}_1 + (L_{21}T_{12} + L_{22}T_{22})\bar{x}_2$  qui conduit à une relation  $x_z = Kx_r$  similaire à (4.34) si  $\tilde{T}_{11} = L_{11}T_{11} + L_{12}T_{21}$  est inversible.

## B) Générateur de base ou de référence

Un choix optimal des générateurs de référence correspond à une matrice  $L$  qui maximise "l'inversibilité" de  $\tilde{T}_{11}$  calculée dans la section précédente. Ce choix à été étayé en [7] comme suit.

Soit  $V$  la matrice de  $m$  lignes et de  $p$  colonnes composée par les vecteurs propres de la matrice d'état  $A$  relatifs aux angles des générateurs et associés

au noyau  $\nu$  choisi. Plus précisément,  $V_{ij}$  est l'entrée correspondant à l'angle de la machine  $i$  du vecteur propre correspondant à la valeur propre  $\lambda_j$  dans le noyau  $\nu$ .

En utilisant la technique du pivot de Gauss, on peut identifier les  $p$  lignes les plus indépendantes de  $V$  afin d'en déduire l'ensemble  $M_r$  des  $p$  générateurs de référence.

Nous avons adopté cette procédure dans cette thèse car elle permet de déterminer  $L$  d'une manière simplifiée.

### C) Correction

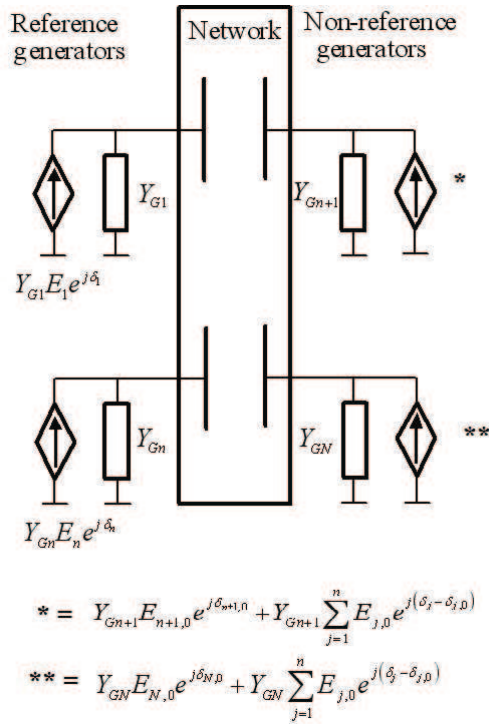


Fig. 4.10. Injecteur de courant

Nous avons également adopté la méthode SME ([46] et [45]) pour la réduction effective du modèle complet. Les machines sont groupées dans des *classes d'équivalences* formées autour de chaque générateur de référence. Le

générateur de référence de chaque classe ainsi que leurs régulateurs dans la zone d'étude sont préservés dans le modèle réduit sans aucune modification. Les générateurs de la zone externe qui ne sont pas de référence sont supprimés dans le modèle réduit, et remplacés par des équivalents dynamiques sous forme d'injecteurs de courant.

La topologie de la zone externe peut être aussi simplifiée, en utilisant la technique de Ward.

Plus précisément, le courant de l'injecteur de courant substituant les générateurs supprimés de la zone externe a deux composantes :

$$I_k = \underbrace{I_{0,k} + E_k u_e}_{I_{1k}} + \underbrace{K_k x_r}_{I_{2k}} \quad (4.37)$$

où

- $I_{0,k}$  représente le courant nominal initial de la sortie du générateur supprimé (valeur à l'équilibre du système).
- $u_e$  est le vecteur des modules de tensions des noeuds de la zone externe où un générateur qui n'est pas de référence était connecté ou d'un noeud directement lié à la zone externe.
- $K_k x_r$  représente un courant injecté en fonction du mouvement des angles de référence  $x_r$  et qui constitue un équivalent de la contribution dynamique des générateurs supprimés.
- $E_k = E_{old} + E_{Ward} + E_{adjust}$

où

- $E_{old}$  contient la réactance transitoire de la machine supprimée.
- $E_{Ward}$  est le facteur de correction de l'équivalent de Ward (si la topologie de la zone externe est réduite).
- $E_{adjust}$  est un facteur d'ajustement des noeuds connectés directement à la zone d'étude.

La première composante  $I_{1k}$  dans (4.37) concerne les seules caractéristiques conservées des générateurs supprimés : il s'agit de leurs caractéristiques non

dynamiques (statiques).

La deuxième composante  $I_{2k}$  dans (4.37) concerne les caractéristiques supprimées des générateurs supprimés : il s'agit de leurs caractéristiques dynamique compensées en fonction de la variation des angles des générateurs de référence.

Pour mieux comprendre la structure de l'équivalent, considérons le cas où la topologie de la zone externe n'est pas réduite et les générateurs sont représentés par leurs modèles classiques (voir Section 2.2.7). Le module de la tension est constant et les angles sont les angles rotoriques. Les angles rotoriques sont gouvernés par les équations différentielles du rotor de la machine. La Figure 4.10 montre le modèle électrique des générateurs de référence et de non-référence en terme d'un équivalent de Norton. Le modèle des générateurs de référence reste inchangé.

Dans [46] and [45] le calcul des paramètres des injecteurs a été détaillé.

#### 4.4.3 Synthèse de la procédure de la réduction

La procédure complète de réduction du modèle dynamique d'un système électrique donné peut être résumée dans les étapes suivantes :

1. choix des entrées  $u$  et des sorties  $y$  du système électrique en fonction des objectifs de la réduction.
2. sélection du noyau pour la matrice de transfert en utilisant la réalisation équilibrée construite pour le système entrée/sortie défini au point 1.
3. sélection des machines de référence qui correspondent au noyau choisi en utilisant la méthode d'agrégation basée sur le pivot de Gauss.
4. réduction de la topologie du réseau électrique.
5. calcul des facteurs de correction sous forme d'injecteurs de courant pour les machines non de référence.

Notons que l'étape 4 de la procédure précédente est optionnelle. Basée sur la réduction de Ward, si cette option est choisie, les facteurs de correction calculés dans l'étape numéro 5 doivent intégrer des éléments supplémentaires correspondant aux composants supprimés du système électrique.



## 4.5 Applications

Les applications présentées dans ce chapitre de la thèse sont liées à des besoins industriels concrets. Elles concernent l'engagement du partenaire industriel de ma thèse, la société RTE (groupe EDF), dans le processus d'évolution du secteur électrique. Ceci à titre individuel mais aussi comme membre de l'ENTSO-E (European Network Transmission System Operators for Electricity).

### 4.5.1 Equivalent dynamique pour les études journalières de la sécurité de RTE

#### A) Formulation du problème

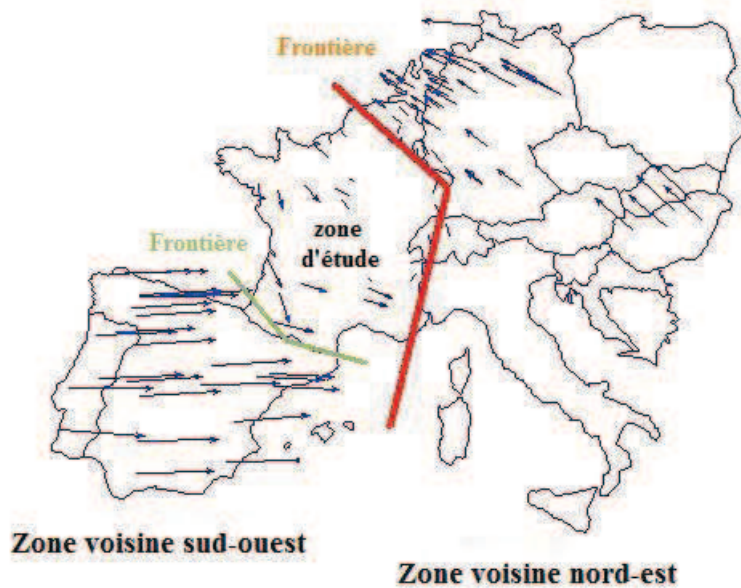


Fig. 4.11. Système électrique européen

La situation particulière rencontrée lors de notre étude concerne l'analyse de la stabilité dynamique transitoire effectuée à la veille pour le lendemain, *i.e.*, d'une manière prévisionnelle, par le gestionnaire du système électrique Français (RTE). L'objectif de cette étude est d'évaluer les marges de stabilité

dynamiques, ou autrement dit, le temps critique d'élimination des défauts tel qu'il a été défini en Section 3.4.1.

L'étude concerne essentiellement le système électrique Français, mais, vu que ce dernier est interconnecté au reste du système électrique européen, l'influence des systèmes des pays voisins doit être prise en considération. Cette influence est principalement liée aux oscillations électromécaniques inter-zones, pour lesquels des générateurs d'une des zones voisines de la France oscillent contre des machines situées en France.

De plus, comme le montre la Figure 4.11, la frontière électrique Française n'est pas contigue, et cela divise le problème en deux sous-problèmes similaires et indépendants. Le premier problème concerne la zone voisine nord-est (Belgique, Allemagne, Italie, Suisse, et le reste de la zone est du système européen). Le deuxième problème concerne la zone sud du système électrique européen (Portugal et Espagne).

La situation peut être schématisée comme dans la Figure 4.7, où la zone d'étude est la France et la zone externe est, selon le cas, le nord-est ou, respectivement, sud du système européen. L'étude prévisionnelle de la stabilité de la zone d'étude doit être effectuée d'une manière suffisamment rapide permettant *quotidiennement* une planification rapide de la situation du fonctionnement du système électrique du lendemain.

Pour répondre à cette contrainte de temps de calcul, et vu la taille du système complet, un équivalent dynamique d'ordre réduit doit être construit pour la zone externe. Une fois connecté à la zone d'étude, l'équivalent dynamique ainsi construit, doit reproduire la réponse dynamique réelle des générateurs de la zone d'étude suite à une perturbation appliquée à cette dernière.

Les données de la zone d'étude sont fournies par des applications capables de produire la situation réelle et actuelle du réseau électrique, en utilisant des informations fournies par des capteurs présents sur tout le système électrique. Ces données concernent :

- le nouveau point de fonctionnement de la zone d'étude qui contient entre autres, les informations sur des échanges d'énergie électrique entre la zone d'étude et la zone externe.
- une "photo" des éléments statiques (lignes, transformateurs...) et dynamiques (centrales de production...) du système électrique en fonctionnement.

Les contraintes de temps mentionnées ci-dessus pour l'analyse prévisionnelle de la stabilité, rendent la construction quotidienne de l'équivalent de la

zone voisine quasiment impossible.

Pour répondre à ce problème, nous avons proposé une solution plus robuste permettant de construire un équivalent de la zone externe moins sensible aux changements quotidiens de la zone d'étude. Cet équivalent permettra, moyennant quelques ajustements pour tenir compte de la situation du jour, de s'interconnecter et fonctionner d'une manière satisfaisante avec les différentes nouvelles situations de la zone d'étude.

La nouvelle approche utilisant la synchronie par rapport à une frontière, présentée dans la Section 4.4.1, répond à la problématique formulée ci-dessus. En effet, cette nouvelle méthode permet de déterminer des classes de machines de la zone externe qui ont une influence similaire ou "synchrone" sur la zone d'étude d'une manière robuste et surtout sans l'utilisation des données de la zone d'étude.

Nous présentons par la suite l'application de cette méthodologie au calcul d'un équivalent dynamique de la zone voisine nord-est de la France. La zone externe est donc maintenant la zone voisine nord-est en Figure 4.11 et la zone d'étude la zone France plus la zone voisine sud-est.

## B) Description du système complet

Le modèle du système électrique utilisé lors de cette étude est la modélisation du système électrique européen disponible suite à la dernière étude de la faisabilité de l'extension de la zone synchrone européenne vers l'est entre les années 2008-2009. Cette dernière représente les systèmes des pays membres de l'espace européen actuel. Le Tableau 4.1 donne une idée de la taille de ce grand système électrique (une description plus détaillée de ce système est donnée en Annexe A).

Nombre de générateurs	944
Nombre de moteurs	0
Nombre de noeuds	6140
Nombre de noeuds communs (connectant deux générateurs ou plus)	191
Nombre de transformateurs	1747
Nombre de lignes	8074

**Tableau 4.1.** Le système électrique européen

Seulement les machines produisant plus de 100 MW ont été décrites par un modèle dynamique ; coté réseau, les niveaux 400/225 KV ont été pris en compte.

### C) Analyse modale du système complet

	mode #1	mode #2	mode #3	mode #4
Système complet	$-0.21 \pm j 1.33$	$-0.25 \pm j 1.70$	$-0.15 \pm j 2.40$	$-0.16 \pm j 2.20$
Système réduit	$-0.21 \pm j 1.33$	$-0.25 \pm j 1.70$	$-0.15 \pm j 2.40$	$-0.22 \pm j 1.98$

**Tableau 4.2.** Comparaison des modes inter-zones

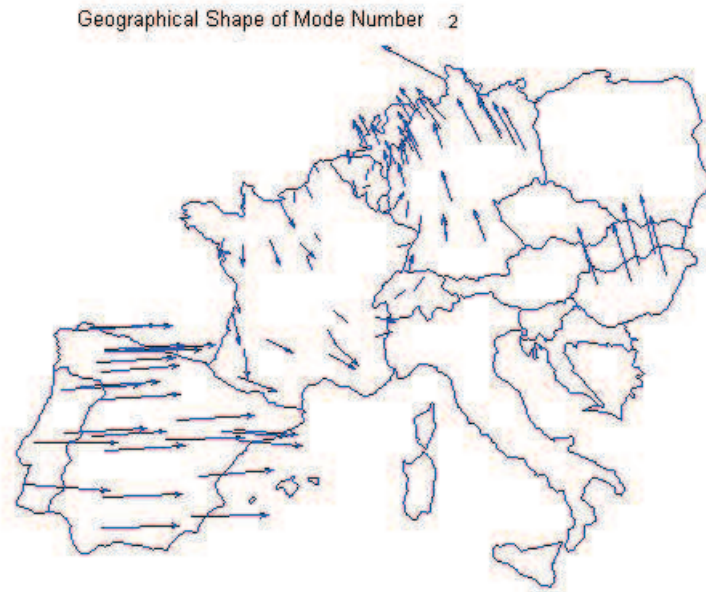
Nous avons analysé le comportement oscillatoire du système complet en calculant les principaux modes inter-zones de ce dernier, leurs amortissements et les générateurs qui participent le plus dans ces modes. Ce calcul a été réalisé à partir du linéarisé (voir equation 2.51) du système complet et en utilisant le logiciel SMAS3 (Small Signal Analysis Stability) [50]. Les résultats de l'analyse modale de ce système sont détaillés en Annexe A. On donne dans le Tableau 4.2 (première ligne), que les modes inter-zones à travers la frontière nord-est de la Figure 4.11. Les deux premiers modes inter-zones sont les modes inter-zones est-ouest du système européen [20], [5] qui décrivent l'oscillation en opposition de phase des machines des extrémités est et ouest du système. Le portrait de phase du deuxième d'entre eux est donnée en Figure 4.12.

### D) Descriptif de l'équivalent de la zone voisine nord-est

Nombre de générateurs	274
Nombre de moteurs	0
Nombre de noeuds	3067 (3073 supprimés)
Nombre de transformateurs	741 (1006 supprimés)
Nombre de lignes	7322 (4746 supprimée et 3094 créés)

**Tableau 4.3.** Descriptif de l'équivalent de la zone nord-est

Les résultats intermédiaires de la construction de l'équivalent de la zone voisine en utilisant la synchronie par rapport à la frontière nord-est de la figure 4.11 sont détaillés en Annexe A.



**Fig. 4.12.** Portait de phase du deuxième mode est-ouest européen

Dans le Tableau 4.3 on donne les dimensions du modèle réduit de la zone voisine nord-est ainsi construit.

Variabes	Avant la réduction	Supprimées	Crées	Après la réduction	en pourcentage
D'état	14445	10122	0	4323	30
Tensions	12280	6146	0	6134	50
Autres	10134	6814	188	3508	35
Total	36859	23082	188	13965	38

**Tableau 4.4.** Comparaison des différentes variables

Le Tableau 4.4 propose une comparaison entre les dimensions du modèle complet et celles du modèle réduit.

### E) Validation linéaire

Afin de valider l'équivalent obtenu pour la zone nord-est, nous avons d'abord comparé les résultats de l'analyse modale du modèle complet (modèle

complet de la zone d'étude interconnectée avec la représentation complète de la zone voisine) avec ceux obtenus avec la modèle réduit (modèle complet de la zone d'étude interconnecté avec l'équivalent de la zone voisine nord-est). Les résultats donnés dans le Tableau 4.2 montrent que tous les modes inter-zones à travers la frontière nord-est sont préservés avec une bonne approximation, et cela malgré un taux de réduction élevé (supérieur à 90%) pour la réduction de la zone est.

Nous avons choisi ce taux de réduction élevé dans le but de garder un minimum de machines dans l'équivalent de la zone voisine (autour de 30 machines), ce qui permet des simulations suffisamment rapides avec cet équivalent afin de satisfaire les contraintes de temps mentionnées au-dessus pour les études journalières.

#### F) Validation non linéaire

Pour la simulation non linéaire, nous avons utilisé le logiciel Eurostag ([34] et [33]).

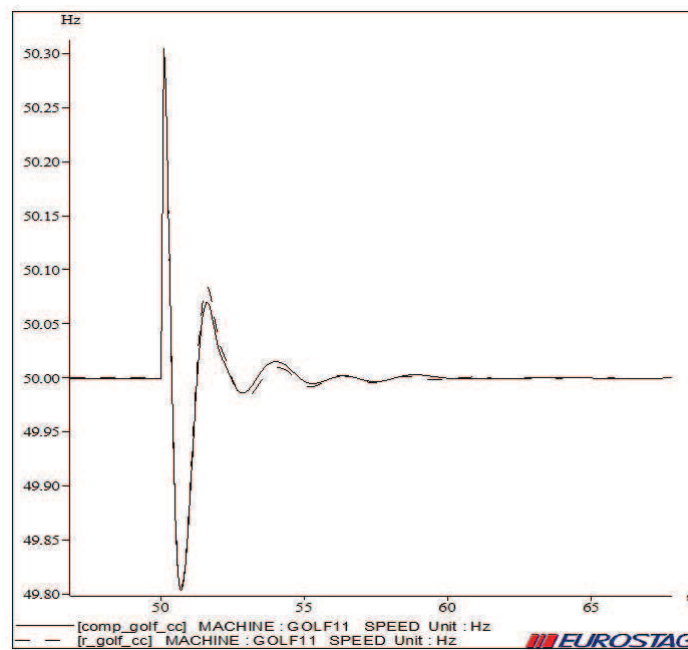


Fig. 4.13. Réponses en vitesse à un court-circuit loin de la frontière

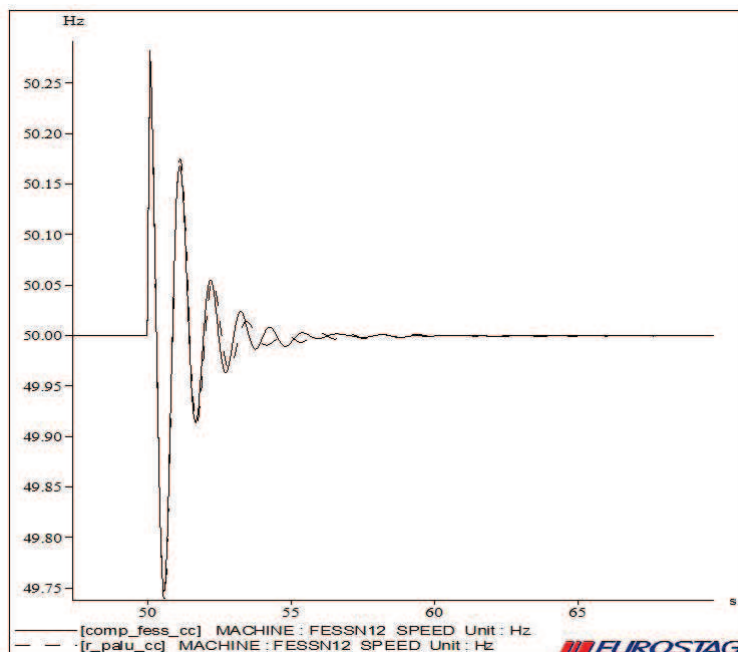


Fig. 4.14. Réponses en vitesse à un court-circuit proche de la frontière

Les tests effectués consistent à comparer les réponses du système résultant de l'interconnexion du modèle réduit de la zone voisine nord-est et une représentation complète de la zone d'étude : France, Espagne et Portugal (représentées par les traits continus dans les Figures 4.13, 4.14, 4.15 et 4.16), avec les réponses de la représentation complète du système européen (représentées par des traits discontinus dans les mêmes Figures).

Nous avons réalisé différents tests. Premièrement, nous avons étudié la réponse des systèmes à des courts-circuits. Nous avons remarqué que, si le court-circuit est appliqué dans un endroit éloigné de la frontière concernée par la réduction, les réponses obtenues par le modèle complet et le modèle réduit ne présentent aucune différence. C'est le cas de la Figure 4.13, où la réponse de la vitesse de la machine Golfech (située dans le sud-sst de la France) à un court-circuit au niveau du noeud auquel est connectée est présentée.

En revanche, nous avons noté quelques légères différences lorsque le court-circuit est proche de la frontière concernée par la réduction. La Figure 4.14 montre les réponses de la vitesse de la machine Fessenheim (proche de la frontière entre la France et l'Allemagne) à un court-circuit au niveau de son noeud de raccordement. Cependant, ces petites différences n'ont pas d'impact sur l'analyse de la stabilité transitoire du système étudié ( voir la section sui-

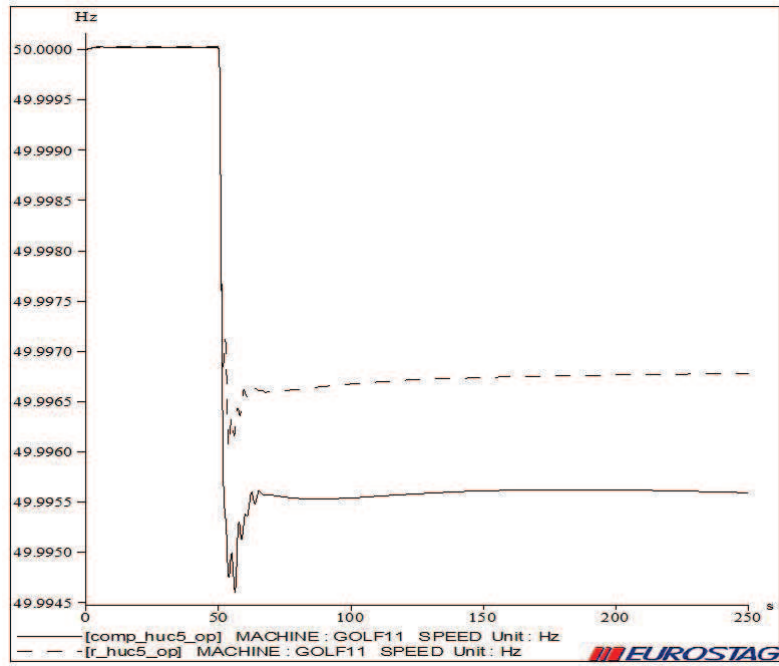


Fig. 4.15. Réponses en vitesse à perte d'un petit groupe

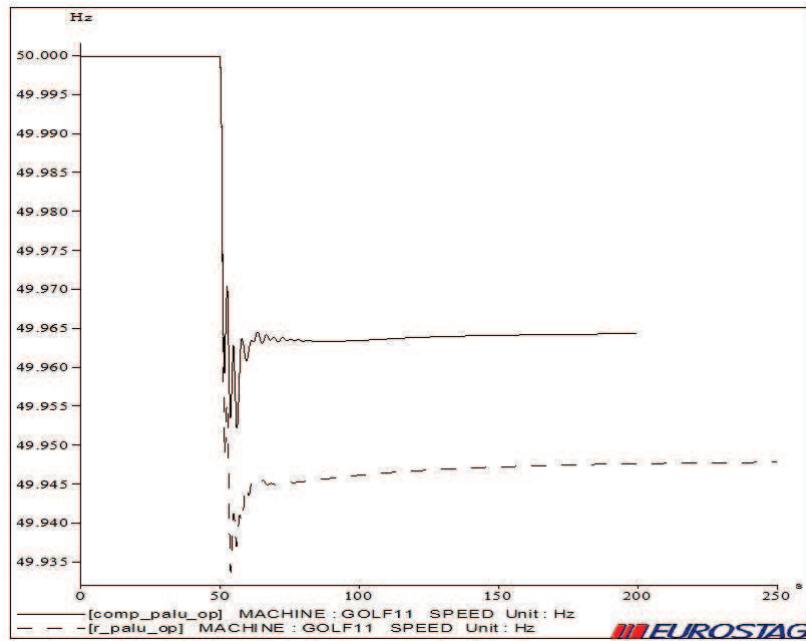


Fig. 4.16. Réponses en vitesse à perte d'un grand groupe



vante).

Finalement, nous avons comparé le comportement du système complet et celui du système réduit suite à une perte d'un groupe. Les Figures 4.15 et 4.16 présentent les réponses à une perte d'un groupe produisant 300 MW et, respectivement, un groupe produisant 3000 MW en France. La perte de 3000 MW est un incident majeur pour le système européen, car cette perte est équivalente à la première réserve primaire européenne.

Comme le montre ces 2 dernières figures, le comportement du modèle réduit est similaire à celui du modèle complet, particulièrement, au niveau de la pente initiale de la vitesse de la machine qui correspond au gradient de fréquence du système. On peut noter aussi que la dynamique transitoire est généralement similaire. En revanche, la seule différence concerne l'écart stationnaire de fréquence stationnaire.

### G) Validation du calcul du temps critique d'élimination de défaut

	Warande	Lonny	Muhlbach	St. Vulbas	Cornier	Menuel	Vigy
Système complet (ms)	342-343	363-371	333-340	356-357	253-254	263-270	316-324
système réduit (ms)	334-334	339-347	317-325	349-350	252-253	260-268	308-316

**Tableau 4.5.** Comparaison du temps critique d'élimination de défaut

Nous avons effectuée des tests plus spécifiques qui concernent la comparaison du temps critique d'élimination de défaut (voir Section 3.4.1) obtenu avec le modèle complet et avec celui avec le modèle réduit dans plusieurs endroits en France. Ces points du réseau Français sont habituellement surveillés dans la conduite du système. Le Tableau 4.5 indique des écarts suffisamment faibles pour tous les points testés.

#### 4.5.2 Réduction des modèles dynamiques pour les études d'interconnexion

Les avancées théoriques et méthodologiques présentées en Section 4.4 ont été utilisées aussi lors de la dernière étude de faisabilité de l'extension de la zone synchrone européenne [31]. D'ailleurs, la problématique de réduction de modèles par rapport à une frontière a été dégagée de la situation particulière et systématiquement rencontrée lors des dernières études européennes d'interconnexion, comme celle rapportée dans [31].

En effet, la situation est celle de la Figure 4.7 pour laquelle les 2 zones correspondent aux systèmes électriques des 2 parties participant à l'étude : une zone est celle du système européen actuel, tandis que l'autre appartient au système électrique ayant fait la demande de raccordement au système européen. Chaque partie doit fournir à l'autre un modèle réduit de sa zone de sorte que, lorsque ces 2 modèles réduits seront interconnectés, le modèle résultant soit capable de reproduire certains phénomènes oscillants se manifestant à travers la frontière entre les 2 zones, *i.e.*, des modes inter-zones. Par des raisons de confidentialité, une partie ne dispose pas des données de l'autre zone lors de la réduction de son propre modèle. Nous sommes donc dans le contexte de la réduction par rapport à une frontière énoncé en Section 4.4.1.

#### A) Formulation du problème

#### B) Construction de l'équivalent

Les données de la dernière étude d'interconnexion [31] pour laquelle RTE a appliqué les résultats de cette thèse afin de construire un équivalent dynamique de la zone UCTE (ENTSO-E) n'étant pas publiques, nous avons reproduit la situation sur une modélisation plus ancienne du système européen [5] pour laquelle nous avons choisi la frontière représentée par la Figure 4.11.

La zone externe (la zone à réduire) dans cette figure est la zone ouest du système européen et la zone d'étude considérée inconnue dans la même figure représente le reste du système européen.

	mode # 1			
	réelle	imag	amort (%)	fréq (Hz)
Système complet	- 0.2101	1.4717	14.13	0.2342
ZEC avec ZEXR à 50% avec BS	- 0.0334	1.4353	2.33	0.2284
ZEC avec ZEXR à 50% avec SME	- 0.2601	1.4468	17.69	0.2303
ZEC avec ZEXR à 20% avec BS	- 0.0224	1.4530	1.54	0.2312
ZEC avec ZEXR à 20% avec SME	- 0.0885	1.4604	6.05	0.2324
ZEC avec ZEXR à 10% avec BS	-0.0007	1.4860	0.05	0.2365
ZEC avec ZEXR à 10% avec SME	- 0.0481	1.5117	3.18	0.2406
ZEC : Zone d'étude complète, ZEXR Zone externe réduite BS Synchronie par rapport à une frontière SME Synchronie standard				

**Tableau 4.6.** mode inter-zones # 1

	mode # 2			
	réelle	imag	amort (%)	fréq (Hz)
Système complet	- 0.1533	1.7536	8.71	0.2791
ZEC avec ZEXR à 50% avec BS	- 0.0865	1.8522	4.66	0.2948
ZEC avec ZEXR à 50% avec SME	Perdu	Perdu	Perdu	Perdu
ZEC avec ZEXR à 20% avec BS	- 0.0898	1.8555	4.84	0.2953
ZEC avec ZEXR à 20% avec SME	Perdu	Perdu	Perdu	Perdu
ZEC avec ZEXR à 10% avec BS	- 0.0975	1.8668	5.22	0.2971
ZEC avec ZEXR à 10% avec SME	Perdu	Perdu	Perdu	Perdu
ZEC : Zone d'étude complète, ZEXR Zone externe réduite BS Synchronie par rapport à une frontière SME Synchronie standard				

**Tableau 4.7.** mode inter-zones # 2

Les résultats obtenus avec la nouvelle méthode de réduction par rapport à la frontière donnée ont été comparés avec les résultats obtenus en appliquant la méthode SME présentée dans la Section 4.12 sur la zone externe uniquement. Les Tableaux 15.6 et 15.7 synthétisent tous ces résultats. Plusieurs taux de réduction de la zone externe ont été essayés : 80% (50 machines préservées), 20% (20 machines préservées) et 90% (9 machine préservées).

### C) Analyse modale

Les deux modes inter-zones surveillés (# 1 et # 2 en Tableaux 15.6 et 15.7) sont préservés avec une bonne précision lorsque la zone externe est réduite à 50% et 80% comme montré dans les lignes 2 et 4 des Tableaux 15.6 et 15.7. A un taux de réduction plus haut, *i.e.*, 90% les deux modes sont préservés mais avec moins de précision (la ligne 6 des Tableaux 15.6 et 15.7).

En revanche, en utilisant la méthode SME, bien que les deux modes soient préservés pour une réduction à 50% (ligne 3 dans les Tableaux 15.6 et 15.7), pour des taux de réduction au delà de 50%, les modes sont complètement perdus.

### D) Validation non linéaire

Pour la simulation non linéaire, nous avons à nouveau utilisé le logiciel Eurostag.

Le test est un court-circuit au niveau d'une machine en Pologne ayant le plus grand facteur de participation dans les modes étudiés. La réponse de la vitesse de cette machine obtenue avec le système résultant de l'interconnexion

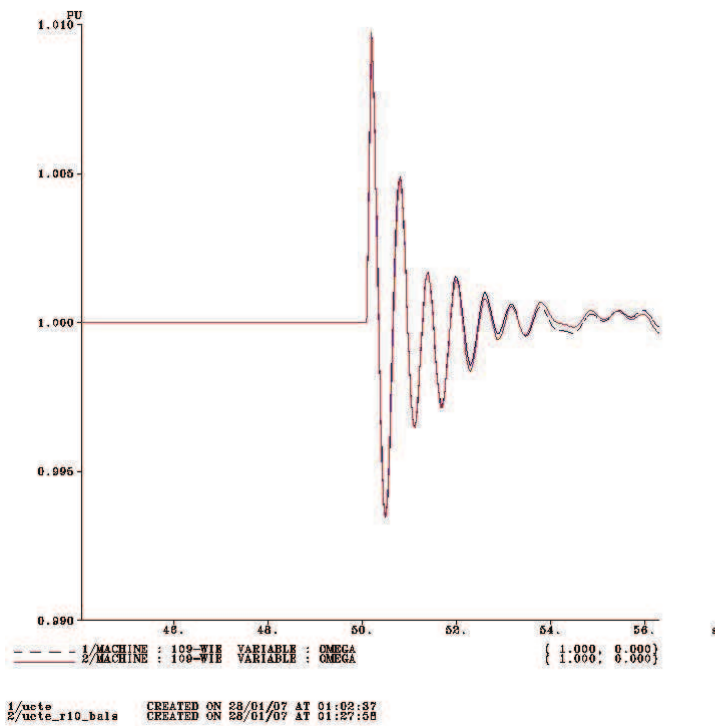


Fig. 4.17. Validation non linéaire

du modèle de la zone externe réduite à 80% avec une représentation complète de la zone d'étude (représentée par un trait discontinu dans la Figure 4.17) est comparée avec la réponse de la vitesse de la même machine obtenue avec la représentation complète du système européen (représenté par un trait continu dans la même figure). Nous avons remarqué que les réponses obtenues par le modèle complet et le modèle réduit sont très similaires ce qui prouve la qualité du modèle réduit également pour l'analyse transitoire.



**Commande des grands systèmes électriques  
interconnectés pour amortir les oscillations**

## 5.1 Réglage coordonné et robuste des paramètres des PSS

Dans cette section de la thèse nous améliorons la synthèse des régulateurs de tension des alternateurs afin de répondre à des nouveaux objectifs et contraintes imposés par l'évolution du système électrique européen interconnecté. Notre objectif principal est d'amortir *simultanément plusieurs* modes oscillatoires de *différentes* natures et appartenant à *plusieurs* plages de fréquences. Nous visons principalement les modes électromécaniques de type locaux et inter-zones.

Pour ce faire, des nouvelles méthodologies de synthèse des boucles stabilisatrices des régulateurs de tension des alternateurs, appelées *Power System Stabilizers* (PSS), seront proposées.

Elles visent à coordonner le réglage de *plusieurs* machines afin d'amortir *plusieurs* modes oscillants.

### 5.1.1 Problématique

Le rôle des PSS est de créer un couple de freinage supplémentaire de la machine et ainsi d'augmenter l'amortissement des modes oscillatoires et, par conséquent, d'améliorer le comportement dynamique global du système électrique.

Beaucoup de travaux ont été dédiés à leur synthèse, mais principalement, pour des *objectifs locaux* : amortir les modes oscillatoires impliquant un nombre limité de générateurs et situés proches les uns des autres sur le système électrique. Ces modes sont les modes oscillatoires *locaux* analysés dans les précédentes sections (voir Section 3.5 pour plus de détails).

Les grands systèmes électriques interconnectés présentent des phénomènes oscillatoires *globaux* impliquant un très grand nombre de générateurs situés sur le système électrique à des distances importantes les uns des autres. Il s'agit plus précisément de modes oscillants de nature électromécaniques, *i.e.*, liés aux rotors des alternateurs, appelés, *modes inter-zones* [47] (voir aussi Section 3.5 pour plus de détails). Notre objectif est d'étayer la synthèse des PSS dans le but d'amortir les modes inter-zones tout en gardant un bon amortissement des modes locaux.

Par ailleurs, la dernière étude de la faisabilité de l'extension du réseau européen a montré que la fréquence des modes inter-zones est liée à la taille du système électrique. En effet, la fréquence des modes inter-zones est plus basse quand le système électrique est plus grand. Cette nouvelle contrainte pour

le réglage des PSS impose une coordination plus poussée du moment où les deux classes de modes (locaux et inter-zones) sont désormais dans des plages de fréquences très différentes.

Dans les précédents travaux, le réglage des paramètres des PSS est réalisé d'une manière très simplifiée. En effet, la machine contenant le PSS à régler, est complètement isolée du reste du système électrique, ce dernier étant remplacé par un noeud infini. Le réglage des paramètres du PSS dans ce cas présente quelques inconvénients :

1. On peut amortir un *seul et unique* mode oscillatoire donné par la longueur de la ligne reliant la machine au noeud infini.
2. La machine utilisée pour la synthèse du PSS dans cette méthode, est la machine du système électrique complet la plus participante dans le mode oscillatoire visé par la synthèse du PSS, même si cette participation n'est pas très importante à l'échelle du système entier. Plus précisément, dans le cas où d'autres machines y participent également avec des facteurs de participation moins importants que la machine choisie, mais la somme des facteurs de participation de toutes ces machines est plus importante que le facteur de participation de la machine choisie, le choix de cette machine uniquement est inapproprié. Dans ce cas, les paramètres du PSS fournis par cette méthode risquent, soit de ne pas satisfaire les objectifs en terme d'amortissement du mode en question, soit de ne pas respecter les limitations physiques fournies par les constructeurs des PSS (valeurs de gains très grandes par exemple).
3. La machine choisie et considérée reliée seule à un noeud infini pour le réglage d'un PSS pour amortir un seul mode oscillatoire, participe également dans d'autres modes oscillatoires locaux et inter-zones. Ces modes oscillatoires impliquant un grand nombre de machines du système électrique, ne sont pas considérés dans le modèle machine sur un noeud infini choisi. Par conséquent, les paramètres du PSS issus de cette méthode risquent de diminuer l'amortissement des modes oscillatoires non considérés qui sont de fréquences voisines de celle du mode oscillatoire visé par la synthèse du PSS. Dans ce cas, le comportement transitoire général du système risque d'être détérioré.

En bref, ce modèle de commande ne permet, ni la coordination des actions de commande pour amortir un seul mode oscillant, ni l'amortissement simultané de plusieurs modes.

D'autres types de modèles de commande ont été utilisés dans [36] et [37]. Permettant un choix optimal des emplacements des PSS (ou des Facts) pour



prévenir les blackouts dans les systèmes électriques, ces modèles de commande avaient été construits en utilisant la réalisation équilibrée d'un système électrique (représentation d'un système électrique complet par un système réduit contenant uniquement les modes oscillatoires les plus commandables et les plus observables (voir Section 4.2.1 pour plus de détails)). Bien que les emplacements choisis des commandes et des mesures permettent d'améliorer la stabilité du système électrique dans le cas général, ces modèles ne sont pas optimaux du point de vue des objectifs d'amortissement des modes mal-amortis dans le cas où les modes les plus commandables et les plus observables ne sont pas les modes mal-amortis du système.

### 5.1.2 Approche générale

Pour répondre à la problématique formulée ci-dessus, nous avons utilisé le *modèle de commande* (détaillé en Section 2.4.2) pour une synthèse coordonnée des PSS de *plusieurs machines pour amortir un ensemble de modes en même temps*. Ce modèle de commande est d'un ordre très réduit par rapport à la taille du système électrique complet et préserve les dynamiques liées aux modes oscillants à amortir et aux machines les plus participantes dans ces modes et offre ainsi la possibilité de coordonner les efforts de régulation.

La robustesse est un sujet très important dans la théorie des systèmes modernes. Spécialement dans le cas des systèmes électriques où, en raison de la taille de ces systèmes, les modèles utilisés sont souvent simplifiés en amont des études. Par exemple, dans le cas de l'étude de la faisabilité de l'interconnexion de deux systèmes électriques, l'analyse des modes inter-zones est particulièrement importante dans la mesure où le transitoire du système complet résultant de l'interconnexion des deux systèmes, dépend des modes inter-zones. Dans ce cas, seuls les générateurs participant dans ces modes inter-zones sont préservés dans le modèle simplifié (ou réduit) utilisé pour l'étude. Les générateurs moins influents seront supprimés ou remplacés par des équivalents. Le modèle simplifié reproduit fidèlement le comportement oscillatoire global du système complet (voir Section 2.4.2), mais en revanche, le comportement local de ce dernier n'est pas forcément préservé, ceci a un impact négatif sur les performances locales des PSS lors de leur implantation sur le système complet si des précautions supplémentaires de robustesse ne sont pas prises lors de la synthèse des paramètres des PSS.

Dans la théorie des systèmes, des techniques efficaces, robustes et bien établies existent pour les systèmes linéaires représentés sous forme d'état (voir, par exemple, [53]). Cependant, l'application de ces techniques à l'étude des systèmes électriques donne des régulateurs sous forme de représentation d'état (voir, par exemple, [21]) qui ne correspondent pas à la forme utilisée en pratique pour la synthèse des PSS (par exemple une des formes IEEE standard

des PSS [24]). Des méthodes de conversion permettant de transformer un PSS donné sous représentation d'état vers une des formes standard IEEE sont introduites dans [20]. Toutefois cette conversion demeure complexe et son extension au cas de la synthèse coordonnées de plusieurs PSS pour amortir plusieurs modes ne semble pas possible.

Comme la plupart des PSS déjà existants sur les systèmes électriques actuels sont du type IEEE standard, d'autres approches plus directes concernant le réglage des paramètres des PSS ayant une structure figée a priori ont été introduites dans [25].

Ces paramètres sont calculés comme solution d'un problème d'optimisation sous contraintes traduisant le cahier des charges.

Nous avons étendu ce cadre dans le but d'amortir simultanément plusieurs modes locaux et inter-zones de fréquences très différentes grâce à l'utilisation d'un modèle de commande de nouvelle structure.

Nous allons tout d'abord passer en revue la définition des PSS, ensuite nous détaillons la méthodologie de notre approche. En fin, les résultats obtenus lors de l'application de notre méthode sur le système européen électrique sont analysés.

### 5.1.3 Principe des PSS

Dans les systèmes électriques la variation du couple électrique des machines synchrones suite à une perturbation peut être liée à deux facteurs :

$$\Delta T_e = T_S \Delta \delta + T_D \Delta \omega \quad (5.1)$$

où  $T_D \Delta \omega$  est la composante de la variation du couple électrique due à la variation de la vitesse du rotor de la machine, appelée la composante *amortissante* du couple ;  $T_D$  est le coefficient *ammortissant* du couple.

$T_S \Delta \delta$  est la composante de la variation du couple électrique due à la variation de l'angle du rotor de la machine, appelée la composante *synchronisante* du couple ;  $T_S$  est le coefficient *synchronisant* du couple.

La fonction de base d'un PSS est de créer un couple supplémentaire de freinage de la machine pendant la durée d'un défaut et ainsi contribuer à l'amélioration de l'amortissement (l'augmentation) des oscillations électromécaniques du système électrique. En pratique, ceci se fait par le rajout d'un

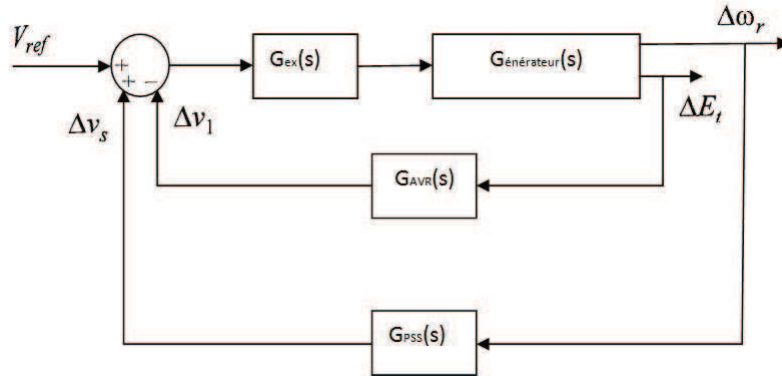


Fig. 5.1. Régulation de tension d'un générateur synchrone

signal supplémentaire provenant du PSS à la boucle principale du régulateur de tension (Automatic Voltage Regulator AVR) comme indiqué dans la Figure 5.1. Pour amortir les modes oscillatoires électromécaniques, le PSS doit produire donc une composante du couple électrique en phase avec la variation de la vitesse du rotor (augmenter la valeur du coefficient amortissant du couple électrique dans l'équation (5.1).

D'un point de vue théorique, l'idée du PSS peut être illustrée en utilisant le schéma de la Figure 5.2. Ce dernier donne le début d'un régulateur de tension intégrant un PSS sous forme de boucle supplémentaire de la Figure 5.1.

Comme le but du PSS est de produire une composante amortissante du couple électrique, logiquement le signal à utiliser en entrée du PSS est la variation de la vitesse  $\Delta\omega_r$  ( $r$  pour rotor), bien que d'autres entrées peuvent être utilisées, par exemple, la puissance électrique ou la fréquence. Dans le schéma de la Figure 5.2, si la fonction de transfert  $G_{ex}(s)$  et la fonction de transfert du générateur entre l'excitatrice  $\Delta E_{fd}$  et le couple électrique  $\Delta T_e$  sont réduites à des gains purs, un retour direct de  $\Delta\omega$  dans le PSS (*i.e.*,  $G_{ex}(s)$  se réduit lui aussi à un gain pur) produirait une composante amortissante. Cependant, en pratique, les fonctions de transfert du générateur et du régulateur de tension présentent des caractéristiques de gain et de phase différentes dans la bande passante de fréquences. Par conséquent, la fonction de transfert du PSS  $G_{PSS}(s)$  dans la Figure 5.2, doit compenser le retard de phase entre l'entrée du régulateur de tension et le couple électrique.

La structure à la base de la plupart des PSS IEEE standard est donnée dans la Figure 5.3. Ce PSS est composé de trois blocs :

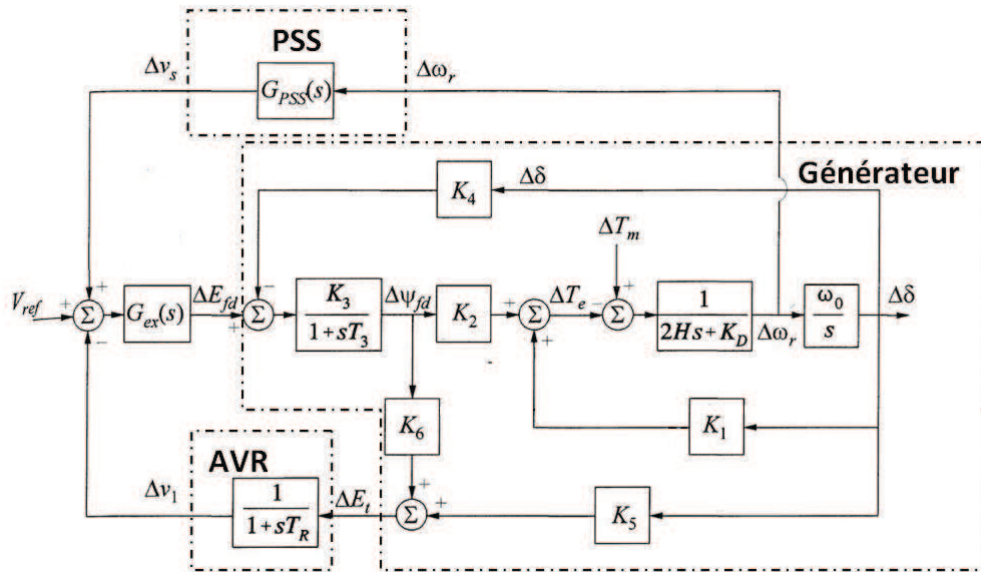


Fig. 5.2. Régulation de tension d'un générateur synchrone

1. *Un compensateur de phase* : fourni l'avance de phase qui compense la phase entre l'entrée du régulateur de tension et le couple électrique du générateur. La Figure 5.3 montre un seul bloc du premier ordre, mais en pratique, deux ou plusieurs blocs du premier ordre peuvent être utilisés en série pour obtenir la compensation de phase désirée.
2. *Un filtre dit de "washout"* : c'est un filtre passe-haut, sa constante de temps  $T_w$  étant choisie de telle manière à filtrer les variations trop rapides de la vitesse machine qui ne sont donc pas de nature électromécaniques.
3. *Un gain pur* : détermine le niveau d'amortissement supplémentaire introduit par le PSS. Idéalement, le gain doit prendre une valeur correspondant aux amortissements désirés pour les modes que l'on souhaite amortir.

#### 5.1.4 Méthodologie

Il s'agit, pour un ensemble donné  $A = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$  de modes à amortir, de fournir, à la fois, un nombre et un emplacement *optimaux* de PSS et un choix *optimal* de l'ensemble de paramètres (gains et constantes de temps) des structures PSS a priori choisies pour chaque générateur. Nous avons formulé et résolu le problème sous la forme d'un problème d'optimisation sous

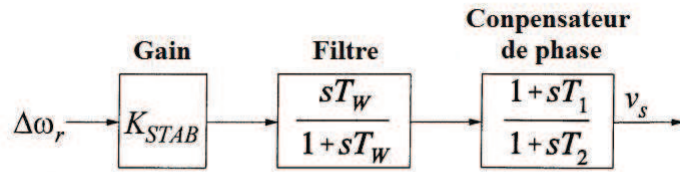


Fig. 5.3. Modèle IEEE standard du PSS

contraintes.

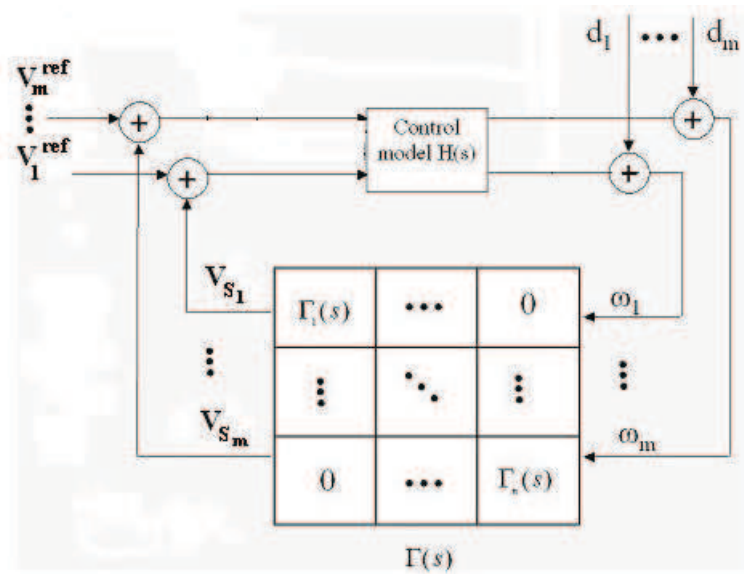


Fig. 5.4. Modèle de commande

Après le choix du nombre et de l'emplacement des PSS, *i.e.*, d'un ensemble de  $M = \{M_1, \dots, M_n\}$  de machines du système électrique sur lesquelles les PSS seront installés, la situation est celle résumée en Figure 5.4. Le choix de  $M$  est fait principalement à partir des facteurs de participation des machines du système entier dans les modes de l'ensemble  $\Lambda$ . Il ne sera pas détaillé ici. Le lecteur peut se référer à la Section 3.5.3 pour des détails à ce sujet.

### A) Construction du modèle de commande

Le modèle de commande doit reproduire le comportement du modèle complet du système électrique uniquement dans la plage des fréquences qui nous intéresse pour la synthèse de la loi de commande. Elle coïncide avec la bande de fréquence des modes dans l'ensemble  $\Lambda$  et pour l'ensemble des machines ( $M = \{M_1, \dots, M_m\}$ ) qui ont le plus grand facteur de participation dans l'ensemble  $\Lambda$  des modes choisis.

Les PSS à installer ayant comme entrées les vitesses  $\omega_i$  des machines dans l'ensemble  $M$  et comme sorties les signaux  $V_{s_i}$  qui s'additionnent aux consignes des régulateurs de tension  $V_{ref}$  (Figure 5.4), le modèle de commande nécessaire pour la synthèse de ces PSS doit reproduire le transfert  $V_s \mapsto \omega$  ou  $V_{ref} \mapsto \omega$  où

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_m \end{bmatrix} \text{ et } V_s = \begin{bmatrix} V_{s_1} \\ \vdots \\ V_{s_m} \end{bmatrix} \text{ de la Figure 5.4.}$$

$$\omega(s) = H(s)V_s. \quad (5.2)$$

Plus précisément, la matrice de transfert  $H(s)$  de (5.2) est approchée dans la bande de travail qui correspondre au modes de l'ensemble  $\Lambda$  par la technique d'identification fréquentielle présentée en Section 2.4.2. Nous obtenons ainsi une matrice de transfert  $\tilde{H}(s)$  avec un ensemble de pôles réduit et qui pourra donc être utilisée comme modèle de commande pour le réglage des paramètres des PSS.

### B) Réglage coordonné des PSS

Selon la description donnée en Section 5.1.3, les fonctions de transfert des PSS  $\Gamma_i$  en Figure 5.4 ont la structure :

$$\Gamma_i = \frac{V_s(s)}{\omega(s)} = K_i \frac{1 + T_{1i}s}{1 + T_{2i}s} \frac{1 + T_{3i}s}{1 + T_{4i}s} \frac{T_{5i}s}{1 + T_{6i}s}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (5.3)$$

Les paramètres  $K_i$  et  $T_{ij}$  de (5.3) sont calculés en utilisant le modèle de commande  $\tilde{H}(s)$  déduit précédemment afin d'assurer en boucle fermée (de la Figure 5.4) les amortissements souhaités  $\zeta_i^{ref}$ ,  $i = 1, \dots, n$  pour les modes de l'ensemble  $\Lambda$ . Ce calcul a été mis en oeuvre sous la forme d'un problème d'optimisation sous contraintes.

#### a) La fonction objectif

La fonction objectif à minimiser doit intégrer les performances dynamiques spécifiées. Elles concernent principalement les amortissements des modes  $\Lambda$  :  $\zeta_i^{ref}$ .

En [52] la fonction objectif suivante a été utilisée :

$$J_{contr} = \sum_{k=1}^n [(a_k \Psi(\zeta_k, \omega_k) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m r_k^{ij} \bar{r}_k^{ij})]^{1/2} \quad (5.4)$$

$$\Psi(\zeta_k, \omega_k) = \frac{\zeta_k^2 + \omega_k^2}{2\zeta_k^3} (e^{\frac{2\zeta_k^2 T}{\zeta_k^2 + \omega_k^2}} - 1)$$

où  $\zeta_k$  est l'amortissement du mode  $\lambda_k \in \Lambda$ ,  $r_k^{ij}$  est le résidu du même mode dans la fonction de transfert  $H_{ij}(s)$ ,  $a_k$  est une fonction de pondération ( $a_k = 1$  si  $\lambda_k$  est réel et  $a_k = 2$  si  $\lambda_k$  est complexe) et  $T > 0$  l'horizon de temps sur lequel  $J_{contr}$  est évaluée.

D'une part, le calcul de la fonction (5.4) n'est pas direct en pratique, et, d'autre part, la minimisation de  $J_{contr}$  donnée par (5.4) conduit à une solution d'amortissement maximale qui n'est pas satisfaisante du point de vue de la robustesse. En effet, pour ne pas diminuer inutilement les marges de robustesse, on s'est contenté d'assurer les valeurs désirées  $\zeta_i^{ref}$ ,  $i = 1, \dots, n$  des amortissements, sans les dépasser. Pour cela, nous avons utilisé une fonction objectif simple et plus directe, et qui nous permet une meilleure gestion du compromis robustesse/performance :

$$J_{contr} = \sum_{i=1}^n (\zeta_i - \zeta_i^{ref})^2 \quad (5.5)$$

Les paramètres optimaux des PSS sont donc :

$$\{K_i^*, T_1^*, T_2^*\} = \underset{\text{contraintes}}{\text{argmin}} \{J_{contr}\} \quad (5.6)$$

où  $J_{contr}$  est donné par (5.5).

**b) Les contraintes :**

Les contraintes de (5.6) regroupent les limites technologiques, la stabilité de la boucle fermée et la robustesse.

1) *Les contraintes physiques :*

Elles concernent les limites physiques des gains et des constantes de temps des PSS :

$$\begin{cases} T_{1_i} \geq 0 \\ T_{2_i} \geq 0 \\ K_i^{max} \geq K_i \geq 0 \end{cases}, \quad i \in \{1, \dots, m\} \quad (5.7)$$

Notons que si (5.6) conduit à un gain  $K_i^*$  nul, les amortissement visés peuvent être obtenus avec moins de PSS qu'initialement envisagés (la machine  $i$  ne sera pas équipée par un PSS).

2) *Les contraintes de stabilité :*

Pour assurer la stabilité de la boucle fermée en Figure 5.4 , la partie réelle des valeurs propres de la matrice d'état du système en boucle fermée doit être négative :

$$\text{Max}\{Re(\lambda_k^{cl})\} < 0, k \in \{1, \dots, n + 3m\} \quad (5.8)$$

ou  $n$  est l'ordre de  $\tilde{H}(s)$ .

Notons que la contrainte (5.8) assure seulement la stabilité en approximation linéaire du système commandé par le PSS. Toutefois, d'un de vue numérique, cette contrainte est de nature non linéaire. En effet,  $\lambda_k^{cl}$  sont fonctions non linéaires de  $K_i$ ,  $T_{1_i}$  et  $T_{2_i}$  des PSS  $\Gamma(s)_i$  du type (5.3).

3) *Les contraintes de robustesse/performance :*

Dans la théorie de la commande robuste (voir, par exemple, [53]), il est connu que les demandes de performances et de robustesse sont contradictoires. Nous avons géré le compromis habituel robustesse/performance lors de la synthèse des PSS en ajoutant des contraintes utilisant des mesures  $H^\infty$  des matrices de transfert spécifiques de la boucle fermée, comme suit :

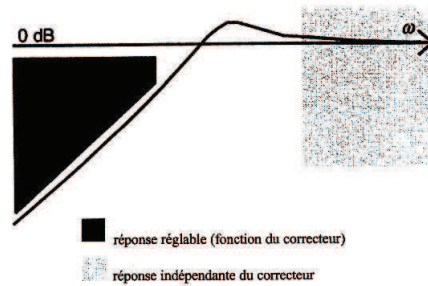
a) *La fonction de sensibilité :*  $S(s)$  définie par (voir [53] pour plus de détails) :

$$\begin{aligned} \omega(s) &= S(s)d(s) \\ S(s) &= [I_m - \Gamma(s)H(s)]^{-1} \end{aligned} \quad (5.9)$$



où  $d(s) = \begin{bmatrix} d_1(s) \\ \vdots \\ d_m(s) \end{bmatrix}$  dans la Figure 5.4.

$S(s)$  donne l'influence d'une perturbation au niveau de la sortie sur la sortie du système. Elle intervient principalement en basses fréquences (voir Figure 5.5). La Figure 5.5 montre que le gain du PSS influence le transfert perturbation  $\rightarrow$  sortie du système en basses fréquences.



**Fig. 5.5.** Valeur singulière du transfert : perturbation  $\rightarrow$  sortie du système

Pour assurer le rejet de ce type de perturbations (un niveau de performances en boucle fermée), il est nécessaire d'inclure une spécification de type défini par [53] :

$$\|S(s)\|_{\infty} \leq S^{max}. \quad (5.10)$$

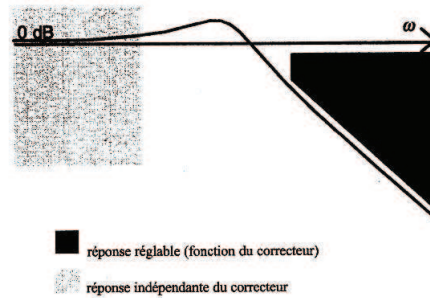
Avec  $S^{max} = 2(6dB)$ .

b) La fonction de sensibilité complémentaire :  $T(s)$  définie par :

$$T(s) = S(s)\Gamma(s)H(s). \quad (5.11)$$

La fonction de sensibilité complémentaire donne l'influence du bruit au niveau de la sortie  $\omega$  du système en boucle fermée. Elle intervient

principalement en hautes fréquences (voir Figure 5.6). La Figure 5.6 montre que le gain du PSS influence le transfert bruit  $\rightarrow$  sortie du système en hautes fréquences.



**Fig. 5.6.** Valeur singulière du transfert : bruit  $\rightarrow$  sortie du système

Pour assurer l'atténuation du bruit au niveau de la sortie (une marge de stabilité), il est nécessaire d'inclure une spécification de type défini par [53] :

$$\|T(s)\|_{\infty} \leq T^{max}. \quad (5.12)$$

En résumé le gain du PSS peut être calculé de façon à obtenir :

1. un grand gain dans les zones (principalement les basses fréquences) où l'on souhaite obtenir un bon rejet de perturbation.
2. un faible gain dans les zones (principalement les hautes fréquences) où l'on souhaite réduire l'influence des bruits de mesures.

D'autres contraintes de même type (par exemple, exprimées par les normes  $H^{\infty}$ ) peuvent être utilisées pour gérer le compromis robustesse/performance (voir par exemple [53]). Les effets des contraintes (5.10) et (5.12) seront illustrés par l'application présentée dans la section suivante.

En résumé, la mise en oeuvre de la synthèse des PSS consiste à résoudre (5.6) sous les contraintes linéaires (5.7) et non linéaires ((5.8), (5.10) et (5.12)).

**Tableau 5.1.** Les amortissements  $\zeta$ [%] des modes dans  $A$ 

	mode #1 de fréquence 0.23Hz	mode #2 de fréquence 0.24Hz	mode #3 de fréquence 0.91Hz
sans PSSs	3.87	11.7	6.25
avec PSSs	8.43	9.97	11.53

Pour ceci nous avons utilisé les routines standard dans Matlab (basées sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt [35]).

### 5.1.5 Application

#### A) Présentation du système étudié

Nous avons appliqué les techniques illustrées dans cette section sur une modélisation du grand système électrique européen interconnecté. Cette modélisation est plus ancienne comparant avec le modèle utilisé dans 4.5.1. Ce modèle est composé de 400 générateurs et 2000 noeuds. Le linéarisé de ce système est décrit par 8000 variables d'état. Comme mentionné dans les sections précédentes, ce système a deux modes oscillatoires inter-zones de fréquences autour 0.22 Hz. Ils décrivent les oscillations d'un ensemble de générateurs de la partie est du système électrique contre un ensemble de générateurs de la partie ouest [5]. Les amortissements de ces deux modes sont données dans les premières colonnes et la première ligne du tableau 5.5.

Le mode dans la troisième colonne est toujours un mode oscillatoire inter-zones mais plus restreint que les deux premiers. Il concerne seulement des machines espagnoles et il est de plus haute fréquence (0.9Hz) que les deux autres.

#### B) Tests et validations

Si un objectif d'amortissement  $\zeta^* = 10\%$  est envisagé (ce qui est habituellement le cas en Europe), des PSS supplémentaires doivent être installés et réglés afin d'améliorer les amortissements des modes #1 et #3 et de ne pas détériorer celui du mode #2.

Remarquons que, bien que le mode #2 soit d'emblée amorti au-delà de l'objectif de commande, il a été inclus dans l'analyse et sera pris en compte également lors de la synthèse des paramètres des PSS. En effet, si on travaille seulement avec les modes #1 et #3, les actions correctives déduites (*i.e.*, les nouveaux PSS à installer) risquent de détériorer l'amortissement du mode #2

**Tableau 5.2.** Effets du point initial

Machine	$K^*$	$T_1^* = T_2^*$	$T_2^* = T_4^*$
Almaraz	0.0013 / 0	0 / 0.21	0 / 0.23
Cofrente	0.004 / 4.56	0 / 0.49	0 / 0.06
PGR	0.01 / 0	0 / 0.50	0 / 0.06

tout en satisfaisant les objectifs pour les modes #1 et #3.

Contenu des facteurs de participation dans les modes du Tableau 5.1 les machines espagnoles Almaraz, Cofrentes et PGR sont choisies pour accueillir les nouveaux PSS. Par ailleurs, ces machines ne sont pas équipées de PSS à l'état initial du système.

*a) Influence des contraintes et du point initial :*

1) *L'initialisation :*

Nous avons constaté que le choix du point initial ( $K_i^0, T_i^0$ ) est très important pour l'optimisation (5.6). En effet, si un point initial trivial  $K_i^0 = 0, T_i^0 = 0$  est choisi, (5.6) converge vers un optimum (par exemple,  $J_{contr}^* = 0.0045$ ) sans aucune signification physique (dans notre exemple, toutes les constantes de temps  $T_i^*$  résultantes sont nulles, comme indiqué par les premières valeurs du Tableau 5.2).

Un meilleur moyen pour calculer le point d'initialisation de l'optimisation est d'estimer la valeur de  $K_i^0$  en utilisant la relation de la sensibilité d'un système en boucle fermée :

$$K_i^0 = \frac{\lambda_i^* - \lambda_i^0}{r_i} \quad (5.13)$$

où  $\lambda_i^0$  est le mode du système en boucle ouverte, (*i.e.*, la Figure 5.4 sans  $\Gamma(s)$ ) et  $\lambda_i^*$  est le mode de référence déduit de l'amortissement  $\zeta^{ref}$  et les valeurs usuelles des constantes  $T_i^0$  ( $T_1^0 = 0.2$  s,  $T_2^0 = 0.02$  s). De cette manière, on a pu obtenir des valeurs plus petites pour la fonction objectif ( $J_{contr}^* = 0.0031$  pour le même exemple traité précédemment) et des valeurs plus réalistes des paramètres des PSS (deuxièmes valeurs dans le Tableau 5.2).

Notons que le problème d'optimisation est traité ici dans le cas général, *i.e.*, sans investiguer ces particularités. Il serait intéressant de voir la possibilité de le rendre convexe (ou quasi-convexe) en le modélisant, par exemple, sous forme de problème sous contraintes LMI (Linear Matrix Inequality).

**Tableau 5.3.** Effets des contraintes

Contraintes	$\ \zeta^* - \zeta_{ref}\ $	$\zeta_1$	$\zeta_2$	$\zeta_3$	$K_1^*$	$K_2^*$	$K_3^*$
(5.7) & (5.8)	0.0019	0.1004	0.0855	0.0583	0	4.56	0
(5.7) & (5.8) & (5.10)	0.0018	0.1005	0.0907	0.0583	0.59	4.81	0
(5.7) & (5.8) & (5.12)	0.0021	0.0952	0.0800	0.0587	0	3.55	0.008

**Tableau 5.4.** Comparaison des paramètres du PSS calculés avec un réglage coordonnée et avec un réglage coordonnée robuste

	$K^*$	$T_1^* = T_3^*$	$T_2^* = T_4^*$
Almaraz	0.59 / 2.43	0.22 / 0.21	0.05 / 0.02
Cofrente	4.81 / 5.74	0.59 / 0.58	0.15 / 0.05
PGR	0 / 0.54	0.71 / 0.61	0.15 / 0.06

2) *Contraintes non linéaires :*

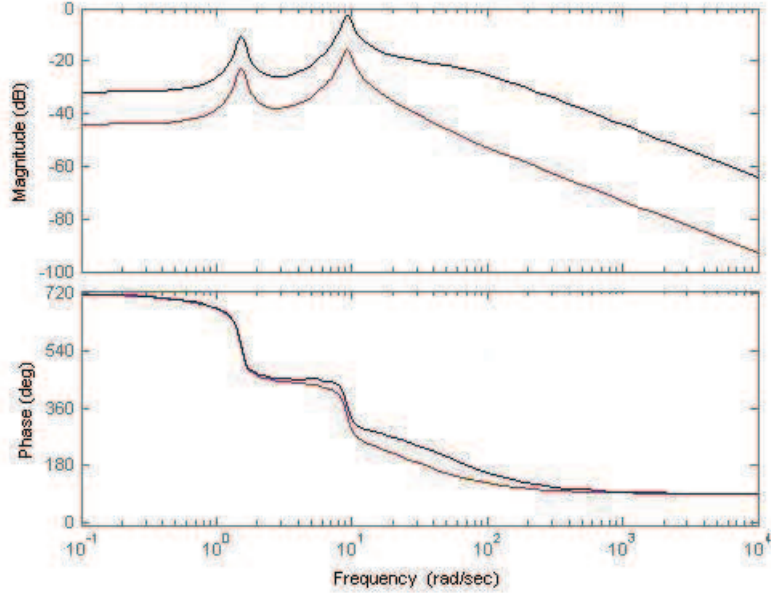
Pour étudier l'influence des contraintes non linéaires, nous avons utilisé les mêmes points initiaux pour tous les tests ci-dessous afin d'éliminer tout biais dans l'analyse comparative dû au choix du point initial.

Nous avons d'abord constaté que l'ajout des contraintes de type (5.10) ou (5.12) rend le problème d'optimisation plus difficile en augmentant considérablement le nombre des itérations. Cependant, l'ajout de ces contraintes nous permet de mieux gérer le compromis robustesse/performance.

Par exemple, lorsque l'on ajoute (5.10), comme montré dans le Tableau 5.3, un meilleur amortissement est obtenu dans ce cas avec  $S^{max} = 2$  (valeur dans la ligne 2 du Tableau 5.3) en comparant avec le cas où seulement les contraintes (5.7) et (5.8) sont utilisées dans l'optimisation (5.6) (les résultats sont donnés dans la ligne 1 du même tableau).

En revanche, la contrainte (5.12) à un effet inverse. Comme nous l'avons expliqué ci-dessus, un amortissement plus faible est obtenu en utilisant (5.12) (ligne 3 dans le Tableau 5.3 obtenue pour  $T^{max} = 1.2$ ). En effet, l'énergie de la commande est plus faible aussi, donc, la robustesse est améliorée :  $\|V_s(s)\|_2^2 = 1.48$  dans ce cas par rapport à  $\|V_s(s)\|_2^2 = 1.91$  pour la commande générée avec les contraintes (5.7) et (5.8) uniquement (les paramètres du PSS dans la ligne 1 du Tableau 5.3).

b) *Validation linéaire :*



**Fig. 5.7.** Validation linéaire

Nous avons comparé les résultats obtenus en minimisant (5.6) sous les contraintes (5.7), (5.8) et (5.10) avec  $S^{max} = 2$  (correspond aux paramètres donnés dans la ligne 2 du Tableau 5.1 et la première position des entrées du Tableau 5.4), avec les résultats obtenus par le réglage des paramètres des PSS proposé dans [48], où un modèle de commande statique a été utilisé (deuxième position dans le Tableau 5.4).

Premièrement, les gains obtenus par la procédure présentée ci-dessus sont plus petits que ceux dans [48]. Cette différence peut être remarquée également dans la représentation des fonctions de transfert en boucle ouverte du système de contrôle (par exemple  $\Gamma_i H_{ii}$ ), montrées dans la Figure 5.7 pour le générateur  $i = Almaraz$ .

Deuxièmement, le même cahier de charges ( $\xi_i^* = 10\%$ ) est satisfait avec la procédure de réglage des paramètres des PSS présentée dans cette thèse en utilisant un nombre plus petit des PSS que dans [48]. En effet, seulement deux machines (Almaraz et Cofrentes) doivent être équipées par des PSS car le gain obtenu pour la machine PGR est  $K^* = 0$  (voir la valeur de l'amortissement dans la ligne 2 du Tableau 5.1).

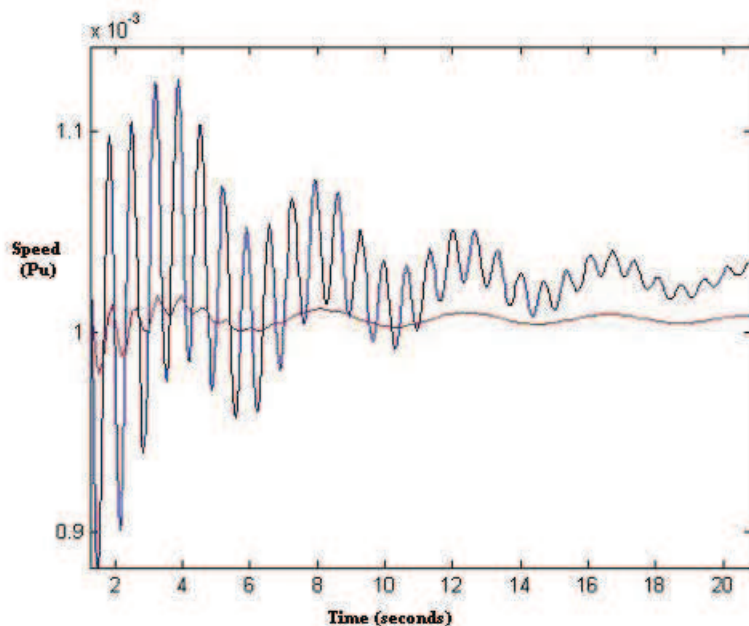


Fig. 5.8. Validation linéaire

De plus, en utilisant les paramètres des PSS calculés par la méthodologie proposée dans cette thèse, les perturbations affectant la vitesse de la machine sont également mieux rejetées qu'avec l'approche décrite dans [48] comme montré dans la Figure 5.8, qui compare les réponses linéaires en boucle fermée de la vitesse  $\omega$  de la machine Almaraz à une perturbation sous forme d'un échelon unitaire ( $d$  dans la Figure 5.4) additionné à la sortie de la même machine.

*c) Validation non linéaire :*

Nous allons montrer dans ce qui suit que le niveau des performances obtenu en utilisant un modèle linéaire (donné dans le Tableau 5.1) reste valide en simulations non linéaires.

Nous avons utilisé pour les simulations qui suivent un modèle non linéaire et détaillé du système électrique et le logiciel Eurostag qui permet l'analyse de la stabilité transitoire [34].

Toutes les machines du modèle complet (800 machines représentant le système électrique européen) avec leurs régulateurs détaillés ainsi que le réseau de transport sont prises en compte dans le modèle non linéaire. La Figure 5.9

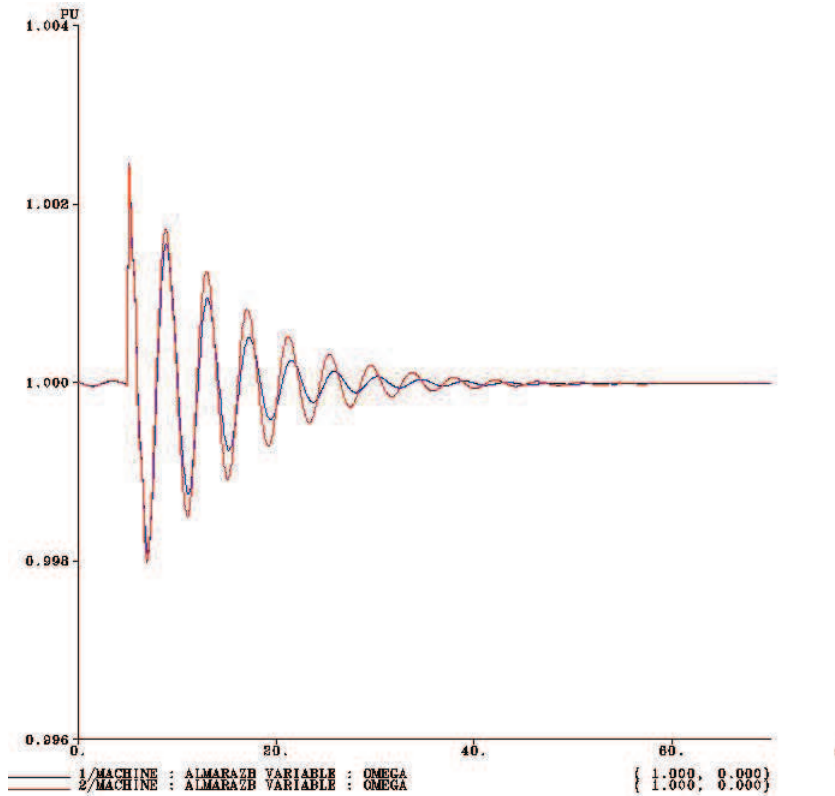


Fig. 5.9. Validation non linéaire

montre la réponse de la machine Almaraz suite à un court-circuit de 200 ms au niveau du noeud où la même machine est connectée. On peut remarquer l'amélioration de l'amortissement (la réponse la plus amortie correspond à la situation où les deux PSS décrits dans la première ligne du Tableau 5.4) sont installés sur les machines Almaraz et Cofrentes.



## 5.2 Réglage coordonné et robuste des paramètres des PSS et des régulateurs de vitesse

Cette section est l'extension de la section 5.1 dans la mesure où il adapte l'approche proposée dans ce dernier à une nouvelle contrainte dans la synthèse des PSS liée à l'extension du système électrique européen. Plus précisément, il s'agit de prendre en considération dans la synthèse coordonnée des PSS pour amortir les modes inter-zones et locaux développée dans la section 5.1, l'interaction observée dans les très grands systèmes électriques en très basses fréquences entre la régulation de vitesse et des PSS réglés pour amortir des modes inter-zones de très basses fréquences.

Pour ce faire, une extension des méthodologies de synthèse des boucles stabilisatrices PSS des régulateurs de tension des alternateurs PSS étudiées dans la section 5.1 sera proposée.

Elle vise à coordonner le réglage des *paramètres des structure des* PSS données et des *régulateurs de vitesse* de *plusieurs* machines afin d'amortir *plusieurs* modes oscillants.

### 5.2.1 Problématique

La dernière étude de la faisabilité de l'extension du réseau européen a montré que, dû à l'augmentation de la taille de la zone synchrone européenne, la fréquence des modes inter-zones les plus lents baisse au point que la bande de fréquence de ces phénomènes commence à être comparable avec celle de la régulation des turbines des alternateurs. Le rapport [31] met en évidence un mode inter-zone à 0.07 Hz. En effet, les deux dynamiques peuvent interagir dans ce cas.

Physiquement, l'effet de l'ensemble régulateur de vitesse/turbine est dû à l'augmentation de la différence de phase entre la vitesse des alternateurs  $\omega$  et le couple mécanique  $T_m$  à la sortie de la turbine. Plus précisément, si  $Im\{G_{gov}(i\omega)\} > 0$ , ou  $G_{gov}$  est la fonction de transfert de l'ensemble régulateur de vitesse/turbine (*i.e.*, entre le couple de référence  $T_{ref}$  et le couple mécanique  $T_m$ ), où par  $Im\{\cdot\}$  l'on a noté la partie imaginaire, est positive, le régulateur de la turbine améliore l'amortissement des modes. Dans le cas contraire, cette même régulation aura un effet nocif.

Pour quantifier cette influence, nous avons analysé la réponse fréquentielle de la fonction de transfert  $G_{gov}$  mentionnée ci-dessus et présentée dans la Figure 5.10. La partie imaginaire de cette fonction de transfert atteint sa valeur minimale autour de la fréquence 0.1 Hz. En effet, les modes inter-zones autour de cette fréquence verront leurs amortissements détériorés.

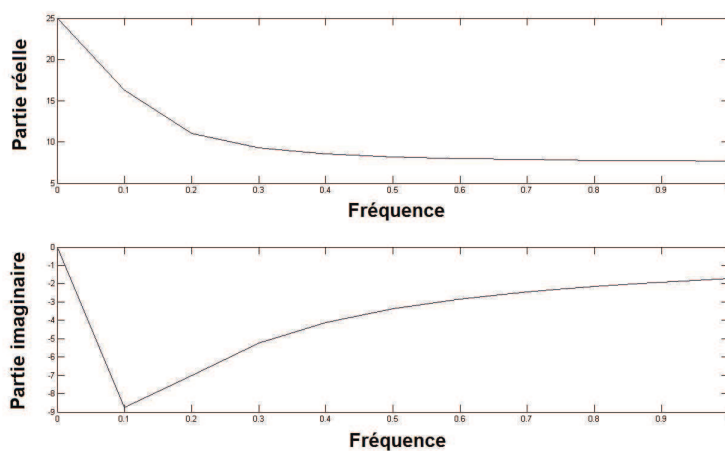


Fig. 5.10. Réponse fréquentielle de la fonction de transfert  $G_{gov}(s)$

Par ailleurs, les PSS conçus pour amortir les modes inter-zones doivent réagir dans la bande de fréquences de ces derniers, qui est désormais comparable à celle de la régulation de la turbine. En effet, les gains fournis par les PSS dans le but d'améliorer l'amortissement des modes électromécaniques, risquent de modifier le comportement de l'ensemble régulateur de vitesse/turbine et vice-versa.

### 5.2.2 Approche générale

Dans la section 5.1 nous avons proposé une approche permettant un réglage coordonné des paramètres des PSS de plusieurs générateurs pour amortir simultanément plusieurs modes inter et intra-zones. Pour ceci, nous avons calculé les paramètres des PSS comme solution d'un problème d'optimisation (5.1.4) sous contraintes de stabilité et de robustesse, en utilisant un modèle réduit de commande préservant les dynamiques liées aux modes oscillants à amortir et aux machines les plus participantes dans ces modes. Nous avons étendu cette approche pour répondre à la problématique formulée ci-dessus, en utilisant une nouvelle structure pour le modèle de commande permettant une synthèse coordonnée des PSS et des régulateurs de vitesse des machines considérées.

### 5.2.3 Méthodologie

D'une manière générale, le modèle de commande utilisé dans la section 5.1 pour la synthèse coordonnée des PSS a été étendu afin d'y inclure la dy-

namique de l'ensemble régulateur de vitesse/turbine. La nouvelle procédure résultante se résume dans ce qui suit :

- choix d'un nombre *optimal* des PSS et de leurs emplacements (un ensemble de machines  $M$ ) pour un ensemble de modes  $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$  à amortir en utilisant les facteurs de participation des générateurs dans ces modes.
- choix d'un modèle de commande qui doit reproduire le comportement du modèle complet du système électrique uniquement dans la plage des fréquences qui nous intéresse pour la synthèse des lois de commande. Elle coïncide avec la bande de fréquence des modes dans l'ensemble  $\Lambda$  et pour l'ensemble des machines  $M$  choisi dans la première étape.
- choix *optimal* de l'ensemble de paramètres (gains et constantes de temps) des structures PSS et régulateur de vitesse a priori choisies pour chaque générateur.
- formulation du problème de réglage des paramètres choisis à l'étape précédente sous la forme d'un problème d'optimisation sous contraintes.

#### A) Structure du régulateur de vitesse

Habituellement, l'action de régulateur de vitesse consiste en une adaptation de la puissance de la turbine en proportion de la variation de la fréquence [28] :

$$\Delta P = (1/R)\Delta f. \quad (5.14)$$

Le facteur de proportionnalité  $R$  est appelé *statisme* du générateur.

Nous avons choisi de "sculpter" en fréquence ce statisme, *i.e.*, de rajouter un compensateur de phase entre la sortie du générateur et l'entrée du régulateur de vitesse ce qui donne la structure dans la Figure 5.11. Les paramètres ( $R$  et constantes de temps) du nouveau régulateur de vitesse seront calculés dans la section suivante en même temps que les paramètres des PSS comme solution d'un problème d'optimisation.

La Figure 5.12 montre que, avec cette nouvelle régulation de turbine, la partie imaginaire de la fonction de transfert  $P_{ref} \mapsto \omega$  (intégrant le compensateur de phase) devient positive, ce qui signifie que l'ensemble régulateur de vitesse/turbine ne détériore plus l'amortissement des modes inter-zones.

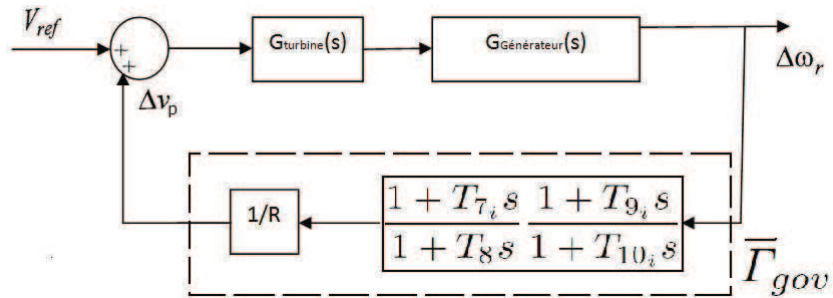


Fig. 5.11. Régulation de vitesse

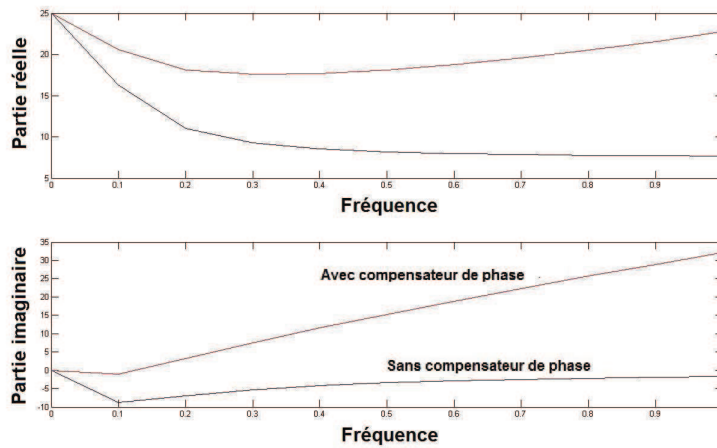


Fig. 5.12. Réponse fréquentielle de la nouvelle fonction de transfert  $G_{gov}(s)$

**B) Construction du modèle de commande**

D'une part, les PSS à installer ont comme entrées les vitesses  $\omega_i$  des machines dans l'ensemble M des machines choisies et comme sorties les signaux  $V_{s_i}$  qui s'additionnent aux consignes des régulateurs de tension  $V_{ref}$  (Figure 5.13). D'autre part, les nouveaux régulateurs de vitesse à installer sur les machines de l'ensemble M ont comme entrées les vitesses  $\omega_i$  et comme sorties les signaux  $V_{p_i}$  qui s'additionnent aux consignes des régulateurs de turbine  $P_{ref}$  (Figure 5.13).

Il en résulte que le modèle de commande nécessaire pour la synthèse coordonnée des PSS et des régulateurs de vitesse doit reproduire le transfert  $V_s \mapsto \omega$  ou  $V_{ref} \mapsto \omega$  et le transfert  $P_s \mapsto \omega$  où  $P_{ref} \mapsto \omega$

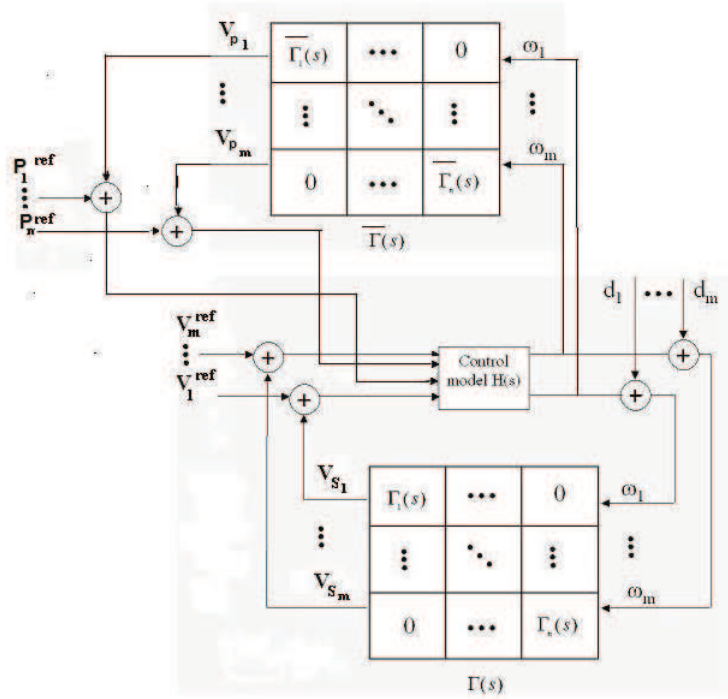


Fig. 5.13. Modèle de commande mixte Tension/Fréquense

où

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_m \end{bmatrix} \text{ et } V_s = \begin{bmatrix} V_{s_1} \\ \vdots \\ V_{s_m} \end{bmatrix} \text{ et } P_s = \begin{bmatrix} P_{s_1} \\ \vdots \\ P_{s_m} \end{bmatrix} \text{ comme montré en Figure 5.13, i.e., la matrice de transfert } H(s) \text{ définie par}$$

$$\omega(s) = H(s) \begin{bmatrix} V_p \\ V_s \end{bmatrix}. \tag{5.15}$$

La matrice de transfert  $H(s)$  de (5.15) est approchée dans la bande de travail qui correspond aux modes de l'ensemble  $\Lambda$  par la technique d'identification fréquentielle présentée en Section 2.4.2. Nous obtenons ainsi une matrice de transfert  $\tilde{H}(s)$  avec un ensemble de pôles réduit et qui pourra donc être utilisée comme modèle de commande pour le réglage coordonné des paramètres des PSS et des régulateurs de vitesse.

### C) Réglage coordonné des PSS et des régulateurs de vitesse

Le même modèle de PSS proposée en Section 5.1.3 est utilisée ici.

La fonction de transfert du nouveau régulateur de vitesse utilisé pour cette étude a la structure :

$$\bar{T}_{gov_i} = \frac{V_p(s)}{\omega(s)} = \frac{1}{R_i} \frac{1 + T_{7_i}s}{1 + T_{8_i}s} \frac{1 + T_{9_i}s}{1 + T_{10_i}s}. \quad (5.16)$$

Les paramètres  $R_i$  et  $T_{i_j}$  (5.16) sont calculés en utilisant le modèle de commande  $\tilde{H}(s)$  déduit précédemment afin d'assurer en boucle fermée (de la Figure 5.13) les amortissements souhaités  $\zeta_i^{ref}$ ,  $i = 1, \dots, l$  pour les modes de l'ensemble  $\Lambda$ . Ce calcul a été mis en oeuvre sous la forme d'un problème d'optimisation sous contraintes (voir les détails dans la Section 4.5).

#### 5.2.4 Validation en grande taille

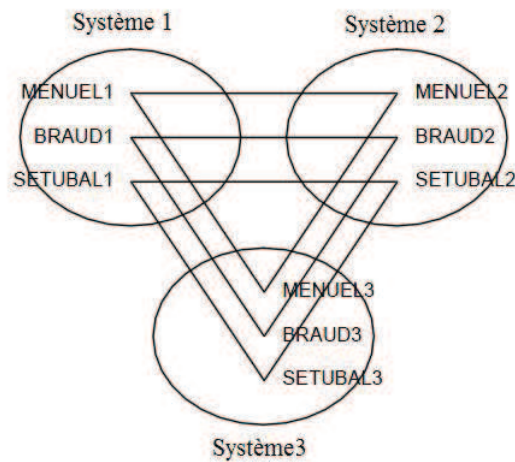


Fig. 5.14. modèle d'étude

Nous avons appliqué les techniques illustrées dans cette section sur le modèle de très grande taille développé lors de la dernière étude européenne de la

**Tableau 5.5.** L'amortissement  $\zeta$ [%] des modes dans  $A$ 

	mode #1 (0,091Hz)	mode #2 (0.23Hz)	mode #3 (0.24Hz)
sans PSSs et compensateurs de phase	2	3.87	11.7
avec PSSs et compensateurs de phase	5.53	9.43	9.97

faisabilité de l'extension de la zone synchrone [31].

Les données de cette étude n'étant pas publiques, nous avons choisis d'appliquer ces techniques sur le benchmark proposé en [33] car ce dernier contient un mode oscillatoire mal-amorti à la fréquence  $0.09Hz$  (mode #1 dans le Tableau 5.5) proche de la fréquence du mode inter-zone le plus lent trouvé en [31].

Ce système représente 3 copies du modèle étudié dans la section 5.1 pour le système européen actuel, interconnectées comme dans la Figure 5.14. Par conséquent, il contient 1200 machines et 22116 variables d'état.

#### A) Tests et validations

Si un objectif d'amortissement  $\zeta^* = 10\%$  est envisagé (ce qui est habituellement le cas en Europe), des PSS et les régulateurs de vitesse supplémentaires doivent être installés et réglés afin d'améliorer les amortissements des modes #1 et #2 et de ne pas détériorer celui du mode #3 (pour les mêmes raisons exposées en Section 5.1).

Compte tenu des facteurs de participation dans les modes du Tableau 5.5, les machines espagnoles Almaraz, Cofrentes et PGR sont choisies pour accueillir les nouveaux PSS et des régulateurs de vitesse. Par ailleurs, ces machines ne sont pas équipées de PSS à l'état initial du système.

Notons que les tests et les validations de cette section concernent uniquement les objectifs liés à l'amortissement des modes. En effet, des tests plus avancés sur l'efficacité de cette méthode, par exemple la robustesse sont effectués dans la section 5.1. Plus précisément, ici nous nous sommes contentés de valider la coordination du réglage des paramètres des PSS et des régulateurs de vitesse.

##### *a) Validation linéaire*

Nous avons comparé les amortissements obtenus pour des modes donnés dans le Tableau 5.5 avec et sans les PSS et les régulateurs de vitesse calculés avec notre méthode.

Nous remarquons que les amortissements des modes #1 et #2 sont améliorés sans détériorer l'amortissement du mode #3. Notons que pour le mode #1 nous n'avons pas pu obtenir l'amortissement  $\zeta^* = 10\%$  désiré pour ce mode. Cela peut être expliqué par le fait que le nombre des PSS utilisés n'est pas suffisant car beaucoup de machines participent dans ce mode de très basse fréquence. Pour obtenir l'amortissement désiré il faut augmenter le nombre des machines dans  $M$  pour lesquelles des PSS et des régulateurs de vitesse supplémentaires doivent être installés.

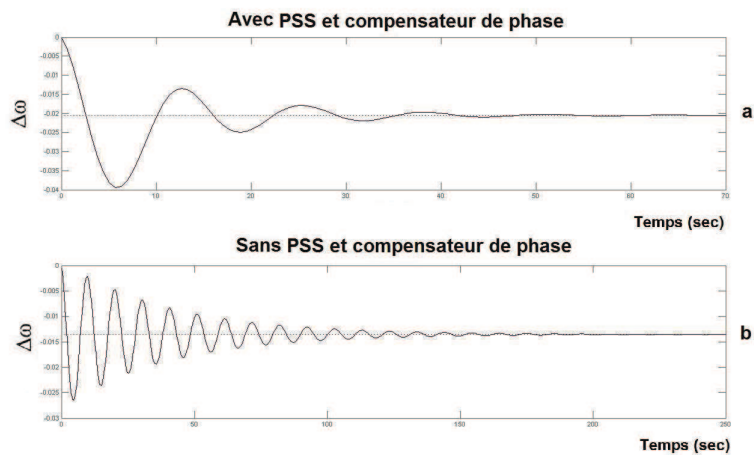


Fig. 5.15. Validation linéaire

De plus, en utilisant les paramètres des PSS et des régulateurs de vitesse calculés par la méthodologie proposée dans cette section, une réponse moins oscillante de la vitesse de la machine. Ceci est montré dans les Figures 5.15.a et 5.15.b qui comparent les réponses linéaires en boucle fermée de la vitesse  $\omega$  de la machine Almaraz à une perturbation sous forme d'un échelon unitaire ( $d$  dans la Figure 5.13) additionnée à la sortie de la même machine sans et, respectivement, avec les PSS et les nouveaux régulateurs de vitesse.

#### *b) Validation non linéaire*

Nous allons montrer dans ce qui suit que le niveau des performances obtenu en utilisant un modèle linéaire donné dans le Tableau 5.5 reste valide en simulations non linéaires.

Toutes les machines du modèle complet (1200 machines) avec leurs régulateurs détaillés ainsi que le réseau de transport à très haute tension (225 et 400 Kv) sont prises en compte dans ce modèle de simulation non linéaire. La



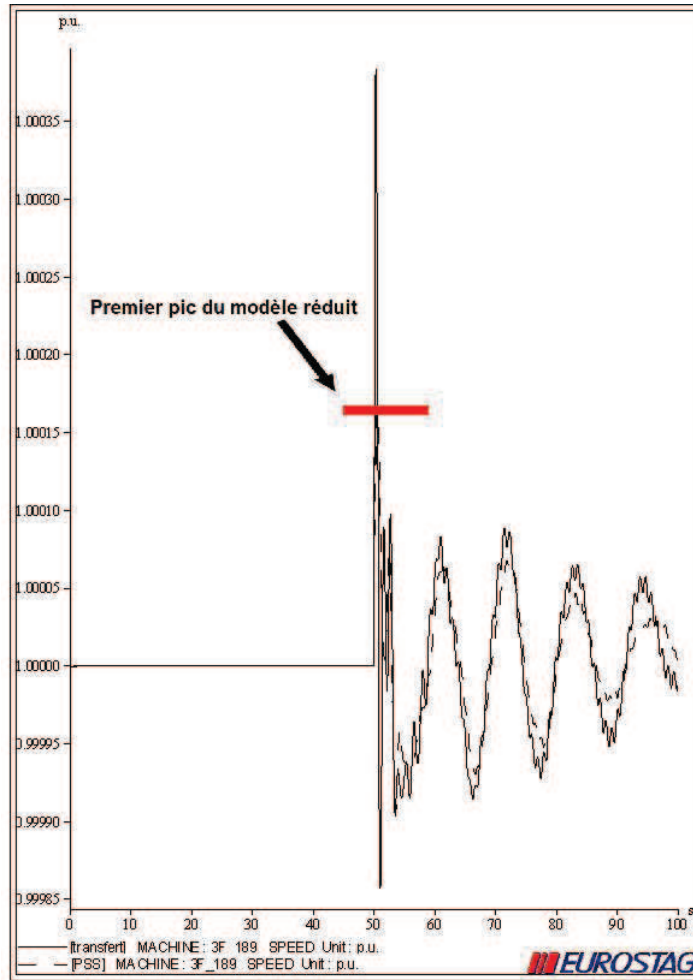


Fig. 5.16. Validation non linéaire

Figure 5.16 montre la réponse de la vitesse de la machine Almaraz à un court-circuit de durée égale à 200 ms au niveau du noeud de raccordement de cette machine. On peut remarquer l'amélioration de l'amortissement (la réponse la plus amortie correspond à la situation avec les PSS et les compensateurs de phase installés sur les trois machines).

## Conclusion générale

### 6.1 Récapitulatif des résultats obtenus

La première partie du travail rapporté ici contient une méthodologie et des développements théoriques qui y sont liés. Elle concerne principalement l'exploitation de la redondance ou la synchronie dans les systèmes électriques pour la réduction de leurs modèles dynamiques. Cette méthodologie a été motivée par la situation particulière rencontrée lors des études d'interconnexion des systèmes électriques réalisées par mon partenaire industriel. En plus de la grande taille des systèmes à étudier, la particularité de la situation est liée surtout à l'absence d'une partie des données concernant ces systèmes au moment de la réduction de leurs modèles. Les méthodes de réduction de modèles dynamiques développées avant cette thèse ne sont pas applicables à cette situation.

Les développements théoriques réalisés dans cette partie de la thèse exploitent la redondance ou la synchronie d'une manière plus intrinsèque que ceux de la théorie des systèmes classiques dans laquelle le système électrique à réduire est assimilé à un type de modèle comme la forme d'état ou la représentation entrée/sortie (fonction de transfert). Plus précisément, une stratégie d'analyse des modèles dynamiques des systèmes électriques indépendante de la représentation de ce dernier (forme d'état ou représentation entrée/sortie) a été utilisée [22]. Elle consiste à considérer le système d'une manière plus générale et intrinsèque, *i.e.*, un système défini par un ensemble de variables reliées par un ensemble d'équations. Ceci nous a permis, d'une part, d'interpréter la synchronie dans les systèmes électriques d'une manière plus directe et profonde, et d'autre part, d'établir un lien entre les méthodes de réduction des modèles développées en Automatique (réalisation équilibrée) et celles développées dans le monde de l'électrotechnique jusqu'alors complètement différentes.

D'un point de vue pratique, la nouvelle méthodologie proposée dans cette thèse combine la réalisation équilibrée des systèmes, bien connue en Automatique avec la méthode de réduction qui préserve la structure physique SME

(Synchronous Modal Equivalencing [45]) pour répondre à la problématique présentée ci-dessus et qui correspond au besoin du partenaire industriel de ma thèse. Les principaux avantages de la nouvelle méthodologie sont les suivants :

1. la réduction est réalisée sans l'utilisation de la partie des données manquantes.
2. le modèle réduit préserve la structure physique du système électrique complet (les variables sont physiques, *i.e.*, tensions, vitesses, angles machines, etc).
3. une robustesse optimale à deux niveaux : le niveau statique concerne le point de fonctionnement du système électrique complet. Tandis qu'en niveau dynamique on considère les modes oscillants inter-zones.
4. les algorithmes développés sont plus flexible et permettent des réductions avec des taux plus hauts.
5. les algorithmes développés font intervenir des matrices creuses (*i.e.*, avec la plupart des éléments nuls) qui présentent des avantages connus lors des calculs numériques pour les systèmes de grande taille.

La deuxième partie du travail rapporté ici vise à coordonner le réglage des paramètres des PSS ayant des structures standards (IEEE) et des régulateurs de vitesse de plusieurs machines afin d'amortir plusieurs modes oscillants de différentes natures. Notre principale contribution se présente dans ce qui suit :

1. une nouvelle structure des régulateurs de vitesse des alternateurs a été proposée dans cette thèse dans le but d'amortir simultanément des modes locaux et inter-zones des réseaux de très grandes taille, qui présentent des interactions entre les modes inter-zones et les dynamiques des turbines des alternateurs.
2. une solution optimale sous forme de problème d'optimisation permettant le calcul simultané des paramètres (gains et constantes de temps) des PSS et des régulateurs de vitesse.

## 6.2 Possibilités de développements ultérieurs de l'étude

La nouvelle méthode de réduction proposée peut être considérée comme un outil standard pour la réduction des modèles dynamiques des systèmes électriques pour l'analyse et la simulation de la stabilité en petits mouvements.

Pour l'analyse et la simulation de la stabilité transitoire, bien que les résultats obtenus en utilisant les équivalents construits avec cette méthode soient prometteurs, des extensions spécifiques peuvent être envisagées.

Bien que la méthode proposée dans cette thèse pour le réglage des paramètres des PSS données et des régulateurs de vitesse de plusieurs machines a été entièrement développée, nous pensons que d'autres horizons sont encore à explorer. Il s'agit principalement des points suivants :

- d'un point de vue mathématique, le problème d'optimisation est modélisé dans cette thèse dans le cas général. Or en Automatique, il existe des outils pour investiguer les particularités, i.e. , le rendre convexe par exemple en le mettant sous forme de problème sous contraintes LMI. En effet, il serait intéressant de voir dans quelle mesure cela peut être réalisé.
- la méthode du réglage coordonné des PSS et des régulateurs de vitesses proposée dans cette thèse utilise une seule structure "figée" pour les PSS et les régulateurs de vitesse. Or d'autres structures existent dans les systèmes électriques d'où la nécessité de les intégrer dans notre méthode.
- la forme d'état peut être également utilisée pour représenter ces régulateurs, ce qui ouvre le chemin vers de nombreuses techniques sophistiquées de synthèse robuste de régulateurs ( $H_\infty$ ,  $\mu$  analyse). Ces techniques ont déjà fait leur preuve en terme de robustesse/performances.



---

## Bibliographie

1. A. S. Al Fuhaid, "Coherency Identification for Power Systems", *Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 9, No. 3, pp. 149-156, July 1987.
2. B. Avramovic, P. V. Kokotovic, J. R. Winkelman, et J. H. Chow, "Area Decomposition for Electromechanical Models of Power Systems", *Automatica*, Vol. 16, pp. 637-648, 1980.
3. H. Bourlès, *Linear Systems*, ISTE-Wiley, 2010.
4. H. Bourlès et M. Fliess "Poles and Zeros of Linear Systems: An Intrinsic Approach", *Int. J. of Control*, Vol. 68, pp. 897-922, 1997.
5. H. Breulmann "Analysis and Damping of Inter-area oscillations in the UCTE-CENTREL Power System", *CIGRE Session*, Paper 38-113, Paris, 2000.
6. M. Brucoli, T. Francesco, et M. Trovato, "Structural Coherency in Interconnected Power Systems", *Large Scale Systems*, Vol. 5, pp. 169-188, 1983.
7. J. H. Chow, "Time-scale Modeling of Dynamic Networks with Applications to Power Systems", *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Vol. 46, Springer Verlag, 1982.
8. J. H. Chow "New Algorithms for Slow Coherency Aggregation of Large Power Systems", *IMA Power Systems Workshop, in Systems and Control Theory for Power Systems*, Springer-Verlag, 1995.
9. J. H. Chow, J. Cullum et R. A. Willoughby, "A Sparsity-Based Technique for Identifying Slow-Coherents Areas in Large Power System", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-103, No. 3, pp. 463-473, March 1984.

10. J. H. Chow et R. Date "A Nodal Algorithm for Linearized Two-Time-Scale Power Networks," *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Espoo, Finland, pp. 669-672, June 1988.
11. J. H. Chow et P. V. Kokotovic, "Time Scale Modeling of Sparse Dynamic Networks", *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. AC-30, No. 8, pp. 714-722, August 1985.
12. J. H. Chow, J. R. Winkelman, M. A. Pai et P. W. Sauer, "Singular Perturbation Analysis of Large-Scale Power Systems", *Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 12, No. 2, pp. 117-126, April 1990.
13. B. R. Copeland, "Reduced Order Dynamic Equivalents for Electric Power Systems: An analysis of the Modal-Coherent and slow-Coherent Equivalent Techniques", *Master's Thesis, University of Tennessee*, Knoxville, 1984.
14. E. J. Davison, "A Method for Simplifying Linear Dynamic Systems", *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, Vol. AC-11, No. 1, pp. 93-101, 1966.
15. U. Di Caprio, "Conditions for Theoretical Coherency in Multimachine Power Systems", *Automatica*, Vol. 17, No. 5, pp. 687-701, 1981.
16. U. Di Caprio, "Theoretical and Practical Dynamic Equivalents in Mutimachine Power Systems, Part 1 : Construction of conherency-Based Theoretical Equivalents", *Electrical power and energy Systems*, Vol. 4, No. 4, pp. 224-232, October 1982.
17. U. Di Caprio, "Theoretical and Practical Dynamic Equivalents in Mutimachine Power Systems, Part 2 : Construction of conherency-Based Theoretical Equivalents", *Electrical power and energy Systems*, Vol. 5, No. 1, pp. 40-54, January 1983.
18. J. Dorsey et R. A. Schlueter, "Structural Archetypes for coherency: A Framework for comparing Power System Equivalents", *Automatica*, Vol. 20, No. 3, pp. 349-352, 1984.
19. B. E. Eliasson et S. O. R. Lindahl, "A New Coherence Approach of Generators for Investigation of Slow and System Wide Oscillations in Large Power Systems", *IFAC Symposium on Power Systems and Power Plant Control*, Seoul, Korea, 1989.
20. A. Elices, L. Rouco, H. Bourlès et T. Margotin, "Conversion of State Feedback Controllers to the Standard AVR+PSS Form", *Proc. IEEE PowerTech Conference*, Bologna-Italy, June 2003.

21. A. Elices, L. Rouco, H. Bourlès et T. Margotin, "Design of Robust Controllers for Damping Inter-area Oscillations: Application to the European Power Systems", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 19, no. 2, pp. 1058-1067, May 2004.
22. M. Fliess, "Some Basic Structural Properties of Generalized Linear Systems", *System and Control Letters*, Vol. 15, PP. 391-396, 1990.
23. T. Hyama, "Identification of coherent Generators Using Frequency Response," *IEE Proceedings*, Vol.128, Pt. C, N0. 5, pp. 262-268, September 1981.
24. IEEE Power Engineering Society, "IEEE Recommended Practice for Excitation System Models for Power System Stability Studies", *IEEE Std. 421.5*, 2005.
25. I. Kamwa, G. Trudel et L. Gérin-Lajoie, "Robust Design and Coordination of Multiple Damping Controllers Using Nonlinear Constraints Optimization", *Proc. PICA*, 1999.
26. I. Kamwa, G. Trudel et D. Lefebvre, "Optimization-Based Tuning and Coordination of Flexible Damping Controllers for Bulk Power Systems", *Proc. IEEE International Conference on Control Applications*, August 1999.
27. P. V. Kokotovic, B. Avramovic, J. H. Chow, J. H., et Winkelman, J. R., "Coherency Based Decomposition and Aggregation," *Automatica*, Vol. 18, No. 1, pp. 47-56, 1982.
28. P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, 1994.
29. J. Lawler, R. A. Schlueter, "Computational Algorithms for Constructing Modal-Coherent Dynamic Equivalents", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No.5, pp. 1070-1080, May 1982.
30. J. Lawler, R. A. Schlueter, P. Rusche et D. L. Hakett, "Modal-Coherent Equivalents Derived From an RMS Coherency Measure", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No.4, pp. 1415-1425, July/Aug 1980.
31. M. Luther, I. Biernacka et D. Preotescu, "Feasibility Aspects of a Synchronous Coupling of the IPS/UPS with the UCTE", *CIGRE Session*, Paper C1-204, Paris, 2010.
32. S. MacLane et G. Birkhoff, *Algebra*, MacMillan, 1968.
33. B. Marinescu et L. Rouco, "A Unified Framework for Nonlinear Dynamic Simulation and Modal Analysis for Control of Large-Scale Power Systems", *Proc. Power Systems Computations Conference*, Liège-Belgium, August 2005.



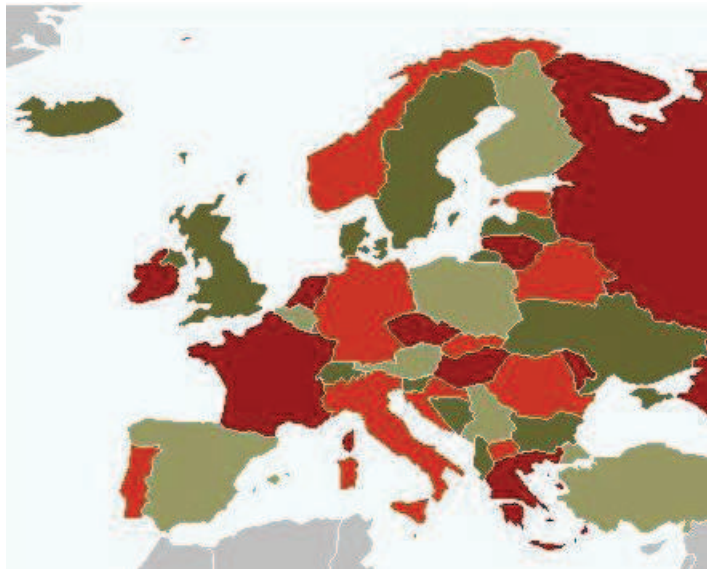
34. B. Meyer et M. Stubbe, "Eurostag, a Single Tool for Power System Simulation", *Proc. T&D Int.*, March 1992.
35. J. J. More, "The levenberg-Marquardt: Implementation and Theory", *Numerical Analysis*, ed. G.A. Watson, Lecture Notes in Mathematics 630, Springer-Verlag, pp. 105-116, 1977.
36. D. T. Nguyen, "Contribution à l'analyse et à la prévention des blackouts de réseaux électriques", *Thèse de doctorat*, Institut Polytechnique De Grenoble, Grenoble, 2008.
37. D. T. Nguyen, D. Georges, et Q. T. Tran, "An Energy Approach to Optimal Selection of Controllers and Sensors in Power System", dans the International Journal of Emerging Electric Power Systems, Berkeley Electronic Press, Vol. 9, 2008, <http://www.bepress.com/ijeeps/vol9/iss6/art2>.
38. F. L. Pagola, L. R. Rouco et I. J. Pérez-Arriaga, "Analysis and Control of Small-Signal Stability in Electric Power Systems by Selective Modal Analysis", *Eigenanalysis and Frequency-Domain Methods for System Dynamic Performance*, IEEE Publication No. 90TH0292-3-PWR, pp. 77-96, 1989.
39. M. A. Pai et R. P. Adgaonkar "Identification of Coherent Generators Using Weighted Eigenvectors", *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, Paper No. A79 022-5, New York, February 1979.
40. T. Penzl "A Cyclic Low-Rank Smith Method for Large Sparse Lyapounov Equations", *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 21, no. 4, pp. 1401-1418, 2000.
41. G. Peponides, P. V. Kokotovic et J. H. Chow "Singular Perturbations and Time Scales in Non linear Models of Power Systems", *IEEE Transactions on Circuits and systems*, Vol. CAS-29, No. 11, pp. 758-767, November, 1982.
42. L. Pernebo et L.M. Silverman, "Model Reduction via Balanced State-Space Representations", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-27, No. 2, pp. 382-387, April 1982.
43. R. Podmore "Identification of Coherent Generators for Dynamic Equivalents", *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, No. 4, pp. 1344-1354, July/August 1978.
44. G. N. Ramaswamy, "Improving Multi-Area Selective Modal Analysis", *Interim Report, Laboratory for Electromagnetic and Electronic Systems, Massachusetts Institute of Technology*, December 1993.
45. G. N. Ramaswamy, L. Rouco, O. Filatre, G.C. Verghese, P. Panciatici, B.C. Lesieutre et D. Peltier, "Synchronic Modal Equivalencing (SME) for

- Structure-Preserving Dynamic Equivalents”, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 11, No. 1, pp. 19-29, February 1996.
46. G. N. Ramaswamy, G.C. Verghese, L. Rouco, C. Vialas et C.L. Demarco, "Synchrony, Aggregation and Multi-Area Eigenanalysis", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 10, No. 4, pp. 1986-1993, November 1995.
  47. G. Rogers, *Power Systems Oscillations*, Kluwer, 2000.
  48. L. Rouco, "Coordinated Design of Multiple Controllers for Damping Power System Oscillations", *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Vol.23, No.7, pp. 517-530, October 2001.
  49. L. Rouco, et I. J. Perez-Arriaga, "Multi-area Analysis of Small Signal Stability in Large Electric Power Systems by SMA", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, No. 3, pp. 1257-1265, August 1993.
  50. L. Rouco, I. J. Pérez-Arriaga, R. Criado et J. Soto, "A Computer Package for Analysis of Small Signal Stability in Large Electric Power Systems", *Proc. PSCC*, pp. 1141-1148, 1993.
  51. L. Rouco, I. J. Perez-Arriaga, R. Criado et J. Soto, "A Computer Program Package for Analysis of Small Signal Stability in Large Electric Power Systems", *Proceedings of the 11th Power Systems Computation Conference*, pp. 1141-1148. Avignon (France), September 1993.
  52. J. B. Simo, I. Kamwa, G. Trudel et S. A. Tahan, "Validation of a new modal performance measure for flexible controllers design", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 11, no. 2, May 1996.
  53. S. Skogestad et I. Postlethwaite, "Multivariable Feedback Control", *John Wiley and Sons Ltd.*, Chichester-England, 1996.
  54. G. Troullinos et J. F. Dorsey "Application of Balanced Realizations to Power System Equivalents", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-30, No. 4, pp. 414-416, April 1985.
  55. P. M. Van Oirisouw, "A Dynamic Equivalent Using Modal Coherency and Frequency response", *IEEE Transaction on Power Systems*, Vol. 5, No. 1, pp.289-295, February 1990.
  56. J. R. Winkelman, J. H. Chow, J. J. Allmemong, et P. V. Kokotovic, "Multi-Time-Scale Analysis of a Power System", *Automatica*, Vol. 16, pp. 35-43, 1980.
  57. J. R. Winkelman, J. H. Chow, B. C. Bowler, B. Avaramovic, et P. V. Kokotovic, "An Analysis of Interarea Dynamics of Multimachine Systems",

*IEEE Transactions on power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No. 2, pp. 754-763, February 1981.

## Annexe A : Etude du système électrique européen

### 7.1 Descriptif du système électrique européen



**Fig. 7.1.** Système électrique européen

Le modèle du système électrique utilisé lors de cette étude est la modélisation du système électrique réel européen disponible suite à la dernière étude de la faisabilité de l'extension de la zone synchrone européenne vers l'est entre les années 2008-2009. Cette dernière représente les systèmes des pays membres de l'espace européen actuel. Le Tableau 7.1 donne une description détaillée de

ce système électrique.

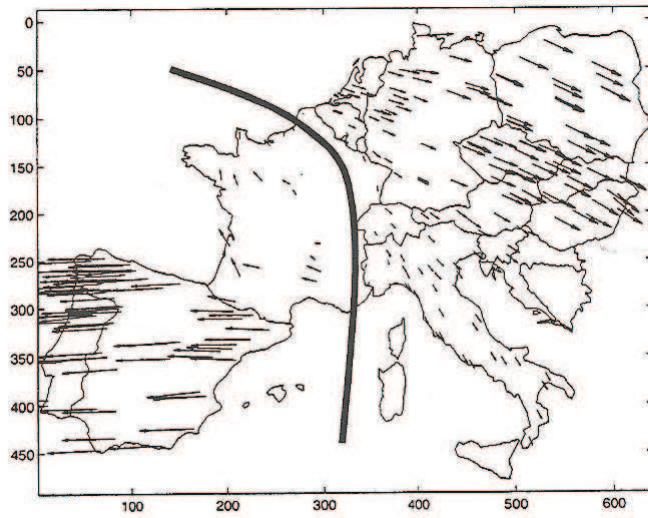
Code Pays	Pays	Nombre des noeuds	Nombre des générateurs
10	Albanie	17	16
11	Autriche	11	10
12	Belgique	29	28
13	Bosnie-Herzegovine	18	17
14	Bulgarie	18	17
16	République Tchèque	30	29
18	Croatie	16	15
19	Danemark	8	7
20	France	131	130
24	Allemagne	95	94
28	Grèce	72	71
30	Hongrie	13	12
31	Italie	132	131
36	Macédoine	9	8
38	Pays-Bas	34	33
39	Pologne	59	58
41	Portugal	33	32
43	Roumanie	48	47
45	Serbie Monténégro	35	34
47	Slovaquie	13	12
48	Slovénie	4	3
49	Espagne	83	82
90	Ukraine	12	11
52	Suisse	34	33

**Tableau 7.1.** Le système électrique européen

## 7.2 Analyse modale du système électrique européen

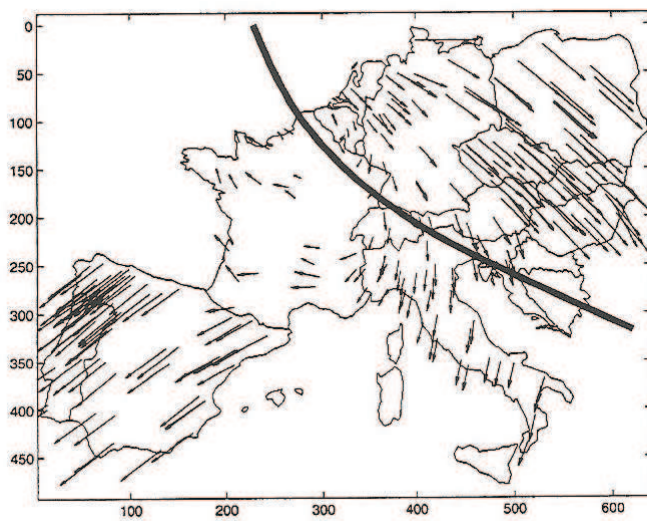
Nous avons analysé le comportement oscillatoire du système complet en calculant les principaux modes de ce dernier, leurs fréquences et les générateurs qui participent le plus dans ces modes. Ce calcul a été réalisé à partir du linéarisé (voir equation (2.51)) du système complet et en utilisant le logiciel SMAS3 (Small Signal Analysis Stability) [50].

Les portraits de phase des modes oscillants les plus importants pour notre étude sont représentés dans les Figures 7.2, 7.3, 7.4 et 7.5. Le calcul de ces derniers est effectué en utilisant le modèle complet (2.2.6) des alternateurs.



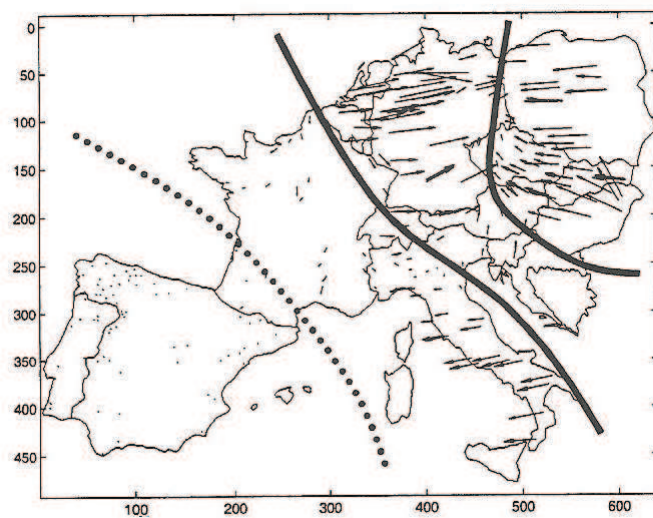
**Mode : est-ouest**  
**Fréquence : 0.27 Hz**  
**Amortissement : 15 %**

Fig. 7.2. Portrait de phase du mode # 1



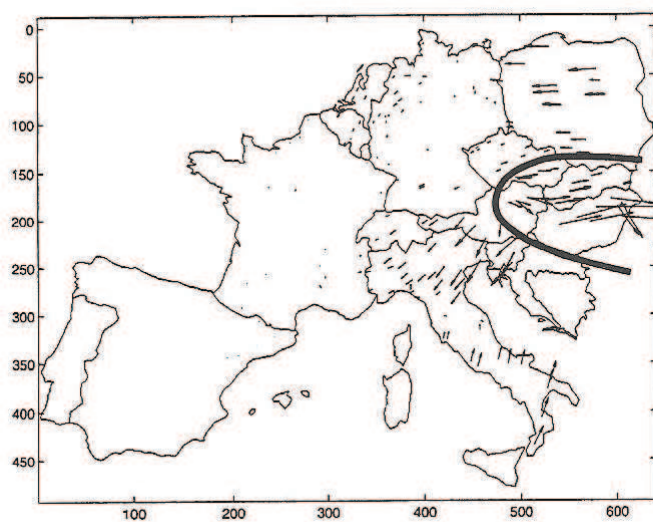
**Mode : est-ouest**  
**Fréquence : 0.27 Hz**  
**Amortissement : 14 %**

Fig. 7.3. Portrait de phase du mode # 2



**Mode : alterné**  
**Fréquence : 0.35 Hz**  
**Amortissement : 7%**

Fig. 7.4. Portrait de phase du mode # 3



**Mode : centre-extreme**  
**Fréquence : 0.38 Hz**  
**Amortissement : 6%**

Fig. 7.5. Portrait de phase du mode # 4

### 7.3 La méthode de réduction "synchronie par rapport à une frontière"

La procédure complète pour la construction de l'équivalent dynamique pour les études journalières de la sécurité de RTE, étudié dans la Section 4.5 en utilisant la synchronie par rapport à une frontière peut être résumée dans les étapes suivantes :

1. après le choix des entrées  $u$  et des sorties  $y$  du système électrique en fonction des objectifs de la réduction, nous sélectionnons un ensemble de modes formant le noyau pour la matrice de transfert en utilisant la réalisation équilibrée, le Tableau 7.2 donne un extrait du fichier de sortie des routines dédiées à cette effet.

Valeur singulière de Hankel	Modes
<b>3.4942</b>	<b>0.003849</b>
<b>0.7271</b>	<b>-1.708498</b>
<b>0.6476</b>	<b>-3.031248</b>
<b>0.5206</b>	<b>-15.782836</b>
<b>0.3163</b>	<b>-8.440647</b>
<b>0.2016</b>	<b>-14.050654</b>
<b>0.1502</b>	<b>-9.971695</b>
<b>0.1237</b>	<b>-13.322251</b>
<b>0.0297</b>	<b>-5.924884</b>
0.0071	-25.235698 (non retenu)

**Tableau 7.2.** Selection des modes du noyau

2. répartition des machines dans les zones synchrones et choix des machines de référence. L'extrait du fichier de sortie des routines dédiées à cet effet pour deux zones synchrones est le suivant :

→ SYNCHRONIC AREA 1 : 14 generators

**1 VKOZLG90 VAEC4011 ( 766) BASIS**

2 VMAE2G3 VTMI2221 ( 782)

3 VMAE2G56 VTMI2221 ( 782)

4 VMAE3G14 VMI3 221 ( 754)

5 VVARNG4 TVVAR151 ( 759)

6 VVARNG6 TVVAR151 ( 759)

7 VBDOLG2 VTBDOL21 ( 771)

8 VBELMEG VBELME21 ( 791)



9 VCHAIRG1 VCHAI111 ( 755)  
10 turceg5 RTURC516 ( 3522)  
11 TURCEG7 RTURC718 ( 3523)  
12 ROVING4 RROV341 ( 3557)  
13 ROVING6 RROV5616 ( 3558)  
14 CRAIOVG1 RCET C5 ( 3536)

-> SYNCHRONIC AREA 7 : 20 generators

**155 D4GKNK71 D4GKNK11 ( 1383) BASIS**

110 18009 1 HVELEB1 ( 875)  
137 D267KKK D5KRUE12 ( 1734)  
140 D278GROH D2GROH11 ( 1215)  
147 D280WALD D2WALD11 ( 1177)  
156 D4HLBR72 D4HLBR11 ( 1377)  
161 G4LUB2 D8LUB 11 ( 1754)  
175 MUHLEBG SMUEHL2A ( 3731)  
273 BORSEL12 NBS12 3 ( 3028)  
279 ELSTA NDOW-13 ( 3032)  
283 ROCA3 NROC3 3 ( 2993)  
287 MAASVLA2 NMV-2 1 ( 2984)  
304 CGPR2B CHR11 ( 835)  
316 ADM 2-03 ZADA4221 ( 3130)  
319 KONB2-08 ZKON4221 ( 3227)  
324 DOD 2-04 ZKRA4221 ( 3236)  
330 OSB 2-01 ZOST1221 ( 3291)  
331 PAT11-01 ZPAT4151 ( 3300)  
332 PAT12-04 ZPAT4221 ( 3301)  
343 ZRN 4-01 ZZRC5411 ( 3398)

3. réduction de la topologie du réseau électrique et calcul des facteurs de correction sous forme d'injecteur de courant pour les machines de non référence. La Figure 7.6 donne un extrait des résultats des routines dédiées à cet effet.

```

Name of the case: Project 1
Number of synchronic areas: 9

9 Reference generators:
  1 VKOZLG90 VAEC4011 ( 766)
114 18022_2 HSENJ 2 ( 879)
134 D7INTG2 D7KNAP21 (1426)
155 D4GKNK71 D4GKNK11 (1383)
252 EPBAGA IEPBA111 (2256)
270 IGALR221 IGALR221 (2373)
277 EEMS3 NEC-3 2 (2742)
290 MMATREG5 MMATRE23 (2199)
310 CGDUK1 CSLV__11 ( 861)

Generation of the new file Project 1.ech ...
Generation of the new file Project 1.par ...
Computation of the SME injector parameters (sec) :      92.3939538
Generation of the new EUROSTAG data files (sec) :      54.5239135

Number of generators :          349
Number of motors :             0
Number of common buses :       33
Number of generators removed :  340
Number of motors removed :      0
Number of SME injectors :       33

Generalized SME Reduction -----
Initial number of buses :          3902
Number of buses removed :          3869

Initial number of transformer :    1253
Number of transformers removed :    1253

Initial number of lines :           6053
Number of lines removed :           6053
Number of lines created :            528
Final number of lines :             528

VARIABLES | Bef | Rem | New | After | Percent
-----|-----|-----|-----|-----|-----
States    |     | 5657 | 5526 | 0 | 131 | 2
Voltages  |     | 7804 | 7738 | 0 | 66  | 1
Others    |     | 3815 | 3718 | 68 | 165 | 4
TOTAL     |     | 17276 | 16982 | 68 | 362 | 2

Number of warning generated :          182

Name of the EUROSTAG .par file : Project 1.par
Name of the EUROSTAG .dta file : Project 1.dta
Name of the EUROSTAG .ech file : Project 1.ech
Name of the ASCII .sta file : Project 1.sta
Name of the MATLAB .mat file : Project 1.mat

```

Fig. 7.6. Extrait du fichier de sortie de la méthode de réduction synchronie par rapport à une frontière



## Annexe B : Publications

### 8.1 Articles de journaux avec comités de lecture

1. B. Marinescu, B. Mallem et L. Rouco, "Large-Scale Power System Dynamic Equivalents Based on Standard and Border Synchrony", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 25, No. 4, pp. 1873-1882, 2010.
2. B. Mallem, B. Marinescu, H. Bourlès, L. Rouco, "Robust Coordinated Tuning of Parameters of Standard Power System Stabilizers and Governors for Very Large Grids", en préparation pour *Int. J. of Control*.

### 8.2 Articles de conférences internationales avec comités de lecture et actes publiés

1. B. Marinescu, B. Mallem, L. Rouco, "Model Reduction of Interconnected Power Systems via Balanced State-Space Representation" *European Control Conference*, Kos, Greece, Juillet 2007.
2. B. Mallem, B. Marinescu, L. Rouco, "Structure-Preserving Dynamic Equivalents for Large-Scale Power Systems using Border Synchrony", *Actes du Congrès CIGRE Symposium Transient Phenomena in Large Electric Power Systems*, Zagreb, Croatie, Avril 2007.
3. B. Marinescu, B. Mallem, H. Bourlès, L. Rouco, "Robust Coordinated Tuning of Parameters of Standard Power System Stabilizers for Local and Global Grid Objectives", *PowerTech 2009 IEEE Bucharest*, Bucarest, Roumanie Octobre 2009.

4. B. Mallem, B. Marinescu, "Dynamic Equivalent of Neighbor Power System for Day-Ahead Stability Studies", Actes du congrès *IEEE PES Innovation Smart Grid Technologies Europe*, Goteborg, Suède, Octobre 2010.

---

## Annexe C : Approche algébrique intrinsèque d'analyse des systèmes linéaires

1. *D'un point de vue théorique*, un système linéaire est un module  $M$  du type fini sur un anneau  $\mathbf{R}$ . Il est défini par une relation  $S(s)W = 0$  (4.16) où  $S(s)$  est la matrice de *définition* du module  $M$ .

Un élément  $m$  du module  $M$  est appelé un *élément de torsion* s'il existe  $\pi(s) \in \mathbf{R}$ ,  $\pi(s) \neq 0$  tel que  $\pi(s)m = 0$ . Un module de torsion contient uniquement les éléments de torsion. L'ensemble des éléments de torsion d'un module est un sous-module appelé *sous-module de torsion*.

Un module est dit *libre* si son sous-module de torsion est trivial (égal à zéro). Par conséquent, un module  $M$  peut être écrit comme une somme directe  $M = \mathcal{T}(M) \oplus \Phi$  où  $\mathcal{T}(M)$  est le sous-module de torsion du module  $M$  et  $\Phi$  est un module libre.

D'autres définitions ont été introduites dans [22] et [4] :

- Le vecteur des *entrées* d'un système linéaire donné par le module  $M$  est un vecteur  $u$  de variables du système tel que le module quotient  $M/[u]_{\mathbf{R}}$  est de torsion. et  $[u]_{\mathbf{R}}$  est libre de rang égal au nombre de composantes de  $u$
- Un *système entrée/sortie* est un triplet  $(M, u, y)$ , c'est à dire, un système linéaire  $M$  pour lequel des *entrées* et des *sorties*  $u$  et  $y$  respectivement, ont été choisies.
- Un système linéaire  $M$  est *commandable* si, et seulement si,  $M$  est libre.
- Les modes commandables du système linéaire  $M$ , ou les *zéros de découplage en entrée*, sont les racines des facteurs invariants de n'importe

quelle matrice de définition du système  $M$ .

- Un système entrée/sortie  $(M, u, y)$  est *observable* si et seulement si le module  $M/[u, y]_{\mathbf{R}}$  est réduit à zéro.
- Les modes non observables du système entrée/sortie  $(M, u, y)$ , ou, les *zeros découplage en sortie*, sont les racines des facteurs invariants de n'importe quelle matrice de définition de  $M/[u, y]_{\mathbf{R}}$ .
- les *zeros de découplage en entrée/sortie* sont les modes de la partie du système non commandable *et* non observable, c'est à dire, les racines des facteurs invariants de n'importe quelle matrice de définition de  $\mathcal{T}(M)/(\mathcal{T}(M) \cap [u, y]_{\mathbf{R}})$ .
- Pour tout système entrée/sortie  $(M, u, y)$  propre, une *representation d'état* de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (9.1)$$

peut être construite.

2. *D'un point de vue pratique (calculatoire)*, les variables et les équations définissant le système en (4.13) peuvent être transformées dans le but de mettre en évidence les *invariants* du système, comme par exemple, les pôles et les zeros. Ces derniers sont trouvés sur une matrice de définition particulière qui à la forme diagonale et qui s'appelle, *la forme de Smith* de  $S(s)$ .

*La forme de Smith* : elle peut être obtenue pour une matrice avec des éléments en  $\mathbf{R}$  en appliquant à cette dernière les transformations des lignes et des colonnes présentées au-dessus. Ceci correspond à des multiplications à gauche et à droite par des matrices unimodulaires.

Considérons la matrice polynômiale  $S(s) \in \mathbf{R}^{p \times m}$ . Il existent  $U(s), V(s)$  deux matrices unimodulaires tel que les

$$U(s)S(s)V(s) = \Sigma(s) = \begin{bmatrix} \text{diag}\{\lambda_1(s), \dots, \lambda_r(s)\} & 0_{r, m-r} \\ 0_{p-m, r} & 0_{p-m, m-r} \end{bmatrix}, \quad (9.2)$$

où  $\lambda_i(s)$  sont des polynômes  $\lambda_i(s) | \lambda_{i+1}(s)$ ,  $i = 1, \dots, r - 1$ .

$\Sigma(s)$  est la forme de Smith de  $S(s)$  (voir, par exemple, [3]).

$\lambda_i(s)$  sont les facteurs invariants de la matrices  $S(s)$ , ces facteurs sont uniques pour une matrice  $S$  donnée. Les matrices  $U$  et  $V$ , par contre, ne sont pas uniques.