HAL open science

Recherche de forme et conception de structures innovantes

Bernard Maurin

To cite this version:

Bernard Maurin. Recherche de forme et conception de structures innovantes. Matériaux. Université Montpellier II, 2007. tel-00560189

HAL Id: tel-00560189

https://theses.hal.science/tel-00560189

Submitted on 27 Jan 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ACADEMIE DE MONTPELLIER

UNIVERSITE MONTPELLIER 2

- SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC -

Discipline : Mécanique, Génie Mécanique, Génie Civil
Spécialité Doctorale : Mécanique et Génie Civil
Ecole Doctorale : Information, Structures et Systèmes

MEMOIRE D'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

Présentée à l'Université de Montpellier 2

Recherche de forme et conception de structures innovantes

par

Bernard Maurin

Soutenue le 27 Novembre 2007 devant le jury composé de :

MM.	Dureisseix	David	Professeur Université Montpellier 2, Président.
	Sab	Karam	Professeur Ecole Nationale Supérieure des Ponts et Chaussées, rapporteur.
	Smith	Ian	Professeur Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, rapporteur.
	Wielgosz	Christian	Professeur Université de Nantes, rapporteur.
	Brocato	Maurizio	Maître assistant, Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Versailles, examinateur.
	Motro	René	Professeur Université Montpellier 2, examinateur.

Table des matières

Présentation du mémoire **2**

I Structures légères **5**

Introduction 6
I.1 Membranes textiles 7
I.2 Configurations minimales 12
I.3 Stabilité mécanique et analyse géométrique 14
I.4 Coques minces 16
I.5 Perspectives 21
Conclusion 23

II Structures en état de tenségrité **24**

Introduction 25
II.1 Formes non régulières de structures en état de tenségrité 26
II.2 Mécanismes d'unilatéralité 31
II.3 Conception de grilles spatiales en état de tenségrité 34
II.4 Perspectives 46
Conclusion 49

III Biomécanique cellulaire **50**

Introduction 51
III.1 La modélisation mécanique en biologie cellulaire 52
III.2 Modèle de tenségrité du cytosquelette cellulaire 56
III.3 Modélisation de la structuration cellulaire 58
III.4 Etudes expérimentales 61
III.5 Perspectives 63
Conclusion 65

IV Conception des enveloppes à forme complexe **66**

Introduction 67
IV.1 Architecture et enveloppes à forme complexe 68
IV.2 Morphologie structurale, conception et comportement mécanique 71
IV.3 Approche cognitive de la conception 78
IV.4 Perspectives 81
Conclusion 82

Conclusion générale **83**

Bibliographie **86**

Présentation du mémoire

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont été en majeure partie réalisés par l'auteur au sein de l'équipe « Conception en Structures » (CS) du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC) de l'Université Montpellier 2.
Ayant pour objectif la **recherche de forme et la conception de structures innovantes**, ils concernent tout d'abord l'étude des ***structures légères*** (membranes et coques) et des ***structures en état de tenségrité***. Les investigations ont par ailleurs été étendues au domaine de la ***biomécanique cellulaire***, en s'intéressant à la modélisation du cytosquelette des cellules. Des recherches sont également en cours de réalisation sur la ***conception des enveloppes à forme complexe***.

Le mémoire est ainsi structuré en quatre parties qui reprennent chacun de ces thèmes. Le mode de présentation retenu consiste, pour chaque partie, à exposer les problématiques et les enjeux, ensuite les objectifs visés par les travaux ainsi que les méthodes et les outils employés, puis les résultats obtenus et les perspectives qui en découlent.

Même si les domaines de recherche abordés peuvent en première approche témoigner d'une large diversité, ils présentent toutefois des points communs. En premier lieu, les systèmes étudiés se caractérisent par la nécessité de recourir à des procédés de recherche de forme afin de déterminer leur structure relationnelle et leur géométrie ainsi que les contraintes mécaniques associées. Cet aspect traduit le couplage et l'interdépendance existant entre leur forme et les forces mises en jeu. La dénomination retenue est généralement celle de couplage « forme/force » ; il joue un rôle majeur dans la conception des structures précontraintes (membranes tendues), funiculaires (coques comprimées sous leur poids propre) et autocontraintes (structures en état de tenségrité).
L'étude de ce couplage et le développement d'outils de conception spécifiques constituent ainsi un point de convergence de l'ensemble des travaux présentés dans ce mémoire. Ils sont également liés par une référence commune à la morphologie structurale. Ce domaine d'investigation traite des configurations structurales, naturelles ou construites par l'homme, et vise à l'étude des relations existant entre les paramètres de forme, force, matériau et éventuellement de technologie.

Les deux premières parties, respectivement sur les structures légères et en état de tenségrité, présentent des recherches qui se situent dans la continuité de savoirs développés au sein de l'équipe CS.
La troisième partie correspond à une volonté personnelle de mener à bien une démarche interdisciplinaire en lien avec des spécialistes des sciences de la vie. Elle a nécessité l'acquisition de nouvelles connaissances dans le domaine de la biologie cellulaire. Nous souhaitons que ces travaux contribuent à pérenniser un axe de recherche pluridisciplinaire sur cette thématique.
La dernière partie est également à mettre en relation avec le développement d'un nouveau domaine d'étude. Les investigations en cours ambitionnent de répondre à des besoins récents dans le domaine de la construction contemporaine. Elles sont menées avec différents partenaires extérieurs qui apportent une ouverture vers le milieu socio professionnel, bureaux d'études, industriels et spécialistes en sciences humaines.

La première partie de ce mémoire est ainsi dédiée à l'étude des ***structures légères*** à base de membranes textiles tendues ou de coques béton comprimées. Ce type de réalisation constitue une part importante de la culture scientifique de l'équipe CS et mes travaux de thèse de doctorat ont ainsi porté sur les procédés de conception des membranes architecturales. Les résultats obtenus en cette occasion sont présentés et concernent la recherche de forme ainsi que la détermination des formes de découpe de toile. Ce travail s'étend aux méthodes d'investigation des configurations dites « minimales » (réseaux de câbles de longueur minimale et surfaces d'aire minimale) et, plus tardivement, à l'étude de la stabilité mécanique des formes calculées par les outils développés ainsi que sur leur analyse géométrique. Mes études se sont ensuite élargies à la recherche de forme des coques minces en béton avec pour objectif de proposer des méthodes de conception innovantes.

La deuxième partie est consacrée à l'étude des ***structures en état de tenségrité***. Le LMGC mène en effet depuis plusieurs années des travaux sur la conception, l'étude et la réalisation de telles structures. Les investigations que j'ai conduites dans ce cadre visent tout d'abord à développer des outils permettant de concevoir des formes non régulières qui offrent une plus grande variété formelle. La nécessité de maîtriser le comportement mécanique des structures de tenségrité a ensuite donné lieu à des études sur l'identification des mécanismes d'unilatéralité, puis sur la détermination de la distribution et du niveau de l'autocontrainte ainsi que sur le dimensionnement optimisé des composants. Enfin, l'attention s'est portée sur l'analyse de nouvelles grilles en état de tenségrité dites « souples » et des méthodes associées de recherche de forme.

La troisième partie concerne la ***biomécanique cellulaire***. Les avancées réalisées dans le domaine de la morphologie structurale et des configurations minimales trouvent en effet un écho dans l'étude des configurations naturelles. J'ai ainsi souhaité répondre à des sollicitations de la part de biologistes, désireux de confronter leurs résultats avec les approches développées par des spécialistes de l'analyse des structures. Un programme de recherche commun, centré sur la modélisation mécanique du cytosquelette des cellules, a ainsi été mis en place. Il vise à développer des approches innovantes sur la recherche de forme du cytosquelette en phase statique et de la simulation de la structuration cellulaire lors du processus d'adhésion.

La quatrième et dernière partie de ce mémoire concerne des recherches qui font l'objet de développements en cours sur la ***conception des enveloppes à forme complexe***. Ces travaux sont liés à l'essor dans l'architecture contemporaine de formes complexes dites « libres », dont la réalisation met généralement en évidence un manque d'expertise à plusieurs niveaux expliquant notre volonté d'apporter une contribution. Des travaux ont ainsi été engagés pour apporter des résultats et des pistes de réflexion permettant une conception mieux maîtrisée des enveloppes à forme complexe. Le premier point concerne les aspects morpho-mécaniques et d'analyse structurelle ainsi que le développement d'outils de conception de formes. Il s'agit aussi de proposer des méthodologies de détermination et de dimensionnement des enveloppes. Le second point est lié à l'étude des processus cognitifs et des représentations mentales qui interviennent dans la perception, la compréhension et la génération des formes complexes. L'objectif est de mettre en évidence des méthodes de représentations permettant de mieux maîtriser les échanges d'informations entre les différents intervenants du processus de conception.

Ce mémoire est par ailleurs accompagné d'un *dossier de candidature à l'habilitation à diriger des recherches* qui reprend mon curriculum vitae, les principaux résultats de recherche ainsi que mon projet scientifique. Il détaille aussi les diverses directions de recherches auxquelles j'ai participé ainsi que mes activités d'animation scientifique, d'enseignement et administratives. La liste complète de mes travaux de publication est également présentée.

Première partie

Structures légères

Introduction

L'étude des structures légères à base de membranes textiles tendues constitue une part importante de la culture scientifique de l'équipe Conception en Structures du LMGC.
Mes travaux de thèse de doctorat, soutenue en 1998, ont ainsi porté sur les procédés de conception des membranes architecturales. Les résultats obtenus en cette occasion sont présentés dans le premier chapitre (I.1) et sont respectivement dédiés à leur recherche de forme et à la détermination des formes de découpe de toile. Ce travail s'est aussi intéressé aux méthodes d'investigation des configurations dites « minimales » (réseaux de câbles de longueur minimale et surfaces d'aire minimale) ; il est présenté dans le chapitre I.2.
Une grande partie de ces études a été menée en synergie avec le laboratoire « Structures Légères pour l'Architecture » (SLA) de l'Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Montpellier.

Mon attention s'est par la suite portée sur l'étude de la stabilité mécanique des formes calculées par les outils développés pendant ma thèse ainsi que sur leur analyse géométrique (caractérisation des courbures). Ces développements sont exposés dans le chapitre I.3.

Les travaux se sont ensuite étendus à la recherche de forme des coques minces en béton et une méthode innovante de conception a été ainsi proposée (chapitre I.4).

I.1 Membranes textiles

I.1.1 L'architecture textile

Le développement de l'architecture textile a été étroitement lié à la mise au point de matériaux textiles aux performances mécaniques élevées ainsi qu'à l'émergence d'outils de conception et de calcul appropriés. Cela a permis aux architectes de donner corps à leur désir de réaliser des édifices légers, offrant une autre logique des espaces et de la lumière ainsi qu'une harmonie avec leur environnement et leurs impératifs fonctionnels.

Le spectre des applications est large, allant de petits ouvrages de couverture à des réalisations d'envergure (aéroports, salles de spectacle etc., figure I.1) [HOL97].

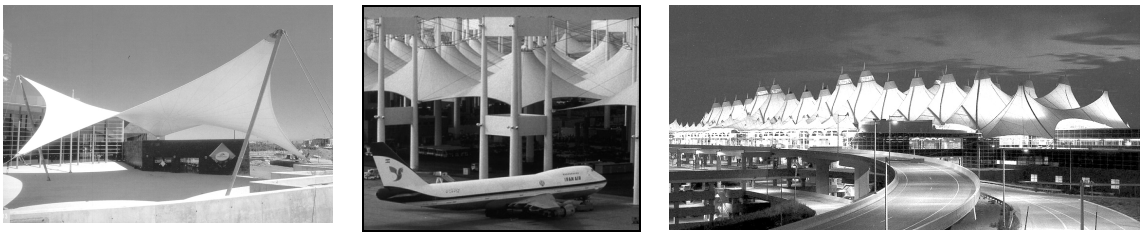


Fig. I.1 : Cours d'école à Maspalomas, terminal Haj et aéroport de Denver

Des édifices utilisant des membranes gonflables sont également apparus, la figure emblématique étant la couverture du stade de Tokyo [ISH95]. La France, de son côté, se distingue par une certaine frilosité en la matière. Cette situation semble néanmoins évoluer de façon progressive et quelques constructions apparaissent, certains regretteront toutefois que leur financement repose essentiellement sur des fonds publics. On citera volontiers la couverture des salles de spectacle de type Zénith (figure I.2).

a) b)

Fig. I.2 : Tokyo dôme (a) et couverture du Zénith de Montpellier (b)

I.1.2 Conception et recherche de forme

Les deux mots clés associés à ce type de réalisation sont ceux de courbure et de prétension. La première confère à la membrane sa rigidité et la seconde permet d'éviter tout relâchement de la toile, synonyme de perte d'équilibre et de stabilité. Dès lors, la détermination d'une géométrie de tension en équilibre autour des conditions d'appuis spécifiées constitue tout l'enjeu de leur recherche de forme.

Les premières approches utilisées à cet effet étaient fondées sur l'étude de modèles physiques tels que des maquettes en voile léger ou bien des films de savon censés décrire la géométrie ainsi que la distribution des contraintes. Menés en majeure partie sous l'impulsion de F. Otto, ces travaux ont permis de construire avec succès de nombreux ouvrages [OTT73], néanmoins de taille modeste. Les développements de l'informatique ont par la suite entraîné la prédominance du calcul se traduisant par l'apparition de modèles et méthodes numériques. Un procédé de recherche de forme avec utilisation de la méthode des éléments finis a ainsi été

mis en évidence par E. Haug [HAU72], ultérieurement amendé par R. Haber [HAB82]. Peu de temps après, M.R. Barnes a défini une approche fondée sur la méthode dite de « relaxation dynamique » auparavant proposée par A. DAY [BAR75, BAR80, DAY65]. Ces deux procédés présentent cependant de nombreux inconvénients. Pour l'ingénieur tout d'abord, car elles ne permettent pas de contrôler l'état de prétension de la toile ainsi calculée et certaines zones peuvent alors se retrouver en compression, et de facto plissées. La géométrie d'équilibre est en effet obtenue par déformations successives d'une configuration initiale en agissant sur ses conditions aux limites. L'architecte est également sensiblement dérouté par ces méthodes où la forme créée n'est que très peu prévisible à l'avance. Si elle ne lui convient pas, il devra alors redéfinir un nouveau maillage initial.
Une autre stratégie de calcul est également apparue dans les années 1975. Elle consiste à établir une analogie entre une membrane tendue et un réseau de câbles en tension. L'introduction de coefficients de densités de forces pour chaque élément de câble permet de linéariser les équations d'équilibre du réseau et de déterminer sa géométrie [LIN71, SHE74]. Chaque coefficient est constitué du rapport entre la tension dans un élément et sa longueur ($q_c = T_0 / L$) ; des jeux différents de coefficients permettant de créer des formes d'équilibre variées à partir des mêmes conditions aux appuis. Ce procédé est très rapide et offre une bonne interactivité de conception. Il présente cependant un inconvénient majeur lié à l'extrapolation d'un réseau de câbles en tension vers une membrane. Nous avons ainsi mis en évidence que, dans certains cas, la géométrie d'équilibre d'un réseau de câbles tendus n'est par représentative de celle d'une membrane en tension [MAU98, MOT00].
Le premier objectif de ma thèse de doctorat a par conséquence été de proposer une nouvelle méthode de recherche de forme pour les membranes textiles. Elle devait permettre d'avoir un contrôle suffisant du champ de prétension engendré dans la toile pour éviter toutes zones en compression et offrir la possibilité de gérer de façon rapide et interactive les différentes formes obtenues.

I.1.2 Méthode des densités de contraintes surfaciques

Le procédé de recherche de forme que nous avons développé repose sur une modélisation mécanique de la membrane à partir d'éléments triangulaires à trois noeuds et sur l'introduction d'un coefficient de densité de contrainte surfacique pour chacun d'entre eux. Ce coefficient est le rapport entre une contrainte de tension isotrope σ_0 pour chaque élément et son aire ($q_S = \sigma_0 / A$). L'écriture de l'équilibre de chaque noeud du maillage à partir de ces coefficients mène à des relations simplifiées et sa position peut être calculée par la résolution d'un système matriciel. Les conditions de convergence ont néanmoins du être clairement explicitées [MAU98]. Chaque jeu de coefficients permet de générer une forme différente tout en garantissant son état de prétension. Un exemple est représenté sur la figure I.3 où, partant d'un maillage initial plan pour lequel on a spécifié des conditions d'appuis (a), une première recherche de forme est effectuée avec des coefficients de densités de contraintes surfaciques identiques (b). Dans un second temps, des coefficients égaux à 2 sont imposés pour les éléments situés au milieu de la structure et à 1 pour les autres. Il en résulte une variation géométrique de la membrane calculée ainsi qu'une autre répartition des contraintes (c).
La méthode des densités de contraintes surfaciques (MDCS) a été employée et testée sur diverses configurations, démontrant ainsi sa capacité à générer de façon efficace une gamme étendue de formes (figure I.4).

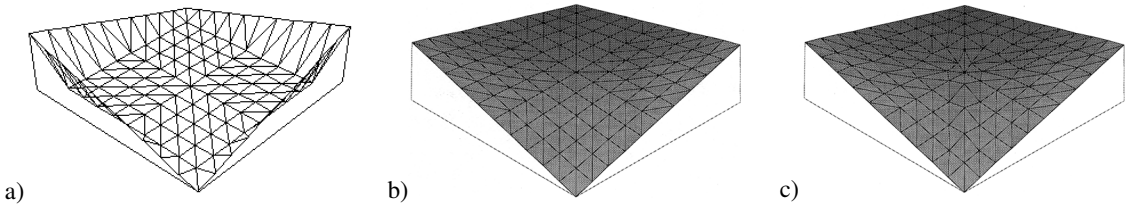


Fig. I.3 : Configuration initiale (a), forme finale avec $q_S = 1$ (b) et avec différents coefficients q_S (c)

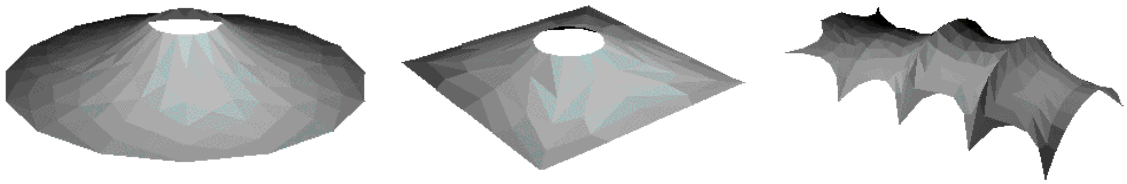


Fig. I.4 : Quelques configurations calculées par la MDCS

Par ailleurs, l'introduction combinée de coefficients de densités de force q_c pour les éléments de câble de ralingue situés sur les libres de la toile (entre deux points de fixation) permet une gestion appropriée de leur forme (courbure) et de leur tension (figure I.5).

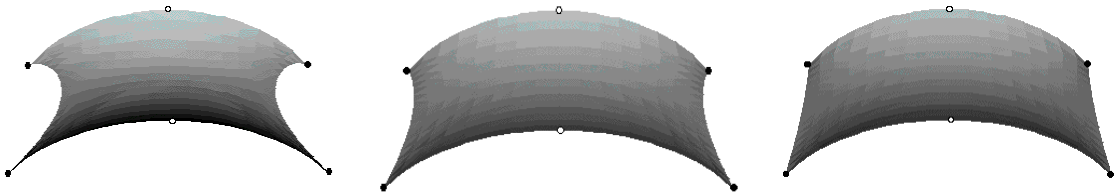


Fig. I.5 : Evolution de la courbure de ralingues de bord de toile

La possibilité de créer des membranes tendues à surpression interne a également fait l'objet de développements. Plusieurs édifices ont pu ainsi être calculés, par exemple la membrane pneumatique des arènes de Nîmes (figure I.6). Les résultats obtenus en termes de forme et de distribution des contraintes initiales ont pu être validés par ceux observés in situ.

Fig. I.6 : Recherche de forme de la couverture des arènes de Nîmes

I.1.3 <u>Découpe de laizes des membranes textiles</u>

L'étape suivant la recherche de forme d'une membrane est celle qui traite de sa réalisation. L'objectif est de déterminer une configuration géométrique et relationnelle initiale constituée par un assemblage d'éléments discontinus de forme plane dénommés « laizes ». Après avoir spécifié des lignes de partage et donc de découpe de la surface (lisières), le concepteur doit déterminer les formes planes associées à chacune d'entre elles (figure I.7). Si ces formes de découpe sont appropriées, la mise en place de la toile sur le site après assemblage par thermo-soudage des laizes permettra d'obtenir la membrane souhaitée. Dans le cas contraire, des zones en détension peuvent apparaître et se traduire, outre le préjudice esthétique des plis, par un déficit de rigidité et de stabilité préjudiciable à l'ouvrage.

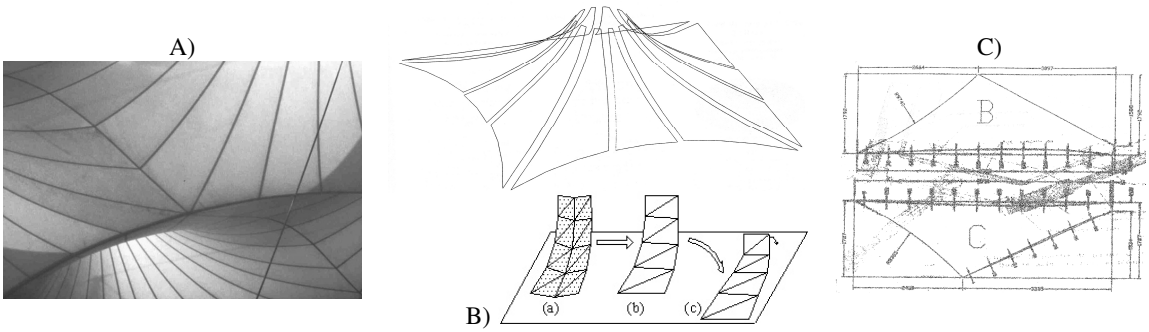


Fig. I.7 : Découpe de laizes (développement par triangulation simple puis compensation)

De façon générale, les méthodes proposées jusqu'alors se décomposent en deux étapes dissociées. La première consiste à projeter la laize tridimensionnelle considérée sur un plan (développement) et la seconde vise à prendre en considération ses caractéristiques de prétension (opération de compensation). Le procédé de développement le plus répandu de nos jours est dit de « triangulation simple » (figure I.7, B). Il s'agit de diviser la laize (a) en une série de triangles s'appuyant sur ses lisières (b), qui sont ensuite projetés sur un plan par conservation des longueurs des côtés (c). Il est cependant évident qu'il occulte les données concernant tous les points situés à l'intérieur de la laize (a) ainsi qu'une partie de ses points extérieurs. Son utilisation réclame donc une grande prudence afin d'éviter de regrettables erreurs. Désirant surmonter cet obstacle, plusieurs auteurs ont alors proposé des améliorations visant à prendre en considération la totalité des points des lisières [TSU89, GRÜ90] ou à déterminer des laizes dont le passage vers la surface tridimensionnelle entraîne une énergie de déformation minimale [SHI89, ALL92]. Dans tous ces cas, le calcul de la laize développée est effectué en faisant appel à des procédures de minimisation des erreurs et doit être suivi par une opération de compensation. Il s'agit généralement d'un simple changement d'échelle de la forme développée selon un coefficient choisi par le concepteur.
La majeure partie des erreurs engendrées s'avère toutefois directement liée au découplage du processus selon les deux opérations de développement et de compensation. Nous avons ainsi souhaité proposer une nouvelle méthode de découpe de laizes fondée sur un support théorique de nature différente et considérant ces étapes comme indissociables. La réponse apportée est dénommée méthode de composition des contraintes (MDCC) [MAU99]. Le principe réside dans la transformation itérative d'une laize initiale 2D Ω^L en la laize 3D Ω^0 dont la géométrie et la distribution des contraintes sont issues de la recherche de forme (figure I.8). A chaque étape, la laize courante Ω^* est modifiée de façon à réduire les écarts de prétension obtenus. Les transformations mettent en jeu des petits déplacements et tiennent compte de l'orientation du tissu et de sa rhéologie orthotrope.

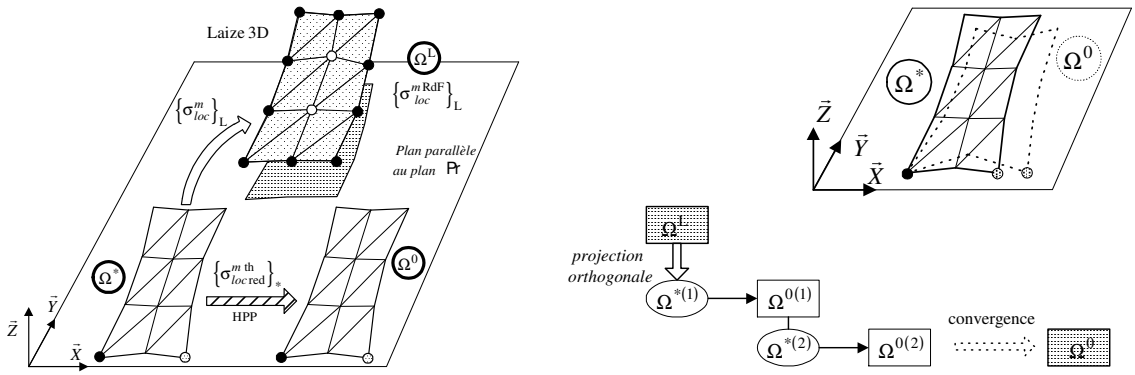


Fig. I.8 : Méthode de composition des contraintes

Le passage vers la laize 3D se fait par des grands déplacements imposés aux lisières ; les erreurs étant minimisées au sens des moindres carrés par factorisation de Householder et inverses généralisés.
Un exemple est proposé pour illustrer le calcul d'une laize en forme de pseudo paraboloïde hyperbolique à contrainte uniforme $\sigma_0 = 250\ \mathrm{daN/m}$. La méthode de composition des contraintes (figure I.9, a) converge vers une laize avec une erreur moyenne sur la contrainte d'environ 4%. Par comparaison, le procédé de triangulation simple mène à une forme de découpe avec une erreur de 26% sur la prétension (figure I.9, b).

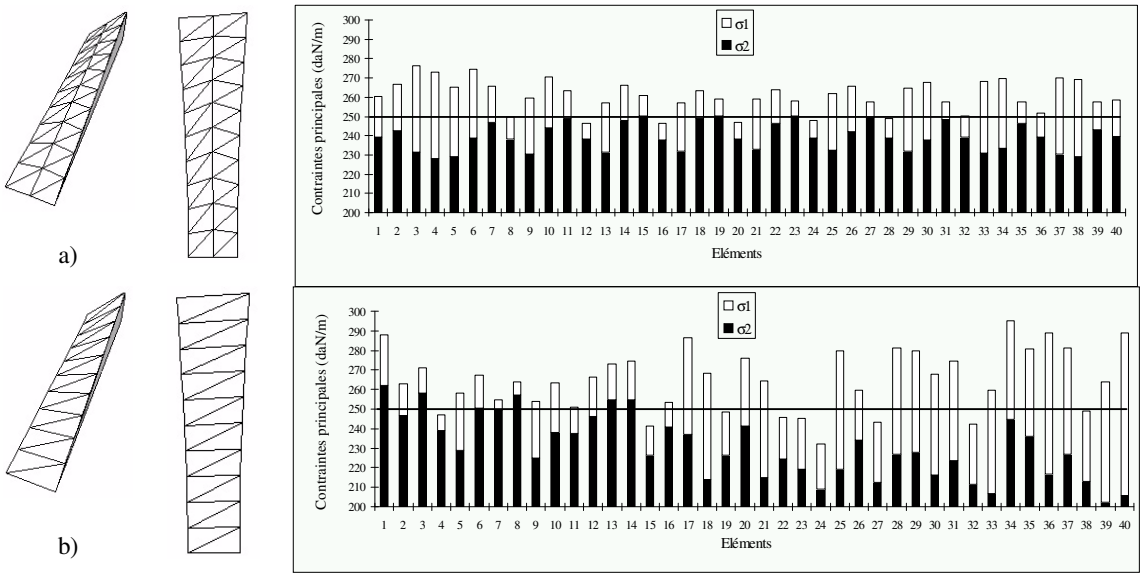


Fig. I.9 : Calcul d'une laize par la MDCC (a) et par triangulation simple (b)

Afin de compléter la démarche, nous avons également souhaité modéliser la mise en prétension de la laize ainsi déterminée. Il s'agit de valider le procédé de découpe proposé en comparant les caractéristiques de la laize déployée avec celles recherchées par le concepteur.
Un exemple est présenté sur la figure I.10 ; il concerne la mise en tension de la laize déterminée sur la figure I.9. L'écart observé est inférieur à 1% sur la géométrie et à 4% sur la précontrainte résultante.

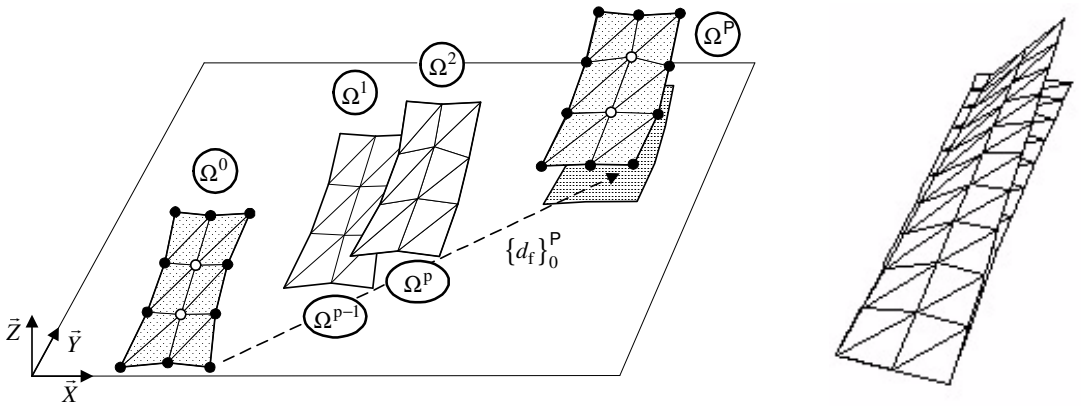


Fig. I.10 : Modélisation de la mise en prétension d'une laize

Les travaux menés dans cette première phase de ma thèse de doctorat ont ainsi permis d'apporter de nouvelles approches et méthodes pour la conception des membranes textiles tendues.

I.2 Configurations minimales

L'étude des relations formes-forces peut également être envisagée selon une déclinaison particulière qui est celle des formes minimales, caractérisées par une unicité de forces (prétension uniforme) pour une forme qui est, elle aussi, unique [HIL85]. Cette dénomination regroupe les notions de réseau de longueur minimale et de surface d'aire minimale. Au delà de considérations purement géométriques, elles offrent d'intrinsèques propriétés mécaniques qui leurs confèrent un intérêt immédiat pour tout concepteur de membrane textile architecturale.
L'investigation des formes minimales a été initialement conduite à l'aide de maquettes et autres modèles physiques [OTT73] avant de céder le pas à des procédés numériques. Au chapitre des méthodes fondées sur des considérations géométriques (courbure moyenne constante), nous citons les travaux liés à la résolution de l'équation de Lagrange [MAR93] ou bien reposant sur les fonctions holomorphes [HOF93]. Par la suite, de nombreuses méthodes utilisant la propriété de tension uniforme ont été proposées par utilisation de la méthode des éléments finis [HAU87] ainsi que par relaxation dynamique [BAR76, LEW96] ou par des techniques d'optimisation [GRÜ88, BLE95, SIN95]. Ces diverses méthodes se caractérisent cependant par la complexité des approches employées et la nécessité de recourir à des procédés de résolution lourds et peu conviviaux.
Mes travaux ont tout d'abord été consacrés à la recherche forme des réseaux de câbles de longueur minimale. Sachant qu'un tel réseau est également uniformément tendu [LAW92], une méthode basée sur l'utilisation itérative de la méthode des densités de forces a été proposée. Elle consiste à modifier les coefficients de densités $q_c = T_0 / L$ de chaque élément de façon à converger, si possible, vers une tension uniforme T_0^u dans la structure.
Un exemple est présenté sur la figure I.11 où une forme de type « selle de cheval » est calculée d'abord en fixant des coefficients de densités de force identiques (a), puis en en les modifiant pour avoir une iso tension (b). Nous avons, en cette occasion, également pu démontrer qu'un réseau calculé avec des coefficients de densités de forces identiques minimise la somme des carrés des longueurs des éléments.

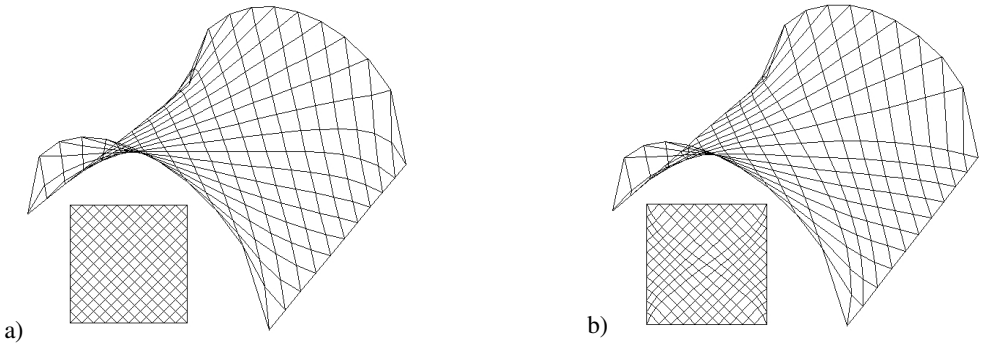


Fig. I.11 : Réseau de câbles avec mêmes coefficients q_c (a) et réseau de longueur minimale (b)

Dans un second temps, cette approche a été étendue à la détermination des surfaces d'aire minimale, caractérisées par une distribution uniforme des contraintes. Son principe repose sur une modification par itérations successives des coefficients de densités de contraintes surfaciques $q_S = \sigma_0 / A$ afin d'obtenir une iso contrainte à l'issue de la recherche de forme.
Des exemples de configurations ainsi calculées sont présentés sur la figure I.12. Ces travaux se sont vus décerner le Tsuboi Award, qui récompense le meilleur article publié en 1997 dans la revue de l'International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) [MAU97].

Fig. I.12 : Génération de surfaces d'aire minimale (surface de Sherk, conoïde et surface de Gergonne)

Par la suite, nous avons souhaité élargir le spectre des outils disponibles en développant une autre approche basée sur la minimisation des fonctionnelles représentant la longueur totale d'un réseau et l'aire d'une surface. L'écriture de leur gradient pouvant être interprété comme la condition d'équilibre mécanique de chaque nœud dans le cas d'une précontrainte uniforme, la minimisation de ces fonctionnelles a été envisagée par la méthode du gradient conjugué [MAU98]. La principale difficulté à résoudre est liée à la « recherche de ligne » (direction de descente et longueur de pas) pour ce type de fonctionnelles non linéaires. La stratégie a consisté à adapter les procédures proposées par différents auteurs [FLE72, BAA85, POW86, MOR90, GIL92]. Un algorithme de recherche de ligne a été ainsi mis en avant et appliqué avec succès à l'investigation des configurations minimales (figure I.13) [MAU01].

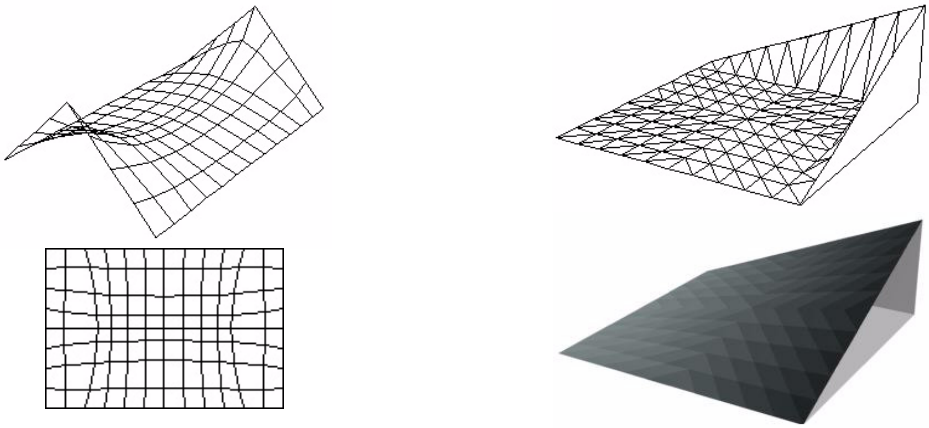


Fig. I.13 : Selle de Schwarz (câbles) et surface d'aire minimale (pseudo PH)

Une approche combinée associant les méthodes de densités (de forces et de contraintes surfaciques) et de gradient a été ensuite proposée. Elle permet d'améliorer les performances en termes de temps de calcul (table I.1) et de privilégier la stratégie la plus efficace.

	GC	DE	DE/GC
Steiner 4 points *	1.2	1.0	1.0
Selle de Schwarz	1.8	0.8	1.0
Pseudo PH	1.4	1.0	1.0
Surface de Sherk	2.7	0.9	1.0
Conoïde	2.6	1.1	1.0
Performance	1.94	0.96	1.00

* réseau de longueur minimale passant par 4 points

Table I.1 : Performances relatives des méthodes du gradient conjugué (GC) et de densités (DE)

I.3 Stabilité mécanique et analyse géométrique

I.3.1 Stabilité des surfaces à prétension isotrope

La recherche de forme des structures tendues peut être menée selon diverses approches. Elles doivent cependant nécessairement conduire à l'identification de formes en état d'équilibre stable, cet aspect n'étant malheureusement pas systématiquement étudié par les auteurs. De plus, un système tendu peut présenter un ou plusieurs mécanismes et il est alors important d'en connaître les ordres respectifs afin de caractériser l'amplitude des déformations dans les éléments lorsqu'un déplacement active un mécanisme. Un ordre plus élevé implique en effet de plus faibles déformations, la limite étant celle d'un ordre infini induisant des déformations nulles au premier ordre (mécanisme fini de solide rigide).

J'ai ainsi souhaité démontrer, à l'issue de mes travaux de thèse, que les membranes caractérisées par des tenseurs de prétension isotropes sont toujours stables (par exemple ceux calculées par la méthode des densités de contraintes surfaciques). La nécessité de cette démarche peut être illustrée par les surfaces d'aire minimale, cas particulier des surfaces à prétension isotrope, également caractérisables par une courbure moyenne nulle en tout point. Cette propriété géométrique a donné lieu à plusieurs méthodes de recherche de forme, dont les géométries résultantes ne sont malheureusement pas toujours stables. S'il s'agit d'une condition nécessaire, elle n'est en effet en aucun cas satisfaisante pour garantir la stabilité. Par exemple, plusieurs formes à courbure moyenne nulle (caténoides) peuvent être déterminées entre deux anneaux parallèles. Une seule d'entre elles est cependant stable (figure I.14, gauche), c'est-à-dire physiquement réalisable à partir d'un film de savon (centre). La forme de droite peut seulement être considérée comme étant une forme mathématique virtuelle et il ne sera jamais possible de la générer matériellement en respectant sa géométrie.

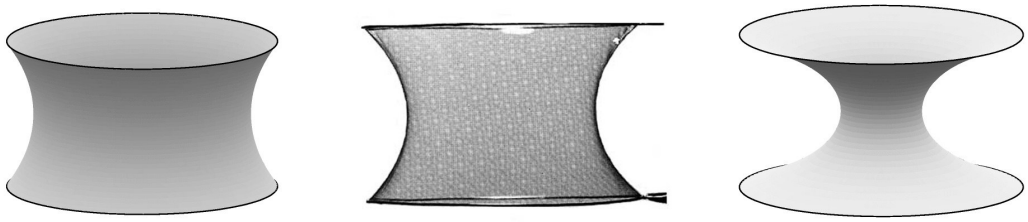


Fig. I.14 : Surface d'aire minimale de type caténoïde : forme stable, film de savon associé et forme instable

Les travaux que nous avons menés sont basés sur des critères énergétiques et font appel à l'écriture de l'énergie potentielle du système ainsi qu'à l'utilisation des théorèmes de Lejeune Dirichlet et de Liapounov [KNO73, VAS00]. Cela permet de proposer un critère de stabilité pour le sous-espace vectoriel caractérisant le voisinage des mécanismes ainsi que sur le sous-espace orthogonal aux mécanismes. On vérifie qu'il se ramène alors à une étude de la définie positivité d'une matrice dite de « caractérisation énergétique » définie à cet effet [MAU04]. Nous avons ainsi pu démontrer que, dans le cas des surfaces à prétension isotrope, cette matrice est toujours définie positive, et leur stabilité est ainsi garantie. De plus, il a été démontré, par développement limité au voisinage des mécanismes [SAL92, VAS97], que leur ordre est toujours égal à un. Ce résultat permet d'assurer que les membranes calculées par la méthode des densités de contraintes surfaciques sont physiquement réalisables.

L'étude a par ailleurs été étendue au cas des réseaux de câbles tendus et des résultats similaires ont été mis en avant.

I.3.2 Analyse géométrique des surfaces courbes

Le processus de conception d'une membrane tendue nécessite de contrôler plusieurs de ses caractéristiques géométriques. Il s'agit tout d'abord de vérifier, à l'issue de la recherche de forme, si la surface a une courbure minimale afin d'éviter une trop faible rigidité (un rayon de courbure maximal de 35 m est par exemple imposé en France), et s'il y a une pente minimale pour empêcher toute rétention d'eau (12 % minimum en France). Par ailleurs, une étude géométrique peut apporter de précieuses informations lors de l'étape de découpe de toile. La valeur de la courbure totale (ou gaussienne) traduit en effet la difficulté de développer la toile et permet d'optimiser la dimension des laizes. Le choix des lignes de découpe pouvant se faire d'après les lignes géodésiques de la surface, leur calcul nécessite de connaître, entre autres, sa normale en tout point.

L'objectif de ce travail a ainsi été de proposer une méthode numérique permettant de déterminer les caractéristiques géométriques (directions et valeurs des courbures principales, courbure totale, normale) en tout point d'une membrane définie sous la forme discrète $z = f(x, y)$ [MAU03]. Dans le cas d'une application bijective, les équations différentielles d'une surface à double courbure peuvent être résolues par dérivation de fonctions de forme spécifiées au préalable [OSS97]. Nous avons ainsi choisi plusieurs approches selon le degré des fonctions polynomiales utilisées [BAT82] : des triangles à 6 noeuds (T6) ou des quadrangles à 9 noeuds (Q9) pour une interpolation quadratique ainsi que des triangles à 10 noeuds (T10) pour une interpolation cubique. Il s'agit néanmoins de trouver le meilleur compromis entre un degré supérieur (meilleure précision) et la lourdeur des calculs.

L'approche a d'abord été validée sur des surfaces analytiquement connues telle le paraboloïde hyperbolique (PH) défini par $z = k\,x\,y$ et représenté sur la figure I.15.

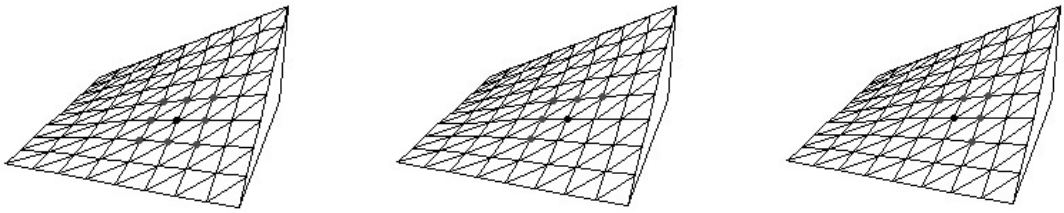


Fig. I.15 : Calcul des courbures pour un PH par Q9 (choix unique) ou T6 (plusieurs possibilités)

Elle a été ensuite étendue au cas de surfaces déterminées selon un procédé de recherche de forme (figure I.16). On a montré que le choix ainsi que le positionnement de l'élément d'interpolation influent sur les résultats obtenus. Il est possible de faire un parallèle avec le calcul des contraintes nodales à l'issue d'une analyse par éléments finis (valeur moyenne aux points d'intégration voisins, moyenne sur tous les éléments connectés au noeud…). Le choix de la meilleure stratégie dépend en fait du type d'information (courbure ou normale) et de la morphologie de la surface. L'objectif est, au final, d'obtenir une « cartographie » des différentes caractéristiques géométriques de la surface.

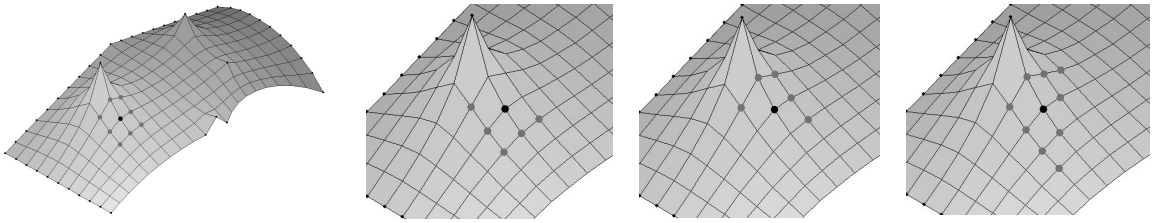


Fig. I.16 : Différentes stratégies de calcul (Q9, T6, T6 et T10)

Ces travaux trouveront un écho dans la partie IV dédiée aux enveloppes à forme complexe.

I.4 Coques minces

Les coques minces se caractérisent par une très bonne capacité portante. Leurs qualités ont ainsi déjà été éprouvées dans la nature (coquillages, coquilles…) et résident principalement dans leur forme qui découle en toute logique des efforts qu'elles doivent supporter. Leur rapide expansion lors du siècle dernier dans le domaine du génie civil et de l'architecture (coques en béton) est associée à des concepteurs tels que E. Torroja, F. Candela, P.L. Nervi et N. Esquillan.
La traduction mécanique du concept de minimum de matériau réside dans l'absence de tout moment fléchissant et la présence de seulement d'efforts de compression lorsqu'elles sont soumises à leur poids propre. La détermination de géométries compatibles avec une telle distribution de contraintes initiales et selon des conditions aux appuis spécifiées constitue ainsi tout l'enjeu de leur recherche de forme. Le comportement mécanique de la construction sous actions climatiques n'intervient qu'après cette étape. Dans tous les cas, le poids propre reste toujours l'action prédominante. Par ailleurs, les concepteurs des coques minces en béton déterminent en général leur forme et leur épaisseur de telle sorte que la contrainte moyenne de compression initiale soit proche de 0,5 MPa. Le béton peut ainsi supporter un chargement extérieur, même si une possible distribution non symétrique des actions génère un faible moment fléchissant, du cisaillement ou de la torsion [CHI00].

I.3.1 Recherche de forme par modèles physiques
L'expérience, associée à l'observation de formes naturelles, a incité certains concepteurs à s'intéresser tout particulièrement aux formes funiculaires. Par exemple, A. Gaudi a développé l'utilisation de fils tendus pour déterminer la forme des arches et des voûtes à partir de modèles physiques. Des géométries de tension pure peuvent être générées de cette façon et, par inversion, se transformer en formes de compression pure. Plus récemment, l'ingénieur H. Isler a perpétué ces approches expérimentales en réalisant un nombre important de coques minces [ISL00]. Il a développé diverses méthodes utilisant des membranes gonflées, des tissus humides ou imprégnés de résine qui sont figés dans leur position d'équilibre tendu (figure I.17). Il utilise également des matériaux polymères chauffés puis refroidis après écoulement. Les modèles funiculaires ainsi obtenus sont ensuite mesurés et déterminent la forme de coffrage de la coque.

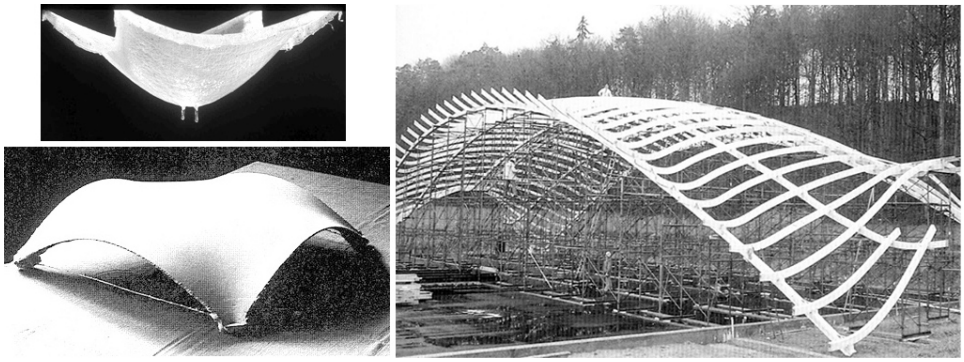


Fig. I.17 : Génération d'une coque par modèle physique

Cette technique présente néanmoins certains inconvénients. Ils sont liés aux inévitables erreurs de mesure et à leurs répercussions à l'issue du changement d'échelle ainsi qu'à la difficulté de modifier les conditions aux appuis, à moins de refaire un nouveau modèle. Des outils numériques permettant la recherche de forme de coques minces comprimées peuvent par conséquence constituer une alternative pertinente en offrant la possibilité de créer et de

tester différentes formes plus rapidement et efficacement. Nous avons ainsi souhaité développer une méthode innovante de conception de coques basée sur une recherche de forme numérique. Cette idée trouve sa source dans les études effectuées en parallèle sur les formes membranaires. Ces structures peuvent en effet être perçues comme étant « duales » des coques minces, car elles nécessitent une recherche de forme visant à déterminer des géométries où seulement des efforts de traction sont mis en jeu.
Parmi toutes les approches proposées à ce jour concernant la génération de formes tendues, nous nous sommes naturellement tournés vers la méthode des densités de contraintes surfaciques [MAU98]. Elle repose sur l'utilisation de tenseurs de précontrainte isotropes et permet, à partir d'un maillage initial, de calculer la géométrie de tension générée entre des conditions aux limites spécifiées ainsi que la distribution des contraintes associée. Les configurations ainsi obtenues ne peuvent toutefois pas être considérées comme des formes funiculaires du poids propre, car celui-ci n'est pas pris en compte dans le calcul. L'équilibre se fait en effet uniquement entre les efforts internes de prétension de la membrane. Néanmoins, si ce procédé fait l'objet d'une adaptation afin d'autoriser la prise en considération de forces externes dues au poids propre du matériau, les formes ainsi déterminées peuvent être inversées et définir des systèmes funiculaires de compression pure (figure I.18).

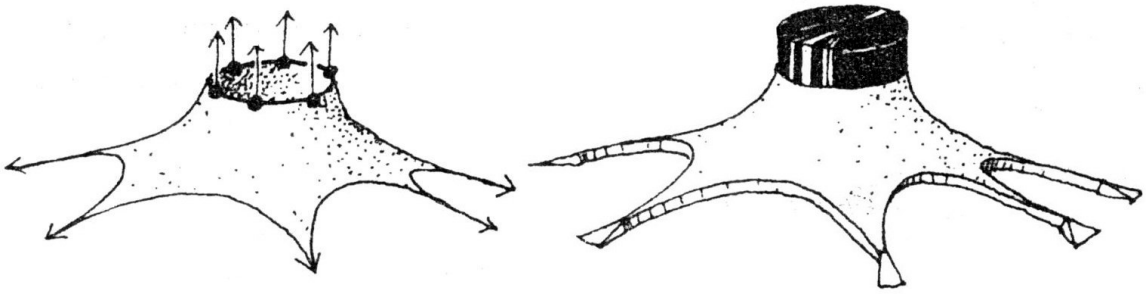


Fig. I.18 : Passage d'une membrane tendue à une coque comprimée

I.3.2 Recherche de forme par la méthode des densités de contraintes surfaciques

Les développements menés sur la méthode des densités de contraintes surfaciques ont permis de proposer une modélisation mécanique d'une surface à partir d'éléments finis de membrane triangulaires et à interpolation linéaire (3 nœuds). Les contraintes initiales sont prises en compte en spécifiant pour chaque élément un tenseur de prétension isotrope σ_0 dans leur repère local (voir partie I.1.2). Cela permet de définir un coefficient de densité de contrainte surfacique $q_S = \sigma_0 / A$ pour chaque élément (A désignant son aire). Les efforts internes de prétension résultant à chaque nœud de la membrane peuvent ainsi être exprimés en fonction de ces coefficients. La recherche de forme d'une coque nécessitant de prendre en considération le poids propre du matériau, celui-ci est intégré dans la démarche par l'ajout d'une force « externe » agissant selon la direction verticale. Elle se répartie pour un tiers sur chaque nœud d'un élément au prorata de son aire. Nous supposons également que l'épaisseur de la coque est constante sur toute la surface ; cette hypothèse fera ultérieurement l'objet de discussions.
L'ensemble de ces hypothèses permet d'écrire, pour tout nœud, l'équilibre entre les efforts internes de prétension et l'effort externe dû au poids propre. La détermination de sa position d'équilibre (cordonnées X en repère global) conduit à la résolution d'une équation non linéaire que l'on peut écrire, après transformation, sous la forme $X = f(X)$. Cette écriture nous a permis d'envisager une résolution par la méthode du point fixe où, partant d'une position initiale X^0, une séquence itérative $X^{i+1} = f(X^i)$ est menée jusqu'à sa convergence vers la

position d'équilibre cherchée. Les conditions de convergence ont par ailleurs pu être explicitées à partir du théorème du point fixe et grâce à l'écriture de la matrice jacobienne associée. Le critère se traduit alors par une norme matricielle inférieure à l'unité [MAU02, MAU04].

I.3.2 Application

Cet exemple reprend un modèle physique créé par H. Isler. Une membrane est fixée sur les côtés de sa base carrée puis mise en tension par une surpression interne (figure I.19).

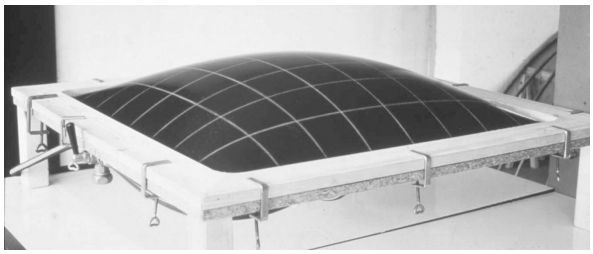


Fig. I.19 : Modèle physique : membrane gonflée

Le modèle numérique associé considère des côtés de 10 m de long, un poids volumique de $2500\,\text{daN/m}^3$ (béton armé) et une épaisseur de béton de 10 cm. Les coefficients de densités sont égaux à $187\,000\,\text{MN/m}^4$ et choisis de telle sorte que la flèche au centre soit de 0,8 m (figure I.20). Les contraintes de compression ainsi obtenues dans la coque varient, avec toutefois un maximum de 0,25 MPa. Cette valeur peut néanmoins être modulée en fonction de l'épaisseur de béton. Cette dernière est en général tributaire du comportement sous actions climatiques et de la possible apparition de phénomènes d'instabilité (voilement de la coque) ainsi que de considérations techniques (épaisseur minimum d'enrobage des armatures, mise en œuvre du béton). Dans la pratique, il est délicat de descendre sous une épaisseur de 8 cm.

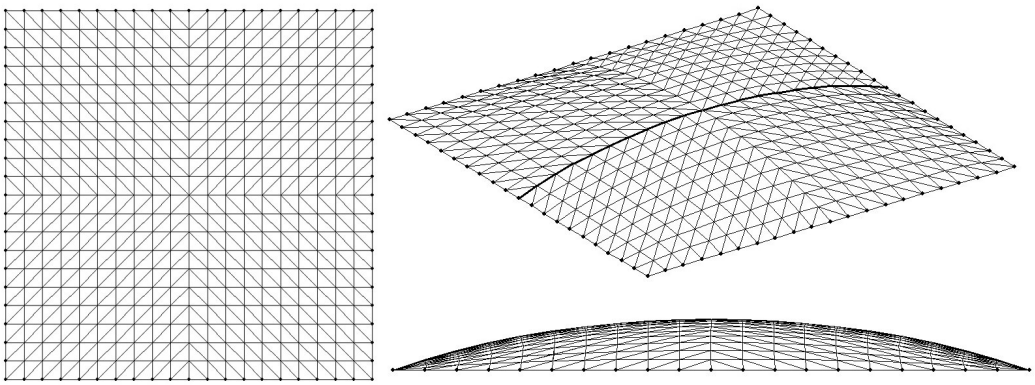


Fig. I.20 : Modèle numérique d'un membrane fixée sur les côtés

Si la courbe médiane (en trait fort) est étudiée, on peut montrer qu'elle suit une fonction de type caténoïde. Cela permet de faire remarquer que le modèle physique n'est en fait pas une forme funiculaire de poids propre car la surpression interne entraîne une géométrie de type parabolique. Néanmoins, à condition que la flèche soit faible au regard de la portée, les formes caténoïde et parabolique peuvent être considérées comme très proches à l'aune d'autres erreurs telles que les celles liées à la réalisation de la forme du coffrage.

I.3.3 Coques minces avec des poutres de rive

Une classe de coques est constituée d'ouvrages non fixés au sol sur toute leur périphérie. Dans ce cas, leurs supports sont localisés en certains points et, entre eux, des poutres de rive sont insérées afin de rigidifier les côtés, un peu à la façon « d'arcs de compression » (figure I.21, a). Cette configuration peut être mise en parallèle avec les câbles de ralingue utilisés entre les points d'ancrage d'une membrane tendue et qui permettent de rigidifier et stabiliser les bords libres tout en donnant un contrôle sur le niveau de tension du système (figure I.21, b). Ces câbles agissent comme des « arcs de tension », par opposition aux poutres de rive des coques en béton. Nous avons ainsi choisi de modéliser ces poutres et leur action mécanique en continuité de l'analogie développée jusqu'à présent.

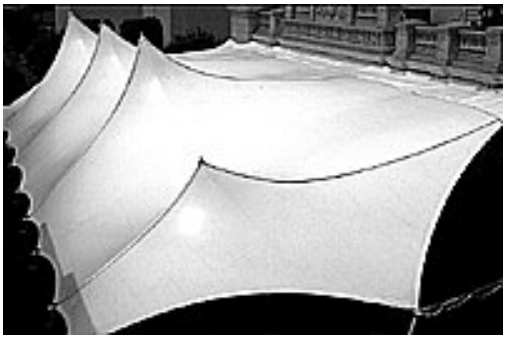
a) b) 

Fig. I.21 : Coque à appuis ponctuels avec poutres de rive(a) ; membrane tendue avec câbles de ralingue (b)

Dans le modèle de tension équivalent, un bord réalisé avec une poutre de rive comprimée est ainsi considéré comme constitué d'un câble périphérique tendu. Il est alors possible de faire apparaître son niveau de tension en introduisant dans l'écriture de l'équilibre des nœuds impliqués les coefficients de densités de forces $q_c = T_0 / L$ associés aux éléments de câble discrétisés [SHE74]. Le poids propre de la poutre est par ailleurs pris en considération dans le bilan des actions extérieures. Pour cela, on suppose que la largeur et la hauteur de la poutre sont constantes et fixées par le concepteur. La vérification de ces dimensions se fera au final en fonction de la contrainte de compression maximale obtenue et de celle admissible par le matériau. Les développements analytiques mènent alors également vers une résolution itérative par la méthode du point fixe ; les conditions de convergence pouvant être explicitées de façon analogue.

I.3.4 Application

Une coque à base carrée reposant sur ses quatre sommets distants de 10 m est étudiée. Son épaisseur est de 10 cm et la largeur des poutres de rive est fixée à 20 cm. Lors des calculs, un coefficient de densité de contrainte surfacique égal à $q_s = 100000\ \text{MN/m}^4$ est imposé pour tous les éléments de membrane. Un choix $q_c = 25000\ \text{MN/m}$ pour tous les éléments de poutre de rive entraîne une flèche centrale de 2,27 m, avec une contrainte maximale de compression de 0,13 MPa dans la coque et de 3,45 MPa dans les poutres (figure I.22, gauche). Si $q_c = 50000\ \text{MN/m}$, la flèche est alors ramenée à 1,94 m tandis que les contraintes maximales de compression sont alors de 0,13 MPa pour la coque et de 6,48 MPa pour les poutres (figure I.22, droite). On peut ainsi observer que la flèche au centre ainsi que la courbure des poutres de rive augmentent si leur coefficient de densité q_c diminue. La contrainte maximale de compression dans la coque varie peu comparativement à celle obtenue dans les poutres (augmentation simultanément à leur diminution de courbure).

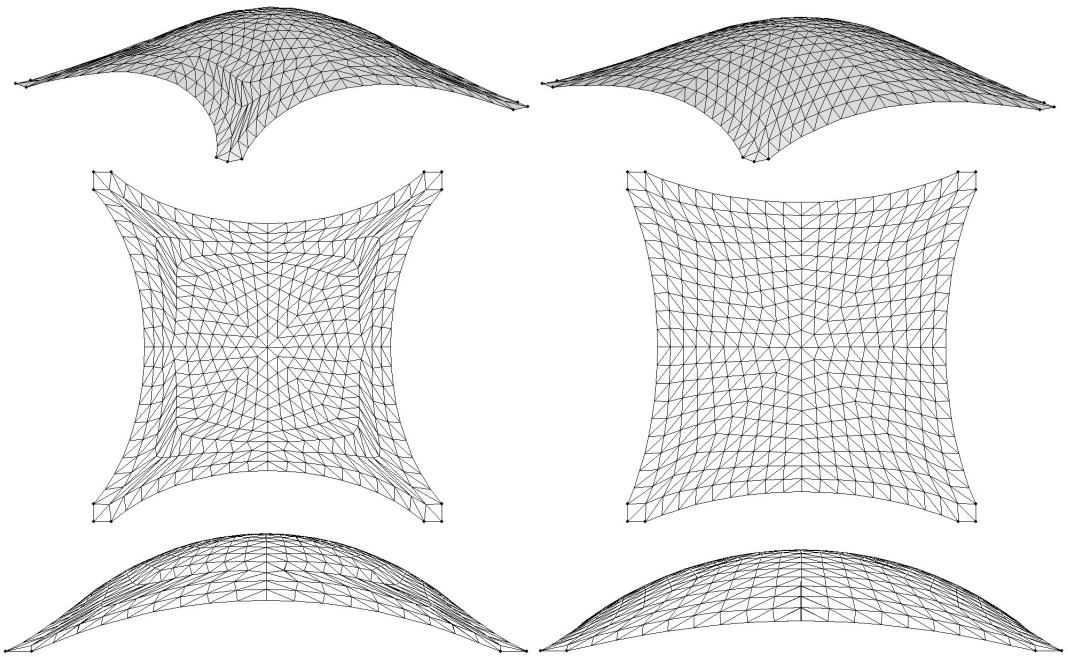


Fig. I.22 : Influence de q_c sur la forme

Nous avons ainsi pu développer un processus innovant de recherche de forme de coques purement comprimées et la valider comme une alternative aux modèles physiques employées jusqu'alors. Les formes funiculaires ainsi obtenues sont calculées par une méthode numérique dérivée d'un procédé dédié aux membranes tendues. Les équations d'équilibre sont résolues en considérant des tenseurs de précontraintes isotropes qui permettent un contrôle sur les formes résultantes ainsi que sur la distribution des contraintes.

I.4 Perspectives

I.4.1 Membranes textiles

Les développements envisagés relativement à l'étude et la conception des membranes textiles architecturales se situent à plusieurs niveaux.

En premier lieu, il paraît nécessaire d'étudier plus finement l'incidence du maillage utilisé dans la méthode des densités de contraintes surfaciques. Les résultats que nous avons obtenus à ce jour laissent en effet entrevoir que le choix du maillage triangulaire n'est pas sans conséquence sur la géométrie et la distribution des contraintes générées. Par exemple, des disparités trop marquées sur les aires des triangles ou sur leurs formes peuvent entraîner des variations localement sensibles sur le niveau prétension. De façon plus générale, une analyse de la relation entre la géométrie et la topologie du maillage et la typologie de forme recherchée (par exemple une surface de type conoïde ou hypar) doit être menée.

Dans un second temps, nous souhaitons mettre l'accent sur l'étude des stratégies de compensation/décompensation. Cette approche est nécessaire lorsqu'une membrane est fixée sur des conditions aux appuis rigides, par exemple sur une arche ou une cerce. Dans ce cas, la longueur de la toile au niveau de ces zones de fixation doit être égale à celle définie par l'appui. Il convient donc, après le processus de développement et de compensation appliqué sur toute la géométrie de la laize plane, d'augmenter localement les bords impliqués de la laize. Cette modification se fait progressivement sur une portion du panneau à définir (figure I.23). Les réponses apportées à ce jour sont généralement d'ordre empirique et peuvent donner lieu à des erreurs importantes, se traduisant par un plissement de la toile au niveau de l'appui.

Plusieurs stratégies peuvent être envisagées afin d'atténuer cet effet. L'objectif de ce travail est de proposer une méthode appropriée et formalisée ; on songe principalement à des approches fondées sur des techniques d'optimisation sous contraintes (approche multicritères, par exemple par algorithmes génétiques).

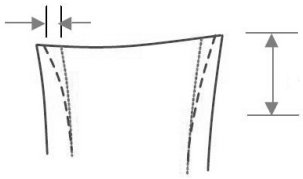


Fig. I.23 : Décompensation d'une laize au niveau d'un bord d'appui rigide

Par ailleurs, les collaborations menées conjointement avec la société Ferrari, fabricant français de toiles textiles, ainsi que le bureau d'études spécialisé AbAcA, laissent entrevoir la possibilité de procéder à un transfert de technologie par le développement d'un logiciel de conception des membranes architecturales. Celui-ci pourrait reprendre une partie des avancées obtenues dans le cadre de ces travaux de recherche, principalement s'agissant de la recherche de forme par la méthode des densités de contraintes surfaciques et de la découpe de toile par la technique de composition des contraintes. L'objectif est celui d'une diffusion la plus ample possible auprès des communautés concernées.

I.4.2 Stabilité mécanique des membranes

L'étude du comportement mécanique des membranes sous chargement est généralement sans difficulté majeure, sauf si des zones de la toile font apparaître des plis suite à un relâchement localisé (figure I.24). Le traitement numérique actuel repose sur la mise à zéro de la rigidité des éléments finis concernés et se traduit la plupart du temps par des singularités numériques et des difficultés de résolution. Plusieurs auteurs travaillent néanmoins sur le sujet et d'autres

stratégies ont été proposées. Notre objectif est d'apporter une contribution sur ce délicat et difficile problème. Ces investigations ont pour base les développements menés relativement à la détermination des mécanismes d'unilatéralité dans les structures de tenségrité (voir chapitre II.2). Elles viseront ainsi à proposer une modélisation mécanique et une étude des singularités lors de la formation de plis.

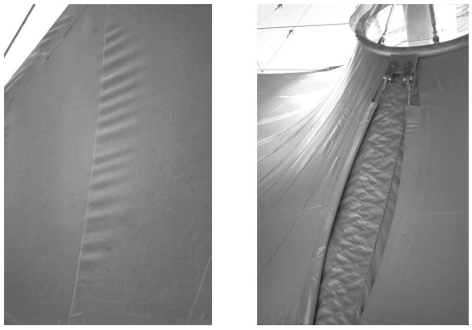


Fig. I.24 : Plissements de la toile

I.4.3 Coques minces

Les développements futurs projetés en lien avec la conception des coques minces comportent trois étapes.

Dans un premier temps, nous souhaitons proposer une méthode de recherche de forme permettant de générer des coques à épaisseur variable, afin de garantir l'uniformité des contraintes de compression sous poids propre. Il s'agit d'adapter le procédé par densités de contraintes surfaciques en y intégrant explicitement le paramètre d'épaisseur lors de l'écriture des équations d'équilibre. Plusieurs tests allant dans ce sens laissent entrevoir une telle possibilité.

Par ailleurs, la comparaison entre les résultats numériques ainsi obtenus et des modèles expérimentaux à échelle réduite nous paraît fondamentale. Des essais de prototypes ont dernièrement eu lieu en collaboration avec le département Génie Civil de l'IUT de Nîmes (figure I.25). Ils ont visé à définir les bases d'un processus de réalisation de modèles funiculaires offrant un contrôle suffisant des paramètres de forme (dimensions, épaisseur) ainsi que de tests sous chargement.

Fig. I.25 : Modèle physique de coque mince en béton

Enfin, sur un plus long terme mais de nature plus conjoncturelle, différents acteurs tels que l'Ecole des Mines d'Alès (P. Devillers) se sont montrés intéressés par le développement d'une collaboration en lien avec l'utilisation des nouveaux bétons dans la réalisation de coques minces (par exemple de type fibrés comme le Ductal®). Des études sur ce type de structure sont également menées à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (R. Le Roy).

Conclusion

Les structures légères à base de membranes textiles tendues et les réalisations en coques minces sont caractérisées par l'existence d'un état de contraintes initiales, principe constructif qui leur confère la rigidité et stabilité nécessaires tout en utilisant des éléments aux dimensions réduites. Les travaux menés relativement à ces systèmes ont permis d'apporter des résultats significatifs.

En premier lieu, les recherches déployées lors de ma thèse de doctorat ont été l'occasion de proposer un nouveau procédé de recherche de forme des membranes textiles architecturales (méthode des densités de contraintes surfaciques). Une méthode innovante de détermination des formes planes de découpe de toile (laizes) a également été développée (méthode de composition des contraintes). Les travaux ont ensuite concerné l'investigation des formes minimales (réseaux de câbles de longueur minimale et surfaces d'aire minimale). Deux méthodologies différentes dédiées à leur recherche de forme ont été proposées : une première démarche basée sur une extension des méthodes de densités et une seconde approche permettant de résoudre les problèmes d'optimisation par des méthodes de gradient.

A l'issue de mes travaux de thèse, l'intérêt s'est porté sur l'étude de la stabilité mécanique des systèmes ainsi générés. Elle a permis de définir leurs critères de stabilité et de donner également lieu à la détermination de leurs mécanismes potentiels ainsi que de leurs ordres respectifs. Une analyse géométrique des surfaces a par ailleurs été proposée par l'utilisation d'une méthode numérique permettant la détermination de leurs caractéristiques de courbure.

Enfin, la possible analogie entre une membrane tendue et une coque mince comprimée a permis de mettre au point une méthode de calcul de formes funiculaires à partir des méthodes de densités. Les résultats ainsi obtenus offrent une alternative aux méthodes utilisant des modèles physiques de coques.

L'ensemble de ces travaux a par ailleurs permis d'identifier de nombreuses perspectives de recherche. Elles concernent les méthodes de conception des membranes architecturales (recherche de forme, découpe de laize et modélisation des plis) ainsi que des coques minces (formes à épaisseur variable, comparaison entre les résultats numériques et des modèles expérimentaux).

Deuxième partie

Structures en état de tenségrité

Introduction

Le LMGC a développé une large culture scientifique et technologique autour de la conception, l'étude et la réalisation de structures en état de tenségrité. Ce travail d'équipe, principalement mené sous l'impulsion de R. Motro, a permis d'obtenir de nombreux résultats et avancées dans ce domaine, contribuant ainsi à la renommée du laboratoire.
De nombreuses pistes de recherche sont toutefois apparues au fur et à mesure des travaux. Elles concernent soit le développement de nouveaux concepts et applications, soit l'approfondissement et la finalisation de travaux existants.
Les investigations menées dans ce cadre sont ainsi axées sur quatre thèmes.

En premier lieu, nous avons souhaité élargir la palette des systèmes de tenségrité conçus à ce jour en développant des formes non régulières ainsi que des outils de conception adaptés. Ces structures, qui offrent une variété formelle et une complexité accrues, permettent de répondre à des attentes multiples, de la part des ingénieurs et des architectes mais également d'autres communautés tels les biologistes. Les résultats obtenus sont présentés lors du premier chapitre II.1.

Dans un second temps, la nécessité de maîtriser le comportement mécanique, le dimensionnement et la réalisation de structures de tenségrité a demandé des approfondissements à plusieurs niveaux. L'existence possible de mécanismes spécifiques dus à la présence d'éléments de câble peut être problématique lors de l'analyse sous chargement. Nous avons ainsi développé une méthode d'identification de ces mécanismes d'unilatéralité (chapitre II.2).

Par ailleurs, la conception d'une grille plane à double nappe nécessite de définir son état d'autocontrainte et les dimensions des composants. Nous avons ainsi proposé des méthodes permettant de calculer la distribution et le niveau d'autocontrainte ainsi que les dimensions optimales des éléments qui respectent les exigences réglementaires (chapitre II.3).

Enfin, les études exploratoires menées au LMGC ont permis de mettre au point un concept innovant de grille de tenségrité « souple ». Ce type de structure soulève toutefois plusieurs interrogations, tout aussi bien sur la définition de méthodes de recherche de forme dédiées à leur génération que sur leur comportement mécanique (chapitre II.4).

L'ensemble de ces développements laisse de plus entrevoir de nombreuses perspectives de recherche sur le court et le long terme autour du concept de tenségrité.

II.1 Formes non régulières de structures en état de tenségrité

Les structures en état de tenségrité, performantes et légères, suscitent un intérêt croissant de la part des architectes et des ingénieurs [MOT02, FES04, SUL03]. Leur potentiel est à mettre en parallèle avec l'engouement et la volonté de voir se développer des formes innovantes dans le paysage constructif contemporain (voir chapitre IV). Le besoin pour de nouvelles géométries se fait ainsi de plus en plus prégnant dans le domaine de l'architecture.
Conjointement, les recherches menées dans d'autres champs disciplinaires ont fait émerger la nécessité d'utiliser des formes de tenségrité plus complexes et variées que celles proposées à ce jour. C'est tout particulièrement le cas en biologie cellulaire, s'agissant de la modélisation du cytosquelette des cellules animales (voir chapitre III).

Ces attentes sont ainsi à l'origine de notre volonté de développer de nouvelles méthodes permettant la conception de systèmes en état de tenségrité à formes complexes.
Les premières expériences ont porté sur la réalisation de modèles physiques afin de vérifier le caractère plausible et la faisabilité de telles configurations. Plusieurs modèles ont ainsi été construits en collaboration avec le laboratoire « Structures Légères pour l'Architecture » (SLA) de l'école d'architecture de Montpellier. Deux d'entre eux sont représentés sur la figure II.1, celui de gauche ayant été dénommé « tensegrity cloud » par R. Motro. Ces systèmes sont manifestement radicalement différents de ceux mis en avant à ce jour, mettant en évidence la possibilité de libération formelle et topologique des structures de tenségrité.

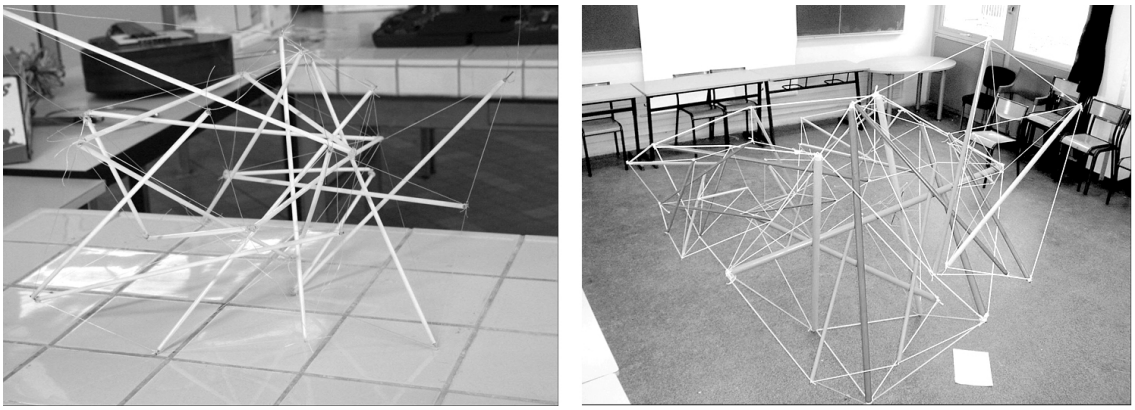


Fig. II.1 : Modèles expérimentaux de tenségrité non régulière (tensegrity cloud)

Il nous a ainsi paru nécessaire de proposer une classification des systèmes en fonction de leur niveau de complexité géométrique. Trois familles peuvent être définies de la sorte :
- Les systèmes « réguliers » pour lesquels les éléments de câbles sont de même longueur et les éléments de barre de même longueur.
- Les systèmes « semi réguliers » qui présentent un nombre minimal d'éléments de longueurs différentes. Dans ce cas, on dit aussi qu'il y a un nombre minimal de groupes, chaque groupe étant constitué par des éléments de longueur identique.
- Les systèmes « non réguliers » (ou irréguliers) pour lesquels aucune spécification sur les longueurs des constituants n'est définie. On dit également qu'il s'agit de formes à longueurs libres (« free-lengths tensegrity systems »).

La conception d'une structure en état de tenségrité nécessite de définir sa topologie, sa géométrie et les contraintes initiales associées. Ces formes autocontraintes sont déterminées par des méthodes de recherche de forme que l'on peut classer en deux catégories [MOT03].

La première concerne les méthodes dites à « forme contrôlée » où les contraintes sont le résultat d'une géométrie spécifiée. Ces approches sont généralement de type heuristique et font appel à l'expérimentation et à des techniques par essai/erreur, les travaux de K. Snelson en constituant un cas emblématique [SNE73, MOT02]. Cette approche peut conduire à des résultats significatifs, elle a par exemple été utilisée pour générer les formes expérimentales non régulières présentées ci avant.
Les méthodes à « forces contrôlées » permettent de calculer la géométrie d'un système partant de la spécification de ses contraintes initiales. Elles ont été développées à partir de considérations plus théoriques afin de satisfaire à l'obligation d'équilibre mécanique. Diverses stratégies ont ainsi été proposées, originellement basées sur des calculs de statique, maintenant utilisant les technique de densités de force ou de relaxation dynamique [WIL03].
La méthode des densités de forces a démontré son efficacité s'agissant de la détermination de systèmes réguliers. Le choix des coefficients de densités peut toutefois s'avérer délicat dans certaines situations. Une seule et unique combinaison entre ces coefficients est en effet adaptée à chaque structure et un choix arbitraire, ou peu pertinent, ne permettra pas au calcul de converger vers la solution. Une approche multi paramétrée a ainsi proposée au LMGC par N. Vassart [VAS99] pour pallier cette difficulté et pouvoir déterminer des formes autres que régulières. Elle repose sur le contrôle du rang de la matrice de connectivité de la structure. Cependant, si cette méthode s'est avérée fructueuse pour des systèmes simples avec un faible nombre de groupes d'éléments (3 à 4 au maximum), elle est inefficace pour des structures comprenant davantage de groupes, tout particulièrement les systèmes non réguliers.
D'un autre côté, la méthode de relaxation dynamique présente tous les atouts nécessaires pour être à même de générer ce type de structure. Elle permet en effet de contrôler l'évolution morphologique d'un système en modifiant la rigidité des éléments ou en leur imposant une contrainte mécanique. Il nous a ainsi semblé pertinent de développer une méthodologie de génération de formes de tenségrité non régulières en utilisant cette technique.
Ces travaux ont été menés dans le cadre de l'encadrement d'un post-doctorant (L. Zhang).

II.1.1 <u>La méthode de relaxation dynamique</u>

Il est peu probable que, à partir d'une géométrie donnée et pour une distribution arbitraire des contraintes internes, une structure se trouve en état d'auto équilibre. Toutefois, si certaines valeurs des contraintes sont imposées en respectant la nature des éléments (traction pour les câbles, compression pour les barres), et avec des intensités relatives adaptées, les forces internes résultantes et non équilibrées vont mettre le système en mouvement jusqu'à ce qu'il se stabilise éventuellement autour d'une position d'équilibre. La forme ainsi obtenue et ses contraintes associées définissent alors une configuration auto équilibrée de la structure, dépendant des conditions imposées.
La position du système peut être déterminée en résolvant les équations de la dynamique. Pour cela, la méthode de relaxation dynamique permet de considérer une structure sans amortissement visqueux et de calculer ses mouvements successifs jusqu'à l'obtention d'un équilibre. Dans le cas d'un système spatial réticulé, le résidu des forces internes non équilibrées est évalué à chaque nœud. Pour le nœud *i* dans la direction *x* et au temps *t*, on obtient $R_t^{ix} = m_i \ddot{x}_t^i$, où *R* désigne le résidu et *m* une masse nodale fictive. Une écriture en différences finies centrées permet d'évaluer l'accélération $\ddot{x}_t = (x_{t+\Delta t} - 2x_t + x_{t-\Delta t})/(\Delta t^2)$ et la vitesse $\dot{x}_t = (x_{t+\Delta t} - x_{t-\Delta t})/(2\Delta t)$. La valeur de *m* et du pas de temps Δt sont couplées par $m_i = \lambda k_i \Delta t^2$ afin d'assurer la convergence. Le paramètre λ est constant pour toute la structure [BAR99], la rigidité « nodale » $k_i = \sum (EA/L_u + T_t/L_t)$ correspond à la somme des

rigidités linéaires et géométriques des éléments connectés au noeud *i*. La longueur L_u est celle de l'élément libre (non déformé), de section *A* et avec un comportement élastique linéaire de module d'Young *E*. Au temps *t*, cet élément a une longueur courante L_t qui correspond à la sollicitation interne normale $T_t = EA(L_t - L_u)/L_u$. La possibilité d'imposer une valeur constante à cet effort ($T_t = cste$) est un aspect majeur. Les éléments ainsi concernés sont alors dits « actifs ».

Le principe de la méthode peut être résumé de la façon suivante. A partir d'une géométrie donnée et de certaines valeurs des efforts internes imposés dans les éléments actifs, les résidus nodaux *R* sont calculés, suivi par l'évaluation des vitesses résultantes aux nœuds et de leurs nouvelles positions. Les résidus sont à nouveau calculés et la structure évolue en conséquence. La convergence de la méthode de relaxation dynamique peut être obtenue en considérant un amortissement dit « cinétique ». Cela consiste à calculer l'énergie cinétique du système et à vérifier si un maximum a été atteint. Si cela est le cas, la structure est proche de sa position d'équilibre. Les vitesses nodales sont alors mises à zéro et le processus reprend. Une séquence de pics décroissants d'énergie cinétique est généralement obtenue jusqu'à l'équilibre final. La géométrie et les contraintes résultantes définissent la structure de tenségrité recherchée.

II.1.2 Les stratégies de contrôle de forme

L'obtention de formes complexes et diverses nécessite néanmoins de pouvoir modifier la géométrie pour une topologie fixée. Deux procédés ont ainsi été développés pour permettre un tel contrôle sur la forme résultante.

Le premier concerne le choix des éléments actifs qui vont agir sur le système. Lorsque la configuration initiale est définie à $t = 0$ (géométrie et topologie de départ), les efforts internes dans les éléments sont considérés comme nuls. Cela signifie que leurs longueurs libres sont celles définies par la forme initiale ($L_u = L_{t=0} = L_0$). Certains composants sont alors choisis comme étant actifs. Un effort normal est prescrit pour chacun d'entre eux et il restera constant quelle que soit l'évolution future de la structure. Ces contraintes créent des résidus nodaux et le système va pouvoir se stabiliser autour de sa position d'équilibre. La convergence dépend du choix de ces éléments actifs et de la compatibilité des efforts imposés. La distribution des tensions et compressions prescrites peut en effet ne pas être compatible avec la topologie de la structure. Pour remédier à cet inconvénient, une autre option permet plus de flexibilité. Cela consiste à agir sur la longueur libre de certains éléments actifs. Par exemple, la longueur libre d'un câble peut être réduite au départ ($L_u < L_0$), ou à une étape ultérieure ($L_u < L_t$), de fait entraînant une tension dans cet élément et des résidus aux nœuds. L'intensité de cet effort de tension n'est toutefois pas constante mais varie en fonction de l'évolution de la géométrie. Cette approche est moins restrictive que la première en terme de convergence car elle permet une sorte d'adaptation de l'effort interne.

Le second procédé est lié à la rigidité *EA* des éléments non actifs (dits "passifs"). Le rapport entre la rigidité des câbles et des barres agit en effet sur l'évolution morphologique du système. Si, par exemple, un rapport de 100 est considéré au départ entre les rigidités, tout changement va permettre de modifier la forme résultante. Des évolutions plus localisées sont ainsi possibles en changeant la rigidité de quelques composants situés dans une zone qui doit être géométriquement modifiée. Cette technique entraîne des variations de forme moins importantes comparativement à celles obtenues en agissant sur les éléments actifs. Elle peut être surtout utilisée pour de faibles adaptations morphologiques, en général localisées.

II.1.3 Applications

Un premier exemple concerne un triplex irrégulier (figure II.2). Plusieurs situations sont comparées en considérant différentes valeurs de l'effort interne imposé dans des éléments choisis.

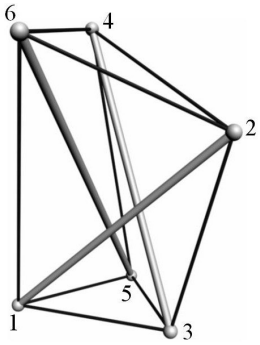


Fig. II.2 : Triplex non régulier

Quatre cas sont présentés dans la table II.1, les efforts imposés étant indiqués en caractères gras. La géométrie de départ est la même dans tous les cas et nous avons choisi $EA = 1000$ pour les barres et $EA = 10$ pour les câbles ($EA = 0$ pour les éléments à effort imposé). De plus, $\Delta t = 1$, $\lambda = 1$ et les résidus nodaux maximum sont de 10^{-4} (toutes ces valeurs sont adimensionnelles). Les résultats montrent que, pour les éléments à effort constant imposé, les longueurs finales varient amplement par rapport aux valeurs de départ. Cela traduit en fait les ajustements nécessaires pour atteindre l'état d'équilibre final.

Elément	Effort normal					Longueur				
	Valeur initiale	Valeur finale				Valeur initiale	Valeur finale			
		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
1-2	-3.0	**-3.0**	-1.666	-1.390	-0.645	1.498	1.870	1.500	1.500	1.502
3-4	-3.0	**-3.0**	-2.045	-1.997	-0.806	1.977	1.962	1.979	1.979	1.982
5-6	-3.0	**-3.0**	-1.727	-1.647	-0.793	1.977	2.331	1.980	1.980	1.982
1-6	0.6	2.197	1.390	1.072	**0.600**	1.660	1.910	1.783	1.734	1.402
2-3	0.6	2.925	1.825	1.726	**0.600**	1.044	1.273	1.164	1.155	1.311
4-5	0.6	2.300	1.473	1.517	**0.600**	1.660	1.926	1.796	1.803	1.683
2-4	0.6	1.024	0.707	**0.600**	0.252	1.183	1.231	1.195	1.080	1.144
2-6	0.6	0.848	0.413	**0.600**	0.217	1.183	1.211	1.162	0.993	1.141
4-6	0.6	0.800	0.195	**0.600**	0.227	1.000	1.019	0.962	0.504	0.965
1-3	0.6	1.327	**0.600**	0.695	0.310	1.000	1.069	0.841	1.009	0.973
1-5	0.6	0.747	**0.600**	0.172	0.252	1.000	1.014	0.518	0.960	0.967
3-5	0.6	0.843	**0.600**	0.309	0.206	1.000	1.023	0.650	0.973	0.963

Table II.1 : Efforts normaux, longueurs initiales et finales pour un triplex non régulier

Un système à topologie variable constitue le second exemple. Sa conception démarre à partir d'une simple structure, et de plus en plus d'éléments sont ajoutés étape par étape. La séquence suivie est la suivante (figure II.3). Partant d'un quadruplex (forme régulière, a), une nouvelle barre verticale 9-10 est insérée (b). Pour conserver l'équilibre des nœuds 9 et 10, il est nécessaire d'ajouter six câbles (trois connectés au nœud 9 et trois autres au nœud 10). Il convient de noter que d'autres possibilités existent pour ajouter ces nouveaux éléments ; nous

avons toutefois choisi l'approche la plus simple. Poursuivant la même procédure, trois nouvelles barres (11-12; 13-14; 15-16) et dix-huit câbles sont ajoutés au système étape par étape. Les configurations obtenues sont représentées respectivement sur la figure II.3 (c, d, e). Au final huit barres et trente-six câbles sont connectés à seize nœuds.
Une rigidité $EA = 1000$ pour les barres et $EA = 10$ pour les câbles est ensuite choisie. Un effort normal est également imposé dans certains éléments, selon un niveau de 2 (tension dans les câbles) et -1 (compression pour les barres). Un état d'auto équilibre est ainsi obtenu par relaxation dynamique avec ces efforts. Dans la forme résultante, une distance minimum de 0.481 entre deux éléments est mesurée, vérifiant l'absence de tout contact. Le niveau de compression dans les barres va de -2.854 à -4.328 et le niveau de tension dans les câbles de 0.346 to 3.453. On peut de plus observer que les tensions dans les éléments 2-4, 5-9, et 3-11 sont respectivement de 0.640, 0.391 et 0.346, soit des valeurs plus faibles que pour les autres câbles. Une étude topologique montre qu'il y a plus de trois câbles connectés aux noeuds 1, 2, 3, 6, 10, et 12. Certains d'entre eux pouvant être considérés comme redondants, ils sont enlevés du système (câbles 1-3, 6-10 et 2-12). Un nouvelle recherche de forme est alors effectuée ; la forme résultante d'auto équilibre est représentée sur la figure II.3 (f). Les compressions varient de 2.680 à -4.342 et les tensions de 0.758 à 3.049 avec une distance minimum entre éléments égale à 0.611.

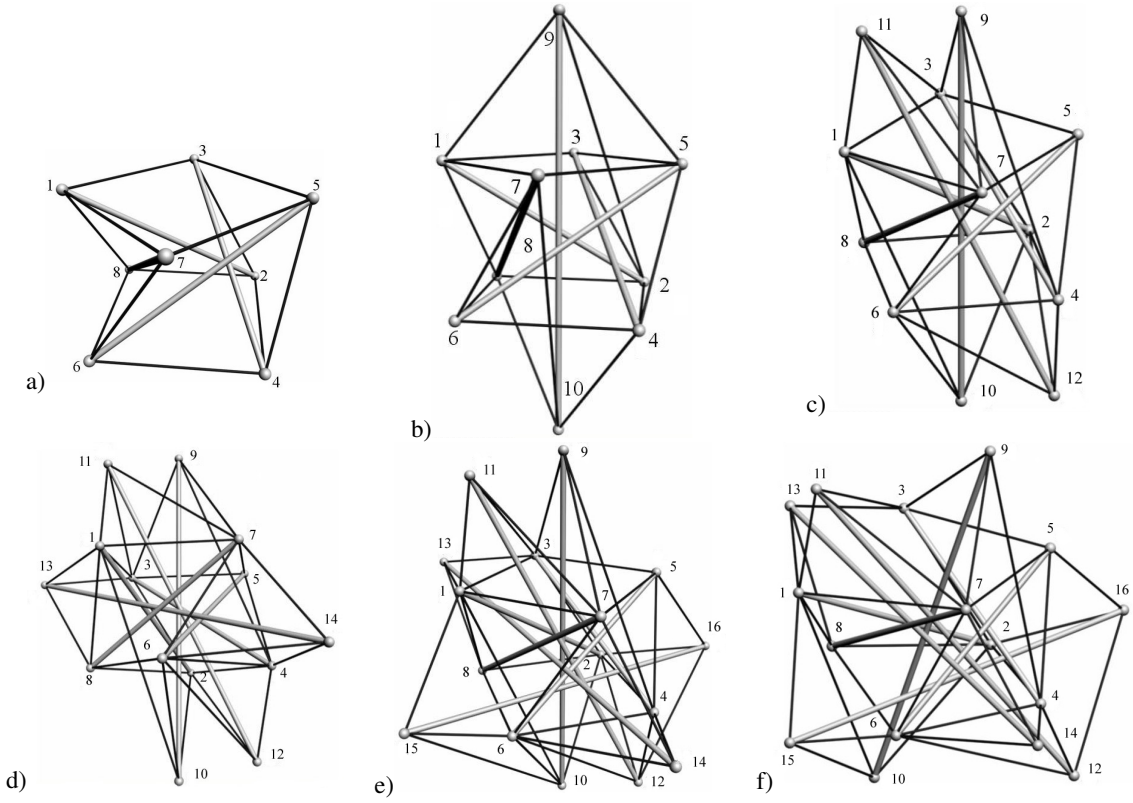


Fig. II.3 : Générations successives d'un système de tenségrité à longueurs libres

Dans cet exemple, une structure en état de tenségrité non régulière est générée étape par étape. Cette méthodologie va trouver une application directe dans la création de formes complexes utilisées pour modéliser la structure du cytosquelette de cellules (voir chapitre III.2).

II.2 Mécanismes d'unilatéralité

L'analyse mécanique sous actions extérieures d'un système spatial réticulé est généralement sans difficulté majeure, sauf si il présente un ou plusieurs mécanismes. Sur le plan mécanique, la structure n'a alors pas de rigidité globale au premier ordre et un comportement instable peut advenir si un mécanisme est activé par le chargement. Numériquement, la matrice de rigidité globale présente des singularités et entraîne des difficultés, voire des impossibilités, de résolution. Il est ainsi nécessaire, avant tout calcul, de vérifier l'existence potentielle de mécanismes et, si c'est le cas, de les définir précisément. Plusieurs méthodes ont été proposées à cet effet [CAL91]. Il est important de souligner qu'elles ne reposent pas sur l'étude du comportement mécanique lorsqu'un chargement externe est appliqué. Hormis les éventuelles singularités numériques, il est en effet impossible de garantir que les actions extérieures considérées activent tous les mécanismes existants. En théorie, toutes les possibilités de chargement devraient être testées pour en avoir la certitude. Cela est manifestement impossible lorsque des structures de grande taille sont étudiées. Les méthodes qui ont été développées sont donc indépendantes du chargement ; elles reposent généralement sur l'analyse du noyau de la matrice d'équilibre du système afin de pouvoir en déterminer une base du sous-espace vectoriel des mécanismes. Ces approches ne considèrent toutefois qu'une écriture courante du comportement des composants, c'est-à-dire avec une rigidité bilatérale (éléments de barres ayant une rigidité en compression et en traction). Les résultats ainsi obtenus conduisent à l'identification des mécanismes dits « bilatéraux ».
Ces méthodes ne sont toutefois pas adaptées au cas particulier des structures comprenant des éléments de câbles, caractérisés par une rigidité unilatérale en traction. Cela concerne les réseaux de câbles tendus, les poutres câbles et, de toute évidence, les systèmes en état de tenségrité. Pour ces structures, les câbles peuvent en effet se relâcher et entraîner l'apparition de nouveaux mécanismes que l'on nomme mécanismes « d'unilatéralité ». Le comportement du système dépend ainsi de ces mécanismes et de leur activation par le chargement. Cela peut être illustré sur la figure II.4 à gauche, composée de deux éléments horizontaux et d'un câble vertical connectés au nœud 3 libre dans le plan. Si une force est appliquée à celui-ci vers le bas, aucun mécanisme n'advient. Par contre, si la force est vers le haut, un mécanisme d'unilatéralité apparaît, caractérisé par le relâchement du câble 3 et une rigidité globale nulle au premier ordre.

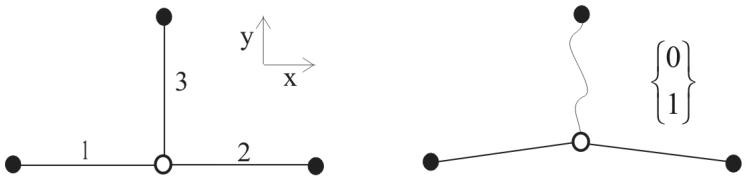


Fig. II.4 : Exemple simple de mécanisme d'unilatéralité

L'objectif de ces travaux est ainsi de développer une méthode permettant l'identification des mécanismes d'unilatéralité, dus à la présence de composants à rigidité unilatérale, dans des structures à contraintes initiales. Cette étude a principalement été menée dans le cadre de l'encadrement d'un DEA (M. Bagnéris).

II.2.1 Méthode d'identification

L'approche suivie repose sur la décomposition de l'espace des déplacements $\Re^N$ et de l'espace des contraintes initiales $\Re^m$, en utilisant l'écriture de la matrice d'équilibre du système $[\mathcal{A}]$.

La relation d'équilibre $[\mathcal{A}]\{q^0\}=\{0\}$ [LIV75] permet, en l'absence de tout chargement extérieur, d'expliciter la base des états de contraintes initiales $\{q^0\}\in \mathrm{Ker}\mathcal{A}$ (écriture utilisant les coefficients de densités de forces $q_j^0 = T_j^0 / l_j^0$). De plus, la relation cinématique $[\mathcal{A}]^{\mathrm{t}}\{d\}=\{e\}$ conduit, pour des variations de longueurs nulles au premier ordre $\{e\}=\{0\}$, à l'identification des mécanismes de bilatéralité $\{d^K\}\in \mathrm{Ker}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}$. Comme le sous-espace vectoriel $\mathrm{Im}\mathcal{A}$ est orthogonal et supplémentaire à $\mathrm{Ker}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}$ ($\Re^N = \mathrm{Ker}\mathcal{A}^{\mathrm{t}} + \mathrm{Im}\mathcal{A}$ [STR80]), tout déplacement sur l'espace $\Re^N$ peut être décomposé selon $\{d\}=\{d^K\}+\{d^I\}$. Ces différents sous-espaces sont représentés sur la figure II.5.

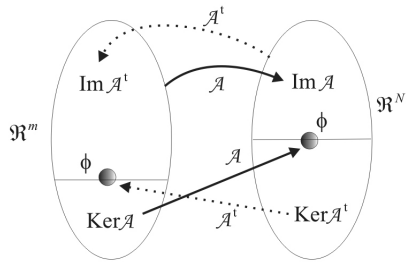


Fig. II.5 : Relations entre les sous-espaces vectoriels

L'approche que nous avons développée se déroule en trois étapes [MAU05, MAU07] :

-1- Parmi les mouvements compatibles du système (espace vectoriel $\Re^N$), on identifie en premier les déplacements qui ne modifient pas la longueur des éléments au premier ordre. Cela correspond à l'écriture de la base des mécanismes bilatéraux (sous-espace vectoriel $\mathrm{Ker}\mathcal{A}^t$).

-2- Parmi les déplacements restants (c'est-à-dire sur le sous-espace $\mathrm{Im}\mathcal{A} = \Re^N - \mathrm{Ker}\mathcal{A}^t$), sont ensuite identifiés les déplacements qui ne modifient pas la longueur des éléments ayant une contrainte initiale.

-3- Parmi ces déplacements, on détermine enfin ceux qui réduisent la longueur des éléments de câbles non prétendus, entraînant de fait leur relâchement. Cela conduit à la base recherchée des mécanismes d'unilatéralité. L'algorithme ainsi utilisé est résumé sur la figure II.6.

Phase 1: - writing of the equilibrium matrix $[\mathcal{A}]$ (N x m);

- basis of the bilateral mechanisms: calculation of $[\mathrm{Ker}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}]$ (N x b);

Phase 2: - basis of $\mathrm{Im}\mathcal{A}$ (supplementary and orthogonal to $\mathrm{Ker}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}$). The vectors of $[\mathrm{Im}\mathcal{A}]$ (N x $(N\text{-}b)$) can be calculated by using the Schmidt's orthonormalization method;

- basis of $\mathrm{Im}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}$ with $[\mathrm{Im}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}]=[\mathcal{A}]^{\mathrm{t}}[\mathrm{Im}\mathcal{A}]$ (m x $(N\text{-}b)$);

- basis of the selfstress states: calculation of $[\mathrm{Ker}\mathcal{A}]$; cancellation of the non compatible selfstress states (cables in "compression"); identification of the prestressed (p) elements and the non-prestressed (np) cable elements;

- splitting of $[\mathrm{Im}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}]$ in $[\mathrm{Im}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}]_p$ (p x $(N\text{-}b)$) and $[\mathrm{Im}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}]_{np}$ (np x $(N\text{-}b)$);

Phase 3: - basis of the displacements on $\mathrm{Im}\mathcal{A}$ that do not modify the lengths of the prestressed elements: calculation of $[\mathrm{Ker}([\mathrm{Im}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}]_p)]$ ($(N\text{-}b)$ x dp) and of $[d_p]=[\mathrm{Im}\mathcal{A}][\mathrm{Ker}([\mathrm{Im}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}]_p)]$ (N x dp);

- choice of the displacements on $[d_p]$ that shorten the lengths of the non-prestressed cable elements: calculation of $[e]_{np}=[\mathrm{Im}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}]_{np}[\mathrm{Ker}([\mathrm{Im}\mathcal{A}^{\mathrm{t}}]_p)]$ (np x dp)

Fig. II.6 : Algorithme de recherche des mécanismes d'unilatéralité

II.2.2 Applications

Un premier exemple, constitué de quatre composants, est représenté sur la figure II.7. Il est emblématique dans ce domaine d'études et a fait l'objet de nombreuses analyses afin de déterminer l'ordre de son mécanisme bilatéral [TAR89, KUZ91, VAS00]. Ces recherches ne prennent toutefois pas en considération des éléments de câble à rigidité unilatérale.
Les bases des différents sous-espaces vectoriels impliqués sont indiquées sur la droite.

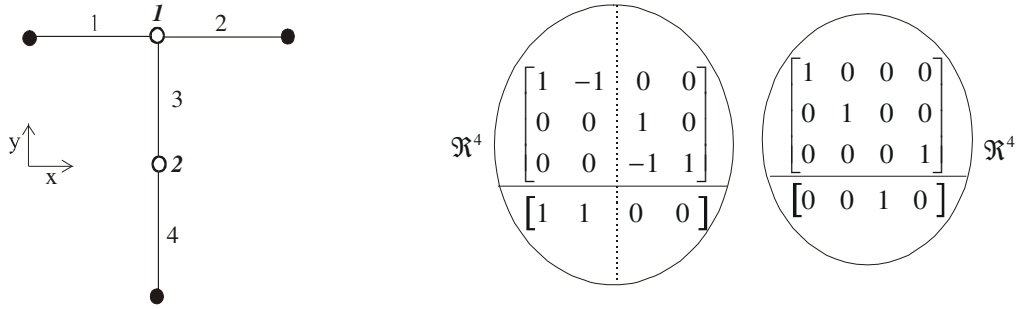


Fig. II.7 : Exemple de « Tarnai » [TAR89]

L'utilisation de notre méthode permet de mettre en évidence le mécanisme de bilatéralité (figure II.8, a), et de deux mécanismes d'unilatéralité dus à la présence des éléments de câble. Les deux vecteurs de la base correspondante sont visualisés en (b) et (c).

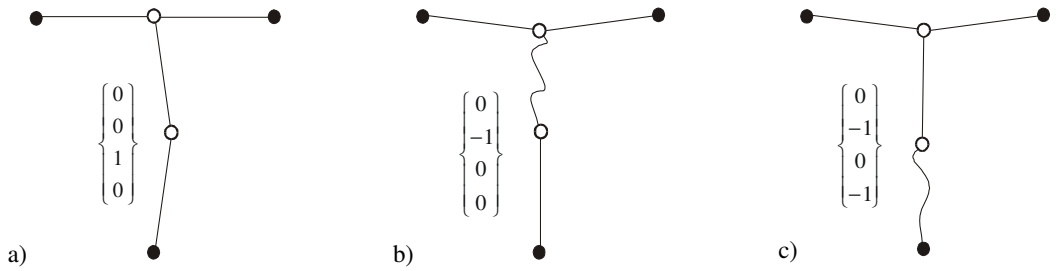


Fig. II.8 : Mécanismes du système : un bilatéral (a) et deux unilatéraux (b et c)

La méthode a également été testée pour des structures dans l'espace. C'est par exemple le cas pour le système sur la figure II.9 composé d'une barre verticale et de trois éléments de câble.

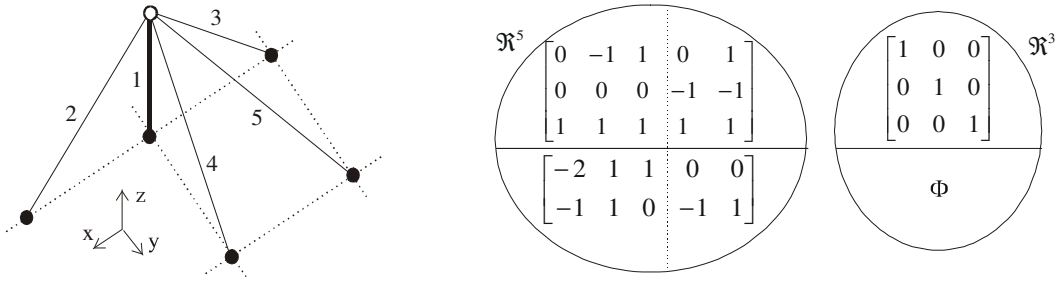


Fig. II.9 : Analyse d'une structure tridimensionnelle

Ce travail nous a permis de développer une méthode qui complète les approches existantes qui ne prennent en compte que des éléments à rigidité bilatérale. Elle est basée sur le calcul de la base des états de contraintes initiales et des mécanismes de bilatéralité, suivie par la détermination de la base des mécanismes associés aux éléments à rigidité unilatérale de type câbles. Une telle étude est nécessaire à la compréhension du fonctionnement mécanique des systèmes en état de tenségrité.

II.3 Conception de grilles spatiales en état de tenségrité

A l'origine conçus par des artistes et ingénieurs tels R. B. Fuller [FUL61] et K. Snelson [SNE73], les structures en état de tenségrité ont fait l'objet d'études plus abouties. Elles ont permis de générer des modules réguliers de complexité croissante, par exemple allant du triplex (figure II.10, gauche) à l'octaèdre expansé (droite).

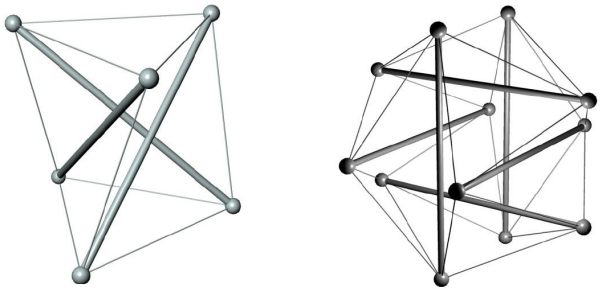


Fig. II.10 : Modules de tenségrité

Dans un second temps, l'assemblage de ces modules a permis d'envisager le développement de grilles spatiales en état de tenségrité dites « modulaires ». Les travaux menés au LMGC ont apporté une importante contribution dans ce domaine [MOT03], et la réalisation de plusieurs modèles physiques a contribué à démontrer leur faisabilité. Des exemples de grilles plane et courbe sont présentés sur la figure II.11. On observe la présence de deux nappes de câbles sur les faces externes associées à des composants internes inclinés (barres et câbles).

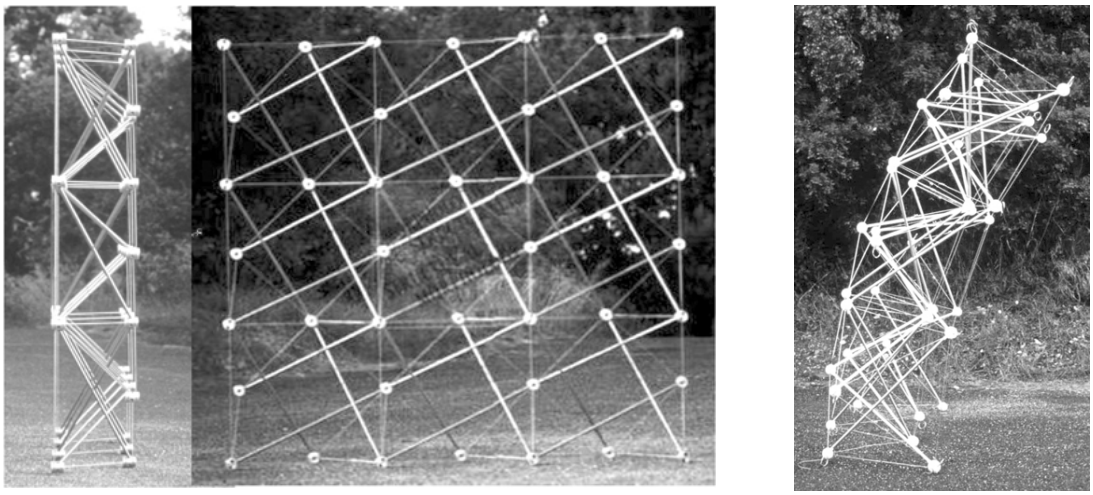


Fig. II.11 : Grilles spatiales de tenségrité modulaires plane (gauche et centre) et courbe (droite)

Des compositions structurelles plus variées ont également été mises en évidence selon le module de base utilisé (triplex, quadruplex ou hexaplex, voir figure II.12). Elles peuvent être utiles pour générer des grilles modulaires avec des contours géométriques spécifiques, autorisant ainsi une liberté formelle et architecturale accrue.

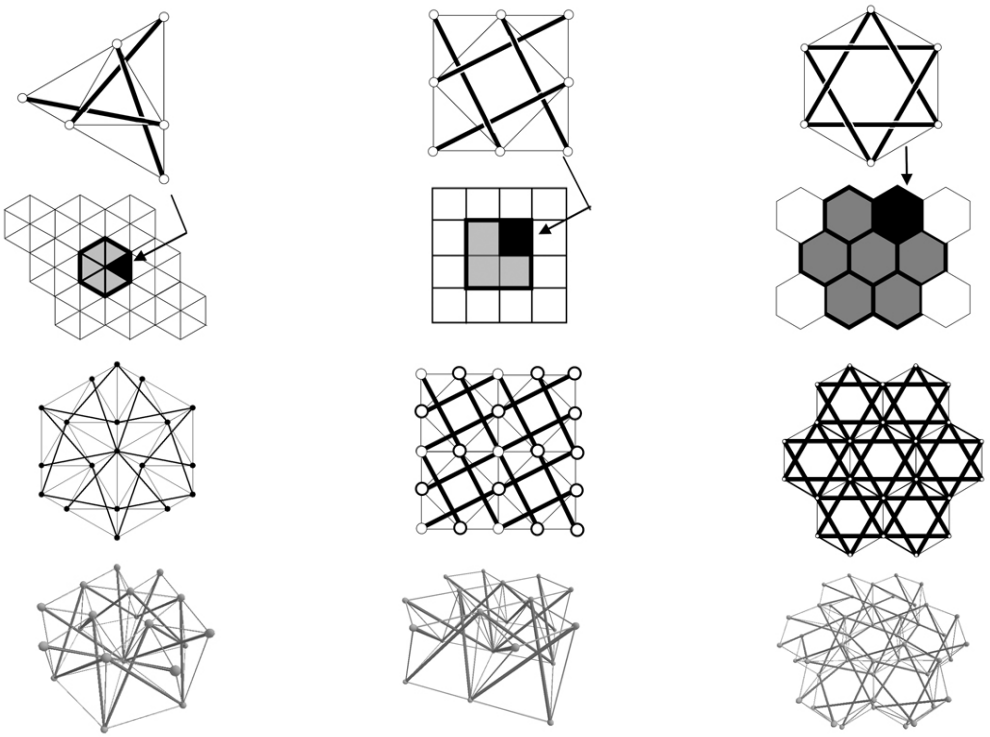
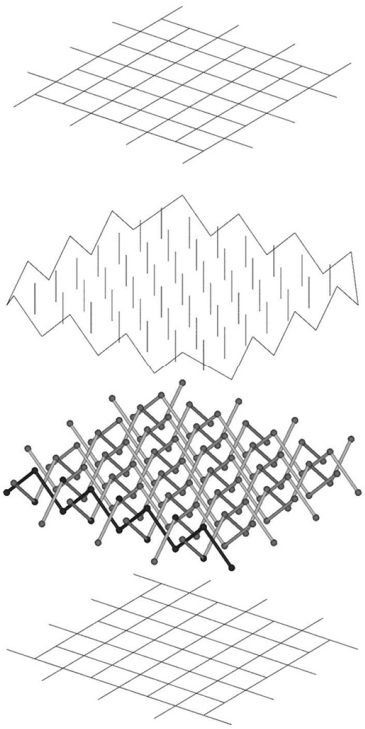
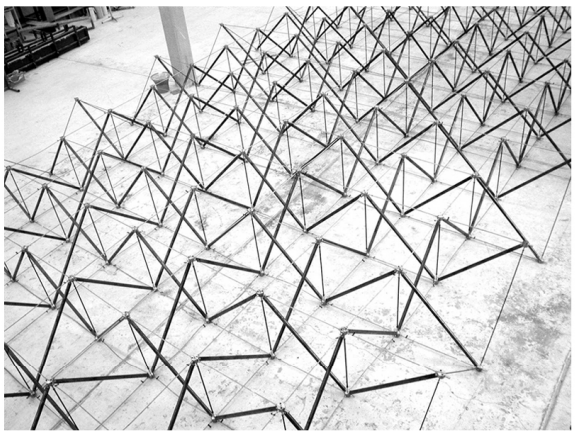


Fig. II.12 : Autres propositions de grilles modulaires

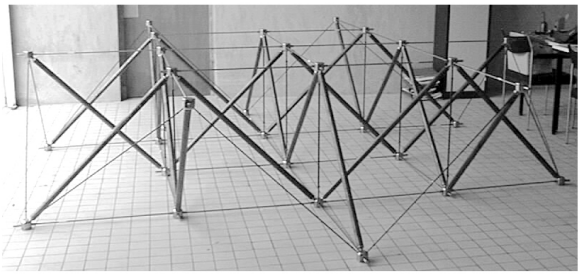
L'étape suivante a consisté en la conception de grilles dites « tissées ». Leur principe structural repose en effet sur un tissage bidirectionnel de barres inclinées, associé à deux nappes planes de câbles sur les faces externes, le tout complété par des éléments de câbles internes et périphériques (figure II.13, a).

a)





b)



c)

Fig. II.13 : Grille de tenségrité tissée (projet Tensarch)

Une grille de 85m^2 a ainsi été construite par le LMGC afin de tester et valider la faisabilité à l'échelle un (projet « Tensarch » en 2000, figure II.13, b et c).

L'ensemble de ces travaux a permis de mettre en évidence un nombre important de problématiques sur lesquelles il était nécessaire d'apporter des réponses.
En premier lieu, la définition de l'autocontrainte qui est instaurée au final dans une grille (distribution relative des tensions et des compressions, intensité) nécessite de maîtriser les différents états d'autocontrainte du système. Les résultats obtenus par les méthodes disponibles à ce jour ne permettent de les identifier et de les localiser de façon suffisamment efficace et exploitable. Notre attention va ainsi se porter tout d'abord sur cet aspect.
Dans un second temps, il est nécessaire de proposer une démarche permettant d'aboutir à un dimensionnement performant des éléments constitutifs. Le respect des règlements (Etats Limites de Service et Ultime) ainsi que la faisabilité technologique (densité de maillage, choix d'éléments standards…) font partie, entre autres, des paramètres à considérer. La proposition d'une méthode de pré dimensionnement constitue également un point important pour la diffusion des grilles de tenségrité vers la communauté du génie civil.

II.3.1 Identification et localisation des états d'autocontrainte dans les grilles modulaires

La détermination des états d'autocontrainte dans une grille de tenségrité nécessite le calcul de la base du sous-espace vectoriel associé au noyau de sa matrice d'équilibre $\{q^0\} \in \mathrm{Ker}\mathcal{A}$ [MOT03]. Toutefois, les résultats obtenus par ce calcul avec un logiciel dédié (Matlab®, Mathematica®, Maple® ...) sont en général difficilement exploitables. A titre d'exemple, la base d'une grille de 6x6 quadruplex est composée de 124 vecteurs. Deux d'entre eux, directement issus d'un tel calcul « brut », sont représentés sur la figure II.14 (le niveau de gris traduit l'intensité des efforts).

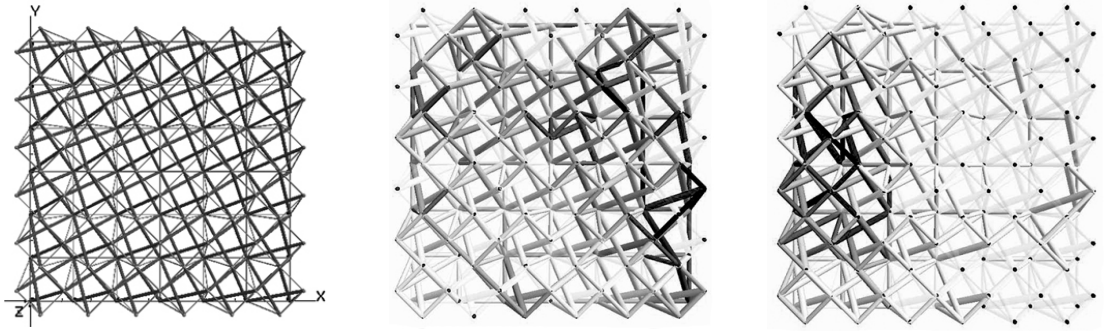


Fig. II.14 : Deux états d'autocontrainte d'une grille de 6x6 quadruplex

La difficulté pour interpréter et exploiter ces résultats est manifeste. Or, la conception d'une grille nécessite de déterminer une combinaison appropriée des vecteurs d'autocontrainte pour définir l'autocontrainte finale. Celle-ci a une incidence directe sur la rigidité, la résistance et la stabilité de la structure. Une connaissance précise des différents états d'autocontrainte est de fait nécessaire.
L'objectif de ce travail est ainsi de proposer des méthodes permettant d'identifier plus aisément et efficacement les états d'autocontrainte dans un grille de tenségrité [SAN05]. Après leur calcul brut, différentes transformations sont effectuées sur la base obtenue afin de la réécrire de façon plus pertinente. Nous avons également pu proposer un classement des états d'autocontrainte selon le nombre de composants impliqués, leur localisation et le respect de la nature des éléments.

La première approche repose sur l'utilisation de la périodicité modulaire des états d'autocontrainte (EA). Par exemple, dans le cas d'une grille de 4x4 quadruplex, représentée figure II.14, 44 états d'autocontrainte peuvent être localisés. Il y a 16 EA modulaires identiques correspondant aux modules, 16 autres EA liés aux assemblages de trois modules en ligne et 12 EA associés aux assemblages de 2x3 modules.

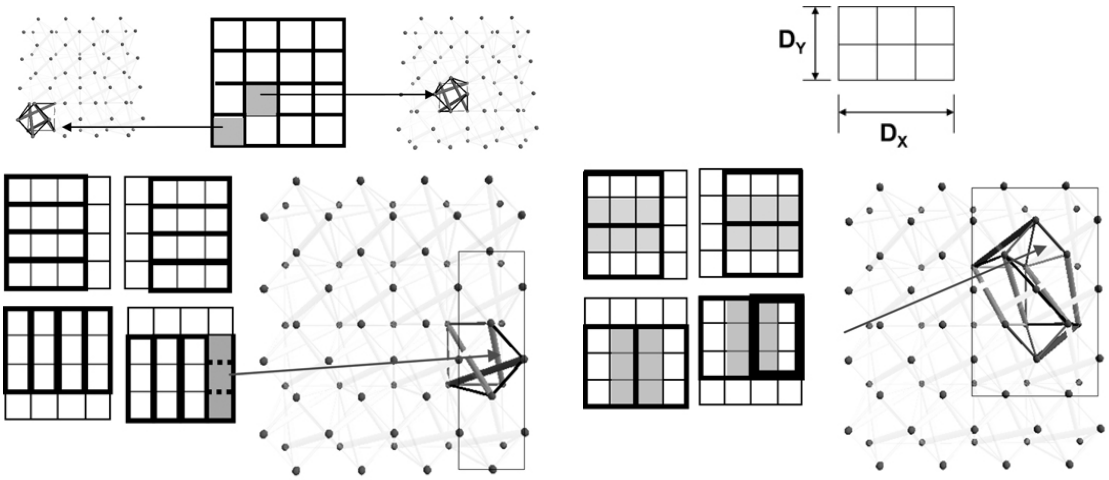


Fig. II.15 : Localisation de l'autocontrainte dans une grille de 4x4 quadruplex

Cette approche permet aussi de déterminer, sans calcul numérique, le nombre s des états d'autocontrainte. Par exemple, dans le cas d'une grille de D_X par D_Y quadruplex :

- $s = D_X D_Y$ pour $D_X \leq 2$ et $D_Y \leq 2$;
- $s = a + b + c$ pour $D_X > 2$ et $D_Y \leq 2$ avec $a = D_X D_Y$ (nombre de modules), $b = D_Y (D_X - 2)$ (assemblages 1x3 horizontaux) et $c = (D_Y - 1)(D_X - 2)$ (assemblages 2x3 horizontaux) ;
- $s = a + b + c + d + e$ pour $D_X > 2$ et $D_Y > 2$ avec $d = D_X (D_Y - 2)$ (assemblages 1x3 verticaux) et $e = (D_X - 1)(D_Y - 2)$ (assemblages 2x3 verticaux).

Une deuxième démarche consiste en la « réduction » des états d'autocontrainte. Il s'agit de maximiser le nombre de termes nuls dans l'écriture des vecteurs de la base. Cette opération de réduction a été menée selon deux stratégies : par utilisation de la méthode de Gauss conditionnée et par une méthode spécifique de réduction développée à cet effet [SAN07].
La méthode de Gauss conditionnée permet, par combinaisons linéaires des vecteurs, d'obtenir une écriture de la base des EA avec plus de termes nuls. Il faut cependant procéder à des choix de vecteurs et de pivots judicieux ainsi que tester au préalable le résultat de chaque étape. Cette stratégie est néanmoins efficace pour un faible nombre d'états (environ $s < 15$).
La seconde approche est plus efficace pour des structures de grande taille. Des opérations successives sont effectuées, d'abord sur la matrice « brute » issue du calcul numérique de la base des EA (répétitivités, taux d'implication de chaque composant), ensuite sur certains vecteurs isolés, le tout permettant d'obtenir un jeu optimal de coefficients de combinaison.
A titre d'exemple, nous présentons une grille de 3x3 quadruplex qui possède 19 états d'autocontrainte. Sur la première figure II.16, la base issue du calcul brut est représentée. Certains vecteurs sont facilement interprétables mais d'autres (en encadré) sont difficiles à exploiter. Après application de la méthode de réduction, la base obtenue est représentée sur la figure II.17. On perçoit que les états sont plus aisément accessibles, et donc exploitables, que ceux initialement calculés.

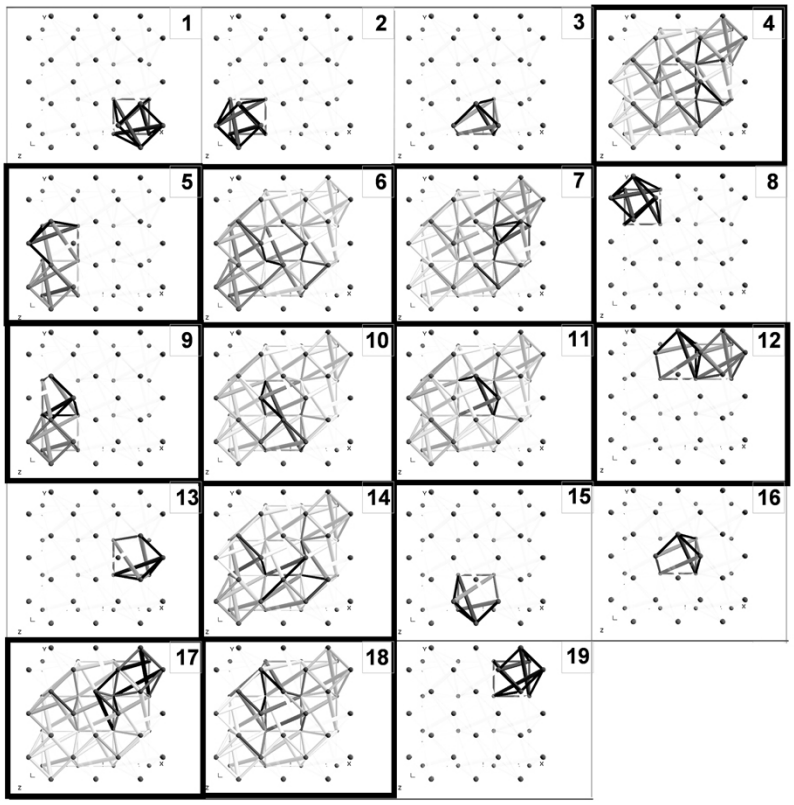


Fig. II.16 : Base « brute » pour une grille de 3x3 quadruplex

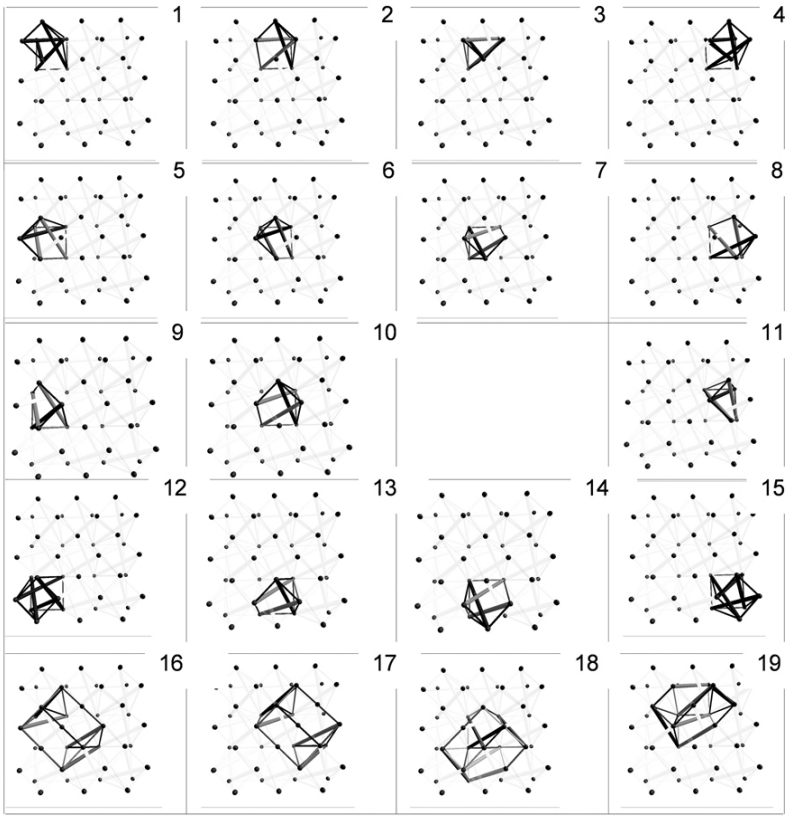


Fig. II.17 : Base réduite pour une grille de 3x3 quadruplex

L'ensemble de ces résultats nous a apporté une meilleure compréhension sur la localisation des états d'autocontrainte. Une classification a alors été proposée (figure II.18) :
- Si un EA respecte la rigidité de tous les composants concernés (traction pour les câbles, compression pour les barres), il est dit « compatible ».
- Si un EA implique tous les éléments de la structure, il est considéré comme « total » (« partiel » si au moins un élément n'est pas impliqué).
- Pour un EA partiel, trois cas sont différenciés. S'il concerne un sous domaine du système qui peut être extrait et former une structure auto équilibrée et stable, il est dit « modulaire » (« restreint » si ce sous domaine ne remplit pas l'une de ces deux conditions). Par opposition, s'il implique plusieurs composants répartis de façon diffuse dans le système, il est dit « diffus ».

Fig. II.18 : Classification des états d'autocontrainte

Cette classification ne concerne toutefois que les états d'autocontrainte. Cependant, les efforts initiaux dans les composants d'un système peuvent aussi être liés à son interaction avec l'environnement extérieur. Les conditions aux appuis sont en effet susceptibles de créer des contraintes additionnelles, même en l'absence de tout chargement. Si la structure est liée de façon isostatique, ces efforts sont nuls. Dans le cas contraire, des conditions aux limites redondantes (hyperstaticité) génèrent des efforts. Nous avons ainsi choisi de les repérer comme des états d'« exo-contrainte » (EE) afin de les différencier des états d'autocontrainte (EA). Ces états ne sont pas auto équilibrés et dépendent des conditions aux appuis.
Par exemple, une grille de 2x2 quadruplex possède 4 états d'autocontrainte, tous modulaires. Toutefois, si les nœuds sur le contour sont bloqués, alors 5 états d'exo-contrainte additionnels apparaissent (figure II.19). Ils se décomposent selon 4 EE en nappe inférieure (plan d'appui), qui n'impliquent qu'un seul élément en liaison avec deux appuis (EE 5 à 8), et 1 EE supplémentaire, plus complexe et impliquant plusieurs éléments de la grille (EE 9).

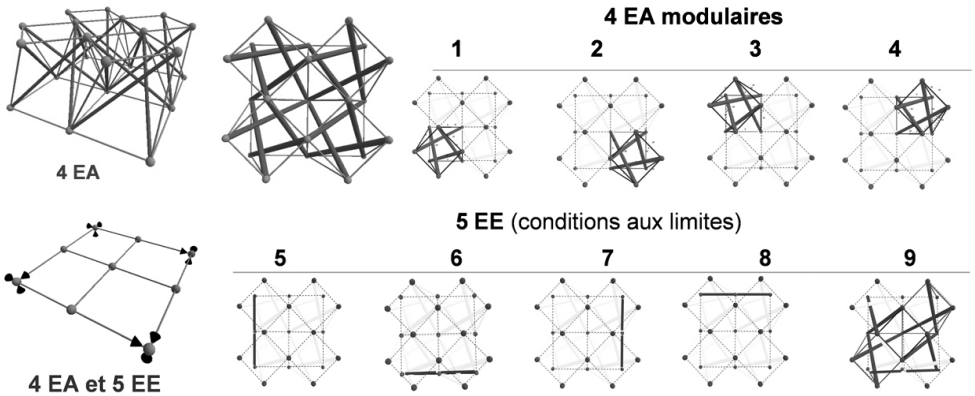


Fig. II.19 : Etats d'autocontrainte et états d'exocontrainte dans une grille 2x2

Ces travaux ont permis de développer des approches qui offrent une identification plus pertinente des états d'autocontrainte dans les grilles modulaires de tenségrité. Utilisant la périodicité du système ou des méthodes de réduction, ils permettent de localiser et, en conséquence, de classer les états de contraintes initiales (autocontrainte et exo-contrainte).

II.3.2 Dimensionnement optimal des grilles planes à double nappe

L'objectif de ces travaux est de proposer une méthodologie de dimensionnement performant des éléments constitutifs des grilles modulaires ou tissées. Il s'agit d'optimiser les dimensions des composants, afin de maîtriser le poids propre de la grille, tout en respectant les critères réglementaires des Eurocodes aux états limites (Etat Limite de Service et Etat Limite Ultime). De nombreuses considérations, parfois contradictoires, sont à gérer et le meilleur compromis possible doit être déterminé. Ce travail a fait l'objet d'une thèse de doctorat (R. Sanchez [SAN05]).

La première étape consiste en la définition de l'état d'autocontrainte qui sera instauré dans la grille ; les paramètres à prendre en compte pour sa détermination étant les suivants :

- être compatible et total (au sens précédemment défini) ainsi que respecter la géométrie cible ;
- satisfaire les critères aux ELS et ELU avec, cependant, une intensité adaptée (un niveau d'autocontrainte trop bas peut entraîner un relâchement des câbles, une intensité excessive des composants surdimensionnés).

Plusieurs hypothèses ont été analysées, selon les possibilités de relâchement des câbles ou d'une inversion des efforts dans les barres admises aux ELS ou aux ELU. Il s'est ainsi avéré que la stratégie la plus adaptée consiste à autoriser uniquement ces situations aux ELU.

La détermination de la distribution de l'autocontrainte a fait également apparaître plusieurs alternatives. On considère ainsi la possibilité d'avoir une répartition homogène (même niveau pour tous les câbles et toutes les barres), non homogène (valeur différente pour chaque élément) ou « partiellement » homogène (variations minimales des contraintes initiales). Le choix se fera au final en fonction du comportement sous chargement extérieur. Un exemple de distribution sur les câbles de nappe supérieure d'une grille tissée est présenté sur la figure II.20. Une répartition partiellement homogène apparaît ici comme étant la plus adaptée.

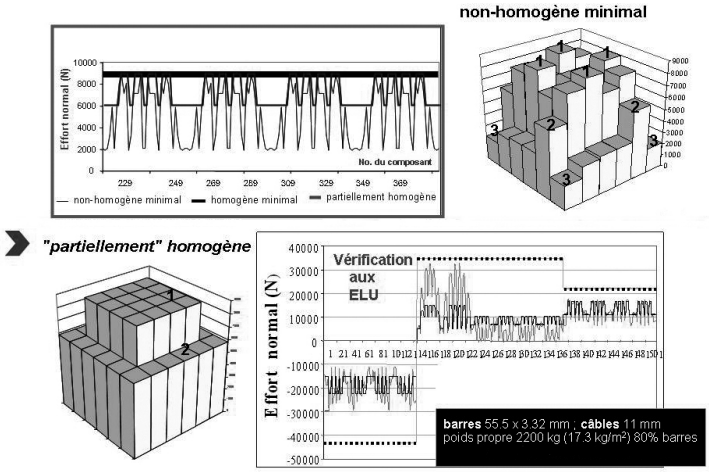


Fig. II.20 : Etude de la distribution des contraintes dans les câbles supérieurs

Par ailleurs, ces analyses nous ont permis de mettre en évidence des groupes de composants susceptibles d'avoir les mêmes dimensions. C'est par exemple le cas pour la grille tissée représentée sur la figure II.21, pour laquelle le choix des éléments de barre peut se faire à partir de seulement deux catégories.

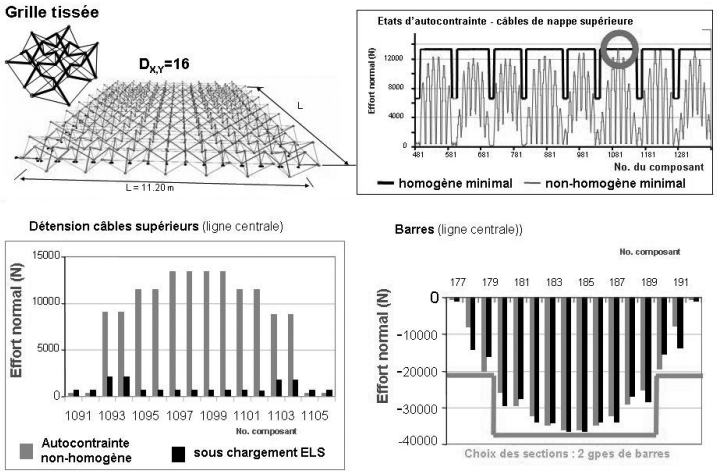


Fig. II.21 : Groupes de barres dans une grille tissée

Ces études nous ont conduits à développer une stratégie globale de dimensionnement optimal des grilles de tenségrité modulaires et tissées. Une méthode d'optimisation itérative donnant les sections droites des éléments en respectant les conditions de rigidité (ELS) et de résistance (ELU, dont le flambement des barres) a pu ainsi être proposée (figure II.22).

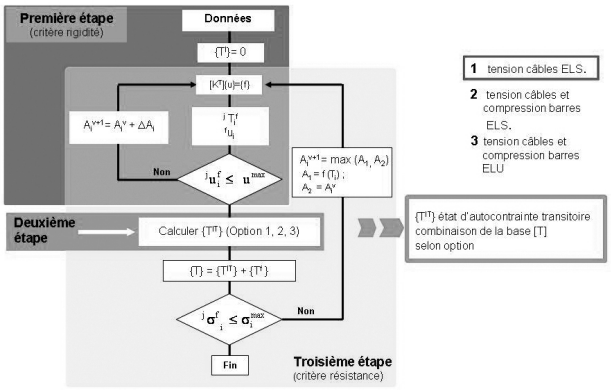


Fig. II.22 : Algorithme de dimensionnement optimal

Les résultats obtenus dans le cas d'une grille modulaire et d'une grille tissée sont présentés sur la figure II.23. Une comparaison avec des grilles de références aux dimensions non optimisées a permis de mettre en évidence le bénéfice d'une telle démarche.

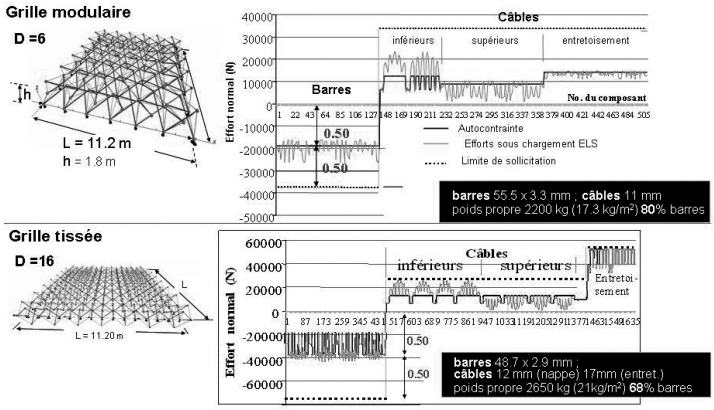


Fig. II.23 : Dimensionnement optimal de grilles modulaires et tissées

L'analyse a également porté sur l'incidence de la densité de maillage (nombre de modules ou de tissages selon les deux directions) sur l'autocontrainte et les efforts maximaux dans les éléments ainsi que sur les flèches maximales (figure II.24). Les résultats obtenus mettent en évidence des seuils au-delà desquels une trop forte densité de maillage n'est plus pertinente. Cela permet de déterminer une densité optimale pour chaque grille.

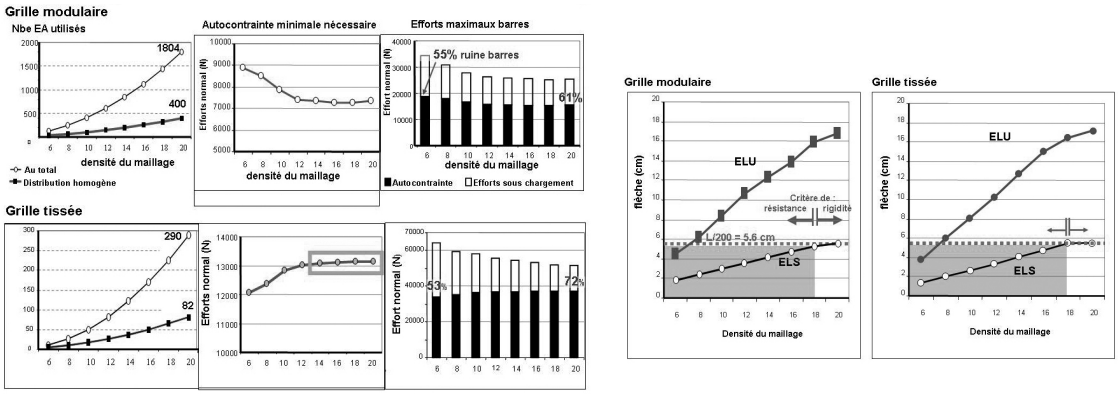


Fig. II.24 : Influence de la densité de maillage sur l'autocontrainte et l'amplitude des déplacements maximaux

Les études ont par la suite porté sur la diffusion de ces structures dans la communauté du génie civil. Nous avons en premier procédé à une analyse comparative entre un choix de sections théoriques optimisées et celui de profilés standards (produits Arcelor®). Les variations en terme de poids propre, et donc de coût, sont présentés sur le figure II.25.

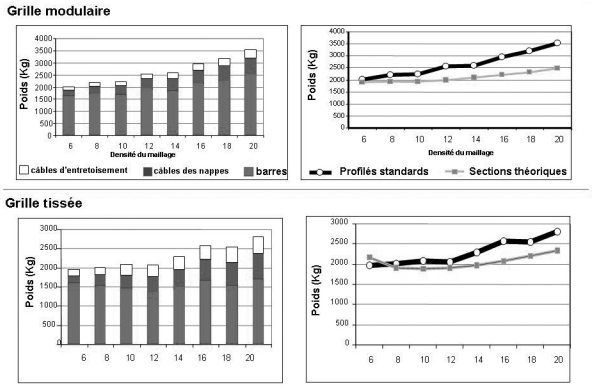


Fig. II.25 : Influence du choix de profilés standards sur le poids

Enfin, il nous a paru nécessaire de développer un outil de pré dimensionnement adapté au cas des grilles planes à l'attention des concepteurs et des bureaux d'études. Une analogie avec les systèmes spatiaux réticulés a permis de proposer un modèle simplifié permettant une prédétermination de l'autocontrainte, un dimensionnement aux ELS et une vérification aux ELU. Les résultats ainsi obtenus ont permis d'apporter une contribution significative pour le développement de l'ingénierie des grilles en état de tenségrité planes à double nappe.

II.3.3 Etude et conception d'une grille « souple » de tenségrité

En parallèle des analyses sur les grilles de tenségrité modulaires et tissées, des études expérimentales ont permis de concevoir et définir les bases conceptuelles d'une grille dite « souple » (figure II.26). Elle est constituée de deux nappes planes de membranes tendues sur les faces externes, associées à des séries de profilés internes courbés. Ces profilés, en forme d'ondes, sont mis en compression/flexion par flambage et équilibrent la tension des membranes. Des câbles périphériques assurent la connexion entre l'extrémité des profilés et le bord des membranes afin de préserver leur tension.

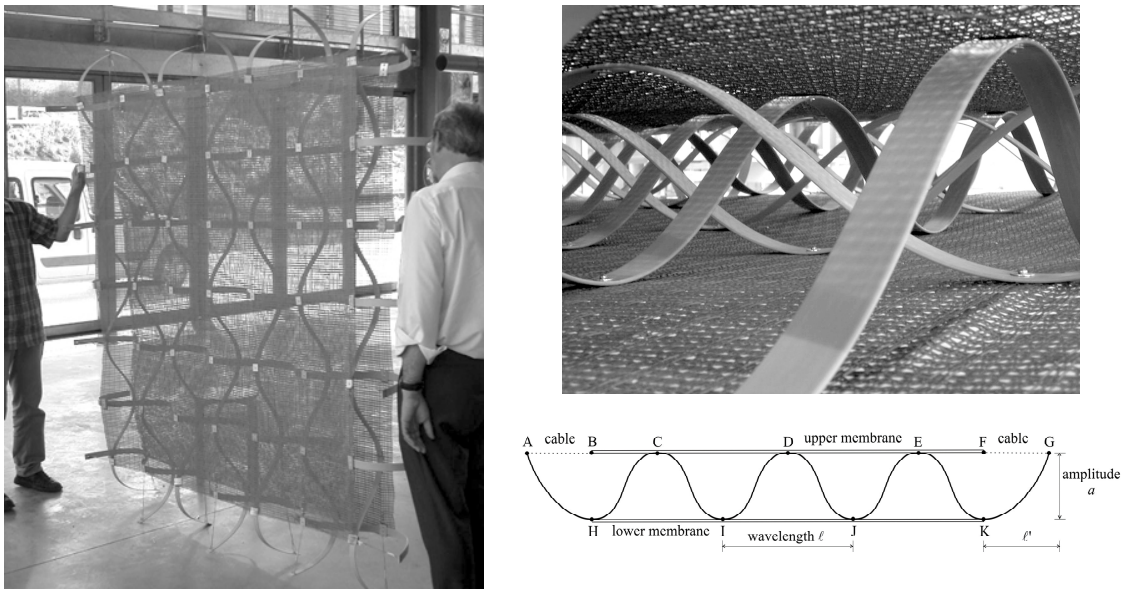


Fig. II.26 : Grille souple de tenségrité (vue extérieure et intérieure)

Le prototype présenté ci-dessus a été réalisé en collaboration avec le SLA et la société Ferrari, l'un des leaders européens dans la fabrication de membranes textiles composites. Les dimensions de cette grille carrée sont d'environ 2.2m par 2.2m pour 0.22m d'épaisseur. Les membranes sont réalisées avec un tissu développé par Ferrari et appelé « Defender 7761® », composé de fils d'acier enduits de PVC ; les profilés sont en composite pultrudé.

Cette grille se caractérise par son faible poids et sa souplesse lorsqu'elle n'est pas fixée sur des appuis. Les ondes des profilés parallèles peuvent en effet avoir, dans ce cas, une rotation relative et le système se déformer pour générer une surface à double courbure. Par contre, dès que des appuis périphériques sont imposés, la grille possède une bonne rigidité comparativement à son poids propre. Ce principe permet d'envisager plusieurs applications, principalement s'agissant de la couverture de surfaces avec des panneaux préfabriqués plans ou courbes qui viennent se fixer sur une ossature. La présence de deux couches de membranes, éventuellement de nature diverse (étanchéité, filtration UV…) offre la possibilité d'insérer différents matériaux à l'intérieur, par exemple pour réaliser une isolation thermique ou acoustique.

Ce prototype, et l'analyse de son principe structurel, nous ont permis d'identifier plusieurs problématiques devant faire l'objet d'études.

En tout premier lieu, il convenait d'expliciter la relation entre les caractéristiques géométriques de la grille (dimensions, forme d'un profilé comprimé/fléchi) et les efforts internes dans les éléments (tension dans les membranes, compression/flexion dans les profilés). Cette étude correspond à une analyse de recherche de forme et peut être envisagée selon une stratégie à « forme contrôlée » ou à « force contrôlée ». Dans le premier cas, on spécifie les dimensions de la grille (côtés, épaisseur) et la tension correspondante dans les

membranes est calculée. Dans la méthode à force contrôlée, la tension membranaire est imposée et les dimensions de la grille, résultant d'une forme appropriée des profilés, sont déterminées.
Pour cela, il a fallu étudier l'interaction mécanique entre les profilés et les membranes. Il a été ainsi possible d'identifier et de définir un état de tension membranaire constante (figure II.27, cas général en (a) et tension constante en (b)).

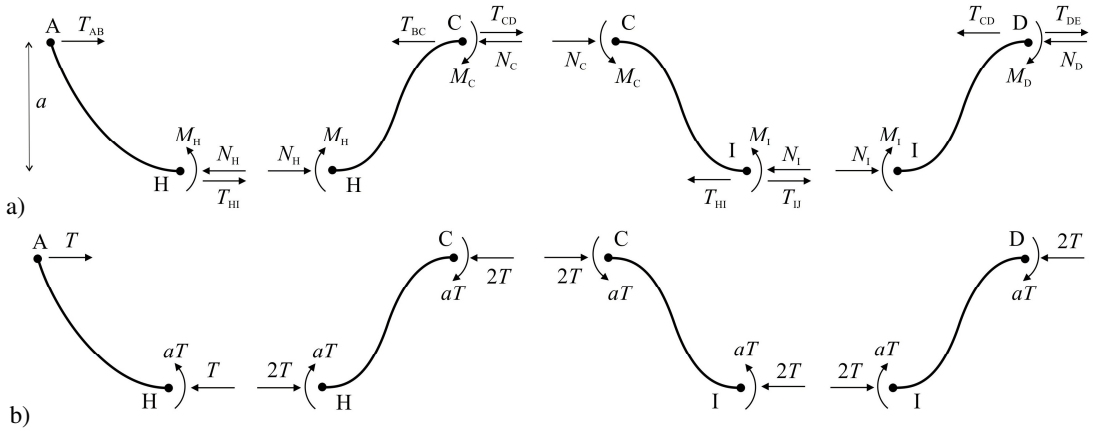


Fig. II.27 : Etude mécanique de l'interaction entre les ondes et les membranes

Par la suite, une demi onde du profilé a été isolée (figure II.28) afin d'analyser les liens entre sa forme (géométrie), ses sollicitations internes (effort normal de compression, moment fléchissant) et l'action des membranes. Les résultats ainsi obtenus ont permis de proposer des méthodes de calcul, soit à forme imposée (figure II.29), soit à force imposée (figure II.30).

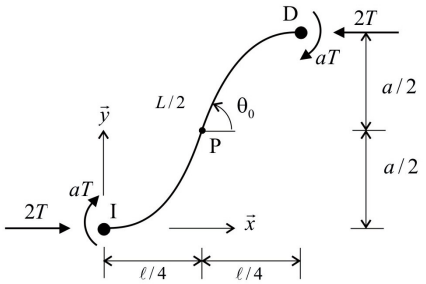


Fig. II.28 : Relations forme/forces d'une demi onde isolée

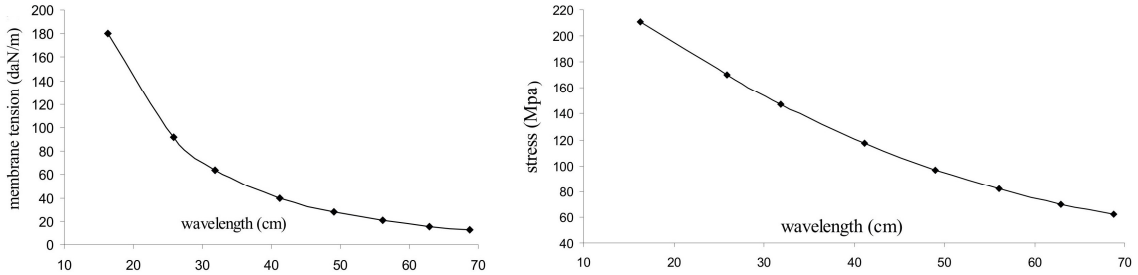


Fig. II.29 : Recherche à forme contrôlée (longueur d'onde imposée)

Les deux premières courbes permettent de déterminer, partant d'une valeur spécifiée de la longueur d'onde des profilés, la tension dans les membranes et la contrainte normale maximale dans le pultrudé. Les deux autres courbes donnent, pour une tension membranaire requise, la longueur du profilé avant courbure par flambage et sa contrainte après assemblage.

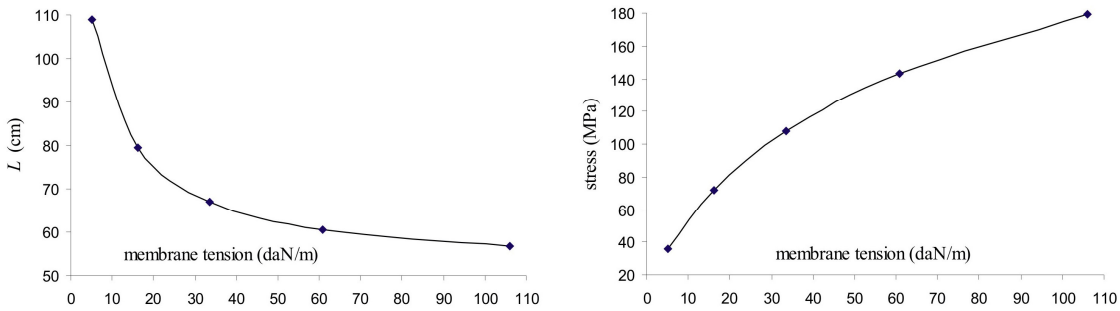


Fig. II.30 : Recherche à force contrôlée (tension membranaire imposée)

Une fois que des outils permettant de déterminer les caractéristiques géométriques et les efforts internes associés dans les éléments ont été disponibles, nous avons pu passer à l'étape suivante visant à la modélisation du comportement mécanique de la grille.
Ces travaux sont en cours et leur objectif est, entre autres, de caractériser le comportement sous chargement statique (rigidité, résistance, relâchement des membranes) et d'étudier les possibilités d'évolutions morphologiques selon la nature des interactions avec l'environnement externe (appuis périphériques, déplacements imposés des conditions aux limites). L'analyse fait appel à une modélisation de la grille par la méthode des éléments finis et les résultats obtenus sont confrontés à des études expérimentales menées sur la grille prototype (figure II.31).

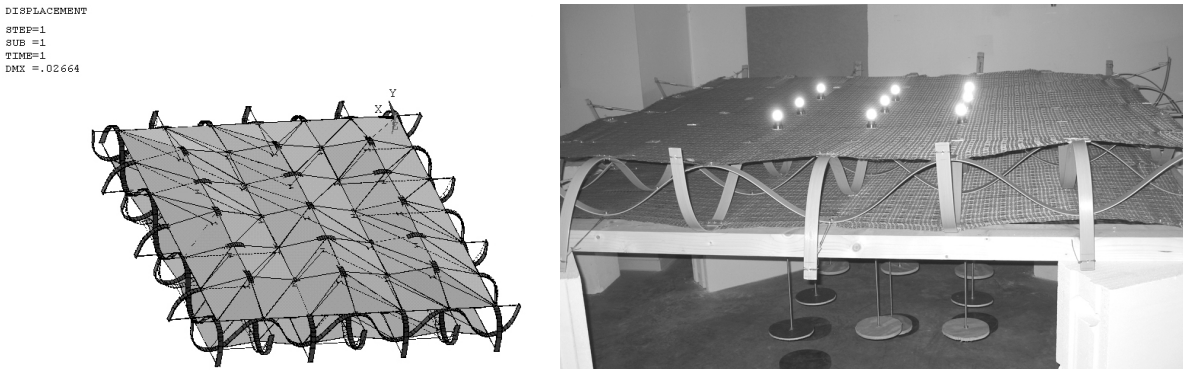


Fig. II.31 : Analyse EFI et expérimentale de la grille souple

II.4 Perspectives

Les développements autour du concept de tenségrité se situent à plusieurs niveaux. Certains s'inscrivent sur le long terme, voire le très long terme pour les travaux concernant les recherches sur la notion de matériau en « état de tenségrité ».
Les perspectives envisagées à ce jour sont présentées ci-après selon l'envergure estimée des prospectives scientifiques.

II.4.1 Grilles de tenségrité courbes
Une réflexion a été engagée sur la génération de grilles courbes (figure II.32). Par une approche croisée entre des modèles physiques expérimentaux et des modèles numériques, nous avons pu mettre en évidence certaines typologies et topologies en fonction de la géométrie recherchée (simple courbure, double courbure positive ou négative) [RES04].
Les travaux à mener visent à identifier les topologies compatibles avec les géométries courbes souhaitées et à analyser leurs degrés de pertinence respectifs au regard de critères de performance comportementale, de faisabilité, voire de pliabilité. Par ailleurs, on s'intéressera de façon plus générale à l'interaction entre les caractéristiques de courbure d'un système et son autocontrainte (distribution et niveau), ceci afin de mettre en évidence les situations où l'un de ces deux paramètres devient dominant.

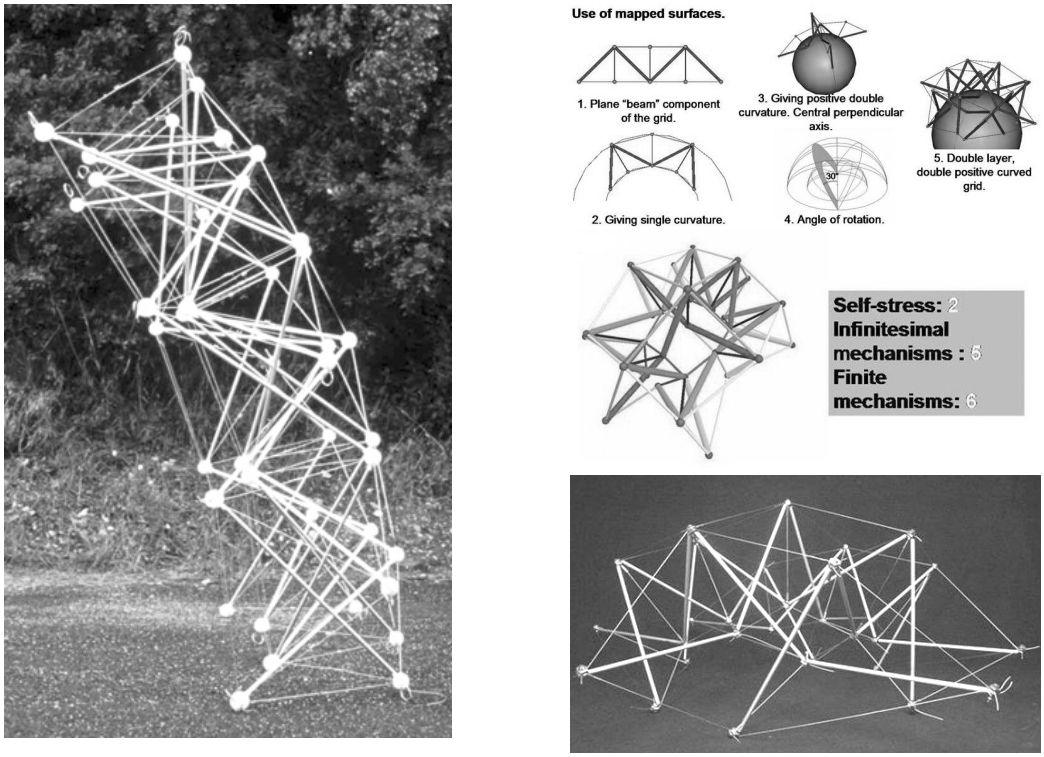


Fig. II.32 : Maquettes de grille de tenségrité courbe et modèles associés

Les études spécifiques sur le caractère de pliabilité se feront en lien avec les membres de l'équipe Conception en Structures impliqués dans la thématique des « systèmes à grandes variations géométriques».

II.4.2 Anneaux et tubes de tenségrité

Ces travaux sont en lien avec le développement d'une nouvelle famille de modules (également appelées « cellules ») de tenségrité. Ils sont basés sur des géométries prismatiques et réalisés à partir d'un tube mono composant constituant l'ensemble des éléments de barre en compression [MOT06] (figure II.33).

Fig. II.33 : Etapes de réalisation d'une cellule de tenségrité mono tube à base pentagonale

Leur principe de composition structurelle, applicable à tous les p-prismes droits, génère une cellule dont la forme peut être comparée à un simple anneau caractérisé par sa hauteur, son épaisseur et son rayon intérieur (figure II.34). Ces anneaux sont autocontraints et des études expérimentales ont validé leur pliabilité.

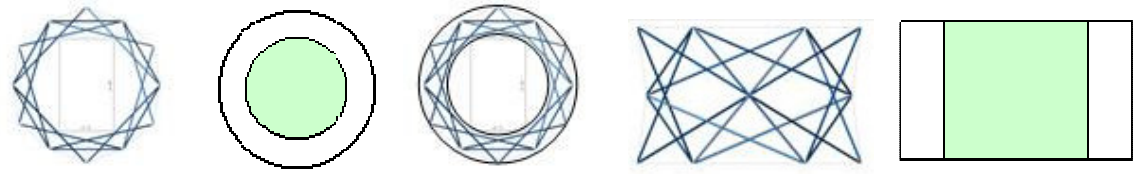


Fig. II.34 : Anneaux de tenségrité

Ils peuvent être assemblés pour constituer une sorte de « corde creuse » et diverses applications sont envisageables selon l'échelle considérée. On peut ainsi songer à la réalisation de passerelles piétonnières (figure II.35), droites ou courbes, éventuellement pliables/dépliables pour une installation rapide, mais aussi à la modélisation microscopique de filaments biologiques tels les microtubules du cytosquelette cellulaire (voir chapitre III).

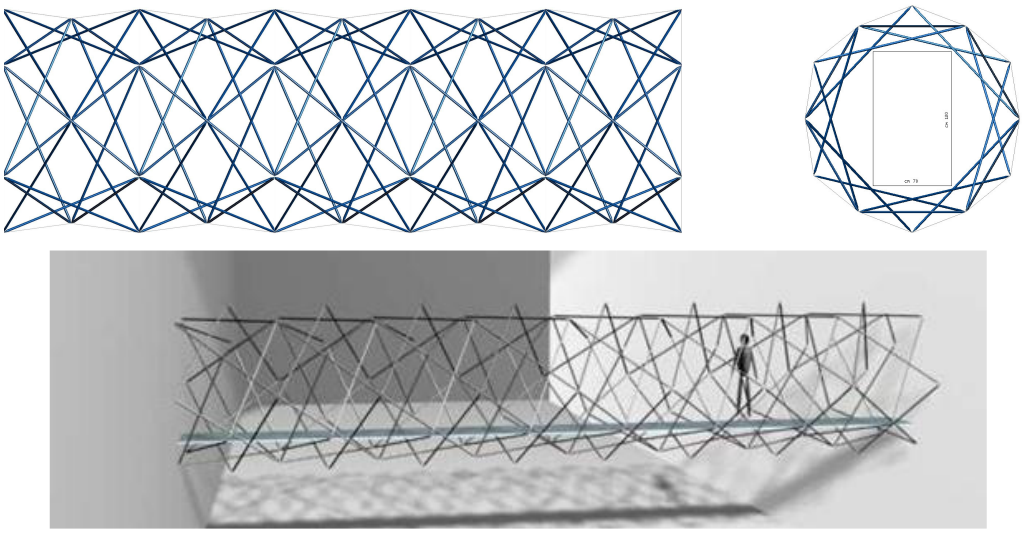


Fig. II.35 : « Corde creuse » ; application comme passerelle

II.4.3 Matériau en « état de tenségrité »

Les développements menés à ce jour sur les structures en état de tenségrité ont permis d'entrevoir un élargissement du concept de tenségrité vers celui de matériau en « état de tenségrité ». Cette approche nécessite une réflexion de fond afin de prolonger la tenségrité, en plaçant la dualité traction/compression au coeur de nouvelles configurations structurales.

Nos études mettent en effet en lumière plusieurs invariants propres à la tenségrité. Il s'agit tout d'abord de la présence d'une enveloppe externe, continue ou pas, porteuse d'efforts de traction et associée avec un continuum interne assurant l'auto équilibre de cette traction. C'est par exemple le cas pour les grilles souples, mais aussi celui des structures basées sur l'association de modules ou de cellules annulaires. De plus, ces systèmes se caractérisent par une forte sensibilité aux conditions aux limites, pouvant ainsi être souples en l'absence d'appuis, et donc avec une variabilité géométrique d'ensemble, mais rigides une fois en interaction avec l'environnement extérieur et offrant une capacité portante.

La déclinaison et l'exploitation de ce principe à différentes échelles constituent l'enjeu de ce travail. Nos recherches vont se concentrer sur cet aspect et participer ainsi à l'explicitation et au développement du concept de matériau en état de tenségrité.

Plusieurs pistes ont été mises en évidence. Elles concernent tout d'abord l'association de systèmes de tenségrité permettant de former des structures de nature complexe, planaire ou volumique et qui nécessite de mener à bien plusieurs études morpho-topologiques. L'organisation interne d'un système de tenségrité perturbe en effet la lecture classique que l'on a de notions usuelles telles que l'intériorité ou la frontière/enveloppe externe. L'assemblage de systèmes selon des règles combinatoires clairement explicitées réclamant la parfaite maîtrise de ces notions, il conviendra d'apporter des éléments de réflexion en ce sens et de proposer des stratégies de détermination.

Un domaine majeur d'application sera en lien avec la biomécanique et l'ingénierie tissulaire (voir chapitre III) ; il concernera la modélisation mécanique d'une cellule adhérente et du lien avec son activité métabolique Considéré à l'échelle tissulaire, ce matériau nécessitera d'expliciter et de contrôler les changements d'échelle (du micro au macro et inversement) tout en considérant l'influence du milieu extérieur et en respectant la réalité des phénomènes biologiques.

Conclusion

Les travaux menés autour du thème des structures en état de tenségrité ont permis d'apporter une contribution sur quatre problématiques.

Tout d'abord, nous avons développé un processus de recherche de forme pour la génération de formes non régulières. L'utilisation de la méthode de relaxation dynamique et les stratégies de contrôle mises au point offrent la possibilité de créer des géométries et des configurations topologiques beaucoup plus complexes et variées que celles proposées à ce jour.

Par la suite, les investigations ont porté sur l'identification des mécanismes d'unilatéralité dans les structures comprenant des éléments de câble. Une méthodologie permettant de calculer les bases des sous-espaces vectoriels des états d'autocontrainte, des mécanismes bilatéraux et unilatéraux est ainsi développée.

Les travaux ont ensuite porté sur le dimensionnement optimal des grilles planes en état de tenségrité. Ils ont tout d'abord menés au développement d'approches qui offrent une identification plus pertinente des états d'autocontrainte. L'utilisation de la périodicité du système ou de méthodes de réduction spécifiques permet en effet de localiser et, en conséquence, de classer les états de contraintes initiales (autocontrainte et exo-contrainte). Dans un second temps, une méthodologie de calcul optimal de la distribution et du niveau d'autocontrainte ainsi que des dimensions des éléments est développée. Cette approche respecte les exigences réglementaires de rigidité et de résistance tout en prenant en considération des aspects de faisabilité. Cette contribution est d'importance pour la diffusion de cette technologie vers les bureaux d'études. A cet effet, une méthode de pré dimensionnement est proposée.

De nombreux résultats ont également été obtenus relativement à la conception et l'étude des grilles « souples » de tenségrité. Un processus de recherche de forme à forces contrôlées ou à formes contrôlées est développé afin d'identifier les caractéristiques géométriques de ces structures en lien avec leur état de contraintes initiales. Leur comportement mécanique sous sollicitation externe fait par ailleurs l'objet d'études.

Les recherches menées autour de la thématique des structures à contraintes initiales nous permettent d'envisager de nombreuses perspectives. Elles concernent principalement le développement de grilles courbes et de tubes ou d'anneaux de tenségrité. Le concept de matériau en « état de tenségrité » doit faire l'objet d'investigations afin d'en définir les caractéristiques et les applications potentielles.

Troisième partie

Biomécanique cellulaire

Introduction

Les chercheurs qui conduisent des travaux en lien avec des problématiques de morphologie structurale sont régulièrement conduits à observer de formes développées dans la nature [BOU06]. Les recherches développées par des naturalistes tels D'Arcy Thompson [DAR17] constituent ainsi des références qui sont toujours d'actualité.
Mes travaux sur les coques minces et les configurations minimales, principalement les surfaces d'aire minimale caractéristiques d'un état d'énergie potentielle minimale, m'ont de fait fréquemment amené à étudier et à faire référence à des configurations naturelles.

Par ailleurs, de nombreuses communautés scientifiques, dont celle des biologistes, ne demandent qu'à confronter leurs résultats, obtenus par voie expérimentale ou selon diverses modélisations, avec les approches développées par les spécialistes de l'analyse des structures. Les membres de l'équipe Conception en Structures ont ainsi fait l'objet de plusieurs sollicitations par le passé de la part de biologistes « cellulaires » pour mettre en parallèle les travaux et les résultats des deux communautés.

Des rencontres ont ainsi eu lieu sur le site même de l'Université Montpellier 2. Il m'a alors semblé opportun et pertinent de concrétiser ces échanges en mettant en place un programme de recherche commun sur le thème de la biomécanique cellulaire. Ce travail exploratoire se situe dans un contexte d'interdisciplinarité. Au delà des potentielles applications offertes aux mécaniciens, il permet la confrontation avec de nouvelles problématiques, la découverte de méthodologies de recherche différentes, et ne peut que contribuer à enrichir les différents partenaires.

Un programme de recherche centré sur la modélisation mécanique du cytosquelette des cellules a ainsi été finalisé. Ses objectifs étaient de développer des approches innovantes s'agissant de la recherche de forme du cytosquelette en phase statique (chapitre III.2) ainsi que de la simulation de la structuration cellulaire résultant du processus d'adhésion (chapitre III.3). Ces travaux ont été menés en étroite collaboration avec des spécialistes de biologie cellulaire et des études expérimentales (chapitre III.4) ont permis de vérifier le réalisme et la pertinence des résultats obtenus avec des simulations numériques.

III.1 La modélisation mécanique en biologie cellulaire

L'un des objectifs majeurs de la biomécanique cellulaire est de contribuer à la compréhension de phénomènes macroscopiques tels que le remodelage osseux, la réparation tissulaire ou la réponse immunitaire en analysant le lien entre le comportement mécanique de cellules adhérentes en interaction avec leur environnement proche (matrice extra cellulaire et/ou cellules avoisinantes), et leur fonctions biologiques telles la différentiation, la synthèse protéique, la migration , l'apoptose, etc. [KUM06].
De nombreuses études expérimentales ont été menées afin de caractériser la réponse mécanique de diverses cellules vivantes adhérentes soumises à différentes sollicitations et traitements biochimiques [FAB01, LAU03, PUI04]. Cependant, l'hétérogénéité et le manque de cohérence quantitative des résultats ainsi obtenus ont souligné la nécessité de développer une modélisation mécanique de la cellule. L'objectif de ces approches numériques est de proposer un modèle pertinent du comportement cellulaire quand des déformations et des contraintes sont mises en jeu, et d'en révéler les phénomènes de mécanotransduction associés.
Le point fondamental réside dans la capacité à modéliser le comportement mécanique du cytosquelette, support de toute sollicitation mécanique, et de sa transduction en une signalisation cellulaire. Il joue un rôle majeur dans de nombreux phénomènes dont la croissance et la division cellulaire ou la migration, car il structure et contrôle la forme de la cellule ainsi que son comportement mécanique [MAT06].
Le cytosquelette est une structure complexe essentiellement composée de trois réseaux de biopolymères interconnectés : les microfilaments d'actine, les microtubules et les filaments intermédiaires (figure III.1). Ils assurent un lien physique entre le noyau cellulaire et les complexes d'adhésion situés sur la membrane externe. Leur architecture est ainsi fortement interdépendante de l'interaction mécanique entre la cellule et sa matrice, ainsi que celles avoisinantes. Plusieurs principes d'organisation peuvent néanmoins être mis en avant. Les microfilaments sont localisés dans le volume entier, principalement dans le cortex membranaire et dans des fibres basales (fibres dites « de stress »). Les microtubules rayonnent à partir d'un lieu spécifique nommé centrosome tandis que les filaments intermédiaires enveloppent le noyau tout en le connectant à la membrane cellulaire. Des éléments sont par ailleurs également connectés à des zones spécifiques de cette membrane qui constituent les complexes d'adhésion (ou points focaux) permettant l'adhésion avec l'environnement externe. Au-delà de ces quelques principes généraux, les architectures observées (géométries et composition structurelle) sont complexes, irrégulières, variant d'une cellule à l'autre et au cours du temps. Les études expérimentales sont généralement réalisées par vidéo microcopie couplée à des logiciels de reconstruction 3D.
Celles-ci ont de plus permis de révéler une caractéristique fondamentale du cytosquelette qui est l'existence d'efforts internes initiaux. Ces efforts, essentiellement de traction et de compression, confèrent à la cellule sa rigidité et sa stabilité. Il a été ainsi clairement montré que les filaments d'actine sont tendus et en équilibre avec les microtubules comprimées [STA02, BRA06] ; ce qui nous rapproche de nos études mécaniques pour des systèmes à contraintes initiales.

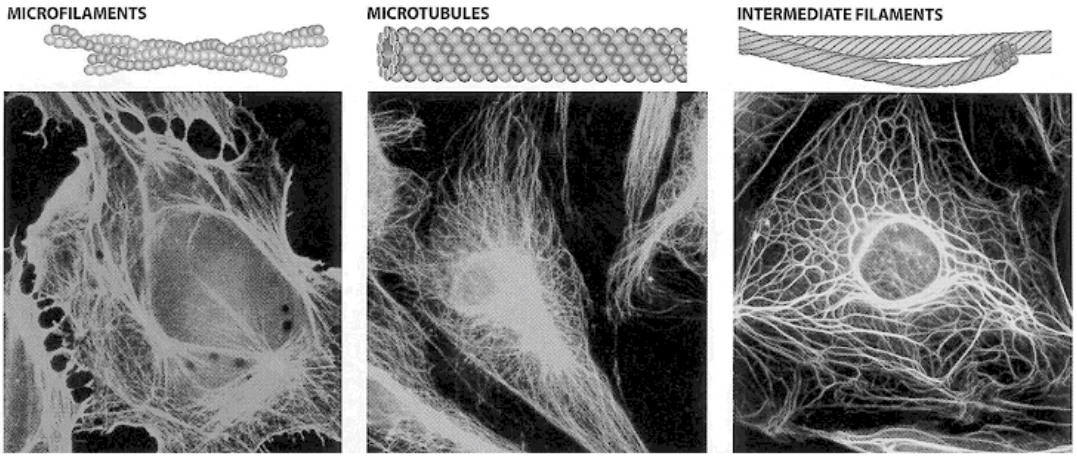


Fig. III.1 : Réseaux du cytosquelette

De nombreux modèles ont ainsi été développés afin de décrire la mécanique cellulaire. On peut ainsi citer les approches par éléments finis [MIJ02], les milieux alvéolaires [SAT96] ou les milieux vitreux mous [FAB01]. Ces méthodes n'offrent toutefois pas une représentation suffisamment réaliste de l'architecture du cytosquelette et, ce qui est un manque majeur, ne peuvent prendre en considération la présence de forces initiales.
Pour pallier ces lacunes, une analogie basée sur les systèmes de tenségrité a été développée [STA96, WEN99]. La première approche portant sur ce type de modélisation est à mettre à l'actif de D. Ingber [ING93] et N. Wang (USA) à la fin des années quatre-vingt (figure III.2).

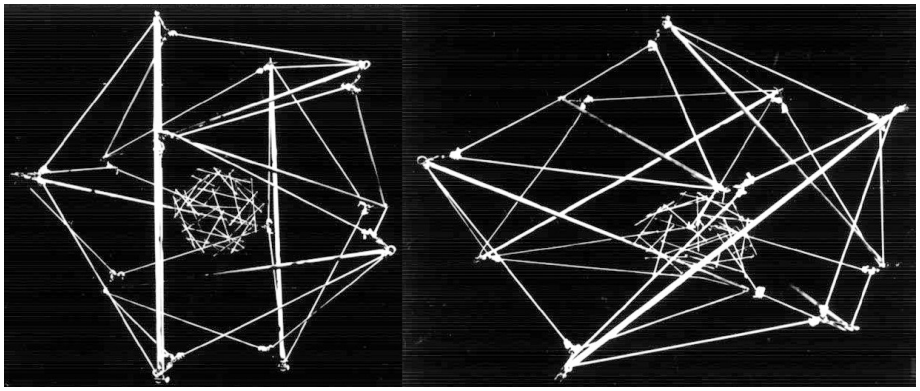


Fig. III.2 : Modélisation du cytosquelette se déformant (avec noyau)

Ce modèle permettait d'apporter un nouvel éclairage comparativement aux analogies traditionnelles en biologie cellulaire, essentiellement fondées sur l'étude d'un milieu fluide multiphasique visqueux ou viscoélastique entourée d'une membrane éventuellement sous tension. Il fait par exemple clairement apparaître les points focaux d'adhésion ainsi que l'état de contraintes initiales du cytosquelette et son architecture structurale [ING98, SUL04]. Une analogie est ainsi effectuée entre les câbles et les microfilaments d'actine tendus ainsi que entre les barres et les microtubules en compression.
Il devait toutefois principalement être perçu comme qualitatif et permettant d'illustrer des observations expérimentales sur le comportement de la cellule [ING97]. Il montrait qu'en cas de forte adhésion, un modèle initialement sphérique pouvait être déformé et s'aplatir, en développant un grand nombre de points focaux d'adhésions sur une matrice hautement rigide. Il tendait toutefois à retrouver sa forme originelle si le nombre de points diminuait, ceci en

plissant éventuellement le substrat dans le cas d'une matrice « souple », comme illustré en figure III.3 [CHE97], et tel que cela avait déjà été observé [HAR80].

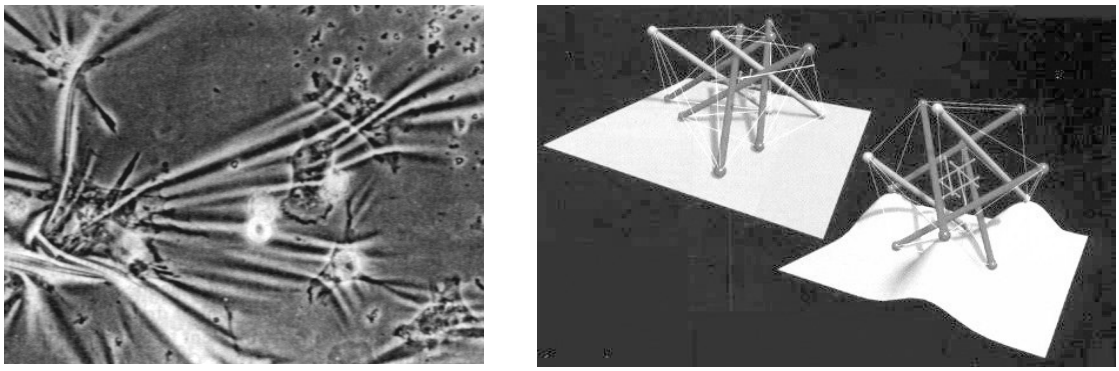


Fig. III.3 : Analogie cellule/modèle de tenségrité, avec une matrice sous-jacente

Les modèles se sont progressivement affinés, par exemple avec la prise en compte d'un noyau (voir figure III.2 où un sous-système de tenségrité est inséré à l'intérieur), ceci jusqu'à permettre la prédiction de certaines mesures obtenues expérimentalement sur des cellules adhérentes vivantes [STA99]. En France, les premiers travaux sur la tenségrité cellulaire ont commencé plus tardivement et ont permis d'apporter des arguments supplémentaires pour valider une telle modélisation par comparaison avec ce qui est observé expérimentalement [WEN97]. Ces études, par magnétocytométrie ou pinces optiques laser, ont montré une bonne corrélation qualitative entre le comportement mécanique des cellules et celui numériquement simulé par tenségrité [LAU02] : réponse non linéaire (augmentation de la rigidité avec le niveau de contrainte ou de déformation) expliquée par un plausible effet du déplacement relatif des constituants structuraux (filaments pour le cytosquelette, câbles et barres pour les modèles de tenségrité), effet du changement de tension interne sur la rigidité [WEN99], possible effet d'échelle [WEN00, WEN02] sur les propriétés élastiques cellulaires. Des compléments ont également été apportés à partir des années 2000 [WAN02, ING03], par exemple pour traduire l'influence d'un possible flambement par compression de microtubules [COU97, VOL00] sur le comportement global du système, pour prendre en compte d'autres architectures [WEN03] ou encore pour introduire un comportement viscoélastique sur certains composants afin de mener des études en dynamique [SUL04] et/ou quantitatives [CAN02, CAN03].

L'ensemble de ces modèles est toutefois resté fortement limité dans les architectures cytosquelettiques utilisées. Leurs structures sont très simplifiées au regard de leur complexité biologique marquée par une forte hétérogénéité dans leur répartition spatiale. De plus, peu d'éléments sont considérés dans la composition des systèmes mécaniques équivalents (de 9 à 48 pour les câbles et de 3 à 12 pour les barres, voir un exemple en figure III.4) et seulement des géométries régulières sont prises en compte [WEN03].

Ce constat a été à la base d'un projet de recherche visant à une meilleure modélisation mécanique du cytosquelette. Sa mise en place s'est finalisée à la suite d'une rencontre entre les membres de deux entités de l'Université Montpellier 2 au cours d'un atelier de formation en biologie cellulaire demandé par le LMGC et réalisé par le Laboratoire Dynamique Moléculaire des Interactions Membranaires (DMIM - UMR CNRS 5539) dont les travaux menés par l'équipe « Morphogenèse Membranaire et Déterminisme Cellulaire » concernent, entre autres, l'étude du cytosquelette et des interactions membrane/cytosquelette.

A l'issue de celui-ci, il est apparu une forte volonté de mettre nos compétences en commun pour intégrer les résultats obtenus par les biologistes et l'expérience acquise dans le domaine de la tenségrité par les mécaniciens dans la réalisation de cette modélisation. Ces travaux s'inscrivent dans ce contexte d'interdisciplinarité et constituent des approches originales par rapport aux études jusqu'à présent réalisées dans chacun des deux laboratoires.

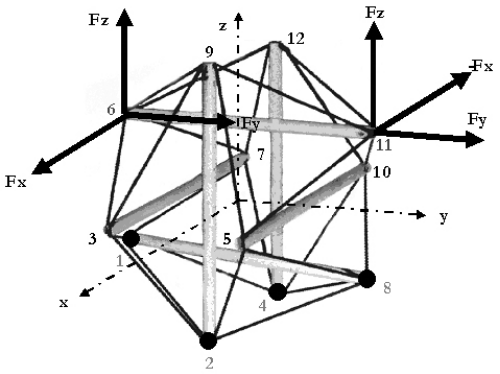


Fig. III.4 : Exemple de structure de tenségrité utilisée dans les modèles cellulaires

Les discussions ont permis d'identifier plusieurs points à développer et trois étapes sont apparues. La première vise à l'élaboration d'un modèle de tenségrité statique permettant de définir des formes irrégulières, plus complexes et biologiquement plus réalistes que les modules simples utilisés jusqu'à présent. La deuxième phase a pour objectif le développement d'un modèle dynamique qui apporte au modèle une capacité d'évolution morphologique associée à la structuration du cytosquelette. Pour cela, il est fondamental de s'intéresser au processus d'adhésion et d'étalement de la cellule sur sa matrice. A l'issue de cette adhésion, les réseaux filamenteux en interaction avec le support se structurent et définissent l'architecture du cytosquelette. Il est ainsi nécessaire de développer un modèle mécanique permettant de simuler le processus d'étalement et de déterminer les réseaux de filaments d'actine en tension et de microtubules en compression.
En parallèle, il nous est apparu fondamental de mener des études expérimentales permettant d'observer divers types de cytosquelettes cellulaires et de vérifier le réalisme, la pertinence et la crédibilité du modèle développé.

Ces travaux, qui constituent une première expérience de collaboration entre les pôles de mécanique et de biologie cellulaire de l'Université Montpellier 2, ont pu bénéficier de supports. Ce projet, dont j'ai assuré le pilotage, a ainsi obtenu un financement de 20 k€ dans le cadre des appels d'offres BioSTIC-LR 2004 et 2005 (CNRS Languedoc-Roussillon et Université Montpellier 2). Le financement d'un post-doctorant (H. Baudriller) sur deux années a par ailleurs été attribué par le département SPI du CNRS à notre laboratoire.

III.2 Modèle de tenségrité du cytosquelette cellulaire

L'objectif est de développer un modèle de tenségrité du cytosquelette plus réaliste et plus complet que ceux existants ; cela se traduit par la mise au point d'un processus de conception de structures à configurations irrégulières avec des formes complexes et diverses, mieux à même de modéliser le milieu.
La démarche doit aussi reposer sur une réflexion de nature biologique afin de comparer les configurations ainsi générées avec des observations sur la morphologie de différentes cellules.

Les travaux précédemment menés sur la conception de formes de tenségrité non régulières (voir chapitre II.1) ont permis de développer les bases d'un outil de recherche de forme permettant de générer une variété étendue de formes irrégulières tout en gardant un contrôle sur leur géométrie, leur topologie et leur état de contraintes initiales. Les stratégies de contrôle de la structure résultante qui ont été proposées autorisent cela, soit par la spécification d'éléments actifs à contrainte ou déformation initiales imposées (permettant d'importantes variations de forme), soit grâce aux éléments passifs à rigidité variable (modifications géométriques plus localisées).
La construction d'un système de tenségrité ayant l'architecture la plus représentative possible d'un cytosquelette nécessite cependant la possibilité de pouvoir modifier sa topologie et sa forme de façon rapide et conviviale, et de pouvoir procéder à des allers-retours. Un procédé permettant de changer à tout moment le nombre de nœuds et d'éléments, les valeurs des contraintes pour les éléments actifs ainsi que la rigidité des éléments passifs a été mis au point. Un calcul en temps réel détermine la solution, si elle existe, et les paramètres sont modifiés jusqu'à obtention d'une architecture fidèle aux données biologiques. Pour cela, un logiciel de conception et de visualisation utilisant les librairies OpenGL a été élaboré.

Plusieurs structures de tenségrité « primitives » correspondant à différents types de cellules ont ainsi été modélisées. Le premier cas correspond à celui de cellules épithéliales caractérisées par un réseau de microtubules en forme d'étoile dont le point source est le centrosome situé prés du centre de la cellule. Elles possèdent aussi un réseau d'actine corticale en périphérie et d'actine diffuse dans le cytoplasme. Deux systèmes de tenségrité complexes respectant ces observations sont présentés en figure III.5. Le deuxième exemple concerne des cellules de plaquettes sanguines qui possèdent un réseau de microtubules périphérique, ainsi qu'un réseau d'actine corticale et diffuse. Elles se distinguent toutefois par une épaisseur très faible. Un modèle de tenségrité respectant ces conditions est ainsi présenté sur la figure III.6.
Ces simulations nous ont montré qu'il était possible de proposer des formes de tenségrité beaucoup plus adaptées à la modélisation cellulaire que celles utilisées à ce jour (seulement des formes régulières, symétriques et avec peu d'éléments).

Dès lors que la conception d'une grande variété de formes a été possible, notre recherche s'est portée sur les possibles façons d'obtenir les informations (géométries et contraintes initiales) permettant d'alimenter ces modèles. Il nous a ainsi paru judicieux de passer à la phase suivante du projet concernant l'élaboration d'un modèle dynamique. Le premier processus dynamique de la cellule pouvant être perçu comme celui de sa structuration lors de son adhésion et de son étalement sur la matrice extracellulaire, nous avons souhaité étudier et développer une modélisation des mécanismes impliqués. A l'issue d'un tel processus de structuration, le cytosquelette adopte une configuration d'adhérence caractérisée par une organisation spécifique des réseaux de tension (microfilaments) et de compression

(microtubules). Ces réseaux constitueront ainsi un support de données à intégrer lors la définition géométrique des modèles de tenségrité.

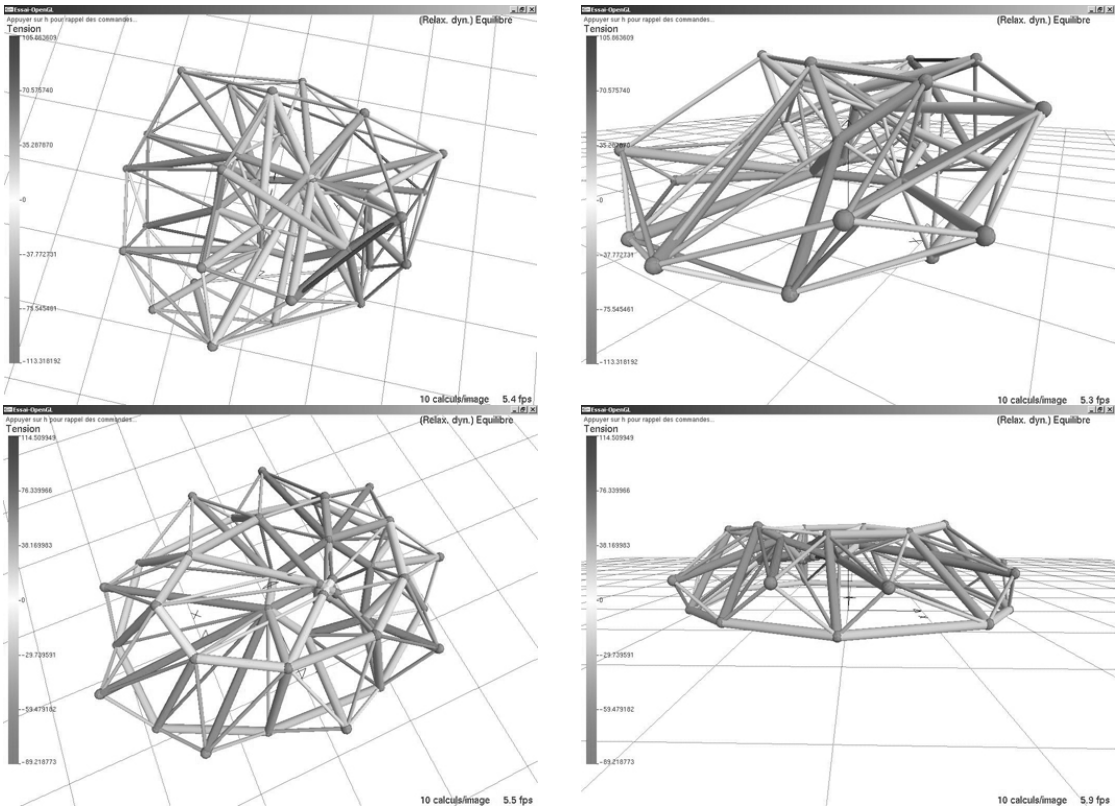


Fig. III.5 : Modèles de tenségrité d'une cellule épithéliale

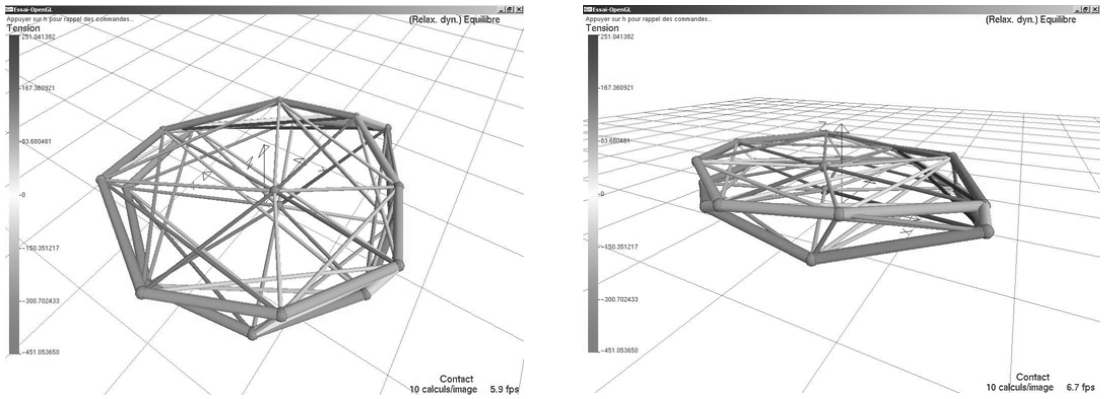


Fig. III.6 : Structure de tenségrité d'une plaquette sanguine

III.3 Modélisation de la structuration cellulaire

Cette seconde étape a pour objectif l'élaboration d'un modèle cellulaire ayant une capacité d'évolution morphologique (polymérisation, dépolymérisation et réorganisation des composants). Il s'agit d'établir un « scénario » permettant de simuler les transformations du cytosquelette issues de l'adhésion de la cellule. Les relations avec les variations des efforts internes, les cinétiques impliquées ainsi que le rôle des complexes d'adhésion doivent être prises en considération.

Les travaux ont porté sur le développement d'une simulation mécanique qui permet d'obtenir la géométrie d'étalement de la cellule avec ses réseaux de microfilaments et de microtubules. Etant donné que les complexes d'adhésion se situent sur la membrane cellulaire, le modèle utilisé doit forcément inclure cette surface dans le cadre d'une interaction avec le cytosquelette interne.
Plusieurs méthodes de modélisation ont été envisagées. Des rencontres avec les membres du Laboratoire d'Aérodynamique et de Biomécanique du Mouvement (Université de la Méditerranée, Marseille) ont donné lieu à des échanges scientifiques autour de leurs essais numériques développés d'après le concept de tenségrité granulaire de la cellule. Dans une étude récente, Milan et al. [MIL06] ont proposé une modélisation de la réorganisation du cytosquelette liée aux déformations de la cellule à partir de la mécanique des milieux divisés. Ils prennent en compte le rôle des filaments d'actine corticale et des fibres de stress ainsi que les microtubules et les filaments intermédiaires. Des résultats attractifs sont obtenus en termes de distribution spatiale des forces et de comportement mécanique global. Il s'agit toutefois d'un modèle 2D et la distribution des filaments ainsi que les fibres de stress sont prédéfinies en début de simulation. Etant figés, ils ne peuvent apparaître ou disparaître en fonction de la déformation cellulaire. De plus, les forces de compression obtenues sont diffuses et seulement dues au contact entre les grains mais ne peuvent en aucun cas refléter un réseau filamenteux de microtubules.
Cette approche nous a toutefois semblé pouvoir constituer une base adaptée à la modélisation du processus de structuration en phase d'adhésion. Le modèle ainsi développé est tridimensionnel et repose sur une simulation numérique par la méthode des milieux discrets avec interactions à distance. La cellule (noyau, cytoplasme et membrane) est représentée à partir de sphères (ou grains : description « granulaire », figure III.7). Les grains internes peuvent être biologiquement associés aux protéines d'association des filaments d'actine (telles que la filamine ou l'α-actinine) et/ou à d'autres protéines intracellulaires qui connectent les microtubules au réseau d'actine [GOO00]. D'autres grains, situés en périphérie, représentent les récepteurs d'adhésion transmembranaires tels que les intégrines. Les interactions à distance entre les grains sont associées aux filaments du cytosquelette (lien élastique fonction de la distance). Deux sphères, plus spécifiques, traduisent l'existence d'un centrosome d'où peuvent rayonner les microtubules.
En début de simulation (avant adhésion), la cellule est sphérique et les interactions sont inactives. La distribution des grains intégrines est déterminée de façon aléatoire.
Même si le phénomène d'adhésion cellulaire donne toujours lieu à diverses interprétations par les biologistes, le rôle moteur des microtubules dans ce processus de structuration semble être cependant communément reconnu. La simulation que nous avons développée repose ainsi sur une croissance des microtubules par polymérisation à partir du centrosome. Ces extensions poussent les intégrines de surface vers la matrice extracellulaire et l'adhésion survient. Un tel scénario est représenté sur la figure III.7.

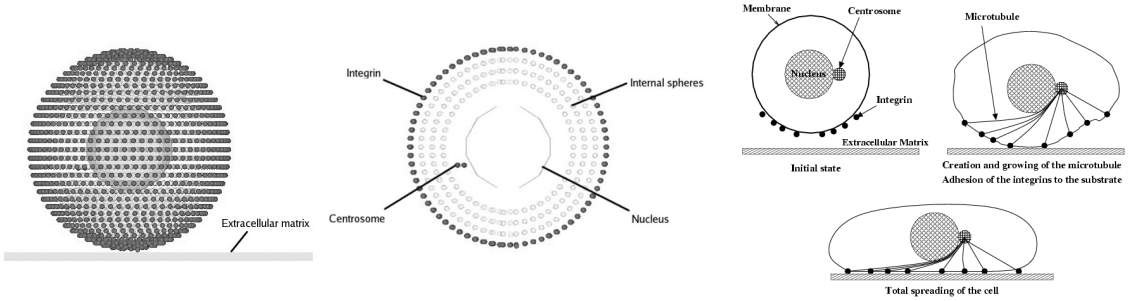


Fig. III.7 : Modèle granulaire et différentes étapes de l'adhésion cellulaire

Lorsque le processus d'étalement est arrivé à son terme, un réseau de microtubules en compression est obtenu. Un réseau de tension assurant l'équilibre de la structure apparaît aussi en fonction des variations de longueurs entre les sphères internes ; il correspond aux microfilaments tendus d'actine et complète la structuration.

Plusieurs difficultés ont dû être surmontées pour mener à bien une telle modélisation. Il a fallu déterminer une stratégie pour construire le réseau de microtubules (du centrosome vers une intégrine), simuler la polymérisation de la tubuline de façon mécanique, prendre en considération les contacts et les interactions entre les sphères du modèle et gérer les lois d'adhérence sur le substrat (loi de Signorini, frottement sec de Coulomb). L'équilibre mécanique du système lors de son évolution est géré en appliquant les lois de la dynamique. Une résolution de ces équations par la méthode "Non Smooth Contact Dynamics » a ainsi été nécessaire [JEA01]. Le logiciel LMGC90 développé et utilisé au LMGC depuis de nombreuses années a pu servir de plateforme numérique.

L'adhésion d'une cellule de type fibroblaste est représentée sur la figure III.8. L'évolution dynamique est observée jusqu'à la structuration finale. Le réseau résultant de microtubules est montré sur la figure III.9 avec, sur la droite, une comparaison expérimentale pour une cellule de type PtK1. Le réseau de microfilaments est représenté sur la figure III.10.

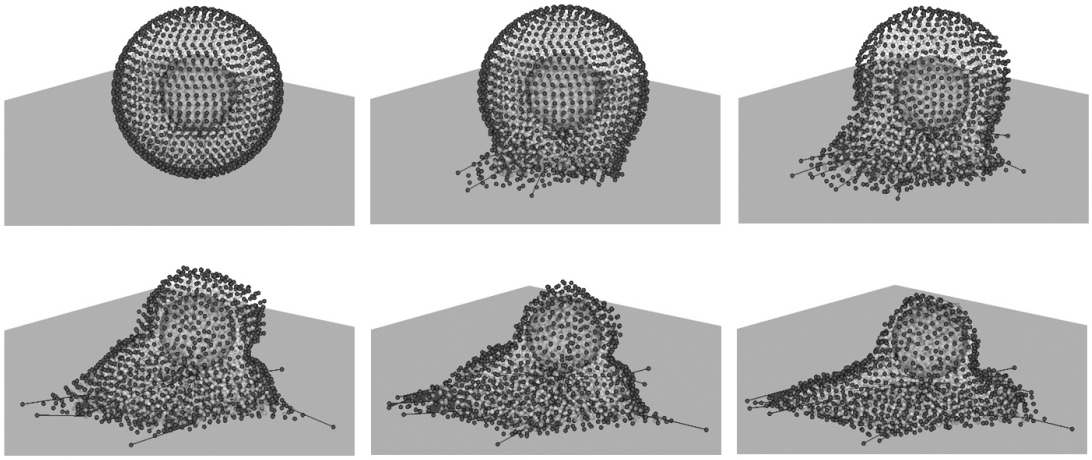


Fig. III.8 : Différentes étapes de l'adhésion cellulaire

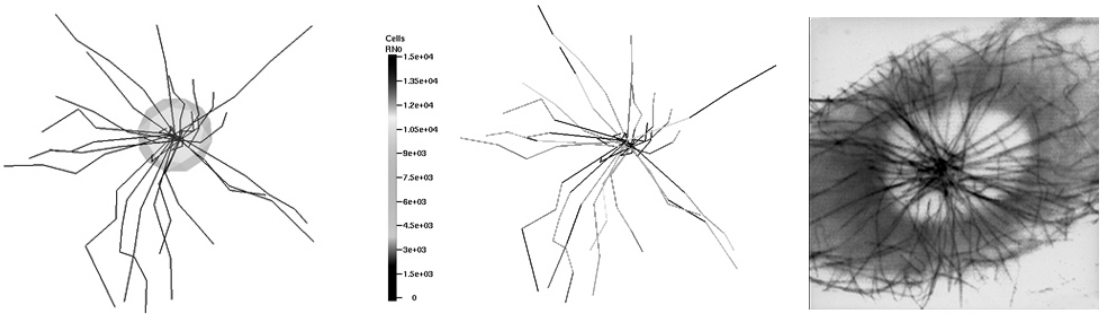


Fig. III.9 : Réseau en compression de microtubules (modèle et expérience)

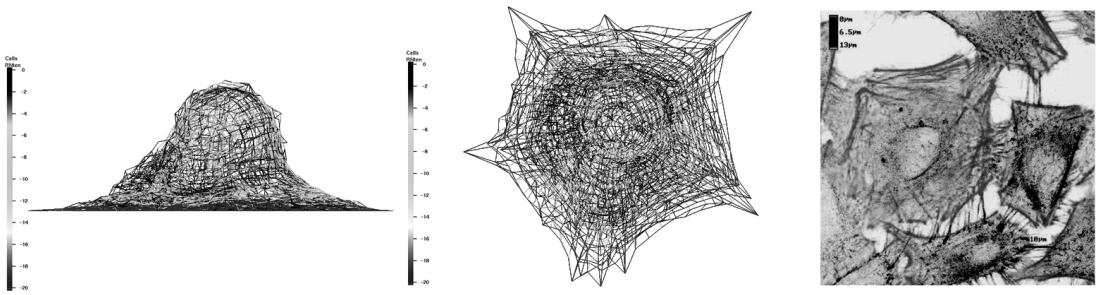


Fig. III.10 : Réseau en tension de microfilaments (modèle et expérience)

Un autre exemple de simulation est présenté sur la figure III.11 où un positionnement différent du centrosome est testé. Cela conduit à une autre structuration du cytosquelette, caractérisée par un réseau de microtubules qui contourne le noyau cellulaire. Une comparaison avec une observation expérimentale est proposée sur la vue de droite, mettant clairement en évidence les ressemblances en terme d'organisation.
Les résultats ainsi obtenus par simulation numérique se caractérisent par leur réalisme biologique, confortant les choix retenus pour la modélisation utilisée.

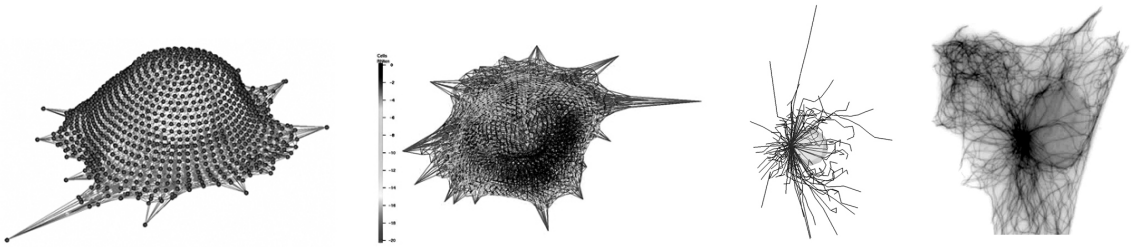


Fig. III.11 : Réseaux de microfilaments et de microtubules pour un centrosome décalé (modèle et expérience)

III.4 Etudes expérimentales

En parallèle avec ces travaux de modélisation numérique, ce projet a permis de mener des études expérimentales sur des cellules afin de vérifier la pertinence des modèles développés. Plusieurs travaux visant à l'observation de cellules in vitro ont ainsi été menés au DMIM.
Des études sur les changements de morphologie de plaquettes ont été réalisées par microscopie électronique à balayage et par microscopie confocale sur des cellules préalablement fixées (la vidéo-microscopie étant inappropriée car les plaquettes ont une taille très petite et une forte réactivité au contact du verre). Ces observations montrent l'organisation des microtubules en anneau et leur rôle dans la morphologie discoïdale plaquettaire (observation par un immunomarquage à l'aide d'un anticorps anti-tubuline et d'un inhibiteur de la polymérisation des microtubules). Elles ont permis de donner des indications précieuses pour développer la modélisation mécanique en statique de plaquettes sanguines par systèmes de tenségrité.
Une seconde série d'expériences a porté sur l'étude de l'organisation du cytosquelette cellulaire par rapport au centrosome. La visualisation pour deux stades caractéristiques d'une cellule mobile (en suspension puis étalée), a été menée par immunofluorescence avec marquage double (anticorps couplés à un marqueur fluorescent dirigé contre la tubuline et de la phalloïdine fluorescente révélant l'actine). Les cellules choisies sont des fibroblastes (lignées NIH 3T3 et L929) fixés soit in situ, sur un substrat de verre recouvert d'un composant naturel de la matrice (fibronectine), soit préalablement décollés du substrat puis mis en suspension avant fixation chimique et immunomarquage. Pour parfaire la visualisation du cytosquelette, une perméabilisation de la membrane cytoplasmique est pratiquée avant la fixation. Sur un microscope inversé, des images successives selon des plans espacés dans l'épaisseur sont obtenues avec une caméra CCD. Les piles d'images sont ensuite traitées par déconvolution et reconstruites en 3D, cette étape demandant toutefois un temps conséquent. Un exemple portant sur le réseau de microtubules d'un fibroblaste L929 est représenté sur la figure III.12. L'analyse visuelle des différentes reconstructions a permis de mettre en évidence deux modèles moyens applicables au cas de cellules en suspension ou adhérentes. Ces résultats ont été pris en considération pour développer le modèle de tenségrité statique de fibroblastes. Cependant, leur complexité a posé des problèmes d'interprétation géométrique. Ces observations fournissent des pistes pour estimer l'organisation des réseaux du cytosquelette mais l'abondance et la difficulté de hiérarchisation des données rendent difficile une interprétation aisée et directement exploitable. Il nous paraît ainsi nécessaire de mener à ce jour une réflexion sur les différentes stratégies à développer afin de pouvoir mieux exploiter les résultats obtenus.

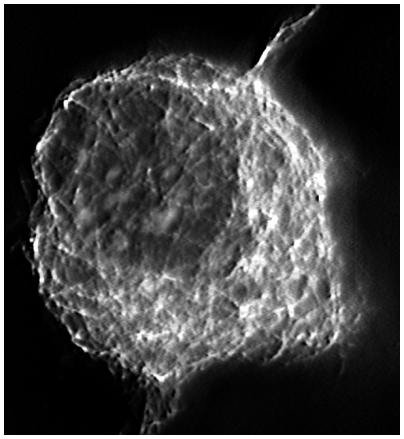


Fig. III.12 : Réseau de microtubules et noyau

D’autres expériences ont également été consacrées à l’étude de la réorganisation dynamique du cytosquelette de microtubules après l’adhésion d'une cellule sur un substrat. Cette modélisation a toutefois posé de nombreuses difficultés et nécessité des approches différentes. Pour obtenir l'évolution de la forme 3D du cytosquelette d'une cellule en suspension jusqu'à son adhésion totale au substrat, il est nécessaire de suivre une même cellule vivante. Cela n’est possible, en vidéo-microscopie, qu’en obligeant cette cellule à exprimer de façon transitoire des protéines fluorescentes par transfection d'ADN chimérique tubuline-GFP. Cette technique n'a cependant pas donné toute satisfaction. La nécessité d'obtenir des piles d'au moins une dizaine d'images par cellule, pour une reconstruction 3D satisfaisante à une fréquence assez importante (une pile toutes les 10 minutes pour suivre le processus d'accrochage et les premières étapes de l'étalement) induit en effet un épuisement trop rapide de la fluorescence émise.

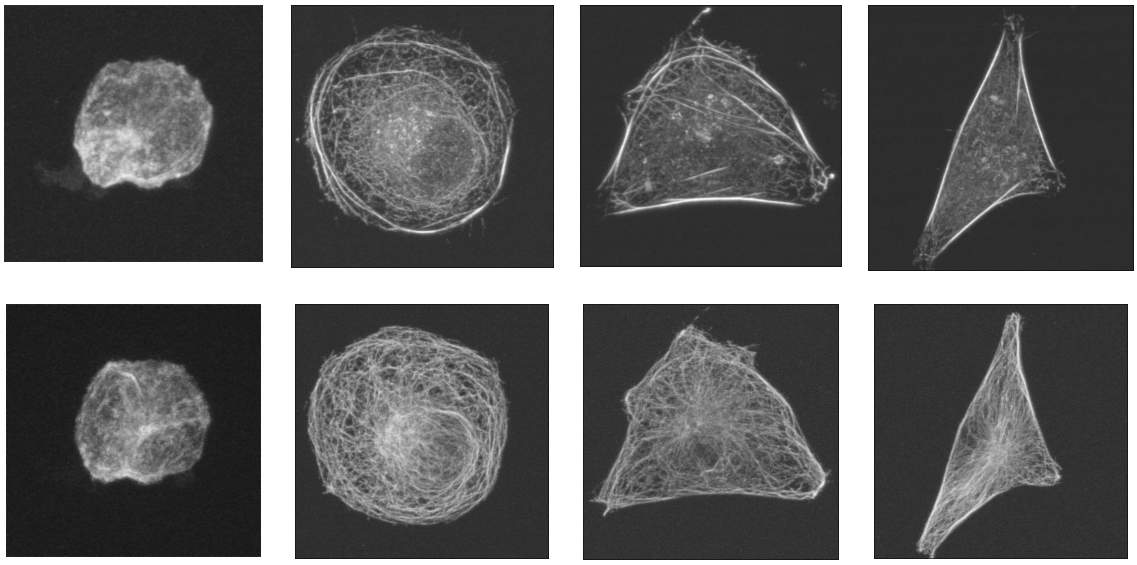


Fig. III.13 : Microfilaments (haut) et microtubules (bas) à 30min, 1h30, 4h et 24h

Nous avons ainsi tenté de contourner ce problème en utilisant des cellules épithéliales mammaires métastatiques MDA qui ont un comportement naturel "fibroblastique" et dont nous possédions des lignées exprimant de façon permanente la même chimère tubuline-GFP. Les résultats n’ont là aussi pas été satisfaisants et de multiples artifices pour améliorer la stabilité de la fluorescence ou pour augmenter la sensibilité de la caméra en prises de vues n'ont pas abouti. Nous avons dû nous résoudre à visualiser des cellules fixées à intervalles réguliers. Cela a donné une série d'architectures cytosquelettiques types, depuis la cellule en suspension jusqu'à la cellule étalée sur substrat (pour des intervalles de 10 à 30 minutes sur une durée de plusieurs heures). Ainsi, une même cellule n'a pas pu être suivie tout au long de son processus d'adhésion. Un exemple montrant les réseaux d’actine et de tubuline obtenus pour des cellules MDA à différents intervalles de temps est présenté sur la figure III.13.

L’ensemble de ces travaux a donné lieu à publications ([BAU06 -1 à 3-], [CAN07], [MAU06]). Des présentations ont également permis d’exposer ce projet commun tout en témoignant de l’engagement du LMGC dans le domaine de la mécanique du vivant (atelier CNRS organisé en 2006 par le département SPI pour faire le bilan des actions menées à ce jour en France dans le domaine de la biomécanique).

III.5 Perspectives

III.5.1 Comportement mécanique cellulaire

Les résultats obtenus lors du développement des modèles de tenségrité et de structuration permettent d'apporter une meilleure modélisation de l'architecture du cytosquelette par rapport à celles proposées à ce jour. Nous souhaitons utiliser les architectures ainsi mises en évidence pour étudier le comportement mécanique du cytosquelette. Il s'agira de confronter les résultats obtenus sous chargement statique et dynamique avec ceux issus de modèles structurels simples et de micromanipulations expérimentales effectuées par d'autres équipes de recherche. Nous espérons mettre ainsi en lumière une meilleure cohérence qualitative et quantitative entre ces résultats et conforter la pertinence des simulations.

Par ailleurs, l'incidence de la membrane externe, vraisemblablement sous tension, et son interaction avec le cytosquelette sur le comportement mécanique global de la cellule méritent d'être étudiées pour viser un degré de réalisme supérieur.

III.5.2 Etude des complexes multicellulaires

Les développements envisagés concernent également l'extension de la modélisation mécanique au cas des complexes multicellulaires. Cette étude est envisageable de par la propriété des systèmes de tenségrité de pouvoir être indépendants mais également d'être à même de s'associer pour former des structures organisées de nature plus complexe selon des configurations linéaires, surfaciques (figure III.14) ou volumiques.

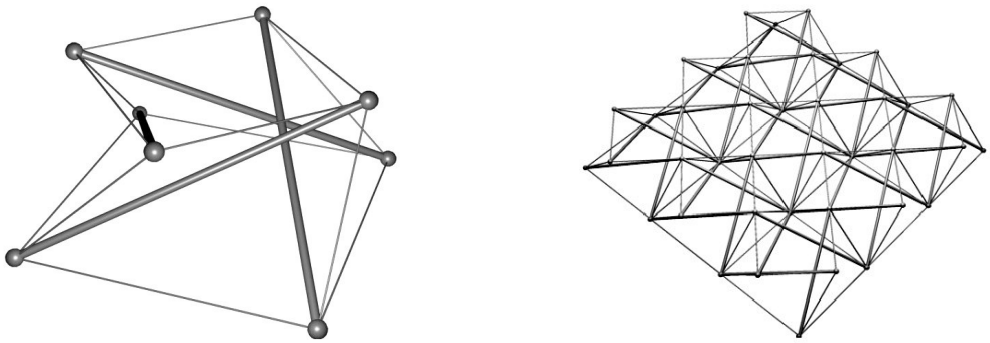


Fig. III.14 : Cellule de tenségrité isolée et assemblage de cellules

Ces dispositions permettent de mettre en évidence la richesse des liens mécaniques entre les différentes cellules, chacune pouvant conserver son « autonomie » comportementale mais pouvant en parallèle être identifiée comme « associée » à des sous-groupes cellulaires (cellules en connexion en leurs points focaux), par exemple en présentant des niveaux de tension initiale communs à certains composants des cytosquelettes respectifs. Ce point particulier pourra bénéficier des avancées acquises au LMGC concernant la conception de structures en état de tenségrité à plusieurs composants : typologies d'association, incidence en terme de forme et d'autocontrainte initiale.

Ces travaux sont liés avec les recherches sur le concept de matériau en état de tenségrité (voir chapitre II.4.3). Ils nécessitent en premier lieu la traduction mathématique de l'autocontrainte et l'écriture de la base du sous-espace vectoriel permettant sa caractérisation. Ce formalisme devrait permettre la mise en évidence et la distinction entre les efforts internes relevant de la contribution d'une seule cellule, avec ceux qui impliquent plusieurs entités. Dans un second temps, l'attention doit se porter sur l'identification de chemins privilégiés de l'autocontrainte considérée comme un partage d'information entre les cellules d'un groupement. L'incidence de modifications locales plus ou moins radicales (par exemple la disparition d'une cellule) sur

la réorganisation de l'autocontrainte doit être analysée. Le mode de transmission des efforts entre les différentes cellules, notamment l'existence de « chemins » privilégiés et de points de répercussions en certains cas, peut en effet être potentiellement mis en parallèle avec les mécanismes de signalisation dans le complexe. L'objectif est de pouvoir mettre en évidence un processus d'adaptation et de réponse tissulaire d'un complexe multicellulaire soumis à des sollicitations. Une telle question est plus que jamais d'actualité et fortement corrélée avec l'émergence des recherches en ingénierie tissulaire.

III.5.3 Développement d'un axe de recherche pluridisciplinaire

Sur un plus long terme, des perspectives se présentent sur le plan de la coopération entre les équipes de recherche impliquées dans les actions menées à ce jour. La collaboration engagée entre le LMGC et le DMIM a en effet permis aux participants de mieux connaître leurs domaines de compétences, la spécificité des travaux ainsi que la limite des domaines d'intervention de chacun. Par ailleurs, des contacts ont été établis avec d'autres partenaires de l'Université Montpellier 2 (physiciens) ainsi qu'à l'extérieur, principalement avec les Universités de Marseille (biomécaniciens) et de Grenoble (biologistes). Une action commune portant sur la modélisation et la caractérisation mécanique des cellules adhérentes vient de bénéficier d'un financement par le département SPI du CNRS dans le cadre des actions exploratoires pluridisciplinaires PEPS 2007. L'objectif est de finaliser un projet de recherche lors de la prochaine campagne d'appels d'offres ANR sur cette thématique. Les modèles que nous avons développés sont en effet à même de constituer des outils pertinents pour la modélisation mécanique cellulaire.

Sur le plan du LMGC seul, les recherches décrites dans ce mémoire ont permis d'affirmer et de conforter l'émergence d'un axe de recherche au laboratoire centré sur la biomécanique. Ainsi, une action transversale intitulée « Mécanique du vivant » a vu le jour à l'occasion de l'élaboration du plan quadriennal 2007-2010. Cette opération a pour objectif de fédérer les compétences des membres des différentes équipes qui mènent des activités en lien avec la mécanique cellulaire, animale ou végétale. Elle a ainsi bénéficié du soutien de la direction du LMGC en termes de postes (recrutement en 2006 d'un maître de conférences spécialisé dans la biomécanique osseuse). Les participants à cette action transversale pourront, si le contexte s'y prête, constituer le support d'émergence d'une future équipe de recherche du laboratoire en mécanique du vivant, en lien avec des partenaires extérieurs, tels les unités de biologie de l'UM2 comme le DMIM. S'agissant des applications potentielles sur le long terme, les pistes sont plurielles, avec un accent sur les recherches engagées au LMGC (équipes Couplages en Milieux Hétérogènes et Systèmes Multi Contacts) et consacrées à l'étude des tissus osseux (croissance, organisation, comportement).

Conclusion

Ce travail de recherche constitue un élargissement des études jusqu'à présent centrées sur la conception et l'analyse des structures du génie civil. Il a permis de développer des approches innovantes pour plusieurs problématiques relevant de la modélisation mécanique du cytosquelette des cellules et de jeter les bases d'un pôle de compétence local riche en perspectives de recherche.

Les résultats obtenus concernent la recherche de forme du cytosquelette en phase statique ainsi que la simulation de la structuration cellulaire résultant du processus d'adhésion. Ces travaux ont été menés en étroite collaboration avec des spécialistes de biologie cellulaire de l'Université Montpellier 2 et des études expérimentales ont permis de vérifier le réalisme et la pertinence des résultats obtenus.

Les perspectives sont nombreuses, tout autant sur le moyen terme que sur le long terme. L'extension de cette modélisation mécanique au cas des complexes multicellulaires est ainsi visée. Les applications sont principalement en lien avec l'ingénierie tissulaire, notamment celle du tissu osseux.

Les synergies développées en cette occasion ont également permis de conforter l'émergence d'un axe de recherche sur la mécanique du vivant au LMGC et de collaborations avec de nouveaux partenaires relevant de champs disciplinaires différents. Au-delà de futures actions en commun, les questions soulevées et les réponses à développer contribuent à enrichir chacun de nouvelles approches et méthodes.

Quatrième partie

Conception des enveloppes à forme complexe

Introduction

Cette quatrième partie traite de recherches récemment engagées au sein de l'équipe Conception en Structures et qui font l'objet de développements.

Elles trouvent leur origine dans l'architecture contemporaine qui témoigne de l'intérêt croissant que portent les concepteurs aux formes complexes (également dites « libres », « non standards » ou « blob architectures »). Néanmoins, les projets réalisés ou en cours d'étude soulignent trop souvent les distorsions pouvant exister entre les différents partis de la conception. Les questionnements associés aux aspects architectural (usage, perception, symbolique), structural (composition et organisation des éléments, matériaux, comportement mécanique) et constructif (technologie, réalisation) induisent généralement des difficultés pour converger vers des solutions optimales. La maîtrise du processus de conception constitue à cet égard un point essentiel.

L'expertise acquise par les membres de l'équipe CS dans le domaine des surfaces courbes et des géométries complexes a ainsi stimulé notre volonté d'apporter une contribution à cette thématique. Nous avons choisi d'engager des travaux à des niveaux différents en collaboration avec plusieurs partenaires (écoles d'architecture de Montpellier et de Venise, bureaux d'études en ingénierie). Ces recherches font l'objet de deux thèses en cours ; leur objectif commun étant d'apporter des résultats et des pistes de réflexion permettant une conception mieux maîtrisée des enveloppes à forme complexe par les différents acteurs.

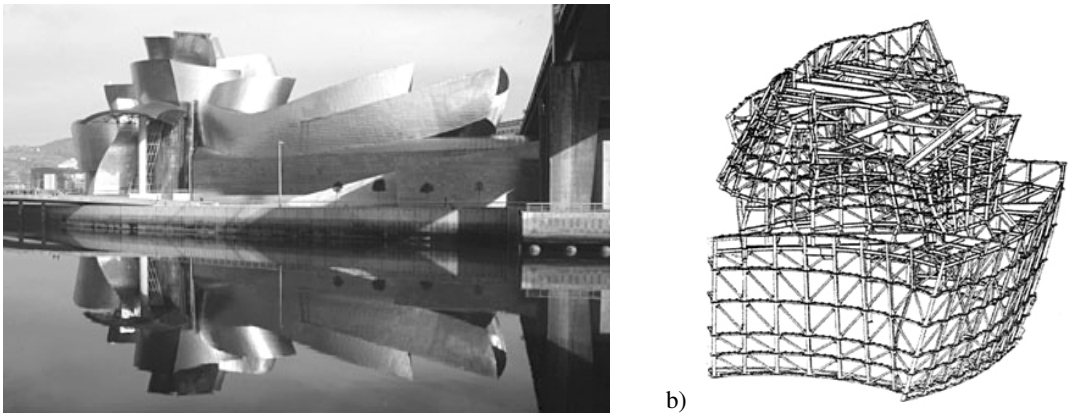
Le premier aspect est en lien avec des considérations morpho-mécaniques et vise à mener une analyse structurelle en fonction des paramètres de forme et de composition. Il repose sur l'identification de typologies formelles caractéristiques et sur le développement d'outils de conception de formes courbes complexes. Son objectif est également de proposer des méthodologies de détermination des ossatures et des couvertures pour ce type d'enveloppes. Le comportement mécanique doit être analysé selon le parti structurel choisi et les exigences réglementaires à respecter.

Le second point concerne la conception des édifices à forme libre dont la perception perturbe les schémas mentaux habituellement mis en jeu dans le cas des bâtiments utilisant le registre classique. Le travail en cours est ainsi lié à l'étude des processus cognitifs et des représentations mentales qui interviennent dans la perception, la compréhension et la génération des formes complexes. Ces recherches bénéficient de l'arrivée au LMGC d'un chercheur en sciences cognitives. L'objectif est, au final, de proposer des méthodes de représentations permettant de mieux maîtriser les échanges d'informations entre les différents intervenants du processus de conception, principalement en minimisant les écarts de perception d'un même message.

L'ensemble de ces investigations a pour enjeu la proposition d'archétypes structurels pour les bâtiments à enveloppe courbe. Il s'agit de mettre en évidence des objets architecturaux de complexité croissante pour lesquels la cohérence entre les différents paramètres de conception est maîtrisée. Cette base constituera une aide précieuse pour les acteurs impliqués dans ce type de projet.

IV.1 Architecture et enveloppes à forme complexe

Ces dernières décennies sont témoins de l'émergence de nouvelles approches architecturales dans le paysage urbain. Le musée Guggenheim de F. Gehry (figure IV.1, a), reconnu comme l'une des premières réalisations de l'architecture « blob » ou « liquide » en raison de son absence d'orthogonalité, a transfiguré la ville de Bilbao [GEH99]. L'impact économique généré à la suite de son ouverture a déclenché une grande demande pour ce type de réalisation. Par ailleurs, les progrès de l'infographie ont permis de stimuler l'audace des architectes en matière de représentation spatiale. Plusieurs logiciels de design issus des domaines de l'aéronautique ou du design automobile sont utilisés comme outils de conception et de représentation des formes libres. Grâce à la richesse formelle ainsi offerte, de nombreux projets essentiellement gouvernés par des considérations d'ordre esthétique ont émergé de l'imagination des concepteurs [KOL05, TEC05].



a) b)

Fig. IV.1 : Musée Guggenheim à Bilbao : enveloppe en titane (a) et ossature porteuse (b)

Grâce au logiciel Catia, F. Gerhy s'est par exemple lancé dans l'exploration d'un nouvel univers de formes. Le programme utilise des données générées par digitalisation de maquettes et permet de modéliser de complexes géométries 3D [SNY92]. Cette démarche peut néanmoins être perçue comme dénuée de contrôle et de description géométrique de la forme obtenue, d'autant plus qu'elle est sans référence à des techniques propres de construction. Alors que l'architecte vante la conception de formes dites « libres », ou « non standards », l'ingénieur et l'industriel n'hésitent parfois pas à employer le mot de « cauchemars ».
Lorsque l'on envisage la transposition de ces abstractions vers la réalité constructive, de nombreuses difficultés apparaissent en effet. Les ingénieurs sont généralement déroutés lorsqu'ils ont à rendre calculables les enveloppes à formes libres issues d'un geste plasticien ou d'un logiciel. La réflexion à l'échelle du bâtiment nécessite un choix spécifique de matériaux et de leur mise en œuvre ainsi que la maîtrise du comportement structurel. La plupart des réalisations à formes complexes ne reposent pas sur le développement d'une technologie particulière mais résultent plutôt de l'exploitation de techniques connues pour obtenir une esthétique nouvelle. C'est ainsi que des projets se révélant d'un esthétisme innovant se retrouvent souvent ramenés vers un processus de réalisation traditionnel, avec un résultat plus ou moins éloigné d'un optimum structurel. Les solutions actuellement adoptées consistent généralement à concevoir une structure principale (ossature), suivant ou non les contours de la forme géométrique, et reprenant une structure secondaire porteuse de la couverture du bâtiment. Le schéma constructif du Musée Guggenheim montre ainsi que le bardage en panneaux de titane qui définit la forme extérieure est apposé sur une ossature anormalement complexe et archaïque (figure IV.1, b).

Le cas du projet en cours pour le musée Beaubourg de Metz (architecte S. Ban, figure IV.2) illustre également la difficulté de concrétisation des formes libres, conséquence de l'écart entre la fantaisie des concepteurs et la capacité de l'ingénierie à les matérialiser. Même un pionnier comme le bureau d'études O. Arup reconnaît publiquement ses difficultés à définir le parti structurel de ce projet. En France, seul le bureau d'études RFR témoigne d'un début d'expertise et le manque de maîtrise de la plupart des autres équipes est manifeste.

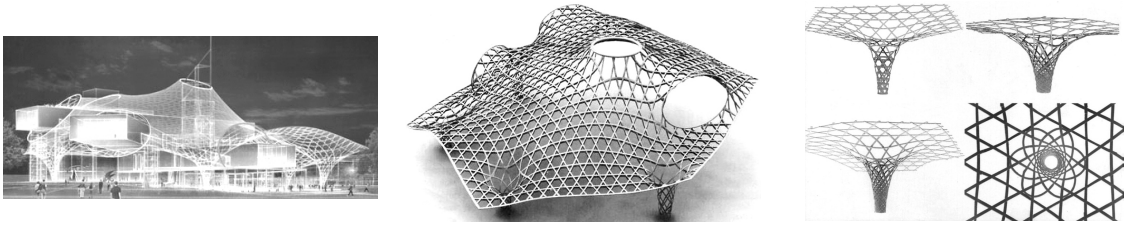


Fig. IV.2 : Proposition pour l'ossature du musée Beaubourg de Metz

Le désappointement de l'ingénierie face à l'arrivée de l'architecture des formes libres s'étend à celui des industriels. Les solutions constructives adoptées aujourd'hui peuvent être en effet également considérées comme le reflet de l'immaturité de la « blob technologie », envers laquelle le développement pérenne d'une « blob architecture » est indissociablement lié. Les tentatives de réalisations d'enveloppes à double courbure sont autant d'expériences témoignant de l'étendue des progrès à poursuivre.
Le développement de la fabrication basée sur la technologie CAO/FAO a néanmoins démontré son efficacité dans la réalisation de certaines structures et permis le passage de la standardisation à une production individualisée [BEC03, SCH04]. Cette applicabilité fut ainsi déterminante pour la réalisation de la structure du musée Guggenheim. L'emploi de machines rend par exemple possible la fabrication d'éléments de tôles complexes constituant les bardages. La technologie CAO/FAO, répandue dans l'industrie automobile, donne dans le domaine de l'architecture un nouvel élan à la fabrication de coffrages pour le béton ou de moules pour le métal, le verre et les matériaux composites. L'exploration de nouveaux usages de matériaux ou de techniques de construction réclame ainsi une bonne connaissance des techniques de fabrication associées.

Sur un plan plus architectural, ces tendances mettent de côté les classiques proportions dans la conception du bâti et présentent peu de références communes avec les règles des générations précédentes. Le problème de l'interaction entre le parti structurel et le parti architectural reste toutefois prégnant. L'exemple du projet de la foire de Milan (architecte M. Fuksas, figure IV.3) illustre ainsi la prédominance du modèle numérique sur la création architecturale, dans la mesure où l'aspect visuel final de l'ossature relève fortement du maillage utilisé pour son calcul. Le doute de M. Fuksas jusqu'à l'achèvement des travaux sur la pertinence de son projet, accentué par son échelle monumentale, témoigne de la difficulté des outils actuels, maquette ou rendu numérique, à qualifier la perception de l'espace.

Fig. IV.3 : Couverture de la foire de Milan (ossature métallique et panneaux de verre)

Le problème de la représentation et de la perception des formes architecturales complexes apparaît ainsi comme étant d'une importance majeure, et ce à plusieurs titres. En plus de celui lié aux futurs usagers de l'édifice, il joue un rôle lors du processus de conception et lors de la communication entre ses acteurs. Les échanges d'informations entre les différents protagonistes (architectes, ingénieurs, industriels, entrepreneurs) s'avèrent en effet de nature plus complexe et les messages peuvent donner lieu à des interprétations différentes. La maîtrise de la teneur des informations véhiculées par des représentations à base de dessins ou d'images doit être optimale afin de se prémunir contre des confusions ou des malentendus. Cet aspect relève toutefois de multiples paramètres, essentiellement en lien avec les sciences cognitives de la perception et la représentation ainsi que la communication.

Si l'on met en parallèle la demande croissante et le potentiel d'expansion des bâtiments à enveloppe complexe avec la nécessité de développer des compétences, l'expertise acquise par l'équipe CS dans le domaine des surfaces à double courbure et des géométries complexes a légitimé notre volonté d'apporter une contribution sur cette thématique. Cette démarche, actuellement en cours, a pour objectif de mener des investigations sur plusieurs points et bénéficie de la collaboration avec différents partenaires. Il s'agit du laboratoire « Structures Légères pour l'Architecture » (SLA, N. Pauli) de l'Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Montpellier, de l'Institut Universitaire d'Architecture de Venise (IUAV, E. Siviero) ainsi que du bureau d'études en ingénierie des structures AbAcA (Montpellier).

Le premier aspect concerne des études de morphologie structurale, de conception et d'analyse du comportement mécanique. Une thèse vient d'être engagée sur ces thèmes grâce à un financement CIFRE avec la société AbAcA (M. Bagneris).
Les études de morphologique structurale reposent sur une analyse critique de réalisations existantes afin d'identifier plusieurs typologies à partir des liens entre les paramètres de forme et structure, forme et force, matériau et technologie.
Des travaux sur le développement d'un outil de conception de formes complexes courbes sont par ailleurs engagés. Ils sont basés sur les investigations menées par A. Marty (SLA) relativement aux formes dites « pascaliennes » et pouvant être perçues comme un cas particulier des courbes et surfaces de Bézier. Il s'agit de finaliser les approches ainsi utilisées afin de développer un outil efficace de génération de surfaces complexes et de courbes immergées. Son application directe concerne le positionnement d'éléments de structure sur une surface courbe ainsi dessinée.
Enfin, les études de comportement mécanique ont pour objectif de proposer une méthodologie de conception permettant de déterminer de façon pertinente la structure d'un ouvrage constitué d'une ossature et d'une couverture (matériaux, positions dimensions des éléments, assemblages…), le tout en respectant les exigences réglementaires et de faisabilité.

Le second point est en lien avec la question de la perception et de la représentation mentale des enveloppes à forme complexe. La maîtrise du processus de conception de tels édifices nécessite en effet d'expliciter selon quels modes ces formes sont perçues et élaborées et quels sont les processus cognitifs et les représentations mentales intervenant dans leur compréhension et leur manipulation. L'objectif est, au final, de proposer des méthodes de représentations permettant de mieux maîtriser les échanges d'informations entre les différents intervenants du processus de conception, principalement en minimisant les écarts de perception d'un même message. Ce travail est actuellement réalisé dans le cadre d'une thèse en collaboration avec l'IUAV (C. Silvestri).
Il bénéficie de l'arrivée au LMGC de B. Dresp, spécialiste en sciences cognitives et neurosciences et qui a aussi une expertise dans l'étude des protocoles de communication.

IV.2 Morphologie structurale, conception et comportement mécanique

IV.2.1 Morphologie structurale

Tout processus de conception suit une démarche à paramètres multiples. La complexité ainsi générée peut néanmoins faire l'objet de tentatives d'analyse. Ainsi, les aspects directement en lien avec le parti structurel sont possiblement étudiables à partir d'une base constituée de cinq classes et proposée par R. Motro [MOT93]. Il s'agit de celles de forme (géométrie : dimensions et positions des éléments), force (actions externes et sollicitations internes), matériaux (rhéologie), structure (ou structure « relationnelle » : association des composants et appuis) et technologie (assemblages, mise en oeuvre). L'étude des relations et des couplages mis en jeu pour chaque type de structure entre ces différentes classes permet d'identifier des dénominateurs communs et de révéler des familles d'ouvrages.

Nous avons ainsi choisi de répertorier les formes courbes selon trois catégories : les formes géométriquement contraintes, celles mécaniquement contraintes et les formes dites « flexibles ».

Formes géométriquement contraintes (ou formes « analytiques ») :

Ce type de surface est caractérisé par une définition purement géométrique. On y trouve ainsi des formes telles le cylindre, la sphère, l'ellipsoïde ainsi que toutes les surfaces réglées. Elles sont par exemple matérialisées par les arches, voûtes et dômes ainsi que par les paraboloïdes hyperboliques et les hyperboloïdes de révolution (figure IV.4, a). Des formes plus complexes peuvent cependant être générées ; c'est par exemple le cas des géométries utilisées par A. Gaudi (b) ou de la gare TGV d'Avignon (architecte J.M. Duthilleul, bureau d'études RFR) qui résulte de l'intersection de deux tores de rayons différents (c).

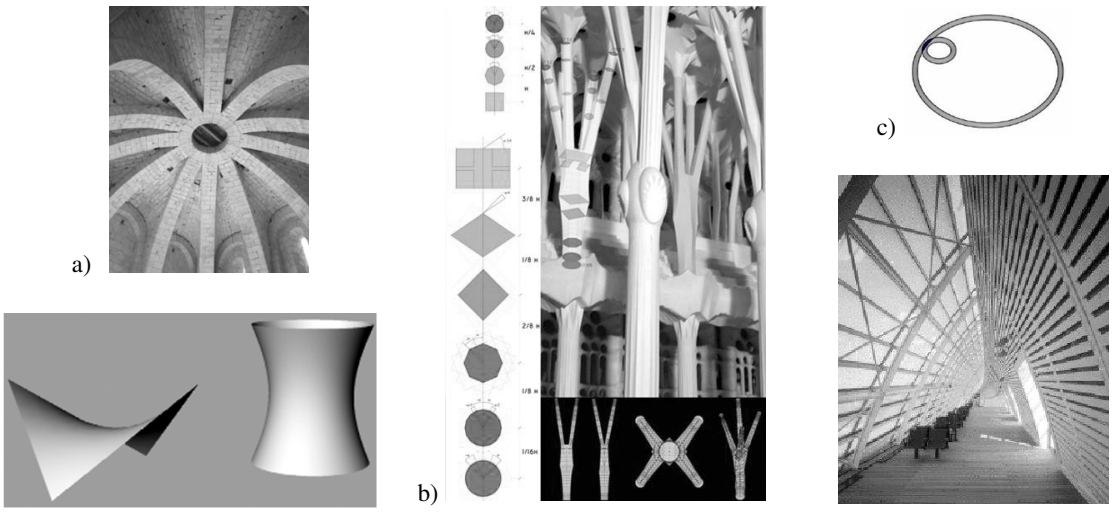


Fig. IV.4 : Formes géométriquement contraintes

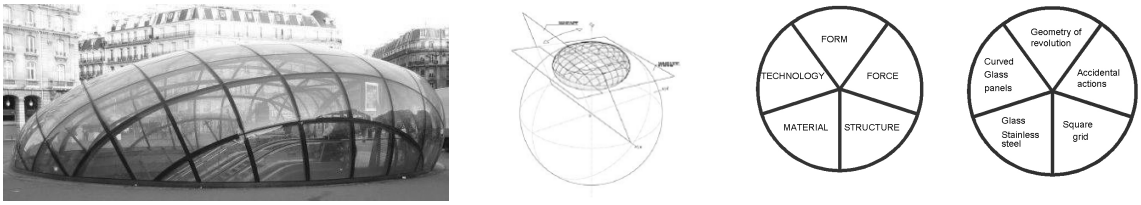


Fig. IV.5 : Lentille du métro St Lazare

Nous avons conduit une analyse sur plusieurs cas d'étude, par exemple celui de la lentille de la station du métro St Lazare (Paris, bureau d'études RFR, figure IV.5) dont le schéma résumé de morphologie structurale est donné sur la droite. Le paramètre de force a ainsi été dominé, lors du dimensionnement, par les potentielles actions accidentelles (chocs).

Formes mécaniquement contraintes :
Ces structures sont caractérisées par un fort couplage entre les paramètres de forme et de force. Elles nécessitent de recourir à un processus de recherche de forme afin d'identifier leur géométrie et leur distribution de contraintes. C'est par exemple le cas des membranes tendues, des coques comprimées ou des systèmes en état de tenségrité (figure IV.6, voir Parties I et II). Selon les conditions aux appuis ou la distribution des efforts internes, ces structures peuvent être de type précontraintes (membranes), funiculaires (coques) ou autocontraites (tenségrité).

Fig. IV.6 : Membrane précontrainte, coque funiculaire (H. Isler) et système de tenségrité autocontraint (LMGC)

Un cas d'étude est présenté sur la figure IV.7. Il s'agit de la membrane tendue mise en place dans la galerie de la Tate Modern par l'artiste A. Kapoor. L'utilisation de la précontrainte met le couplage forme/force au premier plan (recherche de forme) et la nécessité de procéder à une découpe de laize crée un lien supplémentaire entre ce couplage et les paramètres de technologie ainsi que de matériau.

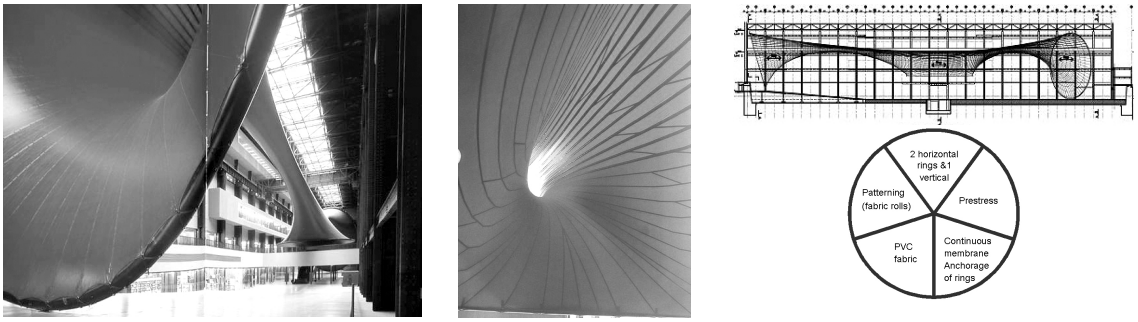


Fig. IV.7 : Marsyas (Londres 2002, bureau d'études O. Arup)

Formes « flexibles » (ou formes « libres ») :
Nous choisissons d'identifier dans cette catégorie les réalisations n'appartenant pas aux familles précédentes et caractérisées par un haut niveau de complexité formelle. Elles reposent généralement sur un assemblage fortement discontinu de portions de formes à double courbure (figure IV.8). Leur géométrie est impossible à définir analytiquement et n'est pas le résultat d'un processus de recherche de forme. Il est néanmoins intéressant de noter qu'il existe une différence entre des projets tels que celui du musée Beaubourg de Metz (figure IV.2) et de la foire de Milan (figure IV.3), où le couplage entre les cinq paramètres de conception est conservé, et celui du musée Guggenheim (figure IV.1) ou du bâtiment EMP (figure IV.8, b), où les liens sont comme rompus lors du processus de conception pour ne privilégier que celui de la forme au détriment des autres.
Tout l'enjeu consiste alors à gérer la complexité ainsi générée et identifier un lien cohérent entre la couverture et la structure sous-jacente, par exemple en optant pour une ossature

autoportante qui permet de conserver la richesse morphologique en simplifiant simultanément le processus de réalisation.

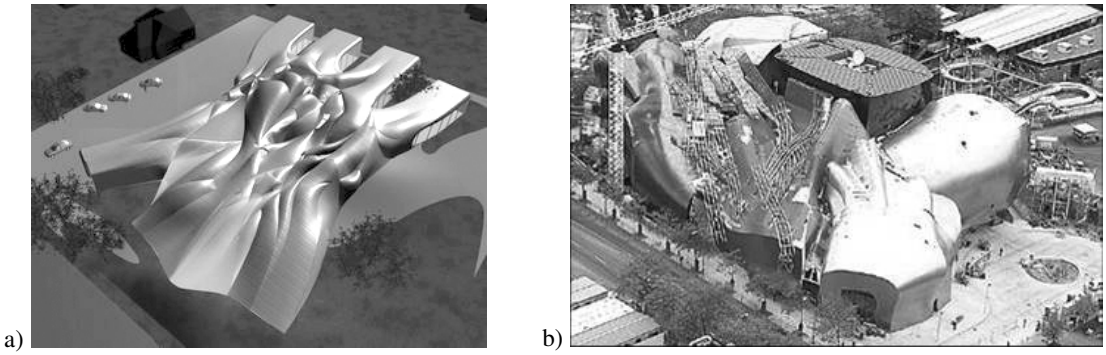


Fig. IV.8 : Formes flexibles : projet Nox (L. Spuybroek, a) et EMP (F. Gerhy, b)

Le bâtiment EMP (Seattle 1997, figure IV.9) a donné lieu à une focalisation sur la performance visuelle et la forme (paramètre dominant), avec pour résultat un parti structurel des plus complexes, voire relevant d'un archaïsme étonnant. Pour mémoire, ce projet affichait un coût initial de 100 M$ pour aboutir à un coût réel de 240 M$.

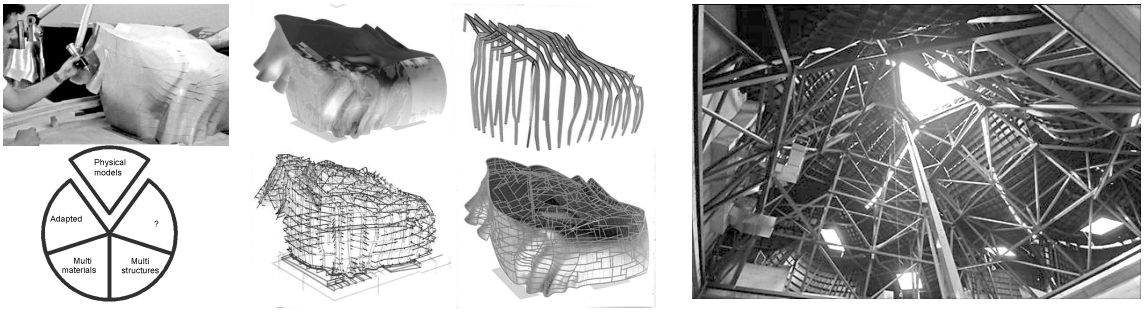


Fig. IV.9 : Bâtiment EMP

IV.2.2 Ossatures et couvertures

Les bâtiments à enveloppe complexe qui explorent le registre de la courbure et utilisent l'association d'une couverture avec une structure rigide porteuse constituent le cas dominant. La couverture est communément réalisée avec des panneaux de divers matériaux (verre, acier…) ; elle peut éventuellement participer à la rigidité globale de l'enveloppe en association avec l'ossature (souvent constituée d'un assemblage de profilés acier ou bois).

La détermination des éléments constitutifs nécessite de gérer des contraintes d'ordre géométrique, mécanique, matériel et technologique. Leurs interactions, parfois de nature antagoniste, rendent difficile l'émergence d'un compromis optimal.

- Pour l'ossature : choix du matériau, position des profilés (lignes courbes sur l'enveloppe, obtention de panneaux de couverture plans ou courbes, répétitivité des facettes…), dimensions des éléments, mode d'assemblage (nœuds) ;
- Pour la couverture : choix du matériau et dimensions, assemblage sur l'ossature, possible contribution à la rigidité de la structure, fabrication (plus délicate pour des panneaux courbes).
- Pour l'enveloppe globale (ossature et couverture) : caractérisation du comportement mécanique en statique et dynamique sous actions climatiques (rigidité, résistance et stabilité), étude sous phases temporaires d'exécution et de montage.

Chacun de ces aspects est étroitement lié aux autres, une rigidité insuffisante de l'enveloppe remettra par exemple en question le choix de l'ossature et, en conséquence, celui des panneaux de couverture. Tout l'enjeu est d'aboutir à une conception optimale au travers d'un processus nécessitant des allers-retours et la capacité à préciser à chaque étape des critères de performances afin de hiérarchiser les solutions envisageables.
La possibilité de disposer d'outils adaptés à ce type de démarche et permettant de tester rapidement diverses alternatives constitue à ce titre un point important. Nous avons ainsi choisi de porter un intérêt sur la conception de surfaces à double courbure à partir d'un outil informatisé et basé sur l'utilisation des formes dites « pascaliennes ».

IV.2.3 Conception des formes courbes

La plupart des modeleurs géométriques utilisent des méthodes paramétriques comme les courbes et surfaces de Bézier, les splines ou les nurbs [LES95, DEM98]. Ces outils paramétriques peuvent constituer des approches performantes pour la génération de formes complexes et diverses. Toutefois, ils nécessitent de manipuler des points de contrôle de la géométrie mais pas la forme en elle-même. Les utilisateurs sont ainsi souvent déroutés par la multiplicité des paramètres à gérer, pendant que la géométrie résultante reste comme «cachée et inaccessible dans la boite noire du logiciel. Cela peut se traduire par un contrôle insuffisant des informations géométriques lors du processus de conception [FAR00].
Nous avons ainsi choisi de mener des études sur le développement d'un outil de conception des formes courbes qui exploite plus efficacement et pertinemment le potentiel des approches paramétriques. Ces investigations trouvent leur source dans les travaux menés par A. Marty du laboratoire SLA relativement aux formes dites « pascaliennes » (ou encore « pformes » [MAR06]). Ces formes sont générées à partir de l'algorithme de De Casteljau [DEC85], approche de type paramétrique utilisable dans des espaces de toutes dimensions. Comparativement à la complexité théorique des méthodes de Béziers ou splines, cet algorithme repose seulement sur le calcul du milieu de deux points. L'application récursive de cet opérateur permet de générer un ensemble infiniment dense de points entre deux points de départ et appelé segment (figure IV.10, a). Son application sur deux segments de référence conduit à la construction d'une surface (figure IV.10, b) ; deux surfaces donnant naissance à un volume (figure IV.10, c) et ainsi de suite. Ces formes sont qualifiées de récursives multilinéaires [BAG07].

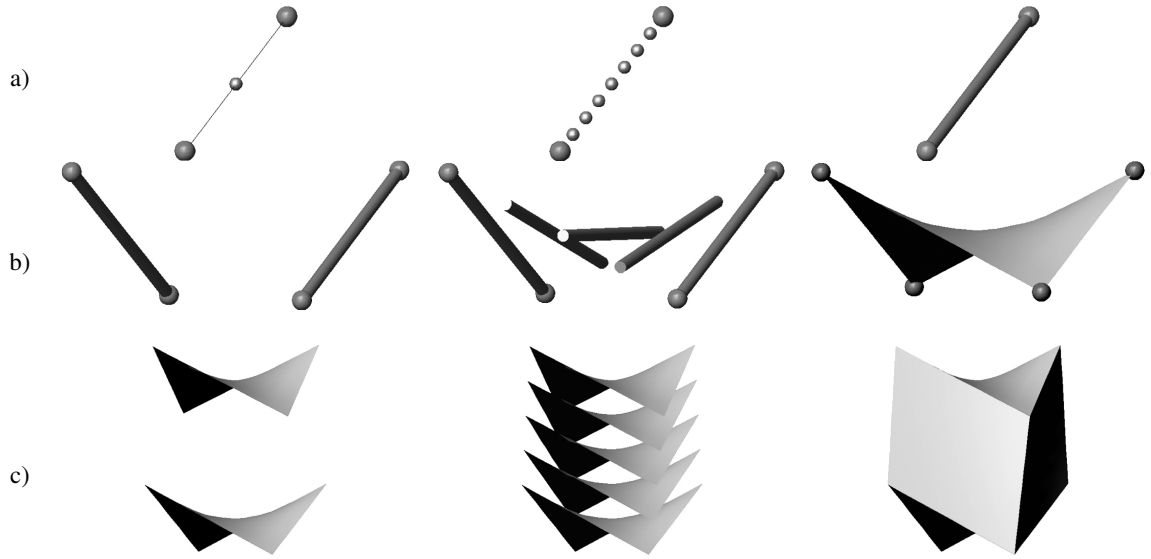


Fig. IV.10 : Génération d'un segment (a), d'une surface (b) et d'un volume (c) par l'opérateur « milieu »

Il est possible de montrer que ces formes peuvent être associées à des formes de Bézier, les premières étant néanmoins construites par une approche géométrique récursive tandis que les secondes sont définies par une représentation explicite basée sur les polynômes de Bernstein [COQ92]. Par ailleurs, toute modification apportée sur une des entités de référence entraîne une transformation de la forme obtenue. Le résultat d'une translation opérée sur trois points d'une portion de cylindre est par exemple représenté sur la figure IV.11. Cette méthode permet ainsi de manipuler les formes et de modifier à volonté des surfaces à double courbure.

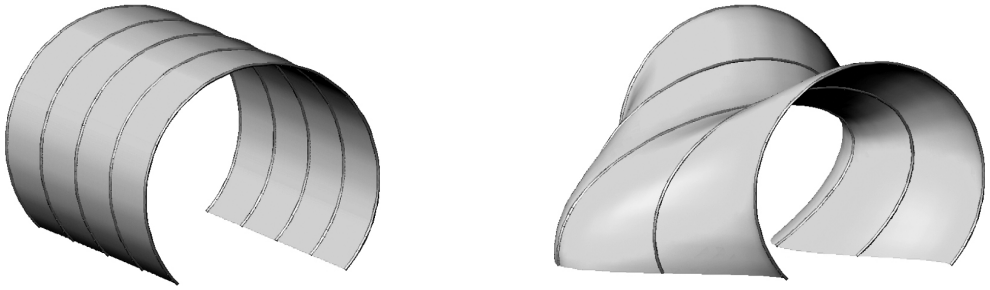


Fig. IV.11 : Portion de cylindre avant et après transformation

Il est d'autre part possible de définir un second opérateur dit de « diagonalisation », également récursif et dérivant de l'opérateur milieu. Il permet de générer des courbes immergées dans des surfaces, des surfaces dans des volumes, etc. La courbe diagonale d'une surface biquadrique générée à partir de trois paraboles sur son contour est par exemple représentée sur la figure IV.12 (a). Chaque point situé sur une telle courbe peut être repéré paramétriquement par un nombre réel (u) ; il faut deux réels (u,v) pour un point sur une surface etc. Ces paramètres définissent le repère local de la forme, par ailleurs également référencée dans le repère global cartésien. Toute modification sur une entité de référence (par exemple en agissant sur un contour) modifie ainsi la géométrie de sa diagonale (figure IV.12, b). Cela revient à opérer une transformation au niveau du repère local, qui se traduit alors par une modification de la définition de la courbe diagonale dans le repère global.

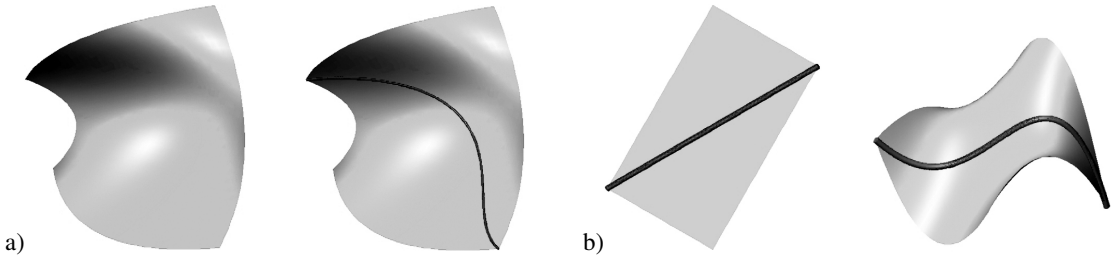


Fig. IV.12 : Courbe diagonale sur une biquadrique (a) ; transformation d'une forme et de sa diagonale (b)

Par ailleurs, il est possible d'étendre la notion de diagonale par division d'une surface et reparamétrisation. Des courbes passant par plusieurs points choisis sur la forme peuvent ainsi être générées. Par exemple, une courbe localement de type cubique peut être immergée sur une portion de cylindre, puis modifiée selon des variations sur les entités de départ (figure IV.13).De simples opérations effectuées sur le repère local constituent ainsi un outil efficace de manipulation et de transformation des formes ainsi que de courbes immergées [SED86].

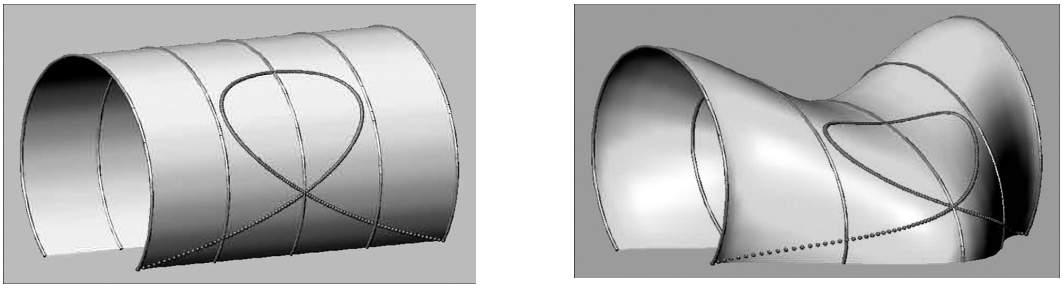


Fig. IV.13 : Cubique sur une portion de cylindre

Nous travaillons actuellement sur le développement d'autres spécificités des pformes. Il s'agit principalement de pouvoir imposer des contraintes supplémentaires sur les courbes immergées, par exemple en leur spécifiant de suivre les lignes géodésiques ou les directions des courbures principales et les lignes de plus grande pente. Ces propriétés peuvent en effet s'avérer des plus intéressantes lors de l'étude et la définition du parti structurel d'un bâtiment.

IV.2.4 Conception et comportement mécanique des enveloppes

La détermination de l'ossature et de la couverture d'une enveloppe à forme complexe doit prendre en considération une multitude de contraintes. Il est néanmoins possible de suivre différentes pistes. Par exemple, la position des profilés sur une surface peut être envisagée selon ses lignes géodésiques. Cela permet une diminution de la longueur des éléments, avec une répercussion sur le poids propre total, l'absence de torsion et de courbure géodésique pouvant aussi minimiser le recours à des cintrages. Par ailleurs, l'utilisation des directions des courbures principales, liées pour certains cas de charge aux directions des contraintes principales, peut permettre un dimensionnement plus léger de l'ossature.

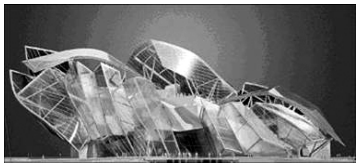
Pour chaque parti testé, il convient d'évaluer les conséquences sur le comportement mécanique et le respect des exigences réglementaires, mais également sur le nombre et la difficulté de réalisation des noeuds d'assemblage ainsi que sur les procédés de mise en oeuvre. Nous avons ainsi débuté une étude sur cette problématique, dans un premier temps basée sur des exemples de surfaces courbes de complexité croissante. Des applications sont actuellement en cours sur des formes analytiquement définies telles que les calottes sphériques (figure IV.14) ou les hyperboloïdes de révolution ; l'objectif est de passer progressivement à des formes libres.

La génération de géométries (surfaces et courbes) par pformes constitue à cet égard un outil efficace. L'étude du comportement mécanique sous actions extérieures fait appel à une modélisation de l'enveloppe par éléments finis, éventuellement dans un contexte de grands déplacements, et selon l'Eurocode EC3. Les résultats obtenus doivent tout d'abord permettre d'amorcer une hiérarchisation des contraintes de conception puis de confirmer les choix retenus ou d'opérer aux nécessaires modifications, soit sur les dimensions des éléments, soit sur le parti structurel.

Fig. IV.14 : Choix d'ossature pour une calotte sphérique

Les contraintes d'ordre géométrique peuvent toutefois entraîner une plus grande complexité si les panneaux de couverture imposent d'avoir des facettes quadrangulaires planes ou bien si le concepteur souhaite optimiser la répétitivité de certaines d'entre elles. Dans ce cas de figure, diverses stratégies sont envisageables à partir de l'utilisation d'outils spécifiques d'optimisation permettant de déterminer les directions de l'ossature gérant au mieux les compromis de forme.
Ce point constitue un domaine d'étude que nous souhaitons aborder dès que possible. De façon non restrictive, l'emploi des méthodes évolutionnaires comme les algorithmes génétiques multicritères est à ce jour envisagé [HOF95, VAN05]. L'objectif est d'optimiser la distribution des éléments de structure et de couverture en agissant sur le positionnement des nœuds de connectivité.

Afin d'illustrer l'ensemble de ces considérations, citons le cas du bureau d'étude AbAcA, partenaire dans nos recherches, qui vient d'être contacté par le bureau d'étude RFR s'agissant de la conception de la structure du pavillon LVMH (Paris, 2010). Ce projet, imaginé par F. Gehry, est emblématique des tendances décrites tout au long de cette partie. Des modèles physiques (figure IV.15, a) ont donné naissance à un avatar informatique (b). La réalisation de la structure porteuse et des panneaux de couverture du projet arrêté à ce jour est source de nombreuses difficultés. Cela concerne par exemple la caractérisation géométrique des panneaux (interprétation délicate des données issue du logiciel Catia) ou leur faisabilité technologique et financière (nombre élevé d'éléments différents, figure IV.15, c).



b)

a) c)

Fig. IV.15 : Projet du pavillon LVMH

Nous souhaitons que nos travaux puissent s'inspirer dès que possible de ce projet réel comme cas d'étude et pouvoir ainsi être à même de tester la pertinence et l'efficacité des méthodes développées par les recherches en cours.

IV.3 Approche cognitive de la conception

L'espace architectural doit rendre compte d'un juste équilibre entre les lois de la physique et la subjectivité de l'interprétation. Les outils numériques récemment mis à disposition éveillent à une sorte de « scénarisation » du construit et de l'espace. Des chercheurs en architecture, tels G. Lynn (Université de Colombia) ou K. Oosterhuis (Université de Delft), vont même jusqu'à expérimenter des méthodologies intégrant la variabilité des paramètres des programmes informatiques, les mouvements et les flux comme base conceptuelle. Surgissent alors des concepts virtuels ou expérimentaux de structures adaptatives dont le « comportement » est développé à l'aide de logiciels habituellement utilisés pour les effets spéciaux ou l'animation des jeux vidéo.
L'adaptabilité se traduit aussi par une densification de l'architecture des formes libres et la multiplication des hypothèses formelles d'un projet. La conception des tels édifices revendique une rupture avec les bâtiments basés sur un registre alors qualifié de « classique » (formes simples, orthogonalités…) et, dès lors, en modifie leur lecture. La question de la perception et de la représentation mentale apparaît alors comme fondamentale, autant pour l'usager que pour les concepteurs.

La maîtrise du processus de conception de bâtiments à forme libre nécessite à juste titre de mieux expliciter comment de telles formes sont perçues et élaborées, c'est-à-dire quels sont les processus cognitifs et les représentations mentales intervenant dans leur compréhension et leur manipulation. L'élaboration de la perception visuelle et spatiale faisant intervenir des opérations cognitives spécifiques, l'étude des mécanismes impliqués est fondamentale. Une meilleure connaissance constitue ainsi le support indispensable pour pouvoir être à même de proposer des méthodes de représentations permettant de mieux maîtriser l'échange d'informations entre les différents intervenants du processus de conception (architectes, ingénieurs, industriels, entreprises). L'enjeu est de pouvoir minimiser les écarts de perception d'un même message.
Les travaux engagés au sein de l'équipe Conception en Structures visent ainsi à améliorer la compréhension des processus mis en jeu. Cette nouvelle direction de recherche est à mettre en parallèle avec l'arrivée au sein de l'équipe en 2006 de B. Dresp, chercheur CNRS spécialiste en sciences cognitives et neurosciences, également dotée d'une expertise dans l'analyse des protocoles de communication. Les investigations sont par ailleurs également menées par C. Silvestri, architecte de formation, dans le cadre d'une thèse en collaboration avec l'Institut Universitaire d'Architecture de Venise (Pr. E. Siviero).

Une rapide synthèse des travaux menés par des neurophysiologistes tels D. Hubel et T. Wiesel, prix Nobel 82, montre l'importance de la direction et du contraste d'un influx visuel sur la sélectivité des neurones [HUB82]. D'autres études ont aussi mis en évidence des indicateurs permettant de caractériser une partie de tout processus de morpho reconstruction. Interviennent notamment les facteurs de transparence, de luminance et de contraste ainsi que d'occlusion partielle et d'interposition [MAR82, EGU83]. Ils conditionnent par exemple la façon dont des combinaisons de courbes 2D peuvent produire un effet 3D (figure IV.16, a) ou bien dont des jeux sur le contraste et l'interposition coopèrent ou s'opposent lors d'un processus de morpho reconstruction (b) [SCH86, OSH94]. Cette compréhension est primordiale pour avoir des indicateurs de conception d'images d'objets, à l'instar d'un système de tenségrité représenté de diverses manières et s'enrichissant étapes par étapes en informations sur sa géométrie et sa structure relationnelle (c) [MOT07].

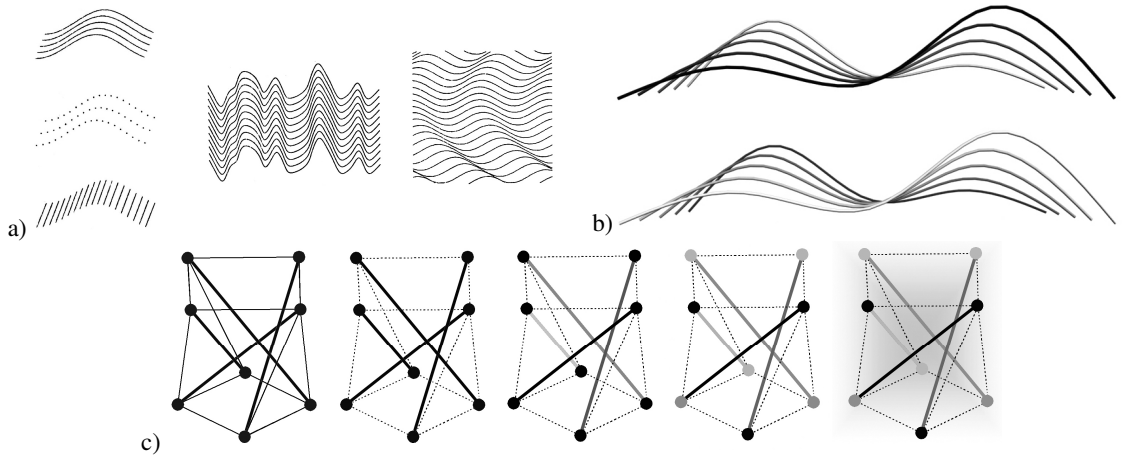


Fig. IV.16 : Morpho reconstruction à partir d'images 2D

Les travaux que nous avons souhaité engager reposent, dans un premier temps, sur la mise en place de méthodologies expérimentales. Des études sur des populations différentes (experts et non experts) confrontées à diverses situations (formes courbes dont il faut évaluer la courbure) et questions (reconstruction de mémoire d'un objet observé, soit réel, soit virtuel) ont pour objectif de révéler des mécanismes dominants selon les profils et, a contrario, d'identifier des invariants.

La première expérience porte sur la nature des processus mentaux qui structurent la perception d'une forme courbe 2D. Il s'agit de déterminer si ils ont un caractère « universel », ou bien si ils dépendent d'une quelconque expertise. Cette étude psychophysique a concerné 16 sujets répartis selon un groupe de 8 experts et un groupe de 8 novices. Ils devaient classer sur une échelle de 0 à 10 leur plus ou moins forte sensation de courbure pour différentes courbes 2D ayant des rapports flèche sur corde variables (« aspect ratio », figure IV.17).

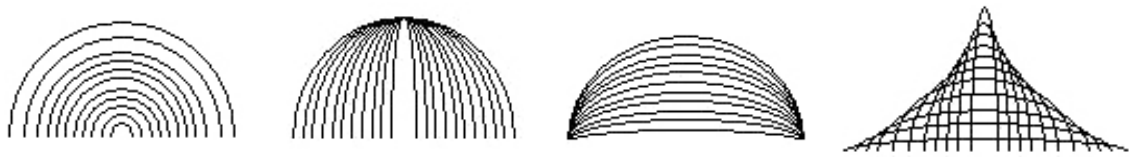


Fig. IV.17 : Séries de courbes 2D avec différentes courbures

Les résultats obtenus lors de cette expérience montrent que le modèle de représentation qui traduit la perception d'une courbure se réfère à un invariant commun [DRE07, SIL07]. Un même descripteur géométrique peut ainsi déterminer les représentations des experts et des non experts (figure IV.18).

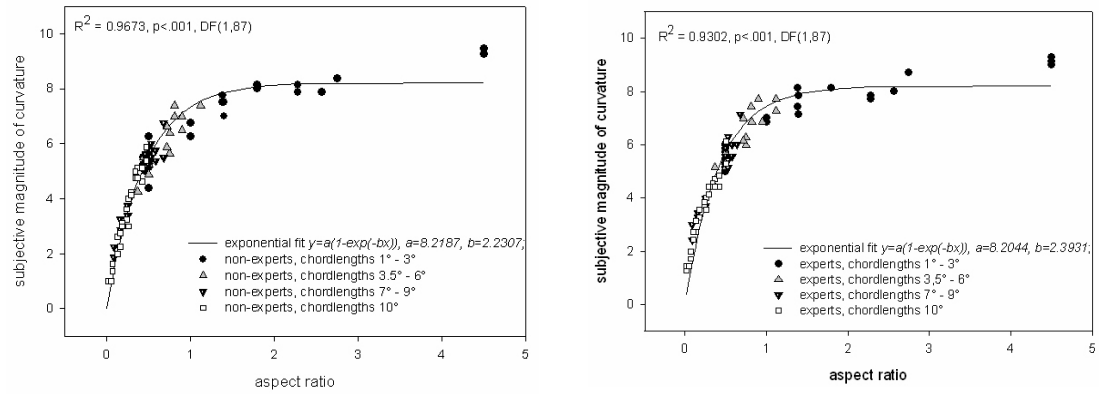


Fig. IV.18 : Résultats de l'expérience sur la perception de courbure

La seconde expérience menée concerne la mémoire et l'apprentissage perceptif. Elle s'intéresse tout particulièrement à la spécificité des stratégies de résolution de problèmes spatiaux. Deux groupes (24 experts « structures » et 24 non experts) sont ainsi sollicités pour essayer de reconstruire une vue en perspective axonométrique d'une structure de tenségrité qui leur est présentée, pendant un laps de temps, selon une parmi trois possibilités (série de vues 2D, objet réel 3D manipulable, modèle virtuel 3D « rendering » modifiable à volonté, figure IV.19). Les paramètres analysés sont le temps de résolution et le nombre d'erreurs.

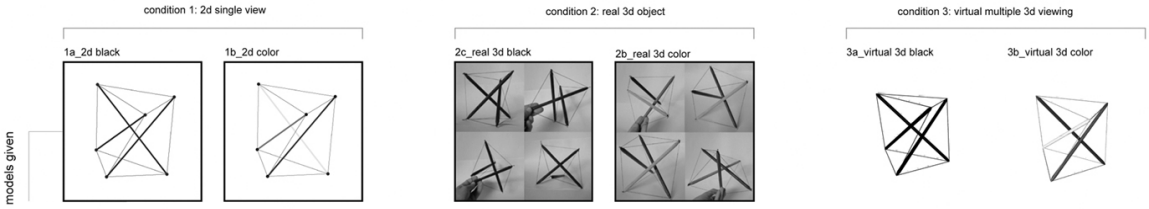


Fig. IV.19 : Résultats de l'expérience sur la perception de la courbure

Les résultats expérimentaux montrent que les experts en ingénierie des structures se distinguent par leur aptitude à conserver dans la mémoire de travail plusieurs représentations d'un même objet [SIL07]. Cela explique pour partie leur capacité à faire plus aisément la transition entre diverses représentations 2D d'un objet vers ses caractéristiques 3D.
Par ailleurs, il semble être plus facile de garder en mémoire plusieurs représentations en images virtuelles 2D d'un même objet que d'images de l'objet réel. Ce constat amène à s'interroger sur la nature des représentations spatiales et de leur éventuelle structuration en une séquence de vues 2D au lieu d'objets réels 3D.

Ces expériences ont permis de mettre en place d'autres investigations, à ce jour en cours de réalisation ou d'interprétation, portant sur la perception des dimensions d'édifices courbes, tel un dôme en membrane pneumatique de 50 m de diamètre. Un atelier va également être organisé et permettra de mener à bien ces études (octobre 2007, Grands Ateliers de l'Isle d'Abeau, en collaboration avec l'école d'architecture de Montpellier et l'Université de Delft). Nous espérons ainsi développer une base de connaissance relativement à la perception de formes courbes et l'implication des représentations mentales dans l'échange d'informations entre acteurs pendant le processus de conception.

IV.4 Perspectives

IV.4.1 "Free-form" architecture

Les développements envisagés concernent tout d'abord la poursuite des recherches engagées au sein de l'équipe Conception en Structures en collaboration avec les différents partenaires impliqués à ce jour. Par ailleurs, le groupe de travail sur la morphologie structurale de l'International Association for Shell and Spatial Structures (WG N°15 de l'IASS) vient de mettre en place un sous-groupe dédié au « free form design » piloté par l'Université de Delft. Une coopération active avec cette équipe est en cours de finalisation, la première action consistant à la réalisation d'un atelier de travail commun à l'automne 2007 (voir chapitre ci avant).

Cette rencontre permettra de mener des études de façon conjointe et de préciser, sur le plus long terme, les possibles interventions de chacun et les attendus des investigations. Notre équipe entend ainsi poursuivre ses recherches s'agissant de la maîtrise du processus de conception des enveloppes à forme complexe (génération de formes, comportement mécanique et communications entre acteurs).

IV.4.2 Bâtiments à Haute Qualité Environnementale

Il n'est pas nécessaire d'insister sur les préoccupations grandissantes de l'architecture et du génie civil pour concevoir des édifices à impact environnemental maîtrisé. Les aspects énergétiques et de matériaux jouent un rôle majeur à cet égard.

Nous envisageons ainsi d'étendre les études en cours en prenant en considération la possibilité d'utiliser des matériaux de natures différentes que l'acier (ossatures) ou le verre (couvertures). Le bois présente par exemple d'excellentes qualités pour atténuer les répercussions sur l'environnement tout en offrant un bon comportement mécanique. Il est ainsi envisagé de mettre en place sur cet aspect des études en relation avec les membres de l'équipe « Mécanique de l'Arbre et du Bois » du LMGC.

Par ailleurs, un travail en collaboration avec la société Ferrari est en phase de démarrage relativement au comportement thermique des membranes tendues. Son objectif est de proposer des méthodes et des outils de pré dimensionnement thermique de structures en fonction de leur situation et du type de toile utilisée. La plupart des logiciels de calcul du bilan thermique d'un bâtiment, à l'image de Lesosai®, ne permettent pas de prendre en compte de façon suffisamment précise les spécificités de ce type de réalisation en dépit d'une complexité d'utilisation notable. Ce travail bénéficie de compétences au sein de notre équipe (F. Cevaer) ; il vise également à constituer une base d'approche pour les problèmes de thermique des constructions à formes courbes et complexes.

Cet aspect est également à mettre en lien avec les travaux concernant la conception et la réalisation des grilles souples en état de tenségrité (voir chapitre II.3.3). Les panneaux préfabriqués ainsi obtenus peuvent en effet permettre de réaliser des éléments courbes de couverture avec un comportement thermique et acoustique optimisé. Des développements dans ce sens doivent ainsi être menés à bien.

Conclusion

Cette dernière partie traite de recherches récemment engagées sur la conception des enveloppes à forme complexe. Les réalisations menées à ce jour et les projets en cours d'étude soulignent en effet le besoin de développer de nouveaux outils et de maîtriser de façon plus efficace leur processus de conception. Un tel contexte, mis en parallèle avec l'ensemble des recherches effectuées au sein de l'équipe Conception en Structures, légitime notre volonté d'apporter une contribution sur cette thématique.

Le premier point ainsi abordé concerne des études de morphologie structurale. Elles ont permis de proposer une classification des formes courbes dans la construction et d'identifier le rôle des couplages entre leurs différents paramètres de conception.
Le développement d'un outil de génération de surfaces courbes et de courbes immergées fait ensuite l'objet de nos investigations. L'utilisation des pformes permet ainsi de proposer une méthode innovante ce conception. Cette approche doit néanmoins faire l'objet de compléments.
Le cas des réalisations constituées d'une ossature porteuse associée avec une couverture est ensuite abordé sur le plan de leur conception, de leur dimensionnement et de l'étude de leur comportement mécanique. Ces travaux visent à mettre en évidence des objets de complexité croissante pour lesquels les compromis entre des contraintes d'ordre géométrique, mécanique et technologique, sont gérés de façon optimale.

Parallèlement à cela, des recherches ont été amorcées sur la connaissance des processus cognitifs de perception et de représentation mentale des formes courbes. Il s'agit de mieux appréhender les mécanismes qui interviennent dans leur compréhension et leur manipulation. L'objectif est de proposer des méthodes de représentation permettant de mieux maîtriser les échanges d'informations entre les différents intervenants du processus de conception. La mise en place de méthodologies expérimentales sur des populations différentes confrontées à différentes questions (perception d'une forme courbe, reconstruction mémorielle d'un objet) a permis d'identifier des mécanismes invariants ou dépendants du niveau d'expertise des sujets dans la conception en structures.

L'ensemble de ces investigations a été mené en collaboration avec plusieurs partenaires (écoles d'architectures et universités étrangères, bureaux d'études). Elles sont ainsi susceptibles de constituer le support de futures recherches sur la thématique de l'architecture des formes libres. Au-delà de l'application des résultats obtenus sur des cas d'études concrets, cela concerne également l'intégration progressive des contraintes environnementales.

Conclusion générale

Ce mémoire permet de faire la synthèse des travaux menés par l'auteur sur la recherche de forme et la conception de structures innovantes. Il présente les méthodes et outils développés ainsi que les résultats obtenus et les perspectives envisagées relativement à quatre thématiques.

Les structures légères à base de membranes textiles tendues et les réalisations en coques minces font l'objet de la première partie. Les recherches menées sur les structures tendues ont permis de proposer un nouveau procédé de recherche de forme fondé sur une approche surfacique ainsi qu'une méthode innovante de détermination des formes de découpe de laizes. Des résultats ont également été obtenus sur l'investigation des formes minimales à partir de d'une extension des méthodes de densités ou par techniques d'optimisation.
Par ailleurs, l'étude de la stabilité mécanique des systèmes ainsi générés a permis de proposer des critères de stabilité et de déterminer leurs mécanismes éventuels. Une méthode numérique d'analyse géométrique des surfaces a aussi été développée pour caractériser leurs propriétés de courbure.
Enfin, un nouveau procédé de calcul de formes funiculaires adapté au cas des coques minces comprimées a permis de proposer une alternative à l'utilisation de modèles physiques.
Ces travaux offrent plusieurs perspectives en relation avec les méthodes de conception des membranes architecturales (recherche de forme, découpe de laize optimisée et modélisation des plis) ainsi que des coques minces (épaisseur variable, comparaison avec des modèles expérimentaux).

Les travaux menés sur les structures en état de tenségrité ont apporté une contribution sur plusieurs problématiques présentées en deuxième partie. Un processus de recherche de forme permettant la génération de formes non régulières a d'abord été développé afin de pouvoir construire des géométries et des configurations topologiques plus complexes et variées que celles proposées à ce jour.
Les investigations ont également porté sur l'identification des mécanismes d'unilatéralité dans les structures comprenant des éléments à rigidité unilatérale (câbles) ; une méthode de calcul des sous-espaces vectoriels des états d'autocontrainte ainsi que des mécanismes bilatéraux et unilatéraux est ainsi proposée.
Le dimensionnement optimal des grilles en état de tenségrité est ensuite abordé. Cela a permis de développer des approches dédiées à l'identification de leurs états de contraintes initiales et d'en présenter une classification. Un procédé de calcul optimisé de l'autocontrainte et de dimensionnement est aussi proposé, ainsi qu'une méthode de pré dimensionnement simplifiée à l'intention des bureaux d'études. La conception de grilles souples de tenségrité a par ailleurs nécessité de développer des processus de recherche de forme afin d'en déterminer les caractéristiques géométriques et de contraintes initiales.
Les recherches menées autour du thème de la tenségrité sont porteuses de plusieurs perspectives sur l'étude et la conception de grilles courbes et de structures tubulaires ou annulaires ainsi que sur le concept de matériau en état de tenségrité.

La troisième partie de ce mémoire présente un élargissement du champ des investigations vers le domaine de la modélisation mécanique du cytosquelette cellulaire. Deux points particuliers ont ainsi été abordés à mon initiative en collaboration avec des biologistes de l'Université Montpellier 2.
Les résultats obtenus portent tout d'abord sur la recherche de forme du cytosquelette en phase statique par systèmes de tenségrité irréguliers. Les configurations ainsi déterminées se distinguent par un niveau de réalisme supérieur aux approches jusqu'à présent proposées.
Une modélisation de la structuration cellulaire au terme du processus d'adhésion est ensuite développée à partir du concept de tenségrité granulaire ; les simulations réalisées montrant sa capacité à traduire le comportement de divers types cellulaires.
Des études expérimentales sur des cellules ont par ailleurs été menées afin de vérifier la pertinence des résultats ainsi obtenus et des modélisations proposées.
Des perspectives se présentent sur plusieurs échelles de temps, par exemple s'agissant de l'extension de la modélisation au cas des complexes multicellulaires et de son application en ingénierie tissulaire. Elles concernent également l'émergence d'un axe de recherche sur la mécanique du vivant au LMGC, et de la collaboration avec des partenaires extérieurs afin de développer un pôle de compétence.

La conception des enveloppes à forme complexe fait l'objet de recherches en cours qui sont présentées en quatrième partie. Elles correspondent à la nécessité de développer de nouveaux outils et de maîtriser plus efficacement le processus de conception des formes dites « libres ».
Les études menées concernent en premier lieu des analyses de morphologie structurale et la classification des formes courbes, ainsi que le rôle des couplages entre les paramètres de conception. Le développement d'un outil innovant de génération de formes complexes est également conduit à partir des pformes. Le cas des réalisations à base d'une ossature associée avec une couverture est ensuite abordé relativement à leur conception, leur dimensionnement et l'étude de leur comportement.
Des travaux ont été engagés en parallèle sur la connaissance des processus cognitifs de perception et de représentation mentale des formes courbes. L'objectif est de proposer des méthodes de représentations permettant de maîtriser les échanges d'informations entre les acteurs du processus de conception. Des méthodologies expérimentales permettent ainsi d'identifier des modes différents de perception et de représentation selon le niveau d'expertise des personnes.
Ces recherches sont menées en collaboration avec des partenaires extérieurs, chercheurs et praticiens, et les perspectives envisagées constituent le support d'émergence d'une expertise commune sur le thème de l'architecture des formes libres.

Sur un plan plus personnel, ce mémoire est l'illustration d'un parcours de recherche se voulant en constante évolution, à la fois s'agissant de la continuité de recherches menées mais aussi concernant la découverte de nouvelles problématiques et d'enjeux auxquels j'ai souhaité apporter une contribution.
Les perspectives qui se dégagent des travaux présentés ici sont à l'origine de mon projet scientifique. Il vise à poursuivre les pistes explorées à ce jour, mais se veut également ouvert à d'éventuels nouveaux questionnements en lien avec les savoirs développés.

Bibliographie

Bibliographie Partie I

[ALL92] Allera R., *Mise en forme des structures textiles tendues*, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 1992.

[BAA85] Al Baali M., *Descent property and global convergence of the Fletcher-Reeves method with inexact line search*, IMA J. Numer. Anal. 5, 121-4, 1985.

[BAR75] Barnes M.R., *Applications of dynamic relaxation to the design and analysis of cable, membrane and pneumatic structures*, 2nd Internat, Conference on Space Structures, Guildford, 75-94. 1975.

[BAR76] Barnes M.R., *Form-finding of minimum surface membranes*, IASS World Congress on Space Enclosures, Univ. of montreal, 115-24, 1976.

[BAR80] Barnes M.R., *Non-linear numerical solution methods for static and dynamic analysis of tension structures*, Air-supported Structures: the State of the Art Institution of Structural Engineers, London, 8-56, 1980.

[BAT82] Bathe K.J., *Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice Hall, 1982.

[BLE95] Bletzinger K.W., *Form-finding of membrane structures and minimal surfaces by numerical continuation*, 1st World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Goslar Germany, 563-8, 1995.

[CAL91] Calladine C.R., Pellegrino S., *First-order infinitesimal mechanisms*, Int. J. of Solids and Structures 27, 505-15, 1991.

[CHI00] Chilton J., *The engineer's contribution to contemporary architecture: Heinz Isler*, T. Telford Ed., ISBN 0 7277 2878 4, 2000.

[DAY65] Day A., *An introduction to Dynamic Relaxation*, The Engineer Revue, 218-21, 1965.

[FLE72] Fletcher R., Reeves C.M., *Function minimization by conjugate gradient method*, IBM J. Res. Develop. 16, 431-3,1972.

[GIL92] Gilert J.C., Nocedal J., *Global convergence properties of conjugate gradient methods for optimization*, SIAM J. Optim., Vol.2 (1), 21-42,1992.

[GRÜ88] Gründig L., *Minimal surfaces for form-finding of structural membranes*, Comp. and Structures, Vol. 30 (3), 679-83, 1988.

[GRÜ90] Gründig L., Bäuerle J., *Automated cutting pattern determination and control for prestressed membranes*, Textile Composites in Buil. Cons., 109-20, 1990.

[HAB82] Haber R.B., Abel J.F., *Initial equilibrium solution methods for cable reinforced membranes, Part I and II*, Comput Meths.Appl. Mech. Engrg., Vol. 30, 263-89 and 285-306, 1982.

[HAU87] Haug E., Numerical calculation of minimal surfaces, IL 18, 370-80, 1987.

[HIL85] Hildebrant S., Tromba A., *Mathematics and optimal forms*, Scientific American Library, 1985.

[HOF93] Hoffman D., *How to use a computer to find new minimal surface?*, Société Mathématique de France, 1-29, 1993.

[HOL97] Holgate A., *The art of structural engineering*, A. Menges Ed., Stuttgart, 1997.

[ISE78] Isenberg C., *The science of soap films and soap bubbles*, Tieto Ltd., 1978.

[ISH95] Ishii K., *Membrane structures in Japan*, SP Publishing Company, Tokyo,1995.

[ISL00] Isler H., *Creating shell shapes*, Proceedings of the 4th International Colloquium on Structural Morphology, Delft, Netherlands, 108-15, 2000.

[KNO73] Knops R.J., Wilkes E.W., *Theory of elastic stability*, Encyclopedia of Physics, Vol. 3 Mechanics of Solids, Springer Verlag, 125-302, 1973.

[LAW92] Lawson H.B., *Minimal surfaces*, Today's Mathematics, 29-48, 1992.

[LEW96] Lewis W. J., Trevor S., *Application of Formian and dynamic relaxation to the form-finding of minimal surfaces*, IASS Vol 37, 165-86, 1996.

[LIN71] Linkwitz K., Schek H.J., *Einige Bemerkungen von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen*, Ingenieur-Archiv 40, Springer-Verlag, 145-58, 1971.

[MAR93] MARTY A., *Modélisation de surfaces*, Ed. GrRSLA, EALR,1993.

[MAU97] Maurin B., Motro R., *Investigation of minimal forms with density methods*, Journal of the International Association for Shell and spatial Structures, Vol. 38 (3), 143154, 1997.

[MAU97] Maurin B., Motro R., *Density methods and minimal forms computation*, Int. IASS Colloquium on Structural Morphology, Nottingham, 225-32, 1997.

[MAU98] Maurin B., *Morphogenèse des membranes textiles architecturales*, thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 1998.

[MAU98] Maurin B., Motro R., *The surface stress density method as a form-finding tool for tensile membranes*, Engineering Structures, Vol. 20 (8), 712-9, 1998.

[MAU98] Maurin B., Motro R., *Form-finding and cutting pattern of textile membranes: new theoretical developments*, Techtextil symposium'98, Lyon, 117-23, 1998.

[MAU99] Maurin B., Motro R., *Cutting pattern of fabric membranes with the stress composition method*, International Journal of Space Structures, Vol. 14 (2), 123-31, 1999.

[MAU01] Maurin B., Motro R., *Investigation of minimal forms with conjugate gradient method*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 38 (14), 2387-400, 2001.

[MAU02] Maurin B., Motro R., *Thin shells form-finding*, Colloquium Lagrangianum 2002, Springer Verlag, sous presse.

[MAU03] Maurin B., Motro R., *Membrane local curvature computation*, Eccomas Int. Conf. on Textile and inflatable Structures, Structural Membranes 03, Barcelona, 282-7, 2003.

[MAU04] Maurin B., Motro R., *Density methods for thin shells shape-finding*, Int. IASS symposium, 308-14, 2004.

[MAU04] Maurin B., Motro R., *Stability and mechanism order of isotropic prestressed surfaces*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 41 (9-10), 2731-41, 2004.

[MAU04] Maurin B., Motro R., *Concrete shells form-finding with the surface stress density method*, Journal of Structural Engineering ASCE, Vol. 130 (6), 961-8, 2004.

[MAU04] Maurin B., Motro R., *Density methods for thin shells shape-finding*, Int. IASS symposium, 308-314, 2004.

[MAU04] Motro R., Maurin B., Vassart N., *Linear and surface force density methods, application to tensegrity systems and membranes*, Lecture notes in applied and computational mechanics, Novel approaches in civil engineering, Springer Verlag, 341-50, 2004.

[MAU04] Maurin B., Motro R., *Stability and mechanism's order of minimal area surfaces and tensile structures*, Colloquium Lagrangianum 2004, Springer Verlag, sous presse.

[MAU05] Maurin B., Motro R, *Fabric membranes cutting pattern*, ouvrage collectif «Textile composites and inflatable Structures», Computational Methods in Applied Sciences, ECCOMAS Monograph Springer Verlag ISBN 1-4020-3316-8, 195-212, 2005.

[MOR90] MoreJ.J., Thuente D.J., *On line search algorithms with guaranted sufficient decrease*, Math. and Comp. Science Division Preprint MCS-P153-0590, Argonne National Laboratory, IL, 1990.

[MOT99] Motro R., Maurin B., *The development of form, from concrete shells to contemporary lightweight structures*, 40th anniversary Congress of the IASS, Madrid, F49-58, 1999.

[MOT00] Motro R., Maurin B., *Numerical models for membrane design. From form-finding to cutting pattern: a requirement of accuracy coherence*, IASS-IACM Congress on Computation of Shell & Spatial Structures, Crete, Text on CDrom, abs. 428-9, 2000.

[MOT06] Motro R. et Maurin B., *Membranes textiles architecturales*, Comportement mécanique des systèmes tissés, Hermès Ed. ISBN 2-7462-1175-0, 17-70, 2006.

[OSS97] Osserman R., *Geometry V*, Springer Verlag, 1997.

[OTT73] Otto F., *Tensile structures*, Vols 1 and 2, MIT, Cambridge, MA, 1973.

[POW86] Powell M.J., *Convergence properties of algorithms for nonlinear optimization*, SIAM Rev., 28, 487-500, 1986.

[SAL92] Salerno G., *How to recognize the order of infinitesimal mechanisms : a numerical approach*, Int. Jour. Num. Meth. Eng., Vol. 35, 1351-95, 1992.

[SHE74] Sheck H.J., *The force density method for form-finding and computations of general networks*, Computer Methods Applied in Mechanical Engineering, 115-34, 1974.

[SHI89] Shimada T., Tada Y., *Development of a curved surface using a finite element method*, Int. Conf. on Comp. aided optimum Design of Structures, 23-30, 1989.

[SIN95] Singer P., *Die Berechnung von minimalflächen, seifenblasen, membrane und pneus aus geodätisher sicht*, Deutsche Geodätishe Kommission, München, 1995.

[TSU89] Tsubota H., Yoshida A., *Theoritical analysis for determining optimum cutting patterns for membrane structures*, IASS Int. Symp.on tensile structures, Madrid, 512-36, 1989.

[VAS97] Vassart N., *Recherche de forme et stabilité des systèmes réticulés autocontaints - Applications aux systèmes de tenségrité*, Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 1997.

[VAS00] Vassart N., Laporte R., Motro R., *Determination of the mechanism order for kinematically and statically indeterminate systems*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 37, 3807-39, 2000.

Bibliographie Partie II

[BAR99] Barnes M., *Form-finding and analysis of tension structures by dynamic relaxation*, Int. J. of Space Structures 14 (2), 1999.

[CAL91] Calladine C.R., Pellegrino S., *First-order infinitesimal mechanisms*, Int. J. of Solids and Structures 27, 505-15, 1991.

[FES04] Fest E., Shea K., Smith I., *Active Tensegrity Structure*, J. of Struct. Eng. 130 (10), 1454-65, 2004.

[FUL61] Fuller R.B., *Tensegrity*, Portfolio Artnews Annual, 4, 112-27, 1961.

[JUL06] Julich S., *Passerelle en matériaux composite*, thèse ENPC, 2006.

[JUL06] Julich S., Caron J.F., Baverel O., *A proposal for a cable footbridge with load-adapting geometry,* 2th European Conference on Composite Materials, Biarritz September 2006.

[KEB99] Kebiche K., Kazi Aoual M.N., Motro R., *Geometric nonlinear analysis of tensegrity systems*, Engineering Structures Vol. 21, 864-76, 1999.

[KUZ91] Kuznetsov E.N., *Systems with infinitesimal mobility. Part I: matrix analysis and first-order mechanisms*, J. Appl. Mech. 58, 513-9, 1991.

[LIV75] Livesley R.K., *Matrix methods of structural analysis*, 2nd Ed. Pergamon Press, Oxford, 1975.

[MAU04] Maurin B., Motro R., *Stability and mechanism order of isotropic prestressed surfaces*, International Journal of Solids and Structures 41 (9-10), 2731-41, 2004.

[MAU04] Maurin B., Motro R., *Stability and mechanism order of isotropic prestressed surfaces*, International Journal of Solids and Structures 41 (9-10), 2731-41, 2004.

[MAU05] Maurin B., Motro R., Bagneris M., *Unilateral mechanisms for selfstressed reticulate systems*, 5th Int. Conf. on Comp. of Shell and Spatial Struc IASS/IACM, 276, 2005.

[MAU06] Maurin B., Motro R., Baudriller H., *Free-lengths tensegrity systems: conceptual design, form-finding and application*, Int. IASS Symposium: New Shells and Spatial Structures, Beijing, 481, text on CDrom, 2006.

[MAU06] Maurin B., Motro R., Baudriller H., *Free-lengths tensegrity systems: conceptual design, form-finding and application*, Int. IASS Symposium: New Shells and Spatial Structures, Beijing, 481, text on CDrom, 2006.

[MAU07] Maurin B., Bagneris M., Motro R., *Mechanisms of prestressed reticulate systems with unilateral stiffened components*, European Journal of Mechanics A/Solids, to be published.

[MOT02] Motro R., Smaili A., Foucher O., *Form controlled for tensegrity formfinding Snelson and Emmerich examples*, Proc., Int. Symp. Lightweight Structures in Civil Eng., IASS, Poland, 243-8, 2002.

[MOT03] Motro R., *Tensegrity: structural systems for the future*, Hermes Ed. Penton Sc UK, 2003.

[MOT03] Motro R., Raducanu V., *Tensegrity systems*, Int. J. of Space Structures 18 (2), 77-84, 2003.

[MOT06] Motro R., Maurin B., Silvestri C., *Tensegrity rings and the hollow rope*, Int. IASS Symposium: New Shells and Spatial Structures, Beijing, 470-71, text on CDrom, 2006.

[NIS01] Nishimura Y., Murakami H., *Initial shape-finding and modal analyses of cyclic frustum tensegrity modules*, Comp. Met. Appl. Mech. Eng. 190, 5795-818, 2001.

[PEL86] Pellegrino S., Calladine C., *Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks*, International Journal Solids and Structures 22, 409-28, 1986.

[QUI03] Quirant J., Kazi-Aoual M.N., Laporte R., *Tensegrity systems: the application of linear programmation in search of compatible selfstress states*, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures: IASS 44 (1), 2003.

[RAD01] Raducanu V., Motro, R., *New tensegrity grids*, IASS Symposium 01 "Theory, design and realization of shell and spatial structures", Japan, 320-21, 2001.

[RAD03] Raducanu V., Motro, R., *Woven tensegrity grids*, 5th Euromech Solid Mechanics Conference, Greece, 281, 2003.

[RES04] Resendiz A., Maurin B., Motro R., Pauli N., Raducanu V., *Tensegrity systems: the case of positive double curvature for double layer systems*, Int. IASS Symposium: Shell and Spatial Structures from models to realization, 444-50, 2004.

[SAN05] Sánchez R., *Contribution à l´étude du dimensionnement optimal des systèmes de tenségrité*, Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2005.

[SAN07] Sánchez R., Maurin B., Kazi-Aoual M.N., Motro R., *Selfstress states identification and localization in modular tensegrity grids*, International Journal of Space Structures, to be published.

[SNE73] Snelson K., *Tensegrity masts*, Shelter Publications, Bolinas (CA), 1973.

[STR80] Strang G., *Linear algebra and its application*, Ac. Press, NY, 1980.

[SUL01] Sultan C., Corless M., Skelton R.E., *The prestressability problem of tensegrity structures, some analytical solutions*, Int. J. of Solids and Structures 38 (30-31), 5223-52, 2001.

[SUL03] Sultan C., Skelton R., *Deployment of tensegrity structures*, Int. J. of Solids and Structures 40 (18), 4637-57, 2003.

[TAR89] Tarnai T., *Higher order infinitesimal mechanisms*, Acta Tech. Acad. Sci. Hung 102, 363-78, 1989.

[VAS99] Vassart N., Motro R., *Multiparametered form-finding method: application to tensegrity systems*, Int. J. of Space Structures 14 (2), 147-54, 1999.

[VAS00] Vassart N., Laporte R, Motro R., *Determination of mechanism's order for kinematically and statically indetermined systems*, Int. J. of Solids and Structures 37, 3807-39, 2000.

[WIL03] Williamson D., Skelton R., Han J., *Equilibrium conditions of a tensegrity structure*, Int. J. of Solids and Structures 40 (23), 6347-67, 2003.

[ZHA06] Zhang L., Maurin B., Motro R., *Form-finding of non regular tensegrity systems*, Journal of Structural Engineering ASCE 132 (4), 1435-40, 2006.

Bibliographie Partie III

[BAU06] Baudriller H., Maurin B., Cañadas P., Montcourrier P., Parmeggiani A., Bettache N., *Form-finding of complex tensegrity structures: application to cell cytoskeleton modelling*, CRAS Mécanique, 334-11, 662-8, 2006.

[BAU06] Baudriller H., Maurin B., Cañadas P., Bettache N., Montcourrier P., *Numerical modelling of the cytoskeleton prestressed structure*, V World Congress of Biomechanics, Munich, (text on CDrom), 2006.

[BAU06] Baudriller H., Maurin B., Cañadas P., Montcourrier P., Bettache N., *Numerical form-finding of the cytoskeleton for an adhesive cell*, Journal of Biomechanics, soumis.

[BOU06] Bourges P., Lesne A., *Morphogenèse : l'origine des formes*, Ed. Belin, 2006.

[BRA06] Brangwynne C.P., MacKintosh F.C., Kumar S., Geisse N.A., Talbot J., Mahadevan L., Parker K.K., Ingber D.E., Weitz D.A., *Microtubules can bear enhanced compressive loads in living cells because of lateral reinforcement*, J. Cell Biol. 173(5), 733-41, 2006.

[CAN02] Cañadas P., Laurent V., Oddou C., Isabey D., Wendling S., *A cellular tensegrity model to analyze the structural viscoelasticity of the cytoskeleton*, Jr. of Theo. Biology 218, 155-73, 2002.

[CAN03] Cañadas P., Laurent V.M., Chabrand P., Isabey D., Wendling-Mansuy S., *Mechanisms governing the viscoelastic responses of living cells assessed by foam and tensegrity models*, Medical & Biological Engineering & Computing, 41(6), 733-739, 2003.

[CAN07] P. Cañadas, B. Maurin, H. Baudriller, P. Montcourrier, N. Bettache, *Form-finding of the cytoskeleton structuration during cell adhesion*, CellMech 07, Barcelona, 2007.

[CHE97] Chen C.S., Mrksich M., Huang S., Whitesides G., Ingber D.E., *Geometric control of cell life and death*, Science 276, 1425-1428, 1997.

[COU97] Coughlin M.F., Stamenovic D., *A tensegrity structure with buckling compression elements: Application to cell mechanics*, Journal of Applied Mechanic, 64: p. 480-6, 1997.

[DAR17] D'arcy Thompson, *On Growth and Form*, Vols 1 and 2, Cambridge Univ. Press, 1917.

[FAB01] Fabry B., Maksym G., Butler JP., Glogauer M., Navajas D., Fredberg J.J., *Scaling the microrheology of living cells*, Physical review letters 87, 148102, 2001.

[GOO00] Goode B.L., Drubin D.G., Barnes G., *Functional cooperation between the microtubule and actin cytoskeletons*, Current op. cell boil. 12, 63-71, 2000.

[HAR80] Harris A.K., Wild P., Stopak D., *Silicone rubber substrata: a new wrinkle in the study of cell locomotion*, Science 208(11), 177-9, 1980.

[ING93] Ingber D.E., *Cellular tensegrity: defining new rules of biological design that govern the cytoskeleton*, J Cell Sci 104, 613-27, 1993.

[ING97] Ingber D.E., *Tensegrity: the architectural basis of cellular mechanotransduction*, Annu. Rev. Physiol. 59, 575-99, 1997.

[ING98] Ingber D.E., *The architecture of life*, Scientific American Jan 278, 48-57, 1998.

[ING03] Ingber D.E., *Tensegrity I. Cell structure and hierarchical systems biology*, J. Cell Sci. 116(7), 1157-73, 2003.

[ING03] Ingber D.E., Tensegrity II. *How structural networks influence cellular information-processing networks*, J. Cell Sci. 116(8), 1397-408, 2003.

[JEA01] Jean M., Acary V., Monerie Y., *Non smooth contact dynamics approach of cohesive materials*, Philosophical Transactions Math., Physical Eng. Sciences, The Royal Society 359 (1789), 2497-518, 2001.

[KUM06] Kumar S., Maxwell I.Z., Heisterkamp A., Polte T.R., Lele T., Salanga M., Mazur E., Ingber, D.E., *Viscoelastic retraction of single living stress fibers and its impact on cell shape, cytoskeletal organization and extracellular matrix mechanics*, Biophys. J. 105, 2006.

[LAU02] Laurent V., Henon S., Planus E., Fodil R., Balland M., Isabey D., Gallet F., *Assessment of mechanical properties of adherent living cells by bead micromanipulation: comparison of magnetic twisting cytometry vs optical tweezers*, Journal of Biomechanical Engineering 124, 408-21, 2002.

[LAU03] Laurent V.M., Fodil R., Cañadas P., Fereol S., Louis B., Planus E., Isabey D., *Partitioning of cortical and deep cytoskeleton responses from transient magnetic bead twisting*, Ann. Biomed. Eng. 31(10), 1263-78, 2003.

[MAT06] Matthews B.D., Overby D.R., Mannix R., Ingber D.E., *Cellular adaptation to mechanical stress: role of integrins, Rho, cytoskeletal tension and mechanosensitive ion channels*, J. Cell Sci. 119(3), 508-18, 2006.

[MAU06] Maurin B., Motro R., Baudriller H., *Free-lengths tensegrity systems: conceptual design, form-finding and application*, IASS-APCS Symposium, Beijing (text on CDrom), 2006.

[MIJ02] Mijailovich S., Kojic M., Zivkovic M., Fabry B., Fredberg J.J., *A finite element model of cell deformation during magnetic bead twisting*, J. of Applied Physiology 93 (4), 1429-36, 2002.

[MIL06] Milan J.L., Wendling-Mansuy S., Jean M., Chabrand P., *Divided medium-based model for analyzing the dynamic reorganization of the cytoskeleton during cell deformation*, Biomechan. Model Mechanobiol, 2006.

[PUI04] Puig-de-Morales M., Millet E.J., Fabry B., Navajas D., Wang N., Butler JP., Fredberg J.J., *Cytoskeletal mechanics in adherent human airway smooth muscle cells: probe specificity and scaling of protein-protein dynamics*, Am. J. Physiol.: Cell Phys. 287, 643-54, 2004.

[SAT96] Satcher R.L., Dewey C.F., *Theoretical estimates of mechanical properties of the endothelial cell cytoskeleton*, Biophys J. 71 (1), 109-18, 1996.

[STA96] Stamenovic D., Fredberg J.J., Wang N., Butler J.P., Ingber D.E., *A microstructural approach to cytoskeletal mechanics based on tensegrity*, J. of theoretical biology 181 (2), 125-36, 1996.

[STA99] Stamenovic D., Coughlin M.F., *The role of prestress and architecture of the cytoskeleton and deformability of cytoskeletal filaments in mechanics of adherent cells : a quantitative analysis*, Journal of Theoretical Biology 201, 63-74, 1999.

[STA02] Stamenovic D., Liang Z., Chen J., Wang N., *Effect of the cytoskeletal prestress on the mechanical impedance of cultured airway smooth muscle cells*, J. Appl. Physiol. 92(4), 1443-50, 2002.

[SUL04] Sultan C., Stamenovic D., Ingber D.E., *A computational tensegrity model predicts dynamic rheological behaviors in living cells*, Ann. Biomed. Eng. 32(4), 520-30, 2004.

[VOL00] Volokh K., Vilnay O., Belsby M., *Tensegrity architecture explains linear stiffening and predicts softening of living cells*, Journal of Biomechanics 33, 1543-9, 2000.

[WAN02] Wang N., Tolic-Norrelykke I.M., Chen J., Mijailovich S., Butler J.P., Fredberg J.J., Stamenovic D., *Cell prestress. I. Stiffness and prestress are closely*

associated in adherent contractile cells, Am. J. Physiol. Cell Physiol. 282, C606-16, 2002.

[WEN97] Wendling S., *Loi de comportement d'une structure de tenségrité élémentaire: Application à la mécanique cellulaire*, in Faculté des Sciences et Technologie. Université Paris 12-Val de Marne 125, 1997.

[WEN99] Wendling S., Oddou C., Isabey D., *Stiffening response of a cellular tensegrity model, Journal of Theoretical Biology* 196(3), 309-25, 1999.

[WEN00] Wendling S., Oddou C., Isabey D., *Approche structurale de la mécanique du cytosquelette : solide alvéolaire vs modèle de tenségrité*, C.R. Acad. Sci. Paris, 97-104, 2000.

[WEN02] Wendling S., Cañadas P., Oddou C., Meunier A., *Interrelations between elastic energy and strain in a tensegrity model; contribution to the analysis of the mechanical response in living cells*, Computer Method in Biomechanics and Biomedical Engineering 5(1), 1-6, 2002.

[WEN03] Wendling S, Cañadas P., Chabrand P., *Toward a generalized tensegrity model describing the mechanical behavior of the cytoskeleton structure*, Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering 1, 1-8, 2003.

Bibliographie Partie IV

[BAG07] Bagneris M., Maurin B., Marty A., Motro R., *Pascalian forms for non standard architectural shape generation*, Proceedings of the IASS symposium, Venice, 2007.

[BEC03] Bechthold M., *New technologies in architecture II & III – Computer aided design and manufacturing techniques*, Harvard Graduate School of Design, 2003.

[COQ00] Coquillart S., *Extended free-form deformation: a sculpturing tool for 3D geometric modeling*, ACM Computer Graphics 24 (4), 187-96, 1990.

[COQ92] Coquillart S., *Extended free-form deformation: a sculpturing tool for 3D geometric modelling*, Rapport de recherche de l'INRIA, N° 1250, 1992.

[DEC85] De Casteljau P., *Formes à pôles,* Mathématiques et CAO 2, Hermes Publishing, 1985.

[DEM98] Demengel G., Pouget J.P., *Modèles de Bézier, des B-Splines et des Nurbs*, Ellipses, 1998.

[DRE07] Dresp B., Silvestri C., Motro R., *Which geometric model for the perceived curvature of 2D shape contours?*, Spatial Vision 20(3), 2007.

[EGU83] Egusa H., *Effects of brightness, hue, and saturation on perceived depth between adjacent regions in the visual field*, Perception 12, 167-75, 1983.

[FAR00] Farin G., *Curves and surfaces for computer aided geometric design, a practicle guide,* Second Edition, Academic Press, 1990.

[FAR92] Farin G., *Courbes et surfaces pour la CGAO*, Masson Dunod, 1992.

[GEH99] Gehry F., *Musée Guggenheim Bilbao*, Coosje Van Bruggen Guggenheim, ISBN 0892072458, 1999.

[GIL05] Gilpin D., *Selfridges*, Birmingham Ed. Clarck, Arup Journal, 2005.

[HOF95] Hoffmann C.M., Vermeer P.J.*, Geometric constraint solving in R2 and R3*, Computing in Euclidean geometry, World Scientific, 266-98, 1995.

[HUB82] Hubel D.H., *Exploration of the primary visual cortex*, Nature 299, 515-24, 1982.

[KOL05] Kolarevic B., *Architecture in the digital age,* Design and Manufacturing, Taylor & Francis, 2005.

[LES96] Les Piegl W.T., *The NURBS book*, Springer, 1996.

[MAR82] Marr D., *Vision: a computational investigation into the human representation and processing of visual information*, Freeman Ed., 1982.

[MAR06] Marty A., *Pascalian forms, essay on curved shapes*, Editions de l'Espérou, Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Montpellier, 2006.

[MOT93] Motro R., *Structural morphology*, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures. Special Issue 7 papers, Vol. 34(113), 1993.

[MOT06] Motro R., Dresp B., *Human perception, visual art and free-form structural design*, International Colloquium on Free Form Design, Delft, 2006.

[MOT07] Motro R., Silvestri C., Maurin B., Dresp B., *Visual perception and free-form structural design: from perceptual effects to architectural reality*, Journal of the International Association for Shell and spatial Structures, special issue on free-forms, sous presse.

[POM03] Catalogue de l'exposition, *Architectures non standard*, Ed. du Centre Pompidou, ISBN 2-844266-231-7, 2003.

[OSH94] O'Shea R.P., Blackburn S.G., Ono H., *Contrast as a depth cue*, Vision Research, 34, 1595-604, 1994.

[SAB91] Sabbagh K., *Skyscraper, the making of a building*, Macmillan Publishers 1991.

[SCH86] Schober H., Rentschler I., *Das Bild als Schein der Wirklichkeit - Optische Täuschungen in Wissenschaft und Kunst*, Moos & Partner, 1986.

[SCH04] Schodek D., *Digital design and manufacturing: CAD/CAM applications in architecture*, Harvard Graduate School of Design, 2004.

[SED86] Sederberg T.W., Parry S.R., *Free-form deformation of solids geometric models*, Computer Graphics, Vol. 20 (4), 151-60, 1986.

[SIL07] Silvestri C., Motro R., Dresp B., *Stevens' law predicts visual sensations of 2d curvature*, European Congress on Visual Perception, 2007.

[SIL07] Silvestri C., *A problem solving approach to the conceptual design of free-form structures*, IASS congress, 2007.

[SIL07] Silvestri C., Motro R., Dresp B., *Learning about complex visual structures through interaction with virtual and real world data*, submitted for publication in Perception.

[SNY92] Snyder J.M., *Generative modeling for computer graphics & CAD*, Academic Press**,** 1992.

[TEC05] Techniques et architecture, *Imaginaire scientifique*, N°479, 2005.

[VAN05] Van der Meiden H.A., Bronsvoort W.F., *An efficient method to determine the intended solution for a system of geometric constraints*, International Journal of Computational Geometry and Applications 15 (3), 279-98, 2005.

Nota Bene : Les articles de l'auteur publiés ou acceptés dans des revues internationales à comité de lecture sont disponibles en version pdf à l'adresse suivante :

http://www.lmgc.univ-montp2.fr/~maurin/HDR